HAL
open science

Manipulation par laser d'hélium métastable: effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon

Robin Kaiser

To cite this version:

Robin Kaiser. Manipulation par laser d'hélium métastable: effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1990. Français. NNT : . tel-00011870

HAL Id: tel-00011870

https://theses.hal.science/tel-00011870v1

Submitted on 9 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité:

Physique atomique

présentée par:

M. Robin KAISER

pour obtenir le titre de:

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet:

MANIPULATION PAR LASER D'HELIUM METASTABLE:
effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon

Soutenue le 11 Octobre 1990 devant le jury composé par:

MM.	C.Cohen-Tannoudji	Président
	A.Aspect	Directeur de Thèse
	J.Baudon	Rapporteur
	H.Haberland	Rapporteur
Mme.	C.Lhuillier	Examinatrice
M.	S.Chu	Membre invité

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité:

Physique atomique

présentée par:

M. Robin KAISER

pour obtenir le titre de:

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet:

MANIPULATION PAR LASER D'HELIUM METASTABLE:
effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon

Soutenue le 11 Octobre 1990 devant le jury composé par:

MM.	C.Cohen-Tannoudji	Président
	A.Aspect	Directeur de Thèse
	J.Baudon	Rapporteur
	H.Haberland	Rapporteur
Mme.	C.Lhuillier	Examinatrice
M.	S.Chu	Membre invité

Ce travail a été effectué au laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure de 1986 à 1990. Je remercie Monsieur le Professeur Jean BROSSEL et Monsieur Jacques DUPONT-ROC de m'y avoir accueilli et de m'avoir ainsi fait bénéficier de conditions de recherche exceptionnnelles.

J'ai eu le grand plaisir de faire partie du groupe de Claude COHEN-TANNOUDJI qui a porté pendant toutes ces années beaucoup d'attention à mon travail. J'ai ainsi pu profiter de la clarté de ses explications. Il m'a appris à ne pas se contenter de la résolution mathématique d'un problème et à essayer de trouver une compréhension physique à travers d'images simples. Je le remercie d'avoir accepté de présider le jury de soutenance de ma thèse.

Alain ASPECT a dirigé cette thèse avec une disponibilité permanente et a guidé mes premiers pas dans la recherche. En m'initiant au travail expérimental en étroite liaison avec une compréhension profonde des processus en jeu il m'a fait aimer le travail de recherche. Qu'il sache combien ses conseils et son aide m'ont été précieux pendant toutes ces années et le seront bien au-delà de cette thèse.

Je remercie également Jean DALIBARD qui m'a souvent aidé à résoudre les problèmes théoriques que j'ai pu rencontrer; Christophe SALOMON a joué un rôle important pour résoudre de nombreuses difficultés qui ont apparu lors de nos expériences, en particulier en ce qui concerne le laser. J'ai aussi eu la chance de faire mes premiers pas de recherche en même temps que Nathalie VANSTEENKISTE. En nous complétant mutuellement nous avons formé une équipe dans laquelle il était toujours agréable de travailler. Je voudrais également associer Yvan CASTIN, Olivier EMILE, Delphine GRISON et Christophe GERZ aux remerciements que j'adresse à tous les membres du groupe.

Le flux extraordinaire de visiteurs étrangers dans notre groupe m'a été très profitable. Je tiens à remercier particulièrement Ennio ARIMONDO pour sa participation dynamique aux expériences de "résonances noires" et je remercie Bill PHILLIPS pour toutes les discussions intéressantes que j'ai pu avoir avec lui pendant son séjour à Paris. La participation de Ike SILVERA aux expériences de ralentissement de notre jet m'a aussi été très profitable.

Je remercie le Professeur Helmut HABERLAND pour nous avoir prêté un jet d'hélium pendant le début de ce travail et pour avoir accepté de participer au jury de soutenance. Je remercie Martin KARRAIS pour son aide lors de la mise en marche de ce jet. Je remercie également Jacques VIGUE pour ses explications sur le fonctionnement des jets supersoniques.

Je remercie les Professeurs Claire LHUILLIER, Jacques BAUDON et Steven CHU pour l'intérêt qu'ils ont accepté de porter à mon travail en faisant partie du jury de soutenance.

La réalisation des expériences décrites dans ce mémoire a été possible grâce à une contribution importante des services techniques du Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure. Je tiens à remercier tout particulièrement MM. Jean-François POINT et Didier COURTIADE pour leurs interventions efficaces et rapides, évitant ainsi que les expériences ne soient bloquées pour des raisons techniques. Je remercie également Gérard TRENEC, André CLOUQUEUR, Jacques PARIZEL, Paul DAUMUR et Jean LAGADEC pour leur aide lors de la réalisation du montage expérimental.

Je remercie Melle Fabienne LEFEVRE et Mme Catherine EMO pour avoir tapé ce mémoire en plus de leur travail habituel et Melle GAZAN et M. MANCEAU pour la reproduction et la reliure de ce mémoire.

Je remercie finalement le Ministère de l'Education Nationale du Grand-Duché de Luxembourg et le Gouvernement Français pour leur soutien financier. Last but not least je remercie ma mère pour son soutien permanent durant toutes ces années. L'exemple de son courage m'a toujours aidé pendant des moments plus difficiles.

TABLE DES MATIERES

Remerciements 5

Table des matières 7

INTRODUCTION GENERALE 13

CHAPITRE I: JET SUPERSONIQUE D'HELIUM METASTABLE 23

INTRODUCTION 25

IA - LE JET SUPERSONIQUE 31

Introduction 31

1) Rappels sur les jets effusifs 32

2) Expansion isentropique : jet supersonique 35

3) "Gel soudain" de la détente 42

4) Ecorceur 45

5) Intensité du jet supersonique 48

6) Conclusion 49

IB - EXCITATION DE $He^*(2^3S_1)$ 51

Introduction 51

1) Les divers processus d'excitation 53

2) Bilan d'énergie-impulsion : diagramme de Newton 56

3) Cas de He^* observé le long du jet initial 59

a) bombardement électronique parallèle 60

b) bombardement électronique antiparallèle 63

c) bombardement oblique 66

4) Distribution des vitesses de He^* 69

a) influence de la distribution angulaire des électrons incidents . . 69
b) rôle de la section efficace différentielle de collision inélastique . 72
c) rôle de l'angle d'observation : effet "arc-en-ciel" 72
5) Conclusion 74
IC - DESCRIPTION DE PERFORMANCES 77
1) Introduction 77
2) Le jet supersonique d'hélium métastable 79
a) système de pompage 79
b) source refroidie 82
c) canon à électrons 85
α) cathode-optique électrostatique 85
β) champ magnétique de confinement 85
γ) courant d'électrons limite : charge d'espace 89
δ) dispersion d'énergie E_i 90
d) élimination d'espèces atomiques non désirables 92
α) condensateur 93
β) désexcitation des métastables singulets par pompage optique 94
γ) vérification à l'aide du laser LNA 99
3) Détection de $He^*(2^3S_1)$ 105
a) méthodes optiques 105
b) détection directe des métastables 107
α) désexcitation Auger 107
β) détecteurs utilisés 108
4) Performances 109
a) intensité 109
b) distribution des vitesses longitudinales 112
c) divergence du jet 119
5) Conclusion 122

CHAPITRE II: EFFET HANLE MECANIQUE *125*

INTRODUCTION *127*

IIA - EFFET HANLE MECANIQUE EN REGIME STATIONNAIRE : APPROCHE SEMI-CLASSIQUE *133*

1) Principes de calcul *133*

2) Effet Hanle mécanique sur $J_f = 1/2 \longrightarrow J_e = 1/2$ *135*

a) hamiltonien *135*

b) équations de Bloch optiques *140*

c) calcul de la force à l'état stationnaire *143*

d) effet Hanle dans l'état fondamental *146*

α) effet Hanle à faible saturation *148*

β) effet Hanle à forte intensité laser *153*

e) sortie de résonance *154*

3) Effet Hanle mécanique sur $J = 1 \longrightarrow J = 1$ *159*

a) hamiltonien *159*

b) équations de Bloch optiques *163*

c) calcul de la force à l'état stationnaire *165*

4) Comparaison quantitative $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ *et* $J = 1 \longrightarrow J = 1$ . . . *169*

a) cas de la lumière polarisée circulaire *169*

b) laser polarisé linéairement *171*

IIB - EVOLUTION TEMPORELLE : APPROCHE COMPLETEMENT QUANTIQUE *175*

Introduction *175*

1) Familles fermées d'états couplés en absence d'émission spontanée . . *179*

a) la notion des familles *179*

b) hamiltonien *182*

c) contribution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques généralisées *186*

2) Emission spontanée *188*

3) Evolution de la distribution des vitesses 192
a) distribution initiale 192
b) équation pilote : équations de Bloch optiques généralisées . . 192
c) distribution finale 193
4) Analyse numérique et résultats 195
a) procédure numérique 195
b) évolution de la vitesse moyenne 197
IIC - MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE 205
Introduction 205
1) Description du montage expérimental 206
a) la source d'hélium $He^*(2^3S_1)$ 206
b) détection 206
c) le laser LNA 207
d) mise en forme du faisceau laser 210
e) la transition atomique utilisée 213
f) bobines de compensation de champ magnétique 213
2) Résultats expérimentaux 215
a) observation directe de l'effet Hanle mécanique 215
b) étude de la vitesse transverse moyenne 219
c) compensation du champ magnétique 221
3) Conclusion 226
IID - PIEGE PAR EFFET HANLE MECANIQUE 229

CHAPITRE III: RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE *239*

INTRODUCTION *241*

IIIA - PRINCIPES DES RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE *245*

1) Approche semi-classique *245*

a) résonances noires *245*

b) sélection en vitesse *249*

c) accumulation dans l'état non couplé *250*

d) largeur en vitesse de l'état piège *251*

2) Approche quantique *254*

a) les familles fermées : couplage atome-laser *256*

b) résonances noires sélectives en vitesse *257*

c) émission spontanée : accumulation de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ *260*

d) calcul du taux de sortie de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ *261*

e) distribution des vitesses *265*

f) distribution des populations de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ *267*

IIIB - PREMIERE MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE . . *271*

1) Description de l'expérience : . . . . . .

Phys. Rev. Lett. 61, 826, 1988 . . . . . *271*

2) Conditions expérimentales particulières *276*

a) la transition utilisée *276*

b) préservation des cohérences *287*

i) phase des lasers *278*

ii) compensation du champ magnétique *281*

c) distribution des vitesses *283*

IIIC - ETUDE DETAILLEE *287*

1) Analyse théorique de base : . . . . . .

J. Opt. Soc. Am. B6, 2112, 1989 . . . . . *289*

2) Etudes supplémentaires *303*

a) largeur des pics-Refroidissement 303
α)largeur des pics 304
β)autres caractérisations du refroidissement 307
i)énergie cinétique 307
ii)entropie 309
b) influence du désaccord sur la distribution obtenue 311
c) vérification de l'existence de corrélations entre degrés de liberté . internes et externes 321
3) Généralisation: autres configurations de polarisation 326
a) polarisations σ^+/σ^- 326
b) polarisations linéaire-linéaire orthogonales 328
c) polarisations linéaire-linéaire parallèles 333
d) généralisation 335
i)polarisations distinctes 337
ii)polarisations identiques 341
e) image géométrique 342
4) Généralisation à plusieurs dimensions 346
a) Conditions nécessaires et suffisantes 346
b) Existence d'un état non couplé sélectif en vitesse à 3 dimensions 349
c) Unicité de l'état non couplé 353
d) exemples 357
IIID - CONCLUSION 361

CONCLUSION GENERALE 367
APPENDICES 373
APPENDICE A 375
APPENDICE B 382
APPENDICE C 385
APPENDICE D 395
REFERENCES 399

INTRODUCTION

INTRODUCTION GENERALE

Dans l'étude de l'interaction entre matière et rayonnement, l'échange d'impulsion entre des atomes et la lumière est un point très important, même s'il est peu pris en compte dans la spectroscopie traditionnelle. En 1619 déjà, Kepler attribuait à la pression de radiation exercée par le soleil la cause de l'orientation des queues de comètes. Lorsque J.C. Maxwell établit sa théorie de l'électromagnétisme à la fin du siècle dernier, il tenait compte de forces exercées par le rayonnement électromagnétique sur des milieux polarisables [1]. A. Bartoli déduisait indépendemment une même force de pression de radiation en partant de raisonnements thermodynamiques [2]. Les premières mises en évidence expérimentales de ces forces sur des miroirs ont été réalisées au début de ce siècle par Lebedev [3] et Nichols et Hull [4]. En 1917 Einstein a ensuite montré qu'il faut tenir compte de cet échange d'impulsion pour pouvoir expliquer l'équilibre thermodynamique d'un ensemble d'atomes en interaction avec le rayonnement [5]. En défléchissant un jet atomique de sodium au moyen d'un lampe à décharge de sodium [6] Frisch a demontré en 1933 la possibilité d'utiliser l'interaction résonnante entre les atomes et le rayonnement pour produire une déflexion observable d'un jet. En 1950 Kastler donne l'idée d'utiliser l'interaction avec la lumière pour refroidir des atomes en utilisant le pompage optique pour réaliser un effet "lumino-frigorifique" [7]. Mais ce n'est cependant qu'après le développement des sources lasers, qui permettent l'échange d'un très grand nombre de photons entre les atomes et le champ électromagnétique, que la manipulation d'atomes par la lumière a pu faire des progrès importants [8-21].

Depuis les propositions en 1975 du refroidissement "Doppler" d'atomes libres par laser [9] et d'ions piégés [10], ce nouveau domaine de la physique atomique a connu un développement continu. De nombreux progrès aussi bien théoriques qu'expérimentaux ont été fait dans les années passées : on peut maintenant ralentir, refroidir et piéger spatialement de nombreuses espèces atomiques[11,12]. L'année 1988 a vu un nouveau pas en avant avec l'avènement de mécanismes de refroidissement permettant d'obtenir des températures en dessous la "limite Doppler" T_D :

$$k_B T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2}$$

où Γ est l'inverse de la durée de vie de l'état excité. Cette température T_D constituait la limite vers les basses températures, communément admise jusque-là. Mais en 1988 le groupe de W.D. Phillips à Washington [13] a observé expérimentalement sur le sodium des températures aussi basses que $40\mu K$ (au lieu de $T_D = 240\mu K$ pour Na). L'obtention de ces températures en-dessous de la limite "Doppler" a depuis été confirmée par d'autres groupes, dont le notre [14,15] (la limite Doppler pour Cs étant $120\mu K$, des températures de $2.5\mu K$ ont été mesurées !). Ces résultats surprenants ont engendré un développement théorique immédiat [12, 16, 17].

Au même moment une autre barrière était franchie. Nous avons en effet imaginé et mis en oeuvre expérimentalement une méthode permettant le refroidissement par laser en dessous de l'énergie de recul d'un seul photon [18,19]. Ce mécanisme de refroidissement que nous avons appelé "piégeage cohérent de populations sélectif en vitesse" ou encore "résonances noires sélectives en vitesse" est basé sur des principes complètement différents de ceux mis en jeux dans les expériences précédentes [20,21]. Il permet en principe d'obtenir des distributions de vitesse aussi étroites que l'on veut, à condition de disposer d'un temps d'interaction cohérente atome-laser assez long. C'est à ce nouveau mécanisme de refroidissement qu'est consacré le chapitre III de ce mémoire.

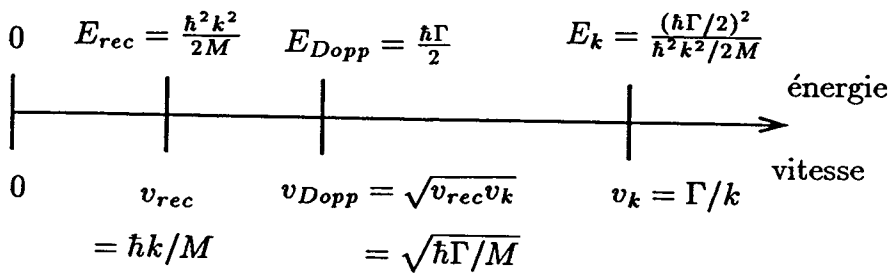


Fig. 1 : Vitesses et énergies importantes dans le refroidissement par laser d'atomes.

	$^4He^*$	Na	Cs
Masse$M(u.m.a)$	4	23	133
$\Gamma/2\pi(MHz)$	1.6	9.9	5.3
$\lambda(\mu m)$	1.083	0.589	0.852
recul d'un photon :			
$\hbar k/M$	9.2 cm/s	2.9 cm/s	3.5 mm/s
$T_R = \hbar^2 k^2/Mk_B$	4 μK	2.4 μK	0.2 μK
limite "Doppler" : $1D^*$			
$v_{Dopp} = \sqrt{\hbar\Gamma/3M}$	23 cm/s	24 cm/s	7.3 cm/s
$k_B T_D = \hbar\Gamma/3$	26 μK	160 μK	85 μK
largeur de la résonance :			
$kv = \Gamma$	1.7 m/s	5.8 m/s	4.5 m/s

* Pour un refroidissement à trois dimensions il faudra multiplier v_{Dopp} par $\sqrt{\frac{3}{2}}$ et T_D par 3/2 (en considérant l'émission spontanée comme isotrope).

TABLEAU 1

Afin de mettre en évidence les différents domaines de vitesse et d'énergie intervenant dans le refroidissement laser, nous avons présenté sur la figure 1 une récapitulation des valeurs les plus importantes. On y trouve trois vitesses importantes: tout d'abord $v_k = \Gamma/k$ caractérise la plage de vitesse sur laquelle agit de façon efficace l'interaction résonnante entre le laser et les atomes. Cette vitesse intervient par exemple lorsqu'on veut connaître la plage de capture pour le refroidissement Doppler (voir appendice A). La deuxième vitesse importante qui figure sur cet axe des vitesses est la vitesse de recul $v_{rec} = \hbar k/M$ qui correspond à la vitesse qu'acquiert un atome initialement au repos lorsqu'il absorbe ou émet un seul photon. L'énergie cinétique correspondante, appelée énergie de recul $E_R = \frac{1}{2}mv_{rec}^2$ constitue une limite apparement ultime pour les températures qu'on peut obtenir par des mécanismes de refroidissement laser basés sur un échange permanent d'impulsion entre les atomes et les photons laser, se traduisant par un équilibre entre une force de friction et un échauffement dû aux fluctuations lors des cycles de fluorescence. Enfin, la vitesse v_{Dopp}, qui est la moyenne géométrique de v_k et de v_{rec}, correspond à la limite du refroidissement Doppler pour un atome à deux niveaux (voir appendice A). Le tableau 1 indique les valeurs numériques de ces grandeurs pour les atomes de sodium, césium et hélium métastable.

Les expériences de refroidissement par laser d'atomes d'hélium métastable ont débuté à l'Ecole Normale Supérieure en 1986. Malgré des difficultés expérimentales accrues(aussi bien en ce qui concerne la source atomique que la source laser à 1.083μm) , le choix de cet atome présente des particularités intéressantes. Tout d'abord, le schéma des niveaux intervenant dans le refroidissement par laser est beaucoup plus simple que pour les alcalins dont on sait que la structure hyperfine complique le spectre. Nous pouvons en effet choisir l'une des transitions $^4He^*(2^3S_1) -^4 He^*(2^3P_J)$ avec $J = 0, 1$ ou 2(fig. 2), qui sont à la fois assez simples pour pouvoir confronter des calculs théoriques à des résultats expérimentaux, (l'absence de structure hyperfine pour ^4He est particulièrement bienvenue), et cependant suffisament riches pour pouvoir étudier différents mécanismes d'interaction. Nous avons ainsi par exemple le choix entre des transitions J $\rightarrow$ J$-$1, J $\rightarrow$ J ou J $\rightarrow$ J$+$1, qui permettent de voir des effets qualitativement différents.

D'autre part, la masse très faible de $^4He(M = 4\ u.m.a)$ fait que les paramètres atomiques intervenant dans le refroidissement laser sont très différents de ceux correspondant au sodium et au césium. En particulier, la vitesse de recul v_{rec} est beaucoup plus grande

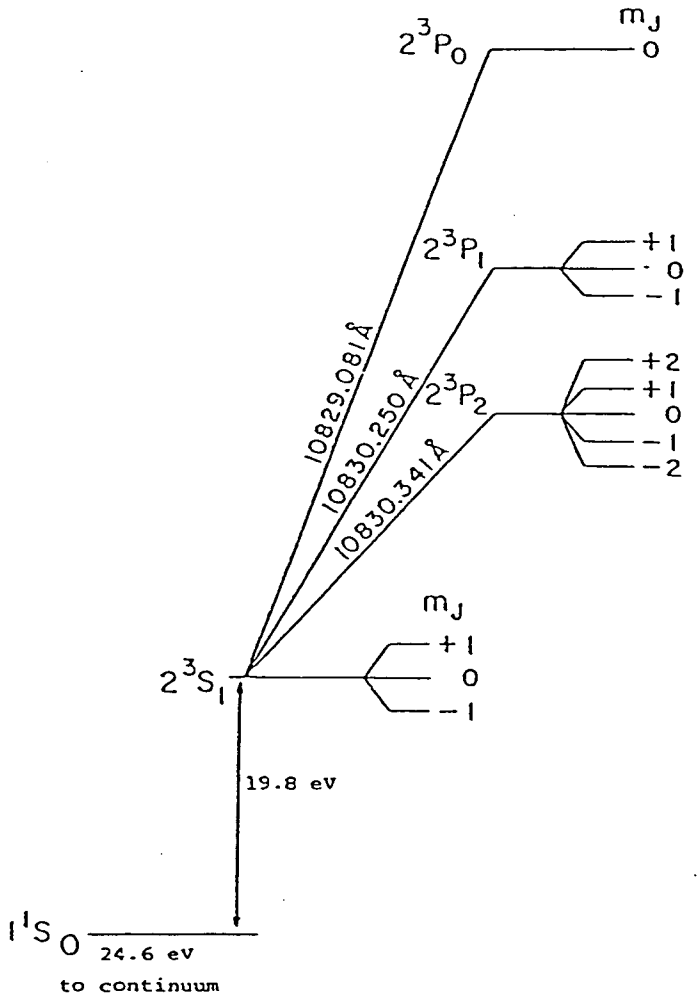


Fig. I-2 : Les trois transitions $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$ de l'hélium métastable.

dans le cas de l'hélium métastable (9.2 cm/s, voir tableau 1). Il est donc plus judicieux d'utiliser des atomes légers tels que l'hélium pour étudier de nouveaux effets quantiques qui apparaissent lorsqu'on se rapproche d'une situation dans laquelle la largeur de la distribution des vitesses est de l'ordre voire plus petit que v_{rec}. L'étude de l'hélium métastable s'avère ainsi complémentaire à celle du césium(M = 133 u.m.a.), déjà à l'étude depuis 1985 dans notre laboratoire. Dans le contexte actuel de la recherche d'effets collectifs dus aux statistiques quantiques(condensation de Bose-Einstein?) l'hélium métastable présentera aussi l'avantage d'exister sous deux formes isotopiques : ^3He qui est un fermion et ^4He qui est un boson. La comparaison entre le comportement de ^3He et ^4He pourrait permettre des comparaisons expérimentales cruciales.

Plan du mémoire:

Dans un premier chapitre nous décrivons le jet supersonique d'hélium métastable que nous avons construit à l'Ecole Normale Supérieure. Nous y expliquons les principes d'un jet supersonique (IA) et le processus d'excitation des atomes d'hélium dans l'état métastable $He^*(2^3S_1)$ en étudiant en particulier le changement de vitesse des atomes lors de leur excitation (IB). Dans IC, nous donnons les détails et les performances de notre jet.

Nous étudions dans les deux chapitres suivants deux processus d'interaction atome-laser, en nous intéressant particulièrement aux effets mécaniques sur les atomes. C'est l'occasion d'introduire une nouvelle approche théorique pour étudier l'interaction entre des atomes traités complètement quantiquement (aussi bien en ce qui concerne leurs degrés de liberté internes que les degrés de liberté externes), et le champ électro-magnétique (que nous traitons classiquement).

Dans le deuxième chapitre, nous étudions tout d'abord l'effet Hanle mécanique. Il s'agit ici d'un effet qui apparaît lorsqu'on éclaire par une onde monochromatique un atome sur une transition J=1 vers J=1. Si la lumière est polarisée circulaire σ^+ par rapport à Oz, alors les atomes seront pompés optiquement vers le sous-niveau Zeeman $m_z = +1$, d'où ils ne peuvent plus absorber de photons laser. Les atomes ne subiront dans ce cas à l'état

stationnaire aucune force de la part du laser. Si maintenant nous appliquons un champ magnétique le long de Oy, les atomes précessent entre les états $m_z = +1$, $m_z = 0$ et $m_z = -1$. Ils peuvent alors de nouveau interagir avec le laser et absorber des photons à partir des états $m_z = -1$ et $m_z = 0$. Les atomes subiront ainsi de la part du laser une force qui dépend du champ magnétique le long de Oy.

Dans une première partie (IIA) nous étudions tout d'abord par la méthode semi-classique habituelle [22] la force subie par un atome: nous considérons l'atome comme localisé en un point, ce qui nous permet de remplacer l'opérateur position $\mathbf{R}$ par un nombre réel correspondant à la position de cet atome ponctuel. Il est alors possible de calculer, à l'aide des équations de Bloch optiques, l'état stationnaire pour les degrés de liberté internes de l'atome et on peut ensuite déduire, en appliquant le théorème d'Ehrenfest, une équation d'évolution pour le centre de gravité du paquet d'onde. Nous obtenons ainsi la force moyenne subie par un atome ayant une vitesse constante v.

Dans la partie IIB, les atomes sont traités complètement quantiquement: nous quantifions non seulement les degrés de liberté internes de l'atome (état excité ou fondamental, sous-niveaux Zeeman) mais aussi ses degrés de liberté externes (quantité de mouvement). L'existence de familles fermées d'états couplés[23] par les interactions atome-laser et atome-champ magnétique nous permet d'intégrer facilement par voie numérique les équations de Bloch optiques généralisées qui décrivent les lois d'évolution de la matrice densité des atomes.Cette approche présente plusieurs avantages majeurs. Tout d'abord c'est un traitement rigoureux, qui ne suppose par exemple pas que l'atome soit localisé en un point. De plus les phénomènes d'élargissement de la distribution des vitesses des atomes sont automatiquement incorporés de façon exacte dans le calcul, contrairement à la méthode semi-classique habituelle. Nous ne sommes ainsi pas obligés d'établir l'expression d'un coefficient de diffusion (ce qui est parfois une étape très compliquée, et demandant des approximations délicates) dans l'obtention d'une équation d'évolution des degrés de liberté externes des atomes. Nous obtenons de plus facilement l'évolution temporelle de la matrice densité des atomes, ce qui nous permet en particulier d'étudier l'évolution des degrés de liberté externes tels que la vitesse moyenne d'une distribution d'atomes (en traçant sur les degrés de liberté internes). De tels résultats sont impossibles à obtenir simplement dans une approche semi-classique.L'étude de l'effet Hanle mécanique n'a cependant pas

comme seul but de présenter cette nouvelle approche théorique. Nous avons en effet utilisé ce processus pour contrôler de façon très précise le champ magnétique le long de la zone d'interaction atome-laser en étudiant la déflexion du jet atomique. La partie IIC montre la mise en évidence expérimentale de l'effet Hanle mécanique en particulier en vue d'une compensation du champ magnétique.

Le troisième chapitre présente le résultat le plus important de ce mémoire: il s'agit du refroidissement par laser en dessous de l'énergie de recul d'un photon. L'idée de base est qu'il existe des états atomiques qui, pour une certaine classe de vitesse des atomes, ne sont pas couplés par le laser à l'état excité. Les atomes dans tous les autres états interagissent avec les lasers et subissent ainsi, par le recul aléatoire lors de l'émission spontanée de photons, une marche au hasard dans l'espace des vitesses. Cette diffusion fait passer les atomes autour de la classe vitesse dans laquelle ils peuvent ne plus interagir avec les lasers. Nous pouvons ainsi accumuler les atomes dans une classe de vitesse très étroite et réaliser une compression de la distribution des atomes dans l'espace des vitesses: ceci constitue un nouveau mécanisme de refroidissement d'atomes par laser. La largeur de la distribution des vitesses que nous pouvons obtenir par ce processus peut être extrêmement petite et n'est en particulier pas limitée par la vitesse de recul $\hbar$k/M.

Nous expliquons le principe de base des résonances noires sélectives en vitesse (IIIA), d'abord dans une approche semi-classique, puis en quantifiant les degrés de liberté externes des atomes (dans la base des quantités de mouvement p) en nous servant des familles d'états couplés par laser introduites en IIB. Ce traitement complètement quantique pour les atomes est indispensable pour l'analyse théorique du refroidissement laser en dessous du recul d'un photon dans la mesure où la distribution des vitesses présente une structure plus fine que $\hbar$k/M. Nous établissons aussi une expression simple mais approximative de la largeur de la distribution des vitesses, et nous constatons qu'il n'y a pas de limite inférieure à cette largeur qui diminue à fur et à mesure que le temps d'interaction augmente.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présenterons la mise en évidence expérimentale de l'effet(IIIB). Nous montrons comment nous avons pu obtenir pour l'hélium une largeur en vitesse de 6 cm/s, inférieure à la vitesse de recul de 9.2 cm/s. Converti en température, ce résultat correspondrait à une température de $2\mu K$, c'est-à-dire deux fois plus petite que l'énergie de recul d'un photon $E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} = 4\mu K$.

La partie IIIC donne ensuite l'analyse théorique détaillée de ce piégeage cohérent de population sélectif en vitesse. Après avoir expliqué comment nous avons obtenu les équations de Bloch optiques généralisées pour le système en Λ nécessaire pour cet effet, nous étudions par intégration numérique de ces équations le rôle des différents paramètres intervenant dans ce refroidissement. Nous terminons ce chapitre par une discussion des possibilités de généraliser ce mécanisme à plus d'une dimension.

CHAPITRE I

JET SUPERSONIQUE D'HELIUM METASTABLE

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Ce premier chapitre a pour but de présenter le jet atomique que nous avons utilisé pour réaliser nos expériences de refroidissement, ou plus généralement de manipulation, d'atomes d'hélium par laser. Toutes les expériences décrites dans ce mémoire ont été faites à une dimension, perpendiculairement à l'axe du jet, et notre principale méthode d'analyse de l'interaction entre les atomes et le laser consiste à mesurer des vitesses transverses des atomes. Ces mesures se ramènent en fait à des mesures d'angles, convertis en vitesses transverses en tenant compte de la vitesse longitudinale du jet (fig. I–1).

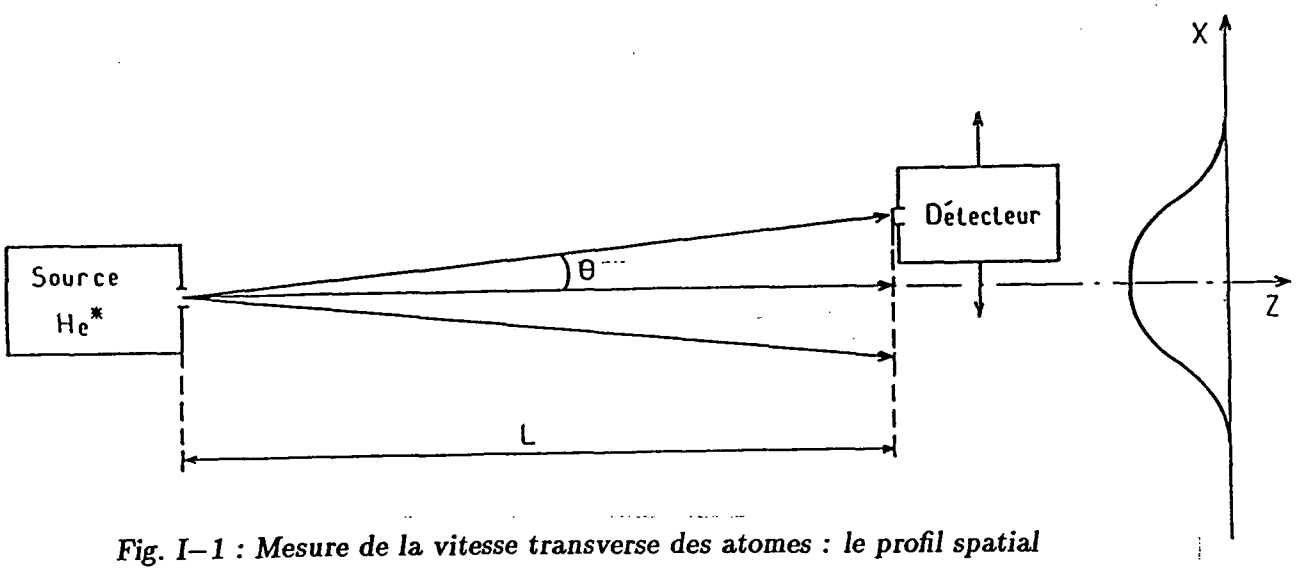


Fig. I–1 : Mesure de la vitesse transverse des atomes : le profil spatial N(x) est converti en profil de vitesse transverse en utilisant la relation $v_x = \frac{x}{L} v_z$.

Afin d'avoir une bonne résolution en vitesses transverses, il est donc nécessaire de disposer d'un jet d'hélium métastable avec une vitesse longitudinale bien définie. Cette contrainte, jointe au souci commun à la plupart des expérimentateurs d'avoir des intensités aussi grandes que possible, nous a menés à utiliser un jet supersonique d'hélium dans l'état fondamental que nous bombardons par des électrons afin d'exciter les atomes dans l'état métastable $He^*(2^3S_1)$. Ceci nous permet d'obtenir un jet d'hélium métastable assez intense et relativement monocinétique.

D'autres méthodes de production de jets d'hélium métastable existent, mais nous ne les avons pas retenues :

- excitation par bombardement électronique d'un jet effusif d'hélium [1]. Cette méthode aurait présenté le très grand handicap de produire une distribution très large en vitesse longitudinale (largeur totale Δv à mi-hauteur $\Delta v \simeq 1.4\ \bar{v}$, où $\bar{v}$ est la vitesse moyenne des atomes dans le jet).

- décharge continue dans une cellule (à partir d'un filament chauffé) et formation d'un jet à partir de ce gaz [2]. Cette méthode se heurte à la difficulté de manipuler l'hélium métastable, qui est un atome neutre, sans détruire son caractère de métastabilité. L'intensité de tels jets reste très faible.

- excitation de l'hélium pendant la détente isentropique d'un jet supersonique par une décharge à haute tension entre une aiguille dans la source et l'écorceur [3,4,5]. Cette méthode utilise un bombardement électronique facile à entretenir et tire profit du refroidissement de la distribution des vitesses lors de l'expansion supersonique afin d'obtenir pour l'hélium excité une distribution en vitesse proche de celle du jet supersonique d'atomes dans l'état fondamental. Cette méthode présente a priori beaucoup d'attraits. Elle donne un jet intense et beaucoup plus monocinétique qu'un jet effusif, même si elle donne une distribution en vitesses longitudinales plus large ($\Delta v/v = 45\%$) que ce que l'on peut obtenir avec la méthode que nous avons choisie. Malheureusement la haute tension nécessaire à la décharge est de l'ordre de 300 V[6] et l'excitation par des électrons d'énergie élevée favorise la production d'hélium métastable singulet $He^*\ (2^1S_0)$ et surtout de photons UV provenant de la cascade radiative vers l'état fondamental d'états excités de courte durée de vie. Pour des expériences où une telle contamination ne pose pas de problème, ce type de source doit être considéré. Dans les expériences présentées ici, nous souhaitions cependant avoir très

peu de signal parasite dû à ces métastables singulets et photons UV. D'autre part il est probablement impossible de refroidir une telle source à la température de l'hélium liquide à cause de l'échauffement que produit la décharge au niveau du gicleur. On ne pourra donc pas obtenir des vitesses longitudinales inférieures à 400 m/s avec de telles sources. Ces raisons nous ont amenés à ne pas utiliser une telle source.

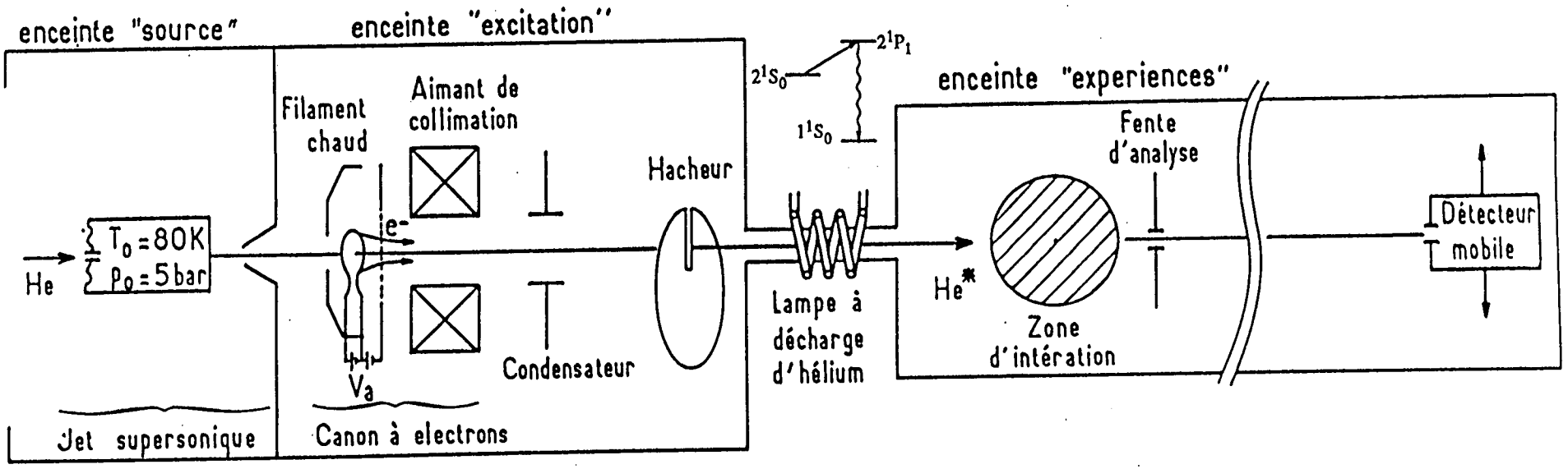


Fig. I–2 : Schéma du jet supersonique d'hélium métastable. Dans une première enceinte "source" les atomes subissent une détente isentropique et forment un jet supersonique d'hélium dans l'état fondamental. Le bombardement électronique à partir d'un filament chauffé, un potentiel d'accélération V_a et un aimant de collimation excite les atomes. Le condensateur et la lampe à décharge d'hélium éliminent dans une troisième étape des produits non désirés de l'excitation. Le jet supersonique d'hélium $He^*(2^3S_1)$ *entre ensuite dans l'enceinte où les expériences de manipulation par laser sont réalisées.*

La méthode que nous avons choisie nous a semblé offrir le meilleur compromis pour les points importants :

* jet monocinétique;

* intensité suffisante;

* fraction élevée de triplets.

La figure I–2 montre un schéma de principe de notre jet d'hélium métastable. On y reconnaît les trois étapes successives:

(i) formation du jet supersonique d'hélium dans l'état fondamental ;

(ii) bombardement par électrons pour exciter les atomes :

canon à électrons et champ magnétique focalisant ;

(iii) élimination de produits non désirés de l'excitation :

condendateur et lampe de quenching (notons que ceci n'élimine pas les photons UV).

Nous allons maintenant détailler ces étapes. La partie IA rappelle les principes d'un jet supersonique. Nous essayons de dégager quelques idées simples pour comprendre son fonctionnement et ses limites sans pourtant entrer dans le détail de calculs trop techniques. L'excitation électronique des atomes d'hélium est traitée dans la partie IB. Nous discuterons en détail l'effet de cette excitation sur la distribution des vitesses des atomes excités. On a en effet un changement important de la vitesse des atomes d'hélium lors de leur excitation par une collision avec un électron. Les diagrammes de Newton permettent de représenter graphiquement les différentes situations qui peuvent se présenter et nous pouvons ainsi interpréter les distributions des vitesses des atomes excités que nous observons. La dernière partie IC de ce chapitre décrit les différents éléments du jet construit à l'Ecole Normale Supérieure.

CHAPITRE I

LE JET SUPERSONIQUE D'HELIUM METASTABLE

CHAPITRE I

IA – LE JET SUPERSONIQUE

Introduction

Pour former un jet d'atomes neutres, on a à priori le choix entre (fig. I–3):

(i) une effusion à travers un trou ou un capillaire (ou un ensemble de capillaires) : on a alors un jet effusif à distribution en vitesse longitudinale très étalée;

(ii) une détente isentropique utilisant un gicleur et un écorceur : c'est ce qu'on appelle un jet supersonique, beaucoup plus monocinétique.

Afin de bien comprendre le fonctionnement du jet supersonique et d'apprécier ses qualités, il est utile d'étudier les différences qu'il présente par rapport au jet effusif. Nous commençons donc par un bref rappel sur les jets effusifs (IA1), ce qui nous permet aussi d'introduire des notions utiles dans la description des jets supersoniques (IA2). Dans la partie (IA3) nous étudions le passage de la détente isentropique au régime d'écoulement moléculaire du jet. L'influence de l'écorceur nécessaire pour réaliser un pompage différentiel est présenté en (IA4) et nous discutons la limite de l'intensité du jet supersonique en (IA5).

1) Rappels sur les jets effusifs :

Un jet effusif est généralement obtenu à partir d'une enceinte source contenant le gaz à une pression p_0, pourvue d'une ouverture de diamètre D par laquelle s'échappent les particules formant le jet. Le paramètre déterminant le régime d'écoulement est le nombre de Knudsen Kn_0 défini comme le rapport entre le libre parcours moyen λ_0 des particules dans la source et la taille D du trou de sortie:

$$Kn_0 = \frac{\lambda_0}{D} \qquad (\mathrm{IAI}-1)$$

Dans le cas des grands paramètres de Knudsen ($Kn_0 \gg 1$, fig. I – 3a) le mouvement d'une particule quittant la source n'est pas modifié lors de la sortie, et la distribution des vitesses du jet reflète directement la distribution à l'intérieur de la source. Il est alors facile de calculer les différents paramètres caractérisant le jet effusif par la théorie cinétique des gaz [7]. La distribution des vitesses $\mathcal{I}_V(\theta)$ (définie comme le nombre de particules émises par seconde, par unité d'angle solide et par unité de vitesse autour d'une vitesse v dans la direction faisant un angle θ avec l'axe de symétrie du jet) est donnée par [7]:

$$\mathcal{I}_V(\theta) = \frac{1}{2\pi} n_0 a_0 \sqrt{\frac{4}{\pi}} \frac{v^3}{\alpha_0^3} \exp\left\{-\frac{v^2}{\alpha_0^2}\right\} \cos\theta \qquad (\mathrm{IA1}-2)$$

où $\alpha_0 = \sqrt{\frac{2k_B T_0}{M}}$ est la vitesse la plus probable des particules dans la source, M leur masse, T_0 la température d'équilibre thermodynamique à l'intérieur de la source et k_B la constante de Boltzmann ; n_0 est la densité totale de particules dans la source et a_0 l'aire de l'ouverture de sortie.

Par intégration de toutes les classes de vitesses on obtient l'intensité $\mathcal{I}(\theta)$ du jet, c'est-à-dire le nombre de particules émises par seconde et par unité d'angle solide dans la direction θ :

$$\mathcal{I}(\theta) = \frac{1}{4\pi} n_0 a_0 \sqrt{\frac{4}{\pi}} \alpha_0 \cos\theta \qquad (\mathrm{IA1}-3)$$

Le débit de particules $\dot{N}$ se déduit ensuite en intégrant $\mathcal{I}(\theta)$ sur le demi-espace en aval de la source

$$\dot{N} = \frac{1}{4} n_0 a_0 \bar{v}_0 = \frac{1}{\pi}\mathcal{I}(0) \qquad (\mathrm{IA1}-4)$$

$\mathcal{I}(0) = \frac{1}{4\pi} n_0 a_0 \alpha_0 \bar{v}_0$

où $\bar{v}_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi}}\alpha_0$ est la vitesse moyenne des particules dans la source. Notons que le débit $\dot{N}$ est directement proportionnel à l'intensité du jet sur l'axe $\mathcal{I}(\theta)$.

$\mathcal{I}(0) = \frac{1}{\pi}\dot{N}$

Si l'on veut accroître l'intensité sur l'axe $\mathcal{I}(0)$, le débit $\dot{N}$ va augmenter et l'intensité réalisable par un jet effusif sera en général limitée par le débit des pompes à vide. Pour une pompe à diffusion de vitesse de pompage 3000 l/s (ce qui est important à l'échelle d'un jet de laboratoire) travaillant à une pression de 10^{-5} mbar on peut obtenir pour l'hélium à température ambiante une intensité maximale sur l'axe de:

$$\mathcal{I}_{\max}(0) = 2.10^{17} \text{atomes s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \qquad (\text{IA1} - 5)$$

Des collisions entre les atomes du jet font qu'une valeur plus réaliste pour l'intensité d'un tel jet serait plutôt d'un ordre de grandeur plus petit.

Le moyen le plus simple pour accroître l'intensité sur l'axe du jet sans augmenter le débit total de particules est d'utiliser à la place du trou de sortie de la source un capillaire (ou un ensemble de capillaires) de longueur ℓ beaucoup plus grande que son rayon r. Ceci permet en principe de gagner un facteur de l'ordre de ℓ/r sur le rapport $\mathcal{I}(0)/\dot{N}$ (intensité sur l'axe/débit total) [7].

La distribution des vitesses longitudinales d'un jet effusif a une demi-largeur à mi-hauteur $\Delta v_{1/2}$:

$$\Delta v_{1/2} \simeq 0.58\alpha_0 \qquad (\text{IA1} - 6)$$

centrée autour d'une vitesse la plus probable v_p:

$$v_p \simeq 1.22\alpha_0. \qquad (\text{IA1} - 7)$$

Pour l'hélium à $T_0 = 300K$ ceci correspond à des vitesses de l'ordre de

$$v_p \simeq 1360 \pm 650 \text{ m/s} \qquad (\text{IA1} - 8)$$

Un moyen très efficace pour réduire considérablement la largeur de la distribution des vitesses (sans perdre la plupart des atomes, comme dans le cas de sélection d'une classe de vitesse par disques tournants) consiste à passer à un autre régime d'écoulement : le jet supersonique.

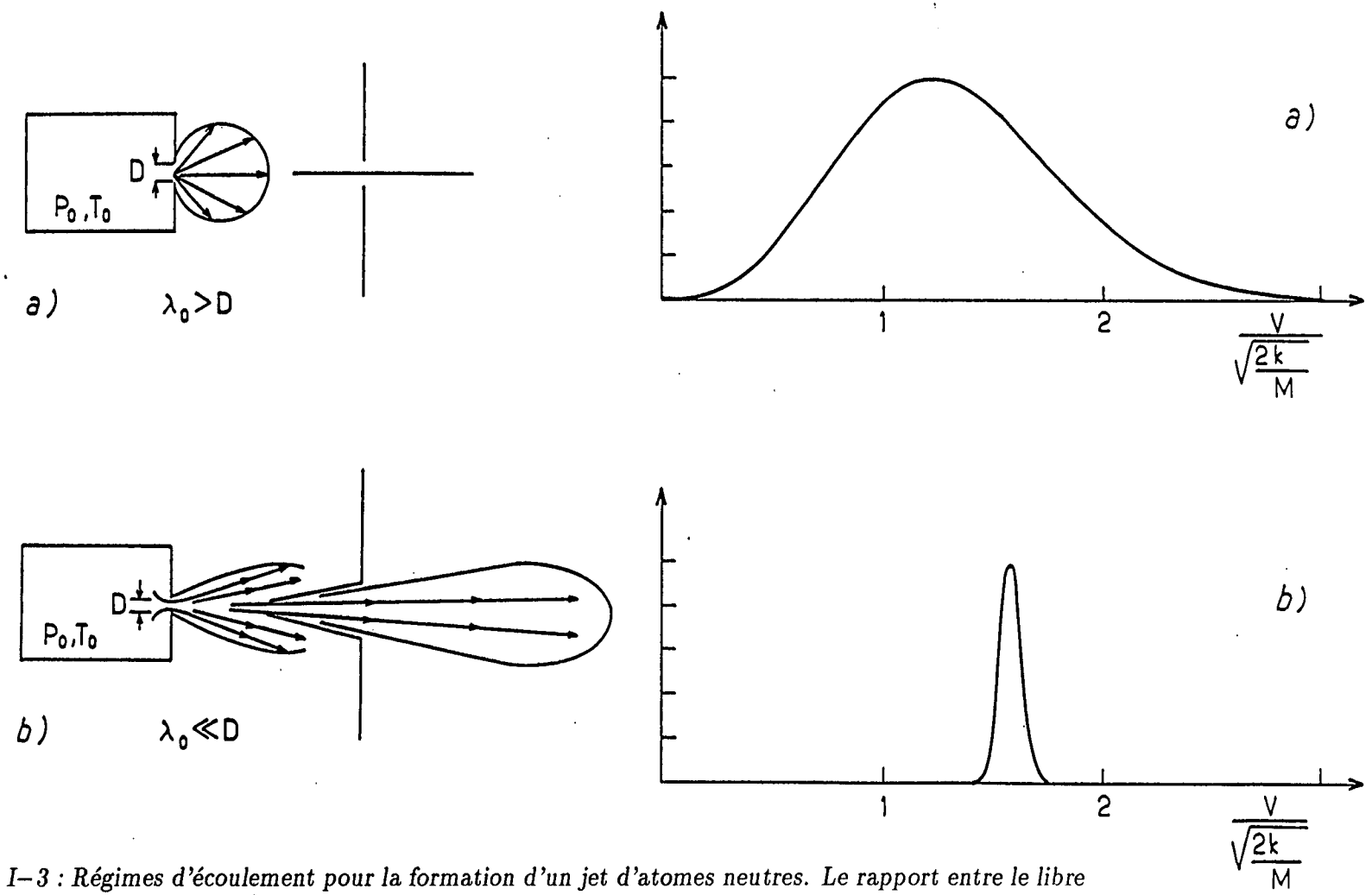


Fig. I–3 : Régimes d'écoulement pour la formation d'un jet d'atomes neutres. Le rapport entre le libre parcours moyen λ_0 des particules à l'intérieur de la source et le diamètre D du trou de sortie détermine le régime d'écoulement :

a) écoulement moléculaire à distribution de vitesse thermique,

b) écoulement laminaire se traduisant par une distribution en vitesse très étroite.

2) Expansion isentropique : jet supersonique

Pour obtenir un jet supersonique [8] par une expansion isentropique, il faut, contrairement au cas du jet effusif, travailler dans un régime où le libre parcours moyen des particules dans la source λ_0 est petit devant la dimension D du trou de sortie de la source, appelé gicleur (fig. I–3b) :

$$Kn_0 = \frac{\lambda_0}{D} << 1 \qquad (\mathrm{IA2}-1)$$

La distribution de vitesse des atomes du jet évolue au fur et à mesure que l'on s'éloigne du gicleur. Nous devons distinguer deux comportements différents :

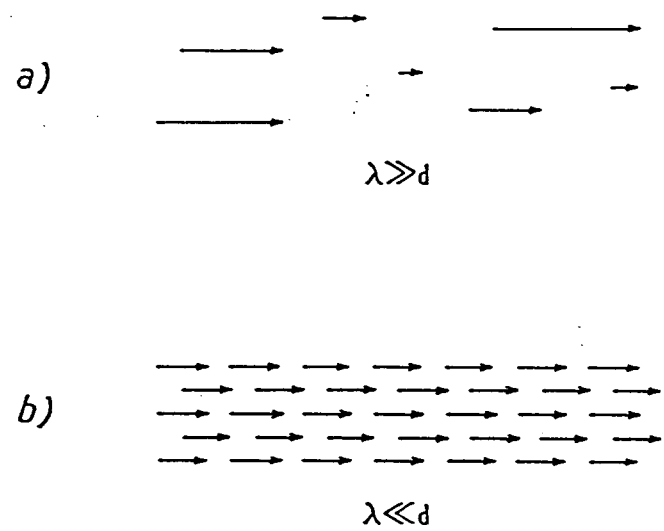


Fig. I–4 : "Effet bouchon" :
a) dans un écoulement moléculaire ($\lambda >> d$), chaque particule est indépendante et garde sa vitesse initiale,
b) en régime laminaire ($\lambda << d$), les nombreuses collisions entre les particules se traduisent par un "effet bouchon" : toutes les particules avancent à la même vitesse.

(i) à la sortie de la source, le nombre de collisions entre les particules est très élevé. Ceci entraîne que les particules qui sont trop rapides sont freinées par les autres tandis que

celles qui ont une vitesse nettement inférieure à la vitesse d'ensemble sont entraînées par ces collisions. La présence du grand nombre de particules dans un petit espace fait que toutes les particules avancent quasiment à la même vitesse (effet "bouchon", fig. I–4). Ceci se traduit par un "refroidissement" mutuel des particules dans le référentiel mobile, au cours de l'évolution près de la source. Moyennant quelques hypothèses nous pouvons calculer cette évolution de la distribution des vitesses lors de l'expansion.

(ii) en s'éloignant de la source, le nombre de collisions diminue de sorte qu'on passe d'un régime d'écoulement laminaire à un comportement d'écoulement moléculaire, dans lequel la distribution des vitesses n'évolue plus. On garde alors l'affinement de la distribution des vitesses obtenu près de la source.

Dans le régime d'écoulement laminaire, les hypothèses permettant de simplifier la description de l'expansion isentropique d'un gaz à travers un trou de sortie (gicleur) sont les suivantes [9] :

(i) approximation du flux continu en tout point z d'une ligne de courant de l'écoulement: le libre parcours moyen $\lambda(z)$ des particules est petit devant la dimension D(z) du tube d'écoulement ;

(ii) les lignes de courant suivent le gicleur, ce qui permet d'éliminer l'existence de points singuliers dans l'écoulement ;

(iii) le gaz se comporte comme un gaz parfait ;

(iv) l'équilibre thermodynamique local est réalisé en tout point ;

(v) les variables thermodynamiques ne dépendent que de la distance à la source ; en particulier on a un écoulement stationnaire (indépendant du temps) ;

(vi) les échanges de chaleur entre le gaz et le gicleur sont négligés de sorte que pour une transformation réversible la détente est isentropique.

Considérons un système fermé $\mathcal{F}$, contenant N particules de masse M se déplaçant avec des vitesses $v_i(z)(i = 1, ..., N)$ le long d'une ligne de courant de l'écoulement. Passons alors dans le référentiel mobile se déplaçant avec une vitesse d'ensemble $u(z)$ rapport au

référentiel fixe du laboratoire, dans lequel la vitesse moyenne des N particules du système $\mathcal{F}$ est nulle :

$$u(z) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i(z) \qquad (\mathrm{IA2}-2)$$

L'hypothèse (iv) nous permet alors de définir, dans ce référentiel mobile, une température locale $T(z)$, une densité locale $n(z)$, une pression $p(z)$, une entropie locale $S(z)$ et une enthalpie locale $H(z)$ du système $\mathcal{F}$, ainsi que toutes les autres variables thermodynamiques.

En écrivant la conservation du flux de particules, de l'énergie, ainsi que de l'entropie le long d'une ligne de courant, on montre que toutes les variables thermodynamiques locales ainsi que la vitesse d'ensemble $u(z)$ peuvent s'exprimer en fonction du seul paramètre $R(z)$, rapport entre la vitesse d'ensemble du jet $u(z)$ et la largeur de la distribution de vitesses $\Delta v(z)$ dans le référentiel mobile :

$$R(z) = \frac{u(z)}{\Delta v(z)} = \frac{u(z)}{\sqrt{\dfrac{2k_B T(z)}{M}}} \qquad (\mathrm{IA2}-3)$$

Ce nombre $R(z)$ sans dimension caractérise la finesse de la distribution en vitesse et est directement accessible à la mesure. Toutefois dans la description des jets supersoniques on rencontre traditionnellement un autre paramètre, directement relié à $R(z)$: le nombre de Mach $\mathbb{M}(z)$ défini comme le rapport entre la vitesse d'ensemble $u(z)$ et la vitesse locale du son $v_{son}(z)$:

$$\mathbb{M}(z) = \frac{u(z)}{v_{son}(z)} = \frac{u(z)}{\sqrt{\dfrac{\gamma k_B T(z)}{M}}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}}R(z) \qquad (\mathrm{IA2}-4)$$

Le nombre de Mach est donc au facteur $\sqrt{\frac{2}{\gamma}}$ près égal à la finesse de la distribution de vitesse (γ étant le rapport c_p/c_v entre les chaleurs spécifiques du gaz à pression ou à volume constant).

Les équations habituelles décrivant une détente isentropique donnent alors l'évolution de la densité $n(z)$, de la température $T(z)$ et de la vitesse d'ensemble $u(z)$ en fonction du nombre de Mach $\mathbb{M}(z)$, de la densité n_0 dans la source et de la température T_0 de la source :

$$n(z) = n_0\left\{1 + \frac{\gamma-1}{2}\mathbb{M}^2(z)\right\}^{-1/(\gamma-1)} \qquad (\mathrm{IA2}-5)$$

$$T(z) = T_0 \left\{ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \mathbb{M}^2(z) \right\}^{-1} \qquad (\mathrm{IA2} - 6)$$

$$u(z) = \sqrt{\frac{\gamma k_B T_0}{M}} \mathbb{M}(z) \left\{ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \mathbb{M}^2(z) \right\}^{-1/2} \qquad (\mathrm{IA2} - 7)$$

Pour comprendre qualitativement le comportement de la vitesse d'ensemble $u(z)$ dans un jet supersonique il suffit d'analyser la condition de conservation d'énergie. Pour un fluide en écoulement stationnaire on a le long d'une ligne de courant (équation de Bernoulli) :

$$h(z) + \frac{1}{2} M u^2(z) = c^{te} \qquad (\mathrm{IA2} - 8)$$

où $h(z) = \frac{1}{N} H(z)$ est l'enthalpie par particule du système $\mathcal{F}$ dans le référentiel mobile à une vitesse $u(z)$. Pour un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique l'enthalpie $h(z)$ ne dépend que de la température $T(z)$. Dans le cas d'un gaz monoatomique parfait, l'enthalpie $h(z)$ est la somme de l'énergie disponible dans le gaz pour l'expansion ($p(z)/n(z) = k_B T(z)$) et de l'énergie cinétique dans le référentiel mobile ($k_B T(z)/2$ par degré de liberté) :

$$h(z) = k_B T(z) + \frac{3}{2} k_B T(z) = \frac{5}{2} k_B T(z) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} k_B T(z) \qquad (\mathrm{IA2} - 9)$$

Comme nous allons voir plus loin, la température locale $T(z)$ devient rapidement très petite devant T_0 et, en prenant un point dans la source (avec $u(0) = 0$ et $T(0) = T_0$) sur la ligne de courant considérée, on trouve:

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} k_B T(z) + \frac{1}{2} M u^2(z) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} k_B T_0 \qquad (\mathrm{IA2} - 10)$$

d'où une vitesse d'ensemble $u(z)$ maximale de:

$$u_\infty \simeq \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{k_B T_0}{M}} \qquad (\mathrm{IA2} - 11)$$

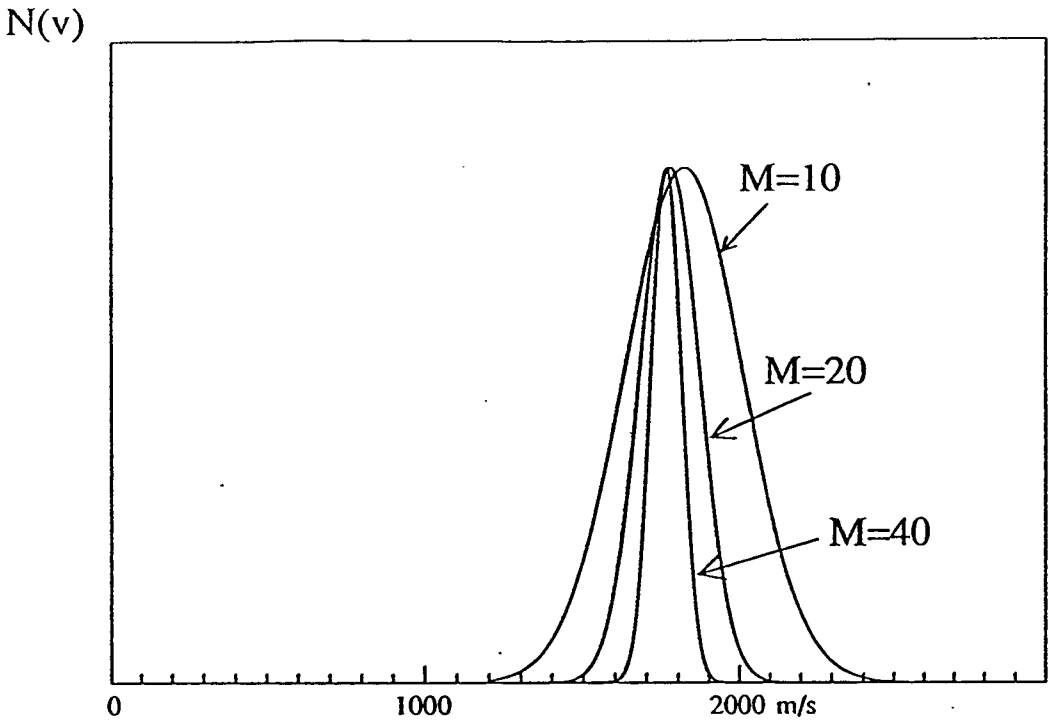


Fig. I–5 :Distribution des vitesses pour différentes valeurs du nombre de Mach.

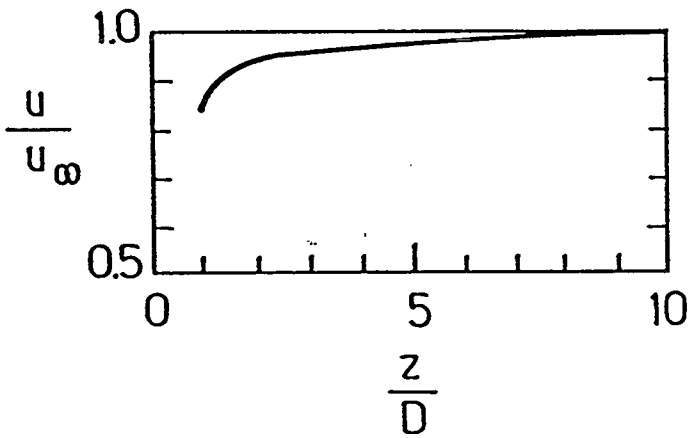


Fig. I–6 : Evolution de la vitesse d'ensemble u en fonction de la vitesse z au gicleur

Pour analyser plus quantitativement le comportement des jets supersoniques, il faut avoir recours à des simulations numériques de l'écoulement laminaire. Une telle étude prévoit pour le comportement asymptotique du nombre de Mach $\mathbb{M}(z)$ dans le cas d'un gaz monoatomique ($\gamma = 5/3$) [10] :

$$\mathbb{M}(z) = 3.26 \left(\frac{z}{D}\right)^{2/3} \qquad (\mathrm{IA2}-12)$$

Ce résultat permet de calculer la distribution en vitesse ainsi que toutes les variables thermodynamiques locales (IA2-5, IA2-6, IA2-7) pour un point loin du gicleur dans la limite de validité de la détente isentropique.

La deuxième caractéristique importante d'un jet atomique est l'intensité sur l'axe. On peut introduire un facteur de "surintensité sur l'axe" : K (en anglais "peaking factor") défini à partir de la relation (IA1–4) donnant la relation entre l'intensité sur l'axe $\mathcal{I}(0)$ et le débit total $\dot{N}$ du jet pour un jet effusif. On définit donc ici :

$$\mathcal{I}(0) = \frac{K}{\pi}\dot{N} \qquad (\mathrm{IA2}-13)$$

Pour un jet effusif :

$$\mathrm{K_{eff}} = 1 \qquad (\mathrm{IA2}-14)$$

Le débit total $\dot{N}$ d'un jet supersonique est donné par la relation [9]:

$$\dot{N} = n_0 . u_\infty . a_0^* \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \qquad (\mathrm{IA2}-15)$$

où a_0^* est l'aire minimale du tube d'écoulement (qui est sensiblement égale à l'aire du gicleur). On montre à l'aide de simulation numérique [10,12,13] que dans le cas d'un gicleur de faible épaisseur par rapport à son diamètre on a pour un gaz monoatomique avec une bonne approximation un facteur de "surintensité sur l'axe" $K_{5/3}$:

$$K_{5/3} \simeq 2 \qquad (\mathrm{IA2}-16)$$

Si l'on veut obtenir un jet intense, on aura donc nécessairement un débit élevé (proportionnel à $p_0 D^2$, p_0 étant la pression dans la source et D le diamètre du gicleur).Par ailleurs nous allons voir dans le paragraphe suivant qu'il faut augmenter $p_0 D$ pour obtenir un jet

très monocinétique. A débit fixé, on a donc intérêt à choisir une grande pression p_0 et un petit diamètre D. En prenant une source d'hélium à une pression de $p_0 = 5$ bar à température ambiante ($T_0 = 300K$) et un gicleur de diamètre D = 25 μm et en tenant compte de l'expression du libre parcours moyen λ_0

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{2} n_0 \sigma} \qquad (IA2-17)$$

où σ est la section efficace de collision (pour l'Hélium $\sigma = 37\dot{A}^2$ [14]) on trouve que

$$Kn_0 = \frac{\lambda_0}{D} = 0.0006 << 1 \qquad (IA2-18)$$

Dans ce cas on est donc bien dans des conditions d'écoulement laminaire.
Par ailleurs le paramètre $p_0 D$ vaut :

$$p_0 D = 9 \text{ torr.cm} \qquad (IA2-19)$$

Pour la vitesse d'ensemble maximale u_∞ on obtient

$$u_\infty = 1760 \text{ m/s} \qquad (IA2-20)$$

Le débit total $\dot{N}$ vaut dans ces conditions (IA2-15)

$$\dot{N} = 3.4\ 10^{19} \text{atomes/sec} \simeq 2 \text{ torr.litres/sec} \qquad (IA2-21)$$

ce qui se traduit par une intensité sur l'axe $\mathcal{I}(0)$ de (IA2-13, IA2-16)

$$\mathcal{I}(0) \simeq 2.10^{19} \text{ atomes/sec.sr} \qquad (IA2-22)$$

Ceci demande à des pompes de 3000 l/sec de travailler à une pression de 7.10^{-4} mbar. Notons que pour un gaz monoatomique (comme l'hélium) la vitesse d'ensemble u_∞ n'est pas considérablement plus élevée que la vitesse moyenne des atomes dans un jet effusif (relation IA1-7). La largeur de la distribution en vitesse est par contre beaucoup plus petite dans un jet supersonique que dans un jet effusif. D'après la relation (IA2-12) cette largeur tend même vers zéro dans la limite d'application des hypothèses (i) à (vi).

10 torr
0.5 mm ?

3) "Gel soudain" de la détente

Lorsqu'on s'éloigne du gicleur, la densité locale $n(z)$ de particules diminue rapidement (IA2-5, IA2-12). A partir du moment où le nombre de collisions entre les particules devient trop faible pour assurer l'équilibre thermodynamique local, on passe d'un régime de flux continu à un régime d'écoulement effusif. Le nombre de Mach $\mathbb{M}(z)$ ne suit alors plus la dépendance prévue par (IA2-12) mais atteint une valeur maximale $\mathbb{M}_\infty$. Des modèles simples, dits de "gel soudain" de la détente (en anglais "sudden freeze model"), supposant un changement soudain du régime d'écoulement permettent d'évaluer la valeur limite du nombre de Mach $\mathbb{M}_\infty$. Pour un gaz monoatomique [13,15,16]:

$$\mathbb{M}_\infty \simeq (Kn_0)^{-\beta} \qquad (\mathrm{IA3}-1)$$

où β est de l'ordre de 0.5 et Kn_0 est le nombre de Knudsen dans la source

$$Kn_0 = \frac{\lambda_0}{D} = \frac{1}{\sqrt{2}n_0\sigma D} \qquad (\mathrm{IA3}-2)$$

Un modèle plus raffiné (tenant compte de la variation de la section efficace de collision en fonction de l'énergie des particules) prévoit pour l'hélium un nombre de Mach limite $\mathbb{M}_\infty$ plus grand lorsque des effets quantiques entrent en jeu [17]. Ceci correspondrait à des distributions en vitesse plus fines. A $T_0 = 300K$ la différence par rapport à (IA3-1) devient cependant seulement appréciable pour des valeurs de p_0D supérieures à 50 torr.cm, ce qui est nettement au-dessus des valeurs que nous utilisons pour notre jet.

Une simulation numérique du modèle de "gel soudain" de la détente prévoit que la distance z_{gel} entre le gicleur et l'endroit où le nombre de Mach atteint la valeur $\mathbb{M}_\infty$ varie comme [15]

$$z_{gel} \simeq 0.08\ D\ \mathbb{M}_\infty^{1,5} \qquad (\mathrm{IA3}-3)$$

En prenant l'exemple d'un jet supersonique d'hélium formé à partir d'une source à la température $T_0 = 300K$, une pression$p_0 = 5$ bar et un gicleur de diamètre $D = 25\ \mu$m, on trouve

$$\mathbb{M}_\infty = 40 \qquad (\mathrm{IA3}-4)$$

et

$$z_{gel} = 0.5 \text{ mm} \qquad (\mathrm{IA3}-5)$$

En tenant compte de la relation (IA2-20) pour la vitesse d'ensemble u_∞ et de (IA2-4) pour la finesse limite R_∞ de la distribution en vitesse, on trouve

$$R_\infty \simeq \sqrt{\frac{\gamma}{2}}\mathbb{M}_\infty = 36 \qquad (\mathrm{IA3}-6)$$

ce qui donne pour la distribution en vitesse dans le jet supersonique au-delà du point de "gel" :

$$v = 1760 \pm 50 \text{ m/s} \qquad (\mathrm{IA3}-7)$$

Nous pouvons donc maintenant caractériser la distribution $\mathcal{I}_v(0)$en vitesse longitudinale des atomes sur l'axe :

$$\mathcal{I}_v(0) = \frac{K}{\pi}\dot{N}\ f(v) \qquad (\mathrm{IA3}-8)$$

où le débit total $\dot{N}$ est donné par (IA2-15), le facteur de proportionalité $K \simeq 2$ et la fonction f(v) s'écrit

$$f(v) = f_3(v) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\frac{v^3}{u_\infty^3}exp\left\{-\left(\frac{v-u_\infty}{\alpha}\right)^2\right\} \qquad (\mathrm{IA3}-9)$$

où α est la largeur finale de la distribution de vitesse :

$$\alpha = \Delta v(\infty) = \frac{u_\infty}{R_\infty} = \frac{1}{\mathbb{M}_\infty}\sqrt{\frac{4}{(\gamma-1)}\frac{k_B T_0}{M}} \qquad (\mathrm{IA3}-10)$$

Remarques :

(i) : *les mesures expérimentales des distributions des vitesses ne donnent pas nécessairement des distributions en $f_3(v)$. Les distributions observées dépendent en effet du type de détecteur utilisé [18]. Ainsi des mesures de flux de particules (à l'aide d'un multiplicateur d'électrons par exemple - voir IC5) donnent une distribution $f_3(v)$. Par contre des mesures de densité (par fluorescence par exemple) donnent une distribution des vitesses $f_2(v)$*

$$f_2(v) \propto v^2 exp\left\{-\frac{(v-u_\infty)^2}{\alpha^2}\right\}$$

tandis que des mesures d'énergie (bolomètres) se traduisent par l'observation d'une distribution $f_4(v)$:

$$f_4(v) \propto v^4 exp\left\{-\frac{(v-u_\infty)^2}{\alpha^2}\right\}$$

(ii) : *La distribution en vitesses transverses mesurée dépend de la distance entre le détecteur et le gicleur. En effet, loin de la source, les lignes de courant semblent prévenir d'un point source et il apparait de fortes corrélations entre position et vitesse transverse. Dans la description des jets supersoniques on rencontre souvent la notion de "refroidissement géométrique" pour caractériser ces corrélations (fig. I–7).*

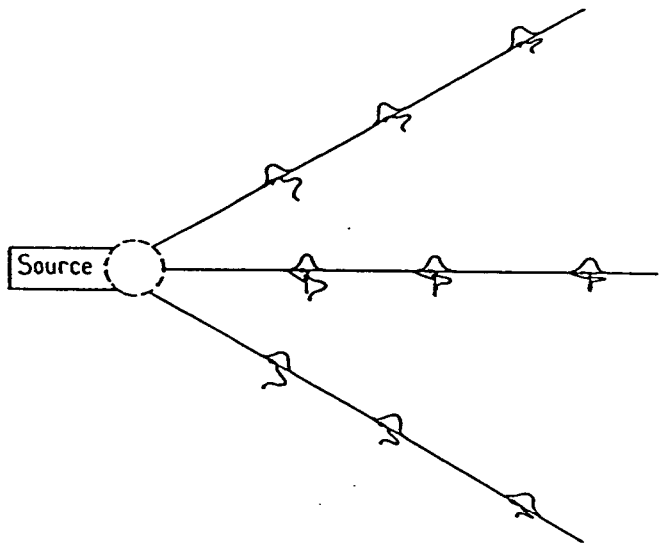


Fig. I–7 : Corrélation entre position et vitesse transverse : pour un observateur loin d'une source ponctuelle, seul les atomes ayant une faible vitesse transverse relative à l'axe d'observation sont détectés.

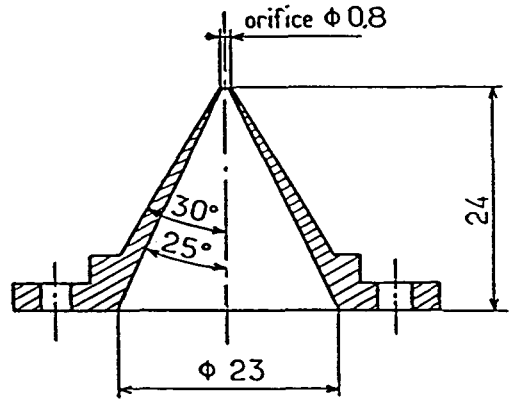


Fig. I–8 : Schéma de l'écorceur.

4) L'écorceur

En pratique la réalisation d'un jet supersonique ne peut souvent pas se limiter à l'utilisation d'un gicleur. La plupart des expériences en effet nécessitent des pressions inférieures à 10^{-5}mbar. Pour obtenir un tel vide tout en évacuant le débit du jet (3 mbar.l.s^{-1} dans l'exemple ci-dessus) il faudrait disposer de pompes à vide très puissantes. On est donc amené à utiliser deux chambres séparées avec des pressions différentes. Il faut alors concevoir soigneusement l'orifice séparant les deux chambres. La solution retenue est généralement un cône, appelé écorceur (en anglais "skimmer"), dont on voit un schéma sur la figure I–8.

L'écorceur est une pièce très délicate à fabriquer. En effet si l'on veut obtenir une grande différence de pression entre la première chambre dans laquelle se trouve le gicleur (chambre source) et la chambre suivante (qui contient dans notre jet le canon à électrons servant à l'excitation de l'hélium métastable) il faut que le rayon du trou de l'écorceur soit très petit. D'autre part il faut veiller à ce que la rétrodiffusion des atomes sur l'écorceur ne vienne pas perturber le jet supersonique. L'extremité de l'écorceur doit donc être très fine et les angles du cône choisis de sorte que le gaz restant dans la chambre source soit défléchi hors de l'axe du jet supersonique.

La réalisation de l'écorceur nécessite une optimisation des valeurs de l'angle intérieur et extérieur du cône de l'écorceur [19], l'ouverture étant généralement choisie la plus petite possible [13] compte tenu des possibilités techniques.

Dans une discussion très générale du rôle de l'écorceur il faudrait tenir compte d'un autre phénomène physique : l'onde de choc stationnaire qui apparaît dans un écoulement laminaire lorsque la pression locale dans le jet supersonique $p(z)$ devient comparable à la pression résiduelle p_{res} de l'enceinte dans laquelle se produit la détente. la surface de l'onde de choc, appelé "disque Mach", est une surface de discontinuité où le jet est ralenti et échauffé [9] ce qui déteriore considérablement le jet supersonique. Des études numériques [10] permettent de trouver la distance z_{choc} entre le gicleur et l'onde de choc

$$\frac{z_{choc}}{D} \simeq 0.67 \left(\frac{p_0}{p_{res}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (\mathrm{IA4}-1)$$

où p_0 est la pression dans la source du jet supersonique. Pour éviter une onde de choc on peut placer l'écorceur à une distance d_{ge} plus petite que z_{choc}; la pression p_{res} intervenant dans (IA4−1) sera donc non pas celle de l'enceinte source, mais celle beaucoup plus faible de l'enceinte suivante. Le calcul d'une onde de choc suppose d'autre part qu'on soit toujours en régime d'écoulement laminaire à la distance z_{choc} du gicleur. Avec une pression résiduelle au niveau de l'écorceur estimée à

$$p_{res} \simeq 10^{-2} \text{ mbar} \qquad (\mathrm{IA4}-2)$$

nous avons pour $p_0 = 5$ bar et D = 25 μm :

$$z_{choc} \simeq 12 \text{ mm} \qquad (\mathrm{IA4}-3)$$

Nous constatons que dans notre cas le jet est passé à un régime d'écoulement effusif à une distance z_{gel} ($z_{gel} \simeq 0.5$mm) plus petite que z_{choc}. Lorsque le jet est en régime d'écoulement effusif, l'écorceur joue le rôle de diaphragme se limitant à découper une petite partie du jet autour de l'axe dans la distribution angulaire totale du jet supersonique. C'est d'ailleurs dans cette situation que l'écorceur perturbe le moins le jet supersonique [8, 19].

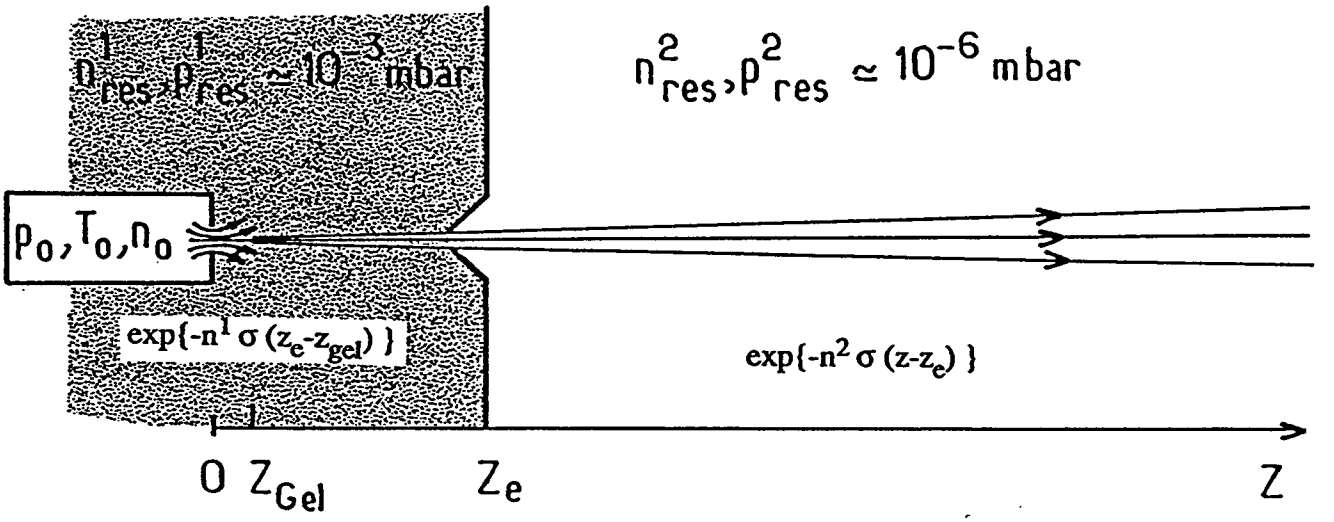


Fig. I–9 : Atténuation du jet supersonique : le nombre de collisions atténuant l'intensité du jet est plus élevé dans l'enceinte source que dans l'enceinte excitation.

5) Intensité du jet supersonique

Comme nous venons de le signaler dans la partie IA4, notre jet supersonique est en régime effusif au niveau de l'écorceur. Les particules du jet sont donc devenues indépendantes les unes des autres et nous pouvons en particulier supposer qu'une particule ayant subi une collision (avec le gaz résiduel ou avec l'écorceur) ne sera plus réorientée dans la direction du jet. En supposant un écorceur parfait (c'est-à-dire sans rétrodiffusion sur l'axe du jet) nous pouvons évaluer une valeur maximale pour l'intensité $\mathcal{I}(0)$ du jet en considérant l'écorceur comme trou de sortie d'une source en régime effusif. La condition (IA1-1) déterminant le régime effusif s'écrit alors [19]

$$\lambda_e = \frac{1}{\sqrt{2} n_e \sigma_e} \geq D_e \qquad (\mathrm{IA5}-1)$$

où D_e est le diamètre de l'ouverture de l'écorceur ; le libre parcours moyen λ_e des particules au niveau de l'écorceur est déduit à partir de la densité de particules n_e et la section efficace de collision σ_e avec les particules du gaz résiduel [19]. L'intensité du jet à la sortie de l'écorceur sera donc limité par $\mathcal{I}_{max}$:

$$\mathcal{I}_{max} = z_e^2 n_e v_e \qquad (\mathrm{IA5}-2)$$

où v_e est la vitesse des atomes traversant l'écorceur et z_e^2 est une constante de normalisation (de l'ordre de grandeur de la taille de l'écorceur).
Comme $v_e \simeq u_\infty (IA2-11)$, on a :

$$\mathcal{I} \leq \mathcal{I}_{max} = \frac{z_e^2}{\sqrt{2}\sigma_e D_e} \sqrt{\frac{2\gamma k_B T_0}{(\gamma-1)M}} \qquad (\mathrm{IA5}-3)$$

En prenant $z_e = D_e = 0.8$ mm et $\sigma_e = 37\dot{A}^2$, nous trouvons à $T_0 = 300K$

$$\mathcal{I}_{max} \simeq 3\ 10^{18} \text{ atomes/sec.sr} \qquad (\mathrm{IA5}-4)$$

Cette limite est d'autant plus contraignante que la température T_0 de la source est basse. Dans notre jet, la valeur donnée par (IA5-4) est plus faible que l'intensité calculée à partir du débit total (IA2-22) et ceci peut contribuer à expliquer la diminution de notre signal à basse température (voir IC3a).

Remarque :

Lorsque l'intensité du jet n'est pas limitée par la densité de particules au niveau de l'écorceur, elle est proportionelle au débit $\dot{N}$ du gicleur et dépend de l'atténuation par diffusion sur le gaz résiduel (entre le gicleur et l'écorceur aussi bien que à la sortie de l'écorceur). Dans ces conditions l'intensité sur l'axe $\mathcal{I}$ (z) du jet à une distance z du gicleur s'écrit

$$\mathcal{I}(z) = \frac{K}{\pi}\dot{N}e^{-n^1_{res}\sigma(z_e - z_{gel})}e^{-n^2_{res}\sigma(z-z_e)}$$

où n^1_{res} est la densité du gaz résiduel entre le gicleur et l'écorceur, n^2_{res} celle après l'écorceur (fig. I–9); z_e (respectivement z_{gel}) est la distance entre le gicleur et l'écorceur (respectivement : la position de "gel" de la détente, voir IA3-3).

6) Conclusion

Cette première partie sur le jet supersonique nous a permis de voir quels sont les paramètres intervenant dans le fonctionnement d'un tel jet et d'en donner une description quantitative. Le tableau I–1 récapitule les résultats des calculs correspondant à notre jet supersonique d'hélium. Nous y donnons les valeurs correspondant à une source à température ambiante ($T_0 = 300K$) à une source refroidie à la température de l'azote liquide ($T_0 = 77K$). Les expériences décrites dans les chapitres II et III de cette thèse ont en effet été effectuées avec une telle source refroidie à $T_0 = 77K$.

Nous décrivons dans la partie IC les éléments nécessaires à la réalisation d'un tel jet supersonique. Auparavant (IB) nous étudions comment on peut obtenir à partir d'un jet supersonique d'hélium, qui est dans son état fondamental He(1^1S_0), un jet d'hélium métastable He*(2^3S_1).

Diamètre du gicleur D	25 μm
pression dans la source p_0	5 *bar*

valeurs prises pour des températures T_0 *de la source de*	$300K$	$77K$
nombre de Knudsen : $Kn_0 = \frac{\lambda_0}{D}$	0.0006	0.0002
nombre Mach : $\mathbb{M}_\infty = (Kn_0)^{-0.5}$	40	70
vitesse moyenne : $u_\infty = \sqrt{\frac{5k_BT_0}{M}}$	$1760m/s$	$890m/s$
dispersion des vitesses : $\frac{\Delta u_\infty}{u_\infty} = \sqrt{\frac{6}{5}}\frac{1}{\mathbb{M}_\infty}$	3%	1.5%
débit : $\dot{N}$	2 $torr.l.sec^{-1}$	4 $torr.l.sec^{-1}$
intensité sur l'axe(en $at.sec^{-1}.sr^{-1}$*) :*		
–sans limitation par l'écorceur : $I(0)^{(*)}$	$2\ 10^{19}$	$4\ 10^{19}$
– limité par un écorceur de diamètre 0.8 *mm :* $I_{max}{}^{(**)}$	$3\ 10^{18}$	$1.5\ 10^{18}$

(*) voir formule (IA2–13)

(**) voir formule (IA5–3)

Tableau I1 : Caractéristiques du jet supersonique d'hélium (dans l'état fondamental)

CHAPITRE I

B – EXCITATION DE He* (2^3S_1)

Introduction

Afin de préparer les atomes d'hélium dans l'état He* (2^3S_1) qui nous sert d'état fondamental pour l'interaction atome-laser, nous bombardons le jet d'hélium supersonique par des électrons. Ce bombardement électronique des atomes n'a pas seulement comme effet de les exciter par un apport d'énergie, mais change aussi leur vitesse par un transfert de quantité de mouvement lors de la collision inélastique. La figure I–10 montre un spectre de temps de vol des atomes métastables He* (2^3S_1) obtenus à partir d'un jet supersonique d'hélium refroidi à l'azote liquide. La vitesse initiale moyenne des atomes dans l'état fondamental est de u= 890 m/s avec une dispersion initiale de $\Delta u/u \simeq 2\%$ (voir IA6). On s'aperçoit que les changements de vitesse lors de l'excitation peuvent être considérables (plusieurs centaines de mètres par seconde) et que la distribution des vitesses des métastables obtenues à partir d'un jet initial relativement monocinétique devient beaucoup plus large. Dans certains cas (comme par exemple pour la figure I–10) elle peut même présenter plusieurs pics distincts.

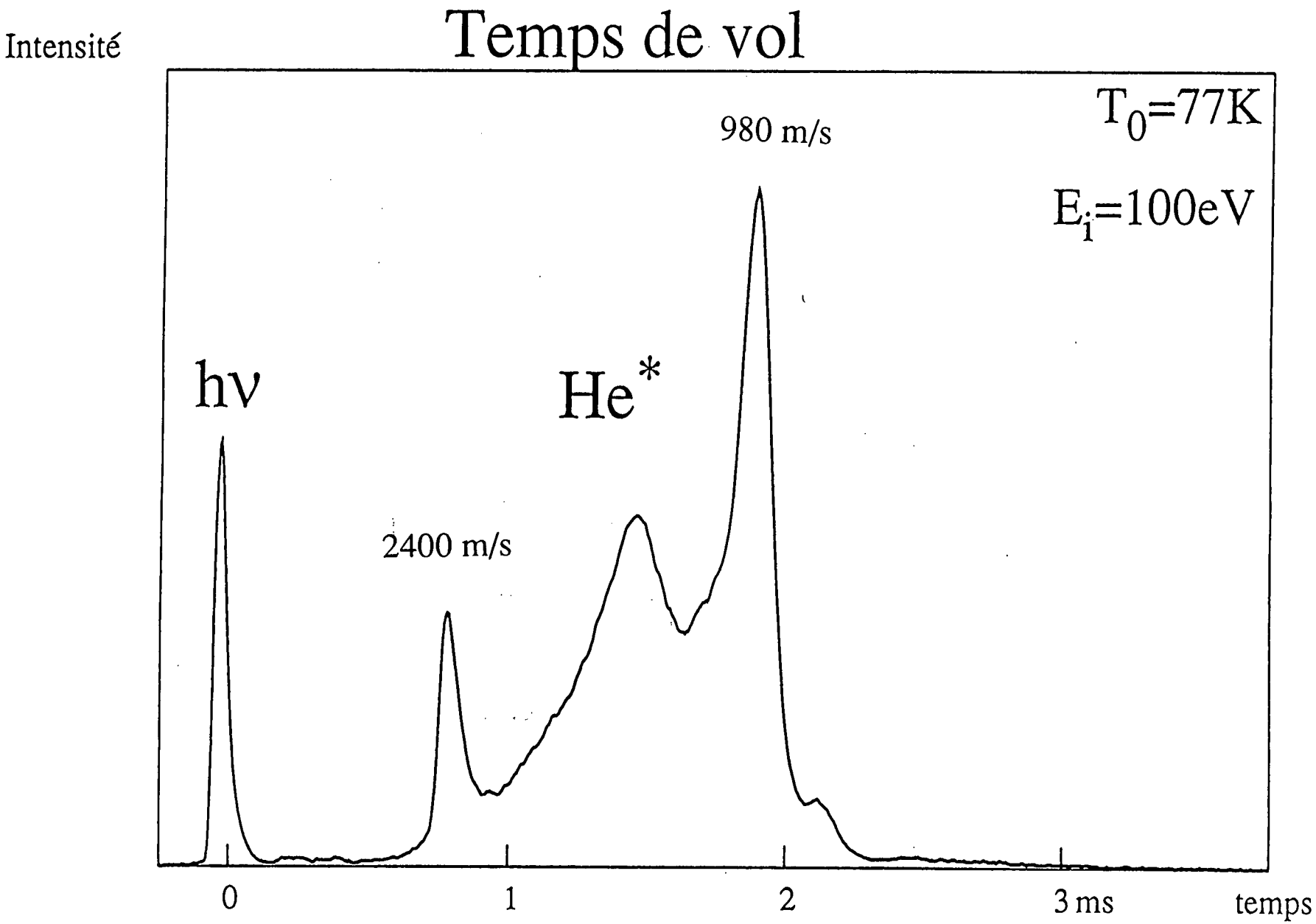


Fig. I–10 : Spectre de temps de vol obtenu pour une source refroidie à l'azote liquide et une tension d'accélération des électrons de 100V. La distance de vol libre est de L = 1.85m. Le pic à t=0 est dû à l'émission de photons UV.

Le but de ce chapitre est de comprendre la distribution des vitesses obtenues, afin de trouver les conditions permettant d'avoir une distribution des vitesses des métastables la mieux adaptée aux exigences de nos expériences.

Dans une première partie (IB1) nous mentionnons les différents processus possibles pour exciter un jet d'hélium par bombardement électronique. Nous faisons ensuite un bilan d'énergie et d'impulsion (IB2) lors du processus d'excitation directe:

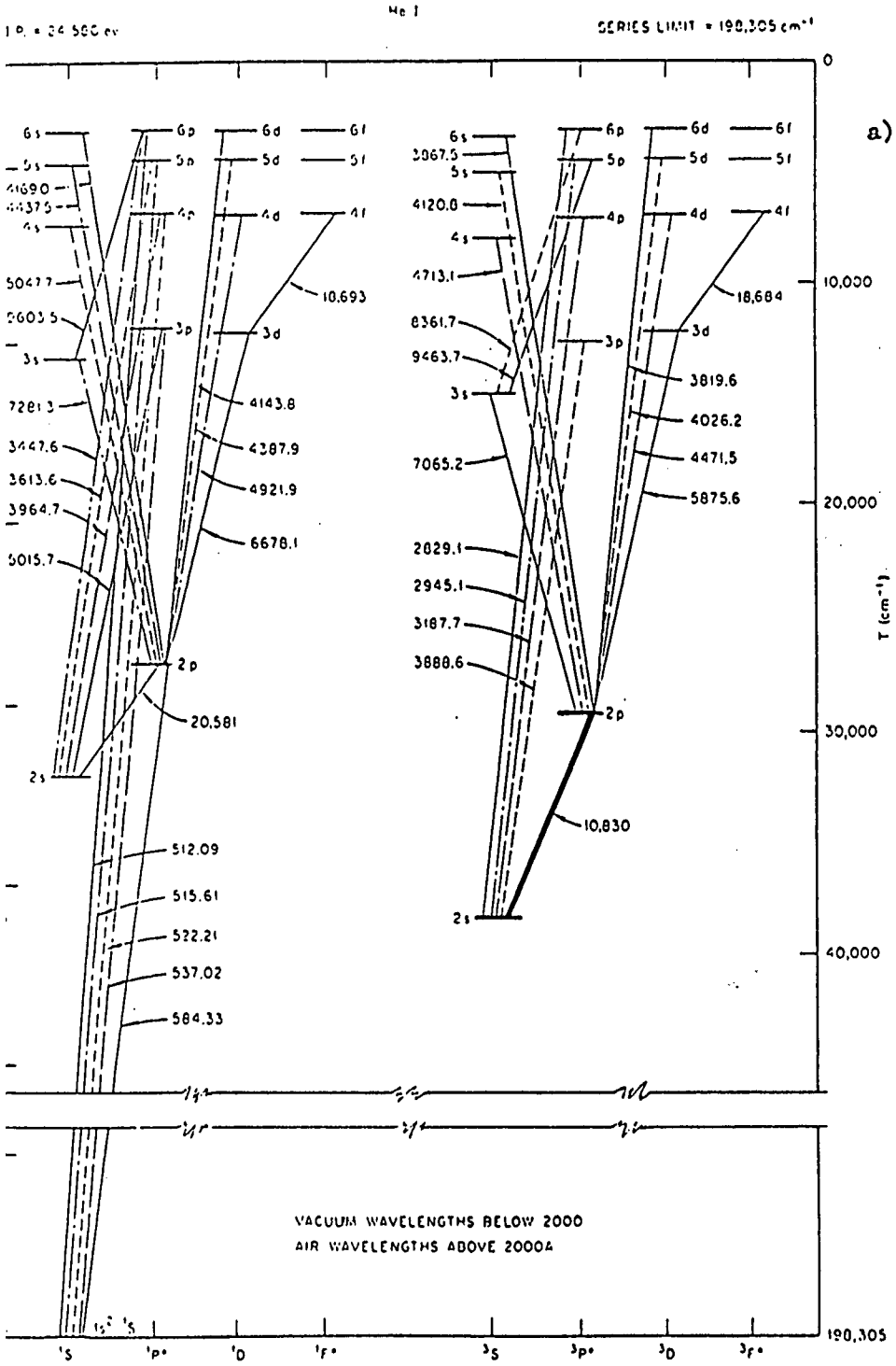
$$\mathrm{He}\left(1^1S_0\right) + e^- \rightarrow \mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right) + e^- \qquad (\mathrm{IB0}-1)$$

Une façon particulièrement commode de présenter ces lois de conservation consiste à utiliser les diagrammes de Newton, qui représentent les différentes vitesses qui entrent en jeu. Nous appliquons ces considérations pour calculer les vitesses des atomes excités que nous pouvons observer dans nos expériences, où le détecteur est placé dans l'axe du jet initial (IB3). Le paramètre le plus important pour la distribution des vitesses de $\mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right)$ est l'énergie E_i des électrons incidents, mais nous verrons aussi l'importance de leur angle d'incidence θ_e. Nous appliquerons les considérations précédentes à notre configuration dans le paragraphe IB4.

1) Les divers processus d'excitation

Sur la figure I−11 nous avons représenté les niveaux d'énergie de l'hélium montrant l'état triplet métastable $\mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right)$, niveau servant en fait d'état fondamental pour toutes nos expériences d'interaction laser-atome. Pour exciter les atomes d'hélium dans cet état à partir du véritable état fondamental $\mathrm{He}\left(1^1S_0\right)$, il faut fournir à chaque atome une énergie interne supérieure ou égale à l'énergie $E_0 = 19.8\ eV$ séparant l'état $\mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right)$ de l'état fondamental $\mathrm{He}\left(1^1S_0\right)$. Cet apport d'énergie est réalisé de façon classique en bombardant les atomes par des électrons accélérés à des énergies E_i supérieures à E_0 [21, 22, 23]. On peut ainsi exciter directement un atome d'hélium dans l'état triplet métastable à partir de l'état fondamental:

$$\mathrm{He}\left(1^1S_0\right) + e^- \rightarrow \mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right) + e^- \qquad (\mathrm{IB1}-1)$$



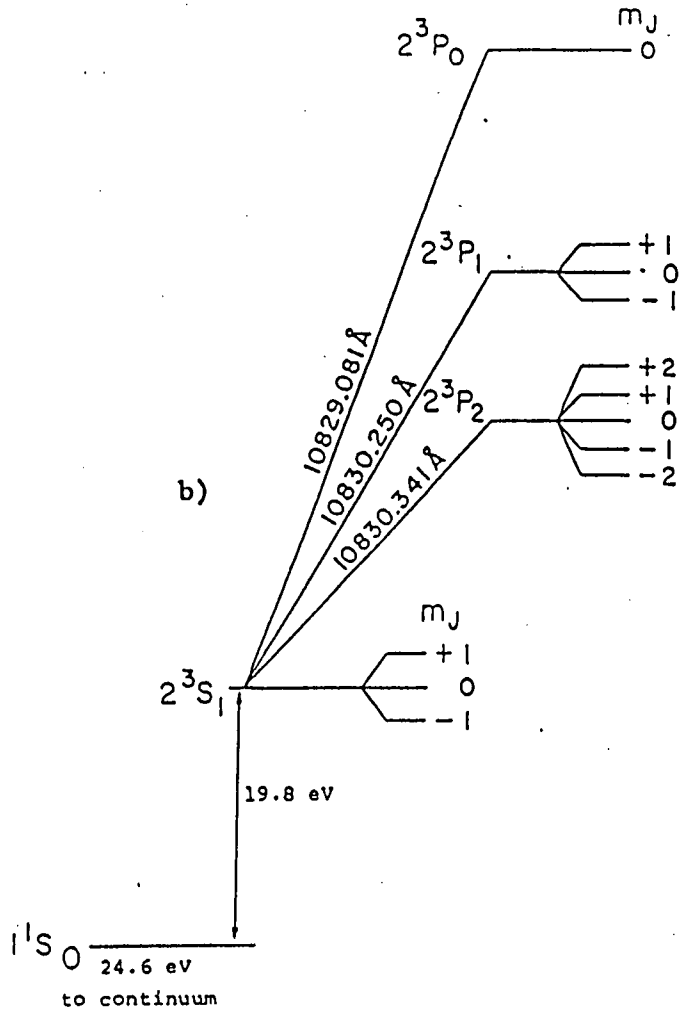


Fig. I–11 : a) Schéma des niveaux d'énergie de l'hélium 4. La transition utilisée pour la manipulation d'hélium par laser y est représentée en gras. Elle est également détaillée sur la figure b)

La réaction (IB1-1) n'est cependant en général pas la seule possible. Nous allons voir dans la partie IC qu'on est en général amené à accélérer les électrons à des énergies E_i nettement au-dessus du seuil E_0 ($E_i = 30$ eV ou plus). Les électrons peuvent dans ce cas exciter tous les états liés de l'hélium He $\left(n^{2S+1}L_J\right)$ et même ioniser les atomes (pour l'hélium l'énergie d'ionisation est de 24.6eV).

La plupart des états He $\left(n^{2S+1}L_J\right)$ retombent par cascade radiative soit vers l'état fondamental stable He $\left(1^1S_0\right)$ soit vers un des états métastables He* $\left(2^1S_0\right)$ ou He* $\left(2^3S_1\right)$ (de durée de vie de 20 millisecondes et 7900 secondes respectivement [24]).

Il existe néansmoins d'autres sous-produits de cette excitation susceptibles de parvenir à notre détecteur (voir IC5) et d'y créer un signal. Il en est ainsi pour certains états très excités He $\left(n^{2S+1}L_J\right)$ qui peuvent avoir des durées de vie de l'ordre de la milliseconde (pour n $\gtrsim$ 25 [25]), ce qui leur permet d'arriver jusqu'au détecteur avant de se desexciter. Par ailleurs les atomes ionisés par la collision avec les électrons peuvent être accélérés par les différents potentiels électriques dans le canon à électrons à des énergies cinétiques de plusieurs électrons-volts. Pour $E_i = 30$ eV on obtient ainsi une vitesse v de

$$v = \sqrt{\frac{2E_i}{M}} = 27000\text{m/s}$$

Certains de ces ions sont neutralisés avant de sortir du canon à électrons [26, 27, 28, 29]. On peut ainsi obtenir des atomes d'hélium neutres extrêmement rapides. Leur énergie cinétique peut suffir à arracher un électron de notre détecteur et à donner ainsi un signal analogue à un atome dans l'état métastable He* $\left(2^3S_1\right)$ (voir IC5).

Un autre processus d'excitation est l'échange de métastabilité [30] entre un atome A dans l'état fondamental et un autre atome B dans l'état excité :

$$\text{He}_A + \text{He}_B^* \rightarrow \text{He}_A^* + \text{He}_B \qquad (\text{IB1} - 2)$$

Nous discuterons dans la dernière partie (IB5) de ce chapitre le rôle de ces différents processus d'excitation indirecte. Dans les parties IB2 à IB4, nous nous limiterons au cas de l'excitation directe (IB1-1).

2) Bilan d'énergie-impulsion : Diagramme de Newton

Dans cette partie nous étudions le changement de vitesse d'un atome d'hélium lors d'un excitation directe (IB1-1) par bombardement électronique. En utilisant les relations de conservation de l'énergie et de l'impulsion dans le référentiel du centre de masse, nous calculons les vitesses possibles pour un atome excité. Les diagrammes de Newton représentent graphiquement les résultats de ces calculs.

Considérons un atome d'hélium de masse M dans l'état fondamental He (1^1S_0) se déplaçant à la vitesse $\mathbf{v}$, parallèle à Oz par rapport au référentiel fixe du laboratoire. Après une collision avec un électron é, de masse m, d'énergie E_i et d'une quantité de mouvement $\mathbf{p}^i$ par rapport au laboratoire, l'atome d'hélium peut être excité dans un état He* ayant une énergie interne E_0 au dessus de celle de He (1^1S_0). On notera $\mathbf{v}^*$ la vitesse de He^* et $\mathbf{p}^i$ la quantité de mouvement de l'électron après la collision (fig. I−12).

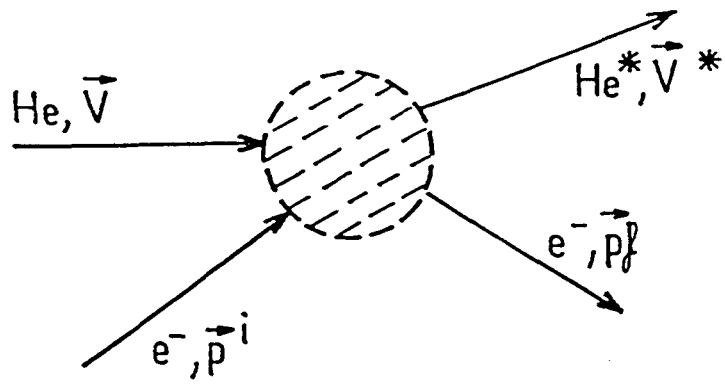


Fig. I−12 : Collision électron-hélium.

Le référentiel du centre de masse de ces deux particules a une vitesse $\mathbf{u}_{cm}$ par rapport au référentiel du laboratoire:

$$\mathbf{u}_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{m+M}\left(\mathbf{p}^i + M\mathbf{v}\right) \qquad (\mathrm{IB2}-1)$$

En notant $\mathbf{v}_{\mathrm{cm}}$ (resp. $\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}$) la vitesse initiale (resp. finale) de l'hélium et $\mathbf{p}^i_{\mathrm{cm}}$ (resp. $\mathbf{p}^f_{\mathrm{cm}}$) la quantité de mouvement initiale (resp. finale) de l'électron dans le référentiel du centre de masse, nous pouvons écrire les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion sous la forme :

$$\frac{1}{2}M\mathbf{v}^2_{\mathrm{cm}} + \frac{\mathbf{p}^{i^2}_{\mathrm{cm}}}{2m} = \frac{1}{2}M\mathbf{v}^{*^2}_{\mathrm{cm}} + \frac{\mathbf{p}^{f^2}_{\mathrm{cm}}}{2m} + E_0 \qquad (\mathrm{IB2}-2)$$

$$M\mathbf{v}_{\mathrm{cm}} + \mathbf{p}^i_{\mathrm{cm}} = \mathbf{O} = M\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}} + \mathbf{p}^f_{\mathrm{cm}} \qquad (\mathrm{IB2}-3)$$

La masse de l'électron m étant beaucoup plus petite que celle d'un atome d'hélium (m << M), nous négligerons dans toute la suite les termes en $\frac{m}{M}$. D'autre part nous serons toujours dans une situation où la vitesse v^i des électrons est beaucoup plus grande que celle des atomes d'hélium. En effet dès que l'énergie E_i des électrons est au-dessus du seuil $E_0 = 19.8\ eV$

$$|\mathbf{v}^i| > 10^6 m/s$$

tandis que la vitesse des atomes d'hélium est de l'ordre de:

$$|\mathbf{v}^i| \sim 10^3 m/s$$

A partir des équations (IB2-2) et (IB2-3) nous obtenons:

$$\frac{1}{2}M\left(1+\frac{M}{m}\right)\mathbf{v}^2_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{2}M\left(1+\frac{M}{m}\right)\mathbf{v}^{*^2}_{\mathrm{cm}} + E_0 \qquad (\mathrm{IB2}-4)$$

ce qui donne l'équation approchée:

$$\mathbf{v}^{*^2}_{\mathrm{cm}} = \mathbf{v}^2_{\mathrm{cm}} - \frac{2m}{M^2}E_0 \qquad (\mathrm{IB2}-5)$$

Nous pouvons exprimer $\mathbf{v}^{*^2}_{\mathrm{cm}}$ en fonction de l'énergie initiale E_i des électrons en passant dans le référentiel du laboratoire. A partir de (IB2-3) et de $|\mathbf{v}^i| >> |\mathbf{v}|$ on déduit:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{M}\mathbf{p}^i_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{M}\left(\mathbf{p}^i - m\mathbf{u}_{\mathrm{cm}}\right)$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{cm}} = \frac{m}{M}\left[\mathbf{v}^i - \frac{1}{M}\left(m\mathbf{v}^i + M\mathbf{v}\right)\right]$$

et nous obtenons:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{cm}} \simeq -\frac{m}{M}\mathbf{v}^{i} \qquad (\mathrm{IB2}-6)$$

Nous pouvons donc exprimer la vitesse des atomes métastables dans le centre de masse en fonction de l'énergie initiale E_i des électrons:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{cm}}^{*2} = \frac{2m}{M^2}(E_i - E_0) \qquad (\mathrm{IB2}-7)$$

Dans le référentiel du centre de masse toutes les directions sont à priori possibles pour la vitesse $\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}$. Dans le référentiel du laboratoire, les vitesses possibles pour l'hélium excité $\mathbf{v}^*$ obéissent à la relation

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{u}_{\mathrm{cm}} + \mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}} \qquad (\mathrm{IB2}-8)$$

Il apparaît donc que les vitesses $\mathbf{v}^*$ sont situées sur une sphère de rayon $|\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}|$ centrée autour de $\mathbf{u}_{\mathrm{cm}}$. Le diagramme de Newton représente la coupe dans le plan contenant $\mathbf{v}$ et $\mathbf{u}_{\mathrm{cm}}$ de cette sphère (fig. I–13).

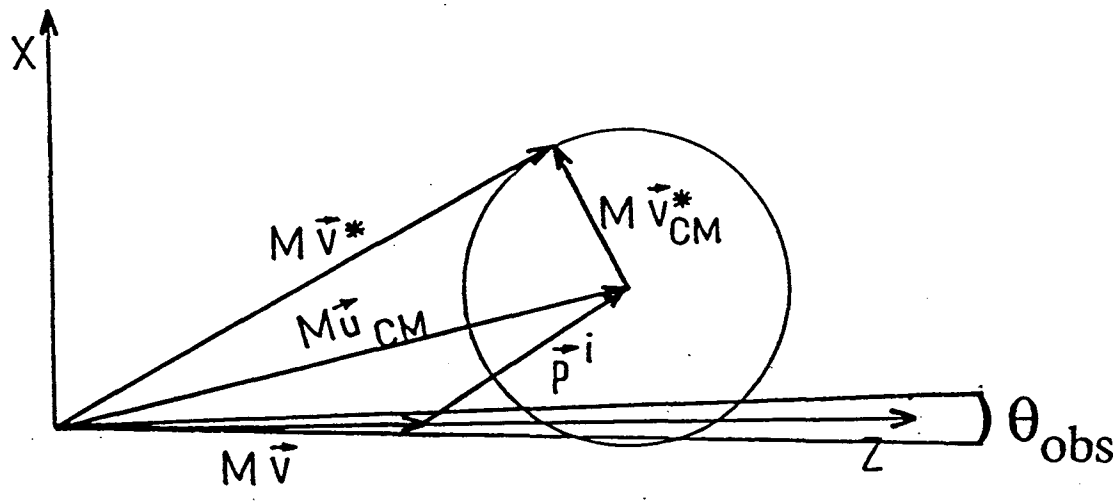


Fig. I–13 : Diagramme de Newton : tracé géométrique des quantités de mouvement dans le référentiel du laboratoire intervenant dans la détermination de la vitesse $\mathbf{v}^*$ *de l'hélium.* $M\mathbf{v}$ *et* $\mathbf{p}^{\mathbf{i}}$ *sont les quantités de mouvement initiales de l'hélium et de l'électron;* $\mathbf{u}_{\mathbf{c}}\mathbf{m}$ *est la vitesse du référentiel du centre de masse par rapport au laboratoire. Après la collision excitatrice, l'atome d'hélium excité a une vitesse* $\mathbf{v}^*$ *dont l'extrémité est sur le cercle de rayon donné par IB2-7. Il est ainsi possible d'obtenir les vitesses longitudinales suivant l'axe d'observation Oz par exemple.*

3) Cas de He* observés le long du jet initial

Dans notre jet supersonique d'hélium métastable, nous avons choisi un bombardement électonique colinéaire au jet ayant une symétrie de révolution autour de l'axe du jet initial (voir IC1) et nous détectons les atomes métastables autour de l'axe du jet initial. C'est pourquoi nous étudions plus en détail le cas des atomes excités ayant une vitesse $\mathbf{v}^*$ dans la même direction que la vitesse initiale $\mathbf{v}$ du jet.

Le canon à électrons que nous utilisons n'étant pas parfait, nous ne pouvons pas réaliser un bombardement par des électrons ayant tous exactement la même direction. Pour avoir une compréhension complète de la distribution des vitesses que nous observons sur notre jet, nous devons tenir compte de l'angle θ_e entre l'électron incident et le jet d'hélium dans l'état fondamental. Nous supposerons pour ces calculs que tous les atomes ont initialement la même vitesse $\mathbf{v}$.

Nous écrivons d'abord que la composante transverse $\mathbf{v}^*_\perp$ de la vitesse des atomes excités observés est nulle:

$$\mathbf{v}^*_\perp = (\mathbf{u}_{\mathrm{cm}} + \mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}})_\perp = \mathbf{O} \qquad (\mathrm{IB3}-1)$$

Partant des vitesses transverses initiales des atomes et des électrons:

$$|\mathbf{v}_\perp| = 0 \qquad (\mathrm{IB3}-2)$$

$$|\mathbf{v}^i_\perp| = |sin\theta_e|\,|\mathbf{v}^i| \qquad (\mathrm{IB3}-3)$$

l'équation (IB2-1) donne:

$$|(\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}})_\perp| = \frac{m}{M}\,|sin\theta_e|\,|\mathbf{v}^i| = |sin\theta_e|\sqrt{\frac{2mE_i}{M^2}} \qquad (\mathrm{IB3}-4)$$

or d'après (IB2-7)

$$|\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}| = \frac{2m}{M^2}(E_i - E_0) = |(\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}})_\perp|^2 + \frac{|\mathbf{v}.\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}|}{|\mathbf{v}|^2} \qquad (\mathrm{IB3}-5)$$

En combinant les équations (IB3-4) et (IB3-5) nous obtenons:

$$\frac{|\mathbf{v}.\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}|}{|\mathbf{v}|^2} = \left|\frac{2m}{M^2}\left(E_i cos^2\theta_e - E_0\right)\right| \qquad (\mathrm{IB3}-6)$$

ou encore:

$$\frac{\mathbf{v}.\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}}{|\mathbf{v}|^2} = \pm\frac{2m}{M^2}\left(E_i cos^2\theta_e - E_0\right) \quad - \qquad (\mathrm{IB3}-7)$$

Comme la vitesse $\mathbf{v}^*$ des atomes excités est parallèle à $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{u}_{\mathrm{cm}} + \mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}} = \frac{(\mathbf{u}+\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}})\,\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2}\mathbf{v} \qquad (\mathrm{IB3}-8)$$

on trouve que:

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} + \frac{(\mathbf{v}^i.\mathbf{v})}{|\mathbf{v}|^2} + \frac{(\mathbf{v}^*_{\mathrm{cm}}.\mathbf{v})}{|\mathbf{v}|^2}\mathbf{v} \qquad (\mathrm{IB3}-9)$$

Le changement de vitesse $\Delta v_{//}$ des atomes lors de l'excitation vaut donc:

$$\Delta v_{//} = \frac{(\mathbf{v}^* - \mathbf{v})\,\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{cos\theta_e\sqrt{E_i} \pm \sqrt{E_i cos^2\theta_e - E_0}\right\} \qquad (\mathrm{IB3}-10)$$

Cette équation nous permettra d'analyser nos résultats expérimentaux de mesures de temps de vol, réalisées avec le détecteur dans la direction du jet initial. L'angle θ_e entre l'électron incident et le jet initial joue un rôle important et nous allons discuter les cas particuliers du bombardement parallèle ($\theta_e = 0$), du bombardement antiparallèle ($\theta_e = \pi$) ainsi que le cas limite de cercles de Newton tangents à l'axe d'observation.

a) <u>Bombardement électronique parallèle</u>

Si nous prenons $\theta_e = 0$, le changement de vitesse $\Delta v_{//}$ devient (IB3-10) :

$$\Delta v_{//}\,(\theta_e = 0) = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{\sqrt{E_i} \pm \sqrt{E_i - E_0}\right\} \qquad (\mathrm{IB3}-11)$$

Cette équation met bien en valeur l'existence du seuil E_0 d'énergie nécessaire pour l'excitation des atomes dans un état métastable. Nous constatons que d'après l'équation (IB3-11) que ce changement de vitesse $\Delta v_{//}$ peut prendre deux valeurs différentes. La plus petite de ces valeurs correspond à une situation où, dans le référentiel de centre de masse, la collision se fait sans changement de direction pour chaque partenaire (θ_{cm}=0, fig. I−14b).

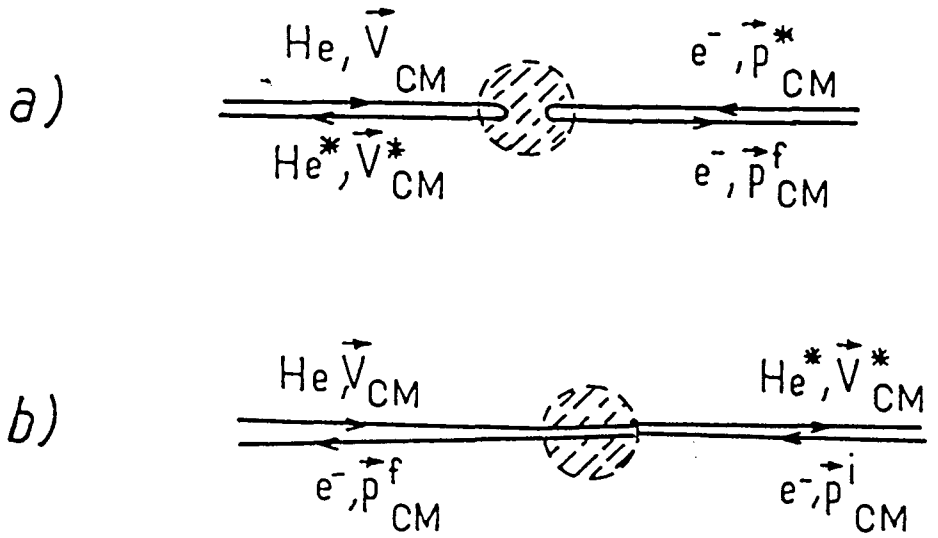


Fig. I–14 : Collision électron-hélium dans le référentiel du centre de masse.

a) Collision de "plein fouet" : $\theta_{cm} = \pi$,

b) Collision sans changement de direction de vitesse : $\theta_{cm} = 0$.

Au contraire dans le cas d'une collision de "plein fouet" dans le référentiel du centre de masse, où la vitesse de chaque partenaire est retournée ($\theta_{\mathrm{cm}} = \pi$, fig. I – 14a), le changement de vitesse est maximal.

La figure I–10 montre un spectre expérimental de temps de vol obtenu à partir d'atomes avec une vitesse initiale de 890 m/s. Nous y voyons clairement les deux pics prévus à 980 m/s et 2400 m/s pour $E_i = 100eV$ par (IB3-11). Sur la figure I–15 nous avons tracé les vitesses des métastables observés en fonction de l'énergie E_i des électrons. Les électrons d'excitations ont une vitesse parallèle ($\theta_e = 0$) au jet supersonique d'hélium initial, qui est refroidi à la température de l'azote liquide ($T_0 = 77K$), ce qui correspond à une vitesse initiale u pour l'hélium

$$u = \sqrt{\frac{5k_B T_0}{M}} = 890 \text{ m/s}$$

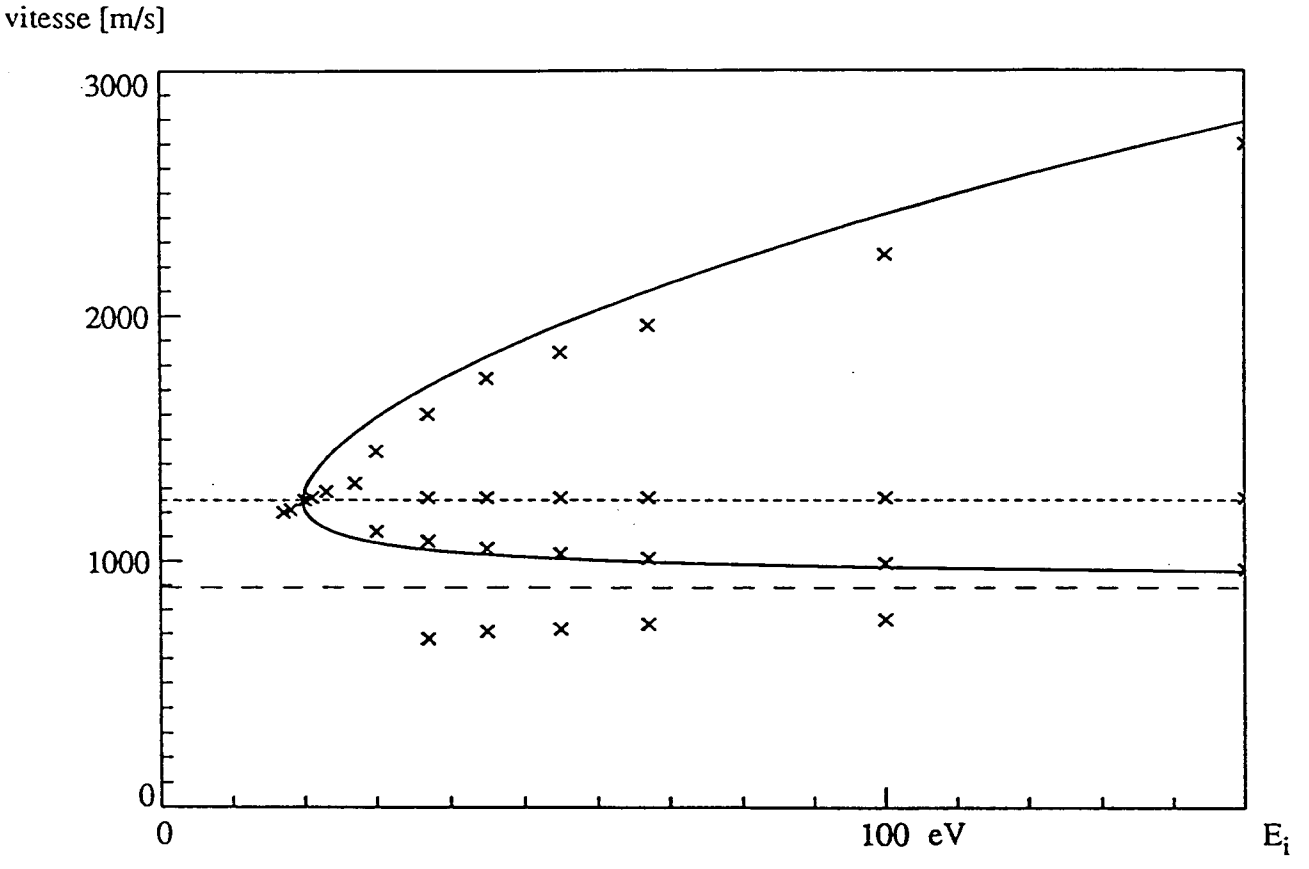


Fig. I–15 : Vitesse de l'hélium excité en fonction de l'énergie initiale des électrons dans le cas du bombardement parallèle. La ligne en continu correspond aux prévisions théoriques à partir de (IB3–12) et en prenant une vitesse initiale de v_{ini} = 890m/s. Les croix indiquent les vitesses correspondant aux pics expérimentaux obtenus par des mesures de temps de vol (source refroidie à l'azote liquide, bombardement en configuration parallèle). Les pics supplémentaires correspondent à une excitation non colinéaire (voir paragraphe IB3c).

La courbe en continue sur la figure I−15 correspond au calcul des vitesses v^* à partir de (IB3-11)

$$v^* = u + \Delta v_{/\!/}\,(\theta_e = 0) \qquad \text{(IB3 − 12)}$$

Les résultats expérimentaux confirment donc l'existence de pics aux alentours des vitesses prévues par (IB3-11). Notons que cette comparaison entre la théorie et les expériences n'inclut aucun paramètre ajustable.

Remarque :

La présence de pics expérimentaux supplémentaires ainsi que le léger décalage entre les pics observés et les vitesses calculées proviennent du fait que notre canon à électrons n'est pas parfait et que nous ne pouvons pas accélérer tous les électrons dans la même direction $\theta_e = 0$. Nous reviendrons dans les parties (IB3-b, c et IB4) sur ces points.

b) Bombardement électronique antiparallèle

Si les électrons ont une vitesse opposée à celle de l'hélium initial ($\theta_e = \pi$), le changement de vitesse $\Delta v_{/\!/}$ pour les atomes d'hélium vaut (IB3−10):

$$\Delta v_{/\!/}\,(\theta_e = \pi) = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{-\sqrt{E_i} \pm \sqrt{E_i - E_0}\right\} \qquad \text{(IB3 − 13)}$$

Remarquons que:

$$\Delta v_{/\!/}\,(\theta_e = \pi) = -\Delta v_{/\!/}\,(\theta_e = 0)$$

Sur la figure I−16 nous représentons la courbe des vitesse v^* déduites d'une vitesse initiale u = 890 m/s pour un bombardement électronique antiparallèle ($\theta_e = \pi$):

$$v^*\,(\theta_e = \pi) = u + \Delta v_{/\!/}\,(\theta_e = \pi)$$

Nous voyons en particulier que dans le cas des collisions de "plein fouet" (dans le référentiel du centre de masse) donnant un changement de vitesse

$$\Delta v_{/\!/}(\text{plein fouet}) = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{-\sqrt{E_i} - \sqrt{E_i - E_0}\right\} \qquad \text{(IB3 − 14)}$$

la vitesse v^* des atomes excités s'annulle pour une valeur E_{cr} de l'énergie des électrons donnée par:

$$u = -\Delta v_{//} = \sqrt{\frac{2m}{M^2}} \left\{ \sqrt{E_{cr}} + \sqrt{E_{cr} - E_0} \right\} \qquad (\mathrm{IB3} - 15)$$

Pour des énergie plus grandes, ces collisions font même rebrousser chemin aux atomes d'hélium métastable qui n'arrivent alors plus au détecteur.

Nous avons essayé d'obtenir expérimentalement des atomes excités à des vitesses prévues par (IB3-13) en inversant notre canon à électron, de sorte à produire un bombardement électronique antiparallèle. Mais nous n'avons pas observé dans cette configuration les deux pics de vitesse attendus. Plusieurs effets peuvent contribuer à rendre cette excitation antiparallèle plus difficile. Tout d'abord lorsque la vitesse longitudinale des atomes métastables diminue beaucoup, la divergence du jet augmente, et de moins en moins d'atomes excités parviennent au détecteur sur l'axe. D'autre part nous n'observons pas directement la distribution des vitesses, mais nous mesurons des temps de vol (voir IC3) entre un disque tournant ("hacheur") et le détecteur (à une distance L). Ainsi pour une même dispersion Δv^* des vitesses, l'étalement temporel ΔT est plus grand à faible vitesse v^*:

$$\Delta T = \frac{L}{(v^*)^2} \Delta v^* \qquad (\mathrm{IB3} - 16)$$

Pour un même nombre d'atomes avec une dispersion de vitesse de Δv^* autour d'une vitesse moyenne v^*, le rapport signal sur bruit sera donc plus petit pour des faibles vitesses.

Dans le but d'avoir un jet d'atomes excités très lents, il serait cependant intéressant de pouvoir observer la branche descendante de la courbe représentée sur la figure I−16.

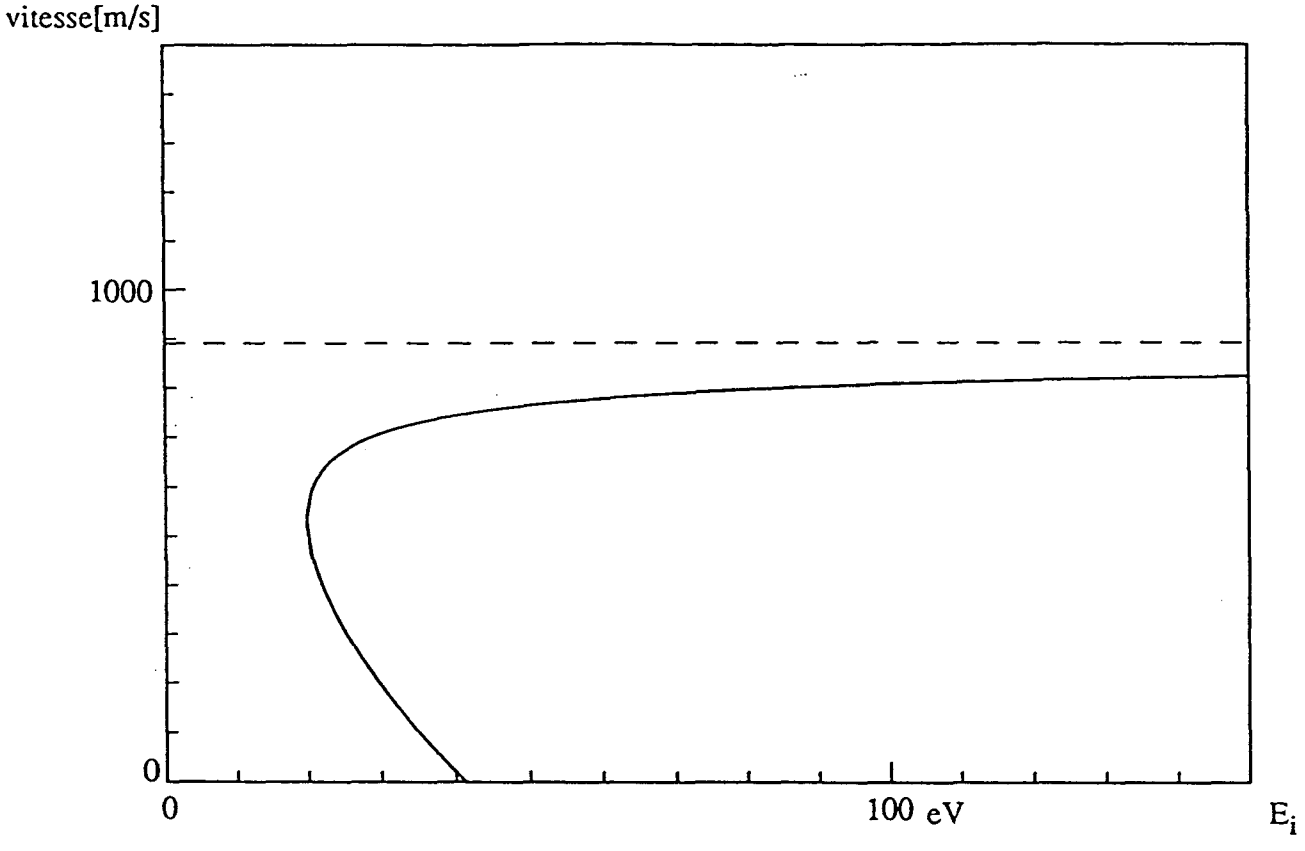


Fig. I–16 : Vitesse de l'hélium excité déduit de (IB3-13) pour le bombardement anti-parallèle ($\theta_e = \pi$). La partie croissante de la courbe correspond à $\theta_{cm} = 0$ tandis que la partie décroissante correspond aux collisions de "plein fouet" ($\theta_{cm} = \pi$). Cette partie de la courbe passe d'ailleurs par la vitesse nulle, ce qui correspond à un arrêt des atomes d'hélium dans le référentiel du laboratoire sous l'influence de la collision avec un électron.

Cette branche descendant dans le cas d'angle d'incidence antiparallèle ($\theta_e = \pi$) est l'équivalent de la branche montante pour $\theta_e = 0$ (voir figure I–15). En effet ces deux branches représentent le changement maximal de la vitesse longitudinale et correspondent aux collisions de "plein fouet" ($\theta_{cm} = \pi$). Or on sait que le fait que la section efficace différentielle pour $\theta_{cm} = \pi$ diminue quand l'énergie E_i augmente. Dans le cas d'excitation parallèle

($\theta_e = 0$) cette diminution est compensée par l'obtention de vitesse v^* plus élevées et nous avons donc pu observer cette branche. Par contre, dans le cas des électrons à incidence antiparallèle ($\theta_e = \pi$), lorsque l'énergie E_i augmente, la vitesse v^* des métastables correspondant à $\theta_{cm} = \pi$ diminue et l'intensité des atomes détectés décroit fortement.

Les distributions des vitesses que nous avons pu observer dans une configuration de bombardement antiparallèle au jet initial étaient beaucoup plus étalées et l'intensité du jet était plus faible que dans la situation parallèle. Dans le but d'avoir un jet d'hélium métastable avec une vitesse bien définie nous préférons donc travailler avec un bombardement électronique parallèle au jet initial.

Remarque :
Revenons à la figure I−15 présentant les résultats expérimentaux de mesure des vitesses des métastables dans une configuration de bombardement électronique parallèle au jet initial. Nous trouvons sur cette figure des vitesses v^* inférieurs à la vitesse initiale des atomes d'hélium. Nous pensons que dans notre canon à électrons quelques électrons ont une vitesse opposée au jet d'hélium à cause du champ magnétique, malgré la configuration de bombardement parallèle choisie, ce qui permet d'expliquer ces vitesses plus lentes (voir IC1).

c) Bombardement oblique

Les deux paragraphes précédents correspondent à l'étude d'un canon à électrons dans une situation de bombardement colinéaire ($\theta_e = 0$ ou $\theta_e = \pi$) au jet d'hélium. Mais dans le canon à électron réellement utilisé (voir IC3) les électrons sont émis par un filament chauffé et suivent des lignes de champ électrique et magnétique qui ne sont pas toutes parallèles à l'axe du jet initial. Pour avoir une compréhension complète de la production d'hélium métastable dans un canon à électrons, il faut donc analyser le cas de collisions obliques ($\theta_e \neq 0, \theta_e \neq \pi$).

Le changement de vitesse calculé pour un bombardement oblique est donné par (IB3-10):

$$\Delta v_{//}(\theta_e) = \sqrt{\frac{2m}{M^2}} \left\{ cos\theta_e \sqrt{E_i} \pm \sqrt{E_i cos\theta_e - E_0} \right\} \qquad (IB3-10)$$

ceci correspond à un changement de vitesse qu'on aurait obtenu par un bombardement colinéaire avec une énergie E_i pour les électrons de $E_i = E_i\,|cos\theta_e|$.

Remarquons que d'après (IB3-10) pour une énergie E_i donnée, nous ne pouvons observer des atomes métastables le long du jet initial que si l'angle θ_e vérifie la relation:

$$|cos\theta_e| \geq |cos\theta_{cr}| = \sqrt{\frac{E_0}{E_i}} \qquad (\mathrm{IB3}-17)$$

Si l'angle θ_e est proche de $\frac{\pi}{2}$ (plus grand que θ_{cr}), tous les atomes sont déviés hors du jet initial lors de l'excitation. Le cas limite est celui où le cercle de Newton est tangent à l'axe du jet initial (fig. I−17). Le changement de vitesse correspondant

$$\Delta v_{/\!/}\,(\theta_{cr}) = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\sqrt{E_0} \qquad (\mathrm{IB3}-18)$$

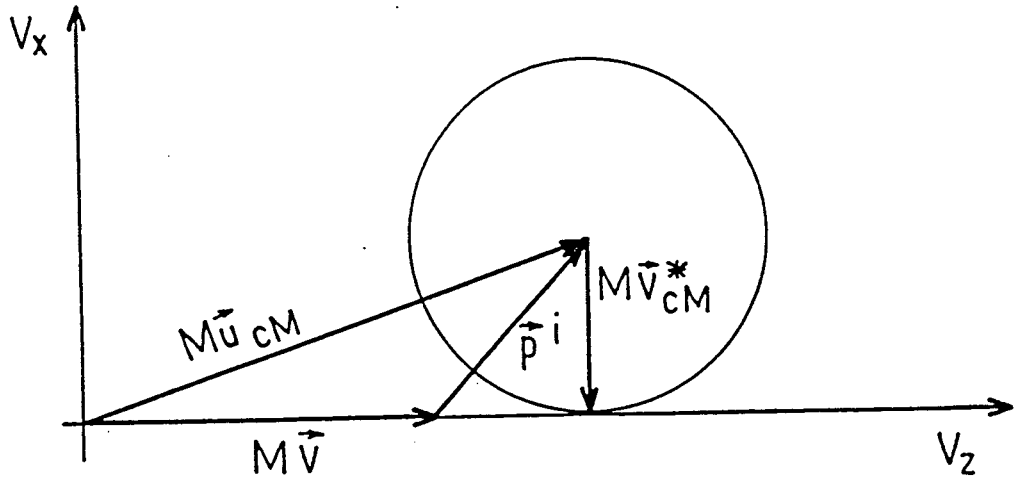


Fig. I−17 : Cercle de Newton tangent à l'axe d'observation.

présente la particularité d'être indépendant de l'énergie E_i des électrons incidents. Nous verrons dans (IB4) que par un effet de stationnarité (extrémum de l'intersection du cercle par l'angle d'observation - "effet arc-en-ciel"), cette situation de cercles tangents peut se

traduire par un pic dans la distribution des vitesses. La figure I−18 montre l'observation expérimentale d'un tel pic à la vitesse:

$$v^* = u + \sqrt{\frac{2mE_o}{M^2}} = 890 + 360 = 1250 \text{ m/s} \qquad \text{(IB3 − 19)}$$

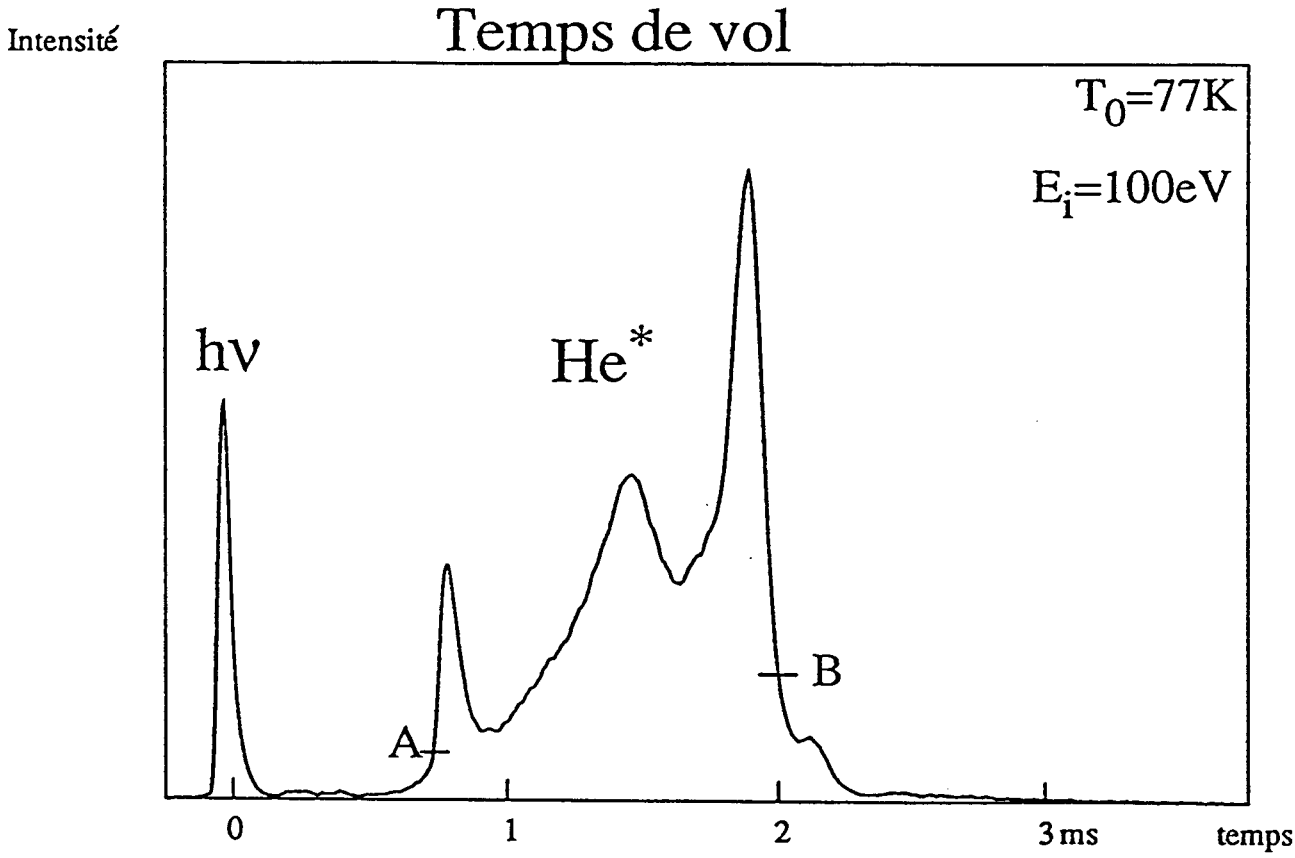


Fig. I−18 : Mesure de temps de vol montrant un pic obtenu par des collisions obliques. Le pic à $t \simeq 0.8$ms correspond à $\theta_{cm} \simeq \pi$, celui à $t \simeq 1.9$ms correspond à $\theta_{cm} = 0$. Pour $\theta_{cm} = \theta_{cr}$ la vitesse des atomes est de 1250 m/s ce qui correspond au pic dans le temps de vol à $t \simeq 1.5$m/s

Revenons à la figure I−15 donnant les vitesses v^* de l'hélium métastable en fonction de l'énergie E_i des électrons. La branche représentant les atomes à la vitesse $v^* \simeq 1250\text{m/s}$ indépendemment de E_i peut être attribué à ces collisions obliques à $\theta_e = \theta_{cr}$.

En conclusion nous pouvons dire que le calcul du paragraphe IB2, illustré par les diagrammes de Newton, permet une très bonne prévision des vitesses v^* qu'on peut obtenir pour les atomes métastables par excitation électronique. Mais ce calcul ne permet pas de calculer la distribution $N(v^*)$ des vitesses, c'est-à-dire le poids relatif de chaque composante.

4) Distribution des vitesses de He*

Nous venons dans la partie précédente de calculer le changement de vitesse $\Delta v_{//}$ que subit un atome d'hélium lors de son excitation par une collision avec un électron. Pour connaître le nombre d'atomes excités à une vitesse $\mathbf{v}^*$ compatible avec (IB3-10) nous étudions maintenant les rôles respectifs de la distribution angulaire des électrons incidents $n(\theta_e)$, de la section efficace différentielle de la collision hélium-électron et de l'angle solide d'observation. Rappelons que nous nous limitons aux atomes excités observés dans une direction identique à celle du jet initial.

a) <u>Influence de la distribution angulaire des électrons incidents</u>

Considérons d'abord l'effet de la distribution angulaire$n(\theta_e)$ des électrons incidents. Nous venons de voir dans la partie IB3 que les deux vitesses possibles pour un atome excité dépendent de l'angle θ_e (pour une énergie E_i fixée). Il est donc clair que si la distribution angulaire des électrons $n(\theta_e)$ est très piquée autour de $\theta_e = 0$ par exemple, nous ne pourrons observer que les deux pics de vitesses correspondant à $\Delta v_{//}(\theta_e = 0)$. Plus la distribution électronique $n(\theta_e)$ est large, plus les vitesses possibles pour l'hélium excité différeront les unes des autres. A la limite de la distribution $n(\theta_e)$ uniforme, toutes les vitesses comprises entre les vitesses correspondant à $\theta_e = 0$

$$v_1^*(\theta_e = 0) = v + \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_i} - \sqrt{E_i - E_0}\right) \qquad (\mathrm{IB4}-1)$$

$$v_2^*(\theta_e = 0) = v + \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_i} + \sqrt{E_i - E_0}\right) \qquad (\mathrm{IB4}-2)$$

et celles correspondant à $\theta_e = \pi$

$$v_2^*(\theta_e = \pi) = v - \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_i} - \sqrt{E_i - E_0}\right) \qquad (\mathrm{IB4}-3)$$

$$v_2^*(\theta_e = \pi) = v - \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_i} + \sqrt{E_i - E_0}\right) \qquad (\mathrm{IB4}-4)$$

sont possibles (partie hachurée de la figure I–19).

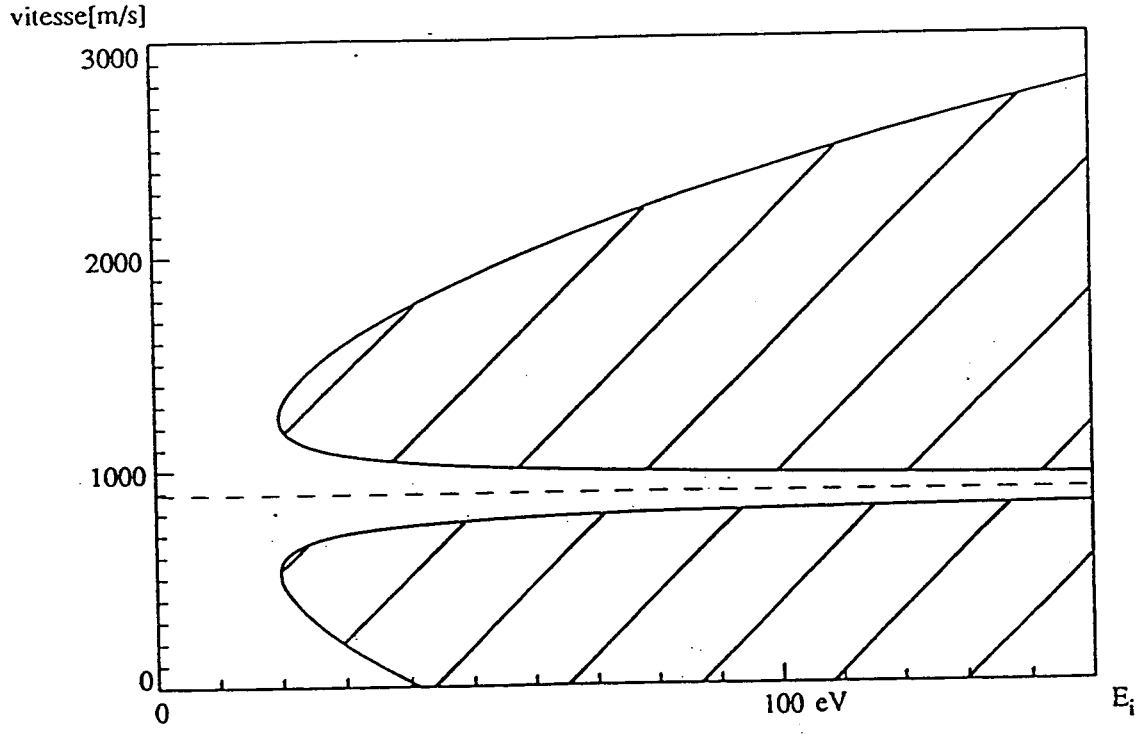


Fig. I–19 : Vitesses possibles le long de l'axe initial du jet pour l'hélium excité par des collisions obliques (partie hachurée), la vitesse initiale étant 890 m/s.

Ceci se traduit donc par un élargissement de la distribution des vitesses, d'autant plus important que l'énergie E_i est élevée.

Remarque :

Nous pouvons maintenant comprendre le décalage entre les vitesses prévues par le calcul pour un angle d'incidence $\theta_e = 0$, et les valeurs observées expérimentalement (fig. I–15). En effet la contribution des électrons ayant un angle d'incidence non rigoureusement nul ($\theta_e \neq 0$), présents dans notre canon à électrons, se traduit par des vitesses v^* déplacées vers l'intérieur de la surface hachurée de la figure I–19. Si nous tenons maintenant compte de tous les angles d'incidence proche de $\theta_e = 0$, les maxima de la distribution des vitesses des atomes excités seront décalés par rapport aux prévisions de IB3-11 pour$\theta_e = 0$.Si par contre nous portons les vitesses extrêmes de la distribution des vitesses en fonction de l'énergie E_i, nous obtenons un excellent accord entre les calculs et les expériences (fig. I–19 bis).

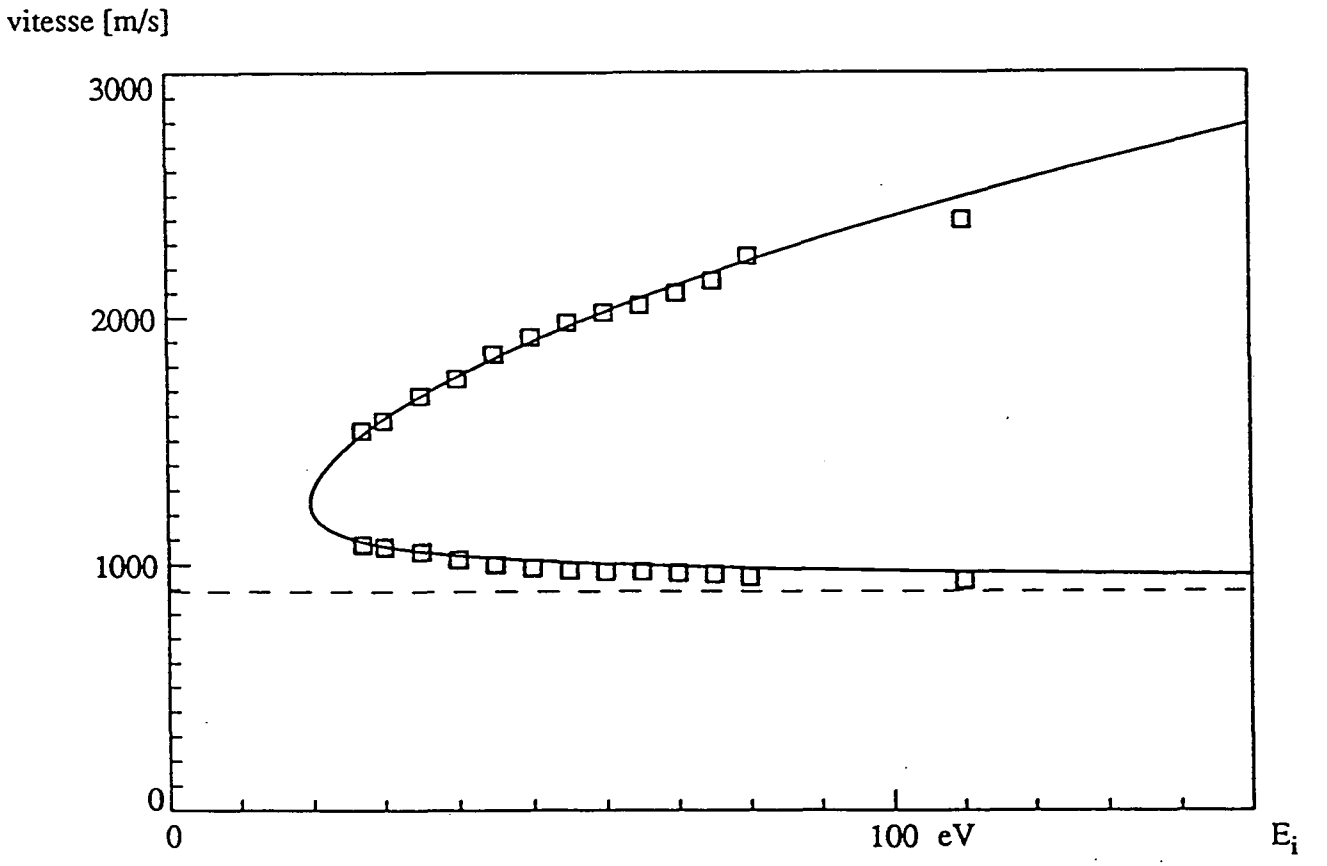


Fig. I–19bis : Comparaison entre le calcul et les vitesses extrêmes obtenues expérimentalement. La valeur des vitesses extrêmes pour une énergie E_i donnée a été obtenue en prenant comme temps de vol celui où l'intensité du pic dans le spectre de temps de vol est 0.2 fois son intensité maximale (points A et B sur la figure I-18).

b) Rôle de la section efficace différentielle de collision inélastique

Analysons maintenant l'effet de la section efficace différentielle de collision inélastique $\sigma(\theta_{\mathrm{cm}})$ entre un électron et un atome d'hélium, donnant un métastable triplet ; θ_{cm} est l'angle entre les vitesses initiales et finales de l'hélium dans le référentiel du centre de masse. Une section efficace différentielle décroissant avec l'angleθ_{cm} augmente le poids des vitesses correspondant au faible changement de vitesse $\Delta v_{min}(\theta_{\mathrm{cm}} = 0)$:

$$|\Delta v_{min}| = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{\sqrt{E_i} - \sqrt{E_i - E_0}\right\} \qquad (\mathrm{IB4}-5)$$

aux dépens de celles correspondant aux collisions de "plein fouet" ($\theta_{cM} = \pi$):

$$|\Delta v_{max}| = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{\sqrt{E_i} - \sqrt{E_i - E_0}\right\} \qquad (\mathrm{IB4}-6)$$

La forme de la distribution de vitesse dépend donc beaucoup de l'allure de $\sigma(c_{\mathrm{cm}})$. Or cette section efficace différentielle n'est actuellement pas très bien connue et la théorie ne coïncide pas précisément avec les expériences [22]. Il semble toutefois bien établi que σ dépend fortement de l'énergie E_i des électrons. Ainsi, pour $E_i = 80$ eV , $\sigma(\theta_{\mathrm{cm}})$ est une fonction croissante, tandis qu'à $E_i = 200$ eV , $\sigma(\theta_{\mathrm{cm}})$ décroit en fonction de θ_{cm} [22]. Nous n'envisageons donc pas un calcul exact de la distribution des vitesses $N(v^*)$, mais nous nous limitons à expliquer qualitativement l'influence des différents paramètres.

c) Rôle de l'angle d'observation : effet "arc-en-ciel"

Un facteur important dans la compréhension de nos résultats expérimentaux est l'angle d'observation. Comme le montre la figure I–13, le nombre d'atomes métastables détectés dépend de la fraction du cercle de Newton interceptée par l'angle d'observation. Le facteur correspondant dépend de l'angle d'incidence θ_e des électrons et devient maximal lorsque θ_e s'approche de l'angle critique θ_{cr}, pour lequel le cercle de Newton est tangent à la direction d'observation :

$$|cos\theta_{cr}| = \sqrt{\frac{E_0}{E_i}}, \qquad (\mathrm{IB4}-7)$$

ce facteur passe par un maximum très marqué.

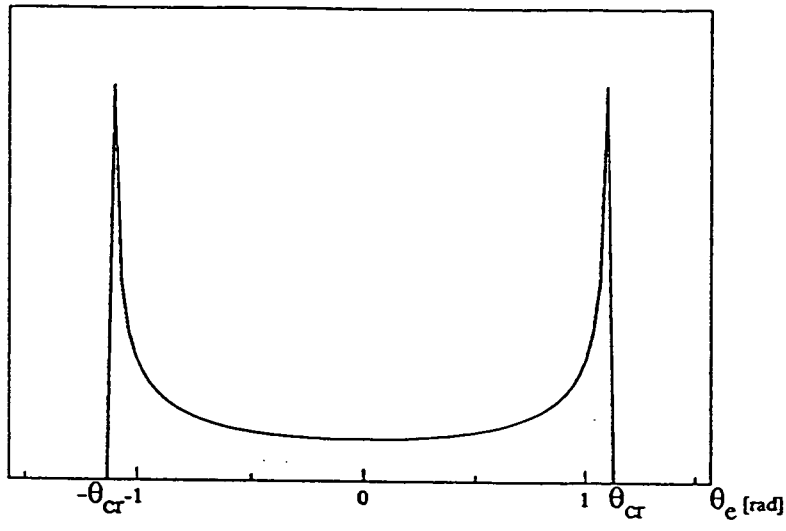


Fig. I–20 : Contribution d'un cercle de Newton au signal détecté en fonction de l'angle θ_e d'incidence des électrons. Lorsque θ_c tend vers $\pm\theta_{cr}$ l'intersection $N(\theta_e)$ entre le cercle de Newton et l'angle d'observation θ_{obs} augmente beaucoup pour retomber à zéro lorsque tout le cercle est à l'extérieur de θ_{obs} (nous avons pris $\theta_{cr} = 1.1\text{rad}, \theta_{obs} = 10^{-4}\text{rad}$).

La figure I–20 représente la fraction du cercle de Newton interceptée par un angle d'observation θ_{obs} donné, en fonction de l'angle θ_e. Lorsque l'angle θ_e devient plus grand que θ_{cr}, tous les atomes excités sont déviés hors de l'axe du jet initial et la fraction du cercle interceptée par l'angle d'observation tombe à zéro. Comme dans l'effet arc-en-ciel dans lequel l'accumulation de la lumière à un angle donné est du à un extremum de la relation entre la distribution angulaire des rayons refractés et les angles d'incidence de la lumière, nous avons ici une accumulation des vitesses des atomes excités dans la direction d'observation lorsque l'angle d'incidence θ_e des électrons varie. Cet effet se traduit par un

pic dans la distribution des vitesses autour de $v^*_{cr}(\theta_{cr})$

$$v^*_{cr}(\theta_{cr}) = v \pm \sqrt{\frac{2mE_0}{M^2}} \qquad (\mathrm{IB4-8})$$

Ceci explique pourquoi nous observons dans les spectres de temps de vol un maximum autour de cette vitesse (voir IC3). Notons que ce pic est plus large que les pics correspondant à $\theta_e = 0$. En effet, nous constatons sur la figure I–20 que les vitesses le long de l'axe du jet sont très différentes aux extrémités A et B de la partie du cercle tangent interceptée par l'angle d'observation.

5) Conclusion

L'étude de l'excitation de l'hélium par bombardement électronique présentée dans cette partie IB nous a permis de bien comprendre nos résultats expérimentaux (dépendance des vitesses en fonction de l'énergie des électrons, effet "arc-en-ciel"), tout au moins dans le cas du bombardement parallèle. Nous sommes en particulier en mesure de d'identifier les différentes origines d'élargissement de la distribution des vitesses v^* des métastables. Ainsi lorsque l'énergie des électrons est proche du seuil E_0, une petite variation de E_i entraîne un changement important de v^* (voir fig. I–15). Nous verrons dans la partie IC3 que pour notre canon à électrons nous obtenons pour $E_i \simeq 25$ eV une distribution des vitesses d'une largeur

$$\frac{\Delta v^*}{v^*} \simeq \pm 6\% \qquad (\mathrm{IB5-1})$$

Pour des énergies E_i nettement supérieures à E_0, la dépendance de v^* en fonction de E_i est beaucoup moins importante. Mais dans ce cas c'est l'étalement de la distribution angulaire $n(\theta_e)$ des électrons incidents qui va entraîner un fort élargissement de la distribution des vitesses des métastables (voir fig. I–19).

Rappelons que tous ces calculs ont été faits en supposant une excitation directe des atome (IB1-1):

$$\mathrm{He}\left(1^1S_0\right) + e^- \longrightarrow \mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right) + e^- \qquad (\mathrm{IB5}-2)$$

Dans le cas d'une excitation d'un niveau plus élevé $\mathrm{He}\left(n^{2S+1}L_J\right)$, se désexcitant vers le niveau métastable $\mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right)$, on peut reprendre les calculs ci-dessus en remplaçant l'énergie de seuil E_0 par l'énergie séparant le niveau $\mathrm{He}\left(n^{2S+1}L_J\right)$ de l'état fondamental. Le changement de vitesse lors de l'émission spontanée ne produit en effet qu'un faible élargissement de la distribution des vitesses tout à fait négligeable davant le changement de vitesse dû à la collision avec un électron (la vitesse de recul lors de l'émission d'un photon de 4 eV est seulement de 0.3 m/s à comparer aux dizaines, voire centaines de m/s pour le changement de vitesse par les collisions).

Un autre processus d'excitation mérite une attention particulière: l'échange de métastablilité (IB1-2). Dans ce processus un atome d'hélium dans l'état fondamental à une vitesse $\mathbf{v}_A$ interagit avec un atome dans l'état excité (par exemple 2^3S_1) à une vitesse $\mathbf{v}_B$. Le résultat de ce processus est un atome à la vitesse $\mathbf{v}_A$ dans l'état excité et un atome à la vitesse $\mathbf{v}_B$ dans l'état fondamental :

$$\mathrm{He}_A\left(\mathbf{v}_A\right) + \mathrm{He}_B^*\left(\mathbf{v}_B\right) \longrightarrow \mathrm{He}_A^*\left(\mathbf{v}_A\right) + \mathrm{He}_B\left(\mathbf{v}_B\right) \qquad (\mathrm{IB5}-3)$$

Ceci se traduit dans la distribution de vitesse des atomes excités par un pic correspondant à la vitesse du jet initial. L'échange de métastabilité est plus efficace pour l'état singulet métastable $\mathrm{He}^*\left(2^1S_0\right)$ que pour $\mathrm{He}^*\left(2^3S_1\right)$. Toutefois on peut sur certaines mesures des distributions des vitesses des métastables triplet distinguer un petit pic à la vitesse initiale du jet. Nous verrons dans la partie IC6 que l'observation de cette contribution à la distribution des vitesses des métastables permet de mesurer la largeur de la distribution des vitesses du jet initial (dans l'état fondamental).

Tous les calculs que nous avons présentés dans cette partie correspondent à l'observation des métastables dans l'axe du jet initial lorsque le bombardement électronique est colinéaire.

On aurait aussi pu utiliser un bombardement électronique transverse (ce qui est plus facile à réaliser expérimentalement). Les équations (IB2-1) à (IB2-8) restent toujours valables. Les diagrammes de Newton (fig. I–21) visualisent clairement que dans ce cas, pour une énergie des électrons E_i près du seuil E_0, les atomes excités sont déviés d'un angle $\theta_\perp$:

$$\theta_\perp = Arctg\left\{\frac{\sqrt{\frac{2mE_0}{M^2}}}{v}\right\} \qquad (IB5-4)$$

Dans cette situation ($E_i \simeq E_0$) on aurait donc dû adapter l'angle d'observation suivant la vitesse initiale v des atomes. Pour des énergies E_i plus grandes cependant, le rayon du cercle de Newton devient plus grand et les atomes excités "arrosent" des angles très différents; l'angle d'observation devient alors moins critique.

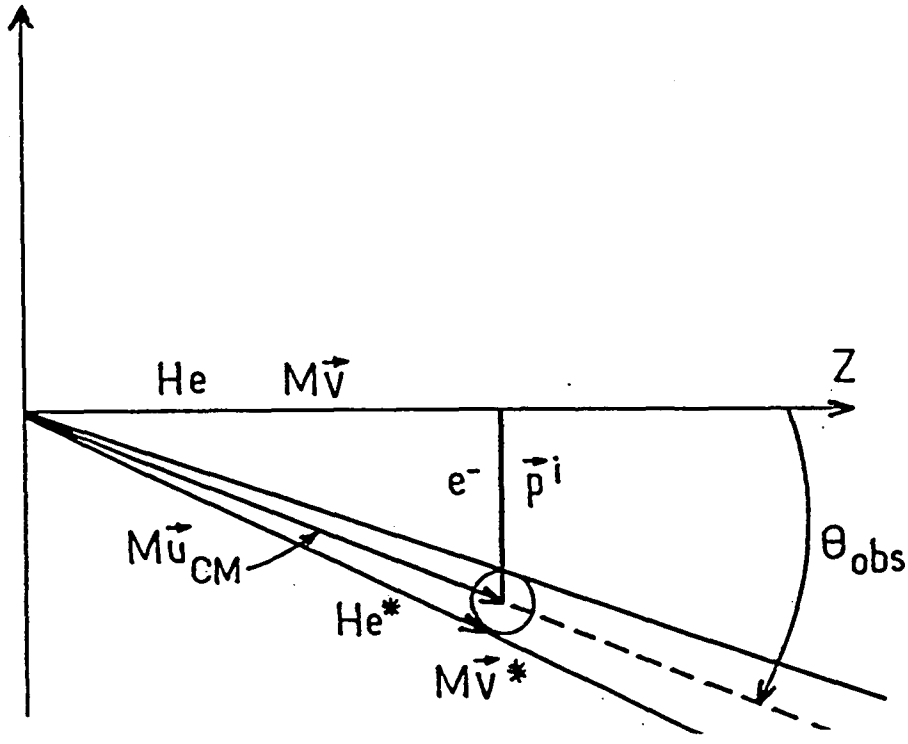


Fig. I–21 : Diagramme de Newton pour le bombardement transverse : pour des énergies E_i proche du seuil E_0 les atomes excités sont déviés du jet initial d'un angle $\theta_{obs} = Arctg\{\sqrt{2mE_0}/Mv\}$.

CHAPITRE I

C – DESCRIPTION ET PERFORMANCES

1) Introduction

La collaboration avec le groupe de H. Haberland à Fribourg (RFA) nous a permis de commencer ce travail sur un jet supersonique d'hélium métastable prété par ce groupe [31]. Nous avons ensuite construit un jet supersonique d'hélium métastable à l'Ecole Normale Supérieure, en reprenant l'essentiel des principes de ce jet allemand. Dans une première partie (IC1), nous décrivons en détail les différents éléments du jet construit par les ateliers de l'Ecole Normale Supérieure : système de pompage, source refroidie, canon à électrons, lampe à décharge d'hélium. Nous motivons au fur et à mesure les choix que nous avons été amenés à faire lors de la réalisation de ce jet, en nous basant sur les considérations de la partie IB. Nous présentons en fin de cette partie une méthode permettant de montrer de façon non ambigüe quelle est la fraction de notre signal dû aux métastables triplets. Cette méthode repose sur les principes de pousse-atome par laser LNA. Dans la deuxième partie (IC2) nous présentons la méthode de détection qui utilise l'éjection d'un électron hors d'une surface métallique lors de la desexcitation d'un atome d'hélium métastable heurtant cette surface. Nous donnons enfin dans la troisième partie (IC3) les performances de notre jet supersonique d'hélium métastable triplet : intensité, distribution des vitesses longitudinales, divergence.

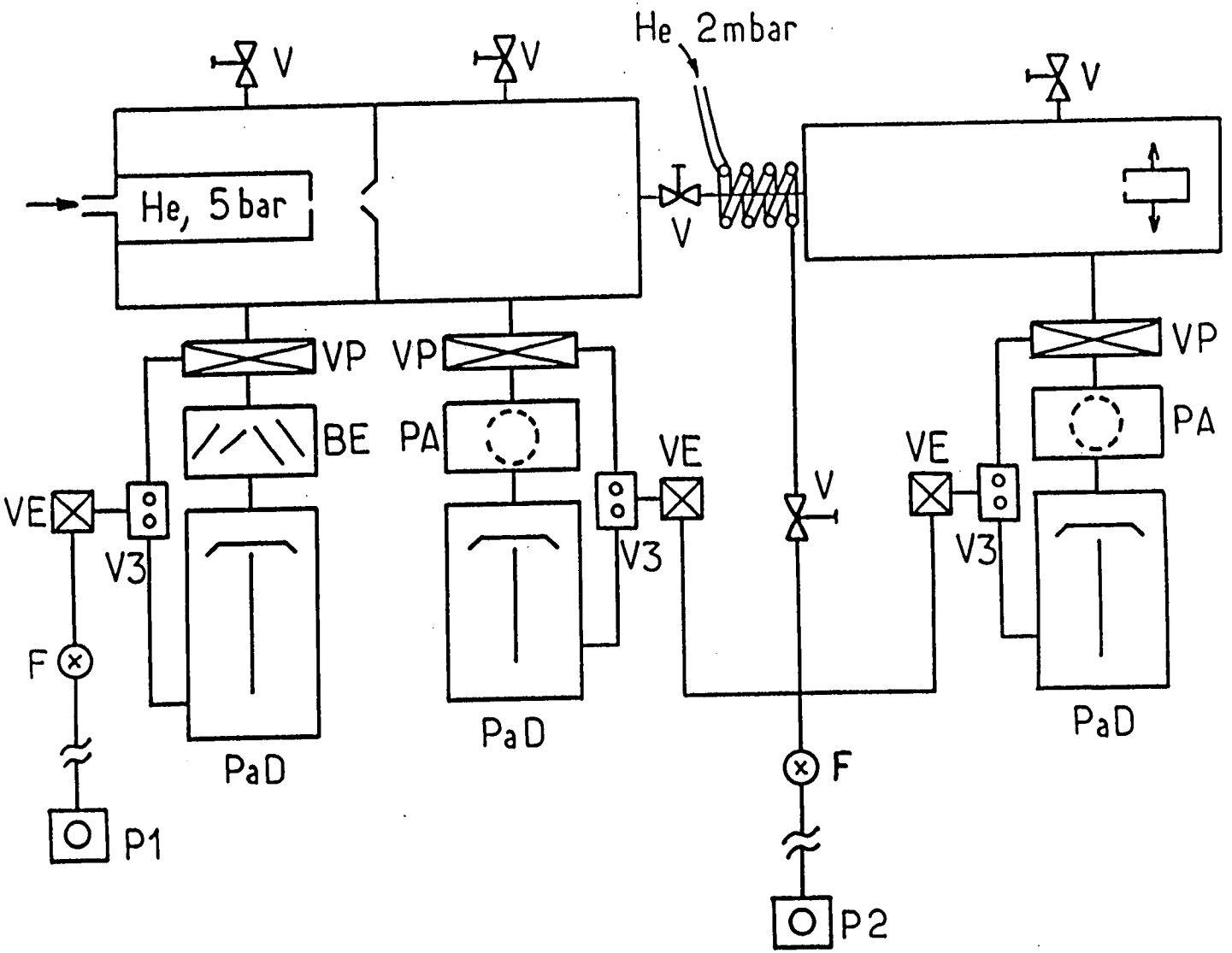


Fig. I–22 : Schéma du dispositif de pompage. Trois pompes à diffusion (PaD) assurent le pompage en vide secondaire de nos enceintes. Les pompes primaires (P1, P2) sont placées à environ 10m (à l'extérieur du laboratoire); V: vanne, VP: vanne papillon, VE : vanne électromagnétique, V3: vanne trois voies; F: filtre à zéolithe; BE: baffle à eau; PA: piège à azote liquide.

2) Le jet supersonique d'hélium métastable

a) Système de pompage

Deux points sont à considérer lors de la conception du système de pompage d'un jet supersonique. D'une part comme nous l'avons vu dans la partie IA, le débit d'un tel jet est très grand et il faut donc assurer l'évacuation de tout ce gaz dans la première enceinte. D'autre part il faut avoir un assez bon vide pour que la diffusion sur le gaz résiduel n'atténue pas trop le jet dans les enceintes suivantes où le jet a un parcours de plusieurs dizaines de cm. La figure I–22 donne un schéma d'ensemble de notre dispositif de pompage. La première enceinte où se produit l'expansion isentropique du jet supersonique est celle dans laquelle règne la plus grande pression. En effet la plus grande partie du débit de la source d'hélium ne franchit pas l'écorceur et est évacuée par une pompe à diffusion Alcatel 6250 de 250 mm d'ouverture, d'un débit maximal de 3.5 mbar l sec^{-1}, soit d'une vitesse de pompage de 3500 l/sec^{-1} à 10^{-3} mbar. Un baffle à eau situé au-dessus de cette pompe réduit la remontée d'huile dans l'enceinte à vide. Le pompage primaire au refoulement de cette pompe à diffusion est assuré par une pompe à palettes (Alcatel 2063) d'une vitesse de pompage de 65 m^3/h. Ceci nous permet d'obtenir une pression de 0.2 mbar au refoulement de la pompe à diffusion et assure un bon fonctionnement de celle-ci. Un autre choix possible pour évacuer les 3.5 mbar l/s au refoulement de cette pompe à diffusion consisterait à utiliser une pompe Roots (solution adoptée pour le jet allemand). Cette pompe précomprime le gaz à évacuer. On peut alors utiliser une pompe primaire plus petite au refoulement de la pompe Roots. Nous avons préféré n'utiliser qu'une seule pompe à palettes, assez puissante pour nos besoins et moins sujet à des incidents qu'une pompe Roots. Les deux enceintes suivantes (enceinte d'excitation et enceinte de manipulation) sont pompées par des pompes à diffusion Alcatel CRYSTAL 162 de diamètre 160 mm, surmontées de pièges à azote liquide. La vitesse de pompage de 650 l/s nous permet d'obtenir facilement des pressions de 10^{-6} à 10^{-7} mbar, suffisant pour l'utilisation de notre jet atomique (cf. fig. I–23).
Pour pomper le refoulement de ces pompes à diffusion ainsi que pour pomper la lampe à hélium (§ IC1d), nous utilisons une pompe primaire Alcatel 2033, d'une vitesse de pompage de 35 m^3/h. Des pièges à zéolithes évitent la migration de l'huile des pompes primaires vers

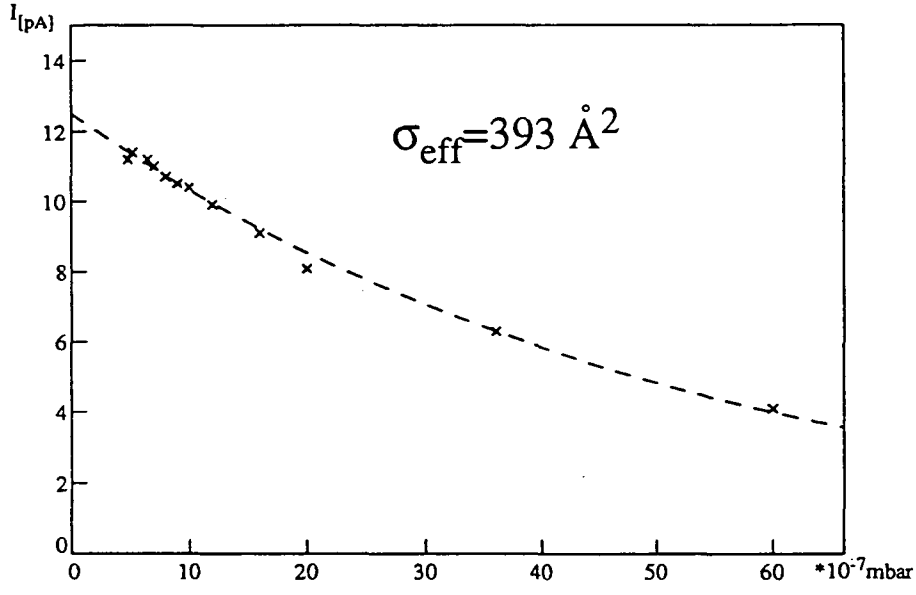


Fig. I–23 : Intensité du jet de métastable en fonction de la pression p dans l'enceinte "expérience" (distance de vol : $L \simeq 1.85$m). En dessous de 10^{-6}mbar l'atténuation du jet devient négligeable. La section efficace σ_{eff} est déduit d'un fit avec $I = I_0 exp\{-p\sigma_{eff}L/k_BT\}$ avec $T = 300K$.

les enceintes à vide ou vers la lampe d'hélium.

Afin de réduire les nuisances induites par les pompes primaires sur le montage expérimental (vibrations, bruit, vapeurs d'huile, dégagement de chaleur) nous avons installé toutes les pompes primaires à l'extérieur du laboratoire, à une distance $L = 10$ m des pompes à diffusion. Il faut alors faire attention à choisir le diamètre des tuyaux, reliant les pompes à

diffusion aux pompes primaires, assez grand pour ne pas limiter la vitesse de pompage. La vitesse de pompage effective Q_e d'un système constitué d'une pompe primaire de vitesse de pompage Q et d'une canalisation de de conductance S est donné par:

$$\frac{1}{Q_e} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{S} \qquad (IC2-1)$$

Pour un tuyau circulaire de diamètre D et de longueur L, cette conductance vaut pour l'hélium à 20°C en régime laminaire [33]:

$$S \simeq 230 \frac{D^4}{L} \bar{p} \qquad (IC2-2)$$

où $\bar{p}$ est la pression moyenne (en mbar) dans la canalisation.

Un calcul plus rigoureux de la conductance doit tenir compte de la présence d'angles dans la canalisation. Dans notre cas, la conductance efficace S_{eff} est ainsi divisée par un facteur 2 environ :

$$S_{eff} = \frac{1}{2} S. \qquad (IC2-3)$$

Pour la canalisation reliant la pompe à diffusion de l'enceinte source à la pompe à palettes de vitesse de pompage $Q = 65$ m$^3/h = 18$ l/s, nous avons ainsi choisi un diamètre $D = 10$ cm. A une pression de $\bar{p} = 0.2$ mbar, la conductance S_{eff} de la canalisation vaut :

$$S_{eff} = 230 \text{ l/s} \qquad (IC2-4)$$

ce qui est nettement supérieur à $Q = 18$ l/s et la vitesse de pompage Q_e n'est donc pas affectée par la canalisation:

$$Q_e \simeq Q \qquad (IC2-5)$$

Pour la canalisation reliant les autres pompes à diffusion et la lampe d'hélium à la pompe primaire de vitesse de pompage $Q' = 35$ m^3/h $\simeq 10$ l/s, nous avons pris un diamètre de D$' = 5$ cm. A la pression de $\bar{p}' = 0.1$ mbar,la conductance effective S'_{eff} vaut alors

$$S'_{eff} = 7 \text{ l/s} \qquad (IC2-6)$$

La vitesse de pompage efficace Q'_e pour ce système est:

$$Q'_e = \frac{1}{\frac{1}{S'_{eff}} + \frac{1}{Q}} = 4 \text{ l/s} \qquad (IC2-7)$$

Bien que légèrment inférieure à Q', cette vitesse de pompage suffit largement pour évacuer correctement le débit des pompes à diffusion et de la lampe à hélium.

Notons qu'un diamètre de 5 cm pour la première canalisation aurait diminué la vitesse de pompage effective à $Q_e \simeq 5$ l/s. Pour évacuer les 3.5 mbar l/sec de la pompe à diffusion, on aurait alors une pression de 0.7 mbar au refoulement de cette pompe à diffusion, ce qui est trop élevée pour le bon fonctionnement de cette pompe à diffusion.

b) Source refroidie

Comme l'hélium est un atome très léger ($M = 4$ u.m.a.) sa vitesse à température ambiante est très élevée : la vitesse longitudinale u d'un jet supersonique d'hélium à température ambiante est (IA2-11)

$$u = \sqrt{\frac{5kT}{M}} = 1760 \text{ m/s} \qquad (IC2-8)$$

Des vitesses longitudinales v_L plus faibles (*) ont un double intérêt dans nos expériences de refroidissement à une dimension. D'une part le temps d'interaction avec le laser T_{int} augmente si la vitesse v_l diminue :

$$T_{int} = \frac{L_{int}}{v_L} \qquad (IC2-9)$$

D'autre part, comme nous déduisons les vitesses transverses $v_\perp$ à partir des mesures d'angles θ :

$$v_\perp = \theta . v_L \qquad (IC2-10)$$

(*) Comme nous travaillons sur les atomes d'hélium métastables excités par bombardement électronique, il faut considérer la vitesse longitudinale v_L des métastables qui peut différer de celle du jet supersonique initial (voir IB).

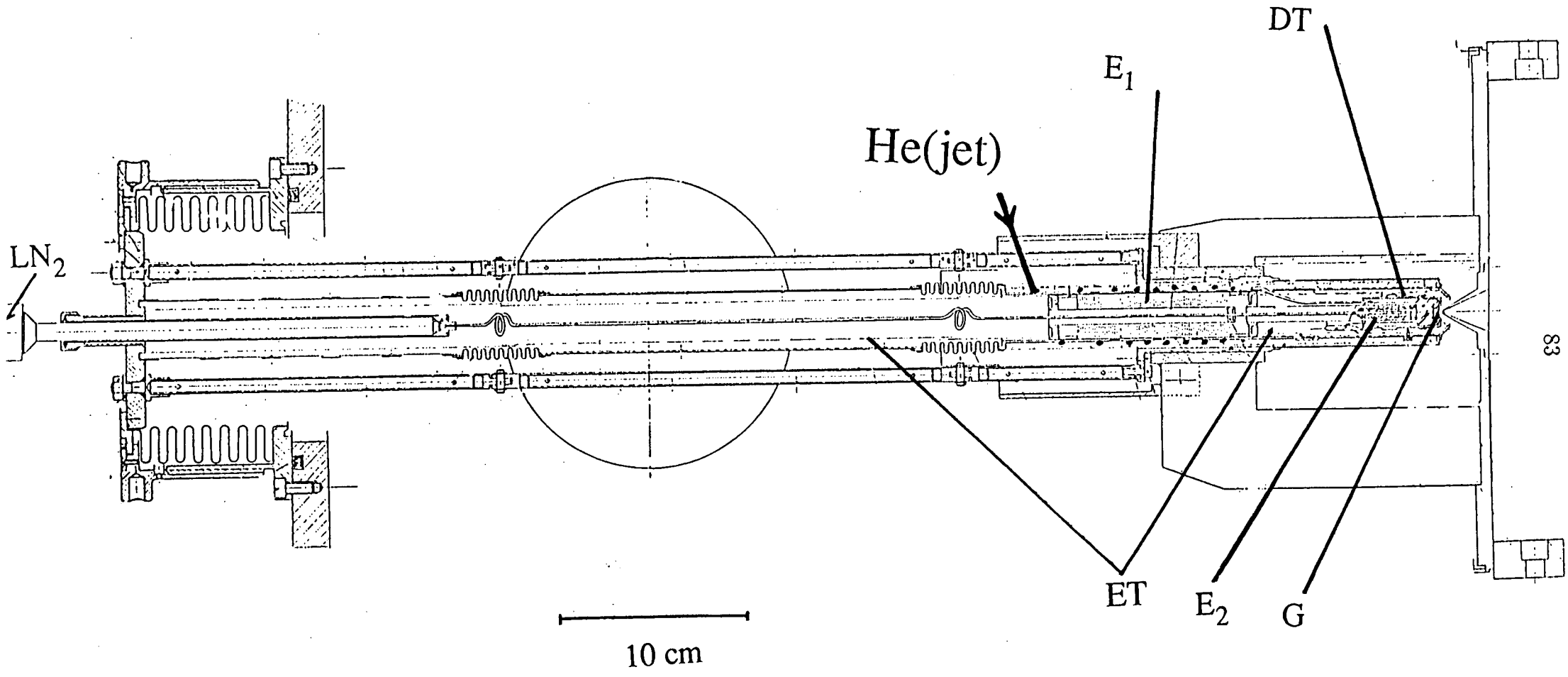


Fig. I–24 : Schéma de la source d'hélium (refroidie à l'azote ou à l'hélium liquide). La diode (DT) pour mesurer la température est suitée près du gicleur (G). L'hélium du jet est refroidi par deux échangeurs (E_1, E_2). Des écrans thermiques (ET) empêchent l'échauffement par rayonnement.

Pour une vitesse transverse donnée, l'angle θ mesuré est donc d'autant plus grand que la vitesse longitudinale v_L est faible, ce qui permet d'améliorer la résolution des mesures de vitesses transverses (pour une résolution en angles donnée). Nous avons donc prévu la possibilité de refroidir la source d'hélium par une circulation, soit d'azote liquide, soit d'hélium liquide si nécessaire.

La figure I–24 montre le schéma de notre source d'hélium. Plusieurs écrans thermiques minimisent le réchauffement par rayonnement de la partie froide de la source. D'autre part nous avons réduit à un minimum les points de suspension mécanique de cette source pour éviter le réchauffement par conduction thermique entre la région froide de la source et l'enceinte à température ambiante. Deux filtres, l'un à température de la source, l'autre à une température plus proche de la température ambiante, évitent que des impuretés (H_20, N_2) dans le gaz formant le jet ne viennent boucher la sortie de la source (gicleur de diamètre 25 μm) en s'y condensant. Une diode (DT 470 SD, dont la tension de seuil varie avec la température) placée près du gicleur nous permet de mesurer la température de la source refroidie. Afin de pouvoir travailler à une température intermédiaire entre celle de l'hélium liquide et celle de l'azote liquide, nous avons pourvu la tête de la source de deux résistances de chauffage de 200 Ω. Une étude préliminaire avec une source refroidie par une circulation d'hélium liquide nous a permis d'obtenir des vitesses longitudinales aussi basses que 400 m/s pour l'hélium métastable provenant d'une source à 50 K. Malheureusement le signal de métastables détectés a diminué simultanément avec le refroidissement de la source. Ceci peut être expliqué par une diminution de l'intensité du jet supersonique à basse température (voir IA5), par une augmentation de la divergence du jet de métastables (introduite lors de l'excitation par le bombardement électronique) quand la vitesse initiale des atomes d'hélium dans l'état fondamental diminue ainsi que par une augmentation de la section efficace d'échange de métastabilité qui fera sortir les atomes de l'axe du jet. La plupart de nos expériences (en particulier celles décrites dans les chapitres II et III) ont été réalisées avec une source refroidie à l'azote liquide, ce qui nous a permis d'avoir un jet d'hélium métastable de vitesse longitudinale moyenne proche de 1300 m/s.

Le choix du refroidissement à l'azote liquide résulte donc d'un compromis entre ces

avantages d'une source très froide (temps d'interaction accru, meilleure résolution en vitesse transverse) et le désavantage que présente la diminution du signal de métastables à basse température.

c) Canon à électrons

Pour exciter les atomes d'hélium dans l'état métastable $He^* \left(2^3 S_1\right)$, nous bombardons le jet d'hélium par des électrons. L'étude de l'influence sur la distribution des vitesses longitudinales obtenues par bombardement électronique (cf. § I B) nous a amenés à retenir une géométrie de bombardement électronique colinéaire à l'axe du jet d'hélium initial. Afin d'augmenter la longueur d'interaction entre électrons et atomes, on confine les électrons sur l'axe du jet avec un champ magnétique. Nous décrivons ci-dessous ce canon à électrons en détail. La figure I–25 représente l'ensemble du canon à électrons.

α) Cathode; optique électrostatique

Notre source d'électrons consiste en une spire de tungstène de diamètre 0,3 mm, dont l'axe est celui du jet d'hélium (fig. I–26), chauffée à une température d'environ 3000 K. Elle est portée à un potentiel U_a négatif par rapport à la grille d'accélération. Ceci permet d'accélérer les électrons émis par le filament chaud à une énergie E_i :

$$E_i = eU_a \qquad \text{(IC2 – 10)}$$

Afin de diriger ces électrons vers l'axe du jet d'hélium, nous avons choisi une géométrie pour les électrodes, telle que les électrons soient orientés par les lignes de champs électrique vers l'axe du jet (électrode Pierce [34]).

β) Champ magnétique de confinement

Il s'agit maintenant de maintenir ces électrons près de l'axe du jet. Pour cela nous appliquons à la sortie de ces électrodes un champ magnétique de l'ordre de 500 gauss. Les électrons spiralent alors autour des lignes de champ magnétique (fig. I–27),
ce qui les maintient plus longtemps près de l'axe du jet d'hélium. L'intensité du jet de métastables a pu être augmenté ainsi de plus d'un ordre de grandeur. Il est intéressant

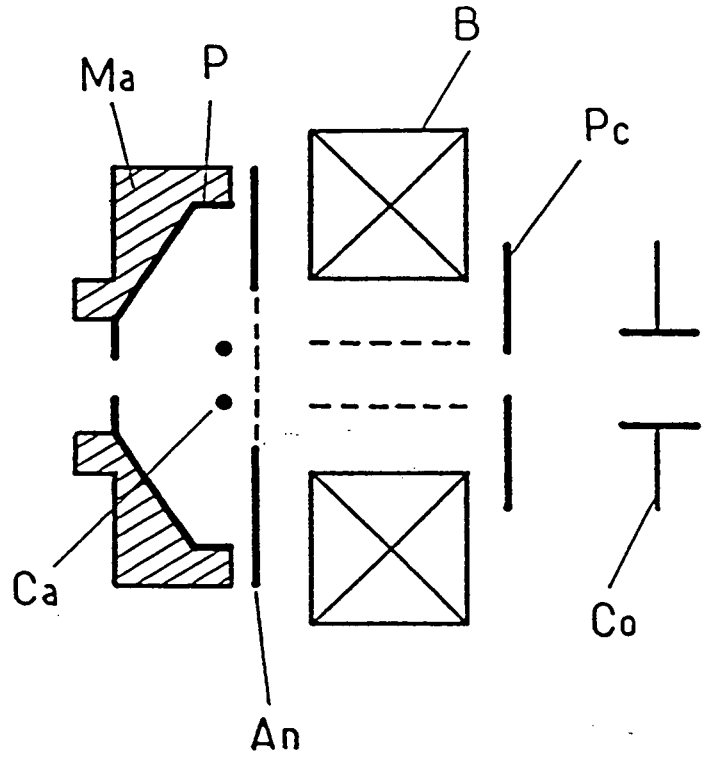


Fig. I–25 : Canon à électrons : les électrons émis de la cathode (Ca) sont accélérés dans le champ électrostatique de l'électrode Pierce (P) et l'anode en grille (An) vers l'axe du jet. L'aimant (B) confine les électrons autour de l'axe. Une plaque collectrice (Pc) et un condensateur (Co) éliminent les particules chargées de l'axe du jet. Le support de l'électrode Pierce est en Macor (Ma), un isolant céramique.

d'entrer dans les détails de ce fonctionnement. Le rayon de courbure R de la trajectoire d'un électron vaut :

$$R = \frac{mv_\perp}{eB} \qquad \text{(IC2 – 12)}$$

où $v_\perp$ est la composante orthogonale à B de la vitesse de l'électron. Pour des électrons d'énergie $E_i = 50$eV la valeur de R, qui dépend de l'angle θ_e entre la vitesse de l'électron

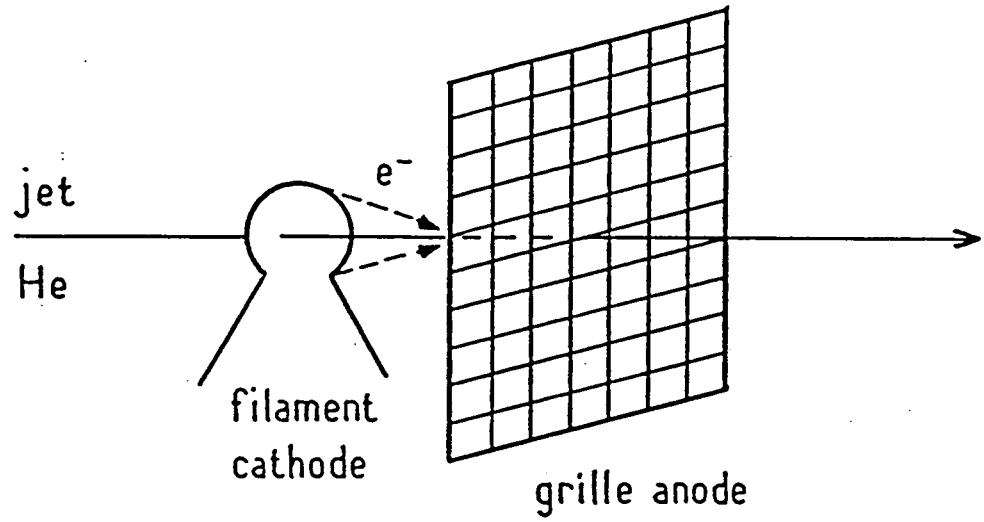


Fig. I–26 : Cathode : un filament chauffé en forme de spire émet des électrons utilisés pour bombarder le jet d'hélium.

et le champ magnétique **B**, est de 0.3 mm pour $B = 500$ gauss à $\theta = 45°$. Notons qu'un champ magnétique uniforme ne change pas l'angle entre la vitesse des électrons et le champ magnétique. Comme dans notre cas celui-ci est parallèle à l'axe du jet initial l'angle d'incidence θ_e entre les électrons et les atomes d'hélium n'est pas affecté par un champ uniforme et est ce cas déterminé par les lignes de champ électriques.

En fait dans notre cas, l'électron n'entre pas soudainement dans le champ magnétique de 500 gauss. On peut montrer qui, si le changement de champ magnétique que voit l'électron permet un suivi adiabatique, alors on a un invariant adiabatique $v_\perp^2(z)/B(z)$ et la composante longitudinale $v_{/\!/}(z)$ de la vitesse de l'électron est affectée par le champ magnétique de sorte que l'énergie cinétique totale soit conservée:

$$v_{/\!/}^2(z) = v_{/\!/}^2(0) + v_\perp^2(0)\left(1 - \frac{B(z)}{B(0)}\right) \qquad \text{(IC2} - 13)$$

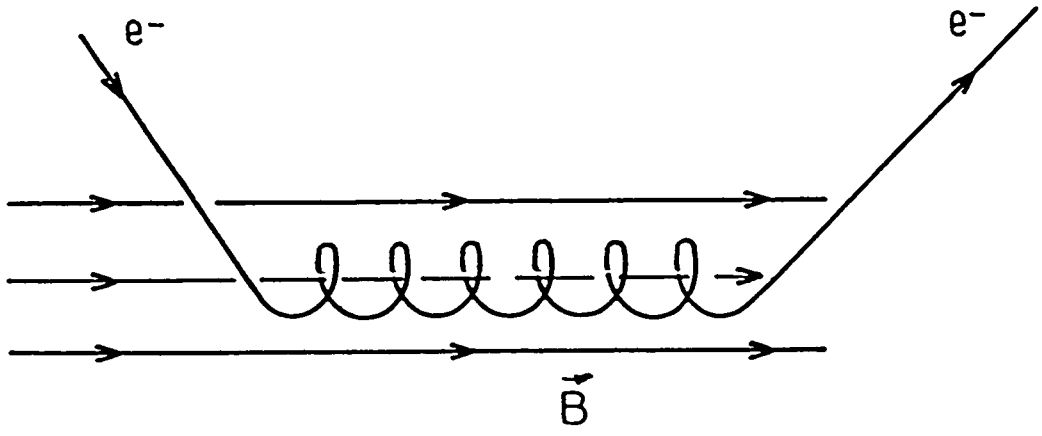


Fig. I–27 : Trajectoire d'un électron entrant dans un champ magnétique : il est possible de confiner les électrons autour de l'axe d'un jet à l'aide d'un champ magnétique de 500 gauss.

Cet effet peut même annuler $v_{/\!/}(z)$, et inverser le sens de propagation de l'électron ("miroir magnétique"). Dans notre cas, le changement de champ magnétique entre source d'électrons ($z = 0$) et le centre de la bobine ($z = B$) est de l'ordre de:

$$\frac{B(z)}{B(z_B)} \simeq \left(1 + \frac{(z - z_B)^2}{\rho^2}\right)^{-3/2} \qquad (\mathrm{IC2} - 14)$$

où ρ est le rayon de la bobine. Avec $z \simeq 2\rho$ on a:

$$\frac{B(z)}{B(0)} \simeq 11 \qquad (\mathrm{IC2} - 15)$$

Les électrons ayant une composante transverse de la vitesse initiale plus grande que

$$\frac{v_\perp(0)}{v_{/\!/}(0)} = \sqrt{\frac{1}{\frac{B(z)}{B(0)} - 1}} \simeq 0.3 \qquad (\mathrm{IC2} - 16)$$

peuvent donc subir un effet de miroir magnétique. C'est ainsi que nous interprétons la présence, dans notre canon à électrons, d'électrons à des vitesses opposées dont nous observons les effets sur la vitesse des métastables (voir IB3). Si l'on veut éviter un tel effet de "miroir magnétique", on pourrait mettre un blindage magnétique à l'entrée de la bobine de sorte que les électrons entrent subitement dans la région de fort champ magnétique.

γ) *Courant d'électrons limite : charge d'espace*

Un autre point à considérer est le courant d'électrons maximal que nous pouvons obtenir. Deux effets limitent ce courant. Tout d'abord l'émission d'électrons d'une surface chauffée est donnée par:

$$I_{max} = S.A.T^2 e^{-\frac{e\varphi}{k_B T}} \qquad (\mathrm{IC2-17})$$

où S est l'aire de la surface,

$$A = \frac{4\pi m e k_B^2}{h^3} = 120 \text{ ampère/cm}^2/(K)^2 \qquad (\mathrm{IC2-18})$$

et φ l'énergie d'extraction qui dépend du métal de la surface : pour le tungstène : $\varphi = 4.54 + 0.610^{-4}T$.

Pour notre filament de surface $S = 0.6$ cm^2 à une température de $T = 2500$ K on a ainsi un courant maximal de:

$$I_{\mathrm{max}} \simeq 0.15 \text{ ampères } ! \qquad (\mathrm{IC2-19})$$

Or notre canon à électrons a fonctionné en général dans le régime de charge d'espace, ce qui limite le courant d'électrons émis par la cathode. En effet lorsque la densité d'électrons au voisinage de la cathode devient trop importante, ceux-ci créent un potentiel empêchant d'autres électrons de sortir de la surface. On peut en effet montrer que le courant I entre deux plaques séparées d'une distance D dans le vide, portées à une différence de potentiel de U_a, ne peut dépasser la valeur I_{CE}

$$I_{CE} = S\frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{\frac{2e}{m}}\frac{U_a^{3/2}}{D^2} \qquad (\mathrm{IC2-20})$$

où ε_0 est la permittivité du vide, m la masse et e la charge de l'électron ; S étant l'aire de la surface d'émission. Pour notre canon à électrons, où $D \simeq 5$ mm on est donc en régime

de charge d'espace tant que la tension d'accélération U_a est inférieure à:

$$U_a^{lim} \simeq \left(\frac{I_{max} D^2}{S \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}}} \right)^{\frac{2}{3}} \simeq 1000\ V. \qquad (IC2-21)$$

La figure I–28 illustre la dépendance du courant émis par le filament en fonction du potentiel U_a.

Nous constatons que les valeurs expérimentales suivent la loi en $U_a^{3/2}$ correspondant au régime de charge d'espace. Notons que cette limitation du courant par l'effet de charge d'espace est beaucoup plus sévère à basse énergie $E_i = eU_a$ des électrons. Pour cette raison on est souvent amené à augmenter l'énergie E_i des électrons afin d'augmenter le courant émis par le canon à électrons et par conséquent l'intensité du jet de métastables. Or si nous voulons obtenir un jet d'hélium métastable avec un seul pic assez étroit dans la distribution des vitesses longitudinales et sans contamination par des photons UV, nous devons travailler à des énergies E_i proche du seuil $E_0 \simeq 19.8\ eV$ (voir partie IB et IC3). Le choix du potentiel d'accélération U_a résulte donc d'un compromis entre les considérations de largeur de la distribution des vitesses et d'intensité du jet de métastables.

δ) Dispersion d'énergie E_i

Pour chauffer notre cathode à 2500 K, nous devons appliquer aux bornes du filament une différence de potentiel de 5V. Ceci implique que les électrons sortent du filament à des potentiels différents, ce qui se traduit par une dispersion de $\Delta E_i = 5$ eV sur l'énergie E_i des électrons qui vont exciter les atomes d'hélium. Or nous avons vu dans la partie IB que la vitesse finale des métastables dépend de l'énergie E_i des électrons d'excitation. Nous pouvons évaluer la dispersion en vitesse longitudinale δv des atomes excités pour une dispersion d'énergie $\Delta E_i = 5eV$ autour de 23 eV.

Le calcul du changement de vitesse lors d'une excitation par bombardement parallèle donne (voir IB3) pour $E_i' = E_0 = 19.8$ eV:

$$\Delta v\,(E_i') = \sqrt{\frac{2m}{M^2}} \sqrt{E_0} \simeq 360 \text{ m/s}. \qquad (IC2-22)$$

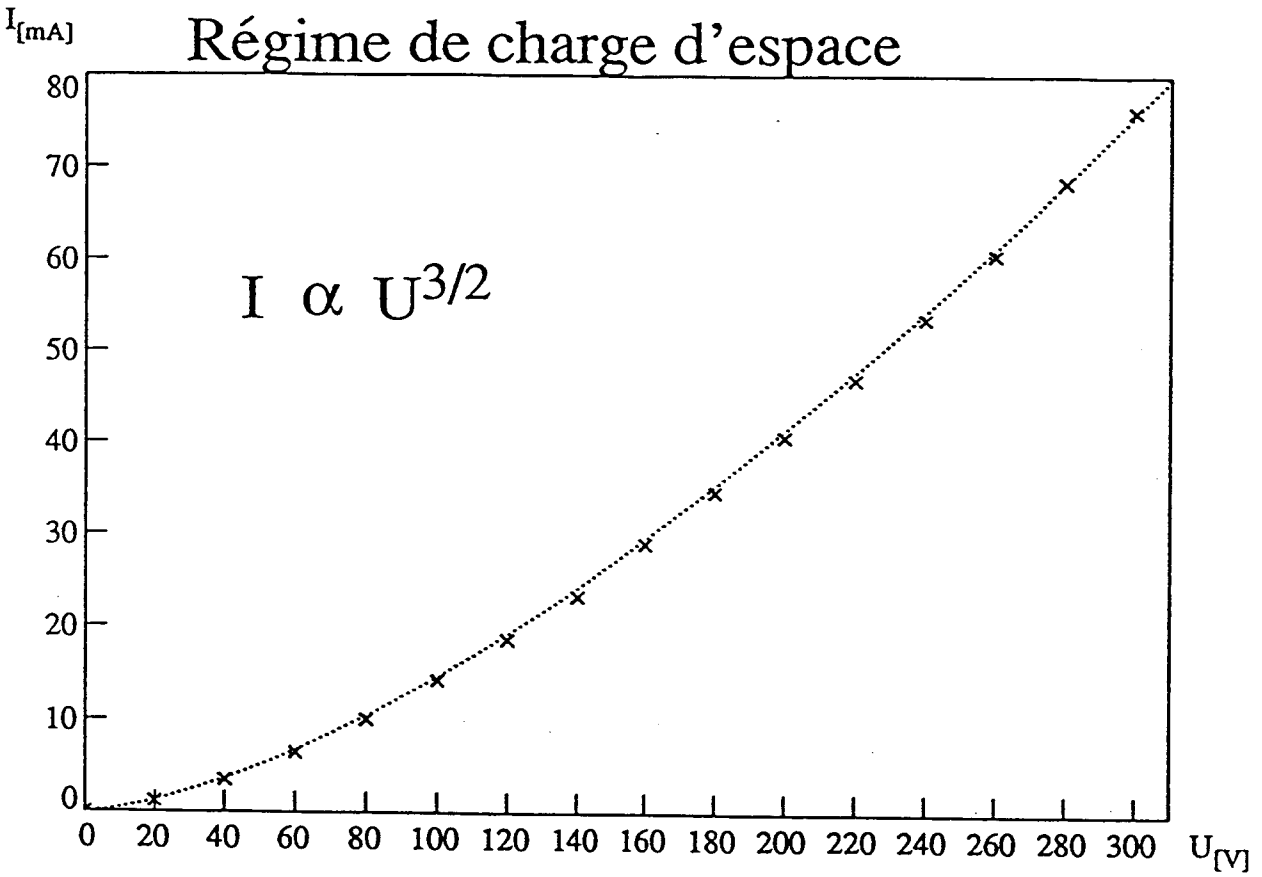


Fig. I–28 : Régime de charge d'espace : courant émis par la cathode en fonction de la tension d'accélération U: valeurs expérimentales (en croix) et comparaison avec $U^{3/2}$ (en pointillé).

Pour une énergie $E_i'' = 25$ eV on trouve :

$$\Delta v\,(E_i'') = \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left\{\sqrt{E_i''} - \sqrt{E_i'' - E_0}\right\} \simeq 220 \text{ m/s} \qquad \text{(IC2 – 23)}$$

(cas des collisions avec $\theta_{\text{cm}} = 0$, voir $IB3$). Pour un jet d'hélium d'une vitesse initiale de

$v_{ini} = 890$ m/s, ceci correspond à une dispersion δv de la vitesse finale de:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\delta v}{v_{ini}} = \frac{\Delta v\,(E_i') - \Delta v\,(E_i'')}{2.v_{ini}} = 6\% \qquad (\mathrm{IC2-24})$$

Nous allons voir dans la partie IC3 que ceci correspond à la largeur de la distribution des vitesses que nous observons dans ces conditions.

Remarque :

Lorsqu'on veut s'affranchir de cette cause d'élargissement de la distribution des vitesses, on peut utiliser une cathode à chauffage indirect [35]. Une surface équipotentielle chauffée indirectement (par rayonnement d'un filament de chauffage) permet de produire des électrons qui sortent de la cathode tous au même potentiel. De plus on peut choisir la géométrie de cette surface de sorte que les électrons sont guidés parallèlement à l'axe du jet d'hélium. Une cathode à chauffage indirect est cependant plus délicate à réaliser. Un mélange de $Ni, BaCO_2, SrCO_2$ et ZrH_2 *doit être, après un moulage très fin, mis dans un moule avec une pression de* 14 tonnes/cm^2 *et ensuite fritté sous vide à une température d'environ1000* $°K$. *De plus on doit avoir un filament de chauffage avec plus de puissance. Tout ceci se traduit en pratique par des pannes plus fréquentes que pour une cathode à chauffage direct. Comme la distribution des vitesses longitudinales que nous pouvons obtenir avec notre cathode à chauffage direct est assez étroite pour nos expériences, nous avons préféré ne pas utiliser les cathodes à chauffage indirect.*

d) <u>Elimination d'espèces atomiques non désirables</u>

Nous avons vu dans la partie (IB1) qu'à côté des atomes d'hélium dans l'état métastable triplet He* (2^3S_1), l'excitation électronique du jet initial d'hélium peut produire des atomes dans des états de Rydberg, dans l'état métastable singulet He* (2^1S_0), ou dans l'état fondamental (avec éventuellement une très grande énergie cinétique), des ions d'héliums, des électrons et des photons. Nous décrivons dans cette partie comment on peut à l'aide d'un condensateur et d'une lampe à décharge d'hélium efficacement éliminer la plupart de ces produits non désirables. On a alors un jet ne contenant plus que

* des atomes d'hélium dans l'état fondamental

* des photons
* et des métastables triplets He* (2^3S_1).

α) *Condensateur*

Toutes les espèces chargées (électrons, ions) présentes dans le jet après le canon à électrons sont facilement déviées hors de l'axe du jet d'hélium par un condensateur perpendiculaire à cet axe. Une tension U appliquée entre deux plaques distantes de D donne lieu à une force f sur une particule de charge q :

$$f = \frac{qU}{D} \qquad (IC2-25)$$

La particule acquiert alors une vitesse transverse $v_\perp$:

$$v_\perp = \frac{f}{m}\Delta T = \frac{qU}{mD}\frac{L}{v_{/\!/}} \qquad (IC2-26)$$

où m est la masse de la particule, $v_{/\!/}$ sa vitesse longitudinale et L la longueur d'interaction qui est de l'ordre de la longueur des plaques. L'angle de déviation est alors déterminé par (fig. I–29):

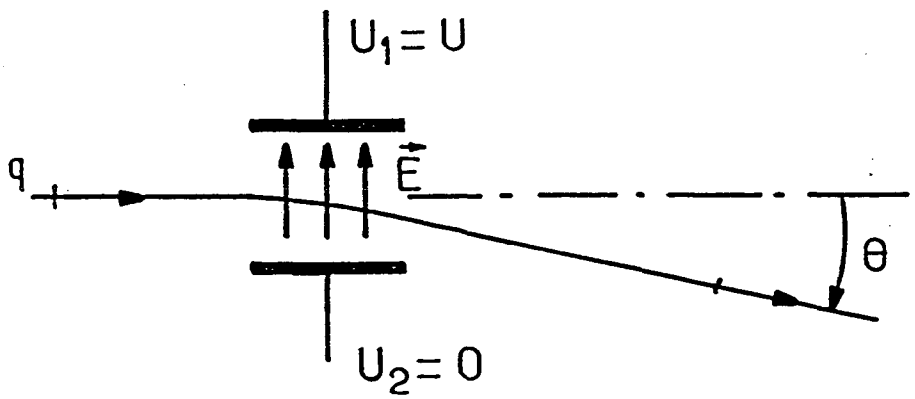


Fig. I–29 : Déviation des particules chargées hors de l'axe du jet.

$$\frac{v_\perp}{v_{/\!/}} = \frac{qU}{mD}\frac{L}{v_{/\!/}^2} = \frac{qU}{E_c}\frac{L}{2D} \qquad (IC2-27)$$

où $E_c = \frac{1}{2}mv_{/\!/}^2$ est l'énergie cinétique de la particule. Considérons d'abord les électrons émis par le canon à électrons. Leur énergie cinétique est de

$$E_c = E_i = eU_a \qquad (IC2-28)$$

Pour notre jet, nous avons des plaques de longueur L = 10 mm, séparées de D = 10 mm, auxquelles on applique une tension $U = 200$ V. Pour des électrons à $E_i = 200$ eV on obtient alors :

$$\frac{v_\perp}{v_{/\!/}} = \frac{1}{2} \qquad (IC2-29)$$

ce qui fait sortir largement ces électrons de notre angle d'observation.

Si on considère maintenant un atome d'hélium du jet ionisé par une collision avec un électron, la vitesse longitudinale de He^+ est de l'ordre de:

$$v_{/\!/} \simeq \sqrt{\frac{2m}{M^2}E_i} \qquad (IC2-30)$$

Nous obtenons de (IC) pour $E_i = 200$ eV :

$$\frac{v_\perp}{v_{/\!/}} \simeq 18 \qquad (IC2-31)$$

et ces ions sont déviés encore plus que les électrons.

Enfin rappelons qu'un état de Rydberg sera facilement ionisé (pour 200 V sur 10 mm, nous ionisons les états à n $\gtrsim$ 25) et devié ensuite de l'axe du jet.

β) Désexcitation des métastables singulets par pompage optique

Mais à part des ions et des atomes dans des états de Rydberg, le bombardement par électrons du jet d'hélium produit aussi des atomes dans l'état métastable singulet $He^*\left(2^1S_0\right)$. La détection par désexcitation des métastables que nous utilisons (voir IC2) ne nous permet pas de distinguer entre un atome dans l'état $He^*\left(2^1S_0\right)$ et un atome

He* (2^3S_1). Comme la contribution au signal total des métastables singulets n'est pas négligeable et peut même devenir prépondérant à des énergie E_i des électrons d'excitation au-dessus de 100 eV, nous voulons éliminer ces métastables singulets du jet tout en gardant les métastables triplets. L'élimination de l'état métastable singulet He* (2^1S_0) est réalisée par pompage optique vers le niveau fondamental He (1^1S_0). Une décharge continue haute tension dans un tube d'hélium (fig. I–30) excite les atomes d'hélium dans ce tube.

Par désexcitation radiative ces atomes émettent des photons de tout le spectre de l'hélium et ceci constitue donc une lampe pouvant exciter toutes les transitions optiques de l'hélium. En particulier l'état He* (2^1S_0) est ainsi couplé à l'état 2^1P_1 qui se desexcite préférentiellement vers l'état fondamental (voir fig. I–31).

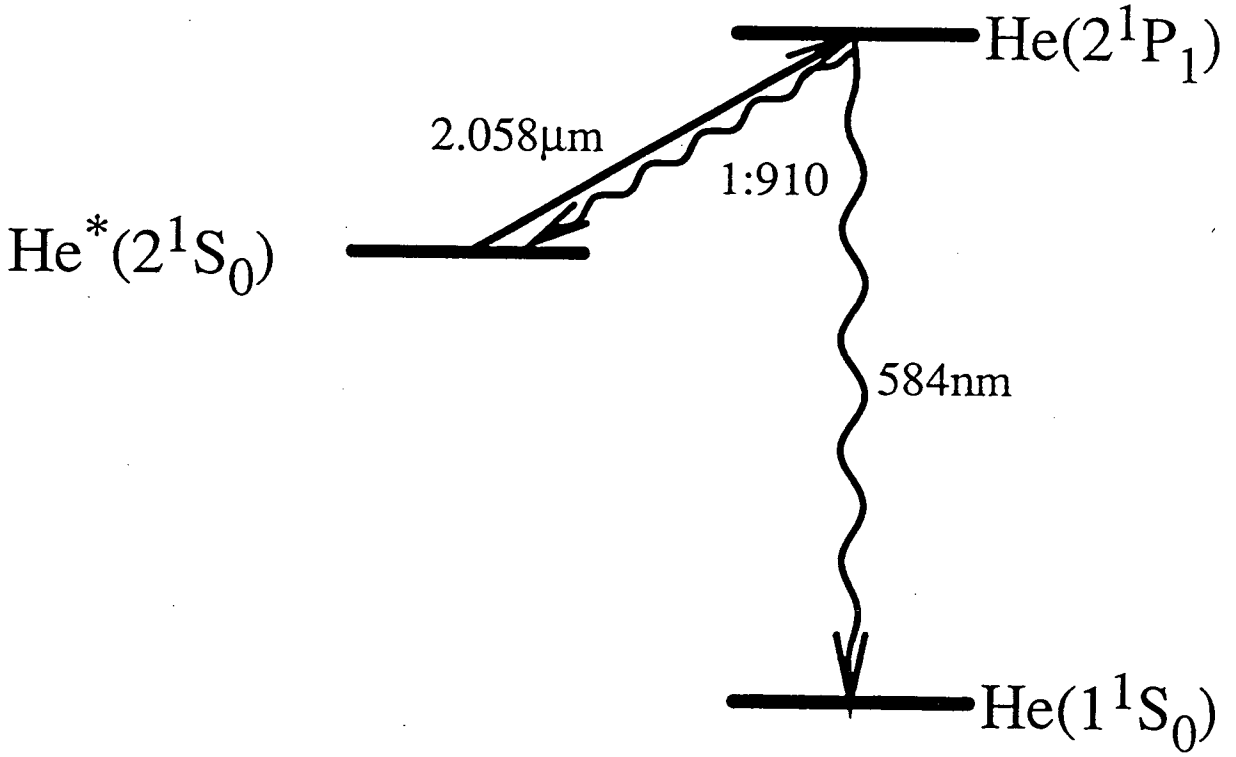


Fig. I–31 : Les atomes dans l'état métastable He*(2^1S_0) *sont pompés optiquement vers l'état fondamental par la raie à 2.0581μm de la lampe à décharge. Le rapport de branchement entre* $2^1P_1 \rightarrow 2^1S_0$ *et* $2^1P_1 \rightarrow 1^1S_0$ *est de 1:910[24].*

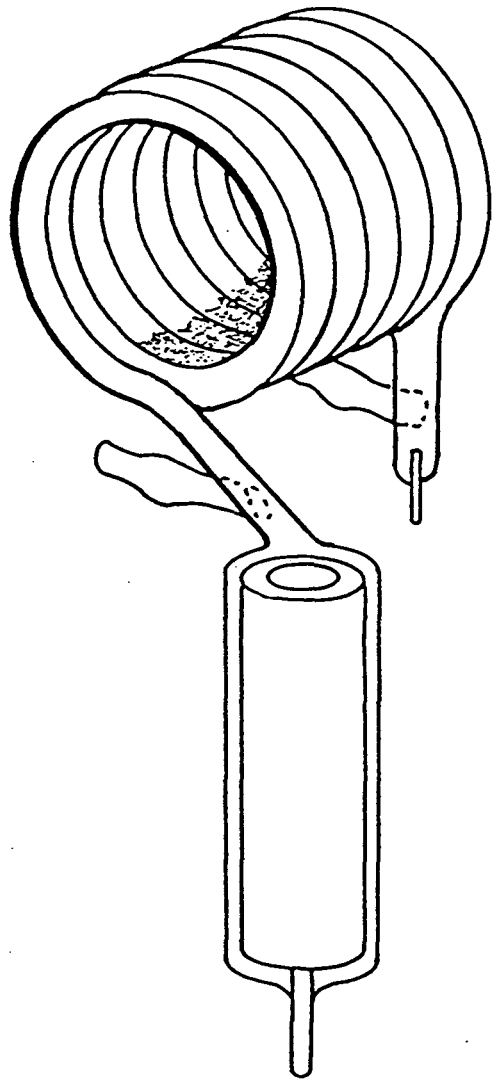


Fig. I–30 : Lampe à décharge d'hélium en pyrex : pour éviter le dépôt du métal arraché de la cathode (cylindre en aluminium) à l'intérieur des spires de la lampe, il faut faire entrer la circulation d'hélium au niveau de l'anode.

avec un rapport de branchement de 1 : 910 [24]. Les atomes dans l'état métastable triplet He* (2^3S_1) peuvent eux aussi être excités par cette lampe d'hélium, mais le fort couplage LS pour l'hélium empêche les états triplets de se désexciter vers le niveau fondamental singulet. Les atomes dans les états triplet ne peuvent que retomber dans l'état triplet de plus basse énergie : He* (2^3S_1). Ce pompage optique est un moyen très efficace pour éliminer les états He* (2^1S_0) du jet sans désexciter les états He* (2^3S_1) [28, 36]. L'alimentation électrique de cette lampe de désexcitation (ou lampe de "quenching") est représenté sur la figure I–32.

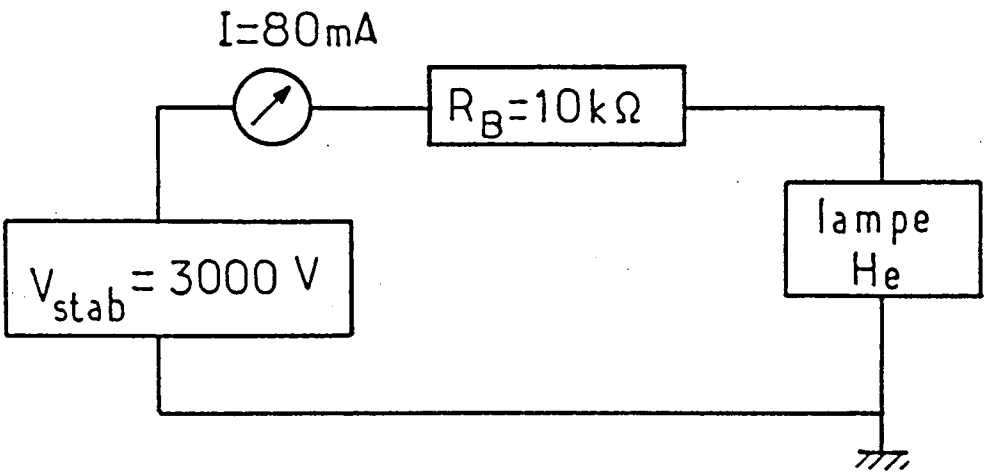


Fig. I–32 : Schéma de l'alimentation électrique de la lampe à décharge d'hélium. La résistance de ballast sert à stabiliser le fonctionnement de la lampe dont la carctéristique tension-courant présente une partie avec une pente négative.

La caractéristique courant-tension d'une décharge présentant une partie à pente négative [37,38], il faut ajouter à l'alimentation à haute tension une résistance de ballast R_B pour stabiliser la décharge. Avec une tension de 3000 V aux bornes de la lampe, un courant de 80 mA et une résistance de ballast R_B de 10 k Ω, nous avons pu faire fonctionner la décharge

à travers la lampe de longueur 80 cm à une pression de 2 mbar. Le refroidissement de notre lampe, placée à l'extérieur des enceintes sous vide, est assuré par un simple ventilateur. Cette lampe à décharge d'hélium a fonctionnée sans incident depuis maintenant presque trois années.

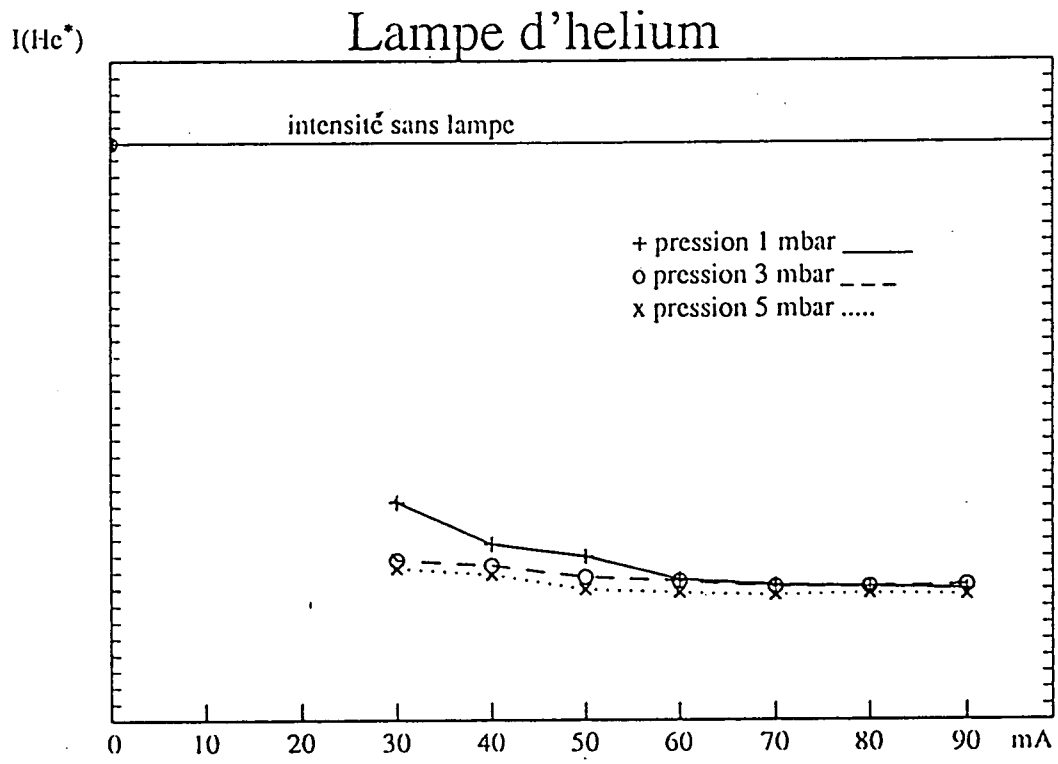


Fig. I–33 : Intensité détectée en fonction du courant de décharge dans la lampe, pour des pressions d'hélium dans la lampe de 1,3 et 5 mbar.

La figure I–33 montre l'effet sur le signal détecté de cette lampe d'hélium. Nous constatons que lorsque le courant de décharge dans la lampe augmente, le signal détecté

diminue et atteint une valeur limite à partir d'un courant de 50 mA. Ceci s'interprète par la desexcitation de tous les métastables singulets pour des courants de décharge supérieurs à 50 mA. Nous allons confirmer l'élimination des métastables singulets par une méthode utilisant un laser quasi-résonnant avec la transition $He^*\left(2^3S_1\right) - He^*\left(2^3P_2\right)$.

γ) *Vérification à l'aide du laser LNA*

Une façon particulièrement convaincante pour mesurer l'efficacité de l'élimination de toutes les espèces non désirables consiste à utiliser un laser LNA à 1.083 μm [39] pour écarter les atomes $He^*\left(2^3S_1\right)$ de leur trajectroire initiale.

Comme cette interaction est sélective, si on arrive ainsi à annuler le signal de détection, c'est que ce signal n'était dû qu'à des métastables triplets. La figure I–34 montre le résultat d'une mesure d'un profil spatial du jet à 2 m de la source.

En absence du laser, nous voyons un profil centré près de l'axe du jet. Si nous éclairons alors le jet par le laser qui écarte les métastables triplets de leur trajectoire initiale, nous constatons que le signal sur l'axe du jet diminue et disparaît dans le bruit de détection (en fait dans cette expérience, l'expulsion des $He^*(2^3S_1)$ est tellement efficace que tous les métastables triplets sont déviés en dehors de la plage d'observation. Nous pouvons ainsi affirmer que la contribution de toutes les espèces autres que $He^*\left(2^3S_1\right)$ est inférieur à 5 % du signal total. Le processus qui écarte les atomes $He^*\left(2^3S_1\right)$ est basé sur l'échange quasi-résonant de quantité de mouvement entre les atomes et la lumière. Considérons la transition entre l'état $He^*\left(2^3S_1\right)$ et $He^*\left(2^3P_2\right)$ avec une fréquence atomique ω_0. Eclairons un atome $He^*\left(2^3S_1\right)$ par une onde laser stationnaire polarisée circulaire positive σ^+ à une fréquence ω_L légèrement au-dessus de $\omega_0\,(\delta = \omega_L - \omega_0 > 0)$.On montre alors (voir appendice B) que, dans la limite des faibles intensités laser ($I \leq I_{sat}$) cet atome est soumis à une force expulsante (fig. I–35)

$$\mathcal{F} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{sat}} \left\{ \frac{\frac{\Gamma^2}{4}}{(\delta - kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} - \frac{\frac{\Gamma^2}{4}}{(\delta + kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right\} \qquad (\mathrm{IC2-32})$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le module du vecteur d'onde du laser, Γ la largeur en énergie de l'état excité

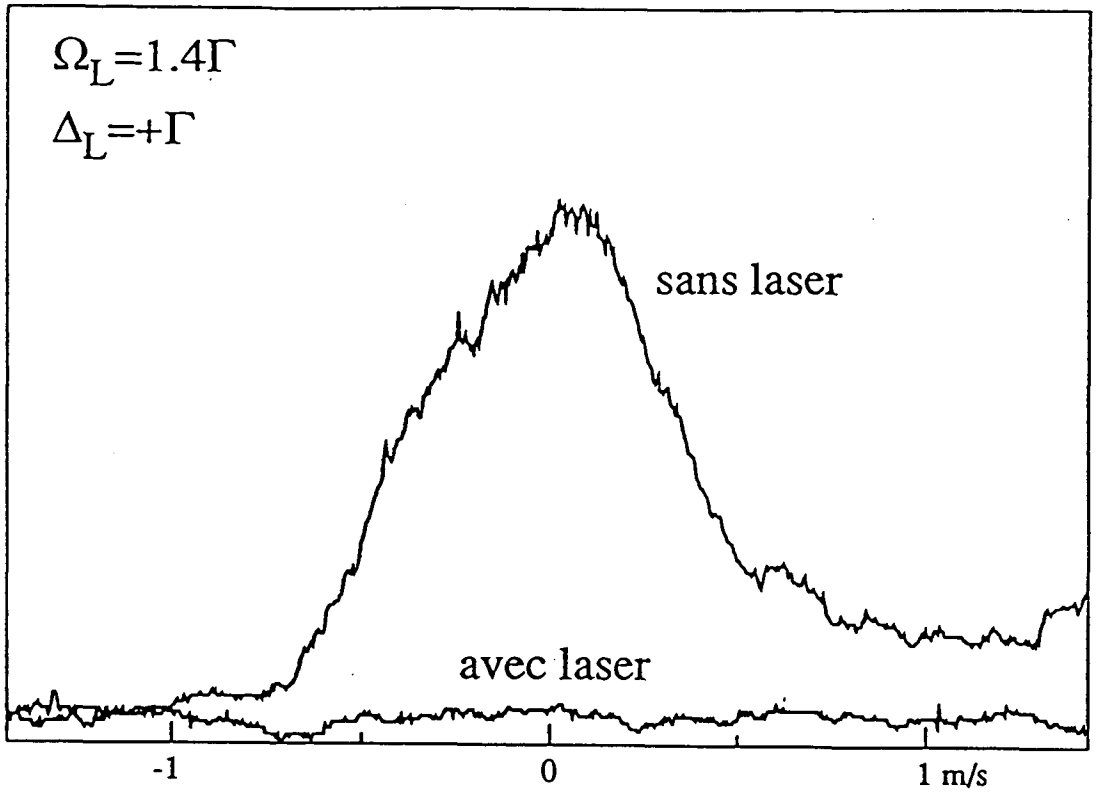


Fig. I–34 : Expulsion des métastables triplets hors de l'axe initial du jet d'hélium à l'aide d'un laser LNA : Sur cette figure l'action du laser est tellement efficace que les atomes sont sortis de la plage d'observation de ± 1m/s. *Le désaccord du laser est de* $\Delta_L = +\Gamma$ *et la fréquence de Rabi correspondant à chaque des deux ondes de* $\Omega_L = 1.4\Gamma$ *; la longueur d'interaction étant 40mm le temps d'interaction était de 36* μs *= 360* Γ^{-1}.

$He^*\left(2^3P_2\right)$ et v la vitesse de l'atome suivant l'axe du laser. Pour des faibles vitesses v, cette force se met sous la forme

$$\mathcal{F} = \frac{Mv}{\tau} \qquad (IC2-33)$$

soit:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v}{\tau} \qquad (IC2-34)$$

Pour $\delta = \omega_L - \omega_0$ positif, cette force a toujours le même signe que la vitesse et tend donc

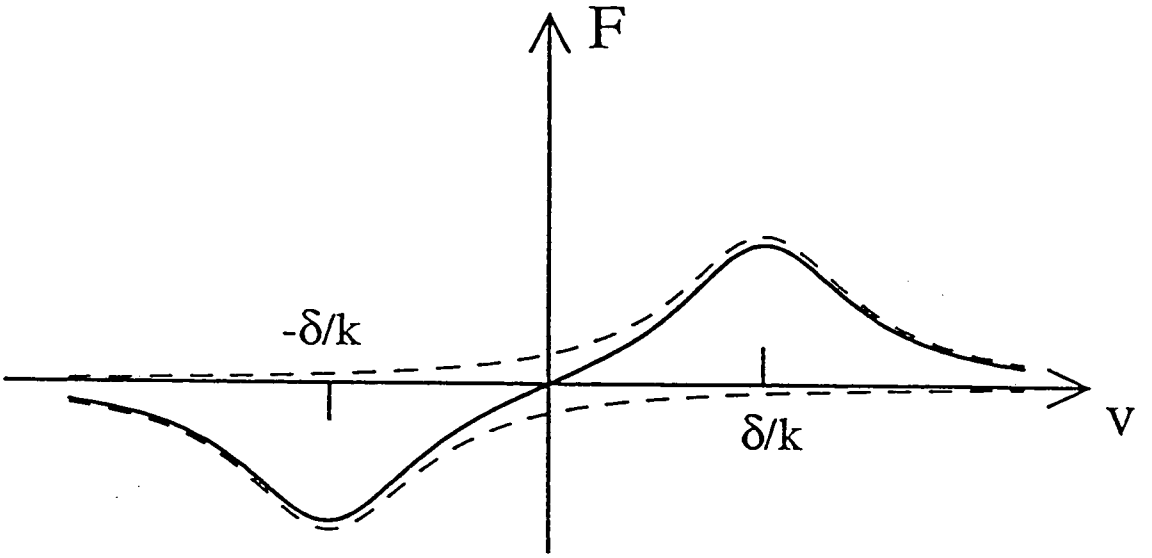


Fig. I–35 : Force en fonction de la vitesse pour un atome à deux niveaux dans une onde laser stationnaire à faible intensité. Pour un désaccord $\delta > 0$, les atomes à $v > 0$ subissant une force $f > 0$ et sont expulsés de $v \simeq 0$.

à écarter les atomes de la vitesse nulle. Pour $\delta = +\frac{\Gamma}{2}$ et $I = 0.5 I_{sat}$ le coefficient τ vaut:

$$\tau = \left(\frac{\hbar k^2}{M} \frac{I}{I_{sat}} \frac{2\delta\Gamma}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right)^{-1} = 2\,10^{-6} \text{ secondes.} \qquad (\text{IC2} - 35)$$

Si nous éclairons donc notre jet d'hélium par une telle onde laser stationnaire perpendiculaire à l'axe du jet (fig. I–36), les atomes sont écartés de l'axe du jet après quelques microsecondes de temps d'interaction. Comme seuls les atomes métastables He^* (2^3S_1) interagissent avec le laser, nous pouvons mesurer toutes les autres contributions au signal (comme par exemple les métastables singulets ou les photons UV) sur l'axe du jet initial.

Remarques :

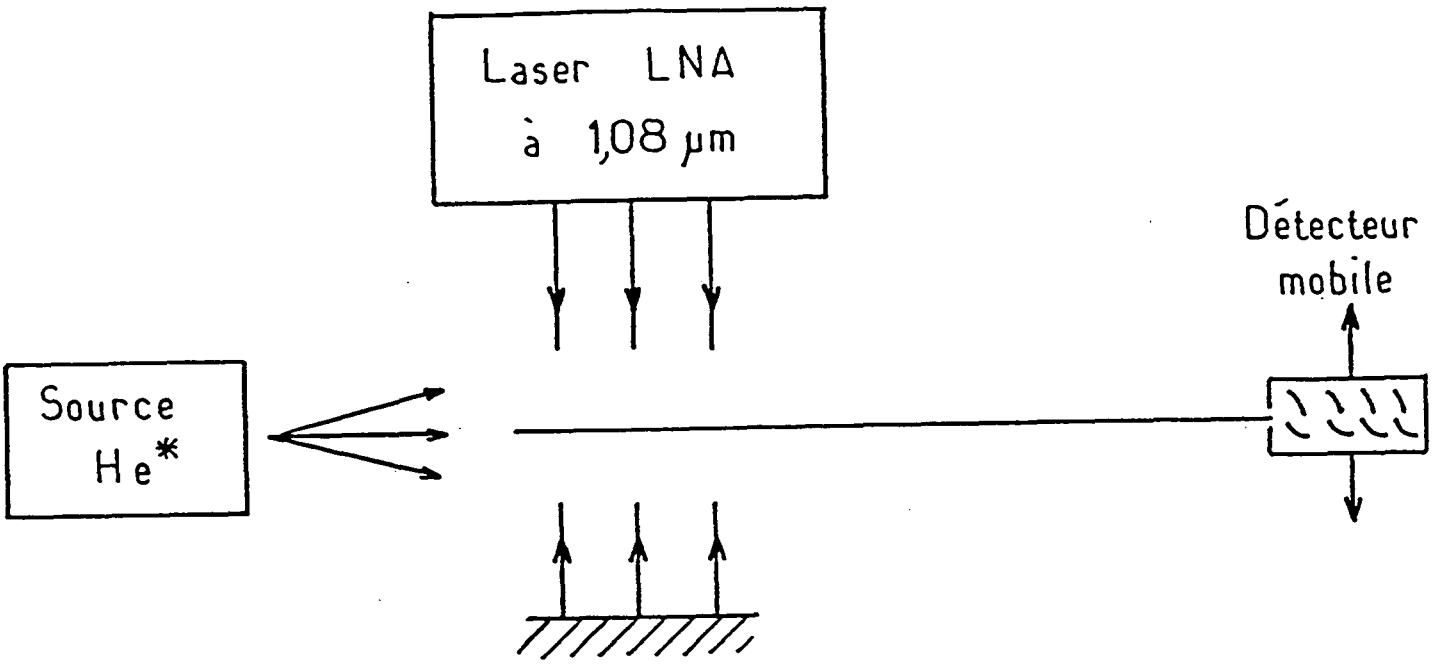


Fig. I–36 : Schéma d'une expérience d'expulsion des $He^*(2^3S_1)$ *hors de l'axe initial du jet. Les deux ondes orthogonales au jet nécessaires pour cette expérience proviennent du même laser qui est rétroréfléchi par un miroir.*

(i) *On aurait pu utiliser une onde plane progressive pour dévier sélectivement les métastables triplets de l'axe du jet initial. Mais dans cette configuration, il faut pousser la contribution des vitesses transverses plus que la largeur initiale de cette distribution, afin de ne plus avoir d'atomes à vitesse transverse nulle (fig. I–37a). La méthode utilisant l'onde stationnaire désaccordée au-dessus de la résonance* ($\delta > 0$) *ne nécessite que de déplacer légèrement les atomes ayant une vitesse transverse initiale nulle (fig. I–37b). Ceci permet à cette dernière méthode d'écarter beaucoup plus rapidement les atomes* He^* (2^3S_1) *de l'axe du jet initial.*

(ii) *La présence d'un signal non nul sur l'axe du jet initial, après avoir expulsé les*

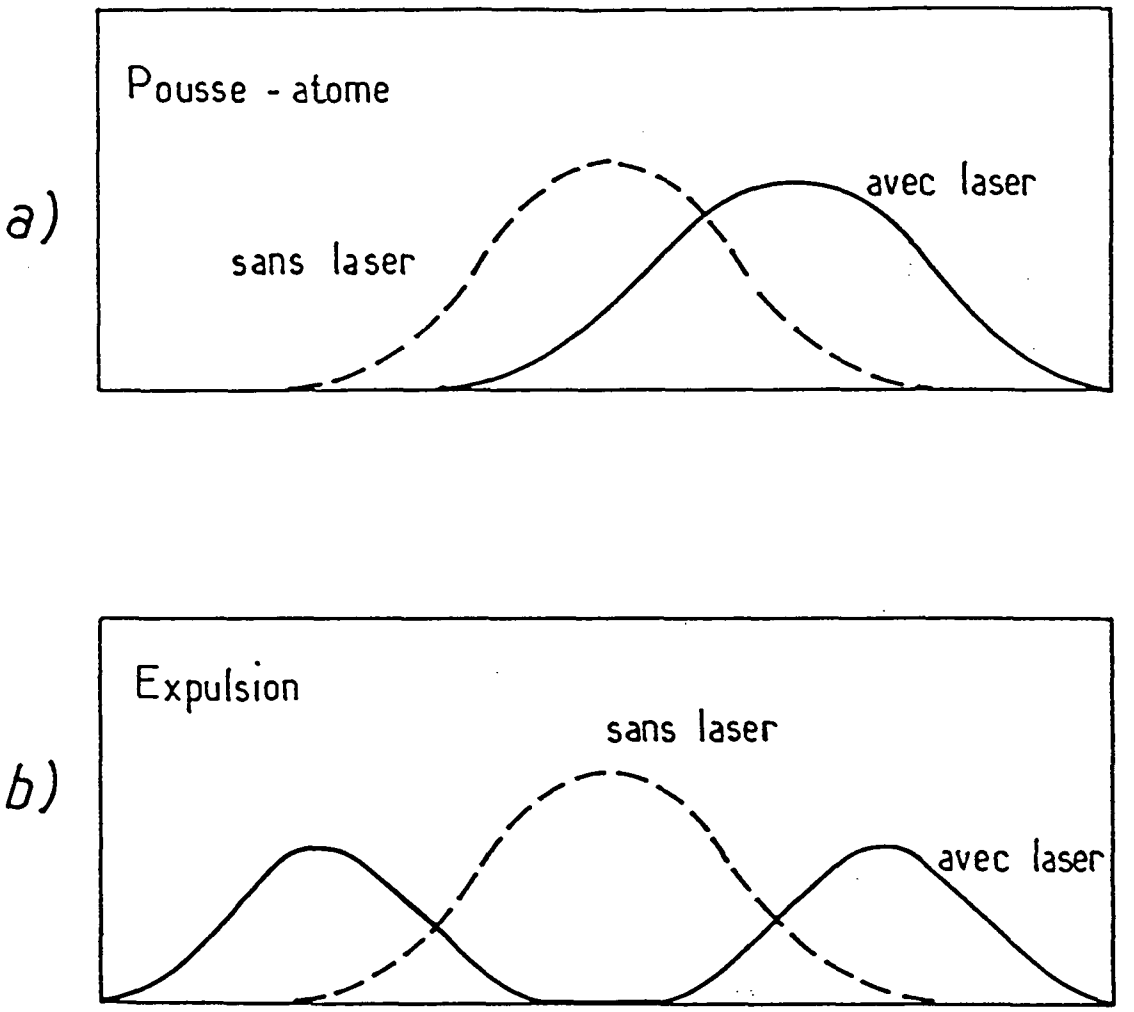


Fig. I–37 : Comparaison entre l'utilisation d'une onde progressive et d'une onde stationnaire pour l'expulsion des atomes. Dans le cas d'une seule onde progressive il faut balayer tout le profil atomique à travers l'axe du jet, ce qui nécessite de changer les vitesses transverses de plus que la largeur du profil initial. L'utilisation d'une onde stationnaire permet de se contenter d'expulser les atomes étant initialement sur l'axe du jet. Comme un faiblement changement de vitesses de ces atomes suffit pour ne plus avoir des $He^*(2^3S_1)$ *sur l'axe, cette dernière méthode est beaucoup plus efficace.*

métastables triplets hors de l'axe, ne permettrait pas de conclure qu'il reste des atomes $He^*(2^1S_0)$ *qui ne sont pas désexcités par la lampe à décharge d'hélium. En effet nous savons qu'on pourrait aussi avoir une contribution de photons UV au signal de détection. Pour évaluer plus précisement l'efficacité de la lampe de désexcitation de* $He^*(2^1S_0)$, *nous pouvons utiliser les mesures de temps de vol que nous présenterons dans la partie (IC3−b) de ce chapitre. Nous verrons que la lampe permet de désexciter plus de 99% des métastables singulets.*

3) Détection de He* (2^3S_1)

a) Méthodes optiques

Pour analyser les effets des manipulations par laser de l'hélium métastable, on souhaite mesurer les différentes quantités caractérisant l'état des atomes (positions, vitesses, degrés de liberté interne). Les expériences de ralentissement, de refroidissement et de piégeage sur les alcalins (sodium, césium [40, 41]) utilisent fréquemment la détection de la lumière de fluorescence émise par les atomes sous l'action d'un laser. En balayant la fréquence d'un faisceau sonde autour de la fréquence de résonance atomique, on peut ainsi mesurer le profil Doppler donnant la distribution des vitesses le long de l'axe du faisceau sonde. En jouant sur les polarisations, on peut même dans certains cas sonder la population des différents sous-niveaux Zeeman. Malheureusement la détectivité des détecteurs optiques est beaucoup plus faible à la longueur d'onde correspondant aux transitions $2^3S_1 \longrightarrow 2^3P_{0,1,2}$ de l'hélium métastable ($\lambda = 1.083$ μm) que dans le cas des alcalins. De plus les sources d'hélium métastables ne fournissent que très peu d'atomes He* (2^3S_1) (voir § IC4a). L'utilisation de photodiodes, ayant un rendement quantique pas trop faible (de l'ordre de 12% , Hamamatsu 2387), se heurte dans ce cas au bruit propre élevé de la photodiode (bruit propre équivalent à un signal de 10^5 photon/sec/$\sqrt{Hz.cm^2}$. L'utilisation de photomultiplicateurs, pour lesquels le bruit propre ne pose pas de problèmes, se heurte au rendement quantique très faible à la longueur d'onde de 1.083 μm (8.10^{-4}pour Hamamatsu R316-02). Dans l'état actuel des détecteurs à 1.083 μm il est donc difficile d'observer la lumière de fluorescence entre He* (2^3P_J) et He* (2^3S_1).

Afin de tomber dans une gamme de longueurs d'onde dans laquelle les détecteurs sont plus sensibles, on pourrait utiliser une détection sur une autre transition qu'entre He* (2^3S_1) et He* (2^3P_J). Considérons par exemple l'excitation en deux étapes suivantes : à partir de l'état 2^3S_1 nous excitons l'atome par un laser à 1.083 μm dans l'état 2^3P_J; ensuite un laser à une longueur d'onde de 412 nm fait passer l'atome de 2^3P_J vers l'état 5^3S_1.
La figure I−38 montre un extrait du schéma de niveaux de l'hélium. Nous voyons qu'un atome dans l'état 5^3S_1 peut se desexciter vers l'état 3^3P_J (avec un rapport de branchement de 0.3). Cet état 3^3P_J se desexcite alors vers l'état métastable He* (2^3S_1) en émettant

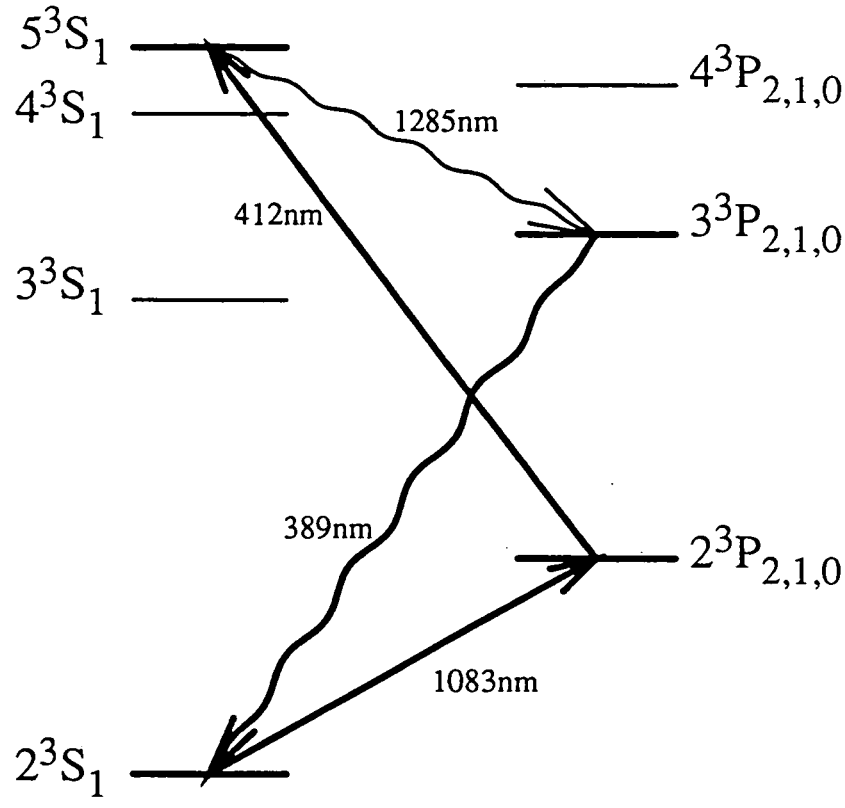


Fig. I-38 : Extrait du spectre des énergies de l'hélium 4 intervenant dans le schéma de détection optique de $He(2^3S_1)$ *proposé.*

un photon de fluorescence à une longueur d'onde de 388 nm. On peut alors utiliser un photomultiplicateur (de rendement 25% à 388 nm) pour détecter cette fluorescence. Notons

que, si on utilise un filtre ne laissant passer que les photons à 388 nm, on n'est avec un tel schéma de détection pas gené par la lumière parasite du laser d'excitation. On peut aussi détecter les photons à 319 nm émis par la cascade $5^3S_1 \longrightarrow 4^3P_J \longrightarrow 2^3S_1$ avec un rapport de branchement de 0.23 (ou même les photons à 388 nm et les photons à 319 nm avec un filtre approprié). La première étape de l'excitation peut être réalisée à l'aide d'un laser à LNA à 1.083 μm. Pour le passage entre 2^3P_J et 5^3S_1 on pourrait utiliser une diode laser à 824 nm, doublée en fréquence. Cette transition est saturée par une intensité laser de:

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3}\frac{hc\Gamma}{\lambda^3} = 2.7 \text{ mW/cm}^2 \qquad (\text{IC3} - 1)$$

et avec une diode d'une puissance de 100 mW et une efficacité de doublage de fréquence de 1 % , on peut exciter une fraction appréciable des atomes dans l'état 5^3S_1.

b) <u>Détection directe des métastables</u>

Nous avons en fait choisi de détecter les atomes métastables directement en utilisant leur possibilité d'extraire facilement un électron d'une surface métallique. Comparé à la détection de la fluorescence, cette méthode n'est pas sélective en vitesse et nous devons utiliser des méthodes ballistiques pour déterminer les vitesses des métastables.

α) *Desexcitation Auger*

L'énergie interne d'un atome d'hélium métastable (E_0 de l'ordre de 20 eV) est nettement supérieure au travail d'extraction d'un électron hors d'un métal (W_S de l'ordre de 2 à 4 eV). Un atome He* (2^3S_1) heurtant une surface métallique se desexcite facilement vers l'état He* (1^1S_0) et peut ainsi éjecter un électron d'énergie $E_0 - W_S$ de cette surface. Nous définissons alors un facteur de rendement global ρ par le rapport entre le nombre d'électrons éjectés $N(\text{e}^-)$ et le nombre d'atomes métastables incidents $N(\text{He}^*)$:

$$p = \frac{N(e^-)}{N(\text{He}^*)} \qquad (\text{IC3} - 2)$$

Ce rendement dépend à la fois du métal et de l'état de sa surface (oxydation). La littérature donne des valeurs de ρ de l'ordre de 1/2. Pour une surface propre de $Cu - Be$, on cite la valeur [42]:

$$\rho(Cu - Be) \simeq 0.6 \qquad (\text{IC3} - 3)$$

Comme nous n'avons pas eu l'occasion de mesurer ce coefficient sur notre montage expérimental, nous prendrons $\rho = 1$, ce qui nous amène à sous-estimer le nombre de métastables dans notre jet par un facteur deux environ.

β) Détecteurs utilisés

La façon la plus simple de réaliser un détecteur d'hélium métastable est de placer une plaque métallique dans le jet et mesurer le courant électronique émis par cette plaque. Sous l'action de l'hélium métastable la plaque se comporte comme un générateur de courant parfait. En utilisant une plaque d'une surface de $S = 10$ cm^2 à une distance $L = 1$m de la source, un jet de métastable d'une intensité de $I(He^*) = 10^{11}$atomes.s^{-1}.sr^{-1} (voir IC4a) produit alors un courant électronique I_e:

$$I_e = eI(He^*)\frac{S}{R^2} = 16\ pA \qquad (\mathrm{IC3-4})$$

que nous pouvons mesurer à l'aide d'un amplicateur de courant très sensible (Keithley 427).

Si on veut un détecter un signal plus faible ou utiliser une surface de détection plus petite (pour avoir une meilleure résolution spatiale par exemple), on peut utiliser à la place d'une simple plaque métallique un multiplicateur d'électrons. Un atome d'hélium métastable arrivant sur la première dynode (en $Cu - Be$) arrache de celle-ci un électron qui est ensuite multiplié par les différents étages du multiplicateur. Chaque atome d'hélium métastable arrachant un électron (decharge $e = 1.6\ 10^{-19} Cb$) à la première dynode du multiplicateur d'électrons crée alors une impulsion de 10^7 électrons à la sortie du multiplicateur. La durée d'une telle impulsion est de l'ordre de 10ns, ce qui donne un courant i_e de

$$i_e = 0.16 \text{ mA} \qquad (\mathrm{IC3-5})$$

que nous détectons facilement avec notre amplificateur de courant. Nous pouvons donc détecter les atomes d'hélium métastables un par un, ce qui nous permet de calibrer notre système de détection. De plus nous pouvons passer aux méthodes de comptage (avec un bruit bien plus faible) si nous devons mesurer des intensités très faibles.

Notons ici que cette méthode de détection ne permet pas de distinguer entre les atomes He* (2^3S_1) et He* (2^1S_0) ou même les photons UV, contrairement à une détection optique.

Nous avons cependant présenté dans IC1d une méthode qui nous permet de distinguer entre les atomes He* (2^3S_1) et toutes les autres espèces contribuant éventuellement au signal.

4) Performances

a) Intensité

Une caractéristique très importante d'un jet atomique est son intensité, c'est-à-dire le nombre d'atomes émis par la source par seconde et par unité d'angle solide. En ce qui concerne les jets d'hélium métastable, on trouve dans la littérature des intensités entre 10^{10} et 10^{14} atomes par seconde et par steradian [5,28,29,30,43,44,45]. Or nous avons vu (IB1) qu'un jet d'hélium métastable obtenu par bombardement électronique peut contenir d'autres espèces que He* (2^3S_1) contribuant au signal de détection. Il faut donc prendre certaines précautions pour mesurer l'intensité en métastables triplet du jet. Si l'on ne dispose pas de laser permettant d'écarter sélectivement les atomes He* (2^3S_1) du jet initial (voir IC1d) on peut analyser les différentes contributions au signal total en utilisant une lampe à décharge d'hélium (IC2d) et des mesures de temps de vol (voir IC4b). En effet la lampe permet de desexciter les métastables singulets He* (2^1S_0) vers l'état fondamental qui ne donne pas de signal de détection. Les mesures de temps de vol permettent de leur côté de distinguer entre les métastables (à une vitesse de plusieurs centaines à quelques milliers de mètre par seconde) et les photons UV (à la vitesse de la lumière !) ou des fondamentaux rapides (avec une énergie cinétique de plusieurs eV).

Après avoir pris toutes ces précautions, nous pouvons passer à une mesure de l'intensité du jet de métastables He* (2^3S_1). Nous avons calibré notre système de détection à partir de mesures individuelles de métastables (voir I3b). Avec une source refroidie à l'azote liquide $(T_0 = 77K)$ et une pression dans la source de $p_0 = 5$ bar nous obtenons pour $E_i = 100\ eV$

$$\mathcal{I}\left(He^*\left(2^3S_1\right), E_i = 100eV\right) \simeq 2\ 10^{11}\text{at s}^{-1}\ \text{sr}^{-1} \qquad (\text{IC4}-1)$$

L'intensité de notre jet de métastables dépend de la température T_0 de la source. A température ambiante ($T_0 = 300K$) il y a ainsi trois fois plus de métastables qu'à $T_0 = 77K$.

En comparant cette intensité de métastables He* (2^3S_1) à l'intensité du jet supersonique d'hélium dans l'état fondamental (d'après le calcul résumé dans le tableau I1) nous constatons qu'une petite fraction seulement des atomes d'hélium est dans l'état He* (2^3S_1):

$$\frac{\mathcal{I}(He^*)}{\mathcal{I}(He)} \simeq \frac{2\ 10^{11}}{1.5\ 10^{18}} \simeq 10^{-7} \qquad (\mathrm{IC4}-2)$$

Lorsque nous travaillons à des énergies E_i des électrons plus faibles, afin d'avoir une distribution en vitesse longitudinale plus étroite, le signal diminue fortement (à cause de l'effet de charge d'espace, voir IC2c). Pour $E_i = 30\ eV$ nous avons ainsi mesuré:

$$\mathcal{I}\left(He^*\left(2^3S_1\right), E_i = 30eV\right) \simeq 3\ 10^9 \mathrm{at\ s^{-1}\ sr^{-1}} \qquad (\mathrm{IC4}-3)$$

La figure I−39a montre l'intensité du jet de métastables triplets en fonction de l'énergie des électrons d'excitation. Lorsqu'on divise cette intensité par le courant j d'électrons émis par le filament (en régime de charge d'espace $j \propto E_i^{3/2}$) on trouve la section efficace d'excitation qui présente un maximum près du seuil $E_0 = 19.8eV$ (voir fig. I−39b et référence[23]).

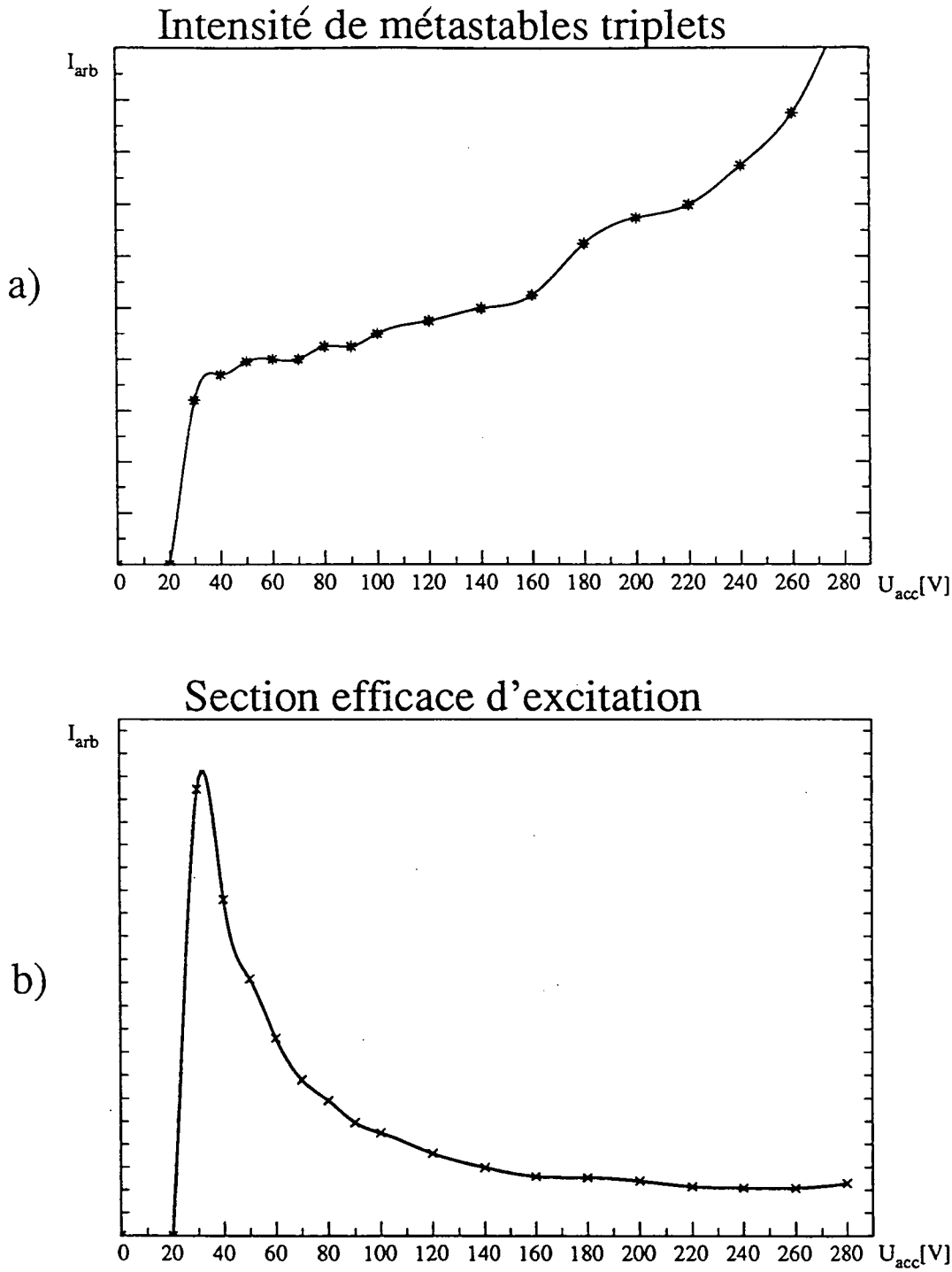


Fig. I-39 : (a):Intensité du jet de $He^*(2^3S_1)$ *en fonction de la tension d'accélération* U_{acc} *des électrons.*

(b): En divisant cette intensité par le courant d'électrons émis (proportionnel à $U_{acc}^{3/2}$*) on obtient la section efficace d'excitation de* $He^*(2^3S_1)$ *présentant comme attendu un maximum très marqué légèrement au-dessus du seuil de 19.8V[23].*

Il est intéressant d'estimer la densité des atomes métastables dans le jet. Pour une intensité de:

$$\mathcal{I}\left(He^{*}\left(2^{3}S_{1}\right), E_{i} = 100eV\right) = 2\ 10^{11}\text{at s}^{-1}\ \text{sr}^{-1} \qquad (\text{IC4}-4)$$

pour laquelle la vitesse longitudinale des métastables était de $v_L = 770$ m/s, la densité n à $L = 1$ m de la source vaut:

$$n = \frac{I}{v_L}\frac{1}{L^2} = 260\ \text{at/cm}^3 \qquad (\text{IC4}-5)$$

Ceci correspond à une distance moyenne d entre deux atomes de

$$d = \frac{1}{n^{1/3}} = 0.16\ \text{cm} \qquad (\text{IC4}-6)$$

b) Distribution des vitesses longitudinales

La distribution des vitesses longitudinales des métastables est une autre caractéristique importante de notre jet atomique. La détermination des vitesses longitudinales de l'hélium métastable, dont nous avons déjà montré quelques résultats en (IB4) est réalisée en démasquant le jet pendant un temps Δt très court et en mesurant l'étalement temporel de cette "bouffée" d'atomes après une distance de vol libre de $L = 1.85$ m figure (I–40).
Nous mesurons donc un temps de vol entre un hacheur (disque tournant avec une fente) et le détecteur. Nous obtenons alors la distribution $N(v)$ d'atomes, ayant une vitesse comprise entre v et $v + dv$, en déconvoluant le spectre de temps de vol $F(t)$ d'atomes arrivant au détecteur après un temps compris entre t et $t + dt$:

$$N(v) = F(t)\frac{L}{t^2} \qquad (\text{IC4}-7)$$

où L est la distance entre le hacheur et le détecteur. Pour connaître le temps de passage au hacheur des atomes (c'est-à-dire l'instant d'ouverture du jet) nous tirons profit de la présence de photons UV dans le jet lorsque nous augmentons l'énergie E_i des électrons à 200 eV. Le grand nombre de photons UV produit alors sur notre détecteur une impulsion qui nous sert de référence de temps. Nous établissons ensuite un histogramme des instants d'arrivée des atomes à l'aide d'un moyenneur, de résolution temporelle de 1μs, qui est synchronisé à la rotation du hacheur (fig. I–40). La résolution de la mesure de temps de

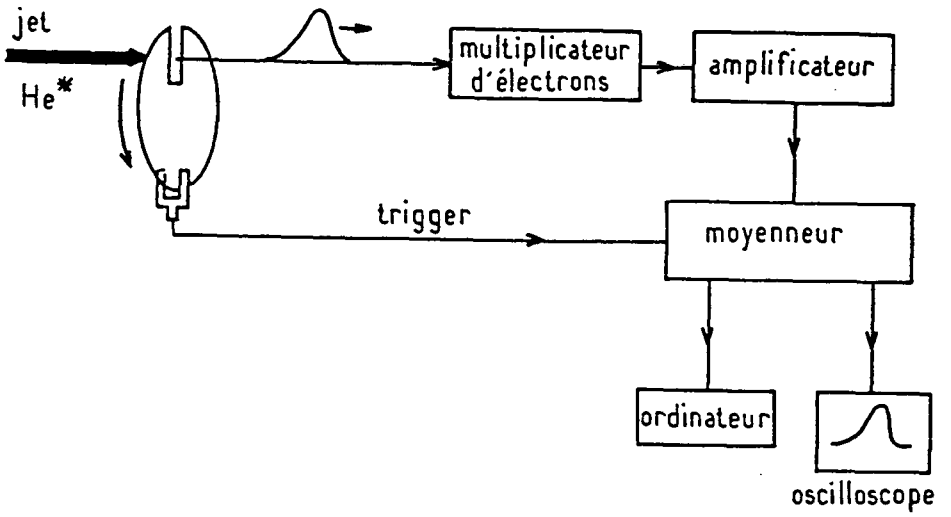


Fig. I-40 : Principe d'une mesure de temps de vol : un disque tournant laisse passer une bouffée d'atomes qui continun vol libre (sur L=1.85m) jusqu'au détecteur (multiplicateur d'électrons). L'étalement des temps d'arrivée au détecteur reflète ainsi la distribution des vitesses longitudinales du jet. Un moyenneur permet alors d'additioner plusieurs enregistrements successifs (typiquement 4000 cycles). Le résultat de cette mesure est enregistré ensuite sur ordinateur.

vol dépend essentiellement du temps d'ouverture dt du jet. Un disque de rayon $R = 60$ mm avec une fente de largeur $l = 1$mm tournant à une fréquence $\upsilon = 150$ Hz démasque le jet

pendant Δt :

$$\Delta t = \frac{l}{2\pi R}\frac{1}{v} \simeq 20\mu s \qquad (IC4-8)$$

Ceci se traduit par une résolution Δv_L en vitesse longitudinale (autour d'une vitesse v_L de l'ordre de 1000 m/s) de:

$$\frac{\Delta v_L}{v_L} = \frac{v_L}{L}\Delta t = 1\% \qquad (IC4-9)$$

Nous pouvons mesurer la résolution effective de nos mesures de temps de vol en prenant la largeur du pic de photons UV (qui ont tous la même vitesse !).

Nous pouvons donc maintenant donner la distribution des vitesses de notre jet d'hélium métastable.

La figure I–41 donne le spectre de temps de vol obtenu à partir d'un jet initial refroidi à l'azote liquide et le en bombardement par des électrons d'énergie $E_i = 27\ eV$. Nous en déduisons une vitesse longitudinale moyenne de 1270 m/s avec une dispersion de $\Delta v/v = \pm 10\%$ (demi-largeur à mi-hauteur).

La figure I–42 montre que la demi-largeur à mi-hauteur de la distribution des vitesses diminue lorsque nous diminuons l'énergie des électrons, jusqu'à une valeur minimale de $\Delta v_L = \pm 6\%$. Cette limite est expliquée par la dispersion de 5 eV de l'énergie des électrons incidents (voir IC2c). Pour illustrer la puissance des mesures de temps de vol, nous donnons sur la figure I–43a un spectre de temps de vol obtenu sur un jet non "quenché", c'est-à-dire sans utilisation de la lampe de desexitation (la distance de vol libre est ici de 1.7m). L'effet d'échange de métastabilité est beaucoup plus efficace pour les métastables singulets que pour les triplets. Ceci se traduit par un pic à la vitesse initiale u_∞ du jet supersonique refroidi à $T_0 = 90K$:

$$u_\infty = 960\ m/s \simeq \sqrt{\frac{5k_B T_0}{M}} \qquad (IC4-10)$$

Nous pouvons ainsi déduire la distribution des vitesses des atomes du jet supersonique initial (dans l'état fondamental). Nous connaissons donc aussi la demi-largeur Δu de la distribution des vitesses initiales (à $T_0 = 90\ K$).

$$\frac{\Delta u}{u_\infty} = 2\% \qquad (IC4-11)$$

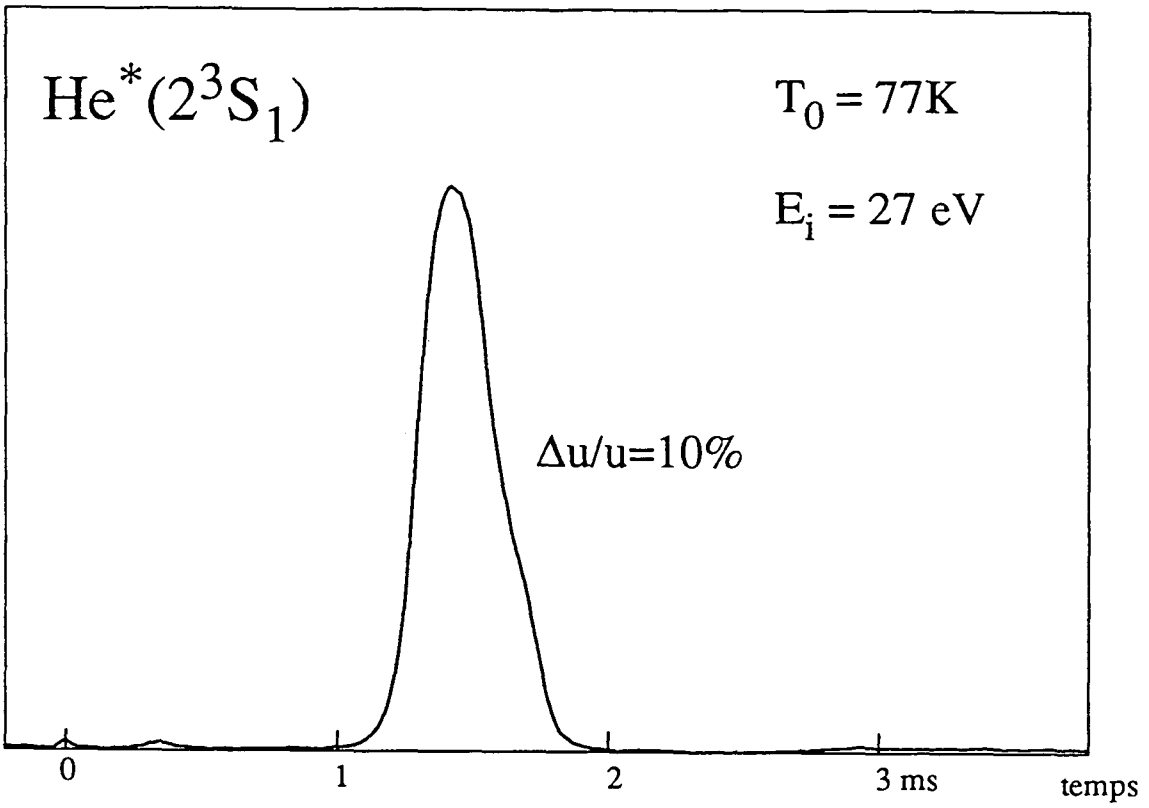


Fig. I-41 : Spectre de temps de vol pour une énergie E_i des électrons proche du seuil : $E_i = 27eV$. Avec une source refroidie à l'azote liquide ($T_0 = 77K$) et un bombardement électronique parallèle nous obtenons des atomes $He^*(2^3S_1)$ avec une vitesse moyenne de u=1300 m/s avec une dispersion de $\Delta u/u \approx 10\%$ (demi-largeur à mi-hauteur). Nombre de cycles enregistrés : 4000; le temps de référence t=0 est obtenu à l'aide des photons présents dans le jet à $E_i = 200V$.

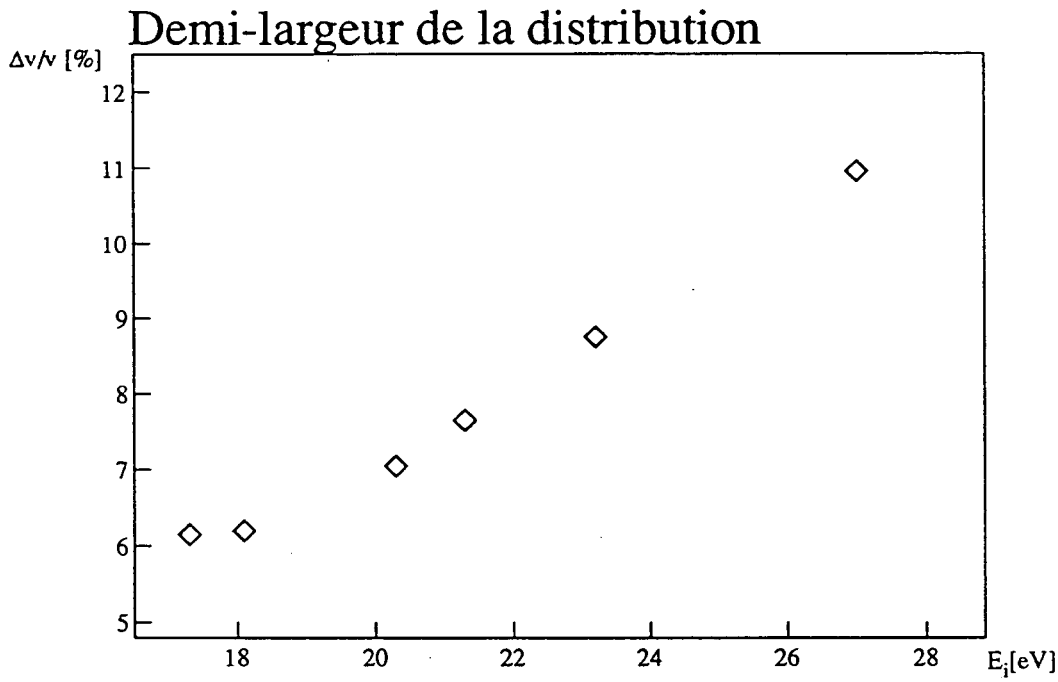


Fig. I-42 : Demi-largeur à mi-hauteur de la distribution des vitesses en fonction de l'énergie des électrons.

Remarque :

Nous pouvons utiliser les mesures de temps de vol pour caractériser l'efficacité de la lampe de désexcitation de $He^*(2^1S_0)$. *Définissons pour cela le coefficient* η *par*

$$\eta = \frac{\text{nombre de } He^*(2^1S_0) \text{ désexcités par la lampe}}{\text{nombre de } He^*(2^1S_0) \text{ en absence de la lampe}}$$

$$\eta = \frac{N\ (2^1S_0,\ \text{sans lampe}) - N(2^1S_0,\ \text{avec lampe})}{N\ (2^1S_0,\ \text{sanslampe})}$$

En admettant que la désexcitation a la même efficacité pour les différentes vitesses longitudinales des $He^*(2^1S_0)$, *nous allons majorer* η *en étudiant les atomes ayant une vitesse* $v = v_{ini}$ *égale à celle du jet supersonique initial (c'est-à-dire nous considérons les métastables produit par échange de métastabilité). En effet nous pouvons écrire pour ces atomes*

$$\eta \geq \left.\frac{N\ (2^1S_0,\ \text{sans lampe}) - N(2^1S_0,\ \text{avec lampe})}{N\ (2^1S_0,\ \text{sans lampe}) + N(2^3S_1)}\right)_{v=v_{ini}}$$

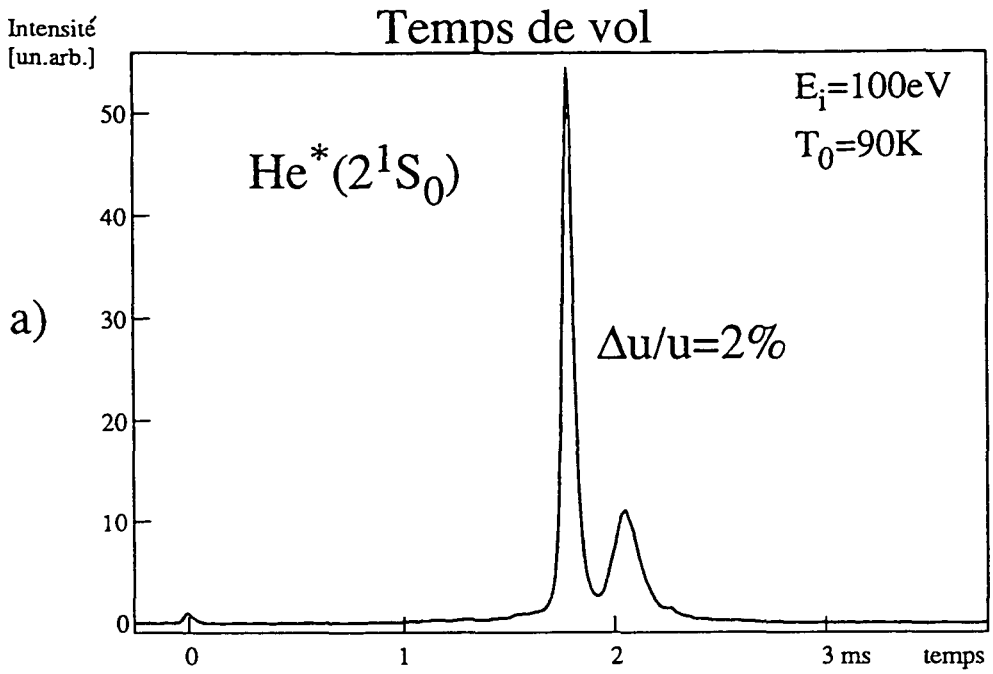
où $N(2^3S_1)$ *est le nombre de métastable triplets à la vitesse* $v = v_{ini}$ *(qui ne change pas si l'on met en marche ou non la lampe).*

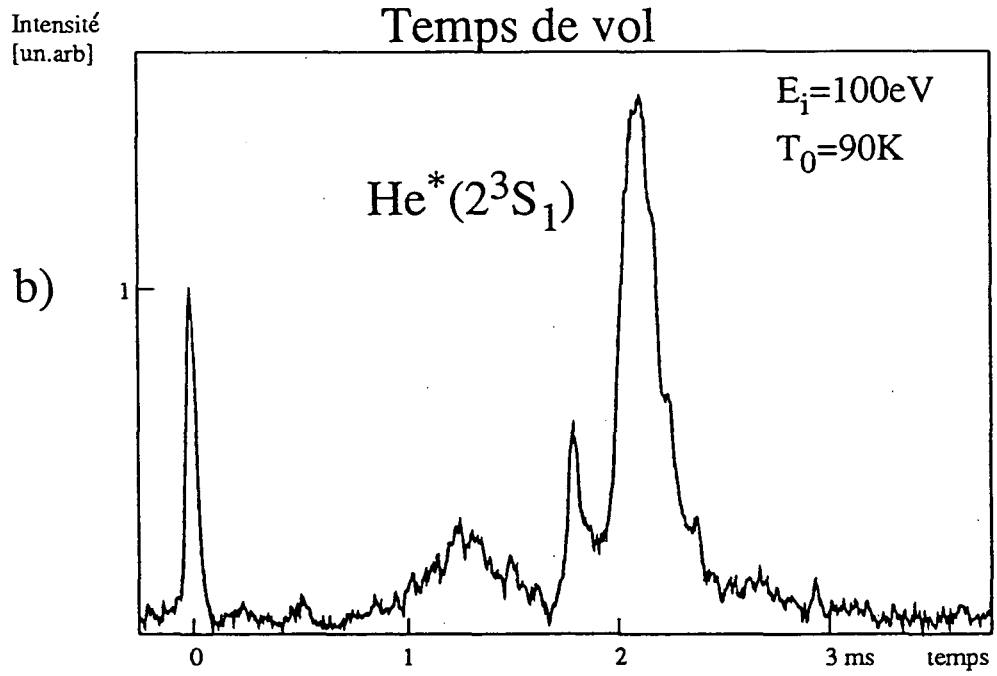
Nous pouvons donc écrire que:

$$\eta \geq \frac{\mathcal{I}(v = v_{ini},\ \text{sans lampe}) - \mathcal{I}(v = v_{ini},\ \text{avec lampe})}{\mathcal{I}(v = v_{ini},\ \text{sans lampe})} \qquad (\text{IC4} - 12)$$

où $I(v = v_{ini})$ *est l'intensité du signal détecté à la vitesse initiale du jet supersonique. En prenant les valeurs expérimentales de la fig. (I–43a) et (I–43b), nous en déduisons:*

$$\eta \geq 99\% \qquad (\text{IC4} - 13)$$





pas clair.

Fig. I-43 : a)Spectre de temps de vol sans lampe de décharge d'hélium pour $E_i = 100eV$ et avec une distance de vol libre de L= 1.7m. Le signal est dû en majorité aux métastables singulets. Le pic rapide à 960 m/s correspond à la vitesse du jet supersonique initial (la température de la source était de $T_0 = 90K$) avec une demi-largeur à mi-hauteur de $\Delta u/u \approx 2\%$.

b)Lorsqu'on utilise la lampe de décharge d'hélium on élimine la majorité des $He^*(2^1S_0)$ et on détecte les $He^*(2^3S_1)$. La comparaison avec la figure a) permet d'évaluer l'efficacité de la lampe à décharge d'hélium à plus de 99% .

c) Divergence du jet

Dans de nombreuses expériences à une ou deux dimensions sur un jet atomique, la distribution initiales des vitesses transverses joue un rôle important. Si l'on veut par exemple par manipulation laser augmenter considérablement l'intensité des atomes sur l'axe, une distribution initiale des vitesses transverses large peut produire des effets beaucoup plus spectaculaires qu'une distribution initiale étroite [46]. On peut en effet arriver à réduire considérablement la divergence angulaire du jet et le rapport entre intensité sur l'axe avec et sans laser est beaucoup plus grand s'il y a plus d'atomes à collimater. En revanche pour des analyses précises du régime stationnaire de la distribution des vitesses transverses, il vaut par contre mieux partir à priori d'une distribution proche de la distribution d'équilibre. En effet comme pour des expériences sur jet, le temps d'interaction est limité, on n'arrive souvent pas à atteindre un état stationnaire à partir de conditions initiales trop éloignées.

Afin de connaître la distribution des vitesses transverses des atomes, nous mesurons en fait la distribution les angles entre les trajectoires de ces atomes et l'axe du jet. Pour cela nous plaçons une première fente d'analyse verticale dans le jet, à une distance $D = 1.4$m du détecteur. En déplaçant ensuite le détecteur (pourvu d'une fente verticale) horizontalement au jet nous déduisons du profil spatial $N(x)$ la distribution angulaire $N(\theta)$ des atomes (fig. I–44) :

$$N(\theta) = N(x = \theta.D) \qquad (\mathrm{IC4} - 14)$$

Connaissant la vitesse longitudinale v_L des atomes par des mesures de temps de vol (IC4b), nous remontons alors à la distribution des vitesses transverses $v_\perp$ par:

$$N(v_\perp) = N\left(\theta = \frac{v_\perp}{v_L}\right) = N\left(x = D\frac{v_\perp}{v_L}\right) \qquad (\mathrm{IC4} - 15)$$

Nous pouvons changer la largeur de la distribution initiale des vitesses transverses en plaçant différentes fentes dans le jet. Lorsque nous ne plaçons pas de fente de collimation dans le jet, nous détectons des atomes sur toute la plage de balayage du multiplicateur d'électrons, soit sur une distance d'environ 10 cm. Le multiplicateur étant à environ 2 m de la source d'hélium métastable, ceci correspond à une divergence totale de

$$\Delta\theta_{tot} = 50\mathrm{mrad} \qquad (\mathrm{IC4} - 16)$$

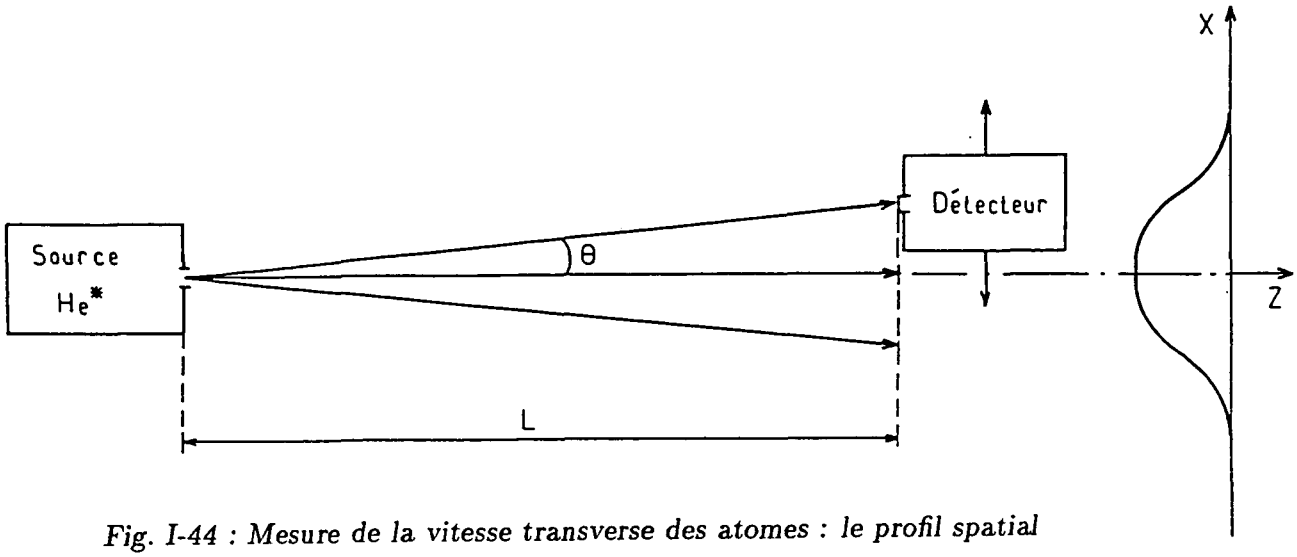


Fig. I-44 : Mesure de la vitesse transverse des atomes : le profil spatial N(x) est converti en profil de vitesse transverse par $N(v_x) = N(x = L.v_x/v_z)$.

soit à une largeur totale pour la distribution des vitesses transverses $\Delta v_\perp$ (avec $v_L \simeq$ 1300 m/s)

$$\Delta v_\perp = \Delta\theta_{tot}.v_L = 65 \text{ m/s} \qquad (IC4-17)$$

Si nous voulons réduire la divergence du jet nous pouvons placer une fente de 0.25 mm à 1.4 m en aval du détecteur et nous obtenons alors des distributions en vitesses transverses plus étroites avec une largeur totale jusqu'à

$$\Delta v_{tot} \simeq 1 \text{ m/s} \qquad (IC4-18)$$

Nous n'avons pas pu réduire la distribution des vitesses transverses davantage avec une fente de plus en plus fine, les atomes de notre jet ne provenant pas en vol libre à partir d'une source ponctuelle. Pour affiner cette distribution initiale, il faudrait utiliser plusieurs fentes de collimation. Notons que la largeur de la fente que nous avons utilisée pour nos expériences de "résonances noires" n'a pas été déterminée par des considérations sur la

distribution initiale des vitesses. Cette fente servait plutôt de fente d'analyse. Il apparaît ici que suivant que la fente d'analyse est placée avant ou après la zone d'interaction, elle peut servir de fente de collimation et d'analyse ou uniquement de fente d'analyse. Avec des fentes de 100 μm, distants de D = 1.4 m, nous obtenons pour un jet avec une vitesse longitudinale v_L = 1300 m/s ($\pm$10%) une résolution de 5 cm/s pour des vitesses transverses inférieures à 50 cm/s [47].

5) Conclusion

Nous avons donné dans cette partie les détails nécessaires à la construction d'un jet d'hélium métastable. A côté de la description de notre jet, nous avons aussi mentionné les changements qu'on peut facilement apporter lorsque les caractéristiques requises sont modifiées. En particulier le fait de pouvoir refroidir la source du jet supersonique d'hélium ainsi que la possibilité de changer rapidement le potentiel d'accélération des électrons d'excitations ou même d'inverser le canon à électrons nous donne une assez grand flexibilité pour obtenir de différentes distributions de vitesse pour le jet de métastables suivant nos besoins. L'intensité de notre jet d'hélium métastable triplet n'est pas très élevée mais elle donne un signal suffisant pour toutes nos expériences. En revanche nous obtenons une distribution en vitesses longitudinales très étroite. Si pour d'autres expériences nous avons besoin d'un jet plus intense, nous pouvons augmenter le nombre d'atomes métastables triplets à condition de nous contenter d'une distribution en vitesse longitudinales moins étroite.

CHAPITRE II

EFFET HANLE MECANIQUE

CHAPITRE II

LA METHODE DES FAMILLES FERMEES : APPLICATION A L'EFFET HANLE MECANIQUE

CHAPITRE II

INTRODUCTION

Les expériences de refroidissement par laser d'atomes en-dessous de l'énergie de recul d'un seul photon que nous présentons dans le troisième chapitre ont non seulement démontré l'efficacité d'un nouveau mécanisme de refroidissement, mais elles produisent aussi des situations dans lesquelles l'approche usuelle semi-classique n'est plus valable. En effet lorsque l'énergie cinétique $p^2/2M$ devient comparable, voire plus petite que l'energie de recul $E_R = \hbar^2 k^2/2M$, on est dans un régime où l'extension spatiale du paquet d'onde atomique Δx devient plus grande que la longueur d'onde optique λ_{opt}. On ne peut alors plus considérer un atome comme une particule classique, localisée en un point, et utiliser une équation de Fokker-Planck pour décrire son mouvement [1]. Il faut revenir aux équations complètement quantiques (qui sont des équations aux différences finies à cause du caractère discret $\hbar k$ de la quantité de mouvement des photons). Nous avons donc utilisé une nouvelle approche théorique partant de la quantification des degrés de liberté internes et externes des atomes [1bis]. Nous allons présenter dans ce deuxième chapitre cette méthode de calcul à l'aide d'un exemple concret : l'effet Hanle mécanique. Il s'agit là d'un mécanisme que nous avons développé dans la phase de préparation expérimentale des expériences de résonances noires sélectives en vitesse, et qui nous a permis de réaliser la compensation du champ magnétique avec la précision dont nous avions besoin.

L'effet Hanle mécanique consiste à éclairer un atome par une onde laser sur une transition présentant dans l'état fondamental un niveau qui, en champ magnétique nul, n'est pas couplé à la lumière (niveau piège). C'est par exemple le cas pour la transition $He^*(2^3S_1)$

de moment cinétique $J_f = 1$ vers $He^*(2^3P_1)$ de moment cinétique $J_e = 1$, éclairée par une onde laser polarisée. Par exemple lorsque la polarisation du laser est circulaire positive σ^+ par rapport à l'axe Oz, tous les atomes seront pompés optiquement vers le sous-niveau Zeeman $m_z = +1$ de l'état fondamental (fig. II−1). En absence de champ magnétique perpendiculaire à Oz, les atomes vont rester dans ce niveau, état propre de l'hamiltonien non couplé à la lumière, et toute la population va donc s'y accumuler. Si maintenant on applique un champ magnétique couplant entre eux les différents sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental, la précession magnétique fait partir les atomes du niveau piège $m_z = +1$ vers $m_z = 0$ et $m_z = -1$. Les atomes peuvent alors de nouveau interagir avec le laser et absorber des photons. Nous considérons ici le cas d'une onde plane progressive le long de l'axe Oz. L'absorption de photons laser se traduit alors pour les atomes par un changement de leur quantité de mouvement le long de Oz et les atomes subissent ainsi une force de pression de radiation qui s'annule en champ magnétique nul.

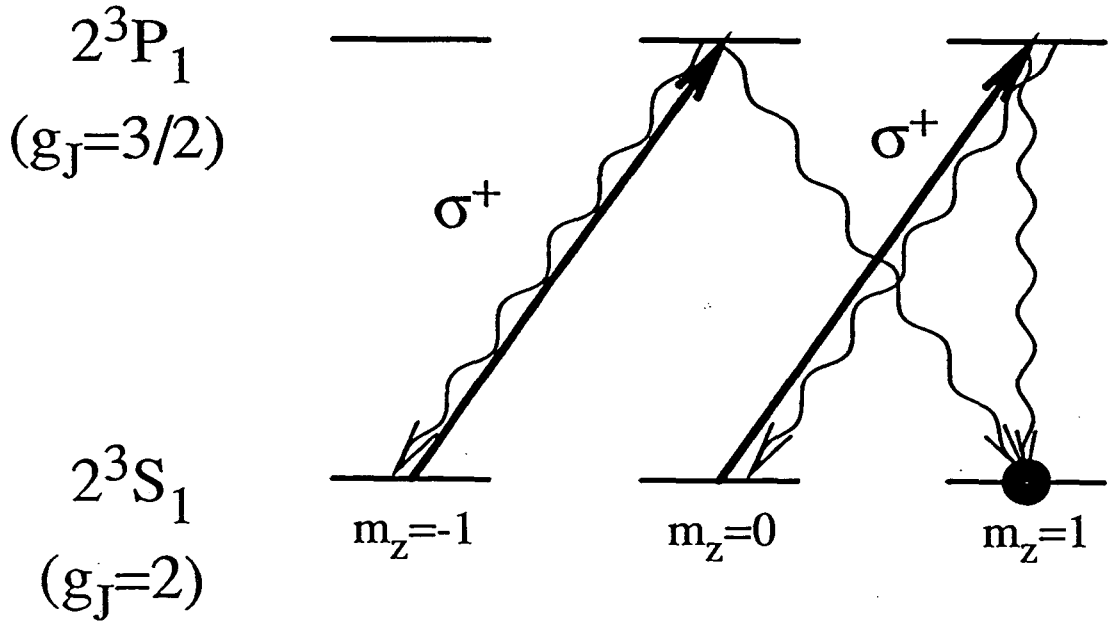


Fig. II−1 : Transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ de $He^*(2^3S_1) \longrightarrow He(2^3P_1)$. Eclairée par de la lumière polarisée circulaire (σ^+ par rapport à Oz par exemple) les atomes sont pompés optiquement dans un sous-niveau Zeeman de l'état fondamental ($|m_z = +1\rangle$). Le facteur de Landé de l'état excité vaut $g_J = 3/2$, celui de $He^*(2^3S_1)$, dû uniquement au spin électronique, vaut $g_J = 2$.

Nous exploitons alors cette dépendance de la force en fonction du champ magnétique pour réaliser la compensation voulue du champ magnétique au niveau de la zone d'interaction. Signalons d'emblée deux avantages majeurs de cette méthode. Tout d'abord, nous sommes ainsi sensibles au champ magnétique exactement à l'endroit où a lieu l'interaction atome-laser. Nous compensons ainsi le champ magnétique, non pas en un point unique, mais en utilisant un signal atomique qui dépend du champ magnétique tout le long de la zone d'interaction. Un autre avantage de l'utilisation de l'effet Hanle mécanique consiste dans la précision de la mesure qu'on peut obtenir.Nous étudions ici non pas la fluorescence de la lumière émise par les atomes, mais l'action sur les degrés de liberté externes des atomes : d'où le nom d'effet Hanle mécanique. Nous verrons que nous pouvons par la mesure de la distribution des vitesses des atomes connaître avec une excellente précision le nombre moyen $\bar{n}$ de photons absorbés par atome (à mieux de 1/5 de photons près). Pour obtenir une telle précision à partir d'une étude de la lumière de fluorescence, il faudrait d'une part connaître exactement le nombre total d'atomes et d'autre part pouvoir détecter la plupart des photons de fluorescence émis après chaque absorption de photon laser. Dans le cas particulier de l'hélium métastable, la seule détection de la lumière de fluorescence à 1.083μm poserait déjà de grands problèmes (voir § IC2) et on est loin d'obtenir des précisions comparables pour le nombre moyen de photons absorbés ou émis par atome.

La spécificité de l'effet Hanle mécanique réside dans sa méthode de détection. Chaque atome que nous détectons a en effet gardé la mémoire de toute son interaction précédente avec le laser et le changement de vitesse moyenne nous renseigne directement sur le nombre total de cycles de fluorescence (absorption - émission spontanée) qu'ont subis les atomes. D'autre part, dans l'effet Hanle optique usuel où l'on détecte la lumière de fluorescence émise dans une certaine direction avec une certaine polarisation, on est sensible aux populations et aux cohérences dans l'état excité (on mesure le diagramme de rayonnement). La détection mécanique est pour sa part sensible aux populations et aux cohérences dans l'état fondamental, car elle mesure le nombre de photons absorbés par l'atome (qui dans la limite des faibles intensités laser est indépendant de l'état excité, dont la population est toujours amortie avec une constante de temps Γ^{-1}). Afin de dégager clairement les effets qui apparaissent à cause de l'effet Hanle dans l'état fondamental, nous allons d'ailleurs négliger lors de notre étude théorique le couplage magnétique dans l'état excité.

Nous développons dans ce chapitre deux méthodes théoriques pour étudier l'effet Hanle mécanique. Une première approche semi-classique nous amène dans la partie IIA à calculer la force moyenne subie par les atomes en régime stationnaire. Nous établissons pour cela les équations de Bloch optiques pour les degrés de liberté internes des atomes et nous utilisons le théorème d'Ehrenfest pour définir la force moyenne agissant sur les atomes. Nous allons montrer dans le cas du régime stationnaire que cette force présente une résonance extrêmement fine en fonction du champ magnétique. Cet effet est l'analogue de l'effet Hanle magnétique [2] dans l'état fondamental, qui peut présenter des résonances subnaturelles [3], c'est-à-dire d'une largeur en fréquence en-dessous de la largeur naturelle Γ de l'état excité.

On peut ensuite se poser le problème du temps d'interaction limité, problème important pour les expériences réalisées sur un jet atomique. Si l'on veut par exemple étudier l'évolution temporelle de la distribution des vitesses des atomes, une approche semi-classique fréquemment utilisée [1,4] consiste à supposer que les degrés de liberté externes des atomes évoluent beaucoup moins vite que les degrés de liberté internes. On peut alors, à partir de la solution stationnaire des équations de Bloch optiques, calculer une force moyenne agissant sur les atomes (à l'aide du théorème d'Ehrenfest) ainsi qu'un coefficient de diffusion (comme fonction d'autocorrélation à deux temps de la force) pour le mouvement des atomes. Notons que dans ce traitement on utilise implicitement un atome ponctuel, donc d'une extension spatiale inférieure à une longueur d'onde du laser:

$$\Delta x \ll \lambda$$

A cause du principe d'incertitude de Heisenberg, on a par conséquent :

$$\Delta p \gg \hbar k$$

Le recul par absorption ou émission d'un photon est donc traité perturbativement.

Dans la partie IIB nous présentons la méthode utilisant la quantification des degrés de liberté externes des atomes pour calculer l'évolution des vitesses des atomes. Nous établissons les équations de Bloch optiques généralisées pour l'évolution de la matrice densité décrivant les degrés de liberté internes et externes quantifiés des atomes. Le caractère discret de l'échange de quantité de mouvement entre les atomes et les photons (de quantité de mouvement $\hbar k$) se traduit par le fait qu'on a des équations couplées aux différences

finies [5]. Nous intégrons alors numériquement ces équations d'évolution quantiques. Pour l'effet Hanle mécanique tout comme pour les "résonances noires" (voir chapitre III), ce calcul est rendu très simple par la possibilité de regrouper en familles fermées, ne contenant qu'un petit nombre d'états, les états couplés par une interaction cohérente(laser et champ magnétique) . Insistons sur le fait que, dans cette approche, nous ne faisons aucune approximation sur le recul $\hbar k$ par rapport à la largeur Δp de la distribution des quantités de mouvement des atomes. Cette méthode reste donc valable dans des situations où Δp devient du même ordre voire plus petit que $\hbar k$ [6]. Dans le cas de l'effet Hanle mécanique, l'intérêt principal de cette approche théorique réside cependant dans la simplicité du calcul de l'évolution temporelle des atomes. Nous pouvons ainsi facilement analyser l'effet d'un régime transitoire (pompage optique initial) qu'on ne peut pas négliger dans nos expériences.

Remarques :

(i) *On peut faire le lien entre la méthode semi-classique et la méthode quantique pour l'étude du mouvement des atomes en faisant un développement limité des équations de Bloch optiques généralisées (équations aux différences finies) en fonction de $\hbar k/\Delta p$. Après une élimination des degrés de liberté internes (élimination adiabatique des variables rapides) on peut obtenir pour l'évolution de la distribution des vitesses des atomes une équation de type Fokker-Planck [1].Ceci permet en particulier d'interpréter le mouvement des atomes en termes de force moyenne et de coefficient de diffusion.*

(ii) *Notons que, même avec l'approximation $\hbar k/\Delta p \ll 1$, le calcul d'un coefficient de diffusion (soit à partir de ces équations d'évolution quantiques, soit par une approche semi-classique) reste en général assez complexe. En revanche, les équations quantiques aux différences finies, très bien adaptées à une intégration numérique sur ordinateur, incluent ce phénomène de diffusion.*

La mise en évidence expérimentale de l'effet Hanle mécanique sera présentée dans la partie IIC. Nous montrons comment nous avons compensé le champ magnétique terrestre (et les autres champs magnétiques statiques présents dans le laboratoire) suivant les trois axes de l'espace à mieux de 5 mgauss sur une distance de 40 mm. Cette méthode, facile à mettre en oeuvre lorsqu'on possède un laser résonnant sur une transition atomique avec

un sous-niveau Zeeman piège, permet, contrairement à un blindage magnétique par un μ-métal, d'agir de l'extérieur sur le champ magnétique dans la zone d'interaction.

Dans une dernière partie IID de ce chapitre nous discutons brièvement comment on peut étendre l'application des forces par effet Hanle à d'autres situations. Nous présentons en particulier une nouvelle méthode pour réaliser un piège magnéto-optique, basée sur l'effet Hanle mécanique.

CHAPITRE II

IIA - EFFET HANLE MECANIQUE EN REGIME STATIONNAIRE : APPROCHE SEMI-CLASSIQUE

1) Principes du calcul :

Dans cette partie théorique IIA nous étudions l'effet Hanle mécanique en calculant semi-classiquement en régime stationnaire la force moyenne agissant sur un atome éclairé par une onde laser progressive suivant Oz polarisée circulaire positive σ^+ en présence d'un champ magnétique suivant Oy (fig. II−2).

Nous établissons les équations de Bloch optiques décrivant l'évolution de la matrice densité σ pour les degrés de liberté internes d'un atome ponctuel avec une vitesse v en supposant que les degrés de liberté internes de l'atome évoluent très rapidement et suivent adiabatiquement l'évolution plus lente des degrés de liberté externes. La matrice densité σ^{st}, solution stationnaire des équations de Bloch optiques, nous permet alors de calculer la force moyenne en régime stationnaire $\mathbf{f}^{st}$ à l'aide du théorème d'Ehrenfest :

$$\mathbf{f}^{st} = - < \nabla H >= -Tr\{\sigma^{st}\nabla H\} \qquad (\text{IIA}1-1)$$

Nous commençons par calculer cette force pour une transition atomique $J_f = 1/2 \rightarrow J_e = 1/2$ entre deux états de moment cinétique 1/2 (IIA2).Ce système simple présente toutes les caractéristiques nécessaires pour l'effet Hanle mécanique. Nous montrons que la dépendance de cette force en fonction du champ magnétique B présente une résonance très fine autour de $B = 0$. Nous interprétons cette structure fine en terme de effet Hanle

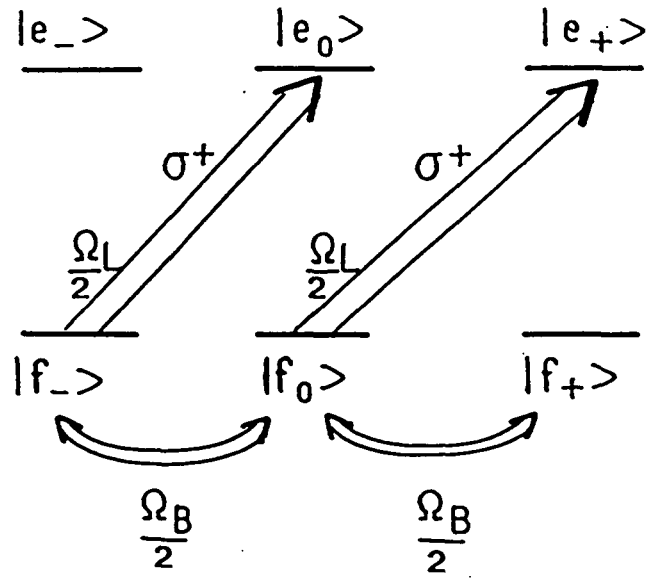


Fig. II–2 : Couplages induits par un laser polarisé σ^+ (fréquence de Rabi Ω_L) et par le champ magnétique suivant Oy (fréquence de précession $\Omega_B = g_J\mu_B = 2.8$MHz/gauss) dans la base Zeeman suivant $Oz\,\{|f_-\rangle = |m_z = -1\rangle, |f_0\rangle = |m_z = 0\rangle, |f_+\rangle = |m_z = +1\rangle, etc\}$.

dans l'état fondamental et nous montrons que la largeur de cette résonance peut être arbitrairement petite. Dans la partie suivante (IIA3) nous analysons théoriquement l'effet Hanle mécanique sur la transition $J_f = 1 \rightarrow J_e = 1$, qui correspond à la transition entre $He^*(2^3S_1) \rightarrow He^*(2^3P_1)$ que nous avons utilisée pour nos expériences. Comme le nombre de niveaux intervenant dans le calcul de la force moyenne à l'état stationnaire est plus grand, la résolution des équations de Bloch optiques devient beaucoup plus lourde. Aussi nous limitons nous à donner l'expression de la force dans le cas du couplage laser résonnant ($\delta - kv = 0$), ce qui permet un découplage de certaines équations de Bloch optiques.Nous comparons ensuite (IIA4) les deux calculs, et nous montrons que pour des fréquences de précession magnétique inférieures à la fréquence de Rabi du couplage atome-laser et faibles par rapport aux taux d'émission spontanée Γ, on peut négliger sur la transition $J_f = 1 \rightarrow J_e = 1$ l'état fondamental $m_f = -1$. Nous indiquons aussi comment, par un choix judicieux de la polarisation du laser, on peut observer une résonance fine d'effet Hanle mécanique pour n'importe laquelle des trois composantes du champ magnétique B_x, B_y ou B_z et ceci

sans changer la direction de propagation du laser: ce point est important pour l'application à la compensation du champ magnétique terrestre.

2) Effet Hanle mécanique sur $J=1/2 \rightarrow J=1/2$:

a) Hamiltonien

Nous considérons un atome avec un état fondamental et un état excité dégénérés (transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$). Les différents niveaux Zeeman sont représentés sur la figure II−3a. En prenant comme origine des énergies celle de l'état fondamental non perturbé, nous pouvons mettre l'hamiltonien de l'atome isolé sous la forme :

$$H_{at} = \hbar\omega_0\{|e_-\rangle\langle e_-| + |e_+\rangle\langle e_+|\} \qquad (\text{IIA2} - 1)$$

où ω_0 est la fréquence de la transition atomique non perturbée.

Le champ laser supposé dans un état cohérent sera traité classiquement comme un champ extérieur en $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{E}_{laser}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega_L t)}\epsilon_+ + c.c. \qquad (\text{IIA2} - 2)$$

ω_L est la fréquence du laser monomode et $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{e}_z$ est le vecteur d'onde de l'onde plane se propageant selon l'axe de quantification Oz (fig. II−4). La polarisation du laser est circulaire positive :

$$\epsilon_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) \qquad (\text{IIA2} - 3)$$

($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ sont les vecteurs unitaires selon les axes Ox, Oy et Oz).

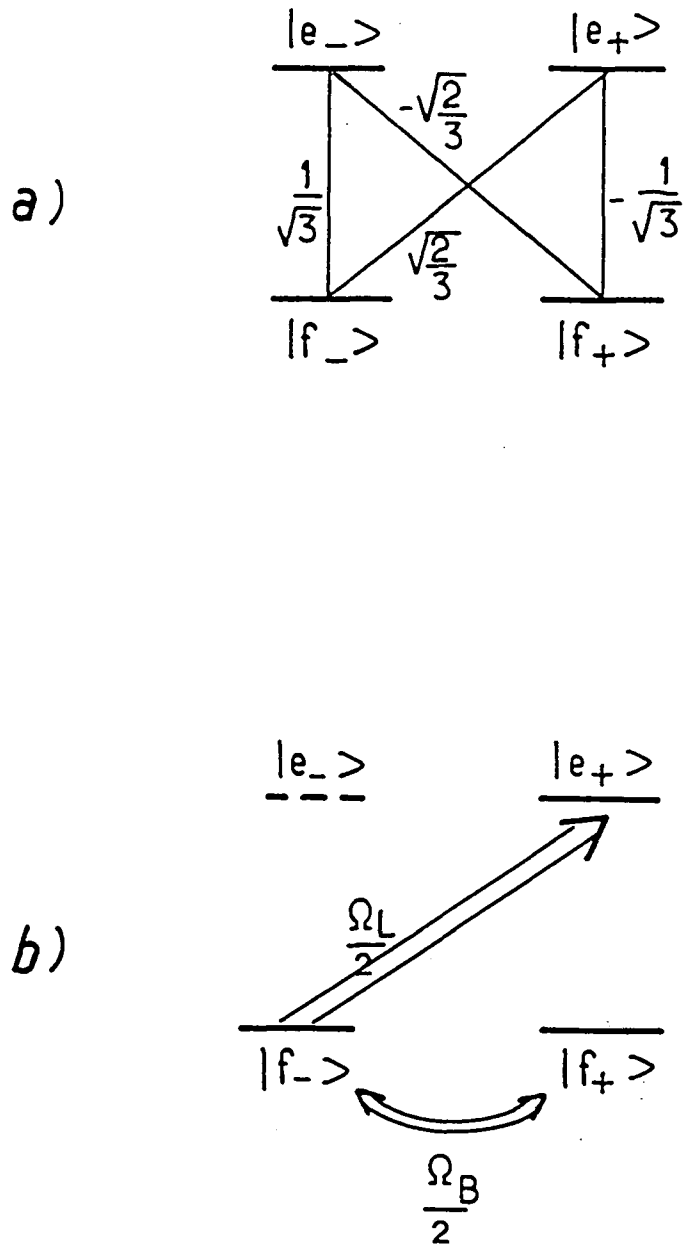


Fig. II–3 : a) Transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ avec les coefficients de Clebsch-Gordan.

b) Couplages induits par un laser polarisé σ^+ et un champ magnétique transverse. Pour des faibles champs magnétiques ($\Omega_B \ll \Gamma$) on peut négliger le couplage magnétique dans l'état excité le système se réduit à trois niveaux couplés $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$.

Dans l'approximation dipolaire électrique l'hamiltonien d'interaction atome-laser est :

$$V_{AL} = -\mathbf{D}.\mathbf{E}_{laser}(z,t) \qquad (\mathrm{IIA2}-4)$$

où $\mathbf{D}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome :

$$\mathbf{D} = \sum_{i,j=-,+} \mathbf{d}_{ij}\{|e_i\rangle\langle f_j| + |f_j\rangle\langle e_i|\} \qquad (\mathrm{IIA2}-5)$$

et $\mathbf{E}_{laser}(z,t)$ est le champ laser (IIA2–2) pris à la position du centre de gravité de l'atome le long de l'axe Oz.

La conservation du moment cinétique total se traduit par une règle de sélection pour les transitions entre l'état fondamental et l'état excité :

$$\begin{aligned} \langle e_+|\mathbf{D}.\epsilon_+|f_+\rangle &= 0 \\ \langle e_-|\mathbf{D}.\epsilon_+|f_-\rangle &= 0 = \langle e_-|\mathbf{D}.\epsilon_+|f_+\rangle \end{aligned} \qquad (\mathrm{IIA2}-6)$$

Nous pouvons donc écrire les termes non nul de V_{AL}:

$$\begin{aligned} V_{AL} = \mathbf{D}.\epsilon_+ E_0|e_+\rangle\langle f_-|e^{-i\omega_L t+ikz} + \mathbf{D}.\epsilon_+^* E_0^*|f_-\rangle\langle e_+|e^{i\omega_L t-ikz} \\ +\mathbf{D}.\epsilon_+ E_0|f_-\rangle\langle e_+|e^{-i\omega_L t+ikz} + \mathbf{D}.\epsilon_+^* E_0^*|e_+\rangle\langle f_-|e^{i\omega_L t-ikz} \end{aligned}$$

$$(\mathrm{IIA2}-7)$$

En ne gardant que les termes résonnants de la première ligne (approximation dite RWA : "rotating wave approximation"), le couplage laser-atome se réduit à :

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}|e_+\rangle\langle f_-|e^{-i\omega_L t+ikz} + h.c. \qquad (\mathrm{IIA2}-8)$$

(h.c. hermitique conjuguée), où Ω_L est la fréquence de Rabi associée à la tranistion de $|f_-\rangle$ vers $|e_+\rangle$

$$\Omega_L = -\frac{\langle e_+|\mathbf{D}.\epsilon_+ E_0|f_-\rangle}{\hbar} \qquad (\mathrm{IIA2}-9)$$

Notons que nous tenons ici compte de la force d'oscillateur de la transition $|f_-\rangle \longrightarrow |e_+\rangle$ à travers l'élément $\langle e_+|\mathbf{D}.\epsilon_+|f_-\rangle$ qui est relié au taux d'émission spontanée Γ_-^+ de $|e_+\rangle$ vers $|f_-\rangle$ par :

$$\Gamma_-^+ = \frac{\omega_0^3|\langle e_+|\mathbf{D}.\epsilon_+|f_-\rangle|^2}{2\pi h\epsilon_0 c^3\,(2J_e+1)} = \Gamma|C_-^+|^2 \qquad (\mathrm{IIA2}-10)$$

où Γ est l'inverse de la durée de vie de l'état excité et $C_-^+ = \sqrt{\frac{2}{3}}$ le coefficient de Clebsch-Gordan entre $|e_+\rangle$ et $|f_-\rangle$ (fig. II−3a).

Le champ magnétique statique externe le long de l'axe Oy (fig. II−4)

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_y \qquad (\mathrm{IIA2}-11)$$

introduit un couplage décrit par un hamiltonien :

$$V_B = -\mathcal{M}.\mathbf{B} \qquad (\mathrm{IIA2}-12)$$

où $\mathcal{M}$ est le moment magnétique de l'atome. Le moment magnétique $\mathcal{M}$ est relié au moment cinétique $\mathbf{J}$ par le rapport gyromagnétique γ, qui peut être différent pour l'état excité et l'état fondamental de l'atome. Dans toute la suite nous négligerons le couplage par ce champ magnétique entre les deux sous-niveaux Zeeman dans l'état excité $|e_-\rangle$et $|e_+\rangle$.Pour des champs magnétiques inférieurs à 100mgauss, ceci est justifié par la prédominance de l'émission spontanée (de $|e_+\rangle$ vers $|f_\pm\rangle$, avec une constante de temps de $\tau = 10^{-7}s$) sur la précession magnétique entre $|e_+\rangle$ et $|e_-\rangle$ (avec une constante de temps de l'ordre de $6.10^{-7}s$ à 100 mgauss pour $\gamma = 2.8$ MHz/gauss) (*)Cette hypothèse nous permet de restreindre l'hamiltonien de couplage magnétique à :

$$V_B = -\gamma\mathbf{J}_f.\mathbf{B}$$

$$V_B = -\frac{i\hbar\gamma B}{2}\{|f_-\rangle\langle f_+| - |f_+\rangle\langle f_-|\} \qquad (\mathrm{IIA2}-13)$$

(*) Dans le cas d'un état excité de moment cinétique nul (par exemple pour une transition $J_f = 1 \rightarrow J_e = 0$, pour laquelle il y a aussi un effet Hanle mécanique) l'état excité n'est pas dégénéré et il n'y a pas de couplage magnétique dans l'état excité même pour des champs magnétiques importants.

que l'on déduit de (IIA2−12) et de

$$J_y = \frac{i\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(IIA2} - 14)$$

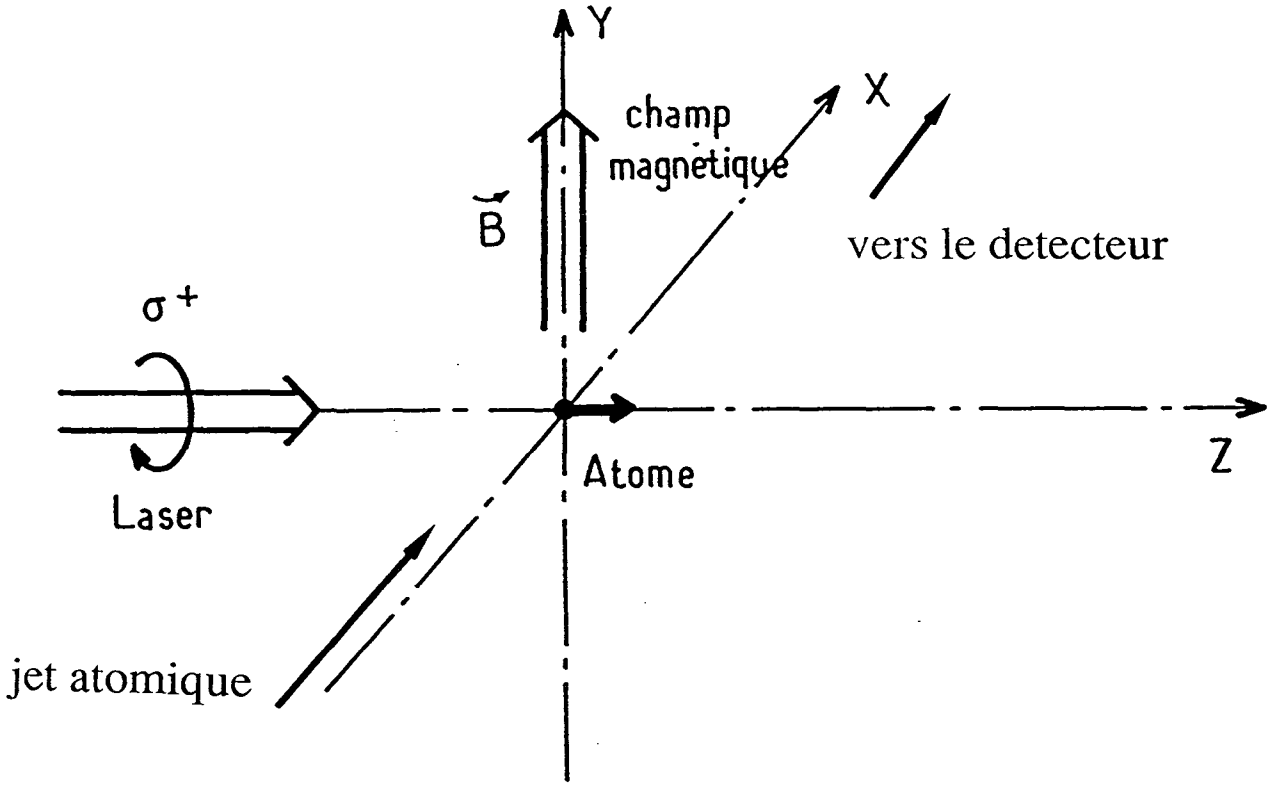


Fig. II−4 : Configuration du laser et du champ magnétique pour l'effet Hanle mécanique. La quantité de mouvement des atomes le long de Oz est affectée différement par le laser suivant la valeur du champ magnétique.

Pour simplifier les notations nous introduisons la fréquence de précession magnétique Ω_B défine par :

$$\Omega_B = \gamma B$$

Le fait de négliger le couplage magnétique dans l'état excité nous permet de ne considérer dans la suite que les niveaux $|f_-\rangle, |f_+\rangle$ et $|e_+\rangle$ (fig. II−3). En effet le niveau $|e_-\rangle$ n'est couplé à aucun autre niveau ni par le laser ni par le champ magnétique et n'est pas non plus alimenté par l'émission spontanée. Comme la population de $|e_-\rangle$ est amortie par l'émission

spontanée, elle devient rapidement négligeable, même avec une population initiale non nulle, et on ignorer le niveau $|e_-\rangle$. L'hamiltonien total du probème est donc composé de trois parties :

$$H = H_{at} + V_{AL} + V_B \qquad (\text{IIA2} - 15)$$

avec :

$$\begin{aligned} H_{at} &= \hbar\omega_0 |e_+\rangle\langle e_+| \\ V_{AL} &= \frac{\hbar\Omega_L}{2}|e_+\rangle\langle f_-|e^{-i\omega_L t + ikz} + h.c. \\ V_B &= -i\frac{\hbar\Omega_B}{2}|f_-\rangle\langle f_+| + h.c. \end{aligned}$$

b) <u>Equations de Bloch optiques</u>

Afin de tenir compte de l'émission spontanée qui donne lieu à une évolution non hamiltonienne, le système atomique peut être décrit par une matrice densité σ dont les équations d'évolution sont les équations de Bloch optiques [5]. Ces équations sont obtenues à partir de l'équation de Schrödinger pour la matrice densité :

$$i\hbar\,[\dot{\sigma}]_{Ham} = [H, \sigma] \qquad (\text{IIA2} - 16)$$

et en ajoutant les termes décrivant l'émission spontanée. Rappelons que les populations d'un état excité $e_i(\sigma_{e_ie_i} = \langle e_i|\sigma|e_i\rangle)$ et les cohérences hertziennes excitées $(\sigma_{e_ie_j} = \langle e_i|\sigma|e_j\rangle)$ sont amorties par l'émission spontanée avec une constante de temps Γ^{-1} :

$$\left[\dot{\sigma}_{e_ie_j}\right]_{sp} = -\Gamma\sigma_{e_ie_j}$$

Les cohérences optiques $\sigma_{e_if_j} = \langle e_i|\sigma|f_j\rangle$ sont amorties avec une constante de temps $2\Gamma^{-1}$:

$$\left[\dot{\sigma}_{e_if_j}\right]_{sp} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{e_if_j}$$

En ce qui concerne l'alimentation de l'état fondamental, une population $\sigma_{f_if_i}$est alimenté par les différentes populations $\sigma_{e_je_j}$ de l'état excité :

$$\dot{\sigma}_{f_if_i} = \sum_i \Gamma_i^j \sigma_{e_je_j}$$

avec :

$$\Gamma_i^j = \left|C_{f_i}^{e_j}\right|^2 \Gamma$$

où $C_{f_i}^{e_j}$ est le coefficient de Clebsch-Gordan entre e_j et f_i.

D'autre part à cause de l'invariance par rotation de l'émission spontanée, une cohérence hertzienne dans l'état fondamental $\sigma_{f_i f_j}$ (entre deux niveaux fondamentaux de moment cinétique m_i et m_j) ne peut être alimentée que par une cohérence hertzienne excitée $\sigma_{e_k e_l}$ (entre deux niveaux de moment cinétique m_k et m_l) vérifiant : $m_i - m_j = m_k - m_l$. En ce qui concerne le système $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$ considéré, l'ensemble de ces règles se traduit par les termes:

$$\begin{aligned}
\left[\dot{\sigma}_{e_+e_+}\right]_{sp} &= -\Gamma\sigma_{e_+e_+} \\
\left[\dot{\sigma}_{f_ie_+}\right]_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{f_ie_+} \\
\left[\dot{\sigma}_{f_if_i}\right]_{sp} &= +\Gamma_i^+\sigma_{e_+e_+}, \qquad\qquad i = -,+.
\end{aligned}$$

Comme nous négligeons l'état $|e_-\rangle$, nous négligerons aussi les cohérences optiques $\sigma_{e_-f_i}$ et la cohérence hertzienne excité $\sigma_{e_-e_+}$. Comme d'autre part la cohérence hertzienne fondamentale $\sigma_{f_-f_+}$ ne peut être alimentée par émission spontanée qu'à partir de $\sigma_{e_-e_+}$, nous pouvons négliger cette alimentation.

Nous supposons ici que les degrés de liberté externes évoluent beaucoup moins vite que les degrés de liberté internes. Nous pouvons par conséquent écrire les équations de Bloch optiques pour un atome avec une vitesse constante v telle que :

$$z = vt$$

Ceci nous permet d'éliminer toute dépendance temporelle dans les coefficients des équations de Bloch optiques. En effet nous pouvons faire la transformation unitaire suivante (passage dans le référentiel tournant) :

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_{e_+f_i} &= \sigma_{e_+f_i}e^{i(\omega_L t - kz)} = \sigma_{e_+f_i}e^{i(\omega_L - kv)t} \\
\tilde{\sigma}_{e_+e_+} &= \sigma_{e_+e_+} \\
\tilde{\sigma}_{f_if_j} &= \sigma_{f_if_i}
\end{aligned}$$

Nous obtenons finalement les équations de Bloch optiques suivantes :

Populations:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+e_+} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_-} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-e_+}\right) - \Gamma\tilde{\sigma}_{e_+e_+} \qquad \text{(IIA2} - 17\text{a)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_-} = -i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_-} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-e_+}\right) + \Gamma_-^+\tilde{\sigma}_{e_+e_+}$$

$$- \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_-f_+} + \tilde{\sigma}_{f_+f_-}\right) \qquad \text{(IIA2} - 17\text{b)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_+f_+} = \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_-f_+} + \tilde{\sigma}_{f_+f_-}\right) + \Gamma_+^+\tilde{\sigma}_{e_+e_+} \qquad \text{(IIA2} - 17\text{c)}$$

Cohérences optiques:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+f_-} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_+f_-} + \frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_+e_+} - \tilde{\sigma}_{f_-f_-}\right)$$

$$- \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_+} \qquad \text{(IIA2} - 17\text{d)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+f_+} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_+f_+} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-f_+}$$

$$+ \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_-} \qquad \text{(IIA2} - 17\text{e)}$$

Cohérence hertzienne:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_+} = -\frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_+} + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_-f_-} - \tilde{\sigma}_{f_+f_+}\right) \qquad \text{(IIA2} - 17\text{f)}$$

On peut ajouter à ces équations une relation de conservation de la population totale :

$$\sigma_{e_+e_+} + \sigma_{f_-f_-} + \sigma_{f_+f_+} = 1 \qquad \text{(IIA2} - 18)$$

qui est compatible avec les équations précédentes.

Remarques:

(i) *La vitesse et le désaccord n'interviennent dans ces équations que dans des termes en $\delta - kv$. Nous pouvons donc remplacer ce terme $\delta - kv$ par un désaccord effectif δ':*

$$\delta' = \delta - kv = (\omega_L - kv) - \omega_0$$

qui représente le désaccord entre la fréquence $\omega_L - kv$ du laser vue par l'atome dans le référentiel de son centre de masse et la fréquence atomique ω_0.L'étude en fonction de la vitesse de l'atome est donc dans ce cas incluse dans l'étude en fonction du désaccord. Cette simplification est évidente a priori si on se place dans le référentiel au repos de l'atome où l'on a :

$$\omega_L \rightarrow \omega_L - kv$$

$$\delta \rightarrow \delta - kv$$

Dans une configuration avec deux ondes laser se propageant en sens opposés, on ne peut plus faire cette simplification. On aura en effet des termes en $(\delta - kv)$ et en $(\delta + kv)$.

(ii) *La phase de l'état excité peut être choisie arbitrairement. Pour la suite du calcul, nous multiplions dans le vecteur état $|e\rangle$ par un coefficient de phase $e^{i\varphi}$: $|e\rangle \rightarrow |e\rangle e^{i\varphi}$ tel que la fréquence de Rabi Ω_L qui devient $\Omega_L \rightarrow \Omega_L e^{-i\varphi}$ soit réelle . Nous prenons donc dans toute la suite de ce chapitre :*

$$\Omega_L = \Omega_L^*$$

c) <u>Calcul de la force à l'état stationnaire</u>

Soit $\tilde{\sigma}(t)$ la matrice densité qui est solution du système d'équations de Bloch optiques (IIA2−17). Nous pouvons alors grâce au théorème d'Ehrenfert définir la force moyenne $\mathbf{f}$ comme :

$$\mathbf{f} = -\langle \nabla H \rangle = -Tr\{\tilde{\sigma}(t)\nabla H\} \qquad \text{(IIA2} - 19)$$

Dans notre configuration, seul le couplage V_{AL} entre le laser et l'atome a une dépendance spatiale:

$$\nabla H = \nabla V_{AL} = i\hbar \mathbf{k} \frac{\Omega_L}{2} |e_+\rangle\langle f_-| e^{-i\omega_L t + ikz} + h.c. \qquad (\mathrm{IIA2}-20)$$

Nous obtenons ainsi la force long de l'axe de propagation 0z du laser :

$$f = i\hbar k \frac{\Omega_L}{2} \left\{ \tilde{\sigma}_{e_+ f_-}(t) - \tilde{\sigma}_{f_- e_+}(t) \right\} \qquad (\mathrm{IIA2}-21)$$

La force est donc proportionnelle à la partie imaginaire de la cohérence optique $\tilde{\sigma}_{e_+ f_-}(t)$ entre les deux états $|f_-\rangle$ et $|e_+\rangle$ couplés par le laser. Il suffit maintenant de résoudre le système des équations de Bloch optiques (IIA2−17) pour obtenir la matrice densité $\tilde{\sigma}$ et donc l'expression de la force moyenne en fonction de la fréquence de Rabi Ω_L, du champ magnétique et du désaccord.

Si on suppose que les variables internes suivent adiabatiquement l'évolution des variables externes, on peut calculer la force moyenne f en utilisant la solution stationnaire $\tilde{\sigma}^{st}$ pour la matrice densité. Les degrés de liberté externes (vitesse) interviennent dans le calcul de $\tilde{\sigma}^{st}$ comme des paramètres fixés. La matrice densité à l'état stationnaire $\tilde{\sigma}^{st}$ est obtenue en annulant les termes $\dot{\tilde{\sigma}}$ dans IIA2−17. Le détail de ce calcul est donné dans l'appendice B. Nous nous contentons ici de donner l'expression de la population $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$ à l'état stationnaire (valable à toute intensité laser, dans la limite de notre modèle à trois niveaux), ce qui suffira pour obtenir la force à l'état stationnaire:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = \frac{\Omega_L^2/8}{\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Gamma_-^+}{\Gamma}\frac{\Omega_L^2}{4} + \frac{\Omega_B^2}{4}\left[1 + \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\frac{\Omega_L^4}{2\Omega_B^4}\right]} \qquad (\mathrm{IIA2}-22)$$

où Γ_-^+ est le taux de transition entre $|e_+\rangle$ et $|g_-\rangle$ et Γ_+^+ celui entre $|e_+\rangle$ et $|g_+\rangle$; pour la transition $J = 1/2 \rightarrow J = 1/2$ on a :

$$\Gamma_-^+ = \frac{2}{3}\Gamma \text{ et } \Gamma_+^+ = \frac{1}{3}\Gamma.$$

Notons que dans le cas limite du champ magnétique nul ($\Omega_B \rightarrow 0$), nous trouvons que la population de l'état excité est nulle :

$$\Omega_B \longrightarrow 0 \Longrightarrow \tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \longrightarrow 0$$

En effet tous les atomes sont pompés optiquement dans l'état $|f_+\rangle$ où ils n'absorbent plus de photons. La population excitée est également nulle dans le cas limite $\Omega_L \to 0$:

$$\Omega_L \longrightarrow 0 \Longrightarrow \tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \longrightarrow 0$$

parce que les atomes restent dans l'état fondamental en absence de laser.

A l'état stationnaire l'équation (IIA2−17a) donne (avec Ω_L réel):

$$\frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}^{st}_{e_+f_-} - \tilde{\sigma}^{st}_{f_-e_+}\right) = \Gamma\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \qquad (\text{IIA2}-23)$$

Nous trouvons donc qu'à l'état stationnaire la force f^{st} s'exprime simplement en fonction de la population excité $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$:

$$f^{st} = \hbar k\Gamma\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \qquad (\text{IIA2}-24)$$

On aurait pu écrire cette équation a priori en remarquant que la force moyenne est proportionnelle au nombre de cycles de fluorescence n_{fluo}(absorption suivie d'émission spontanée) par unité de temps:

$$f = \hbar k n_{fluo}$$

Comme le nombre de cycles de fluorescence est égal au nombre de photons spontanée n_{sp} émis par unité de temps et qu'en régime stationnaire :

$$n_{sp} = \Gamma\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$$

nous retrouvons la relation (IIA2−24).

Dans notre cas la population de l'état excité est donné par IIA2−22 et nous obtenons pour f^{st}:

$$f^{st} = \frac{\hbar k\Gamma}{2}\frac{\Omega_L^2/4}{\delta'^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_L^2/6 + \Omega_B^2/4\left[1 + \frac{\Omega_L^4}{6\Omega_B^4}\right]} \qquad (\text{IIA2}-25)$$

en tenant compte que pour la transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ on a $\Gamma^+_- = 2\Gamma/3$ et $\Gamma^+_+ = \Gamma - \Gamma^+_- = \Gamma/3$.

La figure II−5 représente cette force en fonction du champ magnétique pour $\Omega_L = 0.5\Gamma$ et $\delta = 0$. Cette courbe avec un minimum à champ nul et deux maxima de part et d'autre

de $\Omega_B = 0$ résulte de la superposition de deux effets différents : l'effet Hanle dans l'état fondamental, responsable du creux très étroit autour de $\Omega_B = 0$, et la sortie de résonance de l'excitation de l'atome par le laser monochromatique, responsable dans notre modèle de la diminution de la force pour les grands Ω_B. Nous analyserons ces deux effets plus en détail dans la paragraphes qui suivent.

d) Effet Hanle dans l'état fondamental

Etudions d'abord le creux de cette courbe autour de $\Omega_B = 0$. Il est clair qu'en champ magnétique rigoureusement nul, le laser accumule par pompage optique tous les atomes dans l'état $|f_+\rangle$. Dans cet état l'atome ne peut pas absorber de photon σ^+ et ne subira donc de la part du laser plus aucune force. Un champ magnétique non nul suivant Oy fera par contre précesser les atomes de l'état $|f_+\rangle$ vers $|f_-\rangle$ d'où ils peuvent absorber des photons σ^+ et être ainsi poussés par le laser. En présence d'un champ magnétique transverse un atome est donc en permanence remis en interaction avec le laser et subit ainsi une force non nulle. Ce qui rend cet effet Hanle dans l'état fondamental particulièrement intéressant est que la largeur de la résonance de la force autour de $\Omega_B = 0$ peut être extremement petite. Nous pouvons calculer exactement la largeur de cette résonance. La force f donnée par (IIA2−25) atteint sa valeur maximale f_{max} pour une valeur Ω_B^M de la fréquence de précession magnétique de :

$$\Omega_B^M = (\frac{1}{6})^{1/4}\Omega_L \qquad (\text{IIA2} - 26)$$

et on a :

$$f_{max} = f^{st}(\Omega_B^M) = \frac{\hbar k\Gamma}{2}\frac{\Omega_L^2/4}{\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + (\frac{1}{6} + \frac{1}{2\sqrt{6}})\Omega_L^2} \qquad (\text{IIA2} - 27)$$

Notons que dans le cas de faibles paramètres de saturation s

$$s = \frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2 + \Gamma^2/4} \ll 1$$

nous obtenons pour f_{max}:

$$f_{max} \simeq \frac{1}{2}s\frac{\hbar k\Gamma}{2}$$

Ceci est la moitié de la force de pression de radiation f_{rad} exercée sur un atome à deux

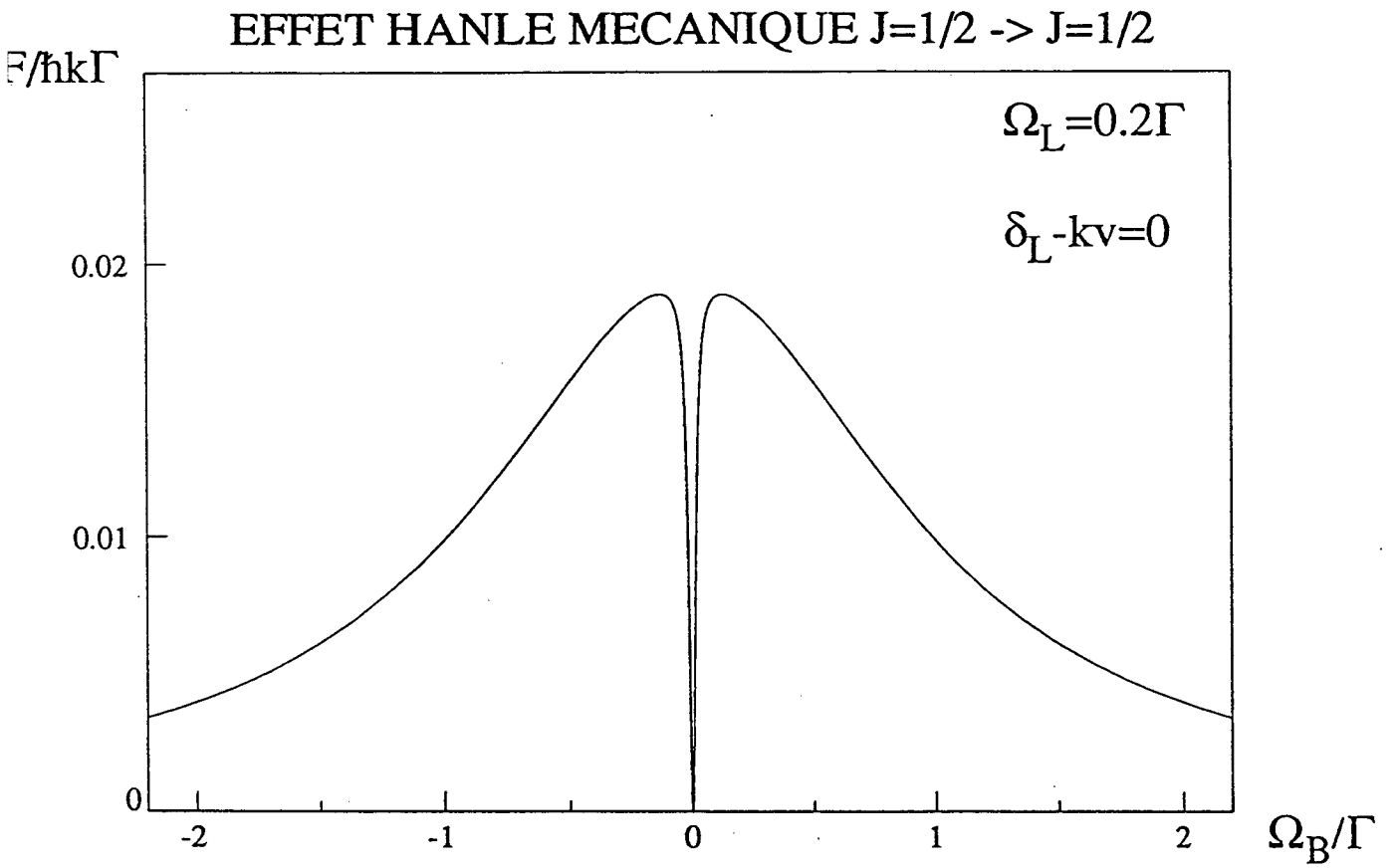


Fig. II−5 : Effet Hanle mécanique sur la transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$. La force F (en unités $\hbar k\Gamma$) présente une résonance très fine en fonction du champ magnétique autour de $\Omega_B = 0$ (désaccord du laser $\delta_L - \mathbf{k.v} = 0$;fréquence de Rabi $\Omega_L = 0.2\Gamma$).

niveaux par un laser dans la limite $s \ll 1$:

$$f_{rad} = s\frac{\hbar k\Gamma}{2}$$

La force f^{st} est donc maximale lorsque le mélange magnétique est maximal et que les atomes ont une probabilité 1/2 d'être dans le sous-niveau $|f_-\rangle$ qui interagit avec le laser. La force f^{st} dépend ainsi du remélange entre $|f_+\rangle$ et $|f_-\rangle$ par le champ magnétique.Nous calculons ensuite la demi-largeur à mi-hauteur $\delta\Omega_B$ de cette résonance en écrivant :

$$|\mathbf{f}^{st}(\delta\Omega_B)| = \frac{f_{max}}{2} \qquad (\text{IIA2} - 28)$$

Après quelques lignes de calcul nous trouvons :

$$\begin{aligned}\delta\Omega_B^2 &= 2\left(\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + (\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{6}})\Omega_L^2\right) \\ &* \left\{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{12}\left(\frac{\Omega_L^2}{\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + (\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{6}})\Omega_L^2}\right)}\right\}\end{aligned} \qquad (\text{IIA2} - 29)$$

La figure II–6 représente la demi-largeur à mi-hauteur $\delta\Omega_B$ de cette résonance Hanle en fonction de la fréquence de Rabi Ω_L. Nous constatons que pour des faibles intensités laser, c'est-à-dire pour des petites valeurs de $\Omega_L, \delta\Omega_B$ varie quadratiquement avec Ω_L:

$$\delta\Omega_B \simeq \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{\Omega_L^2}{\sqrt{\delta'^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}} \qquad \text{si} \qquad \Omega_L \to 0 \qquad (\text{IIA2} - 30)$$

tandis qu'à haute intensité laser, on a, pour notre modèle à trois niveaux:

$$\delta\Omega_B \simeq 0.86\Omega_L \qquad \text{si} \qquad \Omega_L \to \infty \qquad (\text{IIA2} - 31)$$

Nous pouvons comprendre la dépendance en Ω_L^2 ou Ω_L de cette largeur en interprétant l'effet Hanle dans l'état fondamental dans une base adaptée à chaque situation.

α) Effet Hanle à faible saturation

Intéressons nous d'abord aux cas des faibles paramètres de saturation s:

$$s = \frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2 + \Gamma^2/4} \ll 1$$

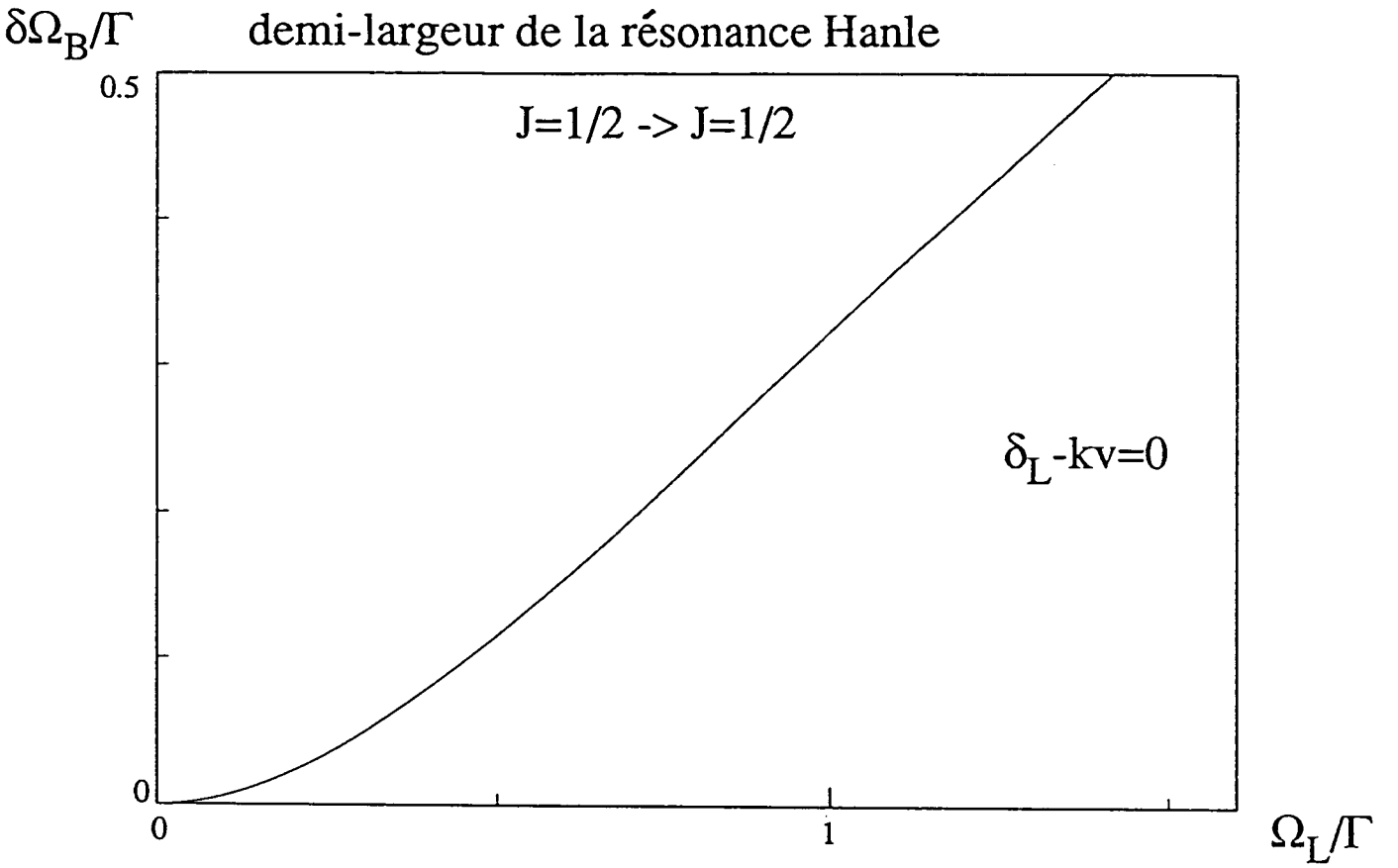


Fig. II–6 : Demi-largeur $\delta\Omega_B$ à mi-hauteur de la résonance Hanle dans l'état fondamental pour la transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ en fonction de la fréquence de Rabi du couplage laser Ω_L. A faible intensité $\delta\Omega_B$ varie quadratiquement avec Ω_L avant d'atteindre une dépendance linéaire à haute intensité (désaccord du laser $\delta_L - kv = 0$).

et commençons par calculer les énergies des niveaux perturbés par l'intéraction atome-laser en absence de champ magnétique. Le sous-niveau Zeeman $|f_+\rangle$ n'interagissant pas avec le laser n'est pas affecté par le couplage Ω_L. Pour trouver les nouvelles énergies des niveaux $|f_-\rangle$ et $|e_+\rangle$ perturbés, on peut diagonaliser l'hamiltonien effectif [7](*):

$$\begin{pmatrix} \omega_0 - i\Gamma/2 & \Omega_L/2 \\ \Omega_L/2 & \omega_L - kv \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{IIA2-32})$$

La valeur propre de cette matrice correspondant au niveaux $|f_-\rangle$ lorsque le couplage Ω_L tend vers zéro est :

$$\omega_L - kv + \Delta' - i\Gamma'/2$$

où Δ' représente le déplacement lumineux du niveau $|f_-\rangle$ et Γ' est son élargissement par le couplage Ω_L. Pour $\Omega_L \ll \Gamma$ on trouve (fig. II–7):

$$\Gamma' = \frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2 + \Gamma^2/4} = s\Gamma/2 \qquad (\mathrm{IIA2-33})$$

$$\Delta' = \frac{\delta'}{2}\frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2 + \Gamma^2/4} = s\delta'/2 \qquad (\mathrm{IIA2-34})$$

avec $\delta' = (\omega_L - kv) - \omega_0 = \delta - kv$.

Considérons d'abord le cas où $\delta' = 0$. Le champ magnétique couple les niveaux $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ avec une fréquence de précession Ω_B. La force subie par les atomes devient appréciable lorsque cette fréquence de précession devient égale au taux d'excitation du niveau $|f_-\rangle$. Or ce taux d'excitation est la probabilité par unité de temps de quitter $|f_-\rangle$ sous l'action du laser et correspond à l'élargissement Γ'calculé ci-dessus. La largeur du creux $\delta\Omega_B$ de la force autour de $\Omega_B = 0$ est donc (pour $\delta' = 0$) de l'ordre de :

$$\delta\Omega_B \sim \Gamma' = s\Gamma/2 = \Omega_L^2/\Gamma \qquad (\mathrm{IIA2-35})$$

(*) La diagonalisation de la matrice 2 par 2 correspond à la recherche des valeurs propres de l'hamiltonien pour un système à deux niveaux: un atome dans l'état excité $|e_+\rangle$ avec zéro photons laser et un atome dans l'état fondamental $|f_-\rangle$ avec un photon laser. Dans le cas de faible intensité laser, on peut d'abord considérer l'émission spontanée, ce qui correspond à remplacer l'énergie ω_0 de $|e_+\rangle$ par $\omega_0 - i\Gamma/2$. La fréquence du laser ω_L est décalée dans le référentiel du repos de l'atome par effet Doppler de kv. Le faible couplage par le laser caractérisé par Ω_L nous amène alors à diagonaliser la matrice donnée.

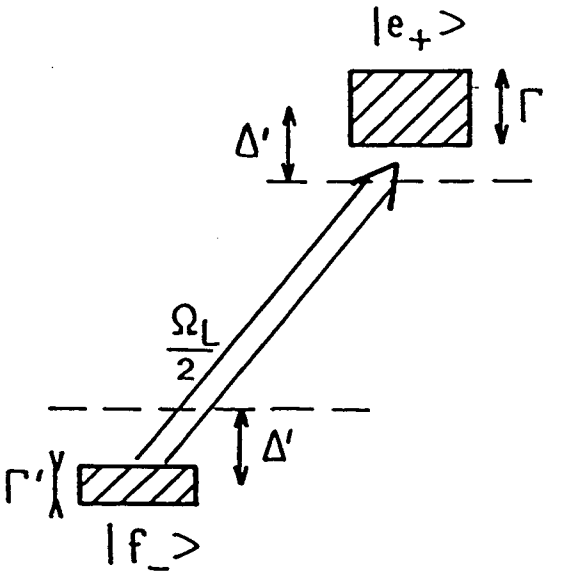


Fig. II–7 : Elargissement Γ' et déplacement lumineux Δ' du niveau fondamental $|f_-\rangle$ couplé à l'état excité $|e_+\rangle$ par le laser.

Nous retrouvons ici la proportionalité de $\delta\Omega_B$ à l'intensité I du laser ($I \propto \Omega_L^2$) conformément à (IIA2–30) dans la limite des faibles paramètres de saturation et pour $\delta' = 0$. Notons que nous pouvons en particulier obtenir ainsi une résonance Hanle arbitrairement fine en diminuant l'intensité du laser.

Lorsque δ' est non nul et que le déplacement lumineux Δ' est plus grand que la largeur Γ' de l'état perturbé $|f_-\rangle$, le couplage magnétique $\delta\Omega_B$ doit être suffisamment fort pour coupler les deux niveaux $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ ayant des énergies différant de Δ' (fig. II–8). Pour que la force devienne importante il faut donc que :

$$\delta\Omega_B \simeq \Delta' \qquad \text{(IIA2} - 36)$$

Nous vérifions donc que si $\Delta' \gg \Gamma'$, c'est-à-dire pour $\delta \gg \Gamma$ on a conformément à

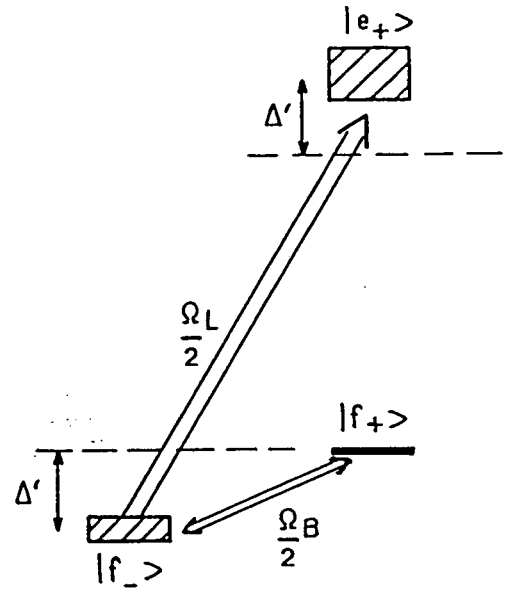


Fig. II–8 : Le couplage magnétique entre $|f_+\rangle$ et $|f_-\rangle$ caractérisé par la fréquence de précession Ω_B ne devient appréciable que lorsque Ω_B devient de l'ordre de l'écartement Δ' des deux niveaux.

(IIA2–30):

$$\delta\Omega_B \simeq \frac{\Omega_L^2}{\delta'} \qquad (\mathrm{IIA2}-37)$$

dans la limite des faibles paramètres de saturation.

Remarque:

Si d'autres phénomènes que le couplage laser introduisent un taux de fuite Γ_p de l'état fondamental (par exemple de collisions ou une durée d'interaction finie), il faut remplacer Γ' dans (IIA2–34) par :

$$\Gamma' \mapsto \Gamma' + \Gamma_p \qquad (\mathrm{IIA2}-38)$$

La largeur minimale que nous pouvons alors obtenir pour $\delta\Omega_B$ sera :

$$\delta\Omega_B^{min} \sim \Gamma_p. \qquad (\mathrm{IIA2}-39)$$

Dans le cas d'une durée d'intéraction T_{int} finie on a :

$$\Gamma_p = \frac{1}{T_{int}} \qquad (\mathrm{IIA2}-40)$$

et la condition (IIA2–39) correspond à un champ magnétique nécessaire pour que l'atome fasse une précession de π pendant la durée d'interaction.
La durée de vie finie introduit également un élargissement de l'état excité :

$$\Gamma \mapsto \Gamma + \frac{1}{T_{int}} \qquad \text{(IIA2} - 41)$$

L'élargissement $1/T_{int}$ de l'état excité reste dans nos expériences cependant négligeable devant celui de l'état fondamental.

β) Effet Hanle à forte intensité laser :

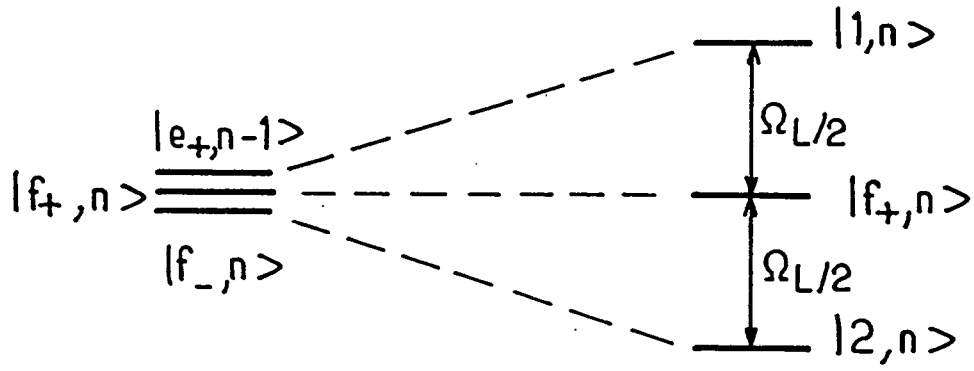


Fig. II–9 : Ecartement des niveaux par un fort couplage laser dans la base de l'atome habillé : le niveau $|f_+, n\rangle$ représentant un atome dans l'état fondamental f_+ en présence de n photons laser n'est pas affecté par le couplage atome-laser. Les deux niveaux couplés $|f_-, n\rangle$ et $|e_+, n-1\rangle$ subissent un écartement et les états propres de l'hamiltonien $|1, n\rangle$ et $|2, n\rangle$ sont des mélanges de $|f_-, n\rangle$ et $|e_+, n-1\rangle$.

Lorsque le couplage laser entre $|f_-\rangle$ et $|e_+\rangle$ devient très fort, la base la plus adaptée pour interpréter simplement les phénomènes physiques est celle de l'atome habillé [8]. En quantifiant le champ laser, les niveaux d'énergies du système atome + laser se regroupent

par multiplicités $\{|f_-,n\rangle;|f_+,n\rangle;|e_+,n-1\rangle\}$, où n est le nombre de photons dans le mode du laser. Un état est alors caractérisé par son degré de liberté atomique interne (f_-, f_+ ou e_+) et le nombre n de photons dans le mode laser. En absence de couplage atome-laser, les trois niveaux $|f_-,n\rangle, |f_+,n\rangle$ et $|e_+,n-1\rangle$ ont (à désaccord nul $\delta' = 0$) la même énergie. Le couplage atome-laser entre $|f_-,n\rangle$ et $|e_+,n-1\rangle$ produit un écartement entre ces deux niveaux proportionnel à Ω_L(fig. II–9) et les nouveaux états propres de l'hamiltonien sont:

$$|f_+,n\rangle \qquad (\mathrm{IIA2}-42)$$

$$|1,n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-,n\rangle + |e_+,n-1\rangle\} \qquad (\mathrm{IIA2}-43)$$

$$|2,n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-,n\rangle - |e_+,n-1\rangle\} \qquad (\mathrm{IIA2}-44)$$

Pour donner lieu à une force appréciable, le champ magnétique doit être assez grand pour coupler efficacement $|f_+,n\rangle$ avec la composante $|f_-,n\rangle$ de $|1,n\rangle$ ou de $|2,n\rangle$. Il faut donc :

$$\delta\Omega_B \sim \Omega_L \qquad (\mathrm{IIA2}-45)$$

Nous trouvons donc à l'aide modèle de l'atome habillé la dépendance linéaire de la largeur $\delta\Omega_B$ en fonction de la fréquence de Rabi Ω_L pour des valeurs élevées de Ω_L, conformément à (IIA2–31).

Remarque:

Afin de simplifier les calculs et la discussion de l'effet Hanle mécanique dans l'état fondamental, nous avons négligé le couplage magnétique dans l'état excité. Notons cependant que sur une transition $J = 1/2 - J = 1/2$ réelle avec un rapport gyromagnétique non nulle dans l'état excité, ce couplage peut modifier la saturation de l'excitation laser de $|f_-\rangle$ vers $|e_+\rangle$ en faisant précesser les atomes de $|e_+\rangle$ vers $|e_-\rangle$.

e) <u>Sortie de résonance</u>

Nous pouvons facilement comprendre la diminution de la force, donnée en (IIA2–27) pour notre modèle à trois niveaux, pour les grandes valeurs de Ω_B par une comparaison avec la pression de radiation résonnante sur un atome à deux niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$. Dans ce cas la force subie par l'atome sous l'action d'une onde monochromatique progressive vaut (voir appendice A) :

$$\mathbf{f} = \hbar\mathbf{k}\Gamma/2\frac{s}{1+s} = \hbar\mathbf{k}\Gamma/2\frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_L^2/2} \qquad (\mathrm{IIA2}-46)$$

où $s = \frac{\Omega_L^2/2}{\delta'^2+\Gamma^2/4}$ est le paramètre de saturation. Ici δ' est le désaccord entre la fréquence du laser vue par l'atome dans son référentiel au repos $(\omega_L - kv)$ et la fréquence atomique ω_{at} :

$$\delta' = (\omega_L - kv) - \omega_{at} \qquad (\text{IIA2} - 47)$$

Lorsque pour une raison ou une autre le désaccord $|\delta'|$ augmente, le paramètre de saturation s et par conséquent la force **f** diminue (fig. II−10).

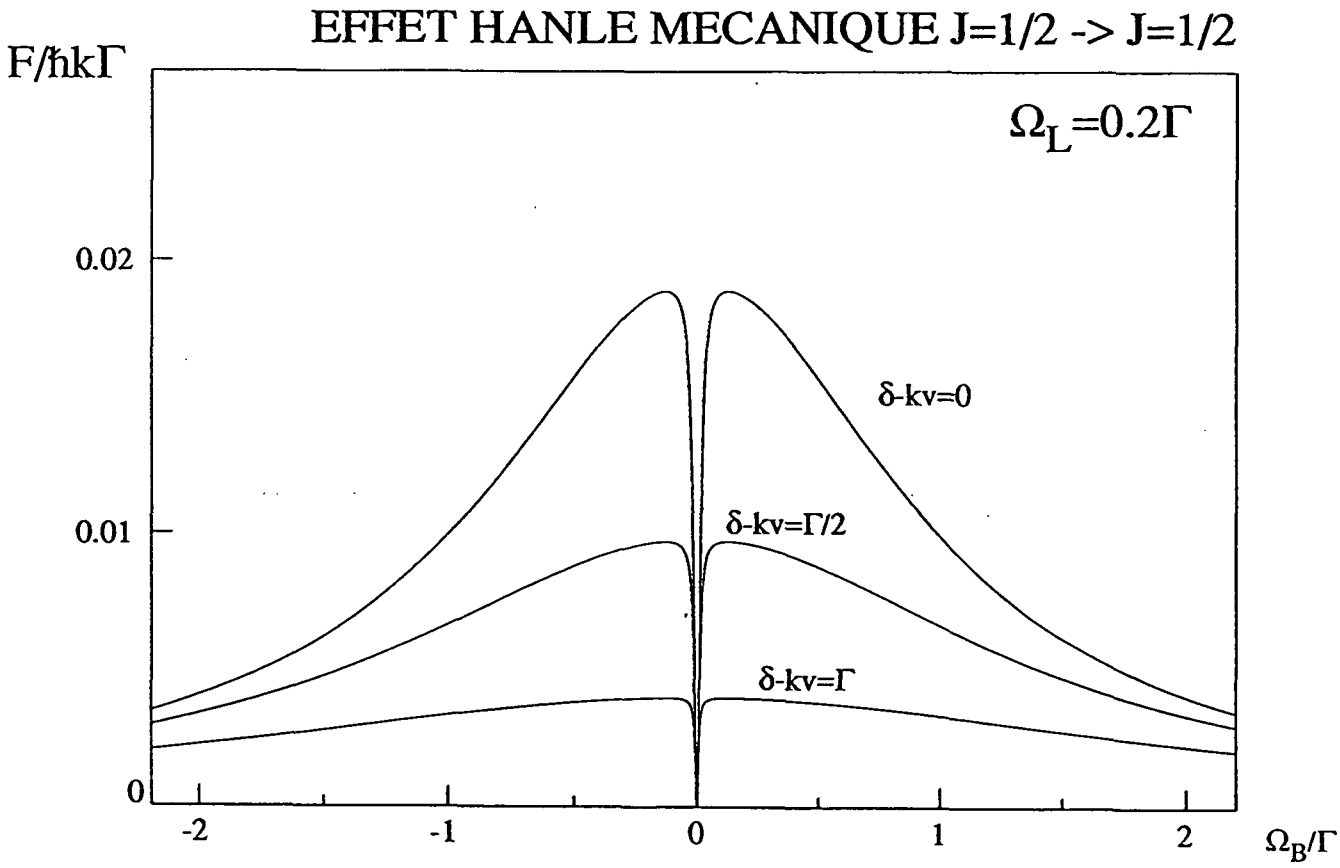


Fig. II−10 : Influence du désaccord et de la vitesse sur l'effet Hanle mécanique. Le terme en $(\delta_L - kv)^2$ intervenant dans la force se traduit par une diminution de la force lorsque $|\delta - kv|$ augmente.

Revenons maintenant à l'effet Hanle sur la transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ et plaçons nous dans la base $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$ dans laquelle le champ magnétique produit un couplage

entre les niveaux $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$. Ce couplage produit un déplacement des niveaux d'énergie proportionnel à Ω_B :

$$\Delta E \sim \hbar\Omega_B \qquad (\text{IIA2} - 48)$$

Ce déplacement modifie la fréquence atomique entre les deux états $|f_-\rangle$ et $|e_+\rangle$ couplés par le laser. En absence de tout effet de pompage optique (nous supposons ici que le champ magnétique est assez important pour assurer un remélange efficace entre $|f_+|$ et $|f_-\rangle$,ceci entraîne une diminution de la force due à la sortie de la condition d'excitation résonnante. La largeur Γ_e de la condition de résonance est d'après (IIA2–46) :

$$\Gamma_e \simeq \sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega_L^2} \qquad (\text{IIA2} - 49)$$

Le champ magnétique produit donc une sortie de résonance (*à* $\delta' = 0$) pour :

$$\Omega_B \sim \sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega_L^2} \qquad (\text{IIA2} - 50)$$

Cette dépendance est illustrée sur la figure II–11 où nous avons représenté en fonction de Ω_L la largeur à mi-hauteur pour la partie plus large de la courbe $f(\Omega_B)$, calculée à partir de (IIA2–27).

Remarques :

(i) *Si nous avions fait un calcul pour une excitation en large bande [9], la condition de résonance entre $|f_-\rangle$ et$|e_+\rangle$ serait satisfaite pour tout écart d'énergie entre ces deux niveaux. La courbe représentant la force en fonction du champ magnétique ne comporterait donc plus que le creux autour du champ magnétique nul (effet Hanle dans l'état fondamental) et ne retomberait pas pour des plus grands champs magnétiques.*

(ii) *Si on tenait compte d'un couplage par le champ magnétique dans l'état excité, on verrait se superposer à la courbe $f(\Omega_B)$ (fig. II–5) un effet Hanle dans l'état excité. Cette courbe aurait une largeur correspondant à la largeur en énergie de l'état excité [9]. Ceci explique la ressemblance entre les courbes théoriques d'effet Hanle dans l'état fondamental avec une excitation monochromatique et celles pour l'effet Hanle dans l'état fondamental* <u>et</u> *dans l'état excité avec une excitation*

large bande [9], bien que la physique expliquant la retombée soit complètement différente.

(iii) *Pour analyser quantitativement la diminution de la force pour des grandes valeurs du champ magnétique dans une expérience réelle, il faudra bien sûr aussi tenir compte de l'effet Hanle dans l'état excité, même pour une excitation laser monochromatique. Nous nous intéressons cependant dans ce mémoire surtout à l'effet Hanle dans l'état fondamental, qui se traduit par un creux de la force autour du champ magnétique nul et qui n'est pas modifié par le couplage magnétique dans l'état excité. Notre modèle simplifié, adapté à l'étude de l'effet Hanle dans l'état fondamental, ne donne par conséquent pas le comportement exact de la diminution de la force pour des grandes valeurs du champ magnétique.*

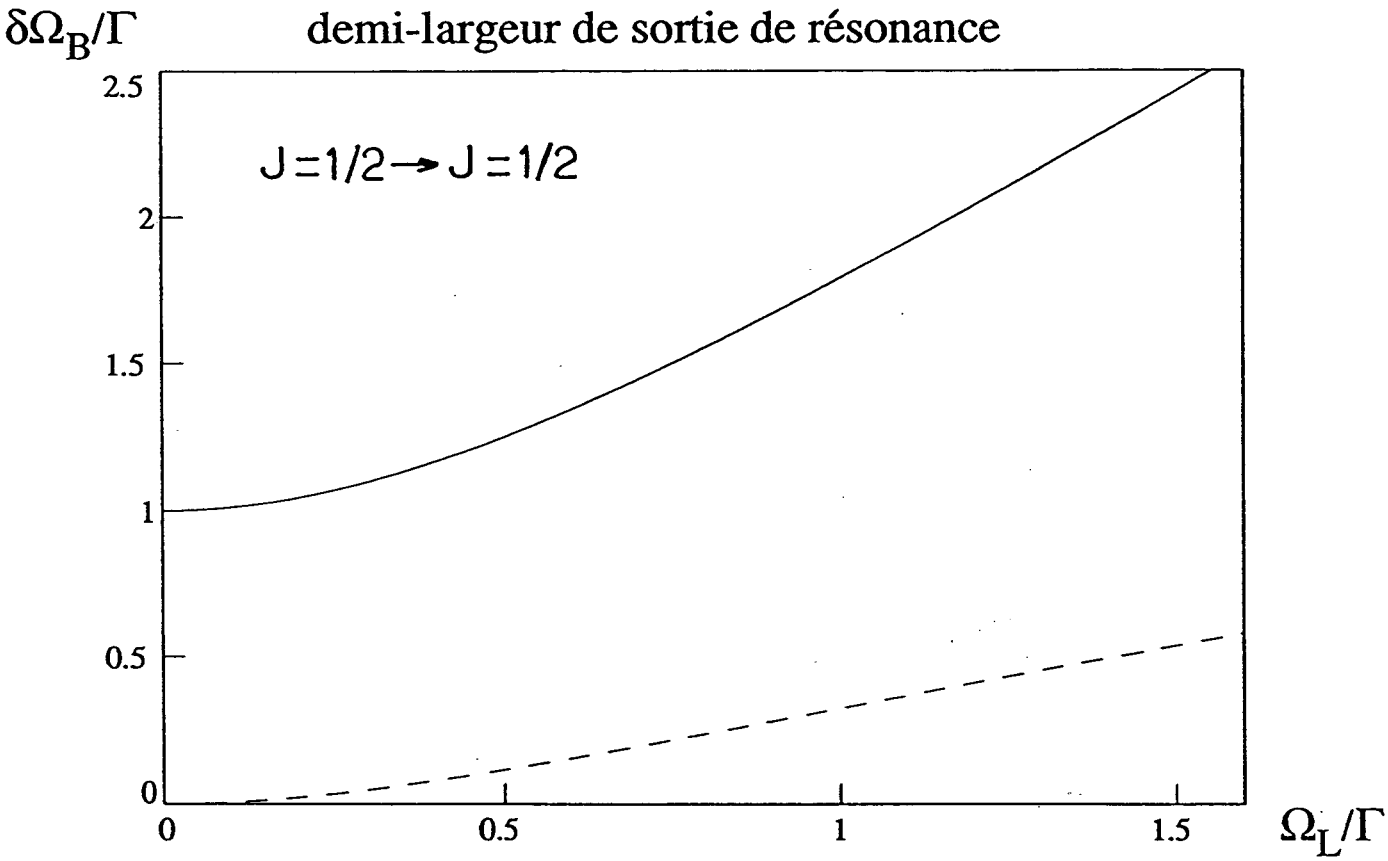


Fig. II−11 : Sortie de la résonance de l'excitation par laser. La demi-largeur à mi-hauteur lors de la retombée de la force à grand champ magnétique est représentée en trait plein et correspond à la demi-largeur $\sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega_L^2}$ de l'état excité. En pointillé la demi-largeur à mi-hauteur de la résonance Hanle (désaccord du laser $\delta_L - kv = 0$).

3) Effet Hanle mécanique sur J = 1 ⟶ J = 1

Dans cette partie nous étudions l'effet Hanle mécanique sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ qui correspond à la transition que nous avons utilisée dans nos expériences : $He^*(2^3S_1) \longrightarrow He^*(2^3P_1)$. Notons tout de suite une propriété particulière de cette transition. La figure II−13a donne les différents sous-niveaux Zeeman de l'état excité et de l'état fondamental, ainsi que les coefficients de Clesch-Gordan des différentes transitions. Le fait important est que le coefficient de Glesch−Gordan entre le sous-niveau excité $m_e = 0$ et le sous-niveau fondamental $m_f = 0$ est nul, c'est-à-dire que la force d'oscillateur de cette transition est nulle. Nous verrons dans la suite les implications importantes de cette propriété. Tous les calculs de cette partie vont être menés de façon analogue à ceux faits pour le système $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ (IIA2). Notre but est d'établir, à partir de l'approche semi-classique, l'expression de la force moyenne subie par les atomes à l'état stationnaire sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$; nous montrerons que les résultats sont qualitativement analogues à ceux sur $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$.

a) Hamiltonien

Le système atomique et les couplages considérés sont représentés sur les figures II−12 et II−13. L'hamiltonien atomique peut se mettre sous la forme :

$$H_{at} = \hbar\omega_0 \left\{ |e_-\rangle\langle e_-| + |e_0\rangle\langle e_0| + |e_+\rangle\langle e_+| \right\} \qquad (\mathrm{IIA3-1})$$

(en prenant comme origine des énergies celle de l'état fondamental dégénéré). Cet atome est éclairé par une onde laser plane monochromatique polarisée circulaire σ^+ par rapport à l'axe de quantification Oz (fig. II−14) :

$$\mathbf{E}_{laser}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(\mathbf{kr} - \omega_L t)} \epsilon_+ + c.c. \qquad (\mathrm{IIA3-2})$$

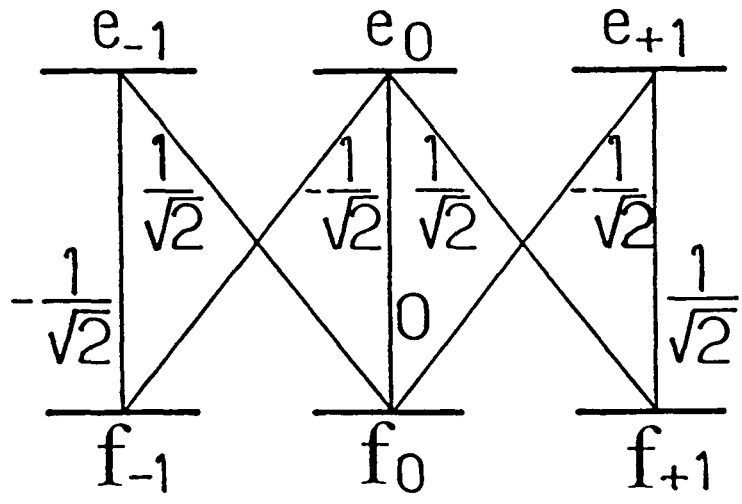


Fig. II–12 : Transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ avec les coefficients de Clebsch-Gordan.

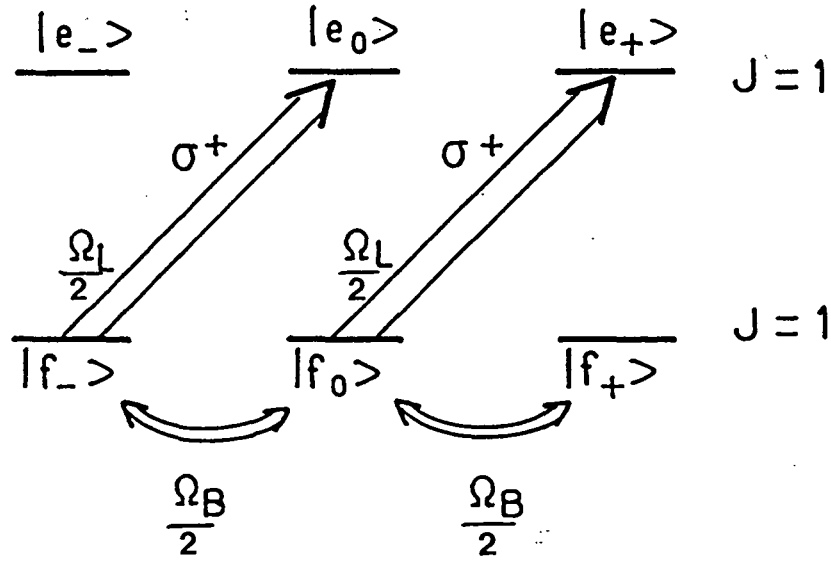


Fig. II–13 : Couplages induits par un laser polarisé σ^+ et un champ magnétique transverse. Lorsqu'on néglige le couplage magnétique dans l'état excité, on peut ne plus considérer le niveau excité $|e_-\rangle$.

Les règles de sélection du moment angulaire entraînent que le laser ne couple que $|f_-\rangle$ à $|e_0\rangle$ et $|f_0\rangle$ à $|e_+\rangle$. Le facteurs d'intensité, donnés par les carrés des coefficients de Glesch-Gordan $C^{e_i}_{f_j}$, qui déterminent le taux de desexcitation $\Gamma^{e_i}_{f_j}$ à travers la relation :

$$\Gamma^{e_i}_{f_j} = \Gamma.|C^{e_i}_{f_j}|^2 \qquad (\text{IIA3} - 3)$$

(où $\Gamma^{e_i}_{f_j}$ est le taux d'émission spontanée de $|e_i\rangle$ vers $|f_j\rangle$) sont identiques pour les deux transitions $|f_-\rangle \rightarrow |e_0\rangle$ et $|f_0\rangle \rightarrow |e_+\rangle$ et nous pouvons donc définir la fréquence de Rabi Ω_L décrivant le couplage atome-laser par :

$$\Omega_L = -\frac{\langle e_+|\mathbf{D}.\epsilon_+ E_0|f_0\rangle}{\hbar} = -\frac{\langle e_0|\mathbf{D}.\epsilon_+ E_0|f_-\rangle}{\hbar} \qquad (\text{IIA3} - 4)$$

Dans l'approximation dipolaire électrique le couplage entre le champ laser traité classiquement et l'atome localisé en z, peut être écrit en ne gardant que les termes résonnants (approximation RWA) :

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\{|e_0\rangle\langle f_-| + |e_+\rangle\langle f_0|\}e^{-i\omega_L t + ikz} + h.c. \qquad (\text{IIA3} - 5)$$

En ce qui concerne le champ magnétique, nous négligeons ici tout comme dans la partie précédente le couplage magnétique dans l'état excité, c'est-à-dire nous nous limitons à des champs magnétiques inférieurs à 100 mgauss pour que la précession magnétique dans l'état excité soit plus lente que l'amortissement par émission spontanée. Nous pouvons donc dans le cas de la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ négliger dans toute la suite le niveau $|e_-\rangle$. Le champ magnétique suivant Oy (fig. II-14)

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_y \qquad (\text{IIA3} - 6)$$

introduit alors un couplage décrit par V_B

$$V_B = -\gamma\mathbf{J}.\mathbf{B} \qquad (\text{IIA3} - 7)$$

où $\mathbf{J}$ est l'opérateur moment cinétique de l'atome et γ son rapport magnétique dans l'état fodamental.

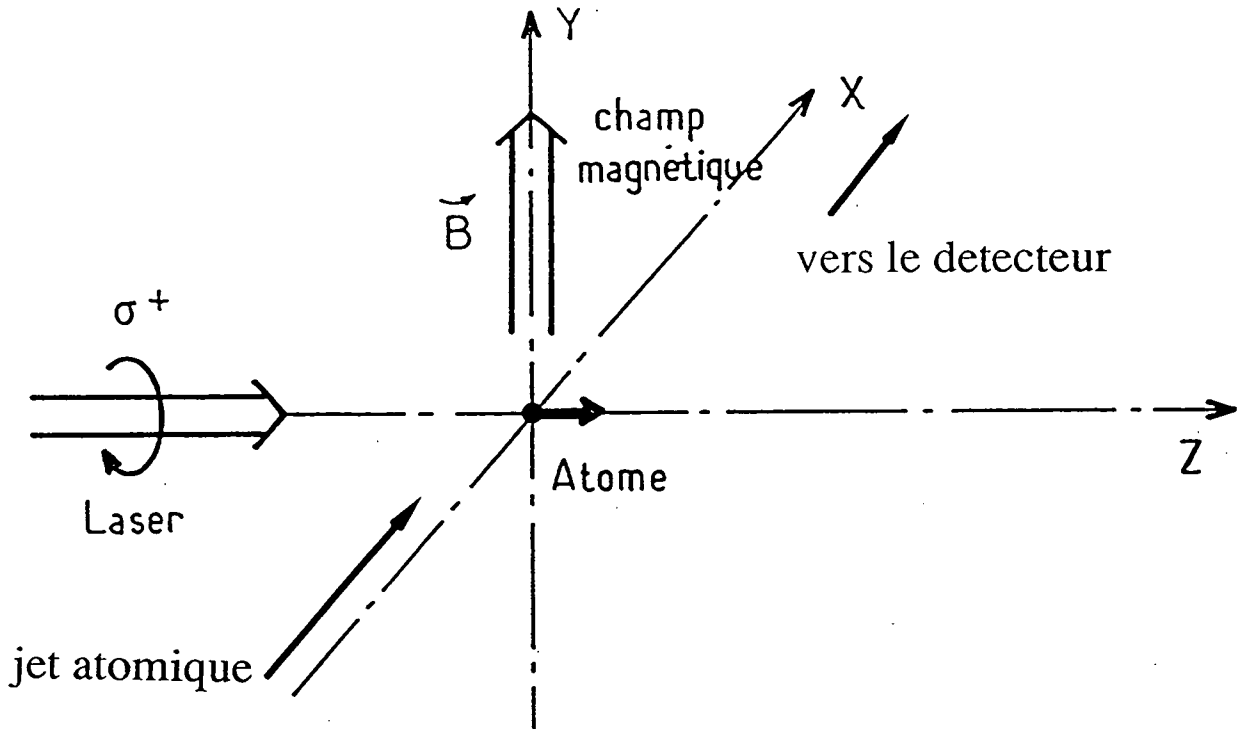


Fig. II−14 : Configuration du laser et du champ magnétique pour l'effet Hanle mécanique. La quantité de mouvement des atomes le long de Oz est affectée différement par le laser suivant la valeur du champ magnétique.

A partir de l'expression de l'opérateur J_y pour un moment cinétique 1 dans une base standard :

$$J_y = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (\text{IIA3} - 8)$$

nous déduisons l'hamiltonien de couplage magnétique V_B:

$$V_B = -i\frac{\hbar\Omega_B}{2}\{|f_-\rangle\langle f_0| - |f_+\rangle\langle f_0|\} + h.c. \qquad (\text{IIA3} - 9)$$

où nous avons posé :

$$\Omega_B = \sqrt{2}\gamma B \qquad (\text{IIA3} - 10)$$

L'hamiltonien total se met alors sous la forme :

$$H = H_{at} + V_{AL} + V_B \qquad (\text{IIA3} - 11)$$

avec:

$$H_{at} = \hbar\omega_0 \{|e_0\rangle\langle e_0| + |e_+\rangle\langle e_+|\}$$

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\{|e_0\rangle\langle f_-| + |e_+\rangle\langle f_0|\}e^{-i\omega_L t + ikz} + h.c.$$

$$V_B = -i\frac{\hbar\Omega_B}{2}\{|f_-\rangle\langle f_0| - |f_+\rangle\langle f_0|\} + h.c.$$

b) Equations de Bloch optiques

La matrice densité σ décrit l'état interne de l'atome en intéraction avec les champs extérieurs **E** et **B** et couplé par émission spontanée aux autres modes vides du rayonnement (voir IIA1 §b). L'évolution de la matrice densité obéit aux équations de Bloch optiques que nous obtenons à partir de :

$$i\hbar\,[\dot{\sigma}]_{\mathbf{Ham}} = [H, \sigma] \qquad \text{(IIA3} - 12)$$

et en ajoutant les termes décrivant l'émission spontanée. Après l'élimination des coefficients dépendant du temps ("passage dans le référentiel tournant"), on obtient les équations de Bloch optiques suivantes, pour un atome à une vitesse constante v:

Populations:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0e_0} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_-} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-e_0}\right) - \Gamma\tilde{\sigma}_{e_0e_0} \qquad \text{(IIA3} - 13\text{a)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+e_+} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_0} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0e_+}\right) - \Gamma\tilde{\sigma}_{e_+e_+} \qquad \text{(IIA3} - 13\text{b)}$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_-} &= i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-e_0} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_-}\right)\\ &\quad - \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_0f_-} + \tilde{\sigma}_{f_-f_0}\right) + \Gamma^{e_0}_{f_-}\tilde{\sigma}_{e_0e_0}\end{aligned} \qquad \text{(IIA3} - 13\text{c)}$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0f_0} &= i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0e_+} - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_0}\right)\\ &\quad - \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_+f_0} + \tilde{\sigma}_{f_0f_+} - \tilde{\sigma}_{f_-f_0} - \tilde{\sigma}_{f_0f_-}\right)\\ &\quad + \Gamma^{e_+}_{f_0}\tilde{\sigma}_{e_+e_+}\end{aligned} \qquad \text{(IIA3} - 13\text{d)}$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\sigma}}_{f_+f_+} &= \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_+f_0} + \tilde{\sigma}_{f_0f_+}\right) + \Gamma^{e_0}_{f_+}\tilde{\sigma}_{e_0e_0}\\ &\quad + \Gamma^{e_+}_{f_+}\tilde{\sigma}_{e_+e_+}\end{aligned} \qquad \text{(IIA3} - 13\text{e)}$$

Cohérences optiques:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_-} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_-} + \frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_0 e_0} - \tilde{\sigma}_{f_- f_-}\right) - \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0} \qquad \text{(IIA3 – 13f)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_0} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_0} + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 e_+} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- f_0} + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_0 f_-} - \tilde{\sigma}_{e_0 f_+}\right) \qquad \text{(IIA3 – 13g)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_+} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_+} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- f_+} + \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0} \qquad \text{(IIA3 – 13h)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_-} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_-} + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ e_0} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 f_-} - \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0} \qquad \text{(IIA3 – 13i)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_0} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_0} + \frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_+ e_+} - \tilde{\sigma}_{f_0 f_0}\right) + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_+ f_-} - \tilde{\sigma}_{e_+ f_+}\right) \qquad \text{(IIA3 – 13j)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_+} = i\left[(\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2}\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_+} + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 f_+} + \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0} \qquad \text{(IIA3 – 13k)}$$

Cohérences hertziennes fondamentales:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_- f_0} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- e_+} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0} + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_- f_-} - \tilde{\sigma}_{f_0 f_0} - \tilde{\sigma}_{f_- f_+}\right) + C_{f_-}^{e_0} C_{f_0}^{e_+}\Gamma\tilde{\sigma}_{e_0 e_+} \qquad \text{(IIA3 – 13l)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_- f_+} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_+} + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_- f_0} - \tilde{\sigma}_{f_0 f_+}\right) \qquad \text{(IIA3 – 13m)}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0 f_+} = -\frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_+} + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_0 f_0} - \tilde{\sigma}_{f_+ f_+} + \tilde{\sigma}_{f_- f_+}\right) \qquad \text{(IIA3 – 13n)}$$

Cohérence excitée:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 e_+} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0} - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- e_+} - \Gamma\tilde{\sigma}_{e_0 e_+} \qquad \text{(IIA3 – 13o)}$$

où:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{e_i f_i} &= \sigma_{e_i f_i} e^{i(\omega_L - kv)t} \\ \tilde{\sigma}_{e_i e_j} &= \sigma_{e_i e_j} \\ \tilde{\sigma}_{f_i f_i} &= \sigma_{f_i f_j}\end{aligned} \qquad (\mathrm{IIA3}-14)$$

et

$$\delta = \omega_L - \omega_0 \qquad (\mathrm{IIA3}-15)$$

Notons que nous avons tenu compte ici de l'alimentation des cohérences hertziennes fondamentales par l'émission spontanée à partir de $\sigma_{e_0 e_+}$, qui s'écrit :

$$\left[\dot{\sigma}_{f_- f_0}\right]_{sp} = \Gamma\, C^{e_0}_{f_-}\, C^{e_+}_{f_0}\, \sigma_{e_0 e_+} = \frac{\Gamma}{2}\, \sigma_{e_0 e_+} \qquad (\mathrm{IIA3}-16\mathrm{a})$$

$$\left[\dot{\sigma}_{f_0 f_+}\right]_{sp} = \Gamma\, C^{e_0}_{f_0}\, C^{e_+}_{f_+}\, \sigma_{e_0 e_+} \qquad (\mathrm{IIA3}-16\mathrm{b})$$

Comme le coefficient de Glesch-Gordan entre $|e_0\rangle$ et $|f_0\rangle$ est nul, on a :

$$\left[\dot{\sigma}_{f_0 f_+}\right]_{sp} = 0 \qquad (\mathrm{IIA3}-16\mathrm{c})$$

La cohérence hertzienne $\sigma_{f_- f_+}$ ne pourrait être alimenté qu'à partir de la cohérence hertzienne $\sigma_{e_- e_+}$. Comme nous négligeons l'état $|e_-\rangle$ nous pouvons donc aussi négliger cette alimentation. Nous ajoutons à ces équations de Bloch optiques la relation décrivant la conservation de la population totale :

$$\sum_{i=-,0,+} (\tilde{\sigma}_{e_i e_i} + \tilde{\sigma}_{f_i f_i}) = 1 \qquad (\mathrm{IIA3}-17)$$

c) <u>Calcul de la force à l'état stationnaire</u>

La force moyenne $\mathbf{f}$ subie par un atome dans cette configuration est:

$$\mathbf{f} = -\langle \nabla H \rangle = -\langle \nabla V_{AL} \rangle \qquad (\mathrm{IIA3}-18)$$

La seule dépendance spatiale de l'hamiltonien étant dans V_{AL}, on a:

$$\mathbf{f} = \frac{i\hbar\Omega_L}{2}\mathbf{k}\{\tilde{\sigma}_{e_+ f_0} - \tilde{\sigma}_{f_0 e_+} + \tilde{\sigma}_{e_0 f_-} - \tilde{\sigma}_{f_- e_0}\} \qquad (\mathrm{IIA3}-19)$$

formule qui est l'équivalent de l'expression (IIA2−20) de la force dans le cas de la transition $J = 1 \rightarrow J = 1$. Nous cherchons la force stationnaire f^{st} sur un atome à vitesse constante. On cherche donc l'état stationnaire interne en résolvant les équations de Bloch optiques stationnaires ($\dot{\tilde{\sigma}} = 0$). Ceci nécessite dans notre cas l'inversion d'une matrice 25x25.

On peut réduire la dimension de la matrice à inverser en se limitant au cas d'une excitation résonnante: $\delta' = \delta - kv = 0$. D'après les calculs de IIA2, l'effet de δ' est une diminution de la force f^{st}, du fait d'une sortie de résonance de l'excitation laser.En négligeant cet effet qui présente une variation lente de la force en fonction de δ', nous ne perdons donc pas l'essentiel de l'effet Hanle dans l'état fondamental, qui est le creux autour de $\mathbf{B} = 0$. Pour $\delta' = 0$, les parties réelles des cohérences optiques sont découplées des parties imaginaires et il ne reste plus que 15 grandeurs atomiques couplées entre elles dans les équations de Bloch optiques. Nous avons résolu ces équations en utilisant un calcul formel sur ordinateur et nous obtenons l'expression de la force moyenne à l'état stationnaire (voir appendice C):

$$\mathbf{f}^{st} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} . \frac{N}{D} \qquad \text{(IIA3} - 20)$$

avec

$$\begin{aligned} N = 32\Omega_L^4 + 2\Omega_L^4\Gamma^2/\Omega_B^2 \; &+ 7\Omega_L^2\Gamma^2 + 20\Omega_L^2\Omega_B^2 \\ &+ 20\Gamma^2\Omega_B^2 + \frac{5}{2}\Gamma^4 \end{aligned} \qquad \text{(IIA3} - 21)$$

et

$$\begin{aligned} D = \; & 16\Omega_B^4 + 44\Omega_L^2\Omega_B^2 + 21\Omega_L^4 + 8\Omega_L^6/\Omega_B^2 \\ & + 16\Omega_B^4\Gamma^2/\Omega_L^2 + 24\Omega_B^2\Gamma^2 + \frac{41}{2}\Omega_L^2\Gamma^2 + \frac{11}{4}\Gamma^2\Omega_L^4/\Omega_B^2 \\ & + \frac{1}{2}\Gamma^2\Omega_L^6/\Omega_B^4 + 6\Gamma^4\Omega_B^2/\Omega_L^2 + \frac{13}{4}\Gamma^4 + \frac{5}{4}\Gamma^4\Omega_L^2/\Omega_B^2 \\ & + \frac{1}{2}\Gamma^6/\Omega_L^2 \end{aligned} \qquad \text{(IIA3} - 22)$$

Une courbe représentant cette force en fonction du champ magnétique est donnée sur la figure II−15. Nous y retrouvons les comportements déjà décrits pour le système $J = 1/2 \rightarrow J = 1/2$: un creux étroit autour de $\Omega_B = 0$, dû à l'effet Hanle dans l'état fondamental, et une retombée de la force pour des champs magnétiques plus grands, expliquée par une

sortie de résonance. La demi largeur à mi-hauteur du creux est donné sur la figure II−16 et nous retrouvons la dépendance quadratique puis linéaire de cette largeur en fonction de Ω_L. L'effet Hanle mécanique sur la transition $J = 1 \rightarrow J = 1$ est donc qualitativement identique à celui sur une transition $J = 1/2 \rightarrow J = 1/2$.

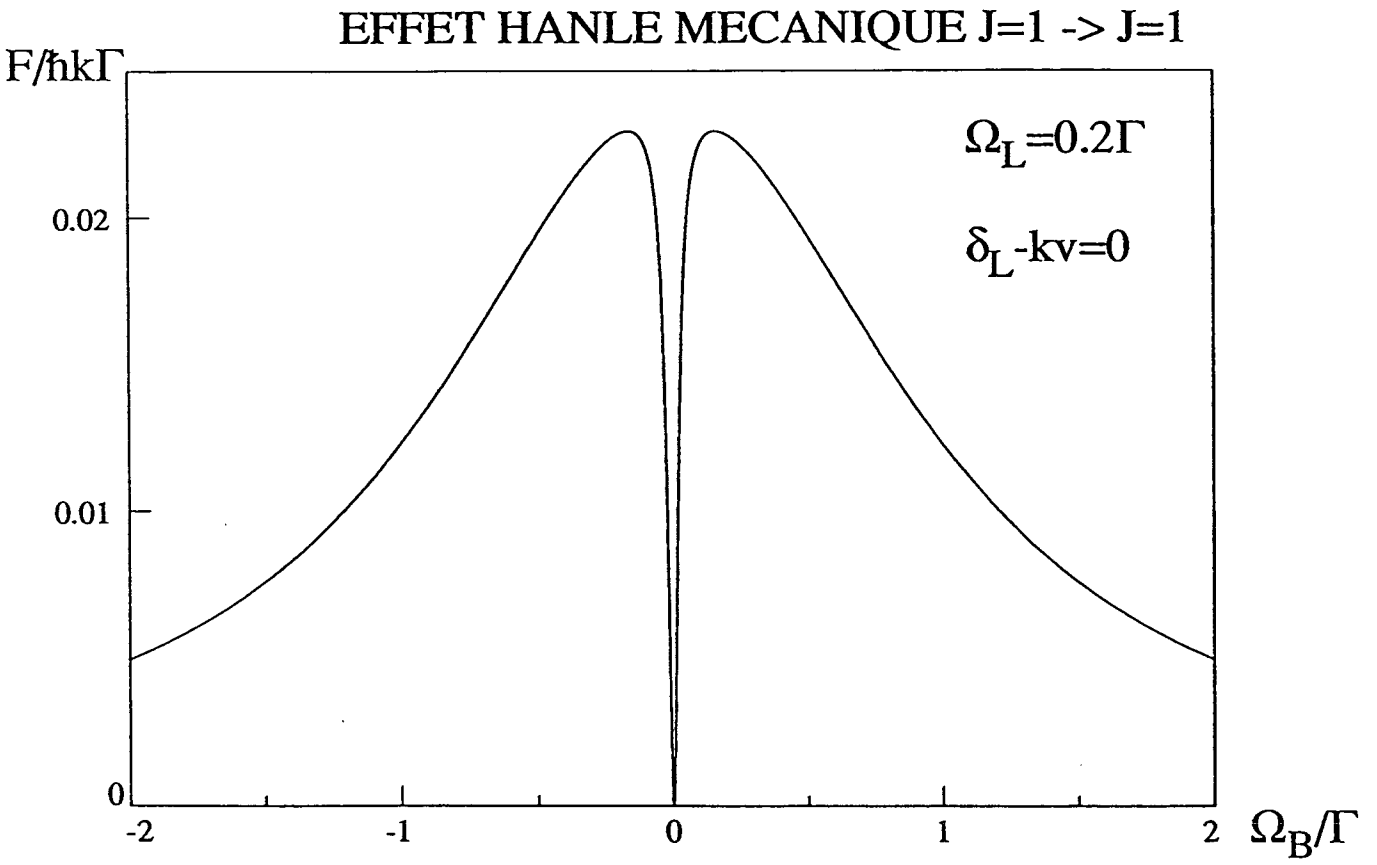


Fig. II−15 : Effet Hanle sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$. La force F (en unités $\hbar k\Gamma$) présente une résonance très fine en fonction du champ magnétique (tout comme pour la transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$).

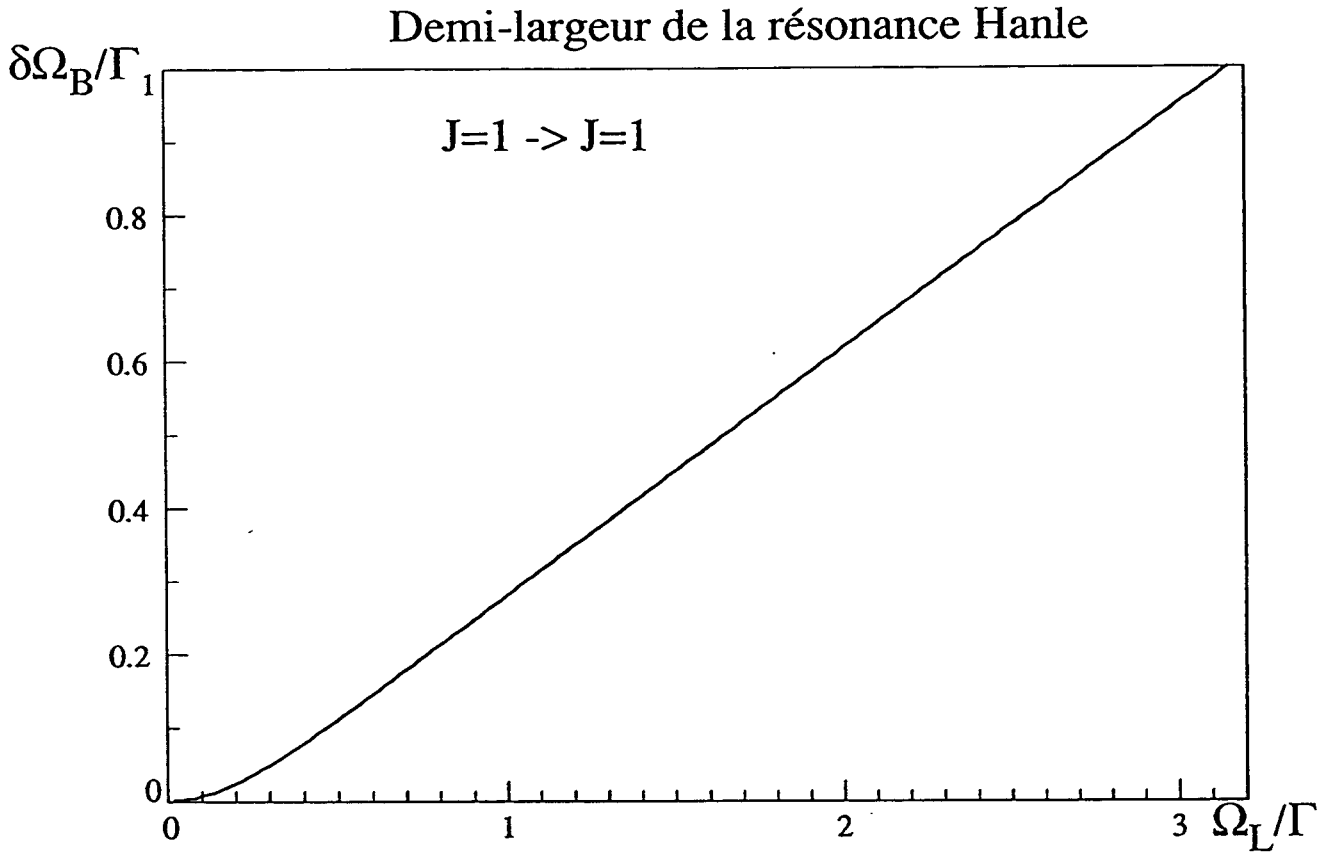


Fig. II−16 : Demi-largeur $\delta\Omega_B$ à demi-hauteur de la résonance Hanle dans l'état fondamental pour la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ en fonction de la fréquence de Rabi Ω_L du couplage laser. On retrouve la dépendance quadratique (à faible intensité laser) puis linéaire (à haute intensité laser) en fonction de Ω_L.

4) Comparaison quantitative J =1/2 $\longrightarrow$ J =1/2 et J = 1 $\longrightarrow$ J = 1

Le but des calculs précédents était de faire le calcul théorique de l'effet Hanle mécanique sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ de l'hélium métastable correspondant à notre situation expérimentale. Une première approche consistait à étudier un système plus simple ($J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$), pour lequel on attendait a priori des phénomènes physiques analogues. Nous allons montrer dans cette partie que ces deux transitions ont un comportement très similaire dans le cas d'un laser polarisé circulairement (4a), mais que dans le cas d'un laser polarisé linéairement la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ a un comportement complètement différent de $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ (4b).

a) Cas de la lumière polarisée circulaire

Les calculs précédents (parties IIA2 et IIA3) ont confirmé l'existence d'un accord qualitatif entre les résultats obtenus sur ces deux transitions pour l'effet Hanle mécanique. Une comparaison précise entre les force pour l'effet Hanle mécanique sur $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ et $J = 1 \longrightarrow J = 1$ montre cependant des différences dans les largeurs des courbes obtenues (fig. II–17). Nous avons traité exactement le système $J = 1 \longrightarrow J = 1$ (dans un cas particulier $\delta' = 0$) et les calculs sont malheureusement extrêmement longs. Il serait très commode de pouvoir faire des prévisions quantitatives valables pour $J = 1 \longrightarrow J = 1$ à partir d'un calcul pour $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$.Un tel espoir n'est pas déraisonnable, au moins dans le cas des faibles champs magnétiques ($\Omega_B \ll \Gamma' = \Omega_L^2/\Gamma$). Nous pouvons alors en effet restreindre l'étude de la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ au sous-système $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$. Comme le champ magnétique ne peut pas faire passer un atome initialement dans $|f_+\rangle$ vers $|f_-\rangle$ sans passer par l'état $|f_0\rangle$, le couplage avec le laser réalise un pompage optique de $|f_0\rangle$ vers $|f_+\rangle$ (avec un taux Γ') qui empêche la précession magnétique dans l'état fondamental (avec une fréquence Ω_B). Les seuls états peuplés seront alors $|f_+\rangle, |f_0\rangle$ et $|e_+\rangle$. Nous nous attendons donc dans ce cas à un bon accord entre un traitement complet de la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ et un calcul pour le sous-système $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$. Le calcul pour ce sous-système est identique à celui sur une transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$, à condition de prendre en compte dans le couplage atome-laser la force d'oscillateur du système $J = 1 \longrightarrow J = 1$.

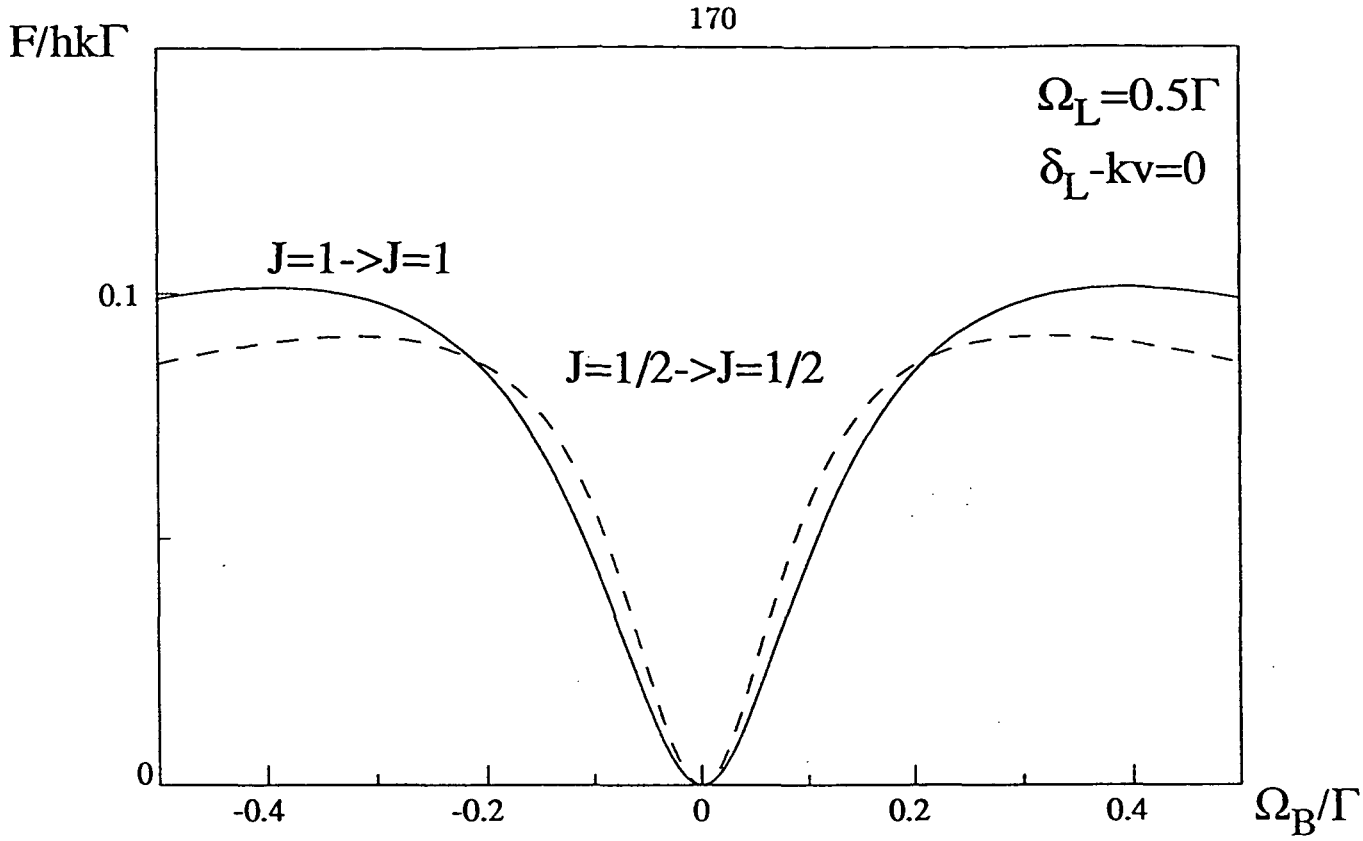


Fig. II–17 : Comparaison de la résonance Hanle dans l'état fondamental pour $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ et pour $J = 1 \longrightarrow J = 1$. La force a la même allure pour ces deux transitions, bien qu'il subsiste une légère différence quantitative.

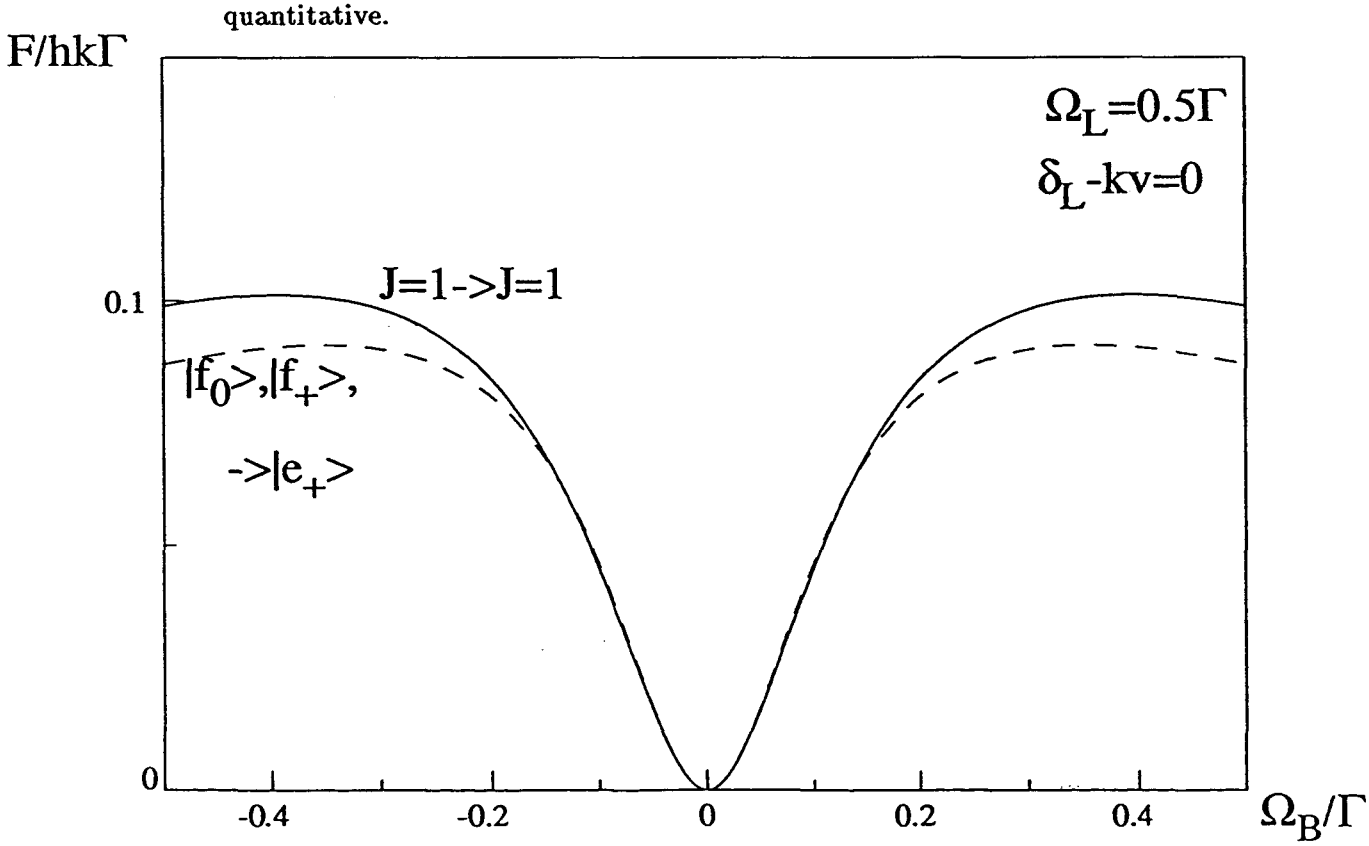


Fig. II–18 : Comparaison de la résonance Hanle dans l'état fondamental pour $J = 1 \longrightarrow J = 1$ et le sous-système $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$. Pour des faibles champs magnétiques on obtient un excellent accord quantitatif entre les deux courbes et l'étude d'une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ peut être simplifiée en se limitant au trois niveaux $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$.

La figure II−18 donne la comparaison entre la force obtenue pour le système total $J = 1 \longrightarrow J = 1$ et celle obtenue à partir de l'étude du système $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ où nous avons remplacé les facteurs d'intensité (carrés des coefficients de Clebsch-Gordan) 2/3 et 1/3 par 1/2 pour nous ramener au sous-système $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$. Nous constatons que cette fois-ci nous obtenons un excellent accord quantitatif pour des faibles champs magnétiques pour lesquels l'effet Hanle mécanique est précisément très intéressant. Ceci nous permet donc de faire des prévisions quantitatives pour la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ de l'hélium métastable à partir d'un système plus simple.

b) Laser polarisé linéairement

Il existe cependant une différence très importante entre un système $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ et un système $J = 1 \longrightarrow J = 1$. Nous avons jusqu'ici comparé l'effet Hanle mécanique sur ces deux systèmes pour un laser polarisé circulairement et un champ magnétique transverse à l'axe de propagation du laser. Mais que se passe-t-il si nous prenons un laser polarisé linéairement?

Une différence essentielle apparaît liée à l'existence ou l'absence d'un niveau piège, non couplé à un état excité par un tel laser. Considérons par exemple un laser polarisé linéairement suivant Ox (fig. II−19):

$$\mathbf{E}_{laser}(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{e}_x . e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r} - i\omega_L t} + c.c. \qquad (\text{IIA}4-1)$$

et choisissons comme axe de quantification l'axe Ox : le laser induit donc des transitions π. Pour un système $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ le laser couple à la fois le niveau $|f, m_x = -1/2\rangle$ à $|e, m_x = -1/2\rangle$ et $|f, m_x = +1/2\rangle >$ et $|e, m_x = +1/2\rangle$ (fig. II−20a). Même en champ magnétique nul, il n'y a plus d'état piège pour la lumière, et l'atome pourra absorber continuellement des photons.

Au contraire pour un système $J = 1 \longrightarrow J = 1$ la facteur d'intensité de la transition $|f, m_x = 0 > \longleftrightarrow |e, m_x = 0 >$ est nul et l'état $|f, m_x = 0 >$ est un état piège pour la lumière polarisée linéairement (fig. II−20b); en champ magnétique transverse nul, l'atome sera pompé optiquement dans cet état piège et ne subira à l'état stationnaire aucune force. Si maintenant nous appliquons un champ magnétique suivant Oz, la précession magnétique autour de ce champ fera passer l'atome de l'état $|f, m_x = 0\rangle$ vers $|f, m_x = \pm 1 >$ d'où il pourra être excité par le laser. Nous retrouvons ainsi l'effet Hanle mécanique dans le cas

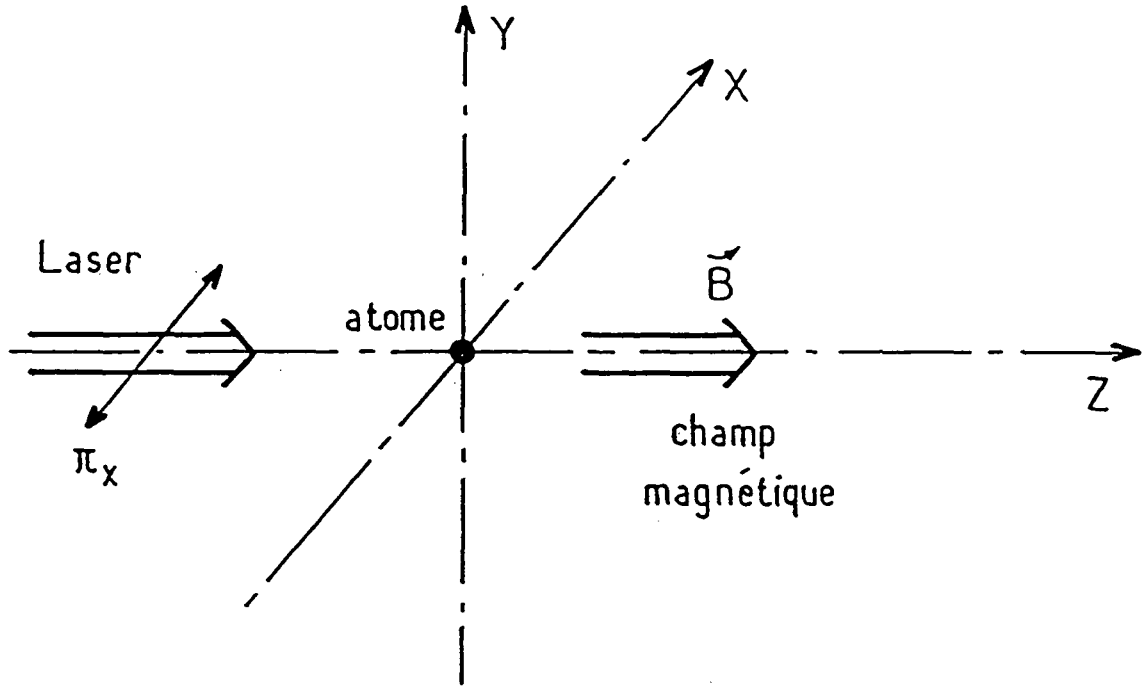


Fig. II–19 : Configuration d'effet Hanle avec un laser polarisé linéairement (suivant Ox par exemple). Dans ce cas c'est le champ magnétique parallèle à l'axe de propagation du laser (axe Oz) qui intervient dans la résonance Hanle dans l'état fondamental.

$J = 1 \longrightarrow J = 1$ pour un laser polarisé linéairement (suivant Ox par exemple) se propageant suivant l'axe Oz sous l'effet d'un champ magnétique le long de l'axe de propagation du laser. Nous pouvons donc compenser le champ magnétique suivant les axes Ox et Oy en utilisant l'effet Hanle mécanique sur $J = 1 \longrightarrow J = 1$ avec un laser polarisé circulairement se propageant le long de Oz ; la composante du champ magnétique le long de l'axe Oz peut ensuite être compensée en changeant la polarisation du laser en une polarisation linéaire (suivant Ox ou Oy) sans modifier la direction de propagation du laser.

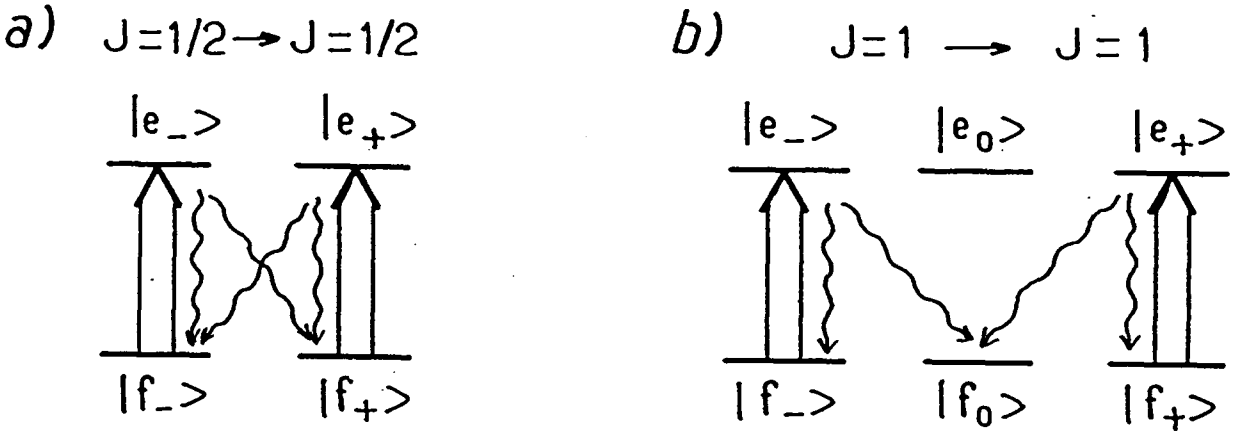


Fig. II–20 : Couplages induits par un laser polarisé linéairement (suivant Ox par exemple).

a) Sur une transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$: il n'y a pas de niveau de l'état fondamental non couplé à l'état excité par le laser.

b) Sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$: la force d'oscillateur entre les niveaux $|f_0\rangle$ et $|e_0\rangle$ étant nul, il existe pour cette transition un niveau de l'état fondamental qui n'est pas couplé par le laser. On peut par conséquent observer un effet Hanle dans l'état fondamental sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ avec un laser polarisé linéairement.

CHAPITRE II

IIB – EVOLUTION TEMPORELLE : APPROCHE COMPLETEMENT QUANTIQUE

Introduction

Jusqu'à présent nous n'avons étudié l'effet Hanle mécanique qu'en régime stationnaire (IIA). Or toutes nos expériences étant réalisées sur un jet atomique (voir IIC), le temps d'interaction T_{int} est nécessairement limité (dans nos expériences $T_{int} \sim 300\Gamma^{-1}$) et nous devons donc analyser les effets du régime transitoire.

Afin d'évaluer grossièrement le temps de régime transitoire, nous allons décrire les différents couplages (par laser et champ magnétique) par des taux de transitions. Comme l'effet Hanle est plus intéressant à des faibles champs magnétiques, nous étudierons le cas où la fréquence de précession magnétique Ω_B est plus petite que la fréquence de Rabi de l'excitation laser Ω_L, elle-même inférieure au taux d'émission spontanée Γ :

$$\Omega_B \ll \Omega_L \ll \Gamma \qquad \text{(IIB0} - 1)$$

Dans ces conditions nous pouvons nous restreindre à l'étude des niveaux $\{|f_0\rangle, |f_+\rangle, |e_+\rangle\}$ (voir IIA3). Nous pouvons ainsi traiter perturbativement d'abord le couplage atome-laser (entre $|f_0\rangle$ et $|e_+\rangle$) et ensuite celui introduit par le champ magnétique (entre $|f_0\rangle$ et$|f_+\rangle$).

Le couplage par laser entre l'état fondamental $|f_0\rangle$ et l'état excité $|e_+ >$ de largeur Γ se traduit par un élargissement Γ' de $|f_0\rangle$ (voir II–A1) donné par la formule de Bethe

(fig. II–21) :

$$\Gamma' \simeq \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\Omega_L^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \qquad \text{(IIBO} - 2)$$

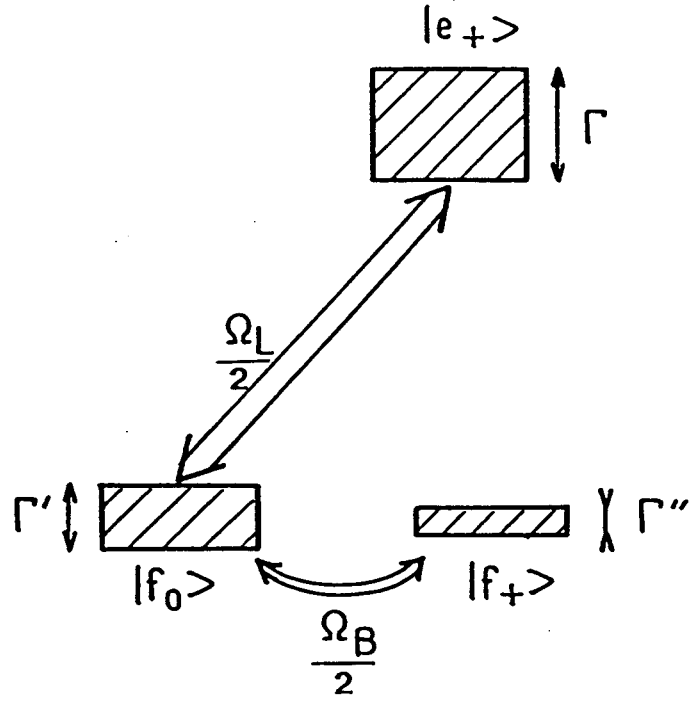


Fig. II–21 : Elargissement des niveaux couplés : le couplage laser entre $|f_0\rangle$ et $|e_+\rangle$ introduit un élargissement Γ' de $|f_0\rangle$ et le couplage magnétique entre $|f_0\rangle$ et $|f_+\rangle$ donne une largeur finie Γ'' à $|f_+\rangle$; Γ est la largeur naturelle de l'état excité $|e_+\rangle$.

où $\delta = \omega_L - \omega_0$est le désaccord entre la fréquence ω_L du laser et ω_0 de la transition atomique. A résonance ($\delta = 0$) nous obtenons alors (dans la limite $\Omega_L \ll \Gamma$) :

$$\Gamma' \simeq \frac{\Omega_L^2}{\Gamma} \qquad (\text{IIB0} - 3)$$

Si nous décrivons le couplage magnétique entre $|f_+\rangle$et $|f_0\rangle$par un taux de départ Γ'' de $|f_+\rangle$ vers $|f_+\rangle$ nous obtenons de façon analogue

$$\Gamma'' \simeq \frac{\Omega_B^2}{\Gamma'} = \frac{\Omega_B^2}{\Omega_L^2}\Gamma \qquad (\text{IIB0} - 4)$$

Pour une intensité laser tel que $\Omega_L \simeq \frac{\Gamma}{10}$ et un champ magnétique de 10 mgauss, correspondant à $\Omega_B \simeq 10^{-2}\Gamma$, ceci donne

$$\Gamma'' \simeq 10^{-2}\Gamma \qquad (\text{IIB0} - 5)$$

Le temps d'amortissement τ_{tr} correspondant au régime transitoire vaut alors

$$\tau_{tr} = \frac{1}{\Gamma''} \simeq 100\Gamma^{-1} \qquad (\text{IIBO} - 6)$$

Nous sommes donc couramment dans des situations où le régime transitoire a une durée comparable au temps d'interaction atome-laser. Il est donc indispensable d'étudier l'évolution des atomes au cours du régime transitoire afin de pouvoir confronter quantitativement les calculs aux résultats expérimentaux.

A cette occasion nous allons introduire une approche qui sera fondamentale dans le troisième chapitre pour traiter le refroidissement par laser en-dessous du recul d'un photon : il s'agit d'une approche complètement quantique pour l'atome. Nous traitons toujours classiquement le champ laser et le champ magnétique, mais nous quantifions maintenant aussi bien les degrés de liberté externes de l'atome que ses degrés de liberté externes. Un état atomique pourra donc être caractérisé par son état interne (par exemple, sous-niveau Zeeman f_+) et par sa quantité de mouvement $\mathbf{p}$: on aura dans cet exemple l'état $|f_+, \mathbf{p}\rangle$. Le spectre des valeurs possibles de $\mathbf{p}$ étant continu, on est a priori amené à considérer un nombre infini d'états. Nous allons cependant voir que, aussi bien pour l'effet Hanle mécanique que pour la situation du chapitre III ("résonances noires"), on peut introduire des familles fermées d'états couplés F(p) (IIB1). Les équations qui décrivent l'évolution de

la matrice densité pour les degrés de liberté internes et externes de l'atome (équations de Bloch optiques généralisées: EBOG) sont alors découplées pour les différentes familles en ce qui concerne l'évolution hamiltonienne. Le seul couplage entre familles à prendre en compte sera dû à l'émission spontanée (IIB2). Ces équations sont faciles à intégrer sur ordinateur (IIB3) et nous allons ainsi déduire des équations de Bloch optiques généralisées l'évolution temporelle de la distribution des vitesses des atomes. Nous verrons ainsi par exemple que, même en champ magnétique nul, le pompage optique initial produit un changement de vitesse moyenne $\Delta\mathbf{v}$ minimal de

$$\Delta\mathbf{v}_{min} = \frac{4}{3}\frac{\hbar\mathbf{k}}{M} \qquad \text{(IIB0} - 7)$$

où $\hbar k/M$ est la vitesse de recul correspondant à l'absorption d'un photon (si on part d'un mélange statistique uniforme d'atomes dans les trois sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental). Ce résultat est important pour nos expériences de compensation du champ magnétique décrites dans IIC. Insistons sur le fait que cette approche complètement quantique pour les atomes inclut aussi bien le déplacement moyen de la distribution des vitesses des atomes (dont on tiendrait compte dans un traitement semi-classique par une force moyenne) que l'élargissement de cette distribution des vitesses (qui est en général décrit par un coefficient de diffusion dans une approche semi-classique).

Remarque

La démarche suivie ici est quelque peu paradoxale. Voulant étudier le régime transitoire, et étant réduit à une résolution numérique, on s'aperçoit que la façon la plus rigoureuse de poser le problème (approche tout quantique) est mieux adaptée à la résolution numérique qu'un traitement semi-classique. Celui-ci nécessiterait pour l'étude de l'évolution de la distribution des vitesses le calcul de la force moyenne et du coefficient de diffusion. Notre approche complètement quantique pour les atomes permet donc à la fois un calcul plus rigoureux et considérablement plus facile.

1) Familles fermées d'états couplés en absence d'émission spontanée

a) La notion de familles

Considérons l'état $|f_-, p\rangle$ représentant un atome dans l'état fondamental f_- avec un moment cinétique $m_z = -1$ le long de l'axe de quantification Oz et avec une quantité de mouvement suivant Oz valant $p_{at}^z = p$. Le couplage par le champ magnétique suivant Oy fait précesser le moment cinétique de l'atome autour de Oy de sorte à coupler f_- à f_0 sans changer la quantité de mouvement de l'atome (fig. II–22). Le champ magnétique couple donc $|f_-, p\rangle$ à $|f_0, p\rangle$et de même $|f_+, p\rangle$ à $|f_0, p\rangle$. Cette interaction avec le champ magnétique couple dans l'état excité $|e_0, p'\rangle$à $|e_-, p'\rangle$ et à $|e_+, p'\rangle$.Considérons maintenant l'interaction avec l'onde progressive plane du laser polarisé circulaire positive σ^+ se propageant vers $+Oz$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \epsilon_+ e^{i\omega_L t - ikz} + c.c. \qquad \text{(IIB1 – 1)}$$

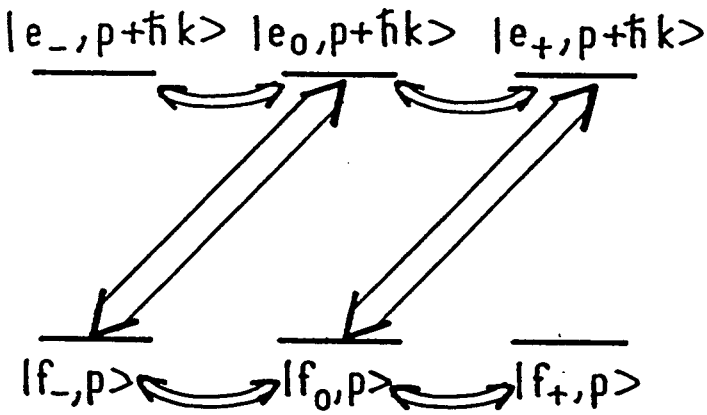


Fig. II–22 : Couplages par laser et champ magnétique : seuls les états appartenant à une même famille $F(p) = \{|f_-, p\rangle, |f_0, p\rangle, |f_+, p\rangle, |e_-, p + \hbar k\rangle, |e_0, p + \hbar k\rangle, |e_+, p + \hbar k\rangle\}$ sont couplés entre eux par le laser (fréquence de Rabi Ω_L) et par le champ magnétique (fréquence de précession Ω_B).

A cause des règles de sélection du moment cinétique cette onde σ^+ ne peut coupler l'état f_-

qu'à e_0 (par absorption ou émission stimulée d'un photon laser σ^+). La règle de sélection de la quantité de mouvement implique que lors de de l'interaction avec une onde plane de vecteur d'onde k suivant Oz l'atome passe de l'état fondamental $|f_-, p\rangle$ (de quantité de mouvement $p^z_{at} = p$) à l'état excité $|e_0, p + \hbar k\rangle$(de quantité de mouvement $p^z_{at} = p + \hbar k$). De la même façon $|f_0, p\rangle$ est couplé par le laser uniquement à $|e_+, p + \hbar k\rangle$.

Nous pouvons donc introduire une famille $F(p)$ de six états couplés par le champ magnétique et le laser (fig. II−22):

$$F(p) = \{|f_-, p\rangle; |f_0, p\rangle; |f_+, p\rangle; |e_-, p + \hbar k\rangle; \\ |e_0, p + \hbar k\rangle; |e_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIB}1 - 2)$$

Tant que nous ne considérons que l'absorption ou l'émission stimulée de photons σ^+ avec une quantité de mouvement $+\hbar k$ le long de Oz et le couplage introduit par le champ magnétique statique le long de Oy, $F(p)$reste une famille fermée d'états couplés. Un état appartenant à $F(p)$n'est pas couplé à un état d'une famille $F(p')$ si $p' \neq p$.

Pour décrire l'état des atomes, nous allons utiliser la matrice densité représentant les degrés de liberté internes et externes des atomes. Il est très utile de séparer les différents éléments de la matrice densité suivant qu'ils représentent des cohérences entre états appartenant à une même famille $F(p)$ (nous les appelerons "cohérences internes", par exemple $\langle f_-, p|\sigma|f_0, p\rangle$ ou encore les populations $\langle f_i, p|\sigma|f_i, p\rangle$ qui représentent un cas particulier des cohérences internes) ou des cohérences entre deux états appartenant à des familles $F(p)$ et $F(p')$ différentes (que nous qualifierons de "cohérences externes", comme par exemple $\langle f_-, p|\sigma|f_0, p' \neq p\rangle$). Considérons alors un état $\Psi(p') \in F(p')$ et $\Psi(p'') \in F(p'')$et calculons l'évolution hamiltonienne de l'élément

$$\langle\Psi(p')|\sigma|\Psi(p'')\rangle$$

de la matrice densité sous l'interaction du champ magnétique et l'absorption/émission stimulée de photons laser σ^+ suivant Oz. Cette évolution est régie par l'équation:

$$i\hbar\frac{d}{dt}\sigma = [H, \sigma] = H\sigma - \sigma H \qquad (\text{IIB}1 - 3)$$

on a donc:

$$i\hbar\frac{d}{dt}\langle\Psi(p')|\sigma|\Psi(p'')\rangle = \langle\Psi(p')|H\sigma - \sigma H|\Psi(p'')\rangle \qquad (\text{IIB}1 - 4)$$

D'après ce que nous venons de voir, les règles de sélection des interactions considérées entraînent que l'hamiltonien H ne couple pas entre eux deux états appartenant à des familles différentes et il est alors facile de voir que des termes tels que $i\hbar\frac{d\sigma}{dt}\langle\Psi(p')|\sigma|\Psi(p'')\rangle$ ne dépendent que d'éléments de la matrice densité ayant la même cohérence interne ou externe. En particulier l'évolution des cohérences internes (du type $\langle\Psi(p)|\sigma|\Psi(p)\rangle$) est découplée des cohérences externes. Cette propriété qui simplifie beaucoup les calculs restera d'ailleurs vraie même si nous prenons en compte l'émission spontanée (voir IIB2). Nous pouvons alors alléger considérablement les calculs. En effet les seuls éléments de la matrice densité qui interviennent dans le calcul de la distribution $N(p^z_{at})$ des quantités de mouvement des atomes sont des populations, qui sont des cohérences internes (IIB3):

$$N(p^z_{at}) = \sum_{i=-,0,+} \{\langle f_i, p|\sigma|f_i, p\rangle + \langle e_i, p|\sigma|e_i, p\rangle\} \qquad (\text{IIB1} - 5)$$

Nous pouvons donc restreindre les calculs aux cohérences internes. Nous supposerons d'ailleurs plus tard (voir IIB3) qu'il n'y a initialement pas de cohérences externes, et celles-ci ne peuvent pas apparaître au cours de l'évolution.

En conclusion nous pouvons nous contenter d'étudier l'évolution des cohérences internes et nous introduisons une notation simplifiée pour les cohérences internes de la famille $F(p)$:

$$\sigma_{f_i f_j}(p) = \langle f_i, p|\sigma|f_j, p\rangle \qquad (\text{IIB1} - 6)$$

$$\sigma_{e_i e_j}(p) = \langle e_i, p + \hbar k|\sigma|e_j, p + \hbar k\rangle \qquad (\text{IIB1} - 7)$$

$$\sigma_{e_i f_j}(p) = \langle e_i, p + \hbar k|\sigma|f_j, p\rangle \qquad (\text{IIB1} - 8)$$

$$\sigma_{f_j e_i}(p) = [\sigma_{e_i f_i}(p)]^* \qquad (\text{IIB1} - 9)$$

avec $i, j = -, 0, +$.

Remarques :

(i) La quantité p dans $F(p)$ intervient ici en tant que indice pour distinguer les différentes familles fermées d'états couplés. Le choix de cet indice provient de la quantité de mouvement de certains états appartenant à $F(p)$,à savoir celle des états fondamentaux. Si nous quantifions aussi le champ laser, cet indice p représente la quantité de mouvement totale de l'atome plus le champ laser (à une

constante près). En effet considérons un état de Fock avec N photons dans le mode laser en absence de couplage V_{AL}. Comme le couplage laser implique l'absorption et donc la disparition d'un photon laser lors du passage d'un état fondamental à un état excité appartenant à $F(p)$,les différents états de $F(p)$sont, en prenant en compte le nombre de photons laser :$|f_i, p, N\rangle$ et $|e_i, p+\hbar k, N-1\rangle (i = -, 0, +)$. La quantité de mouvement atome + champ vaut dans ces cas $p + N\hbar k$ pour les états $|f_i, p, N\rangle$ et $p + \hbar k + (N-1)\hbar k$ pour les états $|e_i, p, N-1\rangle$. Nous voyons donc que l'indice p utilisé pour distinguer la famille $F(p)$ correspond dans cette description à la quantité de mouvement total atome + champ laser, modulo $N\hbar k$.

(ii) Toutes les configurations de niveaux atomiques et champs laser ne permettent pas d'introduire des familles fermées d'états couplés. Considérons par exemple un atome à deux niveaux (f et e) en interaction avec deux lasers $\oplus$et $\ominus$ se propageant en sens inverse (fig. II–23a). L'état $|f, p>$est couplé par absorption d'un photon de l'onde $\oplus$ à $|e, p + \hbar k>$,lui-même couplé par émission stimulée d'un photon dans l'onde $\ominus$ à $|f, p+2\hbar k>$ et ainsi de suite (fig. II–23b). Dans ce cas la famille d'états couplés comporte un nombre infini d'états [10]:

$$F(p) = \{...|f, p-4\hbar k\rangle; |e, p-3\hbar k\rangle; |f, p-2\hbar k\rangle; |e, p-\hbar k\rangle; \\ |f, p\rangle; |e, p+\hbar k\rangle...\} \qquad (\text{IIB1}-10)$$

L'utilisation de telles familles pour un calcul numérique devient alors beaucoup plus difficile, et il faut introduire une troncature sur les états pris en considération. Pour pouvoir introduire des familles F(p) avec un nombre fini d'états, il est impératif de ne pas avoir plus d'un mode de laser couplant deux niveaux atomiques $|f, m_f\rangle$et $|e, m_e\rangle$.

b) <u>Hamiltonien</u>

L'hamiltonien est analogue à celui donné en (IIA3-11) auquel on a maintenant rajouté un terme d'énergie cinétique puisqu'on quantifie les degrés de liberté externes des atomes. Nous nous bornons ici à l'étude du mouvement des atomes suivant l'axe de propagation Oz des lasers. L'hamiltonien atomique H_{at}se compose alors de l'hamiltonien interne H_{int} et de l'hamiltonien pour les degrés de liberté externes H_{cin}:

$$H_{at} = H_{int} + H_{cin} \qquad (\text{IIB1}-11)$$

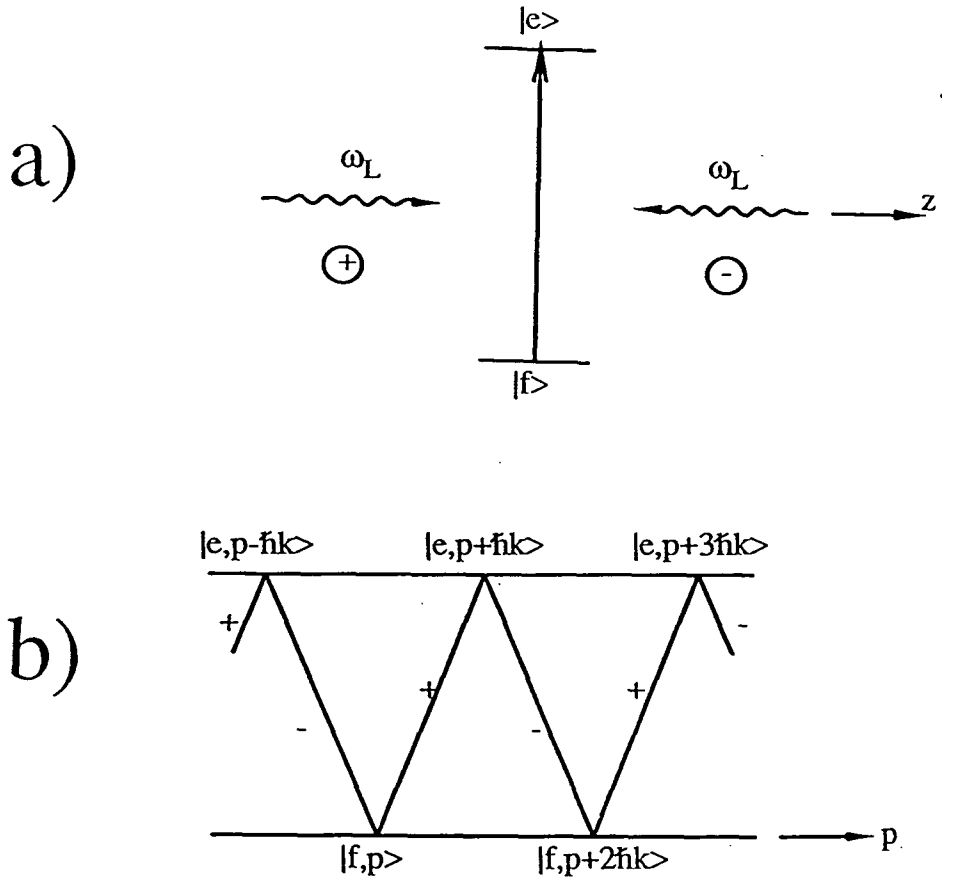


Fig. II−23 : a) Atome à deux niveaux couplés par deux ondes laser se propageant en sens opposé.
b) Le laser couple entre eux tous les états $|f, p - 2n\hbar k\rangle$ et $|e, p - 2(n - 1)\hbar k\rangle$ et la famille $F(p)$ d'états couplés contient un nombre infini d'états. Chaque état est représenté par un point avec une abscisse égale à sa quantité de mouvement suivant l'axe des lasers et avec une ordonnée dépendant de son degré de liberté interne (état excité : ligne supérieure, état fondamental : ligne inférieure).

avec

$$H_{int} = \hbar\omega_0 \sum_p \{|e_-, p\rangle\langle e_-, p| + |e_0, p\rangle\langle e_0 p| + |e_+, p\rangle\langle e_+ p|\} \qquad \text{(IIB1} - 12)$$

et

$$H_{cin} = \frac{\hat{p}^2}{2M} \qquad (\text{IIB1} - 13)$$

où $\hat{p}$ est l'opérateur quantité de mouvement atomique le long de Oz.

Nous traitons toujours le champ laser classiquement :

$$\mathbf{E}(\hat{z}, t) = E_0 e^{i(k\hat{z} - \omega_L t)} \epsilon_+ + h.c. \qquad (\text{IIB1} - 14)$$

où E_0 est l'amplitude du champ laser, $\mathbf{k}$ son vecteur d'onde (le long de Oz), ω_L sa fréquence et ϵ_+ le vecteur polarisation circulaire positive:

$$\epsilon_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) \qquad (\text{IIB1} - 15)$$

Notons que $\hat{z}$ est l'opérateur position suivant Oz agissant sur les degrés de liberté externes de l'atome. Dans l'approximation dipolaire électrique l'hamiltonien d'interaction atome-laser est

$$V_{AL} = -\mathbf{D}.\mathbf{E}(\hat{z}, t) \qquad (\text{IIB1} - 16)$$

où $\mathbf{D}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome. En notant Ω_L la fréquence de Rabi associée à la transition $f_- \longleftrightarrow e_0$ et $f_0 \longleftrightarrow e_+$:

$$\Omega_L = -\frac{\langle e_0 | \mathbf{D}.\epsilon_+ E_0 | f_- \rangle}{\hbar} = -\frac{\langle e_+ | \mathbf{D}.\epsilon_+ E_0 | f_0 \rangle}{\hbar} \qquad (\text{IIB1} - 17)$$

et en tenant compte des règles de sélection pour le moment cinétique

$$\langle e_- | \mathbf{D}.\epsilon_+ | f_- \rangle = \langle e_+ | \mathbf{D}.\epsilon_+ | f_- \rangle = 0 \qquad (\text{IIB1} - 18)$$

$$\langle e_- | \mathbf{D}.\epsilon_+ | f_0 \rangle = \langle e_0 | \mathbf{D}.\epsilon_+ | f_0 \rangle = 0 \qquad (\text{IIB1} - 19)$$

les termes résonnants (approximation RWA) du hamiltonien de couplage atome-laser sont:

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2} \sum_p \{ |e_0, p\rangle\langle f_-, p| + |e_+, p\rangle\langle f_0, p| \} \; e^{ik\hat{z}} e^{-i\omega_L t} + h.c. \qquad (\text{IIB1} - 20)$$

L'opérateur $e^{ik\hat{z}}$ s'écrit aussi:

$$e^{ik\hat{z}} = \sum_{p'} |p'\rangle\langle p' - \hbar k| = \sum_{p'} |p' + \hbar k\rangle\langle p'| \qquad (\text{IIB1} - 21)$$

et nous obtenons finalement:

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2} \sum_p \{|e_0, p+\hbar k\rangle\langle f_-, p| + |e_+, p+\hbar k\rangle\langle f_0, p|\} e^{-i\omega_L t} + h.c. \quad (\text{IIB1} - 22)$$

Le champ magnétique est dirigé suivant Oy

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_y \quad (\text{IIB1} - 23)$$

et l'hamiltonien de couplage V_B est:

$$V_B = -\mathcal{M}.\mathbf{B} \quad (\text{IIB1} - 24)$$

où $\mathcal{M}$ est l'opérateur moment magnétique de l'atome. Comme nous nous intéressons surtout à des faibles champs magnétiques ($B \lesssim 100$ mgauss, $\Omega_B \leq \Gamma/5$)nous négligeons, tout comme dans la partie IIA, le couplage magnétique entre les différents sous-niveaux Zeeman de l'état excité. En effet lorsque la précession entre ces niveaux, induite par le champ magnétique devient trop lente, l'émission spontanée empêche l'établissement d'une cohérence hertzienne dans l'état excité. Nous pouvons alors mettre V_B sous la forme:

$$V_B = -\gamma J_y B = -\frac{i\hbar\gamma B}{\sqrt{2}} \sum_p \{|f_-, p\rangle\langle f_0, p| - |f_+, p\rangle\langle f_0, p|\} + h.c. \quad (\text{IIB1} - 25)$$

où $\gamma = 2.8 MHz/$gauss est le rapport gyromagnétique dans l'état fondamental et J_y l'opérateur moment cinétique suivant Oy pour un moment cinétique un dans une base standard:

$$J_y = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IIB1} - 26)$$

Nous définissons la fréquence de précession magnétique Ω_B par :

$$\Omega_B = \sqrt{2}\gamma B \quad (\text{IIB1} - 27)$$

Comme dans la partie IIA, le fait de négliger le couplage magnétique dans l'état excité nous permet de ne plus considérer les états $|e_-, p>$. L'hamiltonien total se met donc sous la forme:

$$H = H_{int} + V_{AL} + V_B \quad (\text{IIB1} - 28)$$

avec:

$$H_{int} = \hbar\omega_0 \sum_p \{|e_0,p\rangle\langle e_0,p| + |e_+,p\rangle\langle e_+,p|\} + \frac{\hat{p}^2}{2M} \qquad (\text{IIB1} - 29)$$

$$V_{AL} = \frac{\hbar\Omega_L}{2} \sum_p \{|e_0,p+\hbar k\rangle\langle f_-,p| + |e_+,p+\hbar k\rangle\langle f_0,p|\} + h.c. \qquad (\text{IIB1} - 30)$$

$$V_B = -i\frac{\hbar\Omega_B}{2} \sum_p \{|f_-,p\rangle\langle f_0,p| - |f_+,p\rangle\langle f_0,p|\} + h.c. \qquad (\text{IIB1} - 31)$$

Nous voyons donc clairement que cet hamiltonien ne couple que des états appartenant à la même famille $F(p)$.

c)<u>Contribution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques généralisées</u>

Nous pouvons maintenant établir les équations d'évolution de la matrice densité σ sous l'action de l'hamiltonien donné en (IIB1−31). Comme nous avons vu que l'hamiltonien ne couple que des états appartenant à une même famille $F(p)$, nous pouvons nous limiter aux cohérences internes de la matrice densité σ (voir IIB1a). La contribution de l'évolution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques généralisées est:

$$i\hbar\,[\dot{\sigma}]_{Ham} = [H,\sigma] \qquad (\text{IIB1} - 32)$$

Afin d'éliminer la dépendance temporelle des coefficients nous posons:

$$\tilde{\sigma}_{e_i f_j}(p) = \sigma_{e_i f_j}(p) e^{i\omega_L t} \qquad (\text{IIB1} - 33\text{a})$$

$$\tilde{\sigma}_{e_i e_j}(p) = \sigma_{e_i e_j}(p) \qquad (\text{IIB1} - 33\text{b})$$

$$\tilde{\sigma}_{f_i f_j}(p) = \sigma_{f_i f_j}(p) \qquad (\text{IIB1} - 33\text{c})$$

$$i = -, 0, +$$

Les équations d'évolution hamiltonienne sont alors:

Populations:

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 e_0}(p)]_{Ham} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_-}(p) - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- e_0}(p)\right) \qquad (\text{IIB1} - 34\text{a})$$

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ e_+}(p)]_{Ham} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0}(p) - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 e_+}(p)\right) \qquad (\text{IIB1} - 34\text{b})$$

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_- f_-}(p)]_{Ham} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- e_0}(p) - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_-}(p)\right) - \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_0 f_-}(p) + \tilde{\sigma}_{f_- f_0}(p)\right) \qquad (\text{IIB1} - 34\text{c})$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0 f_0}(p)\right]_{Ham} = i\left(\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 e_+}(p) - \frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0}(p)\right)$$
$$- \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_+ f_0}(p) + \tilde{\sigma}_{f_0 f_+}(p) - \tilde{\sigma}_{f_- f_0}(p) - \tilde{\sigma}_{f_0 f_-}(p)\right) \quad \text{(IIB1 – 34d)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_+ f_+}(p)\right]_{Ham} = \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_+ f_0}(p) + \tilde{\sigma}_{f_0 f_+}(p)\right) \quad \text{(IIB1 – 34e)}$$

Cohérences optiques:

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_-}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_-}(p) + \frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_0 e_0}(p) - \tilde{\sigma}_{f_- f_-}(p)\right)$$
$$- \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0}(p) \quad \text{(IIB1 – 34f)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_0}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_0}(p) + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 e_+}(p) - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- f_0}(p)$$
$$+ \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_0 f_-}(p) - \tilde{\sigma}_{e_0 f_+}(p)\right) \quad \text{(IIB1 – 34g)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0 f_+}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_0 f_+}(p) - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- f_+}(p)$$
$$+ \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0}(p) \quad \text{(IIB1 – 34h)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_-}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_-}(p) + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ e_0}(p) - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 f_-}(p)$$
$$- \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0}(p) \quad \text{(IIB1 – 34i)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_0}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_0}(p) + \frac{i\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_+ e_+}(p) - \tilde{\sigma}_{f_0 f_0}(p)\right)$$
$$+ \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{e_+ f_-}(p) - \tilde{\sigma}_{e_+ f_+}(p)\right) \quad \text{(IIB1 – 34j)}$$

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+ f_+}(p)\right]_{Ham} = i\left[\left(\delta - k\frac{p}{M}\right) - \omega_R\right]\tilde{\sigma}_{e_+ f_+}(p) + \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_0 f_+}(p)$$
$$+ \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}_{e_+ f_0}(p) \quad \text{(IIB1 – 34k)}$$

Cohérences hertziennes fondamentales:

$$\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_- f_0}(p)\right]_{Ham} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_- e_+}(p) - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0 f_0}(p)$$
$$+ \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_- f_-}(p) - \tilde{\sigma}_{f_0 f_0}(p) - \tilde{\sigma}_{f_- f_+}(p)\right) \quad \text{(IIB1 – 34l)}$$

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_+}(p)]_{Ham} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_+}(p) + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_-f_0}(p) - \tilde{\sigma}_{f_0f_+}(p)\right) \quad (\text{IIB1} - 34\text{m})$$

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0f_+}(p)]_{Ham} = -\frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_+}(p) + \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}_{f_0f_0}(p) - \tilde{\sigma}_{f_+f_+}(p) + \tilde{\sigma}_{f_-f_+}(p)\right) \quad (\text{IIB1} - 34\text{n})$$

Cohérence excitée:

$$[\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-e_+}(p)]_{Ham} = \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_0}(p) - \frac{i\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}_{f_-e_+}(p) - \Gamma\tilde{\sigma}_{e_0e_+}(p) \quad (\text{IIB1} - 34\text{o})$$

Nous avons posé ici $\hbar\omega_R = \hbar^2k^2/2M$.

Ces équations généralisent les équations de Bloch optiques dans le cas où on a quantifié les degrés de liberté externes. Notons que la seule différence avec les équations de Bloch optiques de la partie IIA2 (en négligeant les termes pour l'émission spontanée sur lesquels nous revenons dans la prochaine partie) est l'effet de recul qui se traduit dans l'évolution des cohérences optiques par des termes en $\delta - \omega_R$ à la place de δ. Nous avons choisi la phase de l'état excité telle que $\Omega_L = \Omega_L^*$ (voir IIA2).

2) Emission spontanée

Après avoir vu comment l'interaction hamiltonienne couple entre eux des états appartenant à une même famille $F(p)$, nous montrons maintenant comment l'émission spontanée couple les différentes familles $F(p)$ entre elles. Considérons par exemple un atome dans l'état excité $|e_+, p + \hbar k\rangle$ avec une quantité de mouvement $p_{at}^z = p + \hbar k$ appartenant à la famille $F(p)$. Lorsque cet atome émet un photon spontané, de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{sp}$ et de polarisation ϵ_{sp}, il tombe dans l'état fondamental. Les règles de sélection pour le moment cinétique sont identiques à celles qu'on a lorsqu'on traite classiquement les degrés de liberté externes des atomes (voir IIA3). Mais pour obtenir les règles de sélection pour les degrés de liberté externes des atomes nous devons maintenant aussi considérer la quantité de mouvement du photon émis. Soit u la projection sur l'axe Oz de la quantité de mouvement $\hbar\mathbf{k}_{sp}$ du photon émis ($u = \hbar\mathbf{k}_{sp}.\mathbf{e}_z$). La conservation de la quantité du mouvement implique alors que la quantité de mouvement de l'atome le long de Oz change de $-u$. L'atome passe donc de l'état $|e_+, p + \hbar k\rangle$à un état fondamental f de quantité de mouvement $p_{at}^z = p + \hbar k - u$:

$$|e_+, p + \hbar k\rangle \xrightarrow[spontanée]{émission} |f, p + \hbar k - u\rangle \quad (\text{IIB2} - 1)$$

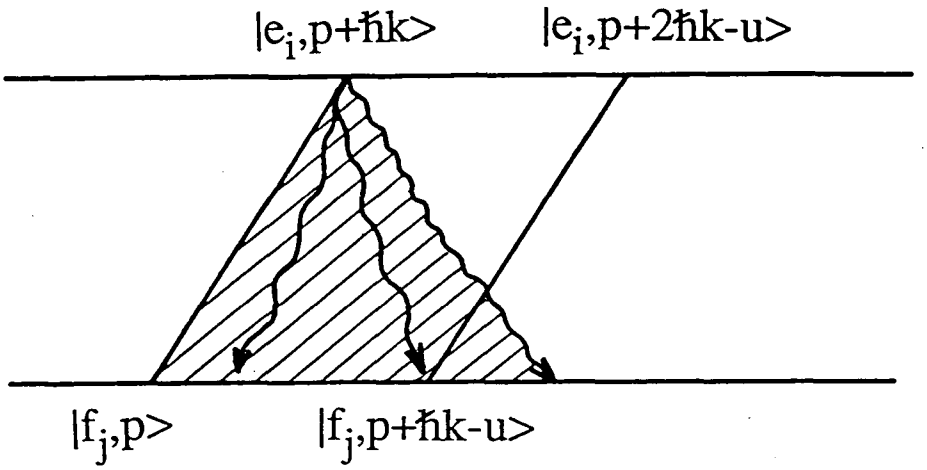


Fig. II–24 : Redistribution d'atomes entre états appartenant à des familles $F(p)$ différentes sous l'influence de l'émission spontanée. Un atome dans l'état $|e_i, p + \hbar k\rangle$ appartenant à $F(p)$ peut, par émission spontanée d'un photon de quantité de mouvement u suivant Oz, tomber dans l'état $|f_j, p + \hbar k - u\rangle$ appartenant à la famille $F(p + \hbar k - u)$.

L'état final $|f, p + \hbar k - u\rangle$n'appartient donc en général plus à la famille $F(p)$ mais à $F(p + \hbar k - u)$. La projection u pouvant varier entre:

$$-\hbar k \leq u \leq \hbar k \qquad \text{(IIB2} - 2)$$

l'émission spontanée couple donc une famille $F(p)$ aux familles $F(p')$ (fig. II–24) avec:

$$p \leq p' \leq p + 2\hbar k \qquad \text{(IIB2} - 3)$$

Etudions maintenant l'évolution des éléments de la matrice densité sous l'effet de l'émission spontanée [11].Analysons d'abord l'évolution des cohérences internes sous l'effet de l'émission spontanée. Les termes dans les équations de Bloch optiques généralisées décrivant l'amortissement de l'état excité par l'émission spontanée sont analogues à ceux qu'on obtient lorsqu'on traite classiquement les degrés de liberté externes de l'atome :

$$\left[\dot{\sigma}_{e_i e_j}(p)\right]_{sp} = -\Gamma \sigma_{e_i e_j}(p) \qquad \text{(IIB2} - 4)$$

$$\left[\dot{\sigma}_{e_i f_j}(p)\right]_{sp} = -\Gamma/2\sigma_{e_i f_j}(p) \qquad (\text{IIB2} - 5)$$

avec $i, j = -, 0, +$.Les cohérences optiques s'amortissent deux fois plus vite par l'émission spontanée que les populations ou les cohérences hertziennes de l'état excité.

Pour l'alimentation de l'état fondamental, nous devons maintenant tenir compte en plus de la projection u de la quantité de mouvement suivant Oz du photon émis, responsable de la redistribution entre familles $F(p)$ différentes. Etudions par exemple l'alimentation de la population de l'état $|f_+, p\rangle$ appartenant à $F(p)$ sous l'effet de l'émission spontanée. Un tel état est alimenté par $|e_i, p+u\rangle (i = 0, +)$ de population $\sigma_{e_i e_i}(p - \hbar k + u)$ et appartenant à $F(p - \hbar k + u)$ avec un taux :

$$\Gamma^i_+ H(u) \qquad (\text{IIB2} - 6)$$

où $H(u)$ est une fonction normalisée :

$$\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} H(u)du = 1 \qquad (\text{IIB2} - 7)$$

et Γ^i_+ est le taux de desexcitation de $|e_i\rangle$ vers $|f_+\rangle$:

$$\Gamma^i_+ = \Gamma/2 \qquad (\text{IIB2} - 8)$$

Pour la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ tous les Γ^i_j valent $\Gamma/2$ sauf Γ^0_0 qui est nul. L'intégration sur u nous donne alors pour l'alimentation des populations de l'état fondamental:

$$\dot{\sigma}_{f_i f_i}(p)\,]_{sp} = \sum_{j=-,0,+} \Gamma^i_j \int_{-\hbar k}^{+\hbar k} du H(u)\sigma_{e_j e_j}(p - \hbar k + u) \qquad (\text{IIB2} - 9)$$

Le noyau $H(u)$ dépend du diagramme de rayonnement et l'on a par exemple pour la transition $|e_0\rangle \longrightarrow |f_\pm\rangle$:

$$H(u) = \frac{3}{8\hbar k}\left(1 + \frac{u^2}{\hbar^2 k^2}\right) \qquad (\text{IIB2} - 10\text{a})$$

tandis que pour une transition π telle que $|e_+\rangle \longrightarrow |f_+\rangle$ on a:

$$H(u) = \frac{3}{4\hbar k}\left(1 - \frac{u^2}{\hbar^2 k^2}\right) \qquad (\text{IIB2} - 10\text{b})$$

Il faut aussi tenir compte de l'alimentation des cohérences hertziennes dans l'état fondamental. A cause de l'invariance de l'émission spontanée par rotation autour de l'axe Oz

une cohérence hertzienne dans l'état fondamental entre deux niveaux Zeeman de moment cinétique m_i et m_j suivant Oz ne peut être alimentée que par une cohérence hertzienne dans l'état excité entre deux niveaux Zeeman de moment cinétique m_k et m_l si:

$$m_i - m_j = m_k - m_l \qquad (\mathrm{IIB2} - 11)$$

L'invariance de l'émission spontanée par translation dans l'espace libre entraîne d'autre part qu'une cohérence interne (entre $|f_-, p\rangle$ et $|f_+, p\rangle$ par exemple) ne peut être alimentée que par une autre cohérence interne (entre $|e_-, p-u\rangle$ et $|e_+, p-u\rangle$ par exemple). L'alimentation des cohérences $\sigma_{f_i f_j}(p)$ est donc donnée par:

$$\left[\dot{\sigma}_{f_i f_j}(p)\right]_{sp} = \sum_{l-m=i-j} \Gamma_{i,j}^{l,m} \int_{-\hbar k}^{\hbar k} du H(u) \sigma_{e_l e_m}(p - \hbar k + u) \quad (\mathrm{IIB2} - 12)$$

où $\Gamma_{i,j}^{l,m} = C_{f_i}^{e_l} C_{f_j}^{e_m}$. En conclusion, les seuls termes à considérer en ce qui concerne la contribution de l'émission spontanée aux équations de Bloch optiques sont ceux de IIB2–4,5,9 et 12.

Intéressons-nous maintenant à l'évolution des cohérences externes sous l'effet de l'émission spontanée. A cause de l'invariance de l'émission spontanée par translation dans l'espace libre une cohérence externes entre $|f_-, p'\rangle$ et $|f_-, p''\rangle$ par exemple ne peut être alimenté que par un terme $\langle e_i, p' - u|\sigma|e_i, p'' - u\rangle$ ayant la même cohérence externe. Comme cependant nous n'aurons pas besoin des cohérences externes pour le calcul de la distribution des vitesses le long de Oz et que l'évolution des cohérences internes est entièrement découplée des cohérences externes, nous pouvons nous contenter de calculer uniquement l'évolution des cohérences internes.

3) Evolution de la distribution des vitesses

a) Distribution initiale

Nous prenons comme distribution initiale un mélange statistique des trois sous-niveaux Zeeman f_-, f_0 et f_+de l'état fondamental avec la même distribution $N_0(p_{at}^z)$ pour la quantité de mouvement suivant Oz. Nous supposons aussi qu'il n'y a initialement pas de cohérences externes. La matrice densité initiale est donc diagonale:

$$\sigma_{f_-f_-}(p) = \frac{1}{3}N_0\left(p_{at}^z = p\right) \qquad \text{(IIB3} - \text{1a)}$$

$$\sigma_{f_0f_0}(p) = \frac{1}{3}N_0\left(p_{at}^z = p\right) \qquad \text{(IIB3} - \text{1b)}$$

$$\sigma_{f_+f_+}(p) = \frac{1}{3}N_0\left(p_{at}^z = p\right) \qquad \text{(IIB3} - \text{1c)}$$

Cette distribution initiale est la plus plausible pour des atomes émis par une source à l'équilibre thermodynamique (si l'énergie Zeeman est très inférieure à k_BT). Il s'agit donc pour chaque valeur de p d'un mélange statistique d'entropie maximale. Nous représentons la distribution $N_0(p_{at}^z)$ par une fonction gaussienne:

$$N_0\left(p_{at}^z\right) = N_0\exp\left(-\frac{p^2}{2\Delta p_0^2}\right) \qquad \text{(IIB3} - \text{2)}$$

pour tenir compte par un expression analytique simple de notre distribution des vitesses. Pour la plupart de nos expériences, on a:

$$\Delta p_0 = 4\hbar k$$

Comme nous l'avons vu dans IIA2, l'origine de l'axe des vitesses n'a dans la configuration d'une onde laser progressive de signification que relativement au désaccord. Nous pouvons donc fixer l'origine des quantités de mouvement au centre de la distribution $N_0(p)$.

b) Equation pilote : équations de Bloch optiques généralisées

Nous obtenons l'équation pilote pour la matrice densité décrivant à la fois les degrés de liberté internes et les degrés de liberté externes en ajoutant les contributions de l'hamiltonien (IIB1c, équations IIB1−34) et de l'émission spontanée (IIB2c, équations IIB2−4,5,9 et 12):

$$\dot{\tilde{\sigma}}(p) = \left[\dot{\tilde{\sigma}}(p)\right]_{Ham} + \left[\dot{\tilde{\sigma}}(p)\right]_{Spont} \qquad \text{(IIB3} - \text{3)}$$

Rappelons que ces équations résultent d'un traitement quantique des degrés de liberté internes et externes. En particulier ces équations tiennent compte de l'effet de recul lors de l'absorption ou l'émission d'un photon. Ce sont des équations aux différences finies, couplant par exemple la population $\tilde{\sigma}_{e_0e_0}(p)$ de l'état e_0 (avec une quantité de mouvement $p_{at}^z = p + \hbar k$) aux cohérences $\tilde{\sigma}_{e_0f_-}(p)$ et ainsi à la population $\tilde{\sigma}_{f_-f_-}(p)$ (avec une quantité de mouvement $p_{at}^z = p$). Le fait d'avoir pu regrouper les états en familles fermées d'états couplés $F(p)$ rend possible une résolution numérique facile de l'équation pilote : on a en effet ainsi pu réduire considérablement le nombre des éléments de la matrice densité $\tilde{\sigma}(p)$ à prendre en compte en se débarrassant de toutes les cohérences externes (voir IIB1 et IIB2).

c) Distribution finale

Nous nous intéressons uniquement à la distribution des quantités de mouvement le long de l'axe Oz. Nous devons donc prendre la trace sur les degrés de liberté internes non mesurés. Cette distribution est alors donnée par

$$N(p_{at}^z) \propto \sigma_{e_0e_0}(p - \hbar k) + \sigma_{e_+e_+}(p - \hbar k) + \sigma_{f_-f_-}(p) + \sigma_{f_0f_0}(p) + \sigma_{f_+f_+}(p) \qquad \text{(IIB3 - 4)}$$

Dans nos expériences, les atomes que nous détectons ont parcouru une grande distance (1.3 m) après la zone d'interaction avec le laser. Des atomes qui étaient dans l'état excité à la fin de la zone d'interaction se seront donc désexcités par émission spontanée avant d'arriver au détecteur, après un temps de l'ordre de la durée de vie Γ^{-1} de l'état excité qui est très court devant le temps de vol T_{vol} sur 1.3 m:

$$\Gamma^{-1} \simeq 10^{-7}\text{s} \ll 10^{-3}\text{s} = T_{vol}$$

L'effet de recul lors de cette dernière émission spontanée produit donc un élargissement de l'ordre de $\hbar k/M$ pour la contribution des populations excitées à la distribution des vitesses. Cependant pour les champs magnétiques et laser considérés ici, la population des états excités est très faible et l'élargissement de la distribution des quantités de mouvement $N(p_{at}^z)$ due à la desexcitation des états excités lors du vol libre entre la zone d'interaction

et le détecteur peut être négligé. Nous prenons donc pour le calcul de la distribution finale des quantités de mouvement l'expression de $N(p_{at}^z)$ donnée en (IIB3–4).

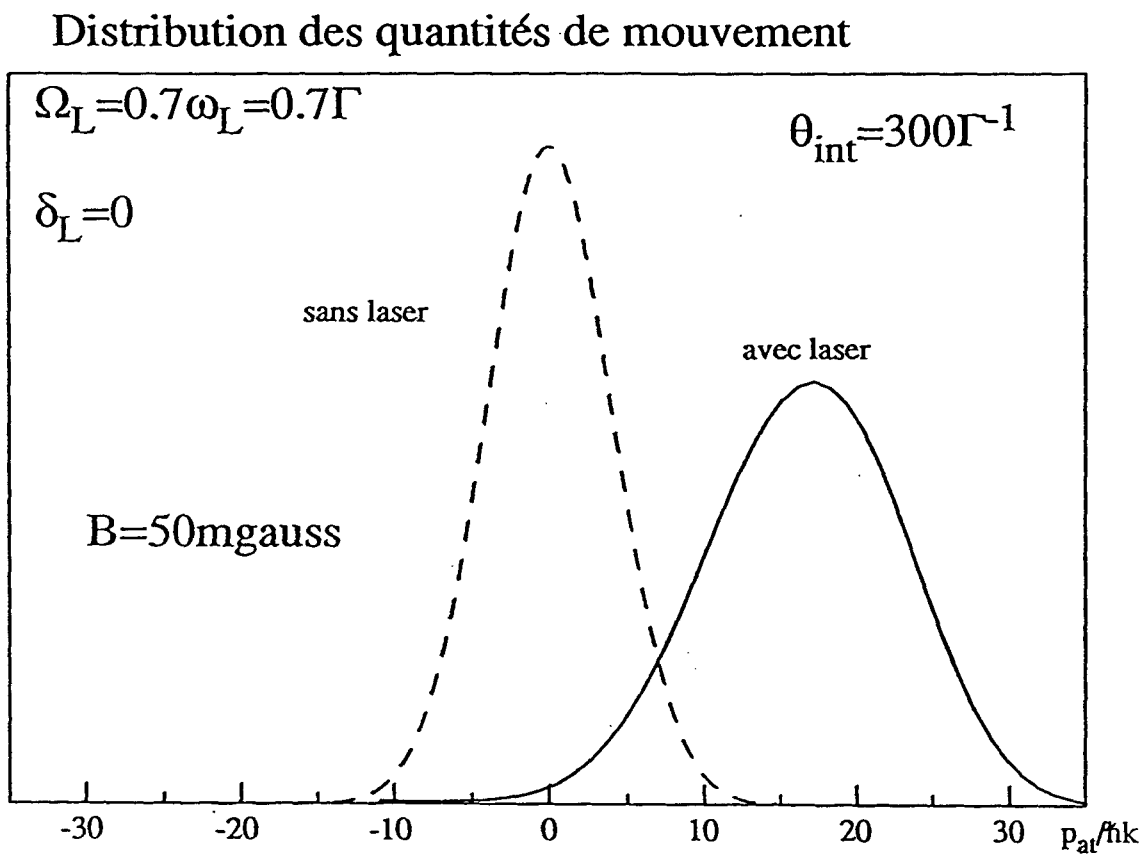


Fig. II–25 : Distribution des quantités de mouvement suivant Oz obtenu par intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées pour un champ magnétique transverse de 50 mgauss ($\Omega_B = \sqrt{2}\gamma B = 0.12\Gamma$), un désaccord nul ($\delta_L = 0$), une fréquence de Rabi du couplage atome-laser $\Omega_L = 0.7\Gamma$ (qui inclut le coefficient de Clebsch-Gordon de $1/\sqrt{2}$ de la transition $|f_-\rangle \longrightarrow |e_0\rangle$ et de $|f_0\rangle \longrightarrow |e_+\rangle$) et après un temps d'interaction de 30 μs ($\theta_{int} = 300\Gamma^{-1}$).La distribution initiale, une gaussienne de demi-largeur à $exp\{-1/2\}$ de $\Delta p_0 = 4\hbar k$avec un mélange statistique entre $|f_-\rangle, |f_0\rangle$ et $|f_+\rangle$, est représentée en tirets.

4) Analyse numérique et résultats

a) Procédure numérique

L'évolution temporelle des éléments de la matrice densité est obtenue par intégration pas par pas des équations aux différences finies (IIB3−3), en partant d'une distribution initiale donnée par (IIB3−1). Nous avons fait cette intégration à l'ordre un en dt:

$$\sigma(t+dt) = \sigma(t) + \dot{\sigma}(t).dt \qquad (\text{IIB4}-1)$$

avec une incrémentation temporelle $dt = 0.05\Gamma^{-1}$. Nous avons vérifié que lorsque nous divisons le pas temporel par deux, nous retrouvons le même résultat pour $N(p_{at}^z)$, ce qui montre que $dt = 0.05\Gamma^{-1}$ est suffissement petit pour ne pas avoir des erreurs introduites par les imprécisions du calcul. La variable continue p a été discrétisée en intervales $\Delta p = \hbar k$ entre $p_{min} = -20\hbar k$ et $p_{max} = 60\hbar k$. Ces paramètres permettent de calculer l'évolution de la distribution des vitesses pour des temps d'interaction $T_{int} = 300\Gamma^{-1}$ tant que le nombre moyen de cycles de fluorescence est inférieur à

$$N < \frac{p_{max}}{\hbar k} \simeq 60 \qquad (\text{IIB4}-2)$$

ce qui dans une approche semi-classique correspondrait à une force f inférieure à:

$$f < F_{max} \simeq \frac{p_{max}}{T_{int}} \simeq 0.2\hbar k\Gamma \qquad (\text{IIB4}-3)$$

Pour l'étude des faibles champs magnétiques ceci est toujours le cas (voir IIA) et nous nous intéressons à la limite de faibles champs magnétiques. Si on veut étudier des forces plus grandes pendant $T_{int} = 300\Gamma^{-1}$, il faut choisir p_{max}plus grand car la distribution de vitesse se déplacera alors plus loin que $60\hbar k/M$.

Dans le cas ci-dessus nous devons considérer N états:

$$N = n_{int}.n_{ext} = 5.80 = 400$$

où n_{int} est le nombre de degré de liberté internes à considérer ($n_{int} = 5$ en négligeant l'état e_-) ; n_{ext} est le nombre de degrés de liberté externes ($n_{ext} = (p_{max} - p_{min})/\Delta p$). La matrice densité contient alors $N^2 = 160000$ éléments. Or comme nous l'avons déjà fait

remarquer, nous avons pu négliger toutes les cohérences externes ($\langle p'|\sigma|p''\rangle$ avec $p' \neq p''$ voir IIB1) ce qui ramène le nombre d'éléments de σ à considérer à

$$(n_{int})^2 .n_{ext} = 2000$$

Un tel calcul est facilement réalisable sur un ordinateur personnel.

Chaque pas de l'intégration temporelle comporte plusieurs termes. D'abord nous calculons le changement des éléments de la matrice densité provenant de l'évolution hamiltonienne. Comme seuls les états appartenant à une même famille $F(p)$ sont couplés par l'évolution hamiltonienne $\left[\dot{\tilde{\sigma}}(p)\right]_{Ham}$, donné par les équations IIB1−34. Ensuite nous calculons pour chaque valeur de p les termes d'alimentation $\bar{p}_{ij}(p,t)$ intervenant dans l'évolution de l'état fondamental sous l'effet de l'émission spontanée

$$\bar{p}_{ij}(p,t) = \int_{-\hbar k}^{+\hbar k} du H(u)\sigma_{ij}(p+\hbar k-u,t) \qquad \text{(IIB4}-4)$$

Nous obtenons alors les éléments de la matrice densité atomique à l'instant t+dt enajoutant les contributions de l'évolution hamiltonienne (IIB1) et de l'émission spontanée (IIB2):

$$\tilde{\sigma}_{ij}(p,t+dt) = \tilde{\sigma}_{ij}(p,t) + dt\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{ij}(p,t)\right]_{Ham} + dt\left[\dot{\tilde{\sigma}}_{ij}(p,t)\right]_{sp} \qquad \text{(IIB4}-5)$$

Remarque :

Nous avons vérifié sur des calculs particuliers que la distribution des vitesses est très insensible à la forme exacte du noyau H(u), *sous condition d'avoir un noyau de largeur* 2ħk *et normalisé. Nous avons pris comme diagramme de rayonnement une fonction constante entre* $-\hbar k$ *et* $+\hbar k$:

$$H(u) = \frac{1}{2\hbar k} \qquad \text{si} - \hbar k \leq \hbar k \qquad \text{(IIB4}-6\text{a)}$$

$$H(u) = 0 \qquad \text{si}|u| > \hbar k \qquad \text{(IIB4}-6\text{b)}$$

qui a donné après quelques cycles de fluorescence des résultats sensiblement identiques à un noyau

$$H(u) = \frac{3}{8\hbar k}(1+\frac{u^2}{\hbar^2 k^2})$$

b) Evolution de la vitesse moyenne

La figure II−25 montre la distribution des vitesses pour un temps d'interaction de $T_{int} = 300\Gamma^{-1}$. Le champ magnétique correspondant à 10 mgauss donne pour l'hélium dans l'état fondamental ($\gamma = 2.8MHz/gauss$) une fréquence de précession $\Omega_B = 2.5\ 10^{-2}\Gamma$. Nous avons pris un désaccord nul à vitesse nulle ($\delta = \omega_L - \omega_0 = 0$) et une fréquence de Rabi $\Omega_L = \Gamma$ pour le laser. A part le déplacement du centre de gravité de la distribution, nous constatons un élargissement de cette distribution, qui reflète la diffusion dans l'espace des vitesses due aux fluctuations du nombre de cycles de fluorescence pendant un intervalle de temps donnée et au caractère aléatoire de la direction des photons émis spontanément. Afin de comparer ces résultats à ceux obtenus par la méthode de la partie IIA, nous traçons sur la figure II-26 la vitesse moyenne $\bar{v}$ des atomes (fig. II−26a) et la variation de cette vitesse $\frac{d\bar{v}}{dt}$ (fig. II−26b) en fonction du temps. La ligne en pointillé sur la figure II-26b indique la valeur $\frac{d\bar{v}^{st}}{dt}$ correspondant à la force donnée par le calcul semi-classique de la partie IIA2:

$$M\frac{d\bar{v}^{st}}{dt} = f^{st} \qquad \text{(IIB4} - 7)$$

Pour interpréter la différence apparaissant au début du temps d'interaction, étudions de plus près en particulier le cas limite d'un champ magnétique rigoureusement nul ($\Omega_B = 0$). Partant d'un mélange statistique d'atomes dans les états $|f_-\rangle, |f_0\rangle$,et $|f_+\rangle$,le pompage optique induit par le laser polarisé circulaire σ^+ va transférer tous les atomes dans le niveau $|f_+\rangle$ après quelques cycles de fluorescence. Nous nous attendons donc que pour une telle condition initiale la vitesse moyenne des atomes va changer d'une quantité Δv:

$$\Delta v = \bar{N}\hbar k/M \qquad \text{(IIB4} - 8)$$

où $\bar{N}$ est le nombre moyen de photons absorbés par atome. Même en champ magnétique nul où la force à l'état stationnaire est nulle, la vitesse moyenne des atomes change pendant un régime transitoire de pompage optique.

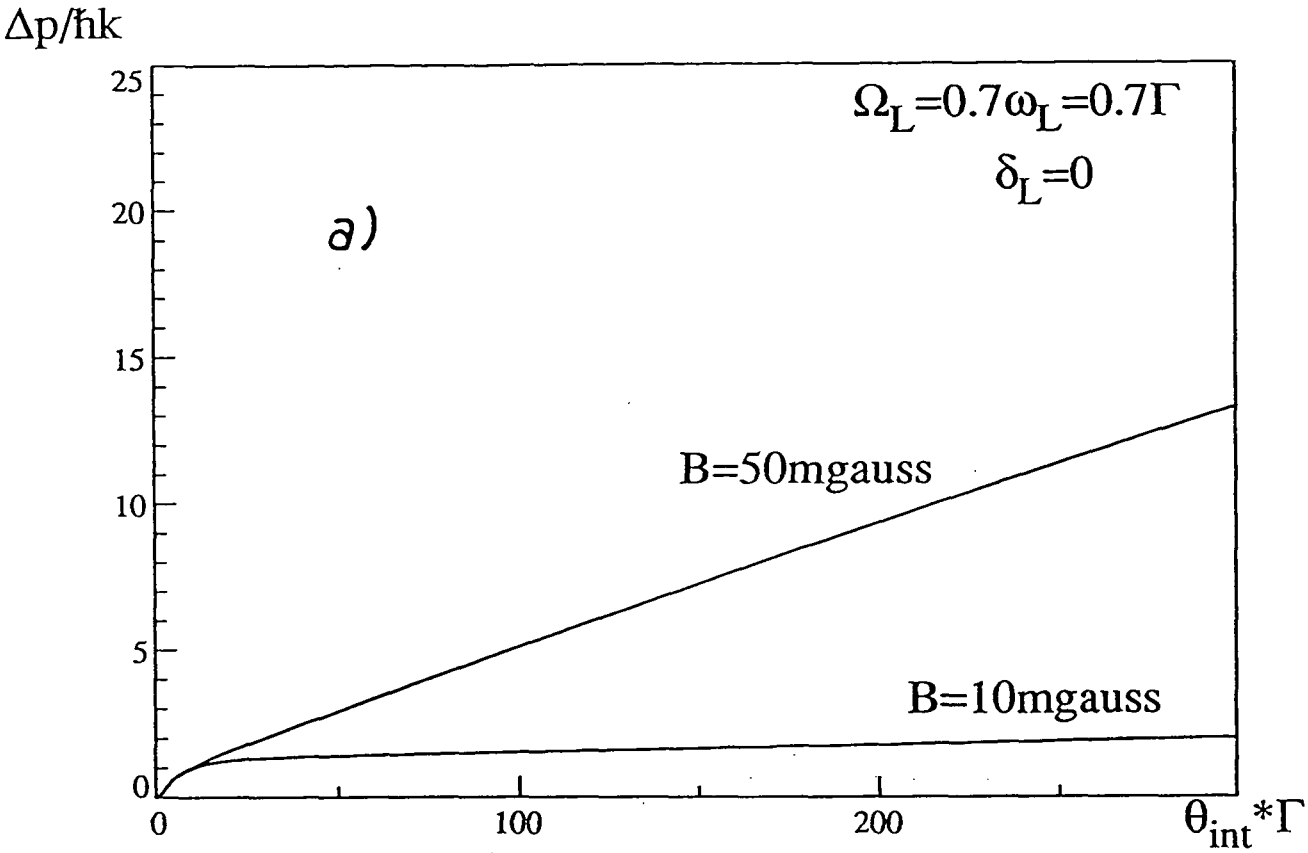
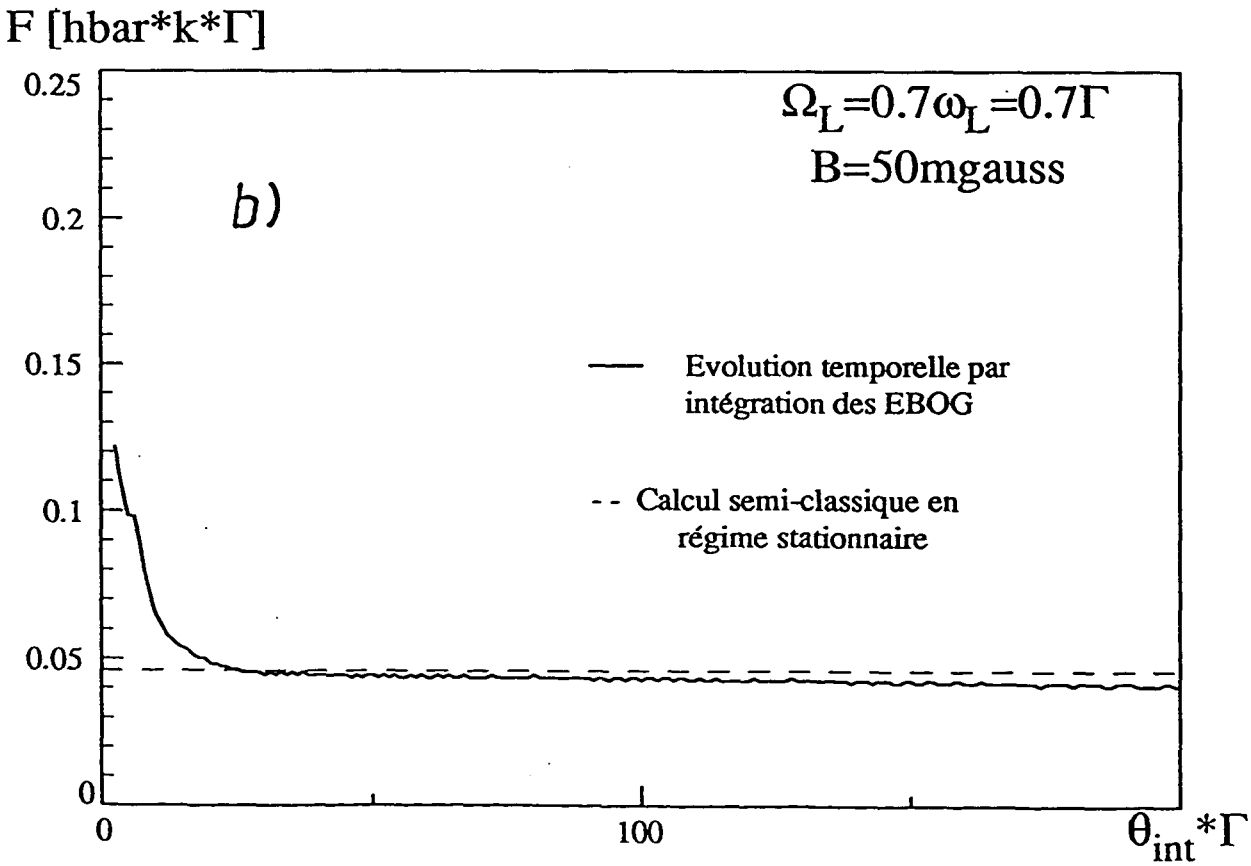


Fig. II–26 : a) Evolution de la quantité de mouvement moyenne des atomes pour $\Omega_L = 0.7\Gamma, \delta_L = 0$et B = 10/50 mgauss (calcul quantique). b) Comparaison entre la force moyenne obtenue par un calcul semi-classique en régime stationnaire f^{sc} (ligne en tirets, voir II–A2) et $F = dp/dt$ (courbe en continue) obtenue à partir de la courbe de la figure a).



La figure II−27 illustre cet effet de pompage optique initial pour un champ magnétique nul ($\Omega_B = 0$). Nous voyons que la vitesse moyenne des atomes augmente pendant un temps de l'ordre de $10\Gamma^{-1}$ pour atteindre la valeur stationnaire de

$$\Delta v_{B=0} = 1.33\hbar k/M \qquad (\text{IIB4} - 9)$$

On peut retrouver ce résultat en calculant le nombre moyen de photons absorbés en partant d'un mélange statistique d'atomes dans $|f_-\rangle, |f_0\rangle$, et $|f_+\rangle$. Le nombre de photons absorbés pour passer de $|f_0\rangle$ à $|f_+\rangle$ est:

$$\bar{n}_{0+} = A_+^+.1 + A_0^+\{A_+^+.2 + ...\} \qquad (\text{IIB4} - 10)$$

$$\bar{n}_{0+} = \sum_{n=1}^{\infty} nA_+^+ \left(A_0^+\right)^{n-1} \qquad (\text{IIB4} - 11)$$

où $A_+^+ = \Gamma_+^+/\Gamma$ est le rapport de branchement pour tomber dans $|f_+\rangle$à partir de $|e_+\rangle$ et $A_0^+ = 1 - A_+^+ = \Gamma_0^+/\Gamma$. Comme pour la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1 : A_+^+ = 1/2 = A_0^+$ on a:

$$\bar{n}_{0+} = \sum_n n\left(\frac{1}{2}\right)^n = 2 \qquad (\text{IIB4} - 12)$$

De même le nombre moyen de photons σ^+ absorbés pour passer de f_- à f_+ est:

$$n_{-+} = \sum nA_+^0 \left(A_-^0\right)^{n-1} = \sum_n n\left(\frac{1}{2}\right)^n = 2 \qquad (\text{IIB4} - 13)$$

En effet pour la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ on ne peut passer de f_- à f_0 par absorption d'un photon σ^+ ($\Gamma_0^0 = 0, \Gamma_-^0 = \Gamma_+^0 = \frac{\Gamma}{2}$). En partant d'un mélange statistique $|i\rangle$:

$$|i\rangle = \frac{1}{3}|f_-\rangle + \frac{1}{3}|f_0\rangle + \frac{1}{3}|f_+\rangle \qquad (\text{IIB4} - 14)$$

le nombre moyen de photons σ^+ absorbé pour le pompage optique est de:

$$\bar{n} = \frac{1}{3}n_{-+} + \frac{1}{3}n_{0+} + \frac{1}{3}.0$$
$$\bar{n} = \frac{4}{3} \qquad (\text{IIB4} - 15)$$

Ceci explique donc le changement de vitesse moyenne $\Delta v_{B=0}$:

$$\Delta v_{B=0} = \frac{4}{3}\hbar k/M \qquad (\text{IIB4} - 16)$$

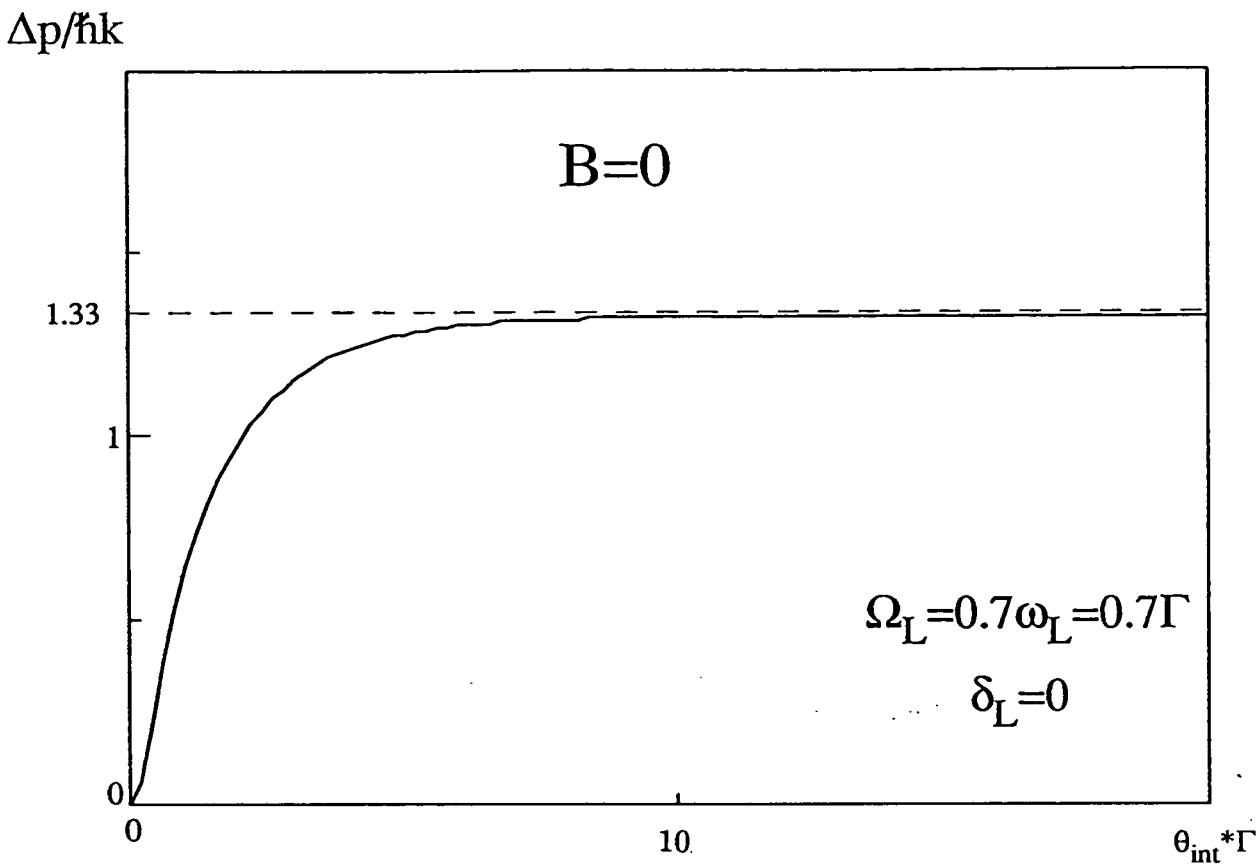


Fig. II–27 : Pompage optique initial : en partant d'un mélange statistique d'atomes dans les trois sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental, les atomes absorbent en moyenne 4/3 photons avant d'être pompés optiquement par le laser polarisé σ^+ dans le niveau $|f_+\rangle$ pour un champ magnétique nul. La quantité de mouvement moyenne change par conséquent de $\Delta p = 4/3\hbar k$ pendant un régime transitoire initial.

sur la figure II–27.

Nous pouvons aussi calculer le changement de vitesse moyenne pour différentes valeurs du champs magnétique correspondant à nos conditions expérimentales. La figure II–28 représente le changement de vitesse moyenne calculé à l'aide des équations de Bloch optiques

généralisées (avec quantification de la quantité de mouvement des atomes) en fonction du champ magnétique transverse pour un temps d'interaction $T_{int} = 310\Gamma^{-1}$, une fréquence de Rabi pour l'excitation laser de $\Omega_L = \Gamma$ et un désaccord nul $\delta = 0$. Nous retrouvons le creux autour de $\Omega_B = 0$ qui est la signature de l'effet Hanle mécanique tel que nous pourrons l'observer dans les expériences sur notre jet. En pointillé nous avons tracé le changement de vitesse Δv_{sc} qu'on déduirait de la force moyenne à l'état stationnaire f^{st} calculée semi-classiquement (voir IIA3):

$$\Delta v_{sc} = \frac{f^{st}}{M} T_{int} \qquad (\text{IIB4} - 17)$$

La différence entre ce calcul et les valeurs obtenues par l'étude quantique de l'évolution temporelle s'explique d'une part par le fait que le calcul semi-classique de la partie IIA ne tient pas compte du régime transitoire initial. Mais la durée de ce régime peut être très longue. En effet, ce temps τ_{tr} est de l'ordre de (voir IIA2):

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \Gamma'' \simeq \frac{\Omega_B^2}{\Gamma'} > \frac{\Omega_B^2}{\Gamma/2} \qquad (\text{IIB4} - 18)$$

où Γ' est le taux d'excitation de l'état $|f_0>$. Pour pouvoir négliger le régime transitoire il faudrait que le temps d'interaction T_{int} soit beaucoup plus grand que τ_{tr}. Or pour avoir un temps τ_{tr} de l'ordre de $0.1T_{int}$ il faudrait un champ magnétique tel que:

$$\Omega_B = \sqrt{\frac{\Gamma/2}{0.1T_{int}}} = \frac{\Gamma}{8} \qquad (\text{IIB4} - 19)$$

($T_{int} = 31\mu s = 310\Gamma^{-1}$).

Ceci correspond à un champ magnétique de

$$B = \frac{\Omega_B}{\sqrt{2}\gamma} = 50\text{mgauss} \qquad (\text{IIB4} - 20)$$

La différence entre les résultats du calcul semi-classique de la partie IIA et du calcul tout quantique de IIB apparaît aussi pour des plus grandes valeurs du champ magnétique (au-dessus de 50 mgauss). On s'aperçoit en effet que pour de tels champs magnétiques le changement de vitesse est déjà tellement grand qu'on ne peut plus négliger la sortie de résonance. Pour $B \simeq 50$ mgauss on a:

$$\Delta v \simeq 10\hbar k/M \qquad (\text{IIB4} - 21)$$

ce qui pour l'hélium métastable correspond à un décalage Doppler de:

$$k\Delta v = \Gamma/2 \qquad (\mathrm{IIB4} - 22)$$

Le changement de vitesse Δv_{sc} calculé à partir d'une excitation résonnante est donc trop grande. Le calcul tout quantique rend bien compte de ce changement de vitesse et de la sortie de résonance qui en découle. En revanche notre calcul semi-classique est fait pour un atome a vitesse constante et néglige cet effet. Ceci explique d'ailleurs la lente diminution de la courbe en trait plein sur la figure II26b (correspondant au calcul quantique), tandis que la courbe correspondant au calcul semi-classique tend vers une valeur constante non nulle.

Nous voyons donc que le calcul quantique permet de faire apparaître des effets que l'on comprend physiquement, et qui étaient ignorés dans notre calcul semi-classique. Il était intéressant de voir si les résultats expérimentaux sont assez précis pour révéler ces différences.

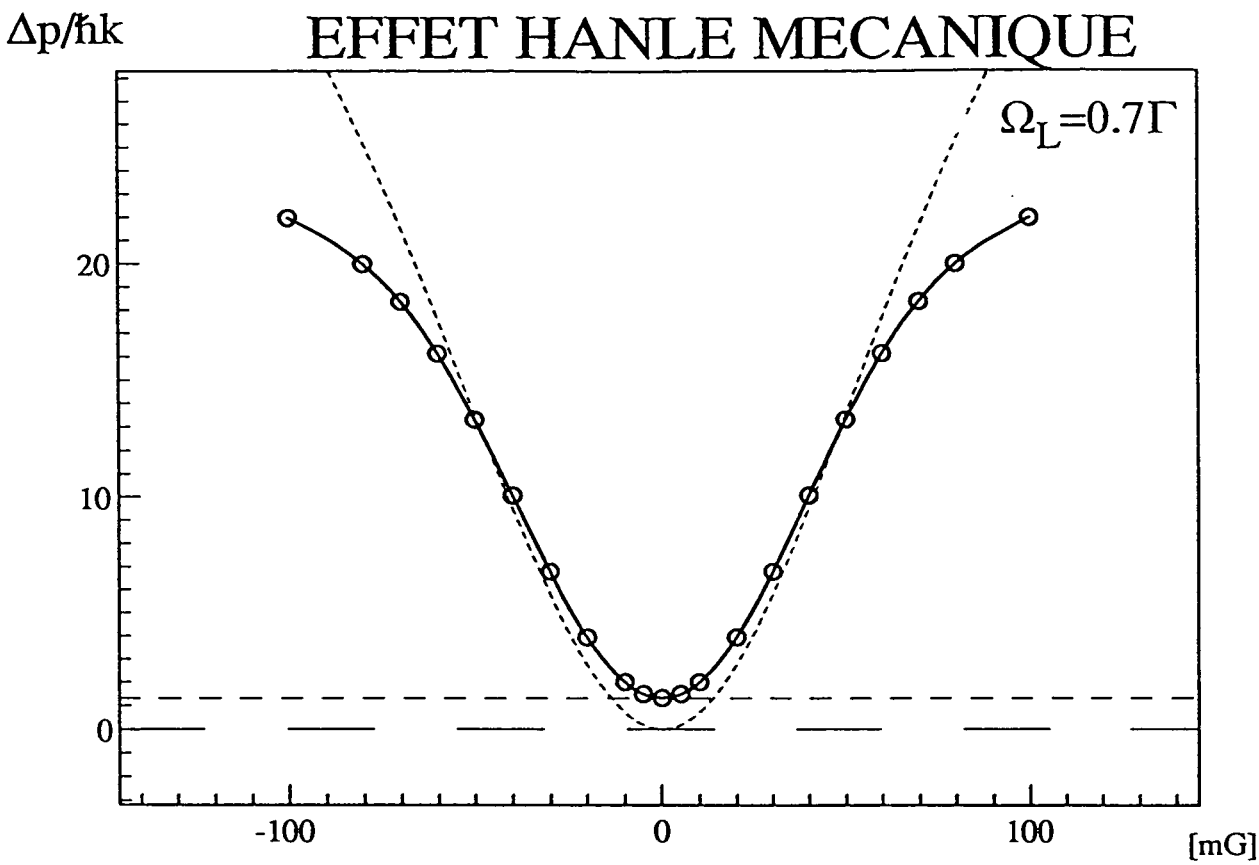


Fig. II−28 : Changement de la quantité de mouvement moyenne Δp le long de l'axe de propagation du laser en fonction du champ magnétique transverse. La courbe en trait plein relie les points obtenus par intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées. Nous retrouvons le changement minimal de $\Delta p = 4/3\hbar k$ en champ magnétique nul. La ligne en tirets donne pour comparaison le changement de la quantité de mouvement qu'on calculerait à partir de la force moyenne en régime stationnaire par une approche semi-classique $\Delta p^{sc} = f^{sc}\theta_{int}$, avec $\theta_{int} = 300\Gamma^{-1}$ (voir IIA2). Un tel calcul ne prévoit pas le changement de $\Delta p = 4/3\hbar k$ pour B = 0. D'autre part la force en régime stationnaire f^{sc} ne tient pas compte du changement de la vitesse (et donc de l'effet Doppler) lors de l'interaction et Δp^{sc} correspond à une excitation par laser résonante à chaque instant. L'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées tient compte de la diminution de la force due à la sortie de résonance lorsque l'effet Doppler $k\Delta v$ est de l'ordre de la largeur naturelle Γ de l'état excité (pour l'hélium $k\Delta v = \Gamma$ correspond à $\Delta p \simeq 19\hbar k$).

CHAPITRE II

IIC - MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE

Introduction

Dans cette partie nous décrivons la mise en évidence expérimentale de l'effet Hanle mécanique sur la transition $He^*(2^3S_1) \longrightarrow He(2^3P_1)$ de l'hélium. Dans IIC1 nous décrivons le montage expérimental comprenant le jet supersonique d'hélium métastable (décrit en détail dans le chapitre I), le laser LNA à 1.083 μm ainsi que la zone d'interaction entourée de bobines de Helmholtz pour la compensation du champ magnétique. Dans la deuxième partie (IIC2) nous montrons comment on peut, en choisissant une position adéquate pour le détecteur, voir directement une courbe de résonance Hanle sur le signal d'atomes lorsqu'on balaye le champ magnétique autour de zéro. Nous montrons ensuite comment cet effet nous a permis de compenser avec une très bonne précision le champ magnétique terrestre suivant les trois axes Ox, Oy et Oz le long de la zone d'interaction de 40 mm; nous verrons au chapitre III pourquoi cette compensation est très importante.

1) Description du montage expérimental

a) La source d'hélium métastable

Le jet supersonique d'hélium métastable a été décrit en détail dans le chapitre I. Nous avons utilisé des électrons d'énergie $E_i = 27eV$ pour exciter les atomes provenant de la source refroidie à l'azote liquide ($T_0 = 77$K) et nous obtenons ainsi un jet de métastable avec une vitesse longitudinale moyenne de 1270 m/s avec une dispersion de 10%:

$$v_{//} = 1270 \pm 120\ m/s \qquad (\text{IIC1} - 1)$$

avec une intensité sur l'axe de

$$I = 3.10^9 \text{atomes} s^{-1} sr^{-1} \qquad (\text{IIC1} - 2)$$

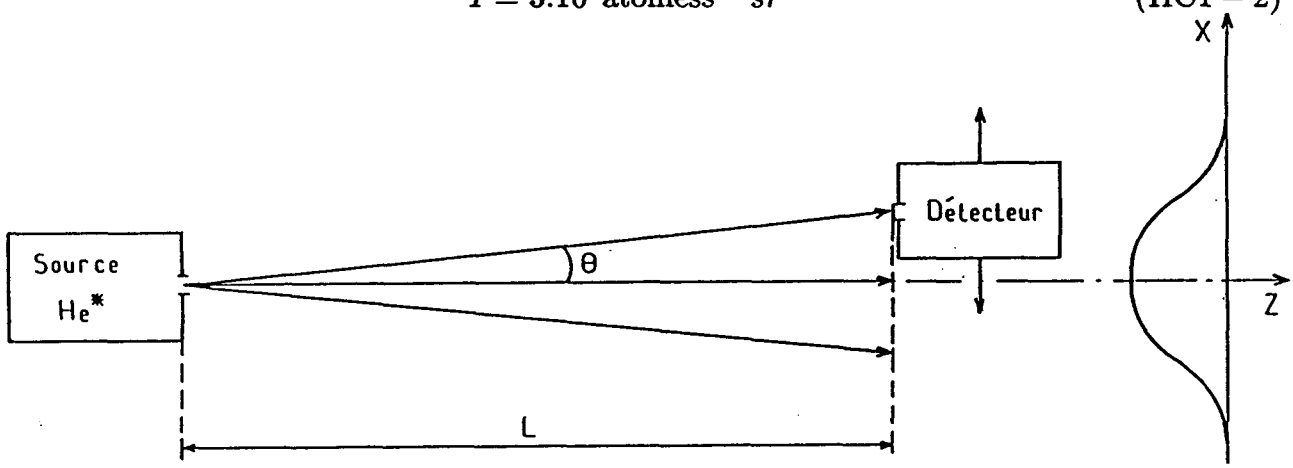


Fig. II−29 : Mesure de la distribution angulaire du jet de métastables. Le profil spatial $N(x)$ est converti en profil de vitesse transverse $N(v_x) = N(x = Lv_x/v_z)$.

b) Détection

Les atomes métastables sont détectés à 1.3 m de la zone d'interaction avec le laser, à l'aide d'un multiplicateur d'électrons (voir paragraphe IC2). Le multiplicateur d'électrons pourvu d'une fente verticale de largeur 0.25 mm est monté sur un rail horizontal et se déplace parallèlement à l'axe de propagation du laser à l'aide d'un moteur pas à pas (96 pas par mm avec une vitesse de balayage d'environ 0.1 mm/s). Nous mesurons ainsi un

profil spatial transverse $N(x)$ des atomes. Nous avons placé pour les expériences d'effet Hanle mécanique une fente de 0.2 mm à l'entrée de la zone d'interaction, à L = 1.3 m du détecteur. Nous avons vu en IC8 comment, connaissant la vitesse longitudinale $v_{//}$le long de l'axe Oz du jet, nous pouvons déduire du profil spatial $N(x)$ la distribution des vitesses transverses $N(v_\perp)$(fig. II−29):

$$N(v_\perp) = N(x = L\frac{v_\perp}{v_{//}}) \qquad \text{(IIC1} - 3)$$

La résolution en vitesse transverse, limité dans notre cas par la largeur de fentes d'analyse, est de l'ordre de 10 cm/s.

c) Le laser LNA [12]

Le laser utilisé pour nos expériences sur l'hélium métastable a été développé dans notre laboratoire et utilise un cristal amplificateur appelé LNA ($La_{1-x}Nd_xAlMg_{11}D_{19}$). Nous avons placé ce cristal dans une cavité en anneau (voir fig. II−30) et nous le pompons avec la raie verte à 514.5 nm d'un laser à argon ionisé. Afin de rendre le laser monomode à la longueur d'onde de la transition $2^3S_1 - 2^3P_1(\lambda = 1.083\mu m)$, nous introduisons plusieurs éléments sélectifs dans la cavité. Une diode optique (composée d'une lame de verre paramagnétique Hoya FR5 placée dans un champ magnétique et d'une lame de quartz à pouvoir rotatoire) favorise un des deux sens de rotation dans la cavité. On évite ainsi l'établissement d'une onde stationnaire dans la cavité, responsable d'un fonctionnement bimode par effet de "hole burning" spatial. Une première sélection en longueur d'onde est assurée par une lame biréfringente (filtre de Lyot) et permet de favoriser la longueur d'onde de 1.083 μm, en dépit de l'existence d'un maximum plus important dans le spectre de fluorescence du LNA à 1.05 μm. Deux Fabry-Perot (une lame de verre mince non traitée, d'intervalel spectral libre de 330 GHz, et un Fabry-Perot à air, d'intervalle spectral libre de 50 GHz) permettent ensuite de sélectionner un seul des modes longitudinaux (distants de 250 MHz) de la cavité en anneau. La fréquence du laser est asservie sur une raie d'absorption saturée d'hélium dans une cellule (à une pression de 0.1 torr).

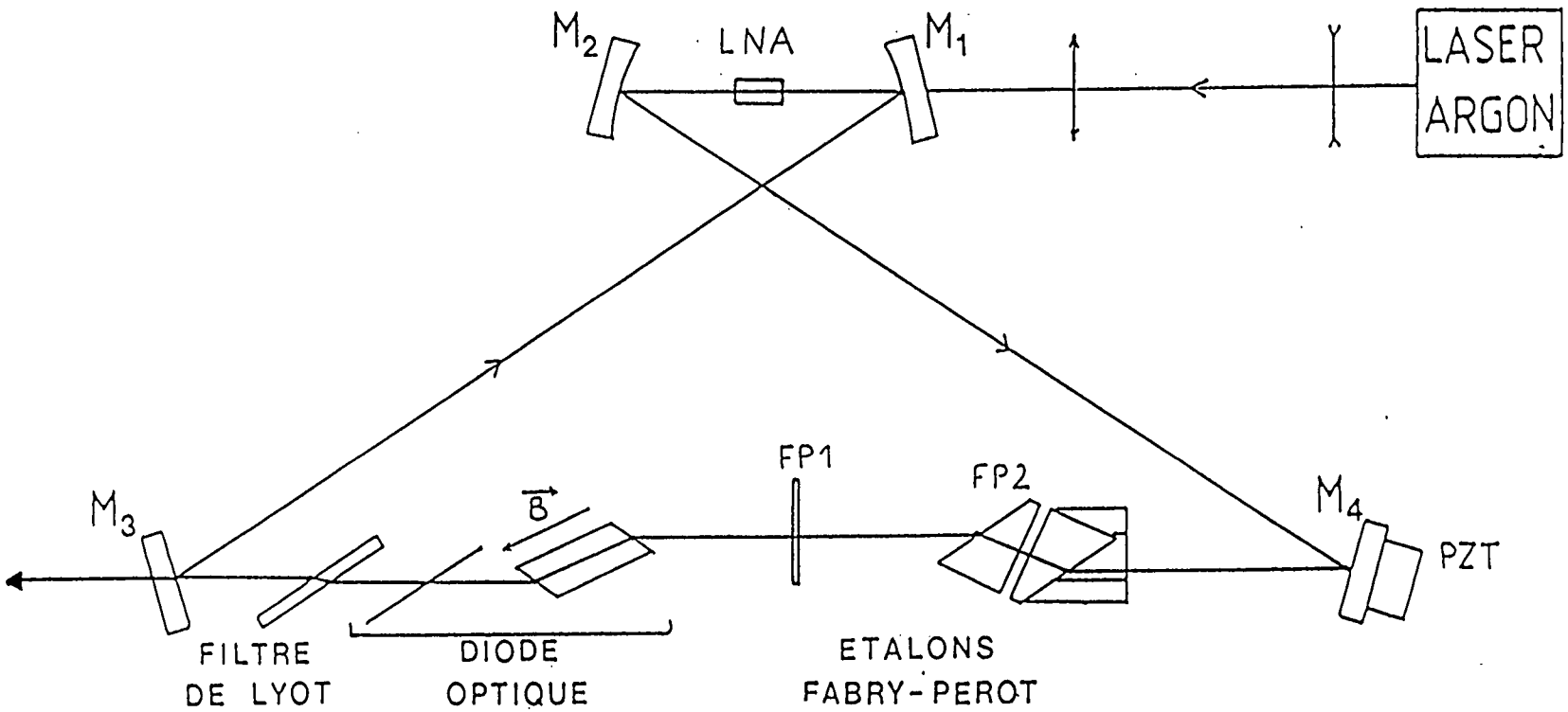


Fig. II–30 : Cavité en anneau du laser LNA avec éléments sélectifs (M : miroirs, FP : Fabry-Pérots, PZT : calle piezo-électronique).

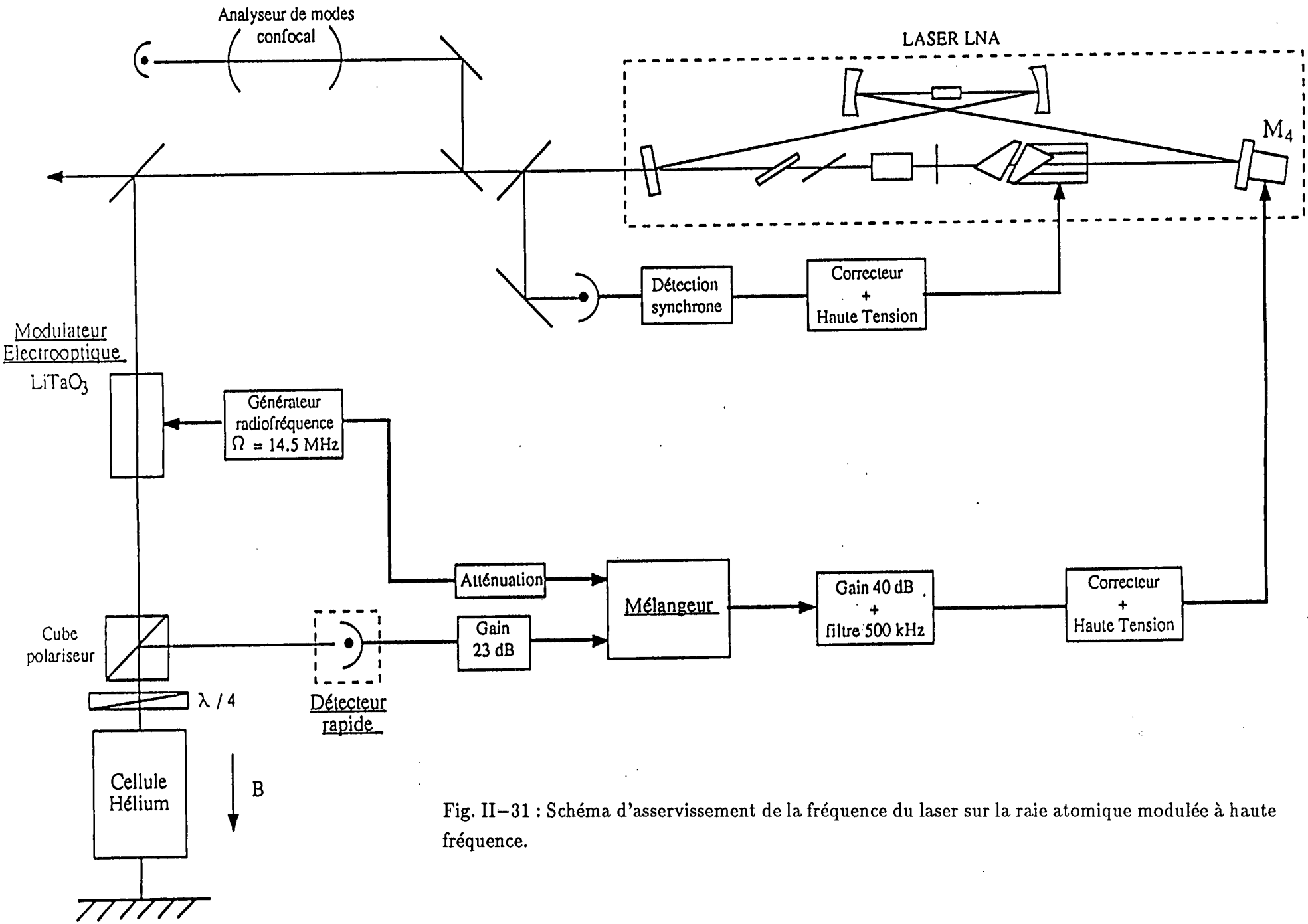


Fig. II–31 : Schéma d'asservissement de la fréquence du laser sur la raie atomique modulée à haute fréquence.

Nous pouvons déplacer la raie atomique de l'hélium dans la cellule en la plongeant dans un champ magnétique. Ceci nous permet de changer la fréquence du laser de plusieurs dizaines de MHz autour de la fréquence atomique non perturbée. Avec une puissance de pompe de 3.5 W nous obtenons ainsi un laser monomode avec une puissance de 60 mW à 1.083 μm balayable autour de la résonance de la transition $2^3S_1 - 2^3P_J$. Cette puissance est largement suffisante: rappelons que l'intensité de saturation de cette transition est de

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3}\frac{hc\Gamma}{\lambda^3} = 0.16\ mW/cm^2 \qquad (\text{IIC1} - 4)$$

d) Mise en forme du faisceau laser

Pour nos expériences d'effet Hanle mécanique nous avons éclairé le jet atomique par une onde plane progressive perpendiculairement à l'axe du jet (fig. II–32). Nous dilatons le faisceau qui sort de la cavité laser pour obtenir un faisceau gaussien de taille $W_0 = 50$ mm

$$I(x) = I_0 e^{-2x^2/W_0^2} \qquad (\text{IIC1} - 5)$$

Ceci nous permet d'obtenir une intensité $I(x)$ assez uniforme sur toute la longueur d'interaction de 40 mm. Nous avons utilisé pour ces expériences une intensité I_0 de $0.6mW/cm^2$. Ceci correspond à une fréquence de Rabi de

$$\Omega_L = \Gamma\sqrt{\frac{I}{2I_{sat}}} = 1.4\Gamma \qquad (\text{IIC1} - 6)$$

pour un facteur d'intensité de 1. Pour les transitions $2^3S_1 - 2^3P_1$ dont les facteurs d'intensité valent 1/2 (sauf pour la transition interdite $m_g = 0 \longleftrightarrow m_e = 0$) nous avons donc une fréquence de:

$$\Omega_L = \Gamma$$

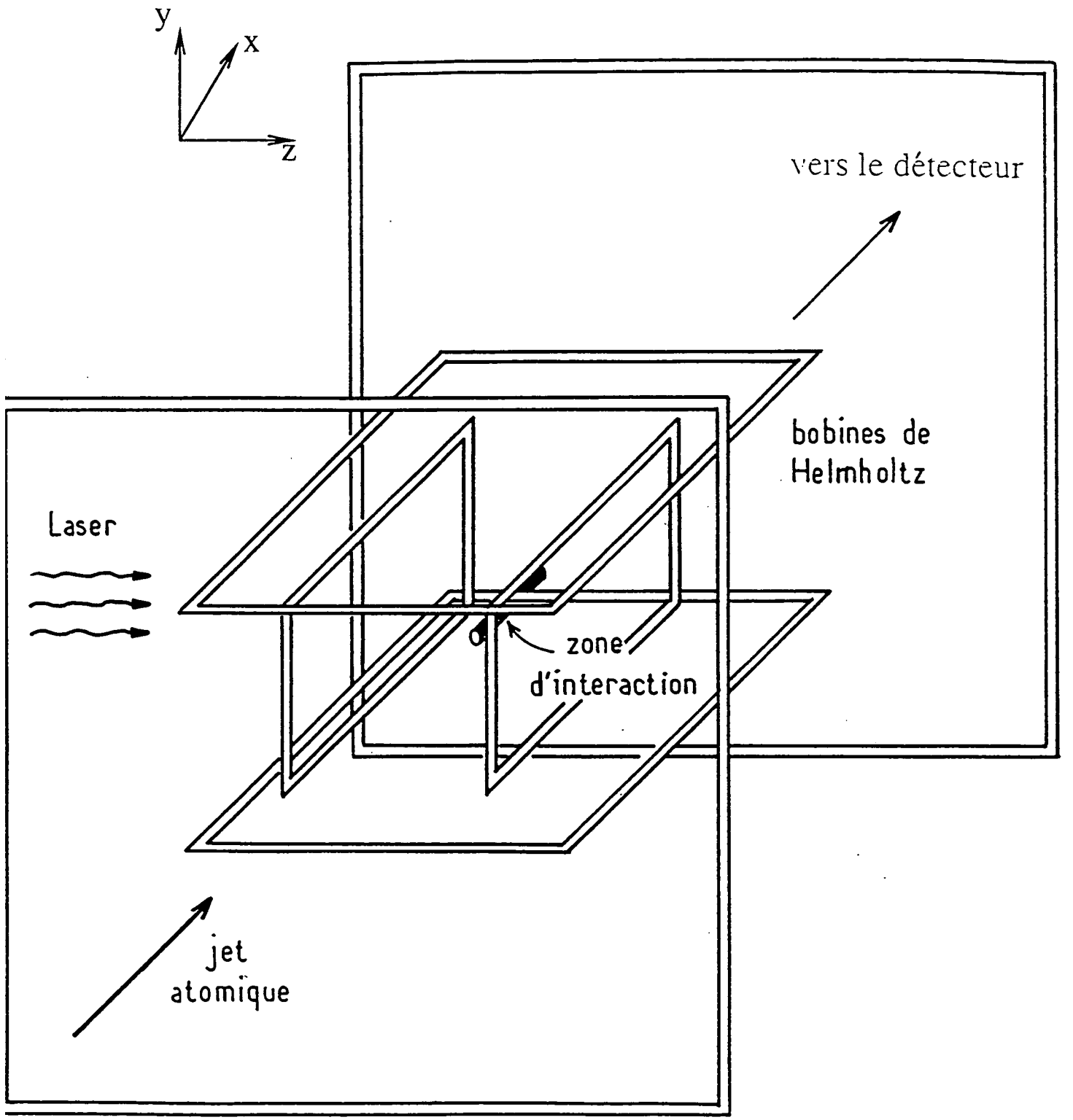


Fig. II–32 : Schéma de l'expérience "effet Hanle mécanique". Le laser éclaire le jet atomique perpendiculairement à son axe dans une zone d'interaction longue de 40 mm au milieu de trois bobines de compensation. Le détecteur mobile est placé à 1.3 m de la zone d'interaction.

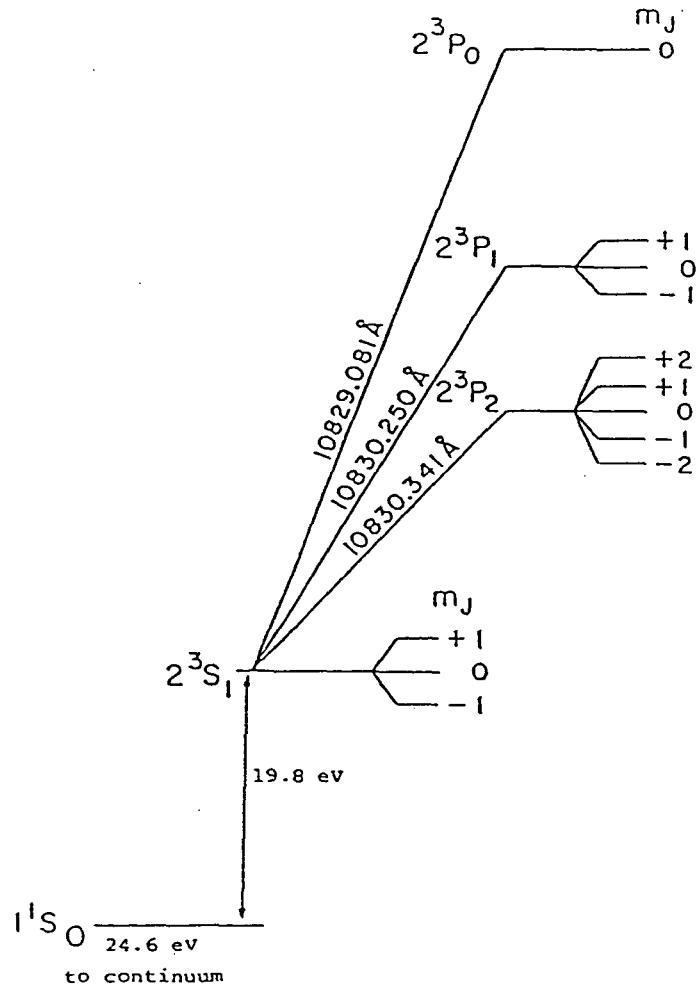


Fig. II–33 : Les trois transitions $2^3S_1 \longrightarrow 2^3P_{0,1,2}$ de l'hélium métastable.

La polarisation de l'onde laser est réglée à l'aide d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur, suivis d'une lame $\lambda/4$ d'orientation réglable. Ce dispositif nous permet d'obtenir toute polarisation (linéaire, circulaire ou elliptique) voulue au niveau de la zone d'interaction [12]. Pour les expériences d'effet Hanle mécanique nous avons utilisé soit une polarisation σ^+ soit une polarisation linéaire au niveau de la zone d'interaction.

e) La transition atomique utilisée

Avec notre laser à 1.083 μm nous pouvons utiliser l'une des transitions 2^3S_1 vers 2^3P_J avec J=0,1 ou 2 (voir fig. II−33). Pour faire des expériences d'effet Hanle mécanique, nous devons choisir une transition qui présente un niveau piège dans l'état fondamental, ce qui élimine le choix de la transition vers 2^3P_2. Par ailleurs les expériences d'effet Hanle mécanique ont été mises en oeuvre pour compenser le champ magnétique afin de pouvoir réaliser les expériences de "résonances noires" (chapitre III). Comme nous avons utilisé la transition $2^3S_1 - 2^3P_1$ pour ces expériences de "résonances noires", nous avons aussi choisi cette transition pour l'effet Hanle mécanique.

f) Bobines de compensation de champ magnétique

Pour compenser le champ magnétique dans la zone d'interaction, nous utilisons trois paires de bobines suivant les axes Ox, Oy etOz. Le champ magnétique créé par deux bobines rectangulaires (de côté L_1 et L_2) distantes de d et parcouru par un courant I dans le même sens dans chacune des bobines est donné par

$$B = \frac{4\mu_0 I}{\pi} \frac{L_1.L_2}{\sqrt{d^2 + L_2^2 + L_1^2}} \left\{ \frac{1}{d^2 + L_2^2} + \frac{1}{d^2 + L_1^2} \right\} \qquad \text{(IIC1 − 7)}$$

La composante verticale de champ magnétique est compensée à l'aide de deux bobines carrées de côté $L_1 = L_2 = 660$ mm, distantes de $d = 415$ mm avec chacune 100 enroulements, ce qui donne:

$$B_{vert} = 2.2\ gauss/ampère \qquad \text{(IIC1 − 8a)}$$

Pour la direction le long de l'axe du jet atomique, nous avons pris deux bobines carrées de côté $L_1 = L_2 = 1320$ mm, distantes de $d = 750$ mm avec 75 enroulements chacune:

$$B_{//jet} = 0.9\ gauss/ampère \qquad \text{(IIC1 − 8b)}$$

Pour des raisons d'encombrement la compensation le long de l'axe de propagation du laser est assurée par deux bobines rectangulaires de côté $L_1 = 480$ mm, $L_2 = 350$ mm distantes de d = 260 mm avec 100 enroulements par bobine:

$$B_{//laser} = 3.2\ gauss/ampère \qquad (\text{IIC1} - 8c)$$

Pour évaluer l'homogénéité du champ magnétique créé par deux bobines carrées de côté L, distantes de d le long de l'axe Oz, nous développons l'expression du champ magnétique autour du centre entre les deux bobines en utilisant la symétrie xy et

$$div\mathbf{B} = 0 \qquad (\text{IIC1} - 9a)$$

$$\mathbf{rot}\mathbf{B} = 0 \qquad (\text{IIC1} - 9b)$$

Au deuxième ordre on obtient:

$$\frac{\mathbf{B}}{B_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} -\frac{x}{2} \\ -\frac{y}{2} \\ z \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} xz \\ yz \\ \frac{x^2+y^2}{2} - z^2 \end{pmatrix} \qquad (\text{IIC1} - 10)$$

où B_0 est la valeur du champ magnétique au centre des deux bobines qu'on calcule par l'équation (IIC1−7); c_1 et c_2 sont deux coefficients qui restent à déterminer. Il est par ailleurs possible de calculer le champ magnétique sur l'axe ($x = y = 0$):

$$B_z(z, x = y = 0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}.L^2 \left\{ f\left(t = \frac{d}{2} - z\right) + f\left(t = \frac{d}{2} + z\right) \right\} \qquad (\text{IIC1} - 11)$$

avec:

$$f(t) = \frac{1}{(t^2 + L^2/4)\sqrt{t^2 + L^2/2}}$$

Pour trouver les coefficients c_1 et c_2 il faut développer $B_z(z, x = y = 0)$ à l'ordre deux en z ; pour des raisons de symétrie on a:

$$c_1 = 0 \qquad (\text{IIC1} - 12)$$

Nous pouvons ensuite évaluer c_2 par

$$c_2 = (B_z(0) - B_z(z)) \,/\, (z^2.B_z(0)) \qquad (\text{IIC1} - 13)$$

pour $z \ll d, L$. Après un développement limité à l'ordre deux en z, nous trouvons:

$$c_2 = 2\{\frac{1}{d^2/4 + L^2/4} + \frac{1/2}{d^2/4 + L^2/2} - \\ -\frac{d^2}{(d^2/4 + L^2/4)^2} - \frac{3/8.d^2}{(d^2/4 + L^2/2)^2}\} \qquad (\text{IIC1} - 14)$$

Pour L = 660 mm et d = 415 mm on obtient donc

$$c_2 \simeq 2.3\ 10^{-6}/mm^2 \qquad (\text{IIC1} - 15)$$

D'après cette évolution, nous pouvons appliquer avec nos bobines un champ magnétique dans la zone d'interaction qui est uniforme à mieux que 10^{-3} sur toute la longueur d'interaction ($\pm$ 20 mm). Comme nous devons ainsi compenser le champ magnétique terrestre qui est de l'ordre de 400 mgauss, nous pouvons obtenir un champ magnétique uniforme à 0.4 mgauss près.

2) Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette partie les différentes étapes qui nous ont permis de compenser le champ magnétique le long de la zone d'interaction de 40 mm avec une précision de 1 mgauss pour obtenir un champ résiduel d'écart type inférieur à 10 mgauss.

a) Observation directe de l'effet Hanle mécanique

Afin d'observer une résonance d'effet Hanle mécanique, nous plaçons dans un premier temps le détecteur à une position fixe pour laquelle le signal de détection augmente lorsque la force subie par les atomes augmente et que les atomes sont donc plus poussés (fig. II−34). Nous trouvons une telle position du détecteur en éclairant le jet atomique avec le laser polarisé σ^+, d'une intensité correspondante à une fréquence de Rabi $\Omega_L = \Gamma$ sur la transition $2^3S_1 - 2^3P_1$ et en appliquant volontairement un champ magnétique transverse de l'ordre de 0.4 gauss. A cause du couplage magnétique les atomes interagissent constamment avec le laser et sont déviés tout au long de la zone d'interaction de 40 mm. Nous déplaçons alors le détecteur sur le flanc le plus défléchi du profil d'atomes et nous changeons ensuite le champ magnétique en observant le signal sur le détecteur immobile.

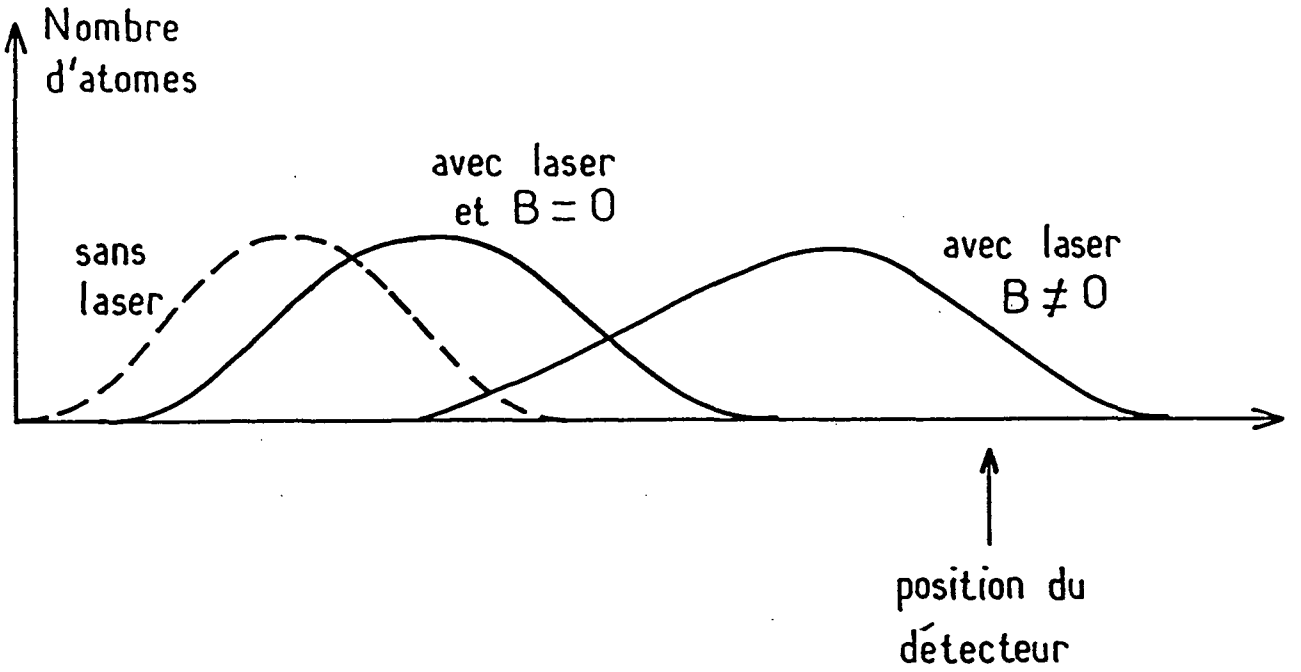


Fig. II–34 : Pour une position convenable du détecteur, le signal détecté diminue lorsque les atomes sont moins défléchis par le laser. Un tel signal permet d'observer directement la résonance Hanle autour de $B = 0$.

La figure II–35 montre le signal détecté à une telle position du détecteur lorsque nous balayons le champ magnétique perpendiculaire à l'axe de propagation du laser autour de zéro. Nous voyons que lorsque ce champ passe par zéro, le signal d'atomes diminue fortement. Ceci correspond au fait que la force subie par les atomes diminue et que les atomes sont moins déviés vers le détecteur. Le signal observé en fonction du champ magnétique sur la figure II–35 est qualitativement celui prévu pour la force moyenne semi-classique agissant sur les atomes en régime stationnaire (voir paragraphe IIA) et cette observation directe de l'effet Hanle mécanique permet de compenser rapidement le champ magnétique terrestre. Toutefois le signal que nous observons n'est pas directement proportionnel à la force moyenne agissant sur les atomes, même en supposant qu'on ait atteint le régime stationnaire pour les degrés de liberté internes. En effet les fluctuations lors de l'échange d'impulsion entre atomes et photons sont à l'origine d'un élargissement de la distribution des vitesses des atomes. Il faut alors tenir compte de ce processus dans l'interprétation du

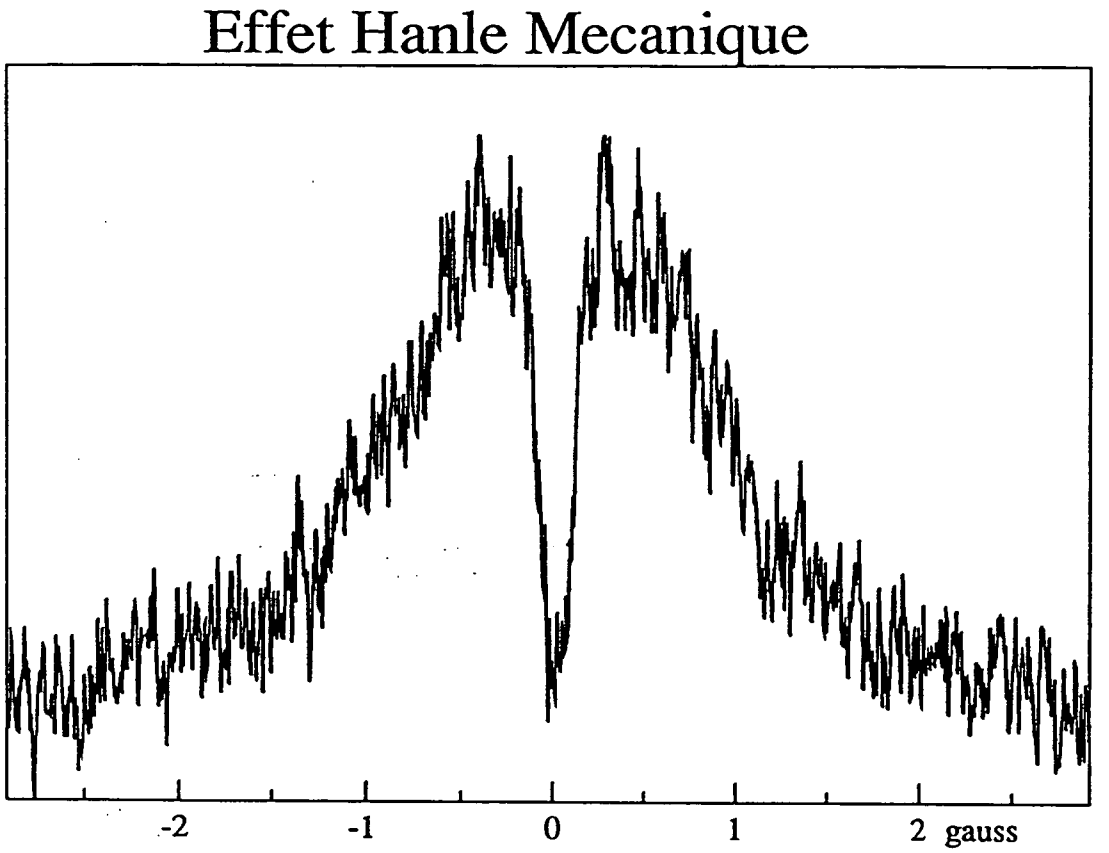


Fig. II−35 : Résultat expérimental de l'observation "directe" de l'effet Hanle mécanique. Le champ magnétique le long de l'axe du jet d'hélium métastable est balayé entre -2.7 et $+2.7$ gauss. Le laser polarisé circulairement se propageant perpendiculairement à l'axe du jet est à résonance $\delta_L = 0$, la fréquence de Rabi du couplage atome-laser est de $\Omega_L \simeq 0.5\Gamma$, temps d'interaction $\theta_{int} \simeq 300\Gamma^{-1}$. La demi-largeur à mi-hauteur de la résonance Hanle est ici de 100 mgauss ($\delta\Omega_B \simeq 0.25\Gamma$).

des vitesses transverses à $t = 0$:

$$N(v_\perp, t = 0) = N_0 exp\left\{-\frac{v_\perp^2}{2\sigma_0^2}\right\} \qquad (\text{IIC2} - 1)$$

où σ_0 est la largeur initiale de cette distribution. Sous l'effet d'une force moyenne f agissant perpendiculairement au jet d'atomes, la vitesse transverse moyenne $\bar{v}_\perp$ évolue linéairement avec le temps:

$$\bar{v}_\perp = ft/M \qquad (\text{IIC2} - 2)$$

En supposant qu'on puisse représenter l'élargissement de la distribution des vitesses par un coefficient de diffusion tel que:

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + MDt, \qquad (\text{IIC2} - 3)$$

nous voyons que la distribution des vitesses transverses à l'instant t est donnée par:

$$N(v_\perp, t) = N_0 exp\left\{-\frac{(v_\perp - Mft)^2}{2(\sigma_0^2 + MDt)}\right\} \qquad (\text{IIC2} - 4)$$

Le signal $\mathcal{I}$ que nous observons pour une position fixe $x_\perp$ du détecteur et un temps d'interaction T_{int} donné dépend du nombre d'atomes ayant une vitesse transverse $v_\perp$ telle que:

$$v_\perp = x_\perp \frac{v_{//}}{L} \qquad (\text{IIC2} - 5)$$

où L est la distance entre la zone d'interaction et le détecteur et $v_{//}$ la vitesse longitudinale des atomes :

$$\mathcal{I} \propto N(v_\perp = x_\perp . \frac{v_{//}}{L}, T_{int}) \qquad (\text{IIC2} - 6)$$

Le signal détecté dépend donc non seulement de la force moyenne f, mais aussi du coefficient de diffusion D et de la largeur initiale σ_0 de la distribution des vitesses. Il est donc difficile de comparer quantitativement ce signal au calcul de la force moyenne. Notons aussi l'importance de la position du détecteur. Si celui-ci est placé trop près de l'axe du jet initial, une retombée du signal à fort champ magnétique peut correspondre à une situation où la force est tellement grande que tous les atomes sont déviés plus loin que le détecteur. En effet si la force est telle que:

$$ft/M > v_\perp = x_L \frac{v_{//}}{L} \qquad (\text{IIC2} - 7)$$

nous voyons d'après (IIC2−4) que le signal $N(v_\perp, t)$diminue lorsque f augmente davantage. Il faut donc être prudent sur l'interprétation de la forme exacte de ce signal. En revanche cette méthode d'observation de l'effet Hanle, bien que assez qualitative, s'est avérée extrêmement utile pour trouver rapidement les valeurs du courant dans les bobines qui optimisent la compensation du champ magnétique le long de la zone d'interaction.

b) Etude de la vitesse transverse moyenne

Une étude plus précise consiste à enregistrer pour chaque valeur du courant dans les bobines de compensation un profil entier de la distribution spatiale des atomes. Nous pouvons alors calculer la moyenne des vitesses transverses $\Delta v_\perp^{exp}$ que nous obtenons après l'interaction avec le laser pour différentes valeurs du champ magnétique. Les valeurs expérimentales ainsi obtenues peuvent être confrontées aux résultats théoriques. La figure II−36 compare les points expérimentaux et théoriques pour une fréquence de Rabi du couplage atome-laser égale à $\Omega_L = \Gamma$ et un temps d'interaction de $T_{int} = 31\mu s = 310\Gamma^{-1}$ ce qui correspond à une longueur d'interaction de 40 mm pour une vitesse longitudinale de 1300 m/s. Nous constatons que les valeurs expérimentales sont en bon accord avec les valeurs théoriques du calcul quantique.

La ligne horizontale en trait plein indique la vitesse transverse moyenne en absence du laser (prise comme origine des vitesses transverses). En pointillé nous avons représenté une vitesse transverse de $1.33\hbar k/M$, qui correspond au changement de vitesse transverse minimal pendant le pompage optique initial en partant d'un mélange statistique d'atomes dans les trois sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental. Nous voyons que nous pouvons régler les courants dans les bobines de façon à obtenir un changement de la vitesse transverse moyenne ne dépassant pas la valeur minimale $\Delta v_{min} = 1.33\hbar k/M$ (à l'incertitude $\delta v = 0.5\hbar k/M$ de la valeur expérimentale près). Nous verrons dans le prochain paragraphe (IIC2c) comment on peut, après avoir pris quelques précautions, en déduire des informations sur la compensation du champ magnétique le long de la zone d'interaction atomes-laser.

Avant de passer à l'évaluation de la compensation du champ magnétique que nous avons pu obtenir par l'effet Hanle mécanique, notons que la demi-largeur à mi-hauteur du creux de $\Delta v_\perp^{exp}$ autour de $B = 0$ est de

$$\delta B^{exp} = 48\text{mgauss} \pm 2\text{mgauss}. \qquad (\text{IIC2} - 8)$$

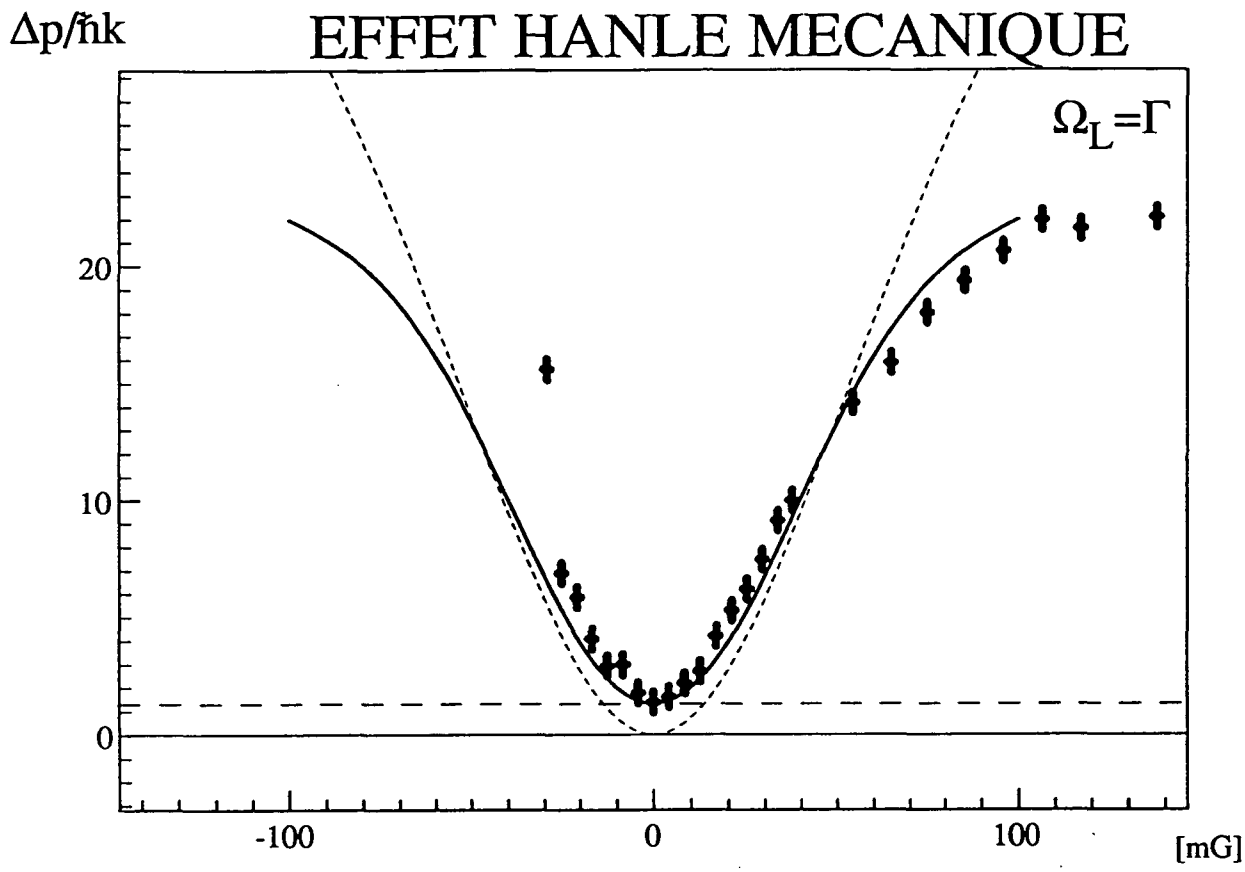


Fig. II−36 : Changement de la quantité de mouvement moyenne des atomes par effet Hanle mécanique. Fréquence de Rabi du couplage atome-laser $\Omega_L = \Gamma$;désaccord $\delta_L \simeq 0$; longueur d'interaction 40 mm (temps d'interaction $310\Gamma^{-1}$). Un ajustement par une gaussienne des points expérimentaux (croix, précision sur la mesure de Δp : $\hbar k/2$) donne une précision sur le centre de la courbe de $\pm$ 0.8 mgauss. La demi-largeur à mi-hauteur est de 48 $\pm$ 2 mgauss. La courbe en trait plein rappelle les résultats de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées (voir fig. II−28) obtenu pour cette situation. En pointillé nous indiquons le changement de quantité de mouvement déduit du calcul semi-classique.

Cette valeur de δB^{exp} est en excellent accord avec le calcul quantique (IIB). La demi-largeur δB_{sc} obtenue par le calcul semi-classique à l'état stationnaire pour une excitation résonnante (voir IIA2) avec $\Omega_L = \Gamma$ est de:

$$\delta B_{sc} = \delta\Omega_B^{sc}/\sqrt{2}\gamma \simeq 100\text{mgauss} \qquad (\text{IIC2} - 9)$$

qui diffère de la valeur δB obtenue à partir de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées. Ces valeurs sont de toute façon nettement supérieures à la limite δB_{sc}^{lim} donnée par le temps d'interaction fini et qui vaut avec $T_{int} = 31\mu s = 310\Gamma^{-1}$

$$\delta B_{sc}^{lim} = \frac{\Gamma}{310}.\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \simeq 1\text{mgauss} \qquad (\text{IIC2} - 10)$$

La largeur de la résonance Hanle que nous avons observée est due en grande partie à l'élargissement de l'état fondamental par l'interaction avec le laser. Si l'on veut se rapprocher de cette limite δB^{lim}, il faudrait diminuer l'intensité du laser ce qui atténue cependant aussi la valeur maximale de la force et rend l'observation de l'effet Hanle mécanique plus difficile.

c) Compensation du champ magnétique suivant les trois axes

Il faut faire attention à ne pas tirer trop vite des conclusions sur le champ magnétique lorsque le changement de vitesse moyenne est réduit à $1.33\hbar k/M$; une telle situation peut aussi apparaître, même si le champ magnétique n'est pas nul. En effet supposons qu'on ait un champ directeur le long de l'axe de quantification Oz.Un tel champ produit un déplacement des niveaux d'énergie $\Delta E = \hbar\Delta\omega_{//}$ par effet Zeeman. Si l'écart en énergie des différents niveaux devient plus important que le couplage $V_B = \hbar\omega_B$ induit par le champ magnétique transverse entre ces niveaux, alors les différents sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental ne peuvent plus être remélangés par le champ magnétique. Autrement dit le moment cinétique de l'atome qui précesse autour du champ magnétique total, dirigé essentiellement le long de l'axe Oz, ne peut pas inverser sa projection sur l'axe Oz (fig. II–37). Avec la polarisation circulaire σ^+ du laser se propageant suivant l'axe Oz, on ne peut donc pas compenser le champ magnétique suivant Ox et Oy en dessous de la valeur du champ le long Oz.

Dans certaines expériences, on veut seulement empêcher le mélange des différents sous-niveaux Zeeman et il suffit alors de compenser le champ transverse mieux que le champ

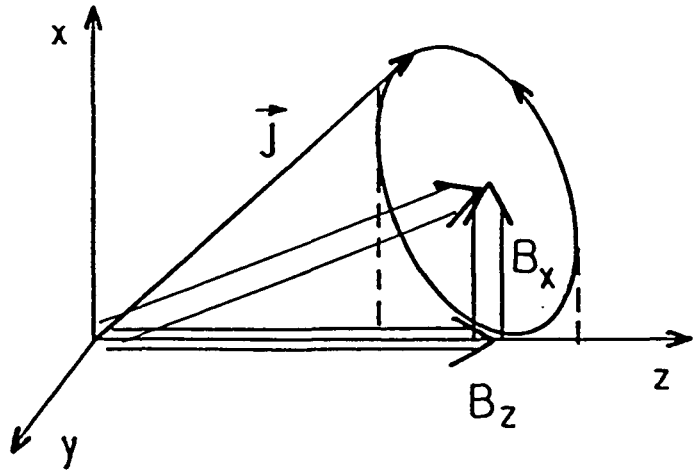


Fig. II−37 : Précession du moment cinétique J de l'atome autour du champ magnétique total.

longitudinal. Il est alors en fait plus facile d'imposer un champ longitudinal "directeur" élevé.

Pour compenser le champ magnétique terrestre suivant les trois axes Ox, Oy et Oz on peut procéder de plusieurs façons. La première méthode consiste à étudier la largeur du creux de la courbe d'effet Hanle mécanique lorsqu'on balaye le champ magnétique B_y suivant Oy. Si le champ magnétique B_z suivant Oz par exemple est non nul, il est clair qu'un champ magnétique B_y plus faible que ce champ B_z ne suffit plus pour remélanger les sous-niveazux Zeeman de l'atome dans l'état fondamental. Le signal observé ne change donc plus dès que B_y est plus petit que B_z. Par conséquent le creux de la courbe d'effet Hanle mécanique (voir figure II36) est plus large lorsque les composantes du champ magétique suivant Ox et Oz sont non nulles. Il est ainsi possible de compenser le champ magnétique terrestre suivant les trois axes en étudiant la largeur de la résonance Hanle lorsqu'on balaye le champ B_y et en procédant par itérations successives. Une autre méthode plus précise consiste à tirer profit de la remarque que nous avons faite en (IIA−4) sur la polarisation du laser. En utilisant un laser polarisé linéairement (suivant Oy par exemple) se propageant toujours suivant le même axe Oz, nous pouvons observer sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ de l'hélium métastable, un effet Hanle mécanique pour un balayage du champ magnétique

dans la direction Oz. Ceci nous permet donc d'annuler le champ magnétique le long de l'axe de propagation du laser (fig. II−38).La compensation du champ magnétique se fait donc par itération. Avec une polarisation circulaire σ^+ nous compensons le champ suivant Ox et Oy à B_z près (B_z étant la valeur du champ suivant Oz). Ensuite nous prenons une polarisation linéaire pour le laser (parallèle à Oy par exemple) et nous compensons alors le champ B_z à mieux que B_y.Nous retournons alors à une polarisation circulaire σ^+ et ainsi de suite.

Quelle est alors la limite pour la compensation du champ magnétique par effet Hanle mécanique? Pour répondre à cette question il faut distinguer différentes composantes du champ magnétique auxquelles est sensible cette méthode. Etudions par exemple le champ magnétique suivant l'axe Oy,dans la configuration d'un laser polarisé circulaire σ^+ se propageant le long de Oz perpendiculairement à l'axe Ox du jet atomique et négligeons les composantes du champ magnétique suivant Ox et Oz.

Dans toute la partie théorique de ce chapitre nous avons étudié l'effet Hanle mécanique pour des champs magnétiques uniformes. Nous avons vu qu'on peut obtenir une résonance Hanle très étroite lorsqu'on fait varier la composante transverse d'un tel champ magnétique uniforme autour de zéro, la largeur de la résonance dépendant surtout du couplage atome-laser (intensité du laser, temps d'interaction voir IIA1). Mais l'effet Hanle n'est pas seulement sensible à la valeur moyenne du champ magnétique B_y.Supposons qu'on ait un gradient de champ magnétique B_y

$$B_y(x) = \alpha x \qquad \text{(IIC2} - 11)$$

telle que la valeur moyenne de $B_y(x)$le long de la zone d'interaction soit nulle.Les atomes qui traversent la zone d'interaction voient un champ local non nul et leurs sous-niveaux Zeeman sont mélangés en tout point (sauf au point où la valeur du champ passe par zéro). Les atomes peuvent donc absorber des photons tout au long de la zone d'interaction. Donc même si la valeur moyenne du champ magnétique est nulle, les atomes peuvent subir une force de la part du laser. Plus généralement considérons un champ magnétique qui présente des fluctuations spatiales ou temporelles autour d'une valeur moyenne nulle. Les atomes qui initialement seraient dans le sous-niveau Zeeman $m = +1$ non couplé au laser peuvent précesser vers les sous-niveaux Zeeman couplé au laser et alors absorber des photons à condition que l'amplitude de la fluctuation et le temps pendant lequel les atomes voient

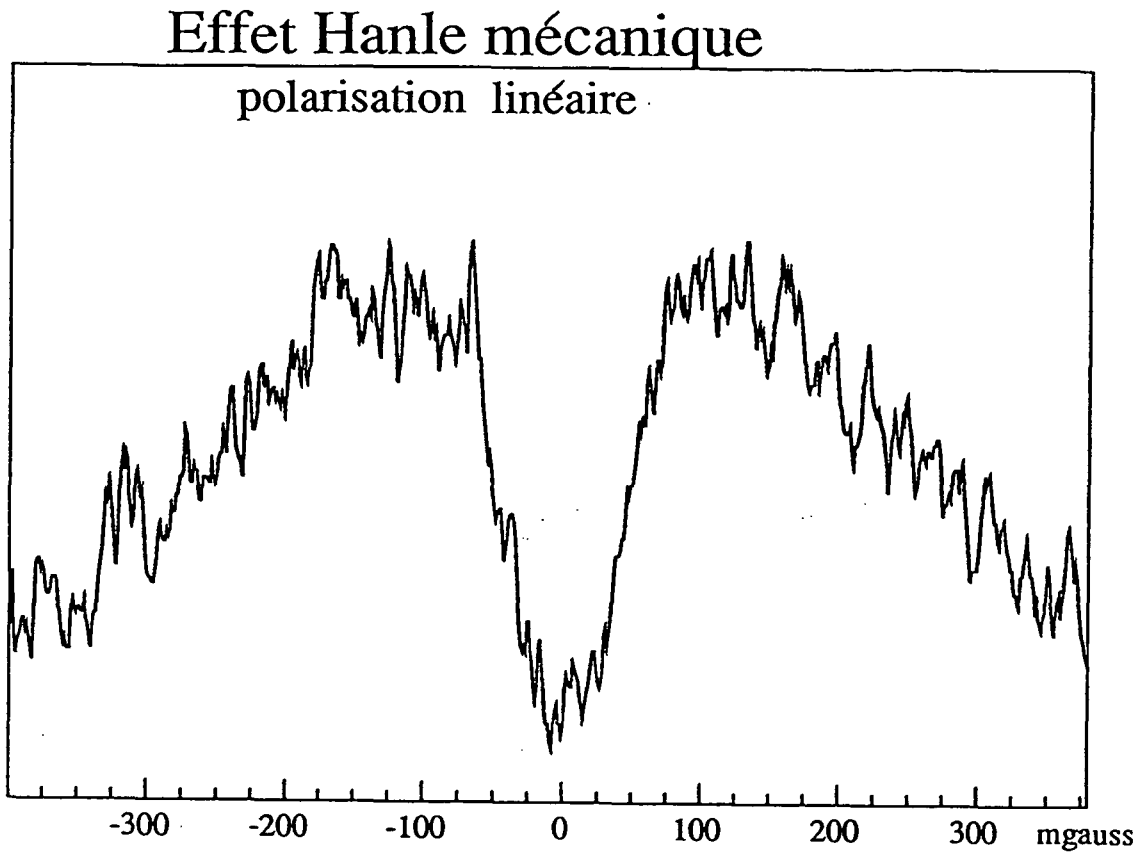


Fig. II–38 : Résultat expérimental de l'observation "directe" de l'effet Hanle mécanique avec un laser polarisé linéairement suivant la verticale, perpendiculaire à l'axe du jet. Le champ magnétique le long de l'axe de propagation du laser est balayé entre -340 et +340 mgauss ($\Omega_L = 0.7\ \Gamma, \delta_L = 0, \theta_{int} = 310\Gamma^{-1}$).

cette perturbation soient assez grande.

Nous voyons donc que l'effet Hanle mécanique n'est pas uniquement sensible à des composantes uniformes du champ magnétique. Or nous avons sur notre montage expérimental utilisé seulement des bobines de compensation avec lesquelles nous avons ajouté

des champs magnétiques uniformes le long de la zone d'interaction. Cela veut dire que si le champ magnétique intervenant dans l'effet Hanle mécanique est la somme d'une composante moyenne B_0 et de composantes variables dont l'effet serait équivalent à un champ ΔB:

$$B = B_0 + \Delta B, \qquad (\mathrm{IIC2} - 12)$$

alors nous pouvons compenser le champ magnétique au mieux à ΔB près.

Revenons à la figure II−36 montrant la vitesse transverse moyenne en fonction du champ magnétique continu appliqué. La largeur de cette courbe est de 48 mgauss. Mais nous pouvons det'erminer le centre de la courbe à 1 mgauss près, limite due à la précision des points expérimentaux de la courbe. Ceci veut dire que nous pouvons savoir avec une précision ΔB_{prec}:

$$\Delta B_{prec} = 1\mathrm{mgauss} \qquad (\mathrm{IIC2} - 13)$$

quelle est la valeur optimale du champ magnétique à appliquer pour compenser au mieux le champ magnétique le long de la zone d'interaction de 40 mm.Le fait de savoir avec une précision de 1 mgauss quand nous avons réalisé la meilleure compensation du champ magnétique ne nous permet cependant pas de connaître la valeur du champ magnétique résiduel correspondant à cette compensation optimale. Nous pouvons toutefois majorer ce champ résiduel ΔB_{res} en analysant le changement de vitesse transverse moyenne à l'optimum de compensation. Comme nous avons compensé le champ suivant les trois axes de l'espace (en changeant la polarisation du laser) nous pouvons supposer que le champ résiduel est du même ordre de grandeur suivant Ox, Oy et Oz. Nous avons vu que si ce champ résiduel était rigoureusement nul, le changement de vitesse transverse correspondant serait de:

$$\Delta v_{min} = \frac{4}{3}\frac{\hbar k}{M} \qquad (\mathrm{IIC2} - 14)$$

Sur notre courbe expérimentale nous avons effectivement un changement de vitesse transverse moyenne de Δv_{min} lorsque nous avons atteint l'optimum de compensation. L'incertitude δv sur une mesure individuelle de changement de vitesse transverse moyen est de l'ordre de:

$$\delta v = \frac{1}{2}\frac{\hbar k}{M} \qquad (\mathrm{IIC2} - 15)$$

mais en utilisant un ajustement quadratique pour les points près de $B = 0$, nous pouvons majorer le changement minimal Δv_{opt} par:

$$\Delta v_{opt} \leq \Delta_{min} + \frac{1}{5}\frac{\hbar k}{M} \qquad (\mathrm{IIC2} - 16)$$

Un tel changement de vitesse transverse serait également obtenu par un champ magnétique transverse uniforme de 5 mgauss.

Nous pouvons donc majorer le champ magnétique résiduel (composantes uniformes, gradients, fluctuations) par:

$$\Delta B_{res} = 5\mathrm{mgauss} \qquad (\mathrm{IIC2} - 17)$$

Notons que cette valeur est donné par excès, à cause de l'incertitude sur nos points expérimentaux et ne donne par conséquent qu'une limite supérieure du champ magnétique résiduel sur notre montage expérimental.

3) Conclusion

Nous avons montré dans cette partie que l'effet Hanle mécanique est très sensible au champ magnétique et nous a permis de contrôler la compensation du champ magnétique terrestre avec une précision de 1 mgauss. Le champ magnétique résiduel (y compris des gradients et des fluctuations) le long de la trajectoire des atomes dans l'onde laser est inférieur à 5 mgauss. Cette majoration est due dans nos expériences à l'incertitude de la valeur moyenne de la vitesse des atomes le long de l'axe de propagation du laser. On pourrait diminuer cette imprécision des mesures en enregistrant non pas un seul profil de la distribution des atomes, mais en moyennant plusieurs profils afin d'augmenter le rapport signal sur bruit. Développée initialement dans la perspective des expériences de "résonances noires", cette méthode s'est avérée indispensable pour des expériences ultérieures. En particulier le développement de la théorie du refroidissement laser depuis 1988 nous a amené à réaliser des expériences de "refroidissement magnétique" [13]. Ces expériences sont très sensibles au champ magnétique, aussi bien le long de l'axe de propagation du laser que suivant les directions perpendiculaires à cet axe. Ce n'est qu'en utilisant l'effet Hanle mécanique que

nous avons pu avoir un contrôle assez précis du champ magnétique pour voir l'apparition et pour comprendre le comportement de ce nouveau mécanisme de refroidissement. Contrairement aux expériences de "résonances noires" pour lesquelles nous avons voulu annuler le mieux possible le champ magnétique et où nous avons rajouté un blindage en μ-métal dans la zone compensée, les expériences de "refroidissement magnétiques" nécessitent un champ magnétique non nul bien contrôlé.

Les résultats expérimentaux que nous avons présentés dans cette partie justifient le double calcul théorique des parties IIA et IIB. En effet le calcul semi-classique a pu rendre compte qualitativement du comportement de la résonance Hanle. La méthode de détection que nous avons utilisée, sensible aux cycles de fluorescence individuels, a rendu nécessaire une interprétation par le calcul tout quantique.

CHAPITRE II

IID - PIEGE PAR EFFET HANLE MECANIQUE

Nous avons envisagé jusqu'à présent le cas d'un champ magnétique uniforme et le but de l'utilisation de l'effet Hanle mécanique était la compensation du champ magnétique. Mais que se passe-t-il si nous appliquons un important gradient de champ magnétique dans la zone d'interaction ? La très grande sensibilité de la force subie par les atomes en fonction du champ magnétique fera apparaître des nouveaux effets spatiaux.

Considérons par exemple une onde laser plane polarisée circulaire se propageant le long de l'axe Oz et un champ magnétique suivant l'axe Oy avec un gradient α suivant Oz tel que:

$$\mathbf{B} = \alpha z \mathbf{e}_y \qquad (\mathrm{IID}-1)$$

La force moyenne à l'état stationnaire subie par les atomes dépendra donc de la position le long de l'axe Oz (fig. II–39a):

$$\mathbf{f}_{EHM} = f_{EHM}(B(z))\mathbf{e}_z \qquad (\mathrm{IID}-2)$$

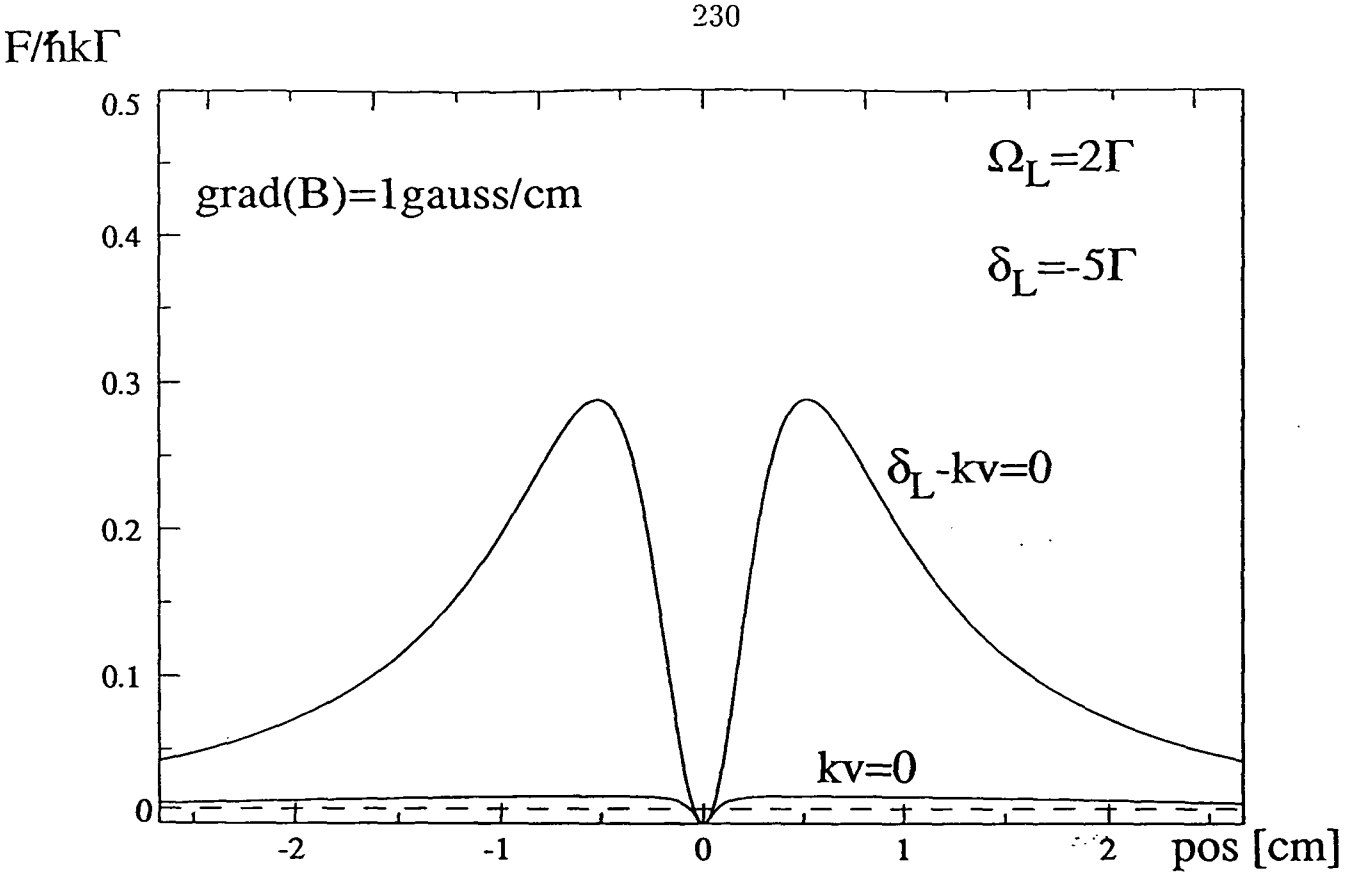
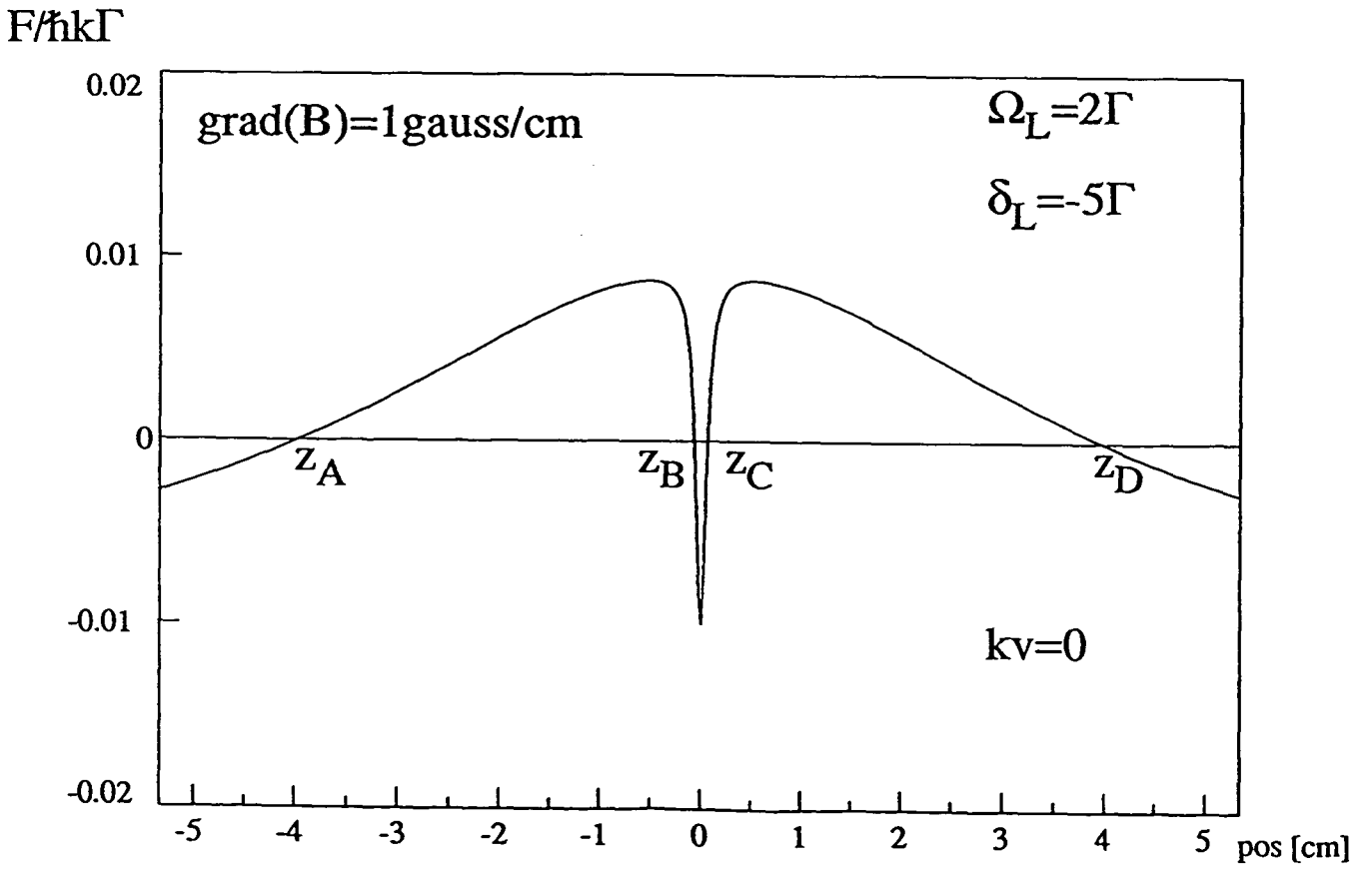


Fig. II–39 : a) Force moyenne f_{EHM} subie par les atomes en régime stationnaire en fonction de la position. Le champ magnétique varie en fonction de la position (gradient de 1 gauss/cm, rapport gyromagnétique $\gamma = 2.8MHz/gauss$) et la force est celle obtenue dans la partie IIA pour l'effet Hanle mécanique. ($\Omega_L = \Gamma, \delta_L = -5\Gamma$, transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$). La ligne en tirets indique une force indépendante de la position $f_c = 900\ Mg = 0.01\hbar k\Gamma$.

b) La différence entre f_{EHM} et f_c présente quatre points d'équilibre dont deux (z_B et z_D) sont des points d'équilibre stables.



Si maintenant nous appliquons aux atomes une force constante $\mathbf{f}_c$ (par un champ électrique dans le cas d'ions par exemple) en sens inverse de $\mathbf{f}_{EHM}$ et indépendant de z :

$$\mathbf{f}_c = -f_c \mathbf{e}_z, \qquad (\mathrm{IID}-3)$$

alors la force totale subie par les atomes est de (fig. II−39b):

$$\mathbf{f}_{tot} = (f_{EHM}(B(z)) - f_c)\,\mathbf{e}_z = f_{tot}\mathbf{e}_z \qquad (\mathrm{II}-\mathrm{D}4)$$

Nous voyons sur la figure (II−39b) que cette force $\mathbf{f}$ change plusieurs fois de signe. Chaque point pour lequel la force s'annule correspond à un point d'équilibre pour les atomes. En effet un atome en z_A, z_B, z_C ou z_D ne subit pas de force. Cependant seuls deux de ces points correspondent à des positions d'équilibre stable. Lorsqu'un atome initialement en z_B(ou z_D) se déplace vers les z positifs, il verra une force f_{tot} négative qui le ramène vers sa position d'équilibre. S'il se déplace vers les z négatifs à partir de z_B (ou z_D) la force f_{tot} est positive et l'atome revient vers la position d'équilibre stable. Les deux autres points d'équilibre (z_A et z_C) sont des points d'équilibre instables : un atome qui se déplace légèrement d'une telle position, sera écarté de plus en plus de son point de départ instable.

La force représentée sur la figure II−39b amène donc tous les atomes initialement dans la plage de capture $C_B = [z_A, z_c]$ vers le point d'équilibre stable z_B et les atomes avec des positions initiales à droite de $z_c(C_D =]z_c, +\infty[)$vers le point d'équilibre stable z_D.Nous avons donc ainsi une force de rappel vers une position d'équilibre stable pour une certaine plage de capture spatiale. Si l'on voulait réaliser ainsi un piège (que nous appelons "piège Hanle"), il faut considérer non seulement la plage de capture spatiale mais aussi la plage de capture des vitesses. En effet si un atome entre dans la zone de capture spatiale du piège avec une vitesse trop élevée, il peut éventuellement avoir traversé le piège avant que la force de rappel n'ait eu le temps de le décélérer et de l'arrêter à un point d'équilibre stable.

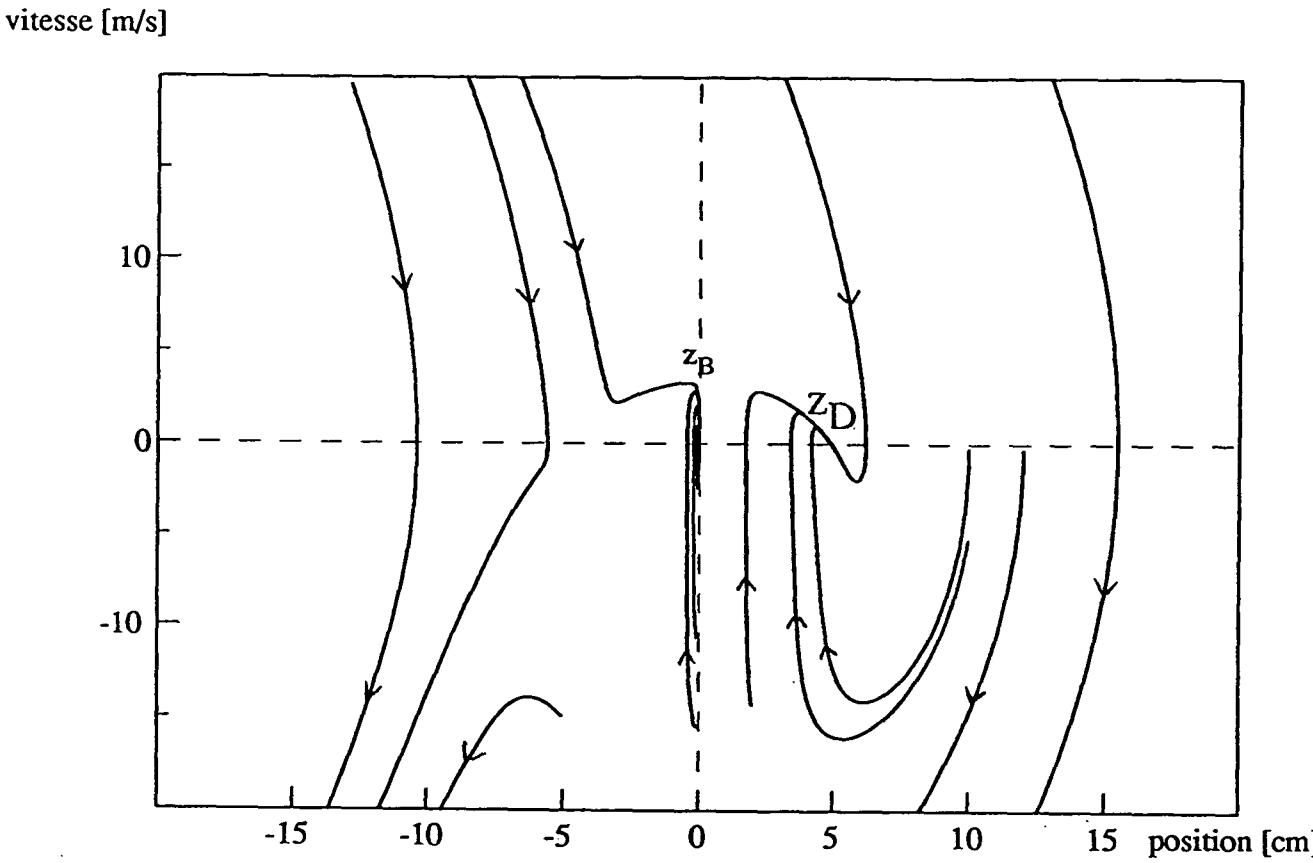


Fig. II–40 : Trajectoires dans l'espace des phases (vitesse, position) des atomes soumis à la force de la figure II–39b. On reconnaît les deux points d'équilibre stables (z_B et z_D) vers lesquels sont attirés les atomes ayant des conditions initiales appropriées.

Sur la figure II−40 nous montrons les trajectoires des atomes dans l'espace des phases (position, vitesse le long de Oz) pour différentes conditions initiales. En prenant un modèle d'une transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$ et pour un champ magnétique de 100 gauss/m, une intensité laser correspondant à une fréquence de Rabi $\Omega_L = \Gamma$,un désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0 = -5\Gamma$ et une force constante f_c telle que:

$$f_c/M = 0.01\hbar k\Gamma/M$$

la plage de capture spatiale pour le point d'équilibre stable près de l'origine (où $B = 0$) va de $z = -40mm$ à $z = +1mm$ et la plage de capture des vitesses va de $v_z = -15m/s$ à $v_z = +15m/s$(M=4 u.m.a. pour He^*).

Notons que la force de l'effet Hanle mécanique qui varie très vite autour d'un champ magnétique nul est aussi très sensible à toute variation des paramètres du laser (intensité, désaccord). Ajoutons par exemple non pas une force constante à une force par effet Hanle, mais les forces d'effet Hanle mécanique de deux ondes planes polarisées circulaires positives, se propageant en sens opposé. Nous négligeons ici tout effet de cohérence qui pourrait apparaître par la présence simultanée des deux lasers (ces effets sont par exemple à l'origine du processus de refroidissement magnétique [13]).On peut par exemple supposer que les deux ondes ne sont pas présentes au même moment, mais qu'on alterne temporellement les deux ondes. Si l'on choisit la période telle que les degrés de liberté internes des atomes atteignent un état d'équilibre pendant chaque phase de cette séquence et que la vitesse des atomes ne change que de très peu pendant une seule de ces phases, on peut effectivement ajouter indépendemment les forces subies par les atomes de la part de chaque laser. Nous avons calculé qu'avec une différence de puissance de quelques pourcents entre les deux ondes laser on peut ainsi obtenir une force de rappel f_r allant jusqu'à:

$$f_r \simeq 0.01\hbar k\Gamma. \qquad \text{(IID} - 5)$$

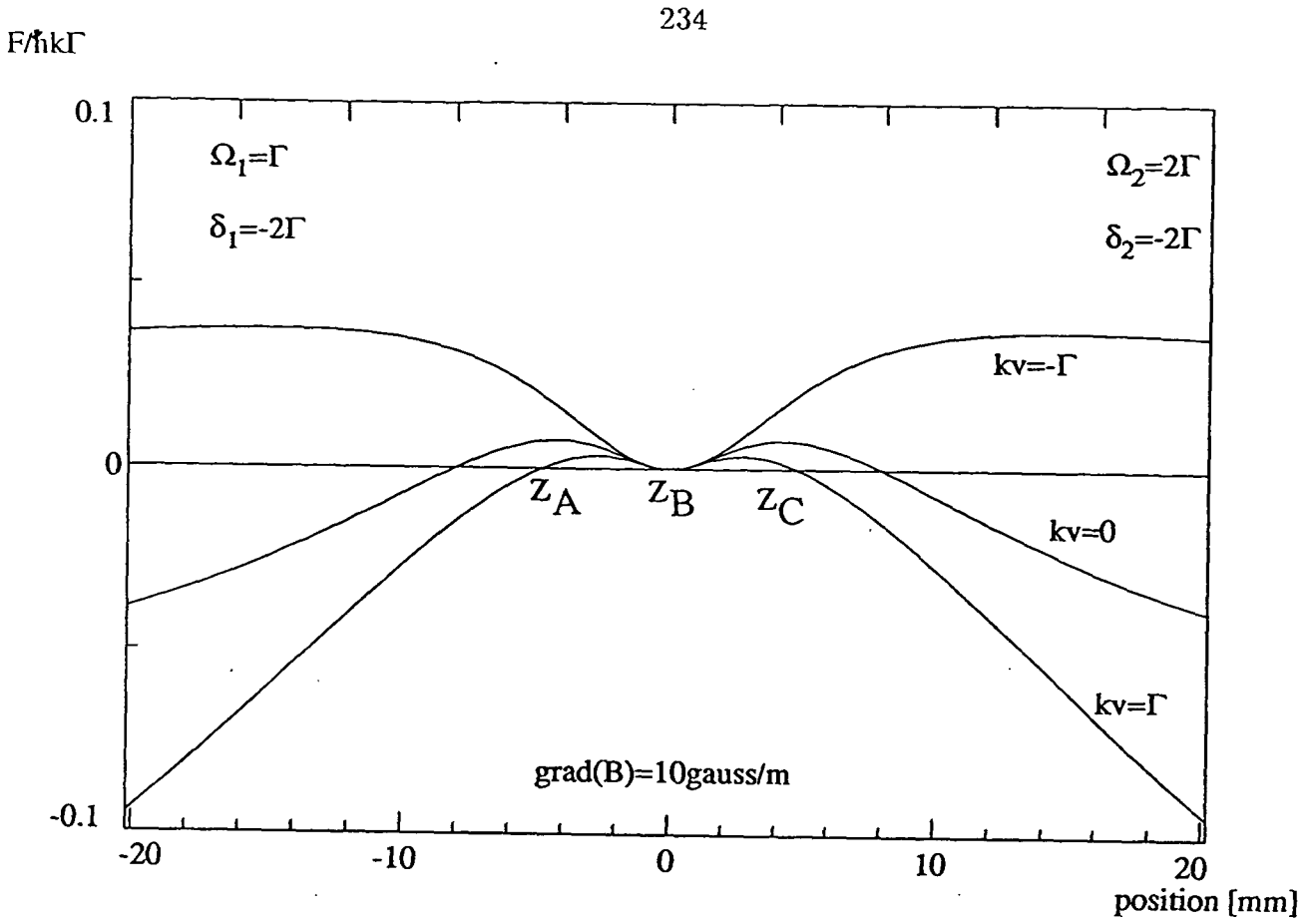
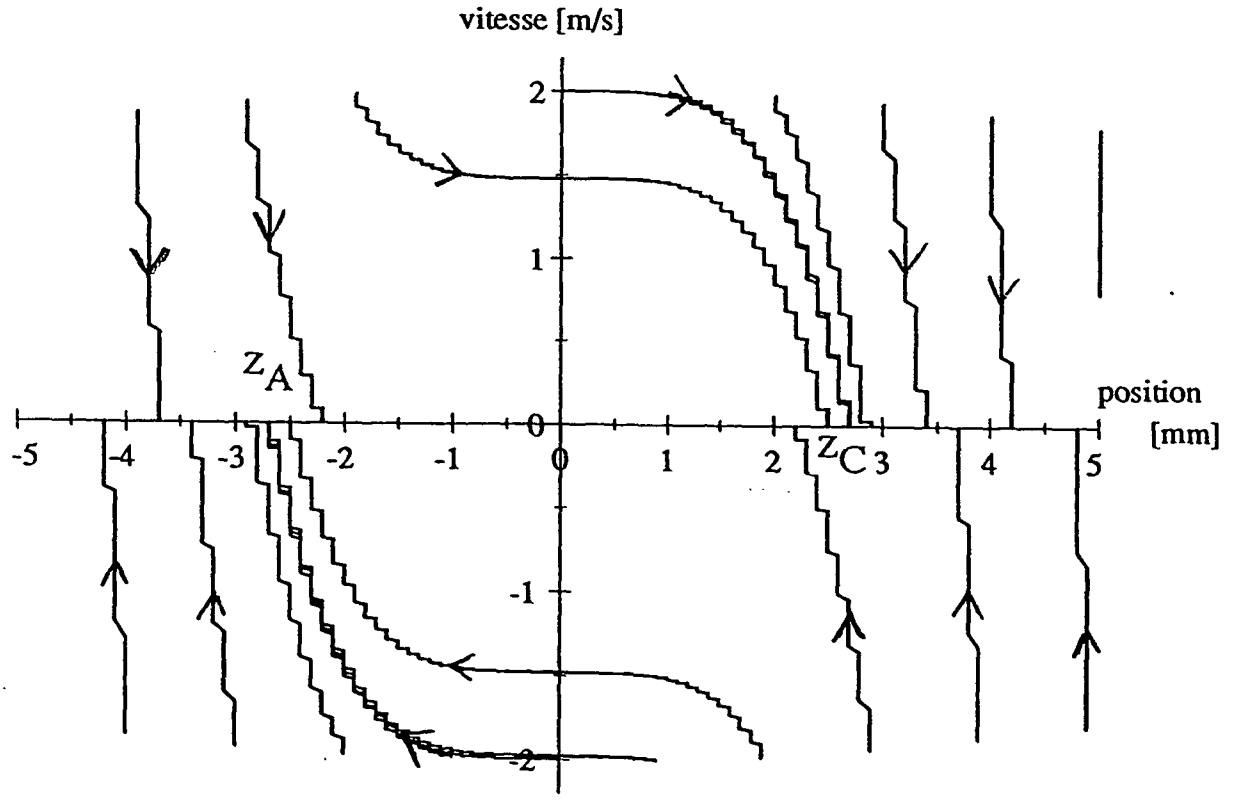


Fig. II–41 : a) Somme des forces d'effet Hanle mécanique de deux ondes se propageant en sens opposé. Le seul point d'équilibre stable est z_c.
b) Trajectoires dans l'espace des phases d'atomes soumis à la force de la figure II–41a.



La figure II−41 montre la somme des forces d'effet Hanle mécanique de l'onde 1 se propageant suivant $+Oz$:

$$\mathbf{f}^1_{EHM} = f^1(B)\mathbf{e}_z \qquad (\text{IID} - 6)$$

pour un désaccord $\delta^1 = -2\Gamma$ et une fréquence de Rabi $\Omega^1_L = \Gamma$ et de la force de la part de l'onde 2 se propageant vers $-Oz$:

$$\mathbf{f}^2 = -f^2(B)\mathbf{e}_z \qquad (\text{IID} - 7)$$

pour $\delta^2 = \delta^1 = -2\Gamma \text{et} \Omega^2_L = 2\Gamma$. La force totale:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^1 + \mathbf{f}^2 = \left(f^1(B) - f^2(B)\right)\mathbf{e}_z \qquad (\text{IID} - 8)$$

présente donc aussi la caractéristique nécessaire pour obtenir une position d'équilibre stable pour les atomes. De tels effets pourraient éventuellement intervenir dans certaines expériences de piège magnéto-optique [14]. Notons que la présence d'un état fondamental dégénéré avec un sous-niveau Zeeman non couplé à la lumière est un ingrédient essentiel pour l'effet Hanle mécanique. D'autre part une étude plus détaillée des phénomènes dans une configuration de deux ondes laser présentes simultanément, se propageant en sens opposé avec des intensités différentes, doit tenir compte des cohérences qui sont par exemple à l'origine du "refroidissement magnétique".

Nous venons donc de voir que l'extrême sensibilité de la force subie par les atomes en fonction du champ magnétique peut faire apparaître des phénomènes nouveaux. L'effet Hanle mécanique permettra ainsi peut-être de mieux comprendre certains comportements d'atomes dans des pièges magnéto-optiques. On peut aussi envisager de tirer profit de ces effets pour réaliser un nouveau type de piège magnéto-optique ou pour comprimer transversalement un jet atomique [15].

CHAPITRE III

RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE

CHAPITRE III

RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE
(Piégeage cohérent de population sélectif en vitesse)

CHAPITRE III

INTRODUCTION

Le refroidissement d'atomes par laser permet d'obtenir des températures de plus en plus basses. La température cinétique à trois dimensions la plus basse jusqu'à ce jour est de 2.5 μK dans une mélasse à gradient de polarisation (obtenue par le groupe à l'Ecole Normale Supérieure avec des atomes de césium [1]). Ceci correspond à une énergie de seulement 13 fois l'énergie de recul E_r due à l'absorption ou l'émission d'un seul photon ($E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} = 0.2$ μK pour Cs). Cette énergie de recul constitue une frontière importante dans le refroidissement par laser. En effet considérons un atome en interaction avec des faisceaux laser provoquant un refroidissement. L'émission spontanée, à l'origine de la dissipation nécessaire au refroidissement, introduit un recul aléatoire $\mathbf{v}_R$ des atomes à chaque cycle de fluorescence ce qui fait passer un atome excité de vitesse $\mathbf{v}_i$ à la vitesse $\mathbf{v}_f$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_R$$

avec $\mathbf{v}_R = \hbar\mathbf{k}/M$, où $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde du photon spontané, de direction aléatoire, et M la masse de l'atome.

Avec une probabilité égale pour avoir une émission spontanée dans deux directions opposées, la moyenne sur les émissions spontanées de plusieurs atomes excités de même vitesse initiale $\mathbf{v}_i$ donne:

$$\langle \mathbf{v}_f \rangle = \langle \mathbf{v}_i \rangle$$

et

$$\langle \mathbf{v}_f^2 \rangle = \langle \mathbf{v}_i^2 \rangle + \langle \mathbf{v}_R^2 \rangle.$$

D'après les arguments précédents l'énergie cinétique finale E_f ne peut être inférieure à $E_R = 1/2mv_R^2 = \hbar^2 k^2/2M$.

Pourtant le processus de "résonances noires sélectives en vitesse" que nous avons imaginé et mis en évidence expérimentalement à l'Ecole Normale Supérieure permet d'obtenir une compression de la distribution des vitesses jusqu'à une largeur inférieure au recul d'un seul photon $v_{rec} = \hbar k/M$. Ce processus, encore appelé "piégeage cohérent de population sélectif en vitesse", est en fait basé sur des principes entièrement différents des autres processus de refroidissement. En effet, notre mécanisme ne présente pas de force de friction. L'idée de base est qu'il existe des états atomiques qui, pour une vitesse $v = 0$, ne sont pas couplés à l'état excité par les lasers. Les atomes dans tous les autres états interagissent avec les lasers et subissent ainsi, par le recul aléatoire lors de l'émission spontanée, une marche au hasard dans l'espace des vitesses. Cette diffusion peut amener les atomes dans la classe de vitesse $v = 0$ où ils sont susceptibles d'être piégés dans un état dans lequel ils cessent d'interagir avec les lasers. Nous pouvons ainsi accumuler les atomes dans une classe de vitesse très étroite et réaliser ainsi une compression de la distribution des atomes dans l'espace des vitesses.

Dans la première partie (IIIA) de ce chapitre nous donnons les principes de base pour pouvoir comprendre les "résonances noires sélectives en vitesse". Nous considérons dans cette partie des cas particuliers permettant de bien dégager les idées physiques de l'effet (une étude détaillée est présentée dans la partie IIIC). Nous commençons par une approche semi-classique, oû la position de l'atome n'est pas quantifié, et nous montrons que nous aboutissons à une situation dans laquelle la vitesse des atomes est inférieure à $\hbar$k/M, ce qui, en vertu des relations d'incertitude de Heisenberg, correspondrait à une extension spatiale Δx des atomes plus grande que la longueur d'onde optique λ. Nous ne pouvons alors plus considérer que le paquet d'onde atomique est petit devant λ, ce qui rend caduque l'approche semi-classique. Nous devons donc quantifier les degrés de liberté externes des atomes. Nous retrouvons alors un traitement proche de celui que nous avons présenté pour l'étude du régime transitoire de l'effet Hanle mécanique en IIB, basé sur les familles fermées d'états couplés par les lasers. La deuxième partie de ce paragraphe IIIA

reprend le processus ci-dessus en tenant compte de la quantification des degrés de liberté externes. Un résultat remarquable est la prévision de l'apparition de deux pics étroits dans la distribution des quantités de mouvement autour de $p_{at}^z = \pm\hbar k$.

La mise en évidence expérimentale est présentée dans la partie IIIB. Nous montrons comment nous avons pu obtenir à une dimension une distribution des vitesses avec des pics de demi-largeur à $\exp(-1/2)$ de 6 cm/s, ce qui, converti en unités de température, correspond à 2 μK, deux fois plus faible que l'énergie de recul pour l'hélium métastable ($T_R = \frac{\hbar^2 k^2}{M k_B} = 4\mu K$).

Une analyse détaillée, aussi bien théorique qu'expérimentale, des résonances noires sélectives en vitesse est exposée dans la partie IIIC. Nous montrons comment on peut utiliser la notion des familles fermées d'états couplés par la lumière (analogues aux familles $F(p)$ introduites lors de l'étude de l'évolution temporelles de l'effet Hanle mécanique) pour traiter correctement l'interaction atome-laser avec une quantification des degrés de liberté internes et externes des atomes. Nous montrerons comment établir les équations de Bloch optiques généralisées qui déterminent l'évolution de la matrice densité des atomes. Une intégration numérique de ces équations nous permet ensuite d'étudier quantitativement l'efficacité de ce processus de refroidissement en fonction des différents paramètres tels que temps d'interaction, intensité, désaccord ou polarisation des laser. Un résultat remarquable est qu'il n'y a pas de limite théorique: si le temps d'interaction tend vers l'infini, la largeur de la distribution des vitesses tend vers zéro comme $1/\sqrt{\theta}$. Nous nous efforcerons au cours de cette partie de comprendre les résultats de cette étude quantitative à l'aide d'images physiques simples. Nous terminerons cette partie IIIC par une discussion de propositions pour généraliser ce processus de refroidissement à plusieurs dimensions.

CHAPITRE III

IIIA - PRINCIPES DES RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE

1) Approche semi−classique

a) Résonances noires:

Considérons un atome à trois niveaux en Λ, par exemple un état excité $|e_0\rangle$ de moment cinétique nul suivant l'axe de quantification Oz ($|e_0\rangle = |m = 0\rangle$), et deux niveaux fondamentaux Zeeman dégénérés, $|f_-\rangle$ de moment cinétique le long de Oz $m_z = -1$, et $|f_+\rangle$ avec $m_z = +1$ (fig. III−1).Eclairons un tel atome par une onde laser polarisée circulairement σ^+, qui à cause des règles de sélection sur le moment cinétique, ne couple que $|f_-\rangle$ à $|e_0\rangle$; une autre onde polarisée circulairement σ^- couple uniquement $|f_+\rangle$ à $|e_0\rangle$. Lorsque les fréquences des deux ondes lasers ω_+ et ω_- sont identiques ($\omega_+ = \omega_- = \omega_L$), on peut avoir des processus résonnants à deux photons entre $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$. Il existe alors une superposition linéaire $|\Psi_{NC}\rangle$ des états $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ qui n'est plus couplée au laser.

Considérons en effet l'état:

$$|\Psi_i\rangle = \alpha|f_-\rangle + \beta|f_+\rangle \qquad \text{(IIIA1 − 1)}$$

superposition linéaire de $|f_-\rangle$ et de $|f_+\rangle$ et étudions son évolution sous l'effet du couplage $V_{AL}(t)$ avec les deux lasers. L'amplitude de probabilité de passer de l'état $|\Psi_i\rangle$ à $|e_0\rangle$ dépend de l'élément de couplage

$$\langle e_0|V_{AL}(t)|\Psi_i\rangle$$

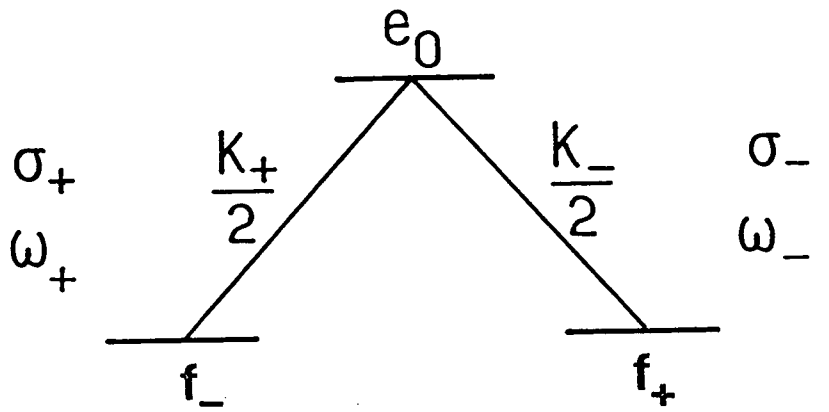


Fig. III-1 : Système en Λ à trois niveaux. Deux niveaux dégénérés de l'état fondamental sont couplés à un état excité par deux lasers polarisés σ^+ et σ^- de même fréquence ω_L.

c'est-à-dire de

$$\alpha\langle e_0|V_{AL}(t)|f_-\rangle + \beta\langle e_0|V_{AL}(t)|f_+\rangle \qquad (\text{IIIA}1-2)$$

En introduisant les fréquences de Rabi K_- et K_+ définies par:

$$\begin{aligned}\langle e_0|V_{AL}(t)|f_-\rangle &= \frac{\hbar K_+}{2}e^{-i\omega_+ t}\\ \langle e_0|V_{AL}(t)|f_+\rangle &= \frac{\hbar K_-}{2}e^{-i\omega_- t}\end{aligned}$$

nous constatons que lorsque la condition

$$\alpha K_+ e^{-i\omega_+ t} + \beta K_- e^{-i\omega_- t} = 0 \qquad (\text{IIIA}1-3)$$

est remplie, alors l'état $|\Psi_i\rangle$ n'est pas couplé à l'état excité $|e_0\rangle$ par les lasers. Il y a dans ce cas une interférence destructive entre les amplitudes de probabilité:

$$\langle e_0|V_{AL}(t)|f_-\rangle$$

et

$$\langle e_0|V_{AL}(t)|f_+\rangle$$

correspondant à l'excitation vers $|e_0\rangle$ à partir de $|f_-\rangle$ et de $|f_+\rangle$.

Considérons maintenant le cas $K = K_- = K_+$ (le cas plus général de $K_- \neq K_+$ sera traité lors de l'étude détaillée de la partie IIIC). Dans ce cas l'état non couplé $|\Psi_{NC}\rangle$ est donné à $t = 0$ par:

$$|\Psi_{NC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-\rangle - |f_+\rangle\} \qquad \text{(IIIA1} - \text{4a)}$$

L'état $|\Psi_C\rangle$, orthogonal à $|\Psi_{NC}\rangle$, qui est donné par:

$$|\Psi_C\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-\rangle + |f_+\rangle\} \qquad \text{(IIIA1} - \text{4b)}$$

est cependant fortement couplé à l'état excité (avec une fréquence de Rabi $\Omega_L = K\sqrt{2}$, plus importante que $K = K_- = K_+$, correspondant au couplage entre $|f_-\rangle$ et $|e_0\rangle$ ou entre $|f_+\rangle$ et $|e_0\rangle$ séparément).

Il est à ce point très commode de faire un changement de base et de décrire l'état fondamental dégénéré non plus dans la base Zeeman $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle\}$ mais par $|\Psi_{NC}\rangle$ et $|\Psi_C\rangle$ (fig. III-2) donnés par (IIIA1−4). Dans cette base les atomes dans $|\Psi_{NC}\rangle$ ne sont pas couplés par le laser à l'état excité tandis que ceux dans $|\Psi_C\rangle$ sont excités vers $|e_0\rangle$ avec une fréquence de Rabi de $\Omega_L = K\sqrt{2}$. Les atomes interagissant avec le laser vont donc effectuer des cycles de fluorescence tant qu'ils ne sont pas dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$. Nous comprenons donc dans cette nouvelle base comment les atomes sont pompés optiquement de $|\Psi_C\rangle$ vers $|\Psi_{NC}\rangle$ où ils resteront piégés (fig. III-2). Tous les atomes seront accumulés dans $|\Psi_{NC}\rangle$ et comme ils ne peuvent plus absorber des photons laser, il n'y aura en particulier plus de lumière de fluorescence émis par ces atomes, malgré le couplage atome-laser résonnant pour chacune des transitions $|f_-\rangle \longleftrightarrow |e_0\rangle$ et $|f_+\rangle \longleftrightarrow |e_0\rangle$.

Etudions maitenant sous quelle condition l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ donné par IIIA1−4a à $t = 0$ reste non couplé à l'état excité ultérieurement. D'après la condition IIIA1−3 il faut qu'on ait, à chaque instant t (pour $K = K_- = K_+$):

$$\alpha e^{-i\omega_+ t} + \beta e^{-i\omega_- t} = 0$$

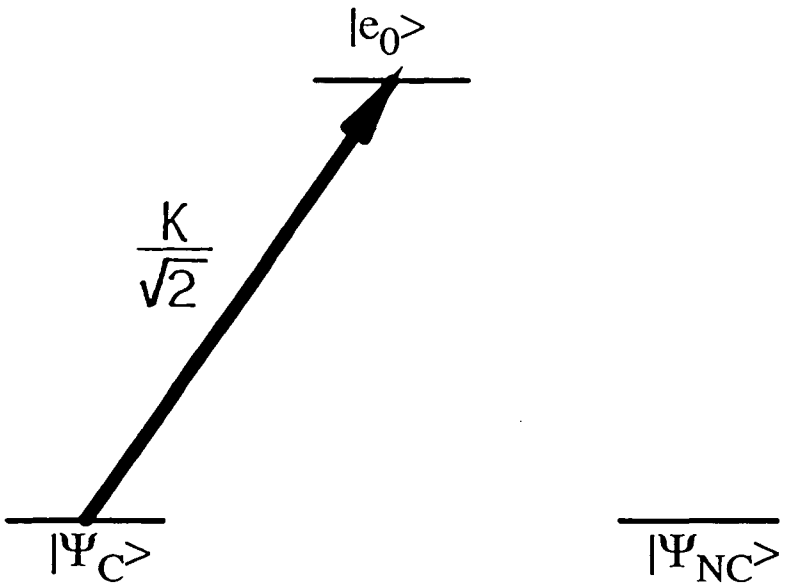


Fig. III-2 : Couplage laser dans la base $\{|\Psi_{NC}\rangle, |\Psi_C\rangle, |e_0\rangle\}$. L'état $|\Psi_{NC}\rangle$ n'est pas couplé à l'état excité $|e_0\rangle$ par les lasers, tandis que $|\Psi_C\rangle$ est excité vers $|e_0\rangle$ avec une fréquence de Rabi $\Omega_L = \sqrt{|K_+|^2 + |K_-|^2} = \sqrt{2}K$ correspondant à un élément de matrice de couplage de $K/\sqrt{2}$.

c'est-à-dire (avec $\alpha = -\beta$):

$$\omega_- = \omega_+ \qquad (\text{IIIA}1-5)$$

Il apparaît donc que, pour que l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ reste non couplé à l'état excité, il faut que la condition de résonance IIIA1−5 soit vérifiée. Ce phénomène appelé "résonances noires" a été observé expérimentalement pour la première fois par le groupe de Gozzini à Pise en 1976 [2] et plusieurs analyses théoriques basées sur les équations de Bloch optiques [3] ou sur une approche par l'atome habillé [4,5] ont été données. Lorsque les deux ondes se propagent dans le même sens (comme dans les expériences à Pise), la condition de résonance (IIIA1−5) ne dépend que des fréquences ω_- et ω_+ des deux ondes et est indépendante de la vitesse des atomes.

b) sélection en vitesse :

Si les deux ondes laser se propagent en sens opposé ($\mathbf{k} = \mathbf{k}_+ = -\mathbf{k}_-$) alors les fréquences des deux lasers vues par l'atome dans son référentiel au repos sont décalées par des effets Doppler opposés (fig. III-3) et la condition de résonance s'écrit :

$$\omega_+ - \mathbf{k}.\mathbf{v} = \omega_- + \mathbf{k}.\mathbf{v} \qquad (\mathrm{IIIA1} - 5)$$

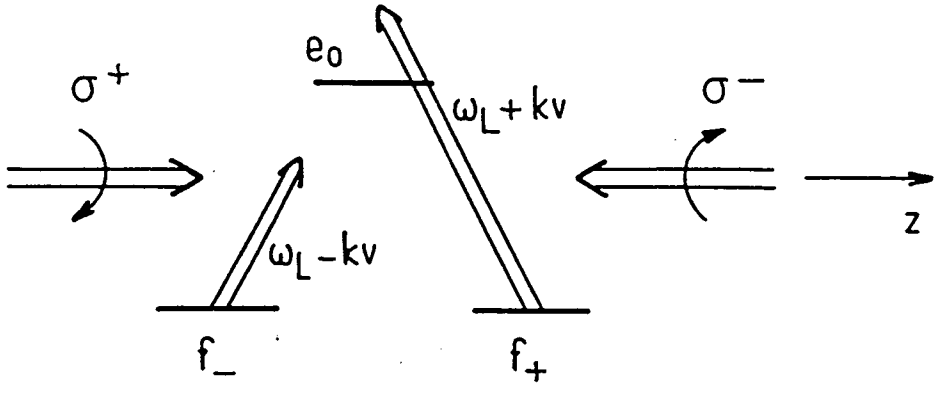


Fig. III-3 : Condition de résonance. Le changement par effet Doppler des fréquences des lasers dans le référentiel au repos de l'atome dépend du sens de propagation des lasers. Pour des ondes se propageant en sens opposé ($\mathbf{k}_+ = -\mathbf{k}_- = \mathbf{k}$) on a $\Delta\omega_+ = -\mathbf{k}.\mathbf{v} = -\Delta\omega_-$.

Ceci introduit donc une sélection en vitesse: pour $\omega_+ = \omega_-$ par exemple seuls les atomes vérifiant:

$$\mathbf{k}.\mathbf{v} = 0 \qquad (\mathrm{IIIA1} - 6)$$

peuvent être dans une superposition cohérente de $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ qui reste non couplée à la lumière.

c) accumulation dans l'état non-couplé :

Etudions maintenant quel est le mécanisme qui nous permet d'obtenir un grand nombre d'atomes dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ avec une vitesse autour de $\mathbf{v}_z = 0$. Tous les atomes qui ne sont pas dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ avec une vitesse égale à $\mathbf{v}_z = 0$, sont couplés au laser et effectuent des cycles de fluorescence. Le recul lors de l'émission spontanée produit un changement aléatoire de la vitesse de ces atomes et les atomes couplés à la lumière effectuent une marche au hasard dans l'espace des vitesses. Lorsque cette marche au hasard fait tomber les atomes dans la classe de vitesse satisfaisant à la condition de résonance, un processus à deux photons peut créer une forte cohérence entre $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ et l'atome peut ainsi être porté dans $|\Psi_{NC}\rangle$, auquel cas il ne pourra plus absorber de photons. En revanche, si l'atome est dans $|\Psi_C\rangle$, il pourra être excité vers $|e_0\rangle$ par les lasers, bien que la condition $\mathbf{k}.\mathbf{v} = 0$ soit vérifiée. Nous voyons ainsi que seuls les atomes dans $|\Psi_{NC}\rangle$ avec une vitesse $\mathbf{v}_z = 0$ bien définie vont rester indéfiniment non couplés par les lasers et les processus d'émission spontanée nous permet d'accumuler les atomes dans cet état.

Remarque :

Le remplissage du niveau piège se fait donc grâce à la diffusion en vitesse induite par le recul de direction aléatoire lors d'une émission spontanée. Mais il n'y a pas de force de dérive attirant les atomes vers la classe de vitesse $\mathrm{v} = 0$. *Contrairement aux autres mécanismes de refroidissement, la force moyenne agissant sur un atome est nulle dans notre configuration lorsque les degrés de liberté internes des atomes ont atteint un état stationnaire. Plus généralement on peut montrer que lorsque seulement un état excité* $|e\rangle$ *d'un atome est excité à partir de plusieurs niveaux de l'état fondamental* $|f_i\rangle$ *(par des lasers de vecteurs d'onde* $\mathbf{k}_i$ *et de fréquences de Rabi de* Ω_i *respectivement (fig. III-4)) alors la force moyenne* $\mathbf{f}$ *(à l'état stationnaire pour les degrés de liberté internes) vérifie:*

$$f^{st} = \left(\sum_i \hbar \mathbf{k}_i \frac{\Gamma_i}{\Gamma}\right) \sigma_{ee} \qquad \text{(IIIA1} - 7)$$

où Γ_i *est le taux d'émission spontanée de l'état excité* $|e\rangle$ *(de population*σ_{ee}*)*

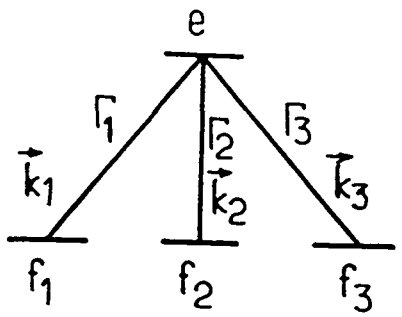


Fig. III-4 : Etat excité couplé à plusieurs états fondamentaux. La force moyenne à l'état stationnaire ne dépend que des taux d'émission spontanée Γ_i de $|e\rangle$ vers $|f_i\rangle(\sum_i \Gamma_i = \Gamma)$ et des vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$ des lasers excitant les différentes transitions.

vers $|f_i\rangle$ $(\sum_i \Gamma_i = \Gamma)$. *Dans notre configuration (avec 2 niveaux* $|f_-\rangle$ *et* $|f_+\rangle$ *et* $\mathbf{k}_+ = -\mathbf{k}_-$*) ceci entraîne une force moyenne à l'état stationnaire qui est nulle :*

$$\mathbf{f}^{st} = \left(\frac{\hbar\mathbf{k}_+}{2} + \frac{\hbar\mathbf{k}_-}{2}\right)\sigma_{ee} = 0 \qquad (\text{IIIA1} - 8)$$

L'équation IIIA1-7, obtenue rigoureusement à partir des équations de Bloch optiques, s'interprète facilement en partant en régime stationnaire de l'état excité. Tout atome qui tombe par émission spontanée dans le niveau fondamental f_i *(avec un taux* Γ_i*) devra absorber un photon d'impulsion* $\hbar\mathbf{k}_i$ *pour remonter dans l'état excité. En moyennant alors sur un grand nombre de cycles d'émission spontanée-absorption, on trouve que le changement de la quantité de mouvement de l'atome est proportionnel à:*

$$\Delta\mathbf{p} \sim \sum_i \frac{\Gamma_i}{\Gamma}\hbar\mathbf{k}_i \qquad (\text{IIIA1} - 15)$$

car l'émission spontanée produit un changement de quantité de mouvement qui est nul en moyenne.

d) largeur en vitesse de l'état piège :

Analysons maintenant de plus près le critère de la sélection en vitesse pour savoir quelle est la largeur Δv_z de la classe de vitesse autour de v_{NC} (donnée par IIIA1-6) pour laquelle les atomes peuvent rester non couplés à la lumière. Nous pouvons faire l'étude des

largeurs de niveaux, donnant le taux de départ d'un atome dans un état donné, en nous plaçant dans le référentiel du centre de gravité de l'atome. Comme les deux ondes lasers (que nous supposerons de même fréquence ω_L) se propagent en sens opposé, le décalage par effet Doppler des fréquences vues par l'atome sera de signe opposé pour les deux ondes. La recherche des énergies et des largeurs des niveaux se ramène ainsi à la diagonalisation de la matrice[5]:

$$\begin{pmatrix} \omega_0 - i\Gamma/2 & K/2 & K/2 \\ K/2 & \omega_L - \mathbf{k.v} & 0 \\ K/2 & 0 & \omega_L + \mathbf{k.v} \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{IIIA1}-9)$$

Les valeurs propres de cette matrice sont les solutions de

$$(\omega_L + \mathbf{k.v} - X)\left\{(\omega_0 - i\frac{\Gamma}{2} - X)(\omega_L - \mathbf{k.v} - X) - K^2/4\right\} - (\omega_L - \mathbf{k.v} - X)K^2/4 = 0 \qquad (\mathrm{IIIA1}-10)$$

En traitant successivement les deux couplages comme des perturbations, d'abord le couplage laser ($\Omega_L \ll \Gamma$) puis le couplage motionnel $|\mathbf{k.v}|$ ($|\mathbf{k.v}| \ll \Omega_L^2/\Gamma$) et en se plaçant à résonance($\delta = \omega_L - \omega_0 = 0$), on trouve les deux valeurs propres (correspondant aux atomes dans l'état fondamental lorsque Ω_L tend vers zéro):

$$\omega_1 = \omega_L - i\Gamma''/2 \qquad (\mathrm{IIIA1}-11)$$

$$\omega_2 = \omega_L - i\Gamma'/2 \qquad (\mathrm{IIIA1}-12)$$

avec:

$$\Gamma' = \frac{\Omega_L^2}{\Gamma} = \frac{2K^2}{\Gamma} \qquad (\mathrm{IIIA1}-13)$$

et

$$\Gamma'' = 2\Gamma\frac{(\mathbf{k.v})^2}{K^2} \qquad (\mathrm{IIIA1}-14)$$

Nous voyons que l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ associé à la valeur propre ω_1 a maintenant une largeur Γ'' non nulle lorsque $\mathbf{k.v} \neq 0$. Ceci correspond à un taux de départ $\Gamma^{prime\prime}$ de l'état $|\Psi_{NC}\rangle$, qui est proportionnel à $(\mathbf{k.v})^2$.

Nous pouvons ainsi évaluer la largeur Δv_{NC} de la classe de vitesse des atomes qui initialement dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ y sont encore après un temps d'interaction θ_{int}. La probabilité d'avoir quitté $|\Psi_{NC}\rangle$ est alors donnée par $\mathcal{P}_q$:

$$\mathcal{P}_q = 1 - e^{-\Gamma'' \theta_{int}} \qquad (\text{IIIA1} - 15)$$

et on obtient Δv_{NC} en prenant $\mathcal{P}_q \simeq 1 - \frac{1}{e}$:

$$k\Delta v_{NC} \simeq K/\sqrt{2\theta_{int}\Gamma} \qquad (\text{IIIA1} - 16)$$

Pour un temps d'interaction θ_{int} donné les atomes ayant une vitesse autour de $\mathbf{v}_{NC}$ dans une bande de vitesse de l'ordre de Δv_{NC} peuvent donc rester dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ non couplé à $|e_0\rangle$ par le laser (fig. III-5).

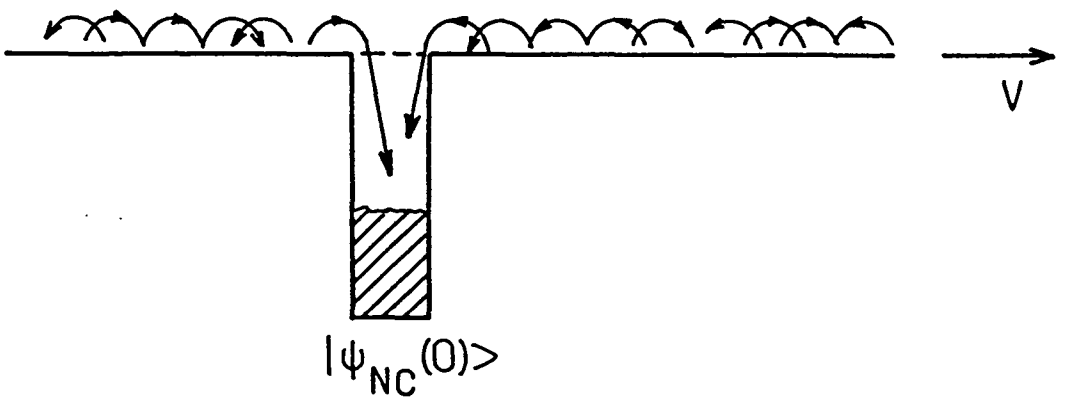


Fig. III-5 : Visualisation de l'accumulation d'atomes dans $|\Psi_{NC}\rangle$ avec une vitesse bien définie. Les atomes dans $|\Psi_{NC}\rangle$ ne vérifiant pas la condition de résonance et ceux dans $|\Psi_C\rangle$ sont excités par le laser et effectuent une marche au hasard dans l'espace des vitesses. Cette marche au hasard fait passer des atomes autour de la classe de vitesse vérifiant la condition de résonance où ils peuvent alors être piégés dans l'état $|\Psi_{NC}\rangle$.

Nous voyons donc comment on peut grâce à ce processus de "résonances noires sélectives en vitesse" réaliser une accumulation d'atomes dans une classe de vitesse Δv_{NC}, dont la

largeur diminue au fur et à mesure que le temps d'interaction augmente. Ni la largeur v_{Dopp} (pour He* : $v_{Dopp} = 28cm/s$) correspondant à la limite du "refroidissement Doppler" d'un atome à deux niveaux par laser (voir appendice A):

$$\frac{1}{2}k_B T_{Dopp} = \frac{1}{2}Mv_{Dopp}^2 = \frac{\hbar\Gamma}{4} \qquad (\text{IIIA1} - 17)$$

ni la vitesse de recul v_{rec} (pour He* : $v_{rec} = 9.16cm/s$) due à l'absorption ou l'émission d'un seul photon:

$$\frac{1}{2}k_B T_{rec} = \frac{1}{2}Mv_{rec}^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \qquad (\text{IIIA1} - 18)$$

ne constitue donc une limite pour notre mécanisme de refroidissement laser par "résonances noires sélectives en vitesse". On obtient par exemple pour une fréquence de Rabi $K = 0.1\Gamma$ et un temps d'interaction de $\theta_{int} = 300\Gamma^{-1}$ une largeur Δv_{NC} de:

$$\Delta v_{NC} = 7mm/s < v_{rec} = 9.16\ cm/s \qquad (\text{IIIA1} - 19)$$

Rappelons que nous nous intéressons dans cette partie IIIA uniquement au refroidissement à une dimension, le long de l'axe de propagation des deux ondes laser. Etudions maintenant de plus près le mécanisme de refroidissement. La marche au hasard dans l'espace des vitesses fait passer les atomes autour de la classe de vitesse $v_{NC} = 0$. Des processus à deux photons peuvent alors faire osciller les atomes entre $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$. Les lasers agissant sur l'atome oscillant entre $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ effectuent ensuite un filtrage qui consiste à ne pas exciter une des superpositions de $|f_-\rangle$ et de $|f_+\rangle$, à savoir $|\Psi_{NC}\rangle$. L'accumulation des atomes passe donc par un processus de filtrage. On pourrait penser à priori qu'un sytème de plusieurs fentes placées le long de l'axe de propagation d'un jet atomique permettrait aussi de réaliser un tel affinement de la distribution des vitesses. Mais notre processus de refroidissement par "résonances noires sélectives en vitesse" produit une réelle augmentation de la densité des atomes dans la classe de vitesse v_{NC}, ce qui est impossible à obtenir avec un système de fentes.

2) Approche quantique

Cette approche semi-classique ne peut cependant pas prétendre rester valide lorsque la quantité de mouvement d'un atome est définie à mieux que le recul d'un photon. Dans ce cas, nous avons en effet:

$$\Delta p < \hbar k \qquad (\text{IIIA2} - 1)$$

et d'après le principe d'incertitude de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (\mathrm{IIIA2}-2)$$

l'extension spatiale Δx du paquet d'onde atomique ne sera alors plus très petite par rapport à la longueur d'onde optique λ_{opt}:

$$\Delta x > \frac{\hbar}{2\hbar k} = \frac{\lambda_{opt}}{4\pi} \qquad (\mathrm{IIIA2}-3)$$

Nous ne pouvons donc plus remplacer dans le couplage atome-laser l'opérateur $e^{i\mathbf{k}.\mathbf{R}}$ par sa valeur prise au centre de gravité de l'atome, qui coïncide avec le "centre" du paquet d'onde (voir IIA1a). Une "extrémité du paquet d'onde atomique" ne voit alors plus le même champ électromagnétique (variant à l'échelle de λ_{opt}) que "l'autre extrémité" (fig. III-6). Si Δx n'est pas petit devant λ_{opt} il faudra donc tenir compte de l'extension spatiale du paquet d'onde atomique.

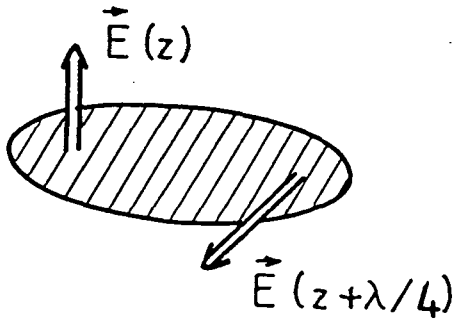


Fig. III-6 : Si l'extension spatiale du paquet d'onde Δx n'est pas négligeable devant la longueur d'onde optique λ_{opt}, on ne peut plus supposer que l'atome soit soumis au champ électrique pris au centre de gravité de l'atome.

Le traitement semi-classique n'est donc plus valable. Nous allons donc reprendre le problème, en présentant qualitativement comment intervient la quantification des degrés de liberté externes dans le processus des résonances noires sélectives en vitesse. L'étude quantitative à l'aide des équations de Bloch optiques généralisées sera faite ultérieurement (partie IIIC).

a) Les familles fermées: couplage atome-laser:

Considérons d'abord uniquement le couplage entre l'atome et le laser (absorption - émission stimulée) et négligeons dans un premier temps l'émission spontanée. Partons par exemple de l'état $|e_0, p\rangle$ (fig. III-7) décrivant un atome dans l'état excité e_0, avec un moment cinétique $m = 0$ et une quantité de mouvement p le long de l'axe de quantification Oz.

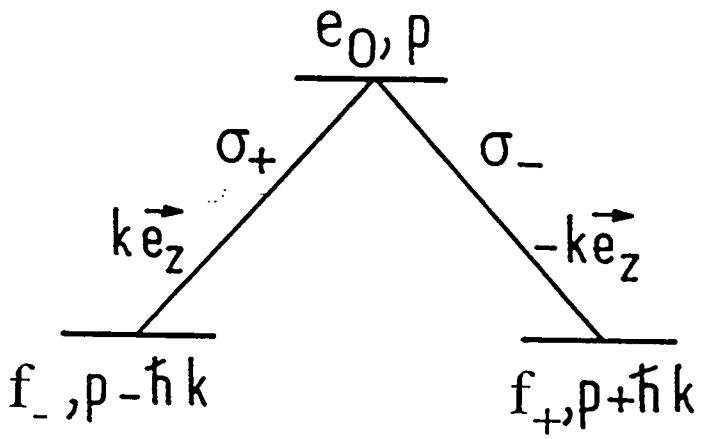


Fig. III-7 : Famille fermée d'états couplés par le laser sur le système en Λ à trois niveaux. Chaque état est caractérisé par un degré de liberté interne et sa quantité de mouvement suivant Oz.

Considérons le couplage avec l'onde laser polarisée circulaire positive σ^+ se propageant vers les z positifs : à cause des règles de sélection liées à la conservation du moment cinétique, cet état n'est couplé qu'au niveau fondamental f_- de moment cinétique $m = -1$. D'autre part les règles de sélection liées à la conservation de la quantité de mouvement entraînent que l'état $|e_0, p\rangle$ est couplé par l'onde laser se propageant suivant $+Oz$ à un état fondamental de quantité de mouvement $p - \hbar k$: l'état $|e_0, p\rangle$ n'est donc couplé par cette onde σ^+ qu'à l'état $|f_-, p - \hbar k\rangle$. De la même façon l'interaction avec l'onde polarisée circulaire négative σ^- se propageant vers $-Oz$ couple uniquement $|e_0, p\rangle$ à $|f_+, p + \hbar k\rangle$. Ceci nous permet donc d'introduire, tout comme pour l'effet Hanle mécanique, une famille fermée d'états couplés

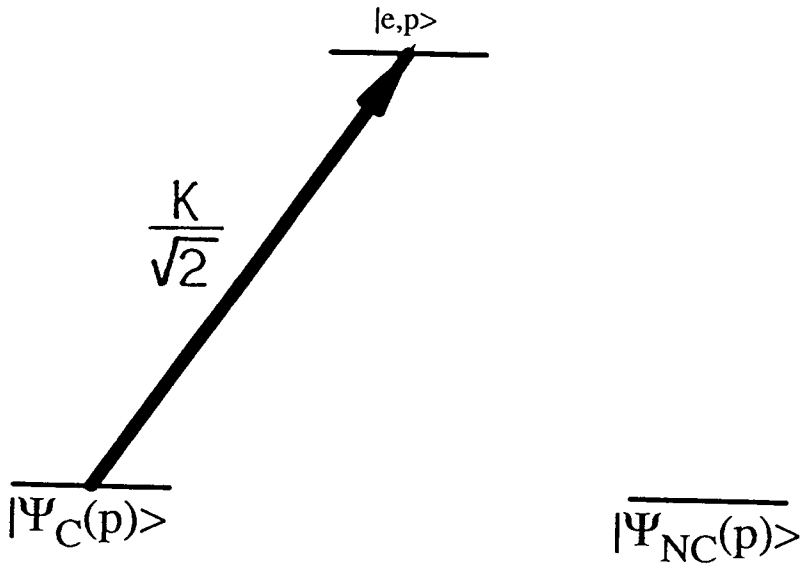


Fig. III-8 : Couplage laser dans la base $\{|\Psi_{NC}(p)\rangle, |\Psi_C(p)\rangle, |e_0, p\rangle\}$.

par le laser :

$$F(p) = \{|f_-, p - \hbar k\rangle; |f_+, p + \hbar k\rangle; |e_0, p\rangle\}$$

ce qui rendra l'analyse quantitative beaucoup plus facile (voir IIIC). Notons que le fait que l'état $|e_0, p\rangle$n'est couplé qu'aux deux états $|f_+, p + \hbar k\rangle$ et $|f_-, p - \hbar k\rangle$ résulte de la configuration spécifique des lasers et de la transition atomique.

b) Résonances noires sélectives en vitesse :

Si nous effectuons alors le changement de base suivant:

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|f_-, p - \hbar k\rangle - |f_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIA2} - 5\text{a})$$

$$|\Psi_C(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \{|f_-, p - \hbar k\rangle + |f_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIA2} - 5\text{b})$$

l'état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ n'est pas couplé à l'état excité par le laser (fig. III-8). Nous retrouvons donc l'existence d'un état non couplé à la lumière, à cause des interférences destructives entre deux amplitudes de transition.

Remarque:

Nous utiliserons dans la suite deux quantités à ne pas confondre: il s'agit d'une part de la quantité de mouvement des atomes le long de Oz: p_{at}^z et d'autre part de l'indice p qui nous sert à différencier les différentes familles $F(p)$. Ainsi la quantité de mouvement de l'état $|f_-, p - \hbar k\rangle$ est de $p_{at}^z = p - \hbar k$ et cet état appartient à la famille $F(p)$.

Cependant un atome dans un état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ ne peut en général pas y rester piégé. En effet pour qu'un tel état soit stationnaire, il faut que $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ soit un état propre de l'hamiltonien du système. Il faut donc que l'énergie de $|f_-, p - \hbar k\rangle$ soit identique à celle de $|f_+, p + \hbar k\rangle$. Mais l'hamiltonien contient maintenant un terme d'énergie cinétique :

$$H = H_{int} + H_{cin} + V_{AL} \qquad \text{(IIIA2} - 6)$$

et la condition de stationnarité se met sous la forme :

$$E_{f_-} + \frac{(p - \hbar k)^2}{2M} = E_{f_+} + \frac{(p + \hbar k)^2}{2M} \qquad \text{(IIIA2} - 7)$$

où E_{f_-} et E_{f_+} sont les énergies internes des états f_- et f_+. L'équation (IIIA2-7) définit donc la famille dans laquelle existe un état non couplé qui est un état stationnaire. Dans le cas $E_{f_+} = E_{f_-}$ on a la condition suivante:

$$p = 0$$

et

$$|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|f_-, -\hbar k\rangle - |f_+, +\hbar k\rangle\} \qquad \text{(IIIA2} - 8)$$

Un tel état constitue un état piège parfait par rapport à l'excitation laser, c'est-à-dire que si un atome s'y trouve à un instant t, il va y rester indéfiniment.

Un atome initialement dans $\Psi_{NC}(p)\rangle$ va osciller entre $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ et $|\Psi_C(p)\rangle$ (fig. III-9) à la fréquence de Bohr ω_p associé à la différence d'énergie entre $|f_-, p - \hbar k\rangle$ et $|f_+, p + \hbar k\rangle$

$$\omega_p = 2\frac{kp}{M} \qquad \text{(IIIA2} - 9)$$

qui s'annule pour $p = 0$. Un atome dans l'état $|\Psi_C(p)\rangle$ peut ensuite être excité par le laser dans l'état $|e_0, p\rangle$ et alors s'échapper de la famille $F(p)$ à cause de l'émission spontanée.

°

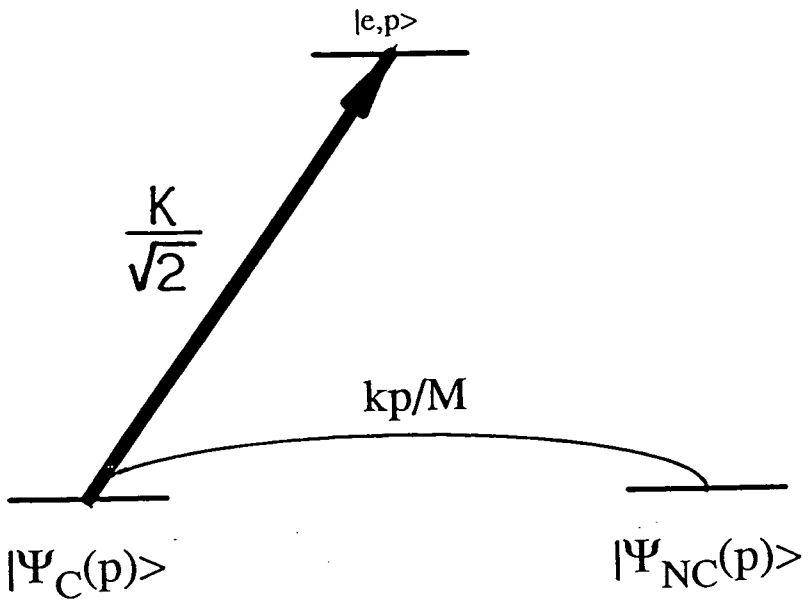


Fig. III-9 : Couplage laser et couplage motionnel dans la base ($|\Psi_{NC}(p)\rangle$, $|\Psi_C(p)\rangle$,$|e_0,p\rangle$) L'élément de matrice de couplage entre $|\Psi_C,p\rangle$ et $|e_0,p\rangle$ vaut $K/\sqrt{2}$ et celui décrivant l'oscillation à la fréquence ω_p entre $|\Psi_C,p\rangle$ et $|\Psi_{NC},p\rangle$ vaut $\omega_p/2 = \mathrm{k.p}/M$. Seuls des états appartenant à une même famille $F(p)$ sont couplés entre eux par le laser et le couplage motionnel.

c) Emission spontanée : accumulation dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$:

Après avoir pris en compte la contribution des processus hamiltoniens nous considérons maintenant l'émission spontanée indispensable pour l'accumulation d'atomes dans des états non couplés à la lumière avec $p \simeq 0$. Prenons comme base pour les photons celle des ondes planes progressives et étudions l'émission à partir de l'état $|e_0,p\rangle$ (appartenant à la famille F(p)) d'un photon spontané, de quantité de mouvement u le long de $Oz(|u| \leq \hbar k)$. Ce processus va porter l'atome dans l'état fondamental avec une quantité de mouvement $p-u$ le long de Oz. Il a donc changé de famille. Notons que l'atome n'appartient pas à la même famille suivant qu'il tombe dans le sous-niveau f_- ou f_+. En effet, l'état $|f_-,p-u\rangle$

appartient à la famille $F(p-u+\hbar k)$ tandis que $|f_+, p-u\rangle$ appartient à $F(p-u-\hbar k)$ (fig. III-10). Comme $|u| \leq k$, nous voyons que l'émission spontanée peut ainsi faire passer un atome initialement dans $F(p)$ dans une famille $F(p')$ avec:

$$p - 2\hbar k \leq p' \leq p + 2\hbar k$$

Nous retrouvons ici la marche au hasard dans l'espace des p, mais la quantité p a ici la signification d'un indice de famille et non pas de la quantité de mouvement atomique. Comme dans l'analyse précédente, cette marche au hasard peut conduire les atomes dans la famille $F(p=0)$ (ou dans $F(p)$ avec p très petit), où ils peuvent rester piégés.

Analysons alors de plus près l'accumulation dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ appartenant à $F(p=0)$. Dans un premier temps un atome arrive par émission spontanée par exemple dans l'état $|f_-, -\hbar k\rangle$ qui peut encore se mettre sous la forme:

$$|f_-, -\hbar k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\Psi_{NC}(0)\rangle + |\Psi_C(0)\rangle\}$$

$|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est parfaitement stable, tandis que $|\Psi_C(0)\rangle$ ne l'est pas parce qu'il peut être excité à travers l'interaction avec les lasers avec un taux de Γ'. Après un temps long comparé à Γ'^{-1}, soit l'atome sera resté dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ où il restera piégé, soit il aura continué à effectuer d'autres cycles de fluorescence. Ce processus de filtrage laisse $50|\Psi_{NC}(0)\rangle$, tandis que les autres 50des cycles de fluorescence. Le mécanisme physique de ce filtrage est l'interaction avec les lasers qui créent une cohérence entre les états $|f_-, -\hbar k\rangle$ et $|f_+, +\hbar k\rangle$ (fig. III−11), caractéristique de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Ceci nous permet donc de comprendre comment la marche au hasard dans l'espace des quantités de mouvement des atomes sous l'effet de l'émission spontanée permet d'amener les atomes dans la famille $F(p=0)$ où ils peuvent rester piégés dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Nous verrons l'efficacité de ce processus d'accumulation dans la partie IIIC lorsque nous ferons l'étude quantitative des résonances noires sélectives en vitesse à l'aide des équations de Bloch optiques généralisées.

d) Calcul du taux de sortie de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$:

Nous pouvons évaluer simplement la largeur de la distribution de quantité de mouvement des atomes qui restent non couplés par le laser à l'état excité pendant un temps d'interaction donné sans avoir à utiliser le traitement exact. Utilisons pour cela la base des

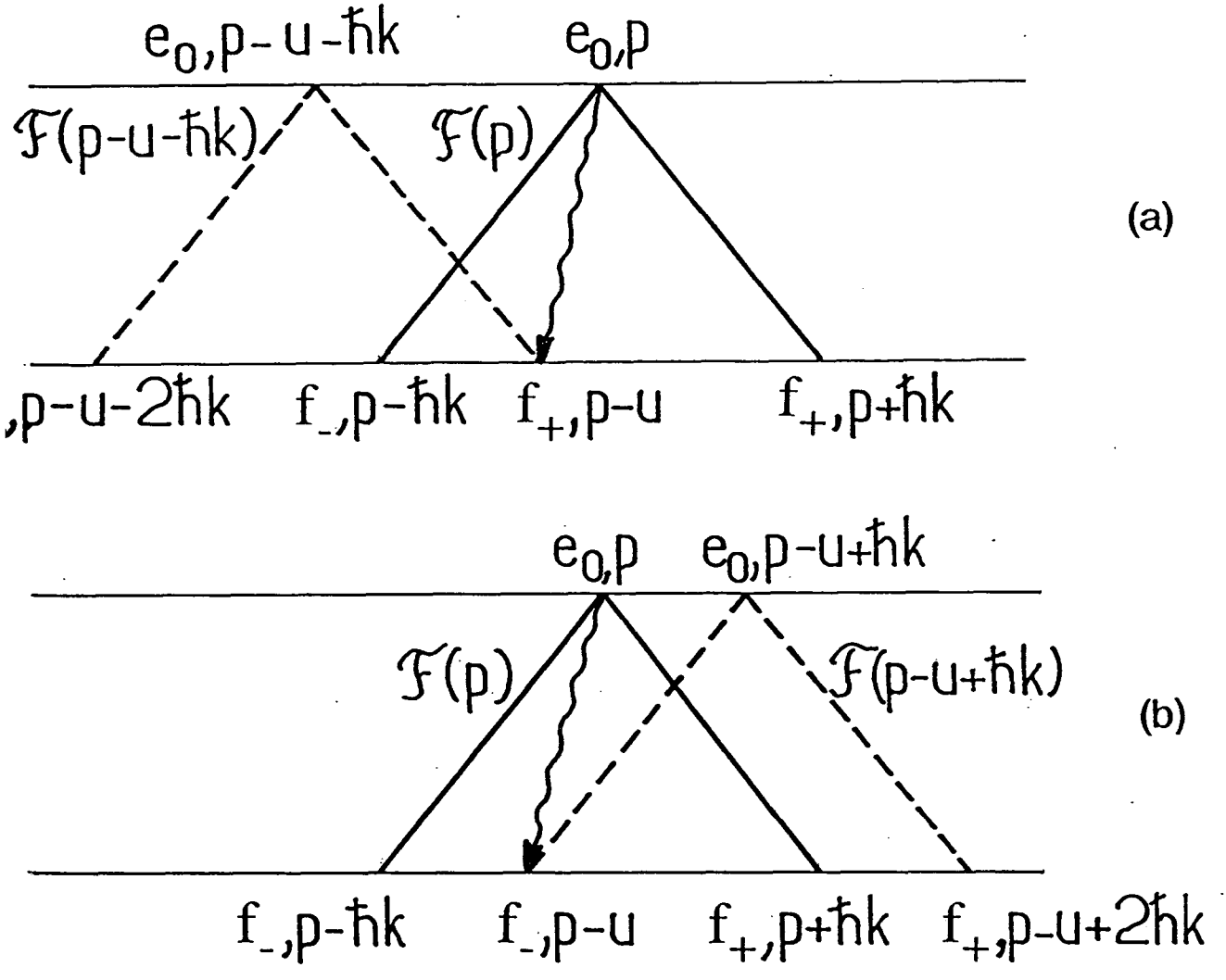


Fig. III-10 : Couplage entre familles par émission spontanée. L'émission spontanée d'un photon de quantité de mouvement u le long de Oz (ligne ondulée) peut faire passer un atome de la famille $F(p)$ (ligne en trait plein) vers la famille $F(p-u-\hbar k)$ (lignes en tirets en (a)) ou vers la famille $F(p-u+hk)$ (lignes en tirets en (b)). Chaque état est représenté par un point d'abscisse égale à sa quantité de mouvement le long de Oz et par son degré de liberté interne (ligne supérieure : e_0, ligne inférieure commune pour f_- et f_+).

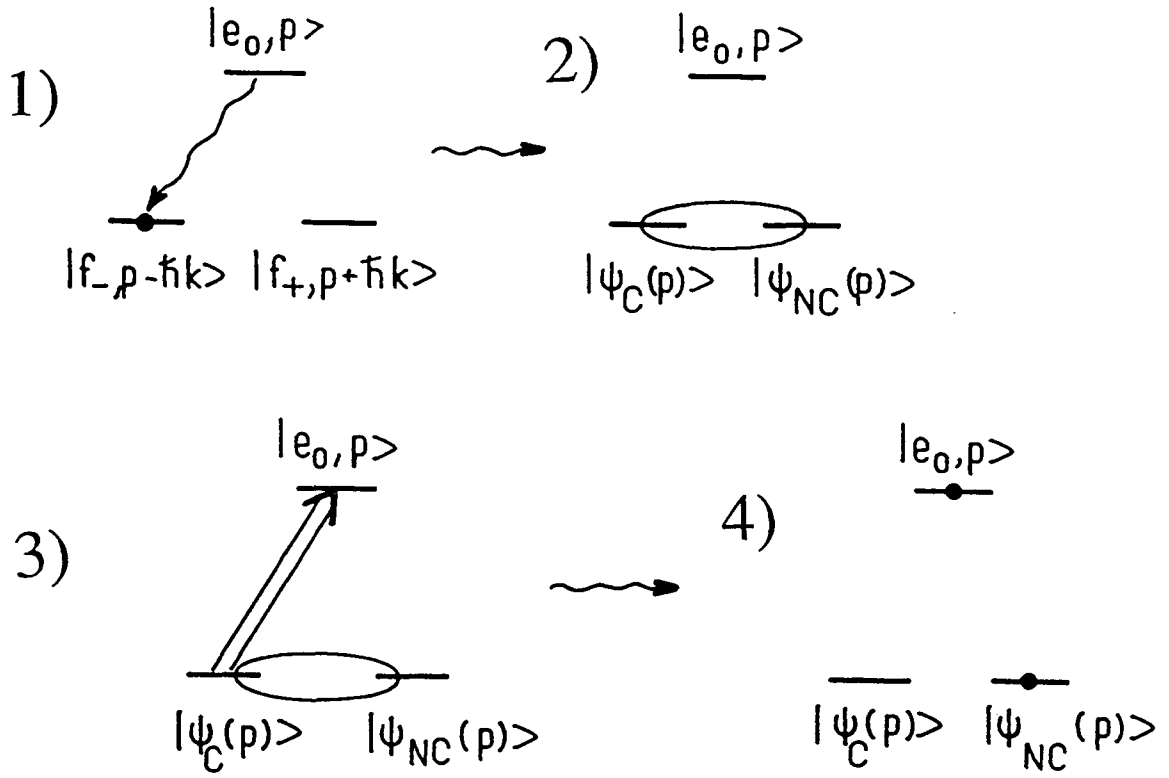


Fig. III-11 : Accumulation d'atomes dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à partir de l'état excité $|e_0, p'\rangle$. Un premier photon spontané fait passer l'atome de $|e_0, p'\rangle$ vers l'état fondamental avec une quantité de mouvement $p - \hbar k$ suivant Oz, soit par exemple dans $|f_-, p - \hbar k\rangle$ (1). Chaque état de l'état fondamental peut être exprimé dans la base $\{|\Psi_{NC}(p)\rangle, |\Psi_C(p)\rangle\}$. L'état $|f_-, p - \hbar k\rangle$ est ainsi une superposition de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ et $|\Psi_C(p)\rangle$ de la même famille $F(p)$ (2).

La composante sur $|\Psi_C(p)\rangle$ est excitée par le laser tandis que celle sur $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ n'est pas affectée (3). Ce processus de filtrage permet d'accumuler des atomes dans les états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ où ils vont rester piégés d'autant plus longtemps que p est petit (4).

familles $F(p) = \{|e_0, p\rangle, |\Psi_C(p)\rangle, |\Psi_{NC}(p)\rangle\}$ et étudions ce qui se passe autour de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$.

Nous supposons que le couplage motionnel (à la fréquence $\omega_p = 2\mathrm{kp}/M$) entre $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ et $|\Psi_C(p)\rangle$ est petit devant le couplage atome-laser entre $|\Psi_C(p)\rangle$ et $|e_0, p\rangle$ (avec une fréquence de Rabi $\Omega_L = \sqrt{2}K$. Traitons d'abord perturbativement l'excitation laser ($K \ll \Gamma$): nous savons que ce couplage induit un taux de départ Γ' depuis $|\Psi_C(p)\rangle$ (voir IIA1d) qui vaut à résonance ($\delta = \omega_L - \omega_0 = 0$):

$$\Gamma' = \frac{\Omega_L^2}{\Gamma} = \frac{2K^2}{\Gamma} \qquad (\mathrm{IIIA2} - 13)$$

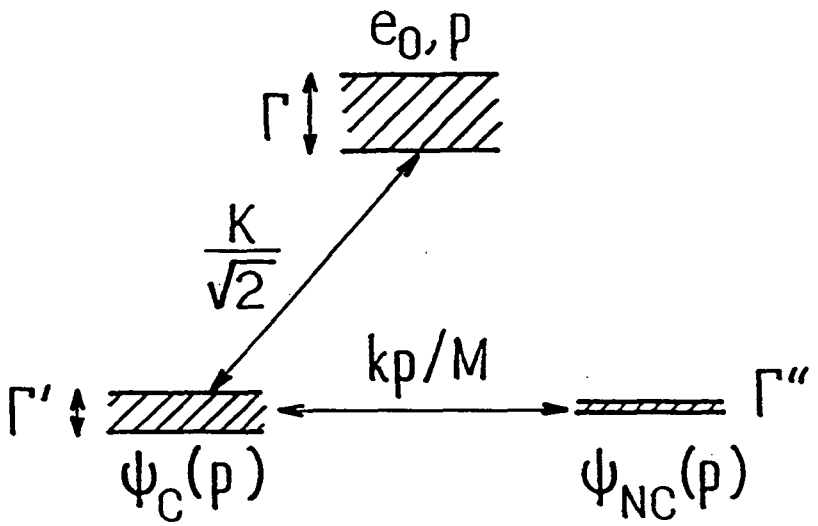


Fig. III-12 : Largeurs des niveaux $|e_0, p\rangle, |\Psi_C(p)\rangle$ et $|\Psi_{NC}(p)\rangle$. $|\Psi_C(p)\rangle$ est couplé à $|e_0, p\rangle$ par le laser (constante de couplage $K/\sqrt{2}$). $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ est couplé à $|\Psi_C(p)\rangle$ par le couplage motionnel (constante $\omega_p/2 = kp/\Gamma$). Sous l'effet de ces couplages $|\Psi_C(p)\rangle$ et $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ acquièrent des largeurs finies Γ' et Γ'' (probabilités de départ). Γ est la largeur naturelle de l'état excité $|e_0, p\rangle$.

De la même façon que le champ magnétique introduisait un taux de départ Γ'' au niveau piège dans l'effet Hanle (voir IIB), le couplage motionnel ω_p est à l'origine du départ de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ avec un taux $\Gamma''(p)$ (Fig. III-12):

$$\Gamma''(p) = \frac{\omega_p^2}{\Gamma'} = \frac{2(kp/M)^2\Gamma}{K^2} \qquad (\mathrm{IIIA2} - 14)$$

que nous avons obtenu dans la partie IIIA1 en diagonalisant un hamiltonien effectif. Nous voyons donc que les atomes arrivés dans un état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ vont y rester pendant un temps de l'ordre de $1/\Gamma''(p)$, d'autant plus long que p est proche de 0. Au bout d'un temps θ, les atomes seront toujours piégés si:

$$\theta\Gamma''(p) \leq 1 \qquad (\text{IIIA2} - 15)$$

d'où:

$$p \leq \Delta p = \frac{M}{k}\sqrt{\frac{K^2}{2\theta\Gamma}} \qquad (\text{IIIA2} - 16)$$

où $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde du laser, M la masse de l'atome et K le couplage atome-laser entre f_- (ou f_+) et e_0. Nous constatons donc en particulier que la largeur Δp de la distribution d'atomes piégés autour de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ diminue lorsque le temps d'interaction θ augmente. Pour un temps d'interaction θ donné le choix de l'intensité laser (proportionnelle à K^2) doit donc résulter d'un compromis entre une distribution de plus en plus fine (résultant d'une intensité laser plus faible) et une alimentation plus efficace de l'état piège (exigeant une intensité laser plus forte). On aura ainsi par exemple, dans le cas de l'hélium métastable, pour $K = 0.1\Gamma$ et $\theta = 300\Gamma^{-1}$une largeur en vitesse Δv_{NC} de:

$$\Delta v_{NC} = 7mm/s$$

ce qui est nettement inférieur à la vitesse de recul $v_{rec} = \hbar k/M = 9.16cm/s$:

$$\Delta v_{NC} \simeq \frac{1}{13}\frac{\hbar k}{M}$$

e) Distribution des vitesses:

Notons que l'état piège $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ n'est pas un état propre de l'opérateur quantité de mouvement. Lors d'une mesure de la quantité de mouvement le long de l'axe Oz de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$, on peut obtenir la valeur propre $-\hbar k$ correspondant à la projection de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ sur $|f_-, p - \hbar k\rangle$ avec une probabilité 1/2 et la valeur $+\hbar k$ correspondant à $|f_+, p + \hbar k\rangle$ avec une probabilité 1/2 également (dans le cas d'amplitudes de transition égales pour $|f_-, -\hbar k\rangle \longrightarrow |e_0, p\rangle$ et $|f_+, +\hbar k\rangle \longrightarrow |e_0, p\rangle$). Des mesures effectuées sur un ensemble d'atomes dans l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ vont donc donner lieu à un double pic à $-\hbar k$ et $+\hbar k$ dans la distribution des quantités de mouvement des atomes (fig. III-13). De même des mesures de

la quantité de mouvement d'atomes dans un état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ donnent un double pic décalé à $p - \hbar k$ et $p + \hbar k$. Si la largeur Δp des deux pics est inférieure à $\hbar$k, on aura néanmoins un double pic très net, caractéristique de l'effet. Notre processus de "résonances noires sélectives en vitesse" se traduit donc par l'apparition dans la distribution des vitesses de deux pics très étroits autour de $\pm\hbar k/M$.

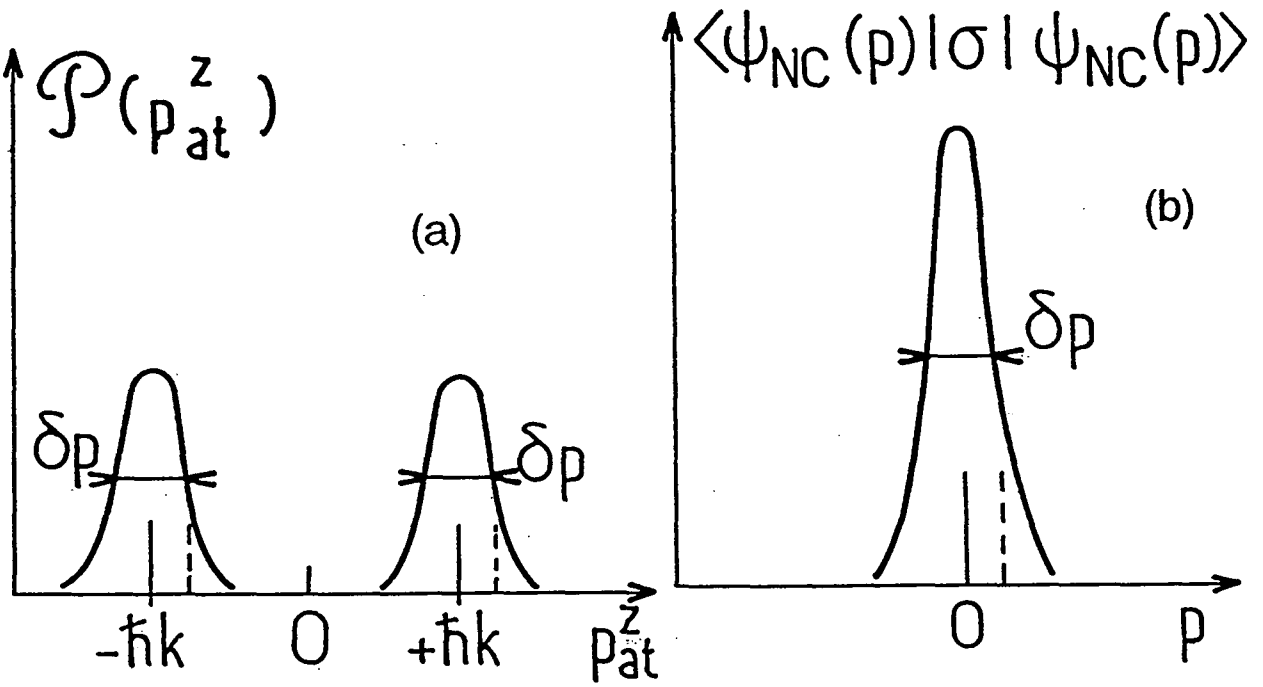


Fig. III-13 : Allure attendue de la distribution $\mathcal{P}(p^z_{at})$ des quantités de mouvement des atomes le long de Oz. Les lignes en trait plein donnent les positions des fonctions de Dirac à $\pm\hbar k$ correspondant à un atome dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Les lignes en tirets indiquent les positions des fonctions de Dirac correspondant à un atome dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ qui se déduisent des premiers pas vers une translation de p suivant Oz. Pour des atomes accumulés dans des états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ dans une plage δp autour de $p = 0$, on s'attend à une distribution $\mathcal{P}(p^z_{at})$ avec deux pics centrés en $\pm\hbar k$ de même largeur δp.

Remarques:

(i) Si on veut suivre en détail la quantité de mouvement dans ce mécanisme de refroidissement, il faut quantifier le champ électromagnétique. On pourra alors vérifier la conservation de la quantité de mouvement total du système atome plus rayonnement à chaque étape du processus de piégeage. Ici, nous avons traité le laser comme un champ extérieur classique [7]et la quantité de mouvement d'un tel champ n'est pas bien définie. Le champ électromagnétique tel qu'il est fourni par une source laser est d'ailleurs mieux décrit par un état cohérent (sans quantité de mouvement bien définie) que par un état de Fock avec un nombre de photons - et donc une quantité de mouvement - bien définie.

(ii) Lorsque la fréquence de Rabi des lasers devient très faible, la largeur des pics devient elle-même aussi plus petite (voir IIIA2−16). Cependant comme l'excitation des atomes est moins efficace les atomes ont besoin de plus de temps d'interaction pour arriver dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$.La figure III−14 illustre ce comportement des résonances noires sélectives en vitesse pour des faibles fréquences de Rabi: deux pics très fins apparaissent au-dessus d'un fond très large qui ne diminue que très lentement (cette figure est obtenue à l'aide de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées que nous présenterons dans la partie IIIC1).

f) Distribution des populations de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$:

Bien que nous puissions disposer d'une solution exacte des équations de Bloch optiques généralisées grâce à une intégration numérique (voir IIIC1), nous allons donner un modèle simple de l'évolution de la distribution des populations de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à l'aide de taux de pompage. Bien que moins rigoureuse, cette approche est très utile pour avoir une image physique simple du processus. Considérons le cas où:

$$\frac{kp}{M} \ll \frac{K^2}{\Gamma} \ll \Gamma \qquad \text{(IIIA2} - 17)$$

et où le taux de départ $\Gamma''(p)$ de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ est donné par

$$\Gamma''(p) = 2\left(\frac{kp}{M}\right)^2 \frac{\Gamma}{K^2} \qquad \text{(IIIA2} - 18)$$

Supposons qu'en première approximation l'alimentation de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ est indépendante de p, et ne varie que lentement avec le temps. Nous avons vérifié que, dans la limite où le couplage

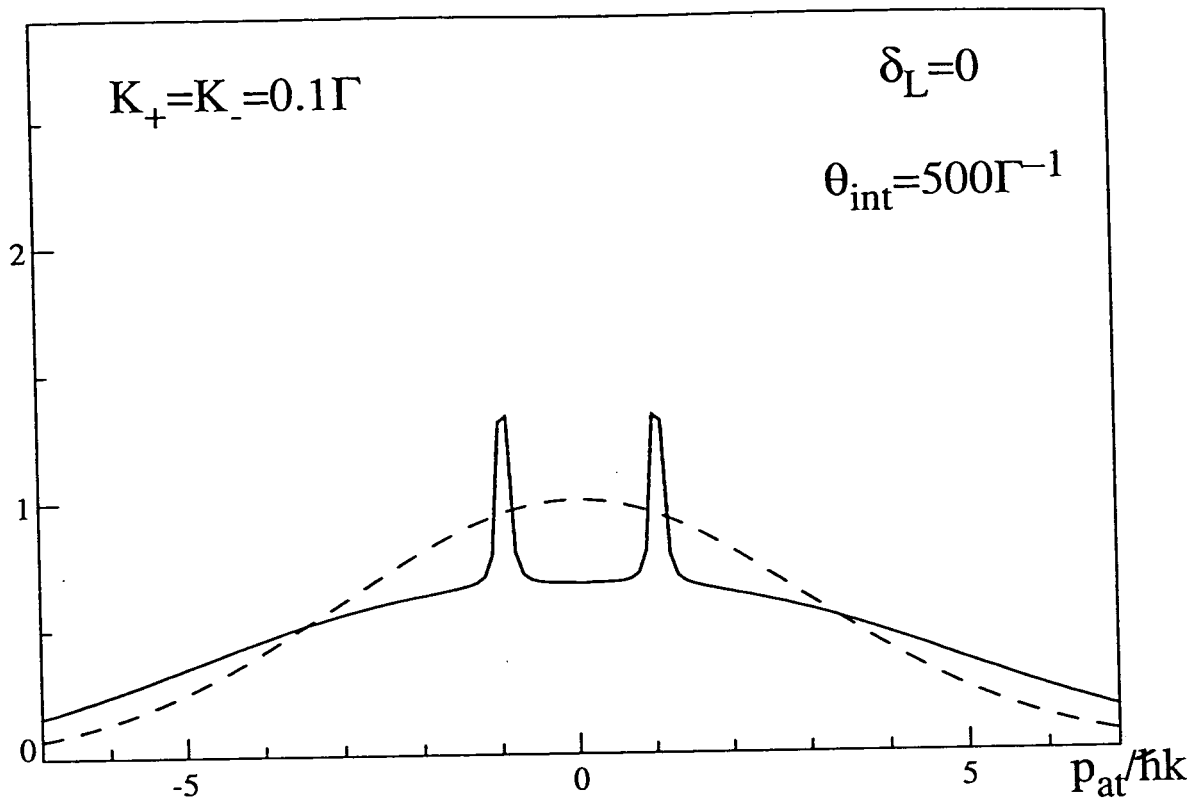


Fig. III-14 : Profil des quantités de mouvement le long de Oz obtenu par l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées. Les deux pics à $\pm\hbar k$ pour des fréquences de Rabi $K_+ = K_- = 0.1\Gamma(\delta_L = 0, \theta_{int} = 500\ \Gamma^{-1})$sont très fins et apparaissent sur un fond large encore important.

laser excite un atome dans $|\Psi_C(p)\rangle$ beaucoup plus rapidement vers $|e_0, p\rangle$ que le couplage motionnel ne le fait passer dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$, l'alimentation A de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ est à peu près indépendante de p. Ceci est raisonnable si on remarque que cette alimentation fait intervenir une moyenne des populations dans l'état excité $\sigma_{ee}(p')$ avec $p' \in [p - 2\hbar k, p + 2\hbar k]$ (voir appendice D). Nous pouvons alors écrire l'équation suivante pour la population $\Pi_{NC}(p,t)$ de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à l'instant t:

$$\dot{\Pi}_{NC}(p,t) = A - \Gamma''(p)\Pi_{NC}(p,t) \qquad (\text{IIIA2} - 19)$$

L'intégration de cette équation donne:

$$\Pi_{NC}(p,\theta_{int}) = \Pi_{NC}(p,0)exp(-\Gamma''(p)\theta_{int}) + \frac{A}{\Gamma''(p)}[1 - exp(-\Gamma''(p)\theta_{int})] \qquad (\text{IIIA2} - 20)$$

où $\Pi_{NC}(p,0)$ est la condition initiale de $\Pi_{NC}(p,t)$ à $t = 0$. Pour des temps d'interaction θ_{int} assez grands et p non nul, la condition initiale n'a presque plus d'influence sur la distribution finale et nous négligeons donc le terme $\Pi_{NC}(p,0)e^{-\Gamma''(p)\theta_{int}}$. En effet pour p assez grand:

$$e^{-\Gamma''(p)\theta_{int}} \ll 1 \qquad (\text{IIIA2} - 21)$$

et

$$\Pi_{NC}(p,\theta_{int}) \simeq A/\Gamma''(p) \qquad (\text{IIIA2} - 22)$$

Ceci est la solution stationnaire de l'équation, qui est atteinte d'autant plus vite que p est grand. En revanche pour $p = 0$ on a:

$$\Pi_{NC}(p = 0,\theta_{int}) = \theta_{NC}(p = 0, t = 0) + A\theta_{int} \qquad (\text{IIIA2} - 23)$$

Ceci exprime que la population de l'état $|\Psi_{NC}(p = 0)\rangle$ ne peut qu'augmenter (il n'y a pas de terme de fuite). Lorsque le temps d'interaction est assez grand pour que:

$$A\theta_{int} \gg \Pi_{NC}(p = 0, t = 0) \qquad (\text{IIIA2} - 24)$$

nous pouvons négliger la contribution de $\Pi_{NC}(p = 0, t = 0)$ devant la population accumulée dans $\Pi_{NC}(p = 0)$ depuis θ_{int}. Nous voyons ainsi que la population $\Pi_{NC}(p,\theta_{int})$ évolue comme (fig. III-15):

$$\Pi_{NC}(p,\theta_{int}) \simeq \frac{A}{\Gamma''(p)}\left(1 - e^{-\Gamma''(p)\theta_{int}}\right) \qquad (\text{IIIA2} - 25)$$

ou encore

$$\Pi_{NC}(p,t) = A\theta_{int}\frac{1 - e^{-(p/p_0)^2}}{(p/p_0)^2} \qquad (\text{IIIA2} - 26)$$

avec

$$(kp_0/M)^2 = K^2/(2\Gamma\theta_{int})$$

Ce modèle donne donc une distribution de $\Pi_{NC}(p,\theta_{int})$ qui présente un pic à $p = 0$ avec une largeur p_0 qui diminue comme $1/\sqrt{\Gamma\theta_{int}}$. Nous verrons au paragraphe IIIC1 §6C

que l'intégration numérique des équations de Bloch optiques vérifie cette dépendance en $1/\sqrt{\Gamma\theta_{int}}$ de la largeur des deux pics dans la distribution des vitesses qui reflète la largeur du pic de $\Pi_{NC}(p, \theta_{int})$.

Rappelons que ce modèle n'est valable que si la relation (IIIA2-17) est vérifiée et que la condition d'application de ce modèle dépend donc de p. On peut ainsi comprendre pourquoi, sur la figure III-14, on n'ait pas creusé plus autour de $p_{at} = 0$, c'est-à-dire pour $p = \hbar k$. En effet pour $K = 0.1\sqrt{2}\Gamma$, on a $K^2/\Gamma = 0.02\Gamma$, ce qui est plus petit que $kp/M = k\hbar k/M = 0.05\Gamma$: la condition IIIA2-17 n'est plus respectée. Lorsque $K^2/\Gamma \leq kp/M$, Γ'' n'augmente plus comme p^2, mais sature à $\Gamma' \simeq K^2/\Gamma$.

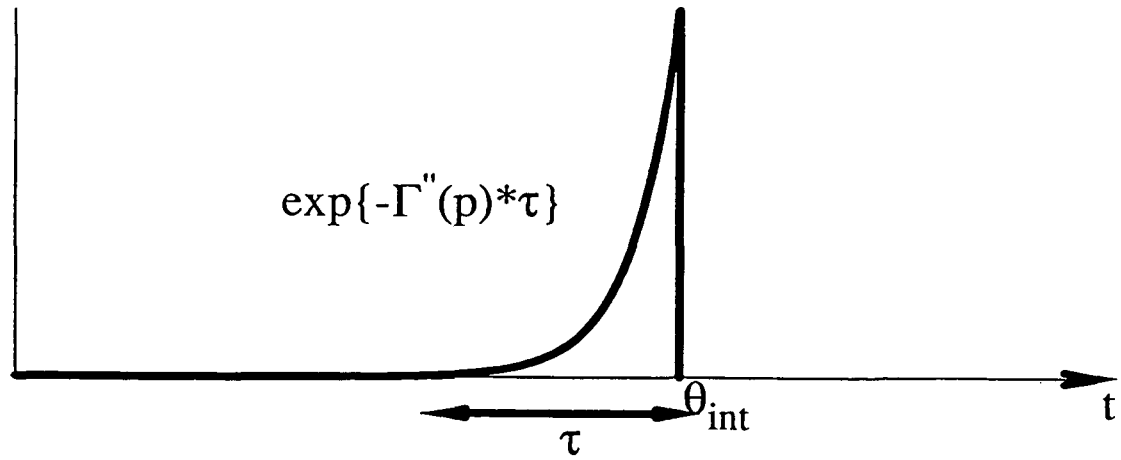
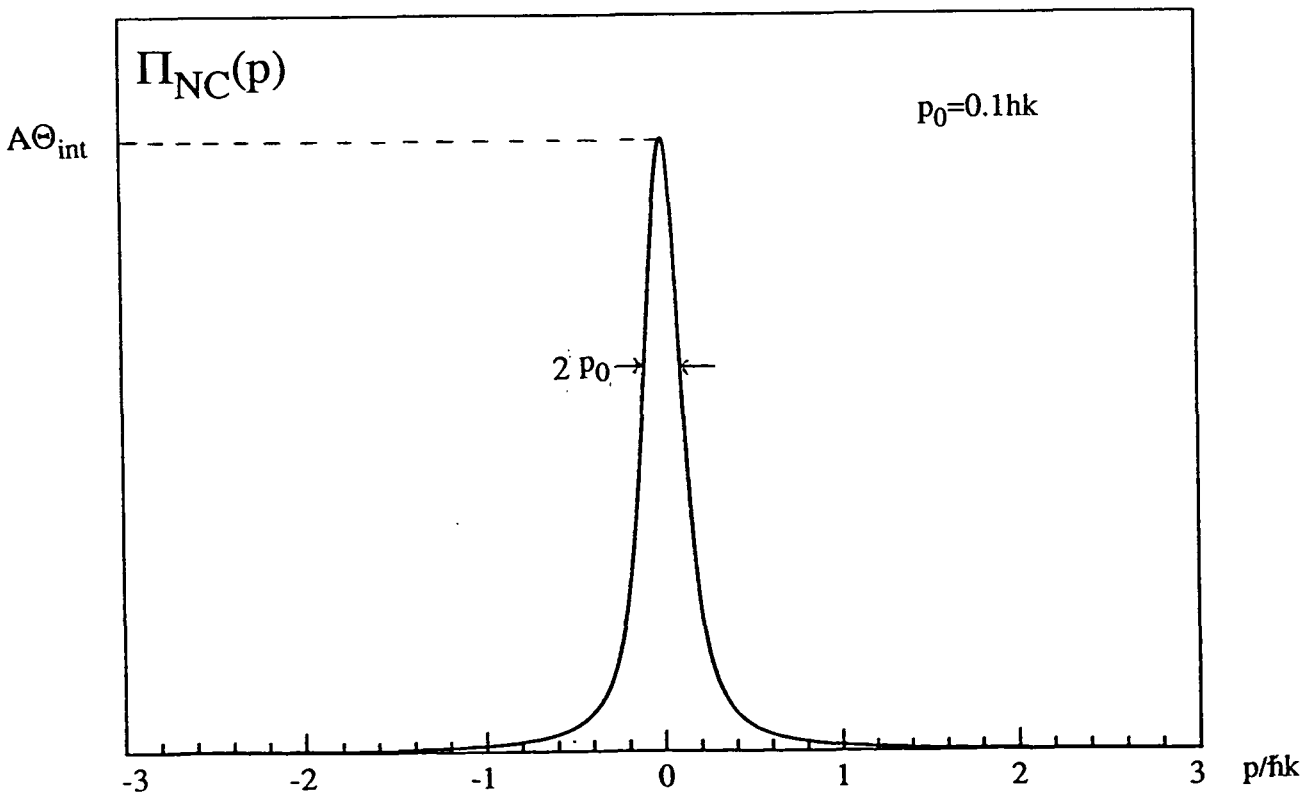


Fig. III-15 : a) Contribution à $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ après un temps d'interaction θ_{int}. Les atomes qui sont arrivés dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à un temps $t < \theta_{int}$ ont une probabilité $exp\{-\Gamma''(p)(\theta_{int} - t)\}$ de ne pas avoir quitté $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ pendant un temps $\tau = \theta_{int} - t$. L'alimentation de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à des temps antérieurs à θ_{int} jusqu'à environ $\theta_{int} - \Gamma''(p)^{-1}$ contribue à la population $\pi_{NC}(p, \theta_{int})$ de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à θ_{int}.

b) Distribution des populations $\pi_{NC}(p)$ dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ d'après le modèle simplifié basé sur les équations de taux de pompage ($\theta_{int} = 500\Gamma^{-1}, K = 0.5\Gamma$: largeur $p_0 = 0.1\hbar k$)



CHAPITRE III

IIIB - PREMIERE MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DE L'EFFET

1) Description de l'expérience (Phys. Rev. Lett. 61, 826, 1989)

Après avoir conçu les principes du refoidissement par laser par piégeage cohérent de population sélectif en vitesse, nous avons réalisé une expérience qui a mis en évidence cet effet. La publication suivante présente le principe et la première mise en évidence expérimentale de ce nouveau mécanisme de refroidissement. Le montage expérimental était celui qui a été présenté dans des parties précédentes (IC et IIC) et nous ne détaillerons donc pas davantage la description de l'appareillage de base, déjà présenté dans ces parties. En revanche nous nous pencherons plus sur les détails expérimentaux spécifiques de cette expérience dans le § 2 de cette partie IIIB.

VOLUME 61, NUMBER 7 PHYSICAL REVIEW LETTERS 15 AUGUST 1988

Laser Cooling below the One-Photon Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping

A. Aspect, E. Arimondo,[a] R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji
Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure et Collège de France, F-75231 Paris Cedex 05, France
(Received 11 July 1988)

We present a new laser-cooling scheme based on velocity-selective optical pumping of atoms into a nonabsorbing coherent superposition of states. This method has allowed us to achieve transverse cooling of metastable ^{4}He atoms to a temperature of 2 μK, lower than both the usual Doppler cooling limit (23 μK) and the one-photon recoil energy (4 μK). The corresponding de Broglie wavelength (1.4 μm) is larger than the atomic-transition optical wavelength.

PACS numbers: 32.80.Pj, 42.50.Vk

The lowest temperature T which can be achieved by the usual laser-Doppler-cooling method is given, for a two-level atom, by $k_BT/2=\hbar\Gamma/4$, where Γ is the spontaneous-emission rate from the excited atomic state (for Na, $T\simeq 240$ μK).[1] In order to reach lower temperatures, proposals based on Raman two-photon processes in a three-level atom have been presented,[2,3] but the efficiency of Raman cooling has not yet been demonstrated. Recently, surprisingly low temperatures (around 40 μK) have been measured for sodium[4] and tentatively interpreted in terms of a new friction mechanism.[5] The recoil energy $(\hbar k)^2/2M$ for an atom with mass M emitting a photon with momentum $\hbar\mathbf{k}$ represents another landmark in the energy scale for laser cooling. It has been suggested that optical pumping in translation space might be used to cool the translational degrees of freedom below this so-called recoil limit, by velocity-selective recycling in a trap.[6] In this Letter, we present a mechanism of laser cooling below the one-photon recoil energy, based on optical pumping of both internal and translational atomic degrees of freedom. This velocity-selective process is based on coherent trapping of atomic populations[7] and has allowed us to achieve a one-dimensional cooling of ^{4}He atoms in the triplet metastable state down to a temperature of about 2 μK. This temperature is lower than both the Doppler cooling limit (23 μK for 1D cooling) and the one-photon recoil energy (4 μK).

Our scheme involves a closed three-level Λ configuration where two degenerate ground Zeeman sublevels $g_\pm$ ($m=\pm 1$) are coupled to an excited level e_0 ($m=0$) by two counterpropagating σ_+ and σ_- laser beams with the same frequency ω_L and the same intensity (solid lines of Fig. 1). For an atom at rest, two-photon Raman processes give rise to a nonabsorbing coherent superposition of g_+ and g_-. If the atom is moving along 0z, the Raman resonance condition is no longer fulfilled as a consequence of opposite Doppler shifts on the two counterpropagating laser beams. This simple argument explains how the phenomenon of coherent population trapping can be velocity selective for appropriate laser configurations.[8] Our cooling scheme consists of accumulating atoms in the zero-velocity nonabsorbing state where they remain trapped. To populate this state, we take advantage of momentum redistribution due to spontaneous emission, which allows certain atoms to be optically pumped from the absorbing velocity classes to the nonabsorbing state. Since the recoil of the last spontaneous-emission photon is part of the cooling mechanism, the one-photon recoil energy is not a limit and the final temperature is limited only by the coherent interaction time. Note also that, contrary to other cooling schemes, our mechanism, based on a Raman resonance condition, does not depend on the sign of the laser detuning.

A more rigorous analysis requires the introduction of both internal and translational quantum numbers. For example, the state $|e_0,p\rangle$ represents an atom in level e_0 with the value p of $P_z^{\rm at}$ ($\mathbf{P}^{\rm at}$ is the atomic momentum). If we ignore spontaneous emission, $|e_0,p\rangle$ is coupled only to $|g_-,p-\hbar k\rangle$ (or $|g_+,p+\hbar k\rangle$) by stimulated emission of a σ_+ (σ_-) laser photon carrying a momentum

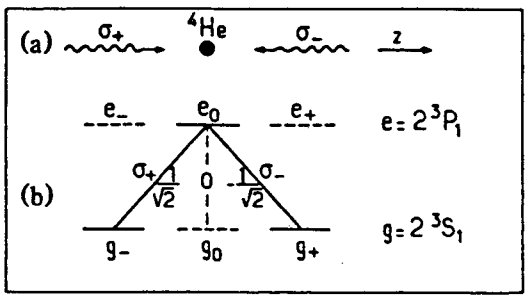


FIG. 1. (a) Two counterpropagating σ_+ and σ_- polarized laser beams interact with ^{4}He atoms on the 2^3S_1-2^3P_1 transition. (b) The Zeeman sublevels, and some useful Clebsch-Gordan coefficients. Since the $e_0 \leftrightarrow g_0$ transition is forbidden, all atoms are pumped into g_+ and g_- after a few fluorescence cycles. These two levels are coupled only to e_0, and a closed three-level Λ configuration is realized (solid lines).

$+\hbar k$ $(-\hbar k)$. We are thus led to introduce, for each value of p, a family $F(p)$ of three states $\{|e_0,p\rangle, |g_+,p+\hbar k\rangle$, and $|g_-,p-\hbar k\rangle\}$ which are coupled by the interaction Hamiltonian V (Ref. 9):

$$\langle g_\pm,p\pm\hbar k|V|e_0,p\rangle = \mp(\hbar\omega_l/2)\exp(i\omega_L t),$$

where ω_l is the Rabi frequency associated with each laser and where the $\mp$ signs come from the Clebsch-Gordan coefficients $e_0 \leftrightarrow g_+$ and $e_0 \leftrightarrow g_-$ (Fig. 1). Note that for $p \neq 0$, the kinetic energy $(p+\hbar k)^2/2M$ of $|g_+,p+\hbar k\rangle$ differs from the kinetic energy $(p-\hbar k)^2/2M$ of $|g_-,p-\hbar k\rangle$ by an amount $2\hbar kp/M$ (i.e., the Doppler shift introduced above for the two-photon Raman resonance).

We can now write the expression of the nonabsorbing trapping state considered above:

$$|\psi_{\rm NA}(0)\rangle = [|g_-,-\hbar k\rangle + |g_+,+\hbar k\rangle]/\sqrt{2}.$$

This state is stationary since the two states $|g_\pm,\pm\hbar k\rangle$ have the same internal and kinetic energies, and since $\langle\psi_{\rm NA}(0)|V|e_0,0\rangle = 0$. These properties are not modified when spontaneous emission is taken into account [$|\psi_{\rm NA}(0)\rangle$ is radiatively stable], so that an atom pumped in this state remains trapped there indefinitely (coherent population trapping). Note that $|\psi_{\rm NA}(0)\rangle$ is not an eigenstate of $P_z^{\rm at}$, so that, for atoms trapped in $|\psi_{\rm NA}(0)\rangle$, the atomic momentum distribution presents two peaks at eigenvalues $p_{\rm at} = \pm\hbar k$.

For the families $F(p\neq 0)$, we can introduce two orthogonal linear combinations of $|g_\pm,p\pm\hbar k\rangle$:

$$|\psi_{\rm NA}(p)\rangle = [|g_-,p-\hbar k\rangle + |g_+,p+\hbar k\rangle]/\sqrt{2},$$

$$|\psi_{\rm A}(p)\rangle = [|g_-,p-\hbar k\rangle - |g_+,p+\hbar k\rangle]/\sqrt{2}.$$

The first one, $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$, is not coupled to $|e_0,p\rangle$, while $|\psi_{\rm A}(p)\rangle$ is coupled to $|e_0,p\rangle$ with a Rabi frequency $\sqrt{2}\omega_l$. However, the nonabsorbing state $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ is not a trapping state, because it is not stationary (the energies of $|g_\pm,p\pm\hbar k\rangle$ differ by $2\hbar kp/M$). More precisely, if an atom is in $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ at $t=0$, it will oscillate between $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ and the absorbing state $|\psi_{\rm A}(p)\rangle$ at the frequency $2kp/M$. One can then show that for small values of p [$kp/M \ll \Gamma'$ where $\Gamma' \simeq \omega_l^2/\Gamma$ is the absorption rate from $|\psi_{\rm A}(p)\rangle$ for $\omega_l \ll \Gamma$ and zero detuning], the absorption rate from $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ is of the order of $\Gamma'' = (kp/M)^2/\Gamma'$. The smaller p, the longer the time spent in $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$. We have thus achieved a velocity-selective coherent population trapping.[10]

So far, we have only considered the evolution of a given p family. Spontaneous emission can actually redistribute atoms between different families since the one-photon recoil momentum along $0z$ due to such a process is a random variable between $-\hbar k$ and $+\hbar k$. Such a random walk in momentum space is essential for the cooling discussed here. It provides the mechanism for the pumping and accumulation of atoms into the nonabsorbing superposition of states $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ with $p=0$ or very small. The longer the interaction time Θ, the narrower the range $\pm\delta p$ of values of p around $p=0$ for the states $|\psi_{\rm NA}(p)\rangle$ in which the atoms can remain trapped during Θ, and the greater the number of fluorescence cycles which can bring them into these states. For Θ large enough so that $\delta p \leq \hbar k$, the final atomic momentum distribution $\mathcal{P}(p_{\rm at})$ along $0z$ will exhibit two resolved peaks emerging at $\pm\hbar k$ above the initial distribution. This will be the signature of cooling by velocity-selective coherent trapping.

We have performed a quantitative calculation of such a "generalized optical pumping cycle" (in both internal and momentum spaces) which confirms all the previous predictions. Such a calculation is based on three-level generalized optical Bloch equations involving internal and external degrees of freedom.[11] Because of spontaneous emission, these equations are finite-difference equations. It must be emphasized that, since the width δp can become smaller than $\hbar k$, most of the standard approximation methods used in laser-cooling theories[3,8] break down: Especially, it is no longer possible to derive a Fokker-Planck equation. Figure 2 shows the final distribution $\mathcal{P}(p_{\rm at})$ of atomic momentum deduced from a numerical integration of Bloch equations for parameters corresponding to our experimental conditions. As expected, one clearly sees two narrow peaks emerging above the background around $\pm\hbar k$. Note that the half-width of each peak is narrower than the one-photon recoil energy. We have checked that an increase of the interaction time Θ increases the height and decreases the width of these peaks. The value of Θ leading to the largest area under the peaks depends on the shape of the ini-

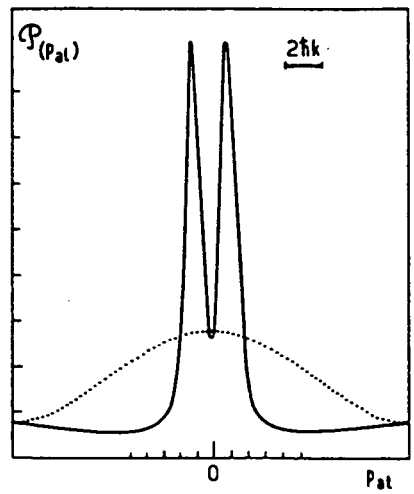


FIG. 2. Calculated transverse atomic momentum distribution resulting from cooling by velocity-selective coherent population trapping, for parameters close to our experimental situation (zero detuning, Rabi frequency $\omega_l = 0.6\Gamma$, interaction time $\Theta = 350\Gamma^{-1}$). The initial distribution is represented by a dotted line.

tial distribution.

This cooling process has been demonstrated with the experimental setup shown in Fig. 3. A supersonic helium beam,[12] liquid-nitrogen cooled, is excited by counterpropagating electrons at 40 eV. The metastable He* atoms in the 2^1S_0 state are optically quenched, and we obtain a beam of He* in the 2^3S_1 state, with an intensity larger than 10^{12} atoms s^{-1} sr^{-1} and an average velocity of 1100 m s^{-1}. The He* atoms interact on the 2^3S_1-2^3P_1 transition (1.083 μm) with a home-made single-mode ring version of a LNA laser[13] pumped by a 4-W Ar^+ laser. The laser frequency is locked to the atomic transition in an auxiliary discharge, by saturated-absorption techniques, and the laser linewidth is less than 1 MHz. After spatial filtering, the laser beam is expanded, passed through two quarter-wave plates (Fig. 3), and retroreflected, yielding two counterpropagating plane waves with opposite circular polarizations, with an almost uniform intensity in the 40-mm-diam interaction region (Rabi frequency $\omega_1 = 0.6\Gamma$ with $\Gamma/2\pi \simeq 1.6$ MHz). There are stringent requirements for this experiment. First, the Zeeman, sublevels g_+ and g_- must remain degenerate in the whole interaction region. This condition is fulfilled by compensation of the magnetic field to less than 1 mG by Helmholtz coils and a Mumetal shield. Second, the relative phase between both laser beams must remain constant in the whole interaction region. This is achieved by our deriving both waves from the same laser beam and by using very high quality optical components for the second quarter-wave plate and for the retroreflecting mirror (wave-front distortion less than $\lambda/8$). Also, the exact overlap of the two beams is adjusted to 10^{-5} rad by autocollimation techniques. The transverse velocity distribution after the interaction zone is deduced from a transverse scan of an electron multiplier (sensitive to He*) with a 100-μm entrance slit, placed downstream at 1.4 m from a first 100-μm slit just after the interaction region. The corresponding HWHM transverse velocity resolution is 4 cm s^{-1}.

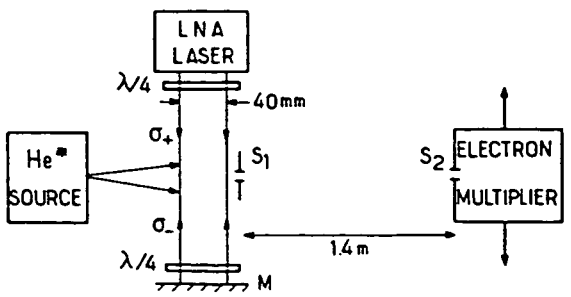


FIG. 3. Schematic experimental setup. The atomic source at 77 K produces a beam of metastable triple helium atoms (2^3S_1) at an average velocity of 1100 m/s. These atoms interact with two σ_+ and σ_- polarized counterpropagating waves at 1.08 μm. The transverse velocity distribution at the end of the interaction region is analyzed with two slits S_1 and S_2, 100 μm wide. S_2 is the entrance slit of a movable He* detector.

Figure 4 shows the transverse velocity profiles with and without laser. The two peaks at about $\pm\hbar k/M$ (± 9.2 cm s^{-1}) clearly appear well above the initial distribution. A measurement of the standard half-width at $\exp(-\frac{1}{2})$ gives 6 cm/s, which corresponds to a temperature of about 2 μK. This experimental curve is in reasonable agreement with the theoretical prediction. Finer details concerning, for example, the variations of the efficiency of the cooling effect with the detuning still require further investigation.

We have performed supplementary tests to support the theoretical analysis given above. First, we replaced the σ_+ and σ_- circularly polarized beams by two orthogonally linearly polarized beams, and we checked that the final velocity distribution still presents two peaks at $\pm\hbar k/M$. On the contrary, for parallel linear polarizations where the nonabsorbing atomic superposition is not velocity selective, the two peaks at $\pm\hbar k/M$ disappear. Another test consists of our arranging the laser beams so that they do not exactly overlap at the end of the interaction region, the last acting laser beam being the σ_+ one. One expects atoms to be removed from the $|g_-, -\hbar k\rangle$ component of $|\psi_{NA}(0)\rangle$ and to be pumped after a few cycles (two on the average) into g_+ with a momentum spread around $+\hbar k$. Indeed, we have observed that the peak at $-\hbar k$ disappears while the peak at $+\hbar k$ increases and is broadened.

We have thus demonstrated that this velocity-selective optical pumping into a nonabsorbing state is a very efficient process to accumulate atoms in an extremely narrow velocity class. By increasing the coherent interaction time, still narrower velocity distributions could

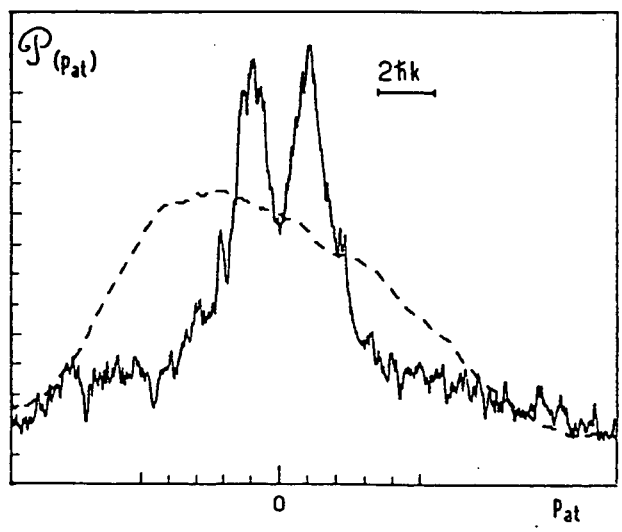


FIG. 4. Transverse atomic momentum profile at the end of the interaction region, with the laser on (solid line) and off (dashed line; this profile has been smoothed). The double-peak structure at about $\pm\hbar k$ and above the initial distribution is a clear signature of the cooling effect presented in this Letter.

be produced, allowing one to reach temperatures in the nanokelvin range. Several developments of this work can be considered: extensions to other level schemes; direct observation of the coherence between the two components of $|\psi_{NA}(0)\rangle$ propagating along different directions; generalization to three dimensions.

Finally, let us emphasize that this cooling mechanism is quite different from the previously demonstrated ones, since it is not due to a friction force but to diffusion into the cooled velocity class. Another important feature is that the cooled atoms no longer interact with the laser field which then causes no perturbation, either on external degrees of freedom (no diffusion) or on internal degrees of freedom (no light shifts). This particularity may be essential for future applications.

We warmly thank our colleagues Jean Dalibard and Christophe Salomon for very useful contributions to this work. This work is part of an operation supported by the stimulation program of European Economic Community. We have benefitted from crucial help from Helmut Haberland and Martin Karrais with the He* atomic beam. Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure is Laboratoire No. 18 associé au Centre National de la Recherche Scientifique.

---

[a]Permanent address: Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, I-56100 Pisa, Italy.

[1]D. J. Wineland and W. M. Itano, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979); J. P. Gordon and A. Ashkin, Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980).

[2]H. Dehmelt, G. Janik, and W. Nagourney, Bull. Am. Phys. Soc. **30**, 612 (1985); P. E. Toschek, Ann. Phys. (Paris) **10**, 761 (1985).

[3]M. Lindberg and J. Javanainen, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 1008 (1986).

[4]P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988).

[5]See the contributions of J. Dalibard *et al.* and S. Chu, in Proceedings of the Eleventh International Conference on Atomic Physics, edited by S. Haroche, J. C. Gay, and G. Grynberg (World Scientific, Singapore, to be published).

[6]D. E. Pritchard, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis, and A. G. Martin, in *Laser Spectroscopy VIII*, edited by S. Svanberg and W. Persson (Springer-Verlag, Heidelberg, 1987), p. 68.

[7]First experimental observation in G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento **36B**, 5 (1976); analyses in E. Arimondo and G. Orriols, Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976); H. R. Gray, R. W. Whitley, and C. R. Stroud, Opt. Lett. **3**, 218 (1978).

[8]V. G. Minogin and Yu. V. Rozhdestvenskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **88**, 1950 (1985) [Sov. Phys. JETP **61**, 1156 (1985)]. The theoretical treatment of these authors is valid only for atomic momenta p larger than the photon momentum $\hbar k$ since their Fokker-Planck equation is based on an expansion in powers of $\hbar k/p$.

[9]Although we use here a classical description of the laser field, the matrix elements of $\exp(\pm ikz)$ appearing in V introduce the conservation laws for the total momentum.

[10]Semiclassical arguments can help one to understand the properties of $|\psi_{NA}(p)\rangle$. In the laser configuration of Fig. 1(a), the polarization of the total laser electric field $\mathbf{E}_L$ is linear and forms a helix along $0z$ with a pitch λ. For an atom in $|\psi_{NA}(p)\rangle$ the transition dipole moment $\mathbf{d}$ between $|\psi_{NA}(p)\rangle$ and $|e_0,p\rangle$ is also linearly polarized and forms a similar helix with the same pitch. The important point is that $\mathbf{d}$ is perpendicular to $\mathbf{E}_L$ for all z, so that the coupling is zero. Furthermore, the "laser helix" is at rest (since both lasers have the same frequency) whereas the "atomic helix" moves along $0z$ with a velocity p/M. Only for $p=0$ do both helices keep orthogonal polarizations for all times.

[11]Generalized optical Bloch equations have been discussed in detail by R. J. Cook, Phys. Rev. A **22**, 1078–1098 (1980).

[12]H. Conrad, G. Ertl, J. Küppers, W. Sesselmann, and H. Haberland, Surf. Sci. **121**, 161 (1982).

[13]L. D. Schearer, M. Leduc, D. Vivien, A. M. Lejus, and J. Thery, IEEE J. Quantum Electron. **22**, 713 (1986).

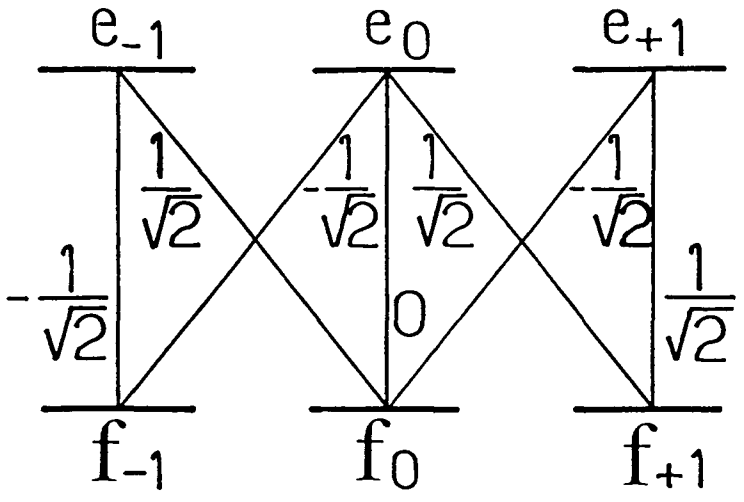
2) Conditions expérimentales particulières

a) La transition utilisée

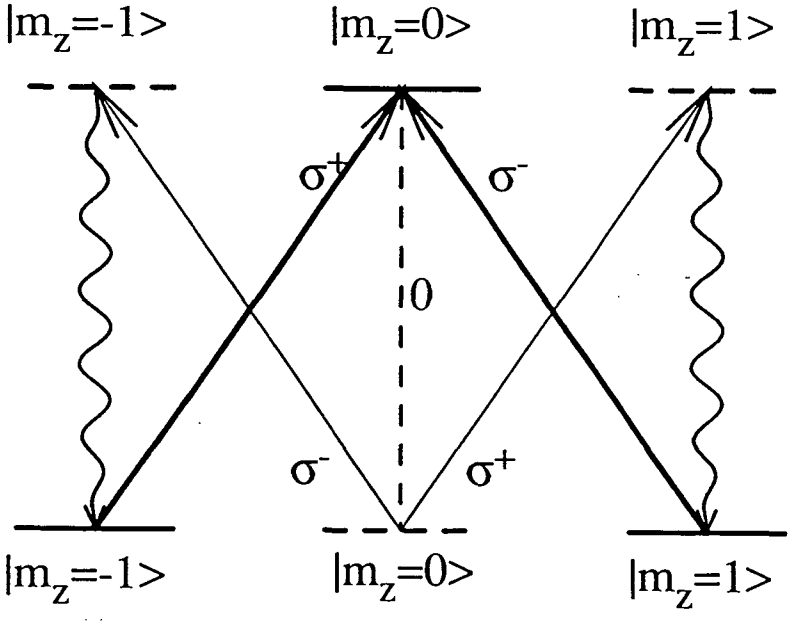
Nous avons utilisé pour ces expériences la transition $2^3S_1 - 2^3P_1$ de l'hélium métastable. A cause de la force d'oscillateur nulle entre l'état $|e_0\rangle$ et $|f_0\rangle$ (fig. III-20a), cette transition va permettre de réaliser en fait le système en Λ dont nous avons besoin pour nos expériences. En effet, en présence de lasers polarisés σ^+ et σ^-, les trois niveaux $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle, |e_0\rangle\}$ forment un système en Λ fermé : un atome dans $|f_-\rangle$ ou $|f_+\rangle$ ne peut être excité qu'à l'état $|e_0\rangle$ et l'émission spontanée ne peut faire tomber un atome de $|e_0\rangle$ que vers $|f_-\rangle$ ou $|f_+\rangle$. Une fois dans le système en Λ un atome va donc y rester indéfiniment. Quant aux atomes qui initialement se trouvent dans l'état $|f_0\rangle$, ils sont excités par les lasers σ^+ et σ^-, soit vers $|e_-\rangle$ soit vers $|e_+\rangle$. Ces états ont une probabilité 1/2 de se desexciter vers $|f_-\rangle$ ou $|f_+\rangle$, appartenant au système en Λ (fig. III-20b). Les atomes de $|f_0\rangle$ finiront donc nécessairement par être pompés optiquement dans le système en Λ où ils vont rester.

Remarque :

Nous verrons lors de l'étude des polarisations (IIIC3) que la possibilité de réaliser un sytème en Λ est due à la nature de la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ et non pas à la polarisation σ^+ et σ^- des deux ondes laser. Un tel système en Λ peut par exemple aussi être réalisé en utilisant deux ondes polarisées linéairement suivant Ox et Oy respectivement.



a)



b)

Fig. III-20 a) La transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ dans la base Zeeman ($|m_z = -1\rangle, |m_z = 0\rangle, |m_z = 1\rangle$) avec les coefficients de Clebsch-Gordan. Notons que la transition entre $|e_0\rangle$ et $|f_0\rangle$ est interdite pour une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$.

b) Eclairée par des lasers polarisés σ^+ et σ^- par rapport à l'axe de quantification Oz, une telle transition va se ramener au système en Λ constitué par les trois niveaux $|f_-\rangle, |e_0\rangle, |f_+\rangle$ couplés par les lasers (lignes en trait plein). Les atomes de $|f_0\rangle$ sont en effet pompés optiquement par les lasers σ^+ et σ^- (lignes en tirets) vers le système en Λ dans lequel ils vont rester.

b) Préservation des cohérences

La réalisation de ces expériences a nécessité des précautions particulières. Il fallait veiller à ce que aucun processus ne puisse faire sortir de l'état piège les atomes accumulés dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ pendant toute la durée d'interaction avec le laser. Nous allons voir maintenant quelles conditions ceci implique sur la phase des deux lasers, et sur la compensation du champ magnétique, deux facteurs qui peuvent avoir une influence sur la cohérence établie entre les deux niveaux atomiques et le champ électrique des lasers.

i) Phase des lasers

Etudions tout d'abord l'influence d'une variation des phases $\varphi_+(t)$ et $\varphi_-(t)$ de l'onde aller polarisée σ^+ et l'onde retour polarisée σ^-. Nous verrons dans la partie IIIC1 que l'hamiltonien d'interaction atome-laser de ce processus est, pour $\omega_- = \omega_+ = \omega_L$:

$$V_{AL} = \sum_p \frac{\hbar K_+}{2}|e_0,p\rangle\langle f_-,p-\hbar k|e^{-i\omega_L t} + \frac{\hbar K_-}{2}|e_0,p\rangle\langle f_+,p+\hbar k|e^{-i\omega_L t} + h.c. \qquad (\text{IIIB2}-1)$$

et que l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ peut alors s'écrire:

$$|\Psi_{NC}(p=0)\rangle = \frac{K_-}{\sqrt{|K_+|^2+|K_-|^2}}|f_-,-\hbar k\rangle - \frac{K_+}{\sqrt{|K_+|^2+|K_-|^2}}|f_+,+\hbar k\rangle \qquad (\text{IIIB2}-2)$$

où K_- et K_+ sont les fréquences de Rabi des deux couplages $f_- \longleftrightarrow e_0$ et $f_+ \longleftrightarrow e_0$. Soient $\varphi_+(t_0)$ et $\varphi_-(t_0)$ les phases des deux ondes à $t = t_0$ conduisant à V_{AL} donné en (IIIB2-1) (ces deux phases sont incluses dans les fréquences de Rabi K_- et K_+) et étudions comment évoluera un atome qui est dans $|\Psi_{NC}(p=0)\rangle$ à ce moment. Supposons par exemple qu'à l'instant t_0 les phases des deux ondes lasers changent brusquement de $\delta\varphi_+$ et $\delta\varphi_-$ de sorte que pour $t \geq t_0$:

$$\varphi_+(t) = -\omega_L t + \delta\varphi_+$$
$$\varphi_-(t) = -\omega_L t + \delta\varphi_-$$

Il faudra tenir compte de ce changement dans l'hamiltonien d'interaction en multipliant K_+ par $e^{i\delta\varphi_+}$ et K_- par $e^{i\delta\varphi_-}$:

$$V_{AL}(t) = \Big\{ \cdot \sum_p \frac{\hbar K_+}{2} e^{i\delta\varphi_+} |e_0, p\rangle\langle f_-, p - \hbar k| + \frac{\hbar K_-}{2} e^{i\delta\varphi_-} |e_0, p\rangle\langle f_+, p + \hbar k| \cdot \Big\} e^{-i\omega_L t} + h.c. \qquad (\text{IIIB2} - 3)$$

L'action du laser sur notre atome dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est alors:

$$V_{AL}(t)|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{\hbar K_+ K_- e^{-i\omega_L t}}{\sqrt{|K_+|^2 + |K_-|^2}} \left(e^{i\delta\varphi_-} - e^{i\delta\varphi_+}\right) |e_0, 0\rangle \qquad (\text{IIIB2} - 4)$$

Il est alors facile de voir à partir de cette équation quelles sont les conséquences des variations des phases des lasers et par conséquent de savoir quelles conditions doivent être remplies pour pouvoir observer les résonances noires sélectives en vitesse.

L'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est donc couplé à l'état excité, et la probabilité par unité de temps $d\mathcal{P}/dt$ pour qu'un atome initialement dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ soit excité dans $|e_0, 0\rangle$ qu'on peut évaluer à l'aide de la règle d'or de Fermi est de:

$$\frac{d\mathcal{P}}{dt} = 2\pi K^2 sin^2(\Delta\varphi)/\Gamma \qquad (\text{IIIB2} - 5)$$

où $\Delta\varphi = \delta\varphi_+ - \delta\varphi_-$ est la variation des différences de phases de l'onde aller et de l'onde retour et $K = K_+ K_- / \sqrt{|K_+|^2 + |K_-|^2}$.

Nous voyons donc que seul la différence entre les phases des deux ondes intervient dans $d\mathcal{P}/dt$ et que une variation ε qui est commune aux deux phases

$$\varphi_+(t) = -\omega_L t + \varepsilon \qquad (\text{IIIB2} - 6\text{a})$$

$$\varphi_-(t) = -\omega_L t + \varepsilon \qquad (\text{IIIB2} - 6\text{b})$$

n'affectera pas l'évolution d'un atome dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. La condition sur les phases des lasers se ramène donc à une condition sur leur différence de phase. Une variation relative $\Delta\varphi$ des phases pourra être négligée si pendant le temps d'interaction θ_{int} un atome initialement dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ n'a qu'une probabilité très faible d'être excité :

$$\frac{d\mathcal{P}}{dt}\theta_{int} \simeq 2\pi K^2 sin^2(\Delta\varphi)\theta_{int}/\Gamma \ll 1 \qquad (\text{IIIB2} - 7)$$

ce qui nous donne une limite supérieure pour $\Delta\varphi$:

$$|\Delta\varphi| \ll \sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi K^2 \theta_{int}}} \qquad (\text{IIIB2} - 8)$$

Pour $K \simeq \Gamma/2$ et $\theta_{int} \simeq 350\Gamma^{-1}$ on obtient:

$$|\Delta\varphi| \ll 0.04 rad \qquad (\text{IIIB2} - 9)$$

Cette condition a été satisfaite dans nos expériences en utilisant deux ondes provenant de la même source laser et en réfléchissant l'onde aller sur un miroir placé à L = 10 cm de la zone d'interaction (voir figure 3 de IIIB1). La phase de l'onde aller $\varphi_+(t)$ vaut

$$\varphi_+(t) = \omega_L t \qquad (\text{IIIB2} - 10)$$

et celle de l'onde retour se déduit de $\varphi_-(t)$ par:

$$\varphi_-(t) = \varphi_+(t - 2L/c) \qquad (\text{IIIB2} - 11\text{a})$$

$$\varphi_-(t) = \omega_L t - 2L\omega_L/c \qquad (\text{IIIB2} - 11\text{b})$$

où $\nu_L = \omega_L/2\pi$ est la fréquence instantanée du laser. Une cause de variation $\Delta\varphi$ sera dans nos expériences dues à la fluctuation de la fréquence $\Delta\nu$ du laser. En prenant comme modèle simple une approximation de saut brutal de fréquence de $\Delta\nu = 500 kHz$, correspondant à la stabilisation en fréquence de notre laser, ceci nous donne:

$$\Delta\varphi = 4\pi\Delta\nu L/c = 2.10^{-3} rad \qquad (\text{IIIB2} - 12)$$

inférieur à la limite de 0.04 rad.

Une autre origine pour une variation des phases relatives peut être un changement de chemin optique $2L$ parcouru par la lumière entre le premier passage dans la zone d'interaction à l'aller et le second au retour. Afin de ne pas être gênés par cet effet nous avons utilisé des éléments optiques de très haute qualité pour transformer l'onde aller σ^+ en onde σ^- au retour: le miroir de renvoi est plan à $\lambda/20$ et la lame $\lambda/4$ a un parallélisme à mieux que $\lambda/8$. Ces deux éléments ont de plus été placés à l'intérieur de l'enceinte sous vide, évitant la traversée supplémentaire d'un hublot. Nous pouvons évaluer le changement de phase causé par les éléments optiques en prenant un modèle de saut brusque de $\lambda/8$ pour le changement de chemin optique. La variation $\Delta\varphi$ est inférieure à:

$$\Delta\varphi = 2\Delta L\omega_L/c = 2\frac{\lambda}{8}(n-1)\frac{2\pi c}{\lambda}\frac{1}{c} \simeq \frac{\pi}{4} \qquad (\text{IIIB2} - 13)$$

où n est l'indice de la lame $\lambda/4(n \simeq 1.5)$. Ce changement de phase semble être trop grand pour permettre de réaliser un piégeage efficace dans l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ pendant tout le temps d'interaction θ_{int}. Cependant les défauts de planéité des éléments optiques sont plus probablement des modulations lentes de la surface que des sauts brusques . Nous avons d'ailleurs réalisé avec succès nos expériences avec une lame quart d'onde polie à $\lambda/8$, confirmant ainsi que le changement de phase calculé en IIIB2-13 est probablement excessif. Ce calcul montre cependant que le point critique dans nos expériences est plus la qualité des éléments optiques pour transformer l'onde aller en onde retour que la largeur de raie du laser.

ii) Compensation du champ magnétique

Après avoir vu comment des imperfections sur les phases relatives des deux ondes laser peuvent coupler un atome initialement dans l'état piège $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ à l'état excité $|e_0, 0\rangle$ nous étudions maintenant l'influence d'un champ magnétique parasite qui peut faire passer un atome de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ vers un autre état fondamental.

Pour analyser l'effet d'une fluctuation du champ magnétique le long de l'axe de propagation Oz des lasers, nous partons de nouveau d'un atome initialement dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ et nous supposons que le champ magnétique B_z suivant Oz est nul à l'endroit où se trouve l'atome à $t = 0$. Si le champ B_z change le long de la trajectoire de l'atome dans la zone d'interaction alors les deux sous-niveaux Zeeman f_- et f_+ subissent un déplacement en énergie de:

$$\delta E_- = -\hbar\Omega_B/2 \qquad \text{(IIIB2} - 14\text{a)}$$

$$\delta E_+ = +\hbar\Omega_B/2 \qquad \text{(IIIB2} - 14\text{b)}$$

avec $\Omega_B = \gamma B_z$. Ceci a donné comme conséquence qu'un atome initialement dans l'état stationnaire $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ avec:

$$|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-, -\hbar k\rangle - |f_+, +\hbar k\rangle\} \qquad \text{(IIIB2} - 15\text{)}$$

ne sera plus dans un état propre de l'hamiltonien. Tout comme pour le couplage motionnel (voir IIIA2) le couplage induit par un tel champ magnétique provoquera une oscillation de

l'atome entre $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ et $|\Psi_C(0)\rangle$ à la fréquence de Bohr correspondant à la différence en énergie:

$$\hbar\omega_{B_z} = \Delta E = \hbar\Omega_B \qquad (\text{IIIB2} - 16)$$

L'état $|\Psi_C(0)\rangle$ étant couplé à l'état excité avec un taux d'excitation de:

$$\Gamma' = 2K^2/\Gamma \qquad (\text{IIIB2} - 17)$$

nous obtenons ainsi un taux de départ Γ'' de l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ de:

$$\Gamma'' = \omega_{B_z}^2/\Gamma' = \Omega_B^2\Gamma/2K^2 \qquad (\text{IIIB2} - 18)$$

Cette expression est l'analogue de l'expression du taux de départ $\Gamma''(p)$ que nous avons établie en IIIA2 provenant du couplage motionnel:

$$\Gamma''(p) = 2(kp/M)^2\Gamma/K^2 \qquad (\text{IIIB2} - 19)$$

En exprimant que nous voulons obtenir, avec une fréquence de Rabi $K = 0.5\Gamma$ et un temps d'interaction $\theta_{int} = 300\Gamma^{-1}$, une probabilité de départ du niveau $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ faible devant 1:

$$\Gamma''\theta_{int} \ll 1 \qquad (\text{IIIB2} - 20)$$

nous trouvons que nous devons limiter les fluctuations du champ magnétique le long de Oz tel que:

$$\Omega_B \ll K\sqrt{2/\Gamma\theta_{int}} = 0.04\Gamma \qquad (\text{IIIB2} - 21)$$

ce qui correspond à une compensation de B_z de

$$B_z \ll 20mgauss \qquad (\text{IIIB2} - 22)$$

L'effet d'un champ magnétique parasite perpendiculaire à Oz est plus difficile à analyser précisément. Une première conséquence d'un tel champ est de faire sortir les atomes du système en Λ en les couplant à l'état $|f_0\rangle$. Mais même en nous limitant aux niveaux $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ dont nous tenons compte dans notre étude quantitative (voir IIIC1) le couplage induit par un champ magnétique transverse entraîne des complications considérables. En effet, le traitement rigoureux des résonances noires sélectives en vitesse est rendu facile par le fait que nous pouvons introduire des familles fermées d'états couplés par les lasers

$F(p) = \{|f_-, p - \hbar k\rangle; |f_+, p + \hbar k\rangle; |e_0, p\rangle\}$. Or un champ magnétique transverse couple l'état $|f_-, p - \hbar k\rangle$ de $F(p)$ à $|f_+, p - \hbar k\rangle$ appartenant à $F(p - 2\hbar k)$. Nous devrions par conséquent tenir compte des cohérences externes entre des états appartenant à des familles $F(p)$ différentes. Nous n'allons donc pas faire un calcul quantitatif d'un tel couplage et nous nous contentons d'évaluer un ordre de grandeur pour la compensation nécessaire du champ transverse. En caractérisant l'effet du champ transverse $B_\perp$ par une oscillation entre les différents sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental nous pouvons négliger l'effet de $B_\perp$ si le moment cinétique n'a pas précessé de façon appréciable pendant toute la durée d'interaction. Nous écrivons donc la condition

$$\theta = 2\pi\gamma B_\perp \theta_{int} < \pi/2 \qquad \text{(IIIB2} - 23)$$

ce qui avec un rapport gyromagnétique de $\gamma = 2.8 MHz/gauss$ et pour $\theta_{int} = 300\Gamma^{-1}$ impose une compensation de $B_\perp$ de:

$$|B_\perp| < 2mgauss \qquad \text{(IIIB2} - 24)$$

Dans un premier temps nous avons réalisé cette compensation du champ magnétique terrestre à l'aide de trois paires de bobines de Helmholtz, en utilisant la sensibilité de l'effet Hanle au champ magnétique (voir chapitre II).Ceci nous a permis d'observer pour la première fois dans la distribution des vitesses, le double pic prévu pour les résonances noires. Une étape supplémentaire dans la compensation a été obtenue en utilisant un blindage en μ-métal démagnétisé in situ après avoir réalisé la prémière compensation (compensation du champ magnétique à mieux de 1 mgauss). L'inconvénient de cette solution est qu'on ne peut alors plus appliquer un champ extérieur **B** dans la zone d'interaction. En particulier on ne peut le faire varier pour observer l'effet Hanle mécanique.

c) <u>distributions des vitesses</u>

Les expériences des résonances noires sélectives en vitesse ont été réalisées sur le jet supersonique d'hélium métastable en provenance du groupe du professeur H. Haberland à Fribourg. Avec une source refroidie à l'azote liquide ($T_0 = 77K$) et un canon à électrons dans une configuration de bombardement antiparallèle nous avons obtenu 4 10^{12}He$^*(2^3S_1)/sec/sr$. La distribution des vitesses longitudinales présentait, lors de ces premières expériences decrites dans la partie IIIB1, deux pics à $v_1 = 700m/s$ et

$v_2 = 1300m/s$ avec une vitesse moyenne de $v_L = 1100m/s$ (fig. III-21). La résolution en vitesse transverse qui en découle autour d'une vitesse transverse moyenne de $v_{rec} = \frac{\hbar k}{M} = 0.0916m/s$ est de l'ordre de:

$$\Delta v_\perp = \frac{v_2 - v_1}{v_L} v_{rec} = \frac{1300 - 700}{1100} 0.0916 = 5cm/s$$

Les fentes utilisées pour l'analyse en vitesse transverse avaient une largeur de $d = 100\mu m$ ce qui se traduit à une distance de $D = 1.4m$ par la même résolution en vitesse transverse:

$$\Delta v_\perp = v_L \frac{d}{2D} = 5cm/s.$$

Remarque:

Dans les expériences ultérieures, notemment avec le jet d'hélium métastable construit à l'Ecole Normale Supérieure, nous avons appris à trouver des conditions permettant de réaliser des distributions de vitesse avec un seul pic et plus étroites (voir chapitre I).

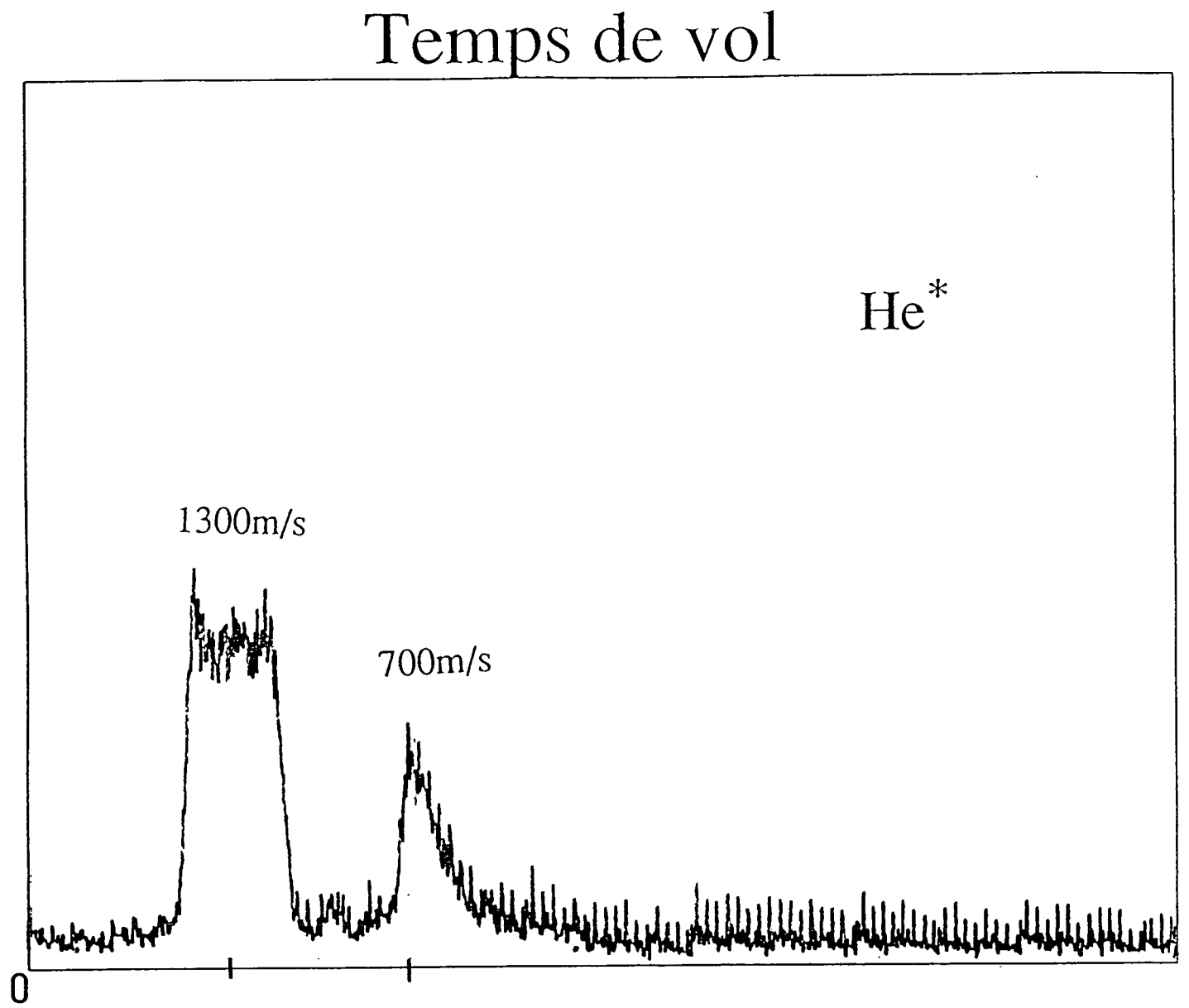


Fig. III-21 : Mesure des temps de vol lors des expériences de "résonances noires sélectives en vitesse à une dimension" en 1988. Avec une source refroidie à l'azote liquide ($T_0 = 77K$) et une tension d'accélération de $U_{acc} = 40V$ pour le canon à électrons dans une configuration de bombardement antiparallèle nous avons obtenu une intensité de 10^{12}He$^*(2^3S_1)/sec/sr$. La distribution des vitesses présentait alors deux pics autour de 700 m/s et 1300 m/s avec une vitesse moyenne des atomes de 1100 m/s.

CHAPITRE III

IIIC - ETUDE DETAILLEE DES RESONANCES NOIRES SELECTIVES EN VITESSE

Après avoir exposé dans IIIA les idées physiques à la base du piégeage cohérent de population sélectif en vitesse et après avoir présenté la première mise en évidence expérimentale de cet effet sur un jet d'hélium métastable (IIIB), nous allons présenter maintenant une étude plus détaillée, tant théorique qu'expérimentale, de ce nouveau mécanisme de refroidissement. Dans la partie IIIC1 nous présentons, sous forme d'un article, une analyse théorique de base. Nous montrons comment établir les équations de Bloch optiques généralisées décrivant ce phénomène dans un traitement complètement quantique pour les atomes, en suivant la même démarche que lors de l'étude de l'évolution temporelle de l'effet Hanle mécanique (voir IIB). Nous étudions alors l'évolution de la distribution des vitesses à l'aide d'une intégration numérique de ces équations. Ceci nous permet en particulier de voir le comportement de cette distribution et l'efficacité du processus de refroidissement lorsqu'on varie l'intensité des deux ondes lumineuses ou le désaccord.

Dans la partie IIIC2 nous complèterons cette discussion théorique par des études élaborées postérieurement à cet article. Dans un premier paragraphe (IIIC2 a) nous aborderons la question de la caractérisation de notre processus de refroidissement. Comme la distribution des vitesse n'a dans notre cas pas la forme d'une gaussienne, nous ne pouvons pas définir de température telle que pour une distribution de Maxwell-Boltzmann. Nous étudierons donc différents critères pour décrire l'efficacité du refroidissement.

Un autre problème, apparu à la fois dans les courbes expérimentales et dans les courbes théoriques, est la différence dans les distributions de vitesse entre un désaccord rouge ($\delta < 0$) et bleu ($\delta > 0$). Nous présenterons dans IIIC2 b une explication de ce phénomène en nous basant sur les équations de Bloch optiques généralisées. Nous présentons enfin

dans le paragraphe IIIC2 c un test expérimental pour confirmer l'existence de très fortes corrélations entre les degrés de liberté internes et externes de l'atome, qui peuvent être importants dans l'optique d'expériences d'interférométrie atomique.

L'étude du rôle des polarisations des deux ondes laser (IIIC3) permet de prévoir également un phénomène de "résonances noires sélectives en vitesse" lorsque les deux ondes se contrepropageant ont par exemple des polarisations linéaires orthogonales. Nous présentons l'observation expérimentale du double pic dans une telle configuration de polarisations, et nous discutons plus généralement les conditions sur les polarisations des deux lasers permettant d'observer un tel effet.

Nous abordons ensuite dans la partie IIIC4 de ce chapitre la question de la généralisation des résonances noires sélectives en vitesse à plusieurs dimensions. Nous étudierons en particulier des propositions pour généraliser ce mécanisme de refroidissement à trois dimensions sur une transition $J = 1 - J = 1$.

1) Analyse théorique de base : J.Opt.Soc.Am. B6, 2112 (1989)

Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping: theoretical analysis

A. Aspect, E. Arimondo,* R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji

Collège de France et Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure (Laboratoire Associé au Centre National de la Recherche Scientifique et à l'Université Paris VI), 24 Rue Lhomond, F 75231 Paris Cedex 05, France

Received April 3, 1989; accepted June 29, 1989

We present a theoretical analysis of a new one-dimensional laser-cooling scheme that was recently demonstrated on a beam of metastable ^{4}He atoms. Both internal and translational degrees of freedom are treated quantum mechanically. Unlike semiclassical approaches, such a treatment can be applied to situations in which the atomic coherence length is of the same order of or larger than the laser wavelength, which is the case for atoms cooled below the one-photon recoil energy. We introduce families of states that are closed with respect to absorption and stimulated emission, and we establish the generalized optical Bloch equations that are satisfied by the corresponding matrix elements. The existence of velocity-selective trapping states that are linear combinations of states with different internal and translational quantum numbers is demonstrated, and the mechanism of accumulation of atoms in these trapping states by fluorescence cycles is analyzed. From a numerical solution of the generalized optical Bloch equations, we study in detail how the final atomic-momentum distribution depends on the various physical parameters: interaction time, width of the initial distribution, laser detuning, laser power, and imbalance between the two counterpropagating waves. We show that the final temperature decreases when the interaction time increases, so that there is no fundamental limit to the lowest temperature that can be achieved by such a method. Finally, possible extensions of this method to two-dimensional cooling are presented.

1. INTRODUCTION

Laser cooling uses momentum exchange between photons and atoms to reduce the kinetic energy of atoms. Since each elementary momentum transfer is equal to the photon momentum $\hbar k$, the one-photon recoil energy $E_R = \hbar^2k^2/2M$ (M is the atomic mass) represents an important landmark in the energy scale. Recent developments in laser cooling have permitted researchers to reach the regime where the equilibrium atomic kinetic energy becomes of the order of a few E_R (Refs. 1–3) or even smaller than E_R.[4] In this new regime, where the elementary momentum transfer can no longer be considered a small quantity, the analogy between atomic motion in laser light and Brownian motion breaks down, and the Fokker–Planck description of laser cooling is no longer valid. A new theoretical treatment is thus required.

The purpose of this paper is to present a quantitative analysis of laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping. A one-dimensional laser cooling of this type was recently demonstrated on a beam of metastable ^{4}He atoms.[4] Here we present equations of motion that permit a quantitative interpretation of such a cooling scheme, and we discuss their physical content as well as their solutions. The theoretical approach followed here can be also useful for the analysis of other situations in which temperatures of the order of the one-photon recoil energy are approached. For example, similar equations can be found in the analysis of laser-cooling schemes below the Doppler limit based on gradients of laser polarization[5] or in the investigation of the lowest temperature that can be reached by cooling with ultranarrow atomic transitions for which $\hbar\Gamma \lesssim E_R$, where Γ is the natural width of the line.[6]

To describe atomic motion in laser light, one usually starts from equations of motion that describe the coupled evolution of the internal and external (translational) atomic degrees of freedom as a result of resonant exchanges of energy and momentum between photons and atoms. Because of the discrete character of the photon momentum $\hbar k$, these equations are finite-difference equations. They are usually transformed into coupled partial differential equations through an expansion of the density-matrix elements in powers of $\hbar k/\Delta p$, where Δp is the width of the atomic-momentum distribution. For sufficiently slow atoms, one also makes an expansion in powers of $k\Delta p/M\Gamma$ (the ratio between the Doppler shift and the natural width). Finally, after an adiabatic elimination of the fast internal variables, one gets, for the atomic Wigner function, a Fokker–Planck equation that allows one to consider atomic motion in laser light as a Brownian motion and that provides theoretical expressions for the friction coefficient γ and the diffusion coefficient D and consequently for the equilibrium temperature T ($k_BT \sim D/M\gamma$).[7]

The previous theoretical scheme is valid only if the expansion parameter $\hbar k/\Delta p$ is very small, i.e., if the atomic coherence length $\hbar/\Delta p$ is small compared with the laser wavelength $\lambda = 2\pi/k$. When the energy $k_BT = p^2/2M$ becomes of the order of or smaller than the recoil energy $E_R = \hbar^2k^2/2M$, we reach a new regime where the coherence length $\hbar/\Delta p$ becomes longer than the laser wavelength λ. It is then no longer possible to consider the atomic wave packet to be well localized in the laser wave and to describe its motion by a

0740-3224/89/112112-13$02.00 © 1989 Optical Society of America

Fokker–Planck equation. We must return to the full quantum coupled equations of motion. This is precisely what we do in this paper.

The paper is organized as follows. In Section 2 we give the level scheme and the laser configuration that are used in the new laser-cooling method, whose principle is briefly explained. We show in Section 3 that, for two counterpropagating σ_+ and σ_- circularly polarized laser waves, the absence of redistribution of photons between the two waves allows us to introduce a finite number of states, labeled by external and internal quantum numbers, and that are coupled by absorption and stimulated-emission processes. These closed families of states are the basic ingredient of this paper. In Section 3 we give the equations of motion of the density-matrix elements within such a family as a result of absorption and stimulated emission, and in this way we interpret the principle of velocity-dependent coherent population trapping. Spontaneous emission plays an important role in redistributing atoms among the different families. The corresponding equations are established and discussed in Section 4. It is then possible to write in Section 5 the full equations of motion as well as of the initial state and the detection signal. Numerical solutions of these equations are presented in Section 6, and the influence of the various physical parameters is discussed in detail. Finally, a possible extension of this new cooling scheme is considered in Section 7.

2. SIMPLE PRESENTATION OF THE NEW LASER-COOLING SCHEME

The new scheme uses a three-level Λ configuration in which two degenerate ground sublevels $g_\pm$ are coupled to an excited level e_0 by two counterpropagating σ_+ and σ_- polarized laser beams with the same frequency ω_L [Fig. 1(a)]. In the experiment described in Ref. 4, $g_\pm$ are the two Zeeman sublevels $m = \pm 1$ of the $2^3 S_1$ state of ^{4}He, whereas e_0 is the $m = 0$ Zeeman sublevel of $2^3 P_1$ [the Clebsch–Gordan coefficient between $2^3 S_1$ ($m = 0$) and $2^3 P_1$ ($m = 0$) vanishes, permitting us to ignore the $2^3 S_1$ ($m = 0$) state in what follows].

First consider an atom at rest. For such an atom the two apparent laser frequencies are equal, and resonant processes involving one interaction with each beam can take place between g_+ and g_-. We can then show that there is a coherent superposition of g_+ and g_- that is not coupled to e_0 by the laser excitation. Such a situation occurs when the two amplitudes for absorbing a σ_+ or a σ_- photon interfere destructively. For example, if the two excitation amplitudes $g_+ \rightarrow e_0$ and $g_- \rightarrow e_0$ are equal, the nonabsorbing coherent superposition of g_+ and g_- is just $(|g_+\rangle - |g_-\rangle)/\sqrt{2}$. An atom put in such a superposition of states remains trapped there indefinitely since it can no longer absorb light. Such a mechanism of coherent population trapping owing to destructive interference between two excitation amplitudes is actually quite general and can give rise to narrow resonances. It was discovered in 1976,[8] and several theoretical treatments based on optical Bloch equations[9] or on the dressed-atom approach[10,11] have been given.

Coming back to the scheme of Fig. 1(a), we suppose now that the atom is moving along Oz. The Raman resonance condition is no longer fulfilled as a consequence of opposite Doppler shifts on the two counterpropagating laser beams.

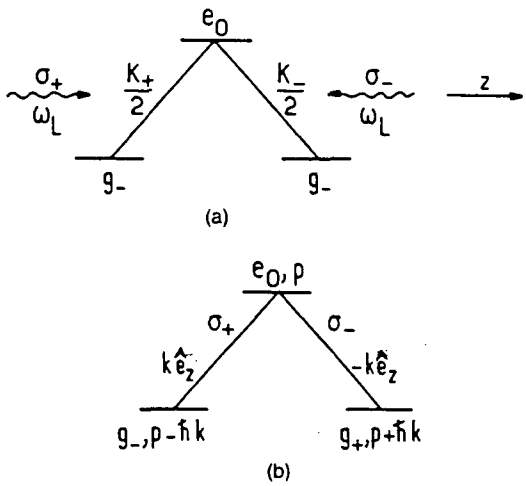


Fig. 1. Three-level Λ configuration. (a) Two degenerate ground sublevels $g_\pm$ are coupled to an excited level e_0 by two counterpropagating σ_+ and σ_- circularly polarized laser beams with the same frequency ω_L; the corresponding coupling matrix elements are $K_+/2$ and $K_-/2$ in frequency units. (b) Closed family of states coupled by interaction with the two lasers. Each state is characterized by its internal quantum number and its linear momentum along Oz.

It follows that the two excitation amplitudes $g_+ \rightarrow e_0$ and $g_- \rightarrow e_0$ can no longer interfere destructively. This simple argument explains how the phenomenon of coherent population trapping can be velocity selective for appropriate laser configurations.[12] The new cooling scheme discussed in this paper consists of accumulating atoms in the zero-velocity nonabsorbing state where they remain trapped. To populate this state, we take advantage of the momentum redistribution due to spontaneous emission, which allows certain atoms to be pumped optically from the absorbing velocity classes into the nonabsorbing state. Since the recoil of the last spontaneous-emission photon is part of the cooling mechanism, the one-photon recoil energy is not a limit, and the final temperature is limited only by the coherent interaction time.[13] Note also that, unlike other cooling schemes, our mechanism, based on a Raman resonance condition, does not depend on the sign of the laser detuning.

However, the previous analysis is too crude. Since the two laser waves propagate in opposite directions, the phases of the two electric fields, and consequently the phases of the two excitation amplitudes $g_- \rightarrow e_0$ and $g_+ \rightarrow e_0$, vary as $\exp(ikz)$ and $\exp(-ikz)$, respectively. It follows that, for an atom at z, the nonabsorbing superposition of states must be written as

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[\exp(ikz)|g_+\rangle - \exp(-ikz)|g_-\rangle] \tag{2.1}$$

and depends on z. On the other hand, when the atoms get very cold ($\Delta p \ll \hbar k$), their coherence length becomes large compared with λ, and it is no longer possible to restrict the discussion to atoms localized at a given z. This shows that the nonabsorbing state must actually be described by an extended spinor or vector wave function of the type of expression (2.1), which exhibits strong correlations between internal and external degrees of freedom. A more rigorous analysis thus requires the introduction of a basis of states involving both internal and translational quantum numbers

and that we expand the atomic state vector (or density matrix) on such a basis. That is what we do in Section 3.

3. CLOSED FAMILIES OF STATES COUPLED BY ABSORPTION AND STIMULATED EMISSION

A. Physical Idea and Notation

Let us introduce the state $|e_0, p\rangle$, which represents an atom in the excited state e_0 with a linear momentum p along Oz ($p_{at}^z = p$, where $\mathbf{p}_{at}$ is the atomic momentum). Because of angular-momentum conservation, the interaction with the σ_+ circularly polarized wave (stimulated emission or absorption) can couple together only e_0 and g_-. On the other hand, because of linear-momentum conservation, such an interaction with a wave propagating toward $+Oz$ involves the exchange of a photon of momentum $+\hbar k$ and thus can couple only $|e_0, p\rangle$ and $|g_-, p - \hbar k\rangle$. Similarly, the interaction of the atom with the σ_- circularly polarized wave propagating toward $-Oz$ can couple only $|e_0, p\rangle$ and $|g_+, p + \hbar k\rangle$ [Fig. 1(b)].

We are thus led to introduce a family of three states coupled by absorption or stimulated emission:

$$\mathcal{F}(p) = \{|e_0, p\rangle, |g_-, p - \hbar k\rangle, |g_+, p + \hbar k\rangle\}. \tag{3.1}$$

As long as spontaneous emission is not taken into account, this is a closed family of coupled states.

When considering the evolution of the density-matrix elements due to absorption and stimulated emission, strong selection rules appear. For instance, $\langle e_0, p'|\sigma|e_0, p''\rangle$ is coupled only to $\langle g_\pm, p' \pm \hbar k|k\sigma|e_0, p''\rangle$ and $\langle e_0, p'|\sigma|g_\pm, p'' \pm \hbar k\rangle$. A further simplification happens because all the interesting quantities that we need to calculate (see Section 5 below) are terms such as $\langle e_0, p|\sigma|e_0, p\rangle$, $\langle g_+, p|\sigma|g_+, p\rangle$, $\langle g_-, p|\sigma|g_-, p\rangle$, and $\langle g_-, p - \hbar k|\sigma|g_+, p + \hbar k\rangle$. These terms are coupled only to terms internal in the family. For example, $\langle e_0, p|\sigma|e_0, p\rangle$ is coupled only to $\langle g_\pm, p \pm \hbar k|\sigma|e_0, p\rangle$ and $\langle e_0, p|\sigma|g_\pm, p \pm \hbar k\rangle$. In summary, the evolution equations relevant to the problem under discussion will involve only density-matrix elements defined inside a family $\mathcal{F}(p)$. For such elements, we use the simplified notation,

$$\sigma_{ee}(p) = \langle e_0, p|\sigma|e_0, p\rangle, \tag{3.2a}$$

$$\sigma_{\pm\pm}(p) = \langle g_\pm, p \pm \hbar k|\sigma|g_\pm, p \pm \hbar k\rangle, \tag{3.2b}$$

$$\sigma_{e\pm}(p) = \langle e_0, p|\sigma|g_\pm, p \pm \hbar k\rangle, \tag{3.2c}$$

$$\sigma_{\pm e}(p) = [\sigma_{e\pm}(p)]^*. \tag{3.2d}$$

We show below that, although spontaneous emission couples different families, it involves only coupling with terms of the type defined in Eqs. (3.2). For instance, $\sigma_{ee}(p)$ can decay only to terms such as $\sigma_{++}(p')$ and $\sigma_{--}(p')$. The elements defined in Eqs. (3.2) are thus the only ones that we have to consider.

Remarks

(i) The notion of closed families of states is central in the analysis presented in this paper. It must be emphasized that closed families exist only for specific level schemes and laser wave configurations.[14] In the standard situation when a two-level atom interacts with two counterpropagating linearly polarized waves, $|e, p\rangle$ is coupled to $|g, p - \hbar k\rangle$ and $|g, p + \hbar k\rangle$, which are themselves coupled to $|e, p\rangle$, $|e, p - 2\hbar k\rangle$, and $|e, p + 2\hbar k\rangle$, etc. In such a situation, each family has an infinite number of coupled states. Families of this type have been already considered (see, for example, Ref. 15).

(ii) The quantity p appearing in Eq. (3.1) or Eqs. (3.2) is just a label used to index a family. We will see below that it can be interpreted as the total linear momentum (modulo $\hbar k$) of the atoms + laser field system, which is an invariant quantity of the family.

B. Evolution Equations

We now write the equations describing the evolution of the atom interacting with the laser field, taken as a classical field. Here we do not yet take spontaneous emission into account, and we consider only absorption and stimulated-emission processes. The corresponding Hamiltonian is the sum of two parts:

$$H = H_A + V, \tag{3.3}$$

where H_A is the Hamiltonian of the free atom and V is the laser–atom coupling. H_A is the sum of the kinetic and internal energies:

$$H_A = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \hbar\omega_0|e_0\rangle\langle e_0|. \tag{3.4}$$

In order to simplify the equations, we consider here the case when the two ground states $|g_+\rangle$ and $|g_-\rangle$ have the same internal energy, taken equal to zero. The formalism developed in this paper could easily be generalized to the case when the energies E_{g_+} and E_{g_-} are different, and the physics would be the same provided that the two laser frequencies differ by $(E_{g_+} - E_{g_-})/\hbar$.

The coupling Hamiltonian is

$$V = -\mathbf{D}\cdot\mathbf{E}(z, t), \tag{3.5}$$

where $\mathbf{D}$ is the electric-dipole-moment operator and $\mathbf{E}(z, t)$ is the classical electric field:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(z, t) = {}& \tfrac{1}{2}\{\epsilon_+E_+ \exp[i(kz - \omega_L t) + \text{c.c.}]\} \\ & + \tfrac{1}{2}\{\epsilon_-E_- \exp[i(-kz - \omega_L t) + \text{c.c.}]\},\end{aligned} \tag{3.6}$$

(where c.c is the complex conjugate). The first term corresponds to a σ_+ circularly polarized wave propagating toward $z > 0$, while the second one corresponds to a σ_- circularly polarized wave propagating toward $z < 0$ [$\epsilon_\pm = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$].

The coupling of the atom with each of these waves is characterized by the Rabi frequencies K_+ and K_-:

$$K_\pm = -\frac{d_\pm E_\pm}{\hbar}, \quad d_\pm = \langle e_0|\epsilon_\pm\cdot\mathbf{D}|g_\mp\rangle. \tag{3.7a}$$

Note the selection rules

$$\langle e_0|\epsilon_+\cdot\mathbf{D}|g_+\rangle = \langle e_0|\epsilon_-\cdot\mathbf{D}|g_-\rangle = 0, \tag{3.7b}$$

which can be interpreted in terms of conservation of angular momentum. With the rotating wave approximation, V can be written as

$$V = \left[\frac{\hbar K_+}{2}|e_0\rangle\langle g_-|\exp(ikz) + \frac{\hbar K_-}{2}|e_0\rangle\langle g_+| \times \exp(-ikz)\right]\exp(-i\omega_L t) + \text{H.c.} \quad (3.8)$$

(where H.c. is the Hermitian conjugate).

Note that in Eq. (3.8) z is an operator acting on the external degrees of freedom of the atom. Using the relation

$$\exp(\pm ikz) = \sum_p |p\rangle\langle p \mp \hbar k|,$$

we finally get

$$V = \sum_p \left[\frac{\hbar K_+}{2}|e_0, p\rangle\langle g_-, p - \hbar k| + \frac{\hbar K_-}{2}|e_0, p\rangle\langle g_+, p + \hbar k|\right] \times \exp(-i\omega_L t) + \text{H.c.} \quad (3.9)$$

It clearly appears from Eq. (3.9) that $|e, p\rangle$ is coupled only to $|g_-, p - \hbar k\rangle$ and $|g_+, p + \hbar k\rangle$. As was already emphasized in Subsection 3.A, the atom–laser interaction can induce transitions only inside the closed family $\mathcal{F}(p)$. The evolution of such a family is thus described by a closed set of equations among the nine density matrix elements characterizing the family at time t [Eq. (3.2)].

In order to eliminate time-dependent coefficients, it is useful to make the usual transformation

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{e\pm}(p) &= \sigma_{e\pm}\exp(i\omega_L t), \\ \tilde{\sigma}_{+-}(p) &= \sigma_{+-}(p), \\ \tilde{\sigma}_{ii}(p) &= \sigma_{ii}(p) \qquad (i = +, -, e). \end{aligned} \quad (3.10)$$

The evolution equations are then

$$\begin{aligned}
\left[\frac{d}{dt}\tilde{\sigma}_{--}(p)\right]_{\text{Ham}} &= -i\frac{K_+^*}{2}\tilde{\sigma}_{e-}(p) + \text{c.c.}, \\
\left[\frac{d}{dt}\tilde{\sigma}_{++}(p)\right]_{\text{Ham}} &= -i\frac{K_-^*}{2}\tilde{\sigma}_{e+}(p) + \text{c.c}, \\
\left[\frac{d}{dt}\tilde{\sigma}_{ee}(p)\right]_{\text{Ham}} &= i\frac{K_+^*}{2}\tilde{\sigma}_{e-}(p) + i\frac{K_-^*}{2}\tilde{\sigma}_{e+}(p) + \text{c.c}, \\
\left[\frac{d}{dt}\tilde{\sigma}_{e+}(p)\right]_{\text{Ham}} &= i\left(\delta_L + k\frac{p}{M} + \omega_R\right)\tilde{\sigma}_{e+}(p) \\
&\quad - i\frac{K_-}{2}[\tilde{\sigma}_{++}(p) - \tilde{\sigma}_{ee}(p)] - i\frac{K_+}{2}\tilde{\sigma}_{-+}(p), \\
\left[\frac{d}{dt}\sigma_{e-}(p)\right]_{\text{Ham}} &= i\left(\delta_L - k\frac{p}{M} + \omega_R\right)\tilde{\sigma}_{e-}(p) \\
&\quad - i\frac{K_+}{2}[\tilde{\sigma}_{--}(p) - \tilde{\sigma}_{ee}(p)] - i\frac{K_-}{2}\tilde{\sigma}_{-+}^*(p), \\
\left[\frac{d}{dt}\tilde{\sigma}_{-+}(p)\right]_{\text{Ham}} &= -i\frac{K_+^*}{2}\tilde{\sigma}_{e+}(p) + i\frac{K_-}{2}\tilde{\sigma}_{e-}^*(p) \\
&\quad + 2ik\frac{p}{M}\tilde{\sigma}_{-+}(p),
\end{aligned} \quad (3.11)$$

and three complex-conjugated equations.

These equations generalize the usual optical Bloch equations by including external quantum numbers.[16] We have called $\omega_R = \hbar k^2/2M$ the recoil frequency shift and $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ is the laser detuning. Note that kp/M is the Doppler shift associated with the velocity p/M.

C. Velocity-Selective Coherent Population Trapping

The evolution equations [Eqs. 3.11)] allow us to understand how coherent population trapping is velocity selective in the configuration considered here. Let us consider the following two orthogonal linear combinations of $|g_+, p + \hbar k\rangle$ and $|g_-, p - \hbar k\rangle$:

$$|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle = \frac{K_-}{(|K_+|^2 + |K_-|^2)^{1/2}}|g_-, p - \hbar k\rangle - \frac{K_+}{(|K_+|^2 + |K_-|^2)^{1/2}}|g_+, p + \hbar k\rangle, \quad (3.12a)$$

$$|\psi_{\text{C}}(p)\rangle = \frac{K_+^*}{(|K_+|^2 + |K_-|^2)^{1/2}}|g_-, p - \hbar k\rangle + \frac{K_-^*}{(|K_+|^2 + |K_-|^2)^{1/2}}|g_+, p + \hbar k\rangle. \quad (3.12b)$$

The reason for introducing $|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle$ is that, according to Eq. (3.9), the transition matrix element between $|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle$ and $|e_0, p\rangle$ vanishes:

$$\langle e, p|V|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle = 0. \quad (3.13a)$$

Consequently, an atom in the noncoupled state $|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle$ cannot absorb a laser photon, and it cannot be excited to $|e_0, p\rangle$. A similar calculation gives

$$\langle e_0, p|V|\psi_{\text{c}}(p)\rangle = \frac{\hbar}{2}(|K_+|^2 + |K_-|^2)^{1/2}\exp(-i\omega_L t) \quad (3.13b)$$

and shows that $|\psi_{\text{C}}(p)\rangle$ is coupled to the excited state.

We now suppose that an atom has been prepared at a certain time in $|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle$, and we study its subsequent evolution. Equations (3.11) and (3.12) lead to the following equation of motion for $\langle\psi_{\text{NC}}(p)|\sigma|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle$:

$$\frac{d}{dt}\langle\psi_{\text{NC}}(p)|\sigma|\psi_{\text{NC}}(p)\rangle = -ik\frac{p}{M}\frac{2K_+K_-}{|K_+|^2 + |K_-|^2} \times \langle\psi_{\text{NC}}(p)|\sigma|\psi_{\text{C}}(p)\rangle + \text{c.c.} \quad (3.14)$$

Suppose first that $p = 0$. The right-hand side of Eq. (3.14) then vanishes. This means that an atom prepared in $|\psi_{\text{NC}}(0)\rangle$ cannot leave this state either by free evolution (effect of the free Hamiltonian H_A) or by absorption of a laser photon (effect of the laser–atom coupling V). Although we have not yet taken spontaneous emission into account, it is clear also that the atom cannot leave $|\psi_{\text{NC}}(0)\rangle$ by spontaneous emission since this state is, according to Eq. (3.12a), a linear combination of two ground states $|g_+\rangle$ and $|g_-\rangle$, which are both radiatively stable. To conclude, the state $|\psi_{\text{NC}}(0)\rangle$ is a perfect trap since an atom prepared in this state remains there indefinitely.

On the other hand, if $p \neq 0$, Eq. (3.14) shows that there is a coupling proportional to kp/M (coming from the free Hamil-

tonian H_A) between $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$. This means that an atom initially in $|\psi_{NC}(p)\rangle$ can be transferred by H_A to $|\psi_C(p)\rangle$ and from there to $|e_0, p\rangle$ by V [see Eq. (3.13b)]. The state $|\psi_C(p)\rangle$ cannot therefore be considered a perfect trap when $p \neq 0$, since excitation by the laser can take place after an intermediate transition to $|\psi_C(p)\rangle$. Interpreting p/M as the atomic velocity in the excited state of the family $\mathcal{F}(p)$, we thus see that coherent population trapping in $|\psi_{NC}(p)\rangle$ is velocity selective, since it happens only for $p = 0$.

The motional coupling between $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$ appearing in Eq. (3.14) can also be interpreted by noticing that when $p \neq 0$ the kinetic energies of $|g_-, p - \hbar k\rangle$ and $|g_+, p + \hbar k\rangle$ differ by $2\hbar kp/M$. It appears clearly from Eqs. (3.12) that, in this case ($p \neq 0$), $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$ are not stationary with respect to H_A; consequently H_A induces an oscillation between these two states. It is easy to show that the Rabi frequency of this oscillation is just $2kp/M$, which is also the beat note between the two Doppler-shifted laser frequencies. The visibility of this oscillation is maximum (equal to 1) when the intensities are equal ($|K_+| = |K_-|$).

Remarks

(i) The various couplings between $|\psi_C(p)\rangle$, $|\psi_{NC}(p)\rangle$, and $|e_0, p\rangle$ due to H_A and V are represented in Fig. 2. $|\psi_C(p)\rangle$ and $|\psi_{NC}(p)\rangle$ are coupled by the motional term kp/M; $|\psi_C(p)\rangle$ and $|e_0, p\rangle$ are coupled by the atom–laser interaction $K/\sqrt{2}$ (here we take $K_+ = K_- = K$). Although we have not yet introduced spontaneous emission, we know that $|e_0, p\rangle$ has a natural width Γ. It follows that for a resonant excitation ($\delta_L = 0$), and in the weak-intensity limit ($K \ll \Gamma$), the Rabi coupling $K/\sqrt{2}$ between $|\psi_C(p)\rangle$ and the broad state $|e_0, p\rangle$ gives to the state $|\psi_C(p)\rangle$ a finite width

$$\Gamma' = 2K^2/\Gamma. \tag{3.15}$$

The same argument shows that the motional coupling kp/M between $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and the state $|\psi_C(p)\rangle$ with a width Γ' gives to $|\psi_{NC}(p)\rangle$ a finite width Γ'', which, in the limit $kp/M \ll \Gamma'$, is equal to

$$\Gamma'' = \frac{2(kp/M)^2\Gamma}{K^2}. \tag{3.16}$$

Γ'' is the probability per unit time of an atom's leaving the state $|\psi_{NC}(p)\rangle$. The smaller p, the longer the time an atom

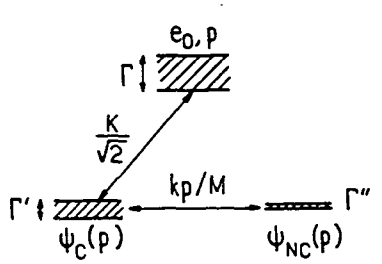


Fig. 2. Couplings and level widths for the three states $|e_0, p\rangle$, $|\psi_C(p)\rangle$, and $|\psi_{NC}(p)\rangle$ of the family $\mathcal{F}(p)$. $|\psi_C(p)\rangle$ is coupled to $|e_0, p\rangle$ by the laser (coupling matrix element $K/\sqrt{2}$). $|\psi_{NC}(p)\rangle$ is coupled to $|\psi_C(p)\rangle$ by the motion (coupling matrix element kp/M). As a result of these couplings, $|\psi_C(p)\rangle$ and $|\psi_{NC}(p)\rangle$ acquire finite widths Γ' and Γ'', respectively (departure rates). Γ is the natural width of $|e_0, p\rangle$.

can be trapped in $|\psi_{NC}(p)\rangle$. Consider an interaction time Θ. Only atoms with p such that $\Gamma''\Theta < 1$, i.e., such that

$$\left(\frac{kp}{M}\right)^2 < \frac{K^2}{2\Theta\Gamma}, \tag{3.17}$$

can remain trapped in the noncoupled state during Θ.

(ii) One can give a classical picture of velocity-selective coherent population trapping for the situation considered here. The electric field [Eq. (3.6)] is linearly polarized at every point, with the direction of polarization changing with z as a helix of pitch λ. On the other hand, for a state $|\psi_{NC}(p)\rangle$ the transition electric-dipole moment between the state $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and the excited state $|e_0, p\rangle$ also makes a helix with the same pitch λ, orthogonal everywhere to the electric field, so that the coupling is zero. For a state $|\psi_C(p)\rangle$ the transition-dipole moment makes a similar helix shifted by $\lambda/4$, and it is parallel everywhere to the electric field, so that the coupling is maximum. Suppose now that an atom is in the state $|\psi_{NC}(p)\rangle$ at a given time; the transition-dipole-moment helix will move along Oz with a velocity p/M, so that the probability of the atom's being in $|\psi_C(p)\rangle$ (i.e., to be excited to $|e_0, p\rangle$) will be modulated at the frequency $2kp/M$. If $p = 0$, the transition electric-dipole-moment helix does not move. It remains orthogonal to the electric-field helix indefinitely, and the atom cannot be excited to $|e_0, p\rangle$: it is thus trapped in $|\psi_{NC}(0)\rangle$.

4. SPONTANEOUS EMISSION

A. Redistribution among Families

In Section 3 we showed that an atom prepared in $|\psi_{NC}(0)\rangle$ cannot leave this state by any process. We now have to explain how atoms can be prepared in such a state. In this respect, spontaneous emission plays a basic role since it allows atoms to jump from one family to another one. In particular, atoms can be optically pumped from a family $\mathcal{F}(p \neq 0)$ into the family $\mathcal{F}(p = 0)$ where they may get trapped in the $|\psi_{NC}(0)\rangle$ state.

Consider an atom in the excited state $|e_0, p\rangle$ of the family $\mathcal{F}(p)$. It can emit by spontaneous emission a fluorescence photon in any direction. Suppose that the fluorescence photon has a linear momentum u along Oz (u can take any value between $-\hbar k$ and $+\hbar k$). Because of the law of momentum conservation, the atomic momentum changes by $-u$, so that, in such a process, the atom makes a transition from $|e_0, p\rangle$ to $|g_+, p - u\rangle$ [Fig. 3(a)] or to $|g_-, p - u\rangle$ [Fig. 3(b)] or to a linear superposition of these two states. Note that the two states $|g_\pm, p - u\rangle$ do not in general belong to the same family as $|e_0, p\rangle$: $|g_+, p - u\rangle$ belongs to $\mathcal{F}(p - u - \hbar k)$ and $|g_-, p - u\rangle$ to $\mathcal{F}(p - u + \hbar k)$ (see Fig. 3). Spontaneous emission can thus redistribute atoms from the family $\mathcal{F}(p)$ to any family $\mathcal{F}(p')$, with

$$p - 2\hbar k \leqslant p' \leqslant p + 2\hbar k. \tag{4.1}$$

This diffusion in the family space provides the mechanism for accumulating atoms in the family $\mathcal{F}(p = 0)$.

B. Corresponding Terms in the Master Equation

The first effect of spontaneous emission is the usual damping of populations and coherences involving the excited state[17]

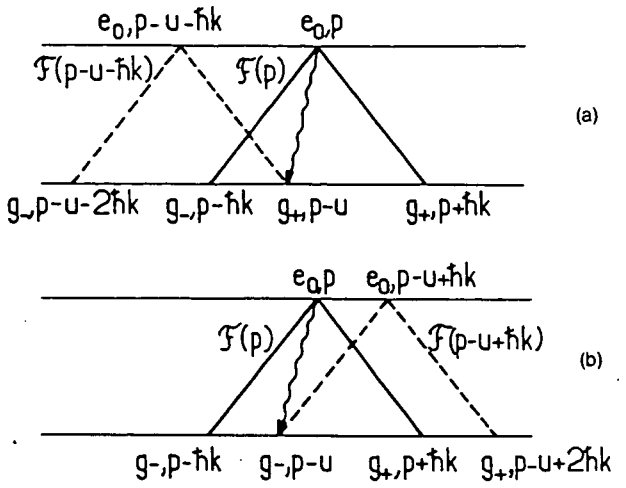


Fig. 3. Redistribution among families by spontaneous emission. Spontaneous emission of a photon with linear momentum u along Oz (wavy lines) can bring an atom from the family $\mathcal{F}(p)$ (solid lines) to the family $\mathcal{F}(p-u-\hbar k)$ [dashed lines in (a)] or to the family $\mathcal{F}(p-u+\hbar k)$ [dashed lines in (b)]. Each state is represented by a point with an abscissa equal to its atomic momentum along Oz and by its internal quantum number e_0 (upper horizontal line) or $g_\pm$ (lower horizontal line). The label of a family is the atomic momentum of its excited state.

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_{ee}(p)\right]_{\mathrm{sp}} = -\Gamma\sigma_{ee}(p), \tag{4.2a}$$

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_{e+}(p)\right]_{\mathrm{sp}} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{e+}(p), \tag{4.2b}$$

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_{e-}(p)\right]_{\mathrm{sp}} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{e-}(p). \tag{4.2c}$$

The corresponding feeding terms in the ground state must take into account the redistribution among families introduced above. Consider, for example, $[\mathrm{d}\sigma_{++}(p)/\mathrm{d}t)_{\mathrm{sp}}$, which gives the rate at which $|g_+, p + \hbar k\rangle$ can be populated by spontaneous emission. Such a state is populated from $|e_0, p + \hbar k + u\rangle$ [see Fig. 3(a)] with a rate $\Gamma_+ H(u)$, where $H(u)$ is the normalized probability

$$\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} \mathrm{d}u H(u) = 1$$

that the emitted photon has a momentum u along Oz and Γ_+ is the deexcitation rate from the excited state e_0 to the state g_+; the oscillator strength of the transition $e_0 \rightarrow g_+$ having been taken into account:

$$\Gamma_+ = \Gamma/2.$$

Summing over u, one gets[17]

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_{++}(p)\right]_{\mathrm{sp}} = \frac{\Gamma}{2}\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} \mathrm{d}u H(u)\sigma_{ee}(p + \hbar k + u). \tag{4.3a}$$

A similar argument [see Fig. 3(b)] gives

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma_{--}(p)\right]_{\mathrm{sp}} = \frac{\Gamma}{2}\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} \mathrm{d}u H(u)\sigma_{ee}(p + u - \hbar k). \tag{4.3b}$$

The kernel $H(u)$ depends on the radiation pattern for the $|e_0\rangle \rightarrow |g_\pm\rangle$ transitions.[18] For instance, in the $|J = 1, m = 0\rangle \rightarrow |J = 1, m = \pm 1\rangle$ transition considered in Ref. 4,

$$H(U) = \frac{3}{8}\frac{1}{\hbar k}\left(1 + \frac{u^2}{\hbar^2 k^2}\right). \tag{4.3c}$$

The possibility of feeding the coherences of the ground state $\sigma_{+-}(p)$ must also be considered. In fact, we are dealing here with Zeeman ground sublevels, and it is well known that such coherences can be fed only by corresponding coherences in the excited state. But here there is only one populated excited state, so we have no feeding term for these ground Zeeman coherences. More precisely, spontaneous emission of a photon $\hbar\mathbf{k}$ in a well-defined direction (and with a well-defined polarization) from the excited state $|e_0, \mathbf{p}\rangle$ will give rise to a well-defined coherence between $|g_+, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}\rangle$ and $|g_-, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}\rangle$. But, if we average over the azimuthal angle ϕ of $\mathbf{k}$, keeping the angle θ between Oz and $\mathbf{k}$ constant, and if we trace over the components of the atomic momentum perpendicular to Oz (which are not observed), we find that the coherence between $|g_+, p - u\rangle$ and $|g_-, p - u\rangle$ (where $p = p_z$ and $u = \hbar k \cos\theta$) vanishes. This is a consequence of the invariance of spontaneous emission in a rotation around Oz.

We must also discuss the question of external coherences, i.e., terms such as

$$\langle g_-, p'|\sigma|g_-, p''\rangle.$$

We can show that because of translational invariance for spontaneous emission in free space, such a term could be fed only by a corresponding coherence in the excited state, i.e., by a term

$$\langle e, p' - u|\sigma|e, p'' - u\rangle.$$

In the problem considered here, we start from an initial distribution of atoms in the ground states $|g_-, p'\rangle$ and $|g_+, p''\rangle$, without any coherence between such terms. The coupling [Eq. (3.9)] cannot create external coherences in the excited state from such an initial state, and we can thus conclude that spontaneous emission will not feed external coherences in the ground state.

We have thus justified the statement of Subsection 3.A according to which the only density-matrix elements relevant to our problem are the elements defined in Eqs. (3.2), i.e., density-matrix elements defined inside a family $\mathcal{F}(p)$. We can also conclude that Eqs. (4.2) and (4.3) describe correctly the effect of spontaneous emission for the problem discussed in this paper.

C. Mechanism for Accumulating Atoms in the Trapping State

As is shown by Eqs. (4.3a) and (4.3b), spontaneous emission provides the mechanism for accumulating atoms in the trapping state: indeed, an atom in the excited state $|e_0, p\rangle$ with $0 \leqslant p \leqslant 2\hbar k$ can decay by spontaneous emission into $|g_+, +\hbar k\rangle$, which increases $\sigma_{++}(p = 0)$ [see Fig. 3(a)]. Similarly, $|g_-, -\hbar k\rangle$ [corresponding to $\sigma_{--}(p = 0)$] may be populated from any excited state $|e_0, p\rangle$ with $-2\hbar k \leqslant p \leqslant 0$.

Note, however, that although each of these ground states belongs to the $\mathcal{F}(p = 0)$ family, an atom in $|g_+, +\hbar k\rangle$ or in $|g_-, -\hbar k\rangle$ is not yet in the trapping state $|\psi_{\mathrm{NC}}(0)\rangle$. This requires a further step, namely, filtering in the state space. Take, for

instance, an atom in $|g_-, -\hbar k\rangle$. It can be considered as being in a linear superposition of $|\psi_{NC}(0)\rangle$ and $|\psi_C(0)\rangle$:

$$|g_-, -\hbar k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\psi_{NC}(0)\rangle + |\psi_C(0)\rangle] \tag{4.4}$$

[see Eqs. (3.12) in which $K_+ = K_-^*$ and $p = 0$]. While $|\psi_{NC}(0)\rangle$ is perfectly stable, $|\psi_C(0)\rangle$ is not, since it may get excited through interaction with the lasers at a rate Γ' [Eq. 3.15]. After a time long compared with Γ'^{-1}, the atom will either be in $|\psi_{NC}(0)\rangle$, where it will remain trapped, or it will be involved in some new fluorescence cycles. This filtering process thus leaves 50% of the atoms in the trapping state $|\psi_{NC}(0)\rangle$, while the other 50% resume a sequence of fluorescence cycles. The physical mechanism involved in this filtering is the Raman interaction that builds up the coherence between $|g_-, -\hbar k\rangle$ and $|g_+, +\hbar k\rangle$ that is characteristic of $|\psi_{NC}(0)\rangle$.

The reason why $|\psi_{CN}(0)\rangle$ cannot be directly populated from $|e_0, p\rangle$ by spontaneous emission is related to the conservation of linear momentum. Just after the spontaneous emission of a photon with momentum u, along Oz, an atom starting from $|e_0, p\rangle$ has its momentum changed from p to $p - u$. On the other hand, $|\psi_{NC}(0)\rangle$ is not an eigenstate of the atomic momentum P_{at}^z. It follows that the spontaneous emission of a photon with momentum u along Oz cannot connect $|e_0, p\rangle$ to both states $|g_+, +\hbar k\rangle$ and $|g_-, -\hbar k\rangle$.

One may wonder how to deal with linear-momentum conservation during the second step, i.e., during the filtering process. In fact, the laser fields have been considered here as external classical fields, and there is no isolated system in which one can look for momentum conservation. We could indeed generalize our treatment by quantizing the laser fields. In such a treatment, one finds that the three states of a given family have the same total linear momentum (sum of the atomic and laser field linear momentum) equal to the label p of the family, modulo $\hbar k$. The filtering process, leading from $|g_-, -\hbar k\rangle$ with the laser field in a certain quantum state to $|\psi_{NC}(0)\rangle$ with the laser field in a different state, conserves the total linear momentum.

5. EVOLUTION OF THE ATOMIC MOMENTUM DISTRIBUTION

A. Initial State

For the initial atomic state, we take a statistical mixture of the two ground states g_+ and g_- with the same momentum distribution along Oz:

$$\mathcal{P}_+^0(p_{at}^z) = \mathcal{P}_-^0(p_{at}^z). \tag{5.1}$$

The initial density matrix elements are thus equal to zero, except for σ_{++} and σ_{--}:

$$\begin{aligned}\sigma_{++}(p) &= \mathcal{P}_+^0(p + \hbar k),\\ \sigma_{--}(p) &= \mathcal{P}_-^0(p - \hbar k),\\ \sigma_{ee}(p) &= 0,\\ \sigma_{+-}(p) &= \sigma_{e+}(p) = \sigma_{e-}(p) = 0.\end{aligned} \tag{5.2}$$

The assumption that there are no coherences and that the momentum distributions are the same in the two ground-state sublevels is quite natural for atoms in an atomic beam emerging from a nozzle. However, in the real experiment[4] there is also an initial population in the $m = 0$ ground sublevel that will be optically pumped into g_+ and g_-; in some circumstances (laser detuning different from 0) the resulting distributions may be dissymmetric, and condition (5.1) may not be fulfilled in some experiments. However, we keep such a condition in the subsequent calculation since it allows us to extract simply the most important features of the new cooling process.

B. Master Equation: Generalized Optical Bloch Equations

Adding the terms found in Section 3 and Subsection 4.B, we get the equations governing the evolution of the density-matrix elements:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{Ham} + \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{sp}, \tag{5.3}$$

where the first term [Eqs. (3.11)] is the Hamiltonian evolution corresponding to free evolution and atom–laser coupling. The second term [Eqs. (4.2) and (4.3)] corresponds to spontaneous emission.

In spite of the fact that internal and external degrees of freedom are treated completely quantum mechanically, this set of equation is remarkably simple, and it is well adapted for a numerical step-by-step time integration. Note in particular that the finite momentum exchange $\hbar k$ (recoil) is accounted for in all atom–field interactions, although it does not appear explicitly in the atom–laser interaction because of the concise notations [Eqs.(3.2)].

C. Final Atomic Distribution

We are interested in the atomic linear-momentum distribution along Oz at the end of the interaction with the lasers, whatever the internal state of the atoms may be. This distribution is[19]

$$\mathcal{P}(p_{at}^z) = \sigma_{++}(p_{at}^z - \hbar k) + \sigma_{--}(p_{at}^z + \hbar k) + \sigma_{ee}(p_{at}^z). \tag{5.4}$$

We can predict the shape of this distribution by using the results of Sections 3 and 4. Velocity-selective coherent population trapping consists in accumulating atoms around the trapping state:

$$|\psi_{NC}(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|g_-, -\hbar k\rangle - |g_+, +\hbar k\rangle] \tag{5.5}$$

[see Eq. (3.12a) with $K_+ = K_-$ and $p = 0$].

First consider atoms trapped in $|\psi_{NC}(0)\rangle$. This state is not an eigenstate of the linear-momentum operator, and a linear-momentum measurement will yield either $p_{at}^z = +\hbar k$ or $p_{at}^z = -\hbar k$ with equal probability (case $|K_+| = |K_-|$). The corresponding atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ is a double Dirac peak at $\pm\hbar k$ [solid vertical lines of Fig. 4(a)]. For such atoms, the distribution of the population of the noncoupled states $\langle\psi_{NC}(p)|\sigma|\psi_{NC}(p)\rangle$ is a single Dirac peak at $p = 0$ [solid vertical line of Fig. 4(b).

Now consider atoms in $|\psi_{NC}(p)\rangle$ with p close to 0. Their atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ is a shifted double Dirac peak at $p_{at}^z = p \pm \hbar k$ [dashed vertical lines of Fig. 4(a)]. The corresponding distribution of $|\psi_{NC}(p)\rangle$ exhibits a single Dirac peak with the same shift [dashed vertical line of Fig. 4(b)].

We can then predict the atomic-momentum distribution

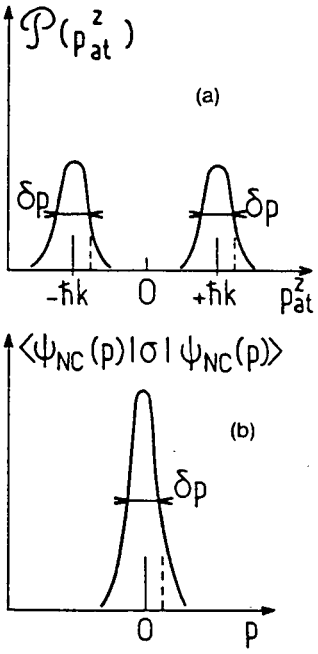


Fig. 4. Expected shape (a) of the atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ and (b) of the population in the noncoupled state $\langle\psi_{NC}(p)|\sigma|\psi_{NC}(p)\rangle$. The vertical solid lines indicate the positions of the Dirac functions representing the contribution of the atoms in $|\psi_{NC}(0)\rangle$. The dashed vertical lines indicate the positions of the Dirac functions representing the contribution of atoms in $|\psi_{NC}(p)\rangle$. For atoms accumulated in noncoupled states $|\psi_{NC}(p)\rangle$ with p in a narrow range δp around $p = 0$ (b), the expected atomic-momentum distribution consists of twin peaks centered at $\pm\hbar k$, with the same shape and the same width δp (a).

after an interaction time θ. As a consequence of inequality (3.17), atoms are accumulated in states $|\psi_{NC}(p)\rangle$ with p in a narrow band around $p = 0$ with a width δp of the order of

$$\delta p \simeq \frac{M}{k\sqrt{\Gamma}}\frac{K}{\sqrt{\theta}}. \tag{5.6}$$

The corresponding atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ will thus exhibit two peaks of width δp around $p_{at}^z = \pm\hbar k$ [Fig. 4(a)]. Finally, these two peaks will emerge over a broad background corresponding to atoms in the states $|\psi_C(p)\rangle$.

6. NUMERICAL ANALYSIS AND DISCUSSION OF THE RESULTS

We have obtained numerical solutions of the generalized optical Bloch equations with internal and external degrees of freedom [Eq. (5.3)], making use of the convenient p family basis introduced above. We have used the parameters corresponding to the experiment[4] on the transition $2\,^3S_1$–$2\,^3P_1$ at $\lambda = 1.083\ \mu$m of ^{4}He atoms ($\Gamma/2\pi = 1.6$ MHz).

A. Numerical Procedure

The time evolution of the density-matrix elements is obtained by incrementation starting from the initial condition of Eq. (5.1). The time increment is typically 0.05 Γ^{-1}, small enough to have no artificial instabilities introduced by the incrementation.

The p variable is discretized in intervals $\epsilon = \hbar k/30$, between $-p_{max}$ and $+p_{max}$ (typically $p_{max} = 30\ \hbar k$). These values have been chosen in order to fulfill the following requirements: First, ϵ must be small compared with the narrowest structure appearing in the p dependence of the solution of Eq. (5.3). Second, p_{max} must be large enough that the interesting part of the solution (near $p = 0$) is not affected by the truncation of the p range. We have chosen $p_{max} = 30\hbar k$ so that, for the largest value of θ considered here ($\theta = 1000\Gamma^{-1}$), the effect of momentum diffusion from p values larger than p_{max} to $p = 0$ is negligible.

B. Time Evolution of the Momentum Distribution

Figure 5 represents the final atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ for four different interaction times ($\theta\Gamma = 50, 150, 400, 1000$). We have taken a zero detuning ($\delta_L = \omega_L - \omega_0 = 0$), a Rabi frequency $K = |K_+| = |K_-| = 0.3\Gamma$, and a Gaussian initial distribution with a standard half-width at exp(−1/2): $\Delta p_0 = 3\hbar k$. For θ large enough, $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ exhibits two resolved peaks emerging at $\pm\hbar k$ above the initial distribution. This is the signature of the new cooling scheme. It is remarkable that, for $\theta = 150\ \Gamma^{-1}$, the cooling effect already appears. When the interaction time increases, the two peaks become narrower and higher.

Figure 6 shows on a larger momentum interval the shape of the right wing of $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ (the curve is symmetrical) at the initial and final times. Besides the cooling effect, one sees that a fraction of atoms has diffused toward higher momentum values, which is in agreement with the physical picture of a diffusion in momentum space produced by spontaneous emission.

In order to visualize the accumulation of atoms in $|\psi_{NC}(p)\rangle$ with p close to 0, we have also calculated the populations $\langle\psi_{NC}(p)|\sigma|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $\langle\psi_C(p)|\sigma|\psi_C(p)\rangle$. Figure 7 shows the

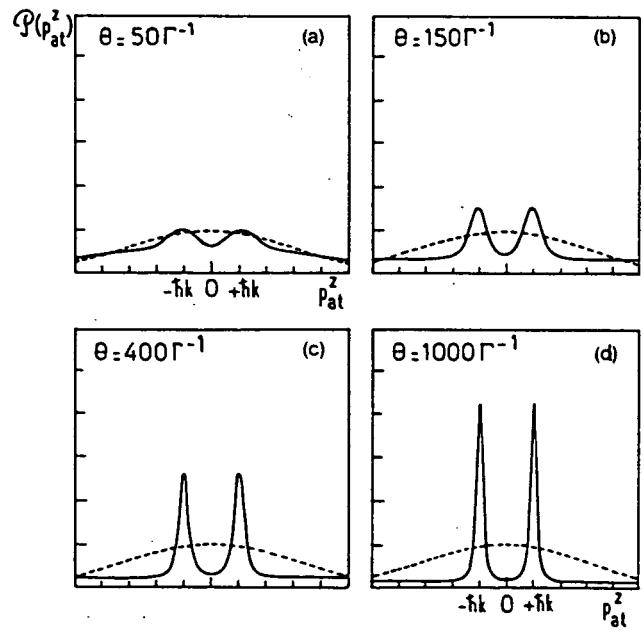


Fig. 5. Time evolution of the atomic-momentum distribution $\mathcal{P}(p_{at}^z)$. The dashed curves with half-width $\Delta p_0 = 3\hbar k$ show the initial distribution. As the interaction time θ increases, the height of the double peak at $\pm\hbar k$ (characterizing the new cooling process) increases, and its width decreases. Conditions for these figures: laser detuning $\delta_L = 0$; Rabi frequencies of the atom laser coupling $|K_+| = |K_-| = 0.3\Gamma$.

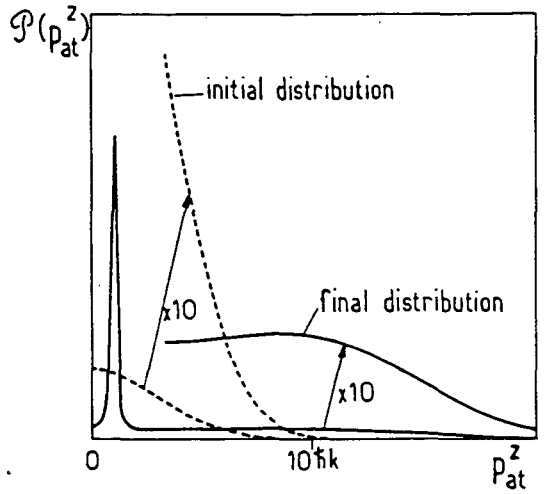


Fig. 6. Half of Fig. 5(d) with a different scale showing the diffusion of a fraction of the atoms toward large values of the momentum.

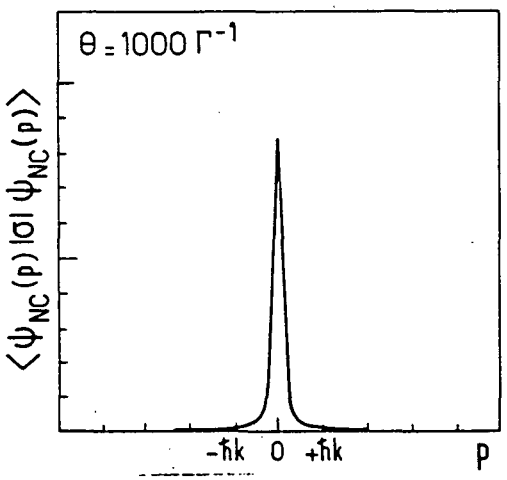


Fig. 7. Atomic population in the noncoupled states $|\psi_{NC}(p)\rangle$ in the same situation as for Fig. 5(d). The peak height is twice as large, and the width is the same as in one peak of Fig. 5(d). At this scale, the population in $|\psi_C(p)\rangle$ would not be visible.

resulting distribution of $\langle\psi_{NC}(p)|\sigma|\psi_{NC}(p)\rangle$ for the same parameters as in Fig. 5(d) [at this scale, $\langle\psi_C(p)|\sigma|\psi_C(p)\rangle$ is so small that it would not be visible]. The sharp peak near $p = 0$ appearing in the $|\psi_{NC}(p)\rangle$ population is clearly related to the double peak with the same width in the atomic-momentum distribution. The big difference between $\langle\psi_{NC}(p)|\sigma|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $\langle\psi_C(p)|\sigma|\psi_C(p)\rangle$ near $p = 0$ shows that the coherence between $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$ is very small. In such a situation, the atomic distribution in the peaks can be considered a statistical mixture of $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$. We have checked that, outside the peak of Fig. 7, of the populations $\rangle$ and $|\psi_C(p)\psi_{NC}(p)\rangle$ are almost equal.

C. Peak Width, Temperature

In order to characterize the cooling process, we define a temperature in terms of the width of a momentum distribution. According to the discussions above, the cooled atoms are in states $|\psi_{NC}(p)\rangle$ with a distribution of p values shown in Fig. 7. We use the width of this distribution, which is also the width of each of the two peaks of Fig. 5(d), to define a temperature. Since we do not address the question of a Gaussian shape for this distribution, we will not give a precise value for the temperature. We can nevertheless note that the peak half-width may become much smaller than the one-photon recoil, corresponding to a temperature below the recoil energy.

We have plotted the half-width Δp [taken arbitrarily at $\exp(-1/2)$ after subtraction of the broad background] as a function of the interaction time θ [Fig. 8(a)] and of the Rabi frequency K [Fig. 8(b)]. The results obtained are in good agreement with a simple model based on relation (5.6), which predicts a width varying as $K\theta^{-1/2}$.

Remark

To characterize the temperature, one could also calculate the mean kinetic energy of the momentum distribution. We do not think that such a quantity would be appropriate for defining a temperature since, even if all atoms were in the pure state $|\psi_{NC}(0)\rangle$, their kinetic energy would be nonzero and equal to the recoil energy E_R, although this situation obviously corresponds to a zero temperature.

D. Unbalanced Laser Beams

Figure 9 shows the atomic-momentum distribution for unequal Rabi frequencies ($K_+ = 1.5K_-$). The peak height difference is easily interpreted: when $K_+ \neq K_-$, the coefficients of the expansion of the trapping state $|\psi_{NC}(0)\rangle$ on $|g_+, +\hbar k\rangle$ and $|g-, -\hbar k\rangle$ [Eq. (3.12a))] have different moduli.

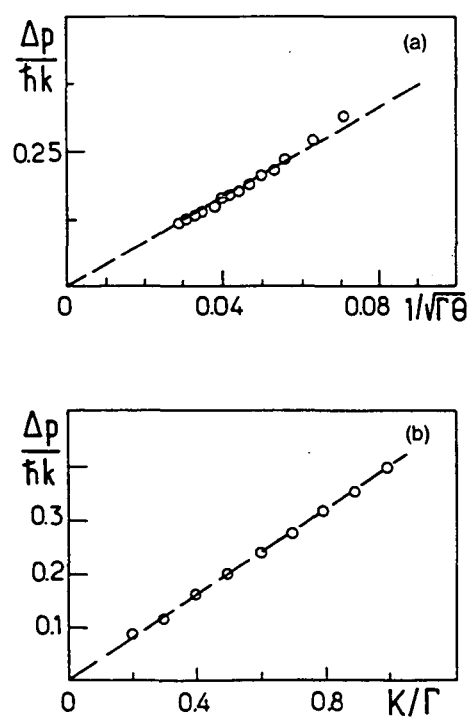


Fig. 8. Half-width of the peaks (initial half-width $\Delta p_0 = 3\hbar k$, laser detuning $\delta_L = 0$): (a) Δp for various interaction times θ for a Rabi frequency $K = 0.3\Gamma$; (b) Δp as a function of the Rabi frequency $K = K_+ = K_-$ for an interaction time $\theta = 1000\Gamma^{-1}$. These results show that Δp in proportional to $\theta^{-1/2}$ and to K (dashed lines) and thus confirm relation (5.6) for θ large enough that the two peaks are well separated.

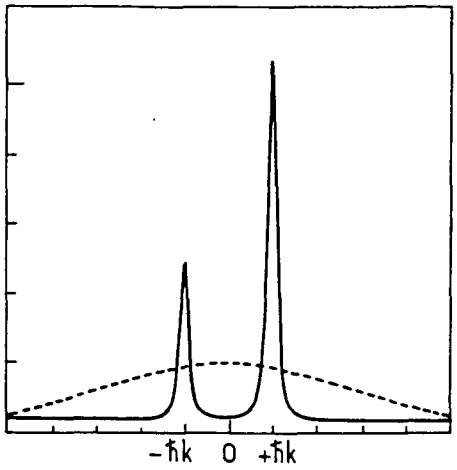


Fig. 9. Atomic-momentum distribution for unbalanced laser beams. Same conditions as for Fig. 5(d) except for the Rabi frequencies: $K_+ = 0.3\Gamma$; $K_- = 0.2\Gamma$.

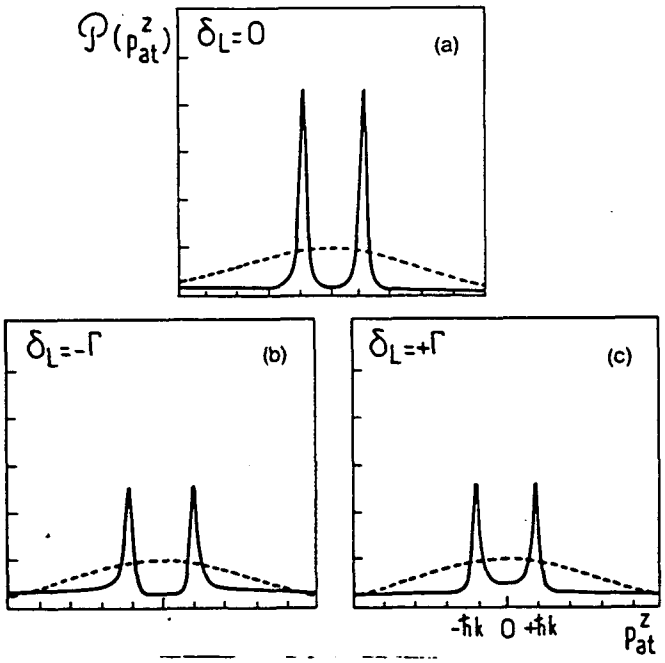


Fig. 10. Atomic-momentum distribution for various detunings. Same conditions as for Fig. 5(d) except for the detunings δ_L $\pm\Gamma$ (a), corresponding to $\delta_L = 0$, is the same as Fig. 5(d)]. Cooling is efficient for any sign of the detuning.

One predicts that for atoms trapped in $|\psi_{NC}(0)\rangle$ the probability for a momentum $+\hbar k$ is $|K_+/K_-|^2$ times greater than the probability for $-\hbar k$. This is in good agreement with the ratio of the two peaks of Fig. 9, which is found equal to 2.25 (theoretical value, 9/4).

E. Dependence on Laser Detuning

Figure 10 shows the atomic distribution at a given interaction time $\theta = 1000\Gamma^{-1}$ for three different laser detunings ($\delta_L = 0$, $\delta_L = \pm\Gamma$) and for the same laser intensities ($K_+ = K_- = K$). Note first that the new cooling mechanism is efficient for the three values of the detuning and particularly that it does not depend strongly on the sign of δ_L. This has to be contrasted with other schemes such as Doppler cooling, stimulated molasses, and polarization gradient cooling, which have a dispersionlike behavior.

The variation with δ_L of the height and width of the peaks can be interpreted by an extension of the perturbative calculation of Remark (i), Subsection 3.C, to a nonzero detuning. In this case, the width Γ' of $|\psi_C(p)\rangle$ is changed [from Eq. (3.15)] to

$$\Gamma' = (K^2/2)\frac{\Gamma}{\delta_L^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \tag{6.1}$$

In addition, $|\psi_C(p)\rangle$ undergoes a light shift[20]

$$\delta' = (K^2/2)\frac{\delta_L}{\delta_L^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \tag{6.2}$$

With these modifications taken into account, the motional coupling kp/M between $|\psi_{NC}(p)\rangle$ and $|\psi_C(p)\rangle$ now gives to $|\psi_{NC}(p)\rangle$ a width Γ'':

$$\Gamma'' = (kp/M)^2\frac{\Gamma'}{\delta'^2 + \frac{\Gamma'^2}{4}}. \tag{6.3}$$

Inserting Eqs. (6.1) and (6.2) into Eq. (6.3), we find that

$$\Gamma'' = (kp/M)^2\frac{\Gamma}{K^2/2}, \tag{6.4}$$

which coincides with Eq. (3.16), showing that Γ'' does not depend on the detuning δ_L. This explains why the peak width, which is determined by Γ'' [Remark (i) of Subsection 3.C], keeps the same value for the three curves of Fig. 10. On the other hand, Eq. (6.1) shows that Γ' decreases when the detuning increases: the absorption rate for atoms in $|\psi_C(p)\rangle$ is then weaker, yielding a lower optical pumping rate into $|\psi_{NC}(0)\rangle$. This explains the smaller peak heights in Figs. 10(b) and 10(c).

Note finally that there are small differences between the curves corresponding to $\delta_L = +\Gamma$ and $\delta_L = -\Gamma$. These differences have not yet been interpreted.

F. Efficiency of the Cooling Process

The cooling process is characterized not only by its ability to yield atoms in a narrow p range but also by the accumulation of atoms in this range, leading to a final density (in p space) larger than the initial one. The density at the center of the cooled distribution (near $p = 0$) is measured by the peak height.

We first considered the case of narrow initial distributions centered on $p = 0$. Figure 11(a) shows the evolution of the peak height as a function of the interaction time for an initial width of the momentum distribution $\Delta p_0 = \hbar k$. We have checked that, for the same total number of atoms, the evolution is almost independent of the width of the initial distribution, provided that this width is smaller than $2\hbar k$. An immediate interpretation is that each fluorescence cycle produces a redistribution in p space over an interval $2\hbar k$. After a few fluorescence cycles, there is no memory of structures narrower than $2\hbar k$. In agreement with the interpretation of this new cooling scheme, the peak height increases

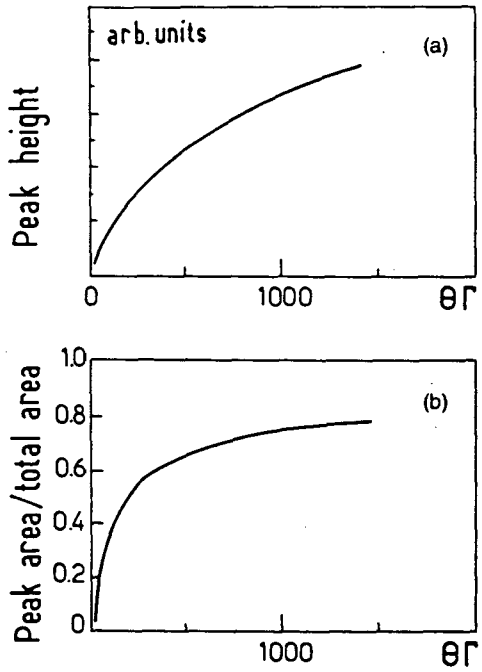


Fig. 11. Accumulation of atoms in the peaks as a function of time. The height of the peak (a) is a measure of the maximum atomic density in the p space. (b) Shows the fraction of atoms in the peaks. Conditions are the same as for Fig. 5 except for the initial distribution ($\Delta p_0 = \hbar k$).

with time. The decrease of the slope can be related to a depletion of the background of untrapped atoms that constitute a reservoir for the accumulation process. It is also interesting to study the evolution of the total number of atoms in the peaks, since this results from opposite variations of height (which increases) and of the width (which decreases). Figure 11(b) shows that a large fractions of the atoms can be trapped in the peaks of cooled atoms.

We also investigated the case of broad initial distribution ($\Delta p_0 > 3\hbar k$). For small interaction times θ, the evolution of the peak height versus θ is linear and depends only on the initial atomic density at $p = 0$. But a decrease of the slope appears at an interaction time that is longer when the initial distribution is broader. As a consequence, the peak height (normalized by the initial density at $p = 0$) is larger for broader initial distribution when θ is long enough. For example, for $\Delta p_0 = 10\,\hbar k$ and $\theta = 1000\Gamma^{-1}$ the normalized peak height is 1.7 times larger than the one of Fig. 5(d) (corresponding to $\Delta p_0 = 3\hbar k, \theta = 1000\Gamma^{-1}$). This behavior can be interpreted by considering the diffusion of atoms in momentum space, from the edges of the initial distribution to $p = 0$, where they can be trapped. Note finally that for Δp_0 large enough (and for $\delta_L = 0$) the Doppler detuning can decrease the diffusion rate at the edges of the momentum distribution, which introduces a natural cutoff that is independent of Δp_0.

This discussion clearly raises the question of the asymptotic behavior at long interaction times. One can hardly rely on a numerical calculations to answer this question. Note that a double Dirac peak (corresponding to $|\psi_{NC}(0)\rangle\rangle$) is a steady-state solution of Eq. (5.3), but we do not know whether such a solution can be reached by starting from realistic initial conditions. This question is still unresolved.

In order to increase the fraction of cooled atoms, we have considered schemes in which atoms with large p would be reflected toward $p = 0$ by interaction with another laser beam. With such walls in p space, it is clear that the accumulation process into $|\psi_{NC}(0)\rangle$ will continue indefinitely.

7. GENERALIZATION TO TWO DIMENSIONS

So far we have dealt only with one-dimensional cooling. Now we explain how velocity-selective coherent population trapping can be extended to two dimensions. We consider the same atomic transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$ as the one used in the experimental demonstration of one-dimensional cooling.[4] Figure 12(a) represents the various Zeeman sublevels in the ground state and in the excited state and the Clebsch–Gordan coefficients of the various transitions $g_m \leftrightarrow e_{m'}$ (m, $m' = -1, 0, +1$). The laser configuration consists of three laser beams [Fig. 12(b)] with the same frequency and the same amplitude. As above, there are two counterpropagating beams along Oz, one σ_+ polarized with a wave vector $k\hat{e}_z$ one σ_- polarized with a wave vector $-k\hat{e}_z$ (k is the wave number; $\hat{e}_z$ is a unit vector along Oz). In addition, there is a third laser beam along Ox (wave vector $k\hat{e}_x$), linearly polarized along Oz (π polarization). Each of these beams excites only one type of transition: $g_m \leftrightarrow e_{m+1}$ for the σ_+ beam, $g_m \leftrightarrow e_{m-1}$ for the σ_- beam, and $g_m \leftrightarrow e_m$ for the π beam.

Consider the state

$$|\psi_{NC}(\mathbf{p})\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|g_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z\rangle + |g_0, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_x\rangle + |g_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z\rangle\right), \quad (7.1)$$

which is a linear superposition of three states differing not

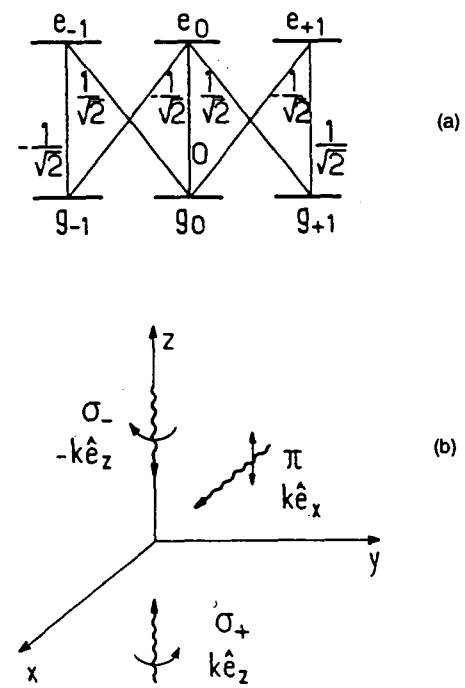


Fig. 12. Configuration for two-dimensional velocity-selective coherent population trapping. (a) The $J = 1 \leftrightarrow J = 1$ atomic transition with the corresponding Clebsch–Gordan coefficients. (b) The three laser wave vectors and polarizations for which the state defined in Eq. (7.1) is trapping and velocity selective along Ox and Oz.

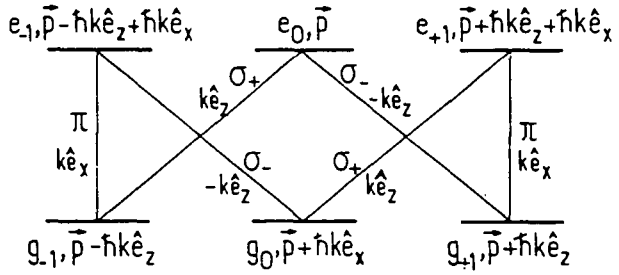


Fig. 13. Closed family of states coupled by interaction with the lasers of Fig. 12(b). Each state is characterized by its internal and external quantum numbers.

only in their internal quantum numbers but also in their momenta. We are going to show that such a state cannot be coupled to any excited state in the same way as the $|\psi_{NC}(p)\rangle$ states introduced in Subsection 3.C. For that purpose we first determine to what excited states each component of Eq. (7.1) is coupled (Fig. 13). Because of the conservation of angular and linear momentum, an atom in $|g_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z\rangle$ is coupled only to $|e_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle$ by absorption of a $(\pi, k\hat{e}_x)$ photon and to $|e_0, \mathbf{p}\rangle$ by absorption of a $(\sigma_+, k\hat{e}_z)$ photon. In the same way, $|g_0, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_x\rangle$ is coupled only to $|e_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle$ (respectively, $|e_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle$) by absorption of a $(\sigma_-, -k\hat{e}_z)$ [respectively, $(\sigma_+, k\hat{e}_z)$] photon, and $|g_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z\rangle$ is coupled only to $|e_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle$ (respectively, $|e_0, \mathbf{p}\rangle$) by absorption of a $(\pi, k\hat{e}_x)$ [respectively, $(\sigma_-, -k\hat{e}_z)$] photon. As in Section 3, we thus find a family of six states (instead of three) $\{|g_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z\rangle, |g_0, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_x\rangle, |g_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z\rangle, |e_{-1}, \mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle, |e_0, \mathbf{p}\rangle, |e_{+1}, \mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z + \hbar k\hat{e}_x\rangle\}$ that remains closed with respect to absorption and stimulated-emission processes. The important point is that all transition amplitudes starting from Eq. (7.1) and ending in any of the three excited states of the family interfere destructively. This is because each of the three excited states of Fig. 13 is coupled only to two ground states (because of the zero value of the Clebsch–Gordan coefficient for $e_0 \leftrightarrow g_0$) by two transitions having opposite Clebsch–Gordan coefficients [Fig. 12(a)]. Since the state [Eq. (7.1)] is completely symmetric, the six excitation amplitudes from such a state interfere destructively two by two.

Consequently, an atom in Eq. (7.1) cannot leave this state by interaction with the lasers. Since it contains only ground states, it cannot decay by spontaneous emission. It remains to see under what condition it is stationary with respect to the free evolution Hamiltonian H_A. We must write that the kinetic energies of the three components of Eq. (7.1) are the same (as above, we suppose that there is no static magnetic field), which gives

$$(\mathbf{p} - \hbar k\hat{e}_z)^2 = (\mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_x)^2 = (\mathbf{p} + \hbar k\hat{e}_z)^2. \tag{7.2}$$

We conclude that $|\psi_{NC}(\mathbf{p})\rangle$ is a perfect trap only if

$$\mathbf{p} \cdot \hat{e}_z = \mathbf{p} \cdot \hat{e}_x = 0. \tag{7.3}$$

This shows that optical pumping into the states [Eq. (7.1)] satisfying Eq. (7.3) could provide a two-dimensional cooling for the components of $\mathbf{p}$ perpendicular to $\hat{e}_y$.

Experimentally, one could send an atomic beam along Oy in the laser configuration of Fig. 12(b). Accumulation of atoms by optical pumping into the trapping states Eq. (7.1) satisfying Eq. (7.3) could be revealed by measuring P^x_{at} and P^z_{at} after the interaction zone. From Eqs. (7.1) and (7.3) we then predict that the surface giving the atomic-momentum distribution in the (p_x, p_z) plane should exhibit three narrow peaks, at

$$\begin{cases} p^x_{at} = 0 \\ p^z_{at} = +\hbar k \end{cases}, \quad \begin{cases} p^x_{at} = 0 \\ p^z_{at} = -\hbar k \end{cases}, \quad \begin{cases} p^x_{at} = +\hbar k \\ p^z_{at} = 0 \end{cases}. \tag{7.4}$$

Remark

Note that in such an experiment there must be no force acting along the velocity-selective directions Ox and Oz. In order to avoid the effect of gravity, we should thus align the atomic beam vertically.

In this section we have demonstrated that there is a perfect trapping state that is velocity selective in two dimensions. However, in order to evaluate the efficiency of the cooling process, one should also solve the generalized optical Bloch equations corresponding to this situation. This would allow one to evaluate how long it would take for momentum diffusion in two dimensions to accumulate many atoms into the trapping state.

It is tempting to try a further generalization to three dimensions. We have found no scheme that allows accumulation of many atoms into a noncoupled state that is velocity selective in three dimensions. We have found such states for more-complicated level schemes. Unfortunately, in the situations that we have investigated, there is always another trapping state that is velocity selective in a smaller number of dimensions (two or one). The atoms are then rapidly trapped into this less-selective noncoupled state, where they are no longer available for the three-dimensional trapping.

8. CONCLUSION

We have presented a full quantum theoretical treatment of a new one-dimensional laser-cooling scheme permitting transverse temperatures below the one-photon recoil energy to be reached by velocity-selective coherent population trapping. Unlike semiclassical approaches, this treatment can be applied to situations in which the atomic coherence length is comparable with or larger than the laser wavelength. It is based on the use of families that contain a finite number of states defined by translational and internal quantum numbers and that remain closed with respect to absorption and stimulated emission. Redistributions among these families occur through spontaneous emission. We have established generalized optical Bloch equations for the density-matrix elements corresponding to these families, and we have presented numerical solutions of these equations.

This theoretical study has allowed us to exhibit the essential features of the new cooling process and to support the underlying physical ideas. The main differences from other cooling methods are the following:

(i) The cooling exists for both signs of the detuning and for zero detuning;

(ii) The width of the final momentum distribution, which characterizes the temperature, decreases as $\theta^{-1/2}$, where θ is the interaction time. There is no fundamental

limit to the lowest temperature achievable by this method; in particular, the one-photon recoil is not a limit;

(iii) The basic cooling mechanism relies not on a friction force but on a diffusion process in momentum space, which pumps atoms into nonabsorbing states corresponding to a small region of the momentum space;

(iv) Since the cooled atoms no longer interact with the laser field they suffer no perturbation either on the external degrees of freedom (no diffusion) or on the internal degrees of freedom (no light shifts).

We presented in Section 7 a possible extension of this new cooling scheme to two dimensions. The method of families used in this paper could easily be applied to such a situation. It would also be interesting to add a supplementary interaction for reflecting toward $p = 0$ atoms that have diffused at large p values; such walls should improve the cooling efficiency at long interaction times.

The fundamental property on which the new cooling process is based is the quantum coherence between $|g_-, p - \hbar k\rangle$ and $|g_+, p + \hbar k\rangle$. A remarkable feature associated with this coherence is the total coherence between states of different linear momentum $p - \hbar k$ and $p + \hbar k$. Since p is distributed in a narrow interval around 0, such coherence gives rise to two coherent wave packets propagating along different directions. Another interesting feature is the complete correlation between the internal state and the direction of propagation, as in a Stern–Gerlach experiment. The calculations presented in this paper permit a quantitative treatment of all these coherence effects by use of the nondiagonal terms $\sigma_{+-}(p)$ of the density matrix. These results could be useful in the analysis of atomic interferences based on this scheme.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge many fruitful discussions with Jean Dalibard and Christophe Salomon. We thank F. Papoff for help with the numerical calculations. This research has been partly supported by the European Economic Community.

* Permanent address, Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, I—56100 Pisa, Italy.

REFERENCES AND NOTES

1. P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988).
2. J. Dalibard, C. Salomon, A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, in *Atomic Physics 11*, proceedings of the Eleventh International Conference on Atomic Physics, S. Haroche, J. C. Gay, and G. Grynberg, eds. (World Scientific, Singapore, 1989).
3. Y. Shevy, D. S. Weiss, and S. Chu, in *Proceedings of the Conference on Spin Polarized Quantum Systems*, S. Stringari, ed. (World Scientific, Singapore, 1989); see also Y. Shevy, D. S. Weiss, P. J. Ungar, and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **62**, 1118 (1989).
4. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).
5. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, (1989).
6. Y. Castin, H. Wallis, and J. Dalibard, J. Opt. Soc. Am. B **6**, (1989).
7. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B 18, 1661 (1985), and references therein.
8. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento **36B**, 5 (1976).
9. E. Arimondo and G. Orriols, Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976); H. R. Gray, R. W. Whitley, and C. R. Stroud, Opt. Lett. **3**, 218 (1978).
10. P. M. Radmore and P. L. Knight, J. Phys. B **15**, 561 (1982).
11. J. Dalibard, S. Reynaud, and C. Cohen-Tannoudji, in *Interaction of Radiation with Matter*, a volume in honour of Adriano Gozzini (Scuola Normale Superiore, Pisa, Italy, 1987), pp. 29–48.
12. V. G. Minogin and Yu. V. Rozhdestvenskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **88**, 1950 (1985) [Sov. Phys. JETP **61**, 1156 (1985)]. The theoretical treatment of these authors is valid only for atomic momenta p larger than the photon momentum $\hbar k$ since their Fokker–Planck equation is based on an expansion in powers of $\hbar k/p$.
13. Other proposals for getting temperatures below the recoil limit have been presented. It has been suggested that optical pumping in translation space might be used to cool the translational degrees of freedom by velocity-selective recycling in a trap. See D. E. Pritchard, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis, and A. G. Martin, in *Laser Spectroscopy VIII*, S. Svanberg and W. Persson, eds. (Springer-Verlag, Heidelberg, 1987), p. 68.
14. Closed families exist only when the two counterpropagating waves have polarizations such that they cannot both excite the same atomic transition $|g, m\rangle \leftrightarrow |e, m'\rangle$. This is always the case for a $\sigma_+ - \sigma_-$ configuration because of angular-momentum conservation. In the particular cases of $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 0$ and $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$ transitions, closed families also exist when the two counterpropagating waves have orthogonal linear polarizations. This is easily seen by use of new bases of sublevels for g and e, such as $\{|g, m = 0\rangle, [|g, m = -1\rangle \pm |g, m = 1\rangle]/\sqrt{2}\}$. Using these new bases, we find that the two waves cannot excite the same transition. This explains why cooling by velocity-selective coherent population trapping has been also observed on the $2\,^3S_1$–$2\,^3P_1$ transition of ^{4}He with the orthogonal linear configuration.[4]
15. Ch. J. Bordé, in *Advances in Laser Spectroscopy*, F. T. Arrechi, F. Strumia, and H. Walther, eds. (Plenum, New York, 1983); S. Stenholm, Appl. Phys. **16**, 159 (1978).
16. R. J. Cook, Phys. Rev. A **22**, 1078 (1980).
17. C. Cohen-Tannoudji, in *Frontiers in Laser Spectroscopy*, R. Balian, S. Haroche, and S. Liberman, eds. (North-Holland, Amsterdam, 1977), p. 1. For an extension of these equations including translational quantum numbers, see S. Stenholm, Appl. Phys. **15**, 287 (1978).
18. In fact, the exact shape of $H(u)$ is not important, provided that it has the correct width $2\hbar k$ and it is normalized. We have checked that a constant value over $2\hbar k$ [$H(u) = 1/2\hbar k$ for $-\hbar k \leq u \leq \hbar k$] yields almost identical results after only a few fluorescence cycles. We have thus taken the constant form for $H(u)$, simpler for the calculations, for all the interaction times longer than $10\Gamma^{-1}$.
19. In an experiment like ours,[4] the atoms are allowed to fly a long distance without any interaction until they are detected. Excited atoms will then decay to one of the ground states, and the recoil of the corresponding photon has to be taken into account. The last term of Eq. (5.4) must then be convoluted by the kernel $H(u)$ introduced in Section 4. Note that this amounts to a convolution of $\sigma_{ee}(p)$ by a function with width $2\hbar k$. In the case of a high light intensity (for which our calculation is still valid), $\sigma_{ee}(p)$ assumes values comparable with those of $\sigma_{++}(p)$ or $\sigma_{--}(p)$, and this convolution will produce a widening of the narrow structures of $\sigma_{ee}(p)$. In the case of a weak intensity, this correction is negligible.
20. These results are readily obtained by following the method presented in C. Cohen-Tannoudji, Metrologia **13**, 161 (1977).

2) Etudes supplémentaires

a) Largeur des pics - refroidissement

Nous abordons dans cette partie un point différent. Il s'agit maintenant de savoir comment caractériser le refroidissement obtenu par notre mécanisme. On peut en particulier se poser la question de la validité de la notion de température.

Dans le domaine de refroidissement d'atomes par laser, on considère en général un ensemble d'atomes très dilué de sorte que les collisions entre différents atomes sont négligeables. Le seul processus de thermalisation de ces atomes est alors l'interaction avec le champ électromagnétique qui peut être considéré comme un réservoir, constitué par le mode des photons laser et les modes vides du rayonnement. Ce réservoir bien que dans un état stationnaire n'est manifestement pas en équilibre thermodynamique (il n'y a en particulier par de thermalisation entre les photons du mode laser et les autres modes du rayonnement). La distribution des vitesses des atomes, qui va par interaction avec le laser atteindre un état stationnaire, n'obéira pas nécessairement à la loi de Boltzmann $N(v)$:

$$N(v) \propto exp\left\{-\frac{1}{2}Mv^2/k_BT_{eq}\right\} \qquad (\mathrm{IIIC2}-1)$$

caractérisant un équilibre thermodynamique à une température T_{eq}. Notons que ce raisonnement n'interdit cependant pas une distribution gaussienne des vitesses. Dans le cas du refroidissement "Doppler" par exemple, on peut, dans la limite d'un recul $\hbar k$ faible devant la dispersion Δp des quantités de mouvement et pour des faibles vitesses ($kv \ll \Gamma$), établir, à partir de la solution stationnaire pour les degrés de liberté internes des atomes, une équation du type Fokker-Planck pour le mouvement des atomes [7]. On peut alors définir un coefficient de friction et un coefficient de diffusion indépendants de la vitesse: la distribution des vitesses est alors une gaussienne. Par analogie avec la distribution gaussienne obtenue pour l'équilibre thermodynamique il est alors légitime de définir une température pour les atomes à l'état stationnaire.

Les distributions des vitesses que nous avons obtenues avec notre mécanisme de refroidissement ne sont manifestement pas gaussiennes (présence de deux pics, chacun pris séparément n'étant pas gaussien). Il n'en reste pas moins que le fait de concentrer les atomes dans une distribution étroite dans l'espace de vitesses dans laquelle la densité est plus élevée que la densité initiale, représente une forme de refroidissement.

Dans le paragraphe α nous montrerons comment la largeur de chaque pic permet de caractériser notre mécanisme de refroidissement. Nous étudions ensuite (§ β) d'autres paramètres (énergie cinétique, entropie) susceptibles de caractériser le processus de refroidissement. Bien qu'en définitive aucun ne paraisse s'imposer de façon déterminante, leur étude nous aura permis d'aborder des points intéressants.

α) Largeur des pics

La première caractéristique, qui saute aux yeux lorsqu'on examine les distributions des vitesses que nous avons obtenues avec les résonances noires sélectives en vitesse, est la présence de deux pics autour de $v_{at}^z = \pm\hbar k/M$. Le paramètre le plus immédiat pour décrire notre processus de refroidissement est la largeur de l'un ou de l'autre de ces pics. En effet, si tous les atomes étaient dans le seul état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$, c'est-à-dire si nous avions un état atomique pur parfaitement bien défini, alors ces pics auraient une largeur nulle. On peut aussi remarquer qu'il est tout à fait concevable d'isoler un seul de ces deux pics : si nous laissons évoluer librement les atomes préparés dans un tel double pic pendant un temps suffisamment long pour avoir une séparation spatiale du pic se propageant vers $-Oz$ (avec une vitesse $-\hbar k/M$) et du pic allant vers $+Oz$ (avec une vitesse $+\hbar k/M$, fig. III-36), alors il suffit d'arrêter par exemple les atomes se propageant vers $-Oz$ pour se retrouver uniquement avec des atomes avec une distribution de vitesses de très faible dispersion autour d'une valeur moyenne de $+\hbar k/M$.

De façon analogue à ce que nous avons fait dans le premier chapitre pour décrire les jets supersoniques, nous pouvons alors nous placer dans un référentiel mobile (de vitesse $+\hbar k/M$ par rapport au référentiel fixe du laboratoire) et caractériser la distribution de vitesses dans ce référentiel. Notons que lorsque nous éliminons le pic à $-\hbar k/M$ nous détruisons les cohérences qui existent entre des atomes dans $|g_-, p-\hbar k\rangle$ et $|g_+, p+\hbar k\rangle$. La densité d'atomes dans l'espace des vitesses autour de $+\hbar k/M$ reste cependant supérieure à la densité initiale montrant qu'il s'agit d'un véritable refroidissement et non seulement d'une sélection de cette classe de vitesse. Prenons alors la demi-largeur Δv_e des pics, pris arbitrairement à une hauteur standard de $exp(-1/2)$ fois la hauteur maximale du pic, après avoir soustrait le fond large sur lequel apparaissent les deux pics. Ce fond dépend beaucoup de la distribution initiale pour des temps d'interaction petits, mais il diminue ensuite et il devient négligeable pour des temps d'interaction assez grands. La figure III-37 rappelle

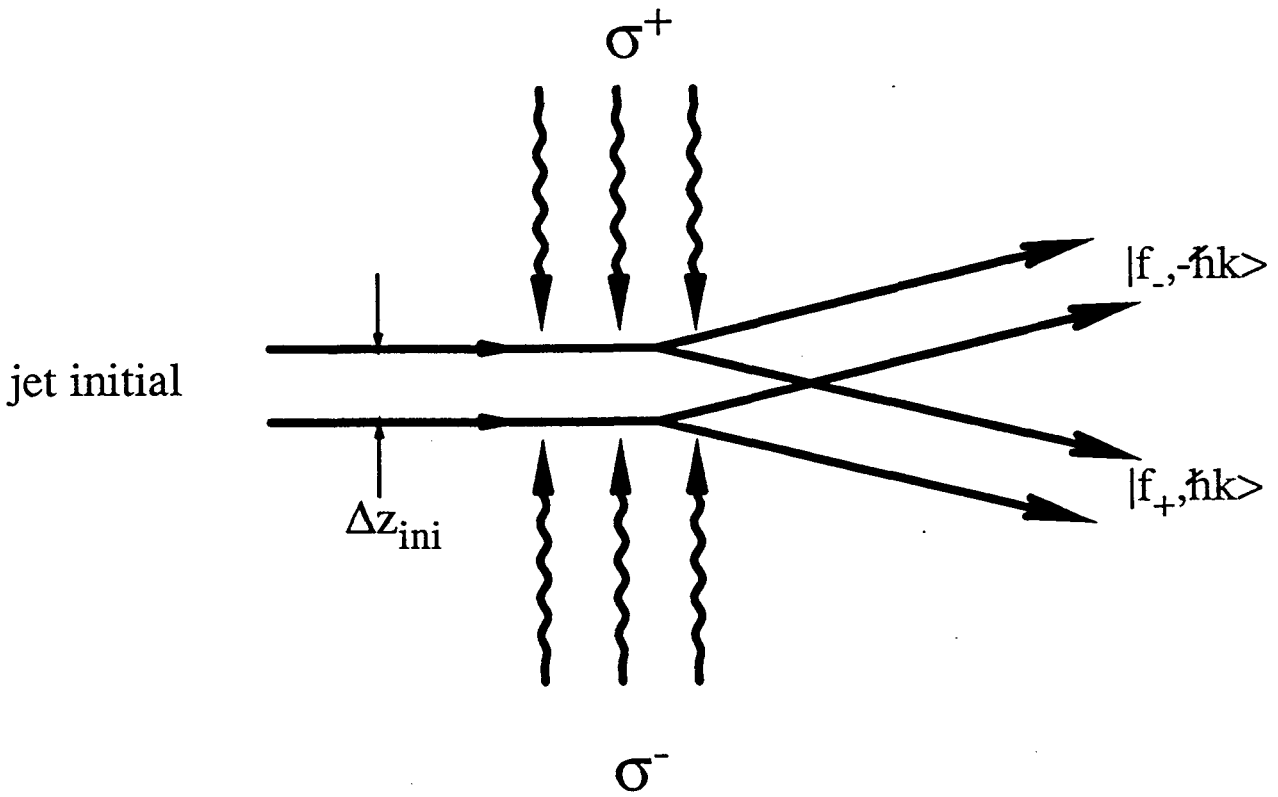


Fig. III-36 : Séparation spatiale de $|f_-, p^z_{at} = -\hbar k\rangle$ et $|f_+, p^z_{at} = +\hbar k\rangle$. Deux ondes polarisées σ^+ et σ^- se propageant en sens opposé perpendiculairement au jet préparent les atomes dans des états $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$ avec des vitesses de $\pm\hbar k/M$ suivant la direction de propagation des lasers. Après un temps d'évolution ΔT suffisamment long pour que le recouvrement spatial de $|f_-, p^z_{at} = -\hbar k\rangle$ et de $|f_+, p^z_{at} = +hk\rangle$ soit devenu très petit ($\Delta T > \Delta z_{ini}/(\hbar k/M)$; Δz_{ini} étant l'extension spatiale initiale du jet le long de l'axe de propagation des lasers) on peut éliminer la composante à $|f_-, -\hbar k\rangle$ et ne laisser passer que des atomes dans $|f_+, +\hbar k\rangle$.

les résultats de l'étude numérique que nous avons déjà présentés dans IIIC1 §6c pour la dépendance de Δv_e en fonction du temps d'interaction θ_{int}.: elle montre la variation en

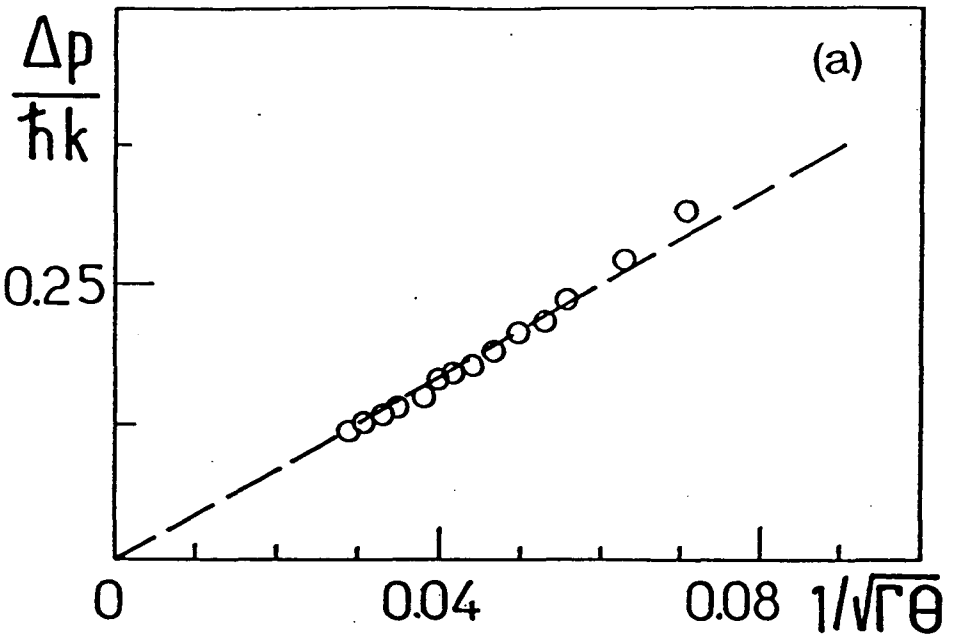


Fig. III-37 : Demi-largeur des pics autour de $p_{at}^z = \pm\hbar k$ pour différents temps d'interaction θ. Les paramètres sont : désaccord nul $\delta_L = \omega_L - \omega_0 = 0$, fréquences de Rabi $K_+ = K_- = 0.3\Gamma$, demi-largeur initiale de la distribution $\Delta p_0 = 3\hbar k$. La dépendance en $1/\sqrt{\theta}$ pour la demi-largeur des pics est ainsi confirmé par l'étude numérique. La pente de la courbe ($[\Delta p/\hbar k]/[1/\sqrt{\Gamma\theta}] = 4.13$) est proche de la valeur 5.65 qu'on déduirait d'un premier calcul approximatif présenté en IIIA2 (relation IIIA2-16).

$\theta^{-1/2}$.

La demi-largeur de la distribution des vitesses est un paramètre qui caractérise le refroidissement des atomes et qui est facilement utilisable pour exploiter les résultats expérimentaux. C'est pourquoi nous l'avons utilisé pour décrire le refroidissement que nous avons réalisé dans les expériences décrites en IIIB. La plus petite valeur pour Δv_e que nous avons mesurée était de:

$$\Delta v_e = 6cm/s = \frac{2}{3}\hbar k/M. \qquad \text{(IIIC2} - 2)$$

En utilisant la relation:

$$\frac{1}{2}m\Delta v_e^2 = \frac{1}{2}k_B T \qquad (\text{IIIC2} - 3)$$

pour convertir la largeur Δv_e en unité de températures, nous pouvons dire que la largeur Δv_e obtenue correspond à $2\mu K$, ce qui est deux fois plus petit que l'énergie de recul d'un seul photon ($E_R = \hbar^2 k^2/2M = 4\mu K$ pour l'hélium). Notons que nous avons pu résoudre, dans la distribution des quantités de mouvement, les deux pics de p_{at}^z distants de $2\hbar$k, ce qui est lié au fait que chacun de ces deux pics a une demi-largeur inférieure au recul $\hbar$k d'un photon.

β) Autres caractéristiques

i) Energie cinétique :

Nous pouvons chercher d'autres paramètres susceptibles de caractériser le refroidissement des atomes. Il semblerait a priori que l'énergie cinétique des atomes E_{cin} pourrait nous donner des renseignements sur l'efficacité de notre processus. Définissons tout d'abord l'opérateur P qui à chaque état $|\Psi(p)\rangle$ appartenant à la famille $F(p) = (|\Psi_{NC}(p)\rangle, |\Psi_C(p)\rangle, |e_0, p\rangle)$ associe:

$$P|\Psi(p)\rangle = p|\Psi(p)\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 4)$$

L'énergie cinétique atomique $E_{cin} = \langle \frac{p_{at}^{z\,2}}{2M} \rangle$ peut être reliée à la valeur moyenne $\langle \frac{P^2}{2M} \rangle$: dans le cas de faibles intensités laser, où l'on peut négliger la population de l'état excité, on obtient:

$$E_{cin} = \langle \frac{P^2}{2M} \rangle + \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \qquad (\text{IIIC2} - 5)$$

On peut encore reécrire cette relation en utilisant $\langle P \rangle = 0$:

$$E_{cin} = \langle (P - \hbar k)^2/2M \rangle \qquad (\text{IIIC2} - 6)$$

ce qui montre que $\langle P^2/2M \rangle$ caractérise ce qui se passe dans un référentiel mobile à $\hbar k/M$ qu'on utiliserait lorsque seul le pic à $\hbar k/M$ existait (voir le § α ci-dessus). On s'attendrait donc à ce que $\langle P^2 \rangle$ et donc E_{cin} diminue lorsque les atomes sont accumulés autour de $|p_{at}^z| = \hbar k$.

Or on peut montrer que pour notre système en Λ la valeur moyenne de P^2 augmente toujours [8]:

$$\frac{d}{dt}\langle P^2 \rangle \geq 0 \qquad (\text{IIIC2} - 7)$$

Cette propriété est reliée au fait que pour un système en Λ, avec des rapports de branchement égaux entre l'état excité et les deux niveaux de l'état fondamental, excité par deux ondes se propageant en sens opposé, la force moyenne subie par les atomes est nulle (voir IIIA1-14). Nous sommes alors en présence d'un phénomène de diffusion sans friction et on démontre la relation (IIIC2-7) en partant des équations de Bloch optiques généralisées et en développant l'expression:

$$\frac{d}{dt}\langle P^2\rangle = Tr\left\{P^2\frac{d\sigma}{dt}\right\} \qquad (\mathrm{IIIC2}-8)$$

Comme $\langle P^2/2M\rangle$ et donc E_{cin} augmente tout le temps, l'énergie cinétique n'est pas adaptée à décrire l'apparition spectaculaire des deux pics très fins dans notre distribution des vitesses. L'augmentation de E_{cin} provient du fait que le poids relatif dans la moyenne (IIIC2−6) d'un atome qui diffuse vers les grandes valeurs de p^z_{at} devient rapidement très grand. En revanche les atomes accumulés autour de $\hbar$k par exemple, bien que très nombreux, n'interviennent que très peu dans IIIC2−6.

On peut à ce point essayer d'utiliser une caractérisation mieux adaptée à notre processus de refroidissement. Par analogie avec le refroidissement par évaporation d'atomes d'hélium dans un piège magnétique [9] où l'on considère uniquement les atomes qui restent dans le piège pour l'évaluation de la température(*) , nous pouvons dans notre cas réduire le système considéré aux atomes piégés dans des états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$. On peut cependant remarquer que pour $p \gg \hbar k$, le couplage motionnel est tellement important que $\pi_{NC}(p) \simeq \pi_C(p)$;la base adaptée dans ce cas est d'ailleurs $\{|f_-,p\rangle;|f_+,p\rangle\}$ et non plus $\{|\Psi_{NC}(p)\rangle;|\Psi_C(p)\rangle\}$ comme pour $P \simeq 0$. L'augmentation de E_{cin} étant due au poids trop important des ailes $|e_0,p\rangle)$ où l'on a $\pi_{NC}(p) \simeq \pi_C(p)$, la valeur moyenne de P^2 restreinte aux atomes dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ va par conséquent aussi augmenter lors du temps d'interaction avec le laser. Le modèle pour la population $\pi_{NC}(p)$ dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ basé sur des équations de taux de pompage que nous avons présenté à la fin de la partie IIIA2 prévoit d'ailleurs une distribution en P de:

$$\pi_{NC}(p) \simeq A/\Gamma''(p) = \frac{AK^2}{2(kp/M)^2\Gamma} \qquad (\mathrm{IIIC2}-9)$$

(*) Dans le cas du refroidissement par évaporation, les atomes "froids" restant dans le piège atteignent d'ailleurs un équilibre thermodynamique (indépendemment des atomes qui se sont échappés du piège), ce qui permet alors de définir une température.

pour $\Gamma''(p)\theta_{int} \gg 1$. L'écart quadratique $\langle P^2 \rangle$ d'une telle distribution diverge à cause des ailes en $1/p^2$.

Pour surmonter ces difficultés, il est possible d'introduire une coupure dans l'espace des vitesses, et donc de s'intéresser à la valeur moyenne de l'énergie cinétique par atome pour $|p_{at}^z| \leq p_{max}$:

$$E_{cin}^{red} = \langle \frac{p_{at}^{z^2}}{2M} \rangle \qquad |p_{at}^z| \leq p_{max} \qquad (\text{IIIC2} - 10)$$

Cette coupure qui peut paraître artificielle s'introduit cependant tout naturellement dans une expérience réelle par le fait qu'on ne considère en général que des atomes appartenant à une plage de vitesses finies. D'autre part, l'augmentation pathologique de l'énergie cinétique provient du fait que le poids des grandes valeurs de p_{at}^z dans le calcul de la valeur moyenne $\langle p_{at}^{z^2} \rangle$ est beaucoup plus grand que celui de $p_{at}^z \simeq 0$. La figure III-38 montre l'évolution de E_{cin}^{red}(obtenue à partir de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées) où nous n'avons considéré que des vitesses $|\mathbf{v}| \leq 15\hbar k/M$. Nous constatons que E_{cin}^{red} commence par augmenter, conformément à IIIC2−8. Mais l'influence de la coupure se manifeste déjà après $400\Gamma^{-1}$ et E_{cin}^{red} diminue. Notons cependant que E_{cin}^{red} reste toujours supérieure à une valeur limite de $E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ correspondant au cas où tous les atomes avec $|\mathbf{v}| \leq 15\hbar k/M$ seraient piégés dans l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ d'énergie cinétique E_R.

ii) Entropie

Comme notre processus de refroidissement tend à accumuler les atomes dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ avec p proche de zéro, il semble que la distribution des atomes tend de plus en plus vers le cas pur $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Il est alors intéressant d'étudier l'entropie pour caractériser notre mécanisme de refroidissement.

Rappelons tout d'abord quelques relations utiles lors d'une étude de l'entropie. En physique statistique, l'entropie, qui caractérise le degré d'information qu'on possède sur un système, est définie par

$$S = -k_B \sum_{\{i\}} p_{\{i\}} ln p_{\{i\}} \qquad (\text{IIIC2} - 11)$$

où $p_{\{i\}}$ est la probabilité de trouver le système dans l'état $\{i\}$. Cette définition s'étend en mécanique quantique en utilisant l'opérateur densité σ du système :

$$S = -k_B Tr\{\sigma ln \sigma\} \qquad (\text{IIIC2} - 12)$$

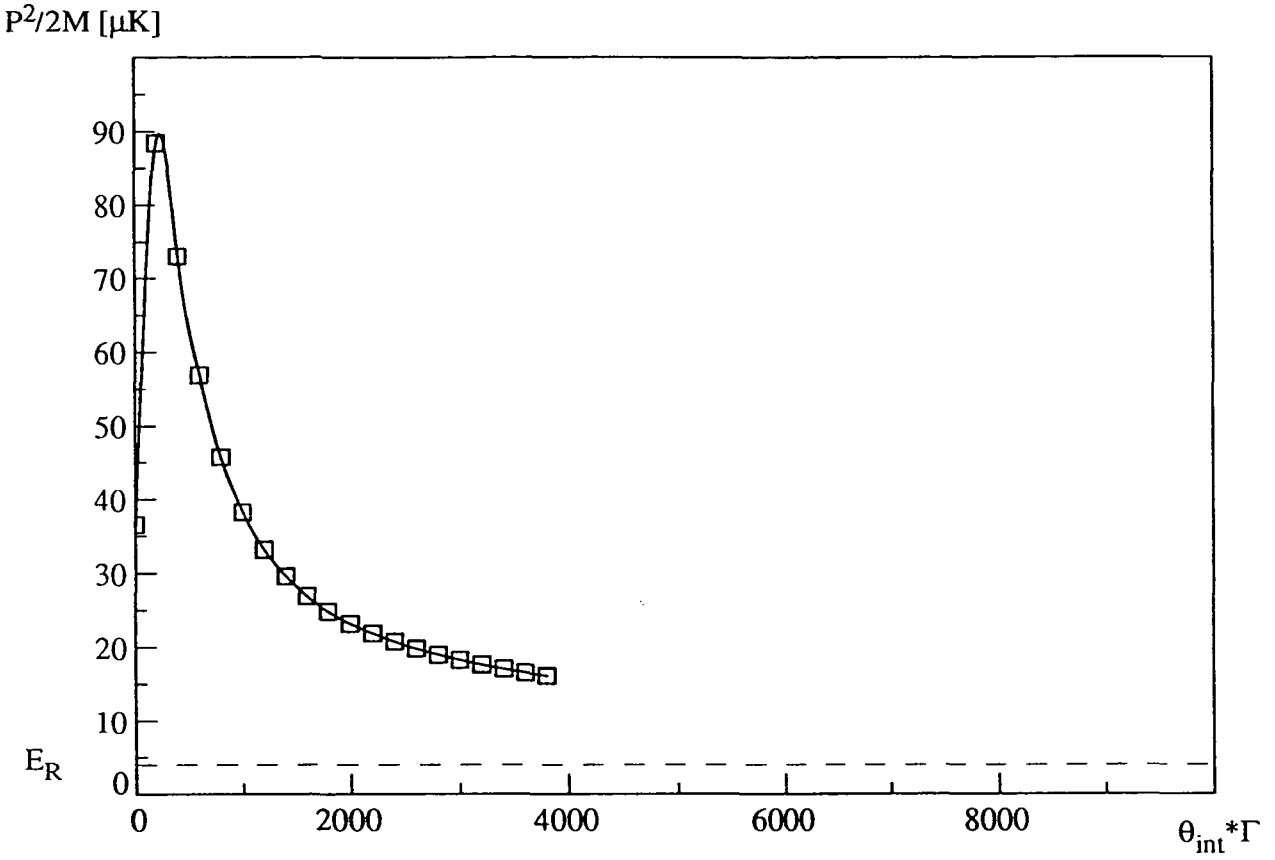


Fig. III-38 : Energie cinétique moyenne des atomes ayant une vitesse comprise entre $\pm 15\hbar k/M$. La distribution initiale est une gaussienne de demi-largeur à $exp\{-1/2\}$ de $\Delta p_0 = 3\hbar k$. La fréquence de Rabi correspondant à chacune des deux ondes est de $K_+ = K_- = 0.6\Gamma$; le désaccord $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est nul. Les atomes arrivant en dehors de la plage de calcul $[-15\hbar k, 15\hbar k]$ sont considérés comme perdus, c'est-à-dire ils ne pourront plus revenir vers la plage de calcul pour contribuer à l'accumulation d'atomes dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$.

où $ln\sigma$ est le logarithme de l'opérateur densité σ. Notons en particulier que dans le cas d'un état pur l'entropie du système est nulle:

$$S(cas\ pur) = 0 \qquad (\text{IIIC2} - 13)$$

Pour calculer l'entropie S, définie par (IIIC2-12), nous pouvons utiliser le résultat de

l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées pour la matrice densité σ. Dans ce calcul nous avons discrétisé les quantités de mouvement par interval de $\Delta p = \hbar k/30$. Pour calculer la trace IIIC2−12 nous devons diagonaliser la matrice σ. Comme les états se groupent dans notre cas trois par trois en familles F(p), il suffit alors de sommer les valeurs propres $N_\lambda(p)$ (λ =1 à 3) pour les différentes familles (p=iΔp):

$$S = -k_B \sum_{i=-i_{max}}^{i_{max}} \sum_{\lambda=1}^{3} N_\lambda(p = i\Delta p) ln \{N_\lambda(p = i\Delta p)\} \qquad (\text{IIIC2} - 14)$$

avec la relation:

$$\sum_{i=-i_{max}}^{i_{max}} \sum_{\lambda=1}^{3} N_\lambda(p = i\Delta p) = 1 \qquad (\text{IIIC2} - 15)$$

Remarque:

La valeur de S dépend du pas Δp de discrétisation des quantités de mouvement. Cependant, si Δp et $\Delta p'$ sont très inférieur à la largeur de la distribution des quantités de mouvement, alors on peut montrer que:

$$S(\Delta p') = S(\Delta p) - k_B ln \left(\frac{\Delta p'}{\Delta p}\right) \qquad (\text{IIIC2} - 16)$$

L'entropie n'est donc définie qu'à une constante près, mais l'évolution de l'entropie que nous allons étudier est alors indépendante du pas Δp.

La figure III−39 montre l'évolution de S, obtenue par cette méthode.Comme nous nous y attendions, l'entropie S de l'ensemble des atomes diminue avec le temps. Ceci ne remet pas en cause l'augmentation de l'entropie totale du système pour laquelle il faut aussi tenir compte des photons.

Bien qu'il soit très difficile de comparer l'entropie aux autres paramètres caractérisant notre processus de refroidissement, et que cette grandeur n'ait pas été mesurée expérimentalement, cette étude a montré que les résonances noires sélectives en vitesse produisent une diminution de l'entropie des atomes, ce qui correspond à un processus de refroidissement.

b) <u>Influence du désaccord sur la distribution obtenue</u>

Nous avons mentionné dans IIIC1(§6E) que ce nouveau mécanisme de refroidissement, à la différence des précédents, est efficace aussi bien pour un désaccord nul ($\delta = 0$) que pour

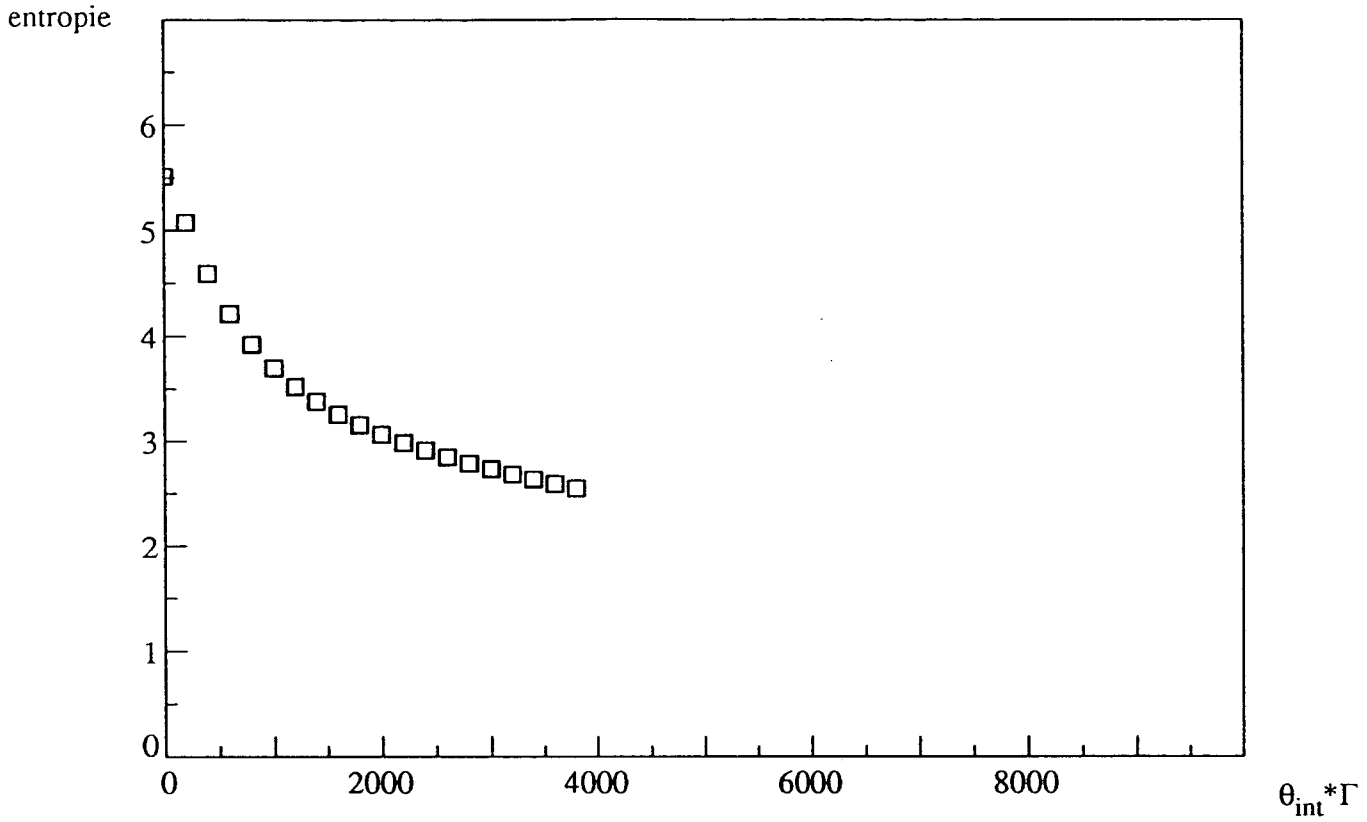


Fig. III-39 : Entropie. Calcul de $S = -k_B Tr\{\sigma ln\sigma\}$ pour quelques temps d'interactions à partir de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées ($K_+ = K_- = 0.6\Gamma, \delta_L = 0; \Delta p_0 = 3\hbar k$).

un désaccord positif ($\delta > 0$, appelé souvent désaccord "bleu") ou pour un désaccord négatif ($\delta < 0$, désaccord "rouge"). Quelques caractéristiques du processus dépendent néanmoins du désaccord : c'est ce que nous étudions dans ce paragraphe.

Le premier effet, facile à prévoir grâce à l'image simple du paragraphe IIIA, est lié à la vitesse d'accumulation des atomes dans l'état piége $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Cette accumulation est réalisée par des cycles de fluorescence: absorption de photons laser - émission spontanée de

photons de fluorescence. Le nombre de cycles de fluorescence dépend du taux de départ Γ' depuis l'état $|\Psi_C(p)\rangle$:

$$\Gamma' = \frac{\Gamma}{2}\frac{\Omega_L^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4} = \frac{\Gamma}{2}\frac{K^2}{\delta^2+\Gamma^2/4} \qquad (\mathrm{IIIC2}-17)$$

Par conséquent lorsque $|\delta|$ augmente, le taux de cycles de fluorescence diminue et l'alimentation du niveau piège $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ autour de $p = 0$ est réduite. Ceci explique que, à temps d'interaction égal, la surface des pics soit plus petite pour $\delta = \pm\Gamma$ que pour $\delta = 0$, comme on le voit sur la figure 10 (IIIC1).

En revanche, la largeur des pics est indépendante de δ. Nous avons pu interpréter cela (voir IIIC1 §6E) en remarquant que le taux de départ Γ'' depuis l'état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$, taux qui détermine la largeur des pics, n'est pas affecté par un changement de désaccord. En effet :

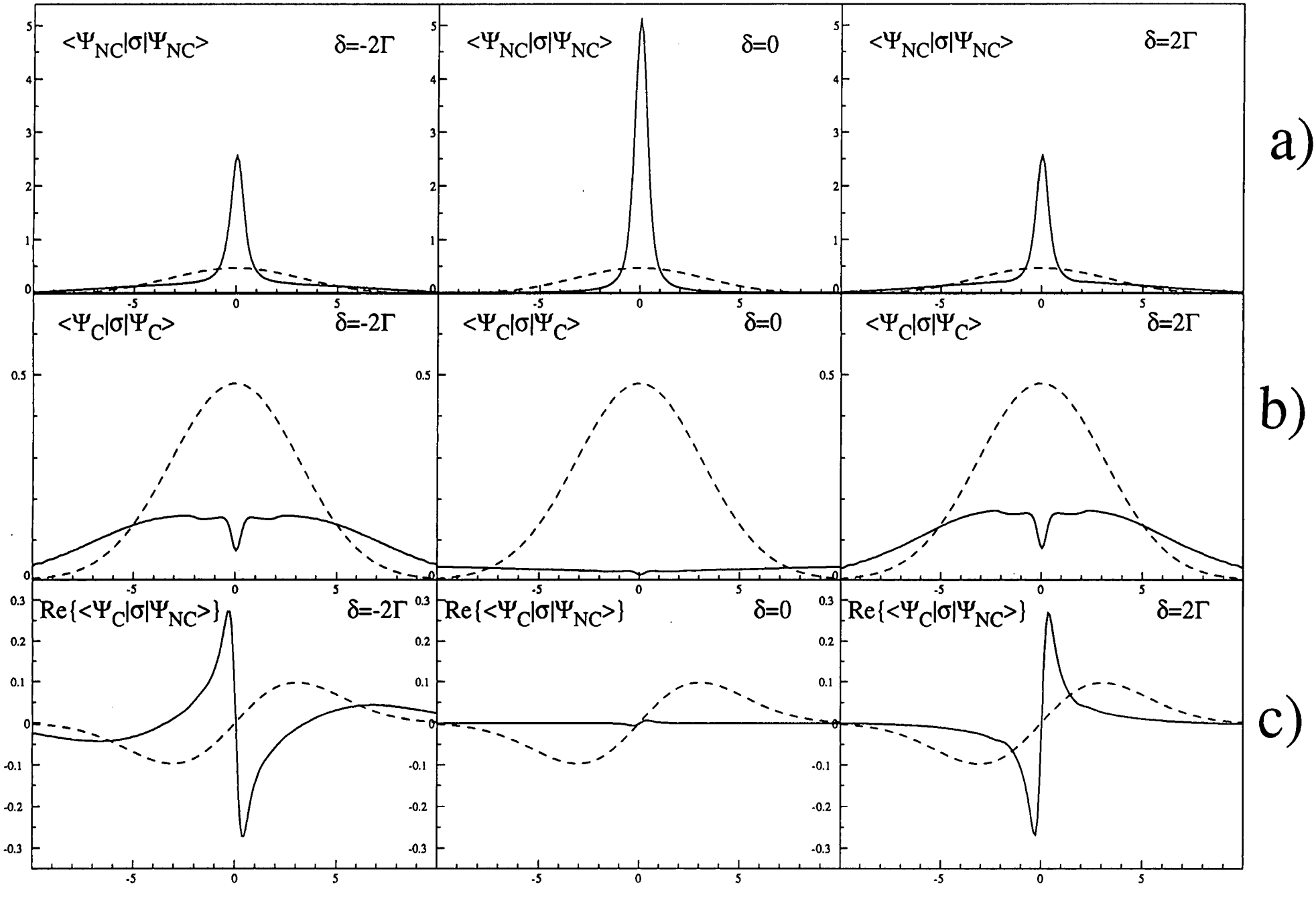
$$\Gamma'' = \left(\frac{kp}{M}\right)^2 \frac{\Gamma'}{\delta'^2 + \left(\frac{\Gamma'}{2}\right)^2} = (\frac{kp}{M})^2 \frac{\Gamma}{K^2/2} \qquad (\mathrm{IIIC2}-18)$$

expression obtenue en reportant la valeur du déplacement lumineux δ' du niveau couplé $|\Psi_C(p)\rangle$:

$$\delta' = \frac{\delta}{2}\frac{\Omega_L^2/2}{\delta^2+\Gamma^2/4} = \frac{\delta}{2}\frac{K^2}{\delta^2+\Gamma^2/4} \qquad (\mathrm{IIIC2}-19)$$

ainsi que celle de Γ' dans IIIC2–18. On constate alors que le désaccord δ s'élimine de l'expression finale.

L'étude expérimentale a mis en évidence un autre effet lié au désaccord, effet qui apparaît également sur des résultats de l'intégration numérique : il s'agit d'une dissymétrie de chacun des pics, dissymétrie changeant de sens avec le signe du désaccord. Ce phénomène appraît nettement sur les figures III-40d.


$\langle\Psi_{NC}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle$
$\delta=-2\Gamma$
$\langle\Psi_{NC}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle$
$\delta=0$
$\langle\Psi_{NC}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle$
$\delta=2\Gamma$
a)
$\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{C}\rangle$
$\delta=-2\Gamma$
$\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{C}\rangle$
$\delta=0$
$\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{C}\rangle$
$\delta=2\Gamma$
b)
$\mathrm{Re}\{\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle\}$
$\delta=-2\Gamma$
$\mathrm{Re}\{\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle\}$
$\delta=0$
$\mathrm{Re}\{\langle\Psi_{C}|\sigma|\Psi_{NC}\rangle\}$
$\delta=2\Gamma$
c)

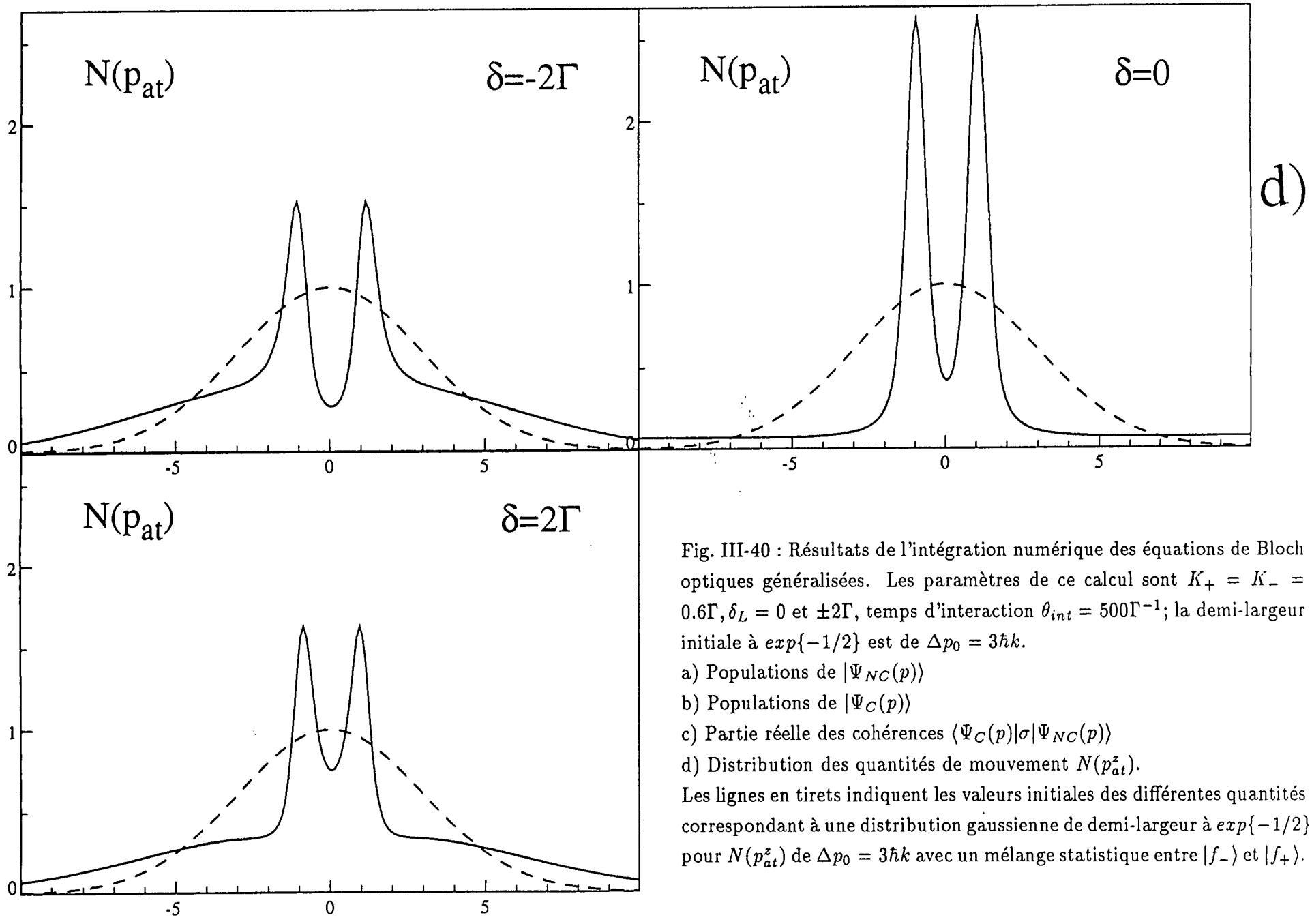


Fig. III-40 : Résultats de l'intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées. Les paramètres de ce calcul sont $K_+ = K_- = 0.6\Gamma, \delta_L = 0$ et $\pm 2\Gamma$, temps d'interaction $\theta_{int} = 500\Gamma^{-1}$; la demi-largeur initiale à $exp\{-1/2\}$ est de $\Delta p_0 = 3\hbar k$.

a) Populations de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$

b) Populations de $|\Psi_C(p)\rangle$

c) Partie réelle des cohérences $\langle\Psi_C(p)|\sigma|\Psi_{NC}(p)\rangle$

d) Distribution des quantités de mouvement $N(p^z_{at})$.

Les lignes en tirets indiquent les valeurs initiales des différentes quantités correspondant à une distribution gaussienne de demi-largeur à $exp\{-1/2\}$ pour $N(p^z_{at})$ de $\Delta p_0 = 3\hbar k$ avec un mélange statistique entre $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$.

Nous allons nous attarder sur son interprétation, car c'est l'occasion de souligner le rôle non intuitif des cohérences entre les états du type $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ et $|\Psi_C(p)\rangle$.

Rappelons que nous disposons de deux quantités pour caractériser l'état des degrés de liberté externes des états atomiques : d'une part, nous avons l'indice p caractérisant tous les états d'une même famille $F(p)$. Nous avons utilisé cet indice p pour noter les différents éléments de la matrice densité:

$$\sigma_{--}(p) = \langle g_-, p - \hbar k|\sigma|g_-, p - \hbar k\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 20)$$

$$\sigma_{++}(p) = \langle g_+, p + \hbar k|\sigma|g_+, p + \hbar k\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 21)$$

$$\sigma_{+-}(p) = \langle g_+, p + \hbar k|\sigma|g_-, p - \hbar k\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 22)$$

D'autre part nous avons la quantité de mouvement des atomes le long de l'axe Oz : p^z_{at}. Ainsi la quantité de mouvement p^z_{at} d'un atome dans l'état $|g_-, p - \hbar k\rangle$ est :

$$p^z_{at} = p - \hbar k \qquad (\text{IIIC2} - 23)$$

En reprenant les équations (IIIC2-20 à 23), on voit que $\sigma_{--}(p)$ est associé à des atomes de quantité de mouvement $p - \hbar k$, tandis que $\sigma_{++}(p)$ est associé à des atomes de quantité de mouvement $p + \hbar k$. La distribution $\mathcal{P}(p^z_{at})$ des quantités de mouvement le long de Oz s'écrit donc (en négligeant la contribution de l'état excité):

$$\mathcal{P}(p^z_{at}) = \sigma_{--}(p = p^z_{at} + \hbar k) + \sigma_{++}(p = p^z_{at} - \hbar k) \qquad (\text{IIIC2} - 24)$$

Pour $K_+ = K_+^* = K_- = K_-^* = K$, les états couplés et non couplés sont (IIIC1§3C):

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, p - \hbar k\rangle - |g_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC2} - 25)$$

$$|\Psi_C(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, p - \hbar k\rangle + |g_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC2} - 26)$$

et on peut écrire la distribution $\mathcal{P}(p^Z_{at})$ en fonction de $\sigma_{NC,NC}(p)$, $\sigma_{C,C}(p)$, $\sigma_{C,NC}(p)$ et $\sigma_{NC,C}(p)$:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(p^z_{ap}) =& \frac{1}{2}\{\sigma_{NC,NC}(p^z_{at} + \hbar k) + \sigma_{NC,NC}(p^z_{at} - \hbar k) \\ &+ \sigma_{C,C}(p^z_{at} + \hbar k) + \sigma_{C,C}(p^z_{at} - \hbar k) \\ &+ \sigma_{C,NC}(p^z_{at} + \hbar k) + \sigma_{NC,C}(p^z_{at} + \hbar k) \\ &- \sigma_{C,NC}(p^z_{at} - \hbar k) - \sigma_{NC,C}(p^z_{at} - \hbar k)\}\end{aligned} \qquad (\text{IIIC2} - 27)$$

avec :

$$\sigma_{NC,NC}(p) = \langle \Psi_{NC}(p)|\sigma|\Psi_{NC}(p)\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 28)$$

$$\sigma_{C,C}(p) = \langle \Psi_{C}(p)|\sigma|\Psi_{C}(p)\rangle \qquad (\text{IIIC2} - 29)$$

$$\sigma_{C,NC}(p) = \langle \Psi_{C}(p)|\sigma|\Psi_{NC}(p)\rangle = \sigma_{NC,C}(p)^* \qquad (\text{IIIC2} - 30)$$

ou encore :

$$\sigma_{NC,NC}(p) = 1/2\,\{\sigma_{--}(p) + \sigma_{++}(p) - \sigma_{-+}(p) - \sigma_{+-}(p)\} \qquad (\text{IIIC2} - 31)$$

$$\sigma_{C,C}(p) = 1/2\,\{\sigma_{--}(p) + \sigma_{++}(p) + \sigma_{-+}(p) + \sigma_{+-}(p)\} \qquad (\text{IIIC2} - 32)$$

$$\sigma_{C,NC}(p) = 1/2\,\{\sigma_{--}(p) - \sigma_{++}(p) + \sigma_{+-}(p) - \sigma_{-+}(p)\} \qquad (\text{IIIC2} - 33)$$

On introduira encore la partie réelle de la cohérence $\sigma_{C,NC}(p)$:

$$C_R(p) = 1/2\,[\sigma_{C,NC}(p) + \sigma_{NC,C}(p)] = 1/2\,[\sigma_{--}(p) - \sigma_{++}(p)] \qquad (\text{IIIC2} - 34)$$

Nous allons maintenant nous intéresser aux contributions les plus importantes de $\mathcal{P}(p^z_{at})$. Par exemple lorsque le temps d'interaction est assez grand pour que la structure en double pic soit très marquée, l'expression de $\mathcal{P}(p^z_{at} \simeq \hbar k)$ se réduit à:

$$\mathcal{P}(p^z_{at}) = \frac{1}{2}\sigma_{NC,NC}(p = p^z_{at} - \hbar k) - C_R(p = p^z_{at} - \hbar k) \qquad (\text{IIIC2} - 35)$$

A la limite des faibles intensités ($K \ll \Gamma$), on peut éliminer adiabatiquement l'état excité des équations de Bloch optiques généralisées, écrites dans la base $\{|\Psi_{NC}(p)\rangle, |\Psi_{C}(p)\rangle, |e_0, p\rangle\}$ (voir appendice E), et on obtient pour $\mathcal{P}(p^z_{at})$ autour de $\hbar$k:

$$\mathcal{P}(p^z_{at} = \hbar k + p) = \left\{\frac{1}{2} - \frac{2\delta_R}{K^2}\frac{kp}{M}\right\}\sigma_{NC,NC}(p) \qquad (\text{IIIC2} - 36)$$

avec $\delta_R = \delta + \omega_R$.

Nous comprenons ainsi que la contribution de $C_R(p)$ à $\mathcal{P}(p^z_{at})$ est à l'origine de la dissymétrie de la distribution des quantités de mouvement autour de $p^z_{at} = \pm\hbar k$. Prenons par exemple $\delta_R > 0$. D'après (IIIC2-36) nous voyons que pour $\epsilon > 0$:

$$\mathcal{P}(p^Z_{at} = +\hbar k - \epsilon) > \mathcal{P}(p^Z_{at} = +\hbar k + \epsilon) \qquad (\text{IIIC2} - 37)$$

Or comme $C_r(p)$ est une fonction impaire du désaccord δ cette assymétrie s'inverse lorsque δ change de signe. On montre en effet à partir de IIIC2-27 que autour de $p_{at}^z = -\hbar k$ on a:

$$\mathcal{P}(p_{at}^z = -\hbar k + p) = \frac{1}{2}\sigma_{NC,NC}(p) + C_R(p) \qquad (\text{IIIC2} - 38\text{a})$$

$$\mathcal{P}(^z_{at}= -\hbar k + p) = \left\{1/2 + \frac{2\delta_R}{K^2}\frac{kp}{M}\right\}\sigma_{NC,NC}(p) \qquad (\text{IIIC2} - 38\text{b})$$

et donc pour $\delta_R > 0$:

$$\mathcal{P}(p_{at}^z = -\hbar k - \epsilon) < \mathcal{P}(p_{at}^z = -\hbar k + \epsilon) \qquad (\text{IIIC2} - 39)$$

Nous voyons donc que pour un désaccord positif $\delta_R = \delta + \omega_R > 0$, la valeur de $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ est plus élevée entre $-\hbar k$ et $+\hbar k$ qu'à l'extérieur de cet intervalle (fig. III-40): les résonances noires sélectives en vitesse ont donc tendance à concentrer les atomes autour de $p = 0$ pour un désaccord positif..

En revanche pour un désaccord $\delta_R < 0$, on s'aperçoit que $\mathcal{P}(p_{at}^z)$ est plus faible entre les deux pics à $\pm\hbar k$ (fig. III-40). Ce nouveau mécanisme de refroidissement "expulse" donc les atomes de $p_{at}^z = 0$ pour $\delta_R < 0$.

Remarque

Nous venons de voir que la différence entre désaccord positifs et négatifs provient de la partie réelle $C_R(p)$ de la cohérence $\sigma_{C,NC}(p)$. En écrivant $C_R(p)$ dans la base $\{|f_-\rangle, |f_+\rangle\}$ nous avons vu (IIIC2-32d) que:

$$C_R(p) = 1/2\,[\sigma_{--}(p) - \sigma_{++}(p)] \qquad (\text{IIIC2} - 40)$$

L'influence du signe du désaccord se manifeste donc par une différence de population entre l'état $|g_-, p - \hbar k\rangle$ et $|g_+, p + \hbar k\rangle$ qui dépend de p. Cet effet rappelle l'orientation induite par le mouvement dans un état fondamental $J = 1$, responsable d'un nouveau mécanisme de refroidissement sur une transition $J = 1 \rightarrow J = 2$ en lumière σ^+/σ^- [10]. Notons cependant que dans notre étude entièrement quantique pour l'atome, c'est la différence entre les populations de deux état g_- et g_+ ayant des quantités mouvement suivant Oz qui diffèrent de $2\hbar k$ qui est à l'origine de la dissymétrie des pics dans la distribution des vitesses.

Nous avons mis en évidence expérimentalement l'influence du signe du désaccord sur les résonances noires sélectives en vitesse. La figure III-41 montre le profil de vitesses obtenu pour un désaccord $\delta \simeq -2\Gamma$ (fig. III-41a) et $\delta \simeq +2\Gamma$ (fig. III-41b). Il apparaît clairement que pour un désaccord positif ($\delta \simeq +2\Gamma$) les atomes sont ramenés efficacement vers des vitesses comprises entre $[-\hbar k/M, +\hbar k/M]$ tandis que pour $\delta \simeq -2\Gamma$ le creux entre les deux pics est beaucoup plus profond, confirmant ainsi l'analyse théorique ci-dessus.

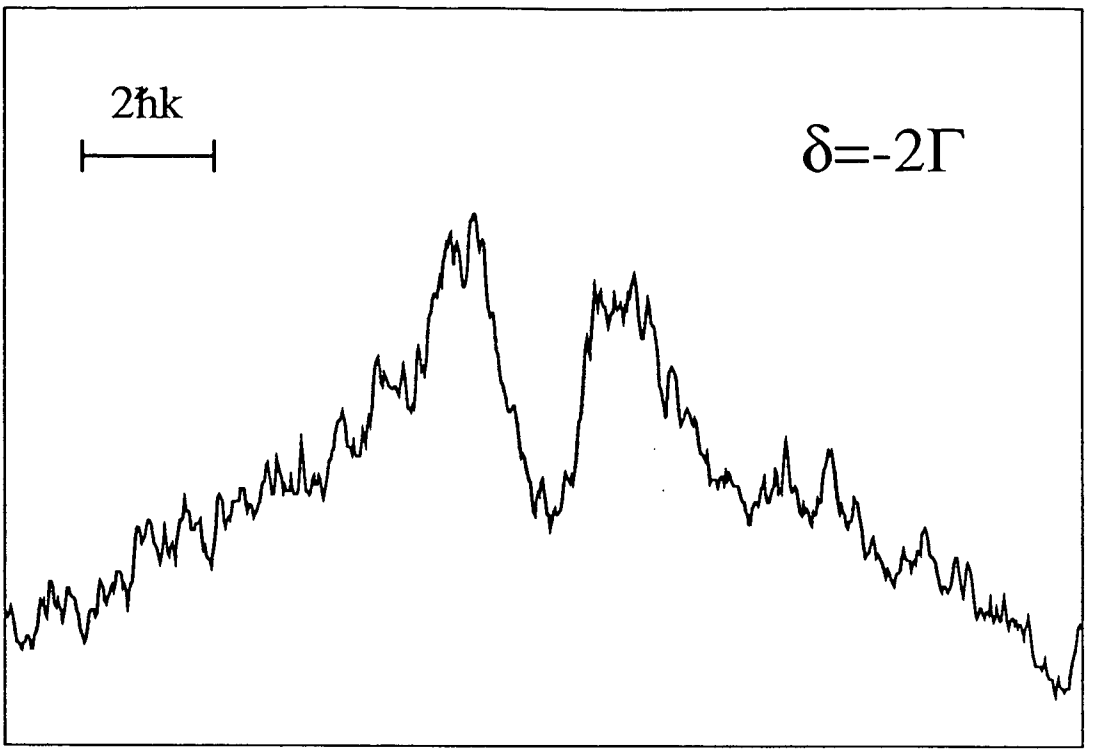
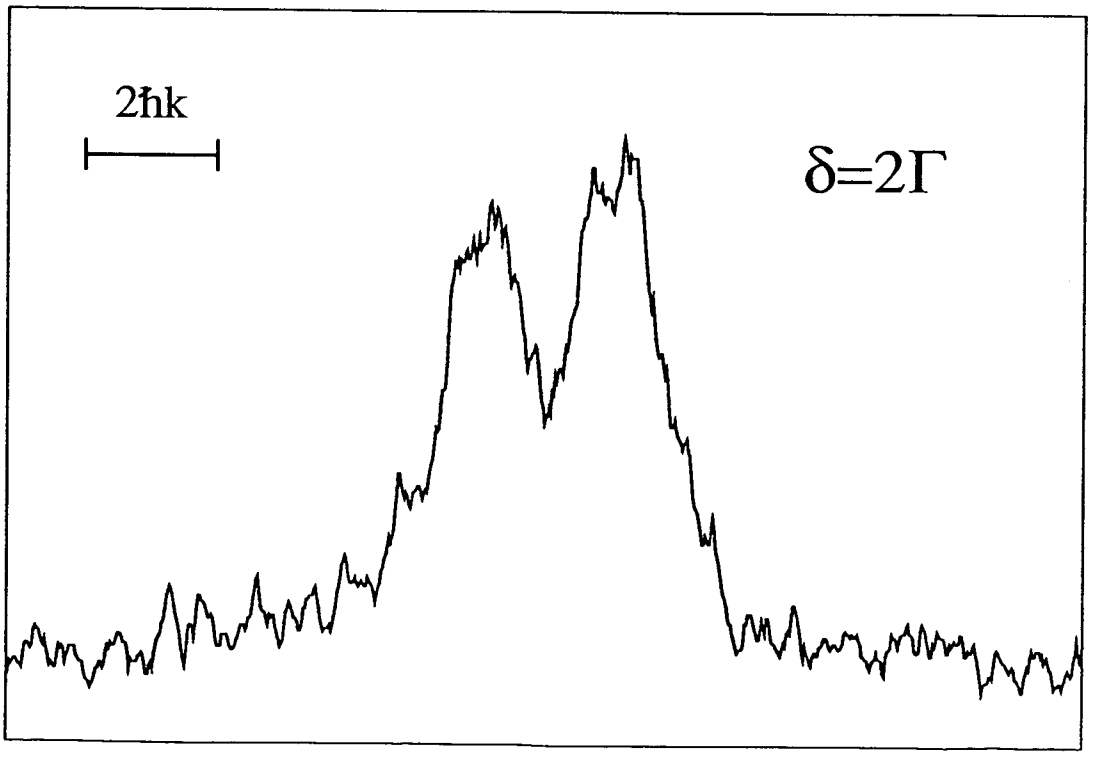


Fig. III-41 : Résultats expérimentaux des résonances noires sélectives en vitesse. Fréquences de Rabi $K_+ = K_- \simeq 0.6\Gamma$, temps d'interaction $\theta \simeq 350\Gamma^{-1}$

a) $\delta_L = -2\Gamma(\simeq -3.2MHz)$

b) $\delta_L = 2\Gamma(\simeq 3.2MHz)$



c) Vérification de l'existence de corrélations entre degrés de liberté internes et externes

Nous avons vu dans IIIB que nous pouvons réaliser une distribution des vitesses avec deux pics autour de $\pm\hbar k/M$, qui s'interprètent par l'existence d'un état piège $|\Psi_{NC}(p)\rangle$, superposition linéaire de deux états avec des degrés de liberté internes et externes différents

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, p-\hbar k\rangle - |g_+, p+\hbar k\rangle\} \qquad (\mathrm{IIIC2}-41)$$

avec p proche de zéro. Il existe donc une très forte corrélation entre l'impulsion des atomes et leur degré de liberté interne. Il n'est en particulier pas possible de factoriser la fonction d'onde $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ en une partie interne et une partie externe $|int\rangle \otimes |ext\rangle$. Les atomes détectés avec vitesse autour de $-\hbar k/M$ ont un moment cinétique -1 le long de Oz, ceux avec une vitesse autour de $+\hbar k/M$ sont dans l'état $|g_+\rangle$. Afin de mettre en évidence cette corrélation nous avons effectué une expérience en deux étapes (fig. III-42):

* création du double pic de $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ avec deux ondes laser σ^+ et σ^-
* puis interaction des atomes à la sortie de cette première zone d'interaction avec une seule onde progressive polarisée σ^+ dans la zone d'interaction supplémentaire.

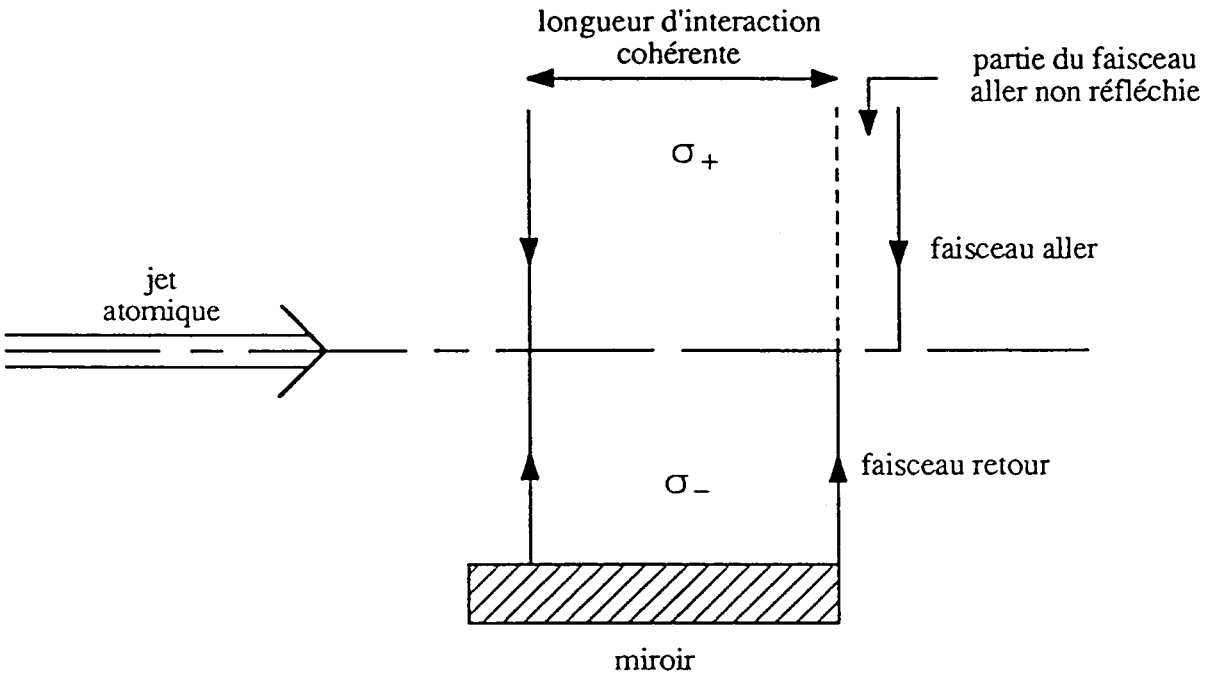


Fig. III-42 : Montage expérimental pour le test supplémentaire : après une première zone d'interaction avec les deux ondes polarisées σ^+ et σ^- (pour préparer les atomes dans le double pic) seul le faisceau aller polarisé σ^+ interagit sur 1 mm supplémentaire avec les atomes.

Le laser σ^+ dans la zone supplémentaire couple uniquement l'état $|g_-\rangle$ à l'état excité $|e_0\rangle$

$$\langle e_0|V_{\sigma^+}|g_-\rangle \neq 0 \qquad (\text{IIIC2} - 42\text{a})$$

$$\langle e_0|V_{\sigma^+}|g_+\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC2} - 42\text{b})$$

Seule la partie $|g_-, p - \hbar k\rangle$ de la superposition $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ peut donc être affectée par ce laser. Lorsqu'un atome dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ pénètre dans l'onde σ^+, il a 50% de chances d'être excité vers $|e_0, p\rangle$, d'où il peut soit tomber vers $|g_-, p'\rangle$, soit vers $|g_+, p'\rangle$. Le laser polarisé circulaire σ^+ détruit ainsi la cohérence entre $|g_-\rangle$ et $|g_+\rangle$. Les atomes dans $|g_-\rangle$ seront pompés optiquement vers le niveau $|g_+\rangle$(fig. III–43). Ce pompage optique résulte de plusieurs cycles d'absorption de photon laser σ^+ suivie d'une émission spontanée de photon avec un rapport de branchement $\frac{1}{2}$ pour retomber dans $|g_-\rangle$ ou $|g_+\rangle$. Chaque cycle de fluorescence s'accompagne d'un changement de vitesse de l'atome qui vaut en moyenne:

$$\delta v = +\hbar k/M \qquad (\text{IIIC2} - 43)$$

l'émission spontanée ne produisant qu'un élargissement de la distribution des vitesses. Nous en déduisons le changement moyen de la vitesse d'un atome pour le pompage optique de $|g_-\rangle$ vers $|g_+\rangle$

$$\Delta v = \frac{1}{2}\frac{\hbar k}{M} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 2\frac{\hbar k}{M} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 3\frac{\hbar k}{M} + \cdots$$
$$\Delta v = \sum_1^\infty n\frac{\hbar k}{M}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 2\frac{\hbar k}{M} \qquad (\text{IIIC2} - 44)$$

Le pompage optique fait donc passer les atomes de $|g_-\rangle$ avec une quantité de mouvement $-\hbar k$ vers $|g_+\rangle$ avec une quantité de mouvement qui vaut en moyenne

$$p_{at}^z = -\hbar k + 2\hbar k = +\hbar k$$

On obtient donc un pic centré autour de $+\hbar$k, un peu élargi par l'émission spontanée. Par ailleurs, la moitié des atomes sont restés dans l'état $|g_+, +\hbar k\rangle$, qui donne un pic fin autour de +hk. La figure III-44 montre la mise en évidence expérimentale de ces considérations. Une première zone d'interaction avec deux ondes laser σ^+/σ^- se propageant en sens opposés produit le double pic caractéristique des résonances noires sélectives en vitesse (courbe a). Une

zone supplémentaire avec une seule onde progressive σ^+ fait passer les atomes de $|g_-, -\hbar k\rangle$ vers $|g_+, +\hbar k\rangle$ et transfère le pic de $-\hbar k$ vers $+\hbar k$. Notons que le pompage optique faisant intervenir l'émission spontanée, le transfert du pic s'accompagne d'un élargissement qui fait passer la largeur de ce pic au-dessus du recul d'un photon ($\Delta p \simeq \sqrt{\bar{n}}\hbar k = 1.4\hbar k$). La légère assymétrie du pic provient du fait que le temps d'interaction dans la zone supplémentaire étant petit $\left(t_{int}^{suppl} \simeq 30\Gamma^{-1}\right)$ nous devons tronquer la série (IIIC2-44) à $n \simeq 5$.

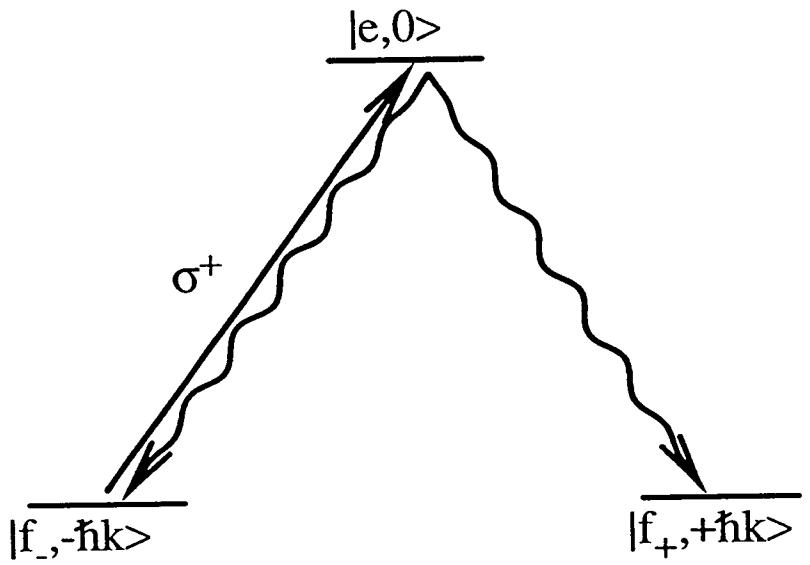


Fig. III-43 : L'onde σ^+ réalise un pompage optique des atomes dans $|f_-\rangle$ vers $|f_+\rangle$ avec un changement moyen de vitesse de $2\hbar k/M$.

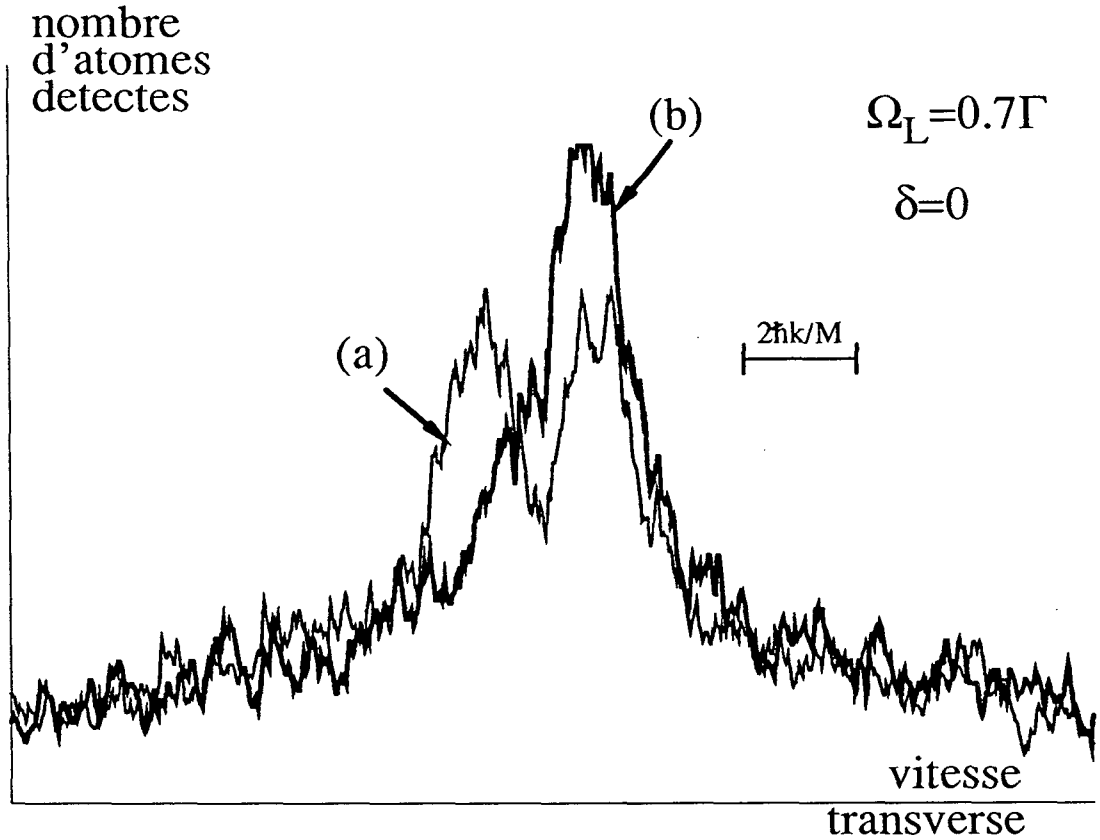


Fig. III-44 : Profils de vitesses transverses obtenus :

a) lorsque les deux ondes sont parfaitement superposées : on obtient deux pics distants de $2\hbar k/M$

b) lorsque l'onde aller interagit sur 1 mm en sortie de la zone d'interaction, le pic correspondant à la partie $|f_-, -\hbar k\rangle$ de l'état piège $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est "pompé" sur le pic correspondant à $|f_+, +\hbar k\rangle$, avec un élargissement dû à l'émission spontanée.

3) Généralisation: autres configurations de polarisation

Nous discutons dans ce paragraphe les conditions que doivent satisfaire les polarisations des deux ondes laser pour permettre l'effet de "résonances noires sélectives en vitesse". Nous avons vu dans IIIB1 que le principe de base de ce phénomène est une interférence destructive entre les amplitudes de transition dues à l'interaction avec les deux lasers, lorsque l'atome est dans une superposition cohérente des niveaux dans l'état fondamental qui n'est plus couplée à l'état excité par les lasers. Pour que le phénomène existe, il faut donc que les deux lasers couplent deux niveaux différents de l'état fondamental à un même état excité. Nous considérons donc les différentes configurations de polarisation qui peuvent se présenter pour la transition $J = 1 \rightarrow J = 1$.

a) Polarisation circulaire σ^+/σ^- :

Nous avons étudié en détail cette configuration d'une onde laser $\mathbf{E}_1$ se propageant vers $+Oz$, polarisée circulairement σ^+ par rapport à Oz, l'autre onde $\mathbf{E}_2$ se propageant en sens opposé et étant polarisée circulairement σ^- par rapport à Oz. Les états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$:

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-, p - \hbar k\rangle - |f_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\mathrm{IIIC3-1})$$

ne sont pas couplées par le laser à l'état excité:

$$V_{AL}|\Psi_{NC}(p)\rangle = 0 \qquad (\mathrm{IIIC3-2})$$

(pour $\langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_1|f_-\rangle = \langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_2|f_+\rangle$, voir IIIC1§6D). Par ailleurs $|\Psi_{NC}(p=0)\rangle$ est le seul état non couplé qui soit un état stationnaire de l'hamiltonien total :

$$H|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{p^2}{2M}|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}|\Psi_{NC}(0)\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3-3})$$

Ces deux propriétés sont nécessaires pour pouvoir avoir des résonances noires sélectives en vitesse. Nous allons voir dans la suite que la configuration σ^+/σ^- n'est pas la seule possible pour observer ce phénomène.

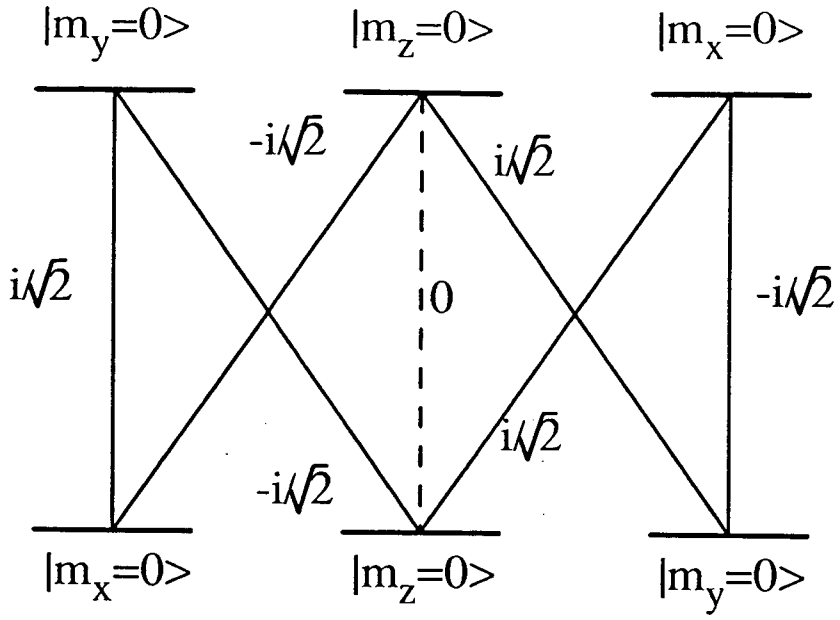
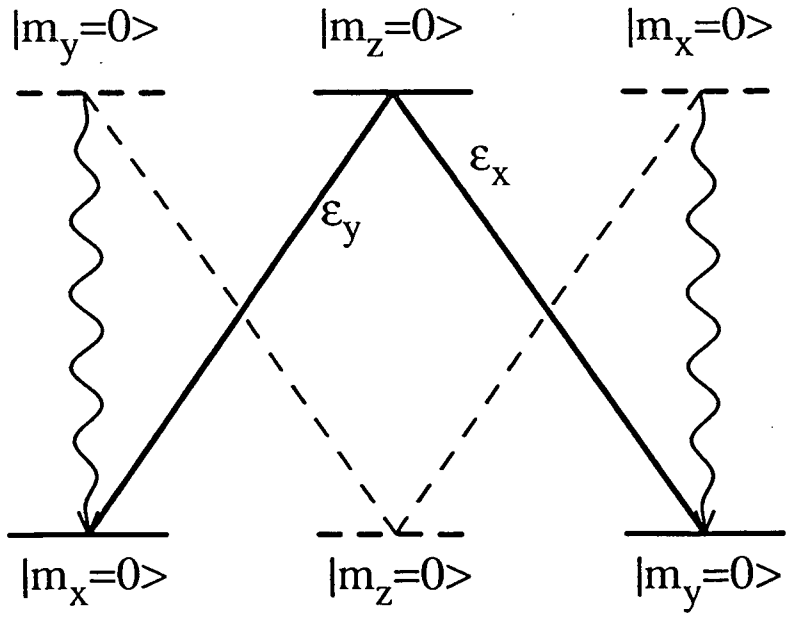


Fig. III-45 : a) La transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ dans la base $(|m_x = 0\rangle, |m_y = 0\rangle, |m_z = 0\rangle)$ avec les coefficients de Clebsch-Gordan correspondants.

b) Eclairée par des lasers polarisés linéairement suivant Ox et Oy, une telle transition se réduit à un système en Λ.



b) polarisations linéaire-linéaire orthogonales:

Considérons par exemple le cas de deux ondes laser, se propageant en sens inverse le long de l'axe Oz, l'une polarisée linéairement suivant Ox :

$$\mathbf{E}_1(z,t) = E_0 \mathbf{e}_x e^{+ikz - i\omega_L t} \qquad (\text{IIIC3} - 4\text{a})$$

l'autre polarisée linéairement suivant Oy :

$$\mathbf{E}_2(z,t) = E_0 \mathbf{e}_y e^{-ikz - i\omega_L t} \qquad (\text{IIIC3} - 4\text{b}$$

Soient V_{AL}^1 et V_{AL}^2 les hamiltoniens d'interaction entre un atome et l'onde $\mathbf{E}_1(z,t)$ et $\mathbf{E}_2(z,t)$ respectivement :

$$V_{AL}^1 = -\mathbf{D}.\mathbf{E}_1(z,t) \qquad (\text{IIIC3} - 5\text{a})$$

$$V_{AL}^2 = -\mathbf{D}.\mathbf{E}_2(z,t) \qquad (\text{IIIC3} - 5\text{b})$$

où $\mathbf{D}$ est l'opérateur dipolaire électrique de l'atome. Afin de mieux tenir compte des symétries, il est utile de changer de base. Au lieu de prendre la base des vecteurs propres du moment cinétique suivant l'axe Oz $\{|m_z = -1\rangle, |m_z = 0\rangle, |m_z = +1\rangle\}$, choisissons la base orthogonale $\{|m_x = 0\rangle, |m_y = 0\rangle, |m_z = 0\rangle\}$ formée des vecteurs propres des composantes du moment cinétique suivant Ox, Oy et Oz, associés à une valeur propre nulle:

$$J_x|m_x = 0\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 6\text{a})$$

$$J_y|m_y = 0\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 6\text{b})$$

$$J_z|m_z = 0\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 6\text{c})$$

Rappelons que dans la base standard des états propres de J_z on a :

$$J_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (\text{IIIC3} - 7\text{a})$$

$$J_y = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (\text{IIIC3} - 7\text{b})$$

$$J_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (\text{IIIC3} - 7\text{c})$$

et les vecteurs $|m_x = 0\rangle, |m_z = 0\rangle$ se déduisent de la base des vecteurs propres de J_z par:

$$|m_x = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|m_z = -1\rangle - |m_z = +1\rangle\} \qquad (\text{IIIC3} - 8\text{a})$$

$$|m_y = 0\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\{|m_z = -1\rangle + |m_z = +1\rangle\} \qquad (\text{IIIC3} - 8\text{b})$$

$$|m_z = 0\rangle = |m_z = 0\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 8\text{c})$$

Les éléments de matrice de couplage entre les sous-niveaux de l'état fondamental et excité de cette nouvelle base s'obtiennent en décomposant l'opérateur dipolaire électrique $\mathbf{D}$ suivant les composantes standard des opérateurs tensoriels irréductibles $D_q^{(1)}(q = -1, 0, +1)$:

$$D_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(D_{-1}^{(1)} - D_1^{(1)}\right) \qquad (\text{IIIC3} - 9\text{a})$$

$$D_y = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(D_{-1}^{(1)} + D_1^{(1)}\right) \qquad (\text{IIIC3} - 9\text{b})$$

$$D_z = D_0^{(1)} \qquad (\text{IIIC3} - 9\text{c})$$

et en utilisant alors le théorème de Wigner-Eckart:

$$\langle Jm_z|D_q^{(1)}|J'm'_z\rangle = \langle 1J'qm'_z|Jm_z\rangle \frac{\langle J \parallel D^{(1)} \parallel J'\rangle}{\sqrt{2J+1}} \qquad (\text{IIIC3} - 10)$$

où $\langle 1J'qm'_z|Jm_z\rangle$ est le coefficient de Clebsch-Gordan et $d = \langle J \parallel D^{(1)} \parallel J'\rangle$ est le moment dipolaire électrique réduit pour la transition $J' = 1 \longrightarrow J = 1$. A titre d'exemple calculons le couplage dû au laser polarisé linéairement suivant $\mathbf{e}_y$ entre $|m_x = 0\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$:

$$\begin{aligned}
&\langle m_z = 0|D_y|m_x = 0\rangle = \langle m_z = 0|\frac{i}{\sqrt{2}}\left(D_{-1}^{(1)} + D_1^{(1)}\right)|m_x = 0\rangle \\
&= \frac{i}{2}\langle m_z = 0|D_{-1}^{(1)} + D_1^{(1)}|m_z = -1\rangle - \frac{i}{2}\langle m_z = 0|D_{-1}^{(1)} + D_1^{(1)}|m_z = +1\rangle \\
&= \frac{i}{2}\langle m_z = 0|D_1^{(1)}|m_z = -1\rangle - \frac{i}{2}\langle m_z = 0|D_{-1}^{(1)}|m_z = +1\rangle \\
&= \frac{i}{2\sqrt{3}}d\{\langle 111-1|10\rangle - \langle 11-11|10\rangle\} \\
&= \frac{id}{\sqrt{3}}\langle 111-1|10\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 11)
\end{aligned}$$

On obtient de façon analogue, pour des polarisations rectilignes suivant Ox ou Oz :

$$\langle m_z = 0|D_x|m_x = 0\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 12)$$

$$\langle m_z = 0|D_z|m_x = 0\rangle = 0 \qquad \text{(IIIC3 – 13)}$$

Tous les autres éléments de matrice sont aisément obtenus par permutation circulaire (fig. III-45a). Dans le cas de deux ondes polarisées linéaires suivant Ox et Oy, seules les transitions $|m_x = 0\rangle \longleftrightarrow |m_z = 0\rangle$ et $|m_y = 0\rangle \longleftrightarrow |m_z = 0\rangle$ sont possibles et nous retrouvons une situation analogue à celle pour deux ondes polarisées circulaires. En effet en ce qui concerne les degrés de liberté internes, les trois niveaux $|f, m_x = 0\rangle, |f, m_y = 0\rangle$ et $|e, m_z = 0\rangle$ forment un système d'états couplés par le laser (fig. III-45b). Comme l'émission spontanée ne peut pas faire tomber un atome de $|e, m_z = 0\rangle$ dans $|f, m_z = 0\rangle$ le système constitue un ensemble fermé d'états couplés. Comme le laser polarisé suivant Ox couplant $|f, m_y = 0\rangle$ à $|e, m_z = 0\rangle$ se propage vers les z positifs et celui couplant $|f, m_x = 0\rangle$ à $|e, m_z = 0\rangle$ se propage vers les z négatifs, nous retrouvons lorsque nous quantifions les degrés de liberté externes des atomes les états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ (pour $\langle e, m_z = 0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_1|f, m_y = 0\rangle$ $= \langle e, m_z = 0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_2|f, m_x = 0\rangle$) :

$$\begin{aligned}|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{&|f, m_y = 0, p_{at}^z = p - \hbar k\rangle \\ &-|f, m_x = 0, p_{at}^z = p + \hbar k\rangle\}\end{aligned} \qquad \text{(IIIC3 – 14)}$$

qui ne sont pas couplés par les lasers à l'état excité à cause des interférences destructives entre les amplitudes de transition. Le seul état non couplé à la lumière qui soit un état stationnaire de l'hamiltonien total est:

$$\begin{aligned}|\Psi_{NC}(p = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{&|f, m_y = 0, p_{at}^z = -\hbar k\rangle \\ &-|f, m_x = 0, p_{at}^z = \hbar k\rangle\}\end{aligned} \qquad \text{(IIIC3 – 15)}$$

Pour évaluer l'efficacité de l'accumulation des atomes dans cet état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ nous pourrions refaire une intégration numérique des équations de Bloch optiques généralisées, en utilisant les familles fermées d'états couplés par les lasers qui sont cette fois-ci:

$$F(p) = \{|f, m_y = 0, p - \hbar k\rangle, |e, m_z = 0, p\rangle, |f, m_x = 0, p + \hbar k\rangle\}$$

La figure III-46 montre la mise en évidence expérimentale des résonances noires sélectives en vitesse avec des ondes laser polarisées linéairement orthogonales se propageant en sens inverse le long de l'axe Oz perpendiculaire à l'axe du jet d'atomes. Nous voyons les deux

pics dans la distribution des vitesses à $\pm\hbar k/M$. Nous avons réalisé cette expérience avec le même montage que celui présenté en IIIB, mais avec une onde aller polarisée linéairement à 45° de l'axe de la lame $\lambda/4$. L'onde aller est donc linéaire au niveau de la zone d'interaction et devient circulaire au niveau du miroir de reflexion (après une première traversée de la lame $\lambda/4$); après la réflexion et le deuxième passage à travers la lame $\lambda/4$ elle sera de nouveau linéaire, mais orthogonale à la polarisation linéaire de l'onde aller.

Nous voyons donc que l'effet de résonances noires sélectives en vitesse avec deux ondes polarisées linéaires orthogonales est qualitativement identique à celui pour deux ondes polarisées σ^+ et σ^-.

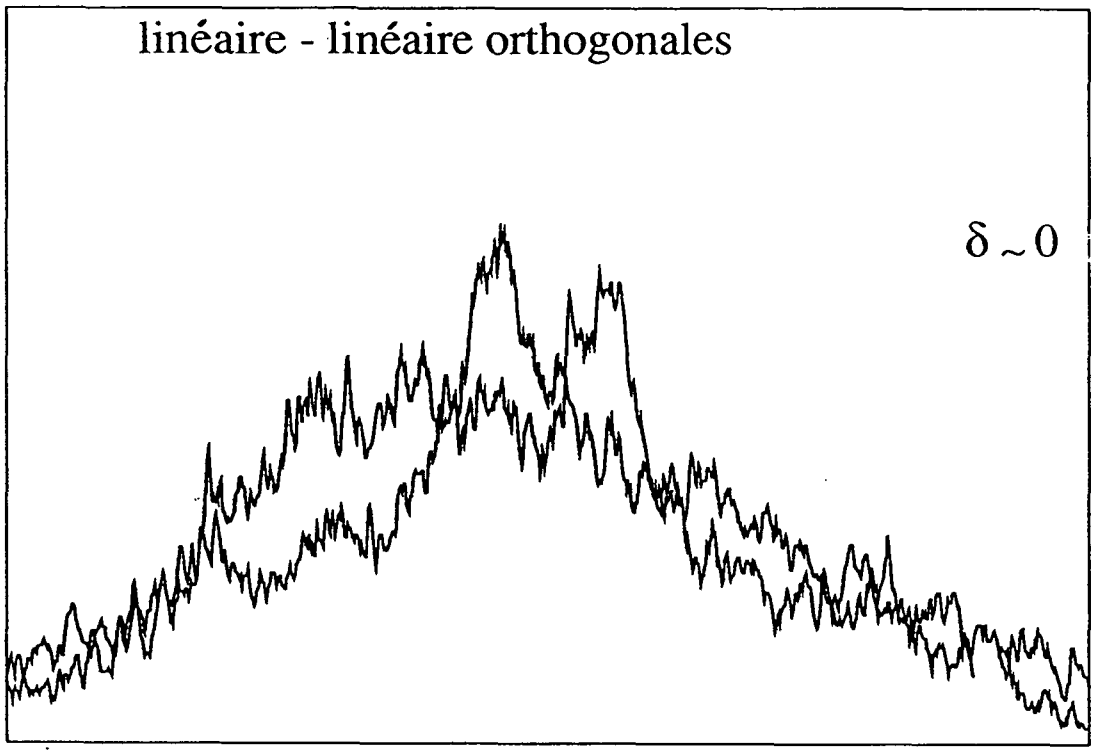


Fig. III-46 : Résultat expérimental de résonances noires sélectives en vitesse avec deux lasers polarisés linéairement suivant Ox et Oy se propageant en sens inverse dans une direction perpendiculaire au jet atomique. Fréquences de Rabi : 0.6Γ, temps d'interaction $350\Gamma^{-1}$, désaccord nul. On voit que dans cette configuration les deux pics à $p_{at}^{x} = \pm\hbar k$ apparaissent, confirmant ainsi l'existence des résonances noires sélectives en vitesse dans cette configuration.

c) linéaire-linéaire parallèle

Si au contraire nous choisissons la direction de la polarisation linéaire à l'aller le long d'un des axes neutres de la lame $\lambda/4$, la polarisation ne change pas lors du passage à travers cette lame et nous aurons au retour une polarisation linéaire parallèle à la polarisation aller. Comme le montre la figure III-47 nous n'avons alors pas observé le double pic caractéristique des résonances noires sélectives en vitesse.

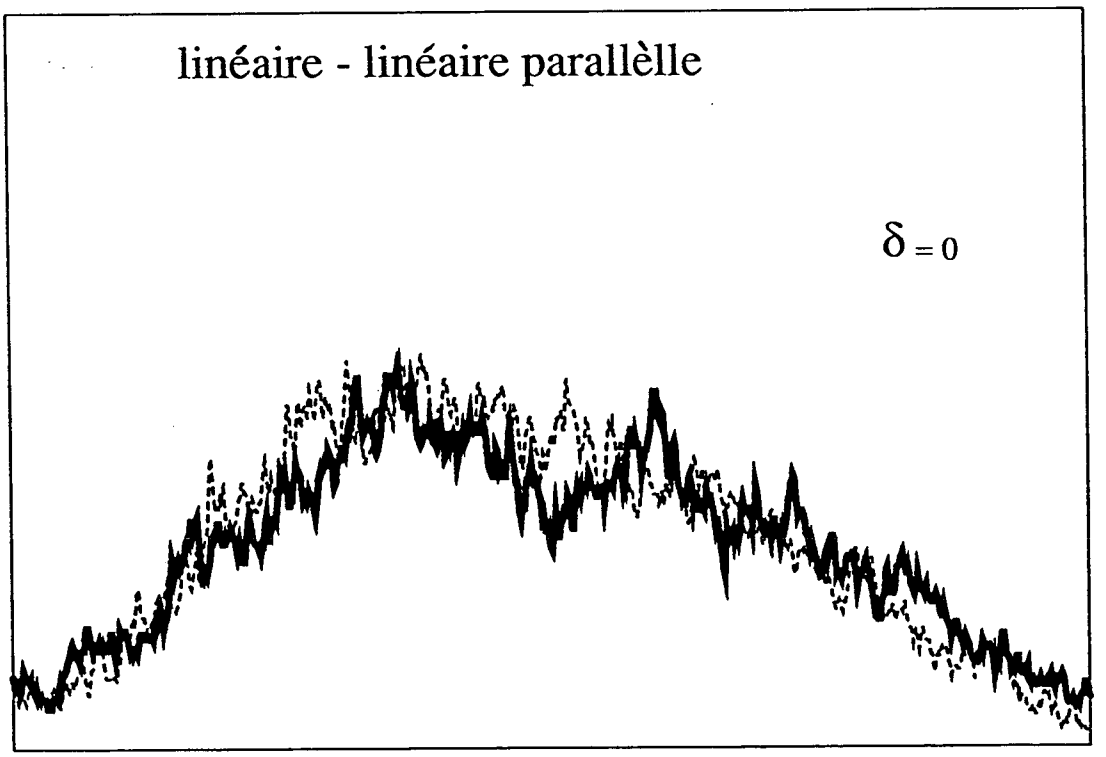


Fig. III-47 : Résultat expérimental avec deux lasers polarisés linéairement suivant un même axe Ox se propageant en sens inverse suivant Oz. Dans une telle configuration le pompage optique des atomes dans le niveau fondamental $|m_x = 0\rangle$ fait sortir tous les atomes de l'interaction avec les lasers, indépendemment de leur vitesse.

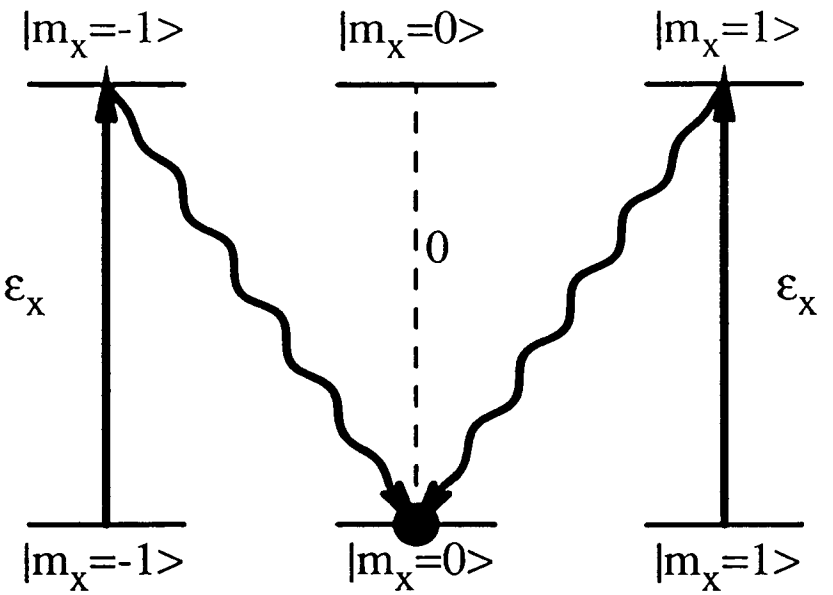


Fig. III-48 : Couplages induits par des lasers polarisés linéairement suivant Ox sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ représentée dans la base $(|m_x = -1\rangle, |m_x = 0\rangle, |m_x = +1\rangle)$. Le niveau $|m_x = 0\rangle$ n'est pas excité par le laser et les atomes y seront accumulés par pompage optique sans sélection en vitesse.

Dans ce cas il n'y a en effet plus d'interférences entre amplitudes de transitions (qui n'aboutissent pas au même état excité), mais seulement un effet de pompage optique dans le sous-niveau Zeeman de moment cinétique nul le long de l'axe de polarisation : cet effet n'est pas sélectif en vitesse. La figure III-48 montre les transitions lors d'une excitation par des lasers polarisés tous les deux linéairement suivant l'axe Ox par exemple. Dans ce cas tous les atomes sont pompés optiquement dans le sous-niveau Zeeman $|f, m_x = 0\rangle$ de l'état fondamental. Lorsque les polarisations des deux lasers sont linéaires parallèles le phénomène de résonances noires sélectives en vitesse n'a donc pas lieu. Nous allons voir dans la prochaine partie que ceci n'est en fait qu'un cas particulier de polarisations des deux

lasers identiques, configuration pour laquelle il n'y a pas de refroidissement par résonances noires sélectives en vitesses.

d) Généralisation :

Nous nous proposons dans ce paragraphe de chercher plus généralement à quelles conditions doivent satisfaire les polarisations des deux ondes laser se propageant en sens inverse suivant l'axe Oz pour qu'on puisse observer des résonances noires sélectives en vitesses sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$. En nous laissant guider par les couplages V_{AL}^1 et V_{AL}^2 induits par les deux lasers, nous effectuerons pour cela un changement de base judicieux permettant de dégager quels états $|\varphi\rangle$ non couplés par les lasers:

$$V_{AL}|\varphi\rangle = 0 \qquad \text{(IIIC3} - 16)$$

sont des états stationnaires de l'hamiltonien (réduit au terme d'énergie cinétique) :

$$\frac{p^2}{2M}|\varphi\rangle = E_c|\varphi\rangle \qquad \text{(IIIC3} - 17)$$

Soit ϵ_1 la polarisation de l'onde aller $\mathbf{E}_1$ et ϵ_2 celle de l'onde retour $\mathbf{E}_2$ (fig. III-49). Les champs électriques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ s'écrivent alors:

$$\mathbf{E}_1 = E_0^1 \epsilon_1 e^{ikz} e^{-i\omega_L t} + c.c. = E_1(\mathbf{r})\epsilon_1 \qquad \text{(IIIC3} - 18\text{a)}$$

$$\mathbf{E}_2 = E_0^2 \epsilon_2 e^{-ikz} e^{-i\omega_L t} + c.c. = E_2(\mathbf{r})\epsilon_2 \qquad \text{(IIIC3} - 18\text{b)}$$

Remarquons tout d'abord que comme les deux ondes se propageant suivant $\pm Oz$, leur polarisations ϵ_1 et ϵ_2 sont nécessairement orthogonales à $\mathbf{e}_z$ et nous n'aurons donc pas de transitions π avec $\Delta m_z = 0$. Ceci implique que les trois niveaux $|f, m_z = -1\rangle, |e, m_z = 0\rangle$, $|f, m_z = +1\rangle$ forment un système fermé qu'on peut représenter en forme de Λ. Décomposons alors les polarisations ϵ_1 et ϵ_2 :

$$\epsilon_1 = a_1\epsilon_- + b_1\epsilon_+ \qquad \text{(IIIC3} - 19\text{a)}$$

$$\epsilon_2 = a_2\epsilon_- + b_2\epsilon_+ \qquad \text{(IIIC3} - 19\text{b)}$$

avec $\epsilon_\pm = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ et $|a_1|^2 + |b_1|^2 = 1$.

Définissons, à partir de l'expression (IIIC3-19) des deux polarisations ϵ_1 et ϵ_2, deux superpositions linéaires $|m_1\rangle$ et $|m_2\rangle$ des sous-niveaux Zeeman $|f_-\rangle$ et $|f_+\rangle$:

$$|m_1\rangle = a_1|f_-\rangle + b_1|f_+\rangle \qquad \text{(IIIC3} - 20\text{a)}$$

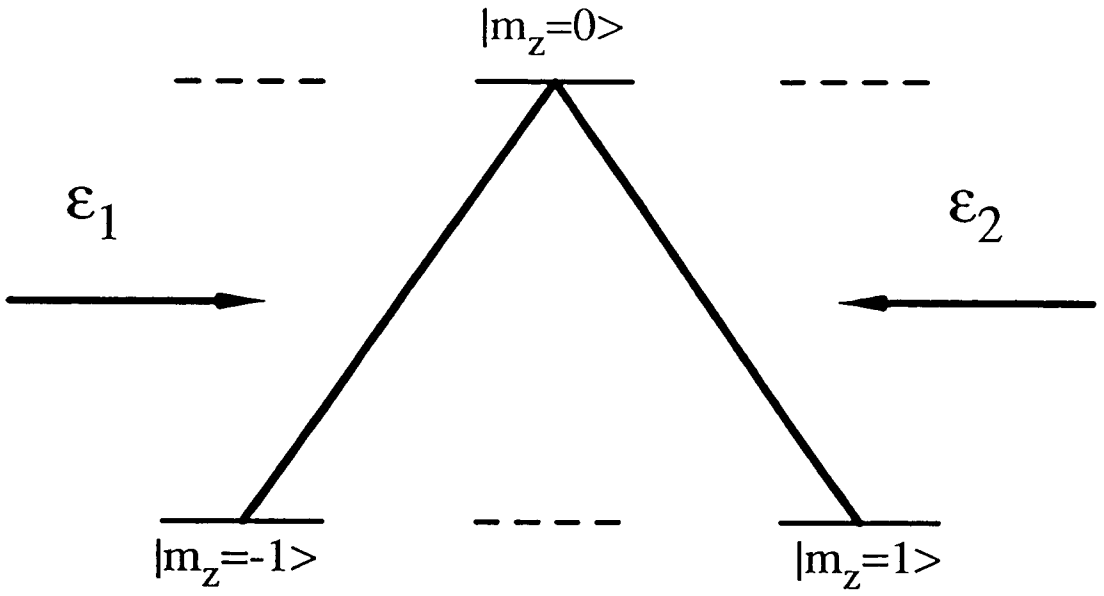


Fig. III-49: Système en Λ formé par deux niveaux fondamentaux $|m_z = -1\rangle$ et $|m_z = +1\rangle$ et l'état excité $|m_z = 0\rangle$. Pour deux lasers se propageant suivant Oz avec des polarisations ϵ_1, ϵ_2 (orthogonales à Oz) ces trois niveaux forment un système fermé d'états couplés.

$$|m_2\rangle = a_2|f_-\rangle + b_2|f_+\rangle \qquad \text{(IIIC3} - 20\text{b)}$$

Nous allons maintenant distinguer deux situations différentes :

(i) Polarisations ϵ_1, ϵ_2 distinctes, c'est-à-dire

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0 \qquad \text{(IIIC3} - 21\text{)}$$

Nous verrons que cette condition est suffisante pour avoir des résonances noires sélectives en vitesse suivant Oz.

(ii) Polarisations identiques : $\epsilon_2 = e^{i\theta}\epsilon_1$. Dans ce cas on aura simplement du pompage optique dans un niveau non couplé à la lumière indépendemment de la vitesse des atomes : il n'y a alors pas de refroidissement.

(i) polarisations distinctes :

Lorsque $\Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$ les états $\{|m_1, p\rangle, |m_2, p\rangle\}$ forment une base pour les états fondamentaux de l'atome. Notons que cette base n'est une base orthogonale que dans le cas particulier de deux polarisations ϵ_1 et ϵ_2 orthogonales. Si nous exprimons alors l'hamiltonien d'interaction atome-laser dans cette nouvelle base nous obtenons:

$$V_{AL} = V_{AL}^1 + V_{AL}^2 \qquad \text{(IIIC3} - 22)$$

avec:

$$\begin{aligned} V_{AL}^1 = -\mathbf{D}.\mathbf{E}_1 = \frac{\hbar\Omega_1}{2}\sum_p \Big\{ & \frac{\langle m_2|m_1\rangle}{\Delta}|e_0, p\rangle\langle m_1, p - \hbar k| \\ & -\frac{1}{\Delta}|e_0, p\rangle\langle m_2, p - \hbar k|\Big\} e^{-i\omega_L t} \\ & + h.c. \end{aligned} \qquad \text{(IIIC3} - 23\text{a)}$$

$$\begin{aligned} V_{AL}^2 = -\mathbf{D}.\mathbf{E}_2 = \frac{\hbar\Omega_2}{2}\sum_p \Big\{ & \frac{-\langle m_1|m_2\rangle}{\Delta}|e_0, p\rangle\langle m_2, p + \hbar k| \\ & +\frac{1}{\Delta}|e_0, p\rangle\langle m_1, p + \hbar k|\Big\} e^{-i\omega_L t} \\ & + h.c. \end{aligned} \qquad \text{(IIIC3} - 23\text{b)}$$

où:

$$\Omega_1 = -\frac{\langle e_0|D_1 E_0^1|f_-\rangle}{\hbar} = +\frac{\langle e_0|D_{-1} E_0^1|f_+\rangle}{\hbar} \qquad \text{(IIIC3} - 24\text{a)}$$

$$\Omega_2 = -\frac{\langle e_0|D_1 E_0^2|f_-\rangle}{\hbar} = +\frac{\langle e_0|D_{-1} E_0^2|f_+\rangle}{\hbar} \qquad \text{(IIIC3} - 24\text{b)}$$

Notons que:

$$V_{AL}^1|m_1, p\rangle = \frac{\hbar\Omega_1}{2}e^{-i\omega_L t}\left[\frac{\langle m_2|m_1\rangle - \langle m_2|m_1\rangle}{\Delta}\right]|e_0, p + \hbar k\rangle = 0 \qquad \text{(IIIC3} - 25\text{a)}$$

$$V_{AL}^2|m_2, p\rangle = \frac{\hbar\Omega_2}{2}e^{-i\omega_L t}\left[\frac{-\langle m_1|m_2\rangle + \langle m_1|m_2\rangle}{\Delta}\right]|e_0, p - \hbar k\rangle = 0 \qquad \text{(IIIC3} - 25\text{b)}$$

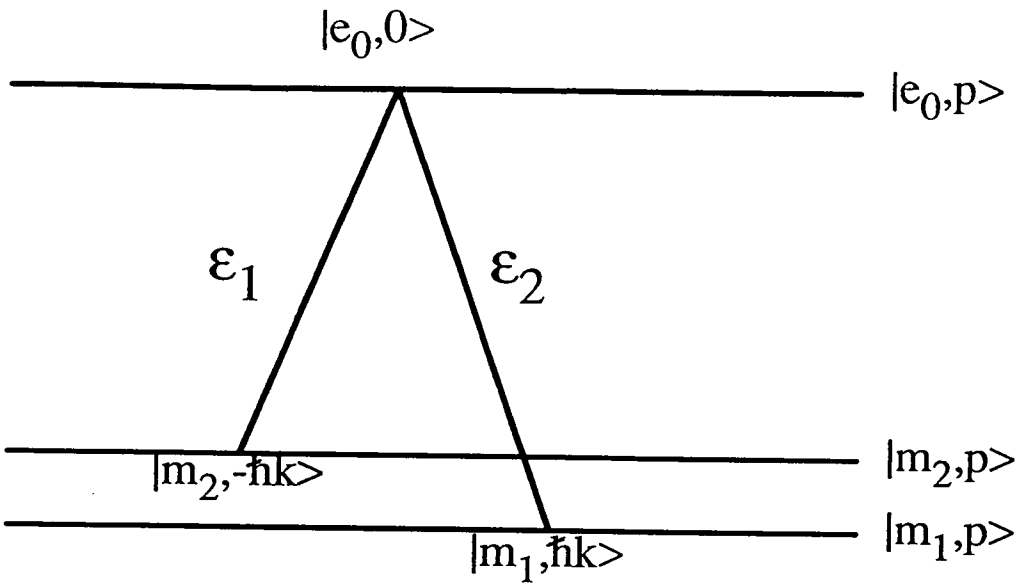


Fig. III-50 : Couplage induit par les lasers sur les états $|m_1, p_{at}^z\rangle$ et $|m_2, p_{at}^z\rangle$. Chaque état est représenté par un point d'abscisse égale à sa quantité de mouvement le long de Oz et par son degré de liberté interne : ligne supérieure pour e_0, lignes inférieures pour $|m_1\rangle, |m_2\rangle$. Notons que les états $|m_1\rangle$ et $|m_2\rangle$ ne sont en général pas orthogonaux.

Nous retrouvons alors les mêmes ingrédients que dans le cas de deux polarisations circulaires σ^+ et σ^- : chaque état de la base $\{|m_1, p\rangle, |m_2, p\rangle\}$ est couplé à l'état excité par une des deux ondes; cependant les états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$:

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|m_2, p - \hbar k\rangle + |m_1, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC3} - 26)$$

ne sont pas couplés à l'état excité par les lasers (nous avons pris ici $\Omega_1 = \Omega_2$, voir IIIC1 § 6D). Parmi ces états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$, seul $|\Psi_{NC}(p = 0)\rangle$ (fig. III-50) donné par:

$$|\Psi_{NC}(p = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|m_2, -\hbar k\rangle + |m_1, +\hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC3} - 27)$$

est un état stationnaire de l'hamiltonien:

$$\frac{p^2}{2M}|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}|\Psi_{NC}(0)\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 28)$$

Rappelons que les deux états $|m_1\rangle$ et $|m_2\rangle$ sont des superpositions de $|f_-\rangle$ et de $|f_+\rangle$ et ils ne sont orthogonaux entre eux que lorsque les polarisations ϵ_1 et ϵ_2 des deux lasers le sont. On vérifie par ailleurs aisément en développant les états atomiques suivant $|m_1, p\rangle$ et $|m_2, p\rangle$ que parmi les états qui sont vecteurs propres de $p^2/2M$, il n'existe qu'un seul état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ qui ne soit pas couplé à la lumière. En effet pour avoir l'effet d'interférence destructive à l'origine de notre mécanisme de refroidissement il faut que l'état $|m_1, p\rangle$ soit couplé au même état excité que l'état $|m_2, p\rangle$ c'est-à-dire il faut que:

$$V_{AL}^2|m_1, p\rangle = -V_{AL}^1|m_2, -p\rangle \qquad \text{(IIIC3} - 29)$$

ce qui n'est possible que pour $p = \hbar k$ (fig. III-50).

Remarques:

** Le signe de $|m_1, p + \hbar k\rangle$ dans $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ dépend de la phase relative des deux ondes lasers et du signe des coefficients de Clebsch-Gordan des transitions du système en Λ. Ceci explique la différence entre l'expression (IIIC3-14) où nous avons choisi*

$$\langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_1|m_2\rangle = \langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_2|m_1\rangle$$

et celle de (IIIC3-26) pour laquelle nous avons:

$$\langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_1|m_2\rangle = -\langle e_0|\mathbf{D}.\mathbf{E}_2|m_1\rangle.$$

** Dans le cas d'une onde polarisée linéairement suivant Ox se propageant suivant $+Oz$ et une onde laser polarisée σ^- se propageant suivant $-Oz$ (fig. III-51a), on a par exemple (pour $\Omega_1 = \Omega_2$ voir IIIC3-24) :*

$$\epsilon_1 = \mathbf{e}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_- - \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_+ \qquad \text{(IIIC3} - 30\text{a)}$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_- \qquad \text{(IIIC3} - 30\text{b)}$$

L'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est alors(fig. III−51b):

$$|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{1}{2}|f_-, +\hbar k\rangle - \frac{1}{2}|f_+, +\hbar k\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|f_-, -\hbar k\rangle \qquad \text{(IIIC3} - 31)$$

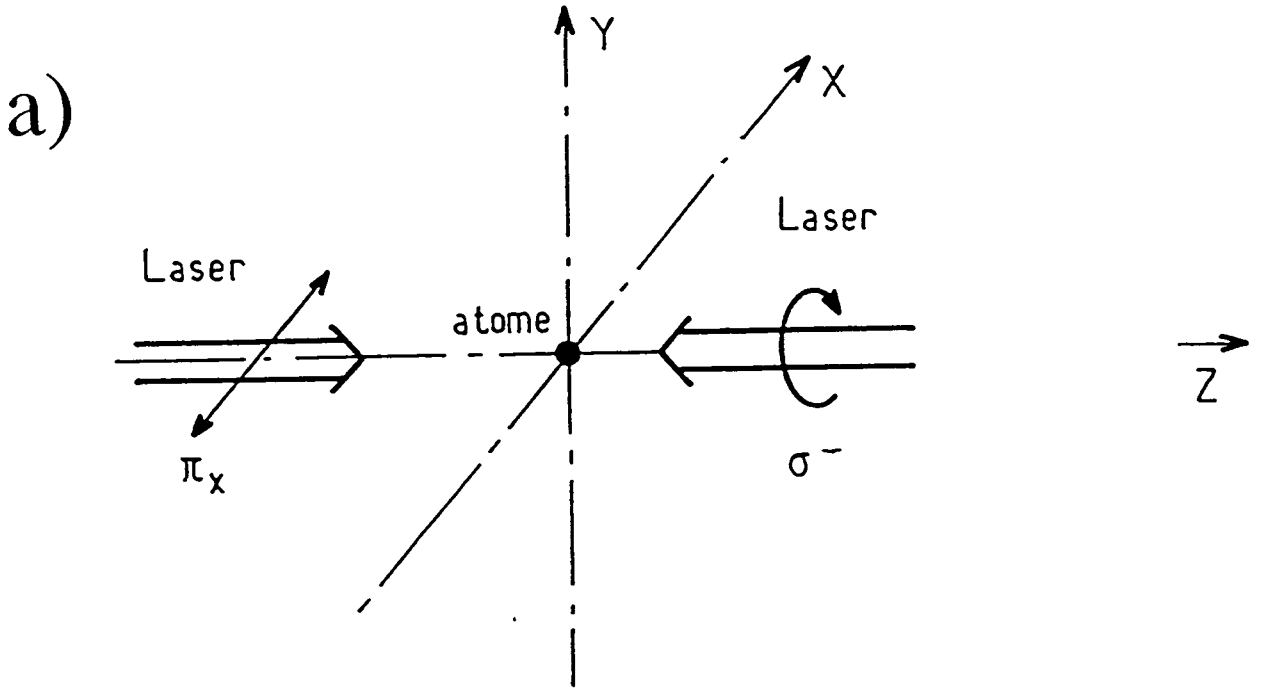
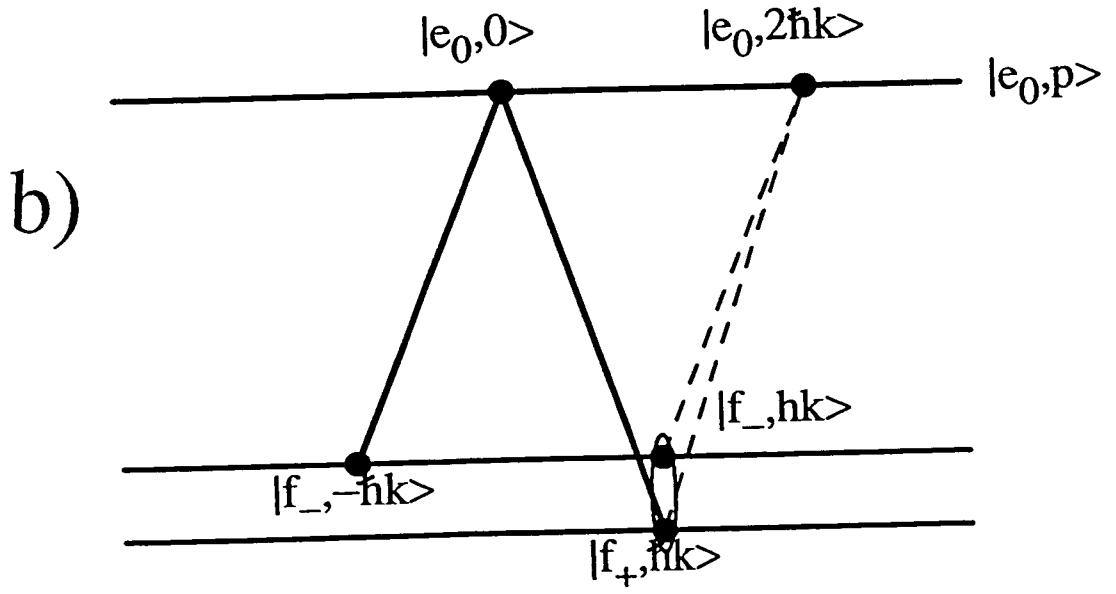


Fig. III-51 : a) Configuration des lasers pour des résonances noires sélectives en vitesse avec un laser polarisé linéairement et un laser polarisé circulairement.

b) Couplage induit par les lasers sur les états $|f_-, p^z_{at}\rangle$ et $|f_+, p^z_{at}\rangle$. Chaque état est représenté par un point d'abscisse égale à sa quantité de mouvement le long de Oz et par son degré de liberté interne : ligne supérieure pour e_0, lignes inférieures pour $|f_-\rangle, |f_+\rangle$.



qu'on déduit à partir des états internes:

$$|m_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-\rangle - |f_+\rangle\} \qquad (\text{IIIC3} - 32\text{a})$$

$$|m_2\rangle = |f_-\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 32\text{b})$$

Notons que la nullité du couplage laser entre $|m_1, +\hbar k\rangle$ *et l'état excité* $|e_0, 2\hbar k\rangle$ *provient de l'interférence destructive entre les amplitudes de probabilité à partir de* $|f_-, +\hbar k\rangle$ *et à partir de* $|f_+, +hk\rangle$ *(pointillés de la figure III-51b).*

(ii) polarisations identiques :

Pour terminer cette étude générale à une dimension des polarisations des lasers conduisant au phénomène de résonances noires sélectives en vitesse sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$, il nous reste à étudier le cas où les deux polarisations ϵ_1 et ϵ_2 des lasers sont identiques:

$$\epsilon_2 = e^{i\theta}\epsilon_1 \qquad (\text{IIIC3} - 33\text{a})$$

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 33\text{b})$$

Dans ce cas les états $|m_1, p\rangle$ et $|m_2, p\rangle$ définis par (IIIC2-20) ne constituent plus une base de l'état fondamental de l'atome. Il existe dans ce cas en effet un état fondamental de l'atome, orthogonal à $|m_1, p\rangle$ et à $|m_2, p\rangle$, qui est couplé à l'état excité par les lasers. En revanche tous les états définis par:

$$|\varphi(p)\rangle = |m_2, p\rangle = e^{i\theta}|m_1, p\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 34)$$

ne sont pas excités par les lasers:

$$V_{AL}|\varphi(p)\rangle = (V_{AL}^1 + V_{AL}^2)|\varphi(p)\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC3} - 35)$$

et sont aussi des états stationnaires:

$$\frac{p^2}{2M}|\varphi(p)\rangle = E_c|\varphi(p)\rangle \qquad (\text{IIIC3} - 36)$$

Contrairement au cas des polarisations distinctes, il n'y a dans le cas des polarisations identiques pas de sélectivité en vitesse pour les états stationnaires non couplés par le laser à l'état excité : nous obtenons ici un phénomène de pompage optique des atomes vers le

sous-niveau $|m_2\rangle = e^{i\theta}|m_1\rangle$. Dans le cas de deux polarisations circulaires σ^+ par exemple, les atomes sont pompés optiquement de $|f_-\rangle$ vers $|m_1\rangle = |f_+\rangle$.

Remarque:
Lorsque les deux polarisations ϵ_1 et ϵ_2 ne sont pas orthogonales, la sélectivité en vitesse est modifiée : tous les paramètres étant identiques par ailleurs, la largeur des pics autour de $p_{at}^z = \pm\hbar k$ diminue lorsque $\epsilon_1.\epsilon_2$ augmente pour devenir nulle pour $\epsilon_1 = \epsilon_2$. En effet lorsqu'on calcule le couplage par laser entre $|\Psi_c(p)\rangle$ et $|e_0, p\rangle$, on trouve que

$$\langle e_0, p|V_{AL}|\Psi_c(p)\rangle = \frac{\hbar}{2}\sqrt{K_1^2 + K_2^2}e^{-i\omega_L t}u \qquad (\text{IIIC3} - 37)$$

où $|u| = |a_1 b_2 - a_2 b_1|$ est la norme du produit vectoriel $\epsilon_1.\epsilon_2$. On peut alors pour calculer les largeurs Γ' et Γ'' de $|\Psi_c(p)\rangle$ et $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ utiliser la même démarche que pour des polarisations orthogonales à condition de multiplier les fréquences de Rabi des lasers par $|u|$. Ceci donne (pour $K_1 = K_2 = K$) :

$$\Gamma'' \longrightarrow \Gamma'' = \frac{2(kp/M)^2\Gamma}{K^2|u|^2} \qquad (\text{IIIC3} - 38)$$

La largeur Δp des deux pics après un temps d'interaction donné qui est déterminé par $\Gamma''\Delta p = 1$devient ainsi:

$$\Delta p \longrightarrow \Delta p|u| \qquad (\text{IIIC3} - 39)$$

Notons cependant que tout comme pour une puissance laser plus faible ($K^2 \longrightarrow K^2|u|^2$)l'accumulation dans $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ devient de moins en moins efficace (voir la remarque de IIIA2). La limite $|u| \longrightarrow 0$, c'est-à-dire $\epsilon_1 \longrightarrow \epsilon_2$, correspond ainsi à la limite $K \longrightarrow 0$: les atomes ne sont plus excités quelque soit leur vitesse.

e) Image géométrique:

Une image géométrique peut aider à mieux comprendre la condition sur les polarisations des deux lasers. Dans le cas d'une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$, il faut que le moment cinétique soit parallèle au champ électrique pour ne pas être excité. Ce résultat se démontre facilement en introduisant le formalisme proposé par Ol'Shanii [11]. Soit $|\Psi\rangle$

un état quelconque pour un atome dans l'état fondamental, le mouvement étant quantifié. Cet état peut être représenté par le spineur

$$(\mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r})) = \begin{pmatrix} \mathbf{\Psi}_x(\mathbf{r}) \\ \mathbf{\Psi}_y(\mathbf{r}) \\ \mathbf{\Psi}_z(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{IIIC3}-39)$$

avec

$$\mathbf{\Psi}_x(\mathbf{r}) = \langle f, m_x = 0, \mathbf{r}|\Psi\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3}-40\mathrm{a})$$

$$\mathbf{\Psi}_y(\mathbf{r}) = \langle f, m_y = 0, \mathbf{r}|\Psi\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3}-40\mathrm{b})$$

$$\mathbf{\Psi}_z(\mathbf{r}) = \langle f, m_z = 0, \mathbf{r}|\Psi\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3}-40\mathrm{c})$$

A ce spineur nous pouvons associer un champ de vecteur $\mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r}) = \alpha_x(\mathbf{r})\mathbf{e}_x + \alpha_y(\mathbf{r})\mathbf{e}_y + \alpha_z(\mathbf{r})\mathbf{e}_z \qquad (\mathrm{IIIC3}-41)$$

où $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ et $\mathbf{e}_z$ sont les vecteurs unitaires suivant Ox, Oy et Oz. De façon analogue, nous associons à un état excité quelconque le spineur

$$(\mathbf{\Psi}_e(\mathbf{r}))$$

qu'il est commode de représenter par le champ de vecteur $\mathbf{\Psi}_e(\mathbf{r})$. Il est alors facile de montrer que le spineur $\mathbf{\Psi}_e(\mathbf{r})$ associé à

$$|\Psi_e\rangle = V_{AL}|\Psi_f\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3}-42)$$

s'écrit:

$$\mathbf{\Psi}_e(\mathbf{r}) = \tilde{V}_{AL}\mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r}) = -\frac{id}{\sqrt{6}}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \times \mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC3}-43)$$

où $d = \langle 1 \parallel D \parallel 1\rangle$ est l'élément de matrice réduit de l'opérateur dipolaire électrique entre l'état $J_f = 1$ et $J_e = 1$. Pour $\mathbf{\Psi}_f(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_x$ et $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0\mathbf{e}_y$ par exemple, nous avons vu dans le paragraphe IIICb que

$$V_{AL}|f, m_x = 0\rangle = \frac{idE_0}{\sqrt{6}}|e, m_z = 0\rangle \qquad (\mathrm{IIIC3}-44)$$

et d'après (IIIC3-43)

$$\mathbf{\Psi}_e(\mathbf{r}) = -\frac{idE_0}{\sqrt{6}}\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x = \frac{idE_0}{\sqrt{6}}\mathbf{e}_z \qquad (\mathrm{IIIC3}-45)$$

Cette représentation va nous permettre d'interpréter simplement les résonances noires sélectives en vitesse dans le cas de deux polarisations circulaires σ^+ et σ^- :

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) = E_0 e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega_L t)}\epsilon_+ + c.c \qquad \text{(IIIC3} - 46\text{a)}$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r},t) = E_0 e^{i(-\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega_L t)}\epsilon_- + c.c \qquad \text{(IIIC3} - 46\text{b)}$$

Le champ électrique total $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ forme alors une hélice de pas λ :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) &= \mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)\\ &= -\sqrt{2}E_0\left\{cos(\mathbf{k}.\mathbf{r})\mathbf{e}_y + isin(\mathbf{k}.\mathbf{r})\mathbf{e}_x\right\}e^{-i\omega_L t} + c.c. \qquad \text{(IIIC3} - 47\text{)}\end{aligned}$$

avec $k = 2\pi/\lambda$. L'état atomique non couplé à la lumière est représenté par un vecteur parallèle en tout point à $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, c'est-à-dire une hélice superposée à l'hélice de la lumière. La sélectivité en vitesse de cet état non couplé à la lumière vient du fait que dès que l'hélice du dipôle bouge elle ne sera plus superposée à l'hélice de la lumière et le dipôle peut être excité par les lasers. Seule une hélice immobile reste non couplé au champ électrique.

En revanche, lorsque les polarisations des deux ondes laser sont identiques (linéaires parallèles à Ox par exemple), le spineur atomique non couplé à l'état excité par les laser sera parallèle à Ox et peut bouger suivant l'axe Oz de propagation des lasers tout en restant parallèle au champ électrique. L'état non couplé n'est donc pas sélectif en vitesse. Nous voyons alors que si le champ $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ est invariant par translation suivant l'axe Oz, un spineur parallèle à $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ peut bouger suivant Oz tout en restant parallèle à $\mathbf{E}(\mathbf{r})$: il n'y aura plus de sélection en vitesse. Pour avoir une sélection en vitesse il faut donc que le champ électrique ne soit pas invariant par translation suivant l'axe Oz considéré (fig. III-52).

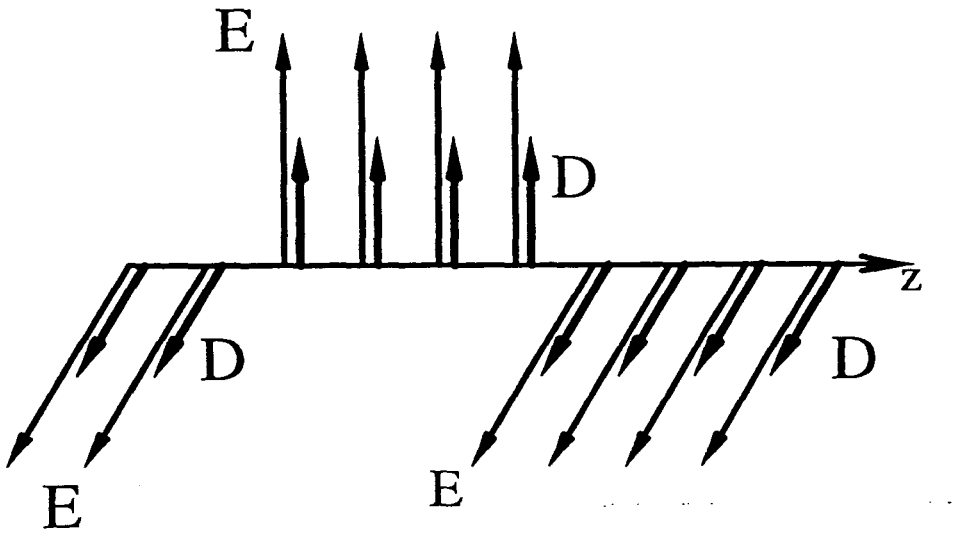


Fig. III-52 : Lorsque le champ électrique résultant des différentes ondes laser n'est pas invariant par translation, le processus de résonances noires est sélectif en vitesse. Le dipôle atomique doit rester parallèle au champ électrique en tout point (pour une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$) et à chaque instant : ceci permet de mieux "voir" comment apparaît la sélectivité en vitesse.

4) Généralisation à plusieurs dimensions

Nous avons étudié en détail dans les parties précédentes le refroidissement par laser en utilisant les "résonances noires sélectives en vitesse" à une dimension. Après la mise en évidence expérimentale sur notre jet d'hélium métastable de ce processus de refroidissement spectaculaire à une dimension, on se demande évidemment dans quelle mesure ce mécanisme de refroidissement peut se généraliser à deux ou à trois dimensions. A la fin de la partie IIIC1 nous avons proposé une configuration laser pour des résonances noires sélectives en vitesse à deux dimensions sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$. Plus récemment F. Mauri et E. Arimondo de Pise[12] et Ol'Shanii et Minogin de Moscou[11] ont proposé des configurations pour des résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions. Avant de

discuter dans les parties IIIC4b à IIIC4d la généralisation à trois dimensions de ce nouveau mécanisme de refroidissement, nous essaierons dans IIIC4a de dégager, à partir du cas à une dimension, les conditions à satisfaire pour pouvoir accumuler les atomes dans une classe de vitesse bien définie.

a) Conditions nécessaires et suffisantes

Une première condition est bien sûr de disposer d'un état atomique qui ne soit pas couplé à l'état excité par le laser, dans lequel nous puissions accumuler des atomes. Dans la configuration de deux ondes laser polarisées σ^+ et σ^- se propageant en sens inverse, que nous avons étudié pour les résonances noires à une dimension sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$, les états

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|f_-, p - \hbar k\rangle - |f_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC4} - 1)$$

vérifient cette condition:

$$V_{AL}|\Psi_{NC}(p)\rangle = 0 \qquad (\text{IIIC4} - 2)$$

Mais ceci ne suffit pas pour augmenter la densité d'atomes dans une classe de vitesse. Pour cela il faut en plus de cette première condition (IIIC4-2) introduire une sélection en vitesse, c'est-à-dire que parmi les états non couplés $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ seuls ceux dont la quantité de mouvement vérifie une condition supplémentaire constituent un état piège dans lequel nous pouvons accumuler les atomes. Cette sélection en vitesse provient dans notre situation du fait que nous exigeons de l'état piège parfait d'être un état stationnaire, c'est-à-dire un état propre de l'hamiltonien, qui se réduit pour les états $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ à

$$\frac{p^2}{2M}|\Psi_{NC}(p)\rangle = E_c|\Psi_{NC}(p)\rangle \qquad (\text{IIIC4} - 3)$$

Dans notre exemple à une dimension ceci implique une relation à satisfaire par la quantité de mouvement d'un état piège parfait, ce qui nous a fixé cette quantité de mouvement le long de Oz par:

$$|p_{at}^z| = \hbar k \qquad (\text{IIIC4} - 4)$$

Un troisième point, le plus difficile à étudier en toute généralité, est celui de savoir si l'état piège vérifiant (IIIC4-2), et qui est un état stationnaire de l'hamiltonien (IIIC4-3) est unique, ou s'il existe plusieurs, voire une infinité, d'états vérifiant à la fois IIIC4−2 et IIIC4−3. Il est clair que s'il existe par exemple une infinité d'états stationnaires non

couplés à l'état excité par les lasers, alors les atomes piégés vont être répartis entre de nombreuses classes de vitesses différentes, ce qui empêche une augmentation importante du nombre d'atomes à une vitesse donnée.

Afin de clarifier la discussion, nous appellerons "dimension" d'un état stationnaire non couplé à l'état excité par les lasers, le nombre de relations indépendantes fixant la quantité de mouvement de cet état. Considérons par exemple la transition $J = 1 \longrightarrow J = 0$ de l'hélium métastable pour une expérience de résonances noires à une dimension (fig. III-53). Eclairée par deux lasers σ^+ et σ^- se propageant en sens inverse, cette transition présente aussi un système en Λ $\{|f_-, p - \hbar k\rangle; |e_0, p\rangle; |f_+, p + \hbar k\rangle\}$ et la superposition cohérente de $|f_-, p - \hbar k\rangle$ et de $|f_+, p + \hbar k\rangle$, qui n'est pas couplée à l'état excité par les lasers,

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|f_-, p - \hbar k\rangle - |f_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (\text{IIIC4} - 5)$$

est un état stationnaire à condition que:

$$(p - \hbar k)^2 = (p + \hbar k)^2 \qquad (\text{IIIC4} - 6)$$

Cet état est donc un état piége de dimension 1. Mais pour cette transition $J = 1 \longrightarrow J = 0$ la force d'oscillateur entre $|e_0\rangle$ et $|f_0\rangle$ n'est pas nulle (contrairement à la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$) et un atome peut se désexciter de l'état $|e_0\rangle$ vers $|f_0\rangle$. Comme les lasers polarisés circulairement ne peuvent pas exciter un atome de $|f_0\rangle$ vers $|e_0\rangle$, un atome qui tombe dans $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est donc aussi un état piège non couplé à l'état excité par les lasers. Mais contrairement à l'état $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ cet état $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est un état propre de l'hamiltonien quelque soit $\mathbf{p}$ et il n'est donc pas sélectif en vitesse. Nous dirons que l'état $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est un état piège de dimension 0. Une conséquence importante de l'existence d'un état piège de dimension 0 est que lors de la marche au hasard nécessaire pour alimenter $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ les atomes peuvent tomber dans cet état $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ et seront alors perdus pour le processus de refroidissement. Nous comprenons à l'aide de cet exemple que lorsqu'on voudra généraliser le refroidissement d'atomes par un processus de résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions, il faudra veiller à ce qu'il existe uniquement un état stationnaire non couplé de dimension trois et qu'il n'en existe pas d'autre de plus basse dimension (2, 1 ou 0).

Mentionnons encore un point concernant le calcul qu'on est amené à faire pour une étude quantitative des résonances noires. Nous avons vu comment mener à bout un tel

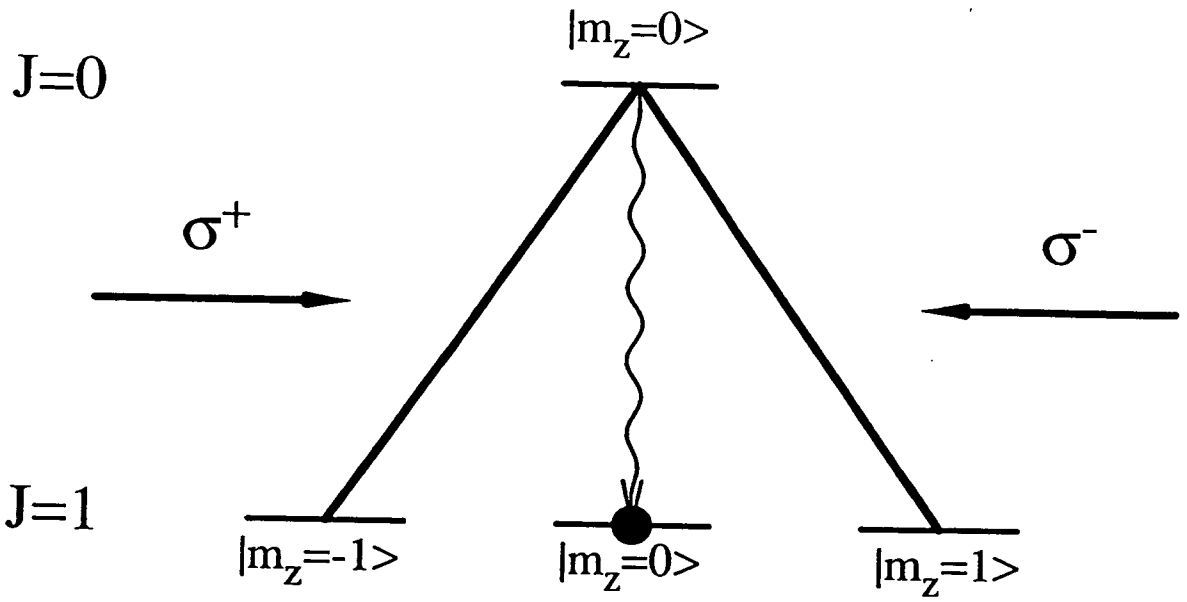


Fig. III-53 : La transition $J = 1 \longrightarrow J = 0$ éclairé par des ondes polarisées σ^+ et σ^- : à part les atomes dans $|\Psi_{NC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|m_z = -1\rangle - |m_z = +1\rangle\}$ qui restent non couplés à l'état excité pour une vitesse bien définie, tous les atomes dans $|m_z = 0\rangle$ n'interagissent plus avec les lasers, quelque soit leur vitesse.

calcul dans le cas où l'on peut introduire des familles fermées $F(p)$ d'états couplés par le laser (voir partie IIIC1). Les familles $F(p)$ ne contiennent qu'un nombre fini d'états à condition qu'aucune transition entre un niveau $|m_f\rangle$ de l'état fondamental et un niveau $|m_e\rangle$ de l'état excité ne puisse être induite par deux lasers différents. Si au contraire nous choisissons une configuration dans laquelle deux lasers différents (de vecteurs d'onde $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$) peuvent exciter une même transition (m_f vers m_e), alors des processus d'absorption d'un photon d'une de ces ondes (de vecteur d'onde $\mathbf{k}_1$) suivie d'émission stimulée d'un photon de l'autre (de vecteur d'onde $\mathbf{k}_2$) entraîne qu'un nombre infini d'états $|m_f, \mathbf{p} + \hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\rangle$ sont couplés par les lasers. Ceci est par exemple le cas dans la configuration de deux ondes laser se propageant en sens opposé le long de Oz, l'une polarisée linéairement suivant Ox, l'autre circulaire σ^- par rapport à Oz, excitant une transition atomique $J =$

$1 \longrightarrow J = 1$ (voir exemple du paragraphe IIIC3d §i). En effet la transition de l'état fondamental $|f_+\rangle$ vers l'état excité $|e_0\rangle$ est excitée aussi bien par le laser σ^-, se propageant vers $-$Oz, que par le laser ϵ_x, se propageant vers $+$Oz. Dans cet exemple l'état $|e_0, p\rangle$ est couplé à $|f_+, p+\hbar k\rangle$ (par le laser σ^-) et aussi à $|f_-, p-\hbar k\rangle$ ainsi qu'à $|f_+, p-\hbar k\rangle$ (par le laser ϵ_x, voir fig. III-51). Or l'état $|f_+, p-\hbar k\rangle$ et couplé à l'état excité $|e_0, p-2\hbar k\rangle$ par le laser σ^-. Nous voyons ainsi que les états couplés par les lasers se regroupent en familles $F(p) = \{...|e_0, p-2\hbar k\rangle, |f_+, p-\hbar k\rangle, |f_-, p-\hbar k\rangle, |e_0, p\rangle, |f_+, p+\hbar k\rangle, |f_-, p+\hbar k\rangle, |e_0, p+2\hbar k\rangle...\}$. Une telle situation rend le calcul beaucoup plus difficile, mais n'empêche cependant pas l'apparition de l'effet de résonances noires sélectives en vitesse. En effet, si parmi un très grand nombre, voire une infinité, d'états du niveau fondamental couplés par le laser il existe par exemple une superposition $|\Psi_{NC}\rangle$ qui ne soit pas couplée à l'état excité, alors un atome dans $|\Psi_{NC}\rangle$ ne peut pas absorber de photon laser. Dans l'exemple donné cette superposition est:

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{2}|f_-, p+\hbar k\rangle - \frac{1}{2}|f_+, p+\hbar k\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|f_-, p-\hbar k\rangle$$

qui pour $p = 0$ est en plus un état stationnaire de l'hamiltonien. Ne pouvant absorber le premier photon nécessaire pour être couplé aux autres états,un tel atome ne peut donc pas subir la suite d'absorption-émission stimulée qui le couplerait aux autres états fondamentaux de la famille infini $F(p)$ d'états couplés. Il n'est donc pas nécessaire que l'état $|\Psi_{NC}\rangle$ soit une superposition de tous les états de niveau fondamental appartenant à une même famille $F(p)$.

b) <u>Existence d'un état non couplé sélectif en vitesse à 3 dimensions</u> :

En introduisant le formalisme que nous avons présenté dans la partie IIIC2c, Ol'Shanii et Minogin [11] ont montré qu'il existe, pour une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ (telle que $2^3S_1 \longrightarrow 2^3P_1$ de l'hélium métastable), et pour un champ électrique $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ quelconque, un état atomique $|\Psi_{NC}\rangle$ de l'état fondamental qui n'est pas couplé à l'état excité et qui est un état stationnaire. En effet tous les états représentés par

$$\mathbf{\Psi}_{NC}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 7)$$

sont non couplés à l'état excité (voir IIIC3d)

$$\tilde{V}_{AL}\mathbf{\Psi}_{NC}(\mathbf{r}) = -\frac{id}{\sqrt{6}}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{\Psi}_{NC}(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\text{IIIC4} - 8)$$

Si maintenant nous prenons la fonction $\alpha(\mathbf{r})$ constante, alors l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ représenté par

$$\Psi_{NC}(\mathbf{r}) = \alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 9)$$

est non seulement non couplé à l'état excité mais cet état est aussi un état propre de l'hamiltonien. En effet l'équation

$$\frac{p^2}{2M}|\Psi_{NC}(0)\rangle = E_{cin}|\Psi_{NC}(0)\rangle \qquad (\text{IIIC4} - 10)$$

se met encore sous la forme

$$\left(\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + E_{cin}\right)\Psi_{NC}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 11)$$

où $\Delta = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$ est le Laplacien. Si le champ électrique est constitué d'ondes lasers monochromatiques ayant toutes la même fréquence, on a, en tenant compte de IIIC4–9:

$$\Delta\Psi_{NC}(\mathbf{r}) = \alpha\Delta\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -k^2\alpha\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 12)$$

et par conséquent $\Psi_{NC}(\mathbf{r})$ est un état propre de l'énergie cinétique avec la valeur propre:

$$E_{cin} = \hbar^2 k^2/2M \qquad (\text{IIIC4} - 13)$$

où $k = 2\pi/\lambda$ est la norme des vecteurs d'onde des lasers. Pour chaque configuration laser, il existe donc un état stationnaire de l'état fondamental $J = 1$, qui ne sont pas excité par les lasers vers l'état excité $J = 1$. Conformément à l'étude des conditions nécessaires pour avoir des résonances noires sélectives en vitesse du paragraphe (a) ci-dessus nous allons analyser la dimension de l'état piège $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ défini par (IIIC4-9). Plus précisément nous allons montrer qu'une condition nécessaire sur la configuration des lasers pour avoir des résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions et qu'il existe au moins quatre ondes laser dont les vecteurs d'ondes $\{\mathbf{k}_{i_0}\}_{i_0=1,4}$ ne se trouvent pas sur un même cône, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'axe $\mathbf{u}$ tel que les projections de ces quatre vecteurs $\mathbf{k}_{1_0}$ sur la direction $\mathbf{u}$ sont égales (fig. III-54). En effet considérons états représentés par les spineurs:

$$\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \alpha e^{-i\mathbf{p}.\mathbf{r}/\hbar}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 14)$$

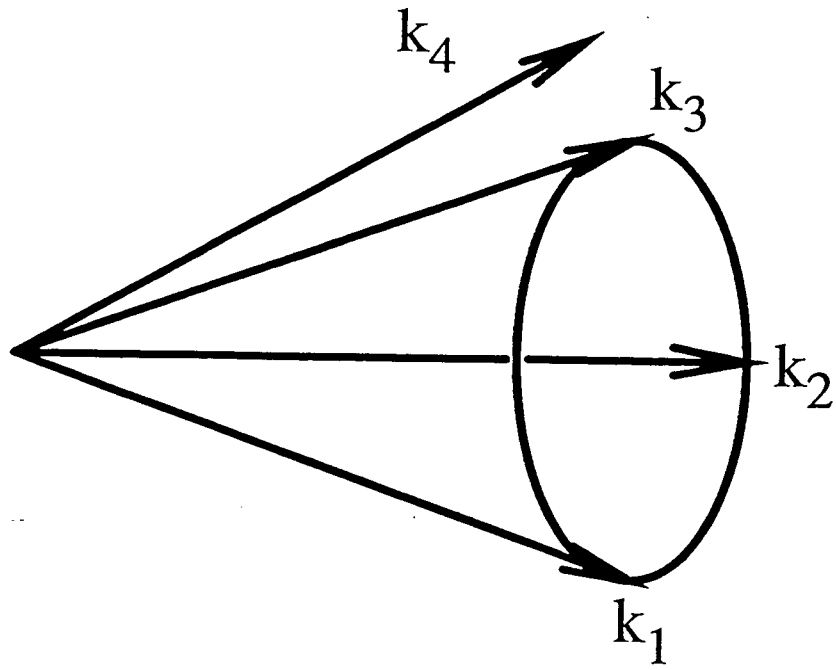


Fig. III-54 : Configuration de quatre vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$ ne se trouvant pas sur un même cône.

dont celui correspondant à $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ représente l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ (voir IIIC4-9).

Développons l'expression du champ électrique suivant les différentes ondes laser (de 1 à N_L) :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r},t) &= \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega_L t} + c.c. \\ &= \sum_{i=1}^{N_L} E_i \epsilon_i e^{i\mathbf{k}_i \mathbf{r}} e^{-i\omega_L t} + c.c \end{aligned} \qquad \text{(IIIC4} - 15)$$

où E_i est l'amplitude et ϵ_i la polarisation de l'onde laser de vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$. Nous voyons

ainsi que la condition de stationnarité

$$\left(\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + E_{cin}\right)\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\text{IIIC4} - 16)$$

se met sous la forme:

$$\frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_i)^2}{2M} = E_{cin} \qquad (\text{IIIC4} - 17)$$

pour tout $\mathbf{k}_i (i = 1, N_L)$.

Supposons maintenant dans un premier temps qu'il existe au moins quatre vecteurs $\{\mathbf{k}_{i_0}\}_{(i_0=1,4)}$ qui ne se trouvent pas sur un même cône, c'est-à-dire qui ne peuvent pas se déduire les uns des autres par une rotation autour d'un seul axe (fig. III-54). La norme des différents vecteurs $\mathbf{k}_{i_0}$ étant égale à $2\pi/\lambda$, ceci entraîne que le vecteur $\mathbf{u}_4 = \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1$ n'appartient pas au plan défini par les deux vecteurs distincts $\mathbf{u}_3 = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1$ et $\mathbf{u}_2 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$. La condition (IIIC4-17) devant être vérifiée en particulier pour les $\mathbf{k}_{i_0}$ nous déduisons que:

$$\mathbf{p}\,(\mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1) = \mathbf{p}.\mathbf{u}_4 = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 18\text{a})$$

$$\mathbf{p}\,(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) = \mathbf{p}.\mathbf{u}_3 = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 18\text{b})$$

$$\mathbf{p}\,(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) = \mathbf{p}.\mathbf{u}_2 = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 18\text{c})$$

Comme les trois vecteurs $\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ et $\mathbf{u}_4$ ne sont pas coplanaires (et bien sûr non nuls) ils forment une famille libre de $\mathbb{R}^3$. Les trois relations (IIIC4-18) sont par conséquent indépendantes les unes des autres et la seule solution pour p est:

$$\mathbf{p} = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 19)$$

L'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ correspondant à $\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})$ avec $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ est alors un état piège de dimension trois.

Montrons maitenant que si cette condition sur les vecteurs d'onde n'est pas satisfaite, c'est-à-dire si tous les vecteurs d'onde $\{\mathbf{k}_i\}$ se trouvent sur un même cône, alors il existe une infinité d'états stationnaires non couplés à l'état excité par les lasers. En effet si $\mathbf{u}$ est la direction de l'axe de symétrie de ce cône, les projections de tous les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$ (de même module k=$2\pi/\lambda$) sur $\mathbf{u}$ sont égales:

$$\mathbf{k}_i\mathbf{u} = c^{te}$$

Il est alors facile de voir que tous les états déduits de $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ par une translation de p le long de $\mathbf{u}$ dans l'espace des quantités de mouvement et qui peuvent être représentés par les spineurs:

$$\Psi_p(\mathbf{r}) = \alpha e^{-ip\mathbf{ur}/\hbar}\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

vérifient la condition (IIIC4–8) exprimant qu'ils ne peuvent pas être excités par les lasers et sont aussi des vecteurs propres de l'énergie cinétique:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + E^p_{cin}\right)\Psi_p(\mathbf{r}) = 0$$

avec :

$$E^p_{cin} = \frac{(p\mathbf{u} + \hbar\mathbf{k}_i)^2}{2M} = \frac{p^2 + 2p\hbar\mathbf{k}_i\mathbf{u} + \hbar^2 k^2}{2M}$$

parce que le produit scalaire $\mathbf{k}_i\mathbf{u}$ est indépendant de i.

Nous voyons donc que si les vecteurs d'onde de tous les lasers se trouvent sur un même cône, alors il existe un état piégeant $\Psi_p(\mathbf{r})$ de plus basse dimension qui nous empêchera d'accumuler tous les atomes dans le seul état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$. Il faut donc éviter une telle configuration de lasers pour obtenir des résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions.

c) Unicité de l'état stationnaire non couplé

Une étude complète des résonances noires sélectives en vitesse doit aussi examiner l'unicité de l'état stationnaire non couplé à l'état excité par les lasers. Nous n'avons pas réussi à démontrer que l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ représenté par

$$\Psi_{NC}(\mathbf{r}) = \alpha\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad \text{(IIIC4 – 20)}$$

est le seul état stationnaire non couplé à l'état excité par les lasers, même en supposant que tous les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$ des lasers ne se trouvent pas sur un même cône. Indiquons cependant quelques arguments qui laissent penser que, sauf dans des cas de configurations laser particulières, l'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est probablement l'unique solution stationnaire de

$$V_{AL}|\Psi\rangle = 0 \qquad \text{(IIIC4 – 21)}$$

Tout d'abord il est possible de montrer qu'en tout point où le champ électrique total $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ n'est pas nul, les états $|\Psi_{NC}\rangle$ vérifiant

$$V_{AL}|\Psi_{NC}\rangle = 0 \qquad (\mathrm{IIIC4}-22)$$

doivent être représentés par des vecteurs de la forme

$$\mathbf{\Psi}_{NC}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC4}-23)$$

où $\alpha(\mathbf{r})$ est une fonction scalaire de $\mathbf{r}$. En effet, nous pouvons à partir du vecteur $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ construire une base pour l'espace des vecteurs $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r})$ en complétant $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ par un vecteur $\mathbf{E}_a(\mathbf{r})$ non nul orthogonal à $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ et par $\mathbf{E}_b(\mathbf{r})$ donné par le produit vectoriel de $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ par $\mathbf{E}_a(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{E}_b(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_a(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC4}-24)$$

Décomposons $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r})$ sur cette base:

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})\mathbf{E}_a(\mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r})\mathbf{E}_b(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC4}-25)$$

La condition (IIIC4-22) qui s'écrit aussi pour $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r})$:

$$\frac{-id}{\sqrt{6}}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\mathrm{IIIC4}-26)$$

implique alors que:

$$\beta(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_a(\mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_b(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\mathrm{IIIC4}-27\mathrm{a})$$

ou encore:

$$\beta(\mathbf{r})\mathbf{E}_b(\mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_b(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\mathrm{IIIC4}-27\mathrm{b})$$

Comme $\mathbf{E}_b(\mathbf{r})$ et $\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_b(\mathbf{r})$ sont des vecteurs orthogonaux non nuls, il faut donc que

$$\beta(\mathbf{r}) = 0 = \gamma(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC4}-28)$$

Nous voyons donc qu'en tout point où $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ est non nul, les seuls états non couplés par les lasers sont de la forme:

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\mathrm{IIIC4}-29)$$

L'ensemble des points où $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ est nul nécessite une étude particulière. Si nous définissons la fonction $n(\mathbf{r})$ par:

$$n(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{si } \mathbf{E}(\mathbf{r}) \neq \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 30\text{a})$$

$$n(\mathbf{r}) = 1 \quad \text{si } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 30\text{b})$$

alors la solution générale de (IIIC4-26) est

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 31)$$

où $\varphi(\mathbf{r})$ est une fonction quelconque de $\mathbf{r}$.

Nous voyons donc que sauf cas particulier (tel que existence de points où $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$) les états non couplés par les lasers sont de la forme (IIIC4-29).

Etudions maintenant quelques propriétés des états pièges. Nous avons déjà vu dans le paragraphe précédent que si les ondes laser sont telles que leurs vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$ ne sont pas tous sur un même cône, alors l'état représenté par:

$$\mathbf{\Psi}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \alpha e^{i\mathbf{p}.\mathbf{r}/\hbar}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 32)$$

est un état piège de dimension trois, c'est-à-dire que un tel état est un état propre de l'hamiltonien total seulement lorsque $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ ($p_x = p_y = p_z = 0$). Une recherche complète de tous les états stationnaires non couplés doit cependant aussi examiner toute superposition

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{p}\hat{\alpha}(\mathbf{p})e^{i\mathbf{p}.\mathbf{r}/\hbar}\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 33)$$

où $\hat{\alpha}(\mathbf{p})$ est la transformée de Fourrier de $\alpha(\mathbf{r})$. Si nous admettons que les solutions $\mathbf{\Psi}_{NC}(\mathbf{r})$ ont la même périodicité que $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, c'est-à-dire que pour les vecteurs $\mathbf{r}_N$ tels que en tout point $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_N) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 34)$$

on a aussi:

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_N) = \mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) \qquad (\text{IIIC4} - 35)$$

alors nous pouvons déduire pour la transformée de Fourrier de $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{\Psi}}(\mathbf{p}) &= \int d\mathbf{r}e^{-i\mathbf{p}.\mathbf{r}/\hbar}\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) \\ &= \int d\mathbf{r}e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{r}+\mathbf{r}_N)/\hbar}\mathbf{\Psi}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_N) \\ &= e^{-i\mathbf{p}.\mathbf{r}_N/\hbar}\widehat{\mathbf{\Psi}}(\mathbf{p}) \qquad (\text{IIIC4} - 36)\end{aligned}$$

Il faut donc que si $\mathbf{p}.\mathbf{r}_N/\hbar \neq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ alors $\widehat{\Psi}(\mathbf{p}) = 0$. Ceci exprime que $\widehat{\Psi}(\mathbf{p})$ appartient au réseau réciproque des vecteurs d'onde $\mathbf{k}_i$. On peut alors écrire:

$$\widehat{\Psi}(\mathbf{p}) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{i=1}^{N_L} \Psi_{n,i}\delta(\mathbf{p} - n\hbar\mathbf{k}_i) \qquad (\text{IIIC4} - 37\text{a})$$

et

$$\widehat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{i=1}^{N_L} \Psi_{n,i} e^{in\mathbf{k}_i\mathbf{r}} \qquad (\text{IIIC4} - 37\text{b})$$

La condition de stationnarité

$$(\Delta + K^2)\Psi(\mathbf{r}) = 0 \qquad (\text{IIIC4} - 38)$$

avec $K^2 = 2ME_{cin}/\hbar^2$, entraîne alors que:

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{i=1}^{N_L} \Psi_{n,i}(-n^2 {k_i}^2 + K^2)e^{in\mathbf{k}_i\mathbf{r}} = 0 \qquad (\text{IIIC4} - 39)$$

Les fonctions $e^{in\mathbf{k}_i\mathbf{r}}$ étant linéairement indépendantes on a alors pour $\Psi_{n,i} \neq 0$:

$$n^2 k_i^2 = K^2 \qquad (\text{IIIC4} - 40)$$

Comme pour tout i: $k_i^2 = k^2$(ondes laser de même fréquence) et que K^2 est une constante(indépendante de i), n ne peut prendre que deux valeurs différentes $n = \pm N$ et $\Psi(\mathbf{r})$ est nécessairement de la forme :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_L} \sum_{n=\pm N} \Psi_{n,i} e^{in\mathbf{k}_i\mathbf{r}} \qquad (\text{IIIC4} - 41)$$

où $N = K/k$ est un entier positif ou nul. Pour clore cette recherche des états stationnaires non couplés et pour trouver les conditions sur la configuration laser permettant d'accumuler les atomes dans un état piège de dimension trois par le processus de résonances noires, il faudrait donc examiner les fonctions $\Psi(\mathbf{r})$ de la forme (IIIC3-41) vérifiant

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \Psi(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \qquad (\text{IIIC4} - 42)$$

et, en démontrant que n=1 est la seule solution, on prouverait que $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est le seul état piège stationnaire.

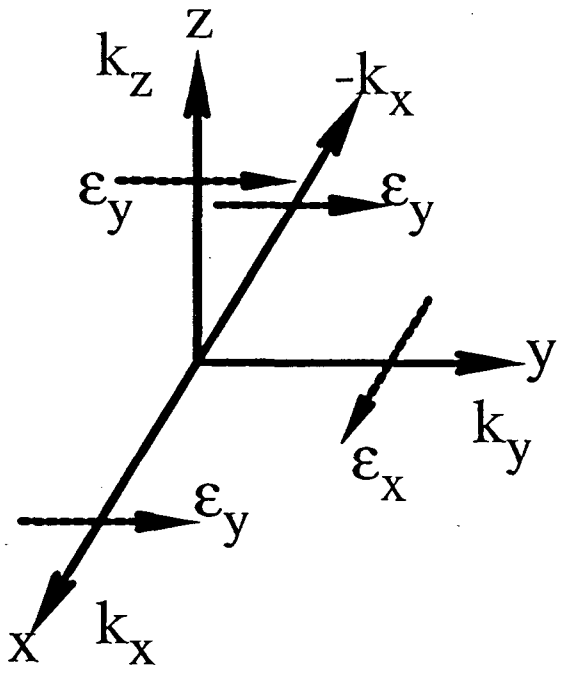


Fig. III-55 : Schéma "minimal" pour résonances noires sélectives en vitesse suivant trois dimensions.

d) <u>exemples</u>

Donnons en guise d'illustration quelques exemples de configurations laser devant permettre l'apparition de résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions. Le nombre minimum d'onde laser étant quatre, nous proposons un schéma "minimal" suivant (fig. III-55):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0\epsilon_x e^{iky} + E_0\epsilon_y e^{ikx} + E_0\epsilon_y e^{-ikx} + E_0\epsilon_y e^{ikz} \qquad \text{(IIIC4} - 43)$$

Notons que l'amplitude de ce champ n'est jamais nulle. L'état stationnaire $|\Psi_{NC}\rangle$ non

couplé à l'état excité par les lasers est dans ce cas:

$$|\Psi_{NC}\rangle = \frac{1}{2}|m_x = 0, \hbar k \mathbf{e}_y\rangle + \frac{1}{2}|m_y = 0, \hbar k \mathbf{e}_x\rangle + \frac{1}{2}|m_y = 0, -\hbar k \mathbf{e}_x\rangle + \frac{1}{2}|m_y = 0, \hbar k \mathbf{e}_z\rangle \qquad (\text{IIIC4} - 44)$$

Notons aussi que $|\Psi_{NC}\rangle$ ne fait intervenir que deux niveaux Zeeman différents ($|m_x = 0\rangle$ et $|m_y = 0\rangle$) mais qu'il y a bien quatre états différents (avec des quantités de mouvements différentes). La figure III-56 illustre les différentes amplitudes de transition entre les divers états $|m_1, \hbar k \mathbf{e}_i\rangle$ et les états excités. Remarquons aussi que dans cette situation la transition entre le niveau fondamental $|m_x = 0\rangle$ et le niveau excité $|m_z = 0\rangle$ est excité par les trois ondes suivant $\pm Ox$ et Oy. Un calcul complet à partir des équations de Bloch optiques généralisées devrait donc dans ce cas-ci considérer des familles avec une infinité d'états couplés: c'est un problème ardu.

Une configuration plus symétrique pour laquelle il n'y a pas de dérive moyenne suivant une direction (telles que Oy et Oz dans le schéma précédent) est :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) = & E_0^x \left(\epsilon_y e^{ikx} + \epsilon_z e^{-ikx}\right) \\ & + E_0^y \left(\epsilon_z e^{iky} + \epsilon_x e^{-iky}\right) \\ & + E_0^z \left(\epsilon_x e^{ikz} + \epsilon_y e^{-ikz}\right)\end{aligned}$$

Pour éviter la présence de points où $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$ on peut choisir par exemple $E_0^x \neq E_0^y$. Il existe donc une multitude de configurations laser facilement réalisables qui devraient convenir pour des résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$. Un des critères de choix est certainement l'efficacité du remplissage de l'état piège. Par ailleurs, la recherche d'une démonstration de l'absence d'état piège de dimension inférieure devra être systématiquement entreprise.

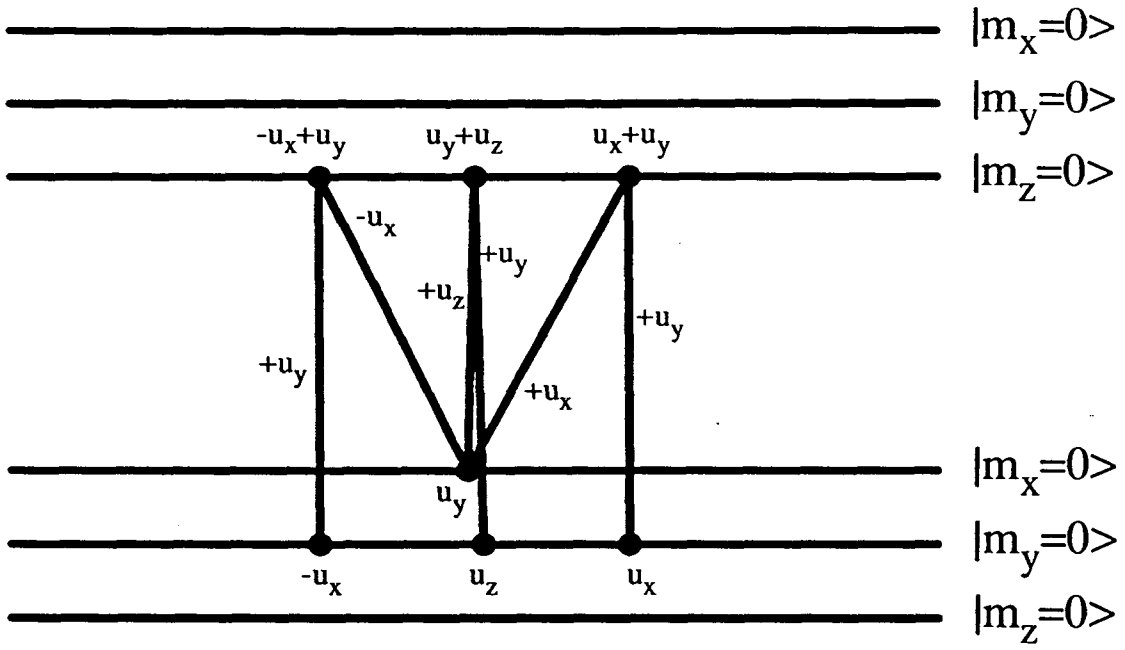


Fig. III-56 : Transitions induites par les lasers de la figure III−55 sur les différentes composantes de $|\Psi_{NC}\rangle$. Chaque état est représenté par un point d'abscisse égale à sa quantité de mouvement suivant l'axe Ox et par son degré de liberté interne (lignes supérieures : état excité, lignes inférieures : état fondamental). Pour clarifier le dessin nous ne séparons pas les points de quantité de mouvement différente suivant Oy et Oz, mais nous indiquons ces valeurs à côté des états correspondants. Ainsi l'indication "u_x" par exemple signifie que l'impulsion de l'état est $\hbar k \mathbf{e}_x$.

CHAPITRE III

IIID - CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre un nouveau mécanisme de refroidissement par laser par "piégeage cohérent de population sélectif en vitesse". La première réalisation expérimentale de ce processus (sur un jet d'hélium métastable, voir IIIB) nous a permis d'obtenir à une dimension une distribution de vitesse avec des pics de demi-largeur à exp(-1/2) de 6 cm/s. Converti en unité de température ceci équivaut à $T = 2\mu$K, deux fois plus faible que l'énergie de recul d'un photon($E_R = 4\mu$K pour l'hélium métastable). L'approche originale des familles fermées d'états couplés par la lumière nous a donné un traitement complètement quantique rigoureux du problème, aisé à résoudre numériquement sur un microordinateur.

Le refroidissement par "résonances noires sélectives en vitesse" se distingue des autres mécanismes de refroidissement (refroidissement Doppler [13], par gradient de polarisation [10], refroidissement magnétique [14], etc). En effet notre méthode de refroidissement n'est pas basée sur une force de friction qui amortit les vitesses. Notre processus est plutôt basé sur l'accumulation des atomes dans une classe de vitesse particulière à partir d'un processus stochastique, induisant une marche au hasard des atomes dans l'espace des vitesses.

Une autre particularité importante de notre processus de refroidissement est que les atomes "refroidis" n'interagissent pas avec la lumière. Ceci entraîne que ces atomes ne subissent plus aucune perturbation de la part des lasers, ni sur les degrés de liberté internes (pas le déplacement lumineux) ni sur les degrés de liberté externes (pas de chauffage par

diffusion). On dispose ainsi d'atomes non perturbés, avec une vitesse bien définie, sur lesquels on pourrait faire des études de spectroscopie de très haute résolution. Une autre caractéristique particulière à notre mécanisme de refroidissement est qu'il est efficace aussi bien pour un désaccord positif que négatif. Il diffère en ceci également de tous les autres mécanismes de refroidissement laser proposés à ce jour.

Nous avons montré dans le troisième chapitre que ce nouveau mécanisme de refroidissement est d'autant plus efficace que le temps d'interaction est plus grand. Si dans une expérience telle que la nôtre on veut augmenter le temps d'interaction atome-laser en allongeant la zone d'interaction, on devra alors veiller à compenser le champs magnétique sur ce trajet plus long, et la taille des éléments optiques de très haute qualité devra également être plus grande(voir IIIB). C'est pourquoi nous projettons pour disposer d'un temps d'interaction plus long:

$$\Delta T_{int} = \frac{\Delta L_{int}}{v_{//}}$$

de diminuer plutôt la vitesse longitudinale des atomes. Nous sommes actuellement en train de ralentir le jet atomique [15] afin de piéger les atomes d'hélium métastable dans un piège magnéto-optique [16]. Lorsqu'on coupe alors les lasers du piège on peut obtenir un jet d'atomes extrêmement lents qui tombent verticalement à partir de la zone du piège. Après une chute libre de 10 cm les atomes sont alors accélérés par la gravité à 1.4 m/s. On peut ainsi disposer, avec une longueur d'interaction de 40 mm d'un temps d'interaction de $T_{int} = 29ms = 290000\Gamma^{-1}$! Ceci est à comparer aux $36\mu s = 360\Gamma^{-1}$ de temps d'interaction dont nous disposions lors de la réalisation des "résonances noires sélectives en vitesse" à une dimension.

La réalisation expérimentale des résonances noires sélectives en vitesse à deux ou trois dimensions sera plus difficile à mettre en oeuvre. En effet, comme le remplissage de l'état piégeant nécessitera probablement un plus long temps d'interaction à deux ou trois qu'à une dimension, il semble indispensable de partir avec un jet d'atomes ralentis pour obtenir un refroidissement efficace. En ce qui concerne les expériences à trois dimensions on sera de plus confronté au problème de la pesanteur qui agira suivant la verticale sur tous les atomes, en particulier sur ceux qui sont dans l'état piégeant et qui n'interagissent plus avec les lasers. Ceci entraîne un changement de quantité de mouvement de ces atomes ; si le

processus de résonances noires est sélectif suivant la composante verticale de la quantité de mouvement, la gravité sortira ainsi les atomes de l'état non couplé. On peut essayer de contourner ce problème en essayant de réaliser des expériences de résonances noires sélectives en vitesse à trois dimensions dans un référentiel accéléré (avec une accélération de g). Dans un tel référentiel la pesanteur ne changera pas la quantité de mouvement des atomes. Il faudra cependant utiliser pour les ondes laser se propageant suivant la verticale, des fréquences $\omega_L(t)$ variables

$$\frac{d\omega_L(t)}{dt} = -\mathbf{k}.\mathbf{g}$$

pour que la fréquence vue par un atome de vitesse constante dans ce référentiel mobile "tombant" suivant la verticale soit indépendante du temps. Si cette proposition est séduisante, le traitement théorique complet reste à faire. On pourrait au contraire songer à utiliser la sortie des atomes de l'état piégeant sous l'effet de la pesanteur afin de mesurer la constante de gravitation.

Un dernier point très important est la cohérence créée par notre mécanisme de refroidissement entre les atomes avec une vitesse $-\hbar k/M$ et ceux à $+\hbar k/M$. En effet l'état piège $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ à une dimension est une superposition cohérente de $|g_-, \hbar k\rangle$ et $|g_+, +\hbar k\rangle$:

$$|\Psi_{NC}(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, -\hbar k\rangle - |g_+, +\hbar k\rangle\}$$

Il y a donc une double cohérence entre les degrés de liberté internes (g_-et g_+) et externes ($-\hbar k$ et $+\hbar k$) (fig. III-57). Ceci est très intéressant dans le contexte de l'interférométrie atomique. L'état $|\Psi_{NC}(0)\rangle$ est analogue aux deux ondes optiques sortant d'un prisme de Wollaston, à partir d'une onde incidente polarisée à 45° de l'axe biréfringent du prisme [17]. On peut certainement développer une analogie fructueuse avec l'optique des milieux biréfringents. Mais remarquons que les résonances noires ont de plus comme effet de comprimer la distribution des vitesses transverses des atomes, ce qui correspondrait en optique à une réduction de l'étendue géométrique du faisceau et donc à une augmentation de la luminesence.

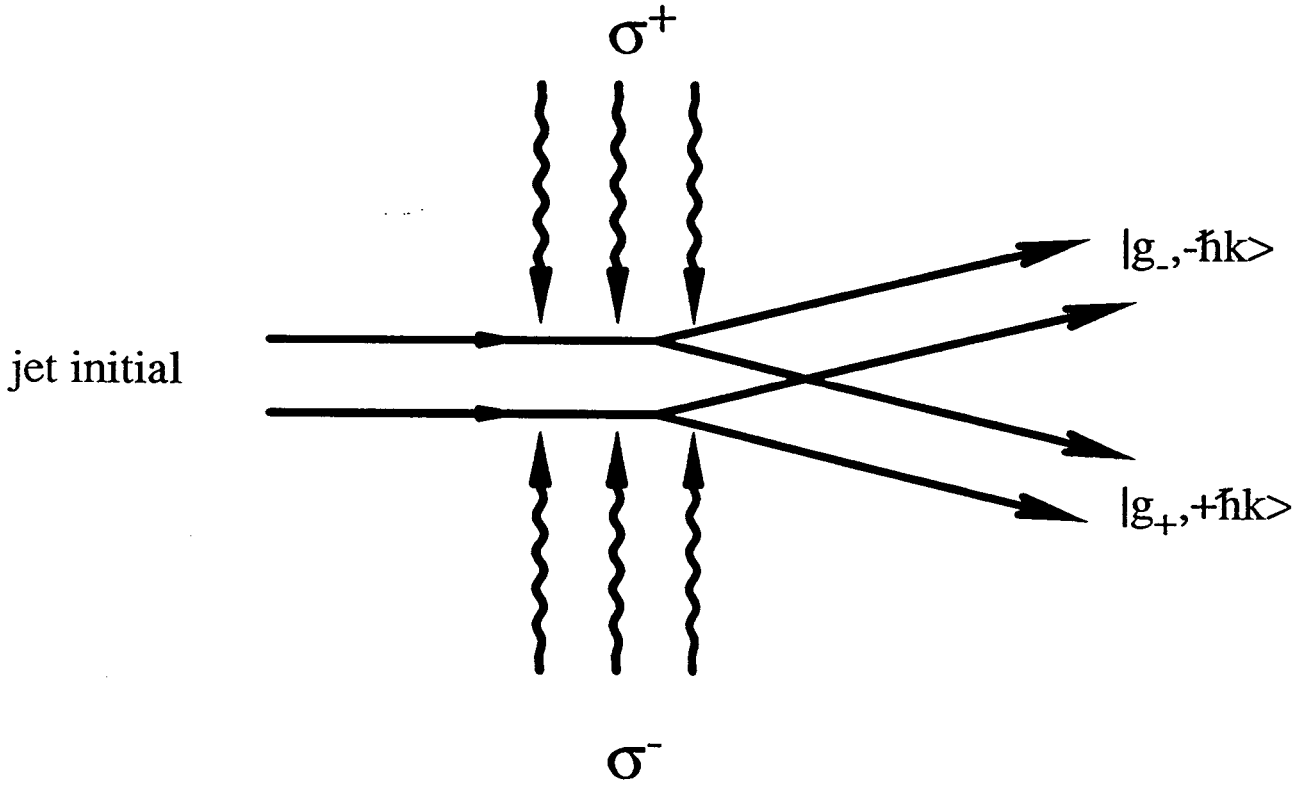


Fig. III-57 : Séparation spatiale de $|g_-, p^z_{at} = -\hbar k\rangle$ et $|g_+, p^z_{at} = +\hbar k\rangle$ par résonances noires sélectives en vitesse.

CONCLUSION

CONCLUSION

Ce mémoire présente des effets de manipulation des vitesses d'atomes d'hélium métastable par la lumière. Plus particulièrement il s'agit d'effets où la quantification du mouvement atomique est très important.

Nous avons d'abord présenté le jet supersonique d'hélium métastable que nous avons construit à l'Ecole Normale Supérieure. Ce jet nous a permis de réaliser de nombreuses expériences de manipulation d'atomes par laser à une dimension (perpendiculairement à l'axe du jet). Les expériences à une dimension ont, par rapport aux expériences à trois dimensions, plusieurs avantages : d'une part on peut plus facilement confronter les résultats expérimentaux à une prévision théorique. En effet les degrés de liberté externes des atomes ne sont en général pas découplés suivant les trois directions de l'espace. Une configuration à trois dimensions n'est donc pas toujours une simple extension du cas à une dimension. D'autre part il est expérimentalement plus facile de contrôler des paramètres, souvent essentiels dans les processus étudiés, tels que la polarisation du champ électrique du laser ou encore le champ magnétique, dans une expérience à une seule dimension. Nous avons ainsi par exemple pu mettre en évidence sur notre jet d'hélium métastable l'importance de la polarisation des lasers pour le refroidissement d'atomes dans une onde stationnaire (fig. 1). L'analyse théorique a par la suite confirmé que des processus fondamentalement différents interviennent suivant la configuration des polarisations des lasers[1]. De plus, les méthodes de mesure des vitesses atomiques sont faciles à mettre en oeuvre dans des expériences à une dimension et peuvent être extrêmement précises (nous mesurons ainsi le nombre moyen de photons absorbés par atome à mieux que 0.5 photons près, voir chapitre II).

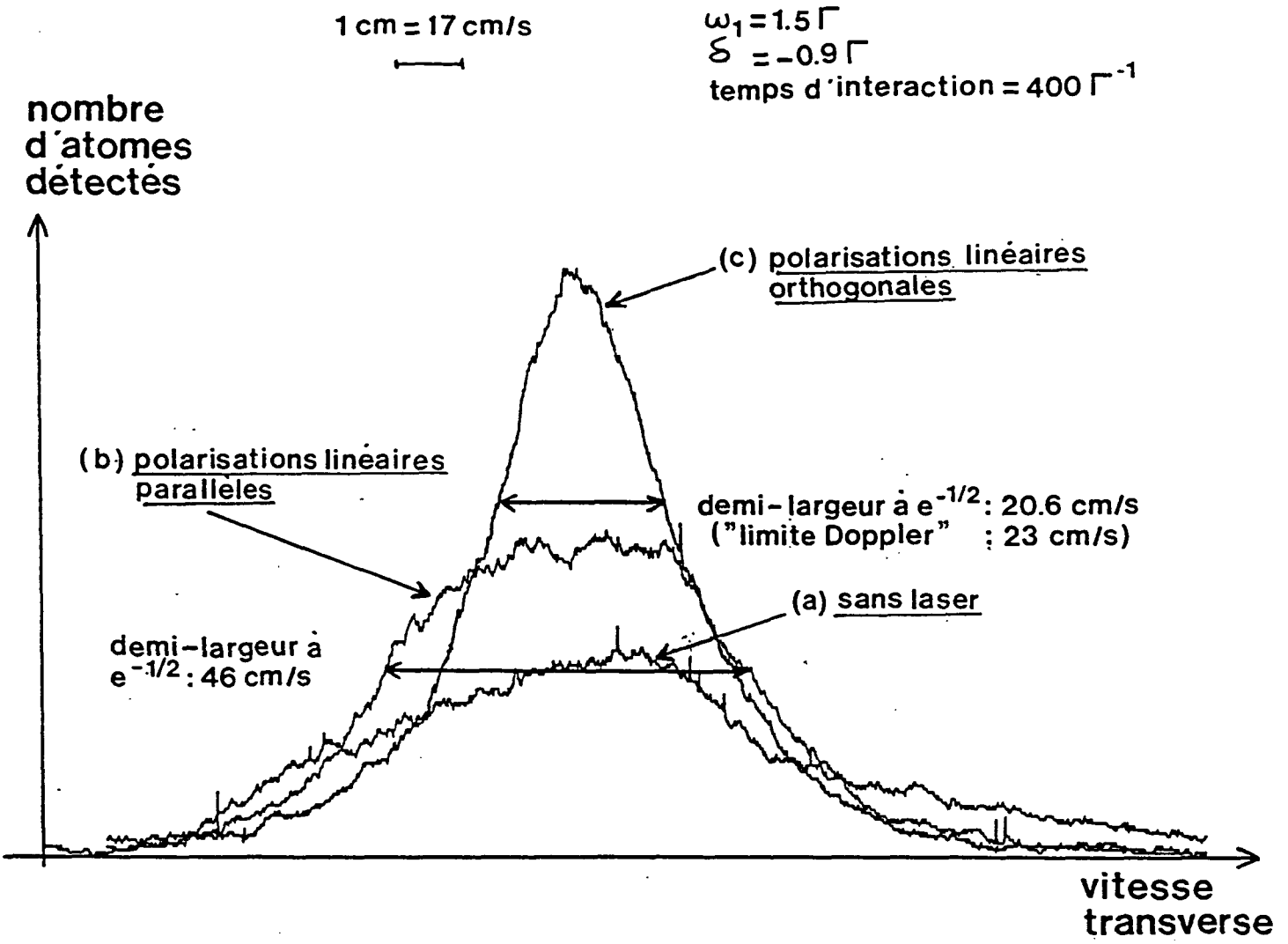


Fig. 1 : Mélasses optiques sur la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ de l'hélium 4. Les trois courbes représentent les profils de vitesse transverse:

(a) sans laser;

(b) en faisant interagir les atomes à angle droit avec une onde laser stationnaire, formée de deux ondes de polarisation linéaires parallèles (la polarisation résultante est constante:"mélasse Doopler");

(c) avec deux ondes de polarisations linéaires orthogonales (la polarisation résultante varie dans l'espace: d'où le nom de "refroidissement par gradient de polarisation").

Dans les deux cas (b) et (c), la fréquence de Rabi pour chaque onde est de $\omega_1 = 1.5\Gamma$ et le désaccord vaut $\delta = -0.9\Gamma$. Dans le cas (b), la vitesse quadratique moyenne obtenue (46cm/s) est plus elevée que la limite du refroidissement Doppler, car l'intensité laser est grande et le temps d'interaction est fini. Dans le cas (c), on obtient une vitesse quadratique moyenne de 20.6cm/s, inférieure à la limite Doppler (23cm/s).

Le prix à payer pour ces avantages est le temps d'interaction toujours assez petit: en effet pour des expériences à une dimension réalisées sur des jets atomiques le temps d'interaction $\Delta T = L/v$ est de l'ordre de $10^{-2}/10^{2}\sim 0.1$ms tandis qu'à trois dimensions on obtient facilement des temps d'interaction d'une fraction de secondes. Ceci est d'ailleurs une des motivations des expériences en cours sur notre jet d'hélium métastable : nous voulons ralentir les atomes et les piéger dans un piège magnéto-optique, et nous pourrons ensuite utiliser cette vapeur comme une source d'atomes très lents. En effet, si après une première phase de remplissage, nous supprimons le piégeage des atomes, ceux-ci vont tomber sous l'effet de la gravité et former un jet d'hélium métastable, qui après une chute de 10 cm aura une vitesse de 1.4 m/s. Pour ces expériences notre jet est utilisé différemment: la source d'hélium est refroidie à environ 15 K et nous utilisons une configuration antiparallèle pour le bombardement électronique. Avec une énergie E_i des électrons nettement au-dessus du seuil E_0 nous obtenons des atomes d'hélium métastable avec des vitesses longitudinales inférieures à 400 m/s. Ces atomes peuvent alors être ralentis par la méthode utilisant un champ magnétique variable dans l'espace [2].

Le deuxième chapitre présente un effet nouveau: l'effet Hanle mécanique. Il s'agit d'une résonance Hanle dans l'état fondamental, que nous détectons à travers le changement des trajectoires des atomes. Cette étude nous a d'ailleurs permis d'introduire les méthodes théoriques et expérimentales que nous avons utilisées dans le troisième chapitre.

Dans le troisième chapitre, qui constitue le coeur de ce mémoire nous avons présenté un nouveau mécanisme de refroidissement d'atomes par laser permettant d'obtenir des températures en dessous de l'énergie de recul d'un seul photon. La mise en évidence expérimentale ainsi que l'étude théorique détaillée de ce processus à une dimension a démontré l'efficacité de ce processus qui a permis de franchir une barrière importante. L'extension à deux et à trois dimensions semble très prometteuse pour une deuxième génération d'expériences de résonances noires sélectives en vitesse. Il serait par exemple intéressant d'étudier comment intervient une force constante (telle que la gravité) dans le processus de résonances noires sélectives en vitesse. La largeur ultime de la distribution des vitesses qu'on peut atteindre constitue-t-elle une mesure précise de cette force? Un autre point très intéressant est que nous sommes maitenant en mesure de produire avec cette méthode des paquets d'onde atomiques avec des longueurs d'onde de De Broglie λ_{DB}

du même ordre, voire supérieures à la longueur d'onde optique λ_{opt}. Outre les effets quantiques collectifs qui peuvent apparaître lorsque $n\lambda_{DB}^3 \sim 1$(où n est la densité des atomes), on peut aussi envisager d'étudier ce qui se passe pour un atome qui se rapproche d'une surface dont les défauts et les puits attractifs ont une dimension très inférieure à λ_{DB}? Pour nos atomes d'hélium métastable, il est en particulier intéressant d'étudier le comportement du caractère de métastabilité au voisinage d'une surface.

Mentionnons pour conclure le rôle joué par les cohérences: le processus de résonances noires sélectives en vitesse met en jeu une cohérence quantique entre les deux états atomiques $|g_-, p-\hbar k\rangle$ et $|g_+, p+\hbar k\rangle$. Un point remarquable de cette cohérence est la cohérence totale entre des états de quantité de mouvement différentes $p-\hbar k$ et $p+\hbar k$. Comme p est distribué dans un intervalle étroit autour de 0, une telle cohérence produit deux paquets d'ondes cohérents se propageant dans des directions différentes. Un autre point intéressant est la corrélation entre l'état interne et la direction de propagation, tout comme dans une expérience de Stern-Gerlach. Une figure telle que III−36 suggère naturellement d'utiliser ce processus en vue de réaliser un interféromètre à atomes. Les méthodes d'étude développées ici seront certainement très utiles.

APPENDICES

APPENDICES

APPENDICE A

Dans cet appendice nous résumons les principes du refroidissement par laser d'un atome à deux niveaux proposé en 1975 par Hänsch et Schawlow [1] et par Wineland et Dehmelt [2].

a) <u>onde plane progressive</u>

On peut montrer [3] qu'un atome avec un niveau fondamental non dégénéré $|f\rangle$ et un niveau excité non dégénéré $|e\rangle$, éclairé par une onde laser monochromatique de fréquence ω_L est soumis à une force $\mathbf{F}$:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \qquad (A-1)$$

avec

$$\mathbf{F}_1 = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \qquad (A-2)$$

$$\mathbf{F}_2 = -\frac{\delta}{2} \frac{s}{1+s} \frac{\nabla \omega_1^2}{\omega_1^2} \qquad (A-3)$$

où $\delta = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord entre la fréquence du laser ω_L et la fréquence atomique ω_0; $\omega_1 = -\frac{\mathbf{d}.\mathbf{E}}{\hbar}$ est la fréquence de Rabi décrivant le couplage atome-laser, détant le dipole atomique et $\mathbf{E}$ le champ électrique de l'onde laser. $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{e}_k$ est le vecteur d'onde de l'onde laser (λ étant sa longueur d'onde), Γ est l'inverse de la durée de vie radiative de l'état excité, et

$$s = \frac{\omega_1^2/2}{(\delta - \mathbf{k}.\mathbf{v})^2 + \Gamma^2/4} \qquad (A-4)$$

est le paramètre de saturation dépendant de la vitesse $\mathbf{v}$ des atomes. On peut se ramener aussi à l'intensité I du laser:

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E^2 \qquad (A-5)$$

La relation entre I et s est donnée par:

$$s = \frac{I}{I_{sat}} \frac{\Gamma^2/4}{(\delta - \mathbf{k}.\mathbf{v})^2 + \Gamma^2/4} \qquad (A-6)$$

avec

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3} \frac{hc\Gamma}{\lambda^3} \qquad (A-7)$$

0.16 mW/cm² pour He*

Dans le cas d'une onde plane progressive, l'intensité laser est uniforme et la force $\mathbf{F}_2$ est nulle ($\nabla\omega_1^2 = 0$). La force totale $\mathbf{F}$ se réduit alors à $\mathbf{F}_1$ appelée force de pression de radiation résonnante. On peut facilement interpréter physiquement cette force $\mathbf{F}_1$ comme provenant de l'échange d'impulsion entre l'atome et les photons lors des cycles de fluorescence. En effet après un cycle d'absorption d'un photon laser $\mathbf{k}_L$ suivi d'une émission spontanée d'un photon $\mathbf{k}_{sp}$, la quantité de mouvement de l'atome change de:

$$\Delta\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_L - \hbar\mathbf{k}_{sp} \qquad (A-8)$$

Répété un grand nombre de fois n, le changement d'impulsion lors de l'absorption de photon laser $\mathbf{k}_L$ sera:

$$\Delta\mathbf{p}_{abs} = n\hbar\mathbf{k}_L \qquad (A-9)$$

tandis que celui correspondant à l'émission spontanée:

$$\Delta\mathbf{p}_{sp} = \sum_{i=1}^{n} \hbar\mathbf{k}_{sp}^i \qquad (A-10)$$

sera nul en moyenne, parce que l'émission spontanée est équiprobable pour deux directions opposées. On peut alors écrire la force moyenne subie par les atomes:

$$\mathbf{f} = \frac{\Delta p_{abs}}{\Delta t} = \frac{dn}{dt}\hbar\mathbf{k}_L \qquad (A-11)$$

Le nombre de photons absorbés par unité de temps $\frac{dn}{dt}$ vaut en régime stationnaire:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\Gamma}{2}\frac{s}{1+s} \qquad (A-12)$$

Nous retrouvons ainsi l'expression (A-2) de la force $\mathbf{F}_1$.

Remarque:

L'ordre de grandeur de cette force est tout à fait remarquable. En effet pour l'hélium métastable par exemple, on a pour une intensité laser de $I = I_{sat} = 0.16mW/cm^2$ à résonance ($\delta - kv = 0$) une force de:

$$f = \hbar k\frac{\Gamma}{4} \simeq 2.3\ 10^4 Mg$$

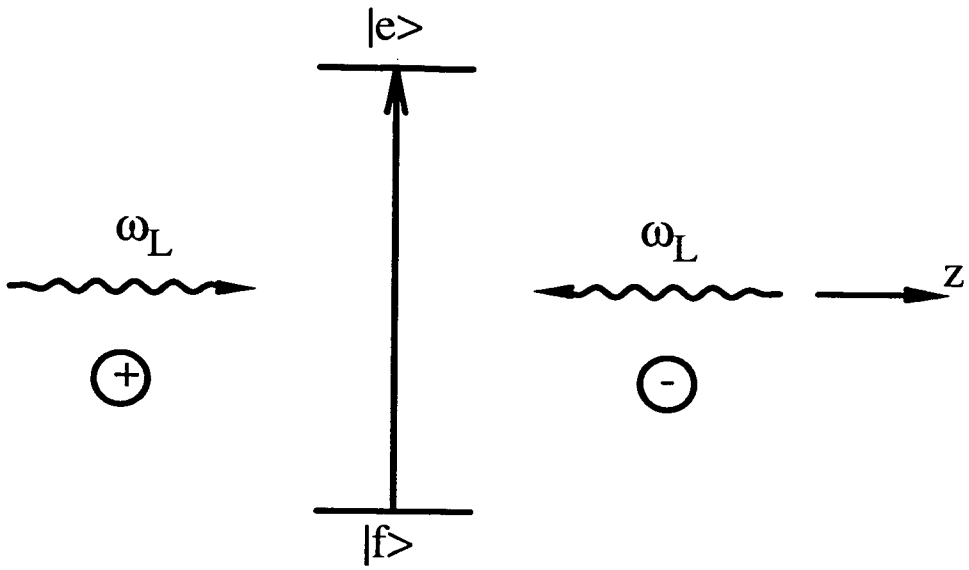


Fig. A1 : Atome à deux niveaux éclairé par deux ondes se propageant en sens opposé.

où $g = 9.81 m/s^2$ est l'accélération de la pesanteur, $M = 4u.m.a.$ la masse de l'hélium, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le vecteur d'onde du laser ($\lambda = 1.083\mu m$) et $\Gamma = 10^7 s^{-1}$ l'inverse de la durée de vie de l'état excité (pour la transition $2^3S_1 - 2^3P_2$ de l'hélium). La valeur élévée de cette force est due au fait qu'un atome peut échanger un très grand nombre de photons par seconde ($\frac{dn}{dt} \simeq 2.5\ 10^6/s$).

b) <u>onde stationnaire à faible intensité</u>

Considérons maintenant le cas de deux ondes planes se propageant en sens opposé suivant l'axe $Oz(\mathbf{k}_+ = +k\hat{e}_z, \mathbf{k}_- = -k\hat{e}_z)$ (fig. A1). Lorsque les paramètres de saturation s_+ et s_- des deux ondes sont très petits devant 1:

$$s_+, s_- \ll 1 \qquad (A-13)$$

alors on peut ajouter indépendemment l'action des forces de pression de radiation $\mathbf{f}_+$ et $\mathbf{f}_-$ des deux ondes [3]:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_+ + \mathbf{f}_- \qquad (A-14)$$

Nous négligeons donc les processus absorption-émission stimulée, qui sont à l'origine de la force dipolaire apparaissant à plus haute intensité [4]. Dans la limite $s_+, s_- \ll 1$, nous

obtenons pour l'expression de la force moyenne $\mathbf{f} = f\mathbf{e}_z$ en fonction de la vitesse v_z le long de Oz (pour deux ondes de même intensité et de même fréquence):

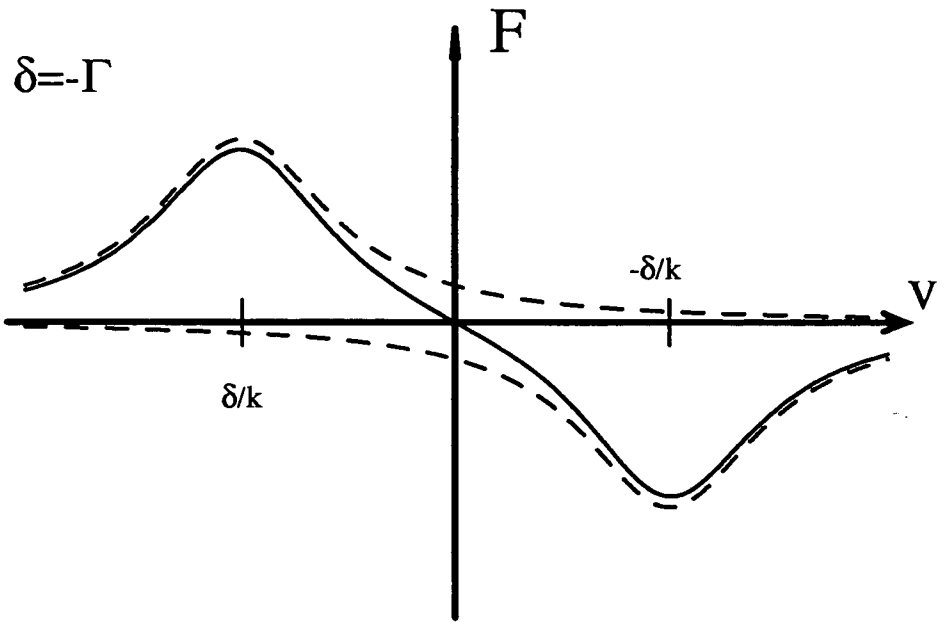


Fig. A2 : Force en fonction de la vitesse à la limite des faibles intensités laser.

$$f = \hbar k \frac{\Gamma}{2}(s_+ - s_-) \qquad (A-15)$$

$$f = \hbar k \frac{\Gamma}{2}\frac{\omega_1^2}{2}\left[\frac{1}{(\delta - kv_z)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} - \frac{1}{(\delta + kv_z)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}\right] \qquad (A-16)$$

La figure (A2) montre en tirets les force $\mathbf{f}_+ = f_+\mathbf{e}_z$ et $\mathbf{f}_- = f_-\mathbf{e}_z$ en fonction de la vitesse v_z pour un désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0 = -\Gamma$ et une fréquence de Rabi $\omega_1 = \frac{\Gamma}{4}$ (ce qui correspond à un paramètre de saturation maximal à $v_z = 0$ de $s_0 = \frac{1}{40}$). La valeur maximale de f_+ est atteinte pour une vitesse v_z:

$$kv_z^+ = \delta < 0 \qquad (A-17)$$

La courbe de f_- est par contre extrémale pour v_z telle que:

$$kv_z^- = -\delta > 0 \qquad (A-18)$$

La courbe en trait plein indique la force totale f en fonction de la vitesse v_z. Notons en particulier que pour un désaccord négatif ($\delta < 0$, appelé parfois aussi désaccord "rouge"), la force est négative pour des vitesse $v_z > 0$ et positive pour des vitesses $v_z < 0$. Une telle force tend donc à ramener toutes les vitesses vers $v_z = 0$. Ce processus est à la base du refroidissement par laser par "effet Doppler", appelé ainsi parce que ce sont les termes en $\delta \pm kv_z$ qui sont à l'origine d'une valeur non nulle de la force $\mathbf{f}$. Nous pouvons développer au premier ordre en kv_z l'expression (A-16) de la force f et nous obtenons alors pour:

$$kv_z \ll \delta \qquad (A-19)$$

$$f \simeq \hbar k \Gamma s_0 \frac{2\delta}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} kv_z = -M\gamma v_z \qquad (A-20)$$

où M est la masse de l'atome et

$$s_0 = \frac{\omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \qquad (A-21)$$

et

$$\gamma = -\frac{\hbar k^2}{M} s_0 \frac{2\delta\Gamma}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \qquad (A-22)$$

L'évolution des vitesses autour de $v_z = 0$ est donc donnée par l'équation:

$$\frac{dv_z}{dt} = -\gamma v_z \qquad (A-23)$$

Nous voyons ainsi que pour un désaccord négatif ($\delta < 0$), le coefficient γ est positif et la force f est une force de friction ramenant la vitesse v_z des atomes vers zéro. Ce processus permet de refroidir efficacement des atomes, lorsque la transition atomique excitée par le laser est une transition fermée, c'est-à-dire que l'atome peut effectuer beaucoup de cycles de fluorescence induite par le laser. Pour trouver la température qu'on obtient par un tel refroidissement , c'est-à-dire pour connaître l'état d'équilibre d'une distribution d'atomes éclairés par des ondes laser, il faut tenir compte des fluctuations dans l'échange d'impulsion entre les atomes et les photons. Ces fluctuations apparaissent dans le cas considéré ci-dessus (faible intensité laser) aussi bien dans le nombre de photons absorbés dans le mode laser

par unité de temps que dans la direction des photons émis spontanément. Ces fluctuations sont à l'origine d'un échauffement de la distribution des vitesses. On peut décrire cet échauffement des atomes par un coefficient de diffusion D défini à partir de l'équation:

$$\frac{d}{dt}\langle p^2\rangle = 2D \qquad (A-24)$$

où $p = Mv$ est la quantité de mouvement des atomes. Dans le cas de deux ondes planes se propageant en sens inverse éclairant un atome à deux niveaux avec des faibles paramètres de saturation ($s_+, s_- \ll 1$) le coefficient de diffusion vaut:

$$D = \frac{2}{3}\hbar^2 k^2 \Gamma s_0 \qquad (A-25)$$

en considérant l'émission spontanée comme isotrope(si l'on considère le diagramme de rayonnement exact pour un dipôle oscillant suivant l'axe du laser on obtient $D = 7/10\hbar^2 k^2 \Gamma s_0$).

En régime stationnaire, le refroidissement par la force de friction est exactement compensé par l'échauffement dû aux fluctuations. Si la distribution des vitesses des atomes est limitée en régime stationnaire à des vitesses $kv_z \ll \delta$ et que nous pouvons utiliser l'expression linéarisée (A-20) de la force, alors cette distribution aura une force de gaussienne. Nous pouvons alors définir une température pour les atomes à l'équilibre en interaction avec les lasers par:

$$\frac{1}{2}k_B T_{eq} = \frac{1}{2}M\langle v_z^2\rangle = \frac{D}{2M\gamma} \qquad (A-26)$$

Cette température dépend donc du désaccord δ et de la fréquence de Rabi ω_1 du laser. La température la plus basse est obtenue pour $\delta = -\Gamma/2$ et $\omega_1 \ll \Gamma$ et vaut à une dimension:

$$k_B T_{lim}^{1D} = \frac{\hbar\Gamma}{3} \qquad (A-27)$$

Si au lieu de deux lasers, on utilise 3 paires de lasers suivant les trois axes Ox, Oy et Oz la température d'équilibre limite vaut:

$$k_B T_{lim}^{3D} = \frac{\hbar\Gamma}{2} \qquad (A-28)$$

Cette température limite est plus élevée à trois dimensions qu'à une dimension ; en effet à une dimension une partie de l'échauffement des atomes (due aux fluctuations lors de l'émission spontanée) est répartie dans les deux autres dimensions.

Nous venons de voir comment on peut refroidir des atomes par interaction avec un laser, dont la fréquence est désaccordée légèrement en-dessous de la fréquence atomique propre ($\delta = \omega_L - \omega_0 < 0$). Si par contre nous choisissons un désaccord positif ($\delta > 0$, appelé aussi désaccord "bleu"), alors la force f subie par un atome (voir A-16) a toujours le même signe que la vitesse v_z. Ceci implique que des atomes se déplaçant vers les $z = 0 (v_z > 0)$ seront accélérés vers $z > 0$ tandis que ceux à $v_z < 0$ seront poussés encore davantage vers les $z < 0$ par le laser. Nous réalisons ainsi une expulsion des atomes interagissant avec le laser de l'origine des vitesses vers des vitesses plus grandes en valeur absolue. C'est une telle expulsion sélective par laser que nous utilisons pour vérifier l'efficacité de notre lampe à décharge d'hélium (voir IC6).

APPENDICE B

Nous déduisons dans cet appendice l'expression de la population de l'état excité en régime stationnaire ($\dot{\tilde{\sigma}} = 0$) à partir des équations de Bloch optiques données en (IIA1-17) pour l'effet Hanle mécanique sur une transition $J = 1/2 \longrightarrow J = 1/2$. Le calcul présenté ici n'est qu'une simple manipulation algébrique des équations IIIA1−17 (dans le cas $\dot{\tilde{\sigma}} = 0$) et nous ne supposons en particulier pas que l'intensité laser est faible. Posons pour simplifier les notations:

$$\bar{\delta} = (\delta - kv) + i\frac{\Gamma}{2} \qquad (B-1)$$

a) <u>élimination des cohérences optiques</u>

A partir de:

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{st}_{g_-g_+} = -i\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_+} + \frac{\Omega_B}{2}(\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} - \tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+}) = 0 \qquad (B-2)$$

nous obtenons:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_+} = i\frac{\Omega_B}{\Omega_L}(\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} - \tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-}) \qquad (B-3)$$

Et comme:

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{st}_{e_+g_-} = i\bar{\delta}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-} + i\frac{\Omega_L}{2}(\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} - \tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-}) - \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_+} = 0 \qquad (B-4)$$

on a :

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-} = \frac{\Omega_L}{2\bar{\delta}}\left\{\left[1 - \frac{\Omega_B^2}{\Omega_L^2}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} + \frac{\Omega_B^2}{\Omega_L^2}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} - \tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}\right\} \qquad (B-5)$$

Nous aurons dans la suite besoin de la partie imaginaire C_-^+ de la cohérence optique $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-}$:

$$C_-^+ = \frac{i}{2}(\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-} - \tilde{\sigma}^{st}_{g_-e_+}) \qquad (B-6)$$

En introduisant les paramètres

$$s_L = \frac{\Omega_L^2/2}{(\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4} \qquad (B-7)$$

et

$$s_B = \frac{\Omega_B^2/2}{(\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4} \qquad (B-8)$$

et en remarquant que:

$$\frac{1}{\bar{\delta}} = \frac{(\delta - kv) - i\Gamma/2}{(\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4} \qquad (B-9)$$

nous pouvons calculer C_-^+ :

$$C_-^+ = \frac{\Omega_L}{2}\frac{i}{2}\left(\frac{1}{\bar{\delta}} - \frac{1}{\bar{\delta}^*}\right)\left\{\left[1 - \frac{s_B}{s_L}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} + \frac{s_B}{s_L}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} - \tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}\right\}$$

$$C_-^+ = \frac{\Omega_L}{4}\frac{\Gamma}{(\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4}\left\{\left[1 - \frac{s_B}{s_L}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} + \frac{s_B}{s_L}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} - \tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}\right\} \qquad (B-10)$$

b) <u>élimination de la cohérence hertzienne</u>

En écrivant que:

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{st}_{e_+g_+} = i\bar{\delta}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_+} - i\frac{\Omega_L}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_+} + \frac{\Omega_B}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-} = 0 \qquad (B-11)$$

et en tenant compte de $(B-3)$ et $(B-5)$, on déduit:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_+} = i\frac{\Omega_B}{2\bar{\delta}}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} + \left[\frac{2i(\Omega_B^2/4 - \bar{\delta}^2)\Omega_B}{\Omega_L^2\bar{\delta}} - i\frac{\Omega_B}{2\bar{\delta}}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} - \frac{2i(\Omega_B^2/4 - \bar{\delta}^2)\Omega_B}{\Omega_L^2\bar{\delta}}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} \qquad (B-12)$$

En appelant H_{-+} la partie réelle de la cohérence hertzienne $\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_+}$, nous pouvons écrire:

$$H_{-+} = \frac{1}{2}\left(\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_+} + \tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+}\right) \qquad (B-13)$$

$$H_{-+} = \frac{1}{2}\frac{\Gamma\Omega_B/4}{(\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4}\left\{\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} - \frac{\left(\frac{\Omega_B^2}{4} + (\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4\right)}{\Omega_L^2/4}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} + \left[\frac{\left(\frac{\Omega_B^2}{4} + (\delta - kv)^2 + \Gamma^2/4\right)}{\Omega_L^2/4} - 1\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-}\right\} \qquad (B-14)$$

c) <u>calcul de $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$</u>

La condition de stationnarité pour:

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{st}_{g_+g_+} = \frac{\Omega_B}{2}\left(\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_+} + \tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_-}\right) + \Gamma_+^+\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = 0 \qquad (B-15)$$

nous donne:

$$H_{-+} + \frac{\Gamma_+^+}{\Omega_B}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = 0 \qquad (B-16)$$

et de l'équation:

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{st}_{e_+e_+} = i\frac{\Omega_L}{2}\left(\tilde{\sigma}^{st}_{e_+g_-} - \tilde{\sigma}^{st}_{g_-e_+}\right) - \Gamma\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = 0 \qquad (B-17)$$

nous déduisons:

$$C_-^+ = \frac{\Gamma}{\Omega_L}\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \qquad (B-18)$$

En exprimant H_{-+} et C_-^+ en fonction de $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}, \tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-}$ et $\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+}$ (B-10 et B-14) et en utilisant la conservation de la population nous obtenons le système d'équations suivant:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} + \tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} + \tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} = 1 \qquad (B-19)$$

$$\frac{s_L}{2}\left[1 + \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\frac{2}{s_B}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} + \left[\frac{s_B - s_L}{2} + 1\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} - \left[1 + \frac{s_B}{2}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} = 0 \qquad (B-20)$$

$$\left[1 + \frac{s_L}{2}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} + \frac{s_B - s_L}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} - \frac{s_B}{2}\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} = 0 \qquad (B-21)$$

Ce système à trois équations et à trois inconnues se résout facilement et nous obtenons la solution:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = \frac{s_L s_B/4}{s_B\left(1 + \frac{s_B + s_L}{2}\right) + \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\frac{s_L}{2}\left(\frac{s_L}{2} - s_B\right)} \qquad (B-22)$$

$$\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} = \frac{\Omega_L^2/8}{(\delta - kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_L^2}{4}\left(1 - \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\right) + \frac{\Omega_B^2}{4}\left(1 + \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\frac{\Omega_L^4}{2\Omega_B^4}\right)} \qquad (B-23)$$

En remplaçant ci-dessus $1 - \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}$ par $\frac{\Gamma_-^+}{\Gamma}$ nous obtenons l'expression de $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$ donnée dans la partie A du deuxième chapitre(IIA1-22). A partir de $\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+}$, nous pouvons aussi calculer $\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-}$ et $\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+}$:

$$\tilde{\sigma}^{st}_{g_-g_-} = \left[\frac{2 + s_L + s_B}{s_L} - \frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \qquad (B-24)$$

$$\tilde{\sigma}^{st}_{g_+g_+} = \left[\frac{2 + s_B}{s_L} - \frac{s_B - s_L}{s_B}\frac{\Gamma_+^+}{\Gamma}\right]\tilde{\sigma}^{st}_{e_+e_+} \qquad (B-25)$$

APPENDICE C

Le but de cet appendice est de montrer comment dans le cas d'une excitation laser résonnante ($\delta - kv = 0$) on peut extraire des 25 équations de Bloch optiques pour l'effet Hanle mécanique sur une transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ un ensemble de 15 équations indépendantes couplées entre elles qui suffisent à calculer la force moyenne subie par les atomes. Nous allons ensuite présenter la résolution de ces équations en utilisant un calcul formel sur ordinateur.

a) <u>équations de Bloch optiques pour</u> $\delta' = \delta - kv = 0$:

Nous allons reécrire les équations de Bloch optiques présentées en IIA2-13 en décomposant les cohérences en partie réelle et partie imaginaire. Pour simplifier les notations nous posons donc

* *Populations :*

$$\pi_i = \tilde{\sigma}_{ii}; \qquad i = e_0, e_+, f_0, f_+ \qquad (C-1)$$

* *Parties imaginaires des cohérences optiques :*

$$C_j^i = \frac{i}{2}(\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{\sigma}_{ji}); \qquad i = e_0, e_+, j = f_-, f_0, f_+ \qquad (C-2)$$

* *Parties réelles des cohérences optiques :*

$$S_j^i = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{ij} + \tilde{\sigma}_{ji}); \qquad i = e_0, e_+, j = f_-, f_0, f_+ \qquad (C-3)$$

* *Parties imaginaires des cohérences hertziennes :*

$$K_{jl} = \frac{i}{2}(\tilde{\sigma}_{jl} - \tilde{\sigma}_{lj}); \qquad j, l = f_-, f_0, f_+ \qquad (C-4)$$

$$F_{ih} = \frac{i}{2}(\tilde{\sigma}_{ih} - \tilde{\sigma}_{hi}); \qquad i, h = e_0, e_+ \qquad (C-5)$$

* *Parties réelles des cohérences hertziennes :*

$$H_{jl} = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{jl} + \tilde{\sigma}_{lj}); \qquad j, l = f_-, f_0, f_+ \qquad (C-6)$$

$$E_{ih} = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{ih} + \tilde{\sigma}_{hi}); \qquad i, h = e_0, e_+ \qquad (C-7)$$

Avec ces notations les équations de Bloch optiques (IIA2-13) s'écrivent pour $\delta' = \delta - kv = 0$ (et en prenant $\Omega_L = \Omega_L^*$) :

i) populations

$$\dot{\pi}_{e_0} = \Omega_L C_-^0 - \Gamma \pi_{e_0} \qquad (C-8a)$$

$$\dot{\pi}_{e_+} = \Omega_L C_0^+ - \Gamma \pi_{e_+} \qquad (C-8b)$$

$$\dot{\pi}_{g_-} = -\Omega_L C_-^0 - \Omega_B H_{-0} + \frac{\Gamma}{2}\pi_{e_0} \qquad (C-8c)$$

$$\dot{\pi}_{g_0} = -\Omega_L C_0^+ - \Omega_B (H_{0+} - H_{-0}) + \frac{\Gamma}{2}\pi_{e_+} \qquad (C-8d)$$

$$\dot{\pi}_{g_+} = \Omega_B H_{0+} + \frac{\Gamma}{2}(\pi_{e_0} + \pi_{e_0}) \qquad (C-8e)$$

ii) cohérences optiques

$$\dot{C}_-^0 = \frac{\Omega_L}{2}(\pi_{e_0} - \pi_{g_-}) - \frac{\Omega_B}{2}C_0^0 - \frac{\Gamma}{2}C_-^0 \qquad (C-8f)$$

$$\dot{S}_-^0 = -\frac{\Omega_B}{2}S_0^0 - \frac{\Gamma}{2}S_-^0 \qquad (C-8g)$$

$$\dot{C}_-^+ = -\frac{\Omega_L}{2}(E_{0+} - H_{-0}) - \frac{\Omega_B}{2}C_0^+ - \frac{\Gamma}{2}C_-^+ \qquad (C-8h)$$

$$\dot{S}_-^+ = \frac{\Omega_L}{2}(K_{-0} - F_{0+}) - \frac{\Omega_B}{2}S_0^+ - \frac{\Gamma}{2}S_-^+ \qquad (C-8i)$$

$$\dot{C}_0^0 = -\frac{\Omega_L}{2}(E_{0+} - H_{-0}) - \frac{\Omega_B}{2}(C_+^0 - C_-^0) - \frac{\Gamma}{2}C_0^0 \qquad (C-8j)$$

$$\dot{S}_0^0 = -\frac{\Omega_L}{2}(K_{-0} - F_{0+}) - \frac{\Omega_B}{2}(S_+^0 - S_-^0) - \frac{\Gamma}{2}S_0^0 \qquad (C-8k)$$

$$\dot{C}_0^+ = -\frac{\Omega_L}{2}(\pi_{e_+} - \pi_{g_0}) - \frac{\Omega_B}{2}(C_+^+ - C_-^+) - \frac{\Gamma}{2}C_0^+ \qquad (C-8l)$$

$$\dot{S}_0^+ = -\frac{\Omega_L}{2}(S_+^+ - S_-^+) - \frac{\Gamma}{2}S_0^+ \qquad (C-8m)$$

$$\dot{C}_+^0 = \frac{\Omega_L}{2} H_{-+} + \frac{\Omega_B}{2} C_0^0 - \frac{\Gamma}{2} C_+^0 \qquad (C-8n)$$

$$\dot{S}_+^0 = -\frac{\Omega_L}{2} K_{-+} + \frac{\Omega_B}{2} S_0^0 - \frac{\Gamma}{2} S_+^0 \qquad (C-8o)$$

$$\dot{C}_+^+ = \frac{\Omega_L}{2} H_{0+} + \frac{\Omega_B}{2} C_0^+ - \frac{\Gamma}{2} C_+^+ \qquad (C-8p)$$

$$\dot{S}_+^+ = -\frac{\Omega_L}{2} K_{0+} + \frac{\Omega_B}{2} S_0^+ - \frac{\Gamma}{2} S_+^+ \qquad (C-8q)$$

ii) cohérences hertziennes

$$\dot{H}_{-0} = -\frac{\Omega_L}{2}\left(C_-^+ + C_0^0\right) - \frac{\Omega_B}{2}\left(\pi_{g_0} - \pi_{g_-} + H_{-+}\right) + \frac{\Gamma}{2} E_{0+} \qquad (C-8r)$$

$$\dot{K}_{-0} = -\frac{\Omega_L}{2}\left(S_-^+ - S_0^0\right) - \frac{\Omega_B}{2} K_{-+} + \frac{\Gamma}{2} F_{0+} \qquad (C-8s)$$

$$\dot{H}_{-+} = -\frac{\Omega_L}{2} C_+^0 - \frac{\Omega_B}{2}\left(H_{0+} - H_{-0}\right) \qquad (C-8t)$$

$$\dot{K}_{-+} = +\frac{\Omega_L}{2} S_+^0 - \frac{\Omega_B}{2}\left(K_{0+} - K_{-0}\right) \qquad (C-8u)$$

$$\dot{H}_{0+} = -\frac{\Omega_L}{2} C_+^+ - \frac{\Omega_B}{2}\left(\pi_{g_+} - \pi_{g_0} - H_{-+}\right) \qquad (C-8v)$$

$$\dot{K}_{0+} = +\frac{\Omega_L}{2} S_+^+ + \frac{\Omega_B}{2} K_{-+} \qquad (C-8w)$$

$$\dot{E}_{0+} = \frac{\Omega_L}{2}\left(C_0^0 + C_-^+\right) - \Gamma E_{0+} \qquad (C-8x)$$

$$\dot{F}_{0+} = -\frac{\Omega_L}{2}\left(S_0^0 - S_-^+\right) - \Gamma F_{0+} \qquad (C-8y)$$

Nous voyons que nous pouvons regrouper ces équations en 2 parties, l'une couplant entre eux les 15 éléments $(\pi_{e_0}, \pi_{e_+}, \pi_{f_-}, \pi_{f_0}, \pi_{f_+}, C_-^0, C_0^+, C_0^0, C_0^+, C_+^0, C_+^+, H_{-0}, H_{-+}, H_{0+}, E_{0+})$, l'autre couplant uniquement les 9 éléments $(S_-^0, S_-^+, S_0^0, S_0^+, S_+^0, S_+^+, K_{-0}, K_{-+}, K_{0+}, F_{0+})$. Le découplage en deux groupes indépendants est dû au fait que $\delta' = 0$. Comme nous avons besoin des parties imaginaires de cohérences optiques C_-^0 et C_0^+ pour le calcul de la force (IIA2-19)

$$\mathbf{f} = \hbar \mathbf{k} \Omega_L \left(C_-^0 + C_0^+\right) \qquad (C-9)$$

nous allons maintenant résoudre le système des 15 équations contenant C_-^0 et C_0^+. Les 9 autres quantités $S_j^i, K_{i,j}, F_{i,j}$ ne sont couplés qu'entre eux: la solution $S_j^i = K_{i,j} = F_{i,j} = 0$ est alors une solution stationnaire des équations C−8, qu'on obtient par exemple en partant d'un mélange statistique de

f_-, f_0, f_+

b) <u>expression de la force à l'état stationnaire à l'aide d'un calcul formel sur ordinateur</u> :

Nous pouvons mettre les 15 équations de Bloch optiques réduites contenant C_-^0 et C_0^+ sous une forme matricielle:

$$\dot{X} = MX \qquad (C-10)$$

où X est un vecteur à 15 composantes:

$$X = (X_i)_{i=1-15} = (\pi_{e_0}, \pi_{e_+}, \pi_{g_-}, \pi_{g_0}, \pi_{g_+}, C_-^0, C_-^+, C_0^0, C_0^+, C_+^0, C_+^+, H_{-0}, H_{-+}, H_{0+}, E_{0+}) \qquad (C-11)$$

et M la matrice d'évolution dont les éléments sont déduits des équations de Bloch optiques (C-8). Nous nous intéressons à l'état stationnaire de la matrice densité, et nous devons donc résoudre l'équation suivante:

$$MX = 0 \qquad (C-12)$$

Nous allons montrer maintenant que, si le déterminant de la matrice M est nul, alors on a:

$$M \,.\, {}^t(CofactM) = 0$$

et par conséquent tout vecteur colonne de la transformée de la comatrice de M est solution de C−12.

Montrons pour cela que, si l'équation C−12 admet une solution X non nulle, alors est solution tout vecteur ${}^IX$ tel que:

$${}^IX = ({}^IX_i) = (\mathrm{Cofact}_{I,i}(M)) \qquad (C-13)$$

où $\mathrm{Cofact}_{I,i}(M)$ est le cofacteur i, I de la matrice M, obtenu en multipliant par $(-1)^{i+I}$le déterminant de la sous-matrice $M_{I,i}$ formée en enlevant la $i^{ème}$ ligne et la I^{ème} colonne à la matrice M. ${}^IX$ est donc la I^{ème} colonne de la comatrice M.

En effet soit:

$$A = M^I X \tag{C-14}$$

$$A_i = \sum_j M_{i,j} \ {}^I X_j = \sum_j M_{i,j} \mathrm{Cofact}_{I,j}(M) \tag{C-15}$$

Etudions alors les deux cas i=I et $\underline{i \neq I}$

$\underline{\text{i) i} \neq \text{I}}$

Considérons alors la matrice N obtenue en remplaçant dans la matrice M la I^{ème} ligne par la $i^{ème}$

$$M = \begin{pmatrix} \dots \\ i \\ \dots \\ I \\ \dots \end{pmatrix} \longrightarrow N = \begin{pmatrix} \dots \\ i \\ \dots \\ i \\ \dots \end{pmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice N est nul, car on a deux lignes identiques. Développons ce déterminant suivant la I^{ème}ligne

$$0 = \det N = \sum_k N_{I,k} \mathrm{Cofact}_{I,k}(N) \tag{C-16}$$

où $\mathrm{Cofact}_{I,k}(N)$ est le cofacteur k, I de N. Comme ce cofacteur est indépendant des éléments de la I^{ème}ligne de la matrice, on a:

$$\mathrm{Cofact}_{I,k}(N) = \mathrm{Cofact}_{I,k}(M) \tag{C-17}$$

D'autre part

$$N_{I,k} = M_{i,k} \tag{C-18}$$

et C donne donc

$$\sum_k M_{i,k} \mathrm{Cofact}_{I,k}(M) = 0 \tag{C-19}$$

$$\Longrightarrow A_i = 0 \text{ pour } i \neq I \tag{C-20}$$

$\underline{\text{ii) i} = \text{I}}$

En développant le déterminant de M suivant la $i^{ème}$ligne on trouve

$$A_{i=I} = \sum_k M_{I,k} \mathrm{Cofact}_{I,k}(M) = \det M \tag{C-21}$$

Or comme nous admettons qu'il existe une solution X non nulle de

$$MX = 0 \qquad (C-22)$$

$$\Longrightarrow \det M = 0 \qquad (C-23)$$

et donc

$$A_I = 0 \qquad (C-24)$$

Ceci montre donc que:

$$M^I X = 0 \qquad (C-25)$$

Le calcul à la main des déterminants 14x14 pour les cofacteurs de la matrice M étant très long (ce qui augmente la probabilité de faire des erreurs de calcul), nous nous servons d'un calcul formel sur ordinateur (μ-math) très facile à utiliser. Le programme donné en fin de cet appendice illustre la simplicité d'utilisation d'un tel calcul formel. Notons que le vecteur ${}^I X$, solution de C−12, n'est pas unique. En effet le nombre de solutions dépend du rang de la matrice M (15x15). La comatrice que nous avons obtenue dans notre calcul était en effet formé de 5 colonnes ${}^I X$ identiques non nuls et de 10 colonnes nuls.

Pour le calcul de la force nous avons besoin de connaître uniquement C_-^0 et C_0^+, c'est-à-dire le sixième et le neuvième élément de ${}^I X$. Or nous n'avons à ce point pas encore tenu compte de la conservation du nombre de particules:

$$\pi_{e_0} + \pi_{e_+} + \pi_{g_-} + \pi_{g_0} + \pi_{g_+} = 1 \qquad (C-26)$$

Nous devons donc aussi calculer les cinq premiers éléments de ${}^I X$ et normalisons alors C_-^0 et C_0^+

$$C_-^0 = \frac{{}^I X_6}{\sum_{i=1}^5 {}^I X_i} \qquad (C-27)$$

$$C_0^+ = \frac{{}^I X_9}{\sum_{i=1}^5 {}^I X_i} \qquad (C-28)$$

C'est pourquoi nous sommes amenés à calculer 7 cofacteurs de la matrice M. Nous pouvons alors calculer la force moyenne à l'état stationnaire pour l'effet Hanle mécanique sur la transition $J = 1 \longrightarrow J = 1$ pour $\delta - kv = 0$

$$\mathbf{f} = \hbar \mathbf{k} \Omega_L \frac{C_-^0 + C_0^+}{\pi_{e_0} + \pi_{e_+} + \pi_{g_-} + \pi_{g_0} + \pi_{g_+}} \qquad (C-29)$$

ce qui nous donne l'expression de **f**:

$$\mathbf{f} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{N}{D} \qquad (C-30)$$

avec:

$$N = 32\Omega_L^4 + 2\Omega_L^4\Gamma^2/\Omega_B^2 + 7\Omega_L^2\Gamma^2 + 20\Omega_L^2\Omega_B^2 + 20\Gamma^2\Omega_B^2 + \frac{5}{2}\Gamma^4 \qquad (C-31a)$$

$$\begin{aligned} D =& 16\Omega_B^4 + 44\Omega_L^2\Omega_B^2 + 21\Omega_L^4 + 8\Omega_L^6/\Omega_B^2 \\ &+ 16\Omega_B^4\Gamma^2/\Omega_L^2 + 24\Omega_B^2\Gamma^2 + \frac{41}{2}\Omega_L^2\Gamma^2 + \frac{11}{4}\Gamma^2\Omega_L^4/\Omega_B^2 \\ &+ \frac{1}{2}\Gamma^2\Omega_L^6/\Omega_B^4 + 6\Gamma^4\Omega_B^2/\Omega_L^2 + \frac{13}{4}\Gamma^4 + \frac{5}{4}\Gamma^4\Omega_L^2/\Omega_B^2 \\ &+ \frac{1}{2}\Gamma^6/\Omega_L^2 \end{aligned} \qquad (C-31b)$$

Rappelons que cette expression de la force (donnée en IIA2-20, obtenue pour $\delta - kv = 0$, est valable pour toute intensité laser (c'est-à-dire en particulier aussi pour $\Omega_L \gg \Gamma$).

```
========== Début de session ========== 10/02/90 16:39:19
? LOAD(CALCUMAT);


? RDS(EHM110,PGM);
@: EHM110
?
?

M: {[ -G , 0 , 0 , 0 , 0 , 2 * rabi , 0 , 0 ,
    0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ],

  [ 0 , -G , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
    2 * rabi , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ],

  [ G / 2 , 0 , 0 , 0 , 0 , -2 * rabi , 0 , 0 ,
    0 , 0 , 0 , -2 * b , 0 , 0 , 0 ],

  [ 0 , G / 2 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
    -2 * rabi , 0 , 0 , 2 * b , 0 , -2 * b , 0 ],

  [ G / 2 , G / 2 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
    0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 2 * b , 0 ],

  [ -1 * rabi , 0 , 1 * rabi , 0 , 0 , -G / 2 , 0 , -b ,
    0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -G / 2 , 0 ,
    -b , 0 , 0 , rabi , 0 , 0 , -1 * rabi ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , b , 0 , -G / 2 ,
    0 , -b , 0 , rabi , 0 , 0 , -1 * rabi ],

  [ 0 , -1 * rabi , 0 , 1 * rabi , 0 , 0 , b , 0 ,
    -G / 2 , 0 , -b , 0 , 0 , 0 , 0 ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , b ,
    0 , -G / 2 , 0 , 0 , rabi , 0 , 0 ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
    b , 0 , -G / 2 , 0 , 0 , rabi , 0 ],

  [ 0 , 0 , b , -b , 0 , 0 , -1 * rabi , -1 * rabi ,
    0 , 0 , 0 , 0 , -b , 0 , G / 2 ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 ,
    0 , -1 * rabi , 0 , b , 0 , -b , 0 ],

  [ 0 , 0 , 0 , b , -b , 0 , 0 , 0 ,
    0 , 0 , -1 * rabi , 0 , b , 0 , 0 ],

  [ 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , rabi , rabi ,
    0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -G ] } $

?

COF:COFACTOR(M,1,1)$
```

```
?
PRTMATH(COF)$
6 G^2 rabi^6 b^6 + 4 G^2 rabi^8 b^4 + 6 G^4 rabi^4 b^6 + 5/2 G^4 rabi^6 b^4 + 3
/4 G^6 rabi^4 b^4
?
COF:COFACTOR(M,1,2)$

?
PRTMATH(COF)$
4 G^2 rabi^6 b^6 + 12 G^2 rabi^8 b^4 + 4 G^4 rabi^4 b^6 + G^4 rabi^6 b^4 + G^4
rabi^8 b^2 + G^6 rabi^4 b^4/2
?
COF:COFACTOR(M,1,3)$

?
PRTMATH(COF)$
4 G^2 rabi^4 b^8 + 11 G^2 rabi^6 b^6 + 4 G^2 rabi^8 b^4 + 4 G^4 rabi^2 b^8 + 13
/2 G^4 rabi^4 b^6 + 13/4 G^4 rabi^6 b^4 + 2 G^6 rabi^2 b^6 + G^6 rabi^4 b^4 + 3
/16 G^8 rabi^2 b^4
?
COF:COFACTOR(M,1,4)$

?
PRTMATH(COF)$
8 G^2 rabi^4 b^8 + 16 G^2 rabi^6 b^6 + 4 G^2 rabi^8 b^4 + 8 G^4 rabi^2 b^8 + 5
G^4 rabi^4 b^6 + 4 G^4 rabi^6 b^4 + G^4 rabi^8 b^2/2 + 2 G^6 rabi^2 b^6 + G^6
rabi^4 b^4/2 + G^6 rabi^6 b^2/4 + G^8 rabi^2 b^4/8
?
COF:COFACTOR(M,1,5)$

?
PRTMATH(COF)$
4 G^2 rabi^4 b^8 + 7 G^2 rabi^6 b^6 - 3 G^2 rabi^8 b^4 + 8 G^2 rabi^10 b^2 + 4
G^4 rabi^2 b^8 + 5/2 G^4 rabi^4 b^6 + 39/4 G^4 rabi^6 b^4 + 5/4 G^4 rabi^8 b^2
+ G^4 rabi^10/2 + 2 G^6 rabi^2 b^6 + G^6 rabi^4 b^4/2 + G^6 rabi^6 b^2 + 3/16 G
^8 rabi^2 b^4
?
COF:COFACTOR(M,1,6)$

?
PRTMATH(COF)$
3 G^3 rabi^5 b^6 + 2 G^3 rabi^7 b^4 + 3 G^5 rabi^3 b^6 + 5/4 G^5 rabi^5 b^4 + 3
/8 G^7 rabi^3 b^4
?
COF:COFACTOR(M,1,9)$

?
PRTMATH(COF)$
2 G^3 rabi^5 b^6 + 6 G^3 rabi^7 b^4 + 2 G^5 rabi^3 b^6 + G^5 rabi^5 b^4/2 + G^5
 rabi^7 b^2/2 + G^7 rabi^3 b^4/4
?


? SYSTEM();
```

========== Fin de session ==========

APPENDICE D

Nous donnons dans cet appendice l'expression des équations de Bloch optiques généralisées dans la base des familles $F(p) = (|\Psi_{NC}(p)\rangle, |\Psi_c(p)\rangle, |e_0, p\rangle)$ dans le cas $K_+ = K_-$ réel. Ces équations permettent de bien comprendre comment $|\Psi_{NC}(p)\rangle$ est couplé à $|\Psi_c(p)\rangle$; elles sont mieux adaptées à pousser un peu plus loin l'étude analytique des "résonances noires sélectives en vitesse". En effet c'est dans cette base qu'on peut facilement voir quels sont les termes dominants ou négligeables pour l'évolution des atomes. C'est d'ailleurs grâce à cette formulation des équations de Bloch optiques généralisées que nous avons compris l'origine de la différence entre un désaccord positif ou négatif sur la distribution des quantités de mouvement atomiques.

Rappelons tout d'abord quelques notations, adaptées au cas $K_+ = K_- = K_+^* = K_-^* = K$:

$$|\Psi_{NC}(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, p - \hbar k\rangle - |g_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (D-1)$$

$$|\Psi_c(p)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|g_-, p - \hbar k\rangle + |g_+, p + \hbar k\rangle\} \qquad (D-2)$$

$$\tilde{\sigma}_{NC,NC}(p) = \langle\Psi_{NC}(p)|\sigma|\Psi_{NC}(p)\rangle$$

$$\tilde{\sigma}_{C,C}(p) = \langle\Psi_C(p)|\sigma|\Psi_C(p)\rangle$$

$$\tilde{\sigma}_{e,e}(p) = \langle e_0, p|\sigma|e_0, p\rangle$$

$$\tilde{\sigma}_{NC,C}(p) = \langle\Psi_{NC}(p)|\sigma|\Psi_C(p)\rangle = \tilde{\sigma}^*_{C,NC}(p)$$

$$\tilde{\sigma}_{e,NC}(p) = \langle e_0, p|\sigma|\Psi_{NC}(p)\rangle e^{-i\omega_L t} = \tilde{\sigma}^*_{NC,e}(p)$$

$$\tilde{\sigma}_{e,C}(p) = \langle e_0, p|\sigma|\Psi_C(p)\rangle e^{-i\omega_L t} = \tilde{\sigma}^*_{C,e}(p)$$

Nous pouvons alors déduire, à partir des équations de Bloch optiques généralisées données dans IIIC1 (équations 3.11, 4.2 et 4.3), les équations suivantes:

Populations:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{NC,NC}(p) = i\frac{kp}{M}\left[\tilde{\sigma}_{C,NC}(p) - \tilde{\sigma}_{NC,C}(p)\right] + \frac{\Gamma}{4}\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} du H(u)\left[\tilde{\sigma}_{ee}(p+\hbar k-u) + \tilde{\sigma}_{ee}(p-\hbar k-u)\right] \quad (D-3)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{C,C}(p) = i\frac{kp}{M}\left[\tilde{\sigma}_{NC,C}(p) - \tilde{\sigma}_{C,NC}(p)\right] + \frac{iK}{\sqrt{2}}\left[\tilde{\sigma}_{C,e}(p) - \tilde{\sigma}_{e,C}(p)\right] + \frac{\Gamma}{4}\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} du H(u)\left[\tilde{\sigma}_{ee}(p+\hbar k-u) + \tilde{\sigma}_{ee}(p-\hbar k-u)\right] \quad (D-4)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ee}(p) = i\frac{K}{\sqrt{2}}\left[\tilde{\sigma}_{e,C}(p) - \tilde{\sigma}_{C,e}(p)\right] - \Gamma\tilde{\sigma}_{ee}(p) \quad (D-5)$$

Cohérences hertziennes:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{NC,C}(p) = i\frac{kp}{M}\left[\tilde{\sigma}_{NC,C}(p) - \tilde{\sigma}_{C,C}(p)\right] - i\frac{K}{\sqrt{2}}\tilde{\sigma}_{NC,e}(p) + \frac{\Gamma}{4}\int_{-\hbar k}^{+\hbar k} du H(u)\left[\tilde{\sigma}_{ee}(p+\hbar k-u) - \tilde{\sigma}_{ee}(p-\hbar k-u)\right] \quad (D-6)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{C,NC}(p) = \left(\dot{\tilde{\sigma}}_{NC,C}(p)\right)^* \quad (D-7)$$

Cohérences optiques:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e,NC}(p) = i\left(\delta_L + \omega_R + i\frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\sigma}_{e,NC}(p) - i\frac{kp}{M}\tilde{\sigma}_{e,C}(p) - i\frac{K}{\sqrt{2}}\tilde{\sigma}_{C,NC}(p) \quad (D-8)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{NC,e}(p) = \left(\dot{\tilde{\sigma}}_{e,NC}(p)\right)^* \quad (D-9)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{e,C}(p) = i\left(\delta_L + \omega_R + i\frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\sigma}_{e,C}(p) - i\frac{kp}{M}\tilde{\sigma}_{e,NC}(p) + i\frac{K}{\sqrt{2}}\left[\tilde{\sigma}_{e,e}(p) - \sigma_{C,C}(p)\right] \quad (D-10)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{C,e}(p) = \left(\dot{\tilde{\sigma}}_{e,C}(p)\right)^* \qquad (D-11)$$

Dans ces équations, $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord du laser et $\hbar\omega_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ est l'énergie de recul d'un photon.

Cette écriture des équations de Bloch optiques généralisées nous permet d'identifier les differents termes qui contribuent à l'évolution de la matrice densité. En effet nous voyons dans l'équation (D−3) que la population d'un état Ψ_{NC} appartenant à la famille F(p) est couplé par un processus hamiltonien à Ψ_C avec un élément de couplage de kp/M: il s'agit de ce que nous avons appelé plus haut le couplage motionnel. D'autre part la population de Ψ_{NC} est alimenté par émission spontanée à partir de l'état excité et nous devons moyenner les contributions des différents états $e_0(p)$(voir IIIC1). L'équation (D−4) pour la population de Ψ_C ressemble beaucoup à celle pour Ψ_{NC} - couplage motionnel et alimentation par emission spontanée à partir des plusieurs états excités - mais nous trouvons pour Ψ_C aussi un terme qui le couple à l'état excité avec un élément de couplage $K/\sqrt{2}$. Nous identifions de même les termes de (D−5) pour la population de l'état excité comme la contribution du couplage laser et l'amortissement par émission spontanée. Naturellement la conservation de la population est vérifiée par $\Sigma\left(\dot{\tilde{\sigma}}_{i,i}(p)\right) = 0$.

Il apparaît donc clairement que ces équations mettent beaucoup mieux en évidence les processus physiques à la base des résonances noires sélectives en vitesse que les équations écrite dans la base Zeeman habituelle(et que nous avons utilisée pour faire les calculs sur ordinateur).

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

REFERENCES DE L'INTRODUCTION GENERALE

[1] J.C. Maxwell, "A Treatise on Electricity and Magnetism", (Oxford University Press, 1871).

[2] A. Bartoli, Nuovo Cimento 15, 195 (1883).

[3] P. Lebedev, Ann. Phys. (Leipzig) 6, 433 (1901).

[4] E.F. Nichols, G.F. Hull, Phys. Rev. 13, 307 (1901).

[5] A. Einstein, Phys. Z. 18, 121 (1917).

[6] R. Frisch, Z. Phys. 86, 42 (1933).

[7] A. Kastler, J. Phys. Rad. 11, 255 (1950).

[8] J.L. Piqué, J.L.Vialle, Opt. Comm. 5, 402 (1972).

[9] T.W. Hänsch, A. Schawlow, Opt. Comm. 13, 68 (1975).

[10] D. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975).

[11] Voir les contributions dans "The Mechanical Effects of Light", J. Opt. Soc. Am. B2 (1985).

[12] Voir les contributions dans "Laser Cooling and Trapping of Atoms", J. Opt. Soc. Am. B6 (1989).

[13] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 61, 169 (1988).

[14] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, Europhys. Lett. 12, 683 (1990).

[15] Y.Shevy, D.S.Weiss, P.J.Ungar, S.Chu, Phys. Rev. Lett. 62, 1118 (1989).

[16] J. Dalibard, C. Salomon, A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, Atomic Physics 11, S. Haroche, J.C. Gay and G. Grynberg, ed. (World Scientific, Singapore, 1989) p. 199 ; et J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B6, 2023 (1989).

[17] S. Chu, D.S. Weiss, Y. Shevy, P.J. Ungar, Atomic Physics 11, S. Haroche, J.C. Gay and G. Grynberg, ed. (World Scientific, Singapore, 1989) p. 636 ; et P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. B6, 2058 (1989).

[18] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, Phys. rev. Lett. 61, 826 (1988).

[19] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B6, 2112 (1989).

[20] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, Nuovo Cimento 36 B, 5 (1976).

[21] E. Arimondo, G. Orriols, Lett. Nuovo Cimento 17, 333 (1976) ; H.R. Gray, R.W. Whitley, C.R. Stroud, Opt. Lett. 3, 218 (1978).

[22] R.J.Cook, Phys. Rev. A20, 224 (1979); J.P.Gordon, A.Ashkin, Phys. Rev. A21, 1606 (1980).

[23] Ch.Bordé dans "Advances in Laser Spectroscopy", F.T.Arrechi, F.Strumia, H.Walther, ed. (Plenum Press, New York, 1983); S.Stenholm, Appl. Phys. 16, 159 (1978).

REFERENCES DU CHAPITRE I

[1] G.M. Smith and E.E. Muschlitz. Jr., J. Chem. Phys. 33, 1819 (1960).

[2] R.F. Stebbings, Proc. Roy. Soc. 241, 270 (1957).

[3] J.Q. Searcy, Rev. Sci. Instr.45, 589 (1974).

[4] E.L. Leasure, C.R. Mueller, T.Y. Ridley, Rev. Sci. Instr. 46, 635 (1975).

[5] D.W. Fahey, W.F. Parks and L.D.Schearer, J. Phys. E13, 381 (1980).

[6] W. Vassen "Laser Spectroscopy of Barium and Helium Rydberg Atoms" (Free University Press, Amsterdam, 1988).

[7] N.F. Ramsey, "Molecular Beams" (Oxford University Press, 1956) et D.R. Miller dans "Atomic and Molecular Beam Methods", Vol 1, Scoles ed. (Oxford University Press, 1988).

[8] A. Kantrovitz, J. Grey, Rev. Sci. Instr. 22, 328 (1951).

[9] L. Landau, E. Lifchitz, "Mécanique des Fluides" (Mir, Moscou, 1971).

[10] H. Ashkenas, F.S. Sherman, "Rarefied Gas Dynamics" J.H. de Leeuw ed., Vol II, 84 (Academic Press, New York, 1968).

[11] F.S. Sherman, "Rarefied Gas Dynamics", J.A. Laurmann, ed., Vol I, 516-538 (Academic Press, New York, 1963).

[12] M. Sibulkin, W.H. Gallaher, AIAA Journal Vol I, 6, 1452 (1963).

[13] H.C.W. Beijerinck, N.F. Verster, Physica 111C, 327 (1981).

[14] J.O. Hirschfelder, R.B. Bird and E.L. Spotz, J. Chem. Phys. 10, 968 (1948).

[15] J.B. Anderson, J.B. Fenn, Phys. Fluids 8, 780 (1965).

[16] B.B. Hamel, D.R. Wills, Phys. Fluids 5, 829 (1966).

[17] J.P. Toennies, K. Winkelmann, J. Chem. Phys. 66, 3965 (1977).

[18] H. Haberland, U. Buck, M. Tolle, Rev. Sci. Instr. 56, 1712 (1985).

[19] G.A. Bird, Phys. Fluids 19, 1486 (1976).

[20] "Atomic Transitions Probabilities", W.L. Wise et al, ed., 1 (1966), National Standard Reference Data Series, NBS4. *Notons que la raie d'intercombinaison entre* 2^3P *et* 1^1S_0 *rapportée par Lyman à 591.6Å est d'après Dorgelo une raie du néon :* G. Herzberg, "Atomic spectra and atomic structure" p.65, (Dover Publications, New York, 1945) et H.B. Dorgelo, Physica 6, 150 (1926).

[21] L. Vriens, J.A. Simpson, S.R. Mielczarek, Phys. Rev. 165, 7 (1968).

[22] C.B. Opal, E.C. Beaty, J. Phys. B5, 627 (1972).

[23] Massey, Burhop, "Electronic and Ionic Impact Phenomena", Vol I, 253 (Oxford University Press, 1969).

[24] A.A. Radzig, B.M. Smirnov, "Reference Data on Atoms, Molecules and Ions", 251, J.P. Toennies, ed., Springer Verlag (1985). *La durée de vie de 7900sec (±3%) pour l'état* He*(2^3S_1) *est calculée par* Drake, Phys. Rev. A 3, 3 (1971). *Une mesure expérimentale de 9000 sec (±30%) est donnée par* Woodworth, Phys. Rev A 6, 2455 (1975).

[25] C. Fabre, Ann. Phys. Fr. 7, 5 (1982).

[26] E.E. Muschlitz,Jr., "Collisions of electronically excited atoms and molecules" dans "Molecular Beams", J. Ross (ed . J. Wiley, 1966).

[27] I. Amdur, A.L. Harkness, J. Chem. Phys. 22, 664 (1954).

[28] T.W. Riddle, M. Onellion, F.B. Dunning, G.K. Walters, Rev. Sci. Instr. 52, 797 (1981).

[29] R.D. Rundle, D.E. Nitz, K.A. Smith, M.W. Geis, R.F. Stebbings, Phys. Rev. A 19, 33 (1979).

[30] B. Brutschy, H. Haberland, K. Schmidt, J. Phys. B : Atom. Molec. Phys. 15, 2693 (1970).

[31] B. Brutschy, H. Haberland, J. Phys. E10, 90 (1977).

[32] R.D. Rundle, Phys. Rev. A19, 33 (1979).

[33] G.A. Boutry "Physique appliquée aux Industries du vide et de l'Electronique", 1, (ed. Masson, 1962).

[34] G.R. Brewer dans "Focusing of charged particules", A. Septier ed., (Academic Press, 1967).

[35] Methodes of Experimental Physics 4 : Atomic and Electron Physics, part A : Atomic Sources and Detectors, p.13, ed. V.W. Hughes, (Academic Press, New York, 1967).

[36] H.K. Holt, R. Krotkov, Phys. Rev. 144, 82 (1966).

[37] W.L. Granowski, "Der Elektrische Strom in Gas", 1 (Akademie Verlag Berlin, 1955).

[38] L.B. Loeb, "Basic Processes of Gaseous Electronics", (University of California Press, Berkeley, 1955).

[39] N. Vansteenkiste, R. Kaiser, C. Gerz, L. Hollberg, C. Salomon et A. Aspect, soumis à J. Phys.

[40] voir référence 11 de l'introduction générale.

[41] voir référence 12 de l'introduction générale.

[42] F.B. Dunning, R.D. Rundle, R.F. Stebbings, Rev. Sci. Instr. 66, 697 (1975).

[43] P.D. Johnson, T.A. Delchar, J. Phys. E10, 428 (1977).

[44] R.S. Freund, Rev. Sci. Instr. 41, 1213 (1970).

[45] K. Gerard, H. Hotop, Chem. Phys. Lett. 43, 175 (1979).

[46] A. Aspect, N. Vansteenkiste, R. Kaiser, H. Haberland, M. Karrais, Chem. Phys. 145, 307 (1990).

[47] Thèse N. Vansteenkiste, (Université de Paris Sud, 1989) et référence 18 de l'introduction générale.

REFERENCES DU CHAPITRE II

[1] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B 18, 1661 (1985) et références de cet article.

[1bis] voir référence 23 de l'introduction générale.

[2] W. Hanle, Z. Phys. 30, 93 (1924); W. Hanle, Z. Phys. 35, 346 (1926).

[3] J.C. Lehman, C. Cohen-Tannoudji, C. R. Acad. Sci. 258, 4463 (1964); J. Dupont-Roc, S. Haroche, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Lett. 28A, 638 (1969); W. Gawlik, J. Kowalski, F. Fräger, M. Vollmer, J. Phys. B 20, 997 (1987).

[4] .J. Cook, Phys. Rev. A 20, 224 (1979); J.P. Gordon, A. Ashkin, Phys. Rev. A 21, 1606 (1980).

[5] "Processus d'interaction entre photons et atomes" par C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg,(Interéditions/Editions du CNRS, 1988).

[6] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B6, 2023 (1989); Y. Castin, H. Wallis, J. Dalibard, J. Opt. Soc. An. B6, 2046 (1989).

[7] C. Cohen-Tannoudji, Metrologia 13, 161 (1977).

[8] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B11, 1707 (1985).

[9] C. Cohen-Tannoudji, "Optical pumping with lasers" dans Atomic Physics 4, (G. Zu Putlitz, E.W. Weber et A. Winnacker éd, Plenum Press, New York, 1975) p.589.

[10] Voir référence 23 de l'introduction générale.

[11] C. Cohen-Tannoudji dans "Frontiers in Laser Spectroscopy", R. Balian, S. Haroche, S. Liberman, ed. (North-Holland, Amsterdam, 1977), p.1 ; et S. Stenholm, Appl. Phys. 15, 287 (1978).

[12] voir référence 47 du chapitre I.

[13] *Nos expériences de refroidissement magnétiques ont été réalisées sur une transition J=1 – J=1 dans la limite des faibles champs magnétiques. Le refroidissement magnétique a aussi été mis en évidence par*:P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. B6, 2058 (1989) ; D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, P.J. Ungar, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. B6, 2072 (1989) ; B. Sheevhy, S.-Q. Shang, P. Van der Straten, S. Hatamian, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 8, 858 (1990).

[14] T. Walker, D. Sesko, C.E. Wieman, Phys. Rev. Lett. 64, 408 (1990).

[15] J. Nellessen, J. Werner, W. Ertmer, soumis à Opt. Comm.

REFERENCES DU CHAPITRE III

[1] Voir référence 14 de l'introduction générale.

[2] Voir référence 20 de l'introduction générale.

[3] Voir référence 21 de l'introduction générale etH.R. Gray, R.W. Whitley, C.R. Stroud, Opt. Lett. 3, 218 (1978).

[4] P.M. Radmore, P.L. Knight, J. Phys. B 15, 561 (1982); et J. Dalibard, S. Reynaud, C. Cohen-Tannoudji, dans "Interaction of Radiation with Matter", volume en l'honneur de Adriano Gozzini (Scuola Normale Superiore, Pisa, Italia, 1987), pp. 29-48.

[5] Voir référence 7 du chapitre II.

[6] A. Aspect, R Kaiser, Foundations of Physics (1990), à paraître.

[7] Voir références 1 et 5 du chapitre II.

[8] Y. Castin, communication privée.

[9] J.M. Doyle, J.C. Sandberg, N. Masuhara, I.A. Yu, D. Kleppner, T.J. Greytak, J. Opt. Soc.Am. B 6, 2244 (1989).

[10] Voir référence 16 de l'introduction générale.

[11] M.A. Ol'Shanii, V.G. Minogin, Proceedings of the L.I.K.E. Workshop à Elbe (Italie), 1990, à paraître.

[12] F. Mauri, E. Arimondo, Proceedings of the L.I.K.E. Workshop à Elbe (Italie), 1990, à paraître.

[13] Voir référence 9 de l'introduction générale.

[14] Voir référence 13 du chapitre II.

[15] *Nous utiliserons pour cela la technique d'un champ magnétique variable dans l'espace* : W.D. Phillips, J.V. Prodan, H.J. Metcalf, J. Opt. Soc. Am. B 11, 1751 (1985).

[16] *Ce type de piège a été proposé par J. Dalibard*: E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987).

[17] Handbook of Optics p. 10-60, W.G. Driscoll, W. Vaughan, ed. (Mc Graw Hill, 1978).

REFERENCES DE LA CONCLUSION GENERALE

[1] Voir référence 16 de l'introduction générale.

[2] Voir référence 15 du chapitre II.

REFERENCES DE L'APPENDICE A

[1] Voir référence 9 de l'introduction générale.

[2] Voir référence 10 de l'introduction générale.

[3] Voir par exemple les cours de C.Cohen-Tannoudji, Les Houches 1990 (à paraître).

Résumé:

Ce mémoire présente un nouveau mécanisme de refroidissement d'atomes par laser: les résonances noires sélectives en vitesse. La première partie de ce travail est consacrée à la description d'un jet supersonique d'hélium métastable, refroidi par cryogénie, sur lequel nous avons effectué nos expériences de refroidissement par laser. Un deuxième chapitre, dans lequel nous introduisons les outils théoriques nécessaires pour l'analyse du chapitre III, nous donne l'occasion de présenter l'effet Hanle mécanique. Il s'agit là d'une résonance très fine de la force de pression de radiation sur un atome ayant un sous-niveau Zeeman piège, lorsqu'on varie le champ magnétique autour de zéro. Le troisième chapitre consiste finalement en une présentation des résonances noires sélectives en vitesse. A côté d'une étude théorique détaillée, nous présentons la mise en évidence expérimentale de cet effet: nous avons en effet réussi à comprimer à une dimension la distribution des vitesses en-dessous de la vitesse de recul $\hbar k/M$ d'un seul photon.

This dissertation presents a new scheme for cooling atoms by laser: the "velocity selective coherent population trapping" or "velocity selective dark states". In the first chapter, we describe our supersonic beam of metastable helium, cooled by liquid helium, on which we have performed our experiments. In the second chapter, devoted to a new "Mechanical Hanle effect", we introduce theoretical tools that will be needed for the complete analysis of our new cooling scheme. We establish the generalised optical Bloch equations which describe the evolution of the density matrix for the quantised internal and external degrees of freedom of the atoms. The introduction of closed families of coupled states allows us to easily integrate those equations. The effect presented in this chapter is a new manifestation of the Hanle effect in the ground state: the force experienced by an atom interacting with a polarised travelling wave may show up a narrow resonance around zero as a function of an external magnetic field. The third chapter presents the "velocity selective coherent population trapping". The basic idea of this cooling scheme is the existence of a state which is a superposition of different Zeeman sublevels in the ground state and which is not coupled to the excited state by the laser. We present a detailed theoretical analysis as well as experimental results: we have been able to accumulate atoms in a velocity class with a width narrower than the one-photon recoil $\hbar k/M$.