HAL
open science

Manipulation d'atomes d'hélium métastable par laser: effet Sisyphe magnétique

Olivier Emile

To cite this version:

Olivier Emile. Manipulation d'atomes d'hélium métastable par laser: effet Sisyphe magnétique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1993. Français. NNT : . tel-00011888

HAL Id: tel-00011888

https://theses.hal.science/tel-00011888v1

Submitted on 9 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI

Spécialité : **Physique atomique**

présentée par

Olivier EMILE

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Manipulation d'hélium métastable par laser : effet Sisyphe magnétique

Soutenue le 12 février 1993 devant le jury :

MM.	C. Cohen Tannoudji	**Président**
	P. Pillet	**Rapporteur**
	A. Aspect	**Directeur de thèse**
	W. Hogervorst	**Examinateur**
	J-M. Raimond	**Examinateur**

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI

Spécialité : **Physique atomique**

présentée par

Olivier EMILE

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Manipulation d'hélium métastable par laser : effet Sisyphe magnétique

Soutenue le 12 février 1993 devant le jury :

MM.	C. Cohen Tannoudji	Président
	P. Pillet	Rapporteur
	A. Aspect	Directeur de thèse
	W. Hogervorst	Examinateur
	J-M. Raimond	Examinateur

"Ne traite pas le crocodile de grande gueule avant d'avoir complètement traversé la rivière."

Vieux proverbe Zoulou.

Remerciements

Ce travail a été effectué au laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale supérieure pendant la période 1989-1992. Je remercie son directeur Jacques Dupont-Roc de m'y avoir accueilli.

J'ai eu le plaisir de faire partie du groupe de Claude Cohen-Tannouji. La clarté et la qualité de ses explications, ainsi que son enthousiasme et sa rigueur scientifique m'ont beaucoup aidé lors de mon initiation aux problèmes de refroidissement laser.

Alain Aspect a dirigé cette thèse avec une grande disponibilité, ne ménageant ni son temps ni sa peine pour discuter les moindres problèmes qui pouvaient sugir. Ses conseils et ses encouragements ont été précieux et le seront sûrement bien au delà de cette thèse.

Je remercie tout particulièrement Jean Dalibard qui a porté un regard attentif et critique aux premières versions de ce manuscrit. J'ai eu la chance dès mon arrivée, de travailler avec Robin Kaiser qui m'a initié au fonctionnement du jet et qui m'a beaucoup aidé tout au long de ma thèse par ses remarques et ses conseils. La qualité des visiteurs, Christoph Gerz, Ike Silvera, Chris Westbrook et Jean-Michel Courty, m'a permis de beaucoup apprendre à leur contact. J'ai aussi eu la chance de travailler avec François Bardou avec qui j'ai partagé quelques heures mêlées tantôt d'enthousiasme débordant, tantôt de moments plus difficiles, à la recherche des signaux expérimentaux.

Je remercie vivement Harmut Wallis qui m'a aidé a mettre au point le programme de calcul "tout quantique" présenté en appendice. Son expérience dans ce type de calcul m'a fait gagner un temps précieux.

Je voudrais remercier Christophe Salomon pour ses nombreux conseils, et pour m'avoir permis de participer à des expériences en collaboration avec l'équipe d'André Clairon au L.P.T.F. : Philippe Laurent et Aziz Nadir y ont également participé.

Je ne saurais oublier tous les membres de l'équipe, Carl Aminoff et Yvan Castin, les visiteurs Bill Phillips et Kazuko Shimizu, les autres thésards, Brahim Lounis, Philippe Bouyer, Pierre Desbiolles, Kirstine Berg-Sørensen, Jacob Reichel, Olivier Morice et Bruno Saubaméa, et ceux qui ont déjà soutenu leur thèse, Nathalie Vansteenkiste et Delphine Grison, dont l'aide a souvent permis de résoudre des problèmes quotidiens.

Je remercie Pierre Pillet, Wim Hogervorst et Jean-Michel Raimond de l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ces recherches en acceptant de faire partie du jury.

La réalisation des expériences décrites dans ce mémoire a été possible grâce à une contribution importante des services techniques. Je tiens à remercier M. Maréchal pour les nombreux conseils concernant les problèmes de vide et de cryogénie, MM. Jouve et Gladycheff, MM. Point et Courtiade pour les interventions rapides et efficaces. Je remercie également MM. Trenec, Clouqueur, Guillaume et Lagadec pour leur aide. Je remercie Mme Sanchez pour avoir tapé l'article Magnetically Assisted Sisyphus Effect, et Mlle Gazan et M. Manceau pour la reproduction et la reliure de ce mémoire.

Je remercie l'Ecole Polytechnique pour son soutien financier et enfin, je remercie mes parents et mon frère pour leur soutien permanent durant toutes ces années.

Introduction

Depuis la première production de froid artificiel par Cullen en 1755 [1], l'homme n'a cessé de tenter d'atteindre des basses températures. Si sa première motivation était principalement d'ordre alimentaire, la production de froid a de multiples applications, qui vont du traitement industriel de certains métaux, à la conservation de produits pharmaceutiques, en passant par l'inhibition de certaines réactions chimiques. En physique, l'obtention de très basses températures a permis d'observer de nouveaux effets très intéressants dont la supraconductivité et la superfluidité de l'hélium sont des exemples connus.

La production de basses températures reste néanmoins beaucoup plus un moyen (conservation de produits, obtention de changement de caractéristique des corps) qu'un but. Cette tendance se retrouve en physique atomique où la production d'atomes froids, grâce à la manipulation des atomes neutres par laser [2, 3, 4], permet d'ouvrir ou d'approfondir certains domaines de recherche. Ainsi, en métrologie, l'augmentation des temps d'interaction suite à la diminution de la vitesse atomique permet un gain d'un facteur 100 sur la largeur des résonances servant d'étalon de fréquence [5, 6]. Le domaine de l'optique non-linéaire a lui aussi profité de l'apparition d'atomes froids. Les expériences habituelles utilisaient les non-linéarités au voisinage des transitions atomiques dans des vapeurs, et étaient limitées par l'agitation thermique des gaz. L'utilisation d'atomes froids a permis de gagner six ordres de grandeur sur la susceptibilité optique de ces atomes [7, 8, 9]. Le fait que la longueur d'onde de de Broglie $\lambda_{dB} = h/(Mv)$ devienne de l'ordre d'une fraction de micron a autorisé l'observation d'interférences atomiques à partir d'atomes froids [10, 11, 12]. Les interféromètres atomiques, comme cela a été souligné dès 1985 [13, 14, 15], pourraient constituer des détecteurs performants de champ de gravitation ou de rotation [16]. Les atomes à très basse température sont donc très souvent utilisés en physique atomique, et ont de nombreuses applications.

Nous allons dans ce mémoire nous attacher à un type de refroidissement particulier qui est le refroidissement d'atomes par la lumière en présence de champ magnétique. Cet effet, que nous avons appelé l'effet Sisyphe magnétique, porte sur l'étude de l'action combinée d'une onde lumineuse stationnaire à une dimension et d'un champ magnétique transverse sur un jet d'hélium métastable. Plus précisément, la situation étudiée ici est une situation

où il existe deux mécanismes de refroidissement, un mécanisme lié à l'effet Sisyphe et un mécanisme lié à la force Doppler, qui ont des effets opposés. Cet antagonisme entre les deux effets est visible, car les plages d'action sont différentes. Pour pouvoir réaliser de telles expériences, il a fallu optimiser le jet d'hélium métastable afin d'avoir un outil bien adapté pour cette étude. Ce jet a aussi été utilisé pour l'alimentation d'un piège magnéto-optique qui est une des techniques permettant d'atteindre des grandes densités et des températures basses [17].

Ce mémoire est divisé en deux parties. La première partie (partie A), qui traite de l'optimisation du jet d'hélium métastable, est divisée en deux chapitres. Dans le premier chapitre sont rappelés quelques résultats concernant les jets supersoniques, l'excitation et la détection de l'hélium métastable. Dans le second chapitre est décrite l'utilisation de techniques cryogéniques, utilisant l'hélium liquide comme fluide cryogénique, pour refroidir le jet d'hélium à une température de quelques Kelvins. Nous discutons l'optimisation de ce jet, en particulier dans la perspective de réaliser des expériences sur l'effet Sisyphe magnétique et aussi dans la perspective du ralentissement et du piégeage magnéto-optique des métastables.

La seconde partie est centrée autour de l'effet Sisyphe magnétique. La présentation de l'effet Sisyphe est faite dans le chapitre 3. Nous y discutons également l'originalité de l'effet et sa compétition avec la force Doppler habituelle. Dans le chapitre suivant, l'ensemble du travail réalisé est présenté sous forme d'un article soumis au Journal de Physique II. Enfin, l'annexe détaille deux calculs différents, qui ont été développés pour aider à l'interprétation des signaux expérimentaux sur l'effet Sisyphe magnétique.

Partie A : Jet cryogénique d'hélium métastable

Chapitre 1

Rappels : jet d'hélium métastable.

1.1 Introduction

Le but de ce premier chapitre est de présenter le jet supersonique que nous avons utilisé pour différentes expériences de manipulation d'hélium métastable par laser. Nous y décrirons tout particulièrement le refroidissement cryogénique de ce jet, ainsi que l'optimisation de la distribution en vitesse des atomes. Avant d'entreprendre cette description détaillée, il nous a semblé utile de résumer brièvement les deux buts recherchés dans nos expériences. Cette présentation, qui sera reprise beaucoup plus en détail dans les chapitres suivants de ce mémoire, nous permettra de préciser un "cahier des charges" pour la conception et la réalisation du jet. Celui-ci a été développé dans deux optiques différentes :

1. Il a tout d'abord été utilisé pour des expériences mettant en évidence des nouveaux types d'action mécanique d'un laser sur des atomes, en particulier l'effet Sisyphe assisté par champ magnétique (voir deuxième partie du mémoire).

2. Il a ensuite été modifié pour alimenter un piège magnéto-optique d'hélium métastable [17, 18].

Effet Sisyphe assisté par champ magnétique.

Cette première expérience, portant sur l'effet Sisyphe magnétique, a eu pour but d'étudier les effets mécaniques d'une onde laser transversale à une

dimension, sur un jet d'hélium métastable. Cette expérience consiste à mesurer les variations de la vitesse transverse des atomes du jet atomique, par observation du profil spatial du jet, à une distance d'un mètre de la zone d'interaction (voir fig 1.1).

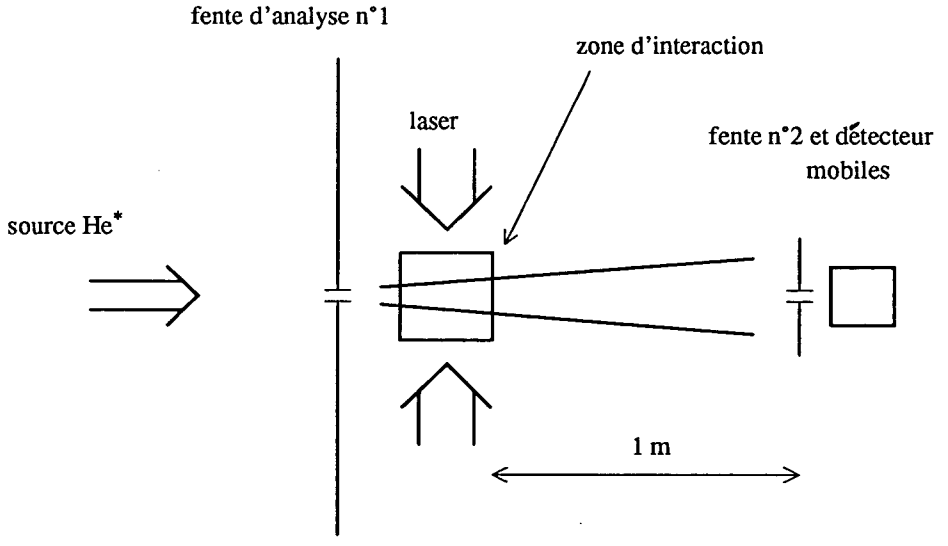


Figure 1.1: *Principe de l'expérience. On mesure le profil transverse du jet à l'aide d'un détecteur mobile. La position est ensuite convertie en vitesse.*

En fait l'expérience revient à mesurer des angles de déflection que l'on convertit en vitesse transverse, connaissant la vitesse longitudinale des atomes (cette vitesse longitudinale ayant très peu varié lors de l'interaction). Nous avons placé devant la zone d'interaction une fente d'analyse. Elle sert surtout à permettre une bonne résolution de la vitesse transverse lors de la mesure (nous y reviendrons dans la deuxième partie). Cette fente limite à 70 cm/s la largeur totale à mi-hauteur de la distribution initiale de vitesse transverse. Pour pouvoir ensuite mesurer la variation de vitesse transverse, il est impératif d'avoir un jet d'hélium métastable dont la distribution de vitesse longitudinale est aussi étroite que possible.

Alimentation du piège magnéto-optique.

Ce deuxième type d'expérience a consisté à arrêter ces mêmes atomes d'hélium métastable en vue de les piéger [18]. Pour ralentir les atomes, nous utilisons la force de pression de radiation résonnante qui est une force finie. La décélération maximale que l'on peut appliquer est de 4.5×10^5 m/s^2 dans le cas de l'hélium métastable [19]. Le faisceau laser ne pouvant être infiniment intense, nous avons effectué les calculs avec une décélération deux fois plus

faible. Si l'on considère des atomes ayant une vitesse de 2000 m/s (vitesse typique pour un jet à température ambiante), la distance de ralentissement est de 8.9 m. Pour une vitesse deux fois plus faible (vitesse typique pour un jet refroidi à la température de l'azote liquide), la distance de ralentissement est de 2 m. Il peut être intéressant d'utiliser des techniques cryogéniques afin d'abaisser la température du jet et donc la vitesse typique des atomes, et de diminuer ainsi la distance d'arrêt de ceux-ci.

Nous avons choisi d'utiliser pour le ralentissement une technique "Zeeman" [20, 21]. Nous allons rapidement rappeler le principe de cette technique pour laquelle la fréquence du laser est fixée. Lors de l'interaction avec le laser, l'atome absorbe des photons, et voit sa vitesse changer. Alors, suite à l'effet Doppler, le laser n'est plus en résonance avec la fréquence atomique. Pour compenser la variation d'effet Doppler, il est possible de modifier la fréquence atomique en utilisant un champ magnétique variant dans l'espace. Ce champ magnétique, déplaçant la fréquence atomique par effet Zeeman au cours du ralentissement, fait que les atomes sont toujours en résonance avec le laser. Lorsque le laser est choisi résonnant avec un atome au repos en l'absence de champ magnétique, le champ magnétique doit être maximal au début du ralentissement et décroître ensuite au cours du ralentissement.

Compte tenu de la puissance électrique à fournir pour produire ce champ magnétique et de la distance nécessaire au ralentissement, nous nous sommes limités au ralentissement d'atomes d'hélium métastable sur une distance utile de 70 cm. La vitesse maximale des atomes que nous pouvons ralentir est de 400 m/s. Il est alors important d'avoir le plus grand nombre possible d'atomes à des vitesses inférieures à celle-ci. En revanche, il n'est pas important d'avoir des atomes avec une vitesse longitudinale bien définie, car le ralentissement du jet atomique regroupe dans une même classe de vitesse tous les atomes capturés par le processus [19].

Nous avons choisi de diminuer le plus possible la vitesse initiale des atomes en abaissant par des méthodes cryogéniques la température du jet d'hélium : grâce à un refroidissement à l'hélium liquide nous pouvons abaisser la température du jet supersonique jusqu'à une température d'une dizaine de Kelvins, température où le flux d'atomes à moins de 400 m/s est maximal.

Nous allons dans cette partie, après une brève présentation du jet supersonique et de l'excitation des atomes d'hélium dans l'état métastable par impact électronique (§1.2 et §1.3), nous intéresser au refroidissement cryogénique du jet d'hélium (§2.1 et §2.2). Nous discuterons ensuite (§2.3, §2.4 et §2.5) l'influence et le réglage des différents paramètres : tension accélératrice des électrons, champ magnétique de focalisation, température, suivant les objectifs que nous nous sommes fixés :

1. soit une distribution longitudinale étroite pour l'étude de l'effet Sisyphe magnétique

2. soit le plus grand nombre d'atomes possible ayant une vitesse longitudinale inférieure à 400 m/s pour l'alimentation du piège magnéto-optique.

Nous verrons aussi l'importance de placer, avant la phase de ralentissement, une onde laser stationnaire légèrement désaccordée en dessous de la fréquence de la transition résonnante de l'hélium métastable, qui permet de mieux collimater le jet, et d'augmenter par un facteur 4 le nombre d'atomes susceptibles d'être piégés.

1.2 Le jet supersonique

Le jet d'hélium métastable dans sa version non cryogénique a déjà été soigneusement décrit par Robin Kaiser dans sa thèse de doctorat [22]; aussi nous contenterons nous de rappeler les idées générales qui permettent de mieux comprendre le fonctionnement de ce jet supersonique [23].

Un jet atomique est en général constitué d'une chambre, ou four, dans laquelle les atomes sont à une température et à une pression données, et d'un trou qui permet la communication avec une enceinte où la pression est beaucoup plus faible [24, 25]. Les atomes, s'échappant par le trou, vont fuir dans cette enceinte.

Un jet supersonique se différencie d'un jet effusif, par le fait que le libre parcours moyen des atomes à l'intérieur de la chambre est petit devant la taille du trou que l'on appelle alors gicleur (typiquement dans notre expérience le diamètre est de 25 μm) [26, 27]. Pour une pression de 5 bar et pour une température de 300 K, le libre parcours moyen est de l'ordre de 0.1 μm. Dans cette chambre, l'atome subit donc en moyenne un grand nombre de collisions avant de parcourir une distance égale a celle du diamètre du trou. A cause de ces collisions qui modifient la vitesse des atomes lors de la sortie du four, la distribution des vitesses dans le jet ne sera pas le reflet de la distribution dans la chambre. On peut en fait distinguer deux phases au cours de l'évolution de l'écoulement : une phase d'écoulement laminaire où les collisions jouent un rôle, et une phase d'écoulement moléculaire où il n'y a plus de collisions.

1. Ecoulement de type laminaire. A la sortie du four, puisque la densité atomique est importante, beaucoup de collisions vont avoir lieu :

les particules les plus rapides vont rencontrer beaucoup de particules qui se trouvent devant elles et qui sont plus lentes; elles vont donc être freinées. A l'inverse les particules les plus lentes vont être rattrapées par les autres, et elles vont être accélérées. On a donc un affinement de la distribution des vitesses.

2. Ecoulement de type moléculaire. Dans une seconde phase, après diminution de la densité atomique du jet, il n'y a plus de collisions entre atomes, et les vitesses ne vont pratiquement plus évoluer. On ne modifie plus la distribution des vitesses, il se produit un "gel soudain du jet" [28, 29]. La position où se produit ce phénomène dépend des paramètres expérimentaux et notamment de la densité d'atomes dans la source. Dans notre situation expérimentale, les conditons sont telles que ce phémomène apparaît typiquement à une distance de l'ordre de 1 mm [29].

Lorsque le jet est en écoulement laminaire à la sortie du gicleur, un modèle simple de mécanique des fluides (voir par exemple [30]), nous permet de calculer l'intensité du jet sur l'axe :

$$I = \frac{K}{\pi}\dot{N} \tag{1.1}$$

où $\dot{N}$ est le débit du jet, et K un facteur numérique caractéristique des jets supersoniques qui est de l'ordre de 2 [28, 31]; la vitesse moyenne du fluide loin de la source, où le jet est en écoulement moléculaire, est donnée par :

$$u_\infty = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{k_B T_0}{M}\right)^{1/2} \tag{1.2}$$

où T_0 est la température du four, M la masse des atomes considérés, et γ le rapport des chaleurs spécifiques du gaz à pression et à volume constant. La distribution des vitesses sur l'axe pouvant s'écrire :

$$I(v) = \frac{K}{\pi}\dot{N}f(v) \tag{1.3}$$

où $f(v)$ est une fonction qui prend la forme :

$$f(v) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\frac{v^3}{u_\infty^3}\exp\left[-\left(\frac{v-u_\infty}{\alpha}\right)^2\right] \tag{1.4}$$

α étant la largeur de la distribution finale. Cette largeur s'exprime en fonction du paramètre M_∞, appelé nombre de Mach, qui pour une pression de 5 bar, une température de 300 K et un diamètre de gicleur de 25μm, vaut 40 :

$$\alpha = \frac{1}{M_\infty}\left(\frac{4}{\gamma-1}\frac{k_B T_0}{M}\right)^{1/2} \tag{1.5}$$

Pour éviter d'avoir une pression trop importante dans l'enceinte où l'on va exciter les atomes pour fabriquer des métastables, on sépare l'enceinte "source" de l'enceinte "excitation" par un écorceur de diamètre 600 μm [28, 32] situé à une distance de quelques millimètres. Il autorise un pompage différentiel entre les deux enceintes tout en permettant aux seuls atomes dont la vitesse est bien parallèle à l'axe de l'expérience de passer (voir fig 1.2). La pression dans l'enceinte "excitation" est donc beaucoup plus faible (d'un facteur 100 environ), et la dispersion angulaire du jet est plus petite. [1]

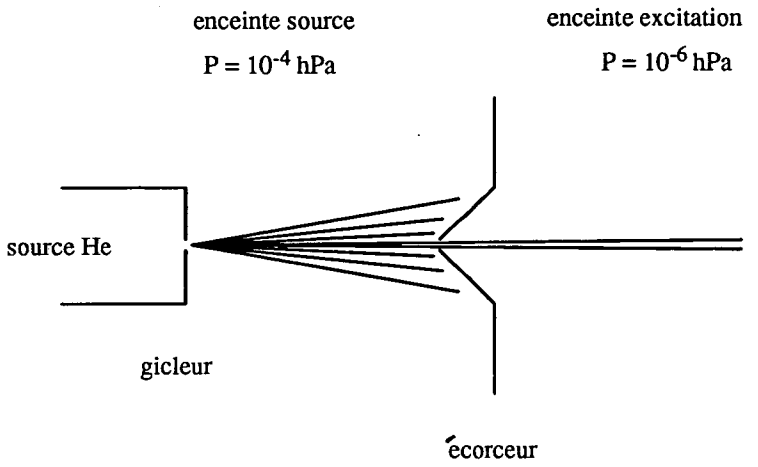


Figure 1.2: *La présence de l'écorceur nous permet de sélectionner les atomes dont la vitesse est parallèle à l'axe du jet, et permet d'autre part d'effectuer un pompage différentiel efficace entre les deux enceintes.*

Regardons si la présence de l'écorceur peut modifier l'écoulement du jet. Lorsque le libre parcours moyen des atomes est plus grand que le diamètre de l'écorceur, l'intensité du jet sur l'axe est définie par la relation 1.1. Par contre, lorsque le libre parcours moyen devient du même ordre de grandeur que le diamètre de l'écorceur, la présence de celui-ci perturbe l'écoulement. En effet, les collisions avec le gaz résiduel limitent l'intensité de l'écoulement du jet. Cette condition sur le libre parcours moyen s'écrit :

$$D_e \simeq \frac{1}{\sqrt{2} n_e \sigma_e} \tag{1.6}$$

[1] Dans certains cas, l'écorceur joue également un autre rôle. Lorsque la pression locale dans le jet est du même ordre de grandeur que la pression résiduelle du gaz dans l'enceinte, il se produit une onde de choc stationnaire qui détériore la qualité du jet [30]. Si l'on place l'écorceur avant la zone où apparaît l'onde de choc, ce n'est plus la pression de l'enceinte source qui va intervenir, mais la pression de l'enceinte excitation qui est beaucoup plus faible. L'onde de choc est rejetée beaucoup plus loin en aval du jet. Cependant dans notre expérience, ce problème n'existe pas en raison du "gel soudain du jet" mentionné plus haut. Le rôle additionnel bénéfique de l'écorceur ne se produit donc pas.

où n_e est la densité de particules et σ_e la section efficace de collision avec le gaz résiduel. Cette relation conduit à une limitation de l'intensité du jet par I_{max} :

$$I_{max} = {z_e}^2 n_e v_e \tag{1.7}$$

z_e étant une constante de normalisation de l'ordre de grandeur de D_e et v_e étant la vitesse des atomes (donc de l'ordre de v_∞). On peut aussi écrire cette intensité maximale sous la forme [33] :

$$I_{\max} = \frac{z_e^2}{\sqrt{2}\sigma_e D_e}\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{k_B T_0}{M}\right)^{1/2} \tag{1.8}$$

Pour une température de T=300 K, en prenant une section efficace σ= 37 $\AA^2$ [32] et un diamètre de l'écorceur de D_e=600 μm la vitesse moyenne des atomes est donnée par l'équation 1.2 et vaut v = 1760 m/s; on trouve une intensité maximale sur l'axe :

$$I_{max} = 4 \times 10^{18}\text{at/s/str} \tag{1.9}$$

Pour une température de 15 Kelvins, la vitesse moyenne des atomes est de 388 m/s et l'intensité maximale du jet sur l'axe vaut :

$$I_{max} = 4.5 \times 10^{17}\text{at/s/str} \tag{1.10}$$

Remarque : *Lorsque la température à pression constante diminue, le débit de la source et la pression dans l'enceinte source augmentent. Pour pouvoir remplir les conditions de non apparition d'onde de choc dans l'enceinte source et d'écoulement moléculaire au niveau de l'écorceur, nous avons diminué la pression dans le four à basse température. A la température de 77 K, la pression dans le four est de 5 Bar, à 15 K elle est de 1 Bar.*

1.3 Collisions atomes-électrons.

Il nous faut maintenant exciter les atomes d'hélium dans le niveau métastable triplet (voir figure 1.3). Cette excitation est obtenue par choc électronique avec les atomes d'hélium dans l'état fondamental [34, 35, 36]. Elle est réalisée dans l'enceinte que nous avons appelée enceinte "excitation".

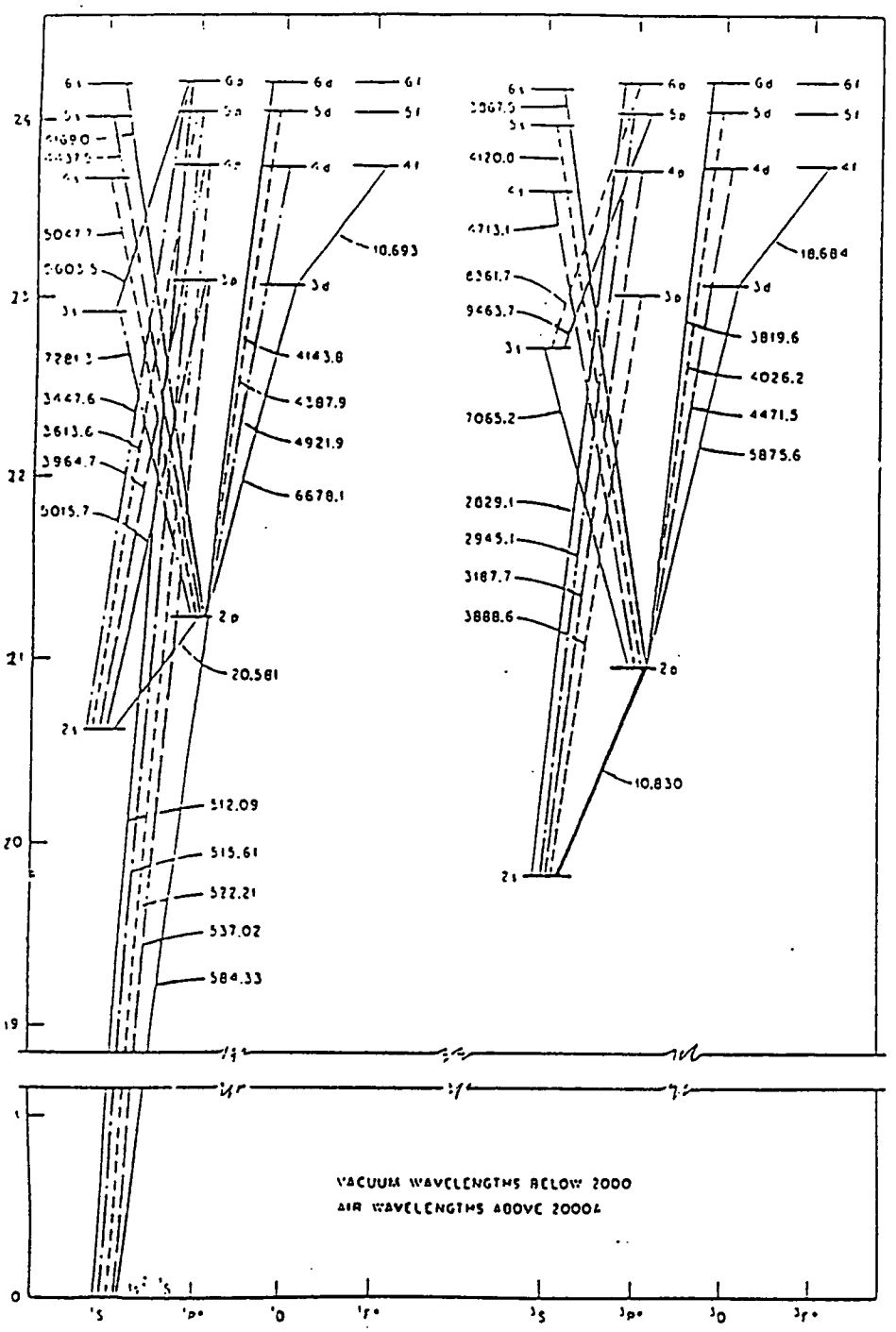


Figure 1.3: *Niveaux d'énergie (eV), et longueur d'onde optique (Å) des différentes transitions de l'atome d'hélium.*

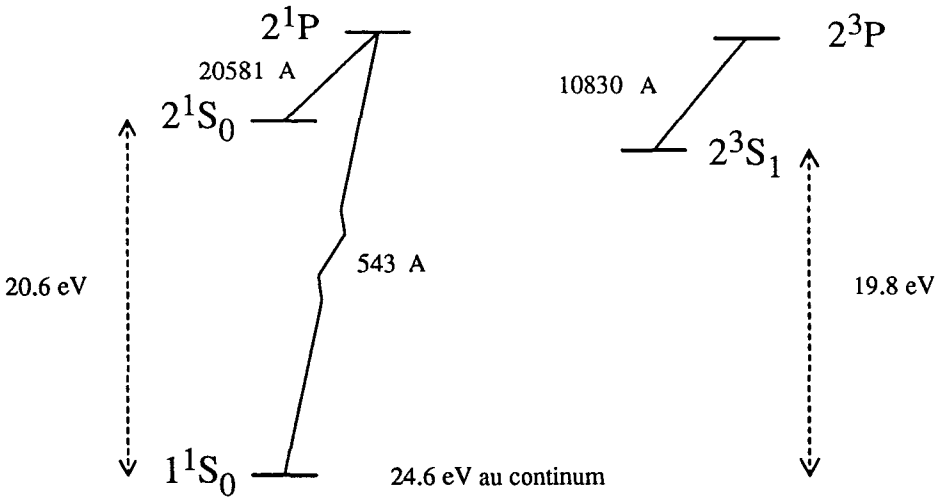


Figure 1.4: *Schéma simplifié des niveaux d'énergie de l'hélium. Nous avons uniquement représenté les états* 1^1S_0, 2^1S_0, 2^1P, 2^3S_1 *et* 2^3P, *avec les écarts d'énergie respectifs ainsi que les longueurs d'onde en Å. Dans nos expériences nous travaillons sur la transition fermée* $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$ *à la longueur d'onde de 1.08 μm. Il nous faut pour cela exciter les atomes dans l'état métastable triplet* 2^3S_1.

Le mode d'émission des électrons choisi est une émission thermo-ionique par chauffage d'un filament de tungstène dans lequel on fait passer un courant. Les électrons émis sont accélérés par une plaque percée d'un trou en son centre et portée à un potentiel positif par rapport au filament; ils sont ensuite focalisés par un champ magnétique (voir fig 1.5). Ces différentes étapes seront décrites plus en détail dans le §2.3. Nous y étudierons aussi l'influence de ces divers paramètres sur le signal détecté.

L'énergie d'excitation de l'état fondamental au niveau métastable triplet est de 19.8 eV, mais le potentiel servant à accélérer les électrons peut être beaucoup plus important; on peut alors atteindre d'autres niveaux excités et plusieurs sous-produits peuvent être créés.

Nous allons discuter dans ce paragraphe les différents sous-produits qui peuvent apparaître lors des collisions atome-électron. Lorsque la tension accélératrice est supérieure à 19.8 eV, l'atome d'hélium peut être excité vers des niveaux d'énergie plus élevés, mais, étant donné que la durée de vie de ces états est très courte (typiquement inférieure à la milliseconde), ils retombent dans l'état fondamental ou l'un des 2 niveaux métastables, l'état triplet ou l'état singulet, avant d'être détectés (voir fig 1.3).

Notons qu'il est possible d'éliminer les atomes dans l'état singulet 2^1S_0

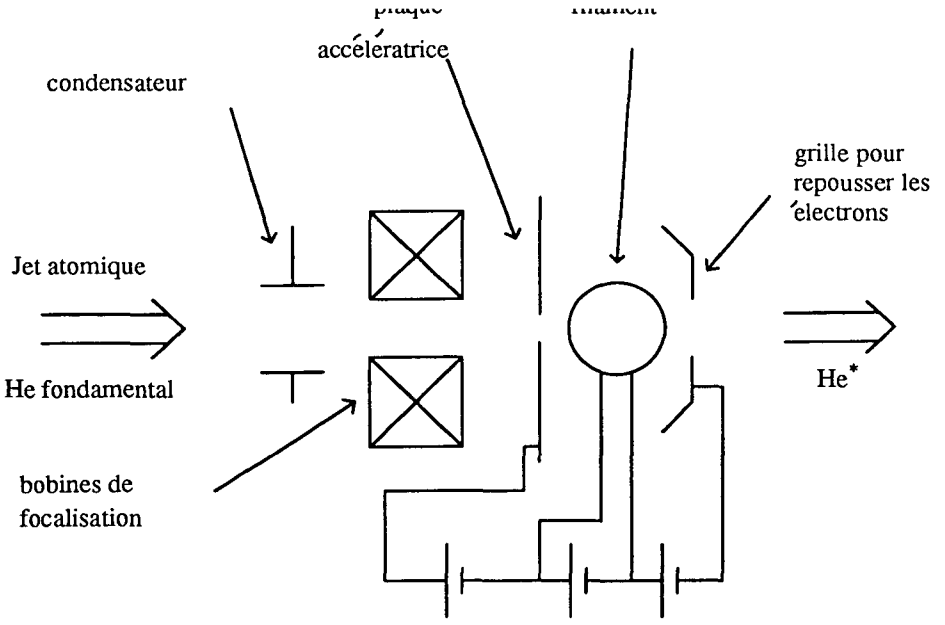


Figure 1.5: *Schéma de principe de l'excitation des atomes d'hélium par bombardement électronique. Les électrons sont émis à partir d'un filament de tungstène chauffé par passage d'un courant. Ils sont ensuite accélérés par une plaque portée à un potentiel positif par rapport au filament, puis ils sont focalisés sur l'axe grâce à un champ magnétique, et enfin ils sont déviés de l'axe de l'expérience par un condensateur.*

(dont la durée de vie est de 20 ms) en utilisant une lampe à décharge d'hélium. Cette lampe permet d'exciter les atomes de l'état 2^1S_1 vers l'état 2^1P_1. Les atomes retombent et sont ensuite accumulés dans l'état 1^1S_0. Les atomes dans l'état triplet ne peuvent pas tomber vers ce niveau fondamental [37, 38].

La valeur de la durée de vie de l'état métastable triplet habituellement admise (bien qu'il existe encore des controverses), est de 7900 secondes [39, 40]. Le temps entre l'excitation et la détection étant de l'ordre de la milliseconde, les atomes atteignent quasiment tous le détecteur avant de se désexciter. Il existe aussi des états excités appelés "états de Rydberg" ($n > 25$), dont certains ont une durée de vie supérieure à la milliseconde et qui peuvent être détectés avant de se désexciter [41]. Pour les éliminer, nous avons placé à la sortie de la zone d'excitation un condensateur qui permet d'ioniser ces atomes puis de les défléchir (voir par exemple [42, 43]). Ce condensateur permet aussi de défléchir les atomes directement ionisés lors de la collision avec les électrons (énergie d'ionisation 24.6 eV).

Il existe un autre problème lié à ces ions. Certains d'entre eux peuvent être neutralisés juste après avoir été accélérés, et rester dans l'axe de l'expérience [37, 44, 45, 46]. Ces atomes ont alors une vitesse très élevée (pour une énergie d'accélération de 60 V on obtient des vitesses de v=54 000 m/s). Cette énergie

cinétique est suffisante pour que ces atomes, dits "neutres rapides", excitent notre détecteur.

Notons qu'il existe aussi un très grand nombre de photons qui sont émis, en particulier des photons ultraviolets d'énergie voisine de 20 eV qui peuvent être détectés par notre système de détection, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

En conclusion, le type d'excitation que nous utilisons entraîne la création non seulement d'atomes d'hélium métastables dans l'état triplet, que nous cherchons à étudier, mais également de quelques sous-produits qui peuvent être nuisibles à l'expérience. Nous pouvons éliminer, grâce au condensateur, les ions et les atomes de Rydberg qui sont ionisés puis défléchis, ainsi que les atomes d'hélium dans l'état métastable singulet grâce à la lampe à décharge d'hélium. En revanche il reste des photons et des neutres rapides qui, comme les métastables dans l'état triplet, peuvent être détectés. Cependant, il est possible, comme nous le verrons un peu plus tard lorsque nous étudierons les temps de vol (§1.4.3), de discriminer les deux signaux.

1.4 Détection

1.4.1 Le détecteur

La détection est assurée par un multiplicateur d'électrons à dynodes modèle xp1600 fabriqué par R.T.C., composé de 16 dynodes en cuivre béryllium. Le principe de fonctionnement est le suivant : une particule possédant suffisamment d'énergie, cette énergie pouvant être interne comme c'est le cas pour les métastables ou les ions, ou tout simplement de l'énergie cinétique comme dans le cas des neutres rapides, peut, lorsqu'elle frappe la première dynode, libérer un électron (énergie nécessaire de l'ordre de 2 à 4 eV); cet électron est ensuite accéléré vers la deuxième dynode par une tension de l'ordre de deux cents volts et, au contact cette dynode, il libère plusieurs électrons (voir fig 1.6) [47].

Nous constatons qu'un tel système permet de détecter les atomes d'hélium métastables, mais aussi les photons dans l'ultraviolet lointain, dont l'énergie est supérieure à quelques électron-volts, ainsi que les atomes très rapides tels que les atomes ionisés puis neutralisés. Le détecteur étant utilisé avec une tension d'entrée très négative par rapport à l'enceinte (typiquement 2500 V), l'électrode de sortie étant à la masse, il détecte également des ions positifs se trouvant dans l'enceinte (par exemple les ions créés par la jauge à ionisation à cathode chaude utilisée pour connaître la qualité du vide). Une amélioration

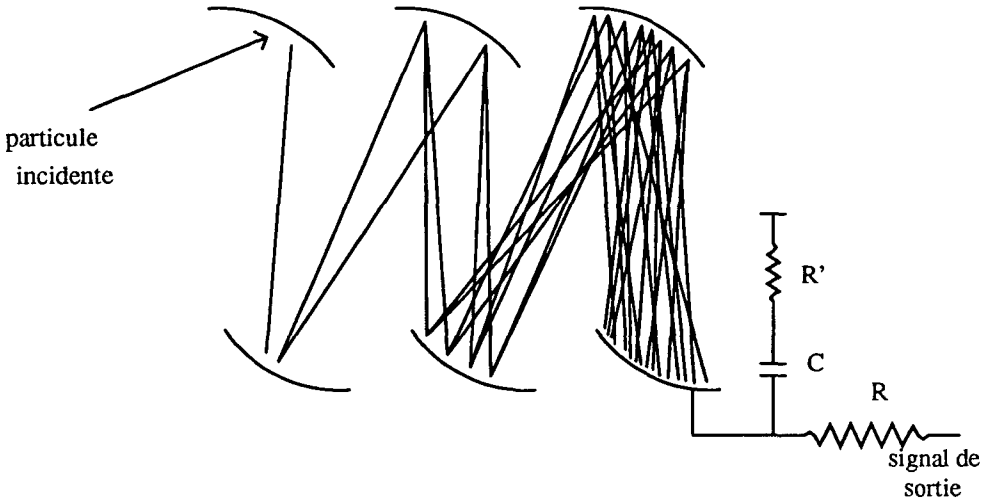


Figure 1.6: *Principe de fonctionnement d'un multiplicateur d'électrons. Une particule incidente suffisamment énergétique arrache un ou plusieurs électrons sur la première dynode. Cet électron est ensuite accéléré jusqu'à la dynode suivante, où il arrache à son tour plusieurs électrons. Le nombre d'électrons est ainsi multiplié sur chaque dynode. On détecte ensuite le courant d'électrons.*

possible pour éviter de collecter ces ions serait de placer devant le détecteur une grille à un potentiel positif. Dans notre cas, nous avons constaté qu'en éteignant les jauges, le nombre d'ions détectés devenait négligeable. Il est à noter que les atomes sortant du gicleur ont une énergie cinétique trop faible (inférieure à 0.1 eV) pour pouvoir exciter notre détecteur.

1.4.2 Efficacité et gain du détecteur.

Nous avons vu précédemment que le signal de détection correspondait à l'arrachage d'une charge élémentaire ($q = -1.6 \times 10^{-19}$ C) sur la première dynode, puis à son amplification par le système de dynodes. L'efficacité communément admise du détecteur, c'est-à-dire la probabilité d'avoir une impulsion de sortie pour une particule incidente, est de l'ordre de 0.5 pour les atomes métastables. En fait, l'efficacité du détecteur varie avec le choix des dynodes, et avec l'état de surface et la géométrie de celles-ci. Pour une surface très propre et des électrodes judicieusement placées, on donne la valeur de 0.6 (voir [48]). Ne connaissant pas la qualité de la surface, et pour des raisons de simplicité, nous prendrons dans toute la suite du mémoire la valeur 1, ce qui revient à sous-estimer le nombre de particules arrivant sur le détecteur. Il est à noter que, pour la détection des photons ultraviolets, le fabricant donne une efficacité de 0.2.

Le gain d'un tel dispositif dépend de la tension entre les dynodes : en effet le nombre d'électrons arrachés est fonction de l'énergie cinétique des électrons et donc de la tension. Ce gain dépend aussi de l'état de la surface des dynodes et se dégrade au cours du temps. Or, il est important pour nous de connaître le gain du multiplicateur d'électrons pour connaître le flux d'hélium métastable détecté. Le signal sortant du multiplicateur d'électrons est traité de la façon suivante : nous avons placé à la sortie du détecteur un convertisseur courant-tension constitué d'un ampli-opérationnel, et d'une capacité montée en parallèle avec une résistance. Ce montage permet d'amplifier le signal et de le mettre en forme. La constante de temps est typiquement de 10 μs, et la résistance de 100 000 Ω (voir fig 1.7).

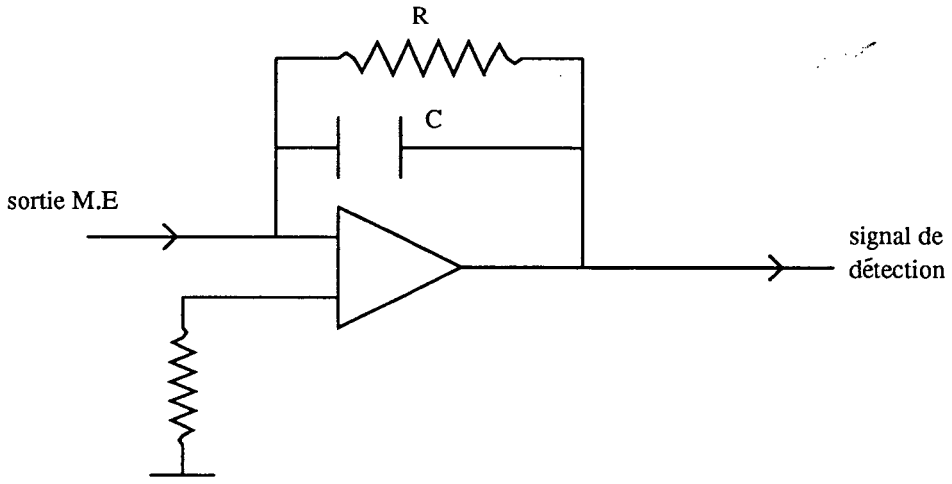


Figure 1.7: *Exemple de convertisseur courant-tension.*

Regardons la façon dont est amplifié le signal venant d'une particule incidente. Lorsqu'elle arrive sur notre détecteur, elle libère un électron de charge q. A la sortie du détecteur cet électron a été transformé en un flux d'électrons, i.e., une impulsion de courant $i(t)$ de largeur temporelle typique 20 ns, et de hauteur 100 μA environ. Cette impulsion est ensuite convertie en une impulsion de tension $u(t)$ de durée 10 μs et de hauteur 20 mV par le convertisseur courant-tension. Celle-ci est observable sur un oscilloscope ordinaire. Pour connaître le nombre de particules incidentes $\dot{N}_q$ (typiquement de l'ordre de 10^5 à 10^7 at/s) arrivant sur notre détecteur par seconde, il suffit de connaître l'aire :

$$\int u(t)dt = \tau u_q \tag{1.11}$$

associée à une détection. La tension continue U_0 à la sortie du convertisseur courant tension est liée à $\dot{N}_q$ par :

$$U_0 = \dot{N}_q \tau u_q \tag{1.12}$$

On trouve typiquement $\tau u_q = 2.10^{-7}$ Vs. Par ailleurs, τu_q est lié à la charge élémentaire par le gain du multiplicateur d'électrons G_{me} et par la résistance du convertisseur courant-tension :

$$q = \frac{1}{G_{me}} \frac{1}{R} \int u(t)dt = \frac{1}{G_{me}} \frac{1}{R} \tau u_q \tag{1.13}$$

Le constructeur du multiplicateur d'électrons donne $G_{me} = 10^7$, la résistance est de 10^5 Ω, ce qui nous permet de vérifier l'ordre de grandeur de τu_q.

1.4.3 Temps de vol.

Le temps de vol est une technique permettant de connaître la distribution en vitesse des particules issues d'un jet atomique. Le principe est le suivant : un disque muni d'une fente tourne à vitesse fixe. Lorsque la fente coïncide avec l'axe du jet, elle laisse passer une bouffée de particules. Les différentes particules ayant des vitesses différentes, les temps d'arrivée sur le détecteur sont différents et l'on peut déterminer la distribution des vitesses des atomes (voir fig 1.8) à partir de ces temps d'arrivée, connaissant la distance entre la fente et le détecteur.

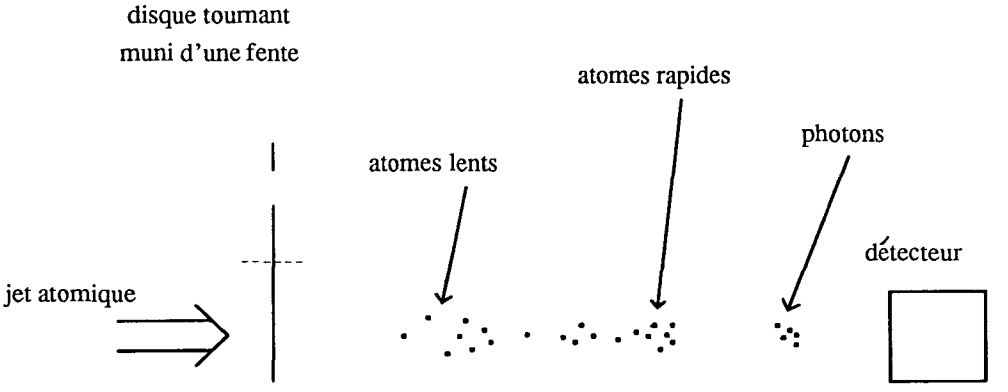


Figure 1.8: *Principe du temps de vol. Lorsque la fente coïncide avec l'axe du jet, elle laisse passer une bouffée de particules. Ces particules ayant des vitesses différentes, elles vont arriver sur le détecteur à des instants différents. On enregistre ensuite les temps vol des particules.*

Les temps de vol sont enregistrés sur un échantillonneur additionneur. Cet appareil fonctionne de la façon suivante : il enregistre les signaux sur 1024 canaux temporels ayant chacun une longueur de 20 μs ce qui représente un temps total d'enregistrement de 20 ms environ. Le signal est mesuré au

centre de chaque canal de 20 μs pendant une durée de 50 ns seulement. Le cycle d'échantillonage est recommencé une fois les 1024 canaux remplis, le signal est additionné au signal précédent. Le début du cycle d'échantillonnage est synchronisé avec le passage de la fente du disque devant une photodiode. Le système joue donc le rôle d'un moyenneur. Un exemple d'enregistrement de temps de vol est donné sur la figure 1.9.

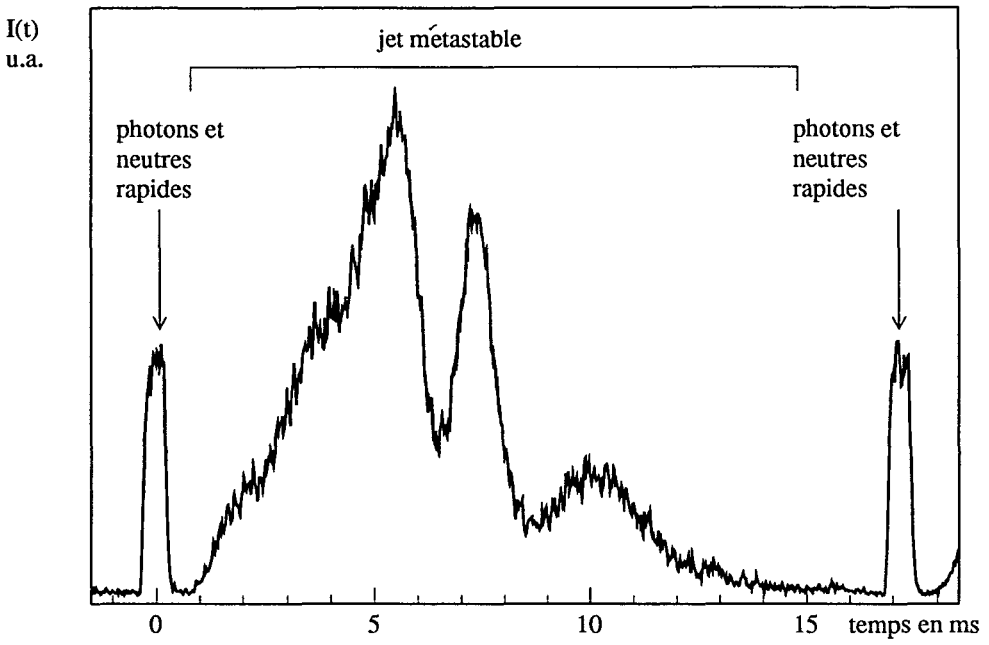


Figure 1.9: *Exemple d'enregistrement de temps de vol. La période de rotation du disque est* 17.2 *ms.*

Remarques :

1. *Il est à noter que la constante de temps caractéristique de la chaîne d'amplification placée à la sortie du multiplicateur d'électrons, doit être du même ordre de grandeur que le temps entre deux ouvertures de la fenêtre de l'échantillonneur (20 μs). Si la constante de temps est plus petite, l'échantillonneur risque de ne pas enregistrer certains pulses et d'en privilégier d'autres. De plus, il peut favoriser des fréquences plus rapides que la fenêtre d'échantillonnage. Le signal devient alors très bruité, et ce bruit vient de la façon dont on a choisi d'échantillonner. Il n'a aucune relation physique avec la statistique des temps d'arrivée des atomes sur le détecteur.*

2. *Il apparait deux pics de photons sur le temps de vol car la période de rotation du disque est inférieure au temps d'enregistrement.*

Pour interpréter un temps de vol et remonter à la distribution des vitesses des atomes, il est important de connaître l'instant zéro, temps où l'on a permis aux atomes de passer. Un excellent moyen d'y avoir accès est de reconnaître le pic correspondant aux photons ultraviolets émis lors des collisions atome-électron. En effet, le temps de propagation de ces photons jusqu'à notre détecteur étant inférieur à 10 ns, il correspond bien au zéro de temps. La largeur de ce pic est d'une dizaine de microsecondes. Ce temps correspond au temps où l'ouverture de la fente du disque coïncide avec l'axe du détecteur. De plus ce pic se confond avec le pic correspondant aux "neutres rapides" dont le temps de vol est environ de 20 μs.

Il reste à identifier les différents pics apparaissant sur le temps de vol, à savoir les pics de photons et ceux des métastables triplets, puisque les métastables singulets ont été éliminés. Il est possible d'identifier les pics correspondant aux atomes d'hélium dans l'état triplet en plaçant, transversalement au faisceau atomique, une onde laser progressive résonnante avec la transition $2^3S_1 - 2^3P_2$ à la longueur d'onde de 1.08 μm. Ce faisceau laser résonnant va pousser les atomes dans l'état triplet hors de l'axe d'observation et éliminer ainsi les pics correspondants. Le pic restant est le pic formé par les photons ultraviolets et les fondamentaux rapides ; c'est ce pic qui nous donne le temps t=0.

Remarque : *Un autre moyen d'identification du pic formé par les photons et les fondamentaux rapides, moins précis mais plus facile à mettre en œuvre que le moyen précédemment mentionné, est la variation différente de chaque pic avec la tension accélératrice U. Par exemple, pour $U = 30$ V, le pic de photon disparait complètement alors qu'il est très intense pour $U = 200$ V.*

Conclusion : Ce chapitre nous a permis de présenter le jet supersonique que nous avons utilisé, ainsi que la technique de création des métastables. Nous avons pu voir quelles étaient les particules susceptibles de laisser un signal sur le détecteur et nous avons présenté un moyen de les identifier. Il nous a aussi permis de nous familiariser avec les différentes techniques de détection des atomes et avec l'électronique servant à analyser le signal. Nous avons détaillé la technique de temps de vol que nous utiliserons abondamment dans la suite de ce mémoire, notamment lorsque nous aborderons les problèmes d'optimisation du jet, en fonction des différents paramètres.

Chapitre 2

Jet cryogénique; optimisation.

Ce chapitre est consacré à la description du refroidissement cryogénique du jet d'hélium présenté au chapitre précédent, ainsi qu'à l'optimisation de ce jet. Ce chapitre est divisé en plusieurs paragraphes. Les deux premiers paragraphes traitent du refroidissement du jet à l'hélium liquide et de la stabilisation en température. Dans le troisième et le quatrième paragraphes est discutée l'influence des divers paramètres sur le jet d'atomes métastables, ainsi que l'optimisation du jet suivant les deux impératifs fixés dans le premier chapitre à savoir, soit le piégeage d'atomes d'hélium métastable dans un piège magnéto-optique, soit l'étude de l'effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable.

2.1 Refroidissement à l'hélium liquide

Nous allons dans ce paragraphe nous intéresser à une méthode particulière que nous avons utilisée pour obtenir des atomes d'hélium lents. Cette méthode consiste à refroidir par cryogénie le jet d'atomes dans l'état fondamental (avant l'excitation dans l'état métastable par impact électronique).

Le jet a été équipé lors de sa conception d'un circuit de refroidissement, prévu pour fonctionner à l'hélium liquide. Ce circuit comporte plusieurs écrans thermiques pour limiter les échanges de chaleur avec l'enceinte, et un système de récupération du fluide de refroidissement, lorsque celui-ci est coûteux, comme c'est le cas pour l'hélium. Ce jet peut également fonctionner avec de l'azote liquide comme fluide cryogénique.

Le refroidissement à l'azote liquide ne présente pas de grandes difficultés : il suffit d'entretenir un flux constant d'azote liquide pour maintenir la

température à 77 Kelvins. D'autre part, comme nous le verrons plus tard, nous savons trouver des conditions optimales où la dispersion en vitesse longitudinale est étroite, et où la vitesse moyenne des atomes est de 1400 m/s. Cette vitesse est suffisamment faible pour les expériences d'interaction entre les atomes et la lumière à une dimension. Il est en effet possible d'augmenter le temps d'interaction en utilisant des faisceaux lumineux plus larges.

En revanche, pour piéger les atomes d'hélium métastable, cette vitesse est trop grande, car, avec le solénoïde dont nous disposons, nous ne pouvons ralentir et piéger que des métastables ayant des vitesses inférieures à 400 m/s. En ajustant les paramètres de l'excitation, la vitesse minimale compatible avec un flux d'hélium métastable suffisant est de 500 m/s, ce qui est encore une vitesse trop élevée pour démarrer une expérience de ralentissement. Il faut donc refroidir avec un fluide permettant des températures plus basses, tel que l'hélium liquide.

La gamme de température utile de notre sytème est comprise entre 7 et 50 Kelvins. Au dessus de 50 Kelvins, les atomes métastables sont trop rapides; en dessous de 7 Kelvins, le flux d'atomes sortant du jet est trop faible. Lorsque l'on travaille dans cette gamme de température, des fluctuations d'une dizaine de degrés peuvent entraîner des variations d'un facteur quatre sur le flux de métastables créés. Il est donc essentiel d'avoir une température stable.

Nous allons détailler le refroidissement cryogénique à l'hélium liquide de notre jet ainsi que sa stabilisation en température. Les techniques utilisées sont classiques en cryogénie. Nous avons néanmoins pensé qu'il pourrait être utile à des non-spécialistes souhaitant utiliser ces techniques, de connaître quelques détails sur notre système.

2.1.1 Description du système.

Notre jet d'hélium est pourvu d'un circuit de refroidissement qui se trouve au contact du nez du jet qui est en cuivre. Ceci permet d'avoir de très bons transferts de chaleur et assure un équilibre thermique correct. De plus, pour éviter des échanges de chaleur trop importants, et donc une consommation en hélium liquide trop grande, des écrans thermiques ont été placés en amont du nez du jet (voir fig 2.1).

Le transfert d'hélium se fait par l'intermédiaire d'une canne de transfert plongeant dans un bidon d'hélium. L'amorçage de la circulation se fait par pression sur une membrane de caoutchouc, ce qui permet d'injecter un peu de gaz chaud dans le bidon et de provoquer ainsi une évaporation du liquide. Cette évaporation entraîne une élévation de la pression dans le bidon et donc

un début de circulation d'hélium dans le circuit. La circulation en continu est elle aussi assurée par une légère surpression du bidon. Elle est obtenue, soit par l'évaporation d'un peu d'hélium liquide due aux fuites thermiques (inévitables bien que le bidon soit isolé), soit par le passage d'un courant dans une résistance de 50 Ω située au fond du bidon et qui permet ainsi la vaporisation d'une quantité contrôlable d'hélium liquide. La sortie du système de refroidissement est branchée sur un système de récupération connecté à un liquéfacteur d'hélium.

On dispose sur le nez du jet d'une résistance de 200 Ω, en contact thermique avec celui-ci, qui permet éventuellement de le réchauffer. Pour mesurer la température du nez, nous avons placé une diode au silicium DT 470 SD, qui est elle aussi en contact thermique avec le nez du jet. La caractéristique courant tension aux basses températures dépend fortement de la température. Nous avons la possibilité, en lui appliquant un courant constant de 10 μa et en mesurant la tension, de déterminer la température à mieux qu'un demi Kelvin.

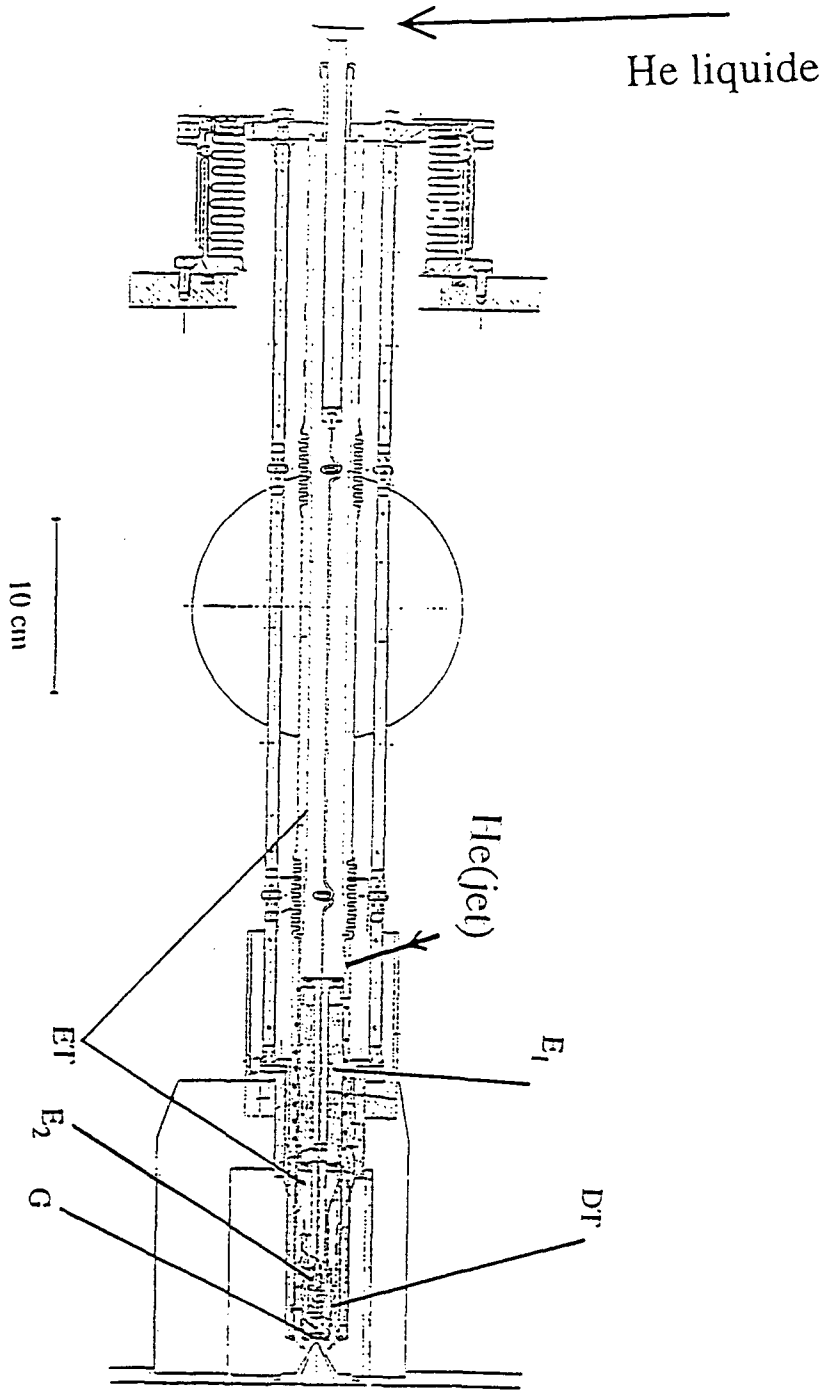


Figure 2.1: *Schéma de la source d'hélium refroidie à l'hélium liquide. La diode (notée DT) servant à mesurer la température est située près du gicleur (G). Le jet est refroidi par deux échangeurs (E_1, E_2). Des écrans thermiques (ET) empêchent l'échauffement par rayonnement thermique.*

2.1.2 Régulation de température.

Nous allons maintenant décrire la façon dont nous avons régulé notre jet. Nous allons dans ce paragraphe suivre un plan chronologique quant à la réalisation expérimentale de cette régulation de température. Nous commencerons par décrire le système le plus simple que l'on puisse imaginer pour refroidir le jet à des températures de quelques Kelvins, pour arriver au système final que nous utilisons de façon quotidienne.

Production de froid

On peut penser refroidir le jet en utilisant l'hélium liquide comme fluide cryogénique de la même façon que nous avons refroidi le jet en utilisant l'azote liquide, c.a.d. en entretenant un flux permanent d'hélium liquide. Ceci permettrait de travailler à température constante (de l'ordre de 4 K). Malheureusement, cette température est trop basse pour une utilisation efficace du jet, le flux d'atomes étant notablement trop faible pour alimenter le piège magnéto-optique.

Pour éviter que la température ne soit trop basse, il est possible de diminuer le flux d'hélium liquide dans le circuit de refroidissement en diminuant la pression dans le bidon d'hélium liquide. Ceci a été réalisé en ajoutant une vanne de régulation autorisant une sortie directe de l'hélium vaporisé vers le système de régulation (voir figure 2.2).

Ce système a le désavantage d'être particulièrement instable. En effet, une légère fluctuation de la pression du bidon entraîne une variation importante du débit d'hélium liquide et donc de la température. Si par exemple, la pression dans le bidon augmente, les échanges thermiques avec le bidon sont favorisés et la pression va encore augmenter; l'augmentation du flux d'hélium liquide dans le circuit de refroidissement étant trop faible pour compenser l'augmentation de pression. Le système s'emballe jusqu'à atteindre la température de 4 K. Si par contre la pression diminue, les échanges thermiques avec le bidon deviennent insuffisants pour assurer une vaporisation du fluide de refroidissement, la pression diminue encore et la température augmente de façon irrémédiable.

On peut penser à remédier à ce problème en régulant le débit au niveau de la vanne (par exemple en la remplaçant par une soupape). Le principal problème d'une telle régulation est le temps de réponse important du système. Le fluide de refroidissement doit en effet parcourir une distance de l'ordre de deux mètres avant d'être en contact avec le nez du jet. Les constantes de temps associées sont de l'ordre de 20 à 30 secondes. Elles ne peuvent corriger

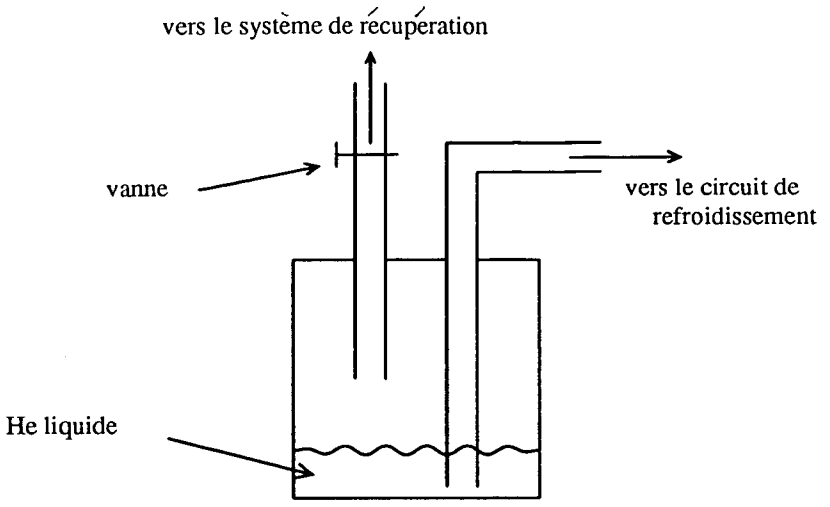


Figure 2.2: *Schéma du système de refoidissement. La canne permet de transférer l'hélium liquide vers le circuit de refroidissement. La vanne de sortie directe du fluide cryogénique vaporisé permet en principe un contrôle de la pression dans le bidon.*

les variations rapides (de l'ordre de quelques secondes) de la température du jet que nous avons constatées expérimentalement.

Production de chaleur

Une première amélioration a été de reprendre le système précédemment décrit et d'y ajouter une régulation de température utilisant la résistance située sur le nez du jet. La puissance thermique produite par cette résistance est asservie à un signal d'erreur à partir de la mesure de température de la diode. Cette résistance, en contact direct avec le nez du jet permet de corriger les variations rapides de la température.

La résistance de chauffage du nez ne pouvant "produire du froid", le réglage de la vanne doit être tel qu'en l'absence de chauffage, le système aille naturellement vers les basses températures. De plus, la puissance de chauffage fournie par la résistance étant limitée, il faut que le système aille vers les hautes températures lorsque la totalité de la puissance de chauffage lui est appliquée.

Le réglage de la vanne est donc très critique, de lui dépend la stabilité du système. Nous avons réussi à obtenir une stabilité d'un demi-kelvin sur un maximum d'une heure. Au delà, une fluctuation trop importante de la

pression du bidon nous a fait basculer dans l'une des deux zones d'instabilité. Il faut alors replacer le système dans une bonne zone en intervenant de façon extérieure sur le système (changement du réglage de la vanne, pression sur la membrane de caoutchouc afin d'augmenter la pression dans le bidon). Pour pouvoir réguler de façon "automatique" le système de refroidissement, il faut agir à la fois sur le chauffage du nez, et sur le refroidissement de celui-ci.

Le contrôleur P.I.D.

Nous avons finalement choisi d'asservir le système en utilisant le chauffage du nez et la vaporisation d'hélium. Le chauffage du nez se fait par la résistance au contact de celui-ci. Nous appellerons sortie chauffage la sortie permettant de faire circuler un courant dans cette résistance. La vaporisation d'hélium se produit lorsque une résistance située au fond du bidon est parcourue par un courant. Nous appellerons sortie refroidissemnt la sortie permettant de faire circuler un courant dans la résistance du bidon. L'ensemble est contrôlé par un contrôleur P.I.D. (Proportionnel, Intégral, Differentiel) de marque Eurotherm Regulator 818. Le signal d'erreur est obtenu grâce à la diode indiquant la température.

Ce contôleur P.I.D, permet d'anticiper et d'atténuer les variations de la température du système. Il est pourvu d'un programme qui calcule automatiquement les paramètres de contrôle, à partir de paramètres mesurés de la façon suivante : on applique, au voisinage de la valeur de consigne, des puissances électriques connues aux bornes des deux sorties, et on observe les variations de température du système (voir fig 2.3, ainsi que les commentaires de la figure pour plus de détails).

Remarques :

1. *Il n'existe qu'un seul paramètre de réglage de la puissance relative de la sortie "chauffage" par rapport à la sortie "refroidissement", appelé paramètre de gain relatif.*

2. *Il est important de noter que l'algorithme de calcul utilisé par le programmateur doit être lancé à une température proche, mais légèrement inférieure à la valeur de la température de consigne. Il faut donc d'abord refroidir le jet avant de lancer cet algorithme.*

3. *Le contrôleur calcule les paramètres P.I.D. pour la sortie chauffage uniquement, il est donc essentiel de placer le système dans une zone de stabilité, définie au paragraphe précédent, avant de lancer cet algorithme.*

Avec ce système, nous avons réussi à obtenir des stabilités meilleures que le demi-Kelvin sur plusieurs heures d'utilisation. Mais avant de discuter les réglages et la stabilité, il faut encore noter quelques points spécifiques à notre système, en plus des trois remarques que nous avons faites.

L'algorithme suppose que les constantes de temps associées à la sortie refroidissement et à la sortie chauffage sont les mêmes. Or, comme nous l'avons déjà mentionné, les constantes de temps de la sortie chauffage sont beaucoup plus courtes que celles de la sortie refroidissement. Les constantes de temps optimales du contrôleur seront donc légèrement supérieures aux constantes de temps trouvées par l'algorithme, puisque celles-ci ont été calculées pour la sortie chauffage uniquement.

Le signal d'erreur est calculé à partir de l'indication fournie par la diode de température située sur le nez du jet. Or, celle-ci a une réponse fortement non-linéaire en fonction de la température. Il en résulte que les réglages optimaux du contrôleur changent avec la température de consigne.

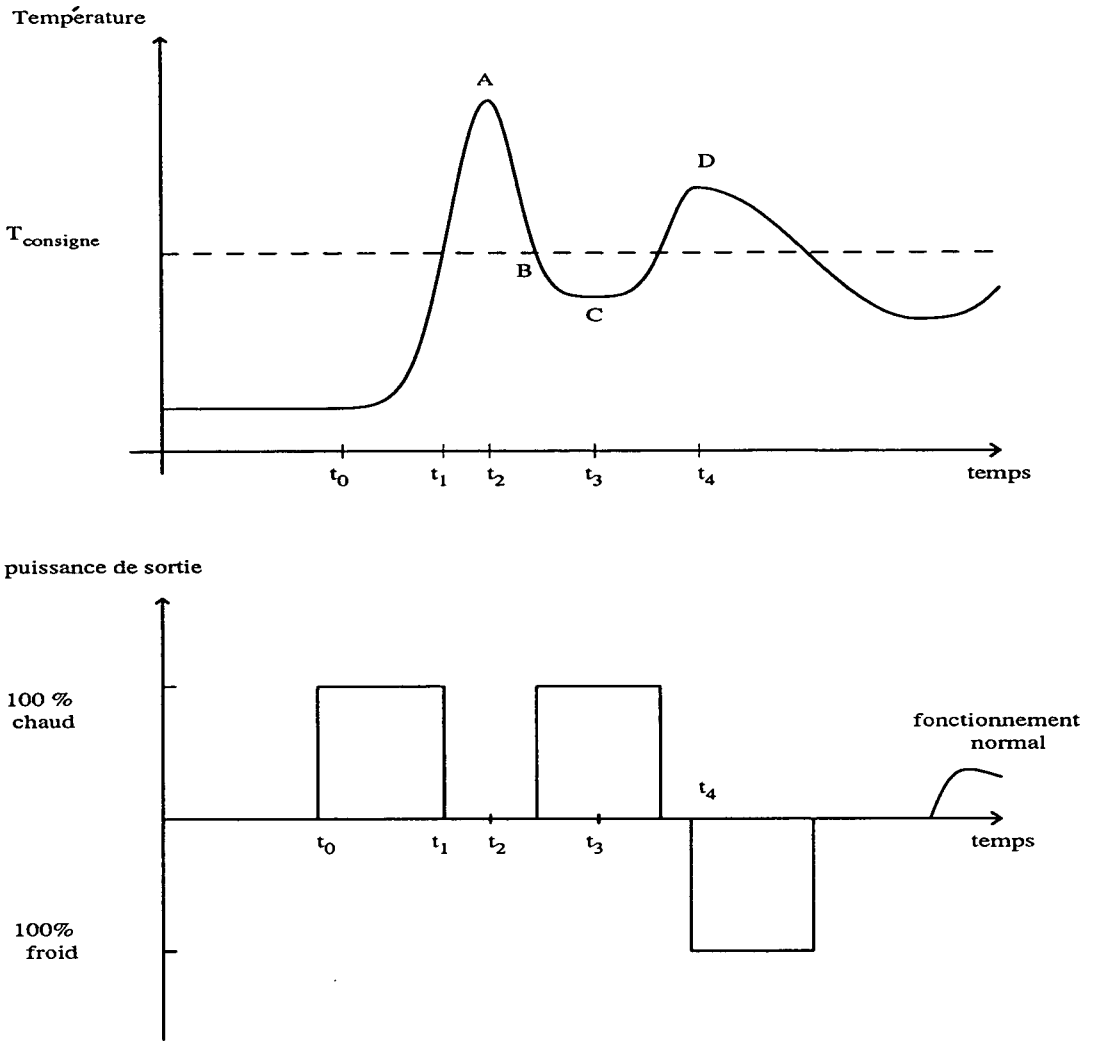


Figure 2.3: *Principe du calcul des paramètres P.I.D. du contrôleur. Pendant 1 minute, le contrôleur enregistre les bruits et les perturbations. A $t = t_0$, la totalité de la puissance de chauffage est appliquée jusqu'à $t = t_1$, instant où la température du jet est égale à la température de consigne. Le contrôleur enregistre l'instant $t = t_2$, correspondant au point A, point le plus chaud. Le système redescend ensuite en température. Au point B, où la température est égale à la valeur de la consigne, le contrôleur applique de nouveau la totalité de la puissance de chauffage, et il enregistre le temps mis pour arriver à la température la plus froide (point C). A la valeur de la consigne, le chauffage est coupé, et le temps t_4 mis pour arriver à la température la plus chaude est mesuré. Enfin, la totalité de la puissance de refroidissement est appliquée jusqu'à ce que la température revienne à la valeur de la consigne. La valeur du minimum de température est ensuite enregistrée.*

2.2 Réglages et stabilité.

2.2.1 Réglages.

Nous donnons les réglages que nous avons trouvés comme étant optimaux pour la température de 15 K à laquelle nous avons travaillé. Les paramètres sont : une bande proportionnelle réglée à 10%, un temps d'intégrale de 25 s, et un temps de dérivée de 5 s. La bande proportionnelle est le pourcentage autour de la valeur de la consigne où les puissances de chauffage et de refroidissement sont modulées. Au delà de cet intervalle de température, la loi du tout ou rien est appliquée. Ainsi, par exemple si la température est supérieure à la température de consigne augmentée de la bande proportionnelle, la totalité de la puissance de refroidissement va être appliquée (voir figure 2.4).

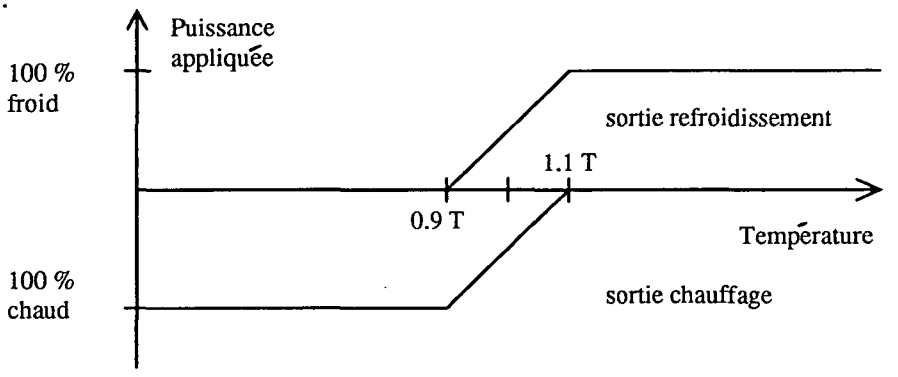


Figure 2.4: *La bande proportionnelle correspond à la zone où la puissance de chauffage et de refroidissement est modulée (nous avons ici représenté une modulation possible). Au delà, la loi du tout ou rien est appliquée.*

Le réglage de la vanne est très important. Il permet de placer le bidon dans une zone de stabilité au moment du lancement de l'algorithme du contrôleur, et de lui dépend la stabilité de l'asservissement. Le débit optimal au niveau de la vanne doit être légèrement plus important que le débit lorsque la régulation est faite avec la sortie chauffage uniquement, le système pouvant être refroidi par la sortie refroidissement. Cependant, ce débit ne doit pas être trop important sinon, le système serait principalement régulé par la sortie refroidissement, et les paramètres P.I.D. seraient différents de ceux trouvés ici. La stabilité du jet serait alors moins bonne suite à l'existence de fluctuations rapides que nous avons déjà mentionnées. Il n'existe pas de réglage définitif ou préétabli de la vanne. Il dépend du bidon d'hélium liquide que l'on utilise et plus particulièrement de l'isolation thermique de celui-ci, ainsi que du niveau d'hélium à l'intérieur. Il est parfois nécessaire de modifier le réglage en cours d'expérience. En fait, bien que l'on comprenne assez

bien l'influence des paramètres de réglage, une bonne maîtrise du système nécessite un savoir faire qui ne peut s'acquérir que par la pratique.

2.2.2 Stabilité et conclusion

Rappelons le rôle de chacun des éléments qui interviennent dans la régulation de température. Tout d'abord, le refroidissement est assuré par une circulation d'hélium liquide amorcée par une surpression dans le bidon. Le système ayant tendance à aller de lui-même vers une température trop basse, nous avons placé une vanne permettant de limiter la pression dans le bidon afin que la température de fonctionnement soit supérieure à 4 K. La régulation de température est principalement assurée par un asservissement du chauffage du nez du jet. La zone de stabilité du système étant trop étroite, nous avons ajouté une sortie refroidissement (dont les paramètres de contrôle sont les mêmes que les paramètres de contrôle de la sortie chauffage) qui permet d'avoir une meilleure stabilité.

Nous avons, avec un tel système, obtenu une stabilité de l'ordre de 0.5 K sur quatre heures à une température de 15 K environ. Au delà, la température fluctue parfois au dessus de la valeur de consigne, et il apparait des oscillations rapidement amorties (en un temps inférieur à la minute). Le système retrouve ensuite sa stabilité mais la fréquence d'apparition de ces oscillations augmente au cours du temps. Leur apparition est interprétée comme étant due à un changement du niveau d'hélium dans le bidon. Pour la combattre, il faut changer le réglage de la vanne.

Le paramètre le plus critique est sans nul doute le réglage de la vanne. En plus d'assurer une bonne stabilité du jet, comme nous l'avons déjà signalé, un bon réglage de la vanne permet de limiter au minimum la consommation d'hélium liquide. Les consommations les plus basses que nous avons obtenu sont de l'ordre de 0.5 litre d'hélium liquide par heure pour une stabilisation autour de 15 K (à 0.5 K près).

2.3 Les collisions électroniques.

Dans les paragraphes précédents, nous nous sommes intéressés au jet supersonique d'hélium dans l'état fondamental, et aux méthodes cryogéniques pour refroidir ce jet. Nous allons maintenant essayer de mieux comprendre l'influence des collisions entre les atomes et les électrons qui excitent les atomes dans l'état métastable, et surtout la façon dont ces collisions modifient la vitesse des atomes excités par rapport à la vitesse des atomes dans

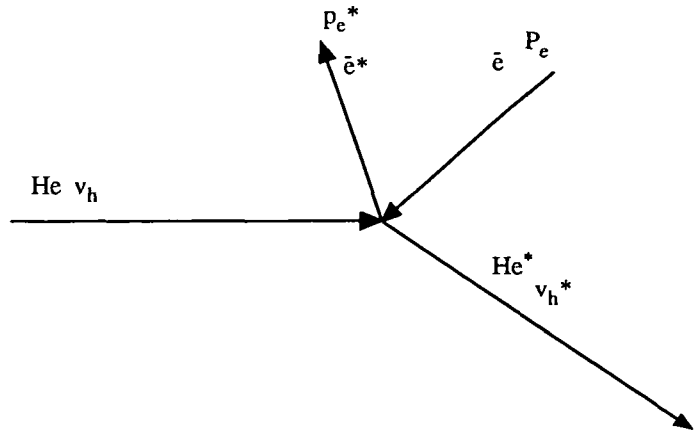


Figure 2.5: *Collisions atomes-électrons*

l'état fondamental à la sortie du jet. Nous allons pour cela utiliser un modèle simple de collision électronique, qui permettra de prédire la distribution des vitesses longitudinales des atomes d'hélium métastable. Nous comparerons ensuite ces prédictions avec la mesure par temps de vol de la distribution des vitesses.

2.3.1 Modélisation des collisions.

Bilan d'énergie-impulsion, diagrammes de Newton.

Nous allons dans ce paragraphe étudier le changement d'impulsion d'un atome d'hélium lors d'une collision inélastique avec un électron le portant dans un état excité (métastable ou autre). En utilisant les relations de conservation de l'énergie et de l'impulsion, nous en déduirons les vitesses possibles des atomes excités se propageant le long de l'axe du jet initial (voir fig 2.5).

Nous utiliserons l'indice h pour les quantités de mouvement et les énergies des atomes d'hélium dans l'état fondamental, l'indice h^* pour les vitesses des atomes dans l'état excité, l'indice e pour la vitesse et la quantité de mouvement des électrons (nous ajouterons un indice i lorsque ces quantités seront considérées avant le choc et l'indice f après le choc), et enfin nous ajouterons un c lorsque la quantité de mouvement sera prise dans le référentiel du centre de masse du système atome-électron. Par exemple, P_{h^*c} est la quantité de mouvement de l'atome d'hélium excité, dans le référentiel du centre de masse; E_{ef} est l'énergie cinétique de l'électron après le choc dans le référentiel du laboratoire. La masse de l'atome d'hélium sera notée M, celle de l'électron sera notée m. L'énergie d'excitation (i.e. l'énergie interne

de l'atome d'hélium après collision) sera notée E_0 (elle vaut 19.8 eV pour le niveau 2^3S_1).

En calculant la vitesse du référentiel du centre de masse (notée $\mathbf{V}_{CM}$) dans le référentiel du laboratoire on trouve :

$$\mathbf{V}_{CM} = \frac{m\mathbf{v}_{ei} + M\mathbf{v}_h}{m + M} \tag{2.1}$$

Ceci implique en particulier que dans le référentiel du centre de masse les quantités de mouvement des deux particules sont opposées :

$$\mathbf{P}_{hc} = -\mathbf{P}_{eci} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{P}_{h^*c} = -\mathbf{P}_{ecf} \tag{2.3}$$

Ecrivons la conservation de l'énergie totale dans le référentiel du centre de masse :

$$\begin{aligned} \frac{P_{hc}^2}{2M} + E_{eci} &= \frac{P_{h^*c}^2}{2M} + E_{ecf} + E_0 \\ \text{avec} \quad E_{eci} = \frac{P_{eci}^2}{2m} &\quad \text{et} \quad E_{ecf} = \frac{P_{ecf}^2}{2m} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Il est possible de faire un certain nombre d'approximations qui simplifient beaucoup les expressions. Tout d'abord, la masse de l'électron étant bien plus petite que la masse de l'atome d'hélium, nous négligerons m/M devant 1 dans la suite de nos calculs. Nous négligerons aussi la vitesse des atomes devant la vitesse des électrons (en effet pour $E \simeq 20$ eV, la vitesse des électrons est supérieure à 10^6 m/s, alors que la vitesse des atomes est de l'ordre de 10^3 m/s). Comparons l'énergie cinétique des électrons dans le référentiel du laboratoire et celui du centre de masse :

$$\begin{aligned} E_{eci} = \frac{\mathbf{P}_{eci}^2}{2m} &= \frac{1}{2m}\left(m\mathbf{v}_{ei} - m\frac{m\mathbf{v}_{ei} + M\mathbf{v}_h}{m + M}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2m}\left(m(1 - \frac{m}{M})\mathbf{v}_{ei} + m\mathbf{v}_h\right)^2 \quad \simeq E_{ei} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Nous constatons que l'énergie cinétique initiale des électrons est pratiquement la même dans le référentiel du laboratoire et dans le référentiel du centre de masse.

D'autre part, l'énergie cinétique des atomes, qui est en fait une énergie thermique (donc de l'ordre de 0.1 eV), est négligeable devant l'énergie cinétique initiale des électrons qui est au moins de 20 eV. Nous négligerons de même l'énergie cinétique finale des atomes par rapport à celle des électrons, dès que la différence entre l'énergie cinétique des électrons avant le choc et

l'énergie d'excitation devient grande devant l'énergie cinétique initiale des atomes, en fait dès que :

$$E_{ei} - E_0 \gg \frac{1}{2} M v_{hc}^2 = E_{ei} \frac{m}{M} \tag{2.6}$$

Avec de telles approximations on obtient alors la relation suivante pour l'énergie cinétique des électrons avant et après collision :

$$E_{ef} \simeq E_{ei} - E_0 \tag{2.7}$$

Nous obtenons une relation analogue dans le référentiel du centre de masse pour la même raison que pour l'équation 2.5. Ceci nous permet, à partir de l'équation 2.3, d'écrire la vitesse des atomes d'hélium excités dans le référentiel du centre de masse, puis dans le référentiel du laboratoire :

$$\begin{aligned} |\mathbf{v}_{h^*c}| &= \frac{1}{M} \left(2m \left(E_{ei} - E_0\right)\right)^{1/2} \\ \mathbf{v}_{h^*} &= \mathbf{v}_{h^*c} + \mathbf{V}_{CM} \\ &= \mathbf{v}_h + \mathbf{v}_{h^*c} + \frac{1}{M} \mathbf{P}_{eci} \end{aligned} \tag{2.8}$$

La vitesse des atomes excités dans le référentiel du centre de masse ($\mathbf{v}_{h^*c}$) pouvant prendre n'importe quelle direction, l'extrémité du vecteur vitesse est située sur une sphère centrée sur l'origine du référentiel du centre de masse, et de rayon $|\mathbf{v}_{h^*c}|$. La construction graphique de la figure 2.6 nous permet de mieux visualiser les différentes vitesses possibles.

Pour obtenir les différentes vitesses longitudinales que nous pouvons détecter, il faut encore prendre en compte les points suivants :

- nous ne pouvons détecter que les atomes dont l'angle entre la direction de la vitesse et l'axe d'observation est faible (voir §2.3.2).
- par ailleurs, la direction des électrons incidents peut être très variée suite à la présence du champ de focalisation. Les centres des différents cercles de Newton vont se répartir sur un cercle de rayon $|\mathbf{P}_{ei}|$, quantité de mouvement de l'électron dans le référentiel du laboratoire, et centré sur l'extrémité du vecteur quantité de mouvement de l'atome avant excitation $|\mathbf{P}_h|$ (voir figure 2.7). Les différentes quantités de mouvement et donc les différentes vitesses possibles des atomes métastables sont déduites à partir de ces cercles. Seuls les cercles de Newton qui interceptent l'axe de l'expérience pourront donner des vitesses dont la direction est sur l'axe, condition nécessaire pour que l'on puisse détecter ces atomes.

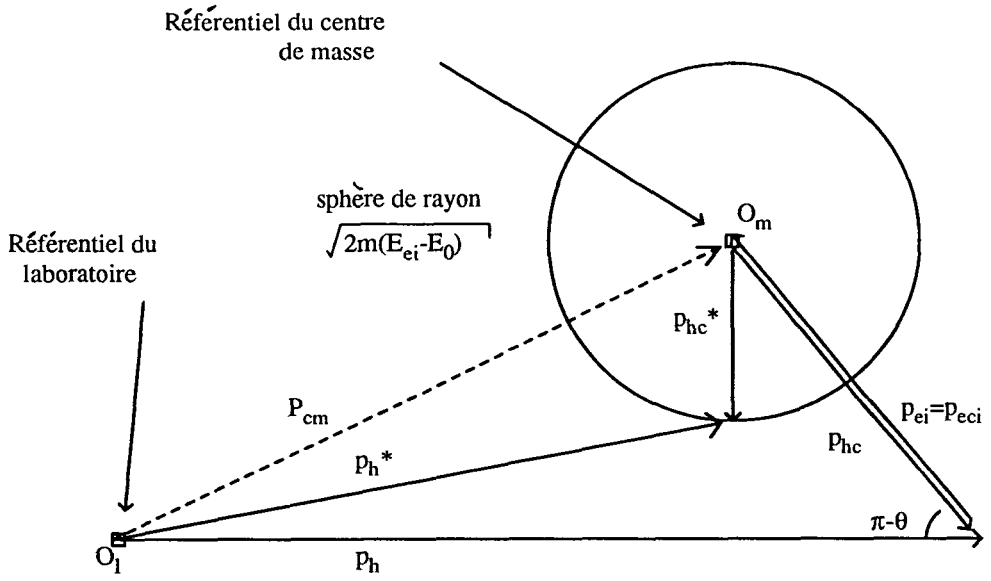


Figure 2.6: *Diagramme de Newton : modification de la quantité de mouvement de l'atome d'hélium lors du bombardement électronique, O_m et O_l sont les origines des référentiels du centre de masse et du laboratoire.*

Calculons les différentes vitesses possibles. Pour cela introduisons l'angle θ, angle entre la direction de la vitesse de l'électron incident et celle de l'atome d'hélium dans l'état fondamental. La construction graphique 2.6 et les calculs précédents (équations 2.7, 2.8) donnent le module de la vitesse des atomes métastables après le choc :

$$v_{h^*} = v_h + \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left[\cos\theta\sqrt{E_{ei}} \pm \sqrt{E_{ei}\cos^2\theta - E_0}\right] \tag{2.9}$$

On constate tout d'abord, en regardant la figure 2.7, ainsi que l'équation 2.9 que toutes les vitesses observables sont comprises entre deux vitesses v_m et v_M définies par :

$$v_M = v_h + \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_{ei}} + \sqrt{E_{ei} - E_0}\right) \tag{2.10}$$

et

$$v_m = v_h - \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_{ei}} + \sqrt{E_{ei} - E_0}\right) \tag{2.11}$$

D'autre part, l'axe d'observation étant l'axe du jet initial, on constate qu'il existe deux autres vitesses limites v_{M1} et v_{m2} définies par :

$$v_{M_1} = v_h + \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_{ei}} - \sqrt{E_{ei} - E_0}\right) \tag{2.12}$$

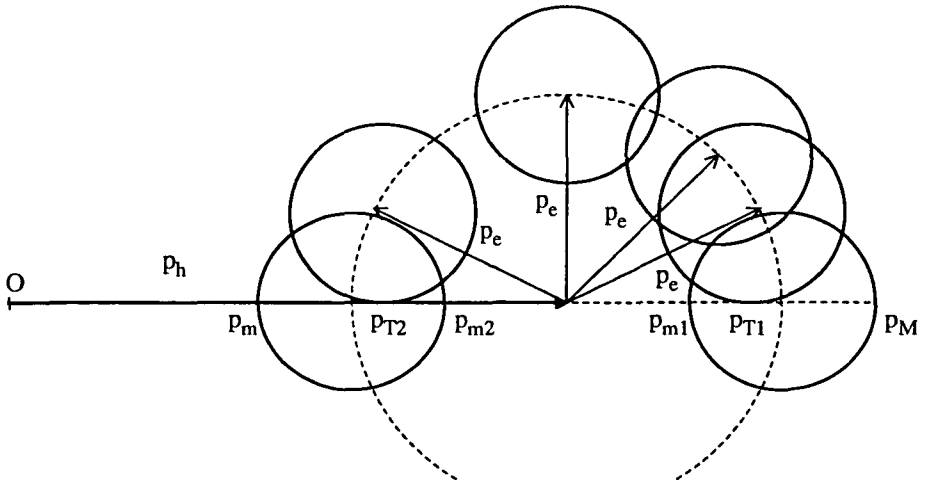


Figure 2.7: *Répartition des différents cercles de Newton. Seuls les cercles qui interceptent l'axe de l'expérience pourront donner des atomes d'hélium métastable ayant une vitesse parallèle à l'axe de l'expérience et contribuer au signal. Ceci nous permet de constater qu'il existe 4 quantités de mouvement limites p_M, p_m, p_{M1} et p_{m2} correspondant à 4 vitesses limites v_M, v_m, v_{M1} et v_{m2}.*

et

$$v_{m_2} = v_h - \sqrt{\frac{2m}{M^2}}\left(\sqrt{E_{ei}} - \sqrt{E_{ei} - E_0}\right) \tag{2.13}$$

(voir figure 2.7). Toutes les vitesses que nous pouvons détecter sont telles que :

$$v_m \leq v \leq v_{m2} \quad \text{ou} \quad v_{M1} \leq v \leq v_M \tag{2.14}$$

ce qui signifie notamment qu'il est impossible d'observer des vitesses d'atomes métastables comprises entre v_{M1} et v_{m2}. Nous appellerons cette plage de vitesse la bande interdite.

2.3.2 Effet de l'angle d'observation.

Nous avons précédemment étudié dans quels intervalles pouvaient apparaître les différentes vitesses dans notre expérience. Nous allons, dans ce paragraphe essayer de comprendre comment l'angle d'observation peut favoriser la détection de certaines classes de vitesses.

Dans notre expérience, la surface sensible de notre détecteur n'est pas infiniment petite. Nous pouvons détecter des atomes dont la direction de la vitesse fait un léger angle avec l'axe d'observation; c'est l'angle solide

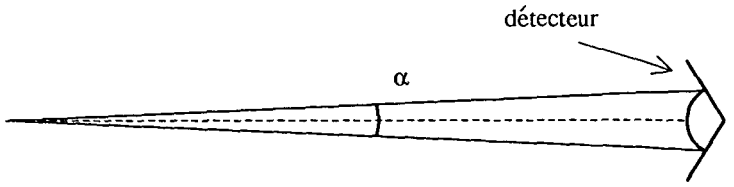


Figure 2.8: *Les atomes dont la direction de la vitesse fait un léger angle avec l'axe d'observation peuvent être détectés. C'est l'angle solide d'observation.*

d'observation (voir figure 2.8). Nous pouvons détecter toutes les vitesses dont l'extrémité est sur l'intersection de l'angle solide d'observation avec un cercle de Newton correspondant à une direction des électrons. Nous avons relevé trois cas différents où cet effet joue un rôle.

Les vitesses limites.

Regardons l'influence de l'angle d'observation sur les différentes vitesses limites. Etudions par exemple le cas de v_{M1}. Nous avons tracé sur la figure 2.9 l'intersection du cercle de Newton correspondant à un électron ayant une direction parallèle à l'axe d'observation ($\theta = 0$ dans la formule 2.9), avec l'angle solide d'observation. Nous constatons que nous pouvons détecter des atomes dont la vitesse est proche de v_{M1} mais légèrement supérieure. Cet effet est amplifié lorsque, au lieu de considérer une direction des électrons rigoureusement parallèle à l'axe, nous considérons des électrons dont la direction est proche de l'axe. Ceci va favoriser l'apparition d'un pic, très légèrement décalé vers les grandes vitesses dans le cas de v_{M1}.

Cet effet joue pour les quatre vitesses limites v_M, v_m, v_{M1} et v_{m2}. On attend quatre pics dans la distribution en vitesse correspondant aux quatre vitesses. Deux pics, correspondant aux vitesses v_M et v_{m2} sont attendus légèrement déplacés vers les faibles vitesses, les deux autres, correspondant à v_{M1} et v_m sont attendus légèrement déplacés vers les grandes vitesses.

Les basses vitesses.

L'angle solide d'observation a une influence néfaste sur les basses vitesses. En effet, l'angle limite de déflection des atomes par rapport à l'axe d'observation (α), peut se traduire en une condition sur la vitesse :

$$\alpha = \frac{v_\perp}{v_{||}} \tag{2.15}$$

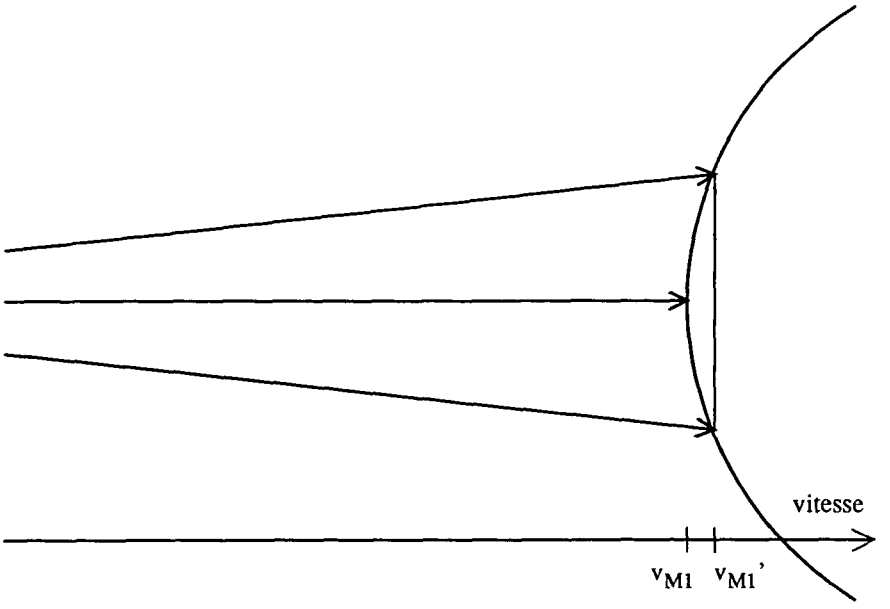


Figure 2.9: *v_{M1} est une valeur limite. L'effet de l'angle d'observation va être de permettre de détecter toutes les vitesses de v_{M1} à $v_{M'1}$.*

$v_\perp$ étant la composante transverse de la vitesse, et $v_{||}$ étant la composante longitudinale. Nous constatons que plus la vitesse longitudinale est élevée, plus la gamme de vitesses transverses que l'on peut détecter va être importante. Cet effet va donc favoriser les grandes vitesses au détriment des vitesses faibles. On appelle aussi parfois cet effet "l'explosion du jet aux faibles vitesses".

Les cercles tangents.

Il existe une dernière situation où l'effet d'angle d'observation peut jouer un rôle. Il s'agit de la situation parfois appelée "cercles tangents". Dans cette situation, le cercle de Newton vient tangenter l'axe d'observation. En fait cette situation correspond à l'angle limite θ_l de l'électron incident tel que l'on puisse encore détecter un atome métastable sur notre détecteur. En utilisant l'équation 2.9 la condition limite sur l'angle d'observation s'écrit :

$$\theta \leq \text{Arccos}\sqrt{\frac{E_0}{E_i}} = \theta_l \tag{2.16}$$

Il existe en fait deux situations "cercles tangents" (voir figure 2.10). L'une correspond à une situation où la projection de la direction de la vitesse des électrons sur l'axe d'observation est la même que la direction de la vitesse des atomes. Nous appellerons cette situation "cercles tangents +" (et nous

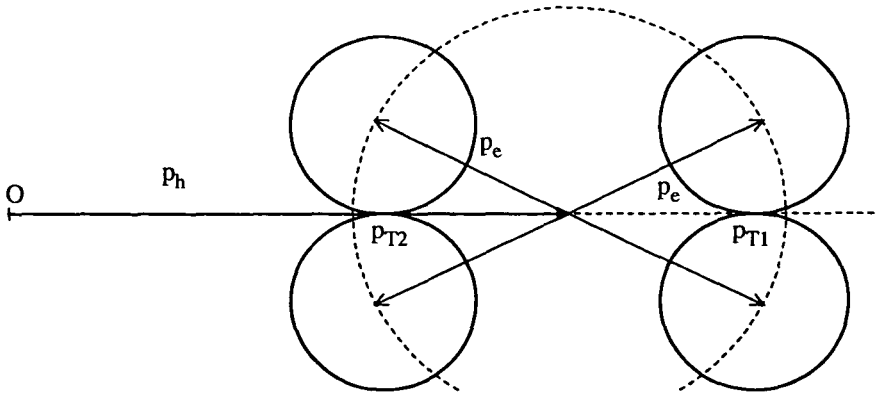


Figure 2.10: *Il existe deux cas de cercles de Newton tangents à l'axe d'observation. Ils correspondent aux vitesses v_{T1} et v_{T2}.*

noterons la vitesse correspondante v_{T1}), la vitesse des atomes métastables étant supérieure à la vitesse des atomes à la sortie du four ($\theta_l < \pi/2$). L'autre situation, où la direction de la projection de la vitesse des électrons sur l'axe d'observation est opposée à la direction de la vitesse des atomes ($\theta_l > \pi/2$) est appellée "cercles tangents $-$"(nous noterons v_{T2} la vitesse correspondante).

Regardons l'influence de l'angle d'observation sur ces deux vitesses. Nous avons représenté sur la figure 2.11 la fraction du cercle de Newton intercepétée par l'angle d'observation dans plusieurs cas. Nous constatons que la situation "cercles tangents" correspond à une situation où la fraction du cercle de Newton interceptée est maximale. On attend donc beaucoup d'atomes autour de cette vitesse.

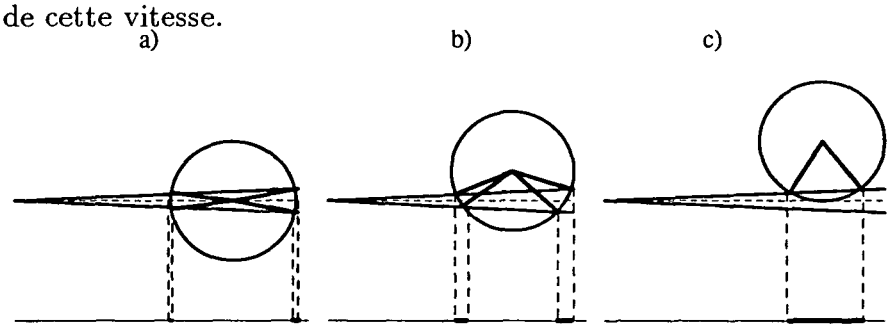


Figure 2.11: *Interception du cercle de Newton par l'angle solide d'observation dans plusieurs cas. Nous avons tracé en dessous, en trait gras, les extrémités des vecteurs vitesses que nous pouvons détecter.*
a-dans le cas correspondant à un angle $\theta = 0$, la fraction du cercle de Newton interceptée est faible.
b-dans un cas quelconque, la fraction du cercle interceptée est plus grande.
c-dans le cas d'une collision "cercle tangent", cette fraction est maximale.

Cet effet est aussi appelé l'effet "arc-en-ciel" [22], car tout comme dans l'effet "arc-en-ciel" en optique où l'accumulation de la lumière à un angle donné est dû à un extrémum de la relation entre la distribution angulaire des rayons réfractés et les angles d'incidence de la lumière, nous avons ici une accumulation des vitesses des atomes dans la direction d'observation lorsque l'angle des électrons varie.

Remarque : *Dans le cas des cercles tangents, en regardant la projection de la vitesse sur l'axe d'observation (figure 2.11), nous constatons qu'il existe une plage de vitesse importante qui va contribuer au signal. On attend donc un pic très large [48].*

2.3.3 Application à un exemple.

Ayant établi quelques équations relatives aux collisions atomes-électrons, nous allons essayer de comprendre quelles sont les vitesses qui apparaissent sur le temps de vol de la figure 1.9. Pour plus de clarté, nous avons reproduit ici cette figure (figure 2.12).

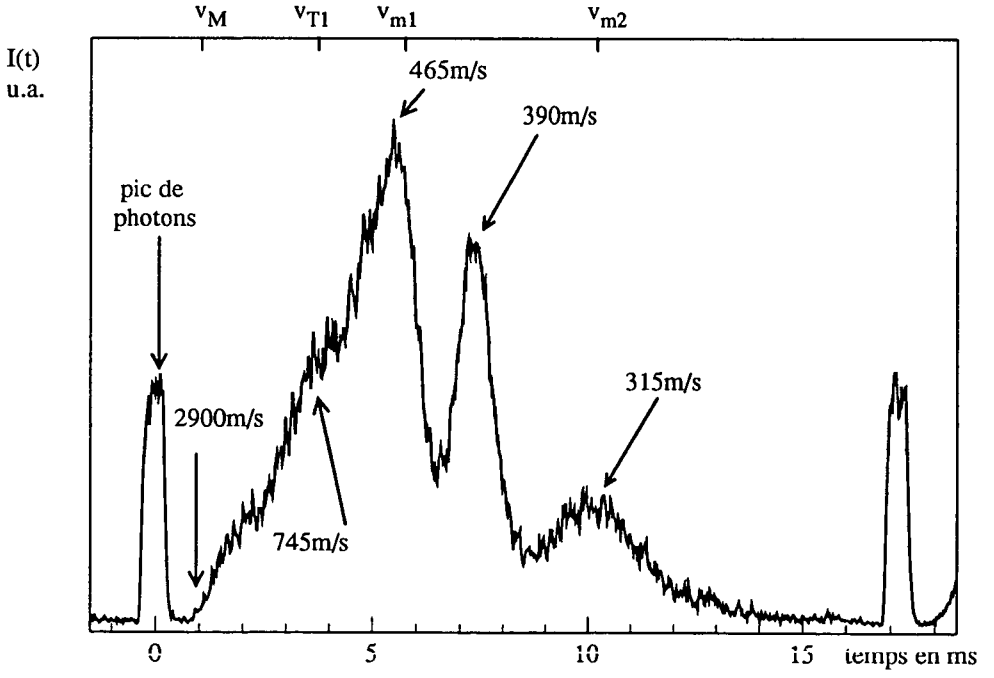


Figure 2.12: *Exemple d'enregistrement de temps de vol et interprétation.*

Les conditions expérimentales sont les suivantes : la température est de 15 Kelvin, la tension accélératrice est de 240 V. La vitesse des atomes dans

le jet, donnée par la formule 1.2, est $v_h = 390$ m/s. D'après 2.10 et 2.11, les vitesses minimales et maximales autorisées sont $v_M = 2826$ m/s et $v_m = -2046$ m/s, tandis que les vitesses de la bande interdite sont $v_{m2} = 337$ m/s et $v_{M1} = 443$ m/s (d'après les relations 2.12 et 2.13).

Nous constatons qu'il existe un premier pic à la vitesse de 465 m/s, qui est compris entre les vitesses v_M et v_{M1}. Le maximum de ce pic peut être interprété comme celui correspondant à la vitesse v_{M1} déplacé par l'effet de l'angle d'observation (cf §2.3.2). En examinant ce pic, on peut voir une stucture présentant un maximum pour $v = 745$ m/s qui peut être interprété comme correspondant au "cercle tangent+" (v_{T1}).

Il existe un second pic à la vitesse de 315 m/s. La vitesse de ce pic est comprise entre v_{m2} et v_m (qui est négatif). Il peut être interprété comme correspondant à v_{m2}. Le pic correspondant à v_{T2} ("cercles tangents moins") serait attendu vers 35 m/s. La fréquence de rotation du disque de temps de vol étant de 60 Hz, et la distance entre ce disque et le détecteur étant de 2.62 m, il n'est pas possible de résoudre les vitesses inférieures à 155 m/s avec notre montage. Pour pouvoir observer ce pic, qui de plus est probablement très large, il aurait fallu choisir une fréquence de rotation du disque inférieure à 10 Hz. Le temps pour obtenir le temps de vol de la figure 2.12 serait six fois plus long, et de plus cela nous limiterait la résolution des pics rapides. Notons que nous nous sommes assurés qu'aucun des pics du temps de vol de la figure 2.12 ne correspond à cette vitesse de 35 m/s : nous avons légèrement changé la fréquence de rotation du disque et vérifié que la position des différents pics du temps de vol n'est pas modifiée.

Etudions le dernier pic restant, à savoir le pic à 390 m/s. Ce pic apparaît à la même vitesse que la vitesse des atomes à la sortie du four. En utilisant la théorie des collisions atomes-électrons que nous avons développée, cette vitesse tombe en pleine bande interdite. Il ne peut donc s'agir d'une collision pouvant être expliquée par notre modèle. Ce pic est dû à un échange de métastabilité qui se produit quand un atome métastable rencontre un atome dans l'état fondamental [49]. Ce type d'excitation se fait sans modification de vitesse, seul l'état interne des atomes est modifié. La distribution de vitesse à l'intérieur de ce pic est alors le reflet fidèle de la distribution initiale en vitesse du jet à la sortie du four. Ceci explique la grande finesse de ce pic.

Remarques :

1. *lorsque l'on regarde les différents pics qui apparaissent sur le temps de vol de la figure 2.12, il semble que les collisions atomes-électrons soient plus nombreuses entre des électrons dont la projection de la*

direction de la vitesse est la même que l'axe du jet, plutôt que l'inverse; les pics les plus rapides sont plus hauts que les pics lents. Ceci peut paraître surprenant puisque, dans notre situation, les électrons sont émis à "contre courant du jet". Pour pouvoir expliquer l'existence de ces pics, il faut admettre que certains électrons ont rebroussé chemin. Une explication possible est que sous l'effet du champ magnétique de focalisation des électrons, les électrons soient soumis à un effet de miroir magnétique [50]. Nous y reviendrons bientôt dans le paragraphe 2.5.2.

2. *Le temps de vol nous donne une intensité des différents pics en fonction de leur temps d'arrivée. Si l'on veut étudier l'intensité des pics en fonction de la vitesse, il faut faire attention au changement de variable. En effet, ce que l'on mesure lors d'un temps de vol est dN/dt, N étant le nombre d'atomes. Si l'on cherche la dépendance en fonction de la vitesse, il faut calculer dN/dv. Or les deux quantités sont liées par la relation suivante :*

$$\frac{dN}{dv} = \frac{dn}{dt}\frac{dt}{dv} = \frac{t^2}{l} \times \frac{dN}{dt} \tag{2.17}$$

   l étant la longueur parcourue par les atomes avant d'être détectés (2.62 m dans notre cas). Le temps de vol favorise donc l'apparition des pics d'atomes métastables rapides, par rapport aux pics d'atomes lents.

3. *Le pic correspondant à l'échange de métastabilité nous permet de vérifier la température du jet, puisque la vitesse de ce pic correspond exactement à la vitesse à la sortie du jet. Nous avons observé que cet échange de métastabilité est beaucoup plus probable pour les atomes dans l'état singulet que pour les atomes dans l'état triplet : en effet, lorsque l'on coupe la lampe à décharge d'hélium qui, rappelons le, élimine les singulets, il apparaît un pic très grand et très fin à cette vitesse alors que les autres pics sont peu modifiés. On peut donc, en enregistrant un spectre de temps de vol sans lampe, déterminer précisément la position et la largeur du pic d'échange de métastabilité et donc la température du jet. La vitesse de 390 m/s que nous mesurons sur le temps de vol correspond à une température de 15.1 K, ce qui est en excellent accord avec l'indication donnée par la diode située sur le nez du jet.*

2.3.4 Influence de la tension accélératrice.

Nous avons précédemment étudié les collisions atomes-électrons et regardé les différents pics qui peuvent apparaître sur un enregistrement de temps de vol. Nous allons dans ce paragraphe étudier la variation de la vitesse où apparaissent les différents pics en fonction de la tension accélératrice des électrons.

La formule 2.9 nous donne les valeurs des vitesses que peuvent avoir les métastables, en fonction de l'énergie cinétique des électrons servant à l'excitation. Nous avons représenté sur la figure 2.13, pour une vitesse initiale donnée, la répartition des vitesses possibles en fonction de la tension accélératrice. Nous avons représenté en trait plein les vitesses v_M, v_{M1}, v_{m2}, et v_m, en trait pointillé les vitesses correspondant aux collisions de type "cercles tangents + et −" (v_{T1} et v_{T2}), en trait tireté la vitesse des atomes à la sortie du four.

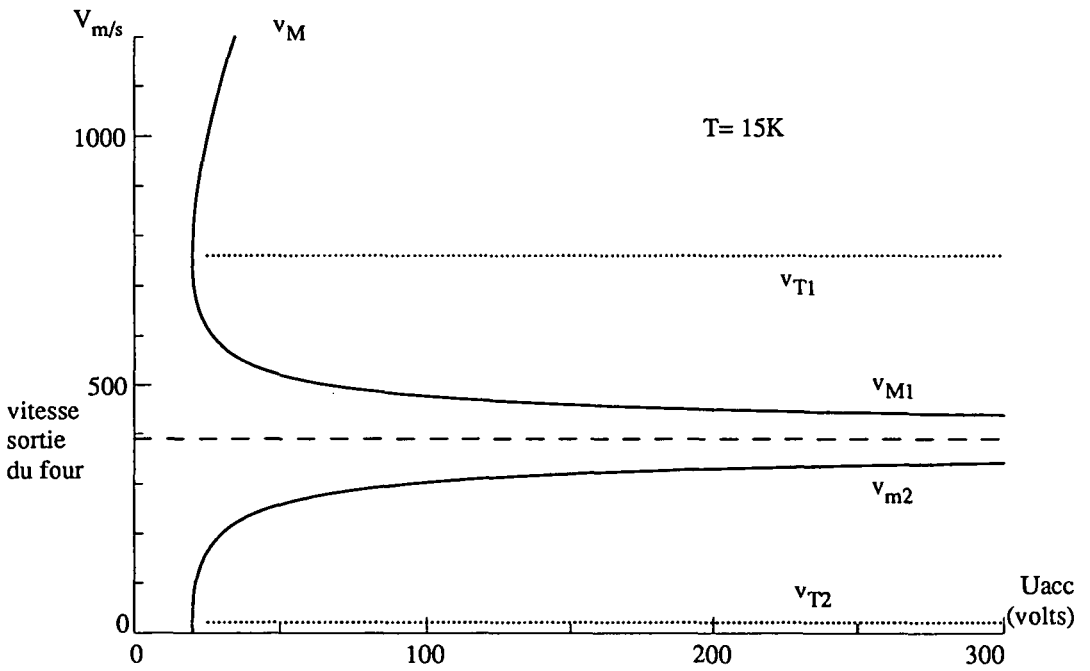


Figure 2.13: *Répartition des différentes vitesses possibles en fonction de la tension accélératrice, pour une température de* $15K$. *Les vitesses entre* v_{m2} *et* v_{M1} *sont interdites.*

Il est possible de tirer plusieurs informations d'une telle courbe. La première constatation est que pour une énergie cinétique des électrons inférieure à l'énergie d'excitation, aucun atome métastable ne peut être créé, ce qui n'est pas surprenant. On remarque ensuite que la vitesse des métastables

correspondant aux collisions de type "cercle tangent ", ne varie pas en fonction de la tension accélératrice; la différence entre cette vitesse et la vitesse des atomes avant collision est toujours égale à :

$$\Delta v = \frac{1}{M}\sqrt{2mE_0} \tag{2.18}$$

soit 357 m/s. Cette valeur ne dépend que de l'énergie d'excitation dans l'état métastable et non de l'énergie d'accélération des électrons.

On remarque aussi que, pour une énergie cinétique des électrons égale à l'énergie d'excitation, les trois pics correspondant à v_M, v_{M1} et v_{T1} sont confondus et apparaissent à la vitesse v_{t1}. Le même phénomène apparait pour les vitesses v_m, v_{m2} et v_{T2}. La dispersion longitudinale de ces pics est alors très faible, car les rayons des cercles de Newton sont faibles (nous y reviendrons quand nous discuterons l'optimisation du jet dans l'optique d'observer l'effet Sisyphe magnétique).

Notons que la vitesse v_M croît à grande tension accélératrice comme la racine carrée de la tension et que v_m décroît de la même façon. Par contre, v_{M1} et v_{m2} tendent vers la vitesse des atomes à la sortie du four. Ceci nous permet déjà de dire que dans l'optique de pièger les atomes, si l'on travaille à forte tension accélératrice, seuls les pics correspondants à v_{T1}, v_{M1}, v_{m2} et v_{T2} ainsi que le pic d'échange de métastabilité peuvent contribuer au signal utile.

Notons enfin que pour une température différente de T=15 K, la température n'ayant aucune influence sur les collisions, seule change la vitesse des atomes à la sortie du four. Pour connaître les vitesses auxquelles vont apparaître les différents pics en fonction de l'énergie cinétique des électrons pour une température différente de 15 K, il suffit de translater la figure 2.13, de la différence des vitesse des atomes à la sortie du jet pour les deux températures.

2.4 Optimisation du jet : effet Sisyphe magnétique.

Pour les expériences sur l'effet Sisyphe magnétique, dont nous avons très brièvement présenté le principe au paragraphe 1.1, l'enjeu est d'avoir des atomes métastables les plus homocinétiques possibles, avec une vitesse longitudinale connue avec une bonne précision. Le nombre d'atomes dans le jet n'est pas un paramètre critique. Il suffit d'observer un signal de jet. Dans ce type d'expérience, le refroidissement à l'hélium liquide diminuerait la vitesse

longitudinale, et donc augmenterait le temps d'interaction. Le gain sur le temps d'interaction ne serait qu'un gain d'un facteur deux par rapport au refroidissement à l'azote liquide, puisque les vitesses à la sortie du gicleur seraient de 400 m/s au lieu de 880 m/s. Par contre les fluctuations du jet en température entraîneraient des fluctuations sur la vitesse longitudinale, et diminueraient la précision sur la vitesse transverse que l'on pourrait mesurer. Il est plus confortable de travailler à la température de l'azote liquide, en laissant un flux permanent d'azote dans notre circuit de refroidissement.

Nous allons principalement discuter l'optimisation du paramètre "tension accélératrice des électrons" car ce paramètre est le plus important. Nous donnerons à la fin du paragraphe le réglage des autres paramètres (champ magnétique de focalisation, pression résiduelle, nombre de spires du filament) que nous avons trouvés comme étant optimaux et nous discuterons rapidement nos choix. Une étude plus détaillée de l'influence de ces paramètres est faite dans le paragraphe 2.5, car ils jouent un grand rôle sur le nombre d'atomes lents dans les expériences de ralentissement et de piégeage.

Regardons l'influence du paramètre tension accélératrice des électrons sur le signal. Nous avons constaté que le flux d'atomes augmentait avec la tension accélératrice, mais nous avons constaté que le nombre de photons U.V. émis (qui laissent aussi une trace sur notre détecteur et viennent perturber la mesure) augmente de façon plus importante. De plus, pour des grandes tensions accélératrices, la dispersion en vitesse longitudinale est grande. Les pics correspondant aux différentes vitesses possibles sont bien séparés. Les grandes tensions accélératrices ne sont donc pas souhaitables.

Par contre, nous avons déjà vu (cf §2.3.4) que pour une énergie cinétique des électrons proche de l'énergie d'excitation, à condition que tous les électrons aient la même direction, les différentes vitesses étaient confondues. Nous avons travaillé avec une tension de 30.2 V.

Nous avons constaté qu'il était préférable de travailler avec le canon à électrons branché de telle sorte que la direction des électrons émis soit la même que la direction du jet atomique (cette configuration est moins sensible à l'effet de miroir magnétique déjà mentionné). Nous avons aussi constaté qu'il valait mieux utiliser un filament enroulé sur un seul tour afin d'éviter une chute de tension trop importante sur la longueur du fil. Le diamètre de l'enroulement est de 3 mm et correspond au diamètre du trou dans la plaque servant à accélérer les électrons. Le champ de focalisation, ne doit pas être trop élevé toujours afin d'éviter l'effet de miroir magnétique. Nous avons travaillé avec un champ de 0.14 T. Enfin, concernant la pression résiduelle dans l'enceinte où nous effectuons l'expérience, une pression de 5.10^{-7} hPa est suffisante. Plus précisément, nous avons vérifié qu'en dessous de cette

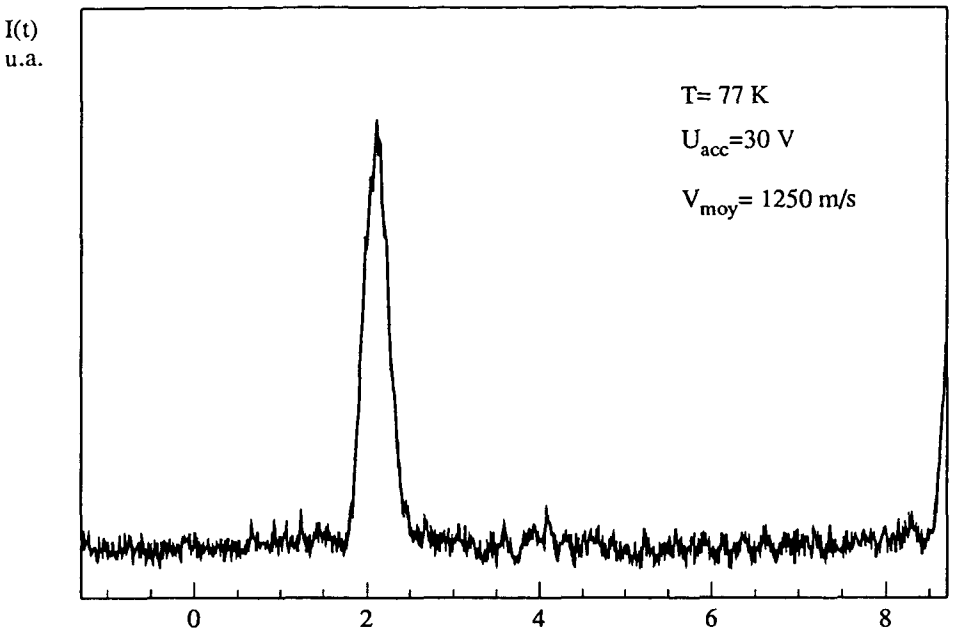


Figure 2.14: *Temps de vol à T=77 T. Seul apparaît un pic correspondant à la détection d'atomes métastables. Le signal de photons est trop faible pour être détecté. On constate que ce pic est très fin, et donc que la vitesse est bien définie.*

valeur, la pression du gaz résiduel n'influait plus sur le signal.

Avec de tels paramètres, nous avons obtienu un temps de vol présenté sur la figure 2.14. Il est à noter que le pic de photons est trop faible pour apparaître sur ce temps de vol. On obtient une vitesse moyenne de 1250 m/s (en bon accord avec les calculs), une dispersion de $\Delta v/v = 10\%$ (demi-largeur à mi-hauteur). du fait que nous avons placé une fente d'analyse de 0.25 mm de large devant le multiplicateur d'électrons, pour effectuer une sélection transverse de la vitesse des métastables, on détecte 1100 at/s, soit environ 1.5×10^{10} at$\times$s$^{-1}\times$str^{-1}.

2.5 Optimisation du jet : piégeage

Pour ces expériences, nous cherchons, comme nous l'avons dit en introduction, à optimiser le nombre d'atomes à moins de 400 m/s. Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord présenter la compression transverse du jet d'hélium métastable, qui a permis d'augmenter de façon appréciable le nombre d'atomes susceptibles d'être piégés. Nous allons ensuite discuter l'optimisation des différents paramètres.

2.5.1 Compression transverse par mélasse optique.

Un progrès important dans la recherche d'un grand flux d'atomes à une vitesse inférieure à 400 m/s a été réalisé en plaçant juste après la zone d'excitation, mais toujours dans la même enceinte, deux ondes lasers stationnaires transverses, résonnantes sur la transition $2s - 2p$, $J = 1 \rightarrow J = 2$ de l'hélium métastable, à une longueur d'onde de 1.083 μm (fig 2.15, 2.16). L'une de ces ondes est horizontale, l'autre est verticale.

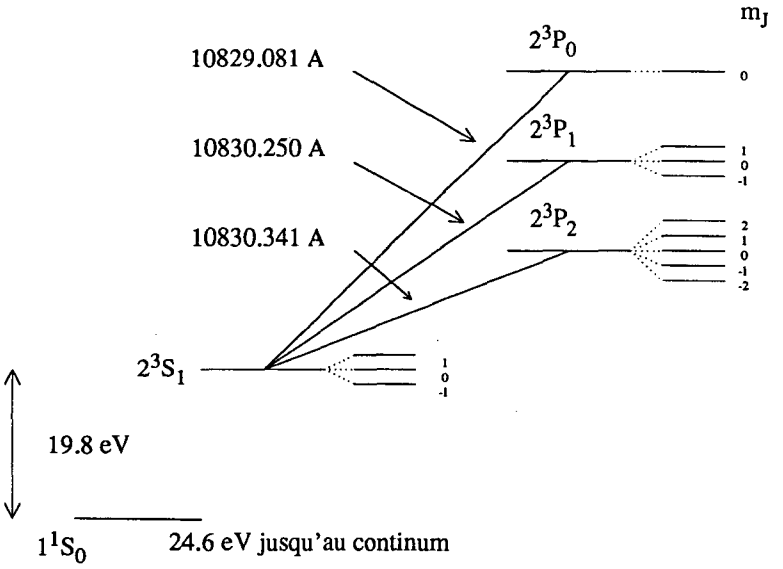


Figure 2.15: *Schéma des niveaux d'énergie de l'hélium, nous avons aussi indiqué la longueur d'onde des trois transitions à partir de l'état triplet. La transition utilisée pour la compression transverse est* $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$.

Ces deux faisceaux permettent une compression transverse à deux dimensions du jet d'hélium métastable; ils diminuent la divergence en vitesse transverse du jet. Après cette compression, la dispersion en vitesse transverse n'est que de quelques mètres par seconde, pour une vitesse longitudinale de quelques centaines de mètres par seconde. Ceci correspond à un angle par rapport à l'axe de 0.01 rd environ.

Pour éviter une dispersion en position trop importante avant la compression, il est nécessaire d'effectuer cette compression le plus près possible de la zone d'excitation des atomes dans l'état métastable. Un autre problème apparaît alors, lié à l'existence du champ magnétique de focalisation qui induit un champ magnétique résiduel important. Par exemple, pour un champ magnétique de 0.2 T, le champ résiduel à 20 cm de la zone d'excitation est de

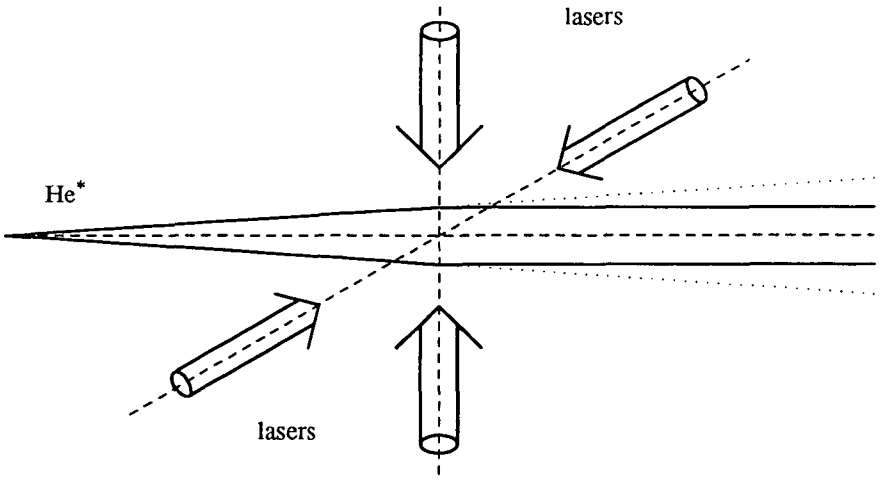


Figure 2.16: *Schéma de principe de la compression d'un jet atomique par des ondes lasers.*

0.002 Tesla. Ce champ est particulièrement gênant car il lève la dégénérescence Zeeman entre les différents sous-niveaux : il modifie donc les fréquences des transitions entre les différents états atomiques, la compression transverse est beaucoup moins efficace. Il a fallu blinder la zone d'interaction avec du μmétal. Nous avons réussi à atténuer le champ magnétique par un facteur 20 environ, le champ magnétique résiduel n'est plus que de 10^{-4} T.

Notre but n'a pas été de réaliser une mélasse donnant une répartition en vitesse transverse la plus étroite possible, mais d'avoir une mélasse qui permet de ramener sur l'axe les atomes qui auraient été perdus pour l'expérience. Nous n'avons pas cherché à utiliser les nouveaux mécanismes de refroidissement [53], et nous nous sommes limités au refroidissement Doppler [54, 55, 56, 57]. Pour ce mécanisme de refroidissement, plus le laser est puissant et désaccordé en dessous de résonance, plus la plage de capture pour ramener les atomes au centre est importante, mais plus la dispersion en vitesse transverse est large. Or dans notre cas une largeur de pic à mi-hauteur de 2 m/s est acceptable. Nous avons donc travaillé avec un laser puissant, (10 mW/cm^2, l'intensité de saturation étant de 0.16 mW/cm^2), et un désaccord de sept largeurs naturelles.

Avec une telle compression transverse à deux dimensions, nous avons augmenté par un facteur 10 la surface du pic apparaissant à la vitesse de 315 m/s. La contribution du flux d'atomes à moins de 400 m/s est principalement due à ce pic (voir fig 2.17). Nous avons vérifié en déplaçant le détecteur, que nous ramenions sur l'axe la quasi-totalité des atomes métastables dont la vitesse est inférieure à 400 m/s. (Sur cette figure nous constatons que les pics supposés correspondre aux pics de photons n'ont pas été modifiés, ce qui n'a rien d'étonnant).

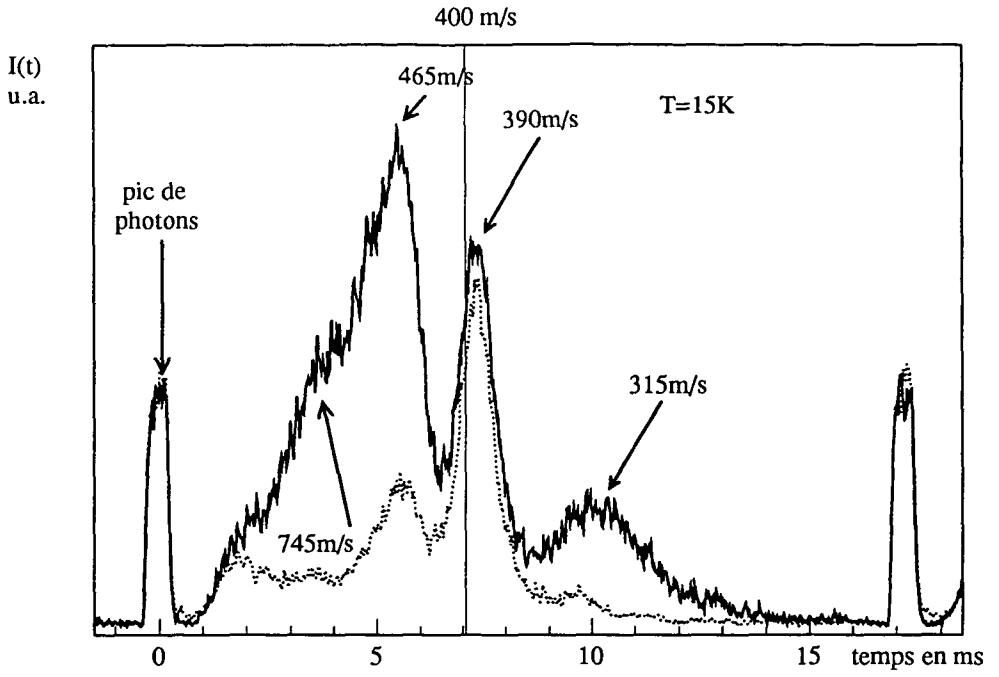


Figure 2.17: *Temps de vol avec et sans mélasse. La courbe en trait plein représente le signal avec mélasse à T=15 K. On constate que la mélasse augmente beaucoup le signal d'atomes lents.*

On remarque que, pour les atomes ayant une vitesse supérieure à 400 m/s, le gain apporté par la mélasse est d'autant plus faible que la vitesse est grande. Il existe deux principales raisons :

1. la première raison est liée au fait que le temps d'interaction est inversement proportionnel à la vitesse.

2. la seconde raison, que nous avons déjà mentionnée (cf §2.3.2), est que l'explosion transverse du jet est beaucoup plus importante à basse vitesse. Puisqu'il existe beaucoup plus d'atomes hors d'axe à basse vitesse, la compression transverse ramène plus d'atomes sur l'axe d'observation.

Remarque : *L'optimisation du jet en vue de piéger les atomes est très différente en présence et en l'absence de compression transverse, car la compression transverse ramène sur l'axe beaucoup d'atomes lents.*

Il peut paraître plus surprenant que le pic d'échange de métastabilité (v=390 m/s), qui est cependant assez lent, n'augmente pas sensiblement lorsque l'on applique la mélasse. Il faut se souvenir que ce pic est dû à des atomes ayant échangé leur métastabilité, et donc n'ayant pas connu de collisions

électroniques. Ce ce pic reproduit exactement la distribution des atomes à la sortie du four. Or, la divergence des atomes sortis du four est très faible. La divergence du pic correspondant à l'échange de métastabilité est donc elle aussi très faible. On ne peut pas ramener les vitesses de ces atomes sur l'axe d'observation, puisque leur vitesse est déjà parallèle à l'axe.

2.5.2 Discussion : influence des différents paramètres.

Nous allons dans ce paragraphe discuter l'influence de quatre paramètres sur le nombre d'atomes à moins de 400 m/s : le champ de focalisation, la température, la forme du filament et la pression résiduelle.

Le champ de focalisation des électrons.

Le schéma de principe de l'excitation a déjà été présenté au paragraphe 1.3 (figure 1.5). Les électrons sont émis à partir d'un filament de tungstène chauffé à une température d'environ 3000 K par passage d'un courant, puis ils sont accélérés par une différence de potentiel. Cependant, à cause de la répulsion électrostatique, les électrons ont tendance à être expulsés hors de l'axe. Or, si les électrons passent peu de temps dans la zone où ils peuvent exciter les atomes, l'efficacité de l'excitation va être très faible. Pour combattre ce phénomène, nous avons placé un champ magnétique orienté suivant l'axe du jet (que nous appellerons z), juste après la zone où les électrons sont accélérés. Ce champ magnétique fait spiraler les électrons autour des lignes de champ et les maintient à proximité de l'axe (voir figure 2.18). En l'absence de champ magnétique, le signal détecté diminue par un facteur 100.

Le champ de focalisation est créé par une bobine faite d'un fil de cuivre émaillé, que l'on a bobiné autour d'une pièce de cuivre refroidie par eau. Afin d'assurer un bon contact thermique entre le circuit de refroidissement et le fil de cuivre, l'ensemble a été noyé dans de la résine époxy conductrice de la chaleur et susceptible d'être mise sous vide sans dégazage excessif (la résine est du stycast 2850 FT).

Remarque: *Il est nécessaire de contrôler la température du fil de cuivre (surtout au début de la mise en service), car au dessus de cent degrés, la résine fond, se vaporise, et pollue l'enceinte. Ce contrôle peut se faire en mesurant la résistance du fil. Dans notre expérience le courant maximal est de 4.5 A, ce qui correspond à un champ magnétique de 0.2 Tesla.*

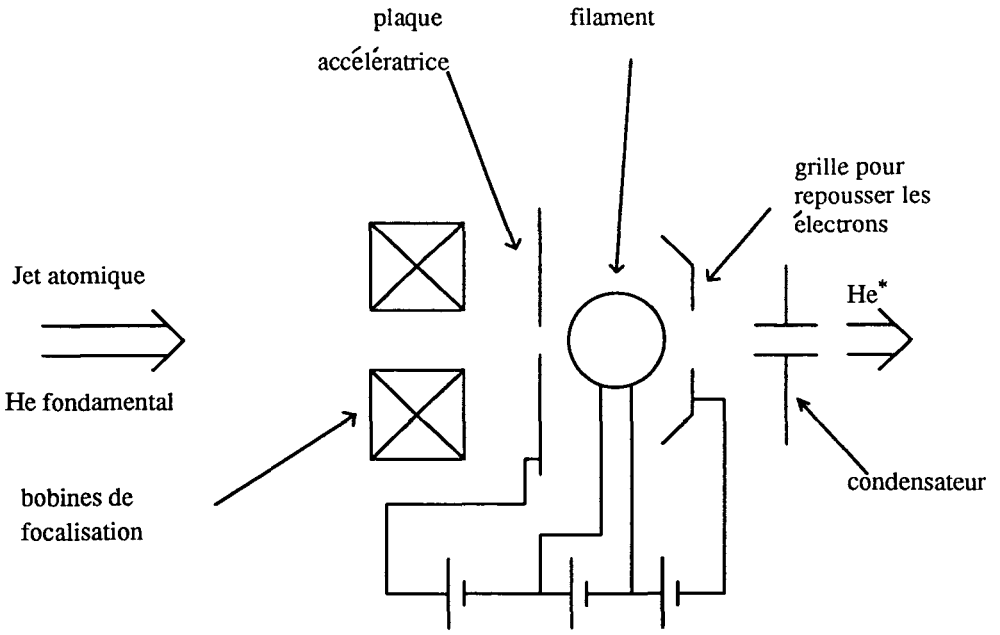


Figure 2.18: *Schéma du canon à électron complet servant à exciter les atomes d'hélium dans l'état triplet.*

Essayons de décrire qualitativement la façon dont sont modifiées les trajectoires électroniques sous l'influence du champ magnétique, et plus particulièrement l'effet de "miroir magnétique" que nous avons mentionné dans une remarque du paragraphe 2.3.1. Sous l'effet d'un champ magnétique, les électrons spiralent autour des lignes de champ avec un rayon R tel que :

$$R = \frac{mv_\perp}{eB} \tag{2.19}$$

où $v_\perp$ est la vitesse perpendiculaire à la direction du champ magnétique, et B le champ magnétique. Si l'on suppose que la vitesse fait un angle de 45° avec la direction du champ, pour un champ magnétique de 0.2 Tesla et pour une énergie des électrons de 200 eV, on trouve un rayon de 0.17 mm.

Il est bien connu que dans le cas d'un champ magnétique uniforme, la force de Lorentz $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$, orthogonale à la vitesse, ne produit aucun travail sur le système. Le module de la vitesse longitudinale et de la vitesse transverse, et donc le rayon de la trajectoire des électrons, sont constants. Dans notre situation expérimentale, le champ magnétique n'est pas constant, et la vitesse longitudinale peut varier. L'électron peut alors suivre adiabatiquement les lignes du champ magnétique, l'invariant du mouvement étant [50] :

$$\frac{v_\perp(z)^2}{B(z)} \tag{2.20}$$

En écrivant la conservation de l'énergie, on trouve que la vitesse au point z

et la vitesse initiale sont liées par :

$$v_{\|}^2(z) = v_{\|}^2(0) + v_{\perp}^2(0)\left(1 - \frac{B(z)}{B(0)}\right) \tag{2.21}$$

l'origine étant choisie, par exemple, à l'endroit où les atomes sortent du trou de la plaque accélératrice avec une vitesse $v(0)$, $v_{\|}$ étant la composante longitudinale de la vitesse . Si maintenant l'angle entre la direction de la vitesse et la direction du champ magnétique en $z = 0$ est tel que :

$$\left(\frac{v_{\|}(0)}{v_{\perp}(0)}\right)^2 < \left(\frac{B(z)}{B(0)} - 1\right) \tag{2.22}$$

les électrons peuvent faire demi-tour.

Certaines contraintes expérimentales supplémentaires viennent compliquer cette analyse. La phase d'accélération des électrons n'est pas indépendante de la phase de confinement des électrons, puisque l'accélération se fait en présence de gradient de champ magnétique. De plus, l'énergie cinétique des électrons est trop grande pour que l'on ait un suivi rigoureusement adiabatique (la condition d'adiabaticité étant que le temps de variation caractéristique du champ magnétique vu par l'électron en mouvement est lent devant la période caractéristique du mouvement; dans notre expérience l'électron passe de 0 à 0.2 Tesla en 2.10^{-7} s alors que pour 0.2 Tesla la fréquence cyclotron est de l'ordre de 2.10^6 Hz). Il serait possible de pousser plus avant les calculs, mais notre but ici était simplement de donner quelques arguments qualitatifs, pour tenter de comprendre pourquoi certains électrons peuvent faire demi-tour.

Revenons à l'étude d'un temps de vol (voir figure 2.19) et étudions comment varie l'intensité des différents pics en fonction du champ magnétique servant à focaliser les électrons sur l'axe. Pour pouvoir étudier la variation de plusieurs pics en fonction de l'intensité du champ magnétique, nous nous sommes placés à une température de 77 K, et afin de bien séparer les différents pics, à une tension accélératrice de 100 V.

Nous allons nous intéresser à la variation de trois pics, l'un correspond à la vitesse v_{M1}, l'autre à la vitesse v_{m2}, et le dernier aux collisions "cercles tangents $-$", dont la vitesse est v_{T2} (le pic correspondant à v_{T1} est trop rapide pour contribuer au signal). Nous avons indiqué sur la figure 2.19 par des flèches les différents pics que nous allons étudier. Nous nous sommes intéressés à ces trois pics seulement, car ce sont eux qui contribuent principalement au signal d'atomes à moins de 400 m/s dans la gamme de 10 à 60 K. Le pic correspondant à l'échange de métastabilité intervient aussi, mais la variation de ce pic est moins contrastée. Nous avons tracé sur la figure 2.20 la variation

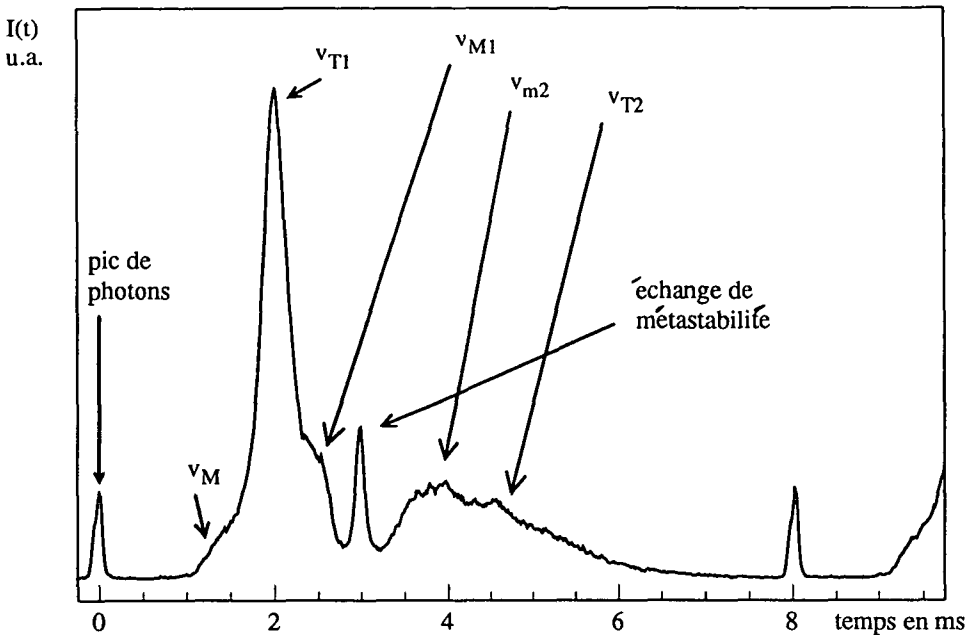


Figure 2.19: *Temps de vol à la température de 77 K, pour une tension accélératrice des électrons de 100 V (N.B. : l'échelle en temps est différente des autres temps de vol).*

de l'intensité des pics en fonction du champ magnétique de focalisation des électrons.

Constatations : On constate que la variation de ces trois pics présente un seuil. L'intensité de chacun de ces pics croit d'un facteur 2 entre 0.09 et 0.13 T. Avant ce seuil, l'intensité des pics croit légèrement; après elle semble ne plus croître (l'intensité du pic correspondant aux cercles tangents parait même décroître). Si la croissance du signal avec le champ magnétique peut s'expliquer par la diminution de l'explosion des électrons, la variation précise de ces pics est difficile à expliquer, même d'une façon qualitative. L'effet de seuil peut s'expliquer par le fait que pour des champs magnétiques trop faibles, les trajectoires ne sont pas assez incurvées, et les électrons ne spiralent pratiquement pas au voisinage de la zone d'interaction. Notons que nous avons constaté que les deux sens de champ magnétique ne sont pas équivalents. Ceci peut s'expliquer par une aimantation permanente du support de cuivre (peut être dû à la modeste qualité de celui-ci).

La conclusion à tirer d'une telle figure est que dans notre cas, le courant optimal à utiliser se situe aux alentours de 4.5 A soit environ 0.2 T. Il correspond aussi à la limite de courant à faire passer dans la bobine avant

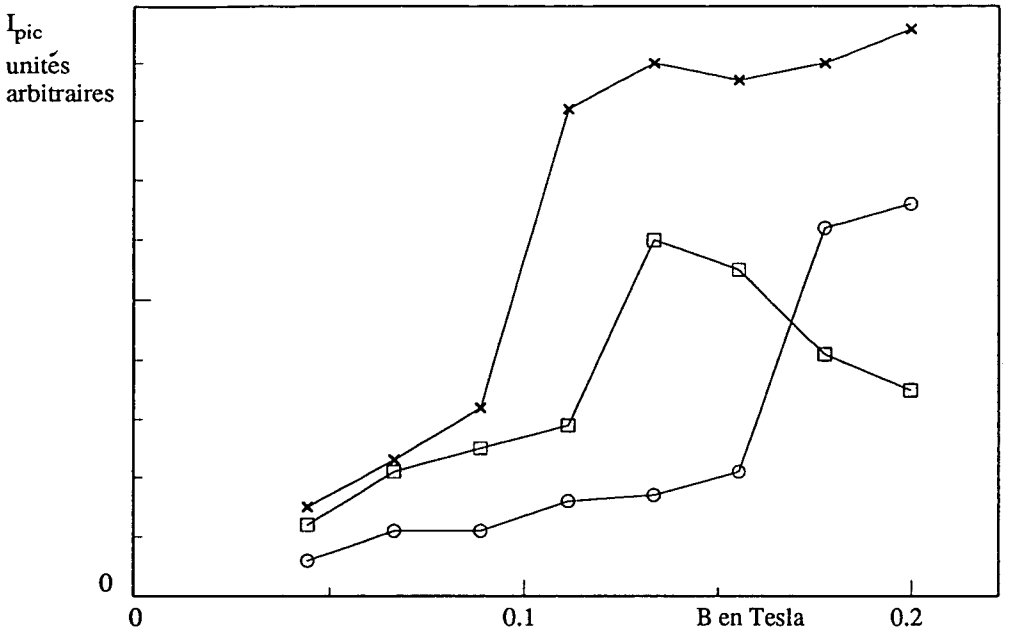


Figure 2.20: *Intensité de 3 pics différents en fonction du champ magnétique créé par la bobine servant à focaliser les électrons.* o *pic correspondant à* v_{M1}, × *pic correspondant à* v_{m2}, □ *"cercles tangents −".*

surchauffe de celle-ci. Nous avons constaté expérimentalement que l'optimum variait peu avec la vitesse longitudinale des atomes.

Influence de la température.

Nous avons déjà vu que la température avait une influence sur la répartition en vitesse. Elle a aussi une influence sur l'intensité du signal. En effet, si nous reprenons la formule 1.8 du premier chapitre, nous constatons que le flux d'atomes d'hélium dans l'état fondamental sur l'axe varie comme la racine carrée de la température. Il est donc normal, si l'on augmente la température, d'avoir un signal de métastable plus important.

Nous avons observé cet effet sur la figure 2.21 où nous avons tracé en fonction de la température l'intensité du pic correspondant à la vitesse v_{m2} pour une tension accélératrice de $200V$ et une intensité de champ de focalisation de 0.2 Tesla. Nous constatons effectivement que le signal augmente avec la température. Cependant il est assez difficile de vérifier sur une telle courbe une loi de puissance. La température ayant une influence sur la pression de gaz résiduel due à l'hélium, les conditions de pression changent au cours de

l'expérience et, par exemple, si la température baisse, les probabilités de collision avec le gaz résiduel dans l'enceinte source ou dans l'enceinte excitation sont augmentées [1]. Ceci peut peut-être expliquer la discontinuité qui apparait vers 15 K sur la figure 2.21 [51]. Nous avons vérifié que la variation des autres pics avec la température est analogue.

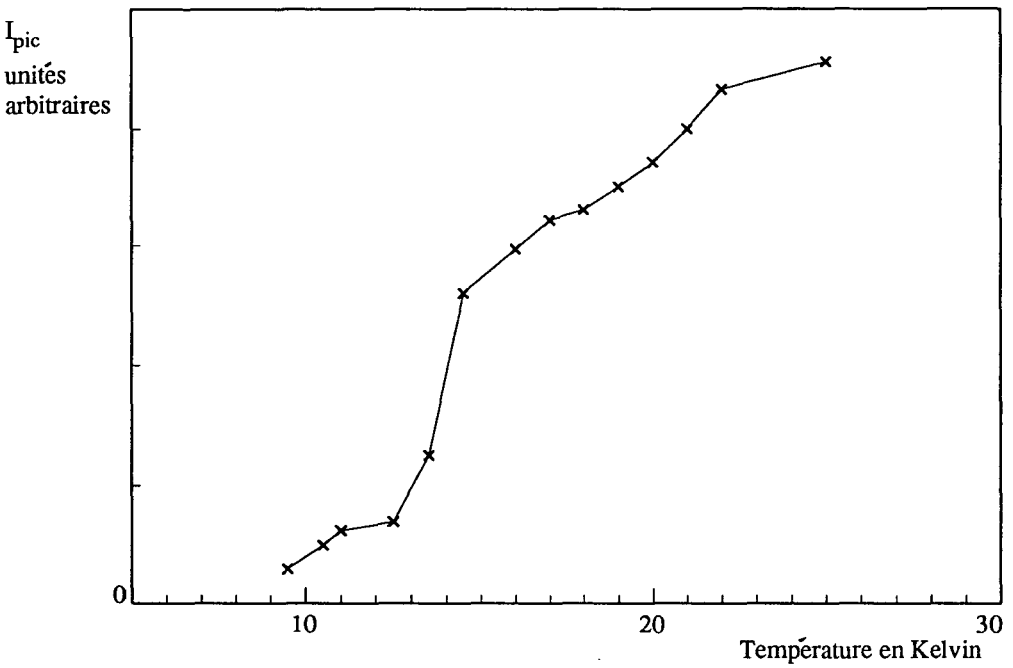


Figure 2.21: *Intensité du pic apparaissant à la vitesse v_{m2} en fonction de la température*

Puisque l'intensité du signal croît expérimentalement avec la température, il semblerait qu'il suffise d'augmenter la température du jet pour augmenter le nombre d'atomes métastables créés; cependant, il faut garder à l'esprit que notre but est d'avoir le plus grand nombre d'atomes métastables à moins de 400 m/s pour les expériences de refroidissement, et qu'en augmentant la température, on augmente aussi la vitesse des atomes.

Sur la figure 2.22, nous avons représenté en fonction de la température, le nombre d'atomes métastables à moins de 400 m/s détectés par seconde sur notre multiplicateur (celle-ci a été tracée pour une tension accélératrice de 200 V et un champ magnétique de focalisation des électrons de 0.2 Tesla). Cette figure est très instructive car elle nous permet de voir la contribution des différents pics au signal.

[1] Ce comportement paradoxal se comprend si l'on regarde le débit du jet. Dans le four la pression est constante. Si l'on diminue la température, on augmente nécessairement le débit du jet, et donc la pression dans l'enceinte source.

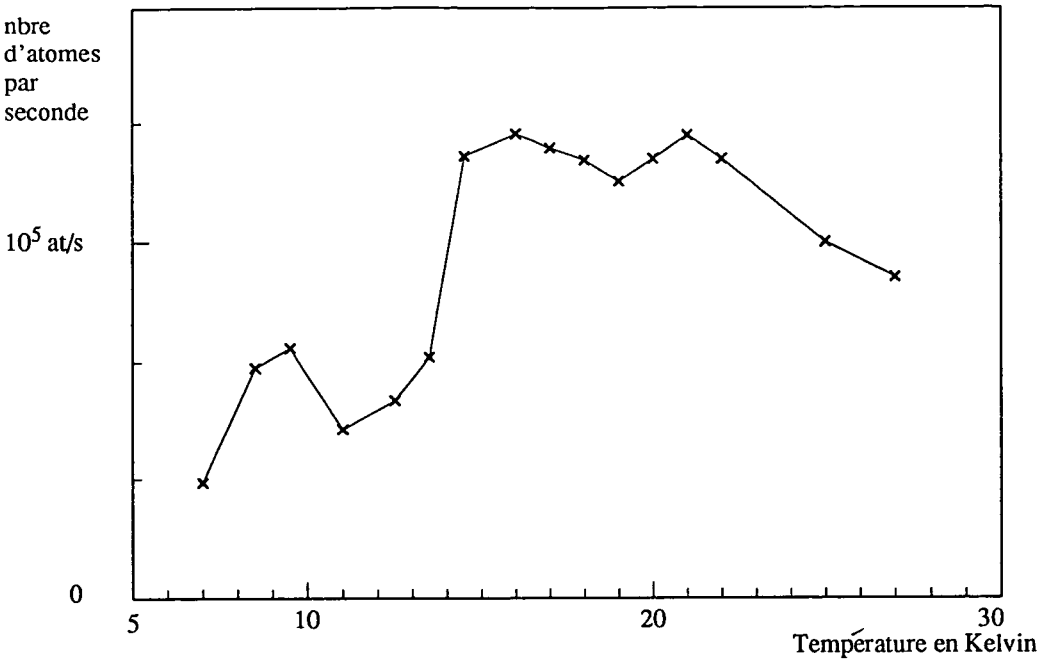


Figure 2.22: *Nombre d'atomes à moins de 400 m/s détectés par le multiplicateur d'électrons en fonction de la température.*

Nous avons vérifié, en regardant la répartition des différentes vitesses possibles à la température de 6 K , que seuls les pics correspondant aux vitesses v_{M1} et v_{m2} ainsi que le pic d'échange de métastabilité, contribuaient au signal. Si nous essayons de comprendre l'évolution du signal en fonction de la température nous voyons sur cette figure que pour des températures comprises entre 6 et 10 K, le signal croît; cela correspond en fait à l'augmentation du nombre d'atomes d'hélium dans l'état fondamental sortis du four. Ce phénomène a été décrit dans le paragraphe précédent.

Nous constatons ensuite que vers 10 K, le signal chute; cela correspond au fait que le pic apparaissant à la vitesse v_{M1} ne contribue plus au signal, cette vitesse est supérieure à 400 m/s. Puis vers 17 K, c'est au tour du pic d'échange de métastabilité de devenir trop rapide. Enfin vers 22 K le pic correspondant à la vitesse v_{m2} commence à disparaître lui aussi.

Remarque : *Il serait possible de regarder l'influence du pic lent correspondant aux collisions de type "cercles tangents −", cependant pour des températures inférieures à 25 K, sa contribution est négligeable car la vitesse tranverse est encore trop importante devant la vitesse longitudinale même après la compression transverse, et ceci entraîne une divergence du jet. La bande de température optimale pour étudier ce pic est comprise entre 40 et*

55 K. Mais cette gamme de température est délicate à étudier car elle est proche du point de solidification de gaz tels que l'azote (63 Kelvin) et oxygène (54 Kelvin). Ces gaz peuvent être présents dans l'enceinte sous forme de gaz résiduels. Des petites fluctuations sur la température du jet vont modifier la température des différents points du nez du jet, et il se peut que ces gaz viennent se coller préférentiellement sur le gicleur, plutôt que sur le reste du nez. Ils peuvent venir obstruer partiellement le jet, et modifier sensiblement le flux d'hélium dans l'état fondamental sortant du four. De plus, pour de telles températures, la pente de la caractéristique température-tension est plus faible qu'à 25 K. La sensibilité de l'asservissement en température et sa stabilité sont donc moins bonnes.

Conclusion. Nous avons donc vu dans ce paragraphe le rôle très important de la température sur le flux d'atomes à moins de 400 m/s. Nous avons pu notamment constater que la diminution de la température abaissait la vitesse moyenne du jet, mais en même temps diminuait le flux d'atomes d'hélium dans l'état fondamental sortant du jet. Le meilleur compromis entre ces deux effets antagonistes se situe entre 15 et 16 Kelvins.

Influence des autres paramètres.

Nous discutons dans ce paragraphe l'influence de deux paramètres, l'un est lié à la forme du filament de tungstène qui sert à émettre les électrons servant à exciter les atomes, l'autre concerne l'influence de la pression dans les différentes enceintes.

Nous avons constaté que la forme du filament était relativement importante. Nous avons travaillé avec deux types de filaments représentés sur la figure 2.23. Le diamètre ($\sim$ 3 mm) de l'enroulement est à peu près le diamètre du trou dans la plaque qui permet d'accélérer les électrons.

Avec le premier type d'enroulement (figure 2.23a) la symétrie du filament fait que tous les électrons sont émis avec une énergie à peu près égale, et qu'ils voient tous pratiquement le même potentiel. Nous avons principalement utilisé cet enroulement pour l'effet Sisyphe magnétique. Lorsque l'on ajoute plusieurs spires (figure 2.23b), le flux d'électrons émis est plus important, mais la dispersion en vitesse est plus grande. Ceci est certainement dû à un effet lié à la direction des vitesses des électrons émis : en effet, dans le cas de plusieurs enroulements, pour les électrons émis par la première spire, le potentiel accélérateur de la plaque percée d'un trou va être légèrement écranté par la spire qui se trouve le plus près de la plaque accélératrice. Les électrons émis ne vont plus avoir la même symétrie et certains vont avoir une

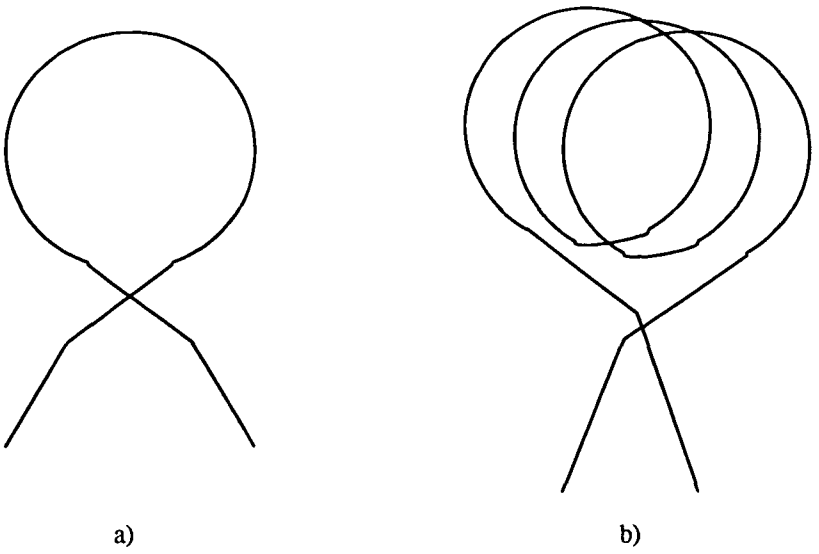


Figure 2.23: *a-Filament de tungstène avec un seul enroulement. b-Filament de tungstène avec trois enroulements.*

vitesse initiale dont la direction peut faire un angle important avec l'axe du jet. Le champ magnétique amplifiant ensuite cet angle, une telle configuration à plusieurs enroulements peut favoriser l'apparition des différents pics. Nous avons utilisé ce type d'enroulement pour exciter les atomes alimentant le piège.

Le second point que nous allons discuter à présent est lié à la pression dans les différentes enceintes. La pression joue un rôle important car la probabilité de collision entre un atome du jet et un atome du gaz résiduel varie linéairement avec la pression. Nous avons déjà vu, dans le premier paragraphe, qu'il était utile de placer un écorceur entre les enceintes "sources" et "excitation" pour assurer un pompage différentiel. Cependant, lorsque la pression dans l'enceinte source devient trop grande (typiquement 6.10^{-4} hPa) le diamètre de l'écorceur est trop grand pour empêcher le gaz résiduel de migrer vers l'autre enceinte. La pression dans l'enceinte excitation se détériore alors. Or, plus le nombre de collisions He*-gaz résiduel est grand, plus les atomes d'hélium métastable peuvent être déviés hors de l'axe d'observation et être perdus pour la détection.

Nous avons remarqué expérimentalement, qu'il convenait de travailler à des pressions inférieures à 4.10^{-4} hPa dans l'enceinte source et à 10^{-5} hPa dans l'enceinte excitation. Par contre, le paramètre pression dans l'enceinte où a lieu le ralentissement est très important pour la réalisation d'un piège magnéto-optique sur l'hélium métastable. La pression doit être la plus faible possible, car, un des facteurs limitant la durée de vie du piège est le taux

de collision entre les atomes piégés et le gaz résiduel. Nous avons travaillé à une pression de 4.10^{-8} hPa, et nous avons mesuré une durée de vie due aux collisions avec le gaz résiduel de $\tau \simeq 0.5$ s [52, 18].

2.5.3 Réglages et performances.

La température du jet à laquelle nous avons travaillé est de 15 K. La limite de courant pour le champ de focalisation est imposée par la température maximale de la bobine (100° C). Il correspond à un champ magnétique de 0.2 T. La tension accélératrice optimale des électrons, d'aprés la discussion du paragraphe 2.3.4 doit être importante. Nous avons trouvé une tension de 240 V. Au delà de cette valeur, pour les paramètres de température et de champ de focalisation choisis, nous avons constaté que le signal d'atomes à moins de 400 m/s ne croissait plus.

Il est évident que la forme optimale du filament est celle permettant l'émission du maximum d'électrons, i.e. la configuration avec plusieurs enroulements (il peut cependant apparaître des phénomènes de charge d'espace [22]).

La présence de la mélasse transverse est très importante. Le désaccord de cette mélasse par rapport à la fréquence atomique est aussi important, le désaccord optimal dépendant de la puissance du laser. En effet, plus le laser est puissant, plus il peut ramener sur l'axe des atomes qui en étaient très éloignés, et plus il doit être désaccordé en dessous de résonance. Notre laser ayant une puissance de 10 mW/cm^2, soit 120 fois l'intensité de saturation, le désaccord optimal se situe vers sept largeurs naturelles.

Avec de tels réglages, nous avons obtenu un nombre d'atomes à moins de 400 m/s de 10^6 atomes par seconde détectés par notre multiplicateur d'électrons. Compte tenu du fait que la compression transverse ramène sur l'axe de l'expérience la quasi-totalité des atomes à moins de 400 m/s, le nombre d'atomes susceptibles d'être ralentis est 10^6 at/s. Environ quatre-vingts pour cent de ce signal provient d'atomes ramenés sur l'axe par la mélasse transverse (avec d'autres réglages nous avons eu grâce à la présence de la compression transverse un gain supérieur à 90% sur le signal à moins de 400 m/s, mais le flux total détecté était plus faible).

2.6 Conclusion.

Nous avons, suivant les deux objectifs que nous nous étions fixés en introduction, réussi à optimiser le jet d'hélium métastable qui nous a servi à

réaliser deux expériences assez différentes. Après une bonne compréhension, d'une part des phénomènes liés aux jets supersoniques et aux problèmes d'excitation des atomes dans l'état métastable, et d'autre part aux problèmes relatifs à la cryogénie, nous avons pu utiliser ce jet, quotidiennement, de façon adaptée aux expériences en cours.

Dans cette phase de compréhension, le plus gros problème que nous avons rencontré est sans conteste le refroidissement à l'hélium liquide et la stabilisation du jet d'hélium métastable à la température de 15 K. Une bonne maîtrise de ce réglage est essentielle pour la stabilité du jet. Cette maîtrise nécessite un savoir-faire qui ne peut s'acquérir que par l'expérience.

Revenons enfin sur l'importance de la mélasse transverse dans notre expérience. Cette compression transverse nous a permis de gagner un facteur appréciable sur le nombre d'atomes piégés. Disposant déjà d'un laser résonnant sur une transition de l'hélium pour nos expériences de piégeage, la mise au point de cette technique s'est faite rapidement. De plus, avec cette compression transverse, nous disposons d'un moyen aisé de modifier l'intensité du jet de métastable sur l'axe et donc le nombre d'atomes dans le piège par simple action sur un faisceau laser. Cela s'est révélé très utile pour l'étude des collisions à l'intérieur du piège magnéto-optique d'hélium métastable [18].

Partie B : Effet Sisyphe Magnétique.

Introduction à la partie B

Peu de visiteurs de la Cité des Sciences et de l'Industrie Porte de la Villette à Paris, avaient remarqué que le bruit d'une voiture paraissait plus aigu lorsque celle-ci s'approchait d'eux, et plus grave lorsqu'elle s'éloignait. Pourtant, après avoir écouté l'enregistrement de la voiture lorsqu'elle est immobile, puis en mouvement dans chacun des deux cas, et tant l'effet leur semblait évident, ils admettaient généralement l'influence de la vitesse relative de la source de l'onde sonore (le bruit de la voiture en mouvement) et du récepteur (le piéton immobile au bord de la route) sur la fréquence acoustique. Cet effet, découvert au 19e siècle par le physicien Doppler, a été généralisé au cas des ondes lumineuses par Fizeau. Dans le cas de la lumière, cet effet Doppler-Fizeau fait que la lumière issue d'une source s'éloignant d'un observateur a une fréquence plus faible pour l'observateur que la fréquence émise par la source (on dit encore que la lumière reçue est "plus rouge", par analogie avec le spectre basse fréquence de la lumière blanche). Par contre, pour une source lumineuse s'approchant de l'observateur, cette lumière a une fréquence plus élevée (ou "plus bleue"). Cet effet a une très grande importance en astrophysique; il permet notamment de connaître la vitesse des étoiles par rapport à la terre et d'étudier les étoiles doubles.

L'avènement des sources laser a permis d'utiliser ce phénomène pour refroidir des atomes [54, 55, 56]. L'idée de ce refroidissement est très simple. Considérons un atome à deux niveaux (un niveau fondamental et un niveau excité). Imaginons cet atome éclairé par deux ondes se propageant en sens contraire, désaccordées au dessous de résonance de la transition atomique entre l'état fondamental et l'état excité.

Examinons le cas où l'atome est immobile. Cet atome voit les deux ondes lumineuses avec la même fréquence. La probabilité d'absorber un photon d'une onde est la même que la probabilité d'absorber un photon de l'autre onde, il ne subit pas de force en moyenne.

Lorsque l'atome est en mouvement, animé par exemple d'une vitesse l'entraînant vers la droite, il ne voit plus les deux ondes de la même façon. A cause de l'effet Doppler-Fizeau, l'atome voit l'onde venant de la droite à une fréquence supérieure à la fréquence lumineuse de l'onde dans le référentiel du laboratoire. L'onde venant de la gauche est vue à une fréquence lumineuse inférieure. Dans le référentiel du laboratoire, la fréquence des deux ondes lumineuses est la même, inférieure à la fréquence de la transition atomique. L'atome voit donc l'onde laser venant de la droite plus résonnante avec la

transition atomique que l'onde venant de la gauche. La probabilité d'absorber un photon venant de droite est plus grande que la probabilité d'absorber un photon venant de la gauche. L'atome a donc tendance à absorber plus de photons ayant une impulsion opposée à sa vitesse que de photons venant dans l'autre sens. Or, l'absorption d'un photon fait reculer l'atome d'une quantité égale à l'impulsion du photon. L'atome en mouvement voit donc son impulsion diminuer, il s'agit d'un refroidissement. Puisque la force est opposée à la vitesse, et est donc assimilable à une force visqueuse, cet effet a été appelé "mélasse optique Doppler", ou "mélasse Doppler".

Il est néanmoins impossible de freiner les atomes jusqu'à une vitesse nulle. En effet, la force associée à l'effet Doppler est une force fluctuante qui entraîne une diffusion dans l'espace des impulsions. Le caractère fluctuant de la force vient du fait que l'absorption et la réémission d'un photon est un phénomène discret et aléatoire. La diffusion dans l'espace des impulsions augmente la largeur de la distribution des impulsions, il s'agit d'un phénomène de chauffage. Ce chauffage entre en compétition avec le refroidissement. Il s'établit alors un équilibre caractérisé par une température. Il a été montré [56, 60, 61] que la limite de température que l'on pouvait obtenir par ce mécanisme était :

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{2} \tag{2.23}$$

Γ étant la largeur naturelle de l'état excité, $\hbar$ la constante de Plank réduite, et k_B la constante de Boltzman. Cette température est la température limite du refroidissement Doppler.

Suite à la découverte en 1988 par l'équipe du NIST [62] de températures inférieures à cette température limite du refroidissement Doppler, et à sa confirmation par d'autres groupes [63, 64], il est apparu un nouveau type de refroidissement baptisé : Effet Sisyphe atomique.

Rappelons que Sisyphe est un personnage de la mythologie grecque. Fils d'Eole, roi légendaire de Corinthe dont il aurait été le fondateur, Sisyphe était surtout célèbre pour ses brigandages. Aux enfers, il fut condamné à pousser éternellement sur la pente d'une montagne un énorme rocher qui toujours retombait lorqu'il atteignait le sommet.

L'existence de l'effet Sisyphe atomique repose sur plusieurs phénomènes. Tout d'abord, contrairement au refroidissement Doppler où l'atome est apparenté à un atome à deux niveaux (un niveau fondamental et un niveau excité), l'effet Sisyphe est lié à l'existence de plusieurs sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental. De plus, ces sous-niveaux ne sont pas couplés de la même façon aux sous-niveaux de l'état excité par l'intermédiaire du rayonnement. Les facteurs d'intensité du couplage dépendent de la polarisation de

la lumière et des différents coefficients de Clebsh-Gordan de la transition. Il en résulte que les niveaux d'énergie de ces sous-niveaux vont être différemment déplacés par la lumière. Si la polarisation ou l'intensité lumineuse varie dans l'espace, ces niveaux d'énergie vont être spatialement modulés. Enfin, contrairement à l'effet Doppler où le seul temps caractéristique intervenant est le temps $1/\Gamma$ mis par l'atome pour effectuer un cycle de fluorescence, l'effet Sisyphe atomique est lié à l'existence de temps de pompage optique entre les différents sous-niveaux Zeeman $1/\Gamma'$ plus longs que $1/\Gamma$. A ces temps de pompage optique correspondent des vitesses caractéristiques associées à la plage d'action de ces effets. Elles sont définies comme étant telles que l'atome parcourt une fraction de longueur d'onde pendant le temps caractéristique. La plage d'action en vitesse de l'effet sisyphe est donc plus étroite que la plage d'action du refroidissement Doppler.

Ce refroidissement est particulièrement efficace quand le temps $1/\Gamma'$ est du même ordre de grandeur que le temps caractéristique de variation des variables externes que sont la position et l'impulsion. Des retards dans les temps de pompage optique entre les différents sous-niveaux qui sont modulés, font que l'atome, lors de son déplacement, va devoir gravir plus de collines d'énergie potentielle qu'il ne va en descendre tout comme Sisyphe a grimpé plus de collines poussant son rocher qu'il n'en a descendues. Pour l'atome, l'augmentation de l'énergie potentielle se fait au détriment de l'énergie cinétique, il s'agit d'un refroidissement.

Plan de la partie B.

Cette partie est organisée de la façon suivante : le premier chapitre (numéroté chapitre 3) est consacré à l'effet Sisyphe magnétique. Nous y décrivons le principe, ainsi que l'originalité de l'effet Sisyphe magnétique par rapport aux autres effets Sisyphe (§3.1, §3.2 et §3.3). Nous étudions ensuite dans le paragraphe 3.4 la compétition entre l'effet Sisyphe et l'effet de mélasse Doppler, qui est toujours présent. Nous mentionnons enfin, dans le paragraphe 3.5, l'intérêt de travailler avec l'atome d'hélium métastable qui est un atome léger, ce qui entraîne que la plage d'action de la force Doppler et de l'effet Sisyphe sont comparables.

Dans le chapitre 4 est décrit l'effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable. Nous décrivons le dispositif expérimental que nous avons utilisé (paragraphe 4.1); nous avons en particulier étudié le cas où l'atome est éclairé par une onde monochromatique stationnaire polarisée σ^+ sur la transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$. Dans ce cas, il existe un état non couplé à la lumière, l'état

$m_z = 1$, la transition entre les différents sous-niveaux étant assurée par un champ magnétique transversal. Nous présentons ensuite un article soumis au Journal de Physique II (paragraphe 4.2) dans lequel est regroupé l'ensemble des résultats que nous avons obtenus sur l'effet Sisyphe magnétique. Une des principales originalités du travail repose sur le fait que l'effet Sisyphe et le refroidissement Doppler ont des effets opposés. La force peut alors présenter un caractère bistable dans l'espace des impulsions. Le paragraphe 4.3 présente une étude détaillée de la dynamique interne de l'atome en mouvement au voisinage des nœuds de l'onde stationnaire. Ce problème est très important car il gouverne l'efficacité de la force, et permet de favoriser la force aux grandes vitesses ou aux faibles vitesses.

Nous présentons en appendice les différents calculs que nous avons développés. Nous avons tout d'abord, dans une approche semi-classique, calculé la variation de la force moyenne en fonction de la vitesse. Nous avons résolu les équations de Bloch optiques en utilisant un développement de la matrice densité en série de Fourier, puis nous avons achevé le calcul en utilisant la méthode des fractions continuées (annexe A). Dans une seconde annexe (B), nous avons résolu les équations de Bloch optiques généralisées, où l'impulsion et la position sont quantifiées. Cette résolution a été faite en intégrant numériquement, pas à pas, ces équations.

Conventions et notations.

Dans la suite du mémoire nous appellerons J, le moment cinétique total de l'état fondamental et J' le moment cinétique de l'état excité. Nous indicerons en général le nombre magnétique du sous-niveau considéré par une lettre représentant le choix de la base de quantification. Ainsi l'état $|f, m_z = +1\rangle$ est le sous-niveau de l'état fondamental de nombre magnétique $m = +1$, l'axe de quantification étant choisi suivant z. Nous prendrons en général la convention de choisir le sens positif pour l'onde polarisée circulairement, que nous noterons σ^+.

Enfin, nous travaillerons, sauf mention explicite (et dans l'annexe B), dans le cadre de l'approximation dite semi-classique [65], où le paquet d'onde atomique est suffisamment bien localisé pour pouvoir considérer la position et l'impulsion comme des variables classiques.

Chapitre 3

De la mélasse stimulée à l'effet Sisyphe magnétique

3.1 La mélasse stimulée

Le nom de Sisyphe a été pour la première fois utilisé dans le domaine du refroidissement laser pour expliquer la façon dont étaient refroidis des atomes que l'on peut assimiler à des atomes à deux niveaux, se déplaçant dans une onde stationnaire intense. L'explication de l'effet Sisyphe est la suivante [66]. Considérons un atome à deux niveaux (un niveau fondamental f, et un niveau excité e) éclairé par une onde stationnaire intense désaccordée au dessus de résonance (désaccord "bleu"). Plaçons nous dans le formalisme de l'atome habillé par des photons issus d'un faisceau laser proche de résonance [67].

Rappelons que dans ce formalisme, il existe deux types d'états stationnaires de l'atome habillé : les états de type $|1\rangle$ qui dans le cas d'un faisceau laser désaccordé au dessus de résonance sont les états dont l'énergie est déplacée vers le bas en présence de la lumière, et les états de type $|2\rangle$ dont l'énergie est déplacée vers le haut. En l'absence de lumière, l'état $|1\rangle$ est l'état excité, et l'état $|2\rangle$ est l'état fondamental. En présence de lumière, l'état $|1, N\rangle$ et l'état $|2, N\rangle$ sont des combinaisons linéaires des deux états, l'état excité et l'état fondamental, respectivement habillés de N et $N+1$ photons.

Dans le cas d'une onde laser stationnaire, l'énergie des différents états $|1, N\rangle$ et $|2, N\rangle$ va être modulée spatialement. Le déplacement d'énergie sera maximal aux ventres de l'onde stationnaire et minimal aux nœuds.

Imaginons un atome se déplaçant dans cette onde stationnaire (voir figure 3.1). Supposons par exemple qu'il soit à l'instant initial t_0 à un nœud de

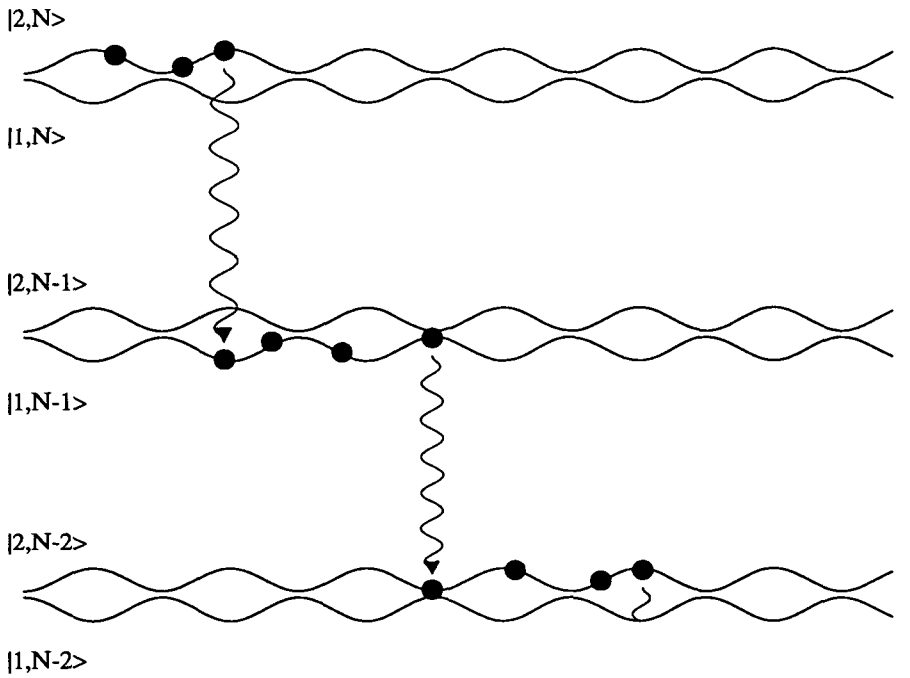


Figure 3.1: *Mélasse stimulée (effet Sisyphe pour un atome à deux niveaux). Le passage de l'état* $|2, N\rangle$ *à l'état* $|1, N-1\rangle$*, se fait préférentiellement aux ventres de l'onde stationnaire, alors que le passage de l'état* $|1, N-1\rangle$ *à l'état* $|2, N-2\rangle$ *se fait plutôt aux nœuds de l'onde stationnaire. Il s'en suit que l'atome lors de son déplacement va gravir plus de collines de potentiel qu'il ne va en descendre, d'où une diminution de son énergie cinétique.*

l'onde stationnaire dans l'état $|2\rangle$, et supposons qu'il suive adiabatiquement ce niveau. Lorsque l'atome se déplace vers un ventre de l'onde stationnaire, son énergie potentielle augmente au détriment de son énergie cinétique, et l'atome ralentit. Au ventre de l'onde stationnaire, l'état $|2, N\rangle$ a une composante excitée importante, et la probabilité d'émettre un photon spontané est maximale. S'il émet effectivement ce photon, il peut ou bien retomber dans l'état $|2, N-1\rangle$, et il redescend alors la colline de potentiel récupérant l'énergie cinétique qu'il avait perdue lors de la montée, ou bien retomber dans l'état $|1, N-1\rangle$. Dans ce cas, pour parcourir le trajet jusqu'au nœud suivant de l'onde stationnaire, il doit gravir une nouvelle colline de potentiel, et perdre à nouveau de l'énergie cinétique. Au nœud de l'onde stationnaire, un état de type $|1\rangle$ a une probabilité de se désexciter maximale. Or, à partir de ce niveau, l'atome ne peut retomber que dans un niveau de type $|2\rangle$. Après l'émission du photon spontané, l'atome se trouve donc dans l'état $|2, N-2\rangle$. L'atome comme au début de son périple se trouve dans un état de type $|2\rangle$, mais cet atome a en moyenne monté plus de collines de potentiel qu'il n'en a

descendues : son énergie cinétique a diminué. Il s'agit d'un refroidissement.

Cet effet a été vu expérimentalement sur un jet de cæsium [68]. Il a été baptisé "mélasse bleue" car, comme pour la mélasse Doppler, l'atome voit une force opposée à sa vitesse, et se déplace, du fait de cette force de friction, dans un milieu visqueux. Mais, à l'inverse de la mélasse optique Doppler, l'effet a lieu sur une onde laser désaccordée au dessus de résonance, (ou avec un désaccord bleu). Cet effet a aussi été nommé effet de "mélasse stimulée", car l'émission stimulée joue un rôle essentiel dans ce refroidissement. Ce sont en effet les processus d'absorption dans une onde progressive et d'émission stimulée dans l'autre onde progressive qui sont responsables de la modulation d'énergie des états habillés. Cette modulation à l'origine de l'effet Sisyphe.

A faible intensité, la modulation des niveaux d'énergie est beaucoup plus faible, et un état de type $|1\rangle$ est principalement un état fondamental, et un état de type $|2\rangle$, un état excité. La population stationnaire de l'état fondamental est très proche de 1, et ne varie pratiquement pas le long de l'onde stationnaire. Ceci explique pourquoi un tel effet est négligeable à faible intensité lumineuse.

3.2 Effet Sisyphe dans l'état fondamental (transition $J \longrightarrow J' = J + 1$)

Un nouvel effet Sisyphe est apparu avec la nécessité d'expliquer la découverte, par l'équipe du NIST [62], de températures sous la limite de température prédite par la théorie élémentaire du refroidissement Doppler [54, 55, 56]. L'existence de températures anormalement basses fut ensuite confirmée par d'autres groupes [63, 64]. Deux explications ont été proposées [64, 69], mettant en jeu des retards liés au temps de pompage optique entre sous-niveaux fondamentaux. L'image de Sisyphe atomique [70], est particulièrement claire pour comprendre le processus physique.

Reprenons l'image développée précédemment, en faisant intervenir l'existence de plusieurs sous-niveaux dans l'état fondamental. Pour simplifier, nous considérerons le cas d'un niveau fondamental $J = 1/2$, comportant donc deux sous-niveaux Zeeman que nous allons noter $m_z = -1/2$ et $m_z = 1/2$, couplé à un niveau excité $J = 3/2$ (voir figure 3.2) par une onde laser désaccordée au dessous de résonance (ou sur le rouge de la transition). Cette onde est obtenue par superposition de deux ondes progressives se propageant en sens contraire suivant l'axe oz, et ayant des polarisations linéaires orthogonales dans un plan orthogonal à z (nous appellerons cette situtation lin$\perp$lin). L'ellipticité de la polarisation de l'onde résultante varie donc dans l'espace. Elle

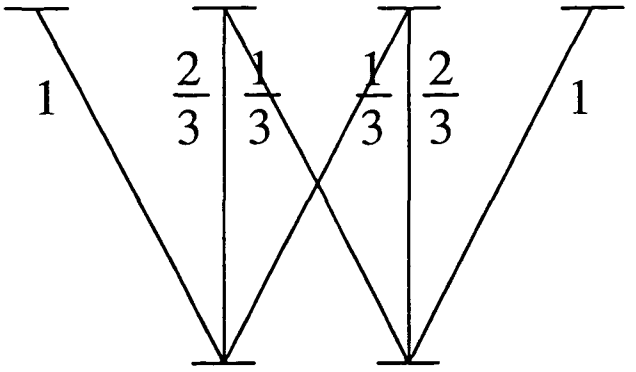


Figure 3.2: *Carré des coefficients de Clebsh Gordan pour une transition* $J = 1/2 \rightarrow J = 3/2$.

est alternativement circulaire σ^+ pour $z = 0$, linéaire suivant une bissectrice des polarisations des ondes progressives pour $z = \lambda/8$, circulaire σ^- pour $z = \lambda/4$, linéaire suivant l'autre bissectrice pour $z = 3\lambda/8$, et de nouveau circulaire σ^+ pour $z = \lambda/2$.

Les deux sous-niveaux Zeeman subissent des déplacements lumineux qui varient dans l'espace. Les deux sous-niveaux sont toujours couplés à la lumière, mais, puisque les coefficients de Clebsh Gordan sont différents, la modulation est différente. Ainsi, pour $z = 0$, la lumière étant purement σ^+, l'état $m_z = 1/2$ va être trois fois plus déplacé que l'état $m_z = -1/2$. Pour $z = \lambda/8$, les deux sous-niveaux vont être également déplacés, et pour $z = \lambda/4$, l'état $m_z = -1/2$ va être trois fois plus déplacé que l'état $m_z = 1/2$. Un atome immobile en $z = 0$ va être optiquement pompé vers l'état $m_z = 1/2$. En $z = \lambda/4$, il va être optiquement pompé vers le niveau $m_z = -1/2$, alors qu'en $z = \lambda/8$, les deux sous-niveaux vont être également peuplés.

Considérons un atome en mouvement dans une telle configuration de polarisation laser (voir Fig 3.3). Supposons par exemple que l'atome soit initialement en $z = 0$, à l'instant t_0, dans l'état $m_z = 1/2$. Lorsque l'atome se déplace, il doit monter une colline de potentiel et donc perdre de l'énergie cinétique. Si en $z = \lambda/8$ l'atome était optiquement pompé vers le niveau $m_z = -1/2$, il redescendrait la même colline de potentiel que celle qu'il a montée. Il ne perdrait pas d'énergie cinétique en moyenne. Cependant, le temps de pompage optique n'est pas infiniment court devant le temps que met l'atome pour parcourir une distance caractéristique (typiquement une fraction de longueur d'onde). Il en résulte que le pompage optique a lieu après l'endroit où les sous-niveaux sont également déplacés. L'atome doit donc gravir une colline de potentiel plus grande que la colline de potentiel descendue. L'atome perd en moyenne de l'énergie cinétique, et est donc refroidi.

Remarque : *Dans le cas où l'onde laser est désaccordée au dessus de réso-*

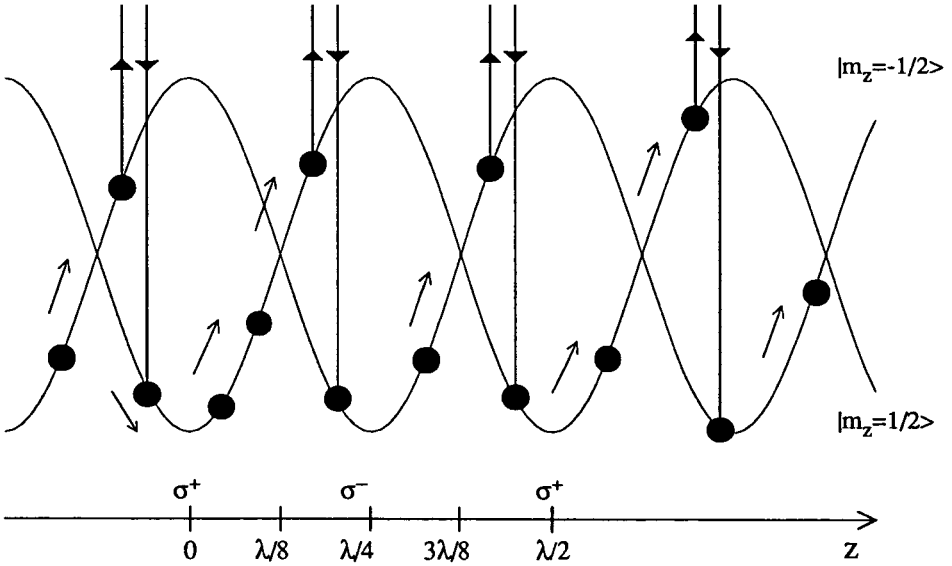


Figure 3.3: *Déplacement des niveaux d'énergie des deux états fondamentaux en présence de lumière lin⊥lin pour un désaccord au dessous de résonance. Lorsque la polarisation localement est purement circulaire σ^+ (en $z = 0$), le niveau $m_z = 1/2$ est beaucoup déplacé vers le bas; le niveau $m_z = -1/2$ est lui moins déplacé. En $z = \lambda/4$, la lumière est purement σ^-, le niveau $m_z = -1/2$ est beaucoup déplacé vers le bas et c'est le niveau $m_z = 1/2$ qui est le moins déplacé. Si on considère un atome en mouvement dans une telle onde, du fait que le temps de pompage optique d'un niveau vers l'autre n'est pas infiniment court, la transition du niveau $m_z = 1/2$ au niveau $m_z = -1/2$ se fait un peu plus loin qu'en $z = \lambda/8$. Il en résulte que l'atome grimpe plus de collines de potentiel qu'il n'en descend.*

nance, l'atome, au lieu de perdre de l'énergie cinétique en gagne, et l'effet est alors inversé.

Cette image repose sur des déplacements lumineux qui varient dans l'espace, et sur des temps d'évolution des variables internes (ici le temps de pompage optique) plus longs que le temps que met l'atome pour parcourir une distance caractéristique de l'interaction atome laser (typiquement une longueur d'onde). Il est possible de généraliser cette image pour un système de moment cinétique J non nul quelconque dans l'état fondamental, et de moment cinétique $J' = J + 1$ dans l'état excité.

3.3 Refroidissement Sisyphe magnétique

Dans le cas de l'effet Sisyphe dans l'état fondamental décrit dans le paragraphe précédent, l'effet Sisyphe résultait de la variation spatiale de l'onde

laser, et d'un retard entre le temps de pompage optique et le temps caractéristique d'évolution des variables externes.

Il est possible d'imaginer une situation où la polarisation du laser est constante, et donc une situation où les atomes sont toujours pompés vers le même sous-niveau, mais où un champ magnétique transversal faible peut provoquer des transitions entre les différents sous-niveaux.

3.3.1 Transition $J \rightarrow J' = J + 1$.

Plaçons-nous, toujours dans un souci de simplification, dans le cas d'une transition $J = 1/2 \rightarrow J = 3/2$, donc dans le cas d'un système comportant deux sous-niveaux dans l'état fondamental (que nous noterons comme précédemment $m_{fz} = -1/2$ et $m_{fz} = 1/2$), et quatre sous-niveaux dans l'état excité.

Considérons une onde laser stationnaire désaccordée en dessous de résonance polarisée circulairement (σ^+ par exemple). Cette onde est la somme de deux ondes progressives polarisées σ^+ se propageant en sens contraire. L'intensité d'une telle onde lumineuse stationnaire est modulée spatialement, elle est maximale aux ventres de l'onde, et nulle aux nœuds. Les niveaux d'énergie des deux sous-niveaux du niveau fondamental vont être modulés spatialement par la modulation de l'intensité de la lumière.

La lumière étant purement de polarisation σ^+, le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ n'est couplé qu'au sous-niveau excité $m_{ez} = 1/2$ par l'intermédiaire de la lumière. De même, le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$ n'est couplé qu'au niveau $m_{ez} = 3/2$. Cependant, puisque les coefficients de Clebsch Gordan sont différents pour les deux sous-niveaux fondamentaux (voir fig 3.2), les énergies des deux sous-niveaux vont être différemment modulées. Le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$ est trois fois plus déplacé que le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$.

Remarque : *Il faut noter que cette situation est totalement différente du cas de l'effet Sisyphe dans l'état fondamental, car, si les atomes sont comme précédemment optiquement pompés vers le sous-niveau le plus déplacé, ce sous-niveau est toujours le même, en particulier, si l'on calcule les populations stationnaires des deux sous-niveaux fondamentaux, la population du niveau $m_{fz} = -1/2$ est nulle.*

Ajoutons un champ magnétique faible transverse à l'axe oz, tel que le couplage magnétique soit négligeable devant le couplage dû au laser aux ventres de l'onde stationnaire. Aux ventres de l'onde stationnaire, le champ

magnétique agit comme une petite perturbation, et ne vient pas modifier les états d'énergie des deux sous-niveaux fondamentaux. En particulier, les atomes sont toujours optiquement pompés vers le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$. A l'opposé, aux nœuds de l'onde stationnaire, puisque l'intensité lumineuse est nulle, le couplage dû au champ magnétique devient prédominant. Les atomes vont pouvoir précesser entre les deux niveaux $m_{fz} = -1/2$ et $m_{fz} = 1/2$.

Imaginons enfin un atome en mouvement avec une vitesse v, dans cette onde stationnaire, en présence de champ magnétique. Supposons que l'atome se trouve à un nœud de l'onde stationnaire dans l'état $m_{fz} = -1/2$ (voir figure 3.4). Lorsque l'atome se déplace, il descend une colline de potentiel et voit son énergie cinétique augmenter. A proximité du ventre de l'onde stationnaire, le couplage dû au laser est important, et la probabilité d'être optiquement pompé vers le niveau $m_{fz} = 1/2$ est maximale. Si l'atome n'est pas pompé optiquement, il gravit de nouveau la même colline de potentiel que celle qu'il a descendue, son énergie cinétique n'a pas changé en moyenne.

Par contre, si l'atome est optiquement pompé vers le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$, l'énergie de ce sous-niveau est très déplacée. Pour parcourir le chemin jusqu'au nœud suivant de l'onde stationnaire, il doit gravir une colline de potentiel trois fois plus importante que celle qu'il a descendue. L'atome perd plus d'énergie cinétique qu'il n'en a gagnée lors de la descente. Il s'agit encore d'un refroidissement.

Remarque : *Pour une onde laser désaccordée au dessus de résonance, l'effet est opposé, puisque les différents sous-niveaux du niveau fondamental sont déplacés vers le haut. Au cours d'une longueur d'onde l'énergie cinétique augmente en moyenne.*

L'image de l'effet Sisyphe magnétique présentée sur un atome comportant deux sous-niveaux dans le niveau fondamental, et quatre sous-niveaux dans le niveau excité, est généralisable à une transition $J \rightarrow J' = J + 1$ pour J quelconque; l'état vers lequel les atomes sont pompés optiquement étant l'état de plus grand nombre magnétique.

L'équipe de S.Chu à Standford a mis en évidence un tel refroidissement à la fois de façon théorique [71], et de façon expérimentale [72] sur l'atome de sodium. La transition du sodium utilisée ($F = 2 \rightarrow F' = 3$) comporte cinq sous-niveaux dans le niveau fondamental et sept sous-niveaux dans l'état excité. Cette équipe a mis en évidence l'existence de températures inférieures à la limite de température prédite par la théorie Doppler élémentaire [54, 55, 56].

Cette méthode de refroidissement a été étudiée en détail par les équipes de H. Metcalf [73, 74], et de P. Pillet [75]. L'équipe de H. Metcalf a mis

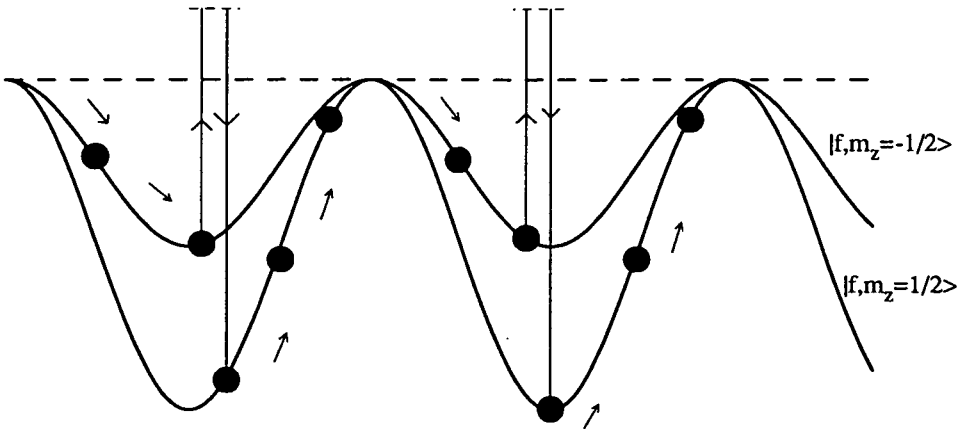


Figure 3.4: *Déplacement des niveaux d'énergie des deux états fondamentaux en présence d'une onde stationnaire σ^+, dans le cas d'un désaccord en dessous de résonance. En pointillé, nous avons indiqué les niveaux non déplacés. Puisque les coefficients de Clebsh-Gordan des deux transitions sont différents, le niveau $\mid m_z = 1/2\rangle$ est le plus déplacé. L'atome est optiquement pompé vers le niveau le plus déplacé. Suite à la présence d'un champ magnétique faible, l'atome a une probabilité non nulle d'être dans le niveau à proximité du $\mid m_z = -1/2\rangle$ après un nœud de l'onde stationnaire.*

en évidence des largeurs de profil transverse à $1/\sqrt{e}$ de 2 cm/s sur un jet de rubidium, bien en dessous de la limite Doppler qui est de 10 cm/s pour cet atome. La transition étudiée se situe à la longueur d'onde de 780 nm (transition $F = 3 \rightarrow F' = F + 1 = 4$). L'équipe de P. Pillet a quant à elle, mesuré des températures transverses de 20 μK sur le cæsium (transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$), alors que la limite de température Doppler est de 125 μK.

Dans le cas de l'équipe de H. Metcalf, les paramètres optimaux du refroidissement ont été obtenus pour un rapport de 0.5 entre la fréquence de précession due au champ magnétique et le taux de pompage optique au maximum du couplage, entre les deux niveaux les plus déplacés. La fréquence de Rabi aux ventres de l'onde stationnaire vallait 1.5 Γ et le désaccord était de -2.3Γ (Γ étant la largeur naturelle du niveau excité). Ces paramètres correspondent à une fréquence de Rabi grande devant la fréquence de Larmor, donc à un couplage atome-laser aux ventres de l'onde stationnaire fort devant le couplage magnétique.

Des calculs théoriques ont aussi été développés par l'équipe de H. Metcaf [73], en utilisant les équations de Bloch optiques. Ces calculs ont été menés dans la limite d'un couplage magnétique faible devant le couplage dû à la lumière, ce qui a permis de ne conserver que les deux niveaux fondamentaux

$m_z = 2$ et $m_z = 3$. Une autre hypothèse de ce calcul, bien vérifiée en pratique, est la petitesse du couplage atome-laser devant le couplage atome-modes vides du rayonnement responsables de l'émission spontanée; plus précisément, le paramètre s défini par

$$s = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Gamma/4} \tag{3.1}$$

est petit devant 1. Ceci permet d'éliminer adiabatiquement les sous-niveaux excités. Le sytème étudié se trouve alors réduit à un ensemble à deux niveaux fondamentaux, ce qui réduit considérablement le nombre d'équations, et simplifie le calcul. On utilise dans ce calcul un développement de la matrice densité atomique interne en série de Fourier, pour obtenir la solution forcée des équations de Bloch optiques à une vitesse v donnée. On extrait de cette solution forcée la force moyenne $f(v)$ agissant sur l'atome et le coefficient de diffusion en impulsion $D_p(v)$, que l'on reporte ensuite dans une équation de Fokker-Plank portant sur la distribution en vitesse $\Pi(v)$. L'évolution et la solution stationnaire de cette équation de Fokker-Plank sont alors confrontées aux résultats expérimentaux.

Malgré un bon accord qualitatif entre cette approche théorique et l'expérience, il subsiste cependant certaines différences portant essentiellement sur la largeur en vitesse des profils obtenus. Ces différences sont interprétées par les auteurs comme étant dues au fait que le modèle simplifié utilisé ne prend pas en compte tous les sous-niveaux concernés.

3.3.2 Transition $J \rightarrow J' = J$.

Les idées du refroidissement Sisyphe magnétique présentées dans le paragraphe précédent sont liées à l'existence de pompage optique vers le niveau qui subit le déplacement lumineux le plus important. Dans le cas d'une onde laser désaccordée en dessous de résonance, l'atome perd en moyenne de l'énergie cinétique et est refroidi. Pour une onde laser désaccordée au dessus de résonance, l'atome gagne en moyenne de l'énergie cinétique et est chauffé.

Il est possible d'imaginer une situation où l'atome est optiquement pompé vers le sous-niveau qui subit le déplacement lumineux le plus faible. Dans ce cas, les effets doivent être inversés par rapport à la situation de refroidissement Sisyphe magnétique sur une transition $J \rightarrow J' = J + 1$. Ainsi, un laser désaccordé au dessous de résonance doit chauffer les atomes alors qu'un laser désaccordé au dessus de résonance doit refroidir les atomes. Cette situation est réalisée dans le cas d'une transition $J \rightarrow J' = J$ ou $J \rightarrow J' = J - 1$.

Plaçons nous, toujours dans un souci de simplification, dans le cas d'une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 1/2$. Comme dans le cas $J \rightarrow J' = J + 1$, consi-

dérons une onde stationnaire désaccordée en dessous de résonance, polarisée circulairement σ^+. L'intensité d'une telle onde est modulée spatialement, maximale aux ventres et minimale aux nœuds. La lumière étant polarisée σ^+, seul le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ est couplé au niveau excité (il est couplé au sous-niveau $m_{ez} = 1/2$). Le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$ n'est couplé à aucun autre sous-niveau par l'intermédiaire de la lumière (voir figure 3.5). Il en résulte que l'énergie du niveau $m_{fz} = -1/2$ est modulée spatialement (dans le cas d'un faisceau désaccordé en dessous de résonance le niveau est abaissé aux ventres, et n'est pas déplacé au nœuds), alors que le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$ n'est pas modifié (voir figure 3.6).

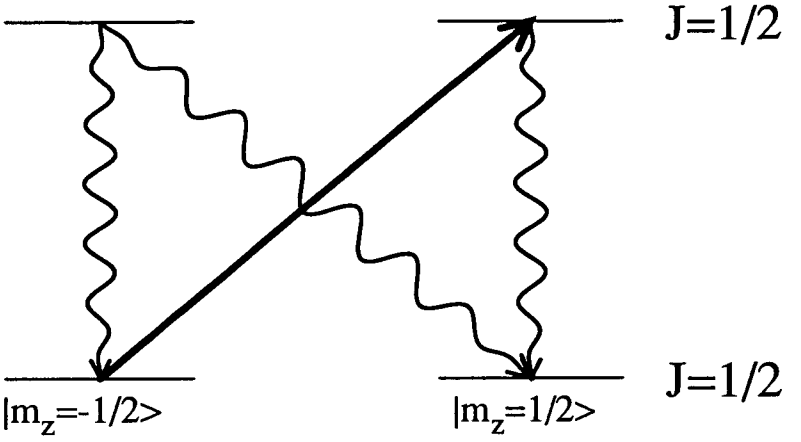


Figure 3.5: *Schéma des couplages dus à l'émission spontanée (flèches ondulées) et au laser σ^+ (trait gras). Le niveau $m_z = 1/2$ n'est pas couplé au laser.*

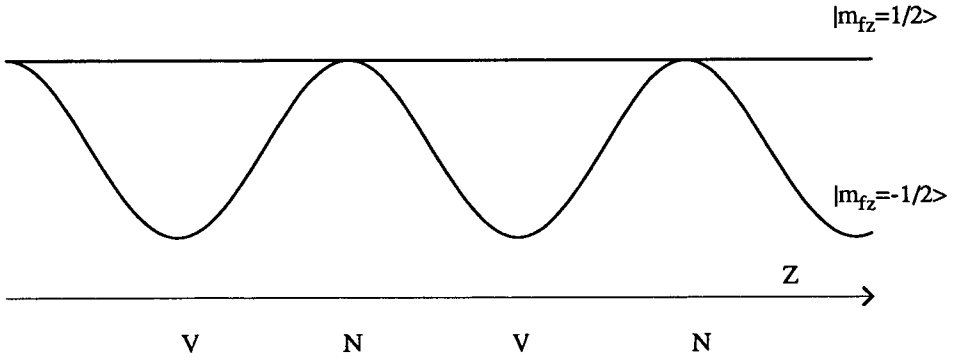


Figure 3.6: *Déplacement des niveaux d'énergie d'une transition $J = 1/2 \rightarrow J' = 1/2$, en présence de lumière σ^+ désaccordée en dessous de résonance.*

Un atome initialement dans le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$, peut absorber un photon issu du faisceau laser et être excité dans le sous-niveau $m_{ez} = 1/2$. Il peut ensuite retomber dans le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ et absorber de

nouveau un photon laser, ou tomber dans le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$, où il n'absorbe plus de photons. Les atomes sont donc pompés optiquement vers le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$, où il ne sont plus sensibles à la lumière.

Ajoutons comme précédemment un champ magnétique transverse faible, tel que le couplage magnétique soit négligeable devant le couplage dû au laser aux ventres de l'onde stationnaire. En ces points, les atomes vont être optiquement pompés vers le niveau $m_{fz} = 1/2$. Aux nœuds, le champ magnétique étant dominant, les atomes vont précesser entre les deux sous-niveaux.

Imaginons un atome en mouvement dans une telle configuration de champ magnétique et lumineux. Supposons que l'atome soit initialement dans le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ (voir figure 3.7). Lorsque l'atome se déplace, il descend une colline de potentiel et voit son énergie cinétique augmenter. A proximité du ventre de l'onde stationnaire, le couplage dû au laser est grand, et la probabilité d'être pompé optiquement vers le sous-niveau $m_{fz} = 1/2$ est maximale. Si l'atome n'est pas optiquement pompé, il doit gravir la même colline de potentiel que celle qu'il a descendue. Son énergie cinétique n'a pas varié. Par contre, si l'atome est pompé optiquement vers le niveau $m_{fz} = 1/2$, l'énergie de ce sous-niveau n'est pas modulée. Son énergie cinétique ne varie plus. En passant à un nœud de l'onde stationnaire, l'atome a une probabilité non nulle de sortir sur le sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ et de commencer un nouveau cycle. Il apparaît donc qu'en moyenne l'atome a gagné de l'énergie cinétique, il s'agit d'un chauffage.

Si le laser est désaccordé au dessus de résonance, l'énergie du sous-niveau $m_{fz} = -1/2$ est augmentée par la présence de la lumière. Un atome initialement à un nœud de l'onde stationnaire va devoir gravir une colline de potentiel lorsqu'il commence à se déplacer. A proximité d'un ventre de l'onde stationnaire, l'atome peut être pompé optiquement vers le sous-niveau $m_z = 1/2$ qui n'est plus déplacé par la présence du laser. L'atome, en moyenne, a perdu de l'énergie cinétique. On retrouve l'idée d'un refroidissement de type Sisyphe. Mais ici, contrairement à l'effet Sisyphe magnétique pour une transition $J \rightarrow J' = J + 1$, l'effet Sisyphe est inversé. Le refroidissement a lieu pour un laser désaccordé au dessus de résonance.

Cette image peut être généralisée à une transition $J \rightarrow J' = J$ quelconque en présence de lumière polarisée σ^+, puisque le sous-niveau vers lequel vont être pompés les atomes ne sera pas couplé au laser. Il est même possible de généraliser une telle image à une transition $J \rightarrow J' = J - 1$, J étant quelconque. Dans ce cas, les atomes vont être optiquement pompés vers les deux sous-niveaux de plus grand nombre magnétique qui ne sont pas couplés au laser. Le mélange entre ces deux sous-niveaux et les autres sous-niveaux se fera toujours aux nœuds de l'onde stationnaire.

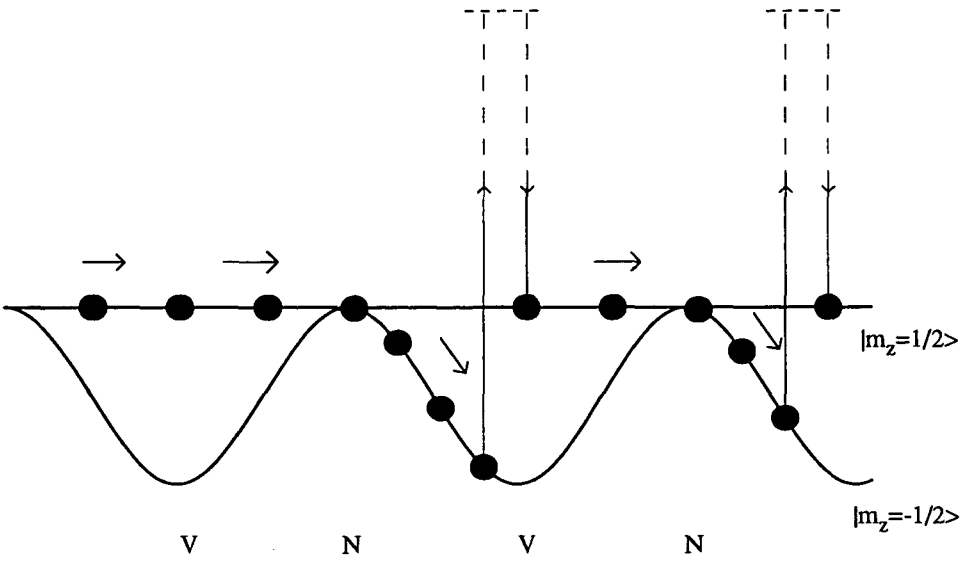


Figure 3.7: *Déplacements des niveaux d'énergie d'un système $J = 1/2 \rightarrow J' = 1/2$ pour une lumière σ^+ désaccordée au dessous de résonance. En présence d'un champ magnétique transverse, aux ventres de l'onde stationnaire, l'atome est optiquement pompé vers le niveau $m_z = 1/2$ qui n'est pas déplacé. Aux nœuds de l'onde stationnaire, il est remélangé vers le niveau $m_z = -1/2$.*

Des calculs de la force en fonction de la vitesse, dans la limite des faibles intensités lumineuses, et des faibles vitesses ($kv \ll \Gamma$, k étant le vecteur d'onde), pour une onde laser polarisée σ^+, ont été effectués sur les transitions $J = 2 \rightarrow J = 1$, $J = 2 \rightarrow J = 2$ et $J = 2 \rightarrow J = 3$, en utilisant les équations de Bloch optiques [76]. A la différence des calculs de l'équipe de Stony Brook [73] présentés plus haut, l'approche prend en compte tous les sous-niveaux Zeeman du système $J = 2$. Les calculs sur les transitions $J = 2 \rightarrow J = 1$ et $J = 2 \rightarrow J = 2$ montrent, pour un faisceau désaccordé au dessus de résonance, que la force est attractive autour de la vitesse nulle pour ces deux transitions, ce qui correspond bien à un refroidissement.

Une mise en évidence expérimentale de cet effet a été donnée par le groupe de P. Pillet pour une onde stationnaire polarisée σ^+, en présence de champ magnétique, pour un faisceau laser désaccordé au dessus de résonance [75]. Ce groupe a travaillé sur la transition hyperfine du cæsium $F = 3 \rightarrow F = 2$ (transition $6s^2S_{1/2} \rightarrow 6p^2P_{3/2}$ à la longueur d'onde de 825.1 nm). Il a observé des distributions en vitesse de demi largeur typique 9 cm/s à $1/\sqrt{e}$ soit très légèrement en dessous de la limite Doppler classique de 10 cm/s. Les paramètres expérimentaux étaient une intensité laser de 1.5 I_s, où I_s est l'intensité de saturation, un désaccord de $+\Gamma$ (Γ étant la largeur naturelle de l'état excité), pour une valeur de champ magnétique égale à 1 G, soit une fréquence de Larmor d'environ 0.06 Γ.

3.4 Effet Sisyphe et mélasse Doppler

Dans les différents effets Sisyphe magnétiques que nous avons mentionnés, nous nous sommes intéressés uniquement à l'action des nouveaux mécanismes de refroidissement. Cependant, l'effet de mélasse Doppler simple joue aussi un rôle. Cette mélasse, comme cela a été mentionné en introduction, résulte de l'absorption préférentielle d'un photon de l'onde laser dont la fréquence, décalée par effet Doppler, est la plus proche de résonance lors de cycles absorption émission spontanée. Or le mécanisme de l'effet Sisyphe magnétique met aussi en jeu de tels cycles lors du pompage optique. On s'attend donc à ce que l'effet de mélasse Doppler vienne se rajouter à l'effet Sisyphe. Nous allons essayer de discuter la façon dont ces deux effets sont présents dans les différents refroidissements magnétiques.

3.4.1 Plage de capture

Essayons d'estimer les temps caractéristiques de l'effet Doppler et de l'effet Sisyphe, comme cela a été effectué dans [70]. Connaissant les temps caractéristiques des différents effets, il est aisé de connaître les vitesses associées, et donc les plages d'action typiques des deux forces.

Dans le cas de la force de mélasse Doppler, il n'existe q'un seul temps interne. Ce temps est la durée de vie de l'état excité ($1/\Gamma$). la vitesse caractéristique de l'effet Doppler est telle que l'atome parcourt une longueur d'onde pendant le temps caractéristique, soit $kv \sim \Gamma$.

Dans le cas d'une transition comportant plusieurs sous-niveaux dans le niveau fondamental, il existe un autre temps caractéristique, qui est le temps que met l'atome pour passer d'un sous-niveau à un autre, à savoir le temps de pompage optique. Dans le cas d'une faible intensité lumineuse, le taux de pompage Γ' entre deux sous-niveaux s'écrit [70] :

$$\Gamma' = \Gamma \frac{\Omega^2}{2\delta} \tag{3.2}$$

où δ est le désaccord, et Ω la fréquence de Rabi. La vitesse caractéristique associée peut descendre très en dessous de $kv = \Gamma$. Elle est telle que l'atome parcourt une fraction de longueur d'onde pendant ce temps, soit $kv = \Gamma'$. Avec les paramètres suivants : Ω =0.3 Γ et $\delta = -\Gamma$, on trouve une plage d'action typique des nouveaux mécanismes kv =0.05 Γ. Cette différence entre les plages d'action de ces deux mécanismes de refroidissement est notable sur la figure 3.8 (extriate de [70]), qui montre la variation avec la vitesse de la force totale (Doppler+Sisyphe).

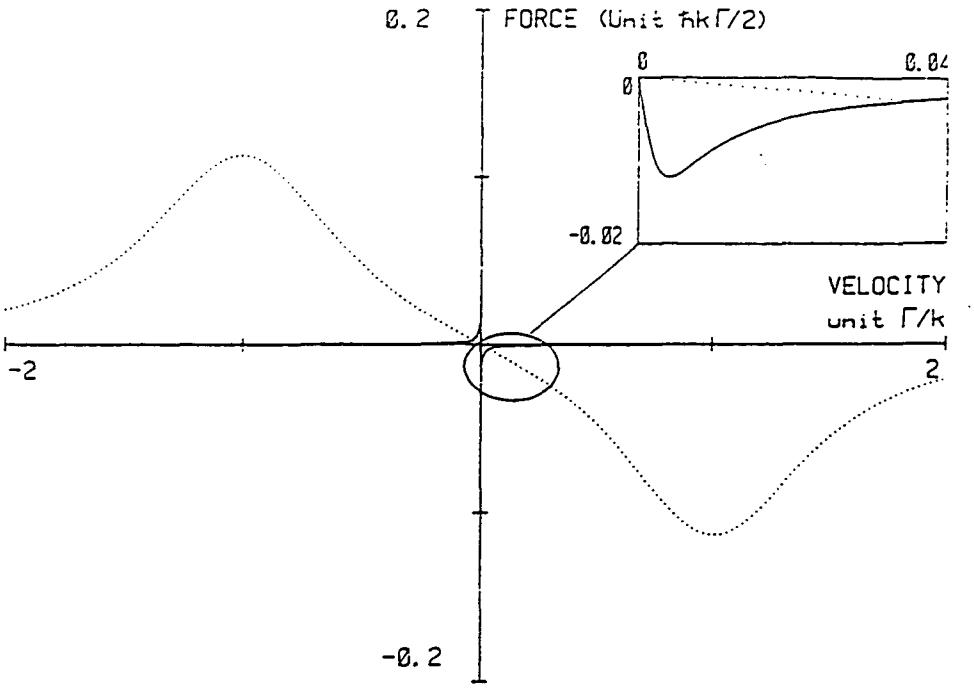


Figure 3.8: *Dépendance de la force en fonction de la vitesse dans le cas de l'effet Sisyphe dans l'état fondamental pour un désaccord de* $-\Gamma$, *et une fréquence de Rabi* 0.3Γ. *Les plages d'action de l'effet Sisyphe et de l'effet Doppler sont très différentes.*

3.4.2 Les températures limites

Après nous être intéressés à la plage de capture, regardons les températures limites que l'on peut atteindre avec les différents mécanismes. Nous avons vu en introduction de la seconde partie que la température limite que l'on pouvait obtenir était définie par $k_B T = \hbar\Gamma/2$, et résultait d'un équilibre entre la force de friction et la diffusion dans l'espace des vitesses. Dans le cas de l'effet Sisyphe atomique, la température est encore définie par $k_B T = D/\alpha$, où k_B est la constante de Boltzman, D est un coefficient de diffusion lié au caractère fluctuant de la force, et α la pente de la force à l'origine. Il a été montré [70], dans le cas de l'effet Sisyphe dans l'état fondamental, et pour une faible intensité lumineuse, que la pente α de la courbe ne varie pas en fonction de l'intensité lumineuse, que le coefficient D est proportionnel à l'intensité lumineuse, et donc que la température varie comme Ω^2. Plus l'intensité est faible, plus la température des atomes est faible (ce qui est en général le but recherché).

Il se pose une nouvelle question à propos de la température : "quelle est la température limite que l'on peut atteindre, puisqu'il semble que plus l'intensité est faible, plus la température que l'on peut obtenir est basse ?"

Il semble que la largeur à $1/e^2$ de la distribution en impulsion que l'on

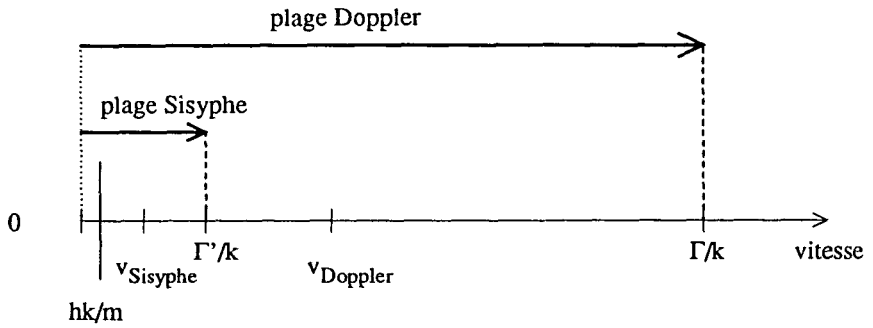


Figure 3.9: *Plages d'action typiques et températures limites de l'effet Doppler et de l'effet des nouveaux mécanismes. v_s est la vitesse limite de l'effet Sisyphe (quelques vitesses de recul).*

peut atteindre par ce genre de mécanisme est limitée par $\hbar k$ qui est le recul dû à l'absorption ou à l'émission d'un photon. La limite calculée est de l'ordre de quelques impulsions de recul [77].

Pour résumer, nous avons indiqué les différentes plages d'action des deux effets ainsi que les vitesses limites des différents mécanismes sur la figure 3.9.

3.4.3 Antagonisme entre force Doppler et effet Sisyphe.

Puisque l'effet Sisyphe et l'effet Doppler sont tous deux présents dans les expériences sur l'effet Sisyphe magnétique, le résultat global pourra dépendre de leurs caractéristiques comparées.

Dans le cas d'une transition $J \rightarrow J' = J + 1$, nous avons vu que l'effet Doppler et l'effet Sisyphe agissent dans le même sens : pour une onde laser désaccordée en dessous de résonance, l'effet Sisyphe et l'effet Doppler refroidissent tous deux les atomes. Les deux effets agissant sur des gammes de vitesse différentes, il est possible, dans certains cas, de voir apparaître un pic formé d'une base large (refroidissement Doppler) et d'une pointe fine (refroidissement Sisyphe). Il est cependant difficile de différencier les deux effets.

Dans le cas d'une transition $J \rightarrow J' = J$ ou $J' = J - 1$, la situation est plus riche car les deux effets sont opposés. Il se pose alors la question de l'observation de cet antagonisme. En fait la réponse est très différente suivant que l'onde est désaccordée au dessus de résonance ou au dessous de résonance. Dans le cas où le faisceau laser est désaccordé au dessus de résonance, nous avons vu précédemment que l'effet Sisyphe refroidit les atomes. A l'opposé, la mélasse Doppler tend à expulser les atomes des classes de grandes vitesses. On attend alors une force en fonction de la vitesse attractive pour les faibles

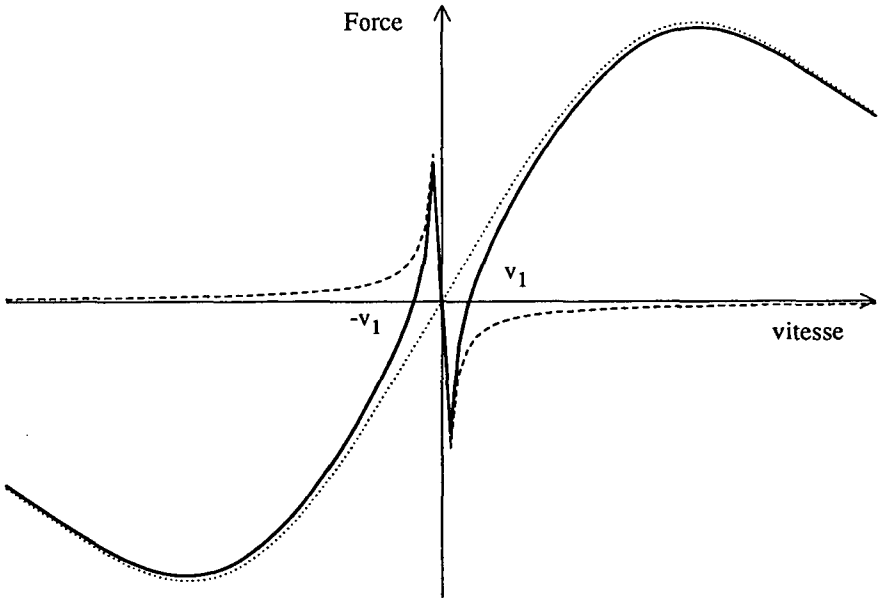


Figure 3.10: *Allure de la force attendue en fonction de la vitesse pour une onde désaccordée au dessus de résonance. Nous avons additionné la force Doppler (en trait pointillé), et une modélisation de la force liée à l'effet Sisyphe en* $F(v) = \alpha v/(1+(v/v_c)^2)$, *où* v_c *est la vitesse caractéristique d'action de l'effet Sisyphe (en trait tireté).*

vitesses et expulsante pour les grandes vitesses (voir fig 3.10)(la modélisation de la force liée aux nouveaux mécanismes est issue de [70]).

Essayons d'estimer quelle est la distribution stationnaire en impulsion dans un telle situation. L'évolution de la distribution est liée d'une part à la dépendance en vitesse de la force, et d'autre part à la diffusion de l'impulsion atomique que nous avons déjà mentionnée. Cela signifie en particulier que l'atome, initialement dans une région où la force issue de l'effet Sisyphe domine, peut aller explorer une région où la force Doppler domine, auquel cas il va être accéléré et ne va jamais revenir vers la vitesse nulle. On voit donc que la solution stationnaire (i.e. aux temps très longs), est identiquement nulle. Il est donc impossible d'observer une distribution stationnaire. Cependant, pour quitter la zone attractive de la force, l'atome doit parcourir un chemin important dans l'espace des impulsions sous l'influence de la diffusion, le temps caractéristique de fuite est donc très grand. Il est alors possible d'observer une solution intermédiaire correspondant à un temps d'interaction fini [75].

La situation est très différente dans le cas d'une onde désaccordée au dessous de résonance. Ainsi, nous avons vu que sur une transition $J \rightarrow J' = J$ ou $J' = J-1$, l'effet Sisyphe magnétique a tendance à expulser les atomes

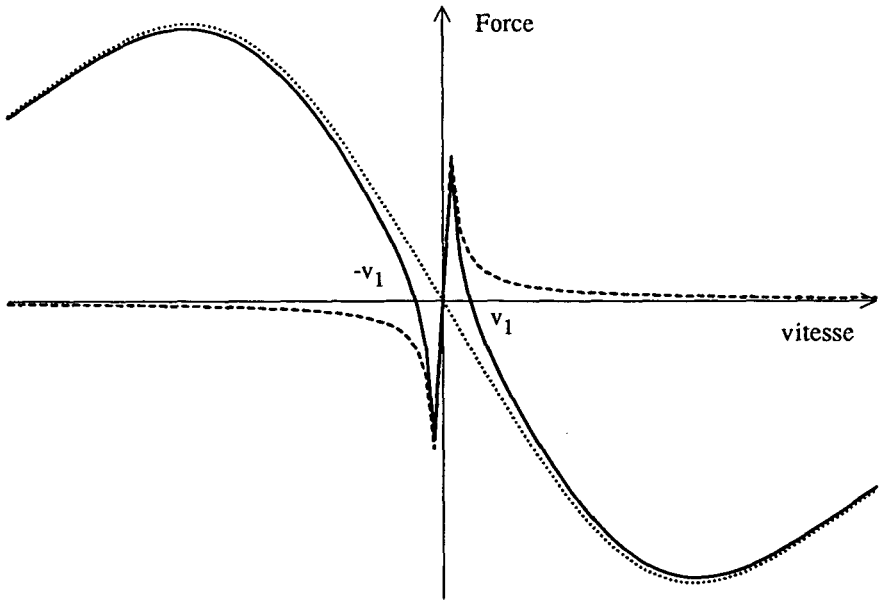


Figure 3.11: *Dépendance de la force en fonction de la vitesse attendue dans le cas d'un laser désaccordé au dessous de résonance. Nous avons additionné la force Doppler (en trait pointillé), et une modélisation de la force liée à l'effet Sisyphe en* $F(v) = -\alpha v/(1 + (v/v_c)^2)$, *où* v_c *est la vitesse caractéristique d'action de l'effet Sisyphe (en trait tireté).*

de la région de vitesse nulle, alors que l'effet Doppler tend à ramener les atomes vers le centre. Nous attendons une force attractive aux grandes vitesses (le signe de la force est opposé au signe de la vitesse), et expulsante au centre, ayant l'allure de la figure 3.11.

Une telle force coupe trois fois l'axe des vitesses en v_1, $-v_1$ et $v = 0$. Deux de ces points (v_1 et $-v_1$) sont des points stables de la force, et $v = 0$ est un point instable. La solution stationnaire de la distribution en impulsion va exister puisque la force est attractive aux grandes vitesse et va donc ramener les atomes rapides vers le centre. Cette distribution stationnaire doit présenter deux pics centrés en $\pm v_1$, résultant du caractère bistable de la force, et un creux entre les deux pics lié au caractère expulsant de la force pour $|v| < v_1$. L'observation d'une telle distribution serait une démonstration claire de la compétition entre l'effet Doppler et l'effet Sisyphe.

3.5 Originalité de l'hélium métastable.

Nous avons mis en évidence l'effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable. Nous avons travaillé sur la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ (transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$) à la longueur d'onde de 1.083 μm, avec une onde laser stationnaire polarisée circulairement. Nous avons ajouté un champ magnétique

transverse dont l'intensité est faible devant l'intensité du champ laser aux ventres de l'onde stationnaire. Ce champ magnétique permet aux atomes de transiter entre les différents sous-niveaux aux nœuds de l'onde stationnaire.

3.5.1 Pourquoi l'hélium ?

L'hélium 4 métastable est un système simple. En particulier, il n'existe pas de structure hyperfine. On a accès à des schémas de niveaux peu compliqués, mais néanmoins très variés. Il est possible de travailler sur les transitions de l'état 2^3S_1 vers les états 2^3P_0, 2^3P_1 ou 2^3P_2. On peut donc étudier des transitions de type $J \rightarrow J'$ avec $J = 1$ et $J' = 0, 1, 2$. Nous avons choisi de travailler sur la transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$, qui est une des transitions les plus simples pour la mise en évidence de l'effet Sisyphe magnétique. Elle se prête aussi assez bien, du fait de sa simplicité, à un calcul complet.

Une autre particularité de l'hélium métastable est que la vitesse limite de refroidissement obtenue par le refroidissement Doppler ordinaire élémentaire est très proche de la vitesse de recul due à l'absorption d'un photon ($v_r = \hbar k/m$). En effet la limite Doppler à une dimension prévoit une vitesse limite de $v_D = 23$ cm/s, alors que la vitesse de recul est de $v_r = 9.16$ cm/s. Ceci est principalement dû à la faible masse de l'atome d'hélium. Si maintenant nous revenons à la figure 3.9, ainsi qu'à la discussion du paragraphe 3.4, nous constatons que la plage typique d'action des nouveaux mécanismes, que nous avions trouvée de l'ordre de quelques vitesses de recul, va être du même ordre de grandeur que la vitesse Doppler limite, et surtout, comparable à la plage d'action typique de la force Doppler, que nous avions trouvée de l'ordre de Γ/k (pour l'hélium $kv = \Gamma$ pour $v = 1.6$ m/s). A l'inverse de la figure 3.8 où l'effet Sisyphe a une plage d'action petite devant la plage d'action de la force Doppler, il va réellement exister une compétition entre la force Doppler et l'effet Sisyphe magnétique. Dans le cas d'une onde stationnaire désaccordée en dessous de la fréquence de la transition atomique, nous attendons une force s'annulant pour trois vitesses différentes. L'une correspond à un point instable, les deux autres étant des points stables. La structure de la distribution devrait présenter deux bosses centrées aux points stables de la force, mais cette structure ne devrait pas être seulement due à l'apparition d'un trou dans la distribution initiale (liée à l'effet Sisyphe magnétique), mais résulter d'une réelle compétition entre les deux forces.

3.5.2 Problèmes liés à l'hélium

Le choix de l'hélium pose plusieurs problèmes. Le premier est que la transition que l'on veut étudier est une transition entre deux états métastables de l'atome d'hélium. Il faut en effet exciter l'atome de l'état fondamental 1^1S_0 vers l'état métastable triplet 2^3S_1 (voir paragraphe 1.3). L'efficacité d'excitation est très faible (généralement inférieure à 10^{-5}). Les flux que l'on peut utiliser sont faibles. Ceci est heureusement en partie compensé par le fait que l'atome est détectable avec une excellente efficacité ($> 50\%$) par un système donnant une impulsion électrique suffisante pour chaque atome détecté (voir §1.4.1).

Une autre difficulté de l'hélium métastable triplet est que la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$ est dans l'infra-rouge à une longueur d'onde de 1.083 μm. Nous avons travaillé avec un laser LNA pompé par argon construit dans notre laboratoire; nous avons réussi à obtenir une puissance de 100 mW, avec une puissance de pompe de 6 W, l'intensité de saturation étant $I_s = 0.16$ mW/cm^2 (cf §4.1.2). Le principal inconvenient de ce laser est l'existence d'un laser de pompe lourd, couteux, et nécessitant beaucoup d'entretien. A l'heure actuelle, un laser à LNA a été conçu en tenant compte de la possibilité de pompage par diodes lasers. La géométrie du laser devrait être totalement différente de celle présentée ici [78].

En conclusion, le choix de l'hélium métastable pour mettre en évidence l'effet Sisyphe magnétique a été motivé par deux arguments principaux. D'une part la simplicité et la richesse des transitions atomiques qui se prêtent bien à des calculs théoriques complets, et d'autre part la faible masse de cet atome ce qui entraîne que les différentes gammes de vitesses (vitesse de capture Doppler, vitesse limite du refroidissement Doppler, vitesse caractéristique de l'effet Sisyphe et vitesse de recul) ne sont pas distantes de plus d'un ordre de grandeur. Il est possible d'explorer toute la gamme de vitesse sur une même courbe expérimentale.

Chapitre 4

Effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable

Dans ce chapitre nous allons présenter l'ensemble du travail réalisé à propos de l'effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable. Ce chapitre est organisé autour d'un article "Magnetically Assisted Sisyphus Effect" soumis au Journal de Physique II.

Dans un premier paragraphe, nous présentons le dispositif expérimental que nous avons utilisé en décrivant rapidement le principe de l'expérience ainsi que le laser qui a permis de réaliser ces expériences, puis nous discutons le contrôle du champ magnétique. Nous présentons ensuite l'article "Magnetically Assisted Sisyphus Effect". Enfin, en nous appuyant sur des images physiques simples, nous étudions dans un dernier paragraphe la dynamique interne de l'atome en mouvement.

4.1 Dispositif expérimental.

Nous décrivons ici le dispositif expérimental utilisé. Nous rappellons tout d'abord les caractéristiques du jet de métastables qui a été présenté dans la première partie, ainsi que la façon dont nous avons mesuré le profil transverse du jet. Puis nous indiquons les caractéristiques du faisceau laser (source, profil, intensité), et enfin, nous détaillons le contrôle du champ magnétique qui est un paramètre essentiel dans notre expérience.

4.1.1 Jet d'hélium métastable et principe de l'expérience

Le jet d'hélium métastable

L'optimisation du jet a déjà été décrite dans la première partie (paragraphe 2.4), aussi nous nous bornerons à rappeler les caractérisques du jet que nous avons utilisé.

Nous avons obtenu un jet monocinétique d'une vitesse moyenne de 1290 m/s avec une dispersion de 10%: $v_{||} = 1290 \pm 130$ m/s. Le flux sur l'axe est de $\Phi = 2.7 \times 10^9$ at/s/str. Le nombre de photons ultraviolets, ainsi que le nombre d'atomes dans l'état singulet est négligeable.

Principe de l'expérience

Le principe de l'expérience est rappelé sur la figure 4.1. La mesure de la distribution angulaire du jet d'atomes d'hélium se fait par l'intermédiaire d'un détecteur mobile. Il s'agit d'un multiplicateur d'électron devant lequel on a placé une fente de largeur $d_2 = 0.25$ mm, monté sur un rail horizontal sur lequel il peut se déplacer. Connaissant la distance ($D = 127$ cm) entre la zone d'interaction et le détecteur, ainsi que la vitesse longitudinale du jet, il est possible de connaître la distribution en vitesse transverse par la relation $v_\perp = v_{||} \times x/D$, x étant la position à laquelle l'atome a été détecté.

Afin de limiter la largeur transverse du profil atomique, nous avons placé une fente d'analyse de largeur $d_1 = 0.2$ mm juste avant la zone d'interaction. La largeur typique du profil du jet est de $\delta x = 1.5$ mm, ce qui correspond à une largeur en vitesse de $\delta x \times v_{||}/D \simeq 1.5$ m/s. Nous avons tracé le profil du jet sur la figure 4.2.

Regardons les principaux éléments qui peuvent limiter la résolution de notre expérience. Ils sont au nombre de trois :

- la largeur non nulle de la première fente d'analyse $d_1 = 0.2$ mm. Cette largeur est à comparer à 1.5 mm, largeur du profil en position à l'endroit du détecteur.
- la largeur non nulle de la fente d'analyse devant le multiplicateur a elle aussi une largeur $d_2 = 0.25$ mm à comparer toujours à la largeur du profil en position du jet à l'endroit du détecteur.

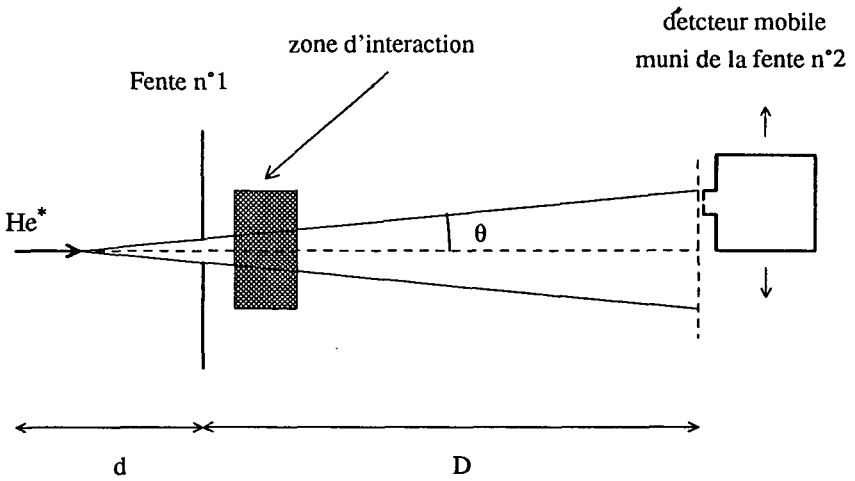


Figure 4.1: *Principe de l'expérience : on mesure la distribution angulaire du jet de métastable. Le profil spatial est ensuite converti en profil de vitesse transverse.*

- le jet n'est pas rigoureusement monocinétique, il existe une dispersion longitudinale en vitesse de 10%.

L'influence de ces divers éléments a déjà été discuté dans la thése de N. Vansteenkiste [58]. Les deux fentes limitent la résolution angulaire à $\delta\theta = d_2/(2D)$, θ étant l'angle de détection (voir figure 4.2), et D étant la distance entre la zone d'interaction et le détecteur ($D = 1.3$ m). La résolution en vitesse transverse v associée est :

$$\delta v = v_{\parallel}\frac{d_2}{2D} = 0.13 \text{ m/s}. \tag{4.1}$$

L'incertitude relative de 10% sur la vitesse longitudinale entraîne une incertitude relative de 10% sur la vitesse transverse (pour $v = 1.3$ m/s l'incertitude est de 0.13 m/s). Pour $v < 1.3$ m/s la résolution de notre expérience est limitée par la largeur des fentes d'analyse, pour $v > 1.3$ m/s la dispersion sur la vitesse transverse limite la résolution.

Remarque : *Dans notre expérience, nous cherchons à mesurer la position des maxima d'une courbe présentant deux bosses correspondant aux deux points stables de la force dans l'espace des vitesses ($f(v) = 0$ et $f'(v) < 0$). Si la largeur des bosses est supérieure à la largeur des fentes ramenée en unité de vitesse transverse et à la largeur de la dispersion en vitesse longitudinale, l'effet des différents éléments est d'élargir et de moyenner ces bosses. La position des maxima ne change presque pas. La précision de la*

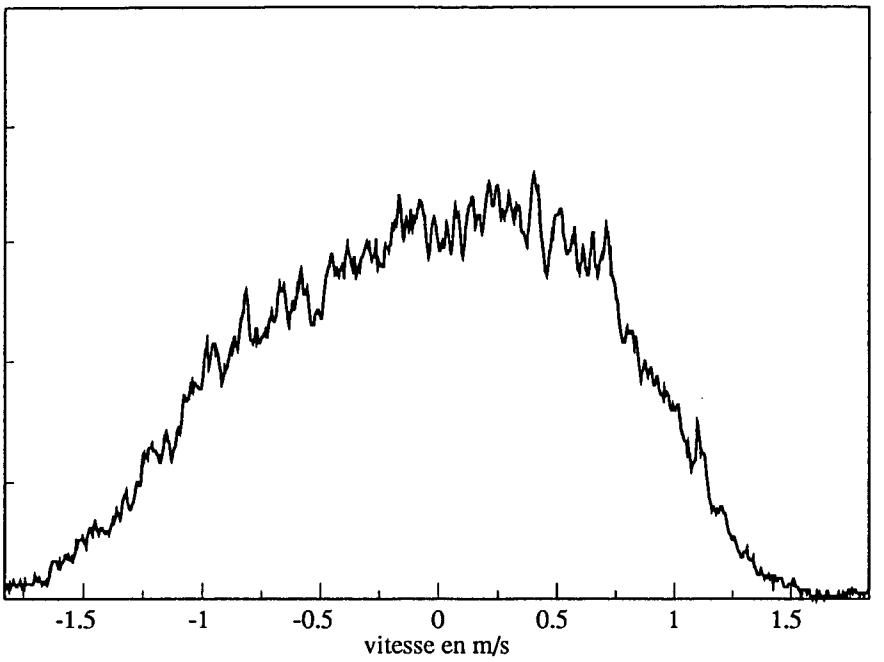


Figure 4.2: *Profil transverse du jet atomique mesuré par le détecteur. Nous avons converti ce signal en vitesse.*

mesure dépend du rapport signal sur bruit. Nous constatons qu'expérimentalement, l'incertitude est de 0.1 *cm/s. Compte tenu de l'erreur systématique sur la mesure qui est négligeable ici, nous prendrons cette valeur de* 0.1 *cm/s comme ordre de grandeur de la précision.*

Enfin, avant de clore cette partie, indiquons comment nous déterminons la position du détecteur correspondant à la vitesse nulle. On peut songer à l'obtenir en considérant une mélasse optique sur la transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$ et en pointant le maximum du signal. Nous avons vérifié que ce point correspond au milieu des deux maxima de la distribution en vitesse, et nous n'avons pas jugé utile de refaire cette vérification à chaque mesure.

4.1.2 Le laser.

La source laser

Le laser utilisé pour la mise en évidence de l'effet MASE a été développé dans notre laboratoire [58, 79]. Il utilise un barreau de cristal amplificateur du nom de LNA ($La_{1-x}Nd_xAlMg_{11}D_{19}$), placé dans une cavité en anneau et pompé par un laser commercial à argon ionisé sur la raie à la longueur d'onde de 514.5 nm (voir Figure 4.3). Le laser est rendu monomode à la longueur

d'onde de la transition $2^3S_1 - 2^3P_1$ ($\lambda = 1.083$ μm) grâce à l'ajout de plusieurs éléments :

- une diode optique. Elle est faite d'une lame de verre paramagnétique Hoya FR5 placée dans un champ magnétique et d'une lame de quartz à pouvoir rotatoire. Elle favorise un des sens de parcours dans la cavité.
- trois éléments sélectifs. D'une part une lame biréfringente (filtre de Lyot) permet de favoriser la longueur d'onde de 1.083 μm, malgré l'existence d'un maximum plus important dans le spectre de fluorescence du cristal à 1.05 μm. D'autre part deux Fabry-Perot (une lame de verre mince non traitée, d'intervalle spectral libre 330 Ghz, et un Fabry-Perot à air, d'intervalle libre 50 Ghz) permettent de sélectionner un seul des modes longitudinaux de la cavité (distants de 250 Mhz). La fréquence du laser est enfin asservie sur une raie d'absorption saturée dans une cellule d'hélium (pression 0.1 hPa, largeur de raie d'absorption saturée 12 Mhz).

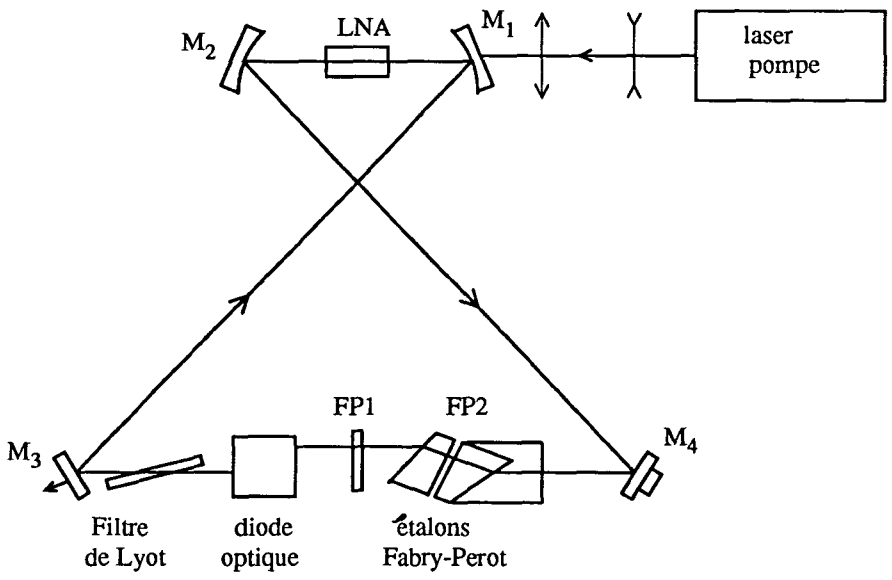


Figure 4.3: *Cavité en anneau du laser LNA que nous avons utilisé.*

La largeur de raie du laser est estimée à 400 Khz [58]. Il est possible de changer la fréquence du laser en déplaçant la raie atomique de l'hélium à l'intérieur de la cellule grâce à l'application d'un champ magnétique. Ceci permet de changer la fréquence de 20 Mhz environ (12 fois la largeur naturelle de la transition) autour de la fréquence de la transition atomique non

perturbée. Il est ainsi possible, avec une puissance de pompe de 3.5 W d'obtenir un faisceau laser monomode résonnant sur la transition $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_1$ d'une puissance de 20 mW.

La zone d'interaction atome-laser

Rappelons que l'effet Sisyphe magnétique que nous avons étudié consiste à regarder l'influence d'une onde laser stationnaire polarisée σ^+, sur un jet d'hélium.

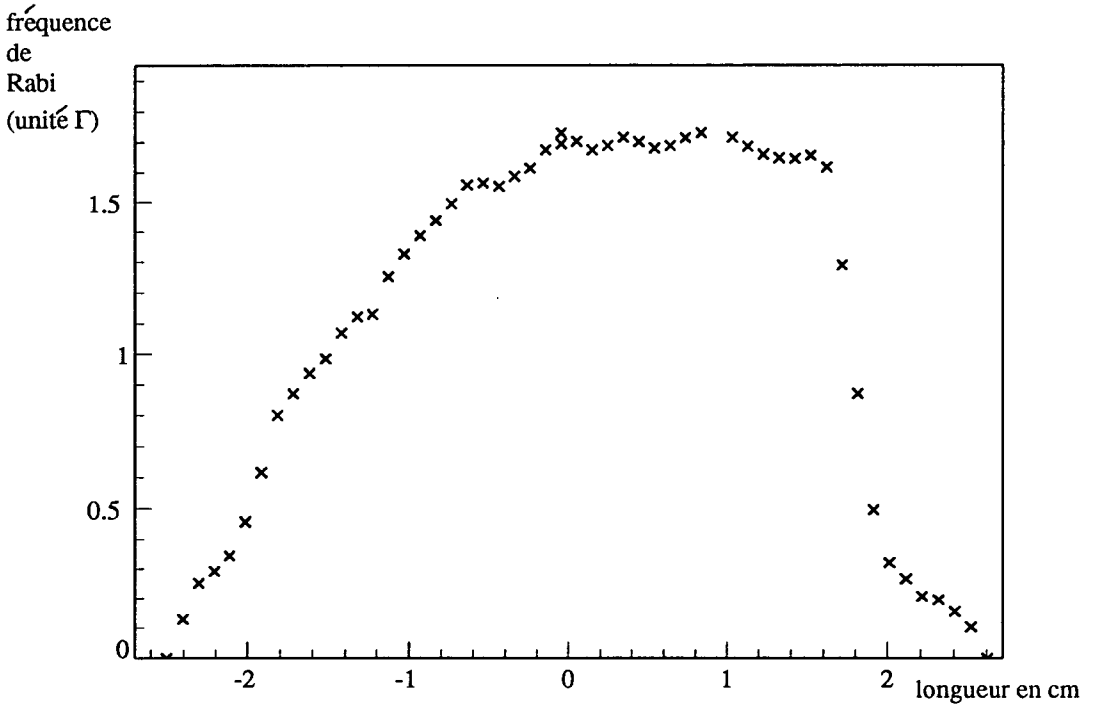


Figure 4.4: *Profil de la fréquence de Rabi par onde du faisceau laser avant la zone d'interaction.*

Nous avons limité la taille du faisceau laser à 40 mm en ajoutant une fente de façon à avoir un faisceau homogène et d'intensité assez uniforme sur la fin de la longueur d'interaction qui est la zone la plus sensible (voir figure 4.4).

L'intensité laser au maximum est de 1 mW/cm^2. L'intensité de saturation étant de :

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3} \times \frac{hc\Gamma}{\lambda^3} = 0.16 \text{ mW/cm}^2 \tag{4.2}$$

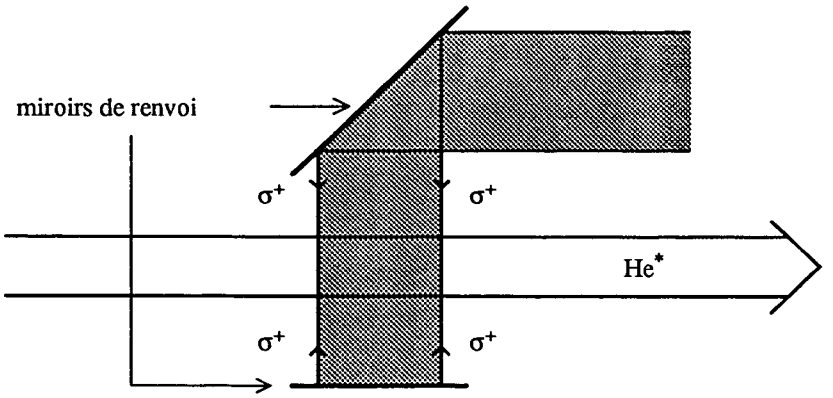


Figure 4.5: *Le faisceau laser est une onde plane progressive polarisée σ^+ réfléchie sur un miroir orthogonal à la direction de propagation de la lumière. L'onde laser résultante est une onde stationnaire σ^+.*

La fréquence de Rabi par onde est de :

$$\Omega_l = \Gamma\sqrt{\frac{I}{2I_{sat}}} = 1.7\Gamma \tag{4.3}$$

Dans notre expérience, nous avons travaillé sur la transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$. Le coefficient de Clebsh-Gordan de la transition valant $1/\sqrt{2}$, la fréquence de Rabi effective est $\sqrt{2}$ fois plus faible.)

Nous avons placé un miroir de renvoi de l'autre côté de la zone d'interaction afin d'obtenir une onde stationnaire (voir figure 4.5). La polarisation de l'onde laser stationnaire est contrôlée à l'aide d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur suivis d'une lame $\lambda/4$ d'orientation réglable. Il est ainsi possible d'obtenir toutes les polarisations possibles au niveau de la zone d'interaction [58] et en particulier la polarisation σ^+ que nous avons utilisée.

4.1.3 Contrôle du champ magnétique.

Il existe deux problèmes liés au champ magnétique concernant l'expérience sur l'effet Sisyphe magnétique que nous avons effectuée. Le premier problème est celui de la compensation du champ magnétique dans les trois directions, le second est celui de l'étalonnage du champ magnétique que l'on impose ensuite. Ces deux problèmes sont importants. En effet, il est indispensable de définir correctement la direction du champ magnétique, ainsi que la valeur de ce champ pour pouvoir effectuer des études quantitatives et comparer les signaux expérimentaux aux études théoriques.

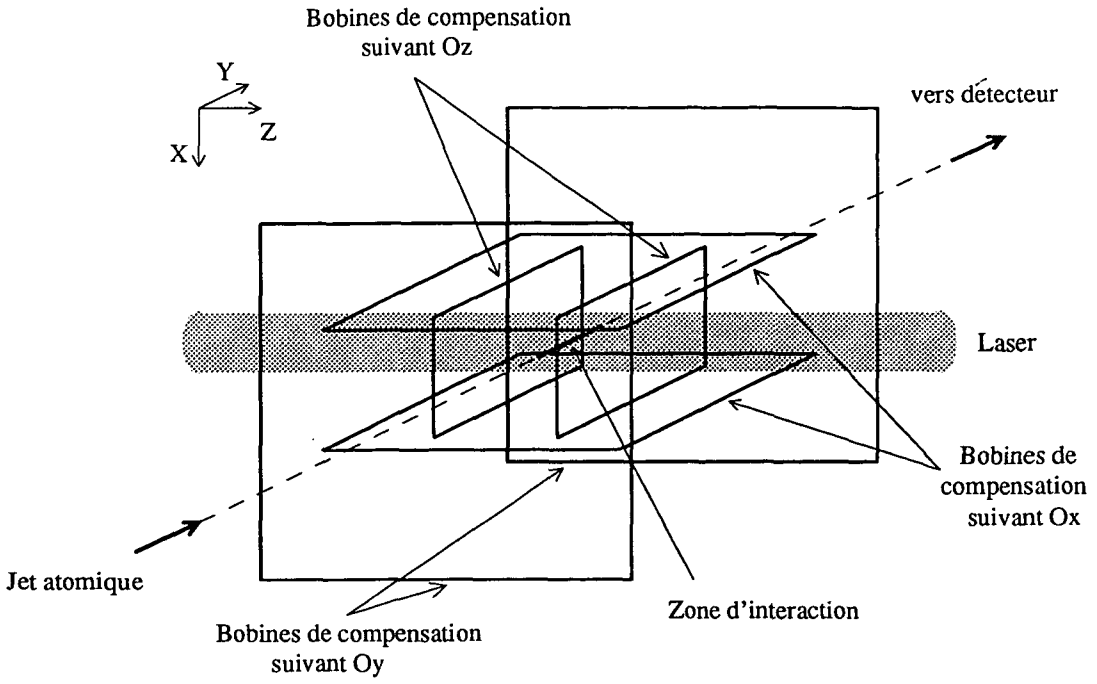


Figure 4.6: *Schéma des différentes bobines de compensation du champ magnétique.*

Etalonnage du champ magnétique en fonction du courant

Pour compenser et imposer une direction de champ magnétique, nous disposons de trois paires de bobines placées autour de l'expérience. Ces bobines sont rectangulaires branchées dans le même sens (voir fig 4.6). Il est possible de calculer le champ magnétique induit par un courant donné en utilisant la formule:

$$B = \frac{2\mu_0 I N}{\pi}\frac{L}{2}\times \quad [\frac{1}{(d^2/4+l^2/4)(d^2/4+l^2/4+L^2/4)^{1/2}} + \frac{1}{(d^2/4+L^2/4)(d^2/4+l^2/4+L^2/4)^{1/2}}] \tag{4.4}$$

L et l étant la longueur et la largeur d'une bobine, d la distance entre les deux bobines, I l'intensité du courant et n le nombre d'enroulements. Les caractéristiques des bobines sont les suivantes :

1. suivant l'axe Ox, $L = l = 0.68$ m, $d = 0.42$ m, $n = 100$. La conversion courant champ magnétique est alors de 1 mA→2.2 mG.

2. suivant l'axe Oy, $L = 0.48$ m, $l = 0.35$ m, $d = 0.26$ m, $n = 100$. La conversion courant champ magnétique est alors de 1 mA→ 3.08 mG.

3. suivant l'axe Oz, $L = l = 1.13$ m, $d = 0.8$ m, $n = 75$. La conversion courant champ magnétique est alors de 1 mA → 0.86 mG.

Nous avons vérifié qu'en l'absence de bobines, le champ était uniforme et constant. Il suffit donc d'un champ uniforme pour effectuer la compensation, d'où le choix de bobines symétriques. Nous avons choisi de construire des bobines les plus grandes possibles afin d'avoir la meilleure compensation du champ magnétique possible sur la zone la plus grande possible. Les caractéristiques géométriques ont ensuite été imposées par la place disponible. Les valeurs de conversion courant-champ magnétique qui ont été données précédemment ont aussi été vérifiées à l'aide d'une sonde placée dans la zone d'interaction.

Compensation du champ magnétique

Nous voulons compenser le champ magnétique dans les trois dimensions, pour pouvoir mieux le contrôler ensuite. Nous avons tout d'abord cherché à compenser le champ magnétique à l'aide de la sonde qui nous a servi à étalonner le champ magnétique. Pour ensuite affiner cette mesure, nous avons utilisé une méthode développée dans notre groupe [80, 22], appelée l'effet Hanle mécanique. Nous allons en rappeler très brièvement le principe.

Nous éclairons notre système avec une onde laser résonnante sur la transtion $J = 1 \rightarrow J' = 1$ de l'hélium, à l'intérieur d'un dispositif expérimental tout à fait analogue au dispositif expérimental de la figure 4.5, mais dont nous avons oté le miroir de renvoi, de sorte que l'onde lumineuse est une onde plane progressive σ^+. Dans cette configuration, l'état $|m_z = +1\rangle$ est un état piège, non couplé à la lumière. Si l'on ajoute un champ magnétique transverse, il existe un couplage entre ce niveau et le niveau $|m_z = 0\rangle$ qui lui est couplé à la lumière. Il en résulte que les atomes sont soumis à une force. Le faisceau atomique d'hélium métastable peut être défléchi par cette force. Il est d'autant plus défléchi que les atomes sont soumis au rayonnement lumineux. Plus le champ magnétique est fort, plus le jet est défléchi. En balayant donc le champ magnétique, il est possible de trouver la meilleure compensation de champ magnétique qui correspond au minimum de déflection du jet.

La configuration de polarisation ci-dessus nous permet de compenser le champ suivant les axes x et y, transverses à l'axe de propagation du laser. Pour compenser suivant l'axe oz on choisit une polarisation différente, linéaire suivant y. Dans ce cas, l'état $|m_y = 0\rangle$ est un état piège, et le champ magnétique suivant oz agit comme une perturbation venant mélanger les sous-niveaux. En cherchant le minimum de déflection dans cette configuration, il est possible de compenser la composante B_z du champ magnétique.

Remarque : *l'avantage d'une telle compensation du champ magnétique est quelle se fait à l'endroit même où passent les atomes. En utilisant un faisceau de même taille que le faisceau utilisé pour l'expérience, on obtient une bonne compensation du champ magnétique.*

En se basant sur la finesse de la courbe de la déflection du jet en fonction du champ magnétique, cette compensation a été estimée meilleure que 2.5 mG [80]. Pour nos expériences sur l'effet MASE, la compensation doit être telle que le champ magnétique résiduel doit être faible devant le champ magnétique que l'on applique. Le champ magnétique minimal appliqué est de 22 mG, soit près de neuf fois plus grand que l'incertitude sur le champ magnétique.

4.1.4 Lien entre le sens σ de la polarisation et le sens du champ magnétique.

Lorsque nous parlons d'une polarisation σ^+, c'est relativement à l'axe oz. On peut se demander s'il est important de connaître le sens de la polarisation que nous utilisons (σ^+ ou σ^-). Pour l'effet décrit jusqu'ici, il est clair que les deux sens σ^+ et σ^- sont équivalents. En revanche, si l'on rajoute un champ magnétique suivant oz, les phénomènes dépendent du sens σ^+ ou σ^-. Il faut donc connaître le sens relatif du champ magnétique et de la polarisation circulaire du laser.

La polarisation circulaire est obtenue à partir d'une polarisation linéaire que l'on fait passer dans une lame quart d'onde attaquée à 45° des axes propres. Si l'on connait l'axe lent et l'axe rapide de la lame, on en déduit facilement le sens de rotation que l'on compare ensuite au sens de parcours du courant dans les bobines qui créent le champ magnétique. En revanche, si l'on ne sait pas différencier les deux axes, il est difficile de connaître le sens de rotation.

Nous avons utilisé pour cela une technique assez rapide. Plaçons-nous avec une onde laser stationnaire polarisée circulairement résonnante avec la transition $J = 1 \rightarrow J' = 2$ de l'hélium métastable. Décidons que cette polarisation est σ^+. Compensons le champ magnétique au mieux. Nous sommes dans une configuration de mélasse optique. L'effet du champ laser est de pomper optiquement tous les atomes sur la transition $|J = 1, m_z = 1\rangle \rightarrow |J = 2, m_z = 2\rangle$ (situation d'un atome à deux niveaux). En l'absence de champ magnétique, l'onde laser étant résonnante, l'effet du laser va être de "chauffer" par diffusion la distribution transverse des vitesses du jet. Si maintenant un champ magnétique positif est ajouté, il va déplacer le niveau fondamental d'une quantité plus faible que le niveau excité (fig 4.7). La fréquence du laser va

se trouver en dessous de la fréquence atomique déplacée par effet Zeeman, la situation est donc équivalente à celle d'une situation de mélasse pour un laser désaccordé en dessous de résonance. On s'attend à ce que la dispersion en vitesse transverse du jet soit affinée. Par contre si le champ magnétique est négatif, la mélasse optique devient expulsante, et la distribution en impulsion aura tendance à s'élargir.

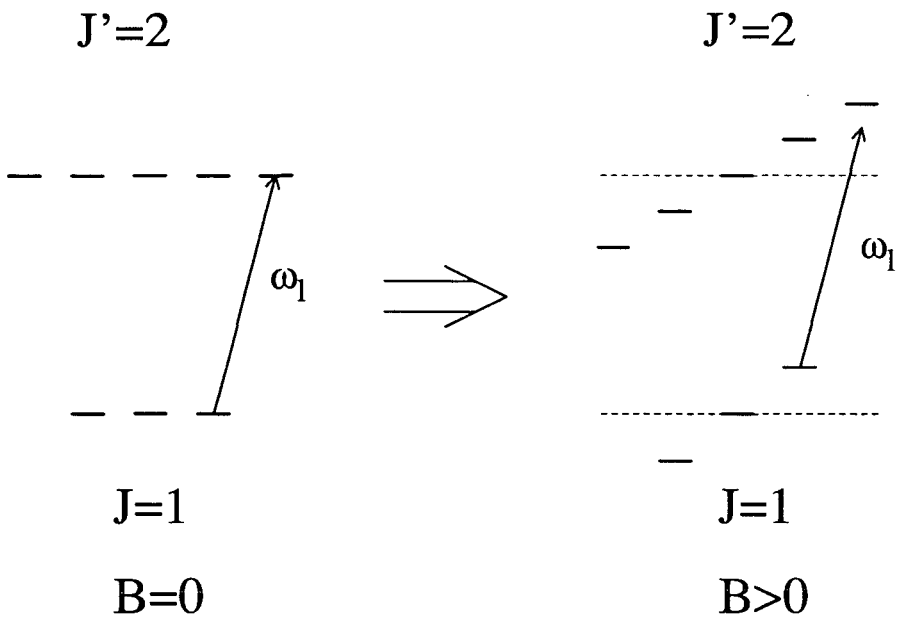


Figure 4.7: *Transition $J = 1 \rightarrow J = 2$ éclairée par une lumière σ^+ en présence d'un champ magnétique longitudinal positif. Le niveau $|m_{ez} = 2\rangle$ (facteur de Landé $g' = 3/2$) est plus déplacé que le niveau $|m_{fz} = 1\rangle$ (facteur de landé $g = 2$). La transition $|m_{fz} = 1\rangle \rightarrow |m_{ez} = 2\rangle$ voit le laser désaccordé en dessous de résonance. Le système est équivalent à un système à deux niveaux en situation de mélasse optique désaccordée sur le rouge.*

Nous pouvons donc, en regardant simplement l'évolution de la distribution des vitesses transverses, trouver le lien entre le signe de la polarisation du laser et le signe du champ magnétique.

4.2 Article : "Magnetically Assisted Sisyphus Effect"

Article soumis au Journal de Physique II.

MAGNETICALLY ASSISTED SISYPHUS EFFECT

Olivier EMILE, Robin KAISER(*),
Christoph GERZ(**), Hartmut WALLIS(***),
Alain ASPECT(*) and Claude COHEN-TANNOUDJI

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne
de l'Ecole Normale Supérieure et Collège de France(****)
24 rue Lhomond, 75005 PARIS, FRANCE

PACS : 32.80 P, 32.80 B, 42.50

(*)Present address : Institut d'Optique, Université Paris Sud, B.P. 147, 91403 ORSAY Cedex, FRANCE.

(**)Present address : NIST, Phys A167, GAITHERSBURG, MARYLAND 20899, USA.

(***)Present address : Institut für Angewandte Physik der Universität Bonn, Wegelerstrasse 8, D-5300 BONN 1.

(****)Associé au CNRS (U.A. 18) et à l'Université Pierre et Marie Curie.

RÉSUMÉ

Cet article présente une étude expérimentale et théorique du refroidissement laser par une onde stationnaire quasi-résonnante en présence d'un champ magnétique transverse faible (Effet Sisyphe Magnétique). Les calculs théoriques ont été développés sur une transition $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$ correspondant à la situation expérimentale que nous avons étudiée sur la transition $2^3S_1 \longleftrightarrow 2^3P_1$ de l'hélium métastable. Dans ce cas, l'effet Sisyphe magnétique a une action opposée à celle du refroidissement Doppler habituel : il produit un chauffage pour un accord du laser en dessous de résonance. La compétition entre l'effet Sisyphe magnétique et le refroidissement Doppler, qui agissent sur des gammes de vitesse différentes, débouche sur de nouveaux effets intéressants, et notamment sur une force présentant un caractère bistable. Nous avons calculé la force totale en fonction de la vitesse en utilisant une approche semi-classique. Nous avons aussi utilisé une seconde approche théorique où l'impulsion atomique est quantifiée, et qui permet d'étudier l'évolution temporelle de la distribution en vitesse. Les résultats théoriques sont ensuite confrontés aux résultats expérimentaux.

ABSTRACT

This paper presents an experimental and theoretical study of laser cooling in a standing wave in the presence of a small transverse magnetic field (Magnetically Assisted Sisyphus Effect : MASE). The analysis is worked out for a $J_g = 1$ to $J_e = 1$ transition corresponding to the experiment performed on the $2^3S_1 \longleftrightarrow 2^3P_1$ transition of metastable helium. In this situation, MASE has an effect opposed to the usual Doppler cooling effect, i.e. it produces heating for a negative detuning. Depending on the various parameters, the competition between MASE and Doppler cooling, which act on different velocity ranges, leads to interesting new effects, such as a bistable force. The velocity dependence of the total force is calculated, using a semi-classical approach. A second theoretical treatment, where the atomic motion is quantized, is used to study the time evolution of the velocity distribution. The results of these calculations are compared to experimental observations.

1 - Introduction

For atoms with several Zeeman sublevels in the ground state, optical pumping and light shifts can give rise to laser cooling mechanisms much more efficient than Doppler cooling. After the experimental discovery by the NIST group of sub-Doppler temperatures [1], and the confirmation of this effect by other groups [2,3], it was soon realized that the new cooling mechanisms were associated with large non-adiabatic effects due to the appearance of long internal times (optical pumping) for an atom moving in a laser configuration exhibiting polarization gradients [2,4]. A particularly simple example of such a cooling mechanism is the "Sisyphus effect" where, as a consequence of strong correlations which exist between the spatial modulation of light shifts and the spatial modulation of optical pumping rates, the multilevel atom moves up in potential hills more than down [5]. Other types of laser cooling mechanisms in polarization gradients have also been investigated [5,6].

Actually, Sisyphus cooling was first pointed out for a 2-level atom (e, g) moving in an intense standing wave, without any polarization gradient [7]. In such a case, the energies of the two dressed states originating from e and g and the spontaneous emission rates from these dressed states oscillate in space in a correlated way and this gives rise to a Sisyphus cooling. But at low intensity, one of the two dressed states nearly coincides with the ground state g and has a population nearly equal to 1, even at the antinodes of the standing wave. The fact that the population of this dressed state does not change appreciably along the standing wave explains why Sisyphus cooling can be neglected at low intensity for a 2-level atom. The same conclusion holds for an atom with several ground state sublevels in a weak standing wave without polarization gradients. As long as the laser polarization remains the same, the repartition of populations among the ground state sublevels, and the coherences between them, do not change.

In order to get a Sisyphus effect at low intensity and in the absence of polarization gradients, a new perturbation must be added which can change the repartition of the populations among the ground state sublevels. This can be achieved by adding a small transverse static magnetic field $\mathbf{B}_0$. Near the nodes of the standing wave, where the light shifts vanish, $\mathbf{B}_0$ introduces couplings between the degenerate Zeeman sublevels, and a moving atom can experience non adiabatic (Landau-Zener type) transitions between ground state Zeeman sublevels. Then, when the atom arrives near an antinode, optical pumping puts it back in the lowest Zeeman sublevel, so that on the average the atom moves up in potential hills more than down. Such a magnetically assisted Sisyphus effect has been experimentally observed [8,9,10]. Velocity selective resonances have also been observed in the presence of a static magnetic field [11,12]. General theoretical treatments have been given in [13]. For a $J_g \longleftrightarrow J_e = J_g + 1$ transition, cooling occurs only for a

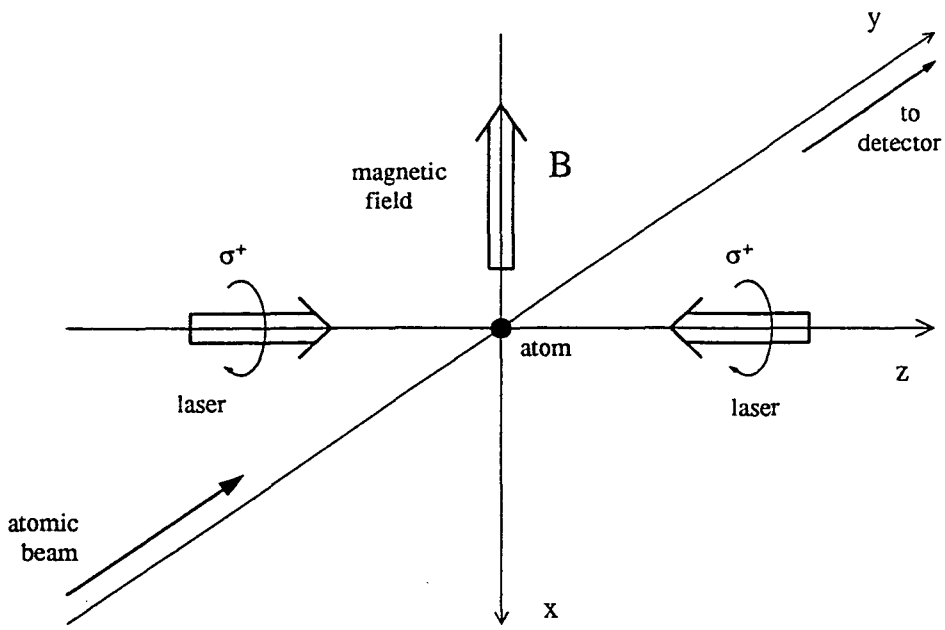


Figure 1 : *Experimental configuration : the laser beam is applied transversely to the atomic beam, and can deflect the atoms. This deflection is measured by a detector.*

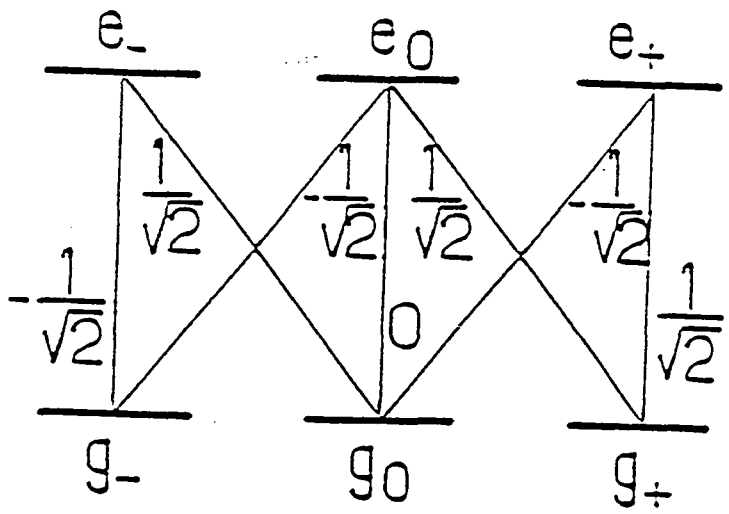


Figure 2 : *Atomic level scheme for observation of MASE with a σ^+ circularly polarized laser. The Zeeman sublevels g_+, g_0, and g_- are taken by reference to the laser beam propagating along OZ. At zero magnetic field, the atoms are optically pumped into g_+ where they no longer interact with the laser. We have indicated the Clebsch-Gordan coefficients characterizing the strength of the transitions.*

red detuning between the laser frequency ω_L and the atomic frequency ω_0 $(\omega_L < \omega_0)$. For a $J_g \longrightarrow J_e = J_g - 1$ transition, the situation is reversed and Sisyphus cooling has been observed [14] for a blue detuning $(\omega_L > \omega_0)$.

The purpose of this paper is to investigate situations where magnetically assisted Sisyphus effect (MASE) exhibits new features [10]. The corresponding experiments have been performed on metastable He atoms on a $J_g = 1 \longleftrightarrow J_e = 1$ transition. In such a situation, the velocity dependent forces associated respectively with MASE and with Doppler cooling have opposite signs, and the values of the parameters for Helium are such that the competition between these two mechanisms leads to spectacular new effects. Another remarkable feature of Helium is related to the large recoil velocity (9.2 cm/s) ; in that case, a full quantum treatment appears to be more convenient and more appropriate for giving a full account of the experimental results than the usual semi-classical description in terms of a mean force and a momentum diffusion coefficient (this was already noticed for the treatment of the Mechanical Hanle Effect of Helium [15]).

The paper is organized as follows. We first give in Section 2 a qualitative description of MASE, a semi-classical calculation of this effect being outlined in Section 3. We then present in Section 4 our experimental results, and we discuss them qualitatively in the light of the results of Section 2 and 3. When the transient regime needs to be accounted for, a full quantum treatment is more suitable. Such a treatment is given in Section 5 and its predictions are compared with the experimental observations.

2 - Qualitative presentation of MASE

We consider an atomic beam propagating along the Oy axis, and irradiated at right angle by a σ^+ polarized resonant laser standing wave along Oz (Fig. 1). This laser excites a transition $J_g = 1 \longleftrightarrow J_e = 1$, the Clebsch-Gordan coefficients of this transition being given in Fig. 2. In the absence of magnetic field, the ground state sublevels have their degeneracy removed by the laser excitation, and optical pumping by the σ^+ light transfers all the atomic population in g_+. Since there is no σ^+ transition starting from g_+, the light-shift of g_+ is equal to zero. On the other hand, the two sublevels g_- and g_0 are light-shifted by the same amount since the square of the Clebsch-Gordan coefficients of the two σ^+ transition starting from g_- and g_0 are equal (Fig. 2). Because of the variation of the light intensity along Oz, the light-shifts of g_- and g_0 are spacially modulated, maximum at an antinode and null at a node, as shown in Fig. 3. We suppose here that the detuning :

$$\delta = \omega_L - \omega_0 \tag{2.1}$$

between the laser frequency ω_L and the atomic frequency ω_0 is negative, so that light shifts in the ground state are negative. An atom travelling in this standing wave is opti-

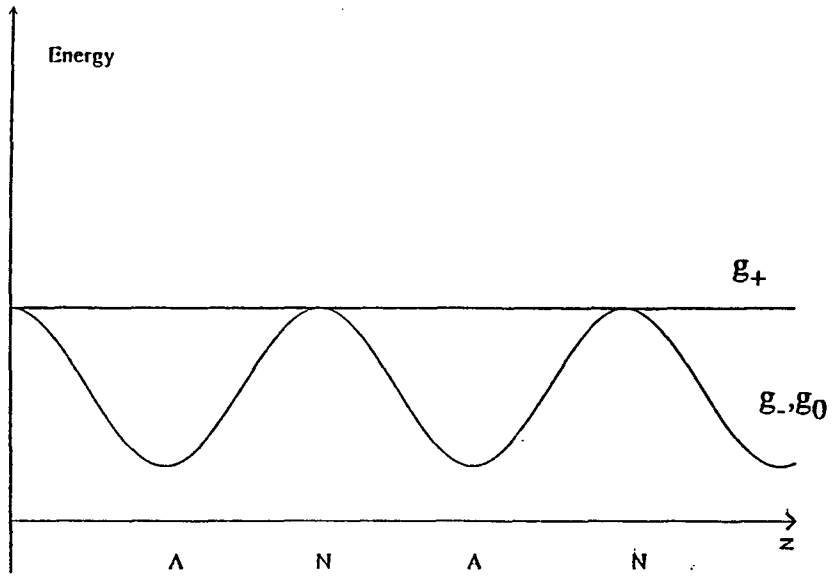


Figure 3 : *Spatial modulation of the 3 ground state sublevels energy with a stationary laser wave σ^+ polarized. The ground states $|g_-\rangle$, $|g_0\rangle$ experience the same light shift, maximum at a node and null at an antinode. The state $|g_+\rangle$ experiences no light shift, because it doesn't interact with the σ^+ light.*

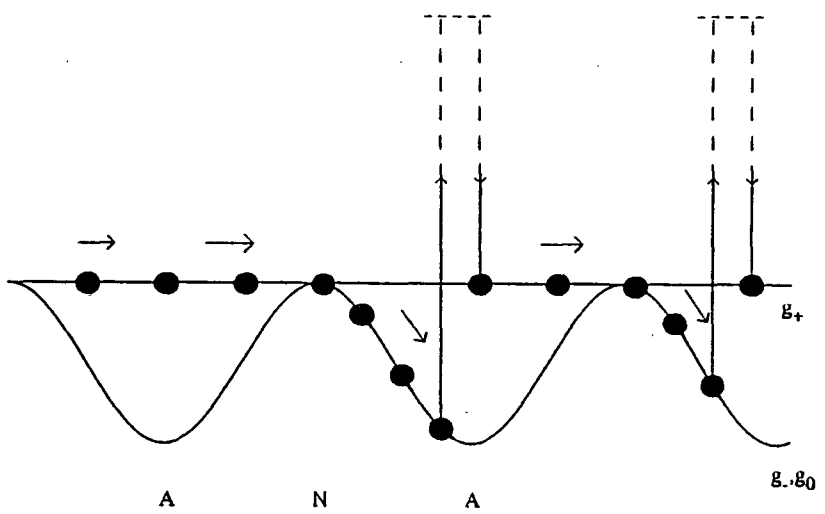


Figure 4 : *MASE for a $J_g = 1$ to $J_e = 1$ transition in the case of a negative detuning. When an atom travels through a node, it experiences a precession because of the transverse magnetic field, and it can leave the region in the $|g_0\rangle$ or even $|g_-\rangle$ sublevel, where it is accelerated, until it is optically pumped to g_+ where it has a uniform motion. The process can resume at the next node, and the net result is an increase of the kinetic energy of the atom.*

cally pumped into g_+ where it experiences no force because the energy of this sublevel is position independent.

Suppose now that we apply a weak transverse static magnetic field $\mathbf{B}_0$ along the third axis Ox of Fig. 1, producing between g_-, g_0 and g_+ off diagonal couplings smaller than the value of the light shift at an antinode. In such a case, the sublevels remain almost unchanged at an antinode, and an atom moving around an antinode is still optically pumped into g_+ where it experiences no force. On the contrary, around a node, the precession induced by $\mathbf{B}_0$ between g_+ and g_0 and between g_0 and g_- is not negligibly small compared to the precession due to light shifts, so that an atom travelling through a node may be found in g_0 or g_- just after the node. Such transfers can also be interpreted as resulting from Landau-Zener type transitions induced by $\mathbf{B}_0$ for an atom moving near a node where the three sublevels are degenerate(*). Once the atom has been transferred to the sublevels g_0 or g_- which are spatially modulated, it experiences a force. In the case of Fig. 3, corresponding to a negative detuning of the laser, the atom is accelerated between the node and the antinode. If the atom remained on the same sublevel, it would then decelerate between the antinode and the following node, and after one period (i.e. half a wavelength) the kinetic energy would remain unchanged. In fact, the circularly polarized laser tends to optically pump back the atom from g_- and g_0 into g_+, and this is more likely to happen around the antinode, where the laser intensity is maximum. The atom then proceeds on g_+ which is flat. This process is sketched in Fig. 4, and we see that the net result is an increase of the kinetic energy of the moving atom. For a positive laser detuning, we would have the opposite conclusion : the kinetic energy of the atom would decrease.

The physical mechanism we have just described, and which is also discussed in [8-10], is quite analogous to the Sisyphus effect occurring for a multilevel atom moving in a laser configuration with a polarization exhibiting a gradient of ellipticity [5]. In the case presented here, the magnetic field plays an essential role [8-14], and this is why such an effect may be called Magnetically Assisted Sisyphus Effect. Like for any kind of Sisyphus effect, it would be possible to show that the corresponding force varies linearly with the velocity v around $v = 0$. However, there is here a striking difference : the sign of the effect is not the usual one [5,6] since we have here a heating force (the force increases with the velocity) for a negative detuning, and a cooling force for a positive detuning. This different sign has dramatic consequences on the behavior of the force as a function of velocity, when one does not restrict the study to very small velocities. Indeed, it is well known [5] that Sisyphus cooling is efficient only at velocities smaller

(*) For the generalization of the Landau Zener formula to the case of two tangent levels see [16].

than a critical velocity v_S. This velocity is such that the atom travels a distance on the order of a fraction of a wavelength $(2\pi/k_L)$ during $(\Gamma')^{-1}$ (which is the optical pumping time from g_- to g_+). This critical velocity can thus be defined by :

$$v_S = \Gamma'/k_L \tag{2.2}$$

When the atomic velocity is larger than v_S, the Sisyphus force gets smaller, while the absorption process becomes more sensitive to the atomic velocity : because of the Doppler effect, the probabilities of excitation by the two counterpropagating waves forming the standing wave are no longer equal. The result is the usual Doppler cooling force, which is efficient on a velocity range on the order of v_D, defined by :

$$v_D = \Gamma/k_L \tag{2.3}$$

(note that v_D is larger than v_S since Γ' is smaller than Γ). This Doppler force produces a cooling for a negative detuning, and a heating for a positive detuning. The Doppler force, dominant at large velocities, has thus a sign opposite to that of the Sisyphus force, dominant at low velocity (while in the usual cases the two effects have the same sign and just add up). Note that there are other cases where the Doppler and sub-Doppler forces have opposite signs, for example, the case of a $\sigma^+ - \sigma^-$ configuration (with no B-field) for $J_g = J \longrightarrow J_e = J$ and $J_g = J \longrightarrow J_e = J - 1$ transitions when $J > 1$.

In order to get a qualitative understanding of the physical consequences of such a situation, we just add these two forces. We first consider the Doppler force in the typical situation of a detuning $\delta = -\Gamma/2$: it is the sum of two opposite Lorentzian curves centered at $\pm v_D/2$, which gives a curve with a negative slope around $v = 0$. As for the Sisyphus force, we model it by the expression [5] :

$$F_S = \frac{\alpha v}{1 + v^2/v_c^2} \tag{2.4}$$

with v_c of the order of v_S, i.e. smaller than v_D. This curve has a positive slope around $v = 0$, and it has a narrower width. Fig. 5 shows the result of this addition. The total force vanishes not only at $v = 0$, but also at $v = +v_1$ and $v = -v_1$, so that there are three "equilibrium" points in velocity space. For a negative detuning (Fig. 5), the two points $v = +v_1$ and $v = -v_1$ are stable, while $v = 0$ is unstable (this results from the sign of the slope around each point). If we let an ensemble of atoms evolve under the effect of such a force, we thus expect that the atoms will get bunched around v_1 and $-v_1$, giving rise to a velocity distribution exhibiting two bumps, the width of which is determined by the unavoidable fluctuations of the force around its average value (momentum diffusion due to the random character of momentum exchanges between atoms and light).

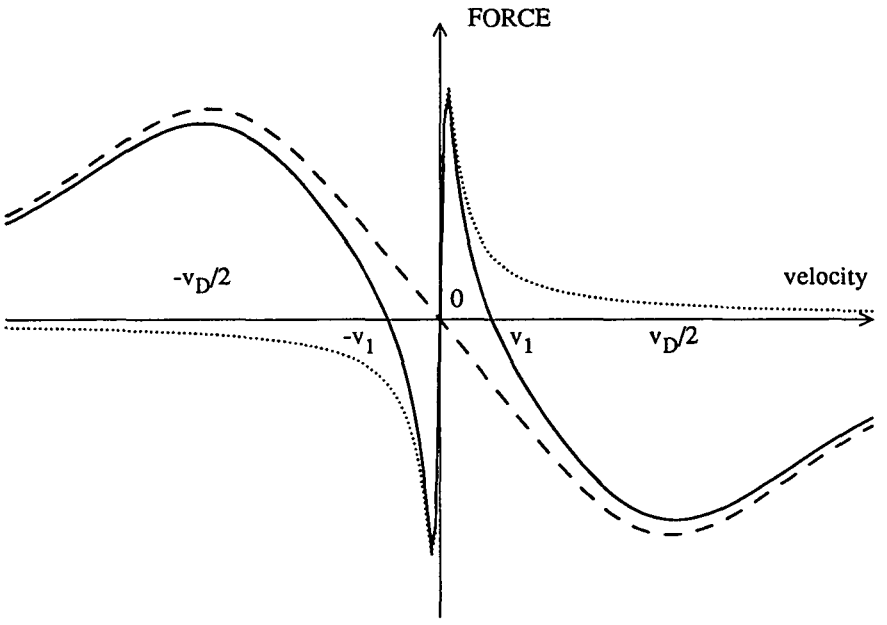


Figure 5 : *Addition of a Sisyphus type force (dotted line), and of a Doppler cooling force (discontinuous line). Since the two forces have opposite signs, and since they act on different velocity ranges, the resulting curve (full line) crosses the v axis on three points. The two points at $v = v_1$ and $v = -v_1$ are stable equilibrium points, while $v = 0$ is unstable.*

In the case of a positive detuning, we expect a force with the same shape but a reversed sign. The physical consequences are then completely different since we have now only one stable point around $v = 0$, and two unstable points at $v = v_1$ and $v = -v_1$. Atoms initially distributed in the interval $[-v_1, v_1]$ will thus be "attracted" towards $v = 0$, whereas atoms with $v > v_1$ or $v < -v_1$ are expelled out. We thus expect a final velocity distribution exhibiting a single bump around zero. Strictly speaking, in such a case, there is no real steady-state distribution since there is a diffusion process in velocity space, allowing atoms to "jump" beyond the values v_1 or $-v_1$, so that they eventually escape. However, provided that this escape mechanism has a characteristic time longer than the bunching time, it should be possible to observe a "metastable" situation with atoms bunched around $v = 0$.

3 - Semi-classical calculation of the mean force

3.1 - Principle of the calculation

This section is devoted to a calculation of the mean force experienced by an atom moving in a laser standing wave along Oz (Fig. 1). We will use a semi-classical approach, which is valid when the extension of the atomic wave packet is sufficiently small both in position and momentum space [17]. Such a semi-classical approach is now well known and is discussed in detail in several places [13,17,18]. In order to have a self-contained paper, we sketch here the main steps of the calculation.

The mean radiative force can then be written as

$$f(z) = -\left\langle \frac{\partial}{\partial z} V_{\mathrm{AL}}(z) \right\rangle \tag{3.1}$$

Where

$$V_{\mathrm{AL}} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(z) \tag{3.2}$$

is the electric dipole interaction Hamiltonian, describing the coupling between the atomic dipole moment $\mathbf{d}$ and the laser electric field $\mathbf{E}(z)$.

Since the quantum average of expression (3.1) evaluated at the atomic position involves only the internal degrees of freedom, it can be expressed in terms of the atomic density matrix σ describing the internal atomic state. In order to calculate σ, we will use the optical Bloch equations which describe the time evolution of σ, including the Hamiltonian evolution in the external laser and magnetic fields, as well as the damping due to spontaneous emission.

We suppose here that the atom is moving along Oz with a constant velocity v in the laser standing wave. We can thus calculate the density matrix in the forced regime, using a Fourier series expansion. The corresponding equations are solved using the continued fraction method [18].

3.2 - Simplified level scheme and corresponding Hamiltonian

We restrict this calculation to situations where the magnetic coupling between the Zeeman sublevels is small compared to the atom-light coupling and to the natural width Γ of the excited state e. With the σ^+ laser polarization considered here, most of the atomic population is concentrated in the three sublevels $|g_0\rangle = |g, m_z = 0\rangle$, $|g_+\rangle = |g, m_z = +1\rangle$, $|e\rangle = |e, m_z = +1\rangle$ (see Fig. 2).

In order to simplify the calculation of this section, we only take into account these three most populated sublevels. The total Hamiltonian H describing the atom in the external laser and magnetic fields can then be written :

$$H = \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| + V_B + V_{\mathrm{AL}} \tag{3.3}$$

where $\hbar\omega_0$ is the internal energy interval between e and g, where the atom-laser coupling V_{AL} is given in (3.2), and where

$$V_B = \hbar\frac{\Omega_B}{\sqrt{2}} |g_0\rangle \langle g_+| + \mathrm{h.c.} \tag{3.4}$$

describes the Zeeman coupling between g_0 and g_+ due to a transverse static magnetic field applied along Ox (note that Ω_B includes the Landé factor of the ground state). With this notation we get $\Omega_B = \Gamma$ for $B = 1.75$ G. In order to reexpress V_{AL} in a form similar to (3.4), we start from the expression of the electric field of a σ^+ laser standing wave.

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathcal{E}^+(z)e^{-i\omega_L t} + \mathrm{c.c.} \tag{3.5}$$

where the positive frequency component $\mathcal{E}^+(z)$ can be written :

$$\mathcal{E}^+(z) = \mathcal{E}_0 \left(\frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}\right) \cos kz \tag{3.6}$$

Inserting (3.6) into (3.2) and using the rotating wave approximation, we get :

$$V_{\mathrm{AL}} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\cos kz \left[|e\rangle \langle g_0| e^{-i\omega_L t} + \mathrm{h.c.}\right] \tag{3.7}$$

where

$$\Omega_L = -2\langle e|\mathbf{d} \cdot \frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} |g_0\rangle \mathcal{E}_0/\hbar \tag{3.8}$$

is the Rabi frequency characterizing the atom-laser coupling at an antinode.

3.3 - Optical Bloch equations

The density matrix evolution is determined from the optical Bloch equations

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{i\hbar}[H, \sigma] + \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathrm{sp}} \tag{3.9}$$

where $(\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t)_{\mathrm{sp}}$ represents the relaxation terms due to spontaneous emission.

From (3.3), (3.4), (3.7) and (3.9), we deduce à set of coupled linear differential equations :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{g_0g_0}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\Omega_B}{\sqrt{2}}\left(\sigma_{g_0g_+} - \sigma_{g_+g_0}\right) + \frac{i\Omega_L}{2}\cos kz\left(\tilde{\sigma}_{g_0e} - \tilde{\sigma}_{eg_0}\right) + \frac{1}{2}\Gamma\sigma_{ee} \tag{3.10.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{g_+g_+}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\Omega_B}{\sqrt{2}}\left(\sigma_{g_+g_0} - \sigma_{g_0g_+}\right) + \frac{1}{2}\Gamma\sigma_{ee} \tag{3.10.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{ee}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\Omega_L}{2}\cos kz\left(\tilde{\sigma}_{eg_0} - \tilde{\sigma}_{g_0e}\right) - \Gamma\sigma_{ee} \tag{3.10.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{g_0g_+}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\Omega_B}{\sqrt{2}}\left(\sigma_{g_0g_0} - \sigma_{g_+g_+}\right) - \frac{i\Omega_L}{2}\cos kz\ \tilde{\sigma}_{eg_+} \tag{3.10.4}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\sigma}_{g_0e}}{\mathrm{d}t} = -\frac{i\Omega_B}{\sqrt{2}}\left(\tilde{\sigma}_{g_+e}\right) + \frac{i\Omega_L}{2}\cos kz\left(\sigma_{g_0g_0} - \sigma_{ee}\right) - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\delta\right)\tilde{\sigma}_{g_0e} \tag{3.10.5}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\sigma}_{g_+e}}{\mathrm{d}t} = -\frac{i\Omega_B}{\sqrt{2}}\tilde{\sigma}_{g_0e} + \frac{i\Omega_L}{2}\cos kz\ \sigma_{g_+g_0} - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\delta\right)\tilde{\sigma}_{g_+e} \tag{3.10.6}$$

Where

$$\tilde{\sigma}_{eg_i} = \exp\left(i\omega_L t\right)\sigma_{eg_i} \qquad \text{with} \qquad i = 0, + \tag{3.11}$$

and three other equations, complex conjugate of (3.10.4, 5, 6)

3.4 - Density matrix in the forced regime

Using now $z = vt$, and neglecting the transient regime, we can write

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}z} \tag{3.12}$$

which allows us to transform the equations (3.10) into a set of linear differential equations depending only on z. Using the conservation of the total population $\left(\sigma_{ee} + \sigma_{g_+g_+} + \sigma_{g_0g_0} = 1\right)$, we transform the 9 homogeneous equations into 8 inhomogeneous ones which can be written in operator form :

$$v\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}z} = A\sigma + B \tag{3.13}$$

Since the coefficients appearing in A and B are either constant or proportional to $\cos kz$, we can use a decomposition :

$$A = \frac{A^1}{2}\left(e^{ikz} + e^{-ikz}\right) + A^0 \tag{3.14}$$

$$B = \frac{B^1}{2}\left(e^{ikz} + e^{-ikz}\right) + B^0 \tag{3.15}$$

Taking into account the periodicity of A and B, we look for a periodic solution of equation (3.13) in the form of a Fourier series :

$$\sigma = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sigma^{(n)} e^{inkz} \tag{3.16}$$

Inserting (3.16) into (3.13) and using (3.14) and (3.15), we get a recursion relation for the Fourier coefficients

$$\begin{aligned} inkv\ \sigma^{(n)} &= A^0\sigma^{(n)} + \frac{A^1}{2}\left(\sigma^{(n+1)} + \sigma^{(n-1)}\right) \\ &+ \frac{B^1}{2}\left(\delta_{n,1} + \delta_{n,-1}\right) + B^0\delta_{n,0} \end{aligned} \tag{3.17}$$

Considering $\sigma^{(n)}$ as a series of vectors in the Liouville space, we define G_n by :

$$\sigma^{(n)} = G_{n-1}\sigma^{(n-1)} \qquad \text{with} \qquad n \geq 2. \tag{3.18}$$

With this definition, the recursion relation (3-17) gives :

$$G_{n-1} = \left[\left(inkv - A^0\right) - \frac{A^1}{2}G_n\right]^{-1}\frac{A^1}{2} \tag{3.19}$$

which can be solved numerically by the continued fractions method generalized for matrices. The corresponding solution for G_1 is :

$$G_1 = \frac{1}{\left(2ikv - A^0 - \frac{A^1}{2}\frac{1}{\left(3ikv - A^0 - \frac{A^1}{2}\ldots\right)}\frac{A^1}{2}\right)}\frac{A^1}{2} \tag{3.20}$$

G_1 can be then numerically calculated for a given v. Writing then equation (3-17) for $n = 1, -1, 0$, and substituting $G_1\sigma^{(1)}$ for $\sigma^{(2)}$ we get a set of linear equations containing B^1 and B^0. The solution of these equations yields numerical values for $\sigma^{(0)}, \sigma^{(1)}$ and $\sigma^{(-1)}$ for a given set of parameters.

3.5 - Mean force

We now have to calculate the mean force given by expression (3.1). Because the force varies when the atom moves from a node to an antinode of the standing wave, we average the force over one wavelength. This average depends only on $\sigma^{(1)}$ and we get :

$$f = \hbar k\Omega_L \mathrm{Im}\left(\tilde{\sigma}^{(1)}_{goe}\right) \tag{3.21}$$

For a given detuning and a given laser coupling, at a fixed velocity, we thus obtain the average force experienced by an atom. Changing v allows us to calculate the average force f as a function of the velocity, for a given set of parameters (laser detuning and intensity, value of the transverse magnetic field). Results of calculations of this type will be presented in Section 4, in order to interpret the experimental results. As an example, we present in Fig. 6a the results of a calculation corresponding to the qualitative discussion of Section 2 : the magnetic coupling ($\Omega_B = 0.038\Gamma$) is small compared to the natural width Γ of the excited state and to the atom-light coupling at the antinodes ($\delta = -0.94\ \Gamma$, $\Omega_L = 2.4\ \Gamma$ at the antinodes, corresponding to a light shift of 0.79 Γ, and to an optical pumping rate $\Gamma' \simeq 0.7\ \Gamma$).

The result of the calculation clearly shows the features predicted by the qualitative discussion. There is a broad structure (width of the order of a few $v_D = \Gamma/k$) corresponding to Doppler cooling. For small velocities (less than $v_S = \Gamma'/k$) there is a strong heating effect due to MASE. As a result of these two competing effects, the force cancels at two stable points, $+v_1$ and $-v_1$ ($v_1 \simeq 5.2\ \hbar k/M$).

3.6 - Calculation with 6 sublevels

The calculation above, done with the simplified 3 sublevels scheme introduced in subsection 3.2, can in fact be easily generalized for taking into account all the 6 sublevels of the transition. It requires more computer power, since the density matrix has 36 elements instead of 9, but all the steps of the calculation are exactly the same. Note that the calculation is now more precise (within the framework of the semi-classical description). In particular, the Zeeman effect in the excited state is correctly taken into account, as well as the possibility for the atoms to precess to the $(g, m_z = -1)$ Zeeman sublevel when crossing an antinode where the magnetic field plays the predominant role.

Fig. 6b presents the results of this complete calculation, for the same parameters as the one of the approximate calculation of Fig. 6a. Although the results are quite similar, we can note slight differences : the maximum value of the heating force is slightly larger (0.63 $\hbar k\Gamma/2$ instead of 0.60 $\hbar k\Gamma/2$), and we observe a similar feature for the maximum cooling force. These effects can be attributed to the fact that atoms precessing to the $(g, m_z = -1)$ Zeeman sublevel exchange more photons before being optically pumped into $(g, m_z = +1)$. Note however that the values of the zeros of the force, $\pm v_1$, are essentially unchanged.

To conclude this section, we see that the simplified description in terms of 3 sublevels is quite reliable. But if precise quantitative results are required, it is necessary to make the calculation with the complete system of levels.

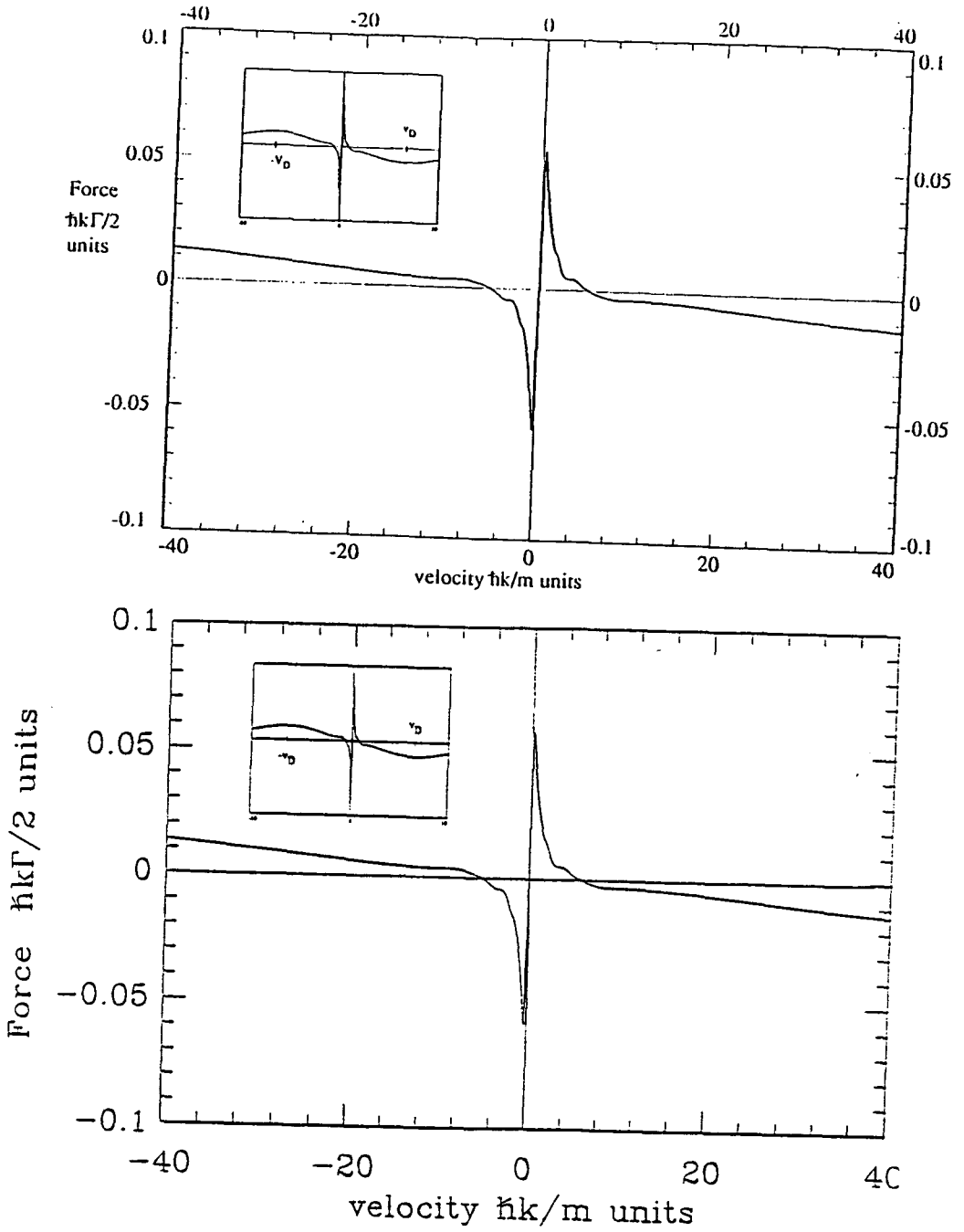


Figure 6 : *Result of a semi-classical calculation of the average force as a function of the atomic velocity, by a continued fraction expansion. The selected parameters* ($\Omega_B = 0.038\Gamma$, $\Omega_L = 2.4\Gamma$, $\delta = -0.94\Gamma$) *correspond to the qualitative discussion of section 2, i.e. we expect a heating due to MASE at small velocities, and a Doppler cooling at large velocities, with two stable points at* $\pm v_1$.

Fig. 6a corresponds to a calculation done with the simplified 3-levels scheme of section 3.2.

Fig. 6b corresponds to an exact calculation involving all the 6 sublevels : the results are very similar, but absolute values of the force are slightly larger. In insert, we have plotted the force from $-80\hbar k$ *to* $+80\hbar k$.

4 - Experimental results - Qualitative discussion

4.1 - Experimental setup

The experimental setup (see Fig.7) is the same as the one described in [15,19-21]. Metastable Helium atoms from a collimated supersonic beam interact with the light field. Their transverse velocity distribution is then determined from their deflection as measured by a scanned electron multiplier. With the beam source cooled to liquid nitrogen temperature, the longitudinal velocity distribution peaks at 1300 m/s and has a width δv of 150 m/s (HWHM). Collinear electron bombardment excites the atoms to various metastable states. Light from a Helium discharge lamp empties the singlet states, so that only atoms in the 2^3S_1 state survive.

The atoms interact with a circularly polarized transverse standing wave, with a frequency ω_L tuned to the $2^3S_1 - 2^3P_1$ transition ($\lambda = 1.083$ μm ; natural linewidth $\Gamma/2\pi = 1.6$ MHz). The home built LNA laser [21] is frequency stabilized to 0.4 MHz and locked to the $2^3S_1 - 2^3P_1$ line by saturated absorption in a He RF-discharge cell. Two Helmholtz coils around the cell allow one to detune the laser frequency by applying a magnetic field in the cell. The laser beam used for the interaction with the atoms is enlarged (and limited by a baffle) in order to have an almost uniform intensity in the interaction region 39 mm long. The corresponding interaction time is then 30 μs, i.e. 300 Γ^{-1}. The standing wave is obtained by retroreflecting the σ^+ polarized laser on a mirror. The intensity (of one travelling wave) adjusted by the use of neutral densities filters is typically on the order of 0.9 mW/cm^2, corresponding to a Rabi frequency at an antinode of $\Omega_L = 2.4\Gamma$ (as defined in Eq. 3.8).

The magnetic field in the interaction region is controlled by three pairs of coils, approximately in the Helmholtz position, so that the applied field is homogeneous to better than 10^{-3} in the interaction volume. These coils are placed along Ox, Oy and Oz respectively ; we can thus apply a magnetic field along the axis of propagation of the laser (Oz), or transverse to it (Ox and Oy).

In order to define the velocity distribution along the axis of propagation of the laser beams (Oz), we limit the atomic beam by a slit 0.2 mm wide, placed just before the interaction region. The atomic beam profile is scanned along Oz by an electron multiplier with a similar input slit, placed 1.3 m after the interaction region. This detector is sensitive only to the metastable atoms. Because of the narrow longitudinal velocity distribution (along Oy), we obtain directly the velocity distribution along Oz, with a resolution of 0.13 m/s (HWHM) in the range $\pm$ 2 m/s. Comparing these profiles with and without the lasers allows us to observe the force acting on the atoms.

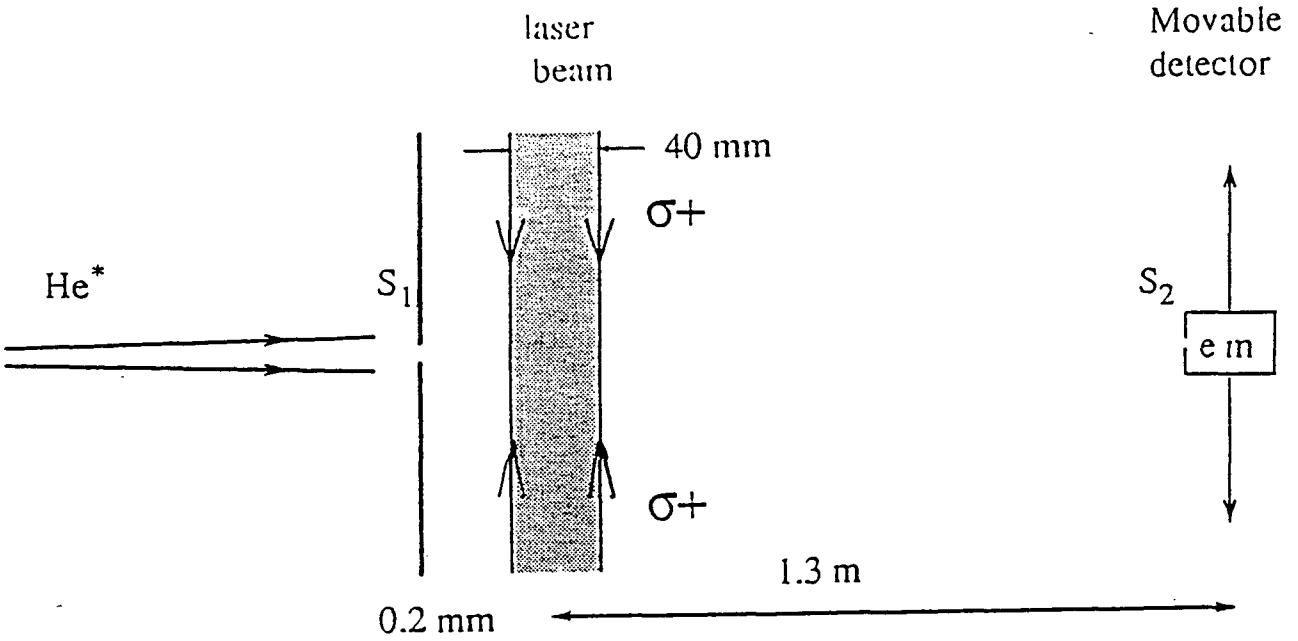
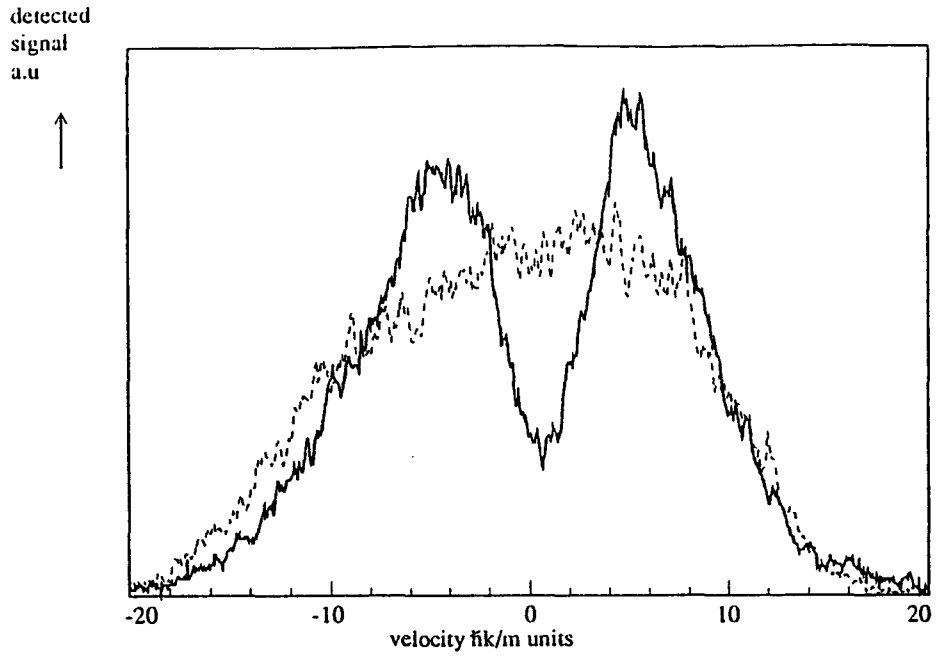


Figure 7 : *Experimental setup. The metastable beam of Helium, transversely limited by slit s_1 (0,2 mm wide) is analyzed by an electron multiplier with a similar slit s_2 yielding the transverse velocity profile. When the laser beam is applied, the transverse velocity profile is modified.*



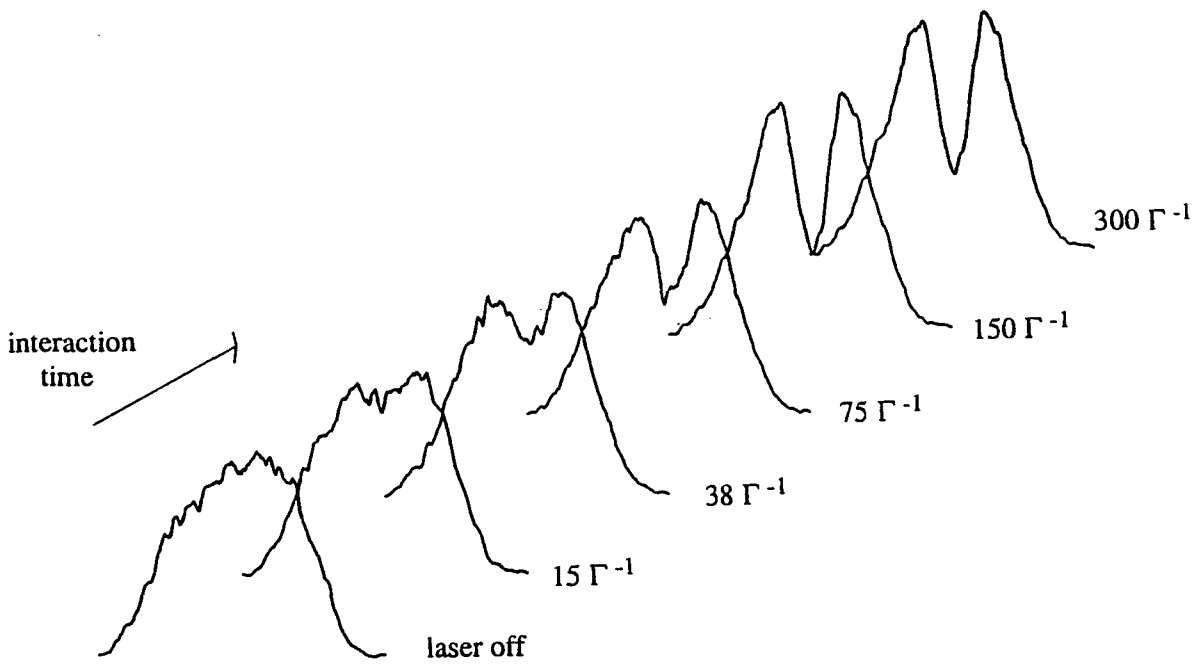


Figure 8 : *MASE for a negative detuning.*
Fig. 8a presents the final velocity distribution after interaction with the lasers (solid line), in the presence of a transverse magnetic field, with values of the parameters (laser intensity, magnetic field, detuning) corresponding to those of Fig. 6. The hole around $v = 0$ *is a clear signature of the MASE effect expelling the atoms off* $v = 0$. *This result was obtained after an interaction time of* $300\Gamma^{-1}$ $(30\mu s)$. *The dotted curve presents the initial distribution.*
Fig. 8b. Velocity distributions at intermediate times, obtained by masking a part of the transverse laser beam. It is clear that the total interaction time is too short to see a noticeable evolution in the wings.

4.2 - Typical features of MASE : observation and interpretation

4.2.1 - Negative detuning

In this section, we present results obtained in a situation corresponding to the qualitative discussion of Section 2, and supported by the calculations of Section 3. The first result is shown in Fig. 8a. It corresponds to a negative detuning, with the parameters selected for the calculation of Fig. 6. The velocity distribution after interaction with the light presents the expected double bump structure, with a hole around $v = 0$ corresponding to the heating effect of MASE when δ is negative. The positions of the maxima of the bumps ($v = \pm 43$ cm/s) are slightly different from the position of the stable zeros of $F(v)$ ($v_1 = \pm 48$ cm/s), but within the precision of the experimental data (5 cm/s).

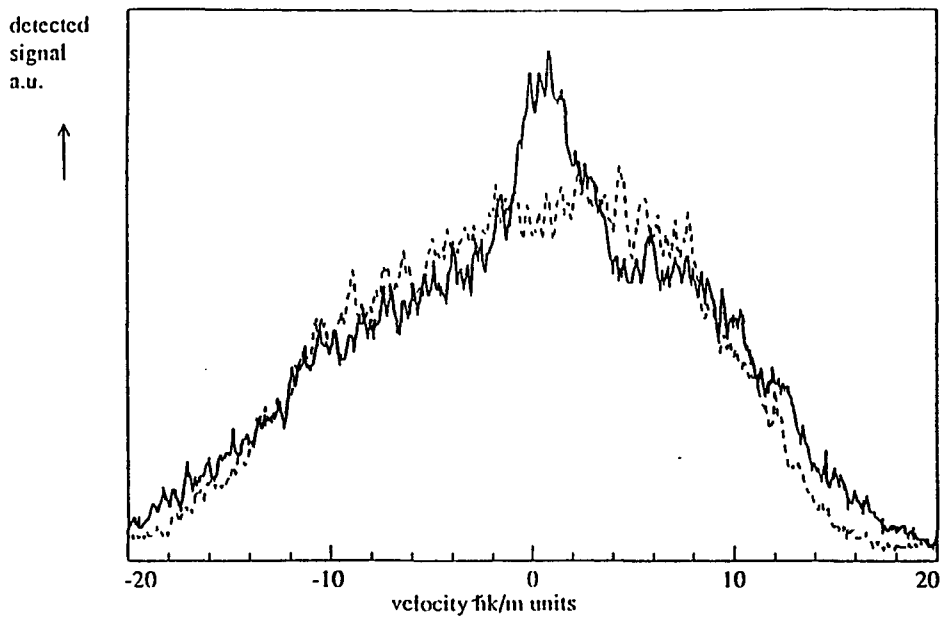
Fig. 8b presents the influence of the interaction time on the velocity distribution. It has been obtained by using various masks of increasing width placed in the interacting laser beam. Two different time constants clearly appear. The hole around $v = 0$ appears with a time constant short compared to the longest interaction time $(300\ \Gamma^{-1})$, whereas the narrowing of the velocity distribution in the wings just starts to appear after 300 Γ^{-1}. These observations can be understood by evaluating the time constant associated with the slope of the theoretical curve giving the mean force versus the velocity around $v = 0$ and in the wings respectively. This evaluation, made on the theoretical curve of Fig. 6, gives a characteristic evolution time of $8\Gamma^{-1}$ around $v = 0$, and of $300\Gamma^{-1}$ around v_1. Note that this transient behavior gives a plausible explanation for the sign of the difference between the experimental positions of the bumps and the positions of the stable zero of $F(v)$.

A detailed quantitative interpretation of the experimental results, which do not correspond to the steady state situation, would thus require calculating the transient evolution of the velocity distribution. This will be discussed below (Section 4.4 et 5.3).

4.2.2 - Positive detuning

We show on Fig. 9a the final velocity distribution obtained with a positive detuning. Fig. 9b presents the result of the calculation of the average force in this situation ($\delta > 0$). It predicts a cooling around $v = 0$, which is observed, and a heating at larger velocities, which is not observed(*). As in § 4.2.1, the interpretation of the experimental results requires taking into account the fact that the interaction time $(300\Gamma^{-1})$ is

(*) The oscillations which appear in the theoretical curve of Fig. 9b (as well as in Fig. 10b, 11b, and, to a smaller extent, in Fig. 6), can be interpreted as resulting from interferences between the contributions of successive Landau Zener transitions. Our experimental resolution does not allow us to observe such structures. Resonances of this



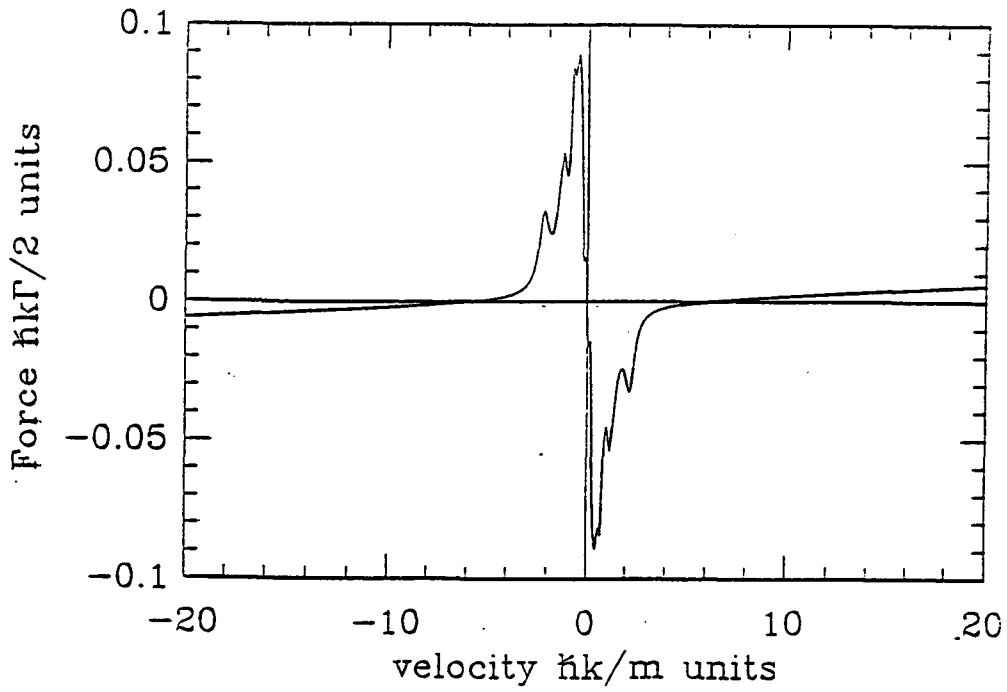


Figure 9 : *MASE for positive detuning.*
Fig. 9a presents the velocity distribution after an interaction time of $300\Gamma^{-1}$. *The parameters are :* $\delta = +4.5\Gamma$; $\Omega_B = 0.077\Gamma$, $\Omega_L = 2.6\Gamma$.
Fig. 9b gives the result of the calculation of the force as a function of the velocity, for the parameters of Fig. 9a. It predicts a cooling around $v = 0$, *observed on Fig. 9a and a heating in the wings, not observed because the interaction time is not long enough. The dotted curve presents the initial distribution.*

short compared to the evolution time in the wings $(2000\Gamma^{-1})$ so that the initial velocity distribution is essentially unaffected at large velocities. On the contrary, the cooling effect of MASE around $v = 0$ clearly appears, because the corresponding evolution time $(100\Gamma^{-1})$ is shorter than the interaction time.

4.3 - Other interesting situations

We present now some results obtained in situations different from the one considered for the discussion of Section 2. However, we will see that the experimental data can still be interpreted with qualitative arguments as well as from the calculations of Section 3.

4.3.1 - Large transverse magnetic field

Consider a situation where the magnetic field is large enough so that the Zeeman shifts are much larger than the light shifts. The qualitative argument of Section 2 then no longer applies, because the Zeeman term of the Hamiltonian cannot be considered as a perturbation. On the other hand, one can argue that the Larmor precession frequency between the various Zeeman sublevels is large enough to prevent accumulation of atoms in g_+ by optical pumping and the $J_g = 1$ to $J_e = 1$ transition will in fact behave as a two level cycling transition. We then expect to observe Doppler cooling.

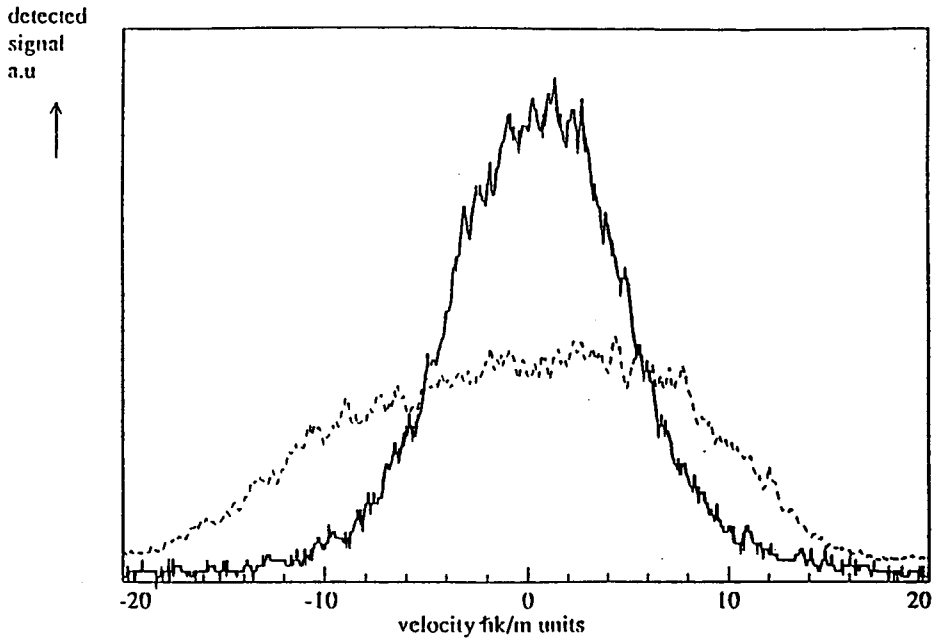
Fig. 10a presents a result supporting this picture, since a clear cooling is observed for a negative detuning. This curve has been obtained with a Larmor frequency ($\Omega_B = 1.3\Gamma$) larger than the light shifts (of the order of 0.7Γ). Fig. 10b presents the result of the calculation of Section 3 for these values of parameters, and we see indeed a predicted cooling force with a characteristic evolution time $(65\Gamma^{-1})$ shorter than the interaction time.

4.3.2 - Longitudinal magnetic field

Coming back to a situation where the physical discussion of Section 2 applies, we are now interested in the effect of a longitudinal magnetic field, applied along the direction of propagation of the laser (Oz) in addition to the transverse field. We can make a qualitative prediction by considering how Fig. 3 and 4 are modified. Ignoring the level g_- (we come back to the simplified 3 sublevels scheme of Section 3.2), we see that the effect of a longitudinal magnetic field is to displace g_+ with g_0 unaffected. If g_+ moves upwards by a quantity larger than the transverse Larmor frequency, the two sublevels remain always well separated, so that the magnetic precession at a node becomes negligible, and the force vanishes. For the opposite sign of the longitudinal

---

type have already been predicted [18,13] and observed [11,22,23] ; for a general review on this type of resonances see [24].



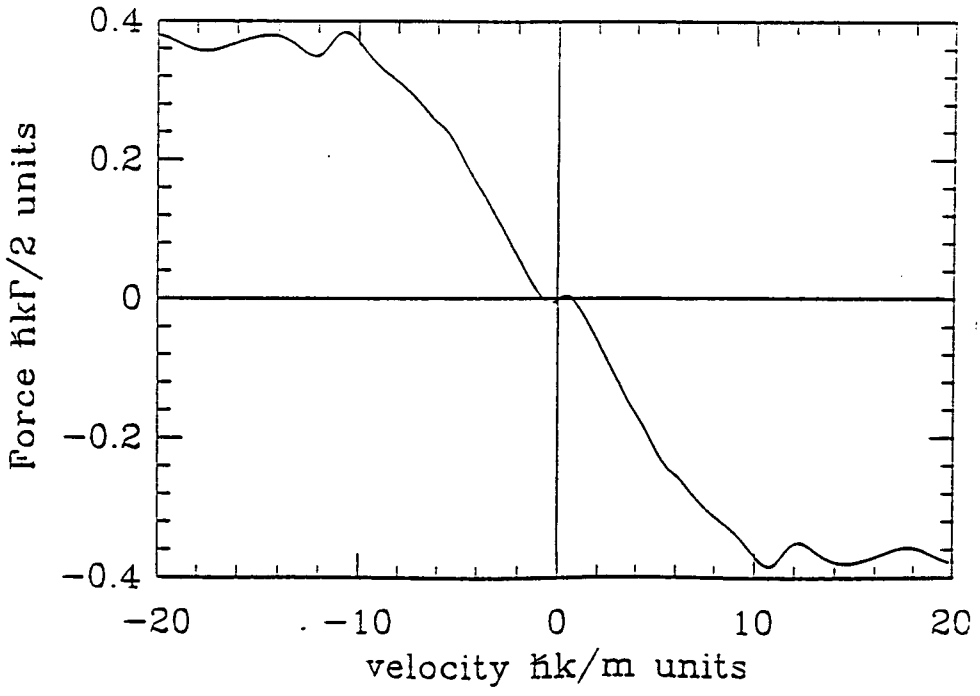


Figure 10 : *Large transverse magnetic field, and negative detuning.*
Fig. 10a presents the final velocity distribution, in a situation where the Larmor frequency $\Omega_B(1.3\Gamma)$ *is larger than the light-shifts* ($\Omega_L = 2.4\Gamma$, $\delta = -1.13\Gamma$) *so that the system behaves as a two level system. We indeed observe Doppler cooling. The dotted curve presents the initial distribution.*
Fig. 10b. Calculated average force (as calculated in 3.6).

field, g_+ moves downwards. A very interesting situation happens when g_+ crosses g_0 around the antinodes (Fig. 11a) : we again have a Sisyphus effect, but now the magnetic precession happens at the bottom of the potential hills, and the Sisyphus is expected to cool instead of heating. We thus predict that for a longitudinal magnetic field with a well chosen orientation and magnitude, MASE can cool for a negative detuning, and its effect will just add to the usual Doppler cooling.

By applying a longitudinal magnetic field, we indeed observe cooling for a negative detuning. Fig. 11c has been obtained for $\Omega_L = 2.4\ \Gamma$, $\delta = -0.94\ \Gamma$, and for a transverse magnetic field corresponding to a precession frequency $\Omega_B = 0.15\ \Gamma$. The longitudinal magnetic field is equal to -0.26 G, corresponding to a Zeeman shift of $0.45\ \Gamma$. Fig. 11b shows the calculated force as a function of the velocity. The shape of the curve clearly agrees with the interpretation of a cooling Sisyphus effect around $v = 0$, added to the standard Doppler cooling effect, acting on a wider range. We have also checked that for a reversed longitudinal magnetic field the velocity distribution is not affected by the laser beam, as predicted by the qualitative picture above as well as by the calculation that shows that the force is negligible.

4.4 - Discussion

We have presented several experimental results, agreeing with the physical pictures developed in Section 2, and based on the existence of two effects : the standard Doppler cooling effect, and the Magnetically Assisted Sisyphus Effect. The respective weights of these effects are determined by the values of the various parameters (detuning, transverse magnetic field, longitudinal magnetic field). The qualitative predictions are in good agreement with the experimental observations and with the results of the semi-classical calculation of the force (as explained in Section 3).

We could now try to make a more quantitative analysis of the velocity distribution shape. In our experiments the interaction time is not long enough for the velocity distribution to reach a steady state, so that a precise comparison requires the calculation of the transient evolution. This evolution is governed by a Fokker-Planck type equation [25], for which we must know not only the average force calculated in Section 3, but also the velocity diffusion coefficient. Such an approach would thus require the calculation of this coefficient, and the resolution of the corresponding Fokker-Planck equation. Such calculations are far from being trivial(*), and we present in the next section an alternative approach.

(*) Note that in order to be completely rigorous, the semi-classical approach would require to take into account the position dependence of the force and of the diffusion coefficient.

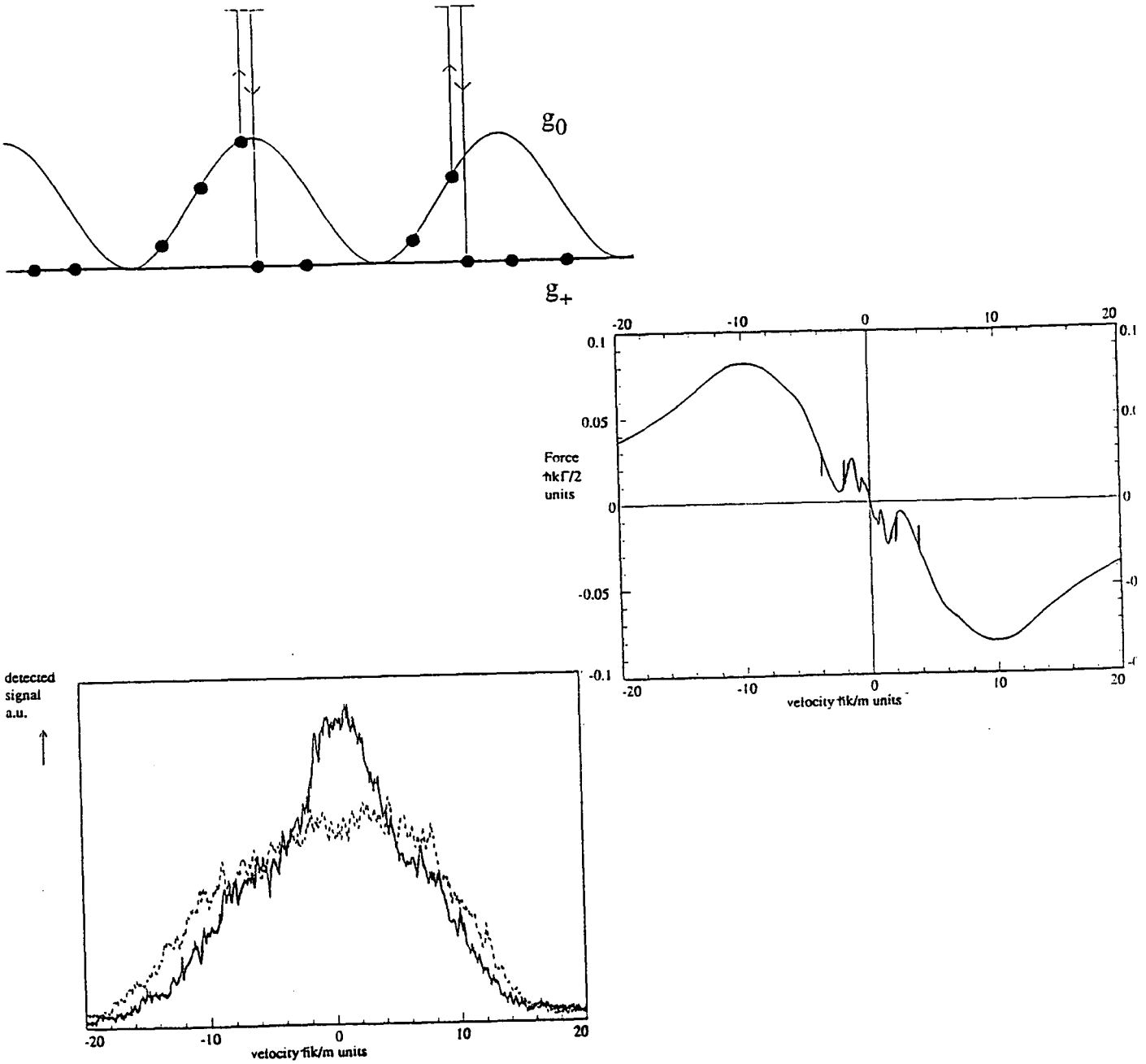


Figure 11 : *MASE in the presence of a negative longitudinal field* ($\Omega_L = 2.4\Gamma$; $\delta = -0.94\Gamma$; *transverse magnetic field* : $\Omega_B = 0.15\Gamma$; *longitudinal magnetic field* $B_{\|} = -0.26G$).

Fig. 11a. Position of the ground state energy levels. In this situation the corresponding Sisyphus effect produces a cooling, in the case of a negative detuning.

Fig. 11b. Average force, calculated as explained in Section 3.6. The steep slope around $v = 0$ *corresponds to MASE, while the broader structure is the ordinary Doppler cooling.*

Fig. 11c. Velocity distribution after an interaction time of $300\Gamma^{-1}$. *One clearly sees the central peak corresponding to MASE which now produces cooling. The dotted curve presents the initial distribution.*

5 - Full quantum treatment

5.1 - Limitations of the semi-classical approach

The Fokker-Planck equation approach mentioned above is not only difficult from a computational point of view, but it becomes questionable when the one-photon recoil velocity $\hbar k/M$ is not small compared to the width of the velocity distribution. We are precisely in such a situation in the case of Helium. Indeed, we currently achieve velocity distributions with widths less than 50 cm/s, while the one photon recoil velocity is 9.2 cm/s. It is thus legitimate to raise the question of a full quantum treatment, where the motion is quantized, so that the finite value of the one-photon recoil velocity is incorporated in the theory. This is what we are going to do in this section, by the use of Generalized Optical Bloch Equations (GOBE). We will also find another benefit to this approach : since the GOBE are ordinary differential equations, it is quite easy to numerically solve them in the transient regime, and we have thus a very efficient tool for describing the experimental results of Section 4, which are not obtained in the steady state situation.

5.2 - Principle of the calculation

We have to find the time evolution of the density matrix elements :

$$\langle \alpha, m_\alpha, p | \rho | \alpha', m_{\alpha'}, p' \rangle = \rho_{\alpha, m_\alpha, \alpha', m_{\alpha'}}(p, p') \tag{5.1}$$

where α and α' may denote the ground state g as well as the excited state e, with magnetic sublevels m_α and $m_{\alpha'}$, and where p and p' are the atomic momentum components parallel to the laser beam. Here, we do not use the "momentum family" notation where a single momentum p labels a set of states which are coupled by absorption and stimulated emission of laser photons as in [26,27]. This basis is not appropriate here because an infinite redistribution of photons between the counterpropagating σ^+ waves is allowed and may lead to unlimited atomic momentum transfer $p \rightarrow p + n\hbar k$ with arbitrary n [28]. Consequently, we also have to calculate density matrix elements which are off diagonal with respect to p. These elements describe a localization of the atom within the intensity gradient of the laser standing wave.

The GOBE for the $J_g = 1$ to $J_e = 1$ transition are implemented in several steps. First we write down all equations which do not involve momentum changes, i.e. which have the general form :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\rho(p, p') = \frac{1}{i\hbar}\left[H_0, \rho(p, p')\right] \tag{5.2}$$

The momentum-independent part involves the internal energy H'_A (in the interaction representation with respect to the laser mode evolution), plus the Zeeman term V_B :

$$H'_A = -\sum_{m_e} |e, m_e, p\rangle \, \hbar\delta \, \langle e, m_e, p| \tag{5.3}$$

$$V_B = \sum_{\alpha, m_\alpha, p} |\alpha, m_\alpha, p\rangle \frac{g_\alpha \hbar \widetilde{\Omega_B}}{\sqrt{2}} \langle \alpha, m_\alpha + 1, p| \; + \; \text{h.c.}, \tag{5.4}$$

g_α being the Landé factor(*). Evaluating the commutators with H'_A and V_B, we obtain for example the corresponding evolution of the optical coherence $\langle g, 0, p|\rho|e, 1, p'\rangle$:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle g, 0, p|\rho|e, 1, p'\rangle = {} & i g_e \frac{\widetilde{\Omega_B}}{\sqrt{2}} \langle g, 0, p|\rho|e, 0, p'\rangle \\ & - i g_g \frac{\widetilde{\Omega_B}}{\sqrt{2}} [\langle g, 1, p|\rho|e, 1, p'\rangle + \langle g, -1, p|\rho|e, 1, p'\rangle] \\ & - i\delta \langle g, 0, p|\rho|e, 1, p'\rangle \end{aligned} \tag{5.5}$$

The contribution of the kinetic energy operator leaves internal degrees of freedom invariant and we obtain :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \langle \alpha, m_\alpha, p| \rho |\alpha', m_{\alpha'}, p'\rangle = (2i\hbar m)^{-1} \left(p^2 - p'^2\right) \langle \alpha, m_\alpha, p| \rho |\alpha', m_{\alpha'}, p'\rangle \tag{5.6}$$

The part of the Hamiltonian which does involve momentum changes is simple since the atom-field interaction can change p and p' only by $\pm\hbar k$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \langle g, m_g, p| \rho |e, m_e, p'\rangle = \frac{i\Omega_L}{2} \left(\begin{array}{l} \sum_{m'_g} \delta_{m'_g+1, m_e} \left[\langle g, m_g, p| \rho |g, m'_g, p' + \hbar k\rangle + \langle g, m_g, p| \rho |g, m'_g, p' - \hbar k\rangle\right] \\ - \sum_{m'_e} \delta_{m_g+1, m'_e} \left[\langle e, m'_e, p + \hbar k| \rho |e, m_e, p'\rangle + \langle e, m'_e, p - \hbar k| \rho |e, m_e, p'\rangle\right] \end{array} \right) \tag{5.7a}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \langle g, m_g, p| \rho |g, m'_g, p'\rangle = \frac{i\Omega_L}{2} \left(\begin{array}{l} \sum_{m_e} \Big(\delta_{m'_g+1, m_e} \left[\langle g, m_g, p| \rho |e, m_e, p' + \hbar k\rangle + \langle g, m_g, p| \rho |e, m_e, p' - \hbar k\rangle\right] \\ \qquad - \delta_{m_g+1, m_e} \left[\langle e, m_e, p + \hbar k| \rho |e, m'_g, p'\rangle + \langle e, m_e, p - \hbar k| \rho |e, m'_g, p'\rangle\right] \Big) \end{array} \right) \tag{5.7b}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \langle e, m_e, p| \rho |e, m'_e, p'\rangle = \frac{i\Omega_L}{2} \left(\begin{array}{l} \sum_{m_g} \Big(\delta_{m_g+1, m_e} \left[\langle g, m_g, p + \hbar k| \rho |e, m'_e, p' + \hbar k\rangle + \langle g, m_g, p - \hbar k| \rho |e, m'_e, p'\rangle\right] \\ \qquad - \delta_{m_g+1, m'_e} \left[\langle e, m_e, p| \rho |g, m_g, p' + \hbar k\rangle + \langle e, m_e, p - \hbar k| \rho |g, m_g, p' - \hbar k\rangle\right] \Big) \end{array} \right) \tag{5.7c}$$

(*) With this notation, where the Landé factor g_α appears explicitly, the parameter Ω_B of Eq. 3.4 is equal to $g_g \widetilde{\Omega_B}$.

After having collected all the terms from the Hamiltonian evolution, we add all the contributions due to the decay of the excited state amplitudes :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle g, m_g, p|\,\rho\,|e, m_e, p'\rangle = -\frac{\Gamma}{2}\langle g, m_g, p|\,\rho\,|e, m_e, p'\rangle \tag{5.8a}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle e, m_e, p|\,\rho\,|e, m'_e, p'\rangle = -\Gamma\langle e, m_e, p|\,\rho\,|e, m'_e, p'\rangle \tag{5.8b}$$

For the repopulation of the ground state one has to take into account the momentum change due to the z component of the fluorescence photon recoil (straightforward generalization of the calculation of [27]). We derive after tracing over the transverse momentum components :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}&\langle g, m_g, p|\,\rho\,|g, m'_g, p'\rangle \\ &= \Gamma\sum_{q=-1,0,+1}\int_{-\hbar k}^{\hbar k}\mathrm{d}p''N_q(p'')\langle e, m_e, p+p''|\,\rho\,|e, m'_e, p'+p''\rangle\, C^{m_e}_{m_g,q}C^{m'_e}_{m'_g,q}\end{aligned} \tag{5.9a}$$

$$\text{with}\quad N_{\pm1}(p) = \frac{3}{8\hbar k}\left(1+\left(\frac{p}{\hbar k}\right)^2\right)\quad\text{and}\quad N_0(p) = \frac{3}{4\hbar k}\left(1-\left(\frac{p}{\hbar k}\right)^2\right) \tag{5.9b}$$

$C^{m_e}_{m_g,q}C^{m'_e}_{m'_g,q}$ being the product of the Clebsch-Gordan coefficients. Adding all these contributions gives the GOBE. By integration on a suitable momentum grid by ordinary differential equation solvers, we obtain the density operator $\rho(t)$ at any time. Tracing over all the internal degrees of freedom, we get the momentum distribution at time t :

$$W(p,t) = \sum_{\alpha,m_\alpha}\langle\alpha, m_\alpha, p|\,\rho(t)\,|\alpha, m_\alpha, p\rangle \tag{5.10}$$

5.3 Results

The GOBE obtained in Section (5.2) are integrated step by step, using a Runge Kutta method (step $\Gamma^{-1}/10$). For a momentum grid of 80 points ($\Delta p = 40\hbar k$) and 6 internal states, the density matrix has $480^2 = 230400$ elements. Symmetry considerations cannot be used to reduce this number since the initial momentum profiles are not symmetrical. The initial distribution chosen for the calculation is a diagonal statistical mixture : the ground state sublevels are equally populated, and the excited states are empty, the initial momentum distribution reproducing the distribution obtained experimentally in the absence of light.

A result of such a calculation is shown in Fig. 12. We have taken the same parameters as in Fig. 8. The momentum distribution has been plotted for several interaction times, differing by $50\Gamma^{-1}$.

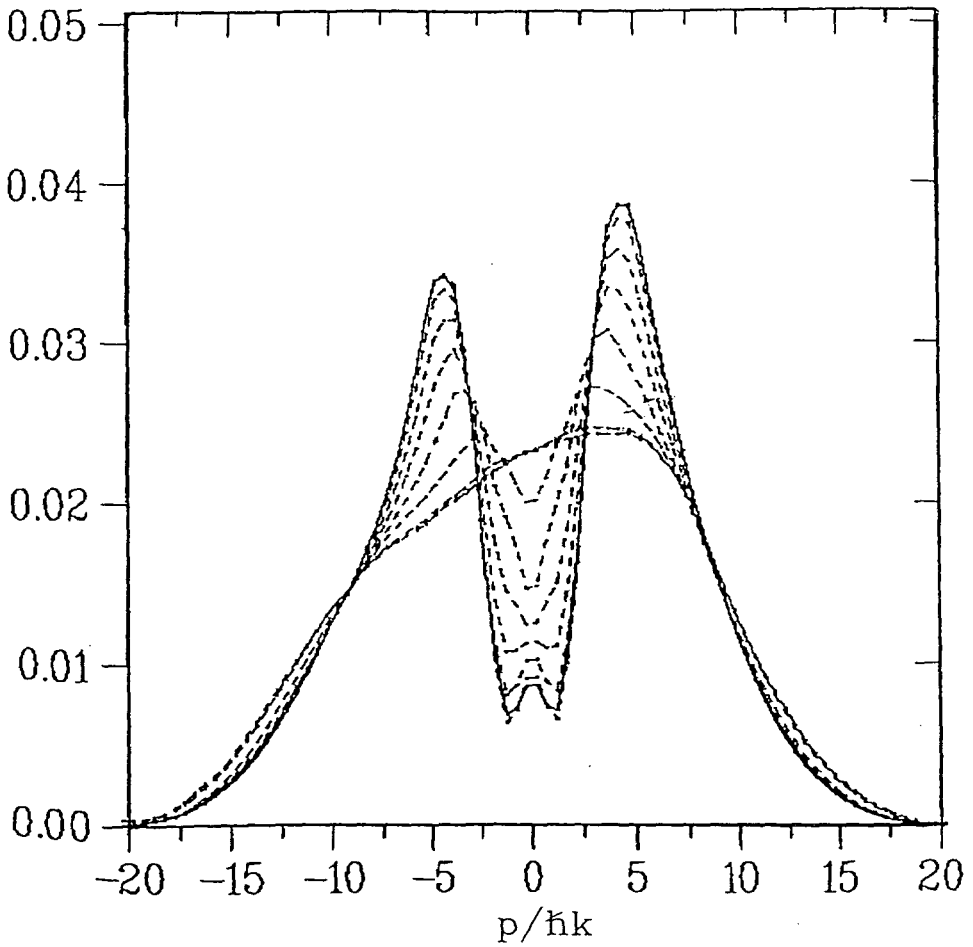


Figure 12 : Numerical resolution of the Generalized Optical Bloch Equations with $\Omega_L = 3.3\Gamma, \delta = -1.54\Gamma, B = 22\text{mgauss}$ and an interaction time corresponding to the experiment of figure 8a. The momentum distribution has been plotted for several interaction times differing by $50\Gamma^{-1}$. The two bumps are centered at velocities $v_1 = \pm 40 cm/s$. The shape of the curve for various evolution times is very similar to the experimental results of Fig.8b.

It clearly appears that these theoretical curves reproduce quite well the shape of the experimental curves. A good agreement is obtained for the position and the width of the bumps. Note in particular that the agreement is slightly better than the one found in 4.2.1. The dependence on the interaction times is also well reproduced, as well as the asymmetry between the bumps (related to the asymmetry of the initial distribution).

6 - Conclusion

We have presented in this paper a study of laser cooling in a standing wave in the presence of a transverse magnetic field (Magnetically Assisted Sisyphus Effect) for a $J_g = 1$ to $J_e = 1$ transition. In this situation, MASE has an effect opposed to the usual Doppler cooling effect, i.e. it is heating for a negative detuning (below resonance). The two effects play a role, but they have different velocity dependances : Sisyphus cooling is more efficient than Doppler cooling on a narrower velocity range around zero, which corresponds to larger friction coefficients and thus to shorter evolution times for the velocity distribution. At large velocities, Doppler cooling dominates. The result is a rich variety of behaviors, depending on the various parameters (laser intensity and detuning, magnetic field, interaction time). For instance, in the case of a negative detuning, one has a bistable force. By adding a longitudinal magnetic field, one can reverse MASE, without changing Doppler cooling, so that the two effects add up instead of competing.

Experimental results corresponding to these various situations support the qualitative predictions. In order to quantitatively interpret these results, we have used several theoretical approaches. First, we have shown how it is possible to calculate a velocity dependent average force, by use of a continued fraction expansion of the solution of optical Bloch equations. Such a treatment explains various features : position of the bumps, different time constants. In order to give a more complete description of the profile and of the transient time evolution of the velocity distribution, we have then used a second theoretical treatment, in which the atomic motion is quantized. In the case of helium, this approach is also motivated by the fact that the one photon recoil velocity $\hbar k/M$ is not very small compared to the velocity distribution width. The results are in good agreement with the experimental observations.

The results presented in this paper could be generalized along several lines. First, for any transition with the same angular momentum in the ground and in the excited states, we expect similar qualitative behaviors. Second, it is interesting to note that the full quantum treatment may be interesting even in situations in which a semi-classical treatment is still valid, when one wants a detailed description of the velocity distribution, incorporating the transient evolution and/or the diffusion associated (in the semi-classical description) to the fluctuations of the force around its steady state value. The calculation is in principle very simple, since the GOBE are ordinary first order

differential equations. However, the numerical integration may become a problem if the density matrix has too many elements, that exceed the size of the computer memory. This happens because of the quantization of the linear momentum, and the problem is specially critical if one considers a problem in 2 or 3 dimensions. In such cases, the recently developed quantum Monte-Carlo methods [29,30] may provide another convenient way of computing the exact evolution of the velocity distribution.

Acknowledgements

Hartmut WALLIS acknowledges the kind hospitality of the ENS group and support by the E.E.C. Christoph GERZ wishes to thank the Deutsche Forschungsgemeinschaft for its support. This work was supported by D.R.E.T.

REFERENCES

[1] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W.D. Phillips, P. Gould and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988).

[2] J. Dalibard, C. Salomon, A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen-Tannoudji, in proceedings of the 11th conference on Atomic Physics, S. Haroche, J-C. GAY and G. Grynberg, eds. (World Scientific, Singapore 1989).

[3] Y. Shevy, D.S. Weiss and S. Chu, in Proceedings of the conference on spin polarized quantum systems. S. Stringari, eds. (World Scientific, Singapore 1989).

Y. Shevy, D.S. Weiss, P.J. Ungar and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **62**, 1118 (1989).

[4] S. Chu, D.S. Weiss, Y. Shevy and P.J. Ungar, in proceedings of the 11th conference on Atomic Physics, S. Haroche, J.C. Gay and G. Grynberg, eds. (World Scientific, Singapore 1989).

[5] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J.O.S.A. **B6**, 2023 (1989).

[6] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, S. Chu, J.O.S.A. **B6**, 2058 (1989).

[7] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J.O.S.A. **B2**, 1707 (1985).

[8] B. Sheehy, S.Q. Shang, P. van der Straten, S. Hatamian and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **64**, 858 (1990).

[9] D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, P.J. Ungar, S. Chu, J.O.S.A. **B6**, 2072 (1989).

[10] A. Aspect, O. Emile, C. Gerz, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, H. Wallis, C. Cohen-Tannoudji, proceedings of the Enrico Fermi course on "Laser Manipulation of Atoms and Ions", Varenna (1991).

[11] S.Q. Shang, B. Sheehy, P. van der Straten and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **65**, 317 (1990).

[12] H. Metcalf, proceedings of the Enrico Fermi course on "Laser Manipulation of Atoms and Ions", Varenna (1991).

[13] G. Nienhuis, P. van der Straten and S.Q. Shang, Phys. Rev. **A 44**, 462 (1991).

[14] C. Valentin, M.C. Gagné, J. Yu and P. Pillet, Europhys. Lett. **17**, 133 (1991).

[15] R. Kaiser, N. Vansteenkiste, A. Aspect, E. Arimondo and C. Cohen-Tannoudji, Z. Phys. D. **18**, 17 (1991).

[16] K.A. Suominen, Opt. Commun. **93**, 126 (1992),
and K.A. Suominen, Ph. D. Thesis, Helsinki (1992).

[17] C. Cohen-Tannoudji, Les Houches Course XXX (1990), Part. I, Chap. 2. J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin, eds. Elsevier Science Publishers B.V., (1992).

[18] V.G. Minogin and O.T. Serimaa, Opt. Commun. **30**, 373 (1979).

[19] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).

[20] A. Aspect, N. Vansteenkiste, R. Kaiser, H. Haberland, M. Karrais, Chem. Phys. **145**, 307 (1990).

[21] N. Vansteenkiste, C. Gerz, R. Kaiser, L. Hollberg, Ch. Salomon and A. Aspect, J. Phys. II France **1**, 1407 (1991).

[22] N.P. Bigelow, M.G. Prentiss, Phys. Rev. Lett. **65**, 555 (1990).

[23] J.J. Tollett, J. Chen, J.G. Story, N.W.M. Ritchie, C.C. Bradley, R.G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **65**, 559 (1990).

[24] B.M. Garraway, S. Stenholm, Phys. Rev. **A45**, 364 (1992).

[25] Part I, chap. 5 of ref. [17].

[26] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, J.O.S.A. **B6**, 2112 (1989).

[27] Y. Castin, H. Wallis, J. Dalibard, J.O.S.A. **B6**, 2046 (1989).

[28] Y. Castin, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, "Light induced kinetic effects on atoms and molecules eds. L. Moi, C. Gozzini, E. Arimondo, F. Strumia (1991), Ets. Editrice (Pisa 1991).

[29] J. Dalibard, Y. Castin, K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).

[30] C. Cohen-Tannoudji, F. Bardou, A. Aspect, Proceedings of the Tenth International Conference on Laser spectroscopy (Font-Romeu), M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy, eds. (World Scientific 1992).

4.3 Discussion : mélange magnétique et croisement de niveaux

Nous allons aborder dans ce paragraphe l'étude des transitions aux croisements de niveaux aux nœuds de l'onde stationnaire. Nous appellerons aussi ces transitions "mélange magnétique" car elles sont dues à la présence du champ magnétique.

Rappelons brièvement le problème de l'effet Sisyphe magnétique et le lien avec les transitions entre niveaux. Un atome initialement dans le sous-niveau $|0\rangle$ est pompé optiquement vers le niveau $|+\rangle$ au ventre de l'onde stationnaire. En l'absence de champ magnétique, les atomes restent sur le niveau $|+\rangle$ qui n'est pas couplé à la lumière. Ils ne sont plus soumis à une force. Par contre, en présence de champ magnétique, les atomes vont précesser entre les deux sous-niveaux. Ils vont de nouveau être soumis au couplage lumineux. Dans le cas d'un champ magnétique faible caractéristique de l'effet Sisyphe magnétique (i.e. tel que la fréquence de Larmor soit faible devant le déplacement lumineux aux ventres de l'onde stationnaire), la transition entre les différents sous-niveaux se fait préférentiellement aux nœuds de l'onde stationnaire, car ailleurs, le couplage magnétique est négligeable devant le couplage lumineux (voir figure 4.8). Le problème du croisement de niveaux aux nœuds de l'onde stationnaire est donc un problème très important puisque c'est lui qui gouverne l'existence de la force.

Ce paragraphe est organisé de la façon suivante : nous discutons de façon qualitative, dans une première partie, le problème des croisements de niveaux dans notre situation, dans une seconde partie, nous présentons une approche quantitative du problème en nous appuyant sur un travail effectué par Suominen [81]; enfin, dans la dernière partie, nous donnons quelques illustrations expérimentales de la discussion.

4.3.1 Discussion qualitative

Nous allons supposer que l'atome évolue de façon hamiltonienne dans la zone de transition, ceci signifie notamment que nous ne prenons pas en compte l'émission spontanée.

Rappelons le cas simple d'une transition où les niveaux d'énergie varient linéairement avec le temps (voir figure 4.9). Ce type de croisement est aussi appelé croisement de type Landau-Zener [82, 83]. Appelons $|a\rangle$ et $|b\rangle$ les deux états qui se croisent. Supposons que l'énergie du niveau $|a\rangle$ ne varie pas avec le temps et que l'énergie du niveau $|b\rangle$ varie en $\hbar\alpha t$. Notons $\hbar V_0$ le couplage

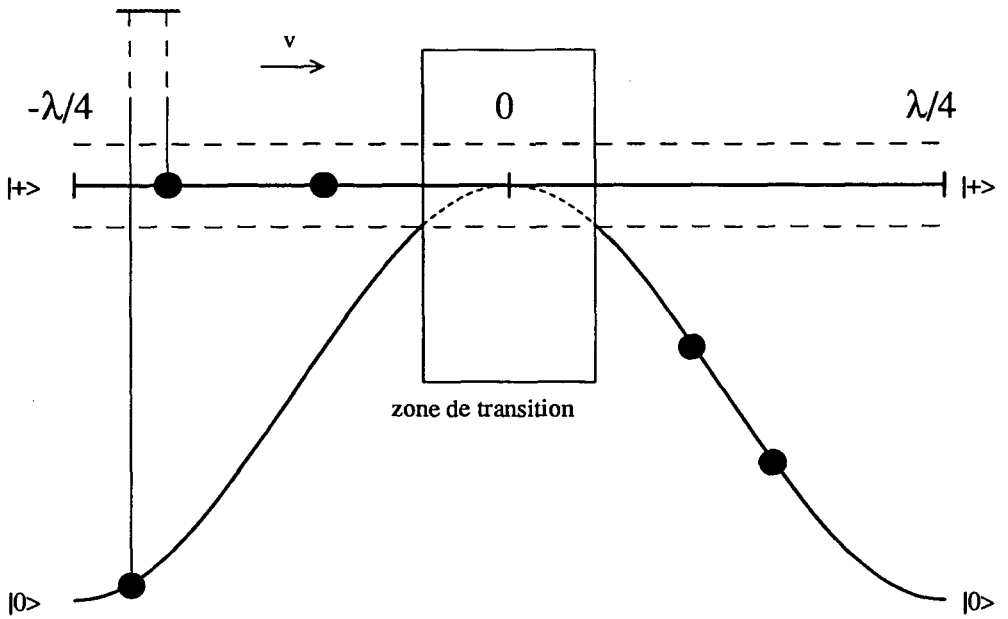


Figure 4.8: *Déplacement d'énergie des niveaux* $|0\rangle$ *et* $|+\rangle$. *Nous avons représenté en trait pointillé, à la même échelle, la fréquence de Larmor. Aux ventres de l'onde stationnaire, l'atome est optiquement pompé vers le niveau* $|+\rangle$ *qui n'est pas déplacé par la lumière. Aux nœuds, l'atome a une probabilité non nulle de précesser vers le niveau* $|0\rangle$.

supposé constant entre ces deux niveaux (V_0 et αt sont donc homogènes à des pulsations). La probabilité pour un atome initialement en $|a\rangle$ d'être en $|b\rangle$ après le croisement de niveau s'écrit :

$$P_{a\to b} = e^{-2\pi {V_0}^2/\alpha} \tag{4.5}$$

Cette formule est appelée formule de Landau [84].

Lorsque l'atome est en mouvement et que la variation des niveaux d'énergie est linéaire en z (βz), en écrivant $z = vt$ l'équation 4.5 devient :

$$P_{a\to b} = e^{-2\pi {V_0}^2 v/\beta} \tag{4.6}$$

La formule 4.6 montre clairement qu'il existe différentes gammes de vitesse :

- Si l'atome se déplace très lentement au voisinage du croisement de niveau, on trouve $P_{a\to b} = 1$; l'atome passe du niveau $|a\rangle$ au niveau $|b\rangle$. Cette transition est appelée transition adiabatique car l'atome suit en fait adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien.
- Si l'atome se déplace très rapidement, on trouve $P_{a\to b} = 0$; l'atome ne change pas de niveau. Il ne voit pas le croisement de niveau. Ce régime est appelé transition diabatique.

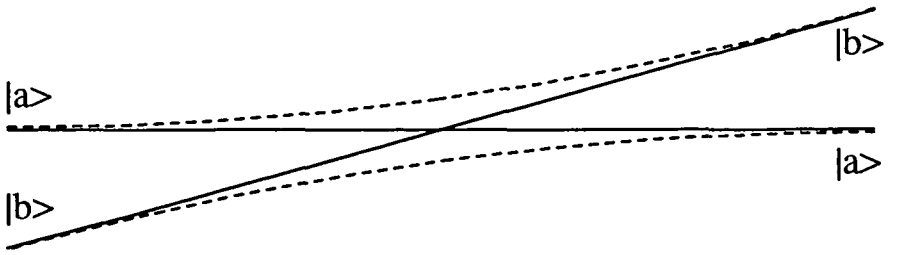


Figure 4.9: *Croisement de niveaux lorsque la variation des niveaux d'énergie est linéaire en temps.*

- Pour une vitesse intermédiaire, l'atome sort de la zone du croisement dans une superposition linéaire des deux états.

Il existe de nombreux critères concernant le suivi adiabatique des états propres de l'hamiltonien [85, 86, 87]. Nous allons utiliser ici un critère défini par Messiah qui est particulièrement simple. Il s'énonce ainsi :

> "Pour que le système suive adiabatiquement l'évolution des états propres de l'hamiltonien, il faut que le carré du rapport du maximum de la vitesse de rotation des axes propres du système au cours de la rotation sur la fréquence de Bohr minimum soit très faible devant 1."

Regardons ce critère dans le cas du croisement linéaire. Lorsque l'atome est loin du croisement, les vecteurs propres du hamiltonien total sont les vecteurs $|a\rangle$ et $|b\rangle$. Au croisement de niveaux, les vecteurs propres sont la combinaison linéaire symétrique et antisymétrique de $|a\rangle$ et $|b\rangle$. Les axes propres ont tourné de $\pi/2$. Plutôt que de calculer la vitesse de rotation maximale des axes, nous allons la remplacer par la vitesse de rotation moyenne entre le moment où l'écart entre les niveaux d'énergie est du même ordre de grandeur que le couplage lumineux (où nous supposerons que les vecteurs propres sont $|a\rangle$ et $|b\rangle$) et le moment où les atomes sont au centre du croisement de niveau.

La vitesse de rotation ω s'écrit :

$$\omega = \frac{\pi}{2}\frac{\alpha}{V_0} \tag{4.7}$$

La fréquence de Bohr la plus faible est la fréquence de couplage entre les deux niveaux V_0. Le critère de Messiah prend la forme :

$$\left(\frac{\omega}{V_0}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{2}\frac{\alpha}{{V_0}^2}\right)^2 \ll 1 \tag{4.8}$$

Lorsque ce critère est vérifié, on retrouve $P_{a\to b} = 1$ à partir de la formule 4.6. L'atome passe du niveau $|a\rangle$ au niveau $|b\rangle$ en suivant adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien.

Dans notre situation, la variation n'est pas linéaire mais quadratique en temps. Le niveau $|0\rangle$ vient tangenter le niveau $|+\rangle$ (voir figure 4.10). La dynamique du croisement de niveau est très différente. En effet, si l'atome passe très lentement au voisinage du nœud, il suit adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien, et ressort à une phase près [88] dans le même état que celui dans lequel il est entré. Si l'atome passe très rapidement, il précesse très peu entre les deux sous-niveaux dans la zone de transition et il ressort là encore dans le même sous-niveau que celui dans lequel il est entré. Que l'atome arrive très lentement ou très vite, il reste dans le même sous-niveau, à savoir le sous-niveau $|+\rangle$. Ce n'est que pour une vitesse intermédiaire que l'atome peut transiter.

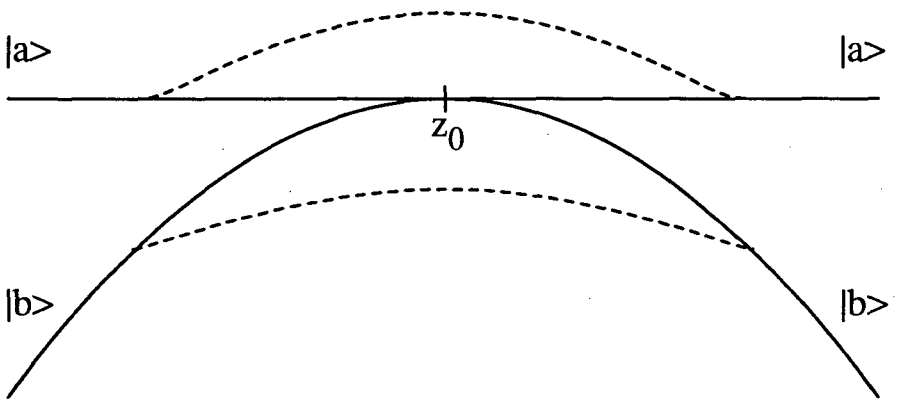


Figure 4.10: *Croisement de niveaux lorsque la variation des niveaux d'énergie est en t^2.*

Cette situation peut être considérée comme un cas limite de la situation où il existe deux croisements de niveaux linéaires en t successifs. Si l'on rapproche les deux croisements de niveaux l'un de l'autre, on obtient un croisement de niveaux en t^2 (voir figure 4.11).

Le comportement du système dans le cas de deux croisements de niveaux successifs est très voisin de notre situation expérimentale. Si l'atome passe lentement, il change de niveau au premier croisement, et change de nouveau de niveau au croisement suivant. Après les deux croisements, il n'a pas changé de niveau. Si l'atome passe rapidement, il ne voit ni le premier ni le second croisement; il reste sur le même niveau. Pour une vitesse intermédiaire, l'atome peut transiter.

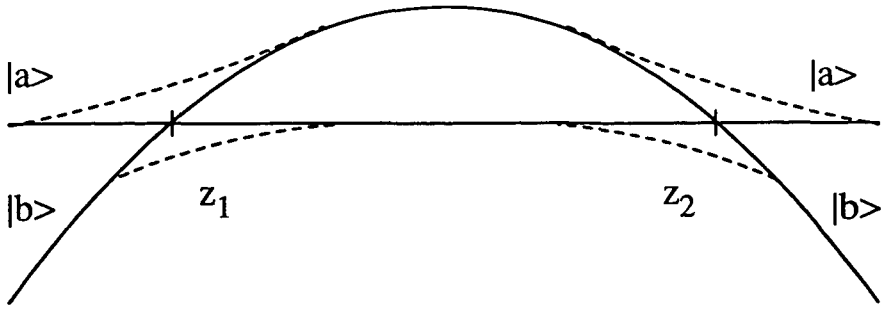


Figure 4.11: *Deux croisements de niveaux successifs ayant une variation des niveaux d'énergie linéaire en temps.*

Regardons la probabilité $P_{a\to b}$ de transition du niveau $|a\rangle$ vers le niveau $|b\rangle$ dans le cas de deux croisements de niveaux successifs. Supposons que l'énergie du niveau $|a\rangle$ ne varie pas avec t et que le niveau $|b\rangle$ varie comme $\hbar\alpha t$ au premier croisement et comme $-\hbar\alpha t$ au second croisement. Le couplage entre les deux niveaux est encore noté $\hbar V_0$.

Soit $P_{a\to b\to b}$ la probabilité pour l'atome de transiter au premier croisement de niveaux et de ne pas transiter au second croisement de niveaux. Notons ${P^{(1)}}_{a\to b}$ la probabilité de transiter au premier croisement de niveaux, et ${P^{(2)}}_{b\to b} = 1 - {P^{(2)}}_{b\to a}$ la probabilité de ne pas transiter au second croisement de niveaux. En appliquant deux fois la formule de Landau 4.5 on obtient :

$$P_{a\to b\to b} = {P^{(1)}}_{a\to b}(1 - {P^{(2)}}_{b\to a}) = e^{-2\pi {V_0}^2/\alpha}(1 - e^{-2\pi {V_0}^2/\alpha}) \qquad (4.9)$$

Or l'atome peut soit transiter au premier croisement de niveaux et ne pas transiter au second croisement, soit ne pas transiter au premier croisement et transiter au second croisement. En additionnant les probabilités des deux chemins possibles et en négligeant les phénomènes d'interférence, on trouve :

$$P_{a\to b} = 2e^{-2\pi {V_0}^2/\alpha}(1 - e^{-2\pi {V_0}^2/\alpha}) \qquad (4.10)$$

Cette formule est généralement appelée formule de Landau-Zener [84]. On remarque sur cette formule que le paramètre ${V_0}^2/\alpha$ caractéristique du couplage doit être de l'ordre de 1, pour que la transisiton soit maximale.

Essayons à partir du critère donné par Messiah de trouver le paramètre caractéristique du couplage dans notre situation expérimentale. De façon analogue au cas de deux couplages linéaires successifs, ce paramètre devra être de l'ordre de 1 pour avoir une probabilité de transition maximale. Ce paramètre est le rapport de la vitesse de rotation maximale des axes propres

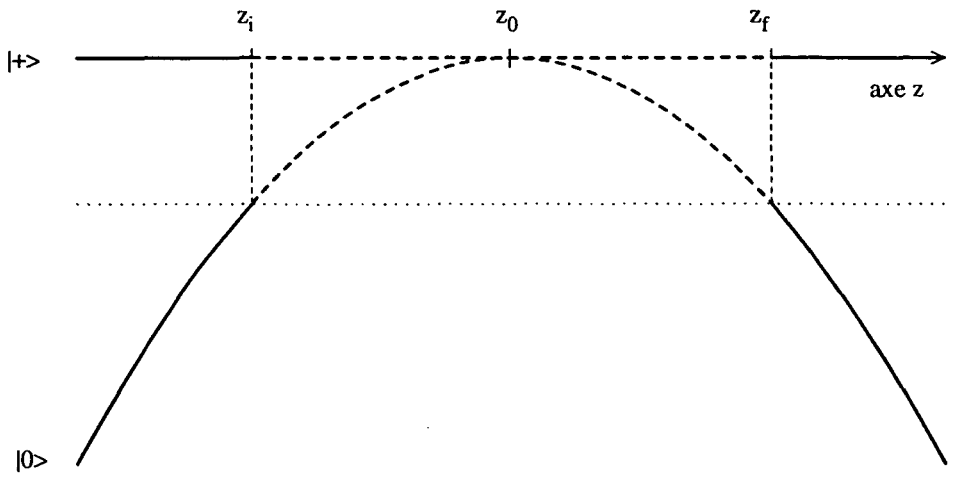


Figure 4.12: *Agrandissement des déplacements lumineux et des couplages magnétiques de la figure 4.8. Le couplage magnétique est prédominant entre z_i et z_f. Au delà, le couplage lumineux l'emporte.*

et de la fréquence de Bohr la plus petite. La fréquence de Bohr la plus petite est la fréquence de Larmor issue du couplage magnétique transverse Ω_B. Pour connaître la vitesse de rotation des axes propres, nous allons procéder de la même façon que pour le cas d'un croisement linéaire. Nous allons remplacer la vitesse maximale de rotation par la vitesse moyenne de rotation ω entre le temps t_i où l'atome est à la position z_i et le temps $t_0 = 0$ où l'atome est en z_0 (voir 4.12). Le point z_i est le point où le couplage magnétique est de l'ordre du déplacement lumineux. En ce point les états propres de l'hamiltonien sont principalement les états $|0\rangle$ et $|+\rangle$. Au croisement de niveaux, les vecteurs propres sont les vecteurs propres du couplage magnétique. Les axes propres ont tourné de $\pi/2$.

Remarque : *Le fait de considérer la vitesse de rotation moyenne au lieu de la vitesse de rotation maximale revient à sous estimer la vitesse de rotation maximale des axes propres, et donc à donner un critère moins contraignant. Cependant, la variation des énergies étant régulière et l'intervalle de temps étant petit devant une longueur d'onde, l'ordre de grandeur du paramètre caractéristique est correct.*

La vitesse de rotation vaut :

$$\omega = \frac{\pi}{2}\frac{1}{t_0 - t_i} \tag{4.11}$$

Il nous faut exprimer t_i ou z_i en fonction des paramètres expérimentaux. Pour cela, puisque nous sommes au voisinage du nœud de l'onde stationnaire, nous

avons utilisé la valeur approchée du déplacement lumineux de [89] :

$$\delta'(z) = \frac{{\Omega_r}^2(z)}{4\delta} \tag{4.12}$$

avec

$${\Omega_r}^2(z) = {\Omega_L}^2 \sin^2(kz) \tag{4.13}$$

Ω_L est la fréquence de Rabi au ventre de l'onde stationnaire. Puisque z est proche de $z_0 = 0$, un développement limité de $\delta'(z)$ nous donne :

$$\delta'(z) = {\Omega_L}^2 \frac{k^2 z^2}{4\delta} \tag{4.14}$$

l'égalité des couplages entraîne

$$t_i = \frac{z_i}{v} = \frac{1}{\Omega_L k v}\sqrt{\frac{\Omega_B}{\sqrt{2}} 4|\delta|} \tag{4.15}$$

La vitesse de rotation moyenne des axes est :

$$\omega = \frac{\pi}{2} \frac{\Omega_L k v}{\sqrt{\frac{\Omega_B}{\sqrt{2}} 4|\delta|}} \tag{4.16}$$

Afin de simplifier l'écriture du paramètre caractéristique, introduisons le paramètre η sans dimension défini par :

$$\eta = \frac{{\Omega_L}^2}{|\delta|} \frac{(kv)^2}{{\Omega_B}^3/\sqrt{2}^3} \tag{4.17}$$

La situation la plus favorable pour notre situation expérimentale est telle que :

$$\frac{\omega}{\Omega_B} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\eta} \sim \sqrt{\eta} \sim 1 \tag{4.18}$$

Remarque : *$1/\sqrt{\eta}$ est à un coefficient numérique près l'angle dont l'atome précesse sous l'influence du champ magnétique entre z_i et z_f. Pour avoir une probabilité de transition maximale, l'angle de précession doit être maximal, donc le paramètre $\sqrt{\eta}$ doit être le plus petit possible. Cependant, si $\sqrt{\eta}$ est très petit, la critère défini par Messiah est alors rempli et le système a tendance à suivre adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien. La formule 4.18 peut être interprétée comme résultant d'une compétition entre la précession magnétique dans la zone de remélange et le fait que l'atome doit entrer de façon brutale dans la zone de remélange.*

4.3.2 Modèle quantitatif

Le modèle simple que nous avons développé au paragraphe précédent nous a permis de donner un ordre de grandeur d'un paramètre η caractéristique du croisement de niveau. Ce paramètre étant lié à v, ceci nous permet d'estimer un ordre de grandeur de la vitesse correspondant à une transition optimale. Nous allons dans ce paragraphe essayer d'être plus quantitatif concernant la transition de niveaux aux nœuds de l'onde stationnaire, en nous appuyant sur un travail récemment effectué par K-A. Suominen [81] qui traite notamment du cas où le croisement de niveaux est en t^2. Nous allons rappeler sa démarche et utiliser ses résultats.

Efficacité du remélange.

Pour simplifier l'écriture de l'hamiltonien, on effectue un changement de zéro d'énergie, et un changement de phase des états $|0\rangle$ et $|+\rangle$. Choisissons comme zéro d'énergie l'énergie du niveau $|+\rangle$. L'hamiltonien total pour les deux niveaux $|0\rangle$ et $|+\rangle$ s'écrit:

$$H = \begin{pmatrix} \Omega_l{}^2/4\delta \times \sin^2(kx) & \Omega_B/\sqrt{2} \\ \Omega_B/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1(t) & V \\ V & 0 \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

le temps et la position étant liés par la vitesse. Effectuons le changement de sous-niveaux suivant :

$$\begin{aligned} |+\rangle &= e^{-i\int^t 1/2(\beta(t'))dt'}|f+\rangle \\ |0\rangle &= e^{-i\int^t 1/2(\beta(t'))dt'}|f0\rangle \end{aligned} \tag{4.20}$$

ce qui définit les états $|f0\rangle$ et $|f+\rangle$. L'hamiltonien d'interaction pour ces deux nouveaux états s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} \Omega_L{}^2/8\delta \times \sin^2(kvt) & \Omega_B/\sqrt{2} \\ \Omega_B/\sqrt{2} & -\Omega_L{}^2/8\delta \times \sin^2(kvt) \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Etant au voisinage du nœud de l'onde stationnaire, le paramètre kvt est petit devant 1. Un développement limité permet d'obtenir l'écriture suivante de l'hamiltonien :

$$H = \begin{pmatrix} \Omega_L{}^2/8\delta \times k^2v^2t^2 & \Omega_B/\sqrt{2} \\ \Omega_B/\sqrt{2} & -\Omega_L{}^2/8\delta \times k^2v^2t^2 \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

Introduisons le paramètre $\sqrt{\varepsilon}$ sans dimension, appelé paramètre d'adiabaticité. Il vaut dans notre cas :

$$\varepsilon = \frac{\Omega_L{}^2}{8 \times \delta} \times \frac{(kv)^2}{\Omega_B{}^3/\sqrt{2}^3} \tag{4.23}$$

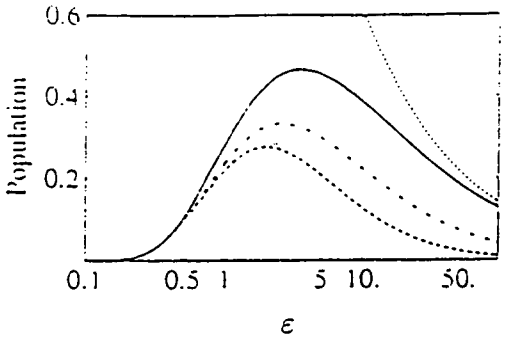


Figure 4.13: *Figure montrant la population ayant transité au croisement de niveaux lorsque la variation est en t^2. La courbe en trait plein est un calcul exact, alors que les courbes en pointillé sont des calculs approchés.*

Remarque : *Il est à noter que le paramètre d'adiabaticité ε est à un facteur numérique près le paramètre η que nous avons introduit dans le paragraphe 4.3.1 (équation 4.17). On a $\eta = 8\varepsilon$.*

Ceci permet de simplifier l'écriture de l'hamiltonien et donc l'écriture du couplage. En posant $t = \sqrt{2}\tau/\Omega_B$, où τ est un paramètre sans dimension, l'équation 4.22 s'écrit :

$$H = \frac{\Omega_B}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varepsilon\tau^2 & 1 \\ 1 & -\varepsilon\tau^2 \end{pmatrix} \tag{4.24}$$

L'équation d'évolution des deux états $|f0\rangle$ et $|f+\rangle$ prend la forme :

$$\frac{i}{\hbar}\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} f0 \\ f+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon\tau^2 & 1 \\ 1 & -\varepsilon\tau^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f0 \\ f+ \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

Ecrite sous cette forme, l'équation d'évolution est universelle. La connaissance de la variation de ε permet de traiter tous les problèmes de croisements de niveaux où la variation des niveaux est en t^2. Elle permet de traiter toutes les situations expérimentales que nous avons rencontrées, où le couplage magnétique est faible devant le couplage lumineux aux nœuds de l'onde stationnaire. Nous avons reproduit, sur la figure 4.13 extraite de [81], la probabilité de transition en fonction de ε.

On remarque sur la figure 4.13 que la probabilité de transition croit avec ε pour $\varepsilon < 4$. Le cas $\varepsilon \ll 1$ correspond au régime adiabatique des faibles vitesses où l'atome suit adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien. Pour $\varepsilon = 4$ la probabilité de transition entre les deux niveaux est de l'ordre de 55%, ensuite la probabilité de transition diminue quand ε augmente. Ceci correspond au fait que quand la vitesse augmente, l'atome voit de moins en moins les croisements de niveaux. Il a tendance à rester sur le même niveau. Ce résultat quantitatif montre que notre estimation quantitative de $\sqrt{\eta}$ (équation 4.18) était correcte à un facteur numérique $4\sqrt{2}$ près.

4.3.3 Pompage optique.

Nous allons estimer dans ce paragraphe la proportion d'atomes ayant précessé vers le niveau $|0\rangle$ à un nœud de l'onde stationnaire, et qui n'ont pas été pompés optiquement vers le niveau $|+\rangle$ avant le nœud suivant. Si cette probabilité était importante, il faudrait prendre en compte les phénomènes de cohérence entre les niveaux $|+\rangle$ et $|0\rangle$ (voir par exemple [90]).

Supposons que l'atome ait transité vers le niveau $|0\rangle$ à un nœud de l'onde stationnaire. Calculons la probabilité qu'a l'atome d'être pompé optiquement dans le niveau $|+\rangle$ sur une demi-longueur d'onde $\lambda/2$ (c.a.d. la probabilité d'être optiquement pompé entre deux nœuds de l'onde stationnaire). A l'instant t le taux de pompage optique s'écrit :

$$\Gamma'(t) = \frac{\Gamma}{2}\,\frac{{\Omega_r}^2(z)/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{4.26}$$

t et z étant linéairement liés par la vitesse v, $z = v \times t$ (nous avons utilisé une expression approchée tirée de [89] du taux de pompage optique. Bien que cette formule ne soit pas valable sur la totalité de la demi-longueur d'onde, car la fréquence de Rabi au ventre de l'onde stationnaire est plus grande que le désaccord et que la largeur naturelle du niveau excité, elle permet d'estimer des ordres de grandeur des différentes quantités).

L'évolution de la population p_0 de l'état $|0\rangle$ s'écrit :

$$\frac{dp_0}{dt} = -\frac{\Gamma}{4}\,\frac{{\Omega_L}^2\sin^2(kz)}{\delta^2 + \Gamma^2/4}p_0 \;\Rightarrow\; \frac{dp_0}{dz}v = -\frac{\Gamma}{4}\,\frac{{\Omega_L}^2\sin^2(kz)}{\delta^2 + \Gamma^2/4}p_0 \tag{4.27}$$

Cette équation est une équation du premier degré à variables séparables. Elle s'intègre facilement. Si on suppose qu'à $z = 0$ la population de l'état $|0\rangle$ est telle que $p_0(z = 0) = 1$, on trouve :

$$p_0(\lambda/2) = e^{-\frac{\Gamma}{16}\frac{{\Omega_L}^2}{(\delta^2 + \Gamma^2/4)}\frac{\lambda}{v}} \tag{4.28}$$

Pour les paramètres caractéristiques de l'effet Sisyphe magnétique du paragraphe 4.2, $\Omega_l = 2.4\Gamma$, $\Omega_B = 0.038\Gamma$ et $\delta = -0.94\Gamma$, pour une vitesse de 2 m/s (vitesse maximale de notre profil en vitesse), on trouve :

$$p_0(\lambda/2) = e^{-1.71} = 0.18 \tag{4.29}$$

Soit une probabilité de transition de 0.82. La plupart des atomes ayant une vitesse plus faible, la probabilité est proche de 1.

Le pompage optique sur une demi-longueur d'onde est efficace. Un atome, dans le niveau $|0\rangle$ après un nœud de l'onde stationnaire, est optiquement pompé vers le niveau $|+\rangle$ avec une probabilité proche de 1, au prochain ventre de l'onde stationnaire, sur la gamme de vitesse que nous avons étudiée.

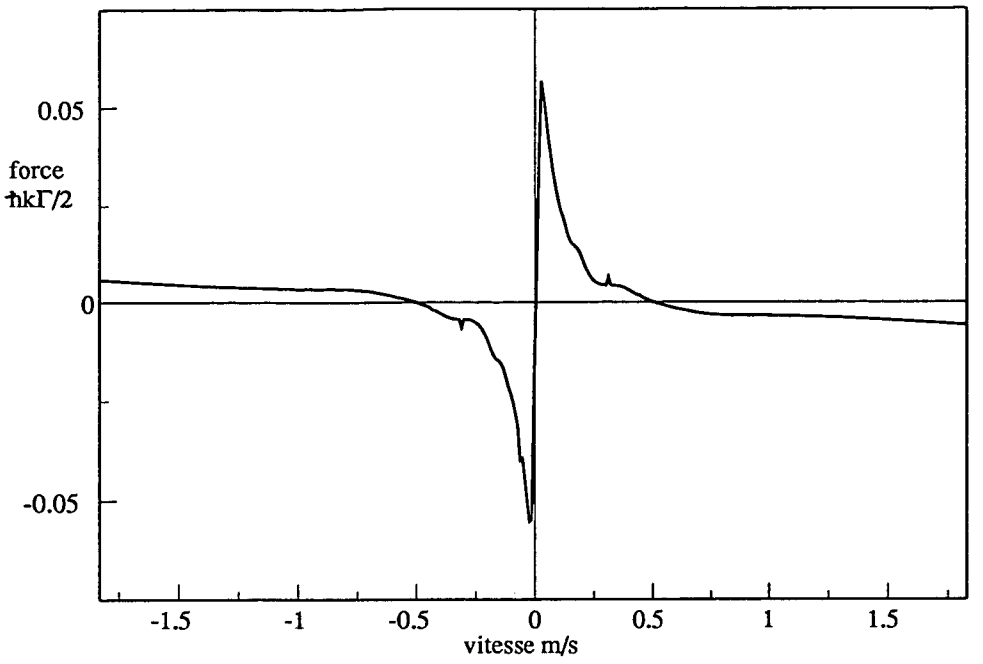


Figure 4.14: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_L = 2.4\Gamma$, $\delta = -0.94\Gamma$ *et* $\Omega_B = 0.038\Gamma$

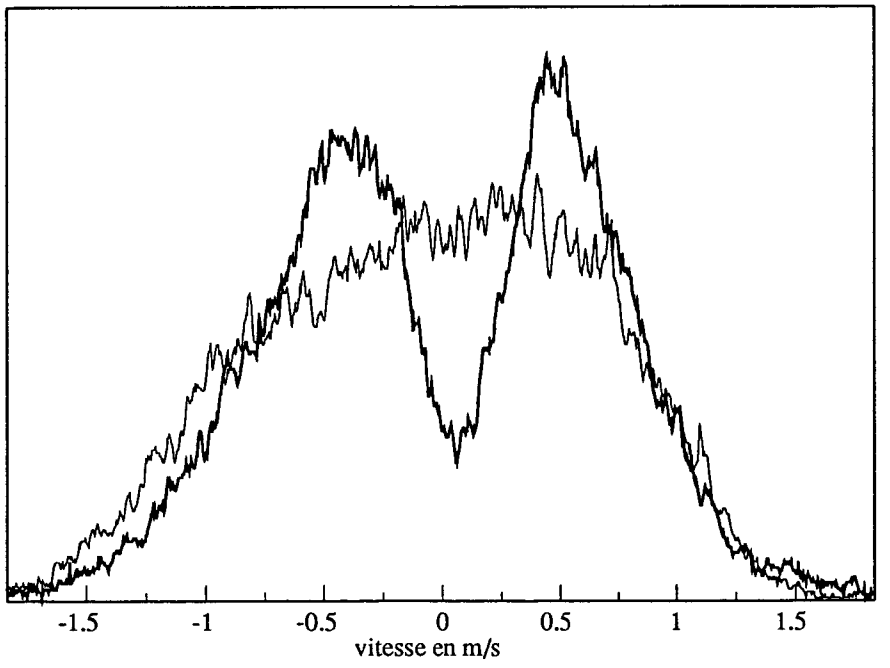


Figure 4.15: *Courbe expérimentale obtenue avec les paramètres indiqués ci-dessus et un temps d'interaction de* $300\Gamma^{-1}$.

4.3.4 Discussion de quelques exemples

Nous avons vu précédemment que le paramètre ε est un paramètre important. Il gouverne la probabilité de transition de l'état $|+\rangle$, où les atomes sont optiquement pompés, vers l'état $|0\rangle$, qui est le seul état couplé à la lumière. La probabilité de transition vient moduler la population de l'état $|0\rangle$ et donc la force, puisque seuls les atomes dans $|0\rangle$ sont soumis à une force. Il existe un autre paramètre important dans le problème qui est le paramètre lié à la force elle-même. Ainsi, pour l'effet Sisyphe magnétique, la force moyenne F subie par l'atome est égale à la probabilité de transition aux nœuds de l'onde stationnaire ($P(\varepsilon)$) multipliée par le gain d'énergie lors de la transition par pompage optique du niveau $|0\rangle$ vers le niveau $|+\rangle$ (δE) divisée par la demi-longueur d'onde :

$$F = P(\varepsilon) \times 2\frac{\delta E}{\lambda} \tag{4.30}$$

Le gain d'énergie par demi-longueur d'onde dépend du taux de pompage optique et du déplacement lumineux entre les deux états au moment du pompage optique. Il est difficile à calculer dans notre situation. On peut néanmoins remarquer que $\delta E/\lambda$ dépend de la vitesse. Si l'atome va très lentement, il est optiquement pompé vers le niveau $|+\rangle$ près du nœud de l'onde stationnaire, à un endroit où les énergies des deux niveaux sont proches. Le gain d'énergie est faible. Par contre, si l'atome va plus vite, il est optiquement pompé plus loin du nœud de l'onde stationnaire, l'écart d'énergie entre les deux niveaux est plus grand, donc le gain en énergie est plus important. Ce gain est maximal lorsque le pompage optique a lieu aux ventres de l'onde stationnaire. Ceci est la base même de l'effet Sisyphe (voir chapitre 3).

Nous allons dans ce paragraphe regarder l'influence respective de ε et du gain d'énergie par longueur d'onde sur quatre exemples. Le premier exemple est celui de la courbe caractéristique de l'effet Sisyphe magnétique du paragraphe 4.2. Les deux exemples suivants ont la même efficacité de transition, mais des paramètres très différents (pompage optique, déplacement lumineux), ce qui va nous permettre de mieux comprendre la relation entre le gain d'énergie moyen et la vitesse. Le dernier exemple montre qu'il existe des paramètres permettant d'avoir une force Sisyphe agissant sur une très large gamme de vitesses.

Premier exemple. Nous étudions ici la situation caractéristique de l'effet Sisyphe présenté en §4.2 dont nous avons reproduit la courbe donnant la force en fonction de la vitesse ainsi que la courbe expérimentale associée (voir figures 4.14 et 4.15). Les paramètres expérimentaux sont les suivants :

$\Omega_l = 2.4\Gamma$, $\delta = -0.94\Gamma$ et $\Omega_B = 0.038\Gamma$. On constate sur la figure 4.14 que la force est maximale pour $v \sim 5$ cm/s. Calculons la valeur de ε. On trouve :

$$\varepsilon = (kv/\Gamma)^2 \times 3.9 \times 10^4 \tag{4.31}$$

où kv/Γ est un paramètre sans dimension. La valeur $\varepsilon = 4$ correspond à une vitesse $v = 1.6$ cm/s. En ce point, plus de la moitié de la population de l'état $|+\rangle$ a précessé vers l'état $|0\rangle$. Pour $v = 5$ cm/s la probabilité de transition n'est que de 0.2 environ. Le maximum de la force ne correspond donc pas au maximum de remélange magnétique.

Ceci peut s'expliquer par le fait que pour une vitesse de 1.6 cm/s, le gain en énergie est faible. En effet, regardons à partir de l'équation 4.27 la population P_+ qui a été pompée optiquement pour $z = \lambda/8$ pour une vitesse de 1.6 cm/s. Une intégration de l'équation nous donne $P_+ = 1 - e^{-40}$. Toute la population a donc été pompée vers le niveau $|+\rangle$ bien avant le ventre de l'onde stationnaire. Le gain moyen d'énergie est donc faible. Il est donc normal de constater que la vitesse où la force est maximale est supérieure à la vitesse correspondant au maximum de remélange magnétique.

Les paramètres expérimentaux favorisent fortement les faibles vitesses (autour de $v = 1.6$ cm/s). Ceci est confirmé par le calcul de la force en fonction de la vitesse qui montre une pente à l'origine très forte, et donc une constante de temps associée à l'apparition du phénomène très court (on trouve $8\Gamma^{-1}$ cf §4.2). Pour des vitesses plus importantes (~ 20 cm/s plage typique d'action de la force Sisyphe) la force est faible car $P(\varepsilon)$ est faible.

Pour chercher à voir une force liée à l'effet Sisyphe plus importante, sur une gamme de vitesse plus large, il eût fallu choisir un champ magnétique plus important (rappelons que ε est proportionnel à $(kv)^2/{\Omega_B}^3$). Nous avons tracé sur la figure 4.16 la force en fonction de la vitesse pour un champ magnétique trois fois plus grand (les autres paramètres étant inchangés), qui donne une probabilité de transition maximale pour $v = 8.3$ cm/s. On constate que la force agit sur une plage de vitesse plus importante, que le maximum de la force est aussi plus grand, mais que la pente à l'origine est plus faible. Notons que les paramètres relatifs au gain moyen d'énergie n'ont pas varié. Tout ceci est en accord avec les prédictions qualitatives. On constate aussi que la vitesse pour laquelle la force s'annule ne dépend pas du champ magnétique, à faible champ magnétique.

Deuxième exemple. Pour ce deuxième exemple (figures 4.17 et 4.18), les paramètres sont les suivants : $\Omega_L = 3\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ et $\Omega_B = 0.118\Gamma$, d'où une valeur de ε telle que :

$$\varepsilon = (kv/\Gamma)^2 \times 1.9 \times 10^3 \tag{4.32}$$

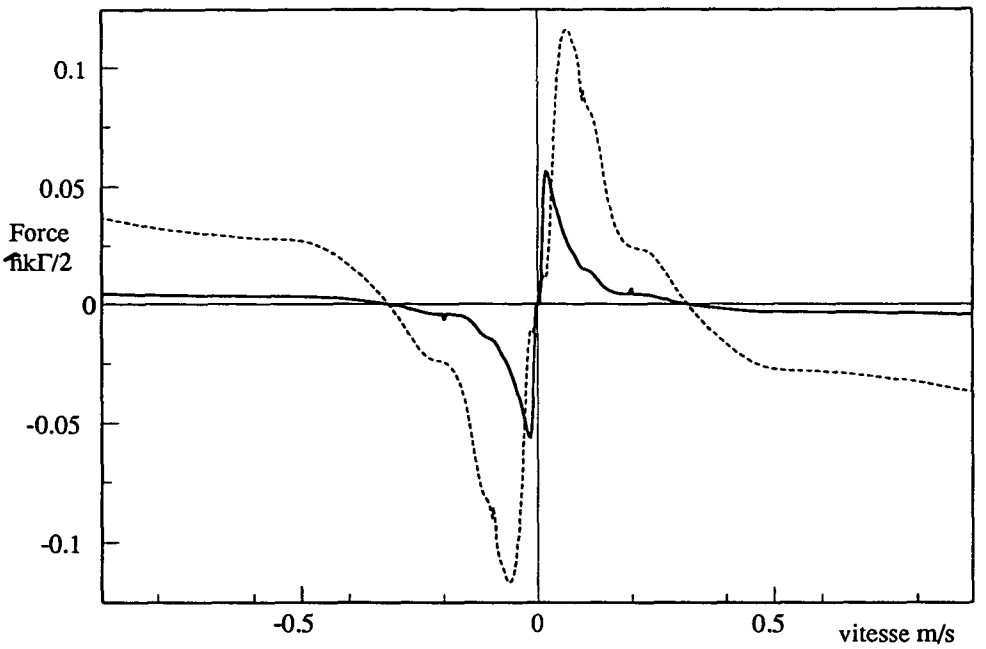


Figure 4.16: *Calcul semi-classique de la force en fonction de la vitesse. En trait gras nous avons tracé la force pour* $\Omega_l = 2.4\Gamma$, $\delta = -0.94\Gamma$ *et* $\Omega_B = 0.038\Gamma$, *en trait pointillé la force pour un champ magnétique trois fois plus grand* ($\Omega_B = 0.114\Gamma$), *les autres paramètres étant inchangés. On constate que les pentes à l'origine sont très différentes et diminuent avec l'augmentation du champ magnétique. On constate aussi que la vitesse pour laquelle la force est maximale croît avec le champ magnétique. Par contre, la vitesse où la force s'annule varie pas.*

Ceci correspond à un optimum de transition pour $v = 7$ cm/s. Cette vitesse correspond aussi à la vitesse où la force est maximale. On remarque que la force Sisyphe est importante sur une large gamme de vitesse (typiquement jusqu'à $v = 50$ cm/s). Le choix des paramètres expérimentaux doit permettre d'observer un bel effet de la force Sisyphe. Ceci est confirmé par l'observation expérimentale. Les doubles bosses caractéristiques de l'effet Sisyphe magnétique sont très nettes.

Troisième exemple. Cet exemple (figures 4.19 et 4.20) est instructif lorsqu'on le compare à l'exemple précédent (figures 4.17 et 4.18). Les valeurs des paramètres sont les suivantes : $\Omega_L = 1.2\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ et $\Omega_B = 0.076\Gamma$, d'où une valeur de ε telle que :

$$\varepsilon = (kv/\Gamma)^2 \times 1.1 \times 10^3 \tag{4.33}$$

comparable à la valeur $\varepsilon = 1.9 \times 10^3$ de l'exemple précédent. La probabilité de transition magnétique est pratiquement la même pour les deux exemples. Elle

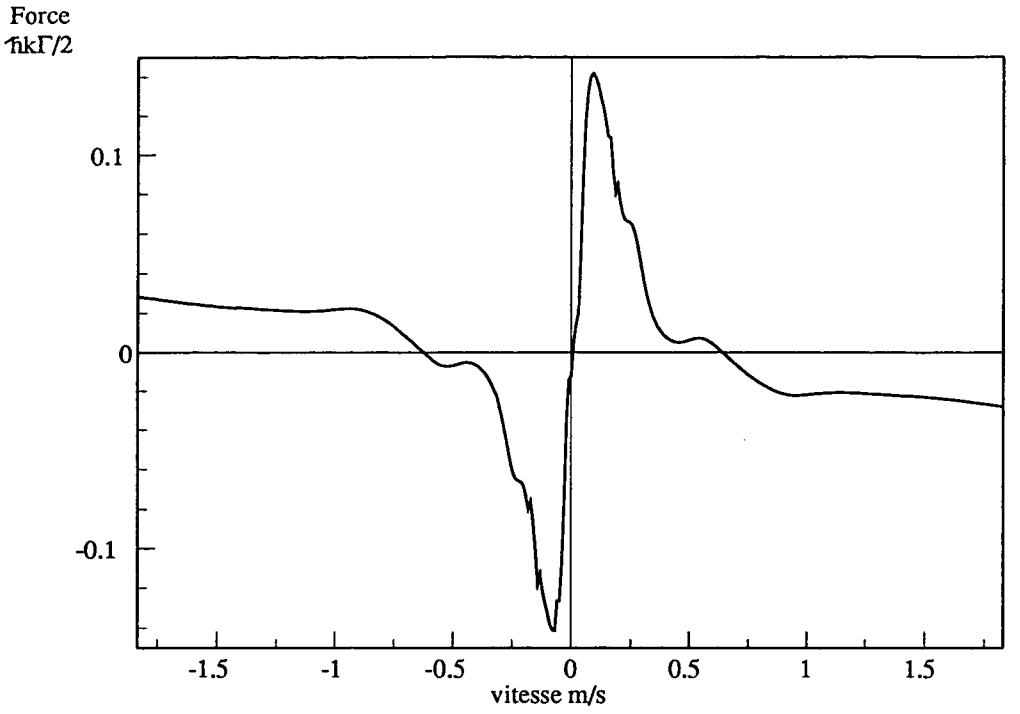


Figure 4.17: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_L = 3\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ *et* $\Omega_B = 0.118\Gamma$

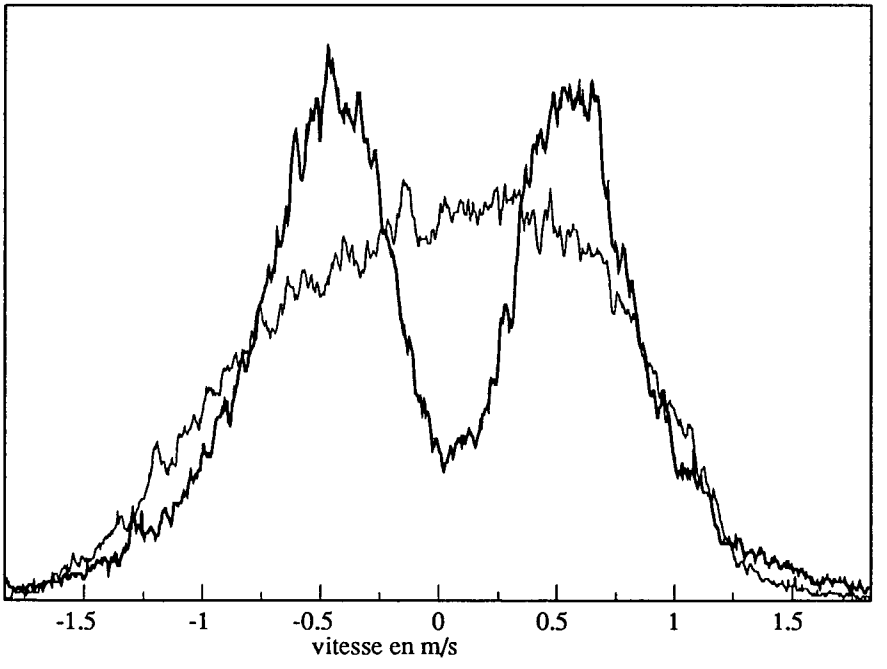


Figure 4.18: *Courbe expérimentale obtenue avec les paramètres indiqués ci-dessus, pour un temps d'interaction de* $300\Gamma^{-1}$.

est maximale pour $v \sim 7$ cm/s, et elle correspond au maximum de la force. En revanche, l'allure de la force en fonction de la vitesse a beaucoup changé. Les points stables de la force en fonction de la vitesse ($f(v) = 0$ et $f'(v) < 0$) apparaissent pour des vitesses beaucoup plus petites ($v \sim 25$ cm/s).

Ceci est dû au fait que la pulsation de Rabi est plus faible. Le pompage optique sur une demi-longueur d'onde est donc moins efficace. La vitesse correspondant à un pompage optique dans le niveau $|+\rangle$ au ventre de l'onde stationnaire est plus petite. On attend donc une action de la force liée à l'effet Sisyphe sur une gamme de vitesse plus faible, et donc une action de la force de mélasse Doppler pour des vitesses plus faibles. Ceci est confirmé par la courbe expérimentale où l'on voit un faible creusement au centre de la distribution initiale et où l'on voit nettement un affinement de la distribution initiale dû à la force de mélasse Doppler habituelle.

Si entre le premier et le deuxième exemple nous avions principalement joué sur la probabilité de transition magnétique pour faire apparaître une force liée à l'effet Sisyphe plus importante, entre le deuxième et le troisième exemple nous n'avons pas modifié la probabilité de transition. Nous avons par contre modifié les paramètres du pompage optique de façon à diminuer la plage d'action de la force Sisyphe. Une telle démarche permet d'obtenir une courbe expérimentale où apparaissent les deux effets à la fois (refroidissement et chauffage).

Quatrième exemple. Dans ce dernier cas (figures 4.21 et 4.22), Nous avons cherché à augmenter la plage d'action de l'effet Sisyphe en augmentant le taux de pompage optique. Les paramètres expérimentaux sont les suivants : $\Omega_L = 7.1\Gamma$, $\delta = -2.26\Gamma$ et $\Omega_B = 0.115\Gamma$, d'où une valeur de ε :

$$\varepsilon = (kv/\Gamma)^2 \times 5.1 \times 10^3 \tag{4.34}$$

La vitesse pour laquelle la probabilité de transition est maximale est assez faible ($v = 4.4$ cm/s). Puisque la plage d'action de l'effet Sisphe est plus importante, les points stables de la force apparaissent pour des vitesses plus importantes. Ceci se retrouve sur la courbe expérimentale où les deux bosses caractéristiques de l'effet Sisyphe magnétique sont pratiquement séparées de la largeur de la distribution en impulsion initiale.

Conclusion :

Ce paragraphe nous a permis de mieux comprendre les problèmes de transitions aux nœuds de l'onde stationnaire et surtout l'influence de la vitesse sur

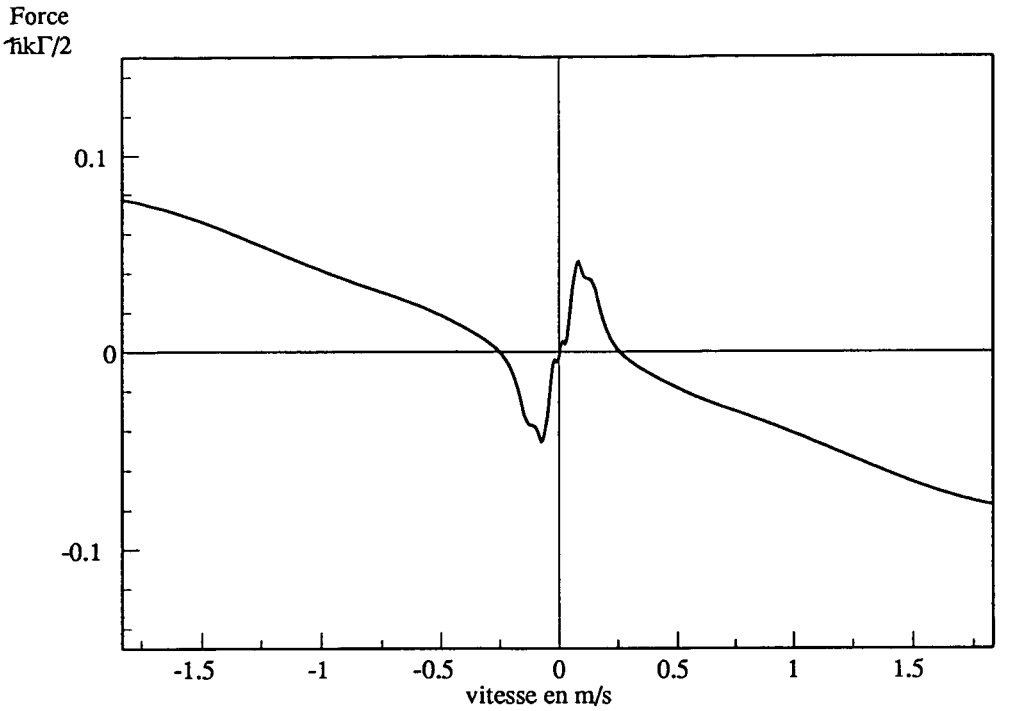


Figure 4.19: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_L = 1.2\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ *et* $\Omega_B = 0.076\Gamma$

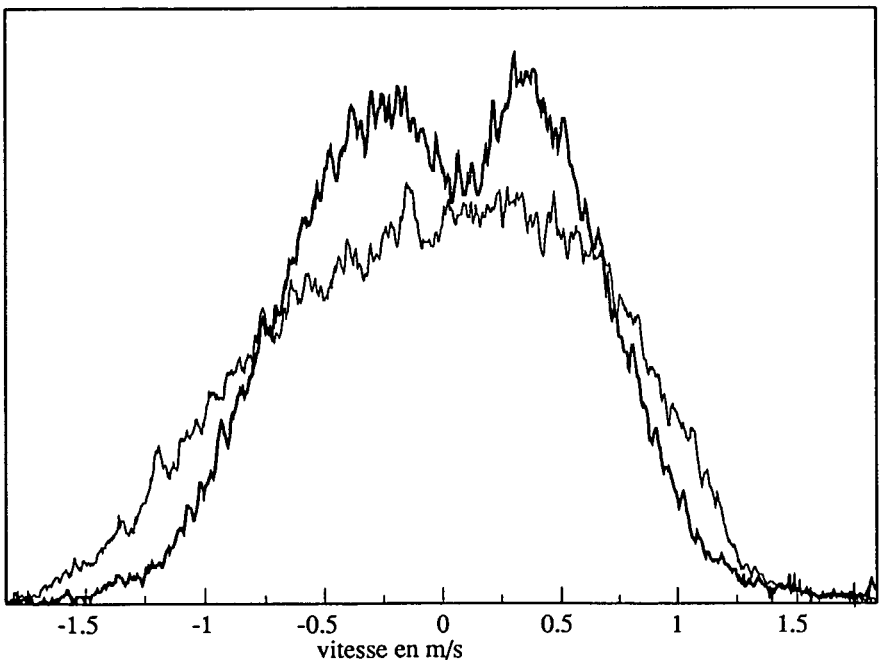


Figure 4.20: *Courbe expérimentale obtenue avec les paramètres indiqués ci-dessus pour un temps d'interaction de* $300\Gamma^{-1}$.

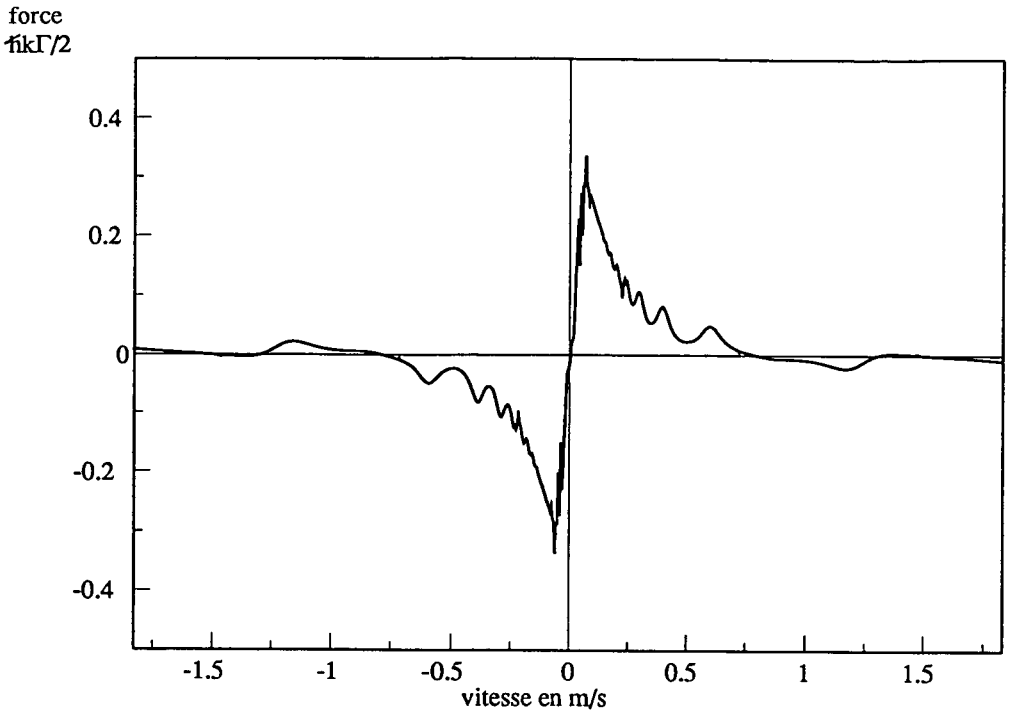


Figure 4.21: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_L = 7.1\Gamma$, $\delta = -2.26\Gamma$ *et* $\Omega_B = 0.115\Gamma$.

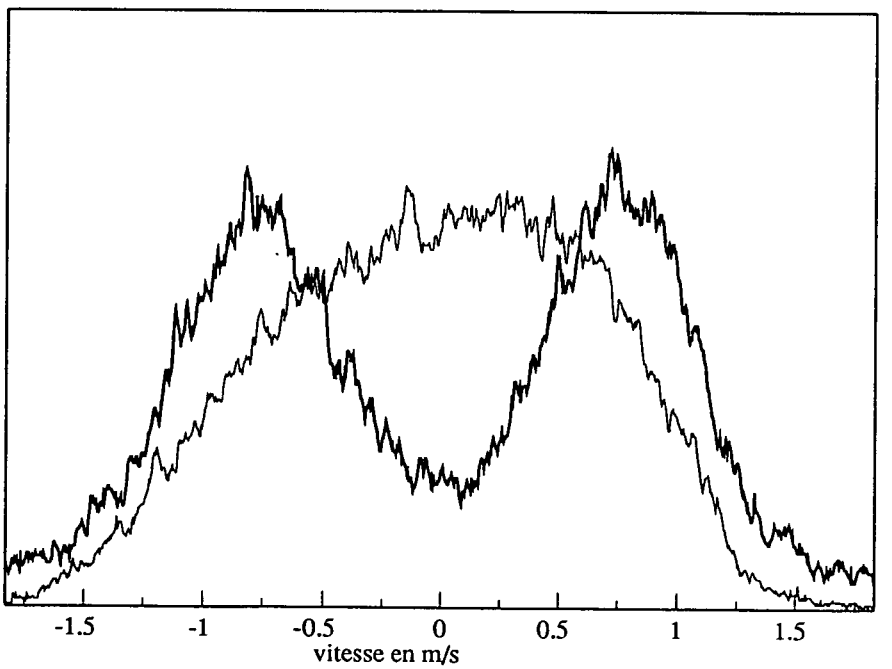


Figure 4.22: *Courbe expérimentale obtenue avec les paramètres indiqués ci-dessus, pour un temps d'interaction de* $100\Gamma^{-1}$.

le processus. Si l'atome passe lentement aux nœuds de l'onde stationnaire, il suit adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien total, il ressort dans le même niveau que celui dans lequel il est entré. Si l'atome passe vite, il ne voit pas le croisement et ressort encore dans le même niveau. Ce n'est que pour une vitesse intermédiaire que l'atome a une probabilité non nulle de transiter.

Nous avons pu grâce à un modèle qualitatif exhiber un paramètre universel de la probabilité de transition. Ce modèle qualitatif a été confirmé par des calculs quantitatifs. A la lumière de ces résultats, nous avons discuté l'influence de la probabilité de transition de niveaux sur différentes situations expérimentales. Nous avons constaté que, pour la force liée à l'effet Sisyphe, la probabilité de transition modulait la force totale en favorisant soit les petites vitesses, ce qui faisait apparaître des temps d'évolution au voisinage de l'origine assez court, soit les plus grandes vitesses, ce qui faisait apparaître un effet Sisyphe très contrasté. Nous avons aussi signalé l'importance du taux de pompage optique et de l'écart d'énergie entre les deux niveaux sur l'intensité de la force ainsi que sur la plage caractéristique d'action de la force Sisyphe magnétique.

4.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté l'effet Sisyphe magnétique dans le cas où une onde laser stationnaire agit sur une transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$ en présence de champ magnétique transverse. Cet effet est lié à une modulation spatiale différente des sous-niveaux $|f, m_z = -1\rangle$, $|f, m_z = 0\rangle$ et $|f, m_z = 1\rangle$, à un pompage optique des atomes vers le niveau $|f, m_z = 1\rangle$, et à une précession entre les différents sous-niveaux de l'onde stationnaire aux endroits où le couplage avec le laser est nul.

Une des originalités de l'effet Sisyphe magnétique dans cette situation est qu'il est opposé à l'effet de refroidissement Doppler habituel : il chauffe pour un laser désaccordé au dessous de résonance, et il refroidit pour un laser désaccordé au dessus de résonance. L'effet Doppler et l'effet Sisyphe sont en compétition, mais ils agissent sur des gammes de vitesse différentes. L'effet Sisyphe domine aux faibles vitesses, et les temps d'évolution sont courts. Aux grandes vitesses, la force Doppler domine et les temps d'évolution associés sont plus longs. Il en résulte une grande variété de situations suivant les paramètes expérimentaux (intensité laser, désaccord, champ magnétique, et temps d'interaction). Dans le cas d'un laser désaccordé au dessous de résonance, pour un champ magnétique faible devant le déplacement lumineux des différents sous-niveaux aux ventres de l'onde stationnaire, la force s'annule en trois points; deux sont des points stables, le troisième est un point instable. La force présente un caractère bistable dans l'espace des vitesses.

Dans le cas de l'hélium métastable, le recul dû à l'absorption d'un photon ($\hbar k/m = 0.0916$ m/s) n'est pas négligeable devant la valeur de la vitesse limite du refroidissement Doppler à une dimension ($v_D = 0.23$ m/s). Les plages d'action de la force Doppler et de l'effet Sisyphe sont comparables, et il est possible d'observer la compétiton entre ces deux effets sur une même plage de vitesse.

Les résultats expérimentaux viennent confirmer les prédictions qualitatives. Afin de donner une interprétation quantitative, nous avons utilisé plusieurs approches théoriques. Nous avons tout d'abord calculé la dépendance en vitesse de la force en utilisant une approche semi-classique de l'interaction entre l'atome et le rayonnement lumineux. Ce calcul a été poursuivi en résolvant les équations de Bloch optiques par la méthode des fractions continuées. Il a permis d'expliquer la position des doubles bosses de l'effet Sisyphe magnétique résultant du caractère bistable de la force, ainsi que l'existence de temps d'évolution différents à faible et à grande vitesse. Afin de rendre compte des temps d'interaction finis entre l'atome et le champ laser, nous avons effectué un autre calcul théorique où l'impulsion n'est plus considérée

comme une variable semi-classique, mais comme une variable quantifiée. Le développement de ce calcul est aussi justifié par le fait que le recul dû à l'absorption d'un photon n'est pas infiniment faible devant la largeur initiale de la distribution en impulsion. Les résultats quantiques viennent compléter le calcul semi-classique, et sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

La précession magnétique aux nœuds de l'onde stationnaire est un paramètre important dans notre expérience. Nous avons développé un modèle simple pour essayer de comprendre son influence lorsque la variation des niveaux d'énergie aux croisements de niveaux est quadratique en temps. Si l'atome passe lentement, l'atome suit adiabatiquement les états propres de l'hamiltonien et ne change pas d'état. Si l'atome passe très rapidement, il ne voit pas le croisement de niveaux, et ne change pas de niveaux non plus. Ce n'est que pour une vitesse intermédiaire que l'atome a une probabilité non nulle de transiter. Cette image a été confirmée par une étude quantitative. Nous avons exhibé un paramètre universel qui nous a permis d'appliquer cette étude aux différents problèmes expérimentaux et de voir l'influence respective des paramètres agissant sur le système : l'intensité du laser, le désaccord, le champ magnétique transverse et la vitesse des atomes.

Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire une étude de refroidissement par laser dans un cas où l'interaction entre l'atome et la lumière se fait en présence de champ magnétique transverse.

Dans la première partie, nous nous sommes intéressés à l'optimisation d'un jet d'hélium métastable en vue de réaliser les expériences en présence de champ magnétique. Nous avons aussi discuté l'optimisation de ce jet en vue de ralentir puis de piéger ces atomes dans un piège magnéto-optique. Ne pouvant ralentir que les atomes ayant des vitesses inférieures à 400 m/s, nous avons utilisé des techniques cryogéniques afin d'abaisser la température, et donc la vitesse des atomes du jet. Nous avons discuté l'influence des paramètres de l'excitation de l'hélium dans l'état métastable (tension accélératrice et champ magnétique de focalisation du jet), ainsi que les paramètres propres au jet d'hélium (température et pression résiduelle dans les enceites à vide). Nous avons aussi souligné le gain sur le flux d'atomes à faible vitesse apporté par une compression transverse du jet à deux dimensions effectuée juste après la zone d'interaction. Ce jet a permis de réaliser le premier piège magnéto-optique sur l'hélium métastable [18]. Ce piège est maintenant utilisé comme une source dense (10^8 at/cm^3) d'atomes froids de vitesse résiduelle 1 m/s permettant d'obtenir des temps d'interaction très longs.

Dans la seconde partie, nous avons étudié l'interaction atome-lumière à une dimension en présence de champ magnétique. L'originalité de ce travail repose sur le fait que la force liée à l'interaction atome-rayonnement résulte de la compétition entre deux forces ayant des effets opposés (la force Doppler et l'effet Sisyphe magnétique). Ces deux forces ayant des plages d'action en vitesse différentes, nous avons pu observer une bistabilité dans l'espace des impulsions et étudier cette bistabilité en fonction des paramètres expérimentaux (intensité et désaccord du laser, champ magnétique et temps d'interaction). Afin d'effectuer une étude plus quantitative, nous avons tout d'abord effectué un calcul de la force en fonction de la vitesse dans un cadre semi-classique (la position et l'impulsion sont traitées quantiquement), puis pour rendre compte du temps d'interaction fini, nous avons effectué un second calcul où la position et l'impulsion sont quantifiées. Ce calcul est aussi motivé par le fait que le recul dû à l'absorption d'un photon n'est pas infiniment petit devant la largeur de la distribution en vitesse. Ces derniers calculs complètent les calculs semi-classiques, et sont en bon accord avec les résultats

expérimentaux.

Dans ce mémoire, nous avons essayé de présenter des images simples pour permettre une compréhension qualitative des différents problèmes et plus particulièrement à propos de l'effet Sisyphe magnétique. Ces images qualitatives ont été complétées par des études quantitatives théoriques. Une bonne appréhension du problème dans le cas relativement simple d'une onde stationnaire polarisée σ^+ sur une transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$ à une dimension en présence d'un champ magnétique transverse permet d'aborder l'étude et la réalisation de situations expérimentales plus complexes et plus générales mettant en jeu l'interaction d'une onde lumineuse en présence d'un champ magnétique.

Ce travail peut être prolongé dans deux directions. Il est possible de poursuivre l'étude des problèmes d'interaction entre la lumière et les atomes en présence de champ magnétique, et notamment dans les pièges magnéto-optiques à trois dimensions. Mentionnons l'existence d'un nouveau type de piège qui semble reposer sur des phénomènes stimulés, et qui paraît très prometteur [91]. Il est aussi possible, profitant des grandes densités, d'étudier les collisions à l'intérieur du piège magnéto-optique. Le piège d'hélium métastable a ainsi permis la mesure d'un taux de réaction très grand entre des atomes dans l'état triplet S et des atomes dans l'état triplet P [18].

Appendice A

Calcul semi-classique de la force en fonction de la vitesse

Nous allons dans cet appendice décrire la méthode semi-classique que nous avons utilisée pour calculer numériquement la force comme fonction de la vitesse. Nous avons tout d'abord effectué ce calcul en ne considérant que le système réduit aux seuls sous-niveaux $|f, m_z = 0\rangle$, $|f, m_z = +1\rangle$ et $|e, m_z = +1\rangle$. Ensuite, dans une seconde partie, nous avons considéré le système complet en prenant en compte la totalité des sous-niveaux Zeeman. Pour ce second calcul, nous avons indiqué comment étaient modifiées les équations par rapport au système réduit, la méthode suivie étant la même.

Le principe du calcul semi-classique a déjà été présenté dans de nombreux ouvrages (voir par exemple [65, 92, 93, 60]). Il consiste à considérer les variables internes (moment magnétique, spin, ..) comme des variables quantiques, et les variables externes (impulsion, position) comme des variables classiques.

Notre calcul est basé sur la résolution des équations de Bloch optiques [67, 65, 94], ce qui permet à l'aide du théorème d'Ehrenfest de calculer une force moyenne agissant sur l'atome. La position de l'atome étant traitée ponctuellement, l'extension spatiale de l'atome est petite devant la longueur d'onde du laser ($\delta x \ll \lambda$), et par voie de conséquence, à cause du principe d'incertitude de Heisenberg on a : $\delta p \gg \hbar k$. Ce qui signifie que le recul dû à l'absorption d'un photon est négligé.

A.1 Calcul semi-classique sur le système réduit

A.1.1 Ecriture des couplages.

Le système physique que nous avons étudié est celui d'un atome d'hélium en interaction avec une onde laser stationnaire se propageant suivant l'axe oz, polarisée circulairement (σ^+), résonnante sur la transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$ ($2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$), en présence de champ magnétique transverse (voir fig A.1).

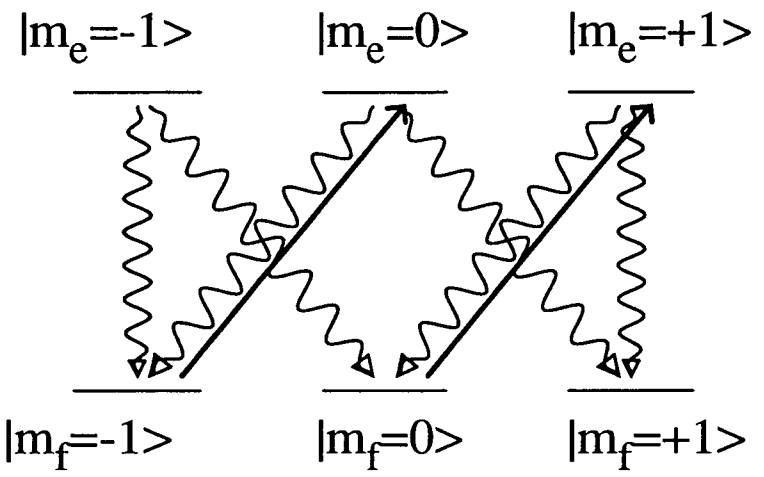


Figure A.1: *Schéma des différents couplages dus au laser et à l'émission spontanée. Un champ magnétique transverse constant vient coupler les états fondamentaux entre eux, et les états excités entre eux.*

Nous avons choisi l'axe oz, axe de propagation des lasers, comme axe de quantification. Ce choix permet de bien comprendre les phénomènes physiques, notamment dans le cas où le couplage magnétique est faible devant le couplage dû au laser. De plus, dans cette base, l'écriture des couplages est plus simple. Cependant le résultat de notre calcul ne dépend pas de l'axe de quantification choisi.

Rappelons brièvement les idées de l'effet Sisyphe magnétique présentées au chapitre 3 paragraphe 3.3, ainsi que les hypothèses qui permettent de ne considérer que le système réduit. L'énergie des sous-niveaux fondamentaux $|m_z = -1\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$ est modulée spatialement par l'onde stationnaire, l'energie du sous-niveau $|m_z = 1\rangle$ n'est pas modulée, car ce sous-niveau n'est pas couplé au laser. Les atomes sont optiquement pompés vers le niveau

$|m_z = 1\rangle$ aux ventres de l'onde stationnaire. Un champ magnétique faible devant le champ laser aux ventres de l'onde stationnaire permet aux atomes de transiter vers les états $|m_z = -1\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$ aux nœuds de l'onde stationnaire (voir fig A.2).

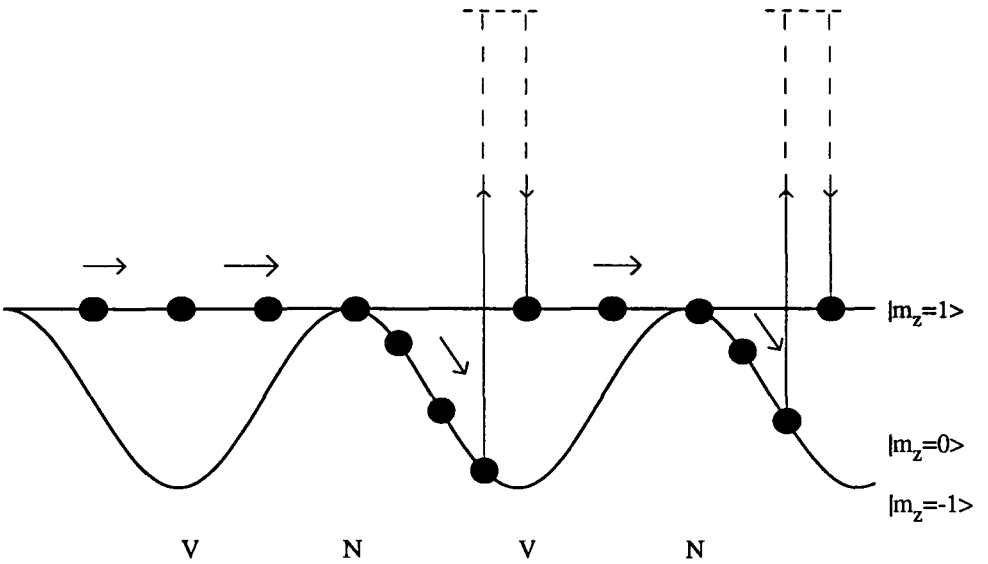


Figure A.2: *Déplacement d'énergie des sous-niveaux fondamentaux. L'atome est optiquement pompé vers le niveau $|m_z = 1\rangle$ aux ventres de l'onde stationnaire, et il peut transiter vers les niveaux $|m_z = -1\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$ aux nœuds.*

Puisque le niveau $|m_z = 1\rangle$, n'est pas directement couplé au niveau $|m_z = -1\rangle$, on peut supposer que la transition ne se fait qu'entre les deux sous-niveaux $|m_z = 1\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$. L'atome ayant précessé vers le niveau $|m_z = 0\rangle$ est pompé vers le niveau $|m_z = 1\rangle$ avant d'avoir pu explorer l'état $|m_z = -1\rangle$. Il est donc légitime de négliger ce dernier état. De même pour l'état excité, lorsque la largeur naturelle Γ est grande devant le couplage magnétique, l'atome n'a pas le temps de précesser vers les niveaux $|m_z = -1\rangle$ et $|m_z = 0\rangle$ avant de se désexciter. On peut donc supposer que l'atome ne va évoluer qu'entre les deux états fondamentaux $|m_z = 0\rangle$ et $|m_z = 1\rangle$ (notés $|1\rangle$ et $|0\rangle$ dans la suite de ce paragraphe), et l'état excité $|m_z = 1\rangle$ (noté $|e\rangle$) (voir fig A.3).

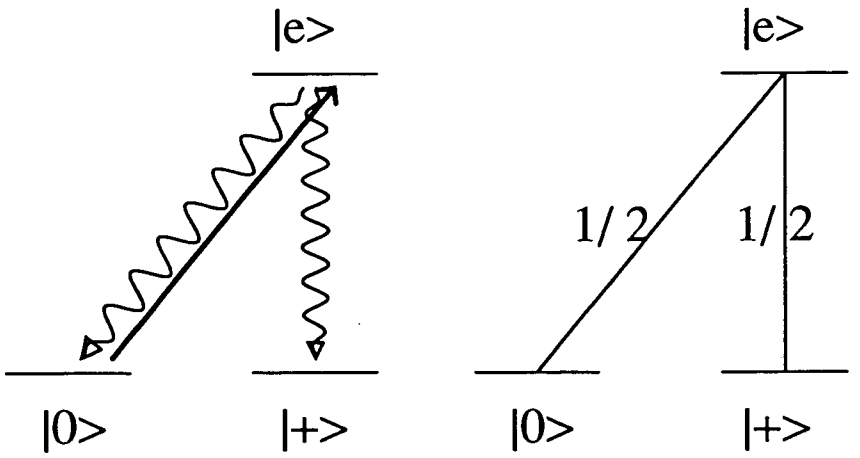


Figure A.3: *Schéma des couplages et carré des coefficients de Clebsch Gordan en ne considérant que le système réduit.*

Ecriture du couplage dû au laser.

Le champ électrique de l'onde laser polarisée σ^+, se propageant dans le sens $z > 0$ s'écrit :

$$\mathbf{E}_1 = \mathcal{E}_0/2 \left(\frac{\mathbf{e_x} + i\mathbf{e_y}}{\sqrt{2}} \right) e^{i(kz - \omega_L t)} + c.c. \tag{A.1}$$

L'onde laser $\mathbf{E}_2$ se propageant dans l'autre sens a la même forme (même polarisation et même longueur d'onde), il suffit dans la formule A.1 de remplacer z par $-z$. L'onde stationnaire résultante $\mathbf{E}$, somme des deux ondes laser $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ s'écrit alors :

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathcal{E}_0 \left(\frac{\mathbf{e_x} + i\mathbf{e_y}}{\sqrt{2}} \right) \cos kz \; e^{-i\omega_L t} + c.c. \tag{A.2}$$

L'hamiltonien d'interaction entre l'atome et la lumière s'écrit :

$$V_{al} = -\mathbf{d}.\mathbf{E}(z,t) \tag{A.3}$$

où $\mathbf{d}$ est l'opérateur dipolaire électrique

$$\mathbf{d} = \mathbf{d_{10}}(|e\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle e|) + \mathbf{d_{11}}(|e\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle e|) \tag{A.4}$$

La conservation du moment cinétique total entraîne que $\langle e|\mathbf{d}.\varepsilon^+|+\rangle = 0$. Les termes non nuls du couplage s'écrivent :

$$V_{al} = -\mathbf{d}\varepsilon^+\mathcal{E}_0 \cos(kz) \left[|e\rangle\langle 0| \; e^{-i\omega_L t} + |e\rangle\langle 0| \; e^{i\omega_L t} \right] + \text{c.c.} \tag{A.5}$$

En fait le terme $|e\rangle\langle 0|e^{i\omega_L t}$ correspond à l'absorption d'un photon de polarisation σ^+, et au passage de l'état excité $|e\rangle$ à l'état fondamental $|0\rangle$. Ce processus est un processus non résonnant. Dans la suite de cette partie (ainsi que dans l'annexe suivante) nous négligerons ces couplages (approximation résonnante, ou rotating wave approximation r.w.a en anglais (voir [65])). Le couplage avec le laser s'écrit alors :

$$V_{al} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\cos(kz)|e\rangle\langle 0|\ e^{-i\omega_L t}\ +\ c.c. \tag{A.6}$$

où $\Omega_L(z)$ est la fréquence de la Rabi de la transition de $|0\rangle$ vers $|e\rangle$

$$\Omega_L = -2\frac{\langle e|\mathbf{d}\varepsilon^+|0\rangle}{\hbar} \times \mathcal{E}_0 \tag{A.7}$$

Notons que nous tenons compte ici de la force d'oscillateur de la transition $|0\rangle \rightarrow |e\rangle$ à travers l'élément $\langle e|\mathbf{d}.\varepsilon^+|0\rangle$, et notamment du coefficient de Clebsch Gordan qui vaut $1/\sqrt{2}$.

Hamiltonien atomique

Prenons comme zéro d'énergie, l'énergie de l'état fondamental. L'écriture de l'hamiltonien atomique est la suivante :

$$H_{at} = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| \tag{A.8}$$

où ω_0 est la fréquence de la transition atomique non perturbée.

Couplage magnétique

Le couplage dû au champ magnétique s'écrit $V_B = -\mathbf{M}.\mathbf{B}$ où $\mathbf{M}$ est le moment magnétique de l'atome. Il est relié au moment cinétique par le rapport gyromagnétique γ, qui prend deux valeurs différentes pour l'état fondamental et pour l'état excité, à cause des facteurs de Landé différents pour ces deux états. Nous allons distinguer dans la suite du paragraphe le couplage magnétique induit par la composante longitudinale du champ magnétique (selon oz), de la partie transverse.

Couplage transverse Nous supposons que le champ magnétique est selon l'axe ox ($\mathbf{B} = \mathrm{B}\mathbf{e_x}$). Le choix de l'axe transverse du champ magnétique n'influe pas sur le résultat final, mais l'écriture des équations de Bloch optique est légèrement différente suivant l'axe choisi.

Le couplage magnétique transverse du système complet, en considérant les trois sous-niveaux de l'état fondamental, s'écrit :

$$V_B = -\gamma_f J_x B_x \tag{A.9}$$

où

$$J_x = \hbar/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.10}$$

γ_f valant 2.8 MHz/gauss pour l'état fondamental. Puisque nous considérons la restriction du système aux états $|0\rangle$ et $|1\rangle$, le couplage s'écrit :

$$V_B = -\hbar \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}} |0\rangle\langle +| \ + \ h.c. \tag{A.11}$$

avec $\Omega_{Bfx} = -\gamma_f B_x$.

Le couplage transverse dans l'état excité est nul car nous n'avons considéré qu'un seul état excité.

Couplage longitudinal Le champ magnétique longitudinal est dirigé suivant oz ($\mathbf{B} = B\mathbf{e_z}$). Avec le choix des axes de quantification que nous avons fait, le champ magnétique longitudinal déplace les différents sous-niveaux Zeeman. Il faut en tenir compte, non seulement pour le niveau fondamental, mais aussi pour l'état excité. Le couplage, en considérant le système complet, s'écrit :

$$V'_B = -\sum_i \gamma_i J_z B_z \tag{A.12}$$

où

$$J_z = \hbar \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.13}$$

et $i = e, f$. En ne considérant que le système réduit, V'_B s'écrit :

$$V'_B = \hbar\Omega_{Bfz}|+\rangle\langle +| \ + \ \hbar\Omega_{Bfz}|e\rangle\langle e| \tag{A.14}$$

avec $\Omega_{Bfz} = -\gamma_f B_z$ et $\Omega_{Bez} = -\gamma_e B_z$, sachant que γ_e vaut 2.1 MHz/gauss (le facteur de Landé vaut 2 pour l'état fondamental, et 3/2 pour l'état excité).

A.1.2 Equations de Bloch optiques.

L'évolution du système atomique peut être décrit par une équation d'évolution de la matrice densité σ, cette équation étant régie par les équations

de Bloch optiques. Ces équations sont obtenues à partir de l'équation de Schrödinger pour la matrice densité :

$$i\hbar(\dot{\sigma})_{ham} = [H, \sigma] \tag{A.15}$$

à laquelle on ajoute un terme phénomènologique correspondant à l'émission spontanée $i\hbar(\dot{\sigma})_{sp}$.

Emission spontanée.

L'émission spontanée introduit des termes d'amortissement et des termes d'alimentation pour les populations et des termes d'amortissement pour les cohérences. La population de l'état excité est amortie avec une constante de temps $1/\Gamma$:

$$(\dot{\sigma}_{ee})_{sp} = -\Gamma\sigma_{ee} \tag{A.16}$$

Les cohérences optiques sont amorties avec une constante de temps $2/\Gamma$:

$$(\dot{\sigma}_{ej})_{sp} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ej} \tag{A.17}$$

avec $j = 0$ ou $+$. Les populations de l'état fondamental sont alimentées par la population de l'état excité :

$$(\dot{\sigma}_{ii})_{sp} = \Gamma_i{}^e\sigma_{ee} \tag{A.18}$$

où $\Gamma_i{}^e = |C_i{}^e|^2\Gamma$, et où $C_i{}^e$ est le coefficient de Clebsch Gordan entre les états e et i, $i = 0, +$.

Il est à noter que la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux ne peut être alimentée que par la cohérence entre deux niveaux excités. Puisqu'il n'existe qu'un seul niveau excité dans le sous-système considéré, il ne peut y avoir de termes d'alimentation. Les seuls termes issus de l'émission spontanée sont donc :

$$\begin{aligned} (\dot{\sigma}_{ee})_{sp} &= -\Gamma\sigma_{ee} \\ (\dot{\sigma}_{ie})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ie} \\ (\dot{\sigma}_{ii})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ee} \end{aligned} \tag{A.19}$$

où i=0,+.

Ecriture des équations d'évolution.

Nous allons dans ce paragraphe résoudre les équations d'évolution obtenues à partir des équations A.15 et A.19. Elles peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$i\hbar\frac{d\sigma}{dt} = H\sigma - \sigma H \; + \; i\hbar\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{sp} \tag{A.20}$$

Le système réduit considéré ne comporte que trois sous-niveaux. La matrice densité comporte donc neuf éléments, trois régissent l'évolution des populations, les autres régissent l'évolution des cohérences :

$$\begin{aligned}
i\dot{\sigma}_{00} &= \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\sigma_{+0} - \sigma_{0+}) + \frac{\Omega_L}{2}e^{-i\omega_L t}\cos kz(\sigma_{e0} - \sigma_{0e}) + i\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ee} \\
i\dot{\sigma}_{++} &= \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\sigma_{0+} - \sigma_{+0}) + i\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ee} \\
i\dot{\sigma}_{ee} &= \frac{\Omega_L}{2}\cos kz(e^{i\omega_L t}\sigma_{0e} - e^{-i\omega_L t}\sigma_{e0}) - i\Gamma\sigma_{ee} \\
i\dot{\sigma}_{0+} &= -\Omega_{Bfz}\sigma_{0+} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\sigma_{++} - \sigma_{00}) + \frac{\Omega_L}{2}e^{i\omega_L t}\cos kz\sigma_{e+} \\
i\dot{\sigma}_{0e} &= (-\Omega_{Bez} - \omega_0)\sigma_{0e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}\sigma_{+e} + \frac{\Omega_L}{2}e^{i\omega_L t}\cos kz(\sigma_{ee} - \sigma_{00}) - i\frac{\Gamma}{2}\sigma_{0e} \\
i\dot{\sigma}_{+e} &= (-\Omega_{Bez} - \omega_0 + \Omega_{Bfz})\sigma_{+e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}\sigma_{0e} - \frac{\Omega_L}{2}e^{i\omega_L t}\cos kz\sigma_{+0} - i\frac{\Gamma}{2}\sigma_{+e}
\end{aligned} \tag{A.21}$$

Les trois autres équations étant les équations complexes conjuguées des trois dernières équations.

Avant de résoudre ces équations nous allons essayer de simplifier leur écriture. Nous allons éliminer la dépendance temporelle du second membre de l'équation (ceci porte aussi le nom de passage dans le référentiel tournant). Pour cela nous allons poser $\tilde{\sigma}_{e0} = \sigma_{e0}e^{i\omega_L t}$, et $\tilde{\sigma}_{e+} = \sigma_{e+}e^{i\omega_L t}$, les autres termes restant inchangés ($\tilde{\sigma}_{ee} = \sigma_{ee}$, $\tilde{\sigma}_{++} = \sigma_{++}$ et $\tilde{\sigma}_{--} = \sigma_{--}$). Nous obtenons en particulier $\dot{\sigma}_{e0} = -i\omega_L\tilde{\sigma}_{e0}e^{-i\omega_L} + \dot{\tilde{\sigma}}_{e0}$. En posant $\delta = \omega_l - \omega_0$, les équations A.22 se ramènent au système de neuf équations complexes à neuf inconnues suivant :

$$\begin{aligned}
i\dot{\tilde{\sigma}}_{00} &= \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\tilde{\sigma}_{+0} - \tilde{\sigma}_{0+}) + \frac{\Omega_L}{2}\cos kz(\tilde{\sigma}_{e0} - \tilde{\sigma}_{0e}) + i\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ee} \\
i\dot{\tilde{\sigma}}_{++} &= \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\tilde{\sigma}_{0+} - \tilde{\sigma}_{+0}) + i\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{ee} \\
i\dot{\tilde{\sigma}}_{ee} &= \frac{\Omega_L}{2}\cos kz(\tilde{\sigma}_{0e} - e^{-i\omega_L t}\tilde{\sigma}_{0e}) - i\Gamma\tilde{\sigma}_{ee}
\end{aligned} \tag{A.22}$$

$$
\begin{aligned}
i\dot{\tilde{\sigma}}_{0+} &= -\Omega_{Bfz}\tilde{\sigma}_{0+} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\tilde{\sigma}_{++} - \tilde{\sigma}_{00}) + \frac{\Omega_L}{2}\cos kz\tilde{\sigma}_{e+} \\
i\dot{\tilde{\sigma}}_{0e} &= (-\Omega_{Bez} + \delta)\tilde{\sigma}_{0e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}\tilde{\sigma}_{+e} + \frac{\Omega_L}{2}\cos kz(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{00}) - i\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{0e} \\
i\dot{\tilde{\sigma}}_{+e} &= (-\Omega_{Bez} + \delta + \Omega_{Bfz})\tilde{\sigma}_{+e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}\tilde{\sigma}_{0e} - \frac{\Omega_L}{2}\cos kz\tilde{\sigma}_{+0} - i\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{+e}
\end{aligned}
$$

ainsi que les trois équations conjuguées des trois dernières équations.

Il est possible de résoudre ces équations dans l'espace complexe. Nous avons préféré décomposer les cohérences en partie réelle et imaginaire en posant $\tilde{\sigma}_{ij} = r_{ij} + it_{ij}$. Nous nous sommes ainsi ramenés à un système de neuf équations réelles. L'existence d'une solution unique non triviale est donnée par la trace de la matrice densité qui vaut 1. Cela nous permet d'éliminer une équation, par exemple la troisième équation, d'où le nouveau système :

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{\sigma}}_{00} &= -\frac{2\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}t_{0+} - \Omega_L\cos(kz)t_{0e} - i\frac{\Gamma}{2}(\tilde{\sigma}_{00} + \tilde{\sigma}_{++} - 1) \\
\dot{\tilde{\sigma}}_{++} &= \frac{2\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}t_{0+} - \frac{\Gamma}{2}(\tilde{\sigma}_{00} + \tilde{\sigma}_{++} - 1) \\
\dot{r}_{0+} &= -\Omega_{Bfz}t_{0+} - \frac{\Omega_L}{2}\cos(kz)t_{+e} \\
\dot{t}_{0+} &= \Omega_{Bfz}r_{0+} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}(\tilde{\sigma}_{00} - \tilde{\sigma}_{++}) - \frac{\Omega_L}{2}\cos(kz)r_{+e} \qquad \text{(A.23)} \\
\dot{r}_{0e} &= (-\Omega_{Bez} + \delta)t_{0e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}t_{+e} + -\frac{\Gamma}{2}r_{0e} \\
\dot{t}_{0e} &= (\Omega_{Bez} - \delta)r_{0e} - \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}r_{+e} + \frac{\Omega_L}{2}\cos(kz)(\tilde{\sigma}_{++} + 2\tilde{\sigma}_{00} - 1) - \frac{\Gamma}{2}t_{0e} \\
\dot{r}_{+e} &= (\Omega_{Bfz} - \Omega_{Bez} + \delta)t_{+e} + \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}t_{0e} + \frac{\Omega_L}{2}\cos(kz)t_{0+} - \frac{\Gamma}{2}r_{+e} \\
\dot{t}_{+e} &= (\Omega_{Bez} - \delta - \Omega_{Bfz})r_{+e} - \frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}r_{0e} + \frac{\Omega_L}{2}\cos(kz)r_{0+} - \frac{\Gamma}{2}t_{+e}
\end{aligned}
$$

où $\tilde{\sigma}_{ee}$ a disparu

A.1.3 Résolution des équations

Essayons de résoudre le système en supposant que les variables internes évoluent plus rapidement que les variables externes, ce qui revient à regarder l'évolution du système lorsque l'on tire l'atome à vitesse constante le long de l'axe de propagation des lasers. Nous pouvons écrire :

$$
\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{d\sigma}{dz}\frac{dz}{dt} = \frac{d\sigma}{dz} \times v \qquad \text{(A.24)}
$$

Le système d'équations A.24 n'a alors plus de dépendance temporelle. C'est un système de 8 équations inhomogènes en z, à 8 inconnues, dont certains coefficients dépendent de la position. Il peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{dt} = A\sigma + B \tag{A.25}$$

où σ est un vecteur à 8 composants dans l'espace de Liouville, qui représente les populations des deux états fondamentaux et les parties réelles et imaginaires des cohérences entre les états. A est une matrice 8×8, et B est un vecteur à 8 composantes.

Décomposition en série de Fourier.

La dépendance en z des coefficients des termes A et B est sinusoïdale. Nous allons chercher la solution "forcée" des équations de Bloch optiques, en effectuant une décomposition en séries de Fourier de σ :

$$\sigma = \sum_{n \epsilon \mathbb{Z}} \sigma^{(n)} e^{inkz} \tag{A.26}$$

Il est possible de décomposer de la même façon les matrices A et B en série de Fourier :

$$A = \frac{A^1}{2}(e^{ikz} + e^{-ikz})/2 + A^0, \text{ et } B = \frac{B^1}{2}(e^{ikz} + e^{-ikz})/2 + B^0 \tag{A.27}$$

La condition de réalité du vecteur σ s'écrit :

$$[\sigma^{(n)}] = -[\sigma^{(n)}]^* \tag{A.28}$$

Remarque :

1. *Le vecteur σ est un vecteur à coefficients réels, mais les coefficients de sa décomposition en série de Fourier peuvent être complexes.*

2. *Si dans l'élimination d'une équation au paragraphe A.1.2, nous avions choisi d'éliminer la population $\tilde{\sigma}_{++}$ au lieu de $\tilde{\sigma}_{ee}$ (l'état $|+\rangle$ n'étant pas couplé au laser), le vecteur B n'aurait pas eu de dépendance en z, et la forme des équations aurait été plus simple. Cela ne modifie cependant en rien le résultat final.*

Les équations précédentes s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} in\Delta\sigma^{(n)}e^{inkz} = & \sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} \frac{A^1}{2}(e^{ikz}+e^{-ikz})\sigma^{(n)}e^{inkz} \\ & +\sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} A^0\sigma^{(n)}e^{inkz} + \frac{B^1}{2}(e^{ikz}+e^{-ikz}) + B^0\end{aligned} \tag{A.29}$$

en posant $\Delta = kv$

Relation de récurrence

A partir de la relation A.29 on tire une relation de récurrence entre les différents coefficients de Fourier de σ :

$$in\Delta\sigma^{(n)} = A^0\sigma^{(n)} + \frac{A^1}{2}\sigma^{(n-1)} + \frac{A^1}{2}\sigma^{(n+1)} + B^0\delta_{n,0} + \frac{B^1}{2}(\delta_{n,1}+\delta_{n,-1}) \tag{A.30}$$

Résolution

Pour calculer les différents coefficients de Fourier, nous allons transformer cette relation de récurrence sur des vecteurs en une relation sur des matrices. Puis, au lieu de tronquer le système d'équations à partir d'un certain rang pour obtenir un système fini [73], nous allons procéder à l'inverse, à savoir que nous supposerons le terme d'ordre n connu, nul par exemple et nous en déduirons les autres termes. Cette méthode s'appelle la méthode des fractions continuées appliquée aux matrices [95]. Elle a déjà été utilisée dans le cas d'un atome à deux niveaux [96, 97].

La dépendance en z des coefficients du système d'équations A.24 étant sinusoïdale, les coefficients de Fourier d'ordre supérieur à 1 sont liés aux coeffcients de Fourier d'ordre immédiatemment inférieur. Plus précisément, il existe une matrice G_n inversible pour $n \geq 1$, telle que :

$$\begin{aligned}\sigma^{(n+1)} &= G_n\sigma^{(n)} \\ \sigma^{(-n-1)} &= G_{-n}\sigma^{(-n)}\end{aligned} \tag{A.31}$$

Ceci donne une relation entre G_{n+1} et G_n :

$$G_n = [(in\Delta - A^0) - \frac{A^1}{2}G_{n+1}]^{-1}\frac{A^1}{2} \tag{A.32}$$

En prenant $G_n = 0$ pour n "suffisamment grand", on calcule G_1 :

$$G_1 = \frac{1}{\left[(2i\Delta - A^0) - \frac{A^1}{2}\frac{1}{\left[(3i\Delta - A^0) - \frac{A^1}{2}\frac{1}{(\cdots)}\right]}\frac{A^1}{2}\right]}\frac{A^1}{2} \tag{A.33}$$

Le critère que nous avons utilisé pour savoir si n était "suffisamment grand" est que la variation relative de la matrice G_1 en choisissant $G_n = 0$ puis $G_{2n} = 0$ est inférieure à 0.001. Nous avons vérifié en prenant un critère plus contraignant que le résultat était inchangé.

Remarques:

1. *Il aurait aussi été possible de décomposer σ sur la base des fonctions trigonométriques sinus et cosinus, ce qui aurait conduit au même genre d'équations.*

2. *Il est inutile d'effectuer le calcul pour les valeurs de n négatives, puisque la condition de réalité sur σ entraîne $G_n = [G_{-n}]^*$.*

Calculons les coefficients de Fourier du vecteur σ. Pour $n = +1$ l'équation A.30 conduit à :

$$\sigma^{(1)} = (i\Delta - A^0 - \frac{A^1}{2}G_1)^{-1}(\frac{A^1}{2}\sigma^{(0)} - \frac{B^1}{2}) \tag{A.34}$$

Pour $n = 0$, la relation est analogue :

$$\begin{aligned}&\left(A^0 + \frac{A^1}{2}\left[(-i\Delta - A^0 - \frac{A^1}{2}G_1{}^*)^{-1} + \frac{A^1}{2}(i\Delta - A^0 - \frac{A^1}{2}G_1)^{-1}\right]\frac{A^1}{2}\right)\sigma^{(0)}\\ &= -B^0 - \frac{A^1}{2}\left[(-i\Delta - A^0 - \frac{A^1}{2}G_1{}^*)^{-1} + \frac{A^1}{2}(i\Delta - A^0 - \frac{A^1}{2}G_1)^{-1}\right]\frac{A^1}{2}\frac{B^1}{2}\end{aligned} \tag{A.35}$$

Ceci nous permet de calculer le coefficient de Fourier d'ordre 0, et donc de calculer tous les coefficients de Fourier.

A.1.4 Calcul de la force.

La force radiative moyenne subie par un atome s'écrit :

$$F(z) = - < \frac{\partial}{\partial z} V_{al}(z) > \text{ avec } V_{al} = -\mathbf{d}.\mathbf{E}(z) \tag{A.36}$$

Ecrite sous cette forme, la moyenne de la force ne fait intervenir que les degrés de liberté internes; elle peut être exprimée en terme de matrice densité. La force subie par l'atome à la position z s'écrit :

$$F = \hbar k \Omega_L \sin(kz)(\tilde{\sigma}_{oe} + \tilde{\sigma}_{eo}) \tag{A.37}$$

L'intensité lumineuse variant avec z, nous avons calculé la force moyenne subie par l'atome sur une longueur d'onde. Le seul terme non nul qui apparait alors est le terme d'ordre 1 issu de la décomposition de la matrice densité en série de Fourier. La force prend la forme :

$$F = \hbar k \Omega_L Im(\tilde{\sigma}_{oe}{}^{(1)}) \tag{A.38}$$

Pour un jeu de paramètres donnés, en faisant varier la vitesse, on peut connaître la variation de la force. Un exemple de calcul a été donné dans le chapitre 4.2. Le temps typique pour obtenir une telle courbe est de 6 heures sur un ordinateur individuel P.C. 386.

A.2 Calculs semi-classiques sur le système $J = 1 \rightarrow J' = 1$

Nous effectuons dans cette partie le calcul semi-classique de la force en fonction de la vitesse, pour une transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$. Comme précédemment, nous utilisons l'approximation dipolaire électrique et l'approximation résonnante. Nous supposons également que les variables internes varient plus rapidement que les variables externes. Ce sont les seules hypothèses simplificatrices. Cela signifie notamment que le calcul est valable pour toutes les valeurs de champ magnétique, et pour toutes les valeurs d'intensité laser (alors que précédemment le calcul n'était valable que pour un couplage magnétique faible devant la fréquence de Rabi aux noeuds de l'onde stationnaire, et faible devant la largeur naturelle).

Le principe du calcul étant analogue au calcul pour le système réduit, nous détaillons plus particulièrement l'écriture des couplages, ainsi que les endroits où le calcul diffère sensiblement.

A.2.1 Ecriture des couplages.

Nous utilisons les notations suivantes : pour l'état fondamental, nous notons les trois sous-niveaux $|f_-\rangle$, $|f_0\rangle$ et $|f_+\rangle$, et pour l'état excité nous les notons $|e_-\rangle$, $|e_0\rangle$ et $|e_+\rangle$. Nous utilisons, comme précédemmment, l'axe oz comme axe de quantification pour écrire les couplages (voir fig A.1).

Couplage dû au laser.

Le champ laser est le même que dans le paragraphe précédent (équation A.2) :

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathcal{E}_0 \left(\frac{\mathbf{e_x} + i\mathbf{e_y}}{\sqrt{2}} \right) \cos kz \; e^{-i\omega_L t} \; + \; c.c. \tag{A.39}$$

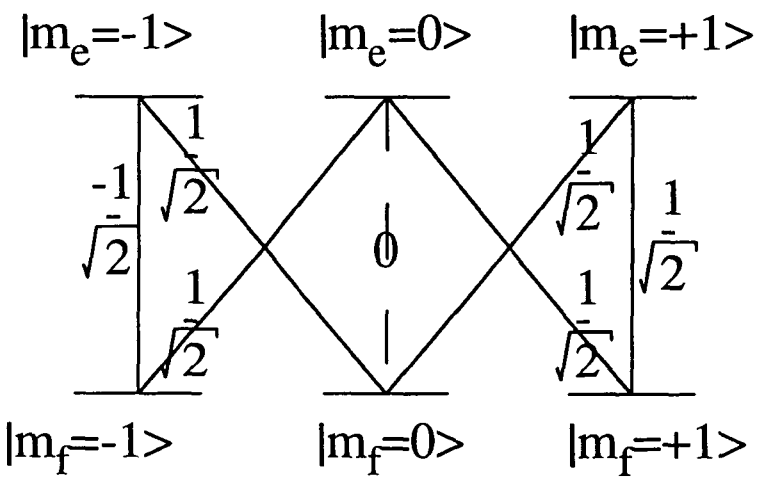


Figure A.4: *Coefficients de Clebsch Gordan pour le système complet.*

Les règles de sélection du moment cinétique entraînent que le laser couple $|f_-\rangle$ avec $|e_0\rangle$, et $|f_0\rangle$ avec $|e_+\rangle$ uniquement. Les facteurs d'intensité donnés par les carrés des coefficients de Clebsch-Gordan, sont identiques pour les transitions $|f_-\rangle \leftrightarrow |e_0\rangle$, et $|f_0\rangle \leftrightarrow |e_+\rangle$ (voir fig A.4). Nous définissons la fréquence de Rabi Ω_L décrivant le couplage atome champ électrique par :

$$\Omega_L = -2\frac{\langle e_1|\mathbf{d}\varepsilon^+|f_0\rangle}{\hbar} \times \mathcal{E}_0 = -2\frac{\langle e_0|\mathbf{d}\varepsilon^+|f_{-1}\rangle}{\hbar} \times \mathcal{E}_0 \tag{A.40}$$

Le couplage atome champ laser s'écrit alors :

$$V_{al} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\cos(kz)[|e_0\rangle\langle f_-| + |e_+\rangle\langle f_0|]e^{-i\omega_L t} \; + \; c.c. \tag{A.41}$$

Couplage magnétique.

Le couplage magnétique s'écrit :

$$V_B = -\mathbf{M}.\mathbf{B} \tag{A.42}$$

Le champ magnétique couple les états fondamentaux entre eux, et les états excités entre eux. Il n'existe pas de couplage entre l'état excité et l'état fondamental. Nous distinguons le couplage entre les états fondamentaux et entre les états excités. Nous distinguons aussi le couplage de la composante transverse de la composante longitudianle du champ magnétique.

Champ transverse. La direction du champ transverse est prise suivant ox. Le couplage magnétique transverse s'écrit :

$$V_B = -\gamma_f J_{fx} B_x - \gamma_e J_{ex} B_x \tag{A.43}$$

où J_{fx} est la projection de l'opérateur moment cinétique de l'atome dans l'état fondamental suivant l'axe x, J_{ex} est celui de l'état excité, et γ_f et γ_e sont les rapports magnétiques respectifs. Pour l'état fondamental, ce couplage s'écrit :

$$V_B = -\gamma_f J_x B_x \tag{A.44}$$

où

$$J_x = \hbar/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.45}$$

L'écriture du couplage dans l'état excité est analogue. Nous en déduisons l'hamiltonien de couplage magnétique transverse total :

$$\begin{aligned} V_B &= \hbar\frac{\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}}\left[|f_0\rangle\langle f_+| + |f_-\rangle\langle f_0| \ + \ h.c.\right] \\ &\quad +\hbar\frac{\Omega_{Bex}}{\sqrt{2}}\left[|e_0\rangle\langle e_+| + |e_-\rangle\langle e_0| \ + \ h.c.\right] \end{aligned} \tag{A.46}$$

où nous avons posé $\Omega_{Bfx} = -\gamma_f B_x$ et $\Omega_{Bex} = -\gamma_e B_x$

Champ longitudinal. Le champ longitudinal est orienté selon z. Le couplage longitudinal s'écrit :

$$V_B' = -\gamma_f J_{fz} B_z - \gamma_e J_{ez} B_z \tag{A.47}$$

avec

$$J_z = \hbar \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.48}$$

On en déduit la forme de l'hamiltonien de couplage :

$$\begin{aligned} V'_B &= \hbar\Omega_{Bfz}(-|f_-\rangle\langle f_-| + |f_+\rangle\langle f_+|) \\ &\quad +\hbar\Omega_{Bez}(-|e_-\rangle\langle e_-| + |e_+\rangle\langle e_+|) \end{aligned} \tag{A.49}$$

avec $\Omega_{Bfz} = -\gamma_f B_z$ et $\Omega_{Bez} = -\gamma_e B_z$ et avec les mêmes conventions de notation que dans le paragraphe précédent.

Hamiltonien atomique.

L'énergie de l'état fondamental est prise comme origine des énergies. L'hamiltonien atomique se met sous la forme :

$$H_{at} = \hbar\omega_0(|e_-\rangle\langle e_-| + |e_0\rangle\langle e_0| + |e_+\rangle\langle e_+|) \tag{A.50}$$

A.2.2 Equations de Bloch optiques

Comme dans le paragraphe précédent, l'évolution hamiltonienne s'écrit :

$$i\hbar\dot{\sigma} = [H, \sigma] \tag{A.51}$$

l'écriture de cette évolution ne présente pas de difficultés. Le système est un système à six niveaux, la matrice densité a donc trente six éléments. Comme précédemment, nous ajoutons à cette évolution hamiltonienne un terme phénomènologique d'amortissement ou d'alimentation dû à l'émission spontanée :

$$i\hbar\dot{\sigma} = [H, \sigma] + i\hbar(\frac{d\sigma}{dt})_{sp} \tag{A.52}$$

Nous allons écrire complètement le terme d'émission spontanée car il est différent du cas du système réduit. Les équations sont directement écrites dans le référentiel tournant.

Emission spontanée.

Les populations excitées et les cohérences hertziennes dans l'état excité s'amortissent de la même façon que pour le système réduit :

$$\left(\frac{d\tilde{\sigma}_{e_ie_j}}{dt}\right)_{sp} = -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_ie_j} \text{ avec } i, j = -, 0, + \tag{A.53}$$

Les cohérences optiques sont amorties avec une constante $2/\Gamma$:

$$\left(\frac{d\tilde{\sigma}_{e_i f_j}}{dt}\right)_{sp} = -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_i f_j} \text{ avec } i,j = -,0,+ \tag{A.54}$$

Les populations dans l'état fondamental sont alimentées par les différentes populations de l'état excité :

$$\left(\frac{d\tilde{\sigma}_{f_i f_i}}{dt}\right)_{sp} = \sum_j \Gamma_e{}^j \tilde{\sigma}_{e_j e_j} \text{ avec } \Gamma_e{}^j = |C_{f_i}{}^{e_j}|^2\Gamma \tag{A.55}$$

où $C_{f_i}{}^{e_i}$ est le coefficient de Clebsch-Gordan entre e_j et f_i.

Enfin, à cause de l'invariance par rotation de l'émission spontanée, une cohérence hertziennne dans l'état fondamental (σ_{f_i,f_j}), entre deux niveaux fondamentaux de moment cinétique m_i et m_j, ne peut être alimentée que par une cohérence hertzienne dans l'état excité (σ_{e_k,e_l}), entre deux niveaux de moment cinétique m_k, m_l, tels que $m_i - m_j = m_k - m_l$. On a alors :

$$\left(\frac{d\tilde{\sigma}_{f_i f_j}}{dt}\right)_{sp} = \sum_{m_i - m_j = m_k - m_l} \Gamma C_{f_i}{}^{e_k} C_{f_j}{}^{e_l} \tilde{\sigma}_{e_k e_l} \tag{A.56}$$

L'écriture des termes d'émission spontanée donne :

$$\begin{aligned}
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-e_-})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_-e_-} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0e_0})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_0e_0} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+e_+})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_+e_+} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{f_+f_+})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}[\tilde{\sigma}_{e_0e_0} + \tilde{\sigma}_{e_+e_+}] \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0f_0})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}[\tilde{\sigma}_{e_-e_-} + \tilde{\sigma}_{e_+e_+}] & (\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_-})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}[\tilde{\sigma}_{e_-e_-} + \tilde{\sigma}_{e_0e_0}] \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-e_0})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_-e_0} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-e_+})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_-e_+} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0e_+})_{sp} &= -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_0e_+} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+f_+})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_+} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+f_0})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_0} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_+f_-})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_+f_-} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0f_+})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_+} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0f_0})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_0} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_0f_-})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_0f_-} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-f_+})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_-f_+} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-f_0})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_-f_0} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{e_-f_-})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_-f_-} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_0})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_0e_+} & (\dot{\tilde{\sigma}}_{f_0f_+})_{sp} &= \frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_-e_0} \\
(\dot{\tilde{\sigma}}_{f_-f_+})_{sp} &= -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_-e_+}
\end{aligned} \tag{A.57}$$

Remarques :

1. *Il n'existe pas de terme d'alimentation de la population de l'état f_0, par la population de l'état e_0, car le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition $e_0 \leftrightarrow f_0$ est nul.*

2. *Pour la même raison, on ne peut avoir d'alimentation de la cohérence entre f_0 et f_+ à partir de la cohérence entre e_0 et e_+. De même la cohérence entre f_- et f_0 ne peut être alimentée par la cohérence entre e_- et e_0.*

3. *Le signe de l'alimentation de la cohérence entre f_- et f_+ est bien négatif car les coefficients de Clebsch-Gordan entre e_- et f_- d'une part, et entre e_+ et f_+ ont des signes opposés.*

Résolution

Pour résoudre ces équations nous avons choisi, comme précédemment, de décomposer en partie réelle et en partie imaginaire les cohérences entre les états. De la même façon que pour le système réduit, ces 36 équations à 36 inconnues sont liées par une relation sur la trace de σ. Mais ici, nous avons choisi d'éliminer l'équation d'évolution de la population de l'état e_-, ainsi que cette population car l'état e_- n'est pas couplé au champ laser :

$$\tilde{\sigma}_{e_-e_-} = 1 - \tilde{\sigma}_{e_0e_0} - \tilde{\sigma}_{e_+e_+} - \tilde{\sigma}_{f_-f_-} - \tilde{\sigma}_{f_0f_0} - \tilde{\sigma}_{f_+f_+} \tag{A.58}$$

Remarque : *Puisque l'état e_- n'est pas couplé au laser, l'écriture de la relation de récurrence ne fait pas apparaître de terme d'ordre 1 dans le second membre de l'équation inhomogène (équation A.29). Contrairement au système réduit, les termes B^1 et B^{-1} n'existent plus.*

Comme précédemment, la force exercée sur l'atome est calculée en considérant que l'atome est tiré à une vitesse constante le long de l'axe de propagation des lasers, ce qui nous permet d'écrire la même relation que la relation A.24 :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dz} \times v \tag{A.59}$$

Développons le vecteur σ en série de Fourier, afin de rechercher une solution forcée. Les équations prennent alors la forme suivante (en utilisant les

mêmes notations que dans la première partie) :

$$\sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} in\Delta\sigma^{(n)}e^{inkz} = \sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} \frac{A^1}{2}(e^{ikz} + e^{-ikz})\sigma^{(n)}e^{inkz} + \sum_{n\epsilon\mathbb{Z}} A^0\sigma^{(n)}e^{inkz} + B^0 \tag{A.60}$$

en posant $\Delta = kv$; ce qui conduit à la relation de récurrence :

$$in\Delta\sigma^{(n)} = A^0\sigma^{(n)} + A^1\sigma^{(n-1)} + A^1\sigma^{(n+1)} + B^0\delta_{n,0} \tag{A.61}$$

En posant

$$\sigma^{(n+1)} = G_n{}^{\oplus}\sigma^{(n)} \text{ et } \sigma^{(-n-1)} = G_n{}^{\ominus}\sigma^{(-n)} \text{ pour } n \geq 0, \tag{A.62}$$

ce qui définit $G_n{}^{\oplus}$ et $G_n{}^{\ominus}$, nous pouvons calculer $G_0{}^{\oplus}$:

$$G_0{}^{\oplus} = \frac{1}{\left[(i\Delta - A^0) - \frac{A^1}{2}\frac{1}{\left[(2i\Delta - A^0) - \frac{A^1}{2}\frac{1}{(\cdots)}\right]}\frac{A^1}{2}\right]}\frac{A^1}{2} \tag{A.63}$$

Remarque : *Si l'on choisit les matrices à l'ordre n $G_n{}^{\oplus}$ et $G_n{}^{\ominus}$ nulles, donc réelles, les matrices $G_0^{\oplus}$ et $G_0{}^{\ominus}$ sont complexes conjuguées l'une de l'autre.*

A partir de l'équation A.61, pour $n = 0$, et en utilisant A.62 on trouve :

$$\sigma^{(0)} = -\left(\frac{A^1}{2}(G_0{}^{\oplus} + G_0{}^{\ominus}) + A^0\right)^{-1} B^0 \tag{A.64}$$

Connaissant $\sigma^{(0)}$, il est possible de calculer tous les coefficients de Fourier de σ.

A.2.3 Calcul de la force

La force est calculée à partir de la formule A.36. Cette force s'exprime en fonction de la matrice densité, mais l'écriture de celle-ci est un peu plus compliquée que lorsque l'on considère le système réduit :

$$F = \hbar k\Omega_L \sin(kz)(\tilde{\sigma}_{f_o e_+} + \tilde{\sigma}_{e_+ f_o} + \tilde{\sigma}_{f_- e_0} + \tilde{\sigma}_{e_0 f_-}) \tag{A.65}$$

Lorsque l'on calcule la force moyenne subie par l'atome sur une longueur d'onde, seul le terme d'ordre 1 de la décomposition en série de Fourier contribue. La force s'écrit alors :

$$F = \hbar k \Omega_L Im(\tilde{\sigma}_{f_-e_o}{}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{f_0e_+}{}^{(1)}) \tag{A.66}$$

Comme le résultat A.38, c'est un résultat analytique. Pour un jeu de paramètres donnés (fréquence de Rabi, champ magnétique, désaccord), en calculant la force pour plusieurs valeurs de la vitesse, il est possible de connaître la variation de la force. Un exemple de calcul a été donné dans le paragraphe 4.2. Le temps typique de calcul pour obtenir une telle courbe est de 3 heures de temps C.P.U. sur une station de travail S.P.A.R.C. de chez I.P.C.

A.3 Tests et symétries

Nous avons mis au point deux programmes de calcul de la force en fonction de la vitesse, en considérant tout d'abord le système simplifié, puis en considérant le système complet. Les deux calculs nous donnent des résultats en accord entre eux, et qui viennent corroborer les idées intuitives que nous avons. Néanmoins, afin de confirmer ces résultats, quelques tests complémentaires ont été réalisés dans des cas limites proches de situations connues.

A.3.1 Cas limite

Pour certaines valeurs des paramètres Ω_L, δ et Ω_B, notre situation expérimentale se rapproche de situations connues. Les situations limites les plus simples sont celles où l'un des paramètres Ω_L, δ, ou Ω_B est nul (en l'absence de champ laser, ou lorsque le désaccord est nul, la force disparait; en l'absence de champ magnétique, les atomes sont pompés vers le niveau $|+\rangle$ qui n'est pas couplé au laser, la force est nulle aussi). Cependant, dans chacun des cas précédents, une des matrices utilisées lors du calcul devient non inversible, et il est impossible d'obtenir un résultat numérique. Nous avons néanmoins vérifié que lorsque l'on faisait tendre un de ces paramètres vers zéro la force tendait vers zéro.

Essayons de nous rapprocher de la situation bien connue d'un atome à deux niveaux (un niveau excité et un niveau fondamental) en interaction avec une onde laser stationnaire. Dans cette situation, l'atome est soumis à la force Doppler habituelle seule. Plaçons-nous dans le cas où la fréquence de Rabi de l'onde stationnaire est faible devant le désaccord du faisceau laser.

Choisissons un champ magnétique transverse grand, tel que le couplage laser puisse être considéré comme une perturbation devant le couplage magnétique. Dans cette situation, l'atome précesse beaucoup avant d'absorber un photon, les populations des différents sous-niveaux vont donc s'équilibrer et l'atome va être principalement soumis à la force Doppler.

Nous avons effectué un calcul de la force dans la situation suivante : $\Omega_{Bfx} = 0.5\Gamma$, $\delta = -\Gamma$, et $\Omega_l = 0.25\Gamma$, soit une fréquence de rabi par onde de 0.125Γ, ce qui correspond à un taux de pompage aux ventres de l'onde stationnaire de $\Gamma' = 0.0062\Gamma$. Le résultat est présenté sur la figure A.5.

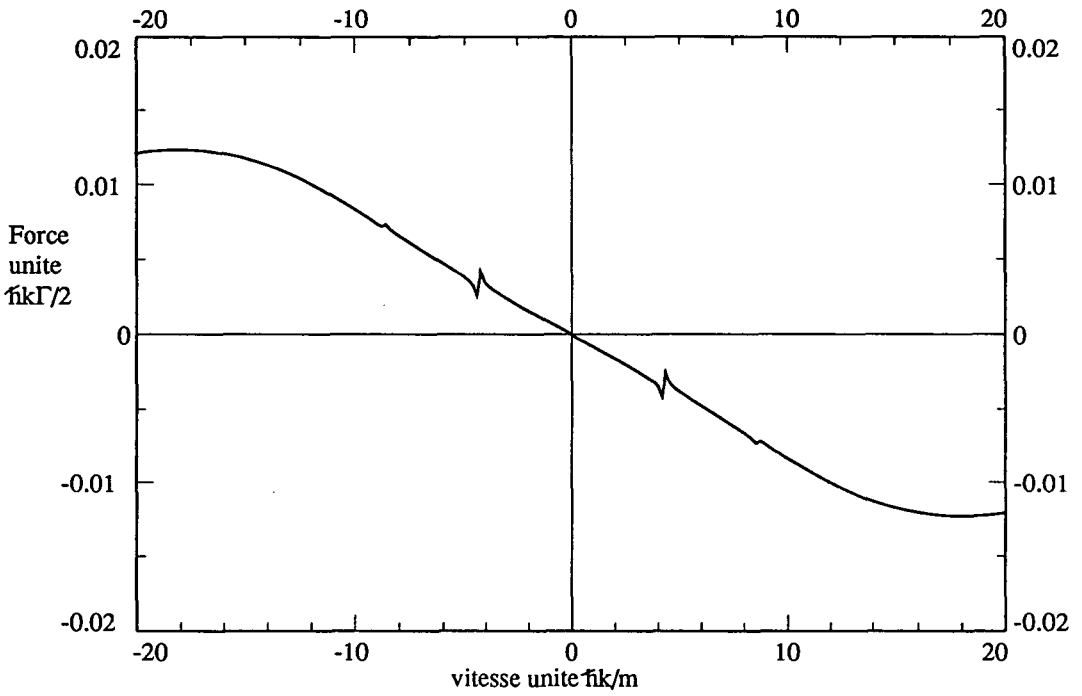


Figure A.5: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_{Bfx} = 0.5\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ *et* $\Omega_L = 0.25\Gamma$.

L'allure de la force en fonction de la vitesse est l'allure attendue, à savoir qu'il existe un seul point stable de la vitesse pour $v = 0$. Comme dans le cas de la force Doppler habituelle, en additionnant les deux forces de pression de radiation, le maximum de la force apparait pour $kv \simeq \Gamma$.

Un peu plus surprenant est l'apparition pour $kv = 0.5$ et $kv = 0.25\Gamma$ de deux "accidents". Ces deux "accidents" ressemblent à des résonances Raman étroites. De telles résonances ont déjà été observées [98]. Pour essayer de les interpréter, choisissons comme axe de quantification l'axe ox axe du champ magnétique. Il nous faut exprimer les nouveaux vecteurs propres en fonction

de ceux de la base en prenant l'axe *oz* comme axe de quantification.

$$\begin{aligned}
|m_{fz}=1\rangle &= \frac{1}{2}|m_{fx}=1\rangle + \frac{1}{2}|m_{fx}=-1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=0\rangle \\
|m_{fz}=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=-1\rangle \\
|m_{fz}=-1\rangle &= \frac{1}{2}|m_{fx}=1\rangle + \frac{1}{2}|m_{fx}=-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=0\rangle
\end{aligned} \tag{A.67}$$

Le couplage avec le laser s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
Val = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\times\ [&\frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=-1\rangle\langle m_{ex}=-1| + \frac{1}{2}|m_{fx}=-1\rangle\langle m_{ex}=0| \\
&+\frac{1}{2}|m_{fx}=1\rangle\langle m_{ex}=0| - \frac{1}{2}|m_{fx}=0\rangle\langle m_{ex}=1| \\
&-\frac{1}{2}|m_{fx}=0\rangle\langle m_{ex}=-1| + \frac{1}{\sqrt{2}}|m_{fx}=1\rangle\langle m_{ex}=1|] \\
&+\ \text{h.c}
\end{aligned} \tag{A.68}$$

Dans cette base, l'action du champ magnétique est de déplacer les sous-niveaux Zeeman. Nous avons représenté ce déplacement sur la figure A.6.

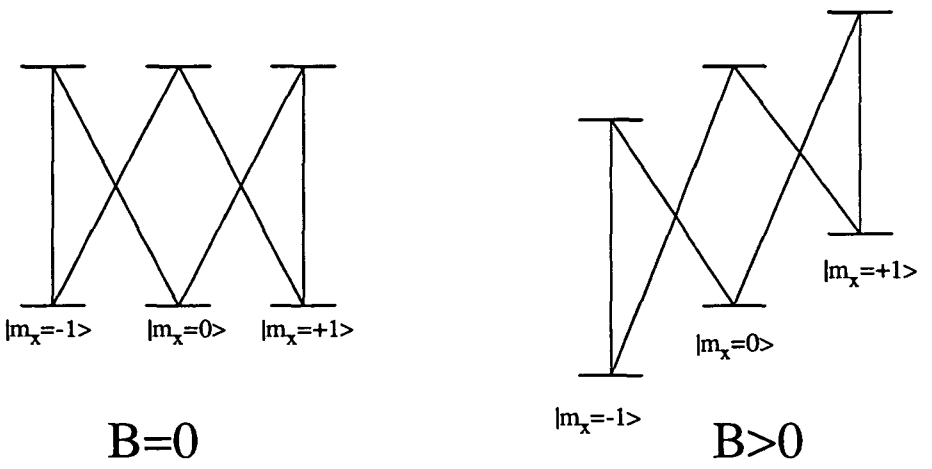


Figure A.6: *Niveaux d'énergie en l'absence et en présence de champ magnétique en choisissant l'axe oz comme axe de quantification.*

Regardons la condition de résonance Raman entre l'état $|m_{fx}=-1\rangle$ et l'état $|m_{fx}=1\rangle$. Elle s'écrit :

$$kv + \Omega_{Bfx} = -kv - \Omega_{Bfx}, \text{ soit } kv = -\Omega_{Bfx} \tag{A.69}$$

Le signe est inversé pour la transition entre l'état $|m_{fx} = 1\rangle$ et l'état $|m_{fx} = -1\rangle$. Si maintenant on regarde la condition de résonance Raman entre l'état $|m_{fx} = -1\rangle$ et l'état $|m_{fx} = 0\rangle$, elle s'écrit :

$$kv + \Omega_{Bfx} - \Omega_{Bex} = kv - \Omega_{Bex}, \text{ soit } 2kv = \Omega_{Bfx} \tag{A.70}$$

Or, ceci correspond exactement aux vitesses où apparaissent les accidents sur la figure A.6. Ces deux accidents peuvent donc être expliqués par des résonances Raman. Nous avons vérifié que lorsque l'on diminue Ω_{Bfx} par un facteur 2 les deux résonaces sont déplacées vers $kv = 0$ de la quantité attendue.

Les calculs que nous avons développés, donnent bien dans ce cas limite, l'allure de la force pour un atome à deux niveaux, avec en plus, des résonances que l'on peut expliquer de façon simple. Essayons d'être plus quantitatif dans la comparaison entre notre calcul et la force Doppler habituelle.

Pour cela, calculons la force totale en utilisant un modèle Doppler. Calculons la force pour chaque transition (en assimilant le système à un système à deux niveaux) et modulons la par la population des différents états fondamentaux. Afin de simplifier au maximum le calcul, plaçons-nous dans un cas où $\Gamma' \ll \Omega_{Bfx} \ll \delta$.

Regardons la force de pression de radiation au repos. Pour la transition $|m_{fx} = -1\rangle \leftrightarrow |m_{ex} = -1\rangle$ la force de pression de radiation au repos est de :

$$F_{--} = \hbar k \frac{\Gamma}{2}\frac{1}{2}\frac{{\Omega_L}^2/4}{{\Omega_L}^2/4 + (\delta + 0.5 \times \Omega_{Bfx})^2 + \Gamma^2/4} = \hbar k \frac{\Gamma}{2}\frac{1}{2}\frac{{\Omega_L}^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{A.71}$$

Elle a la même valeur pour la transition $|m_{fx} = 1\rangle \leftrightarrow |m_{ex} = 1\rangle$ (le facteur $1/2$ vient du terme $1/\sqrt{2}$ qui apparait dans l'équation A.68, le Ω_L tient compte des différents coefficients de Clebsch Gordan des transitions). Pour la transition $|m_{fx} = -1\rangle$ $|m_{ex} = -0\rangle$ elle est de :

$$F_{-0} = \hbar k \frac{\Gamma}{2}\frac{1}{4}\frac{{\Omega_L}^2/4}{{\Omega_L}^2/4 + (\delta + 2 \times \Omega_{Bfx})^2 + \Gamma^2/4} = \hbar k \frac{\Gamma}{2}\frac{1}{4}\frac{{\Omega_L}^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{A.72}$$

soit une force deux fois plus faible que la précédente. On trouve la même valeur de la force pour les transitions $|m_{fx} = 1\rangle \leftrightarrow |m_{ex} = 0\rangle$, $|m_{fx} = 0\rangle \leftrightarrow |m_{ex} = 1\rangle$ et $|m_{fx} = 0\rangle \leftrightarrow |m_{ex} = -1\rangle$.

Calculons les populations stationnaires à l'aide d'équations de taux de pompage, en remarquant que la population $|m_{fx} = -1\rangle$ (π_{--}) est alimentée, par pompage optique, par les populations $|m_{fx} = 0\rangle$ (π_{00}), et $|m_{fx} = 1\rangle$ (π_{--}), avec les mêmes taux, et que la population $|m_{fx} = 0\rangle$ est alimentée

par les populations $|m_{fx} = -1\rangle$ et $|m_{fx} = 1\rangle$ avec des taux deux fois plus grands. Les équations d'évolution s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\pi}_{--} &= \tau \times \pi_{++} - \tau \times \pi_{--} \\ \dot{\pi}_{++} &= \tau \times \pi_{--} - \tau \times \pi_{++} \\ \dot{\pi}_{00} &= 2\tau \times \pi_{++} + 2\tau \times \pi_{--} - 2\tau \times \pi_0 \end{aligned} \tag{A.73}$$

et l'on trouve :

$$\begin{aligned} \pi_{--} = \pi_{++} &= \frac{1}{4} \\ \pi_{00} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{A.74}$$

La force de pression de radiation totale, calculée en additionnant les pressions de radiation de chaque transition, pondérées par les populations des différents sous-niveaux s'écrit :

$$F = (F_{--} + F_{-0})\pi-- + (F_{0-} + F_{0+})\pi_{00} + (F_{+0} + F_{++})\pi_{11} \tag{A.75}$$

Nous avons calculé les forces de pression de radiation en considérant un atome immobile éclairé par une onde progressive, mais le calcul est identique pour un atome en mouvement. En appelant F_D la force Doppler habituelle somme des deux pressions de radiation, et en additionnant les pressions de radiation pour chacune des deux ondes formant l'onde stationnaire, on trouve :

$$F = F_D \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})\pi_{--} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4})\pi_{00} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})\pi_{++} = \frac{5}{8}F_D \tag{A.76}$$

Nous avons calculé la force Doppler pondérée par le coefficient 5/8 que nous avons trouvé pour les paramètres suivants : $\delta = -\Gamma$, $\Omega_L = 0.125\Gamma$ par onde, et $\Omega_{Bfx} = 0.0625\Gamma$ (figure A.8). Nous avons aussi calculé, avec ces mêmes paramètres, la force en fonction de la vitesse en utilisant notre programme (figure A.7). Nous n'avons pas superposé ces deux courbes, car, mis à part les résonances étroites déjà mentionnées, l'accord est très bon et on ne distingue pas les deux courbes. Ceci nous permet d'avoir une bonne confiance dans le programme que nous avons développé.

A.3.2 Symétries

Il existe dans notre programme un certain nombre de symétries. Ces symétries ont un double intérêt. Elles permettent de diminuer de façon appréciable le temps de calcul (une sysmétrie en vitesse nous fait gagner un facteur deux sur le nombre de points à calculer), et elles permettent aussi de vérifier l'exactitude du calcul en regardant si une symétrie du problème se retrouve sur la courbe issue du calcul.

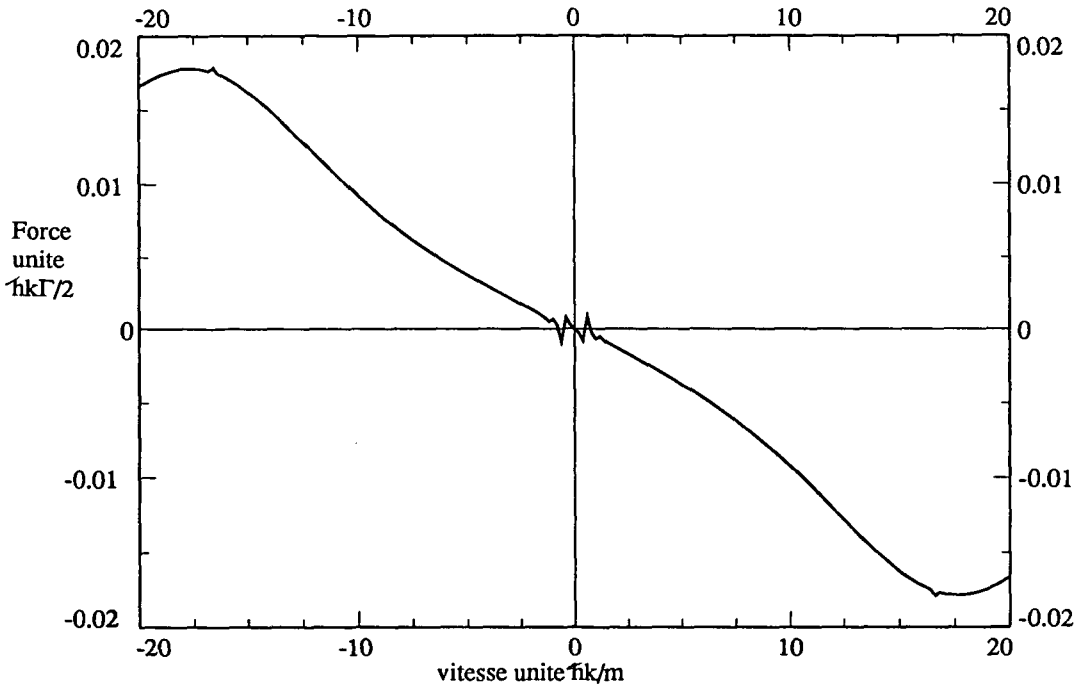


Figure A.7: *Calcul de la force en fonction de la vitesse pour* $\Omega_{Bfx} = 0.0625\Gamma$, $\delta = -\Gamma$ *et* $\Omega_L = 0.25\Gamma$.

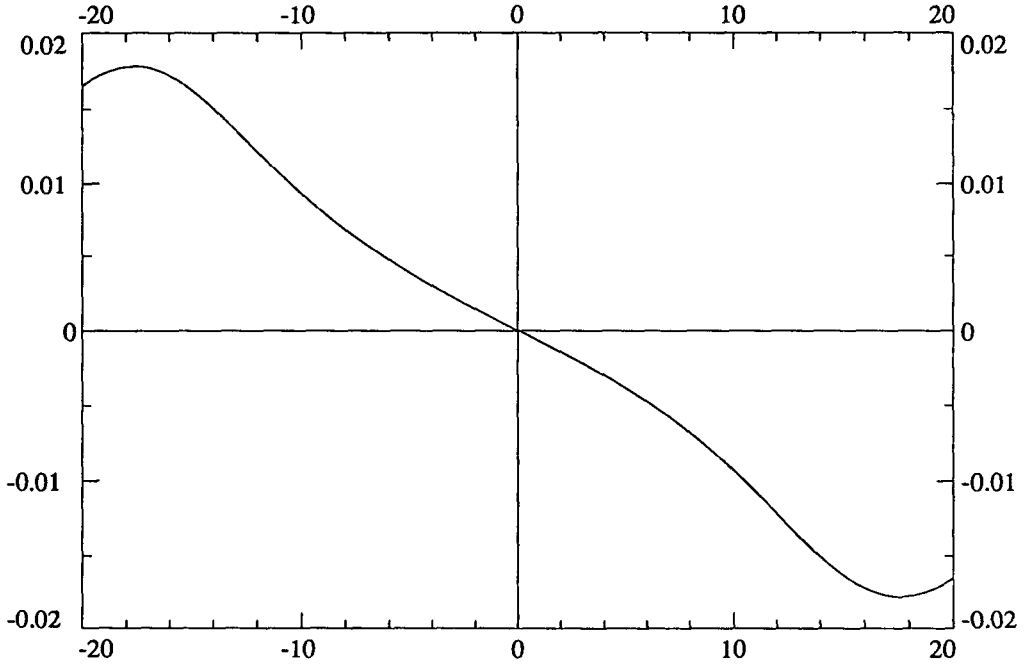


Figure A.8: *Somme des 2 pressions de radiation pour un atome à deux niveaux avec* $\delta = -\Gamma$ *et* $\Omega_L = 0.125\Gamma$ *par onde, pondérée par* $5/8$.

Champ magnétique transverse

La symétrie la plus évidente est la symétrie en champ magnétique tranverse. Lorsque l'on change le signe du champ magnétique tranverse, cela change le signe de précession mais pas la probabilité de transition. De façon expérimentale, nous avons aussi constaté que les résultats sont indépendants du signe de B. En effectuant les caculs pour deux champs magnétiques opposés, nous avons vérifié que le calcul était indépendant du signe du champ.

Vitesse

La seconde symétrie que nous avons testée est la symétrie en vitesse. Cette symétrie se comprend physiquement très bien. Considérer qu'un atome se déplace avec une vitesse négative revient à considérer un atome se déplaçant avec une vitesse positive sur un axe orienté en sens opposé (il faut néanmoins supposer que les deux axes sont équivalents, ce qui n'est pas nécessairement le cas, comme par exemple lorsque la gravité joue un rôle. Cependant, les temps d'interaction étant de l'ordre de 30 μs de tels effets ne jouent pas chez nous). Il est logique d'attendre un changement de signe de la force avec la vitesse.

Cette symétrie apparaît explicitement sur les équations. En effet reprenons l'équation A.63. Les matrices A^0 et A^1, sont des matrices à coefficients réels. Le caractère complexe de la matrice ${G_0}^{\oplus}$ est uniquement dû à la présence du coefficient ikv. Or changer v en $-v$ revient à prendre le complexe conjugué de la matrice ${G_0}^{\oplus}$. Cela ne change pas la valeur de $\sigma^{(0)}$, valeur moyenne de la population, mais par contre cela change la valeur du premier coefficient de Fourier en son complexe conjugué. Puisque la force est proportionnelle à la partie imaginaire d'une composante de $\sigma^{(1)}$, la force change de signe lorsque l'on change le signe de la vitesse.

Cette symétrie apparaît très nettement sur les résultats numériques. En effet toutes les courbes où nous avons calculé la force en fonction de la vitesse sont symétriques en v.

Désaccord

Il existe une autre symétrie, qui est une symétrie sur le désaccord, en champ longitudinal nul. Avec l'image que nous avons donnée d'une force totale où les effets de la force Doppler et de l'effet Sisyphe s'additionnent, on attend une force présentant une symétrie lorsque l'on change le signe du

désaccord, car le signe de la force Doppler et le signe de la force liée à l'effet Sisyphe magnétique changent avec le désaccord. Cette symétrie n'apparait pas dans les équations de façon aussi explicite que la symétrie en vitesse. Nous avons constaté que cette symétrie apparaissait sur nos calculs.

Remarque: *En champ magnétique longitudinal non nul le changement de signe du désaccord doit être accompagné d'un changement de signe du champ magnétique, longitudinal pour voir le changement de signe de la force apparaître.*

Conclusion :

Nous avons, dans cette annexe, détaillé les calculs semi-classiques de la force en fonction de la vitesse pour le sytème simplifié et pour le système complet. Pour tester notre calcul, nous l'avons utilisé dans un cas limite proche d'une situation connue et nous avons constaté que la solution trouvée était très voisine de celle du cas connu.

Comme cela a été mentionné au chapitre 4.2, le calcul sur le système réduit est une excellente approximation dans le cas des faibles champs magnétiques. Pour pouvoir l'affirmer avec conviction, il est important d'avoir fait les calculs sur le système complet. Il paraît certes maintenant désuet de parler du calcul sur le système réduit lorsque l'on possède un résultat sur le système complet, mais celui-ci valide les images simples qui ont été développées sur le système réduit.

Appendice B

Calcul de la distribution en impulsion des atomes.

Nous allons détailler dans cet appendice le principe du calcul "tout quantique". Nous avons utilisé ce calcul pour connaître la distribution en impulsion des atomes suivant l'axe oz, axe de propagation des faisceaux lasers, après un temps d'interaction fini. Il repose sur une intégration numérique, pas à pas, des équations de Bloch optiques généralisées [99]. Le champ laser en interaction avec les atomes est considéré de façon classique, par contre les degrés de liberté internes et externes des atomes sont considérés de façon quantique. Ce calcul prend en compte aussi bien un déplacement moyen de la distribution en impulsion des atomes (qui viendrait d'une force moyenne dans une approche semi-classique), que l'élargissement éventuel de cette distribution dû à la diffusion (dans notre cas, avec une approche semi-classique, le calcul du coefficient de diffusion est particulièrement difficile, car, notamment, l'onde lumineuse est une onde stationnaire et le coefficient de diffusion peut varier sur une longueur d'onde).

Ce type de calcul est particulièrement bien adapté pour l'étude de systèmes physiques où l'évolution cohérente ne couple qu'un nombre fini d'états entre eux (on parle aussi de famille d'états couplés entre eux) [80, 100, 101]. Dans notre cas, comme nous allons le voir, chaque niveau est couplé avec une infinité d'autres niveaux. Ce calcul reste cependant intéressant car il nous permet une résolution temporelle des équations de Bloch optiques, et nous permet ainsi de connaître à chaque instant l'état de la distribution en impulsion des atomes.

B.1 Principe du calcul.

B.1.1 Schéma des différents couplages.

Notion d'ensemble d'états couplés.

Nous allons dans ce paragraphe introduire une notion d'ensemble d'états couplés. Cet ensemble d'états couplés n'intervient pas de façon explicite dans nos calculs, et ne les simplifie que très peu; néanmoins, cette notion peut aider à mieux comprendre les différents couplages. Nous appellerons ensemble d'états couplés, une classe d'équivalence d'états couplés entre eux par des processus cohérents (redistribution de photons, couplage magnétique). Les différents ensembles sont couplés entre eux par l'intermédiaire de l'émission spontanée. Cette notion est équivalente à celle des familles, introduite dans [100], en considérant des familles infinies.

Précisons tout d'abord les notations. Un état atomique est repéré par son interne (f_-, f_0, f_+ pour les états fondamentaux et e_-, e_0, e_+ pour les états excités, l'axe de quantification choisi étant l'axe oz axe de propagation des lasers), et par sa quantité de mouvement $\mathbf{p}$. Par exemple, $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ représente l'état fondamental avec une impulsion $\mathbf{p}$.

Regardons le couplage cohérent entre les différents états d'un même ensemble. Intéressons-nous d'abord au couplage dû à la présence du champ magnétique. Le champ magnétique transverse induit une précession du moment cinétique de l'atome entre les différents sous-niveaux Zeeman. Pour une même quantité de mouvement, il existe un couplage des différents sous-niveaux d'un même niveau atomique. Ainsi le niveau $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est couplé aux états $|f_+, \mathbf{p}\rangle$ et $|f_-, \mathbf{p}\rangle$. De même pour les états excités, l'état $|e_0, \mathbf{p}\rangle$ est couplé aux états $|e_+, \mathbf{p}\rangle$ et $|e_-, \mathbf{p}\rangle$.

Considérons le couplage dû au champ lumineux. Regardons comment l'échange de photons fait varier l'impulsion de l'atome. L'absorption d'un photon de l'onde se propageant suivant l'axe oz (onde "aller") augmente la quantité de mouvement de l'atome de la valeur $\hbar\mathbf{k}$, (recul de l'atome suite à l'absorption d'un photon); l'absorption par l'atome d'un photon de l'onde se propageant en sens opposé suivant l'axe oz (onde "retour") augmente la quantité de mouvement de l'atome de la valeur $-\hbar\mathbf{k}$.

Etudions comment l'échange de photons modifie l'état interne de l'atome. L'onde lumineuse est polarisée circulairement (σ^+). Suite aux règles de sélection des couplages, cette onde couple le sous-niveau f_- au sous-niveau e_0, et le sous-niveau f_0 au sous-niveau e_+. Si nous prenons maintenant en

compte dans le couplage la variation de la quantité de mouvement et la modification de l'état interne, l'état $|f_-, \mathbf{p}\rangle$ est couplé par l'onde "aller" à l'état $|e_0, \mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}\rangle$, et par l'onde "retour" à l'état $|e_0, \mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}\rangle$. De même l'état $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est couplé par l'onde "aller" à l'état $|e_+, \mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}\rangle$, et à l'état $|e_+, \mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}\rangle$ par l'onde "retour".

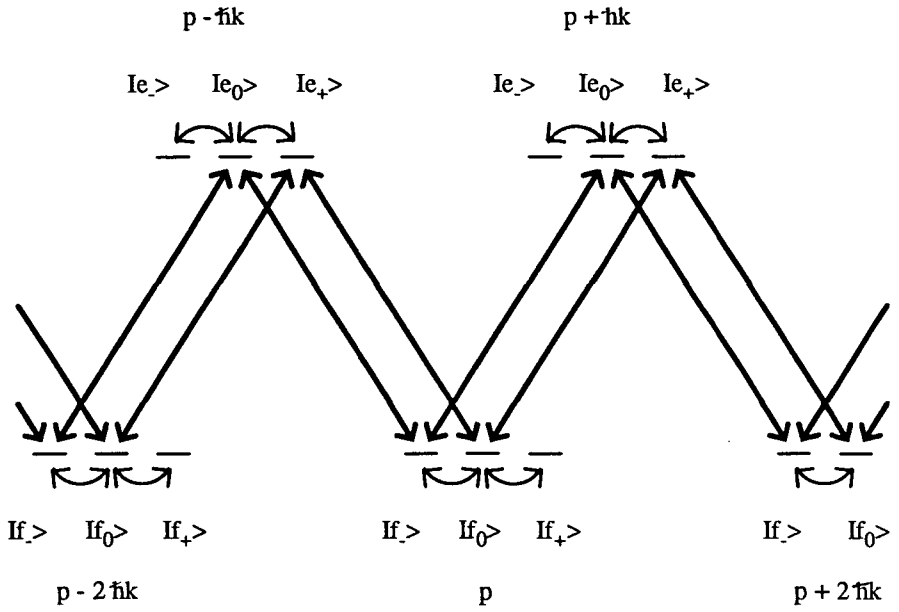


Figure B.1: *Schéma des différents couplages à l'intérieur d'un même ensemble. En trait gras nous avons représenté les couplages dus au laser, et en trait plus fin les couplages dus au champ magnétique. Nous avons aussi indiqué la quantité de mouvement des différents états*

Pour résumer, un atome dans l'état $|f_0, \mathbf{p}\rangle$ est couplé à tous les états fondamentaux de même $\mathbf{p}$, par l'intermédiaire du champ magnétique. Il est couplé aux états excités $|e_+, \mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}\rangle$ et $|e+, \mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}\rangle$, par l'intermédiaire du champ laser. Il est donc aussi couplé, par l'intermédiaire du champ laser et du champ magnétique, à tous les états excités d'impulsion $\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}$ et $\mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}$ qui sont eux-même couplés aux états fondamentaux d'impulsion $\mathbf{p}+2\hbar\mathbf{k}$ et $\mathbf{p}-2\hbar\mathbf{k}$ (voir fig B.1). Définissons un ensemble d'états couplés F($\mathbf{p}$) par :

1. tous les états fondamentaux dont l'impulsion est congrue à $\mathbf{p}$ modulo $2\hbar\mathbf{k}$.

2. tous les états excités dont l'impulsion est congrue à $\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}$ modulo $2\hbar\mathbf{k}$.

Si l'on considère uniquement les couplages cohérents que nous avons décrits (couplage par le champ laser et par le champ magnétique), l'ensemble

F(**p**) reste un ensemble d'états couplés, et n'est couplé à aucun autre ensemble F(**p**'), pour **p** et **p**$'$ non congrus entre eux modulo $2\hbar\mathbf{k}$. Les seuls couplages qui peuvent apparaître entre de tels ensembles apparaissent grâce à l'émission spontanée, ce que nous étudierons plus loin.

B.1.2 Hamiltonien

Nous allons dans ce paragraphe détailler l'écriture de l'hamiltonien d'interaction. L'écriture de l'hamiltonien est analogue à celle donnée dans l'appendice 1 (§A.2.1), la seule différence vient du fait que nous prenons en compte l'impulsion de l'atome. Il faut donc tenir compte de l'évolution hamiltonienne liée au couplage motionnel.

Hamiltonien atomique

Ecrivons l'hamiltonien atomique. Il est composé d'un hamiltonien relatif aux variables internes noté H_{int}, et d'un hamiltonien relatif aux variables externes noté H_{ext} :

$$H_{at} = H_{int} + H_{ext} \tag{B.1}$$

avec

$$H_{int} = \hbar\omega_0 \sum_{\mathbf{p}} [|e_-, \mathbf{p}\rangle\langle e_-, \mathbf{p}| + |e_0, \mathbf{p}\rangle\langle e_0, \mathbf{p}| + |e_+, \mathbf{p}\rangle\langle e_+, \mathbf{p}|] \tag{B.2}$$

et

$$H_{ext} = \frac{\hat{p}^2}{2m} \tag{B.3}$$

où $\hat{p}$ est l'opérateur quantité de mouvement le long de l'axe Oz.

Couplage magnétique.

L'hamiltonien dû au couplage magnétique s'écrit :

$$V_B = -\mathbf{M}.\mathbf{B} \tag{B.4}$$

Nous allons, comme dans l'appendice 1, distinguer l'action d'un champ magnétique transverse suivant l'axe ox et d'un champ longitudinal suivant oz. Nous allons aussi distinguer le couplage magnétique dans l'état fondamental et dans l'état excité. Le couplage magnétique s'écrit :

$$V_B = V_{Bx} + V_{Bz} \tag{B.5}$$

où par exemple V_{Bx} est le couplage magnétique transverse. Il s'écrit :

$$V_{Bfx} = V_{Bfx} + V_{Bex} = -\gamma_f J_{fx} B_x - \gamma_e J_{ex} B_x \tag{B.6}$$

où V_{Bfx} et V_Bex sont les couplages magnétiques transverses pour l'état fondamental et pour l'état excité. γ_f et γ_e sont les rapports gyromagnétiques dans l'état fondamental et dans l'état excité ($\gamma_f = 2.8$ MHz/G et $\gamma_e = 2.1$ MHz/G pour l'hélium) et J_{fx} est la projection de l'opérateur moment cinétique de l'atome dans l'état fondamental suivant l'axe ox. Il s'écrit :

$$J_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{B.7}$$

Les autres éléments de couplage ont la même forme. Pour plus de détail, il est possible de se reporter à l'appendice 1 (§A.2.1) où nous avons détaillé l'écriture du couplage magnétique. Ce couplage revêt la même forme dans l'approche semi-classique et dans l'approche développée ici. Nous nous sommes efforcés de conserver la même notation lors des deux approches. En introduisant $\Omega_{Bfx} = -\gamma_f B_x$, le couplage magnétique transverse dans l'état fondamental s'écrit :

$$V_{Bfx} = \frac{\hbar\Omega_{Bfx}}{\sqrt{2}} \sum_{\mathbf{p}} [|f_-, \mathbf{p}\rangle\langle f_0, \mathbf{p}| + |f_0, \mathbf{p}\rangle\langle f_+, \mathbf{p}|] + \ h.c \tag{B.8}$$

Notons que nous n'avons pas fait d'hypothèses simplificatrices quant à la valeur du champ magnétique, et que nous avons en particulier aussi pris en compte les précessions de Larmor et les déplacements Zeeman pour l'état excité.

Couplage lumineux.

Intéressons-nous au couplage atome-champ laser. Le champ laser est la somme de deux champs lasers de même amplitude se propageant en sens contraire. Il s'écrit :

$$\mathbf{E}(\hat{z}, t) = \mathcal{E}_0 e^{i(k\hat{z} - \omega_L t)} \vec{\varepsilon}_+ + \mathcal{E}_0 e^{-i(k\hat{z} + \omega_L t)} \vec{\varepsilon}_+ + \ h.c. \tag{B.9}$$

$\mathcal{E}_0$ est l'amplitude du champ laser, k est le vecteur d'onde (le long de Oz), ω_L la fréquence et $\vec{\varepsilon}_+$ le vecteur polarisation (circulaire positif). Remarquons que $\hat{z}$ est l'opérateur position suivant Oz agissant sur les degrés de liberté externes de l'atome. Utilisons l'approximation dipolaire électrique pour décrire l'hamiltonien d'interaction atome laser. Il s'écrit :

$$V_{al} = -\mathbf{d}.\mathbf{E}(\hat{z}, \mathrm{t}) \tag{B.10}$$

où $\mathbf{d}$ est l'opérateur dipolaire électrique de l'atome. Si l'on note Ω_L la fréquence de Rabi associée à la transition $f_- \rightarrow e_0$:

$$\Omega_L = -2\frac{\langle e_0|\mathbf{d}\vec{\varepsilon}_+\mathcal{E}_0|f_-\rangle}{\hbar} \tag{B.11}$$

en écrivant uniquement les termes résonnants (approximation résonnante) du couplage laser, et en tenant compte de la polarisation σ^+ du laser, on trouve :

$$\begin{aligned} V_{al} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\sum_p[(|e_0,p\rangle\langle f_-,p| + |e_+,p\rangle\langle f_0,p|)e^{ik\hat{z}}e^{-i\omega_L t} \\ +(|e_0,p\rangle\langle f_-,p| + |e_+,p\rangle\langle f_0,p|)e^{-ik\hat{z}}e^{-i\omega_L t}] + \ h.c. \end{aligned} \tag{B.12}$$

Or l'opérateur $e^{ik\hat{z}}$ s'écrit aussi :

$$e^{ik\hat{z}} = \sum_{p'}|p'\rangle\langle p' - \hbar k| = \sum_{p'}|p' + \hbar k\rangle\langle p'| \tag{B.13}$$

Nous obtenons alors pour l'hamiltonien d'interaction atome-champ laser l'expression suivante :

$$\begin{aligned} V_{al} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}\sum_p[\ |e_0,p+\hbar k\rangle\langle f_-,p| + |e_+,p+\hbar k\rangle\langle f_0,p| + |e_0,p-\hbar k\rangle\langle f_-,p| \\ +|e_+,p-\hbar k\rangle\langle f_0,p| \ ]e^{-i\omega_L t} + \ h.c. \end{aligned} \tag{B.14}$$

B.2 Ecriture des équations d'évolution

Comme nous l'avons mentionné en introduction de cet appendice, les équations d'évolution sont issues des équations de Bloch optiques généralisées. Elles comprennent d'une part un terme d'évolution Hamiltonienne, et d'autre part un terme qui rend compte de l'alimentation ou du déclin des populations et des cohérences, dû à l'émission spontanée.

B.2.1 Contribution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques.

La contribution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques s'écrit :

$$i\hbar\frac{d}{dt}(\sigma) = [H,\sigma] \tag{B.15}$$

Afin d'éliminer la dépendance temporelle des coefficients des cohérences optiques, nous posons $\tilde{\sigma}_{e_{i,p}f_{j,p'}} = \sigma_{e_{i,p}f_{j,p'}}e^{i\omega_L t}$ avec $i, j = -, 0, +$, les autres éléments de la matrice densité étant inchangés (ceci correspond en fait à un passage dans le référentiel tournant cf appendice 1, équation A.19).

L'écriture de l'évolution est analogue à celle donnée dans l'appendice 1, mais le nombre d'états impliqués étant beaucoup plus important, il est trop long d'écrire ici toutes les équations d'évolution. La seule grande différence (mis à part le couplage atome-champ laser qui établit des liens entre états ayant des impulsions différentes) concerne l'écriture du couplage motionnel dû à l'hamiltonien atomique. Par exemple :

$$\langle j, \mathbf{p}'|[H_{cin}, \sigma]|i, \mathbf{p}\rangle = \frac{\mathbf{p}'^2 - \mathbf{p}^2}{2m}\langle j, \mathbf{p}'|\sigma|i, \mathbf{p}\rangle \tag{B.16}$$

pour tous les états internes i, j.

Remarque: *Si nous regardons en particulier le couplage motionnel entre un élément traduisant les cohérences optiques de la matrice densité, par exemple entre* $|e_0, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$ *et* $|f_-, \mathbf{p}\rangle$*:*

$$\langle e_0, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}|[H_{cin}, \sigma]|f_-, \mathbf{p}\rangle = \frac{\mathbf{p}\hbar\mathbf{k}}{m} + \frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}\langle e_0, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}|\sigma|f_-, \mathbf{p}\rangle \tag{B.17}$$

il apparaît un terme $(\hbar\mathbf{k})^2/2m$*, qui est en fait l'énergie de recul due à l'absorption d'un photon, et un terme* $\mathbf{p}\hbar\mathbf{k}/m$ *qui est un terme de couplage motionnel entre les deux états. Nous tenons compte de ces deux effets dans ce traitement.*

Nous avons jusqu'à présent utilisé une écriture des différents états atomiques où l'impulsion $\mathbf{p}$ était considérée comme un vecteur pouvant prendre n'importe quelle direction. Or, nous cherchons par ce calcul à rendre compte de l'évolution de la distribution en impulsion suivant l'axe oz. Nous allons donc, dans la suite de cet appendice, nous limiter à la projection de $\mathbf{p}$ sur l'axe oz.

B.2.2 Emission spontanée.

Intéressons-nous à l'émission spontanée, et plus particulièrement aux couplages qu'elle induit. Un atome dans un état excité, par exemple $|e_0, p\rangle$, peut se désexciter en émettant un photon spontané. Ce photon a une polarisation ε et un vecteur d'onde $\mathbf{k}_{sp}$. Or, puisque le coefficient de Clesch Gordan entre $e_0 \leftrightarrow f_0$ est nul, l'état e_0 ne peut être couplé qu'à un état d'état interne f_+

ou f_-. L'état e_+ est couplé aux états f_0 et f_+ et l'état e_- est couplé aux états f_0 et f_-.

Intéressons-nous à la variation de l'impulsion lors de l'émission spontanée. La variation de l'impulsion est l'impulsion de recul due à l'émission du photon. Soit v la projection de $\mathbf{k}_{sp}$ sur l'axe Oz. Si la polarisation du photon est par exemple σ^+, l'émission spontanée va coupler l'état $|e_0, p\rangle$ à l'état $|f_-, p-v\rangle$, v pouvant prendre toutes les valeurs entre $-\hbar k$ et $+\hbar k$ (voir figure B.2). Il va exister un couplage entre les différents ensembles.

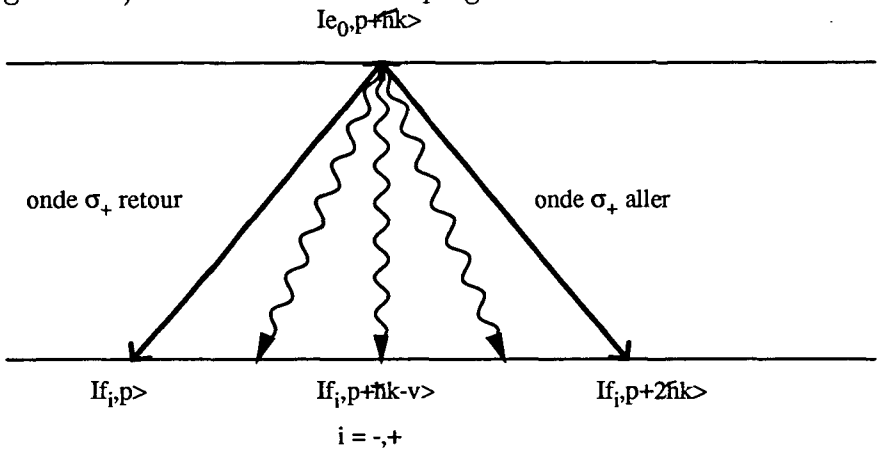


Figure B.2: *Schéma du couplage d'un état excité (ici l'état $|e_0, p+\hbar k\rangle$) avec les états fondamentaux. En gras nous avons tracé le couplage dû au laser (qui n'existe que pour f_-); et avec des flèches ondulées, le couplage dû à l'émission spontanée. Remarquons que l'état e_0 ne peut être couplé à f_0 puisque le coefficient de Clebsh Gordan correspondant est nul.*

Regardons les termes d'évolution de la matrice densité dus à l'émission spontanée (ils sont obtenus par une généralisation des expressions issues de [101]). Tout d'abord, l'amortissement des cohérences entre deux états excités s'écrit de la même façon que lorsque l'on traite les degrés de liberté de façon classique :

$$\frac{d}{dt}(\tilde{\sigma}_{e_{i,p},e_{j,p'}})_{sp} = -\Gamma\tilde{\sigma}_{e_{i,p},e_{j,p'}} \tag{B.18}$$

De même lorsque l'on considère les cohérences optiques :

$$\frac{d}{dt}(\tilde{\sigma}_{e_{i,p},f_{j,p'}})_{sp} = -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{e_{i,p},f_{j,p'}} \tag{B.19}$$

Regardons l'alimentation des cohérences entre états fondamentaux (appelées aussi cohérences hertziennes). A cause de l'invariance par rotation autour de l'axe Oz, elles ne peuvent être alimentées que par des cohérences entre états excités dont la différence entre les moments cinétiques est la même

que celle dans l'état fondamental. Par exemple une cohérence entre f_- et f_+ est alimentée par une cohérence entre e_- et e_+. A cause de l'invariance par translation dans l'espace réel, une cohérence entre deux états fondamentaux ne peut être alimentée que par une cohérence entre deux états excités dont la différence entre les quantités de mouvement est la même que pour l'état fondamental. Par exemple, la cohérence entre $|f_-, p\rangle$ et $|f_+, p'\rangle$ ne peut être alimentée que par la cohérence entre $|e_-, p - v\rangle$ et $|e+, p' - v\rangle$, v étant la projection de la direction du photon spontané.

L'alimentation des cohérences hertziennes s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\tilde{\sigma}_{f_{i,p},f_{j,p'}})_{sp} = \sum_{l-m=i-j} \Gamma_{ij}{}^{lm} \int_{-\hbar k}^{\hbar k} dv H(v) \tilde{\sigma}_{e_{l,p-v},e_{m,p'-v}} \tag{B.20}$$

où $H(v)$ est une fonction normalisée à 1 qui dépend du diagramme de rayonnement. Pour un photon spontané de polarisation circulaire on a :

$$H(v) = \frac{3}{8\hbar k}(1 + \frac{v^2}{\hbar^2 k^2}) \tag{B.21}$$

alors que pour un photon π on a :

$$H(v) = \frac{3}{4\hbar k}(1 - \frac{v^2}{\hbar^2 k^2}) \tag{B.22}$$

B.2.3 Simplifications

Il est possible d'éliminer certaines équations d'évolution sur les cohérences. Nous allons distinguer deux types d'élements à l'intérieur de la matrice densité :

1. des éléments relatifs aux cohérences "intérieures", qui apparaissent entre deux états appartenant à un même ensemble F(**p**) (les élements diagonaux de la matrice densité relatifs aux populations des états en font notamment partie).

2. des éléments relatifs aux cohérences que nous appelerons "extérieures" entre deux états d'ensembles différents.

Remarque : *La cohérence intérieure que nous avons définie peut exister entre deux états ayant un état interne et une impulsion différents : par exemple entre $|f_0, p\rangle$ et $|e-, p - 3\hbar k\rangle$.*

Etudions l'évolution d'une cohérence extérieure, c.a.d. entre deux éléments $|\psi(p)\rangle$ et $|\psi(p)\rangle$ de deux ensembles différents F(p) et F(p'). Elle est soumise à une évolution hamiltonienne régie par l'équation :

$$i\hbar\frac{d}{dt}\langle\psi(p')|\sigma|\psi(p)\rangle = \langle\psi(p')|H\sigma - \sigma H|\psi(p)\rangle \tag{B.23}$$

Or, comme nous l'avons vu précédemment, il n'existe pas de couplage hamiltonien entre deux états d'ensemble d'états couplés différents. La cohérence entre deux éléments appartenant à deux ensembles distincts, ne peut être alimentée que par des cohérences entre deux éléments appartenant à deux ensembles distincts ayant la même congruence. Cette propriété reste vraie lorsque l'on considère l'alimentation et l'amortissement des cohérences. En effet, sur la formule B.20, nous constatons que l'alimentation de la cohérence entre deux états appartenant à deux ensembles d'états couplés différents ne dépend que de cohérences entre états appartenant à des ensembles différents ayant la même congruence.

Les cohérences entre états de deux ensembles différents sont totalement découplées des cohérences à l'intérieur d'un même ensemble. Comme nous nous intéressons uniquement à l'évolution des cohérences à l'intérieur d'un même ensemble pour calculer l'évolution de la distribution en impulsion, nous pouvons ignorer les cohérences entre ensembles distincts.

B.3 Evolution de la distribution en impulsion

B.3.1 Equations de Bloch optiques généralisées

Ayant calculé l'hamiltonien de couplage entre les différents états, ainsi que les termes phénoménologiques décrivant l'alimentation et l'amortissement des cohérences, nous pouvons écrire l'équation d'évolution de la matrice densité :

$$i\hbar\frac{d}{dt}(\sigma) = [H,\sigma] + i\hbar\frac{d}{dt}_{sp}(\sigma) \tag{B.24}$$

Nous allons intégrer pas à pas cette équation à partir d'une certaine distribution initiale en découpant la distribution en impulsion à chaque instant en quantités discrètes. Avant de présenter le principe de la résolution numérique des équations, il se pose le problème du choix de la discrétisation en impulsion.

Choix de discrétisation

Nous cherchons à rendre compte de variations d'impulsion de l'ordre du recul ($\hbar k$) due à l'absorption d'un photon, sur un intervalle de -20 à +20 $\hbar k$. Nous avons choisi un pas de discrétisation de $\hbar k/2$, ce qui revient à considérer quatre ensembles d'états couplés. Ceci signifie qu'un atome dans un état excité, avec une impulsion p peut être couplé par l'émission spontanée aux états fondamentaux qui ont une impulsion $p' = p + n\hbar k/2$, avec $n = -2, -1, 0, 1, 2$.

La probabilité de retomber dans les différents états dépend du diagramme de rayonnement. Nous avons choisi cette probabilité $\mathcal{H}$ de telle sorte que l'on retrouve, avec notre choix de discrétisation, la même valeur moyenne (cette valeur moyenne est nulle) et la même variance de l'impulsion (qui se traduit par une équivalence de la diffusion due à l'émission spontanée) que lorsque l'on considère le système continu :

$$\int_{-\hbar k}^{\hbar k} vH(v)dv = \sum_{discrétisation} p\mathcal{H}(p) = 0 \tag{B.25}$$

et

$$\int_{-\hbar k}^{\hbar k} v^2H(v)dv = \sum_{discrétisation} p^2\mathcal{H}(p) \tag{B.26}$$

Nous avons en fait constaté, en prenant un diagramme de rayonnement isotrope pour les deux polarisations possibles, que le résultat dépendait peu des diagrammes de rayonnement.

Principe de la résolution numérique des équations.

Pour résoudre les équations de Bloch optiques généralisées, nous avons écrit notre matrice densité sous la forme d'un vecteur dans l'espace de Liouville. Le système d'équations différentielles se met sous la forme :

$$\frac{d}{dt}(\sigma) = A\sigma \tag{B.27}$$

En choisissant une discrétisation de $\hbar k/2$ en impulsion (soit 80 pas de discrétisation), il existe 480 états, le vecteur σ représentant la matrice densité a $(480)^2$ éléments.

Nous avons cherché à résoudre cette équation pas à pas grâce aux méthodes de l'analyse numérique. Nous avons utilisé une méthode d'intégration

de type "Runge Kuta à l'ordre 4" [102], qui permet, connaissant le vecteur densité à l'instant t de déduire la valeur à l'instant t+dt par la relation :

$$\sigma(t+dt) = 1 + Adt(1 + \frac{A}{2}dt(1 + \frac{A}{3}dt(1 + \frac{A}{4}dt)))\sigma(t) \qquad \text{(B.28)}$$

Le pas de discrétisation en temps choisi est de $0.1\Gamma^{-1}$. En prenant un pas de discrétisation plus petit nous avons vérifié que le résultat du calcul était inchangé.

Remarque : *Il est possible de chercher à diagonaliser la matrice A, et ainsi de connaître la distribution en impulsion à chaque instant, y compris aux temps très longs. Nous n'avons pas cherché a appliquer une telle méthode, car elle est très coûteuse en taille de mémoire d'ordinateur et en temps de calcul.*

B.3.2 Evolution de la distribution en impulsion.

Distribution initiale.

Nous avons choisi comme distribution initiale un mélange statistique des différents états, tel que les trois sous-niveaux Zeeman fondamentaux soient également peuplés (c'est la distribution la plus plausible pour des atomes émis par une source à l'équilibre thermodynamique). Pour l'impulsion, nous avons choisi un mélange statistique tel que la trace sur les degrés de liberté internes donne une distribution voisine de la distribution observée en l'absence d'interaction avec le faisceau laser (nous avons initialisé à zéro les différentes cohérences entre les états).

Distribution finale.

Pour connaître la distribution finale en impulsion, après l'intégration des équations, nous avons moyenné la distribution trouvée sur les différents degrés de liberté internes. Nous obtenons alors la distribution en impulsion du système après un temps d'interaction fini.

Un exemple de résultat a été donné dans la partie 4.2. Une telle courbe est obtenue au bout de 40 heures de temps C.P.U. de calcul sur une station de travail S.P.A.R.C. de chez I.P.C.

Remarque : *La façon de procéder pour calculer la distribution finale n'est pas rigoureusement exacte si nous cherchons à reproduire la situation expérimentale. En effet, au moment où nous effectuons le moyennage, la population dans l'état excité est non nulle. Or expérimentalement, notre détecteur étant loin de la zone d'interaction, les atomes dans l'état excité ont eu le temps de se désexciter. Ainsi, l'émission spontanée d'un photon entraîne un élargissement de la distribution en impulsion des atomes dans l'état excité de l'ordre de hbark. Nous avons cependant vérifié sur notre calcul que la population de l'état excité était très faible à la fin de l'interaction, de sorte que peu d'atomes sont concernés par cet effet (les atomes sont principalement dans l'état* $|f_+\rangle$*).*

B.4 Tests et conclusion

Nous avons effectué un certain nombre de tests simples analogues aux tests de l'appendice 1. Nous avons en particulier vérifié que lorsque nous prenions une fréquence de Rabi nulle, la distribution en impulsion n'évoluait pas. Lorsque la fréquence de précession de Larmor est prise nulle, la distribution évolue très peu. Cette évolution correspond en fait au pompage optique des atomes des sous-niveaux $|m_{fz} = -1\rangle$ et $|m_{fz} = 0\rangle$ vers le sous-niveau $|m_{fz} = 1\rangle$. Pour un désaccord nul ($\delta = 0$), en champ magnétique et pour une fréquence de Rabi non nulle, la distribution en impulsion évolue beaucoup. Dans une image semi-classique, cette situation serait équivalente à une situation où la force est nulle, mais où le coefficient de diffusion est non nul. Il est donc normal que la distribution évolue.

Nous avons constaté que pour des paramètres correspondant aux paramètres expérimentaux, l'accord entre le cacul semi-classique, le calcul "tout quantique", et les résultats expérimentaux était correct.

En conclusion, nous disposons d'un outil puissant capable, à partir d'une distribution initiale, de calculer l'évolution de cette distribution sous l'influence de certains paramètres. Les avantages d'un tel outil ont déjà été présentés. Il s'agit principalement de la possibilité de connaître la distribution en impulsion y compris dans le régime transitoire sans avoir à calculer le coefficient de diffusion lié aux fluctuations de la force autour de la valeur stationnaire. Mentionnons aussi que le calcul effectué ici prend en compte l'impulsion de recul due à l'absorption d'un photon, quantité qui, dans le cas de l'hélium, est non négligeable.

Bibliographie

[1] Dictionnaire encyclopédique, Nouveau Larrousse Universel en deux volumes.

[2] Voir les contributions dans "The Mechanical Effects of Light", J. Opt. Soc. Am. B**2** (1985).

[3] Voir les contributions dans "Laser Cooling and Trapping of Atoms", J. Opt. Soc. Am. B**6** (1989).

[4] Voir aussi plus récemment : proceedings of the Enrico Fermi course on "Laser Manipulation of Atoms and Ions", Varenna (1991).

[5] M. Kasevich, E. Riis, S. Chu, R. de Voe, Phys. Rev. Lett. **63**, 612 (1989).

[6] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, Europhys. Lett. **12**, 683 (1990).

[7] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J-Y. Courtois, G. Grinberg, Europhys. Lett. **15**, 149 (1991).

[8] J. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. Lee, H.J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **66**, 3245 (1991)

[9] Thèse L. Hillico (Université de Paris VI).

[10] M. Kasevich, S. Chu, Phys. Rev. Lett **67**, 181 (1991).

[11] F. Shimizu, K. Shimizu, H. Takuma Phys. Rev. A**46**, R17 (1992).

[12] Voir aussi les contributions sur l'interférométrie atomique dans "Applied Physics B**54**" (1992).

[13] V.P. Chebotayev, B.A. Dubetsky, A.P. Kasentsev, V.P. Yakovlev, J. Opt. Soc. Am. B**2** (1985).

[14] J.F. Clauser, Physica B**151**, 262 (1988).

[15] C.J. Bordé, Physics Letters A **140**, 10 (1989).

[16] M. Kasevich, S. Chu, Appl. Phys. B**54**, 321 (1992).

[17] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).

[18] F. Bardou, O. Emile, C. Westbrook, J-M. Courty, A. Aspect, Europhys. Lett. **20**, 681 (1992).

[19] Pour plus de détail voir C. Cohen-Tannoudji, cours Collège de France 83-84, Chapitre II, ainsi que les références mentionnées.

[20] W.D. Phillips and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **48**, 596 (1982).

[21] J.V. Prodan, W.D. Phillips and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **49**, 1149 (1982).

[22] Thèse R. Kaiser (Université de Paris VI).

[23] Voir aussi pour les jets d'hélium métastables.

- A. Kohlhase and S. Kita, Rev. Sci. Inst. **57**, 2925 (1986).
- B. Brutschy and H. Haberland, J. Phys. **E10**, 90 (1976).

[24] N.F. Ramsey "Molecular Beams", Oxford University Press (1985).

[25] D.R. Miller "Atomic and Molecular beam methods" vol. 1, Scole Ed. (Oxford University Press, 1988).

[26] A. Kantrowitz and J. Grey, Rev. Sci.Inst. **22**, 328 (1951).

[27] J.B. Anderson "Gasdynamics",vol. 4, Ed. P. P. Wegener (M. Dekker NY 1974). Et plus particulièrement le chapitre I.

[28] H.C.W. Beijerinck, N.F. Verster, Physica **C 111** 327 (1981).

[29] J.B. Anderson, J.B.fenn, Phys. Fluids **8**, 780 (1965).

[30] L.D. Landau, E.M. Lifchitz "Mécanique des fluides" Cours de Physique Theorique (Mir, Moscou 1971).

[31] H. Askenas, F.S. Sherman, "Rarefied Gas Dynamics"J.H. de Leeuw ed., Vol II, 84 (Academic Press, New York, 1985).

[32] G.A. Bird, Phys. Fluids **19**, 1486 (1976).

[33] Pour une pression dans l'enceinte source plus élevée ($P \sim 10^{-2}$ à 1 hPa) la dépendance en T est différente. Voir par exemple H. Beijerinck, R. van Gerwen, E. Kerstel, J. Martens, E. van Vliembergen, M. Smits and G. Kaashoek, Chem. Phys. **96**, 153 (1985). En particulier pour l'helium, ils trouvent une dépendance en température $T^{11/9}$.

[34] L. Vriens, J.A. Simpson, S.R.Mielczarek, Phys. Rev. **165**, 7 (1968).

[35] C.B. Opal and E.C. Beaty, J. Phys. **B5**, 627 (1972).

[36] H.S.W. Massey, E.H.S. Burhop "Electronic and Ionic impact phenomena" Vol. I, 2èm édition, (Clarendon Press Oxford, 1969).

[37] T.W. Riddle, M. Onellion, F.D. Dunning, G.K. Walters, Rev. Sci. Inst. **52**, 797 (1981).

[38] H.K. Holt, R. Krotkov, Phys. Rev. **144**, 82 (1966).

[39] G.W.F. Drake, Phys. Rev. **A3**, 908 (1971).

[40] J.R. Woodworth and H.W. Moss, Phys. Rev. **A12**, 2455 (1975).

[41] C. Fabre, Ann. Phys. **7**, 5 (1982).

[42] S. Liberman and J. Pinard, J. Phys. Rev. **A20**, 507 (1979).

[43] J.L. Vialle, H.T. Duong, J. Phys. B, **12**, 1407 (1979).

[44] E.E. Muschlitz Jr., Chapitre 5"Collisions of electronically excited atoms and molecules" dans J. Ross "Molecular beams" (Ed. J.Wiley 1966).

[45] R.D. Rundle, D.E. Nitz, K.A. Smith, M.W.Geis, R.F. Stebbings, Phys. Rev. **A19**, 33 (1978).

[46] I. Amdur, A.L. Harkness, J. Chem. Phys. **22**, 664 (1954).

[47] Il existe plusieurs moyens de détecter l'hélium métastable. Voir par exemple : Methods of experimental Physics Vol. 4, V.W. Hughes and H.L. Schultz : "Atomic and electron Physics", part A, "Atomic sources and detectors", Ed. L. Marton (Academic Press, NY 1967) et plus particulièrement paragraphe 2-2 ainsi que les références.

[48] F.B. Duning, R.D. Rundle, R.F. Stebbings, Rev. Sci. Instr. **66**, 697 (1975).

[49] B. Brutschy, H. Haberland, K. Schmidt, J. Phys. **B9**, 2693 (1976).

[50] "Classical electodynamics" 2nd Edition, J.D. Jackson, (Ed. J. Wiley 1975).

[51] Sur certains jet d'helium métastables(voir Thèse O. Carnal Swiss Federal Institute of Technology Zurich), il semblerait que dans la gamme 20K à 200K la dépendance de l'intensité du jet en fonction de la température suive la loi en $T^{1.25}$, proche de [33], bien que la pression soit comparable à celle existant dans notre enceinte (i.e. 10^{-4} hPa).

En tout cas, expérimentalement dans notre cas, la puissance de T est inférieure à 1.

[52] Pour la durée de vie d'un piège magneto-optique, voir par exemple Thèse D. Grison (Université de Paris VI) pour Cs.

[53] Pour les nouveaux mécanismes de refroidissement, voir par exemple J. Dalibard, C. Cohen Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2033 (1989), et les références mentionnées.

[54] T.W. Hänsch, A. Schawlow, Opt. Commun., **13**, 68 (1975).

[55] D.W. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc **20**, 37 (1975).

[56] D.W. Wineland, W. Itano, Phys. Rev. A**20**, 1521 (1975).

[57] A. Aspect, N. Vansteenkiste, R. Kaiser, H. Haberland, M. Karrais, Chem. Phys. **145**, 307 (1990).

[58] Thèse N. Vansteenkiste (Université Paris Sud 1989).

[59] Ceci est particulièrement vrai pour l'hélium. Voir C. Cohen Tannoudji, F. Bardou, A. Aspect, Proceedings of 10th *ICOLS* Font Romeu, M. Duclois, E. Giacobino, G. Camy eds (World Scientific 1992).

[60] J.P. Gordon, A. Ashkin, Phys.Rev. **A21**, 1606 (1980).

[61] S. Stenholm, Rev. Mod. Phys. **58**, 699 (1986).

[62] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W.D. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett **61**,169 (1988).

[63] Y. Shevy, D.S. Weiss, S. Chu, in *Proceedings of the Conference on Spin Poplarized Quantum Systems,* S. Stingari, eds. (World Scientific Singapore, 1989). Y. Shevy, D.S. Weiss, P.J. Ungar, S. Chu, Phys. Rev. Lett. **62**, 1118 (1989).

[64] J. Dalibard, C. Salomon, A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen Tannoudji, in *Proceedings of the* 11th *Conference on Atomic Physics,* S. Haroche, J.C. Gay, G. Grinberg, eds.(World Scientific Singapore, 1989).

[65] C. Cohen Tannoudji, *Les Houches Session LIII (1990)*, J. Dalibard, J-M. Raimond, J. Zim-Justin, eds (Elsevier Science Publishers B.V.(1992), 1ere partie chapitre 2.

[66] J. Dalibard, C. Cohen Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. **B2**, 1707 (1985).

[67] C. Cohen Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grinberg, "Photons et atomes", Interéditions (Ed CNRS), et plus particulièrement le chapitre 4.

[68] A. Aspect, J. Dalibard, A. Heidmann, C. Salomon, C. Cohen Tannoudji, Phys. Rev. Lett **57**, 1688 (1986).

[69] S. Chu, D.S. Weiss, Y. Shevy, P.J. Ungar, in *Proceedings of the* 11th *Conference on Atomic Physics,* S. Haroche, J.C. Gay, G. Grinberg, eds. (World Scientific Singapore, 1989).

[70] J. Dalibard, C. Cohen Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2033 (1989).

[71] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2058 (1989).

[72] D.S. Weiss, E. Riis, Y. Shevy, P.J. Ungar, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2072 (1989).

[73] B. Sheehy, S.Q. Shang, P. Van Der Straten, S. Hatamian, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **64**, 858 (1990).

[74] B. Sheehy, S.Q. Shang, P. Van Der Straten, S. Hatamian, H. Metcalf, Chem. Phys. **145**, 317 (1990).

[75] C. Valentin, M-C. Gagné, J. Yu, P. Pillet, Europhys. Lett. **17**, 133 (1991)

[76] G. Nienhuis, P. Van Der Straten, S.Q. Shang, Phys. Rev. **A44**, 1 (1991).

[77] Y. Castin, J. Dalibard, Europhys. Lett. **14**, 761 (1991), Thèse Y. Castin *Université P. et M. Curie* Paris (1992).

[78] C.S. Adams, J. Vorberg, J. Mlynek soumis à Optics. Lett. (1992)

[79] N. Vansteenkiste, C. Gerz, R. Kaiser, L. Hollberg, C. Salomon, A. Aspect, J. Phys. 2 (France) **1**, 1407 (1991)

[80] R. Kaiser, N. Vansteenkiste, A. Aspect, E. Arimondo, C. Cohen Tannoudji, Z. Phys **D 18**, 17 (1991)

[81] K-A. Suominen, Opt. Commun. **93**, 126 (1992), et même auteur thèse *Université d'Helsinki* Finland (1992).

[82] L.D. Landau, Phys. Z. (Union Soviétique), **2**,46 (1932).

[83] C. Zener, Proc. R. Soc. Lond. **A137**, 696 (1932).

[84] L.D. Landau, E.M. Lifchitz "Mécanique Quantique Tome 3" Cours de Physique Theorique (Mir, Moscou 1975).

[85] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, volume 2, chapitre 17 §13, (North Holland, Amsterdam, 1961).

[86] D. Bohm, *Quantum Theory*, chapitre 20, (Prentice-Hall, Englewood, Cliffs, 1951).

[87] H.A. Kramers, *Quantum Mechanics*, chapitre 54, (North Holland, Amsterdam, 1957).

[88] M. Berry, Poc. R. Soc. Lond. **A392**, 45 (1984).

[89] 1ere partie chapitre 7, et 2^{em} partie chapitre 8 de la référence 65.

[90] B.M. Garraway, S. Stenholm, Phys. Rev. **A45**, 364 (1992).

[91] O. Emile, F. Bardou, C. Salomon, A. Nadir, P. laurent, A. Clairon, Europhys. Lett **20**, 687 (1992).

[92] J. Dalibard, C. Cohen Tannoudji, J. Phys. (France) **B18**, 1661 (1985).

[93] J. Cook, Phys. Rev. **A20**, 224 (1979).

[94] J.R. Ackerhalt, J.H. Eberly, Phys. Rev. **D10**, 3350 (1974).

[95] Abramowitz, Milton, Stegun, Irene A.1964, "Handbook of Mathematical Functions", Applied Mathematics Series, volume 55, chapitre 3.10.

[96] V.G. Minogin, T. Serima, Opt. Commun. **30**, 373 (1979).

[97] Thèse de Doctorat d'Etat J. Dalibard *Université P. et M. Curie* Paris (1986).

[98] B. Sheehy, S.Q. Shang, P. Van Der Straten, S. Hatamian, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **65**, 33 (1990).

[99] R.J. Cook, Phys. Rev. **A22**, 1078 (1980).

[100] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B**6**, 2112 (1989).

[101] Y. Castin, H. Wallis, J. Dalibard, J. Opt. Soc. Am. **B6**, 2047 (1989).

[102] Numerical Recipies, *The art of scientific computing*, W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, Cambridge University Press.

Table des matières

1 Rappels : jet d'hélium métastable. 11

1.1 Introduction 11

1.2 Le jet supersonique 14

1.3 Collisions atomes-électrons. 17

1.4 Détection 21

1.4.1 Le détecteur 21

1.4.2 Efficacité et gain du détecteur. 22

1.4.3 Temps de vol. 24

2 Jet cryogénique; optimisation. 27

2.1 Refroidissement à l'hélium liquide 27

2.1.1 Description du système. 28

2.1.2 Régulation de température. 31

2.2 Réglages et stabilité. 36

2.2.1 Réglages. 36

2.2.2 Stabilité et conclusion 37

2.3 Les collisions électroniques. 37

2.3.1 Modélisation des collisions. 38

2.3.2 Effet de l'angle d'observation. 42

2.3.3 Application à un exemple. 46

2.3.4 Influence de la tension accélératrice. 49

2.4 Optimisation du jet : effet Sisyphe magnétique. 50

2.5 Optimisation du jet : piégeage 52

2.5.1 Compression transverse par mélasse optique. 53

2.5.2 Discussion : influence des différents paramètres. 56

2.5.3 Réglages et performances. 65

2.6 Conclusion. 65

3 De la mélasse stimulée à l'effet Sisyphe magnétique **73**
3.1 La mélasse stimulée 73
3.2 Effet Sisyphe dans l'état fondamental (transition $J \rightarrow J' = J+1$) 75
3.3 Refroidissement Sisyphe magnétique 77
3.3.1 Transition $J \rightarrow J' = J+1$. 78
3.3.2 Transition $J \rightarrow J' = J$. 81
3.4 Effet Sisyphe et mélasse Doppler 85
3.4.1 Plage de capture 85
3.4.2 Les températures limites 86
3.4.3 Antagonisme entre force Doppler et effet Sisyphe. . . . 87
3.5 Originalité de l'hélium métastable. 89
3.5.1 Pourquoi l'hélium ? 90
3.5.2 Problèmes liés à l'hélium 91

4 Effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable **93**
4.1 Dispositif expérimental. 93
4.1.1 Jet d'hélium métastable et principe de l'expérience . . 94
4.1.2 Le laser. 96
4.1.3 Contrôle du champ magnétique. 99
4.1.4 Lien entre le sens σ de la polarisation et le sens du champ magnétique. 102
4.2 Article : "Magnetically Assisted Sisyphus Effect" 104
4.3 Discussion : mélange magnétique et croisement de niveaux . . 138
4.3.1 Discussion qualitative 138
4.3.2 Modèle quantitatif 145
4.3.3 Pompage optique. 147
4.3.4 Discussion de quelques exemples 149
4.4 Conclusion 157

A Calcul semi-classique de la force en fonction de la vitesse **161**
A.1 Calcul semi-classique sur le système réduit 162
A.1.1 Ecriture des couplages. 162
A.1.2 Equations de Bloch optiques. 166
A.1.3 Résolution des équations 169
A.1.4 Calcul de la force. 173
A.2 Calculs semi-classiques sur le système $J = 1 \rightarrow J' = 1$ 173

A.2.1 Ecriture des couplages. 174
A.2.2 Equations de Bloch optiques 176
A.2.3 Calcul de la force 179
A.3 Tests et symétries 180
A.3.1 Cas limite 180
A.3.2 Symétries 184

B Calcul de la distribution en impulsion des atomes. 189
B.1 Principe du calcul. 190
B.1.1 Schéma des différents couplages. 190
B.1.2 Hamiltonien 192
B.2 Ecriture des équations d'évolution 194
B.2.1 Contribution hamiltonienne aux équations de Bloch optiques. 194
B.2.2 Emission spontanée. 195
B.2.3 Simplifications 197
B.3 Evolution de la distribution en impulsion 198
B.3.1 Equations de Bloch optiques généralisées 198
B.3.2 Evolution de la distribution en impulsion. 200
B.4 Tests et conclusion 201

Nom : Olivier EMILE

Sujet : Manipulation d'hélium métastable par laser : effet Sisyphe magnétique.

Résumé

Ce mémoire présente l'étude du refroidissement d'atomes par laser en présence d'un champ magnétique transverse faible (effet Sisyphe magnétique) sur une transition $J = 1 \rightarrow J' = 1$. La première partie de ce travail est consacrée à l'optimisation d'un jet supersonique d'hélium métastable sur lequel nous avons effectué nos expériences de refroidissement laser. L'optimisation du jet en vue de piéger les atomes dans un piège magnéto-optique est aussi décrite. La deuxième partie consiste en une description de l'effet Sisyphe magnétique sur l'hélium métastable. Après une présentation qualitative du mécanisme mettant en jeu l'effet Sisyphe magnétique, nous discutons les résultats expérimentaux à la lumière de calculs théoriques détaillés.

Mots-clefs : Jet cryogénique – Hélium métastable – Refroidissement laser – Onde stationnaire – Déplacement lumineux – Pompage optique – Précession magnétique – Croisement de niveaux – Effet Sisyphe.

Subject : Laser manipulation of metastable helium atoms : magnetically assisted Sisyphus effect.

Abstract

This dissertation presents the study of the cooling of atoms in the presence of a small transverse magnetic field (magnetically assisted Sisyphus effect) on a $J = 1 \rightarrow J' = 1$ transition. The first part is dedicated to the optimization of a supersonic metastable helium beam that we used for our cooling experiments. The optimization of the beam in the purpose of trapping atoms in a magneto-optical trap is also described. The second part deals with the magnetically assisted Sisyphus effect on metastable helium. After a qualitative discussion on the magnetically assisted Sisyphus effect, we present experimental results supported by detailled theoretical calculations.

Keywords : Cryogenic beam – Metastable helium – Laser cooling – Standing wave – light shift – Optical pumping – Magnetical precession – Level crossing – Sisyphus effect.