



**HAL**  
open science

# Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique

Philippe Bouyer

► **To cite this version:**

Philippe Bouyer. Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 1995. Français. NNT: . tel-00011900

**HAL Id: tel-00011900**

**<https://theses.hal.science/tel-00011900>**

Submitted on 9 Mar 2006

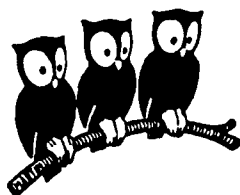
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY  
N° D'ORDRE : 3582

UNIVERSITE DE PARIS SUD  
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE**



**THÈSE**  
présentée  
pour obtenir

le **GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES**  
de l'Université Paris XI ORSAY

par  
**Philippe BOUYER**

Sujet de la thèse :

**CONFINEMENT PAR LASER D'ATOMES FROIDS DANS UNE CAVITÉ  
GRAVITATIONNELLE ET DANS UN PIÈGE À POMPAGE OPTIQUE**

Soutenue le 17 février 1995 devant le Jury :

**M. C. COHEN-TANNOUJDI** Président

**M. J. BAUDON**

Rapporteur

**M. J. VIGUÉ**

Rapporteur

**M. C. SALOMON**

Directeur de thèse

**M. J. DALIBARD**

**M. M. DESAINTFUSCIEN**

**M. C. WESTBROOK**

ORSAY  
N° D'ORDRE : 3582

UNIVERSITE DE PARIS SUD  
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE



THÈSE  
présentée  
pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES  
de l'Université Paris XI ORSAY

par  
Philippe BOUYER

Sujet de la thèse :

CONFINEMENT PAR LASER D'ATOMES FROIDS DANS UNE CAVITÉ  
GRAVITATIONNELLE ET DANS UN PIÈGE À POMPAGE OPTIQUE

Soutenue le 17 février 1995 devant le Jury :

M. C. COHEN-TANNOUJJI	Président
M. J. BAUDON	Rapporteur
M. J. VIGUÉ	Rapporteur
M. C. SALOMON	Directeur de thèse
M. J. DALIBARD	
M. M. DESAINTFUSCIEN	
M. C. WESTBROOK	

**There is no quantum world.  
There is only an abstract quantum  
physical description.**

N. Bohr, *Nature* **128**, 691 (1931)

A Monique, Luc et Johanna.



# Remerciements

Le travail qui a fait l'objet de ce mémoire a été effectué au Laboratoire Kastler Brossel de l'École Normale Supérieure, à partir de septembre 1991. Je remercie son ex-directeur, Jacques Dupont-Roc, de m'y avoir accueilli avec bienveillance et fait bénéficier de conditions de recherches exceptionnelles.

J'ai eu la chance de travailler dans l'équipe de Claude Cohen-Tannoudji, que je remercie de plus d'avoir accepté de présider le jury de ma soutenance de thèse. Il m'a fait profiter de son approche très intuitive et très profonde de la physique, qui lui permet de proposer des arguments simples et imagés aux problèmes physiques les plus complexes. La clarté de ses explications, aussi bien au Collège de France que lors de nos réunions de groupe hebdomadaires, m'a permis d'accéder à un domaine avec lequel je n'étais initialement pas familier.

Christophe Salomon a assuré la direction de cette thèse avec une disponibilité permanente, ne ménageant ni son temps, ni sa peine pour discuter les moindres problèmes qui pouvaient surgir. Il a guidé mes premiers pas dans la jungle des tiges et cables que sont les laboratoires et j'ai beaucoup appris de l'exceptionnel expérimentateur qu'il est. Il m'a surtout communiqué une partie de son enthousiasme débordant pour la physique expérimentale.

Une grande partie de ce travail n'aurait pu être réalisée sans l'aide de Jean Dalibard. J'ai pu profiter tout au long de ces trois années de son dynamisme et de sa disponibilité pour répondre à mes questions souvent candides. C'est à lui que revient la "paternité" du TROOP, et je lui suis très reconnaissant de m'avoir fait partager ses idées sur le sujet. Je le remercie tout particulièrement pour le regard attentif et critique qu'il a porté sur les premières versions du manuscrit.

Je remercie Jacques Vigué et Jacques Baudon d'avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteurs. Merci aussi à Michel Desaintfusien et à Chris Westbrook de l'intérêt qu'ils ont voulu porter à mes recherches en acceptant de faire partie du jury de soutenance.

J'ai partagé mes premières nuits d'expériences avec Carl Aminoff et Pierre Desbiolles. Je conserverai le souvenir des longs moments d'excitation et d'angoisse à la recherche des premiers signaux de rebonds d'atomes. J'ai aussi eu le plaisir de travailler quelques temps avec Andrew Steane, que je remercie particulièrement pour l'aide qu'il m'a apportée dans l'écriture de la partie de ce manuscrit concernant la cavité gravitationnelle.

J'ai eu la chance de travailler quelques semaines à Heidelberg, en Allemagne, avec Rudi Grimm, Johannes Söding, Andrea Fioretti et Yura Ovchinnikov. Ce fut pour moi une expérience

passionnante.

Je remercie Alain Michaud, Pierre Lemonde et Maxime Ben Dahan pour leur contribution à l'expérience sur le TROOP. Merci tout particulièrement à Pierre pour les corrections qu'il a apportées au manuscrit.

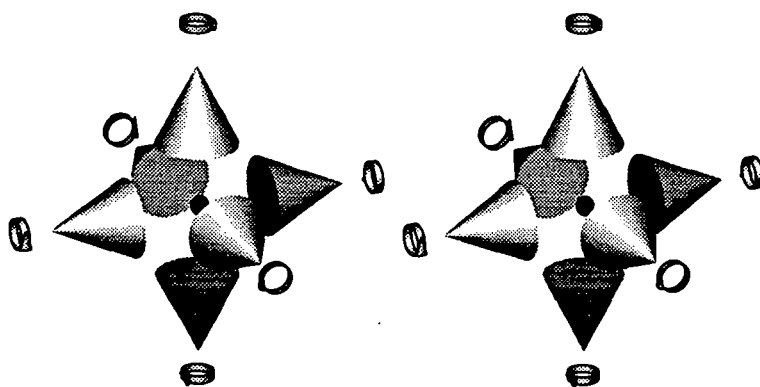
Je ne saurais oublier Yvan Castin, qui n'a pas hésité pas à répondre à toutes mes questions lors de la mise au point du programme de calcul de la force.

Je voudrais associer aux remerciements tous les membres de l'équipe avec lesquels j'ai partagé quelques paroles ou quelques instants : François Bardou, Kirstine Berg-Sørensen, Marc Olivier Brunel, Michael Drewsen, Olivier Emile, John Lawal, Brahim Lounis, David Meacher, Olivier Morice, Jacob Reichel, Bruno Saubaméa, Pascal Schriftgizer, José Tabosa, Guiglielmo Tino, Philippe Verkerk.

Les expériences décrites dans ce mémoire ont largement mis à contribution les services techniques et administratifs du laboratoire de physique de l'E.N.S. Je tiens à en remercier tous les membres et en particulier André Clouqueur, Claude Guillaume, Jean Lagadec, Bernard Laisné et Marc Antoine Rey, à Catherine Emo, Irène Brodschi et Michèle Sanchez à Jean François Point et Didier Courtiade et à Cécile Combier et Zaire Dissi d'avoir toujours su être disponibles au bon moment.

Merci à Nat pour les ultimes corrections d'orthographe

Merci à mes parents et à Johanna pour m'avoir soutenu pendant ces trois années, et spécialement à Johanna pour m'avoir nourri "à domicile" pendant les dernières semaines.



Louchez, et vous verrez en relief.

# Table des Matières

<b>Introduction générale</b>	<b>5</b>
<b>I Le piégeage des atomes neutres</b>	<b>11</b>
<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>Les forces radiatives résonnantes et le piégeage des atomes neutres</b>	<b>15</b>
1 Les forces radiatives sur un atome initialement au repos . . . . .	15
1.1 Position du problème . . . . .	15
1.2 Forces radiatives moyennes s'exerçant sur l'atome . . . . .	16
1.3 Réponse du dipôle atomique à une excitation monochromatique	18
2 Application des forces radiatives au piégeage des atomes neutres . .	23
2.1 Utilisation de la force dipolaire . . . . .	23
2.2 Utilisation de la pression de radiation ; le théorème de Gauss Optique . . . . .	24
<b>Conclusion</b>	<b>27</b>
<b>II Réalisation d'un cavité gravitationnelle</b>	<b>31</b>
<b>Introduction</b>	<b>33</b>
<b>1 Construction d'un laser Titane-Saphir</b>	<b>35</b>
1.1 La cavité laser . . . . .	36
1.1.1 Dimensions approximatives de la cavité . . . . .	36
1.1.2 Composants optiques . . . . .	37
1.1.3 Géométrie de la cavité . . . . .	37
1.2 Le laser de pompe . . . . .	44
1.3 Fonctionnement monomode de la cavité . . . . .	46
1.3.1 La sélection en fréquence . . . . .	46
1.4 Procédure de réglage optique . . . . .	49
1.4.1 Alignement grossier . . . . .	49

1.4.2	Réglage des focalisations . . . . .	51
1.4.3	Réglage de l'étalon épais . . . . .	54
1.4.4	Autres éléments . . . . .	55
1.4.5	Remarques concernant la focalisation de l'argon . . . . .	55
1.4.6	Remarques et conseils . . . . .	55
1.5	Stabilisation et Balayage en fréquence du laser . . . . .	56
1.5.1	Principe généraux des asservissements . . . . .	56
1.5.2	Asservissement du Fabry-Perot épais . . . . .	58
1.5.3	Asservissement de la fréquence du laser . . . . .	59
1.6	Performances du laser . . . . .	60
1.6.1	Puissance du laser . . . . .	60
1.6.2	Accordabilité du laser . . . . .	61
<b>2</b>	<b>La cavité gravitationnelle</b>	<b>65</b>
2.1	Le miroir à atomes . . . . .	66
2.1.1	L'onde évanescente . . . . .	66
2.1.2	Calcul du champ électrique dans l'onde évanescente . . . . .	67
2.1.3	Etude de l'interaction entre un atome à deux niveaux et l'onde évanescente . . . . .	69
2.2	La cavité à atomes : étude du mouvement . . . . .	75
2.2.1	Ordre de grandeur des différents paramètres . . . . .	75
2.2.2	Etude de la trajectoire des atomes dans la cavité . . . . .	76
2.2.3	Profondeur transverse de la cavité gravitationnelle . . . . .	81
2.3	Le dispositif expérimental . . . . .	82
2.3.1	Le four . . . . .	84
2.3.2	La zone de ralentissement . . . . .	84
2.3.3	La zone de piège et la cavité gravitationnelle . . . . .	86
2.4	Déroulement de l'expérience . . . . .	89
2.5	Résultats et Analyse . . . . .	92
2.5.1	Premières expériences . . . . .	92
2.5.2	Expériences à très basse température . . . . .	95
2.5.3	Efficacité du miroir en fonction du désaccord . . . . .	98
2.5.4	Etude de l'influence de la lumière diffusée . . . . .	108
2.5.5	Etude de l'effet du pompage vers $F=3$ . . . . .	111
2.5.6	Etude de l'effet de la pression . . . . .	113
	<b>Conclusion</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Multiple reflection of cold cesium atoms on a parabolic electroma- gnetic mirror</b>	<b>121</b>

<b>B Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity</b>	<b>129</b>
<b>III Un nouveau piège à pression de radiation</b>	<b>139</b>
<b>Introduction</b>	<b>141</b>
<b>1 Le TROOP : théorie</b>	<b>143</b>
1.1 Etude d'un piège à faisceaux divergents : cas d'un atome à deux niveaux	143
1.1.1 Force exercée par une onde divergente sur un atome à deux niveaux . . . . .	143
1.1.2 Etude du piégeage à une dimension . . . . .	144
1.1.3 Les dangers de la troisième dimension . . . . .	146
1.1.4 Le cas d'un piège à quatre faisceaux . . . . .	147
1.1.5 Conclusion . . . . .	149
1.2 Cas d'un piège à faisceaux alternés . . . . .	149
1.2.1 Le cas d'une transition $0 \rightarrow 1$ . . . . .	149
1.2.2 Etude du piégeage sur une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ . . . . .	151
1.2.3 Etude du piégeage sur une transition atomique $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ . . . . .	158
1.2.4 Etude du mouvement dans le TROOP à faisceaux alternés . . . . .	163
1.2.5 Caractéristiques du piège . . . . .	168
1.3 Approche qualitative du TROOP . . . . .	170
1.3.1 Position du problème . . . . .	170
1.3.2 Cas où tous les faisceaux ont la même hélicité . . . . .	172
1.3.3 Cas où les faisceaux ont une hélicité différente . . . . .	174
1.4 Calcul numérique de la force à vitesse nulle . . . . .	176
1.4.1 La configuration des faisceaux . . . . .	176
1.4.2 Force au voisinage du centre du piège . . . . .	177
1.4.3 Importance de la configuration de polarisation et de la phase des faisceaux . . . . .	178
1.4.4 Estimation de la constante de raideur pour différentes transitions . . . . .	182
1.4.5 Recherche des paramètres optimaux du TROOP . . . . .	182
1.4.6 Conclusion . . . . .	183
<b>2 Le TROOP : expérience</b>	<b>185</b>
2.1 Le dispositif expérimental . . . . .	185
2.1.1 La cellule de césium . . . . .	185
2.1.2 Les lasers . . . . .	186
2.1.3 Les outils d'analyse du piège . . . . .	191
2.2 Etude expérimentale du TROOP . . . . .	203

2.2.1	Méthode d'alignement et de réglage du piège . . . . .	203
2.2.2	Rôle de la pression du gaz résiduel . . . . .	204
2.2.3	Observation du TROOP . . . . .	204
<b>Conclusion</b>		<b>217</b>
<b>A Polarisation d'une onde divergente</b>		<b>219</b>
A.1	Rappels d'optique géométrique . . . . .	219
A.1.1	Dérivation de l'équation de l'eikonale . . . . .	219
A.1.2	Définition des rayons lumineux . . . . .	220
A.1.3	Propriétés de la propagation des amplitudes du champ . . . . .	221
A.2	Propriétés d'une onde sphérique . . . . .	221
A.3	Le cas des faisceaux Gaussiens . . . . .	224
<b>B Programme de calcul de la force à vitesse nulle</b>		<b>227</b>
<b>C An Atom Trap Relying on Optical Pumping</b>		<b>243</b>
<b>Conclusion générale</b>		<b>255</b>
<b>A L'atome de césium</b>		<b>257</b>
A.1	Etude de la structure hyperfine . . . . .	257
A.2	Largeur naturelle de l'état excité, fréquence de Rabi et intensité de saturation . . . . .	258
A.3	Probabilités d'excitation entre niveaux hyperfins . . . . .	259
A.4	Coefficients de Clebsch-Gordan . . . . .	259
A.5	Facteur de Landé . . . . .	260
A.6	Valeurs numériques pour l'atome de Césium sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$ . . . . .	261

# Introduction générale

L'idée de l'influence de la lumière sur le mouvement des particules matérielles est très ancienne [1, 2]. Elle est basée sur l'échange d'impulsion entre le rayonnement et la lumière qui peut conduire à un refroidissement (affinement de la vitesse autour d'une vitesse moyenne) ou à un piégeage (confinement dans l'espace). La première expérience mettant en évidence l'action de la lumière sur les atomes fut réalisée par R. Frisch : un jet d'atomes de sodium était dévié sous l'effet du rayonnement d'une lampe à décharge de sodium [3]. La vitesse de recul  $\hbar k/M$ , c'est à dire vitesse induite par l'absorption ou l'émission d'un photon de fréquence  $\omega = k/c$  est de l'ordre de quelques cm/s. L'observation de tels phénomènes restait donc difficile, les vitesses mises en jeu étant beaucoup plus faibles que les vitesses thermiques à température ambiante (quelques centaines de m/s). L'avènement des lasers continus accordables, capables de saturer une transition atomique permise, comme une raie de résonance, et par conséquent de répéter ce processus élémentaire un grand nombre de fois par unité de temps, a permis de réaliser des expériences spectaculaires en agissant de façon appréciable sur les degrés de liberté externes de l'atome.

On sait ainsi depuis une dizaine d'années ralentir de nombreuses espèces atomiques ; alcalins, alcalino-terreux, gaz rares portés dans un niveau métastable. Ce ralentissement est obtenu en éclairant le jet atomique à contre courant par un faisceau laser résonnant avec une transition atomique  $g \leftrightarrow e$ . Il conduit à un ensemble d'atomes de vitesse moyenne ajustable, éventuellement nulle, avec une dispersion autour de cette vitesse moyenne très faible.

Si on utilise deux faisceaux se propageant en sens inverse et désaccordés en dessous de la résonance atomique, il est possible d'obtenir un refroidissement ; le refroidissement Doppler, dont le principe a été suggéré en 1975 [4, 5]. Il est aussi possible de l'appliquer à trois dimensions dans des *mélasses optiques*. Dix-neuf ans après cette proposition initiale, le refroidissement Doppler reste pour les ions le moyen le plus utilisé pour obtenir une agitation thermique minimale. Pour les particules neutres, en revanche, il a été découvert en 1988 des processus de refroidissement nettement plus efficaces. Ce sont d'abord les processus sub-Doppler qui ont lieu dans certaines configurations (*effet Sisyphe et gradients de polarisation* [6, 7]), puis les processus permettant d'obtenir des vitesses inférieures à la vitesse de recul (*piégeage cohérent de population sélectif en vitesse* [8] et *refroidissement Raman* [9]) qui permettent maintenant d'obtenir des températures inférieures au microKelvin.

Dans les mélasses optiques présentées ci-dessus, le seul effet de confinement produit est dû à la force de friction : les atomes effectuent une marche au hasard dans le volume défini par l'intersection des six faisceaux laser, et la densité est pratiquement uniforme dans ce volume. Pour certaines applications, il peut être utile d'avoir des

nuages atomiques plus compacts et plus denses. Il faut donc créer une force de rappel. La première expérience de piégeage des particules neutres à l'aide de la lumière a permis de réaliser un piège utilisant la force dipolaire [10], qui est proportionnelle au *gradient d'intensité* de l'onde laser. Ce piège consistait simplement en une onde laser progressive fortement focalisée. Si la fréquence de l'onde laser est inférieure à la fréquence atomique, l'atome est attiré vers les zones de haute intensité, donc vers le foyer de l'onde. Malheureusement, les fluctuations de ce type de force entraînent un chauffage, il est donc nécessaire d'avoir un refroidissement additionnel. On peut aussi diminuer ce chauffage en augmentant le désaccord de l'onde laser, mais seul les atomes d'énergie très basse sont alors capturés (on parle d'un *piège peu profond*). De plus, du fait de la nécessité de focaliser fortement l'onde laser, le volume de capture caractéristique d'un tel piège est très petit.

Il semblait alors fort intéressant de pouvoir piéger les atomes en utilisant non plus la force dipolaire, mais la pression de radiation résonnante, qui peut se relier au *gradient de phase* de l'onde laser. Il est en effet possible d'obtenir une force importante sur une grande échelle de longueur, ce qui permet d'augmenter sensiblement le volume de capture. Une première proposition a été faite en 1982 dans cette direction pour un atome à deux niveaux. Elle visait à utiliser six ondes progressives divergentes pour créer une force de rappel. Malheureusement, dès l'année suivante, cette proposition était infirmée par le théorème de Gauss optique [11] qui se généralisait d'ailleurs à l'impossibilité d'utiliser seulement la pression de radiation pour confiner spatialement les atomes. Néanmoins, dès l'année suivante, plusieurs méthodes furent proposées pour contourner ce problème [12] et en 1986, l'idée du Piège Magnéto-Optique émergea [13, 14]. L'ajout d'un champ magnétique à une configuration statique d'ondes laser monochromatiques (une mélasse optique) permet de s'affranchir du théorème de Gauss car la force n'est alors plus proportionnelle au vecteur de Poynting. Le point fort d'un tel piège est que pour un laser désaccordé en dessous de résonance, il conjugue à la fois les effets de piégeage induit par le gradient de champ magnétique et de refroidissement performant qui permet d'obtenir des températures de l'ordre de quelques microKelvins [15, 16]. Au cours du travail présenté dans ce mémoire, nous avons mis en évidence un nouveau piège à pression de radiation qui n'utilise aucun champ magnétique. Il est basé sur l'effet conjugué du pompage optique et d'ondes laser divergentes.

Parmi les applications de tels nuages atomiques denses et froids, la première envisagée concerne la métrologie du temps et des fréquences [17]. On sait en effet piéger et refroidir l'atome de césium, qui est l'étalon primaire de temps. La largeur de la résonance atomique, et donc la résolution du système, étant inversement proportionnelle au temps d'interaction, les atomes froids sont donc d'excellents candidats pour réaliser des horloges beaucoup plus performantes que les horloges actuelles.

Les atomes froids forment aussi un milieu extrêmement intéressant pour l'optique non linéaire : les atomes ou les molécules d'un milieu gazeux ont toujours été de bons candidats pour de telles études, car ils présentent de fortes non linéarités au voisinage de leur transition de résonance. Néanmoins, à température ambiante, les susceptibilités non linéaires sont limitées par l'élargissement Doppler des résonances, il faut donc travailler à grand désaccord. Les atomes froids permettent de travailler à des désaccords beaucoup plus faibles, et donc avec des susceptibilités beaucoup plus importantes.



Notons pour finir cette revue un sujet qui a été l'un des thèmes marquants de ces dernières années : l'optique et l'interférométrie atomique [18, 19, 20, 21, 22, 23]. Le refroidissement des particules permet d'augmenter considérablement la longueur d'onde de de Broglie ( $\lambda_{dB} = h/Mv$ ) qui, pour des vitesses de l'ordre du cm/s sera d'une fraction de micromètre. Il est alors possible de fabriquer des microstructures comme des fentes d'Young, des zones de Fresnel ou des réseaux pour ondes atomiques [24, 23] avec une facilité accrue par rapport aux structures utilisables sur un jet atomique [19]. On peut aussi réaliser des lames séparatrices par différentes méthodes et ainsi faire interférer les ondes de matières [22]. Ces interféromètres atomiques sont très prometteurs, car leur sensibilité peut être à terme beaucoup plus grande que celle des interféromètres optiques.

On sait aussi depuis quelques années utiliser la lumière pour former des miroirs à atomes [25, 26]. On utilise pour cela une onde évanescente à l'interface entre un diélectrique et le vide. Cette onde est désaccordée au dessus de la résonance atomique de telle sorte qu'un atome s'approchant de la paroi voit un potentiel répulsif. Seuls les atomes ayant des vitesses normales à la surface suffisamment faibles pourront rebondir au lieu de se coller sur le diélectrique. Nous présentons dans ce mémoire une utilisation d'un tel miroir pour réaliser une cavité gravitationnelle.

Ce mémoire est consacré à la présentation de deux nouveaux types de piège à atomes neutres.

- Le premier utilise un miroir à onde évanescente pour former une cavité pour atomes. Grâce à la gravité, une telle cavité peut ne comporter qu'un seul miroir, qui sera courbé pour assurer la stabilité du mouvement paraxial [27]. Ce travail constitue la première démonstration du confinement paraxial des atomes dans ce type de piège, les expériences antérieures n'ayant permis d'observer que deux rebonds [28, 29]. Maintenant, cette génération de piège prend un essor important, en particulier en connexion avec l'interférométrie atomique. Notons de plus que les propriétés d'un tel piège sont remarquables pour mener des expériences où l'on pourrait atteindre un régime où la nature quantique de l'atome (Boson ou Fermion) jouerait un rôle fondamental. En effet, cette cavité gravitationnelle est très proche d'une cavité Fabry-Perot pour les atomes. Les modes pour ondes de matières qui existent dans celle-ci ont été calculés récemment [27] et l'obtention de très longs temps de stockage des atomes devrait en permettre l'étude.
- Le second est un nouveau piège à pression de radiation basé sur l'action conjuguée du pompage optique et d'ondes laser divergentes ; le TROOP (*Trap Relying On Optical Pumping*). Pour toutes les expériences de spectroscopie à haute résolution, de métrologie ou d'interférométrie atomique, il est fondamental d'obtenir une source d'atomes la plus froide et la plus dense possible. Le piège le plus simple actuellement capable de remplir ces deux conditions est le Piège Magnéto-Optique (PMO). Malheureusement, il utilise un champ magnétique, ce qui risque de perturber les applications nécessitant un environnement magnétique très bien contrôlé. Ainsi, dans les expériences actuelles visant à réaliser une horloge à atomes froids en fontaine, la source utilisée est une simple mélasse optique. Nous présentons ici un piège à pression de radiation sans champ magnétique. Il consiste en six ondes divergentes polarisées circulairement. La structure

interne de l'atome est importante car c'est le pompage optique sur les différents sous niveaux Zeeman qui permet de contourner le théorème de Gauss appliqué à l'optique. Ce piège peut constituer une excellente source pour des expériences de piégeage cohérent de population sélectif en vitesse, processus également très sensible aux inhomogénéités magnétiques ; on pourrait alors combiner un très bon confinement spatial avec un refroidissement très performant, permettant ainsi d'accroître encore la densité dans l'espace des phases [30].

Dans la première partie de ce manuscrit, nous rappellerons le principe des forces radiatives et nous introduirons les différents types de piège à atomes. Nous rappellerons enfin le théorème de Gauss appliqué à l'optique [11] tout en présentant les différents moyens de le contourner.

La deuxième partie du manuscrit est consacrée à l'étude de la cavité gravitationnelle. Nous commencerons par présenter le laser à saphir dopé au titane qui a été construit pour réaliser l'onde évanescente produisant le miroir à atomes. Nous expliquerons ensuite le fonctionnement d'un tel miroir, et les différents paramètres à considérer pour que le rebond se fasse dans les meilleures conditions de spécularité. Nous présenterons alors la cavité gravitationnelle par une étude simple du mouvement paraxial. Nous décrirons ensuite le dispositif expérimental utilisé pour l'étude de ce mouvement paraxial sur le césium. Finalement, nous donnerons les résultats obtenus ainsi qu'une étude détaillée des pertes qui se produisent pendant l'évolution des atomes dans la cavité.

La troisième partie du manuscrit concerne le TROOP (*Trap Relying On Optical Pumping*), un nouveau piège à pression de radiation fondé sur la combinaison de l'effet des ondes divergentes et du pompage optique entre les différents sous niveaux Zeeman du niveau fondamental d'une transition  $J_g > 0 \rightarrow J_g + 1$ . Nous commencerons par une description théorique de ce piège, d'abord dans le cas d'un piège alterné sur une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Ceci nous permettra d'établir des formules analytiques qui souligneront l'importance du pompage optique pour créer la force de rappel. Cette étude nous permettra aussi de prévoir les températures à l'intérieur d'un tel piège et de mettre en évidence les différents paramètres importants pour sa réalisation. Nous finirons la présentation théorique par une approche qualitative du TROOP à six faisceaux. Nous décrirons ensuite le dispositif expérimental utilisé pour étudier ce piège et nous présenterons les résultats qui démontrent le fonctionnement de celui-ci et confirment l'approche qualitative.

# Bibliographie

- [1] Kepler a observé en 1619 que la queue des comètes pointait toujours dans une direction opposée au soleil.
- [2] A. Einstein, *Phys. Z.* **18**, 121 (1917)
- [3] R. Frisch, *Phys. Z.* **86**, 42 (1933)
- [4] T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975)
- [5] D. Wineland and H. Dehmelt, *B.A.P.S.* **20**, 637 (1975)
- [6] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A.* **B6**, 2023 (1989)
- [7] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6**, 2023 (1989)
- [8] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988)
- [9] M.A. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992)
- [10] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986)
- [11] A. Ashkin and J. Gordon, *Opt. Lett.* **8**, 511 (1983)
- [12] D.E. Pritchard, E.L. Raab, V. Bagnato, C.E. Wieman and R.N. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57-3**, 310-313 (1986)
- [13] J. Dalibard, *Helsinki workshop on laser manipulation of atoms Helsinki*, unpublished (1986)
- [14] E.L. Raab, M. Prentis, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 407 (1987)
- [15] A.M. Steane and C.J. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991)
- [16] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison and C. Salomon, *Applied Phys.* **B 59**, 283 (1994)
- [17] A. Clairon, C. Salomon, S. Guelatti and W.D. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991)
- [18] O. Carnal, M. Sigel, T. Sleator, H. Takuma and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3231 (1991)

- 
- [19] D.W. Keith, C.R. Ekstrom, Q.A. Turchette and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991)
- [20] J. Robert, Ch. Miniatura, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, V. Bocvarski and J. Baudon, *Europhys. Lett.* **16**, 29 (1991)
- [21] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Hemcke and C. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991)
- [22] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991)
- [23] F. Shimizu, *Phys. Rev. A* **46**, Rapid Comm. R17 (1992)
- [24] O. Carnal and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 2689 (1991)
- [25] R.J. Cook and R.K. Hill, *Opt. Comm.* **43**, 258 (1982)
- [26] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov and A.I. Sidorov, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988)
- [27] H. Wallis, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys.* **B54**, 1 (1992)
- [28] M.A. Kasevich, D.S. Weiss and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990)
- [29] K. Helmerson, S.L. Rolston, L. Goldner and W.D. Phillips, in *Optics and Interferometry with Atomes, Book of Abstracts*, Konstanz (1992)(unpublished)
- [30] M. Ol'shanii, communication privée (1994)

1

# Le piégeage des atomes neutres



# Introduction

Nous décrivons dans cette partie les caractéristiques des forces s'exerçant sur des atomes éclairés par un faisceau laser résonnant ou quasi-résonnant. Nous nous intéresserons plus particulièrement à leurs applications au piégeage des particules neutres.

Nous commencerons par rappeler la valeur de la force moyenne agissant sur un atome au repos. Cette force peut se décomposer en deux parties : la partie réactive ou force dipolaire et la partie dissipative ou force de pression de radiation.

Nous indiquerons les propriétés de ces deux types de force :

- La force dipolaire dérive d'un potentiel et peut s'interpréter comme une redistribution de photons entre ondes planes.
- La force de pression de radiation correspond à l'impulsion échangée entre l'atome et les photons de l'onde laser lors des cycles de fluorescence. Elle peut s'exprimer, sous certaines conditions, directement en fonction du vecteur de Poynting du champ lumineux.

Nous étudierons ensuite la possibilité de piéger ces particules neutres à l'aide des forces radiatives. Nous nous intéresserons dans un premier temps à l'utilisation des forces dipolaires liées au gradient d'intensité lumineuse pour confiner les atomes neutres [1]. La première réalisation d'un tel piège date de 1986 [2]. Le piège dipolaire présente deux difficultés : d'une part, il ne comporte pas de mécanisme de refroidissement et le chauffage induit par les fluctuations de la force limite la durée de vie du piège ; d'autre part, les puits de potentiel que l'on peut réaliser sont peu profonds (quelques milliKelvins) et seuls des atomes très lents peuvent s'y trouver confinés. Nous indiquerons ensuite que la force dipolaire, ou plus précisément les déplacements lumineux, peut être à l'origine d'effets divers comme l'existence de réseaux ordonnés d'atomes, ou la création de *boîtes* à atomes. Nous finirons en introduisant le miroir électromagnétique qui sera plus amplement discuté dans la partie II de ce mémoire.

Nous nous intéresserons enfin à la possibilité d'utiliser la pression de radiation pour piéger les atomes. Nous verrons qu'il s'agit d'un problème délicat limité par les propriétés de proportionnalité de la pression de radiation au vecteur de Poynting. Nous énoncerons ces limitations à travers le théorème de Gauss appliqué à l'optique [3]. Nous verrons qu'il est néanmoins possible de contourner cette restriction [4] en utilisant, par exemple, l'effet d'un gradient de champ magnétique, qui est à l'origine du piège magnéto-optique [5, 6]. Nous finirons en introduisant un autre moyen de contourner le théorème de Gauss en tirant parti du pompage optique créé par des ondes laser de polarisations différentes. Ce type de piège sera présenté dans la partie III de ce manuscrit.



# Les forces radiatives résonnantes et le piégeage des atomes neutres

Dans ce chapitre, nous allons décrire les caractéristiques des forces s'exerçant sur un atome éclairé par un faisceau laser résonnant ou quasi-résonnant. Nous utiliserons l'approche semi-classique dans laquelle l'état interne de l'atome est traité quantiquement et sa position classiquement. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la valeur moyenne  $\mathcal{F}(\mathbf{r})$  de la force agissant sur un atome au repos. Cette force est décomposée en deux parties, une partie réactive ou **force dipolaire** et une partie dissipative ou **pression de radiation**.

## 1 Les forces radiatives sur un atome initialement au repos

### 1.1 Position du problème

On considère un champ classique  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$  monochromatique :

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \underbrace{\mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{r})e^{-i\omega_L t}}_{\text{partie de fréquence positive}} + \underbrace{\mathcal{E}^{(-)}(\mathbf{r})e^{+i\omega_L t}}_{\text{partie de fréquence negative}} \quad (\text{I.-1})$$

avec  $\omega_L = 2\pi(c/\lambda)$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser. Le couplage *atome-champ laser*, responsable des processus d'absorption et d'émission stimulée, s'écrit :

$$\begin{aligned} V_{AL} &= -\mathbf{D} \cdot \mathcal{E}(\mathbf{R}, t) \\ &= -\left( \mathbf{D}^+ \cdot \mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{R})e^{-i\omega_L t} + \mathbf{D}^+ \cdot \mathcal{E}^{(-)}(\mathbf{R})e^{+i\omega_L t} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{D}^- \cdot \mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{R})e^{-i\omega_L t} + \mathbf{D}^- \cdot \mathcal{E}^{(-)}(\mathbf{R})e^{+i\omega_L t} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.-2})$$

où  $\mathbf{R}$  représente l'opérateur position du centre de masse et  $\mathbf{D}$  l'opérateur dipôle électrique.  $\mathbf{D}^+$  et  $\mathbf{D}^-$  sont respectivement les parties montantes (*transition vers des états d'énergie supérieure*) et descendantes (*transition vers des états d'énergie inférieure*) de ce dipôle. En l'absence de champ laser et d'émission spontanée,  $\mathbf{D}^+$  précesse en  $e^{i\omega_0 t}$  et  $\mathbf{D}^-$  en  $e^{-i\omega_0 t}$  où  $\omega_0$  représente la fréquence de résonance de la transition atomique. Nous allons supposer  $|\omega_L - \omega_0| \ll \omega_0$ , ce qui revient à dire que le champ laser est quasi-résonnant avec la transition atomique. Nous pouvons alors négliger les



termes en  $\mathbf{D}^+ \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(-)}$  et  $\mathbf{D}^- \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(+)}$  qui oscillent à grande vitesse ; c'est l'approximation *du champ tournant*. Le couplage atome-laser (eq. I.-2) s'écrit alors :

$$V_{AL} = - \left( \mathbf{D}^+ \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(+)}(\mathbf{R}) e^{-i\omega_L t} + \mathbf{D}^- \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(-)}(\mathbf{R}) e^{+i\omega_L t} \right) \quad (\text{I.-3})$$

Nous pouvons maintenant écrire le hamiltonien du système atome+champ :

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + H_A + H_R + V_{AL} + V_{AR} \quad (\text{I.-4})$$

où  $H_A$  est le hamiltonien atomique interne de l'atome,  $H_R$  celui du champ électromagnétique quantifié :

$$H_R = \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} \quad (\text{I.-5})$$

où  $a_{\lambda}^{\dagger}$  et  $a_{\lambda}$  représentent les opérateurs destruction et création d'un photon du mode  $\lambda(\mathbf{k}, \boldsymbol{\varepsilon})$ , onde plane de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de polarisation  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Initialement, ces modes  $\lambda$  sont les modes vides du champ, par opposition aux modes laser.  $V_{AR}$  décrit le couplage entre l'atome et le champ électromagnétique quantifié (eq. I.-5), responsable en particulier de l'instabilité radiative du niveau atomique excité. Nous pouvons l'écrire avec les mêmes approximations que I.-3 :

$$V_{AR} = - \left( \mathbf{D}^+ \cdot \mathbf{E}^+(\mathbf{R}) + \mathbf{D}^- \cdot \mathbf{E}^-(\mathbf{R}) \right) \quad (\text{I.-6})$$

où  $\mathbf{E}^+$  et  $\mathbf{E}^-$  sont les parties de fréquence positive et négative de l'opérateur champ électrique :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^+(\mathbf{R}) &= - \sum_{\lambda} i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_0 L^3}} \boldsymbol{\varepsilon} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} a_{\lambda} \\ \mathbf{E}^-(\mathbf{R}) &= - \sum_{\lambda} i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_0 L^3}} \boldsymbol{\varepsilon} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}} a_{\lambda}^{\dagger} \end{aligned} \quad (\text{I.-7})$$

## 1.2 Forces radiatives moyennes s'exerçant sur l'atome

Pour calculer la force agissant sur un atome, nous allons utiliser une méthode semi-classique qui sera utilisée par la suite pour l'étude du piège à pompage optique (Partie III). Dans cette méthode, seul l'état interne de l'atome est traité quantiquement, on aboutit alors à une description classique du mouvement atomique.

Nous allons d'abord établir les équations du mouvement des opérateurs position  $\mathbf{R}$  et impulsion  $\mathbf{P}$  de l'atome pris du point de vue de Heisenberg :

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}} = \frac{i}{\hbar} [H, \mathbf{R}] = \frac{\mathbf{P}}{M} \quad (\text{I.-8})$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}} = \frac{i}{\hbar} [H, \mathbf{P}] = \mathbf{F} + \mathbf{F}' \quad (\text{I.-9})$$

avec

$$\mathbf{F} = \sum_{i=x,y,z} \left( D_i^+ \cdot \nabla_R \mathcal{E}_i^{(+)}(\mathbf{R}) e^{-i\omega_L t} + D_i^- \cdot \nabla_R \mathcal{E}_i^{(-)}(\mathbf{R}) e^{+i\omega_L t} \right) \quad (\text{I.-10})$$

appelé opérateur **force radiative** et

$$\mathbf{F}' = \sum_{i=x,y,z} \left( D_i^+ \cdot \nabla_R E_i^+(\mathbf{R}) + D_i^- \cdot \nabla_R E_i^-(\mathbf{R}) \right) \quad (\text{I.-11})$$

liée au couplage atome-modes autres que les modes laser.

Nous avons donc défini l'opérateur vitesse atomique (eq. I.-8) et l'expression des forces agissant sur l'atome (eq. I.-9). Nous allons maintenant étudier les valeurs moyennes des opérateurs force  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{F}'$  en réécrivant l'équation du mouvement de l'opérateur impulsion  $\mathbf{P}$  prise en valeur moyenne sur la fonction d'onde atomique (équation d'Ehrenfest) :

$$\langle \dot{\mathbf{P}} \rangle = M \langle \ddot{\mathbf{R}} \rangle = \sum_{i=x,y,z} \left\langle D_i^+ \cdot \nabla_R \mathcal{E}_i^{(+)}(\mathbf{R}) e^{-i\omega_L t} + D_i^- \cdot \nabla_R \mathcal{E}_i^{(-)}(\mathbf{R}) e^{+i\omega_L t} \right\rangle \quad (\text{I.-12})$$

On note  $\mathbf{r}_G$  le centre du paquet d'ondes atomique  $\langle \mathbf{R} \rangle$ . Il convient alors de considérer le mouvement du centre du paquet d'ondes (eq. I.-12) dans la limite des paquets d'ondes atomiques petits devant la longueur d'onde lumineuse :

$$\delta r \ll \lambda \quad (\text{I.-13})$$

De cette condition nous pouvons déduire que l'atome *ressent* sur l'étendue de son paquet d'ondes un champ laser qui varie très peu spatialement.

De plus, nous ne considérons ici que les atomes ayant des vitesses faibles, c'est à dire telles que l'évolution de leur état interne diffère peu de celle d'un atome au repos. Il faut pour cela que l'effet Doppler résiduel  $k\delta p/M$  soit petit devant tous les taux de relaxation caractéristiques de l'évolution atomique  $1/T_{\text{int}}$  :

$$k \frac{\|\delta \mathbf{p}\|}{M} \ll \frac{1}{T_{\text{int}}} \quad (\text{I.-14})$$

Nous pouvons remarquer qu'il est possible de réécrire (eq. I.-14) à partir de l'inégalité de Heisenberg  $\delta r \cdot \|\delta \mathbf{p}\| \geq \hbar/2$ , puis d'éliminer  $\delta r$  à partir de (eq. I.-13). On obtient alors :

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2M} \ll \hbar \Gamma \quad (\text{I.-15})$$

où  $\Gamma = 1/T_{\text{int}}$  représente la largeur naturelle des états atomiques excités.

Dans cette relation, le terme de gauche représente l'énergie de recul  $E_{\text{rec}}$  de l'atome lors de l'absorption d'un photon d'impulsion  $\hbar \mathbf{k}$ . Cette condition est presque toujours réalisée pour les transitions atomiques permises. On peut de plus montrer que sous l'effet des forces radiatives, la vitesse évolue sur une échelle de temps de l'ordre de  $T_{\text{ext}} = \hbar/E_{\text{rec}}$  [7], la condition de validité de l'inégalité de Heisenberg (eq. I.-15) entraîne alors une très grande différence entre les temps d'évolution des degrés de

liberté internes et externes de l'atome <sup>(1)</sup> qui nous permet de considérer que le dipôle atomique *a le temps* d'atteindre l'état stationnaire avant que  $\mathbf{r}_G$  et  $\mathbf{p}_G$  n'aient été modifiés appréciablement sous l'effet des forces radiatives.

Lorsque les conditions (eq. I.-13) et (eq. I.-14) sont remplies, il est possible de remplacer l'opérateur  $\mathbf{R}$  par sa valeur moyenne  $\mathbf{r}_G$  dans le second membre de I.-12. Nous pouvons donc simplement évaluer la force radiative classique, produit de la valeur moyenne du dipôle quantique par le gradient du champ évalué au centre du paquet d'ondes.

Enfin, on peut négliger  $\mathbf{F}'$  liée au couplage atome-champ quantifié. Pour montrer ce résultat, décomposons le champ quantifié en deux parties [8] :

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t) + \mathbf{E}_s(\mathbf{R}, t) \quad (\text{I.-16})$$

où  $\mathbf{E}_0(\mathbf{R}, t)$  représente le champ qu'il y aurait en l'absence d'atome. Comme l'état initial du rayonnement est supposé être le vide de photons,  $\mathbf{E}_0$  ne contribue pas à  $\langle \mathbf{F}' \rangle$ . Quand à  $\mathbf{E}_s(\mathbf{R}, t)$ , il représente le champ rayonné par l'atome. On peut montrer [9] que le gradient de  $\mathbf{E}_s$  est nul à l'emplacement de l'atome, ce qui revient à dire que la force exercée sur l'atome par son propre champ est nulle.

Finalement, nous pouvons écrire l'expression des forces s'exerçant sur l'atome à partir de la valeur moyenne de  $\mathbf{F}(\mathbf{R}, t)$  (eq. I.-10) :

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_G) = \langle \mathbf{F} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \left( \langle \mathbf{D}_j^+ \rangle \Big|_{st(\mathbf{r}_G)} \nabla \mathcal{E}_j^+(\mathbf{r}_G) e^{-i\omega_L t} + c.c. \right) \quad (\text{I.-17})$$

où  $\langle \mathbf{D}_j^+ \rangle \Big|_{st(\mathbf{r}_G)}$  désigne la valeur stationnaire du dipôle atomique au point  $\mathbf{r}_G$ . Cette valeur stationnaire est obtenue par résolution des équations de Bloch optiques [10]

### 1.3 Réponse du dipôle atomique à une excitation monochromatique

Pour calculer la force  $\mathcal{F}(\mathbf{r}_G)$  définie dans la section précédente (eq. I.-17), il faut évaluer la valeur moyenne stationnaire du dipôle atomique pour un atome au repos au point  $\mathbf{r}_G$ .

Nous négligeons ici tout effet de pompage optique, ce qui n'est plus possible pour des transitions  $J_g \rightarrow J_e$  avec  $J_g > 0$ . On peut toujours écrire la valeur stationnaire du dipôle atomique sous la forme :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{D}_{st}^+ \rangle = \chi(\omega_L, I) \mathcal{E}^{(-)}(\mathbf{r}_G) e^{i\omega_L t} \\ \langle \mathbf{D}_{st}^- \rangle = \chi^*(\omega_L, I) \mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{r}_G) e^{-i\omega_L t} \end{cases} \quad (\text{I.-18})$$

Les grandeurs conjuguées  $\chi$  et  $\chi^*$  représentent la susceptibilité du système atomique à la fréquence  $\omega_L$ . Ce sont des quantités scalaires si nous supposons le système atomique

<sup>(1)</sup>Ceci ne reste plus valable si l'on considère des atomes à la structure interne plus compliquée qui peut entraîner des temps de *pompage optique* beaucoup plus longs que la durée de vie de l'état excité. Nous aborderons plus loin le cas d'atomes ayant de telles structures internes.

isotrope, mais qui peuvent éventuellement dépendre de l'intensité du champ laser au point  $\mathbf{r}_G$ :

$$I(\mathbf{r}_G) = \mathcal{E}^{(+)}(\mathbf{r}_G) \cdot \mathcal{E}^{(-)}(\mathbf{r}_G) \quad (\text{I.-19})$$

Ces quantités étant scalaires, nous pouvons toujours les séparer en une partie réelle  $\chi'$  et une partie imaginaire  $\chi''$ .  $\chi'$  correspond à la partie réactive de la susceptibilité [11], responsable par exemple des déplacements de la fréquence atomique.  $\chi''$  correspond elle à la partie dissipative et est responsable des échanges d'énergie (seule partie reliée au travail fourni par le champ laser) :

$$\frac{dW}{dt} = \langle \mathcal{E} \cdot \frac{d\mathbf{D}}{dt} \rangle = -2\omega_L \chi''(\omega_L, I) I(\mathbf{r}_G) \quad (\text{I.-20})$$

On peut alors écrire la force  $\mathcal{F}$  sous la forme d'une partie réactive et d'une partie dissipative [12, 13]. La partie réactive correspond à la **force dipolaire** et s'écrit :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}}(\mathbf{r}_G) = \chi'(\omega_L, I) \sum_{j=x,y,z} \left( \mathcal{E}_j^{(-)} \nabla \mathcal{E}_j^{(+)} + \mathcal{E}_j^{(+)} \nabla \mathcal{E}_j^{(-)} \right) \quad (\text{I.-21})$$

La partie dissipative de la force s'appelle la **pression de radiation**, qui s'écrit maintenant :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}}(\mathbf{r}_G) = i\chi''(\omega_L, I) \sum_{j=x,y,z} \left( \mathcal{E}_j^{(-)} \nabla \mathcal{E}_j^{(+)} - \mathcal{E}_j^{(+)} \nabla \mathcal{E}_j^{(-)} \right) \quad (\text{I.-22})$$

### • Propriétés de la force dipolaire

Nous pouvons transformer l'expression de la force dipolaire (eq. I.-21) en utilisant l'expression de l'intensité (eq. I.-19). On constate que  $\mathcal{F}_{\text{dip}}$  s'écrit simplement :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}} = \chi'(\omega_L, I) \nabla I \quad (\text{I.-23})$$

C'est une force proportionnelle au gradient de l'intensité lumineuse. Nous pouvons de plus constater que cette force peut aussi bien attirer l'atome vers les régions de haute intensité (dans le cas où la fréquence du laser  $\omega_L$  est inférieure à la fréquence atomique ; c'est le cas d'un *désaccord* négatif, on parle d'onde désaccordée vers le *rouge* de la transition atomique) que vers les zones de basse intensité (cas d'un désaccord *bleu*).

Nous pouvons remarquer qu'il est possible de rendre  $\nabla I$  aussi grand que l'on veut, ce qui signifie que la force dipolaire ne sature pas.

Il est intéressant de noter que la force dipolaire dérive d'un potentiel :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}) \quad (\text{I.-24})$$

avec

$$U(\mathbf{r}) = \int_0^{I(\mathbf{r})} \chi'(\omega_L, I') dI' \quad (\text{I.-25})$$

Nous verrons par la suite une interprétation simple de ce potentiel dipolaire en terme de déplacements lumineux des niveaux d'énergie d'un atome à deux niveaux.

• **Propriétés de la pression de radiation**

Nous allons ici introduire le nombre de photons qui disparaît de l'onde laser par unité de temps :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\hbar\omega_L} \frac{dW}{dt} = \frac{P_L}{\hbar\omega_L} \quad (\text{I.-26})$$

A partir de l'expression de W donnée précédemment nous pouvons exprimer ce nombre de photons en fonction de la partie dissipative de la susceptibilité et ainsi trouver une formule simplifiée pour la pression de radiation :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = \hbar\mathcal{K} \frac{dN}{dt} = -\hbar\mathcal{K} \frac{2\chi''(\omega_L, I)I}{\hbar} \quad (\text{I.-27})$$

avec

$$\mathcal{K} = \frac{\omega_L(\mathcal{E}^{(-)} \times \mathcal{B}^{(+)} + \mathcal{E}^{(+)} \times \mathcal{B}^{(-)}) + i\nabla \times (\mathcal{E}^{(+)} \times \mathcal{E}^{(-)})}{2\mathcal{E}^{(+)} \cdot \mathcal{E}^{(-)}} \quad (\text{I.-28})$$

D'après (eq. I.-27),  $\hbar\mathcal{K}$  apparaît comme l'impulsion transférée à l'atome lors de l'absorption d'un photon laser, cet atome se trouvant en  $r_G$ .

**Remarques :**

(i) Nous pouvons exprimer  $\mathcal{K}$  dans le cas d'une onde plane progressive  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega_L t - \mathbf{k}_L \mathbf{r})$  :

$$\mathcal{K} = \mathbf{k}_L \quad (\text{I.-29})$$

On vérifie dans ce cas particulier que l'impulsion transférée par un photon laser à l'atome est bien  $\hbar\mathcal{K}$ .

(ii) Plus généralement, on peut montrer [14] que  $\mathcal{K}$  est aligné avec le vecteur de Poynting moyen :

$$\mathbf{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \left( \mathcal{E}^{(-)} \times \mathcal{B}^{(+)} + \mathcal{E}^{(+)} \times \mathcal{B}^{(-)} \right) \quad (\text{I.-30})$$

auquel on a rajouté le rotationnel<sup>(2)</sup> :

$$\mathcal{R} = \frac{i}{\omega_L \mu_0} \nabla \times (\mathcal{E}^{(+)} \times \mathcal{E}^{(-)}) \quad (\text{I.-31})$$

On peut donc écrire une relation de proportionnalité entre la pression de radiation et le *nouveau* vecteur de Poynting :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} \propto \hbar(\mathbf{\Pi} + \mathcal{R}) \frac{dN}{dt} \quad (\text{I.-32})$$

<sup>(2)</sup> On sait d'après l'équation de continuité  $\nabla \cdot \mathbf{\Pi} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  que le vecteur de Poynting est défini à un rotationnel près.

### Le cas d'un atome à deux niveaux

Nous allons maintenant appliquer les résultats obtenus précédemment au cas d'un atome à deux niveaux .

Pour obtenir l'expression de la force agissant sur l'atome, il faut d'abord calculer la susceptibilité  $\chi(\omega, I)$  de cet atome (eq. I.-18). Le dipôle atomique  $\mathbf{D}$  s'écrit en fonction de son élément de matrice réduit  $\mathbf{d}$  :

$$\mathbf{D} = \overbrace{\mathbf{d}|e\rangle\langle g|}^{\mathbf{D}^+} + \overbrace{\mathbf{d}|g\rangle\langle e|}^{\mathbf{D}^-} \quad (\text{I.-33})$$

où  $g$  et  $e$  représentent respectivement les états fondamentaux et excités de l'atome, séparés par l'énergie  $\hbar\omega_0$  avec  $\omega_0$  la *fréquence atomique* de la transition. La valeur moyenne du dipôle s'obtient alors à partir de la matrice densité atomique stationnaire  $\rho$  :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{D}^+ \rangle &= \text{Tr}(\mathbf{D}^+ \rho) = \mathbf{d} \rho_{ge} \\ \langle \mathbf{D}^- \rangle &= \text{Tr}(\mathbf{D}^- \rho) = \mathbf{d} \rho_{eg} \end{aligned} \quad (\text{I.-34})$$

cette matrice densité est obtenue à partir des équations de Bloch optiques [15, 16]. On obtient alors<sup>(3)</sup> :

$$\rho_{eg} = -\frac{\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(+)}(\mathbf{r}_G)/\hbar}{\delta + i\Gamma/2} \cdot \frac{1}{1 + s(\mathbf{r}_G)} e^{i\omega t} = \rho_{ge}^* \quad (\text{I.-35})$$

où  $\delta = \omega_L - \omega_0$  représente le désaccord du laser et  $s(\mathbf{r}_G)$  le paramètre de saturation qui vaut :

$$s(\mathbf{r}_G) = \frac{2(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(+)}(\mathbf{r}_G))(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(-)}(\mathbf{r}_G))/\hbar^2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{I.-36})$$

Nous pouvons introduire ici la fréquence de Rabi :

$$\Omega(\mathbf{r}) = 2 \frac{\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(+)}(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (\text{I.-37})$$

Le paramètre de saturation s'écrit alors simplement :

$$s(\mathbf{r}_G) = \frac{\Omega^2(\mathbf{r}_G)/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{I.-38})$$

Nous trouvons finalement la susceptibilité de l'atome :

$$\chi(\omega_L, I) = -\frac{\|\mathbf{d}\|^2/\hbar}{\delta - i\Gamma/2} \cdot \frac{1}{1 + s(\mathbf{r}_G)} \quad (\text{I.-39})$$

<sup>(3)</sup>Nous n'explicitons pas ici les calculs pour obtenir l'état stationnaire du système, ceux ci seront donnés en détail dans la partie III.

• **Force dipolaire**

La force dipolaire s'écrit :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}} = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{\nabla s}{1+s} \quad (\text{I.-40})$$

et peut prendre des valeurs arbitrairement élevées.

Elle dérive du potentiel dipolaire :

$$U = \frac{\hbar\delta}{2} \ln(1+s) \quad (\text{I.-41})$$

A faible saturation ( $s \ll 1$ ), ce potentiel s'écrit  $U = \hbar\delta s/2$  et pour  $\delta \gg \Gamma$ , on obtient

$$U \sim \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \quad (\text{I.-42})$$

qui n'est autre que le déplacement lumineux du niveau fondamental. En effet, les niveaux fondamental  $g$  et excité  $e$  vont se *repousser* en présence du couplage induit par  $V_{AL}$ . Il en résulte une correction du second ordre sur l'énergie du niveau fondamental :

$$\begin{aligned} \Delta E_g &= \frac{|\langle g, n | V_{AL} | e, n-1 \rangle|^2}{E_{e, n-1} - E_{g, n}} \\ &= \frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\hbar\delta} \\ &\sim U \end{aligned} \quad (\text{I.-43})$$

• **Pression de radiation**

La force de pression de radiation s'écrira pour l'atome :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = \hbar\mathcal{K} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (\text{I.-44})$$

Elle sature à la valeur de  $\hbar\mathcal{K}\Gamma/2$  quand  $s$  tend vers l'infini.

Pour vérifier la condition de linéarité énoncée précédemment, il faut que  $s(\mathbf{r}_G) \ll 1$ . La pression de radiation est alors proportionnelle au vecteur de Poynting local de l'onde lumineuse.

Reprenons maintenant l'expression du vecteur de Poynting (eq. I.-30) (eq. I.-31) et calculons sa divergence  $\nabla \cdot (\mathbf{\Pi} + \mathcal{R})$ . La deuxième partie ( $\nabla \cdot \mathcal{R}$ ) est nulle car  $\mathcal{R}$  est défini comme étant un rotationnel. Il reste donc à évaluer :

$$\nabla \cdot (\mathcal{E}^{(-)} \times \mathcal{B}^{(+)}) + \nabla \cdot (\mathcal{E}^{(+)} \times \mathcal{B}^{(-)}) \quad (\text{I.-45})$$

Or ceci est la forme explicite du vecteur de Poynting [17] qui dans le vide, est de divergence nulle. Nous en déduisons donc :

$$\text{div} \mathcal{F}_{\text{pr}} = \text{div} \mathbf{\Pi} = 0 \quad (\text{I.-46})$$

Cette relation aura des conséquences importantes lors de la réalisation de pièges à partir de la force de pression de radiation.

## 2 Application des forces radiatives au piégeage des atomes neutres

Les forces radiatives présentées dans le chapitre précédent ont de nombreuses applications. Elles ont été utilisées dans un premier temps pour dévier [18] ou ralentir [19] des jets atomiques. Elle peuvent aussi permettre de refroidir les atomes dans des mélasses à trois dimensions [20]. Nous abordons ici une autre application de ces forces, le piégeage des atomes neutres. Nous présenterons dans un premier temps les pièges utilisant la force dipolaire, ce qui nous permettra d'introduire l'expérience de cavité gravitationnelle. Nous aborderons ensuite le cas du piégeage par pression de radiation en montrant les difficultés qui découlent des propriétés de cette force.

### 2.1 Utilisation de la force dipolaire

#### Les pièges dipolaires

D'après les propriétés de la force dipolaire énoncées dans la section précédente, un atome plongé dans un faisceau gaussien désaccordé en dessous de résonance subit une force qui le confine au centre du faisceau où l'intensité est maximale. Si maintenant on focalise cette onde laser, l'atome voit une force qui le rappelle vers le col du faisceau.

L'avantage d'un tel piège est qu'il permet d'obtenir des forces de rappel arbitrairement importantes car la force dipolaire ne sature pas. Un tel piège a été réalisé avec succès sur le sodium [2]. Il présente cependant une difficulté car il ne comporte pas de mécanisme de refroidissement, et le chauffage limite alors la durée de vie du piège, il faut donc alterner des phases de piégeage et de refroidissement.

Il est aussi possible de réduire significativement ce chauffage en travaillant à grand désaccord [21]. Ce piège dipolaire très désaccordé présente l'avantage de ne contenir qu'une très faible portion d'atomes dans l'état excité et ainsi de diminuer considérablement les interactions entre atomes piégés [22]. Il permet de plus d'atteindre des tailles de piège très faibles (bien inférieures à la taille du col des faisceaux) et donc d'obtenir des densités élevées. Cependant, un piège dipolaire très désaccordé aura une faible profondeur qui oblige à utiliser une source d'atomes préalablement refroidis pour le charger.

Le piégeage par déplacement lumineux existe aussi dans les mélasses optiques. En effet, certaines configurations de faisceaux entraîne l'apparition d'une forte modulation de l'intensité à l'échelle de la longueur d'onde. Les atomes refroidis dans certains types de mélasse optique vont alors se localiser dans des sites bien définis [23] où ils sont piégés par la force réactive.

#### Les cavités et les boîtes à atomes

Une autre application des forces dipolaires dans le piégeage des atomes neutres est l'utilisation de miroirs électromagnétiques pour réaliser des *parois* réfléchissantes. Grâce à de tels dispositifs, il est alors possible de confiner les atomes dans une région de l'espace où ils n'interagissent plus ou très peu avec la lumière. Nous étudierons dans la partie suivante le cas d'une cavité gravitationnelle qui permet de stocker les atomes



pendant plusieurs centaines de millisecondes, l'atome n'interagissant que  $1/10000^e$  du temps avec la lumière.

Citons également une expérience récente réalisée à l'université de Stanford [24]. Elle a permis de faire rebondir des atomes sur des nappes de lumière réalisées à l'aide d'un faisceau laser de grande puissance très désaccordé au-dessus de résonance et focalisé à l'aide d'une lentille cylindrique. Il est alors possible de piéger les atomes entre des *murs* de lumière, créant ainsi des *boîtes* à atomes.

## 2.2 Utilisation de la pression de radiation ; le théorème de Gauss Optique

### Le théorème de Gauss Optique

La question du piégeage des particules neutres par pression de radiation a fait l'objet de quelques controverses au début des années 1980. En effet, à cette époque furent proposés des pièges basés sur des ondes divergentes [25, 26]. Ces propositions seront discutées dans la partie III de ce mémoire. Telles qu'elles étaient présentées, de telles propositions n'aboutissaient à aucun piégeage stable, ce qui est une conséquence d'une propriété plus générale de la pression de radiation sur un atome de polarisabilité scalaire (eq. I.-46).

En effet, pour qu'il y ait piégeage, il faut que la particule voit une force qui pointe partout vers l'intérieur d'une surface  $S$  fermée autour de sa position d'équilibre. Ceci se traduit par :

$$\iint_S \mathcal{F}_{pr}(M) \cdot \mathbf{n}(M) dS < 0 \quad (\text{I.-47})$$

où  $\mathbf{n}(M)$  représente la normale à la surface dirigée vers l'extérieur au point  $M$ . Par application du théorème de Gauss, nous pouvons évaluer (eq. I.-47) en effectuant une intégrale sur le volume  $V$  délimité par cette surface<sup>(4)</sup> :

$$\iint_S \mathcal{F}_{pr}(M) \cdot \mathbf{n}(M) dS = \iiint_V \text{div} \mathcal{F}_{pr} dV \quad (\text{I.-48})$$

D'après les propriétés de la pression de radiation à faible saturation (eq. I.-46), cette intégrale est nulle.

Nous pouvons donc conclure que dans le cas de la pression de radiation appliquée à une particule présentant une polarisabilité scalaire, la force moyenne vue par cette particule se déplaçant sur une surface fermée est nulle. Cette constatation n'est autre que le théorème de **Gauss Optique** [3].

#### Remarques :

- (i) On peut d'ailleurs pousser l'analogie beaucoup plus loin dans le cas du piège à faisceaux divergents [25]. En effet, la pression de radiation exercée par une onde sphérique prend alors la forme (eq. III.1-2):

$$\mathcal{F}_{pr} = \hbar k_L s(\mathbf{r} = \mathbf{r}_0) \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|^3} \quad (\text{I.-49})$$

<sup>(4)</sup>une telle démonstration est valide dans tout milieu qui n'émet ou n'absorbe pas d'énergie.

Pour écrire cette équation, nous nous sommes placés suffisamment loin du foyer de l'onde lumineuse pour considérer que  $s(r) \ll 1$ .  $\mathbf{r}$  représente ici le rayon vecteur entre le foyer de l'onde et la particule soumise au champ électromagnétique.

Or, une charge  $+q$  placée au foyer de l'onde lumineuse créerait un champ électrostatique  $\mathbf{E}$  au point  $M(\mathbf{r})$  tel que la force exercée sur une autre charge  $+q$  placée en ce point  $M$  soit :

$$\mathbf{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} \quad (\text{I.-50})$$

Ces deux forces ont des formes identiques, et le théorème de Gauss est bien connu en électrostatique ; il implique qu'il n'est pas possible de piéger une charge avec uniquement des charges statiques.

(ii) Au contraire de l'électrostatique, la pression de radiation ne vérifie pas forcément  $\nabla \times \mathcal{F}_{\text{pr}} = 0$ . Il peut donc apparaître des vortex, comme cela a été démontré pour le vecteur de Poynting [27] et observé récemment [28]

## Les moyens de contourner le théorème de Gauss

### • Les pièges alternatifs

Résoudre le problème posé par le théorème de Gauss est bien connu en électrostatique. En alternant dans le temps les potentiels appliqués sur des particules chargées, il est possible de créer un potentiel effectif piégeant induit par le micromouvement de ces particules [29]. Néanmoins, la friction qui existe dans les mélasse optiques empêche d'appliquer des pièges similaires aux atomes neutres tout en profitant du refroidissement qui existe dans les mélasse. Il y a eu néanmoins de nombreuses suggestions basées sur le principe des pièges alternatifs [30], mais la singulière complexité des montages expérimentaux rendait leur réalisation difficile.

### • L'utilisation de particules à polarisabilité non scalaire

Le théorème de Gauss optique n'interdit un piégeage stable avec la pression de radiation que pour un système à deux niveaux à faible saturation ou dans le cas d'une transition  $F = 0 \rightarrow F' = 1$ . En effet, le théorème n'est valable que si l'atome répond à toutes les polarisations avec la même efficacité. Ceci devient faux dès que l'on prend un atome possédant une structure Zeeman dans l'état fondamental ( $F \geq 1/2$ ) ou si l'on peut modifier la réponse de l'atome aux différentes polarisations en utilisant, par exemple, un champ magnétique [4]. De même, afin d'établir une relation de proportionnalité entre la force et le vecteur de Poynting, nous avons supposé  $s \ll 1$ , négligeant ainsi les effets de saturation de la transition atomique.

Le Piège Magnéto-Optique (PMO) [5, 6] est un exemple de solution pour contourner le théorème de Gauss optique. C'est l'effet combiné d'un gradient de champ magnétique et d'une configuration particulière des polarisations des ondes laser qui est à l'origine de la force de rappel.

Il existe cependant d'autres moyens. Ainsi, le pompage optique qui a lieu pour des atomes possédant une structure Zeeman dans l'état fondamental peut briser la

linéarité de la réponse du dipôle à l'excitation lumineuse [4]. Nous introduirons dans la partie III de ce manuscrit un piège utilisant le pompage optique pour obtenir un confinement spatial : le TROOP.

**Remarques :**

Il est important de noter que nous parlons de réponse du dipôle de l'atome sans pour autant faire intervenir la force dipolaire dans notre raisonnement. Elle ne joue ici aucun rôle dans le piégeage. Nous verrons dans la partie III qu'elle est importante dans le refroidissement sub-Doppler qui peut avoir lieu dans les pièges à pression de radiation [31]. Ceci est un des principaux avantages de l'utilisation de tels pièges. Les températures peuvent être du même ordre de grandeur que celles obtenues dans les mélasses les plus froides, soit quelques microKelvins [32].

# Conclusion

Nous avons étudié en détail les différents types de forces radiatives s'exerçant sur un atome au repos.

Nous avons ainsi montré qu'il était possible d'utiliser la force dipolaire pour réaliser un piégeage. Si cette force permet d'obtenir des constantes de rappel importantes, elle présente l'inconvénient d'être accompagnée d'une importante diffusion en impulsion qui conduit à des temps de stockage limités. Nous présenterons dans la deuxième partie de ce mémoire une cavité atomique utilisant cette force dipolaire. Elle permet de confiner les atomes dans un volume réduit dans lequel ils n'interagissent que très peu avec la lumière.

Nous avons enfin énoncé le théorème de Gauss appliqué à l'optique qui est à l'origine des difficultés rencontrées pour réaliser un piège utilisant la pression de radiation. Nous avons montré qu'il est néanmoins possible de réaliser de tels pièges, comme par exemple le Piège Magnéto-Optique. Ce piège est actuellement le plus utilisé pour préparer un échantillon d'atomes confinés et refroidis. Il présente néanmoins un inconvénient majeur, son champ magnétique inhomogène qui peut entraîner des perturbations sur l'atome qui doivent être évitées dans certaines expériences (refroidissement en dessous de l'énergie de recul [33, 34], horloges atomiques [35] ...). Nous introduirons dans la troisième partie un autre type de piège utilisant la pression de radiation et n'utilisant pas de champ magnétique. Il repose sur les propriétés du pompage optique qui permet de rompre la linéarité entre la pression de radiation et le vecteur de Poynting.

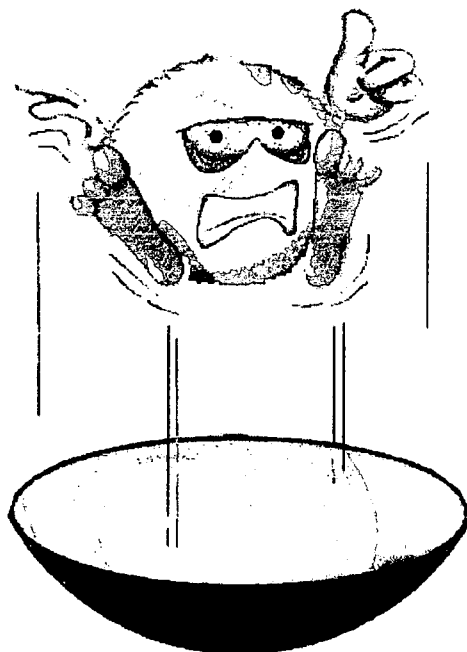
# Bibliographie

- [1] G.A. Askar'yan, *Sov. Phys. J.E.T.P.* **15**, 1088 (1962)
- [2] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986)
- [3] A. Ashkin et J.P. Gordon, *Optics Lett.* **Vol.8 No.10**, 511 (1983)
- [4] D.E. Pritchard, E.L. Raab, V. Bagnato, C.E. Wieman and R.N. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57-3**, 310-313 (1986)
- [5] J. Dalibard, *Helsinki workshop on laser manipulation of atoms Helsinki*, unpublished (1987)
- [6] E.L. Raab, M. Prentis, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 407 (1987)
- [7] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes Ed. du CNRS*, 359 (1988)
- [8] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes Ed. du CNRS*, 377 (1988)
- [9] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes Ed. du CNRS*, 380 (1988)
- [10] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes Ed. du CNRS*, chap. V (1988)
- [11] L. Landau et E. Lifchitz, *Mécanique Statistique Ed. Mir*, ()
- [12] J.P. Gordon, *N.B.S. Special Publication 653*, W.D. Phillips editor (1983)
- [13] C. Cohen-Tannoudji, *Cour donnés au Collège de France*, (1982-1983 & 1983-1984)
- [14] J. Dalibard, *Thèse de doctorat d'état Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)*, 172 (1986)
- [15] L. Allen and J.H. Eberly, *Optical Resonance and Two-level Atoms New-York, Wiley*, Chap. 2 (1975)
- [16] Les solutions transitoires des équations de Bloch peuvent être trouvées dans :H.C. Torrey, *Phys. Rev.* **76**, 1059 (1949)

- 
- [17] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* Pergamon Press, Chap 1.4, p 33 (1980)
- [18] J.L. Picqué and J.L. Vialle, *Opt. Commun.* **5**, 402 (1972)
- [19] W. Ertmer, R. Blatt, and J. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 996 (1985) ; J.V. Prodam, A. Migdall, W.D. Phillips, I. So, H. Metcalf and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 992 (1985)
- [20] S. Chu, M. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985)
- [21] J.D. Miller, R.A. Cline and D.J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993)
- [22] J. Vigué, *Phys. Rev. A* **34**, 4476 (1986)
- [23] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 26 (1992)
- [24] S. Chu, *Fourteenth Int. Conference on Atomic Physics Boulder*, communication orale (1994)
- [25] V.G. Minogin, *Sov. J. Quantum Electron.* **12**, 299 (1982)
- [26] V.G. Minogin and J. Javainen, *Opt. Commun.* **43**, 119 (1982)
- [27] A. Boivin, J. Dow and E. Wolf, *J.O.S.A.* **57**, 1171 (1967)
- [28] A. Hemmerich and T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 410 (1993)
- [29] W. Paul and H. Steinvedel, *Z. Naturforsch.* **A8**, 448 (1953)
- [30] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1321 (1984)
- [31] A.M. Steane and C.J. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991)
- [32] M. Dewsén, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, *Applied Physics B* **59**, 283-298 (1994)
- [33] M.A. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992)
- [34] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988)
- [35] A. Clairon, C. Salomon, S. Guelatti and W.D. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991)

2

# Réalisation d'une cavité gravitationnelle



# Introduction

Les progrès considérables réalisés dans le piégeage et le refroidissement d'atomes neutres, tant dans la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu que dans la réalisation d'expériences, ont ouvert la voie à un domaine nouveau : l'optique et l'interférométrie atomique. De nombreuses expériences visant à réaliser des miroirs [1], des lames séparatrices [2, 3], des interféromètres pour ondes de matière [4, 5] ont vu le jour récemment et ne cessent de se multiplier. La sensibilité attendue des interféromètres atomiques laisse espérer des gains de plusieurs ordres de grandeur sur des mesures physiques telles que l'accélération, la rotation, la masse des atomes ou la mesure précise de constantes fondamentales [6].

Nous présenterons ici une cavité atomique dans laquelle le mouvement atomique paraxial est stable [1, 7, 8]. Ce type de cavité devrait permettre à terme le stockage d'atomes pendant des temps très longs.

Notre cavité est une des plus simples qui puisse être imaginée et réalisée (fig. IIa)

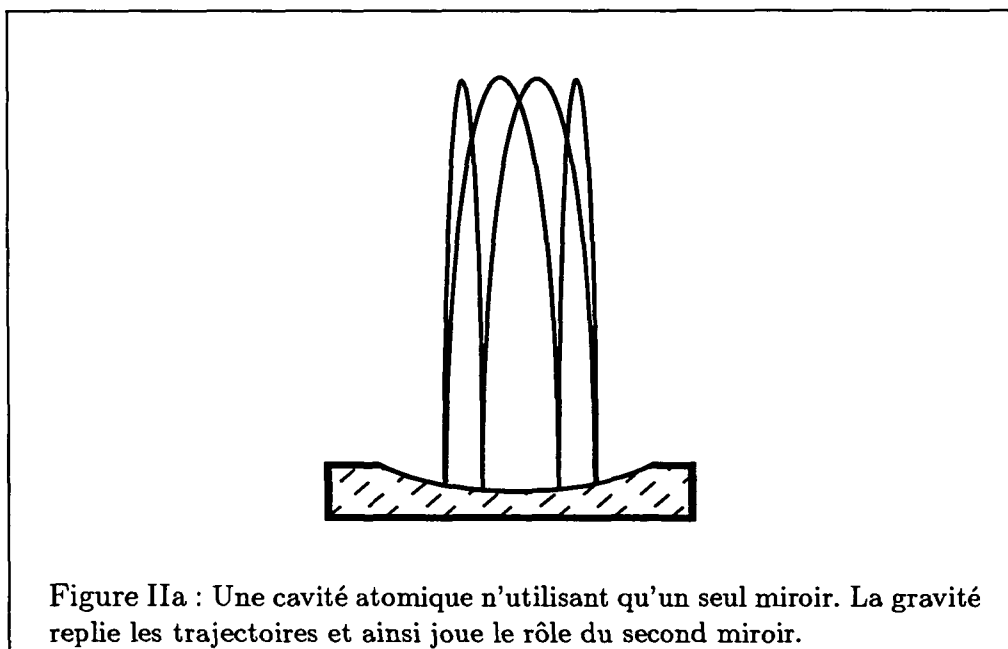


Figure IIa : Une cavité atomique n'utilisant qu'un seul miroir. La gravité replie les trajectoires et ainsi joue le rôle du second miroir.

L'élément principal dans ce type de cavité est le miroir électromagnétique à atomes [9], formé par une onde lumineuse évanescente à la surface d'un diélectrique : lorsque la fréquence de l'onde est supérieure à la fréquence atomique, un atome arrivant sur ce diélectrique avec une faible vitesse normale n'est pas adsorbé sur la surface, mais rebondit. Des expériences ont démontré l'efficacité d'un tel miroir dans un *trampoline*



à *atomes* [10]. La configuration utilisée, proche de la nôtre, différait néanmoins sur un point essentiel : elle ne permettait pas d'obtenir des trajectoires stables car le miroir atomique était un miroir plan. C'est la courbure du miroir électromagnétique, combinée avec l'effet de la gravité, qui permet d'obtenir cette stabilité [8].

Un des grands avantages d'une telle cavité est que l'atome passe la plus grande partie de son temps dans une région où il n'interagit pas avec la lumière. Sachant que les principales limitations à la densité dans d'autres pièges tel le Piège Magnéto-Optique (PMO) sont les collisions faisant intervenir la lumière [11, 12], nous pouvons alors espérer atteindre des densités beaucoup plus importantes dans cette cavité que dans les pièges à atomes neutres traditionnels.

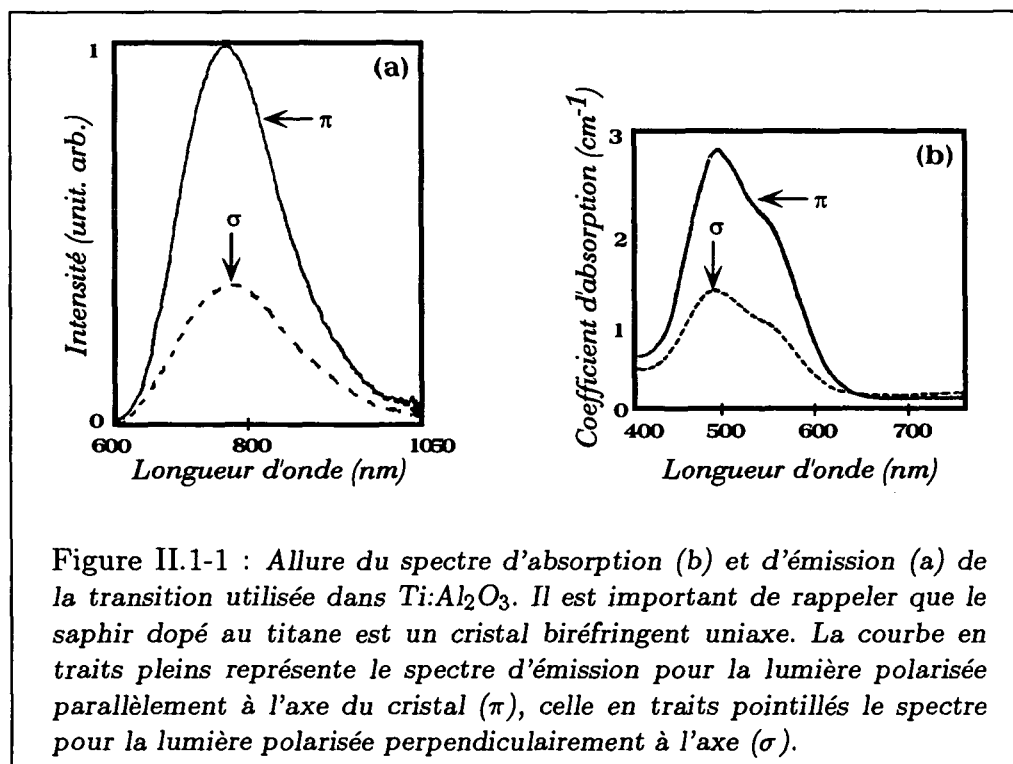
Nous verrons qu'une telle expérience nécessite une puissance laser importante. Nous avons donc d'abord réalisé un laser Titane-Saphir qui, par ses propriétés, permet d'obtenir de grandes puissances laser sur un large domaine de longueurs d'ondes. Nous décrirons dans un premier temps la réalisation de ce laser, ainsi que ses performances. Nous présenterons ensuite le miroir électromagnétique et la cavité atomique. Enfin, nous discuterons les résultats expérimentaux obtenus en essayant de dégager les différents facteurs qui influent sur la stabilité d'une telle cavité.

# Chapitre 1

## Construction d'un laser Titane-Saphir

Le cristal de saphir dopé au titane ( $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ ) en tant que milieu amplificateur d'une cavité laser, est un candidat potentiel depuis les années 60. Une vingtaine d'années d'efforts auront été nécessaires avant que l'on sache produire des cristaux de très bonne qualité. En 1982, Peter Moulton annonce la réalisation du premier laser à saphir dopé au titane, en mode pulsé [13].

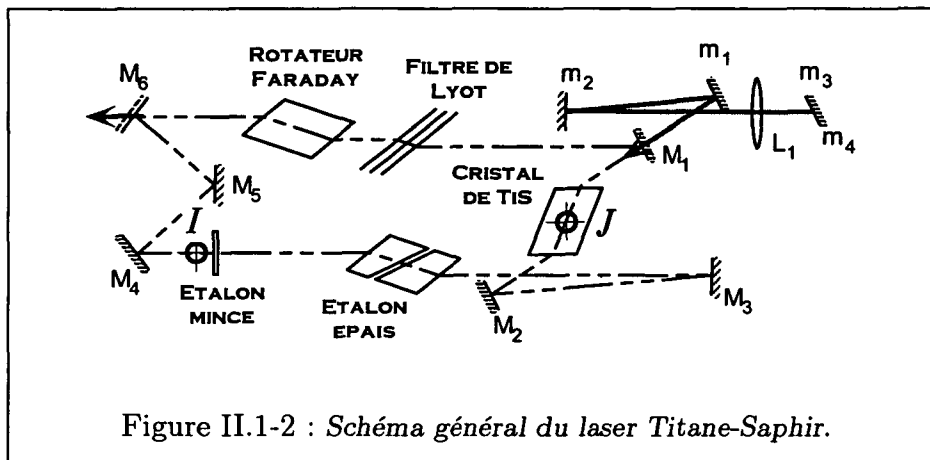
La principale caractéristique de ce cristal concerne la largeur de sa courbe de gain qui est considérable. Elle couvre un domaine de longueur d'onde compris entre environ 600 et 1000 nm (fig. II.1-1).



Un autre avantage essentiel de ce cristal est qu'il utilise les mêmes lasers de pompe que les lasers à colorants (fig. II.1-1)

Toutes ces propriétés font qu'il est possible d'obtenir des puissances importantes<sup>(1)</sup> et une très grande accordabilité avec un laser équipé d'un tel cristal. Nous avons réalisé un laser continu à saphir dopé au titane en nous inspirant d'un modèle conçu par F. Biraben du Laboratoire Kastler Brossel.

## 1.1 La cavité laser



### 1.1.1 Dimensions approximatives de la cavité

Distance	$M_3 M_4$	:	660 mm
"	$M_3 M_2$	:	250 mm
"	$M_2 M_1(D)$	:	165 mm
"	$M_1 M_6$	:	560 mm
"	$M_4 M_6$	:	50 mm

Longueur totale de la cavité ( $L$ ) : 1635 mm

Dimension totale de l'appareil : 750x350 mm

<sup>(1)</sup>le record appartient à une équipe de Livermore qui a pompé un cristal de saphir dopé au Titane avec deux lasers à rayon de 27 W chacun et produit jusqu'à 17 W de radiation infrarouge [14].

### 1.1.2 Composants optiques

<i>Faisceau de pompe</i>		
Composant	Type	traitement
L <sub>1</sub>	Lentille divergente	Traitée antireflet pour les longueurs d'ondes $\lambda$ comprises entre 486 nm et 515 nm
m <sub>3</sub> et m <sub>4</sub>	miroirs de renvoi à 45°	Coefficient de réflexion $\mathcal{R}$ maximum pour des longueurs d'ondes $\lambda$ comprises entre 486 nm et 515 nm.
m <sub>2</sub>	miroir plan	$\mathcal{R}$ maximum à l'incidence normale pour des longueurs d'ondes $\lambda$ comprises entre 486 nm et 515 nm.
m <sub>1</sub>	miroir sphérique, rayon de courbure 25 cm	$\mathcal{R}$ maximum à l'incidence normale pour des longueurs d'onde $\lambda$ comprises entre 486 nm et 515 nm.
<i>Cavité laser</i>		
Composant	Type	traitement
M <sub>1</sub>	miroir sphérique, rayon de courbure R=150 mm	$\mathcal{R}$ maximum à l'incidence normale vers $\lambda = 800$ nm et transmission maximum pour $\lambda = 486$ nm - 515 nm, traité antireflet vers l'arrière.
M <sub>2</sub>	miroir sphérique, rayon de courbure R=150 mm	$\mathcal{R}$ maximum à l'incidence normale vers $\lambda = 800$ nm.
M <sub>3</sub> , M <sub>4</sub> et M <sub>5</sub>	miroirs plans	$\mathcal{R}$ maximum à l'incidence normale vers $\lambda = 800$ nm.
M <sub>6</sub>	miroir plan	transmission 4% environ vers $\lambda = 800$ nm, deuxième face traitée antireflet.

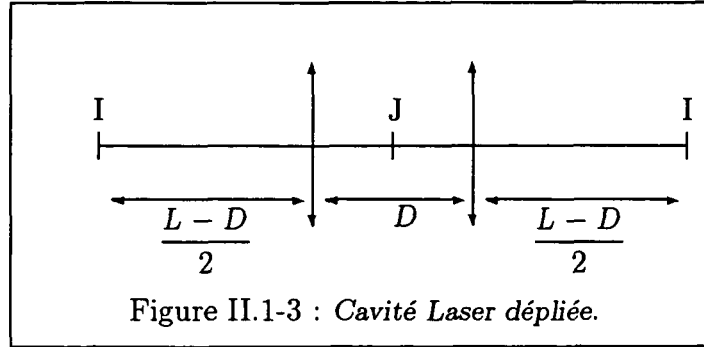
### 1.1.3 Géométrie de la cavité

#### Critère de stabilité

La Cavité (fig. II.1-2) sera stable s'il existe un mode gaussien qui reste inchangé après un tour dans la cavité. Si l'on caractérise la cavité optique par sa matrice de transfert paraxiale  $M$ , qui traduit la transformation des rayons paraxiaux après un tour, un tel mode gaussien existera si et seulement si les valeurs propres d'une telle matrice sont complexes. Si la matrice  $M$  est unitaire, cette condition s'écrit [15]:

$$-1 < \frac{1}{2}\text{Tr}M < +1 \quad (\text{II.1-1})$$

Cette condition ne dépend pas du plan de référence à partir duquel on détermine la matrice  $M$  de la cavité. On peut la calculer à partir du plan contenant le col (*waist*) du mode gaussien (point I), en dépliant la cavité comme indiqué sur la figure (fig. II.1-3).



On obtient alors  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L-D}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{L-D}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.1-2})$$

soit :

$$M = \begin{pmatrix} -1 + 2\frac{D-R}{R} \frac{L-D-R}{R} & (L-D-R) \left[ \frac{(L-D-R)(D-R)}{R} - 1 \right] \\ \frac{4(D-R)}{R^2} & -1 + 2\frac{D-R}{R} \frac{L-D-R}{R} \end{pmatrix} \quad (\text{II.1-3})$$

Nous pouvons vérifier que  $a=d$ , ce qui indique bien que le plan de référence se situe au col du mode gaussien.

La condition de stabilité s'écrit :

$$-1 < \frac{a+d}{2} < +1 \quad (\text{II.1-4})$$

ou encore

$$0 < D-R < \frac{R^2}{L-D-R} \quad (\text{II.1-5})$$

En fait, on devrait remplacer dans l'équation (eq. II.1-5)  $D$  par  $D' = \frac{e(n-1)}{n}$  qui tient compte de la présence du cristal.

Nous pouvons également calculer la position et la taille des cols en écrivant la condition de bouclage sur le rayon de courbure complexe  $q$  du faisceau gaussien [16] :

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{r} - i \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (\text{II.1-6})$$

Cette condition s'écrit pour un point P de la cavité :

$$a(P) = \frac{a_P q(P) + b_P}{c_P q(P) + d_P} \quad (\text{II.1-7})$$

Dans notre laser,  $L = 1635$  mm,  $D = 165$  mm,  $R = 150$  mm. On a alors :

$$w(I) = 423.35 \mu\text{m} \text{ pour le gros waist}$$

$$w(J) = 33.20 \mu\text{m} \text{ pour le petit waist}$$

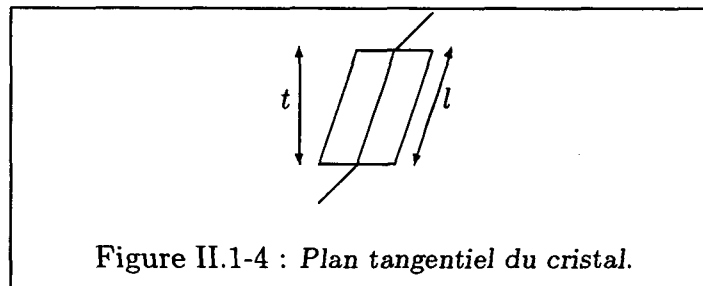
### Compensation de l'astigmatisme

Les miroirs sphériques utilisés hors d'axe introduisent de l'astigmatisme sur les faisceaux. Celui-ci peut être compensé par l'astigmatisme introduit par le cristal de Saphir taillé à l'incidence de Brewster [17, 18, 19, 20].

Si  $\theta$  est l'angle d'incidence sur les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  (fig. II.1-2), on peut montrer que ces miroirs focalisent les rayons issus du plan tangentiel (plan de la figure) et ceux issus du plan sagittal (perpendiculaire au plan tangentiel) suivant deux distances focales :

$$f_t = \frac{R \cos(\theta)}{2} \text{ et } f_s = \frac{R}{2 \cos(\theta)}$$

Le domaine de stabilité s'en trouve réduit sauf si cet astigmatisme peut être compensé par la différence de marche entre les plans tangentiel et sagittal introduite par le cristal [17] (fig. II.1-4).



On peut donc établir une formule reliant l'angle d'incidence sur les miroirs de focalisation avec la longueur  $l$  du cristal pour obtenir une bonne compensation de l'astigmatisme :

$$R \sin \theta \cos \theta = t \frac{(n^2 - 1) \sqrt{n^2 + 1}}{2} \text{ avec } t = l \cos(\arctan \frac{1}{n}) \quad (\text{II.1-8})$$

**A.N.:**

$n$  : (indice du cristal) = 1.76,  $R = 150$  mm,  $t = 15$  mm d'où :

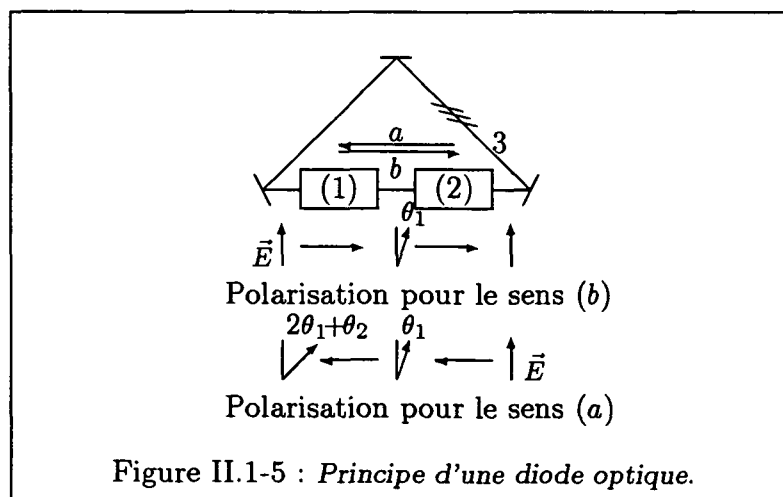
$$\theta = 11,3^\circ$$

### Fonctionnement unidirectionnel

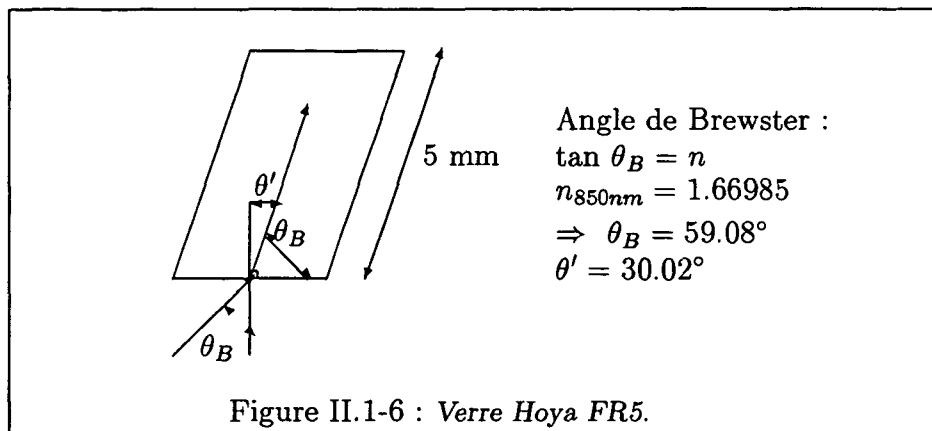
Dans un laser à cavité linéaire s'établit une onde stationnaire qui provoque un phénomène de trous de population (*hole burning spatial*) entraînant une diminution de la puissance totale du laser. On peut l'expliquer simplement par l'existence pour chaque mode longitudinal de nœuds et de ventres. Aux nœuds, l'énergie disponible dans le milieu amplificateur n'est pas utilisée, ce qui favorise l'existence d'autres modes. Pour rendre une telle cavité monomode, il faut introduire des éléments très sélectifs qui réduisent considérablement la puissance. Dans une cavité en anneau, ce phénomène peut être supprimé en utilisant une onde progressive. Cette onde progressive ne circule que dans un seul sens, à condition d'introduire un élément unidirectionnel ou *diode optique*. Une des méthodes possibles est l'utilisation de l'effet Faraday (fig. II.1-5). La cavité laser contient :

1. un barreau à effet Faraday qui fait tourner la polarisation  $\vec{E}$  d'un angle  $\theta$  indépendant du sens de propagation de l'onde
2. un élément passif qui fait tourner la polarisation  $\vec{E}$  d'un angle  $\pm\theta$  suivant le sens de propagation
3. des éléments polarisants tels que des lames à l'incidence de Brewster.

Un tel dispositif favorise le sens (b) par rapport au sens (a), les rotations de polarisation dues aux éléments 1 et 2 s'annulant pour le sens (b) et s'ajoutant pour le sens (a). Nous voyons donc qu'il apparaît des pertes pour le sens (a) à cause des éléments polarisants 3.



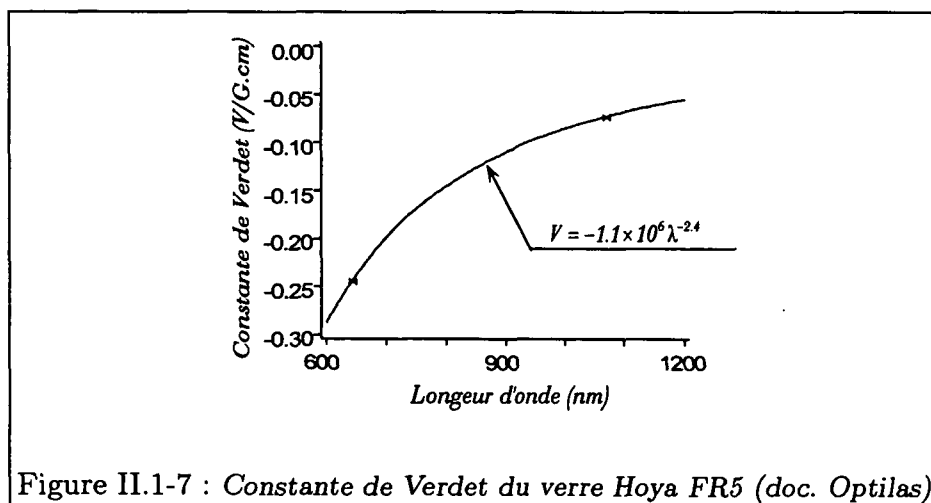
Le rotateur à effet Faraday est formé d'un barreau de verre Hoya (FR5) d'épaisseur 5 mm placé à l'incidence de Brewster et dans un champ magnétique d'environ 3 kG.



Constante de Verdet ( $\text{min G}^{-1} \text{cm}^{-1}$ ) à	632.8 nm	-0.242
	1060 nm	-0.071
Indice de réfraction	$n_d$	1.68832
	$n_c$	1.68446
	$n_F$	1.69730

*Propriétés du verre Hoya(FR5)*

On peut facilement calculer la valeur de  $\theta$  introduite par le verre Hoya à partir de la constante de Verdet (fig. II.1-7); on obtient  $\theta_1 = 3.14^\circ$ .





Le système qui compense la rotation due à l'effet Faraday est formé d'un système à trois miroirs (miroirs  $M_3, M_4$  et  $M_5$ ) hors du plan [21]. Le miroir  $M_4$  est situé au dessus du plan du laser et il s'en suit une rotation du plan de polarisation du laser (fig. II.1-8).

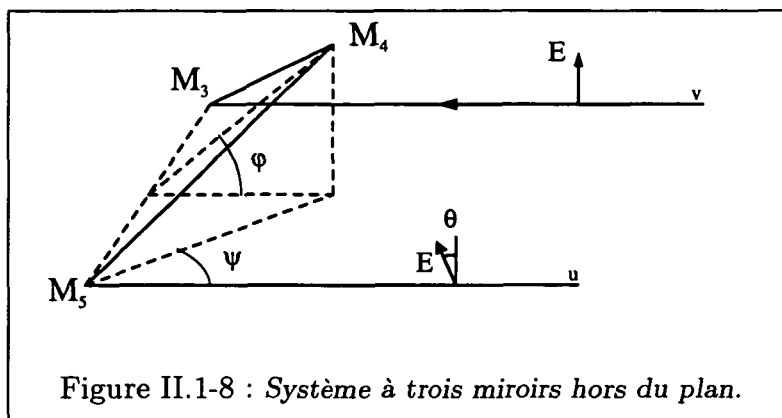


Figure II.1-8 : Système à trois miroirs hors du plan.

On a dans notre cas :  $\psi = 22^\circ$ ;  $\phi = 11^\circ$ ;  $\theta_2 = 3^\circ$ . Les pertes introduites par la diode optique sont données par les relations [21] :

$$p = 1 - |\lambda|^2$$

$$\lambda = \frac{(1 + a) \cos(\theta_1 \pm \theta_2) + \sqrt{(1 + a)^2 \cos^2(\theta_1 \pm \theta_2) - 4a}}{2} \quad (\text{II.1-9})$$

Le signe + correspond au sens de rotation favorisé par la diode

Le signe - correspond au sens de rotation défavorisé par la diode

Le coefficient  $a$  décrit la transmission de la mauvaise polarisation du champ électrique par les lames à l'incidence de Brewster. Pour une lame, on a  $a \sim 0,86$ . Dans le laser, on a en fait 7 lames à l'incidence de Brewster (cristal, lame pour effet Faraday, Fabry Perot à air, Filtre de Lyot à 3 lames) plus deux si on introduit le bilame pour balayer la fréquence du laser sur une large bande spectrale. La figure II.1-9 indique les pertes induites par la diode optique en fonction de la transmission des  $n$  lames  $a' = a^n$  pour différents angles de rotation de la polarisation  $\Delta\theta = \theta_1 \pm \theta_2$ . Chaque courbe est limitée à une valeur  $a_0(\Delta\theta)$  de la transmission totale des lames au delà de laquelle la polarisation dans le laser est rendue elliptique par notre système<sup>(2)</sup> (en effet, pour  $a > a_0$ , la facteur de transmission du système diode optique+lames à Brewster  $\lambda$  devient complexe), ce qui est à éviter. Dans notre cas (fig. II.1-10),  $a = 0.35$ , la polarisation est donc encore linéaire, jusqu'à un angle de rotation de  $15^\circ$  (ce qui est nettement suffisant pour permettre une sélection efficace du sens de propagation du champ laser).

Nous constatons que la diode optique de notre cavité entrainera des pertes de l'ordre de 2 % pour le mauvais sens ( $\Delta\theta \simeq 6^\circ$ ), ce qui permet d'être en dessous du seuil d'émission laser. Au contraire, les pertes ne seront que de 1/10000 dans le bon sens ( $\Delta\theta \simeq 0.14^\circ$ ), ce qui ne pénalisera pas du tout l'émission laser.

<sup>(2)</sup>Cette limitation n'existe pas si on utilise une lame à retard au lieu d'un système à trois miroirs pour faire tourner la polarisation.

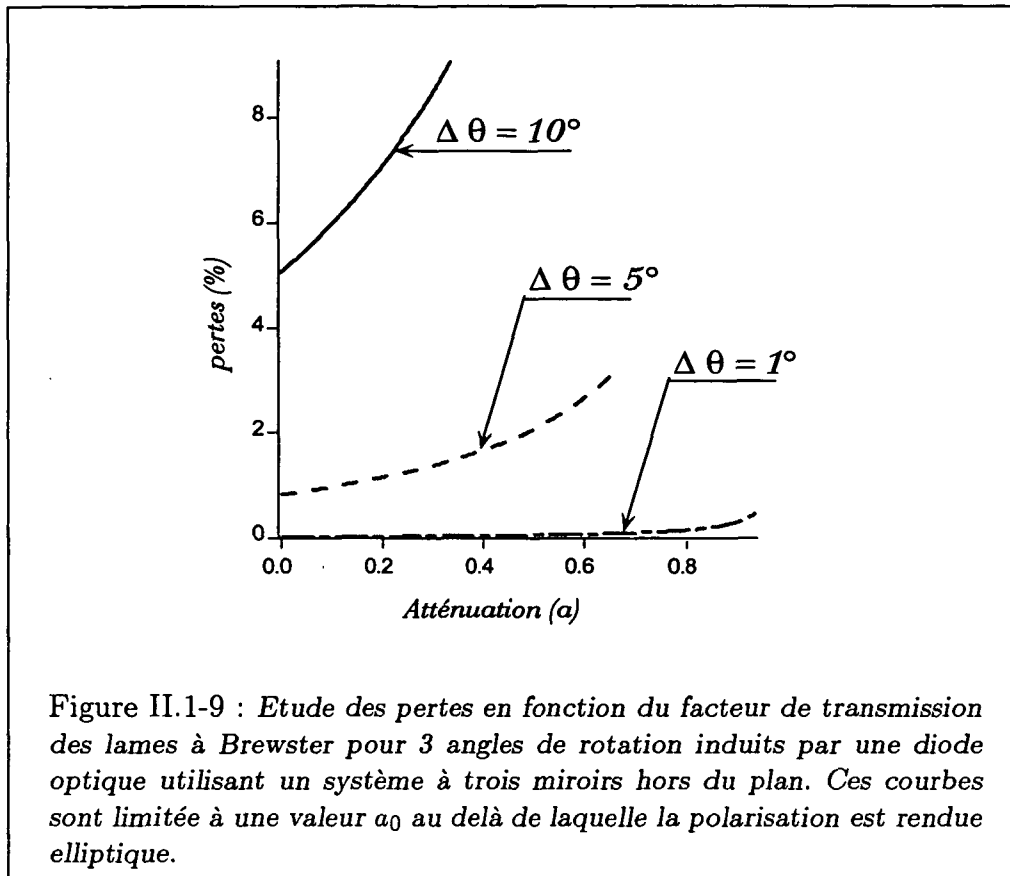


Figure II.1-9 : Etude des pertes en fonction du facteur de transmission des lames à Brewster pour 3 angles de rotation induits par une diode optique utilisant un système à trois miroirs hors du plan. Ces courbes sont limitée à une valeur  $a_0$  au delà de laquelle la polarisation est rendue elliptique.

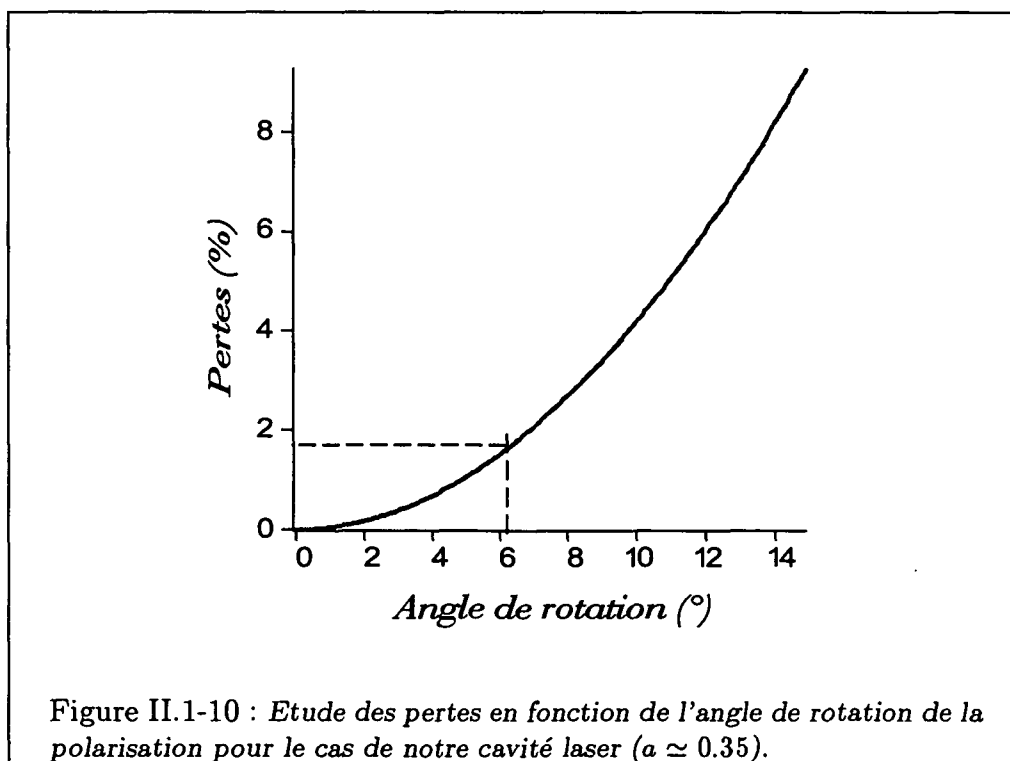
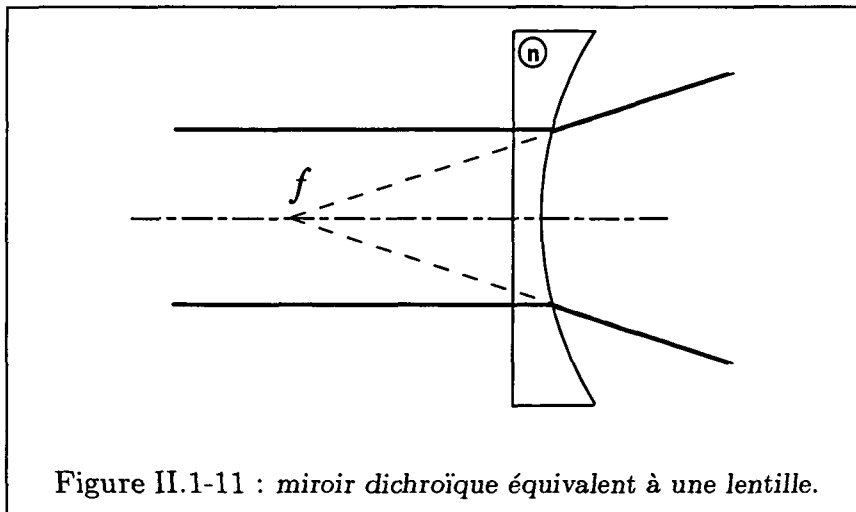


Figure II.1-10 : Etude des pertes en fonction de l'angle de rotation de la polarisation pour le cas de notre cavité laser ( $a \simeq 0.35$ ).

## 1.2 Le laser de pompe

Pour obtenir un rendement optimum du laser Titane-Saphir, il faut superposer le plus exactement possible le col (*waist*) du faisceau du laser de pompe (le laser à argon) avec celui de la cavité au niveau du cristal. Quant aux tailles de ces cols, des essais ont montré qu'il est préférable qu'elles soient équivalentes (de l'ordre de  $30 \mu\text{m}$  dans notre cas).

On pompe à travers un miroir sphérique dichroïque de rayon  $R = 150\text{mm}$ . Pour le laser à argon, ce miroir est équivalent à une lentille plan concave (fig. II.1-11) dont la focale, dans l'approximation des lentilles minces, vaut  $f = -\frac{R}{n-1}$ . Dans notre cas,  $f = -300 \text{ mm}$ .



On considère le faisceau issu du laser comme une onde sphérique. A la sortie du laser, on a un diamètre du faisceau  $w_L = 1.9 \text{ mm}$  et un angle de divergence  $\theta_L = 0.6 \text{ mrd}$ . On va ajouter un système optique pour focaliser le faisceau (fig. II.1-12) sur le cristal de saphir dopé au titane à travers le miroir dichroïque tout en ajustant la taille du faisceau sur ce même cristal.

On peut relier la distance laser-cristal  $L$ , la focale  $f_1$  de la lentille  $L_1$  et le diamètre du col de l'argon sur le cristal  $w'_0$  :

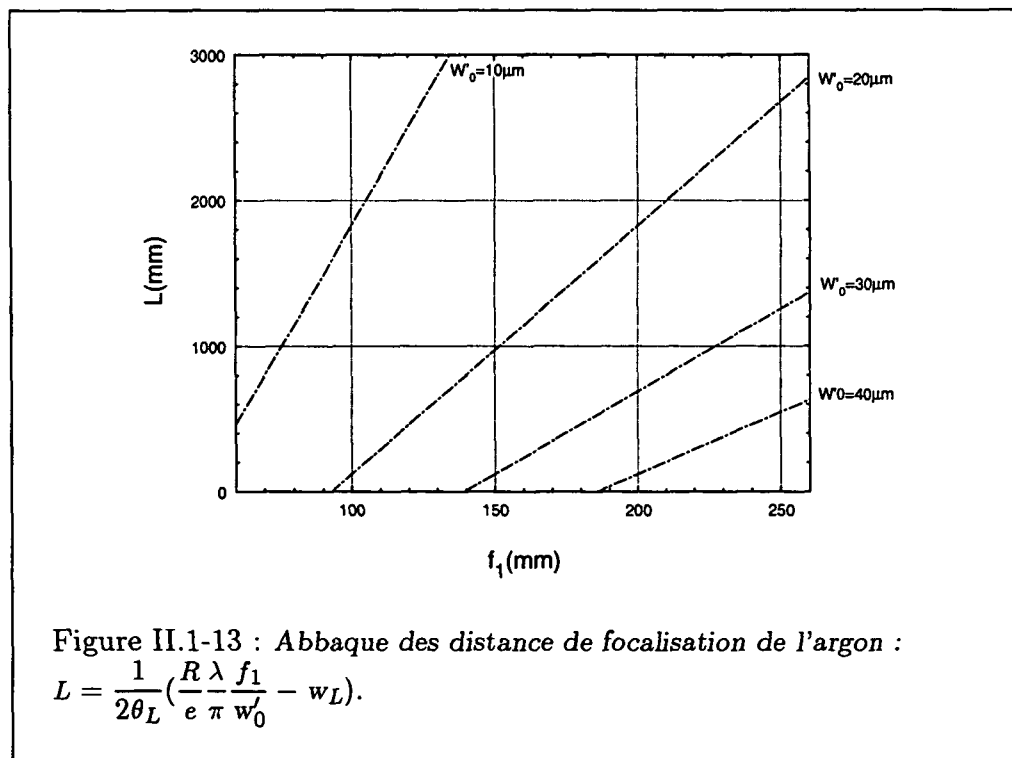
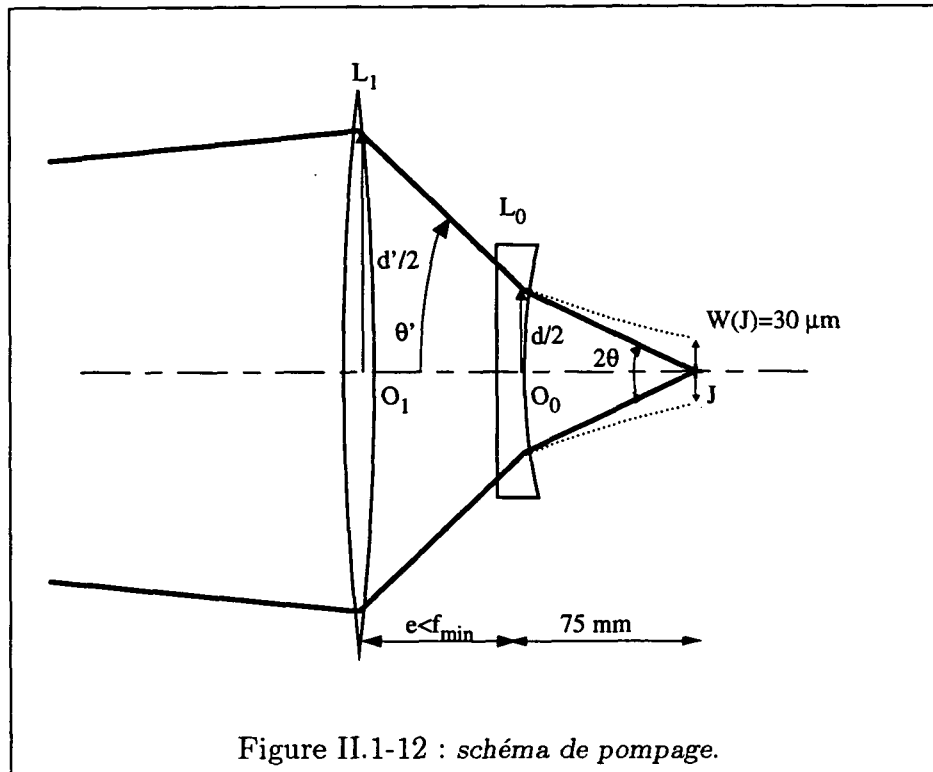
$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w'_0} \text{ et } \theta = \frac{d}{R} \Rightarrow w'_0 = \frac{\lambda}{\pi d} R$$

$$d' = d \frac{f_1}{e} \text{ et } d' = w_L + 2L\theta_L s$$

d'où :

$$2\theta_L L + w_L - \frac{R \lambda f_1}{e \pi w'_0} = 0 \quad (\text{II.1-10})$$

Dans notre laser, la lentille  $L_1$  est en fait un miroir sphérique de rayon  $R' = 250 \text{ mm}$  soit une focale  $f_1 = \frac{R'}{2} = 125 \text{ mm}$ ,  $e = 60 \text{ mm}$  et  $R = 150 \text{ mm}$ . La figure II.1-13 fournit une abbaque pour ajuster les paramètres de focalisation.



**Remarques :**

(i) Pour obtenir un diamètre  $w'_0 \sim 20 \mu\text{m}$ , il faudrait une distance  $L$  de l'ordre de 1m. On constate de plus qu'il est quasiment impossible de réaliser  $w'_0 = 30 \mu\text{m}$  à partir de nos paramètres. Pour obtenir un tel diamètre, il faut donc ajouter une deuxième lentille qui augmentera la divergence du faisceau de pompe. Par un raisonnement identique au précédent, nous pouvons alors déterminer les nouveaux paramètres.

(ii) Expérimentalement, l'ajout de la lentille n'a pas eu d'effet spectaculaire sur la puissance. Ce fait est sans doute dû à une divergence du laser de pompe légèrement plus faible que celle indiquée dans la notice.

## 1.3 Fonctionnement monomode de la cavité

### 1.3.1 La sélection en fréquence

Telle que nous l'avons décrite jusqu'à maintenant la cavité laser ne possède aucun moyen de forcer l'émission d'un mode unique à une fréquence bien définie. Pour cela, il faut ajouter dans la cavité des éléments sélectifs en fréquence. Le produit de leur transmission spectrale par le gain du cristal de saphir dopé au titane ne doit sélectionner qu'un seul mode (fig. II.1-14). Nous allons décrire les filtres que nous utilisons par ordre croissant de sélectivité.<sup>(3)</sup>

#### Le filtre de Lyot

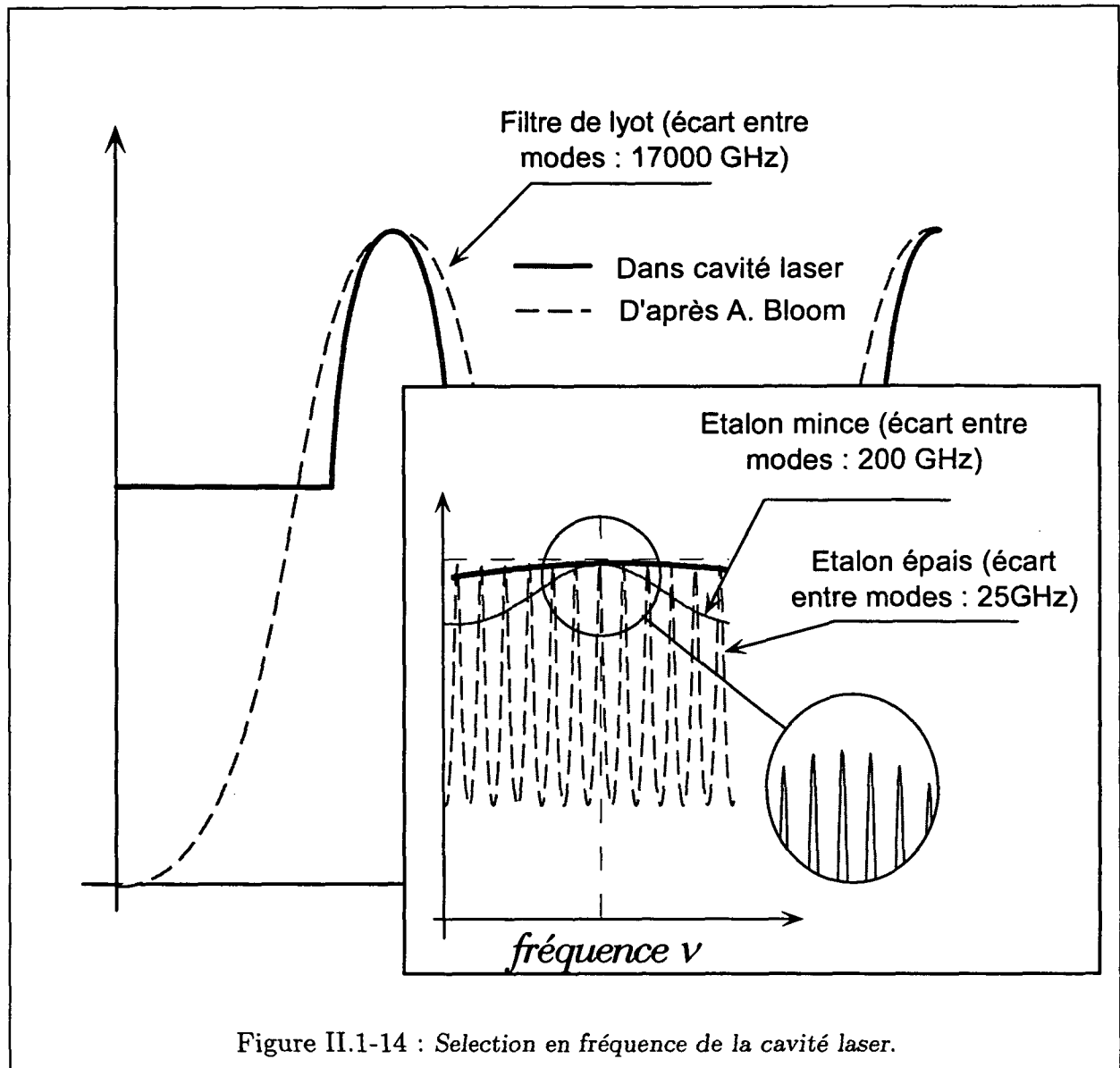
On sélectionne d'abord une plage assez large dans le profil de fluorescence du cristal. On utilise pour cela un filtre biréfringent à trois lames, du type filtre de Lyot.

Prenons une lame de quartz taillée parallèlement à l'axe optique et placée à l'incidence de Brewster pour éviter les pertes par réflexion. La biréfringence du quartz provoque un déphasage du type  $2\frac{\pi}{\lambda}(n_e - n_o)e$  qui dépend de la longueur d'onde ( $n_e$  et  $n_o$  sont les indices extraordinaire et ordinaire du milieu biréfringent,  $e$  est l'épaisseur de la lame). Lorsque cette lame est placée à incidence normale entre deux polariseurs parallèles, on obtient un spectre de transmission cannelé, de contraste 1 si l'axe optique de la lame est à  $45^\circ$  de l'axe des polariseurs (c'est le filtre de Lyot original). Si maintenant on incline cette lame, le déphasage va faire intervenir l'indice extraordinaire correspondant à la direction de propagation de la lumière dans la lame. Cet indice va dépendre non seulement de l'angle d'incidence sur la lame, mais aussi de l'angle entre l'axe optique et la direction de propagation de la lumière. On pourra par conséquent faire varier le déphasage et donc déplacer les pics de transmission en tournant la lame biréfringente dans le plan des lames.

Dans le laser, cette lame biréfringente n'est plus placée entre polariseurs mais au milieu d'éléments à l'incidence de Brewster dans le plan horizontal<sup>(4)</sup>, qui créent

<sup>(3)</sup>Nous appellerons plus sélectif un élément dont les pics de transmission en fonction de la fréquence sont plus étroits.

<sup>(4)</sup>Dans le laser, la polarisation du mode propre est horizontale.



des pertes de l'ordre de 15% sur la polarisation verticale. La transmission spectrale est alors un peu différente de la formule de A. BLOOM calculée en 1974 [22]. On peut montrer [23] que la largeur spectrale du filtre de Lyot est alors plus faible et la modulation moins importante (fig. II.1-14).

La largeur spectrale d'un tel filtre est de l'ordre de 2000 GHz. Les pertes qu'il induit permettent de sélectionner un plage de longueur d'onde de l'ordre de 50 GHz, il faut donc d'autres filtres plus sélectifs pour être bien monomode, (l'intervalle spectral libre de la cavité étant d'environ 200 MHz).

L'écart entre mode est lui de 17000 GHz, ce qui permet déjà de sélectionner une plage spécifique de la courbe de gain du cristal, les autres pics de transmission de ce filtre étant sur les ailes où hors de la courbe de gain du cristal.

### L'étalon Fabry-Perot mince

C'est une simple lame de silice non traitée (le coefficient de réflexion est donc d'environ 4%) d'épaisseur  $e = 0.5$  à  $1$  mm.

L'étalon mince est beaucoup plus sélectif que le filtre de Lyot. L'écart entre mode d'environ 200 GHz. Nous allons définir sa largeur spectrale en postulant que 2 % de pertes suffisent à inhiber un mode dans la cavité. La transmission d'un étalon Fabry-Perot d'épaisseur  $e$  et de coefficient de réflexion  $\mathcal{R}$  s'écrit à l'incidence normale

$$t = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad (\text{II.1-11})$$

avec

$$F = \frac{4\mathcal{R}}{(1 - \mathcal{R})^2} \quad (\text{II.1-12})$$

et

$$\frac{\delta}{2} = kne \quad (\text{II.1-13})$$

où  $n$  représente l'indice du milieu. On peut alors définir une finesse spécifique à notre cas<sup>(5)</sup> :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\varepsilon} \quad (\text{II.1-14})$$

avec  $\varepsilon$  tel que

$$\frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}} = \frac{49}{50} \quad (\text{II.1-15})$$

soit

$$\varepsilon \sim \frac{2}{7\sqrt{F}} \quad (\text{II.1-16})$$

Pour l'étalon mince, on trouve une largeur spectrale de l'ordre de 40 GHz. Ce n'est pas encore suffisant pour assurer une stabilité monomode. Néanmoins, il est indispensable dans la cavité laser pour empêcher les sauts du mode du laser vers des modes lointains.

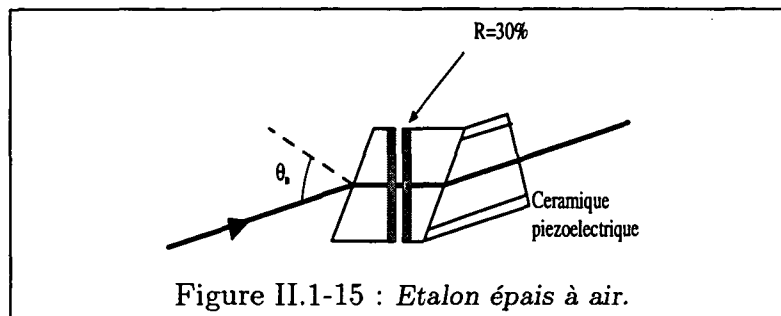
En effet, à finesse égale, des éléments plus sélectifs auront des pics plus rapprochés. Il est donc possible que plusieurs modes de la cavité laser puissent être filtrés par les différents étalons et non plus un seul. Ainsi, une sélection trop fine risque de dégrader la stabilité en fréquence du laser qui peut alors osciller entre plusieurs modes. Afin d'éviter ce problème, tout en conservant une grande finesse spectrale, il convient de conjuguer l'action de filtres de plus en plus sélectifs. Les premiers élimineront les modes *parasites* alors que le dernier effectuera la sélection fine du bon mode.

### L'étalon Fabry-Perot à air

Ce filtre se compose de deux prismes d'angle au sommet  $34^\circ$  et traité à 30% sur l'une des faces. Le faisceau laser entre dans le Fabry-Perot à l'incidence de Brewster (fig. II.1-15), ce qui permet d'éviter des traitements anti-reflet. On a ainsi un système

<sup>(5)</sup>La définition standard de la finesse d'un filtre correspond à la valeur de  $\varepsilon$  pour laquelle  $t = 0.5$ .

très large bande, les traitements diélectriques à 30% étant efficaces de 450 nm à 900 nm. L'épaisseur du Fabry-Pérot est réglée à 6 mm environ, soit un intervalle spectral libre entre ordres de 25 GHz. L'épaisseur de l'étalon est balayable avec une cale piézoélectrique sur une plage de fréquence de l'ordre de 400 GHz.



### Recapitulatif des éléments sélectifs

Nous récapitulons ici l'ensemble des éléments sélectifs introduits dans la cavité ainsi que leurs propriétés. La largeur spectrale est définie à partir du raisonnement vu précédemment. Il est de plus indiqué les pertes subies par le premier mode adjacent au mode sélectionné (situé à  $\sim 200$  MHz).

<b>Les éléments sélectifs dans la cavité</b>			
Type de filtre	Int. spec. libre	largeur spectrale (pertes sur le premier mode)	largeur balayable
Filtre de Lyot	17000 GHz	$\sim 50$ GHz	$\sim 300$ nm
Fabry Perot mince	200 GHz	$\sim 40$ GHz ( $\sim 10^{-3}$ %)	Lorsque le réglage est fait, le balayage du laser est limité à $\sim 15$ GHz, sauf si on asservissait la lame en changeant son angle (changement d'épaisseur effective)
Fabry Perot à air	20 GHz	$\sim 500$ MHz (1 %)	Balayage possible grâce à une cale piézoélectrique sur environ 400 GHz

## 1.4 Procédure de réglage optique

### 1.4.1 Alignement grossier

Pour régler grossièrement le laser, il est nécessaire de procéder en trois grandes étapes : le positionnement du cristal par rapport aux deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  (fig. II.1-2), le réglage de la focalisation du laser à argon et le réglage des miroirs de la cavité.



### Réglage de la position du cristal

Les 2 miroirs doivent être positionnés afin de focaliser le mode propre de la cavité sur chacune des faces du cristal, les distances respectives d'une face du cristal au miroir correspondant seront de l'ordre de 75 mm. Le cristal, dont les faces sont taillées à Brewster (fig. II.1-4), est bien positionné lorsque l'angle de réflexion du faisceau du laser à argon est environ  $120^\circ$ <sup>(6)</sup>.

### Réglage du faisceau du laser à argon

Le faisceau laser de pompe doit être positionné parallèlement au mode propre de la cavité laser, à une hauteur de 60 mm de la plaque du laser à saphir dopé au titane, soit à une distance de la table de travail de 175 mm environ<sup>(7)</sup>. L'impact du faisceau du laser de pompe sur le miroir de pompe est décalé de 1 mm par rapport au centre de ce miroir. Le support du miroir de pompe est monté sur un mouvement de translation orientable. Ce mouvement de translation doit être réglé parallèlement à la direction de focalisation, de manière à ce que le point d'éclairement du cristal ne bouge pas au cours de la translation du miroir.

### Réglage de la cavité laser

Il est préférable de faire le réglage grossier de la cavité laser lorsque le filtre de Lyot et le rotateur Faraday sont placés sur le bras  $M_2M_3$  de la cavité, les autres éléments du laser étant enlevés (Fabry-Perot solide, Etalon épais ...). En effet, ces deux éléments étant à l'incidence de Brewster, ils vont déplacer les faisceaux. De plus, leur diamètre est très faible ( $\sim 5$  mm) ce qui va définir assez précisément l'axe optique et ainsi limiter la possibilité de réglage (par une forte diaphragmation). Le but de ce réglage est de s'assurer que les divers miroirs renvoient la lumière dans la bonne direction. On procède dans l'ordre suivant : réglage des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  de manière à renvoyer la lumière de fluorescence du jet sur les miroirs  $M_6$  et  $M_3$  respectivement. On règle ensuite le miroir  $M_3$  de manière à renvoyer la lumière de fluorescence sur le miroir  $M_5$  (il n'y a pas de réglage sur le miroir  $M_4$ ). Ces réglages doivent être considérés comme définitifs, ils ne devront pas être retouchés par la suite. Il est fondamental de très bien respecter la hauteur de travail. La trajectoire du faisceau laser doit bien se situer dans un plan horizontal. En effet, dans le cas où ceci n'est pas respecté, les réflexions sur les miroirs et les lames à l'incidence de Brewster vont dégrader la polarisation (la rendre elliptique), ce qui entraînera de fortes pertes sur le mode laser.

Le réglage final de la cavité se fait à l'aide des miroirs  $M_5$  et  $M_6$  qui sont munis de réglages plus sensibles. On doit voir en regardant avec un papier à la sortie du laser plusieurs taches de fluorescence qui se superposent. A ce stade, l'alignement grossier est terminé.

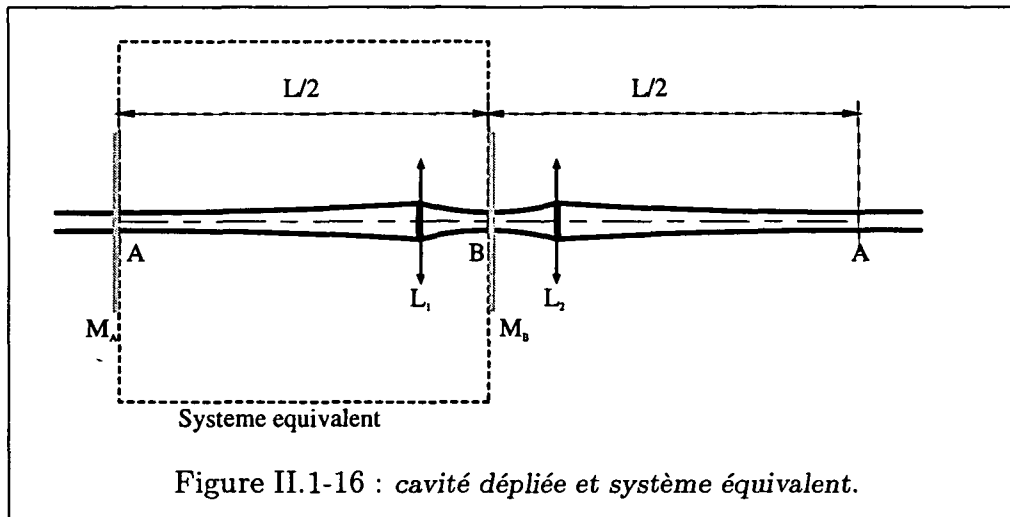
<sup>(6)</sup>  $\tan \theta_B = 1.76 \Rightarrow \theta_B = 60.40^\circ$

<sup>(7)</sup> En effet, nous avons placé l'ensemble du montage sur une dalle de marbre pour des raisons de stabilité

## 1.4.2 Réglage des focalisations

### Principe du réglage

Si on ne tient pas compte de l'astigmatisme, les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont équivalents à deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ . La cavité laser est donc équivalente au système décrit sur la figure II.1-16. Le faisceau laser présente deux points de striction en A et en B où le front d'onde est plan. On a donc un système équivalent en considérant que l'on place en A et en B deux miroirs plans  $M_A$  et  $M_B$  distants de  $\frac{L}{2}$ .



Le but du réglage est d'obtenir que le diamètre du faisceau soit très petit dans le plan B où se trouve en fait la face avant du cristal de saphir dopé au titane. Ceci permet d'augmenter la densité de puissance au niveau du cristal, ce qui favorise l'émission stimulée par rapport à l'émission spontanée.

En optique géométrique, on trouve que le faisceau laser est parfaitement focalisé dans deux cas : il faut soit que la lentille fasse l'image du plan B sur le plan A, soit que le faisceau entre la lentille et le plan A soit parallèle (fig. II.1-17).

On passe d'une configuration à l'autre en déplaçant la lentille d'une distance  $\delta$  telle que :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\overline{OB}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{\overline{OB}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{L}{2} \\ \frac{1}{\overline{OB}} = \delta + f \end{array} \right\} \Rightarrow \delta^2 - \delta\left(\frac{L}{2} - 2f\right) + f^2 = 0 \quad (\text{II.1-17})$$

On a, d'après II.1-17, une formule approchée de  $\delta$  car  $\delta^2 \ll f^2$  :

$$\delta = \frac{f^2}{\frac{L}{2} - 2f} \quad (\text{II.1-18})$$

D'après II.1-18,  $\delta \simeq 8.42 \text{ mm}$  <sup>(8)</sup>.

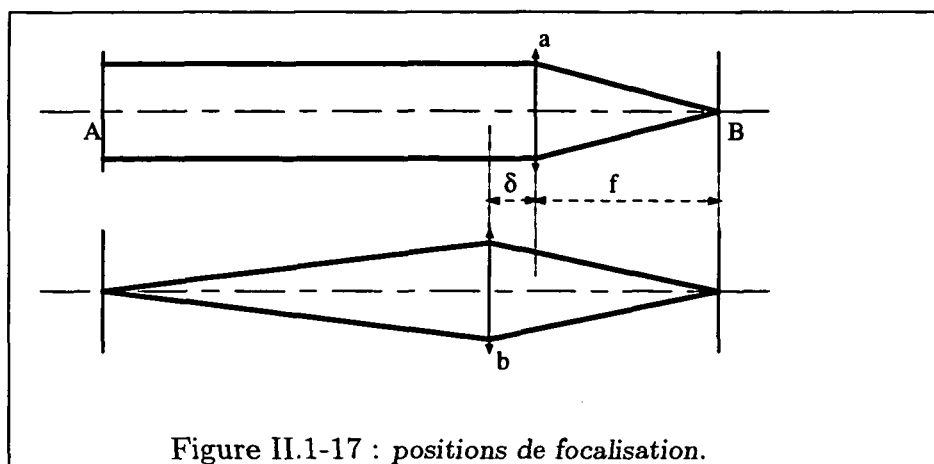


Figure II.1-17 : positions de focalisation.

Lorsqu'on fait un calcul plus précis en tenant compte du fait que l'on a des faisceaux gaussiens, on trouve que les deux cas de la figure II.1-17 sont des cas limites et qu'il n'y a de solution stable que si la lentille est située entre les deux positions extrêmes  $a$  et  $b$ . C'est pour cette raison que la zone  $[a, b]$  (de longueur  $\delta$ ) est appelée zone de stabilité. Si la lentille se trouve à une distance  $x$  de la position  $a$ , le diamètre  $w_o$  au col du mode dans le plan B est donné par l'expression II.1-19.

$$w_o^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{x(\delta - x)} \quad (\text{II.1-19})$$

Sur la figure II.1-18, on voit que  $w_o$  est maximum lorsque la lentille est au centre de la zone de stabilité et  $w_o^{\text{max}} = \sqrt{\frac{\delta\lambda}{2\pi}} = 33.95 \mu\text{m}$ , ce qui est très proche de la valeur calculée dans la section 1.1.3. Comme les éléments sélectifs (Fabry-Perot) doivent être placés dans un faisceau parallèle, on a intérêt à se rapprocher de la position  $a$  <sup>(9)</sup>.

### Méthode simple de réglage

Pour placer de manière précise les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  par rapport au cristal, le plus simple est de procéder comme suit : On place un écran loin des miroirs (1.5 m environ), de manière à faire l'image du point de fluorescence du cristal. Le miroir se trouve alors à une distance  $x$  de la position  $a$  :

$$x = \frac{f^2}{\text{dist. Miroir-écran}} \simeq \frac{f^2}{1500} = 3.75 \text{ mm}$$

Il faut à ce moment régler la focalisation du miroir de pompe. Lorsqu'on translate celui-ci, on fait varier la taille de la zone de fluorescence du cristal et cette variation

<sup>(8)</sup> 8.53 mm d'après II.1-17

<sup>(9)</sup> Tout ceci ne tient pas compte de l'astigmatisme qui décale les zones de stabilité. On a cependant vu dans la section 1.1.3 comment cet astigmatisme peut être compensé.

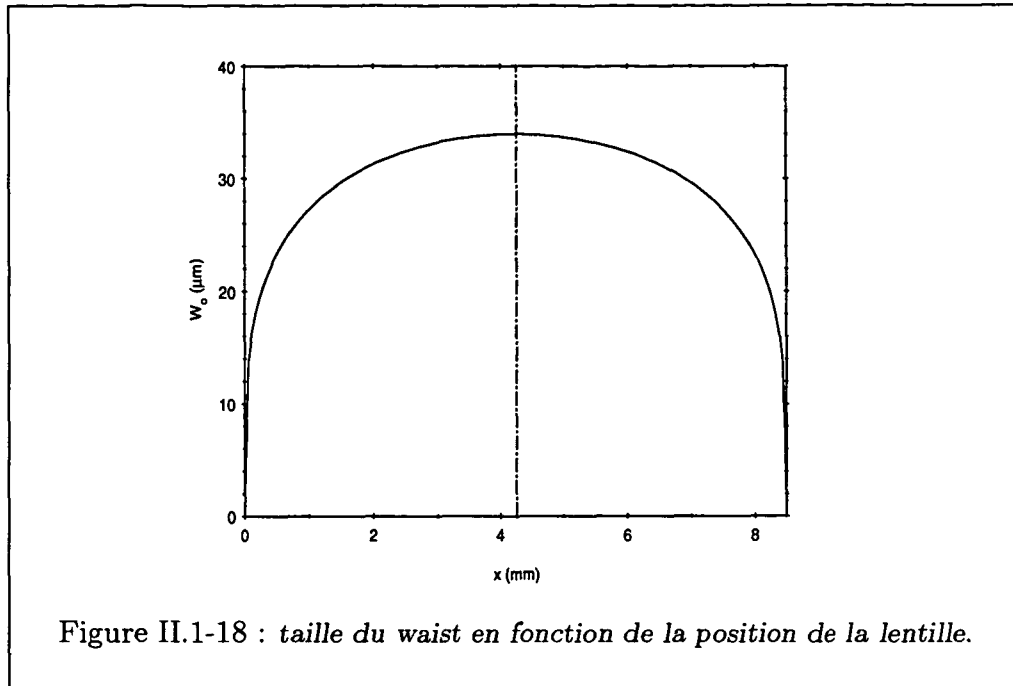


Figure II.1-18 : taille du waist en fonction de la position de la lentille.

s'observe facilement sur l'écran. Il est aussi important que cette image sur l'écran ne se déplace pas (si c'est le cas, il faut recommencer le réglage de la position de la translation vu dans la section 1.4.1). Le miroir de pompe est exactement focalisé sur le cristal lorsqu'on a minimisé la taille de la tache de fluorescence sur l'écran.

Lorsqu'on fait, pour chacun des miroirs  $M_1$  et  $M_2$ , l'image de la fluorescence du jet à 1.5 m, les 2 miroirs sont à 0.5 mm du milieu de la zone de stabilité. Dans cette position, le waist vaut 33.83  $\mu\text{m}$ , on peut éloigner les miroirs de 2 à 3 mm (waist de 25.57 à 30.53  $\mu\text{m}$ ), ce qui permet d'avoir un faisceau plus parallèle<sup>(10)</sup>.

Lorsque les miroirs sont dans cette position, le laser doit normalement fonctionner (sinon, il suffit de retoucher les miroirs  $M_5$  et  $M_6$ ). A ce point, il s'agit d'optimiser la puissance du laser. Il y a 5 grandes phases dans l'optimisation.

a - Optimisation du trajet du faisceau dans la cavité à l'aide des miroirs  $M_5$  et  $M_6$ . Pour cela, il faut dérègler un des miroirs et rattraper le réglage avec l'autre. Si la puissance augmente, on continue à dérègler le premier miroir dans le même sens, sinon on change de sens. Il faut faire cela avec les vis horizontales, puis les vis verticales.

b - Optimisation de la position du cristal. Pour cela, il faut avancer ou reculer un des miroirs  $M_1$  ou  $M_2$ , puis rattraper le réglage en optimisant la puissance par la translation de l'autre miroir.

c - Optimisation du réglage de filtre de Lyot. Il faut régler l'angle de Brewster pour obtenir la puissance maximum.

d - Optimisation du verre Faraday. Là encore, il faut régler l'angle de brewster avec précaution. En effet, dans notre laser, le cristal est de très petit diamètre, il faut régler très finement la position verticale et horizontale du verre Hoya

<sup>(10)</sup>Sur notre laser, le bon réglage est fait lorsque, dans la tache de fluorescence apparait un trait plus intense que l'on peut centrer à l'aide des miroirs de pompe



pour que le faisceau passe au centre de ce dernier.

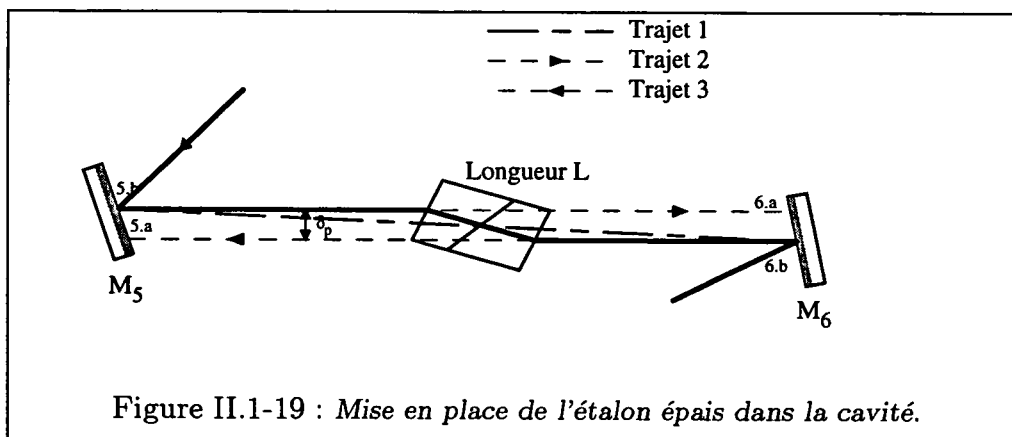
e - Optimisation de la pompe à l'aide de deux miroirs. On procède comme dans -a- pour la cavité.

### 1.4.3 Réglage de l'étalon épais

A ce stade, il faut placer le Fabry-Perot épais dans la cavité. Comme le Fabry-Perot décale le faisceau laser (fig. II.1-19), il va falloir régler à la fois la cavité laser (miroirs  $M_5$  et  $M_6$ ) et le parallélisme du Fabry-Perot épais (butées différentielles du support de l'étalon). On peut procéder de deux manières :

Soit régler le parallélisme du Fabry-Perot à l'extérieur de la cavité laser par une méthode classique (on peut par exemple utiliser un laser He-Ne). Il n'y a alors qu'à régler la cavité laser lorsqu'on place l'étalon.

Soit régler directement le Fabry-Perot à l'intérieur du laser. Il faut pour cela observer sur un écran placé à la sortie du laser les deux taches de fluorescence réfléchies par chacune des faces de l'étalon. Ces deux taches se reconnaissent aisément car elles sont irisées à cause de la dispersion des prismes. Il suffit alors de les faire coïncider pour régler le Fabry-Perot. Si on n'arrive pas à le régler dans ces conditions, on peut aussi faire coïncider les taches irisées avec les taches de fluorescence du laser. Dans ce cas on règle l'étalon à l'incidence normale. Le laser fonctionne alors dans les deux sens, il faut incliner le Fabry-Perot pour obtenir le fonctionnement unidirectionnel.



#### Conseils relatifs au réglage

Comme nous l'avons vu précédemment, le Fabry-Perot à air déplace le faisceau (fig. II.1-19) de  $\delta_p = L \sin(2i_B - \frac{\pi}{2}) = -L \cos(2i_B) \simeq 6 \text{ mm}$ . Lorsque l'étalon n'est pas dans la cavité, les taches de fluorescence sont en 5.b pour un sens et 6.b pour l'autre (trajet 1). Il faut alors déplacer les taches de fluorescence de  $\delta_p$  afin de compenser le décalage dû à l'étalon. Pour cela, on amène les taches de 6.b en 6.a pour le trajet 1 et de 5.b en 5.a pour le trajet 2. Dans ces conditions, on introduit le Fabry-Pérot à air, le laser doit alors fonctionner, sinon, on retouche légèrement les miroirs (on peut

voir les taches de fluorescence qui se superposent à l'aide de papiers sur les miroirs  $M_5$  puis  $M_6$ ). Là encore, il faut optimiser ensuite l'angle de Brewster et la position horizontale (pas de possibilité de réglage de la position verticale) de l'étalon pour obtenir la puissance maximum. On peut ensuite retoucher au parallélisme de l'étalon comme ultime optimisation.

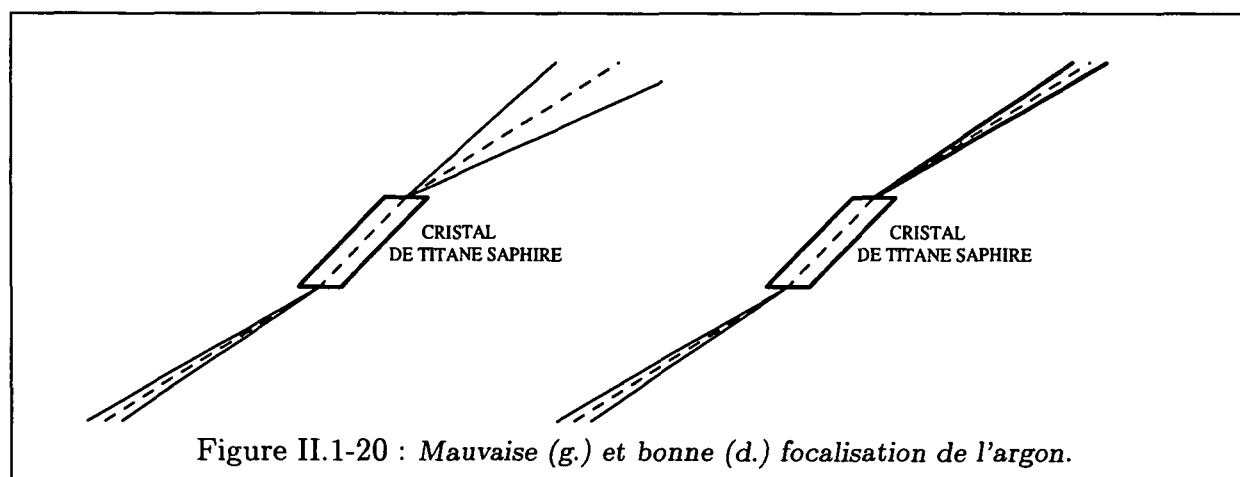
Nous avons dit précédemment qu'il ne faut pas que l'étalon fonctionne à l'incidence normale, car dans ce cas le laser fonctionne dans les deux sens. On doit donc l'incliner légèrement, et il est conseillé de ne le faire qu'à l'aide de la vis de réglage horizontale, afin de ne pas décaler verticalement le faisceau, ce qui aurait des conséquences dramatiques sur la puissance. Rappelons qu'il est impératif que la cavité soit bien horizontale (i.e. le faisceau qui tourne dans la cavité doit rester le plus possible dans un plan horizontal).

#### 1.4.4 Autres éléments

A ce point, il ne reste plus qu'à installer l'étalon mince et, s'il y a lieu, le bilame à Brewster pour les grands balayages en fréquence. Ceci ne pose pas de problèmes majeurs. Lorsque tous les éléments sont installés, on constate une baisse de puissance de 20 à 30 % par rapport à la cavité nue. On peut alors retoucher légèrement à la cavité (comme en 1.4.2) pour obtenir la puissance optimale.

#### 1.4.5 Remarques concernant la focalisation de l'argon

Il existe un bon critère visuel concernant l'appréciation de la focalisation de l'argon. Il suffit que les faisceaux entrant et sortant du cristal aient la même divergence comme indiqué figure II.1-20.



#### 1.4.6 Remarques et conseils

La poussière qui se dépose sur les miroirs peut faire varier dramatiquement la puissance du laser. Il faut donc nettoyer soigneusement les éléments un par un (on

optimise la puissance en nettoyant un élément, puis on passe à un autre). Il est aussi souhaitable de placer le laser dans une boîte et d'y maintenir une légère surpression avec un air convenablement filtré.

Lorsque le laser est réglé, il n'y a pas lieu de toucher au réglage des focalisations. Si la puissance du laser baisse, c'est soit dû à l'argon dont le faisceau bouge dans le temps (réglage de la pompe), soit à un dérèglement de l'étalon épais, soit très rarement à un dérèglement des miroirs  $M_5$  et  $M_6$ . Régler de nouveau la pompe est assez facile, il suffit de recentrer le trait plus intense sur la tache de fluorescence (note p.53).

## 1.5 Stabilisation et Balayage en fréquence du laser

Pour les expériences, la fréquence du laser doit être stabilisée au moins aussi bien que la largeur naturelle  $\Gamma$  de l'état excité ( $\frac{\Gamma}{2\pi} = 5$  MHz pour le césium). On veut également pouvoir décaler cette fréquence d'une quantité connue. Pour obtenir ceci, l'asservissement doit se diviser en trois grandes étapes :

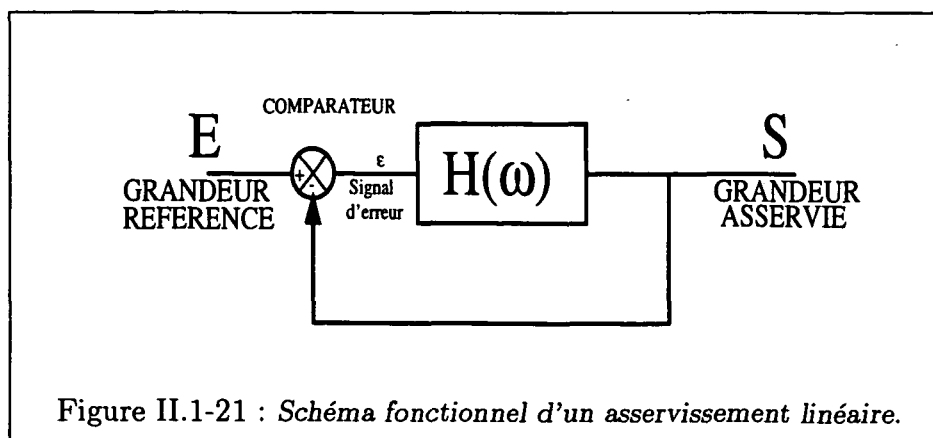
Asservissement en mode interne : le maximum de transmission du Fabry-Perot épais intracavité est asservi pour coïncider avec le même mode longitudinal de la cavité lorsque la fréquence de ce mode dérive ou est balayée volontairement. Notons que ceci ne contribue pas à réduire les fluctuations de fréquence du laser. Il s'agit simplement de garantir un fonctionnement monomode.

Asservissement de la fréquence du laser sur la fréquence de transmission d'une cavité Fabry-Perot confocale très stable (cavité externe).

Eventuellement, asservissement de la longueur de cette cavité externe sur une transition atomique pour, par exemple, les expériences de piégeage.

### 1.5.1 Principe généraux des asservissements

Le but d'un asservissement consiste à maintenir une grandeur  $S$  identique à une grandeur de référence  $E$  qui peut être fixe ou variable.



La fonction de transfert en boucle fermée d'un tel asservissement vaut :

$$T(\omega) = \frac{S(\omega)}{E(\omega)} = \frac{H(\omega)}{1 + H(\omega)} \quad (\text{II.1-20})$$

Le but de l'asservissement étant d'obtenir  $S = E$ , on voit qu'on aura intérêt à avoir un gain en boucle ouverte  $H(\omega)$  le plus grand possible. On peut déduire les propriétés d'un asservissement à partir de  $H(\omega)$ .

### Stabilité d'un asservissement

Pour qu'une boucle d'asservissement devienne instable, c'est à dire se mette à osciller, deux conditions doivent être satisfaites :

- l'amplitude doit augmenter après chaque tour, ce qui se traduit dans notre cas par un gain par tour  $|H(\omega)| \geq 1$ .

- la phase doit être inchangée (à  $2\pi$  près) au bout d'un tour : le changement de signe au niveau du comparateur imposant un déphasage de  $\pi$ , il faut un autre déphasage de  $\pi$  au niveau de  $H(\omega)$ .

Ces deux conditions se traduisent en électronique par le critère de Nyquist : *un asservissement devient instable lorsque simultanément le module de  $H(\omega)$  vaut 1 et sa phase  $-\pi$ .*

Dans les circuits électroniques simples comme ceux que nous utilisons, les fonctions de transfert ont toujours une forme du type :

$$T(i\omega) = K_0 \frac{\prod_i \left[1 + i \frac{\omega}{\omega_i}\right]^{m_i}}{\prod_k \left[1 + i \frac{\omega}{\omega_k}\right]^{n_k}} \quad m_i, n_k \in \left\{IN, \frac{IN}{2}\right\} \quad (\text{II.1-21})$$

La réponse en phase de ces systèmes est entièrement déterminée par leur réponse en amplitude. Ceci va donc permettre de caractériser leur stabilité uniquement par l'allure de  $|T(\omega)|$  donc de  $|H(\omega)|$ . Une représentation commode pour illustrer la stabilité de ces systèmes est donnée par les diagrammes de Bode représentant  $20 \log |H(\omega)|$  et  $\arg [H(\omega)]$  en fonction de  $\omega$ .

### Précision de l'asservissement

En plus d'une bonne stabilité, il faut qu'un asservissement soit précis, c'est à dire que son erreur statique soit minimale.

$$E(\omega = 0) - S(\omega = 0) = \frac{E(\omega = 0)}{1 + H(0)} \quad (\text{II.1-22})$$

Ceci nécessite un gain statique  $K = H(0)$  le plus grand possible.



### Rapidité de l'asservissement

Il existe 2 fréquences caractéristiques dans un asservissement :

$\omega_0$  : fréquence à gain unité

$\omega_c$  : fréquence de coupure au delà de laquelle  $20 \log |H(\omega)| < (20 \log |K| - 3 \text{ dB})$

La rapidité d'un asservissement croît avec  $\omega_0$ , ce qui signifie d'une part que les perturbations plus lentes que  $\omega_0$  seront corrigées et d'autre part que les modifications volontaires de la grandeur de référence  $E$  seront bien reproduites jusqu'à une fréquence de l'ordre de  $\omega_0$ .

L'ensemble de ces critères conduit à choisir une fonction de transfert  $H(\omega)$  dont :

$\omega_0$  a une valeur la plus élevée possible (bonne rapidité)

$\omega_c$  a une valeur la plus basse possible (gain statique élevé)

une pente entre  $\omega_c$  et  $\omega_0$  de  $-9 \text{ dB/octave}$  (bonne marge de sécurité sur la stabilité)

$$H(\omega) = \frac{K}{\left[1 + i \frac{\omega}{\omega_0}\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{II.1-23})$$

Nous avons utilisé pour réaliser cette fonction un correcteur inspiré de celui de J. Hall, couramment utilisé dans les asservissements laser. Il comprend [24] un intégrateur (pour augmenter le gain statique), un filtre pour ajuster la pente à  $-9 \text{ dB/octave}$  et un amplificateur haute tension (on veut en général agir sur des céramiques piézo-électriques). Le boîtier correcteur, réalisé au laboratoire, permet également d'ajouter au signal une tension continue, une modulation ou une rampe, ce qui est très commode pour la génération et l'observation des signaux d'erreur.

### 1.5.2 Asservissement du Fabry-Perot épais

Cet asservissement n'a pas pour but de réduire le bruit de fréquence du laser, mais de maintenir le laser monomode longitudinal, lorsque sa fréquence varie. Ces variations, volontaires ou non, n'excédant pas 1 ou 2 GHz, il est inutile d'asservir le filtre de Lyot ou l'étalon mince qui gardent une transmission quasi constante égale à 1 sur cette plage. Seul l'étalon à air, d'intervalle spectral libre de 25 GHz doit être asservi pour qu'à tout instant la fréquence d'un de ses maxima de transmission coïncide avec la fréquence du laser. Pour cela, on va agir sur la céramique piézoélectrique commandant l'épaisseur du Fabry-Perot (fig. II.1-15).

Pour obtenir un signal d'erreur proportionnel à l'écart entre la fréquence du laser  $\nu_o$  et la fréquence  $\nu_m$  du maximum du pic d'Airy du Fabry-Perot, on a utilisé une modulation suivie d'une détection synchrone. L'épaisseur du Fabry-Perot est modulée à une fréquence  $\omega$  de quelques kHz, avec une amplitude faible devant la largeur de la courbe de transmission de l'étalon. On détecte ensuite l'amplitude de la composante à la même fréquence  $\omega$  dans le signal  $I_{\text{Laser}}$  (fig. II.1-22) en effectuant le produit de ce signal et du signal de référence dans une détection synchrone à  $\omega$ . On obtient la dérivée du pic, qui s'annule en son sommet : c'est le signal d'erreur (fig. II.1-23).

En fait, on a des pics qui se reproduisent de façon périodique. On a alors sur le signal démodulé plusieurs points de verrouillage stables. Si le système s'écarte de

sa position de moins d'une demi période, il pourra revenir à sa position initiale au bout d'un certain temps car le signal d'erreur aura gardé le même signe. Dans le cas contraire, il ira se verrouiller sur le point suivant correspondant au maximum d'un autre pic du Fabry-Perot. La dynamique de cet asservissement est d'autant plus grande que les 2 pics sont distants.

La bande passante est elle limitée par la fréquence de modulation  $\omega$  : en effet, toute perturbation plus rapide que  $\omega$  ne sera pas vue par l'asservissement et donc pas corrigée.

Le signal d'erreur est envoyé vers un boîtier correcteur composé d'un intégrateur (pour augmenter le gain statique), un filtre pour ajuster la pente à  $-9$  dB/octave et un amplificateur haute tension.

### paramètres d'asservissement

Détection synchrone commerciale ORTEC BROOKDEAL 9503	
Gain (sensitivity)	1 mV
Multiplier	x5
Constante de temps	1 ms
Phase	180° 8 – 30
Highres/Highstab	Highres
$\omega$ modulation	1 kHz
Niveau de modulation	0.6 V
Gain correcteur	1
Caractéristique du signal d'entrée	
Tension	500 mV
Modulation	1 %
Caractéristique de la cale et de l'ampli	
Conversion $\mu\text{m}/\text{V}$	0.01
Gain ampli HT	50

Il faut faire attention à avoir le réglage optimal de la cavité, au risque de voir le dynamique de l'asservissement fortement réduite.

### 1.5.3 Asservissement de la fréquence du laser

Il va ici s'agir de réduire le bruit de fréquence du laser. Pour cela, on va asservir la fréquence du laser sur une fréquence de transmission d'une cavité externe plus stable. Cette cavité est de type Fabry-Perot confocal composé de deux miroirs sphériques de même rayon 100 mm, réfléchissants avec un coefficient de réflexion  $\mathcal{R} = 99\%$  à 850 nm et distants de 100 mm. Dans une cavité de ce type, le faisceau revient sur lui-même après deux aller-retour, d'où un intervalle spectral libre  $\frac{c}{4L} = 750$  MHz et une

finesse théorique  $\frac{\pi\sqrt{\mathcal{R}^2}}{1-\mathcal{R}^2} \simeq 150$  (formule habituelle où l'on remplace  $\mathcal{R}$  par  $\mathcal{R}^2$  car il y a deux fois plus de réflexions). En fait, les imperfections des miroirs et les défauts

d'alignement conduisent à une finesse de l'ordre de 100. L'un des miroirs est collé sur une céramique piézoélectrique qui permet de modifier la longueur de la cavité. Notons que les céramiques piézoélectriques dégradent la stabilité de cette cavité car elles sont très sensibles aux fluctuations thermiques.

La grandeur de référence de cet asservissement est une des fréquences de transmission de la cavité et la grandeur à asservir est la fréquence d'émission du laser. On réagit sur celle-ci en changeant la longueur de la cavité laser par l'intermédiaire des cales piézoélectriques des miroirs  $M_4$  et  $M_5$  de la cavité.

On utilise le même boîtier correcteur qu'en 1.5.2. Cette fois-ci, l'asservissement (fig. II.1-24) est beaucoup plus simple que le précédent. On va utiliser directement la courbe de transmission du Fabry-Perot en fonction de la fréquence comme signal d'erreur. On se place à mi-hauteur d'un pic (où la pente est la plus grande) et on soustrait un signal indépendant de la fréquence pour le ramener autour de zéro (fig. II.1-25). Cette méthode a l'avantage de la simplicité et de l'absence de modulation. Par contre sa dynamique, c'est à dire l'amplitude des fluctuations qui peuvent être corrigées, est limitée par la largeur d'un pic de transmission du Fabry-Perot, puisqu'au delà du sommet, le signal d'erreur change de signe. On n'a donc pas intérêt pour cette méthode à utiliser un Fabry-Perot de trop grande finesse.

D'autre part, les fluctuations d'amplitude du laser vont modifier la position du point de verrouillage de l'asservissement. Ceci va réintroduire artificiellement du bruit de fréquence dans toute la bande passante de l'asservissement. Pour éliminer ce défaut, on soustrait au signal transmis par la cavité externe un signal proportionnel à l'intensité du laser. Les fluctuations d'intensité se compenseront à condition d'utiliser deux photodiodes rigoureusement identiques, avec les mêmes amplificateurs de même bande passante. On a également intérêt à ajuster optiquement les flux lumineux reçus pour que les photodiodes travaillent dans les mêmes conditions de linéarité.

Pour augmenter l'efficacité de l'asservissement, il est bon d'agir sur :

- la grosse cale piézoélectrique du miroir  $M_5$  pour la partie lente du signal de correction, permettant surtout une grande excursion pour la correction.
- la petite cale piézoélectrique du miroir  $M_4$  pour la partie rapide du signal de correction permettant de corriger les petites fluctuations et diminuant la modulation due à la réponse de l'asservissement.

Si l'on n'utilise qu'une céramique, c'est la lente qu'il faut utiliser.

## 1.6 Performances du laser

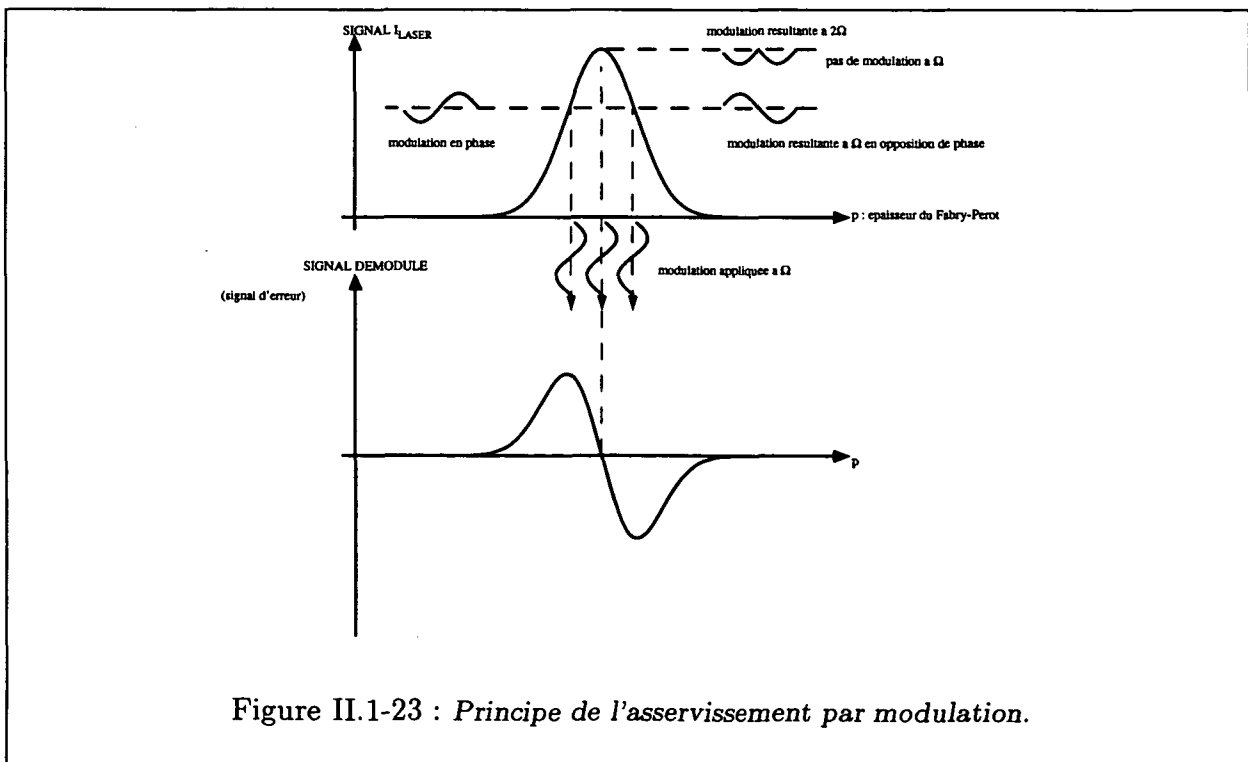
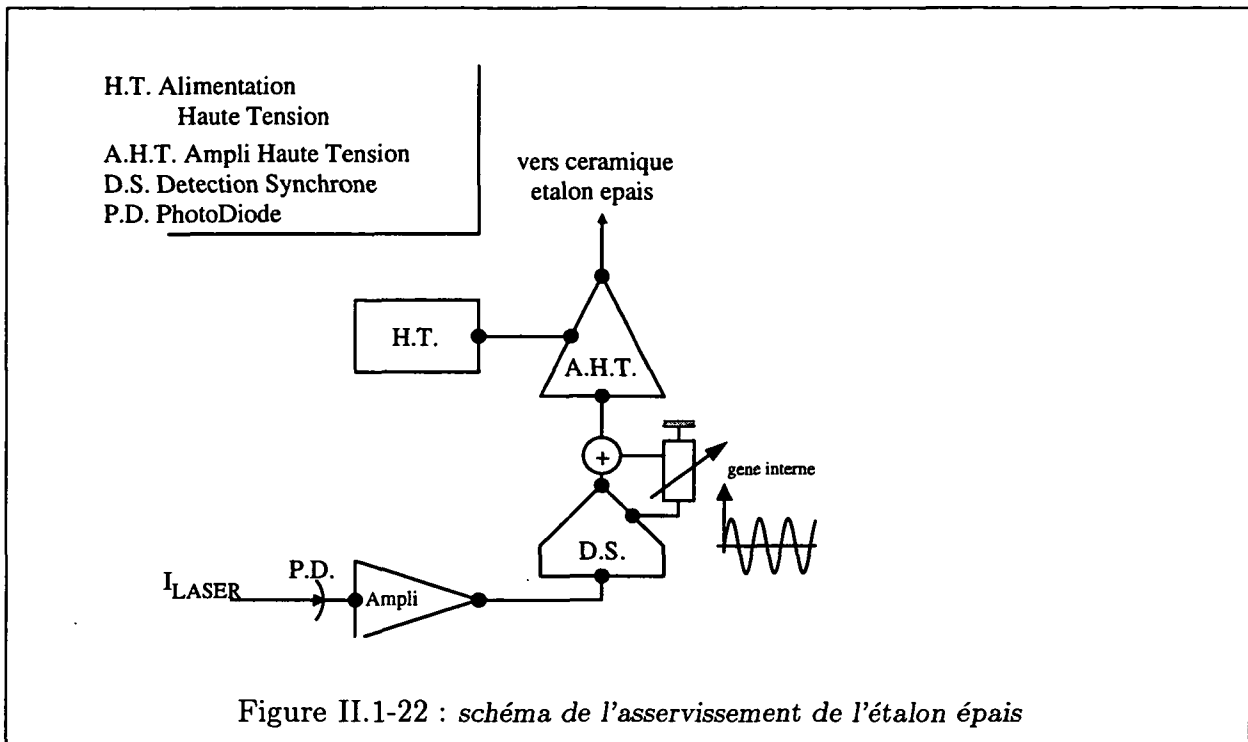
### 1.6.1 Puissance du laser

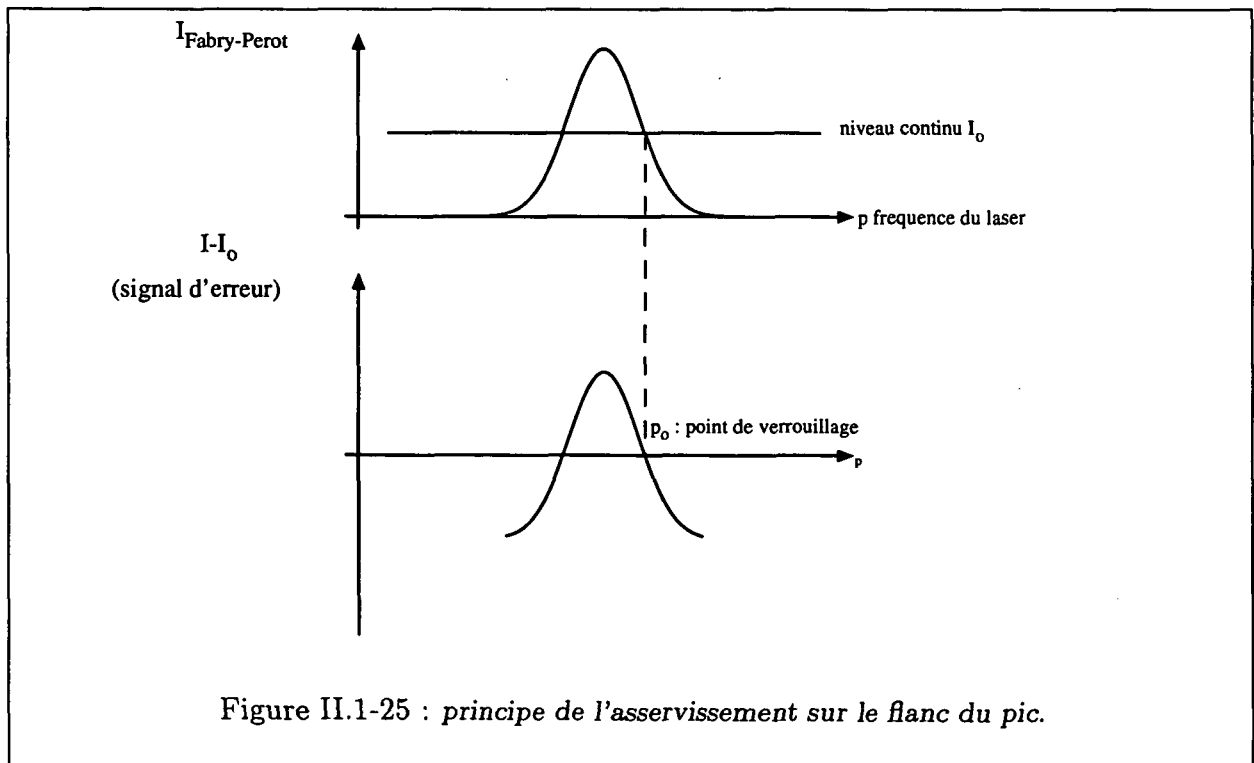
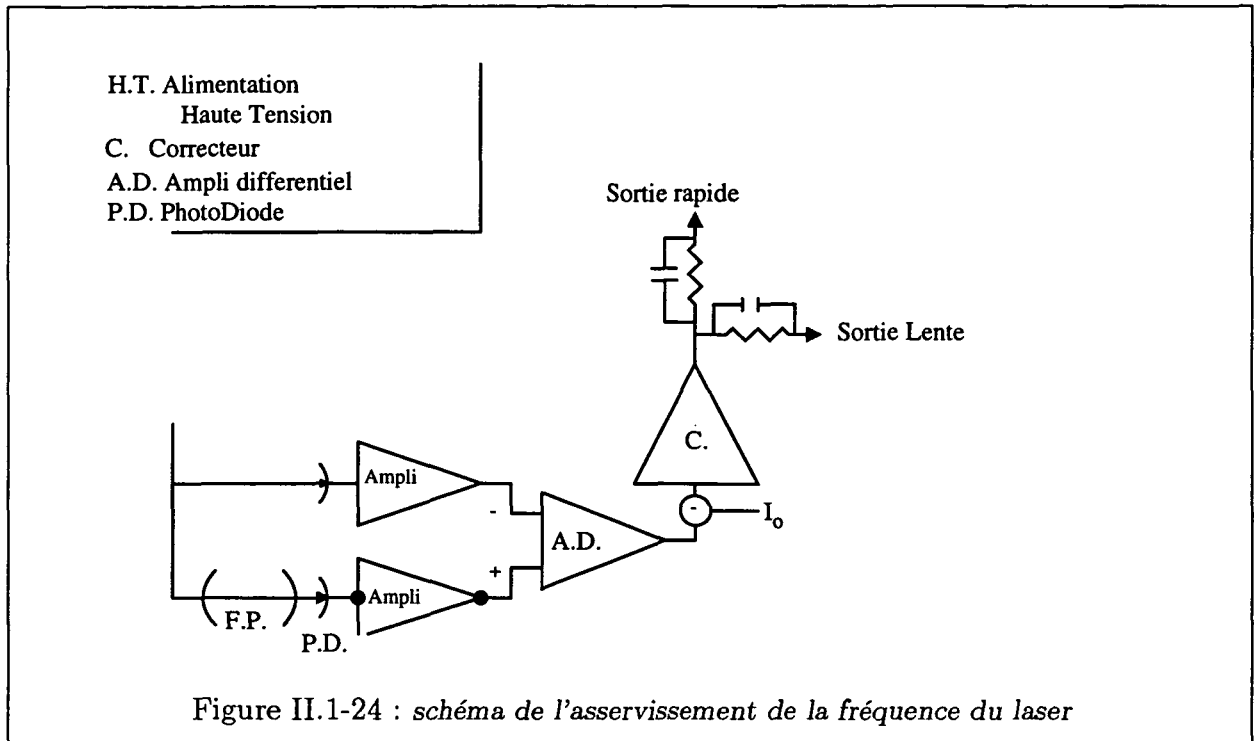
Nous avons mesuré la puissance du laser à l'aide d'une sonde COHERENT n°7806 (calibrée à 1mV/Watt) et d'un boîtier microvoltmètre réalisé au laboratoire. Nous constatons (fig. II.1-26) que l'introduction d'éléments sélectifs dans la cavité entraîne un baisse de puissance de l'ordre de 25 %.

### 1.6.2 Accordabilité du laser

A l'aide du filtre de Lyot, nous pouvons balayer la fréquence du laser. Nous avons ainsi étalonné la position du filtre de Lyot (fig. II.1-27)

Les points limites de cet étalonnage indique qu'au delà, le laser *saute* de mode et de plus, la puissance du laser est nettement diminuée. Nous n'avons pas réalisé de mesures précises de la largeur de raie de notre laser. Néanmoins, nous avons pu voir un signal d'absorption saturée nettement résolu, ce qui indique une finesse inférieure à 5 MHz (qui est la largeur minimale d'un signal d'absorption saturée).





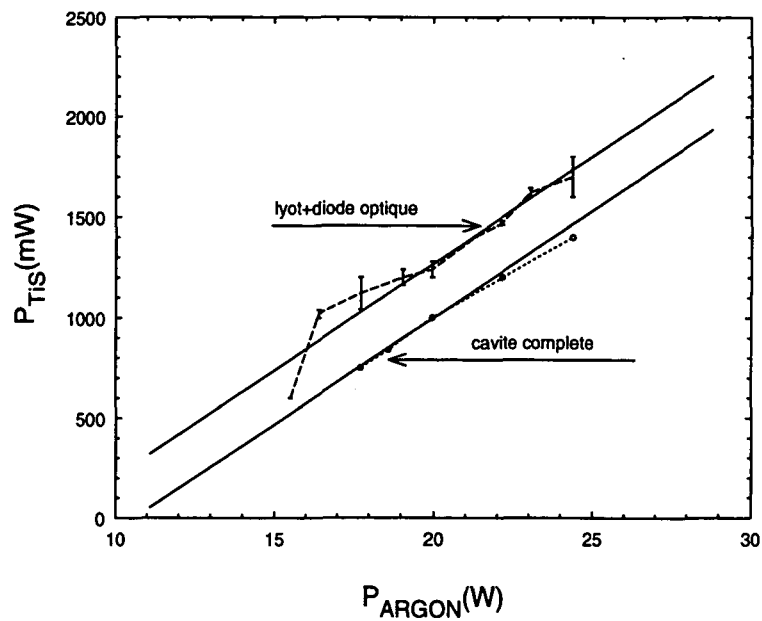


Figure II.1-26 : Puissance du laser à  $\lambda = 852$  nm en fonction de la puissance de pompe avec et sans éléments sélectifs dans la cavité.

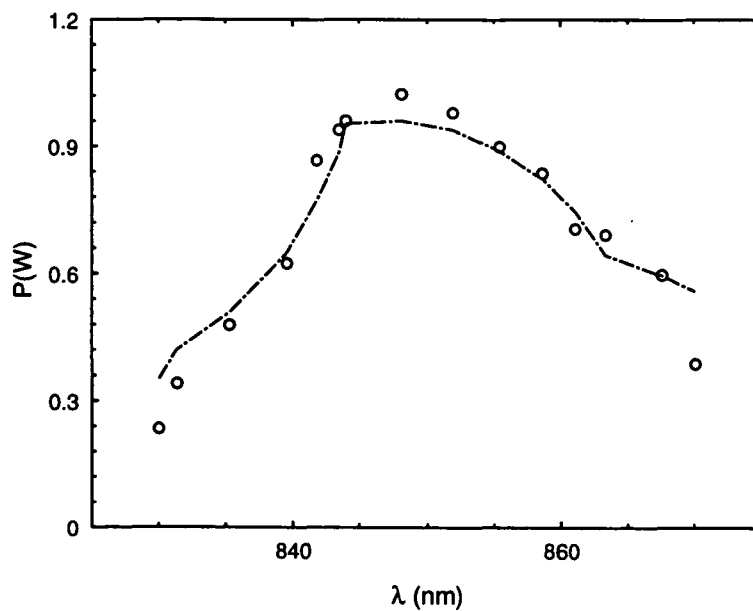


Figure II.1-27 : Etude de la fréquence d'émission laser.

# Chapitre 2

## La cavité gravitationnelle

L'élément de base d'une cavité pour atomes est bien sûr un miroir. Celui-ci peut-être une surface sur laquelle l'atome rebondit si les forces répulsives au voisinage de la surface l'emportent sur les forces attractives induites par exemple par les interactions de Van der Waals. De tels rebonds ont été observés pour des atomes d'hydrogène d'une température de quelques milliKelvins sur une surface sphérique recouverte d'un film d'hélium liquide [25].

Nous nous intéressons ici à l'utilisation d'une onde évanescente pour réaliser un miroir atomique. L'idée originale d'un tel miroir a été proposée par R. Cook et R. Hill dès 1982 [9]. Elle consiste en un diélectrique plan, à la surface duquel une onde évanescente est formée. Un atome approchant la surface de ce diélectrique subit une force dipolaire qui le repousse si la fréquence de l'onde laser est supérieure à la fréquence de résonance de la transition atomique concernée. Si cette atome a une vitesse normale à la surface suffisamment faible, il pourra rebondir avant d'atteindre le diélectrique.

Une première expérience [7] a permis de montrer l'efficacité d'un tel miroir par la déviation transverse d'un jet atomique. Nous verrons qu'un tel miroir n'est efficace que pour des vitesses normales à la surface très faibles. Par conséquent, cette expérience se faisait à une incidence quasi rasante avec des angles de déflexion faibles.

Il est aussi possible de réaliser une cavité à atomes linéaire dans laquelle l'autre miroir est remplacé par la gravité. Une première expérience dans cette direction [10] a permis d'observer le retour de  $\sim 0.3\%$  des atomes après un rebond et de  $\sim 0.03\%$  des atomes après le deuxième. Dans une telle expérience, le miroir plan ne permet pas de confiner les atomes dans leur mouvement transverse, ils sortent donc rapidement du domaine de l'onde évanescente si leur vitesse transverse initiale n'est pas nulle.

Nous allons étudier dans ce chapitre une cavité gravitationnelle qui permet d'obtenir une trajectoire paraxiale stable, ceci à l'aide d'un miroir courbé. Dans le but d'observer un grand nombre de rebonds, nous avons utilisé un atome lourd, le césium<sup>(1)</sup>. Des expériences ont aussi été effectuées sur des atomes de sodium [27], sans permettre l'observation d'un gain d'efficacité par rapport au miroir plan.

Après une description du miroir atomique, nous mettrons en valeur les différents paramètres qui influent sur la stabilité d'une telle cavité. Enfin, nous montrerons les résultats obtenus qui nous ont permis de déterminer les facteurs limitant le coefficient

---

<sup>(1)</sup>Une étude [26] a en effet montré que l'observation d'un grand nombre de rebonds est plus facile avec un atome lourd et un rayon de courbure élevé

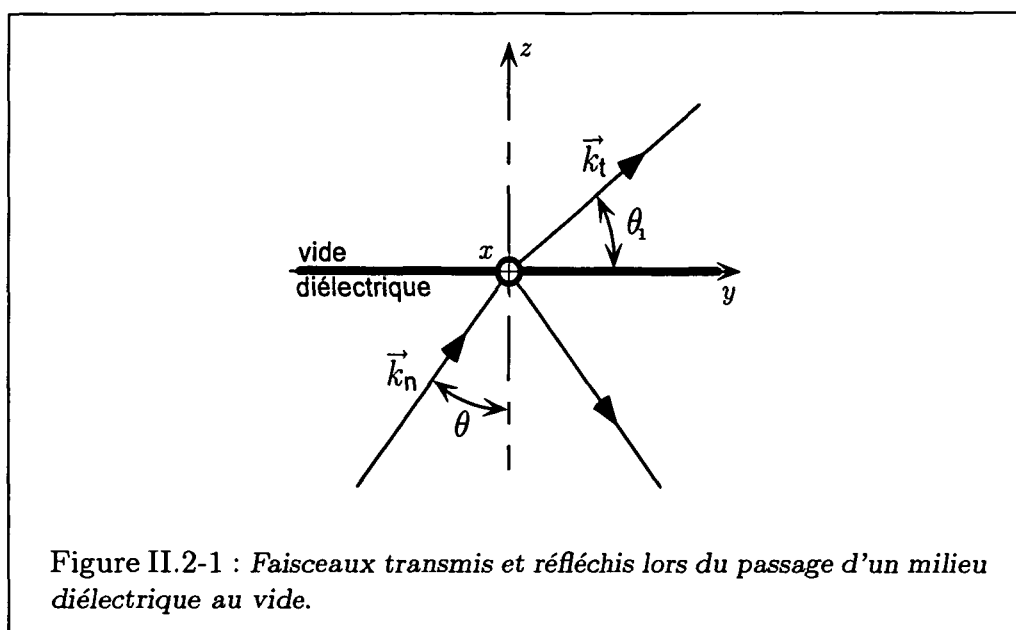


de réflexion du miroir.

## 2.1 Le miroir à atomes

Dans cette partie, nous allons voir qu'il est possible de faire rebondir un atome sur un miroir électromagnétique formé d'une onde évanescente créée à une interface diélectrique-vide. Nous décrivons le fonctionnement de ce miroir atomique pour un atome à deux niveaux. Nous étudierons ensuite les conditions de rebond d'un atome, ainsi que les limitations apportées par les processus aléatoires d'émission spontanée qui peuvent se produire lors de celui-ci.

### 2.1.1 L'onde évanescente



Nous considérons une onde plane, monochromatique, associée à un champ électrique de pulsation  $\omega_L$ , d'amplitude  $\mathcal{E}_n$ , de polarisation  $\epsilon_n$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_n$ , se propageant dans un milieu diélectrique d'indice  $n$ .

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_n \epsilon_n e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega_L t)} \quad (\text{II.2-1})$$

Cette onde atteint une interface diélectrique-vide (fig. II.2-1), modélisée par un plan infini situé en  $z = 0$ . On note  $\theta$  l'angle d'incidence et  $\theta_1$  l'angle de transmission. Les lois de Snell-Descartes imposent :

$$n \sin \theta = \sin \theta_1 \quad (\text{II.2-2})$$

Comme  $n > 1$ , il existe une valeur  $\theta_l$  de l'angle d'incidence au dessus de laquelle aucune onde transmise ne peut se propager, c'est la réflexion totale. On peut néanmoins

continuer à utiliser la relation II.2-2 à condition de prendre  $\sin \theta_1 > 1$  et donc  $\cos \theta_1$  imaginaire pur [28]. L'onde transmise varie alors en  $e^{i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}}$  avec :

$$i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} = i\frac{\omega}{c} (\cos \theta_1 z + \sin \theta_1 y) = -\frac{\omega}{c} (n^2 \sin^2 \theta - 1)^{\frac{1}{2}} z + i\frac{\omega}{c} n \sin \theta y \quad (\text{II.2-3})$$

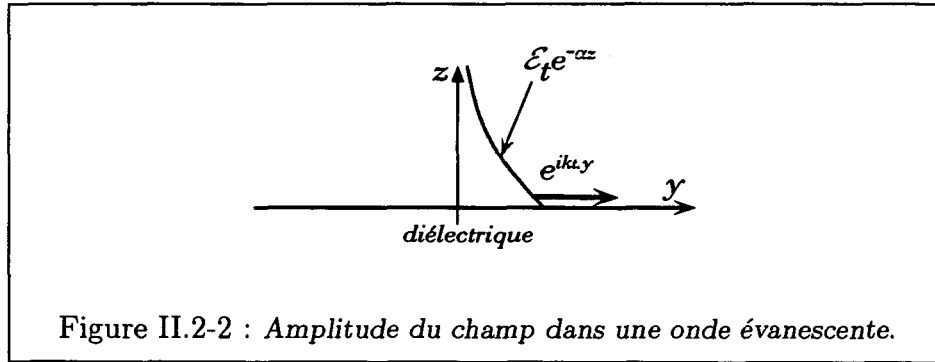
Notons  $\mathcal{E}_t$  l'amplitude de l'onde transmise et  $\epsilon_t$  sa polarisation ; il vient :

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_t \epsilon_t e^{-\alpha z} e^{i(k_t \cdot y - \omega t)} \quad (\text{II.2-4})$$

$$\alpha = \frac{\omega}{c} (n^2 \sin^2 \theta - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.2-5})$$

$$k_t = n \frac{\omega}{c} \sin \theta \quad (\text{II.2-6})$$

L'onde transmise est donc une onde évanescente se propageant parallèlement à la surface et qui est atténuée de manière exponentielle lorsqu'on s'éloigne du dioptre (fig. II.2-2).



### 2.1.2 Calcul du champ électrique dans l'onde évanescente

Donnons l'expression de  $\mathcal{E}_t$  et de  $\epsilon_t$  pour deux cas particuliers de la polarisation  $\epsilon_n$  de l'onde incidente :

**Cas où la polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence (polarisation p)**

Le champ  $\mathbf{E}_t$  est donné simplement en fonction du champ  $\mathbf{E}_n = \mathcal{E}_n \epsilon_n e^{i\phi_n}$  avec  $\phi_n = -\alpha z + i k_t \cdot y$  [28] :

$$\mathbf{E}_t = \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + i\sqrt{(n^2 \sin^2 \theta - 1)}} \mathcal{E}_n \epsilon_n e^{i\phi_n} \quad (\text{II.2-7})$$

On en déduit alors :

$$\mathcal{E}_t = \frac{2n \cos \theta}{\sqrt{n^2 - 1}} \mathcal{E}_n \quad (\text{II.2-8})$$

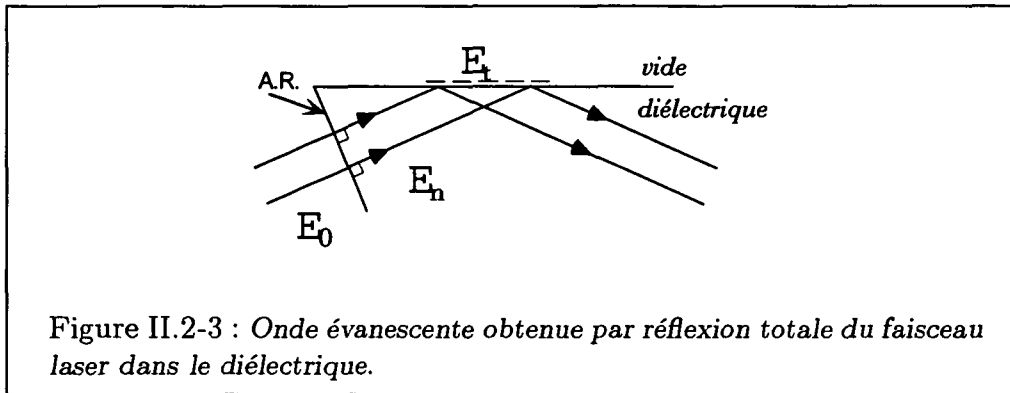
$$\epsilon_t = \epsilon_n \quad (\text{II.2-9})$$

Afin d'avoir des grandeurs plus facilement exploitables expérimentalement, il est bon d'exprimer  $\mathcal{E}_t$  en fonction de  $\mathcal{E}_0$ , champ électrique de l'onde avant son entrée dans le diélectrique. Si on suppose que cette entrée a lieu à incidence normale sur une face traitée antireflets (fig. II.2-3), il vient  $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_n$ , d'où :

$$\frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_0} \simeq \frac{2n \cos \theta}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (\text{II.2-10})$$

Nous pouvons aussi exprimer l'intensité de l'onde incidente en fonction du champ électrique :

$$I_0 \simeq \frac{n}{2\mu_0 c} \mathcal{E}_0^2 \quad (\text{II.2-11})$$



**Cas où la polarisation est parallèle au plan d'incidence (polarisation s)**

La relation liant  $\mathbf{E}_t$  à  $\mathbf{E}_n$  est plus complexe [28] :

$$\frac{\mathbf{k}_t}{\|\mathbf{k}_t\|} \times \mathbf{E}_t = \frac{2n \cos \theta}{\cos \theta + in\sqrt{(n^2 \sin^2 \theta - 1)}} \frac{\mathbf{k}_t}{\|\mathbf{k}_t\|} \times \mathcal{E}_n \epsilon_n e^{i\phi_n} \quad (\text{II.2-12})$$

On peut en déduire :

$$\mathcal{E}_t = \frac{2n \cos \theta}{\sqrt{n^2 - 1}} \frac{\sqrt{2n^2 \sin^2 \theta - 1}}{\sqrt{(n^2 + 1) \sin^2 \theta - 1}} \mathcal{E}_0 \quad (\text{II.2-13})$$

$$\epsilon_t = \frac{1}{\sqrt{(2n^2 \sin^2 \theta - 1)}} (n \sin \theta \mathbf{e}_z - i\sqrt{(n^2 \sin^2 \theta - 1)} \mathbf{e}_y) \quad (\text{II.2-14})$$

L'onde évanescente obtenue présente dans ce cas une polarisation elliptique (eq. II.2-14) alors que la polarisation initiale était linéaire.

Remarquons aussi que dans ce cas, l'amplitude du champ transmis est plus grande que celle obtenue dans le cas précédent (eq. II.2-10)

Nous pouvons donner un ordre de grandeur de  $\mathcal{E}_t/\mathcal{E}_0$  dans les deux cas pour  $\theta = 53^\circ$  et  $n = 1.51$  :

$$\left. \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_0} \right|_p \simeq 1.42, \quad |\varepsilon_t|_p = \varepsilon_n$$

$$\left. \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_0} \right|_s \simeq 1.87, \quad |\varepsilon_t|_s = 0.9\mathbf{e}_z - i0.5\mathbf{e}_y$$

### 2.1.3 Etude de l'interaction entre un atome à deux niveaux et l'onde évanescente

Nous allons maintenant discuter les forces créées par la lumière de l'onde évanescente sur l'atome. Nous déterminerons ainsi comment cette onde peut faire rebondir les atomes.

#### Force de pression de radiation et force dipolaire

La force subie par un atome dans un champ lumineux peut se séparer en deux composantes [29] :

- *force dipolaire*

C'est une force proportionnelle au gradient d'intensité du champ :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}} = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{\nabla s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \quad (\text{II.2-15})$$

Cette force dérive d'un potentiel :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}} = -\nabla U \quad (\text{II.2-16})$$

avec

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} \ln(1+s(\mathbf{r})) \quad (\text{II.2-17})$$

où  $s(\mathbf{r})$  est le paramètre de saturation de l'atome au point  $\mathbf{r}$ . Ce paramètre de saturation s'exprime en fonction de la largeur naturelle de l'état excité  $\Gamma$ , le désaccord  $\delta = \omega_L - \omega_a$  et de la fréquence de Rabi  $\Omega(\mathbf{r})$  :

$$s(\mathbf{r}) = \frac{\Omega^2(\mathbf{r})/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{II.2-18})$$

la fréquence de Rabi étant elle-même définie à partir du champ électrique local  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  et du dipôle atomique  $\mathbf{d}$  associé à la transition  $g \leftrightarrow e$  :

$$\frac{\hbar\Omega(\mathbf{r})}{2} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{II.2-19})$$

On déduit de (eq. II.2-17) que l'atome est attiré vers les zones de haute intensité lumineuse si la fréquence du laser est choisie inférieure à la fréquence de résonance atomique ( $\delta < 0$ ) et en est repoussé dans le cas contraire.

A basse intensité, (eq. II.2-17) devient :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega(\mathbf{r})^2}{4\delta} \quad (\text{II.2-20})$$

qui représente le déplacement lumineux de l'état fondamental  $g$ . A haute intensité, une analyse similaire peut être effectuée en passant par le modèle de l'atome habillé.

### • force de pression de radiation

C'est une force proportionnelle au gradient de phase du champ :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = -\frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \nabla\Phi(\mathbf{r}) \quad (\text{II.2-21})$$

Dans le cas d'une onde lumineuse plane progressive  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0\epsilon \cos(\omega_L t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ , la pression de radiation s'écrit simplement :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = \hbar\mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1+s(\mathbf{r})} \quad (\text{II.2-22})$$

où  $\hbar\mathbf{k}$  représente l'impulsion échangée entre l'atome et l'onde laser lors d'un cycle de fluorescence et  $s/(1+s)$  le nombre de cycles par secondes.

### Forces subies par l'atome dans l'onde évanescente

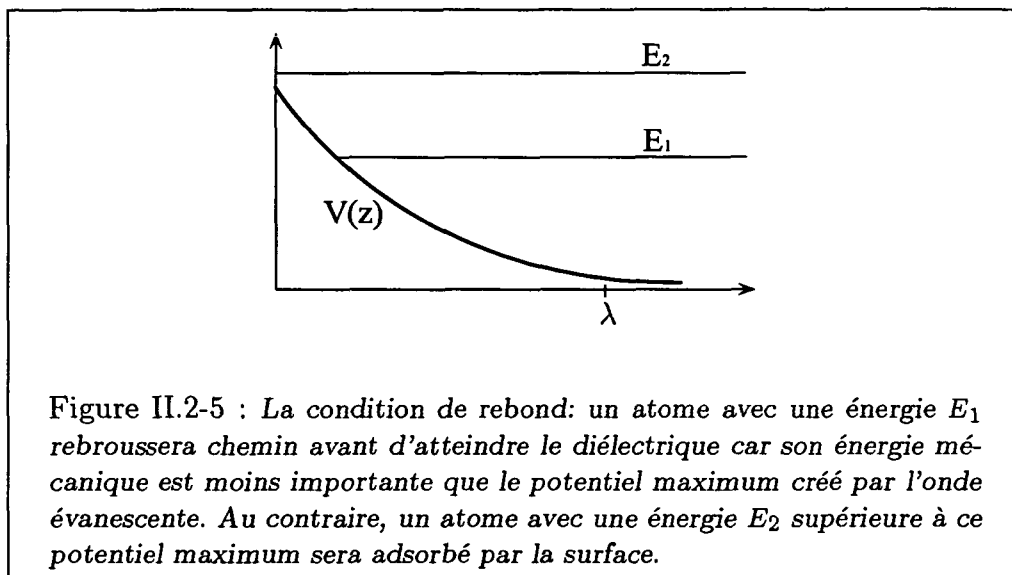
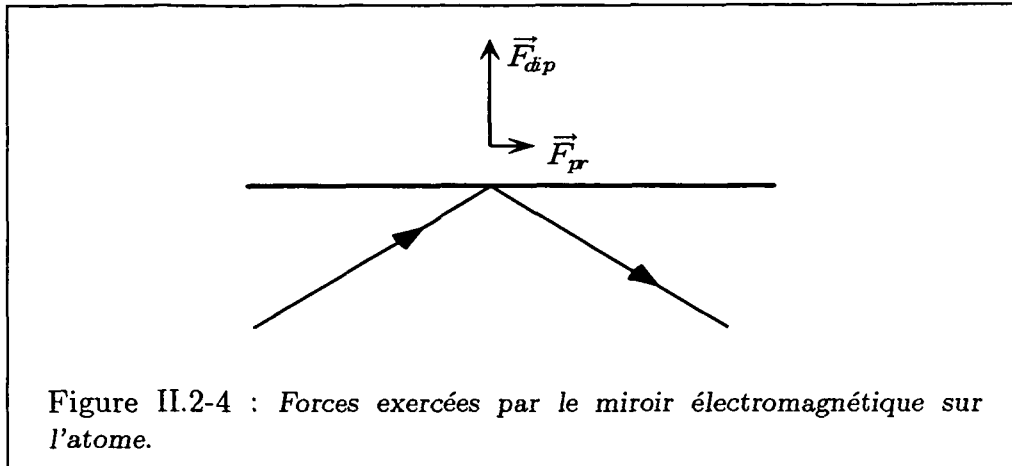
A partir de (eq. II.2-4), nous pouvons exprimer les forces dipolaire et de pression de radiation qui s'exercent sur l'atome lorsqu'il pénètre dans l'onde évanescente :

$$\mathcal{F}_{\text{dip}} = -\hbar\alpha\delta \frac{s}{1+s} \mathbf{e}_z \quad (\text{II.2-23})$$

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = -\hbar k_t \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \mathbf{e}_y \quad (\text{II.2-24})$$

où  $s = s(z=0)$  et  $k_t$  est donné en (eq. II.2-6).

Sauf pour des valeurs de  $\theta$  voisines de  $\theta_l$ ,  $\alpha$  et  $k_t$  sont du même ordre de grandeur. Si on choisit  $\delta > 0$  et  $\delta \gg \Gamma$ ,  $\mathcal{F}_{\text{pr}}$  est négligeable devant  $\mathcal{F}_{\text{dip}}$  et l'atome ne subit qu'une force répulsive normale au dioptre qui se comporte alors comme un miroir (fig. II.2-4).



### Condition de rebond

Pour qu'un atome rebondisse effectivement sur ce miroir, il faut qu'il fasse demi tour sous l'effet répulsif de l'onde évanescente avant d'atteindre la surface du diélectrique (fig. II.2-5).

Le potentiel répulsif vu par l'atome au voisinage de la surface vaut :

$$V(z) = \frac{\hbar\delta}{2} \ln(1 + s(z)) \quad (\text{II.2-25})$$

avec

$$s(z) = s(0)e^{-2\alpha z} \quad (\text{II.2-26})$$

Si on néglige toutes les variations de vitesse dues à d'autres raisons que le rebond<sup>(2)</sup>, on peut écrire la conservation de l'énergie de l'atome :

$$\frac{1}{2}Mv_z^2(\infty) = \frac{1}{2}Mv_z^2(z) + V(z) \quad (\text{II.2-27})$$

<sup>(2)</sup>Dans le cas de la cavité, nous considérons que les vitesses initiales sont suffisamment grandes pour négliger les variations dues à la gravitation sur la portée de l'onde évanescente.

où  $v_z(\infty)$  représente la vitesse de l'atome lorsqu'il arrive sur l'onde évanescente, c'est à dire à environ une longueur d'onde  $\lambda$  de la surface. La condition de rebond peut donc s'écrire simplement :

$$v_z(z) = 0 \text{ pour } z > 0 \implies \frac{1}{2} M v_z^2(\infty) < V(0) = \frac{\hbar \delta}{2} \ln(1 + s(0)) \quad (\text{II.2-28})$$

**A.N.:**

Nous pouvons donner un ordre de grandeur de la vitesse maximale des atomes qui peuvent rebondir, en se plaçant à grand désaccord ( $\delta \gg \Gamma$ )<sup>(3)</sup>. Le maximum du potentiel vaut alors :

$$V(0) \sim \frac{\hbar \Omega^2}{4 \delta}$$

Par exemple, pour un désaccord  $\delta = 2$  GHz soit  $\delta = 377\Gamma$  et une puissance  $P = 1$  mW sur une surface de  $4 \text{ mm}^2$ , soit une fréquence de rabi  $\Omega \sim 130\Gamma$ , on a une vitesse :

$$v_{\max} \simeq 1 \text{ m/s}$$

### L'émission spontanée lors du rebond

La réflexion qui a lieu sur ce miroir peut ne pas être parfaitement spéculaire. En effet, il peut se produire des processus *absorption d'un photon-émission spontanée d'un photon de fluorescence* qui sont à l'origine de la pression de radiation. Dans de tels processus, le photon absorbé communique une impulsion  $\hbar k_t$  parallèle à la surface du miroir et le photon de fluorescence communique une impulsion de direction aléatoire à l'atome, ce qui peut conduire à une force transverse et à un chauffage des atomes lors du rebond. De plus, au cours de l'émission spontanée, un atome possédant une structure hyperfine dans le niveau fondamental peut se désexciter vers un niveau fondamental qui n'est plus déplacé par la lumière ou qui est tel que le potentiel créé par l'onde évanescente devienne attractif<sup>(4)</sup>.

Nous pouvons donner un ordre de grandeur de ce taux d'émission spontanée. Le nombre moyen de photons  $d\bar{n}$  émis par un atome pendant un intervalle de temps  $dt$  s'écrit :

$$d\bar{n} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} dt \quad (\text{II.2-29})$$

Si maintenant nous intégrons (eq. II.2-29) sur le trajet de l'atome dans l'onde évanescente, en choisissant  $s$  comme variable d'intégration, nous obtenons :

$$\bar{n} = 2 \frac{\Gamma}{2} \int_{\text{aller}} \frac{s}{1+s} \frac{dz}{v_z ds} ds \quad (\text{II.2-30})$$

avec  $ds/dz = -2\alpha s$  d'après (eq. II.2-26). Nous pouvons de plus exprimer  $v_z$  en fonction de  $s$  après avoir déterminé la valeur de cette vitesse au point de rebroussement

<sup>(3)</sup>Nous verrons par la suite que cette condition est indispensable pour limiter l'émission spontanée.

<sup>(4)</sup>Nous verrons par la suite que c'est ce dernier effet qui est prédominant.

de l'atome d'après (eq. II.2-27) :

$$v_z = -\sqrt{\frac{\hbar\delta}{M} \ln\left(\frac{1+s_r}{1+s}\right)} \quad (\text{II.2-31})$$

où  $s_r$  est la valeur du paramètre de saturation à ce point de rebroussement. En intégrant (eq. II.2-30) pour les valeurs de  $s$  comprises entre 0 et  $s_r$ , nous obtenons :

$$\bar{n} \simeq \frac{\Gamma M v_z(\infty)}{\alpha \hbar \delta} \quad (\text{II.2-32})$$

Nous pouvons remarquer l'absence de  $\Omega$  dans l'expression de l'émission spontanée (eq. II.2-32). Ceci est dû à la relation qui existe entre la vitesse des atomes et l'intensité (eq. II.2-29). De même, le chemin parcouru par l'atome dans l'onde évanescente dépend fortement du désaccord, ce qui explique pourquoi le nombre de photons spontanés lors du rebond varie en  $1/\delta$  au lieu de  $1/\delta^2$  pour des processus usuels d'émission spontanée.

### Taille effective du miroir

A ce stade il est intéressant d'étudier l'influence de la géométrie gaussienne du faisceau laser. Montrons que le profil gaussien du faisceau conduit à la notion de taille effective pour ce miroir.

Nous considérons que le miroir est obtenu par réflexion avec un angle  $\theta$  du mode  $TEM_{00}$  d'un faisceau laser de puissance  $P$  et de rayon au col  $w$ . La répartition d'intensité de la tache au niveau du diélectrique s'écrit :

$$I(x, y) = P \left(\frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_0}\right)^2 \frac{1}{\pi w^2/2} \exp\left(-2\frac{((x \cos \theta)^2 + y^2)}{w^2}\right) \quad (\text{II.2-33})$$

où  $(\mathcal{E}_t/\mathcal{E}_0)^2$  représente le facteur de transmission calculé page 67. Nous supposons de plus que l'atome est lâché d'une hauteur  $h$  au dessus du miroir. En arrivant sur celui-ci, l'atome aura donc une vitesse :

$$v_z(\infty) = \sqrt{2gh} \quad (\text{II.2-34})$$

Nous supposons de plus que  $s \ll 1$ , le potentiel dipolaire s'écrit donc simplement :

$$V(x, y, z) = \frac{\hbar\Omega^2(x, y)}{4\delta} e^{-2\alpha z} \quad (\text{II.2-35})$$

La condition de rebond (eq. II.2-28) nous impose alors une intensité minimum au niveau du dioptré telle que :

$$\Omega_{\min}^2 = \frac{2\delta M v_z^2(\infty)}{\hbar} \quad (\text{II.2-36})$$



La partie de la tache qui contribuera au rebond est donc telle que :

$$\Omega^2(x, y) \geq \Omega_{\min}^2 \quad (\text{II.2-37})$$

Si on prend une tache réfléchissante de forme elliptique, de grand axe  $r/\cos\theta$  et de petit axe  $r$ , on peut calculer la fréquence de Rabi à l'intérieur de la tache d'après (eq. II.2-33) ( $\Omega^2(x, y) \propto I(x, y)$ ). On déduit que :

$$\Omega^2(x, y) \Big|_{(x \cos\theta)^2 + y^2 < r^2} \geq \Omega^2(0, 0) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \quad (\text{II.2-38})$$

$$\Omega^2(0, 0) \propto \frac{P}{w^2} \quad (\text{II.2-39})$$

On déduit de (eq. II.2-36), (eq. II.2-37) et de (eq. II.2-38) :

$$r^2 = -\frac{w^2}{2} \ln\left(\frac{2\delta M v_z^2(\infty)}{\hbar \Omega^2(0, 0)}\right) \quad (\text{II.2-40})$$

Les dimensions effectives du miroir atomique peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$w_{\text{eff}}^y = \frac{w}{\sqrt{2}} \sqrt{\ln\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)}, \quad w_{\text{eff}}^x = \frac{w_{\text{eff}}^y}{\cos\theta} \quad (\text{II.2-41})$$

où  $\delta_0$  représente le désaccord au dessus duquel aucun atome arrivant sur le miroir avec une vitesse  $v_z(\infty)$  ne peut rebondir.

$$\delta_0 = \frac{\hbar \Omega^2(0, 0)}{2M v_z^2} \quad (\text{II.2-42})$$

### Remarques :

Il est aussi possible de définir  $\delta'$  qui correspond à un bon compromis entre la puissance laser utilisée et le nombre de photons spontanés

$$\delta' = \frac{\hbar \Omega^2(0, 0)}{2eM v_z^2} = \frac{\delta_0}{e}$$

Ce désaccord correspond à une taille effective du miroir  $r = w/\sqrt{2}$ , c'est à dire à l'utilisation d'environ 80 % de la puissance disponible.

## 2.2 La cavité à atomes : étude du mouvement

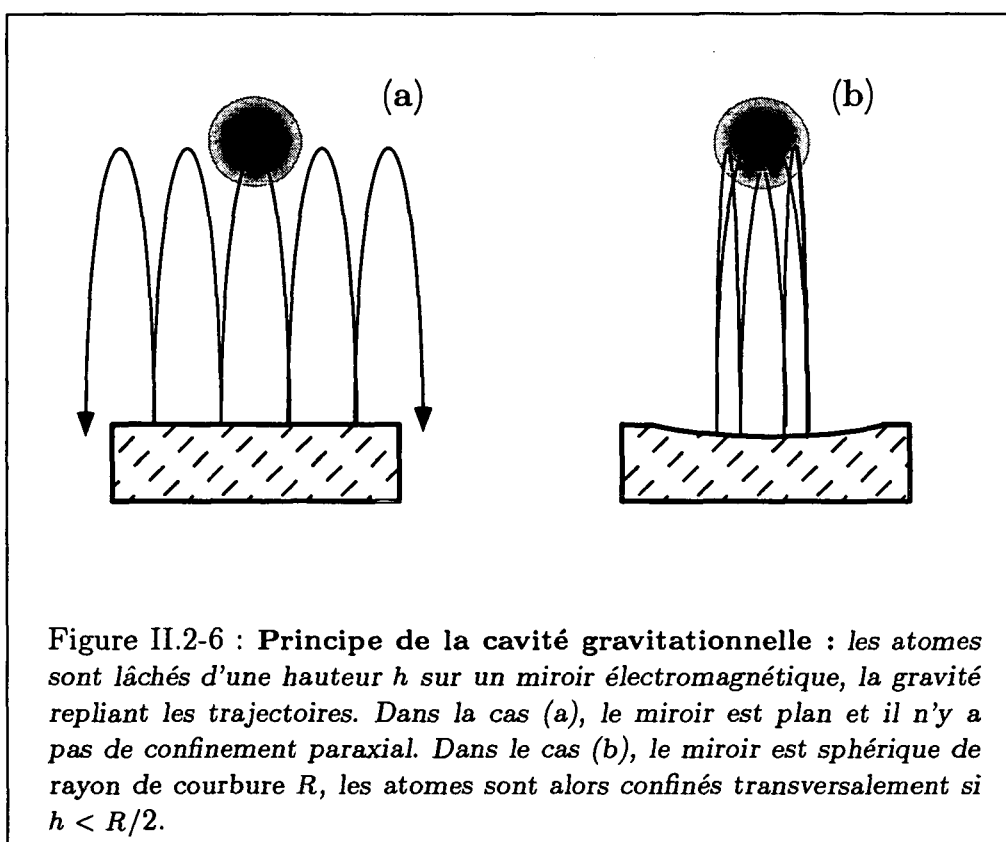
Nous nous intéressons ici à la réalisation d'une cavité gravitationnelle formée par un seul miroir à atomes, la gravité jouant le rôle du *deuxième "miroir"* (fig. II.2-6). Si le miroir est plan [10], la cavité ne peut être stable puisqu'une vitesse transverse quelconque suffit à faire sortir l'atome de la cavité au bout d'un nombre fini de rebonds (fig. II.2-6a).

En revanche, il est possible, en utilisant un miroir courbé, de réaliser un confinement stable paraxialement des atomes dans la cavité.

La condition de stabilité s'écrit [8] pour un miroir sphérique de rayon  $R$  :

$$h < \frac{R}{2} \quad (\text{II.2-43})$$

où  $h$  est la hauteur de laquelle on lâche les atomes.



### 2.2.1 Ordre de grandeur des différents paramètres

Nous pouvons réécrire l'expression du nombre de photons spontanés émis lors d'un rebond en fonction des paramètres directement liés à une expérience de cavité gravitationnelle, c'est à dire la puissance  $P$  du laser, le petit axe de la tache réfléchissante  $r$  et la hauteur de lâcher  $h$ . Pour estimer ces paramètres, nous supposons que nous

nous sommes placés dans les conditions énoncées à la fin de la section précédente, soit  $\delta = \delta'$  ( $\sim 80\%$  de la puissance du laser est utilisée dans la tache effective). D'après (eq. II.2-42), (eq. II.2-32) et (eq. II.2-34), nous obtenons :

$$\bar{n} \propto \frac{h^{3/2} r^2}{P} \quad (\text{II.2-44})$$

Il apparaît que pour diminuer le nombre de photons spontanés, il faut :

- Une hauteur de lâcher faible.
- Une taille de la tache réfléchissante faible.
- Une grande puissance laser.

Par exemple, pour un puissance  $P = 100$  mW, un rayon de la tache  $r = 1$  mm et une hauteur de lâcher  $h = 5$  mm, nous avons :

$$\delta' \simeq 120\Gamma \simeq 600 \text{ MHz}, \quad \bar{n} \simeq 1.2 \quad (\text{II.2-45})$$

Dans de telles conditions, on constate qu'à chaque rebond, l'atome absorbe  $\sim 2$  photons, ce qui augmente le module de sa vitesse transverse d'environ  $7 \text{ mm.s}^{-1}$ . Si maintenant on multiplie la puissance par 10, le désaccord  $\delta'$  devient 6 GHz et le nombre de photons spontanés est réduit d'un facteur 10.

### Remarques :

(i) Dans l'étude précédente, nous avons négligé l'influence des interaction de Van der Waals au voisinage du dioptre. On peut montrer [30] que la force répulsive, conséquence de ce type d'interaction, va entraîner une diminution d'un facteur  $\sim 3$  de  $\delta'$ .

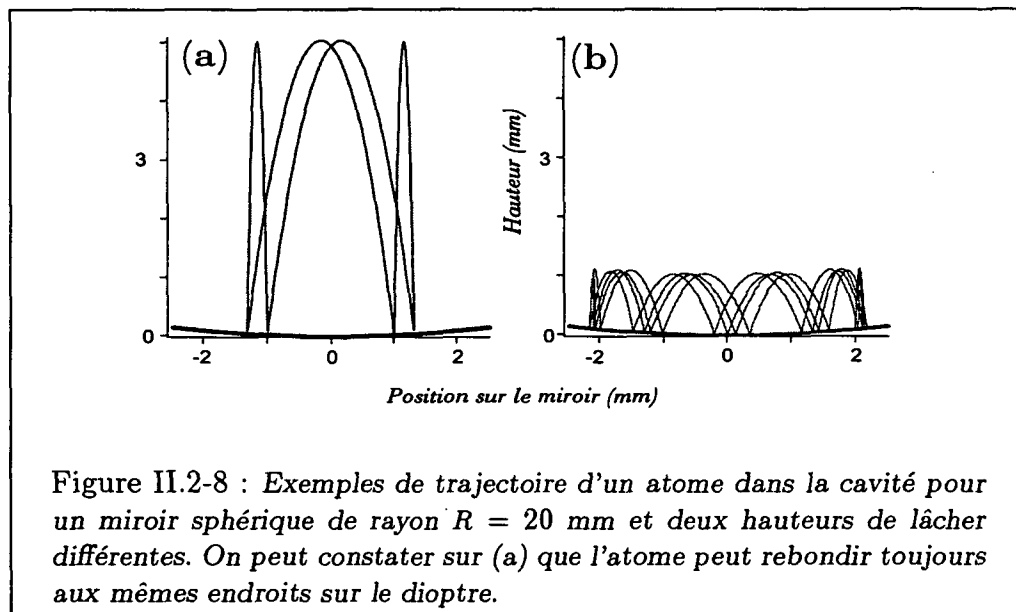
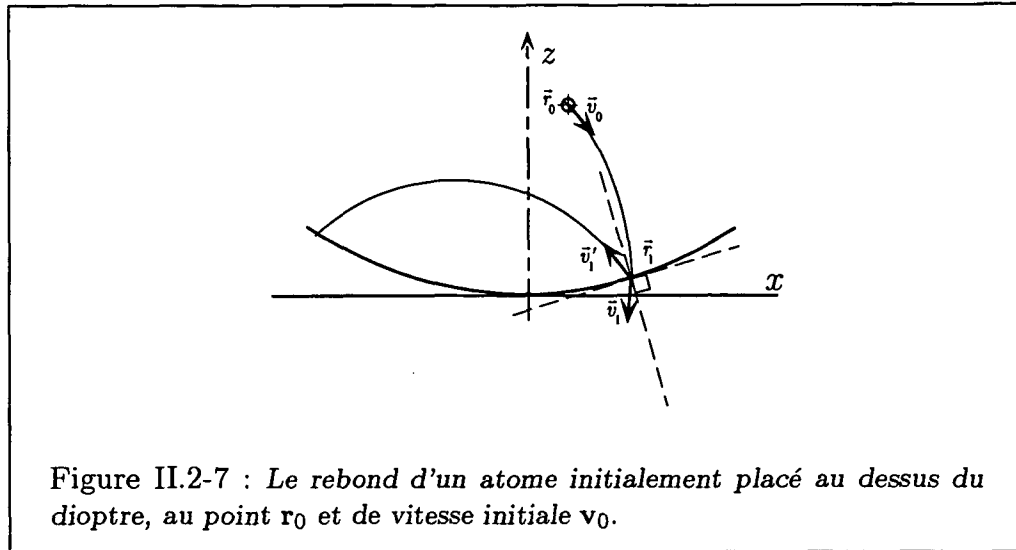
(ii) Dans nos expériences nous avons obtenu les meilleurs signaux de rebonds pour  $\delta < \delta'$ , on bénéficie en effet d'un plus grande tache effective.

## 2.2.2 Etude de la trajectoire des atomes dans la cavité

Pour un diamètre de miroir petit devant le rayon de courbure, nous pouvons identifier le dioptre sphérique à un paraboloïde d'équation :

$$z = \frac{1}{2R}(x^2 + y^2) \quad (\text{II.2-46})$$

A partir de l'équation de la trajectoire parabolique de l'atome en chute libre pour une position initiale  $(x_0, y_0, h)$  et une vitesse initiale  $\mathbf{v}_0$ , on peut déterminer aisément le point d'intersection  $(r_1, \mathbf{v}_1)$  de cette trajectoire avec le miroir et appliquer les lois de la réflexion spéculaire pour en tirer  $\mathbf{v}'_1$  (fig. II.2-7).



On peut ainsi calculer les trajectoires dans la cavité [26]. La figure II.2-8 représente deux exemples de trajectoire obtenus par cette méthode [31].

Lors de son évolution, l'atome peut soit rebondir toujours aux mêmes endroits sur le dioptré, soit explorer une grande partie du miroir.

Il est intéressant alors de déterminer les coordonnées dans l'espace des phases  $(x, y, v_x, v_y)$  de l'atome au moment où il rebondit. Pour simplifier, nous supposons que la trajectoire reste dans le même plan d'incidence. Soit  $(xOz)$  ce plan, le rebond de l'atome sera donc décrit par ses coordonnées  $(x, v_x)$ .

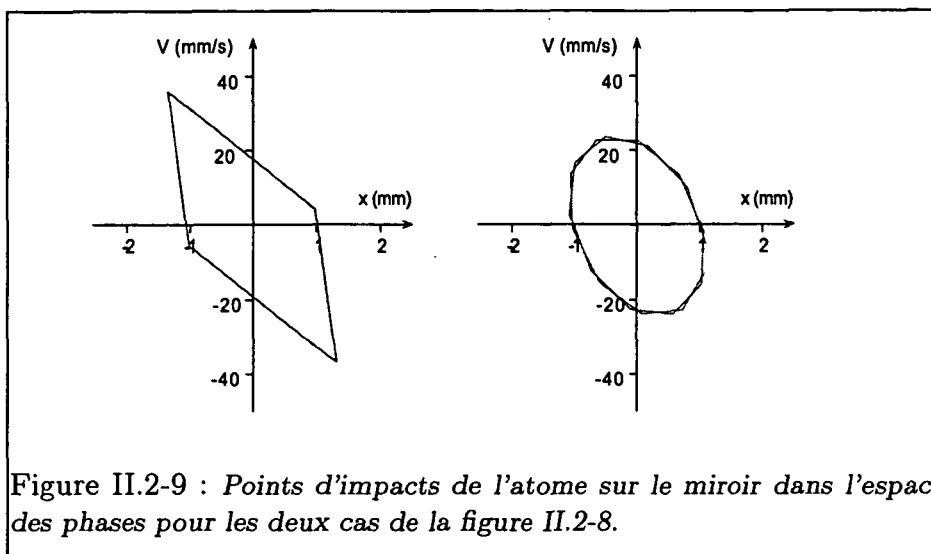
Nous supposons la composante transverse de la vitesse de l'atome  $v_x$  très faible devant la composante longitudinale  $v_z = \sqrt{2gh}$  soit  $v_x \ll \sqrt{gR}$ .

Dans l'approximation paraxiale, l'équation de la surface s'écrit simplement  $z = x^2/2R$ . On en déduit alors les coordonnées du point d'impact du  $n + 1^{\text{ème}}$  rebond en

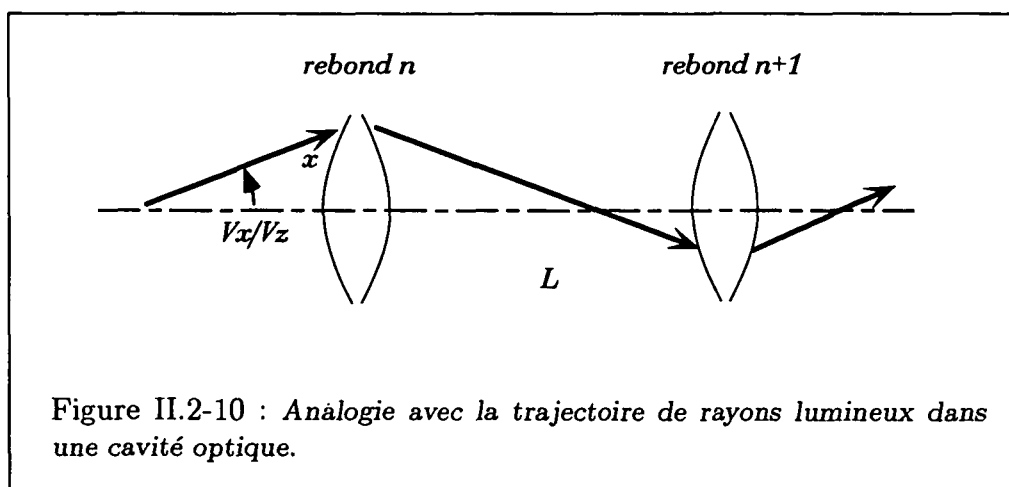
fonction du  $n^{\text{ième}}$  [26] :

$$\begin{pmatrix} x^{n+1} \\ v_x^{n+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x^n \\ v_x^n \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 2v_z/g \\ -2v_z/R & 1 - 4v_z^2/Rg \end{pmatrix} \quad (\text{II.2-47})$$

Lorsque la condition de stabilité est respectée, nous pouvons constater que le lieu des points  $(x^n, v_x^n)$  est une ellipse (fig. II.2-9)<sup>(5)</sup>.



Il est intéressant de noter que cette expression (eq. II.2-47) est très proche de l'équation de transfert paraxiale utilisée en optique pour ce type de cavité. En optique, une telle matrice représenterait une propagation libre sur une longueur  $L = 2v_z^2/g$  suivie d'une réflexion sur un miroir de rayon R (fig. II.2-10).



<sup>(5)</sup>On retrouve d'ailleurs dans ce cas les mêmes propriétés que précédemment. Pour certaines conditions initiales, l'atome explore pratiquement tout le miroir, pour d'autres, il rebondit toujours aux mêmes endroits

Si la condition de stabilité est vérifiée ( $h < R/2$ ), les valeurs propres de la matrice  $M$  sont :

$$\lambda_{a,b} = 1 - 4\frac{h}{R} \pm 2i\sqrt{\frac{2h}{R}\left(1 - \frac{2h}{R}\right)} \quad (\text{II.2-48})$$

et sont telles que  $\lambda\lambda^* = 1$ , elle peuvent donc s'écrire  $\lambda_{a,b} = \exp(\pm i\theta)$ . Nous pouvons donc réécrire cette matrice dans une base où elle représente une rotation d'angle  $\theta$  (fig. II.2-11).

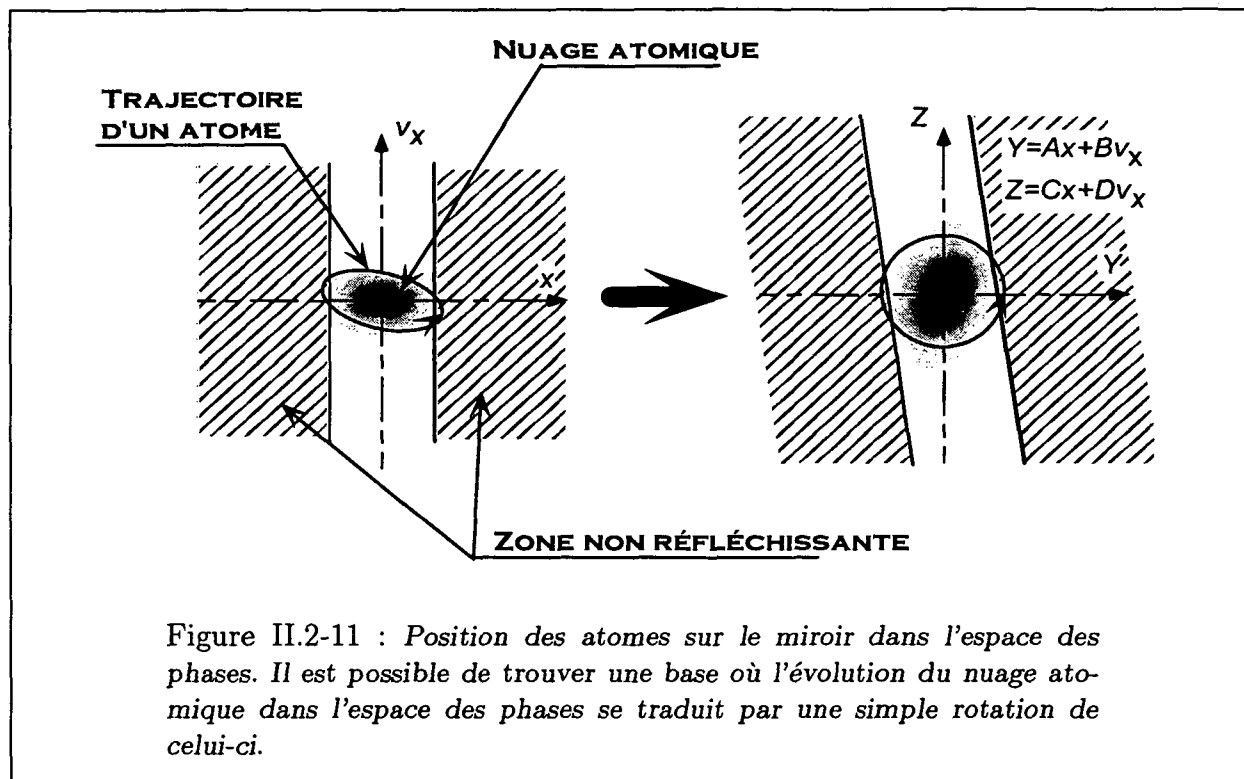
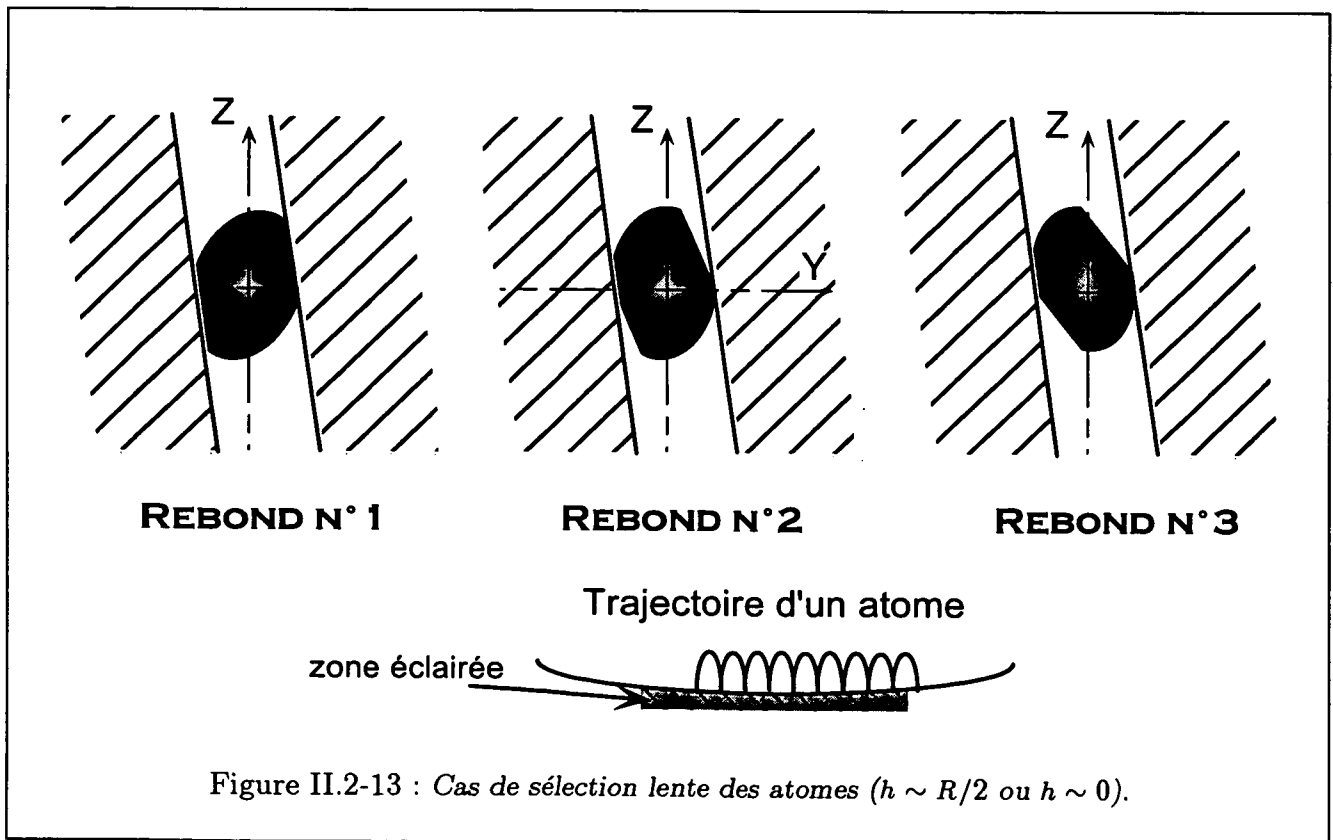
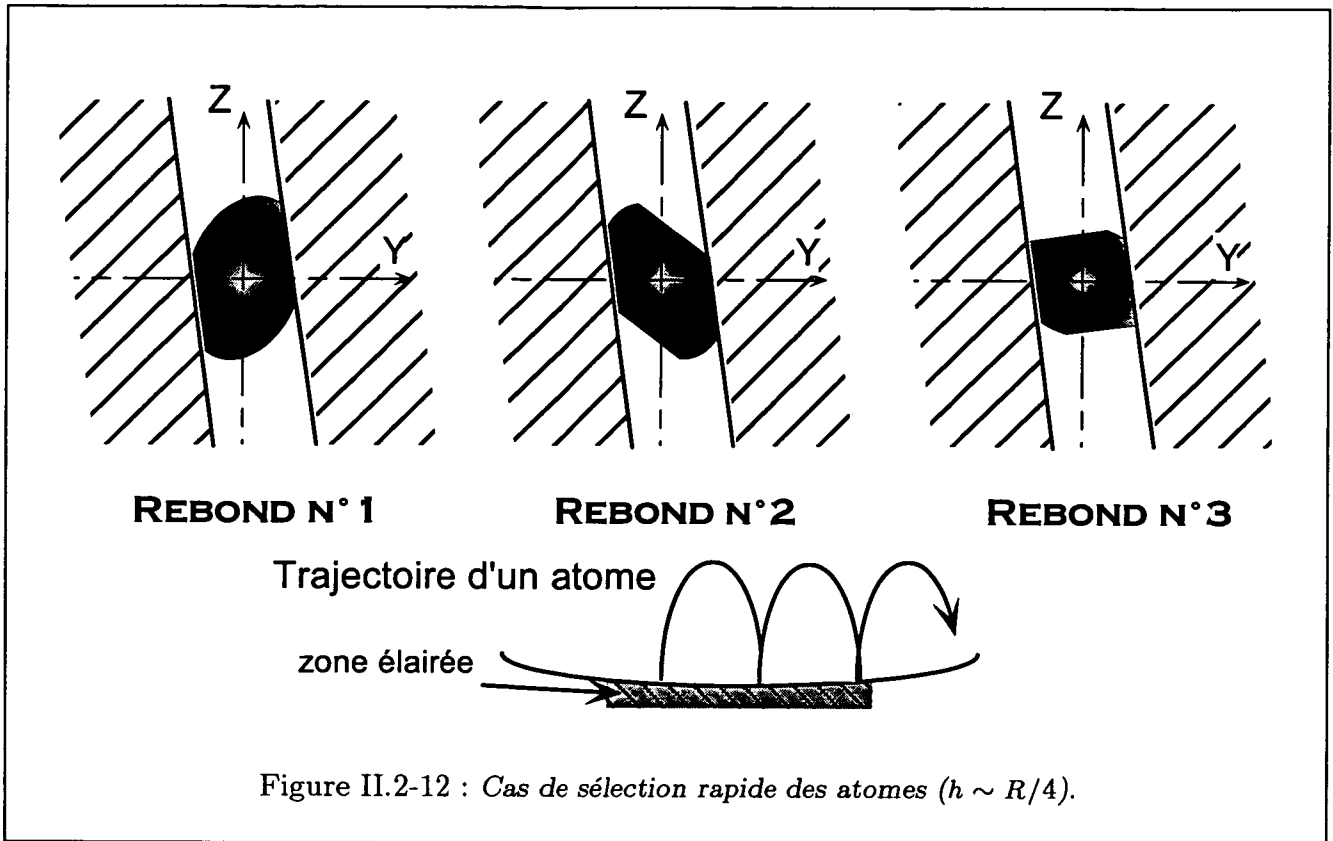


Figure II.2-11 : Position des atomes sur le miroir dans l'espace des phases. Il est possible de trouver une base où l'évolution du nuage atomique dans l'espace des phases se traduit par une simple rotation de celui-ci.

Si l'on ne tient pas compte des pertes et de la taille finie du miroir, un nuage atomique arrivant sur le miroir avec une taille  $r_0$  et une vitesse quadratique transverse moyenne  $v_{\text{rms}}$  conserverait ses caractéristiques initiales. Si, maintenant, nous tenons uniquement compte de la taille finie du miroir (on néglige tous les processus de pertes), certains atomes finiront par *tomber* en dehors de la zone éclairée. Nous pouvons alors distinguer deux cas de figure :

1.  $h \simeq \frac{R}{4}$  soit  $\theta \simeq \frac{\pi}{2}$  : la sélection des atomes qui pourront rebondir indéfiniment si on néglige tout processus de pertes autre que celles causées par la taille du miroir se fait principalement aux premiers rebonds (fig. II.2-12).
2.  $h \ll \frac{R}{2}$  ou  $h \simeq \frac{R}{2}$  soit  $\theta \simeq \pi$  ou  $\theta \simeq 0$  : dans ce cas, la sélection des atomes se fait très lentement (fig. II.2-13), c'est à dire que certains atomes qui doivent *tomber* hors du miroir ne le font qu'après un grand nombre de rebonds.



### 2.2.3 Profondeur transverse de la cavité gravitationnelle

Nous voulons maintenant évaluer la vitesse transverse maximale  $v_{\max}$  au delà de laquelle les atomes ne seront plus confinés. Pour ce faire, nous allons calculer la plus grande vitesse transverse qui puisse s'annuler après un rebond sur le bord du miroir. D'après (eq. II.2-47), nous obtenons la condition :

$$\begin{cases} r_{\text{eff}} = x^n + \frac{2v_z}{g}v_{\max} \\ 0 = -\frac{2v_z}{R} + \left(1 - 4\frac{v_z^2}{Rg}\right)v_{\max} \end{cases} \quad (\text{II.2-49})$$

d'où nous déduisons :

$$v_{\max} = r_{\text{eff}} \frac{2v_z}{R} = \frac{\sqrt{8gh}}{R} r_{\text{eff}} \quad (\text{II.2-50})$$

A partir de l'expression de  $r_{\text{eff}}$  (eq. II.2-40) et de  $\delta_0$ , nous pouvons donc déduire la profondeur du piège :

$$E_{\text{cap}}^t = \frac{4Mgh}{R^2} w^2 \ln(\delta/\delta_0) \quad (\text{II.2-51})$$

soit en fonction de l'énergie de recul  $\hbar^2 k^2 / 2M$  :

$$\frac{E_{\text{cap}}^t}{E_R} = \frac{16}{\hbar^2 k^2} \frac{M^2 gh w^2 \ln(\delta/\delta_0)}{R^2} \quad (\text{II.2-52})$$

#### Remarques :

(i) Dans le cas où  $\delta = \delta'$ , la profondeur du piège s'écrit simplement :

$$E_{\text{cap}}^t = \frac{16}{\hbar^2 k^2} \frac{M^2 gh w^2}{R^2} E_R$$

Pour des paramètres typiques de notre expérience : une hauteur de lâcher  $h = 5$  mm, un rayon de courbure  $R = 20$  mm et un diamètre de faisceau de 2 mm, nous obtenons :

$$E_{\text{cap}}^t \simeq 45 E_R$$

Pour le césium, la température correspondant à l'énergie de recul est  $T = 2E_R/k_B \simeq 198$  nK. La profondeur transverse d'un tel piège est donc  $T_{\text{cap}} \sim 9\mu\text{K}$ .

(ii) Nous pouvons de la même manière exprimer la profondeur longitudinale d'un tel piège. Elle correspond à la vitesse maximale que peuvent avoir les atomes pour vérifier la condition de rebond (eq. II.2-28) sur les bords de la tache effective soit :

$$v_{\max}^2 \simeq \frac{\hbar}{M} \frac{\Omega^2(r = r_{\text{eff}})}{2\delta}$$

La profondeur longitudinale s'écrit donc :

$$E_{\text{cap}}^l = \frac{M^2 v_{\max}^2}{\hbar^2 k^2} E_R$$



Si on se place dans des conditions telles que  $v_{\max} = \sqrt{2gh}$  avec  $h = 5$  mm et pour un désaccord  $\delta = \delta'$  (même condition que ci-dessus), nous obtenons :

$$E_{\text{cap}}^l \simeq 9200 E_R$$

soit une température  $T = 1.6$  mK.

## 2.3 Le dispositif expérimental

Le but de l'expérience est de montrer qu'il est possible de confiner paraxialement les atomes lors de plusieurs rebonds successifs. Nous avons vu précédemment qu'un miroir électromagnétique courbé permet d'obtenir un tel confinement [8]. Nous avons néanmoins pu constater que la courbure du miroir n'est pas suffisante pour permettre l'observation de plusieurs rebonds. En effet, les atomes ne peuvent avoir une vitesse transverse initiale nulle, ce qui entrainera des pertes par sélection. En tenant compte de ces processus de pertes, il apparaît qu'un atome lourd [26] est plus approprié pour obtenir un grand nombre de rebonds. En effet, si l'on considère les températures les plus basses obtenues dans les pièges et les mélasse (la température minimale est de quelques fois la température induite par le recul d'un photon  $T_R = 2E_R/k_B$  ;  $T_R = 198$  nK pour le césium et  $T_R = 2$  mK pour le sodium), on constate que les vitesses initiales des atomes seront d'autant plus faibles que l'atome est lourd<sup>(6)</sup>.

Nous avons réalisé notre expérience sur le césium. C'est un atome lourd ( $M = 2.21 \times 10^{-25}$  kg), qui peut être refroidi à des températures très basses ( $T \simeq 2$   $\mu$ K soit  $v_{\text{rms}} \simeq 1.26$  cm/s) à l'aide de processus de refroidissement relativement simples à mettre en œuvre [32]. De plus, sa vitesse de recul (la vitesse acquise par l'atome lors de l'absorption où l'émission d'un photon soit  $\hbar k/M$ ) n'est que de  $\sim 3.5$  mm/s.

Pour réaliser notre expérience, nous avons utilisé comme source d'atomes froids un Piège Magnéto-Optique (PMO) chargé à partir d'un jet d'atomes ralentis par diode laser. Le miroir électromagnétique est obtenu à l'aide du laser à Saphire dopé au Titane présenté au début de cette partie.

Le dispositif expérimental est composé d'une enceinte à vide séparée en trois zones distinctes (fig. II.2-14) :

1. Le four.
2. La zone de ralentissement.
3. La zone de piège où se trouve la cavité gravitationnelle.

<sup>(6)</sup>Cette limitation ne concerne que le nombre d'atomes stockés dans la cavité et non les pertes par émission spontanée. Nous pouvons en effet constater [26] que si, pour le sodium, la vitesse communiquée à l'atome au cours d'une émission spontanée est dix fois plus importante que pour le césium, le nombre de photons spontanés émis par rebond  $\bar{n}$  est lui dix fois plus faible.

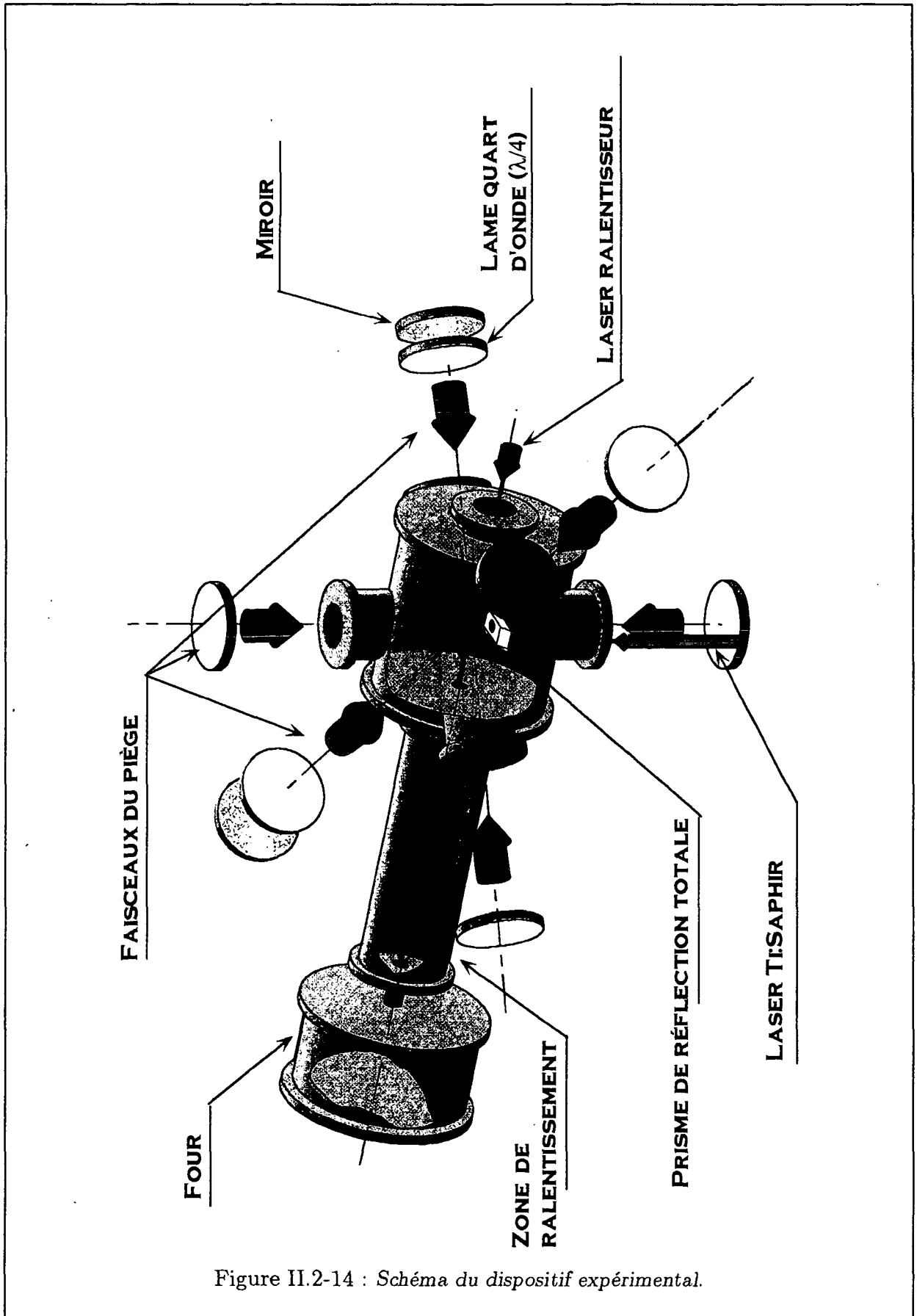


Figure II.2-14 : Schéma du dispositif expérimental.

### 2.3.1 Le four

La sortie du four est formée de microcapillaires de diamètre interne  $\sim 100 \mu\text{m}$  et d'une longueur de 10 mm (divergence à la sortie d'un microcapillaire  $\alpha = 10 \text{ mrad}$ ). Ces microcapillaires sont répartis sur un cercle de diamètre 2 mm. Ils forment un jet effusif qui est collimaté par un diaphragme en graphite  $D_1$  de diamètre 10 mm situé à 230 mm de la sortie du four. La température de fonctionnement du four est de l'ordre de  $120^\circ\text{C}$ , ce qui permet d'obtenir un jet de  $\sim 10^{11} \text{ at/s}$  avec un diamètre efficace de  $\sim 6 \text{ mm}$  à la sortie. La divergence est déterminée par  $D_1$  et par les microcapillaires. Elle est de  $\sim \pm 10 \text{ mrad}$ . Le jet est de nouveau diaphragmé dans le module de ralentissement par un diaphragme  $D_2$  de diamètre 2 mm situé à 1100 mm des microcapillaires. Le flux d'atomes après ce diaphragme n'est plus que de  $\sim 10^9 \text{ at/s}$  avec une divergence de 1 mrad.

### 2.3.2 La zone de ralentissement

A la sortie du four, les atomes forment une distribution de Maxwell-Boltzman avec une vitesse la plus probable de  $300 \text{ m.s}^{-1}$ . Or, la vitesse maximale  $v_{\text{cap}}$  des atomes capturés par un PMO n'est que de  $\sim 20 \text{ m.s}^{-1}$ . Il faut donc ralentir les atomes, ce qui est fait à l'aide d'une diode laser accordée sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de la raie  $D_2$  du césium et dont le faisceau est dirigé en sens opposé au jet atomique [33, 34]. L'atome subit alors une pression de radiation (eq. II.2-22) qui s'oppose à son mouvement (eq. II.2-53) :

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \Gamma^2/4 + (\delta - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2} \quad (\text{II.2-53})$$

Afin de compenser l'effet Doppler, il faut que le laser soit accordé sur la transition atomique tout au long de sa décélération. Deux méthodes sont couramment employées :

1. Application d'un champ magnétique  $\mathbf{B}$  variable [34] qui, grâce au déplacement par effet Zeeman des niveaux d'énergie de l'atome, accorde la transition atomique sur la fréquence du laser.
2. Balayage de la fréquence de la diode laser [33] en fonction du temps afin de maintenir la condition de résonance tout au long de la décélération.

Nous avons utilisé la méthode de balayage de la fréquence de la diode laser (fig. II.2-15). Les différents paramètres à ajuster ( $\delta_{\text{max}}, \delta_{\text{min}}, T$ ) dépendent de la longueur d'arrêt  $L$  disponible et de la vitesse initiale  $v_i$  des atomes. Pour évaluer ces paramètres, nous supposons  $\mathcal{F}_{\text{pr}} = \|\mathcal{F}_{\text{pr}}\|$  constante (compensation parfaite de l'effet Doppler) et maximale ( $\mathcal{F}_{\text{pr}} = \hbar k \Gamma / 2$ ) :

$$\begin{cases} M \dot{v} = -\mathcal{F}_{\text{pr}} & \implies & v_f = v_i - \frac{\hbar k \Gamma}{2M} T \\ \frac{1}{2} M (v_f^2 - v_i^2) = -\mathcal{F}_{\text{pr}} \cdot L & \implies & L = \frac{1}{2} \frac{M}{\mathcal{F}_{\text{pr}}} (v_i^2 - v_f^2) \end{cases} \quad (\text{II.2-54})$$

D'après (eq. II.2-54), et sachant que pour le césium  $\mathcal{F}_{\text{pr}}/M \simeq 6 \times 10^5 \text{ ms}^{-2}$ , nous en déduisons le temps  $T$  pour stopper les atomes de vitesse  $v \leq v_i$  et la distance

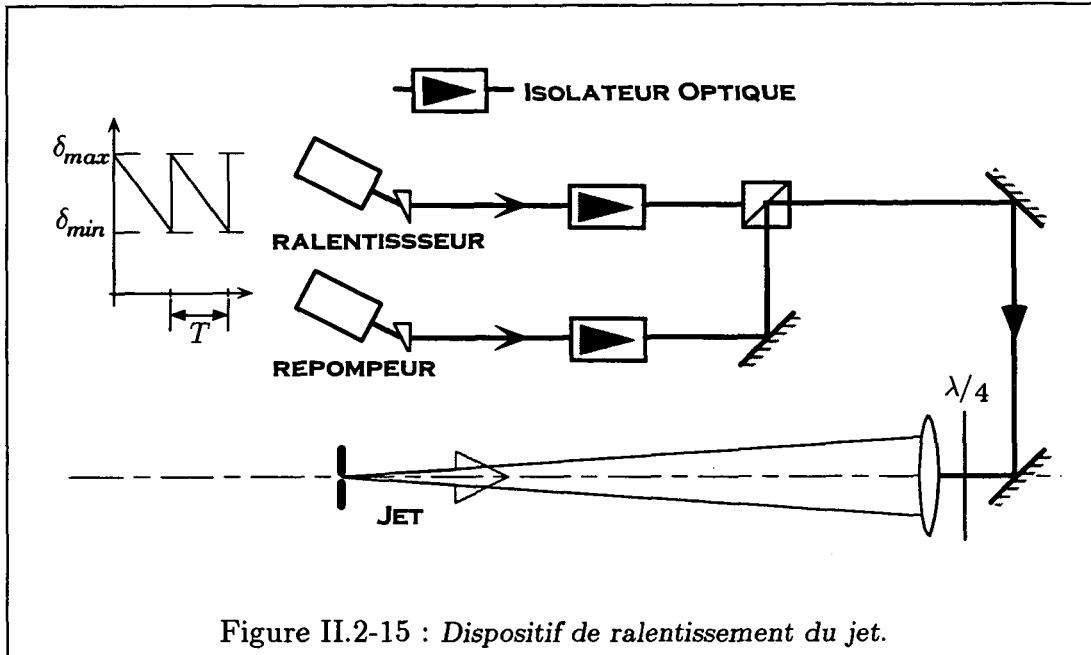


Figure II.2-15 : Dispositif de ralentissement du jet.

minimale d'arrêt  $L_{\min}$  ( $v_i = 300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , ce qui fixe le désaccord maximal  $\delta_{\max}$ ) :  $T \simeq 5 \text{ ms}$ ;  $L_{\min} \simeq 0.7 \text{ m}$ . La longueur de la zone de ralentissement est de l'ordre de  $2 \text{ m}$ , de façon à s'écarter du point où la force est maximale, car c'est un point instable [35]. Nous désirons stopper les atomes, nous devons donc choisir  $\delta_{\min} = 0$  et  $\delta_{\max} = kv_i \simeq 350 \text{ MHz}$ . D'après la longueur de notre zone de ralentissement, nous pouvons déduire le paramètre de saturation (eq. II.2-54)  $s = 0.62$  soit une intensité de l'ordre de  $1.5 \text{ mW}/\text{cm}^2$  et une période de balayage de  $\sim 13 \text{ ms}$ . Donc, si on choisit une intensité supérieure à  $1.5 \text{ mW}/\text{cm}^2$  et que l'on balaye à environ  $30 \text{ MHz}/\text{ms}$ , les atomes iront se verrouiller à  $s \simeq 0.62$  et seront stoppés au bout de  $2 \text{ m}$ .

Nous pouvons estimer le nombre de cycles absorption-émission spontanée lors du ralentissement. C'est le nombre de photons d'impulsion  $p = \hbar k$  nécessaire pour stopper l'atome :

$$n_{\text{cycle}} = \frac{M \cdot v_i - M \cdot v_f}{p_{\text{photon}}} \simeq 85000 \quad (\text{II.2-55})$$

Il faut éviter que l'atome puisse se désexciter vers un autre niveau hyperfin (le niveau  $F = 3$ ) de l'état fondamental lors de l'émission d'un photon (le risque est d'autant plus grand que  $n_{\text{cycle}}$  est important), car l'atome ne serait alors plus ralenti.

Nous avons donc rajouté un laser de faible puissance dont la fréquence est également balayée afin d'être toujours accordée sur la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . Ainsi, un atome qui tombe dans le mauvais niveau hyperfin est couplé à celui-ci et peut alors être *repompé* vers le niveau  $F = 4$  (d'où le nom de laser repompeur).

De plus, si l'on choisit une polarisation circulaire, l'atome sera pompé optiquement vers le sous-niveau  $m_g = \pm F$  de l'état fondamental. La transition entre sous-niveaux couplés par la lumière interdit alors toute désexcitation vers l'autre niveau hyperfin (fig. II.2-16), on peut ainsi diminuer considérablement la probabilité de départ vers le niveau hyperfin  $F = 3$ . Néanmoins, la lumière n'est pas parfaitement circulaire, et l'atome tombera sûrement une fois dans le mauvais niveau hyperfin, ce qui justifie la présence du repompeur.

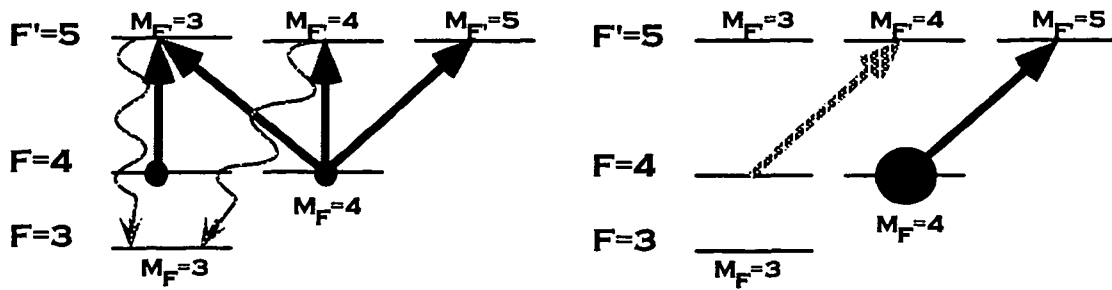


Figure II.2-16 : L'influence du choix d'une polarisation circulaire dans les pertes par pompage optique vers un autre niveau hyperfin.

### 2.3.3 La zone de piège et la cavité gravitationnelle

Nous avons réalisé la cavité dans une zone où le vide résiduel n'excède pas  $3 \times 10^{-8}$  Torr afin de maintenir un intervalle de temps entre deux collisions avec le gaz résiduel de l'ordre de quelques secondes.

C'est le laser titane saphir qui va produire une onde évanescente suffisamment puissante (800 mW), et dont on pourra balayer la fréquence entre 1 GHz et 10 GHz au dessus de la fréquence de résonance de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  du césium (852.115 nm).

Le miroir électromagnétique est réalisé à partir d'un prisme en verre BK7 (fig. II.2-18), calculé de telle façon que le faisceau du laser titane saphir utilisé pour produire l'onde évanescente arrive perpendiculairement à la face inférieure du prisme (traitée anti-reflet) et subisse une réflexion totale interne sur une première face. Il attaque ensuite la face incurvée (dioptré sphérique de rayon  $R = 20$  mm) avec un angle supérieur à l'angle critique, réalisant ainsi une réflexion totale.

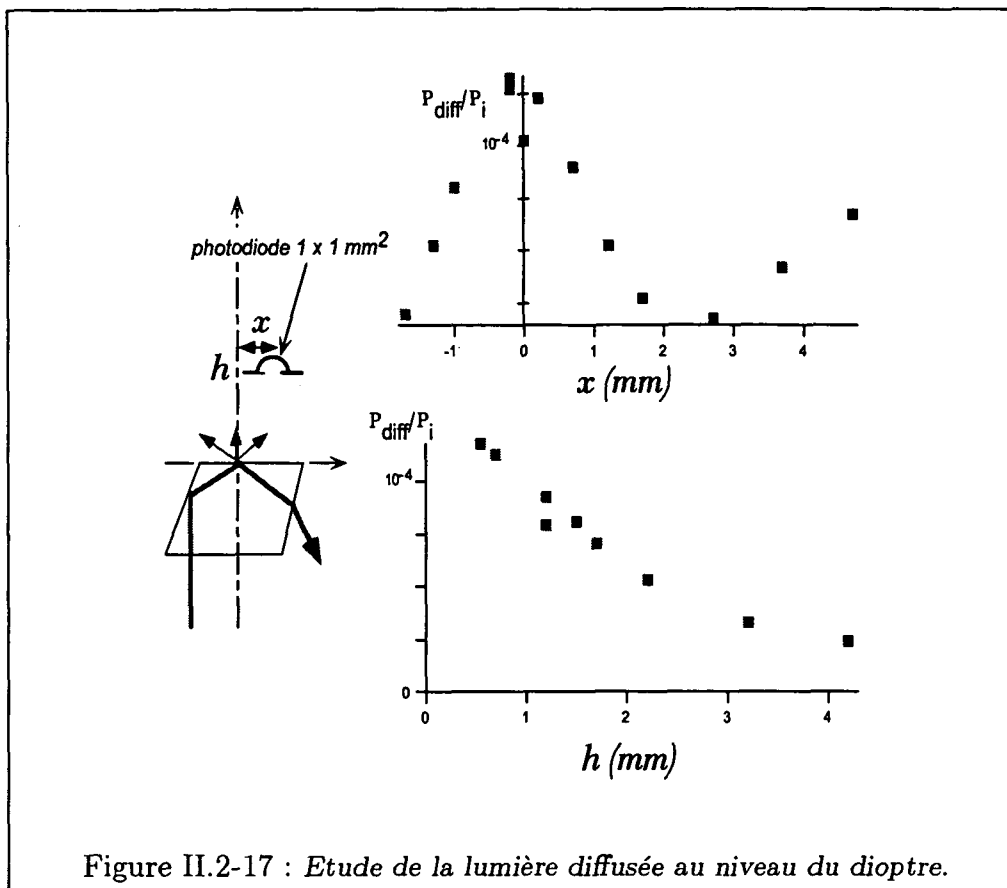
Les deux faces où l'atome subit une réflexion ont été bien polies ( $\lambda/4$ ) afin de limiter la lumière diffusée par le laser créant l'onde évanescente. Ainsi, au niveau du miroir atomique, la lumière diffusée n'est qu'une fraction de % de la lumière réfléchie (fig. II.2-17).

Enfin, l'angle de la face de sortie est calculé de telle manière qu'après réfraction sur cette dernière, le faisceau laser, qui diverge maintenant, ressorte par un des hublots de l'enceinte à vide. Ceci permet de limiter la lumière parasite piégée dans l'enceinte.

Le diamètre de la tache sur le miroir est de l'ordre de 1 mm et peut être modifié à l'aide d'une lentille de longue focale.

Les atomes seront collectés au dessus de ce prisme à l'aide d'un Piège Magnéto-Optique [36] à six faisceaux. Pour les deux paires de faisceaux horizontales (fig. II.2-19), le faisceau laser passe à travers une lame à retard variable (lame à cristaux liquides) qui nous permet de réaliser soit une polarisation circulaire<sup>(7)</sup>, soit une polarisation linéaire de direction bien choisie. Il traverse ensuite l'enceinte et le piège pour

<sup>(7)</sup>Le rôle du changement de la polarisation sera expliqué dans les pages suivantes (p. 91). Il permet d'obtenir des températures très basses, condition importante pour notre expérience.

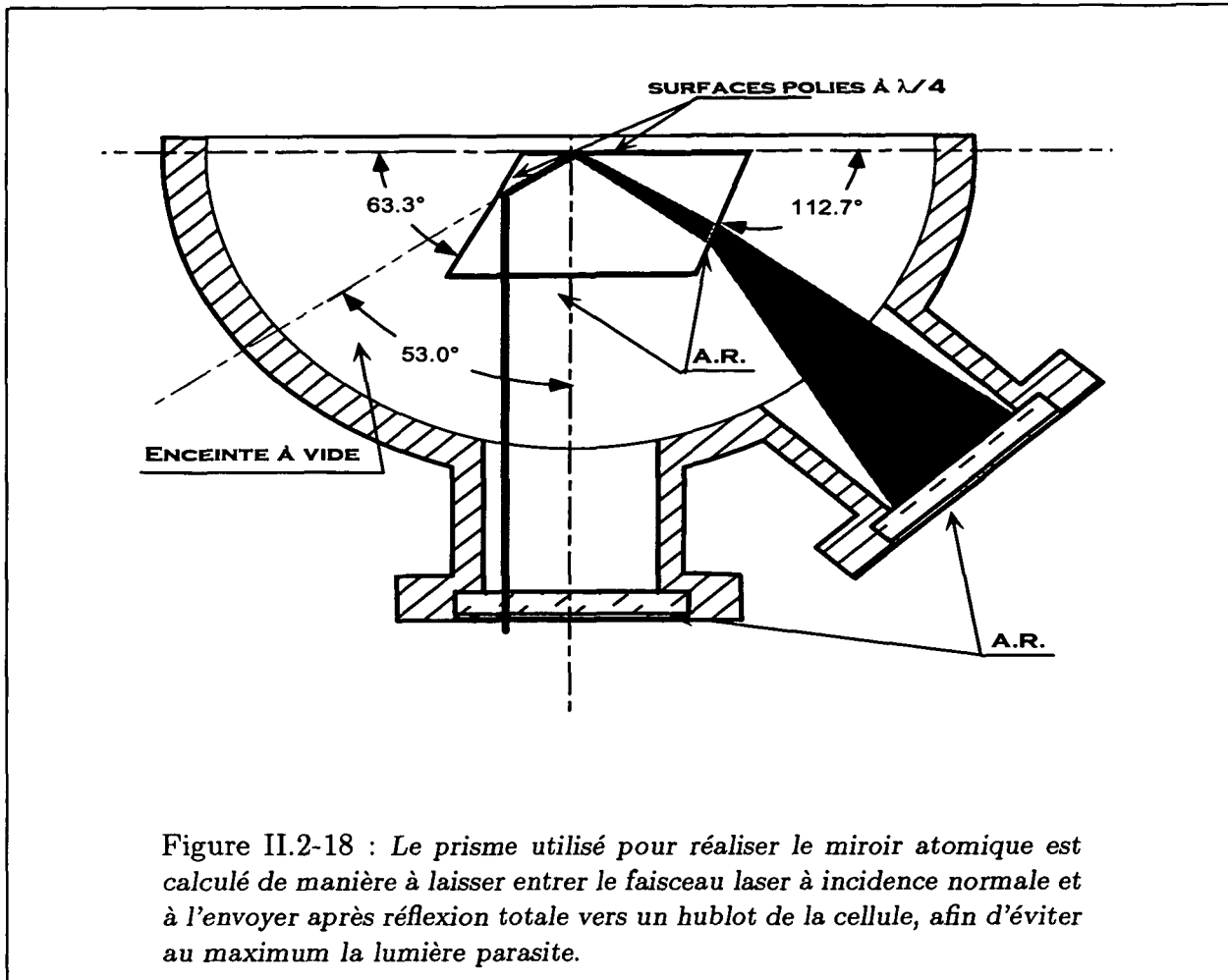


être rétro-réfléchi par un système composé d'une lame quart d'onde et d'un miroir. Chaque paire d'ondes est donc soit dans une configuration  $\sigma_+ - \sigma_-$  si la lame à cristaux liquides réalise une onde circulaire, soit dans une configuration où les polarisations linéaires des deux faisceaux contre-propageants sont orthogonales (configuration  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$ ) si la lame réalise des polarisations linéaires.

La géométrie utilisée nous empêche de faire le même choix pour la paire d'ondes verticale. En effet, le faisceau *montant* passe à travers le dioptré avant d'arriver sur le piège. Il est donc légèrement divergent (les propriétés optiques de ce prisme sont les mêmes que le miroir dichroïque du laser (fig. II.1-11)). Ceci provoque un déséquilibre entre les forces exercées par chaque faisceau. Il faut donc pouvoir régler l'intensité de chaque faisceau, ce que seul des bras indépendants peuvent permettre.

Les bobines permettant de créer un gradient de champ magnétique pour le PMO (fig. II.2-20) sont placées suivant la direction verticale. Elles sont composées de trois spires de tube de cuivre dans lesquelles circule un courant d'eau permettant de les refroidir. Avec de telles bobines et un courant de  $\sim 50$  A, nous obtenons un gradient de champ magnétique de l'ordre de 10 G/cm.

La mesure du nombre d'atomes dans la cavité gravitationnelle se fait au niveau du piège grâce à la fluorescence induite par un laser sonde accordé sur la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  de puissance 5 mW. Ce laser est de forme légèrement elliptique (diamètre horizontal  $2w_h = 3$  mm et diamètre vertical  $2w_t = 2$  mm). La fluorescence est collectée sur une photodiode de surface  $1 \times 1$  cm<sup>2</sup> et de sensibilité 0.5 A/W. Elle est placée dans l'enceinte à vide et montée sur une résistance de charge de 10 M $\Omega$ .

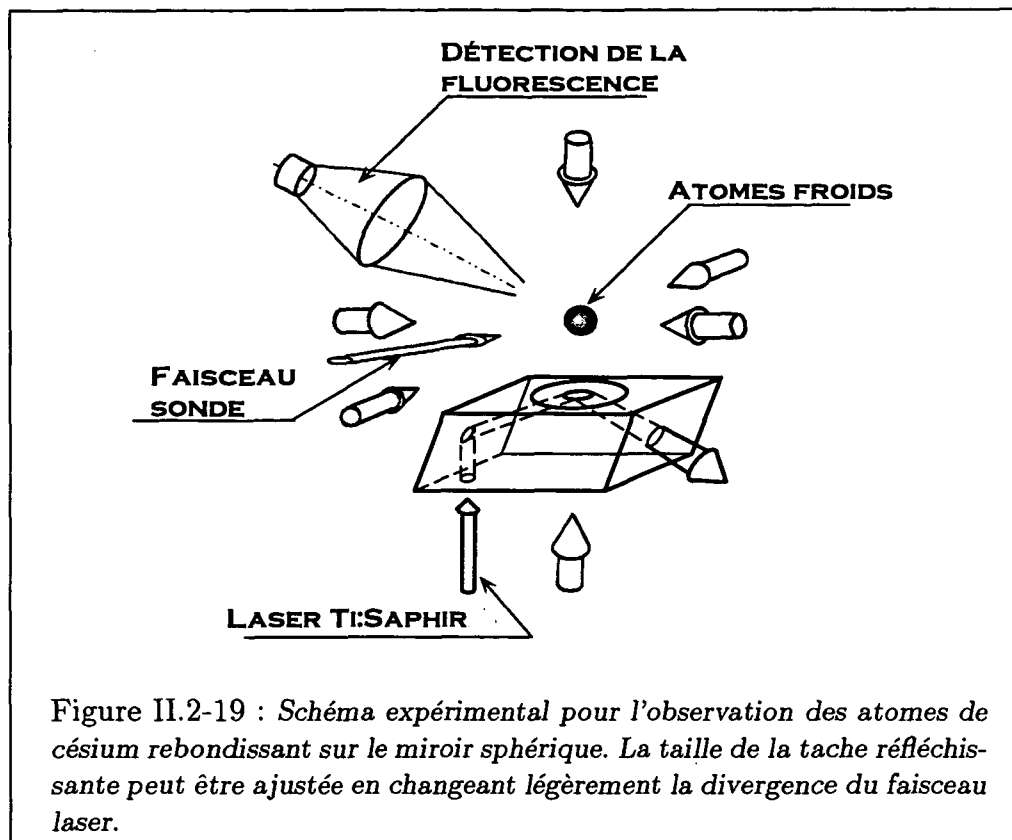


La collection se fait par une lentille de diamètre 25 mm située à 40 mm de la zone de détection. Par cette méthode, la sensibilité est de  $2 \times 10^{-7}$  V/at.

#### • Les lasers utilisés pour le piège

Les sources laser utilisées pour réaliser le piège magnéto optique sont des diodes laser, dont l'avantage principal est la simplicité de mise en œuvre. Il est possible d'obtenir des sources laser très stables en utilisant des diodes montées en cavité étendue (diodes sur réseau). Nous avons ensuite *injecté* une seconde diode plus puissante (SPECTRA DIODE LAB SDL 5412 ;  $P_{\max} \simeq 100$  mW) avec notre diode sur réseau [37], en contrôlant la fréquence de cette dernière par un asservissement sur la fréquence de résonance de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  puis un déplacement de fréquence à l'aide d'un modulateur acousto-optique (fig. II.2-21).

Pour contrôler l'intensité et obturer les faisceaux, nous avons utilisé des obturateurs mécaniques (en collant des densités à l'extrémité pour réduire l'intensité). Ces obturateurs sont de simples relais, le temps de réponse de tels systèmes est de l'ordre de 1 ms. Ils présentent de plus un retard de 10 ms, il faut donc en tenir compte lors de la réalisation du programme de contrôle de l'expérience.



## 2.4 Déroulement de l'expérience

Le premier objectif de l'expérience est de démontrer le confinement stable dans une cavité gravitationnelle, c'est à dire d'observer les rebonds successifs des atomes sur le miroir. Pour ceci, on lâche les atomes au dessus du prisme et on les laisse évoluer dans ce piège pendant un intervalle de temps ajustable  $T$ . On branche alors le faisceau de détection pour mesurer, en fonction de  $T$ , le nombre d'atomes se trouvant encore dans la cavité. Il est clair que la température initiale des atomes lâchés va jouer un rôle important dans notre expérience. Plus la température des atomes sera basse, plus la fraction d'atomes tombant sur la tache de l'onde évanescente sera importante. On a donc intérêt à refroidir les atomes à la température la plus basse possible, en utilisant, par exemple, une phase de mélasse à gradient de polarisation ou à effet Sisyphe [38].

Notre expérience consiste donc à répéter plusieurs fois le même cycle de séquences :

1. Ralentissement du jet et capture des atomes dans le PMO.
2. Refroidissement des atomes par mélasse  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$ .
3. Largage des atomes et leur évolution pendant un intervalle de temps  $T$  dans la cavité.
4. Détection des atomes restants.

L'expérience est contrôlée par un ordinateur (fig. II.2-24). Ce dernier pilote le temps de chargement, le processus de refroidissement, le largage des atomes et la détection de ces derniers.



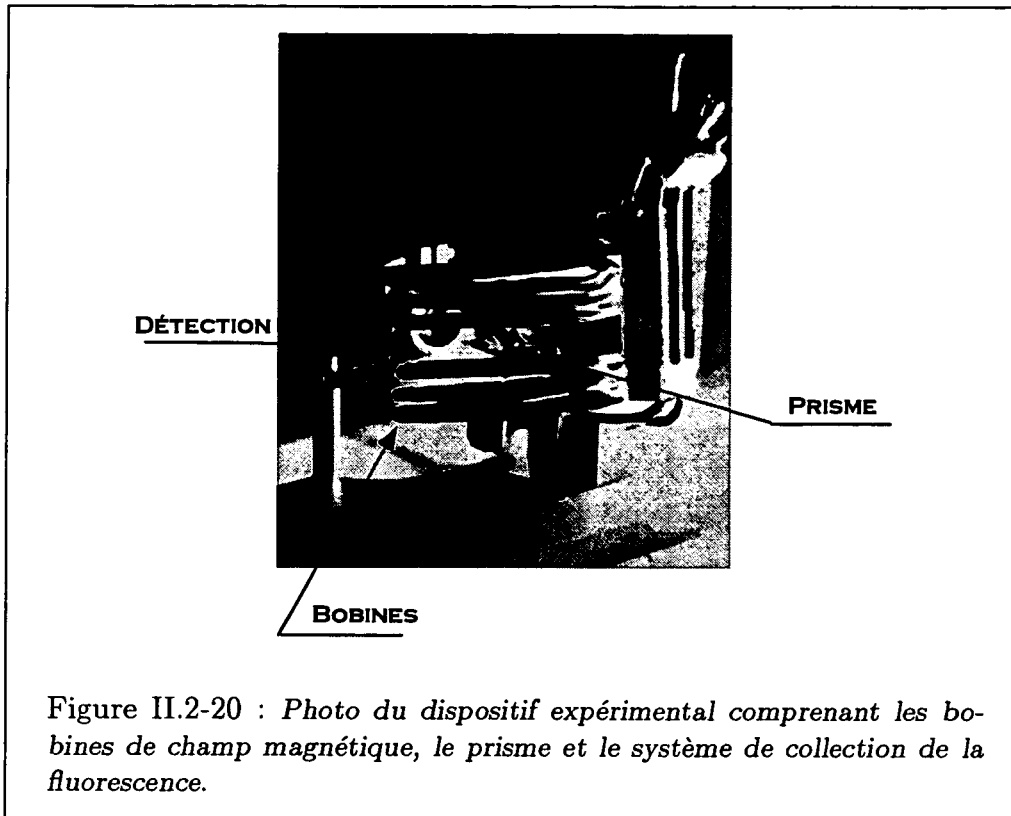


Figure II.2-20 : Photo du dispositif expérimental comprenant les bobines de champ magnétique, le prisme et le système de collection de la fluorescence.

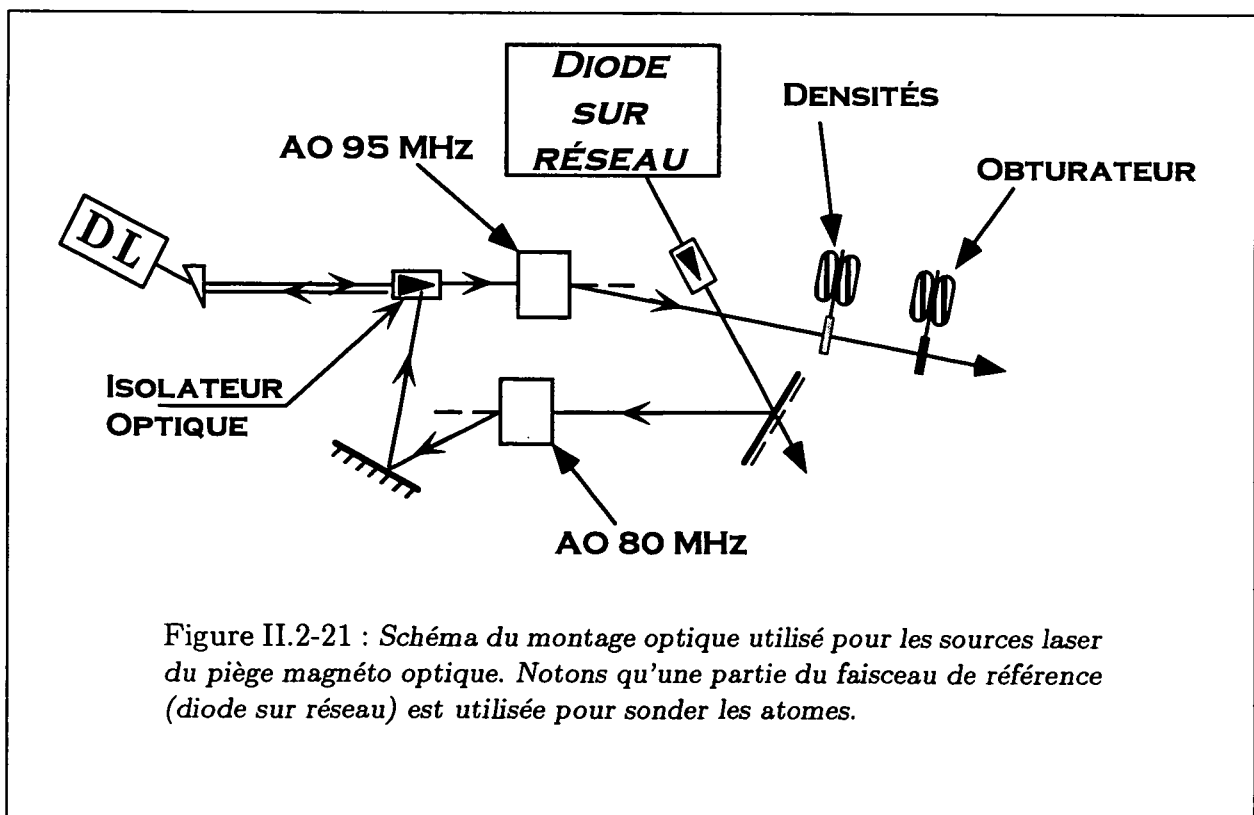
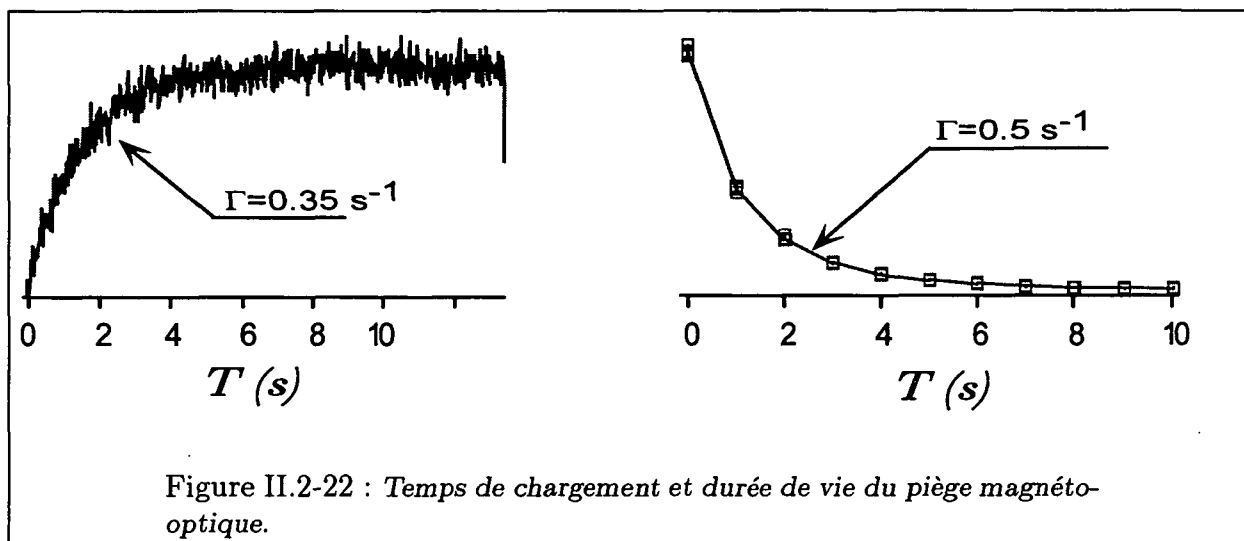


Figure II.2-21 : Schéma du montage optique utilisé pour les sources laser du piège magnéto optique. Notons qu'une partie du faisceau de référence (diode sur réseau) est utilisée pour sonder les atomes.

### Chargement du piège

Le faisceau ralentisseur passant légèrement au dessus des faisceaux du piège, les atomes ralentis *tombent dans le piège* et restent alors dans un volume de  $\simeq 1 \text{ mm}^3$ . La répartition en position des atomes dans ce piège est une gaussienne dont la taille dépend approximativement de la température  $T$  des atomes et du gradient de champ magnétique  $dB/dz$ . Le temps de chargement d'un tel piège (*i.e. temps pendant lequel le flux d'atomes entrant dans le piège est supérieur au flux d'atomes expulsés par collision*) est de quelques secondes (fig. II.2-22). Notons que ce temps de chargement dépend principalement de la pression de gaz résiduel dans la cellule et du flux d'atomes sortant du four.



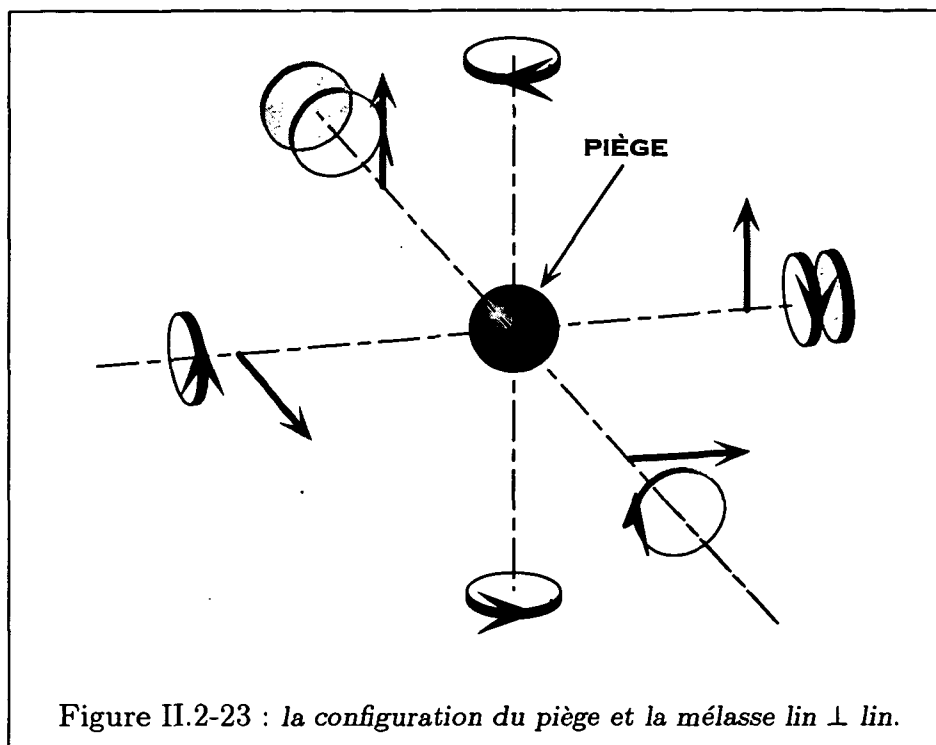
Il faut donc charger le piège pendant suffisamment longtemps (quelques secondes) pour avoir un nombre d'atomes important dans le PMO. Après environ deux secondes de chargement, nous avons constaté que le nombre d'atomes capturés est  $N = 10^7$  avec des fluctuations  $\Delta N/N$  inférieures à 1 %.

### Le refroidissement des atomes

Dans les conditions optimales pour la capture des atomes du jet, ( $\Omega \simeq 3\Gamma$  et  $\delta = -2\Gamma$ ), la température des atomes dans le PMO est relativement élevée ( $\sim 100 \mu\text{K}$  soit  $v_{\text{rms}} \simeq 10 \text{ cm.s}^{-1}$ ). Nous avons déjà mentionné plus haut l'importance d'une basse température pour le bon remplissage de la cavité. Une température de  $\simeq 3 \mu\text{K}$  peut être obtenue grâce au refroidissement sub-Doppler [39] qui a lieu à l'intérieur des mélasses optiques [40, 38, 41]. Un tel refroidissement existe aussi dans le piège magnéto-optique [42], et permet d'atteindre des températures du même ordre. Néanmoins, lorsque l'on travaille à faible désaccord ( $\delta \leq 3\Gamma$ , ce qui est le cas de notre expérience), c'est la configuration en mélasse  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  qui donne les meilleurs performances [32] (fig. II.2-23)

La phase de refroidissement comprend deux étapes :

1. Lorsque le faisceau ralentisseur est coupé, l'intensité du laser du piège est réduite de 13 à  $0.4 \text{ mW/cm}^2$  à l'aide de densités montées sur des obturateurs



mécaniques, ce qui réduit non seulement la température ( $T \propto I/\delta$  [32]), mais aussi la taille du nuage.

- Après 5 ms, on change brutalement (en  $\sim 3$  ms) les polarisations des faisceaux horizontaux du piège de circulaires à linéaires à l'aide des lames à cristaux liquides, tout en coupant le gradient de champ magnétique nécessaire au PMO. En  $\sim 20$  ms, les atomes se thermalisent alors à une température de  $5 \mu\text{K}$  sans que la taille du nuage ait significativement augmenté.

### L'évolution des atomes dans la cavité et leur détection

Après le refroidissement, les faisceaux de la mélasse sont coupés à l'aide d'obturateurs mécaniques, mais on maintient un très faible faisceau repompeur afin de s'assurer que tous les atomes qui tombent sont dans le niveau  $F = 4$ . Après 5 ms, le miroir est "allumé" pour une durée ajustable  $T$ . Enfin, 5 ms après l'extinction du miroir, on procède à l'analyse de la fluorescence induite par la sonde. Il faut en effet que le miroir soit coupé pour éviter que la lumière diffusée par la réflexion totale de l'onde intense ne sature la photodiode qui travaille dans des conditions de haute détectivité.

## 2.5 Résultats et Analyse

### 2.5.1 Premières expériences

Nous présentons ici les tous premiers résultats [43] où nous avons observé quatre rebonds visibles. Pour obtenir ces résultats (fig. II.2-25), l'intensité des faisceaux laser

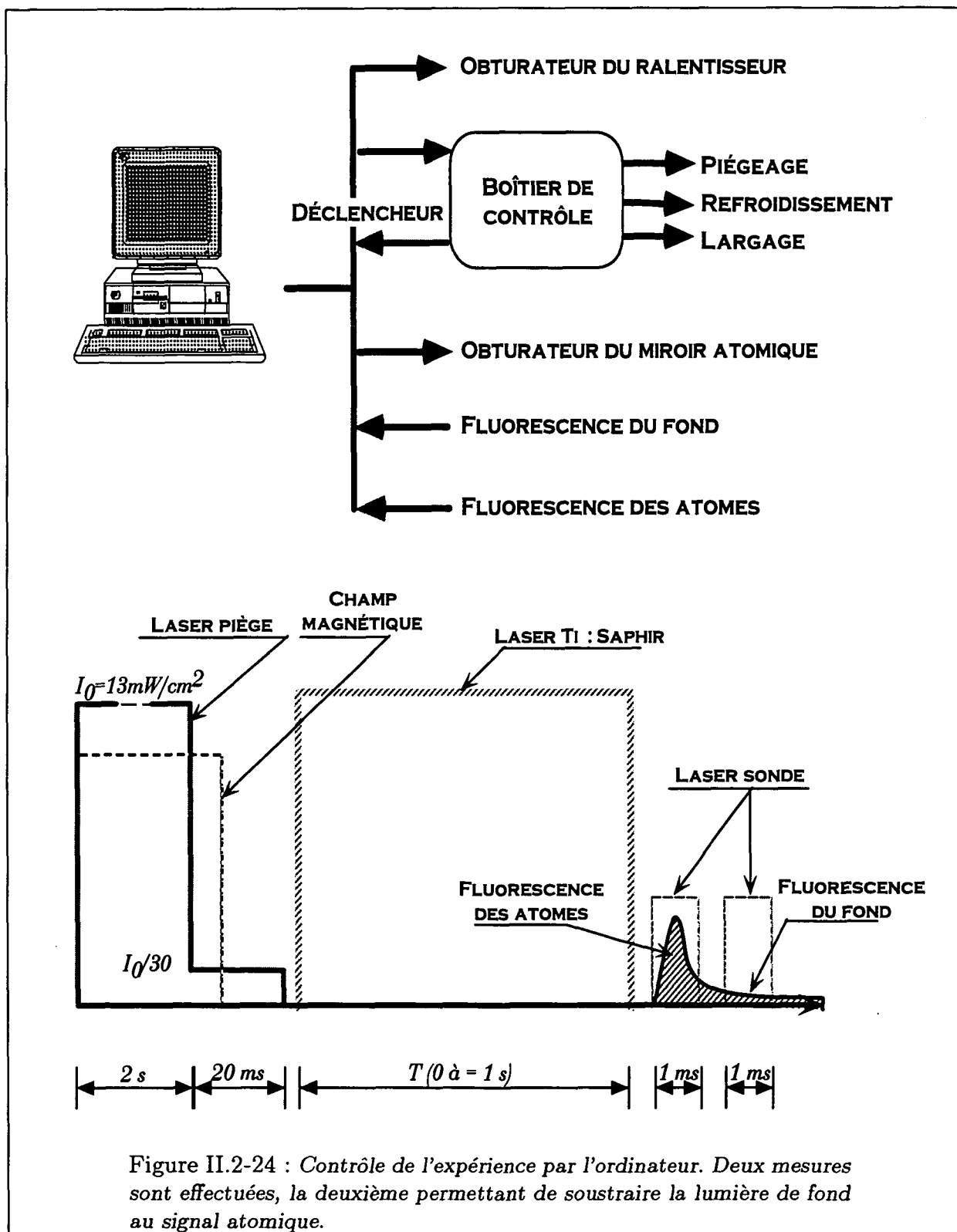


Figure II.2-24 : Contrôle de l'expérience par l'ordinateur. Deux mesures sont effectuées, la deuxième permettant de soustraire la lumière de fond au signal atomique.

piège lors de la phase de refroidissement était de  $2 \text{ mW/cm}^2$ , le désaccord de  $3\Gamma \simeq 16 \text{ MHz}$  ce qui laisse supposer une température de  $\simeq 30 \mu\text{K}$  ( $v_{\text{rms}} \simeq 5 \text{ cm.s}^{-1}$ ) [32].

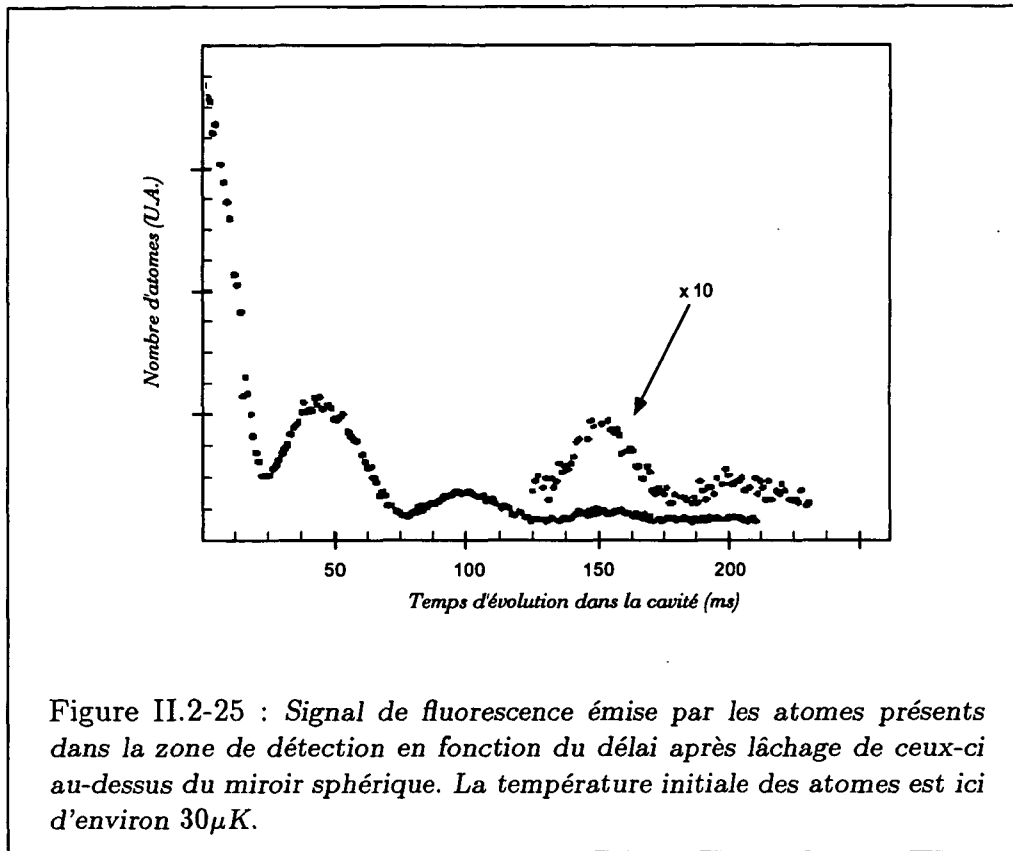


Figure II.2-25 : Signal de fluorescence émise par les atomes présents dans la zone de détection en fonction du délai après lâchage de ceux-ci au-dessus du miroir sphérique. La température initiale des atomes est ici d'environ  $30 \mu\text{K}$ .

Lors de cette expérience, 27 % des atomes rebondissent une fois, 7 % deux fois, 3 % trois fois et 1 % quatre fois. Nous en déduisons des pertes par rebonds d'environ 70 %. Les atomes sont lâchés d'une hauteur  $h = 3 \text{ mm}$ . La période des rebonds  $\mathcal{T}$  (c.a.d. le temps qui sépare deux rebonds successifs) est en bon accord avec la prédiction :

$$h = \frac{1}{2}g \left( \frac{\mathcal{T}}{2} \right)^2 \quad (\text{II.2-56})$$

Après le quatrième rebond, il reste encore environ cent mille atomes dans la cavité. On peut donc supposer que des atomes évoluent encore dans celle-ci au delà de 200 ms, mais que nous ne pouvons résoudre les rebonds, d'une part à cause de notre rapport signal sur bruit qui nous limite à  $\sim 10^4$  atomes, d'autre part à cause du brouillage des oscillations dû à la distribution des vitesses verticales et à la distribution des positions initiales des atomes.

Même si ces premiers résultats sont prometteurs (les résultats des expériences précédant celle-ci n'ayant donné que  $1/1000^{\text{e}}$  des atomes au deuxième rebond), ils ne prouvent pas encore de façon claire l'utilité d'un miroir sphérique et donc le confinement stable.

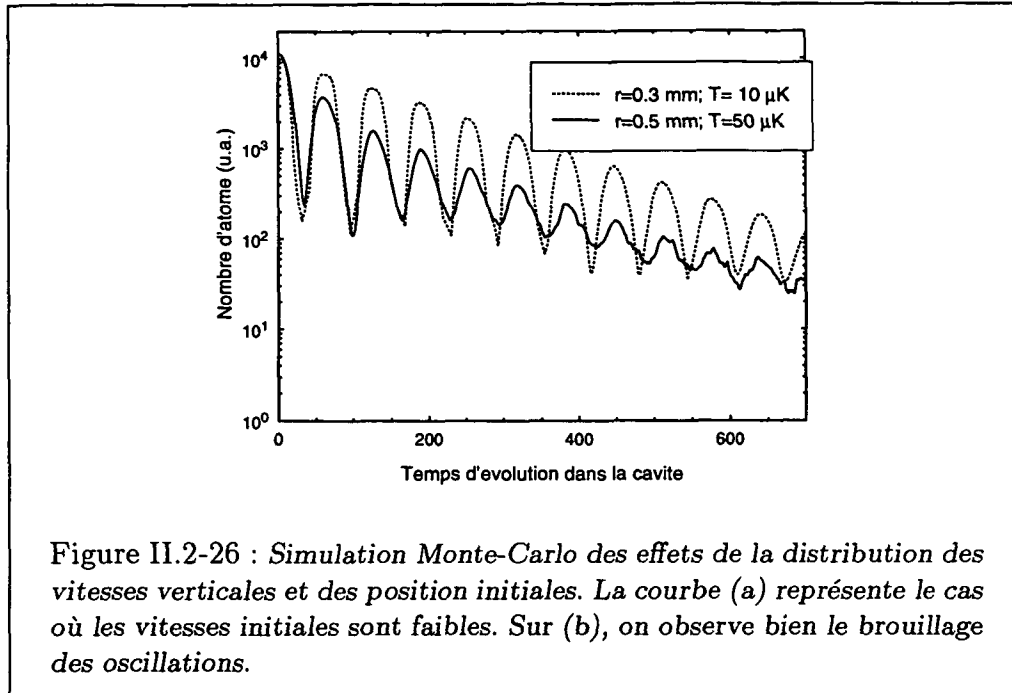


Figure II.2-26 : Simulation Monte-Carlo des effets de la distribution des vitesses verticales et des position initiales. La courbe (a) représente le cas où les vitesses initiales sont faibles. Sur (b), on observe bien le brouillage des oscillations.

## 2.5.2 Expériences à très basse température

Afin de dépasser cette limite de quatre rebonds et de démontrer clairement le confinement stable, nous avons cherché à atteindre des températures initiales encore plus basses. En diminuant l'intensité des faisceaux lasers pendant la phase de refroidissement à  $0.4 \text{ mW/cm}^2$  (p. 91), nous avons obtenu une température de  $5 \pm 1 \mu\text{K}$  ( $v_{\text{rms}} \simeq 2 \text{ cm.s}^{-1}$ ). Nous avons alors pu observer clairement une dizaine de rebonds successifs (fig. II.2-27)

Nous constatons que le contraste des rebonds dépend du temps passé dans la cavité. Il s'atténue à chaque rebond jusqu'à ce que les oscillations soient complètement brouillées vers le huitième rebond. Ceci s'explique aisément par l'expansion du nuage atomique due à la répartition des vitesses et des positions initiales suivant la direction verticale. Si on part d'un nuage de rayon  $r_0 = 0.5 \text{ mm}$  et de vitesse quadratique moyenne  $v_{\text{rms}} = 2 \text{ cm.s}^{-1}$ , la taille verticale du nuage sera après un temps  $T$  si on néglige la gravité<sup>(8)</sup> :

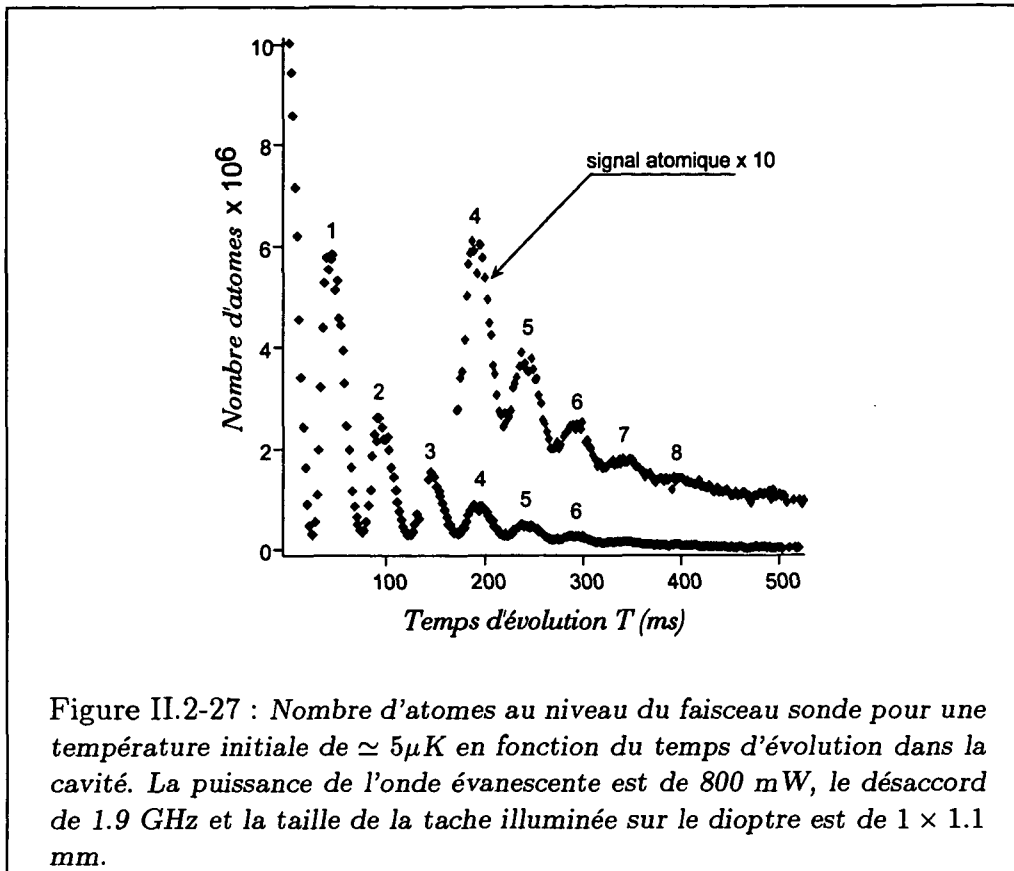
$$r^2(T) = r_0^2 + v_{\text{rms}}^2 T^2 \quad (\text{II.2-57})$$

Après un temps  $T = 400 \text{ ms}$  passé dans la cavité, le nuage aura donc un rayon  $r(T) \simeq 8 \text{ mm}$ <sup>(9)</sup>. Les atomes qui rebondissent sont alors répartis dans toute la cavité, on ne peut donc plus résoudre les oscillations même si un certain nombre d'atomes rebondit encore au-delà du huitième rebond.

Nous pouvons maintenant estimer l'efficacité du miroir électromagnétique. Pour ce faire, nous pouvons retracer le courbe expérimentale (fig. II.2-27) en prenant une échelle logarithmique pour le nombre d'atomes. Si l'on considère maintenant les

<sup>(8)</sup>Si on tient compte de la gravité, la taille du nuage après  $n$  aller-retour dans la cavité sera  $r^2(n) = r_0^2 + v_{\text{rms}}^2 (nT)^2 + g^2 (nT)^3 / 12$ .

<sup>(9)</sup>On remarque que dans l'expérience précédente, la taille du nuage est de  $\simeq 1 \text{ cm}$  au quatrième rebond, ce qui explique le brouillage plus rapide du signal.



maxima de chaque rebond, on peut faire passer une droite, ce qui est la signature d'un processus de pertes régulier lors de l'évolution dans la cavité (fig. II.2-28).

Nous pouvons déduire de la pente de cette droite le coefficient de réflexion de notre miroir. Nous pouvons en effet écrire :

$$\log(N(n+1)) - \log(N(n)) = -\Gamma T \quad (\text{II.2-58})$$

soit

$$\mathcal{R} = \exp(-\Gamma T) \quad (\text{II.2-59})$$

De la figure II.2-28, nous déduisons un coefficient de réflexion de 61 %, qui tient compte à la fois des pertes lors du rebond que des pertes lors du vol libre.

En fait, le signal expérimental contient beaucoup plus d'informations que le simple coefficient de réflexion du miroir. Nous avons déjà vu précédemment que nous pouvions déduire de la période des oscillations la hauteur de lâcher. Pour extraire plus d'informations de notre signal, nous avons comparé la courbe expérimentale à une simulation Monte Carlo de l'évolution des atomes dans la cavité.

### Principe de l'ajustement de la courbe expérimentale

Nous allons décrire le principe de la simulation Monte Carlo développée par A. Steane que nous avons utilisé pour ajuster la courbe expérimentale. Le programme va tirer au hasard un atome dans une distribution tridimensionnelle en vitesse et en position. Les premiers paramètres de notre simulation sont donc :

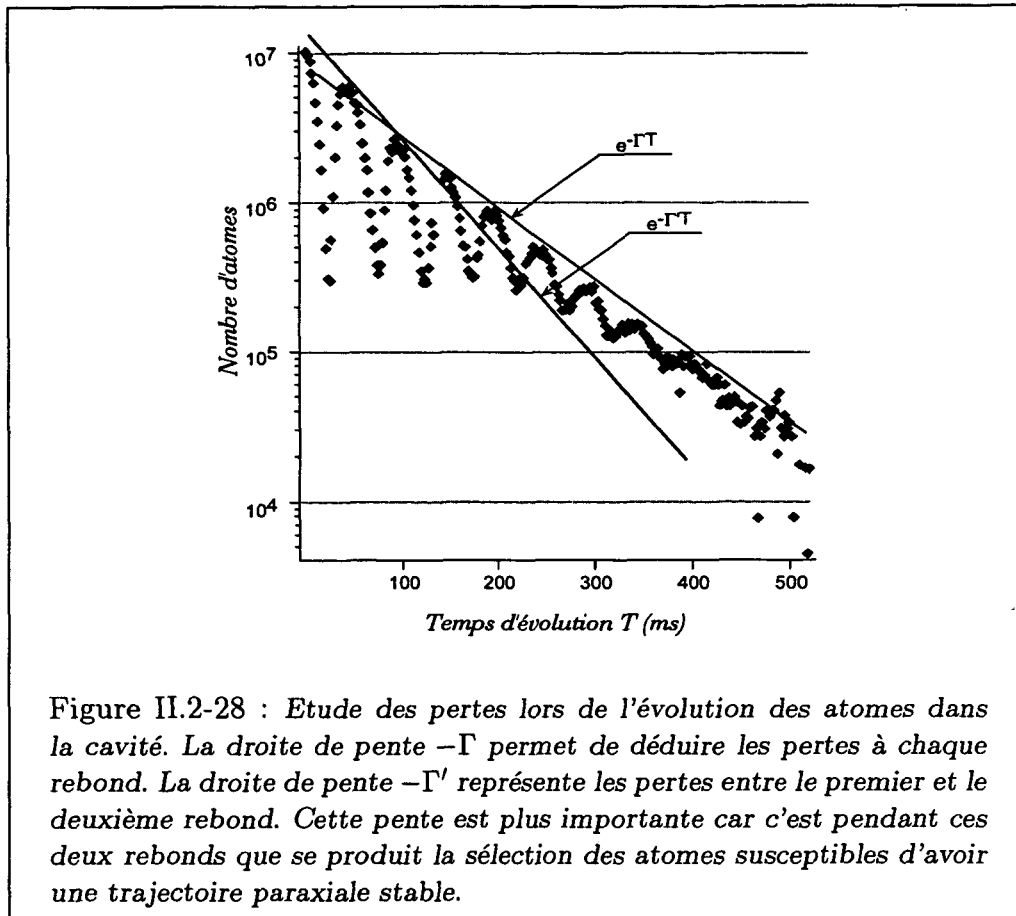


Figure II.2-28 : Etude des pertes lors de l'évolution des atomes dans la cavité. La droite de pente  $-\Gamma$  permet de déduire les pertes à chaque rebond. La droite de pente  $-\Gamma'$  représente les pertes entre le premier et le deuxième rebond. Cette pente est plus importante car c'est pendant ces deux rebonds que se produit la sélection des atomes susceptibles d'avoir une trajectoire paraxiale stable.

- Le diamètre du piège  $d$ , en supposant que la distribution des atomes en position est une gaussienne d'écart type  $d/2$ .
- La hauteur de lâcher : représente l'abscisse suivant  $Oz$  du centre de la gaussienne.
- L'écart du centre du piège par rapport à la verticale passant par le centre du dioptré, résultant d'un alignement imparfait.
- La température du piège. Nous admettrons ici encore que la répartition en vitesse est gaussienne et isotrope.

Pour tirer au sort la position ou la vitesse de l'atome, on peut utiliser :

$$p(x) = \frac{\int_{-\infty}^x e^{-2x^2/d^2}}{2\pi} \quad (\text{II.2-60})$$

Nous pouvons remarquer que  $p(\infty) = 1$  et que  $p(x)$  est une fonction bijective, qui convient donc parfaitement à notre problème. Pour tirer une position, il suffit donc de tirer un nombre aléatoire  $p \in [0, 1]$  et de déterminer  $x$  tel que  $p(x) = p$ . Pour choisir un atome, il suffit ensuite de faire cinq autres tirages de la même manière, un pour la position ou la vitesse suivant chaque dimension<sup>(10)</sup>.

<sup>(10)</sup>En fait, nous avons utilisé une méthode plus complexe, mais plus rapide. Elle est décrite dans [44].



On laisse ensuite évoluer l'atome dans la cavité. Le miroir électromagnétique est traité classiquement, comme un miroir normal de forme elliptique. Les paramètres pour ce miroir sont :

- Le diamètre du grand axe du miroir.
- Le rapport entre le grand et le petit axe.
- Le rayon de courbure du miroir.

On ajoute enfin trois processus de perte intervenant à chaque rebond :

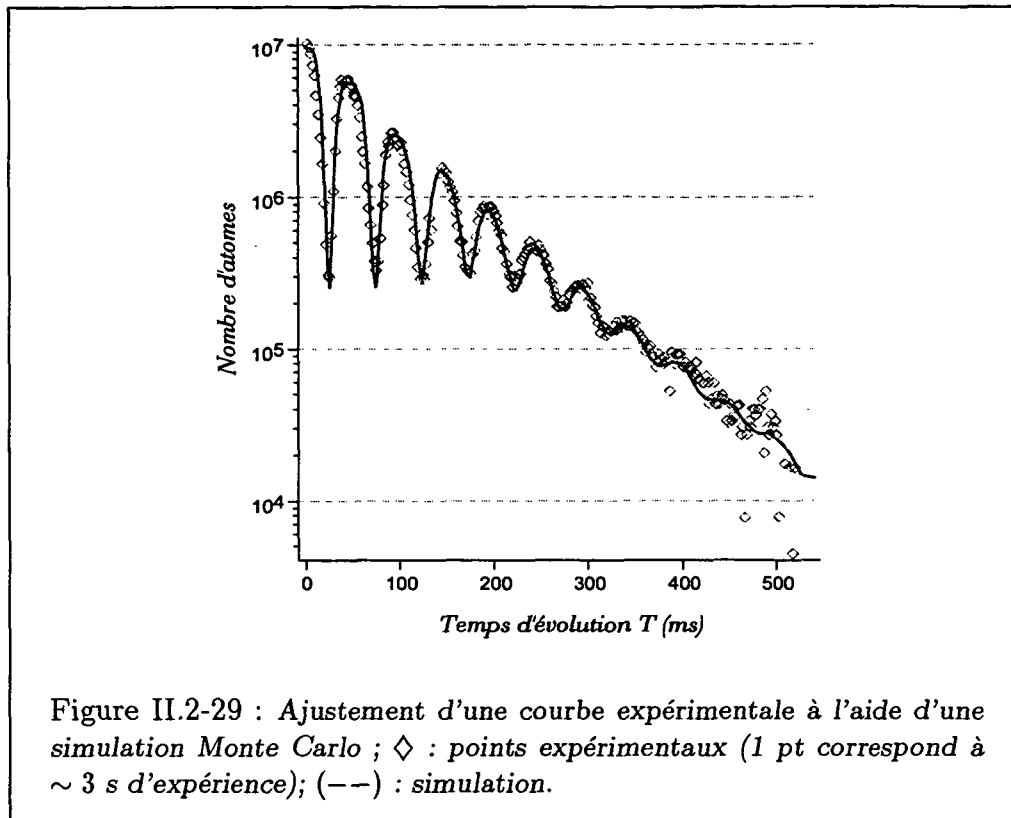
- L'effet de la pression de radiation parallèle à la surface du miroir, qui est équivalent à donner une vitesse le long de l'axe  $Oy$  à chaque rebond.
- L'effet d'un processus de diffusion aléatoire entre deux rebonds : il représente la diffusion en vitesse provoquée par les collisions avec le gaz résiduel ou par l'émission spontanée induite par la lumière parasite.
- Un coefficient de perte par rebond dont les causes, diverses, seront discutées dans les sections suivantes.

A l'aide de cette simulation, nous pouvons donc essayer de déduire les différents paramètres de notre cavité pour une courbe expérimentale (fig. II.2-29). Dans notre exemple, le paramètre initial est la taille du miroir électromagnétique ( $2.1 \times 2.3$  mm). On obtient :

- Hauteur de lâcher : 2.91 mm
- Température initiale :  $4 \mu\text{K}$
- Diamètre du piège : 0.5 mm
- Pertes par rebond : 39 % soit  $\Gamma \simeq 10.2 \text{ s}^{-1}$

### 2.5.3 Efficacité du miroir en fonction du désaccord

Nous allons étudier maintenant plus précisément l'influence du désaccord du laser sur l'efficacité du miroir. Comme nous l'avons déjà remarqué, à très grand désaccord, l'émission spontanée de photons qui provoquent un chauffage et donc une fuite des atomes est très faible. Cependant, nous avons constaté que la taille effective du miroir diminue lorsque le désaccord augmente. Ceci va causer une sélection plus sévère des atomes susceptibles d'évoluer dans la cavité, et donc diminuer le nombre d'atomes détectés. Nous verrons que l'analyse des signaux expérimentaux nous permet de vérifier qu'à faible désaccord, c'est le pompage optique vers un autre niveau hyperfin qui provoque la perte d'atomes. Nous remarquerons ensuite que ces pertes deviennent négligeables à grand désaccord, où seule la sélection causée par la taille va limiter le nombre d'atomes.



Nous avons interpolé les résultats de l'étude en fonction du désaccord (fig. II.2-30) avec la courbe d'équation :

$$N_{at} = \mathcal{N}_N (0.8)^{N\bar{n}} \left( 1 - \exp \left( -\frac{w^2}{2r_c^2} \ln \left( \frac{\delta}{\delta_0} \right) \right) \right) \quad (\text{II.2-61})$$

avec comme paramètres ajustables  $\bar{n}$ , que l'on pourra comparer avec notre estimation théorique,  $\delta_0$  et  $\mathcal{N}_N$  qui dépend du rebond considéré (prend en compte les facteurs de perte autres que le désaccord). Le premier terme de (eq. II.2-61) correspond aux pertes par pompage optique vers le niveau fondamental  $F = 3$ . Le deuxième terme n'est pas un terme de perte ; il représente la sélection des atomes susceptibles d'avoir une trajectoire paraxiale stable.

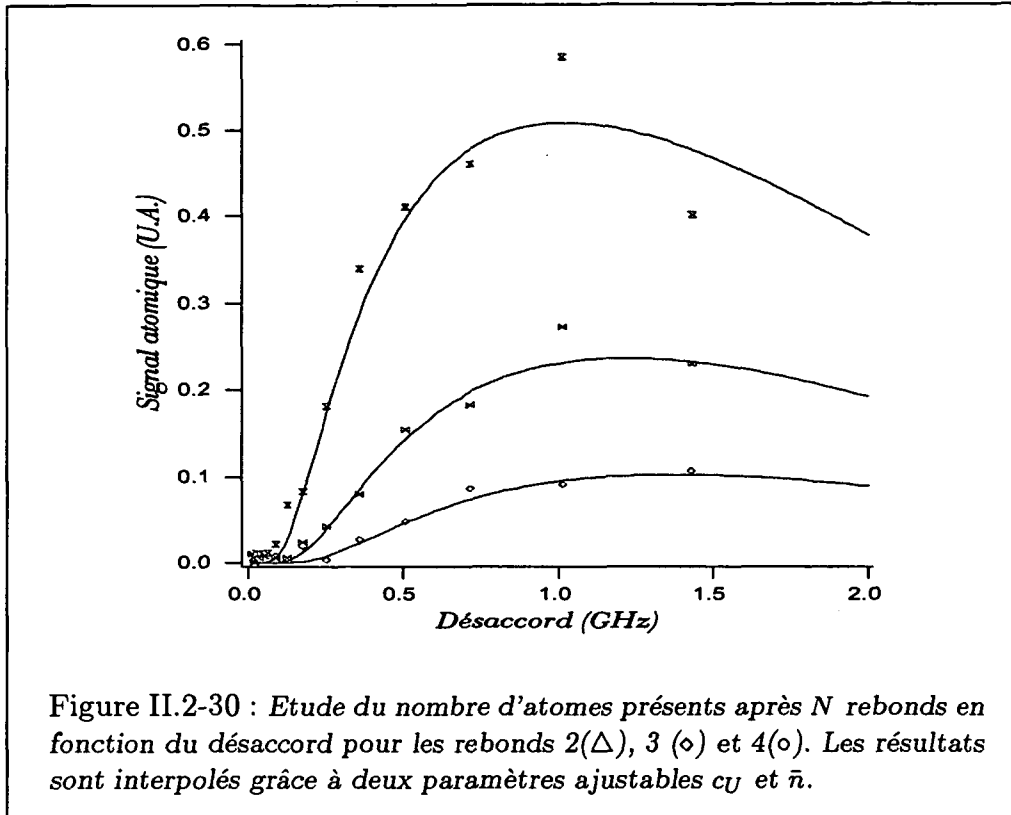
Cette courbe présente un maximum pour un désaccord  $\delta = \delta_1$ . Nous pouvons alors distinguer deux régimes de dépendance en désaccord du signal de rebond :

- $\delta \ll \delta_1$  : Dans ce cas, le second terme de l'équation II.2-61 devient négligeable :

$$1 - \exp \left( -\frac{w^2}{2r_c^2} \ln \left( \frac{\delta}{\delta_0} \right) \right) \sim 1$$

et les pertes sont uniquement liées à l'effet de l'émission spontanée :

$$N_{at} \simeq (0.8)^{N\bar{n}}$$



- $\delta \gg \delta_1$  : Dans ce cas,  $\bar{n} \ll 1$  et le premier terme de l'équation II.2-61 devient négligeable :

$$(0.8)^{N\bar{n}} \sim 1$$

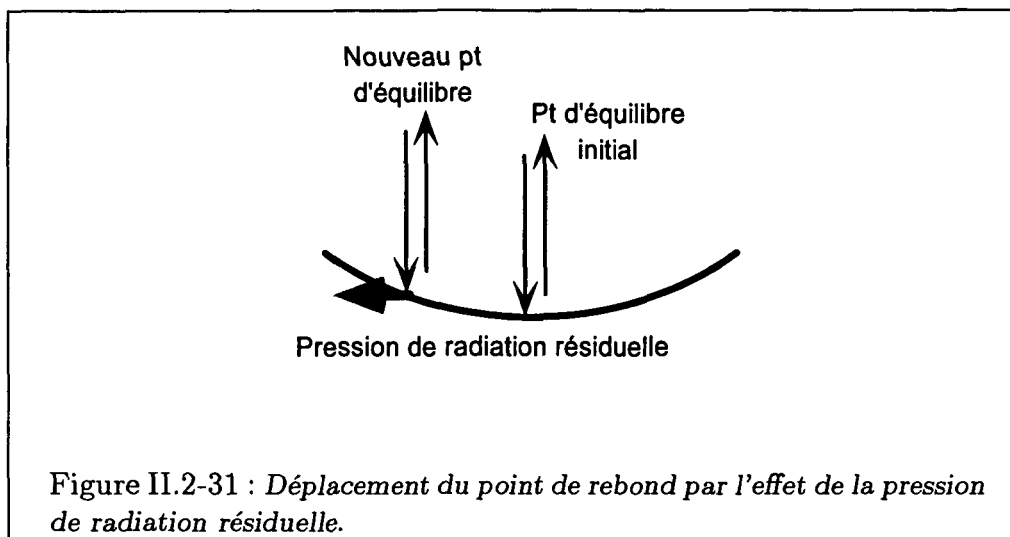
### Etude à petit désaccord

A faible désaccord, les pertes sont essentiellement dues aux effets causés par l'émission spontanée de photons (chauffage, pompage optique) ou à l'effet de la pression de radiation qui va pousser les atomes hors du miroir. L'émission spontanée peut avoir plusieurs effets :

- Chauffage des atomes (communication d'une quantité de mouvement  $\hbar k$  de direction aléatoire)
- Pompage optique vers le niveau hyperfin  $F = 3$  de l'état fondamental (fig. II.2-32)
- Pompage optique vers un autre sous niveau Zeeman du niveau hyperfin  $F = 4$  de l'état fondamental.

La pression de radiation résiduelle ne fera que déplacer le point d'équilibre du rebond sur le miroir (fig. II.2-31). Ce nouveau point d'équilibre sera tel que la vitesse communiquée à l'atome par l'onde progressive soit compensé par la courbure du miroir.

Il est important maintenant de déterminer la contribution de chacun de ces effets à la perte des atomes dans la cavité.



• **La pression de radiation résiduelle et le chauffage des atomes**

L'absorption d'un photon lors du rebond transmettra à l'atome une quantité de mouvement  $\hbar k$  dans la direction de propagation de l'onde laser qui crée l'onde évanescente. Comme nous venons de le voir plus haut, ceci va juste déplacer les points où l'atome rebondit là où la courbure du miroir compense la pression de radiation. Pour observer une perte importante provoquée par cette force, il faudrait que ces points d'équilibre soient hors de la partie illuminée du dioptré. Cette condition s'écrit d'après (eq. II.2-50) :

$$\hbar k \bar{n} > \frac{2w\sqrt{gh}}{R} \sqrt{\ln\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)} \quad (\text{II.2-62})$$

soit

$$\delta < \frac{M k \Gamma R}{\alpha w \sqrt{2}} \ll \Gamma$$

Cet effet est donc négligeable, d'autant plus qu'il suffit de déplacer la tache sur le dioptré pour *recentrer* les trajectoires.

L'absorption d'un photon va de plus provoquer l'émission spontanée d'un photon de fluorescence qui va fournir à l'atome une énergie  $E_R = \hbar^2 k^2 / 2M$ . Il est intéressant de comparer la profondeur transverse de la cavité gravitationnelle à cette énergie de recul  $E_R$ . Pour ce faire, nous nous placerons à  $\delta = \delta'^{(11)}$ , que l'on peut considérer comme une limite des faibles désaccords. La profondeur du piège (eq. II.2-52) s'écrit alors simplement :

$$E_{\text{piège}} = \frac{8Mghw^2}{R^2} \quad (\text{II.2-63})$$

Si l'on prend  $R = 20$  mm,  $w = 10^{-3}$  m et  $h = 310^{-3}$  m, nous obtenons :

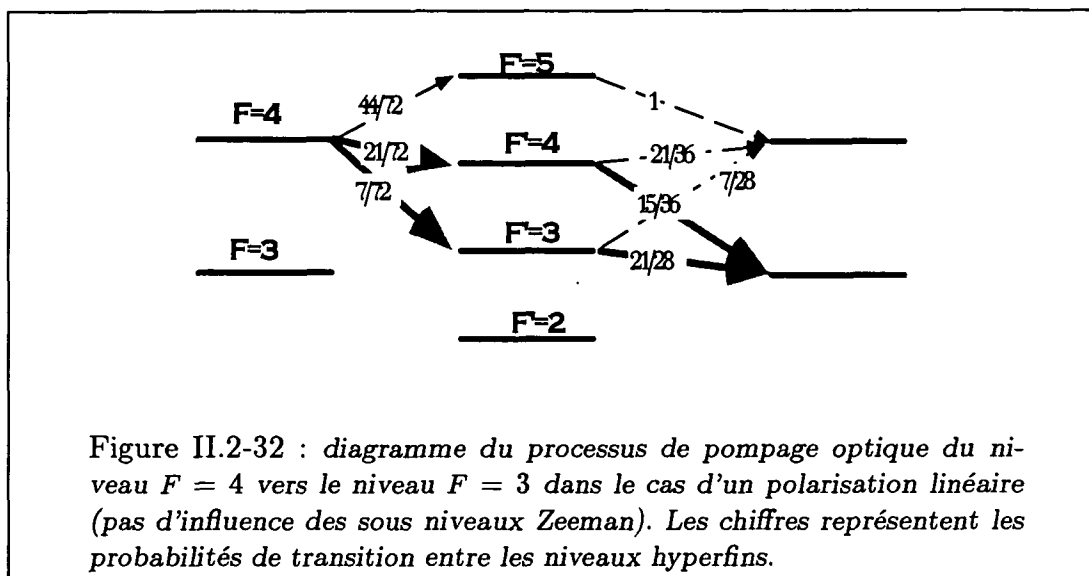
$$E_{\text{piège}} \simeq 45E_R \quad (\text{II.2-64})$$

<sup>(11)</sup> $\delta'$  correspond au désaccord optimum qui permet d'obtenir un bon compromis entre la taille effective du miroir (80 % de la puissance laser utilisée pour le rebond) et l'émission spontanée.

Dans ces conditions, Il faut donc environ 45 photons pour faire sortir l'atome de la cavité. Bien sur, ce nombre augmente si on se place à plus petit désaccord (pour  $\delta = \delta'/10$ , on aurait besoin de  $\sim 150$  photons).

• **Le pompage optique vers un autre niveau hyperfin**

Nous pouvons estimer la probabilité pour qu'un atome tombe dans l'autre niveau hyperfin après émission spontanée.



D'après les valeurs des poids de chaque transition  $F = 3, 4 \rightarrow F' = 2, 3, 4, 5$ , nous pouvons déduire :

$$p_{F=4 \rightarrow F=3} = p_{F=4 \rightarrow F'=4} \cdot p_{F'=4 \rightarrow F=3} + p_{F=4 \rightarrow F'=3} \cdot p_{F'=3 \rightarrow F=3} = 0.184 \quad (\text{II.2-65})$$

Il y aura donc environ un photon spontané sur 5 qui provoquera la perte des atomes, soit un facteur de perte du miroir :

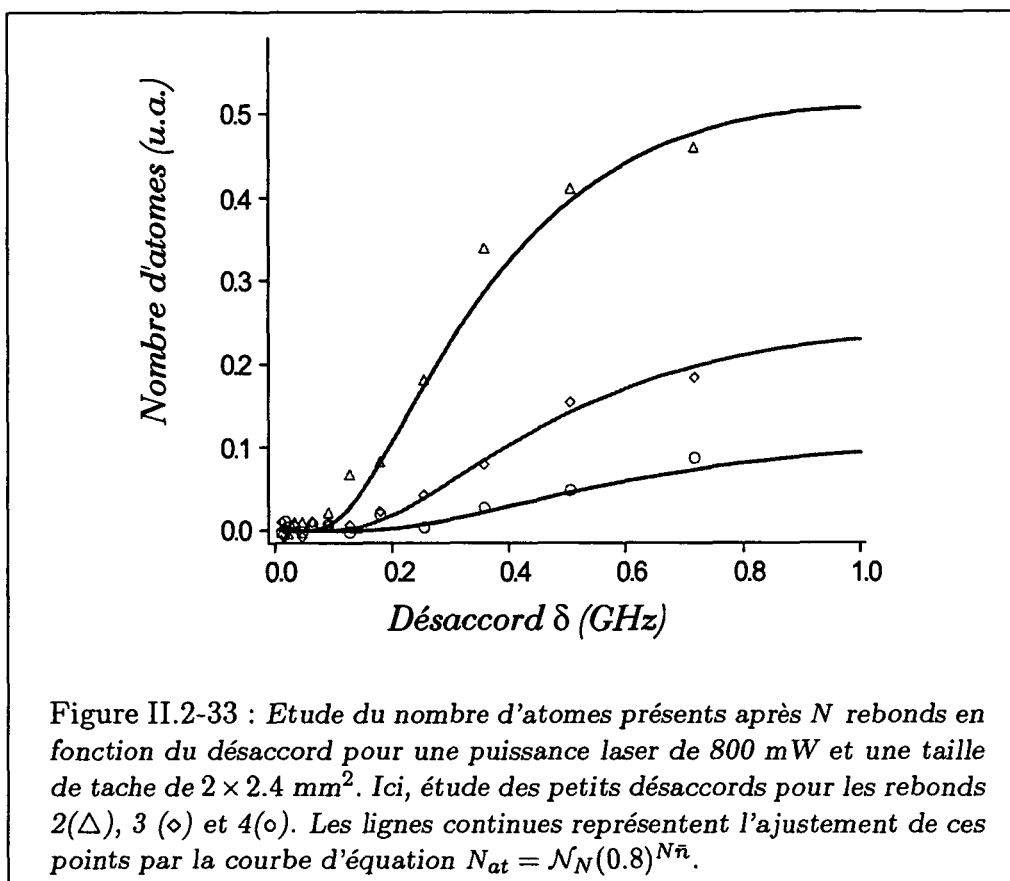
$$p = 1 - (1 - p_{F=4 \rightarrow F=3})^{N\bar{n}} \sim 1 - 0.8^{N\bar{n}} \quad (\text{II.2-66})$$

• **Pompage optique vers un autre sous niveau Zeeman**

Si on tient compte de la polarisation de l'onde évanescente, il peut, dans certains cas, y avoir des processus de pompage optique vers des sous niveaux Zeeman spécifiques. La taille effective du miroir sera alors modifiée à cause des coefficients de Clebsch-Gordan. Ce phénomène sera très important si cette polarisation est circulaire, car on sélectionne dans ce cas une transition particulière à partir d'un sous niveau particulier. Dans notre cas, la polarisation incidente était linéaire, celle de l'onde évanescente étant alors soit linéaire (polarisation p), soit elliptique (d'ellipticité  $\sim 50\%$  pour une polarisation s). Nous avons donc négligé ces effets de perte.

D'après (eq. II.2-32) et (eq. II.2-66), nous déduisons alors la dépendance du nombre d'atomes dans le cas des faibles désaccords :

$$N_{at} \sim \mathcal{N}_N(0.8) \frac{N\Gamma M v_z(\infty)}{\alpha \hbar \delta} \quad (\text{II.2-67})$$



De l'analyse des courbes expérimentales, nous avons pu déduire une valeur de  $\bar{n}$  :

$$\bar{n}_{\text{exp}} = 1.28_{-0.5}^{+1} \frac{1}{\delta} \quad (\text{II.2-68})$$

qui est du même ordre de grandeur que celle attendue théoriquement :

$$\bar{n}_{\text{exp}} = (2 \pm 1) \bar{n}_{\text{theo}}$$

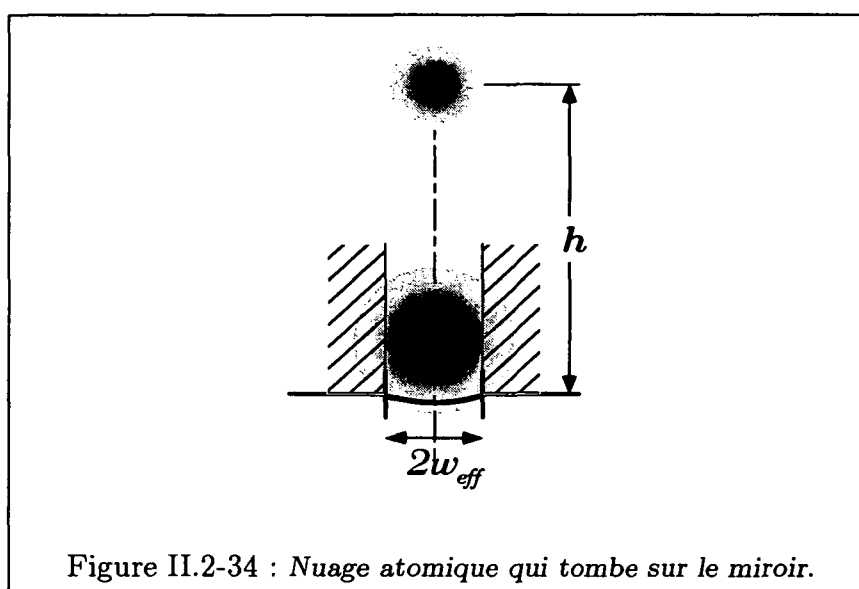
### Comportement à grand désaccord

Dans le cas d'une onde désaccordée loin de résonance, les pertes dues aux photons spontanés deviennent négligeables (à 10 GHz et pour une hauteur de lâcher de 3 mm on a  $\bar{n} \simeq 0.09$ ). C'est donc la variation de la taille effective du miroir qu'il faut considérer (eq. II.2-40). Le rayon effectif du miroir va jouer le rôle de diaphragme dans la cavité. Il va déterminer le nombre d'atomes susceptibles d'avoir une trajectoire

stable paraxialement (p. 79). Dans notre cas, cette sélection a lieu lors des deux premiers rebonds (on vérifie bien que les pertes sont plus importantes entre les rebonds 0 et 2 qu'entre les rebonds suivants (fig. II.2-28)).

Evaluer la dépendance du nombre d'atomes en fonction de la taille effective du miroir peut conduire à une équation compliquée. Nous avons donc seulement déterminé le nombre d'atomes sélectionnés par le miroir après le premier rebond. Nous constatons néanmoins qu'il est encore possible d'ajuster les signaux des autres rebonds avec une telle équation (fig. II.2-30).

Pour étudier l'effet de la taille effective du miroir lors du premier rebond, il suffit de déterminer la partie du nuage atomique qui tombera sur le miroir après son expansion lors de sa chute libre (fig. II.2-34).



Si l'on suppose que le nuage atomique est isotrope et de forme gaussienne de rayon  $r_{\text{nuage}}$  lorsqu'il arrive sur le miroir, nous pouvons écrire la proportion d'atomes qui va rebondir :

$$N_{at} = N_0 \frac{\int_0^{r_{eff}} 2\pi r \exp\left(-\frac{r^2}{2r_{\text{nuage}}^2}\right) dr}{\int_0^{+\infty} 2\pi r \exp\left(-\frac{r^2}{2r_{\text{nuage}}^2}\right) dr} \quad (\text{II.2-69})$$

avec

$$\frac{r_{eff}^2}{w^2} = -\frac{1}{2} \left[ \ln\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right) \right] \quad (\text{II.2-70})$$

Nous obtenons simplement

$$N_{at} = N_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{r_{eff}^2}{r_{\text{nuage}}^2}\right)\right) \quad (\text{II.2-71})$$

Nous pouvons alors écrire la dépendance du nombre d'atomes en fonction du désaccord dans ce cas ( $\delta \gg \delta_1$ ).

$$N_{at} = \mathcal{N}_N \left(1 - \exp\left(-\frac{w^2}{2r_{\text{nuage}}^2} \ln\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)\right)\right) \quad (\text{II.2-72})$$

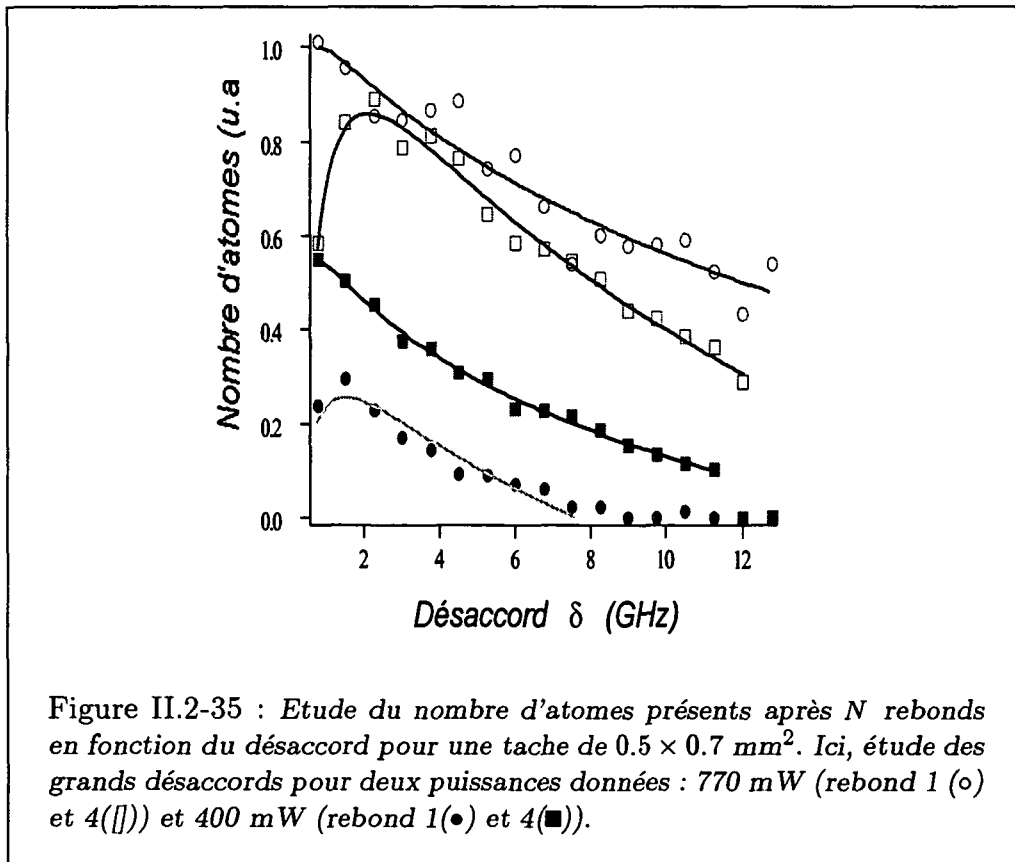
où  $\mathcal{N}_N$  vaut  $N_0$  pour le premier rebond et est ensuite un paramètre ajustable pour les signaux des rebonds suivants.

En fait, il faut également tenir compte de la nature de l'atome utilisé (le calcul fait précédemment n'est valable que pour un atome à deux niveaux) et des autres types d'interaction qui ont lieu à la surface du miroir (interaction de Van der Waals [30]). Pour ce faire, nous avons rajouté un paramètre ajustable  $c_U$  dans l'expression du déplacement lumineux :

$$U = c_U \frac{\hbar \Omega^2}{4\delta} \quad (\text{II.2-73})$$

d'où nous déduisons une nouvelle forme pour  $\delta_0$  :

$$\delta_0 = c_U \frac{\hbar \Omega^2}{2m v_z^2(\infty)} \quad (\text{II.2-74})$$



### • Correction due au potentiel de Van der Waals à la surface

Une étude récente [30] a montré que l'interaction de Van der Waals en  $z^{-4}$  au voisinage de la surface crée une force attractive qui va modifier considérablement l'allure du potentiel répulsif. Ceci va conduire à une diminution de la taille effective du miroir et à une modification du taux d'émission spontanée. Nous indiquerons ici uniquement le résultat sur la taille effective du miroir à grand désaccord, ce qui se

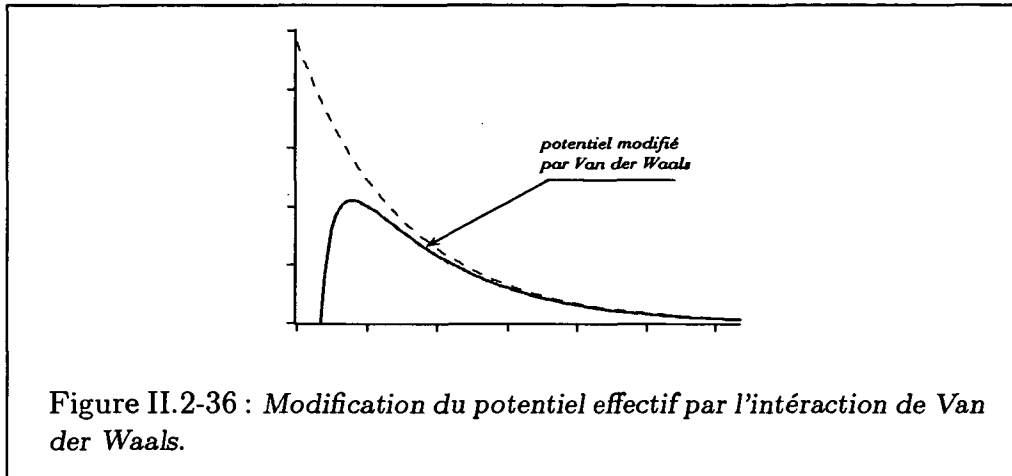


traduit par une modification de  $\delta_0$  (eq. II.2-74). Les effet sur l'émission spontanée (une variation jusqu'à 50 %) sont abordés dans [30].

Le potentiel vu par l'atome au voisinage du dioptré (eq. II.2-25) s'écrit maintenant :

$$V(z) = \frac{\hbar\Omega^2(0)}{4\delta_0} \left( \frac{\delta_0}{\delta} e^{-2\alpha z} - \frac{u}{(kz)^3} \right) \quad (\text{II.2-75})$$

où  $u$  est lié à cette interaction de Van der Waals et à l'énergie incidente de l'atome.



On constate (fig. II.2-36) que le point de rebroussement ne se situe plus au niveau de dioptré, mais en un point d'abscisse  $z_r$  tel que [30]:

$$(kz_r)^4 + u(kz_r) - \frac{3k}{2\alpha}u = 0 \quad (\text{II.2-76})$$

Nous pouvons alors réécrire la condition de rebond, d'où on déduit l'expression du paramètre  $c_U$  :

$$c_U = \frac{e^{-2\alpha z_r}}{1 + u/(kz_r)^3} \quad (\text{II.2-77})$$

Avec les paramètres de notre expérience, nous obtenons finalement :

$$c_U|_{\text{theo}} = 0.353$$

ce qui est très proche de notre mesure expérimentale :

$$c_U|_{\text{exp}} = 0.4 \pm 0.2$$

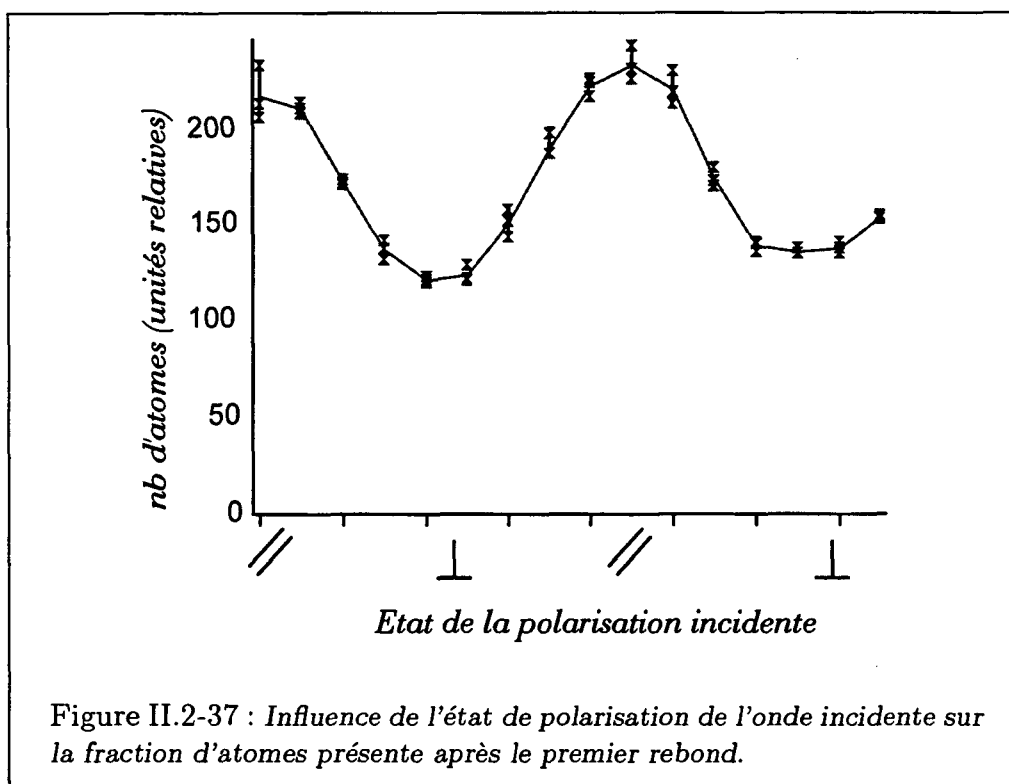
### Effet de la polarisation de l'onde incidente sur le miroir

Nous avons aussi vérifié que l'effet de la polarisation de l'onde incidente sur l'efficacité des rebonds (fig. II.2-37) était celui attendu d'après les propriétés de la réflexion totale.

En effet, d'après (eq. II.2-10) et (eq. II.2-13), nous avons :

$$\frac{\mathcal{E}_{\parallel}^2}{\mathcal{E}_{\perp}^2} \simeq 1.75 \quad (\text{II.2-78})$$

Ceci aura pour effet de modifier la valeur de  $\delta_0$ , donc de la taille effective du miroir<sup>(12)</sup>.



Nous pouvons déterminer  $\delta_0$  dans les deux cas de polarisation de l'onde incidente à partir de l'équation grâce à laquelle nous avons ajusté les courbes précédentes. A grand désaccord, nous pouvons simplement écrire :

$$N_{at}(\delta \rightarrow \infty) \sim 1 - \left( e \frac{\delta}{\delta_0} \right)^{\frac{w^2}{2r_{\text{nuage}}^2}} e^{-\frac{w^2}{2r_{\text{nuage}}^2}} \quad (\text{II.2-79})$$

Le cas de notre expérience (fig. II.2-38) est particulier car nous avons  $w^2 \simeq 2r_{\text{nuage}}^2$ . L'équation ci-dessus est donc simplement celle d'une droite, il suffit alors de comparer la pente de chaque courbe. Nous obtenons sur la figure :

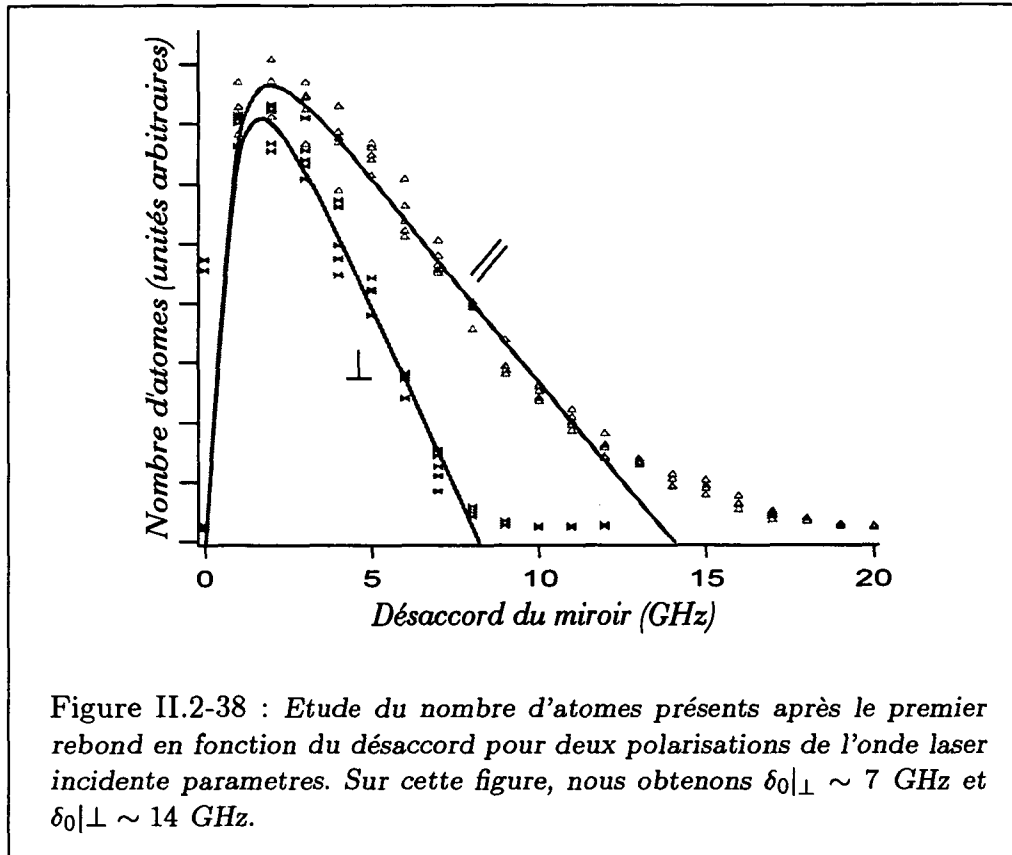
$$\frac{(dN_{at}/\delta)_{\parallel}}{(dN_{at}/\delta)_{\perp}} \simeq 0.57 \quad (\text{II.2-80})$$

<sup>(12)</sup>Remarquons que lorsque la polarisation de l'onde incidente est perpendiculaire au plan d'incidence, la polarisation de l'onde évanescente est linéaire et pour les grandes valeurs de  $\delta$ , tous les déplacements lumineux sont indentiques, ce qui n'est pas le cas si l'onde incidente est polarisée s.

soit

$$\frac{\delta_{0\parallel}}{\delta_{0\perp}} \simeq 1.75 \quad (\text{II.2-81})$$

ce qui est en bon accord avec les prédictions théoriques.



## 2.5.4 Etude de l'influence de la lumière diffusée

### Le comportement pour un désaccord rouge : la lévitation

Pour une fréquence laser en dessous de la fréquence de résonance de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ , le potentiel du miroir devient attractif pour les atomes dans l'état fondamental  $F = 4$ . On ne devrait donc pas observer d'atomes une centaine de millisecondes après les avoir lâchés car ils sont alors tombés de  $gT^2/2 \sim 5$  cm.

Nous constatons sur la figure II.2-39 que ce n'est pas le cas et qu'il reste encore des atomes après 100 ms. L'explication de ce phénomène réside dans la lumière diffusée par le prisme. En effet, le miroir atomique n'est pas parfait, une portion  $\eta = P_{diff}/P_i$  de la lumière incidente est diffusée par la face du prisme. Si l'on admet que ce processus de diffusion suit une loi de Lambert, un atome situé à une hauteur  $Z$  à la verticale du prisme verra une intensité :

$$I_{diff} = \eta \frac{P_i}{Z^2} \quad (\text{II.2-82})$$

Nous pouvons alors déterminer  $\eta$  à partir des paramètres  $P_i$  et  $\delta$  de notre expérience.

Les atomes léviteront si l'impulsion transférée à l'atome par les photons diffusés compense l'effet de la gravité, soit :

$$\frac{\hbar k}{M} \frac{dn}{dt} = g \quad (\text{II.2-83})$$

avec

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\Gamma}{2} \frac{2\Omega_{\text{diff}}^2}{4\delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{\text{diff}}^2} \quad (\text{II.2-84})$$

Dans le cas du césium, la lévitation est obtenue si  $dn/dt \simeq 3000$  ph/s. Il existe donc un désaccord  $\delta_l$  pour lequel cette condition est remplie, sauf dans le cas où l'intensité de la lumière diffusée est trop faible pour que la pression de radiation résonnante puisse compenser la gravitation.

Nous pouvons alors écrire la relation entre l'intensité du laser et le facteur  $\eta$  qui caractérise la qualité du poli :

$$\eta = \frac{(4(\delta_l/\Gamma)^2 + 1)g}{\hbar k \Gamma / 2M - g} \frac{h^2 I_s}{P_i} \quad (\text{II.2-85})$$

où  $I_s$  représente l'intensité de saturation (1.1 mW pour le césium) pour laquelle on obtient un fréquence de Rabi  $\Omega = \Gamma/\sqrt{2}$ .

On peut déduire  $\eta$  à partir des courbes de lévitation (fig. II.2-40) effectuées pour deux puissances laser (400 mW : --- ; 800 mW : —) et une tache réfléchissante de 1 mm.

$$\eta = 5(\pm 1) \times 10^{-5} \quad (\text{II.2-86})$$

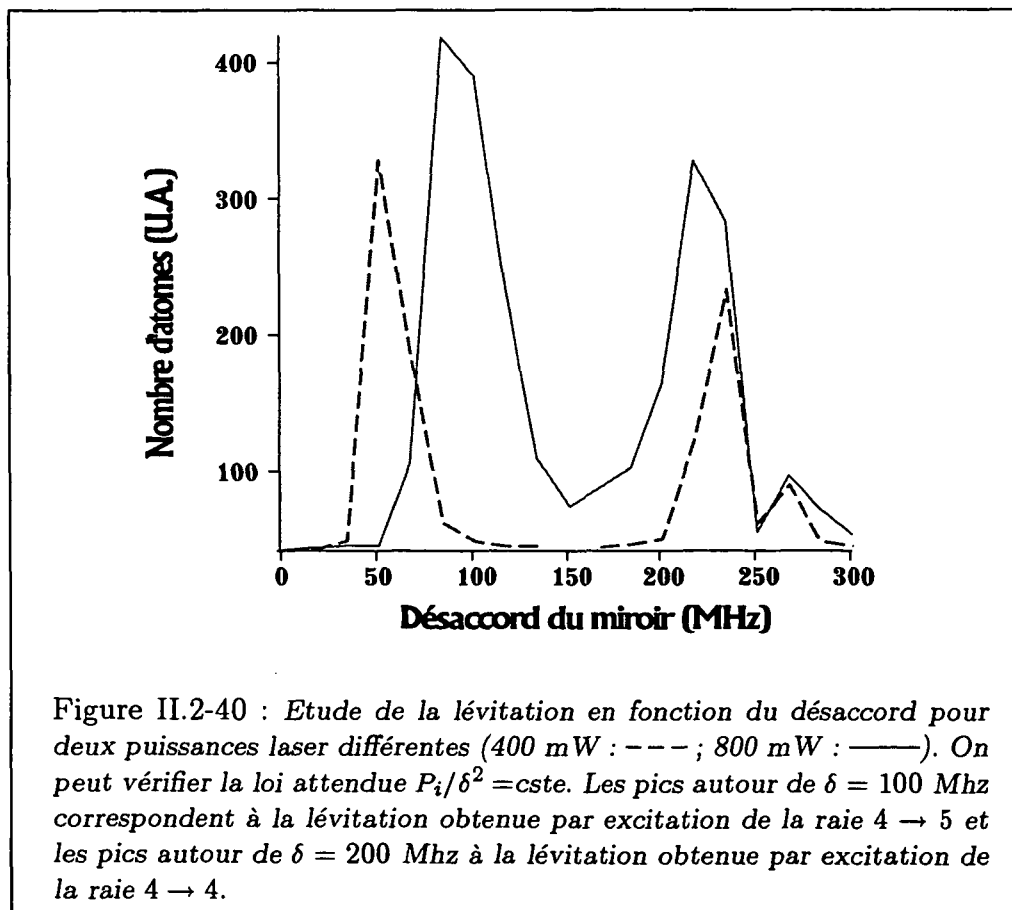
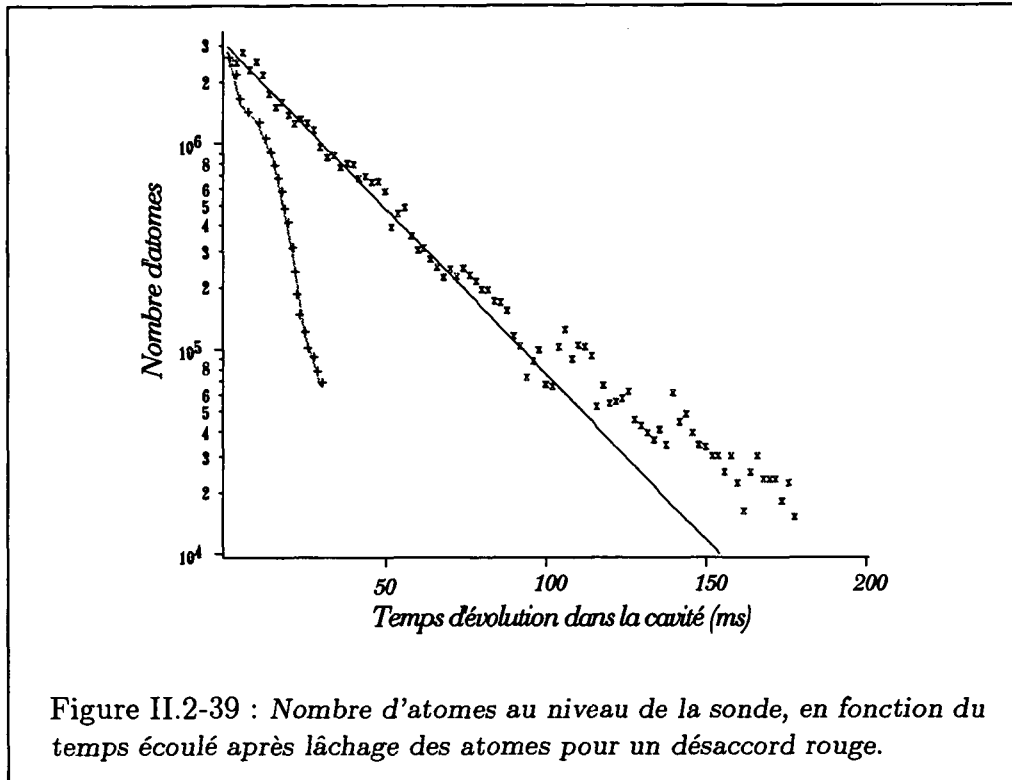
Nous pouvons remarquer que la lévitation est possible pour des désaccords aussi bien positifs que négatifs. Heureusement, dans les conditions où nous observons les rebonds, la pression de radiation responsable de la lévitation est négligeable (à 10 GHz, il y aura seulement 0.3 photon/s qui s'opposeront à la gravité).

### Etude des pertes dues à la lumière diffusée par le prisme

Nous avons vu ci-dessus un effet possible de la lumière diffusée pour certains désaccords. De plus, la présence de lumière, même très désaccordée vers le bleu (*au dessus de la fréquence atomique*), peut causer, comme dans le cas du rebond, l'émission d'un photon spontané, qui sera responsable d'un chauffage et d'un pompage optique vers le niveau hyperfin  $F = 3$ .

Nous pouvons calculer la probabilité d'émission d'un photon spontané dans ce bain de lumière de la même manière que pour l'émission spontanée lors du rebond (eq. II.2-32), sachant que la lumière diffusée suit une loi de Lambert comme indiqué précédemment :

$$d\bar{n} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(t)}{1 + s(t)} dt \quad \text{avec } s(t) = s_0 \frac{h^2(h - gt^2/2)}{(v_x^2 t^2 + (h - gt^2/2)^2)^{3/2}} \quad (\text{II.2-87})$$



En appliquant l'approximation paraxiale, nous obtenons le nombre de photons spontanés émis entre deux rebonds :

$$\bar{n} \simeq 2 \int_0^{T/2} \frac{s_0}{1 + s_0 - gt^2/2h} dt \quad (\text{II.2-88})$$

où  $T$  est la période des rebonds et  $s_0 = \frac{\eta P_i}{h^2 I_s (1 + 4\delta^2/\Gamma^2)}$  le paramètre de saturation dû à la lumière parasite au niveau du piège. Par exemple, pour un désaccord de travail typique de 1 GHz, on a environ deux photons émis entre deux rebonds.

Il est intéressant maintenant d'estimer la contribution  $\Gamma_{\text{par}}$  de cette lumière parasite au taux de fuite hors de la cavité.

Pour ce faire, nous allons *pulser* le miroir, c'est à dire ne l'allumer que 20 ms toutes les 50 ms, ce qui doit réduire les pertes lors du vol libre de 3/5. Nous pouvons alors observer deux choses (fig. II.2-41). D'abord, le contraste des rebonds est augmenté, car le miroir pulsé sélectionne une classe de vitesse longitudinale et diminue donc l'étalement du nuage atomique, c'est à dire que l'on peut encore résoudre nettement les oscillations vers le huitième rebond. Ensuite, les pertes par rebond diminuent (nous voyons que la pente de la droite qui relie les maxima des rebonds diminue), ce qui permet de déduire  $\Gamma_{\text{par}}$ .

En effet, nous pouvons estimer le taux de fuite lorsque le miroir n'est pas pulsé :

$$\Gamma_1 = \Gamma_{\text{par}} + \Gamma' \quad (\text{II.2-89})$$

où  $\Gamma'$  représente les autres sources de pertes. Dans le cas du miroir pulsé, nous obtenons :

$$\Gamma_2 = \frac{3}{5}\Gamma_{\text{par}} + \Gamma' \quad (\text{II.2-90})$$

Nous pouvons donc déduire :

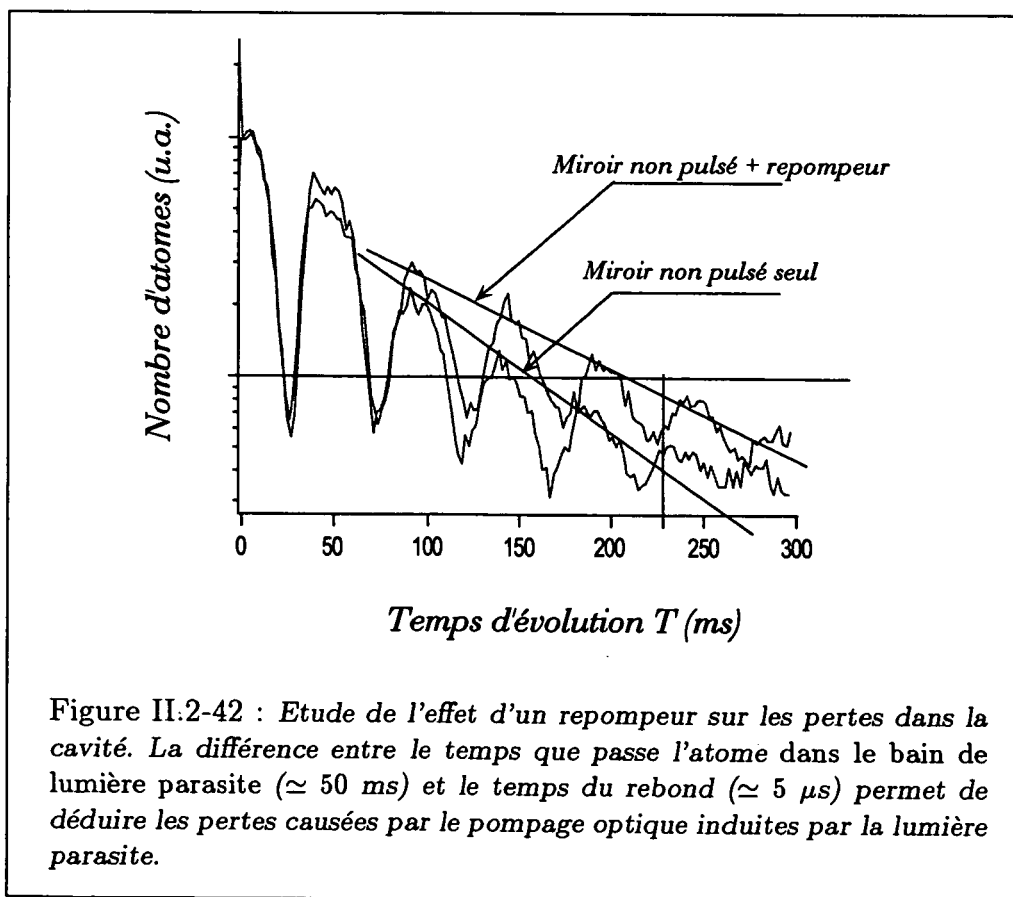
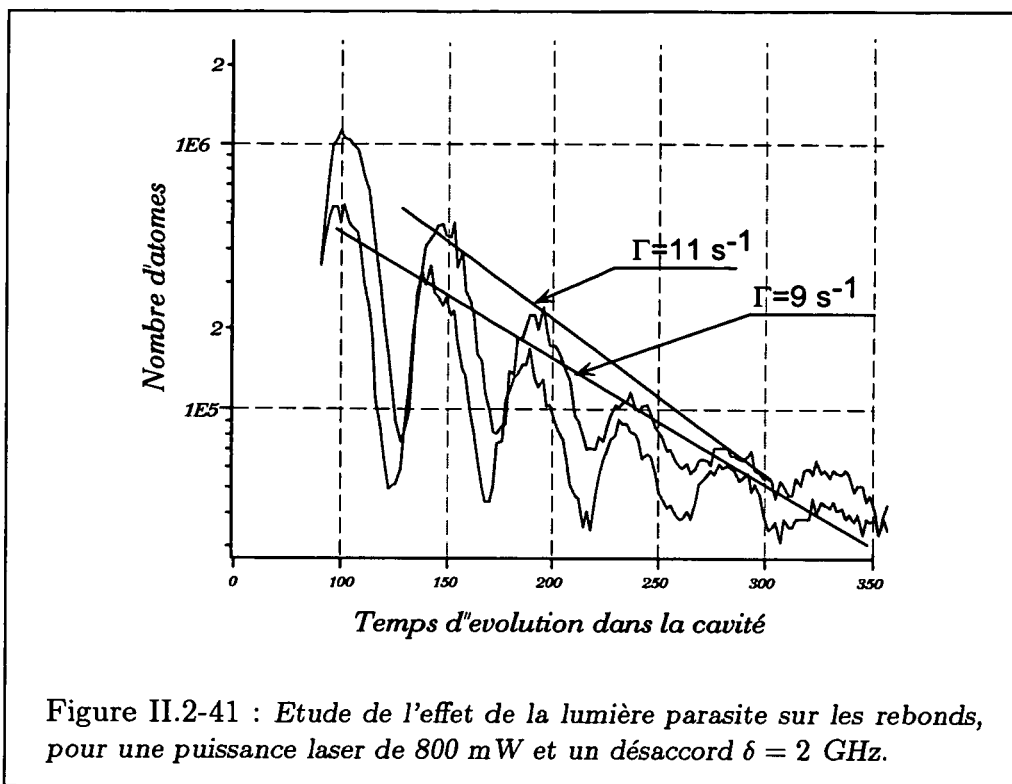
$$\Gamma_{\text{par}} = \frac{5}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2) \quad (\text{II.2-91})$$

Nous obtenons dans le cas de la figure II.2-41  $\Gamma_{\text{par}} \simeq 3 \text{ s}^{-1}$ .

### 2.5.5 Etude de l'effet du pompage vers $F=3$

Nous pouvons de plus déterminer la partie des pertes distinguée ci-dessus à imputer au pompage optique vers le niveau  $F=3$ , et celle à imputer au transfert d'impulsion. En effet, pour tous les résultats ci-dessus, nous avons laissé une légère lumière de repompage. Cette lumière, suffisante pour repomper les atomes perdus pendant le vol libre (l'échelle de temps est environ 50 ms), ne l'est pas pour le rebond (qui a lieu en environ 1  $\mu\text{s}$ ). On peut donc supposer que la modification des pertes (fig. II.2-42) est uniquement due à la modification du pompage optique pendant le vol libre.

Nous pouvons là encore définir les constantes de temps pour les 2 courbes de la figure II.2-42. Nous appellerons  $\Gamma_1$  la constante de temps du miroir non pulsé en



présence de repompeur et  $\Gamma_3$  la constante de temps du miroir seul. Nous avons donc :

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \Gamma_{\text{par}} + \Gamma' \\ \Gamma_3 &= \Gamma_{F=4 \rightarrow F=3}|_{\text{par}} + \Gamma_{\text{par}} + \Gamma'\end{aligned}\quad (\text{II.2-92})$$

De la courbe, nous déduisons  $\Gamma_1 \simeq 9 \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma_3 \simeq 12 \text{ s}^{-1}$ , d'où  $\Gamma_{F=4 \rightarrow F=3} \simeq 3 \text{ s}^{-1}$ . Les pertes provoquées par la lumière parasite sont donc essentiellement causées par le pompage optique vers le niveau  $F = 3$ .

### 2.5.6 Etude de l'effet de la pression

Nous allons étudier maintenant les pertes induites par les collisions avec le gaz résiduel. A l'aide de la théorie cinétique des gaz, nous pouvons estimer  $\tau$ , le taux de collisions entre les atomes dans la cavité et les atomes du gaz résiduel :

$$\frac{1}{\tau} = \sigma n_b \bar{v} \quad (\text{II.2-93})$$

où

- $\sigma$  est la section efficace de collision.
- $n_b$  est la densité du gaz résiduel.
- $\bar{v}$  est la vitesse moyenne des atomes dans la cellule.

Pour un gaz résiduel de température  $T$  ( 300 K ou 77 K dans notre expérience, la température la plus basse étant obtenue lorsque nous utilisons un piège à azote pour améliorer le vide) et de pression  $P$ , on obtient  $n_b = \frac{P}{k_B T}$  et  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$  d'où:

$$\tau \simeq \frac{\sqrt{\pi m k_B T / 8}}{\sigma P} \quad (\text{II.2-94})$$

Sachant que toute collision a de grandes chances d'expulser l'atome de la cavité,  $\tau$  correspond à la durée de vie des atomes dans cette cavité.

Estimons la section efficace de collision entre un atome stocké dans la cavité et un atome rapide du gaz résiduel. Pour ce faire, il est approprié de supposer que ces collisions ont lieu entre deux atomes dans l'état fondamental (en effet, l'atome piégé passe la plus grande partie de son temps dans *le noir*). Ces collisions sont alors dominées par une interaction de type Van der Waals entre les atomes de césium de la cavité et les particules du gaz résiduel. Nous pouvons donc écrire le potentiel attractif entre les deux particules lors de la collision :

$$U = -\frac{C_6}{R^6} \quad (\text{II.2-95})$$



Nous allons dans un premier temps évaluer la section efficace de collision élastique (sans changement de l'état interne) obtenue à partir d'un calcul quantique. Nous comparerons par la suite le résultat obtenu avec un modèle classique qui fait intervenir la géométrie de la cavité gravitationnelle.

Pour calculer cette section efficace, nous supposons que l'atome piégé dans la cavité est au repos et nous nous plaçons dans le référentiel du centre de masse [45]. On étudie alors la diffusion d'une *particule relative* de vitesse  $\bar{v}$  et de masse la masse réduite  $\mu$  par le potentiel de Van der Waals. La vitesse de cette particule est de plus suffisamment élevée pour obtenir une formule simple pour la section efficace [46, 47] :

$$\sigma \simeq 7.55 \left( \frac{C_6}{\hbar \bar{v}} \right)^{2/5} \quad (\text{II.2-96})$$

Nous pouvons donc évaluer la section efficace de collision dans notre cavité à partir de ce modèle pour différentes espèces atomiques du gaz résiduel :

Valeur de $C_6$ tirées de [48] sauf Cs	Espèce atomique							
	He	Ne	Ar	Kr	Xe	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	Cs [49]
$C_6 (\times 10^{-76} \text{ J.m}^6)$	0.043	0.083	0.335	0.498	0.795	0.163	0.354	6.95
$\sigma(T = 300 \text{ K})$ ( $\times 10^{-17} \text{ m}^2$ )	0.38	0.50	0.87	1.03	1.24	0.65	0.89	2.95
$\sigma(T = 70 \text{ K})$ ( $\times 10^{-17} \text{ m}^2$ )	0.51	0.65	1.17	1.38	1.66	0.87	1.19	3.95

Pour avoir une intuition de  $\sigma$ , on va considérer le problème classique d'une collision entre un atome de la cavité et un atome du gaz résiduel avec un paramètre d'impact  $b = \sqrt{\sigma/\pi}$  et calculer la vitesse  $v_{\text{class}}$  communiquée à la particule piégée (fig. II.2-43). Nous vérifierons que cette vitesse  $v_{\text{class}}$  est bien supérieure à la vitesse d'expulsion de la cavité  $v_{\text{esc}}$ . On pourra alors admettre que toutes les collisions ou presque dont on rend compte par  $\sigma$  sont des collisions entraînant une perte des atomes.

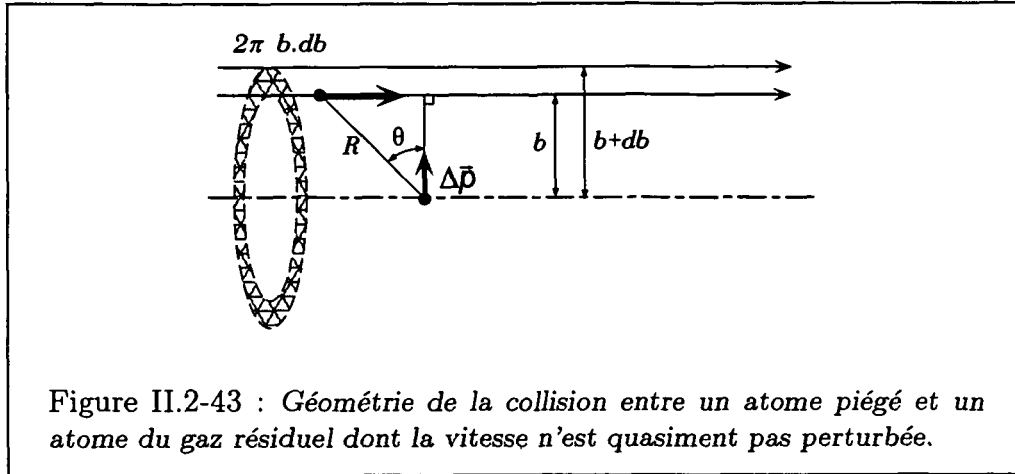
Pour ce calcul, nous ferons l'approximation que l'atome piégé dans la cavité acquiert instantanément la vitesse  $v_{\text{class}}$  (*c.a.d. le temps de collision est très petit devant le temps de trajet dans la cavité*). Cette vitesse sera typiquement de quelques  $\text{mm.s}^{-1}$  alors que la vitesse des atomes du gaz résiduel est elle de quelques centaines de  $\text{m.s}^{-1}$ . Nous pouvons donc considérer que la vitesse des atomes rapides sera constante tout au long de la collision. Pour déterminer  $r$ , nous pouvons écrire la variation d'impulsion de la particule piégée :

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} F \cos \theta dt \quad (\text{II.2-97})$$

Or  $F$  dérive du potentiel  $U$  (eq. II.2-95):

$$F = -\frac{6C_6}{R^7} \quad (\text{II.2-98})$$

avec  $R = \frac{b}{\cos \theta}$  et  $\tan \theta = \frac{\bar{v}t}{b}$ .



Nous en déduisons :

$$\Delta p = - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{6C_6}{\bar{v}b^6} \cos^6 \theta d\theta = -\frac{15\pi}{8} \frac{C_6}{\bar{v}b^6} \quad (\text{II.2-99})$$

nous obtenons alors une relation reliant  $r$  à  $v_{\text{class}}$  :

$$v_{\text{class}} = -\frac{15\pi}{8} \frac{C_6}{M\bar{v}r^6} \quad (\text{II.2-100})$$

Nous déduisons alors la relation reliant la vitesse  $v_{\text{class}}$  à  $\sigma$ .

$$v_{\text{class}} = \frac{15\pi^4 C_6}{8M\sigma^3 \bar{v}} \quad (\text{II.2-101})$$

Des valeur de  $\sigma$  calculées auparavant on déduit  $v_{\text{class}} \simeq 10$  cm/s, ce qui est suffisant pour expulser les atomes de la cavité (la vitesse de fuite  $v_{\text{esc}}$  est de l'ordre de 2 cm/s).

Nous avons étudié l'évolution des pertes en fonction de la pression. Nous reportons dans la figure II.2-44 l'évolution de la durée de vie en fonction de la pression.  $S_0/S_2$  représente la durée de vie des atomes lors des deux premiers rebonds.  $S_2/S_\infty$  représente la durée de vie des atomes évaluée à partir des derniers rebonds. Le taux de fuite évalué à partir des deux premiers rebond est plus élevé car c'est pendant ces deux rebonds qu'a lieu la sélection géométrique des atomes :

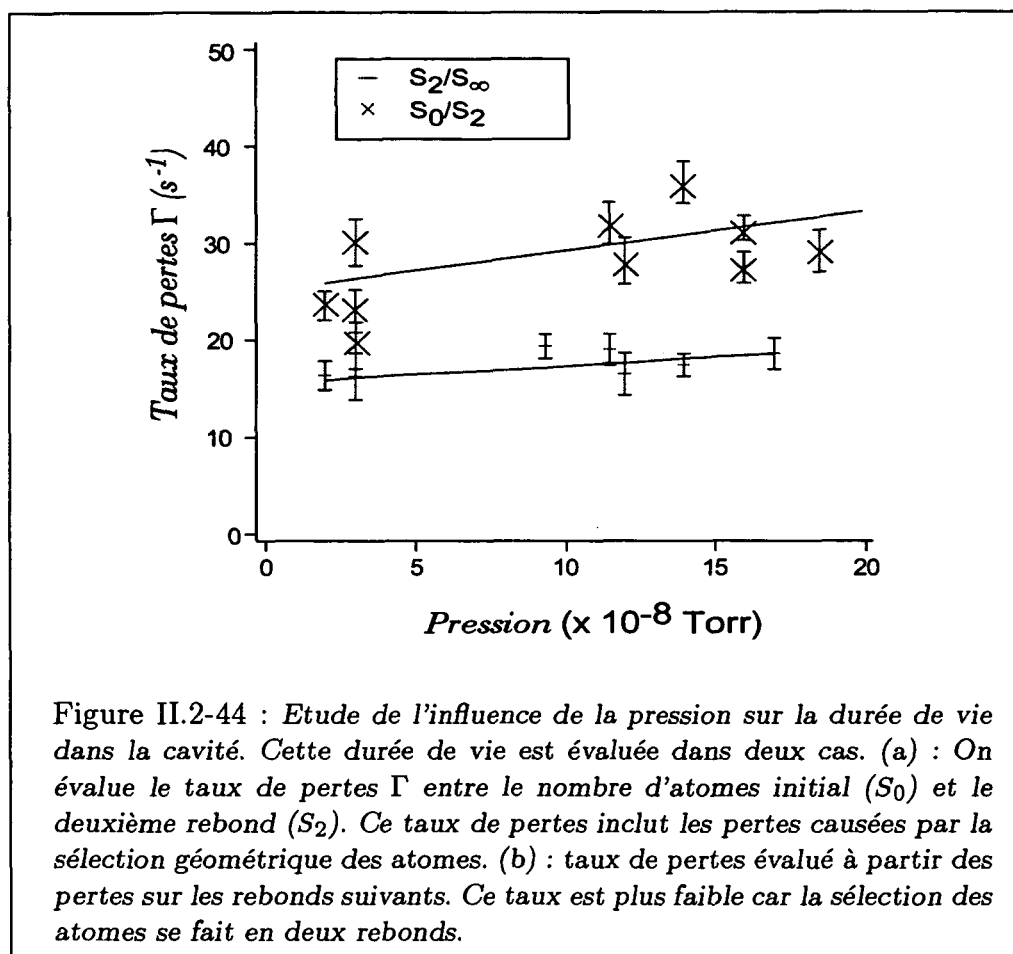
$$\Gamma_{S_0/S_2} = \Gamma_{S_2/S_\infty} + \Gamma_{\text{géo}} \quad (\text{II.2-102})$$

De la pente de la courbe  $S_2/S_\infty$  nous déduisons :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{T}} \simeq 6(\pm 3) \times 10^{-18} \text{ m}^2/\sqrt{\text{K}} \quad (\text{II.2-103})$$

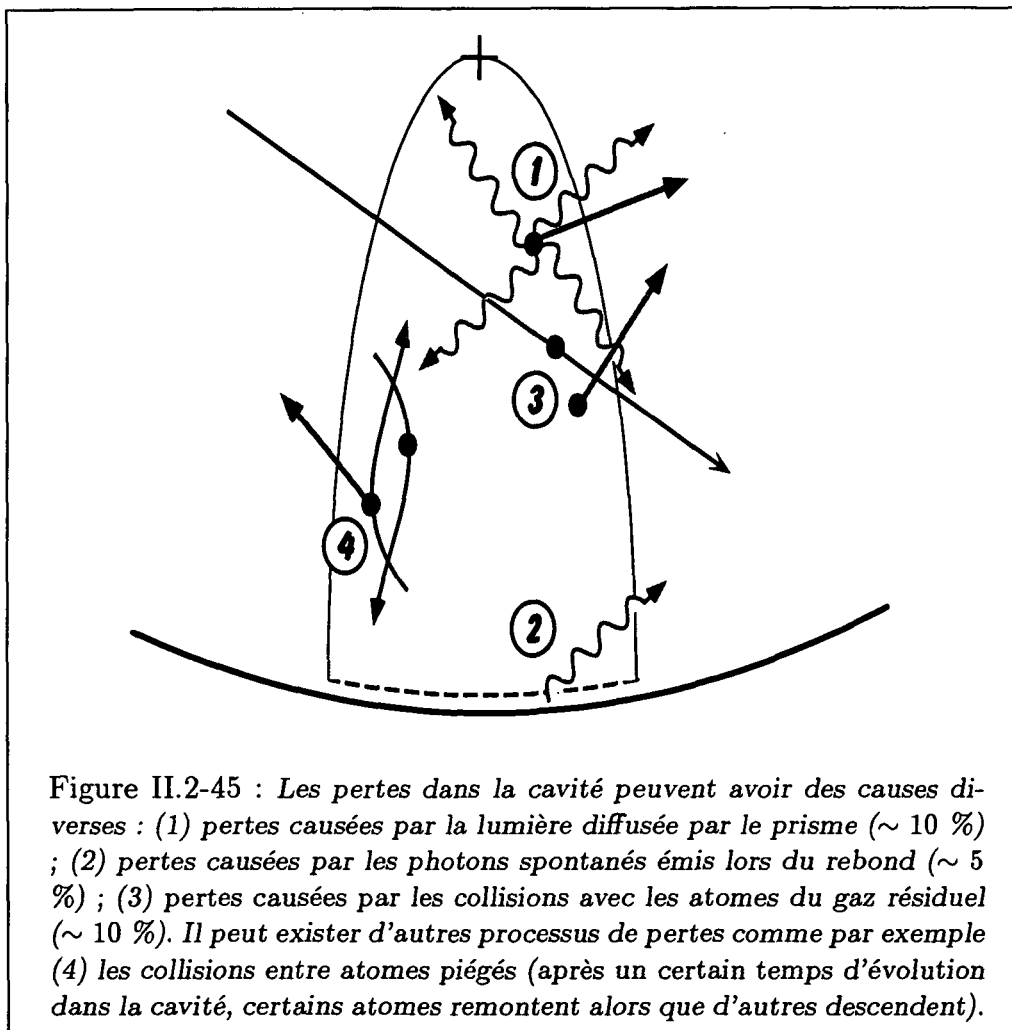
La température à l'intérieur de l'enceinte à vide est de l'ordre de 80 K (écran refroidi à l'azote liquide). Nous pouvons donc en déduire une valeur de la section efficace de collision dans la cavité :

$$\sigma = 5(\pm 3) \times 10^{-17} \text{ m}^2 \quad (\text{II.2-104})$$



# Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté la première démonstration du confinement paraxial des atomes dans une cavité gravitationnelle. Nous avons de plus réussi à analyser précisément certains processus de pertes (fig. II.2-45). Notons tout d'abord



l'importance d'utiliser de fortes puissances laser afin de pouvoir travailler à très grand désaccord tout en conservant une taille effective du miroir relativement importante. En effet, pour une hauteur de lâcher et une taille de la tache illuminée sur le miroir fixées, nous avons  $\delta' \propto P_i$ , qui correspond au désaccord optimum pour s'assurer un bon compromis entre l'émission spontanée et l'utilisation de la plus grande partie de la puissance laser disponible. Nous constatons de plus que dans de telles conditions,

$\bar{n} \propto P_i^{-1}$ . Pour ces raisons, nous avons construit un laser à saphir dopé au titane qui nous a permis d'obtenir une puissance de  $\sim 900$  mW pour nos expériences. Nous avons alors pu travailler dans des conditions où moins d'un photon spontané était émis tous les dix rebonds, pour une hauteur  $h = 3$  mm et une tache de dimension  $2 \times 2$  mm<sup>2</sup>.

Un tel type de cavité est très proche d'une cavité Fabry-Perot optique. Elle présente donc des modes atomiques transverses et longitudinaux, conséquence de l'aspect ondulatoire des particules (eq. II.2-46). Il est alors intéressant de s'intéresser à la sélection et au remplissage de ces modes [8], ce qui suppose un processus de rebond parfaitement spéculaire (déphasage dû au miroir négligeable) et des pertes dans la cavité très faibles (bonne qualité du poli du diélectrique, pression la plus basse possible, grand désaccord pour l'onde évanescente).

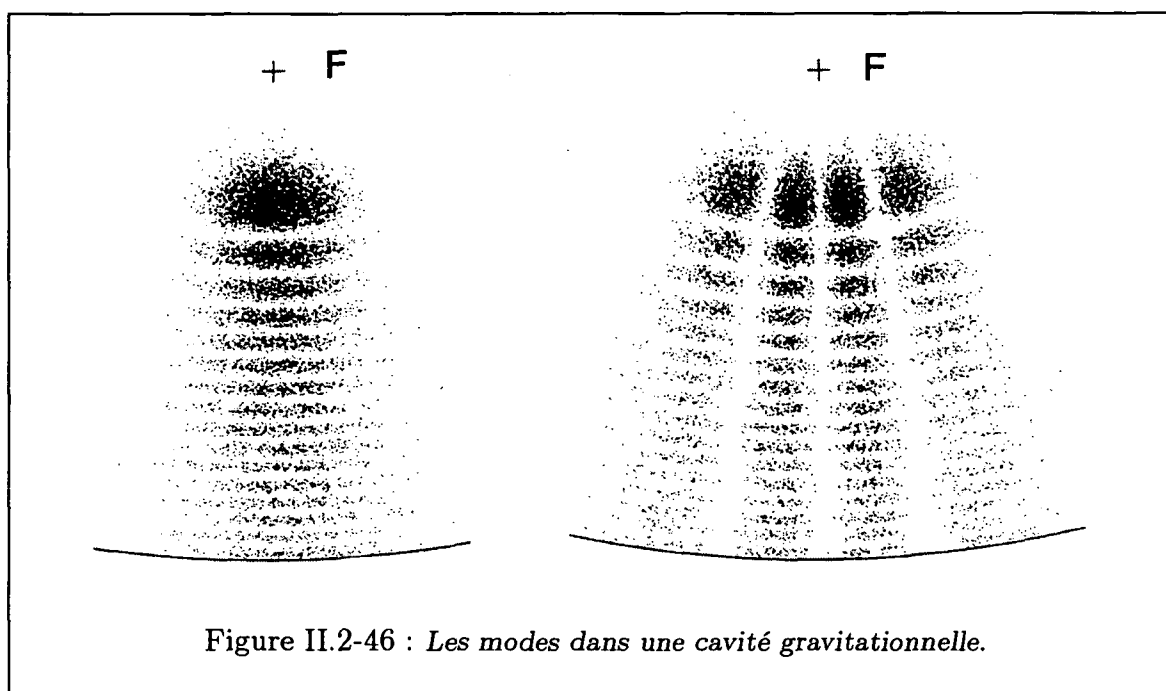


Figure II.2-46 : Les modes dans une cavité gravitationnelle.

Les déphasages lors du rebond sont causés d'une part par les photons spontanés émis lors de l'interaction avec l'onde évanescente, d'autre part par les interactions entre l'atome et la surface (l'atome s'approche à quelques fractions de longueur d'onde du diélectrique soit quelques centaines de nanomètres). Pour diminuer l'émission spontanée il faut augmenter considérablement le désaccord, il est fondamental d'obtenir des puissances les plus élevées possibles. Un laser continu ne permet pas d'obtenir facilement des puissances supérieures à quelques Watts et ne constitue pas un gain appréciable par rapport aux paramètres de notre expérience. Des études ont donc été menées sur les possibilités d'exalter l'onde évanescente par des techniques de plasmons de surface [50, 51], ou de guides d'ondes [52]. De telles techniques ont permis d'obtenir des gains de l'ordre de cent.

La technique de détection est aussi à améliorer. Lors de notre expérience, nous avons utilisé une méthode de détection de la fluorescence induite par une sonde qui présente l'inconvénient majeur d'être destructive. Certaines méthodes sont actuellement à l'étude pour obtenir des mesures non destructives du nombre d'atomes dans la cavité en mesurant par exemple l'indice de réfraction des atomes dans la cavité par

des méthodes d'interférométrie optique [53]. Plus spécifiquement, il est aussi possible de détecter le déphasage induit sur le laser par le passage des atomes dans l'onde évanescente [54].

L'intérêt des cavités ne s'arrête pas là. Il est aussi possible de sélectionner un paquet d'ondes atomiques, puis de le séparer en deux de manière cohérente en utilisant par exemple un miroir vibrant [55, 56]. On obtient ainsi l'équivalent d'une lame séparatrice, il est alors possible de réaliser un interféromètre pouvant avoir, à terme, une très grande sensibilité pour la détection des champs de rotation ou d'accélération.

Notons enfin l'existence d'autres types de miroirs atomiques : il est possible d'obtenir un rebond spéculaire lors d'une collision entre un atome ultra-froid et une surface [57, 58]. On a aussi observé le rebond d'atomes d'hydrogène à une température de quelques milliKelvins sur une surface d'hélium [25] avec une efficacité supérieure à 90 %. Il est aussi possible de faire rebondir des atomes sur des films magnétiques, les déplacements Zeeman jouant le rôle des déplacements lumineux de l'onde évanescente [59].

# Appendice A

## Multiple reflection of cold cesium atoms on a parabolic electromagnetic mirror

CARL GUSTAF AMINOFF, PHILIPPE BOUYER AND PIERRE DESBIOLLES  
Compte Rendu de l'Académie des Sciences Paris  
tome 316, Série II, page 1535-1541, 1993

## Multiple reflection of cold cesium atoms on a parabolic electromagnetic mirror

Carl Gustaf AMINOFF, Philippe BOUYER and Pierre DESBIOLLES

**Abstract** – A parabolic electromagnetic reflector for slow cesium atoms is studied experimentally. This atomic mirror consists of an evanescent wave on a curved glass surface. A cloud of cesium atoms, trapped and laser-cooled in a magneto-optical trap, is released a few millimeters above the surface, falls onto the reflector and is subsequently detected by fluorescence. We report on the observation of atoms undergoing four successive bounces on the mirror. Our results indicate transverse confinement of atoms by the parabolic reflector and represent progress towards a gravitational cavity for atoms.

### Réflexion multiple d'atomes de césium froids sur un miroir électromagnétique de forme parabolique

**Résumé** – Nous présentons les résultats de l'étude expérimentale d'un miroir électromagnétique de forme parabolique pour atomes de césium froids. Ce miroir atomique est formé d'une onde évanescente à la surface incurvée d'un diélectrique. Un nuage d'atomes de césium, refroidis et piégés dans un piège magnéto-optique, est lâché quelques millimètres au-dessus de la surface et tombe ainsi sur le miroir. Nous rendons compte de l'observation de quatre rebonds successifs de ces atomes, détectés par fluorescence. Ces résultats indiquent que le miroir parabolique confine les atomes transversalement, étape importante dans la réalisation d'une véritable cavité gravitationnelle pour atomes.

**Version française abrégée** – Les méthodes de refroidissement et de piégeage d'atomes neutres développées ces dernières années (Varenna Summer School, 1991) ont ouvert des perspectives intéressantes, en particulier celle de la réalisation d'un interféromètre atomique à ondes multiples. Cette « cavité atomique » pour ondes de de Broglie est semblable dans son principe à une cavité Fabry-Pérot, et pourrait se révéler beaucoup plus sensible qu'un interféromètre optique. L'élément essentiel de ce type d'instrument est le miroir à atomes, formé d'une onde évanescente à la surface d'un diélectrique (R. J. Cook et R. K. Hill, 1982). Si la fréquence de l'onde est désaccordée au-dessus de la fréquence atomique, on montre qu'un atome suffisamment lent rebondit sur l'onde évanescente avant de parvenir jusqu'au diélectrique. Des expériences confirmant ce point ont été réalisées, soit en utilisant un jet atomique en incidence rasante (V. I. Balykin *et al.*, 1987, 1988), soit en lâchant des atomes au-dessus d'une surface plane, deux rebonds successifs ayant pu ainsi être observés (M. A. Kasevich, D. S. Weiss et S. Chu, 1990).

La cavité atomique la plus simple que l'on puisse imaginer est la cavité gravitationnelle, formée d'un seul miroir, la gravité jouant le rôle du second miroir (H. Wallis, J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, 1992). Dans une telle cavité, le miroir à atomes est courbé, de façon à assurer la stabilité transverse du mouvement (*fig. 1*). Cette Note présente les premiers résultats expérimentaux obtenus dans le cadre d'un projet de réalisation d'une cavité gravitationnelle pour atomes de césium. Nous montrons en particulier qu'en utilisant un miroir parabolique, il est possible d'observer les réflexions multiples d'un nombre appréciable d'atomes.

La source d'atomes froids est un piège magnéto-optique (E. L. Raab *et al.*, 1987), alimenté par un jet d'atomes ralentis. Nous obtenons ainsi un nuage contenant typiquement  $10^7$  atomes de césium, de diamètre 1 mm, et de température 30  $\mu$ K en début d'expérience. Le schéma

---

Note présentée par Claude COHEN-TANNOUJJI.



du montage expérimental est représenté sur la figure 2. Le miroir à atomes est constitué d'une surface sphérique (quasi parabolique), de rayon 20 mm placé 3 mm au-dessous du centre du piège. L'onde évanescente est créée par un laser titane-saphir, de puissance 800 mW, désaccordé au-dessus d'une transition atomique. La zone efficace du miroir réfléchissant a un rayon de l'ordre de 2 mm. Les atomes sont lâchés au-dessus du miroir, et nous utilisons un faisceau sonde pour détecter, après un délai variable  $t$ , les atomes présents dans la zone où se trouvait le piège. Cette technique de détection destructive impose de recommencer un cycle de chargement du piège pour chaque mesure.

Les résultats essentiels de cette expérience préliminaire sont présentés figure 3. Sur la courbe (a), le temps  $t$  varie de 1 à 120 ms, avec un pas de 1 ms. Chaque point représente une seule mesure. Sur la courbe (b), la période de mesure s'étend de 120 à 220 ms, et l'échelle verticale de la courbe a été agrandie par un facteur trois. Sur la figure (a), le pic à l'origine démontre la chute des atomes, qui ont quitté pour la majorité la zone de détection après 20 ms. Nous observons un second pic vers 45 ms, témoin des atomes revenus dans la zone de détection après un premier rebond; notons que plus du quart des atomes rebondissent ainsi. Trois autres pics situés respectivement vers 95, 145 et 195 ms apparaissent sur ces deux graphes. Ils correspondent aux atomes ayant effectué deux, trois et quatre rebonds successifs.

Les causes principales de pertes sont liées aux phénomènes d'absorption-émission spontanée de photons par les atomes qui introduisent un chauffage susceptible de pousser les atomes hors de la cavité. Ces phénomènes peuvent induire de plus un pompage optique vers un autre niveau atomique sur lequel le miroir électromagnétique est inopérant. Nous avons estimé la probabilité d'émission spontanée au cours de cette expérience à un photon par rebond, ce qui correspond à environ 20 % de pertes par pompage optique à chaque rebond. L'utilisation de puissances laser plus élevées et d'un désaccord plus important devraient permettre de réduire ces pertes. Un programme de simulation de type Monte-Carlo prenant en compte ces diverses causes de perte permet de retrouver avec un bon accord les résultats expérimentaux et montre que l'utilisation d'un miroir plan n'aurait pas permis d'observer un quatrième rebond.

*En conclusion*, nous avons montré l'efficacité d'un miroir à atomes parabolique placé dans une cavité gravitationnelle, et observé au cours d'une expérience préliminaire quatre rebonds d'atomes de césium sur un tel miroir. La durée de confinement des atomes et le nombre de rebonds sont liés aux pertes dues au chauffage par émission spontanée et au pompage optique associé. De nombreuses améliorations, tant sur la source d'atomes froids que sur l'onde évanescente elle-même, sont en cours d'étude, et devraient nous aider à la réalisation d'une véritable cavité atomique.

---

INTRODUCTION. — The powerful new methods for laser cooling and trapping of atoms developed over the last few years (Varenna Summer School, 1991) have opened interesting perspectives for atom optics. The possibility to produce cavities for the confinement of slow atoms and to observe phenomena related to matter waves, in analogy with Fabry-Perot cavities for optical waves, has now moved closer to reality. The development of such atomic cavities having long confinement times and leading to multiple interference between atomic de Broglie waves are highly interesting for fundamental physics as well as in the perspective of attractive applications: collective effects in quantum statistical

phenomena, atomic interferometers providing several orders of magnitude higher sensitivity than conventional optics, etc.

An important element for atomic cavities will be a mirror that reflects atoms. The atomic reflector can be made up of an evanescent light wave on the surface of a dielectric substrate, giving rise to a strong optical field gradient (R. J. Cook and R. K. Hill, 1982). If the frequency of the light is tuned above the atomic resonance frequency, an atom incident on the wave will experience a repulsive potential and will be specularly reflected, if the momentum component perpendicular to the surface is small enough. Such a mirror was first experimentally demonstrated using an atomic beam at grazing incidence on an evanescent wave (V. I. Balykin *et al.*, 1987, 1988). Also, normal-incidence reflection of slow sodium atoms dropped onto a pulsed evanescent wave on a plane surface has been reported (M. A. Kasevich, D. S. Weiss and S. Chu, 1990), with the observation of a small number of atoms undergoing two consecutive bounces.

One of the simplest configurations for a stable cavity for atoms is the gravitational cavity consisting of a horizontally aligned parabolic mirror at its lower end to reflect the falling atoms upward and using gravity to turn the atoms back at its upper end. This gravitational cavity has been theoretically investigated previously (H. Wallis, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, 1992). The curved reflector will refocus the atomic trajectories of the thermally expanding cloud (*cf. fig. 1*). A condition for such a cavity to be stable, *i. e.* for the atoms to be confined also in the transverse direction, is that the apex of the classical trajectories reaches to less than half the radius of curvature of the reflector.

In this Note we present experimental results from the operation of a parabolic atomic mirror for transverse confinement of cesium atoms in a gravitational cavity. The purpose of this study is to show that by using a curved mirror, it is possible to obtain long enough confinement times to allow a large number of atoms to undergo multiple reflections in the cavity.

It is instructive to compare the present work with the few reported experiments. In M. A. Kasevich, D. S. Weiss and S. Chu (1990) where the evanescent field was switched on in the form of “trampoline” pulses following release of a cold Na cloud, 0.3% of the initially dropped atoms were seen to return after a first bounce on the plane reflector. After the second bounce, only  $3 \times 10^{-4}$  times the initial number of released atoms were detected. Recent experiments with sodium atoms dropped above a curved reflector led also to only two observable bounces, because of rapid escape from the cavity (K. Helmerson *et al.*, 1992). When the bouncing Na atoms were recaptured in a trap for detection, in the order of 1% of the dropped atoms were observed after a first reflection, and about  $2 \times 10^{-4}$  of the initial number of atoms returned after a second bounce.

One advantage of using an atom with larger mass, such as cesium, is that the recoil velocity  $v_r = \hbar k/m$  in absorption and emission of a photon is smaller. In particular, this gives a lower recoil-limited temperature obtainable in laser cooling ( $v_{rms} \sim$  a few  $\hbar k/m$ ), leading to a slower thermal expansion of the atomic cloud. In order to evaluate the effect of a parabolic mirror, compared with a flat one, we have made Monte Carlo simulations for Cs atoms, similar to those in P. Desbiolles and J. Dalibard (1993). These calculations, using optimized experimental parameters, indicate that it should be possible to achieve much improved confinement times (on the order of several seconds) allowing cesium atoms to be reflected 20-50 times by a parabolic mirror, thus encouraging continued experimental development along these lines.

**THE EXPERIMENT.** — An ensemble of cold cesium atoms were produced by loading a six-beam magneto-optical trap (E. L. Raab *et al.*, 1987) with slow atoms from a laser-decelerated atomic beam. For the slowing technique, we used frequency chirped diode lasers on the  $D_2$  (852 nm) line. Typically  $10^7$  atoms were loaded in a cloud with a diameter of about 1 mm. The residual pressure achievable in the vacuum chamber used here was about  $3 \times 10^{-8}$  mbar, which gave a trap lifetime of more than 2 sec. The

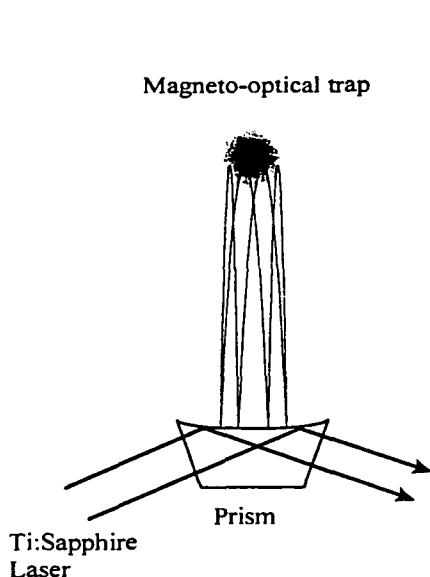


Fig. 1

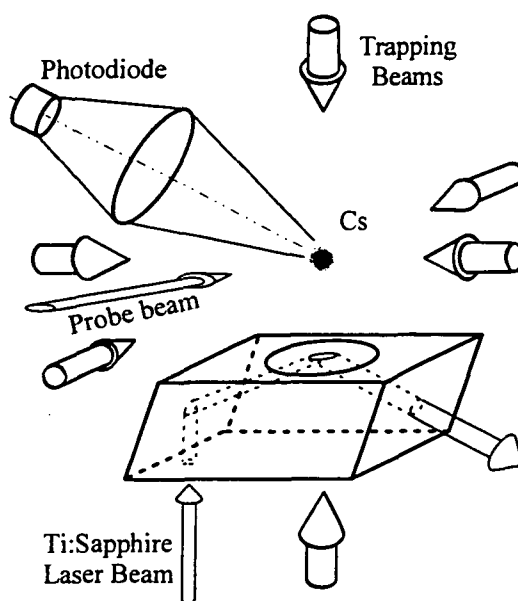


Fig. 2

Fig. 1. — Principle of a gravitational cavity for atoms. A cloud of laser-cooled atoms in a magneto-optical trap is released and falls onto a parabolic mirror where the atoms are reflected. An example of a stable trajectory of a bouncing atom is indicated. The atomic mirror consists of an evanescent wave produced by total internal reflection of a laser beam on the surface of a prism (a  $Ti:Al_2O_3$  laser beam is used for Cs).

Fig. 1. — Principe d'une cavité gravitationnelle pour atomes. Un nuage d'atomes refroidis par laser dans un piège magnéto-optique est lâché et tombe sur un miroir parabolique qui réfléchit les atomes. Un exemple de trajectoire stable d'un atome rebondissant est indiqué. Le miroir atomique est formé d'une onde évanescente produite par réflexion totale d'un faisceau laser à la surface d'un prisme (un laser  $Ti:Al_2O_3$  est utilisé pour le Cs).

Fig. 2. — Experimental scheme for the detection of Cs atoms bouncing on a parabolic mirror. The prism is here designed to allow the evanescent-wave beam to enter vertically. The six laser beams for trapping and cooling are indicated. The fluorescence from the bouncing atoms, induced by a probe beam, is detected by a photodiode.

Fig. 2. — Schéma expérimental pour l'observation d'atomes de Cs rebondissant sur un miroir parabolique. Dans cette expérience, la forme du prisme permet au faisceau créant l'onde évanescente d'entrer verticalement. Les six faisceaux laser du piège sont indiqués sur la figure. On détecte, au moyen d'une photodiode, la fluorescence émise par les atomes rebondissant, induite par un faisceau sonde.

experimental setup for the atomic cavity is schematically shown in figure 2. The atomic reflector consisted of a spherical (near parabolic) surface with radius of curvature 20 mm, polished on a prism of BK7 glass, which was placed about 3 mm below the centre of the trap. The evanescent wave was produced by a titanium-sapphire laser beam, directed at  $53^\circ$  angle of incidence from below onto the centre of the spherical surface. In the present experiment, the elliptical spot on the reflector had a waist  $w=2$  mm along the minor axis and  $w'=3$  mm along the major axis. The incident laser power was 800 mW, and we used a detuning  $\delta=800$  MHz above the resonance frequency of the  $F=4-F'=5$

transition. With these parameters, the effective half-axis dimensions of the elliptical spot having a sufficient repulsive potential to reflect the falling atoms were roughly equal to  $w'$ ,  $w$ . We expect the losses caused by depopulation pumping to the  $F=3$  level in the evanescent field to be about 20% per roundtrip.

The measurement of bouncing atoms was performed using the following time sequence: First, the trap was loaded for 5 sec. to ensure a steady-state initial number of atoms. Second, the decelerating laser beam was blocked, and the intensities of the trapping laser beams were reduced from  $15 \text{ mW/cm}^2$  to about  $2 \text{ mW/cm}^2$ , the polarisations were switched to linear with perpendicularly polarized counterpropagating beams, and the magnetic field of the trap was turned off, in order to produce some additional cooling of the atoms in an “optical molasses” mode. The laser intensity in the molasses cooling phase was not yet optimized in this preliminary experiment, and led to a temperature of about  $30 \text{ } \mu\text{K}$  ( $v_{rms} \sim 5 \text{ cm/s}$ ) (A. Clairon *et al.*, 1992). Third, after 15 ms the laser beams were rapidly blocked (cutoff time a few microseconds), leaving on only the horizontal repumping beams of the trap ( $F=3-F'=4$  transition), to let the cloud of atoms in the  $F=4$  state fall by gravity. With a delay of 1 ms from the release, the evanescent-wave laser beam was switched on. It takes about 25 ms on the average for the atoms to fall to the mirror, with the average vertical velocity accelerated to 25 cm/s when reaching the surface. After a variable delay, the evanescent-wave beam and the repumping beams were blocked to eliminate stray light, and 1 ms later, at a total time delay  $t$  from the release, a probe laser beam passing through the initial release point was switched on. The probe beam, having the power 0.5 mW, was frequency-locked to the resonance  $F=4-F'=5$ . The fluorescence from the Cs atoms present at time  $t$  was detected by a photodiode, and the signal was integrated over 1 ms, which determined the time resolution of our measurement. As this detection technique is “destructive”, each measurement required a new cycle, starting from the loading of the trap.

The essential result of our preliminary experiments is presented in figure 3. For curve (a), the delay  $t$  was varied from 1 to 200 ms in steps of 1 ms. Each point on the curve represents a single measurement, with no data averaging. Curve (b) shows a separate set of measurements extending from 120 to 220 ms; the vertical scale of this curve has been amplified by a factor of three to enhance the structure. On curve (a), the peak at the origin and the descending slope represent the atoms falling from the release point; after 20 ms, most of the atoms have left the detection volume. We observe a second peak around  $t=45 \text{ ms}$ , which is produced by atoms that have returned to the detection volume after having undergone a first reflection on the mirror. The widths and shapes of these peaks include contributions from the spread in velocity and position of the initial cloud of atoms. We see about 27% of the atoms return after the first bounce. Three additional maxima at delay times 95, 145 and 195 ms are clearly visible on the curves (a) and (b). These correspond to two, three, and four roundtrip times, respectively, and are produced by atoms having made two, three, and four successive bounces on the mirror. In terms of the initial number of atoms released, we see 7% of the atoms return after two reflections, 3% after three reflections, and still 1% remains after four reflections, which represents  $\sim 10^5$  atoms. Thus the relative number of atoms remaining after each bounce is roughly 30%.

**DISCUSSION AND CONCLUSION.** — The experimental results for the relative number of atoms returning after each reflection on the mirror are in fair agreement with our numerical simulations for the case of a parabolic reflecting surface, including a realistic

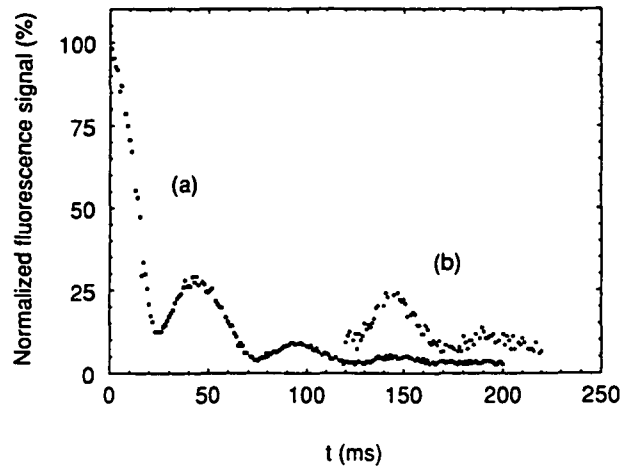


Fig. 3. — Fluorescence signal from the atoms present around the release point as a function of the time delay after release from 3 mm above the mirror. (a) Measurement with the delay varied from 0 to 200 ms. (b) Separate measurement extending from 120 to 220 ms; the vertical scale of curve (b) has been expanded by 3 to enhance the features. The curves show four successive atomic bounces separated by the roundtrip time  $\sim 50$  ms.

Fig. 3. — Signal de fluorescence émise par les atomes présents dans la zone de détection en fonction du délai après lâchage des atomes à la hauteur 3 mm au-dessus du miroir. (a) Mesure pour des délais variant de 0 à 200 ms. (b) Mesure séparée pour des délais de 120 à 220 ms; l'échelle verticale de la courbe (b) a été agrandie par un facteur 3. Ces courbes présentent quatre rebonds atomiques successifs, séparés par environ 50 ms, ce délai correspondant à un aller-retour.

loss model. On the contrary, the observed results differ significantly from what we expect to obtain, on the basis of corresponding simulations, using a plane mirror in similar experimental conditions: nearly one order of magnitude less atoms after the third bounce, and no resolvable fourth bounce. This strongly supports the expected result that a parabolic atomic reflector does produce transverse confinement of cesium atoms in a gravitational cavity.

*In conclusion*, we have demonstrated the operation of a parabolic mirror for cesium atoms, produced by an evanescent optical field on a glass surface, and used as the lower end reflector in a gravitational cavity. In preliminary experiments we have observed cesium atoms bouncing four times on the mirror, representing a first manifestation of transverse confinement of atoms by a curved mirror. The lifetime of the cavity and the number of atomic bounces seem to be limited by the loss of atoms due to optical pumping and heating through absorption and emission. We expect to achieve improvements in the confinement time by using higher quality optical polish on the mirror surface, higher laser intensity in the evanescent wave, allowing larger detuning with less absorption, and a repumping laser beam in the evanescent wave, putting optically pumped atoms back on the  $F=4$  level. By optimizing the laser molasses cooling of the initial atomic cloud, we can confine a larger number of atoms in the cavity and enhance the bounce signals. The limit in lifetime set by the collision time in the residual pressure in the present experiment will be overcome by using a vapour cell configuration with ultra-high vacuum techniques. Finally, new methods to amplify evanescent fields on atomic reflectors, such as the use of waveguides (R. Kaiser *et al.*, 1993) or plasmon techniques (T. Esslinger *et al.*, 1993; S. Feron *et al.*, 1993) seem very promising for the further development

towards atomic cavities that will allow the observation of multiple-wave interference between atoms.

We gratefully acknowledge fruitful discussions with C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard, C. Salomon and the ENS Laser Cooling Group. Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'ENS is associated with CNRS (URA No. 18) and Université Pierre-et-Marie-Curie.

Note remise le 15 mars 1993, acceptée le 14 avril 1993.

## REFERENCES

- V. I. BALYKIN, V. S. LETOKHOV, Yu. B. OVCHINNIKOV and A. I. SIDOROV, *JEPT Lett.*, 45, 1987, pp. 353-356.  
V. I. BALYKIN, V. S. LETOKHOV, Yu. B. OVCHINNIKOV and A. I. SIDOROV, *Phys. Rev. Lett.*, 60, 1988, pp. 2137-2140.  
A. CLAIRON, Ph. LAURENT, A. NADIR, M. DREWSEN, D. GRISON, B. LOUNIS and C. SALOMON, *Proc. of the 6th European Frequency and Time Forum*, J. J. HUNT Ed., ESA SP-340, 1992, pp. 27-33.  
R. J. COOK and R. K. HILL, *Optics Comm.*, 43, 1982, pp. 258-260.  
P. DESBIOLLES and J. DALIBARD, *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, 1993 (to be published).  
T. ESSLINGER, M. WEIDEMÜLLER, A. HEMMERICH and T. W. HÄNSCH, *Optics Lett.*, 18, 1993, pp. 450-452.  
S. FERON, J. REINHARDT, S. LE BOITEUX, O. GORCEIX, J. BAUDON, M. DUCLOY, J. ROBERT, Ch. MINIA-TURA, S. NIC CHORMAIC, H. HABERLAND and V. LORENT, *Europhys. Lett.*, 1993 (to be published).  
K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, L. GOLDNER and W. D. PHILLIPS, in *Optics and Interferometry with Atoms*, *Book of Abstracts*, WE-Heraeus-Seminar, Konstanz, 1992 (unpublished).  
R. KAISER, Y. LEVY, N. VANSTEENKISTE, A. ASPECT, W. SEIFERT, D. LEIPOLD and J. MLYNEK, *Optics Comm.*, 1993 (to be published).  
M. A. KASEVICH, D. S. WEISS and S. CHU, *Optics Lett.*, 15, 1990, pp. 607-609.  
Laser Manipulation of Atoms and Ions, *Varenna Summer School*, 1991, E. ARIMONDO and W. D. PHILLIPS Eds., North-Holland, Amsterdam, 1993.  
E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU and D. E. PRITCHARD, *Phys. Rev. Lett.*, 59, 1987, pp. 2631-2634.  
H. WALLIS, J. DALIBARD and C. COHEN-TANNOUDJI, *Appl. Phys.*, B54, 1992, pp. 407-419.

Collège de France et École Normale Supérieure, Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne,  
24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France.

## **Appendice B**

# **Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity**

**CARL GUSTAF AMINOFF, ANDREW M. STEANE, PHILIPPE BOUYER, PIERRE  
DESBIOLLES, JEAN DALIBARD AND CLAUDE COHEN-TANNOUJJI**

**Physical Review Letters**

**Volume 71, Numéro 19, page 3083-3086, 8 Novembre 1993**

## Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity

C. G. Aminoff,\* A. M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji  
*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'École Normale Supérieure and Collège de France,*  
 24 rue Lhomond, F-75231 Paris CEDEX 05, France

(Received 2 August 1993)

A curved mirror for atoms was made from an evanescent wave, formed by internal reflection of a quasiresonant laser beam at a curved glass surface. A cold cloud of cesium atoms was dropped onto the mirror and observed to rebound more than 8 times. The mirror size and reflectivity were studied, and reasonable agreement with a simple theory obtained. With 800 mW of laser power and a mirror of 1 mm diameter, we observed up to 73% of the atoms returning after each bounce, the losses being mostly during the free flight between bounces.

PACS numbers: 32.80.Pj, 42.50.Vk

In recent years atoms have been held near stationary [1], thrown upwards without heating [2,3], made to produce quantum interference after macroscopic path separations [4], and trapped in quantum wells [5]. The aim of such experiments is not merely to demonstrate juggling with unusually small balls, or interference of waves associated with heavy particles. The important feature is that an atom is an object sufficiently complicated to have a rich internal structure, yet with a behavior sufficiently reproducible to produce observable quantum interference and to facilitate experimental techniques of the highest precision.

We present in this Letter an experimental demonstration of multiple bouncing of atoms on a reflective surface. This can be regarded as a first step towards an interferometer of Fabry-Pérot type for atomic de Broglie waves [6,7]. A cold cloud of cesium atoms has been released a few millimeters above a curved mirror, and we have observed the motion of the cloud during about ten successive bounces. The curvature of the mirror ensures that the classical trajectories close to the vertical axis are stable [7,8]. Previous demonstrations of atomic mirrors were limited to a single reflection of a fast atomic beam [9], or to two bounces [10,11] in a "trampoline" geometry like ours. Very recently we observed an improvement on this using cesium in a preliminary version of our current experiment [12]. We report here for the first time multiple bounces on a curved mirror of useful size and high reflectivity.

We used an atomic mirror formed by an evanescent light wave extending from a glass surface into the vacuum; see Fig. 1(a) [13]. The electric field in this wave gives rise to a potential for the atom which is simply the light shift of the atomic ground state:

$$U = \hbar\Omega^2/4\delta, \quad \text{for } \delta \gg \Omega. \quad (1)$$

$\Omega = dE/2\hbar$  is the Rabi frequency in the evanescent wave, proportional to the electric field amplitude  $E$  and the atomic dipole moment  $d$ ;  $\delta = \omega_L - \omega_A$  is the detuning between the laser frequency  $\omega_L$  and the atomic resonance frequency  $\omega_A$ . The electric field falls off with distance  $z$

into the vacuum as  $\exp(-\alpha z)$ , the characteristic distance  $1/\alpha$  ( $0.21 \mu\text{m}$  in our experiment) being of the order of the wavelength of the light over  $2\pi$ . The potential is repulsive at positive detunings. Specular reflection can be achieved if no photons are scattered. The average number of scattering events during the reflection is given by [10,14]

$$n_p = \Gamma M v_0 / \alpha \hbar \delta, \quad (2)$$

where  $v_0$  is the speed of the atom on entering the evanescent wave,  $M$  is its mass, and  $\Gamma$  is the natural width of the transition. Thus, while Eq. (1) indicates that the potential is higher at small detunings, allowing faster atoms to be reflected, the condition  $n_p < 1$  places a limit on the minimum detuning which is useful. Equation (2) is derived by integrating the scattering along the path followed by an atom in the potential  $U$ ; this path depends on the intensity  $I$  and the detuning  $\delta$  and this explains why  $n_p$  no longer depends on  $I$  and varies as  $1/\delta$  instead of the usual  $1/\delta^2$  for a scattering process. Equations (1) and (2) apply strictly to a simple two-level atom, but they yield good estimates for what can be achieved for alkalis such as cesium. They imply that with our typical power of 800 mW, in a Gaussian beam of  $1/e^2$  radius 0.5 mm, and a detuning of 10 GHz, Cs atoms with velocities up to 0.4 m/s could be reflected from a spot of radius 0.5 mm, while scattering one photon every eleven bounces (per atom).

The experimental configuration, illustrated in Fig. 1(a), is described in [12]. A prism of BK7 glass has a concave spherical region, with radius of curvature 2 cm, polished into its top surface. The atomic mirror is formed by an 800 mW beam from a titanium-sapphire ring laser, reflected internally at an angle of  $53^\circ$  to the normal, at the center of the concave region. This laser beam is tuned between 1 and 10 GHz above the resonance transition  $g = 6S_{1/2} \rightarrow e = 6P_{3/2}$ ,  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$  in cesium. To drop atoms onto the mirror, first of all about  $10^7$  cesium atoms are loaded from a laser-slowed atomic beam into a magneto-optical trap (MOT), for 1.5 s. The center of the MOT is 3 mm above the center of the mirror.



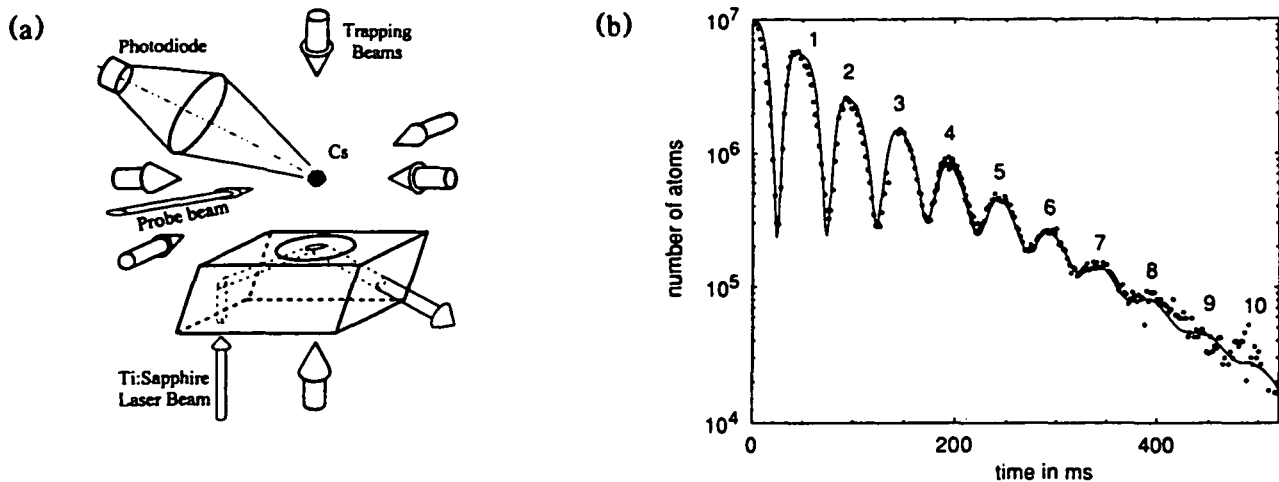


FIG. 1. (a) Experimental setup. Atoms from a magneto-optical trap are released above a curved mirror formed by an evanescent light wave. The number of atoms present in this stable gravitational cavity is measured as a function of time using the fluorescence induced by a probe beam. (The shown beam radii are not to scale.) (b) Number of atoms in the probe beam, for different times after their release (points). Background pressure  $3 \times 10^{-8}$  mbar, mirror power 800 mW, detuning 1.9 GHz, and waist  $1 \times 1.1$  mm. The curve is a fit calculated by our Monte Carlo simulation of the experiment; the fitted parameters are loss per bounce, the temperature, the radius of the cloud when it is first dropped, and the drop height. The values used here are 39% loss per bounce, temperature  $4 \mu\text{K}$ , initial cloud radius 0.25 mm (1 standard deviation of the Gaussian profile), and drop height 2.91 mm. The simulation assumed a reflective parabolic surface, elliptical in the horizontal plane, of major axes 2.1 by 2.3 mm (diameter). These diameters were obtained from measurements of the profile of the elliptical Gaussian beam used to form the mirror, combined with a calculation from Eq. (1).

After 1.5 s, the MOT loading is blocked and the intensity of the trapping beams is switched from 13 to  $0.4 \text{ mW/cm}^2$ , causing both the temperature and diameter of the trapped cloud to reduce. To achieve further cooling, the polarization of the horizontal beams is switched to linear, after 5 ms, using liquid crystal wave plates, and the trap magnetic field is turned off. In 20 ms the atoms thermalize to a temperature of  $5 \mu\text{K}$ ; then all the beams are blocked and the atoms fall. Weak repumping light on the  $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$  transition is left on to ensure that the falling atoms are in the  $F_g = 4$  ground state. The beam producing the evanescent wave mirror is switched on after another 5 ms, and the atoms are left bouncing, with the mirror always on. After a variable delay, the atoms present are detected by introducing a probe beam at the resonant atomic frequency, while the mirror is turned off to eliminate stray light. The probe is centered 3 mm above the mirror, and has vertical width 2 mm, horizontal width 3 mm. The fluorescence it produces is detected by a photodiode. This is a "destructive" detection method, in that the probe heats the atoms sufficiently to empty them from the gravitational cavity, so the experiment is cycled with different probe times to build up a picture of the motion.

Figure 1(b) gives an example result. It shows, on a logarithmic scale, the number of atoms between 2 and 4 mm above the mirror, for a range of times  $t$  after dropping them. Each bounce, or round trip in the cavity, takes 50 ms, for a drop height of 3 mm. In the figure, eight bounces are clearly visible, and the signal-to-noise ratio

falls to about 1 at the tenth bounce, each point being a single cycle of the experiment. For the first two bounces, the signal falls off more rapidly because the width of the atomic mirror is smaller than that of the cloud of atoms falling onto it: the mirror performs a selection in horizontal position. Thereafter, the falloff in the series of maxima is close to exponential, and has two sources: loss of atoms from the cavity, and spreading of the peaks due to the finite initial spread in position and velocity of the atoms. A Monte Carlo simulation of the motion, with atoms moving on classical trajectories, reproduces our results very well (full curve), and enables us to separate these two effects. The former (i.e., loss) dominated for most of our studies, so the slope of the logarithmic plot indicates the all-important parameter of loss per bounce.

To gain more information on the atomic mirror, we observed the signal at a given time,  $N \times 50$  ms after the atoms were dropped (i.e., at the  $N$ th bounce peak), while varying the mirror detuning. This was carried out for various laser powers, spot sizes, and polarizations; Figs. 2(a) and 2(b) show example results. We fitted the curves by taking into account first the variation of the effective mirror size and second the losses due to photon scattering. The mirror size contribution is dominant at large detuning: it comes from the reduction, as detuning increases, of the radius at which the Gaussian laser beam intensity is just sufficient to reflect the atoms. Our fits to curves like those of Fig. 2(a) have an adjustable parameter  $c_V$  multiplying the right-hand side of Eq. (1), enabling us to compare our results with those expected

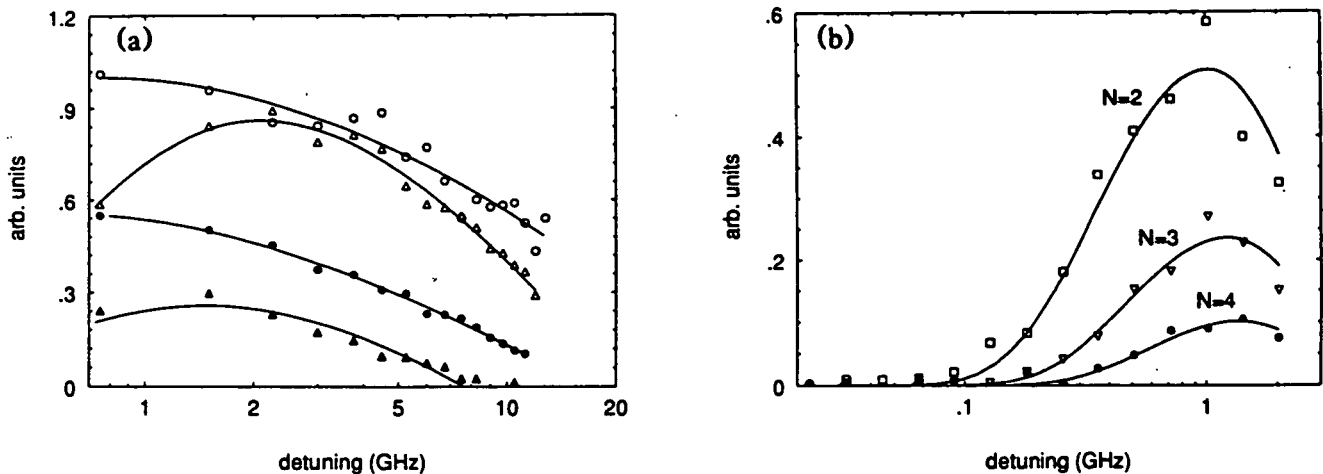


FIG. 2. Number of atoms present after a given number of bounces, as a function of mirror detuning. The curves are a simple fit taking account of loss by photon scattering, and of the effective radius of the mirror (see text). (a) Large detunings. Bounces 1 ( $\circ$ ) and 4 ( $\Delta$ ) at 770 mW, and bounces 1 ( $\bullet$ ) and 4 ( $\blacktriangle$ ) at 400 mW, with mirror waist 0.5 by 0.7 mm. The fourth bounce signals here have been magnified by a factor 10. (b) Small detunings. Bounces 2, 3, and 4 with mirror waist 2 by 2.4 mm at 800 mW. The weak repumping light was present for these experiments.

for a two-level atom. We found  $c_U = 0.4 \pm 0.2$ ; one expects  $c_U$  to be below 1 because of the Clebsch-Gordan coefficients for a ground state  $F_g > 0$ . Also, as expected from Fresnel's laws, we found that the mirror potential was about 2 times higher, through the  $\Omega^2$  term, when the incident laser beam was polarized in the plane of reflection, compared to polarization perpendicular to the plane [15].

The form of the detuning curves is dominated at low detuning by losses due to photon scattering. Photon scattering can cause loss either by heating the atoms, or by optically pumping them to a state which is not reflected. Such a state can be either an  $F_g = 4$  Zeeman sublevel with a reduced spot size due to a smaller Clebsch-Gordan coefficient, or the  $F_g = 3$  hyperfine level in the ground state if the detuning is below 9 GHz (the separation of the  $F_g = 4$  and  $F_g = 3$  hyperfine levels). In the latter case the atomic mirror produces an attractive potential for atoms in the  $F_g = 3$  state, causing them to stick to the glass. Since about 1 in 5 scattering events from  $F_g = 4$  leaves an atom in  $F_g = 3$ , this is the main source of loss by scattering during the reflection, at detunings below 9 GHz. Photon scattering associated with the mirror has two origins: either during the reflection itself [Eq. (2)], or during the free flight because of stray light originating from the beam forming the mirror. Other sources of stray light, and collisional losses, will be independent of the mirror detuning. We distinguished between the two contributions from the mirror light by shutting off the mirror for 30 ms every 50 ms, which reduces the loss during the free flight by 3/5. Also, the weak illumination of the  $F_g = 3 \rightarrow F_g = 4$  transition is sufficient to repump the atoms during the 50 ms free fall but not during the  $\sim 3 \mu\text{s}$  reflection. Without this repumping light the total losses were observed to increase slightly, giving more in-

formation on the intensity of the stray light. Our results were consistent with stray light from the mirror beam having an intensity  $\eta = 2 \pm 1 \times 10^{-4}$  times that at the center of this beam before it enters the prism. The fits at low detuning in the presence of repumping during the free flight [Fig. 2(b)] were consistent with Eq. (2) with a multiplying factor between 1 and 2.

To summarize this study, we find that in a typical situation such as that of Fig. 1(b), the total loss per bounce  $\{(39 \pm 1)\%$  may be divided as follows: 5% due to photon scattering during the reflection, 10% due to stray light from the mirror beam, 10% due to background-gas collisions, and the remaining 20% due either to extra sources of stray light or to other causes such as residual misalignments of the mirror spot with respect to the vertical axis. The contribution from background-gas collisions was deduced from a set of bounce signals at various background pressures, which gave a collisional rate of escape of  $2 \pm 1 \text{ s}^{-1}$  at  $3 \times 10^{-8}$  mbar. At higher detunings, the signal-to-noise ratio decreases, but the losses are reduced also. At a detuning of 10 GHz, and a mirror diameter of 1 mm, we observed a loss per bounce of  $(27 \pm 2)\%$ . This was dominated by losses during the free fall; at this detuning Eq. (2) predicts just 0.05 scattering events per bounce during the reflection itself.

We now consider a few perspectives. The gravitational cavity can be thought of as a shallow "trap" for atoms, in which the internal atomic state is perturbed only during a very small fraction of the motion, as in other neutral particle storage devices such as the hydrogen maser and neutron bottles. For our experiments the trap depth was  $\sim 5 \mu\text{K}$  horizontally and 1 mK vertically. The loading could be improved by using the "dark funnel" method [16], and the detection made nondestructive by measuring the refractive index of the cloud. Also, the lifetime in

the trap can be increased by using a more highly polished fused silica prism to reduce stray light and by enhancing the evanescent wave to enable one to work at higher detunings. An appropriate coating on the glass surface may help with the latter [17].

Finally, a fascinating, though still far off goal is the realization of an atomic Fabry-Pérot interferometer and the observation of its modes. To reduce loss not only of atoms but also of *coherence*, ultrahigh vacuums will be necessary, along with a very good mechanical stability of the mirror. Experimental techniques for matter-wave cavities can be envisaged by analogy with lasers. For instance, the use of a pulsed mirror is a method of mode locking the cavity. In cw operation, transverse mode selection can be achieved by reducing the size of the mirror, while longitudinal mode selection could be performed using Raman velocity selection [3] to adjust very precisely the maximal velocity of the atoms stored in the cavity.

We would like to thank C. Salomon and the ENS cooling group for many helpful discussions. This work is partially supported by Collège de France, CNRS, DRED, and DRET. A.M.S. is financed by the Commission of the European Communities through a Community training project. Unité de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie is associée au CNRS.

---

\* Permanent address: Department of Technical Physics, Helsinki University of Technology, Helsinki, Finland.

- [1] For a review, see, e.g., C. Cohen-Tannoudji and W. Phillips, *Phys. Today* **43**, No. 10, 35 (1990).  
 [2] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips,

*Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).

- [3] M. Kasevitch, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).  
 [4] Special issue on Optics and Interferometry with Atoms, edited by J. Mlynek, V. Balykin, and P. Meystre [*Appl. Phys. B* **54**, 319 (1992)].  
 [5] For a review, see, e.g., G. P. Collins, *Phys. Today* **46**, No. 6, 17 (1993).  
 [6] V. I. Balykin and V. S. Letokhov, *Appl. Phys. B* **48**, 517 (1989).  
 [7] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).  
 [8] Another way of making the cavity stable is to use a magnetic quadrupole field to confine the horizontal motion.  
 [9] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov, and A. I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987) [*JETP Lett.* **45**, 353 (1987)]; *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).  
 [10] M. A. Kasevich, D. S. Weiss, and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).  
 [11] K. Helmerson, S. L. Rolston, L. Goldner, and W. D. Phillips, in *Optics and Interferometry with Atoms*, Book of Abstracts, WE-Heraeus-Seminar, Konstanz, 1992 (unpublished).  
 [12] C. G. Aminoff, P. Bouyer, and P. Desbiolles, *C. R. Acad. Sci. Ser. 2*, 1535 (1993).  
 [13] R. J. Cook and R. K. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).  
 [14] P. Desbiolles and J. Dalibard, *Revue Scientifique et Technique de la Defense* **21**, 105 (1993).  
 [15] In addition, the evanescent wave is linearly polarized when the linear incident polarization is perpendicular to the plane of reflection, while it is almost circular in the other case.  
 [16] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin, and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).  
 [17] R. Kaiser, Y. Levy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leopold, and J. Mlynek (to be published).

# Bibliographie

- [1] V.I. Balykin and V.S. Letokhov, *Appl. Phys. B* **48**, 517 (1989)
- [2] J. Robert, Ch. Miniatura, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, V. Bocvarski and J. Baudon, *Europhys. Lett.* **16**, 29 (1991)
- [3] O. Carnal and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 2689 (1991)
- [4] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke and Ch. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991)
- [5] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991)
- [6] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati and W. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991)
- [7] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov, and A.I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987) [*JETP Lett.* **45**, 353 (1987)]; *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988)
- [8] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992)
- [9] R.J. Cook and R.K. Hill, *Optics Comm.* **43-4**, 258-260 (1982)
- [10] M.A. Kasevich, D.S. Weiss, and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990)
- [11] Th. Walker, D. Sesko and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990)
- [12] J. Vigué, *Phys. Rev. A* **34**, 4476 (1986)
- [13] P. Moulton, *Opt. News* **8**, 9 (1982)
- [14] I.L. Bass, D.G. Braun, R.E. Bonanno, K. Delos-Santos, G.V. Erbert, R.P. Hachel, C.A. Haynam, J. Paisner, *QELS 89 Post deadline paper* **20**, (1989)
- [15] C.L. Bohler, L.D. Schearer, M. Leduc, P.J. Nacher, J. Zachorowski, R.G. Milner, R.D. Mc Keown et C.E. Woodward, *J. Appl. Phys.* **63**, 2497 (1988)
- [16] H.W. Kogelnik et T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966)
- [17] H.W. Kogelnik, E.P. Ippen, A. Dienes et C.V. Shank, *IEEE J. of Quant. Electr.* **QE8**, 373 (1972)
- [18] W.R. Johnston Jr. et P.K. Runge, *IEEE J. of Quant. Electr.* **QE8**, 724 (1972)

- [19] K.K. Li, A. Dienes, J.R. Whinnery, *Appl. Opt.* **20** , 407 (1981)
- [20] B. Couillaud, A. Ducasse, *Thèse d'état. Université de Bordeaux* , (1978)
- [21] F. Biraben, *Opt. Comm.* **29** , 353 (1979)
- [22] A.L. Bloom, *J.O.S.A.* **64** ,488 (1941)
- [23] N. Vansteenkiste, *These de Doctorat Université Paris-Sud* , (1989)
- [24] N. Courtier, *Thèse de 3<sup>e</sup> cycle Paris XIII* , (1976)
- [25] J.J. Berkout, E.J. Wolters, R. van Roijen and J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2387 (1989)
- [26] P. Desbiolles, *Rapport de Magistère Ecole Normale Supérieure*, (1992) ; P. Desbiolles and J. Dalibard, *Revue Scientifique et Technique de la Défense* **3** ,105 (1993)
- [27] K. Helmerson, S. L. Rolston, L. Goldner and W. D. Phillips, *Optics an Interferometry with atoms, Boof of abstracts, WE-Heraeus-Seminar Konstanz*, 1992 (unpublished)
- [28] Ces résultats sont tirés des formules de Fresnel établies en 1823. M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics Pergamon Press*, Chap 1.5, p 40 (1980)
- [29] C. Cohen-Tannoudji, *Cours donnés au Collège de France* , (1983)
- [30] D. Guery-Odelin, *Rapport de D.E.A. Ecole Normale Supérieure*, (1994)
- [31] P. Desbiolles, Communication privée.
- [32] M. Dewsén, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, *Applied Physics B* **59**, 283-298 (1994)
- [33] W. Ertmer, R. Blatt, and J. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **54** , 996 (1985)
- [34] J.V. Prodan, A. Migdall, W.D. Phillips, I. So, H. Metcalf and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 992 (1985)
- [35] C. Salomon and J. Dalibard, *C.R Acad. Sci. Paris* **306 Série II**, 1319-1324 (1988)
- [36] E.L. Raab, M. Prentis, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59** , 407 (1987)
- [37] M. de Labachellerie and P. Cerez, *Optics Comm.* **55**, 174 (1985)
- [38] P. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6**, 2058 (1989)
- [39] P.D. Lett, P.S. Jessen, W.D. Phillips, S.L. Rolston, C.I. Westbrook and P.L. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2139 (1991)
- [40] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A. B* **Vol.5** , 1225 (1989)

- 
- [41] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, and S. Guelatti, *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990)
- [42] A.M. Steane and C.J. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991)
- [43] C.G. Aminoff, P. Bouyer and P. Desbiolles, *C.R Acad. Sci. Paris Ser.* **2**, 1535 (1993)
- [44] W. Press, A. Teukolsky, P. Flannery, W. Vetterling, *Numerical Recipes*, (1992)
- [45] L. Landau et E. Lifchitz, *Physique Théorique Tome III : Mécanique Quantique* Ed. Mir., 578-600 (1975)
- [46] H.S.W. Massey and C.B.O. Mohr, *Proc. Roy. Soc.* **A144**, 188 (1934)
- [47] R.B. Bernstein, *J. Chem. Phys.* **38**, 2599 (1963)
- [48] J. Vanier et C. Audouin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards* Vol. 1, 327 (1989)
- [49] P. Julienne and F. Mies, *J.O.S.A. B* Vol.5, 1225 (1989)
- [50] S. Féron, J. Reinhardt, S. Le Boiteux, O. Gorceix, J. Baudon, M. Ducloy, J. Robert, Ch. Miniatura, S. Nic Chormaic, H. Haberland and V. Lorent, *Opt. Commun.* **102**, 83 (1993)
- [51] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich and T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* **18**, 450 (1993)
- [52] R. Kaiser, Y. Levy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold and J. Mlynek, *Opt. Commun.* **104**, 234 (1994)
- [53] M. S. Walhout, *Ph. D. Univ. of Maryland*, (1994)
- [54] J.Y. Courtois, J.M. Courty et S. Reynaud, *communication privée*
- [55] C. Henkel, A. Steane, R. Kaiser, J. Dalibard, *J. Phys. II* **4**, 1877 (1994)
- [56] A. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.*, submitted for publication (1994)
- [57] A. Anderson, S. Haroche, E.A. Hinds, W. Jhe, D. Meschede and L. Moi, *Phys. Rev. A* **34**, 3513 (1986)
- [58] H. Abele, M. Boshier, E.A. Hinds, T. Roach, J. Shu and K. Zetie, *Abstracts of contributed papers ICAP 14*, (1994)
- [59] G.I. Opat, S.J. Wark and A. Cimmino, *Appl. Phys. B* **54**, 396 (1992)

3

# Un nouveau piège à pression de radiation



# Introduction

La possibilité d'utiliser la pression de radiation pour confiner le mouvement des atomes neutres a été envisagée dès 1970 par A. Ashkin [1]. Cette première proposition ne visait pas à piéger les atomes en un point donné, mais plutôt de les faire tourner autour d'un tel point. En 1982, deux nouvelles propositions [2, 3] suggéraient d'utiliser un système d'ondes laser divergentes pour accumuler les atomes en un seul point. Malheureusement, comme nous allons le démontrer par la suite, la stabilité d'un tel confinement ne peut être atteinte sur des particules présentant une polarisabilité scalaire. Ceci est une conséquence directe du théorème de Gauss appliqué à l'optique qui a été démontré peu après [4] et que nous avons énoncé dans la première partie de ce mémoire. Ce théorème interdit en effet tout piégeage d'atomes neutres en utilisant uniquement la pression de radiation produite par un ensemble statique d'ondes laser. Cette propriété des pièges à pression de radiation peut être comparée au théorème de Gauss en électrostatique qui établit l'impossibilité de réaliser un équilibre mécanique stable pour un ensemble de corps chargés soumis seulement aux forces électrostatiques.

Il existe fort heureusement plusieurs moyens de contourner cette limitation. La première idée consiste à reproduire l'équivalent des pièges radiofréquence pour les ions [5], en alternant par exemple diverses configurations de champ laser [6]. Cependant, si l'on cherche à combiner ce piégeage avec du refroidissement, la présence de friction due aux ondes laser va nettement défavoriser le micromouvement qui est à l'origine du potentiel attractif, et ainsi diminuer la profondeur de ce piège.

Une autre proposition visait à utiliser cette friction pour créer un piège stable [7], en alternant dans le temps des phases de piégeage suivant une direction et des phases de piégeage suivant le plan orthogonal. Dans chacune des phases, la partie expulsante de la force de pression de radiation, conséquence du théorème de Gauss appliqué à l'optique, était inhibée par des mélasse optiques qui *gelaient* les atomes.

Enfin, il est important de noter que le théorème de Gauss optique ne s'applique qu'aux particules présentant une polarisabilité scalaire. Il existe donc un moyen de s'affranchir du théorème de Gauss en rompant la proportionnalité entre la pression de radiation et le vecteur de Poynting. Ceci peut être obtenu par différents moyens, tels la saturation [8], le pompage optique [9] ou un gradient de champ magnétique comme pour la réalisation du Piège Magnéto-Optique (PMO) [10, 11].

Le PMO est aujourd'hui le piège à atomes neutres le plus utilisé car il présente de nombreux avantages. Il est relativement simple à mettre en oeuvre et permet d'obtenir des densités élevées ( $\text{Cs} \sim 10^{12} \text{ at/cm}^3$ ,  $\text{Na} \sim 10^{11} \text{ at/cm}^3$ ) à des températures très basses [12, 13]. Il présente néanmoins l'inconvénient d'utiliser un champ magnétique pour produire le confinement. Dans de nombreuses expériences telles que les horloges



à atomes froids [14] ou le refroidissement en dessous de l'énergie de recul [15, 16], un champ magnétique, même de l'ordre du mG est à proscrire. Par exemple, dans une horloge atomique en fontaine, le champ magnétique doit être contrôlé au microGauss près, alors qu'utiliser un piège magnéto optique revient à pulser un champ magnétique de plusieurs Gauss. Il est donc opportun d'explorer d'autres voies pour réaliser un piège à atomes neutres où l'on utilise aucun champ magnétique.

Nous nous intéressons dans cette partie à un nouveau type de piège utilisant la pression de radiation et le pompage optique : le TROOP (*Trap Relying On Optical Pumping*), qui présente l'avantage de fonctionner en champ magnétique nul.

Nous présenterons dans le premier chapitre une approche théorique du TROOP. Nous montrerons dans un premier temps que comme indiqué dans [4], il est impossible de piéger un atome à deux niveaux<sup>(1)</sup> à l'aide de trois paires d'ondes divergentes contre-propageantes ou de quatre faisceaux formant un tétraèdre régulier, ce qui est en contradiction avec les propositions [2] et [3]. Nous étudierons ensuite le cas d'un piège où l'on alterne dans le temps trois paires d'ondes divergentes contre-propageantes pour une transition  $J \rightarrow J + 1$  avec  $J \geq 1$ . Cette étude nous permettra d'insister sur le rôle du pompage optique sur les sous niveaux Zeeman de l'état fondamental dans l'existence d'une force de rappel. Nous montrerons de plus que les travaux récents étudiant les mécanismes de refroidissement sub-Doppler dans les mélasses  $\sigma_+ - \sigma_-$  en présence d'un déséquilibre d'intensité [17] peuvent s'appliquer dans le cas d'un TROOP à faisceaux alternés. Ceci nous permettra de démontrer qu'il est possible d'atteindre des températures sub-Doppler dans un tel piège. Nous finirons l'étude théorique par une approche qualitative du piège à six ondes divergentes continues ainsi que par quelques résultats d'un calcul numérique pour une telle configuration.

Dans le deuxième chapitre, nous décrirons l'étude expérimentale du TROOP. Nous indiquerons les performances obtenues et montrerons que les propriétés observées confirment l'approche qualitative du chapitre précédent.

---

<sup>(1)</sup>Ce raisonnement s'applique aussi à une transition  $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ .

# Chapitre 1

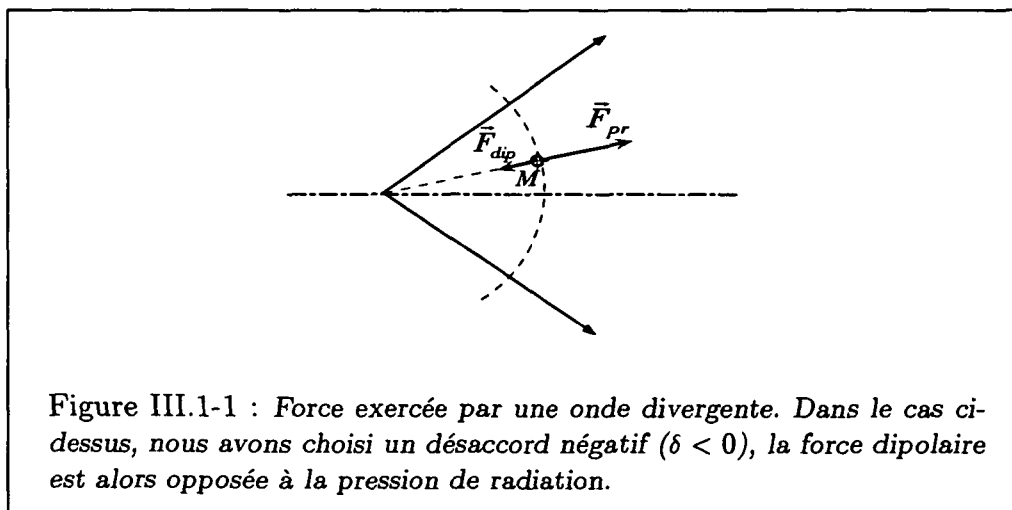
## Le TROOP : théorie

Dans cette partie, nous allons étudier la théorie de notre piège : le TROOP (*Trap Relying On Optical Pumping*). Nous vérifierons dans un premier temps que le théorème de Gauss appliqué à l'optique interdit le piégeage dans le cas d'un atome à deux niveaux. Nous décrirons ensuite en détail le cas d'un piège à faisceaux alternés pour une transition  $F = 1/2 \rightarrow F' = 3/2$ , puis généraliserons ce piège au cas d'une transition  $J \rightarrow J + 1$  ;  $J > 0$  grâce aux résultats d'un calcul numérique. Nous montrerons ainsi le TROOP à six faisceaux continus par un approche qualitative qui nous permettra de déduire certaines propriétés fondamentales. Nous présenterons enfin quelques résultats numériques qui permettront d'évaluer la constante de raideur d'un tel piège.

### 1.1 Etude d'un piège à faisceaux divergents : cas d'un atome à deux niveaux

#### 1.1.1 Force exercée par une onde divergente sur un atome à deux niveaux

Nous allons étudier les forces qui s'exercent sur un atome à deux niveaux plongé dans un champ électromagnétique créé par une onde divergente monochromatique.



Nous pouvons écrire l'expression du champ électrique pour une onde sphérique (onde laser divergente de waist nul) :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathcal{E}_0 a}{r} \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) e^{i(k_n \cdot \mathbf{r} - \omega_L t)} \quad (\text{III.1-1})$$

où  $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r})$  représente la polarisation de l'onde laser<sup>(1)</sup> et  $\mathcal{E}_0$  l'amplitude du champ électrique à une distance  $a$  du foyer de l'onde.  $\mathbf{r}$  représente le rayon vecteur entre l'atome et le foyer de l'onde sphérique et  $r = \|\mathbf{r}\|$  la distance à ce foyer. Nous pouvons alors en déduire les forces qui s'exercent sur l'atome (Partie I) :

- La pression de radiation s'écrira :

$$\mathcal{F}_{pr} = \frac{\hbar \mathbf{k}(\mathbf{r}) \Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} \quad (\text{III.1-2})$$

avec  $s(\mathbf{r})$  le paramètre de saturation au point  $M$  :

$$s(\mathbf{r}) = s_0 \frac{a^2}{r^2} \quad (\text{III.1-3})$$

où  $s_0$  représente le paramètre de saturation de l'onde à une distance  $a$  du foyer et est défini page 69 (eq. II.2-18).  $\mathbf{k}(\mathbf{r})$  représente le rayon vecteur local :

$$\mathbf{k}(\mathbf{r}) = \frac{2\pi \mathbf{r}}{\lambda r} \quad (\text{III.1-4})$$

- La force dipolaire s'écrit :

$$\mathcal{F}_{dip} = \hbar \delta \frac{\nabla s(\mathbf{r})}{1 + s(\mathbf{r})} = \hbar \delta \frac{\mathbf{r}}{r^2} \frac{s_0 r_0^2}{r^2 + s_0 r_0^2} \quad (\text{III.1-5})$$

on peut remarquer l'absence de composante radiale, puisque nous avons négligé le profil gaussien des faisceaux laser. Nous obtenons alors :

$$\frac{\|\mathcal{F}_{pr}\|}{\|\mathcal{F}_{dip}\|} = \frac{k \Gamma r}{2 \delta_L} \quad (\text{III.1-6})$$

Dans toute la suite de notre étude, nous considérons  $\delta \sim \Gamma$  et  $r \gg 1/k$ , la force dipolaire est donc négligeable devant la pression de radiation.

### 1.1.2 Etude du piégeage à une dimension

Nous allons maintenant étudier la force que subit un atome à deux niveaux soumis à un champ électromagnétique créé par deux ondes laser divergentes se propageant dans des directions opposées (fig. III.1-2).

<sup>(1)</sup>Les propriétés des ondes sphériques (Appendice III.A) nous permettent de déduire que la polarisation est invariante suivant un rayon donné.

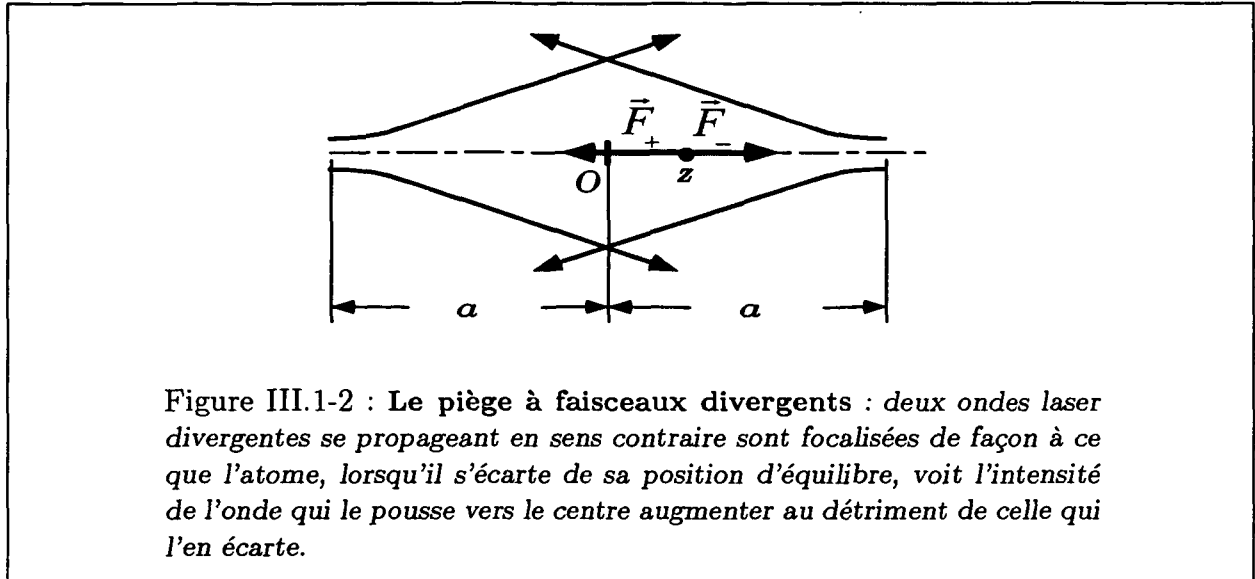


Figure III.1-2 : Le piège à faisceaux divergents : deux ondes laser divergentes se propageant en sens contraire sont focalisées de façon à ce que l'atome, lorsqu'il s'écarte de sa position d'équilibre, voit l'intensité de l'onde qui le pousse vers le centre augmenter au détriment de celle qui l'en écarte.

Nous pouvons écrire la pression de radiation exercée par l'onde venant de droite et celle exercée par l'onde venant de gauche sur l'atome en fonction de son écart au point d'équilibre  $O$  :

$$\mathcal{F}_d(z) = -\frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s(a-z)}{1+s(a-z)} \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-7})$$

$$\mathcal{F}_g(z) = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s(a+z)}{1+s(a+z)} \mathbf{u}_z$$

où  $a$  représente la distance du foyer de l'onde au point d'équilibre  $O$ . Nous prendrons les deux ondes de même intensité, le point d'équilibre est alors au milieu des deux foyers.

Supposons de plus  $s \ll 1$  et étudions la force au voisinage de l'origine ( $z \ll a$ ). Nous négligerons dans un premier temps les effets éventuels dûs aux interférences entre les deux ondes en ajoutant séparément les effets de chaque faisceau. Nous pouvons alors écrire la force vue par l'atome :

$$\mathcal{F} = -4F_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-8})$$

où

$$F_0 = \|\mathcal{F}_g(0)\| = \|\mathcal{F}_d(0)\| \quad (\text{III.1-9})$$

Nous constatons qu'il existe effectivement une force de rappel à une dimension.

**Remarques :**

(i) Pour un calcul plus rigoureux, il faut écrire :

$$E_{\text{tot}}(z) = \mathcal{E}_0 a \left( \frac{e^{ikz}}{z-a} + \frac{e^{-ikz}}{z+a} \right) + c.c. \quad (\text{III.1-10})$$

où  $\mathcal{E}_0$  est l'amplitude du champ électrique créé par une onde au point  $O$ . Il faudrait alors évaluer la réponse du dipôle atomique à cette excitation lumineuse

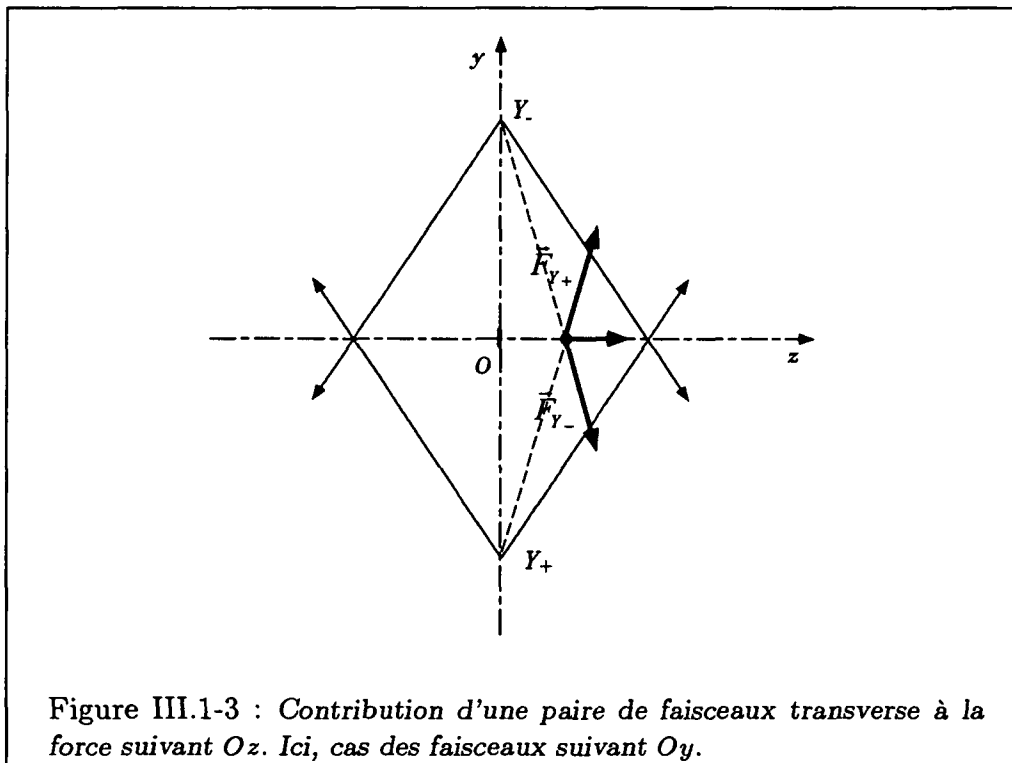
en tout point  $z$ . Après moyenne sur une longueur d'onde  $\lambda$ , on retrouve alors l'expression III.1-8

Nous pouvons appliquer un raisonnement similaire pour deux paires d'ondes, nous obtenons alors un piégeage à deux dimensions qui peut être utilisé par exemple pour focaliser un jet atomique.

### 1.1.3 Les dangers de la troisième dimension

En se plaçant dans les mêmes conditions que ci-dessus ( $z \ll a, s \ll 1$ ), nous allons maintenant ajouter la contribution des 4 faisceaux transverses à la force suivant l'axe  $Oz$ , afin de vérifier l'impossibilité de confinement tridimensionnel.

Considérons par exemple un atome légèrement écarté de sa position d'équilibre suivant  $Oz$  et une paire d'ondes laser divergentes focalisées suivant  $Oy$  (fig. III.1-3).



La contribution de chaque faisceau  $Y_+$  et  $Y_-$  s'écrit d'après (eq. III.1-2) :

$$\mathcal{F}_{y_+,y_-} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{s_0}{(a^2 + x^2)} \mathbf{u}_{y_+,y_-} \quad (\text{III.1-11})$$

avec

$$\mathbf{u}_{y_+} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} (z \mathbf{u}_z + a \mathbf{u}_y) \text{ et } \mathbf{u}_{y_-} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} (z \mathbf{u}_z - a \mathbf{u}_y) \quad (\text{III.1-12})$$

On constate donc que chaque paire de faisceaux transverse exerce une force expulsante qui vaut :

$$\mathcal{F} = 2 \frac{\hbar k \Gamma}{2} s_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-13})$$

soit

$$\mathcal{F} = 2F_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-14})$$

Si nous ajoutons la contribution des 2 paires de faisceaux transverses à la contribution de la paire de faisceaux se propageant suivant l'axe  $Oz$ , nous obtenons :

$$\mathcal{F} = \left( 2 \times \left( 2F_0 \frac{z}{a} \right) - 4F_0 \frac{z}{a} \right) \mathbf{u}_z = \mathbf{0} \quad (\text{III.1-15})$$

Il n'existe donc pas de force de rappel au premier ordre en  $z/a$  pour cette configuration. Cinq faisceaux contribuent à expulser les atomes et compensent exactement la force de rappel exercée par le dernier.

#### 1.1.4 Le cas d'un piège à quatre faisceaux

Là encore, nous allons étudier la force qui s'exerce sur un atome légèrement écarté de l'origine suivant l'axe  $Oz$  (fig. III.1-4). L'atome voit une force dirigée vers le bas exercée par le faisceau focalisé en  $A$  et qui vaut dans le cas  $z \ll a$  et  $s \ll 1$  :

$$\mathcal{F} = -F_0 \left( 1 + 2 \frac{z}{a} \right) \quad (\text{III.1-16})$$

La force exercée par les autres faisceaux est plus délicate à calculer. Pour ce faire, nous allons introduire le paramètre  $b$  qui représente la distance du centre du piège  $O$  à la base de la pyramide  $B, C$  et  $D$  (fig. III.1-5).

Nous en déduisons alors la force due aux trois faisceaux issus de  $B, C$  et  $D$  :

$$\mathcal{F} = 3F_0 \left( \frac{b+z}{a} - 3 \frac{b^2 z}{a^3} \right) \quad (\text{III.1-17})$$

La force totale est alors :

$$\mathcal{F} = F_0 \left( \frac{b}{a} - 1 + \frac{z}{a} - 9 \frac{b^2}{a^3} z \right) \quad (\text{III.1-18})$$

La partie qui nous intéresse est celle qui dépend de la position. Nous prendrons donc  $b = a/3$ , ce qui correspond à un tétraèdre régulier. Le point d'équilibre se trouve alors au barycentre du tétraèdre  $ABCD$ . On vérifie encore que la force est nulle au premier ordre.

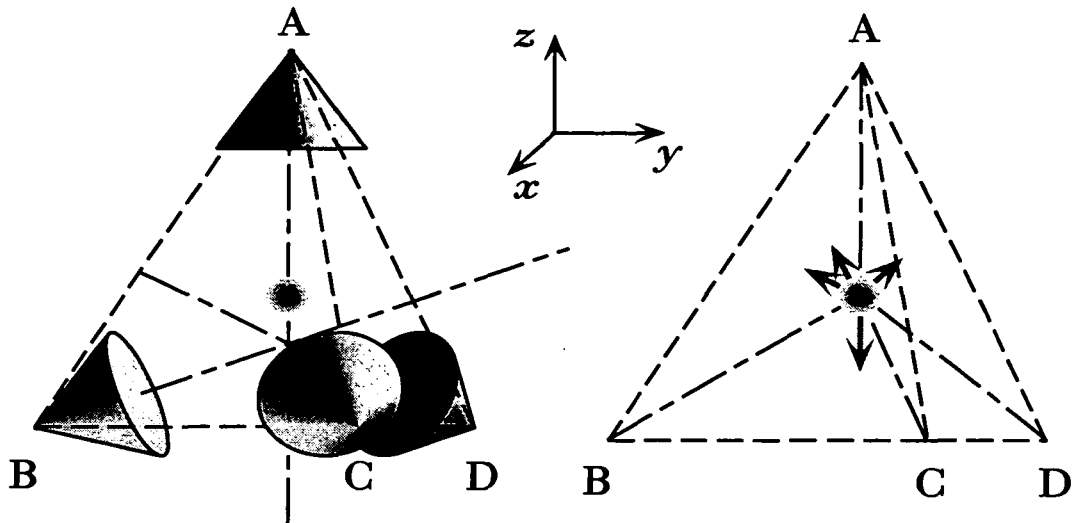


Figure III.1-4 : Le cas du piège divergent à quatre faisceaux : 4 faisceaux focalisés à une distance  $a$  du centre du piège, les quatre points focaux formant une pyramide régulière.

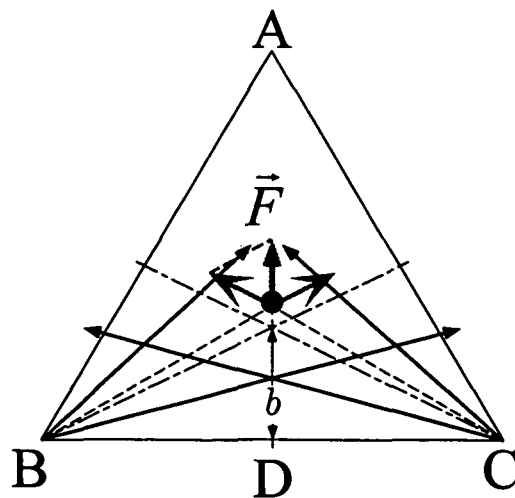


Figure III.1-5 : Contribution des faisceaux issus des sommets  $B, C$  et  $D$  de la pyramide à la force suivant l'axe  $Oz$ .

### 1.1.5 Conclusion

Dans toute cette étude, nous avons supposé que tous les faisceaux avaient la même intensité. Il est en fait aisé de constater que si un déséquilibre d'intensité favorise la force de rappel suivant un axe, il favorisera la force expulsante suivant les autres. Ceci est en fait une conséquence directe du théorème de Gauss appliqué à l'optique qui statue qu'il est impossible, à faible saturation, de piéger une particule de polarisabilité scalaire avec seulement la pression de radiation.

#### Remarques :

Nous pouvons vérifier cette propriété dans le cas d'un piège à six faisceaux divergents. Si on augmente l'intensité de la paire de faisceaux qui se propagent suivant l'axe  $Oz$  telle que la force exercée par une onde au centre soit  $F_0(1 + \epsilon)$  au lieu de  $F_0$ , la force totale sur cet axe sera :

$$\mathcal{F} = -4F_0\epsilon\frac{z}{a} \quad (\text{III.1-19})$$

On a donc effectivement obtenu une force de rappel. Néanmoins, un atome déplacé de  $\xi$  suivant une direction transverse verra une force :

$$\mathcal{F} = 2F_0\epsilon\frac{\xi}{a} \quad (\text{III.1-20})$$

Le théorème de Gauss est encore vérifié. On a toujours  $F_x + F_y + F_z = 0$ .

## 1.2 Cas d'un piège à faisceaux alternés

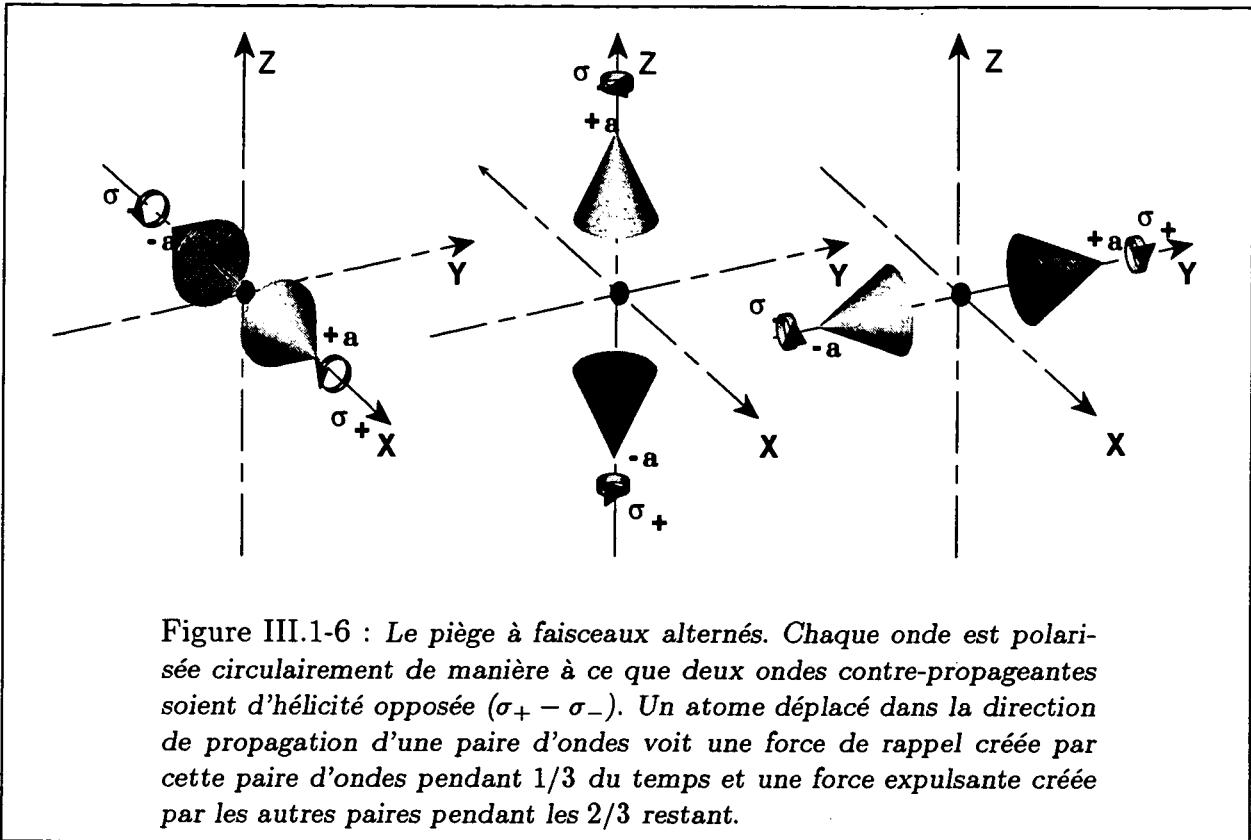
Dans cette section, nous allons décrire un piège à 6 faisceaux divergents alternés deux à deux dans le temps. Après avoir constaté que pour une particule de polarisabilité scalaire (une transition  $0 \rightarrow 1$  par exemple), le théorème de Gauss Optique est encore applicable, nous montrerons le rôle du pompage optique dans le cas d'atomes présentant plusieurs sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental. Nous montrerons ainsi qu'il est possible d'obtenir un confinement stable avec un tel dispositif.

Nous considérons maintenant une configuration où chaque faisceau est polarisé circulairement, deux faisceaux contre-propageants ayant des polarisations orthogonales. Pour chaque paire de faisceaux, nous pouvons choisir comme axe de quantification  $\mathcal{Q}$  la direction de propagation. Ce faisceau sera dit polarisé circulairement si son champ électrique décrit une hélice autour de  $\mathcal{Q}$  lors de sa propagation. On l'appellera alors faisceau d'hélicité positive ( $\sigma_+$ ) (*resp. négative*  $\sigma_-$ ) si cette hélice est décrite dans le sens des aiguilles d'une montre (*resp. dans le sens trigonométrique*). Nous pouvons alors définir une base  $\{\mathbf{e}_+, \mathbf{e}_-, \mathbf{e}_0\}$  où  $\mathbf{e}_+$  (*resp*  $\mathbf{e}_-$ ) est un vecteur complexe décrivant la polarisation  $\sigma_+$  (*resp.*  $\sigma_-$ ) (fig. III.1-7).

### 1.2.1 Le cas d'une transition $0 \rightarrow 1$

Nous connaissons la force de rappel vue par un atome excentré suivant  $Oz$  lorsqu'il n'est soumis qu'aux faisceaux se propageant dans cette direction (eq. III.1-8), ainsi





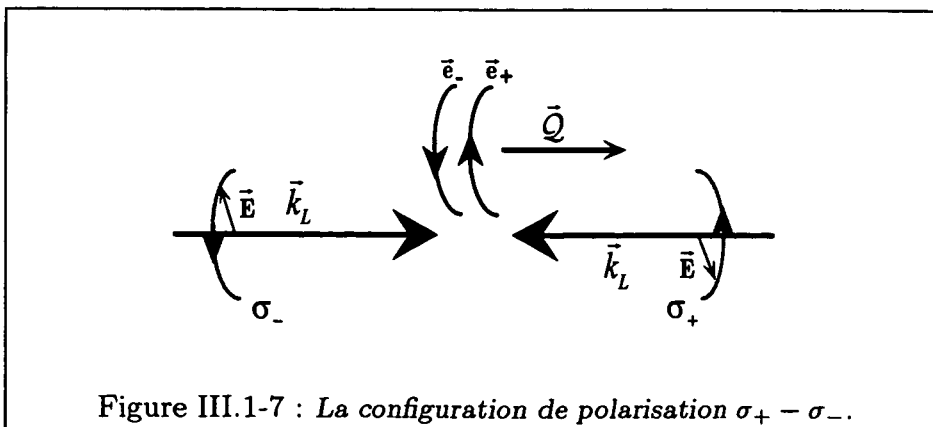
que la force expulsante exercée par les deux autres paires de faisceaux (fig. III.1-13). Nous obtenons alors :

$$\mathbf{F}_z = -\frac{1}{2}\mathbf{F}_x = -\frac{1}{2}\mathbf{F}_y \quad (\text{III.1-21})$$

En une période de piégeage, l'atome voit donc une force totale :

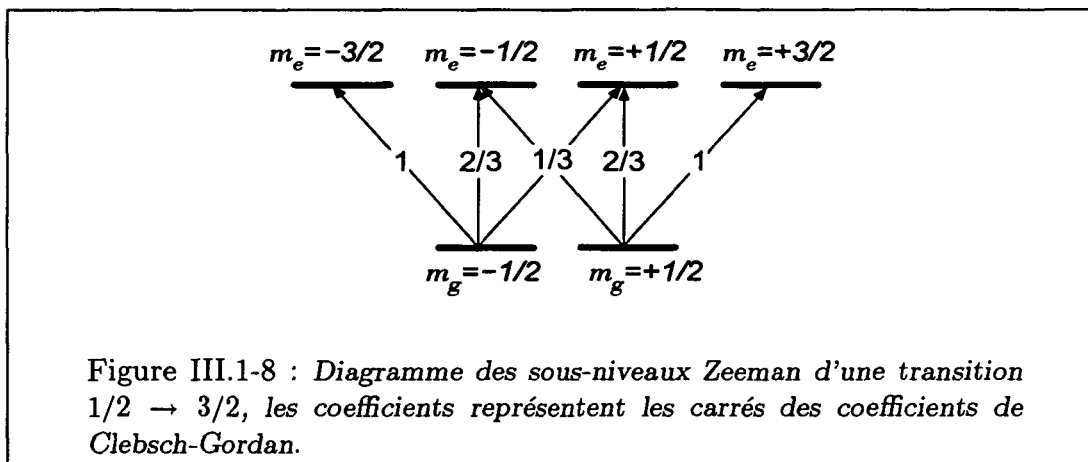
$$\mathbf{F} = \frac{1}{3}\mathbf{F}_x + \frac{1}{3}\mathbf{F}_y + \frac{1}{3}\mathbf{F}_z = \mathbf{0} \quad (\text{III.1-22})$$

Le fait d'alternier les faisceaux ne permet en rien de contourner le théorème de Gauss Optique dans le cas d'une particule de polarisabilité scalaire. Nous allons donc considérer un atome possédant une structure interne plus complexe, et en particulier plusieurs sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental.



### 1.2.2 Etude du piégeage sur une transition $1/2 \rightarrow 3/2$

Nous venons de voir que le piégeage d'une particule sur une transition  $J = 0 \rightarrow J = 1$  est impossible. Il faut donc un autre phénomène qui va amplifier l'action du faisceau qui exerce la force de rappel au détriment des autres. Nous allons donc considérer un atome ayant deux sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental et quatre dans l'état excité (fig. III.1-8), qui constitue l'exemple le plus simple à traiter.



Nous verrons que pendant la phase piégeante, le spin atomique s'oriente par pompage optique de manière à amplifier l'action du faisceau exerçant une force de rappel : le déséquilibre des intensités  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  en un point écarté de l'origine provoque un pompage optique vers un sous niveau Zeeman préférentiel. La différence entre les coefficients de Clebsch-Gordan pour les ondes  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  favorise alors l'action de la force de rappel. De plus, pendant la phase expulsante, la force sera diminuée par rapport à celle calculée auparavant, il reste donc une force de rappel après un cycle d'alternance des faisceaux.

Pour calculer la force qui s'exerce sur un atome, il faut déterminer la solution stationnaire des équations de Bloch optiques pour le système atome-champ laser. Nous rappellerons dans un premier temps ces équations dans le cas général pour une particule à vitesse nulle.

Nous étudierons ensuite la force qui s'exerce sur un atome excentré suivant un des axes (nous prendrons  $Oz$ ) d'une très petite distance ( $z \ll a$ ). L'atome voit alors deux configurations de paire de faisceaux contre-propageants différentes (fig. III.1-9). Dans un cas (a), l'atome s'est déplacé dans un plan perpendiculaire au vecteur d'onde moyen  $\mathbf{k}_M$  des faisceaux, dans l'autre cas (b), il s'est déplacé suivant la direction de propagation des faisceaux.

#### Equations de Bloch optiques

D'une manière générale, pour un axe de quantification  $\mathcal{Q}$  choisi, nous pouvons décomposer le champ électrique produit par  $n$  ondes lumineuses sur la base de pola-

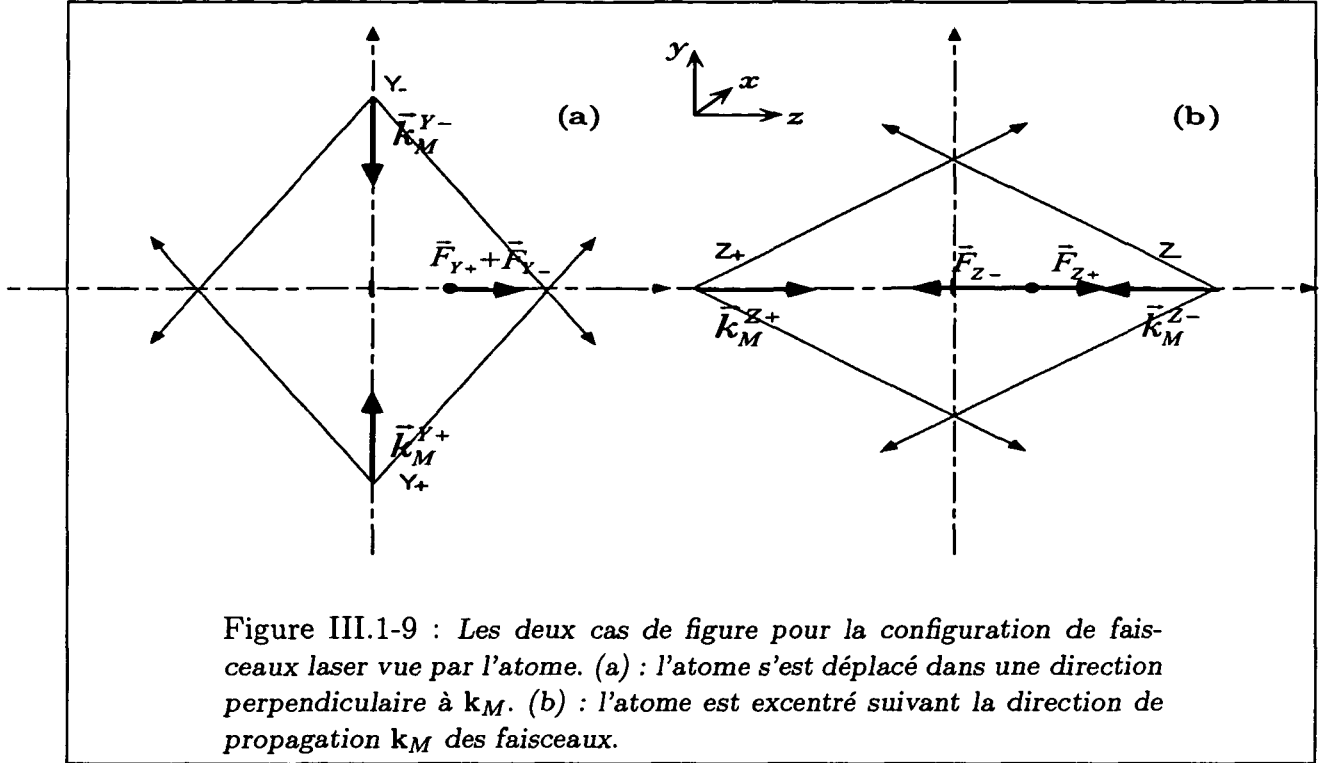


Figure III.1-9 : Les deux cas de figure pour la configuration de faisceaux laser vue par l'atome. (a) : l'atome s'est déplacé dans une direction perpendiculaire à  $\mathbf{k}_M$ . (b) : l'atome est excentré suivant la direction de propagation  $\mathbf{k}_M$  des faisceaux.

risation ( $\mathbf{e}_-, \mathbf{e}_+, \mathbf{e}_0$ ). Dans la suite  $\mathbf{e}_{-1}$  représente  $\mathbf{e}_-$  et  $\mathbf{e}_{+1}$  représente  $\mathbf{e}_+$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0 \left( \sum_{q=-1,0,+1} \mathbf{e}_q \sum_{i=1}^n \alpha_i^q(\mathbf{r}) e^{i(\phi_i^q(\mathbf{r}) - \omega t)} \right) + c.c. \quad (\text{III.1-23})$$

où  $\mathcal{E}_0 \alpha_i^q(\mathbf{r})$  représente l'amplitude du champ polarisé suivant  $\mathbf{e}_q$  créé par l'onde  $i$  et  $\phi_i^q(\mathbf{r})$  la phase de l'onde  $i$  au point  $\mathbf{r}$ . Le hamiltonien total du système atome-laser s'écrit :

$$H = H_0 + V_{AL} \quad (\text{III.1-24})$$

où  $H_0$  représente le hamiltonien atomique :

$$H_0 = \hbar \omega_0 \sum_{m_e = -J_e, J_e} |e, m_e\rangle \langle e, m_e| \quad (\text{III.1-25})$$

$V_{AL}$  représente le couplage atome-laser. En introduisant les coefficients de Clebsch-Gordan  $C_{m_g}^q = \langle g, m_g | \frac{D^{(+)}}{d} | e, m_e = m_g + q \rangle$ , nous obtenons :

$$V_{AL} = -\hbar \frac{\Omega_0}{2} \sum_{q=-1,0,+1} \sum_{i=1,n} \sum_{m_g = -J_g, J_g} \left( C_{m_g}^q \alpha_i^q(\mathbf{r}) e^{i(\phi_i^q(\mathbf{r}) - \omega t)} |e, m_g + q\rangle \langle g, m_g| \right) + c.c. \quad (\text{III.1-26})$$

En appliquant le théorème d'Ehrenfest (eq. I-17) et connaissant la valeur moyenne du dipole atomique (eq. I-34), nous pouvons déduire l'expression de la force  $\mathbf{F}$  :

$$\mathbf{F} = \hbar \frac{\Omega_0}{2} \sum_{q=-1,0,+1} \sum_{i=1,n} \sum_{m_g = -J_g, J_g} \left( C_{m_g}^q \tilde{\rho}_{g, m_g; e, m_g + q} \nabla (\alpha_i^q(\mathbf{r}) e^{i\phi_i^q(\mathbf{r})}) \right) + c.c. \quad (\text{III.1-27})$$

où  $\tilde{\rho}_{ge}$  n'est autre que la partie non oscillante de l'élément de la matrice densité couplant les niveaux  $e$  et  $g$  ( $\rho_{ge} = \tilde{\rho}_{ge}e^{-i\omega t}$ ). Nous voulons résoudre les équations de Bloch optiques afin de trouver l'état stationnaire de la matrice densité. Nous étudierons en fait  $\tilde{\rho}$  qui représente la matrice densité dans laquelle les éléments représentant les cohérences optiques  $\rho_{eg}$  et  $\rho_{ge}$  sont remplacés par leur partie non oscillante.

$$i\hbar \frac{d\tilde{\rho}}{dt} = [H_0 + V_{AL}, \tilde{\rho}] + i\hbar \frac{d\tilde{\rho}}{dt} \Big|_{sp} \quad (\text{III.1-28})$$

Ces équations de Bloch sont pour un atome à vitesse nulle :

$$\dot{\tilde{\rho}}_{e,m_e:g,m_g} = -i \left\{ \sum_{q=-1,0,1} C_{m_e-q}^q \frac{\Omega_q^{(+)}}{2} \tilde{\rho}_{g,m_e-q:g,m_g} - \delta \tilde{\rho}_{e,m_e:g,m_g} - \sum_{q=-1,0,1} C_{m_g}^q \frac{\Omega_q^{(+)}}{2} \tilde{\rho}_{e,m_e:e,m_g+q} \right\} - \frac{\Gamma}{2} \tilde{\rho}_{e,m_e:g,m_g} \quad (\text{III.1-29})$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{e,m_e:e,m'_e} = -i \left\{ \sum_{q=-1,0,1} C_{m_e-q}^q \frac{\Omega_q^{(+)}}{2} \tilde{\rho}_{g,m_e-q:e,m'_e} - \sum_{q=-1,0,1} C_{m'_e-q}^q \frac{\Omega_q^{(-)}}{2} \tilde{\rho}_{e,m_e:g,m'_e-q} \right\} - \Gamma \tilde{\rho}_{e,m_e:e,m'_e} \quad (\text{III.1-30})$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{g,m_g:g,m'_g} = -i \left\{ \sum_{q=-1,0,1} C_{m_g}^q \frac{\Omega_q^{(-)}}{2} \tilde{\rho}_{e,m_g+q:g,m'_g} - \sum_{q=-1,0,1} C_{m'_g}^q \frac{\Omega_q^{(+)}}{2} \tilde{\rho}_{g,m_g:e,m'_g+q} \right\} + \sum_{q=-1,0,1} \Gamma C_{m_g}^q C_{m'_g}^q \tilde{\rho}_{e,m_g+q:e,m'_g+q} \quad (\text{III.1-31})$$

où  $\Omega_q^{(+)}$  représente le produit du moment dipolaire réduit de la transition  $d$  ( $\mathbf{D} = d\mathbf{\Delta}$ ) par la partie positive de champ électrique de polarisation suivant  $\mathbf{e}_q$ , et  $\Omega_q^{(-)}$  son conjugué :

$$\Omega_q^{(+)} = \left( \Omega_q^{(-)} \right)^* = \frac{d \cdot \mathcal{E}_0 \sum_{i=1,n} \alpha_i^q(\mathbf{r}) e^{i\phi_i^q(\mathbf{r})}}{2} = \Omega_0 \sum_{i=1,n} \alpha_i^q(\mathbf{r}) e^{i\phi_i^q(\mathbf{r})} \quad (\text{III.1-32})$$

Nous allons maintenant résoudre ces équations de Bloch optiques dans le cas de notre piège.

### (a) Cas où l'atome est dans le plan transverse à l'axe des faisceaux

C'est le cas le plus simple à traiter si nous considérons la force uniquement au premier ordre en position ( $z \ll a$ ). Pour calculer celle-ci, nous prendrons l'axe de quantification  $\mathcal{Q}$  suivant  $Oy$ , en supposant que le faisceau arrivant du haut est polarisé  $\sigma_+$  alors que celui du bas est polarisé  $\sigma_-$  (fig. III.1-9). A cause de la projection sur l'axe  $Oz$ , la force est déjà d'ordre égal ou supérieur à 1, nous allons négliger les variations de polarisation induites par le petit écart de la particule au centre du piège. Nous pouvons alors écrire le champ laser :

$$\mathbf{E} = \mathcal{E}_0 \cdot a \left( \mathbf{e}_+ \frac{e^{i(k_+r_+ - \omega t)}}{r_+} + \mathbf{e}_- \frac{e^{i(k_-r_- - \omega t)}}{r_-} \right) + c.c. \quad (\text{III.1-33})$$

où

$$\mathbf{r}_{\pm} = x\mathbf{u}_x \pm a\mathbf{u}_z \text{ et } r_{\pm} = \|\mathbf{r}_{\pm}\| \quad (\text{III.1-34})$$

et  $\mathcal{E}_0$  le champ électrique créé par une onde au centre du piège. Nous remarquons que :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_+ &= \mathbf{r}_- \\ k_+ &= k_- = k = \frac{2\pi}{\lambda} \end{aligned} \quad (\text{III.1-35})$$

L'expression de la projection du gradient du champ électrique suivant  $Oz$  est :

$$\mathbf{u}_z \cdot \nabla \left( \frac{e^{ik_- r}}{r} \right) = \mathbf{u}_z \cdot \nabla \left( \frac{e^{ik_+ r}}{r} \right) = \underbrace{ik \frac{z}{a^2} e^{ikr}}_{\text{Gradient de phase}} - \underbrace{\frac{z}{a^3} e^{ikr}}_{\text{Gradient d'amplitude}} \quad (\text{III.1-36})$$

Nous sommes dans des conditions où  $a \gg \lambda$ , la partie gradient d'amplitude responsable de la force dipolaire est négligeable (p.144). Dans la suite du calcul, nous nous intéressons seulement à la partie dérivant de la phase du champ électrique, car c'est elle qui est responsable de la pression de radiation. Nous pouvons écrire l'état stationnaire des cohérences optiques  $\tilde{\rho}_{ge}$  (eq. III.1-29) :

$$\tilde{\rho}_{g,m_g;e,m_g \pm 1} = \frac{i\Omega_0 a}{2(i\delta - \Gamma/2)} \frac{e^{ik \cdot r}}{r} \left( C_{m_g}^{\mp 1} \Pi_{g,m_g} - C_{m_g}^{\pm 1} \Pi_{e,m_g \pm 1} \right) \quad (\text{III.1-37})$$

Nous allons calculer cette force dans le cas des faibles saturations, c'est à dire supposer que les atomes ont une très faible probabilité de se trouver dans l'état excité ( $\Pi_e \ll \Pi_g$ ). Nous pouvons donc négliger  $\Pi_{e,m_g \pm 1}$  dans (eq. III.1-37) et ainsi réécrire l'expression de la pression de radiation à partir de (eq. III.1-27) et (eq. III.1-36) :

$$\mathbf{F} = \hbar k \Gamma \frac{z}{a} \frac{s_0}{2} \left( \Pi_{g,-1/2} \left( 1 + \frac{1}{3} \right) + \Pi_{g,1/2} \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \right) \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-38})$$

Dans le cas présent, la solution stationnaire de l'équation d'évolution des populations dans l'état fondamental (eq. III.1-31) permet d'écrire :

$$\frac{s_0}{2} \Pi_{g,m_g} \left( 1 + \frac{1}{3} \right) = \left( (C_{m_g}^{+1})^2 \Pi_{e,m_g+1} + (C_{m_g}^0)^2 \Pi_{e,m_g} + (C_{m_g}^{-1})^2 \Pi_{e,m_g-1} \right) \quad (\text{III.1-39})$$

De même, la solution stationnaire de l'équation d'évolution des populations dans l'état excité permet d'écrire :

$$(C_{m_g}^{\pm 1})^2 \frac{s_0}{2} \Pi_{g,m_g} = \Pi_{e,m_g \pm 1} \quad (\text{III.1-40})$$

Nous obtenons alors  $\Pi_{g,-1/2} = \Pi_{g,+1/2} = 1/2$ .

Nous pouvons alors écrire l'expression de la force subie par l'atome :

$$\mathbf{F} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} s_0 \frac{4z}{3a} \mathbf{u}_z = F_0 \frac{4z}{3a} \mathbf{u}_z = \mu_{\text{exp}} \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-41})$$

où  $\mu_{\text{exp}} = 4/3$ .

Pour un atome à deux niveaux, nous avons  $\mathbf{F} = 2\mathcal{F}_0 z/a$ , la force sur un atome de structure interne plus complexe est donc plus faible, cette réduction étant simplement due aux coefficients de Clebsch-Gordan.

## (b) Cas où l'atome s'est déplacé dans la direction des faisceaux

Le calcul est un peu plus compliqué dans ce cas, l'atome se trouvant dans un champ lumineux présentant un déséquilibre entre les intensités  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . L'expression de la fréquence de Rabi pour chaque polarisation (eq. III.1-32) s'écrit maintenant :

$$\Omega_{\pm 1}^{(+)} = \Omega_0 \frac{a \cdot e^{ik(a \pm z)}}{a \pm z} \simeq \Omega_0 \left( 1 \mp \frac{z}{a} \right) e^{ik(a \pm z)} \quad (\text{III.1-42})$$

Si on ne tient pas compte du gradient d'amplitude du champ responsable de la force dipolaire, (eq. III.1-36) devient :

$$\mathbf{u}_z \cdot \nabla \left( \frac{e^{ik(a \pm z)}}{a \pm z} \right) \simeq \pm ik \frac{e^{ik(a \pm z)}}{a} \left( 1 \mp \frac{z}{a} \right) \quad (\text{III.1-43})$$

La force qui s'exerce sur l'atome s'exprime à partir de (eq. III.1-27) :

$$\mathbf{F} = ik\hbar \frac{\Omega_0}{2} \sum_{m_g = -1/2, 1/2} \left( C_{m_g}^{-1} \tilde{\rho}_{g, m_g; e, m_g - 1} e^{ik(a+z)} \left( 1 - \frac{z}{a} \right) - C_{m_g}^{+1} \tilde{\rho}_{g, m_g; e, m_g + 1} e^{ik(a-z)} \left( 1 + \frac{z}{a} \right) \right) + c.c. \quad (\text{III.1-44})$$

De la même manière que (eq. III.1-37), nous pouvons réécrire l'expression de la force en fonction des populations dans l'état fondamental :

$$\mathbf{F} = F_0 \left( \left( 1 - 2\frac{z}{a} \right) (\Pi_{g, -1/2} + \frac{1}{3} \Pi_{g, 1/2}) - \left( 1 + 2\frac{z}{a} \right) (\Pi_{g, 1/2} + \frac{1}{3} \Pi_{g, -1/2}) \right) \quad (\text{III.1-45})$$

L'état stationnaire de l'équation d'évolution des populations dans l'état fondamental s'écrit :

$$\left( (C_{\pm 1/2}^{+1})^2 \Pi_{e, 1 \pm 1/2} + (C_{\pm 1/2}^0)^2 \Pi_{e, \pm 1/2} + (C_{\pm 1/2}^{-1})^2 \Pi_{e, \pm 1/2 - 1} \right) = \frac{s_0}{2} \Pi_{g, \pm 1/2} \left( \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \mp 2\frac{z}{a} \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \right) \quad (\text{III.1-46})$$

et l'état stationnaire de l'équation d'évolution des populations dans l'état excité devient :

$$(C_{m_g}^{\pm 1})^2 \frac{s_0}{2} \Pi_{g, m_g} = \Pi_{e, m_g \pm 1} \quad (\text{III.1-47})$$

Finalement, les populations dans l'état fondamental sont :

$$\Pi_{g, -1/2} = 1 - \Pi_{g, +1/2} = \frac{1}{2} - \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-48})$$

et la force s'exerçant sur l'atome au repos s'écrit d'après (eq. III.1-45) :

$$\mathbf{F}_a = -4\mathcal{F}_0 \frac{z}{a} = -\mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-49})$$

avec  $\mu_{\text{rap}} = 4$ .

Nous constatons qu'à la différence du cas (a), le coefficient de la force de rappel n'est pas diminué. En fait, il peut même être augmenté si on considère des transitions  $J \rightarrow J + 1$  avec des moments cinétiques plus élevés, comme nous allons le constater par la suite. L'existence de coefficients de Clebsch-Gordan ne suffit pas à expliquer cette augmentation de la force de rappel, puisque nous avons vu précédemment qu'elle entraînait plutôt une diminution de celle-ci. En examinant de plus près la valeur des populations des sous-niveaux de l'état fondamental, on constate un déséquilibre qui dépend de la position, donc de l'état de polarisation de la lumière. Ce déséquilibre est en fait du pompage optique vers un sous niveau Zeeman préférentiel où, grâce au coefficients de Clebsch-Gordan, l'effet de l'onde de rappel devient plus importante que l'onde expulsante. Par exemple, lorsque l'atome est déplacé vers les  $z$  positifs, le couplage entre l'atome et l'onde  $Z_-$  est beaucoup plus fort que celui entre l'atome et l'onde  $Z_+$ .

### Force moyenne vu par l'atome après un cycle d'alternance des faisceaux

Nous pouvons aussi appliquer le raisonnement précédent à un atome déplacé suivant les direction  $Ox$  et  $Oy$  et obtenir les mêmes résultats.

Nous pouvons donc écrire la force totale vue par l'atome comme la moyenne des forces exercées par chaque paire d'ondes :

$$\mathbf{F}_{tot} = \frac{1}{3}\mathcal{F}_0 \left(-4 + 2\frac{4}{3}\right) \left(\frac{x}{a}\mathbf{u}_x + \frac{y}{a}\mathbf{u}_y + \frac{z}{a}\mathbf{u}_z\right) = -\frac{4}{9}\mathcal{F}_0 \left(\frac{x}{a}\mathbf{u}_x + \frac{y}{a}\mathbf{u}_y + \frac{z}{a}\mathbf{u}_z\right) \quad (\text{III.1-50})$$

Par cet exemple, nous vérifions que l'effet du pompage optique combiné avec les coefficients de Clebsch-Gordan permet de contourner le théorème de Gauss optique.

Définissons le coefficient  $\mu$  tel que :

$$\mathbf{F}_{tot} = -\mu\mathcal{F}_0 \left(\frac{x}{a}\mathbf{u}_x + \frac{y}{a}\mathbf{u}_y + \frac{z}{a}\mathbf{u}_z\right) \quad (\text{III.1-51})$$

soit

$$\mu = \frac{1}{3}(\mu_{rap} - 2\mu_{exp}) \quad (\text{III.1-52})$$

Nous pouvons alors exprimer la constante de raideur de notre piège :

$$\mathcal{K} = \mu\frac{\mathcal{F}_0}{a} \quad (\text{III.1-53})$$

### Sensibilité à l'équilibre des intensités entre paires d'ondes

Le fait de travailler avec des ondes divergentes rend un tel piège plus sensible à l'équilibrage des intensités entre les trois paires d'ondes contre-propageantes. En effet, si un déséquilibre favorise la force de rappel suivant l'axe d'une paire d'ondes, elle favorisera aussi la composante transverse de cette même paire d'ondes. Or, cette composante crée une force expulsante qui peut être égale voire plus importante que la force de rappel suivant les autres directions. Nous pouvons évaluer cette sensibilité. Pour cela, nous allons supposer que l'intensité de chaque onde de la paire d'ondes suivant  $Oz$  est fixée à  $I_0$  et que les ondes des bras  $Ox$  (*resp.*  $Oy$ ) ont une intensité légèrement différente  $I_0(1 + \zeta_x)$  (*resp.*  $I_0(1 + \zeta_y)$ ).

• **Force suivant  $Oz$**

La force expulsante créée par les deux paires d'ondes transverses devient :

$$\mathbf{F}_{(a)} = \mu_{\text{exp}} \mathcal{F}_0 (2 + \zeta_x + \zeta_y) \frac{z}{a} \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-54})$$

La force exercée par la paire d'ondes suivant  $Oz$  reste inchangée

$$\mathbf{F}_{(b)} = -\mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-55})$$

L'atome voit donc une force moyenne :

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \left( -\mu + \frac{\mu_{\text{exp}}}{3} (\zeta_x + \zeta_y) \right) \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-56})$$

Dans le cas de la transition  $1/2 \rightarrow 3/2$ , nous obtenons :

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = -\frac{4}{9} (1 - (\zeta_x + \zeta_y)) \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \mathbf{u}_z \quad (\text{III.1-57})$$

cette force rappellera l'atome vers le centre si  $\zeta_x + \zeta_y \leq 1$  (fig. III.1-10).

• **Force suivant la direction  $Ox$**

La force expulsante créée par les paires d'ondes suivant  $Oy$  et  $Oz$  s'écrit maintenant :

$$\mathbf{F}_{(b)} = \mu_{\text{exp}} \mathcal{F}_0 (2 + \zeta_y) \frac{x}{a} \mathbf{u}_x \quad (\text{III.1-58})$$

Pour évaluer la force de rappel créée par la paire d'ondes suivant  $Ox$ , nous pouvons remarquer que l'état stationnaire des populations dans l'état fondamental (eq. III.1-48) ne dépend pas de l'intensité globale des faisceaux, mais de la différence entre les intensités  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . Nous pouvons donc simplement écrire :

$$\mathbf{F}_{(a)} = -\mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0 (1 + \zeta_x) \frac{x}{a} \mathbf{u}_x \quad (\text{III.1-59})$$

et l'atome voit une force moyenne :

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \left( -\mu + \frac{\mu_{\text{exp}}}{3} \zeta_y - \frac{\mu_{\text{rap}}}{3} \zeta_x \right) \mathcal{F}_0 \frac{x}{a} \mathbf{u}_x \quad (\text{III.1-60})$$

Dans le cas de la transition  $1/2 \rightarrow 3/2$ , nous obtenons :

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \frac{4}{9} (-1 + \zeta_y - 3\zeta_x) \mathcal{F}_0 \frac{x}{a} \mathbf{u}_x \quad (\text{III.1-61})$$

qui est une force de rappel pour  $\zeta_y - 3\zeta_x \leq 1$ . De même, on obtiendrait suivant l'autre direction  $\zeta_x - 3\zeta_y \leq 1$ .



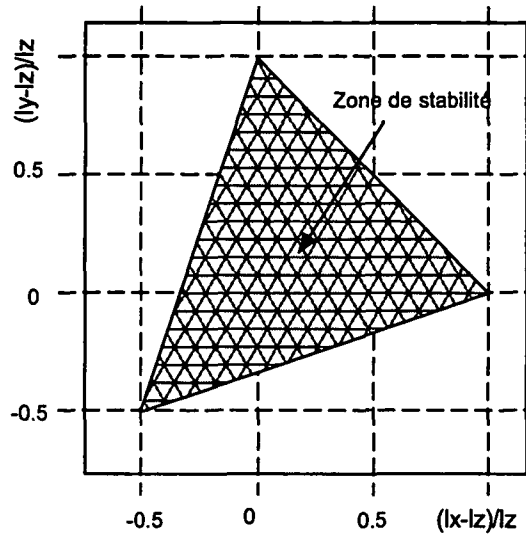


Figure III.1-10 : Etude de la zone de stabilité du piège en fonction des intensités des trois paires d'ondes :  $I_x = I_0(1 + \zeta_x)$ ,  $I_y = I_0(1 + \zeta_y)$ ,  $I_z = I_0$ .

### Condition sur la période d'alternance des faisceaux

Dans tout ce calcul, nous avons supposé que l'atome avait le temps d'atteindre l'état stationnaire. Nous obtenons ainsi une condition sur la période d'alternance des faisceaux :

$$T \geq \frac{1}{\Gamma'} \quad (\text{III.1-62})$$

où  $\Gamma'$  représente le temps typique de pompage optique :

$$\Gamma' \sim \Gamma s_0 \quad (\text{III.1-63})$$

**A.N.:**

Evaluons ce temps pour le césium ( $6S_{1/2}F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 5$ ;  $\Gamma = 2\pi \times 5.3$  MHz) pour un paramètre de saturation  $s_0 = 0.05$ . Remarquons de plus que  $1/\Gamma'$  représente la durée d'un cycle de fluorescence. Le césium présentant neuf sous-niveaux dans l'état fondamental, il faudra au moins une dizaine de cycles de fluorescence pour atteindre l'état stationnaire. Nous écrirons donc  $T_{\min} \sim 10/\Gamma'$  ( $\tau_{\min} \sim J_g/\Gamma'$  pour une transition  $J_g \rightarrow J_g + 1$ ) soit :

$$T_{\text{Cs}}|_{\min} \simeq 12\mu\text{s}, \quad (\text{III.1-64})$$

### 1.2.3 Etude du piégeage sur une transition atomique $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$

Nous allons maintenant généraliser les résultats obtenus sur une transition  $1/2 \rightarrow 3/2$ , ceci à l'aide d'une résolution numérique des équations de Bloch optiques donnant

l'état interne d'un atome à vitesse nulle dans un champ lumineux tridimensionnel (Appendice III.B).

Nous allons étudier le paramètre  $\mu$  tel que :

$$F = -\mu \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-65})$$

Nous constatons (fig. III.1-12) que  $\mu$  croît linéairement avec  $J_g$  et suit la relation :

$$\mu(J_g = 0) = 0, \quad \mu(J_g > 0) \simeq 0.67 \times J_g + 0.11 \quad (\text{III.1-66})$$

Cette croissance est essentiellement causée par la croissance du déséquilibre entre les coefficients de Clebsch-Gordan  $C_+$  lié à la lumière  $\sigma_+$  et  $C_-$  lié à la lumière  $\sigma_-$  (par exemple, pour  $F = 1/2$ ,  $m_g = 1/2$ ,  $C_+/C_- = 3$  et pour  $F = 4$ ,  $m_g = 4$ ,  $C_+/C_- = 45$ ). De tels effets ont d'ailleurs aussi été observés dans les modèles unidimensionnels semi-classiques du refroidissement  $\sigma_+ - \sigma_-$  [18].

On peut constater (fig. III.1-13) que cette augmentation s'accompagne d'une diminution de la plage de linéarité de la force de rappel.

Pour évaluer la plage de linéarité de la force, on peut remarquer sur la figure III.1-13 que pour  $z/a$  suffisamment grand, la force ne dépend pas de  $J_g$ . Pour ces valeurs, le faisceau se propageant suivant l'axe  $Oz$  qui expulse l'atome a une intensité beaucoup plus faible que le faisceau exerçant la force de rappel, l'atome est donc pompé vers un sous niveau extrême ( $m_g = \pm J_g$ ) où on peut l'assimiler à un atome à deux niveaux. Nous pouvons estimer la valeur de  $z/a$  à partir de laquelle ceci est vérifié. Cherchons donc la valeur de  $z/a$  positive tel que :

$$\frac{F_{z-}}{F_{z+}} \geq 0.1 \quad (\text{III.1-67})$$

On trouve  $z/a \sim 0.4$ , soit une force vue après un cycle d'alternance des faisceaux  $F_{\max} \sim (3/5)\mathcal{F}_0^{(2)}$ .

Nous constatons de plus que la zone de linéarité correspond à la zone où  $F \leq F_{\max}$ , soit :

$$\mu \frac{z}{a} \leq \frac{3}{5} \quad (\text{III.1-68})$$

Nous déduisons alors la taille de la zone de linéarité :

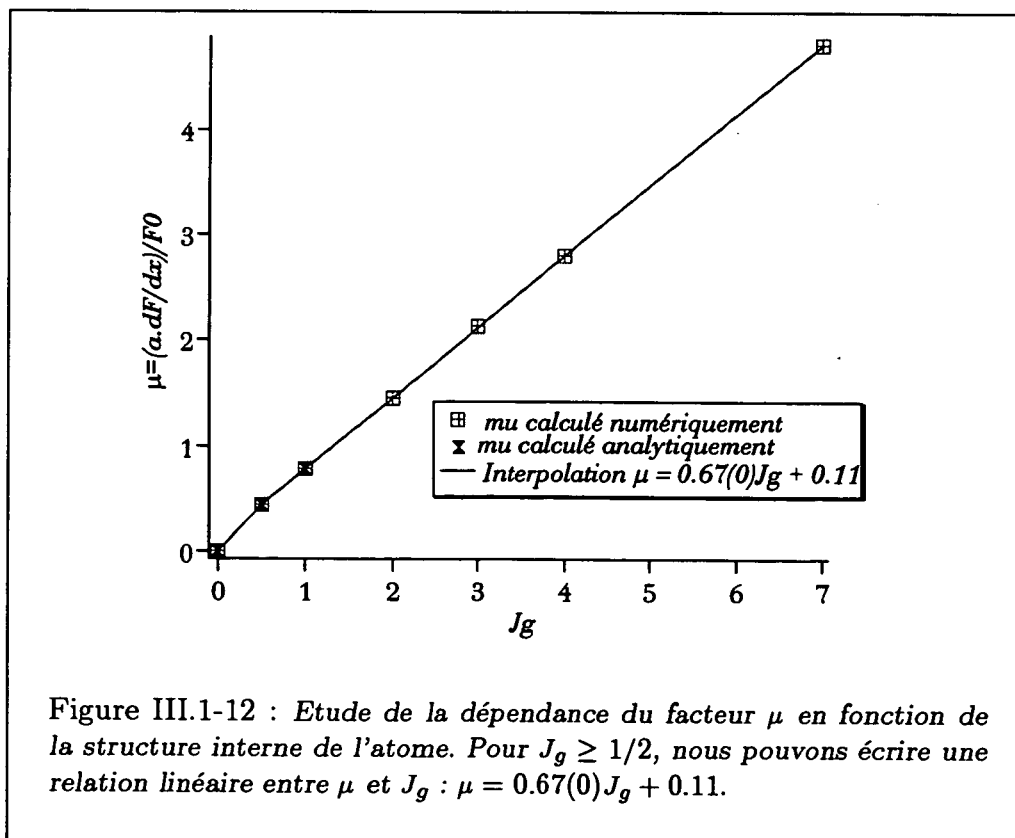
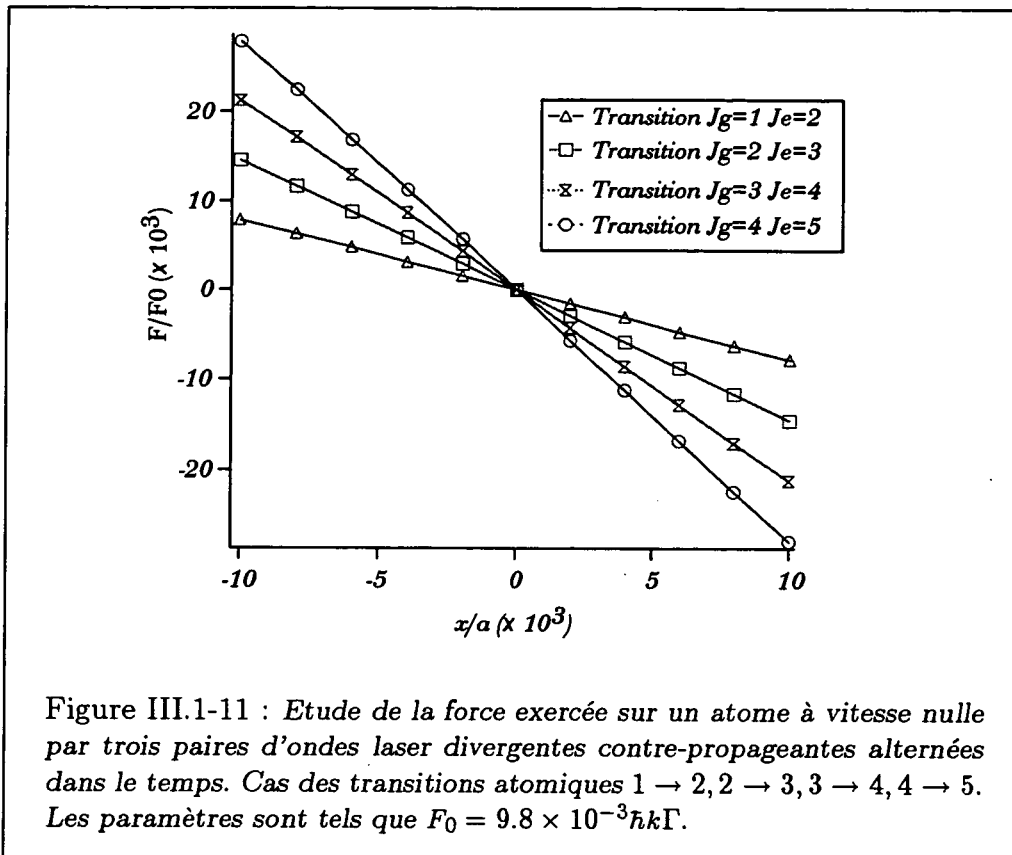
$$z_{\max} \simeq \frac{3a}{3.35 \times J_g + 0.55} \quad (\text{III.1-69})$$

### Constante de raideur du piège à faisceaux alternés

D'après (eq. III.1-65) et (eq. III.1-66) nous pouvons définir une constante de raideur du piège à faisceaux alternés.

$$\mathcal{K} \sim \frac{\hbar k \Gamma s_0}{2a(1+s_0)} (0.67 \times J_g + 0.11) \quad (\text{III.1-70})$$

<sup>(2)</sup>Pour calculer cette valeur, nous n'avons pas utilisé le développement au premier ordre, qui donnerait un résultat nul. Nous avons juste supposé  $s \ll 1$ .



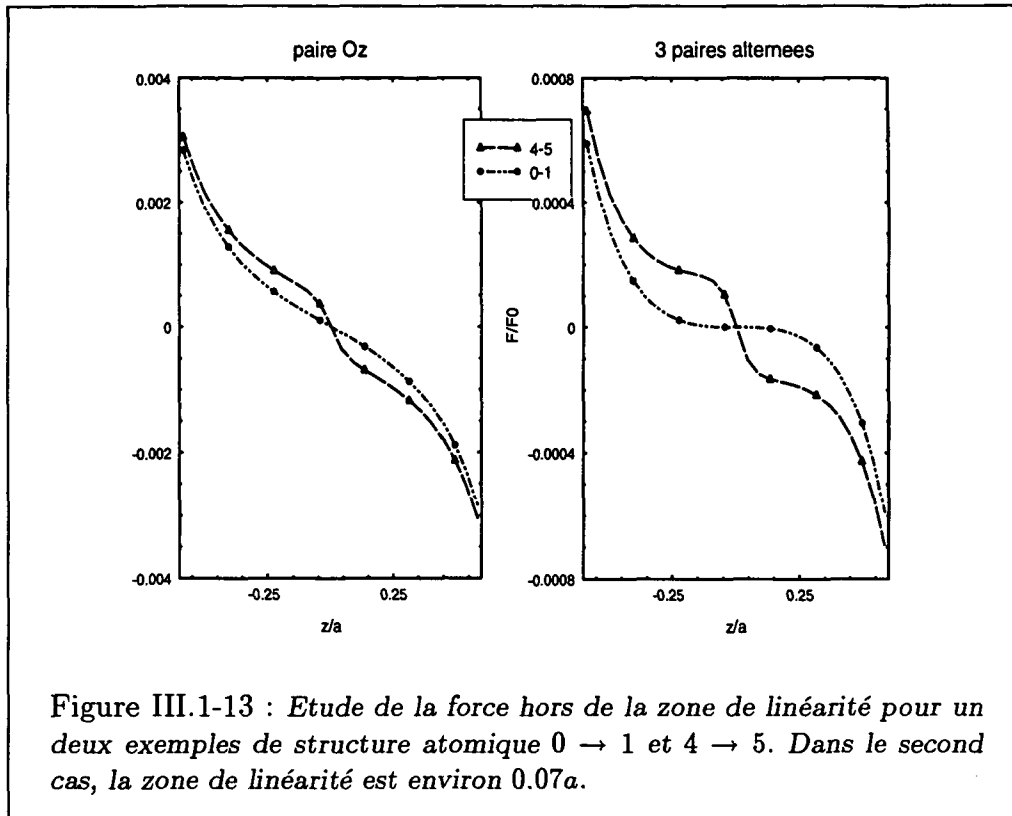


Figure III.1-13 : Etude de la force hors de la zone de linéarité pour un deux exemples de structure atomique  $0 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 5$ . Dans le second cas, la zone de linéarité est environ  $0.07a$ .

**A.N.:**

Nous pouvons ainsi donner une estimation de  $\mathcal{K}$  pour le césium pour un paramètre de saturation  $s_0 = 0.05$  et des faisceaux focalisés à une distance  $a = 3$  cm du centre du piège :

$$\mathcal{K}_{\text{Cs}} = 5.73 \times 10^{-20} \text{ J/m}^2 \quad (\text{III.1-71})$$

Cette constante de raideur est comparable à celle prévue dans un piège magnéto-optique avec un gradient de 10 G/cm et la même saturation.

La plage de linéarité vaut pour ces paramètres :

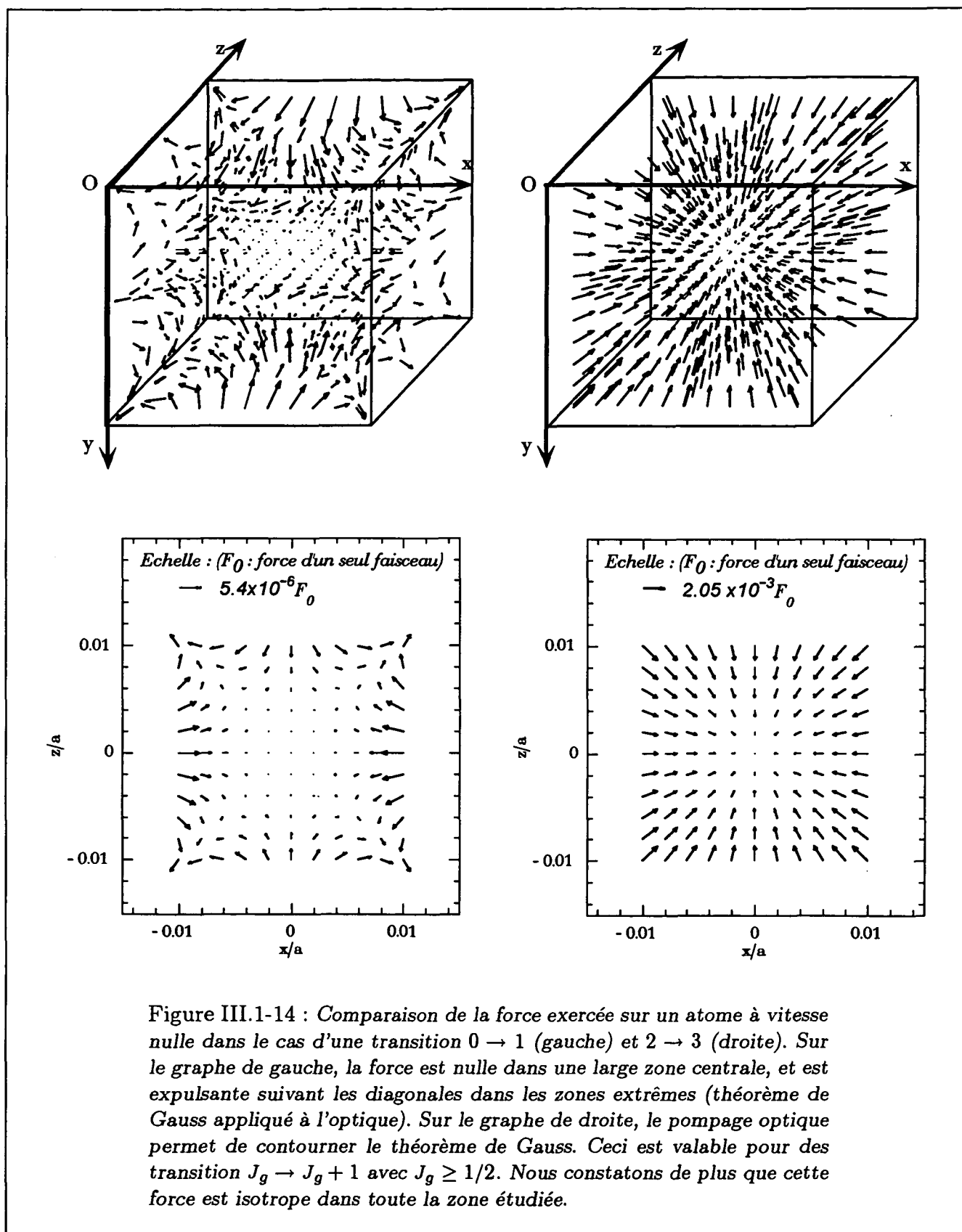
$$\left. \frac{x_{\text{max}}}{a} \right|_{\text{Cs}} \sim 0.21 \quad (\text{III.1-72})$$

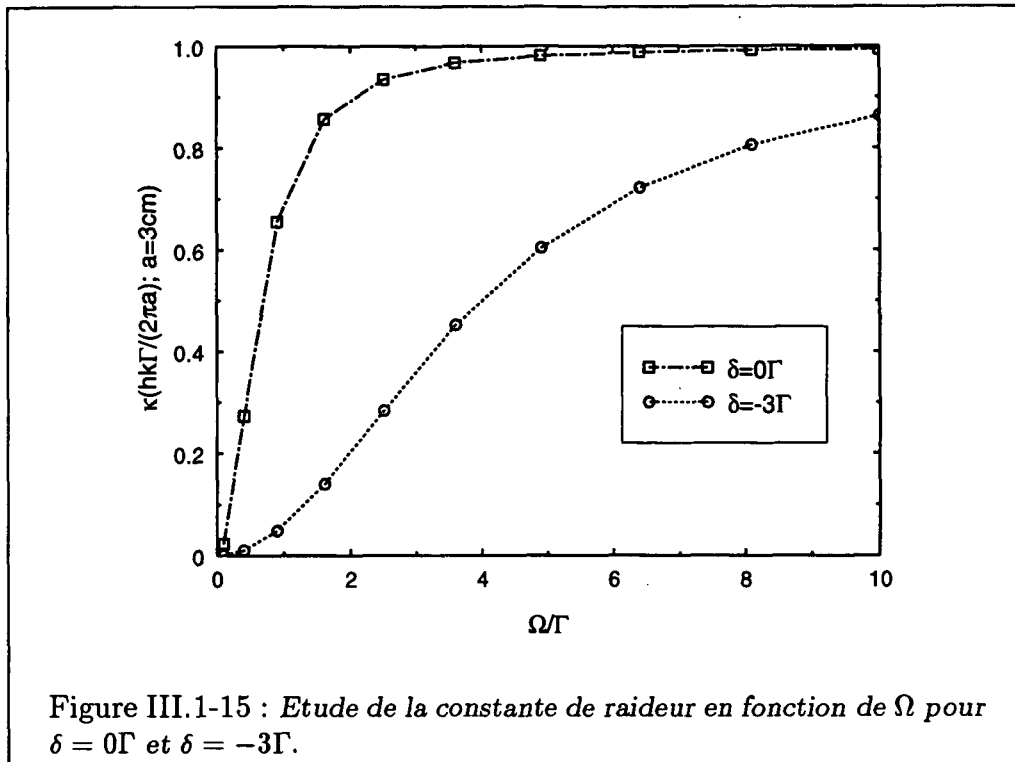
Pour une valeur typique  $a \simeq 3$  cm, la plage de linéarité vaut donc  $\sim 6$  mm, ce qui est bien au dessus des tailles typiques attendues pour le piège (cf. p. 170).

Remarquons nous avons toujours négligé l'effet de la saturation de la pression de radiation ( $s \ll 1$ ), la plage de linéarité ne dépend donc pas paramètre de saturation.

**Remarques :**

Grâce au calcul numérique, nous pouvons étudier le comportement de  $\mathcal{K}$  en fonction de l'intensité et du désaccord. Nous présentons dans la figure III.1-15 un exemple pour une transition  $1 \rightarrow 2$ .





### 1.2.4 Etude du mouvement dans le TROOP à faisceaux alternés

Jusqu'ici, nous avons calculé la force exercée sur un atome à vitesse nulle. Nous allons maintenant étudier la friction dans un tel piège. Pour des désaccords  $\delta$  négatifs, on s'attend en fait à une friction liée à l'effet Doppler  $\alpha_D$ . Nous montrerons que comme dans les mélasses  $\sigma_+ - \sigma_-$  à une dimension [17], on s'attend à un coefficient de friction beaucoup plus important  $\alpha_{SD}$  lié aux effets de gradients de polarisation (on parle de friction sub-Doppler).

Nous étudierons ensuite le mouvement d'un atome en présence d'un champ lumineux alterné dans le temps suivant l'axe  $Oz$ . Nous appellerons  $z$  son abscisse et  $v_z$  sa vitesse. Nous supposerons de plus que la particule reste proche du centre du piège ( $z \ll a$ ) et que sa vitesse est faible ( $kv_z \ll \Gamma$ ).

Nous rappelons dans la figure III.1-16 les deux configurations de faisceau vues par l'atome lors de l'alternance des faisceaux.

#### Etude de la friction sub-Doppler

Etudions d'abord la friction liée au cas (a) (fig. III.1-16), c'est à dire lorsque l'atome voit une force expulsante. Nous pouvons estimer que les coefficients de friction Doppler et sub-Doppler sont nuls dans ce cas. En effet, nous pouvons écrire l'effet Doppler lié à la vitesse  $v_z$ .

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_z \sim k \cdot v_z \cdot \frac{z}{a} \quad (\text{III.1-73})$$

Dans les conditions de notre étude ( $z \ll a$  et  $kv_z \ll \Gamma$ ), cet effet Doppler est négligeable. De plus, un atome se déplaçant transversalement aux faisceaux ne voit

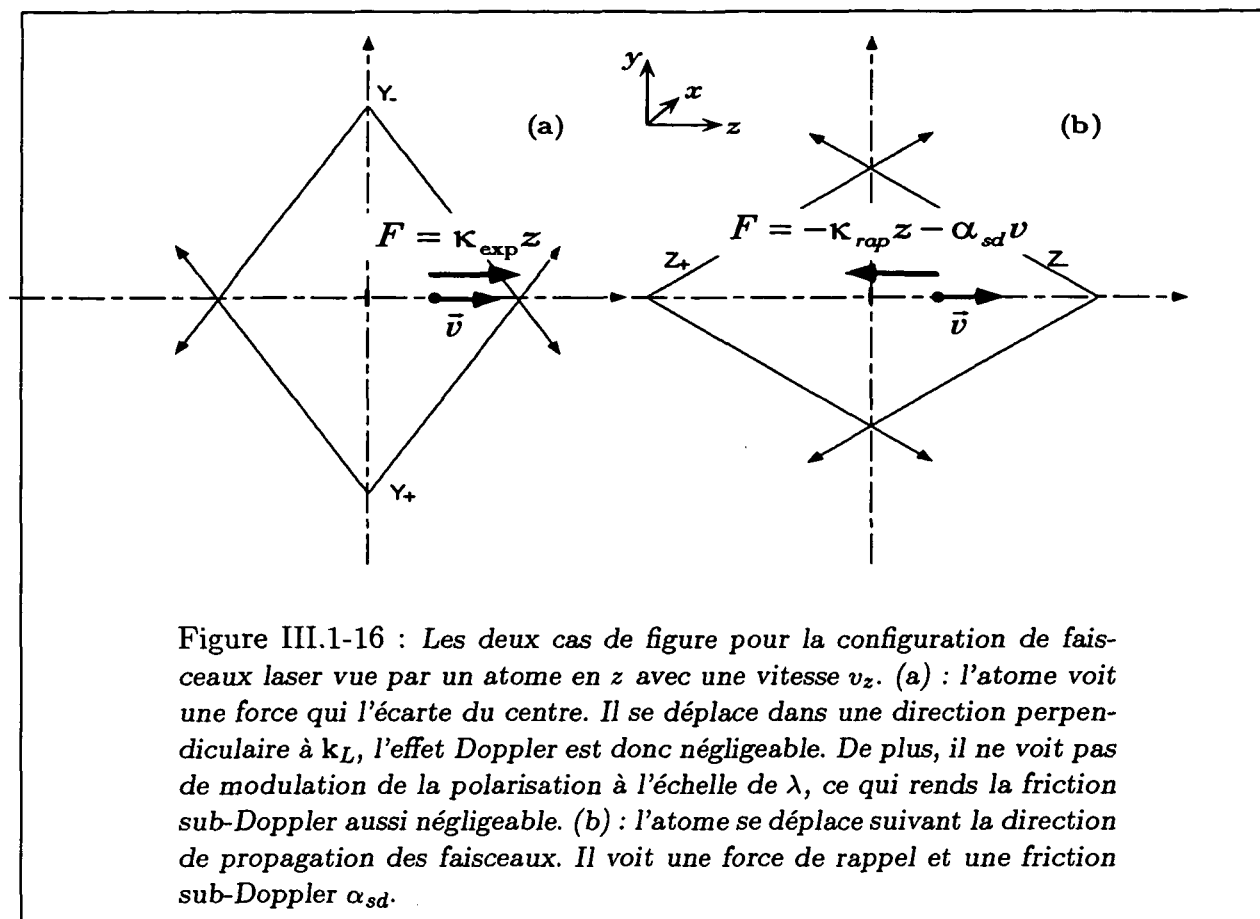


Figure III.1-16 : Les deux cas de figure pour la configuration de faisceaux laser vue par un atome en  $z$  avec une vitesse  $v_z$ . (a) : l'atome voit une force qui l'écarte du centre. Il se déplace dans une direction perpendiculaire à  $k_L$ , l'effet Doppler est donc négligeable. De plus, il ne voit pas de modulation de la polarisation à l'échelle de  $\lambda$ , ce qui rends la friction sub-Doppler aussi négligeable. (b) : l'atome se déplace suivant la direction de propagation des faisceaux. Il voit une force de rappel et une friction sub-Doppler  $\alpha_{sd}$ .

aucune modulation rapide de l'intensité ou de la polarisation qui est à l'origine des effets Sisyphes ou à gradient de polarisation à l'origine de la friction sub-Doppler suivant l'axe  $Oz$ .

Ainsi, pendant cette phase expulsante qui est appliquée les deux tiers du temps ( $2T/3$  où  $T$  est la période d'alternance des faisceaux), l'atome voit une force expulsante qui vaut :

$$F_z = \mu_{\text{exp}} \mathcal{F}_0 \frac{z}{a} = \mathcal{K}_{\text{exp}} z \quad (\text{III.1-74})$$

Intéressons nous maintenant au cas (b), où l'atome voit une force de rappel et un gradient de polarisation à l'échelle de la longueur d'onde suivant  $Oz$ . Comme nous le rappellerons par la suite, on peut montrer [17] que le coefficient de friction sub-Doppler reste le même que dans une mélasse 1D  $\sigma_+ - \sigma_-$  pour un faible déséquilibre d'intensité (nous raisonnons toujours à une dimension).

Ainsi, pour une transition  $J_g = 1 \rightarrow J_e = 2$ , nous pouvons écrire [19] :

$$\alpha_{\text{SD}} = \frac{120}{17} \hbar k^2 \frac{\delta\Gamma}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \quad (\text{III.1-75})$$

Nous pouvons estimer le domaine de validité de ce coefficient de friction sub-Doppler. Notons dans un premier temps (fig. III.1-17) que le comportement de la force en vitesse pour une position  $z$  sur l'axe  $Oz$  se déduit de la force au centre du

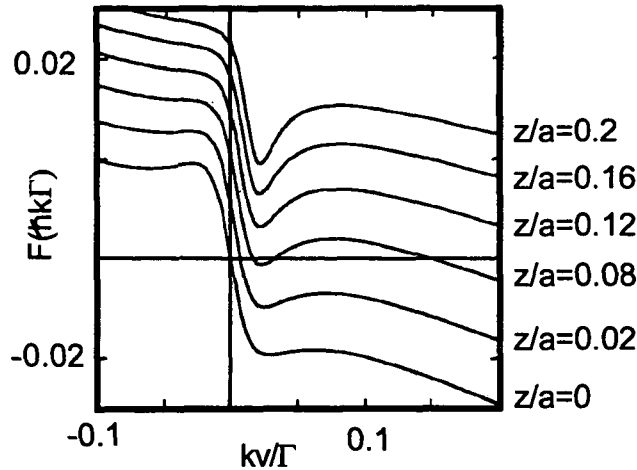


Figure III.1-17 : Force en fonction de la vitesse pour diverses positions sur l'axe  $Oz$  (tiré de [17], transition  $J_g = 1 \rightarrow J_e = 2$ ). La fréquence de Rabi de chaque onde au centre vaut  $\Omega_0 = 0.707\Gamma$ , le désaccord vaut  $\delta = -2\Gamma$ . On constate que pour  $z/a = 0.08$ , la force s'annule pour plusieurs vitesses, ce qui va dégrader la qualité du refroidissement, on est alors hors de la zone de friction sub-Doppler.

piège (sans déséquilibre d'intensité) par une translation de  $F = -\mathcal{K}z$ . Il existe une valeur de  $z/a$  pour laquelle la friction sortira du régime sub-Doppler.

D'après [17], nous pouvons évaluer la zone dans laquelle le coefficient de friction restera sub-Doppler :

$$\left. \frac{z}{a} \right|_{\max} \leq 0.2 \frac{\Omega}{\delta} \quad (\text{III.1-76})$$

Par exemple, pour  $\Omega = \Gamma$  et  $\delta = 3\Gamma$  ( $s_0 \simeq 0.05$ ), nous avons  $z_{\max} \simeq 0.07a$ . Pour une valeur typique  $a = 3$  cm, la zone sub-Doppler vaut donc 200 mm, ce qui est de l'ordre de grandeur de la taille des pièges.

Dans cette zone, l'atome voit donc une force qui le ralentit et qui le rappelle vers le centre :

$$F_z = -\alpha_{\text{SD}}v_z - \mathcal{K}_{\text{rap}}z \quad (\text{III.1-77})$$

### Etude du mouvement dans l'espace des phases

Nous pouvons étudier classiquement le mouvement de l'atome dans ce piège. Pour cela, nous allons donc distinguer la phase piégeante ( $b$ ) qui dure  $T/3$  et la phase d'expulsion ( $a$ ) qui dure  $2T/3$ .

Intéressons nous dans un premier temps à la phase piégeante. Au voisinage du centre du piège, nous pouvons décrire le mouvement de l'atome par l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique amorti :

$$\ddot{z} + \frac{\alpha}{M}\dot{z} + \frac{\mathcal{K}}{M}z = 0 \quad (\text{III.1-78})$$



où  $\alpha = \alpha_{\text{SD}}$  et  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_{\text{rap}} = \mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0 / a$ . On voit donc apparaître deux constantes d'ammortissement  $1/\tau_1 = \alpha/M$  et  $1/\tau' = \sqrt{\mathcal{K}/M}$ .

Nous pouvons comparer ces deux constantes d'ammortissement pour le césium à partir des coefficients de friction tirés de [20, 18], pour les paramètres  $\Omega = \Gamma$  et  $\delta = 3\Gamma$ .

$$\tau_1|_{\text{Cs}} \simeq 80 \mu\text{s} \quad (\text{III.1-79})$$

$$\tau'|_{\text{Cs}} \simeq 2 \text{ms} \quad (\text{III.1-80})$$

Nous vérifions que le mouvement de l'atome est fortement sur-amorti soit

$$\alpha \gg \sqrt{\mathcal{K}M} \quad (\text{III.1-81})$$

Nous pouvons donc écrire :

$$v_z(t) \simeq v_0 e^{-\frac{\alpha}{M}t} \quad (\text{III.1-82})$$

$$z(t) \simeq z_0 e^{-\frac{\mathcal{K}}{\alpha}t} \quad (\text{III.1-83})$$

Nous pouvons donc considérer qu'un atome soumis à ce champ lumineux vient d'abord se verrouiller en un temps  $\tau_1 \sim M/\alpha$  à une vitesse  $v_l$  qui vaut [17] :

$$v_l = -\frac{2\Omega^2}{3k\delta} \frac{5\Gamma^2 + 4\delta^2}{\Gamma^2 + 4\delta^2} \frac{z}{a} = -\frac{\mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0}{a\alpha_{\text{SD}}} z \quad (\text{III.1-84})$$

Ensuite, l'atome est ramené vers le centre à la vitesse  $v_l(z)$  avec une constante de temps  $\tau_2 \sim \alpha/\mathcal{K}$ .

Considérons maintenant le cas où l'atome voit une force expulsante. Dans ce cas, la position de l'atome s'écrit simplement :

$$z(t) = z_0 e^{\sqrt{\frac{\mathcal{K}_{\text{exp}}}{M}}t} \quad (\text{III.1-85})$$

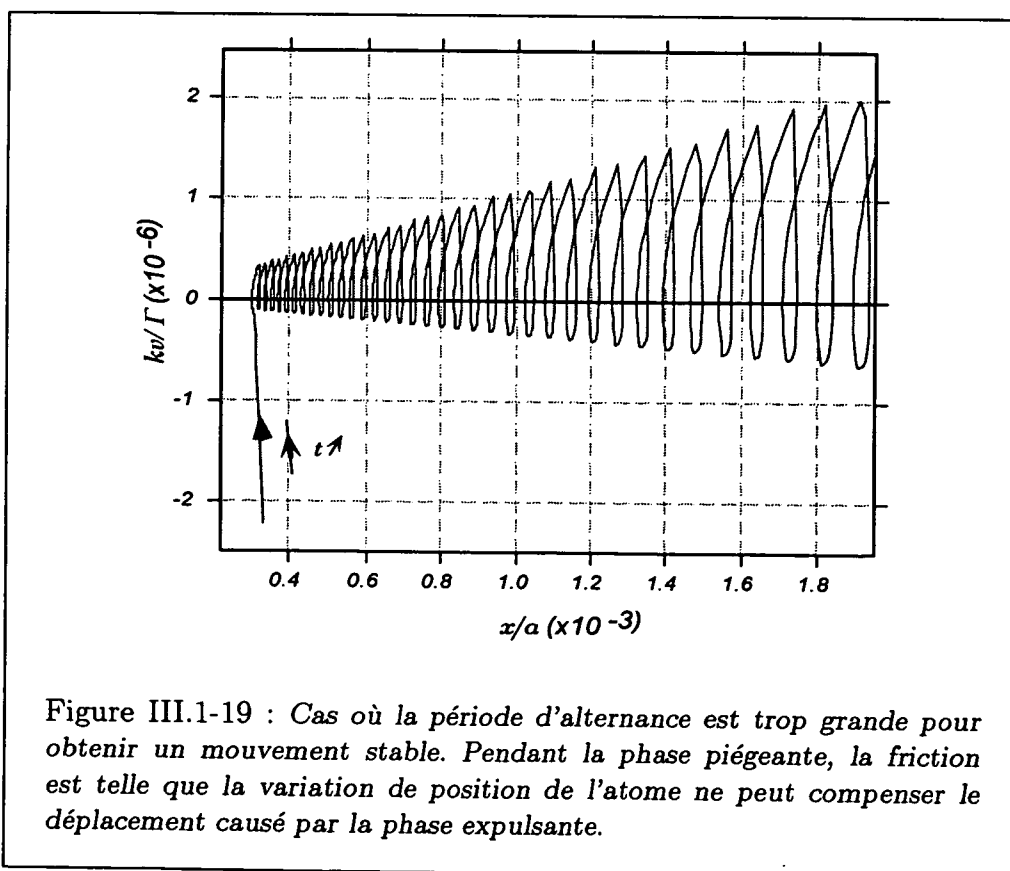
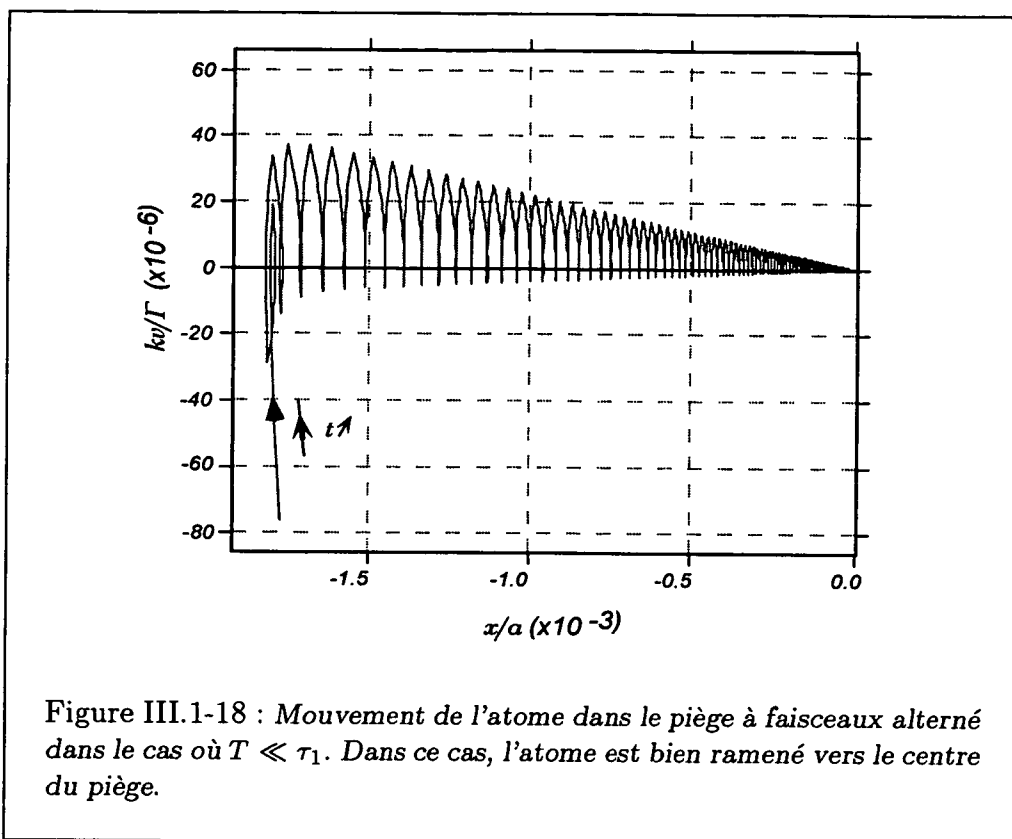
Si  $T > \tau_1$ , la vitesse de l'atome lors de la phase piégeante a été fortement amortie, on peut alors écrire la variation de position de l'atome en une période d'alternance :

$$\frac{z(t+T)}{z(t)} \sim \exp \left[ \left( \sqrt{\frac{\mathcal{K}}{M}} - \frac{\mathcal{K}}{\alpha} \right) T \right] > 1 \quad (\text{III.1-86})$$

ce qui signifie que le piège ne peut retenir les particules (fig. III.1-19).

Nous pouvons déduire de cette étude une condition sur  $T$  pour obtenir un confinement des atomes (fig. III.1-18) :

$$T < \tau_1 \quad (\text{III.1-87})$$



**A.N.:**

Dans le cas du césium avec  $\Omega = 0.5\Gamma$  et  $\delta = -3\Gamma$ , les valeurs de  $T$  possibles sont :

$$12\mu s \leq T \leq 80\mu s$$

Ces valeur semblent montrer qu'il est possible de réaliser un TROOP en faisceaux alternés sur le césium. De plus le coefficient de friction sub-Doppler ne dépend pas de l'intensité, donc  $\tau_1$  non plus. Si on augmente l'intensité, on va donc augmenter les possibilité de choix pour  $T$ . Par exemple, pour  $\Omega = 5\Gamma$ , on obtient :

$$0.6\mu s \leq T \leq 80\mu s$$

### 1.2.5 Caractéristiques du piège

Nous pouvons maintenant appliquer les propriétés du TROOP en faisceaux alternés étudiées précédemment pour déterminer une distribution stationnaire position-impulsion  $\Pi(z, p)$  dans le piège. Pour cela, nous allons maintenant tenir compte de la diffusion  $D(z, p)$  dans le piège.

Nous venons de voir que la force pendant un phase d'alternance peut se relier à la force dans une mélasse  $\sigma_+ - \sigma_-$ . Nous pouvons donc écrire la force dans les 2 cas (a) et (b) :

$$\begin{aligned} \text{(a)} : \quad F(z, v) &= \mu_{\text{exp}} \frac{\mathcal{F}_0}{a} z \\ \text{(b)} : \quad F(z, v) &= -\mu_{\text{rap}} \frac{\mathcal{F}_0}{a} z - \alpha_{\text{SD}} v \end{aligned} \quad \text{(III.1-88)}$$

De même, si nous supposons les largeurs en vitesse  $\Delta v$  et en position  $\Delta z$  suffisamment faibles, nous pouvons écrire le coefficient de diffusion  $D(z, p)$  pour  $v = 0$  et  $\delta > 2\Gamma$  [18] :

$$D(z, p) \simeq D = \hbar^2 k^2 \Gamma' \quad \text{(III.1-89)}$$

Nous pouvons alors écrire une équation du type Fokker-Plank à laquelle obéit la distribution  $\Pi(z, p)$  :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} \right) \Pi(z, p) = -\frac{\partial}{\partial p} (F(z, p) \Pi(z, p)) + D \frac{\partial^2}{\partial p^2} \Pi(z, p) \quad \text{(III.1-90)}$$

On a pour une phase de piégeage ( $T/3$ ) :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial x} \right) \Pi(x, p) = -\frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\mu_{\text{rap}} \mathcal{F}_0}{M} \frac{z}{a} + \alpha_{\text{SD}} v \right) \Pi(z, p) + D \frac{\partial^2}{\partial p^2} \Pi(x, p) \quad \text{(III.1-91)}$$

et pour une phase d'expulsion ( $2T/3$ ) :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial x} \right) \Pi(x, p) = -\frac{\partial}{\partial p} \left( -\frac{\mu_{\text{exp}} \mathcal{F}_0}{M} \frac{z}{a} \right) \Pi(z, p) + D \frac{\partial^2}{\partial p^2} \Pi(x, p) \quad \text{(III.1-92)}$$

Nous ne discuterons pas ici la résolution de ce système d'équations [21]. Nous présenterons les résultats obtenus lorsque la distribution varie très peu à l'échelle d'un cycle

d'alternance des faisceaux. Nous pouvons alors écrire une seule équation qui met en jeu la moyenne de la force et de la diffusion sur  $T$  :  $F = (2/3)F_{\text{exp}} + (1/3)F_{\text{rap}}$ . La distribution stationnaire solution de la nouvelle équation s'écrit [22] :

$$\Pi(x, p) = \exp \left[ -\frac{1}{k_B T} \left( \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2} \mathcal{K} x^2 \right) \right] \quad (\text{III.1-93})$$

avec

$$T = \frac{3D}{\alpha k_B} \quad (\text{III.1-94})$$

la température du piège et :

$$\mathcal{K} = -\frac{a}{(2\mu_{\text{exp}} - \mu_{\text{rap}})\mathcal{F}_0} \quad (\text{III.1-95})$$

sa constante de raideur. Ce modèle restera valable si

- la vitesse de l'atome a peu changée<sup>(3)</sup> après un cycle d'alternance, soit :

$$T \ll \frac{M}{\alpha} \quad (\text{III.1-96})$$

- La phase d'expulsion ne doit pas causer de chauffage notable, soit :

$$\frac{\mathcal{K} r_{\text{piège}} T}{M} \ll v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} \quad (\text{III.1-97})$$

or, si on écrit  $\mathcal{K} r_{\text{piège}}^2 = k_B T$ , on obtient simplement :

$$T \ll \sqrt{\frac{M}{\mathcal{K}}} \quad (\text{III.1-98})$$

- Pendant un cycle d'alternance des faisceaux, les atomes doivent rester dans le volume caractéristique du piège  $(4/3)\pi r_{\text{piège}}^3$  :

$$v_{\text{rms}} T \ll r_{\text{piège}} \quad (\text{III.1-99})$$

ce qui est équivalent à la condition ci dessus

$$T \ll \sqrt{\frac{M}{\mathcal{K}}} \quad (\text{III.1-100})$$

---

<sup>(3)</sup>Cette condition est la même celle d'obtention d'un piégeage stable (eq. III.1-87)

**A.N.:**

Evaluons ces trois conditions pour le césium avec  $\Omega = \Gamma$  et  $\delta = -3\Gamma$ . La température attendue dans un tel piège est :

$$T \simeq 60\mu\text{K} \quad (\text{III.1-101})$$

La condition sur le chauffage des atomes impose donc :

$$T \ll 2\text{ms} \quad (\text{III.1-102})$$

Dans ce cas, on a  $v_{\text{rms}} \sim 6 \text{ cm/s}$  ;  $r_{\text{piège}} \sim 120 \mu\text{m}$  ;  $\Omega_{\text{osc}} = \sqrt{\mathcal{K}/M} \sim 500 \text{ Hz}$ .

## 1.3 Approche qualitative du TROOP

Dans la section précédente, nous avons démontré que le pompage optique est un moyen efficace de contourner le théorème de Gauss optique : nous avons pour cela étudié un piège à faisceaux alternés dans le temps. Ce modèle nous a permis de développer des calculs analytiques, mais les conditions de validité d'un tel calcul ne sont pas toujours faciles à réaliser.

Il est donc opportun de chercher à réaliser un piège à six faisceaux en régime continu, et nous allons montrer dans cette section qu'un tel piège fonctionne si l'on choisit judicieusement les polarisations des ondes laser. Nous nous contenterons tout d'abord d'une approche qualitative simple qui nous permettra d'en comprendre le fonctionnement et les propriétés.

### 1.3.1 Position du problème

Nous considérons maintenant un atome plongé dans un champ lumineux tridimensionnel créé par six faisceaux divergents (fig. III.1-20). Le choix des polarisation (chaque paire d'ondes contre-propageante est dans une configuration  $\sigma_+ - \sigma_-$ ) nous impose deux possibilités de configuration :

- Chaque onde polarisée circulairement a la même hélicité  $h = +1$  <sup>(4)</sup>
- Une des paires d'ondes contre-propageantes possède une hélicité opposée ( $h = -1$ ) à celle des deux autres ( $h = +1$ ).

Nous allons maintenant déterminer dans ces deux cas la nature de la lumière au voisinage de centre du piège, pour un atome excentré suivant l'un des axes (par exemple  $Oz$ ). Pour ce faire, nous allons négliger les effets d'interférence entre les différents faisceaux, c'est à dire ajouter les intensités  $I_+$ ,  $I_-$  et  $I_\pi$  de chaque faisceaux. Ceci revient à dire que nous effectuerons dans un premier temps la moyenne du champ électrique de chaque onde sur une longueur d'onde  $\lambda$ , d'où

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \sqrt{I_+(\mathbf{r})} \mathbf{e}_+ + \sqrt{I_-(\mathbf{r})} \mathbf{e}_- + \sqrt{I_\pi(\mathbf{r})} \mathbf{e}_\pi \quad (\text{III.1-103})$$

<sup>(4)</sup>On parle d'hélicité positive si le champ électrique de l'onde décrit une hélice tournant à droite lorsqu'on se déplace dans sa direction de propagation.

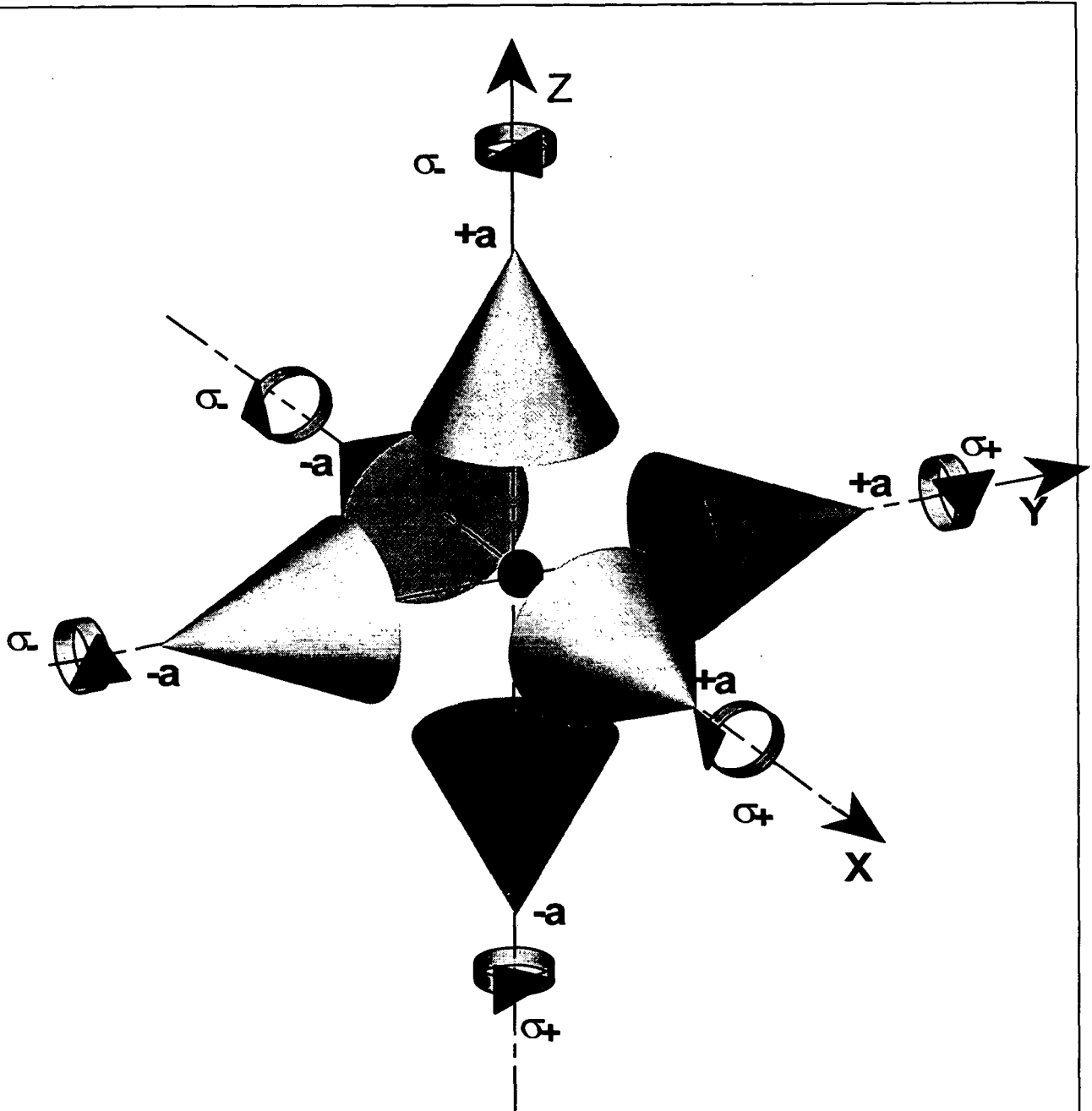


Figure III.1-20 : Le TROOP est composé de six ondes divergentes polarisées circulairement. L'hélicité de deux paires d'ondes ( $\sigma_+ - \sigma_-$ ) contre-propageantes est la même ( $h = +1$  suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$ ). L'hélicité suivant l'autre paire d'ondes est opposée à celle des deux autres ( $h = -1$  suivant l'axe  $Oz$ ). L'hélicité d'une onde est dite positive lorsque, si l'on se déplace dans la direction de son vecteur d'onde, l'extrémité du vecteur polarisation décrit dans le plan de polarisation un cercle dans le sens des aiguilles d'une montre (polarisation circulaire droite).

### 1.3.2 Cas où tous les faisceaux ont la même hélicité $h = +1$

Si  $(\mathbf{e}_1^i, \mathbf{e}_2^i, \mathbf{k}_L^i)$  représente une base orthonormée directe pour la polarisation du faisceau  $i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), nous pouvons écrire la polarisation  $\mathbf{e}^i$  :

$$\mathbf{e}^i = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_1^i + i\mathbf{e}_2^i) \quad (\text{III.1-104})$$

Considérons d'abord un atome légèrement excentré suivant  $Oz$  de  $z \ll a$ . Nous prendrons l'axe de quantification  $\mathcal{Q} = \mathbf{u}_z$ . Nous pouvons alors définir les polarisations  $\sigma_+, \sigma_-$  et  $\pi$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_+ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_y) \\ \mathbf{e}_- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{u}_x - i\mathbf{u}_y) \\ \mathbf{e}_\pi &= \mathbf{u}_z \end{aligned} \quad (\text{III.1-105})$$

#### Contribution des faisceaux se propageant suivant $Oz$ (paire $Z_+, Z_-$ )

Nous appellerons  $\mathbf{k}^{z+}$  (resp.  $\mathbf{k}^{z-}$ ) le vecteur d'onde du faisceau venant de la gauche (resp. de la droite). Nous pouvons alors prendre comme base pour les polarisations :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1^{z+} &= \mathbf{u}_x & \mathbf{e}_1^{z-} &= -\mathbf{u}_x \\ \mathbf{e}_2^{z+} &= \mathbf{u}_y & \mathbf{e}_2^{z-} &= \mathbf{u}_y \end{aligned} \quad (\text{III.1-106})$$

Ce choix des hélicités impose que l'onde venant de la gauche est polarisée  $\sigma_+$  et l'onde venant de la droite polarisée  $\sigma_-$ . Les ondes étant supposées sphériques, nous pouvons écrire la dépendance en position de l'intensité de chaque faisceau :

$$I^{z\pm} = I_0 \frac{a^2}{(a \pm z)^2} \quad (\text{III.1-107})$$

ou  $I_0$  représente l'intensité d'un faisceau en  $z = 0$ .

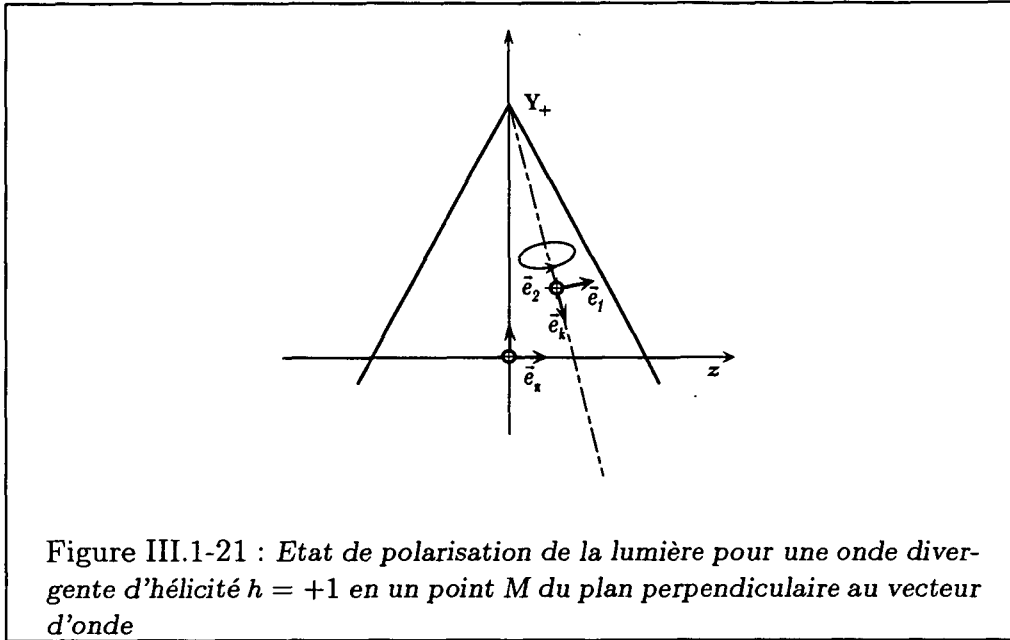
Nous obtenons ainsi la nature de la lumière créée par cette paire de faisceaux au premier ordre en  $z$ :

$$I_+^{(z)} = I_0 \left(1 - 2\frac{z}{a}\right), \quad I_-^{(z)} = I_0 \left(1 + 2\frac{z}{a}\right), \quad I_\pi^{(z)} = 0 \quad (\text{III.1-108})$$

#### Contribution des faisceaux se propageant suivant $Ox$ et $Oy$ (paires $X_+, X_-$ et $Y_+, Y_-$ )

Là encore, l'hélicité est définie par rapport au vecteur d'onde moyen  $\mathbf{k}_i$  soit, dans la cas de l'onde  $Y_+$  (fig. III.1-21) :

$$\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) \quad (\text{III.1-109})$$



D'après (eq. III.A-21), nous pouvons donc écrire la polarisation au point  $M$  dans la base  $(\mathbf{e}_+, \mathbf{e}_-, \mathbf{e}_\pi)$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}_\pi^* &= \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}_+^* &= \frac{1}{2} \left( \frac{z}{a} - 1 \right) \\ \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}_-^* &= \frac{1}{2} \left( \frac{z}{a} + 1 \right) \end{aligned} \quad (\text{III.1-110})$$

Nous en déduisons alors les intensités au premier ordre en  $z$  de chaque faisceau transverse :

$$I_+^{(x,y)} = \frac{I_0}{4} \left( 1 + 2\frac{z}{a} \right), \quad I_-^{(x,y)} = \frac{I_0}{4} \left( 1 - 2\frac{z}{a} \right), \quad I_\pi^{(x,y)} = \frac{I_0}{2} \quad (\text{III.1-111})$$

### Etat de polarisation de la lumière créée par les six ondes

Il suffit d'ajouter à la contribution de la paire de faisceaux suivant  $Oz$  (eq. III.1-108) les contributions de chaque faisceau transverse (eq. III.1-111). Nous constatons alors que la lumière est naturelle partout:

$$I_+^{(tot)} = I_-^{(tot)} = I_\pi^{(tot)} = 2I_0 \quad (\text{III.1-112})$$

Cette configuration ne peut donc conduire à un déséquilibre des populations des sous-niveaux de l'état fondamental tel que nous l'avons étudié dans la section précédente. Or, nous avons vu dans le cas des faisceaux alternés que c'est justement ce déséquilibre qui favorise la force de rappel au détriment des forces expulsantes. Cette configuration ne peut donc conduire à un piégeage stable.



### 1.3.3 Cas où une des paires de faisceaux (ex: $Oz$ ) a une hélicité différente ( $h = -1$ )

Dans ce cas, (eq. III.1-108) devient :

$$I_+^{(z)} = I_0 \left(1 + 2\frac{z}{a}\right), \quad I_-^{(z)} = I_0 \left(1 - 2\frac{z}{a}\right) \quad (\text{III.1-113})$$

A partir de (eq. III.1-113) et (eq. III.1-111), nous déduisons :

$$I_+^{(tot)} = 2I_0 \left(1 + 2\frac{z}{a}\right), \quad I_-^{(tot)} = 2I_0 \left(1 - 2\frac{z}{a}\right), \quad I_\pi^{(tot)} = 2I_0 \quad (\text{III.1-114})$$

De même, suivant un des axes transverses ( $\xi = x, y, z = 0$ ), l'intensité vaut :

$$I_+^{(tot)} = 2I_0 \left(1 + \frac{\xi}{a}\right), \quad I_-^{(tot)} = 2I_0 \left(1 - \frac{\xi}{a}\right), \quad I_\pi^{(tot)} = 2I_0 \quad (\text{III.1-115})$$

Nous constatons donc qu'il existe maintenant un déséquilibre d'intensité (dans notre cas, si on se déplace vers les  $z > 0$ , il y a plus d'intensité  $\sigma_+$  que d'intensité  $\sigma_-$ ) qui va provoquer un déséquilibre dans les populations des sous niveaux de l'état fondamental (comme nous avons pu le constater dans la section précédente). Les atomes vont être *pompés optiquement* vers les sous-niveaux dont le moment magnétique  $m_g$  est de même signe que l'état de polarisation de la lumière ( $m_g > 0$  pour la lumière  $\sigma_+$  et  $m_g < 0$  pour la lumière  $\sigma_-$ ).

Ce déséquilibre des populations, combiné avec la différence des coefficients de Clebsch-Gordan issus d'un même sous niveau Zeeman, va alors favoriser la force de rappel au détriment de l'action des faisceaux expulsants (fig. III.1-22), comme dans le cas des faisceaux alternés.

#### Remarques :

Nous pouvons donner une expression de la force pour un atome déplacé de  $z \ll a$  suivant l'axe  $Oz$  :

$$\mathbf{F} = -2\mu\frac{z}{a}\mathbf{F}_0 \quad (\text{III.1-116})$$

ainsi que pour un atome déplacé de  $\xi \ll a$  suivant les axes  $Ox$  ou  $Oy$  :

$$\mathbf{F} = -\mu\frac{\xi}{a}\mathbf{F}_0 \quad (\text{III.1-117})$$

Le coefficient  $\mu$  caractérise l'importance de l'effet de pompage optique, il est de l'ordre de l'unité et, à faible saturation, ne dépend pas de l'intensité. Sa valeur numérique précise nécessite un calcul complet de l'état stationnaire de l'atome dans le champ lumineux tridimensionnel. Le programme utilisé pour ce calcul est présenté dans l'appendice III.B

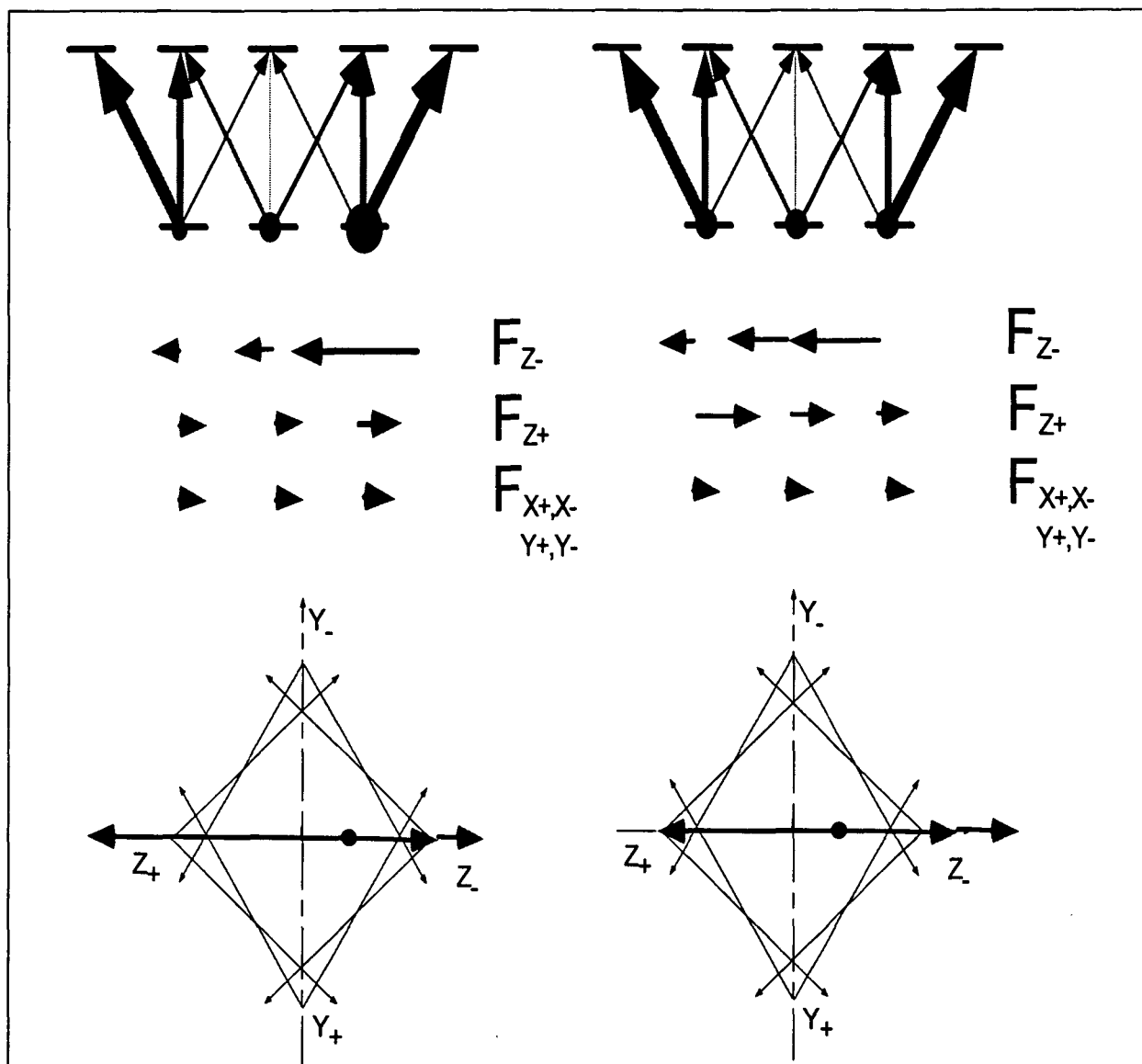


Figure III.1-22 : Analyse de l'effet de la lumière sur l'atome dans le cas où tous les faisceaux ont la même hélicité (a) ou dans le cas où l'une des paires de faisceaux a une hélicité opposée. Sur le diagramme des niveaux, l'épaisseur des flèches représente la force du couplage atome-laser  $C_{m_g}^q \Omega^q$  entre un niveau fondamental  $m_g$  et un niveau excité  $m_e = m_g + 1$ . Au dessous de chaque diagramme est indiqué la contribution à la force de chaque faisceau au départ d'un sous niveau Zeeman. Dans le cas (a), la force des cinq faisceaux  $X_+, X_-, Y_+, Y_-, Z_+$  qui s'opposent au rappel de l'atome contre balancent exactement la force de rappel exercée par  $Z_-$ . Dans le cas (b), le pompage optique crée un déséquilibre de populations en faveur d'un sous niveau où la différence de coefficients de Clebsch-Gordan amplifie l'action du faisceau  $Z_-$  au détriment du faisceau  $Z_+$ , l'effet des autres faisceaux restant approximativement le même dans les deux cas.

## 1.4 Calcul numérique de la force à vitesse nulle

L'approche qualitative précédente permet d'être optimiste sur la réalisation d'un TROOP, mais elle ne permet pas d'estimer la constante de raideur attendue. De plus, nous avons négligé la variation spatiale du champ électrique à l'échelle de la longueur d'onde en ajoutant indépendamment les intensités des six faisceaux. Nous présentons ici quelques résultats obtenus grâce au programme de calcul tri-dimensionnel de la force à vitesse nulle développé dans l'appendice III.B. Nous montrerons l'importance des phases de chaque faisceau dans l'allure du champ de force, ce qui est attendu par le comportement non linéaire du pompage optique. Nous donnerons enfin une valeur numérique pour la constante de raideur des pièges dans notre expérience (transition  $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$  du césium).

### 1.4.1 La configuration des faisceaux

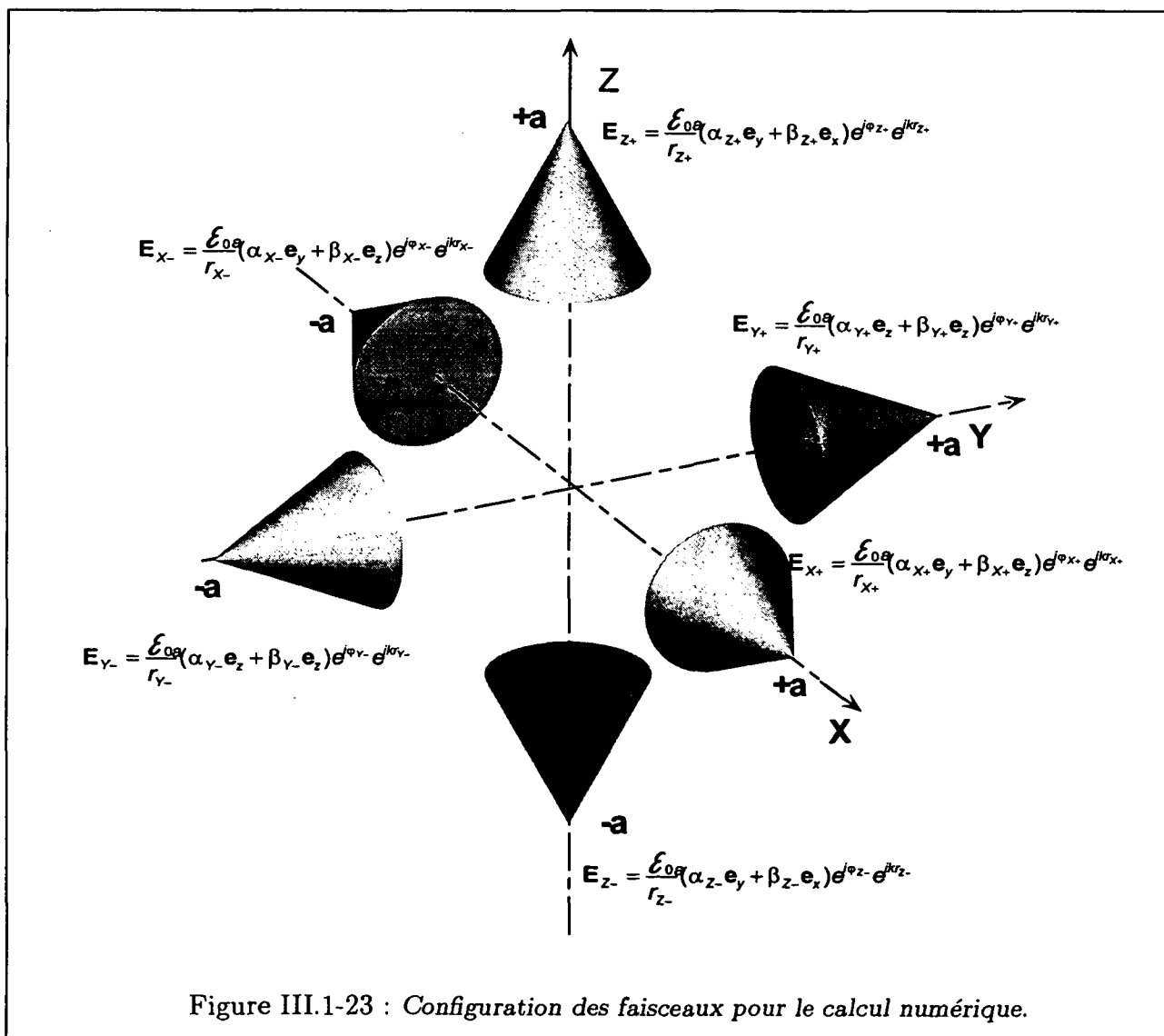


Figure III.1-23 : Configuration des faisceaux pour le calcul numérique.

Afin d'envisager toutes les configurations possibles, nous avons pris en compte la phase de chaque onde laser divergente. Le champ électrique d'un faisceau s'écrit alors :

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathcal{E}_0 a}{r_i} \mathbf{e}_i \exp(ik \cdot r_i + \phi_i); \quad i = X_{\pm}, Y_{\pm}, Z_{\pm} \quad (\text{III.1-118})$$

où  $\mathbf{e}_i$  représente la polarisation de l'onde  $i$  et peut être prise complexe (ce qui correspond à une polarisation elliptique ou circulaire).  $r_i$  représente la distance entre le point étudié et le foyer de l'onde considérée,  $\mathcal{E}_0$  l'amplitude du champ électrique au centre du piège et  $\phi_i$  la phase de l'onde à son foyer. Pour évaluer le champ électrique total, il suffit donc d'ajouter les champs électriques créés par chaque onde au point M.

On voit alors apparaître une modulation importante de la force à l'échelle de la longueur d'onde  $\lambda$ . Cette modulation n'apparaît pas dans le cas du piège à faisceaux alternés dans le temps car les polarisations des deux faisceaux contre-propageants sont orthogonales. Dans le cas du piège à six faisceaux, en revanche, certaines composantes de polarisation peuvent être colinéaires, il en résulte de telles variations.

Pour pouvoir étudier facilement la force à grande échelle, nous avons donc effectué une moyenne sur un volume  $\lambda \times \lambda \times \lambda$ . La méthode utilisée pour calculer cette moyenne est présentée dans l'appendice III.B .

### 1.4.2 Force au voisinage du centre du piège

Nous présentons d'abord la force au voisinage du centre du piège obtenue pour la configuration de polarisation et de phase suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{X+} \\ \mathbf{E}_{X-} \\ \mathbf{E}_{Y+} \\ \mathbf{E}_{Y-} \\ \mathbf{E}_{Z+} \\ \mathbf{E}_{Z-} \end{pmatrix} = \frac{\mathcal{E}_0 a}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{(i\mathbf{u}_z + \mathbf{u}_y) \exp(ik\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2})}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{(i\mathbf{u}_z - \mathbf{u}_y) \exp(ik\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2})}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{(-\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_z) \exp(ik\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2})}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2}} \\ \frac{(\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_z) \exp(ik\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2})}{\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2}} \\ \frac{(-\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_y) \exp(ik\sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2})}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} \\ \frac{(\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_y) \exp(ik\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a)^2})}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+a)^2}} \end{pmatrix} \quad (\text{III.1-119})$$

Si on définit la polarisation d'une onde  $\sigma_+$  telle que le champ électrique tourne dans le sens des aiguilles d'une montre lorsque cette onde se propage, on obtient :

Onde	Polar.
X+	$\sigma_+$
X-	$\sigma_+$
Y+	$\sigma_+$
Y-	$\sigma_+$
Z+	$\sigma_-$
Z-	$\sigma_-$

(III.1-120)

On constate que le bras  $Oz$  est le bras d'hélicité singulière.

On vérifie sur la figure III.1-24 qu'il existe alors une force de rappel importante à trois dimensions (dans le cas de la figure, on travaille sur une transition  $1 \rightarrow 2$ ). Cette force n'existe pas pour un atome à deux niveaux ou une transition  $0 \rightarrow 1$ . On peut estimer le paramètre  $\mu_{x,y,z}$  tel que

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 \left( \mu_x \frac{x}{a} \mathbf{u}_x + \mu_y \frac{y}{a} \mathbf{u}_y + \mu_z \frac{z}{a} \mathbf{u}_z \right) \quad (\text{III.1-121})$$

à partir de la figure III.1-24 ( $\Omega = 0.1\Gamma$  et  $\delta = 0$ ). On obtient

$$\mu_x = \mu_y = 1.67; \quad \mu_z = 2.2 \quad (\text{III.1-122})$$

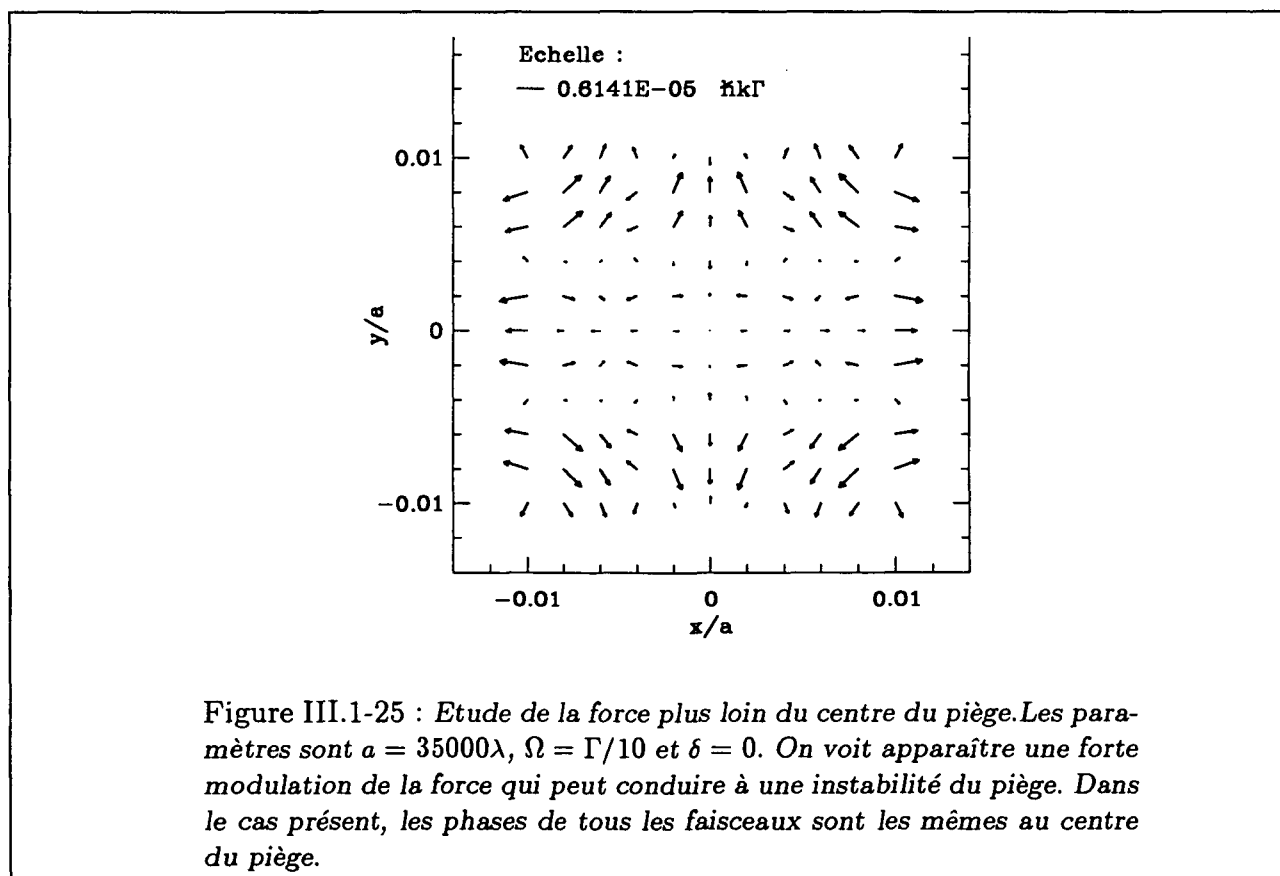
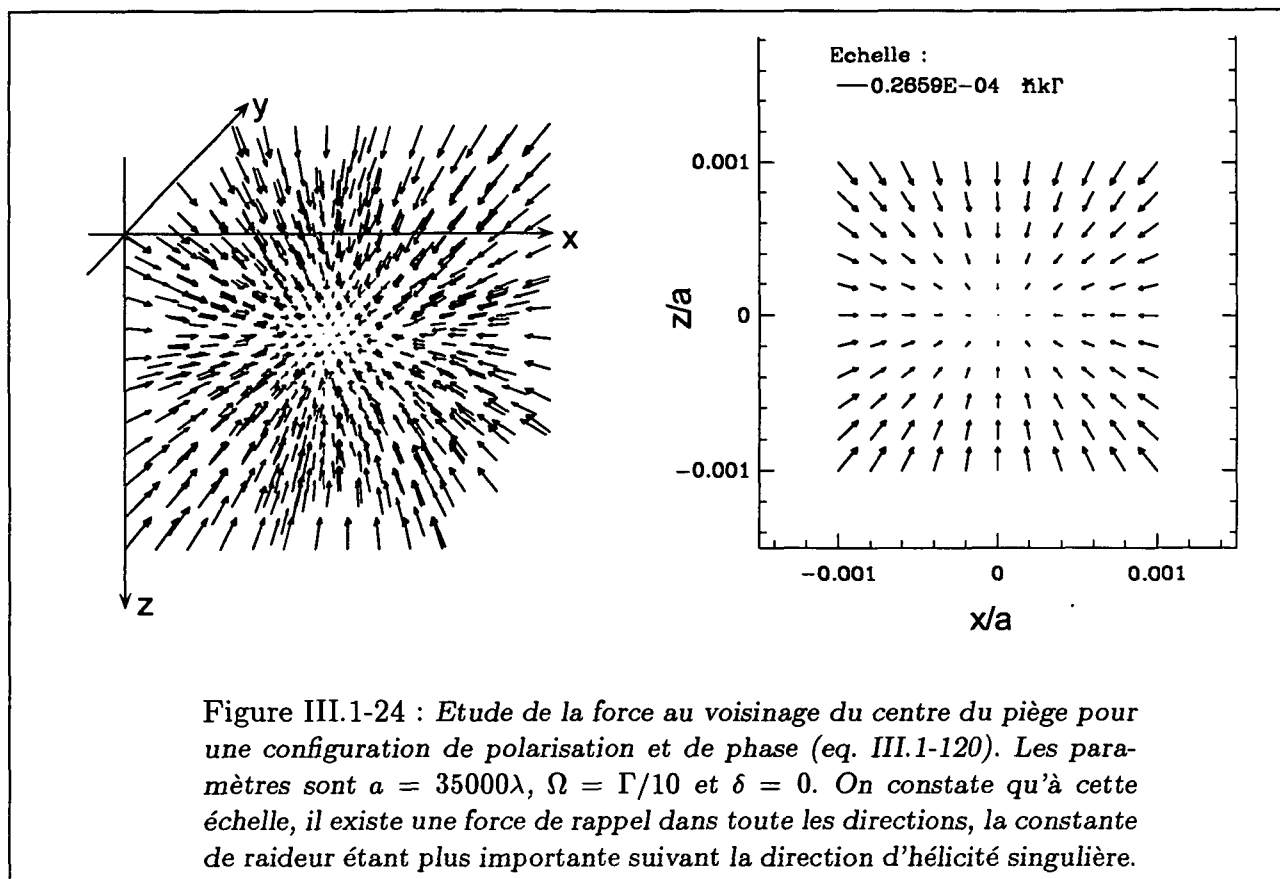
La force de rappel est plus importante suivant la direction où l'hélicité est différente (eq. III.1-120) des deux autres, comme attendu lors de l'étude qualitative, mais la différence n'est pas aussi nette que prévue (on attendait en effet un facteur deux entre ces deux valeurs).

### 1.4.3 Importance de la configuration de polarisation et de la phase des faisceaux

Si on étend maintenant le domaine d'étude de cette force (fig. III.1-25), on constate une forte modulation de celle-ci qui peut apparaître pour certaines configurations de polarisation et de phase. Cette allure "tourmentée" a pour origine la courbure du front d'onde qui va introduire un déphasage entre deux ondes de vecteur de propagation moyen différents.

Dans le cas de deux ondes contre-propageantes, cet effet était négligeable car les deux polarisations sont orthogonales au premier ordre en position suivant une direction transverse à la direction des faisceaux. La zone de linéarité de la force correspond alors à  $x, y, z \leq a/10$ . Au delà de cette zone, certaines composantes de polarisation colinéaires deviendront significativement importantes, il pourra apparaître des modulations à plus grande échelle.

Dans le cas de deux faisceaux de vecteur  $k_{\text{moyen}}$  orthogonaux, en revanche, les polarisations de chaque onde ne seront plus orthogonales au premier ordre en position. Le déphasage occasionné par la courbure du front de l'onde sphérique va donc provoquer une modulation à grande échelle (fig. III.1-26).



Ainsi, si on se déplace d'une faible valeur  $\chi$  suivant la direction de propagation moyenne d'un des faisceaux, on acquiert une phase :

$$\phi_{\perp} = k \frac{\chi^2}{a} \quad (\text{III.1-123})$$

pour l'onde transverse. Un tel déphasage conduit à une figure d'interférence appelée anneaux de Newton.

On peut considérer que l'on sort de la zone de linéarité de la force si  $\phi_{\perp} \geq \pi$  soit  $\chi \geq \sqrt{\lambda a/2}$  (ceci correspond au premier anneau de Newton). On vérifie ainsi que la zone de linéarité dans notre cas de figure est bien de l'ordre de  $a/1000$ .

Cette réduction de la plage de linéarité, qui est provoquée par un phénomène d'interférence entre certaines composantes de polarisation des différents faisceaux sera très différente suivant le choix de la phase de chaque onde. Nous avons alors cherché une configuration plus favorable qui permet d'aboutir à un champ de force plus homogène sur une zone de l'ordre de  $a/100$  compatible avec l'extention du nuage atomique.

Ceci a pu être obtenu pour les conditions suivantes (fig. III.1-27) :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{X+}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) + \mathbf{E}_{X-}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) &= \mathbf{u}_y & (\sigma_+) \\ \mathbf{E}_{Y+}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) + \mathbf{E}_{Y-}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) &= \mathbf{u}_z \exp(i\frac{\pi}{3}) & (\sigma_+) \\ \mathbf{E}_{Z+}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) + \mathbf{E}_{Z-}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) &= \mathbf{u}_x \exp(i\frac{2\pi}{3}) & (\sigma_-) \end{aligned} \quad (\text{III.1-124})$$

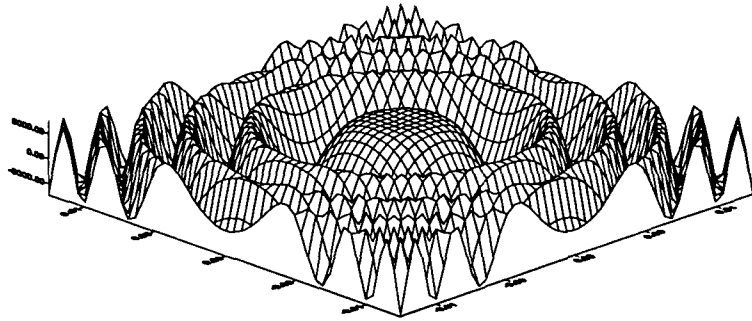
Nous pouvons encore estimer  $\mu_{x,y,z}$  :

$$\mu_x = \mu_y = 0.38; \quad \mu_z = 0.87 \quad (\text{III.1-125})$$

Nous vérifions bien que la force est environ deux fois plus importante suivant la direction d'hélicité singulière. Nous définirons alors  $\mu \sim \mu_{x,y} \sim \mu_z/2 \sim 0.4$

A partir de cette configuration de polarisation, nous avons vérifié les propriétés du TROOP :

- La force de rappel tridimensionnelle disparaît si tous les faisceaux ont la même hélicité. On constate alors qu'au voisinage du centre, on a  $\mu_{x,y,z} \leq 0$  et qu'au delà encore, la force ne conduit à aucun piégeage stable.
- La force de rappel reste identique si on change le bras d'hélicité singulière. Ainsi, si on prend le bras  $Ox$  au lieu du bras  $Oy$ , on obtient  $\mu_x \sim 2\mu_{y,z} \sim 0.87$ .



Allure de l'amplitude du champ électrique (u.a.) dans le plan  $xOy$  ( $x, y \leq a/10$ ) dans le cas où les polarisations des quatre ondes dans le plan sont colinéaires.

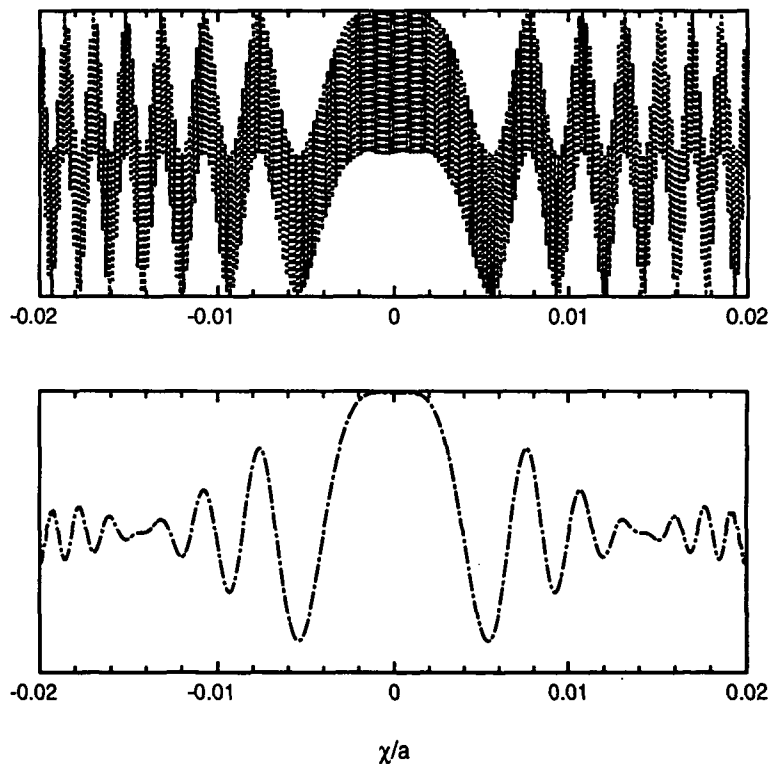
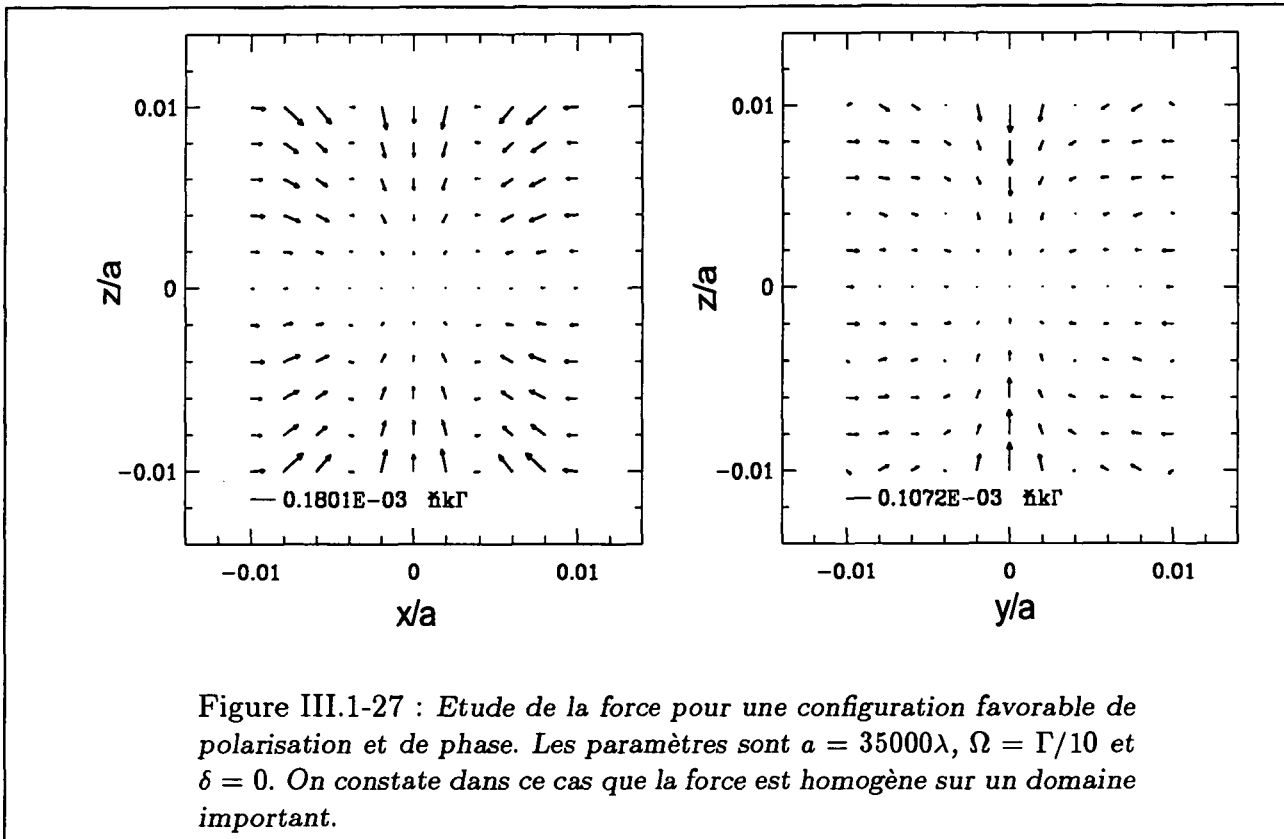


Figure III.1-26 : Etude de l'effet de déphasage dû à la courbure du front d'onde des ondes divergentes. On constate une nette diminution de la plage de linéarité qui devient dans le cas où  $\lambda \sim 1\mu\text{m}$  de l'ordre de  $a/1000$  (le dernier graphe représente le champ après moyenne sur  $\lambda$ ).





#### 1.4.4 Estimation de la constante de raideur pour différentes transitions

Finalement, nous pouvons estimer la constante de raideur dans une telle configuration en fonction de  $\mathcal{F}_0$  pour de faibles désaccords et paramètres de saturation.

transition	$\mu$	$\mathcal{K}$
1 $\rightarrow$ 2	0.4	$0.4 \times \mathcal{F}_0/a$
4 $\rightarrow$ 5	1.2	$1.2 \times \mathcal{F}_0/a$

(III.1-126)

**A.N.:**

Nous pouvons estimer la constante de raideur sur le césium pour  $\Omega = \Gamma$  et  $\delta = -3\Gamma$

$$\mathcal{K} \simeq 4 \times 10^{-20} \text{J/m}^2$$

qui est du même ordre de grandeur que la constante de raideur calculée dans le cas des faisceaux alternés (moins d'un facteur deux de différence) avec les mêmes paramètres.

#### 1.4.5 Recherche des paramètres optimaux du TROOP

Il est important de noter que cette constante de raideur est estimée au centre du piège. Elle est beaucoup plus faible à grande échelle à cause des effets de déphasage

cités précédemment. Nous pouvons chercher les conditions optimales de fonctionnement du TROOP en posant comme condition que le nuage atomique doit être plus petit que la première zone de Fresnel (correspondant au premier anneau de Newton). Pour de faibles saturations et  $\delta \geq 3\Gamma$ , nous pouvons écrire :

$$\mathcal{K}r^2 = k_B \mathcal{T} \sim \frac{\hbar \Omega^2}{\delta} \quad (\text{III.1-127})$$

La première zone de Fresnel est définie par

$$r^2 \leq f \pi a k \quad (\text{III.1-128})$$

A faible saturation, nous pouvons de plus écrire

$$\mathcal{K} \sim \frac{\hbar k \Gamma}{a} \frac{\Omega^2}{4\delta^2} \quad (\text{III.1-129})$$

soit

$$\delta < \mu \Gamma \quad (\text{III.1-130})$$

Il est intéressant de noter que cette condition ne dépend que de la structure interne de l'atome (via le coefficient  $\mu$ ) et pas du tout de la masse ou du paramètre  $a$ . Pour le césium on a  $\mu \simeq 1$ , et la condition (eq. III.1-130) impose  $\delta \leq \Gamma$ , ce qui est contradictoire avec la condition de validité du calcul.

### 1.4.6 Conclusion

Les premiers résultats numériques montrent une forte dépendance de la force en fonction de la phase relative des faisceaux. Il reste encore à bien comprendre le rôle de ces phases. De plus, il semble opportun d'explorer une configuration de TROOP en tétraèdre où la sensibilité à la phase devrait être réduite.

# Chapitre 2

## Le TROOP : expérience

Dans ce chapitre, nous décrivons la réalisation du nouveau type de piège utilisant des faisceaux divergents. Nous avons effectué cette étude expérimentale sur l'atome de césium qui présente une transition  $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$  (Annexe A) qui convient parfaitement à notre nouveau piège ; nous avons vu que pour un bon fonctionnement de ce piège il est nécessaire de travailler sur une transition  $J_g \geq 1/2 \rightarrow J_g + 1$ .

Le césium présente l'avantage d'être facilement piégé dans une cellule contenant une vapeur à très basse pression [23, 24]. Le dispositif expérimental est ainsi relativement simple puisque constitué d'une cellule de verre pompée par une pompe ionique et de diodes laser.

Nous décrivons dans un premier temps le dispositif à ultra vide, les sources lasers, puis le reste du dispositif expérimental.

Nous présenterons pour finir les résultats expérimentaux obtenus sur ce nouveau piège, ainsi que ses caractéristiques.

### 2.1 Le dispositif expérimental

#### 2.1.1 La cellule de césium

Nous avons utilisé une cellule de verre pompée par une pompe ionique d'un débit de 25 l/s (fig. III.2-3). Le césium se trouve dans un queusot séparé de la cellule par une vanne UHV (*Ultra High Vacuum*), de même que la pompe ionique est séparée de la cellule par une autre vanne. Avant l'introduction du césium dans la cellule, nous avons étuvé à 150°C pendant plusieurs jours. Nous avons alors obtenu un courant au niveau de la pompe inférieur à 1  $\mu$ A, d'où nous déduisons une pression inférieure à quelques  $10^{-9}$  Torr. Pour régler ensuite la pression de césium dans la cellule, on ouvre la vanne en contrôlant la température du queusot. Si on chauffe ce dernier, le césium va remplir la cellule. Si on ferme ensuite la vanne de communication entre le queusot et la cellule, celle entre la cellule et la pompe étant pratiquement fermée, nous obtenons une pression de césium qui varie très peu à l'échelle de quelques jours, avec une pression au niveau de la pompe inférieure à  $10^{-9}$  Torr. Afin de contrôler plus précisément la pression de césium dans la cellule, nous avons installé un point froid utilisant l'effet pelletier.

Grâce à ce point froid, on peut *condenser* le césium qui se trouve dans la cellule, et ainsi contrôler efficacement la pression de la vapeur pendant les expériences.

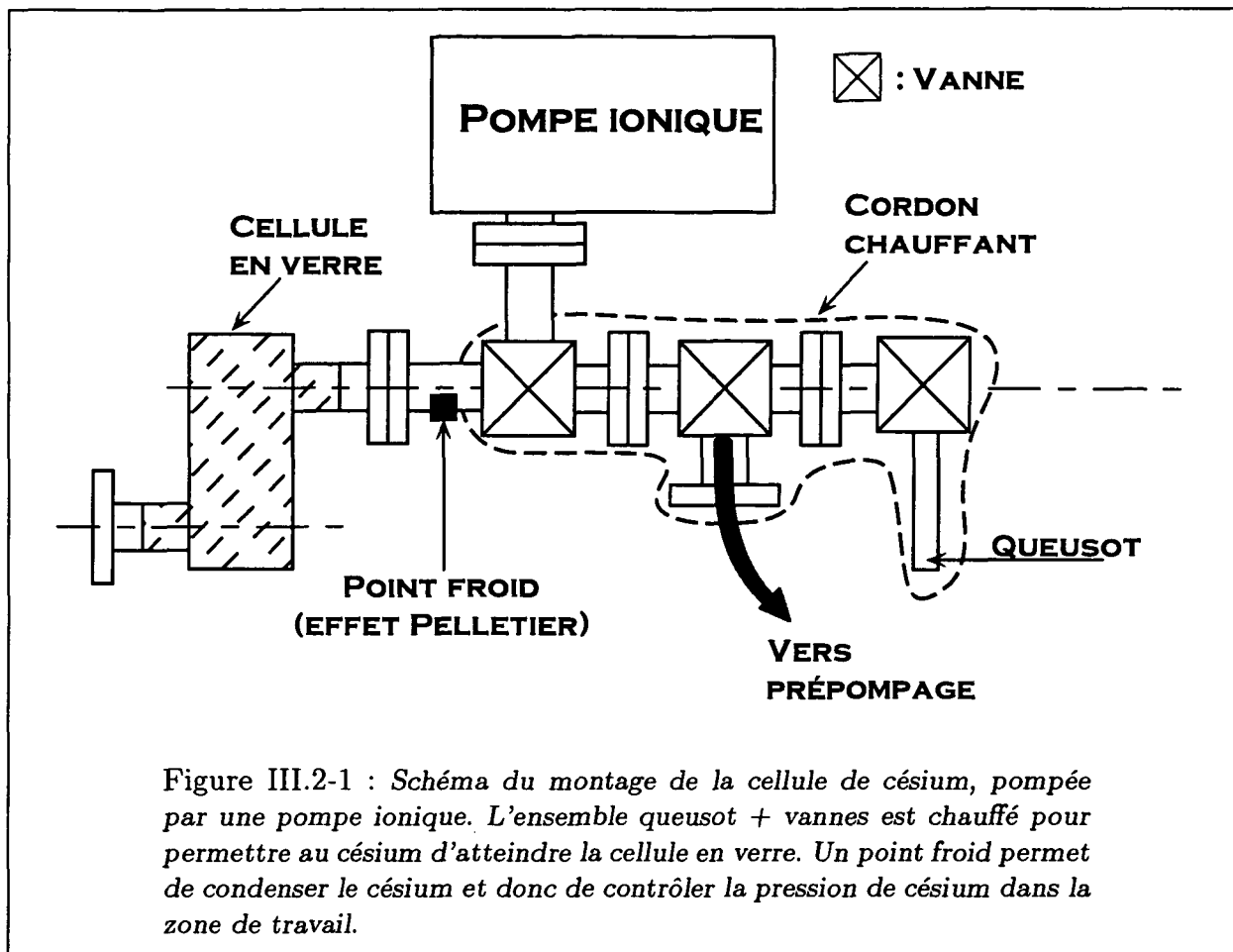


Figure III.2-1 : Schéma du montage de la cellule de césium, pompée par une pompe ionique. L'ensemble queusot + vannes est chauffé pour permettre au césium d'atteindre la cellule en verre. Un point froid permet de condenser le césium et donc de contrôler la pression de césium dans la zone de travail.

### 2.1.2 Les lasers

Nous travaillons sur la transition  $6S_{1/2}F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}F' = 5$  du césium, qui correspond à une longueur d'onde  $\lambda = 852.115\text{nm}$ . A cette longueur d'onde, il est maintenant possible de trouver des diodes laser suffisamment puissantes pour réaliser un piège.

Ces diodes laser représentent un progrès considérable par rapport aux lasers *classiques* comme le laser à saphire dopé au titane décrit dans la partie précédente. Elles sont moins encombrantes et moins onéreuses, ce qui permet de les remplacer facilement. La raie d'émission des diodes laser traditionnelles possède néanmoins une largeur spectrale élevée ( $\sim 10\text{ MHz}$ ).

Il existe des méthodes pour affiner spectralement ces sources laser [25], principalement basées sur la contre réaction optique d'une cavité Fabry-Perot extérieure [26] ou d'un réseau pour les diodes en cavité étendue [27]. Il est depuis peu possible d'acheter des diodes laser affinées par une méthode de contre réaction DBR (*Distributed Bragg Reflector*), qui permet d'atteindre des largeurs spectrales inférieures à  $0.5\text{ MHz}$  sur un

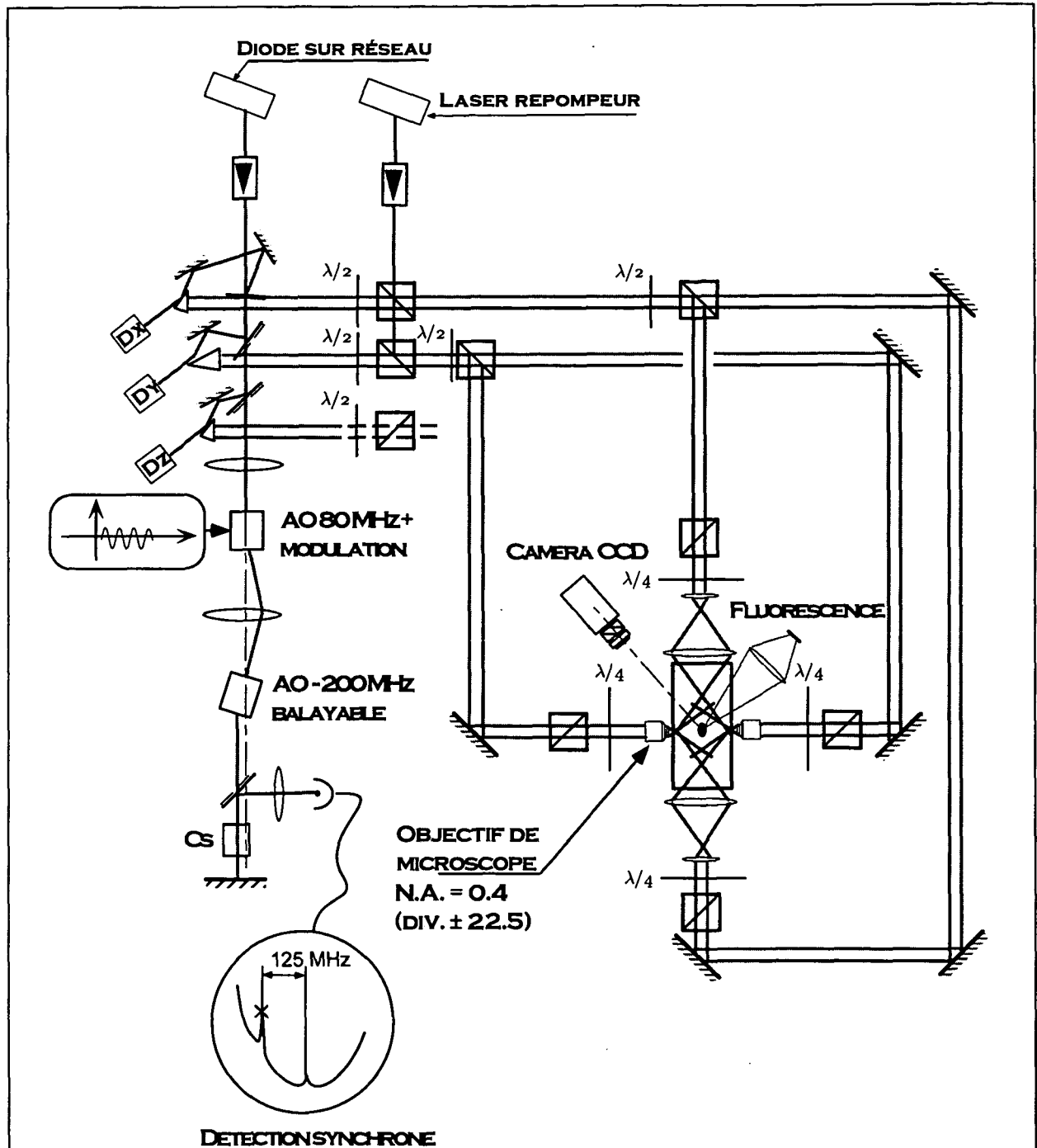
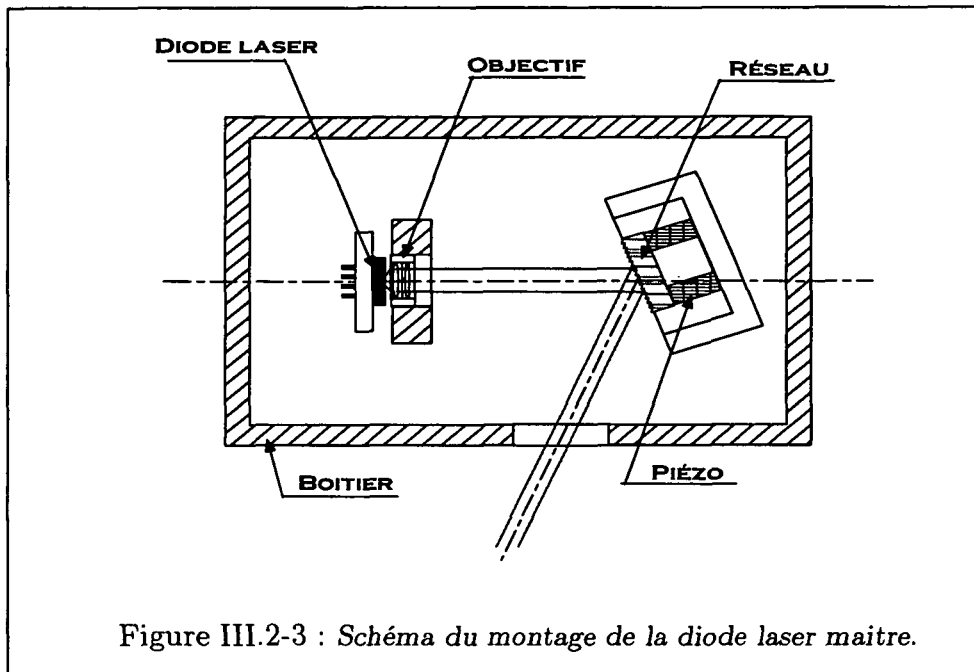


Figure III.2-2 : Schéma du dispositif expérimental. 3 diodes laser sont utilisées, permettant ainsi d'en utiliser une pour chaque bras du piège. Ces diodes laser sont stabilisées en fréquence par injection d'une diode laser à cavité étendue asservie sur une raie du spectre d'absorption saturée du césium. Les ondes divergentes sont obtenues à l'aide de 4 objectifs de microscopes et de 2 télescopes pour la grande dimension de la cellule. On obtient ainsi une ouverture numérique  $n.a. \sim 0.4$ .

domaine de longueur d'onde assez large (manufacturées par YOKOGAWA, SPECTRA DIODE LAB).

Pour notre expérience, nous avons utilisé trois diodes puissances (SPECTRA DIODE LAB SDL 5422 ;  $P_{\max} \simeq 200$  mW), pilotées par l'injection d'une diode laser maître (SDL 5412 ;  $P_{\max} \simeq 100$  mW montée en cavité étendue).

### Le laser maître



La diode maître est montée en cavité étendue. C'est une diode SPECTRA DIODE LAB SDL 5412 dont la puissance maximale est de 100 mW. L'onde laser produite est collimatée à l'aide d'un objectif MELLES GRIOT (06 GLC 002) positionné à la sortie de la diode. Cet objectif est collé sur un support complètement solidaire de l'ensemble du montage. La mise en position minutieuse de cet objectif est fondamentale et nous discuterons plus loin la méthode utilisée. Le faisceau ainsi collimaté est réfléchi par un réseau blazé (c.a.d. qui favorise la diffraction de l'ordre 1 au détriment de l'ordre -1) à 750 nm composé de 1200 lignes/mm (JOBIN YVON 5100902). Pour travailler dans de bonnes conditions d'efficacité du réseau, la polarisation du faisceau laser incident doit être verticale (pour une déviation horizontale). Ce réseau est monté sur une cale piézoélectrique qui permet de balayer la longueur de la cavité sur plusieurs longueurs d'onde  $\lambda$ . Cette même cale est montée sur un support permettant d'ajuster très précisément la position angulaire du réseau, afin de rétro-réfléchir l'ordre 1 diffracté vers la diode. L'ordre 0 (partie du faisceau réfléchi) est utilisé pour l'expérience. Environ 50 % de l'intensité délivrée par la diode est réfléchi dans la partie utilisable (ordre 0) et 30 % est rétro-réfléchi vers la diode (ordre 1) [28]. La très bonne qualité du recouvrement des modes du faisceau émis par la diode et de l'ordre 1 renvoyé par le réseau vers celle-ci est fondamentale pour obtenir un bon affinement spectral. Il est donc important de bien régler la position du réseau d'une part et d'avoir bien collimaté le faisceau émis par la diode d'autre part. Pour ce faire, nous avons réglé

la position de l'objectif avant de le coller, tout en vérifiant la qualité de l'injection. Celle-ci se fait facilement en observant le courant de seuil  $I_s$ , à partir duquel la diode se met à émettre. Ce courant doit diminuer significativement à cause de l'injection (de  $\sim 20$  mA à  $\sim 15$  mA pour la diode SDL 5412).

Nous avons maintenant une cavité laser qui peut subir des déformations mécaniques dues aux fluctuations de température. Ainsi, la cavité formée par la face arrière de la diode laser et le réseau aura une longueur variable qui entraînera des fluctuations lentes de la fréquence. D'autre part, les vis de réglage du réseau peuvent se déformer, ce qui entraînera une perte de l'injection. Afin d'éviter les fluctuations de température, l'ensemble de la diode est donc montée dans un boîtier contrôlé en température.

Ce système permet d'obtenir une diode délivrant une puissance de 20 mW à 40 mW<sup>(1)</sup> avec une largeur spectrale d'environ 500 kHz [29] et balayable sur plus d'un profil Doppler ( $\geq 1$  GHz).

### L'injection des lasers de puissance

Afin de disposer d'une puissance suffisante pour étudier le piège, nous avons utilisé la diode ci-dessus pour injecter des diodes plus puissantes (trois diodes SDL 5422 soit une puissance totale  $P_{\max} \sim 3 \times 200$  mW). Par ce procédé la diode dite *esclave* joue le rôle d'amplificateur de l'onde lumineuse délivrée par la diode dite *maître*. Les diodes *esclaves* sont correctement injectées si les faisceaux laser des diodes injectante et injectée ont, au niveau de la face de sortie de la diode *esclave*, des polarisations, des tailles et des divergences identiques. Pour envoyer le faisceau d'injection sur la diode de puissance, nous avons utilisé la réflexion parasite (quelques pourcents) sur la face du prisme anamorphoseur qui compense l'ellipticité des faisceaux. Nous avons ainsi obtenu l'injection de la diode sur une plage d'environ 5 mA ( $\sim 1$  GHz).

Obtenir un faisceaux laser monomode de faible largeur spectrale autour de 852 nm n'est pas suffisant pour réaliser un expérience de piégeage. Il faut de plus stabiliser convenablement la fréquence de la source laser, tout en conservant la possibilité de balayer celle-ci afin, par exemple, d'étudier le comportement du piège en fonction du désaccord des lasers. Ceci est possible en asservissant le laser maître sur un des pics d'un signal d'absorption saturée par une méthode de modulation (la même que celle utilisée pour le laser à Saphir dopé au Titane (fig. II.1-23)). Il existe plusieurs méthodes pour créer la modulation de fréquence nécessaire à ce type d'asservissement (modulation de courant de la diode, de la longueur de la cavité, ...). Ces méthodes présentent l'inconvénient de laisser une modulation résiduelle (celle nécessaire à la détection synchrone) sur les faisceaux utilisés pour l'expérience. Pour s'affranchir de ce problème, nous avons choisi d'utiliser une partie du faisceau maître pour réaliser exclusivement l'asservissement. Le faisceau passe alors à travers un premier modulateur acousto-optique (CRISTAL TECHNOLOGIE 3080) qui va déplacer la fréquence du faisceau de 80 MHz vers les hautes fréquences. Le fréquence du signal de commande de ce modulateur est modulé de 1 MHz autour de sa porteuse à une fréquence de  $\sim 100$  kHz. Le faisceaux passe alors à travers un deuxième modulateur acousto-optique (CRISTAL TECHNOLOGIE 3200) qui va déplacer la fréquence de 200 MHz vers les basses fréquences. La valeur de cette fréquence peut être changée de  $\pm 50$

---

<sup>(1)</sup>Cette limitation vient du fait qu'il ne faut pas que la puissance dans la cavité excède la puissance maximum que supporte la diode laser.

MHz, ce qui permet d'avoir un faisceau laser asservi balayable sur une plage d'environ 80 MHz sans perdre l'asservissement. En asservissant le faisceau sur le premier croisement de niveaux du spectre d'absorption saturée associé au niveau hyperfin fondamental  $F = 4$  à  $\nu = -125$  MHz de la raie 4 – 5, nous obtenons pour les faisceaux du piège une fréquence désaccordée de quelques MHz en dessous de la résonance. On peut ainsi balayer la fréquence des lasers de  $0.5\Gamma$  à  $\sim 5\Gamma$  avec une bonne précision sur le désaccord.

## Le montage optique

Les faisceaux laser délivrés par les trois diodes *esclaves* sont maintenant dirigés vers la cellule pour créer 6 faisceaux divergents indépendants polarisés circulairement. De plus, nous voulons ajuster précisément l'intensité de chaque faisceau, afin de contrôler non seulement l'équilibre des faisceaux contre propageants, mais aussi celui des trois paires de faisceaux. Nous avons en effet pu constater dans le premier chapitre que le TROOP, contrairement au PMO, est très sensible à un déséquilibre d'intensité entre les différentes paires d'ondes.

Pour contrôler ces intensités, le faisceau issu d'une diode laser passe d'abord à travers une lame demi-onde qui permet de faire tourner sa polarisation. Il traverse ensuite un cube séparateur de polarisation qui transmet la polarisation horizontale et réfléchit la polarisation verticale. Grâce à ce système, il est possible de moduler l'intensité du faisceau de  $\sim 4\%$  à  $100\%$ . Le faisceau passe ensuite à travers un deuxième système lame demi-onde + cube qui permet de séparer le faisceau en deux parties qui formeront les deux ondes contre-propageantes. La précision de l'équilibrage des intensités dépend de la précision des support tournant utilisé pour les lames biréfringentes. Dans notre cas, elle était de l'ordre de  $5\%$ .

Au niveau du premier cube séparateur de polarisation, nous avons mélangé aux faisceaux laser piégeants un faisceau repompeur accordé sur la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  de la raie  $D_2$  du césium, ceci afin d'empêcher les atomes d'aller s'accumuler dans le niveau hyperfin  $F = 3$  de l'état fondamental, ce qui empêcherait le fonctionnement du piège. Le faisceau repompeur est obtenu avec une autre diode sur réseau (présentée précédemment) asservi à la fréquence  $\lambda \simeq 852.09$  nm sur le signal d'absorption saturée de la raie du niveau  $F = 3$ .

Enfin, Nous voulons pouvoir installer et enlever facilement les objectifs de microscope pour passer de la configuration de faisceaux divergents à une configuration de faisceaux parallèles (pour réaliser par exemple un MOT en faisceaux parallèles) sans désaligner l'optique. Pour ce faire, nous avons utilisé un banc MICROCONTRÔLE sur lequel nous avons installé un diaphragme et l'objectif de microscope. Ces deux éléments sont distants d'environ 30 cm, ce qui permet de définir un axe optique à  $\pm 1^\circ$ . Une lame quart d'onde placée avant l'objectif de microscope permet de rendre la polarisation de l'onde circulaire. Nous avons précédé cette lame d'un cube séparateur de polarisation, afin de s'assurer de la qualité de la polarisation circulaire (celle-ci peut être dégradée lors de la réflexion sur les miroirs), obtenant ainsi une ellipticité résiduelle  $(I_{\sigma_+} - I_{\sigma_-}) / (I_{\sigma_+} + I_{\sigma_-})$  inférieure à  $4\%$ . Notons de plus que les faces de la cellule ne sont pas traitées anti-reflet et le fait de travailler en ondes divergentes



dégrade légèrement la qualité de la polarisation<sup>(2)</sup>.

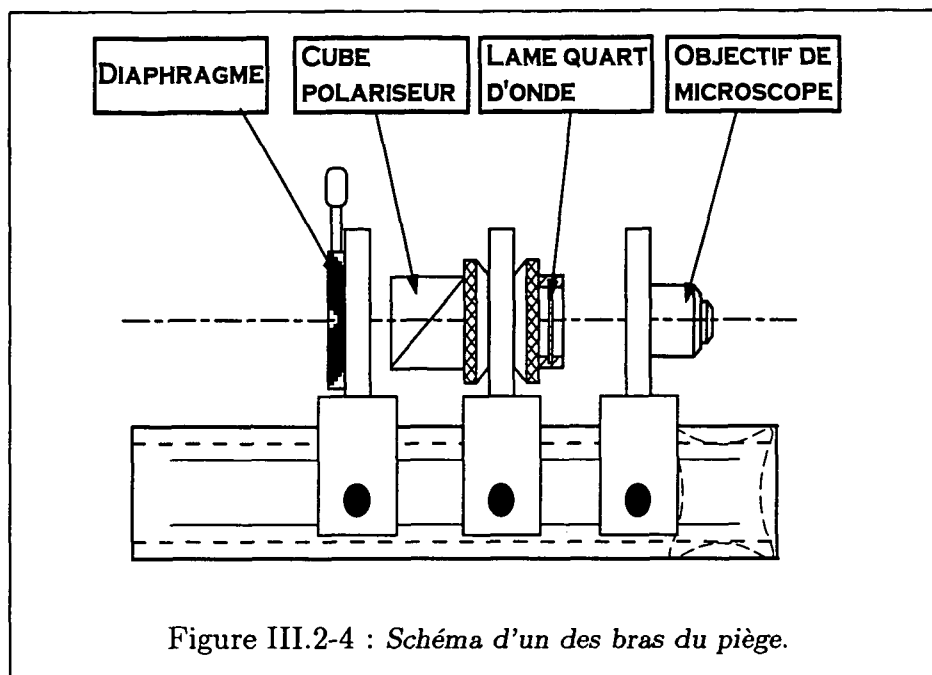


Figure III.2-4 : Schéma d'un des bras du piège.

Nous avons compensé le champ magnétique terrestre à l'aide de trois paires de bobines de Helmholtz, obtenant ainsi un champ magnétique résiduel au niveau du piège inférieur à quelques milliGauss. Nous avons de plus vérifié qu'il n'existait pas de gradient de champ magnétique résiduel supérieur à 1mG/cm. Afin de vérifier en permanence la qualité de l'annulation du champ magnétique résiduel, nous avons placé une sonde à champ magnétique sensible à une centaine de microGauss à proximité du piège ( $\sim 3$  cm).

Pour finir, notons que la configuration de polarisation permettant d'obtenir un TROOP est rigoureusement identique à celle d'un piège magnéto-optique. Nous avons donc placé sur le montage des bobines créant un champ magnétique quadrupolaire permettant de réaliser au point d'intersection des faisceaux un gradient de champ magnétique de l'ordre de 10 G/cm. Ces bobines seront très utiles pour vérifier la qualité des réglages avant de les couper pour réaliser le piège sans champ magnétique.

### 2.1.3 Les outils d'analyse du piège

#### Détermination du nombre d'atomes par fluorescence

Nous allons présenter ici une méthode de détermination du nombre d'atomes piégés à partir de l'analyse de la fluorescence recueillie sur une photodiode. Pour ce faire, il suffit de faire l'image du piège sur cette photodiode à l'aide d'un système optique (fig. III.2-5).

<sup>(2)</sup>Cette propriété nous a d'ailleurs obligé de travailler à l'incidence "normale" sur les faces, car en travaillant avec un angle d'incidence moyen de  $45^\circ$ , certains rayons subissaient pratiquement une réflexion totale.

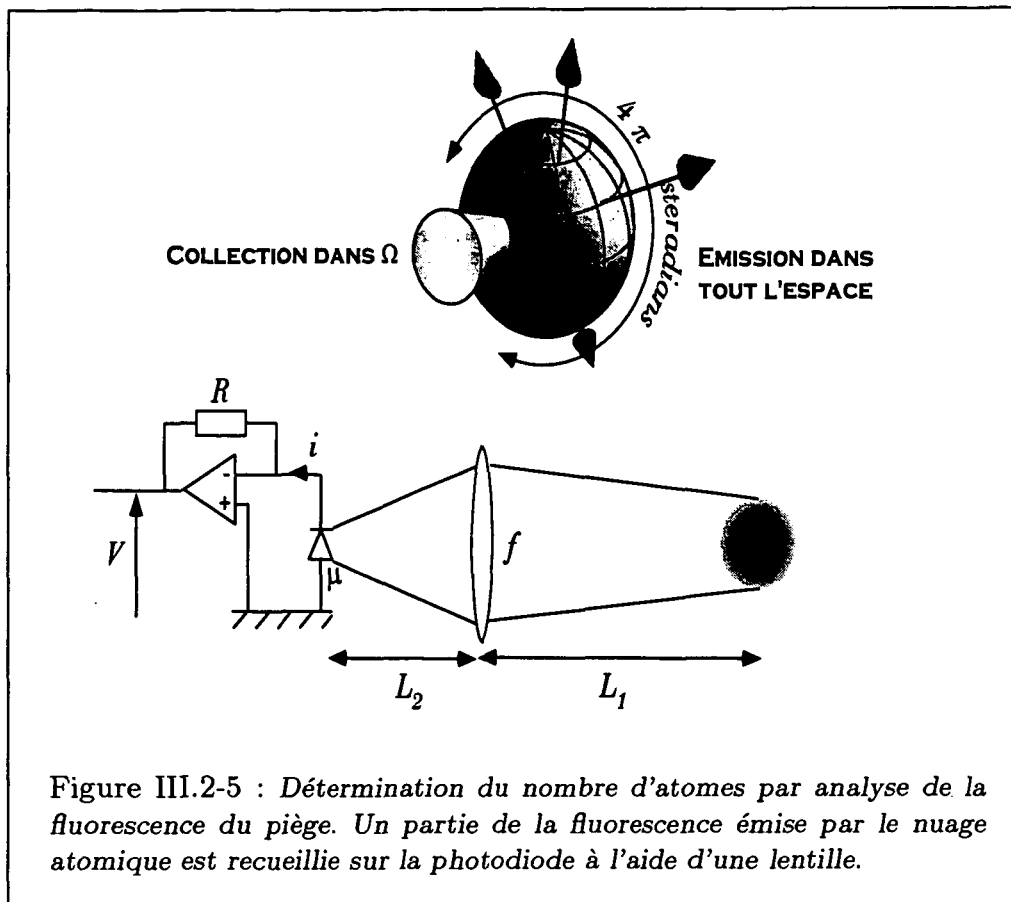


Figure III.2-5 : Détermination du nombre d'atomes par analyse de la fluorescence du piège. Une partie de la fluorescence émise par le nuage atomique est recueillie sur la photodiode à l'aide d'une lentille.

Nous pouvons estimer la puissance émise dans toutes les directions par le nuage d'atomes piégés. Dans un premier temps, nous allons supposer que tous les atomes piégés contribuent à la lumière émise<sup>(3)</sup> :

$$P_{\text{tot}} = N_{\text{at}} \hbar \omega_L \frac{\Gamma}{2} \frac{s c_0^2}{1 + s c_0^2} \quad (\text{III.2-1})$$

où  $s$  représente le paramètre de saturation total des ondes du piège ( $\sim 6 \times s_0$  par onde) et  $c_0^2$  un terme correctif qui tient compte de la structure interne de l'atome (*c'est à dire des diverses transitions Zeeman possibles de la raie atomique concernée*). Pour le césium, ce terme vaut  $c_0^2 \simeq 0.8$ . Pour estimer cette valeur, il suffit de constater que la somme des populations dans les niveaux excités vaut  $(\Gamma/2)dN_{\text{at}}/dt$ . Notre programme numérique nous a permis de trouver ce coefficient, qui est en accord avec des calculs entièrement quantiques [30] et avec des mesures expérimentales [31]. Ce facteur peut paraître surprenant à première vue, puisqu'on aurait tendance à moyenniser l'effet de la lumière sur tous les coefficients de Clebsch-Gordan. On obtient alors  $c_0^2 = 0.4$ . En fait, dans notre configuration de polarisation, le pompage optique va induire une orientation du spin atomique suivant la direction de polarisation, maximisant ainsi l'effet de la lumière.

<sup>(3)</sup>Nous étudierons plus loin les limitations à ce modèle, et les incertitudes que cela entraîne.

Notre système optique collecte une fraction  $\Omega/4\pi$  de cette lumière avec :

$$\Omega = 4\pi \frac{D^2}{4L_1^2} \quad (\text{III.2-2})$$

où  $D$  représente le diamètre de la lentille utilisée pour la collection et  $L_1$  la distance de cette lentille au centre du piège.

Cette lumière est collectée sur une photodiode de rendement quantique  $\eta$  (A/W) montée sur une résistance de charge  $R$ . Nous obtenons ainsi une tension  $V$  que nous pouvons éventuellement amplifier avec un gain  $G$ . Finalement, nous obtenons donc le nombre d'atomes :

$$N_{\text{at}} = S(\text{Volt}) \frac{2\pi}{\Omega} \frac{1 + sc_0^2}{\Gamma sc_0^2} \frac{1}{\hbar\omega_L R \eta G} \quad (\text{III.2-3})$$

**A.N.:**

Dans les conditions de notre expérience, nous avons  $\eta = 0.5$  A/W,  $G = 100$ ,  $R = 1\text{M}\Omega$  et  $\frac{\Omega}{4\pi} = 12.35 \times 10^{-3}$ . Nous obtenons pour  $sc_0^2 = 0.1$  :

$$\frac{N_{\text{at}}}{S(\text{Volt})} = 4.6 \times 10^7$$

### • Les limitations de la méthode

Nous venons d'étudier comment déterminer le nombre d'atomes piégés à l'aide de la mesure de la fluorescence émise par le piège. Une telle mesure ne sera fidèle que si la densité atomique n'est pas trop élevée. En effet, la densité est telle que les faisceaux laser sont absorbés avant d'atteindre le centre du piège, certains atomes ne contribueront pas au signal de fluorescence.

Calculons l'absorption d'un faisceau d'intensité  $I$  lorsqu'il traverse un nuage atomique de densité  $n_0$  supposée uniforme :

$$\frac{dI}{dx} = -n_0\sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} I \quad (\text{III.2-4})$$

où  $\sigma_0 = c_0^2 \frac{3\lambda^2}{2\pi}$  est le produit de la section efficace d'absorption à résonance pour un système à deux niveaux par le terme correctif introduit précédemment. Nous pouvons donc estimer la longueur d'absorption typique du faisceau dans ce nuage d'atomes :

$$L_{\text{abs}} = \frac{4\delta^2 + \Gamma^2}{\Gamma^2 n_0 \sigma_0} \quad (\text{III.2-5})$$

Pour que notre analyse reste valable, il faut que cette longueur soit beaucoup plus grande que la taille du piège ( $L_{\text{abs}} \gg r_{\text{nuage}}$ ). Nous déduisons donc une condition sur

la densité pour valider notre mesure :

$$n_0 r_{\text{nuage}} \ll \frac{4\delta^2 + \Gamma^2}{\Gamma^2 \sigma_0} \quad (\text{III.2-6})$$

**A.N.:**

(i) Pour le césium,  $\sigma_0 = 2 \times 10^{-10} \text{ cm}^2$ . A désaccord nul, nous avons donc  $n_0 r_{\text{nuage}} \simeq 5 \times 10^9 \text{ at/cm}^2$ . Pour un rayon  $r_{\text{nuage}} = 5 \times 10^{-2} \text{ cm}$ , on trouve une densité limite  $n_{\text{max}} \simeq 10^{11} \text{ at/cm}^3$ . Au delà, nous pouvons estimer le nombre d'atomes en multipliant la mesure effectuée (eq. III.2-3) par le facteur correctif  $r_{\text{nuage}}^3 / L_{\text{abs}}^3$ .

(ii) Notons que pour un désaccord de  $3\Gamma$ , la densité limite est d'environ  $10^{12} \text{ at/cm}^3$ , ce qui est au dessus des densités que nous avons atteintes dans le TROOP. On peut donc estimer que notre mesure reste fidèle.

Le modèle étudié ci-dessus ne tient pas compte de la forme du piège, qui est en fait proche d'une distribution gaussienne.

Notons qu'à de telles densités, les atomes ne sont plus indépendants les uns des autres [32, 39], ce qui donne naissance à des phénomènes comme la diffusion multiple qui viendront fausser notre mesure de fluorescence.

### Analyse par imagerie CCD

Afin d'obtenir des informations sur la taille du piège, nous avons traité les images obtenues à partir d'une caméra CCD (fig. III.2-6). Nous présentons ici, sur un exemple, les techniques utilisées pour obtenir en temps réel le nombre d'atomes dans le piège et la taille du nuage.

#### • *Suppression automatique du fond de l'image*

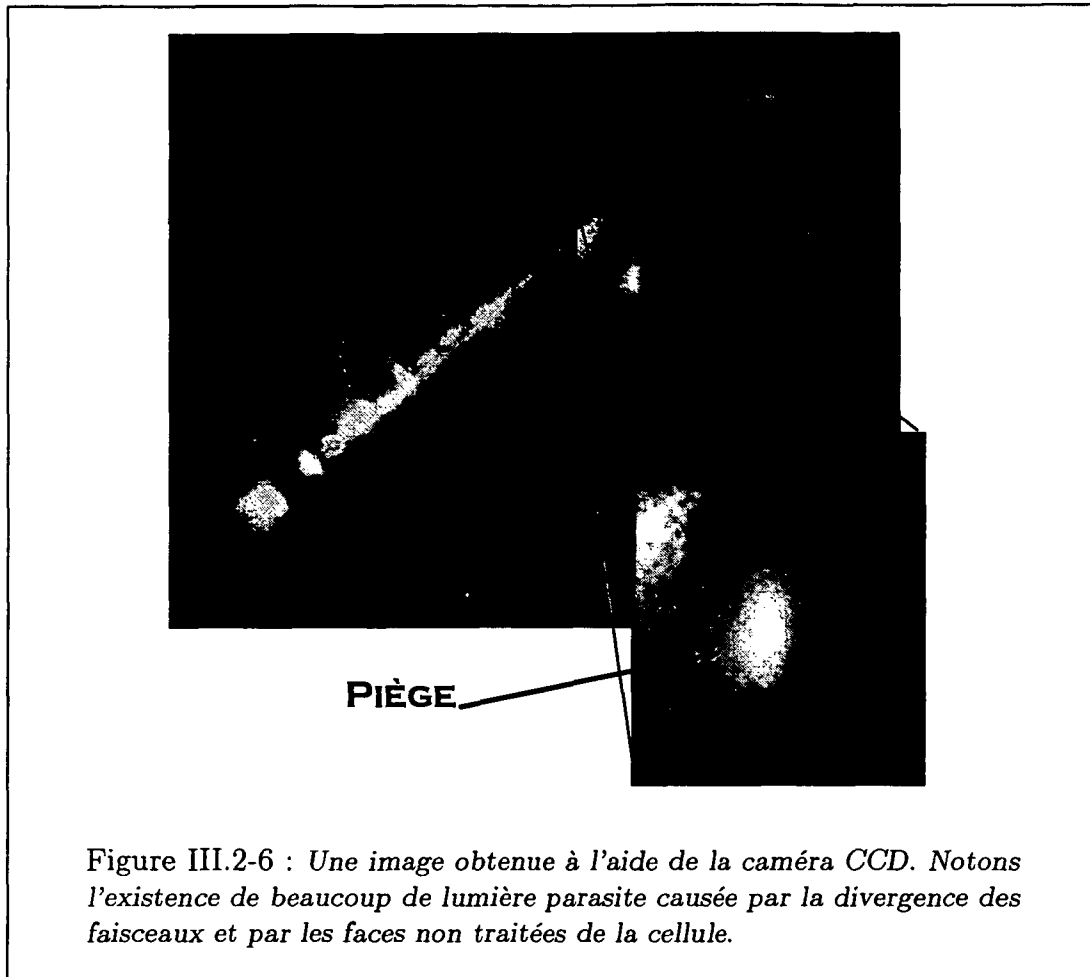
La divergence des faisceaux du piège et les faces non traitées sont à l'origine d'une forte lumière parasite qui peut gêner l'analyse des images. Il est donc nécessaire de supprimer la lumière du fond afin d'augmenter la détectivité.

Lors de l'analyse d'une image, nous sélectionnons d'abord la zone qui contient le piège, ceci afin de se débarrasser de la majeure partie de la lumière parasite (fig. III.2-6). Il reste ensuite un fond lumineux qui n'est pas forcément constant qui doit être supprimé afin de ne pas fausser les mesures de taille et de nombre d'atomes (fig. III.2-7).

Pour ce faire, nous avons soustrait à l'image un plan d'équation :

$$z = A + Bx + Cy \quad (\text{III.2-7})$$

ajustant les  $N$  pixels situés sur les quatre bords de l'image. Cet ajustement a été effectué en utilisant la méthode des moindres carrés [34].



Le but de cette méthode est de minimiser l'écart quadratique moyen :

$$\chi^2(A, B, C) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{z_i - A - Bx_i - Cy_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{III.2-8})$$

où  $\sigma_i$  représente la déviation standard de chaque pixel. Pour ce faire, il faut donc trouver les paramètres qui annulent la dérivée de (eq. III.2-8) :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial \chi^2}{\partial A} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{z_i - A - Bx_i - Cy_i}{\sigma_i^2} \\ 0 &= \frac{\partial \chi^2}{\partial B} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{x_i(z_i - A - Bx_i - Cy_i)}{\sigma_i^2} \\ 0 &= \frac{\partial \chi^2}{\partial C} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{y_i(z_i - A - Bx_i - Cy_i)}{\sigma_i^2} \end{aligned} \quad (\text{III.2-9})$$

Nous pouvons réécrire ces conditions en fonction des paramètres :

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} & S_x &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2} & S_y &= \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} \\
 S_{xx} &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} & S_{xz} &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i z_i}{\sigma_i^2} & S_{xy} &= \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \\
 S_z &= \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_i^2} & S_{yy} &= \sum_{i=1}^N \frac{y_i^2}{\sigma_i^2} & S_{yz} &= \sum_{i=1}^N \frac{y_i z_i}{\sigma_i^2}
 \end{aligned} \tag{III.2-10}$$

Nous obtenons alors un simple système d'équation :

$$\begin{aligned}
 AS + BS_x + CS_y &= S_z \\
 AS_x + BS_{xx} + CS_{xy} &= S_{xz} \\
 AS_y + BS_{xy} + CS_{yy} &= S_{yz}
 \end{aligned} \tag{III.2-11}$$

Nous obtenons alors facilement les paramètres du plan que nous pouvons soustraire à l'image (fig. III.2-7).

- **Caractérisation du piège : centre, rayon, asymétrie ...**

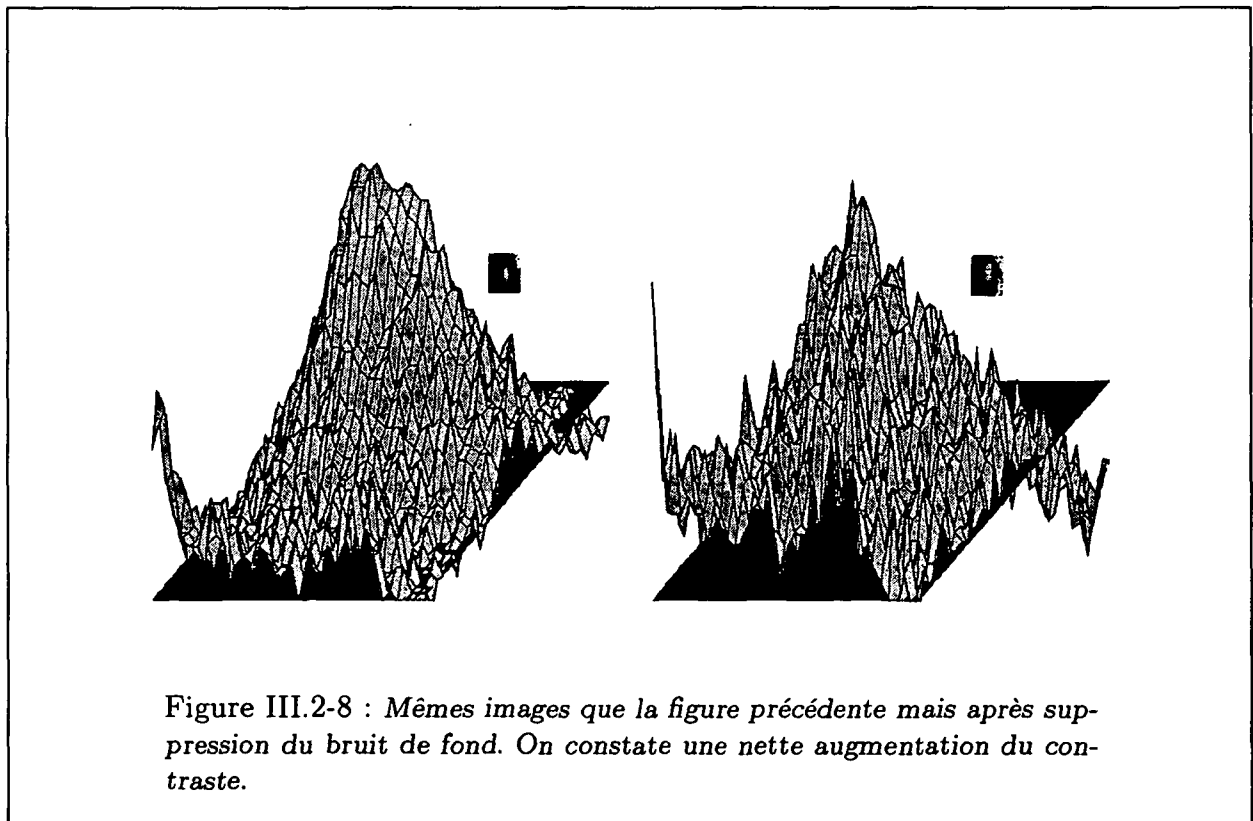
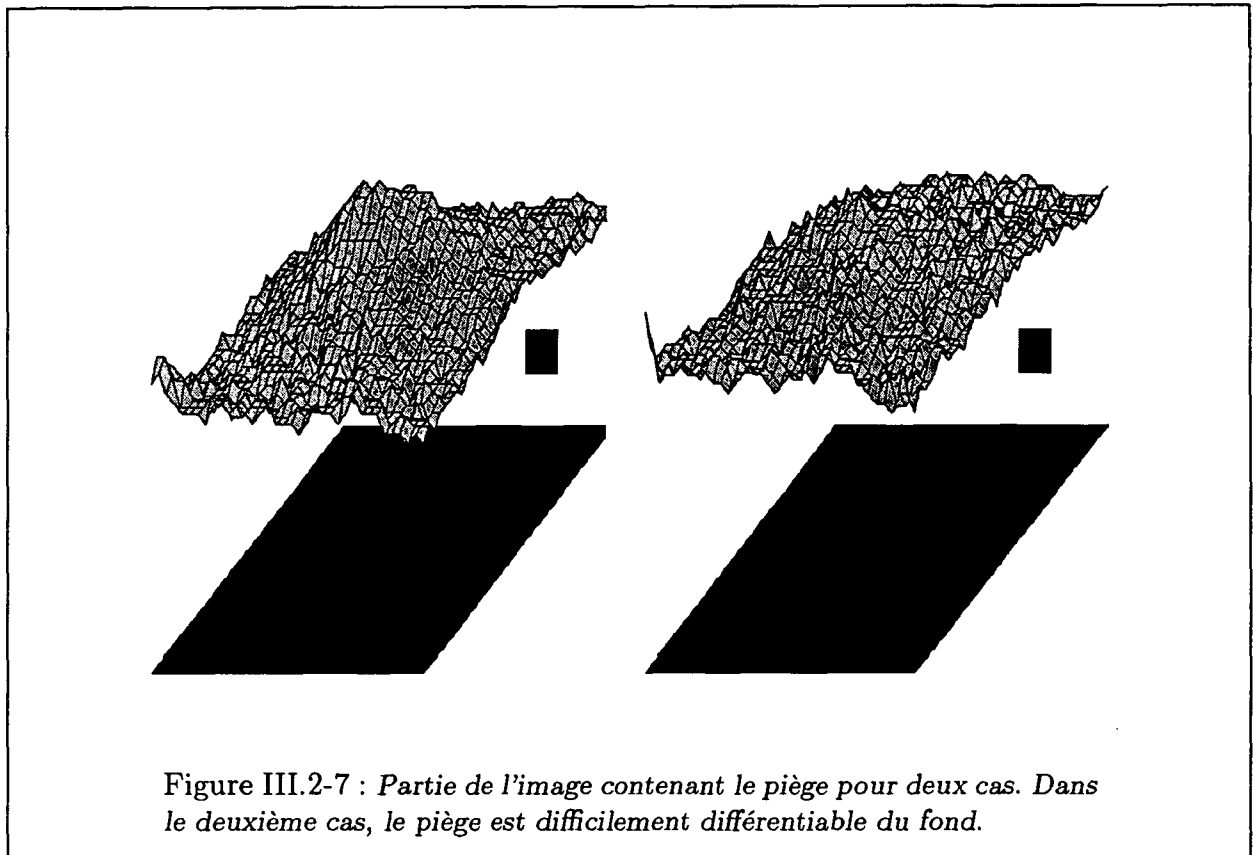
Maintenant que nous avons supprimé la lumière de fond de l'image, nous pouvons estimer les différents paramètres caractéristiques du piège. Nous pouvons d'abord chercher le centre du piège. Pour cela, nous avons déterminé deux points :

- Le maximum du piège ( $x_{\max}, y_{\max}, I_{\max}$ ), où  $x_{\max}$  et  $y_{\max}$  représente la position du maximum et  $I_{\max}$  l'intensité du pixel (comprise entre 0 et 255).
- Le barycentre de ce piège ( $\bar{x}, \bar{y}, \bar{I}$ ) avec :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} x_{i,j} I(x_{i,j}, y_{i,j})}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} y_{i,j} I(x_{i,j}, y_{i,j})}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})} \tag{III.2-12}$$

Si, à partir de ces deux points, nous choisissons le centre du piège  $x_0, y_0$  (par exemple, on peut prendre le milieu de ces deux points), nous pouvons alors calculer la déviation standard en  $x$  et  $y$  de la distribution atomique autour de cette position :

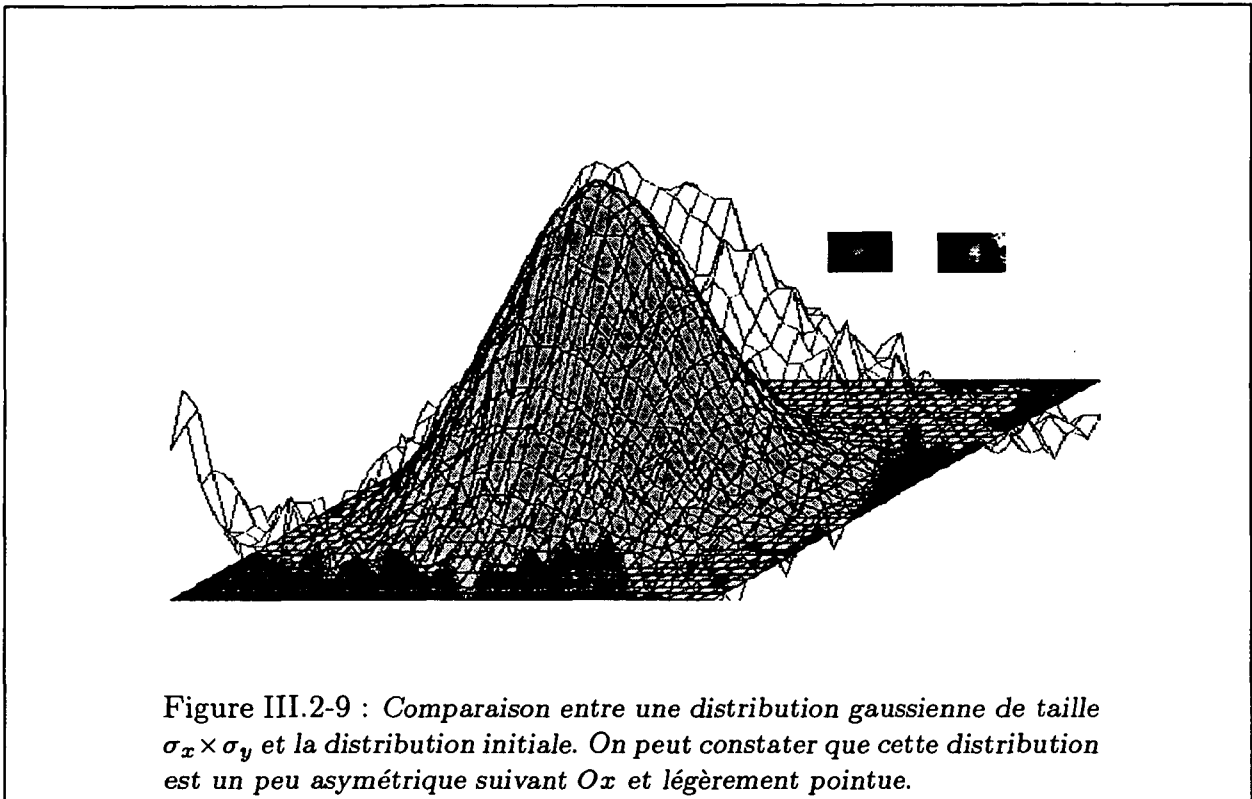
$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})(x_{i,j} - x_0)^2}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j} - 1)}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})(y_{i,j} - y_0)^2}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j} - 1)} \tag{III.2-13}$$



Si nous supposons que le piège est de forme gaussienne suivant toutes les directions, nous pouvons alors écrire :

$$N_{\text{at}}(x, y) = N(x_0, y_0) \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \quad (\text{III.2-14})$$

$\sigma_x$  et  $\sigma_y$  représentent donc les rayons à  $1/e$  suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$  (fig. III.2-9).



Nous pouvons aussi déterminer l'asymétrie du piège :

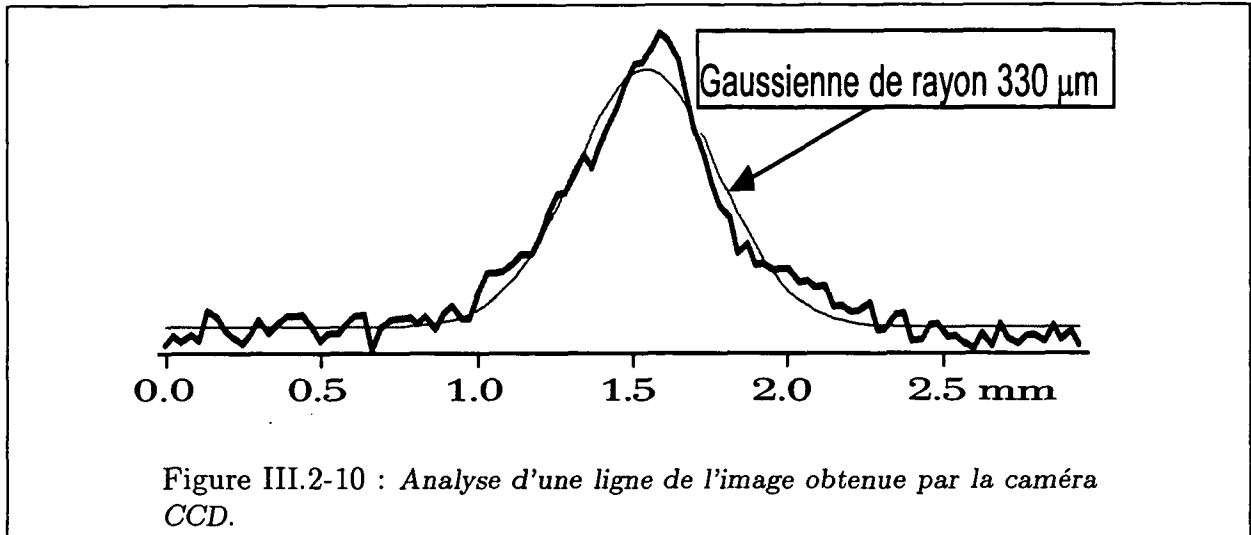
$$\text{Skew}_x = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} \left[ \frac{I(x_{i,j}, y_{i,j})(x_{i,j} - x_0)}{\sigma} \right]^3}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})}, \quad \text{Skew}_y = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} \left[ \frac{I(x_{i,j}, y_{i,j})(y_{i,j} - y_0)}{\sigma} \right]^3}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})} \quad (\text{III.2-15})$$

Nous vérifions bien sur notre exemple que  $\text{Skew}_x > 0$ , ce qui indique que le piège est légèrement *penché* vers la droite. Nous pouvons de plus estimer le paramètre

$$\text{Kurt}_x = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} \left[ \frac{I(x_{i,j}, y_{i,j})(x_{i,j} - x_0)}{\sigma} \right]^4}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})} - 3, \quad \text{Kurt}_y = \frac{\sum_{i,j=1}^{N,M} \left[ \frac{I(x_{i,j}, y_{i,j})(y_{i,j} - y_0)}{\sigma} \right]^4}{\sum_{i,j=1}^{N,M} I(x_{i,j}, y_{i,j})} - 3 \quad (\text{III.2-16})$$



qui indique si le piège est plus ou moins pointu que la distribution gaussienne que nous avons supposé (eq. III.2-14). Nous obtenons  $Kurt > 0$ , ce qui indique que le piège est un peu plus pointu que la distribution gaussienne (fig. III.2-10).



Pour estimer le nombre d'atomes, il suffit de comparer la somme des niveaux de tous les pixels de la partie de l'image sélectionnée à un étalon établi grâce à une mesure de fluorescence (il est aussi possible d'envoyer un laser de puissance bien défini dessus pour la calibrer). Pour que cette mesure soit valable, il faut bien sûr que la réponse de la barrette CCD soit linéaire, donc que la caméra ne soit pas en limite de saturation.

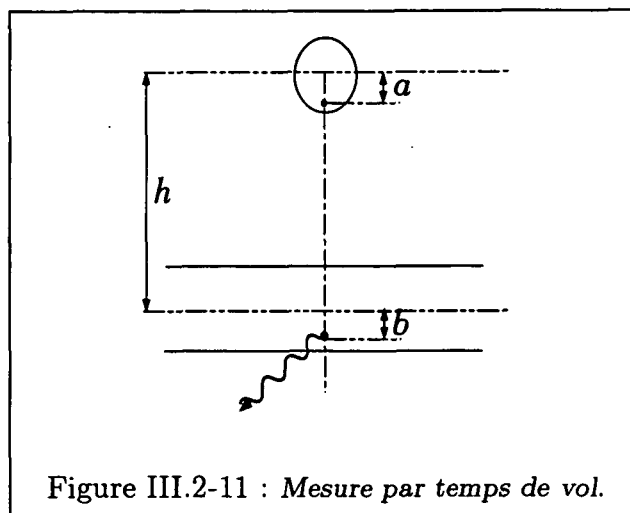
### Mesure de la température du piège par temps de vol

Afin de déterminer la distribution en vitesse des atomes dans le piège, nous avons laissé tomber les atomes sur un faisceau sonde légèrement désaccordé en dessous de la fréquence de résonance de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ . Lorsque les atomes traversent cette sonde, ils émettent des photons au cours de cycles de fluorescence successifs. Ces photons sont détectés par une photodiode. Montrons que l'analyse temporelle du signal de fluorescence permet de déterminer la température verticale des atomes dans le piège.

Nous raisonnerons sur la dimension verticale uniquement. Si le faisceau sonde est situé à une distance  $h$  en dessous du centre du piège, nous pouvons calculer le temps mis par un atome ayant une vitesse initiale  $v$  et un écart au centre  $a$  pour atteindre le point d'ordonnée  $b$  où il est détecté.

$$t = -\frac{v}{g} + \sqrt{\frac{v^2}{g^2} + \frac{2}{g}(h + b - a)} \quad (\text{III.2-17})$$

Nous supposons que la distribution en vitesse et en position dans le piège suivent une loi gaussienne. De même, nous supposons que le profil du faisceau sonde est



gaussien. Nous pouvons alors séparer l'effet des trois paramètres du problème  $a$ ,  $b$  et  $h$  et écrire :

$$S(t) \propto \exp\left(-\frac{(t - \tau)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}\right) \quad (\text{III.2-18})$$

avec  $\tau$  le temps moyen de chute libre et

$$\sigma_1^2 = \frac{k_B T}{M g^2}; \quad \sigma_2^2 = \frac{r_{\text{nuage}}^2}{2gh}; \quad \sigma_3^2 = \frac{r_{\text{sonde}}^2}{2gh} \quad (\text{III.2-19})$$

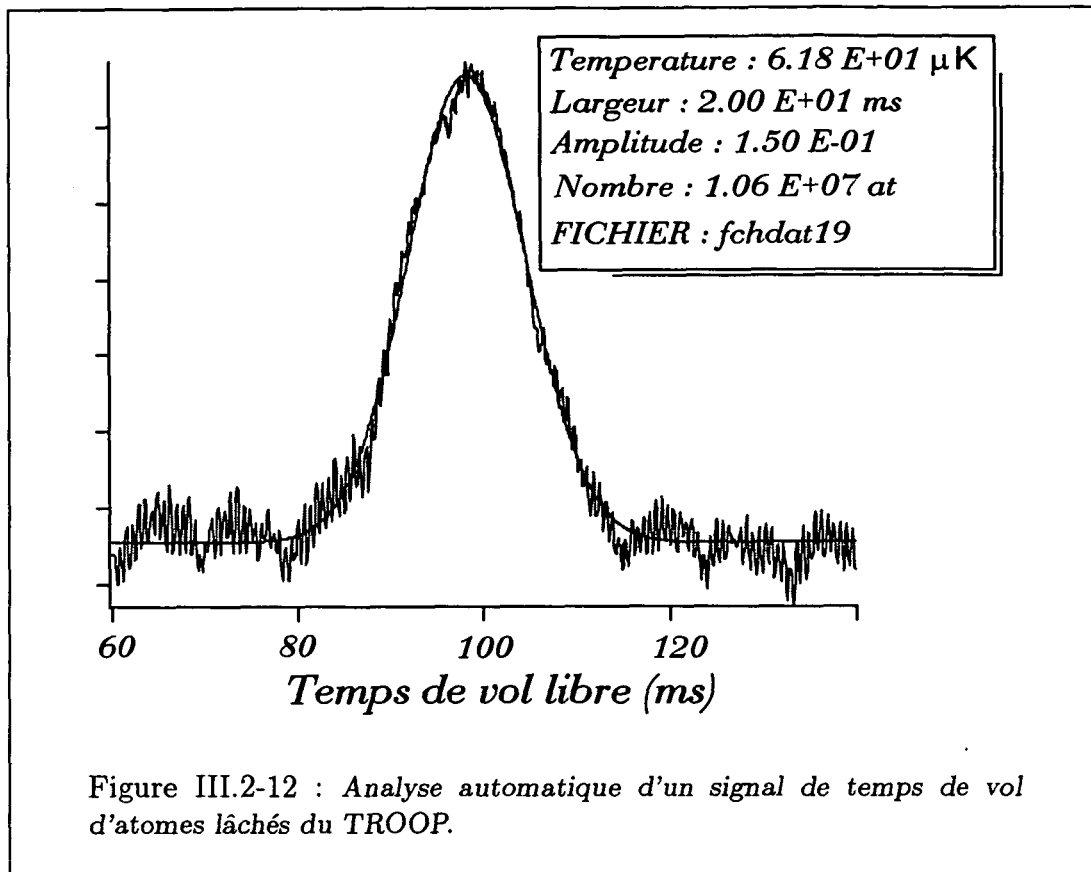
les contributions respectives de la température du nuage  $T$ , de la taille du nuage  $r_{\text{nuage}}$  et de la taille de la sonde  $r_{\text{sonde}}$ . Dans notre expérience, nous avons lâché les atomes d'une hauteur de 5 cm au-dessus de la sonde. La sonde et le piège ont eu un diamètre d'environ 1 mm. Dans ces conditions, nous avons  $\sigma_2, \sigma_3 \gg \sigma_1$  (nous pourrions d'ailleurs vérifier à posteriori que cette approximation est correcte). Pour estimer la température du piège, nous pouvons donc ajuster le signal obtenu sur la photodiode par l'équation (eq. III.2-18) :

$$S(t) = A \exp\left(-\frac{(t - \tau)^2}{2\sigma_1^2}\right), \quad T = \frac{M g^2 \sigma_1^2}{k_B} \quad (\text{III.2-20})$$

où  $A$  et  $\sigma_1$  sont les deux paramètres ajustables.

### • Réalisation expérimentale de l'analyse de température

Le faisceau sonde est obtenu en injectant une autre diode laser SPECTRA SDL 5422 à l'aide du faisceau de la diode montée sur réseau, de manière à ce que le faisceau sonde ait la même fréquence que les faisceaux du piège. Un télescope et un diaphragme rectangulaire permettent ensuite d'obtenir une nappe de lumière de largeur  $\sim 2$  cm et d'épaisseur  $\sim 1$  mm. La polarisation de ce faisceau sonde est rendue circulaire à l'aide d'une lame quart d'onde. Le faisceau sonde traverse ensuite la cellule environ 5 cm sous le piège et est rétro-réfléchi, ce qui permet d'éviter aux atomes d'être poussés hors de résonance par une onde progressive, on collecte ainsi plus de fluorescence.



Pour laisser tomber les atomes sur cette nappe de lumière, il est nécessaire d'éteindre brutalement les faisceaux du piège. Une méthode particulièrement simple est de les rendre non résonnants afin qu'ils soient sans effet sur les atomes. Ceci peut être facilement réalisé avec nos diodes laser injectées. Il suffit d'élever ou de réduire le courant de fonctionnement de la diode laser de 5 mA pour sortir de la plage d'injection de cette dernière.

Comme le montre la figure III.2-13, cette coupure peut être réalisée en moins de 5  $\mu$ s, ce qui est suffisant pour obtenir une mesure fiable de la température des atomes à l'instant de la coupure. Il est en effet important de couper rapidement ( $\tau_{\text{coup}} < 10 \mu\text{s}$ ) le piège afin d'éviter de refroidir les atomes en abaissant trop lentement l'intensité. Sortir de la plage d'injection n'est pas suffisant pour observer un signal de temps de vol exploitable. A cause de la lumière parasite des faisceaux divergents du piège, il ne faut aucun laser allumé au moment de la détection. Nous avons donc, dans un deuxième temps, coupé l'alimentation des diodes, ce qui nous a permis de les éteindre en environ 50  $\mu$ s (le temps de chute libre est lui de 100ms). Il est important de noter que cette méthode ne convient pas lorsqu'il est nécessaire de rétablir rapidement les faisceaux laser. En effet, après la coupure, le point de fonctionnement de l'asservissement en température de la diode va varier lentement. Il faut donc attendre environ 50 ms pour que l'injection se rétablisse correctement. Il est sans doute possible d'améliorer ce temps de réponse en adaptant l'asservissement en température de la diode laser d'un circuit qui maintient la valeur du signal d'erreur avant coupure sur la boucle d'asservissement lors de l'extinction du laser.

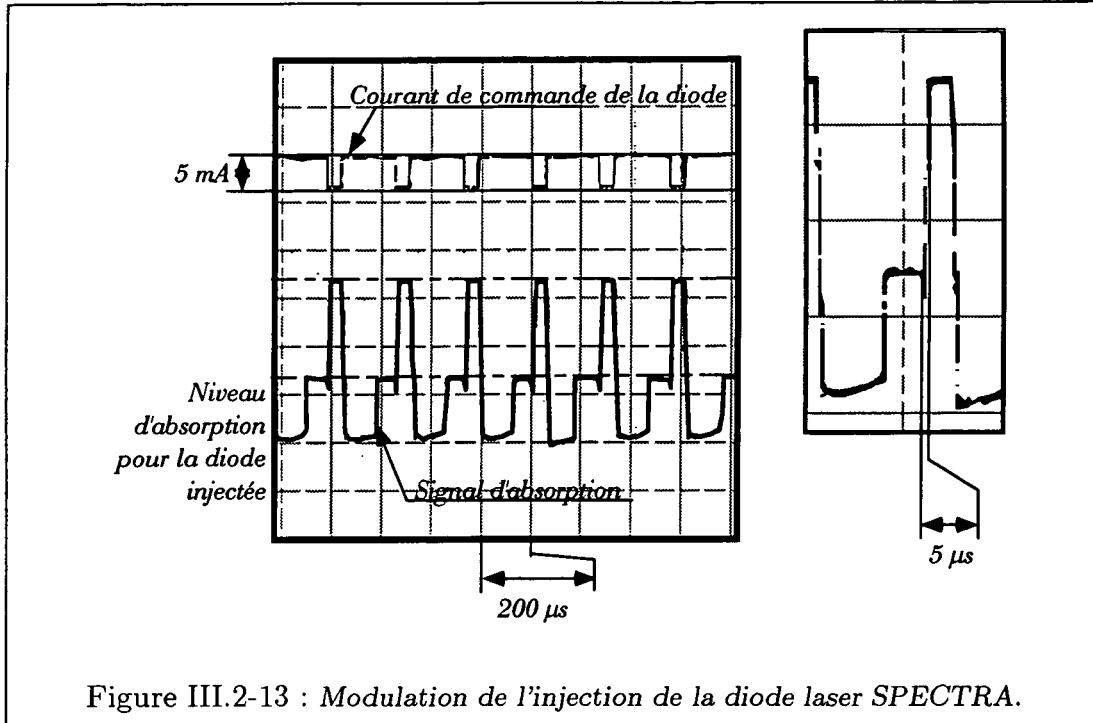


Figure III.2-13 : Modulation de l'injection de la diode laser SPECTRA.

• **Détermination du nombre d'atomes à partir de signal de temps de vol**

Si certaines conditions sont respectées, il est possible d'extraire du signal de temps de vol le nombre d'atomes dans le piège. Si nous connaissons la température et la taille initiale du nuage atomique, nous pouvons en effet déduire la proportion d'atomes piégés qui va contribuer au signal de temps de vol. En supposant la température isotrope, la taille du nuage sera au niveau de la sonde :

$$x^2 = x_{\text{init}}^2 + (v_{\text{rms}}\tau)^2, \quad y^2 = y_{\text{init}}^2 + (v_{\text{rms}}\tau)^2, \quad z^2 = z_{\text{init}}^2 + (v_{\text{rms}}\tau)^2 \quad (\text{III.2-21})$$

où  $\tau$  représente le temps moyen de chute libre et  $v_{\text{rms}}$  la vitesse quadratique moyenne du nuage atomique suivant une direction quelconque :

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} \quad (\text{III.2-22})$$

Par exemple, pour des paramètres typiques de notre piège ( $r_{\text{nuage}} \simeq 300 \mu\text{m}$ ,  $T \simeq 80 \mu\text{K}$ ), et une hauteur de lâcher de 5 cm ( $\tau \simeq 100 \text{ ms}$ ), la taille du nuage sur la sonde sera  $r \simeq 7.5 \text{ mm}$ . La zone de la sonde que nous imageons sur la photodiode a une aire de  $8 \times 8 \text{ mm}$ . La quantité d'atomes qui va contribuer au signal sera :

$$N_{\text{Tvol}} = N_0 \left( \int_{-8}^{+8} \exp\left[-\frac{x^2}{2x_\tau^2}\right] dx \right)^2 \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{z^2}{2z_\tau^2}\right] dz \right) \quad (\text{III.2-23})$$

Nous pouvons donc en déduire la fraction  $\varepsilon$  d'atomes du piège qui sera détectée :

$$\varepsilon = \left[ \text{Erf}\left(\frac{4\sqrt{2}}{x_\tau}\right) \right]^2, \quad \varepsilon(x_\tau = 7.5 \text{ mm}) = 70\% \quad (\text{III.2-24})$$

Nous pouvons alors réécrire l'équation III.2-3 dans le cas du temps de vol :

$$N_{\text{at}} = \frac{\sqrt{2\pi}(\partial t)_{\text{Tvol}} V_{\text{max}}}{\varepsilon} \frac{2\pi}{\Omega} \frac{1+s}{\Gamma s} \frac{1}{\hbar\omega_L R\eta G} \quad (\text{III.2-25})$$

où le premier terme représente l'intégrale du signal de temps de vol de largeur  $(\partial t)_{\text{Tvol}} = \sqrt{\frac{k_B T}{M g^2}}$ , le deuxième terme l'angle solide de détection et les deux derniers termes la puissance détectée par atome. Nous pouvons donc automatiquement extraire du signal de temps de vol la température du piège et le nombre d'atomes piégés (fig. III.2-12).

## 2.2 Etude expérimentale du TROOP

### 2.2.1 Méthode d'alignement et de réglage du piège

Lors de l'étude théorique, nous avons vu que le TROOP est très sensible à l'équilibrage des faisceaux, tant entre deux ondes contre-propageantes qu'entre les trois paires de faisceaux, ceci à cause de l'utilisation de faisceaux divergents. Une telle propriété rend difficile le réglage et l'alignement des différents éléments du montage expérimental.

Pour nous faciliter la tâche, nous avons procédé au montage expérimental de manière très précise. Dans un premier temps, les bancs MICROCONTRÔLE sur lesquels sont montés les éléments relatifs aux deux faisceaux contre-propageants ont été alignés pour que les axes optiques définis par les diaphragmes coïncident. Nous avons ensuite vérifié soigneusement l'horizontalité d'un tel bras à l'aide d'un niveau à bulle. La deuxième paire de faisceaux horizontaux a été positionnée de la même façon, en ajustant de plus précisément la hauteur pour que les axes optiques des deux bras horizontaux se coupent. Les deux bancs formant le bras vertical ont finalement été positionnés, en utilisant le niveau à bulle pour que l'axe optique soit bien vertical. Nous avons enfin ajusté sa position pour que les trois axes du trièdre se coupent en un même point. Il suffit ensuite de régler chaque faisceau pour qu'il coïncide avec l'axe précisément défini pour chaque bras. Notons ici l'intérêt d'utiliser ces bancs MICROCONTRÔLE ; il est possible d'enlever un des bancs, ou un des éléments d'un bras sans pour autant perdre l'alignement.

Il est alors possible d'utiliser un Piège Magnéto-Optique en faisceaux parallèles puis divergents pour effectuer une première optimisation de la position des lames quart-d'onde définissant la polarisation circulaire et des lames demi-onde permettant d'équilibrer les intensités. En effet, la configuration de polarisations du TROOP peut être choisie identique à celle du PMO ; il suffit de choisir le bras singulier (celui qui a une hélicité opposée aux deux autres) suivant l'axe des bobines du PMO.

Nous avons pu ainsi effectuer une étude du nombre d'atomes dans un PMO en fonction du gradient de champ magnétique. Pour ce faire, on optimise l'équilibrage des faisceaux chaque fois que l'on diminue la valeur du gradient. Dans le cas où les six faisceaux sont des ondes planes (on parle d'un MOT en faisceaux parallèles), il n'y a plus d'atomes piégés pour des valeurs du gradient nulles ou telles que le piège

ne puisse fonctionner (gradient de champ magnétique négatif). Dans le cas où les six faisceaux sont des ondes divergentes, il reste une quantité importante d'atomes ( $\sim 5 \times 10^6$  atomes) dans un volume restreint (très inférieur au diamètre des faisceaux) (fig. III.2-14).

### 2.2.2 Rôle de la pression du gaz résiduel

Il est très important de travailler à très basse pression de gaz résiduel dans la cellule. Dans ce type d'expérience, l'inconvénient est que ce gaz est essentiellement constitué des atomes de césium de la vapeur que nous piégeons (à la différence des expériences en jet de la partie II où peu de césium se trouvait dans l'enceinte du piège). La durée de vie d'un PMO en cellule (temps pendant lequel les atomes restent confinés après que le champ magnétique soit coupé) correspond au temps typique séparant deux collisions avec des atomes du gaz résiduel. Ce temps est proportionnel à la pression et vaut environ 1 s à  $P = 10^{-8}$  Torr. Pour que le piège fonctionne, il faut *laisser* le temps à l'atome d'atteindre son état stationnaire en position, soit une durée  $\tau_s$  de quelques  $\tau_2 = \alpha/\kappa$ . Or, pour le TROOP, le temps d'amortissement de la position  $\tau_s$  et la durée de vie du piège à  $10^{-8}$  Torr sont du même ordre de grandeur (pour  $\Omega = 0.5\Gamma$  et  $\delta = 3\Gamma$ , on trouve  $\tau_2 \sim 100$  ms). Il faudra donc travailler à des durées de vie très longues ( $\sim 5$  s) pour pouvoir observer ce piège dans de bonnes conditions. Ceci résulte par des temps de chargement eux-mêmes très longs, il faut donc être très prudent pendant l'optimisation du TROOP.

Notons que nous avons pu observer qualitativement qu'à très faible gradient de champ magnétique, les temps d'amortissement des positions dans un PMO deviennent de l'ordre de la durée de vie, on voit apparaître un seuil de chargement qui varie en fonction de la pression.

### 2.2.3 Observation du TROOP

#### Test des propriétés du TROOP

Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous avons pu observer le confinement stable des atomes dans un piège à faisceaux divergent en champ magnétique nul (fig. III.2-15).

Pour cette étude, les faisceaux sont focalisés à  $a = 3$  cm du piège, avec un divergence de  $\pm 22.5^\circ$  qui permet d'obtenir un diamètre de faisceaux d'environ 2 cm au niveau du piège. Nous avons observé jusqu'à  $\sim 2 \times 10^7$  atomes confinés dans un nuage de rayon  $r \sim 300 \mu\text{m}$ , soit une densité pic  $n \sim 2 \times 10^9$  at/cm<sup>3</sup>.

Afin de s'assurer de notre compréhension du piège, nous avons effectué quelques tests permettant de vérifier certaines propriétés que l'on peut déduire de notre approche théorique :

- La première propriété fondamentale du TROOP concerne la configuration d'hélicité dans laquelle le pompage optique permet de rompre la relation de proportionnalité entre la pression de radiation et le vecteur de Poynting. En effet, nous avons constaté dans le premier chapitre qu'il est nécessaire d'inverser l'hélicité d'une paire d'ondes par rapport au deux autres pour que le champ lumineux

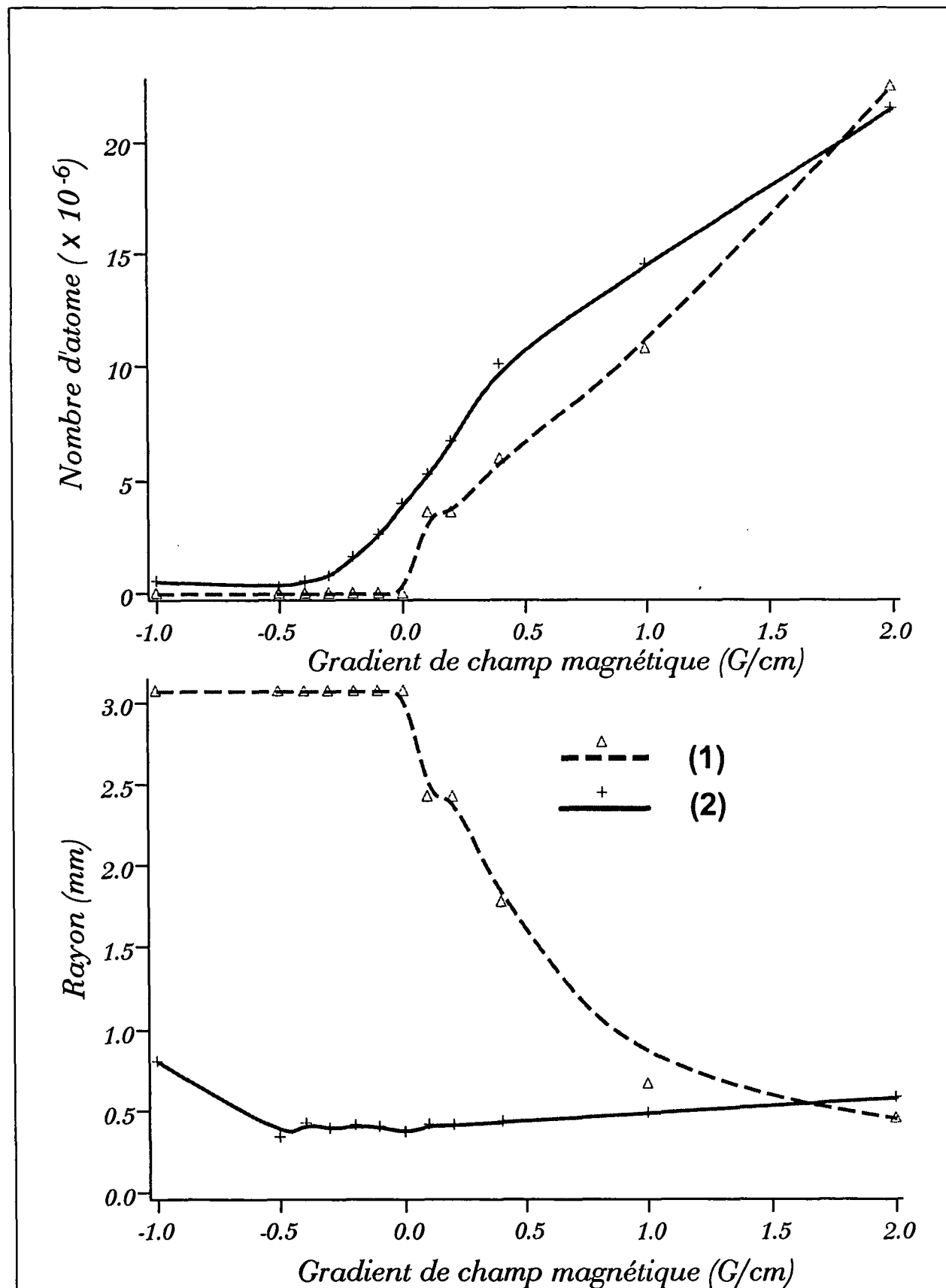


Figure III.2-14 : Etude du nombre d'atomes piégés en fonction du gradient de champ magnétique pour des ondes planes (1) et des ondes divergentes (2) pour  $\Omega = \Gamma$  et  $\delta = -2\Gamma$ . Les atomes sont détectés par analyse de la fluorescence du piège et la taille du nuage est déterminée à partir de l'image sur une caméra CCD.

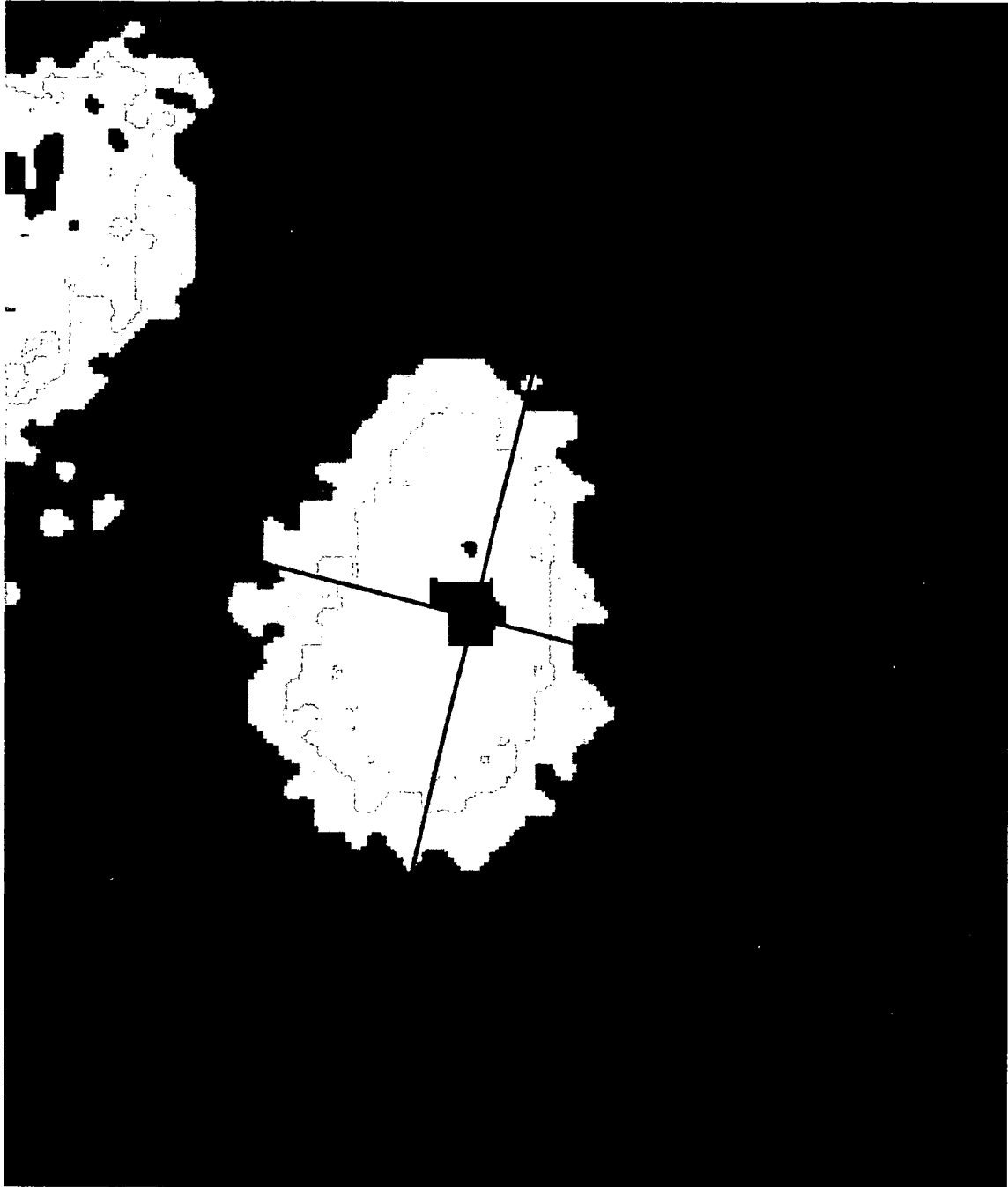


Figure III.2-15 : Observation d'un piège à faisceaux divergents en champ magnétique nul pour  $\Omega = 0.8(\pm 0.12)\Gamma$  et  $\delta = -2\Gamma$ . On observe  $\simeq 1.5 \times 10^7$  atomes confinés dans un volume de rayon  $r_z = 330(\pm 50)\mu m$ , soit une densité  $n_{\text{at}} \simeq 3 \times 10^{10}$  at/cm<sup>3</sup>. On peut de plus observer une nette ellipticité  $r_x/r_z \simeq 1.3(\pm 0.1)$ .



présente un déséquilibre dépendant de la position entre les intensités  $\sigma_-$  et  $\sigma_+$ . Dans le cas où toutes les ondes sont de même hélicité, la lumière est naturelle partout ( $I_+ = I_- = I_\pi$ ). Il ne peut y avoir de déséquilibre dépendant de la position entre les différents sous niveaux Zeeman, donc pas de force de rappel.

En inversant donc l'hélicité du bras singulier (le bras  $Oz$  de la figure III.2-15), il ne reste plus qu'un nuage d'atomes dont l'extension est nettement plus importante<sup>(4)</sup>. Le piégeage à l'aide de faisceaux divergents est donc bien dépendant du choix des hélicités relatives de chaque bras, ce n'est pas une mélasse optique.

- La propriété précédente permet de différencier le signal observé de celui d'une mélasse optique. Elle ne permet pourtant pas d'affirmer avec certitude que c'est un TROOP. En effet, la présence de la pompe ionique et les bobines utilisées pour le PMO peuvent être à l'origine de faibles gradients de champ magnétique résiduels induisant un Piège Magnéto-Optique qui aurait aussi la propriété ci-dessus.

Il est cependant possible de différencier le TROOP du PMO. En effet, si l'on choisit une configuration d'hélicité qui permet d'observer un piège lorsque les bobines du PMO sont débranchées, puis que l'on inverse toutes les hélicités, on est alors dans une configuration expulsante pour un PMO (si l'on suppose que le signal observé est un PMO), le signal doit donc disparaître. Il n'en est rien (fig. III.2-16), ce qui élimine toute possibilité de piégeage à l'aide d'un gradient résiduel.

- Nous avons enfin pu vérifier la sensibilité du TROOP à l'équilibrage des intensités relatives de chaque paire d'ondes (fig. III.2-17), comme nous l'attendions d'après l'analyse théorique. En effet, du fait que l'on travaille avec des ondes divergentes, une différence d'intensité totale entre deux paires d'ondes contre-propageantes (l'équilibrage des ondes contre-propageantes étant conservé) va favoriser la composante expulsante suivant une des directions.

On constate qu'un déséquilibre de l'ordre de 40% est suffisant pour que le nombre d'atomes à l'état stationnaire soit diminué par un facteur supérieur à deux.

### Température du nuage d'atomes piégés

D'après le chapitre précédent, nous nous attendons à observer des températures sub-Doppler dans le TROOP.

Nous avons mesuré des températures de l'ordre de  $T = 60(\pm 20)\mu\text{K}$  pour  $\Omega \sim \Gamma$  et  $\delta \sim 3\Gamma$ . En comparant à la température dans un MOT en faisceaux divergents avec la même saturation que pour le TROOP, nous n'avons pas observé de différence significative.

---

<sup>(4)</sup>On n'observe néanmoins pas de répartition uniforme de l'intensité, celle-ci variant spatialement à cause du profil gaussien des faisceaux laser.

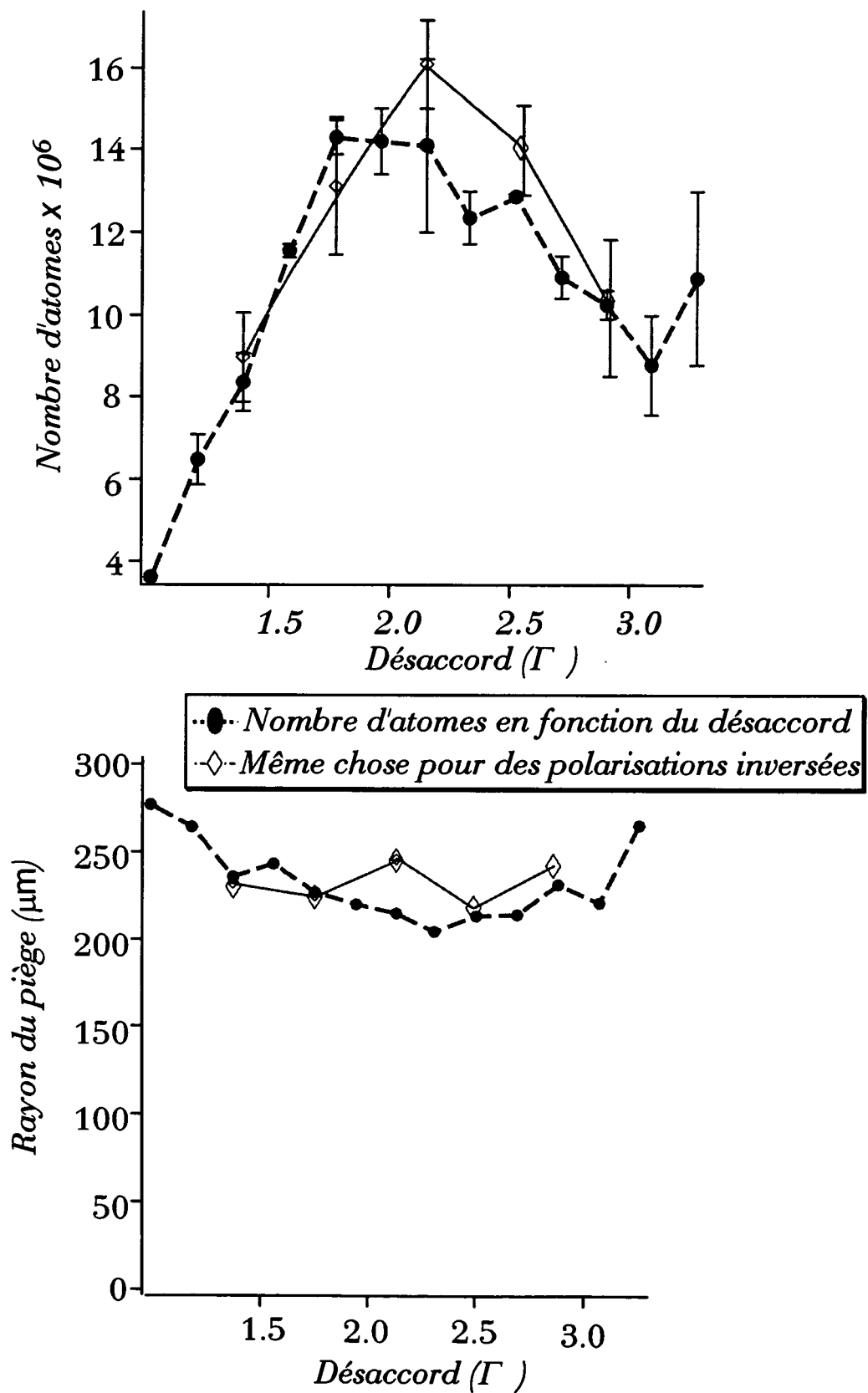
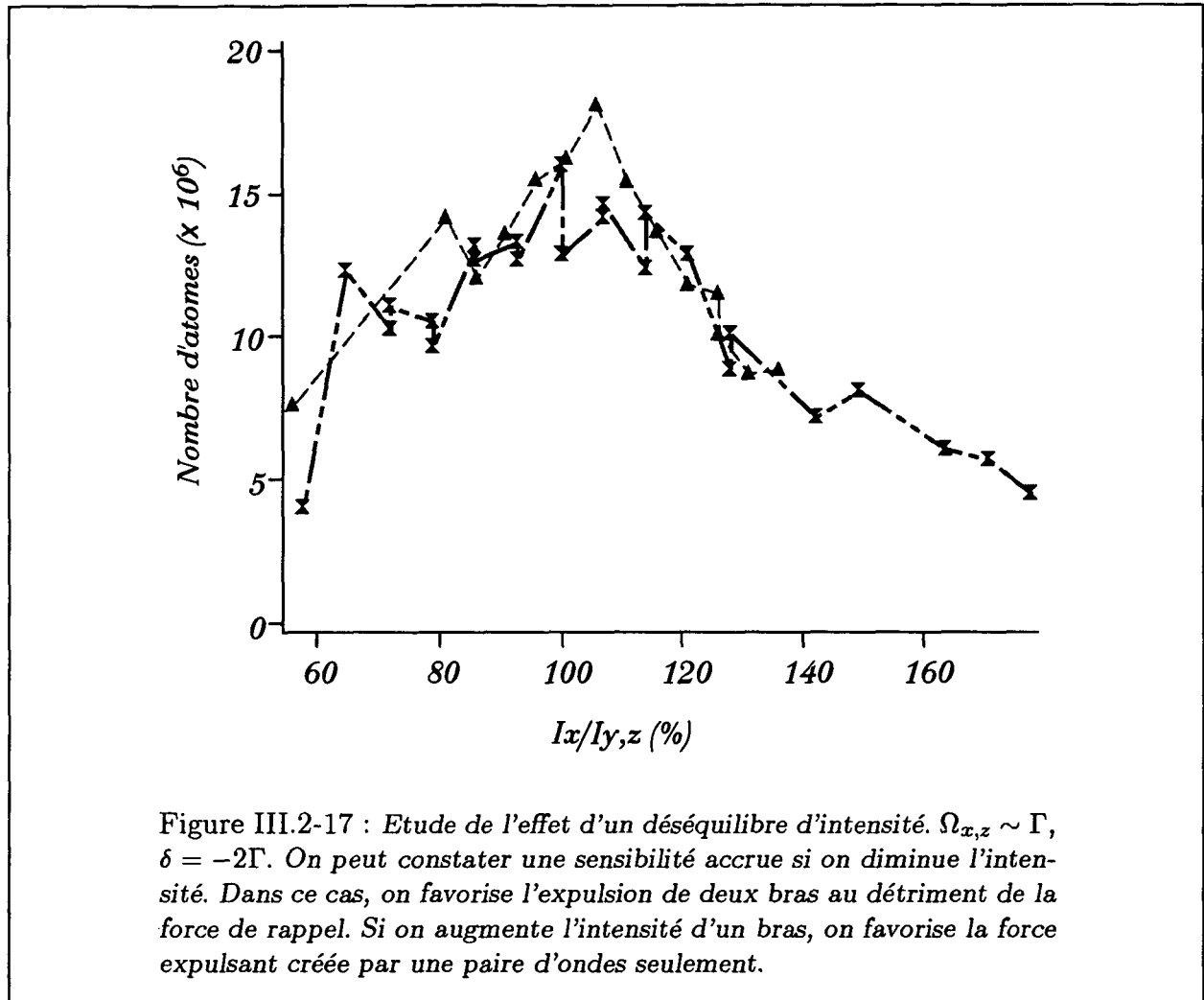


Figure III.2-16 : Etude de l'effet de l'inversion de toute les polarisations.  $\Omega_{y,z} \sim \Gamma$ ,  $\delta = -2\Gamma$ . On constate que le nombre d'atomes et le rayon du piège sont conservés, alors qu'il n'y aurait plus d'atomes piégés dans le cas d'un Piège Magnéto-Optique.



### Evaluation de la constante de rappel du TROOP

A partir des données acquises précédemment, il est possible de déduire  $\kappa$ , la constante de rappel du piège dans un régime où la diffusion multiple est négligeable (nous avons choisi une valeur de  $\Omega$  faible). En effet, le rayon du piège dépend alors de la température et de la constante de raideur suivant la relation :

$$\kappa = \frac{k_B T}{r_{\text{nuage}}^2} \quad (\text{III.2-26})$$

Nous obtenons  $\kappa \simeq 5 \times 10^{-21} \text{ J/m}^2$  pour  $\Omega = 0.8\Gamma$  et  $\delta = -2\Gamma$ . De cette valeur de la constante de raideur nous pouvons évaluer le coefficient  $\mu$  introduit dans le premier chapitre :

$$\mu = \frac{a\kappa}{\hbar k \Gamma s_0} \quad (\text{III.2-27})$$

d'où nous déduisons  $\mu \simeq 0.1$ , ce qui est un ordre de grandeur en dessous des valeurs théoriques calculées numériquement à 3D par le programme présenté en appendice.

### Nombre d'atomes dans le piège en fonction des différents paramètres laser

Nous observons un net optimum du nombre d'atomes capturés pour un désaccord  $\delta \sim 2\Gamma$  pour une puissance telle que  $\Omega \sim 0.7\Gamma$ .

La dépendance du nombre d'atomes piégés en fonction des deux paramètres désaccord et puissance reflète le processus de capture des atomes par le piège. Nous pouvons donner quelques arguments simples pour analyser ce processus.

L'état stationnaire du nombre d'atomes dans le piège sera tel que le flux d'atomes entrant dans le piège est égal au flux d'atomes expulsés par collision. Nous nous placerons dans le cas où les pertes causées par les collisions avec les atomes du gaz résiduel (que l'on suppose être la vapeur de césium dans notre cas) sont beaucoup plus importantes que les pertes par collision entre atomes piégés. Nous pouvons donc écrire le flux d'atomes entrant dans un volume  $V$  que l'on appellera le volume de capture [35] :

$$\left. \frac{dN_{\text{at}}}{dt} \right|_{\text{in}} \sim 4\pi n \left( \frac{3V}{4\pi} \right)^{2/3} \frac{v_c^4}{\bar{v}^3} \quad (\text{III.2-28})$$

où  $n$  représente la densité d'atomes du gaz résiduel,  $\bar{v}$  représente la vitesse la plus probable des atomes de césium du gaz résiduel.  $v_c$  représente la vitesse de capture du piège, c'est à dire la vitesse maximale qui peut être stoppée par la pression de radiation sur une distance égale au rayon du volume de capture (fig. III.2-20).

Nous pouvons donner un ordre de grandeur du volume de capture en supposant que les atomes entrant dans le volume d'intersection des six faisceaux divergents sont tous piégés (fig. III.2-20) :

$$V = \frac{4}{3}\pi (a \sin \theta)^3 \quad (\text{III.2-29})$$

Nous allons évaluer la vitesse de capture en considérant une seule paire d'ondes. A faible désaccord, la vitesse de capture est simplement celle pour laquelle la pression de radiation est maximale soit  $kv_c = \delta^{(5)}$ . A grand désaccord, cette vitesse sera beaucoup plus faible car les maxima de la force sont trop éloignés l'un de l'autre (fig. III.2-21). Nous pouvons estimer le désaccord critique  $\delta_c$  au-delà duquel  $kv_c < \delta$ . Remarquons que l'expression de la pression de radiation d'une onde pour un atome à vitesse nulle s'écrit :

$$\mathcal{F} = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{III.2-30})$$

Cherchons le désaccord pour lequel  $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\delta = 0)/4$ , et prenons cette valeur pour  $\delta_c$  (fig. III.2-21 (4)). Nous obtenons :

$$\delta_c = \sqrt{\frac{7}{4}(\Gamma^2 + 2\Omega^2)} \quad (\text{III.2-31})$$

Pour  $\Omega \sim \Gamma$ , on trouve  $\delta \sim 2\Gamma$ , ce qui est bien l'optimum observé sur la figure III.2-19.

<sup>(5)</sup>Ceci est vrai tant que le diamètre des faisceaux est suffisant pour que l'atome soit stoppé.

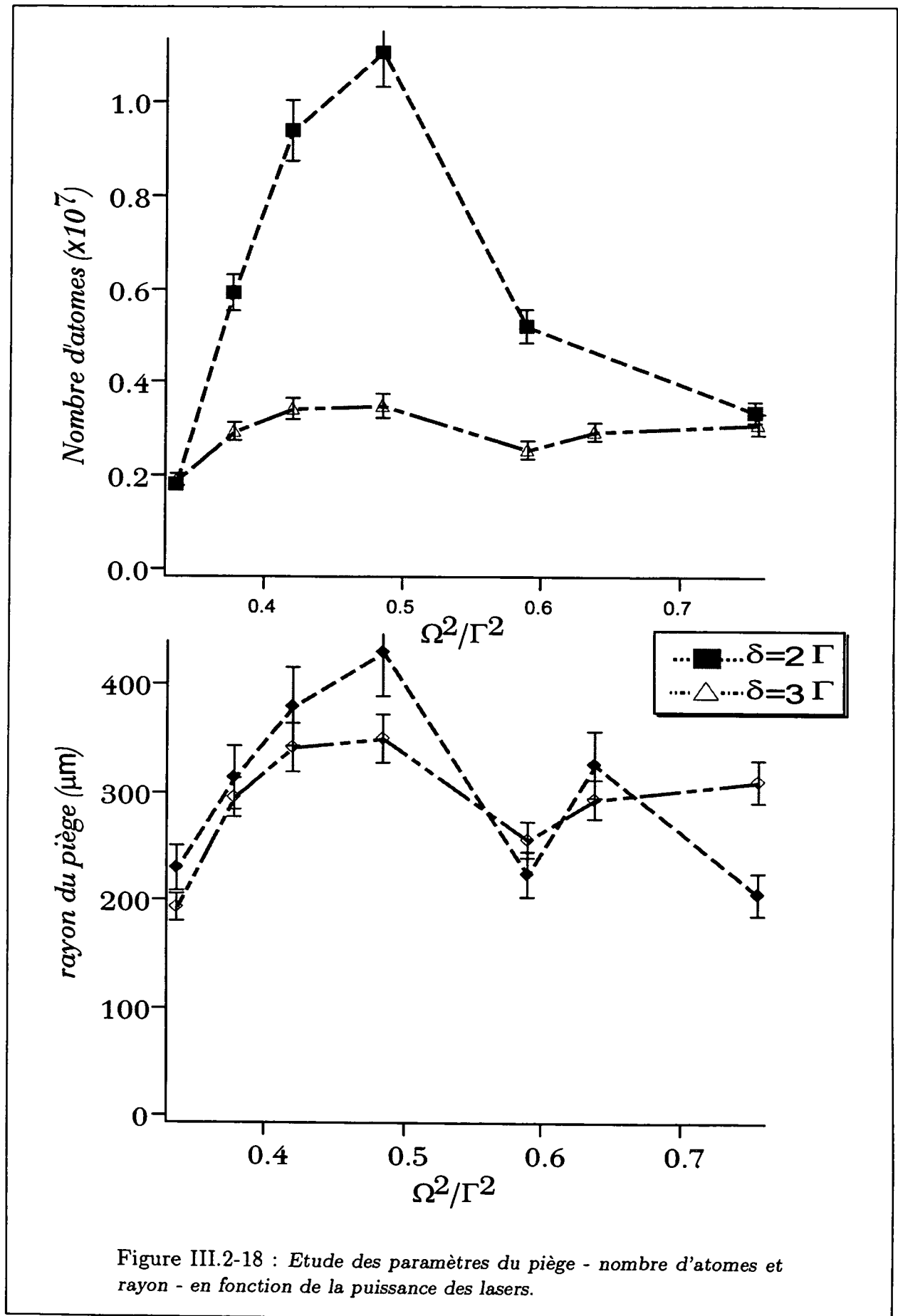


Figure III.2-18 : Etude des paramètres du piège - nombre d'atomes et rayon - en fonction de la puissance des lasers.

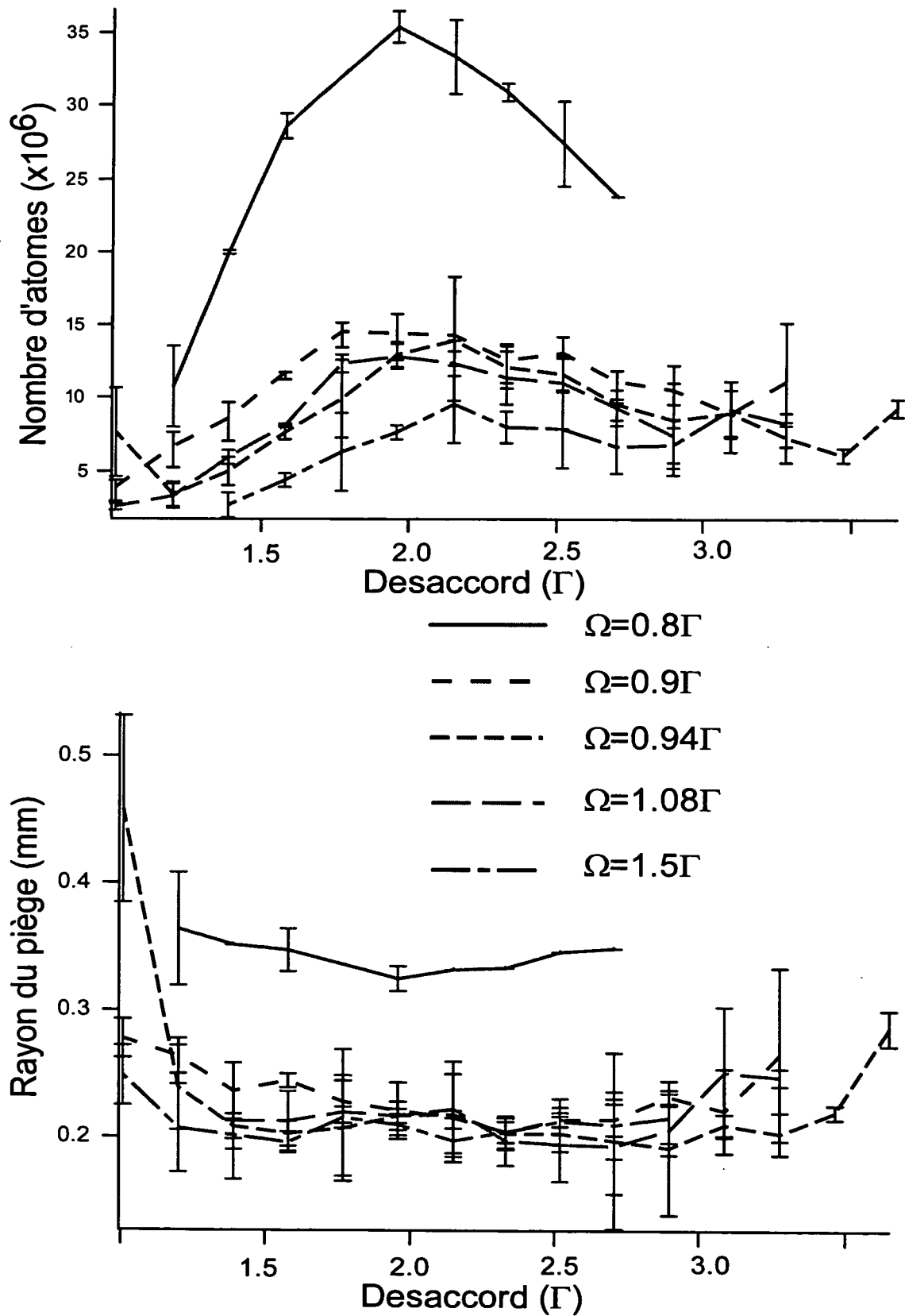


Figure III.2-19 : Etude des paramètres du piège - nombre d'atomes et rayon - pour différents désaccords et fréquences de Rabi.

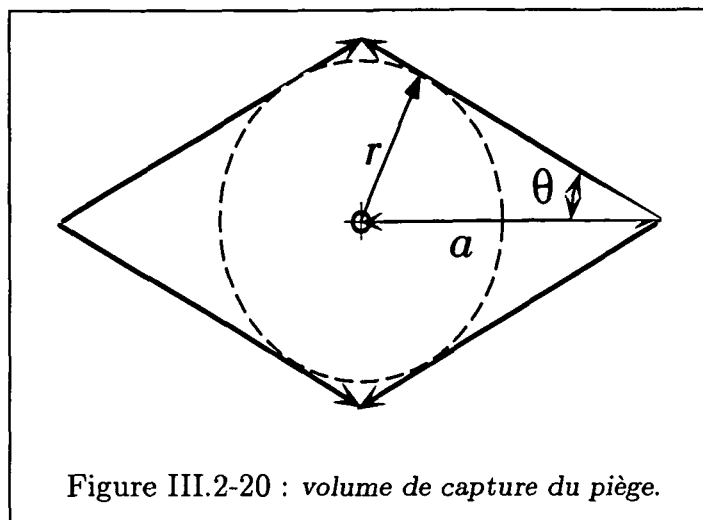


Figure III.2-20 : volume de capture du piège.

### Rayon du piège

Etudions maintenant le rayon du nuage d'atomes piégés. Dans un modèle simple ne tenant pas compte des phénomènes de diffusion multiple, on aurait :

$$k_B \mathcal{T} = \kappa r_{\text{nuage}}^2 \quad (\text{III.2-32})$$

avec, à faible saturation  $k_B \mathcal{T} \sim \hbar \Omega^2 / |\delta|$  [13] et  $\kappa \propto \Omega^2 / \delta^2$ . On obtient donc  $r_{\text{nuage}} \propto \sqrt{\delta}$ . On constate sur les figures III.2-19 et III.2-18 que le rayon dépend peu du désaccord entre 1 et 3  $\Gamma$ . On observe même une légère augmentation quand  $\delta$  croît, ce qui confirmerait le modèle ci-dessus.

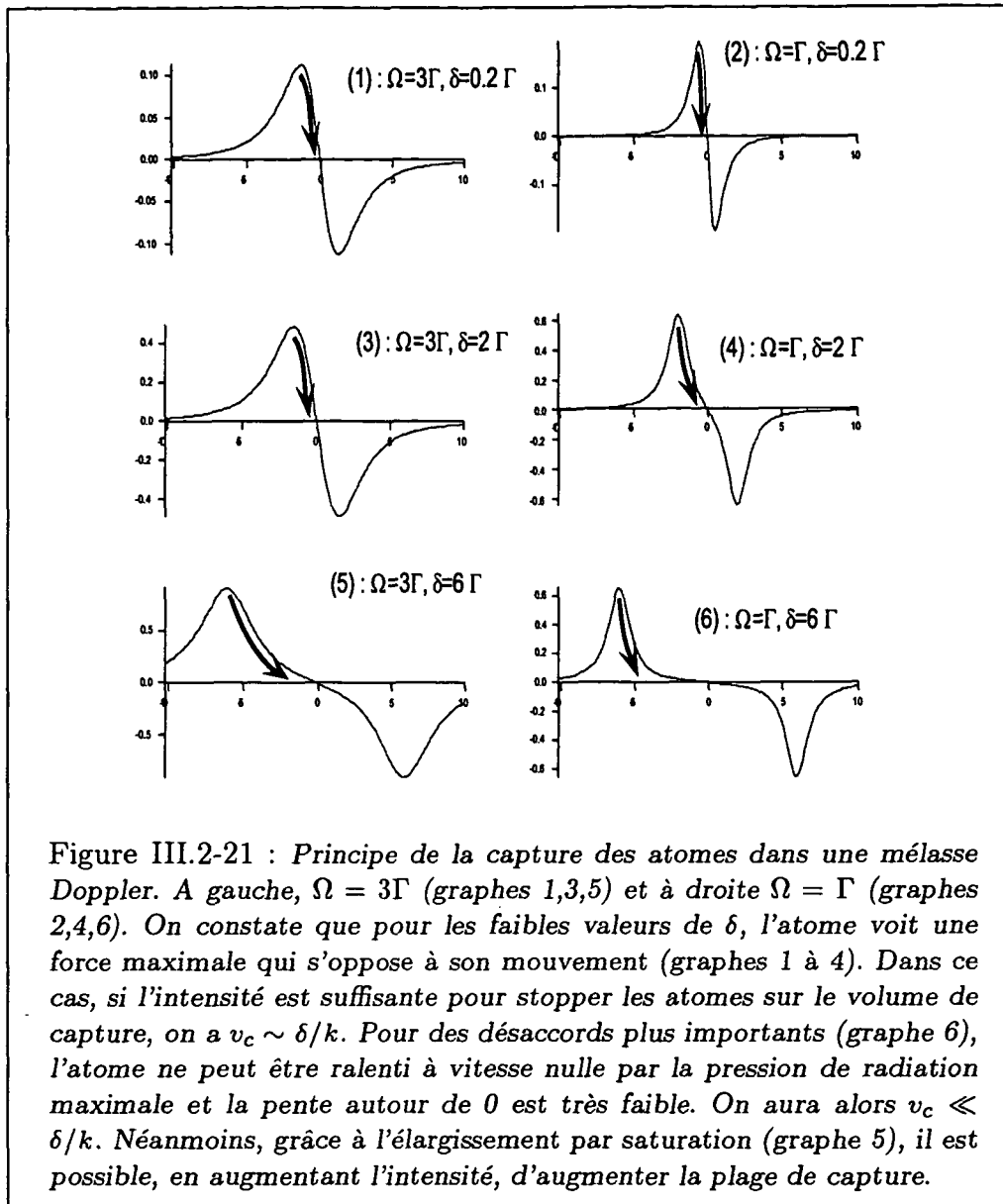
En ce qui concerne la dépendance en intensité du rayon du nuage d'atomes piégés, on s'attend à  $r_{\text{nuage}} = \text{cste}$ . Cependant, on observe une forte variation du rayon à faible intensité. Il faut donc tenir compte d'autres phénomènes, comme, par exemple, l'existence d'une force expulsante dans le piège, dont l'origine est la diffusion multiple de photons par les atomes piégés [36, 32, 13].

La diffusion multiple de photons, c'est à dire la possibilité pour un photon diffusé par un atome d'être absorbé par un deuxième atome est à l'origine de forces à longue portée qui conduisent à augmenter la taille du piège. Ces forces dépendent de la section efficace d'absorption d'un photon laser par un atome  $\sigma_l$  et de la section efficace de diffusion d'un photon de fluorescence  $\sigma_r$ . Pour évaluer  $\sigma_r$ , il faut tenir compte de la fréquence des photons diffusés [24]. Parmi les trois composantes du triplet de fluorescence de Mollow [37], l'une se trouve à la fréquence laser, la deuxième plus proche de résonance et la troisième plus éloignée. C'est la deuxième composante, plus proche de résonance, qui va contribuer majoritairement à la force répulsive.

Cette force répulsive conduit à rendre uniforme la densité du nuage atomique et à l'existence d'une densité limite  $n_c$ . Cette densité critique  $n_c$  est telle que la force expulsante compense la force de rappel  $-\kappa z$  [38, 39] :

$$n_c = \left( \frac{6s+1}{6s} \right)^2 \frac{8\kappa \delta^2 + 6\Omega^2}{\hbar \Gamma \lambda \delta^2 - 2\Gamma^2} \quad (\text{III.2-33})$$

nous pouvons alors calculer le rayon attendu en fonction de l'intensité pour les nombres d'atomes trouvés expérimentalement (fig. III.2-18).

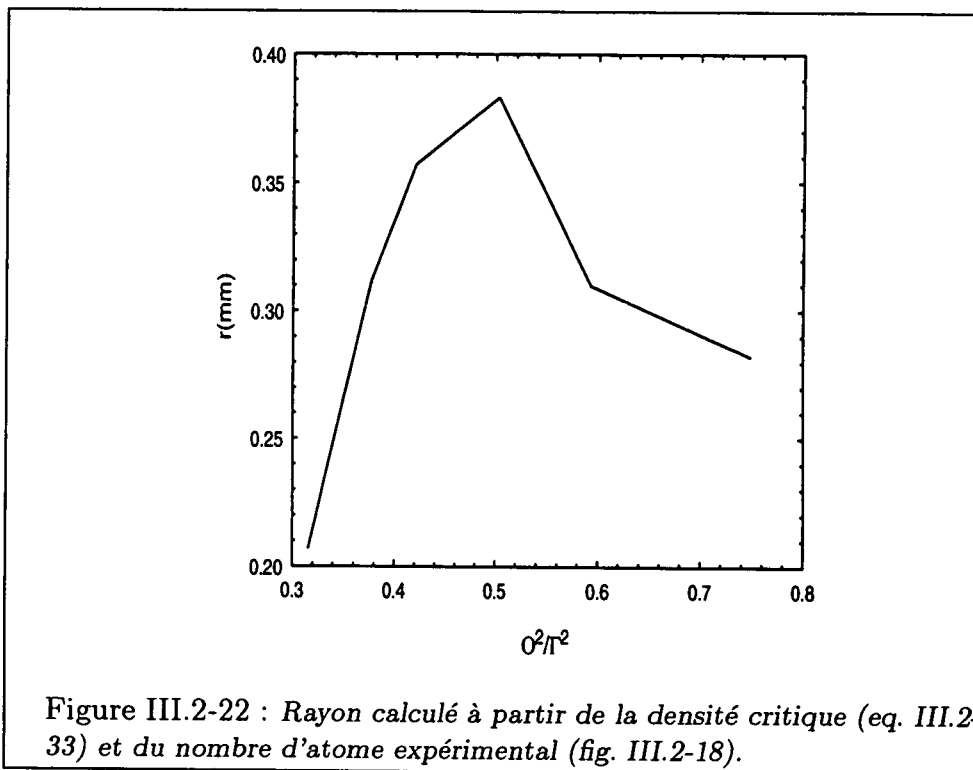


On vérifie alors (fig. III.2-22) que ce modèle est en bon accord avec nos valeurs expérimentales. On se rend compte sur ce résultat que même pour des densités atomiques et des intensités laser assez faibles, la diffusion multiple joue un rôle important. Nous n'avons cependant pas observé de déformation significative sur le piège (on s'attend à ce que la densité s'uniformise sur tout le piège).

### Analyse de la forme du piège

Nous constatons lors de l'analyse des images que le piège montre une ellipticité prononcée (fig. III.2-15). Cette hélicité provient du fait que la force de rappel n'est pas isotrope. Dans un modèle simple ne tenant pas compte de la diffusion multiple, on s'attendrait à un nuage elliptique, comprimé suivant la direction du bras d'hélicité singulière ( $Oz$  sur la figure) d'un facteur  $\sqrt{2}$ . On trouve plutôt  $\sim 1.3$ , car il faut tenir compte de la direction d'observation qui n'est pas l'une des directions laser.





# Conclusion

Nous avons introduit un nouveau piège à pression de radiation : le TROOP. Ce piège utilise une combinaison d'ondes divergentes polarisées circulairement. Si la configuration de polarisation est bien choisie, le déséquilibre d'intensité qui apparaît lorsque l'atome est écarté de sa position d'équilibre induit un pompage optique qui brise la linéarité de la réponse de l'atome, il y a donc une force de rappel.

Afin de comprendre le fonctionnement de ce piège, nous avons d'abord étudié analytiquement le cas d'un TROOP fonctionnant avec des faisceaux alternés dans le temps. Ceci nous a permis d'une part de bien comprendre l'effet du pompage optique induit par un déséquilibre d'intensité  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ , d'autre part de constater qu'il existe une friction sub-Doppler qui peut entraîner des températures très basses.

Nous avons ensuite étudié qualitativement le fonctionnement d'un TROOP à six faisceaux. Nous avons montré que la configuration d'hélicité qui permet le piégeage est rigoureusement identique à celle d'un PMO. Nous avons ensuite développé un programme permettant le calcul de la force tridimensionnelle qui s'exerce sur un atome de moment cinétique quelconque à vitesse nulle. Ce programme, présenté en annexe, nous a permis de confirmer notre modèle qualitatif et de prédire la valeur de la constante de raideur du TROOP.

Nous avons ensuite réalisé expérimentalement ce piège dans une cellule à vapeur de césium. Pour  $\Omega = 0.8\Gamma$  et  $\delta = 2\Gamma$ , nous avons observé  $\sim 1.5 \times 10^7$  atomes dans un nuage de rayon  $r \sim 330\mu\text{m}$ . Ceci nous permet d'évaluer la constante de raideur à  $5.8 \times 10^{-21} \text{ J/m}^2$ . Une constante de raideur équivalente serait obtenue avec un PMO pour un gradient de champ magnétique de l'ordre de 1 G/cm.

Nous avons observé un nombre d'atomes piégés 5 à 20 fois moins important dans un TROOP que dans un MOT avec les mêmes paramètres laser et un gradient de champ magnétique de l'ordre de 10 G/cm. Notons dans un premier temps que notre expérience visait à démontrer l'existence de ce type de piégeage. Plusieurs expériences pourraient être tentées pour augmenter les performances de ce piège :

- Le paramètre important pour les pièges en cellule est le volume de capture. Lors d'expériences concernant un PMO à faisceaux parallèles de grand diamètre ( $D \sim 70 \text{ mm}$  pour  $P \sim 1 \text{ Watt}$ ), nous avons pu observer que le nombre d'atomes piégés pouvait atteindre  $5 \times 10^{10}$ . Ce nombre était de plus équivalent au nombre d'atomes capturés par une simple mélasse optique.
- La constante de raideur du TROOP est inversement proportionnelle à la distance entre le centre du piège et le foyer de l'onde lumineuse. Pour augmenter cette constante de raideur sans diminuer le volume de capture, il faut utiliser de grandes ouvertures angulaires. Ceci pose alors le problème du traitement des

faces de la cellule. En effet, une cellule non traitée entraîne une dégradation de la polarisation pour les rayons lumineux attaquant la face avec de grands angles d'incidence.

- Ce piège pourrait être réalisé très simplement à l'aide de fibres optiques monomodes qui ont l'avantage de fournir des profils d'intensité d'une grande qualité (contrairement aux objectifs de microscope que nous avons utilisés, qui sont composés de 4 éléments non traités et entraînent une modulation de l'intensité).

Ce piège est de plus tout à fait adapté pour être chargé à partir d'une source d'atomes ralentis (tel un jet d'atomes ralentis où un piège dans une cellule annexe). Il présente l'intérêt de ne pas utiliser de champ magnétique ; il est donc un excellent candidat comme source d'atomes dans les expériences de refroidissement sub-recul, très sensibles aux champs magnétiques mêmes faibles. Il peut aussi être utilisé dans les horloges à atomes froids comme outil simple pour augmenter la densité de la source atomique.

Mentionnons pour finir une expérience directement adaptée à ce nouveau piège. Pour atteindre des densités élevées dans l'espace des phases, il est important de combiner un piégeage performant avec un procédé de refroidissement en dessous de l'énergie de recul (piégeage cohérent de population sélectif en vitesse (résonances noires) ou refroidissement Raman). Comme le TROOP ne présente aucun champ magnétique, on peut imaginer [45] de combiner un TROOP avec des résonances noires. Les atomes seraient piégés sur une transition  $J \rightarrow J + 1$ . Ils pourraient alors être pompés optiquement vers une transition  $1 \rightarrow 1$  où ils seraient soumis aux faisceaux laser de refroidissement.

# Appendice A

## Polarisation d'une onde divergente

Dans cet appendice, nous allons déterminer l'état de polarisation de la lumière lorsqu'elle se propage le long d'un rayon lumineux. Après quelques brefs rappels des bases de l'optique géométrique [40], nous nous intéresserons à deux cas particuliers : l'onde sphérique divergente et le faisceau gaussien.

### A.1 Rappels d'optique géométrique

#### A.1.1 Dérivation de l'équation de l'eikonale

Considérons un champ électromagnétique :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathcal{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathcal{H}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.A-1})$$

se propageant dans un milieu isotrope non conducteur.  $\mathcal{E}_0$  et  $\mathcal{H}_0$  sont des vecteurs complexes<sup>(1)</sup> qui satisfont les équations de Maxwell. Dans des régions sans courant ni charge, nous avons :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathcal{E}_0 &= ik_L \mu \mathcal{H}_0 \\ \nabla \times \mathcal{H}_0 &= -ik_L \varepsilon \mathcal{E}_0 \\ \nabla \cdot \mathcal{E}_0 &= 0 \\ \nabla \cdot \mathcal{H}_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.A-2})$$

Si on se place suffisamment loin de la source, nous pouvons donner une autre forme générale du champ qui se propage dans le milieu [41] :

$$\mathcal{E}_0 = \mathbf{e}(\mathbf{r})e^{ik_L S(\mathbf{r})}, \quad \mathcal{H}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{r})e^{ik_L S(\mathbf{r})} \quad (\text{III.A-3})$$

où  $S(\mathbf{r})$ , le *chemin optique*, est une fonction scalaire réelle de la position,  $(\mathbf{e}(\mathbf{r}), \mathbf{h}(\mathbf{r}))$  sont respectivement les champs électriques et magnétiques. Ces derniers sont des fonctions complexes de la position. Nous pouvons alors chercher les solutions des

---

<sup>(1)</sup>Il est nécessaire que  $\mathcal{E}_0$  et  $\mathcal{H}_0$  soient complexes pour considérer tous les états possibles de la polarisation.  $\mathcal{E}_0$  et  $\mathcal{H}_0$  réels correspondent à une polarisation linéaire.

équations de Maxwell (eq. III.A-2) qui s'écrivent sous la forme (eq. III.A-3). D'après III.A-3, nous avons :

$$\nabla \times \mathcal{H}_0 = (\nabla \times \mathbf{h} + ik_L \nabla S \times \mathbf{h}) e^{ik_L S} \quad (\text{III.A-4})$$

$$\nabla \cdot \mu \mathcal{H}_0 = (\mu \nabla \cdot \mathbf{h} + \mathbf{h} \cdot \nabla \mu + ik_L \mu \mathbf{h} \cdot \nabla S) e^{ik_L S} \quad (\text{III.A-5})$$

ainsi que des équations similaires appliquées à  $\mathcal{E}_0$ .

Nous nous intéressons aux longueurs d'onde dans le domaine optique, donc aux grandes valeurs de  $k$  (on ne considère que les variations de la phase). Nous pouvons alors réécrire (eq. III.A-2) :

$$\begin{aligned} \nabla S \times \mathbf{h} + \varepsilon \mathbf{e} &= 0 \\ \nabla S \times \mathbf{e} + \mu \mathbf{h} &= 0 \\ \mathbf{e} \cdot \nabla S &= 0 \\ \mathbf{h} \cdot \nabla S &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.A-6})$$

Nous constatons que les deux dernières équations se déduisent des deux premières par une multiplication par  $\nabla S$ .

Nous pouvons alors obtenir une équation simplifiée relative à  $S$  :

$$(\nabla S)^2 = n^2 \quad (\text{III.A-7})$$

où  $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$  est l'indice de réfraction. La fonction  $S$  est habituellement appelée *eikonale* [42] et III.A-7 est appelée *équation d'eikonale* ; c'est l'équation de base de l'optique géométrique. La surface  $S(\mathbf{r}) = \text{cste}$  est appelée *front d'onde*.

### A.1.2 Définition des rayons lumineux

Nous pouvons écrire les moyennes temporelles des densités d'énergie magnétique et électrique :

$$\langle w_e \rangle = \frac{\varepsilon}{16\pi} \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^*, \quad \langle w_m \rangle = \frac{\mu}{16\pi} \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^*, \quad (\text{III.A-8})$$

A partir de (eq. III.A-6), nous pouvons écrire :

$$\langle w_e \rangle = \langle w_m \rangle = \frac{1}{16\pi} \mathbf{e} \cdot (\nabla S \times \mathbf{h}) = \frac{1}{16\pi} [\mathbf{e}, \mathbf{h}^*, \nabla S] \quad (\text{III.A-9})$$

On remarque que les densités d'énergie électrique et magnétique sont égales. Par un calcul assez simple, nous pouvons alors exprimer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting (eq. I.-30) :

$$\mathbf{\Pi} = \frac{c}{n^2} \langle w \rangle \nabla S \quad (\text{III.A-10})$$

où  $\langle w \rangle$  représente la densité totale d'énergie (i.e.  $\langle w \rangle = \langle w_e \rangle + \langle w_m \rangle$ ). De même, nous pouvons introduire le vecteur unitaire de la normale au front d'onde au point considéré (eq. III.A-7) :

$$\mathbf{s} = \frac{\nabla S}{\|\nabla S\|} \frac{\nabla S}{n} \quad (\text{III.A-11})$$

Nous en déduisons alors le principe de l'optique géométrique : *le vecteur de Poynting moyen pointe dans une direction normale au front d'onde et représente le flux d'énergie transportée à la vitesse  $v=c/n$* . Nous pouvons alors définir les *rayons lumineux* comme les trajectoires orthogonales aux fronts d'onde  $\mathcal{S} = cste$ . Ce sont des courbes orientées dont la direction coïncide en tout point avec le vecteur de Poynting<sup>(2)</sup>. Si nous notons  $\mathbf{r}(s)$  le vecteur position d'un point P sur un rayon, fonction de son abscisse curviligne  $s$ , nous pouvons écrire  $d\mathbf{r}/ds = \mathbf{r}$  soit l'équation du rayon :

$$n \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \nabla \mathcal{S} \quad (\text{III.A-12})$$

Nous énoncerons ici simplement la conséquence de la loi de l'intensité en optique géométrique : *l'intensité en tout point d'un rayon est proportionnelle à la courbure du front d'onde qui contient ce point* soit :

$$I = \frac{\text{constante}}{R_c^2} \quad (\text{III.A-13})$$

### A.1.3 Propriétés de la propagation des amplitudes du champ

L'optique géométrique ne prend pas en compte toutes les propriétés de la polarisation<sup>(3)</sup>. Il est cependant possible d'étendre les lois de l'optique géométrique à la propagation des vecteurs d'amplitude  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$ . Nous pouvons en effet dériver l'équation de l'eikonale à partir des équations de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu quelconque [43] et ainsi déduire l'équation d'évolution de la direction de polarisation :

$$n \frac{d\mathbf{u}}{ds} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla \log n) \nabla \mathcal{S} \quad (\text{III.A-14})$$

avec  $\mathbf{u} = \mathbf{e}/|\mathbf{e}|$ . En particulier, dans un milieu homogène, (eq. III.A-14) devient  $d\mathbf{u}/ds = 0$ , *la polarisation reste constante le long d'un rayon*.

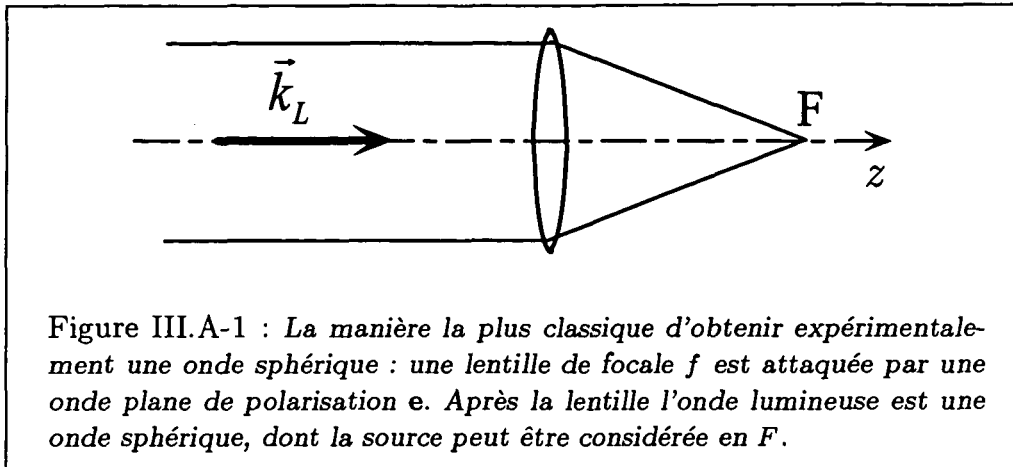
## A.2 Propriétés d'une onde sphérique

Il est important dans le cas du TROOP de bien connaître la polarisation de la lumière en tout point ainsi que son intensité. Nous étudierons donc dans un premier temps les propriétés générales d'un système optique composé d'une simple lentille mince convergente considérée comme infiniment fine en optique géométrique (fig. III.A-1)

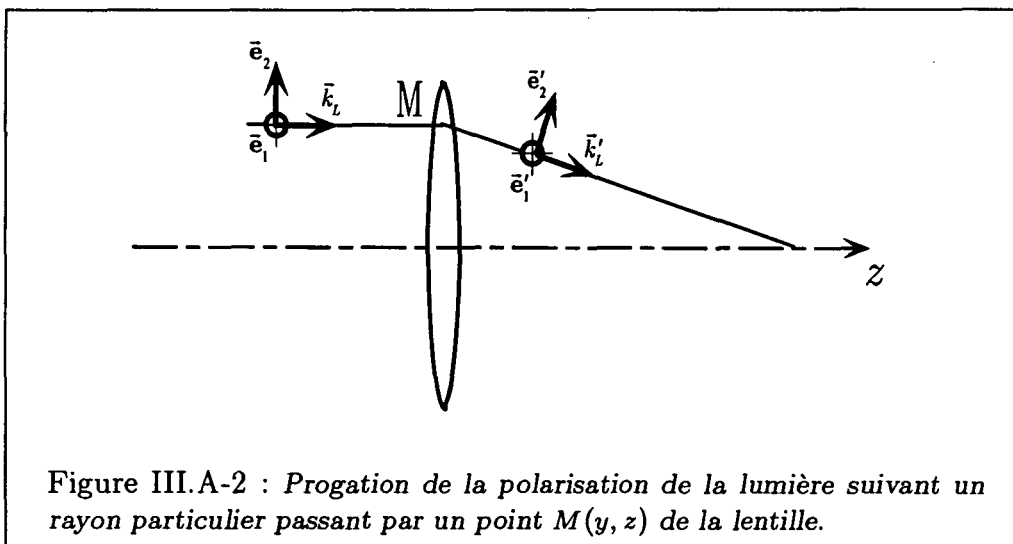
L'onde étant plane avant la lentille, tous les rayons sont des droites parallèles de direction le vecteur d'onde  $\mathbf{k}_L$ . Nous pouvons définir la polarisation de cette onde par  $\mathbf{e} = \alpha \mathbf{e}_y + \beta \mathbf{e}_z$  où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des nombres complexes. Nous savons que suivant un

<sup>(2)</sup>Cette définition des rayons lumineux n'est valable que dans un milieu isotrope. Dans les milieux anisotropes, la direction de la normale au front d'onde ne correspond pas en général à celle du vecteur de Poynting.

<sup>(3)</sup>Ceci est dû aux origines de l'optique géométrique qui sont bien antérieures à la théorie électromagnétique de la lumière.



rayon, la polarisation reste constante. Nous allons donc étudier la propagation de la polarisation suivant un rayon quelconque (pas nécessairement contenu dans le plan de la figure) (fig. III.A-2), la difficulté étant de décomposer cette polarisation dans une base indépendante du rayon choisi.



Nous pouvons définir  $\mathbf{k}_L$  le vecteur d'onde de l'onde plane incidente, que nous appellerons aussi le vecteur d'onde moyen de l'onde sphérique. L'appellation vecteur d'onde moyen à une interprétation physique évidente dans le cas des faisceaux gaussiens.

$$\mathbf{k}_L = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_x \quad (\text{III.A-15})$$

De même, nous pouvons définir le vecteur d'onde local  $\mathbf{k}'_L$  lié au rayon après la lentille :

$$\mathbf{k}'_L = \frac{\|\mathbf{k}_L\|}{r} (f\mathbf{u}_x - y\mathbf{u}_y - z\mathbf{u}_z) \quad (\text{III.A-16})$$

où  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + f^2}$ .

L'invariance de la polarisation le long d'un rayon (eq. III.A-14) nous permet de déduire la conservation du produit scalaire :

$$\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{e}_1 = \mathbf{k}'_L \cdot \mathbf{e}'_1 = 0; \quad \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}'_2 = 0 \quad (\text{III.A-17})$$

où  $\mathbf{e}'_1$  (resp.  $\mathbf{e}'_2$ ) est le transformé de  $\mathbf{e}_1$  (resp.  $\mathbf{e}_2$ ) par la lentille. En particulier, il existe un vecteur invariant par la transformation de la lentille. C'est le vecteur à la fois perpendiculaire à  $\mathbf{k}_L$  et  $\mathbf{k}'_L$ , que l'on prendra normé :

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{k}_L \times \mathbf{k}'_L}{\|\mathbf{k}_L \times \mathbf{k}'_L\|} = \frac{1}{r'}(z\mathbf{u}_y - y\mathbf{u}_z) \quad (\text{III.A-18})$$

où  $r' = \sqrt{y^2 + z^2}$ .

Nous pouvons alors définir les bases de la polarisation  $(\mathbf{k}_L, \mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$  et  $(\mathbf{k}'_L, \mathbf{e}_i, \mathbf{e}'_j)$  transformées l'une de l'autre par la lentille :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_2 &= \frac{\mathbf{k}_L \times \mathbf{e}_1}{\|\mathbf{k}_L \times \mathbf{e}_1\|} = \frac{1}{r'}(y\mathbf{u}_y + z\mathbf{u}_z) \\ \mathbf{e}'_2 &= \frac{\mathbf{k}'_L \times \mathbf{e}_1}{\|\mathbf{k}'_L \times \mathbf{e}'_1\|} = \frac{1}{rr'}(r'\mathbf{u}_x + fy\mathbf{u}_y + fz\mathbf{u}_z) \end{aligned} \quad (\text{III.A-19})$$

Finalement, nous pouvons écrire la polarisation sur le rayon après la lentille dans la base  $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$  :

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{rr'}(\beta z + \alpha y) \\ \frac{1}{r'^2} \left( z(\alpha z - \beta y) + \frac{fy(\alpha y + \beta z)}{r} \right) \\ \frac{1}{r'^2} \left( -y(\alpha z - \beta y) + \frac{fz(\alpha y + \beta z)}{r} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-20})$$

D'après (eq. III.A-13), nous savons de plus que l'intensité le long du rayon considéré varie comme  $1/s^2$  si on prend comme origine le point focal  $F$ .

Nous pouvons alors écrire plus généralement le champ électrique en un point  $M(x, y, z)$  de l'espace pour une onde sphérique focalisée en  $O(0, 0, 0)$  et dont le vecteur d'onde moyen (utilisé pour définir la polarisation initiale  $\mathbf{e} = \alpha\mathbf{u}_y + \beta\mathbf{u}_z$ ) est  $\mathbf{k}_L = k_L\mathbf{u}_x$  (fig. III.A-3) :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{E}_0 r_0}{\|\mathbf{r}\|} e^{i(k_L r + \phi_0)} \begin{pmatrix} \frac{1}{rr'}(-\beta z - \alpha y) \\ \frac{1}{r'^2} \left( z(\alpha z - \beta y) + \frac{xy(\beta z + \alpha y)}{r} \right) \\ \frac{1}{r'^2} \left( -y(\alpha z - \beta y) + \frac{xz(\beta z + \alpha y)}{r} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-21})$$



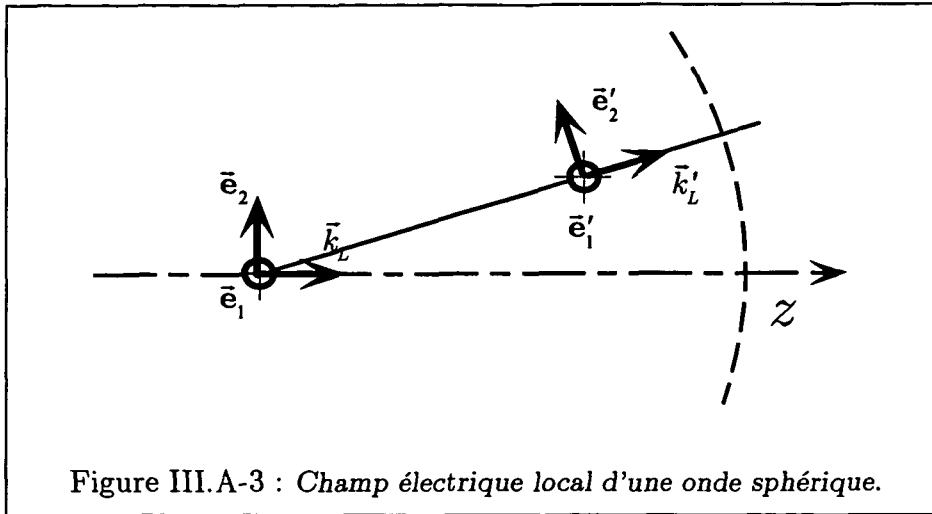


Figure III.A-3 : Champ électrique local d'une onde sphérique.

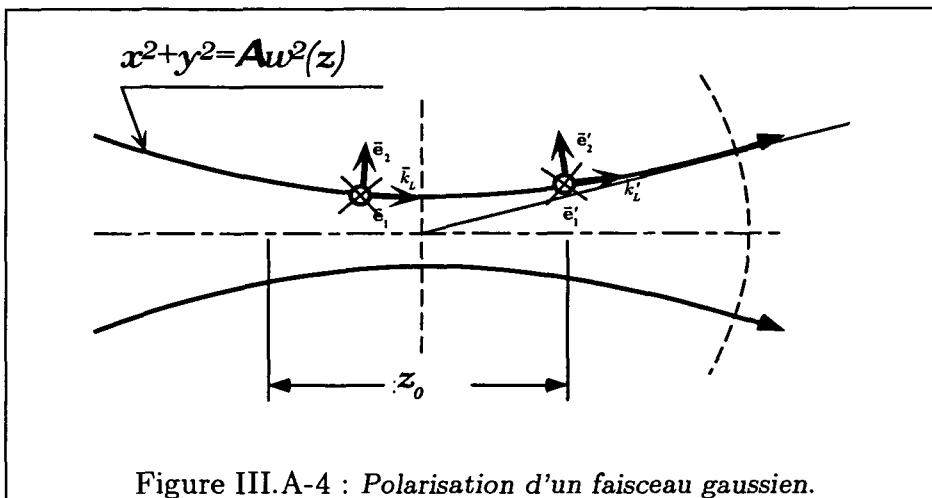


Figure III.A-4 : Polarisation d'un faisceau gaussien.

### A.3 Le cas des faisceaux Gaussiens

D'une manière générale, nous pouvons définir l'amplitude du champ électrique d'un faisceau gaussien se propageant suivant l'axe  $Oz$  [44] :

$$E(x, y, z) = \varepsilon_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left( -i(k_L z - \eta(z)) - i \frac{k_L r^2}{2q(z)} \right) \quad (\text{III.A-22})$$

avec

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right), \quad \frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi n w^2(z)} \quad (\text{III.A-23})$$

où

- $w^2(z) = w_0 \left[ 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]$  représente la taille à  $1/e$  du faisceau.
- $R(z) = z \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$  représente le rayon de courbure du front d'onde à l'abscisse  $z$ .
- $z_0 = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda}$  représente la distance de Rayleigh.

L'équation d'un rayon est donc dans le plan  $xOz$  par exemple :

$$x^2 = \mathcal{A}^2 w^2(z) = \mathcal{A}^2 w_0^2 \left(1 + \frac{z}{z_0}\right) \quad (\text{III.A-24})$$

d'où nous déduisons, à partir de la pente  $dx/dz$ , la direction du vecteur d'onde local :

$$\mathbf{k}'_L = \frac{2w_0^2 \mathcal{A} z \mathbf{u}_x + z_0^2 w(z) \mathbf{u}_z}{\sqrt{4w_0^4 \mathcal{A}^2 z^2 + z_0^4 w(z)^2}} \quad (\text{III.A-25})$$

Il suffit alors d'appliquer le même raisonnement que ci-dessus pour en déduire la polarisation en tout point d'un faisceau gaussien. Si on se place suffisamment loin du point de focalisation ( $z \gg z_0$ ), le faisceau peut alors être traité comme une onde sphérique avec une étendue spatiale transverse liée au profil gaussien de l'intensité.

# Appendice B

## Programme de calcul de la force à vitesse nulle

Nous présentons dans cet appendice le programme utilisé pour étudier la dépendance en position des forces radiatives à vitesse nulle. Pour ce faire, nous avons résolu les équations de Bloch-optique (eq. III.1-28) :

$$i\hbar \frac{d\tilde{\rho}}{dt} = [\tilde{H}, \tilde{\rho}] + i\hbar \frac{d\tilde{\rho}}{dt} \Big|_{sp} \quad (\text{III.B-1})$$

où ( $\tilde{\quad}$ ) signifie que nous avons effectué le changement de variable :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{eg} &= \rho_{eg} e^{i\omega_L t} \\ \tilde{\rho}_{ge} &= \rho_{ge} e^{-i\omega_L t} \\ \tilde{\rho}_{ee} &= \rho_{ee} \quad \tilde{\rho}_{gg} = \rho_{gg} \end{aligned} \quad (\text{III.B-2})$$

$H$  représente le hamiltonien de système atome+champ :

$$H = H_0 + V_{AL} \quad (\text{III.B-3})$$

et  $i\hbar \frac{d\tilde{\rho}}{dt} \Big|_{sp}$  la contribution de l'émission spontanée :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d\tilde{\rho}_{ee}}{dt} \Big|_{sp} &= \tilde{\rho}_{ee} \\ i\hbar \frac{d\tilde{\rho}_{ge}}{dt} \Big|_{sp} &= -\frac{1}{2} \tilde{\rho}_{ge} \\ i\hbar \frac{d\tilde{\rho}_{g_1 g_2}}{dt} \Big|_{sp} &= \sum_{m=-1,0,+1} C_{g_1}^{e_1=g_1+m} C_{g_2}^{e_2=g_2+m} \tilde{\rho}_{e_1 e_2} \end{aligned} \quad (\text{III.B-4})$$

Les équations de Bloch peuvent s'écrire sous la forme matricielle d'une équation de Liouville :

$$\dot{R} = \mathcal{L}R \quad (\text{III.B-5})$$

où  $R$  est un vecteur tel que  $R_{lex(i,j)} = \tilde{\rho}_{i,j}$ .  $lex$  est un tableau permettant de trier les éléments de la matrice densité  $\tilde{\rho}$ .

Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lex(i,j),lex(i,k)} &= i\tilde{H}(k, j) \\ \mathcal{L}_{lex(i,j),lex(k,j)} &= i\tilde{H}(i, k) \end{aligned} \quad (\text{III.B-6})$$

Afin de faciliter la résolution numérique d'une telle équation (en utilisant la routine DLSACG d'*IMSL*, qui permet de résoudre de tels systèmes), nous avons remplacé la première ligne par des zéros partout sauf pour les éléments représentant les populations des sous-niveaux Zeeman. Ceci revient à imposer pour la solution  $\sum \Pi = 1$ . Nous obtenons donc la solution du système :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \dots 0 & 1 \dots 0 & 1 \dots 0 \\ \mathcal{L}_{21} & \dots & \dots \\ \dots & \mathcal{L}_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} R \quad (\text{III.B-7})$$

Il suffit ensuite d'en tirer les cohérences optiques et d'écrire la force :

$$F = \sum_{q=0,\pm 1} \sum_{m_g=-J_g, J_g} C_{m_g}^q \tilde{\rho}_{m_g, m_g+m_g+q} \nabla \mathcal{E}_q \quad (\text{III.B-8})$$

Le champ électrique est calculé en utilisant la méthode énoncée dans l'appendice III.A. Pour évaluer le gradient, le programme calcule le champ électrique aux points  $M \pm \delta x, M \pm \delta y$  et  $M \pm \delta z$ . Enfin, le programme effectue une moyenne sur un volume  $(x - \lambda/2, x + \lambda/2) \times (x - \lambda/2, x + \lambda/2) \times (x - \lambda/2, x + \lambda/2)$ . Pour calculer cette moyenne, nous avons utilisé la méthode des trapèzes avec 13 échantillons :

$$F_{\text{moy}} = \sum_{i=-6}^{+6} \sum_{j=-6}^{+6} \sum_{k=-6}^{+6} p_i p_j p_k \mathbf{F} \left( x + \frac{i \lambda}{6 \cdot 2}, y + \frac{j \lambda}{6 \cdot 2}, z + \frac{k \lambda}{6 \cdot 2} \right), \quad p_{\xi=i,j,k} = 0.5 \text{ si } |\xi| \in 6, 0 \text{ sinon} \quad (\text{III.B-9})$$

#### Program pompage

```
c Dans cette partie, on calcule la solution stationnaire
c des equations de bloch optique pour un atome au repos

c On realise d'abord 2 vecteurs Lex et Lexbis, qui vont
c faire correspondre les elements de la matrice densite
c a ceux de la matrice utilisee par la procedure
```

```
complex*16 Polreal, PolImag, Icomp, Ireel
Integer nBeam, Jg, Je, nniv, nrau
real*8 Pi, Lambda
parameter (nBeam=6)
parameter (Jg=1, Je=Jg+1, nniv=2+2*(Jg+Je))
parameter (nrau=nniv*nniv)
```

← Nombre de faisceaux laser de la configuration étudiée

```

parameter (Icomp=cmplx(0.,1.),Ireel=cmplx(1.,0.))
parameter (Pi=3.14159,Lambda=0.000852115)
parameter (PolReal=cmplx(0.707107,0.))
parameter (PolImag=cmplx(0.,0.707107))

complex*16 SCAPROD
complex*16 rau(1:nrau),Bloch(1:nrau,1:nrau)
complex*16 relax(1:nrau)
complex*16 Hamilton(1:nniv,1:nniv)
real*8 Gamma(1:nniv,1:nniv),Focdist
c definition des valeurs de la matrice densite
c et du liouvillien
                                     ←rau : matrice densité
                                     Bloch : équations de Bloch
                                     ←hamiltonnien
                                     ←Gamma : émission spontan

integer lex(0:1,-Je:Je,0:1,-Je:Je),J(0:1)
integer niv(0:1,-Je:Je)
c prend toutes les combinaisons s(i,j)
integer lexbis(0:1,-Je:Je)
c et ici toutes les combinaisons s(i,i)

real*8 Cg(-Jg:Jg,-1:1)
c definition des coefficients de Clebsj-Gordan

c Pour calculer le champ, il est necessaire d'avoir
c le vecteur Kmoyen,K au point R, les polarisation
c dans la base de depart et dans la base d'arrivée
c ainsi que le champ decompose suivant l'axe de
c quantification
                                     ←Oz dans notre cas

complex*16 Kmoyen(1:3),Pol(1:3),PolTot(1:3)
complex*16 Kr(1:3),Er1(1:3),E2(1:3),Er2(1:3)
complex*16 Erp(1:3),PolR(1:3)

real*8 KIndex(1:6,1:3)
complex*16 PolBeam(1:6,1:3)
Integer BeamE1(1:6)
Integer Ipoix,IpoiY,Ipoiz
real*8 Poids
Integer BeamIndex(1:6)
                                     ←direction des lasers
                                     ←Polarisation initiale
                                     ←choix de la base de
                                     polarisation par défaut

complex*16 GradRabi,Phase
real*8 PhaseInit(1:6)
real*8 Rayon,Delta
complex*16 Rabi(-1:1),TotRabi(-1:1,0:6),R(1:3,0:6)
complex*16 RPoint(1:3)
real*8 RabiMoy(-1:1)

real*8 limX,limY,limZ
real MoyPump,MoyPopul
real*8 PasGrad
real*8 F1(1:3),FMoy1(1:3)
real*8 F2(1:3),FMoy2(1:3)
real X,Y,Z,Fx,Fy,Fz
complex*16 Rabi0

CHARACTER*10 FichRes

```

```

c -----
c INITIALISATION
c -----

Parameter(IGpas=2,IPpas=6,limX=0.004,limY=0.004,
+ limZ=0.004)
Parameter(Focdist=35000.,PasGrad=1/dfloat(100.*IPpas))
FichRes = '3DpinvXYZ'

J(0)=Jg
J(1)=Je

DATA PhaseInit /0.,0.,0.,0.,0.,0./
DATA BeamE1 /2,2,3,3,1,1/
DATA KIndex /18*0./
DATA PolBeam /18*(0.,0.)/
DATA BeamIndex /1,2,3,4,5,6/

c -----
c DEFINITION DE LA CONFIGURATION DES FAISCEAUX
c -----

c Definition des vecteurs d'onde

KIndex(1,1)=1.
KIndex(1,2)=0.
KIndex(1,3)=0.

KIndex(2,1)=-1.
KIndex(2,2)=0.
KIndex(2,3)=0.

KIndex(3,1)=0.
KIndex(3,2)=1.
KIndex(3,3)=0.

KIndex(4,1)=0.
KIndex(4,2)=-1.
KIndex(4,3)=0.

KIndex(5,1)=0.
KIndex(5,2)=0.
KIndex(5,3)=1.

KIndex(6,1)=0.
KIndex(6,2)=0.
KIndex(6,3)=-1.

c Definition des polarisations

PolBeam(1,1)=cplx(0.,0.)
PolBeam(1,2)=-PolReal
PolBeam(1,3)=PolImag

```

← définition des bornes de l'étude de la force.  
 ← les distances sont définies en unités de  $\lambda$

← phase des faisceaux  
 ← polarisation par défaut  
 ← vecteurs d'ondes initiaux  
 ← polarisation initiale  
 ← ordre des faisceaux dans le calcul

← direction moyenne des faisceaux  
 ← coord. suivant Ox  
 ← coord. suivant Oy  
 ← coord. suivant Oz

← polarisation initiale  
 ← polar. suivant Ox  
 ← polar. suivant Oy  
 ← polar. suivant Oz

```

PolBeam(2,1)=cplx(0.,0.)
PolBeam(2,2)=PolReal
PolBeam(2,3)=PolImag

PolBeam(3,1)=PolReal
PolBeam(3,2)=cplx(0.,0.)
PolBeam(3,3)=PolImag

PolBeam(4,1)=-PolReal
PolBeam(4,2)=cplx(0.,0.)
PolBeam(4,3)=PolImag

PolBeam(5,1)=PolReal
PolBeam(5,2)=-PolImag
PolBeam(5,3)=cplx(0.,0.)

PolBeam(6,1)=PolReal
PolBeam(6,2)=PolImag
PolBeam(6,3)=cplx(0.,0.)

c -----
c CONSTRUCTION DE LEX(matrice densité) et LEXBIS(populations)
c -----

k=1

do 100 ilev1=0,1
do 100 im1 = -J(ilev1),J(ilev1)
do 100 ilev2=0,1
do 100 im2 = -J(ilev2),J(ilev2)
lex(ilev1,im1,ilev2,im2)=k

k=k+1

100 CONTINUE

kbis=1

do 110 ilev=0,1
do 110 im = -J(ilev),J(ilev)

niv(ilev,im)=kbis
lexbis(ilev,im)=lex(ilev,im,ilev,im)
kbis=kbis+1

110 CONTINUE

c -----
c CALCUL DES COEFFICIENTS DE CLEBSCH-GORDAN
c -----

do 120 img=-Jg,Jg                                     ←pour une transition
                                                         J→J+1
Cg(img,0)=sqrt(DBLE((Jg+1.-img)*(Jg+1.+img)/(1.0*(Jg+1.)*(2.*Jg+1.))))
Cg(img,-1)=sqrt(DBLE((Jg+1.-img)*(Jg+2.-img)/(2.0*(Jg+1.)*(2.*Jg+1.))))
Cg(img,1)=sqrt(DBLE((Jg+1.+img)*(Jg+2.+img)/(2.0*(Jg+1.)*(2.*Jg+1.))))

```

120 CONTINUE

```
c -----
c DEBUT DU CALCUL DE LA FORCE
c -----
```

```
Rabi0 = cmplx(0.1,0.)           ← définis en unite Γ
Delta =0.
```

```
c -----
c ECRITURE DES PARAMETRES DANS UN FICHER .par
c -----
```

```
OPEN(UNIT=16,FILE=FichRes//'.par',ACCESS='append')
write(16,*) 'Ce fichier regroupe les parametres du calcul'
write(16,*) 'Rabi0 ', ' Delta ', ' Jg '
write(16,*) 'Fo'
write(16,*) 'IGpas ', ' IPpas ', ' limX ', ' limY '
+, ' limZ '
write(16,*) 'Focdist ', ' PasGrad'
write(16,*) Rabi0,Delta,Jg
s=(Rabi0*Rabi0/2)/(Delta*Delta+0.25)
write(16,*) 0.5*s/(1+s)
write(16,*) IGpas,IPpas,limX,limY,limZ
write(16,*) Focdist,PasGrad
CLOSE(16)
```

```
IPasX=0
IPasY=0
IPasZ=0
```

```
do 900 IPasX=-IGpas,0           ← point ou on calcule
do 900 IPasY=-IGpas,0           la force
do 900 IPasZ=-IGpas,0
```

```
RPoint(1)=(limX*Real(IPasX)/Real(IGpas))*Ireel
RPoint(2)=(limY*Real(IPasY)/Real(IGpas))*Ireel
RPoint(3)=(limZ*Real(IPasZ)/Real(IGpas))*Ireel
```

c Moyenne sur une maille 3D

```
IdX=0
IdY=0
IdZ=0
```

```
MoyPump=0.
FMoy1(1)=0.
FMoy1(2)=0.
FMoy1(3)=0.
FMoy2(1)=0.
FMoy2(2)=0.
FMoy2(3)=0.
MoyPopul=0.
```







```

      IF ((Er1(1).eq.(0.,0.)).and.(Er1(2).eq.(0.,0.)).and.
+ (Er1(3).eq.(0.,0.))) THEN

      DO 142 Ind=1,3

      Er1(Ind)=(0.,0.)

142  CONTINUE

      Ind = BeamE1(IBeam)

      Er1(Ind) = 1.

      ENDIF

      CALL NORMALIZE(Er1)
      CALL VECPROD(Kmoyen,Er1,E2)
      CALL NORMALIZE(E2)
      CALL VECPROD(Erp,Er1,Er2)
      CALL NORMALIZE(Er2)

      PolR(1)=SCAPROD(Pol,Er1)
      PolR(2)=SCAPROD(Pol,E2)

      DO 144 Ind=1,3

      PolTot(Ind)=PolR(1)*Er1(Ind)+PolR(2)*Er2(Ind)

144  CONTINUE

      TotRabi(0,IGrad)=TotRabi(0,IGrad)+Rabi0*PolTot(3)
+ *CDEXP(-Icomp*Phase)
+ *CDEXP(2.*Pi*Icomp*Rayon)
+ *(Focdist/Rayon)

      TotRabi(-1,IGrad)=TotRabi(-1,IGrad)
+ +Rabi0*(PolTot(1)*PolReal
+ -PolTot(2)*PolImag)
+ *CDEXP(-Icomp*Phase)
+ *CDEXP(2.*Pi*Icomp*Rayon)
+ *(Focdist/Rayon)

      TotRabi(1,IGrad)=
+ TotRabi(1,IGrad)
+ -Rabi0*(PolTot(1)*PolReal+PolTot(2)*PolImag)
+ *CDEXP(-Icomp*Phase)
+ *CDEXP(2.*Pi*Icomp*Rayon)
+ *(FocDist/Rayon)

149  CONTINUE

      Rabi(0) =TotRabi( 0,0)
      Rabi(1) =TotRabi( 1,0)
      Rabi(-1)=TotRabi(-1,0)

```

← vecteur de polarisation  
commun aux deux bases  
← 2<sup>e</sup> vect. de la base init.

← 2<sup>e</sup> vect. de la base locale

← décomposition dans la base  
initiale

← polarisation après  
transport parallèle

← fréquence de Rabi  
pour le calcul de l'état  
interne de l'atome

```

RabiMoy(0) = RabiMoy(0) +DBLE((ABS(Rabi(0))**2)*Poids)
RabiMoy(-1) = RabiMoy(-1)+DBLE((ABS(Rabi(-1))**2)*Poids)
RabiMoy(1) = RabiMoy(1) +DBLE((ABS(Rabi(1))**2) *Poids)

c -----
c Initialisation des tableaux
c -----

do 150 irau1=1,nrau
relax(irau1)=cplx(0.,0.)

do 150 irau2=1,nrau
Bloch(irau1,irau2)=cplx(0.,0.)
150 CONTINUE

do 160 iniv1=1,nniv
do 160 iniv2=1,nniv

Hamilton(iniv1,iniv2)=cplx(0.,0.)
Gamma(iniv1,iniv2)=cplx(0.,0.)

160 CONTINUE

c -----
c DEFINITION DU HAMILTONIEN
c -----

ileve=1
ilevg=0

do 200 ime=-Je,Je

iniv=niv(ileve,ime)
Hamilton(iniv,iniv)=-Delta*Ireel

200 CONTINUE

do 300 img=-Jg,Jg
do 300 idm=-1,1

inivg=niv(ilevg,img)
inive=niv(ileve,img+idm)
Hamilton(inive,inivg)=-Rabi(idm)*Cg(img,idm)/2.
Hamilton(inivg,inive)=CONJG(Hamilton(inive,inivg))

300 CONTINUE

c -----
c DEFINITION DE L'EMISSION SPONTANNEE (alimentation des couplages entre etats excit

```

```

c -----
do 400 ime1=-Je,Je
do 400 ime2=-Je,Je

iniv1=niv(ileve,ime1)
iniv2=niv(ileve,ime2)
Gamma(iniv1,iniv2)=-1.

400 CONTINUE

c -----
c EMISSION SPONTANNEE (alimentation des coherences fundamental-excite
c -----

do 440 img=-Jg,Jg

inivg=niv(ilevg,img)

do 440 ime=-Je,Je

inive=niv(ileve,ime)

Gamma(inivg,inive)=-0.5
Gamma(inive,inivg)=-0.5

440 CONTINUE

c -----
c CONSTRUCTION DU LIOUVILIEN
c -----

do 500 ilev1=0,1
do 500 im1=-J(ilev1),J(ilev1)
do 500 ilev2=0,1
do 500 im2=-J(ilev2),J(ilev2)

iniv1=niv(ilev1,im1)
iniv2=niv(ilev2,im2)

indic=lex(ilev1,im1,ilev2,im2)

c -----
c AJOUT DES TERMES DECRIVANT L'EMISSION SPONTANNEE
c (ne contient pas l'alimentation des coherences de l'etat fondamental)
c -----

Bloch(indic,indic)=Bloch(indic,indic)
+ +Gamma(iniv1,iniv2)

do 500 ilevk=0,1
do 500 imk = -J(ilevk),J(ilevk)

inivk=niv(ilevk,imk)

```

```

      indd=lex(ilev1,im1,ilevk,imk)
      indg=lex(ilevk,imk,ilev2,im2)

      Bloch(indic,indd)=Bloch(indic,indd)
+ +Icomp*Hamilton(inivk,iniv2)
      Bloch(indic,indg)=Bloch(indic,indg)
+ -Icomp*Hamilton(iniv1,inivk)

500  CONTINUE

c    -----
c    Alimentation des coherences de l'etat fondamental
c    -----

      ilevg1=0
      ilevg2=0
      ileve1=1
      ileve2=1

      do 600 img1=-Jg,Jg
      do 600 img2=-Jg,Jg
      do 600 idm=-1,1

      ime1=img1+idm
      ime2=img2+idm

      indg=lex(ilevg1,img1,ilevg2,img2)
      inde=lex(ileve1,ime1,ileve2,ime2)

      Bloch(indg,inde)=Bloch(indg,inde)
+ +Cg(img1,idm)*Cg(img2,idm)

600  CONTINUE

c    -----
c    RESOLUTION DE L'EQUATION DE LIOUVILLE
c    -----

      do 610 inrau=1,nrau

      Bloch(1,inrau) = cmplx(0.,0.)

610  CONTINUE

      do 620 ilev=0,1
      do 620 im=-J(ilev),J(ilev)

      ind=lexbis(ilev,im)
      Bloch(1,ind)=cmplx(1.,0.)

620  CONTINUE

      relax(1)=cmplx(1.,0.)

      CALL DLSACG(nrau,Bloch,nrau,relax,1,rau)

```

← On remplace une des lignes  
par la normalisation de  
la somme des populations  
 $\sum \Pi_{g,e} = 1$

← routine IMSL

```
c -----
c CALCUL DU TAUX DE POMPAGE
c -----

Pump = 0.
Popultot = 0.
ilevg=0

do 630 img=-Jg,Jg

ind=lexbis(ilevg,img)
popul = DBLE(rau(ind))

pump = pump+popul*img
Popultot = Popultot + popul

630 CONTINUE

c -----
c CALCUL DE Force
c -----

ilevg=0
ileve=1

do 700 IGrad=1,3

F1(IGrad)=0.
F2(IGrad)=0.

do 700 idm=-1,1

GradRabi = (TotRabi(idm,2*IGrad)
+ -TotRabi(idm,2*IGrad-1))/(4*Pi*PasGrad)

do 700 img=-Jg,Jg

ime=img+idm
ind1=lex(ilevg,img,ileve,ime)

F1(IGrad)=F1(IGrad)+DBLE(Cg(img,idm)*rau(ind1)*GradRabi)

F2(IGrad)=F2(IGrad)-DBLE(Icomp*CONJG(Rabi(idm))*GradRabi)

700 CONTINUE

X=Real(Rpoint(1))
Y=Real(Rpoint(2))
Z=Real(Rpoint(3))

Fx=Real(F1(1))
Fy=Real(F1(2))
Fz=Real(F1(3))

MoyPump = MoyPump+Pump*Poids
```

```

MoyPopul = MoyPopul+Popultot*Poids

do 750 IGrad=1,3

FMoy1(IGrad)=FMoy1(IGrad)+F1(IGrad)*Poids
FMoy2(IGrad)=FMoy2(IGrad)+F2(IGrad)*Poids

750 CONTINUE

800 CONTINUE

c   Apres moyenne sur maille 3D

X=Real(Rpoint(1))
Y=Real(Rpoint(2))
Z=Real(Rpoint(3))

OPEN(UNIT=16,FILE=FichRes//'.pum',ACCESS='append')
write(16,*) X,Y
+ ,Z,Real(MoyPump),Real(MoyPopul)
CLOSE(16)

Fx=Real(FMoy1(1))
Fy=Real(FMoy1(2))
Fz=Real(FMoy1(3))

OPEN(UNIT=16,FILE=FichRes//'.for',ACCESS='append')
write(16,*) X,Y
+ ,Z,Fx,Fy,Fz
CLOSE(16)

Fx=Real(FMoy2(1))
Fy=Real(FMoy2(2))
Fz=Real(FMoy2(3))

OPEN(UNIT=16,FILE=FichRes//'.dnf',ACCESS='append')
write(16,*) X,Y
+ ,Z,Fx,Fy,Fz
CLOSE(16)

OPEN(UNIT=16,FILE=FichRes//'.int',ACCESS='append')
write(16,*) X,Y
+ ,Z,Real(RabiMoy(-1)),Real(RabiMoy(0)),Real(RabiMoy(1))
CLOSE(16)

900 CONTINUE

END

c   -----
c   PROCEDURES ET FONCTIONS
c   -----

FUNCTION SCAPROD(V1,V2)
COMPLEX*16 V1(1:3),V2(1:3)

```



```
COMPLEX*16 SCAPROD
```

```
SCAPROD = V1(1)*CONJG(V2(1))+V1(2)*CONJG(V2(2))  
+ +V1(3)*CONJG(V2(3))
```

```
RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE VECPROD(V1,V2,V3)  
COMPLEX*16 V1(1:3),V2(1:3),V3(1:3)
```

```
V3(3) = V1(1)*V2(2)-V2(1)*V1(2)  
V3(1) = V1(2)*V2(3)-V2(2)*V1(3)  
V3(2) = V1(3)*V2(1)-V2(3)*V1(1)
```

```
RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE NORMALIZE(V1)  
COMPLEX*16 V1(1:3)  
REAL*8 NORME  
INTEGER I
```

```
NORME = DSQRT(CDABS(V1(1))**2+CDABS(V1(2))**2  
+ +ABS(V1(3))**2)
```

```
DO 5000 I=1,3  
V1(I)=V1(I)/NORME  
5000 CONTINUE
```

```
RETURN  
END
```

# Appendice C

## An Atom Trap Relying on Optical Pumping

P. BOUYER, P. LEMONDE, M. BEN DAHAN, A. MICHAUD, C.  
SALOMON AND J. DALIBARD  
Europhysics Letters  
27 (8), page 569-574, 1994

## An Atom Trap Relying on Optical Pumping.

P. BOUYER, P. LEMONDE, M. BEN DAHAN, A. MICHAUD  
C. SALOMON and J. DALIBARD

*Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique  
de l'Ecole Normale Supérieure and Collège de France(\*)  
24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France*

(received 13 April 1994; accepted in final form 25 July 1994)

PACS. 32.80P - Optical cooling of atoms; trapping.

PACS. 42.50 - Quantum optics.

**Abstract.** - We have investigated a new radiation pressure trap which relies on optical pumping and does not require any magnetic field. It employs six circularly polarized divergent beams and works on the red of a  $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$  atomic transition with  $J_g \geq 1/2$ . We have demonstrated this trap with cesium atoms from a vapour cell using the 852 nm  $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$  resonance transition. The trap contained up to  $3 \cdot 10^7$  atoms in a cloud of  $1/\sqrt{e}$  radius of 330  $\mu\text{m}$ .

The number of experiments using laser-cooled atoms has dramatically increased during the last few years, thanks to the relative easiness of capturing and cooling atoms with the radiation pressure force. The most commonly used device is the magneto-optical trap (MOT), which consists of 3 pairs of circularly polarized counterpropagating laser beams, superimposed on a gradient of magnetic field [1]. The Zeeman shifts for an atom located out of the centre of the trap cause an imbalance between the six radiation pressure forces, which results in a restoring force towards the centre of the trap.

We present in this letter a radiation pressure Trap Relying On Optical Pumping (TROOP), which does not require any magnetic field. Therefore it is particularly attractive for several applications such as cold-atom frequency standards [2, 3] or subrecoil cooling [4, 5], where any residual magnetic field may cause severe limitations. The trap consists of six circularly polarized diverging laser beams (see fig. 1a)) which induce a position-dependent optical pumping resulting in a restoring force. The atomic transition used for the trapping process involves a ground state with angular momentum  $J_g$  and an excited state with  $J_e = J_g + 1$ . The trap should work for any  $J_g \neq 0$ . We have demonstrated this trapping effect for cesium atoms, using the  $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$  transition at 852 nm. The performance of the trap, in terms of capture of atoms from a vapour and confinement, are

---

(\*) Unité de Recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS (UA18).

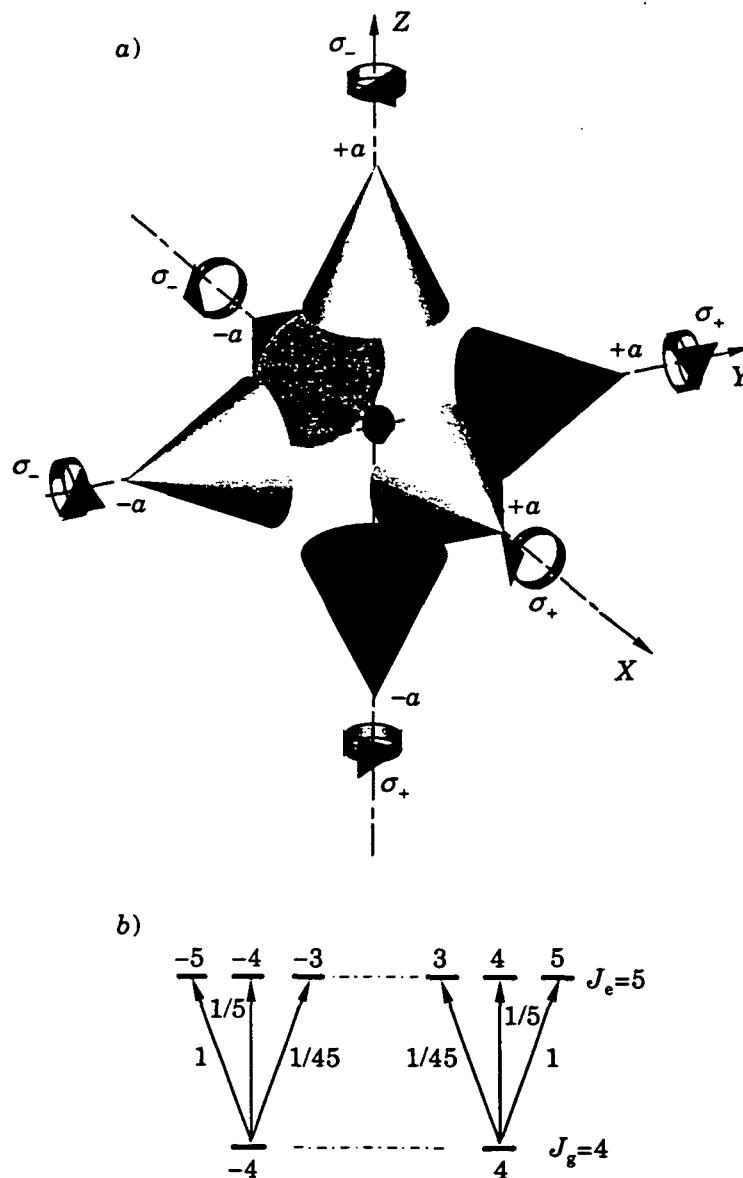


Fig. 1. - Principle of the trap relying on optical pumping. a) Six circularly polarized divergent beams are detuned on the red of a  $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$  atomic transition with  $J_g \geq 1/2$ . Note the differences in helicity between the Z beams and the XY beams. The position-dependent optical pumping creates an imbalance in  $m$  state populations. b) Since the squares of the Clebsch-Gordan coefficients for  $\sigma_+$  and  $\sigma_-$  transitions are different, there is a global restoring force toward the centre. Shown here is the  $4 \rightarrow 5$  transition of cesium. In the experiment, each laser beam is focused at 3.5 cm from the centre of the trap using an objective with  $NA = 0.4$ .

within one order of magnitude of the performance of the optimized MOT constructed with the same laser beams.

Soon after early proposals [6], the optical Earnshaw theorem was proved by Ashkin and Gordon, stating that no stable trapping could be achieved with the radiation pressure force for particles with *scalar polarizabilities* [7], such as an atom with a  $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$  transition. In weak, non-saturating laser light, the force is then proportional to the Poynting vector  $\mathbf{\Pi}$ . Since  $\nabla \cdot \mathbf{\Pi} = 0$ , the force also has zero divergence. Therefore it cannot be an inward force everywhere on a closed surface.

A simple way to get round the Earnshaw theorem is to achieve a situation where the polarizability of the atom is not scalar. As first shown in [8], a static magnetic field or a suitable optical-pumping configuration can lead to such non-scalar polarizabilities, and can, therefore, generate a stable radiation pressure trap. The MOT, although different from the explicit proposals of [8], works along the same principle [1].

The trap that we have investigated (fig. 1a)) also relies on a non-linear relation between the radiation pressure force and the Poynting vector, induced by optical pumping. We restrict our analysis to the low saturation limit: from the state of polarization of the total light field at a given point, we first derive the atomic internal steady state, where most of the population is in the ground state. Then we add independently the six radiation pressure forces acting on this atom. Our simple model neglects the interference effects between the beams, which may result in dipole or vortex forces on the wavelength scale.

Take an atom at a point  $A$ , which is displaced a distance  $z$  from the origin  $O$  along the positive  $Z$ -axis. We assume that  $z$  is small compared to the distance  $a$  between  $O$  and each focus of the diverging waves. The beam  $W_{z+}$ , propagating from  $z = +\infty$  to  $z = -\infty$ , creates a radiation pressure force which tends to restore the atom towards  $O$ . The five other beams, *i.e.*  $W_{z-}$  and the four diverging waves propagating along the  $X$  and  $Y$  axes, produce a net expelling force along the  $Z$ -direction. For a particle with scalar polarizability, the restoring and expelling forces cancel. This is a manifestation of the Earnshaw theorem.

For circularly polarized laser waves with a convenient choice of helicities, and for an atomic transition having  $J_g > 0$ , we now show that this theorem does not hold anymore if we take into account the modification of the internal state due to optical pumping.

We restrict here to the case where the helicity  $h_i$  of two waves  $W_{i+}$  and  $W_{i-}$  is the same, so that each pair of waves is in a  $\sigma_+ - \sigma_-$  configuration. At  $O$ , the total field has no preferred polarization axis and the ground-state population in the steady-state regime is equally distributed among the Zeeman sublevels.

Take the configuration where the  $W_{z+}$  and  $W_{z-}$  waves are, respectively,  $\sigma_-$  and  $\sigma_+$  polarized along the  $Z$ -axis; assume also that the polarizations of the waves propagating along  $X$  and  $Y$  have been chosen such that an atom located at  $A$  sees a resulting light from the six beams with a total  $\sigma_-$  intensity  $I(\sigma_-)$  larger than the  $\sigma_+$  one. Because of optical pumping, the population of the ground-state sublevels  $|g, m_g\rangle$  with  $m_g < 0$  increase and the populations for  $m_g > 0$  decrease. This breaks the balance between the six radiation pressure forces since, for  $m_g < 0$ , the Clebsch-Gordan coefficient of the  $\sigma_-$  transition starting from a given  $|g, m_g\rangle$  induced by the  $W_{z+}$  wave is larger than the one for the  $\sigma_+$  transition starting from the same substate and induced by the  $W_{z-}$  wave (fig. 1b)). Therefore, to first order in  $z/a$ , one finds that the restoring force due to  $W_{z+}$  is enhanced with respect to the case where no modification of optical pumping occurs; on the opposite, the expelling force due to  $W_{z-}$  is reduced. Finally, the component on the  $Z$ -axis of the force due to the four  $X$  and  $Y$  beams which involves a geometrical  $z/a$  factor remains unchanged to first order in  $z/a$ . The overall effect is a net restoring force towards  $O$  along the  $Z$ -axis.

The previous discussion leads to a 3D trapping effect if one of the three helicities is different from the other two. If the three helicities are the same, then at first order in  $z/a$  the light remains natural ( $I(\sigma_+) = I(\sigma_-) = I(\pi)$ ). No trapping force can occur in this case since the steady state of the atom is unchanged at first order in  $z/a$ .

We choose for instance, as in fig. 1a),  $h_z = -h_x = -h_y = 1$ ; for an atom displaced a distance  $z$  along the  $Z$ -axis, and for a quantization axis along  $Z$ , we obtain the relation between the intensities of the  $\sigma_{\pm}$  and  $\pi$  components of the light:

$$I(\sigma_+) = \sum_{x, y, z} I(\sigma_+) = (1 - 2z/a)I(\pi), \quad I(\sigma_-) = (1 + 2z/a)I(\pi). \quad (1)$$

For an atom displaced by a quantity  $\xi$  along the  $X$  or  $Y$  axis, we choose now the quantization axis along the displacement axis and we obtain

$$I(\sigma_+) = (1 + \xi/a)I(\pi), \quad I(\sigma_-) = (1 - \xi/a)I(\pi). \quad (2)$$

Consequently, this configuration, analogous to the one used in the MOT, guarantees that the light at a location different from the centre of the trap has a deviation from natural light which favours the restoring component of the force. We can write the force for an atom, respectively, located on the  $Z$  or on the  $XY$ -axis:

$$f_z = -2\mu \frac{z}{a} F_0, \quad f_\xi = -\mu \frac{\xi}{a} F_0. \quad (3)$$

$F_0$  is the force exerted by a single wave on an atom at rest in  $O$ :

$$F_0 = \hbar k \Gamma \frac{\Omega^2}{\Gamma^2 + 4\delta^2}, \quad (4)$$

where  $k$  is the wave vector of the light,  $\Gamma$  is the natural width of the atomic excited state,  $\Omega$  is the Rabi frequency at  $O$  calculated for a transition with a Clebsch-Gordan coefficient equal to 1, and  $\delta = \omega_L - \omega_A$  is the detuning between the laser and atomic frequencies. Since  $f_z = 2f_\xi$ , we expect the trap to be elliptic, the ratio between major and minor axis being  $\sqrt{2}$ . In (3), the numerical coefficient  $\mu$ , which is a fraction of unity, characterizes the efficiency of the trapping process and at small saturation it is expected to be independent of intensity. A quantitative evaluation of  $\mu$  and its dependence on the laser parameters would require a complete determination of the atomic steady state in the 3D optical field. One would then recover the neglected dipole force contributions as well as corrections due to the spatial modulation on the wavelength scale of the optical-pumping processes.

We have demonstrated this trap in an apparatus similar to that used for the usual vapour cell MOT [9]. Three laser diodes generate the three beam pairs along  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . They are injected by a grating-tuned extended-cavity laser diode. The total power in each beam pair is tuned using a half-wave plate polarizing cube system before being split into two counterpropagating beams using a second half-wave plate polarizing cube system. This allows a fine tuning of the intensity balance among the six trap beams. Each beam is focused 3.5 cm from the centre of the trap and has a  $\pm 22^\circ$  divergence. The polarization is set circular with an ellipticity  $(I(\sigma^+) - I(\sigma^-))/I(\sigma^+) + I(\sigma^-)$  less than 4%. The Earth's magnetic field is compensated to less than 10 mG. Optional MOT coils are installed, since a convenient way for finding the TROOP is to start from a MOT and gradually decrease the magnetic-field gradient, while balancing precisely the six laser beam intensities. The coils also allow an easy comparison between the TROOP and the MOT.

We have measured the number of trapped atoms and the cloud dimensions with a CCD camera looking from the (1, 1, 1) direction. The atom number is deduced (to within a factor of  $\sim 2$ ) from the fluorescence emitted by the trapped atoms. A time-of-flight method gives access to the vertical temperature, using a probe beam located 5 cm below the trap. In order to let the atoms fall, the current of the injected diodes is quickly ( $\leq 100$  ns) changed so as to destroy the injection locking. This switches their wavelength far away from the atomic resonance. In a second stage, the diodes are turned off in about 50  $\mu$ s.

As shown in fig. 2, at a detuning of  $-2\Gamma$ , a Rabi frequency of  $0.8 (\pm 0.12)\Gamma$  per wave and a vapour pressure of  $\sim 5 \cdot 10^{-8}$  Torr, our trap contained up to  $3 \cdot 10^7$  atoms. There is a pronounced optimum for the trapped-atom number at  $|\delta| \sim 2\Gamma$ , whereas the trap size does not vary much with the detuning for  $\Gamma \leq |\delta| \leq 3\Gamma$ . The trapped-atoms cloud is found to be of

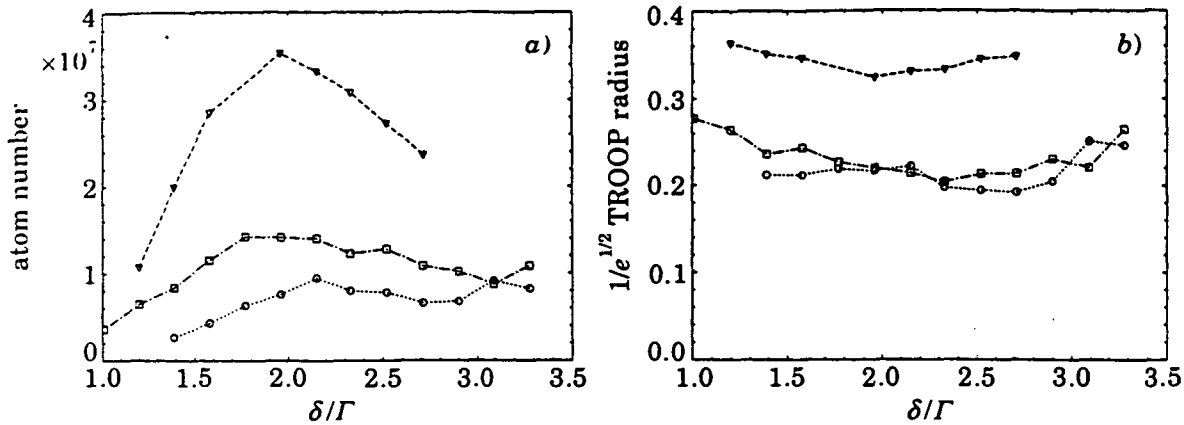


Fig. 2. – Experimental results: the trap parameters (a) atom number and b)  $1/\sqrt{e}$  minor axis of the ellipse) are measured with a CCD camera looking from the (1, 1, 1)-direction, for 3 different single-wave Rabi frequencies  $\Omega = 0.8\Gamma$  ( $\nabla$ ),  $\Omega = \Gamma$  ( $\square$ ),  $\Omega = 1.5\Gamma$  ( $\circ$ ). The peak density in the trap is  $\sim 3 \cdot 10^{10}$  at.  $\text{cm}^{-3}$ .

elliptic shape, the minor axis being along the  $Z$ -direction. The position distribution along the minor axis of the CCD camera picture was well fitted by a Gaussian curve having a  $1/\sqrt{e}$  radius of  $330 (\pm 50) \mu\text{m}$ . By analysing several trap pictures for different laser parameters, we find that the ratio between major and minor axis is  $1.3 (\pm 0.1)$ . Taking into account the direction of observation, this leads to a ratio of  $\sim 1.5 (\pm 0.1)$  between the trap size along the  $XY$ -axis and along the  $Z$ -axis. This is in good agreement with the  $\sqrt{2}$  value expected from (3) and (4). The peak atomic density is  $\sim 3 \cdot 10^{10}$  at.  $\text{cm}^{-3}$ . At these densities, we did not notice any significant deviation from a spatial Gaussian distribution, that one should expect if atom-atom interactions played an important role [10-12].

We made several additional tests to confirm our understanding of this new trapping mechanism. First, the trap disappears if all six waves have the same helicity: when we invert the two helicities of the beams along the  $Z$ -axis, the trap vanishes, leaving only a uniform molasses signal. From this situation, if we now invert the helicities of the other beams along the  $X$  and  $Y$  axes, we recover the TROOP. This excludes trapping through any residual magnetic-field gradient. Secondly, the intensity balance in each trapping beam pair is very critical and must be done at the percent level. This trap is also sensitive to the intensity imbalance between the  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  pairs. A 20% intensity increase in the  $X$  beams decreases the number of trapped atoms by 25%, as the expelling effect of these beams along the  $Y$  and  $Z$  axes gradually compensates the restoring force.

In order to estimate the trap spring constant  $\kappa$ , we take the data at small saturation ( $\Omega = 0.8\Gamma$ ,  $\delta = -2\Gamma$ ). From the major axis of  $400 (\pm 50) \mu\text{m}$ , from a temperature of  $40 (\pm 10) \mu\text{K}$ , and from

$$\kappa = \frac{k_B T}{r^2}, \quad (5)$$

we find  $\kappa \sim 5 \cdot 10^{-21}$  J/m<sup>2</sup>, a value which is one order of magnitude below the spring constant of a MOT at the same intensity and detuning and a gradient of 10 G/cm along the coil axis [11, 12]. From

$$\mu = \frac{a\kappa}{F_0}, \quad (6)$$

we find  $\mu \sim 0.1$ .

Finally, we found that the number of atoms in the TROOP was 5 to 20 times lower than in an optimized vapour cell MOT at the same detuning, Rabi frequency and confinement volume. Indeed, the Zeeman assisted slowing effect occurs during the capture process of a MOT and enhances the maximum velocity which can be effectively cooled. For loading a larger number of atoms in the TROOP, the use of pre-cooled atoms such as a slow atomic beam using the frequency-chirping method or atoms falling from a spatially separated MOT may be a better choice. In the cell trap, one could also think of frequency-chirping the trapping beams and/or using additional laser beams. Finally, the role of the relative phases between the beams on this trapping mechanism should be further investigated theoretically and experimentally using either servo-controlled phases [13] or the minimal four-beam geometry of [14].

To summarize, we believe that the simplicity of this trap and the absence of magnetic field will make it particularly useful in various applications.

\* \* \*

We wish to acknowledge useful discussions with Y. CASTIN, A. STEANE and our colleagues of the ENS laser cooling group. This work was supported in part by BNM, CNES, DRET, Collège de France, and NEDO (Japan).

## REFERENCES

- [1] RAAB E., PRENTISS M., CHU S. and PRITCHARD D., *Phys. Rev. Lett.*, **59** (1987) 2631.
- [2] KASEVICH M., RIIS E., CHU S. and DE VOE R., *Phys. Rev. Lett.*, **63** (1989) 612.
- [3] CLAIRON A., SALOMON C., GUELLATI S. and PHILLIPS W., *Europhys. Lett.*, **16** (1991) 165.
- [4] ASPECT A., ARIMONDO E., KAISER R., VANSTEEKISTE N. and COHEN-TANNOUDJI C., *Phys. Rev. Lett.*, **61** (1988) 826.
- [5] KASEVICH M. and CHU S., *Phys. Rev. Lett.*, **69** (1992) 1741.
- [6] MINOGIN V. G., *Sov. J. Quantum Electron.*, **12** (1982) 299; MINOGIN V. G. and JAVANAINEN J., *Opt. Commun.*, **43** (1982) 119.
- [7] ASHKIN A. and GORDON J. P., *Opt. Lett.*, **8** (1983) 511.
- [8] PRITCHARD D., RAAB E., BAGNATO V., WIEMAN C. and WATTS R., *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986) 310.
- [9] MONROE C., SWANN W., ROBINSON H. and WIEMAN C., *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990) 157.
- [10] WALKER T., SESKO D. and WIEMAN C., *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 408.
- [11] STEANE A. and FOOT C., *Europhys. Lett.*, **14** (1991) 231.
- [12] DREWSSEN M., LAURENT PH., NADIR A., SANTARELLI G., CLAIRON A., CASTIN Y., GRISON D. and SALOMON C., submitted to *Appl. Phys. B* (1994).
- [13] HEMMERICH A. and HÄNSCH T. W., *Phys. Rev. Lett.*, **68** (1992) 1492.
- [14] GRYNBERG G., LOUNIS B., VERKERK P., COURTOIS J.-Y. and SALOMON C., *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993) 2249.



# Bibliographie

- [1] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 1321 (1970)
- [2] V.G. Minogin, *Sov. J. Quantum Electron.* **12**, 299 (1982)
- [3] V.G. Minogin and J. Javainen, *Opt. Commun.* **43**, 119 (1982)
- [4] A. Ashkin et J.P. Gordon, *Optics Lett.* **Vol.8 No.10**, 511 (1983)
- [5] W. Paul and H. Steinvedel, *Z. Naturforsch.* **A8**, 448 (1953)
- [6] A. Ashkin, *Optics Lett.* **Vol.9**, 454 (1984)
- [7] J. Dalibard and W.D. Phillips, *B.A.P.S.* **30**, 748 (1985)
- [8] J. Dalibard, *Thèse de doctorat d'Etat Université Pierre et Marie Curie*, (1896)
- [9] D.E. Pritchard, E.L. Raab, V. Bagnato, C.E. Wieman and R.N. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 310 (1986)
- [10] J. Dalibard, *Helsinki workshop on laser manipulation of atoms Helsinki*, unpublished (1986)
- [11] E. Raab, M. Prentiss, S. Chu and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)
- [12] A.M. Steane and C.J. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991)
- [13] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison and C. Salomon, *Appl. Phys B* **59**, 283 (1994)
- [14] M. Kasevich, E. Riis, S. Chu and R. De Voe, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 612 (1989); A. Clairon, C. Salomon, S. Guelatti and W. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991)
- [15] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988)
- [16] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992)
- [17] J. Werner, H. Wallis, G. Hillenbrand and A. Steane, *J. Phys. B : AT. Mol. Opt. Phys.* **26**, 3063 (1993)
- [18] Yvan Castin, *Thèse de doctorat Université Paris VI*, (1993)
- [19] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A. B* **6**, 2023 (1989)

- [20] A.M. Steane, G. Hillenbrand and C.J. Foot, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **25**, 4721 (1992)
- [21] Une méthode de résolution est expliquée dans la thèse de J. Dalibard.
- [22] C. Cohen-Tannoudji, *Cours donnés au collège de France*, (1983)
- [23] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 13 (1990)
- [24] Delphine Grison, *Thèse de doctorat Université Paris VI*, (1992)
- [25] A.E. Wieman and L. Holberg, *Rev. Sci. Instrum.* **62**(1), 1 (1991)
- [26] Ph. Laurent, *Thèse de doctorat Université de Paris Sud*, (1989)
- [27] M. de Labachellerie and P. Cerez, *Optics Comm.* **55**, 174 (1985)
- [28] Moritz Fichtmüller, *Rapport de magistère Université Paris 6*, (1993)
- [29] Michael Drewsen, *Rapport de stage*, (1992)
- [30] Y. Castin, *Communication privée* (1994)
- [31] A. Steane, *Communication privée* (1994)
- [32] D. Sesko, T. Walker and C.E. Wieman, *J.O.S.A. B* **8**, 946 (1991)
- [33] T. Walker, D. Sesko and C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990)
- [34] W. Press, A. Teukolsky, P. Flannery, W. Vetterling, *Numerical Recipes Chap. 14*, p. 604 (1992)
- [35] B. Lounis, *Thèse de doctorat Université de Paris XI*, (1993)
- [36] J. Vigué, *Phys. Rev.* **A34**, 4476 (1986)
- [37] B. Mollow, *Phys. Rev.* **188**, 1969 (1969); B. Mollow, *Phys. Rev. A* **5**, 2217 (1972)
- [38] A.M. Steane, *Thèse*, Oxford (1991)
- [39] T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990)
- [40] M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics Pergamon Press*, Chap 3.1, p 110 (1980)
- [41] Pour un champ électrique monochromatique créé par un dipôle, la dépendance en position des parties  $\mathcal{E}_0$  et  $\mathcal{H}_0$  est de la forme  $e^{ik_L r}$ . Nous pouvons alors considérer l'onde plane locale et sa distance à la source  $\mathcal{S}(r)$ , ceci si on se place suffisamment loin de cette source. M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics Pergamon Press*, Chap 3.1, p 110 (1980)
- [42] Le terme *eikonale* (du grec  $\epsilon\iota\kappa\tilde{\omega}\nu$ =image) a été introduit en 1895 par H. Bruns.

- 
- [43] M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics* Pergamon Press, Chap 3.1, p 118 (1980)
- [44] A. Yariv, *Quantum Electronics* , p 118 (1960)
- [45] M. Ol'shanii, communication privée (1994)



# Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire deux nouveaux pièges radiatifs à atomes neutres.

Le premier est une cavité gravitationnelle dans laquelle le mouvement paraxial des atomes est stable. L'élément principal de ce type de cavité est un miroir à atome. Nous avons utilisé pour cela une onde lumineuse évanescente à la surface d'un diélectrique : lorsque la fréquence de l'onde est supérieure à la fréquence atomique, un atome arrivant sur le diélectrique avec une faible vitesse normale n'est pas adsorbé, mais rebondit. La cavité que nous avons présentée n'utilise qu'un seul miroir, la gravité repliant les trajectoires atomiques et jouant ainsi le rôle de second miroir. Le confinement paraxial des trajectoires atomiques est obtenu à l'aide d'un miroir courbé.

Après avoir introduit les différentes conditions d'obtention d'un confinement stable, nous avons démontré expérimentalement qu'un tel confinement est possible en stockant les atomes dans la cavité gravitationnelle pendant plus de 500 ms. Nous donnons de plus une étude détaillée de l'influence des divers paramètres expérimentaux sur les pertes dans la cavité. Cette expérience ne constituait qu'une étape préliminaire en vue d'une seconde génération d'expériences actuellement en cours au laboratoire. Cette cavité présente en effet beaucoup d'intérêt pour de nombreuses expériences d'optique et d'interférométrie atomique. De telles cavités ont d'ailleurs vu récemment le jour dans plusieurs autres laboratoires.

Le deuxième piège est un nouveau piège à pression de radiation basé sur l'action conjuguée du pompage optique sur une transition  $J_g \rightarrow J_g + 1 (J_g > 0)$  et d'ondes laser divergentes : le TROOP (*Trap Relying On Optical Pumping*). Il consiste en trois paires d'ondes divergentes polarisées circulairement telles que deux ondes contre-propageantes soient dans une configuration  $\sigma_+ - \sigma_-$ . Si la configuration de polarisation est telle qu'une des paires d'ondes ait une hélicité opposée aux deux autres, le déséquilibre d'intensité qui apparaît lorsque l'atome est écarté de sa position d'équilibre induit un pompage optique qui induit une force de rappel.

Nous avons démontré son fonctionnement, aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. Les caractéristiques de ce piège le rendent moins performant en cellule qu'un Piège Magnéto-Optique (PMO). Il permet cependant une nette augmentation de la densité atomique par rapport à une mélasse optique et devrait contenir plus d'atomes en utilisant une source atomique refroidie (jet atomique ...). De plus, contrairement au PMO, il n'utilise aucun champ magnétique, ce qui le rend très intéressant pour des expériences de refroidissement sub-recul ou des horloges à atomes froids. Il est aussi un candidat potentiel dans des expériences où seront combinés un tel confinement et un processus de refroidissement sub-recul. On espère ainsi augmenter considérablement la densité atomique dans l'espace des phases.

Ces deux pièges présentent quelques différences importantes. Dans la cavité gravitationnelle, les atomes n'interagissent pas ou très peu avec la lumière. Ils sont donc principalement dans leur état électronique fondamental, ce qui réduit considérablement les interactions entre atomes piégés. Dans le TROOP, une partie importante des atomes est dans l'état excité, et nous avons pu constater expérimentalement que les interactions entre atomes piégés sont importantes. La cavité gravitationnelle est très peu profonde (seulement quelques dizaines de microKelvins), il est donc nécessaire d'utiliser une source d'atomes froids comme un PMO ou un TROOP pour charger ce piège. De plus, la durée de vie obtenue actuellement est relativement peu élevée ( $\sim 100$  ms) mais peut certainement être considérablement allongée. Le TROOP reste lui un moyen efficace de capturer une grande quantité d'atomes, grâce à un important volume de capture.

Ces deux pièges présentent enfin l'intérêt commun d'être des outils intéressants pour aborder l'étude des effets quantiques collectifs : dans la cavité gravitationnelle existent des modes atomiques qu'il pourrait être possible d'observer. Le TROOP devrait permettre de combiner un confinement spatial avec le phénomène de piégeage cohérent de population sélectif en vitesse. On pourrait ainsi espérer augmenter la densité atomique dans l'espace des phases.

# Annexe A

## L'atome de césium

Le césium est un alcalin qui possède un électron de valence sur l'orbitale  $6s$ . L'existence du couplage Spin-Orbite fait apparaître une structure fine avec 1 niveau fondamental  $6S_{1/2}$  et deux niveaux excités  $6P_{1/2}$  (raie  $D_1$  :  $\lambda = 894.35$  nm) et  $6P_{3/2}$  (raie  $D_2$  :  $\lambda = 852.11$  nm).

Cet appendice fournit les propriétés de la structure atomique de l'atome de césium pour les niveaux  $6S_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$  (raie  $D_2$ ). Nous allons décrire dans un premier temps la structure hyperfine induite par la valeur du spin nucléaire ( $7/2$ ). Nous nous intéresserons ensuite aux paramètres caractéristiques de cette transition.

### A.1 Etude de la structure hyperfine

Pour calculer cette structure hyperfine, nous ne considérerons que le *terme de contact* du hamiltonien hyperfin magnétique [1] qui décrit l'interaction du moment cinétique total de l'électron  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  avec le champ magnétique existant à l'intérieur du proton (couplage I-J).

Nous pouvons donc estimer les valeurs propres de ce terme de contact, qui peut se mettre sous la forme de l'opérateur  $\mathcal{A}\mathbf{I}\cdot\mathbf{J}$ , où  $\mathbf{I}$  représente le spin total du noyau,  $\mathbf{J}$  le moment angulaire de l'électron et  $\mathcal{A}$  la constante hyperfine du niveau considéré. Ces valeurs propres représentent les déplacements en énergie des niveaux hyperfins  $F$  des niveaux  $6S_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$ :

$$\langle \mathcal{A}\mathbf{I}\cdot\mathbf{S} \rangle = \frac{\mathcal{A}\hbar^2}{2} (F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)) \quad (.A-1)$$

Pour l'état excité  $6P_{3/2}$ , nous avons  $I = 7/2$  et  $J = 3/2$  d'où :

$$\langle \mathcal{A}_{6P_{3/2}}\mathbf{I}\cdot\mathbf{S} \rangle = \frac{\mathcal{A}_{6P_{3/2}}\hbar^2}{2} \begin{cases} 10.5 & (F = 5) \\ 0.5 & (F = 4) \\ -7.5 & (F = 3) \\ -13.5 & (F = 2) \end{cases} \quad (.A-2)$$

Pour l'état fondamental  $6S_{1/2}$ , nous avons  $I = 7/2$  et  $J = 1/2$  d'où :

$$\langle \mathcal{A}_{6S_{1/2}} \mathbf{I} \cdot \mathbf{S} \rangle = \frac{\mathcal{A}_{6S_{1/2}} \hbar^2}{2} \begin{cases} 3.5 & (F = 4) \\ -4.5 & (F = 3) \end{cases} \quad (.A-3)$$

avec  $\frac{\mathcal{A}_{6S_{1/2}} \hbar}{2\pi} \simeq 1.15$  GHz et  $\frac{\mathcal{A}_{6P_{3/2}} \hbar}{2\pi} \simeq 25$  MHz les constantes de structure hyperfines de l'état fondamental et de l'état excité.

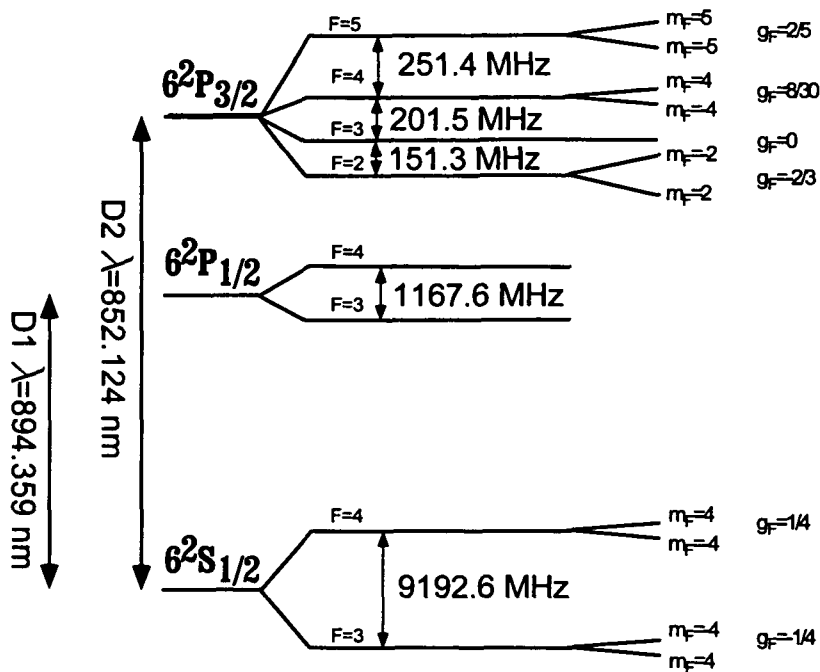


Figure .A-1 : Les niveaux d'énergie des raies  $D_1$  et  $D_2$  du césium

## A.2 Largeur naturelle de l'état excité, fréquence de Rabi et intensité de saturation

Nous pouvons définir la fréquence de Rabi  $\Omega$  :

$$\Omega = \frac{Ed}{\hbar} \quad (.A-4)$$

où  $d$  est le dipôle réduit tel que  $\mathbf{d}_{g \leftrightarrow e} = d \langle g | e \rangle$  et  $E$  l'amplitude du champ électrique d'une onde laser. Nous pouvons alors définir la relation qui relie l'intensité et la fréquence de rabi en définissant l'intensité de saturation  $I_S$  :

$$\frac{I}{I_S} = \frac{\Omega}{(\Gamma/\sqrt{2})} \quad (.A-5)$$



où  $I$  est l'intensité du faisceau et vaut

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2 \quad (.A-6)$$

$I_S$  vaut alors

$$I_S = \frac{1}{3} \hbar c k^3 \frac{\Gamma}{2\pi} \quad (.A-7)$$

Pour la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ ,  $\Gamma = 2\pi \times 5.3$  MHz. On trouve alors  $I_S = 1.12$  mW/cm<sup>2</sup>.

### A.3 Probabilités d'excitation entre niveaux hyperfins

Nous pouvons calculer les probabilités  $P_{F \rightarrow F'}$  de toutes les transitions possibles entre le niveau fondamental  $6S_{1/2}$  et le niveau excité  $6P_{3/2}$  en appliquant la règle des sommes [2] découverte expérimentalement en 1925 [3,4] : *La somme de toutes les probabilités de transition pour un niveau  $F$  donné est proportionnelle à  $(2F + 1)$*  On en tire alors les probabilités de transition :

		F <sub>2</sub>				
		2	3	4	5	
	3	20	21	15		(.A-8)
F <sub>1</sub>	4		7	21	44	

### A.4 Coefficients de Clebsch-Gordan

Pour une transition  $F \rightarrow F' = F, F \pm 1$ , il est possible de définir les coefficients de Clebsch-Gordan à partir de la définition du dipole réduit  $\Delta = \mathbf{D}/d$  [5] :

$$\begin{aligned} \Delta_p^{(+)} |g m\rangle &= c_m^q |e m + q\rangle \\ \Delta_p^{(-)} |e m\rangle &= c_{m+q}^{-q} |e m + q\rangle \end{aligned} \quad (.A-9)$$

Pour  $F \rightarrow F + 1$ , ces coefficients sont :

$$\begin{aligned} (c_m^{-1})^2 &= \frac{(F+m)(F+m-1)}{2(F+1)(2F+1)} \\ (c_m^0)^2 &= \frac{(F+1-m)(F+1+m)}{2(F+1)(2F+1)} \\ (c_m^1)^2 &= \frac{(F-1-m)(F-m)}{2(F+1)(2F+1)} \end{aligned} \quad (.A-10)$$

La figure (fig. .A-2) présente ces coefficients pour certaines transitions.

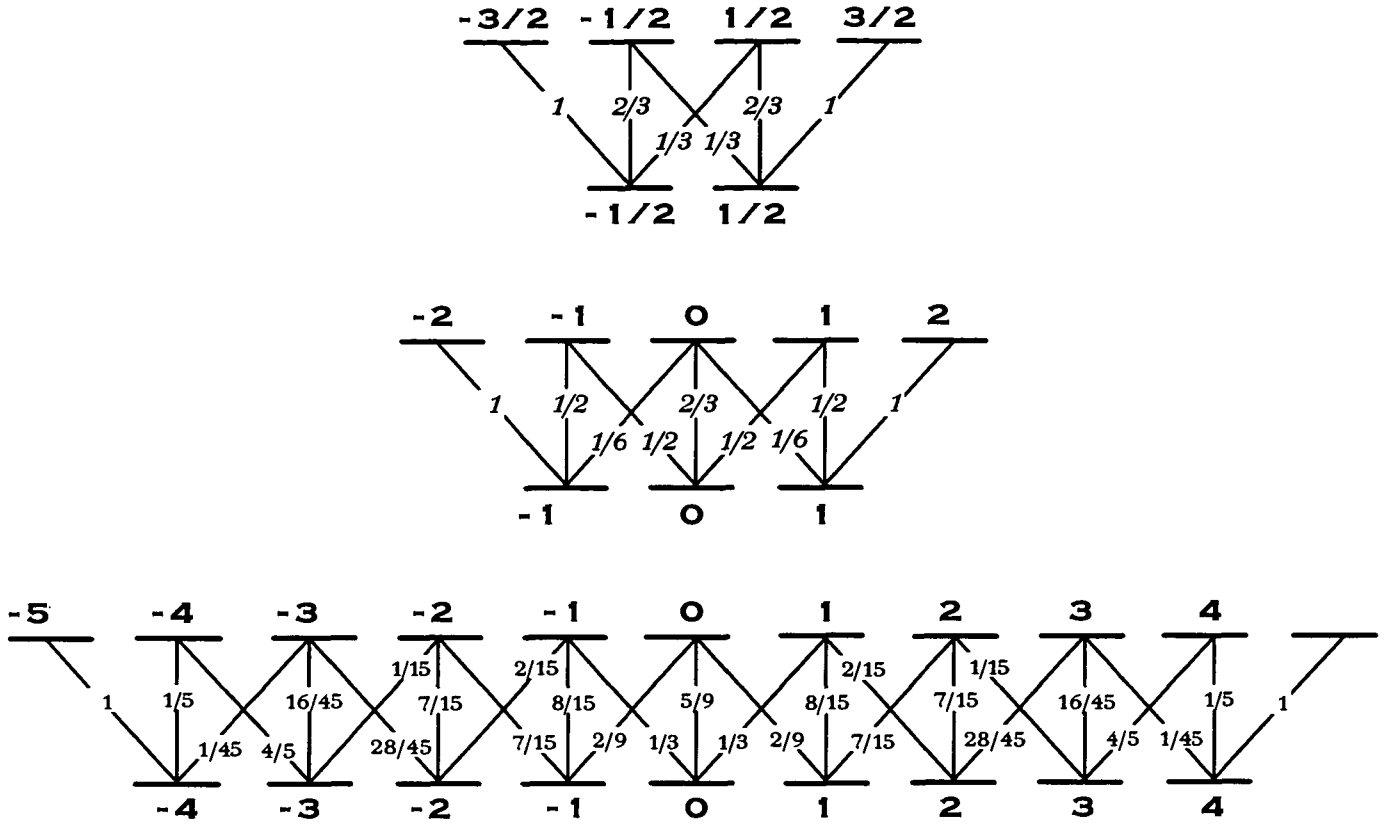


Figure A-2 : Les coefficients de Clebsch- Gordan

## A.5 Facteur de Landé

Nous pouvons déterminer l'effet d'un faible champ magnétique sur les différents niveaux hyperfins. Nous pouvons alors écrire le facteur de Landé :

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{m_e}{m_p} \frac{F(F+1) - J(J+1) + I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (.A-11)$$

Pour le césium,  $g_I \simeq 4 \times 10^{-4}$  et  $g_J = 2.002540$  [6].

## A.6 Valeurs numériques pour l'atome de Césium sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$

Nous rappelons ici les valeurs numériques des différents paramètres caractéristiques pour le césium. La vitesse de recul  $v_r$  correspond à la vitesse acquise par un atome lors de l'émission ou l'absorption d'un photon de longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k$ . La température de recul  $T_r$  s'écrit :

$$\frac{1}{2} k_B T_r = \frac{1}{2} M v_r^2 \quad (.A-12)$$

où  $\frac{1}{2}M v_r^2$  est l'énergie de recul.

paramètres		Valeurs
Largeur de l'état excité	$\Gamma$	$2\pi \times 5.3$ MHz
Intensité de saturation	$I_s$	1.12 mW/cm <sup>2</sup>
Longueur d'onde	$\lambda_{D_2}$	852.124 nm
	$k_L = \frac{2\pi}{\lambda}$	$7.37356 \times 10^6$ m <sup>-1</sup>
Masse	$M$	$2.21 \times 10^{-25}$ kg
Vitesse de recul	$\frac{\hbar k}{M}$	3.3 mm/s
Energie de recul	$\frac{\hbar^2 k^2}{2M}$	$7.5 \times 10^{-12}$ eV
Température de recul	$T_r$	198 nK
Facteur de Landé	$g_F$	voir fig. .A-1

## Références

- [1] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Lalöe, *Mécanique quantique Tome II*, Ed. Hermann (1986)
- [2] H.G. Kuhn, *Atomic Spectra Longmans*, 171 (1962)
- [3] L.S. Ornstein and H.C. Burger, *Zeit. f. Phys.* **40**, 403 (1926)
- [4] H.B. Dorgelo, *Phys. Zeit.* **26**, 756 (1925)
- [5] Y. Castin, *Thèse de doctorat Université Pierre et Marie Curie*, (1992)
- [6] L.C. Balling, *Advances in Quantum Electronics vol3*, Ed. D.W. Goodwin (1975)

## Résumé

L'objet de cette thèse est l'étude de deux nouveaux pièges radiatifs à atomes neutres. Le premier est une cavité atomique verticale formée par un miroir électromagnétique convexe, la gravité jouant le rôle de second miroir. Ce miroir atomique utilise une onde évanescente intense à la surface incurvée d'un diélectrique. Nous avons montré que le confinement paraxial des atomes est possible dans un tel piège, ouvrant ainsi la voie vers des applications fondamentales d'optique et d'interférométrie atomique. Le second piège est un nouveau piège à pression de radiation basé sur le pompage optique qui fonctionne en champ magnétique nul : le TROOP. Il est constitué de six faisceaux divergents de polarisation circulaire et fonctionne sur le rouge d'une transition  $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$  avec  $J_g > 0$ .

## Abstract

The aim of this thesis is to study two new radiation traps for neutral atoms. The first trap is a vertical cavity for the confinement of slow atoms. We used a curved atomic mirror formed by an evanescent light wave extending from a glass surface into the vacuum, the second mirror being simply gravity. We demonstrated paraxial confinement of slow atoms in such a cavity. Experimental techniques for matter-wave optics and interferometry can now be envisaged. The second trap is a new radiation pressure trap which relies on optical pumping and does not require any magnetic field. It employs six circularly polarized divergent beams and works on the red of a  $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$  atomic transition with  $J_g > 0$ .