



HAL
open science

Laser continu à 205 nm : application à la mesure du déplacement de Lamb dans l'hydrogène

Sophie Bourzeix

► **To cite this version:**

Sophie Bourzeix. Laser continu à 205 nm : application à la mesure du déplacement de Lamb dans l'hydrogène. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1995. Français. NNT: . tel-00011899

HAL Id: tel-00011899

<https://theses.hal.science/tel-00011899v1>

Submitted on 9 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



LABORATOIRE KASPER BROSSER



École de Doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

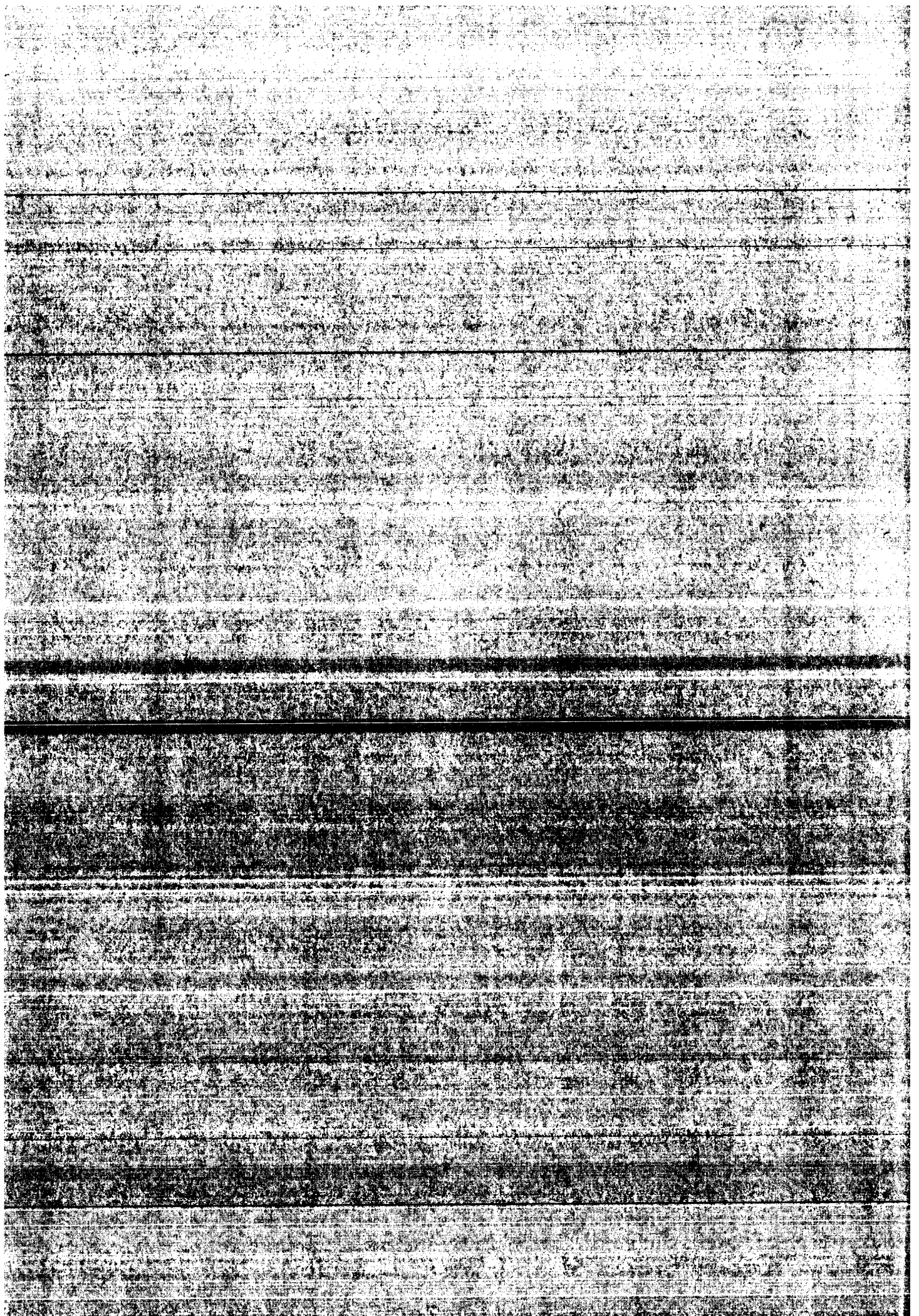
Sophie BOUR/EX

Sujet :

LASER COHERENT A 205 nm. APPLICATION A LA MESURE
DE LA DENSITE DE CHARGES DANS LE GAZ D'ARGON

Soutenue le 25 janvier 1995 devant le jury composé de :

- M. Baudon
- M. Baudon
- M. Caron
- M. Crave
- M. Stacey





LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



Thèse de Doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Sophie BOURZEIX

Pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Sujet :

**LASER CONTINU A 205 nm : APPLICATION A LA MESURE
DU DEPLACEMENT DE LAMB DANS L'HYDROGENE**

Soutenu le 25 janvier 1995 devant le jury composé de :

MM J. Baudon
F. Biraben
B. Cagnac
P. Chavel
D. Stacey

“Rien ne sert de courir, il faut partir à point.”

Jean de La Fontaine, Le lièvre et la tortue.

Ce travail de thèse s'est déroulé au Laboratoire Kastler Brossel, qui à mon arrivée s'appelait Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne. Je remercie Jacques Dupont-Roc de m'y avoir accueillie.

Je remercie Bernard Cagnac, qui m'a fait profiter de son expérience en physique au cours de longues discussions et qui a accepté de présider le jury. J'adresse aussi mes remerciements à Jacques Baudon et à Pierre Chavel qui ont bien voulu être membres de ce jury.

C'est François Biraben qui a dirigé mon travail pendant ces trois années. Quand je suis arrivée, je ne connaissais rien d'autre que ce qu'on trouve dans les livres. C'est lui qui m'a appris toute la physique que je sais, celle qui ne se transmet pas par les mots mais par l'exemple : la physique expérimentale. François est un expérimentateur exceptionnel : il allie un très grand savoir-faire à une très grande intelligence. Il a été pour moi un "chef" remarquable. Certes, son caractère bougon interférait souvent avec le mien, quand il défendait sa manip. Je lui suis d'autant plus reconnaissante d'avoir supporté mon côté impulsif et oublié mes colères aussi vite qu'elles passaient, de n'avoir jamais fait de remarques sur mon manque de compétences, ou sur le fait que la manip avançait lentement.

Lucile Julien m'a beaucoup aidée tout au long de ces trois années. Elle était toujours disponible, malgré son emploi du temps chargé, pour répondre aux questions, consoler les petites comme les grandes déprimées, apaiser les tensions. C'est elle qui m'a initiée à l'informatique et aux mystères de ASYST. Enfin, je lui suis très reconnaissante d'avoir bien voulu relire ma thèse plusieurs fois, à la recherche de mes fautes d'orthographe.

François Nez était en deuxième année de thèse lorsque je suis arrivée. Je le remercie d'avoir consacré du temps à m'expliquer les points obscurs de la manip quand les explications de notre chef François 1^{er} se faisaient trop elliptiques. C'est lui qui m'a appris les bases du tournage et du fraisage et qui m'a pilotée à travers le laboratoire. Je lui en suis très reconnaissante.

Avant de venir faire une thèse dans notre équipe, Béatrice de Beauvoir a travaillé avec moi au cours d'un stage de quatre mois. Je la remercie chaleureusement de l'aide qu'elle m'a apporté à cette occasion dans la mise au point délicate de la deuxième cavité de doublage. Son entrain, qui ne s'est pas démenti depuis, a grandement contribué à faire progresser la manip.

Derek Stacey est venu à plusieurs reprises apporter à notre équipe son aide et son sens de l'humour britannique. Il m'a permis de surmonter les moments un peu difficiles où mon moral fléchissait. Je le remercie pour tous ses conseils, pour le temps qu'il a consacré à la manip, et pour l'amitié qu'il m'a témoignée. Je lui suis très reconnaissante d'avoir accepté

de faire partie de mon jury alors que ses activités d'enseignant à Oxford l'accaparaient à plein temps.

Mark Plimmer a travaillé avec nous pendant un an et demi au cours duquel il a construit la quasi totalité du jet d'atomes d'hydrogène et mis au point l'asservissement du laser titane-saphir par la méthode des bandes latérales. Je le remercie pour toute l'aide qu'il m'a apportée.

Ferdinando de Tomasi est venu rejoindre notre équipe pendant ma dernière année de thèse, à un moment où nous n'étions pas très disponibles. Il s'est donc retrouvé un peu perdu face à cette manip "monstrueuse". Il n'en a que plus de mérite d'avoir réussi à s'y retrouver. Son aide a été précieuse pendant la dernière phase de recherche du signal 1S-3S qui a abouti à une mesure préliminaire du déplacement de Lamb.

Je remercie très chaleureusement tous les membres du laboratoire qui m'ont souvent aidée ou simplement écoutée. Antoine Heidman m'a dépannée quand mon ordinateur se montrait récalcitrant, Serge Reynaud m'a soutenue quand j'avais envie de râler, Dominique Delande a fait pour moi des calculs de déplacement lumineux, Agnès Maître a bien voulu partager mes papotages, Laurent Hilico, Jean-Michel Courty, Michel Pinard, Christian Richy ont répondu à mes questions et tous m'ont témoigné leur amitié en de nombreuses occasions.

Cette thèse n'aurait pas pu aboutir sans le soutien de tous les personnels du laboratoire, en particulier de Francis Tréhin qui m'a initiée à la technique de l'ultra-vide, m'a secourue quand je me noyais dans les inondations ou que le laser à colorant m'aspergeait de Rhodamine : il était toujours là. Mais il y a aussi tous les autres, qui m'ont aidé à un moment ou un autre de mon travail : Bernard Rodriguez, Alexis Poizat, Guy Flory, Jean-Claude Bernard, Jean-Pierre Okpizs, Patricia Celton, Blandine Moutiers et Karine Vasseur.

Table des matières

Introduction	1
Chapitre 1 Le déplacement de Lamb et ses mesures.	5
1 - L'électrodynamique quantique et le déplacement de Lamb.	7
2 - Motivations et intérêt de la mesure.	8
a - Intérêt métrologique.	9
b - Test de l'électrodynamique quantique et de la structure du proton.	10
3 - Historique des mesures du déplacement de Lamb des niveaux 2S et 1S de l'atome d'hydrogène.	12
a - Niveau 2S de l'atome d'hydrogène.	12
b - Niveau 1S de l'atome d'hydrogène.	15
4 - Présentation du principe général de notre expérience.	21

Chapitre 2 **25** **Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.**

- 1 - Le modèle de Bohr.** **27**

- 2 - La théorie de Dirac : structure fine.** **28**

- 3 - Corrections de recul et corrections radiatives : le déplacement de Lamb.** **29**
 - a - Les corrections de recul. 31
 - b - Les corrections radiatives. 36
 - c - Les corrections de recul radiatif. 41
 - d - Les corrections de taille du noyau. 41

- 5 - La structure hyperfine.** **44**

Chapitre 3 **49** **Les transitions 2S-6S et 2S-6D.**

- 1 - Les lasers.** **51**
 - a - Présentation du laser titane-saphir. 51
 - b - Asservissements du laser titane-saphir. 54
 - c - Les lasers He-Ne à 633 nm. 59

2 - L'excitation de la transition 2S-6S ou 2S-6D.	59
a - La spectroscopie à deux photons.	59
b - Le jet atomique.	60
3 - Calcul des formes de raies.	62
a - Formes de raies théoriques.	62
b - L'ajustement sur les raies expérimentales.	66
4 - Procédure expérimentale au cours des enregistrements.	72
a - Recherche du signal.	72
b - Contrôle des asservissements.	73
c - Les enregistrements.	73

Chapitre 4 75 Les doublages de fréquence.

A - Théorie du doublage et généralités.	77
1- Les bases de l'optique non linéaire.	77
a - Susceptibilités non linéaires.	77
b - Conditions d'accord de phase.	80
c - Optique des milieux anisotropes	82
d - Cristal uniaxe.	85
e - Cristal biaxe.	90
2 - Optimisation de la puissance : Boyd et Kleinman revisités.	92
a - Calcul à l'incidence normale.	92
b - Calcul à l'incidence de Brewster.	94

3 - Les cavités de surtension.	97
a - Compensation de l'astigmatisme.	98
b - Zone de stabilité.	100
c - Caractéristiques du faisceau à la fréquence double.	102
d - Asservissement.	105
e - Calcul de l'efficacité de la cavité de surtension.	106
f - Calcul des pertes et adaptation.	108
B - Le premier doublage de fréquence : la cavité LBO.	110
a - Choix du cristal.	110
b - Mise au point de la cavité de doublage.	110
c - Performances obtenues.	114
d - Compensation de l'astigmatisme du faisceau doublé.	115
C - Le deuxième doublage de fréquence : la cavité BBO.	118
a - Choix du cristal.	118
b - Mise au point de la cavité de doublage.	118
c - Problèmes spécifiques observés avec le BBO.	120
d - Mise sous oxygène de la cavité de doublage.	123
e - Performances obtenues.	127
f - Compensation de l'astigmatisme du faisceau ultra-violet.	129

Chapitre 5 133

Recherche du signal 1S-3S.

1 - Description du montage initial.	135
a - La cellule.	135
b - Etude du comportement de la queue de décharge.	140
c - Le système de détection.	148

d - La cavité de surtension optique.	150
e - L'asservissement.	151
2- Premiers essais.	153
a - La transition 1S-3S.	153
b - Ordre de grandeur du signal attendu.	154
c - Recherche de la longueur d'onde.	156
d - Méthode d'acquisition.	159
3 - Mesure préliminaire du déplacement de Lamb.	161
a - Remontage du jet atomique.	161
b - Mesure du profil du jet.	161
c - Modification de la décharge.	164
d - Modulation de la puissance d'ultra-violet.	165
e - Signal attendu.	166
f - Résultats.	167
Conclusion	175
Annexe : Optimisation de la puissance doublée à l'incidence de Brewster.	179
Références	187

Introduction

Le spectre de l'atome d'hydrogène a été, depuis la fin du XIX^{ème} siècle, une source de découvertes et de renouvellement pour la physique. Il a joué, en particulier, un rôle prépondérant dans le développement de la mécanique quantique et de l'électrodynamique quantique. On pourrait penser que ce spectre est maintenant parfaitement connu, et qu'il n'est pas nécessaire de l'étudier davantage : le sujet de cette thèse est là pour prouver le contraire. En effet, le but de l'expérience qui est décrite dans ce mémoire est de mesurer avec une très grande précision le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène.

Le déplacement de Lamb, découvert en 1947, est un déplacement des niveaux par rapport à la théorie de Dirac. Il est dû au couplage de l'électron avec les fluctuations du champ électromagnétique qui règne dans le vide. On peut comprendre le principal effet intervenant dans ce déplacement grâce au modèle de Welton. On imagine que l'électron est en orbite autour du noyau, et que les fluctuations du champ électrique modifient sa trajectoire, autour d'une trajectoire moyenne. Ainsi, l'électron "voit" le potentiel du noyau fluctuant autour du potentiel moyen, ce qui déplace légèrement ses niveaux d'énergie. Cet effet est d'autant plus important que l'électron est près du noyau, c'est pourquoi, en première approximation seuls les états S subissent le déplacement de Lamb. Le niveau 1S de l'atome d'hydrogène "monte" ainsi d'environ 8 GHz. C'est ce déplacement que nous avons entrepris de mesurer.

Cette expérience, mise en place dans notre groupe à partir de 1990, s'inscrit dans un travail de fond visant, depuis plus de dix ans, à améliorer les techniques lasers pour la

spectroscopie à très haute résolution. Après plusieurs déterminations de la constante de Rydberg, dont la dernière en 1993 est la plus précise à ce jour, notre groupe se situe au tout premier plan international dans le domaine des mesures de fréquence dans l'atome d'hydrogène. La mesure du déplacement de Lamb prend naturellement sa place dans ce travail de métrologiste.

Par ailleurs, cette mesure présente un intérêt particulier du fait que les calculs théoriques d'électrodynamique quantique arrivent actuellement au même niveau de précision que les expériences (quelques dizaines de kilohertz). Ainsi la mesure du déplacement de Lamb dans l'atome d'hydrogène permet de tester la théorie des champs avec une expérience "basse énergie", bien moins complexe et coûteuse que les expériences de physique des particules.

Ce mémoire est à la fois une revue historique et théorique sur le déplacement de Lamb, et une description de notre démarche expérimentale.

Le chapitre 1 introduit le déplacement de Lamb et l'intérêt que présente sa mesure, tant d'un point de vue métrologique que pour tester l'électrodynamique quantique et la structure du proton. Après un historique des mesures du déplacement de Lamb dans l'atome d'hydrogène, je présente les choix expérimentaux faits dans notre équipe, et je décris rapidement notre dispositif expérimental.

Le chapitre 2 est consacré à un résumé de la théorie de l'atome d'hydrogène. L'accent est naturellement mis sur le déplacement de Lamb : le niveau de précision actuel des calculs est présenté en détail.

Le principe de notre expérience repose sur la comparaison de deux fréquences qui sont dans un rapport quatre : la fréquence de la transition 2S-6S ou 2S-6D et celle de la transition 1S-3S. Le chapitre 3 décrit le dispositif expérimental utilisé pour mesurer la fréquence de la transition 2S-6S : le laser titane-saphir d'excitation à 820 nm, le système de stabilisation en fréquence et le jet d'atomes métastables. Après un résumé du calcul des formes de raies théoriques, je présente les signaux que nous avons obtenus.

Le rayonnement à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition 1S-3S est obtenu en doublant deux fois la fréquence du laser titane-saphir. Ces deux doublages de fréquence ont constitué une grosse partie de mon travail de thèse. Le chapitre 4 leur est entièrement consacré : après des rappels théoriques d'optique non linéaire, je présente les cristaux anisotropes et les cavités de doublage que nous avons utilisés, ainsi que les résultats obtenus.

Enfin, le chapitre 5 présente tout le travail de recherche de la transition 1S-3S. J'y décris la construction du jet d'atomes dans l'état fondamental, la mise au point du système de détection et des méthodes d'acquisition que nous avons utilisées. Ce travail a permis

d'obtenir un signal préliminaire, et une mesure du déplacement de Lamb du niveau 1S, avec une incertitude de 174 kHz.

Les références sont classées par ordre alphabétique et sont regroupées en fin de volume.

Chapitre 1

Le déplacement de Lamb
et ses mesures.

Chapitre 1

Le déplacement de Lamb et ses mesures.

1 - L'électrodynamique quantique et le déplacement de Lamb.

Quand la mécanique quantique fut initialement formulée en 1926 par Heisenberg et Schrödinger, elle n'intégrait pas la théorie de la relativité. Ce n'est qu'en 1928 que l'équation de Dirac permit de prendre en compte complètement l'invariance relativiste [Dirac 1928]. Cette théorie prévoyait la structure fine de l'atome d'hydrogène : l'énergie des niveaux électroniques ne dépendait plus uniquement du nombre quantique principal n , mais aussi du moment cinétique total j . Vingt ans plus tard, la théorie de Dirac se révèle à son tour insuffisante pour rendre compte des expériences : elle n'arrive à expliquer ni le moment magnétique anormal de l'électron, ni le déplacement de Lamb (appelé couramment Lamb shift). Ce dernier est mis en évidence en 1947 par l'expérience "historique" de Lamb et Retherford [Lamb 1947-1952], qui mesurent un intervalle radio-fréquence d'environ 1 GHz entre les niveaux $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$ de l'atome d'hydrogène. Ces deux niveaux qui ont le même moment cinétique total $j=1/2$ devaient être dégénérés selon la théorie de Dirac.

Ces effets sont alors interprétés en termes d'interaction entre l'électron et les fluctuations du champ électromagnétique qui règnent dans le vide. Cette nouvelle théorie est baptisée électrodynamique quantique (ou QED en anglais), et elle traite plus généralement des interactions entre les leptons (électrons, muons ...) et le champ électromagnétique

quantifié. Si les calculs perturbatifs aux ordres les plus bas se révèlent en bon accord avec les expériences, les termes d'ordres supérieurs posent un problème très sérieux. Ils s'expriment en effet sous forme d'intégrales divergentes qui donnent des résultats infinis, en particulier quand on calcule l'énergie d'interaction d'un électron avec les fluctuations du vide électromagnétique! Ces problèmes sont alors résolus par l'introduction des techniques dites de renormalisation : Bethe, le premier, calcule le déplacement de Lamb en "renormalisant" la masse de l'électron. Pour cela, il remarque qu'un électron dont on mesure la masse n'est jamais vraiment libre puisqu'il interagit avec un instrument de mesure. Par ailleurs, il considère que la masse d'un tel électron $m_{\text{lié}}$ est mesurée relativement à celle de l'électron libre m_{libre} qui est infinie, et qu'en soustrayant cet infini dans les calculs on obtient une quantité finie qui est la masse expérimentale. On fait donc la soustraction de deux quantités infinies $m_{\text{lié}} - m_{\text{libre}}$, ce qui n'est pas très rigoureux d'un point de vue mathématique, mais qui est cohérent avec les résultats expérimentaux. Ces techniques de renormalisation sont ensuite perfectionnées par Tomomaga, Schwinger et Feynman.

L'électrodynamique quantique est actuellement un champ de recherche très vivant tant du point de vue théorique qu'expérimental. C'est l'une des théories les mieux testées de toute la physique [Kinoshita 1984]. Elle décrit en effet des systèmes physiques d'une grande simplicité dans le cadre d'un formalisme théorique très prédictif. Mais concrètement, les avancées dans ce domaine se traduisent souvent par l'addition d'un chiffre de plus derrière une virgule, et cela peut sembler austère et stérile. C'est pourquoi je voudrais insister sur les motivations qui ont conduit notre équipe à mesurer avec une très grande précision le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène.

2 - Motivations et intérêt de la mesure.

Les motivations initiales sont en réalité assez éloignées d'un simple test de l'électrodynamique quantique. Notre équipe travaille en effet depuis plus de dix ans sur la spectroscopie à très haute résolution de l'atome d'hydrogène et en particulier sur la mesure de la constante de Rydberg. Ces mesures utilisaient des transitions atomiques partant du niveau 2S [Nez 1992, 1993a], mais les expériences actuelles sont parvenues à une telle précision que le déplacement de Lamb du niveau 2S, connu avec une incertitude relative de quelques 10^{-5} , est maintenant une limite. François Biraben et Lucile Julien ont donc envisagé d'étudier des transitions partant du niveau 1S. La connaissance du déplacement de Lamb du niveau 1S devient alors nécessaire. En outre, la comparaison de deux transitions atomiques permet de déterminer simultanément le déplacement de Lamb du niveau 1S et la constante de Rydberg (on a alors en quelque sorte deux équations et deux inconnues), rejoignant ainsi le thème de travail initial de l'équipe. Ce bref historique, s'il explique notre démarche, n'apporte pas de

réponse à la question que se posent toutes les personnes qui sont étrangères au domaine (les physiciens et les autres ...) : “Quelle est l'utilité de mesurer le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène ?”.

a - Intérêt métrologique.

On peut en effet se demander quel intérêt il y a à étudier avec une très grande précision les fréquences des transitions de l'atome d'hydrogène, c'est-à-dire pourquoi faire de la métrologie avec cet atome. En premier lieu l'atome d'hydrogène, constitué uniquement d'un proton et d'un électron a le mérite de la simplicité puisque c'est le plus simple de tous les atomes. Ses fréquences de transition constituent une échelle naturelle de fréquence, allant du domaine radio-fréquence à l'ultra-violet. Ces fréquences sont toutes reliées entre elles par l'intermédiaire de la constante de Rydberg et peuvent être calculées avec une très grande précision dès que l'on connaît cette constante et les corrections radiatives (le déplacement de Lamb). La connaissance très précise de ces quantités pourrait donc permettre à l'avenir d'utiliser l'atome d'hydrogène lui-même comme une échelle de fréquence de référence. L'intérêt métrologique de telles fréquences de référence vient en particulier de la nouvelle définition du mètre : celui-ci est défini depuis 1983 comme la longueur parcourue par la lumière dans le vide en $1/299792458$ ème de seconde. Cette nouvelle définition, qui ne repose plus sur une radiation particulière, permet de “mettre en pratique” le mètre en utilisant des fréquences optiques, tout en améliorant nettement la précision de l'étalon obtenu.

Comme nous l'avons dit plus haut, mesurer deux fréquences de transitions de l'atome d'hydrogène judicieusement choisies permet de déterminer simultanément le déplacement de Lamb et la constante de Rydberg. Or, connaître la constante de Rydberg a un intérêt métrologique en soi, car cette constante joue un rôle important dans la métrologie des constantes fondamentales [Petley 1992]. La nature nous fournit en effet de nombreuses quantités invariantes qui peuvent s'exprimer en fonction d'un jeu de constantes fondamentales qui servent ainsi “d'unités naturelles” de la physique. Ces constantes, au nombre de huit, sont données dans le tableau 1.1. Leurs valeurs sont mesurées avec une telle précision qu'elles jouent un grand rôle dans la définition de notre système d'unités (mètre, kilogramme, seconde etc.). Certaines combinaisons de ces constantes fondamentales ont une importance suffisante dans la physique pour justifier qu'on leur attribue un nom (un peu comme les unités dérivées du système international). Parmi celles-ci on peut citer la constante de structure fine α ou la constante de Rydberg. Ces constantes secondaires relient entre elles les constantes fondamentales. La vérification des relations ainsi obtenues est très importante ; elle est faite en réévaluant périodiquement la valeur des constantes fondamentales : cet ajustement [Cohen 1987] permet de déterminer les meilleures valeurs possibles compte tenu de

Tableau 1.1 Les constantes physiques fondamentales.

Constante	Symbole	Valeur recommandée depuis 1986
Constante d'Avogadro	N_A	$6,022\ 1367\ (36) \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$299\ 792\ 458\ \text{m s}^{-1}$
Constante gravitationnelle	G	$6,672\ 59\ (85) \times 10^{-11}\ \text{m}^3\ \text{kg}^{-1}\ \text{s}^{-2}$
Charge élémentaire	e	$1,602\ 177\ 33\ (49) \times 10^{-19}\ \text{C}$
Constante de Boltzmann	k	$1,380658\ (12) \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$
Masse du proton	m_p	$1,672\ 6231\ (10) \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Masse de l'électron	m_e	$9,1093897\ (54) \times 10^{-31}\ \text{kg}$
Constante de Planck	h	$6,6260755\ (40) \times 10^{-34}\ \text{J s}$

tous les résultats expérimentaux disponibles à un moment donné. L'excellente précision avec laquelle est mesurée la constante de Rydberg en fait un maillon essentiel dans l'ajustement des constantes fondamentales.

Outre la constante de Rydberg, la liste des constantes secondaires comprend la perméabilité du vide μ_0 , ou sa permittivité ϵ_0 , ou encore l'impédance du vide. En effet, les propriétés du vide prennent une importance croissante dans notre compréhension de la physique actuelle. Ainsi l'effet Casimir, l'énergie du vide ou le déplacement de Lamb sont le sujet de débats et de recherches actives. C'est un argument de plus pour justifier une mesure du déplacement de Lamb avec une grande précision.

b - Test de l'électrodynamique quantique et de la structure du proton.

Du point de vue théorique, l'électrodynamique quantique est le domaine le plus développé de toute la physique des particules élémentaires. Des avancées aussi bien théoriques qu'expérimentales ont lieu régulièrement. On peut bien sûr tester l'électrodynamique quantique à haute énergie, grâce à des expériences de collisions dans des accélérateurs de particules, mais les expériences de physique atomique ou les mesures du moment magnétique anormal de l'électron ont l'avantage d'être à échelle humaine et de coûter beaucoup moins cher. Les expériences de ce type sont importantes pour tester la validité de l'électrodynamique quantique dans les régions de basse énergie.

Les progrès théoriques récents peuvent être rangés dans deux catégories. La première est l'étude de phénomènes physiques où la théorie perturbative ne pose pas de problème d'interprétation, il s'agit alors de pousser le calcul de plus en plus loin en prenant en compte des diagrammes de Feynman contenant de plus en plus de boucles. C'est par exemple le cas pour les calculs des anomalies de l'électron ou du muon. La deuxième catégorie concerne les

situations où l'on ne peut pas appliquer directement l'électrodynamique quantique "pure" : par exemple quand on a affaire à des systèmes liés comme le sont les systèmes atomiques. En effet, les propriétés d'un électron atomique dépendent non seulement de l'électrodynamique quantique, mais aussi de la dynamique électron-noyau et de la structure du noyau. Pour ces calculs très compliqués, il est donc nécessaire d'utiliser les équations qui décrivent les états relativistes liés, comme les équations de Bethe-Salpeter et de Gross. Concrètement, le problème consiste à trouver des réarrangements de diagrammes de Feynman pour avoir à partir d'une expression non relativiste des perturbations successives qui forment une série convergente [Kinoshita 1984]. L'électrodynamique quantique n'est donc pas une discipline isolée. Les systèmes atomiques permettent même, dans l'idéal, de tester une théorie des champs plus large où les interactions électromagnétiques, les interactions faibles et fortes sont des manifestations d'une seule force unifiée. Malheureusement, au niveau de précision actuel, la plupart des phénomènes électromagnétiques ne sont pas sensibles à ces interactions faibles et fortes.

Les calculs du déplacement de Lamb rentrent bien sûr dans la deuxième catégorie ci-dessus et ils ont donné lieu jusqu'à très récemment à des controverses. De plus certaines corrections a priori non négligeables viennent seulement d'être calculées par Pachucki [Pachucki 1994]. Le déplacement de Lamb, qui est historiquement l'un des premiers succès de l'électrodynamique quantique, n'est donc pas actuellement la grandeur qui permet le meilleur test de cette théorie. De plus, même si toutes les difficultés théoriques étaient résolues, il reste un problème majeur : celui de la taille du proton, qui intervient dans le calcul. Jusqu'en 1980, la valeur expérimentale communément admise pour le rayon quadratique moyen de la distribution de charge dans le proton était $r = 0,805 (11) \text{ fm}$ [Hand 1963]. En 1980, une nouvelle expérience de diffusion électronique faite à Mayence donna $r = 0,862 (12) \text{ fm}$ [Simon 1980]. Cette mesure est présentée comme plus fiable que la précédente dans la mesure où les échanges de quantité de mouvement électron-proton sont plus faibles et réduisent les effets perturbatifs des résonances de quarks... Jusqu'à récemment les résultats expérimentaux pour le déplacement de Lamb semblaient favoriser la "vieille" valeur du rayon du proton, mais cela n'avait pas grand sens étant donné le caractère incomplet des calculs théoriques. La dernière mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental [Weitz 1994] et les tous derniers calculs de Pachucki font pencher la balance en faveur de la nouvelle valeur. Si l'on admet la validité et le caractère complet de ces calculs, il est clair qu'au lieu de tester l'électrodynamique quantique (qui est de toutes façons testée avec une bien meilleure précision dans d'autres systèmes), les mesures du déplacement de Lamb peuvent permettre de déterminer la taille du proton et donc de sonder sa structure électromagnétique autrement que par les expériences de diffusion habituelles.

3 - Historique des mesures du déplacement de Lamb des niveaux 2S et 1S de l'atome d'hydrogène.

a - Niveau 2S de l'atome d'hydrogène.

Le déplacement de Lamb du niveau $n=2$ de l'atome d'hydrogène fut mesuré pour la première fois en 1947 par Lamb et Retherford. La technique qu'ils proposaient initialement fut ensuite améliorée et des résultats plus précis publiés entre 1949 et 1953 [Lamb 1947-1952, Triebwasser 1953]. Dans cette expérience "historique" le jet thermique d'hydrogène atomique était bombardé par un faisceau d'électrons normal au jet. Une partie des atomes était ainsi en même temps déviée et excitée dans l'état $2S_{1/2}$. Ces atomes métastables étaient détectés grâce aux électrons qu'ils éjectaient en tombant sur une surface métallique. Ils étaient auparavant soumis à un fort champ magnétique statique et à un champ électrique radio-fréquence qui induisait des transitions vers les sous-niveaux Zeeman des niveaux $2P_{1/2}$ et $2P_{3/2}$. Ces transitions diminuaient le nombre d'atomes métastables détectés. En balayant le champ magnétique on obtenait donc des raies de résonance. Ces mesures furent faites pour plusieurs fréquences du champ électrique, ce qui permit en extrapolant de reconstituer le diagramme Zeeman et de déduire l'écart $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ à champ magnétique nul. En 1970 Robiscoe et Shyn [Robiscoe 1970] utilisèrent la méthode des anticroisements, c'est-à-dire un dispositif semblable au précédent mais en choisissant le champ magnétique de façon à se placer à l'intersection des niveaux Zeeman, et en remplaçant le champ radio-fréquence par un champ électrique statique. Cette méthode permettait théoriquement d'éviter l'élargissement des raies dû au champ radio-fréquence, mais la précision sur le déplacement de Lamb ne fut pas améliorée (voir tableau 1.2).

La précision relativement médiocre obtenue dans les expériences décrites jusqu'ici semblait principalement due à l'utilisation de jets thermiques. En 1975 puis en 1981, Lundeen et Pipkin [Lundeen 1975, 1981] gagnèrent un ordre de grandeur en utilisant un jet atomique rapide et la méthode des franges de Ramsey pour déterminer l'intervalle $2S_{1/2} (F=0) - 2P_{1/2} (F=1)$. Un faisceau de protons d'énergie 50 à 100 keV produit par un petit accélérateur était transformé en jet d'atomes métastables par échange de charge dans une cellule de gaz. Les atomes dans l'état $2S_{1/2} (F=1)$ étaient éliminés par un champ radio-fréquence qui induisait des transitions vers l'état $2P$. Le faisceau d'atomes dans l'état $2S_{1/2} (F=0)$ passait alors dans l'interféromètre qui permettait l'obtention des franges de Ramsey. Cette méthode avait l'avantage de fournir des raies fines, ce qui est le propre des franges de Ramsey, mais l'interprétation des profils de raies était assez délicate et nécessitait l'introduction de nombreuses corrections. De plus les signaux étaient très atténués à cause de

Tableau 1.2 Mesures du déplacement de Lamb du niveau 2S de l'atome d'hydrogène.

Date	Valeur (MHz)	Référence
1947	1000 (100)	[Lamb 1947-1952]
1949	1062 (5)	[Lamb 1947-1952]
1952	1058,27 (1,00)	[Lamb 1947-1952]
1953	1057,77 (10)	[Triebwasser 1953]
1970	1057,90 (10)	[Robiscoe 1970]
1975	1057,893 (20)	[Lundeen 1975]
1976	1057,862 (20)	[Andrews 1976]
1981	1057,845 (9)	[Lundeen 1981]
1983	1057,8514 (19)	[Pal'chikov 1983]
1994	1057.839 (12)	[Hagley 1994]

la désexcitation spontanée des atomes dans l'état 2P pendant le temps de parcours entre les deux régions où règne le champ radio-fréquence. Ce sont les raisons qu'avancèrent Andrews et Newton en 1976 pour justifier l'utilisation d'une seule région de champ radio-fréquence [Andrews 1976]. Dans leur expérience, le faisceau atomique était moins rapide (21 keV), ce qui permettait un couplage adiabatique avec la perturbation radio-fréquence et une expression précise des profils de raies. Ils mesurèrent ainsi directement en champ magnétique nul, et de manière simple, la fréquence de la transition $2S_{1/2} (F=0) - 2P_{1/2} (F=1)$. Leur résultat était en relativement bon accord avec la mesure [Lundeen 1975].

Enfin, en 1983, Pal'chikov, Sokolov et Yakovlev firent la mesure la plus précise à ce jour pour le déplacement de Lamb du niveau 2S. Cependant, leur incertitude de 1,9 kHz est généralement contestée pour deux raisons : les différentes erreurs prises en compte pour calculer l'incertitude finale n'ont jamais été publiées et d'autre part ils mesurent le produit du déplacement de Lamb par la durée de vie du niveau 2P : pour extraire le déplacement de Lamb ils doivent utiliser une valeur théorique de la durée de vie, le résultat obtenu n'est donc pas purement expérimental. Dans leur expérience un jet rapide d'atomes métastables dans l'état $2S_{1/2} (F=0)$ passe dans un interféromètre atomique constitué de deux condensateurs plans, percés de fentes pour permettre le passage des atomes, séparés par une région sans champ de longueur L variable. Les champs radio-fréquences de l'expérience de Lundeen et Pipkin sont donc ici remplacés par des champs statiques. On obtient des franges d'interférence en faisant varier non plus la fréquence du champ radio-fréquence, mais la distance L.

Aucune nouvelle mesure du déplacement de Lamb du niveau 2S dans l'atome d'hydrogène n'a été publiée entre 1983 et 1994. Mais en 1994, la publication d'une nouvelle mesure de l'intervalle $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ faite par Hagley et Pipkin avec le même dispositif

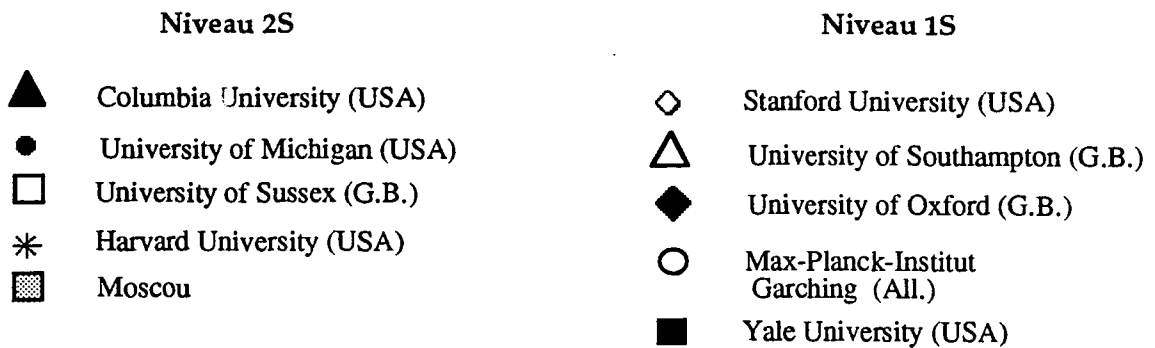
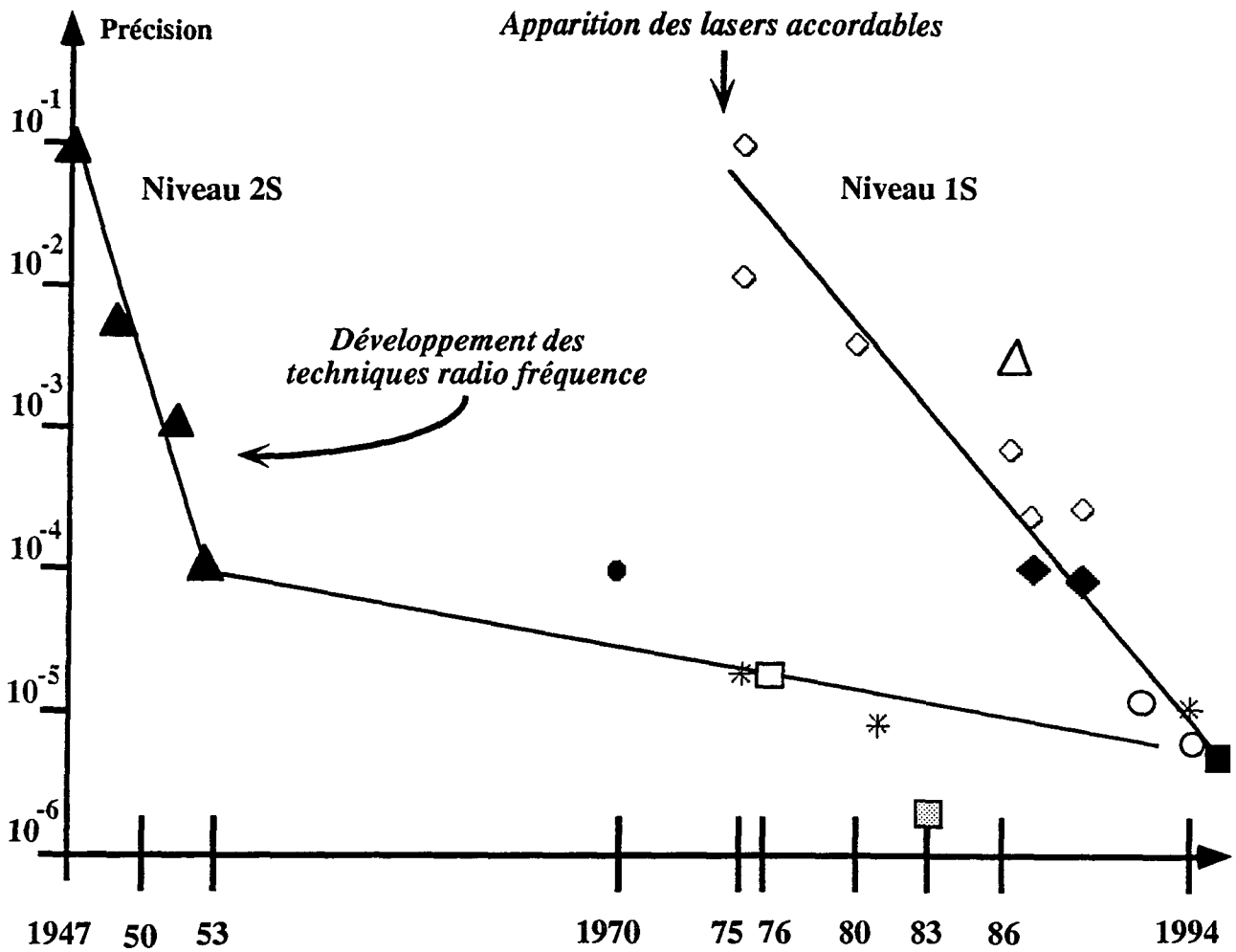


Figure 1.1
Evolution de la précision sur les déplacements de Lamb de l'atome d'hydrogène.

expérimental que [Lundeen 1981] a permis de remesurer indirectement le déplacement de Lamb en soustrayant l'intervalle de structure fine très bien connu théoriquement. Cette nouvelle mesure a confirmé les résultats précédents, mais elle est moins précise que celle de 1981. De toutes les façons, la précision ne semble pas susceptible de beaucoup progresser car elle est limitée par la largeur naturelle de 100 MHz du niveau 2P.

b - Niveau 1S de l'atome d'hydrogène.

Les méthodes radio-fréquences utilisées pour mesurer le déplacement de Lamb du niveau 2S, qui tirent parti de la proximité des niveaux $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$, ne sont évidemment plus applicables pour le niveau fondamental qui est isolé dans le spectre de l'hydrogène. Pour mesurer le déplacement de Lamb du niveau 1S, il est nécessaire de mesurer avec une grande précision dans le domaine optique la fréquence d'une transition partant de l'état 1S, et de soustraire du résultat obtenu les fréquences correspondant au terme de Bohr et aux effets relativistes (structure fine). La difficulté principale vient du fait que le déplacement de Lamb ne contribue que pour une toute petite fraction à la fréquence totale : 8 GHz sur plusieurs millions de GHz. En 1956, Herzberg avait réussi à mesurer le déplacement de Lamb du niveau fondamental du deutérium, grâce à une mesure absolue, très délicate, de la transition Lyman α , et avec une précision tout à fait honorable : $7,9 \pm 1,1$ GHz [Herzberg 1956]. Cependant, il a fallu attendre l'apparition des lasers accordables pour faire des mesures

Tableau 1.3 Mesures du déplacement de Lamb du niveau 1S de l'atome d'hydrogène.

Date	Valeur (MHz)	Référence	Lieu
1975	8600 (800)	[Hänsch 1975]	Stanford
1975	8200 (100)	[Lee 1975]	Stanford
1980	8175 (30)	[Wieman 1980]	Stanford
1986	8182 (25)	[Barr 1986]	Southampton
1986	8184,8 (5,4)	[Hildum 1986]	Stanford
1987	8173,3 (1,7)	[Beausoleil 1987]	Stanford
1987	8172,93 (84)	[Boshier 1987]	Oxford
1989	8173,9 (1,9)	[McIntyre 1989]	Stanford
1989	8172,6 (7)	[Boshier 1989]	Oxford
1991	8168 (8)	[Thompson 1992]	Oxford
1992	8172,82 (11)	[Weitz 1992]	Garching
1993	8172,815 (70)	[Nez 1993a], [Andreae 1992]	Paris+Garching
1994	8172,86(6)	[Weitz 1994]	Garching
1994	8172,844 (55)	[Boshier 1994]	Yale

précises : la première mesure dans l'hydrogène date de 1975. Depuis cette date, si l'on excepte une mesure en 1986 à l'Université de Southampton, seules quatre équipes ont obtenu des résultats dans ce domaine : aux Etats-Unis à Stanford, en Grande-Bretagne à Oxford, en Allemagne à Garching et tout récemment à Yale aux Etats-Unis. Ces expériences sont toutes fondées sur l'observation de la transition 1S-2S par spectroscopie à deux photons sans effet Doppler. Cette transition, entre l'état fondamental et un état métastable, a une largeur naturelle exceptionnellement faible de 1,3 Hz qui laissait espérer une précision sur la mesure du déplacement de Lamb du niveau 1S bien meilleure que pour le niveau 2S. Jusqu'à présent ces espoirs ne se sont pas complètement réalisés, puisque seule les mesures de 1994 à Garching et à Yale atteignent une précision inférieure à 10^{-5} , légèrement meilleure que celle obtenue en 1981 par Lundeen et Pipkin pour le niveau 2S.

Jusqu'en 1986 toutes les expériences réalisées à Stanford [Hänsch 1975, Lee 1975, Wieman 1980] utilisaient le même principe. Le rayonnement à 243 nm nécessaire à l'excitation à deux photons de la transition 1S-2S provenait du doublage de fréquence d'un laser à colorant à 486 nm pulsé. Par ailleurs, pour s'affranchir de la difficulté évoquée plus haut, d'extraire une grandeur très petite de la fréquence mesurée de façon absolue, l'équipe de Stanford eut l'idée de comparer deux transitions en mettant à profit le doublage de fréquence. Le laser à 486 nm était utilisé pour observer en absorption saturée une composante de la raie Balmer β , par exemple $2P_{3/2}-4D_{5/2}$. A l'approximation de Bohr, la fréquence de la transition $n=2-n=4$ est exactement le quart de l'intervalle $n=1-n=2$. La petite différence entre ces deux quantités est due principalement au déplacement de Lamb et aux termes de structure fine. Cette différence était directement mesurable dans l'expérience puisqu'on comparait une transition $n=2-n=4$ à un photon et, en doublant la fréquence du laser, une transition $n=1-n=2$ à deux photons. Cette méthode permettait de ne pas avoir à mesurer la fréquence de la transition 1S-2S de manière absolue, et donc de se passer d'étalon de fréquence. Cependant, la grande largeur de raie des lasers pulsés limitait considérablement la précision de la mesure et ne permettait pas d'exploiter complètement tous les avantages de la méthode.

En 1986, l'équipe de Stanford [Hildum 1986] et celle de Southampton [Barr 1986] font simultanément une mesure absolue de la transition 1S-2S, en comparant par une méthode interférométrique le quart de l'intervalle 1S-2S avec une raie d'absorption saturée de $^{130}\text{Te}_2$. Le rayonnement à 243 nm provenait là encore du doublage de fréquence d'un laser à colorant pulsé. La précision sur le déplacement de Lamb annoncée par l'équipe de Southampton n'était pas meilleure que celle de la mesure précédente de 1980. En revanche, l'équipe de Stanford annonça une précision bien meilleure mais déjà à l'époque en mauvais accord avec la valeur théorique, et qui se révéla en complète contradiction avec toutes les mesures ultérieures.

A partir de 1987, la précision des mesures fait des progrès rapides grâce à l'utilisation de lasers continus. Entre 1987 et 1989, quatre mesures sont publiées : deux à Stanford [Beausoleil 1987, McIntyre 1989] et deux à Oxford [Boshier 1987, 1989]. Toutes les quatre sont des mesures absolues de la transition 1S-2S obtenues en mesurant directement l'intervalle de fréquence avec la raie d'absorption saturée de $^{130}\text{Te}_2$, ce qui n'était pas possible avec les lasers pulsés, dont la grande largeur de raie ne permettait pas l'utilisation précise des techniques de mélange hétérodyne. A Stanford (figure 1.2) le rayonnement à 243 nm nécessaire à l'excitation de la transition 1S-2S est obtenu par la somme de fréquences dans un cristal de KDP d'un laser à colorant à 790 nm et d'un laser à argon ionisé à 351 nm. Par ailleurs, un autre laser à colorant à 486 nm est asservi sur la raie d'absorption saturée du tellure. Une partie du faisceau est prélevée et sa fréquence doublée dans un cristal d'urée pour être comparée au signal d'excitation 1S-2S. L'observation du signal hétérodyne se fait donc à 243 nm.

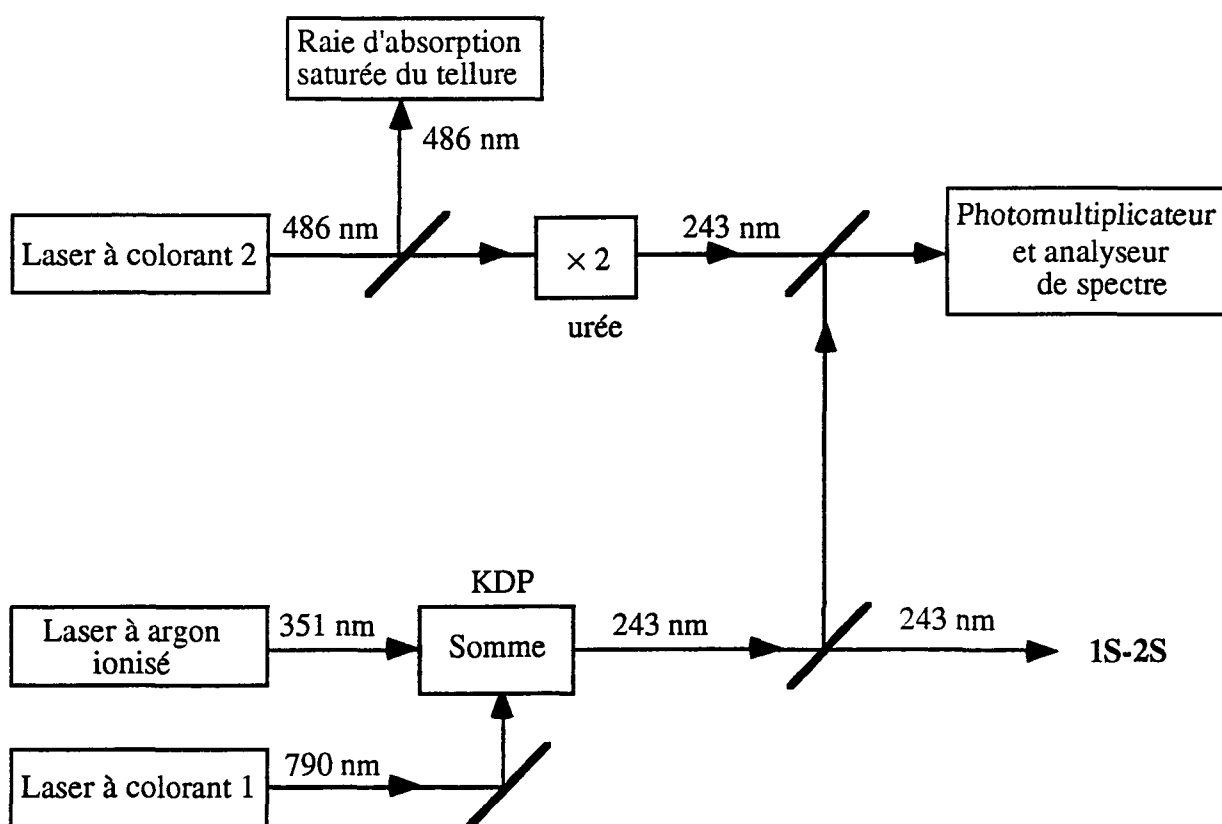


Figure 1.2

Dispositif expérimental utilisé à Stanford entre 1987 et 1989.

A Oxford (figure 1.3), le rayonnement nécessaire à l'excitation de la transition 1S-2S est obtenu par doublage de fréquence d'un laser à colorant à 486 nm dans un cristal de BBO intra-cavité. Un deuxième laser à 486 nm est asservi sur la raie d'absorption saturée du tellure, et ce sont les deux lasers à 486 nm qui sont mélangés pour être comparés. L'observation du signal hétérodyne se fait donc à 486 nm.

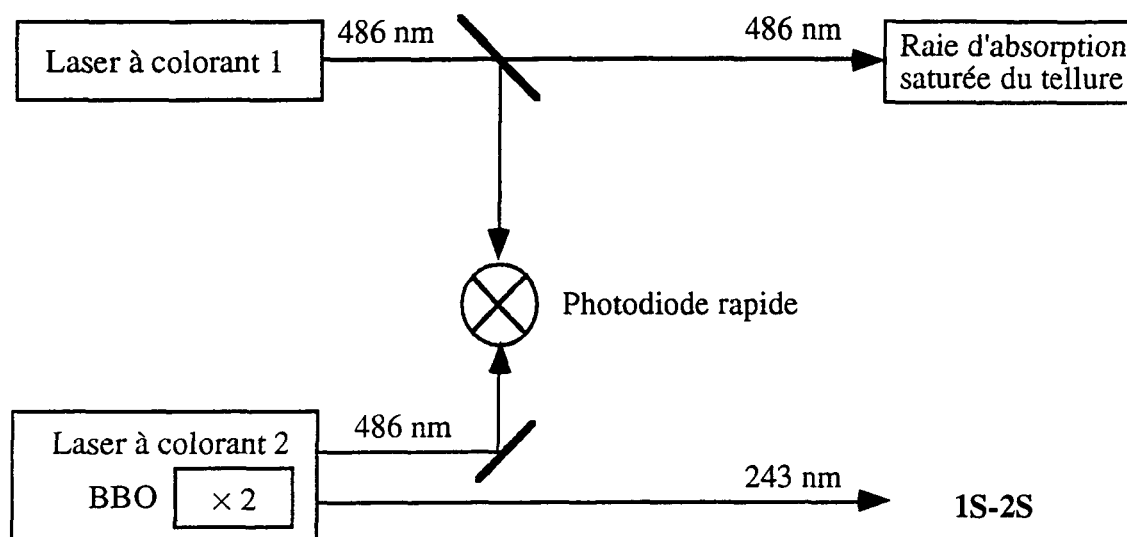


Figure 1.3

Dispositif expérimental utilisé à Oxford entre 1987 et 1989.

En 1991, l'équipe d'Oxford réalise pour la première fois une mesure utilisant des lasers continus mais ne nécessitant pas d'étalon de fréquence [Thompson 1992]. Comme dans les toutes premières expériences de Stanford la valeur du déplacement de Lamb du niveau fondamental est déduite directement de la comparaison de deux transitions dans l'hydrogène : 1S-2S à deux photons et Balmer β à un photon. La source à 243 nm est toujours obtenue par un doublage de fréquence d'un laser à colorant dans un cristal de BBO. La transition 2S-4P_{1/2} est excitée par un laser à colorant à 486 nm. La précision obtenue dans cette expérience avec les lasers continus est bien meilleure que dans la même expérience réalisée avec les lasers pulsés [Wieman 1980]. Par rapport à la mesure précédente de 1989 la précision est dix fois moins bonne, mais cette technique est bien plus prometteuse. Malheureusement, l'équipe d'Oxford a dû interrompre son travail sur l'atome d'hydrogène, faute de crédits.

Cette technique a été reprise à partir de 1990 par l'équipe de T. Hänsch, qui a déménagé de Stanford pour venir en Allemagne au Max-Planck-Institut, à Garching près de Munich. Deux mesures ont été publiées jusqu'à présent [Weitz 1992, 1994]. Cette fois-ci les deux transitions (1S-2S et 2S-4S) sont toutes les deux mesurées par spectroscopie à deux

photons, ce qui est a priori plus difficile (figure 1.4). La transition 2S-4S est excitée par un laser titane-saphir à 972 nm. Une partie du faisceau est prélevée et doublée dans un cristal de KNbO_3 . La transition 1S-2S à 243 nm est excitée par un laser à colorant à 486 nm, doublé dans un cristal de BBO. La comparaison de fréquence se fait alors entre le laser titane-saphir doublé et le laser à colorant. La dernière de ces mesures a permis de connaître le déplacement de Lamb du niveau fondamental avec une incertitude de 60 kHz. Cependant, l'extrême finesse de la transition 1S-2S est ici de peu d'utilité : la largeur de 700 kHz de la transition 2S-4S limite la précision de la mesure, d'autant plus que c'est quatre fois cette largeur qu'il faut prendre en compte puisqu'on compare 1S-2S à quatre fois 2S-4S.

Pendant ce temps, une partie de l'équipe d'Oxford qui avait émigré à l'Université de Yale aux Etats-Unis reprenait l'expérience abandonnée à Oxford. Un résultat tout récent et non encore publié annonce une incertitude de 55 kHz [Boshier 1994].

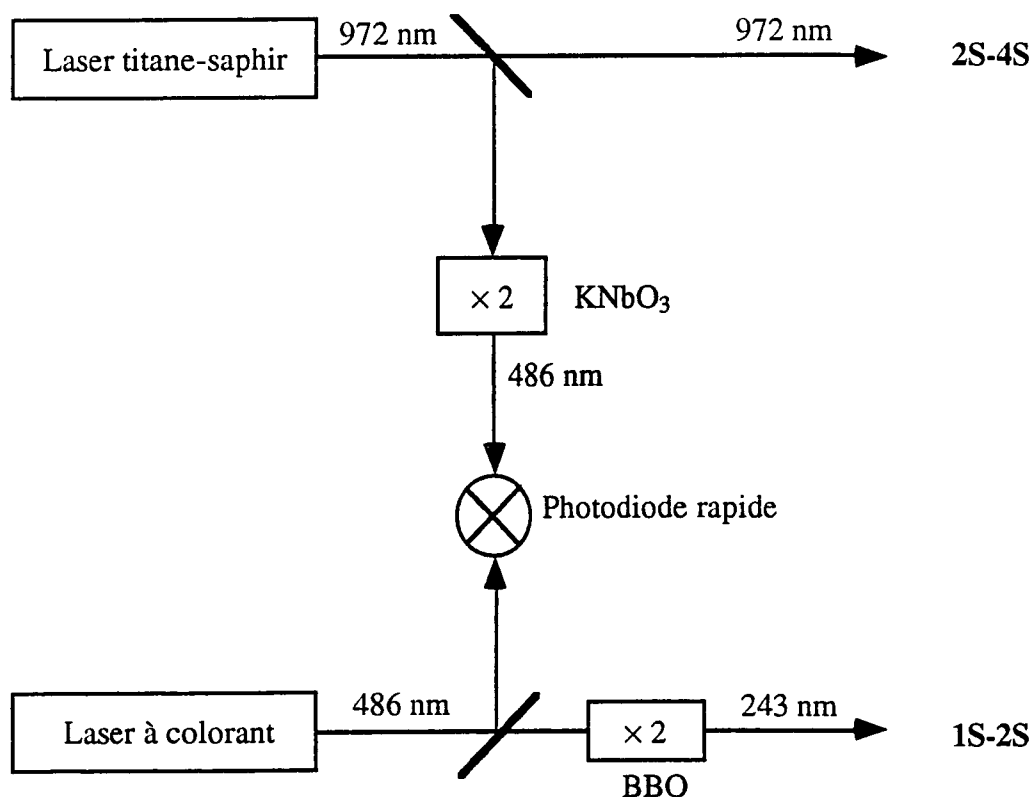


Figure 1.4

Dispositif expérimental mis en place à Garching depuis 1992.

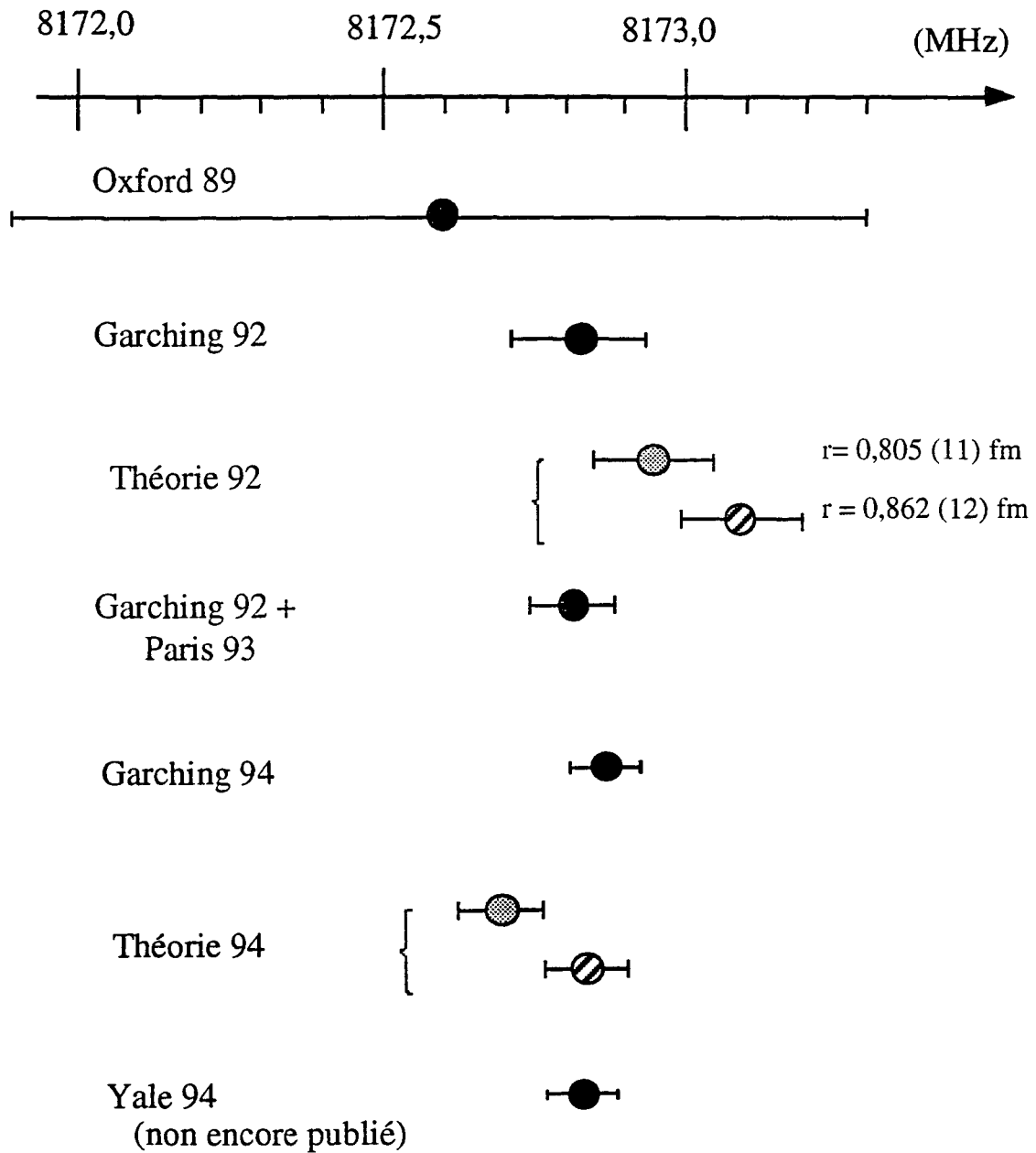


Figure 1.5

Evolution comparée des valeurs mesurées et calculées du déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène. Pour les valeurs expérimentales, les références sont celles du tableau 1.3, sauf pour "Garching 92 + Paris 93" qui est obtenue en combinant la valeur de la constante de Rydberg publiée dans [Nez 1993a], et la valeur de la transition $1S-2S$ publiée dans [Andreae 1992]. Les valeurs théoriques sont calculées pour les deux valeurs du rayon du proton. L'évolution entre 1992 et 1994 est due à des corrections "à deux boucles", calculées par Pachucki [Pachucki 1994], et qui sont discutées au chapitre 2.

4 - Présentation du principe général de notre expérience.

L'expérience mise en place dans notre groupe repose sur le même principe que celle de Garching : il s'agit d'étudier deux transitions dans l'atome d'hydrogène par spectroscopie à deux photons sans effet Doppler, et de comparer leurs fréquences. Mais les raisons évoquées plus haut nous ont conduits à choisir des transitions différentes : nous avons entrepris de comparer les transitions 1S-3S et 2S-6S ou 6D, dont les fréquences sont aussi dans un rapport quatre (figure 1.6). Ce choix présente deux avantages : la transition 2S-6S est plus fine que la

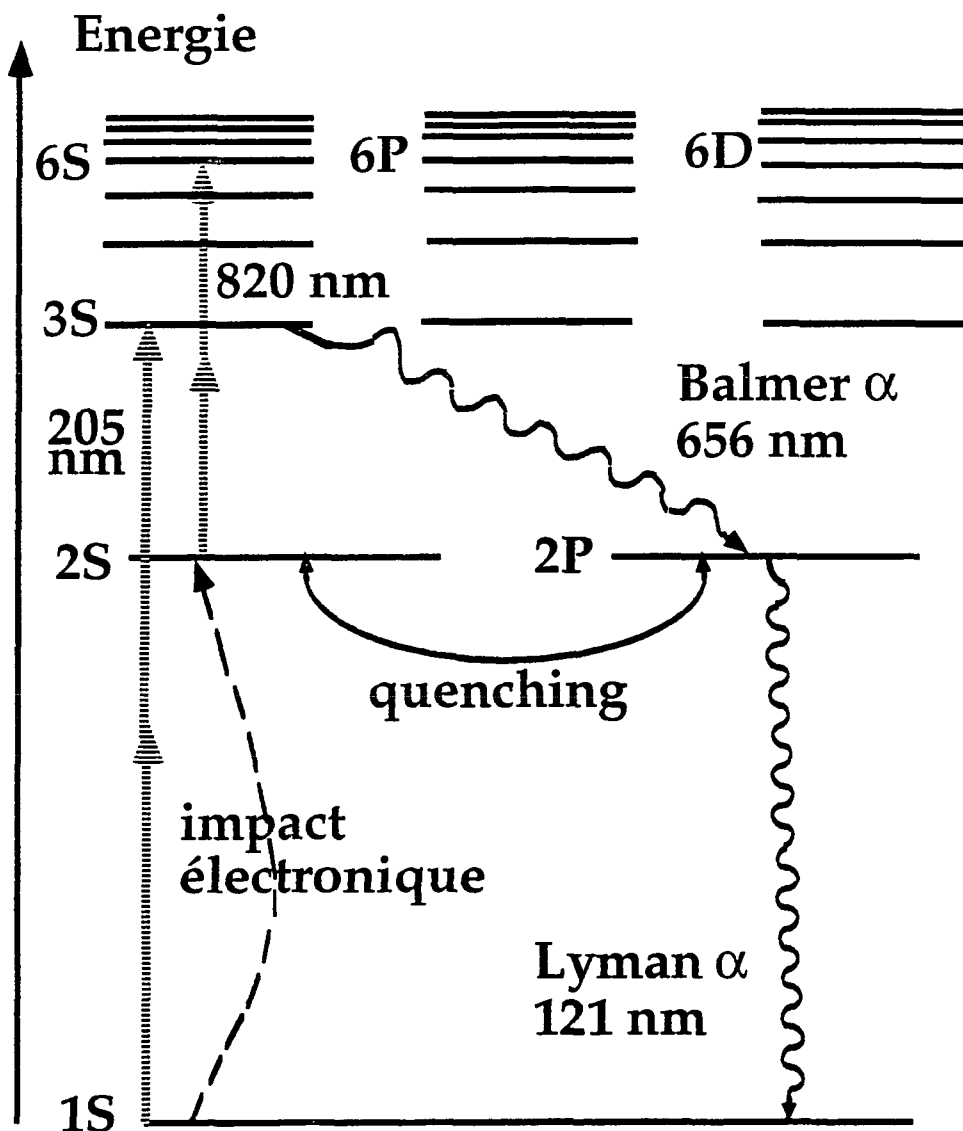


Figure 1.6

Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène et transitions utilisées dans notre expérience.

transition 2S-4S (300 kHz contre 700 kHz), et sa probabilité de transition est plus élevée (l'intensité de la raie, proportionnelle à la probabilité de transition divisée par la largeur naturelle, est 1,8 fois plus grande pour 2S-6S). La transition 1S-3S est bien entendu beaucoup plus large que 1S-2S (1 MHz contre 1,3 Hz), mais cela n'est pas trop handicapant. L'équipe de Garching compare en effet deux raies de largeurs 1,3 Hz et $4 \times 0,7 = 2,8$ MHz et est limitée par la deuxième, alors que les raies que nous avons choisies font respectivement 1 MHz et $4 \times 0,3 = 1,2$ MHz de large, ce qui est a priori plus favorable.

L'une des différences essentielles entre notre expérience et toutes celles présentées plus haut vient du fait que nous utilisons la même source laser pour étudier les deux transitions : à savoir un laser titane-saphir construit au laboratoire [Bourzeix 1993]. Nous bénéficions ainsi doublement de l'excellente stabilité du laser. La transition 2S-6S à 820 nm est excitée directement par ce laser, et nous utilisons le jet d'hydrogène atomique métastable construit pour les expériences précédentes de mesure de la constante de Rydberg [Biraben 1990]. L'observation de cette transition ne pose donc pas de problème expérimental nouveau. En revanche la transition 1S-3S est plus difficile à observer.

Le rayonnement ultra-violet à 205 nm nécessaire à l'excitation est obtenu en doublant deux fois la fréquence du laser titane-saphir précédent (voir figure 1.7). Le premier doublage est fait dans un cristal de LBO taillé à l'angle de Brewster, placé dans une cavité externe résonnante. Il s'agit d'une cavité en anneau, compensée de l'astigmatisme, dont la longueur est asservie sur la fréquence de l'onde fondamentale. Nous obtenons facilement une puissance de 300 mW de lumière bleue continue à 410 nm pour 1,5 W d'infrarouge, et jusqu'à 410 mW pour 1,9 W. La lumière doublée est récupérée derrière un miroir dichroïque d'excellente qualité (98 % de transmission à 410 nm, R_{\max} à 820 nm). La mise au point de cette cavité a nécessité l'essai de plusieurs cristaux : le premier était à incidence normale et recouvert d'un traitement anti-reflet à 820 nm qui s'est très rapidement détérioré au nettoyage. Il a donc été retaillé à l'angle de Brewster, ce qui lui a fait perdre une bonne partie de sa longueur initiale. Un autre cristal plus long (10,7 mm) et taillé lui aussi à l'angle de Brewster a donc été mis en place. Ces cristaux doubleurs sont utilisés à l'air libre. Aucune détérioration du cristal n'est apparue : actuellement, cette première cavité de doublage est très stable et a un rendement tout à fait satisfaisant.

Le deuxième doublage de fréquence s'est avéré beaucoup plus délicat. Il est fait dans un cristal de BBO placé dans une cavité externe, construite sur le même principe que la précédente. Le principal problème que nous avons rencontré est la détérioration du cristal : quand la cavité est asservie à l'air libre sur la fréquence de l'onde fondamentale, la puissance d'ultra-violet devient relativement importante dans le cristal et détériore sa surface de sortie. La puissance dans la cavité chute et même s'annule en quelques secondes. Nous avons pensé que ces détériorations étaient dues à des réactions chimiques à la surface du cristal, favorisées

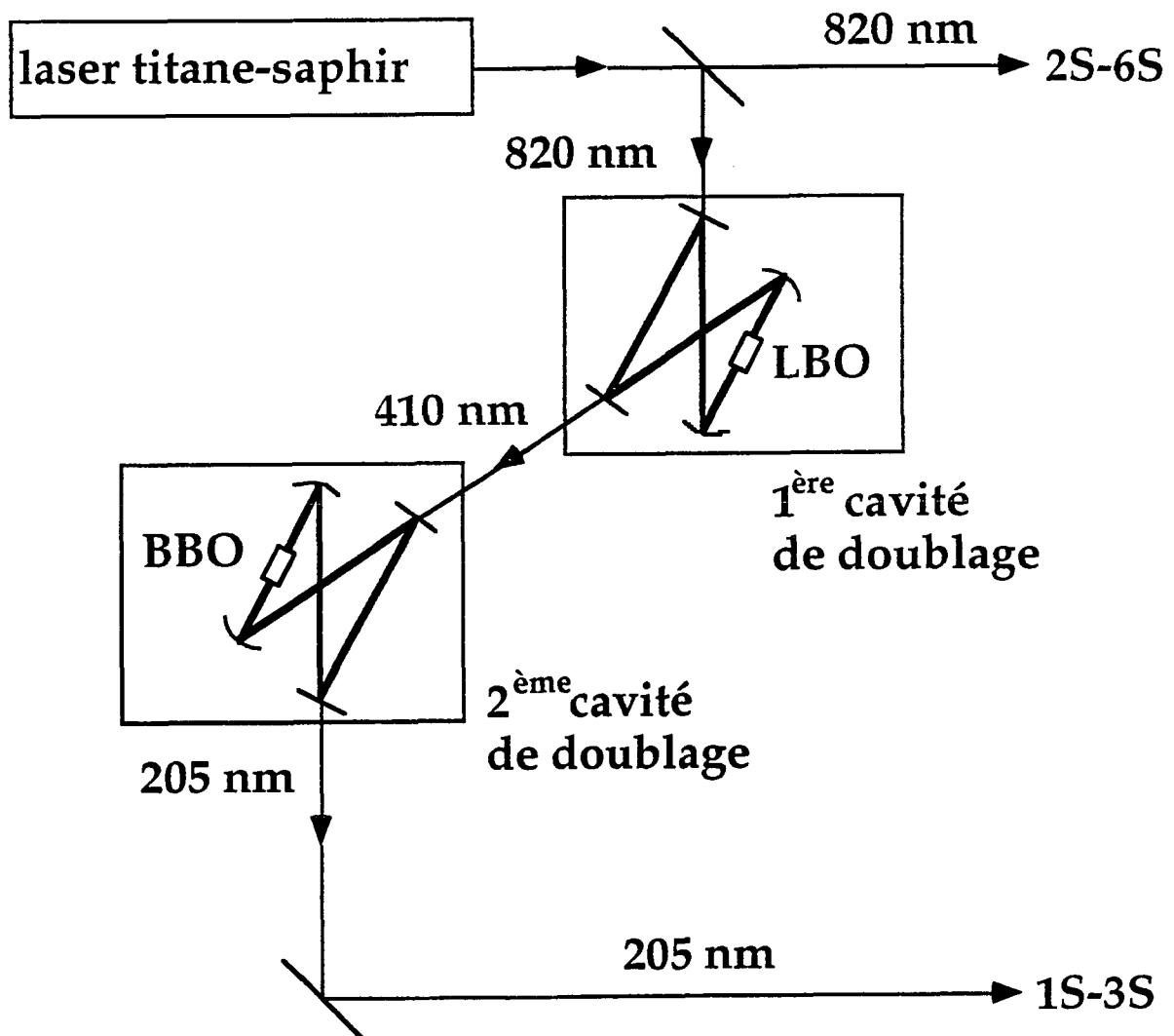


Figure 1.7

Schéma de principe des sources laser de notre expérience.

par la présence de lumière ultra-violette. La cavité a donc été mise dans un premier temps sous vide, ce qui n'a pas amélioré les choses ! Sur les conseils de D. Kleppner du MIT, nous avons placé la cavité sous atmosphère d'oxygène. L'oxygène étant l'un des constituants principaux du BBO, il empêcherait les réactions chimiques précédentes d'avoir lieu en saturant les sites réactifs à la surface du cristal. Sans avoir pu vérifier la validité de l'explication, nous avons constaté qu'effectivement le cristal se détériorait plus lentement. Cependant, pour des raisons diverses (effets thermiques et mauvaise qualité des différents cristaux que nous avons utilisés), nous n'avons pas obtenu la puissance initialement prévue. Pour 300 mW de bleu incident nous obtenons seulement 0,3 mW d'ultra-violet continu, alors que nous espérons atteindre 1 mW.

L'observation de la transition 1S-3S a nécessité la construction d'un deuxième jet atomique, d'hydrogène dans l'état fondamental. Pour les premiers essais, le jet initialement conçu a été un peu modifié, et transformé en cellule, pour augmenter le nombre d'atomes et compenser la faible intensité lumineuse dont nous disposions. Dans cette configuration, la décharge radio-fréquence utilisée pour dissocier l'hydrogène moléculaire a dû être hachée pour ne pas éblouir le photomultiplicateur servant à la détection du signal. Ces premiers essais se sont soldés par un échec essentiellement dû à une lumière parasite de post-décharge, produite par les recombinaisons atomiques et les chocs des atomes sur les parois. Deux modifications essentielles du dispositif expérimental ont cependant permis d'aboutir à un signal préliminaire, et à une pré-mesure du déplacement de Lamb. La cellule a été démontée, et la version initiale du jet atomique est maintenant utilisée. Par ailleurs, la puissance ultra-violette est modulée lentement. On élimine ainsi le problème de chauffe du cristal tout en profitant des caractéristiques spectrales d'un laser continu.

Contrairement aux mesures effectuées à Stanford, Oxford ou Garching le principe même de notre dispositif ne permet pas d'observer les deux transitions simultanément, à moins de disposer d'un deuxième laser titane-saphir suffisamment puissant. Notre équipe possède bien deux lasers titane-saphir construits exactement sur le même modèle, mais nous ne disposons que d'un seul laser de pompe à argon ionisé, ce qui limite la puissance des lasers titane-saphir. Il ne s'agit donc pas pour nous de faire une mesure en fréquence en utilisant des techniques de mélange hétérodyne, mais d'observer alternativement une transition puis l'autre et de les comparer par une méthode interférométrique, par l'intermédiaire d'une cavité Fabry-Perot très stable, asservie sur un laser He-Ne lui même stabilisé sur une raie de l'iode.

Chapitre 2

Les niveaux d'énergie de
l'atome d'hydrogène.

Chapitre 2

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

1 - Le modèle de Bohr.

L'étude des raies de l'atome d'hydrogène a débuté bien avant Balmer, Bohr et la mécanique quantique : au tout début du dix-neuvième siècle. En effet, dès cette époque, des savants comme Fraunhofer observaient le spectre solaire et voyaient des raies sombres au milieu du spectre coloré sans savoir bien entendu qu'il s'agissait des raies d'absorption de l'atome d'hydrogène présent dans les couches externes du soleil [Series 1989]. Il faudra près d'un siècle d'observations, de tâtonnements et d'essais pour qu'en 1885 Balmer trouve empiriquement sa fameuse formule qui donne les longueurs d'onde des raies de l'hydrogène situées dans le visible en fonction d'un nombre entier n : $\lambda_n = An^2 / (n^2 - 4)$. On a maintenant l'habitude d'écrire cette formule :

$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2.1.1)$$

comme un cas particulier de la formule de Rydberg qui date elle de 1889 :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2.1.2)$$

où n et p sont des entiers positifs et qui introduit phénoménologiquement la constante universelle du même nom.

En 1913 Bohr met au point son fameux modèle, qui rend compte de la formule de Rydberg, et dans lequel l'électron est en orbite circulaire autour d'un proton immobile de masse infinie [Bohr 1913]. Bohr calcule l'énergie rayonnée par un électron que l'on rapproche depuis l'infini jusqu'à une orbite supposée stable, et introduit la quantification par le biais des quanta d'énergie de Planck. Il obtient ainsi des niveaux dont l'énergie E_n est donnée par :

$$E_n = -\frac{me^4}{2n^2\hbar^2} \quad (2.1.3)$$

où m est la masse de l'électron, \hbar la constante de Planck h divisée par 2π et e est lié à la charge q de l'électron par $e^2 = q^2 / 4\pi\epsilon_0$. Il déduit de cette expression la constante de Rydberg pour un noyau de masse infinie :

$$R_\infty = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3c} \quad (2.1.4)$$

Selon ce modèle, les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène ne dépendent que du nombre quantique principal n . Cependant dès 1887, deux ans après la publication de la formule de Balmer, Michelson et Morley montrent que la raie Balmer- α est constituée en réalité de deux raies. C'est la découverte expérimentale de la structure fine qui ne sera expliquée de manière satisfaisante qu'en 1928 par la théorie de Dirac. Entre temps, la mécanique quantique et l'équation de Schrödinger, si elles constituent un changement radical de point de vue n'ont pas permis d'interpréter la structure fine puisqu'on retrouve grâce à elles les niveaux d'énergie donnés par le modèle de Bohr.

2 - La théorie de Dirac : structure fine.

La théorie quantique ne prenait donc pas en compte le caractère relativiste des particules et ne décrivait pas le spectre de l'hydrogène de façon satisfaisante. En 1928, Dirac fonde la théorie quantique des champs en proposant une équation d'onde relativiste pour l'électron, dont le traitement est encore compliqué par l'existence du spin découvert en 1926. Pour trouver son équation, Dirac procède empiriquement et par analogies avec la mécanique quantique non relativiste. Son équation est une équation matricielle qui agit sur un espace à quatre dimensions et qui est complètement covariante, c'est-à-dire invariante par les transformations du groupe de Lorentz (de même que l'équation de Schrödinger est invariante par les transformations du groupe de Galilée). Quand on applique cette équation au calcul des niveaux d'énergie des systèmes hydrogénoïdes (avec un noyau de masse infinie) on trouve que la dégénérescence du modèle de Bohr est levée : les niveaux d'énergie dépendent de n et

du moment cinétique total $j = \ell \pm 1/2$ et sont donnés par la formule suivante pour un noyau de charge $-Zq$:

$$E_{nj} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z\alpha}{n - \epsilon_j}\right)^2}} - mc^2 \quad (2.2.1)$$

où α est la constante de structure fine $\alpha = e^2 / \hbar c$ et $\epsilon_j = j + \frac{1}{2} - \sqrt{\left(j + \frac{1}{2}\right)^2 - (Z\alpha)^2}$. On utilise habituellement cette expression sous la forme d'un développement limité en puissances de α^2 dans lequel la dépendance en $1/n^3$ de la correction de structure fine apparaît clairement :

$$E_{nj} = -\frac{mc^2(Z\alpha)^2}{2n^2} \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2} \left(\frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right] \quad (2.2.2)$$

La théorie de Dirac prend en compte le caractère quantique et relativiste de l'électron mais, comme cela a été rappelé au chapitre 1, elle est encore insuffisante pour rendre compte des expériences : la dynamique du noyau et les interactions avec la lumière ne peuvent pas être traitées dans ce cadre théorique. Les calculs de ces deux types de corrections font l'objet du paragraphe suivant.

3 - Corrections de recul et corrections radiatives : le déplacement de Lamb.

L'objet de ce paragraphe est de présenter, du point de vue d'un non spécialiste, les calculs du déplacement de Lamb sans entrer, naturellement, dans les calculs eux-mêmes. Les nombreux articles publiés régulièrement sur ce sujet sont souvent difficiles à replacer dans un contexte plus général : par exemple tel auteur publie une correction "de liaison sans recul, à deux boucles" d'ordre $\alpha^2(Z\alpha)^5$, dont le sens physique échappe de prime abord au lecteur naïf. Mon but ici est donc d'expliquer la provenance des différents termes qu'on trouve dans la littérature et d'expliquer la démarche des théoriciens. J'ai été grandement aidée dans cette tâche par l'excellent article de revue de Sapirstein et Yennie [Sapirstein 1990] sur la théorie des états liés hydrogénoïdes.

Les calculs de grande précision sur les états liés diffèrent des calculs plus classiques d'électrodynamique quantique, comme ceux du moment magnétique anormal de l'électron. Pour ces derniers la théorie perturbative est parfaitement claire : améliorer la précision du calcul signifie aller plus loin dans le développement limité. En pratique, cela s'avère néanmoins difficile et fastidieux. En revanche, les calculs sur les états liés sont

essentiellement non perturbatifs : on ne peut pas développer les formules en puissances de α . On ne peut donc pas, pour arriver à un niveau de précision donné, simplement partir d'un diagramme de Feynman "source" et compter les perturbations de ce diagramme jusqu'à un ordre donné. Ici, un diagramme peut se décomposer en un terme principal et une infinité de termes correctifs qui contribuent tous à un ordre donné. De plus, on peut trouver des regroupements de diagrammes astucieux tels que les termes principaux s'éliminent. Ces calculs sont donc beaucoup moins mécaniques que les calculs classiques d'électrodynamique quantique : "il y a de nombreux chemins qui mènent à une bonne réponse, mais pas tous avec le même bonheur" [Sapirstein 1990]. Dans la pratique, bien que la théorie soit non perturbative, on peut développer certaines expressions sous forme de séries, mais non analytiques, comprenant par exemple des termes logarithmiques. Il s'agit alors de développements en fonction de α et de m/M (dans toute cette partie, on note m la masse de l'électron et M celle du noyau). Tout l'art consiste alors pour le théoricien à mettre l'expression sous une forme utilisable, pour pouvoir isoler un terme d'ordre donné et estimer les termes négligés. Ce travail est délicat car certaines contributions à un ordre donné peuvent être oubliées et par ailleurs un terme d'ordre supérieur peut avoir des coefficients multiplicateurs importants et ne pas être négligeable numériquement. Tout cela explique la publication d'articles dans lesquels les auteurs recalculent un terme d'ordre donné en expliquant qu'ils avaient dans leur publication précédente négligé ou oublié des contributions qui à leur grande surprise se révèlent prépondérantes (voir par exemple [Doncheski 1991]).

Les calculs de grande précision des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène (et plus généralement des systèmes liés) sont donc extrêmement compliqués. En théorie, l'idéal serait de traiter d'une manière globale les énergies propres de l'électron et du proton, et leurs interactions via le champ électromagnétique, mais ce n'est pas réaliste étant donné la complexité des calculs. Fort heureusement, dans la pratique, on peut traiter complètement séparément différents types d'effets physiques comme le recul du noyau d'une part et les corrections radiatives d'autre part. C'est ce qui explique l'aspect "mosaïque" des calculs publiés et qui est très déroutant pour le lecteur novice. Certains auteurs sont spécialisés dans les corrections dites "de recul pur", alors que d'autres ne calculent que des corrections "radiatives". Ces différents domaines peuvent à un moment donné ne pas avoir atteint le même niveau de précision, ce qui rend les comparaisons avec l'expérience difficiles. On appelle "corrections radiatives" les déplacements d'énergie dus à l'émission et l'absorption de photons par l'électron (termes d'auto-énergie) et aux modifications du potentiel coulombien vu par l'électron à cause de la polarisation du vide. Quand on traite ce type de corrections, on ne tient pas compte du recul du noyau sauf en remplaçant dans certaines expressions la masse de l'électron m par la masse réduite μ . Ces calculs sont similaires à ceux de l'électrodynamique "pure" pour un électron libre, mais ici on considère que l'électron se propage dans un potentiel coulombien externe. De même, quand on calcule des "corrections

de recul” où l'on tient compte réellement de la dynamique du noyau, on ignore les effets radiatifs : on met simplement dans les formules le moment magnétique anormal, phénoménologiquement. Tout cela était parfaitement vrai jusqu'à récemment, mais les calculs ont maintenant atteint une précision qui rend nécessaire de coupler les deux types d'effets. Heureusement, quand on combine les deux, on arrive à éliminer certaines difficultés propres à chaque type de calcul. En 1987 Bhatt et Grotch ont donc calculé pour la première fois un terme dit de “recul radiatif”. C'est la seule correction de ce genre calculée à ce jour. Enfin, il existe une quatrième catégorie, comprenant des effets divers : de structure du noyau (taille finie, polarisabilité), d'interactions faibles etc ... Dans le cas de l'hydrogène, seule la correction de taille finie du noyau est non négligeable. Un calcul récent des effets de structure nucléaire au deuxième ordre [Pachucki 1993a], c'est-à-dire de polarisabilité du noyau, prévoit un déplacement de -60 Hz pour le niveau 1S de l'atome d'hydrogène, ce qui n'est pas observable expérimentalement (il est intéressant de noter que pour le deutérium cet effet est beaucoup plus important et vaut -19 kHz).

La suite de cette partie est une revue des calculs des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. En réalité, j'ai donné les formules pour tout système hydrogénoïde, c'est pourquoi les formules dépendent de Z . Les différentes corrections sont classées par type d'effet physique, et non pas rassemblées dans une grande formule générale.

a - Les corrections de recul.

L'usage veut que l'on prenne comme point de départ des calculs les niveaux d'énergie donnés par l'équation de Dirac dans laquelle on a remplacé la masse de l'électron par la masse réduite μ , c'est-à-dire les niveaux modifiés par une première correction de masse réduite ΔE_1 :

$$E_{nj}^{\mu} = \frac{\mu}{m} E_{nj} = E_{nj} + \Delta E_1(\text{masse réduite}) \quad (2.3.1)$$

avec :

$$\Delta E_1(\text{masse réduite}) = -\frac{m}{m+M} E_{nj} \quad (2.3.2)$$

Ce choix est arbitraire, et ne repose sur aucune justification théorique puisque le problème à deux corps n'est pas solvable dans le cadre de la théorie de Dirac. Néanmoins, choisir cette expression comme point de départ présente l'avantage d'inclure grâce à un simple facteur d'échelle μ/m une partie des termes de recul. On évite ainsi de traiter tous les effets de la dynamique du noyau de façon perturbative.

On peut développer E_{nj}^{μ} en puissances de $(Z\alpha)^2$:

$$E_{nj}^{\mu} = -\mu c^2 \left[\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} + A_{nj} \frac{(Z\alpha)^4}{2n^3} + B_{nj} \frac{(Z\alpha)^6}{8n^3} + \dots \right] \quad (2.3.3)$$

avec :

$$A_{nj} = \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \quad (2.3.4)$$

$$B_{nj} = \frac{1}{(j+1/2)^3} + \frac{3}{n(j+1/2)^2} + \frac{5}{2n^3} - \frac{6}{n^2(j+1/2)}$$

Dans cette formule qui constitue notre “ordre zéro”, la dépendance en masse est naturellement inexacte. La formule exacte jusqu’à l’ordre $(Z\alpha)^4$ fut calculée pour la première fois par Barker et Glover [Barker 1955] en faisant un développement en puissance de $Z\alpha$ d’une équation relativiste à deux corps (équation de Breit). Ils obtiennent les corrections de recul à l’ordre $(Z\alpha)^4$ qui se décomposent en un premier terme en $m(m/M)(Z\alpha)^4$ que l’on appelle encore correction de masse réduite, et un deuxième terme en $m(m/M)^2(Z\alpha)^4$ dû au couplage spin-orbite :

$$\Delta E^{(4)}(\text{rec}) = \Delta E_2(\text{masse réduite}) + \Delta E(\text{spin} - \text{orbite}) \quad (2.3.5)$$

avec

$$\Delta E_2(\text{masse réduite}) = -\frac{\mu^2 c^2}{M+m} \frac{(Z\alpha)^4}{8n^4} \quad (2.3.6)$$

$$\Delta E(\text{spin} - \text{orbite}) = \frac{\mu^3 c^2}{M^2} \frac{(Z\alpha)^4}{2n^3} \left[\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\ell+\frac{1}{2}} \right] (1 - \delta_{\ell 0})$$

Du point de vue des diagrammes de Feynman, ces termes correspondent à la figure 2.1 : l’électron et le proton échangent un photon “coulombien” (longitudinal) qu’on symbolise par un trait en pointillé ou un photon transverse symbolisé par une ligne ondulée.

Seul le deuxième terme qui vient du couplage spin-orbite dépend de ℓ et participe (encore que très peu) au déplacement de Lamb historique, c’est-à-dire à l’écart $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$. Cette convention a été adoptée de façon plus générale pour le calcul des niveaux d’énergie : les corrections de masse réduite ne sont pas comptées dans le déplacement de Lamb. L’énergie d’un niveau donné peut donc s’écrire :

$$E = E_{nj}(\text{Dirac}) + \Delta E(\text{masse réduite}) + \Delta E(\text{déplacement de Lamb}) \quad (2.3.7)$$

avec $\Delta E(\text{masse réduite}) = \Delta E_1 + \Delta E_2$. Comme le terme $\Delta E(\text{spin} - \text{orbite})$ est nul pour les états S, le calcul du déplacement de Lamb du niveau fondamental ne commence en fait que maintenant, et inclut toutes les corrections qui vont suivre.

En utilisant l’équation de Breit on passe complètement à côté des termes d’ordre $(Z\alpha)^5$. Pour les calculer, il faut utiliser l’équation complètement covariante de Bethe-

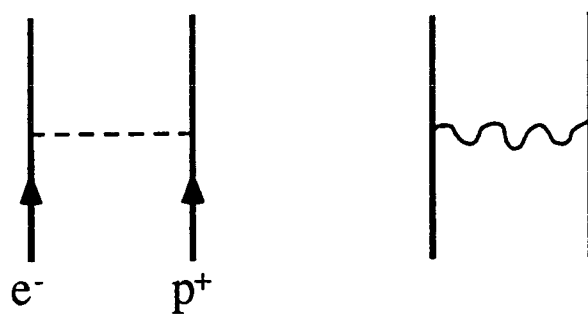


Figure 2.1
Diagrammes de Feynman contribuant
aux corrections de recul d'ordre $(Z\alpha)^4$

Salpeter : c'est Salpeter qui fit le calcul pour la première fois [Salpeter 1952]. Ces corrections (et les suivantes) d'ordre plus élevé en $Z\alpha$ font intervenir un véritable formalisme de théorie des champs et sont souvent appelées "corrections de recul pur" par opposition aux précédentes. Les diagrammes qui contribuent à cette correction d'ordre $m^2/M(Z\alpha)^5$ sont ceux de la figure 2.2a : ils correspondent aux échanges électron-proton suivants :

- deux photons coulombiens.
- un photon transverse avec un nombre quelconque d'interactions coulombiennes entre son émission et son absorption.
- deux photons transverses "en mouette" ("seagull correction" en anglais).

On peut écrire ces corrections sous la forme suivante :

$$\Delta E^{(5)}(\text{rec}) = \frac{\mu^3 c^2 (Z\alpha)^5}{mM \pi n^3} \left[\left\{ \frac{2}{3} \ln \left(\frac{1}{Z\alpha} \right) - \frac{1}{9} \right\} \delta_{\ell 0} - \frac{8}{3} \ln k_0(n, \ell) - \frac{7}{3} a_n - \frac{2\delta_{\ell 0}}{M^2 - m^2} \left(M^2 \ln \frac{m}{\mu} - m^2 \ln \frac{M}{\mu} \right) \right] \quad (2.3.8)$$

où a_n est donné par

$$a_n = -2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} + \ln \frac{2}{n} + 1 - \frac{1}{2n} \right) \delta_{\ell 0} + \frac{1 - \delta_{\ell 0}}{\ell(\ell+1)(2\ell+1)} \quad (2.3.9)$$

et $\ln k_0(n, \ell)$ est le logarithme de Bethe (pour les valeurs numériques de ce logarithme voir par exemple [Huff 1969] pour $n=1$ et $n=2$ ou [Erickson 1977] pour une table des valeurs de $n=1$ à 20).

Enfin les corrections d'ordre $m^2/M(Z\alpha)^6$ n'ont été complètement calculées que tout récemment [Doncheski 1991]. Les auteurs utilisent un formalisme basé sur une approximation à trois dimensions de l'équation de Bethe-Salpeter. En effet, cette équation relativiste est une équation intégrale en dimension quatre : la résoudre directement jusqu'au niveau de précision nécessaire est extrêmement lourd et même inutile. La correction obtenue est en partie le résultat de calculs numériques :

$$\Delta E^{(6)}(\text{rec}) = \frac{m^2 c^2 (Z\alpha)^6}{M n^3} \left[\frac{5}{2} - \ln 2 - 4,25 + \ln \left(\frac{1}{Z\alpha} \right) \right] \delta_{\ell 0} \quad (2.3.10)$$

Les diagrammes de Feynman qui entrent en jeu dans ce calcul sont

- d'une part ceux de la figure 2.2a, où les calculs sont poussés plus loin que dans le calcul à l'ordre 5
- d'autre part ceux de la figure 2.2b : échange de trois photons coulombiens ou d'un photon coulombien et de deux photons transverses "en mouette".

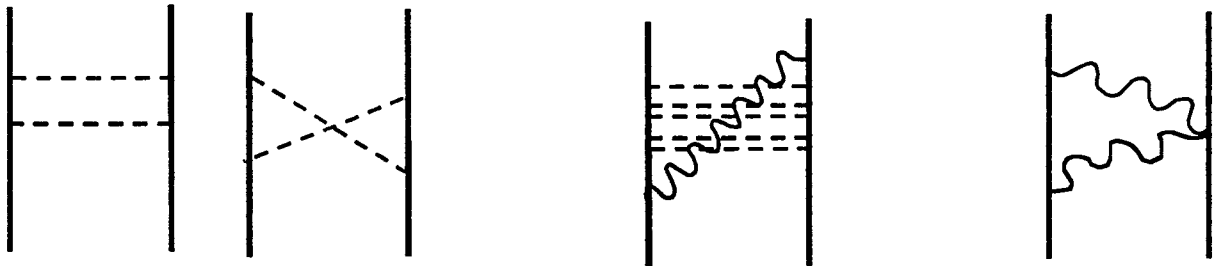


Figure 2.2a

Diagrammes de Feynman contribuant
aux corrections de recul d'ordre $(Z\alpha)^5$ et $(Z\alpha)^6$

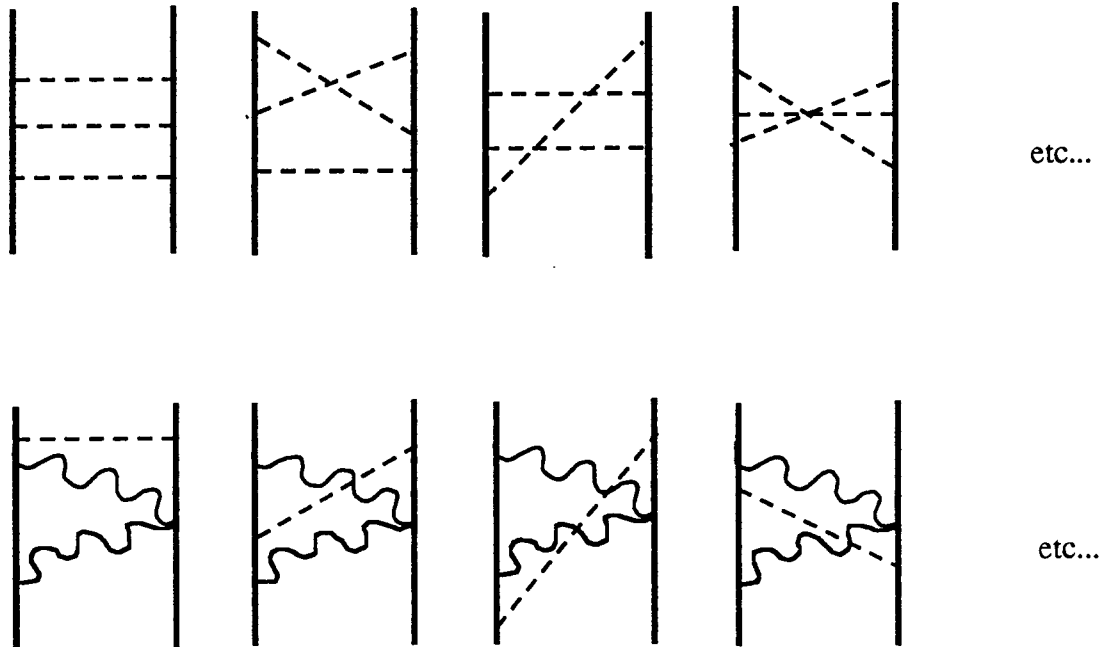


Figure 2.2b

Diagrammes de Feynman contribuant
aux corrections de recul d'ordre $(Z\alpha)^6$

b - Les corrections radiatives.

La contribution la plus importante au déplacement de Lamb est due aux corrections radiatives qui mettent en jeu des diagrammes de Feynman à une seule boucle représentés sur la figure 2.3 : termes d'auto-énergie (incluant le moment magnétique anormal de l'électron) et de polarisation du vide. Le double trait représente l'électron dans le potentiel coulombien externe du noyau. Ici, le proton n'est plus traité d'un point de vue dynamique, mais comme un potentiel effectif. Ces calculs se rapprochent donc des calculs d'électrodynamique quantique classiques, mais on remplace le propagateur de Feynman habituel pour un électron libre par un propagateur dans un champ coulombien externe (représentation de Furry [Furry 1951]). Ces corrections à une boucle peuvent se mettre sous la forme :

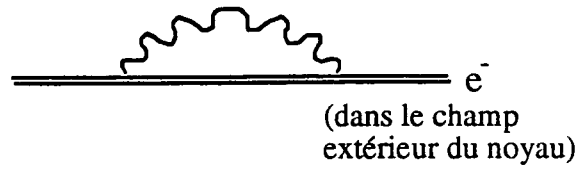
$$\Delta E(\text{une boucle}) = \frac{mc^2}{n^3} \frac{\alpha}{\pi} (Z\alpha)^4 F_n(Z\alpha) \quad (2.3.11)$$

Pour des petites valeurs de Z , la fonction $F_n(Z\alpha)$ peut être développée en puissances de $Z\alpha$, c'est-à-dire en puissances du potentiel coulombien créé par le noyau. Dans la littérature, on fait souvent référence aux termes d'ordre 5 et 6 en $Z\alpha$ sous l'appellation "corrections de liaison" (ou "binding corrections" en anglais). Comme je l'ai expliqué plus haut le potentiel du noyau ne peut pas être traité perturbativement car le calcul prend en compte une infinité "d'échanges" coulombiens : la figure 2.4 représente des diagrammes typiques inclus dans l'approximation du potentiel extérieur. La croix symbolise ce potentiel, et il peut y avoir une infinité d'interactions. Le traitement non perturbatif explique la présence de termes en $\ln(Z\alpha)$. Il peut être utile de remarquer que ΔE est néanmoins une expression perturbative dans le sens où les diagrammes pris en compte sont ceux à une seule boucle : c'est le facteur α/π qui en est la traduction. C'est pourquoi quand nous considérerons plus loin les diagrammes à deux boucles, nous aurons un terme en $(\alpha/\pi)^2$. Pour les corrections à une boucle, l'expression de F_n est la suivante :

$$F_n(Z\alpha) = A_{40} + A_{41} \ln\left(\frac{m}{\mu(Z\alpha)^2}\right) + (Z\alpha)A_{50} \\ + (Z\alpha)^2 \left[A_{60} + A_{61} \ln\left(\frac{m}{\mu(Z\alpha)^2}\right) + A_{62} \ln^2\left(\frac{m}{\mu(Z\alpha)^2}\right) + o(Z\alpha) \right] \quad (2.3.12)$$

Certains effets de recul sont "incorporés" dans l'expression de F_n grâce à la masse réduite. La plupart des termes ont ainsi une dépendance en $(\mu/m)^3$, qui vient d'un simple facteur d'échelle sur la fonction d'onde. Les termes de spin-orbite, associés au moment magnétique anormal de l'électron acquièrent eux un facteur $(\mu/m)^2$. Par ailleurs, j'ai adopté ici la formulation de Sapirstein et Yennie [Sapirstein 1990] dans laquelle l'argument du logarithme est $(m/\mu)(Z\alpha)^{-2}$ au lieu de $(Z\alpha)^{-2}$ qu'on trouve habituellement dans la littérature.

Auto-énergie



Polarisation du vide

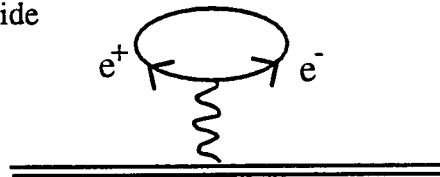


Figure 2.3

Diagrammes de Feynman à une boucle contribuant aux corrections radiatives.

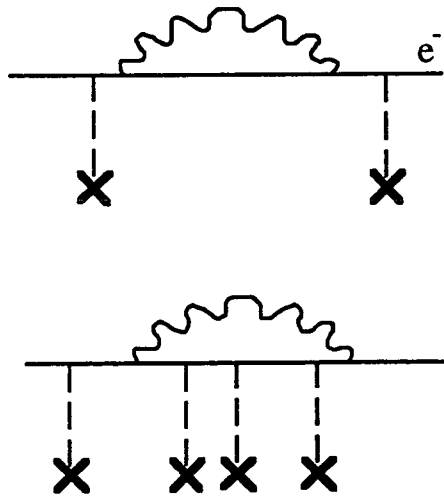


Figure 2.4

Diagrammes de Feynman inclus dans l'approximation du champ extérieur.

Le calcul de $F_n(Z\alpha)$ s'est fait petit à petit sur plus de quarante ans, et il n'est pas clos : Les termes à l'ordre 6 sont encore sujets à discussion [Pachucki 1993b], et les termes d'ordre supérieur n'ont pas encore été calculés. Je donne ici les valeurs des différentes constantes A_{ij} pour les niveaux $n=1$ et $n=2$. Quand cela est possible une formule générale, valable pour tout n , est préférée.

$$A_{40} = \left[\left(\frac{10}{9} - \frac{4}{15} \right) \delta_{\ell 0} - \frac{4}{3} \ln k_0(n, \ell) \right] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3 + (1 - \delta_{\ell 0}) \frac{2(j - \ell)}{(2j + 1)(2\ell + 1)} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2$$

$$A_{41} = \frac{4}{3} \left(\frac{\mu}{m} \right)^3 \delta_{\ell 0}$$

$$A_{50} = 4\pi \left[\frac{139}{128} + \frac{5}{192} - \frac{1}{2} \ln 2 \right] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3 \delta_{\ell 0}$$

$$A_{61}(1S) = \left[\frac{28}{3} \ln 2 - \frac{21}{20} - \frac{2}{15} \right] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$$

$$A_{61}(2S) = \left[\frac{16}{3} \ln 2 + \frac{67}{30} - \frac{2}{15} \right] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$$

$$A_{61}(2P_{1/2}) = \frac{103}{180} \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$$

$$A_{61}(2P_{3/2}) = \frac{29}{90} \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$$

$$A_{62} = - \left(\frac{\mu}{m} \right)^3 \delta_{\ell 0}$$

Toutes ces expressions comprennent les effets d'auto-énergie (AE) y compris le moment magnétique anormal de l'électron et les effets de polarisation du vide (PV) qui valent : $-\frac{4}{15}$

dans A_{40} , $\frac{5}{192}$ dans A_{50} et $-\frac{2}{15}$ dans A_{61} . Pour A_{60} on a : $A_{60} = [A_{AE} + A_{PV}] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$. Les

contributions de l'auto-énergie et de la polarisation du vide sont explicitement séparées, car les calculs sont exacts pour A_{PV} , mais numériques pour A_{AE} . On a :

$$A_{PV}(1S) = \left[\frac{4}{15} \ln 2 - \frac{1289}{1575} + \frac{19}{45} - \frac{\pi^2}{27} \right]$$

$$A_{PV}(2S) = \left[-\frac{743}{900} + \frac{19}{45} - \frac{\pi^2}{27} \right]$$

$$A_{PV}(2P_{1/2}) = -\frac{9}{140}$$

$$A_{PV}(2P_{3/2}) = -\frac{1}{70}$$

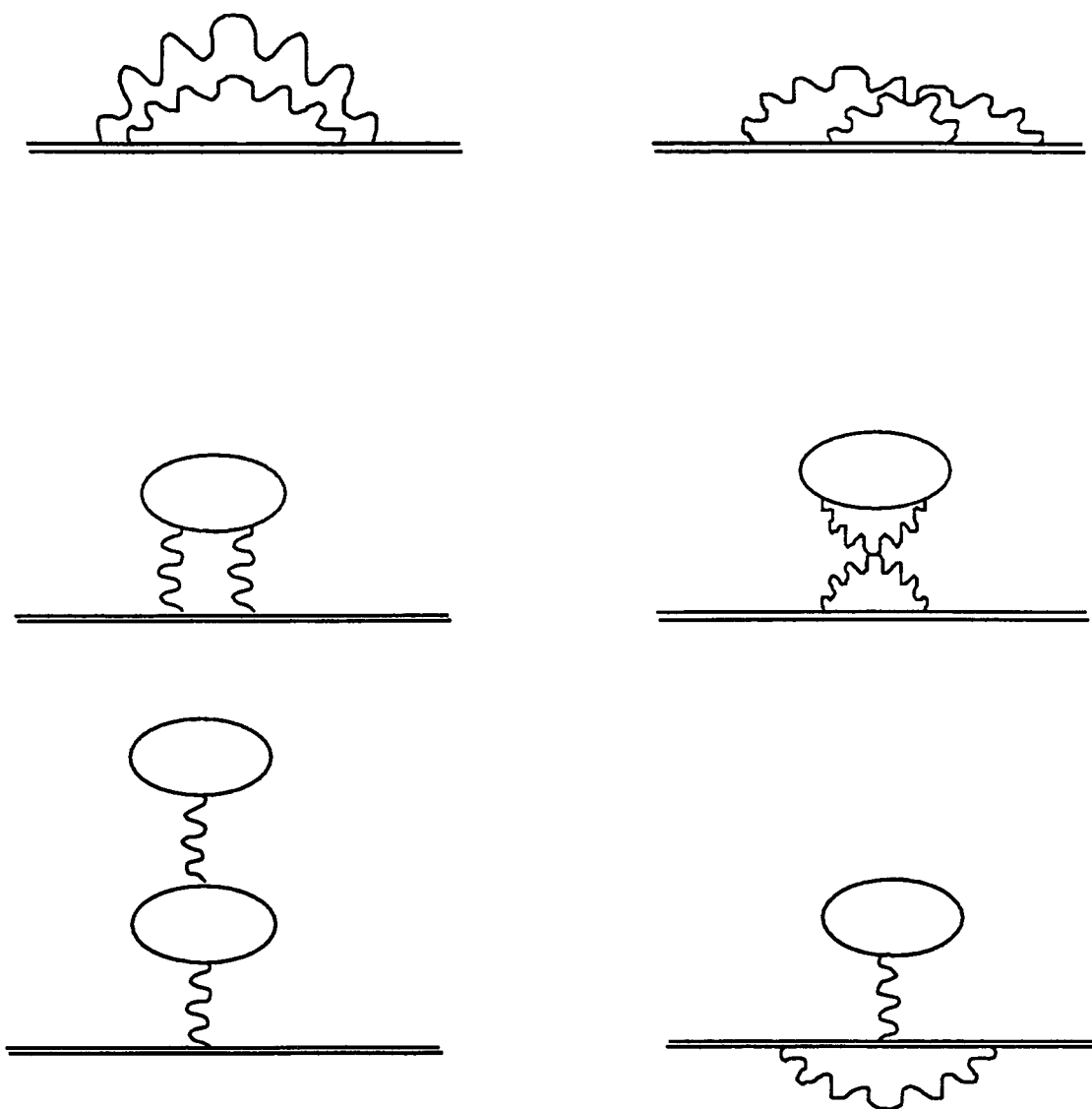


Figure 2.5
Diagrammes de Feynman à deux boucles
contribuant aux corrections radiatives .

Le terme A_{AE} dans A_{60} est encore l'objet de discussions. Il a été calculé plusieurs fois [Erickson 1971], [Sapirstein 1981] avec des résultats incohérents. Je donne ici les valeurs de [Sapirstein 1990] calculées par extrapolations pour les petits Z à partir des résultats de [Mohr 1982] valables pour les Z grands :

$$A_{AE}(1S) = -30,3 (1,5)$$

$$A_{AE}(2S) = -32,1 (1,5)$$

$$A_{AE}(2P_{1/2}) = -0,8 (0,3)$$

$$A_{AE}(2P_{3/2}) = -0,5 (0,3)$$

Tout récemment, ce terme a été recalculé de façon directe et beaucoup plus précise [Pachucki 1993b] pour les états 1S et 2S :

$$A_{AE}(1S) = -30,92890 (1)$$

$$A_{AE}(2S) = -31,84047 (1)$$

Nous pouvons maintenant passer aux corrections radiatives d'ordre supérieur, c'est-à-dire celles qui mettent en jeu des diagrammes de Feynman à deux boucles. Ces diagrammes sont représentés sur la figure 2.5. L'expression de la correction d'énergie est complètement analogue à celle écrite pour les diagrammes à une boucle :

$$\Delta E(\text{deux boucles}) = \frac{mc^2}{n^3} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 (Z\alpha)^4 H_n(Z\alpha) \quad (2.3.13)$$

Pour des raisons techniques, le calcul de H_n est moins difficile que celui de F_n , il est cependant beaucoup moins avancé. Jusqu'à présent seul l'ordre 0 en $Z\alpha$ était connu. La première correction de liaison (c'est-à-dire le terme d'ordre 1 en $Z\alpha$ dans H_n) n'a été calculée complètement que tout récemment [Pachucki 1994]. Comme pour F_n les différentes contributions d'auto-énergie, de moment magnétique anormal et de polarisation du vide ont été regroupées dans l'expression suivante :

$$H_n = B_{40} + (Z\alpha)B_{50}$$

avec

$$B_{40}(\ell = 0) = \left[-\frac{4358}{1296} - \frac{10}{27}\pi^2 + \frac{3}{2}\pi^2 \ln 2 - \frac{9}{4}\zeta(3) \right] \left(\frac{\mu}{m} \right)^3$$

$$B_{40}(\ell \neq 0) = \left[-\frac{197}{72} + \frac{\pi^2}{6} - \pi^2 \ln 2 + \frac{3}{2}\zeta(3) \right] \frac{2(j-\ell)}{(2j+1)(2\ell+1)} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2$$

et

$$B_{50} = -21,2 (5) \delta_{\ell 0}$$

où ζ est la fonction zeta de Riemann : $\zeta(3)=1,202050569$. Les corrections à trois photons n'ont quant à elles pas été calculées, mais le facteur $(\alpha/\pi)^3$ qui apparaîtra rend a priori cette correction inférieure à 1 kHz, c'est-à-dire négligeable à notre niveau de précision.

c - Les corrections de recul radiatif.

On appelle ainsi des corrections qui mélangent des effets de recul et des effets radiatifs. On peut les considérer comme des corrections de recul en m/M aux termes radiatifs ci-dessus. Le premier terme de ce type qu'on s'attend à trouver est donc en $(m^2/M)\alpha(Z\alpha)^4$. En réalité, ce terme est déjà compris dans l'expression de F_n , grâce au facteur $\frac{\mu}{m} \approx 1 - \frac{m}{M}$. La première correction de recul radiatif est donc à l'ordre suivant. Elle a été calculée par Bhatt et Grotch [Bhatt 1987] :

$$\Delta E(\text{rec. rad.}) = \frac{m^2 c^2}{M} \frac{\alpha(Z\alpha)^5}{n^3} \left[\frac{35}{4} \ln 2 - \frac{7333}{960} - 0,415(4) \right] \delta_{\ell 0} \quad (2.3.14)$$

Elle correspond aux diagrammes de Feynman de la figure 2.6. Dans ce type de calculs il faut faire attention à ne pas compter plusieurs fois les mêmes termes : les points noirs dessinés sur certains propagateurs signifient qu'il faut soustraire la contribution équivalente dans l'approximation du potentiel extérieur, qui a déjà été comptée dans les corrections radiatives.

d - Les corrections de taille du noyau.

Cette correction purement électrostatique est d'une nature physique différente des précédentes. Jusqu'à présent en effet, la structure du noyau n'était pas prise en compte dans les calculs. Le fait que la charge du noyau n'est pas ponctuelle modifie l'énergie des niveaux S, qui ont une probabilité de présence élevée au voisinage du noyau. Cette correction dépend théoriquement de la distribution réelle de la charge dans le noyau. En réalité, un modèle très simple où la distribution de charge est supposée sphérique, avec un rayon quadratique moyen $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ est largement suffisant. On obtient alors très simplement la correction suivante :

$$\Delta E(\text{taille noyau}) = \frac{\mu c^2}{(\hbar / \mu c)^2} \frac{2}{3n^3} (Z\alpha)^4 \langle r^2 \rangle \delta_{\ell 0} \quad (2.3.15)$$

Dans le cas de l'hydrogène, le noyau est simplement un proton, mais comme cela a déjà été mentionné au chapitre 1, il existe deux valeurs expérimentales du rayon du proton qui sont en désaccord : $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,805(11)$ [Hand 1963] et $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,862(12)$ [Simon 1980]. L'incertitude sur la valeur de ce rayon est la principale limitation à la précision des calculs du déplacement de Lamb. Enfin, j'ai déjà évoqué plus haut des effets d'ordre supérieur, tels que la polarisabilité du noyau [Pachucki 1993a], mais qui sont complètement négligeables dans le cas de l'hydrogène.

Le tableau 2.1 récapitule les différentes corrections présentées jusqu'ici, et donne pour chacune d'elle son ordre de grandeur pour le niveau 1S de l'atome d'hydrogène, ainsi que la référence de la formule.

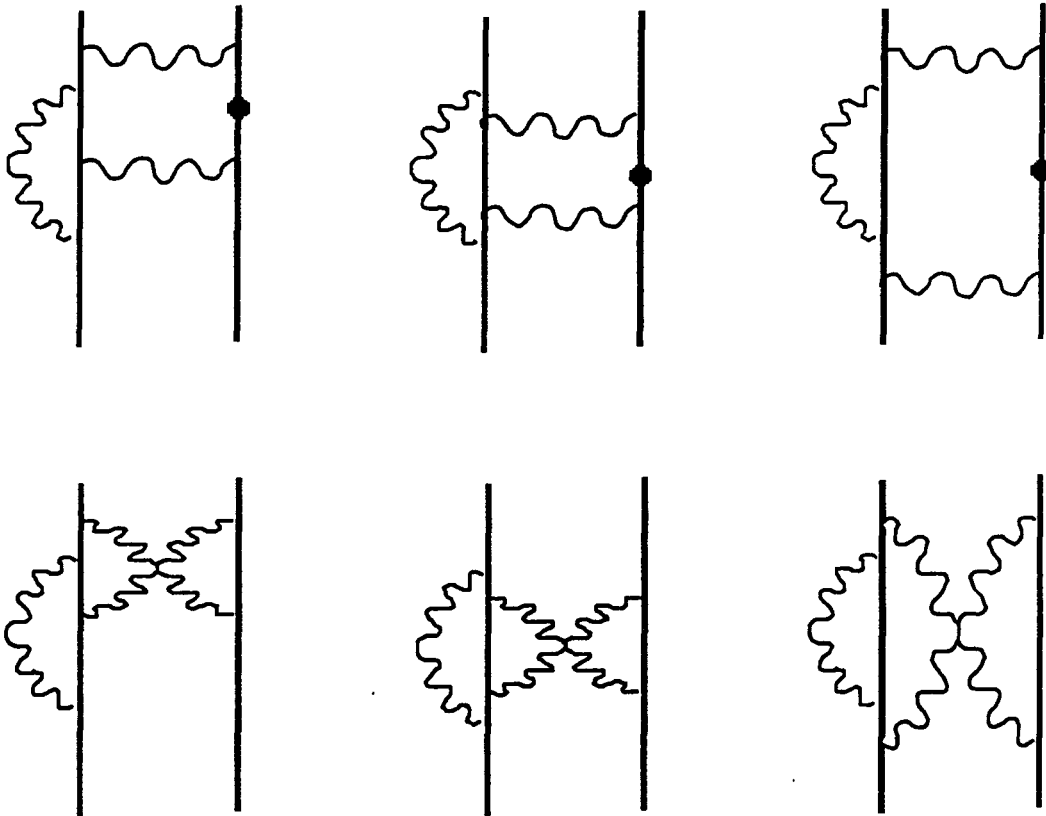


Figure 2.6
Diagrammes de Feynman contribuant
aux corrections de recul radiatif.

Tableau 2.1 Niveaux d'énergie des systèmes hydrogénoïdes

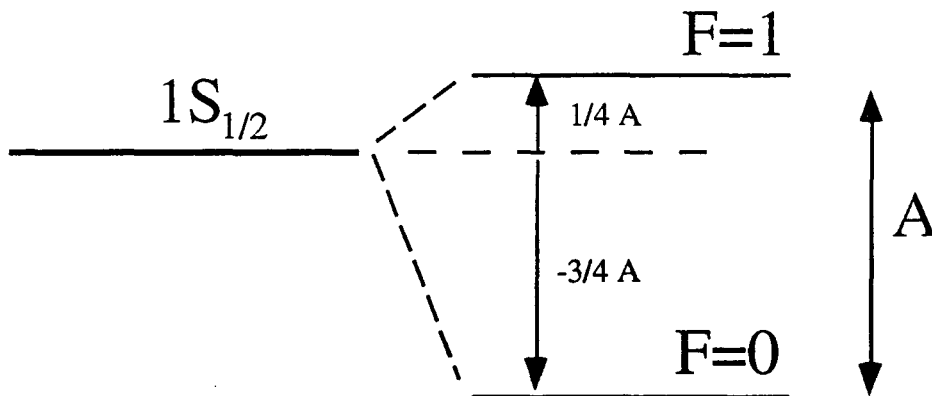
Effet physique concerné		Ordre de grandeur (formule)	Valeur relative (Z=1)	Référence de la formule théorique
Corrections relativistes et de recul du noyau	Système relativiste	$mc^2(Z\alpha)^2$	1	Formule de Dirac avec masse réduite
	à deux corps : diagrammes à un photon	$mc^2\left(\frac{m}{M}\right)(Z\alpha)^4$	10 ⁻⁸	Approximation de l'équation de Breit : [Barker 1955] ou éq. 2.3 [Sapirstein 1990], éq. 2.7 - 2.8 [Erickson 1977]
		$mc^2\left(\frac{m}{M}\right)^2(Z\alpha)^4$	10 ⁻¹⁰	
	Recul pur : diagrammes à deux photons	$mc^2\left(\frac{m}{M}\right)(Z\alpha)^5$	10 ⁻⁹	Equation. de Bethe-Salpeter : [Salpeter 1952] ou éq. 2.7 [Sapirstein 1990], ou éq. 2.9 [Erickson 1977]
$mc^2\left(\frac{m}{M}\right)(Z\alpha)^6$		10 ⁻¹¹	éq. 6.3 [Doncheski 1991]	
corrections radiatives	Diagrammes à une boucle	$mc^2\frac{\alpha}{\pi}(Z\alpha)^4$	10 ⁻⁶	pour une synthèse : éq. 2.5 [Sapirstein 1990], le terme en $(Z\alpha)^6$ a été recalculé dans [Pachucki 1993b]
		$mc^2\frac{\alpha}{\pi}(Z\alpha)^5$	10 ⁻⁸	
		$mc^2\frac{\alpha}{\pi}(Z\alpha)^6$	10 ⁻⁹	
	Diagrammes à deux boucles	$mc^2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2(Z\alpha)^4$	10 ⁻⁹	éq. 2.10 [Sapirstein 1990], éq. 2.12 - 2.15 [Erickson 1977] [Pachucki 1994]
		$mc^2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2(Z\alpha)^5$	10 ⁻¹⁰	
à trois boucles	$mc^2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3(Z\alpha)^4$	<10 ⁻¹²	Non encore calculé	
Corrections de recul radiatif		$mc^2\left(\frac{m}{M}\right)\alpha(Z\alpha)^5$	10 ⁻¹¹	équation 8 [Bhatt 1987] ou éq.2.8 [Sapirstein 1990]
Corrections de taille finie du noyau		$\frac{m^3c^4}{\hbar^2}\langle r^2\rangle(Z\alpha)^4$	10 ⁻¹⁰	éq. 2.11 [Sapirstein 1990], éq. 2.30 [Erickson 1977]

5 - La structure hyperfine.

Pour être complets, les calculs des niveaux d'énergie doivent tenir compte de l'interaction entre l'électron et le spin du noyau. Cette interaction a pour effet de séparer les états de moment cinétique total différents : on appelle cette levée de dégénérescence structure hyperfine. La première formulation théorique en fut donnée par Fermi [Fermi 1930]. Le sous niveau de moment $F=I+j$, où I est le spin du noyau et j le moment cinétique total de l'électron acquiert une énergie supplémentaire :

$$\Delta E_{nj}^F(\text{shf}) = \frac{3}{8} \frac{A}{n^3} \frac{F(F+1) - I(I+1) - j(j+1)}{j(j+1)(2\ell+1)} \quad (2.5.1)$$

La constante A représente en fait l'écart hyperfin entre les niveaux $F=0$ et $F=1$ de l'état $1S$.



Il est clair que la connaissance de A permet de calculer l'énergie de n'importe quel sous-niveau de nombres quantiques $n\ell jF$. Selon la théorie de Fermi, A s'exprime en fonction des constantes fondamentales : $\frac{3}{8}A = Rhc\alpha^2 g_I \frac{m}{M}$, où g_I est le facteur de Landé du spin du noyau.

Il faut naturellement apporter un certain nombre de corrections de recul, d'électrodynamique quantique etc... à la théorie de Fermi. Mais toutes ces corrections des niveaux d'énergie ont une propriété extrêmement intéressante : elles sont toutes proportionnelles à la formule de Fermi elle-même. En clair seule la constante A est modifiée dans la formule ci-dessus. On pourra trouver une revue des différents calculs dans [Sapirstein 1990]. Je ne les donne pas ici car cet écart hyperfin, qui vaut 1420,4057517667 (9) MHz, est l'une des grandeurs physiques les mieux connues expérimentalement, grâce aux mesures hyper-fréquence et au MASER à hydrogène [Hellwig 1970], [Essen 1971]. La précision des calculs est pour l'instant cinq ordres de grandeur en dessous de la précision des mesures (qui est de 10^{-12}) : il va de soi que c'est la valeur expérimentale que nous utilisons. Une fois A connu, on peut remonter immédiatement à la position du centre de gravité des sous-niveaux hyperfins, c'est-à-dire au niveau d'énergie calculé sans tenir compte de la structure hyperfine : celle-ci s'élimine donc

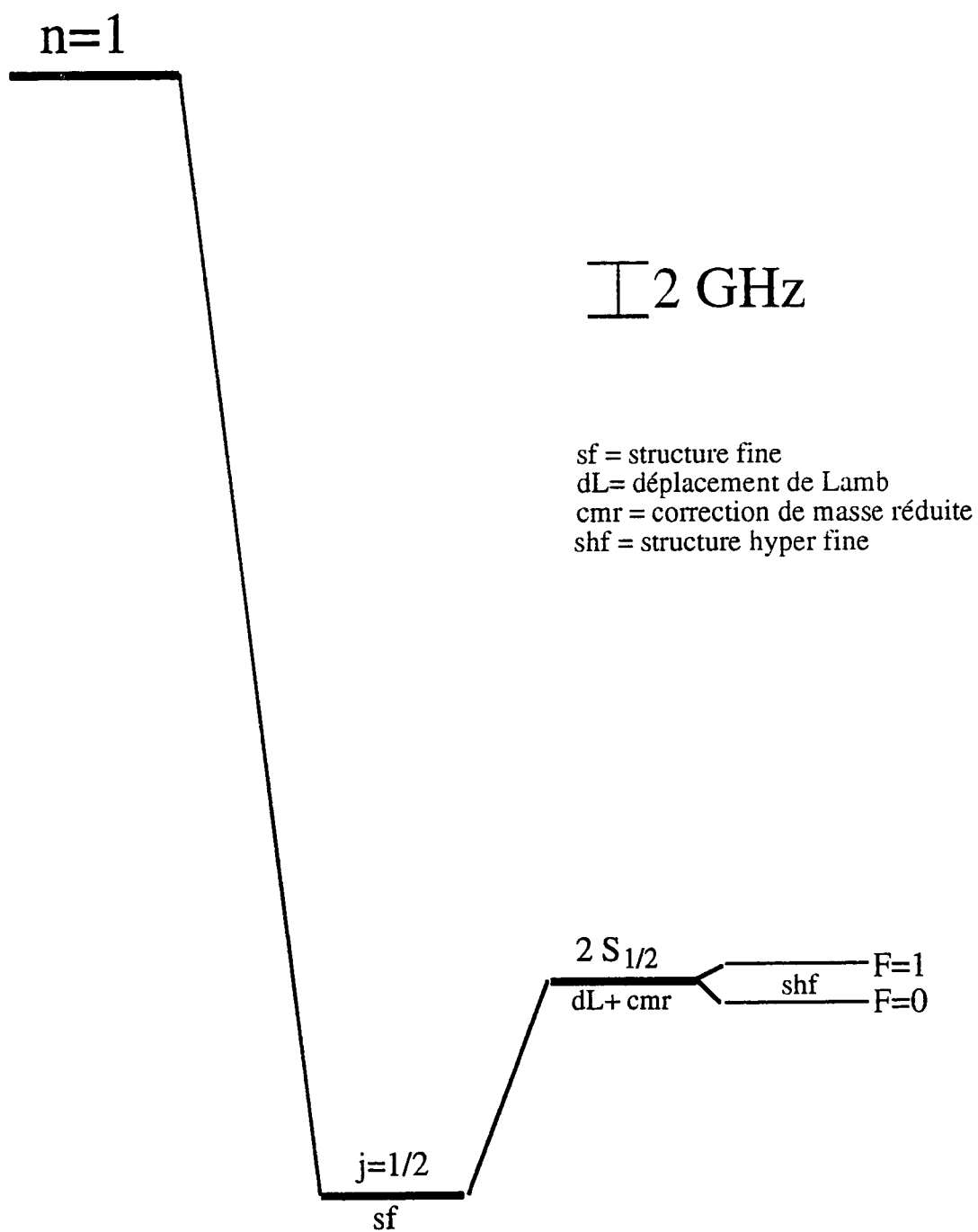


Figure 2.7

Niveau $n=1$ de l'atome d'hydrogène.

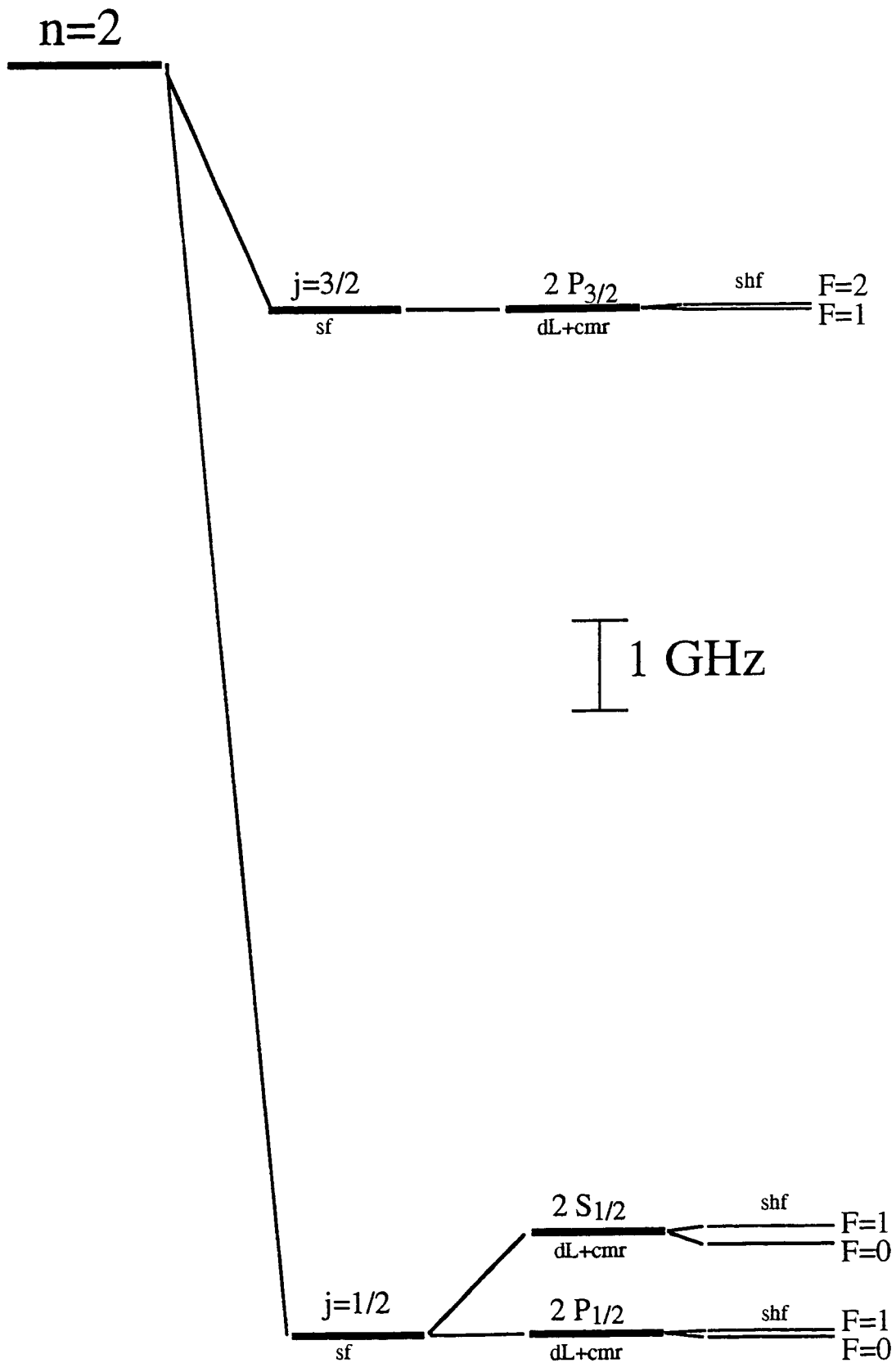


Figure 2.8

Niveau $n=2$ de l'atome d'hydrogène.

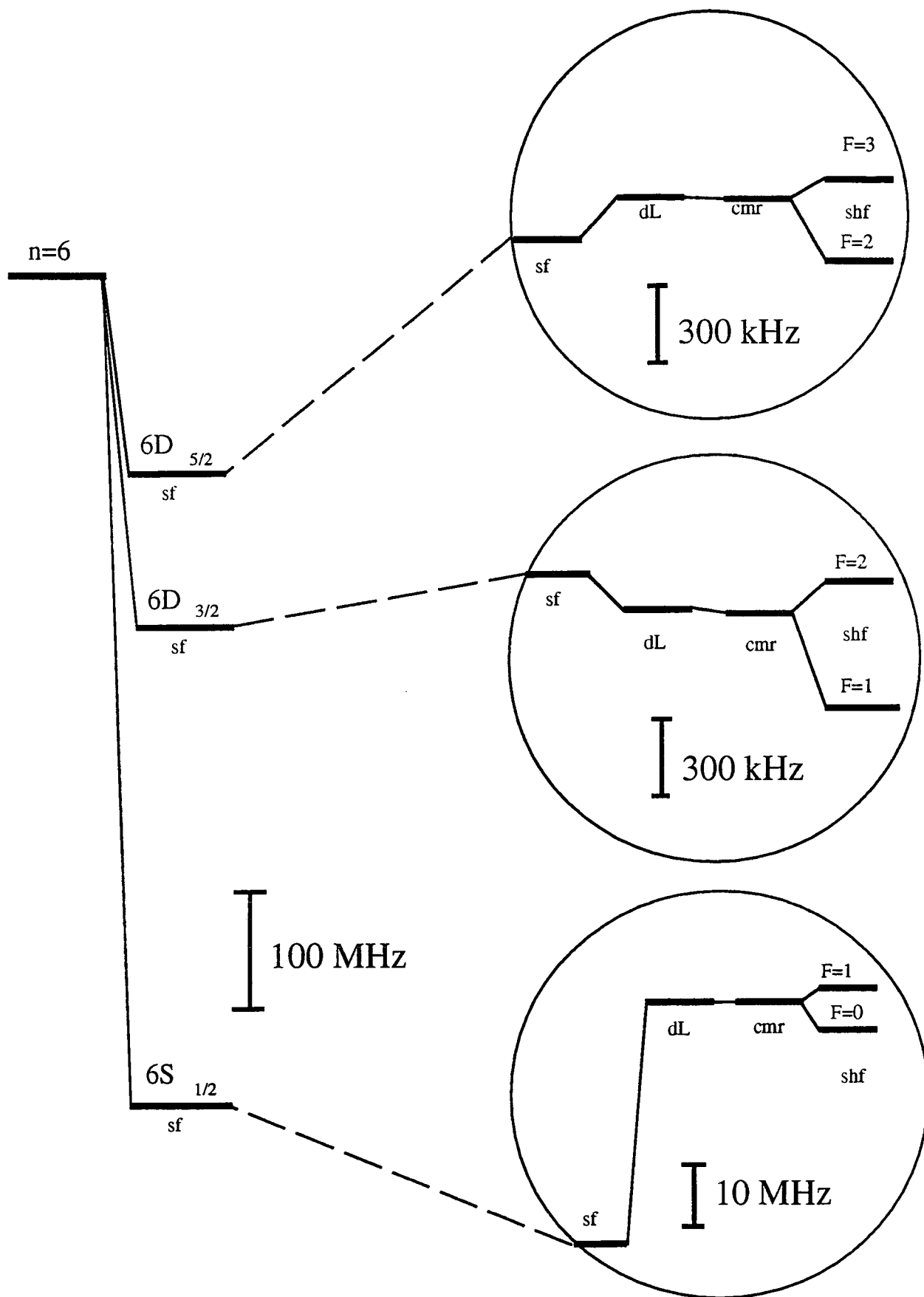


Figure 2.9
Niveau $n=6$ de l'atome d'hydrogène.

très facilement des mesures de niveaux d'énergie. C'est pourquoi elle n'a pas été mentionnée dans le tableau 2.1.

L'écart hyperfin a aussi été mesuré avec une très grande précision pour le niveau 2S de l'atome d'hydrogène [Heberle 1956] :

$$A[2S_{1/2}(F=0) - 2S_{1/2}(F=1)] = 177,55686(5) \text{ MHz}$$

ce qui permet de tester la dépendance en $1/n^3$.

Les figures 2.7 à 2.9 présentent visuellement les ordres de grandeurs des différentes corrections, y compris la structure hyperfine, pour les niveaux d'énergies $n=1$, $n=2$ et $n=6$ que nous utilisons dans notre expérience.

Chapitre 3

Les transitions $2S-6S$
et $2S-6D$.

Chapitre 3

Les transitions 2S-6S et 2S-6D.

Après une description des éléments de notre expérience nécessaires à l'excitation de la transition 2S-6S ou 6D, le laser titane-saphir, les lasers hélium-néon et le jet atomique d'atomes métastables, je présenterai le calcul des formes de raies théoriques. Ce chapitre, nécessaire à la cohérence du manuscrit, n'apporte pas de nouveauté essentielle par rapport aux expériences précédentes de mesure de la constante de Rydberg, réalisées dans notre équipe. Il est donc volontairement bref. Pour plus de détail, on se reportera à la thèse de doctorat de François Nez [Nez 1993b], ou à celle de Jean-Claude Garreau [Garreau 1989].

1 - Les lasers.

a - Présentation du laser titane-saphir.

Le laser titane-saphir que nous utilisons a été construit par François Biraben sur le modèle d'un laser à colorant développé précédemment [Biraben 1982]. Le laser actuel est décrit dans la référence [Bourzeix 1993] et représenté sur la figure 3.1. Il s'agit d'un laser en anneau, pompé par un laser commercial à argon ionisé. La cavité longue de 1,6 m est montée sur un bloc de granit isolé de la table par des blocs de caoutchouc et protégée des poussières par une boîte en plexiglass dans laquelle règne une légère surpression. La cavité est composée de six miroirs tous plans sauf deux, M_1 et M_2 , qui sont sphériques et ont un rayon de

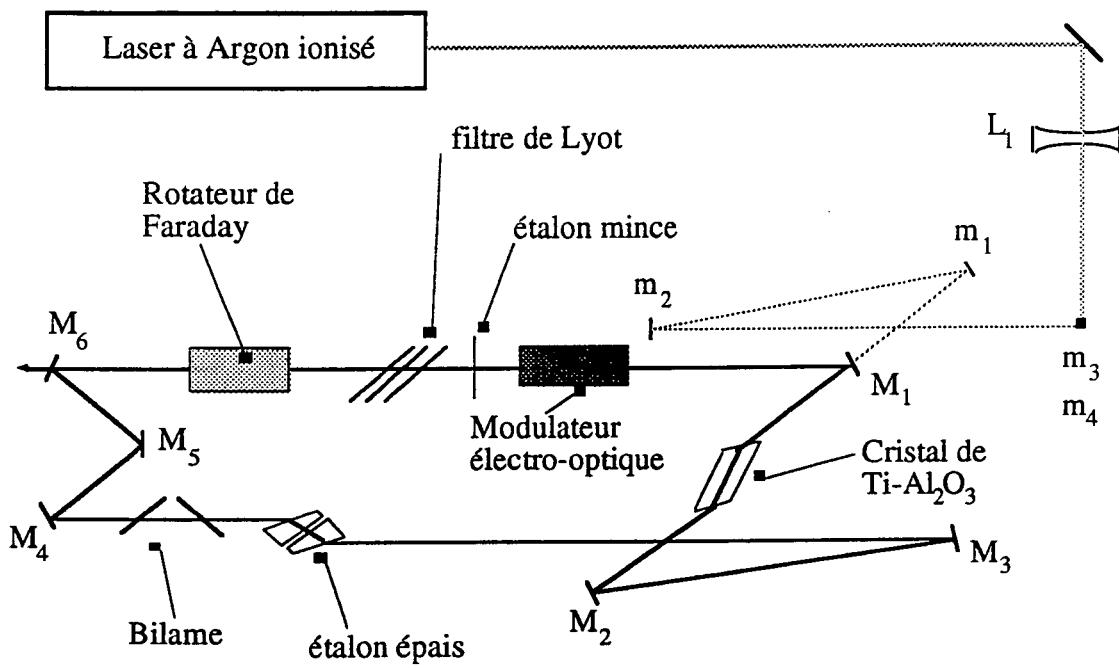


Figure 3.1
Schéma du laser titane-saphir.

courbure de 15 cm. Hormis M_6 qui a une transmission de 4% à 780 nm, tous les miroirs ont un coefficient de réflexion maximum. M_3 et M_4 sont montés sur des cales piézoélectriques dont l'une est utilisée pour les corrections haute fréquence de l'asservissement alors que l'autre plus lourde est utilisée pour les corrections basse fréquence. M_1 et M_2 sont des miroirs dichroïques qui ont un coefficient de transmission de 97 % pour les raies de l'argon. Le laser de pompe est aligné dans la cavité à travers M_1 grâce à un couple de miroirs, et son rayon est ajusté à l'aide de la lentille L_1 en silice fondue. Il est focalisé par le miroir m_1 (de rayon de courbure 25 cm) dans le cristal de saphir dopé au titane. Ce cristal fait 15 mm de long ; il est taillé à l'angle d'incidence de Brewster pour $\lambda=780$ nm et il est refroidi par une circulation d'eau.

Le fonctionnement unidirectionnel du laser est assuré par un rotateur de Faraday et un système de trois miroirs non coplanaires M_4 , M_5 et M_6 [Biraben 1979a]. Ces trois miroirs font tourner légèrement la polarisation de la lumière dans un sens qui dépend de la direction de propagation. En revanche, la rotation produite par le rotateur de Faraday est indépendante du sens de propagation de la lumière. Le résultat est que pour l'un des sens de propagation les deux rotations s'annulent, alors qu'elles s'ajoutent pour l'onde tournant dans l'autre sens, qui "voit" alors une cavité à fortes pertes.

Le fonctionnement monomode du laser est obtenu grâce à trois éléments sélectifs :

- Un filtre de Lyot constitué d'une série de lames parallèles sélectionne une zone de longueur d'onde de 0,05 nm de large. En changeant l'orientation du filtre grâce à un moteur électrique, on modifie la zone sélectionnée.

- Un étalon mince constitué d'une lame en silice d'épaisseur 0,7 mm et d'intervalle entre ordres 150 GHz. En changeant l'orientation de cette lame par rapport au faisceau laser grâce à un deuxième moteur électrique, on modifie son épaisseur optique et la zone de fréquence sélectionnée.

- Un étalon épais, constitué de deux prismes en regard, dont les faces ont un coefficient de réflexion de 35 %, qui forment un Fabry-Perot intra-cavité. Ce Fabry-Perot d'épaisseur 6 mm a un intervalle entre ordres d'environ 25 GHz. Son épaisseur est réglable grâce à une cale piézoélectrique, ce qui permet une excursion en fréquence de 400 GHz.

A l'intérieur de la zone sélectionnée par le filtre de Lyot, l'étalon mince sélectionne un pic de l'étalon épais, qui lui même sélectionne un mode de la cavité laser.

La longueur optique de la cavité est balayable à l'aide des cales piézoélectriques et d'un bilame. Enfin, un modulateur électro-optique monté en modulateur de phase permet de corriger les fluctuations haute fréquence de la fréquence du laser.

b - Asservissements du laser titane-saphir.

La stabilisation en fréquence du laser est faite en plusieurs étapes. On asservit d'abord sur un mode donné du laser les éléments de sélection de mode décrits précédemment. L'étalon épais est asservi sur le mode de la cavité laser qu'il sélectionne. Pour cela, on module l'épaisseur de l'étalon, ce qui induit une modulation de l'intensité du laser qui est détectée par une détection synchrone. Celle-ci fournit un signal d'erreur qui pilote la cale piézoélectrique de l'étalon épais. Le filtre de Lyot et l'étalon mince peuvent être asservis eux aussi sur le mode du laser, si l'on veut balayer la fréquence sans sauts de mode sur un grand intervalle (jusqu'à 170 GHz). Cependant, au cours des enregistrements de signaux atomiques, le laser n'est balayé que de quelques MHz, et il est inutile d'asservir le filtre de Lyot et l'étalon mince. Ceux-ci sont simplement réglés de façon à maximiser l'intensité du laser. On peut alors balayer le laser sur 2 GHz avec les cales piézoélectriques sur lesquelles sont montés les miroirs M_3 et M_4 .

Le laser est maintenant monomode, mais sa fréquence instantanée fluctue dans le temps, en particulier à cause des vibrations mécaniques. Ces fluctuations de fréquence ont une largeur d'environ 1 MHz, ce qui est du même ordre que la largeur des signaux atomiques. Il est donc essentiel de diminuer cette largeur. Pour réduire ces fluctuations à court terme, on asservit la longueur de la cavité sur une cavité externe "auxiliaire" (FPA), par la méthode des bandes latérales. Enfin, pour éviter les dérives lentes de la fréquence, le FPA est asservi sur une autre cavité "de référence" (FPR), dont la longueur est fixe, car elle même asservie sur une raie de l'iode par l'intermédiaire d'un laser He-Ne. Nous allons maintenant détailler chacun de ces asservissements, dont un schéma de principe est présenté sur la figure 3.2.

Pour réduire les fluctuations instantanées de la fréquence du laser, nous l'asservissons sur la fréquence de résonance d'une cavité Fabry-Perot auxiliaire (FPA), externe au laser, très stable et de grande finesse. Cette cavité en invar est constituée d'un miroir plan et d'un miroir sphérique ($R=1m$) ; elle fait 25 cm de long, son intervalle entre ordres est de 600 MHz et sa finesse est d'environ 300. Pour être isolé des vibrations, le FPA est suspendu dans une enceinte en laiton dont les parois font 2 cm d'épaisseur, et dans laquelle règne un vide primaire. Pour asservir le laser sur le FPA, nous utilisons la méthode des bandes latérales [Drever 1983]. Nous n'aborderons pas ici les détails de la méthode fort bien traités dans la référence [Houssin 1989]. L'idée générale est de transférer dans le domaine radio-fréquence l'information portée par l'onde optique réfléchi par la cavité. Cette information renseigne sur le désaccord entre le laser et la résonance du FPA. Pour cela on module la fréquence ω du laser à la fréquence $\delta\omega$, à l'aide d'un modulateur électro-optique. On crée alors deux raies latérales de fréquences $\omega \pm \delta\omega$, et d'amplitudes opposées. On choisit $\delta\omega$ de l'ordre de 15 MHz, plus grand que la largeur des pics du FPA. Ainsi, si la fréquence du laser est proche d'une résonance du FPA, on peut considérer que les bandes latérales sont

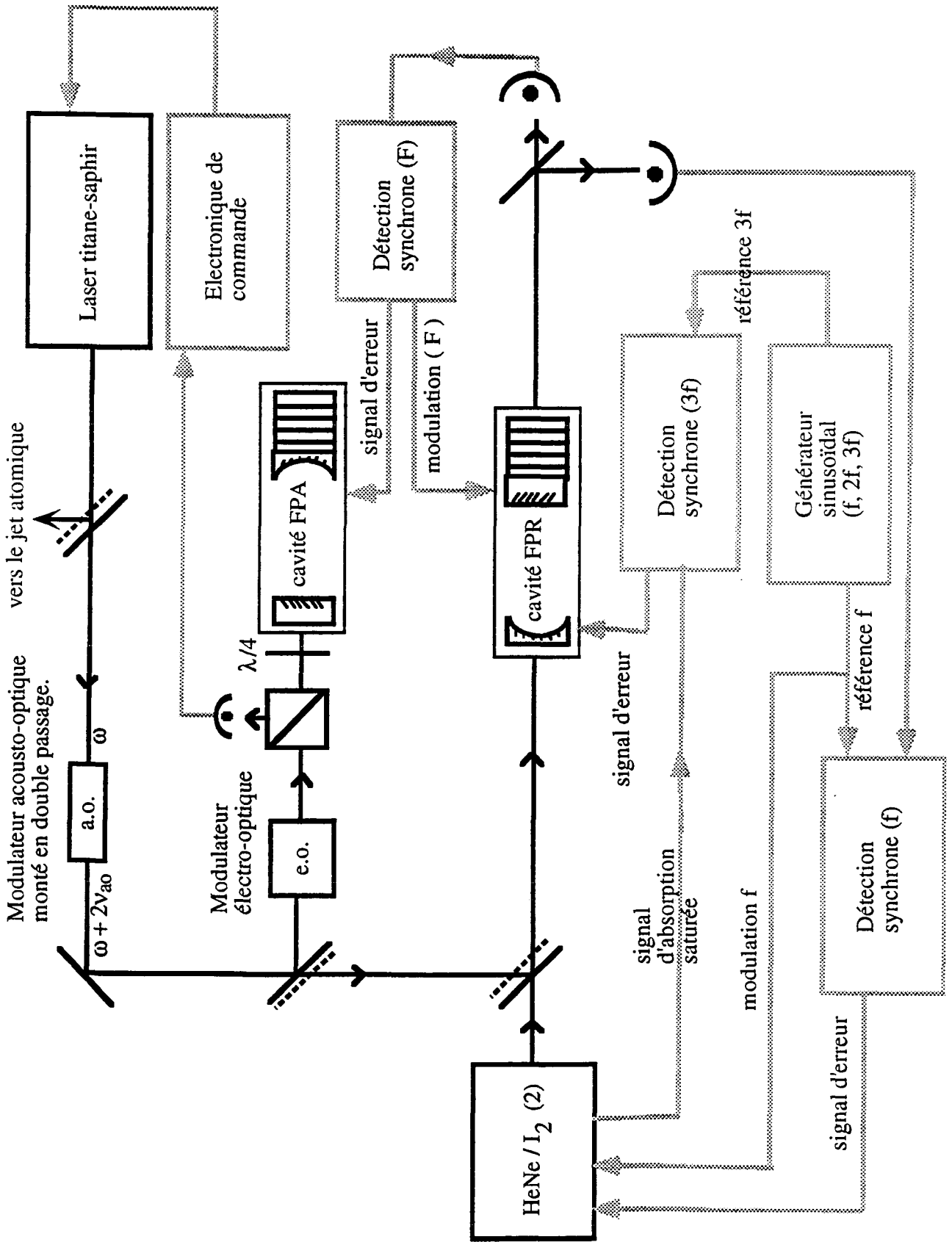


Figure 3.2

Schéma des asservissements du laser titane-saphir

totallement réfléchies, alors que la porteuse est amplifiée dans la cavité. Si l'on appelle E_i l'onde incidente sur le FPA :

$$E_i = \left[A e^{i\delta\omega t} + A_o - A e^{-i\delta\omega t} \right] e^{i\omega t} \quad (3.1.1)$$

l'onde réfléchi par la cavité s'écrit :

$$\begin{aligned} E_r &= \left[r_1 A e^{i\delta\omega t} + \left(r_1 - \frac{t_1^2 r_2 e^{i\omega\tau}}{1 - r_1 r_2 e^{i\omega\tau}} \right) A_o - r_1 A e^{-i\delta\omega t} \right] e^{i\omega t} \\ &= \left[B e^{i\delta\omega t} + B_o - B e^{-i\delta\omega t} \right] e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

où τ est le temps d'un aller-retour de la lumière dans le Fabry-Perot, r_1 et t_1 les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du miroir d'entrée et r_2 le coefficient de réflexion en amplitude du miroir de sortie. Le but que nous poursuivons est de récupérer B_o qui porte l'information sur le déphasage. Cela est possible en regardant la composante à la fréquence $\delta\omega$ de l'intensité réfléchi, qui s'exprime en fonction de la partie imaginaire de B_o :

$$E_r E_r^* = -2B \text{Im}[B_o] e^{i\delta\omega t} + \text{c.c.} \quad (3.1.3)$$

Pour extraire la composante ci-dessus, l'onde réfléchi est envoyée sur une photodiode et le signal fourni par celle-ci est démodulé, c'est à dire multiplié au signal de référence à la fréquence $\delta\omega$ puis filtré pour récupérer la composante continue. On se retrouve alors avec un signal d'erreur qui est proportionnel à $\sin\omega\tau$ (au voisinage de la résonance puisque c'est là que nous nous sommes placés). En faisant un calcul exact, on trouve que ce signal d'erreur a effectivement une forme en dispersion. Sa pente à l'origine est très importante, ce qui permet une réaction rapide de l'asservissement, et il garde le signe convenable pour assurer la correction de fréquence du laser dans l'intervalle $[\omega - \delta\omega, \omega + \delta\omega]$, ce qui permet de corriger des fluctuations importantes. Ce signal d'erreur une fois amplifié est envoyé sur les éléments qui contrôlent la longueur de la cavité laser : cales piézoélectriques pour la partie basse fréquence et modulateur électro-optique pour la partie haute fréquence. La largeur des fluctuations de fréquence instantanées est alors réduite à 5 kHz.

L'asservissement précédent n'empêche pas des dérives lentes de la longueur du FPA et donc de la fréquence du laser. Pour garantir une stabilité à long terme de cette fréquence, nous utilisons une deuxième cavité Fabry-Perot dite "de référence" (FPR). La longueur de cette dernière est fixe dans le temps car elle est asservie sur un laser He-Ne stabilisé sur l'iode. Cet asservissement est décrit au paragraphe suivant. La cavité FPR est longue de 50 cm et a un intervalle entre ordres de 300 MHz. Les miroirs (plan et $R=60$ cm) sont métalliques, et le miroir plan est monté sur une cale piézoélectrique.

Un faisceau secondaire du laser titane-saphir est envoyé dans un modulateur acousto-optique monté en double passage et piloté par un synthétiseur contrôlé par un micro-ordinateur. Ce faisceau dont la fréquence est décalée de $2\nu_{ao}$ par rapport à la fréquence du laser, est envoyé dans le FPR dont la longueur est modulée à 5,5 kHz. La modulation, sur l'intensité transmise à travers le FPR, est détectée par une détection synchrone. Le signal d'erreur fourni par celle-ci pilote la cale piézoélectrique du FPA. Pour balayer le laser au cours des enregistrements de signaux atomiques, on pilote la fréquence du modulateur acousto-optique. La fréquence du faisceau secondaire $\omega+2\nu_{ao}$ reste fixe puisqu'elle est asservie sur le FPR. Quand ν_{ao} change c'est donc la fréquence du laser qui doit se décaler via la cavité FPA sur laquelle il est asservi. Avec ce système, la longueur du FPA bouge ce qui a pour conséquence de modifier la fréquence du laser. Mais l'asservissement du laser étant beaucoup plus rapide que l'asservissement du FPA, on observe une oscillation amortie de la fréquence de ce dernier. Pour remédier à ce problème, une petite modification a été faite par rapport au montage initial. Le faisceau envoyé dans le FPA passe d'abord dans le modulateur acousto-optique. Ainsi les faisceaux incidents sur le FPA et sur le FPR sont à la même fréquence. Quand on balaye ν_{ao} le FPA "voit" une fréquence modifiée et l'asservissement par bandes latérales réagit sur le laser avant que l'asservissement du FPA sur le FPR n'ait eu le temps d'agir. Ainsi la longueur du FPA reste fixe au cours des balayages. Avec cette technique, la stabilité à long terme de la fréquence du laser titane-saphir est de l'ordre de $\pm 2,2$ kHz.

Il est utile d'avoir au cours des enregistrements de signaux atomiques, des moyens de contrôle de la fréquence des lasers. Or, nous possédons une autre cavité Fabry-Perot dite "étalon" (FPE) dont la longueur d'environ 50 cm est fixe et connue avec une très grande précision. C'est pourquoi un faisceau secondaire du laser titane-saphir a été envoyé dans le FPE après un double passage dans un autre modulateur acousto-optique. Ce modulateur est commandé par une tension, fournie par un oscillateur VCO (Voltage Control Oscillator). Comme le modulateur acousto-optique fonctionne autour de 500 MHz mais que le VCO fournit des fréquences ν_{vco} entre 125 et 250 MHz, la tension fournie par le VCO est d'abord envoyée dans un doubleur de fréquence avant de piloter le modulateur acousto-optique. Le faisceau incident sur le FPE est donc à la fréquence $\omega+4\nu_{vco}$. Le laser étant asservi, et la longueur du FPE fixée, c'est le VCO qui est asservi sur la cavité FPE, à l'aide d'une détection synchrone. Ainsi, au cours des enregistrements, nous connaissons la position du laser titane-saphir par rapport aux deux Fabry-Perot FPR et FPE. Grâce à cette méthode, nous pouvons aussi vérifier le numéro des pics sur lesquels le laser est asservi. En effet les intervalles entre ordres du FPR et du FPE sont différents de seulement 110 kHz, ce qui produit un effet de vernier entre les deux peignes de pics. Si l'on se trompe d'un pic sur chacune des deux cavités Fabry-Perot, on s'en aperçoit immédiatement en mesurant $\Delta=2\nu_{ao}+4\nu_{vco}$, qui diffère alors de 110 kHz de la valeur attendue.

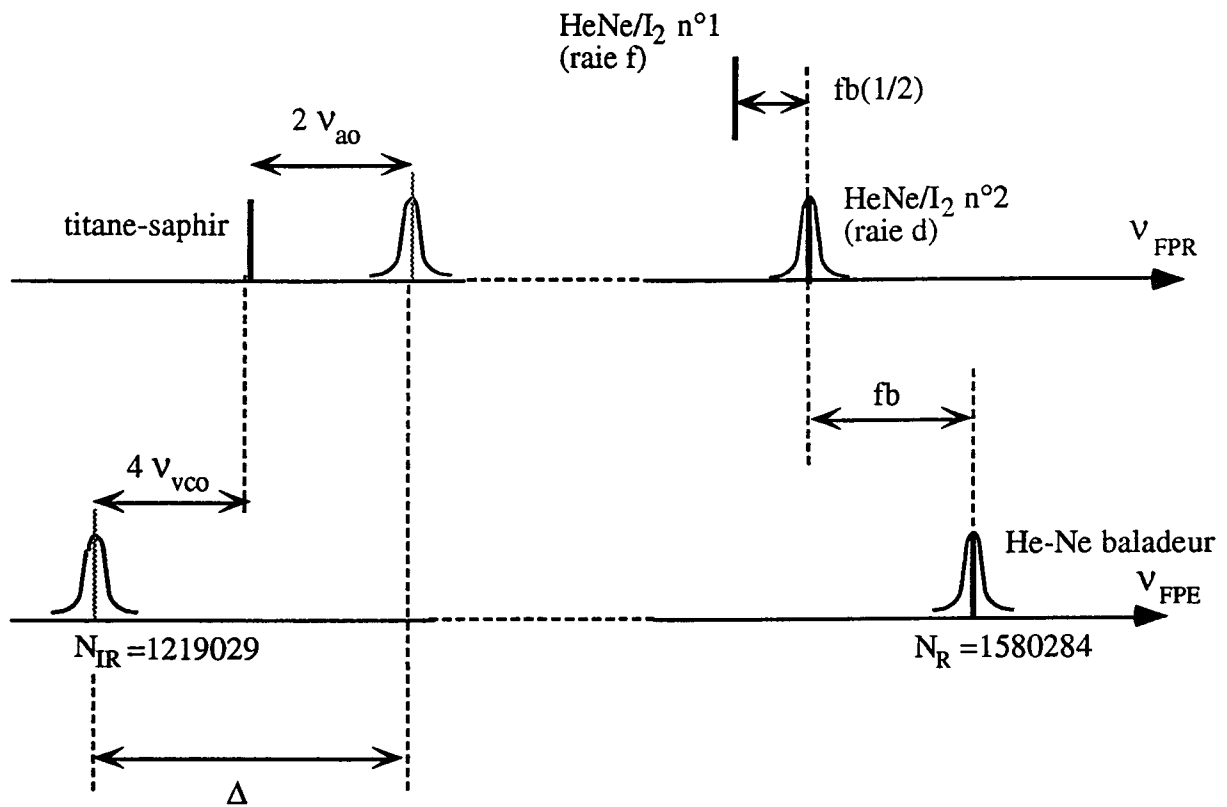


Figure 3.3
Positions des différents lasers par
rapport aux cavités FPR et FPE

c - Les lasers He-Ne à 633 nm.

Nous disposons de trois lasers He-Ne, tous construits au laboratoire et fonctionnant dans le visible à 633 nm.

- Un laser He-Ne que nous appelons baladeur, qui est rendu monomode grâce à un interféromètre de Michelson intra-cavité, et qui est balayable sur la largeur Doppler de la raie.
- Deux lasers He-Ne étalons que nous appelons He-Ne/I₂-1 et 2, stabilisés sur les composantes hyperfines de la raie R 127 du spectre vibrationnel de la molécule d'iode. Chacun est asservi sur l'une des composantes hyperfines grâce à une cellule d'iode intra-cavité qui joue le rôle d'absorbant saturable. La longueur de la cavité est modulée à la fréquence f et on détecte le signal d'erreur à l'aide d'une détection synchrone, sur la fréquence $3f$, pour éliminer le fond gaussien de la courbe de gain du laser.

Au cours des enregistrements, le laser He-Ne baladeur est asservi à l'aide d'une détection synchrone sur un pic du FPE. Le laser He-Ne-2 est utilisé pour stabiliser la longueur de la cavité FPR. Pour cela il semble logique d'asservir le laser sur une raie de l'iode puis le FPR sur le laser. Cependant l'asservissement est meilleur si l'on asservit d'abord le laser sur un pic de la cavité FPR (plus stable à court terme que le laser), puis ce pic sur une raie de l'iode. Enfin, on peut faire battre entre eux les deux lasers étalons pour contrôler en permanence leur stabilité. La disposition des différents lasers par rapport aux Fabry-Perot est précisée sur la figure 3.3. Au cours des enregistrements des signaux atomiques, on enregistre en permanence à l'aide d'un micro-ordinateur v_{ao} , v_{vco} , la fréquence de battement f_b entre le laser 1 et le laser baladeur, et éventuellement la fréquence de battement $f_b(1/2)$ entre les lasers He-Ne-1 et 2. Toutes ces informations permettent de contrôler la stabilité du FPR et des différents lasers.

2 - L'excitation de la transition 2S-6S ou 2S-6D.*a - La spectroscopie à deux photons.*

La spectroscopie à deux photons est une technique qui permet d'éliminer l'effet Doppler. Elle consiste à faire interagir les atomes avec deux ondes dont la fréquence ω est la moitié de la fréquence ω_0 de la transition que l'on souhaite étudier, et qui se propagent en sens opposés. Ainsi, l'atome qui se déplace à la vitesse \vec{v} voit, dans son référentiel, des photons de fréquences respectives $\omega + \vec{k} \cdot \vec{v}$ et $\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$. Quand la transition est excitée par l'absorption de deux photons qui se propagent en sens opposés, la condition de résonance s'écrit $\omega_0 = 2\omega$ et les décalages dus à l'effet Doppler du premier ordre se compensent

exactement quelle que soit la vitesse de l'atome. Ainsi, toutes les classes de vitesse contribuent également au signal, qui ne présente pas d'élargissement Doppler [Vasilenko 1970], [Cagnac 1973].

Dans notre expérience, une cavité optique placée autour du jet atomique permet d'avoir deux faisceaux se propageant en sens opposés. Cette cavité est asservie sur la fréquence du laser par la méthode de Hänsch et Couillaud (voir § 4A-3). Les probabilités de transitions à deux photons dans l'hydrogène étant petites, on profite ainsi de l'amplification de la puissance lumineuse dans la cavité.

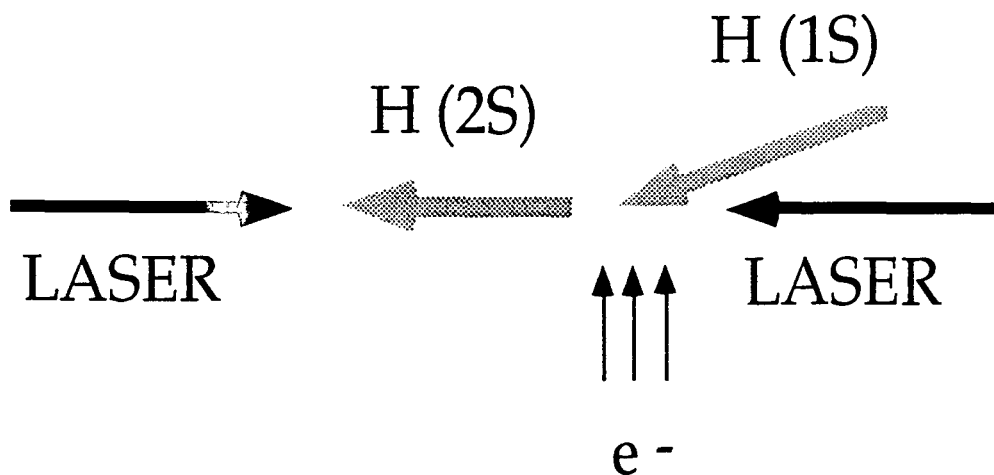


Figure 3.5

Disposition relative des faisceaux laser et du jet atomique

b - Le jet atomique.

Le jet d'atomes métastables que nous utilisons a été décrit en détail dans [Biraben 1990] et [Garreau 1989]. Il est schématisé sur la figure 3.4. La première étape pour obtenir un jet d'atomes dans l'état 2S, est d'avoir des atomes dans l'état fondamental. Pour cela, l'hydrogène moléculaire est dissocié dans un tube en pyrex par une décharge radiofréquence à 30 MHz produite par un bobinage en cuivre autour du tube. A la sortie du tube, on a un jet thermique d'atomes dans l'état 1S.

Pour exciter les atomes dans l'état 2S, on utilise un bombardement électronique, qui a aussi pour effet de dévier le jet d'atomes d'un angle d'environ 20° pour le rendre colinéaire avec les faisceaux lasers et augmenter ainsi le temps d'interaction entre les atomes et la lumière (figure 3.5). Après le bombardement électronique qui a lieu dans une première

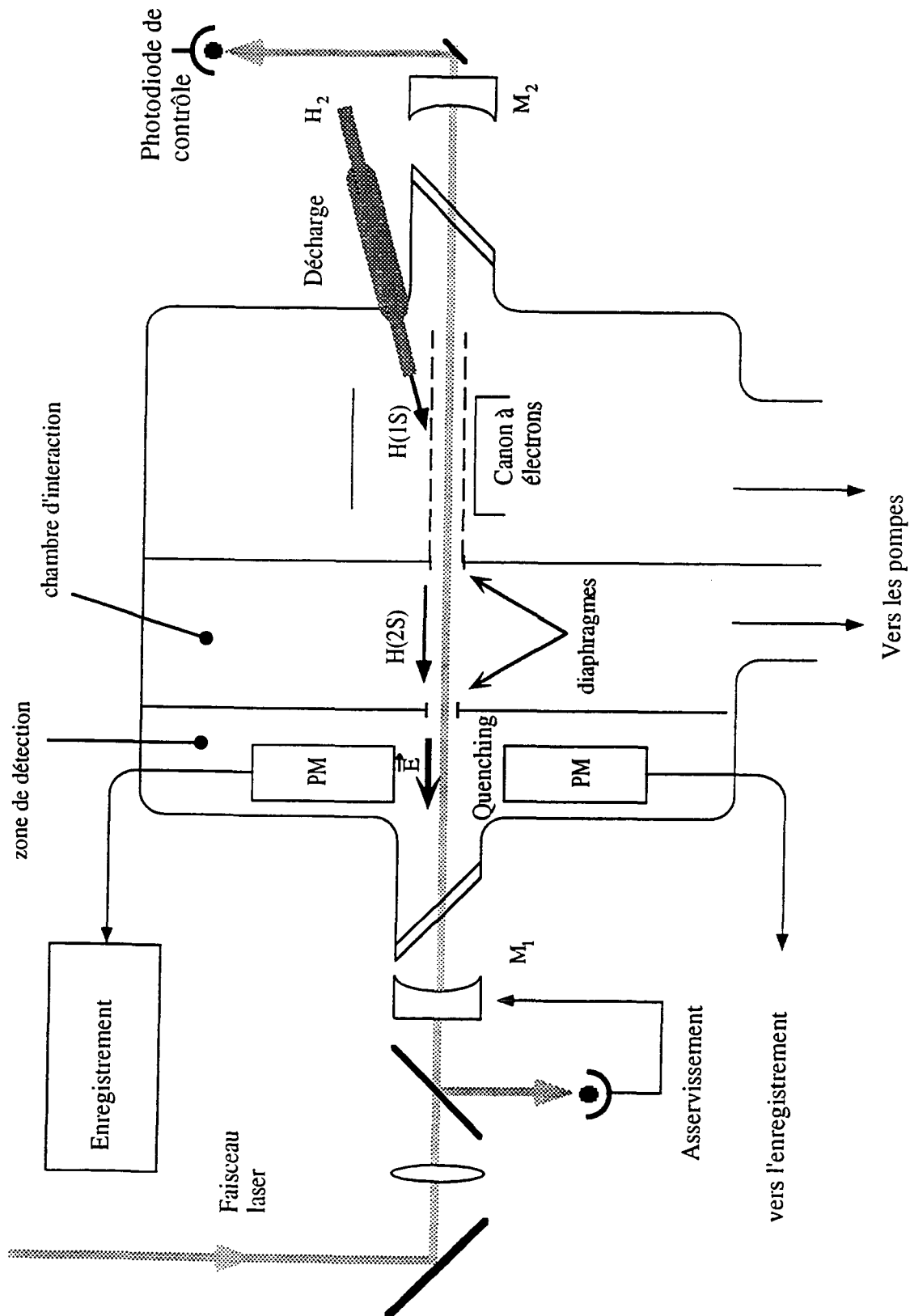


Figure 3.4
Schéma du jet d'atomes métastables

chambre à vide, les atomes pénètrent par un diaphragme de 7 mm de diamètre dans une deuxième chambre, longue de 56 cm, où a lieu l'interaction avec le laser, et dans laquelle règne un vide d'environ 10^{-7} torr quand il n'y a pas d'hydrogène, et de 10^{-6} torr en présence du jet atomique. Les atomes dans l'état 2S sont très sensibles aux champs électriques parasites. En effet, ceux-ci mélangent les états 2S et 2P, et ce dernier se désexcite très rapidement (1,6 ns) vers l'état fondamental. C'est pourquoi, l'intérieur du banc de pompage est peint avec une suspension colloïdale de graphite conducteur d'électricité. Le champ magnétique terrestre est compensé grâce à trois paires de bobines de Helmholtz placées à l'extérieur du banc de pompage.

Après avoir interagi avec le laser, les atomes pénètrent par un autre diaphragme de 7 mm de diamètre dans la chambre de détection. Pour détecter les atomes métastables, on applique aux atomes un champ électrique statique parallèle au jet, qui mélange les états 2S et 2P. On observe alors, avec deux photomultiplicateurs, les photons Lyman- α résultant de la désexcitation spontanée de l'état 2P vers l'état fondamental. Seuls les atomes restant dans l'état 2S sont détectés : quand la fréquence du laser est celle de la transition, on observe donc une diminution du signal. En effet, l'excitation laser dépeuple l'état métastable, car les atomes excités retombent par cascades radiatives principalement dans l'état fondamental. Pour améliorer la sensibilité de la détection, l'amplitude du champ statique est modulée, et une détection synchrone extrait le signal à la fréquence de modulation. Pendant un enregistrement, on balaye dix fois la raie de résonance, chaque passage durant environ deux minutes. Le signal est obtenu en moyennant sur les dix passages.

3 - Calcul des formes de raies.

a - Formes de raies théoriques.

Dans une expérience de spectroscopie à haute résolution, il est nécessaire de déterminer très précisément la position de la raie obtenue. Pour cela, il faut ajuster les courbes expérimentales par des courbes théoriques qui prennent en compte les causes d'élargissement et de déplacement des raies.

Le point de départ du calcul des formes de raies théoriques, est le taux de transition à deux photons entre deux états $|i\rangle$ et $|f\rangle$ d'énergies E_i et E_f [Biraben 1977]. On pose $\hbar\omega_{\text{ff}} = E_f - E_i$. Pour être excités, les atomes sont placés dans un faisceau laser intense, ce qui provoque un déplacement des niveaux d'énergie appelé déplacement lumineux proportionnel à l'intensité I du laser. En présence du champ lumineux, la fréquence de la transition s'écrit

donc : $\omega_{fi} = \omega_{fi}(0) + c_{\text{at}}I$ où c_{at} est le coefficient de déplacement lumineux. Le taux de transition à deux photons de fréquence ω peut se mettre sous la forme [Garreau 1990] :

$$\Gamma_i = \frac{\gamma_{fi} I^2}{(\Omega - c_{\text{at}}I)^2 + (\Gamma_f / 2)^2} \quad (3.3.1)$$

où $\Omega = 2\omega - \omega_{fi}(0)$, et Γ_f est la largeur naturelle du niveau excité. L'amplitude de transition γ_{fi} et le coefficient de déplacement lumineux c_{at} sont exprimés et calculés numériquement dans [Garreau 1990] pour les transitions 2S-nS,nD.

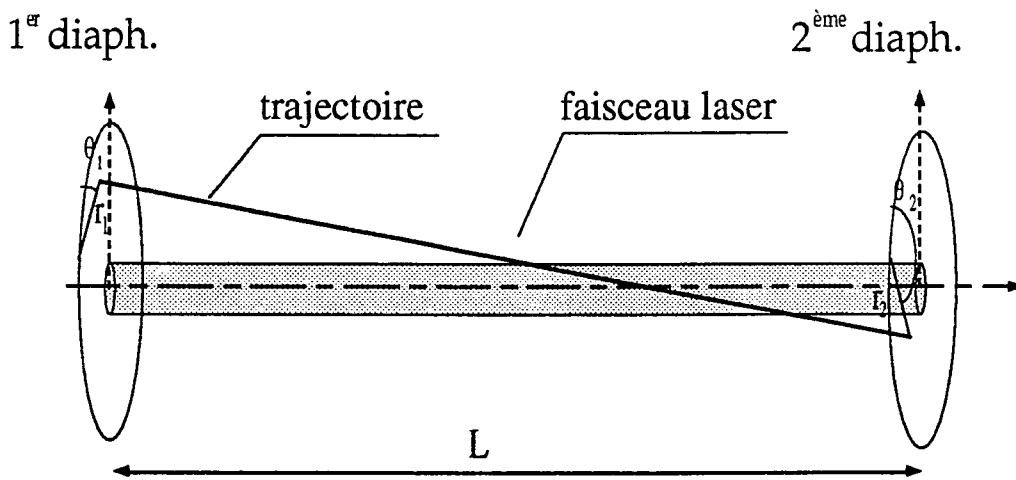


Figure 3.6
Schéma des trajectoires atomiques
dans la chambre d'interaction

Le taux de transition exprimé ci-dessus dépend de la puissance lumineuse vue par les atomes : celle-ci n'est pas constante le long de leur trajectoire. Il faut donc, pour chaque atome, intégrer l'expression précédente le long de sa trajectoire. La chambre d'interaction atomes-laser est, comme on l'a vu plus haut, limitée par deux diaphragmes : l'atome passe le premier diaphragme et ressort par le deuxième (figure 3.6). On repère chaque trajectoire par les coordonnées cylindriques des deux points (r_1, θ_1) et (r_2, θ_2) , l'axe z étant l'axe du faisceau laser. Au cours de son trajet, l'atome voit une intensité qui varie sous la forme :

$$I(z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left[-2 \left(\frac{\rho(z)}{w(z)} \right)^2 \right] \quad \text{avec} \quad w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (3.3.2)$$

où w_0 est le rayon minimal dans la cavité, λ la longueur d'onde du laser et ρ la distance radiale à l'axe du faisceau laser. La probabilité pour qu'un atome le long de sa trajectoire ne reste pas dans l'état métastable est donnée par l'équation :

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = 1 - \exp \left\{ - \frac{1}{v_z} \int_0^L dz \frac{\gamma_{fi} [I(z)]^2}{[\Omega - c_{\ell s} I(z)]^2 + (\Gamma_f/2)^2} \right\} \quad (3.3.3)$$

où l'on appelle v_z la vitesse de l'atome le long de l'axe z , et où l'on a supposé que l'intensité laser le long de la trajectoire atomique varie très lentement par rapport à la durée de vie de l'état excité. Comme tous les atomes n'ont pas la même vitesse, on fait une approximation en prenant pour v_z la vitesse moyenne, calculée à partir de la distribution de vitesse des atomes, qui est de l'ordre de 3 km par seconde. Cette distribution de vitesse est mesurée en étudiant la transition 2S-6P à un photon à 410 nm. Avec une transition à un seul photon on n'élimine pas l'effet Doppler, et on a ainsi des formes de raies qui dépendent de la distribution de vitesse. On obtient les paramètres de cette distribution en ajustant une courbe théorique sur les raies expérimentales [Nez 1993]. Pour exciter la transition à 410 nm, on utilise l'onde générée par la première cavité de doublage de notre expérience (voir chapitre 4).

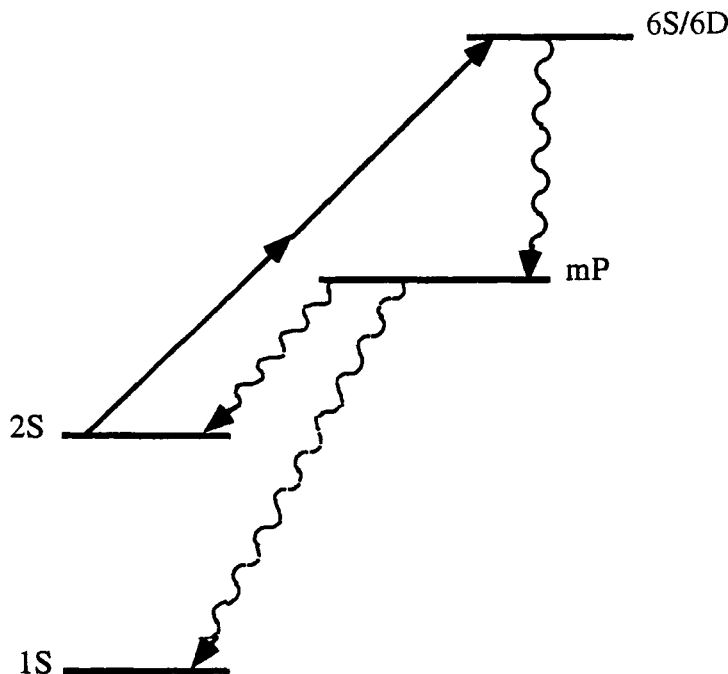


Figure 3.7
Niveaux atomiques contribuant
à la repopulation du niveau 2S

Un certain nombre de corrections sont à apporter à la probabilité donnée en 3.3.3 :

- Il faut tenir compte de la structure hyperfine de l'état 2S, qui est résolue dans notre expérience. Comme nous ne nous intéressons qu'aux transitions partant de l'état (F=1) qui sont les plus intenses, il suffit de multiplier la probabilité précédente par le rapport C_{shf} entre la population du niveau F=1, proportionnelle à $2F+1$, et la population totale des niveaux F=1 et F=0 : $C_{shf} = 3/4$.

- De la même manière, pour le niveau 6D, il faut tenir compte de la structure fine en multipliant γ_{fi} par le rapport C_{sf} entre la population du sous-niveau que l'on peuple, proportionnelle à $2J+1$, et la population totale. Pour la transition 2S (F=1)-6D_{5/2} qui est la plus intense et celle que nous avons choisi d'étudier, on a $C_{sf} = 6/10$.

- Après l'excitation à deux photons, l'atome retombe dans l'état 1S ou 2S par cascade radiative. On peut calculer la probabilité R qu'il retombe dans l'état 2S, en ne considérant que les cascades à deux photons (figure 3.7). Pour l'état 6S $R_S = 0,074$ et pour l'état 6D $R_D = 0,046$. Connaître R n'est pas suffisant, il faut aussi prendre en compte l'effet de pompage hyperfin de l'état 2S. En effet, après l'émission spontanée qui le ramène dans l'état 2S, l'atome peut être soit dans l'état F=0 avec la probabilité p_0 , soit dans l'état F=1 avec la probabilité p_1 . Les valeurs de p_0 et de p_1 sont les suivantes :

Niveau excité	p_0	p_1
6S _{1/2}	$\frac{4}{27}R_S$	$\frac{23}{27}R_S$
6D _{3/2}	$\frac{32}{135}R_D$	$\frac{103}{135}R_D$
6D _{5/2}	$\frac{2}{15}R_D$	$\frac{13}{15}R_D$

En résolvant les équations d'évolution des différentes populations, et en considérant que seul le niveau 2S (F=1) interagit avec le laser, on trouve qu'il faut multiplier γ_{fi} par $(1-p_1)$ et

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) \text{ par } \left(1 - \frac{p_0}{1-p_1}\right).$$

En récapitulant, la probabilité pour qu'un atome le long d'une trajectoire caractérisée par $(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2)$ ne reste pas dans l'état métastable s'écrit :

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = \left(1 - \frac{p_0}{1-p_1}\right) C_{shf} \left[1 - \exp \left\{ - \frac{1}{v_z} \int_0^L dz \frac{C_{sf}(1-p_1)\gamma_{fi}[I(z)]^2}{[\Omega - c_{\epsilon_s} I(z)]^2 + (\Gamma_f/2)^2} \right\} \right] \quad (3.3.4)$$

On doit maintenant sommer l'expression de $P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2)$ sur toutes les trajectoires possibles. Le faisceau laser et les diaphragmes étant alignés, le problème est à symétrie cylindrique et ne dépend que de $\theta_1 - \theta_2$. On peut donc éliminer l'intégrale sur θ_1 et choisir

$\theta_1=0$. Les rayons des diaphragmes étant R_1 et R_2 , la forme de raie qui est une fonction de la fréquence Ω et de l'intensité I_0 du laser, est donnée par :

$$\wp(\Omega, I_0) = \frac{4}{\pi R_1^2 R_2^2} \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \int_0^\pi d\theta_2 P(r_1, 0, r_2, \theta_2) \quad (3.3.5)$$

Le problème numérique central est donc posé ici : il s'agit de calculer à l'aide d'un ordinateur, une intégrale multiple d'ordre 4.

Un certain nombre d'effets parasites viennent élargir les raies : la largeur de raie du laser titane-saphir, l'effet Doppler du deuxième ordre, l'élargissement Zeeman, l'élargissement Stark, l'élargissement par collisions. Tous ces effets parasites sont pris en compte en faisant un produit de convolution entre la forme de raie précédente et une gaussienne dont la largeur est ajustée pour rendre compte au plus près des courbes expérimentales.

b - L'ajustement sur les raies expérimentales.

Les raies expérimentales sont obtenues en balayant la fréquence du laser, et en regardant la diminution du nombre de métastables qui survivent après la chambre d'interaction. Les courbes théoriques sont ajustées sur les courbes expérimentales, à l'aide de quatre paramètres :

- la puissance dans la cavité (P)
- la position de la raie à puissance nulle : $\omega_{fl}(0)$
- l'élargissement gaussien parasite
- le nombre de métastables loin de la résonance.

Un exemple d'ajustement est donné sur la figure 3.8 pour la transition $2S (F=1)-6D_{5/2}$. Le programme fournit en plus de la valeur des quatre paramètres précédents, la largeur et le centre de la raie à mi-hauteur. Un paramètre important est la puissance lumineuse dans la cavité : c'est elle qui est responsable du déplacement et de l'élargissement des raies. C'est pourquoi les signaux atomiques sont enregistrés pour différentes puissances incidentes. Le programme d'ajustement calcule pour chaque enregistrement la puissance dans la cavité et la position de la raie à puissance nulle. La figure 3.9 est un exemple d'extrapolation, où l'on a reporté le centre à mi-hauteur de la raie (o), et la position de la raie corrigée du déplacement lumineux (*). Sur cet exemple, obtenu avec la transition $2S-8D_{5/2}$ au cours d'une expérience de mesure de la constante de Rydberg, on remarque que la correction du déplacement lumineux est bonne puisque les points (*) forment une droite horizontale. Sur la figure 3.10, obtenue au cours de nos enregistrements de la transition $2S (F=1)-6D_{5/2}$, cette

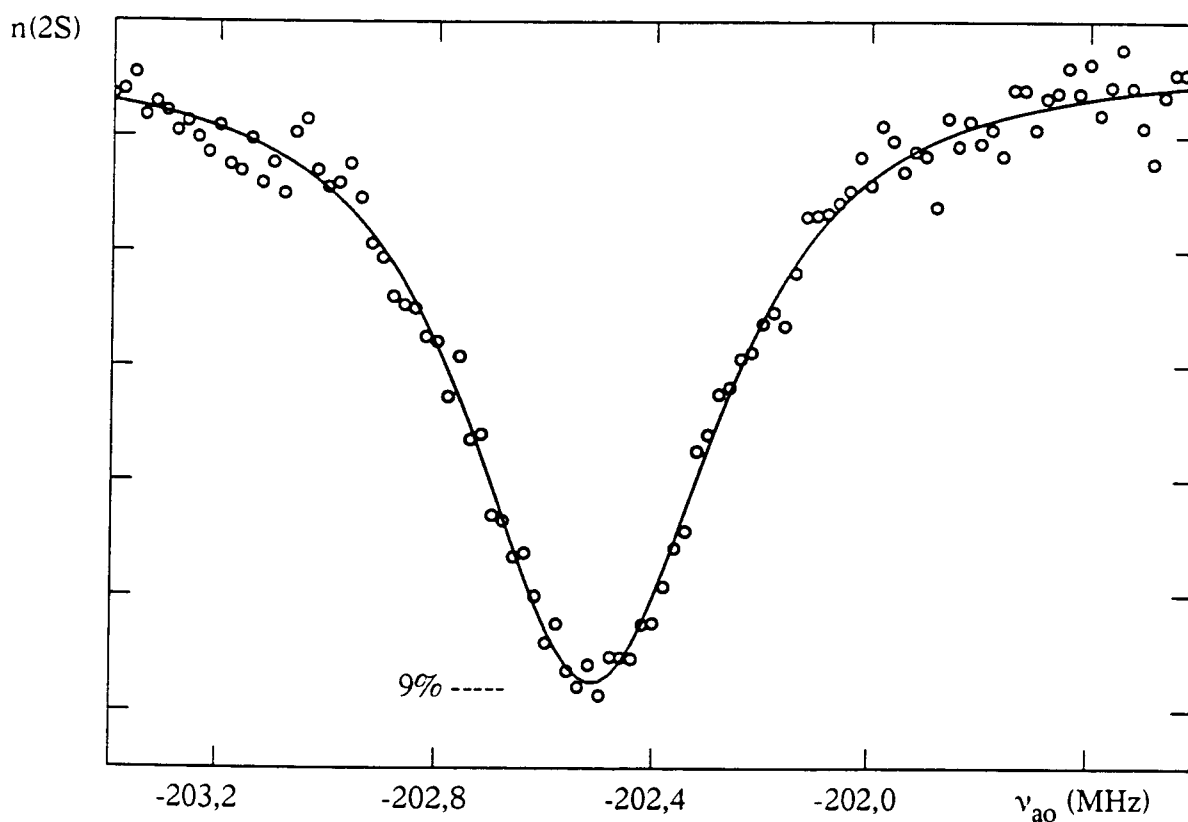


Figure 3.8

Exemple d'ajustement des courbes théoriques sur une courbe expérimentale de la transition $2S_{1/2}-6D_{5/2}$

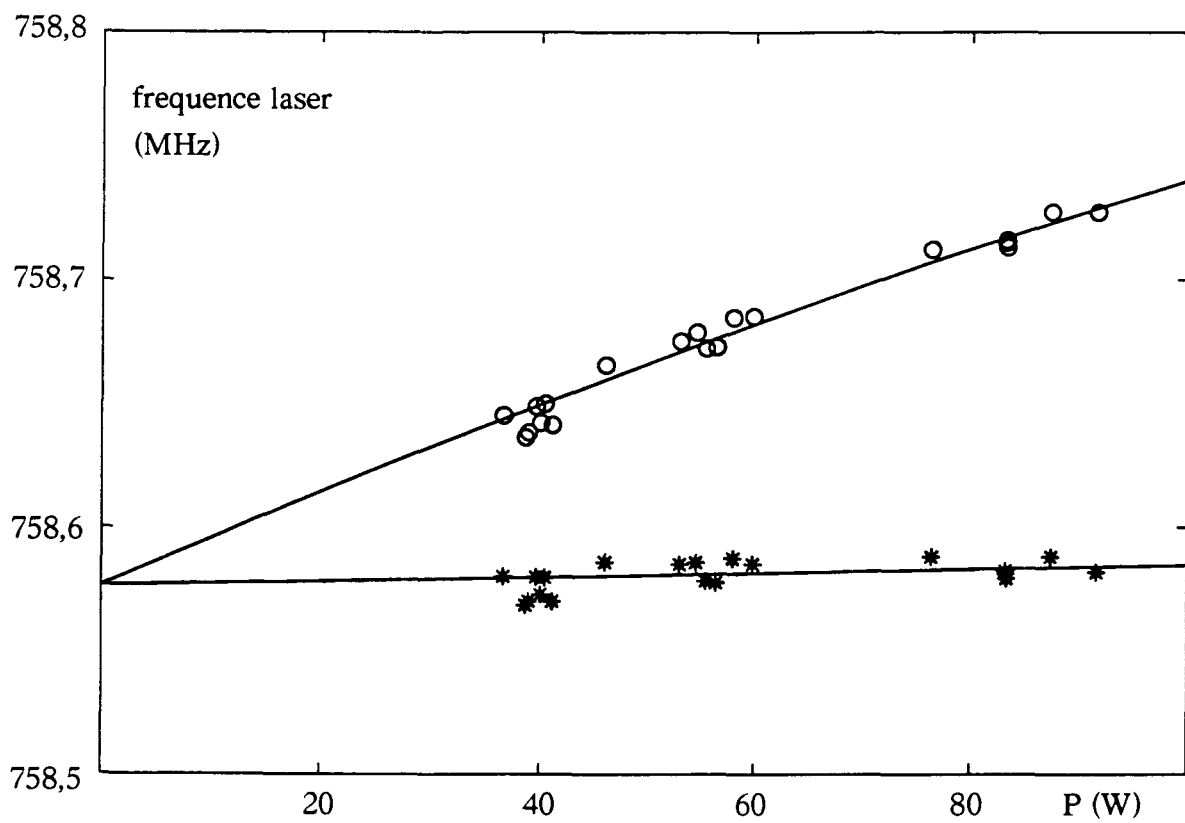


Figure 3.9
Extrapolation à puissance nulle de la position
de la raie atomique corrigée (*) et non corrigée (o)
du déplacement lumineux (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$)

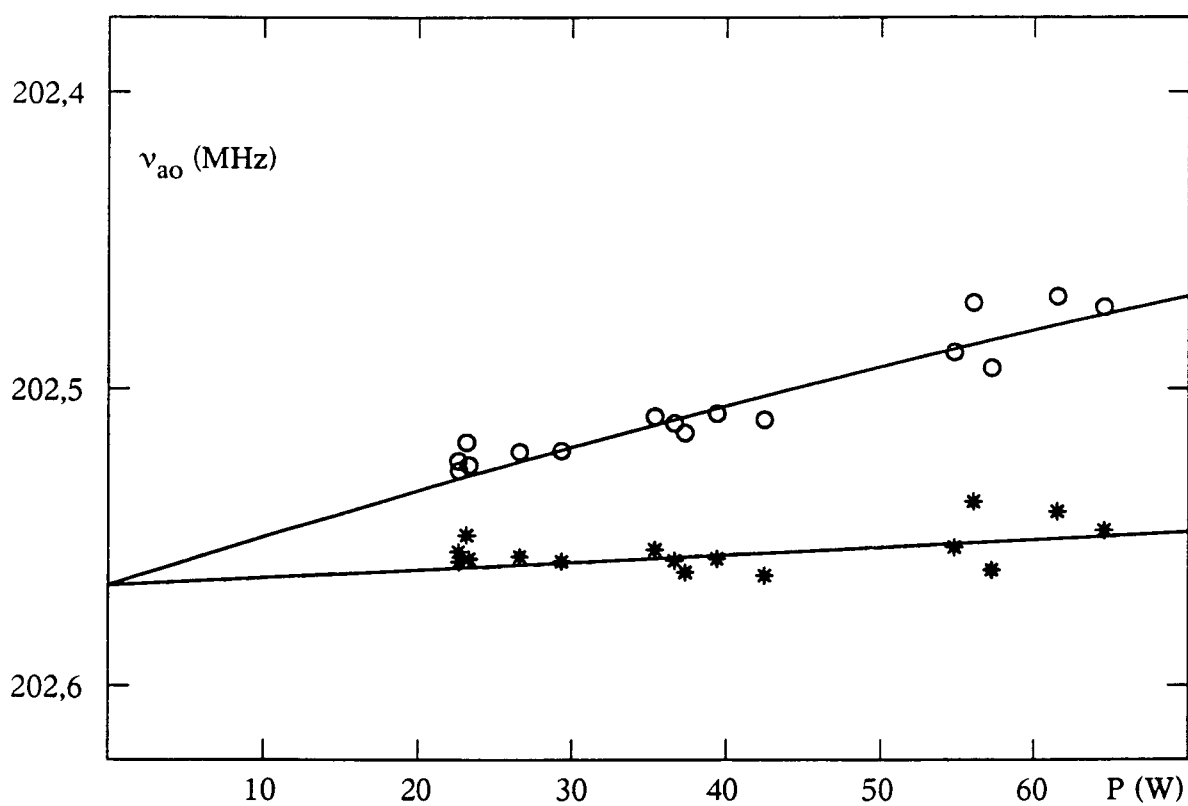


Figure 3.10

Extrapolation à puissance nulle de la position
de la raie atomique corrigée (*) et non corrigée (o)
du déplacement lumineux (transition $2S_{1/2} - 6D_{5/2}$)

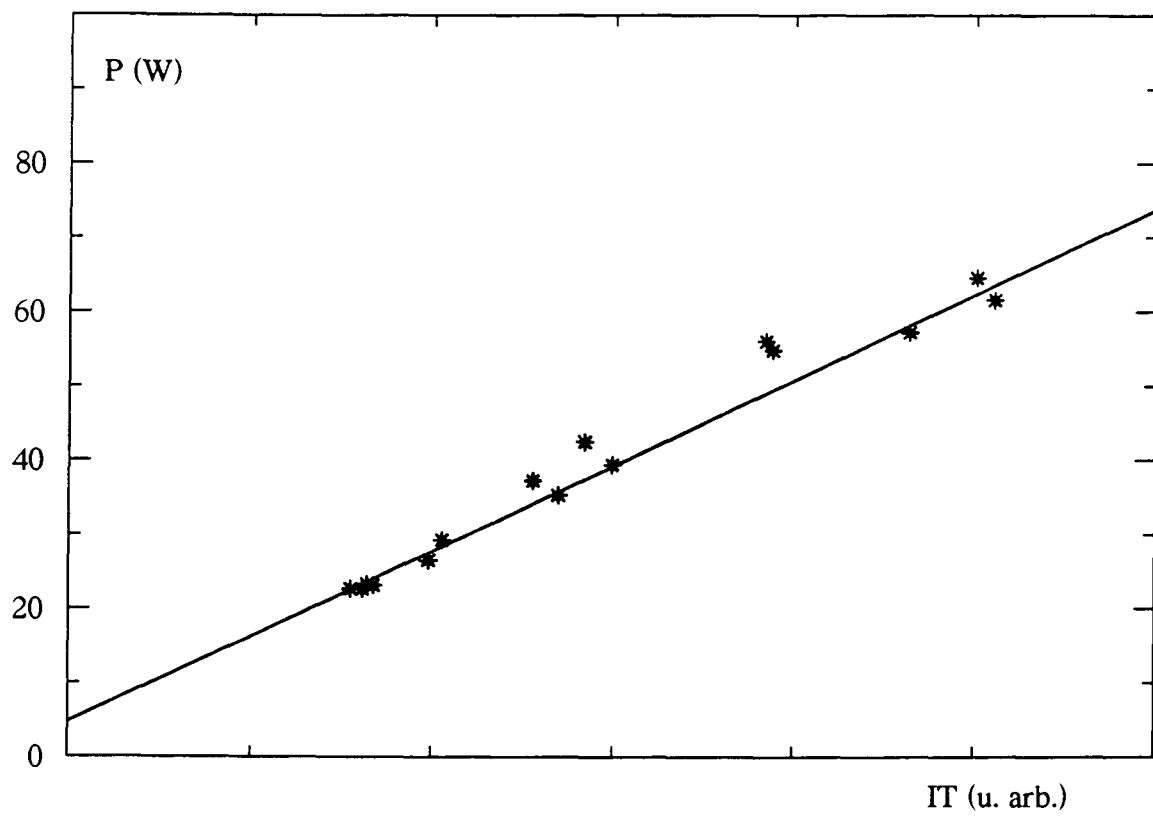


Figure 3.11

Puissance laser donnée par les fits (P) en fonction du signal de la photodiode de contrôle (IT) qui mesure la transmission du laser à travers la cavité de surtension du jet.

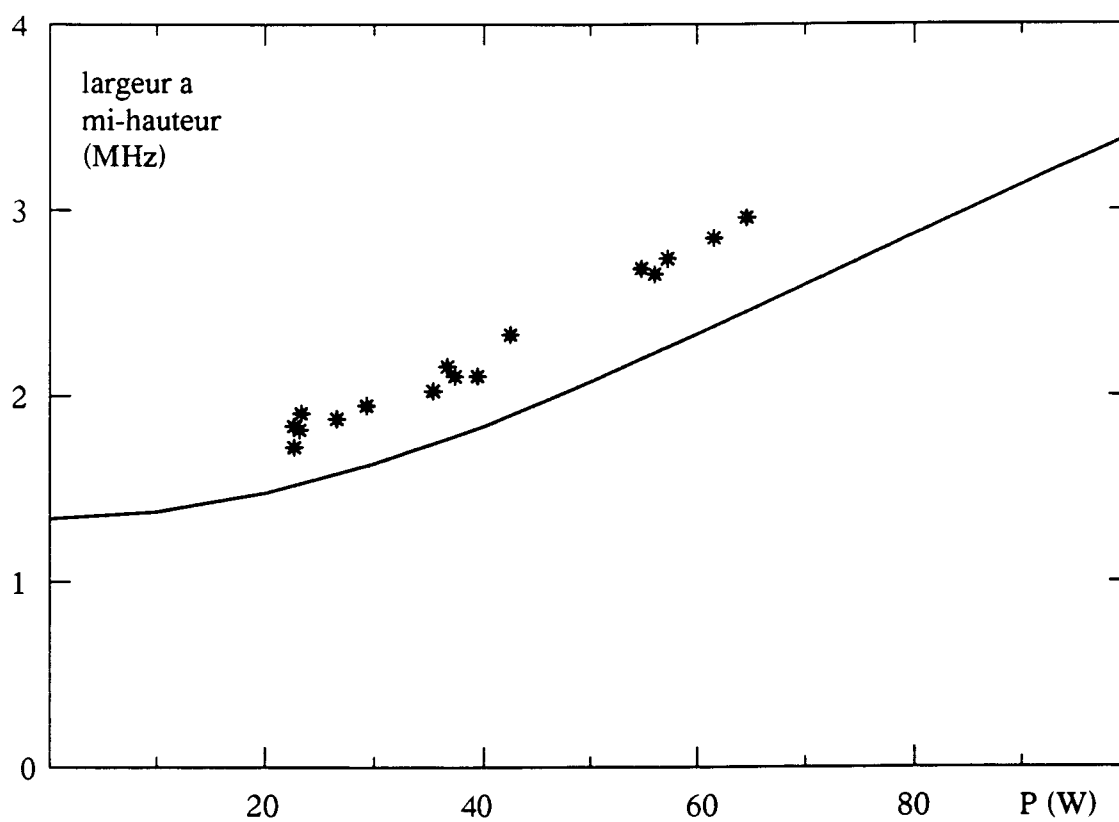


Figure 3.12
Largeur des signaux observés (en fréquence atomique)
en fonction de la puissance intra-cavité.

même droite n'est pas horizontale. Ceci vient du fait que le laser n'était pas bien aligné avec le jet atomique : les atomes restent alors moins longtemps dans le faisceau et l'amplitude des raies est donc plus faible. Or, c'est la puissance intra-cavité (P) qui détermine principalement l'amplitude de la raie. Le programme d'ajustement sous estime alors P . Le déplacement lumineux n'est pas entièrement corrigé, et cela d'autant plus que la puissance est grande : c'est ce qui explique la pente légèrement positive de la droite des positions corrigées.

La figure 3.11 représente la puissance calculée P en fonction de l'intensité transmise par la cavité (IT) mesurée par une photodiode de contrôle. P et IT sont théoriquement proportionnelles, mais pour la même raison que précédemment la droite $P(IT)$ ne passe pas exactement par l'origine.

Sur la figure 3.12, on a porté la largeur à mi-hauteur des signaux (en fréquence atomique), en fonction de la puissance. La courbe en trait plein représente la largeur qu'aurait la raie, si l'on ne tenait pas compte des élargissements parasites, mais uniquement de la largeur naturelle et du déplacement lumineux. L'écart entre cette courbe et les points expérimentaux est dû aux élargissements parasites.

4 - Procédure expérimentale au cours des enregistrements.

La recherche du signal 2S-6S ou 6D ne pose aucune difficulté expérimentale nouvelle par rapport aux expériences de mesure de la constante de Rydberg. En réalité, nous n'avons fait une série complète d'enregistrements que pour vérifier que tout marchait bien, et surtout pour être sûrs de la position de nos Fabry-Perot au cours de notre recherche de la transition 1S-3S.

a - Recherche du signal.

Nous n'avons étudié que la transition 2S ($F=1$)-6D_{5/2} qui est la plus intense. Pour trouver la résonance atomique, on commence par calculer la fréquence du laser à l'endroit de cette transition. Comme l'intervalle entre ordres du FPR est très bien connu (de François Biraben qui vit avec ses Fabry-Perot depuis de nombreuses années), on en déduit donc a priori le numéro du pic du FPR sur lequel on va asservir le laser titane-saphir et la fréquence du modulateur acousto-optique ν_{ao} . Concrètement, on positionne grâce au synthétiseur la fréquence du modulateur sur cette valeur calculée. Puis, grâce à un lambda-mètre on met le laser à la bonne longueur d'onde au 100^{ème} d'Angström près et on l'asservit sur le FPR. Normalement on est alors sur la raie de résonance. On le vérifie en regardant le nombre de métastables, c'est à dire le signal fourni par la détection synchrone : la transition est

suffisamment intense pour qu'on sache instantanément si on excite ou non la transition. En effet, en coupant le faisceau laser devant le jet on voit le signal augmenter notablement. Si ce n'est pas le cas, c'est que le laser n'est pas asservi sur le bon pic du FPR, et on essaye les pics voisins.

b - Contrôle des asservissements.

Une fois que l'on a trouvé le bon pic du FPR, on contrôle la fréquence du laser par l'intermédiaire du VCO. En mesurant l'intervalle $\Delta = 4\nu_{\text{VCO}} + 2\nu_{\text{ao}}$ (cf figure 3.3), on vérifie à tout moment que le laser reste asservi correctement, c'est-à-dire sur le bon pic du FPR et parfaitement en haut de ce pic (ce qui peut ne pas être le cas si l'on a par exemple oublié de brancher un intégrateur dans la boucle d'asservissement). Le problème qui se pose quand on mesure Δ , c'est que cette grandeur fluctue. En effet, la longueur de la cavité FPE varie au cours de la journée, car le barreau en zérodur sur lequel elle est montée se dilate plus ou moins. Même si la fréquence du laser reste fixe, ν_{VCO} varie. Pour s'affranchir de cette dérive, on se ramène à une situation de référence dans laquelle Δ est connu. L'ordinateur enregistre l'intervalle Δ puis calcule une valeur corrigée Δ_{corr} qui est la valeur que devrait avoir Δ si la longueur du FPE était la longueur L_0 de référence. Le laser titane-saphir étant asservi sur le pic N_{ir} du FPE, et le laser He-Ne baladeur sur le pic N_r , cette valeur corrigée vaut :

$$\Delta_{\text{corr}} = \Delta + \frac{N_{\text{ir}}}{N_r} (\text{fb} - \text{fb}_0)$$

Rappelons que fb est la fréquence de battement entre l'He-Ne baladeur et l'He-Ne/I₂-2 ; fb₀ est la valeur de référence de ce battement, et la correction précédente est une simple règle de trois permettant d'éliminer à tout moment les fluctuations dues aux variations de longueur de la cavité. Ainsi l'ordinateur nous fournit Δ_{corr} qui garde une valeur fixe au cours du temps. On peut ainsi contrôler d'un simple coup d'oeil que le laser titane-saphir est toujours asservi correctement. De plus cette méthode utilisant une situation de référence permet de suivre sur des mois, voire des années, l'évolution de la cavité FPE.

c - Les enregistrements.

Une fois tous les asservissements vérifiés, on peut procéder aux enregistrements proprement dits. Pendant les 16 enregistrements que nous avons faits de la transition 2S (F=1)-6D_{5/2}, les différents lasers sont positionnés comme suit :

- la cavité FPR est asservie sur le laser He-Ne-2 lui-même asservi sur la raie d de l'iode,
- le laser He-Ne baladeur est asservi sur le pic $N_r=1580284$ de la cavité FPE,

- la fréquence ν_{ao} du modulateur acousto-optique est balayée de 2 MHz autour de 202,4 MHz,
- le laser titane-saphir a une longueur d'onde de 8203,475 Å, et est asservi à $2\nu_{ao}$ du pic 1219485 de la cavité FPR,
- la fréquence ν_{vco} de l'oscillateur VCO varie pour suivre le balayage du modulateur acousto-optique, sur un intervalle de 1 MHz autour de 228 MHz (car $\Delta = 4\nu_{vco} + 2\nu_{ao}$ est fixe),
- le laser titane-saphir est asservi à $4\nu_{vco}$ du pic $N_{ir}=1219029$ de la cavité FPE.

Pendant la durée d'un enregistrement (environ 20 minutes), c'est le micro-ordinateur qui se charge de tout : il pilote le modulateur acousto-optique par l'intermédiaire d'un synthétiseur, et il enregistre simultanément :

- le nombre d'atomes métastable, c'est-à-dire le signal fourni par la détection synchrone,
- la fréquence de battement f_b entre le laser He-Ne-2 et le laser He-Ne baladeur,
- la fréquence ν_{vco} du VCO,
- l'intensité lumineuse transmise par la cavité de surtension autour des atomes et mesurée par une photodiode de contrôle.

Le résultat que nous voulons tirer de cette série de mesures est la position de la fréquence de résonance relativement à la cavité FPR. En l'occurrence, l'extrapolation à puissance nulle de la figure 3.10 indique que la résonance de la transition à deux photons 2S (F=1)-6D_{5/2} a lieu pour $\nu_{ao}=202,565$ (7) MHz. Comme on connaît par ailleurs la différence entre la fréquence de la transition 1S (F=1)-3S et quatre fois celle de la transition 2S (F=1)-6D_{5/2}, on sait a priori où l'on doit chercher le signal 1S-3S : il faut se décaler de huit intervalles entre ordres et asservir le laser titane-saphir à $2 \times 189,3$ MHz du pic $N=1219477$ du FPR. Nous détaillerons la manière dont nous avons procédé au chapitre 5, quand nous aborderons la recherche du signal 1S-3S.

Chapitre 4

La source continue à 205 nm.

Chapitre 4

La source continue à 205 nm.

Le rayonnement à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition 1S-3S est obtenu à partir du laser titane-saphir par l'intermédiaire de deux doublages de fréquence. Ce chapitre leur est consacré. Il commence par une présentation théorique des notions d'optique non linéaire qui sont nécessaires à la compréhension du doublage de fréquence. Le calcul de la puissance doublée en fonction de la puissance incidente est présenté, ainsi que le principe de nos cavités de surtension. La deuxième partie est consacrée au premier doublage de fréquence, dans un cristal de LBO. La troisième et dernière partie présente le deuxième doublage, effectué dans un cristal de BBO, les problèmes que nous avons rencontrés avec ce cristal, et les résultats que nous avons obtenus.

A - Théorie du doublage et généralités.

1- Les bases de l'optique non linéaire.

a - Susceptibilités non linéaires.

L'optique non linéaire est l'étude des interactions entre la matière et la lumière intense. Cette discipline est née dans les années 1960 avec les premières expériences de

doublage de fréquence [Franken 1961]. Une forte intensité est nécessaire pour observer de tels phénomènes, c'est pourquoi les effets d'optique non linéaire n'ont été découverts qu'avec l'apparition des lasers. Sous l'action d'un champ électrique très intense, le milieu répond par une polarisation qui ne dépend plus linéairement du champ appliqué. Cette polarisation est en retour un terme source dans les équations de Maxwell : elle induit des composantes de fréquences qui ne sont pas présentes dans le champ incident. Dans la plupart des cas, quand le champ appliqué est suffisamment faible, on peut développer la polarisation $\bar{P}(\bar{r}, t)$ sous la forme d'une série de puissances du champ $\bar{E}(\bar{r}, t)$:

$$\begin{aligned} \bar{P}(\bar{r}, t) = & \epsilon_0 \int \chi^{(1)}(\bar{r} - \bar{r}', t - t') \otimes \bar{E}(\bar{r}', t') d\bar{r}' dt' \\ & + \epsilon_0 \int \chi^{(2)}(\bar{r} - \bar{r}_1, t - t_1; \bar{r} - \bar{r}_2, t - t_2) \otimes \bar{E}(\bar{r}_1, t) \bar{E}(\bar{r}_2, t) d\bar{r}_1 dt_1 d\bar{r}_2 dt_2 + \dots \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

Dans cette expression la susceptibilité linéaire $\chi^{(1)}$ est un tenseur d'ordre 2, la susceptibilité d'ordre 2 $\chi^{(2)}$ est un tenseur d'ordre 3 etc ... Suivant cette convention $\chi^{(1)}$ est sans dimension et $\chi^{(2)}$ s'exprime en $m.V^{-1}$ (certains auteurs incluent ϵ_0 dans l'expression de $\chi^{(2)}$ qui s'exprime alors en $C.V^{-2}$). Si on écrit $\bar{E}(\bar{r}, t)$ comme une somme d'ondes planes monochromatiques :

$$\bar{E}(\bar{r}, t) = \sum_n \bar{E}(\bar{k}_n, \omega_n) e^{-i\omega_n t} \quad (4.1.2)$$

où la sommation s'étend sur toutes les fréquences positives et négatives, l'équation 4.1.1 devient par transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} \bar{P}(\bar{k}, \omega) = & \bar{P}^{(1)}(\bar{k}, \omega) + \bar{P}^{(2)}(\bar{k}, \omega) + \dots \\ \text{avec} \quad \bar{P}^{(1)}(\bar{k}, \omega) = & \epsilon_0 \chi^{(1)}(\bar{k}, \omega) \otimes \bar{E}(\bar{k}, \omega) \\ \bar{P}^{(2)}(\bar{k}, \omega) = & \epsilon_0 \chi^{(2)}(\bar{k} = \bar{k}_m + \bar{k}_n, \omega = \omega_m + \omega_n) \otimes \bar{E}(\bar{k}_m, \omega_m) \bar{E}(\bar{k}_n, \omega_n) \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

Les susceptibilités $\chi^{(j)}$ dépendent de la structure atomique du milieu non linéaire considéré et nous n'entrerons pas ici dans leur calcul. Dans le cadre de l'approximation dipolaire électrique $\chi^{(j)}(\bar{r}, t)$ ne dépend pas de \bar{r} et $\chi^{(j)}(\bar{k}, \omega)$ ne dépend alors pas de \bar{k} . L'équation 4.1.3 s'écrit alors pour la composante du deuxième ordre qui seule nous intéresse ici :

$$P_i^{(2)}(\omega = \omega_m + \omega_n) = \epsilon_0 \sum_{j,k} \sum_{\omega = \omega_m + \omega_n} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega; \omega_m, \omega_n) E_j(\omega_m) E_k(\omega_n) \quad (4.1.4)$$

où les indices i, j et k sont les coordonnées cartésiennes des vecteurs considérés. Dans le cas du doublage de fréquence où une onde incidente de fréquence ω_1 génère une onde doublée de fréquence ω_2 , on obtient l'expression :

$$P_i^{(2)}(\omega_2 = 2\omega_1) = \epsilon_0 \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_2; \omega_1, \omega_1) E_j(\omega_1) E_k(\omega_1) \quad (4.1.5)$$

Dans la pratique, on n'utilise pas le tenseur $\chi^{(2)}$ mais le tenseur d . Ces deux quantités sont reliées par la relation :

$$\chi^{(2)} = 2d \quad (4.1.6)$$

Dès que le milieu est sans pertes aux fréquences considérées, le tenseur d_{ijk} est symétrique par libre permutation des trois indices (symétrie de Kleinman). En particulier, il est symétrique par permutation des deux derniers indices (dans le cas du doublage de fréquence ceci est toujours vrai puisque les deux arguments ω_m et ω_n sont égaux). On peut alors utiliser une notation contractée d_{il} où l et jk se correspondent de la manière suivante :

jk	11	22	33	23, 32	31, 13	12, 21
1	1	2	3	4	5	6

Le tenseur d devient alors une matrice 3×6 . La symétrie de Kleinman, qui est vérifiée dans la quasi totalité des cas, permet en outre une simplification supplémentaire. En effet, on peut écrire par permutation des indices :

$$\begin{aligned} d_{12} &= d_{122} = d_{212} = d_{26} \\ \text{ou} \quad d_{14} &= d_{123} = d_{213} = d_{25} = d_{321} = d_{36} \text{ etc ...} \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

Seuls dix coefficients indépendants subsistent alors :

$$d = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \quad (4.1.8)$$

et l'équation 4.1.5 devient ainsi :

$$\begin{bmatrix} P_1(\omega_2) \\ P_2(\omega_2) \\ P_3(\omega_2) \end{bmatrix} = 2\epsilon_0 \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(\omega_1)^2 \\ E_2(\omega_1)^2 \\ E_3(\omega_1)^2 \\ 2E_2(\omega_1)E_3(\omega_1) \\ 2E_1(\omega_1)E_3(\omega_1) \\ 2E_1(\omega_1)E_2(\omega_1) \end{bmatrix} \quad (4.1.9)$$

D'autres symétries apparaissent enfin, en fonction du milieu considéré. En particulier, pour chacun des 32 groupes ponctuels cristallographiques, d possède des symétries spécifiques. Le LBO que nous employons pour notre premier doublage de fréquence est un cristal du groupe

mm2. Cela signifie qu'il possède deux plans de symétrie indiqués par la lettre m (pour miroir), et un axe de symétrie d'ordre 2. Pour ce groupe de symétrie, la matrice d s'écrit :

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{32} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.10)$$

Le choix de l'orientation des axes 1, 2 et 3 est différent pour chaque type de cristal. Pour le LBO les axes 1, 2, 3 sont les axes cristallins a, b, c correspondant à la maille élémentaire du cristal, choisis tels que $a > b > c$. L'axe de symétrie d'ordre 2 est alors parallèle à c. Pour le BBO que nous employons dans notre deuxième cavité de doublage et qui appartient au groupe 3m, l'axe de symétrie du cristal est l'axe 3 et le plan de symétrie est choisi perpendiculaire à l'axe 1 ; d s'écrit alors :

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{31} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.11)$$

Ce sont ces coefficients d_{ij} qui sont couramment calculés et mesurés et que l'on trouve dans les tables.

b - Conditions d'accord de phase.

Nous avons vu qu'un milieu optique peut développer une réponse non linéaire à un champ appliqué. Cependant, cette réponse n'est suffisamment efficace que dans certaines géométries, c'est-à-dire quand les champs appliqués ont des directions bien précises par rapport aux axes cristallins et que l'onde se propage dans une direction que l'on appelle direction d'accord de phase (ou phase matching en anglais).

La condition d'accord de phase est une condition de conservation du vecteur d'onde. Dans le cas d'une somme de fréquences où deux ondes incidentes à ω_1 et ω_2 génèrent une onde à ω_3 , elle s'écrit :

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (4.1.12)$$

et on peut l'interpréter physiquement comme une condition de résonance spatiale entre les ondes qui interagissent. Dans le cas du doublage de fréquence, cette interprétation est particulièrement simple. L'équation 4.1.12 devient $\vec{k}_3 = 2\vec{k}_1$ soit $n_3\omega_3 = 2n_1\omega_1$ où $n_i = n(\omega_i)$ est l'indice de réfraction à la fréquence ω_i . Comme $\omega_3 = 2\omega_1$, la condition d'accord de phase s'écrit $n_3 = n_1$. On peut développer une image physique simple pour interpréter cette relation. Imaginons le cristal non linéaire comme une assemblée de dipôles qui oscillent à la fréquence

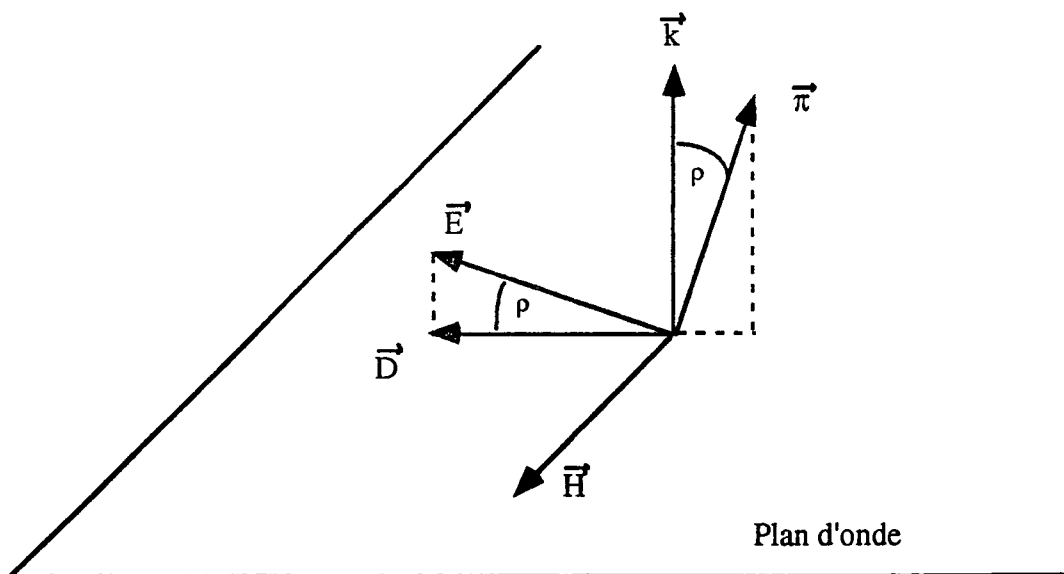


Figure 4.1
Disposition des champs dans un milieu anisotrope.

$2\omega_1$ avec une phase déterminée par la phase de l'onde incidente. Pour que les ondes rayonnées par chaque dipôle s'ajoutent constructivement dans la direction de propagation, il est nécessaire que les phases de l'onde incidente et de l'onde doublée évoluent avec la même vitesse et que donc les indices n_3 et n_1 soient égaux. Pour pouvoir dans la pratique appliquer cette condition, il faut connaître les propriétés optiques des cristaux que l'on utilise, c'est pourquoi nous allons maintenant rappeler brièvement quelques propriétés des milieux anisotropes.

c - Optique des milieux anisotropes

En tout point du milieu, on peut définir un vecteur champ électrique \vec{E} et un vecteur induction électrique \vec{D} . Le plan normal au vecteur d'onde \vec{k} est appelé plan d'onde. Il contient \vec{D} et le vecteur induction magnétique \vec{H} . Dans un milieu anisotrope, \vec{E} n'est plus parallèle à \vec{D} mais appartient au plan (\vec{D}, \vec{k}) et forme avec \vec{D} un angle noté ρ et appelé angle de double réfraction (ou walk off en anglais). De même, le vecteur de Poynting $\vec{\pi}$ n'est plus parallèle à \vec{k} mais forme avec ce dernier le même angle ρ et est orthogonal aux vecteurs champs électrique et magnétique (voir figure 4.1). \vec{D} et \vec{E} sont reliés par une relation matricielle : $\vec{D} = \mathcal{E}\vec{E}$. La matrice \mathcal{E} est diagonalisable dans un système d'axes particuliers appelés axes propres du cristal, que l'on notera x, y, z , et prend alors la forme suivante :

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (4.1.13)$$

où les n_i sont les indices principaux. La correspondance entre les axes cristallins 1, 2, 3 vus plus haut et ces nouveaux axes optiques dépend de chaque type de cristal et parfois même de chaque auteur. Dans chaque plan d'onde il existe deux directions perpendiculaires du vecteur induction \vec{D} pour lesquelles \vec{D} peut se propager sans que sa direction ne soit modifiée. Dans ces deux directions, auxquelles correspondent deux indices n' et n'' , l'onde se propage respectivement aux vitesses $v'=c/n'$ et $v''=c/n''$.

La surface des indices permet de représenter géométriquement les variations de n' et n'' en fonction de l'orientation du plan d'onde c'est-à-dire en fonction de la direction de propagation \vec{k} . Dans le repère $Oxyz$, on porte sur chaque droite de direction \vec{k} deux points situés aux distances n' et n'' du point O . On obtient ainsi une surface à deux nappes que l'on appelle surface des indices. Cette surface est représentée sur la figure 4.2 pour $n_x < n_y < n_z$. Dans cette configuration les deux nappes se coupent dans le plan xz suivant deux directions OI et OI' symétriques par rapport à Oz que l'on appelle les axes optiques. Dans ces directions

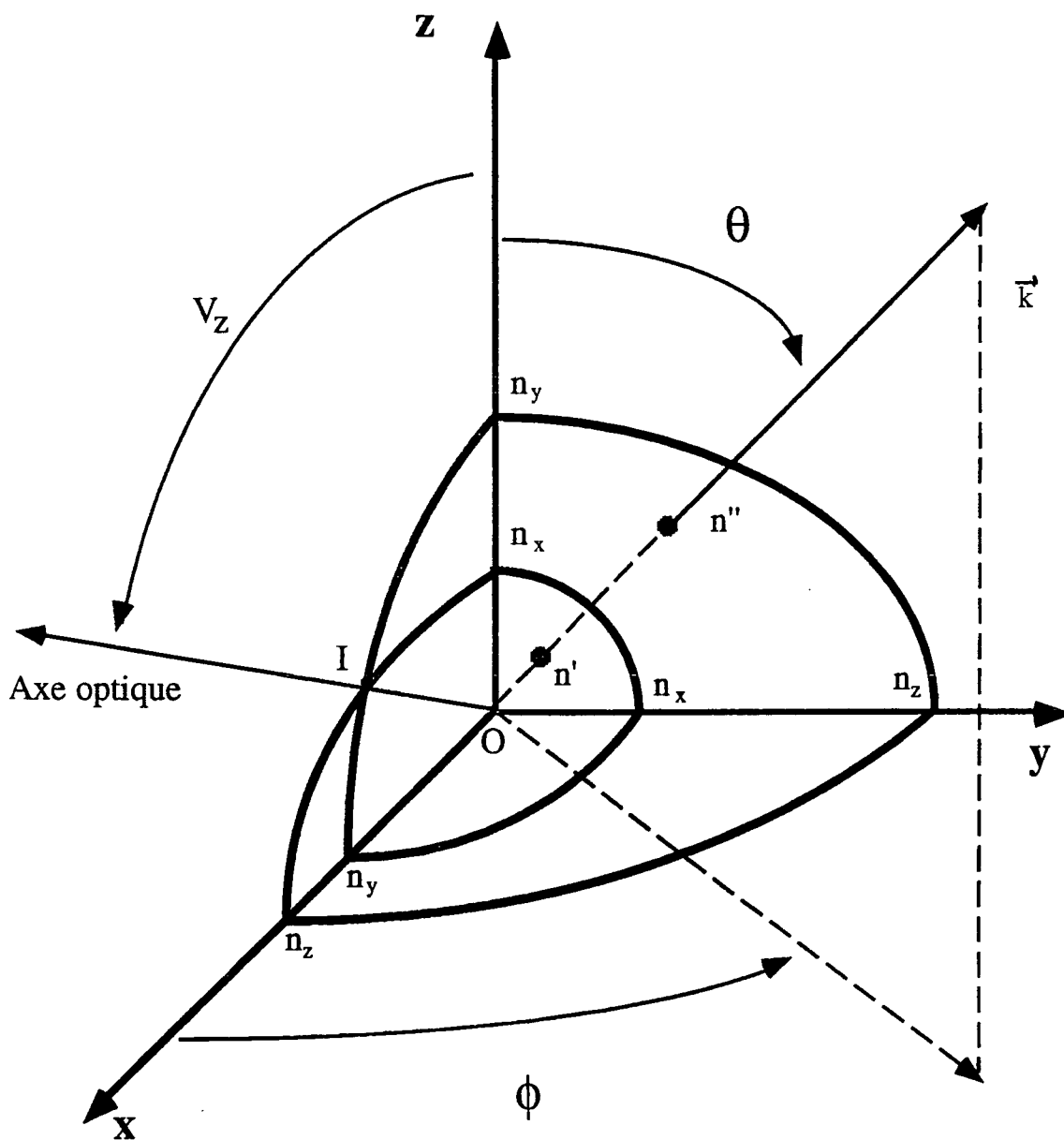


Figure 4.2
Surface des indices.

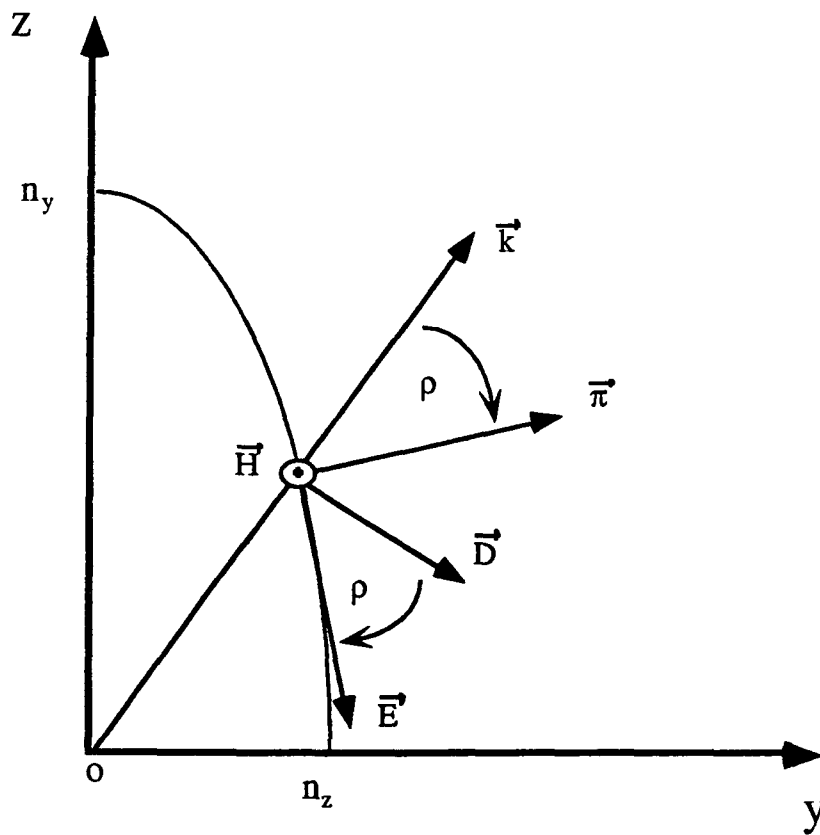


Figure 4.3
Surface des indices et angle de double réfraction.

les deux indices n' et n'' sont égaux. On peut enfin noter que le plan tangent à la surface des indices est le plan (\vec{E}, \vec{H}) . Le vecteur de Poynting est donc normal à la surface des indices (figure 4.3).

d - Cristal uniaxe.

Un cristal uniaxe est tel que deux des indices principaux sont égaux. C'est le cas du BBO (les cristaux dont les trois indices sont différents sont appelés biaxes et c'est le cas du LBO). Si nous choisissons les axes tels que $n_x=n_y$ le milieu possède du point de vue optique une symétrie de révolution autour de l'axe Oz pour lequel $n'=n''$ et qui est donc l'axe optique ici unique. L'indice $n_x=n_y$ s'appelle l'indice ordinaire n_o : en effet, une onde qui se propage selon Oz se propage exactement de la même façon que dans un milieu isotrope, d'où le terme "ordinaire". L'autre indice, n_z , est appelé indice extraordinaire principal n_e . Le cristal est dit positif si $n_e > n_o$, et négatif dans le cas contraire. Le BBO étant un cristal uniaxe négatif, nous ne ferons pour plus de simplicité les figures que dans ce cas là. Pour ce cristal, la correspondance entre les axes xyz et 123 est la suivante pour la plupart des auteurs [Boyd 1992, Dmitriev 1991] : l'axe optique z est aussi l'axe de symétrie du cristal (axe 3). L'axe x est choisi parallèle à l'axe 1 c'est-à-dire normal au plan de symétrie du cristal. La surface des indices est constituée d'une sphère de rayon n_o et d'un ellipsoïde de révolution autour de Oz, de demi-axes n_o et n_e (figure 4.4). Comme le milieu est de révolution autour de de Oz, nous nous placerons toujours dans l'un des plans propres Oxz ou Oyz. Dans une direction donnée repérée par l'angle polaire θ les deux indices n' et n'' sont alors n_o et $n_e(\theta)$.

Nous pouvons maintenant revenir à la condition d'accord de phase qui s'écrit :

$$\omega_3 n(\omega_3) = \omega_1 n(\omega_1) + \omega_2 n(\omega_2) \tag{4.1.14}$$

Deux types d'accord de phase sont possibles : soit les deux ondes 1 et 2 ont la même polarisation : toutes les deux ordinaires (o) ou toutes les deux extraordinaires (e), et on a un accord de phase de type I, soit les deux ondes ont des polarisations orthogonales et on a un accord de phase de type II. Dans la quasi totalité des cas, n est une fonction croissante de la fréquence. Selon que le cristal est positif ou négatif on a donc différentes possibilités :

	Cristal positif $n_e > n_o$	Cristal négatif $n_e < n_o$
Type I	$e + e \rightarrow o$	$o + o \rightarrow e$
Type II	$o + e \rightarrow o$	$e + o \rightarrow e$

Dans le cas du doublage de fréquence avec un accord de phase de type I, la condition d'accord de phase s'écrit $n(2\omega)=n(\omega)$, et pour un cristal négatif comme le BBO, la seule

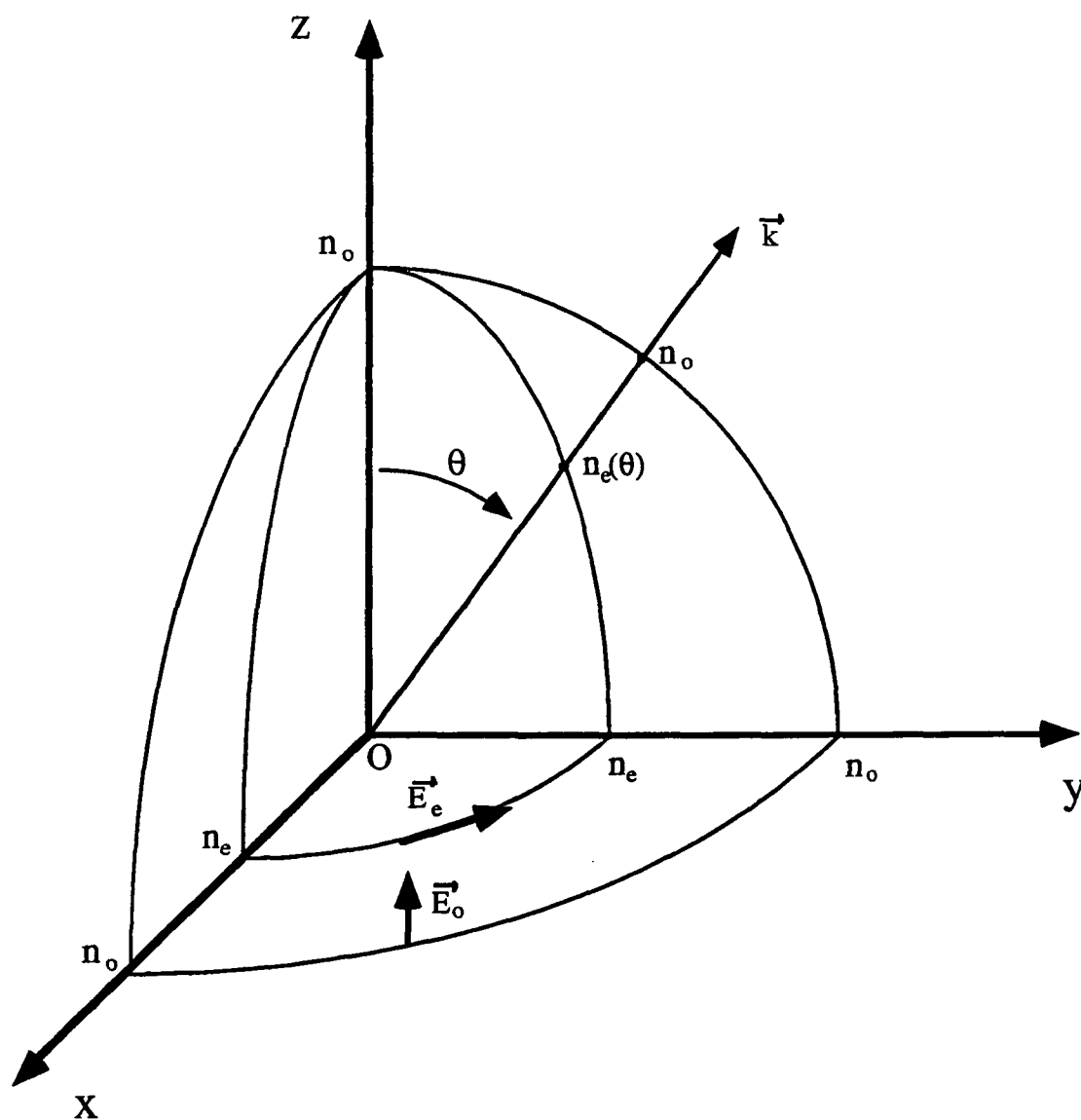


Figure 4.4

Surface des indices dans le cas d'un cristal uniaxe négatif.

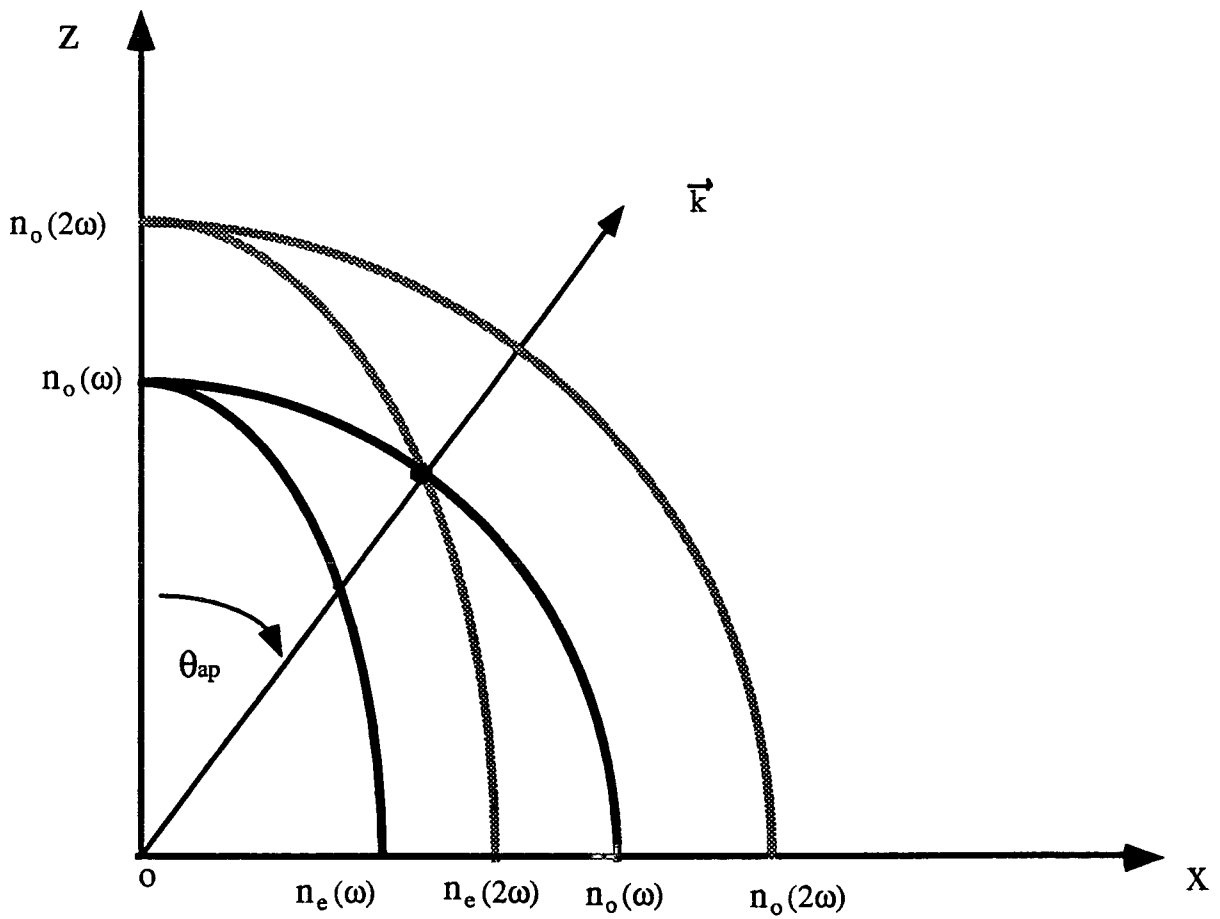


Figure 4.5
Détermination de l'angle d'accord de phase.

solution est alors de prendre $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$. Dans le plan xz cette équation détermine deux directions d'accord de phase, symétriques par rapport à Oz et repérées par les angles $\pm\theta_{ap}$ (figure 4.5). Pour calculer θ_{ap} on calcule les indices principaux ordinaire et extraordinaire aux deux longueurs d'onde grâce aux formules de Sellmeier : $n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2$, dont les coefficients sont donnés dans des tables. On en déduit alors θ_{ap} en calculant les coordonnées du point d'intersection du cercle de rayon $n_o(\omega)$ et de l'ellipse de demi-axes $n_o(2\omega)$ et $n_e(2\omega)$:

$$\operatorname{tg} \theta_{ap} = \frac{n_e(2\omega)}{n_o(2\omega)} \sqrt{\frac{n_o^2(2\omega) - n_o^2(\omega)}{n_o^2(\omega) - n_e^2(2\omega)}} \quad (4.1.15)$$

En utilisant le fait que le vecteur de Poynting est normal à la surface des indices, on peut alors calculer l'angle de double réfraction :

$$\rho(\theta_{ap}) = \operatorname{Arctg} \left[\left(\frac{n_o(2\omega)}{n_e(2\omega)} \right)^2 \operatorname{tg} \theta_{ap} \right] - \theta_{ap} \quad (4.1.16)$$

Une fois la direction de propagation et les polarisations des champs fixées, c'est-à-dire une fois que la géométrie du problème est imposée, on peut revenir à l'expression 4.1.5 qui donne la polarisation non linéaire $\vec{P}(2\omega)$. La direction de propagation étant repérée dans le repère Oxyz par ses coordonnées sphériques (θ, ϕ) les polarisations ordinaire et extraordinaire du champ électrique, de composantes a_i et b_i sont respectivement :

$$\vec{e}_o = [a_i] = \begin{bmatrix} \sin \phi \\ -\cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{e}_e = [b_i] = \begin{bmatrix} -\cos(\theta + \rho) \cos \phi \\ -\cos(\theta + \rho) \sin \phi \\ \sin(\theta + \rho) \end{bmatrix} \quad (4.1.17)$$

Dans le cas d'un accord de phase de type o+o \rightarrow e le champ électrique incident est $\vec{E}_o(\omega) = E_o(\omega) \vec{e}_o$ où $E_o(\omega)$ est l'amplitude du champ. Les composantes P_i du vecteur polarisation sont données par

$$P_i(2\omega) = 2\varepsilon_o \sum_{j,k} d_{ijk} E_j(\omega) E_k(\omega) \quad (4.1.18)$$

avec

$$E_j(\omega) = a_j E_o(\omega) \quad (4.1.19)$$

Pour avoir la composante extraordinaire il suffit de projeter $\vec{P}(2\omega)$ sur la direction extraordinaire :

$$P^e(2\omega) = \vec{e}_e \cdot \vec{P}(2\omega) = \sum_i b_i P_i(2\omega) \quad (4.1.20)$$

En reportant les expressions 4.1.18 et 4.1.19 on aboutit alors à une relation scalaire :

$$P_{oo}^e(2\omega) = 2\epsilon_o \sum_{i,j,k} b_i d_{ijk} a_j a_k E_o^2(\omega) \quad (4.1.21)$$

que l'on écrit sous la forme

$$P_{oo}^e(2\omega) = 2\epsilon_o d_{eff} E_o^2(\omega) \quad (4.1.22)$$

où d_{eff} est la susceptibilité effective dans la direction d'accord de phase et vaut donc :

$$d_{eff}(o + o \rightarrow e) = \sum_{i,j,k} b_i a_j a_k d_{ijk} \quad (4.1.23)$$

(Cette expression est généralisable à tout type d'accord de phase : il suffit de "mettre" les composantes a_i pour "ordinaire" et les composantes b_i pour "extraordinaire". Par exemple $d_{eff}(e + o \rightarrow e) = \sum_{i,j,k} b_i b_j a_k d_{ijk}$). Si l'on revient à la notation abrégée 4.1.8, d_{eff} s'écrit aussi :

$$d_{eff}(o + o \rightarrow e) = \sum_i b_i \{ a_1^2 d_{i1} + a_2^2 d_{i2} + a_3^2 d_{i3} + 2(a_2 a_3 d_{i4} + a_1 a_3 d_{i5} + a_1 a_2 d_{i6}) \} \quad (4.1.24)$$

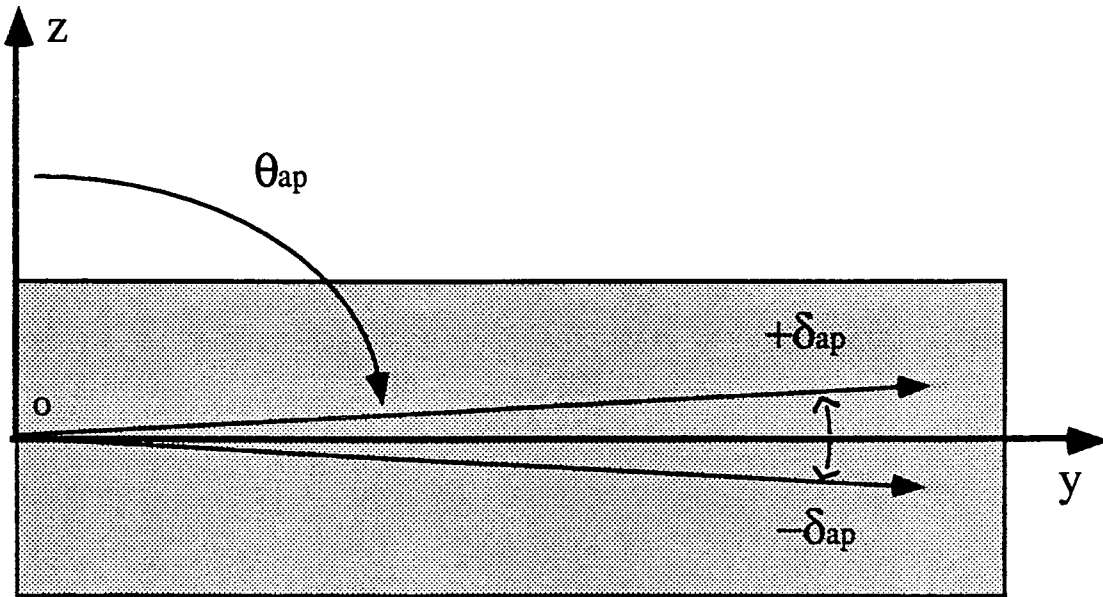


Figure 4.6
Coupe longitudinale de notre cristal de BBO.

En utilisant les symétries du tenseur d (expression 4.1.10) et les valeurs des a_i et des b_i , on obtient pour le BBO :

$$d_{eff}(o + o \rightarrow e) = d_{31} \sin(\theta + \rho) - d_{22} \cos(\theta + \rho) \sin 3\phi \quad (4.1.25)$$

Notons que la plupart du temps l'angle de double réfraction ρ est négligeable devant l'angle d'accord de phase θ , c'est sans doute pourquoi il n'apparaît pas dans certaines formules publiées [Midwinter 1965, Dmitriev 1991 etc...]. Pour calculer θ et ρ on utilise les formules 4.1.15 et 4.1.16. Pour cela il faut d'abord calculer les indices principaux n_o et n_e dans notre cas particulier, c'est-à-dire pour 410 nm et 205 nm. Si l'on utilise les formules de Sellmeier données dans la référence [Kato 1986], on obtient $\theta_{ap}=86,5^\circ$ et $\rho=11$ mrad. Si l'on utilise les formules de Sellmeier données dans la référence [Eirmel 1987], on obtient $\theta_{ap}=85,2^\circ$ et $\rho=15$ mrad. Nous verrons dans la partie C que l'on peut aussi mesurer ces deux grandeurs. Nous avons obtenu expérimentalement : $\theta_{ap}=87,3^\circ$ et $\rho=8,8$ mrad. Ce sont ces valeurs là que nous utilisons dans nos calculs. En écrivant $\theta_{ap} = \pi/2 - \delta_{ap}$, avec $\delta_{ap} \ll 1$, et en négligeant ρ , on peut réécrire :

$$d_{eff}(o + o \rightarrow e) = d_{31} - d_{22}\delta_{ap} \sin 3\phi \quad (4.1.26)$$

Le signe relatif de d_{31} et de d_{22} n'est pas connu dans le cas du BBO, mais dans tout plan contenant l'axe optique on a par symétrie deux positions d'accord de phase : $\pm \delta_{ap}$. Il est donc clair qu'en choisissant $\phi = \pi/2$ l'une des deux positions correspond au maximum de $|d_{eff}|$. Nous avons donc commandé des cristaux taillés de telle sorte que le plan $\phi = \pi/2$ (plan yz) soit le plan vertical et que l'axe longitudinal du cristal soit l'axe y (figure 4.6). Ainsi en faisant tourner le cristal dans le plan vertical nous trouverons deux positions d'accord de phase dont l'une est meilleure que l'autre :

$$d_{eff} = d_{31} - d_{22}\delta_{ap} \quad \text{et} \quad d_{eff} = d_{31} + d_{22}\delta_{ap} \quad (4.1.27)$$

e - Cristal biaxe.

Quand les trois indices principaux sont distincts, le cristal est dit biaxe. Les indices n_x , n_y et n_z sont classés dans l'ordre croissant ou décroissant selon les cristaux et selon les auteurs : ainsi les axes optiques sont toujours dans le plan xz et ils forment un angle $\pm V_z$ avec l'axe z (figure 4.2). Pour des raisons de simplicité on se place toujours dans les plans principaux xz, xy ou yz ; dans chacun de ces plans la surface des indices forme un cercle et une ellipse : le cristal est donc équivalent dans chaque plan à un cristal uniaxe. Considérons par exemple le cas $n_x < n_y < n_z$. Dans le plan xy, l'indice correspondant à une onde polarisée selon z est constant et égal à n_z , alors que l'indice correspondant à une onde polarisée dans le plan xy varie de n_y à n_x quand ϕ varie de 0 à 90° (figure 4.2). Dans ce plan, le cristal est donc équivalent à un cristal uniaxe négatif avec $n_o = n_z$. On peut faire les mêmes analogies dans les autres plans. Il est alors possible d'appliquer tous les résultats du paragraphe précédent pour le calcul de d_{eff} . Pour cela il convient néanmoins de se mettre d'accord sur la correspondance entre les axes x, y, z et les axes 1, 2, 3. Cette correspondance dépend du cristal et de l'auteur.

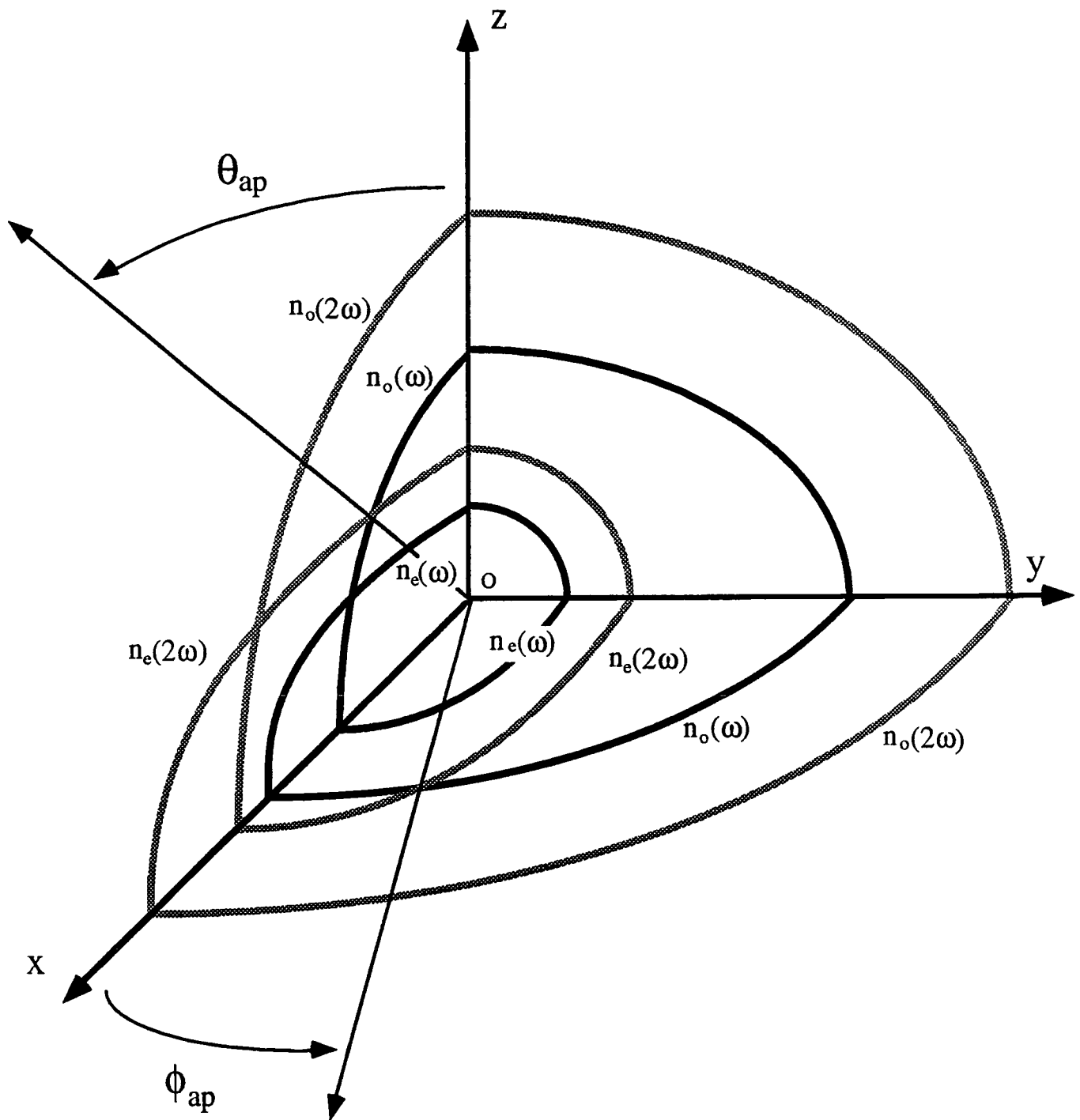


Figure 4.7

Angles d'accord de phase dans les différents plans dans le cas du LBO.

Pour le LBO on a vu que les axes 1, 2, 3 correspondent à la maille élémentaire a, b, c avec $a > b > c$. Par ailleurs les axes x, y, z sont classés par tous les auteurs dans l'ordre croissant des indices et l'axe y est alors sans ambiguïté parallèle à l'axe 3 qui est aussi l'axe de symétrie du cristal. Ensuite l'axe 1 est selon les auteurs parallèle à x [Chen 1989, Lin 1990] ou parallèle à z [Wu 1989], ce qui est incohérent. La balance semble cependant pencher en faveur de la première solution [Velsko 1991], que nous adopterons. Toujours pour le LBO, la condition d'accord de phase $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$ est réalisable soit dans le plan xy soit dans le plan xz (figure 4.7). Dans ce dernier cas, d_{eff} s'écrit $d_{\text{eff}}(o + o \rightarrow e) = d_{13} \cos(\theta + \rho) - d_{23} \sin(\theta + \rho)$, mais les deux coefficients d_{13} et d_{23} sont nuls. Nous nous placerons donc dans le plan xy où d_{eff} s'écrit :

$$d_{\text{eff}}(o + o \rightarrow e) = d_{32} \cos(\phi + \rho) \quad (4.1.26)$$

En utilisant les formules de Sellmeier données dans la référence [Chen 1989], on calcule les indices principaux à ω et 2ω dans notre cas particulier c'est-à-dire à 820 nm et 410 nm. Grâce à la formule 4.1.15 dans laquelle on remplace θ par ϕ , $n_o(\omega)$ par $n_z(\omega)$, $n_e(2\omega)$ par $n_x(2\omega)$ et $n_o(2\omega)$ par $n_y(2\omega)$ on calcule l'angle d'accord de phase dans le plan xy : $\phi_{\text{ap}} = 31,8^\circ$. On obtient alors l'angle de double réfraction $\rho = 17$ mrad par la formule 4.1.16.

2 - Optimisation de la puissance : Boyd et Kleinman revisités.

a - Calcul à l'incidence normale.

Jusqu'à présent, nous n'avons calculé que la polarisation du milieu à la fréquence doublée. Dans la pratique nous n'avons pas accès à cette grandeur, mais à la puissance de l'onde incidente et de l'onde "doublée". Il est donc particulièrement intéressant de calculer la seconde en fonction de la première et d'avoir ainsi accès au taux de conversion :

$$\alpha = \frac{\mathcal{P}_2(Z = \ell)}{\mathcal{P}_1^2(Z = 0)} \quad (4.2.1)$$

où \mathcal{P}_2 est la puissance de l'onde à la fréquence 2ω à la sortie du cristal de longueur ℓ et \mathcal{P}_1 la puissance de l'onde incidente à l'entrée du cristal. Nous choisissons ici des axes de coordonnées X, Y, Z différents des axes principaux du cristal x, y, z mais plus adaptés au cristal taillé, c'est-à-dire à l'objet que l'on a réellement dans les mains (figure 4.8). L'axe Z est choisi parallèle à la direction de propagation de l'onde incidente dans le cristal, l'axe X correspond à la verticale. L'onde incidente ordinaire est polarisée suivant Y , tandis que l'onde doublée est polarisée dans le plan XZ .

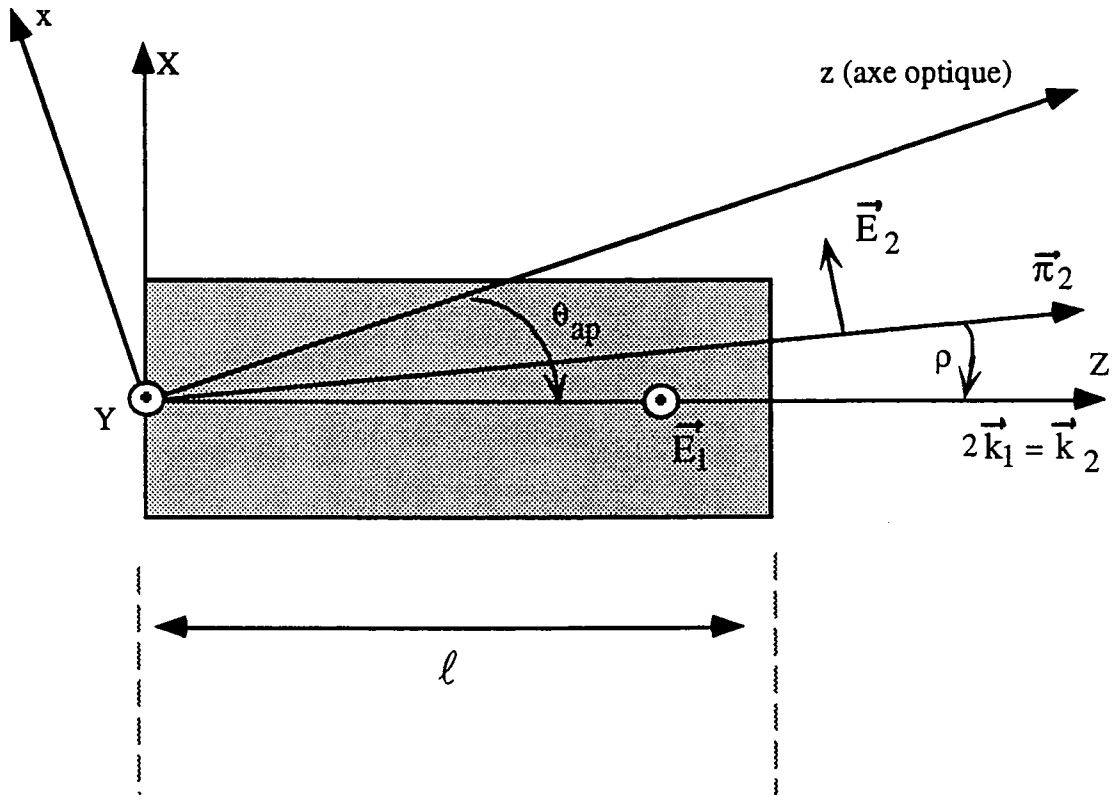


Figure 4.8

Coupe du cristal. L'axe OX est vertical.

Pour calculer le taux de conversion de manière simple on peut considérer que l'on a affaire à des ondes planes. En utilisant la polarisation P_{oo}^e calculée en 4.1.22 comme terme source dans les équations de Maxwell on peut calculer le champ électrique à la fréquence 2ω et en déduire la puissance. Pour cela, on met les champs électriques qui se propagent dans le cristal sous la forme $E_j = A_j(Z)e^{i(k_j Z - \omega_j t)} + c.c.$ et on néglige l'atténuation de la pompe (c'est-à-dire qu'on suppose A_1 constant dans le cristal). Notons bien que les vecteurs d'ondes sont calculés à l'intérieur du cristal et donc $k_j = n_j \omega_j / c$. On a alors

$$\frac{dA_2(Z)}{dZ} = i \frac{1}{c^2} \frac{\omega_2^2}{k_2} d_{eff} A_1^2 e^{i\Delta k Z} \tag{4.2.2}$$

Si l'on suppose que la condition d'accord de phase est parfaitement remplie ($\Delta k = 0$) cette équation s'intègre instantanément en :

$$A_2(\ell) = i \frac{1}{c^2} \frac{\omega_2^2}{k_2} d_{eff} \ell A_1^2 \tag{4.2.3}$$

La puissance lumineuse se déduit alors de A par la formule $\mathcal{P}_j = 2nc\epsilon_0 a A_j^2$ où n est l'indice du milieu dans la direction d'accord de phase et a la section du faisceau laser. Par définition, dans cette direction $n_1 = n_2 = n$. On a ainsi l'expression du taux de conversion :

$$\frac{\mathcal{P}_2(Z = \ell)}{\mathcal{P}_1^2(Z = 0)} = \frac{\omega_2^2 d_{eff}^2 \ell^2}{2n^3 c^3 \epsilon_0 a} = K \frac{\ell^2}{a} \tag{4.2.4}$$

Ce calcul est extrêmement simplifié puisqu'en réalité les ondes ne sont pas planes mais au contraire focalisées au niveau du cristal. La question de la focalisation est assez délicate. En effet si on focalise beaucoup, l'intensité lumineuse est grande dans le cristal (ce qui favorise les interactions non linéaires), mais on n'utilise qu'une petite partie du matériau et on risque d'abîmer le cristal qui chauffe beaucoup. En revanche si on focalise trop peu, le recouvrement onde-cristal est bon mais l'intensité insuffisante pour un bon rendement des mécanismes non linéaires. Il existe donc un optimum de focalisation, qui maximalise la puissance de l'onde doublée. Cet optimum a été calculé en grand détail par Boyd et Kleinman [Boyd 1968] dans le cas où le cristal est à incidence normale. Pour obtenir le taux de conversion, il suffit de remplacer dans la formule précédente ℓ^2/a par $\frac{k_1 \ell}{\pi} h_m(B, \xi)$ où la fonction h_m est calculée numériquement dans l'article considéré (figure 4.9.a). Cette fonction, au maximum de l'ordre de 1, dépend d'un paramètre lié à la double réfraction : $B = \frac{\rho \sqrt{\ell k_1}}{2}$ et d'un paramètre lié à la focalisation $\xi = \frac{\ell}{b}$ où $b = k_1 w_0^2$ est la longueur confocale de l'onde gaussienne incidente. Pour optimiser le recouvrement entre le cristal et l'onde, il faut, en particulier, prendre b égal à la longueur du cristal. Ceci permet de comprendre simplement pourquoi le facteur ℓ^2/a avec $a = \pi w_0^2$ devient $\frac{k_1 \ell}{\pi}$. Selon Boyd et Kleinman le taux de conversion vaut donc à incidence normale :

$$\alpha_{\text{Boyd et Kleinman}} = K \frac{k_1 \ell}{\pi} h_m(B, \xi) \quad (4.2.5)$$

Pour chaque valeur de B la courbe $h_m(B, \xi)$ présente un maximum en $\xi_m(B)$ qui vaut $h_{mm}(B) = h_{mm}[B, \xi_m(B)]$ (figure 4.9.b). On peut ainsi prévoir quelle est la focalisation la meilleure.

b - Calcul à l'incidence de Brewster.

Cette formule ne peut cependant pas être appliquée telle quelle dans notre cas. En effet, nos cristaux étant taillés à l'incidence de Brewster pour éviter les pertes par réflexion, le calcul de Boyd et Kleinman n'est plus valable. Dans le cristal, le faisceau devient elliptique avec un rayon dans le plan vertical qui reste inchangé $w_x = w_0$ et un rayon dans le plan horizontal qui devient $w_y = n w_0$. La modification à apporter aux résultats de Boyd et Kleinman n'est pas évidente. Plusieurs auteurs ont trouvé intuitivement une solution, mais manifestement leurs intuitions respectives sont incompatibles ! Pour Malcolm Boshier [Boshier 1988] il faut simplement utiliser dans la fonction h_m une "valeur moyenne" du paramètre ξ : $\xi_{\text{moy}} = \frac{\ell}{k_1 w_x w_y} = \frac{\xi}{n}$. Pour Eckardt et al. [Eckardt 1990] on remplace $h_m(B, \xi)$

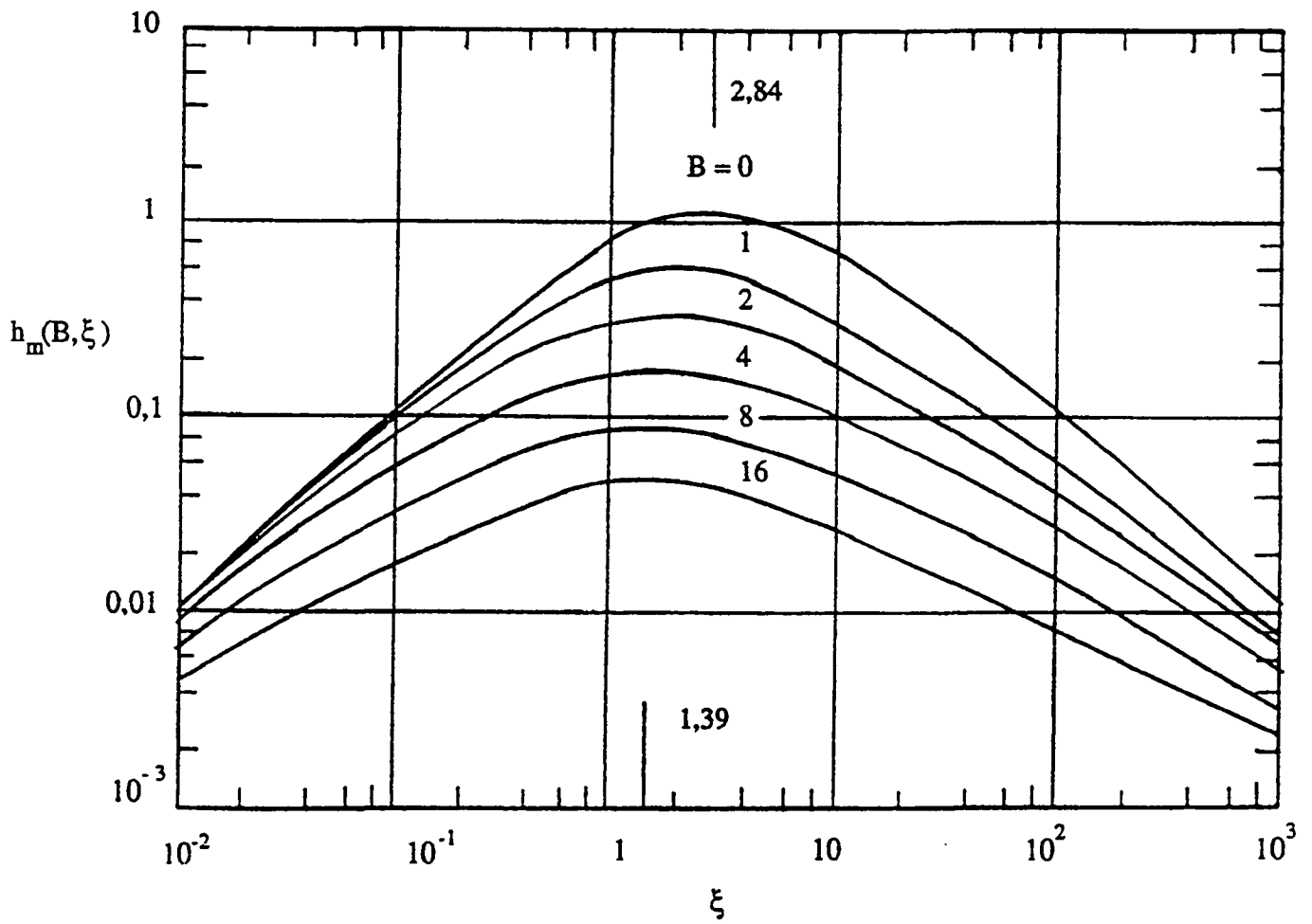


Figure 4.9a

Fonction de Boyd et Kleinman pour l'optimisation du doublage de fréquence.

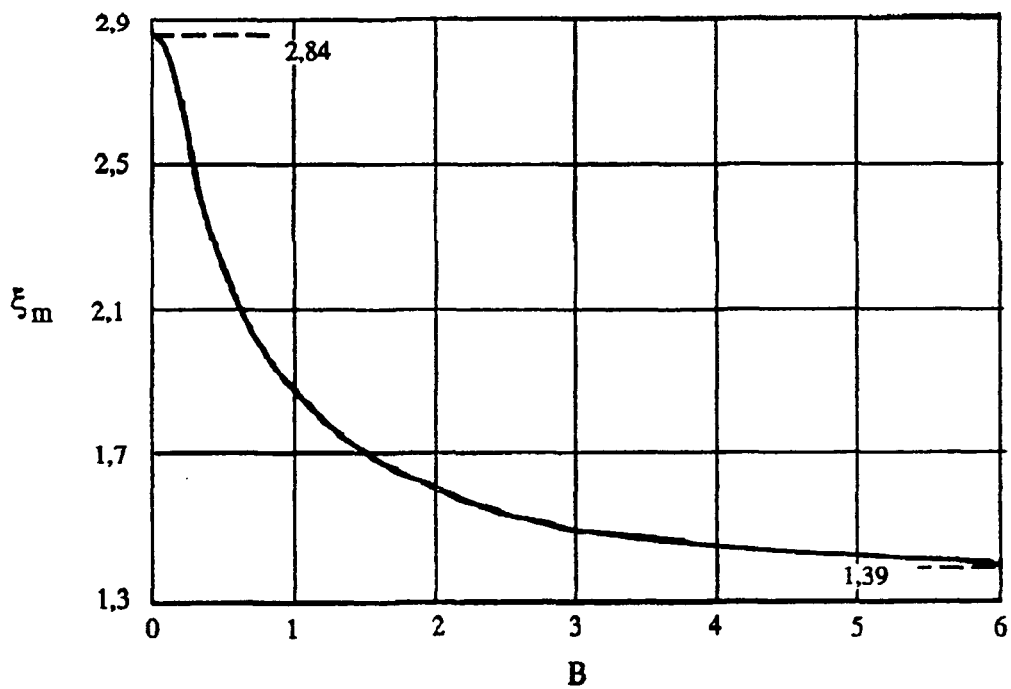
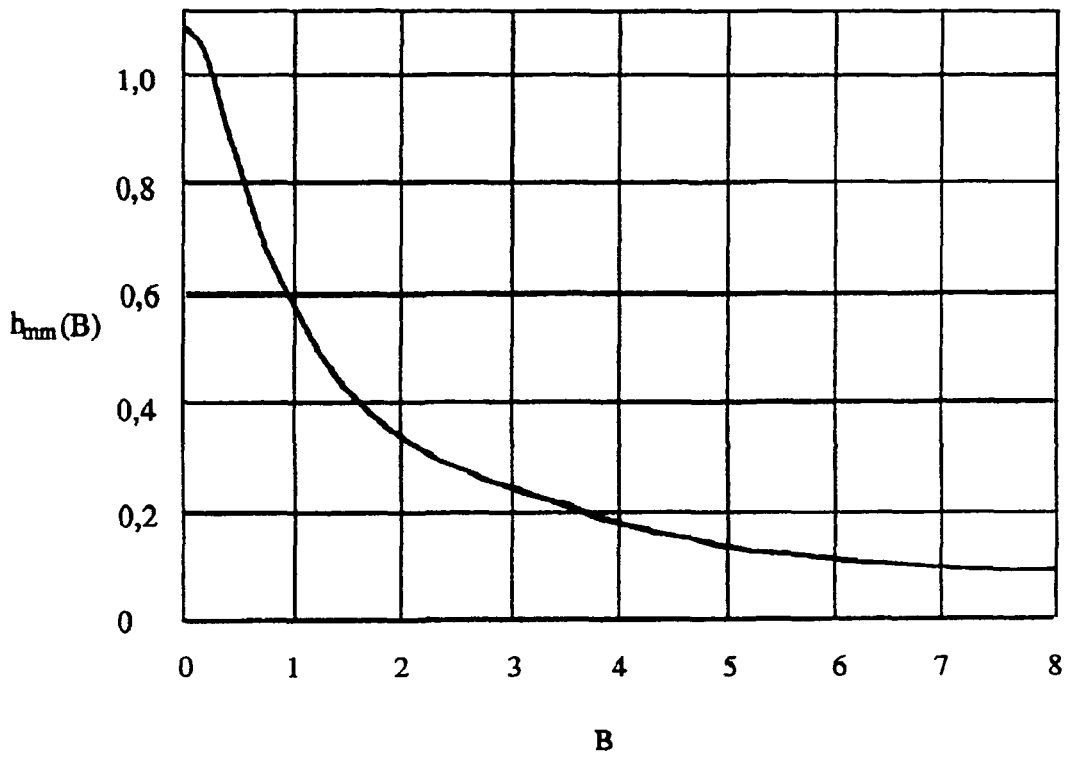


Figure 4.9b

Le maximum de la fonction h_m est tracé en fonction de B .

Il est obtenu pour la valeur ξ_m du paramètre ξ .

par $\frac{w_x}{w_y} h_m(B, \xi_x) = \frac{1}{n} h_m(B, \xi)$ où $\xi_x = \frac{\ell}{k_1 w_x^2}$. Ces deux solutions donnent des résultats sensiblement différents quand on fait une application numérique. C'est pourquoi j'ai décidé de refaire le calcul de Boyd et Kleinman dans le cas d'un faisceau elliptique. Un résumé de ces calculs est présenté en annexe. Mon résultat est le même que celui de [Eckardt 1990] :

$$\alpha_{\text{Brewster}} = K \frac{k_1 \ell}{\pi} \frac{1}{n} h_m(B, \xi) = \frac{\alpha_{\text{Boyd et Kleinman}}}{n} \quad (4.2.6)$$

On aurait pu trouver ce résultat intuitivement en utilisant l'approximation des ondes planes. En effet, d'après la formule 4.2.4., α est inversement proportionnel à la taille du faisceau c'est-à-dire à $w_x w_y = n w_0^2$.

3 - Les cavités de surtension.

Les deux doublages de fréquences successifs que nous faisons subir à l'onde à 820 nm ont lieu dans deux cavités résonnantes très semblables dont le plan simplifié est donné dans la figure 4.10. Les particularités propres à chaque cavité seront traitées dans les parties B et C. Nous n'aborderons ici que les points communs et quelques calculs. Nous emploierons donc le singulier, "la cavité" devenant un terme générique.

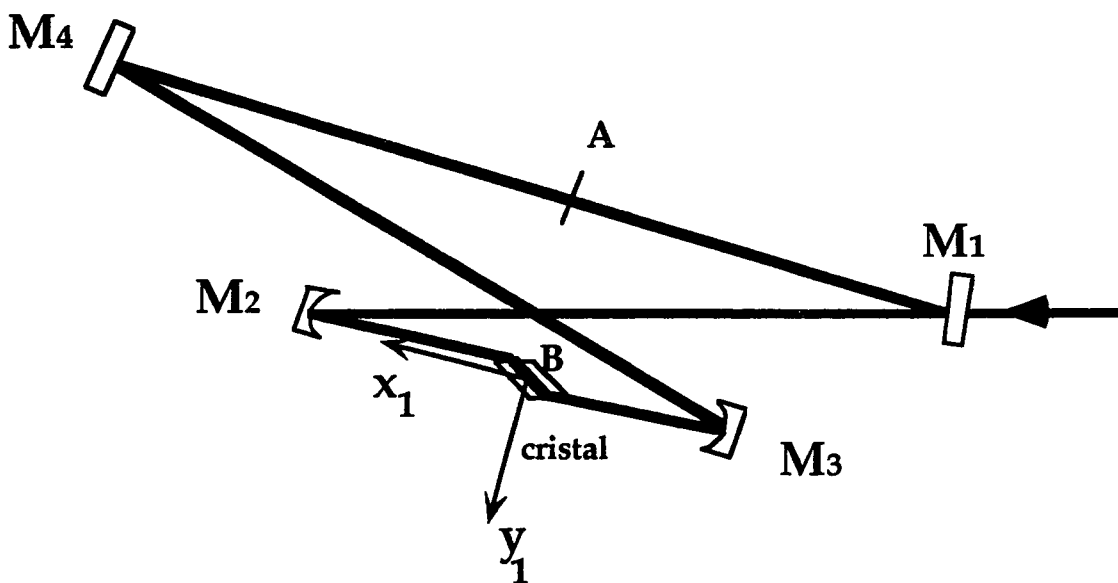


Figure 4.10

Schéma simplifié de la cavité de doublage (vue du dessus).

La cavité de longueur totale L est en anneau et constituée de quatre miroirs M_1 à M_4 . L'onde incidente est couplée à la cavité par le miroir M_1 de transmission T . Les trois autres miroirs sont totalement réfléchissants pour l'onde incidente et on appelle p les pertes de la cavité qui ne sont pas dues au doublage ni à la transmission du miroir d'entrée. M_1 et M_4 sont plans (ou quasiment) tandis que M_2 et M_3 focalisent la lumière dans le cristal. L'onde incidente a une polarisation horizontale, et le cristal est donc taillé à l'incidence de Brewster dans ce plan, pour la fréquence fondamentale. Les miroirs M_2 et M_3 sont translatables dans la direction x_1 , de façon à pouvoir ajuster la focalisation de la lumière dans le cristal et optimiser la puissance de l'onde doublée. Le cristal est monté sur un support autorisant trois translations et deux rotations. Une translation dans la direction x_1 permet de placer le col du faisceau au centre du cristal. Deux translations, l'une verticale et l'autre dans la direction y_1 permettent de choisir les meilleurs points sur la face d'entrée du cristal. Une rotation dans le plan horizontal permet de modifier l'angle d'incidence sur le cristal pour se placer exactement à l'incidence de Brewster. Une rotation dans le plan vertical x_1z permet d'optimiser la puissance en se plaçant exactement à l'angle d'accord de phase.

a - Compensation de l'astigmatisme.

La cavité est dessinée de façon à compenser l'astigmatisme dans le cristal : remarquons toutefois que cela ne signifie pas que le faisceau y est rond. En effet, comme nous l'avons dit plus haut le faisceau est elliptique, mais les deux foyers (sagittal et tangentiel) sont bien au même endroit.

Compenser l'astigmatisme signifie choisir les angles d'incidence sur les miroirs M_2 et M_3 de telle sorte que l'astigmatisme ainsi introduit compense celui créé par le cristal [Kogelnik 1972]. Cela impose aussi la distance entre les miroirs et le cristal.

Pour un miroir sphérique de focale f utilisé avec un angle d'incidence θ , on a deux foyers : l'un tangentiel F_t pour le plan d'incidence (qui dans notre cas est le plan horizontal), et l'autre sagittal F_s pour le plan normal au plan d'incidence. On a avec les notations de la figure 4.11 :

$$\begin{aligned} OF_t &= f \cos\theta \\ OF_s &= \frac{f}{\cos\theta} \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

D'autre part, un dioptre plan crée aussi de l'astigmatisme mais dans l'autre sens. Quand on passe de l'air à un milieu d'indice $n > 1$ l'image sagittale F_s' de F_s est avant l'image

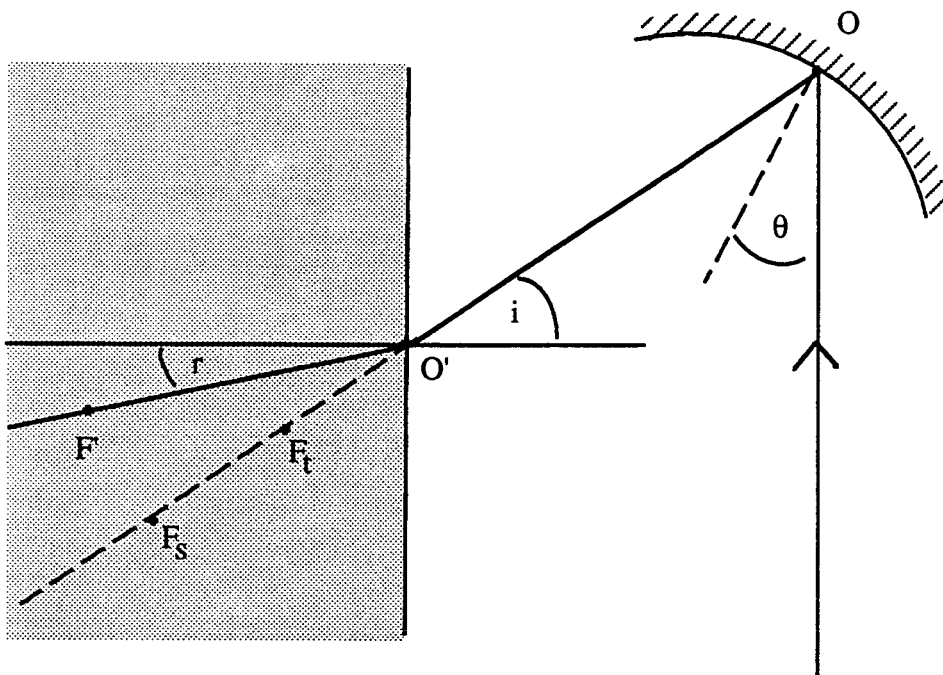


Figure 4.11
Astigmatisme d'un miroir et d'un dioptré plan.

tangentielle F_t' de F_t . On a :

$$\begin{aligned} O' F_t' &= O' F_t \frac{n \cos^2 r}{\cos^2 i} \\ O' F_s' &= n O' F_s \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Quand l'angle i est l'angle de Brewster on a $\text{tg } i = n$ et ces expressions se simplifient en :

$$\begin{aligned} O' F_t' &= n^3 O' F_t \\ O' F_s' &= n O' F_s \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

En choisissant correctement l'angle θ on peut avoir F_t' et F_s' qui coïncident au point F' que l'on va choisir au centre du cristal ($O' F' = \frac{\ell}{2}$). Ainsi chaque miroir compense l'astigmatisme d'un demi-cristal. Pour cela, il suffit que :

$$n O' F_s = n^3 O' F_t = \frac{\ell}{2}$$

c'est-à-dire que
$$n (OF_s - OO') = n^3 (OF_t - OO') = \frac{\ell}{2} \quad (4.3.4)$$

En remplaçant OF_s et OF_t par leur valeur (expression 4.3.1) on en déduit facilement θ puis OO' . On peut aussi réécrire cette expression de manière plus parlante et plus facilement généralisable sous la forme : astigmatisme du demi-cristal + astigmatisme du miroir = 0

$$\frac{\ell}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} \right) + f \left(\cos \theta - \frac{1}{\cos \theta} \right) = 0 \quad (4.3.5)$$

Une fois les angles et la distance M_2 - M_3 imposés (la distance entre les deux miroirs vaut $2 OO' + \ell$) on peut dessiner la cavité en tenant compte des contraintes stériques diverses (tailles des supports de miroirs etc.), et en prenant les autres angles d'incidence sur M_1 et M_4 aussi faibles que possible pour ne pas rajouter d'aberrations supplémentaires, dans le cas où les miroirs ne sont pas plans. La longueur totale de la cavité a aussi une grande importance puisqu'elle joue sur la longueur de la zone de stabilité, dont nous allons parler maintenant.

b - Zone de stabilité.

Les calculs précédents sont des calculs d'optique géométrique. En réalité le faisceau laser est gaussien et l'écartement des miroirs M_2 et M_3 est un paramètre très sensible puisque la cavité n'est stable que dans un intervalle de valeurs de quelques millimètres. La solution calculée au paragraphe précédent constitue en réalité l'une des bornes de cet intervalle : celle pour laquelle les deux miroirs sont rapprochés au maximum.

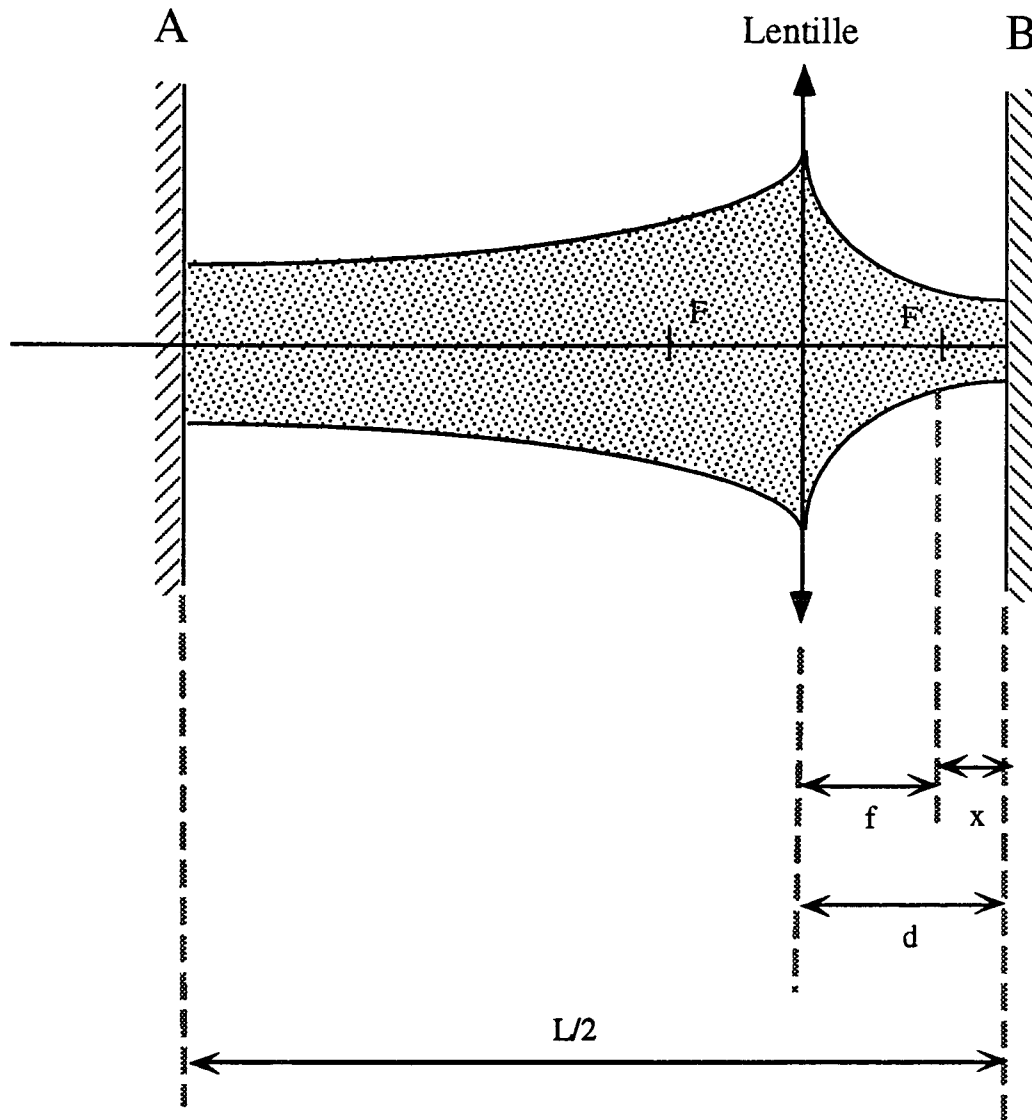


Figure 4.12
Schéma équivalent de la cavité de doublage dépliée.

D'autre part, c'est aussi sur l'écartement de ces deux miroirs que nous jouons pour modifier la focalisation dans le cristal et optimiser la puissance de l'onde doublée. Ce réglage est donc doublement critique.

Sans tenir compte de l'astigmatisme ni du cristal, la cavité en anneau de longueur totale L peut être "dépliée" par la pensée et "coupée" en deux par symétrie. Les deux miroirs sphériques sont équivalents à des lentilles de longueur focale f et la cavité elle-même est alors équivalente au système de la figure 4.12. Les deux extrémités A et B sont des miroirs plans fictifs (voir figure 4.10). Les points du faisceau que nous appellerons "col" (waist en anglais) où le rayon est minimal et le front d'onde plan, doivent donc être situés sur ces miroirs. Les deux cols étant image l'un de l'autre par la lentille, cela impose des conditions sur la distance d entre la lentille et le miroir B. Cette distance peut varier entre $d_{\min}=f$ et $d_{\max} = d_{\min} + \delta$ où

$$\delta = \frac{f^2}{\frac{L}{2} - 2f} \quad (4.3.6)$$

Si $d = d_{\min} + x$ le rayon w_0 du faisceau dans le plan B vaut :

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{x(\delta - x)} \quad (4.3.7)$$

soit typiquement une trentaine de microns pour nos cavités. La longueur de Rayleigh est :

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \sqrt{x(\delta - x)} \quad (4.3.8)$$

Si l'on tient compte de l'astigmatisme, on peut refaire le même raisonnement dans chaque plan, mais d_{\min} et δ sont alors différents dans le plan ZX et dans le plan ZY. En clair, les zones de stabilité ne se situent pas au même endroit et n'ont pas la même amplitude dans les deux plans. En compensant l'astigmatisme on fait en sorte que le recouvrement entre les deux zones soit maximal [Kogelnik 1972].

c - Caractéristiques du faisceau à la fréquence double.

L'onde incidente se propage dans le cristal dans le plan horizontal, suivant Z (figure 4.8), elle est polarisée suivant Y et on connaît maintenant son rayon et sa longueur de Rayleigh. Il est intéressant (et nécessaire) de calculer les caractéristiques du faisceau "doublé". On a vu que son vecteur d'onde et son vecteur de Poynting $\vec{\pi}$ n'ont pas la même direction. Ils se situent tous les deux dans le plan vertical XZ mais sont séparés de l'angle de double réfraction ρ . L'énergie lumineuse et donc le faisceau lui-même se propage suivant $\vec{\pi}$. Le champ électrique orthogonal à $\vec{\pi}$ est dans le plan vertical. Les plans d'onde restent eux orthogonaux à \vec{k} : le faisceau se propage donc "en crabe", il n'est plus vraiment gaussien et a

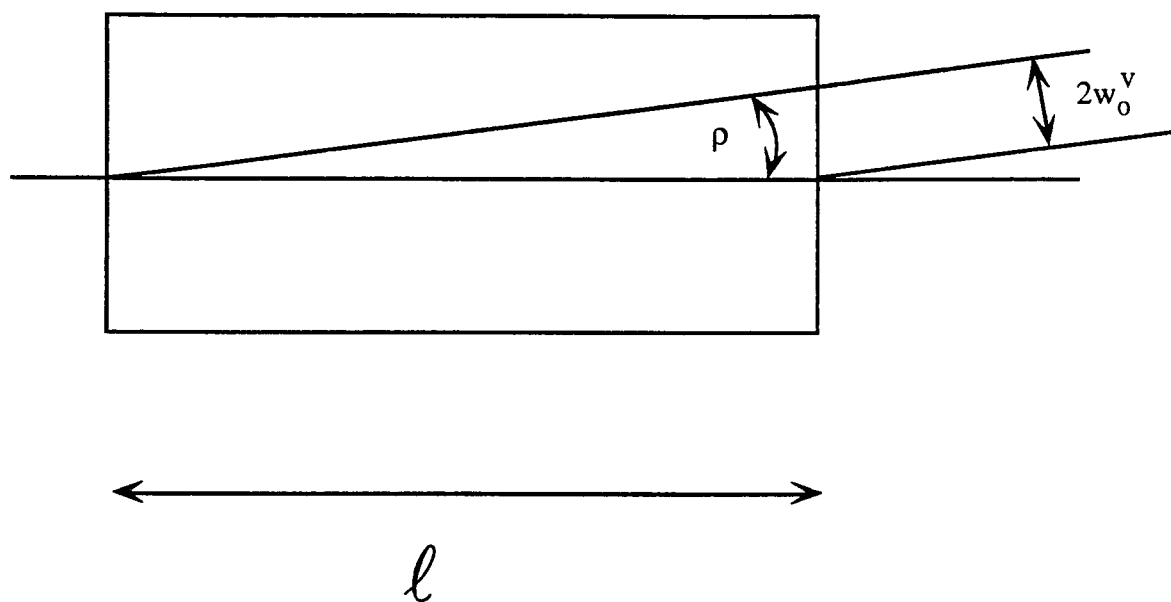


Figure 4.13a
Rayon minimal du faisceau doublé, dans le plan vertical.

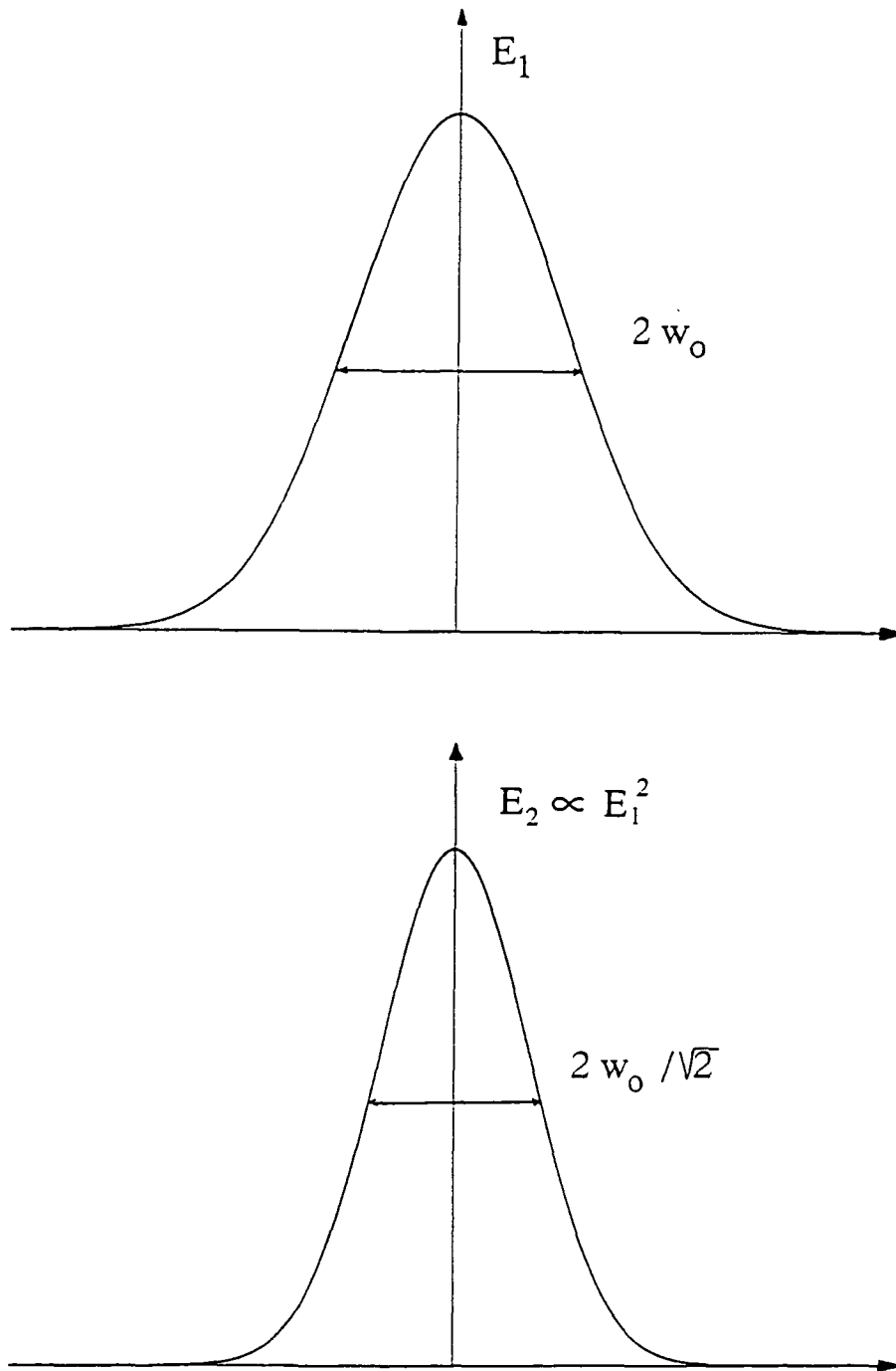


Figure 4.13b

Rayon minimal du faisceau doublé dans le plan horizontal.

une forme plus ou moins elliptique. Nous allons calculer un rayon minimal dans chaque plan : w_o^h dans le plan horizontal et w_o^v dans le plan vertical.

Pour calculer w_o^v on considère que chaque point du cristal émet de la lumière dans la direction $\vec{\pi}$ (voir figure 4.13a), et on tient compte du fait que l'angle ρ est petit. On a donc un faisceau de diamètre :

$$2w_o^v = \ell\rho \quad (4.3.9)$$

ce qui fait typiquement 0,1 mm pour un cristal de 10 mm de long et un angle de double réfraction de 10 mrad. Dans le plan horizontal, le diamètre du faisceau doublé est calculé par de simples considérations de recouvrement entre l'onde incidente et l'onde doublée. Le champ électrique incident E_1 a un profil gaussien de demi largeur w_o donné par la formule 4.3.7 (figure 4.13b) et en tout point le champ à la fréquence double E_2 est proportionnel au carré de E_1 . Son profil gaussien a donc une largeur

$$w_o^h = w_o / \sqrt{2} \quad (4.3.10)$$

La longueur de Rayleigh est la même pour l'onde incidente et l'onde doublée dans le plan horizontal puisque $z_o = \frac{\pi w_o^2}{\lambda} = \frac{\pi (w_o^h)^2}{\lambda/2}$. En fin de compte, on a un faisceau très focalisé et très divergent dans le plan horizontal, beaucoup plus gros mais très peu divergent dans le plan vertical. Loin du cristal on a donc un faisceau horizontal très aplati que l'on doit s'employer à rendre aussi rond et parallèle que possible pour pouvoir injecter le faisceau dans la cavité résonnante suivante (soit la deuxième cavité de doublage pour le faisceau bleu à 410 nm soit la cavité du jet atomique pour le faisceau ultra-violet à 205 nm). Pour cela on emploie des lentilles cylindriques et sphériques : nous verrons chaque cas en détail dans les parties B et C.

d - Asservissement.

Une fois la cavité construite, sa longueur est asservie sur la fréquence de l'onde incidente par une méthode mise au point par Hänsch et Couillaud [Hänsch 1980]. Cette méthode n'utilise pas de modulation de la longueur de la cavité, mais uniquement les propriétés optiques de la lumière réfléchie par la cavité.

Pour pouvoir utiliser ces propriétés on fait très légèrement tourner, grâce à une lame demi-onde placée à l'entrée de la cavité, la polarisation de l'onde incidente pour lui donner une petite composante verticale. Le cristal qui se trouve à l'intérieur de la cavité est taillé à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale ; c'est cette polarisation qui pénètre dans la cavité. La composante horizontale E_r^{hor} qui est réfléchie par la cavité est constituée de

la partie de l'onde incidente E_i directement réfléchiée par M_1 et de la partie de l'onde intérieure E_{int} qui ressort à travers M_1 . Si on appelle δ le déphasage qu'acquiert l'onde pendant un tour complet dans la cavité, on a :

$$\begin{aligned} E_r^{hor} &= E_i^{hor} \sqrt{1-T} + E_{int} \sqrt{T} \\ &= E_i^{hor} \left(\sqrt{1-T} - \frac{Te^{i\delta}}{1-\sqrt{1-T}e^{i\delta}} \right) \end{aligned}$$

Au contraire, la composante polarisée verticalement "voit" une cavité avec beaucoup de pertes et est presque totalement réfléchiée sur le miroir d'entrée. On a donc

$$E_r^{vert} = E_i^{vert} \sqrt{1-T}$$

Quand la cavité est accordée, $\delta = 0$ et les deux composantes horizontales et verticales réfléchiées sont en phase : la résultante est donc polarisée linéairement. En revanche, quand la cavité est désaccordée, l'onde totale réfléchiée a une polarisation elliptique dont l'ellipticité dépend du déphasage. Pour analyser cette ellipticité, on utilise une lame quart-d'onde puis un séparateur de polarisations constitué d'une lame séparatrice et de deux polariseurs croisés dont les axes sont à 45° des lignes neutres de la lame quart-d'onde (figure 4.14). Derrière chaque polariseur on place une photodiode. Le signal d'erreur est obtenu en faisant la différence des deux courants ainsi obtenus : on peut montrer qu'il a bien une forme en dispersion. Après amplification, ce signal est envoyé sur une cale piézoélectrique placée derrière l'un des miroirs de la cavité.

e - Calcul de l'efficacité de la cavité de surtension.

Le taux de conversion α introduit plus haut permet de calculer la puissance de l'onde doublée sortant du cristal en fonction de la puissance à l'entrée du cristal. Ce n'est pas très pratique quand le cristal est placé dans une cavité résonnante. L'étape suivante est donc de calculer la puissance de l'onde doublée que nous récupérons effectivement (et que j'appellerai encore \mathcal{P}_2 par simplicité) en fonction de la puissance à l'entrée de la cavité (que j'appellerai \mathcal{P}_1). La cavité a un miroir d'entrée de transmission T et on appelle p toutes les autres pertes pour l'onde fondamentale, exceptées les pertes dues au doublage. La puissance à l'intérieur de la cavité étant notée \mathcal{P}_{int} ces pertes dues au doublage valent $p_{doublage} = \alpha \mathcal{P}_{int}$. Enfin on note η le taux d'injection dans la cavité, c'est-à-dire le pourcentage de la puissance qui rentre effectivement dans la cavité. On part de l'expression de \mathcal{P}_{int} en fonction des pertes (valable dans tout Fabry-Perot si T et p sont petits devant 1) :

$$\mathcal{P}_{int} = \eta \mathcal{P}_1 \frac{4T}{(T + p + p_{doublage})^2} \quad (4.3.11)$$

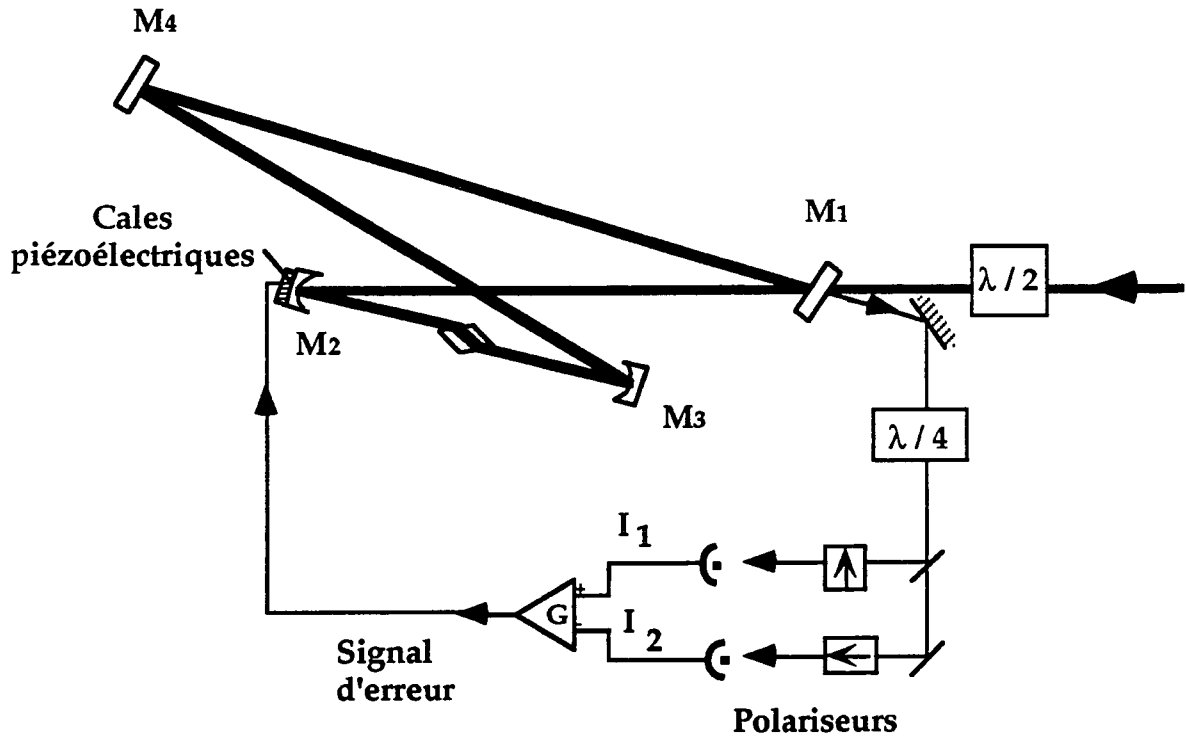


Figure 4.14

Schéma de l'asservissement de la cavité de doublage.

En remplaçant les pertes dues au doublage par leur valeur, on obtient une équation du troisième degré en \mathcal{P}_{int} que l'on peut mettre sous forme canonique facile à résoudre algébriquement, à condition de prendre $\sqrt{\mathcal{P}_{int}}$ comme variable. On trouve :

$$\mathcal{P}_{int} = \left[\sqrt[3]{Q+\Delta} + \sqrt[3]{Q-\Delta} \right]^2 \text{ où } Q = \frac{\sqrt{\eta T \mathcal{P}_1}}{\alpha} \text{ et } \Delta = \sqrt{\frac{\eta T \mathcal{P}_1}{\alpha^2} + \frac{1}{27} \left(\frac{T+p}{\alpha} \right)^3} \quad (4.3.12)$$

La puissance doublée que l'on récupère vaut alors

$$\mathcal{P}_2 = \alpha t \mathcal{P}_{int}^2 \quad (4.3.13)$$

où t représente les pertes que subit l'onde doublée entre la sortie du cristal et l'extérieur de la cavité (réflexion sur la face de sortie du cristal, et sur les miroirs rencontrés). On se retrouve donc avec une expression entièrement analytique $\mathcal{P}_2 = f(\mathcal{P}_1, \alpha, p)$ que l'on va pouvoir comparer avec les résultats expérimentaux en ajustant α et p (que l'on considère comme des paramètres) à l'aide d'une méthode de moindre carré. On peut aussi estimer l'erreur faite sur la valeur de ces paramètres. Si l'on dispose de n points expérimentaux notés par simplicité (x_i, y_i) où x est la puissance \mathcal{P}_1 et y la puissance \mathcal{P}_2 , le programme d'optimisation calcule α et p de façon à minimiser $S(\alpha, p) = \sum_i [y_i - f(x_i, \alpha, p)]^2$. Notons α_0 et p_0 le résultat. En linéarisant

la fonction f par rapport à α et p autour de (α_0, p_0) on peut calculer les incertitudes :

$$\delta\alpha = \sqrt{\frac{A S(\alpha_0, p_0)}{n}} \text{ et } \delta p = \sqrt{\frac{B S(\alpha_0, p_0)}{n}} \quad (4.3.14)$$

$$\text{où } A = \frac{\sum \beta_i^2}{(\sum \alpha_i^2)(\sum \beta_i^2) - (\sum \alpha_i \beta_i)^2} \quad (4.3.15)$$

$$B = \frac{\sum \alpha_i^2}{(\sum \alpha_i^2)(\sum \beta_i^2) - (\sum \alpha_i \beta_i)^2}$$

$$\text{avec } \alpha_i = \frac{\partial f}{\partial \alpha}(x_i, \alpha_0, p_0) \text{ et } \beta_i = \frac{\partial f}{\partial p}(x_i, \alpha_0, p_0) \quad (4.3.16)$$

f - Calcul des pertes et adaptation.

Comme on l'a vu au paragraphe précédent, on peut mesurer les pertes de la cavité grâce à un ajustement des courbes théoriques $\mathcal{P}_2 = f(\mathcal{P}_1, \alpha, p)$ sur les courbes expérimentales. Cependant cela ne peut se faire qu'une fois que tout fonctionne bien et que l'on a suffisamment de points expérimentaux, c'est-à-dire une fois que le travail de mise au point de la cavité est terminé. Or, pendant ce travail, on a constamment besoin d'évaluer les pertes de la cavité et le taux d'injection η de façon à minimiser les premières et à augmenter le second. Pour calculer ces deux quantités, il suffit de mesurer :

- la puissance \mathcal{P}_1 à l'entrée de la cavité,
- la puissance doublée \mathcal{P}_2 en sortie de la cavité,
- la puissance \mathcal{P}_{int} de l'onde fondamentale dans la cavité, que l'on mesure en regardant la lumière transmise par l'un des miroirs M_2, M_3 ou M_4 ,
- la puissance \mathcal{P}_{na} réfléchi par le miroir d'entrée M_1 , quand la cavité n'est pas asservie, c'est-à-dire qu'elle n'est pas résonnante, et cette même puissance \mathcal{P}_a quand la cavité est maintenue à résonance par l'asservissement.

Si l'on suppose dans un premier temps que toute la puissance de l'onde incidente "rentre" dans la cavité, c'est-à-dire que l'onde est parfaitement adaptée à la cavité et que $\eta = 1$, on peut calculer p avec une bonne précision en considérant les pertes dues au doublage comme négligeables, et en utilisant l'une des deux formules suivantes, valables quand T et p sont petits devant 1 :

$$\frac{\mathcal{P}_{int}}{\mathcal{P}_1} = \frac{4T}{(T+p)^2} \text{ ou } \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_{na}} = \left(\frac{T-p}{T+p} \right)^2$$

Si l'on considère que seule une fraction η de la puissance est dans le mode propre de la cavité et pénètre dans celle-ci, le reste de l'énergie est réfléchi par le miroir d'entrée. Les deux égalités précédentes sont un peu modifiées et on se retrouve avec un système de deux équations à deux inconnues (η et p) :

$$\begin{cases} \frac{\mathcal{P}_{int}}{\mathcal{P}_1} = \frac{4\eta T}{(T+p)^2} \\ \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_{na}} = \eta \left(\frac{T-p}{T+p} \right)^2 + 1 - \eta \end{cases}$$

que l'on peut facilement résoudre en

$$\begin{cases} p = \frac{1-R}{S} \\ \eta = \frac{(1-R+TS)^2}{4TS} \end{cases}$$

où S est la surtension $S = \frac{\mathcal{P}_{int}}{\mathcal{P}_1}$ et R le rapport des puissances réfléchies $R = \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_{na}}$.

Pour avoir peu de pertes on doit avoir une "bonne" cavité avec de bons miroirs, vérifier que le cristal est bien à l'incidence de Brewster, etc. Pour augmenter le taux d'injection, on doit améliorer l'adaptation du faisceau au mode propre de la cavité. Il faut donc modifier les caractéristiques du faisceau (rayon minimal et longueur de Rayleigh) pour le rendre aussi semblable que possible au mode propre de la cavité. Pour cela on utilise un doublet de lentilles (l'une convergente, l'autre divergente) dont on peut faire varier l'écartement, placé devant la cavité et qui constitue un système quasi afocal. On verra plus

loin que pour la deuxième cavité de doublage cela ne suffit pas, car le faisceau issu de la première cavité n'est plus "rond" ni même réellement gaussien.

B - Le premier doublage de fréquence : la cavité LBO.

a - Choix du cristal.

Plusieurs auteurs ont rendu compte du doublage de fréquence en cavité externe d'un laser titane-saphir continu. Une efficacité $\mathcal{P}_2/\mathcal{P}_1$ de 48 % a été atteinte à 860 nm avec un cristal de niobate de potassium, pour un angle d'accord de phase de 90° [Polzik 1991]. Malheureusement, la condition d'accord de phase n'est pas réalisable, avec ce cristal, à 820 nm à température ambiante. On ne peut pas non plus l'obtenir en modifiant les indices du cristal en le refroidissant car ce matériau a une transition de phase à -50° , ce qui correspond à une longueur d'onde de 838 nm. Les autres candidats pour le doublage de fréquence à 820 nm sont le BBO (β -BaB₂O₄), l'iodate de lithium (LiIO₃) et le LBO (LiB₃O₅). Les deux premiers ont été utilisés avec succès pour doubler la fréquence d'un laser titane-saphir [Adams 1990 et 1992]. A 820 nm, le choix du LBO est dicté par la valeur de son taux de conversion α qui est le plus élevé des trois (voir tableau 4.1). D'autre part, ce cristal offre l'avantage d'avoir un angle de double réfraction très faible et supporte de grandes intensités (jusqu'à 20 GWcm⁻²).

b - Mise au point de la cavité de doublage.

La mise au point de la première cavité de doublage a demandé de nombreux essais. Les cristaux que nous avons utilisés ont tous été fabriqués aux laboratoires du Fujian Institute à Fuzhou en Chine. Fin 1990 les premières tentatives ont été faites avec un cristal taillé à l'incidence normale, et long de 6,5 mm. On avait un taux de conversion $\alpha = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Ce cristal était traité anti-reflet à 820 nm mais ce traitement a été très rapidement endommagé au cours d'un nettoyage. Il a donc été décidé de faire tailler le cristal à l'incidence de Brewster : il ne mesurait plus alors que 4,7 mm et le taux de conversion était tombé à $\alpha = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Un deuxième cristal, toujours taillé à l'angle de Brewster mais cette fois-ci long de 10,7 mm a donc finalement été acheté. Nous avons atteint avec ce dernier un taux de conversion $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. C'est celui que nous utilisons actuellement (figure 4.15). Initialement, le faisceau bleu à 410 nm ressortait de la cavité par le miroir M₄ qui était un miroir dichroïque

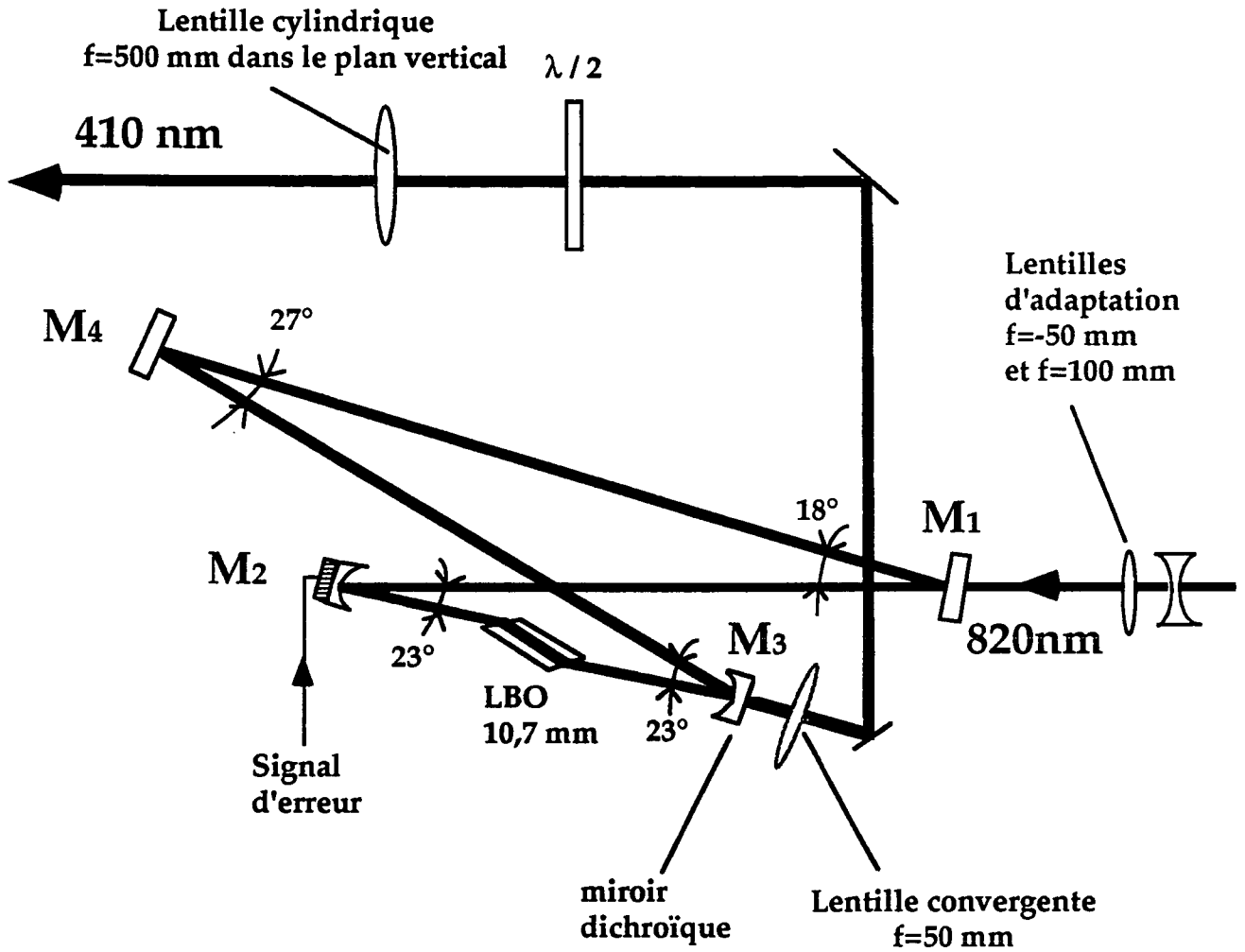


Figure 4.15
 Cavité LBO.

Tableau 4.1 Comparaison des trois cristaux LiIO_3 , BBO et LBO pour le doublage de fréquence à 820 nm ; les calculs sont faits pour un cristal de 10 mm de long taillé à l'incidence de Brewster et un faisceau laser de rayon 27 μm au col. On utilise la valeur $d_{36}(\text{KDP})=0,38 \text{ pm/V}$ donnée dans la référence [Eckardt 1990].

Cristal	LiIO_3	BBO	LBO
angle d'accord de phase (deg)	41,1	28,3	31,8
angle de double réfraction (mrad)	88	66	17
n	1,87	1,66	1,61
$\xi=\ell/b$	0,96	1,08	1,11
B	16,7	11,8	2,99
$h_m(B,\xi)$	0,04	0,06	0,24
d_{eff} (definition)	$d_{31} \sin\theta$	$d_{31} \sin\theta - d_{22} \cos\theta$	$d_{32} \cos\phi$
$d_{ij} / d_{36}(\text{KDP})$	$d_{31} = 10,8$	$ d_{22} = 5,7; d_{31} = 0,07$	$ d_{22} $ $d_{32} = 3,1$
d_{eff} (pm/V)	2,7	2,0	1,0
$\alpha (\times 10^{-5} \text{ W}^{-1})$	4,8	5,4	6,2

avec une transmission de 75 % dans le bleu. Ensuite des tentatives ont été faites avec une lame dichroïque placée dans la cavité, mais cette solution augmentait les pertes dans la cavité sans pour autant améliorer la puissance de bleu récupérée. Dans la configuration actuelle le faisceau bleu ressort par le premier miroir qu'il rencontre après la sortie du cristal (M_3): il y a donc moins de pertes, d'autant plus que ce miroir dichroïque a une bien meilleure transmission dans le bleu que le précédent : 98 % (tout en réfléchissant 99,97 % de l'infrarouge à 820 nm). Dans sa configuration définitive, la cavité a une longueur totale de 860 mm, ce qui donne une zone de stabilité de longueur $\delta = 7,6 \text{ mm}$. Les caractéristiques des différents miroirs sont données dans le tableau 4.2, ainsi que les angles d'incidence sur chaque miroir. Pour l'adaptation du faisceau incident, nous avons essayé plusieurs jeux de lentilles avant d'adopter un doublet de lentilles de focales -50 et 100 mm. Nous mesurons alors un taux

Tableau 4.2 Caractéristiques des miroirs de la première cavité de doublage.

	Rayon	T (820 nm)	T (410 nm)	angle i	Marque
M1	30 m	1,1 %		9°	Spectra Physics
M2	10 cm	R max		11,5°	Spectra Physics
M3	10 cm	R max	98 %	11,5°	Laser Optik
M4	∞	R max		13,5°	Laser Optik

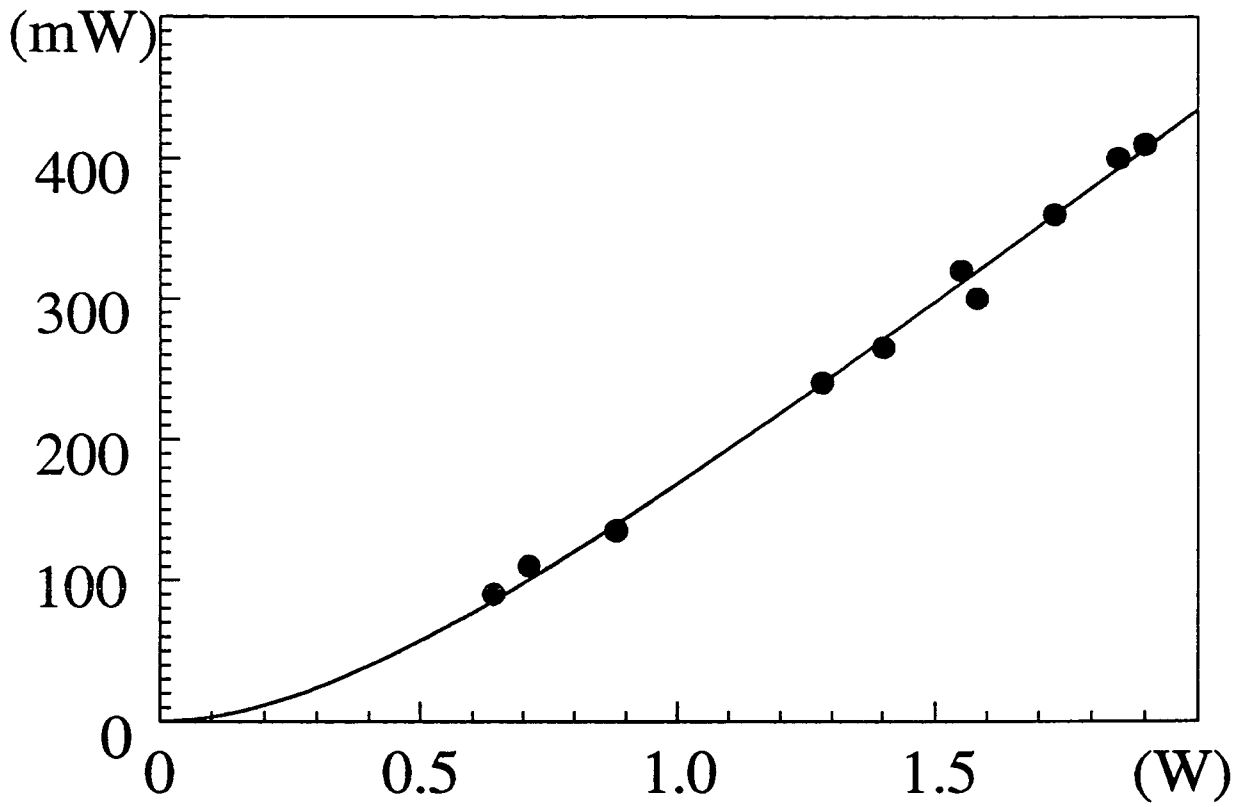


Figure 4.16

Puissance de l'onde bleue à 410 nm en fonction de la puissance de l'onde incidente.

d'injection $\eta=90\%$, une surtension $S=80$ et des pertes $p=0,82\%$. Les pertes pour le faisceau bleu à 410 nm sont $t=0,8 \times 0,98=0,78$ où le coefficient 0,8 correspond aux pertes en sortie du cristal et où le coefficient 0,98 est la transmission du miroir dichroïque.

c - Performances obtenues.

Pour optimiser la puissance doublée, on déplace les miroirs de focalisation de façon à modifier la taille du faisceau dans le cristal. Expérimentalement l'optimum est à 1 mm de la limite d_{\min} de la zone de stabilité ; on peut alors mesurer directement le taux de conversion $\alpha = \frac{P_2}{t} \frac{1}{P_{\text{int}}^2} = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$.

Nos résultats sont présentés sur la figure 4.16. Nous obtenons jusqu'à 410 mW de bleu en sortie de la cavité pour 1,9 W d'infra-rouge incident, ce qui correspond à une efficacité P_2/P_1 de 21,6 %. La courbe continue de la figure 4.16 est le résultat de l'ajustement dont il était question au paragraphe 3 (formules 4.3.12 et 4.3.13). Elle est obtenue pour les valeurs suivantes des paramètres ajustables : $p = (0,71 \pm 0,03)\%$ et $\alpha = (3,73 \pm 0,3) \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Cette valeur du taux de conversion est compatible avec celle mesurée directement, donnée plus haut.

Pour comparer ce résultat à la valeur théorique, on calcule le rayon minimal du faisceau $w_0=25,9 \mu\text{m}$ (voir expression 4.3.7) et sa longueur de Rayleigh (dans l'air) $z_0=2,5 \text{ mm}$. On peut calculer le paramètre $B = \frac{\rho \sqrt{\ell k_1}}{2}$ qui rentre dans la formule du taux de conversion ; il vaut $B=3,09$. Comme nous nous sommes placés de fait à l'optimum de focalisation, nous prenons dans la formule la valeur maximum de h_m qui est donnée par la courbe 4.9b : $h_{\text{mm}}(B)=0,23$. Différentes valeurs de $d_{\text{eff}}=d_{32} \cos\phi$ sont proposées dans la littérature. Nous choisissons le résultat expérimental de [Chen 1989] $d_{32} = 3,1 \times d_{36}(\text{KDP})$ et nous prenons pour $d_{36}(\text{KDP})$ la valeur récente proposée par [Eckardt 1990] $d_{36}(\text{KDP})=0,38 \text{ pm/V}$. Nous obtenons avec $\phi=31,8^\circ$ $d_{\text{eff}}=1,0 \text{ pm/V}$ et un taux de conversion calculé $\alpha = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Cette valeur est légèrement plus élevée que celle que nous mesurons. Il faut cependant noter que les valeurs de d_{32} que l'on trouve dans la littérature varient énormément d'un article à l'autre, ce qui laisse planer un doute sur la valeur théorique de α . Par ailleurs, ce désaccord est peut-être dû à des effets thermiques qui modifieraient la taille du faisceau dans le cristal. On peut à très forte puissance réduire légèrement ces effets en écartant les miroirs de focalisation M_2 et M_3 de façon à rendre le faisceau plus gros et à réduire les gradients thermiques dans le cristal.

d - Compensation de l'astigmatisme du faisceau doublé.

Le faisceau bleu a un rayon $w_0^v=90,6 \mu\text{m}$ et une longueur de Rayleigh $z_0^v=62,3 \text{ mm}$ dans le plan vertical, $w_0^h=18,3 \mu\text{m}$ et $z_0^h=2,5 \text{ mm}$ dans le plan horizontal (voir formules 4.3.9 et 4.3.10). On admet que les deux cols sont situés au centre du cristal. Pour pouvoir adapter ce faisceau à la deuxième cavité de doublage, il faut le rendre aussi semblable que possible à un faisceau gaussien dans le mode TEM_{00} , c'est-à-dire au minimum rond et parallèle. Le faisceau sort de la cavité par le miroir M_3 d'épaisseur 6 mm, qui se comporte comme une lentille mince divergente suivie d'une lame à faces parallèles d'épaisseur 6 mm. L'astigmatisme du cristal et de cette lentille n'ont aucune raison de se compenser : il faut donc en tenir compte. M_3 est équivalent à une lentille de focale $f_h = -201,5 \text{ mm}$ dans le plan horizontal et $f_v = -209,8 \text{ mm}$ dans le plan vertical. On calcule ainsi les caractéristiques de l'image du faisceau à travers M_3 : $w_0^v=70,8 \mu\text{m}$ et $z_0^v=38,5 \text{ mm}$ dans le plan vertical ; $w_0^h=14,5 \mu\text{m}$ et $z_0^h=1,6 \text{ mm}$ dans le plan horizontal, les deux cols du faisceau étant distants de 11 mm. Pour arrêter le plus tôt possible la divergence très rapide dans le plan horizontal, on est obligé de mettre une lentille sphérique convergente juste derrière le miroir M_3 . Le faisceau devient ainsi presque parallèle dans le plan horizontal alors qu'il reconverge puis rediverge un peu dans le plan vertical (figure 4.17). Il suffit alors de mettre une lentille cylindrique à l'endroit où le faisceau est rond pour faire converger un peu le faisceau dans le plan vertical, en choisissant la focale pour rendre le faisceau complètement parallèle. Il reste encore à faire tourner de 90° la polarisation du faisceau grâce à une lame demi-onde de manière à avoir une polarisation horizontale à l'entrée de la deuxième cavité. Dans les faits, la lame demi-onde est placée avant la lentille cylindrique. Celle-ci n'est pas traitée anti-reflet, mais on la place à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale. Il faut alors tenir compte de l'angle d'incidence qui modifie la focale nominale f . Pour un angle d'incidence i dans le plan horizontal, la focale dans le plan vertical est

$$f_i = f \frac{n-1}{n \cos r - \cos i}$$

Le faisceau doublé ainsi modifié peut maintenant être envoyé vers la deuxième cavité de doublage.

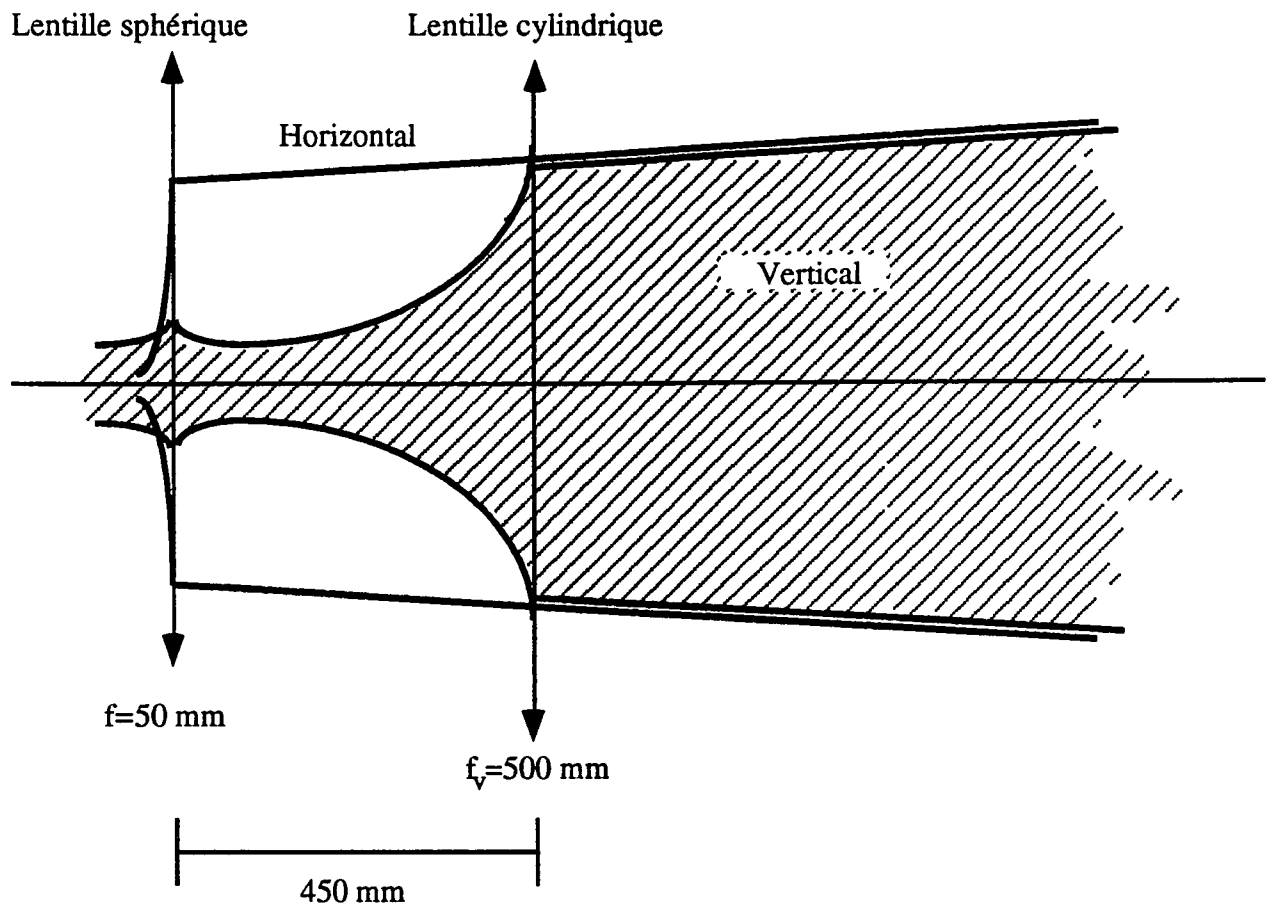


Figure 4.17

Adaptation du faisceau bleu à la deuxième cavité de doublage.

Tableau 4.3 Résumé des caractéristiques de la première cavité de doublage.

Cavité :	
Longueur de la cavité	$L = 86 \text{ cm}$
Longueur de la zone de stabilité	$\delta = 7,6 \text{ mm}$
Rayon minimal	$w_0 = 25,9 \text{ }\mu\text{m}$
Longueur de Rayleigh	$z_0 = 2,5 \text{ mm}$
Taux d'injection	$\eta = 90 \%$
Pertes	$p = 0,8 \%$
Surtension	$S = 80$
Cristal :	
Longueur du cristal	$\ell = 10,7 \text{ mm}$
Indice dans la direction d'accord de phase	$n = 1,61$
Angle d'accord de phase dans le plan xy	$\phi = 31,8^\circ$
Angle de double réfraction	$\rho = 17 \text{ mrad}$
Susceptibilité effective	$d_{\text{eff}} = 1,0 \text{ pm/V}$
Paramètre de Boyd et Kleinman	$B = 3,09$
Taux de conversion calculé	$\alpha = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$
Taux de conversion mesuré	$\alpha = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$
Taux de conversion "ajusté"	$\alpha = 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$
Efficacité (pour $P_1 = 1,9 \text{ W}$)	$P_2/P_1 = 21,6 \%$

C - Le deuxième doublage de fréquence : la cavité BBO.

a - Choix du cristal.

Pour le deuxième doublage de fréquence qui nous fait passer du bleu (410 nm) à l'ultra-violet (205 nm), le choix du cristal est plus restreint que pour le doublage précédent. Il faut avant toute chose que le matériau soit transparent dans l'ultra-violet. C'est le cas du LBO qui est transparent pour les longueurs d'onde supérieures à 160 nm. Malheureusement, on ne peut pas trouver pour ce cristal de direction d'accord de phase en dessous de 554 nm. La découverte du BBO en 1984, par l'équipe du Professeur Chen au Fujian Institute de Pékin, a révolutionné le monde de l'optique non linéaire. Ce matériau, possédant un angle de double réfraction particulièrement faible, a très vite été utilisé pour faire du doublage de fréquence et atteindre ainsi des longueurs d'onde dans l'ultra-violet jusqu'à 2048 Å inaccessibles auparavant avec les lasers habituels [Kato 1986, Boshier 1987]. Il faut cependant noter que le BBO commence à absorber à 205 nm, et que cette longueur d'onde est la limite au delà de laquelle le matériau n'est plus accordable en phase.

b - Mise au point de la cavité de doublage.

Comme pour la cavité précédente, nous avons essayé plusieurs cristaux, tous achetés en République Populaire de Chine. La cavité a été dessinée initialement pour un cristal de 13,8 mm de long et n'a pas été modifiée ensuite. La principale différence entre les deux cavités de doublage est la façon dont est éjectée l'onde doublée. Ici, nous n'utilisons pas de miroir dichroïque, mais un prisme placé dans la cavité, car il est difficile d'obtenir des optiques de bonne qualité aux longueurs d'onde que nous utilisons. Le prisme, situé juste après le cristal, est placé au minimum de déviation et à l'incidence de Brewster pour l'onde fondamentale. En sortie du prisme, le faisceau bleu et le faisceau ultra-violet sont séparés de 9°(figure 4.18). La présence de ce prisme rompt la symétrie de la cavité, et il faut tenir compte de l'astigmatisme supplémentaire qu'il introduit pour calculer les angles d'incidence sur les miroirs. L'astigmatisme de M_2 est compensé comme dans la première cavité par l'astigmatisme de la première moitié du cristal. En revanche, l'astigmatisme de M_3 est compensé par celui de l'autre demi-cristal et du prisme. Celui-ci étant au minimum de déviation, les deux faces jouent le même rôle et l'astigmatisme qu'il introduit est le même que celui d'une lame à faces parallèles. On peut alors utiliser la formule 4.3.5 : "astigmatisme du demi-cristal" + "astigmatisme du prisme" + "astigmatisme du miroir" = 0 dans laquelle ℓ_p

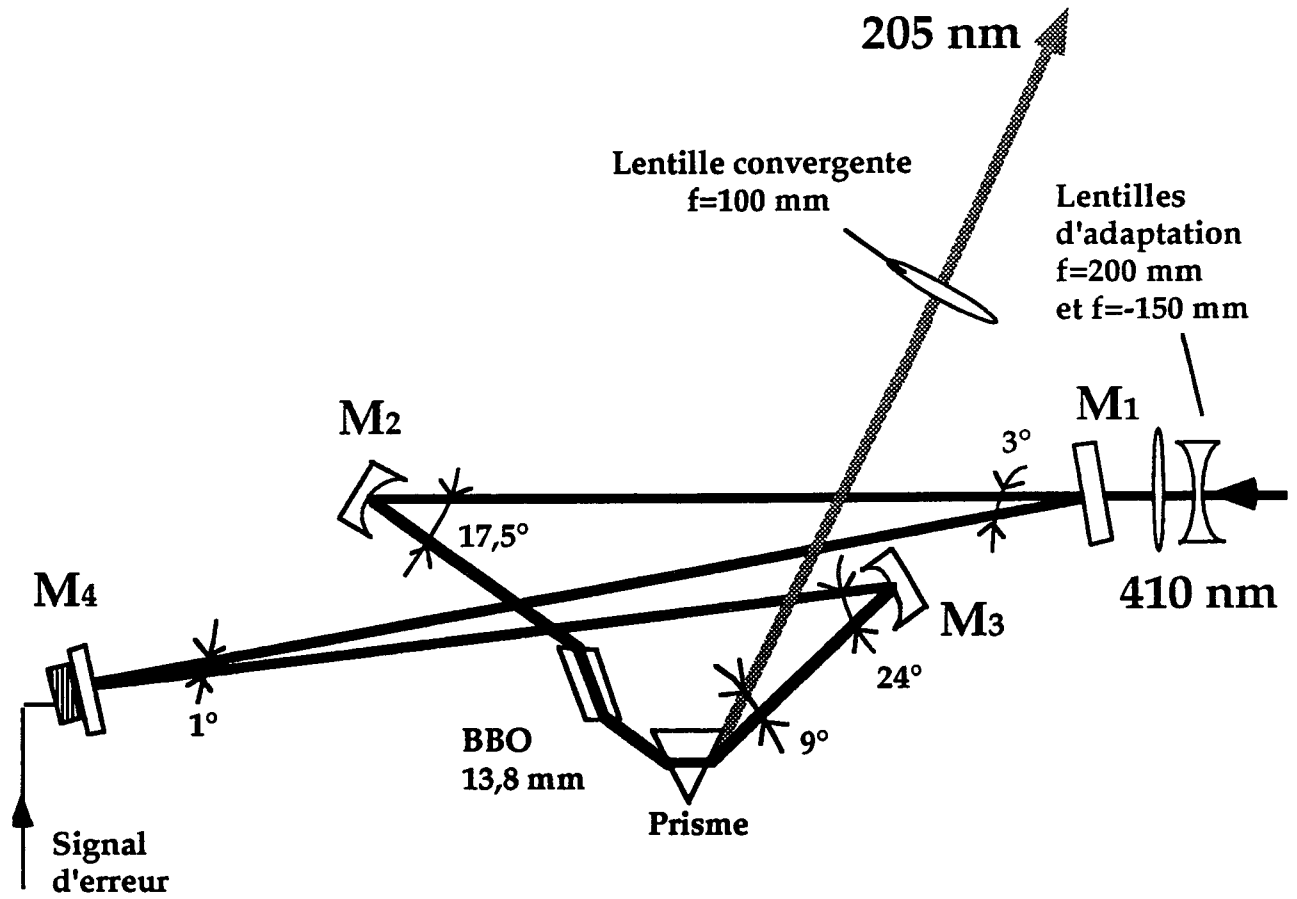


Figure 4.18
Cavité BBO.

est la longueur de prisme traversée (soit 7 mm si on se place à mi-hauteur) et n_p l'indice du prisme, c'est-à-dire celui de la silice (1,47) :

$$\frac{\ell}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} \right) + \ell_p \left(\frac{1}{n_p} - \frac{1}{n_p^3} \right) + f \left(\cos\theta - \frac{1}{\cos\theta} \right) = 0$$

Les angles ainsi calculés, ainsi que les caractéristiques des miroirs de la cavité, sont répertoriés dans le tableau 4.4. La cavité est beaucoup plus longue que la précédente : elle mesure 194 cm ce qui donne une zone de stabilité de 17,5 mm. Le faisceau bleu incident est rond et parallèle mais il faut encore un doublet de lentilles pour l'adapter complètement à la cavité. Après plusieurs essais, nous avons mis des lentilles de focales 200 mm et -150 mm. En tout, quatre lentilles sont donc nécessaires à l'adaptation entre la première et la deuxième cavité de doublage. Nous mesurons alors un taux d'injection $\eta=75\%$, moins bon que pour la première cavité, certainement à cause du caractère non gaussien du faisceau bleu. La surtension vaut $S=40$ et les pertes $p=1,7\%$. Les pertes pour le faisceau ultra-violet sont $t=0,77 \times 0,84 \times 0,75=0,48$ où 0,77 représente les pertes en sortie du cristal, 0,84 celles à l'entrée du prisme et 0,75 en sortie du prisme.

Tableau 4.4 Caractéristiques des miroirs de la deuxième cavité de doublage.

	Rayon	T (410 nm)	angle i	Marque
M1	∞	1,6 %	1,5°	Laser Optik
M2	228 mm	R max	8,7°	Spectra physics
M3	228 mm	R max	12,1°	Spectra physics
M4	∞	R max	0,6°	Spectra physics

c - Problèmes spécifiques observés avec le BBO.

Pendant les tous premiers essais, la cavité n'était pas asservie : sa longueur était balayée grâce à la dent de scie d'un oscilloscope. On observait les pics d'Airy de la cavité aussi bien sur la puissance de l'onde fondamentale que sur celle de l'onde doublée. Le premier cristal que nous utilisions donnait de très bons résultats et la hauteur des pics laissait espérer un taux de conversion d'environ $2 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$: nous avons en balayant une puissance crête de 600 μW pour 145 mW de puissance incidente. Malheureusement, nous n'avons pas pu obtenir cette puissance en continu. Dès que l'on asservissait la cavité, la forte intensité d'ultra-violet endommageait très rapidement la face de sortie du cristal. La puissance de bleu intra-cavité et la puissance d'ultra-violet chutaient en quelques secondes. Une fois qu'un point sur la surface avait été abîmé, il l'était définitivement, il ne restait plus qu'à changer de

position. Ce phénomène était clairement dû à la présence de l'ultra-violet. En effet, en dérégulant l'angle d'accord de phase on ne produisait plus d'u.v. et la cavité restait asservie correctement. Ce n'était pas pour autant la solution, nous ne pouvions pas nous passer de l'u.v ! Nous avons supposé que la détérioration que nous observions était due à des réactions chimiques sur la face de sortie du cristal. Nous pouvions essayer d'éliminer les réactifs responsables de cette détérioration en mettant le cristal sous vide ou mieux sous atmosphère d'oxygène. En effet l'oxygène étant l'un des éléments chimiques majoritaires dans le BBO (β -BaB₂O₄), il s'adsorberait à la surface du cristal et saturerait ainsi les sites réactifs de cette surface. Une première tentative a donc été faite en mettant sous oxygène le cristal seul (et non pas toute la cavité), grâce à une petite boîte construite autour du cristal dont le prisme constituait la face de sortie. La fenêtre d'entrée de la boîte introduisait des pertes dans la cavité, et nous ne pouvions plus régler séparément l'orientation du cristal et celle du prisme. Cependant, les résultats étaient encourageants. La détérioration du cristal était sinon stoppée du moins considérablement ralentie et nous obtenions 250 μ W continus pour 160 mW de puissance incidente. Cela correspondait à un taux de conversion $\alpha = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Nous avons donc décidé de mettre la cavité entièrement sous atmosphère d'oxygène, en suspendant les miroirs dans un grand tube étanche en inox utilisant des techniques d'ultra-vide. Par ailleurs, nous avons renvoyé en Chine pour le faire repolir notre cristal n°1 qui était très abîmé après nos premières tentatives malheureuses. Un deuxième cristal plus court que le premier (9 mm) a donc été essayé pendant ce temps. Ce cristal court n'était pas très bon ($\alpha = 0,17 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$) et nous avons remis le premier cristal qui ne mesurait plus que 13,4 mm après repolissage. Malheureusement, le résultat ne fut pas à la hauteur de nos espérances : apparemment, les faces n'étaient plus parallèles ! C'est cependant avec ce cristal que nous avons travaillé pendant tout le temps où nous avons cherché un signal atomique. Par la suite nous avons acheté un troisième (14 mm) puis un quatrième (13,7 mm) cristal : sans plus de succès. Aucun ne s'est avéré aussi bon que le tout premier.

En plus de la détérioration des cristaux, un deuxième phénomène plus surprenant est apparu, qui fait baisser la puissance d'ultra-violet que nous pouvons récupérer. La lumière bleue se met par moment à tourner dans les deux sens dans la cavité. La puissance intra-cavité se répartit entre ces deux "modes", et la puissance d'ultra-violet éjectée dans la bonne direction chute dramatiquement. Ceci se produit quand le point du cristal que nous utilisons commence à s'abîmer. Le phénomène s'amplifie au cours du temps, mais s'arrête si l'on change de point sur la face d'entrée du cristal. Deux observations nous permettent d'être certains qu'il s'agit bien de deux sens de rotation de la lumière. Derrière le miroir M₂, on observe deux taches, qui correspondent à la lumière transmise pour chacun des sens de rotation. La deuxième tache, "anormale", s'intensifie quand la puissance d'u.v. baisse, et disparaît quand on se met sur un autre point du cristal. En outre, on observe un retour de lumière bleue dans la première cavité de doublage. L'intensité dans la première cavité

augmente et reproduit les variations d'intensité de la deuxième cavité (qui est beaucoup moins stable). On voit alors les deux intensités transmises, mesurées par les photodiodes de contrôle des deux cavités se mettre à fluctuer de façon synchrone.

Ce phénomène a été observé aussi dans l'équipe de Claude Fabre dans une cavité similaire, mais avec un cristal de LBO, et pour une longueur d'onde fondamentale de

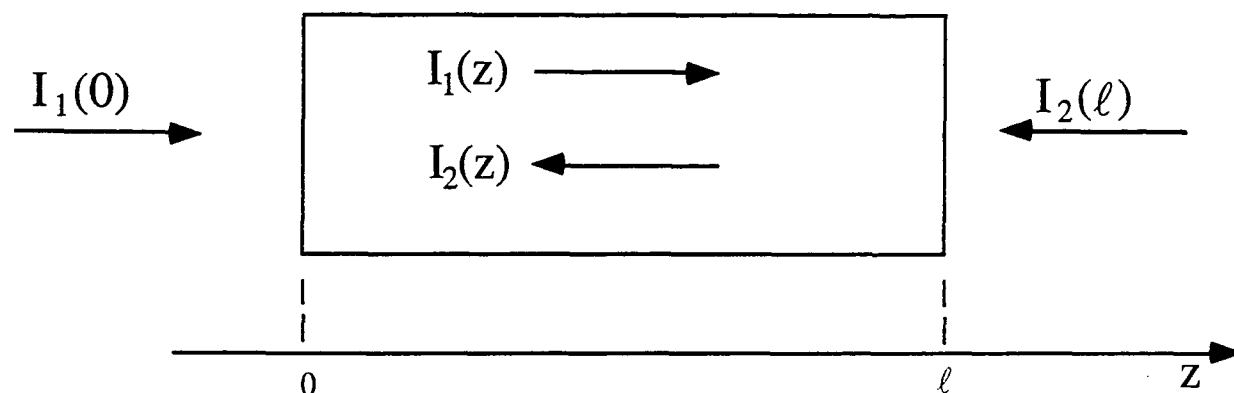


Figure 4.19

Géométrie pour la rétrodiffusion Brillouin stimulée.

1,06 μm . Il pourrait s'agir de rétrodiffusion Brillouin stimulée, c'est-à-dire d'une diffusion de la lumière par une onde acoustique du cristal. On peut interpréter ce phénomène comme un couplage entre les champs laser et un champ de phonons acoustiques. La géométrie la plus favorable est celle où l'onde incidente et l'onde diffusée se propagent en sens opposés, puisque c'est là que le recouvrement entre les deux ondes à l'intérieur du cristal est maximal. Cette géométrie est celle que nous observons, puisqu'elle est imposée par la cavité de surtension. La rétrodiffusion stimulée s'amorcerait sur de la diffusion due à un défaut, à la surface du cristal. En effet, elle ne peut pas s'amorcer sur une diffusion Brillouin spontanée, car les gains mis en jeu sont trop faibles : le cristal serait équivalent à un miroir de coefficient de réflexion 10^{-11} (voir [Boyd 1992]). D'autre part cela n'expliquerait pas le fait que la rétrodiffusion n'a lieu que pour certains points "usés" de la surface du cristal. Si l'on admet que le phénomène s'amorce sur une diffusion parasite, on peut calculer en régime permanent le gain sur l'onde rétrodiffusée, et comparer ce gain aux pertes de la cavité, qu'on prend égales pour les deux sens de rotation. Avec les notations de la figure 4.19, l'intensité rétrodiffusée dans le cristal varie suivant z conformément à :

$$\frac{dI_2}{dz} = -gI_1I_2$$

où g est le gain du milieu pour la diffusion Brillouin stimulée. Si on néglige, pour un seul passage dans le cristal, les pertes sur l'intensité I_1 , l'équation précédente s'intègre en :

$$I_2(0) = I_2(\ell)e^{g\ell I_1} \approx I_2(\ell)[1 + g\ell I_1]$$

D'après [Boyd 1992], le gain g est compris entre $2,5 \cdot 10^{-2}$ et $4 \cdot 10^{-3}$ cm/MW pour des matériaux de type "verre optique". Ici, l'intensité qui règne dans le cristal est de l'ordre de 1 MW/cm^2 et la longueur du cristal est $\ell = 1,4 \text{ cm}$. On a donc, au cours d'un tour dans la cavité et pour $g=10^{-2}$ cm/MW, un gain pour le sens "anormal" de circulation qui vaut $g\ell I_1 \approx 1,4\%$, et qui est comparable aux pertes ($p=1,7 \%$) de la cavité. L'explication du phénomène par une diffusion Brillouin est donc a priori plausible. Si l'on veut calculer la répartition d'énergie entre les deux sens de circulation, il faut établir une équation différentielle décrivant le régime transitoire. Au cours d'un tour dans la cavité (qui dure un temps τ), on a

$$\tau \frac{dI_2(t)}{dt} = g\ell I_1(t)I_2(t) - pI_2(t)$$

La conservation de l'énergie nous permet d'écrire $I_1(t) + I_2(t) = I_1(0)$. L'équation différentielle précédente a alors pour solution

$$I_2(t) = \frac{I_1(0)(1 - p/\gamma)}{1 - \left[1 - \frac{I_1(0)}{I_2(0)}(1 - p/\gamma)\right] e^{-\frac{t}{\tau}(\gamma - p)}} \quad \text{où } \gamma = g\ell I_1(0)$$

Quand t tend vers l'infini, on atteint un régime permanent où $I_2=1-p/\gamma$. Cette solution n'a de sens que si γ est supérieur à p . Pour $p=1,7 \%$, et $I_1(0)=1 \text{ MW/cm}^2$, ce qui correspond à une puissance de 10 W , le gain g du milieu doit être supérieur à $1,2 \cdot 10^{-2}$ cm/MW, ce qui est compatible avec les ordres de grandeur donnés par [Boyd 1992]. En prenant $g=2 \cdot 10^{-2}$ cm/MW on trouve une intensité rétrodiffusée en régime permanent qui vaut $I_2=0,4 \text{ MW/cm}^2$. L'équirépartition de la puissance entre les deux sens de rotation est atteinte pour $g=2,4$ cm/MW. On a donc des ordres de grandeurs tout à fait compatibles avec les phénomènes que nous observons.

d - Mise sous oxygène de la cavité de doublage.

Les problèmes évoqués jusqu'ici sont certainement la principale cause des résultats relativement médiocres que nous avons obtenus avec cette cavité de doublage. Cependant, la mise au point de la cavité "suspendue" dans sa boîte ultra-vide a elle aussi posé des

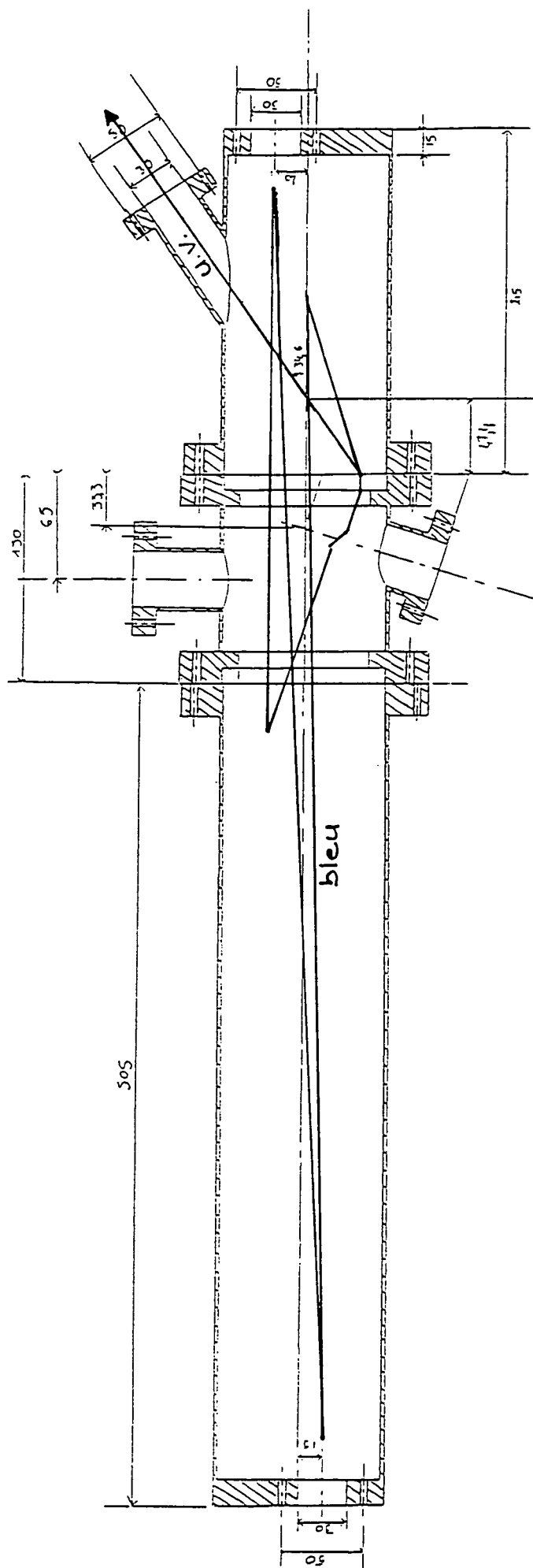


Figure 4.20
Plan de l'enceinte ultra-void

difficultés : des difficultés de stabilité mécanique, et d'autre, de salissure de l'enceinte et de la surface du cristal. Commençons par les problèmes mécaniques. La boîte, qui est représentée sur la figure 4.20, est en réalité composée de trois parties : deux tubes latéraux qui viennent se fixer sur une partie centrale fixe qui contient le prisme et le cristal. C'est sur cette pièce que sont suspendus les supports des miroirs grâce à des colonnes horizontales. Les miroirs M_2 et M_3 sont toujours translatables mais dans l'axe des colonnes, ce qui rend le réglage de l'optimum de focalisation dans le cristal plus délicat. Les orientations des miroirs, le réglage du cristal à l'incidence de Brewster et celui du prisme au minimum de déviation doivent être définitifs quand on ferme la boîte car on ne peut plus y toucher ensuite (en revanche on peut translater le cristal dans les trois directions et le faire tourner dans le plan vertical grâce à un manipulateur étanche). La fermeture de l'enceinte est relativement délicate. C'est pourquoi il est important que l'ensemble central soit très robuste et très stable malgré la longue portance des colonnes. Avec une première version du montage, nous dérégliions toute la cavité à chaque fois que nous fermions la boîte. Une deuxième version plus élaborée et bien plus stable a été conçue et réalisée par Bernard Rodriguez à l'atelier de mécanique. Nous avons ainsi pu fermer l'enceinte sans trop de difficultés.

Plusieurs hublots en silice fondue permettent à la lumière d'entrer et de sortir. Des joints en indium, écrasés entre le verre et le métal assurent l'étanchéité. Sur la partie gauche, une simple fenêtre placée derrière M_4 permet de mesurer la puissance intra-cavité. Sur la partie droite, un hublot à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale laisse entrer l'onde incidente. Un deuxième hublot à l'incidence de Brewster, cette fois pour la polarisation verticale, est placé à l'extrémité d'un petit cylindre latéral par lequel sort l'ultra-violet. Ce petit cylindre nous a posé des problèmes puisqu'il a été mal soudé par le fabricant : une erreur de 4° a été faite sur la direction de son axe. Le faisceau ultra-violet venait taper dans la pièce qui supporte le hublot incliné à l'angle de Brewster. Nous avons dû fabriquer une cale pour décentrer cette pièce et la remettre dans le bon axe.

Une fois la cavité opérationnelle mécaniquement parlant, nous avons été confrontés à une deuxième série de problèmes, liés au dégazage de l'enceinte et de la surface du cristal. Initialement, nous pompions simplement l'enceinte pour la remplir ensuite d'oxygène. Les résultats étaient décevants : quand on asservissait la cavité, les puissances de bleu intra-cavité et d'ultra-violet chutaient toujours en quelques secondes. En modifiant avec le manipulateur l'orientation du cristal nous récupérions un peu de la puissance doublée. En effet, la forte intensité qui règne dans le cristal l'échauffe et modifie l'angle d'accord de phase ce qui fait chuter fortement la puissance doublée. En faisant tourner le cristal dans le plan vertical, on observe très nettement un maximum pour la puissance d'ultra-violet. Le cristal est alors dans la direction d'accord de phase pour la température réelle du matériau, mais le coefficient d_{eff} est plus petit pour cet angle. Cependant, on ne retrouve pas la puissance instantanée obtenue en haut des pics d'Airy de la cavité. Il existe dans le cristal un fort gradient thermique, qui fait

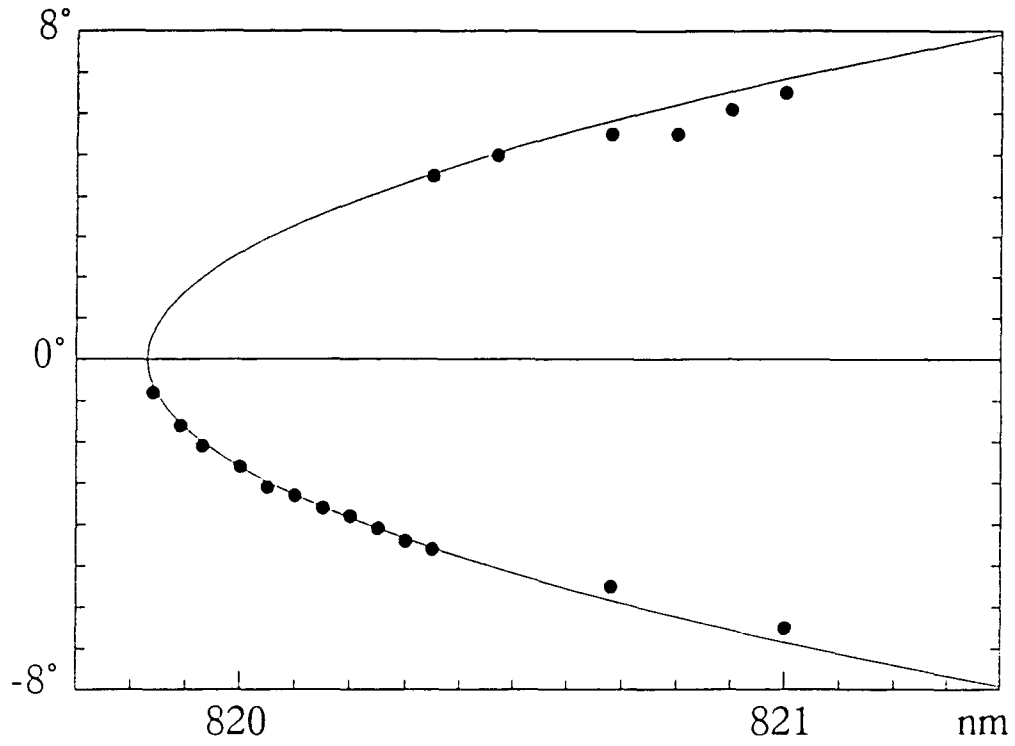


Figure 4.21a

Les deux angles d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde du laser titane-saphir.

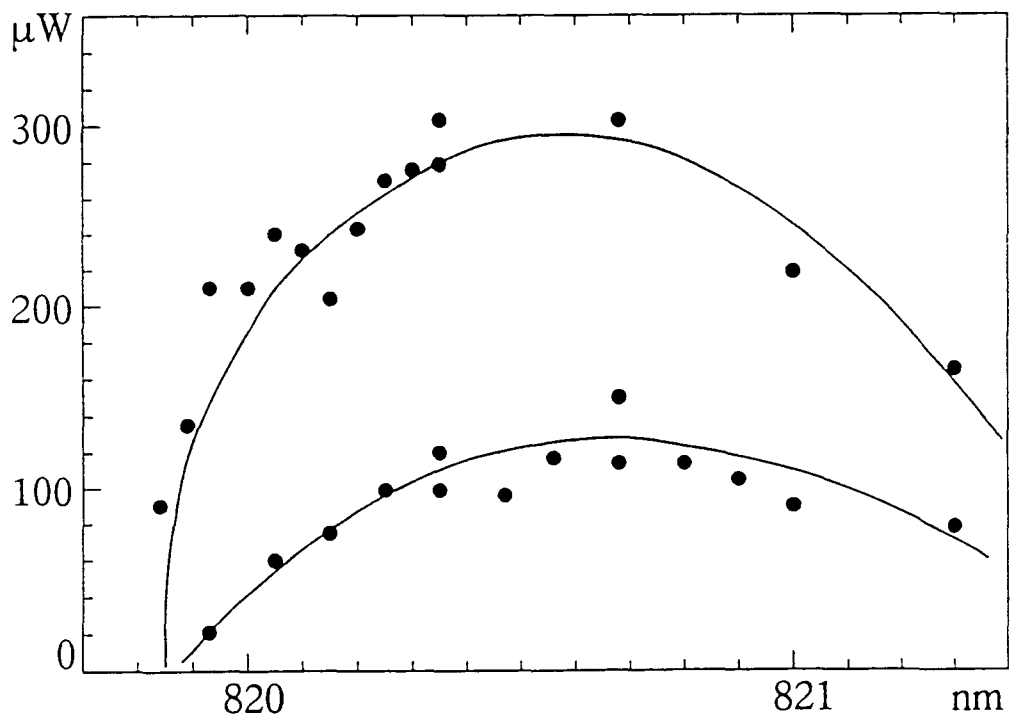


Figure 4.21b

Puissances d'ultra-violet correspondant à chacun des deux angles.

que la condition d'accord de phase ne peut pas être réalisée partout dans le matériau. Ces arguments expliquent la chute de la puissance u.v., mais pas celle de la puissance bleue intra-cavité. Nous avons alors pensé, que malgré le piège à azote placé entre la pompe et l'enceinte, celle-ci contenait des vapeurs grasses qui se vaporisaient sous vide. Nous avons alors décidé d'étuver l'enceinte pour la nettoyer complètement. Après plusieurs jours d'étuvage à 80°C et de pompage nous avons trouvé le cristal et, dans une moindre mesure, les miroirs couverts d'une pellicule de graisse. Nous avons donc continué d'étuver jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de graisse. Mais, les résultats étaient toujours décevants. Quand on asservissait la cavité, la puissance aussi bien de bleu que d'ultra-violet chutait toujours, mais il s'agissait d'un effet très localisé car, quand on changeait de point sur la surface du cristal, on retrouvait la puissance initiale. Cette détérioration semblait donc due à un effet chimique, sans doute catalysé par l'ultra-violet. En faisant dégazer en profondeur la surface du cristal et en la saturant d'oxygène nous espérons éliminer tous les réactifs et empêcher ces réactions de se produire. Nous avons donc procédé à une série de cycles "dégazage, pompage, mise sous oxygène, pompage, dégazage". Après ce nettoyage en profondeur, nous avons observé une amélioration nette. Actuellement, quand on asservit la cavité, la puissance d'ultra-violet chute encore à cause de l'effet thermique vu plus haut, mais la puissance de bleu intra-cavité ne baisse presque plus, ou du moins beaucoup plus lentement. En rebalayant la longueur de la cavité, on réobtient pratiquement les mêmes pics qu'avant d'asservir, aussi bien sur la puissance de bleu que d'ultra-violet.

e - Performances obtenues.

On peut utiliser la propriété de symétrie du cristal grâce à laquelle on a deux positions d'accord de phase dans le plan vertical, pour mesurer justement cet angle d'accord de phase. Le manipulateur qui permet de faire tourner le cristal est gradué en degrés : pour une longueur d'onde donnée, il est très facile de repérer les deux positions d'accord de phase par l'angle ε qu'il indique. Cet angle ε est relié de manière simple à $\delta = \pi/2 - \theta$ par la relation $\delta = \varepsilon/n$. Ceci résulte d'un simple problème de géométrie : quand on tourne le cristal on modifie aussi l'angle d'incidence i . Les courbes de la figure 4.21 représentent en fonction de la longueur d'onde du laser titane-saphir les deux angles d'accord de phase et les puissances d'ultra-violet correspondantes. De la courbe 4.21a on déduit la longueur d'onde limite au delà de laquelle on ne peut pas descendre car $\theta = \pi/2$ (position d'accord de phase appelée position non critique car θ y varie peu en fonction de la longueur d'onde). Cette longueur d'onde limite vaut ici 8198,3 Å c'est-à-dire 2049,6 Å pour l'onde ultra-violette, ce qui est un peu différent des valeurs données dans la littérature : 2048 Å pour [Kato 1986], 2045 Å pour [Eirmel 1987].

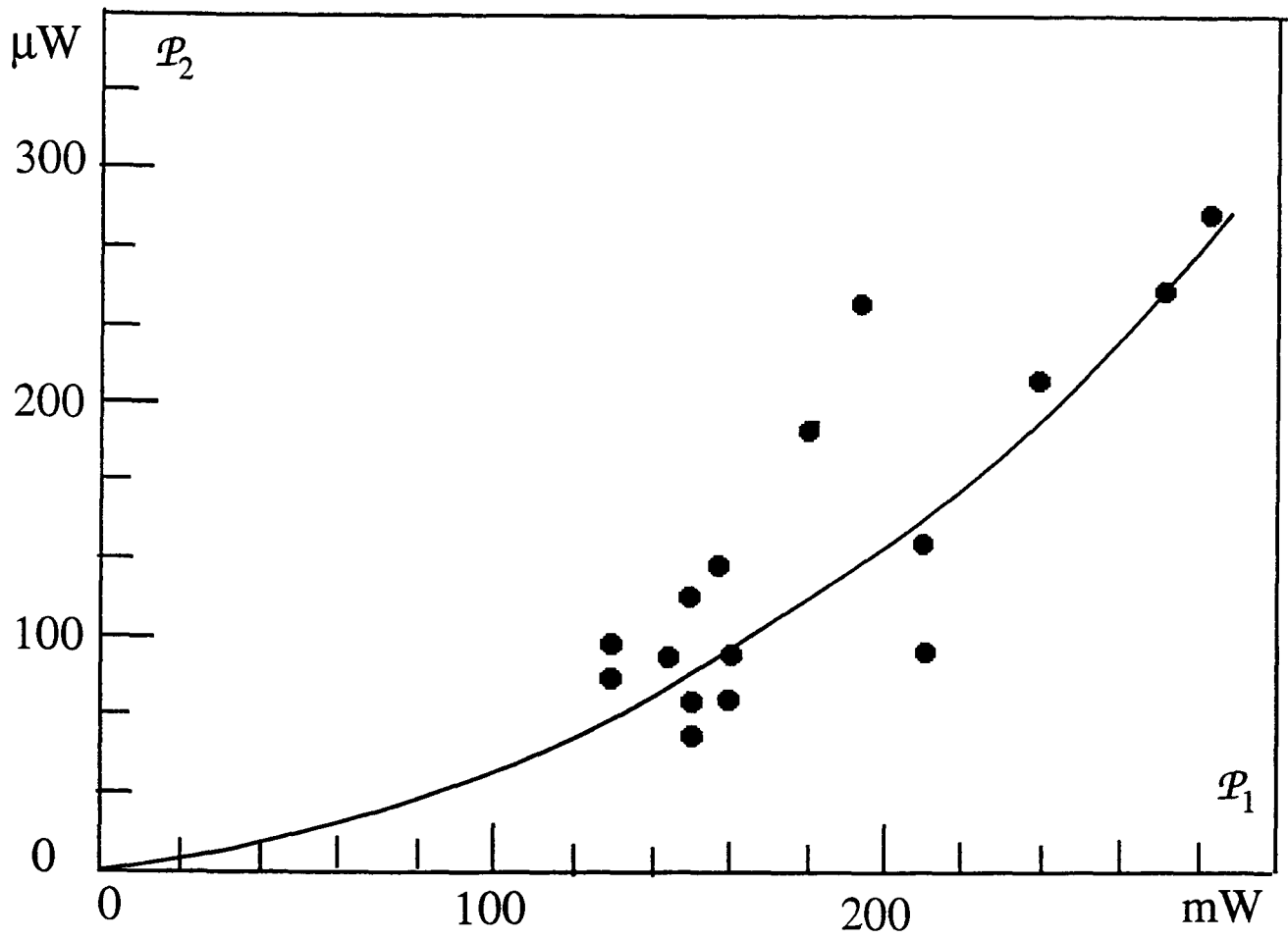


Figure 4.22

Puissance u.v. en fonction de la puissance bleue incidente.

Pour optimiser la puissance doublée, on se place à 2 mm de la limite d_{\min} de la zone de stabilité, et d'après l'expression 4.3.7, le rayon minimal du faisceau vaut alors $w_0=27,0 \mu\text{m}$ et sa longueur de Rayleigh (dans l'air) : $z_0=5,6 \text{ mm}$. Selon le point que l'on choisit sur le cristal, le taux de conversion en continu vaut entre $0,4 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ et $0,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ (rappelons qu'il s'agit du cristal initial repoli, qui mesure maintenant 13,4 mm de long). Pour calculer la valeur théorique de α il faut connaître la valeur du paramètre $B = \frac{\rho\sqrt{\ell k_1}}{2}$, qui vaut ici $B=2,59$, ce qui donne $h_{\text{mm}}(B)=0,28$. La susceptibilité non linéaire est donnée par $|d_{\text{eff}}|=|d_{31}|+|d_{22}|\delta_{\text{ap}}$ avec $\delta_{\text{ap}} = 47 \text{ mrad}$ (bien entendu, nous avons essayé les deux positions d'accord de phase $\pm\delta_{\text{ap}}$ et nous avons choisi la meilleure). Nous prenons comme valeurs de d_{31} et de d_{22} celles données par [Eckardt 1990], $d_{22}=5,7 \times d_{36}(\text{KDP})=2,2 \text{ pmV}^{-1}$ et $d_{31}=0,07 \times d_{22}=0,15 \text{ pmV}^{-1}$, ce qui donne $|d_{\text{eff}}|=0,25 \text{ pmV}^{-1}$ et $\alpha = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$. Il y a donc un facteur dix entre la valeur calculée et celle que nous mesurons. Cependant, si au lieu de prendre la valeur mesurée quand la cavité est asservie on prend la valeur obtenue lors de nos tous premiers essais en balayant la longueur de la cavité ($\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$), cet écart n'est plus que d'un facteur 2.

En termes de puissance, les résultats sont très irréguliers : nous obtenons typiquement $250 \mu\text{W}$ d'ultra-violet pour 200 mW de bleu incident, mais cela varie beaucoup selon les points du cristal. La figure 4.22 donne une bonne idée de nos résultats. Nous n'avons pas essayé d'ajuster la courbe théorique $\mathcal{P}_2 = f(\mathcal{P}_1, \alpha, p)$ vue plus haut, étant donnée la grande dispersion des points expérimentaux.

f - Compensation de l'astigmatisme du faisceau ultra-violet.

Le faisceau ultra-violet est ensuite envoyé dans la cavité résonnante autour du jet atomique. Comme pour le faisceau bleu issu de la première cavité de doublage, se pose le problème de la forme elliptique du faisceau qu'il faut corriger à l'aide de lentilles sphériques et cylindriques. Pour cela, il faut connaître ses caractéristiques. Le faisceau ultra-violet a un rayon $w_0^v=60,7 \mu\text{m}$ et une longueur de Rayleigh $z_0^v=56,5 \text{ mm}$ dans le plan vertical, $w_0^h=19,1 \mu\text{m}$ et $z_0^h=5,6 \text{ mm}$ dans le plan horizontal (voir les formules 4.3.9 et 4.3.10). Il faut là encore tenir compte de l'astigmatisme introduit par le cristal et le prisme pour savoir où placer les lentilles. Le détail des calculs ne présente pas d'intérêt. Une solution est de mettre une lentille sphérique convergente de focale nominale $f=100 \text{ mm}$ (87 mm à 205 nm) dans la boîte ultra-vide, à 150 mm du col vertical du faisceau, puis une lentille cylindrique convergente dans le plan horizontal ($f=400 \text{ mm}$ à 205 nm soit $f=290 \text{ mm}$ à l'incidence de Brewster) 30 cm plus loin, et enfin un doublet de grossissement 4 (focales -50 mm et 200 mm). Cette solution est représentée sur la figure 4.23.

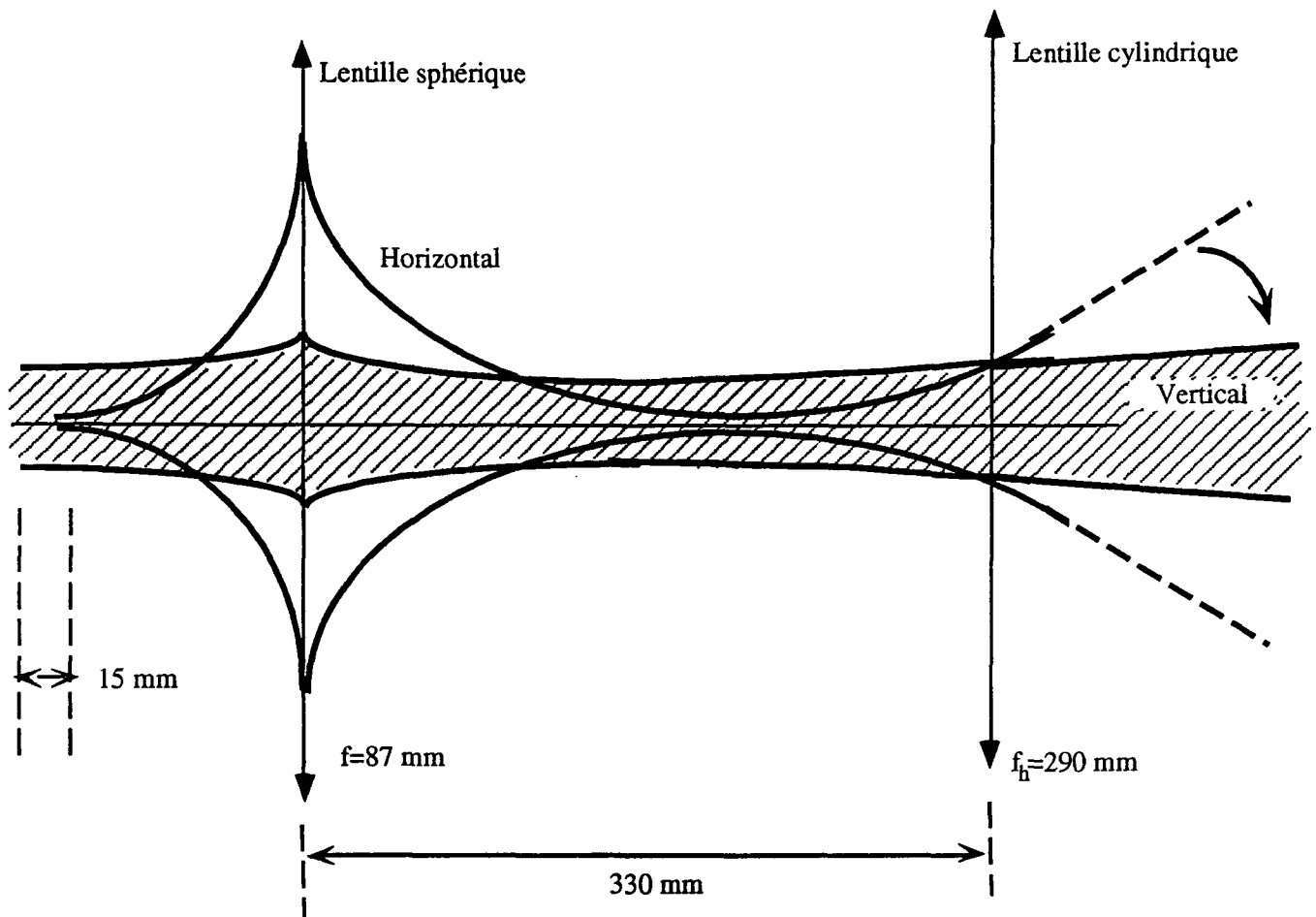


Figure 4.23

Adaptation du faisceau u.v. à la cavité de surtension du jet atomique.

Tableau 4.5 résumé des caractéristiques de la deuxième cavité de doublage.

Cavité :	
Longueur de la cavité	$L = 194 \text{ cm}$
Longueur de la zone de stabilité	$\delta = 17,5 \text{ mm}$
Rayon minimal	$w_0 = 27 \text{ }\mu\text{m}$
Longueur de Rayleigh	$z_0 = 5,6 \text{ mm}$
Taux d'injection	$\eta = 75 \%$
Pertes	$p = 1,7 \%$
Surtension	$S = 45$
Cristal :	
Longueur du cristal	$\ell = 14 \text{ mm}$
Indice dans la direction d'accord de phase	$n = 1,69$
Angle d'accord de phase	$\theta = 87,3^\circ$
Angle de double réfraction	$\rho = 8,8 \text{ mrad}$
Susceptibilité effective	$d_{\text{eff}} = 0,3 \text{ pm/V}$
Paramètre de Boyd et Kleinman	$B = 2,63$
Taux de conversion calculé	$\alpha = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$
Taux de conversion mesuré	$\alpha = 0,4 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$
Efficacité (pour $P_1 = 200 \text{ mW}$)	$P_2/P_1 = 0,1 \%$

Chapitre 5

Recherche du signal 1S-3S.

Chapitre 5

Recherche du signal 1S-3S.

Après la présentation de la source à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition 1S-3S, ce cinquième chapitre est consacré à la recherche du signal. Il commence par une description du dispositif initial de production d'hydrogène atomique, et de l'optique de détection. Les différents problèmes que nous avons eus avec la lumière parasite de la décharge et l'asservissement de la cavité de surtension sont abordés. Les essais faits avec ce montage sont décrits dans la deuxième partie du chapitre : ils se sont soldés par un échec. La troisième partie est consacrée aux modifications du dispositif expérimental qui nous ont permis d'observer la transition 1S-3S. Une valeur préliminaire du déplacement de Lamb du niveau fondamental a pu en être déduite : les calculs sont présentés en fin de chapitre, ainsi que la valeur que nous avons obtenue.

1 - Description du montage initial.

a - La cellule

Pour pouvoir étudier la transition 1S-3S, il faut disposer d'atomes dans l'état fondamental. Notre idée initiale était d'utiliser un jet atomique. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre 4, la puissance ultra-violette que nous obtenons (0,3 mW), est environ dix fois plus petite que ce que nous espérions. Voyant cela, nous n'avons pas voulu chercher

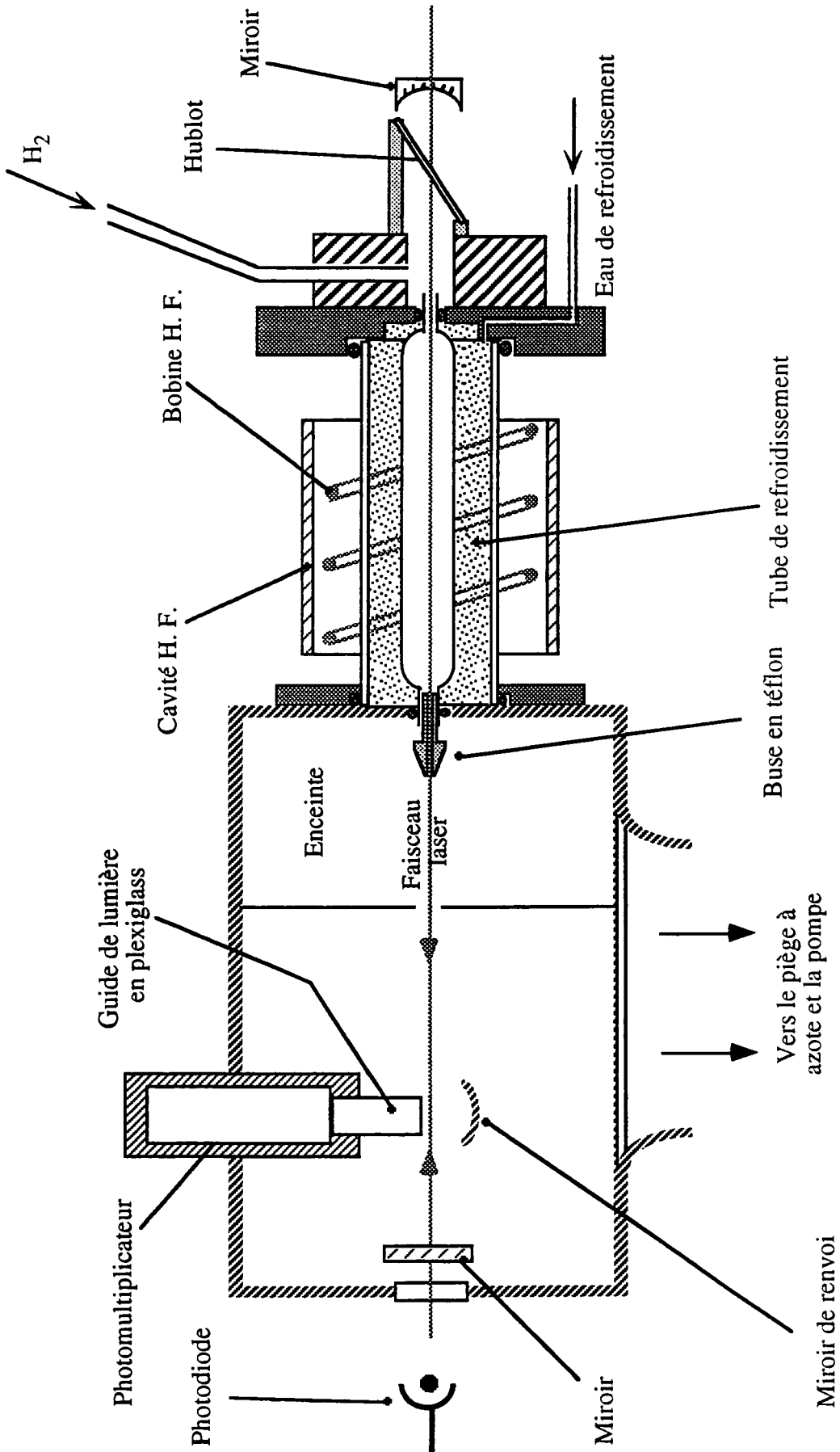


Figure 5.1
Schéma du jet d'atomes dans l'état fondamental

la transition 1S-3S avec un jet, dans lequel la densité d'atomes est faible. Nous avons préféré transformer le jet en une cellule, dans laquelle le nombre d'atomes par unité de volume est environ 1000 fois plus grand : les raies sont donc plus intenses a priori. Bien que les collisions et le temps de transit des atomes dans le faisceau laser, beaucoup plus court que pour un jet, élargissent les raies, nous espérons tirer profit du nombre élevé d'atomes pour chercher plus facilement la transition.

Le jet initial, construit en grande partie par Mark Plimmer pendant un stage post doctoral, est représenté sur la figure 5.1. La décharge radio-fréquence qui permet de dissocier l'hydrogène moléculaire est produite par un bobinage en cuivre sur le même principe que pour le jet d'atomes métastables : ce bobinage entoure un tube en pyrex refroidi par une circulation d'eau, placé dans une cavité résonnante radio-fréquence. Contrairement à la géométrie utilisée pour le jet d'atomes métastables, le tube en pyrex dans lequel a lieu la décharge est dans l'axe du jet et du laser (il n'y a plus de bombardement électronique qui dévie les atomes). Après la région de dissociation, les atomes passent à travers une buse en téflon de 32 mm de long, et pénètrent dans une enceinte sous vide où a lieu l'interaction avec le laser. Cette enceinte est pompée par une pompe secondaire à diffusion elle-même pompée par une pompe primaire à palettes. Un piège à azote est monté entre l'enceinte et la pompe à diffusion pour éviter les remontées d'huile intempestives (voir figure 5.2). Il n'est pas nécessaire que le vide qui règne dans la chambre d'interaction soit aussi poussé que pour le jet de métastables. En effet, les atomes dans l'état fondamental ne peuvent pas se désexciter par collision, puisqu'ils sont dans le niveau de plus basse énergie. Un vide de 10^{-6} mbar est donc suffisant.

Plusieurs sécurités électriques commandent la pompe secondaire et l'ouverture ou la fermeture des différentes vannes (qui ont toutes des commandes pneumatiques) :

- les disjoncteurs de la pompe primaire et de la pompe secondaire sont montés en série : si la pompe primaire s'arrête, la pompe secondaire aussi ;
- un capteur thermique dans le bas de la pompe secondaire permet d'arrêter celle-ci en cas de surchauffe ;
- les deux vannes à équerres sont commandées par un interrupteur à trois positions : elles ne peuvent jamais être ouvertes toutes les deux en même temps. Cela évite le retour d'air dans la pompe à diffusion (ce qui a pour effet de brûler l'huile de la pompe), et les remontées d'huile dans l'enceinte ;
- la vanne tiroir se ferme automatiquement si la pression augmente trop dans l'enceinte, pour éviter le reflux d'air dans la pompe à diffusion. Une remontée subite de la pression peut se produire en cas de fuite, ou si le tube en pyrex casse et que l'eau de refroidissement pénètre brutalement dans l'enceinte.

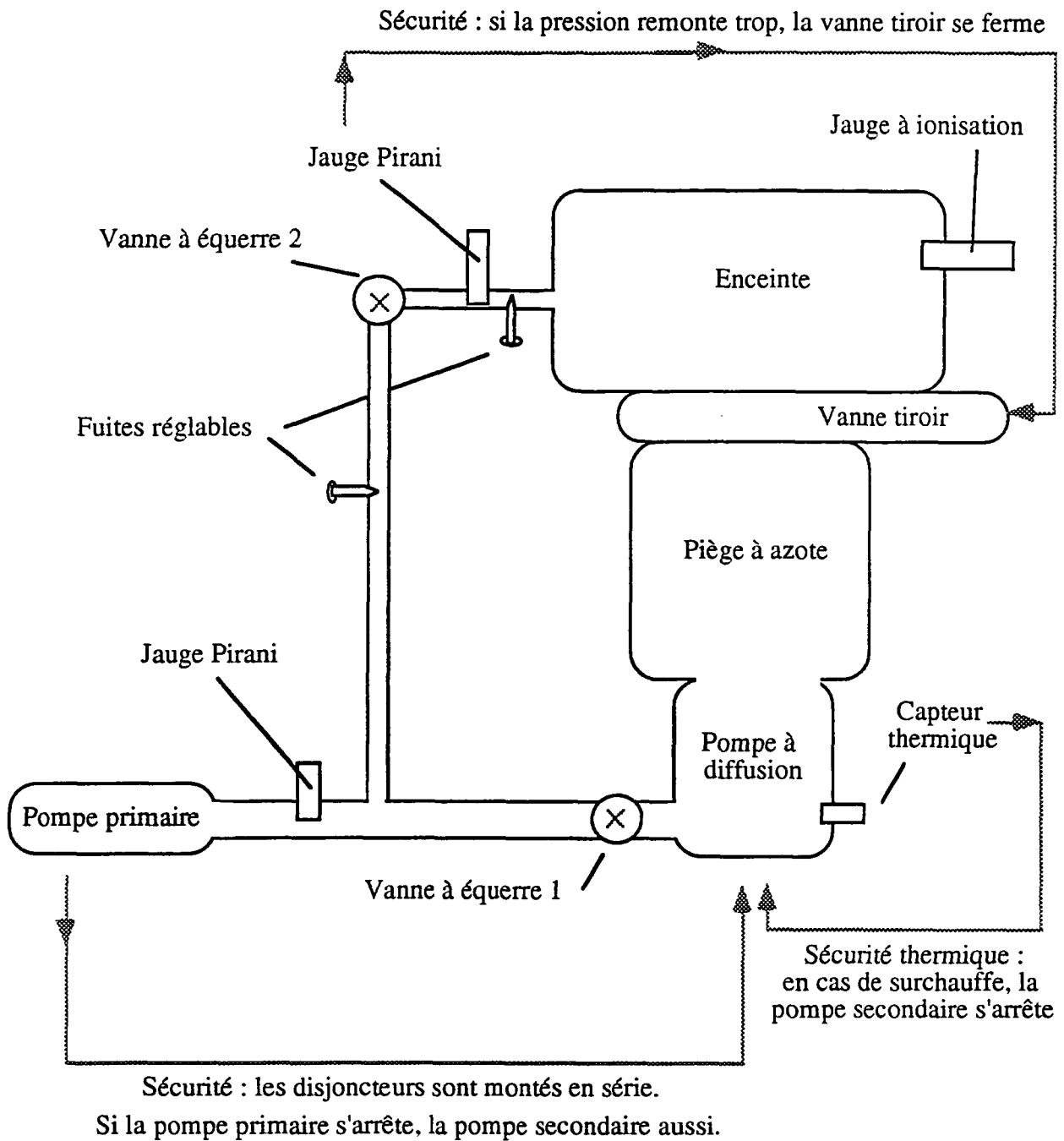


Figure 5.2
Schéma des sécurités du banc de pompage.

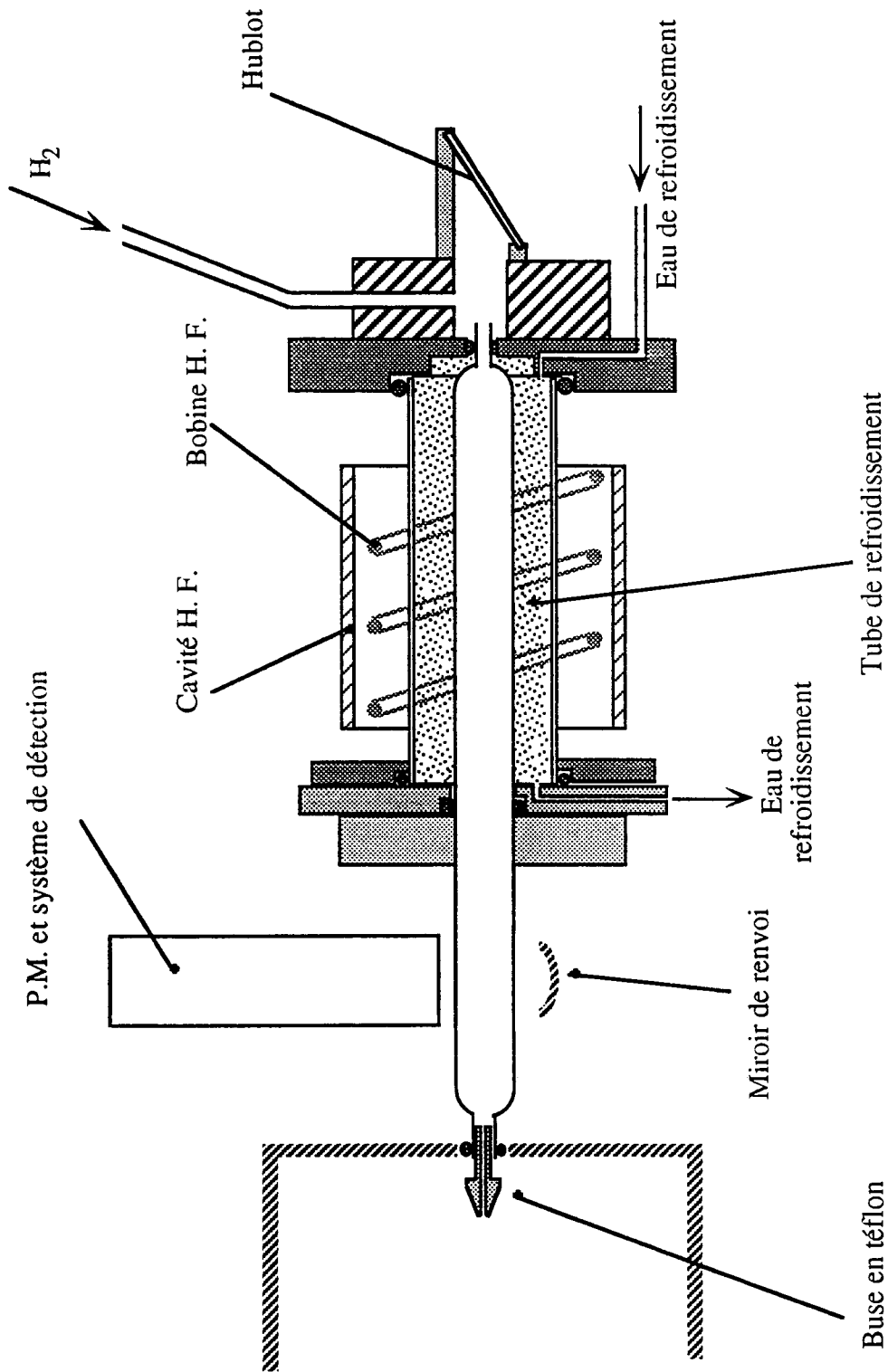


Figure 5.5
Schéma de la cellule à hydrogène.

Pour transformer simplement le jet en cellule sans avoir à tout reconstruire, nous avons opté pour une solution intermédiaire consistant à avoir une cellule avec un flux continu d'atomes. Pour cela, le tube en pyrex dans lequel a lieu la décharge radio-fréquence a été remplacé par un autre plus long (voir figure 5.3) : ainsi, entre la zone de dissociation proprement dite et l'enceinte à vide, nous disposons d'une portion de tube au dessus de laquelle nous pouvons installer un photomultiplicateur. Pour détecter le nombre d'atomes qui sont excités dans l'état 3S (ou 3D) par l'interaction avec le laser, il n'est pas possible de regarder les photons de fluorescence Lyman- α (2P-1S) à 121 nm, émis par désexcitation spontanée, car le verre absorbe l'ultra-violet. Nous regardons donc les photons Balmer- α (3S-2P) à 656 nm. La partie du tube située sous le photomultiplicateur n'est pas refroidie car l'eau de refroidissement réduirait l'amplitude du signal de fluorescence que l'on cherche à détecter. Après la zone de détection, les atomes pénètrent dans l'enceinte sous vide, par l'intermédiaire de la buse en téflon, comme cela était prévu initialement.

b - Etude du comportement de la queue de décharge.

Le gros inconvénient de ce montage, est que la zone de détection et la zone de dissociation ne sont pas séparées : le photomultiplicateur risque d'être complètement aveuglé par la lumière de fluorescence de la décharge. En outre, cette lumière de fluorescence contient de nombreux photons Balmer α , qui ont la même longueur d'onde que ceux que nous voulons détecter : on ne peut donc pas éliminer cette lumière parasite avec un simple filtre. Nous avons donc décidé de hacher la décharge, et de regarder le signal en post-décharge. Un obturateur commandable à distance, placé devant le photomultiplicateur ne s'ouvre que pendant la phase d'enregistrement du signal et évite le reste du temps que le photomultiplicateur ne soit ébloui. Initialement, nous pensions pouvoir ouvrir l'obturateur immédiatement après l'arrêt de la décharge et alterner ainsi sans temps mort une phase "décharge" et une phase "enregistrement" à la fréquence de 10 Hz. Cependant, cela n'a pas été possible. En effet, la lumière de fluorescence parasite persiste bien après l'extinction de la décharge : on observe une "queue de décharge" importante qui aveugle complètement le PM. Nous avons donc décidé d'introduire un délai (réglable) entre la fin de la décharge et l'ouverture de l'obturateur. Le générateur de signaux radio-fréquence, commandé par notre micro-ordinateur, fournit un signal de période T, constitué par un créneau carré de largeur 100 ms. Pour ouvrir l'obturateur, on attend un délai d. L'obturateur reste alors ouvert 100 ms (figure 5.4). Le courant fourni par le photomultiplicateur est envoyé sur un intégrateur, qui se charge pendant que l'obturateur est ouvert. La tension aux bornes de cet intégrateur à l'issue des 100 ms est enregistrée par le micro-ordinateur.

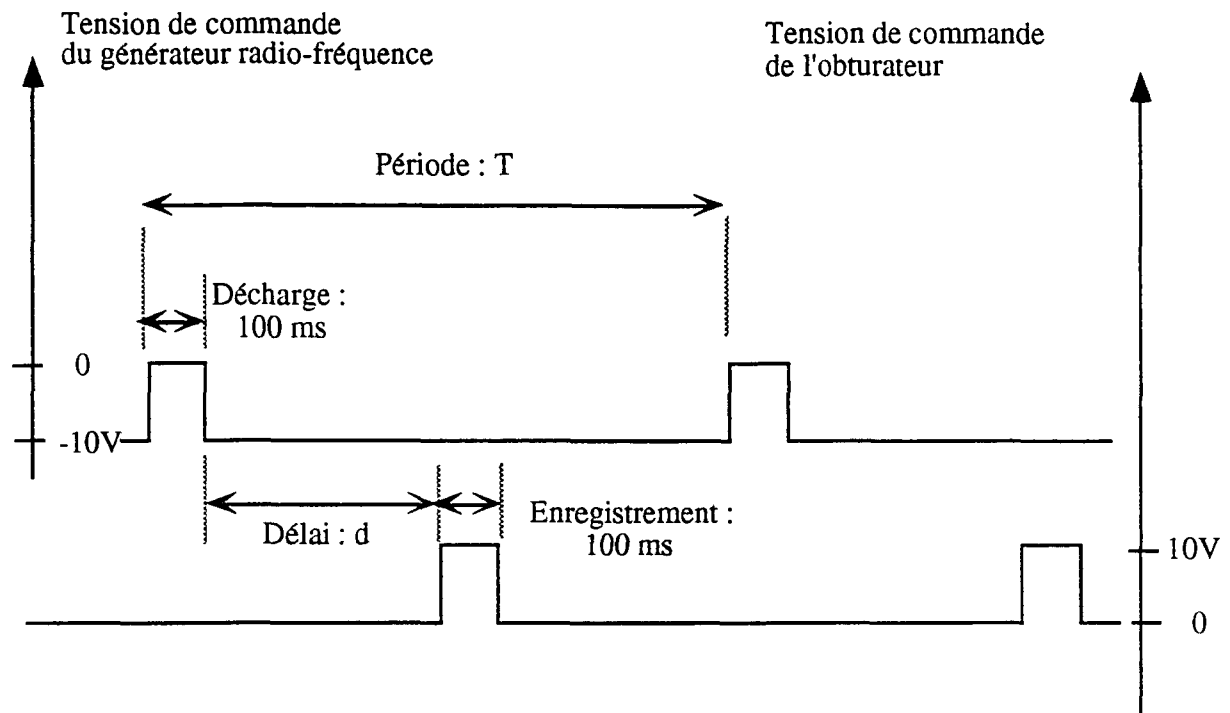


Figure 5.4
Tensions de commande de
l'obturateur et de la décharge

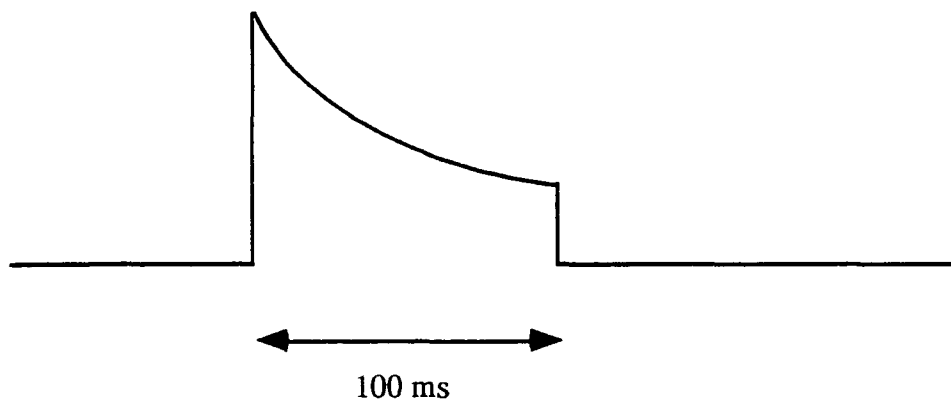


Figure 5.5
Signal en sortie du photomultiplicateur (délai 20 ms)

Pour pouvoir minimiser les effets de la lumière parasite, il est intéressant d'étudier le comportement de la queue de décharge en fonction de différents paramètres. On a commencé par faire varier le délai, pour connaître le temps caractéristique de décroissance de cette lumière. Pour un délai très court, on branche directement le photomultiplicateur sur un oscilloscope : on observe dans une fenêtre de 100 ms une courbe qui a l'allure d'une exponentielle décroissante de constante de temps $\tau_1 = 40$ ms (figure 5.5). Pour les délais plus longs, on ne peut plus procéder ainsi car après cette première phase de décroissance rapide, la lumière décroît lentement, et ne varie plus dans l'intervalle de 100 ms. On va donc enregistrer la tension aux bornes de l'intégrateur pendant 100 périodes de une seconde, et moyenner. Ceci constitue notre "signal", qui est tracé sur la figure 5.6 en fonction du délai (pour une pression dans le tube de décharge de 0,65 mbar). Cette lumière parasite est très probablement due à la recombinaison des atomes, soit entre eux, soit avec les parois du tube. On peut se demander si la décroissance est exponentielle (ce qui reviendrait à dire qu'elle est due à des chocs à un seul atome, contre la paroi du tube : $dn_H/dt = -\alpha n_H$), ou si la décroissance est hyperbolique (c'est à dire que les atomes se recombinent entre eux : $dn_H/dt = -\alpha n_H^2$). J'ai donc porté le logarithme du signal en fonction du délai sur la figure 5.7. Les trois derniers points semblent raisonnablement alignés, ce qui permet de mesurer une deuxième constante de temps : $\tau_2 = 400$ ms. J'ai aussi porté le signal en fonction de l'inverse du délai, et la courbe est encore plus raisonnablement une droite, ce qui prouverait une décroissance hyperbolique (figure 5.8). Ne voulant pas me lancer dans un modèle et un ajustement informatique, j'ai conclu que je ne pouvais pas conclure aussi simplement (l'étude de la recombinaison de l'hydrogène atomique est traité dans la littérature : voir [Wood 1962] et [Kumar 1979]). Je ne me suis cependant pas arrêtée là, et j'ai étudié l'influence sur la lumière parasite de la pression dans le tube (qu'on peut faire varier en modifiant le débit d'hydrogène) et l'influence de la température (en mettant ou non l'eau de refroidissement). Sur la figure 5.9 j'ai porté, pour un délai fixé de 350 ms, le signal, en fonction de la pression dans l'enceinte. Après un maximum autour de $5 \cdot 10^{-5}$ mbar, la lumière parasite diminue quand la pression augmente. Cela signifie certainement qu'elle décroît plus rapidement quand la pression est plus forte, car les atomes ont plus de probabilité de se recombiner entre eux. Pour avoir confirmation, j'ai tracé τ_2 en fonction de la pression (figure 5.10) : après un maximum situé aussi autour de $5 \cdot 10^{-5}$ mbar (soit 0,25 mbar dans le tube de décharge), τ_2 diminue effectivement quand la pression augmente. Au delà de 10^{-3} mbar (5 mbar dans le tube de décharge), la décharge ne fonctionne plus correctement, et la lumière parasite diminue, mais simplement parce qu'il n'y a plus d'atomes : cela ne nous intéresse pas, c'est pourquoi je n'ai pas tracé les courbes pour des pressions plus élevées.

Quand on compare, tous les autres paramètres restant les mêmes, le signal avec ou sans l'eau de refroidissement, on s'aperçoit simplement que la lumière parasite décroît plus

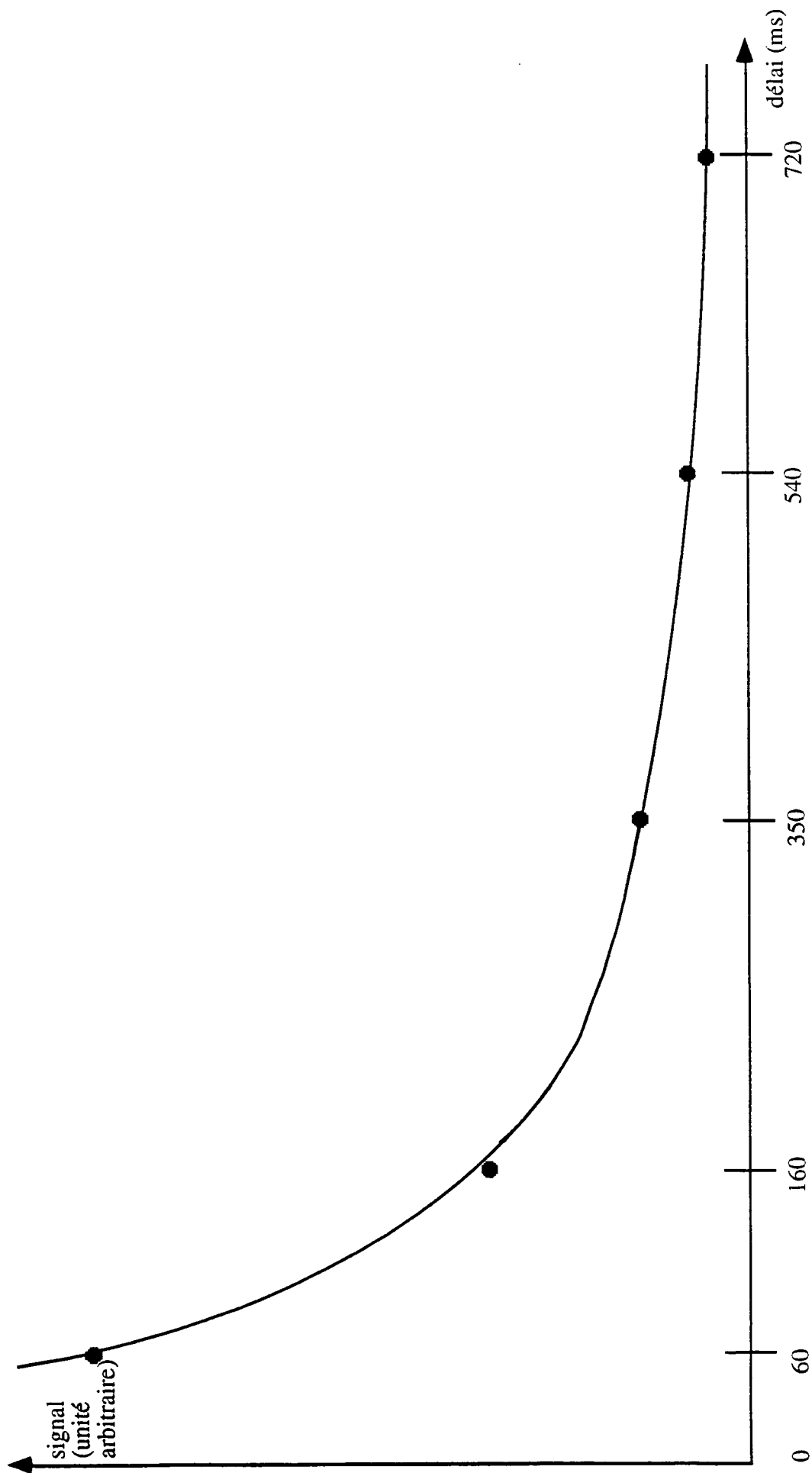


Figure 5.6
Lumière parasite en post-décharge,
en fonction du délai.

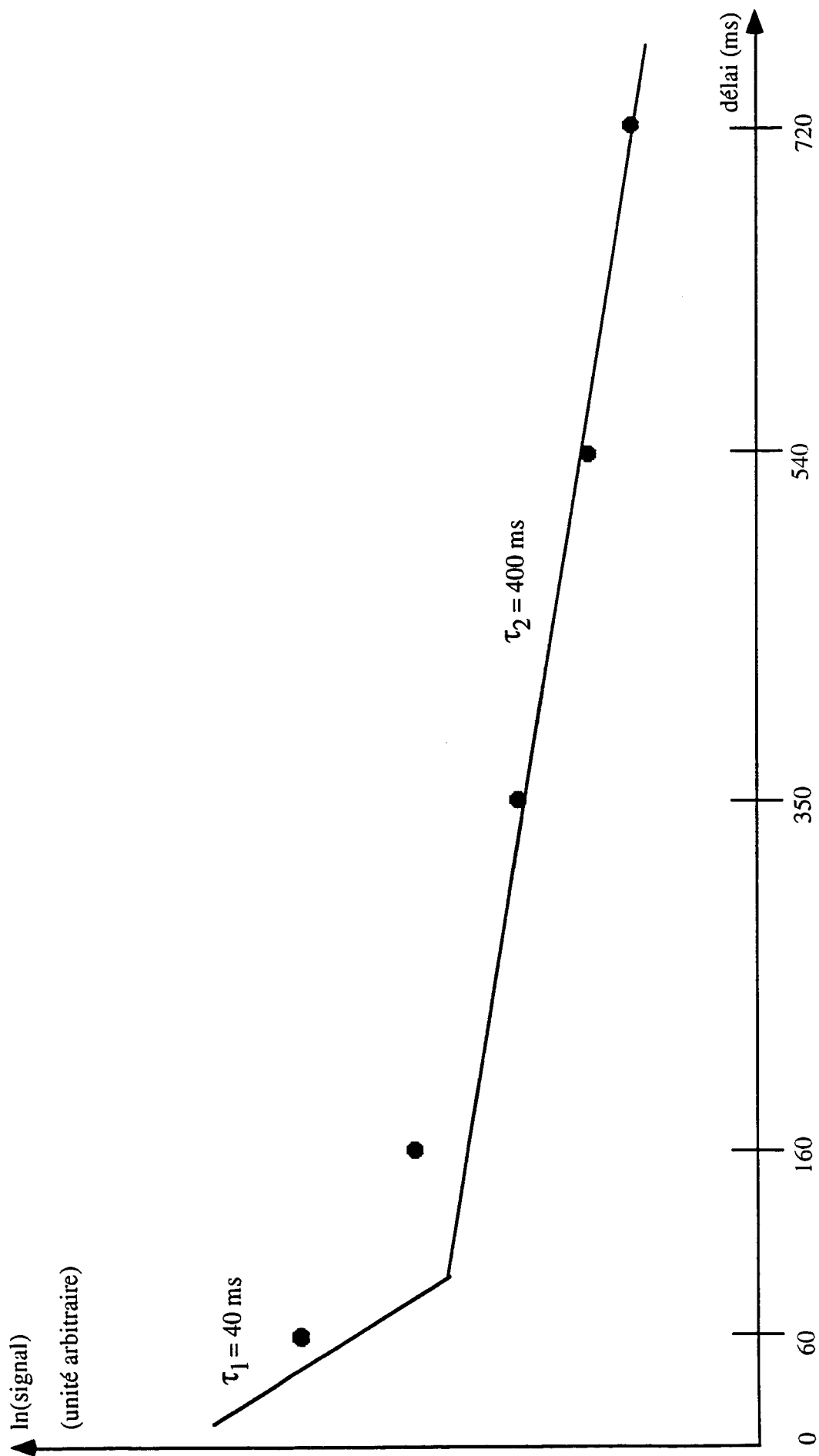


Figure 5.7
Décroissance exponentielle de la lumière parasite

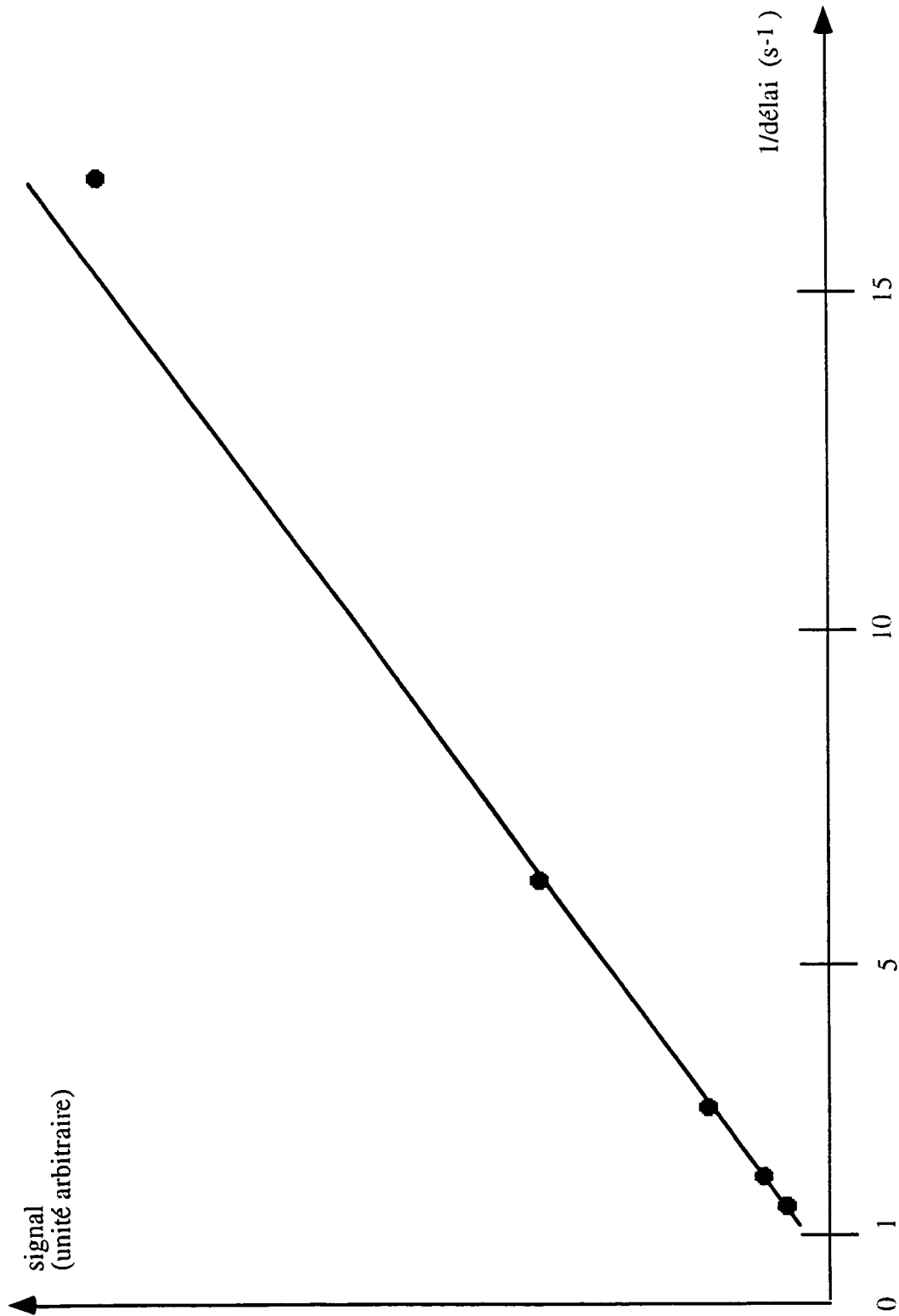


Figure 5.8
Lumière parasite en fonction de l'inverse du délai

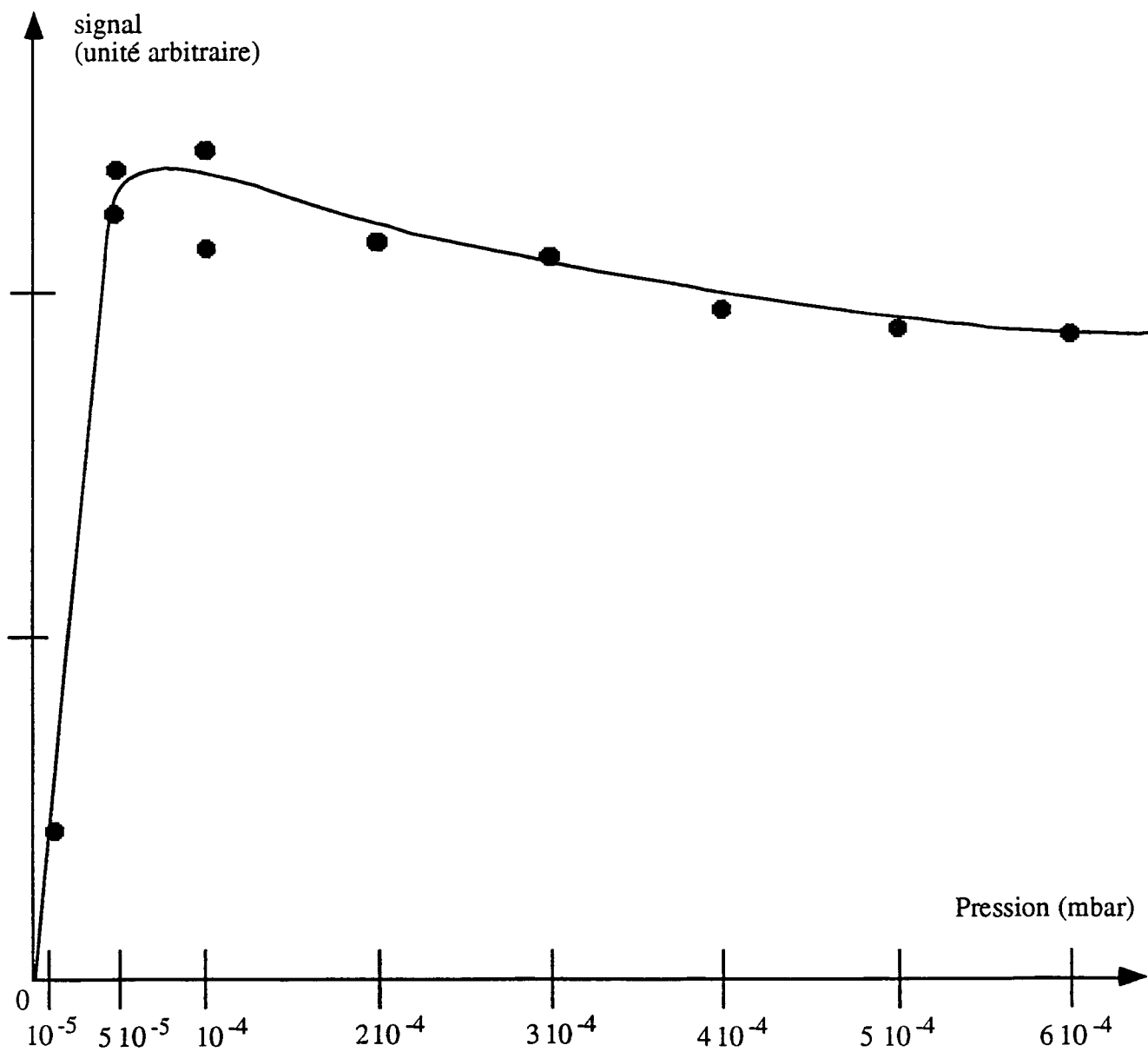


Figure 5.9

Lumière parasite en fonction de la pression dans l'enceinte à vide
(10^{-4} mbar dans l'enceinte à vide correspond à 0,5 mbar dans le tube de décharge).

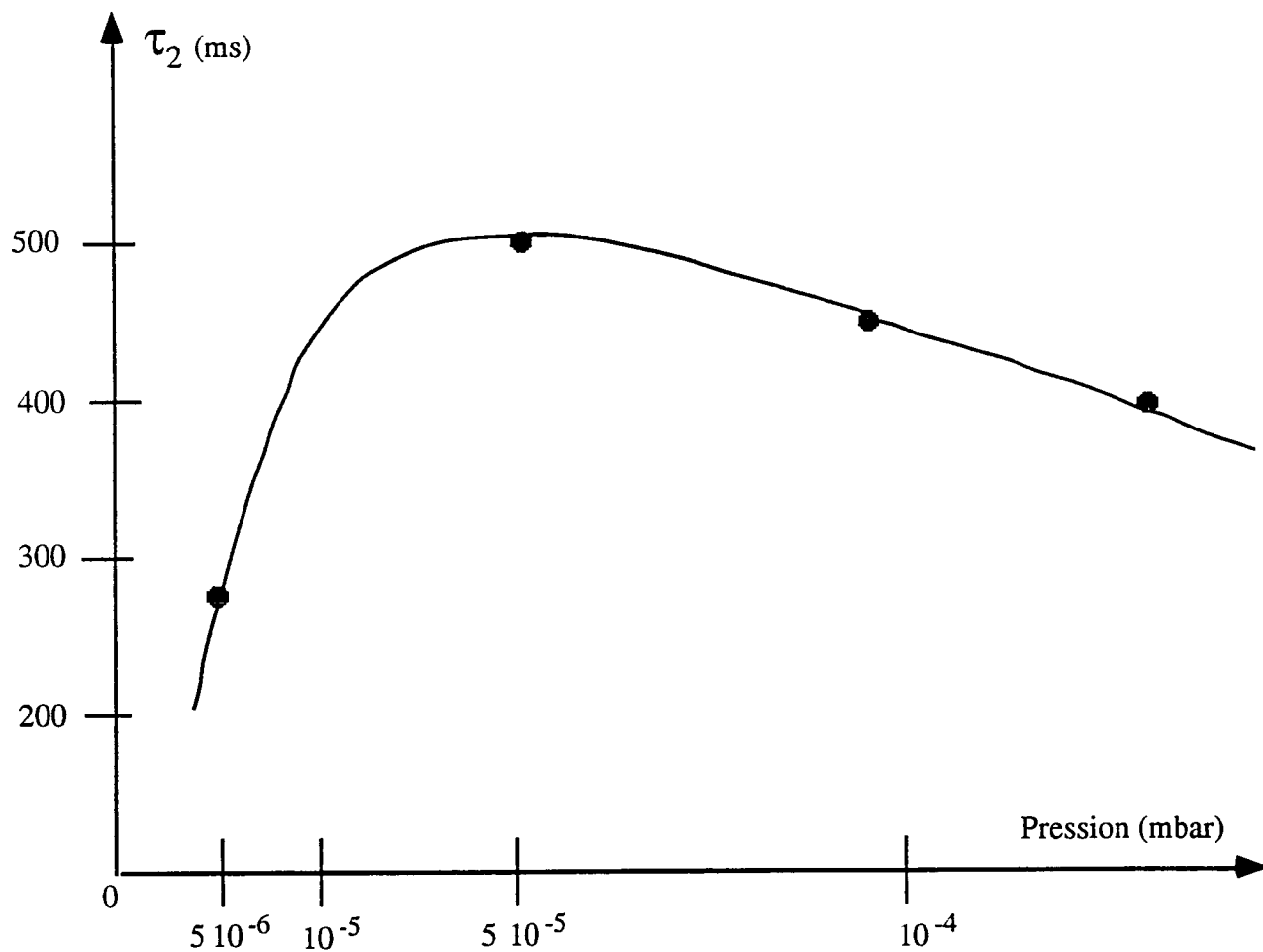


Figure 5.10
Temps caractéristique de décroissance de
la lumière parasite en fonction de la pression.

vite quand il n'y a pas de refroidissement. L'explication est la même que pour la pression : quand la température est plus élevée, les atomes se recombinaient plus vite. Cet effet étant très faible, nous avons laissé l'eau de refroidissement.

Après cette étude de la lumière parasite, la question qui se pose en fait est la suivante : si nous prenons une pression forte, ou un délai très grand (700 ou 800 ms) entre l'arrêt de la décharge et l'enregistrement du signal, le niveau de lumière parasite est considérablement diminué, mais reste-t-il des atomes ? La réponse à cette question n'est pas claire, et l'étude précédente, intéressante en soit, ne nous a pas vraiment éclairés. Néanmoins, les nombreuses expériences faites avec de l'hydrogène atomique produit dans les mêmes conditions que les nôtres ont prouvé que les atomes ont une durée de vie de l'ordre de la seconde. Nous pouvions estimer qu'avec un délai de 120 ms, et pour une pression de $3 \cdot 10^{-4}$ mbar, nous faisons un bon compromis entre le niveau de lumière parasite et le nombre d'atomes. En fait, il est intéressant de comparer ce délai au temps de vidage du tube. Compte tenu de la pression mesurée dans le tube à décharge (0,5 mbar), on peut calculer le débit de la buse. Le calcul est donné par [Dushman 1962] page 32. Nous avons trouvé $\Phi = 500 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Le tube en pyrex ayant un volume de 103 cm^3 , on peut en déduire son temps de vidage caractéristique, qui est de l'ordre de 200 ms. Au moment où nous ouvrons l'obturateur, une bonne partie des atomes étaient donc déjà partis. Ceci dit, comme nous supposons que la lumière parasite était proportionnelle au carré du nombre d'atomes, nous avons tout intérêt à prendre un délai long, le bruit diminuant plus vite que le signal.

c - Le système de détection.

Pour faire face au problème de lumière parasite de la post-décharge, l'optique de détection placée devant le photomultiplicateur a été conçue de manière particulièrement soignée. La version finale est présentée sur la figure 5.11. Le photomultiplicateur, refroidi par effet Peltier, est précédé d'un guide de lumière en plexiglass qui amène les photons devant la fenêtre du photomultiplicateur. Ce guide de lumière est simplement constitué d'un cylindre soigneusement poli. Un miroir de renvoi placé sous le faisceau laser permet d'augmenter l'angle solide vu par le photomultiplicateur. Par ailleurs, nous faisons l'image du faisceau laser avec deux grosses lentilles, dont l'une est translatable, sur une fente placée devant le guide en plexiglass. Ainsi, nous filtrons spatialement la lumière, et nous éliminons une grosse partie des photons parasites. De plus, nous avons placé entre les deux lentilles un filtre interférentiel pour filtrer en fréquence.

Pendant les premiers essais, et malgré ces filtres, le photomultiplicateur était encore ébloui par une lumière parasite intense, dont la provenance a été difficile à découvrir. Cette lumière provenait d'une diode électro-luminescente (LED) placée à l'intérieur du boîtier de

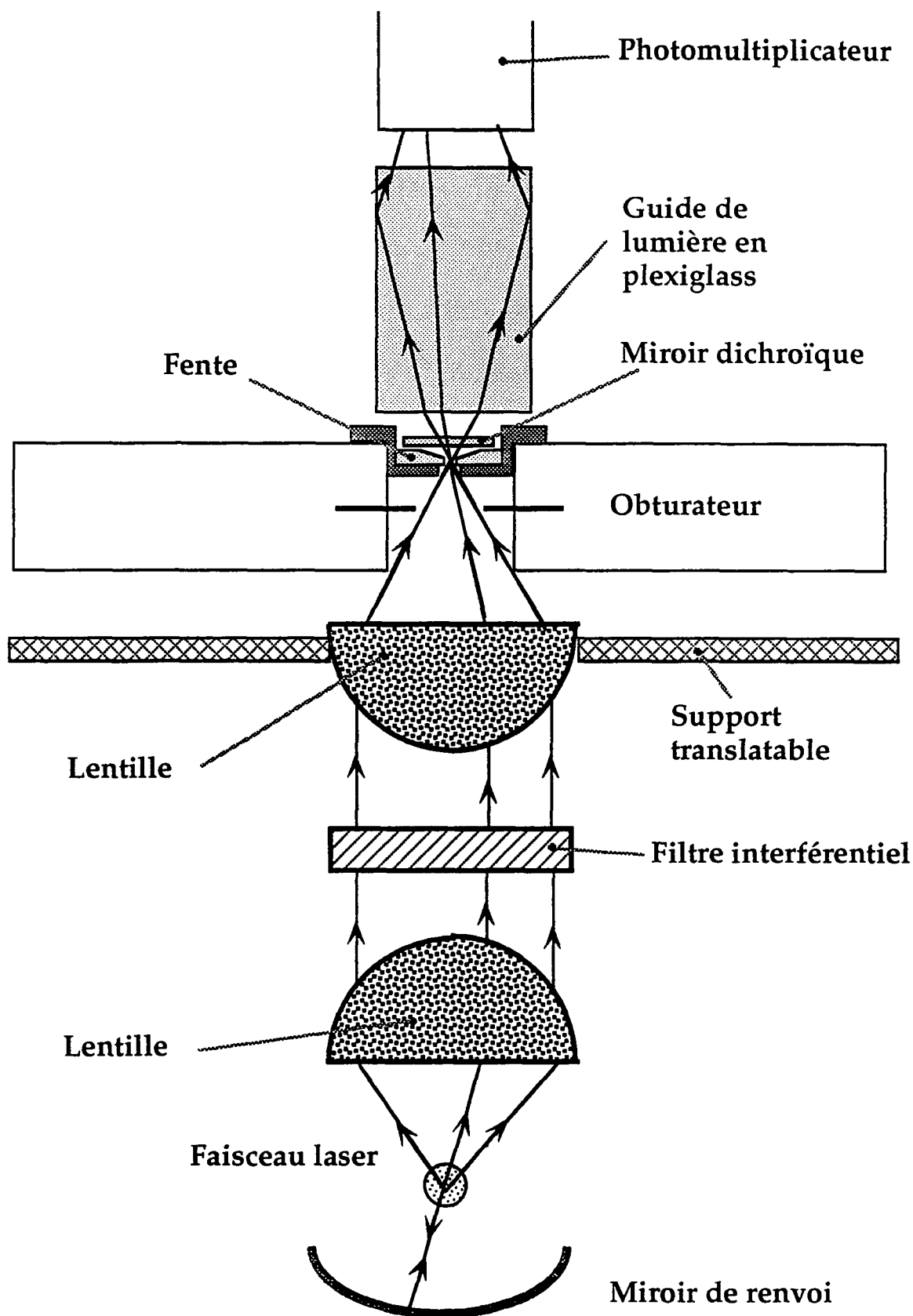


Figure 5.11
Optique de détection

l'obturateur, et servant à l'électronique de commande pour contrôler que l'obturateur est bien ouvert ou fermé (figure 5.12). Pour filtrer la lumière infra-rouge provenant de cette diode, nous avons placé un miroir dichroïque après l'obturateur, et nous avons mis la fente entre l'obturateur et le miroir dichroïque, afin de réduire encore la lumière parasite due à la LED. Grâce à ce montage, la lumière parasite provenant de la LED est complètement éliminée.

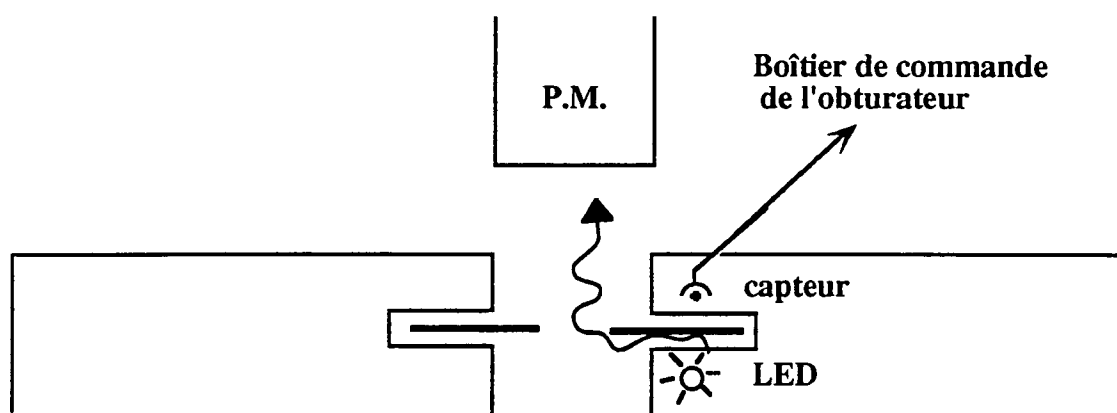


Figure 5.12

Schéma de l'obturateur et de la diode électroluminescente.

d - La cavité de surtension optique.

Une fois la partie "atomes" de notre banc de pompage construite, il a fallu s'intéresser à la partie "photons". Le photomultiplicateur avait une position imposée (au dessus du tube en pyrex), et il a donc fallu choisir la longueur de la cavité optique de manière à minimiser le rayon du faisceau à l'endroit du photomultiplicateur. Nous utilisons un miroir plan, avec 96 % de coefficient de réflexion, placé à l'intérieur de l'enceinte à vide, et un miroir sphérique (1m de rayon de courbure) avec 8 % de coefficient de transmission, placé à l'air libre, à 90 cm du miroir précédent (figure 5.13). Le mode TEM_{00} de la cavité a alors un rayon minimal de $140 \mu\text{m}$ situé sur le miroir plan. Une fois la cavité construite, il a fallu lui adapter le faisceau ultra-violet issu de la deuxième cavité de doublage. La solution que nous

avons adoptée (une lentille sphérique, une lentille cylindrique et un doublet quasi afocal) a été présentée au chapitre 4.

Les deux miroirs sont collés sur des cales piézoélectriques, qui permettent de balayer la longueur de la cavité et de l'asservir sur la longueur d'onde du laser. En balayant, on observe les pics de la cavité, ce qui nous permet de mesurer la finesse de celle-ci : \mathcal{F} = largeur des pics / intervalle entre ordres. Nous avons trouvé $\mathcal{F}=40$, ce qui est conforme à ce que l'on attendait avec nos miroirs. En revanche la surtension mesurée est de l'ordre de 5, ce qui semble indiquer que l'injection n'est pas parfaitement optimisée.

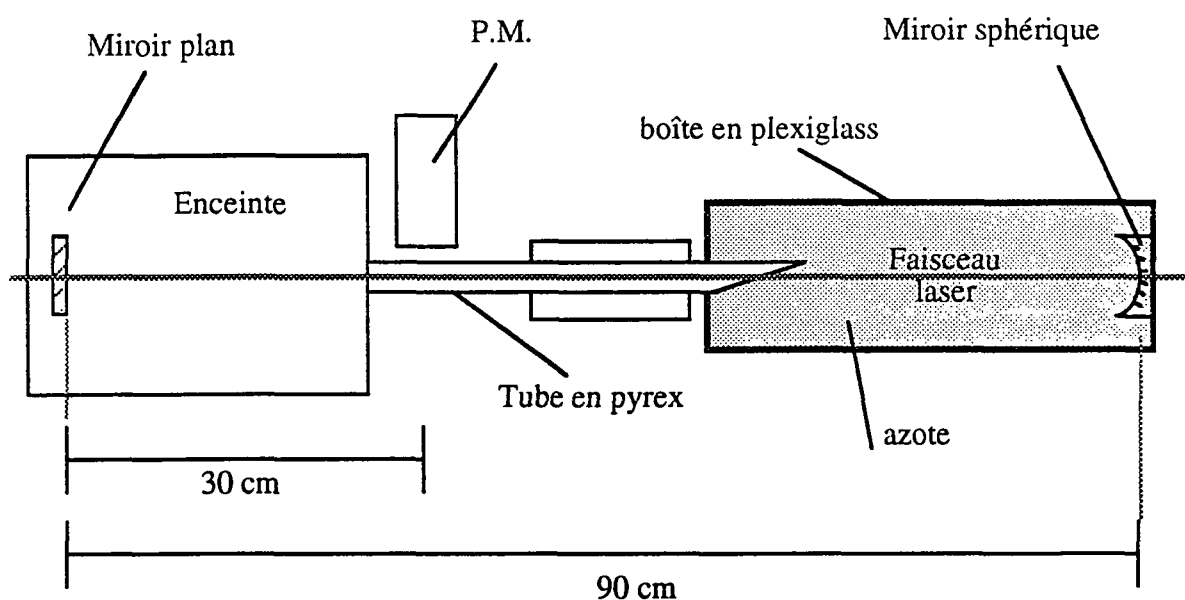


Figure 5.13

Schéma de la cavité de surtension autour des atomes.

e - L'asservissement

L'asservissement de la cavité sur la longueur d'onde du laser a été assez délicat : de nombreuses vibrations mécaniques rendaient la cavité instable, et la décharge produisait beaucoup de parasites radio-fréquence qui perturbaient l'électronique.

L'une des causes de vibrations était la circulation d'eau de refroidissement qui faisait des bulles. La solution a été rapidement trouvée, puisqu'il a suffi de diminuer le débit. Une

deuxième source de vibrations était l'air compris entre le miroir d'entrée de la cavité, et le hublot fermant le tube en pyrex. Nous avons donc construit une boîte en plexiglass (voir figure 5.13), pour isoler cet air des vibrations extérieures : courant d'air, bruits... La pompe primaire placée à côté du banc de pompage lui communiquait ses propres vibrations par le sol, et par le tuyau de pompage. Elle a donc été isolée du sol, ainsi que le banc par des cales en caoutchouc. Un deuxième tuyau de diamètre différent, et plus souple, a été intercalé entre la pompe primaire et la pompe secondaire, de manière à amortir au maximum les vibrations. La table sur laquelle sont installées les cavités de doublage n'était pas solidaire du banc de pompage, et les vibrations dans la direction du faisceau laser se traduisaient par des variations d'intensité dans la cavité. Nous avons donc construit un renfort métallique robuste pour solidariser les deux structures. Enfin la principale source de vibrations était due à l'obturateur mécanique placé devant le photomultiplicateur. A chaque fois qu'il s'ouvrait et se fermait, il produisait un petit claquement sec, tant sonore que mécanique. Le support de cet obturateur a donc été isolé du reste de la structure par des cales en caoutchouc, en utilisant des vis en nylon très peu serrées pour le maintenir. Initialement quand l'obturateur fonctionnait à la fréquence de 10 Hz, l'asservissement tenait, mais pas très longtemps. Ensuite la fréquence a été fortement diminuée à cause de la lumière parasite de la queue de décharge : l'obturateur s'ouvrait et se refermait 100 ms plus tard, mais avec une période T de 400 ms. Grâce à cela l'asservissement n'était plus perturbé par l'obturateur. De même, les parasites électriques radio-fréquence n'étant présents que 100 ms toute les 400 ms, ils ne perturbaient plus l'asservissement.

Pour asservir la cavité, nous modulons sa longueur à 50 kHz grâce à l'une des cales piézoélectriques. L'intensité transmise par la cavité est détectée par une photodiode puis envoyée dans une détection synchrone qui fournit le signal d'erreur. Celui-ci est amplifié et filtré avant d'être envoyé sur la deuxième céramique piézoélectrique. La bande passante de cet asservissement est limitée à quelques kHz par les céramiques piézoélectriques, ce qui donne un asservissement assez "mou".

2- Premiers essais.

En décembre 1993, tout était prêt pour les premiers essais : la deuxième cavité de doublage, le banc de pompage, l'électronique de détection et l'asservissement de la cavité de surtension autour des atomes. Avant de rentrer dans les détails de notre recherche du signal, je donne les caractéristiques des transitions 1S-3S et 1S-3D, et un ordre de grandeur du signal que nous attendons.

a - La transition 1S-3S.

Le niveau 3S a une largeur naturelle Γ_f de 1,00 MHz alors que le niveau 3D est dix fois plus large (10,3 MHz). La formule du taux de transition à deux photons du chapitre 3 est toujours valable. Il s'agit du taux de transition à deux photons de fréquence ω , entre deux états $|i\rangle$ et $|f\rangle$ d'énergies E_i et E_f . En posant $\omega_{fi} = \frac{E_f - E_i}{\hbar} = \omega_{fi}(0) + c_{dl}I$ où c_{dl} est le coefficient de déplacement lumineux, et I l'intensité du laser, et en notant $\Omega = 2\omega - \omega_{fi}(0)$, ce taux de transition vaut :

$$\Gamma_i = \frac{\gamma_{fi} I^2}{(\Omega - c_{dl}I)^2 + (\Gamma_f / 2)^2} \quad (5.2.1)$$

L'amplitude de transition γ_{fi} s'écrit :

$$\gamma_{fi} = 4\pi^2 \left(\frac{2a_0^2}{mc^2\alpha} \right)^2 \Gamma_f \gamma^2 \quad (5.2.2)$$

où γ exprimé en unités atomiques vaut :

$$\gamma = \sum_r \frac{\langle f|z|r\rangle \langle r|z|i\rangle}{\omega - (E_r - E_i)} \quad (5.2.3)$$

Dans le cas des transitions partant de l'état 1S, γ se calcule de façon analytique. On trouve son expression dans [Gonthier 1971] sous la forme $\gamma = M^{(2)}/\omega^2$ (ω est la fréquence du laser en unité atomique : $\omega = 2/9$). Pour 1S-3S, $M^{(2)} = 0,106$ u.a., et pour 1S-3D $M^{(2)} = 0,290$ u.a.

Le coefficient de déplacement lumineux c_{dl} est donné par $c_{dl} = \left(\frac{4\pi a_0^2}{mc^2\alpha} \right) \beta$, avec

$\beta = \beta_f - \beta_i$. L'expression de β_n est donnée en unités atomiques par :

$$\beta_n = \sum_r \left[\frac{|\langle n|z|r \rangle|^2}{E_n - E_r + \omega} + \frac{|\langle n|z|r \rangle|^2}{E_n - E_r - \omega} \right] \quad (5.2.4)$$

Les valeurs de β_n à 205 nm, pour les niveaux 1S, 3S et 3D ont été calculées numériquement par Dominique Delande et sont rassemblées dans le tableau 5.1 :

Tableau 5.1 Coefficients de déplacement lumineux à 205 nm, pour les niveaux 1S, 3S et 3D, en unités atomiques.

1S	3S	3D
-6,44539	20,9264	19,5019

On peut calculer le déplacement lumineux $c_{\text{eff}}I$. La puissance à l'intérieur de la cavité est de l'ordre de 0,3 mW la plupart du temps (malgré des "pointes" à 1 mW certains jours) et le rayon du faisceau au niveau du photomultiplicateur vaut $w = 200 \mu\text{m}$. On a donc $I \approx 2,4 \text{ kW m}^{-2}$, et on trouve un déplacement lumineux de 0,62 Hz pour la transition 1S-3S, et de 0,59 Hz pour la transition 1S-3D, ce qui dans les deux cas est complètement négligeable.

Dans une cellule, les raies sont élargies, en particulier à cause du temps de transit des atomes dans le faisceau laser, beaucoup plus court que dans un jet. On peut calculer simplement cet élargissement en convoluant la lorentzienne correspondant au profil de la raie avec une double exponentielle [Bordé 1976, Biraben 1977]. Dans le cas de la transition 1S-3S, et avec les paramètres correspondant à notre cellule, la raie passe de 1 MHz à 4 MHz de large (figure 5.14).

b - Ordre de grandeur du signal attendu.

Pour calculer un ordre de grandeur du signal que nous attendons, il faut partir de l'expression 5.2.1 de Γ_i à résonance, et l'intégrer spatialement. Pour cela il faut connaître l'intensité I du laser. Celle-ci, proportionnelle au carré du champ, s'écrit $I = I_0 e^{-2r^2/w^2}$ où r est la distance radiale à l'axe du faisceau laser et w est le rayon du faisceau au niveau du photomultiplicateur ($w=200 \mu\text{m}$). L'intensité est un flux d'énergie par unité de temps et de surface. On peut donc la relier à la puissance P du laser, qui est la grandeur que nous mesurons expérimentalement. En intégrant radialement l'expression de I on obtient

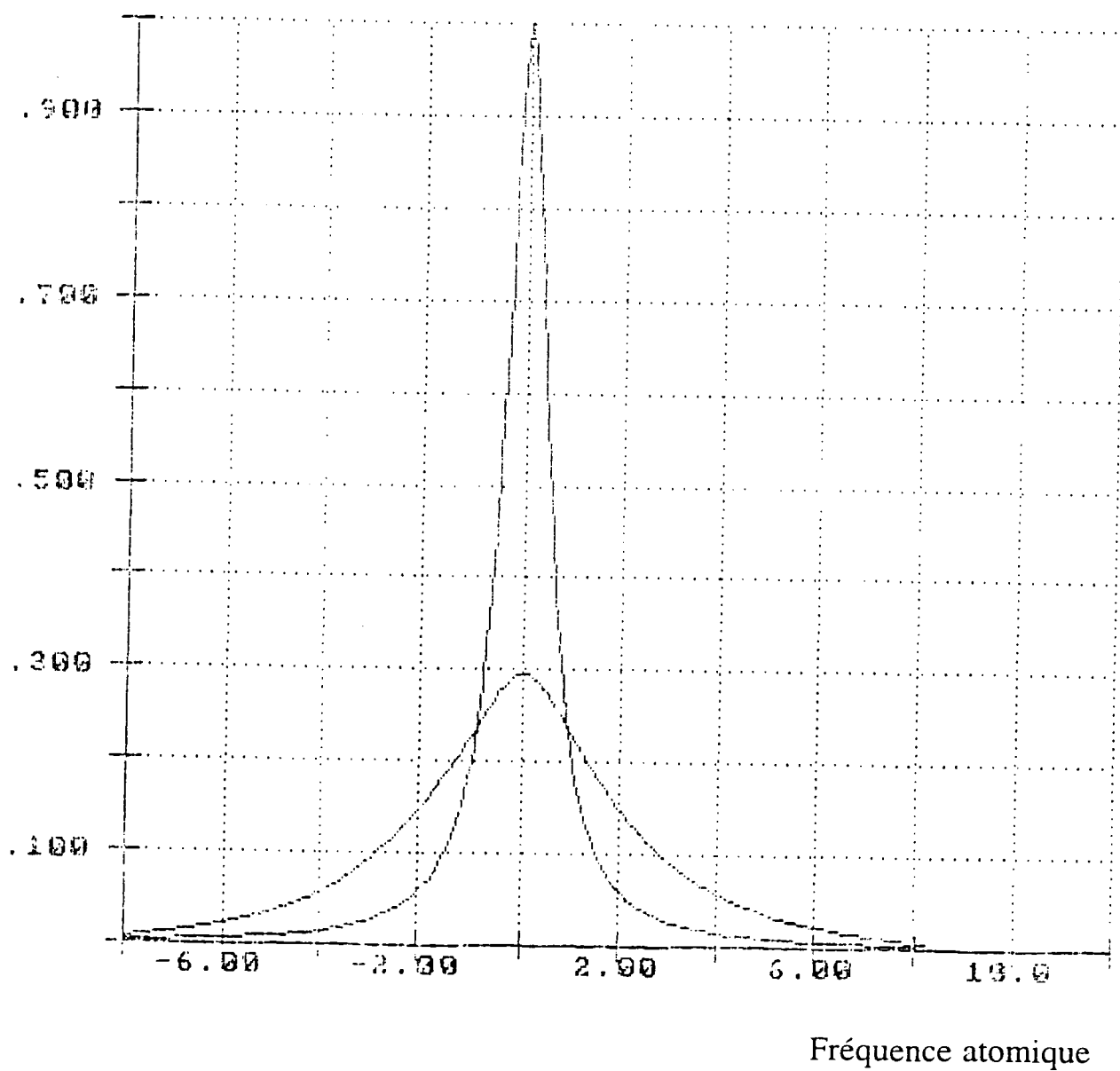


Figure 5.14
Elargissement par temps de transit de la raie 1S-3S dans une cellule.

$I_0 = \frac{2P}{\pi w^2}$. Si l'on appelle n_0 le nombre d'atomes par unité de volume dans le tube de la décharge, on obtient, en intégrant $n_0 \Gamma_i$, le nombre n_a d'atomes excités par unité de temps :

$$n_a = n_0 L \int_0^{\infty} \Gamma_i(I_0) e^{-4r^2/w^2} 2\pi r dr \quad (5.2.5)$$

où L est la longueur d'observation. En remplaçant Γ_i par sa valeur et en appelant Δv la largeur naturelle de l'état excité on a :

$$n_a = 8 \left(\frac{2a_0^2}{mc^2 \alpha} \right)^2 n_0 L \frac{\gamma^2 P^2}{\Delta v w^2} \quad (5.2.6)$$

La densité de molécules d'hydrogène à 0,5 mbar est de 10^{22} molécules m^{-3} . Lorsqu'on allume la décharge, la pression dans le tube de décharge augmente. Si on interprète cette augmentation comme étant due à la dissociation des molécules d'hydrogène, on peut en déduire un ordre de grandeur du taux de dissociation, de l'ordre de 5 %, d'où une densité d'atomes de $10^{21} m^{-3}$ (une molécule donnant deux atomes). Après le délai de 100 ms on peut estimer que l'on perd un facteur 10 sur le nombre d'atomes, à cause des recombinaisons en post-décharge, et du vidage du tube (voir § 5.3.c). On a donc $n_0 \approx 10^{20}$ atomes par m^3 . Dans notre cas $L=2$ cm et la puissance à l'intérieur de la cavité est de l'ordre de 0,3 mW. Etant donnée la grande largeur des raies 1S-3D, nous avons concentré nos efforts sur la recherche de la transition 1S-3S. On trouve pour cette transition $n_a \approx 1,5 \cdot 10^4$ atomes excités par unité de temps. Ce calcul ne tient pas compte du fait que l'on excite uniquement le sous-niveau hyperfin $F=1$. Il faut donc multiplier ce résultat par 0,75. Enfin, pour obtenir le nombre de photons "vus" par le photomultiplicateur, il faut prendre en compte le rendement quantique du P.M. (8%), l'angle solide limité par le diamètre du filtre interférentiel (12 %) et la transmission de l'optique de détection (22 %). Si de plus, on tient compte de l'élargissement par temps de transit ($\Delta v=4$ MHz), on obtient un signal attendu à la résonance de 6 photons par seconde, ce qui est évidemment assez peu, d'autant plus que le fond de lumière parasite est important (de l'ordre de 10^4 photons par seconde).

c - Recherche de la longueur d'onde

Comme nous l'avons décrit au chapitre 3, la fréquence du laser est repérée par rapport aux résonances des cavités Fabry-Perot FPR et FPE. Pour être à résonance pour la transition 1S-3S, le laser doit, selon nos calculs, être asservi à $2 \times 189,3$ MHz du pic 1219477 du FPR. Pour trouver ce pic, nous positionnons le laser à la bonne longueur d'onde ($8203,53 \text{ \AA}$) grâce au lambdamètre, nous réglons le synthétiseur qui pilote l'acousto-optique sur 189,3 MHz puis nous asservissons le laser sur le pic le plus proche du FPR. Alors,

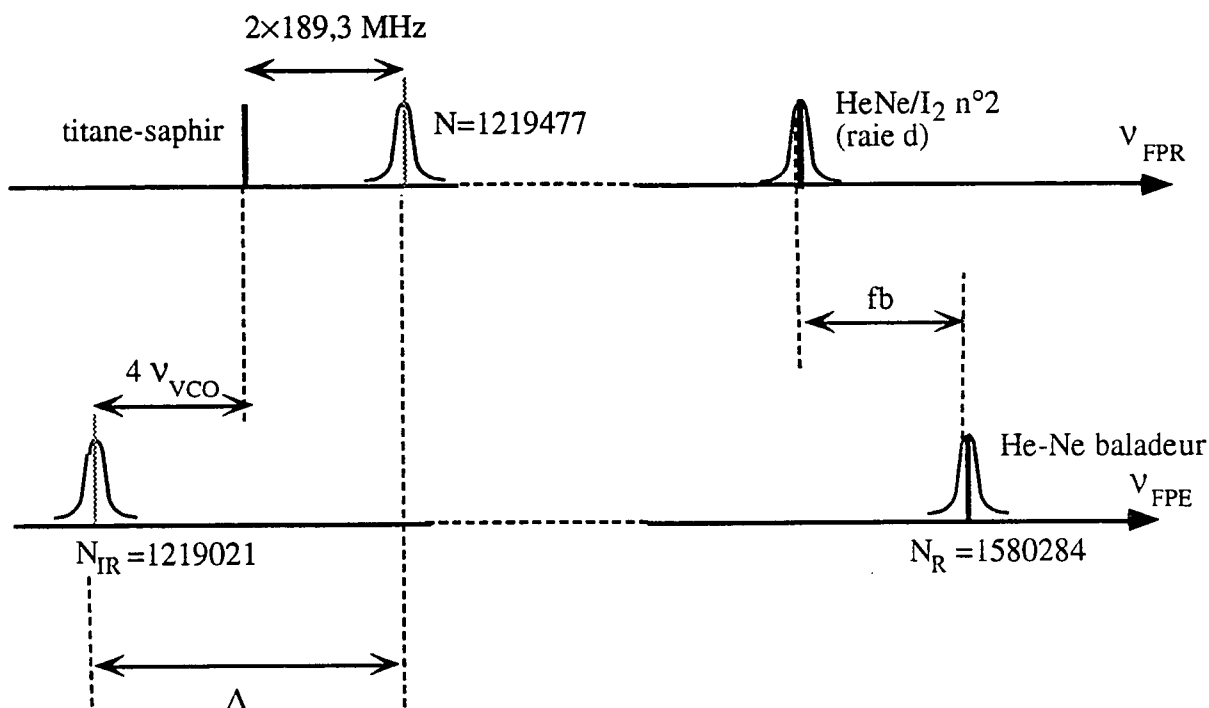


Figure 5.15
 Position des lasers par rapport aux cavités FPR
 et FPE pour la mesure de la transition 1S-3S

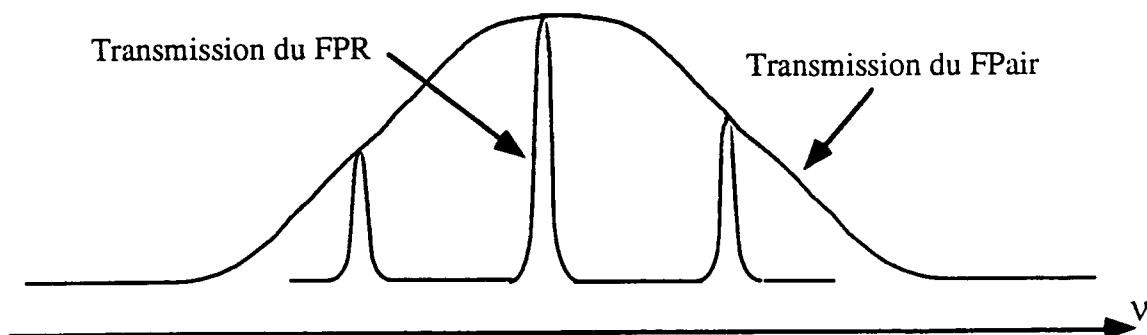


Figure 5.16
 Transmissions des cavités FPR et FPair

toujours d'après nos calculs, le laser décalé de $4 \times 228,6$ MHz est sur le pic $N_{IR}=1219021$ du FPE (figure 5.15). Nous affichons donc cette fréquence sur le VCO, que nous asservissons sur le pic du FPE. Pour vérifier que nous ne nous sommes pas trompés, nous enregistrons avec le micro-ordinateur la distance Δ entre les pics du FPR et du FPE sur lesquels est asservi le laser. La procédure est celle expliquée au chapitre 3, où l'ordinateur se ramène à une valeur de référence de f_b , fréquence de battement entre l'He-Ne baladeur et l'He-Ne stabilisé sur l'iode. Si l'on est décalé d'un pic sur chacune des deux cavités Fabry-Perot, on s'en aperçoit immédiatement car Δ est modifié de 110 kHz (qui est la différence des intervalles entre ordres des deux cavités). Une fois que nous avons repéré avec certitude le pic du FPR, nous voulons pouvoir le retrouver chaque matin. Pour cela, nous disposons d'un petit Fabry-Perot (appelé FPair), d'intervalle spectral libre 5 GHz, qui est placé dans une enceinte sous vide primaire. Grâce à une micro-fuite, on peut faire varier la pression dans l'enceinte, ce qui modifie l'intervalle spectral libre et donc la position des pics de ce Fabry-Perot. Une fois que le laser est asservi sur le bon pic du FPR, on règle cette pression pour maximiser la transmission du FPair, ce qui revient à faire coïncider le pic du FPair et le pic du FPR qui nous intéresse (figure 5.16).

Pour vérifier de manière certaine que nous cherchons bien à la bonne longueur d'onde, il faut se repérer par rapport à une autre transition atomique. C'est pourquoi nous avons cherché, et mesuré, la fréquence de la transition $2S-6D_{5/2}$, comme nous l'avons décrit

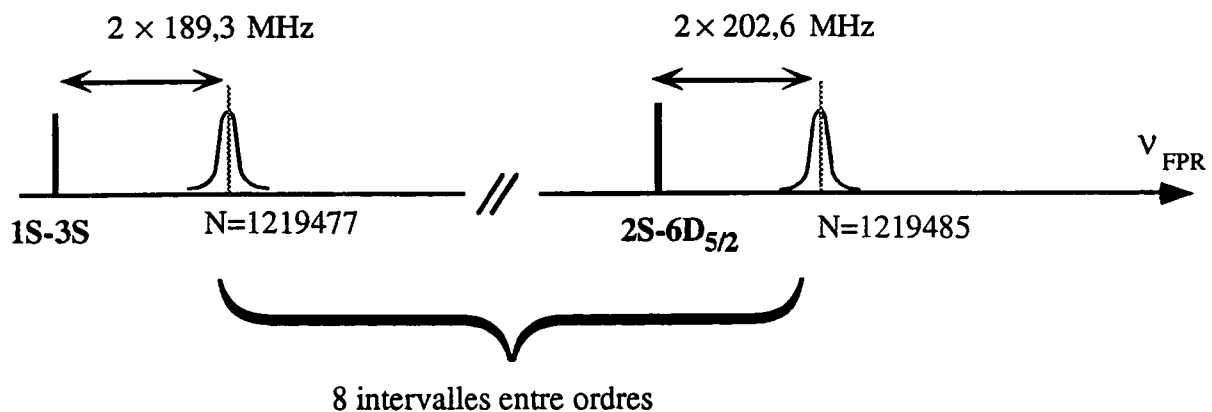


Figure 5.17
Positions relatives du laser titane-saphir
pour les transitions $1S-3S$ et $2S-6D$.

au chapitre 3. A la résonance, le laser est asservi à $2 \times 202,6$ MHz du pic N=1219485 du FPR. L'écart entre la fréquence de la transition 1S-3S et quatre fois celle de la transition 2S-6D_{5/2}, est déjà bien connu par le calcul. On sait donc que pour chercher la transition 1S-3S, on doit se décaler de huit intervalles entre ordres, et s'asservir à $2 \times 189,3$ MHz du pic 1219477 (figure 5.17). On part donc du pic N, dont on est certain puisqu'on "voit" la transition 2S-6D_{5/2}, et on balaye à la main la fréquence du laser, tout en contrôlant à l'oscilloscope la transmission de la cavité FPR. On voit donc passer les pics. On en compte huit, et on vérifie qu'on se trouve bien au sommet de la courbe de transmission du FPair, puisque c'est sur ce pic là que nous asservissons le laser pour chercher la transition 1S-3S. Par la suite, la comparaison des cavités Fabry-Perot FPR et FPE permet de ne plus se tromper de pic de référence.

d - Méthode d'acquisition

La fréquence du synthétiseur pilotant le modulateur acousto-optique est balayée sur un intervalle de 1 MHz, avec un pas de 50 kHz (1 MHz pour le synthétiseur correspond à 16 MHz pour le signal atomique : en effet, le laser passe deux fois dans le modulateur acousto-optique, puis sa fréquence est multipliée par quatre dans les cavités de doublage, enfin l'atome est excité par deux photons). Pour éliminer d'éventuelles dérives du bruit de fond parasite, l'intervalle de fréquence n'est pas balayé linéairement, mais par une série de sauts. L'intervalle complet est décrit en quatre aller-retour, et on répète l'opération cinquante fois au cours d'un enregistrement. On reconstruit ensuite la courbe en fonction de la fréquence, en remettant les points dans le bon ordre, et en moyennant les 50 passages. La figure 5.18 est obtenue pour un délai de 120 ms, en moyennant 31 de ces courbes (ce qui représente quatre heures d'enregistrement). Le fond parasite est de $1,7 \cdot 10^4$ photons par seconde et le bruit de 16 photons par seconde, ce qui correspond à environ cinq fois le bruit statistique. Ce bruit supplémentaire est certainement dû à l'électronique de l'intégrateur placé après le photomultiplicateur. Le signal attendu est lui de 6 photons par seconde. Pour espérer avoir un rapport du signal au bruit de l'ordre de 1, il faudrait intégrer au minimum huit fois plus longtemps. Plutôt que de choisir cette voie, et après plusieurs mois de recherche sans résultat, un certain nombre de changements ont donc été décidés qui ont permis d'obtenir un signal préliminaire.

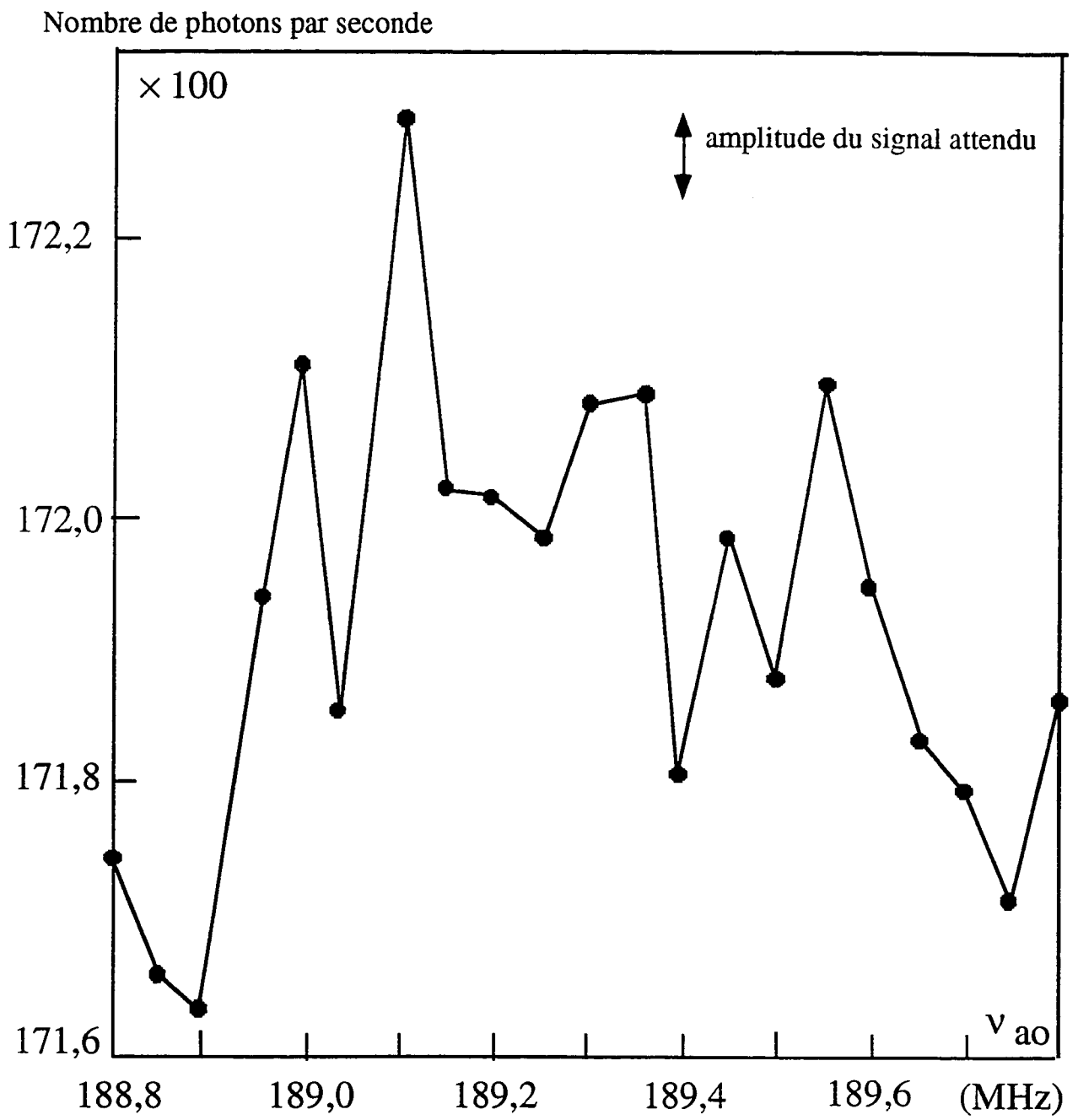


Figure 5.18
Moyenne de 31 enregistrements.

3 - Mesure préliminaire du déplacement de Lamb.

a - Remontage du jet atomique

La cellule a été démontée, pour revenir à l'idée initiale d'un jet atomique, beaucoup plus favorable en ce qui concerne la lumière parasite. En effet, le photomultiplicateur est placé beaucoup plus loin de la zone de dissociation, et la lumière parasite est en grande partie éliminée par les diaphragmes successifs placés à cet effet sur le parcours des atomes. Par ailleurs, plutôt que de regarder le signal sur la transition Balmer α , nous utilisons un photomultiplicateur fonctionnant dans l'ultra-violet pour détecter la transition 1S-3S sur le deuxième photon de fluorescence de la cascade $3S \rightarrow 2P \rightarrow 1S$ (photon Lyman α à 121 nm). Ceci n'était pas possible dans la configuration précédente car la paroi du tube en pyrex absorbait l'ultra-violet. L'avantage de la détection dans l'u.v. est que le photomultiplicateur a un très faible bruit de fond (quelques coups par seconde), alors que le courant d'obscurité des photomultiplicateurs dans le visible est beaucoup plus important. Le photomultiplicateur ne voit plus aucune lumière parasite venant de la post-décharge. En revanche, il est sensible à la lumière d'excitation à 205 nm venant du faisceau laser. Nous avons essayé d'utiliser un filtre interférentiel pour éliminer cette lumière parasite, mais, compte tenu de l'angle solide de détection, la transmission à 121 nm était alors de 1% (contre 0,3 % à 205 nm), ce qui n'était plus du tout avantageux. L'optique de détection a donc été réduite à sa plus simple expression : elle est constituée du seul photomultiplicateur.

b - Mesure du profil du jet.

Pour vérifier que l'on a bien un jet dans l'enceinte, nous avons utilisé un montage très simple : une résistance dont la valeur dépend de la densité d'atomes d'hydrogène est insérée dans un pont de Wheatstone. Cette résistance est un semiconducteur (de marque Thermometrics) vendu habituellement comme capteur de température. En présence d'hydrogène atomique, sa conductivité augmente. L'une des explications avancées [Harvey 1983] est que l'atome d'hydrogène se fixe à la surface du matériau par chimisorption et que son électron est transféré dans un "état de surface" du semiconducteur qui présente alors un excès de porteurs. Cette résistance variable est placée dans l'enceinte et montée sur une translation perpendiculaire à l'axe du jet. On peut ainsi reconstituer le profil de celui-ci, en déplaçant la résistance et en équilibrant le pont de Wheatstone pour chaque position. Nous avons fait cette mesure à 14 cm de la sortie de la buse en téflon, et en présence d'un

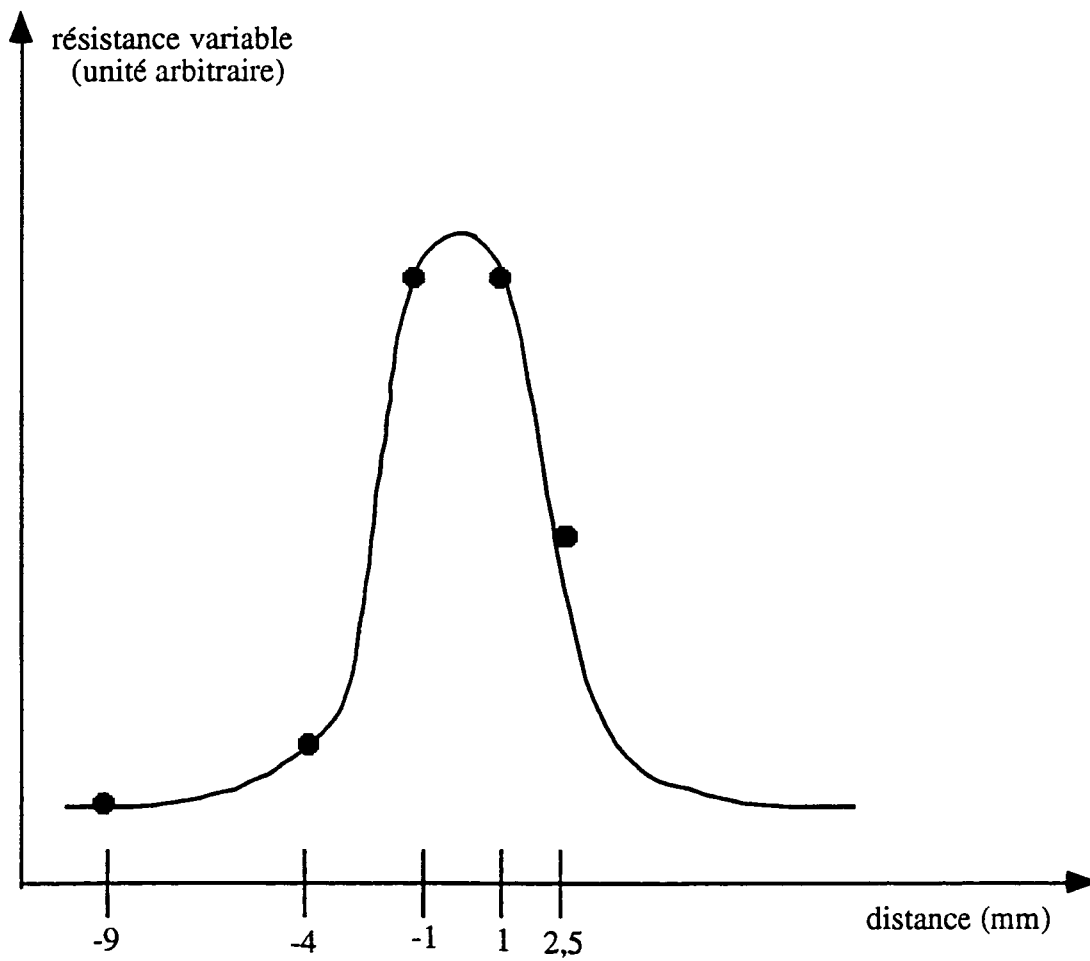


Figure 5.19
Profil du jet atomique en présence d'un diaphragme.

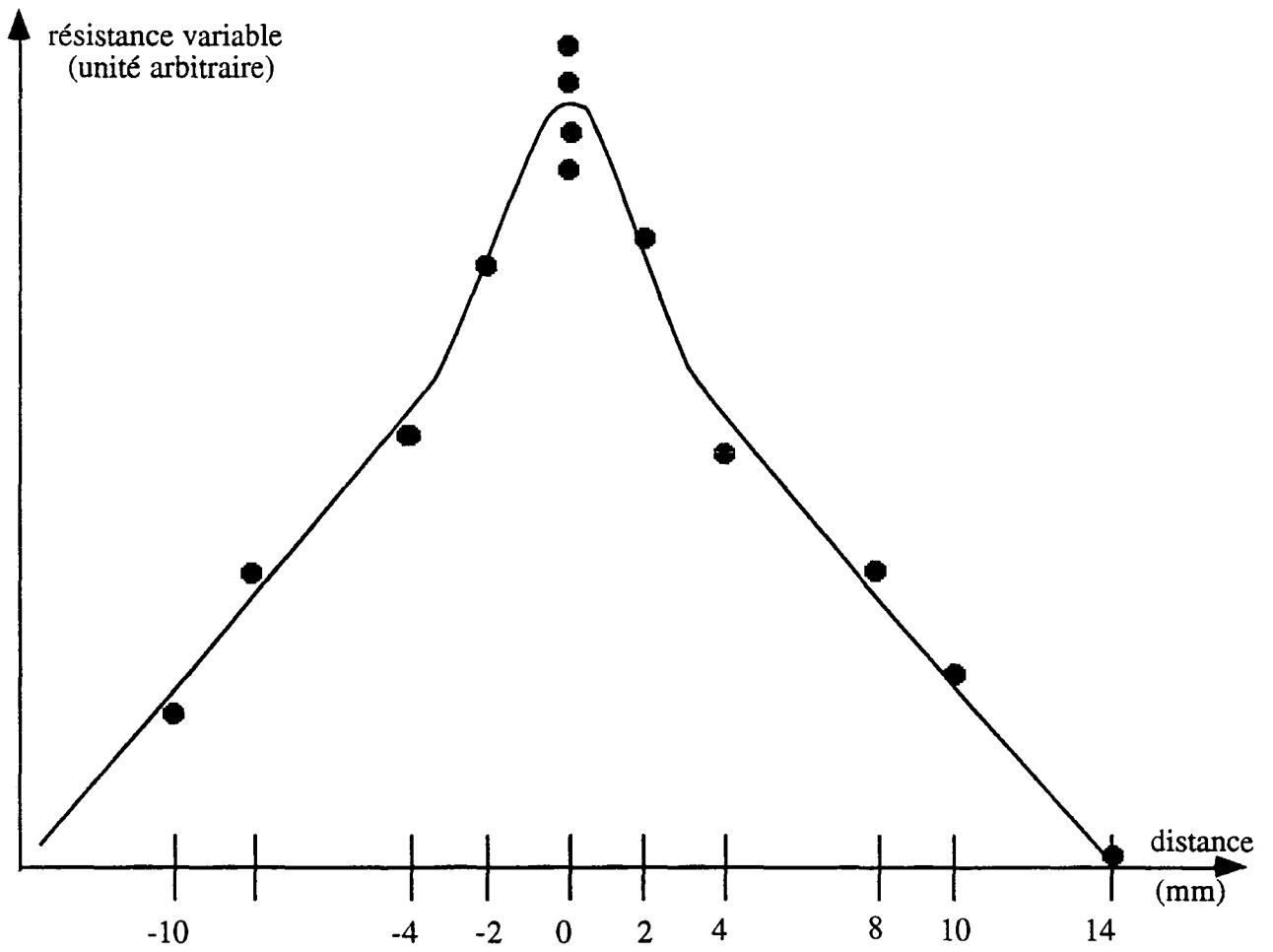


Figure 5.20
Profil du jet atomique.

diaphragme de 3 mm de diamètre, placé à 6 cm de la buse. Le résultat est présenté sur la figure 5.19. Si l'on admet que la résistance variable dépend linéairement de la densité d'atomes, on mesure une largeur du jet à mi-hauteur qui est d'environ 5 mm, et qui est simplement "l'ombre" du diaphragme. Si l'on refait la même mesure, en enlevant le diaphragme, on obtient la courbe de la figure 5.20, qui présente un profil "en triangle" de 1 cm de large à mi-hauteur, le détecteur étant placé à 54 mm de la buse. Ce type de profil est caractéristique des jets dans lesquels les particules transitent à travers un tube long [Giordmaine 1960]. Le jet présente une dispersion angulaire, dont on peut calculer la largeur à mi-hauteur, pour vérifier si notre mesure est cohérente. Pour cela il faut connaître la densité d'atomes du côté haute pression de la buse. On a montré au paragraphe 5.2.b qu'elle est de l'ordre de 10^{21} atomes par m^3 lorsque la décharge fonctionne en continu. On en déduit une ouverture angulaire du jet atomique [Giordmaine 1960] de $\pm 3,5^\circ$ qui correspond au niveau de notre détecteur à une largeur à mi-hauteur de 7 mm, du même ordre de grandeur que celle que nous mesurons. A partir du profil du jet, on peut calculer le nombre n d'atomes par unité de volume au niveau du photomultiplicateur (situé à $D=116$ mm de la sortie de la buse en téflon), en égalant le flux d'atomes en sortie de la buse ($6,3 \cdot 10^{17}$ atomes par seconde), et le flux à la distance D de la buse compte tenu de l'ouverture angulaire du jet. On trouve $n \approx 1,7 \cdot 10^{17}$ atomes m^{-3} .

c - Modification de la décharge.

Toutes les mesures précédentes sont faites quand la décharge fonctionne en continu. Etant donné que nos premiers essais en cellule n'ont pas donné de résultat, il a semblé nécessaire de connaître l'évolution temporelle de la densité d'atomes devant le photomultiplicateur, quand la décharge radio-fréquence est hachée. Cela a été possible, grâce à la lumière de fluorescence à Lyman- α , due à une excitation parasite des atomes d'hydrogène par la jauge à ionisation. Ces mesures ont montré une décroissance rapide de la densité d'atomes, de temps caractéristique 20 ms. Nous avons donc, lors des expériences en cellule, très peu d'atomes au moment où nous ouvrons l'obturateur, c'est-à-dire 120 ms après la fin de la décharge. C'est sans doute l'une des raisons de l'échec de nos essais en cellule. Dans la configuration actuelle, le photomultiplicateur voit peu la lumière de la décharge, et n'est plus sensible à la lumière parasite de la post-décharge. Ceci permet de supprimer l'obturateur et de le remplacer par un dispositif électronique permettant le comptage des photons immédiatement après la fin de la décharge. D'autre part, il n'est pas utile d'enregistrer pendant 100 ms, puisque le nombre d'atomes diminue très vite. La durée de la phase d'enregistrement a donc été ramenée à 11 ms, et la durée de la décharge à 10 ms. Dans

ces conditions, la densité maximale d'atomes quand la décharge est hachée est inférieure d'un facteur environ huit à la densité obtenue quand la décharge est continue.

d - Modulation de la puissance d'ultra-violet.

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, l'un des gros problèmes que nous avons rencontré avec la source laser, est que la puissance d'ultra-violet asservie n'est pas au niveau du sommet des pics que l'on obtient en balayant la cavité de doublage (figure 5.21). D'autre part, quand on fait des enregistrements qui durent plusieurs heures, la puissance d'ultra-violet finit par baisser malgré l'atmosphère d'oxygène, et il faut périodiquement changer de point sur la surface du cristal de BBO. François Biraben a donc décidé d'utiliser une méthode de modulation de la puissance ultra-violette qui peut sembler a priori surprenante, mais qui

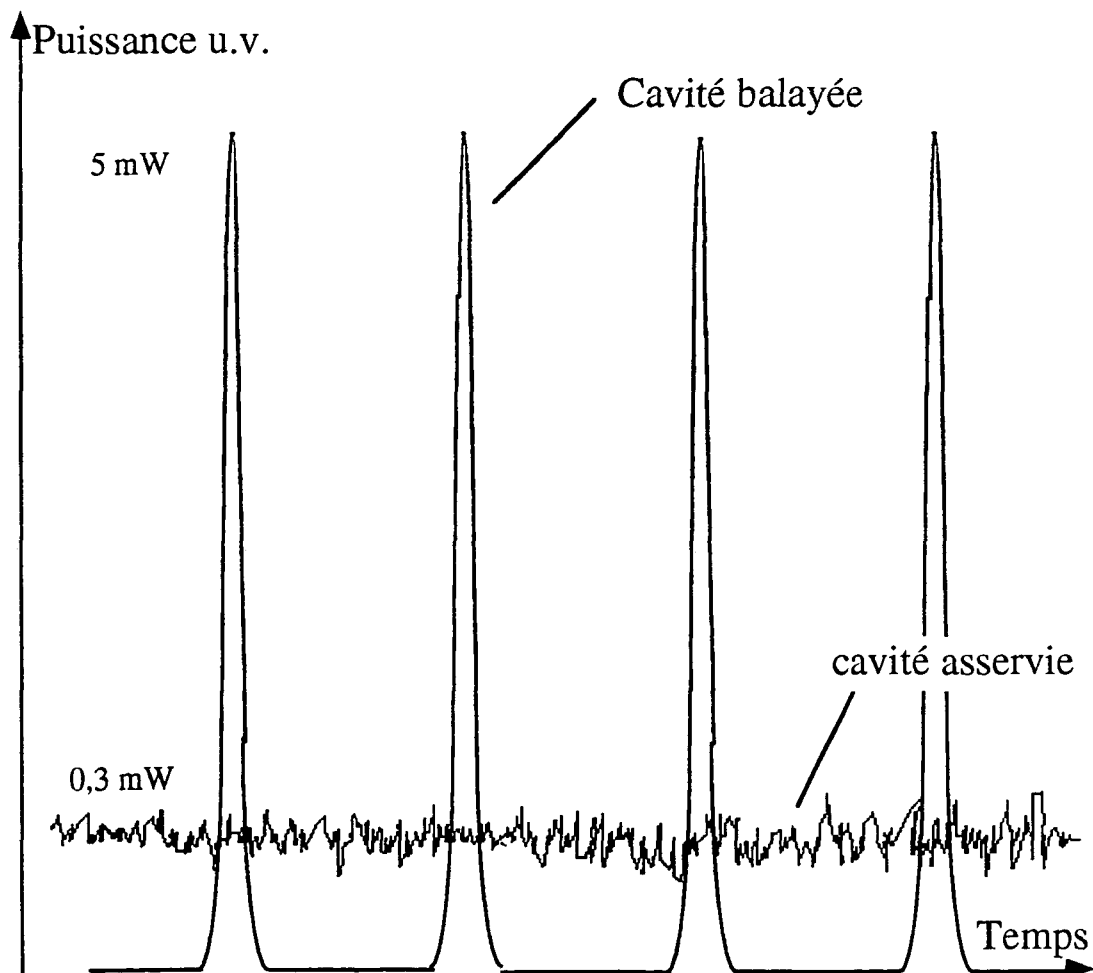


Figure 5.21.

*Puissances obtenues en balayant
et en asservissant la cavité BBO.*

présente de nombreux avantages. La deuxième cavité de doublage est asservie en modulant sa longueur à la fréquence de 15 kHz, sur un intervalle grand par rapport à la largeur d'un pic d'Airy. La longueur de cavité de surtension autour du jet atomique est elle aussi balayée, en phase avec le balayage de la cavité de doublage. De cette manière, même si la puissance moyenne est plus faible, la puissance crête (5 mW dans la cavité de surtension autour des atomes) est plus forte que lorsqu'on est asservi, et le système reste stable. De cette manière, et à condition de balayer suffisamment lentement la longueur de la cavité, on profite des qualités spectrales d'un laser continu, tout en ayant pendant les 6 μ s où la cavité est résonnante, une puissance instantanée beaucoup plus importante qu'en continu.

De plus, les miroirs de la cavité de surtension autour des atomes ont été changés, de manière à focaliser beaucoup plus la lumière. On a maintenant deux miroirs de rayons de courbure 25 et 50 cm, ce qui donne un faisceau laser de rayon $w=73 \mu$ m au niveau du photomultiplicateur. L'intégrateur délivrant le signal a été remplacé par un compteur, qui compte réellement les photons et ne moyenne plus comme le faisait l'intégrateur. Ainsi, un certain nombre de pics parasites, de grande amplitude, qui contribuaient beaucoup au signal à cause de l'intégration ont maintenant une contribution réduite.

e - Signal attendu.

On peut calculer un ordre de grandeur du signal attendu, en moyennant dans le temps la probabilité d'excitation. La puissance ultra-violette au niveau du jet atomique est proportionnelle au carré de la puissance bleue dans la cavité de doublage, et s'écrit sous la forme $P(t) = \frac{a}{(1 + (t/b)^2)^2}$, en assimilant un pic d'Airy à une Lorentzienne. On détermine a et

b en mesurant la puissance crête transmise par la cavité de surtension atomique (5 mW) et la largeur des pics à mi-hauteur (6 μ s). Le nombre moyen d'atomes excités par unité de temps s'écrit :

$$\bar{n}_a = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} n_a(t) dt \quad (5.3.1)$$

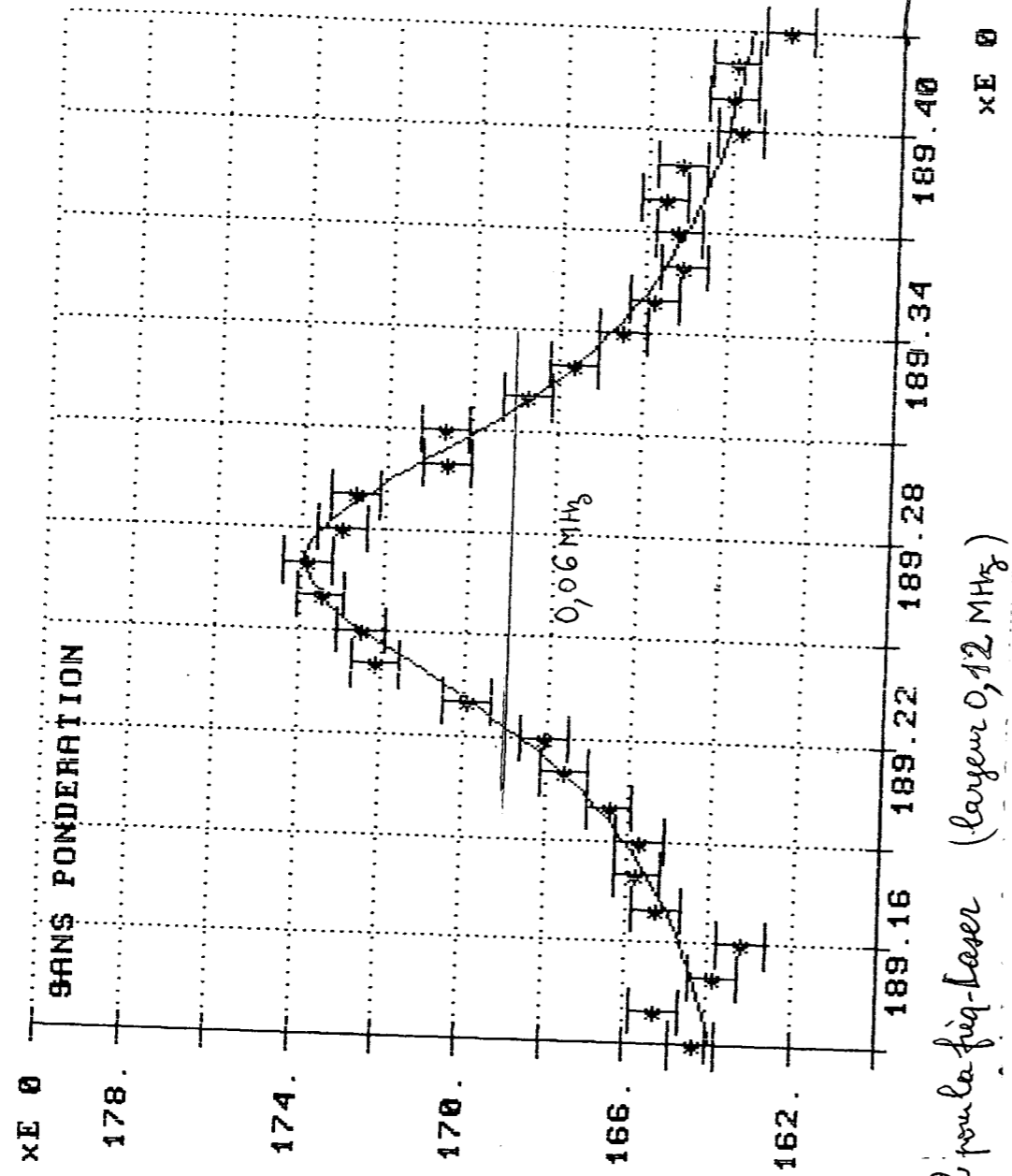
où $T=33,3 \mu$ s est la demi-période de modulation et où $n_a(t)$ est donné par l'expression 5.2.6, que je rappelle : $n_a(t) = 8 \left(\frac{2a_0^2}{mc^2\alpha} \right)^2 nL \frac{\gamma^2 P^2(t)}{\Delta v w^2}$. La longueur effective d'observation L qui est ici de 7 mm tient compte de l'angle solide de détection Ω . Comme celui-ci dépend du point considéré du faisceau u.v., il faut l'intégrer le long de la zone d'observation, qui se trouve devant la photomultiplicateur. Compte tenu du diamètre de la photocathode (44 mm), et de la distance de celle-ci au faisceau u.v. (17 mm), on trouve une longueur effective

Transition 1S → 3S dans H
(moyennée pendant 3 jours)

Avril 1994

```

RUN 453 - 554
POSITION : 189.26999 MHz
LARGEUR : .10872 MHz
HAUTEUR : 11.44870
BASE : 162.42865
ERREUR : .56401
ERRX : 24.74994 kHz
        189.27016 kHz
OK -
  
```



fréquence à multiplier par 2 pour la freq-laser (largeur 0,12 MHz)

d'observation : $L = \int \frac{\Omega(z)}{4\pi} dz = 7 \text{ mm}$. Enfin, dans la formule 5.2.6, n est le nombre d'atomes par unité de volume au niveau du photomultiplicateur ($2 \cdot 10^{16} \text{ atomes m}^{-3}$ quand on tient compte du fait que la décharge est hachée).

En effectuant l'intégration de la formule 5.3.1 on trouve $\bar{n}_a = 200$ atomes excités par seconde (ce calcul tient donc déjà compte de l'angle solide de détection). Pour avoir le nombre de photons détectés il faut encore tenir compte du poids du sous-niveau hyperfin $F=1$ (75%) et du rendement quantique du PM (10%). En fin de compte on a un signal attendu de 14 photons par seconde, qui est à comparer au bruit du fond parasite qui est de l'ordre de 10 000 photons par seconde. Pour 15 minutes d'enregistrement, le bruit statistique descend à 3 photons par seconde, ce qui fait un rapport du signal au bruit de l'ordre de 5.

Il est intéressant de calculer le signal auquel on s'attendrait avec le même montage expérimental, mais avec une puissance d'ultra-violet continue de 0,5 mW. On trouve 2 photons par seconde. Ceci montre clairement que même si la puissance moyenne vue par les atomes est plus faible, la contribution du laps de temps pendant lequel ils "voient" une puissance importante est prépondérante (grâce essentiellement à la dépendance en P^2 du taux de transition). En revanche, le bruit de fond parasite resterait de 7000 photons par seconde.

f - Résultats.

Toutes les modifications que je viens de décrire nous ont permis d'observer un signal préliminaire sur la transition 1S ($F=1$) - 3S ($F=1$). Au cours d'un enregistrement, la fréquence du synthétiseur pilotant le modulateur acousto-optique est balayée avec un pas de 20 kHz, sur un intervalle de 400 kHz centré autour de 189,3 MHz. Pour chaque fréquence on enregistre $50 \times 11 \text{ ms}$, et on balaye l'intervalle de fréquence par une série de sauts comme auparavant, puis on moyenne sur dix passages pour obtenir un enregistrement. La courbe de la figure 5.22 est obtenue en moyennant 80 enregistrements de ce type. Le rapport du signal au bruit est de 5,6. Les points correspondent aux valeurs expérimentales, tandis que la courbe en trait plein est une lorentzienne ajustée sur les points expérimentaux à l'aide de trois paramètres : sa position, sa hauteur, et la valeur de sa base. La largeur de cette lorentzienne est prise égale à la largeur naturelle de la raie, soit 62,5 kHz ($1/16^{\text{ème}}$ MHz). La position de la raie obtenue grâce à cet ajustement est $\nu_{AO} = 189,273 \text{ (6) MHz}$, et le signal est d'environ 17 photons par point de mesure (soit 550 ms d'enregistrement).

Pour calculer le déplacement de Lamb, il faut comparer la fréquence de la transition 1S($F=1$)-3S($F=1$) à celle de la transition 2S ($F=1$)-6D_{5/2} obtenue au chapitre 3. La figure 5.23 représente les deux courbes expérimentales ramenées à la même échelle. Pendant

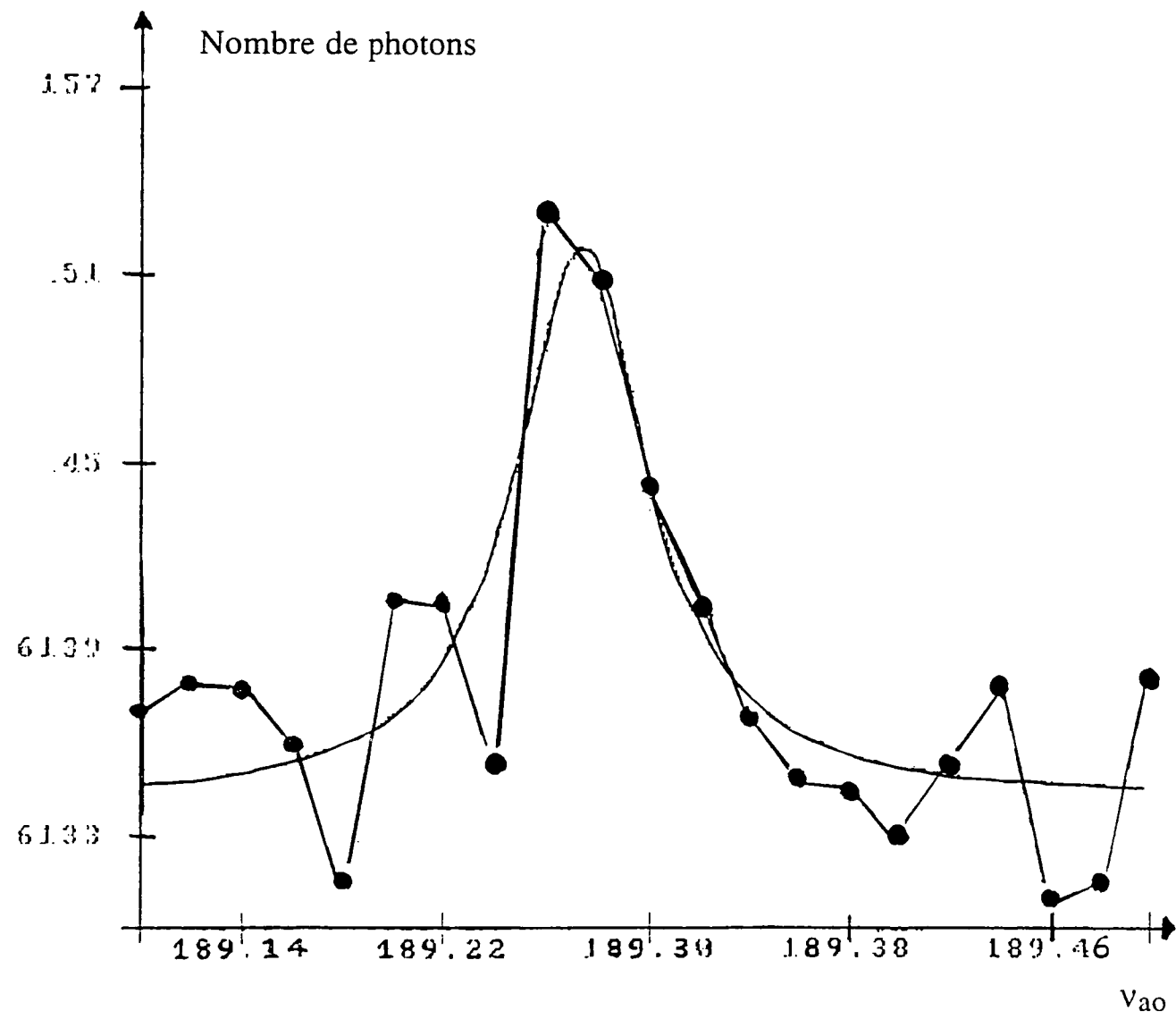


Figure 5.22
Signal obtenu sur la transition $1S-3S$

1S-3S

2S-6D_{5/2}

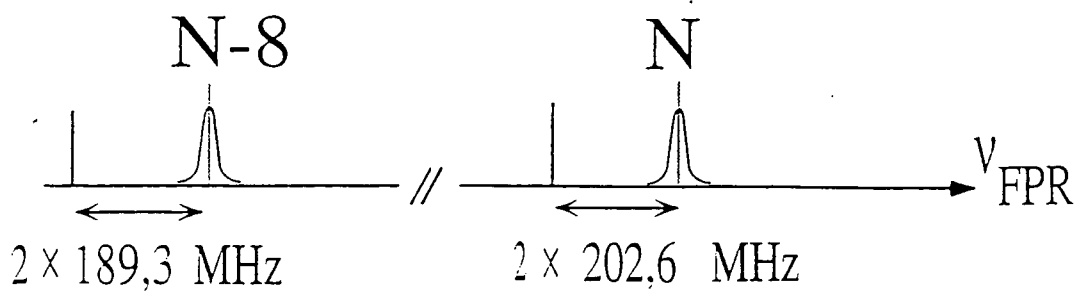
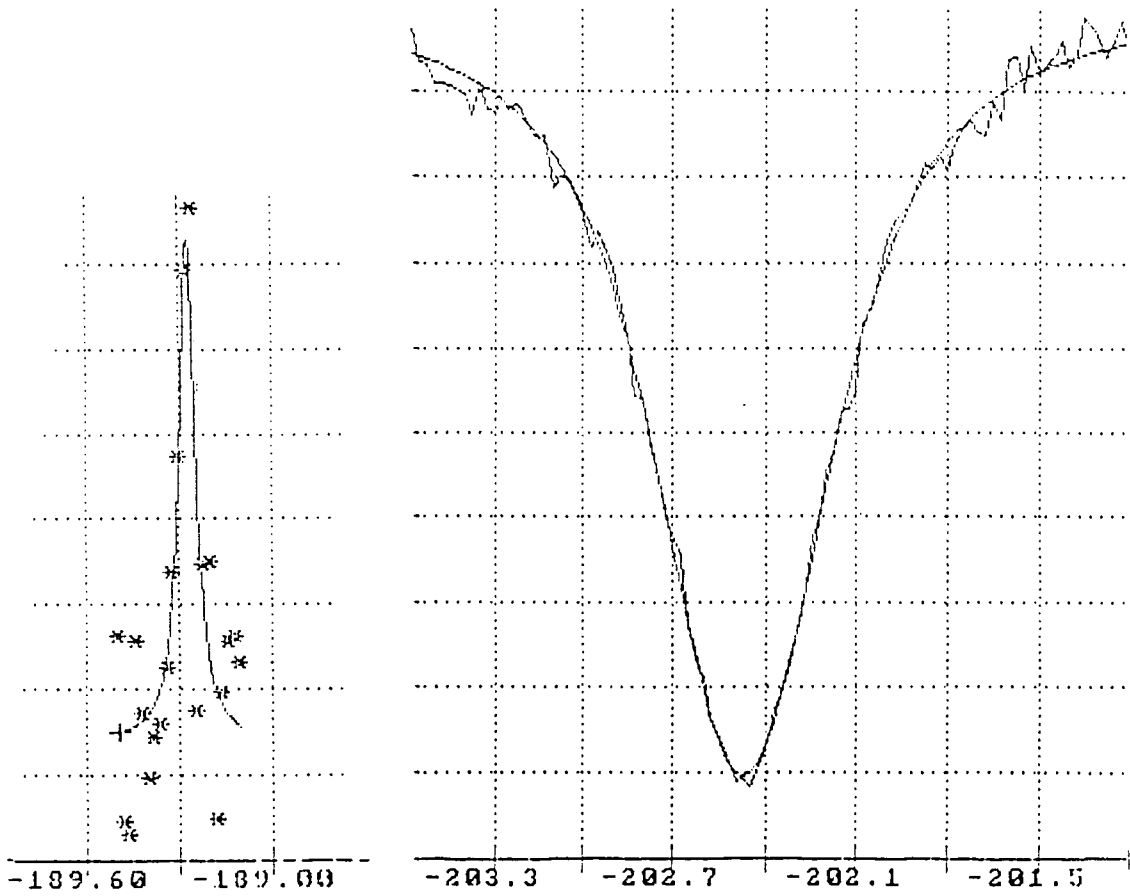


Figure 5.23
 Comparaison des transitions 1S-3S et 2S-6D.

l'enregistrement de la transition $2S-6D_{5/2}$, le laser titane-saphir est asservi sur le pic $N=1219485$ de la cavité FPR, et la raie atomique se situe à $2 \times 202,565$ (7) MHz de ce pic. Pendant l'enregistrement de la transition $1S-3S$ le laser titane-saphir est asservi sur le pic $N-8 = 1219477$ de la cavité FPR, et la raie atomique se situe à $2 \times 189,273$ MHz de ce pic. Connaissant l'intervalle entre ordres $I=299,590$ MHz du FPR, on peut calculer l'écart de fréquence Δv_{Laser} du laser titane-saphir entre les deux transitions :

$$\Delta v_{\text{Laser}} = 8 \times 299,59 + 2 \times 189,273 - 2 \times 202,5646 = 2370,137 \text{ MHz} \quad (5.3.2)$$

En terme de fréquences atomiques, cet écart correspond à :

$$\Delta v_{\text{Laser}} = \frac{1}{2} [E(6D_{5/2}) - E(2S_{1/2}(F=1))] - \frac{1}{8} [E(3S_{1/2}(F=1)) - E(1S_{1/2}(F=1))] \quad (5.3.3)$$

Pour pouvoir extraire de cette valeur le déplacement de Lamb, il faut commencer par éliminer les corrections de structure hyperfine, qui sont bien connues expérimentalement (voir § 2.5). Rappelons tout d'abord, que dans notre expérience, la structure hyperfine des niveaux $1S_{1/2}$ et $2S_{1/2}$ est résolue, et que nous excitons les transitions partant des sous-niveaux hyperfins $F=1$ car elles sont plus intenses. Les intervalles de structure hyperfine ont été mesurés pour les niveaux $1S_{1/2}$ et $2S_{1/2}$. Ils valent :

pour le niveau $1S$: $\Delta E(1S) = 1420,405752$ MHz [Hellwig 1970]

pour le niveau $2S$: $\Delta E(2S) = 177,55686$ MHz [Heberle 1956]

A partir de la formule 2.5.1, on calcule aisément que pour $F=1$, l'effet de la structure hyperfine est de remonter le niveau nS de $1/4$ de l'intervalle de structure hyperfine $\Delta E(nS)$. Cette correction doit donc être ajoutée à l'écart 5.3.2 (voir tableau 5.2).

Pour les niveaux excités, la situation est différente selon qu'il s'agit d'un niveau S ou D . Pour les niveaux S , seul le sous-niveau hyperfin $F=1$ peut être excité, la transition $F=1$ vers $F=0$ étant interdite. Pour le niveau $3S$, l'intervalle de structure hyperfine est déduit de celui du niveau $2S$, grâce à la formule 2.5.1 (dépendance en $1/n^3$) :

$$\Delta E(3S) = 52,60944 \text{ MHz}$$

et la correction à ajouter pour le sous-niveau $F=1$ est donc comme précédemment $1/4 \times \Delta E(3S)$.

Pour les niveaux D , les sous-niveaux ne sont pas résolus, on doit faire une moyenne des déplacements hyperfins, pondérée par l'intensité de la transition à deux photons vers le sous-niveau hyperfin considéré [Garreau 1989]. Pour un niveau $D_{5/2}$, ces facteurs de pondération sont respectivement $2/9$ pour la transition ($j=1/2, F=1$) vers ($j=5/2, F=2$) et $7/9$ pour la transition ($j=1/2, F=1$) vers ($j=5/2, F=3$). Les déplacements de structure hyperfine étant

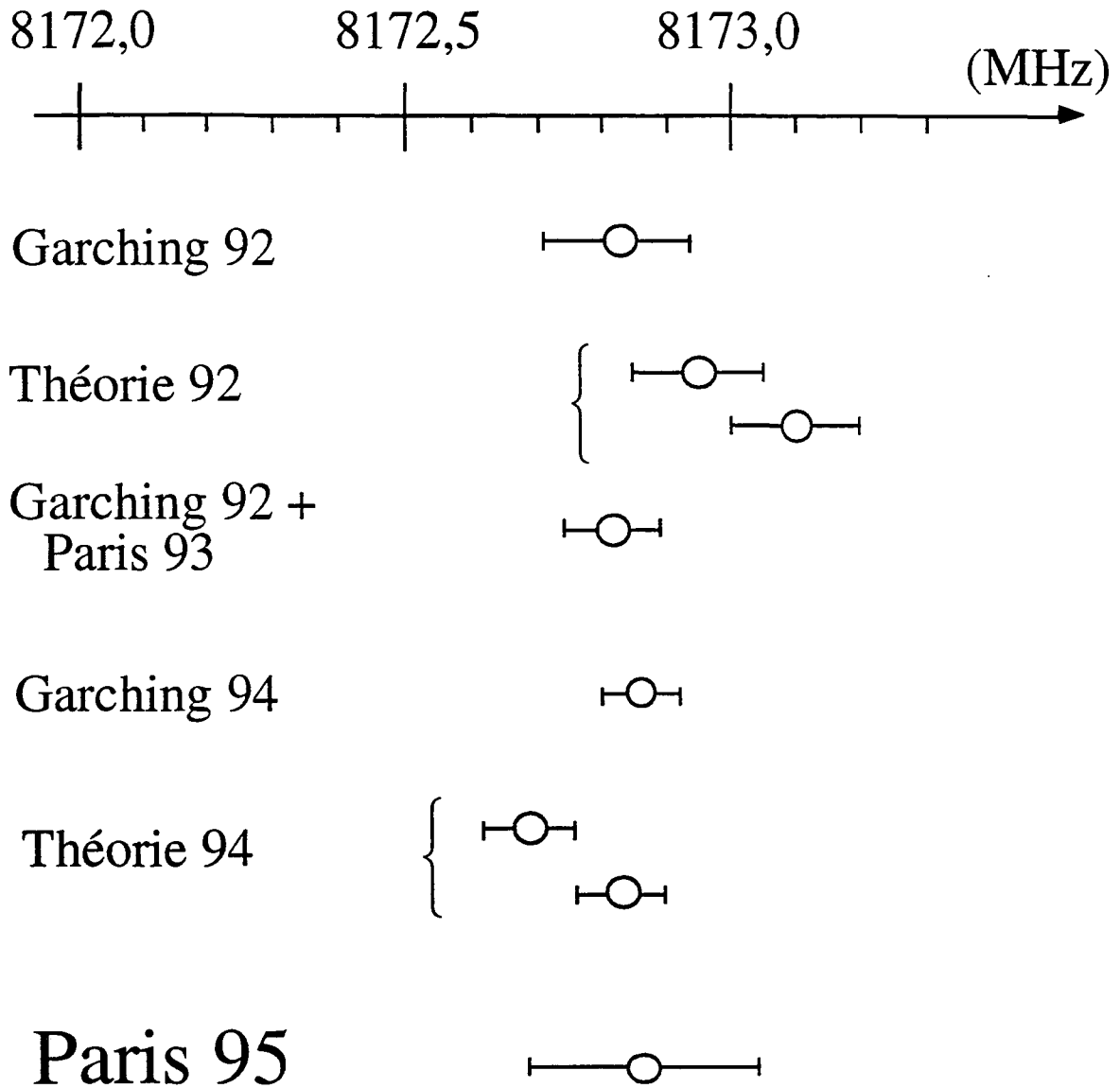


Figure 5.24

Comparaison de notre résultat avec la théorie et les mesures précédentes. Les références sont celles du tableau 1.3.

donnés par la formule 2.5.1 :

$$\delta E(6D_{5/2} F=2) = -\frac{3}{100} \frac{\Delta E(1S)}{6^3} = -0,197 \text{ MHz} \text{ et } \delta E(6D_{5/2} F=3) = \frac{3}{140} \frac{\Delta E(1S)}{6^3} = 0,141 \text{ MHz},$$

le déplacement de structure hyperfine que nous devons prendre en compte est donc :

$$2/9 \times (-0,197) + 7/9 (0,141) = 0,0656 \text{ MHz}$$

Le total $\Delta E_{\text{shf}} = 20,5819 \text{ MHz}$ des corrections de structure hyperfine est calculé dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 Corrections de structure hyperfine.

Niveau	
$1S_{1/2} F=1$	$355,1014 \times 1/8 = 44,3877 \text{ MHz}$
$2S_{1/2} F=1$	$-44,3892 \times 1/2 = -22,1946 \text{ MHz}$
$3S_{1/2} F=1$	$-13,1524 \times 1/8 = -1,6440 \text{ MHz}$
$6D_{5/2}$	$0,0656 \times 1/2 = 0,0328 \text{ MHz}$
Total	$\Delta E_{\text{shf}} = 20,5819 \text{ MHz}$

Une fois les corrections de structure hyperfine éliminées, chaque niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène peut s'écrire sous la forme :

$$E = E_{D\mu} + E_{\text{mr}} + L \quad (5.3.4)$$

$E_{D\mu}$ est l'énergie donnée par l'équation de Dirac dans laquelle on a remplacé la masse de l'électron par la masse réduite μ (équation 2.3.1), E_{mr} est la correction de masse réduite donnée par l'expression 2.3.6 qui ne dépend que de n , et qui n'est donc pas incluse dans le déplacement de Lamb L .

Pour extraire le déplacement de Lamb $L(1S)$ de l'expression 5.3.3, il faut calculer

$$\Delta E_{D\mu} = 1/2[E_{D\mu}(6D) - E_{D\mu}(2S)] - 1/8[E_{D\mu}(3S) - E_{D\mu}(1S)] = 1891,4996 \text{ MHz}$$

$$\Delta E_{\text{mr}} = 1/2[E_{\text{mr}}(6D) - E_{\text{mr}}(2S)] - 1/8[E_{\text{mr}}(3S) - E_{\text{mr}}(1S)] = -2,2049 \text{ MHz}$$

et connaître les déplacements de Lamb des niveaux excités. Pour le niveau $2S$, on utilise la valeur mesurée [Lundeen 1981] de l'intervalle $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$, auquel on retranche la valeur calculée du déplacement de Lamb du niveau $2P_{1/2}$:

$$L(2S) = 1045,0096 (90) \text{ MHz}$$

Pour les niveaux 3S et 6D, on calcule :

$$L(3S) = 311,4144 \text{ MHz}$$

$$L(6D) = 0,1717 \text{ MHz}$$

Finalement, le déplacement de Lamb du niveau fondamental est donné par la formule

$$L(1S) = 8[\Delta v_{\text{laser}} - \Delta E_{\text{shf}} - \Delta E_{\text{D}\mu} - \Delta E_{\text{mr}}] - 4L(6D) + 4L(2S) + L(3S)$$

On obtient $L(1S) = 8172,850 (174) \text{ MHz}$

L'incertitude de 174 kHz provient de la somme quadratique des incertitudes suivantes :

- 100 kHz sur la position de la raie 1S-3S
- 112 kHz sur la position de la raie 2S-6D
- $4 \times 9 = 36$ kHz pour le déplacement de Lamb du niveau 2S
- $8 \times 10 = 80$ kHz pour tenir compte d'une éventuelle dérive du laser He-Ne étalon sur lequel est asservie la cavité FPR (on a pu mesurer que ce laser n'a dérivé que de 8 kHz entre 1992 et 1994).

Ce résultat ne prend pas en compte l'effet Doppler du deuxième ordre, qui est différent pour les deux transitions. On peut estimer à 20 kHz l'erreur commise.

La valeur que nous obtenons est en très bon accord avec les mesures précédentes [Weitz 1992 et 1994], et confirme ainsi la mesure la plus récente du rayon du proton (voir figure 5.24). Il ne s'agit que d'une mesure très préliminaire, puisque les deux transitions 1S-3S et 2S-6D ont été mesurées à un an d'intervalle. L'excellente stabilité du laser He-Ne étalon qui nous sert de référence permet toutefois d'avoir une très bonne confiance dans ce résultat.

Conclusion

Conclusion

Les lasers continus et accordables sont un outil essentiel pour la spectroscopie. Les longueurs d'onde optiques qui sont accessibles directement avec des lasers commerciaux vont de l'infra-rouge (diode laser, titane-saphir), au proche ultra-violet (laser à krypton ionisé doublé). Cependant, il n'existe pas de laser commercial allant jusqu'à 205 nm. La source laser présentée ici est donc intéressante à double titre. Tout d'abord, elle permet d'atteindre une longueur d'onde difficilement accessible, en doublant deux fois la fréquence d'un laser titane-saphir. D'autre part, elle bénéficie des excellentes qualités spectrales et de stabilité du laser initial.

La source à 205 nm ainsi construite a permis d'observer la transition 1S-3S à deux photons dans l'atome d'hydrogène, et a conduit à une mesure préliminaire du déplacement de Lamb du niveau fondamental :

$$L(1S) = 8172,850 (174) \text{ MHz}$$

qui est en excellent accord avec les mesures précédentes [Weitz 1992 et 1994]. Cette valeur confirme les derniers calculs de Pachucki [Pachucki 1994] et la mesure la plus récente du rayon du proton [Simon 1980].

L'incertitude de 174 kHz est susceptible d'être rapidement améliorée. En effet, l'une de ses principales causes vient du caractère préliminaire de la mesure. Les deux transitions ont été observées à un an d'intervalle, ce qui fait reposer l'expérience sur la stabilité du laser He-Ne étalon. Celui-ci contribue pour 80 kHz à l'incertitude. De plus, les enregistrements de la transition 2S-6D n'avaient été faits que pour repérer avec précision la fréquence à laquelle chercher le signal 1S-3S. Notre souci n'était pas d'obtenir les raies les plus fines possibles, mais d'aller relativement vite : c'est pourquoi la position de la raie 2S-6D contribue pour

112 kHz à l'incertitude sur le déplacement de Lamb. Une mesure plus soignée, permettant de pointer la position de la raie avec une incertitude de l'ordre de 1 kHz réduirait cette contribution à une dizaine de kHz.

Par ailleurs, plusieurs améliorations du dispositif expérimental sont susceptibles d'augmenter le rapport du signal au bruit, sur le signal 1S-3S, et de faire encore descendre l'incertitude. Le système de détection est actuellement constitué d'un photomultiplicateur dans l'ultra-violet, qui est sensible à la lumière parasite de la source laser. On peut remplacer ce photomultiplicateur par un autre fonctionnant dans le visible, ou mieux par un channeltron, détectant dans l'ultra-violet à 121 nm, mais dont le rendement quantique chute très fortement à 205 nm. On filtre ainsi la lumière parasite venant du laser. Ce type de détecteur présente l'avantage d'avoir un fort gain. D'autre part, quand il détecte un photon, il fournit un pic de courant dont l'amplitude est bien définie, et reproductible. Cela permet d'avoir des pics tous de la même hauteur facilement discriminables.

Le signal préliminaire présenté au chapitre 5 a été obtenu en hachant la décharge radio-fréquence qui sert à dissocier les molécules d'hydrogène. Une décharge continue permettrait de multiplier par dix le nombre d'atomes d'hydrogène obtenus, mais serait une source intense de lumière parasite. Pour s'en affranchir on peut, au lieu de hacher la décharge, déplacer la région de dissociation à l'extérieur du jet atomique, et amener les atomes par un tuyau coudé en téflon ne laissant pas passer les photons.

D'autres améliorations sont encore envisageables :

- un meilleur cristal de BBO pour augmenter la puissance de la source laser à 205 nm
- une plus forte focalisation de la lumière au niveau des atomes, pour augmenter la probabilité de transition.

L'une des limitations de la mesure, que nous n'avons pas prise en compte, vient de l'effet Doppler du deuxième ordre. En effet, les distributions de vitesses étant différentes sur les deux jets atomiques, ce déplacement est différent pour les deux transitions : on peut estimer cette incertitude supplémentaire à 20 kHz. Il est possible de compenser l'effet Doppler du deuxième ordre, en plaçant les atomes dans un champ magnétique statique [Biraben 1991]. En effet, dans le référentiel des atomes, ce champ est équivalent à un champ électrique, proportionnel à la vitesse v des atomes. Les déplacements dus à l'effet Doppler et à l'effet Stark quadratique sont tous les deux proportionnels à v^2 , mais de signes opposés. En choisissant astucieusement le champ magnétique appliqué, ils se compensent.

Toutes ces améliorations, ainsi que la mesure quasi simultanée des deux transitions 1S-3S et 2S-6S ou 6D devraient nous permettre de mesurer très prochainement le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène avec une incertitude meilleure que 50 kHz.

Annexe

Annexe

Optimisation de la puissance doublée à l'incidence de Brewster.

Boyd et Kleinman ont calculé dans le cas du doublage de fréquence le taux de conversion $\alpha = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1^2}$ pour un cristal placé à l'incidence normale [Boyd 1968]. En prenant les mêmes notations qu'au paragraphe 4.2, leur résultat s'exprime sous la forme :

$$\alpha_{\text{Boyd et Kleinman}} = \frac{\omega_2^2 d_{\text{eff}}^2}{2n^3 c^3 \epsilon_0} \frac{k_1 \ell}{\pi} h_m(B, \xi) \quad (\text{A.1})$$

où la fonction h_m , au maximum de l'ordre de 1, dépend du paramètre $B = \frac{\rho \sqrt{\ell k_1}}{2}$ lié à la double réfraction et du paramètre $\xi = \frac{\ell}{b}$ lié à la focalisation. Rappelons que $b = k_1 w_0^2$ est la longueur confocale de l'onde gaussienne incidente *dans le cristal*. Le but de cette annexe est d'obtenir un résultat analogue, mais dans le cas où le cristal est placé à l'incidence de Brewster. La démarche suivie ici est de reprendre pas à pas les calculs de Boyd et Kleinman. Leur calcul commence par l'expression du champ dans le cristal (formule 2.2 de [Boyd 1968]). Dans notre cas, le faisceau n'est plus dans le mode TEM₀₀, mais dans un mode elliptique, dont il faut calculer l'expression. Si l'on écrit l'amplitude du champ électrique sous la forme $E = E_0 \Psi(x, y, z) e^{ik_1 z}$, où z est la direction de propagation et Ψ est une fonction

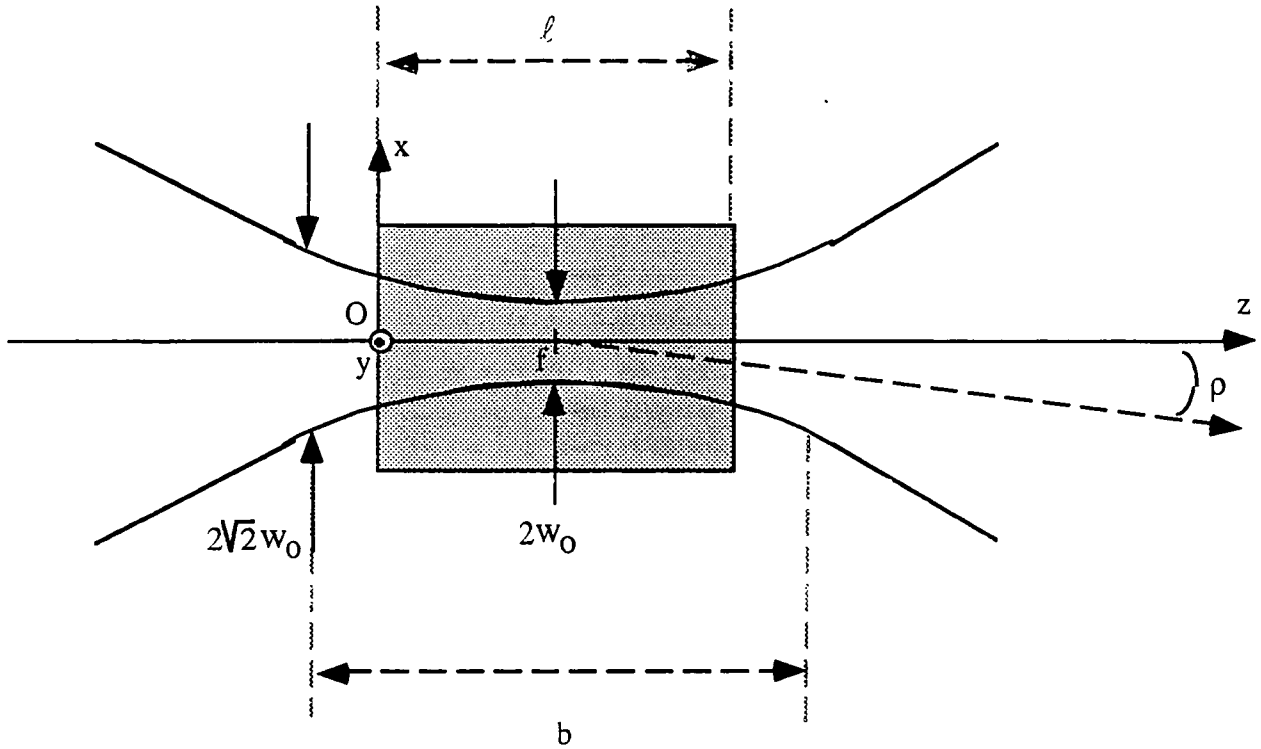


Figure A.1

Coupe du cristal dans le plan vertical. L'origine des coordonnées est prise sur l'axe du faisceau, et sur la face d'entrée du cristal. Le faisceau est focalisé en $z = f$.

lentement variable dans l'espace, la fonction Ψ doit vérifier les équations de Maxwell c'est-à-dire l'équation :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + 2ik_1 \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Les directions x , y et z sont représentées sur la figure A.1. L'origine est prise sur l'axe du faisceau et sur la face d'entrée du cristal. L'axe z est l'axe du faisceau. Celui-ci est focalisé en $z = f$. En notant $\tau = (z-f)/z_0$, la solution symétrique en x et en y , qui est tout simplement le mode gaussien TEM_{00} , s'écrit $\Psi = \frac{1}{1+i\tau} e^{-r^2/w_0^2(1+i\tau)}$. Dans le cas du cristal taillé à l'incidence de Brewster, on choisit l'axe z "brisé" pour suivre l'axe du faisceau (figure A.2). D'autre part, on a un rayon minimal dans chaque direction : w_x et w_y . On va donc chercher une solution de l'équation A.2 sous la forme :

$$\Psi = F(z) e^{-x^2/w_x^2(1+i\tau_x)} e^{-y^2/w_y^2(1+i\tau_y)} \quad (\text{A.3})$$

Il vient : $F^2(z) = \frac{1}{(1+i\tau_x)(1+i\tau_y)}$, solution que l'on notera symboliquement :

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{(1+i\tau_x)(1+i\tau_y)}} \quad (\text{A.4})$$

Finalement le champ dans le cristal taillé à l'incidence de Brewster s'écrit :

$$E = E_0 \frac{e^{-A_x}}{\sqrt{(1+i\tau_x)}} \frac{e^{-A_y}}{\sqrt{(1+i\tau_y)}} e^{ik_1 z} \quad (\text{A.5})$$

avec : $A_x = x^2 / w_x^2(1+i\tau_x)$ et $A_y = y^2 / w_y^2(1+i\tau_y)$. On peut donc maintenant suivre pas à pas les calculs de Boyd et Kleinman. Les numéros des équations de [Boyd 1968] seront signalés par une étoile (par exemple 2.2*) et la nouvelle équation pour l'incidence à Brewster sera réécrite à côté. Par exemple pour l'expression du champ on a 2.2* \mapsto A.5

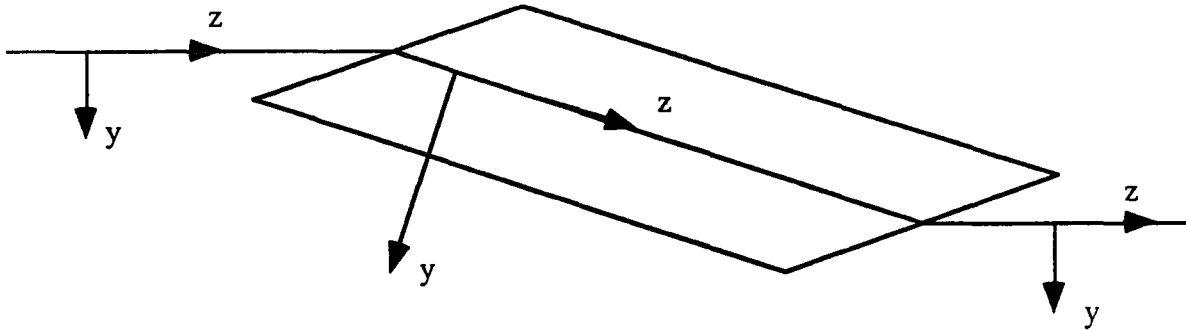


Figure A.2.

Schéma du cristal vu de dessus. L'axe z est l'axe du faisceau.

On commence par calculer le terme source pour l'onde à la fréquence double, à savoir la polarisation P, proportionnelle au carré du champ incident. On calcule P au point x' , y' , z' situé dans le cristal en négligeant l'absorption dans le cristal ($\alpha_1=0$ dans l'expression 2.3*)

$$P(x', y', z') = P_0 \frac{e^{2ik_1 z'}}{(1+i\tau_x)(1+i\tau_y)} e^{-2A'_x} e^{-2A'_y} B(z')$$

$$2.3* \mapsto \begin{aligned} B(z') &= 1 & 0 \leq z' \leq \ell \\ &= 0 & z' \leq 0, z' \geq \ell \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

On considère le point x', y', z' comme un point source qui rayonne jusqu'à l'observateur situé au point x, y, z . La source et l'observateur sont situés sur le même rayon lumineux. On a donc :

$$\begin{aligned} x' &= x - \rho(z - z') \quad \text{pour } z < \ell \\ 2.5^* \text{ (inchangé)} \quad x' &= x - \rho(\ell - z') \quad \text{pour } z > \ell \\ y' &= y \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Il faut ensuite calculer le champ $E_2(x, y, z) = A_2(x, y, z)e^{ik_2z}$, à la fréquence double. Le champ incident est une onde ordinaire polarisée suivant Oy , et le champ E_2 est polarisé suivant Ox qui est la polarisation extraordinaire. Pour calculer E_2 , on considère le cristal comme une succession de "tranches" d'épaisseur dz' et on calcule l'amplitude dA_2 du champ créé par cette tranche :

$$\begin{aligned} dA_2(x', y', z') &= \frac{2\pi i \omega_2}{cn_2} P_x(x', y', z') e^{-ik_2 z'} dz' \\ 2.6^* \mapsto &= \frac{2\pi i \omega_2}{cn_2} \frac{P_{ox} e^{i\Delta k z'}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i\tau'_y)}} \left[\frac{e^{-2A'_x}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)}} \frac{e^{-2A'_y}}{\sqrt{(1+i\tau'_y)}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

où $\Delta k = 2k_1 - k_2$ représente le désaccord de phase. Le terme entre crochets étant solution des équations de Maxwell, on peut le "propager" entre x', y', z' et x, y, z en utilisant l'équation 2.5 et en remplaçant τ' par τ .

$$2.8^* \mapsto dA_2(x, y, z) = \frac{2\pi i \omega_2}{cn_2} \frac{P_{ox} e^{i\Delta k z'}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i\tau'_y)}} \left[\frac{e^{-2A_x - \rho(\ell - z)}}{\sqrt{(1+i\tau_x)}} \frac{e^{-2A_y}}{\sqrt{(1+i\tau_y)}} \right] \quad (\text{A.9})$$

Pour obtenir le champ total à l'extérieur du cristal, il faut intégrer l'expression précédente sur toute les sources, c'est-à-dire sur z' .

$$2.9^* \mapsto E_2(x, y, z) = \frac{2\pi i \omega_2}{cn_2} \frac{P_{ox} e^{ik_2 z}}{\sqrt{(1+i\tau_x)(1+i\tau_y)}} \int_0^\ell \frac{e^{i\Delta k z'} e^{-2A_x - \rho(\ell - z)} e^{-2A_y}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i\tau'_y)}} dz' \quad (\text{A.10})$$

L'étape suivante est de considérer qu'on est loin du cristal. On fait donc $z \rightarrow \infty$:

c'est-à-dire $\frac{1}{w_x^2(1+i\tau_x)} \approx \frac{1-i\tau_x}{w_x^2\tau_x^2}$. On pose $s = \frac{x - \rho(\ell - f)}{w_x\tau_x}$, $s' = \frac{y}{w_y\tau_y}$, et $\beta_x = \frac{\rho w_x k_1}{2}$. On a

alors :

$$2.15^* \mapsto E_2(x, y, z) \rightarrow \frac{2\pi\omega_2}{cn_2} \frac{P_{ox} e^{ik_2 z}}{\sqrt{\tau_x\tau_y}} \frac{e^{-2s^2(1-i\tau_x)} e^{-2s'^2(1-i\tau_y)}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i\tau'_y)}} \int_0^\ell \frac{e^{i\Delta k z'} e^{4i\beta_x s \tau'_x}}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i\tau'_y)}} dz' \quad (\text{A.11})$$

Pour simplifier les notations, et ne garder que le cas qui est réellement le nôtre, on supposera que le faisceau est focalisé au centre du cristal ($\ell = 2f$, c'est-à-dire $\mu=0$ dans 2.16* et 2.17*).

On pose alors $\xi_x = \ell / b_x$, $\sigma_x = \frac{1}{2} b_x \Delta k$ et $\sigma' = \sigma_x + 4\beta_x s$. On fait un changement de variable dans l'intégrale ci-dessus, grâce à la relation $\tau'_x = 2 \frac{z'}{b_x} - \xi_x$, et on pose:

$$2.16^* \mapsto H_{\text{Brewster}}(\sigma', \xi_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\xi_x}^{\xi_x} \frac{e^{i\sigma' \tau'_x} d\tau'_x}{\sqrt{(1+i\tau'_x)(1+i(w_x/w_y)^2 \tau'_x)}} \quad (\text{A.12})$$

(rappelons que nous négligeons l'absorption ; c'est pourquoi le paramètre κ dans 2.16* et 2.17* est nul). On calcule alors l'intensité de l'onde doublée :

$$2.19^* \mapsto S(s, s') = \frac{n_2 c}{8\pi} |E_2|^2 = K \frac{P_1^2 4\pi k_1^2}{\tau_x \tau_y} \left(\frac{w_x}{w_y} \right)^2 e^{-4(s^2+s'^2)} |H_{\text{Brewster}}|^2 \quad (\text{A.13})$$

où $K = (128\pi^2 \omega_1^2 / c^3 n_1^2 n_2) d_{\text{eff}}^2$ (2.20* inchangée)

On intègre ensuite cette intensité sur x et y pour obtenir la puissance doublée P_2 :

$$2.22^* \mapsto P_2 = \iint S dx dy = w_x w_y \tau_x \tau_y \iint S ds ds' = KP_1^2 \ell k_1 \frac{w_x}{w_y} h_{\text{Brewster}}(\sigma_x, \beta_x, \xi_x) \quad (\text{A.14})$$

$$\text{où } 2.23^* \mapsto h_{\text{Brewster}}(\sigma_x, \beta_x, \xi_x) = \frac{\pi^2}{\xi_x} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\sigma + 4\beta_x s, \xi_x)|^2 e^{-4s^2} ds \quad (\text{A.15})$$

Les paramètres β_x et B sont reliés par $\beta_x = B\xi_x^{-1/2}$ et on définit la fonction

$$2.28^* \mapsto h_{\text{Brewster}}(\sigma_x, B, \xi_x) = h_{\text{Brewster}}(\sigma_x, B\xi_x^{-1/2}, \xi_x) \quad (\text{A.16})$$

Dans notre cas, le cristal étant à l'incidence de Brewster pour la polarisation horizontale, le diamètre du faisceau est multiplié par n dans le plan horizontal et reste inchangé dans le plan vertical. On a donc $w_x = w_0$ et $w_y = n w_0$ d'où $b_x = b$, $\xi_x = \xi$ etc... (rappelons que les paramètres b , ξ , etc... désignent les caractéristiques du faisceau laser quand le cristal est à l'incidence normale). On peut donc écrire la puissance doublée :

$$P_2 = KP_1^2 \ell k_1 \frac{1}{n} h_{\text{Brewster}}(\sigma, \beta, \xi) \quad (\text{A.17})$$

Les paramètres σ et ξ sont des paramètres qui dépendent de la focalisation, et que l'on va pouvoir optimiser. En revanche le paramètre B est constant. La fonction h_{Brewster} n'est pas

exactement la même que celle définie par l'équation 2.28*. Cependant il ne semble pas déraisonnable d'utiliser à la place la fonction h et les valeurs numériques fournies par Boyd et Kleinman. En effet, la différence entre h et h_{Brewster} provient d'un facteur $1/n^2$ dans l'intégrale 2.16* et n n'est pas très différent de 1. D'autre part, quand on optimise la fonction h en fonction de σ on obtient une fonction $h_m(B, \xi)$ qui dépend très peu de ξ au voisinage de son maximum. On a donc assez intuitivement :

$$h_m(B, \xi) \approx h_m(B, \xi/n) \approx (h_{\text{Brewster}})_m(B, \xi) \quad (\text{A.18})$$

et on peut écrire

$$P_2 = KP_1^2 / k_1 \frac{1}{n} h_m(B, \xi) \quad (\text{A.19})$$

Cette approximation est celle adoptée sans aucune justification dans [Eckardt 1990], où seul le résultat final A.19 est donné. La seule différence par rapport au résultat de Boyd et Kleinman provient du facteur $w_x/w_y = 1/n$ qui traduit l'ellipticité du faisceau dans le cristal.

Références

Références

Adams C. S. et Ferguson A. I., *Optics Comm.* **79**, 219 (1990).

Adams C. S. et Ferguson A. I., *Optics Comm.* **90**, 89 (1992).

Andreae T. et al., *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1923 (1992).

Andrews D. A. et Newton G., *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1254 (1976).

Barker W. A. et Glover F. N., *Phys. Rev.* **99**, 317 (1955).

Barr J. R. M., Girkin J. M., Tolchard J. M. et Ferguson A. I., *Phys. Rev. Lett.* **56**, 580 (1986).

Beausoleil R. G., McIntyre D. H., Foot C., Hildum J. E. A., Couillaud B. et Hänsch T. W., *Phys. Rev. A* **35**, 4878 (1987).

Bhatt G. et Grotch H., *Phys. Rev. A* **31**, 2794 (1987).

Biraben F., *Thèse d'état*, Paris (1977).

Biraben F., *Optics Comm.* **29**, 353 (1979a).

Biraben F., Bassini M. et Cagnac B., *Journal de Physique* **40**, 445 (1979b).

Biraben F., Garreau J-C., Julien L. et Allegrini M., *Rev. Sci. Instrum.* **61**, 1468 (1990).

- Biraben F., Julien L., Plon J. et Nez F., *Europhys. Lett.* **15**, 831 (1991).
- Bohr N., *Phil. Mag.* **26**, 476 (1913).
- Bordé C., *C. R. Acad. Sci, Paris* **282**, 341 (1976).
- Boshier M. G., Baird P. E., Foot C. J. et al., *Nature* **330**, 463 (1987).
- Boshier M., *Thèse de Doctorat (PhD)*, Oxford University (1988).
- Boshier M. G. et al., *Phys. Rev. A* **40**, 6169 (1989).
- Boshier M., communication privée (1994).
- Bourzeix S., Plimmer M. D., Nez F., Julien L. et Biraben F., *Optics Comm.* **99**, 89 (1993).
- Boyd G. D. et Kleinman D. A. , *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968).
- Boyd R. W., *Nonlinear optics*, Academic Press Inc., San Diego (1992).
- Cagnac B., Grynberg G. et Biraben F., *J. Phys.* **34**, 845 (1973).
- Chen C., Wu Y., Jiang A., Wu B., You G., Li R. et Lin S., *J. Opt. Soc. Am.* **B6**, 616 (1989).
- Chen C. T. in *ACS Symposium Series 455 "Materials for Nonlinear Optics"*, ed. by Marde S. R., Sohn J. E. et Stucky G. D., Boston, (1990).
- Cohen E. R. et Taylor B. N., *Rev. Mod. Phys.* **59**, 1121 (1987).
- Dirac P.A.M., *Proc. Royal Soc.* **A117**, 610 (1928).
- Dmitriev V. G., Gurzadyan G. G., Nikogosyan D. N., *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, Springer Series in Optical Science vol. 64, Springer-Verlag, Berlin (1991).
- Doncheski M., Grotch H., Erickson G. W., *Phys. Rev. A* **43**, 2152 (1991).
- Drever R. W. P., Hall J. L. et al, *Appl. Phys.* **B31**, 97 (1983).

Dushman S. et Laferty J. M., *Scientific foundations of vacuum techniques*, John Wiley Inc., New-York (1962).

Eckardt R. C., Masuda H., Fan Y. X. et Byer R. L., *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-26**, 922 (1990).

Eimerl D., Davis L., Velsko S., Graham E. K. et Zalkin A., *J. Appl. Phys.* **62**, 1968 (1987).

Erickson G. W., *Phys. Rev. Lett.* **27**, 780 (1971).

Erickson G. W., *J. Phys. Chem. Ref. Data* **6**, 831 (1977).

Essen E., Donaldson R.W., Baugham M.J. et Hope E.G., *Nature* **229**, 110 (1971).

Fermi E., *J. Phys.* **60**, 320 (1930).

Franken P. A., Hill A. E., Peters C. W. et Weinreich G., *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961).

Furry W. H., *Phys. Rev.* **81**, 115 (1951).

Garreau J.-C., *Thèse de doctorat de l'Université Paris 6* (1989).

Garreau J.-C., Allegrini M., Julien L. et Biraben F., *J. Phys. (Paris)* **51**, 2263 (1990).

Gontier Y. et Trahin M., *Phys. Lett.* **36A**, 463 (1971).

Hagley E. W. et Pipkin F. M., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1172 (1994).

Hand L. N., Miller D. G. et Wilson R., *Rev. Mod. Phys.* **35**, 335 (1963).

Hänsch T. W., Lee S. A., Wallenstein R. et Wieman C., *Phys. Rev. Lett.* **34**, 307 (1975).

Hänsch T. W. et Couillaud B., *Optics Comm.* **35**, 441 (1980).

Harvey K. C. et Fehrenbach C. Jr., *Rev. Sci. Instrum.* **54**, 1117 (1983).

Heberle J. W., Reich H. A. et Kusch P., *Phys. Rev.* **101**, 612 (1956).

Hellwig E., Vessot R.F.C., Levine M.W., Zitzewitz P.W., Allen D.W. et Glaze D. J., IEEE Trans. Instr. Meas. **IM-19**, 200 (1970).

Hildum E. A., Boesl U., McIntyre D. H., Beausoleil R. G. et Hänsch T. W., Phys. Rev. Lett. **56**, 576 (1986).

Houssin M., *Thèse de doctorat de l'Université Paris 6* (1989).

Kato K., IEEE J. Quantum Electron. **QE-22**, 1013 (1986).

Kinoshita T. et Sapirstein J. in *Atomic Physics 9* (R. S. Van Dyck, E. N. Forston eds.), World Scientific Publ. Co., Singapore (1984).

Kogelnik H. W., Ippen E. P., Dienes A. et Shank C. S., IEEE J. Quantum Electron. **QE-8**, 373 (1972).

Kumar V. et Krishnakumar E., Rev. Sci. Instrum. **50**, 776 (1979).

Lamb W. E. et Retherford R. C., Phys. Rev. **72**, 241 (1947) ; *ib.* **75** 1325 (1949) ; *ib.* **79**, 549 (1950) ; *ib.* **81**, 222 (1951) ; *ib.* **86**, 1014 (1952).

Lee S. A., Wallenstein R. et Hänsch T. W., Phys. Rev. Lett. **35**, 1262 (1975).

Lin S., Sun Z., Wu B. et Chen C., J. Appl. Phys. **67**, 634 (1990).

Lundeen S. R. et Pipkin F. M., Phys. Rev. Lett. **34**, 1368 (1975).

Lundeen S. R. et Pipkin F. M., Phys. Rev. Lett. **46**, 232 (1981).

McIntyre D. H., Beausoleil R. G., Foot C. J., Hildum E. A., Couillaud B. et Hänsch T.W., Phys. Rev. A **39**, 4591 (1989).

Midwinter J. E. et Warner J., Brit. J. Appl. Phys. **16**, 1135 (1965).

Mohr P. J., Phys. Rev. A **23**, 2338 (1982).

Nez F. et al., Phys. Rev. Lett **69**, 2326 (1992).

Nez F. et al., *Europhys. Lett.* **24**, 635 (1993a).

Nez F., *Thèse de doctorat de l'Université Paris 6* (1993b).

Pachucki K., Leibfried D. et Hänsch T. W., *Phys. Rev. A* **48**, R1 (1993a).

Pachucki K., *Ann. Phys. (N.Y.)* **226**, 1 (1993b).

Pachucki K., *Phys. Rev. Lett* **72**, 3154 (1994).

Pal'chikov V. G., Sokolov Yu. L. et Yakovlev V. P., *JETP Lett.* **38**, 418 (1983).

Petley B. W., *Metrologia* **29**, 95 (1992).

Polzik E. S. et Kimble H. J., *Optics Lett.* **16**, 1400 (1991).

Robiscoe R. T. et Shyn T. W., *Phys. Rev. Lett.* **24**, 559 (1970).

Salpeter E. E., *Phys. Rev.* **87**, 328 (1952).

Sapirstein J. R., *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1723 (1981).

Sapirstein J. R. et Yennie D. R., in *Quantum Electrodynamics* (T. Kinoshita ed.), World Scientific Publ. Co., Singapore (1990).

Series G.W., in *The Hydrogen atom* (G.F. Bassani, M. Inguscio et T.W. Hänsch eds.), Springer-Verlag, Berlin (1989).

Simon G. G., Schmitt Ch., Borkowski F. et Walther V. H., *Nucl. Phys.* **A333**, 381 (1980).

Thompson C. D., Woodman G. H., Foot C. J., Hannaford P., Stacey D. N. et Woodgate G. K., *J. Phys. B* **25**, L1 (1992).

Triebwasser S., Dayhoff E. S. et Lamb W. E., *Phys. Rev.* **89**, 98 (1953).

Vasilenko L. S., Chebotayev V. P. et Shishaev A. V., *JETP Lett.* **12**, 113 (1970).

Velsko S. P., Webb M., Davis L. et Huang C., IEEE J. Quantum Electron. **QE-27**, 2182 (1991).

Weitz M., Schmidt-Kaler F. et Hänsch T. W., Phys. Rev. Lett. **68**, 1120 (1992).

Weitz M., Huber A., Schmidt-Kaler F., Leibfried D. et Hänsch T. W., Phys. Rev. Lett. **72**, 328 (1994).

Wieman C. et Hänsch T. W., Phys. Rev. A **22**, 192 (1980).

Wood B. J. et Wise H., J. Phys. Chem. **66**, 1049 (1962).

Wu B., Chen N., Chen C., Deng D., et Xu Z., Opt. Lett. **14**, 1080 (1989).

Zimmermann C., Kallenbach R., Hänsch T. W. et Setberg J., Optics Comm. **71**, 229 (1989).

Continuous wave laser at 205 nm: application to the measurement of the ground state Lamb shift in atomic hydrogen

Abstract

The subject of this thesis is the construction of an experimental setup for the measurement of a violet continuous wave laser at 205 nm for the measurement of the ground state Lamb shift in atomic hydrogen. Chapter 1 deals with the Lamb shift from an historical point of view and with the interest of its measurement for metrology and tests of quantum electrodynamics. Chapter 2 is devoted to the theory of the hydrogen atom. The

The principle of the experiment is based on the comparison of two frequencies which are the sum of those of the two-photon transitions $2S-6S$ or $2S-6D$ and $1S-3S$. Chapter 3 describes the experimental set up used to measure the $2S-6D$ transition which is excited by a second harmonic of the 205 nm laser. Chapter 4 describes the $1S-3S$ transition

linear crystals placed in enhancement cavities. Chapter 4 is entirely devoted to the frequency doubling. After a recall of non linear optics, the enhancement cavities are described in detail, as well as the results we achieved. At last, chapter 5 describes the research for a signal on the $1S-3S$ transition: the construction of a ground state atomic beam, and the development of the detection system. This work has led to a preliminary measurement of the ground state Lamb shift in atomic hydrogen.

Keywords: 205 nm laser, spectroscopy of the hydrogen atom

whose result is in very good agreement with both the previous measurements and the most recent theoretical results.

Key words

- violet continuous wave laser
- spectroscopy of the hydrogen atom
- second harmonic generation
- Lamb shift

Scène BOUZEIX

2) Le séquençage à 205 nm appliqué à la mesure de la polarisation de la lumière.

« Résumé »

Le séquençage à 205 nm appliqué à la mesure de la polarisation de la lumière est étudié dans ce chapitre. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus avec un laser à 820 nm. Le rayonnement à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition $1S \rightarrow 3S$ est obtenu en doublant deux fois la fréquence du laser titane saphir. Ces deux doublages successifs sont faits dans des cristaux non linéaires placés dans des cavités de suspension externes. Le chapitre 4 est entièrement consacré aux doublages de fréquence et après des rappels théoriques d'optique non linéaire, les deux cavités sont présentées en détail, ainsi que les résultats obtenus. Enfin, le chapitre 5 présente toute la recherche du signal sur la transition $1S \rightarrow 3S$, la construction d'un jet d'atomes dans l'état fondamental et la mise au point du système de détection. Ce travail a permis d'obtenir une première publication internationale et de commencer à travailler avec l'atome de vanadyle.

Le séquençage à 205 nm appliqué à la mesure de la polarisation de la lumière est étudié dans ce chapitre. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus avec un laser à 820 nm. Le rayonnement à 205 nm nécessaire à l'excitation de la transition $1S \rightarrow 3S$ est obtenu en doublant deux fois la fréquence du laser titane saphir. Ces deux doublages successifs sont faits dans des cristaux non linéaires placés dans des cavités de suspension externes. Le chapitre 4 est entièrement consacré aux doublages de fréquence et après des rappels théoriques d'optique non linéaire, les deux cavités sont présentées en détail, ainsi que les résultats obtenus. Enfin, le chapitre 5 présente toute la recherche du signal sur la transition $1S \rightarrow 3S$, la construction d'un jet d'atomes dans l'état fondamental et la mise au point du système de détection. Ce travail a permis d'obtenir une première publication internationale et de commencer à travailler avec l'atome de vanadyle.

Mots clés

Scène BOUZEIX, séquençage à 205 nm, laser titane saphir, cristaux non linéaires, cavités de suspension externes, doublages de fréquence, optique non linéaire, transition $1S \rightarrow 3S$, jet d'atomes, détection.