



HAL
open science

Mouvement et dissipation dans une cavité gravitationnelle pour atomes de césium

Pierre Desbiolles

► **To cite this version:**

Pierre Desbiolles. Mouvement et dissipation dans une cavité gravitationnelle pour atomes de césium. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1996. Français. NNT: . tel-00011906

HAL Id: tel-00011906

<https://theses.hal.science/tel-00011906>

Submitted on 10 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique

présentée par
Pierre DESBIOLLES

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

MOUVEMENT ET DISSIPATION DANS UNE CAVITÉ
GRAVITATIONNELLE POUR ATOMES

Soutenue le 21 novembre 1996 devant le jury composé de :

M.	C. COHEN-TANNOUJDI	Président
M.	R. GRIMM	Rapporteur
M.	P. PILLET	Rapporteur
Mme	N. VANSTEENKISTE	Examineur
M.	A. MAQUET	Examineur
M.	B. GIRARD	Examineur
M.	J. DALIBARD	Directeur de thèse

**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSEL**



**THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique**

**présentée par
Pierre DESBIOLLES**

**pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet de la thèse :

**MOUVEMENT ET DISSIPATION DANS UNE CAVITÉ
GRAVITATIONNELLE POUR ATOMES**

Soutenue le 21 novembre 1996 devant le jury composé de :

M.	C. COHEN-TANNOUJDI	Président
M.	R. GRIMM	Rapporteur
M.	P. PILLET	Rapporteur
Mme	N. VANSTEENKISTE	Examineur
M.	A. MAQUET	Examineur
M.	B. GIRARD	Examineur
M.	J. DALIBARD	Directeur de thèse

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Michèle Leduc et Jacques Dupont-Roc de m'avoir accueilli au laboratoire Kastler Brossel, et de m'avoir permis d'effectuer ce travail de thèse dans d'excellentes conditions. J'ai eu la chance de travailler dans l'équipe du professeur Claude Cohen-Tannoudji, je tiens ici à l'assurer de ma gratitude et de ma profonde admiration. Jean Dalibard a encadré ce travail, aussi bien dans sa partie théorique que dans sa partie expérimentale. Je tiens à le remercier de sa grande disponibilité et de l'aide appréciable qu'il m'a apportée tout au long de ces années. Le travail expérimental présenté dans ce mémoire n'aurait pu être mené sans l'aide précieuse de Carl Aminoff et de Philippe Bouyer pour l'expérience de rebonds dite de première génération, et sans le travail remarquable de Pascal Szriftgiser, de Markus Arndt et d'Andrew Steane pour l'expérience de seconde génération. Qu'ils soient ici remerciés de leur patience à mon égard, et de leur acharnement à contrôler une expérience parfois capricieuse.

J'ai eu le privilège durant mon travail de thèse de rencontrer et de discuter avec de nombreuses personnes. Je remercie Christophe Salomon et Yvan Castin pour les précieux conseils qu'ils m'ont souvent donnés, ainsi que les nombreux postdocs et thésitifs que j'ai pu côtoyer : Simone Kulin, Hélène Perrin, Pippa Storey, Brahim Lounis, Olivier Emile, François Bardou, Olivier Morice, David Guéry-Odelin, Maxime Ben Dahan, Bruno Saubaméa, Axel Kuhn, Pierre Lemonde, Denis Boiron, Jacob Reichel, Ralf Dum, John Lawall, Ekkehard Peik, Alain Michaud, Maxim Ol'shanii.

Je remercie Rudy Grimm et Pierre Pillet pour leur lecture attentive et critique du manuscrit, et je leur suis reconnaissant, ainsi qu'à Nathalie Vansteenkiste, Alfred Maquet et Bertrand Girard, de l'intérêt qu'ils ont porté à ces recherches en acceptant de faire partie du jury de soutenance.

Durant ces dernières années, j'ai eu la chance d'exercer à la préparation à l'agrégation de Physique de l'ENS, et je tiens à remercier Yves Guldner et Laurence Rezeau de m'avoir accueilli dans leur équipe d'enseignants. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec mes collègues de Montrouge, et je profite de ces remerciements pour leur exprimer ma sympathie et mon estime, en particulier à Virginie Emsellem, Marie Houssin, Marie-Christine Willaime Angonin, Caroline

Nore, Bérengère Villard, Patrick Seguin, Tristan Baumberger et Etienne Rolley.

Le soutien efficace des équipes d'électronique et de mécanique a été essentiel, qu'elles trouvent ici témoignage de ma reconnaissance. Qu'il en soit de même pour les secrétaires du laboratoire, ainsi que pour les bibliothécaires du département de physique et le personnel administratif de l'Ecole, toujours de bonne volonté.

Enfin, je tiens à remercier mes parents pour leur soutien, Heather et Marje pour leur bonne humeur et leur enthousiasme, Jehanne et Laurent pour leurs encouragements, et Bernard pour sa patience.

Table des matières

Introduction Générale	7
I Etude d'une cavité gravitationnelle	13
1 Formalisme général	17
I Hamiltonien du système atome + champ	17
II Evolution de l'opérateur densité atomique σ	18
A Equation d'évolution	18
B Approximation du champ tournant	18
C Equations de Bloch optiques	19
D Autre forme des équations de Bloch optiques	21
E Etat stationnaire	21
F Nombre moyen de photons absorbés par unité de temps . .	22
III Forces radiatives moyennes s'exerçant sur l'atome	23
A Equation du mouvement du centre du paquet d'ondes ato- mique	23
B Les deux types de force pour un atome initialement immobile	25
C Pression de radiation	25
D Force dipolaire	26
2 Le miroir à atomes	31
I L'onde évanescente	31
A Généralités	31
B Calcul de \mathcal{E} et ϵ	33
C Structure transverse du champ évanescent	35
II Un atome dans le champ évanescent	37
A L'atome à deux niveaux dans un champ évanescent	37
B Condition de rebond de l'atome sur le miroir	39
C Taille du miroir	41
D L'émission spontanée lors du rebond	42
E Rôle de la structure interne de l'atome de césium	49

III	Influence de la surface diélectrique	56
A	Condition de rebond, rayon du miroir et point de rebrousse- ment	57
B	Emission spontanée	60
IV	Ordres de grandeur	67
3	La cavité gravitationnelle	69
I	Mouvement d'un atome dans une cavité parabolique	69
A	Points de chute successifs sur le miroir	70
B	Stabilité du mouvement paraxial	71
C	Miroir parabolique et miroir sphérique	72
D	Influence de la structure transverse du champ évanescent sur la courbure du miroir	73
II	Expériences	76
A	L'expérience de première génération	76
B	L'expérience de seconde génération	84
	Annexe A : Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity	99
II	Etude d'un processus Sisyphe élémentaire au voisi- nage d'une surface diélectrique	105
1	Processus Sisyphe élémentaire	109
I	Principe	109
A	Modèle considéré	109
B	Description du processus	111
C	Probabilité du processus Sisyphe	112
D	Distribution en énergie des atomes après le rebond	113
II	Influence de la surface diélectrique	116
A	Potentiel de van der Waals	116
B	Augmentation du taux de transition	118
2	Expérience et analyse	121
I	Expérience	121
A	Configuration expérimentale	121
B	Résultats expérimentaux	125
II	Programme de simulation Monte-Carlo	128
A	Principe de la simulation	129

B	Résultats	130
III	Conclusions	134
IV	Application : observation de longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle	136
A	Principe de l'expérience	136
B	Confinement magnétique transverse	139
C	Résultats	145
D	Conclusions	147

Annexe B : Elementary Sisyphus Process Close to a Dielectric Surface 151

III Vers un gaz à deux dimensions d'atomes de césium 169

1	Piégeage des atomes	173
I	Présentation du piège. Notations	173
II	Etude du piège dipolaire	175
A	Potentiel de Morse	175
B	Configuration étudiée	179
III	Influence du potentiel de van der Waals et de la gravité sur la forme du potentiel	183
A	Influence du potentiel de van der Waals	183
B	Influence de la gravité	186
IV	Confinement des atomes par la structure transverse du champ évanescent	188
2	Chargement du piège	189
I	Probabilité de transition dans l'approximation de Born	190
A	Etats mis en jeu	191
B	Calcul du taux de transition	192
C	Interprétation et résultats	194
II	Probabilité de transition : Approche Monte-Carlo Quantique	198
A	Présentation	198
B	Résolution numérique de l'équation de Schrödinger	199
C	Méthode Monte-Carlo Quantique	200
D	Résultats	203

3	Autour des atomes piégés	205
I	Temps de vie des atomes sur le niveau fondamental	205
A	Nombre de photons diffusés par seconde	206
B	Effet sur les atomes	207
II	Détection des atomes piégés	208
III	Statistique quantique dans le gaz bidimensionnel	210
	Annexe C : Loading Atoms in a Bi-dimentional Light Trap	219
	Conclusion	237

Introduction générale

Durant les dix dernières années, des progrès considérables ont été réalisés dans le domaine du piégeage et du refroidissement d'atomes neutres par la lumière cohérente, tant dans la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu que dans la maîtrise des processus expérimentaux. Il est aujourd'hui possible de préparer des nuages atomiques contenant quelques dizaines de millions d'atomes à des températures de l'ordre du micro-Kelvin, et de conserver ces atomes dans des pièges lumineux, comme par exemple le piège magnéto-optique, sur des durées de plusieurs secondes [1, 2, 3, 4].

Ces nouvelles techniques ont ouvert de nombreuses voies de recherche. On leur doit ainsi l'essor récent de l'optique atomique, qui reproduit les expériences d'optique traditionnelle, les photons étant remplacés par des atomes. On peut en effet associer aux atomes ralentis et piégés par la lumière des longueurs d'onde de de Broglie $\Lambda_{dB} = h/mv$ comparables aux longueurs d'onde optiques, leur vitesse étant très faible (typiquement de l'ordre du cm/s). Il devient alors possible de réaliser avec ces atomes des expériences d'interférométrie ou de diffraction [5, 6, 7], expériences jusqu'alors délicates à mettre en œuvre avec des jets thermiques d'atomes. La sophistication des techniques de refroidissement a permis d'obtenir des longueurs d'onde de de Broglie de plus en plus élevées, et de parvenir à des facteurs de dégénérescence quantique de plus en plus importants dans les pièges à atomes. Voilà maintenant plus d'une année, la condensation de Bose-Einstein a été observée pour la première fois dans un gaz d'atomes refroidis et piégés par la lumière, puis transférés dans un piège magnétique et refroidis évaporativement [8, 9, 10]. Ces quelques exemples montrent l'importance qu'a prise dans la physique atomique actuelle la manipulation des atomes par la lumière, et les implications en physique fondamentale qui découlent de la dextérité acquise dans ce domaine.

Lorsque le travail présenté dans ce mémoire a débuté, l'optique atomique connaissait ses premiers développements. L'idée de réaliser un miroir à atomes à l'aide d'une onde évanescente a été proposée en 1982 par Cook et Hill [11], et la première observation expérimentale de la déflexion d'un jet d'atomes de sodium

en incidence rasante par un tel miroir rapportée en 1987 [12]. L'intensité des ondes évanescentes disponibles ne permettant la réflexion spéculaire que d'atomes de faibles vitesses, il était tentant d'essayer de faire rebondir des atomes issus d'un piège magnéto-optique placé quelques millimètres au dessus d'un de ces miroirs lumineux. L'expérience a été menée en 1990 à Stanford [13], où deux rebonds consécutifs d'atomes de sodium sur un miroir plan ont été observés. L'absence de confinement du mouvement atomique transverse et la vitesse de recul $\hbar k_{\text{opt}}/m$ importante des atomes de sodium pouvant expliquer ce faible nombre de rebonds, nous avons décidé à Paris de reprendre la même expérience en utilisant un miroir *courbé*, et des atomes de césium, de masse beaucoup plus élevée que celle des atomes de sodium, donc de vitesse de recul plus faible. L'étude théorique des modes de la cavité atomique formée par l'association d'un miroir à onde évanescente de forme parabolique et de la gravité avait de plus été menée dans notre groupe [14], ce qui constituait une motivation supplémentaire à ce travail. Notons qu'une autre voie de recherche a été récemment explorée dans le but de créer des miroir à atomes qui n'utilisent pas la lumière. Ils sont constitués de supports magnétiques, et permettent la réflexion spéculaire d'atomes en incidence normale avec une réflexivité importante, supérieure à 90 % [15, 16].

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude de la cavité associant lumière évanescente et gravité, nommée cavité gravitationnelle. Nous commençons par rappeler quelques notions d'optique quantique qui rendront la suite de l'exposé plus aisé. Nous présentons ensuite une étude théorique du fonctionnement du miroir à atomes, en soulignant l'importance de l'influence du diélectrique sur ses caractéristiques. Nous décrivons alors les expériences menées dans notre groupe de recherche. L'observation de quatre [17], puis d'une dizaine de rebonds consécutifs sur le miroir [18] a constitué une avancée sensible par rapport aux résultats obtenus par d'autres groupes. Malheureusement, le nombre de rebonds dans la configuration expérimentale présentée reste insuffisant pour que l'on puisse véritablement mettre en évidence dans notre cavité gravitationnelle des effets identiques à ceux observés dans les cavités optiques, comme les interférences à ondes multiples par exemple.

Lors de l'étude du rebond des atomes sur l'onde évanescente, nous avons remarqué que les atomes de césium pouvaient subir une transition Raman qui les transférait d'un niveau hyperfin vers un autre niveau hyperfin. Ce processus induisait des pertes dans la cavité, la dynamique des atomes sur le niveau d'arrivée étant très différente de celle sur le niveau de départ. L'utilisation d'une telle transition pour abaisser l'énergie mécanique de l'atome avait été proposée en 1992 [19, 20], ce processus étant très proche d'un mécanisme de refroidissement nommé effet Sisyphé, responsable des très faibles températures relevées dans les mélasses

optiques. Il nous a alors semblé intéressant d'étudier en détail ce processus, et de mettre en place une expérience qui permettrait d'obtenir des résultats quantitatifs sur l'efficacité du refroidissement. C'est l'objet de la deuxième partie de ce mémoire. A la fin de cette partie, nous présentons une expérience préliminaire qui nous a permis d'observer des très longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle. Elle repose sur l'utilisation du processus Sisyphe et d'un confinement du mouvement transverse des atomes par un champ magnétique quadrupolaire. Nous avons ainsi pu mettre en évidence plus d'une centaine de rebonds d'atomes.

La troisième partie de ce mémoire est consacrée à l'étude théorique du chargement d'un gaz bidimensionnel d'atomes de césium. Ce dernier est réalisé à l'aide de deux ondes évanescentes qui permettent de confiner de manière particulièrement efficace les atomes dans la direction perpendiculaire au diélectrique [21]. Le chargement est obtenu par l'intermédiaire d'un processus Sisyphe semblable à celui décrit et étudié expérimentalement dans la seconde partie du mémoire. Nous calculons la probabilité pour qu'un atome issu d'un piège magnéto-optique soit piégé dans le gaz à la suite d'une transition Raman entre les deux niveaux hyperfins de son état fondamental. Nous évaluons ensuite la durée de vie des atomes piégés, proposons une méthode de détection de ces atomes et discutons des effets de statistique quantique que l'on peut espérer observer dans cette configuration à deux dimensions.

Bibliographie

- [1] Ecole d'été des Houches 1990, *Systèmes Fondamentaux en Optique Quantique*, édité par J. Dalibard, J.M. Raimond et J. Zinn-Justin, North-Holland (1992).
- [2] C. Cohen-Tannoudji and W.D. Phillips, *Physics Today* **43**, 33 (1990).
- [3] Proceedings of the International School Of Physics "Enrico Fermi", Course 118, *Laser Manipulation of Atoms and Ions*, édité par E. Arimondo, W.D. Phillips et F. Strumia, North-Holland (1992).
- [4] *Cooling and Trapping of Neutral Atoms II*, édité par H. Metcalf, Physics Department, State University, Stony Brook NY 11794 (1995).
- [5] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [6] M. Arndt, P. Szriftgiser, and J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **53**, 3369 (1996).
- [7] P. Szriftgiser, D. Guéry-Odelin, M. Arndt, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4 (1996).
- [8] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [9] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [10] K.B. Davis, M.O. Mewes, M. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [11] R. Cook and R. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [12] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu.B. Ovchinnikov and A.I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987) [*JETP Lett.* **45**, 353, (1987)]; *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).

- [13] M.A. Kasevich, D.S. Weiss, and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [14] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys.* **B54**, 407 (1992).
- [15] T. Roach, H. Abele, M.G. Boshier, H. Grossman, K.P. Zetie, and E.A. Hinds, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 629 (1995).
- [16] A.I. Sidorov, R.J.M. Lean, W.J. Rowlands, D.C. Lau, J.E. Murphy, M. Walkiewicz, G.I. Opat, and P. Hannaford, *Quantum Semiclass. Opt.* **8**, 713 (1996).
- [17] C.G. Aminoff, P. Bouyer, and P. Desbiolles, *C. R. Acad. Sci. Paris* **316 II**, 1535 (1993).
- [18] C.G. Aminoff, A.M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [19] K. Helmerson, S. Rolston, L. Goldner and W.D. Phillips, Poster at the *Workshop on Optics and Interferometry with Atoms*, Insel Reichenau, Germany, June 1992 (unpublished); Quantum Electronics and Laser Science Conference 1993, *OSA Technical Digest Series*, **12**, 209, (1993, O.S.A., Washington DC).
- [20] J. Söding, R. Grimm and Y.B. Ovchinnikov, *Opt. Commun.* **119**, 652 (1995).
- [21] Y.B. Ovchinnikov, S.V. Shulga and V.I. Balykin, *J. Phys. B* **24**, 3173 (1991).

Partie I

Etude d'une cavité gravitationnelle

Introduction

Les nouvelles techniques de piégeage et de refroidissement des atomes à l'aide de lumière laser ont ouvert la voie à un domaine en pleine expansion : l'optique atomique. Certes, quelques expériences d'optique atomique, en particulier des expériences d'interférométrie, sont possibles avec des jets thermiques d'atomes, c'est-à-dire des jets dans lesquels les atomes ont des vitesses de quelques centaines de mètres par seconde [1, 2]. Cependant, les atomes ralentis et piégés ont permis d'importants développements : on sait à présent réaliser des miroirs à atomes [3], des lames séparatrices [4, 5], des lentilles et des interféromètres à ondes de matière [6, 7]. Ces derniers présentent un intérêt tout particulier : ils pourraient constituer des capteurs très performants de champs de rotation ou d'accélération, inaccessibles aux interféromètres optiques [1, 2, 8, 9, 10]. La sensibilité des interféromètres atomiques à deux ondes, qui sont les seuls à avoir été réalisés actuellement, pourrait être augmentée si l'on savait mettre en œuvre des interféromètres atomiques à ondes multiples, c'est-à-dire des cavités atomiques, semblables dans leur principe aux cavités que l'on sait concevoir pour des ondes lumineuses. Ces cavités devraient de plus permettre de stocker des atomes sur de longues durées. Dans ces nouveaux pièges, les atomes passent la plus grande partie de leur temps dans une zone où ils n'interagissent pas avec la lumière, contrairement à ce qui se passe dans les pièges lumineux classiques, comme le piège magnéto-optique. Dans ces pièges, l'interaction continue des atomes avec la lumière conduit à des déphasages incontrôlables des niveaux atomiques. Ils sont de plus le siège d'une intense dissipation liée aux processus d'émission spontanée. Ces deux phénomènes sont souvent dommageables : les déphasages sont tragiques si l'on désire faire, par exemple, de la métrologie, et l'émission spontanée induit une perte de cohérence atomique nuisible à la réalisation des interféromètres. Dans une cavité au contraire, déphasages et émissions spontanées n'interviennent qu'au voisinage des miroirs, et sont donc *a priori* plus faciles à contrôler.

Cette première partie du mémoire est consacrée à l'étude théorique et expérimentale d'une des cavités atomiques les plus simples que l'on puisse imaginer, que nous avons nommée cavité gravitationnelle. Elle présente la particularité de ne posséder qu'un seul miroir ; la gravité joue le rôle du second miroir en repliant

les trajectoires des atomes (figure 0.1).

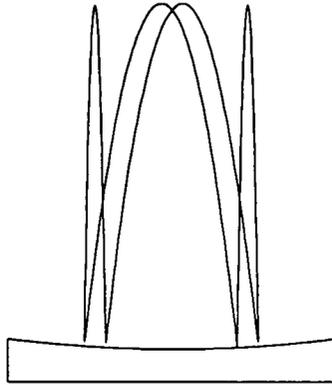


Figure 0.1: *La cavité gravitationnelle*

L'élément principal de cette cavité est le miroir à atomes, formé d'une onde lumineuse évanescente se propageant à la surface d'un diélectrique. Après avoir donné dans un premier chapitre quelques notions d'optique quantique qui faciliteront l'exposé, nous consacrons un deuxième chapitre au fonctionnement du miroir. Nous discutons des conditions de rebond et du problème du chauffage transverse introduit par les processus d'émission spontanée lors du rebond. Nous soulignons également le rôle important que joue la présence du diélectrique dans le fonctionnement du miroir. Dans un troisième chapitre, nous abordons la réalisation expérimentale de la cavité gravitationnelle. Nous montrons qu'il est nécessaire de courber la surface du miroir afin d'assurer la stabilité transverse du mouvement des atomes. Nous présentons les résultats expérimentaux obtenus au cours de deux périodes de recherche successives, avec deux configurations expérimentales différentes. A la lumière de ces résultats, nous discutons alors la possibilité de réaliser une véritable cavité atomique.

Chapitre 1

Formalisme général

Cette première section présente succinctement quelques notions d'optique quantique qui rendront la suite de l'exposé plus aisée. Il s'inspire en large partie du chapitre 5 de la référence [11], où l'on pourra trouver des précisions et des développements le cas échéant.

I Hamiltonien du système atome + champ

Considérons un atome immobile à l'origine des coordonnées et ne possédant que deux niveaux discrets : l'état fondamental g et l'état excité e , de largeur naturelle Γ , situé à une énergie $\hbar\omega_0$ au dessus de g (figure 1.1).

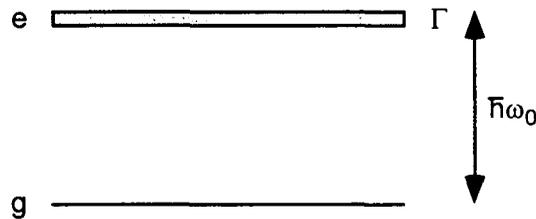


Figure 1.1: *Atome à deux niveaux*

Cet atome interagit avec un champ laser monochromatique, supposé être dans un état cohérent. On peut alors le décrire par un champ classique [11, page 571], de pulsation ω_L , d'amplitude $\mathcal{E}_L(\mathbf{r})$ et de polarisation ϵ :

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_L(\mathbf{r}) \epsilon \cos(\omega_L t - \Phi(\mathbf{r})) \quad (1.1)$$

où $\Phi(\mathbf{r})$ est la phase du champ laser en \mathbf{r} . L'atome interagit aussi avec le champ de rayonnement quantique, que nous noterons $\mathbf{E}_\perp(\mathbf{r})$, et que nous supposons dans

l'état vide $|0\rangle$ à l'instant initial. Le Hamiltonien du système atome+champ dans le point de vue dipolaire électrique et à l'approximation des grandes longueurs d'onde s'écrit :

$$H = H_A + H_R - \mathbf{d} \cdot (\mathbf{E}_L(\mathbf{0}, t) + \mathbf{E}_\perp(\mathbf{0})) \quad (1.2)$$

où H_A est le Hamiltonien de l'atome, H_R celui du champ, et \mathbf{d} le moment dipolaire de l'atome. Dans toute la suite, nous choisissons l'origine des temps telle que :

$$\Phi(\mathbf{0}) = 0 \quad (1.3)$$

II Evolution de l'opérateur densité atomique σ

A Equation d'évolution

S'il était possible de ne tenir compte que du couplage de l'atome avec le champ laser, l'évolution alors cohérente du système pourrait être décrite par celle du vecteur d'état atomique, *via* l'équation de Schrödinger. Il est cependant indispensable de tenir compte de l'évolution incohérente du système, due au couplage avec les modes vides du champ qui apportent fluctuations et dissipation. C'est en effet l'action conjuguée de ces deux évolutions qui permet à l'atome d'atteindre un régime stationnaire. L'opérateur densité atomique σ , obtenu par trace partielle de l'opérateur densité global sur les variables du rayonnement, permet de décrire correctement ces deux types de couplage. Son évolution est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_A - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{0}, t), \sigma] + \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{sp.} \quad (1.4)$$

Le premier terme du membre de droite décrit l'évolution cohérente de σ sous l'effet du laser, le second est associé à l'émission spontanée.

B Approximation du champ tournant

Si on suppose que les niveaux g et e ont des parités bien définies et opposées, l'opérateur dipôle électrique, impair, est purement non diagonal dans la base $(|g\rangle, |e\rangle)$ et peut être écrit sous la forme :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_{eg}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \quad (1.5)$$

où

$$\mathbf{d}_{eg} = \langle e|\mathbf{d}|g\rangle = \langle g|\mathbf{d}|e\rangle \quad (1.6)$$

Le terme du Hamiltonien dipolaire électrique décrivant l'interaction entre l'atome et le champ laser s'écrit alors :

$$-\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{0}, t) = -\frac{1}{2}(\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \mathcal{E}_L(\mathbf{0}) (|e\rangle\langle g|e^{-i\omega t} + |g\rangle\langle e|e^{+i\omega t} + |e\rangle\langle g|e^{+i\omega t} + |g\rangle\langle e|e^{-i\omega t}) \quad (1.7)$$

En l'absence de champ laser et d'émission spontanée, $|e\rangle\langle g|$ précesse en $e^{i\omega_0 t}$ et $|g\rangle\langle e|$ en $e^{-i\omega_0 t}$. Si nous supposons le champ laser quasi-résonant avec la transition atomique, c'est-à-dire $|\omega_L - \omega_0| \ll \omega_0$, les deux premiers termes de la parenthèse sont lentement variables, alors que les deux derniers oscillent à grande vitesse : nous les négligerons ; c'est l'approximation dite "du champ tournant".

On peut donner une interprétation physique simple aux différents termes de cette parenthèse. Le premier terme représente un processus au cours duquel l'atome passe de l'état g à l'état e en absorbant un photon, le second un processus au cours duquel il passe de e à g en émettant un photon : ces phénomènes auront une part plus importante dans l'évolution du système que ceux représentés par les deux derniers termes, respectivement passage de g à e avec émission d'un photon et passage de e à g avec absorption d'un photon (processus hautement non résonants). Dans toute la suite, nous écrirons donc le Hamiltonien d'interaction entre l'atome et le champ sous la forme :

$$-\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{0}, t) = \frac{\hbar\Omega_1(\mathbf{0})}{2} (|e\rangle\langle g|e^{-i\omega t} + |g\rangle\langle e|e^{+i\omega t}) \quad (1.8)$$

où

$$\hbar\Omega_1(\mathbf{r}) = -(\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \mathcal{E}_L(\mathbf{r}) \quad (1.9)$$

$\Omega_1(\mathbf{r})$ est la fréquence de Rabi associée au couplage entre l'atome et le champ laser en \mathbf{r} . Notons que pour que le modèle de l'atome à deux niveaux reste réaliste, c'est-à-dire qu'on puisse négliger les couplages avec d'autres niveaux atomiques, il faut que :

$$\Omega_1 \ll \omega_0 \quad (1.10)$$

Cette condition doit aussi être vérifiée si l'on veut négliger les modifications de l'émission spontanée liées à la présence du rayonnement incident.

C Equations de Bloch optiques

Revenons au terme d'amortissement $(d\sigma/dt)_{sp.}$ qui apparaît dans l'équation (1.4). On peut montrer [11, page 273] que dans la base $(|g\rangle, |e\rangle)$, on a :

$$\left(\frac{d\sigma_{ee}}{dt} \right)_{sp.} = -\Gamma\sigma_{ee} \quad (1.11)$$

$$\left(\frac{d\sigma_{gg}}{dt}\right)_{\text{sp.}} = +\Gamma\sigma_{ee} \quad (1.12)$$

$$\left(\frac{d\sigma_{ge}}{dt}\right)_{\text{sp.}} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{ge} \quad (1.13)$$

$$\left(\frac{d\sigma_{eg}}{dt}\right)_{\text{sp.}} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{eg} \quad (1.14)$$

Les termes σ_{ee} et σ_{gg} représentent respectivement la population de l'état fondamental g et de l'état excité e . Les termes non diagonaux σ_{eg} et σ_{ge} sont appelés cohérences optiques. Ces équations traduisent le transfert de population de l'état excité e vers l'état fondamental g par émission spontanée (équations (1.11) et (1.12)), et l'amortissement des cohérences optiques (équations (1.13) et (1.14)). Notons que cette évolution laisse la somme des populations de l'état excité et de l'état fondamental constante au cours du temps. L'évolution cohérente présente la même propriété, si bien qu'à chaque instant on vérifie :

$$\sigma_{ee} + \sigma_{gg} = 1 \quad (1.15)$$

En notant qu'avec nos conventions (g état fondamental), le Hamiltonien de l'atome au repos s'écrit :

$$H_A = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| \quad (1.16)$$

on peut développer l'équation d'évolution de la densité atomique σ (1.4) sur la base ($|g\rangle, |e\rangle$) en utilisant la relation (1.8) et les équations (1.11) à (1.16). Afin d'éliminer la dépendance temporelle explicite dans les équations recherchées, on effectue le changement de variables :

$$\tilde{\sigma}_{eg} = \sigma_{eg} e^{i\omega_L t} \quad (1.17)$$

$$\tilde{\sigma}_{ge} = \sigma_{ge} e^{-i\omega_L t} \quad (1.18)$$

$$\tilde{\sigma}_{ee} = \sigma_{ee} \quad (1.19)$$

$$\tilde{\sigma}_{gg} = \sigma_{gg} \quad (1.20)$$

On obtient les équations suivantes, appelées équations de Bloch optiques :

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{ee}}{dt} = i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ge}) - \Gamma\tilde{\sigma}_{ee} \quad (1.21)$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{gg}}{dt} = -i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ge}) + \Gamma\tilde{\sigma}_{ee} \quad (1.22)$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{ge}}{dt} = -i\delta_L\tilde{\sigma}_{ge} - i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{gg}) - \frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{ge} \quad (1.23)$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{eg}}{dt} = i\delta_L\tilde{\sigma}_{eg} - i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{gg}) - \frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{eg} \quad (1.24)$$

où $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord entre la fréquence ω_L du laser et la fréquence atomique ω_0 .

D Autre forme des équations de Bloch optiques

Il est souvent pratique d'utiliser les variables suivantes, appelées composantes du vecteur de Bloch :

$$u = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{ge} + \tilde{\sigma}_{eg}) \quad (1.25)$$

$$v = \frac{1}{2i}(\tilde{\sigma}_{ge} - \tilde{\sigma}_{eg}) \quad (1.26)$$

$$w = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{gg}) \quad (1.27)$$

Réexprimées en fonction de u , v et w , les équations de Bloch optiques s'écrivent, en utilisant en particulier la conservation de la somme des populations de l'état fondamental et de l'état excité :

$$\frac{du}{dt} = \delta_L v - \frac{\Gamma}{2} u \quad (1.28)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\delta_L u - \Omega_1 w - \frac{\Gamma}{2} v \quad (1.29)$$

$$\frac{dw}{dt} = \Omega_1 v - \Gamma w - \frac{\Gamma}{2} \quad (1.30)$$

L'interprétation des composantes u et v est suggérée par le calcul de la valeur moyenne de l'opérateur dipôle atomique \mathbf{d} :

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \text{Tr}(\sigma \mathbf{d}) = \langle e | \sigma \mathbf{d} | e \rangle + \langle g | \sigma \mathbf{d} | g \rangle \quad (1.31)$$

$$\Rightarrow \langle \mathbf{d} \rangle = \mathbf{d}_{eg}(\tilde{\sigma}_{eg} + \tilde{\sigma}_{ge}) = \mathbf{d}_{eg}(\sigma_{eg} e^{-i\omega_L t} + \sigma_{ge} e^{+i\omega_L t}) \quad (1.32)$$

$$\Rightarrow \langle \mathbf{d} \rangle = 2 \mathbf{d}_{eg}(u \cos(\omega_L t) - v \sin(\omega_L t)) \quad (1.33)$$

Les composantes u et v sont donc respectivement proportionnelles aux composantes de $\langle \mathbf{d} \rangle$ en phase et en quadrature avancée avec le champ incident. L'interprétation de w est plus simple :

$$w = \sigma_{ee} - \frac{1}{2} \quad (1.34)$$

ce qui montre que $w + 1/2$ donne la population de l'état excité e de l'atome à chaque instant.

E Etat stationnaire

Après un régime transitoire de constante de temps caractéristique de l'ordre de Γ^{-1} , l'atome atteint un état stationnaire, solution du système des équations

de Bloch optiques :

$$u_{st} = \frac{\Omega_1}{2} \frac{\delta_L}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2} \quad (1.35)$$

$$v_{st} = \frac{\Omega_1}{2} \frac{\Gamma/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2} \quad (1.36)$$

$$w_{st} + \frac{1}{2} = \sigma_{ee}^{st} = \frac{\Omega_1^2}{4} \frac{1}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_1^2/2} \quad (1.37)$$

que l'on exprime souvent en fonction du paramètre de saturation s :

$$s = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.38)$$

$$u_{st} = \frac{\delta_L}{\Omega_1} \frac{s}{1+s} \quad v_{st} = \frac{\Gamma}{2\Omega_1} \frac{s}{1+s} \quad w_{st} + \frac{1}{2} = \sigma_{ee}^{st} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \quad (1.39)$$

Pour une saturation $s \gg 1$, remarquons que les populations de l'état fondamental et de l'état excité sont égales : $\sigma_{ee}^{st} = \sigma_{gg}^{st} = 1/2$. La transition est alors dite saturée.

F Nombre moyen de photons absorbés par unité de temps

Entre t et $t + dt$, l'électron atomique se déplace d'une quantité $d\mathbf{r}$ et le champ incident $\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t)$ effectue sur lui un travail dW :

$$dW = e \mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} \quad (1.40)$$

Compte tenu du fait que $e\langle \mathbf{r} \rangle = \langle \mathbf{d} \rangle$, la puissance moyenne absorbée par l'atome vaut donc :

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \quad (1.41)$$

Lorsqu'on reporte dans (1.41) l'expression de $\langle \mathbf{d} \rangle$ donnée en (1.33), et que l'on moyenne sur une période optique, il vient, en utilisant la définition (1.9) de la fréquence de Rabi :

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \hbar \Omega_1 \omega_L v \quad (1.42)$$

Remarquons que la puissance moyenne absorbée n'est liée qu'à la composante en quadrature v du dipôle moyen de l'atome. En divisant cette puissance par l'énergie $\hbar\omega_L$ d'un photon incident, on obtient le nombre moyen de photons absorbés par l'atome par unité de temps :

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \Omega_1 v \quad (1.43)$$

En régime stationnaire, le nombre de photons absorbés par unité de temps est égal au nombre de photons émis spontanément par unité de temps, ce qui permet d'écrire, en utilisant les expressions données en (1.39) de v_{st} et σ_{ee}^{st} :

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} = \Gamma \sigma_{ee}^{st} \quad (1.44)$$

expression que nous utiliserons souvent par la suite.

III Forces radiatives moyennes s'exerçant sur l'atome

Nous avons considéré jusqu'alors un atome infiniment lourd, immobile à l'origine des coordonnées. Si l'on veut tenir compte des degrés de liberté externes, il faut remplacer le Hamiltonien (1.2) par :

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + H_A + H_R - \mathbf{d} \cdot (\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) + \mathbf{E}_\perp(\mathbf{R})) \quad (1.45)$$

où \mathbf{P} et \mathbf{R} sont l'impulsion et le centre de masse de l'atome, et m sa masse. Le champ classique et le champ de rayonnement quantique sont maintenant évalués au centre de masse de l'atome.

A Equation du mouvement du centre du paquet d'ondes atomique

Les équations de Heisenberg pour \mathbf{R} et \mathbf{P} s'écrivent :

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{\mathbf{P}}{m} \quad (1.46)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum_{j=x,y,z} d_j \nabla (E_{Lj}(\mathbf{R}, t) + E_{\perp j}(\mathbf{R})) \quad (1.47)$$

L'équation (1.47) prise en valeur moyenne sur la fonction d'onde atomique donne l'équation d'Ehrenfest :

$$m \langle \ddot{\mathbf{R}} \rangle = \sum_j \langle d_j \nabla (E_{Lj}(\mathbf{R}, t) + E_{\perp j}(\mathbf{R})) \rangle \quad (1.48)$$

Soit $\mathbf{r}_G = \langle \mathbf{R} \rangle$ le centre du paquet d'ondes atomique. Le membre de gauche de (1.48) n'est autre que $m \ddot{\mathbf{r}}_G$. Pour évaluer le membre de droite, nous allons introduire deux approximations :

(i) *Limite des petits paquets d'ondes atomiques :*

Compte tenu de la valeur élevée de m , la longueur d'onde de de Broglie de l'atome, $\lambda_{dB} = h/mv$, est en général beaucoup plus petite que la longueur d'onde optique, qui caractérise l'échelle des variations spatiales du rayonnement incident. Il est donc possible de construire des paquets d'ondes dont les dimensions sont très petites devant la longueur d'onde lumineuse. Pour de tels paquets d'ondes, il est tout à fait légitime de remplacer au second membre de (1.48) l'opérateur \mathbf{R} par sa valeur moyenne $\langle \mathbf{R} \rangle = \mathbf{r}_G$.

On peut montrer par ailleurs que le dernier terme de (1.48), qui représente la contribution du gradient du champ quantique en \mathbf{r}_G , est nul [11, page 382]. L'équation (1.48) s'écrit alors :

$$m\ddot{\mathbf{r}}_G = \sum_j \langle d_j \rangle \nabla E_{L_j}(\mathbf{r}_G, t) \quad (1.49)$$

Le second membre peut alors être interprété comme la force qui régit le mouvement du centre du paquet d'ondes atomique, force qui s'exprime en fonction du rayonnement incident évalué en \mathbf{r}_G .

(ii) *Existence de deux échelles de temps distinctes pour l'évolution des degrés de liberté interne et externe :*

Comme nous l'avons vu plus haut, les degrés de liberté internes de l'atome évoluent sur des échelles de temps de l'ordre de $T_{\text{int}} = \Gamma^{-1}$ (ou Ω_1^{-1} si $\Omega_1 \gg \Gamma$). Nous ne considérons ici que des atomes de vitesse v très faible, dont le déplacement vT_{int} est supposé très petit devant la longueur d'onde lumineuse. On peut montrer que sous l'effet des forces radiatives, la vitesse évolue sur des échelles de temps de l'ordre de $T_{\text{ext}} = \hbar/E_{\text{rec}}$ [11, page 359], où $E_{\text{rec}} = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / 2m$ est l'énergie de recul de l'atome lors de l'absorption d'un photon d'impulsion \mathbf{k} . Pour la plupart des transitions permises, $\hbar\Gamma \gg E_{\text{rec}}$, ce qui entraîne $T_{\text{int}} \ll T_{\text{ext}}$ ¹. La grande différence entre ces deux temps implique que, si l'atome est initialement immobile en $\mathbf{r}_G = \mathbf{0}$, le dipôle moyen $\langle \mathbf{d} \rangle$ a le temps d'atteindre le régime stationnaire avant que \mathbf{r}_G n'ait changé appréciablement sous l'effet de la force radiative moyenne écrite au second membre de (1.49). Dans la suite, nous nous intéresserons à la force radiative moyenne s'exerçant sur un atome initialement immobile en $\mathbf{0}$. Nous pourrions donc, pour calculer une telle force, remplacer dans l'expression de la force (1.49) la moyenne $\langle d_j \rangle$ par sa valeur stationnaire.

¹Si l'on considère un atome avec plus de deux niveaux, il peut apparaître des temps internes très longs (temps de "pompage optique") qui vont inverser cette relation.

B Les deux types de force pour un atome initialement immobile

En utilisant l'expression (1.1) du champ incident et la convention (1.3) sur sa phase, on calcule l'expression du gradient qui apparaît dans l'équation du mouvement (1.49) :

$$\nabla E_{Lj}|_0 = \epsilon_j (\cos(\omega_L t) \nabla \mathcal{E}_L(\mathbf{r})|_0 - \sin(\omega_L t) \mathcal{E}_L(\mathbf{0}) \nabla \Phi(\mathbf{r})|_0) \quad (1.50)$$

Par ailleurs, en utilisant l'expression de la valeur moyenne du moment dipolaire $\langle \mathbf{d} \rangle$ donnée par (1.33), nous pouvons écrire :

$$\langle d_j \rangle = 2 (\mathbf{d}_{eg})_j (u_{st} \cos(\omega_L t) - v_{st} \sin(\omega_L t)) \quad (1.51)$$

Reportons ces expressions dans celle de la force régissant le mouvement du paquet d'ondes atomique, donnée en (1.49). La force radiative moyenne \mathbf{F} qui s'exerce sur l'atome est obtenue en prenant la moyenne sur une période optique de la relation obtenue. On peut l'exprimer en fonction de la fréquence de Rabi Ω_1 définie en (1.9) :

$$\mathbf{F} = -\hbar u_{st} \nabla \Omega_1(\mathbf{r})|_0 - \hbar v_{st} \Omega_1(\mathbf{0}) \nabla \Phi(\mathbf{r})|_0 \quad (1.52)$$

On voit apparaître deux types de force : une force proportionnelle au gradient d'amplitude du champ, nommée *force dipolaire*, et une force proportionnelle au gradient de phase, nommée *force de pression de radiation* :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{pr}} \quad (1.53)$$

En remplaçant u_{st} et v_{st} par leurs valeurs, données en (1.39), on obtient une expression de \mathbf{F}_{dip} et de \mathbf{F}_{pr} en fonction du paramètre de saturation s :

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\frac{\hbar \delta_L}{2} \frac{\nabla (s(\mathbf{r}))|_0}{1 + s(\mathbf{0})} \quad (1.54)$$

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = -\frac{\hbar \Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{0})}{1 + s(\mathbf{0})} \nabla \Phi(\mathbf{r})|_0 \quad (1.55)$$

C Pression de radiation

L'exemple le plus simple d'onde lumineuse possédant un gradient de phase est l'onde plane de vecteur d'onde \mathbf{k}_L :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\epsilon} \cos(\omega_L t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r}) \quad (1.56)$$

dont la phase en \mathbf{r} est donnée par :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r} \quad (1.57)$$

Son amplitude étant constante, aucune force dipolaire ne s'exerce sur un atome plongé dans une telle onde. Il subit en revanche une force de pression de radiation \mathbf{F}_{pr} , qu'on calcule à partir de l'expression générale (1.55) :

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\mathbf{0})}{1 + s(\mathbf{0})} \quad (1.58)$$

soit, si on reprend l'expression de σ_{ee}^{st} donnée en (1.39) :

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = \Gamma \sigma_{ee}^{st} \hbar \mathbf{k}_L \quad (1.59)$$

On peut donner une interprétation simple de ce résultat, en considérant l'aspect corpusculaire de la lumière. Cette interprétation est, en toute rigueur, discutable, car nous n'avons pas quantifié le champ pour obtenir l'expression de la force \mathbf{F}_{pr} . Nous la donnons malgré tout, pensant qu'elle présente un caractère illustratif indéniable.

Un photon incident transporte une impulsion $\hbar \mathbf{k}_L$, qu'il transmet à l'atome lorsque ce dernier l'absorbe. Si l'atome retourne à l'état fondamental par émission spontanée, sa perte d'impulsion est nulle en moyenne car cette émission peut avoir lieu avec des probabilités égales dans deux directions opposées (émission isotrope). Ainsi, l'impulsion moyenne gagnée par l'atome par unité de temps, c'est-à-dire la force moyenne qu'il subit est $\hbar \mathbf{k}_L$ multiplié par le nombre de photons spontanés émis par unité de temps, c'est-à-dire $\Gamma \sigma_{ee}^{st}$, ce qui permet de retrouver l'expression de la force (1.59).

D Force dipolaire

Il est possible de donner une interprétation physique de la force dipolaire, en considérant un atome plongé dans une onde lumineuse présentant un gradient d'intensité. On montre alors que cette force est associée à des processus d'absorption-émission stimulée de photons qui, associés à l'émission spontanée, conduisent à une redistribution d'énergie dans l'onde. Le calcul de la variation de l'impulsion atomique lors de ces processus permet de retrouver l'expression de la force dipolaire [12]. Cette force est l'outil essentiel du travail présenté dans ce mémoire. Nous allons donc maintenant développer quelques-unes de ses caractéristiques.

1 Potentiel dipolaire

La force dipolaire est conservative, et dérive donc d'un potentiel $U(\mathbf{r})$ donné par :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\delta_L}{2} \ln(1 + s(\mathbf{r})) \quad (1.60)$$

Dans toute la suite de l'exposé, nous nous placerons dans des situations pour lesquelles le paramètre de saturation s est faible ($s(\mathbf{r}) \ll 1$), et le désaccord δ toujours très supérieur à la largeur Γ de l'état excité e ainsi qu'à la fréquence de Rabi Ω_1 . Sous ces conditions, le potentiel dipolaire s'écrit plus simplement :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega_1^2(\mathbf{r})}{4\delta_L} \quad (1.61)$$

La population de l'état excité $\sigma_{ee}^{\text{st}} \simeq s/2$ est de plus très petite devant celle de l'état fondamental g . Ce potentiel peut donc être interprété comme un déplacement ΔE_g de l'énergie de l'état fondamental g sous l'effet du couplage avec le champ laser, d'où le nom de *déplacement lumineux* qu'on lui donne souvent.

L'expression du déplacement ΔE_g peut être directement déterminée par la théorie des perturbations, le paramètre de saturation s étant faible. Il faut pour cela quantifier le champ, et considérer des états du type $|g(\text{ou } e), N\rangle$, où N est le nombre de photons présents dans le mode associé au champ laser. Ces états sont en effet les états propres du Hamiltonien du système lorsqu'on ne prend pas en compte l'interaction entre l'atome et le champ. On traite cette interaction comme une perturbation et l'on obtient, au second ordre, le déplacement recherché :

$$\Delta E_g = \frac{\langle g, N | V | e, N - 1 \rangle \langle e, N - 1 | V | g, N \rangle}{\hbar\delta} = \frac{(\hbar\Omega_1/2)^2}{\hbar\delta} \quad (1.62)$$

où V est le Hamiltonien d'interaction dipolaire électrique entre l'atome et le champ, semblable au Hamiltonien donné par la relation (1.8), mais pour lequel le champ laser est quantifié [11, page 395]. On retrouve dans cette expression le processus d'absorption d'un photon du champ laser accompagné du passage de l'état g à l'état e , suivi de l'émission stimulée d'un photon dans le même mode du champ, accompagné du retour de l'atome dans l'état g . Remarquons que le calcul du déplacement ΔE_e de l'énergie du niveau excité e peut être effectué suivant la même méthode. On obtient le même résultat, au signe près, puisque le dénominateur d'énergie de la relation (1.62) est cette fois égal à $-\hbar\delta$. La figure 1.2 illustre les déplacements lumineux de l'état fondamental g et de l'état excité e lorsqu'un atome "traverse" une zone de l'espace dans laquelle se trouve localisé un champ laser.

Notons que dans le cas d'un désaccord δ positif, le potentiel U est lui aussi positif : l'atome est repoussé par les zones de champ élevé. Au contraire, lorsque

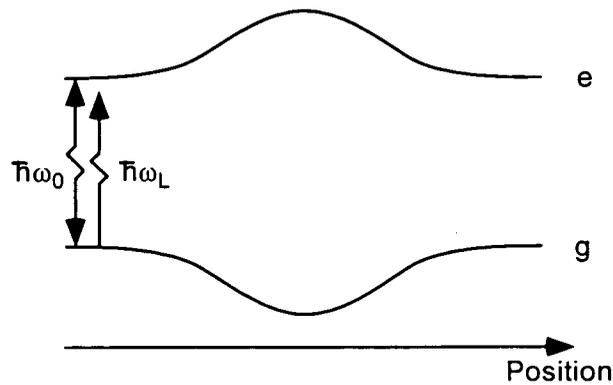


Figure 1.2: Déplacements lumineux des états internes e et g d'un atome à deux niveaux induits par un champ laser localisé. Le désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0$ est ici négatif.

le désaccord δ est négatif, l'atome est attiré par ces mêmes zones. Ces effets sont d'autant plus marqués que le gradient de champ est important. On pressent donc l'intérêt de recourir à une onde évanescente pour réaliser un miroir à atomes : le champ associé à l'onde présente un gradient particulièrement élevé, puisqu'il passe d'une valeur comparable à celle du champ incident à une valeur très faible sur une longueur de l'ordre d'une longueur d'onde optique. En choisissant un désaccord δ positif, on parvient ainsi à créer un potentiel répulsif élevé et très localisé.

2 Emission spontanée

Nous discutons ici des phénomènes d'émission spontanée entre niveaux déplacés par le champ laser, toujours sous les hypothèses d'un paramètre de saturation s faible et d'un désaccord δ grand devant la largeur Γ de l'état excité. Nous nous plaçons dans une situation identique à celle décrite ci-dessus, où un atome "traverse" une zone de l'espace dans laquelle se trouve localisé un champ laser. Comme nous l'avons déjà souligné, hors de la zone d'interaction entre l'atome et le champ, les états propres du système sont les états du type $|g, N\rangle$ et $|e, N\rangle$. Lorsque l'atome pénètre dans la zone d'interaction, les états d'énergies voisines vont être couplés, et chacun des états initiaux est contaminé par un état d'énergie voisine. Ainsi, l'état $|g, N\rangle$ d'énergie $E = N\hbar\omega_L$ est contaminé par l'état $|e, N-1\rangle$, d'énergie $E = \hbar\omega_0 + (N-1)\hbar\omega_L$, et l'état $|e, N\rangle$ est contaminé par l'état $|g, N+1\rangle$. On appelle multiplicité chacun de ces groupes de deux états. Le couplage entre états restant faible, on passe adiabatiquement des états non couplés aux états contaminés (figure 1.3). Ces états sont états propres du système

en interaction, et nous les noterons $|1, N\rangle$ et $|2, N\rangle$. On peut les écrire sous la forme :

$$|1, N\rangle = |g, N\rangle + \epsilon|e, N-1\rangle \quad (1.63)$$

$$|2, N\rangle = -|e, N-1\rangle + \epsilon|g, N\rangle \quad (1.64)$$

où le paramètre ϵ traduit le couplage entre le champ laser et l'atome, et vérifie donc $|\epsilon| \ll 1$ dans notre cas. Le passage des états non couplés aux états couplés lors de la traversée de la zone d'interaction est représenté sur la figure (1.3), qui illustre aussi les déplacements des énergies des niveaux correspondants.

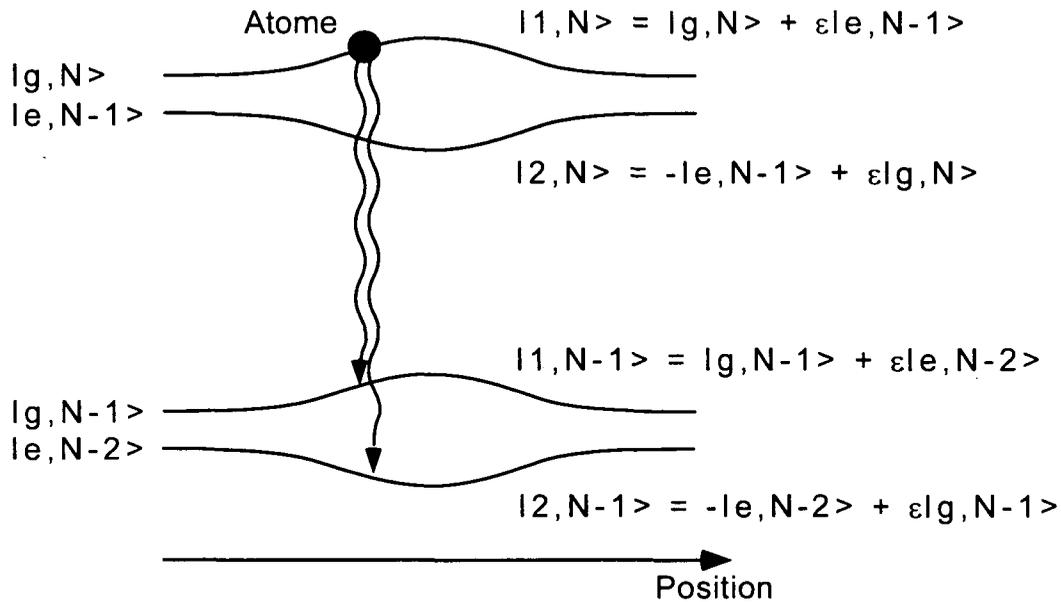


Figure 1.3: Evolution des états propres du système atome+champ et déplacements des énergies des niveaux correspondants lors de la traversée de la zone d'interaction. Le désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0$ est ici positif.

A l'aide de cette représentation, dite de "l'atome habillé" [11, page 389 et suivantes], on peut mettre en évidence deux types de processus d'émission spontanée, illustrés sur les figures 1.3 et 1.4, et que nous allons détailler. L'atome étant initialement dans l'état $|g, N\rangle$, on va le trouver dans l'état $|1, N\rangle$ lors de sa traversée de la zone laser. La présence de l'état e dans cet état propre autorise une émission spontanée vers un autre état propre du système, pourvu que celui-ci contienne l'état g et qu'il se situe dans une multiplicité d'énergie inférieure à l'état de départ. Ne se présentent que deux possibilités :

- Soit l'atome passe de l'état $|1, N\rangle$ à l'état $|1, N - 1\rangle$. L'interprétation perturbative de ce processus, donnée sur la figure 1.4 (a), correspond à un processus de diffusion Rayleigh, *i.e.* absorption d'un photon du champ laser et émission d'un photon spontané. La probabilité d'observer un tel processus est proportionnelle à $|\epsilon|^2$, produit du carré du poids de l'état interne e dans l'état de départ $|1, N\rangle$ par celui du poids de l'état g dans l'état d'arrivée $|1, N - 1\rangle$.
- Soit l'atome passe de l'état $|1, N\rangle$ à l'état $|2, N - 1\rangle$. L'interprétation perturbative de ce second processus est donnée sur la figure 1.4 (b) : l'atome passe de g à e en absorbant deux photons du champ laser et en émettant d'un photon spontané. La probabilité d'observer un tel processus est proportionnelle à $|\epsilon|^4$, produit du carré du poids de e dans l'état de départ $|1, N\rangle$ par celui du poids de l'état g dans l'état d'arrivée $|2, N - 1\rangle$. Comme la probabilité d'observer un processus Rayleigh est proportionnelle à $|\epsilon|^2$ et que $|\epsilon| \ll 1$, ce second processus d'émission spontanée est négligeable devant le processus de diffusion Rayleigh. Dans toute la suite de l'exposé, nous n'en tiendrons pas compte.

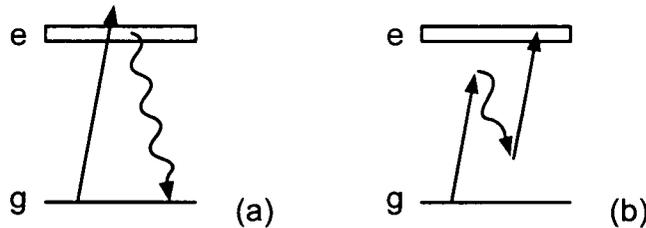


Figure 1.4: *Processus d'émission spontanée possibles. (a) Processus Rayleigh (b) Processus d'ordre supérieur.*

Nous en avons maintenant terminé avec l'exposé du formalisme général de l'interaction entre un atome et un champ laser, et pouvons passer à la description du miroir à atomes, élément essentiel de ce mémoire.

Chapitre 2

Le miroir à atomes

Ce chapitre est consacré à l'étude détaillée du fonctionnement du miroir à atomes. Nous commençons par donner les caractéristiques de l'onde évanescente, élément central de ce miroir. Nous examinons alors son action sur un atome en utilisant le formalisme décrit dans le chapitre précédent. Nous montrons en particulier qu'à condition de choisir correctement la fréquence et l'intensité du champ laser créant l'onde, un atome incident de faible vitesse peut rebondir sur la nappe de lumière évanescente. Nous nous intéressons ensuite à l'émission spontanée de photons lors du rebond et discutons de son influence sur l'efficacité du miroir. Nous calculons le nombre moyen de photons spontanés attendu lors d'un rebond et montrons qu'il est possible de le minimiser en ajustant les paramètres du problème. Cette étude est effectuée à partir du modèle de l'atome à deux niveaux. Nous justifions *a posteriori* ce modèle en étudiant les modifications apportées par la structure interne complexe de l'atome. La dernière partie de ce chapitre est consacrée au rôle important que joue la surface diélectrique au cours du processus de rebond. Nous donnons enfin les ordres de grandeur des divers paramètres du problème pour deux configurations expérimentales typiques.

I L'onde évanescente

Nous donnons ici quelques éléments relatifs à l'onde évanescente, certes élémentaires mais qui nous seront utiles lors de discussions ultérieures.

A Généralités

Considérons une onde plane, monochromatique, se propageant dans un milieu diélectrique d'indice $n > 1$. On peut lui associer un champ électrique $\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t)$ de pulsation ω_L , d'amplitude \mathcal{E}_n , de polarisation ϵ_n et de vecteur d'onde \mathbf{k}_n :

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_n \boldsymbol{\epsilon}_n \exp(i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega_L t)) \quad (2.1)$$

Cette onde atteint une interface diélectrique-vide, modélisée par un plan d'équation $z = 0$ (figure 2.1). On note θ_n l'angle que forment le vecteur d'onde \mathbf{k}_n et la normale au plan du dioptre (angle d'incidence), et θ l'angle que forment le vecteur d'onde de l'onde transmise dans le vide et la normale au plan du dioptre (angle de transmission).

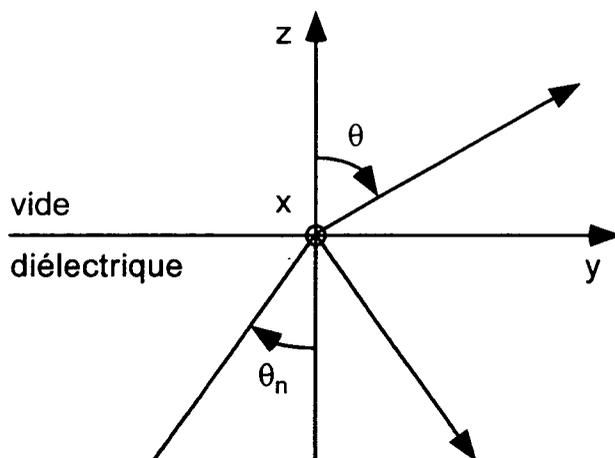


Figure 2.1: Transmission et réflexion à l'interface diélectrique-vide.

Les lois de Snell-Descartes permettent de déterminer l'angle de transmission θ :

$$n \sin \theta_n = \sin \theta \quad (2.2)$$

Ainsi, si l'on choisit l'angle d'incidence $\theta_n = \theta_n^l$ tel que $n \sin \theta_n^l = 1$ (angle critique), l'onde transmise se propage parallèlement au plan du dioptre. Pour un angle d'incidence θ plus grand que θ_n^l , la relation (2.2) n'admet plus de solution θ réelle : on a réflexion totale. On peut cependant donner une expression du champ électrique \mathbf{E} présent dans le vide :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E} \boldsymbol{\epsilon} \exp(-\kappa z) \exp(i(k_t y - \omega_L t)) \quad (2.3)$$

avec les expressions suivantes pour les différentes grandeurs intervenant dans cette relation :

$$\kappa = \frac{\omega_L}{c} (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \quad (2.4)$$

$$k_t = n \frac{\omega_L}{c} \sin \theta_n \quad (2.5)$$

L'onde présente au-dessus de la surface diélectrique, appelée onde évanescente, se propage parallèlement à cette surface et son amplitude décroît de manière exponentielle lorsqu'on s'éloigne du diélectrique. La longueur caractéristique $1/\kappa$ associée à cette décroissance est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde optique dans le vide, excepté pour des angles d'incidence θ_n proches de l'angle critique θ_n^l pour lesquels elle diverge.

B Calcul de \mathcal{E} et ϵ

Les conditions de passage du diélectrique au vide (continuité des composantes normales des vecteurs \mathbf{D} et \mathbf{B} , continuité des composantes tangentielles des vecteurs \mathbf{E} et \mathbf{H}) permettent de calculer \mathcal{E} et ϵ , et d'en obtenir une expression en fonction de \mathcal{E}_n et ϵ_n . Nous nous limitons ici à l'étude de deux cas particuliers :

- la polarisation ϵ_n est perpendiculaire au plan d'incidence,
- la polarisation ϵ_n est parallèle au plan d'incidence.

Notons qu'une polarisation quelconque ϵ_n peut toujours se décomposer en la somme d'un vecteur perpendiculaire au plan d'incidence et d'un vecteur parallèle à ce plan, et qu'il est donc possible de calculer \mathcal{E} et ϵ pour une polarisation initiale quelconque du champ à partir des résultats qui suivent.

1 Polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence

Le champ \mathbf{E} est donné simplement en fonction du champ $\mathcal{E}_n \epsilon_n$:

$$\mathbf{E} = \frac{2n \cos \theta_n}{n \cos \theta_n + i(n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2}} \mathcal{E}_n \epsilon_n \quad (2.6)$$

On déduit de cette expression les grandeurs désirées :

$$\mathcal{E} = \frac{2n \cos \theta_n}{(n^2 - 1)^{1/2}} \mathcal{E}_n \quad (2.7)$$

$$\epsilon = \epsilon_n = \epsilon_x \quad (2.8)$$

Dans ce cas très particulier, la polarisation linéaire du champ incident est conservée, et son module varie comme le cosinus de l'angle d'incidence. Pour obtenir une intensité maximale du champ évanescent, il faut choisir un angle d'incidence $\theta_n > \theta_n^l$ le plus faible possible. Il peut être utile de donner l'expression du carré du module de \mathcal{E} , lié à l'intensité de l'onde évanescente au voisinage immédiat de la surface, en fonction de l'intensité I_0 de l'onde avant son entrée dans le

diélectrique. Si on suppose que cette entrée a lieu en incidence normale sur une surface du diélectrique traitée antireflets, il vient :

$$I_0 \simeq \frac{n\epsilon_0 c}{2} \mathcal{E}_n^2 \quad (2.9)$$

soit, en utilisant la relation (2.7) :

$$\mathcal{E}^2 \simeq \frac{8}{\epsilon_0 c} \frac{n \cos^2 \theta_n}{n^2 - 1} \simeq 4 \frac{n \cos^2 \theta_n}{n^2 - 1} \mathcal{E}_{vide}^2 \quad (2.10)$$

2 Polarisation ϵ_n parallèle au plan d'incidence

La relation liant le champ dans le vide au champ dans le diélectrique est plus complexe :

$$\frac{\mathbf{k}}{\|\mathbf{k}\|} \times \mathbf{E} = \frac{2n \cos \theta_n}{\cos \theta_n + i n (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2}} \frac{\mathbf{k}_n}{\|\mathbf{k}_n\|} \times \mathcal{E}_n \epsilon_n \quad (2.11)$$

On peut cependant en déduire \mathcal{E} et ϵ après quelques manipulations :

$$\mathcal{E} = \frac{2n \cos \theta_n}{(n^2 - 1)^{1/2}} \left(\frac{2n^2 \sin^2 \theta_n - 1}{(n + 1) \sin^2 \theta_n - 1} \right)^{1/2} \mathcal{E}_n \quad (2.12)$$

$$\epsilon = \frac{1}{(2n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2}} \left(n \sin \theta_n \mathbf{e}_z - i (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \mathbf{e}_y \right) \quad (2.13)$$

L'expression (2.13) montre que *la polarisation linéaire initiale n'est pas conservée : l'onde évanescente présente une polarisation elliptique*. Il nous sera utile de connaître l'expression de la polarisation ϵ dans la base standard $(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{\pm 1})$ relative à l'axe Ox . Le vecteur \mathbf{e}_0 est égal au vecteur \mathbf{e}_x , et :

$$\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_y \pm i \mathbf{e}_z) \quad (2.14)$$

Dans cette base, la polarisation ϵ s'écrit :

$$\epsilon = \frac{i}{(4n^2 \sin^2 \theta_n - 2)^{1/2}} \left((n \sin \theta_n + (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2}) \mathbf{e}_1 + (n \sin \theta_n - (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2}) \mathbf{e}_{-1} \right) \quad (2.15)$$

On peut montrer que l'amplitude du champ est là encore maximale pour des angles d'incidence θ_n proches de l'angle critique, et ce quelque soit l'indice n du diélectrique. Donnons à nouveau l'expression du carré de l'amplitude \mathcal{E} du champ évanescent en fonction de I_0 . En utilisant les relations (2.9) et (2.12), il vient :

$$\mathcal{E}^2 \simeq \frac{8}{\epsilon_0 c} \frac{n \cos^2 \theta_n}{n^2 - 1} \frac{2n^2 \sin^2 \theta_n - 1}{(n^2 + 1) \sin^2 \theta_n - 1} I_0 \quad (2.16)$$

soit encore :

$$\mathcal{E}^2 \simeq 4 \frac{n \cos^2 \theta_n}{n^2 - 1} \frac{2n^2 \sin^2 \theta_n - 1}{(n^2 + 1) \sin^2 \theta_n - 1} \mathcal{E}_{vide}^2 \quad (2.17)$$

En comparant cette dernière relation avec l'expression (2.10), il apparaît que l'amplitude du champ évanescent en polarisation parallèle au plan d'incidence est plus élevée que celle obtenue lorsque la polarisation est perpendiculaire à ce plan. Ce point est illustré sur la figure 2.2 qui compare les rapports $(\mathcal{E}/\mathcal{E}_{vide})^2$ pour les deux polarisations ϵ_n étudiées en fonction de l'angle d'incidence θ_n .

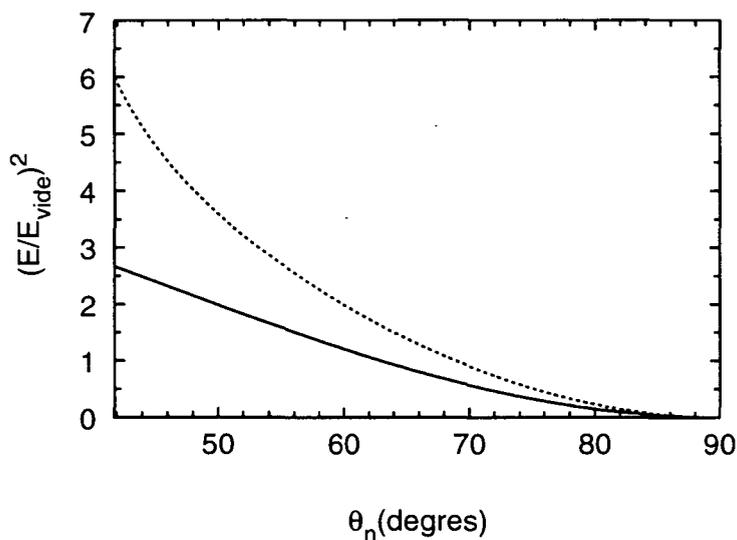


Figure 2.2: Le rapport $(\mathcal{E}/\mathcal{E}_{vide})^2$ est calculé pour un indice du diélectrique $n = 1.5$. L'angle limite θ_n^l correspondant est de 41.81° . En trait plein : polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence. En trait pointillé : polarisation ϵ_n parallèle au plan d'incidence.

La polarisation parallèle semble donc plus adaptée à la réalisation d'une onde évanescente intense. Nous verrons cependant que la polarisation perpendiculaire permet souvent de donner une description plus simple de l'interaction entre le champ évanescent et l'atome, permettant dans de nombreux cas une interprétation plus quantitative des résultats expérimentaux.

C Structure transverse du champ évanescent

Les calculs effectués jusqu'ici supposent l'onde incidente plane. En pratique, le champ évanescent est créé par un faisceau laser dont l'intensité transverse $I(r)$

dans le plan perpendiculaire au vecteur d'onde \mathbf{k}_n présente un profil gaussien :

$$I(r) = \frac{2p}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \quad (2.18)$$

où p est la puissance transportée par le faisceau laser incident et w son col. Le champ évanescent prend alors la forme suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E} \boldsymbol{\epsilon} \exp\left(-\frac{((x \cos \theta_n)^2 + y^2)}{w^2}\right) \exp(-\kappa z) \exp(i(k_t y - \omega_L t)) \quad (2.19)$$

La réflexion totale introduit donc une dissymétrie du profil transverse du champ évanescent. On peut caractériser cette ellipticité par le rapport $1/\cos \theta_n$ qui témoigne de la différence de décroissance du champ suivant les axes Ox et Oy . En pratique, le faisceau incident présente souvent un astigmatisme, en particulier s'il est issu d'une diode laser. Cet astigmatisme, optimisé, peut être mis à profit pour atténuer la dissymétrie du profil, voire la corriger. Une lentille cylindrique peut également être insérée sur le chemin du faisceau pour compenser cette dissymétrie. Dans toute la suite de l'exposé, on supposera que cette correction a été effectuée. Si on note r la distance à l'axe Oz , le champ évanescent étudié est alors donné par :

$$\mathbf{E}(r, t) = \mathcal{E} \boldsymbol{\epsilon} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp(-\kappa z) \exp(i(k_t y - \omega_L t)) \quad (2.20)$$

Notons que le profil gaussien de l'intensité I du champ engendre une courbure convexe du miroir, convexité sur laquelle nous reviendrons lorsque nous discuterons de la stabilité des trajectoires atomiques dans la cavité gravitationnelle.

Pour terminer, nous donnons quelques valeurs numériques des diverses grandeurs que nous avons introduites dans cette section. Les diélectriques et les angles d'incidence proposés correspondent à trois configurations expérimentales étudiées successivement dans notre groupe, c'est-à-dire trois "générations" d'expériences.

	Génération 1	Génération 2	Génération 3
<i>Matériau</i>	<i>BK7</i>	<i>Silice</i>	<i>Silice</i>
<i>Indice n</i>	1.5	1.45	1.45
<i>θ_n</i>	53°	58°	69°
<i>κ^{-1} (μm)</i>	0.21	0.19	0.15
<i>$(\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{vide}})^2$, $\boldsymbol{\epsilon}_n \perp$ plan d'incidence</i>	1.74	1.48	0.68
<i>$(\mathcal{E}/\mathcal{E}_{\text{vide}})^2$, $\boldsymbol{\epsilon}_n \parallel$ plan d'incidence</i>	3.03	2.43	1.06
<i>Ellipticité $1/\cos \theta_n$</i>	1.66	1.89	2.79

II Un atome dans le champ évanescent

Nous considérons maintenant un atome de césium pénétrant dans l'onde évanescente avec une vitesse \mathbf{v} donnée. Nous cherchons dans un premier temps à rendre compte le plus simplement possible des effets du champ évanescent sur cet atome, en modélisant en particulier la structure interne complexe de l'atome, présentée figure 2.3 dans le domaine des énergies qui nous intéresse. A l'état fondamental, l'atome se trouve dans un des états internes $6^2S_{1/2} F = 3$ ou 4, notés plus simplement $F_g = 3$ ou $F_g = 4$. Les longueurs d'onde que nous utilisons peuvent induire des transitions électroniques dipolaires vers les états excités $6^2P_{3/2} F' = 2, 3, 4$ ou 5, notés $F_e = 2, 3, 4, 5$. Néanmoins, dans cette section, l'atome de césium est tout d'abord modélisé par un atome à deux niveaux, d'étude beaucoup plus simple. Nous appliquons le formalisme décrit dans le chapitre précédent à l'interaction entre cet atome et le champ évanescent, et déterminons ainsi les principales caractéristiques du miroir atomique. Nous montrons ensuite comment une étude plus détaillée prenant en compte la complexité de la structure interne de l'atome permet *a posteriori* une justification rigoureuse du choix du modèle de l'atome à deux niveaux, qui trouvera ses limites dans la seconde partie de ce mémoire.

A L'atome à deux niveaux dans un champ évanescent

Nous considérons ici un atome ne possédant que deux niveaux internes discrets : un état fondamental g et un état excité e situé à une énergie $\hbar\omega_0$ au dessus de g , de largeur naturelle Γ (figure 1.1). Cet atome est plongé dans l'onde évanescente décrite par le champ \mathbf{E} donné en (2.20). L'interaction champ évanescent-atome est caractérisée par la fréquence de Rabi Ω_1 dont on détermine l'expression à partir de sa forme générale (1.9) :

$$\hbar\Omega_1(z) = -(\mathbf{d}_{eg} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \mathcal{E} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp(-\kappa z) \quad (2.21)$$

La force radiative moyenne \mathbf{F} qui s'exerce alors sur l'atome peut être séparée en deux forces, force dipolaire et force de pression de radiation, aux caractéristiques très différentes :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{pr}} \quad (2.22)$$

Les expressions générales de ces deux forces sont données par (1.54) et (1.55). Elles sont calculées ici en utilisant les expressions du champ \mathbf{E} (2.20) et de la fréquence de Rabi (2.21) :

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = \hbar \left(\kappa \mathbf{e}_z + \frac{2r}{w^2} \mathbf{e}_r \right) \delta \frac{s(r, z)}{1 + s(r, z)} \quad (2.23)$$

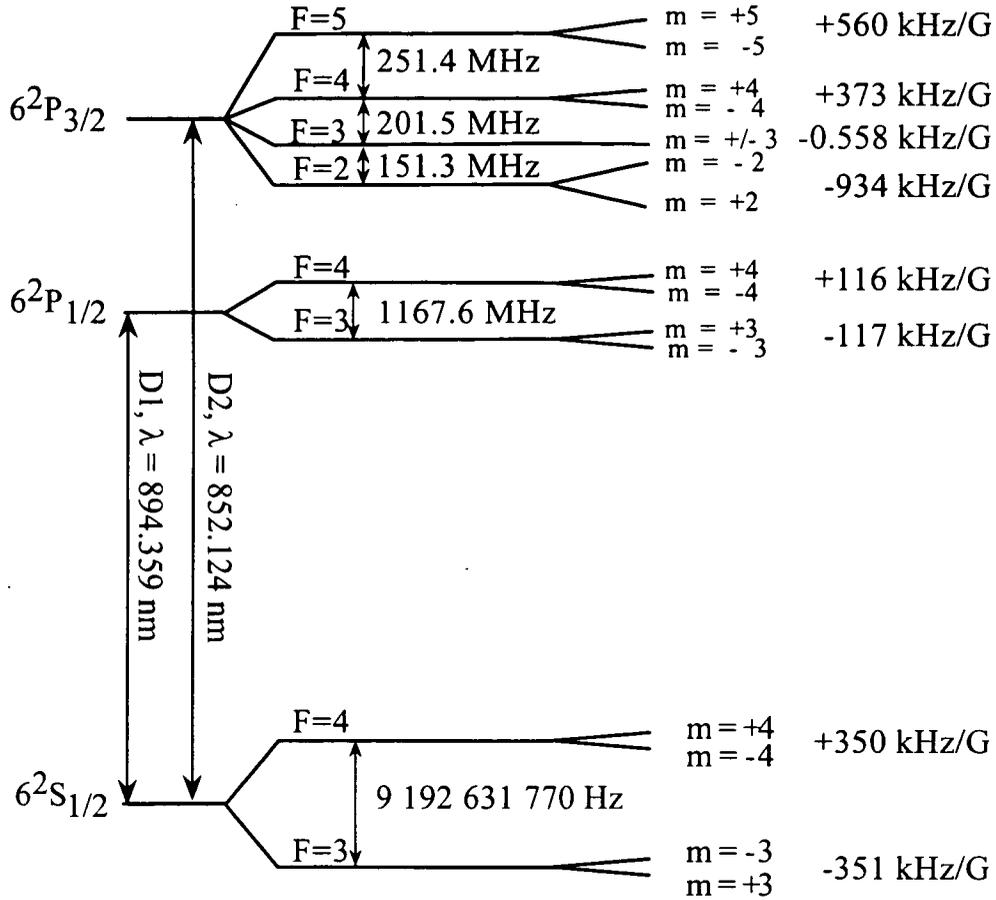


Figure 2.3: Structure interne de l'atome de césium.

$$\mathbf{F}_{\text{pr}} = \hbar k_t \frac{\Gamma}{2} \frac{s(r, z)}{1 + s(r, z)} \mathbf{e}_y \quad (2.24)$$

où s est le paramètre de saturation défini dans la section précédente :

$$s(r, z) = \frac{\Omega_1^2(r, z)/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.25)$$

et $\delta = \omega_L - \omega_0$ le désaccord entre la fréquence du champ et la fréquence atomique. La force dipolaire présente deux composantes : la première correspond à la décroissance exponentielle du champ suivant l'axe Oz , la seconde est liée à sa structure transverse gaussienne. Ces deux composantes ont des ordres de grandeur très différents. Nous verrons en effet que l'atome ne peut rebondir que dans une région pour laquelle $r \leq w$. Le col w du faisceau incident ayant

une valeur très supérieure à celle de κ^{-1} (typiquement $w \simeq 300$ à $500 \mu\text{m}$ et $\kappa^{-1} \simeq 0.2 \mu\text{m}$), la composante de la force dipolaire suivant \mathbf{e}_z est très supérieure à sa composante suivant \mathbf{e}_r ¹. Au cours du rebond, la distance r de l'atome à l'axe Oz va donc très peu varier : on considérera dans la suite de l'exposé qu'elle reste constante.

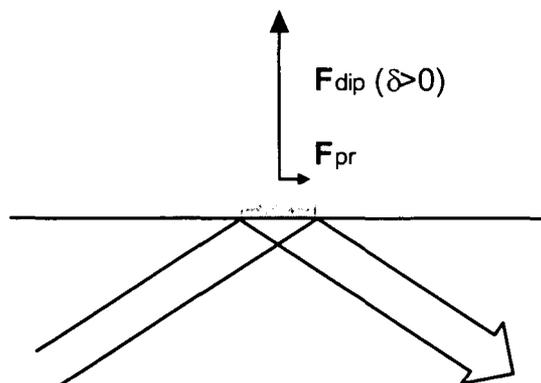


Figure 2.4: *Miroir lumineux.*

Nous nous placerons de plus dans une situation tant théorique qu'expérimentale pour laquelle le désaccord δ est très grand devant la largeur Γ de l'état excité e . Comme la norme du vecteur d'onde \mathbf{k}_t et le paramètre κ ont le même ordre de grandeur², la norme de la force dipolaire \mathbf{F}_{dip} est très supérieure à celle de la force de pression de radiation \mathbf{F}_{pr} (figure 2.4). On peut donc dans un premier temps ne considérer que la force dipolaire qui présente, comme nous l'avons vu, la caractéristique d'être une force conservative. Ainsi, si l'on choisit un désaccord δ positif, l'atome subit une force répulsive par rapport au plan du diélectrique qui se comporte comme un "miroir lumineux" vis à vis de l'atome.

B Condition de rebond de l'atome sur le miroir

Nous avons vu que la force dipolaire \mathbf{F}_{dip} dérive du potentiel :

$$U(r, z) = \frac{\hbar \delta}{2} \ln(1 + s(r, z)) \quad (2.26)$$

¹Cette dernière introduit une augmentation de la vitesse transverse de l'atome équivalente à celle occasionnée par son rebond sur un miroir concave, comme nous le montrerons lorsque nous nous intéresserons au confinement transverse des atomes dans la cavité.

²Cette hypothèse est remplie tant que l'angle d'incidence θ_n n'est pas voisin de l'angle limite θ_n^l , ce que nous supposerons dans tout l'exposé.

Considérons un atome de césium, de masse m , arrivant au voisinage du miroir avec une vitesse \mathbf{v} , et notons E_0 son énergie mécanique :

$$E_0 = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 + \frac{\hbar\delta}{2}\ln(1 + s(r, z)) \quad (2.27)$$

Nous supposons que la composante v_z de la vitesse suivant \mathbf{e}_z est très supérieure, en valeur absolue, à la composante transverse, *i.e.* perpendiculaire à \mathbf{e}_z , de cette même vitesse ³. L'énergie E_0 peut alors s'écrire :

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{\hbar\delta}{2}\ln(1 + s(r, z)) \quad (2.28)$$

Notons v_i la valeur de la vitesse v_z à quelques longueurs d'onde optique du miroir. Le potentiel évanescant est négligeable à cette distance du prisme, et l'énergie de l'atome est donc donnée par :

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_i^2 \quad (2.29)$$

Pour que l'atome rebondisse, la vitesse v_z doit s'annuler avant que l'atome n'atteigne la surface du diélectrique. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique E_0 , cette condition de rebond s'écrit :

$$E_0 \leq \frac{\hbar\delta}{2}\ln(1 + s(r, z = 0)) \quad (2.30)$$

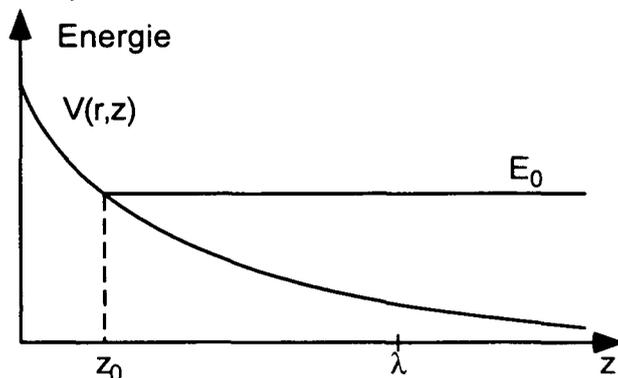
Elle est illustrée par la figure 2.5, sur laquelle on a indiqué l'emplacement du point de rebroussement classique z_0 , point pour lequel l'énergie initiale E_0 est égale au potentiel dipolaire $U(r, z)$. Dans le cas où la saturation s reste faible et le désaccord δ est très grand devant la largeur de l'état excité Γ , le potentiel $U(r, z)$ adopte une forme plus simple (relation 1.61). La condition de rebond prend alors la forme suivante :

$$E_0 \leq \frac{\hbar\Omega_1^2(r, z = 0)}{4\delta} \quad (2.31)$$

L'influence de la gravité est négligée dans cette approche : lors du rebond, l'atome évolue sur une distance de quelques longueurs d'onde optique, et on suppose $|v_i|$ suffisamment grande pour pouvoir négliger une variation de v_z due au champ de gravitation durant cette période.

Donnons pour terminer l'ordre de grandeur de la vitesse maximale d'un atome susceptible de rebondir sur un tel miroir. Pour une puissance laser p donnée, le potentiel $U(r, z)$ présente un maximum en fonction du désaccord δ pour une

³Pour une hauteur de chute $H = 3.2$ mm, la vitesse $|v_z|$ est égale à 25 cm/s, à comparer à la vitesse transverse des atomes issus du piège magnéto-optique, de l'ordre du cm/s.

Figure 2.5: *Energie mécanique et déplacement lumineux.*

saturation $s \simeq 4$, qui correspond à une énergie cinétique maximale $E_0 = m\mathbf{v}^2/2 \simeq 0.3 \hbar \Omega_1$ [13, 14]. Pour un faisceau laser de puissance $p = 1$ W et de col $w = 1$ mm, la vitesse maximale cherchée est de l'ordre de 1 ms^{-1} pour un atome de césium, ce qui correspond à une température cinétique de l'ordre de quelques mK. Notons que la vitesse maximale d'un atome susceptible de rebondir varie comme $p^{1/4}$ à saturation s fixée. Cette variation très lente limite l'utilisation du miroir aux faibles vitesses v_z .

C Taille du miroir

Nous avons supposé que la structure transverse de l'onde évanescente présente un profil gaussien. Pour une puissance p du faisceau laser incident et un désaccord δ donné, il existe donc une distance r_m à l'axe Oz telle que si $r > r_m$, la condition de rebond (2.31) ne peut plus être vérifiée. Cette distance r_m est appelée dans la suite de ce mémoire *rayon du miroir*: à l'intérieur du cercle de rayon r_m le rebond est possible, à l'extérieur il ne l'est plus. Ce rayon est défini par :

$$E_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta} \exp\left(-\frac{2r_m^2}{w^2}\right) \quad (2.32)$$

où $\Omega_1(\mathbf{0})$ désigne la fréquence de Rabi au centre du miroir, en $z = 0$. Cette relation n'est pas toujours d'utilisation pratique, en particulier parce qu'elle fait intervenir la fréquence Ω_1 . Il existe un moyen de déterminer le rayon du miroir r_m grâce à une série d'expériences. Supposons qu'on puisse détecter de manière efficace les atomes après un rebond, et augmentons continuellement le désaccord δ . Puisque le potentiel dipolaire U diminue, le rayon r_m diminue lui aussi jusqu'à s'annuler pour un désaccord noté δ_m . Le signal révélant la présence d'atomes après le rebond diminue lui aussi lorsqu'on augmente δ , et s'annule de même

lorsque $\delta = \delta_m$. On a alors la relation suivante entre l'énergie incidente E_0 et le potentiel U :

$$E_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta_m} \quad (2.33)$$

Le désaccord δ_m ne dépend que de l'intensité du faisceau incident, *via* Ω_1 , et de l'énergie E_0 . En combinant les deux dernières relations, on obtient l'expression du rayon du miroir r_m pour un désaccord donné en fonction du col w du faisceau incident et du désaccord δ_m :

$$r_m = w \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\delta_m}{\delta} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.34)$$

d'emploi plus facile et plus rapide. Notons que le rayon r_m ne dépend que du désaccord δ pour un col w donné. Le désaccord δ_m permet de réécrire le potentiel $U(r, z)$ sous une forme d'usage commode :

$$U(r, z) = E_0 \frac{\delta_m}{\delta} \exp(-2\kappa z) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) \quad (2.35)$$

soit encore, en fonction du rayon du miroir r_m :

$$U(r, z) = E_0 \exp(-2\kappa z) \exp\left(-\left(\frac{r}{r_m}\right)^2\right) \quad (2.36)$$

D L'émission spontanée lors du rebond

Nous avons négligé jusqu'à présent la force de pression de radiation \mathbf{F}_{pr} , liée à l'émission spontanée de photons. Nous allons maintenant en étudier les effets, en nous limitant aux processus spontanés Rayleigh ou Raman. Lors de ces processus, l'atome initialement dans l'état fondamental g absorbe un photon du champ évanescent, qui le conduit dans l'état e . Il émet alors un photon spontané qui le ramène vers l'état g (processus Rayleigh) ou vers un autre état hyperfin (processus Raman). Ces processus sont illustrés par la figure 2.6. Nous avons donné sur cette figure une illustration du processus que nous négligeons : le passage de l'état g à l'état e par émission spontanée, négligeable dans notre configuration, comme nous l'avons montré à la fin du premier chapitre de cette partie.

Lorsqu'une émission spontanée advient au cours du rebond, ce dernier n'est plus spéculaire. En absorbant le photon du champ évanescent, l'atome acquiert une impulsion supplémentaire $\hbar k_t \mathbf{e}_y$, puis perd lors de l'émission spontanée une impulsion $\hbar \mathbf{k}$ de direction aléatoire. L'impulsion transverse de l'atome est en général augmentée, ce qui peut limiter la possibilité d'observer un grand nombre

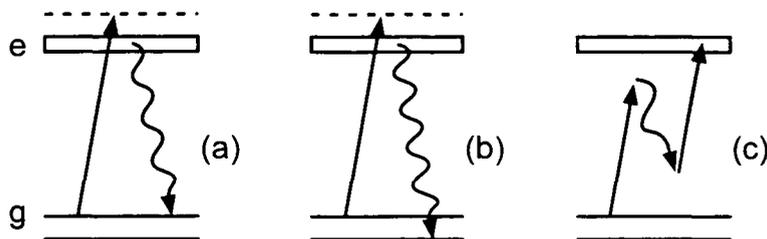


Figure 2.6: (a) *Processus Rayleigh* (b) *Processus Raman* (c) *Processus d'ordre supérieur : passage de g à e avec émission spontanée.*

de rebonds successifs, la taille du miroir lumineux étant limitée. Ce photon spontané peut de plus amener l'atome sur un autre niveau hyperfin, pour lequel le potentiel dipolaire est très différent. Le refroidissement Sisyphé étudié dans la deuxième partie de ce mémoire repose d'ailleurs sur ce processus. Il est donc essentiel d'évaluer le nombre de photons spontanés émis par l'atome lors d'un rebond.

1 Nombre moyen de photons spontanés émis par l'atome lors d'un rebond

Pour effectuer ce calcul, nous considérons les points suivants :

1. L'existence de deux échelles de temps distinctes pour l'évolution des degrés interne et externe de l'atome nous permet de supposer qu'à chaque instant l'état interne de l'atome est stationnaire⁴. Nous pourrions donc utiliser l'expression (1.44) donnant le nombre moyen de photons spontanés émis par unité de temps.
2. Cette expression est intégrée le long de la trajectoire classique de l'atome lors du rebond. Ceci est justifié lorsque la vitesse v_z est très grande devant $\hbar\kappa/m$, car la longueur d'onde de de Broglie des atomes incidents est alors très petite devant l'extension de la zone d'interaction⁵. Il faut de plus que la trajectoire ne soit pas trop modifiée par les échanges d'impulsion

⁴ Le temps d'évolution interne pour un atome de césium à deux niveaux est de l'ordre de $\Gamma^{-1} \simeq 0.03 \mu\text{s}$, alors que le temps passé par cet atome dans l'onde évanescente est de l'ordre de $2(\kappa v_z)^{-1} \simeq 1.5 \mu\text{s}$ pour une vitesse $v_z = 0.25 \text{ ms}^{-1}$. Remarquons que lorsque l'atome effectue un cycle absorption-émission spontanée, il passe un temps de l'ordre de Γ^{-1} dans l'état excité e , état dans lequel il est soumis au potentiel $-U$. La variation d'impulsion correspondante peut être évaluée à partir de l'expression de la force dipolaire : $\Delta p \simeq m v_z (\kappa/\Gamma) \simeq 0.04 m v_z$. Nous la négligerons donc.

⁵ Pour une vitesse incidente $|v_z| = 0.25 \text{ ms}^{-1}$, la longueur d'onde de de Broglie d'un atome de césium est de l'ordre de 12 nm, à comparer à $\kappa^{-1} \simeq 200 \text{ nm}$.

lors des processus d'absorption et d'émission de photons, *i.e.* que le nombre d'émissions spontanées durant le rebond reste faible. Dès lors, la vitesse atomique transverse varie peu lors du rebond, ce qui nous permettra d'utiliser la relation de conservation de l'énergie E_0 ne faisant intervenir que la vitesse longitudinale v_z , et de supposer de plus, comme nous l'avons déjà souligné, que le rebond a lieu à distance r fixe de l'axe Oz .

Notons n_{sp} le nombre moyen de photons spontanés émis lors d'un rebond. Rappelons l'expression (1.44) donnant le nombre moyen de photons spontanés émis par unité de temps :

$$dn_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(r, z)}{1 + s(r, z)} dt \quad (2.37)$$

Sous l'hypothèse d'un nombre de photons n_{sp} faible, la saturation $s(r, z)$ reste très inférieure à l'unité, si bien qu'on peut écrire :

$$n_{\text{sp}} = 2 \frac{\Gamma}{2} \int_{\text{aller}} s(r, z(t)) dt \quad (2.38)$$

Le facteur 2 correspond à un aller-retour de l'atome dans l'onde évanescente. On peut choisir comme paramètre d'intégration la saturation s . L'intégrale (2.38) fait alors intervenir la vitesse v_z , qu'on exprime, grâce à la conservation de l'énergie mécanique E_0 , en fonction du paramètre de saturation s_0 au point de rebroussement classique z_0 :

$$n_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{2\kappa} \int_0^{s_0} ds \left(\frac{\hbar\delta}{m} (s_0 - s) \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.39)$$

qui s'intègre facilement pour donner l'expression finale du nombre de photons spontanés émis par rebond :

$$n_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{\delta} \frac{mv_i}{\hbar\kappa} \quad (2.40)$$

Résultat connu depuis longtemps dans notre domaine, et qui fut publié voilà quelques années avec un facteur 2 supplémentaire qui échappa à la vigilance des rapporteurs de l'article [15]. Cette relation présente plusieurs caractéristiques intéressantes :

- Elle ne dépend ni de la puissance p du faisceau laser incident, ni de la distance r de l'atome à l'axe Oz . C'est une conséquence de la forme exponentielle du potentiel $U(r, z)$.
- Le nombre n_{sp} est proportionnel à l'inverse du désaccord δ . Cette dépendance n'est pas intuitive : le nombre de photon spontanés émis par un atome localisé dans une onde est habituellement proportionnel à la saturation s ,

elle-même proportionnelle à l'inverse du carré du désaccord δ . Cette variation en $1/\delta$ trouve son explication dans le fait qu'ici c'est le même laser qui modifie profondément la trajectoire atomique et qui induit la fluorescence de l'atome.

- On peut retrouver l'expression de n_{sp} de manière plus rapide, sans intégrer suivant la trajectoire classique mais en ne considérant que des ordres de grandeur. Le nombre de photons spontanés est donné par :

$$n_{\text{sp}} \simeq \frac{\Gamma}{2} s_0 \tau \quad (2.41)$$

où τ est l'ordre de grandeur du temps que passe l'atome dans la zone d'interaction avec l'onde évanescente. Cette onde a une portée κ^{-1} , une bonne approximation de ce temps est donc $\tau \simeq 2/(\kappa v_i)$. La saturation s_0 est obtenue *via* la conservation de l'énergie mécanique E_0 , toujours sous l'hypothèse $s_0 \ll 1$:

$$s_0 \simeq \frac{m v_i^2}{\hbar \delta} \quad (2.42)$$

En groupant ces résultats, on retrouve l'expression de n_{sp} :

$$n_{\text{sp}} \simeq \frac{\Gamma}{\delta} \frac{m v_i}{\hbar \kappa} \quad (2.43)$$

Le traitement effectué plus haut valide ces calculs d'ordre de grandeur.

2 Minimalisation de n_{sp}

Nous avons vu qu'afin de limiter les pertes d'atomes lors du rebond, il est nécessaire de minimiser le nombre de photons spontanés n_{sp} . Son expression (2.40) suggère qu'à côté des paramètres liés à la nature même de l'atome, comme sa masse m ou la largeur Γ , on peut sans doute jouer sur d'autres variables comme le désaccord δ par exemple. Dans le raisonnement qui suit, nous allons supposer que la puissance p du faisceau laser incident et la vitesse d'entrée v_i des atomes dans l'onde évanescente sont fixées. Ces deux hypothèses correspondent à des contraintes expérimentales majeures. D'une part, la puissance du faisceau incident ne peut pas être augmentée indéfiniment, et nous verrons que nous devons travailler à puissance p la plus grande possible. D'autre part, la vitesse v_i est liée à la hauteur de chute des atomes issus du piège magnéto-optique, hauteur le plus souvent fixée pour une configuration expérimentale donnée. Nous allons de plus *fixer la taille r_m du miroir*, ceci afin de garantir un signal de détection des atomes après un rebond d'amplitude convenable. Nous allons alors optimiser les paramètres encore libres : la géométrie du faisceau, c'est-à-dire son col w , le désaccord δ et l'angle d'incidence θ_n , qui intervient dans l'expression de κ .

a Géométrie du faisceau et désaccord: Pour minimiser le nombre de photons n_{sp} , il faut donner au désaccord δ la valeur la plus élevée possible, tout en maintenant la condition de rebond (2.32), qu'on peut réécrire :

$$\delta \leq \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4E_0} \exp\left(-\frac{2r_m^2}{w^2}\right) \quad (2.44)$$

Le col w du faisceau incident intervient de manière explicite dans la fonction gaussienne du membre de droite de cette inégalité et de façon moins visible dans la fréquence de Rabi $\Omega_1^2(\mathbf{0}) \sim 1/w^2$ (équation (2.18)). Cette double dépendance permet de déterminer une valeur du col w qui maximise le désaccord δ vérifiant la condition de rebond :

$$w = r_m \sqrt{2} \quad (2.45)$$

Cette condition garantit en fait une utilisation optimale de la puissance p du faisceau incident pour un rayon r_m du miroir lumineux. Le désaccord correspondant, qu'on notera δ_{opt} , est donné par :

$$\delta_{\text{opt}} = \frac{1}{4e} \frac{\hbar \Omega_1}{E_0} \Omega_1 \quad (2.46)$$

Ce désaccord peut être exprimé en fonction du désaccord δ_m défini précédemment :

$$\delta_{\text{opt}} = \frac{\delta_m}{e} \quad (2.47)$$

b Optimisation de l'angle d'incidence θ_n : On peut remplacer dans l'expression du nombre de photons spontanés n_{sp} le désaccord δ par sa valeur maximale δ_{opt} déterminée précédemment. Il vient :

$$n_{\text{sp}} = 4e \frac{\Gamma}{\Omega_1} \frac{mv_i}{\hbar \kappa} \frac{E_0}{\hbar \Omega_1} \quad (2.48)$$

La seule variable sur laquelle on puisse encore jouer pour minimiser n_{sp} est l'angle d'incidence θ_n , qui apparaît d'une part dans l'expression de κ , et d'autre part dans celle de la fréquence de Rabi Ω_1 . L'expression de cette dernière dépendant de la polarisation de l'onde incidente, nous allons à nouveau examiner les deux cas particuliers :

- *La polarisation ϵ_n est perpendiculaire au plan d'incidence.* L'expression de κ a été donnée en (2.4) :

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \left(n^2 \sin^2 \theta_n - 1 \right)^{1/2} \quad (2.49)$$

et la dépendance de la fréquence de Rabi $\Omega_1(\mathbf{0})$ en θ_n est déterminée à partir de l'expression de l'amplitude du champ \mathbf{E} donnée en (2.6), soit $\Omega_1(\mathbf{0}) \sim \cos \theta_n$. La dépendance de n_{sp} est donc :

$$n_{\text{sp}} \sim \frac{1}{(n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \cos^2 \theta_n} \quad (2.50)$$

Cette fonction de θ_n admet un minimum dans l'intervalle sur lequel on a réflexion totale pour l'onde incidente. Ce minimum est atteint pour un angle θ_n^\perp qui vérifie :

$$\sin \theta_n^\perp = \left(\frac{n^2 + 2}{3n^2} \right)^{1/2} \quad (2.51)$$

L'angle θ_n^\perp présente la propriété remarquable de ne dépendre ni des caractéristiques de l'atome, ni de celle du champ, mais seulement de l'indice n du diélectrique. Pour un indice $n = 1.5$ (verre BK7), on calcule aisément $\theta_n^\perp = 52.5^\circ$.

- *La polarisation ϵ_n est perpendiculaire au plan d'incidence.* De la même manière, en utilisant l'expression (2.11) de l'amplitude du champ \mathbf{E} , on détermine la dépendance de n_{sp} en θ_n :

$$n_{\text{sp}} \sim \frac{1}{(n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \cos^2 \theta_n} \frac{(n^2 + 1) \sin^2 \theta_n - 1}{2n^2 \sin^2 \theta_n - 1} \quad (2.52)$$

Cette fonction de θ_n admet elle aussi un minimum dans l'intervalle de réflexion totale. L'angle θ_n^\parallel correspondant est solution d'une équation du troisième degré, et ne dépend que de l'indice n du diélectrique. Pour un indice $n = 1.5$, on calcule $\theta_n^\parallel = 50.3^\circ$.

Notons que dans les deux cas, la valeur de n_{sp} varie peu lorsqu'on s'éloigne raisonnablement des angles particuliers calculés (figure 2.7).

3 Conclusions

Il est possible, pour un rayon r_m du miroir donné, de minimiser le nombre d'émissions spontanées n_{sp} au cours d'un rebond en choisissant correctement le col w du faisceau incident, le désaccord δ et l'angle d'incidence θ_n . En particulier, n_{sp} est inversement proportionnel au désaccord δ_{max} (équation (2.40)), lui-même proportionnel à la puissance p du faisceau créant le champ évanescent (équation (2.46)). Comme nous l'avons annoncé au début de cette analyse, *le nombre de photons spontanés émis au cours d'un rebond peut être d'autant plus faible que*

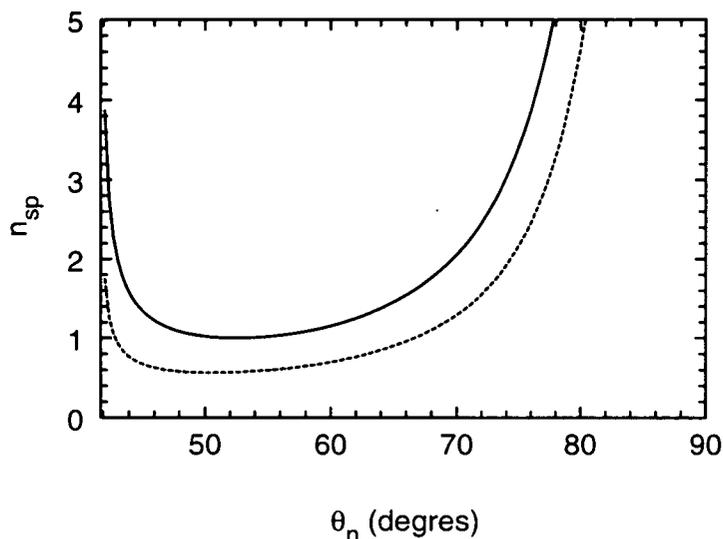


Figure 2.7: Variations de n_{sp} en fonction de l'angle d'incidence θ_n . En trait plein: polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence. En trait pointillé: polarisation ϵ_n parallèle au plan d'incidence. Pour ces deux courbes, le désaccord δ est égal à δ_{max} . La puissance p est choisie de sorte que $n_{\text{sp}} = 1$ pour la polarisation perpendiculaire au plan d'incidence lorsque $\theta_n = \theta_n^\perp$.

la puissance p est élevée. Nous devrions donner ici quelques ordres de grandeur du nombre de photons spontanés émis par rebond en considérant des paramètres expérimentaux typiques. Cependant, nous allons voir dans les sections suivantes que l'analyse effectuée, s'il elle présente le mérite de la simplicité et permet de dégager la physique du problème, doit être affinée. Une analyse plus poussée va nous conduire à modifier l'expression obtenue pour n_{sp} , et nous attendrons donc la fin de ce chapitre pour donner des ordres de grandeur corrects.

E Rôle de la structure interne de l'atome de césium

Nous avons modélisé jusqu'à présent l'atome de césium par un atome à deux niveaux. Nous présentons maintenant les modifications qu'entraîne dans les résultats précédents l'existence de la structure hyperfine et de la structure Zeeman des niveaux considérés. Nous montrons en particulier que lorsque la polarisation ϵ_n de l'onde incidente est perpendiculaire au plan d'incidence, les résultats obtenus sont très proches de ceux dégagés à partir d'un modèle d'atome à deux niveaux.

1 Opérateur déplacement lumineux

Commençons par décrire la structure interne de l'atome de césium. La raie atomique considérée est la raie de résonance D_2 des alcalins, qui couple le niveau fondamental $|g, J_g = 1/2\rangle$ au niveau excité $|e, J_e = 3/2\rangle$. L'interaction avec le spin nucléaire $I = 7/2$ introduit un clivage du niveau fondamental en deux sous-niveaux $F_g = 3, 4$, et un clivage du niveau excité en quatre sous-niveaux $F_e = 2, 3, 4, 5$. L'écart entre les deux sous-niveaux du fondamental est égal à 9.2 GHz, celui entre deux des sous-niveaux excités est de l'ordre de 200 MHz (figure 2.8). Chacun des sous-niveaux hyperfins comporte lui-même $2F + 1$ sous-niveaux Zeeman repérés par un nombre quantique m_F , si bien qu'un état particulier est représenté par un ket de la forme $|g(e), F_{g(e)}, m_F\rangle$.

Nous supposons à nouveau que le paramètre de saturation s , donné par l'expression (2.25), est faible ($s \ll 1$), si bien que le potentiel d'interaction entre l'atome et le champ évanescent est décrit par le déplacement lumineux des différents états fondamentaux. Pour obtenir ces déplacements lumineux, il faut diagonaliser l'opérateur déplacement lumineux U dans la base $|g, F_g, m_F\rangle$. Nous avons vu dans la section précédente que ces déplacements lumineux au voisinage du prisme sont de l'ordre de grandeur de l'énergie E_0 des atomes, soit quelques MHz. Ils sont donc très petits devant l'écart hyperfin du fondamental. On peut alors négliger le couplage induit par l'opérateur déplacement lumineux U entre les deux sous-niveaux hyperfins fondamentaux, et diagonaliser séparément la restriction de cet opérateur à chacun des sous-niveaux $F_g = 3$ et $F_g = 4$. Au deuxième ordre de la théorie des perturbations, l'opérateur à diagonaliser est donc donné par :

$$U = \frac{\hbar^2 \Omega_1^2(\mathbf{r})}{4} \sum_{F_e, m_F} \frac{(\mathbf{S}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}^*) |e, F_e, m_F\rangle \langle e, F_e, m_F| (\mathbf{S}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon})}{\hbar\omega_L + E(F_g) - E(F_e)} \quad (2.53)$$

Cette somme porte sur tous les états excités hyperfins, d'énergies $E(F_e)$, et l'énergie $E(F_g)$ est celle de l'un des deux niveaux du fondamental. Les opérateurs \mathbf{S}^+ et $\mathbf{S}^- = (\mathbf{S}^+)^\dagger$ sont respectivement les parties montante et descendante du dipôle atomique, déjà introduits dans le premier chapitre de cette partie du mémoire

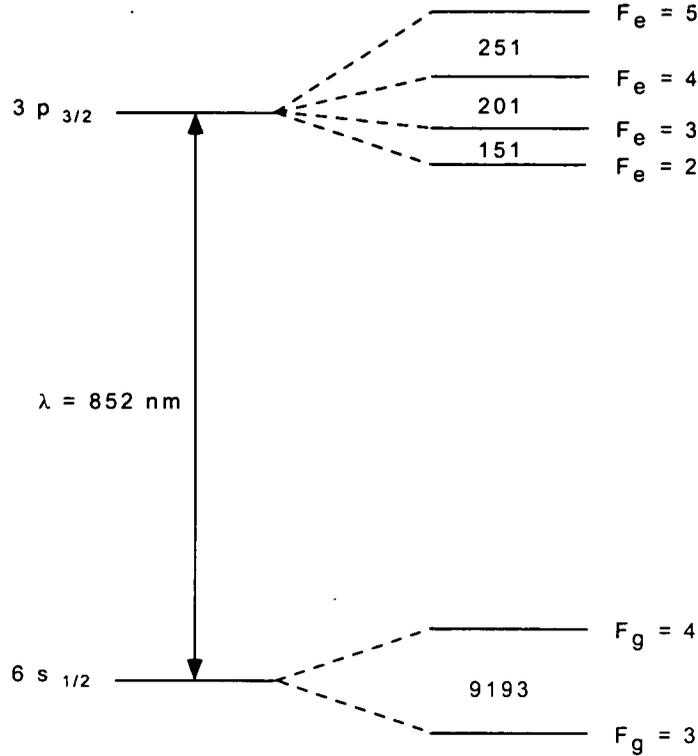


Figure 2.8: Structure hyperfine de la raie D_2 des atomes de césium. Les écarts entre les sous-niveaux sont indiqués en MHz.

(relations (1.5) et (1.6)). Pour un choix d'axe de quantification Ox donné, et en introduisant la base standard pour cet axe ϵ_q ($q = 0, \pm 1$), on relie les éléments de matrice de S^+ et S^- aux coefficients de Clebsh-Gordan :

$$\langle e, F_e, m'_F | S^+ \cdot \epsilon_q | g, F_g, m_F \rangle = \langle F_e, m_F + q | F_g, 1, m_F, q \rangle \delta_{m'_F, m_F + q} \quad (2.54)$$

Les différents sous-niveaux hyperfins de l'état excité contribuent *a priori* à la somme (2.53) avec des énergies différentes, ce qui rend la diagonalisation de l'opérateur U difficile. Cependant, les désaccords δ envisagés en pratique sont grands devant les écarts hyperfins de l'état excité, comme nous l'avons vu dans la section précédente. Dans ces conditions, on peut remplacer le dénominateur de (2.53) par une valeur ne dépendant que de l'état fondamental considéré $\hbar\delta(F_g)$ en faisant l'approximation que tous les $E(F_e)$ sont égaux. La somme sur les états excités se simplifie alors. En décomposant les états $|e, F_e, m_F\rangle$ sur la base décomposée $|I, m_I\rangle \otimes |J_e, m_J\rangle$, une relation de fermeture sur les états relatifs au spin nucléaire

permet d'éliminer ces derniers, et on obtient :

$$U = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{4\delta(F_g)} (\mathbf{S}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}^*) \left(\sum_{m_J} |e, J_e, m_J\rangle \langle e, J_e, m_J| \right) (\mathbf{S}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \quad (2.55)$$

Remarquons que le spin nucléaire I n'intervient plus dans cette relation : l'opérateur U est donc purement électronique. Pour le diagonaliser dans un des deux sous-niveaux hyperfins, il nous faut calculer les éléments de matrice $\langle g, F_g, m_F | U | g, F_g, m'_F \rangle$. Comme l'opérateur U est purement électronique, ces éléments de matrice doivent pouvoir s'écrire en fonction des éléments $\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle$.

Il n'est pas question ici de donner les déplacements lumineux associés à une polarisation quelconque de l'onde évanescence, la diagonalisation de l'opérateur U dans le cas général étant délicate. Nous allons nous restreindre aux deux polarisations linéaires de l'onde incidente $\boldsymbol{\epsilon}_n$ déjà évoquées, *i.e.* perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence. Lorsque $\boldsymbol{\epsilon}_n$ est perpendiculaire au plan d'incidence, la polarisation $\boldsymbol{\epsilon}$ de l'onde évanescence est linéaire, et égale au vecteur \mathbf{e}_0 de la base standard liée au trièdre (x, y, z) . Lorsque $\boldsymbol{\epsilon}_n$ est dans le plan d'incidence, la polarisation $\boldsymbol{\epsilon}$ de l'onde évanescence s'exprime en fonction des deux seuls éléments de la base standard $\boldsymbol{\epsilon}_{\pm 1}$ de ce même trièdre (relation (2.15)). Dans ces deux cas, les états propres de l'opérateur U sont les états $|g, F_g, m_F\rangle$, l'opérateur U étant diagonal dans la base $|g, J_g, m_J\rangle$. Pour s'en persuader, on décompose à nouveau le ket $|g, F_g, m_F\rangle$, noté plus simplement $|F_g, m_F\rangle$, sur la base découpée $|I, m_I\rangle \otimes |J_g, m_J\rangle$:

$$|F_g, m_F\rangle = \sum_{m_J=-J}^{+J} \sum_{m_I=-I}^{+I} \langle F_g, m_F | I, J_g; m_I, m_J \rangle |I, m_I\rangle \otimes |J_g, m_J\rangle \quad (2.56)$$

On calcule alors les éléments de matrice de l'opérateur U dans la base $|F_g, m_F\rangle$, en tirant partie du caractère purement électronique de l'opérateur U :

$$\begin{aligned} \langle F_g, m_F | U | F_g, m'_F \rangle &= \\ & \sum_{m_J} \sum_{m_I} \sum_{m'_J} \sum_{m'_I} \langle F_g, m_F | I, J_g; m_I, m_J \rangle \langle F_g, m'_F | I, J_g; m'_I, m'_J \rangle \\ & \langle I, m_I | I, m'_I \rangle \langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle \end{aligned} \quad (2.57)$$

Les états $|I, m_I\rangle$ formant une base de l'espace associé au spin nucléaire, on a évidemment :

$$\langle I, m_I | I, m'_I \rangle = \delta_{m_I, m'_I} \quad (2.58)$$

De plus, le spin électronique de l'état fondamental est $J_g = 1/2$, ce qui impose pour les polarisations étudiées que :

$$\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle \propto \delta_{m_J, m'_J} \quad (2.59)$$

Les éléments de matrice cherchés se réécrivent donc sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle F_g, m_F | U | F_g, m'_F \rangle &= \\ \sum_{m_J} \sum_{m_I} \langle F_g, m_F | I, J_g; m_I, m_J \rangle \langle F_g, m'_F | I, J_g; m_I, m_J \rangle & \\ \langle J_g, m_J | U | J_g, m_J \rangle & \end{aligned} \quad (2.60)$$

Pour que les coefficients de Clebsch-Gordan contenus dans cette relation soient tous deux non nuls, il faut que $m_I + m_J = m_F$ et que $m_I + m_J = m'_F$, c'est-à-dire que $m_F = m'_F$. L'opérateur U est donc bien diagonal dans la base $|F_g, m_F\rangle$, et les déplacements lumineux recherchés sont simplement les éléments $\langle F_g, m_F | U | F_g, m_F \rangle$, donnés par :

$$\langle F_g, m_F | U | F_g, m_F \rangle = \sum_{m_J} \sum_{m_I} \langle F_g, m_F | I, J_g; m_I, m_J \rangle^2 \langle J_g, m_J | U | J_g, m_J \rangle \quad (2.61)$$

Les valeurs des coefficients de Clebsch-Gordan qui interviennent dans cette relation sont donnés numériquement par la décomposition pour les deux niveaux $F_g = 3$ et $F_g = 4$ des états correspondants [16] :

$$\begin{aligned} |3, m_F\rangle &= \frac{1}{\sqrt{8}} \left(\sqrt{4 + m_F} \left| \frac{7}{2}, m_F + \frac{1}{2} \right\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \right. \\ &\quad \left. \sqrt{4 - m_F} \left| \frac{7}{2}, m_F - \frac{1}{2} \right\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} |4, m_F\rangle &= \frac{1}{\sqrt{8}} \left(\sqrt{4 - m_F} \left| \frac{7}{2}, m_F + \frac{1}{2} \right\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \right. \\ &\quad \left. \sqrt{4 + m_F} \left| \frac{7}{2}, m_F - \frac{1}{2} \right\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

Considérons maintenant les deux polarisations particulières évoquées.

2 Polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence

La polarisation ϵ de l'onde évanescente est linéaire, elle aussi perpendiculaire au plan d'incidence. L'axe de quantification choisi étant Ox , elle s'écrit dans la base standard liée au trièdre (x, y, z) :

$$\epsilon = \mathbf{e}_0 \quad (2.64)$$

En recourant aux coefficients de Clebsch-Gordan pour la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, donnés par la figure 2.9, on constate que les deux éléments de matrice $\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle$ sont identiques :

$$\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle = \frac{2 \hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{3 \, 4\delta(F_g)} \delta_{m_J, m'_J} \quad (2.65)$$

On peut donc les sortir de la somme (2.61), qui devient une simple relation de fermeture. Le déplacement lumineux d'un niveau $|F_g, m_F\rangle$ est donc :

$$\langle F_g, m_F | U | F_g, m_F \rangle = \frac{2 \hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{3 \, 4\delta(F_g)} \quad (2.66)$$

indépendant du nombre quantique m_F . En conséquence, et c'est là un résultat qui nous sera très utile dans toute la suite de ce mémoire, *lorsque la polarisation de l'onde évanescence est linéaire et si le désaccord δ est très supérieur à la structure hyperfine de l'état excité, les déplacements lumineux des sous-niveaux Zeeman d'un même niveau hyperfin du fondamental sont tous identiques*. Ce déplacement est égal à celui calculé pour un atome à deux niveaux, à un coefficient multiplicatif $2/3$ près. Les résultats relatifs au modèle de l'atome à deux niveaux obtenus précédemment sont donc validés par cette analyse pour cette polarisation de l'onde évanescence.

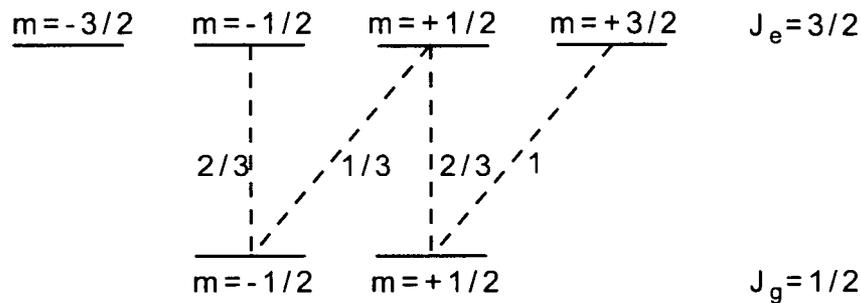


Figure 2.9: Carrés des coefficient de Clebsch-Gordan pour la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$.

3 Polarisation ϵ_n parallèle au plan d'incidence

La polarisation ϵ de l'onde évanescence n'est plus linéaire. L'axe de quantification choisi étant Ox , elle s'écrit dans la base standard liée au trièdre (x, y, z) , comme nous l'avons déjà indiqué (relation (2.15)) :

$$\epsilon = \frac{i}{(4n^2 \sin^2 \theta_n - 2)^{1/2}} \left(\left(n \sin \theta_n + (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \right) \mathbf{e}_1 + \left(n \sin \theta_n - (n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \right) \mathbf{e}_{-1} \right) \quad (2.67)$$

forme un peu compliquée que nous allons écrire :

$$\epsilon = c_+ \mathbf{e}_1 + c_- \mathbf{e}_{-1} \quad (2.68)$$

avec $|c_+|^2 + |c_-|^2 = 1$. En s'aidant des coefficients de Clebsh-Gordan pour la transition $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$, donnés sur la figure 2.9, on calcule alors les deux éléments de matrice $\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle$ qui interviennent dans l'expression des déplacements lumineux :

$$\langle J_g, m_J | U | J_g, m'_J \rangle = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{6\delta(F_g)} \left(|1 + m_F (c_+|^2 - |c_-|^2) \right) \delta_{m_J, m'_J} \quad (2.69)$$

On peut maintenant expliciter la somme (2.61), en se servant en particulier des coefficients de Clebsh-Gordan donnés par les relations (2.63) et (2.63), et en déduire les déplacements lumineux pour chacun des deux sous-niveaux hyperfins du fondamental :

$$\langle F_g = 3, m_F | U | F_g = 3, m_F \rangle = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{6\delta(F_g = 3)} \left(1 + \frac{m_F}{8} (|c_-|^2 - |c_+|^2) \right) \quad (2.70)$$

$$\langle F_g = 4, m_F | U | F_g = 4, m_F \rangle = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{r})}{6\delta(F_g = 4)} \left(1 + \frac{m_F}{8} (|c_+|^2 - |c_-|^2) \right) \quad (2.71)$$

Pour cette polarisation de l'onde évanescente, le déplacement lumineux dépend du sous-niveau Zeeman considéré. Il est aisé de constater que $|c_+|^2 > |c_-|^2$, et ce quels que soient l'indice n du diélectrique et l'angle d'incidence θ_n . Pour le sous-niveau hyperfin $F_g = 3$, ce sont donc les sous-niveaux Zeeman de plus faible nombre magnétique m_F qui seront les plus déplacés, et donc les plus efficaces lors du rebond. Au contraire, pour le sous-niveau hyperfin $F_g = 4$, ce sont les sous-niveaux Zeeman de plus grand nombre magnétique qui seront les plus déplacés, comme l'illustre la figure 2.10.

Les atomes de piège magnéto-optique sont *a priori* non polarisés, ce qui rend l'analyse de leur rebond complexe pour une polarisation ϵ_n de l'onde incidente quelconque. C'est pourquoi très souvent dans la suite de ce mémoire, les analyses théoriques comme les expériences sont réalisées avec une polarisation de l'onde évanescente ϵ linéaire perpendiculaire au plan d'incidence, tous les sous-niveaux Zeeman d'un sous-niveau hyperfin étant alors déplacés de la même façon.

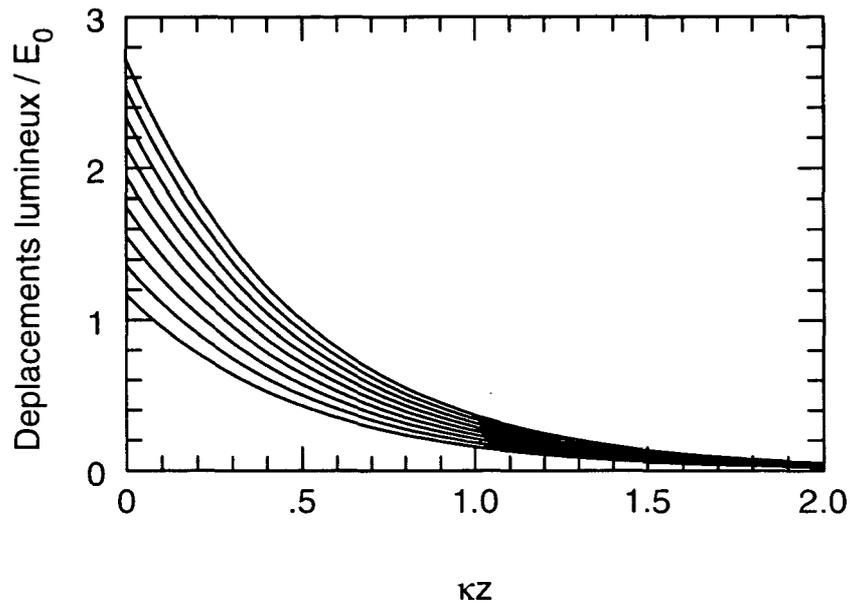


Figure 2.10: *Déplacements lumineux pour le sous-niveau hyperfin $F_g = 4$ lorsque la polarisation ϵ_n de l'onde incidente est parallèle au plan d'incidence. Les sous-niveaux Zeeman les plus déplacés sont ceux de nombre magnétique m_F les plus grands ($m_F = 4 \dots$). Le calcul est effectué pour un indice du diélectrique $n = 1.5$ et pour un angle d'incidence $\theta_n = 50.3^\circ$, qui minimise le nombre de photons spontanés par rebond. Le coefficient $|c_+|^2 - |c_-|^2$ est égal dans ce cas à 0.8 . La valeur du déplacement en $\kappa z = 0$ pour le sous-niveau $m_F = 4$ correspond à $\delta = \delta_m/e$.*

III Influence de la surface diélectrique

Nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent de l'influence du diélectrique sur l'atome. Nous avons écrit par exemple la condition de rebond (équation (2.31)) en supposant que le point de rebroussement classique z_0 se trouve au voisinage immédiat de la surface, en $z_0 = 0$. Cette hypothèse est certainement inexacte : la surface diélectrique crée un potentiel attractif, dit potentiel de van der Waals, qui ne permet pas à l'atome lors du rebond d'approcher la surface immédiate du diélectrique sous peine de coller. Ce potentiel, dans le cas d'un alcalin dans son état fondamental, est scalaire et ne dépend ni de l'état hyperfin, ni du sous-niveau Zeeman considéré [17] :

$$U_{\text{vdW}}(z) = -\frac{\epsilon}{(\kappa z)^3} \quad (2.72)$$

Pour l'atome de césium, ce potentiel est donc le même pour les deux états $F_g = 3$ et $F_g = 4$, et on peut calculer $\epsilon = h \times 110$ kHz [17] avec la valeur de κ choisie. Cette forme très simple du potentiel de van der Waals n'est valable que si $z < \lambda/2\pi = 0.136 \mu\text{m}$, soit $\kappa z < 0.716$ pour $\kappa^{-1} = 0.190 \mu\text{m}^6$. Nous verrons par la suite que cette condition est vérifiée dans la région où ce potentiel joue un rôle important lors du rebond.

L'atome est donc soumis au potentiel :

$$\bar{U}(r, z) = U(r, z) + U_{\text{vdW}}(z) \quad (2.73)$$

qui peut être très différent du potentiel initial (figure 2.11) : s'il demeure répulsif à quelques longueurs d'onde de la surface, il est attractif à proximité du diélectrique. Nous allons maintenant discuter des changements que ce potentiel introduit dans l'étude précédente. Pour simplifier l'exposé, nous supposons que la plupart des paramètres expérimentaux (hauteur de lâcher des atomes, angle d'incidence, puissance et col du laser) sont fixes. Seul le désaccord δ peut encore varier. Signalons que la plupart de ces calculs ont été abordés dans notre groupe par David Guéry-Odelin au cours d'un stage de Magistère [18], ainsi qu'à l'Institut d'Optique [19].

⁶ Lorsque $z > \lambda/2\pi$, il faut prendre en compte les effets de retard, ce qui alourdit considérablement les calculs. En pratique, il est difficile de donner une forme simple au potentiel de van der Waals valable quelle que soit l'altitude au prisme z , nous nous contenterons donc de la forme en $1/z^3$.

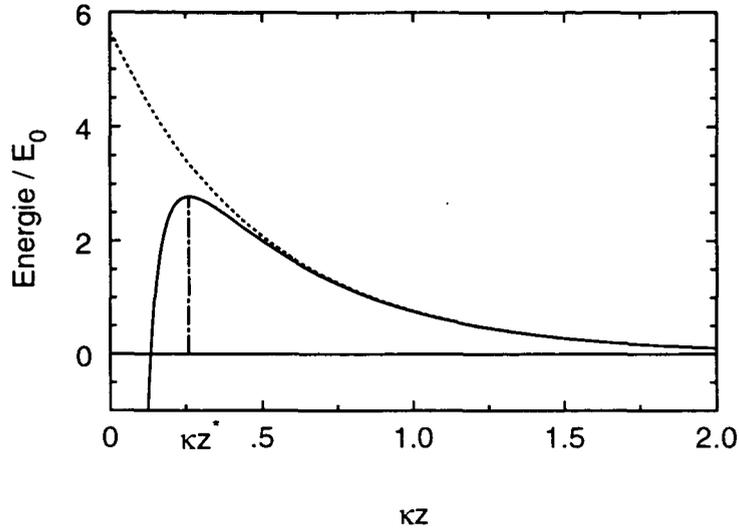


Figure 2.11: *Potentiel au voisinage du diélectrique. En trait pointillé: en l'absence de l'interaction de van der Waals (potentiel $U(r, z)$). En trait plein: en tenant compte de cette interaction (potentiel $\bar{U}(r, z)$). κz^* indique la position du maximum de \bar{U} .*

A Condition de rebond, rayon du miroir et point de rebroussement

1 Condition de rebond

Comme l'illustre la figure 2.11, la hauteur du potentiel évanescents est réduite par l'introduction du potentiel de van der Waals, ce qui va modifier la condition de rebond (2.31). En particulier, elle ne peut plus être écrite en $z = 0$, puisque la valeur maximale du potentiel \bar{U} est atteinte en un point $z^* > 0$, qu'on obtient en annulant la dérivée $\partial_z \bar{U}$:

$$\frac{\hbar \Omega_1^2(r, z^*)}{4\delta} = \frac{3}{2} \frac{\epsilon}{(\kappa z^*)^4} \quad (2.74)$$

Notons que la valeur de z^* dépend de la distance r et du désaccord δ . En comparant le potentiel \bar{U} en $z = z^*$ et l'énergie de l'atome E_0 , on écrit la nouvelle condition de rebond :

$$E_0 \leq \frac{\hbar \Omega_1^2(r, z^*)}{4\delta} - \frac{\epsilon}{(\kappa z^*)^3} \quad (2.75)$$

2 Rayon du miroir

Il est possible de trouver le rayon r_m du miroir par une méthode analogue à celle décrite en (II. C). On note $z^* = z_m$ le point pour lequel le potentiel $\bar{U}(r = r_m, z)$ est maximum. Les deux paramètres r_m et z_m vérifient les relations suivantes :

$$E_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta} \exp(-2\kappa z_m) \exp\left(-2\frac{r_m^2}{w^2}\right) - \frac{\epsilon}{(\kappa z_m)^3} \quad (2.76)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\epsilon}{(\kappa z_m)^4} = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta} \exp(-2\kappa z_m) \exp\left(-2\frac{r_m^2}{w^2}\right) \quad (2.77)$$

Ces deux équations permettent de montrer que z_m est solution d'une équation du quatrième degré :

$$(\kappa z_m)^4 + \frac{\epsilon}{E_0} \kappa z_m - \frac{3}{2} \frac{\epsilon}{E_0} = 0 \quad (2.78)$$

qu'on peut résoudre numériquement. Le polynôme (2.78) définissant κz_m indique que cette quantité ne dépend que de l'énergie initiale de l'atome E_0 , ce qui peut paraître surprenant. Là encore, et l'observation des relations (2.76) et (2.77) nous le confirme, il s'agit d'une propriété liée à la forme exponentielle du potentiel dipolaire.

Une fois κz_m connu, l'expression (2.76) permet de déterminer le rayon r_m . Cette expression fait intervenir $\Omega_1(\mathbf{0})$, variable peu commode. Comme au (II. C), nous allons donner une expression du rayon r_m en fonction de δ_m^{vdW} , défini comme le désaccord au-dessus duquel aucun atome ne peut rebondir, le potentiel \bar{U} au centre du miroir étant trop faible. Ce désaccord vérifie les deux relations suivantes, analogues aux expressions (2.76) et (2.77) :

$$E_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta_m^{\text{vdW}}} \exp(-2\kappa z_m) - \frac{\epsilon}{(\kappa z_m)^3} \quad (2.79)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\epsilon}{(\kappa z_m)^4} = \frac{\hbar \Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta_m^{\text{vdW}}} \exp(-2\kappa z_m) \quad (2.80)$$

Remarquons que c'est à nouveau le point $z^* = z_m$ qui intervient dans ces relations : elles sont en effet équivalentes aux expressions (2.76) et (2.77) pour $r_m = 0$. Le rayon r_m du miroir est donné par une relation identique à celle trouvée en (II. C) :

$$r_m = w \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\delta_m^{\text{vdW}}}{\delta} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.81)$$

Les deux désaccords δ_m et δ_m^{vdW} sont liés par :

$$\delta_m^{\text{vdW}} = \frac{\delta_m}{C_{\kappa z_m}} \quad (2.82)$$

et le coefficient $C_{\kappa z_m}$ est donné par :

$$C_{\kappa z_m} = \left(1 + \frac{\epsilon}{E_0} \frac{1}{(\kappa z_m)^3} \right) \exp(2\kappa z_m) \quad (2.83)$$

Comme $C_{\kappa z_m} > 1$, le désaccord δ_m^{vdW} est inférieur à δ_m et le rayon r_m est donc plus petit que celui qu'on trouve en négligeant le potentiel de van der Waals.

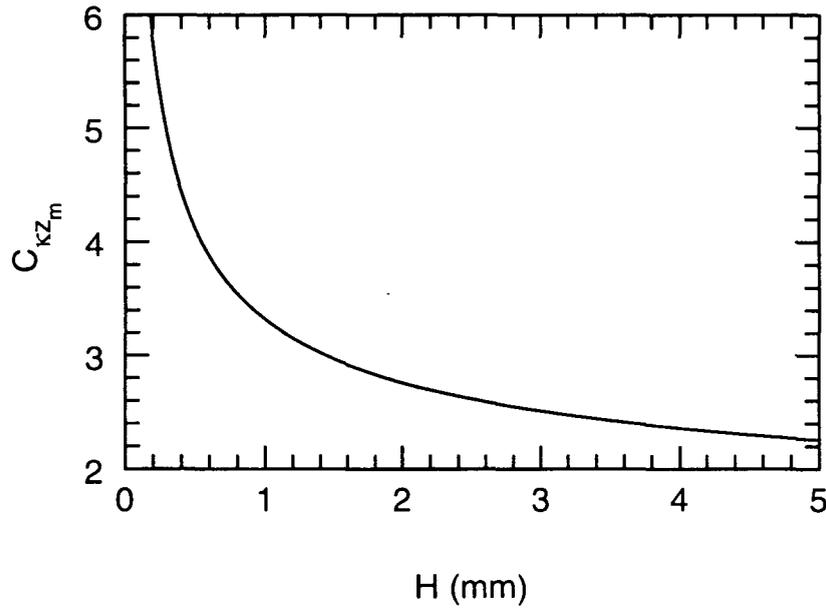


Figure 2.12: Variations du coefficient $C_{\kappa z_m}$ lorsque la hauteur de chute H varie.

Pour illustrer ces divers points, donnons quelques valeurs typiques : pour une hauteur de lâcher $H = 3.2$ mm, l'énergie de l'atome lorsqu'il entre dans l'onde évanescente est égale à $E_0 = mgH = h \times 11$ MHz. On en déduit la valeur du rapport $\epsilon/E_0 = 0.01$, et celle de $\kappa z_m = 0.329$. On calcule alors le coefficient $C_{\kappa z_m} = 2.473$. Le potentiel de van der Waals, en diminuant drastiquement la hauteur du potentiel répulsif, diminue de manière très significative le désaccord maximum pour lequel on pourra observer un rebond. La figure 2.12 donne la valeur du coefficient $C_{\kappa z_m}$ lorsque l'énergie initiale E_0 de l'atome, c'est-à-dire sa hauteur de chute H , varie. Enfin, les relations (2.76) et (2.77) qui lient le point z_m au désaccord δ_m^{vdW} permettent de réécrire le potentiel \bar{U} en fonction de ces grandeurs et de l'énergie E_0 :

$$\bar{U}(r, z) = E_0 \frac{\delta_m^{\text{vdW}}}{\delta} C_{\kappa z_m} \exp(-2\kappa z) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) - \frac{\epsilon}{(\kappa z)^3} \quad (2.84)$$

3 Point de rebroussement classique

La détermination de l'altitude z_m a été effectuée à partir de la trajectoire d'un atome frappant le miroir à la distance maximale autorisée r_m du centre. Pour un atome frappant le miroir à une distance r inférieure à r_m , le point de rebroussement classique \bar{z}_0 est obtenu en égalant la valeur du potentiel $\bar{U}(r, \bar{z}_0)$ à l'énergie E_0 de l'atome :

$$\bar{U}(r, z) = E_0 \frac{\delta_m^{\text{vdW}}}{\delta} C_{\kappa z_m} \exp(-2\kappa \bar{z}_0) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) - \frac{\epsilon}{(\kappa \bar{z}_0)^3} \quad (2.85)$$

On montre aisément que $\bar{z}_0 \geq z_m$, l'égalité entre les deux grandeurs n'étant réalisée que lorsque $r = r_m$. La quantité z_m apparaît donc comme la distance minimale d'approche d'un atome au diélectrique lors d'un rebond réussi. Lorsque $r \leq r_m$, le point de rebroussement s'éloigne du diélectrique, alors que le point z^* s'en rapproche (figure 2.13). C'est donc lorsqu'un atome rebondit au voisinage de $r = r_m$ ("bords" du miroir) que les effets de l'interaction de van der Waals sont les plus importants, le potentiel \bar{U} étant alors très différent du potentiel U . Notons qu'alors $z^* \simeq z_m \simeq 0.3\kappa^{-1}$ se trouve bien dans la région pour laquelle la forme en $1/z^3$ du potentiel est correcte.

B Emission spontanée

La présence du diélectrique accroît le taux d'émission spontanée n_{sp} durant le rebond selon deux processus bien distincts :

- Le temps que passe l'atome dans l'onde évanescente est augmenté. En effet, le potentiel \bar{U} est plus "mou" que le potentiel dipolaire U seul, en particulier au voisinage du point z^* (figure 2.11). Cette région du potentiel est explorée lorsque l'atome rebondit au voisinage de $r = r_m$. Sur le bord du miroir lumineux, les atomes passent donc plus de temps au voisinage de leur point de rebroussement classique, lieu en lequel la saturation s est la plus élevée, donc la probabilité d'émission spontanée maximale.
- La surface du diélectrique modifie la largeur Γ de l'état excité e , en particulier lorsque l'atome s'approche à une distance inférieure à $\lambda/2\pi$ du diélectrique. Là encore, c'est au bord du miroir lumineux que l'effet est le plus appréciable, le point de rebroussement classique z_0 étant alors le plus proche de la surface. L'importance de la modification de la largeur Γ dépend principalement de l'orientation du dipôle atomique vis-à-vis de la surface (dipôle polarisé parallèlement ou perpendiculairement à cette surface), donc de la polarisation du champ évanescent. Dans tous les cas, on

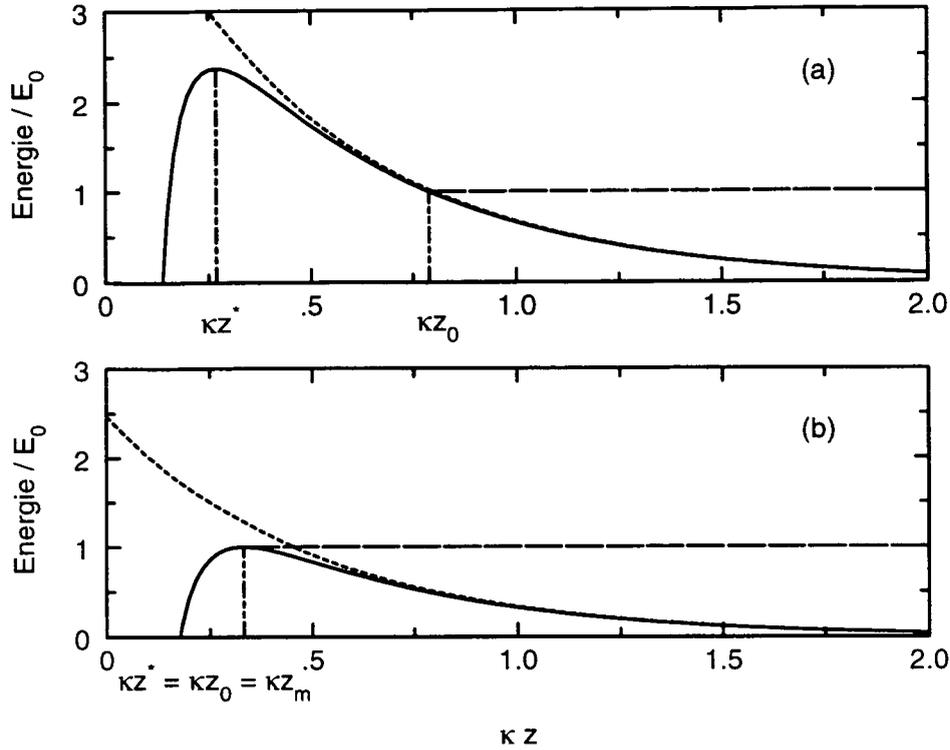


Figure 2.13: Positions du point de rebroussement classique z_0 : (a) Au centre du miroir ($r = 0$), pour un désaccord $\delta = \delta_m/e$ (b) Au bord du miroir ($r = r_m$) pour le même désaccord. Les points z_0 , z^* (qui indique le minimum de \bar{U}) et z_m (distance minimale d'approche) sont alors confondus.

peut montrer [17] que la largeur Γ croît au voisinage du diélectrique : le taux d'émission spontanée est donc augmenté.

Nous nous proposons ici d'estimer l'accroissement du taux d'émission spontanée dû à la conjugaison de ces deux effets. Nous calculons donc le nombre moyen d'émissions spontanées par rebond n_{sp}^{vdW} suivant un schéma analogue à celui présenté au (II. 1), en intégrant la probabilité d'émission spontanée par unité de temps le long de la trajectoire classique de l'atome dans le potentiel \bar{U} . Nous modélisons l'accroissement de la largeur Γ à l'aide d'un modèle simple qui nous permettra de discuter l'importance de cet effet.

1 Modélisation de Γ

Le modèle donné ici est relatif à la polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence. Comme la polarisation de l'onde évanescente ϵ est elle aussi perpen-

diculaire à ce plan, le dipôle atomique est polarisé parallèlement à la surface du diélectrique. Si le modèle de l'atome à deux niveaux décrit de manière correcte le déplacement lumineux d'un des sous-niveaux hyperfins $F_g = 3$ ou $F_g = 4$ (à un facteur $2/3$ près), il nous faut en revanche prendre en compte la structure interne complexe de l'atome pour déterminer la largeur Γ .

En effet, lorsqu'un atome supposé initialement dans un état $|F_g, m_F\rangle$ absorbe un photon de l'onde évanescente, il se trouve dans un état $|F_e, m_F\rangle$, avec $F_e = F_g$ ou $F_g \pm 1$. Le taux de branchement entre ces deux états dépend des sous-niveaux Zeeman considérés, *via* les coefficients de Clebsh-Gordan entre ces états.

L'émission spontanée ramène ensuite l'atome sur un des deux sous-niveaux hyperfins du fondamental, avec des taux de retour qui, au voisinage du diélectrique, dépendent non seulement des coefficients de Clebsh-Gordan entre les niveaux impliqués, mais aussi de la polarisation du photon spontané. En effet, le calcul du taux de désexcitation, complexe, montre que ce dernier est différent selon que la polarisation du photon spontané est parallèle à la surface du diélectrique (polarisation σ_+ ou σ_-) ou perpendiculaire à cette surface (polarisation π). Nous notons Γ_{\parallel} et Γ_{\perp} les taux correspondants, qui sont approximés à partir de la référence [17] par les deux fonctions suivantes, représentées figure 2.14 :

$$\Gamma_{\parallel} = \Gamma (1 + 1.130 \exp(-2.393\kappa z)) \quad (2.86)$$

$$\Gamma_{\perp} = \Gamma \left(1 + 0.496 \exp(-1.234\kappa z) \cos^2(2\kappa z + \frac{\pi}{6}) \right) \quad (2.87)$$

Le calcul de la largeur moyenne Γ_{vdW} reste complexe, mais se simplifie lorsque l'on suppose que le désaccord δ est très grand devant la structure hyperfine de l'état excité, hypothèse déjà discutée. En effet, on peut alors sommer avec le même poids les contributions des divers sous-niveaux hyperfins de l'état excité. Si l'on suppose de plus que les atomes issus du piège magnéto-optique sont répartis aléatoirement sur les différents sous-niveaux Zeeman *de l'état fondamental hyperfin* $F_g = 3$, on peut calculer Γ_{vdW} en sommant également avec le même poids les contributions des sous-niveaux Zeeman du fondamental.

Il reste à remarquer que l'émission spontanée peut ramener l'atome sur le sous-niveau initial $F_g = 3$ (processus Rayleigh) ou au contraire le mener vers l'autre sous-niveau hyperfin $F_g = 4$ (processus Raman), processus illustrés par la figure 2.15. La largeur Γ_{vdW} se décompose donc en un taux de désexcitation vers le sous-niveau hyperfin $F_g = 3$, noté $\Gamma_{\text{vdW}}(3 \rightarrow 3)$ et un taux de désexcitation vers le sous-niveau hyperfin $F_g = 4$, noté $\Gamma_{\text{vdW}}(3 \rightarrow 4)$, donnés par :

$$\Gamma_{\text{vdW}}(3 \rightarrow 3) = 0.546 \Gamma_{\parallel} + 0.204 \Gamma_{\perp} \quad (2.88)$$

$$\Gamma_{\text{vdW}}(3 \rightarrow 4) = 0.148 \Gamma_{\parallel} + 0.102 \Gamma_{\perp} \quad (2.89)$$

soit une largeur Γ_{vdW} somme de ces deux taux :

$$\Gamma_{\text{vdW}} = 0.694 \Gamma_{\parallel} + 0.306 \Gamma_{\perp} \quad (2.90)$$

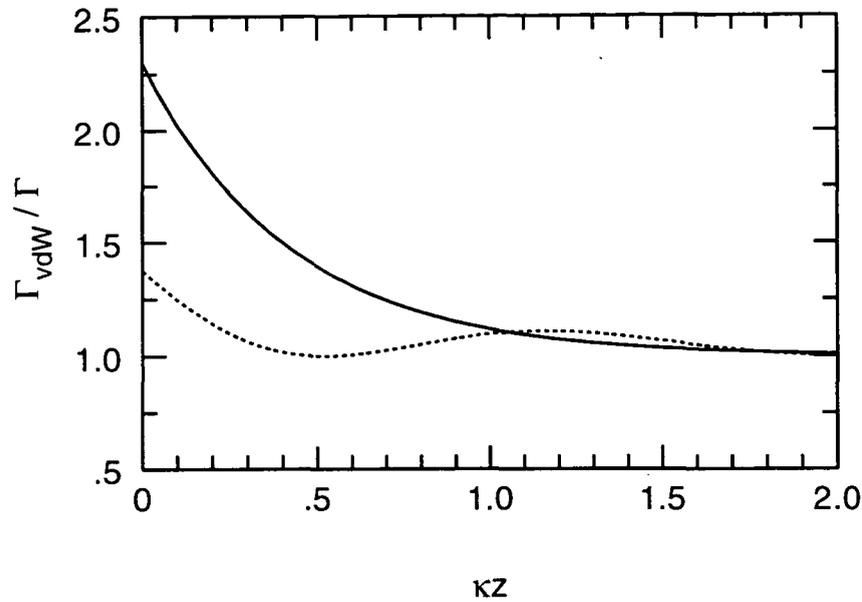


Figure 2.14: Taux de désexcitation au voisinage du diélectrique. En trait plein: $\Gamma_{\parallel}/\Gamma$, en trait pointillé: Γ_{\perp}/Γ .

On pourrait refaire un calcul identique pour le sous-niveau hyperfin $F_g = 4$. Nous nous contenterons ici du taux relatif au sous-niveau $F_g = 3$, et passons maintenant à l'intégration sur la trajectoire classique.

2 Intégration le long de la trajectoire classique

Le calcul est semblable à celui effectué dans le potentiel dipolaire U seul. On intègre le nombre moyen dn de photons spontanés émis par unité de temps le long de la trajectoire classique de l'atome dans le potentiel \bar{U} , en utilisant en particulier la conservation de l'énergie mécanique. A une distance r de l'axe Oz associée au point de rebroussement classique z_0 , le nombre moyen d'émissions spontanées par rebond est donné par :

$$n_{\text{sp}}^{\text{vdW}} = n_{\text{sp}} C_{\kappa z_0} \int_0^1 dx \frac{\Gamma_{\text{vdW}}}{\Gamma} \left(1 + \frac{\epsilon}{E_0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{1}{(\kappa z_0 - 0.5 \ln(1 - x^2))^3} + \frac{x^2 - 1}{\kappa z_0^3} \right) \right)^{-1/2} \quad (2.91)$$

qu'on notera de manière plus compacte :

$$n_{\text{sp}}^{\text{vdW}} = n_{\text{sp}} C_{\kappa z_0} I(\kappa z_0) \quad (2.92)$$

où n_{sp} est le nombre moyen de photons spontanés émis par rebond dans le po-

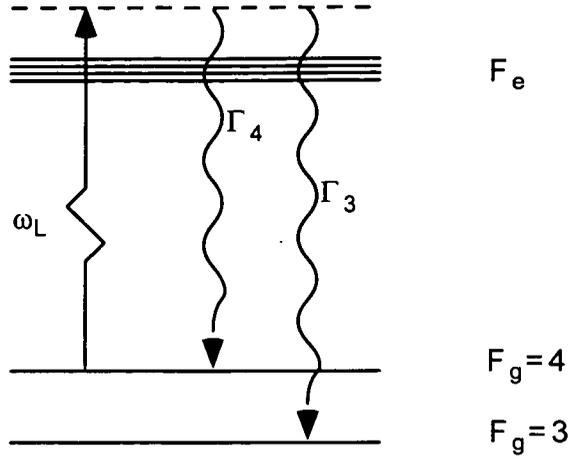


Figure 2.15: Taux de désexcitation vers les sous-niveaux hyperfins du fondamental.

tentiel U (relation (2.40)), et le coefficient $C_{\kappa z_0}$ est donné par :

$$C_{\kappa z_0} = \left(1 + \frac{\epsilon}{E_0} \frac{1}{(\kappa z_0)^3} \right) \exp(2\kappa z_0) \quad (2.93)$$

Ce taux d'émission $n_{\text{sp}}^{\text{vdW}}$ dépend donc du point de rebroussement classique z_0 via le coefficient $C_{\kappa z_0}$ et l'intégrale $I(\kappa z_0)$. Pour une distance à l'axe Oz donnée, l'expression (2.85) permet de déterminer ce point de rebroussement pour un désaccord δ fixé.

Les atomes issus du piège magnéto-optique vont rebondir sur l'ensemble du miroir. Il nous a donc semblé intéressant d'établir un taux moyen d'émission spontanée sur le miroir en moyennant l'expression précédente de $n_{\text{sp}}^{\text{vdW}}$ sur tous les rayons r entre 0 et r_m . Pour simplifier ce calcul, nous supposons que la densité d'atomes arrivant sur le miroir est indépendante de la distance r à l'axe Oz . Cette hypothèse est un peu audacieuse, même si l'on peut vérifier que la distribution en position q des atomes après leur chute libre ($\delta q \simeq 550 \mu\text{m}$), calculée à partir des distributions initiales en positions q et vitesses v des atomes dans le piège magnéto-optique ($\delta q \simeq 200 \mu\text{m}$, $\delta v \simeq 2 \text{ cms}^{-1}$) pour une hauteur de chute $H = 3.2 \text{ mm}$, est plus grande que la taille du miroir lumineux ($r_m \simeq 300 \mu\text{m}$). Il nous reste alors à intégrer l'expression (2.92) sur le rayon de la tache réfléchissante :

$$n_{\text{sp}}^{\text{vdW}} = n_{\text{sp}} \frac{1}{\pi r_m^2} \int_0^{r_m} 2\pi r dr C_{\kappa z_0} I(\kappa z_0) \quad (2.94)$$

qu'on peut réécrire, en posant $u = (r/r_m)^2$:

$$n_{\text{sp}}^{\text{vdW}} = n_{\text{sp}} \int_0^1 du C_{\kappa z_0} I(\kappa z_0)(u) \quad (2.95)$$

L'intégrale intervenant dans cette dernière expression ne dépend plus que de l'énergie initiale de l'atome E_0 et du rapport entre le désaccord δ et le désaccord maximal δ_m .

On peut calculer numériquement cette intégrale. La figure 2.16 montre les variations du rapport n_{sp}^{vdW}/n_{sp} en fonction du rapport δ/δ_m du désaccord au désaccord maximal. Il nous a semblé utile de déterminer la part de l'émission due à la modification de la largeur Γ . Nous avons donc donné sur la même figure le rapport n_{sp}^{vdW}/n_{sp} lorsqu'on néglige la modification de Γ au voisinage du diélectrique.

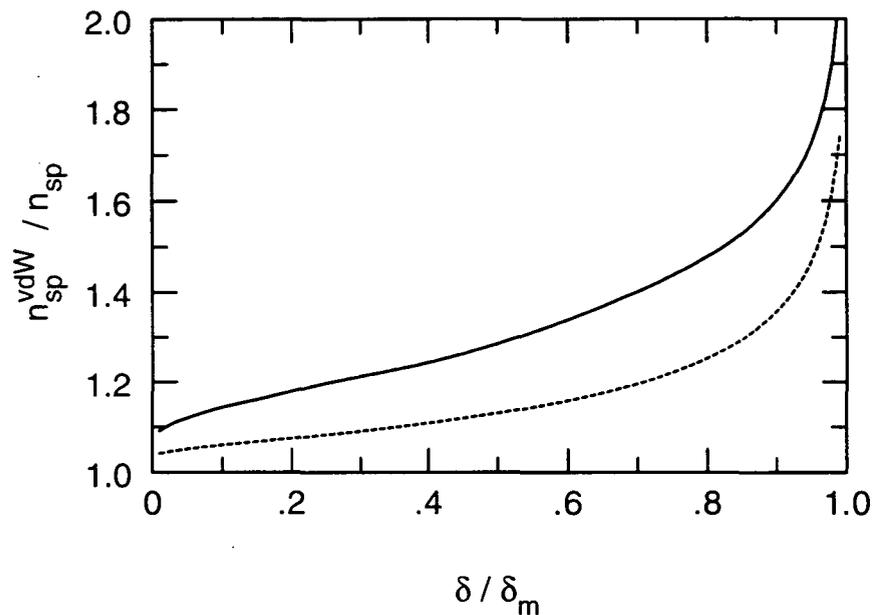


Figure 2.16: Variations de n_{sp}^{vdW}/n_{sp} avec le désaccord δ , en trait plein. En trait pointillé, on a indiqué les variations de ce même rapport lorsqu'on néglige la modification de la largeur Γ de l'état excité au voisinage du diélectrique.

Il apparaît donc que l'augmentation du nombre d'émissions spontanées due à la présence du diélectrique est loin d'être négligeable. Elle est par exemple de l'ordre de 25 pour cent pour un désaccord $\delta = \delta_m/e$. L'augmentation est d'autant plus importante que le désaccord δ est proche du désaccord maximal δ_m . On peut donner une interprétation simple de cette évolution : lorsque le désaccord δ augmente, le potentiel dipolaire U diminue, et le point de rebroussement classique des atomes est en moyenne plus proche de la surface diélectrique. La modification de la forme du potentiel répulsif et celle de la largeur Γ interviennent pour des parts sensiblement égales dans cette augmentation, sauf lorsque le désaccord δ est proche du désaccord maximal δ_m . La divergence en ce point est liée à la forme

très “plate” du potentiel \bar{U} en $z = z_m$, point au voisinage duquel les atomes passent alors beaucoup de temps.

IV Ordres de grandeur

Pour terminer ce chapitre, nous donnons quelques ordres de grandeur des diverses quantités introduites au cours de l'exposé. Nous indiquons en particulier le nombre de photons spontanés $n_{\text{sp}}^{\text{vdW}}$ attendu pour deux jeux de paramètres qui correspondent aux deux configurations expérimentales décrites par la suite. Ces ordres de grandeur tiennent compte des modifications qu'apportent la structure interne de l'atome et la présence du diélectrique. Pour les deux polarisations ϵ_n du champ incident étudiées (perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence), nous considérons que la structure interne complexe de l'atome introduit un facteur $2/3$ dans le potentiel dipolaire U par rapport à celui calculé pour un atome à deux niveaux. Comme nous l'avons montré, ceci est valable quelle que soit la polarisation atomique si ϵ_n est perpendiculaire au plan d'incidence, et correspond à des atomes initialement sur le sous-niveau Zeeman $m_F = 0$ d'un des deux sous-niveaux hyperfins du fondamental si ϵ est parallèle au plan d'incidence.

Nous commençons par rappeler les caractéristiques de l'atome de césium nécessaires aux calculs :

- Masse $m = 2.22 \cdot 10^{-25}$ kg.
- Largeur de l'état excité $\Gamma/2\pi = 5.3$ MHz.
- Longueur d'onde associée à la transition D_2 , $\lambda = 852$ nm.

et donnons maintenant les ordres de grandeur annoncés :

1. Expérience dite "de première génération" :

- Puissance du laser incident (laser titane-saphir) $p = 800$ mW
- Rayon du miroir $r_m = 350 \mu\text{m}$, soit un col $w = 500 \mu\text{m}$
- Indice du diélectrique $n = 1.5$ (verre BK7), angle d'incidence $\theta_n = 53^\circ$, portée de l'onde évanescente $\kappa^{-1} = 0.21 \mu\text{m}$
- Hauteur de lâcher des atomes $H = 3$ mm, énergie $E_0 = 2\hbar\Gamma$, impulsion atomique à l'entrée de l'onde évanescente $mv_i/\hbar\kappa = 114$
- Polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence :
 - Fréquence de Rabi $\Omega_1(\mathbf{0})/2\pi = 1.8$ GHz, soit $335 \Gamma/2\pi$, désaccord maximal théorique $\delta_m/2\pi = 29$ GHz, soit $5600 \Gamma/2\pi$, désaccord $\delta_{\text{opt}}/2\pi = 11$ GHz, soit $2000 \Gamma/2\pi$
 - $n_{\text{sp}}(\delta_{\text{opt}}) = 0.057$, soit un photon spontané tous les 18 rebonds.
- Polarisation ϵ_n dans le plan d'incidence :

- Fréquence de Rabi $\Omega_1(\mathbf{0})/2\pi = 2.4$ GHz, soit $440\Gamma/2\pi$, désaccord maximal théorique $\delta_m/2\pi = 51$ GHz, soit $1000\Gamma/2\pi$, désaccord $\delta_{\text{opt}}/2\pi = 20$ GHz, soit $3700\Gamma/2\pi$
- $n_{\text{sp}}(\delta_{\text{opt}}) = 0.031$, soit un photon spontané tous les 32 rebonds.

2. Expérience dite “de seconde génération” :

- Puissance du laser incident (diode laser) $p = 100$ mW
- Rayon du miroir $r_m = 280\ \mu\text{m}$, soit un col $w = 400\ \mu\text{m}$
- Indice du diélectrique $n = 1.452$ (silice), angle d’incidence $\theta_n = 58^\circ$, portée de l’onde évanescente $\kappa^{-1} = 0.19\ \mu\text{m}$
- Hauteur de lâcher des atomes $H = 3.2$ mm, énergie $E_0 = 2.1\hbar\Gamma$, impulsion atomique à l’entrée dans l’onde évanescente $mv_i/\hbar\kappa = 106$
- Polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d’incidence :
 - Fréquence de Rabi $\Omega_1(\mathbf{0})/2\pi = 750$ MHz, soit $141\Gamma/2\pi$, désaccord maximal théorique $\delta_m/2\pi = 5.1$ GHz, soit $960\Gamma/2\pi$, désaccord $\delta_{\text{opt}}/2\pi = 1.9$ GHz, soit $353\Gamma/2\pi$
 - $n_{\text{sp}}(\delta_{\text{opt}}) = 0.3$, soit un photon spontané tous les 3.3 rebonds.
- Polarisation ϵ_n dans le plan d’incidence :
 - Fréquence de Rabi $\Omega_1(\mathbf{0})/2\pi = 980$ GHz, soit $186\Gamma/2\pi$, désaccord maximal théorique $\delta_m/2\pi = 8.8$ GHz, soit $1650\Gamma/2\pi$, désaccord $\delta_{\text{opt}}/2\pi = 3.23$ GHz, soit $610\Gamma/2\pi$
 - $n_{\text{sp}}(\delta_{\text{opt}}) = 0.174$, soit un photon spontané tous les 5.8 rebonds.

Ces ordres de grandeurs doivent être considérés avec discernement. Ils sont en effet calculés à partir de grandeurs mesurées qui présentent des incertitudes parfois importantes. Si l’on peut déterminer la puissance p du laser à quelques pourcents près, la valeur du col w n’est connue qu’avec une incertitude de 10 %. La hauteur H de lâcher des atomes est pour sa part déterminée à l’aide des simulations Monte-Carlo que nous présenterons plus tard, simulations si sensibles à ce paramètre qu’elles permettent d’en donner une valeur avec une incertitude de l’ordre de 1 %. L’angle d’incidence θ_n et la portée κ^{-1} de l’onde évanescente peuvent être déterminés à l’aide d’expériences d’optique atomique [7] avec, là encore, une bonne incertitude, de l’ordre de 1 %. L’incertitude la plus importante concerne donc la valeur du col w . Or, les désaccords δ_m et δ_{opt} , donc le nombre de photons spontanés par rebond, dépendent du carré de ce col. Les valeurs que nous donnons doivent donc être lues avec une incertitude non négligeable, de l’ordre de 25 %.

Chapitre 3

La cavité gravitationnelle

Après avoir présenté le miroir à atomes, nous nous intéressons maintenant aux rebonds multiples d'un même atome sur ce miroir. Nous montrons tout d'abord qu'en donnant une courbure parabolique au miroir il est possible de confiner un atome dans une portion réduite de l'espace, et discutons la stabilité de sa trajectoire classique dans la cavité ainsi formée. Nous présentons alors les expériences réalisées dans notre groupe. Nous analysons les résultats obtenus, à l'aide en particulier d'un programme de simulation Monte-Carlo reproduisant l'expérience. Il permet de montrer que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie du miroir présentée dans le chapitre précédent, à condition de prendre en compte l'émission spontanée intervenant durant le rebond, ainsi que d'autres causes de pertes, qui sont également exposées.

I Mouvement d'un atome dans une cavité parabolique

Nous avons présenté dans le chapitre précédent le rebond d'un atome sur un *miroir lumineux plan*. Un tel dispositif ne permet pas de conserver dans la portion réduite de l'espace à l'intérieur de laquelle le rebond est possible des atomes possédant une vitesse transverse non nulle, comme ceux issus d'un piège magnéto-optique (PMO). Pour s'en persuader, considérons un atome lâché d'une hauteur $H = 3.2$ mm au-dessus du centre du miroir lumineux ($r = 0$). Il possède une vitesse transverse de l'ordre du cm/s, typiquement $v_p = 2$ cm/s. La durée de sa chute libre est $T/2 = (2gH)^{1/2} \simeq 25$ ms. Après un premier rebond, puis un vol libre au dessus du miroir, l'atome atteint à nouveau le miroir au temps $t = 3T/2 \simeq 75$ ms ; il a donc parcouru la distance transverse $r \simeq 150 \mu\text{m}$. Chaque rebond supplémentaire augmente cette distance r de $v_p T \simeq 100 \mu\text{m}$, produit de la période T du phénomène par la vitesse transverse initiale. La taille du miroir

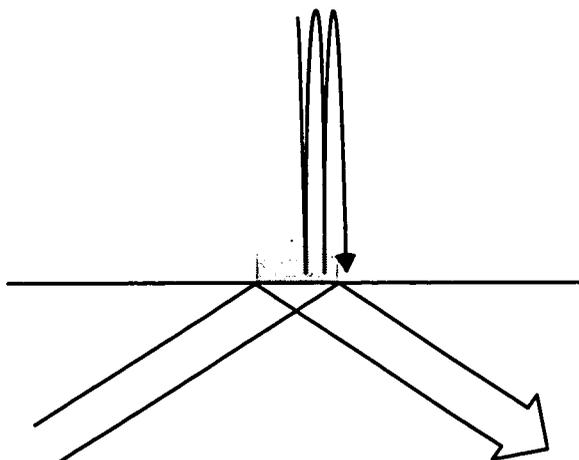


Figure 3.1: *Rebond d'un atome sur un miroir plan.*

étant de l'ordre de $300 \mu\text{m}$, seuls deux rebonds sont possibles (figure 3.1).

Il paraît assez naturel de courber le miroir pour replier les trajectoires et maintenir les points d'impact de l'atome à l'intérieur de la zone efficace du miroir. Nous allons considérer dans ce chapitre un miroir courbé de manière parabolique, et montrer qu'il permet effectivement le confinement désiré.

A Points de chute successifs sur le miroir

Nous considérons un dioptré dont la forme est celle d'un parabolôïde de révolution, d'équation :

$$z = a(x^2 + y^2) \quad (3.1)$$

où a est un paramètre homogène à l'inverse d'une longueur qui caractérise la courbure du miroir. On retrouve ce paramètre dans la définition de la distance focale f du miroir associée à ce dioptré :

$$f = \frac{1}{4a} \quad (3.2)$$

Considérons un atome initialement placé au dessus du dioptré, au point \mathbf{r} de composantes (x_0, y_0, z_0) , possédant une vitesse \mathbf{v} de composantes $(v_{x,0}, v_{y,0}, v_{z,0})$. Nous supposons que cet atome est soumis à la seule force de gravitation \mathbf{g} , sa trajectoire est donc une parabole. L'intersection de cette parabole et du parabolôïde d'équation (3.1) fournit le premier point d'impact sur le miroir, noté \mathbf{r}_1 . La vitesse \mathbf{v}_1 de l'atome au point \mathbf{r}_1 est obtenue à partir des équations classiques du mouvement (relation fondamentale de la dynamique).

On applique alors en \mathbf{r}_1 les lois de la réflexion parfaite pour obtenir la vitesse de l'atome après le rebond. Le second point de chute est obtenu par intersection de la nouvelle trajectoire de l'atome, parabolique, avec le paraboloïde. Le mouvement est en fait suffisamment simple pour qu'un calcul analytique complet puisse être mené. On trouve ainsi une relation non linéaire liant $(\mathbf{r}_{n+1}, \mathbf{v}_{n+1})$, respectivement position et vitesse de l'atome au $(n + 1)$ ième rebond, et $(\mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n)$.

B Stabilité du mouvement paraxial

Cette description du mouvement est grandement simplifiée si l'on observe que la hauteur de chute H expérimentalement accessible est très grande devant le rayon du miroir r_m^1 . La trajectoire d'un atome effectuant plusieurs rebonds reste confinée au voisinage de l'axe Oz : on parle de *mouvement paraxial* [20]. La vitesse $|v_z|$ de l'atome au niveau du miroir est alors très grande devant la vitesse transverse de l'atome², ce qui permet de traiter facilement le problème. Nous allons montrer en effet que la matrice M est alors indépendante du point d'impact considéré.

Examinons pour simplifier un atome se déplaçant dans le plan (xOz) . Pour cela, nous supposons qu'à l'instant initial il se trouve dans ce plan et que la composante $v_{y,0}$ de sa vitesse est nulle. Les équations du mouvement imposent alors à la trajectoire de demeurer dans ce plan. Les évolutions de la position x_n et de la vitesse $v_{x,n}$ d'un rebond à l'autre sont données par :

$$x_{n+1} = \frac{1}{g + 2a v_{zn}^2} (2v_{xn}v_{zn} + x_n(g - 2a v_{zn}^2)) \quad (3.3)$$

$$v_{x,n+1} = \frac{1}{1 + 4a z_n} ((1 - 4a^2 x_n^2)v_{x,n} + 4a x_n v_{z,n}) \quad (3.4)$$

L'approximation paraxiale associée au choix de la courbure du miroir (a^{-1} est de l'ordre du cm) permettent de considérer que $a x_n \ll 1$ et que $a v_{x,n}^2 \ll g$, ce qui permet de simplifier les expressions données ci-dessus, et de décrire l'évolution des caractéristiques de l'atome au point d'impact par la relation maintenant linéaire :

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ v_{x,n+1} \end{pmatrix} = M_p \begin{pmatrix} x_n \\ v_{x,n} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

avec pour expression de la matrice M_p :

$$M_p = \begin{pmatrix} 1 & 2v_z/g \\ -4a v_z & 1 - 8a v_z^2/g \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

¹Typiquement dans nos expériences, $H \simeq 3$ mm, à comparer au rayon $r_m \simeq 300$ μ m.

²Pour une hauteur de lâcher $H = 3.2$ mm, la vitesse $|v_z|$ est égale à 25 cm/s, à comparer à la vitesse transverse de l'ordre du cm/s.

Nous avons de plus supposé en donnant cette expression que la vitesse $|v_z|$ varie peu d'un rebond à l'autre, ce qui est le cas tant que le couplage entre la vitesse transverse et la vitesse le long de l'axe Oz n'est pas trop important, c'est-à-dire en fait tant que $r_m \ll H$, hypothèse même de l'approximation paraxiale. Sous cette condition, on peut considérer la vitesse v_z comme une constante, égale à la vitesse acquise par l'atome après son mouvement de chute libre :

$$v_{z,n} = v_z = (2gH)^{1/2} \quad (3.7)$$

Comme nous l'avons annoncé, la matrice M_p est indépendante du point de chute que l'on considère sur le miroir. L'expression de $(x_n, v_{x,n})$ est alors obtenue à partir des conditions initiales $(x_0, v_{x,0})$ de manière très simple :

$$\begin{pmatrix} x_n \\ v_{x,n} \end{pmatrix} = [M_p]^n \begin{pmatrix} x_0 \\ v_{x,0} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

La matrice M_p est de déterminant 1. Ses valeurs propres, notées λ et μ , vérifient donc $\lambda\mu = 1$. Pour que le mouvement de l'atome demeure paraxial, il faut que les grandeurs x_n et $v_{x,n}$ restent bornées, c'est-à-dire que les grandeurs λ^n et μ^n restent bornées, donc qu'il existe un réel θ tel que $\lambda = e^{\pm i\theta}$ et $\mu = \bar{\lambda}$: l'itération de la matrice M_p est alors stable. Sa trace, somme des valeurs propres λ et μ , doit donc vérifier :

$$|\text{Tr}(M_p)| < 2 \quad (3.9)$$

A l'aide des expressions de la matrice M_p et de la vitesse v_z , et de la définition de la focale f du dioptré (relation (3.2)), cette condition s'écrit dans notre cas :

$$-2 < 2 - \frac{8av_z^2}{g} < 2 \rightarrow 0 < H < f \quad (3.10)$$

qui s'interprète comme la condition de stabilité du mouvement paraxial : en l'absence de processus dissipatifs et dans l'approximation paraxiale, *l'atome reste confiné dans une région finie du miroir si sa hauteur de lâcher H est inférieure à la focale f du dioptré parabolique.*

Nous nous sommes évidemment placés dans cette configuration lors des expériences menées dans notre groupe.

C Miroir parabolique et miroir sphérique

S'il est difficile de creuser un miroir parfaitement parabolique dans un prisme de verre ou de silice, il est en revanche relativement aisé de réaliser un miroir sphérique. Dans le cas d'un mouvement paraxial, nous allons comparer les deux types de miroir, et montrer qu'ils sont équivalents.

I. MOUVEMENT D'UN ATOME DANS UNE CAVITÉ PARABOLIQUE 73

Soit R le rayon d'un miroir sphérique tangent au plan $z = 0$. Les points de l'espace appartenant au miroir vérifient l'équation :

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (3.11)$$

soit encore :

$$z = \frac{1}{2R}(x^2 + y^2) + \frac{z^2}{2R} \quad (3.12)$$

Cette dernière équation, comparée à la définition du miroir parabolique (3.1), nous montre qu'à condition que $z^2 \ll r^2 = (x^2 + y^2)$, le miroir sphérique est une très bonne approximation du miroir parabolique. On peut alors relier la valeur du rayon R à la valeur de la focale f du miroir, donnée par la relation (3.2) :

$$f = \frac{R}{2} \quad (3.13)$$

Dans nos expériences, le rayon R du miroir sphérique utilisé est déterminé à partir de la hauteur de lâcher $H \simeq 5$ mm des atomes. La condition de stabilité du mouvement transverse imposant $f > H$, nous avons choisi $f = 1$ cm, soit $R = 2$ cm. Le miroir a un rayon $r_m \simeq 300$ μm . L'altitude z d'un point du miroir situé à cette distance de Oz est égale à $z = 2.25$ μm ; on calcule aisément le rapport $(z/r)^2 \simeq 6 \cdot 10^{-5} \ll 1$. L'écart entre le miroir sphérique et le miroir parabolique est égal en ce point à $z^2/2R \simeq 1$ Å, écart très inférieur aux défauts que présente l'onde évanescente. *Dans l'approximation paraxiale, le miroir sphérique représente donc une excellente approximation du miroir parabolique.*

D Influence de la structure transverse du champ évanescent sur la courbure du miroir

Lors de la discussion de l'action de la force dipolaire exercée par l'onde évanescente sur un atome, nous avons laissé de côté la composante transverse de cette force. Nous montrons ici que son action lors du rebond est équivalente à celle occasionnée par un miroir concave de rayon de courbure $R' = \kappa w^2/2$.

Rappelons tout d'abord l'expression de la force dipolaire exercée sur l'atome par l'onde évanescente :

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = \hbar \left(\kappa \mathbf{e}_z + \frac{2r}{w^2} \mathbf{e}_r \right) \delta \frac{s(r, z)}{1 + s(r, z)} \quad (3.14)$$

où s est le paramètre de saturation :

$$s(r, z) = \frac{\Omega_1^2(r, z)/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (3.15)$$

Nous avons vu que la composante de la force \mathbf{F}_{dip} sur l'axe Oz est responsable du rebond. Afin de caractériser l'action de sa composante transverse, nous allons déterminer la variation d'impulsion transverse Δp_{\perp} qu'elle occasionne. On peut pour cela intégrer la relation fondamentale de la dynamique le long de la trajectoire classique de l'atome dans l'onde évanescente :

$$\Delta p_{\perp} = 2 \int_{\text{aller}} \hbar \delta \frac{2r}{w^2} s(r, z) dt \quad (3.16)$$

où on a supposé que le paramètre de saturation s est faible. Comme dans le calcul du taux d'émission spontané effectué au chapitre 2 de cette partie, on peut choisir comme paramètre d'intégration la saturation s . L'intégrale qui intervient dans le calcul de Δp_{\perp} contient alors la vitesse v_z , qu'on exprime, grâce à la conservation de l'énergie mécanique E_0 de l'atome, en fonction du paramètre de saturation au point de rebroussement classique z_0 :

$$\Delta p_{\perp} = \frac{\hbar \delta}{\kappa} \frac{2r}{w^2} \int_0^{s_0} ds \left(\frac{\hbar \delta}{m} (s_0 - s) \right)^{-1/2} \quad (3.17)$$

Cette expression s'intègre facilement pour donner la variation d'impulsion cherchée :

$$\Delta p_{\perp} = \frac{4m v_z}{\kappa w} \frac{r}{w} \quad (3.18)$$

La variation d'impulsion transverse $\Delta p'_{\perp}$ d'un atome arrivant sur un miroir concave de focale $f = 1/4a$ peut être déterminée à partir de l'expression (3.6) de la matrice M_p . Dans l'approximation paraxiale, et en considérant un atome évoluant dans la plan (xOz) , il vient :

$$\Delta p'_{\perp} = (p_x)_f - (p_x)_i = -4 a m v_z x_f \quad (3.19)$$

En identifiant x_f à r , la comparaison des expressions de Δp_{\perp} et $\Delta p'_{\perp}$ permet de déterminer le facteur a :

$$a = -\frac{1}{\kappa w^2} \quad (3.20)$$

La focale f de ce miroir étant égale à $R'/2$ (relation(3.13)), le rayon de courbure R' du miroir concave équivalent est donné par :

$$R' = -\frac{\kappa w^2}{2} \quad (3.21)$$

Donnons tout de suite un ordre de grandeur de cette courbure. Pour $w \simeq 300 \mu\text{m}$ et $\kappa^{-1} = 0.2 \mu\text{m}$, on calcule $R' \simeq 45 \text{ cm}$. La courbure associée est donc relativement faible pour cette valeur du col w .

I. MOUVEMENT D'UN ATOME DANS UNE CAVITÉ PARABOLIQUE 75

Lorsque que le dioptré a lui même une forme sphérique, la courbure ρ du miroir équivalent à l'association du dioptré et de l'onde évanescente est obtenue en ajoutant les inverses de R , courbure du dioptré sphérique, et de R' :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \quad (3.22)$$

Comme R et R' sont de signes opposés, il existe une valeur du col w pour laquelle l'association du dioptré et de l'onde évanescente produit un miroir plan, à l'ordre 2 de l'écart à l'axe vertical. Pour $R = 2$ cm et $\kappa^{-1} = 0.2 \mu\text{m}$, la valeur du col w correspondante est donnée par $w = (2R\kappa^{-1})^{1/2} \simeq 90 \mu\text{m}$. Au contraire, pour les valeurs de cols w auxquelles nous travaillons, la structure transverse de l'onde évanescente n'introduit qu'une correction de l'ordre de quelques % à la courbure du miroir imposée par la courbure R du dioptré.

II Expériences

Ces expériences ont pour but l'observation de plusieurs rebonds d'atomes de césium sur un miroir de lumière évanescente et, à plus longue échéance, la mise en place d'une cavité à atomes, semblable dans son principe aux cavités que l'on sait concevoir pour les photons. La cavité gravitationnelle est la cavité atomique la plus simple qu'on puisse imaginer : elle ne comporte qu'un seul miroir, la gravité jouant le rôle du second miroir en repliant les trajectoires des atomes.

On peut distinguer deux périodes dans l'étude des rebonds multiples au sein de notre groupe de recherche. La première s'est étalée de Janvier 1991 à Juillet 1993. Nous cherchions à observer plus de deux rebonds sur un miroir évanescent courbé. En effet, les précédentes recherches dans ce domaine avaient montré qu'on pouvait observer la réflexion d'un jet d'atomes rapides en incidence rasante sur un miroir lumineux [21] ou, dans une configuration expérimentale très proche de la nôtre, n'avaient pu mettre en évidence que deux rebonds successifs sur un miroir plan [15, 22]. La première expérience que nous avons menée, dite "de première génération", a permis l'observation d'une dizaine de rebonds, résultat encourageant qui nous a poussé à monter une seconde expérience, dite "de seconde génération", qui présente de nombreuses améliorations par rapport à l'expérience précédente. Cette seconde configuration expérimentale a permis de nombreux développements, en particulier en optique atomique, et continue d'apporter de nombreux résultats.

A L'expérience de première génération

Le dispositif expérimental ainsi que les résultats obtenus ont été décrits en détails dans la thèse de Philippe Bouyer [23]; nous nous contenterons donc ici de donner les principales caractéristiques du dispositif expérimental, et de résumer les résultats obtenus. Le lecteur pourra trouver en annexe A un article décrivant le déroulement de l'expérience ainsi que les courbes expérimentales obtenues.

1 Dispositif expérimental

La source d'atomes froids est un piège magnéto-optique (PMO), chargé à partir d'un jet d'atomes ralentis par diode laser. Le miroir évanescent est obtenu par réflexion totale d'un faisceau laser issu d'un laser à saphir dopé au titane.

Le dispositif expérimental est formé d'une enceinte à vide qu'on peut décomposer en trois zones distinctes (figure 3.2) :

a **Le four** est constitué d'une enceinte de faible volume à l'intérieur de laquelle sont placés quelques grammes de césium 133. Elle est chauffée à une température

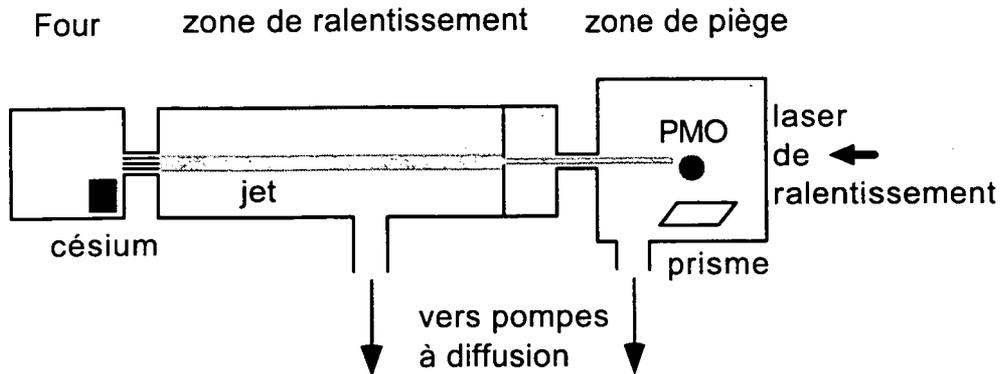


Figure 3.2: *Dispositif expérimental de la première génération.*

de l'ordre de 120° à l'aide d'une résistance électrique. La sortie du four est formée d'un ensemble de capillaires parallèles qui permettent d'obtenir un jet très faiblement divergent.

b La zone de ralentissement a une longueur d'environ 2 m. A la sortie du jet, les atomes ont une vitesse moyenne de l'ordre de 300 ms^{-1} , très supérieure à la vitesse de capture du PMO, de l'ordre de 10 cms^{-1} . Il convient donc dans un premier temps de les ralentir. On utilise pour cela la force de pression de radiation décrite dans le premier chapitre de ce mémoire. Un faisceau laser issu d'une diode laser est dirigé dans l'enceinte, en sens opposé à celui du jet. Le champ laser est quasi-résonant avec la raie D_2 du césium (transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$), et permet un ralentissement efficace. Il est mélangé à un faisceau laser repompeur de faible puissance, résonant avec la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$.

c La zone de piège et la cavité gravitationnelle : les atomes du jet, ralentis, sont piégés dans un PMO à six faisceaux [24]. Ces faisceaux sont issus d'une diode de puissance 100 mW, injectée par une diode montée en cavité étendue (diode sur réseau) de quelques mW, asservie sur la fréquence $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$ et déplacée en fréquence grâce à deux modulateurs acousto-optiques [23]. Chaque paire de faisceaux est dans une configuration $\sigma_+ - \sigma_-$ qui assure un piégeage très efficace. Le gradient de champ magnétique nécessaire à l'obtention du PMO est créé par des bobines de cuivre placées à l'intérieur de l'enceinte, suivant la direction verticale. On piège ainsi environ 10^7 atomes. Notons que ces atomes, lorsqu'ils sont lâchés au dessus du prisme, sont dans l'état interne $F_g = 4$.

Le miroir à atomes est obtenu par réflexion totale d'un faisceau de forte puissance à l'intérieur d'un prisme de verre BK7. Le faisceau pénètre dans le prisme

en incidence normale sur une face traitée anti-reflets, subit une première réflexion totale avant d'atteindre la zone incurvée, avec un angle d'incidence $\theta_n = 53^\circ$. La face de sortie du prisme est telle qu'après réfraction, le faisceau sort par un des hublots de l'enceinte à vide afin de minimiser la lumière parasite dans cette enceinte (figure 3.3). La face supérieure du prisme est polie à $\lambda/4$, afin là encore d'éviter la diffusion de lumière parasite par le dioptre.

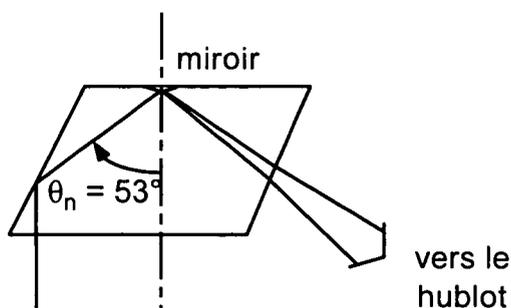


Figure 3.3: *Prisme utilisé dans l'expérience de première génération. La courbure du miroir introduit une divergence importante du faisceau.*

Le faisceau de forte puissance est issu d'un laser à saphir dopé au titane, de puissance $p = 800$ mW. La polarisation du faisceau peut être choisie parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence grâce à une lame $\lambda/2$ placée sur son trajet. Un couplage avec un Fabry-Pérot permet de faire varier le désaccord δ positif du champ entre 1 et 10 GHz. Un obturateur mécanique permet de commander l'ouverture et la fermeture du faisceau. Une lentille de longue focale placée sur son trajet permet de régler le rayon r_m du miroir à désaccord δ donné. Ce rayon est typiquement de l'ordre du mm.

Les atomes présents au dessus du prisme sont détectés par fluorescence. Celle-ci est induite par un faisceau sonde issu de la diode sur réseau qui sert à injecter les faisceaux du PMO. La puissance de la sonde est de l'ordre du mW. Elle est centrée 3 mm au dessus du miroir, a une hauteur de 2 mm et une largeur de 3 mm. La lumière de fluorescence est récoltée grâce à l'association d'une lentille de courte focale et d'une photodiode placées dans l'enceinte. Cette méthode de détection est destructive, puisque les atomes détectés sont chauffés par la sonde, et ne peuvent continuer leur évolution dans la cavité gravitationnelle.

La figure 3.4 résume les diverses caractéristiques de la zone de piégeage et de détection des atomes.

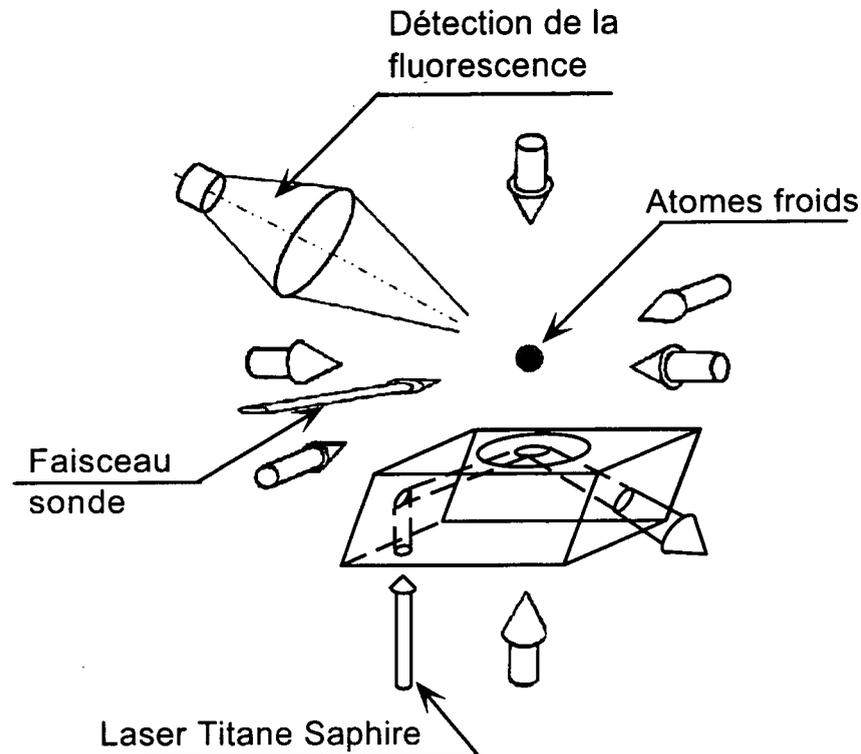


Figure 3.4: Schéma expérimental. Les six faisceaux laser du piège sont indiqués sur la figure. On détecte, au moyen d'une photodiode, la fluorescence émise par les atomes et induite par un faisceau sonde.

2 Déroulement de l'expérience

L'enchaînement des diverses étapes de l'expérience est contrôlé par un ordinateur. Il gère aussi les durées de chacune de ces étapes, l'ouverture et la fermeture des obturateurs mécaniques placés sur les trajets des divers faisceaux, ainsi que la détection des atomes et l'enregistrement des données.

Les atomes sont ralentis et piégés dans le PMO, 3 mm au dessus du miroir, pendant 1.5 s. Le faisceau ralentisseur est alors bloqué. Afin de diminuer la température cinétique des atomes et le diamètre du piège, l'intensité des faisceaux piégeants est baissée de 13 à 0.4 mW/cm². Environ 5 ms plus tard, et afin d'obtenir un refroidissement supplémentaire des atomes, la polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$ des faisceaux horizontaux du piège est changée en polarisation linéaire à l'aide de lames à cristaux liquides placées sur leurs trajets. En 20 ms, les atomes sont thermalisés à une température de l'ordre de 5 μ K. Tous les faisceaux du piège sont alors bloqués, et les atomes tombent sous l'action de la gravité. Un faisceau

repompeur de faible puissance est en permanence présent dans l'enceinte, afin de maintenir les atomes dans l'état hyperfin $F_g = 4$.

Quelque 5 ms plus tard, le miroir est allumé, et on laisse évoluer les atomes dans la cavité gravitationnelle pendant une durée variable T . Le miroir est alors coupé, et on détecte les atomes encore présents grâce au faisceau sonde. La détection étant destructive, l'ensemble des étapes doit être répété pour différentes durées T , ce qui permet de donner l'évolution du nombre d'atomes présents dans la cavité au cours du temps.

3 Résultats

Comme nous l'avons déjà indiqué, les résultats obtenus ont été présentés et analysés en détail dans la thèse de Philippe Bouyer [23], et publiés dans un article que le lecteur pourra trouver en appendice A. Nous nous contentons donc de rappeler les principaux résultats obtenus et de donner les conclusions auxquelles nous sommes arrivés au terme de cette expérience de première génération.

a Une dizaine de rebonds d'atomes a été observée, comme le montre la figure 3.5, pour un désaccord $\delta = 1.9$ GHz. Le premier point, essentiel, est qu'un miroir plan n'aurait pu permettre l'observation d'un nombre aussi élevé de rebonds, comme nous l'avons déjà souligné au début de ce chapitre. L'efficacité de la courbure parabolique du miroir pour le confinement transverse du mouvement des atomes a donc été démontrée.

Un programme de simulation Monte-Carlo a été mis en place pour essayer de reproduire les résultats expérimentaux, et comprendre l'origine des pertes observées dans la cavité. Dans cette simulation, les atomes sont lâchés d'un PMO centré à une hauteur $H = 2.91$ mm au dessus du miroir. Leur positions et vitesses initiales sont choisies aléatoirement suivant des distributions gaussiennes. On calcule alors la trajectoire classique des atomes, et leurs points d'impact sur le miroir. La taille du miroir est déterminée à partir de la mesure expérimentale du col du faisceau créant l'onde évanescence et de la valeur du désaccord δ , suivant l'expression (2.34). Un taux de pertes lors du rebond est de plus introduit. Après ce rebond, on calcule à nouveau la trajectoire classique des atomes, et on recommence le processus. Le passage des atomes dans la zone de détection est enregistré. On obtient une courbe tout à fait similaire à la courbe expérimentale, comme le montre la figure 3.5.

Après comparaison des simulations aux courbes expérimentales, on peut souligner plusieurs points :

- A grands désaccords ($\delta > 3$ GHz), le rayon du miroir r_m est faible, et les pertes sont essentiellement dues à la fuite rapide des atomes en dehors de

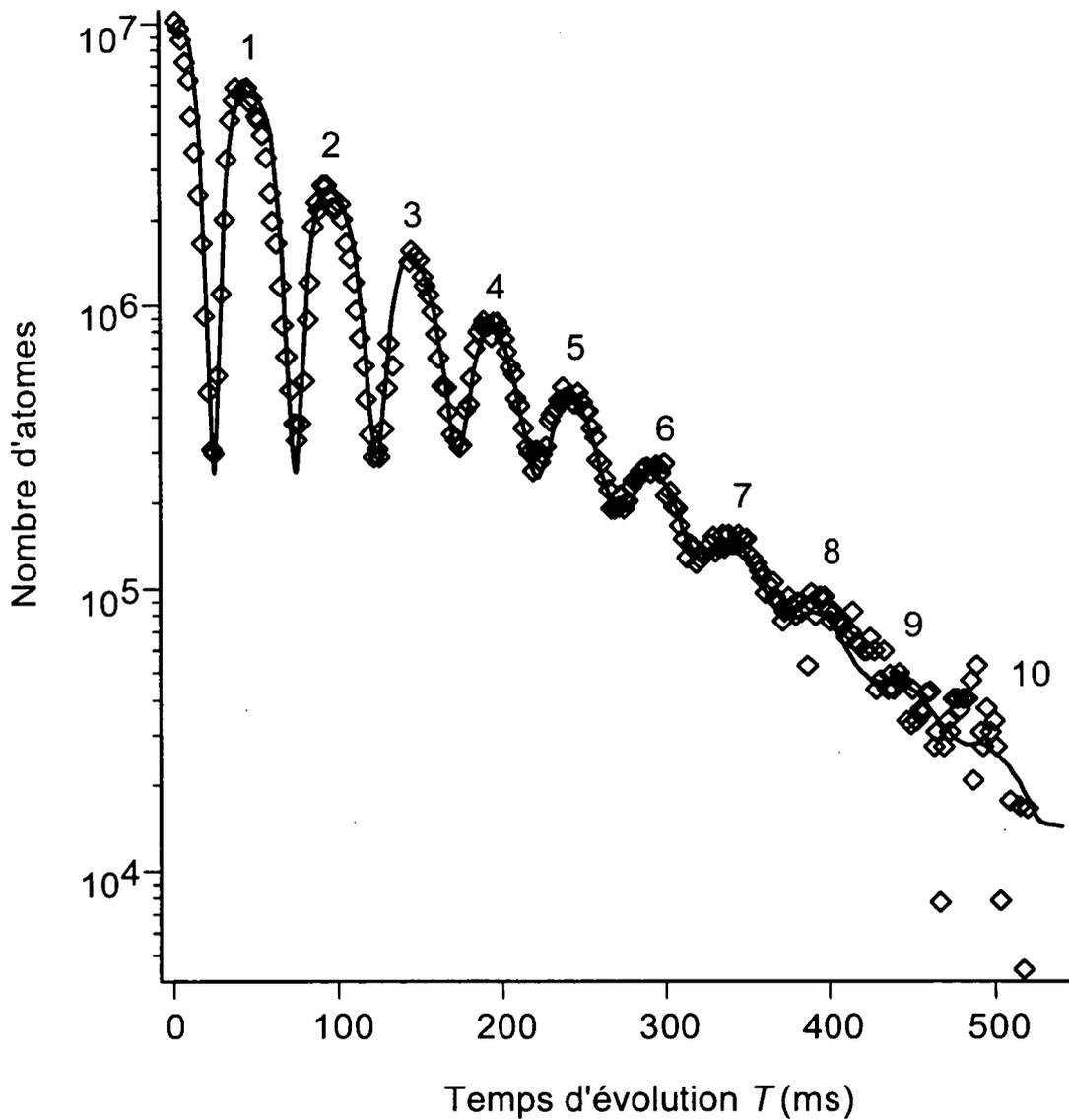


Figure 3.5: Nombre d'atomes détectés par le faisceau sonde en fonction du temps. Le désaccord δ du faisceau créant l'onde évanescente est égal à 1.9 GHz. En trait plein, on a représenté le résultat de la simulation Monte-Carlo. Les paramètres ajustables ont pour valeur : hauteur de lâcher des atomes $H = 2.91$ mm, rayon du piège $\delta q = 0.25$ mm, largeur en vitesse $\delta v = 1.6$ cm/s (soit une température de $4 \mu\text{K}$), taille du miroir 2.1×2.3 mm.

la zone efficace du miroir, malgré le faible nombre de processus dissipatifs. Comme nous l'avons annoncé, le rayon r_m du miroir est calculé à partir du potentiel dipolaire U seul. Les atomes rebondissent sur un potentiel infiniment raide si $r < r_m$ et sont perdus dans le cas contraire. Les courbes obtenues s'ajustent alors aux courbes expérimentales si l'on multiplie le potentiel dipolaire U par un coefficient $c_U = 0.4 \pm 0.2$. Ce coefficient est à comparer au coefficient c_U^{th} qu'on peut calculer à partir de l'exposé du chapitre 2 de cette partie. On attend d'après nos calculs $c_U^{\text{th}} = 2/3 C_{\kappa z m}^{-1} \simeq 0.28$. Rappelons que le facteur $2/3$ apparaît lorsque l'on prend en compte la structure interne complexe de l'atome de césium, et que le coefficient $C_{\kappa z m} = 2.48$ est associé aux effets du potentiel de van der Waals. On a donc un bon accord entre théorie et expérience, à condition de prendre en compte les deux modifications au potentiel U qu'apportent la structure interne de l'atome et le potentiel de van der Waals.

- Une étude à faible désaccord ($\delta < 3$ GHz) permet d'identifier précisément les poids relatifs des divers processus de pertes. Par exemple pour un désaccord $\delta = 1.9$ GHz, la simulation s'ajuste à la courbe expérimentale si le taux de perte par rebond est égal à 39 %. Les pertes dues à l'émission spontanée au cours du rebond sont estimées à 5 % (elles incluent les pertes par augmentation de l'impulsion transverse et celles liées au passage vers l'état hyperfin $F_g = 3$), celles dues à la lumière diffusée par le prisme à 10 %. Les collisions avec la gaz résiduel dans l'enceinte à vide sont responsables de 10 % de pertes par rebond, les 20 % restants sont attribués à diverses causes, comme d'autres sources de lumière parasite (réflexions du laser de puissance en particulier) ou encore un mauvais alignement entre la source d'atomes froids et le centre du miroir. Notons que l'étude à faible désaccord en présence d'un laser repompeur, qui permet d'éliminer une grande partie des pertes dues à la lumière diffusée par le prisme, montre que le taux d'émission spontanée dans les simulations doit être multiplié par un facteur supérieur à l'unité pour rendre compte des pertes observées lors du rebond. Une étude plus détaillée n'a malheureusement pas été effectuée à l'époque, car l'importance du potentiel de van der Waals ne nous est apparue que plus tard, à la suite de discussions avec J.Y. Courtois. Mais ces observations sont compatibles avec l'amplification du taux d'émission spontanée au cours du rebond due à la présence du diélectrique que nous avons soulignée précédemment.
- Enfin, en passant d'une polarisation ϵ_n perpendiculaire au plan d'incidence à une polarisation ϵ_n parallèle à ce même plan, nous avons pu constater que le nombre d'atomes détectés après le premier rebond double, ce qui corres-

pond assez bien au facteur d'amplification de 1.8 prédit par les coefficients de Fresnel (figure 2.2).

Le lecteur trouvera en Annexe A une étude détaillée du nombre d'atomes détectés à chaque rebond dans chacun des deux régimes, *i.e.* à faible désaccord et à grand désaccord.

Soulignons pour terminer que les plus belles courbes de rebonds n'ont pas été obtenues pour les désaccords attendus, c'est-à-dire aux très grands désaccords. Le désaccord maximal introduit dans la partie théorique a pu être mesuré suivant le mode opératoire suggéré dans cette même partie : pour un col $w = 500 \mu\text{m}$ et une polarisation parallèle au plan d'incidence, nous avons trouvé $\delta_m = 55 \pm 5$ GHz, valeur en très bon accord avec le désaccord maximal calculé ($\delta_m = 50$ GHz). On s'attend alors à minimiser le nombre d'émissions spontanées aux alentours de $\delta = \delta_m/e = 20$ GHz. Les plus beaux rebonds sont en fait observés aux alentours de $\delta = 1$ GHz. De même, pour un col $w \simeq 1$ mm, le désaccord maximal mesuré est $\delta_m = 14 \pm 2$ GHz, et l'émission spontanée doit être minimisée aux alentours de $\delta = 5$ GHz. C'est en fait pour $\delta = 1.9$ GHz que les meilleurs résultats sont obtenus, et ils sont présentés sur la figure 3.5.

On peut tenter de donner une interprétation simple de ces résultats. Aux faibles désaccords, l'émission spontanée est certes élevée. On calcule par exemple $n_{\text{sp}} = 0.318$ pour $\delta = 1.9$ GHz, soit un photon tous les trois rebonds. Elle induit un chauffage transverse non négligeable, ainsi qu'un dépompage vers le niveau hyperfin $F_g = 3$. Notons d'ailleurs que les atomes effectuant une transition vers cet état au cours du rebond sont perdus puisque le potentiel dipolaire est attractif à ce désaccord. Cependant, le rayon du miroir r_m est alors grand : $r_m \simeq w = 1$ mm, à comparer au rayon du miroir calculé pour $\delta = 5$ GHz, soit $r_m = 0.7w$. La surface réfléchissante du miroir est donc divisée par deux lorsqu'on passe de $\delta = 1.9$ GHz à $\delta = 5$ GHz. On peut donc penser que même si les émissions spontanées sont deux fois plus nombreuses à faible désaccord, la tache réfléchissante et la courbure du miroir suffisent à confiner les atomes plus efficacement qu'à grand désaccord.

4 Conclusions

Cette première expérience nous a apporté de nombreux éléments. Elle a permis de montrer l'efficacité de la courbure du miroir, et d'observer une dizaine de rebonds d'atomes. Si ce résultat est encourageant, il faut cependant remarquer la lourdeur de l'environnement expérimental : le laser de puissance a été difficile à mettre en œuvre, et il semble ardu de pouvoir obtenir des puissances encore plus élevées, nécessaires à l'observation d'un plus grand nombre de rebonds. Il est pourtant indispensable de diminuer les pertes au cours des rebonds, si l'on veut

pouvoir construire à terme une véritable “cavité à atomes”. L’émission spontanée introduit en effet une perte de cohérence atomique très grave si l’on veut pouvoir en particulier observer le peuplement d’un des modes de la cavité. Une solution élégante au problème de puissance du laser incident a été proposée voilà quelques années [25, 26]. Elle consiste à amplifier l’onde évanescente au moyen d’un traitement de surface par couches diélectriques. Des recherches dans cette voie sont en cours, en particulier à l’Institut d’Optique Théorique et Appliquée, à Orsay [27, 28].

Nous avons préféré dans notre groupe réaliser une seconde génération d’expériences, en changeant complètement la configuration expérimentale. Cette nouvelle configuration, grâce à l’utilisation de deux cellules, a permis d’augmenter considérablement la qualité du vide, condition indispensable à l’observation de très longs temps de vie des atomes dans la cavité gravitationnelle. L’utilisation d’une diode laser de puissance pour générer l’onde évanescente nous a libérés des contraintes liées à l’utilisation du laser à saphir, même si la puissance lumineuse accessible reste très inférieure à celle que fournissait ce laser. Nous verrons que cette dernière caractéristique limite le nombre des rebonds élastiques lorsque les atomes sont lâchés d’une hauteur H importante au dessus du prisme. Dans la seconde partie de ce mémoire, nous présenterons une méthode très efficace pour réduire cette hauteur, et donc augmenter le nombre de rebonds.

B L’expérience de seconde génération

Elle a été mise en place à partir du mois de septembre 1993, en grande partie par Pascal Szriftgiser et Andrew Steane. La configuration expérimentale est très différente de celle de l’expérience de première génération. En particulier, elle n’utilise plus de jet atomique, mais un système à deux cellules. Cette configuration a déjà été décrite dans la thèse de P. Szriftgiser [29], nous allons cependant en donner les principales caractéristiques.

1 Configuration expérimentale

Un schéma du système mis en place est donné par la figure 3.6. Il se compose de deux cellules de verre de forme carrée, d’arêtes $\simeq 10$ cm, liées par un tube de verre sur lequel viennent se fixer des pompes ioniques. Ce système permet de disposer dans la cellule du haut d’un PMO à chargement rapide, contenant un grand nombre d’atomes, et dans la cellule du bas d’un vide très poussé. Les atomes sont transférés avec une bonne efficacité entre les deux cellules grâce à la gravité. Nous allons maintenant décrire en détail le montage.

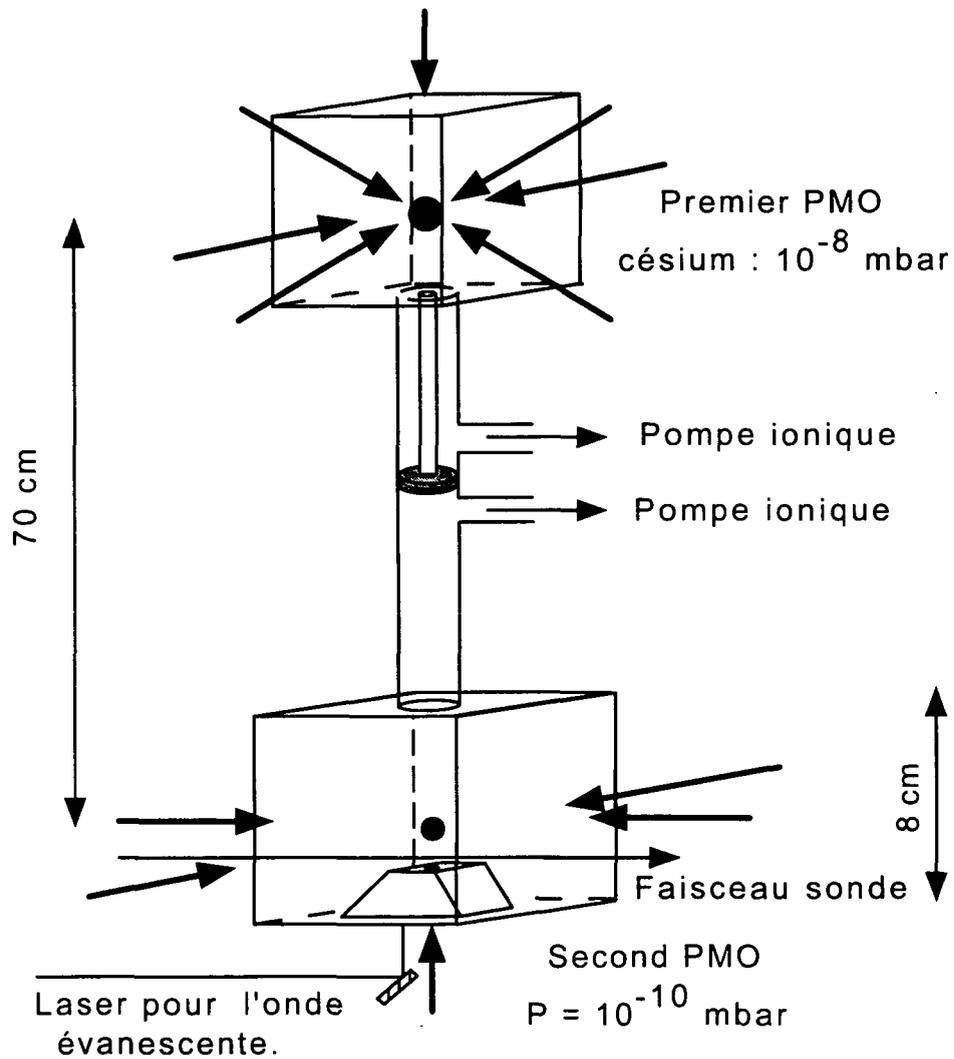


Figure 3.6: Configuration de l'expérience de deuxième génération. Les atomes sont piégés et refroidis dans la cellule du haut, qui contient une vapeur de césium. Lorsque les faisceaux du PMO sont coupés, les atomes tombent sous l'effet de la gravité, et sont repiégés dans la cellule du bas. Cette cellule, à l'intérieur de laquelle règne un très bon vide, contient le prisme de silice, support de l'onde évanescente.

a La cellule la plus haute contient une vapeur de césium, qui alimente un PMO. Ce piège est réalisé à l'aide de trois faisceaux laser rétro réfléchis, issus d'une même diode laser de puissance $p \simeq 100$ mW. Cette diode est injectée, comme dans l'expérience de première génération, par une diode laser en cavité étendue (diode sur réseau) asservie sur la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$. Dans ce montage, le désaccord entre le laser et la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$ des atomes du piège est obtenu en appliquant à la cellule de césium sur laquelle s'effectue l'asservissement en fréquence un champ magnétique créé par un solénoïde. Ce champ déplace les niveaux des atomes de la cellule proportionnellement au champ appliqué (effet Zeeman), et permet de régler de manière fine le désaccord entre 0 et -9Γ [29].

Un des trois faisceaux piégeants est horizontal, les deux autres lui sont perpendiculaires et forment un angle de 45° avec le plan horizontal. Tous ces faisceaux sont rétro réfléchis. Afin d'accumuler le plus grand nombre d'atomes dans ce PMO, les faisceaux sont larges (diamètres de l'ordre de 2 cm), et les polarisations sont en configuration $\sigma_+ - \sigma_-$. Deux de ces faisceaux sont mélangés à un laser repompeur, *i.e.* asservi sur la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$ qui permet de ramener les atomes dé pompés sur l'état $F_g = 3$ par les faisceaux piégeants vers l'état $F_g = 4$. Le gradient de champ magnétique nécessaire au piégeage, de l'ordre de 10 G/cm, est créé par des bobines de cuivre qui se trouvent à l'extérieur de la cellule. La durée de chargement du piège est de l'ordre de la seconde. Les atomes subissent alors une double phase de mélasse optique [30, 31] : dans un premier temps, le gradient de champ magnétique est coupé, et l'intensité des faisceaux piégeants réduite ; puis, 2 ms plus tard, le désaccord de ces mêmes faisceaux passe de -2 à -9Γ . Après 20 ms, les faisceaux piégeants sont coupés, et les atomes tombent dans la cellule du bas sous l'action de la gravité. Un temps de vol effectué après l'arrivée des atomes dans la cellule du bas a permis d'estimer la température des atomes après ces phases de mélasse à $3.3 \mu\text{K}$ [29].

b La cellule du bas ne contient *a priori* pas de césium. Il y règne un vide poussé, inférieur à $2 \cdot 10^{-9}$ mbar [29], ce qui devrait permettre de négliger dans la cavité gravitationnelle les pertes dues aux collisions avec les atomes du gaz résiduel. Cette cellule contient un prisme de silice, support de l'onde évanescente. Les atomes issus du PMO supérieur, après une chute de 70 cm correspondant à un temps de chute de 377 ms, sont repiégés dans un second PMO à six faisceaux laser. Ces faisceaux, d'un diamètre de l'ordre de centimètre, sont issus d'une diode laser de puissance $p \simeq 100$ mW, injectée elle aussi par la diode en cavité étendue asservie sur la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$. Deux paires de faisceaux se trouvent dans le plan horizontal et sont constituées de faisceaux indépendants, afin de conserver un bon contrôle du centre du PMO. Ils sont mélangés à un

laser repompeur asservi sur la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$. Les deux derniers faisceaux sont verticaux, et sont eux aussi réglés de manière indépendante. En effet, la traversée du dioptré courbé induit une divergence du faisceau montant, divergence qui doit être corrigée en réglant de manière très précise l'équilibrage des intensités entre faisceaux montant et descendant. Remarquons que le diamètre du tube qui relie les deux cellules, égal à 9 mm, limite le diamètre du faisceau descendant, puisque ce dernier traverse la cellule du haut. Le gradient de champ magnétique nécessaire au fonctionnement du PMO est créé par deux bobines de cuivre situées à l'extérieur de la cellule, très proches de deux de ses faces, et dont la position peut être choisie grâce à un jeu de trois translations sur lesquelles elles sont fixées. Ces bobines créent un gradient de l'ordre de 10 G/cm. Les faisceaux piégeants et le gradient de champ magnétique sont réglés de sorte que le centre du PMO se situe environ 3 mm au dessus du centre de la région courbée du prisme. Afin que le centre du piège corresponde parfaitement au zéro du champ magnétique créé par les bobines de gradient, il faut compenser le champ magnétique terrestre, ainsi que tous les champs magnétiques constants parasites. Ces champs sont en effet néfastes lors de la phase de mélasse optique qui précède le lâcher des atomes. A cet effet, six grandes bobines de cuivre, de rayon $r \simeq 1$ m, parcourues par des courants continus de quelques centaines de mA, sont placées en position Helmholtz autour de la cellule du bas. Ainsi, lorsque les faisceaux piégeants et le gradient de champ magnétique sont coupés, les atomes tombent sous l'effet de la gravité au centre de la zone courbée du prisme.

c Le prisme est composé de silice, d'indice $n = 1.452$. La figure 3.7 donne ses principales caractéristiques. La partie courbée de sa face supérieure, qui servira de support à l'onde évanescente, présente un rayon de courbure égal à 2 cm. Elle a été super-polie afin de minimiser la lumière diffusée par les irrégularités et défauts de surface lors de la réflexion totale du faisceau incident.

Le faisceau laser qui donne naissance à l'onde évanescente est issu d'une diode laser de puissance $p \simeq 180$ mW, injectée par une diode de faible puissance ($p \simeq 5$ mW), qu'on peut asservir au choix sur la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_g = 5$ ou $F_g = 3 \rightarrow F_g = 2$. La diode injectante, appelée diode maître, n'est pas, comme pour un PMO, une diode en cavité étendue³. En effet, les largeurs des diodes injectante et injectée, de l'ordre de quelques MHz, ont dans nos expériences peu d'importance⁴ : les désaccords δ auxquels nous avons travaillé sont le plus souvent supérieurs à 1 GHz, si bien que l'incertitude relative sur ce désaccord reste faible.

³En fait, pour les initiés, il s'agit d'une diode DBR.

⁴Pour des expériences sensibles aux variations rapides du potentiel dipolaire, comme les expériences de modulation de phase d'ondes de de Broglie ou de diffraction, ces largeurs ont au contraire une réelle importance [29].

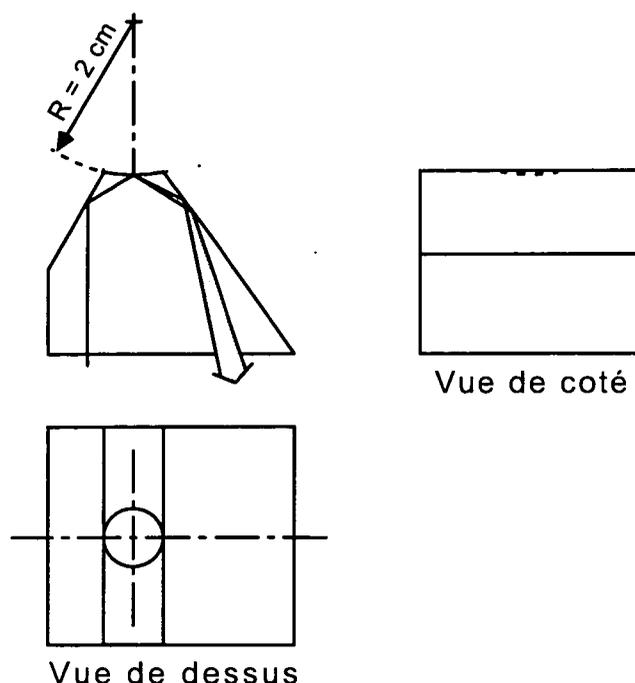


Figure 3.7: *Prisme de silice. Ce dessin est donné à l'échelle 1:1. On a représenté sur la vue de face le trajet suivi par le faisceau laser créant l'onde évanescente.*

Par la suite, nous appellerons diode esclave la diode injectée.

Pour obtenir de tels désaccords, une faible partie (moins de 1 mW) de la diode esclave est récupérée après le cube de sortie de l'isolateur optique qui se trouve sur le trajet du faisceau (figure 3.8), puis envoyée sur un Fabry-Pérot confocal d'intervalle libre égal à 750 MHz. A la sortie de l'interféromètre de Fabry-Pérot, une photodiode détecte les pics de transmission, visualisés sur l'écran d'un oscilloscope. En réglant la longueur du Fabry-Pérot à l'aide d'une cale piezo-électrique fixée à l'un des miroirs de la cavité, on peut faire coïncider un pic de l'interféromètre avec le fond d'un signal d'absorption d'une cellule de césium visualisé sur le même écran. La fréquence des deux diodes est alors, à quelques MHz près, une des deux fréquences associées aux transitions $F_g = 4 \leftrightarrow F_g = 5$ ou $F_g = 3 \rightarrow F_g = 2$. Le signal d'absorption est donné par une photodiode placée derrière une cellule contenant une vapeur de césium à travers laquelle passe une partie du faisceau de la diode maître (figure 3.8). En changeant le courant de la diode maître, on change la fréquence des faisceaux laser : on voit alors défiler sur l'écran les pics de transmission de l'interféromètre, ce qui nous permet de choisir le désaccord δ . Ce processus a été automatisé et, au cours d'une expérience, est dirigé par un ordinateur qui gère en fait l'ensemble des étapes de l'expérience.

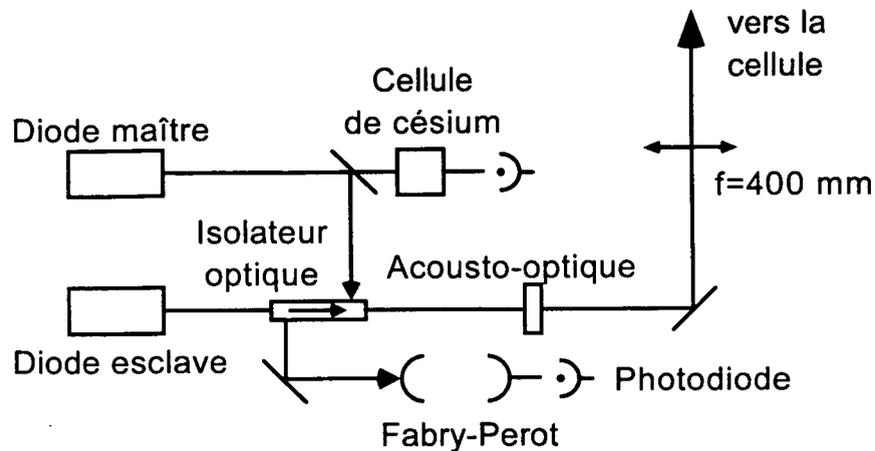


Figure 3.8: Dispositif de réglage du désaccord δ de l'onde évanescente.

Nous y reviendrons.

Le faisceau issu de la diode esclave passe alors à travers un modulateur acousto-optique (figure 3.8), qui sert d'interrupteur au faisceau, et permet aussi, le cas échéant, de moduler son intensité [32]. Enfin, il traverse une lentille de focale $f = 40$ cm, qui permet de faire l'image du col $w \simeq 400 \mu\text{m}$ sur la zone courbée du prisme. Celui-ci est attaqué en incidence normale par le faisceau laser qui, après une première réflexion interne sur une face du prisme, subit une deuxième réflexion sur la zone courbée. Le faisceau, alors très divergent, sort du prisme et de la cellule, et est envoyé sur un papier noir, situé à une dizaine de centimètres de la cellule. Notons enfin qu'un des miroirs de renvoi du faisceau sur la cellule permet de régler très finement l'impact du faisceau sur la zone courbée du prisme. A l'entrée de la cellule, la puissance p du faisceau issu de la diode esclave est égale à 100 mW.

2 Déroulement de l'expérience

Nous décrivons ici une expérience typique de rebonds d'atomes sur le miroir lumineux. Le miroir à atomes peut avoir beaucoup d'autres applications, que nous avons déjà évoquées, mais le déroulement de la plupart des expériences afférentes suit un schéma très proche de celui que nous allons exposer. L'enchaînement des diverses étapes de l'expérience est contrôlé par un ordinateur. Il assure aussi la gestion de tous les délais dont nous parlerons, la fermeture et l'ouverture de tous les interrupteurs mécaniques ou acousto-optiques des lasers, le réglage du désaccord des faisceaux piégeants et de l'onde évanescente, l'acquisition des données et leur sauvegarde. On peut distinguer 3 étapes dans le déroulement de

l'expérience :

1. Chargement du PMO de la cellule haute, puis largage et chute des atomes.
2. Repiégeage par le PMO de la cellule basse, suivi d'une phase de contraction et de refroidissement du PMO. Coupure du PMO.
3. Evolution des atomes dans la cavité gravitationnelle, et détection des atomes restants après un délai choisi.

Nous allons maintenant développer chacune de ces étapes.

a Le chargement des atomes dans le piège haut est interrompu 1 seconde après le branchement des faisceaux piégeants. Le nombre d'atomes n_{at} dans le PMO au cours du chargement suit une loi du type $n_{\text{at}} = n_{\text{at}}^{\text{max}}(1 - \exp(-t/\tau))$, où le temps $\tau \simeq 200$ ms caractérise la vitesse de chargement du piège. Les faisceaux piégeants sont, comme nous l'avons déjà indiqué, très larges, afin de piéger le plus d'atomes possible. On obtient ainsi un "gros" piège, de forme ovoïde, de rayon variant de 1 à 2 mm, contenant un nombre $n_{\text{at}}^{\text{max}} \simeq 10^8$ atomes. L'alignement des faisceaux ainsi que la position des bobines créant le gradient de champ magnétique sont réglés afin que le centre du piège se situe précisément au dessus du tube qui relie les deux cellules. Le transfert des atomes d'une cellule à l'autre est ainsi optimisé. A la fin du chargement du piège, les faisceaux piégeants sont coupés à l'aide d'un obturateur mécanique, et les atomes tombent dans la cellule du bas.

b Le piège bas est alors branché, environ 340 ms après la coupure des faisceaux du piège haut. Ce délai est légèrement inférieur au temps de vol libre des atomes entre les deux PMO, séparés d'une distance de 70 cm. Les atomes ont alors acquis une vitesse $v \simeq 4 \text{ ms}^{-1}$, vitesse inférieure à la vitesse de capture du PMO, de l'ordre de 10 ms^{-1} . Ils sont donc en principe aisément repiésés dans le piège bas. L'efficacité de la recapture, définie comme le pourcentage des atomes initialement dans le piège haut recapturés dans le piège bas, est d'environ 20 pour cent. Les pertes ont lieu en partie au cours du vol libre : le nuage d'atomes est en expansion lors de sa chute, et les atomes collent aux parois du tube s'ils s'en approchent trop. Il semble de plus qu'une part des pertes se produise lors du repiésage des atomes qui parviennent dans la cellule du bas, sans qu'une explication convaincante ait été trouvée. La durée de cette phase de repiésage est de l'ordre de 40 ms.

On désire évidemment que le plus grand nombre possible des atomes initialement présents dans le PMO puissent rebondir, voire effectuer de multiples rebonds. Pour cela, on règle la hauteur du piège et sa position par rapport au

centre de la région courbée, en particulier en ajustant la position des bobines créant le gradient de champ magnétique du PMO. Il est ensuite nécessaire de réduire autant que possible la taille du piège et la température des atomes dans le piège. Ces deux contraintes sont liées à la taille finie, et souvent très faible, de la zone efficace du miroir lumineux. En effet, la plus grande partie des pertes qui interviennent au cours des deux premiers rebonds est liée à des causes purement géométriques [33]. Le premier rebond “trie” les atomes du piège situés initialement trop loin de la verticale du centre du miroir, qui collent au diélectrique après leur vol libre. Le second rebond a les mêmes conséquences sur les atomes du piège dont la vitesse transverse initiale était trop importante. Pour se placer dans des conditions initiales optimales, on abaisse la température cinétique des atomes et la taille du piège à l’aide d’une phase de mélasse optique, semblable à celle mise en place pour le piège de la cellule haute, qui permet d’atteindre des températures de l’ordre de $3 \mu\text{K}$. Les faisceaux piègeants sont ensuite coupés à l’aide d’obturateurs mécaniques, et les atomes chutent vers le miroir.

c Après un vol libre, les atomes atteignent le miroir, “allumé” quelques ms après le début de leur chute. On les laisse évoluer dans la cavité, rebondir ou coller au diélectrique. Après un temps T choisi, il faut détecter les atomes restant dans la cavité. Plusieurs méthodes de détection ont été mises en place, nous nous contenterons d’en exposer trois :

- Mesure de la fluorescence des atomes : cette fluorescence est induite par une sonde quasi-résonante avec la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$ (désaccord de la sonde égal à $-\Gamma/2$). On la suppose proportionnelle au nombre d’atomes présents dans la chemin de la sonde. C’est la méthode utilisée dans l’expérience de première génération, la fluorescence étant alors évaluée à l’aide d’une photodiode. Plus récemment, l’utilisation d’un photomultiplicateur pour mesurer la fluorescence a permis d’obtenir de très bons résultats sur des expériences d’interférométrie atomique, en particulier des expériences de diffraction [7]. On trouvera une description détaillée de cette méthode particulièrement efficace mais délicate dans la thèse de P. Szriftgiser [29].
- Mesure du nombre d’atomes par absorption : on mesure cette fois la lumière absorbée par les atomes qui passent à travers la sonde en plaçant une photodiode sur son chemin *après* la cellule du bas. Là encore, on suppose le signal d’absorption proportionnel au nombre d’atomes traversant la sonde. Cette méthode a permis de déterminer, au moins en partie, la distribution en vitesses des atomes après un rebond. L’intensité de la sonde est modulée à une fréquence de 58 kHz, cette modulation permettant d’obtenir un bon rapport signal sur bruit après passage par une détection synchrone [29].

Nous reviendrons en détails sur cette méthode dans la seconde partie de ce mémoire, consacrée à l'effet Sisyphe au voisinage du prisme.

- Mesure du nombre d'atomes présents dans la cavité par recapture des atomes. On rebranche après la durée T choisie les faisceaux piégeant du PMO afin de recapturer les atomes. On mesure alors la fluorescence du piège, *a priori* proportionnelle au nombre d'atomes repiégés. Contrairement aux deux premières méthodes, on a ainsi accès au *nombre total d'atomes présents dans la cavité à un instant précis*. Ce sont les résultats obtenus à l'aide de cette dernière méthode que nous avons choisi de présenter.

3 Résultats

Nous présentons donc ici les résultats obtenus par recapture des atomes après évolution libre durant une durée T dans la cavité. Les atomes sont lâchés dans l'état interne $F_g = 4$ à la date $t = 0$, et les faisceaux du piège sont à nouveau allumés pour des temps $T > 60$ ms, durant 25 ms⁵. La figure 3.9 donne un exemple de signal de fluorescence enregistré, pour un désaccord δ de l'onde évanescente égal à 1000 MHz.

On distingue sur cette figure 4 rebonds, correspondants aux diminutions brutales successives du nombre d'atomes dans la cavité. La période de rebond dans la cavité est de l'ordre de 60 ms, ce qui correspond à une hauteur de chute $H = 4.4$ mm, hauteur légèrement supérieure à la hauteur habituelle à laquelle nous travaillons, en particulier dans la seconde partie de ce mémoire. Le col w du faisceau sur le miroir a été mesuré en envoyant une faible portion du faisceau sur une caméra CCD; nous avons ainsi déterminé $w \simeq 400$ μm . La polarisation ϵ de l'onde évanescente est perpendiculaire au plan d'incidence. La mesure du désaccord maximal δ_m^{vdW} sera présentée dans la partie suivante de ce mémoire pour une même configuration expérimentale mais une hauteur de chute $H = 3.2$ mm; on trouve alors $\delta_m^{\text{vdW}} = 6500$ MHz. Celui-ci étant inversement proportionnelle à la hauteur de chute H des atomes, on déduit pour notre présente hauteur de chute $\delta_m^{\text{vdW}} = 4700$ MHz, ce qui permet de déterminer le rayon du miroir $r_m = w(0.5 \ln(\delta_m^{\text{vdW}}/\delta))^{1/2} = 350$ μm . On peut aussi calculer le nombre d'émissions spontanées par rebond $n_{\text{sp}}^{\text{vdW}} \simeq 0.8$, en prenant en compte l'augmentation d'environ 20 % de ce taux due à la présence du diélectrique. Ce taux est relativement important, puisque pratiquement chaque atome va effectuer un cycle absorption-émission spontanée par rebond.

⁵Si l'on laisse le piège en fonctionnement plus longtemps, on commence à piéger un nombre non négligeable d'atomes présents en permanence dans la cellule du bas, et le signal entre deux rebonds augmente alors en fonction du temps. Si on le laisse moins longtemps, le signal est plus faible.

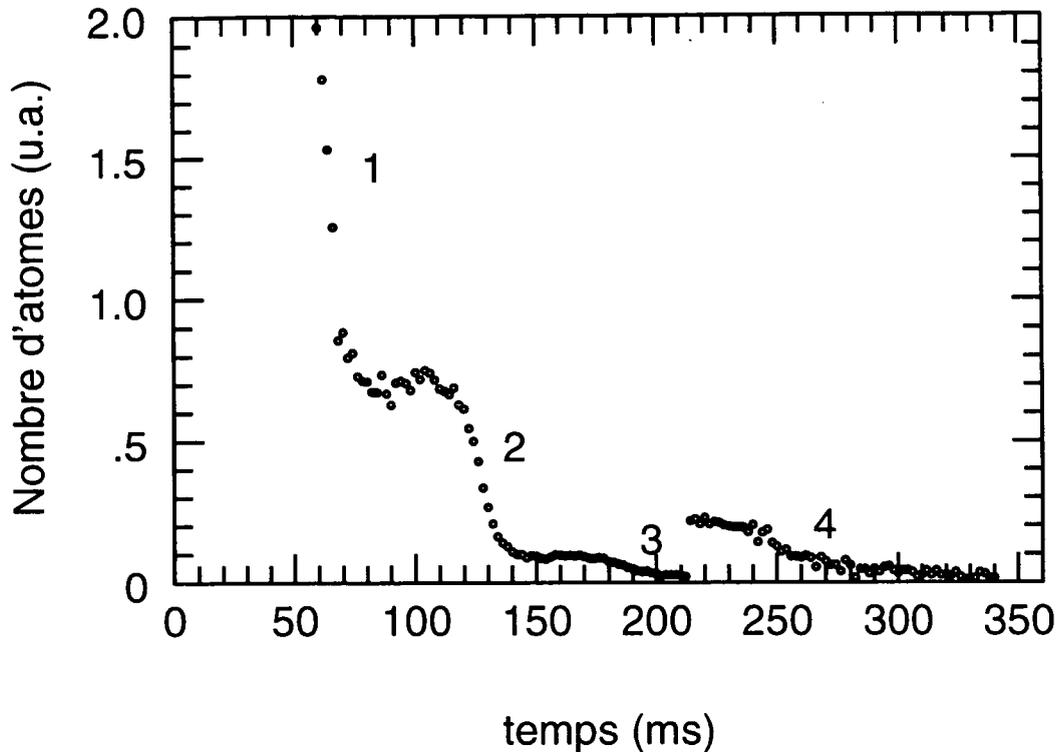


Figure 3.9: *Expérience de deuxième génération : nombre d'atomes dans la cavité en fonction du temps. Les pertes ayant lieu essentiellement au cours des rebonds, les paliers correspondent au vol libre des atomes. Au temps $t = 212$ ms, la sensibilité de la détection synchrone a été multipliée par un facteur 10.*

Les pertes brutales observées lors de chaque rebond ont plusieurs origines, comme nous l'avons déjà indiqué dans les commentaires sur les résultats de l'expérience de première génération :

- Les causes principales de pertes lors des deux premiers rebonds sont des causes "géométriques" [33, 23]. Le nuage atomique après la chute libre a une taille supérieure à celle du miroir⁶, si bien qu'un grand nombre d'atomes colle au diélectrique lors de l'arrivée sur le prisme, à $t = 60$ ms. Au moment du deuxième rebond, vers $t = 120$ ms, ce sont les atomes qui au départ possédaient une vitesse transverse importante qui sont éliminés [33, 23].
- Les émissions spontanées au cours des rebonds suivants augmentent la

⁶Pour des distributions initiales en position et vitesse des atomes dans le piège $\delta q \simeq 200 \mu\text{m}$ et $\delta v \simeq 2 \text{ cm/s}$, la taille du nuage après une chute de hauteur $H = 4.4 \text{ mm}$ est de l'ordre de $\delta q \simeq 630 \mu\text{m}$.

vitesse transverse des atomes, et poussent les atomes hors de la cavité. Elles peuvent aussi induire des transitions vers le niveau hyperfin $F_g = 3$, niveau sur lequel les atomes sont soumis à un potentiel attractif lorsqu'ils approchent du miroir. Ces processus font l'objet de la seconde partie de ce mémoire.

Le faible nombre de rebonds observés sur cette expérience ne nous a pas permis de réaliser une étude exhaustive des divers processus de pertes semblable à celle effectuée lors de l'expérience de première génération. Il est vrai que d'autres centres d'intérêt sont apparus rapidement dans notre domaine, et que beaucoup d'autres expériences ont été menées avec ce montage expérimental [29]. Le succès remarquable de ces expériences nous conduit d'ailleurs à penser que ce montage, s'il est bien adapté à l'étude de phénomènes ne réclamant qu'un ou deux rebonds, ne peut conduire que très difficilement à la réalisation d'une véritable cavité atomique nécessitant une suite de rebonds élastiques. En l'absence de progrès majeurs sur l'intensité du champ évanescent, les désaccords accessibles sont en effet trop faibles pour éliminer les pertes liées à l'émission spontanée. Cependant, nous verrons à la fin de la deuxième partie de ce mémoire comment l'introduction d'un processus inélastique lors des premiers rebonds permet d'augmenter considérablement le temps de vie des atomes dans la cavité.

Nous allons auparavant présenter une de ces expériences qui ne nécessite qu'un rebond, et nous renseigne sur les phénomènes physiques qui interviennent au niveau du miroir lors du rebond : l'étude d'un processus Sisyphe élémentaire. C'est ce processus, inélastique, qui nous permettra d'observer les longs temps de vie annoncés.

Bibliographie

- [1] J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, C.R. Ekstrom, T.D. Hammond, D.W. Keith, A. Lenef, R.A. Rubenstein, E.T. Smith, and D.E. Pritchard, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, à paraître (1996).
- [2] H. Batelaan, S. Bernet, M.K. Oberthaler, E.M. Rasel, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, à paraître (1996).
- [3] V.I. Balykin and V.S. Letokhov, *Appl. Phys.* **B48**, 517 (1989).
- [4] J. Robert, C. Miniatura, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, V. Bocvarski, and J. Baudon, *Europhys. Lett.* **16**, 29 (1991).
- [5] O. Carnal and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 2689 (1991).
- [6] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [7] M. Arndt, P. Szriftgiser, and J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **53**, 3369 (1996).
- [8] C.J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140** (1989).
- [9] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [10] M. Oberthaler, S. Bernet, E. Rasel, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, *soumis à Phys. Rev. A* (1996).
- [11] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, Presses du CNRS (1988).
- [12] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A.* **B2**, 1707 (1985).
- [13] R. Cook and R. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [14] J. Dalibard, *Thèse de Doctorat d'Etat*, Paris (1986).

- [15] M.A. Kasevich, D.S. Weiss, and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [16] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique Quantique*, tome 2, p. 1021, Hermann éditeur (1986).
- [17] J.Y. Courtois, J.M. Courty and J.C. Mertz, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).
- [18] D. Guery-Odelin, *Rapport de DEA de Physique Quantique*, Ecole normale supérieure, Paris (1994).
- [19] A. Landragin, J.-Y. Courtois, G. Labeyrie, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1464 (1996).
- [20] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys.* **B 54**, 407 (1992).
- [21] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu.B. Ovchinnikov and A.I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987) [*JETP Lett.* **45**, 353, (1987)]; *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [22] K. Helmerson, S.L. Rolston, L. Goldner et W.D. Phillips, *Optics and Interferometry with Atoms*, Book of Abstracts, WE- Heraeus-Seminar, Konstanz, 1992 (non publié).
- [23] P. Bouyer, *Thèse de l'Université Paris XI Orsay*, Paris (1994).
- [24] E.L. Raab, M. Prentis, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 407 (1987).
- [25] R. Kaiser, Y. Levy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold, and J. Mlynek, *Opt. Commun.* **104**, 234 (1994).
- [26] W. Seifert, R. Kaiser, A. Aspect, and J. Mlynek, *Opt. Commun.*, **111**, 566 (1994).
- [27] A. Aspect, C. Henkel, G. Labeyrie, and A. Landragin, *Proc. Int. School of Physics Enrico Fermi, Course CXXXI*, à paraître (1995).
- [28] R. Kaiser, G. Labeyrie, A. Landragin, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, J. Von Zanthier, and A. Aspect, *Proc. Int. Conf. on Laser Physics*, à paraître (1995).
- [29] P. Szriftgiser, *Thèse de l'Université Paris VI*, Paris (1996).
- [30] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6**, 2058 (1989).

- [31] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, and S. Guelatti, *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990).
- [32] A. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4972 (1995).
- [33] P. Desbiolles, *Rapport de magistère*, Ecole normale supérieure, Paris (1992).

Appendice A

Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity

C.G. Aminoff, A.M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles,
J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji,
Physical Review Letters,
Volume 71, Numéro 19, pages 3083-3086, Novembre 1993.

Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity

C. G. Aminoff,* A. M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'École Normale Supérieure and Collège de France,

24 rue Lhomond, F-75231 Paris CEDEX 05, France

(Received 2 August 1993)

A curved mirror for atoms was made from an evanescent wave, formed by internal reflection of a quasiresonant laser beam at a curved glass surface. A cold cloud of cesium atoms was dropped onto the mirror and observed to rebound more than 8 times. The mirror size and reflectivity were studied, and reasonable agreement with a simple theory obtained. With 800 mW of laser power and a mirror of 1 mm diameter, we observed up to 73% of the atoms returning after each bounce, the losses being mostly during the free flight between bounces.

PACS numbers: 32.80.Pj, 42.50.Vk

In recent years atoms have been held near stationary [1], thrown upwards without heating [2,3], made to produce quantum interference after macroscopic path separations [4], and trapped in quantum wells [5]. The aim of such experiments is not merely to demonstrate juggling with unusually small balls, or interference of waves associated with heavy particles. The important feature is that an atom is an object sufficiently complicated to have a rich internal structure, yet with a behavior sufficiently reproducible to produce observable quantum interference and to facilitate experimental techniques of the highest precision.

We present in this Letter an experimental demonstration of multiple bouncing of atoms on a reflective surface. This can be regarded as a first step towards an interferometer of Fabry-Pérot type for atomic de Broglie waves [6,7]. A cold cloud of cesium atoms has been released a few millimeters above a curved mirror, and we have observed the motion of the cloud during about ten successive bounces. The curvature of the mirror ensures that the classical trajectories close to the vertical axis are stable [7,8]. Previous demonstrations of atomic mirrors were limited to a single reflection of a fast atomic beam [9], or to two bounces [10,11] in a "trampoline" geometry like ours. Very recently we observed an improvement on this using cesium in a preliminary version of our current experiment [12]. We report here for the first time multiple bounces on a curved mirror of useful size and high reflectivity.

We used an atomic mirror formed by an evanescent light wave extending from a glass surface into the vacuum; see Fig. 1(a) [13]. The electric field in this wave gives rise to a potential for the atom which is simply the light shift of the atomic ground state:

$$U = \hbar\Omega^2/4\delta, \quad \text{for } \delta \gg \Omega. \quad (1)$$

$\Omega = dE/2\hbar$ is the Rabi frequency in the evanescent wave, proportional to the electric field amplitude E and the atomic dipole moment d ; $\delta = \omega_L - \omega_A$ is the detuning between the laser frequency ω_L and the atomic resonance frequency ω_A . The electric field falls off with distance z

into the vacuum as $\exp(-\alpha z)$, the characteristic distance $1/\alpha$ ($0.21 \mu\text{m}$ in our experiment) being of the order of the wavelength of the light over 2π . The potential is repulsive at positive detunings. Specular reflection can be achieved if no photons are scattered. The average number of scattering events during the reflection is given by [10,14]

$$n_p = \Gamma M v_0 / \alpha \hbar \delta, \quad (2)$$

where v_0 is the speed of the atom on entering the evanescent wave, M is its mass, and Γ is the natural width of the transition. Thus, while Eq. (1) indicates that the potential is higher at small detunings, allowing faster atoms to be reflected, the condition $n_p < 1$ places a limit on the minimum detuning which is useful. Equation (2) is derived by integrating the scattering along the path followed by an atom in the potential U ; this path depends on the intensity I and the detuning δ and this explains why n_p no longer depends on I and varies as $1/\delta$ instead of the usual $1/\delta^2$ for a scattering process. Equations (1) and (2) apply strictly to a simple two-level atom, but they yield good estimates for what can be achieved for alkalis such as cesium. They imply that with our typical power of 800 mW, in a Gaussian beam of $1/e^2$ radius 0.5 mm, and a detuning of 10 GHz, Cs atoms with velocities up to 0.4 m/s could be reflected from a spot of radius 0.5 mm, while scattering one photon every eleven bounces (per atom).

The experimental configuration, illustrated in Fig. 1(a), is described in [12]. A prism of BK7 glass has a concave spherical region, with radius of curvature 2 cm, polished into its top surface. The atomic mirror is formed by an 800 mW beam from a titanium-sapphire ring laser, reflected internally at an angle of 53° to the normal, at the center of the concave region. This laser beam is tuned between 1 and 10 GHz above the resonance transition $g = 6S_{1/2} \rightarrow e = 6P_{3/2}$, $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ in cesium. To drop atoms onto the mirror, first of all about 10^7 cesium atoms are loaded from a laser-slowed atomic beam into a magneto-optical trap (MOT), for 1.5 s. The center of the MOT is 3 mm above the center of the mirror.

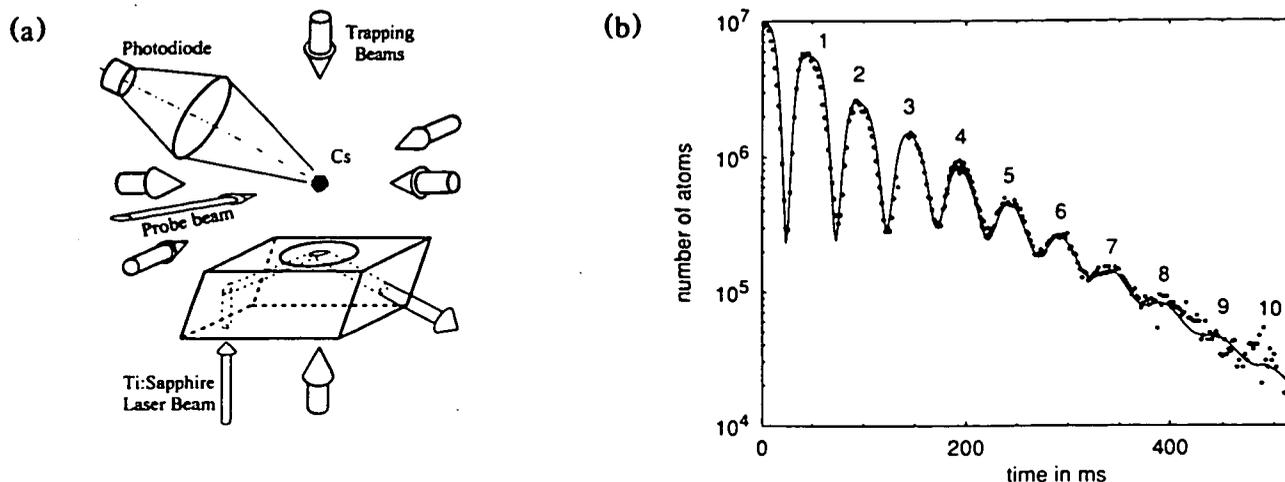


FIG. 1. (a) Experimental setup. Atoms from a magneto-optical trap are released above a curved mirror formed by an evanescent light wave. The number of atoms present in this stable gravitational cavity is measured as a function of time using the fluorescence induced by a probe beam. (The shown beam radii are not to scale.) (b) Number of atoms in the probe beam, for different times after their release (points). Background pressure 3×10^{-8} mbar, mirror power 800 mW, detuning 1.9 GHz, and waist 1×1.1 mm. The curve is a fit calculated by our Monte Carlo simulation of the experiment; the fitted parameters are loss per bounce, the temperature, the radius of the cloud when it is first dropped, and the drop height. The values used here are 39% loss per bounce, temperature $4 \mu\text{K}$, initial cloud radius 0.25 mm (1 standard deviation of the Gaussian profile), and drop height 2.91 mm. The simulation assumed a reflective parabolic surface, elliptical in the horizontal plane, of major axes 2.1 by 2.3 mm (diameter). These diameters were obtained from measurements of the profile of the elliptical Gaussian beam used to form the mirror, combined with a calculation from Eq. (1).

After 1.5 s, the MOT loading is blocked and the intensity of the trapping beams is switched from 13 to 0.4 mW/cm^2 , causing both the temperature and diameter of the trapped cloud to reduce. To achieve further cooling, the polarization of the horizontal beams is switched to linear, after 5 ms, using liquid crystal wave plates, and the trap magnetic field is turned off. In 20 ms the atoms thermalize to a temperature of $5 \mu\text{K}$; then all the beams are blocked and the atoms fall. Weak repumping light on the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ transition is left on to ensure that the falling atoms are in the $F_g = 4$ ground state. The beam producing the evanescent wave mirror is switched on after another 5 ms, and the atoms are left bouncing, with the mirror always on. After a variable delay, the atoms present are detected by introducing a probe beam at the resonant atomic frequency, while the mirror is turned off to eliminate stray light. The probe is centered 3 mm above the mirror, and has vertical width 2 mm, horizontal width 3 mm. The fluorescence it produces is detected by a photodiode. This is a "destructive" detection method, in that the probe heats the atoms sufficiently to empty them from the gravitational cavity, so the experiment is cycled with different probe times to build up a picture of the motion.

Figure 1(b) gives an example result. It shows, on a logarithmic scale, the number of atoms between 2 and 4 mm above the mirror, for a range of times t after dropping them. Each bounce, or round trip in the cavity, takes 50 ms, for a drop height of 3 mm. In the figure, eight bounces are clearly visible, and the signal-to-noise ratio

falls to about 1 at the tenth bounce, each point being a single cycle of the experiment. For the first two bounces, the signal falls off more rapidly because the width of the atomic mirror is smaller than that of the cloud of atoms falling onto it: the mirror performs a selection in horizontal position. Thereafter, the falloff in the series of maxima is close to exponential, and has two sources: loss of atoms from the cavity, and spreading of the peaks due to the finite initial spread in position and velocity of the atoms. A Monte Carlo simulation of the motion, with atoms moving on classical trajectories, reproduces our results very well (full curve), and enables us to separate these two effects. The former (i.e., loss) dominated for most of our studies, so the slope of the logarithmic plot indicates the all-important parameter of loss per bounce.

To gain more information on the atomic mirror, we observed the signal at a given time, $N \times 50$ ms after the atoms were dropped (i.e., at the N th bounce peak), while varying the mirror detuning. This was carried out for various laser powers, spot sizes, and polarizations; Figs. 2(a) and 2(b) show example results. We fitted the curves by taking into account first the variation of the effective mirror size and second the losses due to photon scattering. The mirror size contribution is dominant at large detuning: it comes from the reduction, as detuning increases, of the radius at which the Gaussian laser beam intensity is just sufficient to reflect the atoms. Our fits to curves like those of Fig. 2(a) have an adjustable parameter c_U multiplying the right-hand side of Eq. (1), enabling us to compare our results with those expected

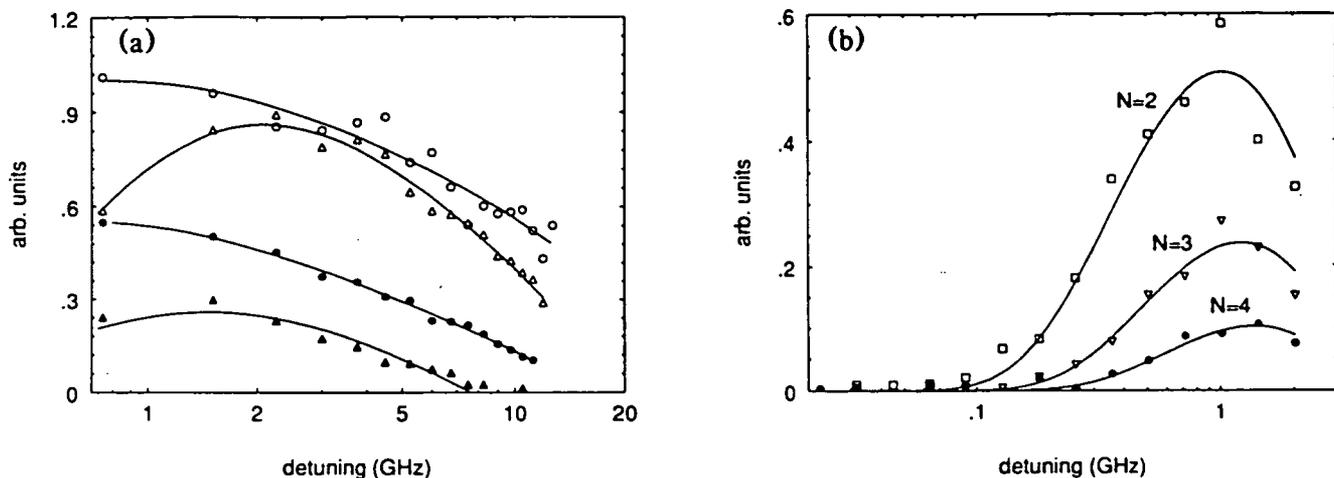


FIG. 2. Number of atoms present after a given number of bounces, as a function of mirror detuning. The curves are a simple fit taking account of loss by photon scattering, and of the effective radius of the mirror (see text). (a) Large detunings. Bounces 1 (\circ) and 4 (\triangle) at 770 mW, and bounces 1 (\bullet) and 4 (\blacktriangle) at 400 mW, with mirror waist 0.5 by 0.7 mm. The fourth bounce signals here have been magnified by a factor 10. (b) Small detunings. Bounces 2, 3, and 4 with mirror waist 2 by 2.4 mm at 800 mW. The weak repumping light was present for these experiments.

for a two-level atom. We found $c_U = 0.4 \pm 0.2$; one expects c_U to be below 1 because of the Clebsch-Gordan coefficients for a ground state $F_g > 0$. Also, as expected from Fresnel's laws, we found that the mirror potential was about 2 times higher, through the Ω^2 term, when the incident laser beam was polarized in the plane of reflection, compared to polarization perpendicular to the plane [15].

The form of the detuning curves is dominated at low detuning by losses due to photon scattering. Photon scattering can cause loss either by heating the atoms, or by optically pumping them to a state which is not reflected. Such a state can be either an $F_g = 4$ Zeeman sublevel with a reduced spot size due to a smaller Clebsch-Gordan coefficient, or the $F_g = 3$ hyperfine level in the ground state if the detuning is below 9 GHz (the separation of the $F_g = 4$ and $F_g = 3$ hyperfine levels). In the latter case the atomic mirror produces an attractive potential for atoms in the $F_g = 3$ state, causing them to stick to the glass. Since about 1 in 5 scattering events from $F_g = 4$ leaves an atom in $F_g = 3$, this is the main source of loss by scattering during the reflection, at detunings below 9 GHz. Photon scattering associated with the mirror has two origins: either during the reflection itself [Eq. (2)], or during the free flight because of stray light originating from the beam forming the mirror. Other sources of stray light, and collisional losses, will be independent of the mirror detuning. We distinguished between the two contributions from the mirror light by shutting off the mirror for 30 ms every 50 ms, which reduces the loss during the free flight by 3/5. Also, the weak illumination of the $F_g = 3 \rightarrow F_g = 4$ transition is sufficient to repump the atoms during the 50 ms free fall but not during the $\sim 3 \mu\text{s}$ reflection. Without this repumping light the total losses were observed to increase slightly, giving more in-

formation on the intensity of the stray light. Our results were consistent with stray light from the mirror beam having an intensity $\eta = 2 \pm 1 \times 10^{-4}$ times that at the center of this beam before it enters the prism. The fits at low detuning in the presence of repumping during the free flight [Fig. 2(b)] were consistent with Eq. (2) with a multiplying factor between 1 and 2.

To summarize this study, we find that in a typical situation such as that of Fig. 1(b), the total loss per bounce [(39 \pm 1)%] may be divided as follows: 5% due to photon scattering during the reflection, 10% due to stray light from the mirror beam, 10% due to background-gas collisions, and the remaining 20% due either to extra sources of stray light or to other causes such as residual misalignments of the mirror spot with respect to the vertical axis. The contribution from background-gas collisions was deduced from a set of bounce signals at various background pressures, which gave a collisional rate of escape of $2 \pm 1 \text{ s}^{-1}$ at 3×10^{-8} mbar. At higher detunings, the signal-to-noise ratio decreases, but the losses are reduced also. At a detuning of 10 GHz, and a mirror diameter of 1 mm, we observed a loss per bounce of (27 \pm 2)%. This was dominated by losses during the free fall; at this detuning Eq. (2) predicts just 0.05 scattering events per bounce during the reflection itself.

We now consider a few perspectives. The gravitational cavity can be thought of as a shallow "trap" for atoms, in which the internal atomic state is perturbed only during a very small fraction of the motion, as in other neutral particle storage devices such as the hydrogen maser and neutron bottles. For our experiments the trap depth was $\sim 5 \mu\text{K}$ horizontally and 1 mK vertically. The loading could be improved by using the "dark funnel" method [16], and the detection made nondestructive by measuring the refractive index of the cloud. Also, the lifetime in

the trap can be increased by using a more highly polished fused silica prism to reduce stray light and by enhancing the evanescent wave to enable one to work at higher detunings. An appropriate coating on the glass surface may help with the latter [17].

Finally, a fascinating, though still far off goal is the realization of an atomic Fabry-Pérot interferometer and the observation of its modes. To reduce loss not only of atoms but also of *coherence*, ultrahigh vacuums will be necessary, along with a very good mechanical stability of the mirror. Experimental techniques for matter-wave cavities can be envisaged by analogy with lasers. For instance, the use of a pulsed mirror is a method of mode locking the cavity. In cw operation, transverse mode selection can be achieved by reducing the size of the mirror, while longitudinal mode selection could be performed using Raman velocity selection [3] to adjust very precisely the maximal velocity of the atoms stored in the cavity.

We would like to thank C. Salomon and the ENS cooling group for many helpful discussions. This work is partially supported by Collège de France, CNRS, DRED, and DRET. A.M.S. is financed by the Commission of the European Communities through a Community training project. Unité de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie is associée au CNRS.

* Permanent address: Department of Technical Physics, Helsinki University of Technology, Helsinki, Finland.

- [1] For a review, see, e.g., C. Cohen-Tannoudji and W. Phillips, *Phys. Today* **43**, No. 10, 35 (1990).
 [2] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips,

Europhys. Lett. **16**, 165 (1991).

- [3] M. Kasevitch, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
 [4] Special issue on Optics and Interferometry with Atoms, edited by J. Mlynek, V. Balykin, and P. Meystre [*Appl. Phys. B* **54**, 319 (1992)].
 [5] For a review, see, e.g., G. P. Collins, *Phys. Today* **46**, No. 6, 17 (1993).
 [6] V. I. Balykin and V. S. Letokhov, *Appl. Phys. B* **48**, 517 (1989).
 [7] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
 [8] Another way of making the cavity stable is to use a magnetic quadrupole field to confine the horizontal motion.
 [9] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov, and A. I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987) [*JETP Lett.* **45**, 353 (1987)]; *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
 [10] M. A. Kasevich, D. S. Weiss, and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
 [11] K. Helmerson, S. L. Rolston, L. Goldner, and W. D. Phillips, in *Optics and Interferometry with Atoms*, Book of Abstracts, WE-Heraeus-Seminar, Konstanz, 1992 (unpublished).
 [12] C. G. Aminoff, P. Bouyer, and P. Desbiolles, *C. R. Acad. Sci. Ser. 2*, 1535 (1993).
 [13] R. J. Cook and R. K. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
 [14] P. Desbiolles and J. Dalibard, *Revue Scientifique et Technique de la Defense* **21**, 105 (1993).
 [15] In addition, the evanescent wave is linearly polarized when the linear incident polarization is perpendicular to the plane of reflection, while it is almost circular in the other case.
 [16] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin, and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
 [17] R. Kaiser, Y. Levy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold, and J. Mlynek (to be published).

Partie II

Etude d'un processus Sisyphe élémentaire au voisinage d'une surface diélectrique

Introduction

La notion de processus Sisyphe [1, 2] a été introduite voilà quelques années afin d'expliquer les températures particulièrement basses mesurées dans les mélasses optiques [3], températures très en-dessous de celles prédites par la théorie du refroidissement Doppler [4, 5]. Rappelons brièvement le principe du refroidissement Sisyphe. Dans les mélasses optiques, la lumière déplace de manière différente les sous-niveaux Zeeman de l'état atomique fondamental, et l'amplitude de ces déplacements lumineux dépend de la position de l'atome. Lors de son mouvement, un atome dans un des sous-niveaux Zeeman parcourt donc une suite de creux et de bosses de potentiel, correspondant aux maxima et aux minima des déplacements lumineux. Un processus Raman peut faire changer l'atome de sous-niveau Zeeman. Comme la probabilité d'un tel processus est plus élevée sur les bosses que dans les creux, le déplacement lumineux du niveau d'arrivée est la plupart du temps plus faible que celui du niveau de départ. Ainsi, l'énergie mécanique de l'atome diminue peu à peu, puisqu'il monte plus souvent le long d'une bosse de potentiel qu'il ne descend dans un creux. L'analogie avec le mythe grec de Sisyphe, condamné à hisser le même rocher au plus haut d'une montagne pour l'éternité, a conduit à donner le nom de refroidissement Sisyphe à ce type de mécanisme.

De très nombreux processus Raman consécutifs sont nécessaires afin d'atteindre les très faibles températures des mélasses optiques, et il n'est pas possible dans ces expériences d'isoler un cycle de refroidissement unique. Nous proposons dans cette partie d'étudier au contraire un processus Sisyphe élémentaire, intervenant durant le rebond d'atomes de césium sur un miroir lumineux identique à celui décrit dans la partie précédente de ce mémoire. Notons que l'étude d'un tel processus a été proposée voilà quelques années [6, 7], et qu'une première mise en évidence expérimentale a été récemment publiée [8]. Dans cette dernière expérience, un jet thermique d'atomes est envoyé en incidence rasante sur un miroir lumineux. Une réflexion non spéculaire, qui correspond à une perte d'énergie cinétique des atomes due au processus Sisyphe, est observée. La valeur moyenne de l'énergie perdue lors de la réflexion est en bon accord avec celle fournie par un modèle simple.

Nous présentons ici une étude théorique et expérimentale d'un processus Sisyphe intervenant lors du rebond d'atomes issus d'un piège magnéto-optique. Ces atomes, initialement sur le niveau hyperfin $F_g = 3$ peuvent subir lors du rebond une transition Raman vers le niveau $F_g = 4$, transition qui permet de diminuer considérablement leur énergie. Dans un premier chapitre, nous commençons par décrire le processus Sisyphe intervenant lors du rebond d'un atome à trois niveaux. Nous évaluons le taux de transition attendu, c'est-à-dire le pourcentage des atomes qui effectuent la transition lors du rebond. Nous déterminons la distribution en énergie des atomes après ce processus, et discutons de l'importante influence de la surface du diélectrique.

Dans un deuxième chapitre, nous présentons les résultats d'une expérience réalisée dans notre groupe de recherche. Grâce à une technique de temps de vol, nous avons pu déterminer expérimentalement la distribution en énergie des atomes après le rebond, ainsi que les variations du taux de transition en fonction du désaccord du champ évanescent. Nous comparons ces résultats à ceux présentés dans le premier chapitre, ainsi qu'à ceux obtenus à l'aide d'un programme de simulation Monte-Carlo. Nous soulignons en particulier l'influence considérable de la surface du diélectrique sur le processus. Nous terminons ce chapitre en discutant des applications possibles de ce type de refroidissement, et présentons en particulier une expérience dans laquelle il nous a été permis d'observer de très longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle.

Chapitre 1

Processus Sisyphe élémentaire

Dans ce premier chapitre, nous commençons par présenter le principe du refroidissement Sisyphe au cours du rebond. Nous évaluons la proportion d'atomes susceptible d'effectuer la transition Raman correspondante, et déterminons la distribution en énergie des atomes après un rebond. Nous discutons enfin de l'influence de la présence du diélectrique sur ces résultats.

Notons que l'analyse proposée dans ce premier chapitre est centrée autour du mouvement de l'atome suivant l'axe Oz , perpendiculaire au diélectrique. C'est donc une étude "à une dimension". Un traitement complet du problème sera présenté au cours du second chapitre de cette partie avec la simulation Monte-Carlo "à trois dimensions".

I Principe

A Modèle considéré

L'atome de césium est dans cette partie modélisé par un atome à trois niveaux (figure 1.1). Les niveaux sous hyperfins de l'état fondamental $F_g = 4$ et $F_g = 3$ sont modélisés par deux niveaux sans structure Zeeman, et le groupe des niveaux hyperfins $F_e = 2, 3, 4, 5$ est modélisé par un seul niveau, noté e ¹. On note $\hbar\Delta$ la différence d'énergie entre les deux niveaux $F_g = 4$ et $F_g = 3$. Rappelons que pour l'atome de césium $\Delta/2\pi = 9193$ MHz.

L'onde évanescente qui forme le miroir à atomes est obtenue par réflexion totale d'un faisceau laser de pulsation ω_L , de polarisation supposée perpendiculaire

¹Comme nous l'avons vu dans la première partie de ce mémoire, cette modélisation est particulièrement bien adaptée lorsque la polarisation de l'onde évanescente est perpendiculaire au plan d'incidence et lorsque les désaccords entre sa pulsation ω_L et les pulsations ω_{4-e} et ω_{3-e} associées aux transitions atomiques $F_g = 4 \leftrightarrow e$ et $F_g = 3 \leftrightarrow e$ sont grands devant la structure hyperfine de l'état excité e .

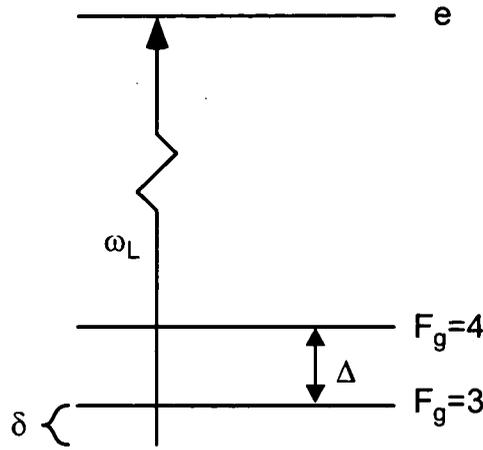


Figure 1.1: Atome à trois niveaux. Les niveaux $F_g = 4$ et $F_g = 3$ sont les niveaux hyperfins stables du césium, le niveau e représente le groupe hyperfin $F_e = 2, 3, 4, 5$ des niveaux excités. La pulsation de l'onde évanescente est égale à ω_L , et on note $\delta = \omega_L - \omega_{3-e}$ le désaccord entre cette pulsation et celle associée à la transition $F_g = 3 \leftrightarrow e$.

au plan d'incidence dans le reste de l'exposé. On note κ^{-1} la portée de cette onde évanescente, et :

$$\delta = \omega_L - \omega_{3-e} \quad (1.1)$$

le désaccord entre la pulsation du laser et celle associée à la transition $b \leftrightarrow e$ (figure 1.1).

L'interaction entre l'onde évanescente et l'atome donne naissance pour chacun des niveaux $F_g = 4$ et $F_g = 3$ à un potentiel dipolaire que l'on peut écrire sous la forme :

$$U_4(z) = \frac{\hbar\Omega_1^2(\mathbf{0})}{4(\delta + \Delta)} \exp(-2\kappa z) \quad (1.2)$$

$$U_3(z) = \frac{\hbar\Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta} \exp(-2\kappa z) \quad (1.3)$$

où $\Omega_1^2(\mathbf{0})$ est la fréquence de Rabi à la surface du diélectrique. Nous supposons qu'elle est la même pour les deux transitions $4 \leftrightarrow e$ et $3 \leftrightarrow e$. L'axe Oz est, comme dans la première partie de ce mémoire, perpendiculaire à la surface supposée plane du diélectrique. Notons que les deux potentiels sont en tout point proportionnels, et que l'on a :

$$U_4(z) = \frac{\delta}{\delta + \Delta} U_3(z) \quad (1.4)$$

c'est-à-dire que le potentiel U_4 est toujours inférieur au potentiel U_3 .

Nous négligeons dans cette première étude le potentiel de van der Waals, afin de faire ressortir plus facilement les principales caractéristiques du problème. Nous reviendrons à la fin de ce chapitre sur les modifications importantes qu'apporte ce potentiel.

B Description du processus

Considérons un atome dans l'état interne $F_g = 3$, abordant l'onde évanescente avec une impulsion p_i . On note $E_i = p_i^2/2m$ son énergie mécanique (figure 1.2 (a)). On suppose que l'intensité et le désaccord δ du laser sont choisis de telle sorte que le potentiel U_3 est suffisamment élevé pour que le rebond de l'atome soit possible. Au fur et à mesure que l'atome entre dans l'onde évanescente, son énergie cinétique diminue, alors que son énergie potentielle augmente.

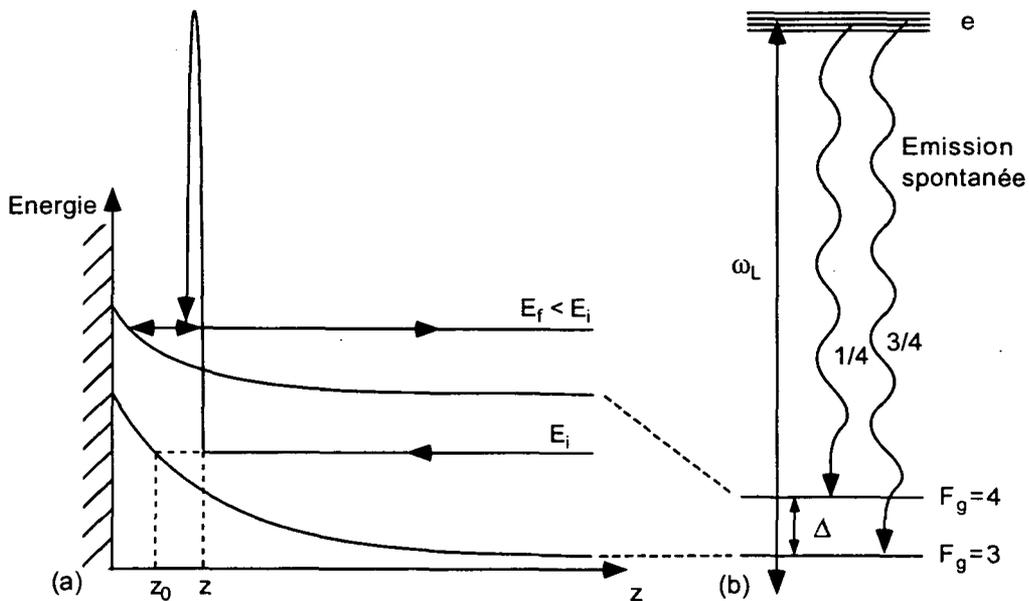


Figure 1.2: Refroidissement Sisyphé dans l'onde évanescente. Le désaccord entre le laser et la transition atomique $4 \leftrightarrow e$ est égal à $\Delta + \delta$, où $\Delta/2\pi = 9.2$ GHz est la différence de fréquence entre les états $F_g = 4$ et $F_g = 3$, et δ est le désaccord entre le laser et la transition $3 \leftrightarrow e$. (a) Les atomes sont initialement dans l'état interne $F_g = 3$. Si un processus Raman a lieu au voisinage du point de rebroussement classique z_0 , l'atome perd une grande partie de son énergie potentielle et ressort de l'onde évanescente avec une énergie E_f inférieure à son énergie initiale E_i . (b) Taux de désexcitation vers les niveaux $F_g = 4$ et $F_g = 3$.

Nous supposons que le nombre d'émissions spontanées par rebond n_{sp} , donné par :

$$n_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{\delta} \frac{p_i}{\hbar\kappa} \quad (1.5)$$

est faible, si bien qu'une éventuelle émission spontanée a lieu préférentiellement au voisinage du point de rebroussement classique défini, rappelons-le, comme le point pour lequel l'énergie initiale E_i est égale au potentiel $U_3(z_0)$ (figure 1.2 (a)). Après absorption d'un photon de l'onde évanescente et émission d'un photon spontané, l'état interne de l'atome peut être $F_g = 4$ ou $F_g = 3$. Si l'on note Γ la largeur de l'état excité e et Γ_4 (respectivement Γ_3) le taux de désexcitation vers le niveau $F_g = 4$ (respectivement le niveau $F_g = 3$), la probabilité pour que l'atome se trouve dans l'état $F_g = 4$ (respectivement $F_g = 3$) est égale à Γ_4/Γ (respectivement Γ_3/Γ).

Si l'atome se trouve dans l'état $F_g = 3$ (processus Rayleigh), il continue sa route. Si nous négligeons les effets de recul dus à l'absorption et à l'émission de photons, il n'est pas perturbé par ce processus.

Si l'atome se trouve dans l'état $F_g = 4$ (processus Raman), la situation est très différente. Si nous négligeons les effets de recul, son énergie cinétique est certes conservée durant la transition, mais son énergie potentielle diminue, puisqu'elle passe de $U_3(z)$ à $U_4(z) = U_3(z)\delta/(\delta + \Delta)$. À la sortie de l'onde évanescente, si l'atome peut rebondir, son énergie totale $E_f = mv_f^2/2m$ est donc plus faible que son énergie initiale E_i . L'atome a donc été "refroidi" lors du rebond.

Notons que pour un atome dans l'état $F_g = 3$, la probabilité d'une émission spontanée lors du rebond est faible. Elle est en effet majorée par :

$$n_{\text{sp}}^4 = \frac{\Gamma}{\Delta + \delta} \frac{p_i}{\hbar\kappa} = n_{\text{sp}} \frac{\delta}{\Delta + \delta} \quad (1.6)$$

quantité très inférieure à n_{sp} tant que $\delta \ll \Delta$, situation dans laquelle nous nous placerons dans le reste de l'exposé. Nous négligerons donc la probabilité pour un atome dans l'état $F_g = 4$ de revenir dans l'état $F_g = 3$ par un processus Raman spontané opposé à celui que nous avons précédemment décrit.

C Probabilité du processus Sisyphe

La probabilité pour qu'un processus Sisyphe advienne lors du rebond est simplement donné par :

$$n_S = c_{3 \rightarrow 4} n_{\text{sp}} \quad (1.7)$$

où $c_{3 \rightarrow 4}$ est la probabilité pour qu'un atome dans l'état e se désexcite vers l'état $F_g = 4$ (figure 1.2 (b)). Nous avons déjà mentionné que cette probabilité est égale à Γ_4/Γ . Lorsque la polarisation de l'onde évanescente est perpendiculaire au plan

d'incidence et que le désaccord δ est grand devant la structure hyperfine de l'état excité, on trouve :

$$c_{3 \rightarrow 4} = 0.25 \quad (1.8)$$

comme nous l'avons montré dans le deuxième chapitre de la première partie de ce mémoire. Cette valeur est obtenue, rappelons-le, en négligeant les modifications apportées aux largeurs Γ et Γ_4 par la surface du diélectrique.

D Distribution en énergie des atomes après le rebond

Considérons un groupe de N atomes incidents sur l'onde évanescente avec une impulsion p_i et une énergie E_i , et déterminons la distribution en énergie de ces atomes après un rebond. On pourra trouver un calcul analogue en référence [7]. Considérons tout d'abord un atome effectuant lors du rebond un cycle de refroidissement, et notons z le point en lequel il effectue la transition Raman. Un calcul simple montre que l'énergie E_f après le rebond est donnée par :

$$E_f = E_i \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta + \delta} \exp(-2\kappa(z - z_0)) \right) \quad (1.9)$$

On vérifie sur cette expression que la perte d'énergie est maximale lorsque l'atome effectue la transition au point de rebroussement classique. Si l'on note E_f^{\min} l'énergie finale minimale accessible par ce processus, il vient :

$$E_f^{\min} = E_i \frac{\delta}{\Delta + \delta} \quad (1.10)$$

Donnons un ordre de grandeur de cette énergie finale minimale pour une configuration expérimentale typique. Nous verrons que les désaccords δ auxquels nous avons pu travailler vérifient $2 \text{ GHz} \leq \delta/2\pi \leq 4.2 \text{ GHz}$. On calcule aisément $0.18 E_i \leq E_f \leq 0.31 E_i$. Ce type de refroidissement est donc particulièrement efficace, puisqu'en un seul processus un atome peut perdre jusqu'à 80 % de son énergie.

Déterminons maintenant la distribution en énergie des N atomes après le rebond. Une fraction $n_S N$ de ces atomes est transférée sur l'état $F_g = 4$ durant le rebond, mais chacun de ces atomes effectue la transition Raman à un temps aléatoire lors de la réflexion. Plus exactement, la probabilité dn pour qu'une transition intervienne durant un intervalle dt alors que l'atome se trouve à une position z est donnée par :

$$dn = \Gamma \frac{\Omega_1^2(\mathbf{0})}{4\delta^2} \exp(-2\kappa z) dt \quad (1.11)$$

En utilisant cette dernière relation et l'expression (1.9) de l'énergie finale de l'atome effectuant la transition au même point z , on calcule facilement la distribution en énergie $\rho(E) = dn/dE$ des atomes sur l'état $F_g = 4$ après le rebond :

$$\frac{dn}{dE} = N \frac{n_S}{2} \frac{1}{\sqrt{E_i}} \left(\frac{\Delta + \delta}{\Delta} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{E - E_f^{\min}}} \quad (1.12)$$

Cette dernière expression n'est pas tout à fait exacte. Les atomes qui effectuent une transition Raman alors qu'ils arrivent dans l'onde évanescente et qu'ils possèdent une énergie cinétique supérieure à la hauteur du potentiel $U_4(0)$ vont en effet coller au diélectrique (figure 1.3), et ne participeront donc pas au signal final.

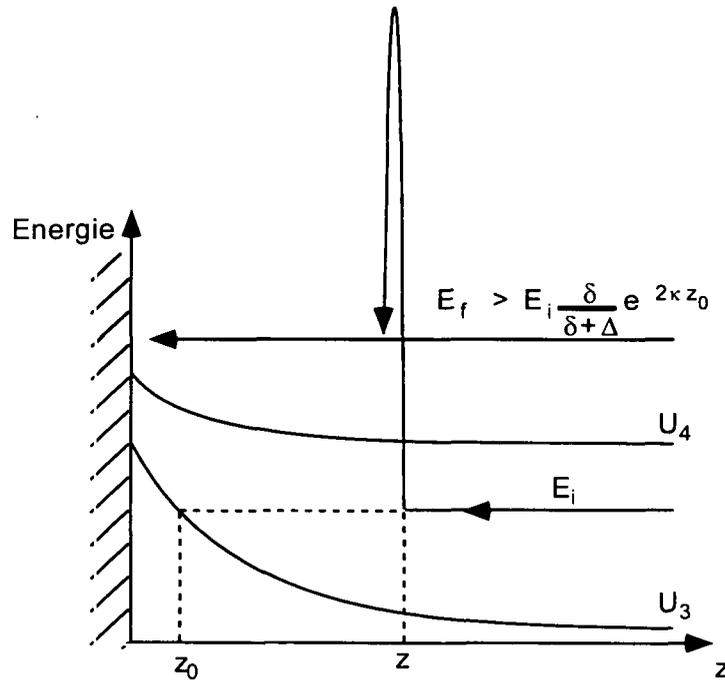


Figure 1.3: Les atomes incidents qui effectuent une transition Raman alors que leur énergie cinétique est supérieure à la hauteur du potentiel $U_4(0)$ vont coller au diélectrique, et ne pourront être détectés.

On peut réexprimer la valeur $U_4(0)$ en fonction de l'énergie initiale E_i et de la position du point de rebroussement classique z_0 :

$$U_4(0) = E_i \frac{\delta}{\delta + \Delta} \exp(2\kappa z_0) \quad (1.13)$$

ce qui nous permet de définir l'énergie E_f au dessus de laquelle les atomes incidents ne vont pouvoir rebondir en fonction de ces paramètres. Remarquons

que si un atome effectue une transition Raman alors que son énergie cinétique est supérieure à $U_4(0)$ et qu'il s'éloigne du diélectrique, c'est-à-dire qu'il est déjà passé par le point de rebroussement classique, il va participer au signal final puisqu'il pourra ressortir sans problème de l'onde évanescente.

La distribution en énergie des atomes ayant subi un cycle de refroidissement est donc, en tenant compte cette fois du collage :

$$\frac{dn}{dE} = N \frac{n_S}{4} \frac{1}{\sqrt{E_i}} \left(\frac{\Delta + \delta}{\Delta} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{E - E_f^{\min}}} \left(2 - \theta \left(E - E_i \frac{\delta}{\delta + \Delta} \exp(2\kappa z_0) \right) \right) \quad (1.14)$$

où θ désigne la fonction de Heaviside. La figure 1.4 illustre cette distribution en énergie pour un rapport $\delta/(\Delta + \delta) = 0.25$ correspondant à un désaccord $\delta/2\pi \simeq 3$ GHz.

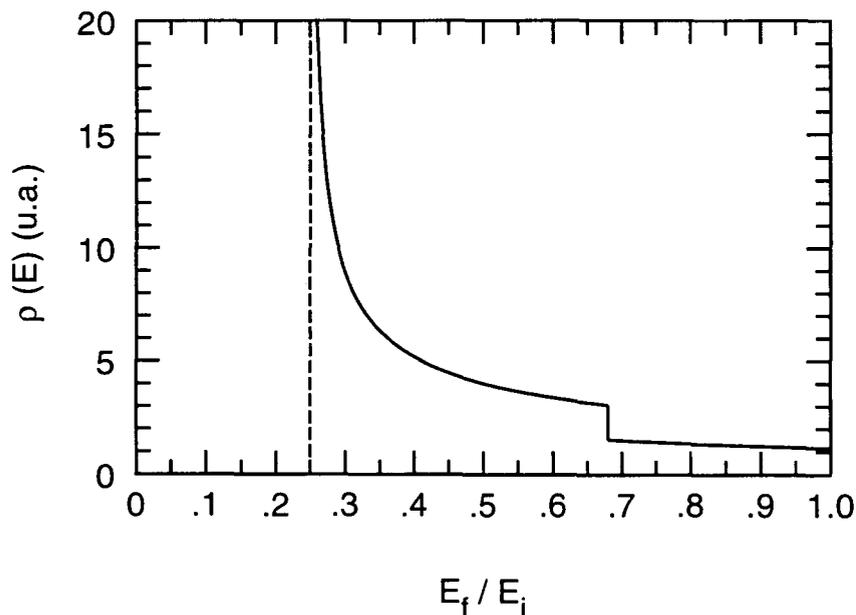


Figure 1.4: Distribution en énergie des atomes ayant subi un cycle de refroidissement Sisyphes. Le désaccord $\delta/2\pi$ est égal à 3 GHz, ce qui correspond à un rapport $\delta/(\Delta + \delta) = 0.25$. Le point de rebroussement classique est fixé arbitrairement tel que $2\kappa z_0 = 1$.

L'expression de $\rho(E)$ dépend de la position du point de rebroussement classique z_0 . Elle va donc changer lorsque l'on considère des points du miroir lumineux situés à des distances r différentes de l'axe Oz , puisque z_0 dépend de r , comme nous l'avons montré dans le deuxième chapitre de la première partie de ce mémoire. Notons cependant que l'énergie minimale, elle, n'en dépend pas.

II Influence de la surface diélectrique

Comme nous l'avons déjà exposé dans la première partie de ce mémoire, la présence du diélectrique va modifier le mécanisme exposé de deux manières. Tout d'abord, le potentiel exercé sur l'atome ne se résume plus au potentiel dipolaire, et il faut prendre en compte le potentiel de van der Waals U_{vdW} qui va modifier les trajectoires atomiques au voisinage du prime. Deuxièmement, les valeurs des taux de décroissance Γ , Γ_4 et Γ_3 vont être modifiées, ce qui introduit une variation du taux de branchement c_{3-4} , et donc affecte la probabilité de transition n_S vers l'état $F_g = 4$. Nous allons examiner en détail chacun de ces deux effets.

A Potentiel de van der Waals

L'interaction entre l'atome et la surface du diélectrique donne naissance au potentiel de van der Waals, qui prend la forme suivante [9] :

$$U_{\text{vdW}} = -\frac{\epsilon}{(\kappa z)^3} \quad (1.15)$$

où $\epsilon = h \times 110$ kHz pour $\kappa^{-1} = 0.19$ μm , valeur qui correspond à un angle d'incidence $\theta_n = 58^\circ$. Rappelons que ce potentiel ne dépend pas du niveau hyperfin $F_g = 4$ ou $F_g = 3$ considéré pour l'atome de césium. Nous nommerons $\bar{U}_{3/4} = U_{3/4} + U_{\text{vdW}}$ la somme du potentiel dipolaire et du potentiel de van der Waals. La forme des potentiels $\bar{U}_{3/4}$ est très différente de celle des potentiels dipolaires seuls : s'ils demeurent répulsifs à quelques longueurs d'onde optique du diélectrique, ils sont maintenant fortement attractifs à courte distance (figure 1.5).

Nous notons, par analogie avec les notations de la première partie, z_3^* et z_4^* les positions de chacun des maxima des potentiels \bar{U}_3 et \bar{U}_4 . L'amplitude des deux potentiels dipolaires U_3 et U_4 étant différentes, ces deux points ne sont pas localisés au même endroit. Plus précisément, le potentiel U_4 étant inférieur au potentiel U_3 , on vérifie que $z_4^* > z_3^*$ (figure 1.5).

La position du point de rebroussement classique \bar{z}_0 est maintenant modifiée, puisqu'elle est déterminée par :

$$E_i = \frac{\hbar\Omega_1^2(0)}{4\delta} \exp(-2\kappa\bar{z}_0) - \frac{\epsilon}{(\kappa\bar{z}_0)^3} \quad (1.16)$$

Le point \bar{z}_0 est donc plus proche de la surface du diélectrique qu'il ne l'était en l'absence du potentiel U_{vdW} .

L'énergie finale E_f d'un atome effectuant un processus Raman au point z est maintenant donnée par :

$$E_f = E_i \left(1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta + \delta} \right) \left(1 + \frac{\epsilon}{E_i (\kappa\bar{z}_0)^3} \right) \exp(-2\kappa(z - \bar{z}_0)) \right) \quad (1.17)$$

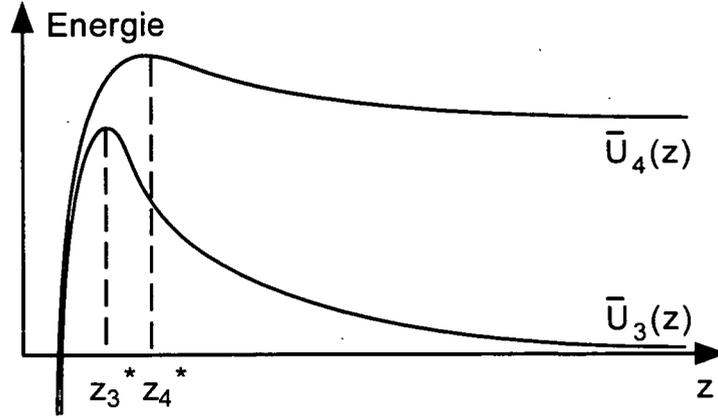


Figure 1.5: Potentiels \bar{U}_3 et \bar{U}_4 , résultant de l'addition des potentiels dipolaires et du potentiel de van der Waals. Les points z_3^* et z_4^* indiquent la position des maxima de \bar{U}_3 et \bar{U}_4 .

La position de \bar{z}_0 par rapport à celle du point z_4^* détermine l'énergie minimale E_f^{\min} d'un atome après un cycle de refroidissement Sisyphé. En effet, si $\bar{z}_0 > z_4^*$, la situation est analogue à celle décrite en l'absence du potentiel de van der Waals, et l'énergie minimale est obtenue à nouveau lorsque le point en lequel a lieu la transition est le point de rebroussement classique \bar{z}_0 (figure 1.6 (a)) :

$$E_f^{\min} = E_i \frac{\delta}{\Delta + \delta} - \frac{\Delta}{\Delta + \delta} \frac{\epsilon}{(\kappa \bar{z}_0)^3} \quad (1.18)$$

L'énergie minimale E_f^{\min} est donc dans ce cas *inférieure* à celle que l'on trouve lorsque l'on néglige l'interaction de van der Waals. De plus, cette énergie dépend maintenant de la position du point de rebroussement \bar{z}_0 , et ne sera donc pas la même en tous les points du miroir, contrairement à ce que nous avons obtenu en l'absence du potentiel de van der Waals.

Si on suppose maintenant que $\bar{z}_0 < z_4^*$, les atomes qui effectuent une transition au voisinage immédiat du point de rebroussement sont soumis à un potentiel attractif lorsqu'ils parviennent sur le niveau $F_g = 4$. Une partie de ces atomes va alors coller au diélectrique (figure 1.6 (b)). C'est au bord du miroir lumineux que cette situation va se présenter, et la probabilité de collage après une transition est donc augmentée par ces processus. Seuls les atomes présentant une trajectoire un peu particulière, représentée sur la figure 1.6 (c), ne vont pas coller. Ces atomes sont déjà passés par le point de rebroussement classique \bar{z}_0 . Ils effectuent la transition Raman alors qu'ils ressortent de l'onde évanescente, et que leur énergie cinétique au point de transition est supérieure ou égale à la hauteur de la barrière

de potentiel qu'il leur reste à franchir. Leur énergie minimale E_f^{\min} est égale à la valeur du potentiel dipolaire U_4 en z_4^* .

B Augmentation du taux de transition

Comme nous l'avons déjà souligné dans la première partie de ce mémoire, la présence de la surface diélectrique va augmenter le nombre d'émissions spontanées lors du rebond selon deux mécanismes.

Tout d'abord, le potentiel \bar{U}_3 est plus "mou" que le potentiel dipolaire U_3 seul. Les atomes vont donc passer plus de temps au voisinage de leur point de rebroussement classique, en particulier si celui-ci est situé au voisinage du point z_3^* . Comme c'est justement dans cette région que la probabilité d'émission spontanée est maximale, on comprend aisément que le nombre moyen d'émission spontanée par rebond n_{sp} augmente. Nous renvoyons le lecteur au chapitre 2 de la partie précédente pour les calculs correspondants.

Les taux de désexcitation Γ et Γ_4 sont eux aussi augmentés au voisinage de la surface. L'augmentation de Γ se traduit par un accroissement de n_{sp} . La probabilité $c_{3 \rightarrow 4} = \Gamma_4 / \Gamma$ qu'un atome dans l'état excité e se désexcite vers l'état $F_g = 3$ va aussi être modifiée. Nous avons déterminé dans le deuxième chapitre de la partie précédente une expression de ces deux taux :

$$\Gamma_4 = 0.148 \Gamma_{\parallel} + 0.102 \Gamma_{\perp} \quad (1.19)$$

$$\Gamma = 0.694 \Gamma_{\parallel} + 0.306 \Gamma_{\perp} \quad (1.20)$$

où Γ_{\parallel} et Γ_{\perp} sont les taux de désexcitation correspondant à un photon spontané de polarisation respectivement parallèle et perpendiculaire au plan du diélectrique. Leur expression approchée est elle aussi donnée dans ce même chapitre (relations (2.90) et (2.89)). La figure 1.7 illustre les variations de $c_{3 \rightarrow 4}$ au voisinage du diélectrique.

Bien que les deux taux Γ et Γ_4 augmentent au voisinage de la surface, la probabilité $c_{3 \rightarrow 4}$, elle, oscille autour de la valeur qu'elle prend loin du prisme, soit $c_{3 \rightarrow 4} = 0.25$. Elle diminue en particulier au voisinage immédiat du prisme. Ses variations restent cependant faibles, de l'ordre de 4 % de l'amplitude moyenne. Si l'on se souvient que l'augmentation de n_{sp} est plutôt de l'ordre de 10 à 20 %, on peut prévoir globalement une augmentation du taux de transition $n_S = c_{3 \rightarrow 4} n_{sp}$.

La complexité de ses effets rend difficile l'obtention de formules analytiques pour les grandeurs physiques qui nous intéressent, comme la distribution en énergie des atomes après le rebond, l'énergie minimale moyenne, ou le taux de transition moyen. C'est pourquoi lorsque nous chercherons à rendre compte des résultats expérimentaux observés nous mettrons en place un programme de simulation Monte-Carlo qui nous permettra d'incorporer aisément tous les éléments exposés.

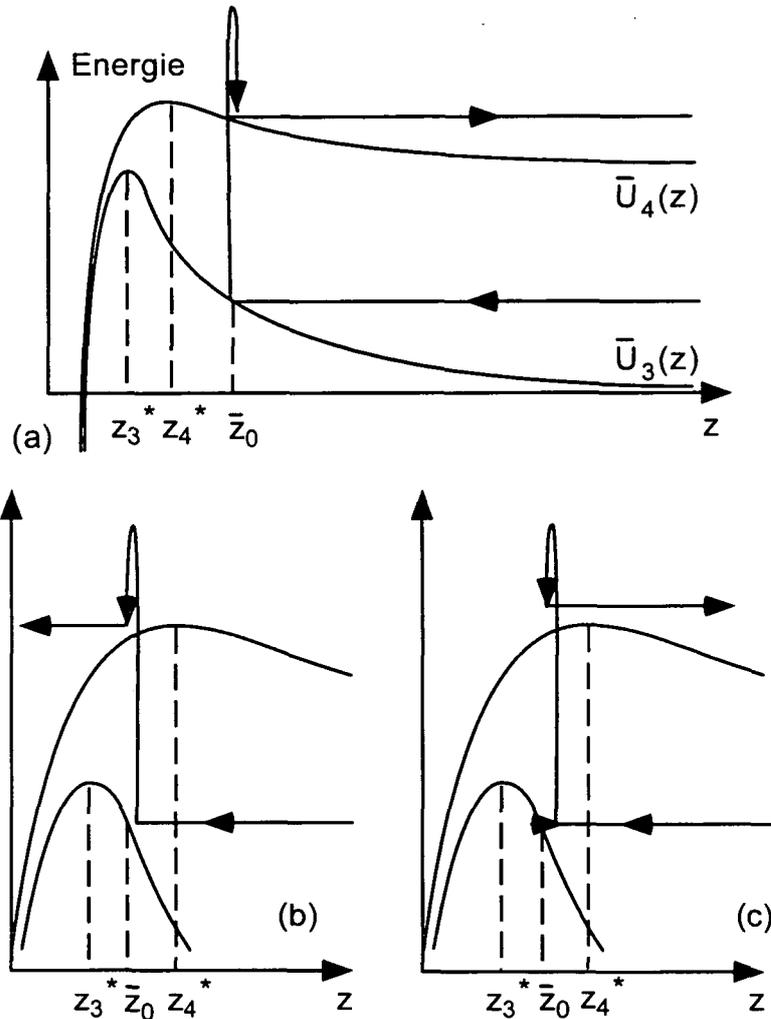


Figure 1.6: Influence du potentiel de van der Waals sur la trajectoire des atomes effectuant une transition. (a) Si le point de rebroussement classique vérifie $\bar{z}_0 > z_4^*$, la situation est analogue à celle étudiée en l'absence de U_{vdW} . (b) Si $\bar{z}_0 < z_4^*$, une part importante des atomes va coller au diélectrique après la transition, le potentiel \bar{U}_4 étant alors attractif. (c) Seuls les atomes effectuant la transition après être passés par \bar{z}_0 et qui possèdent une énergie cinétique suffisante vont pouvoir ressortir de l'onde évanescente.

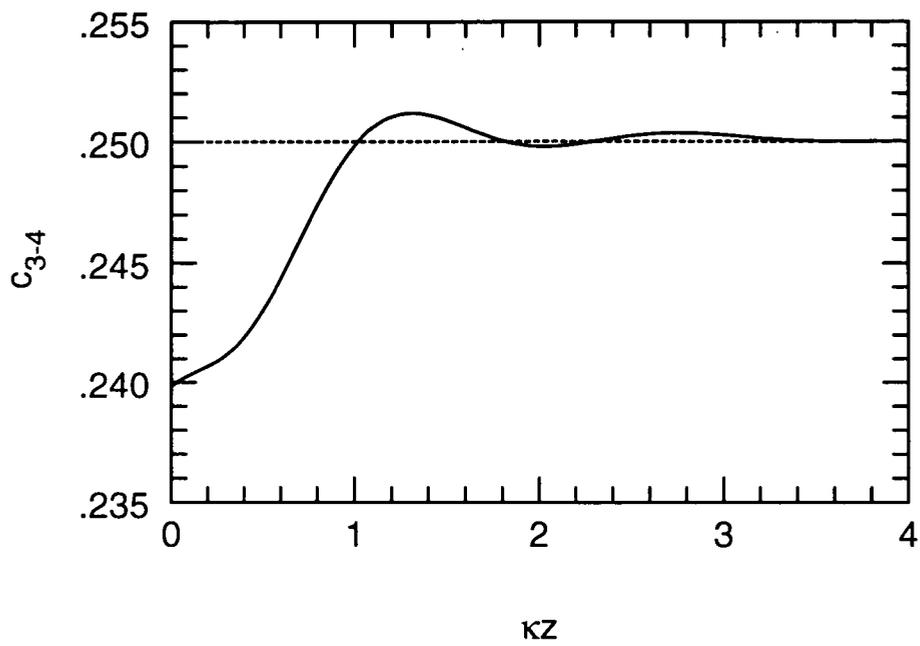


Figure 1.7: *Modification au voisinage de la surface de la probabilité c_{3-4} qu'un atome dans l'état e se désexcite vers l'état $F_g = 4$.*

Chapitre 2

Expérience et analyse

Nous présentons dans ce chapitre les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. Nous les comparons avec les prédictions de la théorie simple, à une dimension, présentée dans le chapitre précédent, ainsi qu’avec les résultats fournis par un programme Monte-Carlo à trois dimensions qui intègre les équations classiques du mouvement des atomes dans le potentiel dipolaire associé au potentiel de van der Waals.

I Expérience

Nous commençons par décrire la configuration expérimentale utilisée, puis présentons les résultats obtenus.

A Configuration expérimentale

La configuration expérimentale, dite “de deuxième génération”, a été présentée en détail dans le troisième chapitre de la première partie de ce mémoire. Nous nous contentons donc d’en résumer les principales caractéristiques.

La configuration utilisée est dite à double cellule. Dans la cellule la plus haute, quelques 10^8 atomes sont chargés dans un piège magnéto-optique (PMO) durant 1 s. Ils sont ensuite lâchés, et tombent sous l’effet de la gravité dans la cellule du bas, où ils sont recapturés par un second PMO, dont le centre est situé à une hauteur $H = 3.2$ mm du centre du miroir (figure 2.1).

Les faisceaux laser du PMO sont quasi résonnants avec la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$, et sont mélangés avec un faisceau repompeur, résonnant avec la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$. Ce dernier permet de compenser les fuites vers le niveau hyperfin $F_g = 3$ dues aux transitions non résonnantes $F_g = 4 \rightarrow F_e = 4 \rightarrow F_g = 3$. Afin d’obtenir un refroidissement supplémentaire des atomes, nous réalisons

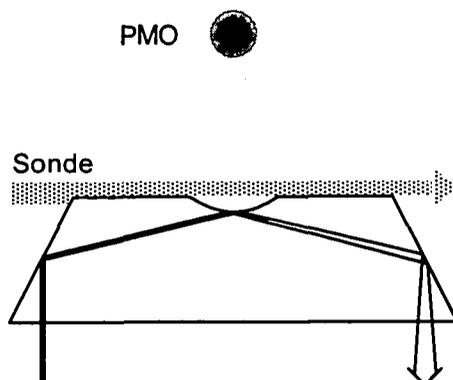


Figure 2.1: Les atomes sont issus d'un piège magnéto-optique situé à une hauteur $H = 3.2$ mm au dessus du miroir lumineux. Ils sont détectés à l'aide d'un faisceau sonde qui rase la surface du prisme.

avant le lâcher une phase de mélasse optique : l'intensité des faisceaux laser est diminuée, leur désaccord augmenté, et le gradient de champ magnétique coupé.

Au temps $t = 0$, le faisceau repompneur est coupé. La plupart des atomes sont alors pompés vers le niveau hyperfin $F_g = 3$, niveau sur lequel ils n'interagissent plus avec les faisceaux du piège, et tombent donc sous l'effet de la gravité. Au temps $t = 6$ ms, les faisceaux du piège sont eux aussi coupés. Nous ne nous occuperons plus de la faible fraction des atomes du PMO encore sur l'état hyperfin $F_g = 4$ à cet instant. En effet, le désaccord entre le champ évanescent et la transition $F_g = 4 \leftrightarrow e$ est trop important pour que ces atomes, qui tombent d'une hauteur $H = 3.2$ mm, puissent rebondir sur le potentiel \bar{U}_4 .

Le prisme utilisé pour le miroir à atomes est constitué de silice, d'indice $n = 1.452$. L'onde évanescente est générée par un faisceau de puissance $p = 100$ mW, issu d'une diode laser. Il subit une réflexion totale avec un angle $\theta_n = 58^\circ$ au centre de la région concave du prisme (figure 2.1). La portée de l'onde évanescente correspondant à cet angle d'incidence est égale à $\kappa^{-1} = 0.19 \mu\text{m}$. Le col du faisceau sur le prisme est de l'ordre de $400 \mu\text{m}$. Au temps $t = 30$ ms, le miroir lumineux est allumé pour une durée de 2 ms à l'aide d'un modulateur acousto-optique.

Le rebond des atomes issus du PMO a lieu durant cette courte période. L'énergie des atomes qui effectuent une transition Sisyphe durant le rebond diminue, donc leur vitesse à la sortie de l'onde évanescente est plus faible que celle des autres atomes. Ils vont donc revenir plus tôt sur le miroir que les atomes qui n'ont pas effectué de transition, après leur vol libre (figure 2.2). Pour déterminer la distribution en énergie des atomes après le rebond, nous avons utilisé une technique de temps de vol.

Nous avons enregistré l'absorption due au passage des atomes dans un faisceau

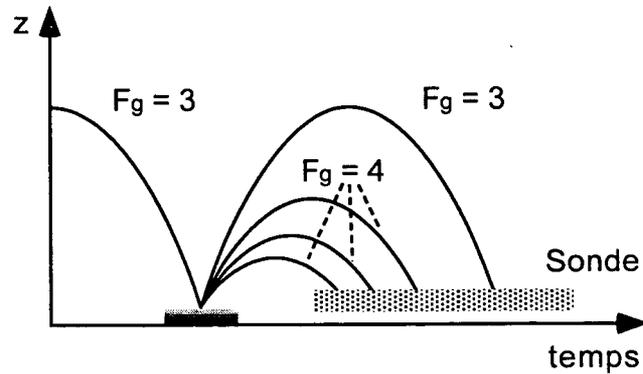


Figure 2.2: Une fraction des atomes initialement dans l'état $F_g = 3$ peut, lors du rebond, effectuer une transition Sisyphus vers l'état $F_g = 4$. Cette transition s'accompagne d'une perte d'énergie: après leur vol libre, les atomes concernés arrivent donc plus tôt dans le faisceau sonde.

laser sonde, dont la fréquence est quasi résonnante avec la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$. L'absorption est mesurée à partir de $t = 43$ ms. Le centre de la sonde est situé $450 \mu\text{m}$ au-dessus du miroir évanescent; elle rase donc la surface du diélectrique, le miroir étant situé $400 \mu\text{m}$ au-dessous de cette surface, au fond de la région concave (figure 2.1). La sonde a une largeur de 4 mm et une hauteur de $200 \mu\text{m}$. Cette hauteur limite la résolution des résultats du temps de vol à $\simeq 1 \text{ ms}$, durée typique de traversée de la sonde par les atomes. L'intensité de la sonde est de l'ordre de 0.2 mW/cm^{-2} . Pour une intensité si faible, on peut considérer que le nombre de photons diffusés par un atome est proportionnel au temps qu'il passe dans la sonde. De plus, l'épaisseur optique du lieu est faible, le gaz d'atomes passant à travers la sonde étant très dilué. Ces deux caractéristiques nous permettent de considérer que le signal d'absorption mesuré à un instant t est proportionnel à la densité d'atomes traversant la sonde au même instant.

Soulignons enfin que la sonde peut être mélangée à un faisceau laser repompeur, résonnant sur la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_g = 4$. On peut ainsi choisir entre une détection des atomes dans $F_g = 4$ uniquement (sonde sans repompeur), et une détection des atomes dans les deux niveaux hyperfins $F_g = 3$ et $F_g = 4$ (sonde avec repompeur).

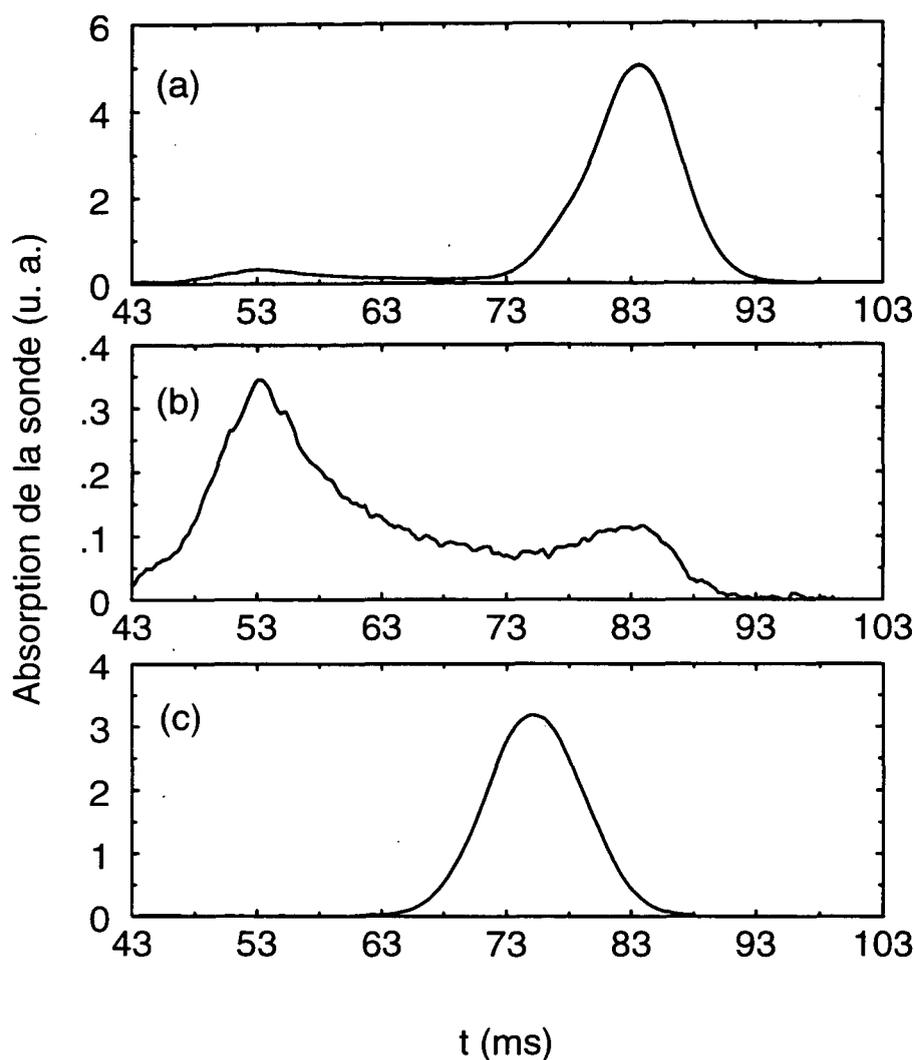


Figure 2.3: Courbes de temps de vol. (a) Après leur rebond, les atomes dans les deux états $F_g = 3$ et $F_g = 4$ sont détectés par la sonde mélangée avec un repompeur. Les atomes ayant effectué une transition Sisyphes, plus lents, arrivent en premier (pic centré en $t = 53$ ms), suivis des atomes dont le rebond a été spéculaire (pic centré à $t = 83$ ms). (b) Expérience identique, mais la sonde n'est pas mélangée au repompeur. Seuls les atomes dans l'état $F_g = 4$ sont détectés. Notez le changement d'échelle par rapport à la courbe précédente. (c) Expérience identique, les atomes étant lâchés dans l'état $F_g = 4$. Seuls les atomes qui restent dans cet état lors de leur évolution peuvent rebondir. Ils parviennent dans la sonde plus tôt (pic centré à $t \simeq 76$ ms) que lorsqu'ils sont lâchés dans l'état $F_g = 3$, la différence des temps d'arrivée correspondant au temps moyen de dépompement des atomes du PMO. Les atomes subissant une transition Raman lors du rebond ne peuvent rebondir, le potentiel dipolaire pour $F_g = 3$ étant attractif.

B Résultats expérimentaux

1 Courbes de temps de vol

La figure 2.3(a) présente une courbe typique obtenue par la méthode de temps de vol, et donne l'absorption de la sonde en fonction du temps t . Les atomes effectuant un rebond spéculaire dans l'état $F_g = 3$ ont une période de rebond égale à 53 ms, et traversent la sonde au temps $t = 83$ ms. Les atomes qui ont effectué une transition Sisyphé lors du rebond ont, comme nous l'avons souligné, une vitesse à la sortie de l'onde évanescente plus faible, et donc une période de rebond plus petite. Ils traversent donc la sonde à des temps plus courts, et leur passage est révélé par un pic large, d'amplitude plus faible que celui correspondant aux atomes dans l'état $F_g = 3$, et dont la valeur maximale est située au temps $t_{\text{Sis}} \simeq 53$ ms. Le désaccord du champ évanescent dans l'expérience associée à la courbe présentée est égal à $\delta/2\pi = 3000$ MHz, et un faisceau repompeur est mélangé au faisceau sonde afin de détecter les deux niveaux hyperfins $F_g = 3$ et $F_g = 4$.

Afin de démontrer que le signal observé aux alentours de $t = 53$ ms est bien dû à des atomes ayant effectué un cycle Sisyphé, nous avons mis en œuvre deux expériences supplémentaires :

- Tout d'abord, nous avons effectué la même expérience, mais sans mélanger de repompeur au faisceau sonde. Cette dernière ne détecte donc plus que les atomes dans $F_g = 4$. La figure 2.3(b) présente les résultats obtenus. Le pic principal observé sur le temps de vol précédent au temps $t = 83$ ms a presque disparu¹, alors que le pic large et de faible amplitude est inchangé. Les atomes détectés autour du temps t_{Sis} sont donc bien des atomes dans l'état hyperfin $F_g = 4$.
- Nous avons ensuite laissé tomber les atomes dans l'état interne $F_g = 4$ au dessus du miroir, dont le désaccord $\delta/2\pi = 3000$ MHz correspond maintenant à la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$. Comme la différence de fréquence entre les deux niveaux hyperfins $F_g = 3$ et $F_g = 4$ est $\Delta/2\pi = 9193$ MHz, le champ évanescent présente donc un désaccord négatif vis à vis de la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 2, 3, 4$; le potentiel dipolaire U_3 est donc maintenant *attractif*, et les atomes qui effectuent une transition Raman lors du rebond vont coller au diélectrique. Le résultat de l'expérience, présenté sur la figure 2.3 confirme ces prédictions, puisqu'aucun atome n'est détecté avant le temps $t = 83$ ms.

¹Nous attribuons le pic de très faible amplitude qui reste visible vers $t = 83$ ms aux atomes qui ont rebondi de manière spéculaire sur le miroir lumineux, et ont été transférés après ce rebond dans l'état $F_g = 4$ par la lumière diffusée par le prisme.

2 Variations de t_{Sis} avec le désaccord δ

Afin de comparer les résultats expérimentaux avec la théorie simple présentée dans le chapitre précédent, nous avons répété l'expérience initiale (atomes incidents dans l'état $F_g = 3$) pour une gamme de désaccords $\delta/2\pi$ allant de 2 GHz à 4.2 GHz. La valeur maximale de cette gamme est imposée par l'intensité du laser disponible pour générer l'onde évanescente. Pour des désaccords δ plus élevés, le rayon du miroir r_m est en effet trop petit, et le nombre d'atomes détectés est trop faible pour que le signal correspondant puisse être analysé correctement. La valeur minimale de la gamme de désaccords est liée à l'utilisation d'un miroir concave. En effet, pour des désaccords $\delta/2\pi$ inférieurs à 2 GHz, les atomes qui effectuent une transition Sisyphé au voisinage du point de rebroussement classique perdent plus de 80 % de leur énergie initiale. Ils ne peuvent plus sortir de la zone concave du miroir de hauteur $400 \mu\text{m}$, et ne peuvent donc plus être détectés par la sonde (figure 2.1). Par conséquent, le nombre réel d'atomes ayant subi un processus Sisyphé, ainsi que le temps t_{Sis} , restent inconnus.

Nous avons tout d'abord étudié les variations du temps t_{Sis} en fonction du désaccord δ . Ce temps, rappelons-le, correspond à la valeur maximale du pic associé aux atomes dans l'état $F_g = 4$, *i.e.* ayant effectué une transition Sisyphé lors du rebond. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.4.

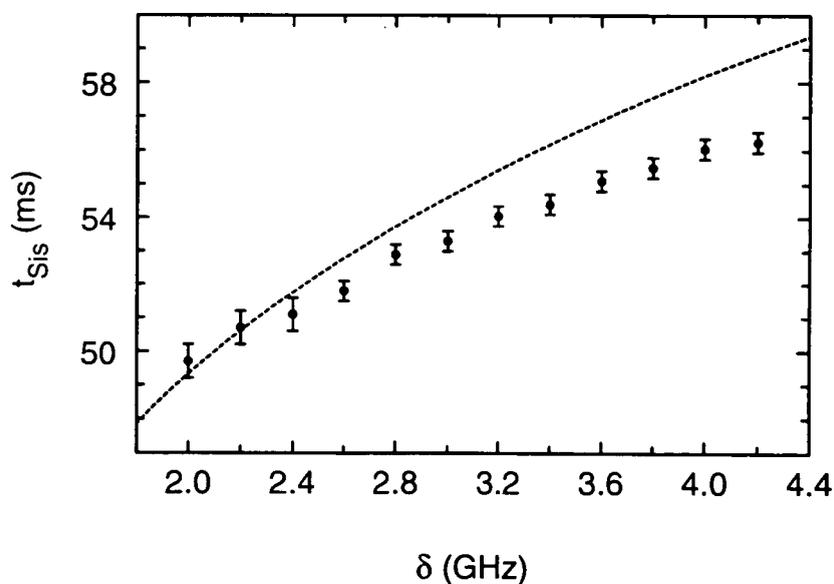


Figure 2.4: Temps d'arrivée t_{Sis} des atomes ayant effectué une transition Sisyphé lors du rebond. • : résultats expérimentaux. En trait pointillé : t_{Sis} obtenu à partir de l'expression de l'énergie minimale E_f^{min} négligeant le potentiel de van der Waals.

Nous avons représenté sur cette figure les prédictions du modèle à une dimension présenté dans le chapitre précédent. L'expression de l'énergie minimale E_f^{\min} (relation (1.10)) permet en effet de trouver la vitesse minimale de sortie de l'onde évanescente, et le temps correspondant d'arrivée dans la sonde. Nous avons supposé que ce temps correspond au temps t_{Sis} , la présence d'atomes *avant* ce temps dans l'expérience étant due aux distributions en vitesse et en position initiales des atomes dans le PMO, ainsi qu'à la largeur du pulse évanescent et à celle de la sonde qui introduisent des convolutions sur le signal à une dimension attendu. Si l'accord entre expérience et modèle simple est relativement bon à faible désaccord, il n'en est pas de même à grand désaccord : les atomes arrivent plus tôt que prévu dans la sonde. Nous verrons que nous pourrions rendre compte de cet écart en introduisant dans le programme de simulation Monte-Carlo le potentiel de van der Waals.

3 Variations de n_s avec le désaccord δ

Nous avons utilisé les courbes de temps de vol pour évaluer le nombre d'atomes n_s effectuant la transition Sisyphes lors du rebond, et pour déterminer les variations de n_s avec le désaccord δ . La méthode utilisée est la suivante : nous commençons par déterminer, pour chaque instant d'arrivée t dans la sonde, la vitesse des atomes arrivant dans la sonde. Nous divisons ensuite la valeur du signal de temps de vol à un instant t par la vitesse correspondante, ce qui nous donne un nombre proportionnel au nombre d'atomes dans cette classe de vitesse. Finalement nous intégrons le résultat sur le temps d'arrivée t . Cette méthode est d'abord appliquée aux courbes de temps de vol obtenues avec une sonde mélangée à un repompeur, ce qui nous donne le nombre d'atomes ayant rebondi sur le miroir, indépendamment du niveau hyperfin sur lequel ils se trouvent. Elle est ensuite appliquée aux courbes de temps de vol obtenues avec une sonde sans repompeur, ce qui nous donne le nombre d'atomes se trouvant sur le niveau hyperfin $F_g = 4$ après le rebond. Il reste à diviser le second nombre par le premier pour avoir une bonne estimation du taux de transition n_s lors du rebond. La figure 2.5 présente les variations de ce taux en fonction du désaccord δ . Nous avons aussi porté sur cette figure les prédictions de la théorie simple à une dimension. Rappelons que cette théorie indique que :

$$n_s = c_{3 \rightarrow 4} n_{\text{sp}} = c_{3 \rightarrow 4} \frac{\Gamma}{\delta} \frac{p_i}{\hbar \kappa} \quad (2.1)$$

soit un taux proportionnel à $1/\delta$.

Là encore, les prédictions à une dimension sont correctes à faible désaccord, mais s'écartent de plus en plus des résultats expérimentaux lorsque le désaccord augmente. En fait, il semble même sur cette figure que le taux de transition dépende peu du désaccord δ .

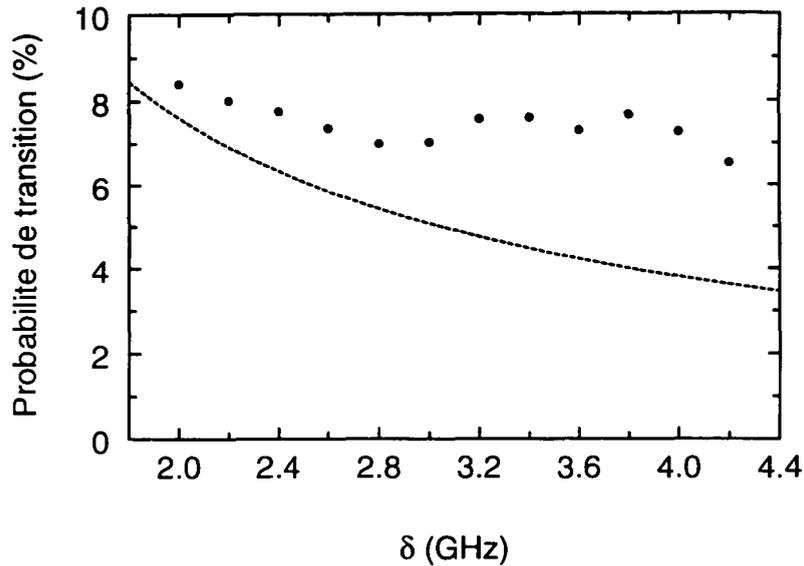


Figure 2.5: Probabilité de transition du niveau $F_g = 3$ vers le niveau $F_g = 4$ durant le rebond. • : résultats expérimentaux. Trait pointillé : prédiction du modèle à une dimension.

Devant les différences importantes entre théorie simple et résultats expérimentaux, nous avons décidé de mettre en place un programme de simulation Monte-Carlo à trois dimensions, que nous allons maintenant présenter.

II Programme de simulation Monte-Carlo

Le modèle simple présenté dans le premier chapitre de cette partie nous a permis de donner les principales caractéristiques physiques du cycle de refroidissement Sisyphé, ainsi que les lois de variation des grandeurs qui nous intéressent, comme la distribution en énergie des atomes après le rebond. Cependant, les résultats expérimentaux obtenus ne présentent qu'un accord très qualitatif avec ce modèle à une dimension. Les distributions initiales en position et en vitesse dans le PMO, la largeur du pulse évanescet et celle de la sonde introduisent un élargissement du signal simple prédit. De plus, le potentiel de van der Waals affecte la distribution en énergie des atomes, en particulier en changeant l'énergie finale minimale E_f^{\min} . Nous présentons dans cette section un programme de simulation Monte-carlo qui permet de prendre en compte tous ces effets.

A Principe de la simulation

1 Paramètres de la simulation

La simulation tente de reproduire le plus fidèlement possible l'expérience. La source d'atomes froids est un nuage d'atomes dont les trajectoires sont traitées classiquement. Les paramètres de cette source sont déterminés en ajustant le pic donné par la simulation sur le pic du temps de vol expérimental au temps $t = 83$ ms. Ce pic correspond, rappelons-le, aux atomes qui rebondissent de manière spéculaire sur le miroir. Les positions et les vitesses des atomes dans le PMO sont choisies aléatoirement suivant des lois de distribution Gaussienne. La valeur quadratique moyenne de la position des atomes, ou "taille du PMO" est ainsi donnée par $\delta q = 550 \mu\text{m}$, et la valeur quadratique moyenne de leur vitesse δv est elle égale à 2 cms^{-1} . Le centre du PMO est situé $H = 3.2$ mm au dessus du miroir évanescent, valeur qui coïncide avec la valeur expérimentalement déterminée à partir du temps séparant deux rebonds. Le col $w = 400 \mu\text{m}$ de l'onde évanescente est lui aussi déterminé de manière expérimentale, en envoyant une très faible partie du faisceau sur une caméra CCD. La fréquence de Rabi $\Omega_1(0)$ qui intervient dans les expressions des potentiels dipolaires U_3 et U_4 est déterminée expérimentalement en mesurant le désaccord δ_m introduit dans la première partie de ce mémoire (chapitre II, section C et chapitre III, section A.2), désaccord au-dessus duquel les atomes lâchés de la hauteur $H = 3.2$ mm ne peuvent plus rebondir. Pour notre expérience, nous avons trouvé $\delta_m/2\pi = 6500$ MHz. En prenant en compte l'interaction de van der Waals, cette valeur de δ_m correspond à une fréquence de Rabi $\Omega_1/2\pi = 840$ MHz.

2 Déroulement de la simulation

Les atomes sont lâchés au dessus du miroir dans l'intervalle de temps t compris entre 0 et 6 ms, suivant une loi exponentielle décroissante de constante de temps égale à 2 ms. Leur trajectoire classique est calculée, et seuls les atomes qui atteignent le miroir dans l'intervalle de 2 ms centré autour de $t = 31$ ms, correspondant au pulse évanescent, sont pris en compte.

Nous intégrons alors numériquement les équations classiques du mouvement des atomes dans le potentiel \bar{U}_3 , somme du potentiel dipolaire et du potentiel de van der Waals. L'algorithme utilisé est du type Runge-Kutta à pas variable [10] : le pas d'intégration entre deux points est adapté pour conserver au cours de l'évolution une précision constante, égale à 10^{-5} dans notre programme. Entre deux pas d'intégration séparés d'une durée dt , la probabilité dn d'une émission spontanée est calculée suivant :

$$dn = \Gamma(z) \frac{\Omega_1^2(0)}{4\delta^2} \exp(-2\kappa z) dt \quad (2.2)$$

où $\Gamma(z)$ est la largeur de l'état excité e au point z , largeur qui augmente lorsque l'atome s'approche du diélectrique. Comme le nombre moyen n_{sp} d'émissions spontanées par rebond reste inférieur à l'unité² et que l'intervalle dt est très petit devant le temps de rebond τ , la probabilité dn vérifie $dn \ll 1$. Elle est comparée à un nombre aléatoire ϵ appartenant à l'intervalle $[0, 1[$. Si $dn > \epsilon$, une émission spontanée intervient durant l'intervalle d'intégration. L'état interne final de l'atome est déterminé en tirant à nouveau au hasard un autre nombre ϵ' dans l'intervalle $[0, 1[$, et en le comparant à la valeur de Γ_4/Γ , calculée à partir des équations (1.19) et (1.20). Si $\epsilon' < \Gamma_4/\Gamma$, l'état final est $F_g = 4$; le potentiel évanescent \bar{U}_3 est changé en \bar{U}_4 , et l'intégration continue. Cette méthode permet d'obtenir la vitesse des atomes après leur rebond, si toutefois ce dernier est réussi, quel que soit leur état interne final.

On calcule alors la trajectoire classique de l'atome durant son vol libre, puis l'instant auquel il entre dans la sonde et le temps passé dans la zone de détection. Comme dans l'expérience, la sonde a une largeur égale à $150 \mu\text{m}$, et son centre se situe $475 \mu\text{m}$ au-dessus du miroir. Cette simulation peut être répétée pour des désaccords δ différents, et fournit des courbes de temps de vol tout à fait similaires à celles obtenues dans l'expérience.

B Résultats

Nous allons comparer les résultats de la simulation Monte-Carlo avec ceux fournis par l'expérience dans la gamme de désaccords $2\text{GHz} \leq \delta/2\pi \leq 4.2\text{GHz}$. La figure 2.6 donne un exemple de courbe fournie par le programme de simulation pour un désaccord $\delta/2\pi = 3000 \text{ MHz}$. Nous avons porté sur cette figure le temps de vol expérimental enregistré pour le même désaccord. La forme et la position des pics associés aux atomes ayant effectué une transition Sisyphe sont en bon accord. Sur la même figure, nous avons porté la courbe donnée par un programme de simulation Monte-Carlo identique à celui décrit plus haut, mais qui ne prend pas en compte le potentiel de van der Waals. Le pic associé aux atomes dans l'état $F_g = 4$ est déplacé, et apparaît plus tard. La théorie simple exposée dans le premier chapitre permet de prévoir ce déplacement, puisque qu'elle nous indique que l'énergie finale minimale E_f^{min} est dans ce cas plus élevée que lorsque l'on prend en compte l'interaction de van der Waals.

²Pour une impulsion à l'entrée de l'onde évanescence $p_i = 106 \hbar\kappa$, valeur correspondante à une hauteur de chute $H = 3.2 \text{ mm}$, et un désaccord $\delta/2\pi = 2 \text{ GHz}$, valeur minimale utilisée, on trouve $n_{\text{sp}} \simeq 0.27$.

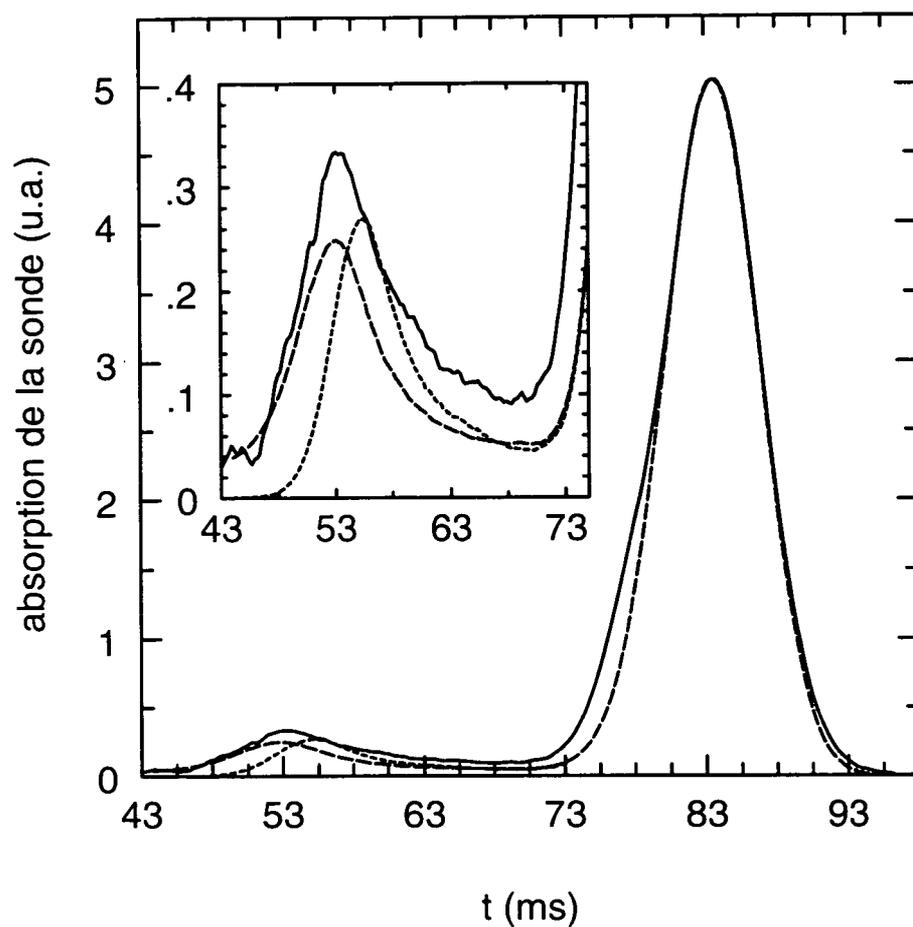


Figure 2.6: *Signal de temps de vol pour $\delta/2\pi = 3000$ MHz. En trait continu : résultat expérimental. Tirets longs : simulation Monte-Carlo tenant compte du potentiel de van der Waals. Tiret courts : simulation Monte-Carlo sans le potentiel de van der Waals. Tiret courts et tirets longs sont confondus sur le pic principal, au temps $t = 83$ ms.*

1 Comparaison des temps t_{Sis}

Nous commençons par comparer les temps t_{Sis} donnés par l'expérience et par la simulation Monte-Carlo. Rappelons que le temps t_{Sis} est défini comme celui pour lequel le pic témoignant du passage dans la sonde des atomes dans l'état $F_g = 4$ atteint sa valeur maximale. La figure 2.7 présente les variations de t_{Sis} en fonction du désaccord δ pour l'expérience et pour les simulations Monte-Carlo avec et sans potentiel de van der Waals. Nous avons rappelé sur cette figure les prévisions de la théorie à une dimension.

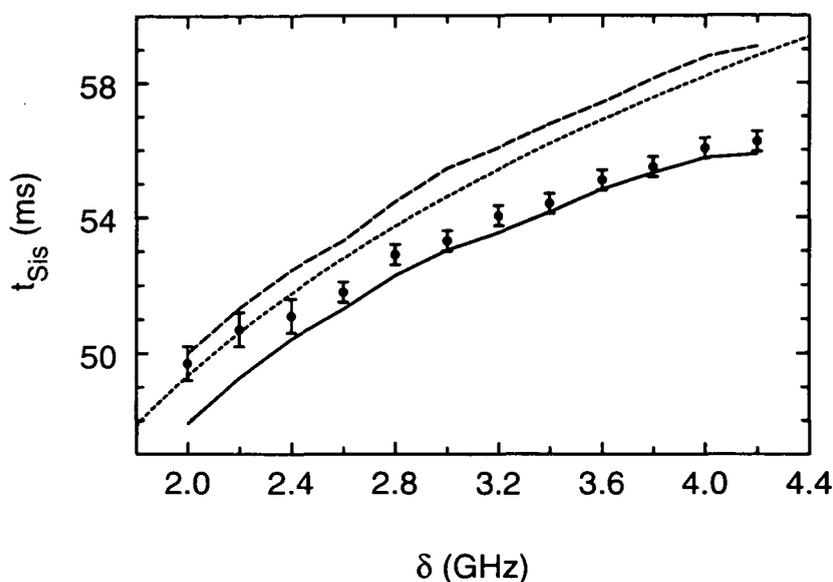


Figure 2.7: Temps d'arrivée t_{Sis} des atomes ayant effectué une transition Sisyphes lors du rebond. \bullet : résultats expérimentaux. En trait pointillé : modèle simple. En trait plein : simulation Monte-Carlo prenant en compte l'interaction entre l'atome et la surface diélectrique. En trait brisé : simulation Monte-carlo négligeant cette interaction.

L'accord entre simulation Monte-Carlo et résultats expérimentaux est satisfaisant, bien meilleur que celui avec la théorie simple. A faible désaccord cependant, la concordance est moins bonne. Nous proposons deux explications à cette discordance. Tout d'abord, remarquons que la structure hyperfine de l'état excité e , de l'ordre de 500 MHz, n'est pas vraiment négligeable devant le désaccord $\delta/2\pi$ lorsque celui-ci est proche de 2 GHz. Deuxièmement, le potentiel dipolaire est élevé pour les faibles désaccords, si bien que le point de rebroussement classique \bar{z}_0 de la plupart des atomes se trouvent éloignés du diélectrique d'une distance supérieure à $\lambda/2\pi$. Nous savons que dans cette région le potentiel de van

der Waals est moins important que ne le prévoit la loi en $1/z^3$ que nous avons utilisée.

Nous avons représenté sur la figure 2.7 les prédictions de la simulation Monte-Carlo négligeant l'interaction entre l'atome et la surface diélectrique. Plus le désaccord δ est important, plus ces prédictions sont éloignées des résultats expérimentaux. On peut comprendre cette caractéristique si l'on se souvient qu'à grand désaccord, une portion importante des atomes qui rebondissent explore le proche voisinage de la surface diélectrique, région où l'interaction de van der Waals tient un rôle essentiel.

2 Comparaison des probabilités de transition n_S

Nous comparons sur la figure 2.8 les probabilités n_S obtenues expérimentalement avec celles fournies par la simulation Monte-Carlo, ainsi que celles issues du modèle simple présenté dans le premier chapitre.

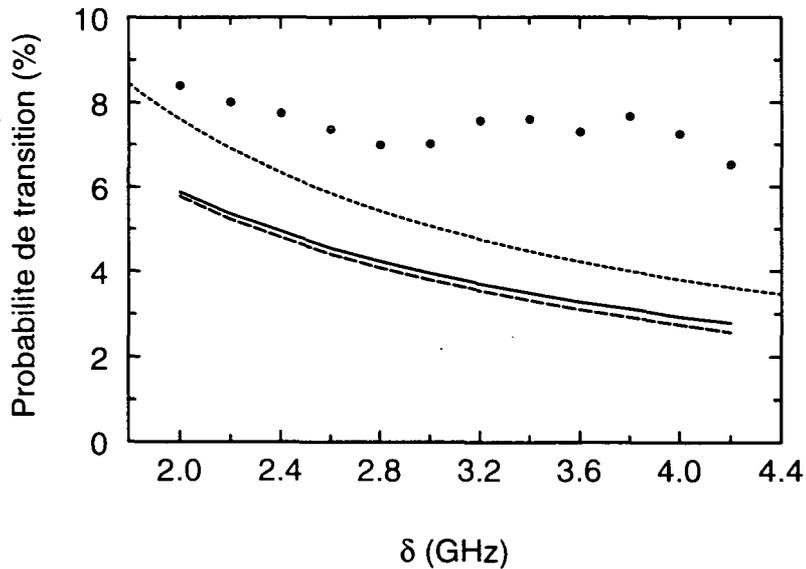


Figure 2.8: Probabilité de transition du niveau $F_g = 3$ vers le niveau $F_g = 4$ durant le rebond. • : résultats expérimentaux. En trait pointillé : prédiction du modèle à une dimension. En trait plein : simulation Monte-Carlo prenant en compte l'interaction entre l'atome et la surface diélectrique. En trait brisé : simulation Monte-carlo négligeant cette interaction.

Tout d'abord, il apparaît que la probabilité de transition déterminée à partir des courbes de temps de vol de la simulation est plus faible que celle déterminée à partir du modèle simple. Ceci est en contradiction avec les arguments présentés à

la fin du premier chapitre, qui tendaient à montrer que l'interaction entre l'atome et la surface du diélectrique augmente l'émission spontanée. Le taux de transition devrait donc être plus important dans la simulation que dans le modèle simple. Une analyse plus détaillée de la dynamique des atomes dans le programme Monte-Carlo montre que ces arguments sont tout à fait corrects, et que le taux de transition est bien augmenté. Mais cet accroissement est compensé par le fait qu'une grande partie des atomes ayant effectué une transition se colle au diélectrique lorsque le potentiel U_4 est remplacé par le potentiel \bar{U}_4 . La proximité des courbes présentant les résultats fournis par les simulations Monte-Carlo avec et sans interaction de van der Waals est donc trompeuse, car la dynamique des atomes est très différente dans les deux cas.

L'accord entre les prédictions de ces simulations et les résultats expérimentaux n'est pas aussi bon que pour le temps t_{sis} . On peut constater sur la figure 2.8 que la probabilité de transition mesurée expérimentalement ne décroît que très lentement lorsque le désaccord δ augmente, ce qui n'est pas le cas pour la probabilité donnée par les simulations. Pour le désaccord $\delta/2\pi = 4.2$ GHz, le taux de transition mesuré vers l'état $F_g = 4$ est même deux fois plus important que le taux prévu. Nous n'avons pas trouvé d'explication satisfaisante à cette discordance. Peut-être la lumière diffusée par le prisme, due à des irrégularités de sa surface, augmente-t-elle le nombre de processus Raman lors du rebond, sans pourtant changer les caractéristiques du miroir évanescent, bien vérifiées par ailleurs.

III Conclusions

Nous avons montré que la perte d'énergie mesurée expérimentalement est en bon accord avec celle prédite par une simulation Monte-Carlo, à condition toutefois de tenir compte de la présence du diélectrique. Notons que l'importance du potentiel de van der Waals lors du rebond a été récemment soulignée par le groupe de recherche de l'Institut d'Optique [12] lors de l'étude de l'influence de l'intensité et du désaccord de l'onde évanescente sur la fraction d'atomes qui rebondit sur un miroir lumineux.

Le pourcentage d'atomes qui effectuent une transition Sisyphus lors du rebond est en revanche plus important que celui prédit par la théorie. En particulier, il dépend peu du désaccord du champ évanescent, ce qui rend en définitive cette technique de refroidissement particulièrement efficace. On peut imaginer de répéter le processus plusieurs fois, les phases de refroidissement étant alternées avec des phases de repompage des atomes vers le niveau hyperfin $F_g = 3$, lors de leur vol libre par exemple. Ceci devrait permettre de réaliser un gaz d'atomes dont l'énergie cinétique serait de l'ordre de quelques énergies de recul E_R [6, 8].

Nous verrons dans la troisième partie de ce mémoire que ce processus peut être utilisé pour peupler de manière particulièrement efficace l'état fondamental d'un potentiel de Morse créé au voisinage d'un prisme.

IV Application : observation de longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle

L'expérience que nous présentons dans ce dernier chapitre nous a permis d'observer les plus longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle, en accumulant les atomes au voisinage immédiat du prisme diélectrique. Nous avons pu ainsi détecter la présence d'atomes plus de deux secondes après leur chute du piège magnéto-optique, ce qui correspond à plus d'une centaine de rebonds compte tenu de la hauteur de chute calculée de ces atomes.

Précisons tout de suite que le statut de cette expérience est différent de celui des autres études présentées dans ce mémoire. Le lecteur ne trouvera pas ici d'étude quantitative des phénomènes observés. Il s'agit d'une expérience préliminaire pour laquelle le temps imparti sur le montage expérimental était limité (la prise de données s'est déroulée sur deux semaines). Elle a plutôt visé à démontrer qu'il est possible d'accumuler des atomes au voisinage immédiat du prisme, point central de la troisième partie (théorique) de ce mémoire. Les nombreux paramètres (associés aux lasers ou aux champs magnétiques par exemple) ont été optimisés "empiriquement" pour arriver aux résultats très prometteurs représentés sur la figure 2.11.

A Principe de l'expérience

Le principe de cette expérience repose sur l'effet Sisyphe présenté dans les chapitres précédents. Les atomes initialement dans un PMO sont lâchés d'une hauteur $H \simeq 3$ mm au dessus du miroir, dans l'état hyperfin $F_g = 3$. Le désaccord $\delta/2\pi$ entre la fréquence du laser et la fréquence associée à la transition atomique $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$ est de l'ordre de 0.75 GHz, ce qui conduit à un nombre de photons spontanés par rebond $n_{sp} \simeq 0.7$. Nous avons vu que la probabilité pour qu'une de ces émissions spontanées induise une transition vers l'état hyperfin $F_g = 4$ (transition Raman) est de l'ordre de $c_{3 \rightarrow 4} \simeq 0.25$, si bien qu'après quelques rebonds, typiquement 5 à 6, la plupart des atomes se trouvent sur l'état hyperfin $F_g = 4$.

La dynamique des atomes sur ce niveau est alors très différente. Leur énergie mécanique a diminuée lors de la transition Raman, et leur énergie minimale E_f^{\min} est de l'ordre de $E_0 \delta/(\delta + \Delta)$, où $E_0 = mgH$ est leur énergie mécanique initiale et $\Delta/2\pi = 9.3$ GHz est l'écart de fréquence entre les niveaux hyperfins $F_g = 3$ et $F_g = 4$. Pour le désaccord $\delta/2\pi \simeq 0.75$ GHz, ceci correspond à $E_f^{\min} \simeq 0.075 E_0$. Le nombre de photons spontanés par rebond n_{sp} est drastiquement réduit pour ces atomes, et ceci pour deux raisons. Reprenons pour le montrer l'expression

simple de n_{sp} calculée dans la première partie de ce mémoire :

$$n_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{(\delta + \Delta)} \frac{p_i}{\hbar\kappa} \quad (2.3)$$

où Γ est la largeur de l'état excité et p_i l'impulsion des atomes lorsqu'ils pénètrent dans l'onde évanescente. Le désaccord $(\delta + \Delta)/2\pi$ entre la fréquence du laser et celle de la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e$ est sensiblement égal à 10 GHz, soit un ordre de grandeur plus grand que le désaccord δ . L'impulsion p_i des atomes a diminuée, puisque leur énergie mécanique après la transition Raman est inférieure à leur énergie initiale. La combinaison de ces deux effets conduit à un nombre de photons spontanés par rebond $n_{\text{sp}} \simeq 0.014$, soit un photon tous les 70 rebonds. Rappelons cependant que ce résultat est optimiste, et que la prise en considération de la présence du diélectrique augmente sensiblement n_{sp} . Puisqu'il s'agit ici d'observer des longs temps de vie dans la cavité, le paramètre important est plutôt le nombre de photons spontanés *par seconde* diffusés par les atomes. Ce dernier, que nous nommerons \bar{n}_{sp} , est simplement obtenu en divisant le nombre de photons n_{sp} par la période de rebond, égale à $2p_i/g$. Il vient :

$$\bar{n}_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{\delta} \frac{mg}{2\hbar\kappa} \quad (2.4)$$

expression qui montre que \bar{n}_{sp} est indépendant de l'impulsion initiale p_i . Pour les atomes dans l'état $F_g = 3$, le désaccord $\delta/2\pi$ est égal à 0.75 GHz, et on en déduit que $\bar{n}_{\text{sp}} = 14$ photons/seconde. Pour les atomes dans l'état $F_g = 4$, le désaccord est maintenant égal à $(\delta + \Delta)/2\pi = 10$ GHz, soit $\bar{n}_{\text{sp}} = 1$ photon/seconde. Le passage pour les atomes de l'état interne $F_g = 3$ à l'état $F_g = 4$ induit bien une importante diminution des phénomènes d'émission spontanée, et donc des pertes dans la cavité gravitationnelle.

Notons que le mouvement des atomes dans la cavité ne peut plus être traité dans l'approximation paraxiale. En effet, le rayon r_m du miroir pour un désaccord $\delta/2\pi$ de l'ordre de 1 GHz est de l'ordre de grandeur du col w du faisceau créant l'onde évanescente, soit environ 400 μm (relation (2.34) de la première partie de ce mémoire³). Comme nous l'avons montré dans le premier chapitre de cette partie du mémoire, lorsque les atomes parviennent sur le niveau $F_g = 4$ après la transition Raman, leur énergie mécanique a diminuée, de sorte que le rayon du miroir reste pour eux de l'ordre du col w , même si le désaccord entre la fréquence du laser et la transition atomique concernée est beaucoup plus grand. Le point le plus haut de la trajectoire des atomes les plus froids est facilement calculé à partir de leur énergie mécanique $E_f^{\text{min}} = 0.075E_0$, et l'on trouve que ce point se

³Le désaccord δ_m est de l'ordre de grandeur de celui donné dans le chapitre III de cette partie, soit $\delta_m \simeq 7000$ GHz.

situé à une altitude de l'ordre de $230 \mu\text{m}$. Cette altitude et le rayon du miroir étant du même ordre de grandeur, l'approximation paraxiale n'est plus justifiée. Remarquons enfin que les atomes les plus froids ne peuvent être détectés par la sonde, puisqu'ils restent en permanence à l'intérieur de la zone courbée du miroir (figure 2.9). La distribution en énergie des atomes après la transition Raman est cependant suffisamment étalée (figure 1.4) pour que l'on puisse détecter des atomes au dessus de cette zone courbée, grâce en particulier à un faisceau sonde rasant la surface du diélectrique (figure 2.9).

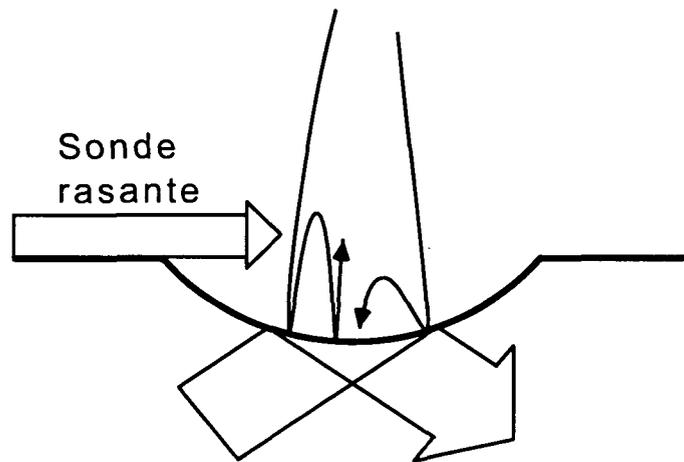


Figure 2.9: *Trajectoires des atomes dans la cavité gravitationnelle après la transition Raman. Les atomes les plus froids ne peuvent être détectés par le faisceau sonde : ils restent à l'intérieur de la zone courbée du miroir (trajectoire la plus à droite de la figure). Si la sonde est rasante, on peut détecter les atomes dont l'énergie finale est suffisante pour qu'ils sortent de cette zone (trajectoire la plus à gauche de la figure).*

Plusieurs points restent encore à préciser, qui témoignent de la complexité de l'expérience présentée. Tout d'abord, la polarisation du champ évanescent est parallèle au plan d'incidence du faisceau le créant, contrairement au choix fait dans toutes les autres expériences de ce mémoire. Cette polarisation est en effet apparue optimale pour maximiser le signal aux temps longs. Les sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin $F_g = 3$ sont alors déplacés de manière différente par le champ évanescent, et les émissions spontanées au cours du rebond peuvent induire des transitions entre ces sous-niveaux qui introduisent un élargissement

de la distribution initiale en impulsion des atomes dans le PMO⁴. Ces processus sont tout à fait comparables au processus Sisyphe, la différence essentielle résidant dans le fait que les atomes ne changent pas de niveau hyperfin lors de la transition Raman.

Dans cette expérience, le confinement du mouvement transverse des atomes n'est plus simplement assuré par la courbure du miroir. Nous avons mis en place un confinement supplémentaire, qui repose sur l'utilisation d'un champ magnétique quadrupolaire. Le couplage de ces deux modes de confinement transverse (miroir courbé et champ quadrupolaire) associé à la non validité de l'hypothèse paraxiale rend l'étude du mouvement des atomes dans la cavité complexe. Avant de présenter nos résultats expérimentaux, nous allons montrer comment l'utilisation d'un champ quadrupolaire permet de confiner le mouvement transverse des atomes.

B Confinement magnétique transverse

Nous montrons dans ce paragraphe qu'il est possible de confiner le mouvement transverse des atomes dans la cavité gravitationnelle grâce à un champ magnétique quadrupolaire \mathbf{B}_1 associé à un champ magnétique \mathbf{B}_0 uniforme.

1 Champs magnétiques considérés

La configuration étudiée est représentée sur la figure 2.10(a). Deux bobines composées de N_b spires de fil de cuivre sont placées en position dite "Helmoltz", c'est-à-dire que la distance qui sépare leur centre est égale à leur rayon commun R , et qu'elles sont parcourues par un même courant I_c . Un calcul classique montre que le champ magnétique \mathbf{B}_0 au voisinage du point O , milieu du segment joignant le centre des deux bobines, est donné par :

$$\mathbf{B}_0 = N_b \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 I_c}{R} \mathbf{e}_z \quad (2.5)$$

Ce champ est remarquablement uniforme autour de ce point. La zone d'étude de l'interaction entre les atomes et le champ magnétique est limitée dans la suite de l'exposé au voisinage de l'axe Oz et du point O , nous considérerons donc que le champ \mathbf{B}_0 ne dépend pas du point considéré.

⁴Le nombre d'émissions spontanées par rebond lorsque les atomes sont sur le niveau $F_g = 4$ étant beaucoup plus faible, cet effet est négligeable pour ces atomes.

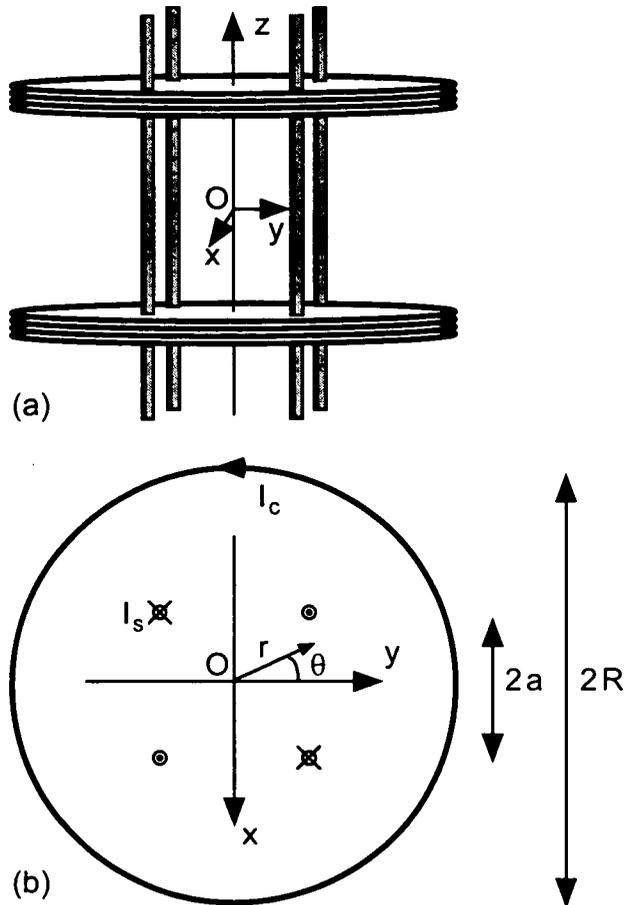


Figure 2.10: Configuration expérimentale proposée pour le confinement magnétique transverse des atomes dans la cavité gravitationnelle. (a) Vue de côté. Les bobines en position Helmholtz créent un champ magnétique statique uniforme \mathbf{B}_0 , et les quatre fils un champ quadrupolaire \mathbf{B}_1 . (b) Vue de dessus. Les bobines sont parcourues par un courant I_c , et les fils par un courant I_s .

Le champ quadrupolaire \mathbf{B}_1 est créé par quatre ensembles de N_f fils de cuivre, placés perpendiculairement aux bobines, aux quatre coins d'un carré de côté $2a$ (figure 2.10(b)). Si l'on note r et θ les coordonnées polaires d'un point situé au voisinage de l'axe Oz , on a :

$$\mathbf{B}_1(r, \theta) = N_f \frac{\mu_0 I_s}{\pi a^2} r (\cos \theta \mathbf{e}_x - \sin \theta \mathbf{e}_y) \quad (2.6)$$

où I_s est le courant qui parcourt les fils. Notons que la norme B_1 du champ \mathbf{B}_1 est proportionnelle à la distance r du point considéré à l'axe Oz . Dans la suite de l'exposé, nous noterons :

$$B_1 = \mathcal{A}_1 r \quad (2.7)$$

Donnons immédiatement les valeurs numériques des divers paramètres que nous avons utilisés :

- Le champ magnétique \mathbf{B}_0 est en pratique créé par les bobines de compensation de la composante verticale du champ magnétique terrestre, bobines nécessaires à l'obtention d'une mélasse optique de bonne qualité dans la cellule du bas. Le champ \mathbf{B}_0 est donc vertical, orienté de bas en haut, et nous avons mesuré des amplitudes de ce champ comprises entre 100 et 200 mG. Dans toute la suite, lorsque nous aurons besoin d'établir un ordre de grandeur, nous adopterons une valeur moyenne pour cette amplitude $B_0 \simeq 150$ mG.
- Le champ \mathbf{B}_1 est créé par quatre ensembles de 52 fils placés aux angles d'un carré de côté $2a \simeq 11$ cm. Chaque fil est parcouru par un courant I_s de l'ordre de 20 A, si bien qu'on obtient une valeur de \mathcal{A}_1 de l'ordre de 15 G/cm au voisinage de l'axe Oz .

Dans la suite de l'exposé, nous noterons B la norme du champ magnétique total $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$, et \mathbf{u} le vecteur vérifiant $\mathbf{B} = B\mathbf{u}$. Un calcul rapide montre que les normes des champs \mathbf{B}_0 et \mathbf{B}_1 sont identiques lorsque l'on considère un point situé à la distance $r_e = 100 \mu\text{m}$ de l'axe Oz . La dépendance de B vis-à-vis de la distance r est très différente si l'on considère des points situés à une distance très inférieure ou au contraire très supérieure à cette distance r_e :

- Lorsque $r \gg r_e$, le champ \mathbf{B} est pratiquement confondu avec \mathbf{B}_1 , et B dépend de manière linéaire de la distance r à l'axe Oz .
- Lorsque $r \ll r_e$, le champ \mathbf{B} est pratiquement confondu avec \mathbf{B}_0 , et la dépendance spatiale de B est obtenue en faisant un développement limité :

$$B \simeq B_0 + \frac{B_1^2}{2B_0} = B_0 + \frac{\mathcal{A}_1^2}{2B_0} r^2 \quad (2.8)$$

La dépendance de B est donc *quadratique* vis-à-vis de la distance r .

2 Potentiel d'interaction

Le potentiel d'interaction V_{magn} entre un atome de césium dans l'état hyperfin $F_g = 3$ ou $F_g = 4$ et le champ magnétique total $\mathbf{B} = B\mathbf{u} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ est donné par :

$$V_{\text{magn}} = -\mu B S_{\mathbf{u}} \quad (2.9)$$

où $\mu = \hbar e/m_e$ est le magnéton de Bohr et $S_{\mathbf{u}}$ est la projection de l'opérateur vectoriel de spin électronique \mathbf{S} sur l'axe repéré par le vecteur \mathbf{u} ⁵. La direction du vecteur \mathbf{u} dépend évidemment de la position du point considéré. Le potentiel V_{magn} présente donc une double dépendance spatiale, *via* la norme B du champ magnétique total et la direction du vecteur \mathbf{u} .

On peut donner une expression du potentiel V_{magn} en fonction de l'opérateur vectoriel $\mathbf{F} = \mathbf{S} + \mathbf{I}$, où \mathbf{I} est l'opérateur de spin nucléaire de l'atome. Le théorème de Wigner-Eckart nous indique en effet que \mathbf{F} et \mathbf{S} sont proportionnels. Plus exactement, dans le sous-espace associé à l'un des deux états $F_g = 3$ ou $F_g = 4$, on a :

$$P_F \mathbf{S} P_F = \frac{F(F+1) + S(S+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \mathbf{F} \quad (2.10)$$

où nous avons noté P_F le projecteur sur le sous-espace considéré. On calcule facilement le coefficient de proportionnalité entre les deux opérateurs, en se souvenant que pour les deux niveaux hyperfins du fondamental $I = 7/2$ et $S = 1/2$:

- Pour $F_g = 3$, $P_F \mathbf{S} P_F = -\mathbf{F}/8$.
- Pour $F_g = 4$, $P_F \mathbf{S} P_F = \mathbf{F}/8$.

L'action du potentiel V_{magn} sur un atome va donc dépendre du niveau hyperfin qu'il occupe et, dans ce niveau, du sous-niveau Zeeman considéré. Considérons que l'axe de quantification utilisé en un point est donné par la direction du vecteur \mathbf{u} , et que l'atome se trouve par exemple dans le sous-état $|m_F = 4\rangle$. Le potentiel V_{magn} est alors positif, et décroît lorsque l'on se rapproche de l'axe Oz . L'atome est donc attiré vers les régions de faible champ, c'est-à-dire vers l'axe Oz . La conclusion est inversée si le nombre magnétique m_F correspondant à l'état occupé par l'atome est négatif. Le potentiel est en effet négatif, et croît lorsque l'on se rapproche de l'axe. L'atome est donc attiré vers les régions de champ fort, c'est-à-dire loin de l'axe Oz .

Si l'atome se trouve sur le niveau hyperfin $F_g = 3$, on a la situation opposée, c'est-à-dire que ce sont les états Zeeman associés à un nombre magnétique m_F

⁵Le potentiel prend cette forme simple car le moment cinétique \mathbf{L} est nul pour un atome de césium dans un des deux niveaux hyperfins du fondamental. Nous avons de plus négligé l'interaction, beaucoup plus faible, entre le champ magnétique et le moment magnétique nucléaire.

négatif qui sont confinés au voisinage de l'axe Oz . Dans la suite de l'exposé, nous qualifierons d'attractif un potentiel confinant les atomes au voisinage de l'axe Oz , et de répulsif un potentiel les éloignant de ce même axe.

Nous arrivons maintenant au rôle important que joue le champ magnétique statique \mathbf{B}_0 dans cette configuration. En l'absence de ce champ, le potentiel V_{magn} s'annule sur l'axe Oz quel que soit le niveau Zeeman considéré, puisque le champ \mathbf{B} s'identifie alors au champ \mathbf{B}_1 . Un atome dont la trajectoire coupe l'axe Oz peut donc très bien passer d'un potentiel V_{magn} attractif à un potentiel répulsif, s'il ne suit pas *adiabatement* le sous-niveau Zeeman dans lequel il se trouvait avant son passage par l'axe Oz . En ajoutant au champ \mathbf{B}_1 un champ perpendiculaire statique suffisant, on montre que l'atome reste, lors de son évolution, sur le même sous-niveau Zeeman. Il faut pour cela que soit vérifié le critère d'adiabaticité suivant [13] :

$$\left| \frac{\text{Pulsation de Bohr du spin dans le champ magnétique}}{\text{Vitesse angulaire de rotation du vecteur } \mathbf{u}} \right|^2 \gg 1 \quad (2.11)$$

qui traduit le fait que, dans le référentiel lié à l'atome, le spin doit effectuer un grand nombre de précessions au cours du "basculement" de l'axe du champ magnétique. La fréquence de Bohr ω du spin au voisinage de l'axe Oz est liée à son interaction avec le champ magnétique $\mathbf{B} \simeq \mathbf{B}_0$. Les déplacements des sous-niveaux Zeeman étant de $h \times 350 \text{ kHz/G}$ (figure 2.3 de la première partie de ce mémoire) quel que soit l'état hyperfin fondamental considéré, et le champ B_0 étant égal à 150 mG, la pulsation de Bohr recherchée est donc :

$$\omega = 350 \times 0.15 \times 2\pi \simeq 50 \times 2\pi \text{ kHz} \quad (2.12)$$

à comparer avec la vitesse de rotation du vecteur \mathbf{u} dans le référentiel de l'atome. Cette dernière est majorée par la vitesse ω_1 de rotation du champ \mathbf{B}_1 , donnée par :

$$\omega_1 \simeq \mathcal{A}_1 v \times 2\pi \simeq 3 \times 2\pi \text{ kHz} \quad (2.13)$$

où v est la vitesse transverse typique d'un atome dans la cavité gravitationnelle, soit par exemple $v = 5 \text{ cms}^{-1}$. La relation (2.11) est donc bien vérifiée, et les atomes restent sur le niveau Zeeman initial lorsqu'ils passent au voisinage de l'axe Oz . En pratique, le vecteur \mathbf{u} s'identifie dans cette région au vecteur \mathbf{e}_z , et le potentiel magnétique V_{magn} s'écrit alors plus simplement :

$$V_{\text{magn}}^4 = \frac{\hbar|e|B}{8m_e} F_z \text{ pour } F_g = 4 \quad (2.14)$$

$$V_{\text{magn}}^3 = -\frac{\hbar|e|B}{8m_e} F_z \text{ pour } F_g = 3 \quad (2.15)$$

où B est, rappelons-le, la norme du champ magnétique total, soit :

$$B \simeq B_0 + \frac{B_1^2}{2B_0} = B_0 + \frac{A_1^2}{2B_0} r^2 \quad (2.16)$$

Le potentiel V_{magn} est donc un potentiel harmonique, attractif ou répulsif selon le sous-état Zeeman $|m_F\rangle$ considéré. Notons que sa courbure est inversement proportionnelle à la valeur de la norme du champ B_0 . Il importe donc pour avoir un confinement correct des atomes de ne pas choisir une valeur de B_0 trop élevée. Dans l'expérience présentée, nous avons en pratique optimisé la valeur de B_0 en jouant sur le courant qui parcourt les bobines de compensation utilisées afin de maximiser le signal atomique aux temps élevés.

3 Trajectoire des atomes

Au voisinage de l'axe Oz , le Hamiltonien du système est donné par :

$$H = \frac{p^2}{2m} + mgz + U_{3/4}(0, r)e^{-2\kappa z} \mp \frac{1}{2}m\omega_0^2(x^2 + y^2) \quad (2.17)$$

le dernier terme représentant le potentiel magnétique. Le signe de ce potentiel dépend de l'état atomique interne considéré : il est négatif si l'on considère l'état $F_g = 3$ et les sous-niveaux Zeeman $m_F > 0$ ou l'état $F_g = 4$ et les sous-niveaux Zeeman $m_F < 0$ et positif dans le cas contraire. La valeur de la pulsation ω_0 est déterminée à partir des expressions (2.5) et (2.6) des champs magnétiques B_0 et B_1 :

$$\omega_0^2 = \frac{\hbar |e| A_1^2}{8m_e m B_0} m_F \quad (2.18)$$

soit, avec les valeurs des paramètres données au cours de cet exposé, $\omega_0/2\pi = 20$ Hz pour un atome situé sur un sous-niveau Zeeman $m_F = 1$.

Si l'on se place suffisamment loin du miroir lumineux, le mouvement de l'atome est séparable suivant les trois directions x, y et z . Suivant la direction z , on retrouve le mouvement d'un atome dans une cavité gravitationnelle. Dans le plan xOy , les atomes sont expulsés de manière exponentielle du voisinage du point O si le potentiel magnétique est répulsif. Dans le cas contraire, les trajectoires des atomes sont des ellipses, et les atomes sont confinés durant leur vol libre au voisinage de cet axe.

Lorsque l'atome entre dans l'onde évanescente, le mouvement suivant l'axe Oz et le mouvement dans le plan xOy sont couplés par la courbure du miroir et la structure transverse gaussienne du champ évanescent. Nous avons vu qu'en l'absence de champ magnétique quadrupolaire, ce couplage permet un confinement du mouvement transverse des atomes. De la même façon, le confinement

magnétique associé à un miroir lumineux parfaitement plan permet de conserver les atomes dans la cavité sur des temps longs [11]. Comme nous l'avons déjà souligné, l'association des deux modes de confinement et le fait que l'hypothèse paraxiale n'est plus vérifiée rendent l'étude complète du mouvement des atomes dans la cavité complexe.

C Résultats

1 Déroulement de l'expérience

Les atomes issus du PMO sont lâchés d'une hauteur $H \simeq 3$ mm au dessus du miroir, dans l'état interne hyperfin $F_g = 3$. Pour cela, on coupe au temps $t = 0$ les faisceaux repompeurs du PMO, et les atomes initialement dans l'état interne $F_g = 4$ sont rapidement transférés sur l'état $F_g = 3$ par les faisceaux laser piègeants. Nous avons déjà décrit cette méthode dans le chapitre précédent, le lecteur pourra se reporter à cette description le cas échéant. Les faisceaux du piège sont coupés au temps $t = 10$ ms, et le champ magnétique quadrupolaire est mis en place quelques millisecondes après le largage des atomes⁶. Le désaccord $\delta/2\pi$ entre la fréquence du faisceau laser créant l'onde évanescente et la fréquence atomique associée à la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e$ est environ égale à 750 MHz.

On laisse évoluer les atomes dans la cavité gravitationnelle durant un temps T compris entre 12 et 3000 ms, puis on détecte les atomes encore présents grâce à la fluorescence induite par un faisceau laser sonde identique à celui décrit dans le chapitre précédent. Ce dernier est quasi résonnant avec la transition atomique $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$; il est mélangé à un faisceau repompeur quasi résonnant avec la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_e = 4$, et permet donc de détecter les atomes dans les deux états $F_g = 3$ et $F_g = 4$. Comme dans l'étude du processus Sisyphe élémentaire, la sonde rase la surface du diélectrique afin de pouvoir détecter les atomes dans l'état $F_g = 4$ (figure 2.1).

2 Courbe obtenue

La figure 2.11 donne une des meilleures courbes obtenues avec les paramètres donnés dans les précédents paragraphes. On a porté sur cette courbe le logarithme

⁶Après réflexion, il nous est apparu qu'il aurait été préférable de mettre en place le champ quadrupolaire plus tard, après quelques dizaines de millisecondes. En effet si l'on admet que celui ci confine au voisinage de l'axe Oz les atomes se situant sur des sous-niveaux Zeeman de l'état hyperfin $F_g = 4$ de nombre magnétique positif, il expulse donc les atomes situés sur les sous-niveaux Zeeman du niveau hyperfin $F_g = 3$ de nombre magnétique positif. La transition Raman au cours du processus Sisyphe ne pouvant coupler que des états tels que $|\Delta m_F| = 0, \pm 1$, ce sont donc les atomes *a priori* expulsés par le champ quadrupolaire lorsqu'ils se trouvent sur le niveau $F_g = 3$ qui sont confinés après transition Raman sur le niveau hyperfin $F_g = 4$...

népérien du signal de fluorescence des atomes en fonction du temps T défini précédemment.

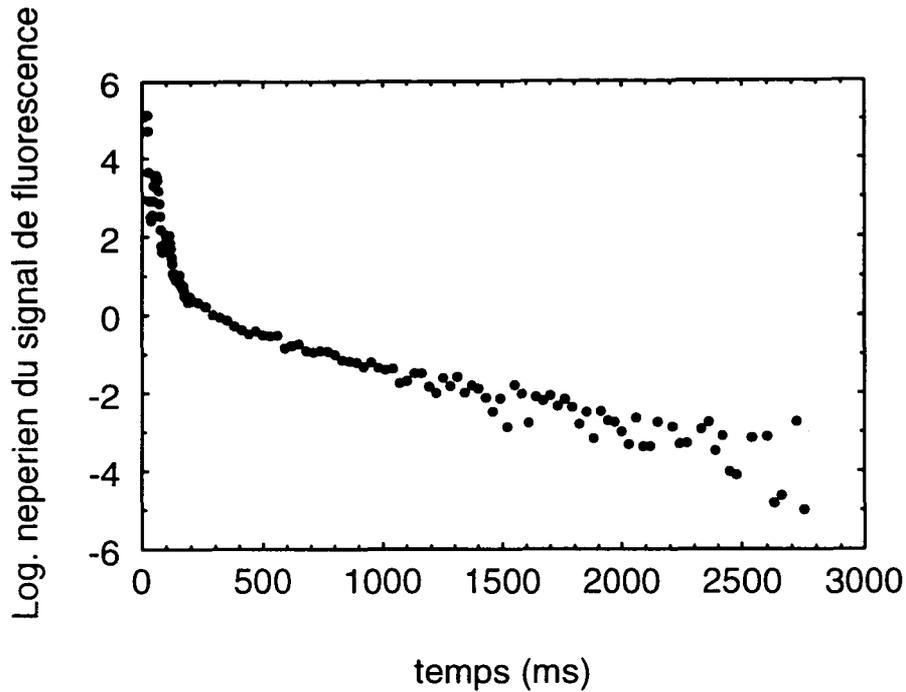


Figure 2.11: Nombre d'atomes dans la cavité en fonction du temps. On a porté en ordonnée le logarithme népérien du signal de fluorescence des atomes, afin de faire apparaître les deux temps caractéristiques de décroissance du nombre d'atomes dans la cavité.

On voit apparaître sur cette figure deux temps caractéristiques de décroissance du nombre d'atomes dans la cavité. On peut en effet considérer que la courbe est formée de deux segments de droites : le premier segment, situé entre les temps $t = 0$ et $t \simeq 200$ ms, présente une forte pente négative. Il correspond à la disparition des atomes sur le niveau $F_g = 3$. Le nombre de photons spontanés par seconde étant élevé sur ce niveau (14 photons/seconde), les atomes sont rapidement transférés sur le niveau $F_g = 4$ ou expulsés hors de la cavité. On peut associer à cette décroissance linéaire du logarithme du signal de fluorescence une loi exponentielle décroissante, du type $n_{\text{atomes}} = N_1 \exp(-t/\tau_1)$, où N_1 est le nombre d'atomes initialement dans la cavité. Le temps τ_1 peut être déterminé en ajustant le signal à une droite. On trouve ainsi $\tau_1 \simeq 45$ ms : seuls quelques rebonds sont donc observables lorsque les atomes sont sur le niveau $F_g = 3$.

Le second segment, qui commence au temps $t = 200$ ms, a lui aussi une pente négative, mais beaucoup plus faible. Il correspond à la disparition lente

des atomes dans l'état $F_g = 4$, le nombre de photons spontanés par seconde étant beaucoup plus faible (de l'ordre de 1 photon par seconde). Le principal mécanisme de pertes est sans doute lié à l'augmentation de la vitesse transverse des atomes due aux processus d'émission spontanée. Notons que nous avons vérifié que ce signal est bien dû à des atomes dans l'état $F_g = 4$ en éliminant le faisceau repompeur de la sonde. Cette dernière ne détecte alors que les atomes dans cet état, et nous avons observé aux temps longs un signal identique à celui donné par la figure 2.11. On peut à nouveau associer à la décroissance linéaire du logarithme du signal de fluorescence une loi exponentielle décroissante, du type $n_{\text{atomes}} = N_2 \exp(-t/\tau_2)$, où N_2 est le nombre d'atomes dans la cavité au temps $t = 200$ ms. Le temps τ_2 peut être déterminé en ajustant le signal à une droite. On trouve ainsi $\tau_2 \simeq 640$ ms, c'est-à-dire une durée de vie des atomes dans la cavité tout à fait importante. La présence d'atomes au temps $t = 2.5$ s correspond par exemple à 120 rebonds des atomes les plus froids détectables par la sonde. En effet, le point le plus haut de leur trajectoire est de l'ordre de $400 \mu\text{m}$ (distance séparant le fond du ménisque de la surface du diélectrique, voir la figure 2.1), que l'on peut associer à une période de rebond égale à 20 ms. C'est là un résultat remarquable, qui nous semble hors de portée avec la configuration expérimentale donnée dans la première partie de ce mémoire.

D Conclusions

Nous avons présenté une expérience dont le principe repose sur le processus Sisyphe étudié dans les chapitres précédents, et qui nous a permis d'observer des atomes dans la cavité gravitationnelle plus de 2 s après leur largage d'un piège magnéto-optique. Ces temps élevés sont associés à plus d'une centaine de rebonds d'atomes refroidis lors de la transition Raman associée au processus Sisyphe. Un confinement magnétique nous a permis de limiter les pertes dans la cavité, sans que nous ayons pu effectuer une étude exhaustive de l'influence du champ magnétique sur les durées de vie observées. Il nous semblerait très intéressant de reprendre ce type d'expérience, en utilisant en particulier un miroir plan qui éviterait le couplage entre miroir courbé et champ quadrupolaire lors du rebond. On pourrait de plus détecter dans cette configuration les atomes se trouvant aux différentes altitudes, et reconstruire leur distribution en énergie dans la cavité gravitationnelle. La confrontation avec les prédictions théoriques pourrait nous donner des informations importantes sur le mécanisme Sisyphe. Notons enfin que l'utilisation d'une onde évanescente polarisée perpendiculairement au plan d'incidence permettrait une interprétation plus simple des courbes obtenues. Les longues durées de vie observées dans cette expérience préliminaire constituent sans aucun doute des résultats très encourageants.

Bibliographie

- [1] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A.* **B6**, 2023 (1989).
- [2] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6**, 2058 (1989).
- [3] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 169 (1988).
- [4] T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Commun.*, **13**, 68 (1975).
- [5] D. Wineland and H. Dehmelt, *B.A.P.S.* **20**, 637 (1975).
- [6] K. Helmerson, S. Rolston, L. Goldner and W.D. Phillips, Poster at the *Workshop on Optics and Interferometry with Atoms*, Insel Reichenau, Germany, June 1992 (unpublished); Quantum Electronics and Laser Science Conference 1993, *OSA Technical Digest Series*, **12**, 209, (1993, O.S.A., Washington DC).
- [7] J. Söding, R. Grimm and Y.B. Ovchinnikov, *Opt. Commun.* **119**, 652 (1995).
- [8] Y.B. Ovchinnikov, D.V. Laryushin, V.I. Balykin and V.S. Letokhov, *JETP Lett.* **62**, 113 (1995).
- [9] J.Y. Courtois, J.M. Courty and J.C. Mertz, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).
- [10] W. Press, A. Teukolsky, P. Flannery, and W. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1986).
- [11] P. Desbiolles, *Rapport de magistère*, Ecole normale supérieure, Paris (1992).
- [12] A. Landragin, G. Labeyrie, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1464 (1996).
- [13] A. Messiah, *Mécanique Quantique*, éditions Dunod, tome 2, 655 (1964).

Appendice B

Elementary Sisyphus Process Close to a Dielectric Surface

P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szaftgiser, and J. Dalibard,
Physical Review A,
Volume 54, Numéro 5, pages 4292-4298, Novembre 1996.

Elementary Sisyphus process close to a dielectric surface

P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szriftgiser and J. Dalibard
*Laboratoire Kastler Brossel *, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France.*

Abstract

We investigate both theoretically and experimentally an elementary Sisyphus process occurring during the reflection of an atom onto a laser evanescent wave propagating at the surface of a dielectric prism. Cesium atoms bouncing at normal incidence may undergo a spontaneous Raman transition between their two hyperfine levels; this leads to an efficient cooling since those levels are light shifted by a different amount by the laser-atom interaction thanks to the large hyperfine splitting. We compare the measured final energy distributions after the bounce with Monte-Carlo simulations. A quantitative agreement is obtained when the van der Waals interaction between the Cesium atoms and the dielectric prism is taken into account.

PACS 32.80.Pj,42.50.Vk

Since the observation of the first optical molasses [1, 2], the field of laser cooling has known a tremendous development. The mechanisms at the basis of this cooling are now well elucidated. For two-level atoms, the first proposed mechanism was Doppler cooling [3, 4], and it was based on the radiation pressure force acting on an atom moving in a standing light wave. It was soon recognized that Doppler cooling alone could not explain the low temperatures measured in the optical molasses [5], and the concept of Sisyphus cooling was then developed [6, 7]. In this description, the Zeeman substates of the atomic ground level are light shifted by different amounts; these shifts are space dependent, so that the atoms move in a series of hills and valleys. They may jump from one sublevel to another one through Raman transitions, which tend to pump the atom in the lowest sub-level. Therefore the atoms climb more than they go down in their energy diagram, which leads to cooling.

More recently, other efficient cooling schemes have also been investigated, either using lasers [8, 9] or evaporation of atoms out of a trap [10, 11, 12]. Sisyphus cooling remains however the paradigm of an efficient cooling process, in which the spontaneous emission of a single photon may decrease considerably the energy of an atom.

Usually, in the experiments taking advantage of Sisyphus cooling, one has access to the effect of a large number of Sisyphus processes only, and the comparison between theory and experiment has to rely on an average over these many cooling cycles. On the opposite, we

*Unité de recherche de l'Ecole normale supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS

investigate in this paper a single Sisyphus event, occurring in the bouncing of atoms onto a mirror formed by an evanescent wave (EW) propagating at the surface of a dielectric.

The principle of this atomic mirror was proposed by Cook and Hill [13], and experimentally realized by Balykin and coworkers [14] (for a review see [15]). It relies on the so-called dipole force which tends to expel the atoms out of the high intensity region (*i.e.* the region close to the dielectric) provided the laser frequency is larger than the atomic resonance frequency. The application of Sisyphus cooling to those atomic mirrors was first proposed in [16], and later on investigated theoretically in detail in [17]. The atomic ground level has to involve at least two states which are shifted by a various amount by the EW; a spontaneous Raman transition from the most shifted state to the other one may occur during the bouncing process, which leads to an atomic kinetic energy after the bounce smaller than the incident one. A first experimental evidence for such a cooling process was recently reported in [18]. An thermal atomic beam was send at a grazing incidence onto an atomic mirror, and a non-specular reflected beam was observed, corresponding to a decrease of the atomic kinetic energy due to the Sisyphus process. A good agreement between the experimental results and a simple theoretical model was obtained concerning the average energy loss.

We report here on an experiment where we study the elementary Sisyphus process using laser cooled atoms dropped at normal incidence onto an evanescent wave. In addition to the average loss of energy, we measure precisely the energy distribution of the reflected atoms using a time of flight (TOF) technique. We evaluate in this way the efficiency of the cooling process, as a function of the detuning of the EW. An important result of the present paper is that a quantitative analysis of the cooling process must take into account the van der Waals interaction between the atom and the dielectric prism.

The paper is organized as follows: In section 1 we briefly describe the Sisyphus cooling of 3-level atoms bouncing onto an evanescent wave and we determine the energy distribution of these atoms after the bounce. We also discuss the influence of the dielectric surface. In section 2 we present the experimental set-up and the corresponding results. section 3 is devoted to an analysis of these results, in comparison with those predicted by the analytical approach of section 1 as well as a full 3D Monte-Carlo analysis of the bouncing process. Finally we discuss in section 4 some prospects of this efficient cooling mechanism.

1 The elementary Sisyphus process

1.1 The atomic mirror

The atomic mirror is formed by an evanescent light field propagating at the surface of a dielectric prism, resulting from the total internal reflection of a laser running wave (Fig. 1). This wave is linearly polarized parallel to the dielectric surface; the resulting evanescent field is then linearly polarized and it varies along the vertical direction (perpendicular to the dielectric surface) as:

$$\mathbf{E}(z) = \mathcal{E}_0 \mathbf{e}_x \exp(-\kappa z) \quad (1)$$

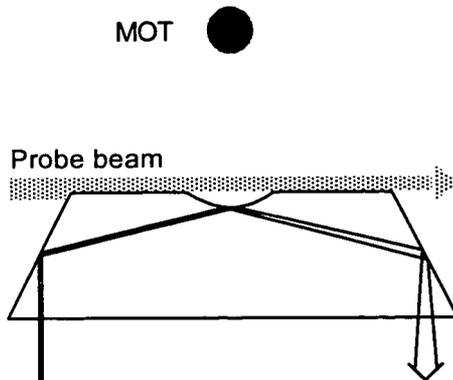


Figure 1: Atoms are dropped from a MOT located 3.2 mm above a mirror formed by a laser evanescent wave. They are detected through the absorption of a probe laser beam located in the vicinity of the mirror surface.

where κ^{-1} is the decay length of the field amplitude and \mathcal{E}_0 the value of the electric field on the interface. We restrict ourselves here to the analysis of the atomic motion along the z direction only; a full 3D analysis of this motion will be given in section III.

The interaction between the field and the atom, which we model first as a two level $g - e$ system, is characterized by two parameters: the detuning $\delta = \omega_L - \omega_A$ between the laser ω_L and the atomic resonance frequency ω_A for the $g - e$ transition, and the Rabi frequency $\Omega_0 = d\mathcal{E}_0/2\hbar$, proportional to the atomic dipole moment d of the $g - e$ transition. We assume here that the level g is stable, and that the level e has a radiative lifetime $1/\Gamma$. The atom-field interaction generates two classes of phenomena [19]. The reactive part of the coupling results in the dipole potential, which coincides with the AC Stark shift of the ground state g [20] for a weak laser excitation ($\Omega^2 \ll \Gamma^2 + 4\delta^2$). For $\delta \gg \Gamma$, this potential is:

$$U_g(z) = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \exp(-2\kappa z) \quad (2)$$

The dissipative part of the coupling leads to absorption and subsequent spontaneous emission of photons. The probability for a spontaneous process during a time interval dt is given by:

$$dn_a = \Gamma \frac{\Omega_0^2}{4\delta^2} \exp(-2\kappa z) dt \quad (3)$$

The average number of scattered photons during a bounce is calculated by integrating equation (3) along the classical atomic trajectory which results in [21, 22]:

$$n_p = \frac{\Gamma}{\delta} \frac{mv_0}{\hbar\kappa} \quad (4)$$

where Γ , v_0 , m are the atomic natural width, velocity and mass respectively. In the following, we restrict to situations where $n_p \ll 1$ so that n_p can be considered as the probability for a scattering event during a bounce.

1.2 Sisyphus effect in an evanescent field

We consider now a three-level atom, with an unstable excited state e and two stable ground states. In our experiment, these two states correspond to the hyperfine ground levels ($6s_{1/2}, F_g = 3$ and $F_g = 4$) of the Cesium atom separated by $\Delta = 2\pi \times 9.193$ GHz. The excited state corresponds to the level $6p_{3/2}$, whose hyperfine structure can be neglected since it is small compared with the laser detunings chosen in the experiment.

The interaction between the atom and the evanescent wave gives rise to a potential which depends on the ground state (Fig. 2):

$$U_3(z) = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \exp(-2\kappa z) \quad (5)$$

$$U_4(z) = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4(\delta + \Delta)} \exp(-2\kappa z) = \frac{\delta}{\delta + \Delta} U_3(z) \quad (6)$$

where $\delta = \omega_L - \omega_3$ is the detuning between the laser frequency and the atomic resonance corresponding to the transition $6s_{1/2}, F_g = 3 \rightarrow 6p_{3/2}$. The potential $U_4(z)$ is proportional to $U_3(z)$, but weaker.

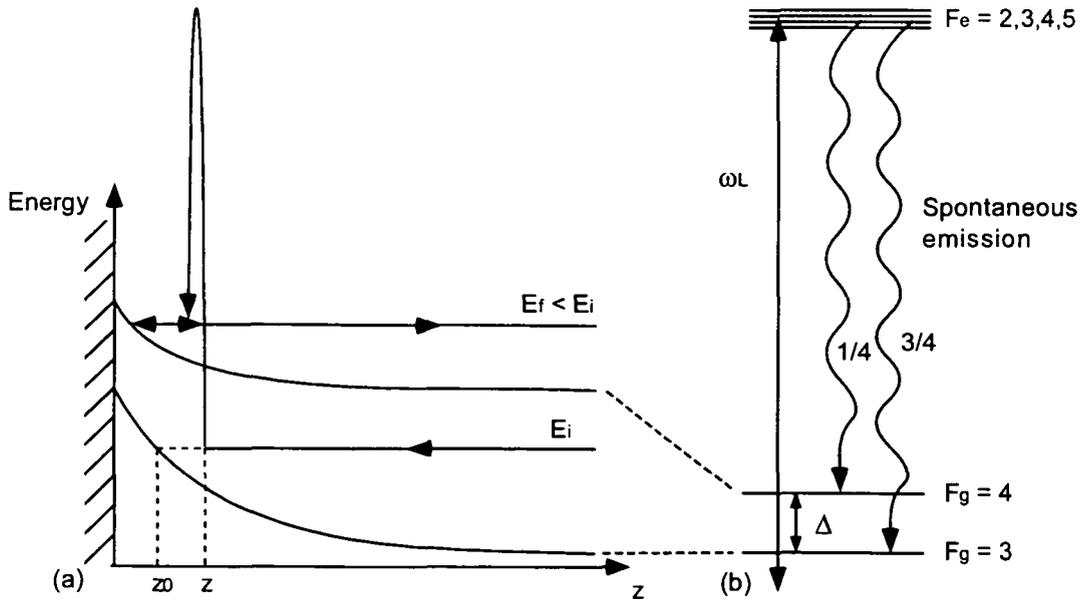


Figure 2: Sisyphus cooling in the evanescent wave. The laser detuning with respect to the state $F_g = 3$ differs by $\Delta/2\pi = 9.2$ GHz from that of $F_g = 4$. (a) The potential energy difference between the two states depends on the atom position in the evanescent wave. The atoms are initially prepared in $F_g = 3$. If a spontaneous Raman transition towards $F_g = 4$ occurs during the bounce, the atom loses potential energy and emerges from the evanescent wave mirror with a velocity reduced with respect to the incident one. (b) Branching ratios for the decay to the ground states.

Consider an atom in state $F_g = 3$ with kinetic energy $E_i = mv_0^2/2$ entering into the wave. It experiences the repulsive potential, so that its kinetic energy decreases, whereas its potential energy increases. If we choose the intensity and the detuning such as to get $n_p \ll 1$, the spontaneous emission process, if it occurs, will preferentially take place in the vicinity of the classical turning point z_0 , given by $E_i = U_3(z_0)$ (see Fig. 2). The atom may then fall back in either one of the two ground states.

If it ends up in $F_g = 3$, it will continue its way, without being perturbed, if we neglect the atomic recoil during absorption and emission. However, the atom may also fall into $F_g = 4$. While the kinetic energy remains constant during this transition, the atom now experiences the potential $U_4(z)$ which is weaker than $U_3(z)$. After the bounce, the atomic kinetic energy $E_f = mv_f^2/2$ is thus smaller than the initial one [16, 17].

For an atom in the state $F_g = 4$, the probability for a spontaneous emission during the reflection is $n_p \delta / (\delta + \Delta)$ which is small compared to n_p as long as $\delta \ll \Delta$. We will therefore neglect the probability for an atom in state $F_g = 4$ to return to state $F_g = 3$. The probability for a successful Sisyphus process during the bounce is then given by:

$$n_s = c_{3 \rightarrow 4} n_p \quad (7)$$

where $c_{3 \rightarrow 4}$ is the branching ratio for the excited atom to fall into the state $F_g = 4$ after a spontaneous emission (Fig. 2). For a linear polarization of the laser and an isolated atom, we find $c_{3 \rightarrow 4} = 0.25$; in section 3, we take into account the modifications of this coefficient due to the presence of the dielectric prism [23].

We now derive the energy distribution of the atoms after one bounce, taking into account the spatial variation of both the probability for a jump, and the energy loss in such a jump (see also [17]). The final energy E_f of an atom after a Sisyphus process occurring in z is:

$$E_f = E_i \left(1 - \frac{\Delta}{\delta + \Delta} \exp(-2\kappa(z - z_0)) \right) \quad (8)$$

The loss of potential energy is maximal when the scattering process occurs at z_0 . The final energy in this case is given by:

$$E_f^{\min} = E_i \frac{\delta}{\delta + \Delta} \quad (9)$$

We now consider a group of N atoms in state $F_g = 3$. A fraction $n_s N$ of these incident atoms are transferred to the state $F_g = 4$ at a random time during the bounce. Using (3), we derive the energy distribution $\rho(E) = dn/dE$ after the reflection :

$$\rho(E) = N \frac{n_s}{4} \frac{1}{\sqrt{E_i}} \left(\frac{\delta + \Delta}{\Delta} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{E - E_f^{\min}}} \left(2 - \theta \left(E - E_i \frac{\delta}{\delta + \Delta} \exp(2\kappa z_0) \right) \right) \quad (10)$$

The term involving the Heaviside function θ originates from the fraction of atoms that are transferred from $F_g = 3$ to $F_g = 4$ before they arrive at the turning point and whose remaining energy E_f is larger than the repulsive potential $U_4(0)$; those atoms stick to the dielectric surface and they do not contribute to the final signal.

1.3 Influence of the dielectric surface

As the atoms enter the EW, they also approach the dielectric surface, which creates an attractive van der Waals potential. In the case of alkali ground state atoms, this interaction potential is scalar and it does not depend on the considered hyperfine level [23]:

$$U_{vdW}(z) = -\frac{\epsilon}{(\kappa z)^3} \quad (11)$$

where $\epsilon = h \times 110$ kHz for Cs. The total resulting potentials $\bar{U}_{3/4} = U_{3/4} + U_{vdW}$ are quite different from the initial ones (Fig. 3). They remain repulsive in a few wavelengths distance from the surface, but become attractive close to it.

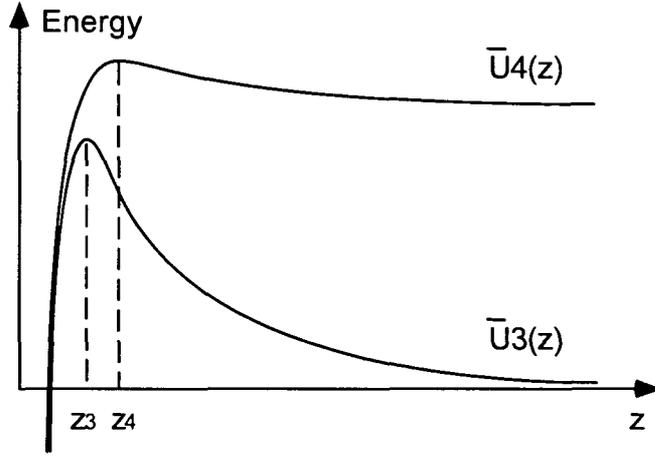


Figure 3: Potential resulting from the combined effects of the dipole force and the van der Waals force. The exact values for z_3 and z_4 depend on the Rabi frequency, the detuning and the transverse position with respect to the center of the Gaussian EW; a typical value is $z_{3/4} \simeq \kappa^{-1}$.

The two potentials \bar{U}_3 and \bar{U}_4 reach their maximum value away from the dielectric surface in z_3 and z_4 ($z_4 > z_3$). The modified classical turning point \bar{z}_0 is now determined from:

$$E_i = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \exp(-2\kappa\bar{z}_0) - \frac{\epsilon}{(\kappa\bar{z}_0)^3} \quad (12)$$

If the turning point is far enough from the dielectric surface (more precisely if $\bar{z}_0 > z_4$), the minimal achievable energy E_f^{\min} of the atoms after a Sisyphus process is given by

$$E_f^{\min} = E_i \frac{\delta}{\delta + \Delta} - \frac{\Delta}{\delta + \Delta} \frac{\epsilon}{(\kappa\bar{z}_0)^3} \quad (13)$$

On the opposite, if $z_3 < z_0 < z_4$, the minimum final energy is simply the height of the potential barrier $\bar{U}_4(z_4)$. In this case, the probability for sticking after a Sisyphus process

is increased since the atoms undergoing a transition in the vicinity of the turning point \bar{z}_0 experience an attractive potential incoming on state $F_g = 4$.

In addition, the van der Waals interaction affects the probability for a Sisyphus process. First, the potential $\bar{U}_3(z)$ is smoother than $U_3(z)$. Therefore the atoms spend more time around the turning point, where the probability for a Sisyphus process reaches its maximum. Secondly, the spontaneous emission rate of an atom close to a dielectric surface is enhanced [23]; this effect is significant for $z < \lambda/2\pi$, where λ is the optical wavelength related to the atomic transition. These additional effects are included in the Monte-Carlo analysis which is presented in section 3.

2 Experiment

2.1 Experimental setup

The experimental configuration has been described in detail in [24, 25]. Atoms are prepared in a double magneto-optical trap (MOT) configuration. In the upper cell, an ensemble of $\sim 10^8$ cold Cesium atoms is loaded from the background vapor in 1 s. The atoms are then released and fall into the lower cell where they are retrapped in a second MOT, whose center is located 3.2 mm above the mirror. The residual vapor pressure in the lower cell is low (about $3 \cdot 10^{-9}$ mbar) so that the collisions of the bouncing atoms with the residual gas are negligible. The MOT lasers are nearly resonant with the $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ transition and have to be complemented by a repumping laser resonant with the $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$, in order to compensate for off-resonant hyperfine pumping ($F_g = 4 \rightarrow F_e = 4 \rightarrow F_g = 3$). In order to further cool the atoms we switch to an “optical molasses” (lower intensity, larger detuning, no magnetic field). We then block the repumping laser at a time referred to as $t = 0$ in the following. Consequently almost all atoms are optically pumped into the $F_g = 3$ ground state in which they no longer interact with the light and fall under the influence of gravity. At $t = 6$ ms, we also block the main lasers resonant with the $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ transition. The small remaining fraction of atoms in $F_g = 4$ can be neglected in the following; indeed the detuning of the evanescent wave mirror with respect to this state is too large for the potential \bar{U}_4 to reflect atoms that are dropped onto the mirror from a height of 3.2 mm.

The atomic mirror is made of a fused silica prism with a concave spherical region polished into its top surface [22, 24]. The E.W. is generated by total internal reflection of a 100 mW diode laser beam with an angle of incidence of 58° ($\kappa^{-1} = 0.19 \mu\text{m}$). The beam waist on the mirror is about $400 \mu\text{m}$. At $t = 30$ ms the mirror laser is switched on for a period of 2 ms using an acousto-optic modulator.

The Sisyphus transition occurs during this bounce and changes the velocity of the reflected atoms. In order to analyze the energy distribution of these atoms, we perform a time of flight (TOF) measurement starting at $t = 43$ ms (Fig. 4). We record the absorption of an horizontal probe laser beam resonant with the $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ transition. The probe is centered $450 \mu\text{m}$ above the evanescent wave mirror. It grazes the plane dielectric surface, since the mirror is situated at the bottom of the concave region $400 \mu\text{m}$ below this surface (Fig. 1). The probe has a horizontal width of 4 mm and a vertical width of

200 μm , which limits the resolution of our TOF measurement to ~ 1 ms, given by the time an atom spends in the probe. The probe intensity is about $0.2 \text{ mW}/\text{cm}^2$; at this low intensity, the number of scattered photons per atom is proportional to the time spent by this atom in the probe. In addition the optical thickness is negligible so that finally the absorption signal is proportional to the atomic density. The probe may be mixed with a repumping beam $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$, so that we can choose between the detection of atoms either in $F_g = 4$ or in both hyperfine states. We can therefore determine the proportion of atoms undergoing the Sisyphus transition.

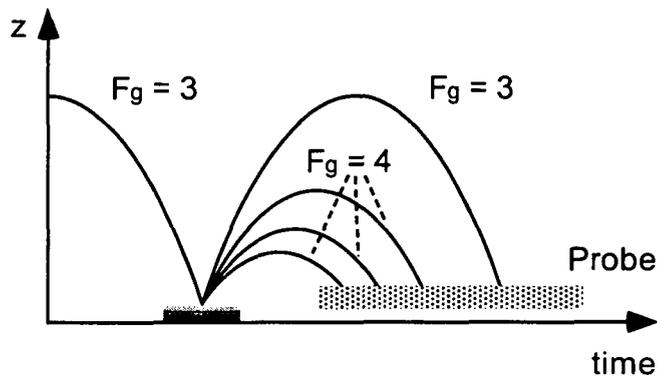


Figure 4: A fraction of ground state ($F_g = 3$) atoms bouncing on the mirror can undergo a Sisyphus transition towards $F_g = 4$ in the evanescent wave. The energy loss results in a shorter arrival time in the probe beam.

2.2 Experimental results

Fig. 5a gives a typical atomic TOF curve. It shows the probe absorption as a function of time t . The bouncing period for atoms in state $F_g = 3$, which undergo a specular reflection, is ~ 53 ms. These atoms cross the probe laser mixed with the repumping beam at $t = 83$ ms. Atoms undergoing a Sisyphus transition lose energy during the reflection and leave the mirror at a smaller velocity and with a shorter bouncing period. They arrive first at the detection laser and they give rise to a corresponding broad peak of low height, whose maximum is located around the arrival time $t_{\text{Sis}} = 53$ ms. The signal was recorded using a mirror detuning of $\delta = 2\pi \times 3000$ MHz and a repumping laser was introduced in the probe beam so that both ground hyperfine levels were detected.

In order to prove that this signal corresponds to atoms undergoing a Sisyphus process, we performed two additional experiments. First, we repeated the measurement detecting only atoms in the state $F_g = 4$, *i.e.* without repumping laser. The result is presented in Fig. 5b. The peak previously detected at 83 ms, which corresponds to atoms in state $F_g = 3$, nearly disappears [26], whereas the earlier observed signal is unchanged. The atoms corresponding to this broad peak maximum at t_{Sis} are thus in state $F_g = 4$.

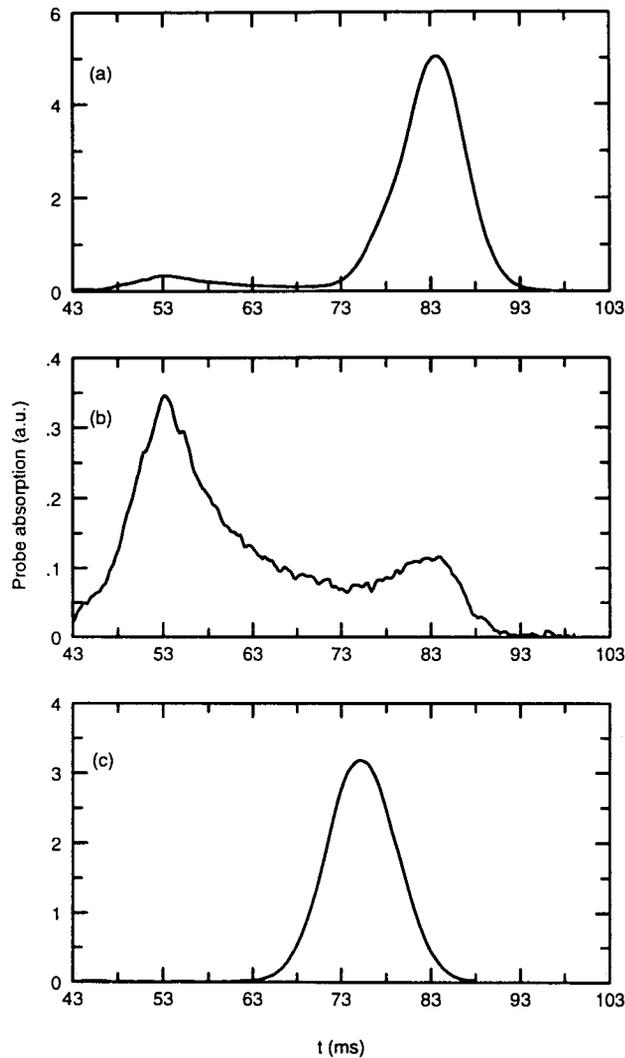


Figure 5: Time of flight curves: a) atoms are released in $F_g = 3$ above a mirror detuned to $\delta/2\pi = 3$ GHz. The atoms are detected both in state $F_g = 3$ and $F_g = 4$ using a probe beam including a repumping laser. The slowed atoms arrive first (peak centered at $t_{\text{Sis}} = 53$ ms) followed by the uncooled atoms (peak centered at $t = 83$ ms). (b) Same experiment without a repumping beam in the probe; only atoms in state $F_g = 4$ are detected. (c) Same experiment with atoms released in state $F_g = 4$. No Sisyphus effect can occur in that case since the potential for $F_g = 3$ is attractive.

In the second experiment, atoms are dropped in state $F_g = 4$. The detuning 3000 MHz of the mirror beam is now related to the resonance $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$. As the energy difference between the two hyperfine levels is $\Delta = 2\pi \times 9193$ Mhz, the mirror beam is actually red detuned with respect to the transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2, 3, 4$. The evanescent wave potential is now attractive for atoms in state $F_g = 3$, and no Sisyphus effect can occur. The experimental result, shown in Fig. 5c, confirms this prediction since no signal is detected before the peak at 83 ms.

To gain more information on the Sisyphus process, the initial experiment is repeated for several mirror detunings $\delta/2\pi$ ranging between 2 GHz and 4.2 GHz. The upper value is imposed by the available laser intensity. Above this value, the number of reflected atoms is too small for the signal to be analyzed in a reliable way. The lower value is a consequence of the curved shape of the atomic mirror. For $\delta/2\pi < 2$ GHz, atoms which undergo a Sisyphus transition in the vicinity of the turning point z_0 loose so much kinetic energy that they can no longer escape the 400 μm concave halfsphere in the mirror. Consequently, they cannot be detected and the information about the real number of atoms in state $F_g = 4$ is lost.

We first determine the variations with δ of the time t_{Sis} , corresponding to the maximum of the signal due to the atoms having undergone a Sisyphus process during the bounce (Fig. 6). In addition we have plotted in this Fig. 6 the analytical predictions derived from (9). We also use the time-of-flight signals obtained for various values of δ to evaluate the fraction of atoms which undergo a Sisyphus transition. We first determine, for a given arrival time t , the velocity of the corresponding atoms as they crossed the probe beam. We then deduce the number of atoms in this velocity class by dividing the time-of-flight signal at t by the time spent by those atoms in the probe beam. Finally we integrate the result over the arrival time t . We apply this method both for the case of a measurement without repumping laser (detection of $F_g = 4$ atoms only) and for the case where the repumping laser has been mixed to the probe (detection of all reflected atoms, independently of their hyperfine level). Fig. 7 shows the results as a function of the mirror detuning. We indicate also the variations in $1/\delta$ of this fraction of atoms, expected according to the simple relation (4).

For the two quantities measured experimentally, *i.e.* minimal arrival time t_{Sis} and fraction of atoms undergoing a Sisyphus process, the agreement with the simple analytical model is only qualitatively correct. Significant deviations appear, especially for large detunings. Therefore we now turn to a more complete theoretical description of the Sisyphus process, which is based on a 3D numerical analysis of the atomic motion.

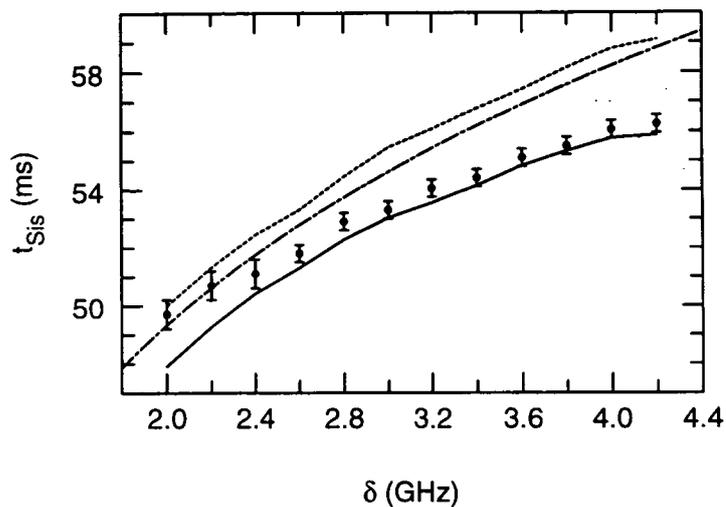


Figure 6: Peak arrival time in the probe t_{Sis} of the atoms having undergone a Sisyphus transition during the bounce. \bullet : experimental data, dotted line: 1D prediction deduced from (9), continuous line: 3D Monte-Carlo result including the van der Waals interaction between the atom and the dielectric prism, broken line: 3D Monte-Carlo result neglecting the van der Waals interaction.

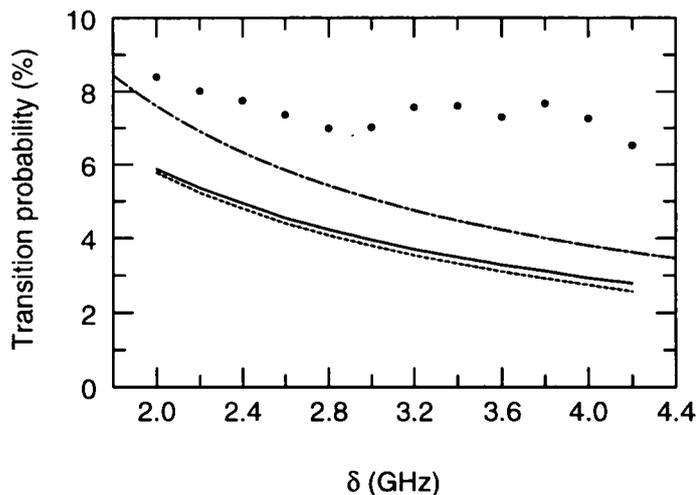


Figure 7: Transition probability $F_g = 3 \rightarrow F_g = 4$ during the bounce on the mirror. \bullet : experimental data, dotted line: 1D prediction deduced from (7), continuous line: 3D Monte-Carlo result including the van der Waals interaction between the atom and the dielectric prism, broken line: 3D Monte-Carlo result neglecting the van der Waals interaction.

3 Monte-Carlo simulation

While the analytical description presented in section 2 is very convenient for deriving scaling laws for the cooling process, we do not obtain from this 1D analysis a quantitative agreement with the experimental results. The initial atomic spread in position and velocity in the MOT, as well as the temporal width of the mirror pulse, introduce a convolution of the signal. The van der Waals interaction also affects this distribution, in particular by changing the value of the minimal achievable energy. The purpose of this section is to present a Monte-Carlo simulation in which all those effects can be fully taken into account.

3.1 Principle of the simulation

The atomic source is a cloud of atoms whose motion is treated classically. The parameters of the source are adjusted to fit the TOF peak at 83 ms, corresponding to atoms bouncing elastically on the mirror. Positions and velocities are chosen randomly according to isotropic Gaussian distributions, with standard deviations respectively equal to $550 \mu\text{m}$ and 2 cm s^{-1} . The evanescent wave mirror is located 3.2 mm below the center of the atomic cloud. Its transverse intensity is supposed to have a Gaussian profile. The corresponding waist $w = 400 \mu\text{m}$ is measured experimentally. The Rabi frequency entering in $\bar{U}_{3/4}$ is determined through the measurement of the maximal detuning δ_{max} at which atoms can bounce when they are dropped from a height of 3.2 mm. For our experimental situation, we find $\delta_{\text{max}} = 2\pi \times 6500 \text{ MHz}$. Taking into account the effect of the van der Waals interaction, this corresponds to $\Omega_0 = 2\pi \times 840 \text{ MHz}$ [27].

Atoms are released in the time interval 0 – 6 ms. Only atoms hitting the mirror during the 2 ms EW pulse centered at 31 ms are taken into account. For those atoms, we integrate the classical equation of motion in the potential $\bar{U}_3(z)$ using a Runge-Kutta algorithm with adaptive stepsize. The probability dn that a spontaneous process occurs during a time step dt is calculated, and compared to a random number r equally distributed between 0 and 1. If $dn > r$, a spontaneous emission occurs. The final state, $F_g = 3$ or $F_g = 4$, is determined using an other random number. The evanescent wave potential is changed if the final state is $F_g = 4$, and the integration continues. This method outputs the atomic state and the velocity v_s after a successful bounce. The classical trajectories during the free flight and the passing through the probe are then calculated. This simulation can be repeated for different detunings, and provides curves very similar to the experimental time of flight signals presented in the previous section.

3.2 Results of the simulation

We now compare the results of the Monte-Carlo simulation with the experimental signals obtained in the range of detuning $2 \leq \delta/2\pi \leq 4.2 \text{ GHz}$. Fig. 8 gives an example of the result for $\delta/2\pi = 3 \text{ GHz}$. The calculated and measured line positions and shapes are in good agreement. A similar Monte-Carlo simulation which does not include the van der Waals interaction gives a quite different line shape (Fig. 8, dotted line); the peak related to atoms in $F_g = 4$ is shifted and appears later, since the minimal achievable energy E_f^{min}

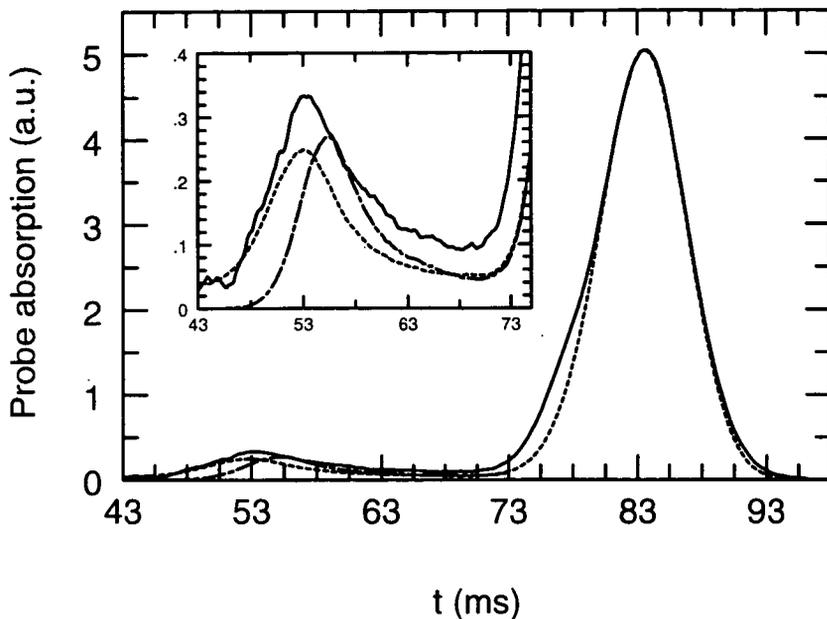


Figure 8: Time-of-flight signal for $\delta/2\pi = 3$ GHz; continuous line: experimental results, broken line Monte-Carlo calculation including the van der Waals interaction, dotted line: Monte-Carlo calculation neglecting the van der Waals interaction. The dotted line and the broken line cannot be distinguished for the main peak centered around $t = 83$ ms.

is higher.

We have plotted in Fig. 7 the time at which the calculated time-of-flight signal for $F_g = 4$ atoms is maximal, to compare it with the measured t_{Sis} . The agreement between the two quantities is quite good, except for the small values for the detuning. Two explanations for this discrepancy can be proposed. First we note that the hyperfine splitting of the excited state ($\simeq 500$ MHz) is not negligible compared with δ . Secondly, the EW potential is quite large for such small detunings and an important fraction of the atoms have a turning point \bar{z}_0 located in a distance larger than $\lambda/2\pi$ from the dielectric; in this region, the van der Waals potential is reduced with respect to the $1/z^3$ law (11). We have also shown in Fig. 7 the prediction of a Monte-Carlo simulation which does not include the van der Waals interaction. It presents significant deviations from the experimental results. This discrepancy is important mostly for large detunings, for which a large fraction of the atoms approach the dielectric surface closely.

We have plotted in Fig. 7 the Monte-Carlo estimation for the fraction of atoms undergoing a Sisyphus process. The Monte-Carlo result is found to be of the same order as the simple analytical prediction (7). This is in apparent contradiction with the arguments presented at the end of section 1, according to which the probability for a Sisyphus process should increase: because of the van der Waals interaction, the atoms spend more time around the turning point and the spontaneous emission rate is enhanced. A close analysis of the dynamics in the Monte-Carlo simulation reveals that, although these arguments are

correct, the predicted increase is compensated by the sticking of a larger fraction of the atoms undergoing a Sisyphus process when the potential U_4 is replaced by \bar{U}_4 .

The agreement between the Monte-Carlo prediction for the fraction of cooled atoms and the experimental result is not as good as for the quantity t_{Sis} . It appears in Fig. 7 that the cooled fraction measured experimentally decreases less rapidly than the predicted one when the detuning δ is increased. For the detuning $\delta = 4.2$ GHz, the measured transition rate is two times greater than predicted. We did not find any definitive explanation for this discrepancy. It might be due to the presence of light scattered from the prism, because of surface irregularities. This extra light source could increase the rate of Raman processes, while not changing significantly the sharp exponential mirror potential.

4 Conclusions

We have investigated an elementary step of Sisyphus cooling using Cesium atoms bouncing on a mirror formed by an evanescent wave propagating at the surface of a dielectric prism. We have shown that the loss of energy measured experimentally is in good agreement with the theoretical predictions, provided the van der Waals interaction between the atom and the dielectric prism is taken into account. The importance of the van der Waals interaction for a quantitative description of the physics of the evanescent wave mirror has also been demonstrated by analyzing the fraction of bouncing atoms as a function of intensity and detuning [28].

This elementary Sisyphus process can be a convenient tool to accumulate a large number of atoms in a restricted domain of space, increasing therefore the quantum degeneracy of the gas. As pointed out in [16] and [18], the repetition of such processes, alternated with repumping phases transferring the atoms back to $F_g = 3$, should lead to an atomic gas with a kinetic energy of a few recoil energies $\hbar^2 k^2 / 2m$ only, where $\hbar k$ is the momentum of a single photon.

This Sisyphus process can also be used to populate efficiently the ground state of a potential confining the atoms in the vicinity of the dielectric prism, achieving thus a quasi bidimensional gas [29, 30, 31]. This could provide an efficient way to prepare a 2D gas with a high quantum degeneracy.

We would like to acknowledge stimulating discussions and general encouragement from the E.N.S laser cooling group. We thank A. Steane for help in the set-up of the experiment. M.A. acknowledges financial support by the Alexander von Humboldt Foundation. This work has been partially supported by DRET, CNRS, Collège de France and DRED.

References

- [1] A.L. Migdall, J.V. Prodan and W.D. Phillips, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985).
- [2] S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).

- [3] T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Commun.*, **13**, 68 (1975).
- [4] D. Wineland and H. Dehmelt, *B. A. P. S.* **20**, 637 (1975)
- [5] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 169 (1988).
- [6] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A.* **B6**, 2023 (1989).
- [7] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6**, 2058 (1989).
- [8] N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [9] J. Lawall, F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1915 (1994); J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [10] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [11] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [12] K.B. Davis, M.O. Mewes, M. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [13] R. Cook and R. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [14] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Y.B. Ovchinnikov and A.I. Sidorov, *Sov. Phys. JETP Lett.* **45**, 353 (1987); *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [15] J.D. Dowling and J. Gea-Banacloche, to appear in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **36**, B. Bederson and H. Walther eds (1996).
- [16] K. Helmerson, S. Rolston, L. Goldner and W.D. Phillips, Poster at the *Workshop on Optics and Interferometry with Atoms*, Insel Reichenau, Germany, June 1992 (unpublished); Quantum Electronics and Laser Science Conference, 1993, OSA Technical Digest Series, **12**, 209, (1993, O.S.A., Washington DC).
- [17] J. Söding, R. Grimm and Y.B. Ovchinnikov, *Opt. Commun.* **119**, 652 (1995).
- [18] Y.B. Ovchinnikov, D.V. Laryushin, V.I. Balykin and V.S. Letokhov, *JETP Lett.* **62**, 113 (1995).
- [19] C. Cohen-Tannoudji in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Proceedings of the *Les Houches Summer School 1990*, J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin eds, North-Holland, Amsterdam 1992.
- [20] C. Cohen-Tannoudji and W.D. Phillips, *Physics Today*, October 1990, p. 33. H. Metcalf and P. van der Straten, *Phys. Rep.* **244**, 203 (1994).

- [21] M.A. Kasevich, D.S. Weiss and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [22] C.G. Aminoff, A.M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [23] J.Y. Courtois, J.M. Courty and J.C. Mertz, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).
- [24] A. Steane, P. Sztiftgiser, P. Desbiolles and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4972 (1995).
- [25] M. Arndt, P. Sztiftgiser, J. Dalibard and A. Steane in print at *Phys. Rev. A.* (1996).
- [26] We attribute the small feature which remains visible around 83 ms to atoms having bounced elastically in the EW and being transferred after the bounce to $F_g = 4$ by the stray light scattered from the prism.
- [27] This value is in good agreement (within 10%) with the Rabi frequency expected from the laser intensity and waist measured experimentally.
- [28] A. Landragin, G. Labeyrie, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook and A. Aspect, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1464 (1996).
- [29] P. Desbiolles and J. Dalibard, to be published.
- [30] M. Reynolds and J. Walraven, private communication (November 1994).
- [31] T. Pfau and J. Mlynek, preprint (February 1996).

Partie III

Vers un gaz à deux dimensions d'atomes de césium

Introduction

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons étudié un miroir à atomes dont le principe repose sur l'utilisation judicieuse du potentiel dipolaire. Ce potentiel a beaucoup d'applications dans notre domaine de recherche. Il permet de confiner des atomes dans des pièges nommés pièges dipolaires [1], au sein desquels les atomes sont rassemblés en des lieux où l'intensité lumineuse est maximale [2, 3, 4] ou minimale [5, 6] suivant le signe du désaccord δ entre la fréquence du champ laser et la fréquence atomique utilisées. Ce désaccord peut de plus être choisi suffisamment grand pour que les processus d'émission spontanée, à l'origine du chauffage des atomes et donc de leur fuite du piège, soient rares. Cette caractéristique rend ce type de confinement particulièrement attrayant.

Nous présentons au début de cette dernière partie un type particulier de piège dipolaire, réalisé à l'aide de deux ondes évanescentes [7]. Nous montrons que l'addition des potentiels associés à chacun des champs évanescents permet de composer un potentiel de Morse pour les atomes de césium dans l'état interne $F_g = 3$. Ce potentiel assure un confinement efficace des atomes suivant la direction perpendiculaire au diélectrique. Le mouvement atomique reste en revanche quasi libre suivant les directions parallèles au diélectrique, si bien que l'on obtient un système assimilable à un gaz bidimensionnel d'atomes.

Dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons au chargement de ce gaz. Nous proposons une méthode dont le principe repose sur un processus Sisyphe tout à fait semblable à celui que nous avons étudié dans la seconde partie de ce mémoire. Les atomes de césium issus d'un piège magnéto-optique et lâchés au dessus d'un prisme dans l'état hyperfin $F_g = 4$ sont repoussés par les deux ondes évanescentes qui composent le potentiel de Morse pour l'état hyperfin $F_g = 3$. Ils peuvent subir lors du rebond un processus Raman qui les amène vers le niveau hyperfin $F_g = 3$, sur lequel ils sont piégés s'ils ont perdu suffisamment d'énergie lors de la transition. Nous montrons que ce processus permet la capture sur le niveau fondamental du potentiel de Morse d'une part importante des atomes initialement dans le piège magnéto-optique. Pour cela, nous calculons suivant deux méthodes la probabilité de transition de ces atomes vers les différents états liés du potentiel. Dans un premier temps, nous effectuons un calcul perturbatif, puis nous

présentons une méthode d'intégration numérique de l'équation de Schrödinger incluant la technique Monte-Carlo quantique. Ce dernier calcul nous permet de déterminer le nombre d'émissions spontanées par rebond qui optimise le transfert.

Dans un dernier chapitre, nous nous intéressons aux atomes piégés dans le potentiel de Morse. Nous évaluons leur temps de confinement, ou "temps de vie", et proposons une méthode de détection des atomes. Enfin, nous nous concentrons sur les propriétés statistiques de ce gaz. A la limite thermodynamique, la transition de phase correspondant à la condensation de Bose-Einstein, récemment observée dans des pièges à trois dimensions [8, 9, 10], n'est en principe pas possible dans un système bidimensionnel. Nous montrons cependant que le confinement transverse des atomes dû à la structure gaussienne du profil du champ évanescent permet d'observer, pour des températures T inférieures à une température critique T_c , une accumulation des atomes dans l'état fondamental associé au potentiel dipolaire transverse.

Chapitre 1

Piégeage des atomes

Dans ce chapitre, nous commençons par donner le principe du piège dipolaire étudié, réalisé à l'aide de deux ondes évanescentes. Après avoir introduit quelques notations utiles, nous établissons qu'un choix judicieux des portées κ^{-1} des champs évanescents permet de donner au potentiel piégeant la forme du potentiel de Morse. L'équation de Schrödinger à une dimension incluant ce potentiel étant soluble analytiquement, nous donnons la forme des fonctions d'onde associées aux états liés du potentiel, les énergies correspondantes, et le nombre d'états liés dans le potentiel en fonction de sa profondeur U_0 . Nous montrons que le choix du nombre d'états liés dans le potentiel, associé à celui de la position du point de rebroussement classique des atomes incidents, permet de déterminer sans ambiguïté plusieurs des paramètres du problème, dont nous donnons des ordres de grandeur.

Nous discutons ensuite de l'influence qu'exercent sur le potentiel piégeant l'interaction de van de Waals et la gravité. Nous montrons en particulier qu'à condition de placer le minimum du potentiel de Morse suffisamment loin du diélectrique, l'interaction de van der Waals peut être négligée.

Tout au long de cette étude, la structure gaussienne du profil des champs évanescents n'est pas prise en compte. Nous montrons à la fin de ce chapitre que cette structure change peu les résultats obtenus, et qu'elle permet un confinement lâche des atomes suivant les directions parallèles au prisme sans modifier le caractère bidimensionnel du gaz étudié.

I Présentation du piège. Notations

Le principe du piège dipolaire que nous allons étudier a été présenté pour la première fois par Ovchinnikov, Shulga et Balykin [7]. Il repose sur l'utilisation de deux ondes évanescentes, obtenues par réflexion totale de deux faisceaux laser

gaussiens A et B sur la surface plane et horizontale d'un prisme composé d'un diélectrique d'indice n (figure 1.1(a)).

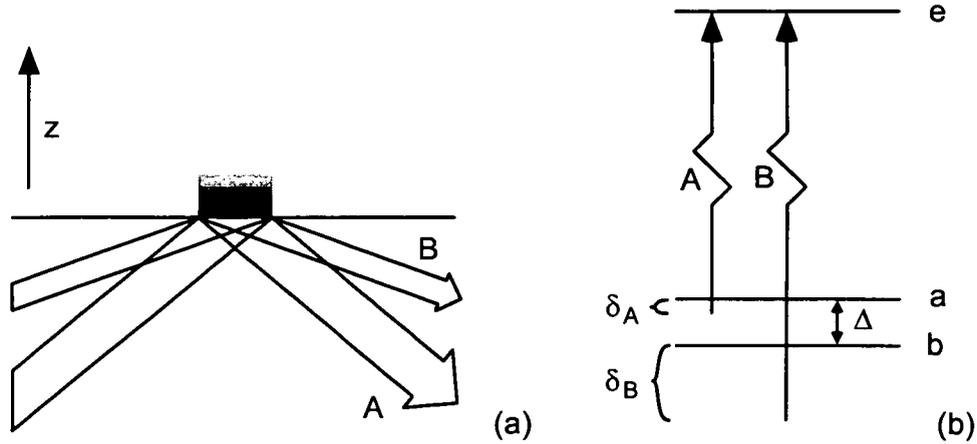


Figure 1.1: *Configuration étudiée.* (a) Deux faisceaux laser A et B en réflexion totale avec des angles d'incidence différents permettent de créer un potentiel piégeant. (b) Désaccords δ_A et δ_B des deux champs A et B considérés. Les deux niveaux a et b représentent les niveaux hyperfins $F_g = 3$ et $F_g = 4$ du césium, séparés de $\Delta/2\pi = 9.193$ GHz.

Comme dans la deuxième partie de ce mémoire, nous modélisons l'atome de césium par un atome à trois niveaux (figure 1.1(b)). Les niveaux a et b représentent les niveaux hyperfins $F_g = 4$ et $F_g = 3$, et le niveau e modélise le groupe des états excités hyperfins $F_e = 2, 3, 4, 5$. La différence d'énergie entre les états a et b est notée $\hbar\Delta$, la fréquence $\Delta/2\pi$ étant égale, dans le cas de l'atome de césium à 9.193 GHz. Rappelons que le modèle de l'atome à trois niveaux est particulièrement bien justifié lorsque les polarisations des faisceaux créant les ondes évanescentes sont perpendiculaires au plan d'incidence et que les désaccords des champs à l'origine des déplacements lumineux des niveaux atomiques sont grands devant la structure hyperfine de l'état excité e .

Les angles d'incidences θ_A et θ_B sont choisis de sorte que $\theta_A < \theta_B$. Si l'on note λ_A et λ_B les longueurs d'onde des lasers A et B , les portées $\kappa_A^{-1} = \lambda_A/2\pi$ et $\kappa_B^{-1} = \lambda_B/2\pi$ des deux ondes évanescentes vérifient $\kappa_A^{-1} > \kappa_B^{-1}$: la portée de l'onde évanescente A est plus grande que celle de l'onde évanescente B . Enfin, on note :

$$\delta_A = \omega_A - \omega_{a-e} \quad (1.1)$$

$$\delta_B = \omega_B - \omega_{b-e} \quad (1.2)$$

les désaccords entre la fréquence du champ évanescent créé par le faisceau A (respectivement par le faisceau B) et la fréquence atomique associée à la transition $a \leftrightarrow e$ (respectivement à la transition $b \leftrightarrow e$).

Ces désaccords sont choisis tous deux positifs. Le désaccord entre la fréquence laser B et la transition $a \leftrightarrow e$, égal à $\Delta + \delta_B$, est donc lui aussi positif (figure 1.1(b)). Un atome dans l'état a est donc repoussé par le potentiel résultant de l'addition des deux potentiels dipolaires associés à l'interaction avec A et B .

La situation est très différente pour un atome dans l'état b . Le désaccord δ_B est certes positif, et le potentiel dipolaire associé au laser B va donc être répulsif. Mais le désaccord δ_A est choisi de sorte que $\delta_A < \Delta$, si bien que le désaccord entre la fréquence du laser A et la fréquence atomique associée à la transition $b \leftrightarrow e$, soit $\delta_A - \Delta$, est négatif. Le potentiel dipolaire associé au laser A est donc attractif. Nous avons souligné plus haut que la portée de l'onde évanescente A est plus grande que celle de l'onde évanescente B . L'addition des deux potentiels conduit donc à un potentiel attractif à longue distance et répulsif à courte distance. C'est là un véritable potentiel piégeant, que nous allons étudier en détail dans la prochaine section.

II Etude du piège dipolaire

Nous commençons dans cette partie par expliciter les deux potentiels dipolaires U_a et U_b relatifs aux deux états internes a et b , en négligeant l'interaction de van der Waals et la gravité. Nous montrons qu'il est possible de choisir les portées κ_A^{-1} et κ_B^{-1} des lasers A et B afin que U_b s'identifie au potentiel de Morse. Le nombre d'états liés dans ce potentiel et leur énergie sont donnés, ainsi que l'expression des fonctions d'onde associées à ces états.

A Potentiel de Morse

1 Potentiels associés aux niveaux a et b

Si l'on suppose que les paramètres de saturation s_A et s_B associés aux transitions $a \leftrightarrow e$ et $b \leftrightarrow e$ restent faibles, l'action des deux lasers A et B sur les deux niveaux a et b peut être décrite par l'addition des deux déplacements lumineux relatifs aux faisceaux A et B :

$$U_a(z) = \frac{\hbar\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A} \exp(-2\kappa_A z) + \frac{\hbar\Omega_B^2(\mathbf{0})}{4(\Delta + \delta_B)} \exp(-4\kappa_B z) \quad (1.3)$$

$$U_b(z) = -\frac{\hbar\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4(\Delta - \delta_A)} \exp(-2\kappa_A z) + \frac{\hbar\Omega_B^2(\mathbf{0})}{\delta_B} \exp(-4\kappa_B z) \quad (1.4)$$

où $\Omega_A(\mathbf{0})$ et $\Omega_B(\mathbf{0})$ sont les fréquences de Rabi associées aux transitions $a \leftrightarrow e$ et $b \leftrightarrow e$ en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$.

Nous allons supposer que le laser A a une action prépondérante sur le niveau a . En effet, nous verrons que les fréquences de Rabi $\Omega_A(\mathbf{0})$ et $\Omega_B(\mathbf{0})$ ont le même ordre de grandeur, alors que le désaccord $\Delta + \delta_B$ est très supérieur au désaccord δ_A . Le potentiel exercé sur le niveau a peut donc s'écrire plus simplement :

$$U_a(z) \simeq \frac{\hbar\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A} \exp(-2\kappa_A z) \quad (1.5)$$

expression que nous utiliserons par la suite.

2 Choix des angles d'incidence

Le potentiel $U_b(z)$ n'a pas sous la forme écrite plus haut une allure très simple. Il est possible de lui donner une forme beaucoup plus sympathique en remarquant qu'il s'identifie au potentiel de Morse à condition que $\kappa_B = 2\kappa_A$. Encore faut-il pouvoir choisir les portées κ_A^{-1} et κ_B^{-1} des deux ondes évanescentes afin que cette relation soit vérifiée. Nous allons maintenant montrer qu'il est possible de choisir les angles d'incidence θ_A et θ_B afin de satisfaire cette condition.

Pour un angle d'incidence θ_n donné, nous avons vu que κ est donné par :

$$\kappa = k_{\text{opt}}(n^2 \sin^2 \theta_n - 1)^{1/2} \quad (1.6)$$

La valeur minimale de κ , nulle, est évidemment atteinte lorsque l'angle θ_n est égal à l'angle limite de réflexion totale θ_n^l . Sa valeur maximale $\kappa_{\text{max}} = k_{\text{opt}}(n^2 - 1)^{1/2}$ est obtenue pour $\theta = \pi/2$. La valeur numérique de κ_{max} pour un indice $n = 1.5$ (verre BK7) est donnée par $\kappa_{\text{max}} = 1.12 k_{\text{opt}}$. Il n'est pas question de donner à κ_B une valeur trop proche de cette valeur maximale, car l'angle θ_B serait alors proche de $\pi/2$, et le couplage entre le champ électrique incident et le champ évanescent serait alors très faible (figure 2.2 de la première partie de ce mémoire). En fait, pour obtenir un bon couplage entre ces deux champs, il faudrait donner à θ_B une valeur la plus faible possible. Mais l'angle θ_A serait alors proche de l'angle critique θ_n^l . Cette configuration présente plusieurs inconvénients. D'une part, il devient alors expérimentalement difficile de donner une valeur assez précise à κ_A pour être certain de réaliser un potentiel de Morse. D'autre part, nous avons vu dans la première partie de ce mémoire que lorsqu'on se rapproche trop de l'angle critique, la probabilité d'émission spontanée au cours du rebond augmente rapidement, ce qui rend son contrôle difficile.

Nous avons donc choisi une valeur de θ_B qui réalise un bon compromis entre ces exigences contraires, et avons posé :

$$\kappa_B = k_{\text{opt}} \quad (1.7)$$

Cette condition est remplie pour $\theta_B \simeq 70^\circ$ lorsque l'indice n du diélectrique est égal à 1.5. On détermine facilement l'angle θ_A sachant que $\kappa_B = 2\kappa_A$. Pour un indice $n = 1.5$, on trouve $\theta_A \simeq 48^\circ$.

Afin de simplifier la suite de l'exposé, nous noterons :

$$\kappa = \kappa_A = \frac{\kappa_B}{2} = \frac{\kappa_{\text{opt}}}{2} \quad (1.8)$$

3 Forme définitive de U_b

Le potentiel $U_b(z)$ peut maintenant prendre sa forme définitive :

$$U_b(z) = U_0 \left(\exp(-4\kappa(z - z_0)) - 2 \exp(-2\kappa(z - z_0)) \right) \quad (1.9)$$

où U_0 désigne la profondeur du puits de potentiel, c'est-à-dire sa valeur minimale, et où z_0 désigne la position à laquelle ce minimum est atteint (figure 1.2). A partir de l'expression (1.4) du potentiel U_b , on relie facilement la profondeur U_0 et la position z_0 aux rapports $\Omega_A^2(\mathbf{0})/4(\Delta - \delta_A)$ et $\Omega_B^2(\mathbf{0})/4\delta_B$:

$$U_0 = \frac{1}{2} \frac{\hbar \Omega_A^2(\mathbf{0})}{4(\Delta - \delta_A)} \exp(-2\kappa z_0) = \frac{\hbar \Omega_B^2(\mathbf{0})}{4\delta_B} \exp(-4\kappa z_0) \quad (1.10)$$

relations qui nous donnent des indications sur les paramètres des lasers A et B , c'est-à-dire leur fréquence de Rabi et leur désaccord, lorsque la profondeur du puits U_0 et la position z_0 auront été fixées.

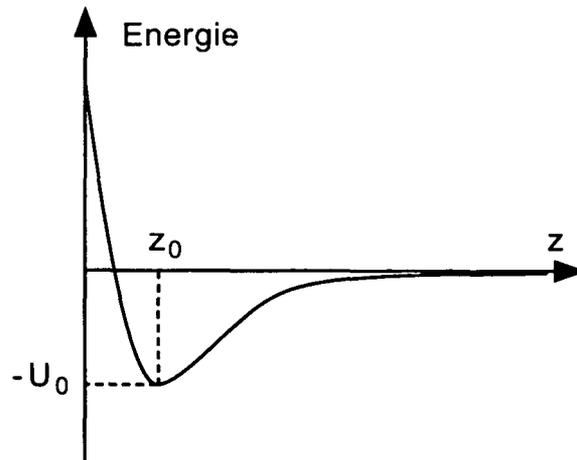


Figure 1.2: Potentiel de Morse. La profondeur U_0 est définie comme la valeur absolue de la valeur minimale du potentiel, atteinte en $z = z_0$.

4 Nombre d'états liés dans le potentiel de Morse, fonctions d'onde et énergies associées

Le potentiel de Morse présente une caractéristique très intéressante : l'équation de Schrödinger à une dimension décrivant le mouvement d'une particule dans ce potentiel est soluble analytiquement. Ceci va nous permettre de donner successivement le nombre d'états liés dans un potentiel de profondeur U_0 , les fonctions d'onde associées à ces états liés et les énergies afférentes. Ces grandeurs nous seront très utiles dans la suite de l'exposé.

Le nombre d'états liés n_1 dans le potentiel de Morse est donné par [16, page 92] :

$$n_1 = E \left(\sqrt{\frac{mU_0}{2\hbar^2\kappa^2}} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.11)$$

où E représente la fonction partie entière, et m est la masse de l'atome. Il nous sera utile de connaître la profondeur du puits U_0 pour un nombre d'états liés relativement faible. Le tableau ci-dessous précise la correspondance entre la profondeur du puits $\tilde{U}_0 = U_0/(\hbar^2\kappa^2/m)$ et le nombre n_1 d'états liés :

n_1	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{U}_0 = U_0/(\hbar^2\kappa^2/m)$	0.5	4.5	13.5	24.5	41.0	60.5	84.5

La profondeur est exprimée en fonction de l'unité "naturelle" d'énergie qui apparaît dans nos relations, soit $\hbar^2\kappa^2/m = 0.5 E_R$, où E_R est l'énergie de recul de l'atome¹. On peut déterminer ainsi la profondeur du puits à imposer pour avoir un nombre donné d'états liés.

Les états propres du Hamiltonien décrivant le mouvement des atomes sur un niveau lié du potentiel de Morse (1.9) sont notés $|n\rangle$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Chacun d'entre eux est associé à une fonction d'onde que nous noterons $\sqrt{\kappa}\chi(\kappa(z - z_0))$, et que l'on peut exprimer en fonction des polynômes de Laguerre généralisés L_n^m :

$$\begin{aligned} \sqrt{\kappa}\chi(\kappa(z - z_0)) &= \sqrt{2\kappa}(2s + 2n + 1) \left(\frac{n! \Gamma(2s + 1)}{\Gamma(2s)\Gamma(2s + n + 1)} \right)^{1/2} \\ &\exp\left(\frac{2s + 2n + 1}{2} \exp(-2\kappa(z - z_0))\right) \exp(-2s\kappa(z - z_0)) \\ &L_n^{2s} \left((2s + 2n + 1) \exp(-2\kappa(z - z_0)) \right) \quad (1.12) \end{aligned}$$

¹L'énergie de recul $E_R = \hbar^2 k_{\text{opt}}^2 / 2m$ est l'énergie cinétique acquise par un atome initialement immobile lorsqu'il absorbe un photon d'impulsion $\hbar k_{\text{opt}}$. Pour l'atome de césium, cette énergie correspond à la fréquence $E_R/h = 1.95$ kHz. L'énergie "naturelle" $\hbar^2\kappa^2/m$ qui apparaît dans nos expressions est donc associée à une fréquence de l'ordre de 1 kHz.

où le coefficient s est défini par :

$$2s + 2n + 1 = \sqrt{2\tilde{U}_0} \quad (1.13)$$

L'expression générale des polynômes de Laguerre généralisés est donnée par [16, page 751] :

$$L_n^m(x) = \frac{n!}{(n-m)!} e^x \frac{d^n}{dx^n} e^{-x} x^{n-m} \quad (1.14)$$

Enfin, les énergies associées aux états liés du potentiel sont données par [16, page 92] :

$$E_n = -U_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2\hbar^2 \kappa^2}{mU_0} \left(n + \frac{1}{2} \right)} \right)^2 \quad (1.15)$$

soit encore, en introduisant la profondeur \tilde{U}_0 :

$$E_n = -U_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\tilde{U}_0} \left(n + \frac{1}{2} \right)} \right)^2 \quad (1.16)$$

La figure 1.3 donne une représentation du potentiel de Morse de profondeur $\tilde{U}_0 = 50$. Cette profondeur, qui sera celle adoptée dans la suite de l'exposé, correspond à 5 états liés. Pour des raisons de clarté, nous n'avons représenté que les fonctions d'ondes associées aux trois premiers niveaux.

B Configuration étudiée

Il nous faut maintenant déterminer les paramètres des faisceaux A et B qui permettent d'obtenir un potentiel de profondeur U_0 dont le fond est situé en $z = z_0$. Nous allons montrer que les paramètres du laser A , c'est-à-dire sa fréquence de Rabi $\Omega_A(z_0)$ en $z = z_0$ et le désaccord δ_A , sont fixés par une condition de chargement optimal du gaz bidimensionnel. Cette condition supplémentaire ne permet pas de déterminer les paramètres du laser B , qui seront fixés au troisième chapitre lorsque nous discuterons du temps de vie des atomes piégés.

Nous choisirons ensuite une profondeur U_0 pour le potentiel de Morse, et justifierons ce choix. Nous en déduirons les paramètres du laser A , et commenterons les résultats.

1 Paramètres du laser A

Le choix de la profondeur U_0 permet de déterminer *via* la relation (1.10) la valeur à donner aux termes attractif $\Omega_A^2(z_0)/4(\Delta - \delta_A)$ et répulsif $\Omega_B^2(z_0)/4\delta_B$ qui composent le potentiel U_b au point z_0 . Mais cette même relation ne permet

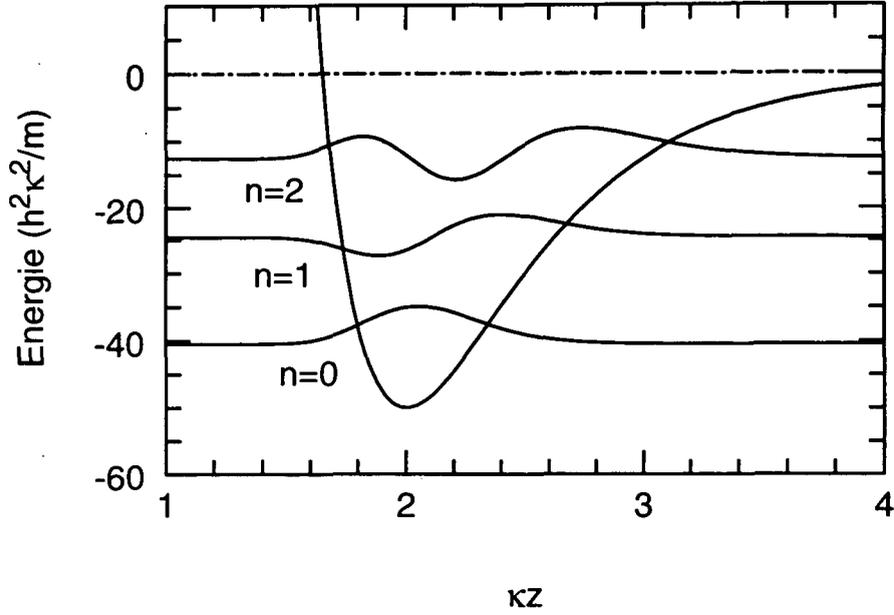


Figure 1.3: *Potentiel de Morse de profondeur $\tilde{U}_0 = 50$ et fonctions d'onde associées aux 3 premiers états liés.*

pas de déterminer dans l'absolu les fréquences de Rabi et les désaccords des deux faisceaux.

Nous allons introduire une condition supplémentaire, qui permettra en partie de résoudre ce problème. On conçoit bien que pour charger de manière efficace le gaz bidimensionnel, le point de rebroussement classique de la trajectoire d'un atome incident sur le niveau a doit correspondre au fond du puits z_0 . C'est en effet aux alentours de ce point que la probabilité d'une émission spontanée est maximale, le paramètre de saturation étant lui-même maximal. Nous exprimons cette dernière condition en égalisant la valeur de l'énergie de l'atome incident $E_0 = p_i^2/(2m)$ avec la valeur du potentiel U_a au point z_0 :

$$U_a(z_0) = \frac{\hbar\Omega_A^2(z_0)}{4\delta_A} = \frac{p_i^2}{2m} \quad (1.17)$$

Nous avons donc une relation supplémentaire liant les paramètres du laser A à une grandeur expérimentale, puisque l'impulsion initiale p_i est liée à la hauteur de chute H des atomes. Nous pouvons donc maintenant déterminer la valeur du désaccord δ_A en fonction du désaccord hyperfin Δ , du rapport $P_i = p_i/(\hbar\kappa)$ et de la profondeur du puits de potentiel :

$$\delta_A = \frac{\Delta}{1 + P_i^2/4\tilde{U}_0} \quad (1.18)$$

ainsi que la valeur de la fréquence de Rabi $\Omega_A(z_0)$ au point de rebroussement classique en fonction du désaccord hyperfin Δ , de P_i , de la profondeur du puits \tilde{U}_0 et de la fréquence "naturelle" du problème $\hbar\kappa^2/m$:

$$\Omega_A(z_0) = P_i \left(2 \frac{\hbar\kappa^2}{m} \frac{\Delta}{1 + P_i^2/4\tilde{U}_0} \right)^{1/2} \quad (1.19)$$

Cette fréquence de Rabi prend une forme plus simple lorsque $P_i^2/4\tilde{U}_0 \gg 1$; elle est alors indépendante de l'impulsion initiale P_i de l'atome :

$$\Omega_A(z_0) = \left(8 \frac{\hbar\kappa^2}{m} \tilde{U}_0 \Delta \right)^{1/2} \quad (1.20)$$

Les caractéristiques du faisceau laser B restent pour l'instant indéterminées. Comme nous l'avons déjà mentionné, elles sont liées à la profondeur U_0 du potentiel par la relation (1.10) qui, si elle impose le rapport $\Omega_B^2(z_0)/\delta_B$, ne permet pas de déterminer sans condition supplémentaire les valeurs de la fréquence de Rabi $\Omega_B(z_0)$ et du désaccord δ_B .

2 Configuration étudiée

Une étude complète du piègeage des atomes et, plus loin, du chargement du gaz bidimensionnel pour une profondeur U_0 du puits de potentiel quelconque pourrait être menée, mais serait fastidieuse. Nous avons choisi ici de présenter une configuration particulière, correspondant à 5 états liés dans le potentiel de Morse.

Justifions rapidement ce choix : un potentiel de Morse profond, *i.e.* possédant un grand nombre d'états liés, permet de confiner de manière forte les atomes sur les niveaux profonds du puits. Cependant, il faut pour réaliser un tel potentiel obtenir des déplacements lumineux importants, c'est-à-dire disposer d'une puissance laser élevée ou imposer des désaccords δ faibles. La puissance laser disponible est expérimentalement limitée par l'emploi de diodes laser, et de faibles désaccords entraînent un nombre plus important d'émissions spontanées pour les atomes piégés, ce qui réduit leur temps de vie dans le gaz. On ne peut donc espérer réaliser un puits trop profond, et nous verrons que 5 états liés correspondent à des choix pour la puissance laser et les désaccords qui demeurent raisonnables. Au contraire, les configurations pour lesquelles la profondeur du puits n'autorise qu'un ou deux états liés sont plus faciles à réaliser expérimentalement, mais les atomes sont alors plus faiblement liés. De plus, le potentiel de van der Waals et la gravité ont alors une influence importante sur le potentiel piègeant, comme nous le verrons lorsque nous discuterons de leurs effets.

Pour obtenir 5 états liés, on peut choisir d'après l'expression (1.11) et le tableau donné précédemment une profondeur du puits :

$$U_0 = 50 \frac{\hbar^2 \kappa^2}{m} \quad (1.21)$$

Les énergies de ces états sont déterminées à partir de la relation (1.15) et de la valeur de $\kappa = k_{\text{opt}}/2 = 3.6 \times 10^6 \text{m}^{-1}$. Elles correspondent aux fréquences $E_0/h = -0.5 \text{ kHz}$, $E_1/h = -4.6 \text{ kHz}$, $E_2/h = -12.8 \text{ kHz}$, $E_3/h = -25.1 \text{ kHz}$, $E_4/h = -41.6 \text{ kHz}$. Les trois premiers niveaux d'énergie sont représentés sur la figure 1.3.

Donnons pour deux valeurs de l'impulsion initiale p_i les valeurs des paramètres caractéristiques du faisceau A , c'est-à-dire du désaccord δ_A et de la fréquence de Rabi $\Omega_A(z_0)$. Les deux valeurs de l'impulsion p_i choisies sont $p_i = 25 \hbar \kappa$ et $p_i = 140 \hbar \kappa$. Elles correspondent à des hauteurs de lâcher de $100 \mu\text{m}$ et 3 mm pour l'atome de césium.

- Pour $P_i = p_i/\hbar\kappa = 25$, il vient :

$$\delta_A = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \delta_A/2\pi = 2300 \text{ MHz} \quad (1.22)$$

$$\Omega_A(z_0) = 18 \left(\frac{\hbar \kappa^2}{m} \Delta \right)^{1/2} \Rightarrow \Omega_A(z_0)/2\pi = 55 \text{ MHz} \quad (1.23)$$

- Pour $P_i = p_i/\hbar\kappa = 140$, on obtient :

$$\delta_A = \frac{\Delta}{100} \Rightarrow \delta_A/2\pi = 90 \text{ MHz} \quad (1.24)$$

$$\Omega_A(z_0) = 14 \left(\frac{\hbar \kappa^2}{m} \Delta \right)^{1/2} \Rightarrow \Omega_A(z_0)/2\pi = 17 \text{ MHz} \quad (1.25)$$

Ces résultats suggèrent plusieurs commentaires. Seule la valeur du désaccord δ_A obtenue pour $P_i = 25$ est très supérieure à la structure hyperfine de l'état excité. C'est donc seulement dans ce cas que les résultats donnés dans les deux premières parties de ce mémoire sont valables. Pour $P_i = 140$, il faudrait appliquer une méthode différente. En particulier, le potentiel dipolaire vu par l'atome devrait être recalculé, en tenant compte des contributions de chaque transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 3, 4, 5$, excitées avec des désaccords différents (rappelons que la différence d'énergie entre, par exemple, les niveaux $F_e = 4$ et $F_e = 5$ est $\Delta E/h = 250 \text{ MHz}$). De plus, le taux de désexcitation vers l'état $F_g = 3$ est dans cette configuration réduit, puisque la principale transition concernée est la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 5$ qui ne permet pas de désexcitation vers le niveau hyperfin

$F_g = 3$. C'est pourquoi dans toute la suite, nous ne nous intéresserons plus qu'au cas $p_i = 25 \hbar \kappa$. Certes, la hauteur de lâcher H associée à cette impulsion est très faible ($H = 100 \mu\text{m}$), et il semble difficile d'approcher un PMO à cette distance de la surface. On peut cependant imaginer une expérience dans laquelle les atomes sont lâchés d'une hauteur de quelques millimètres au dessus du prisme, dans l'état $F_g = 3$, et subissent lors du rebond sur une seule onde évanescente un processus Sisyphe semblable à celui présenté dans la seconde partie de ce mémoire. Ils perdent alors suffisamment d'énergie pour avoir lors du rebond suivant une impulsion à l'entrée dans l'onde évanescente de l'ordre de $25 \hbar \kappa$.

III Influence du potentiel de van der Waals et de la gravité sur la forme du potentiel

L'étude que nous avons menée jusqu'à présent n'a pas tenu compte de la présence du diélectrique et de l'influence que peut avoir le potentiel de van der Waals sur le nombre et la position des états liés. Nous avons vu dans les deux premières parties de ce mémoire le rôle important que joue ce potentiel sur les processus qui interviennent au voisinage du prisme. Cependant, nous montrons ici qu'à condition de choisir le point de rebroussement classique z_0 suffisamment éloigné du plan du diélectrique, l'influence du potentiel de van der Waals sur la forme du potentiel de Morse peut être négligée.

Nous discutons ensuite de l'influence de la gravité sur le potentiel piégeant. Nous montrons à nouveau que la forme du potentiel de Morse est peu modifiée, et donc que les résultats obtenus sans tenir compte de ce potentiel supplémentaire constitue une bonne approche du problème.

A Influence du potentiel de van der Waals

Nous avons vu dans la première partie de ce mémoire que le potentiel de van der Waals peut être décrit simplement par [17] :

$$U_{\text{vdW}}(z) = -\frac{\epsilon}{(\kappa z)^3} \quad (1.26)$$

Pour l'atome de césium, ce potentiel est le même pour les deux états $F_g = 3$ et $F_g = 4$, et $\epsilon = h \times 36 \text{ kHz}$ pour la valeur du paramètre $\kappa = 3.6 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ choisie dans cette partie du mémoire. Il faut pour évaluer son action ajouter ce potentiel attractif aux potentiels dipolaires formant le potentiel de Morse U_b ; nous nommerons $\bar{U}_b = U_b + U_{\text{vdW}}(z)$ cette somme. La figure (1.4) montre la forme du potentiel \bar{U}_b pour une profondeur $\tilde{U}_0 = 50$ et 3 positions du point de rebroussement classique z_0 , respectivement $\kappa z_0 = 1, 1.5$ et 2 .

On peut constater sur cette figure l'influence majeure de l'interaction de van der Waals pour les faibles valeurs de κz_0 . Pour $\kappa z_0 = 1$, le potentiel \bar{U}_b ne permet plus de piéger les atomes. Fort heureusement, une des caractéristiques essentielles du potentiel de van de Waals est sa décroissance très rapide lorsque l'on s'éloigne du diélectrique. Pour $\kappa z_0 = 1.5$, on observe à nouveau un potentiel \bar{U}_b piégeant, et pour $\kappa z_0 = 2$, le potentiel de Morse initial est peu perturbé. Dans toute la suite de l'exposé, nous supposons donc que nous avons pu choisir les paramètres relatifs aux faisceaux laser A et B de sorte que :

$$\kappa z_0 \geq 2 \quad (1.27)$$

et nous prendrons $\kappa z_0 = 2$ pour donner des ordres de grandeur le cas échéant.

Si on considère le potentiel de van der Waals comme une perturbation au potentiel de Morse, on peut distinguer deux effets principaux sur ce dernier :

- Il change la position du fond du puits de potentiel, et la variation correspondante de κz_0 peut être aisément déterminée :

$$\Delta(\kappa z_0) = -\frac{3}{8} \frac{\epsilon}{U_0} \frac{1}{(\kappa z_0)^4} \quad (1.28)$$

La condition (1.27) sur κz_0 assure une variation relative inférieure à 1 % de cette position, nous pouvons donc la négliger.

- La profondeur U_0 du puits elle-même est modifiée selon :

$$\Delta U_0 = -\frac{\epsilon}{(\kappa z_0)^3} \quad (1.29)$$

variation qui s'identifie simplement à la valeur du potentiel U_{vdW} au point z_0 . La profondeur du puits est donc augmentée, ce qui change certainement les positions des niveaux d'énergie calculées précédemment, et peut augmenter le nombre d'états liés dans le potentiel. Cependant, nous allons supposer ces effets négligeables : lors du calcul de la probabilité de transition vers un état lié du potentiel de Morse, nous verrons que c'est principalement la forme des fonctions d'onde des états d'arrivée qui gouverne le processus. Cette forme est peu modifiée par l'ajout du potentiel U_{vdW} . Nous le négligerons donc par la suite.

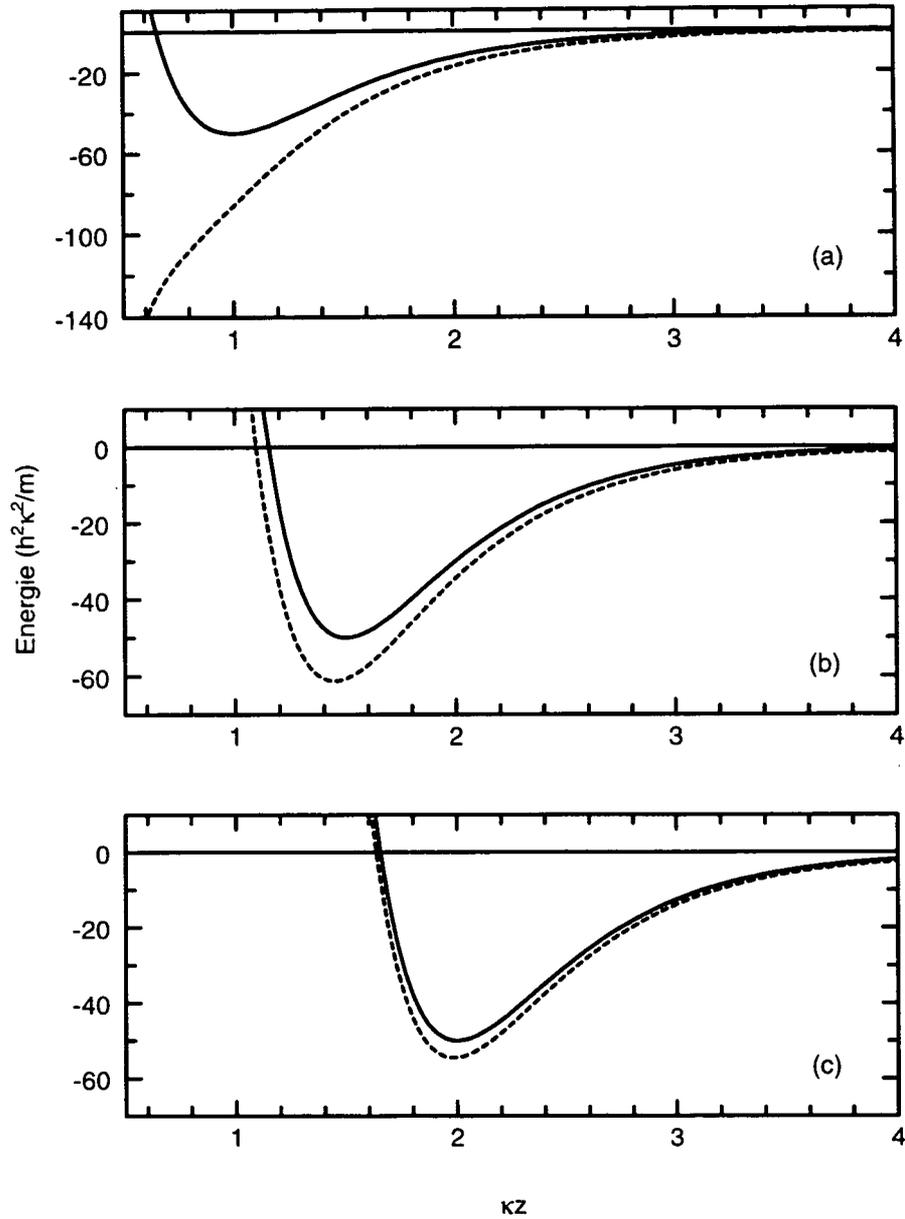


Figure 1.4: Influence du potentiel de van der Waals sur le potentiel de Morse pour différentes positions du point de rebroussement classique. On a représenté en trait plein le potentiel de Morse U_b , et en trait pointillé le potentiel \bar{U}_b , somme de ce potentiel et du potentiel de van der Waals. (a) Lorsque $\kappa z_0 = 1$. (b) Lorsque $\kappa z_0 = 1.5$. (c) Lorsque $\kappa z_0 = 2$.

Notons que pour un potentiel de Morse de profondeur U_0 plus faible, *i.e.* de l'ordre de quelques kHz, l'influence du potentiel de van der Waals est beaucoup plus importante à cette distance du prisme. Il faudrait donc placer le point de rebroussement classique z_0 à une distance encore plus grande du diélectrique, ce qui exige des puissances laser plus élevées. La puissance laser gagnée par l'utilisation de déplacements lumineux moins importants pour former un potentiel de Morse peu profond est donc illusoire.

Pour terminer, nous discutons une idée ingénieuse qui pourrait venir à l'esprit du lecteur. Puisque le potentiel de van der Waals est attractif, on pourrait penser l'associer à un seul potentiel dipolaire répulsif, afin de créer un puits de potentiel au voisinage du prisme. Une étude un peu plus poussée montre que la profondeur du puits obtenu ne peut être importante, mais qu'elle permet malgré tout d'observer un ou deux états liés. Il nous semble cependant hasardeux de confier un rôle si important à un potentiel que nous avons simplement modélisé par une loi en $1/z^3$, que l'on sait approchée lorsque l'on s'éloigne de plus d'une faible fraction de longueur d'onde du prisme. De plus, l'étude effectuée dans la seconde partie de ce mémoire nous a montré que la comparaison des résultats expérimentaux avec une théorie qui adopte cette forme de potentiel et notre modèle de surface n'est pas toujours excellente. Nous en resterons donc à l'utilisation de deux potentiels dipolaires, peu perturbés par l'influence de la surface s'ils sont utilisés suffisamment loin du diélectrique.

B Influence de la gravité

L'influence de la gravité sur la forme du potentiel de Morse est beaucoup moins importante que celle du potentiel de van der Waals. Pour l'étudier, on peut considérer que l'atome est soumis au potentiel gravitationnel :

$$U_{\text{grav}} = mg(z - z_0) \quad (1.30)$$

que l'on doit ajouter au potentiel dipolaire $U_b(z)$. Nous noterons $\tilde{U}_b(z) = U_b(z) + U_{\text{grav}}$ la somme des deux potentiels.

Comme le montre la figure (1.5), la gravité change très peu la forme du potentiel piégeant lorsque sa profondeur est égale à $\tilde{U}_0 = 50$. Nous pouvons donc sans justification supplémentaire négliger son influence sur la forme des fonctions d'onde associées aux états liés du potentiel de Morse.

Le gravité apporte cependant un changement majeur à l'étude menée avec le potentiel de Morse seul. Dans ce dernier cas, on pouvait distinguer les états liés du potentiel, d'énergies négatives, des états libres, d'énergies positives, qui formaient un continuum. Lorsqu'on prend en compte la gravité, il n'existe plus d'états libres : les atomes sont toujours piégés dans la cavité gravitationnelle.

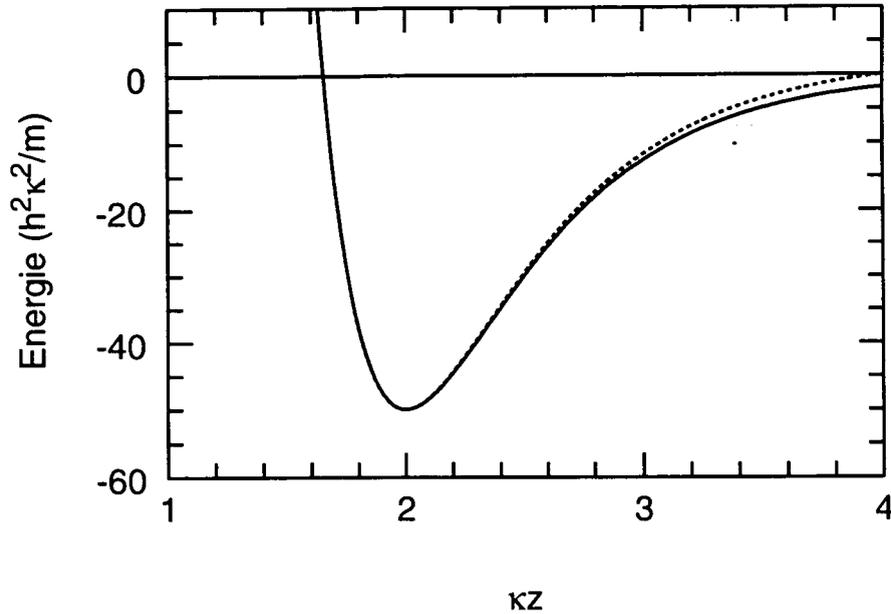


Figure 1.5: Influence de la gravité sur la forme du potentiel de Morse. En trait plein, on a représenté le potentiel de Morse U_b , et en trait pointillé la somme \tilde{U}_b de ce potentiel et du potentiel gravitationnel.

L'étude des positions et des énergies des états liés de la cavité a été menée voilà quelques années dans notre groupe [18], en supposant le potentiel créé par l'onde évanescente infiniment raide. Dans l'approximation WKB, les énergies E_n^{grav} associées à ces états sont données par :

$$E_n^{\text{grav}} = \hbar \omega_0 \left(n - \frac{1}{4} \right)^{2/3} \quad (1.31)$$

où la fréquence ω_0 est définie par :

$$\omega_0 = \left(\frac{9\pi^2 m g^2}{8\hbar} \right)^{1/3} \quad (1.32)$$

dont on peut facilement calculer la valeur numérique $\omega_0 = 2\pi \times 2.1$ kHz. Deux états consécutifs dans ce potentiel sont donc séparés d'une énergie de l'ordre de $h \times 1$ kHz. Cette différence d'énergie reste inférieure à celle qui sépare, pour une profondeur $\tilde{U}_0 = 50$, les états liés du potentiel de Morse. Par exemple, l'état fondamental et le premier état excité du potentiel sont séparés par une énergie $\Delta E = h \times 16.5$ kHz. On peut donc en première approximation considérer que les états liés calculés avec le potentiel de Morse sont corrects, et qu'ils sont suivis,

lorsque l'énergie considérée augmente, par les états liés de la cavité gravitationnelle. Cette approximation est évidemment très discutable lorsque la profondeur U_0 du potentiel de Morse est plus faible, *i.e.* de l'ordre de quelques kHz. C'est un argument supplémentaire au choix d'un potentiel piégeant relativement important.

IV Confinement des atomes par la structure transverse du champ évanescent

Jusqu'à présent, nous n'avons pas pris en compte la structure transverse gaussienne du champ évanescent. Nous montrons de manière qualitative dans cette section qu'elle permet de confiner faiblement les atomes suivant les directions parallèles au plan du diélectrique.

Les deux champs évanescents sont produits par deux faisceaux laser A et B de cols w_A et w_B *a priori* différents. Nous allons cependant les supposer égaux : les résultats obtenus dans le cas contraire sont peu différents de ceux que nous allons exposer lors de cette étude qui reste, répétons-le, très qualitative.

Si les deux champs évanescents A et B ont le même col w , le potentiel piégeant $U_b(r, z)$ s'écrit sous la forme :

$$U_b(r, z) = U_0 \left(\exp(-4(z - z_0)) - 2 \exp(-2(z - z_0)) \right) \exp\left(-2 \frac{r^2}{w^2}\right) \quad (1.33)$$

où r est la distance du point considéré à l'axe Oz . Nous allons supposer ici encore que $\kappa z_0 \geq 2$, ce qui nous permet de négliger le potentiel de van der Waals même pour les valeurs du rayon r égales à quelques valeurs du col w . La profondeur du puits suivant r est de l'ordre de U_0 , puisque sa valeur en $z = z_0$ évolue de $U_b = -U_0$ pour $r = 0$ à $U_b \simeq 0$ pour $r \gg w$. Cette profondeur transverse est donc égale à la profondeur du puits suivant l'axe Oz , et permet un confinement transverse des atomes.

Cependant, les longueurs caractéristiques d'évolution du potentiel suivant ces deux directions sont très différentes. Nous avons vu que le potentiel de Morse a une extension suivant l'axe Oz de l'ordre de κ^{-1} , c'est-à-dire d'une fraction de μm . La situation est très différente suivant la direction transverse, où la longueur caractéristique d'évolution du potentiel est de l'ordre de grandeur du col w . Typiquement, les cols expérimentalement utilisés sont de l'ordre de la centaine de μm , *i.e.* très supérieurs à κ^{-1} . Malgré la structure transverse des champs, le système conserve donc un caractère bidimensionnel marqué.

Chapitre 2

Chargement du piège

Nous étudions dans ce chapitre le chargement du piège dipolaire décrit dans le chapitre précédent. Le principe de ce chargement repose sur un processus Sisyphé semblable à celui étudié dans la deuxième partie de ce mémoire. La figure 2.1 illustre les différentes étapes du chargement.

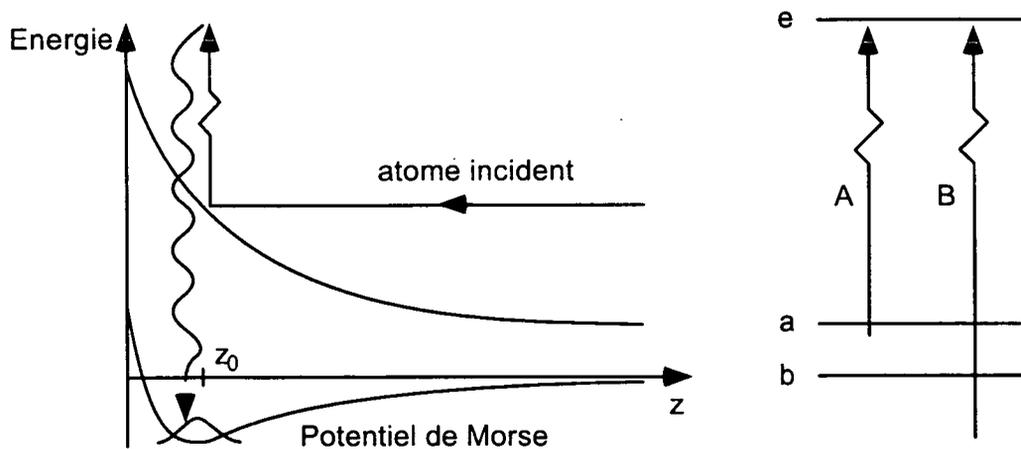


Figure 2.1: *Processus de chargement du gaz bidimensionnel. Les atomes issus d'un piège magnéto-optique sont dans l'état interne a . Ils sont repoussés par les deux ondes évanescentes créées par les faisceaux laser A et B, désaccordés sur le bleu de la transition $a \leftrightarrow e$, où e modélise le groupe hyperfin des niveaux excités. Un processus Raman au voisinage du point de rebroussement z_0 peut transférer les atomes du niveau a vers le niveau b , sur l'un des états liés du potentiel.*

Nous supposons que les atomes issus d'un piège magnéto-optique (PMO), situé à une hauteur H au dessus du prisme, se trouvent sur le niveau hyperfin a , correspondant au niveau $F_g = 4$ du césium. Au voisinage du diélectrique, ils sont

repoussés par les deux ondes évanescentes qui forment le potentiel de Morse pour le niveau b , correspondant au niveau $F_g = 3$. Lorsqu'ils arrivent au voisinage du point de rebroussement classique z_0 , qui coïncide avec le minimum du potentiel de Morse, ils peuvent subir un processus Raman de a vers b . Au cours de cette transition, les atomes perdent une partie importante de leur énergie. Nous montrons que ce processus permet un chargement efficace du gaz bidimensionnel, une fraction non négligeable des atomes se trouvant piégée sur le niveau fondamental du potentiel de Morse.

Nous déterminons pour cela la probabilité de transition d'un atome incident initialement dans l'état interne a vers un des états liés du potentiel piégeant. Deux méthodes très différentes sont proposées pour le calcul de ce taux de transition. La première est une méthode perturbative, qui repose sur l'approximation de Born. Le résultat qu'elle fournit n'est valide que pour des faibles taux d'émission spontanée lors du rebond. Nous proposons donc une seconde méthode, applicable à des taux d'émission spontanée quelconques. Elle repose sur l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger qui régit le mouvement des atomes, et inclut un calcul de type Monte-Carlo quantique qui permet de rendre compte de l'émission spontanée. Cette seconde méthode permet de déterminer le nombre d'émissions spontanées par rebond qui optimise le chargement du gaz bidimensionnel.

I Probabilité de transition dans l'approximation de Born

Le calcul que nous présentons ici repose sur la théorie des perturbations au second ordre. Cette théorie permet de calculer le taux de transition W_n entre l'état initial du système, pour lequel un atome est dans l'état interne a et possède une impulsion p_i , et l'état final du système, où ce même atome est dans l'état interne b , piégé sur un des états liés $|n\rangle$ du potentiel de Morse. Ce calcul fait intervenir un état intermédiaire, dans lequel l'atome est dans un état interne excité e après avoir absorbé un photon du champ évanescent A . Une émission spontanée l'amène à l'état final. La probabilité de transition recherchée, notée P_n , est obtenue en divisant le taux de transition W_n par le flux incident d'atomes $p_i/2mL$.

Nous commençons par donner les expressions des divers états mis en jeu, puis explicitons les principales étapes du calcul. Nous discutons alors du résultat obtenu, et donnons quelques ordres de grandeur des probabilités de transition attendues.

A Etats mis en jeu

1 Etat initial

Nous considérons donc un atome initialement dans l'état interne a , abordant l'onde évanescente A avec une impulsion p_i . On peut décrire l'état externe de cet atome par l'état $|p_i\rangle$, état propre du Hamiltonien H_a décrivant son mouvement dans le potentiel $U_a(z)$ donnée par la relation (1.5) :

$$H_a = \frac{P^2}{2m} + U_a(z) \quad (2.1)$$

L'état propre $|p_i\rangle$ est associé à la fonction d'onde $\Psi_i(z)$ [19] :

$$\frac{1}{\sqrt{L}}\Psi(\kappa(z - z_0)) = \left(\frac{2P_i}{\pi L}\sinh(\pi P_i)\right)^{1/2} K_{iP_i}(P_i \exp(-\kappa(z - z_0))) \quad (2.2)$$

où $P_i = p_i/\hbar\kappa$ et K_{iP_i} est la fonction de Bessel de type K à paramètre imaginaire iP_i . Cette fonction d'onde est normalisée dans une boîte à une dimension, de longueur L , comprise entre $z = 0$ et $z = L$. Nous supposons que $L \gg \kappa^{-1}$. En effet, nous aurons besoin d'utiliser par la suite l'expression des fonctions d'onde χ_n associées aux états liés du potentiel de Morse, données en (1.12). Or ces fonctions d'onde sont localisées au voisinage de $\kappa z_0 = 2$, et s'étendent sur une longueur de l'ordre de κ^{-1} . Leur normalisation ne sera donc pas affectée par l'existence de la boîte de longueur L .

L'état initial du système atome+champ est décrit par l'état :

$$|\bar{i}\rangle = |a\rangle \otimes |p_i\rangle \otimes |N_A, \hbar\mathbf{k}_A, \boldsymbol{\epsilon}_A\rangle \otimes |\text{vide}\rangle \quad (2.3)$$

où $|N_A, \hbar\mathbf{k}_A, \boldsymbol{\epsilon}_A\rangle$ décrit le mode du champ laser A contenant N_A photons d'impulsion $\hbar\mathbf{k}_A$ et de polarisation $\boldsymbol{\epsilon}_A$, et $|\text{vide}\rangle$ représente les modes vides du champ. Par la suite, nous noterons plus simplement cet état :

$$|\bar{i}\rangle = |a, p_i, N_A \hbar\mathbf{k}_A \boldsymbol{\epsilon}_A, \text{vide}\rangle \quad (2.4)$$

notation que nous adopterons aussi pour les autres états présentés.

2 Etat intermédiaire

Le couplage entre l'atome et le champ total est assuré par l'opérateur dipolaire électrique V :

$$V = -i\mathbf{d} \cdot \sum_i \left(\frac{\hbar\omega_i}{2\epsilon_0 L}\right)^{1/2} (\boldsymbol{\epsilon}_i a_i - \boldsymbol{\epsilon}_i^* a_i^+) \quad (2.5)$$

La somme qui apparaît dans cette expression porte sur tous les modes du champ i , de fréquence ω_i et de polarisation ϵ_i . Les opérateurs a_i et a_i^\dagger sont respectivement les opérateurs destruction et création de photon du mode i . Pour simplifier le calcul, nous ne tenons pas compte des effets de recul liés à l'absorption ou à l'émission des photons. L'opérateur V couple l'état initial $|\bar{i}\rangle$ avec l'état intermédiaire $|\bar{e}\rangle$:

$$|\bar{e}\rangle = |e p'_i, (N_A - 1) \hbar \mathbf{k}_A \epsilon_A, \text{vide}\rangle \quad (2.6)$$

qui traduit l'absorption par l'atome d'un photon du champ évanescent A . Notons que l'amplitude de ce champ dépendant de la position considérée, l'opérateur V va coupler l'état atomique externe $|p_i\rangle$ avec d'autres états $|p'_i\rangle^1$.

3 Etats finals

L'opérateur V permet à l'atome dans l'état interne e d'atteindre l'état interne b via un processus d'émission spontanée. L'état externe n correspond au nième état lié du potentiel de Morse. Si l'on note \mathbf{k}_f et ϵ_f l'impulsion et la polarisation du photon spontané, les états finals $|\bar{f}\rangle$ sont de la forme :

$$|\bar{f}\rangle = |b, n, (N_A - 1) \hbar \mathbf{k}_A \epsilon_A, \mathbf{k}_f \epsilon_f\rangle \quad (2.7)$$

Nous pouvons maintenant effectuer le calcul annoncé.

B Calcul du taux de transition

Au second ordre des perturbations, le taux de transition W_n vers un état lié $|n\rangle$ du potentiel de Morse s'écrit :

$$W_n = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_{\bar{e}} \frac{\langle \bar{f} | V | \bar{e} \rangle \langle \bar{e} | V | \bar{i} \rangle}{E_a + \hbar \omega_A - E_{\bar{e}}} \right|^2 \rho(E_{\bar{f}}) \quad (2.8)$$

la quantité $\rho(E_{\bar{f}})$ correspondant à la densité d'états finals pour le photon de fluorescence. La somme (2.8) porte sur tous les états excités possibles \bar{e} d'énergie $E_{\bar{e}}$.

Les éléments de matrice qui interviennent dans le calcul de W_n peuvent être aisément calculés à partir des expressions de l'état initial $|\bar{i}\rangle$, de l'état intermédiaire $|\bar{e}\rangle$ et des états finals $|\bar{f}\rangle$. Ainsi :

$$\langle \bar{e} | V | \bar{i} \rangle = -i \left(\frac{\hbar \omega_A}{2\epsilon_0 L} \right)^{1/2} \langle e | \mathbf{d} \cdot \epsilon_A | a \rangle \langle N_A - 1, \hbar \mathbf{k}_A | a_L | N_A, \hbar \mathbf{k}_A \rangle \langle p'_i | e^{-\kappa z} | p_i \rangle \quad (2.9)$$

¹En toute rigueur, les états $|p'_i\rangle$ ne correspondent pas aux fonctions de Bessel données plus haut car le potentiel dipolaire pour les atomes dans l'état excité e est attractif. Ceci n'a en pratique aucune importance, puisque ces états vont disparaître au cours du calcul via une relation de fermeture.

La fréquence de Rabi $\Omega_A(\mathbf{0})$ peut être définie par :

$$\left(\frac{\hbar\omega_A}{2\epsilon_0 L}\right)^{1/2} \langle e|\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_A|a\rangle \sqrt{N_A} = \frac{\hbar\Omega_A(\mathbf{0})}{2} \quad (2.10)$$

ce qui permet de réécrire l'élément de matrice ci-dessus :

$$\langle \bar{e}|V|\bar{i}\rangle = -i\frac{\hbar\Omega_A(\mathbf{0})}{2} \langle p'_i|e^{-\kappa z}|p_i\rangle \quad (2.11)$$

L'élément de matrice de l'opérateur V entre l'état intermédiaire et les états finals s'obtient de manière identique :

$$\langle \bar{f}|V|\bar{e}\rangle = i\left(\frac{\hbar\omega_f}{2\epsilon_0 L}\right)^{1/2} \langle b|\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_f|e\rangle \langle n|p'_i\rangle \langle \mathbf{k}_f|a_f^+|\text{vide}\rangle \quad (2.12)$$

cette dernière relation se simplifiant lorsque l'on remarque que $\langle \mathbf{k}_f|a_f^+|\text{vide}\rangle = 1$. On peut alors réécrire le taux de transition W_n en fonction de ces expressions. Nous supposons que seuls les états hyperfins $F_e = 3, 4, 5$ sont concernés par la somme sur tous les états excités, et que le désaccord δ_A est suffisamment grand devant la structure hyperfine de l'état excité e pour que le dénominateur de la somme (2.8) se réduise à l'énergie $\hbar\delta_A$. La somme sur les états excités est alors une simple relation de fermeture sur les états $|p'_i\rangle$, et le taux de transition W_n a pour expression :

$$W_n = \frac{\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A^2} |\langle n|e^{-\kappa z}|p_i\rangle|^2 \frac{2\pi}{\hbar} \left|\left(\frac{\hbar\omega_f}{2\epsilon_0 L}\right)^{1/2} \langle b|\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_f|e\rangle\right|^2 \rho(E_f) \quad (2.13)$$

Le dernier terme de cette expression s'identifie à Γ_{e-b} , taux de désexcitation de l'état interne e vers l'état hyperfin b , si bien que l'on obtient pour expression de W_n :

$$W_n = \frac{\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A^2} \Gamma_{e-b} |\langle n|e^{-\kappa z}|p_i\rangle|^2 \quad (2.14)$$

expression que nous écrirons par la suite sous une forme un peu différente :

$$W_n = \frac{\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A^2} \Gamma_{e-b} \frac{1}{\kappa L} |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (2.15)$$

où $\mathcal{O}_n(p_i)$ décrit le recouvrement entre les fonctions d'onde associées aux états $|p_i\rangle$ et $|n\rangle$ prenant en compte la variation exponentielle du champ évanescent :

$$\mathcal{O}_n(p_i) = \int \chi_n(u) e^{-u} \Psi_i(u) du \quad (2.16)$$

Il reste à diviser ce taux de transition par le flux incident d'atomes p_i/mL pour obtenir la probabilité de transition désirée :

$$P_n = \Gamma_{e-b} \frac{\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A^2} \tau |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (2.17)$$

où $\tau = 2m/\kappa p_i$ représente le temps typique que passe un atome d'impulsion initiale p_i dans l'onde évanescence d'extension κ^{-1} au cours d'un rebond. Comme prévu, cette probabilité de transition ne dépend pas de la longueur L de la boîte de quantification.

C Interprétation et résultats

La probabilité de transition P_n peut aussi être donnée sous la forme :

$$P_n = n_{\text{sp}} |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (2.18)$$

où :

$$n_{\text{sp}} = \frac{\Omega_A^2(\mathbf{0})}{4\delta_A^2} \Gamma_{e-b} \tau = \frac{\Gamma_{e-b}}{\delta_A} P_i \quad (2.19)$$

est le nombre moyen d'émissions spontanées par rebond sur la transition $a \leftrightarrow e$ qui mènent au niveau b . Nous pouvons donc donner l'interprétation suivante de l'expression (2.19) de la probabilité de transition P_n : elle est égale au produit du nombre moyen de photons spontanés conduisant l'atome sur le niveau interne b par un facteur de forme $|\mathcal{O}_n(p_i)|^2$, facteur qui traduit la qualité du recouvrement des fonctions d'onde associées aux états atomiques externes de départ et d'arrivée, en tenant compte de la variation exponentielle du champ évanescence (facteur dit de "Franck-Condon"). La valeur de ce facteur va dépendre essentiellement de la forme des fonctions d'onde considérées. En particulier, les faibles perturbations apportées à la forme du potentiel de Morse par l'interaction de van der Waals et la gravité vont peu modifier la forme des fonctions d'onde associées aux états liés du potentiel, et auront donc peu d'influence sur la valeur du facteur $|\mathcal{O}_n(p_i)|^2$.

La valeur numérique de ce facteur dépend évidemment du niveau lié considéré, pour une impulsion atomique p_i donnée. A nouveau, nous choisissons de présenter des valeurs numériques pour $P_i = p_i/\hbar\kappa = 25$. La figure 2.2 présente les variations spatiales de la fonction d'onde Ψ associée à cette impulsion², ainsi

²Cette fonction s'exprime à l'aide d'une fonction de Bessel de type K à argument imaginaire, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre de cette dernière partie. Cette fonction de Bessel est d'un emploi très peu pratique, car elle n'est que rarement tabulée dans les bibliothèques informatiques classiques. Nous avons donc utilisé, pour tracer cette courbe et plus tard lors du calcul du facteur de recouvrement $\mathcal{O}_n(p_i)$, une fonction approchée obtenue à l'aide de la technique de l'approximation uniforme [20]. Tant que $p_i \gg \hbar\kappa$, ce qui est toujours notre cas, cette méthode donne d'excellents résultats : la différence relative entre les valeurs de la fonction Ψ et celles de son approximation ne dépasse pas 1 %.

que les fonctions d'onde associées aux deux premiers états liés du potentiel de Morse pour $\tilde{U}_0 = 50$.

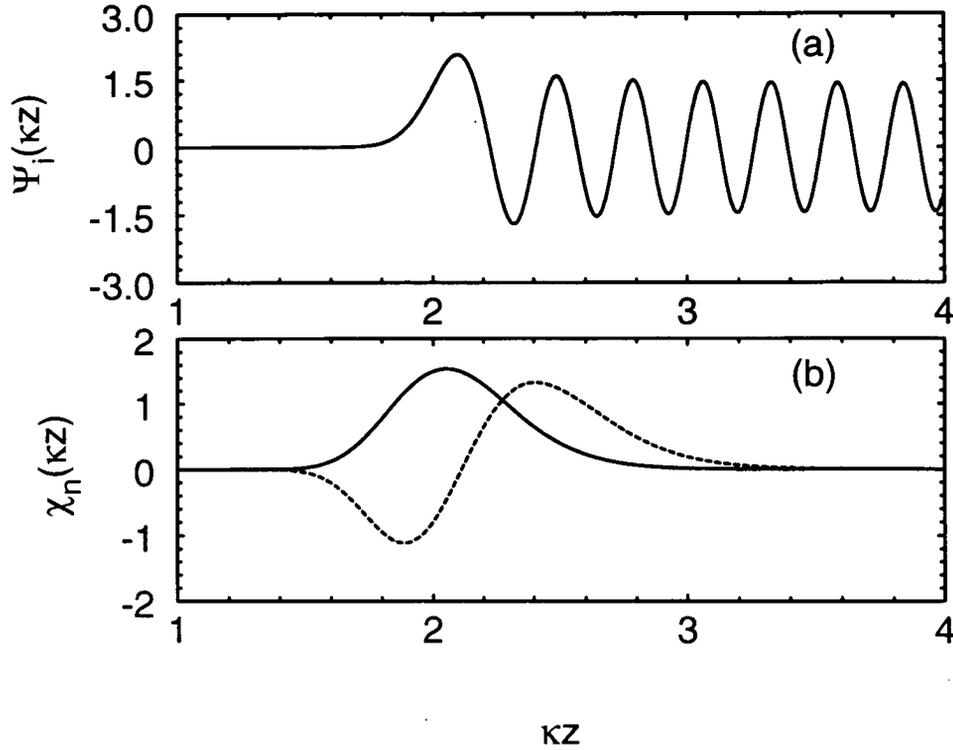


Figure 2.2: (a) Fonction d'onde associée à un atome d'impulsion $p_i/\hbar\kappa = 25$ à l'entrée de l'onde évanescente. (b) Fonctions d'onde associées aux deux premiers états liés du potentiel de Morse pour $\tilde{U}_0 = 50$. En trait plein : état fondamental χ_0 ; en trait pointillé : premier état excité χ_1 . Le point de rebroussement classique, $\kappa z_0 = 2$, coïncide avec le fond du potentiel de Morse.

Le premier lobe de la fonction Ψ_i a une forme et une extension similaires à celles de la fonction d'onde associée à l'état fondamental du potentiel de Morse. Ceci conduit à un important facteur de recouvrement $\mathcal{O}_0(p_i) = 0.55$, soit $|\mathcal{O}_0(p_i)|^2 = 0.30$. Le recouvrement entre Ψ_i et la fonction χ_1 est moins élevé, on calcule en effet $\mathcal{O}_1(p_i) = -0.25$, soit $|\mathcal{O}_1(p_i)|^2 = 0.063$. La probabilité de transition vers le niveau fondamental du potentiel de Morse est donc 5 fois plus élevée que celle vers le premier niveau excité.

Dans une véritable expérience, les atomes froids sont issus d'une source, comme par exemple un PMO, qui ne permet pas en général d'obtenir des atomes possédant tous les mêmes impulsion et position initiales. Lors de leur arrivée dans l'onde évanescente, ils vont donc avoir des impulsions p_i différentes, centrées

autour d'une valeur moyenne. L'adéquation entre le point de rebroussement classique des atomes et le fond du potentiel de Morse est réalisée pour cette valeur moyenne des impulsions p_i . Pour une impulsion différente en revanche, la position du point de rebroussement est changée, et ne peut donc plus coïncider avec le fond du puits. La probabilité de transition P_n devrait en souffrir. Afin d'estimer la diminution de cette probabilité, nous donnons sur la figure 2.3 les variations du facteur de recouvrement $|\mathcal{O}_0(p_i)|^2$ lorsque l'impulsion initiale s'écarte d'une dizaine de $\hbar\kappa$ autour de l'impulsion initiale $p_i/\hbar\kappa = 25$. Pour une dispersion de quelques $\hbar\kappa$ autour de la valeur moyenne des impulsions, ce qui est typiquement le cas dans un PMO, on constate que la diminution de la probabilité P_0 , si elle est réelle, n'est pas dramatique.

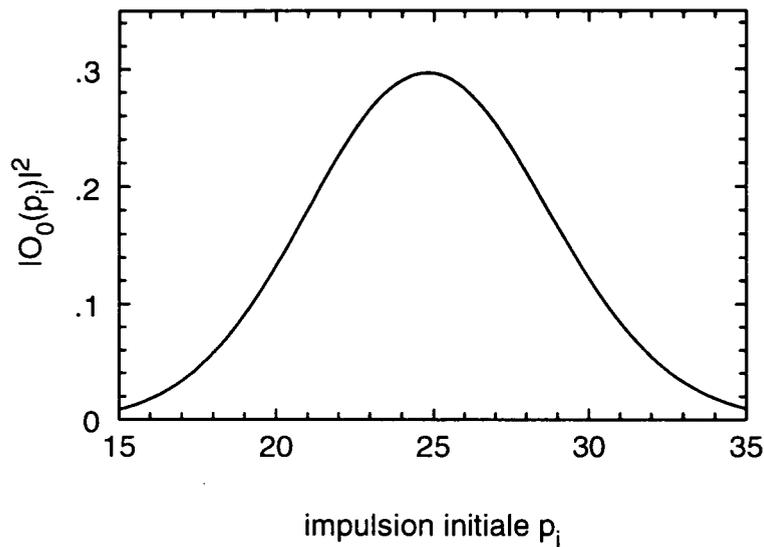


Figure 2.3: Variations du facteur de recouvrement $|\mathcal{O}_0(p_i)|^2$ en fonction de l'impulsion initiale p_i . La position du point de rebroussement classique pour un atome dans l'état a coïncide avec le fond du potentiel de Morse pour $p_i = 25 \hbar\kappa$.

On peut pour terminer déterminer les variations du facteur de recouvrement $|\mathcal{O}_0(p_i)|^2$ lorsque l'impulsion p_i de l'atome à l'entrée de l'onde évanescente varie, les paramètres du problème étant cette fois en chaque point adaptés pour que point de rebroussement classique et fond du potentiel coïncident. La figure 2.4 illustre les résultats obtenus.

On peut essayer de donner une interprétation simple de la forme de cette courbe. Lorsque l'impulsion p_i est de l'ordre de $10 \hbar\kappa$, le premier lobe de la fonction Ψ_i a la même extension que la fonction χ_0 associée à l'état fondamental du potentiel de Morse. Leur recouvrement est donc maximal. Lorsque l'impulsion p_i augmente, l'extension de ce lobe diminue, et viennent alors contribuer à l'intégrale

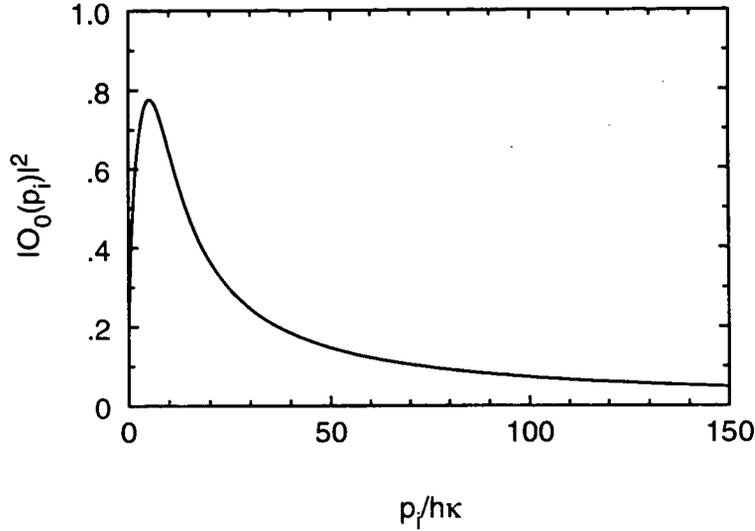


Figure 2.4: Variations du facteur de recouvrement $|\mathcal{O}_0(p_i)|^2$ en fonction de l'impulsion initiale p_i . En chaque point, le potentiel de Morse est ajusté de sorte que le point de rebroussement classique et le fond du puits de potentiel coïncident.

$\mathcal{O}_0(p_i)$ les lobes suivants, qui prennent successivement des valeurs négatives et positives ; leur participation à l'intégrale $\mathcal{O}_0(p_i)$ reste donc limitée, et globalement, puisque le recouvrement entre le premier lobe de Ψ_i et χ_0 diminue, l'intégrale de recouvrement diminue. Pour les faibles valeurs de l'impulsion p_i , *i.e.* inférieures à $10 \hbar \kappa$, l'extension du premier lobe de la fonction Ψ_i est cette fois supérieure à celle de χ_0 , et l'intégrale va diminuer³.

Les résultats que nous venons de présenter ont été obtenus à partir d'une méthode perturbative. Ils ne sont donc valables que lorsque $n_{\text{sp}} \ll 1$, situation pour laquelle les probabilités P_n , directement proportionnelles à n_{sp} , sont faibles. Cependant, si $n_{\text{sp}} \gg 1$, la probabilité de transition vers les états liés du potentiel doit aussi être très faible. En effet, la probabilité qu'une émission spontanée vers l'état interne b advienne bien avant le point de rebroussement classique est alors élevée, et les atomes ne perdent pas suffisamment d'énergie lors du processus Raman pour être piégés. Un chargement optimal demande sans doute un nombre moyen de photons spontanés par rebond n_{sp} de l'ordre de l'unité : il faut donner une chance aux atomes d'effectuer une transition, et cette transition doit avoir lieu aux alentours du point de rebroussement classique. Nous présentons dans la section suivante un calcul utilisant la méthode Monte-Carlo quantique, calcul

³Notons cependant que pour les faibles valeurs de l'impulsion p_i , l'approximation uniforme de la fonction de Bessel de type K à argument imaginaire est moins bonne. Il convient donc de considérer avec prudence nos résultats lorsque p_i est de l'ordre de $\hbar \kappa$.

valable quelle que soit la valeur de n_{sp} . Nous déterminons ainsi la valeur de n_{sp} qui rend le chargement optimal.

II. Probabilité de transition : Approche Monte-Carlo Quantique

La méthode que nous présentons maintenant repose sur l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger à une dimension. Nous considérons un atome dans l'état interne a , représenté par un paquet d'ondes gaussien se déplaçant avec une impulsion moyenne p_i en direction du prisme. Nous intégrons son mouvement dans le potentiel évanescent, en introduisant dans le Hamiltonien du système un terme non hermitique qui permet de rendre compte de l'émission spontanée par une méthode nommée Monte-Carlo quantique [21, 22, 23]. Nous montrons que cette méthode permet de déterminer la probabilité P_n de transition vers un des états liés du potentiel de Morse. Nous vérifions enfin que les résultats obtenus lorsque le nombre d'émissions spontanées $n_{\text{sp}} \ll 1$ coïncident avec ceux obtenus à l'aide de l'approximation de Born.

A Présentation

Considérons un atome incident, supposé dans l'état interne a . On note z_i et p_i respectivement sa position et son impulsion initiale moyenne, à l'instant $t = 0$. On peut représenter cet atome par un paquet d'ondes gaussien :

$$\Psi(z, t = 0) = \left(\frac{1}{2\pi(\Delta x)^2} \right)^{1/4} e^{ip_i(z-z_i)/\hbar} e^{-(z-z_i)^2/4(\Delta x)^2} \quad (2.20)$$

où Δx représente l'extension spatiale initiale du paquet d'ondes. Son évolution au cours du temps est gouvernée par l'équation de Schrödinger contenant le Hamiltonien H non hermitique :

$$H = \frac{P^2}{2m} + V_0 \exp(-2\kappa z) - \frac{i\hbar}{2} C^\dagger C \quad (2.21)$$

où $U_a = V_0 \exp(-2\kappa z)$ est le potentiel dipolaire évanescent associé au niveau a et où C est un opérateur de saut défini par :

$$C = \sqrt{\Gamma_{eb}} \frac{\Omega_A(\mathbf{0}) e^{-\kappa z}}{2\delta_A} |b\rangle \langle a| \quad (2.22)$$

La partie non hermitique du Hamiltonien H décrit la dissipation associée aux processus d'émission spontanée [21]. Comme le montre la forme de l'opérateur

C , nous ne considérons ici que les processus Raman qui interviennent au cours du rebond, et qui permettent une transition de l'état a vers l'état b . En toute rigueur, nous aurions dû considérer également les processus Rayleigh, au cours desquels l'atome retombe sur l'état initial a après un processus d'émission spontanée. L'opérateur C aurait alors contenu un terme supplémentaire couplant l'état a à lui-même. Cependant, nous estimons que ces processus ne jouent qu'un rôle mineur dans l'évolution du système : l'atome continue sa route après un processus Rayleigh, son impulsion sans doute un peu changée par les échanges de photons lors du processus. Comme dans le calcul effectué dans l'approximation de Born, nous négligeons donc les effets liés au recul.

B Résolution numérique de l'équation de Schrödinger

L'équation de Schrödinger contenant le Hamiltonien H ne possède pas de solution analytique. Nous allons donc la résoudre numériquement, selon une méthode que nous exposons maintenant.

1 Variables réduites

Afin d'intégrer l'équation de Schrödinger de manière aisée, nous définissons les variables réduites (c'est-à-dire sans unité) suivantes

- variable d'espace : $x = \kappa z$;
- variable de impulsion : $P = p/\hbar\kappa$;
- variable de temps : $T = t \hbar\kappa^2/2m$;
- variable d'énergie : $\tilde{V}_0 = 2mV_0/(\hbar\kappa)^2$;
- opérateur de saut réduit : $\tilde{C} = \left(\sqrt{m/\hbar\kappa^2}\right) C$.

L'équation de Schrödinger avec ces variables réduites s'écrit :

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial T} = -\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \tilde{V}_0 e^{-2x}\Psi - i\tilde{C}^\dagger C\Psi \quad (2.23)$$

2 Discrétisation de l'espace et du temps

Il nous faut ensuite discrétiser l'espace et le temps. Pour discrétiser l'espace, nous nous plaçons dans une boîte de longueur L , que nous divisons en N intervalles égaux. Nous posons donc $dx = L/N$, et repérons le i ème point de la

boîte par $x_i = idx$ ($i \in [0, N]$). La dérivée seconde de l'équation (2.23) est alors approximée par⁴ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = (\Psi(x_{i+1}) + \Psi(x_{i-1}) - 2\Psi(x_i)) / (dx)^2 \quad (2.24)$$

Le temps est lui aussi discrétisé, c'est-à-dire qu'un pas d'évolution de l'équation de Schrödinger a pour longueur dT . L'évolution entre les temps T et $T + dT$ de la fonction d'onde associée à l'atome au point x_i est donnée par :

$$d\Psi(x_i) = i \frac{dT}{dx^2} (\Psi(x_{i+1}) + \Psi(x_{i-1}) - 2\Psi(x_i)) - idT\tilde{V}_0 e^{-x_i} \Psi(x_i) - dT\tilde{C}^\dagger \tilde{C} \Psi(x_i) \quad (2.25)$$

l'opérateur \tilde{C} contenant lui-même un terme $\exp(-x_i)$.

3 Intégration

L'intégration est effectuée à l'aide d'un algorithme de type Runge-Kutta au 4ième ordre [24]. Le paquet d'ondes a pour position moyenne initiale $\kappa z_i = 12.5$, avec une extension spatiale $\Delta x = 0.5 \kappa^{-1}$. Son impulsion moyenne initiale est $p_i = 25 \hbar \kappa$.

C Méthode Monte-Carlo Quantique

Comme le Hamiltonien H n'est pas hermitique, la norme de la fonction Ψ n'est pas conservée au cours de l'évolution temporelle. Plus exactement, si l'on note P la norme de la fonction Ψ et dP sa variation au cours d'une évolution temporelle de pas dt , on a :

$$dP = d\langle \Psi | \Psi \rangle = \frac{i dt}{\hbar} (\langle \Psi | H^\dagger | \Psi \rangle - \langle \Psi | H | \Psi \rangle) \quad (2.26)$$

soit, en remplaçant le Hamiltonien H par son expression :

$$dP = -dt \langle \Psi | C^\dagger C | \psi \rangle = -\frac{\Gamma_{eb} \Omega_A^2(\mathbf{0}) e^{-2\kappa z}}{2 \cdot 2\delta_A^2} \quad (2.27)$$

qui n'est rien d'autre que la probabilité d'émission spontanée durant l'intervalle de temps dt , au signe près. *Pour connaître la probabilité qu'un processus Raman advienne au cours du pas dt , il suffit donc de calculer la variation dP de la norme*

⁴Cette approximation introduit une modification de la vitesse de groupe v_g du paquet d'ondes, donnée maintenant par $v_g = (p_i/m) \sin_c(p_i dx/\hbar)$. En choisissant une discrétisation telle que $(p_i dx/\hbar) < 0.24$, cette vitesse de groupe diffère de moins de 1 % de la vitesse de groupe coutumière p_i/m .

P de la fonction Ψ . L'intervalle de temps dt étant très faible devant le temps de rebond τ , et le nombre de photons spontanés par rebond n_{sp} étant de l'ordre de l'unité, on a évidemment $dP \simeq n_{\text{sp}} dt / \tau \ll 1$.

Lors de chaque pas d'intégration, on va donc comparer dP à un nombre aléatoire ϵ tiré de manière uniforme dans l'intervalle $[0, 1[$. Deux cas peuvent se présenter alors :

- Soit $\epsilon > dP$: il n'y a alors pas d'émission spontanée. La fonction d'onde Ψ est renormalisée, c'est-à-dire qu'on pose en chaque point :

$$\Psi(x_i, T + dT) \longrightarrow \frac{\Psi(x_i, T + dT)}{\sum_{j=0}^N |\Psi(x_j, T + dT)|^2} \quad (2.28)$$

et l'évolution continue.

- Soit $\epsilon \leq dP$: une émission spontanée intervient. On applique alors à la fonction Ψ l'opérateur saut C :

$$\Psi(x_i, T + dT) = \Psi(x_i, T + dT) e^{-x_i} \quad (2.29)$$

Le préfacteur de C est omis dans cette opération car l'étape suivante consiste en une normalisation de la fonction Ψ semblable à celle effectuée dans le cas où $\epsilon > dP$ (relation (2.28)). La probabilité P_n de transition vers un état lié $|n\rangle$ du potentiel de Morse est alors donnée par la projection de la fonction Ψ sur cet état :

$$P_n = |\langle n | \Psi \rangle|^2 = \left| \sum_{i=0}^N n(x_i) \Psi(x_i, T + dT) \right|^2 \quad (2.30)$$

puisque qu'après action de l'opérateur saut C , la fonction Ψ est associée à un atome dans l'état interne b . L'évolution du paquet d'ondes est alors stoppée, et, après avoir stocké les valeurs de P_n , le programme recommence une autre évolution avec un paquet d'ondes identique.

Si aucune émission spontanée n'intervient lors du rebond, le programme stoppe l'évolution du paquet d'ondes lorsque sa position moyenne est identique à sa position moyenne initiale $\kappa z_i = 12.5$. Un autre paquet d'ondes est alors lancé de la même manière.

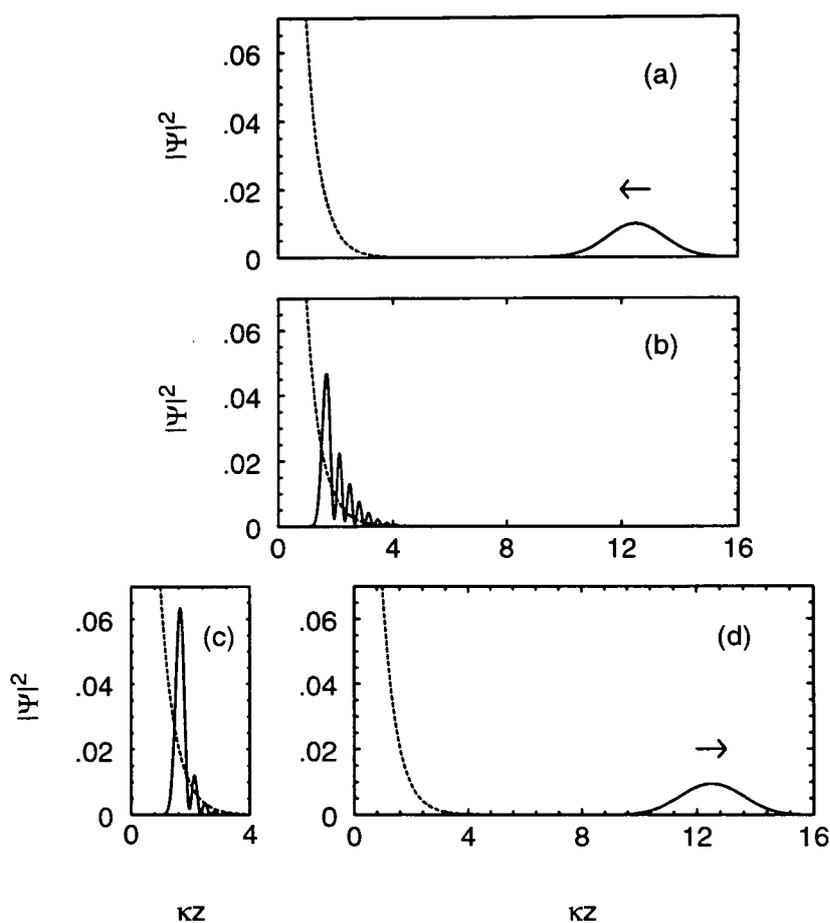


Figure 2.5: *Evolution du paquet d'ondes. (a) Etat initial: paquet d'ondes gaussien, état interne a. (b) Paquet d'ondes au voisinage du point de rebroussement classique, état interne a. (c) Paquet d'ondes après un processus Raman, état interne b. (d) Paquet d'ondes après un rebond, lorsqu'aucun processus Raman n'a eu lieu. Le potentiel évanescent $U_a(z)$ est représenté en trait pointillé.*

D Résultats

La figure 2.5 illustre l'évolution d'un paquet d'ondes. Tant que l'atome est suffisamment loin de l'onde évanescente (figure 2.5(a)), la probabilité d'observer une émission spontanée est très faible, comme en témoigne le facteur exponentiel dans l'opérateur de saut C . En revanche, lorsque le paquet d'ondes est localisé au voisinage du point de rebroussement classique (figure 2.5(b)), un processus Raman peut projeter l'atome dans l'état interne b (figure 2.5(c)). Dans le cas contraire, l'atome rebondit sur l'onde évanescente (figure 2.5(d)). L'évolution temporelle est stoppée lorsque le centre du paquet d'ondes atteint à nouveau le point initial.

Cette procédure est répétée 100 fois, pour un nombre moyen de photons spontanés par rebond n_{sp} donné. La figure 2.6 illustre l'évolution des probabilités de transition P_0 et P_1 vers les deux premiers états liés du potentiel en fonction du nombre n_{sp} . Les barres d'erreurs sont liées aux fluctuations des résultats obtenus par la méthode Monte-Carlo.

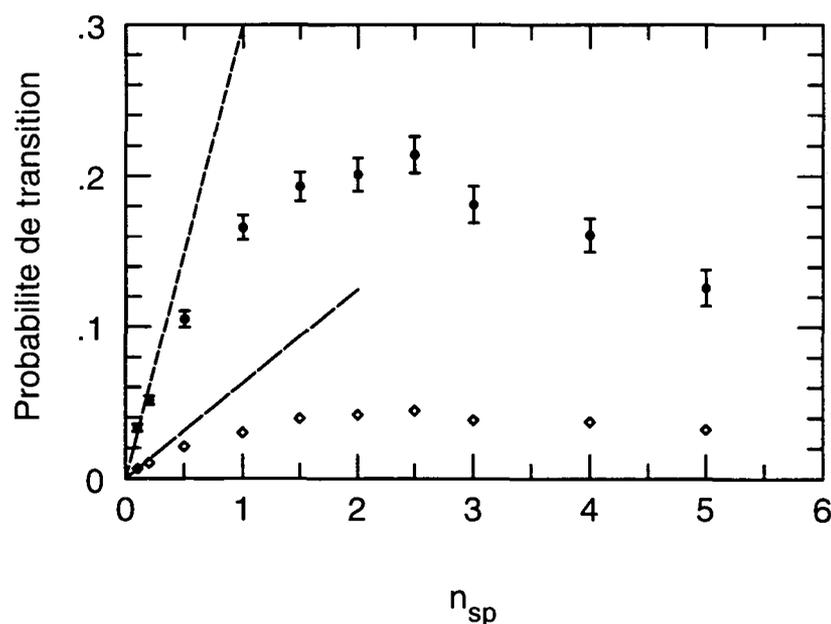


Figure 2.6: Variations des probabilités de transition vers les états $\chi_0(\bullet)$ et $\chi_1(\diamond)$, pour une impulsion initiale moyenne $p_i = 25 \hbar \kappa$. Les lignes en trait pointillé indiquent les résultats obtenus par la méthode utilisant l'approximation de Born.

La probabilité maximale de piéger les atomes sur le niveau fondamental du potentiel de Morse est égale à 21%, elle est atteinte pour $n_{sp} \simeq 2.5$. Pour cette valeur de n_{sp} , les probabilités de transition vers les premiers états excités du

potentiel sont égales à 4.5% pour $n = 1$ et 0.73% pour $n = 2$. Comme pour le calcul dans l'approximation de Born, le chargement du niveau fondamental est environ 5 fois plus efficace que celui du premier état excité.

Nous avons ajouté sur la figure 2.6 les probabilités $P_n = n_{\text{sp}} |\mathcal{O}_n(p_i)|^2$ obtenues à partir de la méthode perturbative pour $n = 0$ et 1. Les résultats Monte-Carlo sont en excellents accords avec ceux obtenus dans l'approximation de Born lorsque $n_{\text{sp}} \ll 1$. De plus, il apparaît clairement que le maximum que nous cherchions pour la probabilité P_0 est en dehors du domaine d'application de la méthode perturbative.

Pour terminer, remarquons qu'avec les valeurs que nous avons données aux paramètres $\Omega_A(\mathbf{0})$ et δ_A (relations (1.24) et (1.25)), le nombre moyen de photons spontanés par rebond est égal à :

$$n_{\text{sp}} = 100 \frac{\Gamma_{eb}}{\Delta} \quad (2.31)$$

soit, si l'on pose $\Gamma_{eb} = \Gamma/4$, choix suggéré par l'étude effectuée dans la première partie de ce mémoire⁵ :

$$n_{\text{sp}} = 25 \frac{\Gamma}{\Delta} \simeq 0.015 \quad (2.32)$$

puisque $\Gamma/2\pi = 5.3$ MHz et $\Delta/2\pi = 9193$ MHz. Cette valeur est beaucoup plus faible que la valeur optimale déterminée plus haut, soit $n_{\text{sp}} = 2.5$. Pour contourner ce problème, nous proposons de mélanger au laser A un laser de très faible puissance, quasi résonant avec la transition $F_g = 4 \leftrightarrow F_e = 3$, dont l'intensité et le désaccord sont choisis de sorte que le nombre d'émissions spontanées n_{sp} est égal à 2.5, sans que le potentiel dipolaire qu'il crée ne perturbe le déplacement lumineux généré par le laser A .

⁵Rappelons que ce choix est bien justifié pour l'atome de césium lorsque la polarisation du laser A est perpendiculaire au plan d'incidence et que le désaccord δ_A est grand devant la structure hyperfine de l'état excité, ce qui est le cas ici.

Chapitre 3

Autour des atomes piégés

Dans ce dernier chapitre, nous supposons les atomes piégés sur les niveaux liés du potentiels de Morse. Nous commençons par évaluer leur durée de confinement dans le piège, ou “temps de vie”. En effet, les atomes sont en permanence en interaction avec les champs évanescents A et B qui induisent des processus d’émission spontanée, donc un chauffage. Nous fixons au passage les paramètres relatifs au laser B (désaccord δ_B et fréquence de Rabi $\Omega_B(z_0)$) afin de minimiser l’émission spontanée due à ce laser. Nous proposons ensuite une méthode de détection des atomes piégés utilisant un processus Raman stimulé. Enfin nous discutons des effets de statistique quantiques susceptibles d’apparaître dans cette configuration particulière “à deux dimensions”.

I Temps de vie des atomes sur le niveau fondamental

Nous montrons ici que le temps de vie des atomes piégés est principalement limité par les processus d’émission spontanée. Nous supposons qu’initialement les atomes se trouvent sur le niveau fondamental du potentiel de Morse de profondeur $\tilde{U}_0 = 50$, et que leur vitesse transverse est suffisamment faible pour que la structure transverse des champs évanescents suffise à les confiner. Nous commençons par estimer le nombre de photons spontanés par seconde dus au laser A , en utilisant le désaccord δ_A et la fréquence de Rabi Ω_A déterminés dans le premier chapitre. Nous déterminons ensuite les paramètres du laser B (désaccord δ_B et fréquence de Rabi Ω_B) qui minimisent le nombre de photons spontanés dus au champ évanescent correspondant. En reliant ces chiffres à la profondeur \tilde{U}_0 du potentiel piègeant, nous en déduisons un ordre de grandeur du temps de vie des atomes piégés.

A Nombre de photons diffusés par seconde

1 Pour le laser A

Le désaccord δ_A ainsi que la fréquence de Rabi $\Omega_A(z_0)$ ont été déterminés dans le premier chapitre de cette dernière partie (relations (1.22) et (1.23)) :

$$\begin{aligned}\delta_A &= \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \delta_A/2\pi = 2300 \text{ MHz} \\ \Omega_A(z_0) &= 18 \left(\frac{\hbar\kappa^2}{m} \Delta \right)^{1/2} \Rightarrow \Omega_A(z_0)/2\pi = 55 \text{ MHz}\end{aligned}$$

Ceci conduit à un nombre de photons spontanés par seconde :

$$n_A = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_A^2(z_0)}{2\delta_A^2} \simeq 5000 \text{ s}^{-1} \quad (3.1)$$

ce qui est très élevé. Il est intéressant de calculer la puissance p_A du laser A qui correspond à la fréquence de Rabi Ω_A donnée ci-dessus. On trouve après un calcul facile mais un peu fastidieux $p_A \simeq 1 \text{ mW}$. On dispose en général de diodes laser dont la puissance est beaucoup plus importante, de l'ordre de 200 mW. La phase de chargement terminée, on peut donc changer rapidement les paramètres du laser A. En multipliant l'intensité du faisceau par un facteur 200, on multiplie le carré de la fréquence de Rabi Ω_A par le même facteur. Pour conserver un potentiel dipolaire U_a identique, il faut donc multiplier le désaccord δ_A par 200 lui aussi. Mais le taux d'émission spontanée, proportionnel à Ω_A^2/δ^2 est alors *divisé* par 200, ce qui conduit à 25 photons par seconde, chiffre tout à fait acceptable.

2 Pour le laser B

Aucune des contraintes du problème ne nous a permis jusqu'alors de fixer δ_B et $\Omega_B(z_0)$. Seul le rapport $\Omega_B^2(z_0)/\delta_B$ est fixé par la relation (1.10) qui donne sa forme au potentiel de Morse. Le nombre d'émissions spontanées par seconde dues à B étant proportionnel à $\Omega^2(z_0)/\delta_B^2$, il faut, afin de le minimiser, choisir δ_B le plus grand possible, c'est-à-dire la fréquence $\Omega(z_0)$ la plus élevée possible. Nous allons donc être, une fois de plus, limité par la puissance du laser B.

Supposons pour fixer les idées que nous disposons d'une diode laser de puissance $p_B = 200 \text{ mW}$, et que le col w des faisceaux A et B est égal à $w \simeq 100 \mu\text{m}$. La fréquence de Rabi $\Omega_B(\mathbf{0})$ peut être calculée, en prenant garde à l'angle d'incidence $\theta_B = 70^\circ$:

$$\Omega_B(\mathbf{0})/2\pi = 3 \text{ GHz} \Rightarrow \Omega_B(z_0)/2\pi = 55 \text{ MHz} \quad (3.2)$$

pour une positions $\kappa z_0 = 2$ du point de rebroussement classique. Le désaccord δ_B est alors déterminé à partir de la relation (1.10) :

$$\delta_B = 1500 \text{ MHz} \quad (3.3)$$

Il peut paraître étrange que l'on trouve une valeur de Ω_B égale à celle de Ω_A alors que les puissances p_A et p_B sont très différentes. Il ne faut pas oublier deux caractéristiques très importantes de l'onde évanescente B , liées à l'angle d'incidence $\theta_B = 70^\circ$ élevé. Tout d'abord, la puissance p_B est certes très supérieure à p_A , et les fréquences de Rabi en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ vérifient : $\Omega_B(\mathbf{0}) \gg \Omega_A(\mathbf{0})$. Mais $\Omega_B(z_0) = \Omega_B(\mathbf{0}) \exp(-2\kappa z_0)$, alors que $\Omega_A(z_0) = \Omega_A(\mathbf{0}) \exp(-\kappa z_0)$, car $\kappa_B = 2\kappa_A = 2\kappa$. Deuxièmement, le couplage entre la puissance du faisceau B et celle de l'onde évanescente qu'il crée est beaucoup moins important que celui correspondant au faisceau A , car $\theta_B > \theta_A$ (figure 2.2 de la partie I). L'association de ces deux particularités fâcheuses conduit à ces résultats a priori étonnants.

Le nombre de photons spontanés dus au laser B est donc, lui aussi, tout à fait important :

$$n_B = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_B^2(z_0)}{2\delta_B^2} \simeq 10000 \text{ s}^{-1} \quad (3.4)$$

Il n'est pas possible d'envisager, comme pour le laser A , un changement des paramètres du laser B , la puissance p_B étant déjà très élevée. On peut cependant suggérer que l'utilisation d'un traitement de la surface du prisme, identique à celui étudié à l'Institut d'Optique [25, 26] pourrait permettre de réduire considérablement ce nombre de photons. Par exemple pour un facteur d'amplification de l'intensité de l'onde évanescente de 400, typique de ce que l'on peut réaliser avec ce type de traitement, le nombre de photons spontanés par seconde est réduit à $n_B = 25 \text{ s}^{-1}$, identique au nombre n_A obtenu dans le paragraphe précédent.

B Effet sur les atomes

Rappelons tout d'abord la profondeur du piège dipolaire. Nous avons vu dans le premier chapitre de cette dernière partie que le confinement transverse des atomes peut être assuré par le caractère transverse gaussien des champs évanescents. Si les cols w_A et w_B des deux lasers sont égaux, *la profondeur du puits transverse est égale à celle du potentiel de Morse, soit :*

$$U_0 = 50 \frac{\hbar^2 \kappa^2}{m} \quad (3.5)$$

ce qui correspond à $25 E_R$, où $E_R = \hbar^2 k_{\text{opt}}^2 / 2m$ est l'énergie de recul de l'atome.

Les processus d'émission spontanée vont principalement chauffer les atomes suivants leur mouvement transverse, quasi libre. Leur mouvement suivant la direction perpendiculaire au prisme est beaucoup moins affecté en raison de l'effet

Lamb Dicke [27]. En effet, l'extension spatiale de la fonction d'onde χ_0 est de l'ordre de $\kappa^{-1}/2$, soit environ $\lambda/12$, valeur très inférieure à celle de la longueur d'onde λ du photon spontané. Ce dernier a donc une probabilité très faible d'éjecter un atome du niveau considéré.

La direction d'émission spontanée étant aléatoire, on peut admettre que si l'on note N_s le nombre de photons spontanés émis durant un temps T , l'énergie transverse de l'atome est augmentée durant ce temps de la quantité :

$$\Delta E \simeq \sqrt{N_s} E_R \quad (3.6)$$

Pour une profondeur transverse de l'ordre de $25 E_R$, il suffit donc de 500 photons pour éjecter tous les atomes hors du puits. Nous avons vu qu'en l'absence de traitement de surface du prisme, nous devons nous attendre à environ 10000 émissions spontanées par seconde, ce qui conduit à un temps de vie du gaz bidimensionnel de l'ordre de 50 ms. Ce temps est sans doute beaucoup trop court pour envisager des observations intéressantes. Il nous semble donc indispensable de résoudre le problème du laser B avant de réaliser l'expérience avec cette configuration.

On peut éventuellement renforcer la profondeur transverse du piège en ajoutant un champ magnétique statique quadripolaire semblable à celui étudié à la fin de la seconde partie du mémoire. Il devrait permettre de confiner de manière efficace les atomes au voisinage de l'axe Oz . Ce champ aurait de plus l'intérêt de "trier" les atomes suivant le niveau Zeeman qu'ils occupent, puisqu'il confine les atomes de nombres magnétiques négatifs, alors qu'il expulse les atomes de nombres magnétiques positifs. Ce rôle peut être important si l'on cherche à mettre en évidence d'éventuels effets collectifs, puisque seuls les atomes de même nombre magnétique peuvent se grouper pour y participer.

II Détection des atomes piégés

Nous proposons une méthode de détection des atomes piégés sur les niveaux du potentiel de Morse utilisant un processus Raman stimulé illustré sur la figure 3.1, méthode analogue à celle utilisée dans l'étude des réseaux optiques [27]. Cette technique repose sur l'utilisation de deux faisceaux laser de faible puissance, dirigés suivant l'axe Oz et se propageant dans des sens opposés (figure 3.1(a)). Le faisceau pompe a une fréquence ω_P fixe, désaccordée sur le rouge de la transition $b - e$ (*i.e.* le désaccord $\omega_P - \omega_{b-e}$ est négatif, de l'ordre de quelques largeurs Γ). Le faisceau sonde a lui une fréquence ω_S variable, balayée autour de la fréquence ω_P . On observe les variations de l'intensité du faisceau sonde lorsque sa fréquence est balayée.

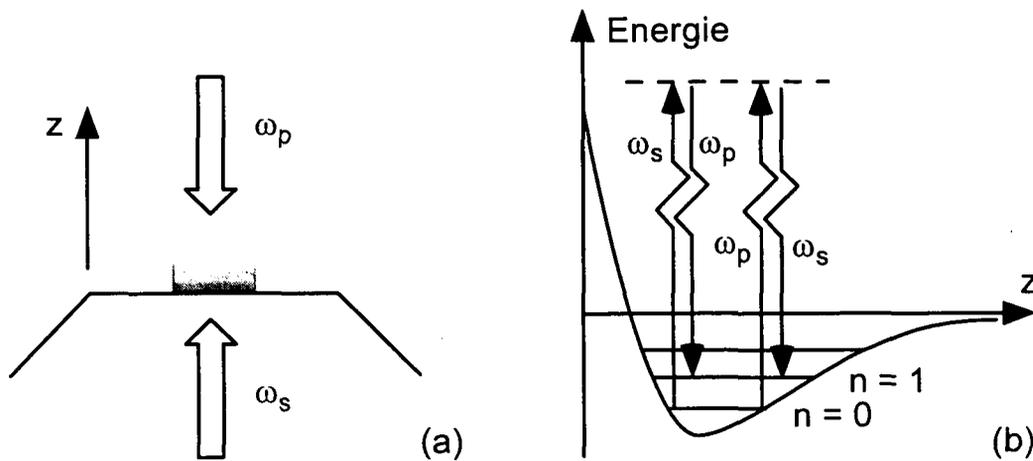


Figure 3.1: Détection des atomes piégés par un processus Raman stimulé. (a) Deux faisceaux laser de fréquences ω_P et ω_S se propagent suivant l'axe Oz , dans des directions opposées. (b) Les transitions Raman ont lieu lorsque la différence de fréquences $|\omega_P - \omega_S|/2\pi$ est égale à la différence de fréquences $(E_n - E_{n\pm 1})/h$ entre deux niveaux consécutifs.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le mécanisme de chargement du piège que nous proposons conduit à une situation pour laquelle la population du niveau fondamental est beaucoup plus élevée que la population du premier niveau excité, elle-même plus élevée que celle du deuxième niveau excité. Lorsque la différence de fréquences $(\omega_P - \omega_S)/2\pi$ est égale à l'une des fréquences $(E_n - E_{n-1})/h$ associée à l'écart entre deux niveaux consécutifs¹, des transitions Raman stimulées vont transférer les atomes du niveau $n - 1$ vers le niveau n . La population du niveau fondamental étant plus élevée que celle des autres niveaux, ce sont donc principalement les transitions Raman stimulées du niveau fondamental vers le premier niveau excité qui vont être observables (figure 3.1(b)). Le nombre de photons dans le laser sonde est augmenté, et on doit donc observer une amplification de l'intensité du faisceau. Au contraire, lorsque la différence de fréquences $(\omega_S - \omega_P)/2\pi$ est égale à la fréquences $(E_n - E_{n-1})/h$, les transitions Raman réduisent le nombre de photons dans le laser sonde, et son intensité doit donc baisser. Supposons que l'on observe la transmission du faisceau sonde à travers le gaz, en balayant sa fréquence ω_S autour de ω_P . On doit pouvoir observer des pics de gain et de perte, symétriques par rapport à la fréquence ω_P , et dont les écarts à cette fréquence sont égaux aux écarts entre les niveaux

¹A nouveau à cause de l'effet Lamb Dicke, on ne peut observer des transitions entre niveaux non consécutifs.

consécutifs du potentiel de Morse, de l'ordre de quelques dizaines de kHz.

Il resterait à évaluer la largeur de ces pics, afin de déterminer si l'on peut effectivement distinguer chacune des transitions Raman, ou bien si les pics se recouvrent pour ne former qu'un pic global de chaque côté de la fréquence ω_P . Quoi qu'il en soit, cette méthode devrait fournir une signature indéniable de la présence des atomes piégés dans le potentiel de Morse.

III Statistique quantique dans le gaz bidimensionnel

L'observation d'effets de statistique quantique est une des grandes directions de recherche actuelles dans le domaine du piégeage et du refroidissement d'atomes. Récemment, la condensation de Bose-Einstein a été observée dans des gaz dégénérés d'atomes neutres [8, 9, 10], et il nous semble très intéressant de poursuivre cette étude sur un système bidimensionnel. En effet, les propriétés statistiques d'un gaz à deux dimensions sont *a priori* très différentes de celles d'un gaz à trois dimensions. Si l'on considère N atomes dans une boîte de taille $L \times L$, on montre qu'à la limite thermodynamique (nombre d'atomes N de l'ordre de 10^{23} , très grande surface $L \times L$), la condensation de Bose-Einstein n'est pas observable [28, page 926]. D'autres effets de statistique quantique sont cependant attendus, pour des températures très basses [11, 12, 13, 14, 15].

Dans notre expérience au contraire, nous avons vu que les atomes sont confinés dans les directions parallèles au prisme par le potentiel dipolaire associé à la structure transverse gaussienne du champ évanescent. Nous allons montrer dans cette dernière section que ce confinement, même s'il est lâche, permet d'observer une accumulation des atomes dans l'état fondamental du potentiel transverse lorsque la température se trouve en dessous d'une température critique dont nous donnerons l'expression [29, 30]. Notons de plus que le nombre d'atomes N piégés dans le gaz reste de l'ordre de 10^4 à 10^6 , ce qui nous place très loin de la limite thermodynamique.

1 Modélisation du potentiel transverse

Dans cette partie, nous allons modéliser le potentiel dipolaire transverse U_t par un potentiel harmonique, qui nous permettra de mener les calculs de physique statistique de manière simple. Nous écrivons donc :

$$U_t(r) = -U_0 \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) \simeq -U_0 + \frac{2U_0}{w^2} r^2 \quad (3.7)$$

où $U_0 = 25 E_R$ est la profondeur du puits et w le col du faisceau laser créant l'onde évanescente. Ce modèle est valide tant que $r \ll w$. Les atomes évoluent

alors dans un potentiel harmonique isotrope à deux dimensions, auquel on peut associer la pulsation ω_0 :

$$\omega_0 = \left(\frac{4U_0}{m\omega^2} \right)^{1/2} \quad (3.8)$$

Donnons la valeur de la fréquence associée à cette pulsation pour la valeur du col $w = 100 \mu\text{m}$ déjà utilisée lors du calcul du nombre de photons diffusés par seconde par les atomes piégés :

$$\omega/2\pi = 38 \text{ Hz} \quad (3.9)$$

L'extension Δr_0 de l'état fondamental dans ce potentiel est simplement donné par :

$$\Delta r_0 = \left(\frac{\hbar}{2m\omega_0} \right)^{1/2} \simeq 1 \mu\text{m} \quad (3.10)$$

On vérifie que $\Delta r_0/w \ll 1$, l'approximation harmonique est donc bien vérifiée pour l'état fondamental, et sans doute pour un grand nombre d'états excités².

2 Accumulation des atomes dans l'état fondamental

Le calcul présenté ici s'inspire de la référence [31], et montre que l'on observe pour des températures T inférieures à une température critique T_c une accumulation des atomes dans l'état fondamental du potentiel transverse U_t . Soulignons que le modèle présenté néglige les interactions entre les atomes, hypothèse discutable puisque le gaz étudié est le siège de collisions entre atomes. La prise en compte de ces collisions, complexe, dépasse le cadre de cette thèse.

Nous considérons un système contenant N particules, confinées dans un potentiel harmonique à deux dimensions. La population $N(E_i)$ de l'état d'énergie $E_i = (i + 1/2)\hbar\omega_0$ est donnée par la distribution de Bose-Einstein :

$$N(E_i) = \frac{1}{e^{\beta(E_i - \mu)} - 1} = \frac{ze^{-\beta E_i}}{1 - ze^{-\beta E_i}} \quad (3.11)$$

où $\beta = 1/k_B T$, μ le potentiel chimique du gaz et $z = \exp(\beta\mu)$ sa fugacité. Cette dernière est déterminée à température T donnée en écrivant que le nombre total de particules piégées est égal à N :

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} N(E_i) \quad (3.12)$$

²Pour un potentiel harmonique à une dimension, le n ème état excité a une extension $\Delta x = \sqrt{n}(\hbar/m\omega_0)^{1/2}$, qui augmente donc très lentement avec n .

On peut réécrire cette expression sous la forme :

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} z^j \exp(-j\beta E_i) \quad (3.13)$$

en développant en série entière le dénominateur de l'expression (3.11). Puisque nous nous plaçons dans un potentiel harmonique à deux dimensions, il vient facilement, en remplaçant les énergies E_i par leur valeur :

$$N = \frac{z}{1-z} + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{1-x^j} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.14)$$

où $x = \exp(-\beta\hbar\omega_0)$. Dans cette dernière expression, le terme $z/(1-z)$ représente la population N_0 de l'état fondamental. Nous l'avons ôtée de la somme (3.13) afin de rendre la série de l'expression (3.14) convergente.

Pour un nombre d'atomes N et une température T donnés, la résolution numérique de l'équation (3.14) permet de déterminer la fugacité z du gaz, et donc la population N_0 de l'état fondamental. La figure 3.2 représente les variations du rapport N_0/N en fonction de la température T pour différentes valeurs du nombre total de particules N .

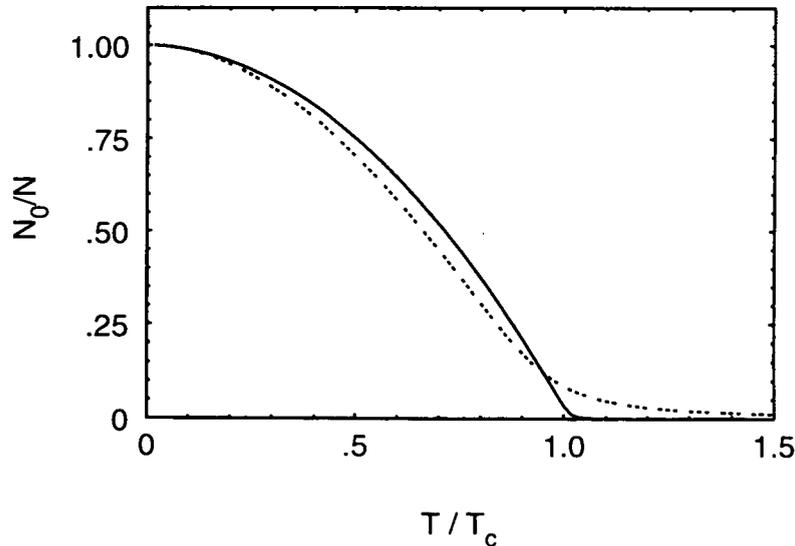


Figure 3.2: Fraction N_0/N d'atomes dans l'état fondamental en fonction de la température T . En trait pointillé, $N = 100$ atomes. En trait plein, $N = 20000$ atomes.

On observe une accumulation des atomes dans l'état fondamental du potentiel transverse lorsque la température T est inférieure à une température critique T_c ,

donnée par [31] :

$$T_c = \left(\frac{6N}{\pi^2} \right)^{1/2} \frac{\hbar\omega_0}{k_B} \quad (3.15)$$

Cette température est obtenue en remarquant que $k_B T \gg \hbar\omega_0$ dans notre gaz, et en ne gardant dans l'expression (3.14) que le terme de plus haut degré en $\hbar\omega_0/k_B T$ (c'est-à-dire le premier terme de la somme). On écrit alors qu'en $T = T_c$ le potentiel chimique μ s'annule, *i.e.* $z = 0$, mais le nombre d'atomes dans l'état fondamental reste faible ($N \simeq 0$). Remarquons que la température T_c est proportionnelle à la racine carrée du nombre d'atomes dans le gaz.

Les deux courbes présentées sur cette figure correspondent aux nombres d'atomes $N = 100$ et $N = 10000$ atomes. Avec la pulsation $\omega_0/2\pi \simeq 38$ Hz donnée précédemment, on peut calculer les températures T_c correspondantes :

- Pour $N = 100$, $T_c = 0.0134 \mu\text{K}$.
- Pour $N = 20\,000$, $T_c = 0.190 \mu\text{K}$.

Ce dernier chiffre est d'ailleurs assez proche du nombre d'atomes que l'on peut espérer piéger dans le gaz, en partant d'un PMO contenant $5 \cdot 10^6$ atomes sur l'état hyperfin $F_g = 3$. Lors d'un premier rebond, environ 10 % de ces atomes subissent un refroidissement Sisyphé qui les amène sur le niveau $F_g = 4$ avec, si les paramètres du problème sont bien choisis, une impulsion à l'entrée de l'onde évanescente de l'ordre de $25 \hbar\kappa$ lors du second rebond. Comme nous l'avons vu, environ 20 % de ces atomes sont transférés sur l'état fondamental du potentiel de Morse lors du second rebond, ce qui correspond à 100 000 atomes. Si l'on estime que l'on perd environ 80 % des atomes lors des deux premiers rebonds pour les causes "géométriques" exposées dans la première partie de ce mémoire (extension initiale du nuage d'atomes issus du PMO dans l'espace des phases), on parvient aux 20 000 atomes annoncés.

La température T_c pour $N = 20\,000$ atomes est inférieure à la température T_t que l'on peut associer à la vitesse transverse des atomes issus du PMO. En effet, pour une vitesse suivant chacun des axes de l'ordre de 2 cm/s, on calcule facilement $T_t \simeq 6 \mu\text{K}$. En fait, la température T_c est très proche de la température de recul $T_r = 0.180 \mu\text{K}$, température associée à un atome dont la vitesse suivant chacun des axes Ox et Oy est égale à la vitesse de recul du césium (soit 3.3 mm/s). Il faudrait donc, pour observer l'augmentation prédite du nombre d'atomes dans l'état fondamental du potentiel, diminuer la vitesse transverse des atomes jusqu'à cette vitesse de recul. Ceci est tout à fait envisageable, en utilisant par exemple la méthode de refroidissement Raman développée à Stanford et par une équipe de notre groupe de recherche [32, 33, 34]. On peut aussi penser à augmenter la température de transition T_c en augmentant le nombre d'atomes piégés. Il

est possible par exemple de diminuer les pertes géométriques par un confinement magnétique transverse lors de la chute des atome. On peut aussi, si la durée de vie des atomes piégés est suffisamment élevée, effectuer un remplissage multiple du gaz en recommençant le processus de chargement à intervalles de temps réguliers. On peut enfin augmenter le nombre de transitions Sisyphe de l'état $F_g = 3$ vers l'état $F_g = 4$ lors du premier rebond par ajout d'un faisceau laser de très faible puissance et quasi résonnant avec la transition $F_g = 3 \leftrightarrow F_g = 4$ qui, sans perturber les déplacements lumineux des niveaux considérés, augmente le nombre d'émissions spontanées par rebond. Signalons que le nombre d'atomes qu'il faut accumuler dans le gaz bidimensionnel pour obtenir une température critique T_c de l'ordre de $6 \mu\text{K}$ est environ égal à $N = 2 \cdot 10^7$ atomes, nombre qui reste raisonnable.

Bibliographie

- [1] S. Chu, J. Bjorholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
- [2] J.D. Miller, R.A. Cline and D.J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).
- [3] C.A. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995).
- [4] T. Takekoshi and R.J. Knize, *Opt. Letters* **21**, 77 (1996).
- [5] N. Davidson, H.J. Lee, C.S. Adams, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1311 (1995).
- [6] J.D. Dowling and J. Gea-Banacloche, to appear in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **36**, B. Bederson and H. Walther eds (1996).
- [7] Y.B. Ovchinnikov, S.V. Shulga and V.I. Balykin, *J. Phys. B* **24**, 3173 (1991).
- [8] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [9] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [10] K.B. Davis, M.O. Mewes, M. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [11] J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
- [12] Y. Kagan, B.V. Svistunov and G.V. Schlyapnikov, *Sov. Phys. JETP* **66**, 314 (1987).
- [13] D.F. Fisher and P.C. Hohenburg, *Phys. Rev. B* **37**, 4936 (1988).
- [14] B.V. Svistunov, T.W. Hijmans, G.V. Schlyapnikov and J.T. Walraven, *Phys. Rev. B* **43**, 13412 (1991).

- [15] H.T. Stoof and M. Bijlsma, *Phys. Rev. E* **47**, 939 (1993).
- [16] L. Landau et E. Lifchitz, *Mécanique Quantique*, Cours de Physique Théorique, tome 3, Editions Mir, Moscou (1975).
- [17] J.Y. Courtois, J.M. Courty and J.C. Mertz, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).
- [18] H. Wallis, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [19] C. Henkel, J.Y. Courtois, R. Kaiser, C. Westbrook and A. Aspect, *Laser Phys.* **4**, 1040 (1994).
- [20] M.V. Berry and K.E. Mount, *Rep. Prog. Phys.* **35**, 315 (1972).
- [21] J. Dalibard, Y. Castin and K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 580 (1992); K. Mølmer, Y. Castin and J. Dalibard, *J.O.S.A.* **B10**, 524 (1993).
- [22] H. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics*, Lectures Notes in Physics **m18**, Springer Verlag, Berlin (1993).
- [23] R. Dum, P. Zoller and H. Ritsch, *Phys. Rev. A* **45**, 4879 (1992).
- [24] W. Press, A. Teukolsky, P. Flannery, and W. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1986).
- [25] A. Aspect, C. Henkel, G. Labeyrie, and A. Landragin, *Proc. Int. School of Physics Enrico Fermi, Course CXXXI*, à paraître (1995).
- [26] R. Kaiser, G. Labeyrie, A. Landragin, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, J. Von Zanthier, and A. Aspect, *Proc. Int. Conf. on Laser Physics*, à paraître (1995).
- [27] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992).
- [28] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer et B. Roulet, *Physique Statistique*, Hermann éditeur (1989).
- [29] R. Masut and W.J. Mullin, *Am. J. Phys.* **47**, 493 (1979).
- [30] V. Bagnato, D.E. Pritchard, and D. Kleppner, *Phys. Rev. A* **35**, 4354 (1987).
- [31] W. Ketterle and N.J. van Druten, *Phys. Rev. A*, à paraître (1996).
- [32] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).

- [33] J. Reichel, O. Morice, G.M. Tino, and C. Salomon, *Europhys. Lett.* **28**, 477 (1994).
- [34] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).

Appendice C

Loading atoms in a bi-dimensional light trap

P. Desbiolles and J. Dalibard,
Optics Communications,
Volume 132, pages 540-548, Décembre 1996.

Loading atoms in a bi-dimensional light trap

Pierre Desbiolles and Jean Dalibard

Laboratoire Kastler Brossel, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France*

Abstract

We investigate theoretically a trap formed by two laser evanescent waves propagating at the surface of a dielectric prism, which confine the atoms in a Morse potential along the direction perpendicular to the prism. We consider a loading process based on the Sisyphus effect, in which a single spontaneous Raman transition is involved. We show that it is possible to achieve in this way an efficient loading of the ground state of the Morse potential, and to get thus a quasi bi-dimensional atomic gas at the surface of the dielectric.

Pacs 32.80.Pj, 42.50.Vk, 05.30.Jp

Using laser cooling techniques, it is now possible to prepare atomic samples cooled at the recoil limit, or even below, *i.e.* with a r.m.s. momentum of the order or smaller than the photon momentum $\hbar k$ [1, 2, 3]. These techniques have allowed recently a major breakthrough in the physics of quantum degenerate gas, *i.e.* the observation of Bose-Einstein condensation [4, 5, 6]. One of the key elements for this realization is the possibility to confine the atomic gas without heating, which was achieved in [4, 5, 6] using a magnetic trap. This allows a further cooling of the atoms using evaporation, leading to a spectacular increase of the phase space density of the gas.

Another way for confining an atomic gas without heating is to use a laser dipole trap [7]. In this case, the confining potential is the light-shift, or AC Stark shift, of the atomic internal ground state [8]. Consequently, depending on the sign of the detuning between the laser frequency and the atomic resonance frequency, the atoms are stored in locations where the light intensity is maximal [9, 10, 11] or minimal [12, 13, 14]. This detuning is in any case chosen large enough so that photon scattering processes, which cause some heating of the trapped atoms, occur only with a small rate.

In the present paper, we focus on a particular type of laser dipole trap, which provides a strong confinement of the atoms along the vertical direction z , while the atoms remain quasi free in the horizontal plane. We show that it is possible, using Sisyphus cooling, to prepare an appreciable fraction of atoms in the ground state of the motion along the z direction. The resulting atomic sample is a 2D gas; as it is well known from statistical

*Unité de recherche de l'Ecole normale supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS

physics, this gas should have remarkable properties, quite different from 3D ensembles, when the quantum degeneracy factor $\xi_{2D} = \sigma \Lambda_{dB}^2$ reaches unity [15, 16, 17, 18, 19]. We have introduced here the surfacic density of the gas σ and the de Broglie thermal wavelength $\Lambda_{dB} = h/\bar{p}\sqrt{2\pi}$, where \bar{p} is the r.m.s. momentum along a given axis of the transverse motion.

The trap that we investigate is formed with two evanescent waves A and B , obtained from the total internal reflection of two incident Gaussian laser waves at the surface of a dielectric prism with index n (fig. 1). This surface is supposed to be plane and horizontal. The wavelengths λ_A and λ_B of the two waves are of the same order and we put $k = 2\pi/\lambda_A \simeq 2\pi/\lambda_B$. The incidence angles θ_i ($i = A, B$) are different so that the decay lengths κ_i^{-1} of the evanescent electric fields ($\kappa_i = k(n^2 \sin^2 \theta_i - 1)^{1/2}$) are also different. We choose $\theta_A < \theta_B$ so that $\kappa_A^{-1} > \kappa_B^{-1}$; in addition the wave A has a negative detuning with respect to the atomic transition of interest $b - e$, so that it attracts towards the prism the atoms in the ground state b , while the wave B has a positive detuning and repels those atoms from the prism. Consequently the total light force acting on the atoms is attractive at the long range and repulsive at the short range. There exists a plane parallel to the surface of the prism, where the force is zero, and which is located a fraction of an optical wavelength above it.

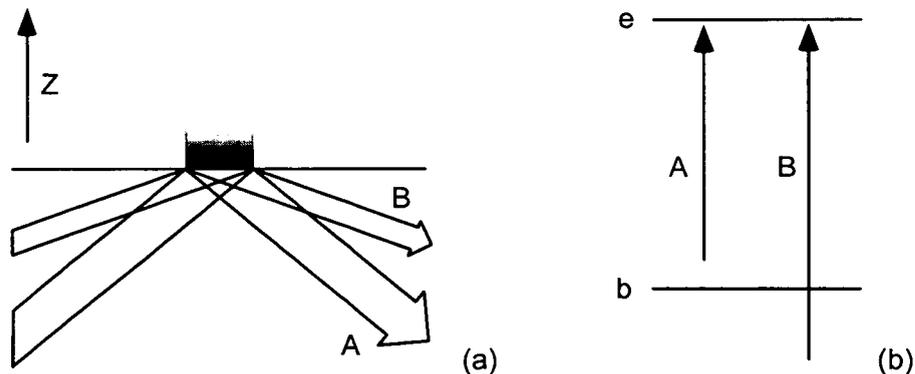


Figure 1: Geometrical configuration studied in this paper. (a) Atoms are confined in the z direction by a Morse potential realized using two evanescent waves A and B propagating at the surface of a dielectric, with decay lengths $\kappa_A^{-1} = 2\kappa_B^{-1}$. (b) The waves A and B are detuned respectively below and above the atomic resonance transition $b - e$.

The principle of this trap using a double evanescent wave has been first proposed in [20]; in that work, the authors have analyzed classically the motion of the atoms in the trap. Here, in section 1, we focus on the quantum aspect of the vertical motion of the atoms. We consider the particular case $\kappa_B = 2\kappa_A$, for which the potential created by the light is a Morse potential; analytical results can then be obtained concerning the number and the position of the bound states.

We then address the central point of this paper which concerns the loading of the trap. The scheme that we investigate is based on a Sisyphus effect [21, 22] and it is represented

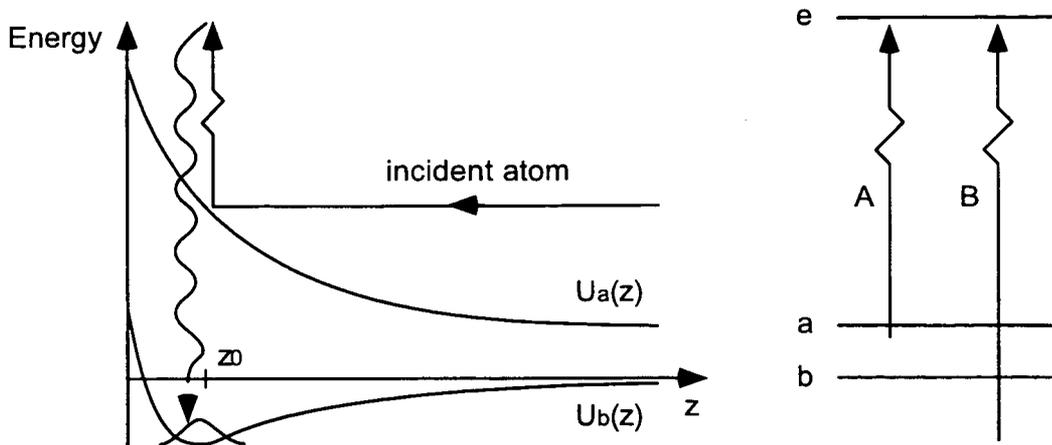


Figure 2: Loading scheme based on a Sisyphus process. Incident atoms are prepared in state a . They are repelled by the two evanescent waves A and B which are both detuned blue from the resonance $a-e$. The atom-laser parameters are chosen such that the classical turning point is just located above the minimum of the Morse potential for state b . A Raman scattering process occurring in the vicinity of the turning point can transfer the atom to the ground state of this Morse potential.

in fig.2. We consider atoms with two internal ground states a and b , corresponding for instance to the two hyperfine states of an alkali atom. We assume that the frequencies ω_A and ω_B have been chosen such that atoms in level a see only a strong repulsive potential. On the contrary, atoms in b see the Morse potential and they can be trapped just above the surface of the prism. The loading procedure that we study theoretically works as follows. Atoms are prepared in state a , and they are dropped onto the prism on which they bounce if the repulsive potential barrier created by the lasers is larger than their initial energy. The turning point z_0 in the repulsive potential is adjusted to be at the same altitude as the minimum of the Morse potential. Around this turning point, a Raman process from a to b can occur, involving the absorption of a laser photon, and a spontaneous emission. This happens to be an efficient way for populating the ground state of the Morse potential.

We analyze this process using two different theoretical approaches. The first one is based on the Born approximation (section 2). The second approach, presented in section 3, consists in a numerical integration of the Schrödinger equation describing the atomic motion, the spontaneous emission processes being taken into account using the Monte-Carlo wave function approach [23, 24, 25]. The two approaches are found to be in good agreement within their validity domain. They indicate that an appreciable trapping probability into the ground state of the Morse potential is achievable using this Sisyphus process.

To end this presentation, we note that other schemes have been proposed and/or demonstrated to take advantage of the short spatial scale of an evanescent laser field and to achieve an efficient cooling process. A simple Sisyphus cooling process can occur in a single evanescent wave for 3-level atoms a, b, e such as those considered here. The

evanescent wave has to be blue detuned with respect to both transitions $a-e$ and $b-e$, and the repulsive potential is then stronger for atoms in level b , since the detuning for the $b-e$ transition is smaller than for the $a-e$ transition. Atoms incident in level b may undergo a spontaneous Raman transition towards level a close to the turning point z_0 ; they lose in this case an appreciable fraction of their initial kinetic energy, although the final motion is still asymptotically free, contrary to the situation considered in the present paper. This process has been studied both theoretically [26, 27] and experimentally [28, 29]. It has also been proposed to achieve a trap with a Morse potential similar to the one considered here, and to load it directly from a magneto-optical trap located at the contact of the dielectric prism [30]. Finally, it has been suggested recently [31] to use an evanescent wave to decelerate incident atoms, which are then transferred through a spontaneous Raman transition at the antinode of a laser standing wave located in the vicinity of the dielectric, achieving therefore a quasi bi-dimensional gas similar to the one considered here.

1 Trapping in the Morse potential

In this section, we derive the potential created by the pair of evanescent waves shown in fig.2 onto the atoms, depending on their internal state a or b . For state b , this corresponds to a Morse potential, and we briefly recall the number and position of the corresponding bound states. We assume that the evanescent laser fields $E_i \exp(-\kappa_i z)$ ($i = A, B$) do not saturate the atomic transitions, *i.e.* the maximal Rabi frequency along an atomic trajectory $\Omega_i(z_0) = dE_i \exp(-\kappa_i z_0)/2\hbar$ is small compared to the detuning of the wave i with respect to the transitions $a-e$ and $b-e$. We suppose for simplicity that the reduced atomic dipole d is the same for both transitions. This is the case for alkali atoms provided the evanescent field is linearly polarized and provided the detunings are large compared to the hyperfine excited state structure. The action of the lasers onto the atomic motion can then be described by a potential equal to the total light-shift of the occupied level $\eta = a, b$ [8]:

$$U_\eta(z) = \sum_{i=A,B} \frac{\hbar\Omega_i^2(z)}{4(\omega_i - \omega_{\eta e})} \quad (1)$$

where ω_i is the frequency of the wave $i = A, B$, and $\omega_{\eta e}$ is the frequency of the atomic transition $e \leftrightarrow \eta = a, b$.

We choose here

$$\omega_{ae} < \omega_A < \omega_{be} \quad \text{and} \quad \omega_{ae} < \omega_{be} < \omega_B \quad (2)$$

Therefore both waves tend to repel the atoms in state a . We assume that the effect of the wave A is dominant for those atoms so that:

$$U_a(z) \simeq \frac{\hbar\Omega_A^2(0)}{4(\omega_A - \omega_{ae})} e^{-2\kappa_A z} \quad (3)$$

For level b , the two waves A and B have opposite effects, A attracts the atoms towards the prism and B repels them. For $\kappa_B = 2\kappa_A$, $U_b(z)$ is a Morse potential. With a prism of index $n = 1.5$, this is achieved taking for instance $\theta_A = 48^\circ$ and $\theta_B = 70^\circ$; we get in

this case $\kappa_B = 2\kappa_A = k$. The depth U_0 and the position of the minimum z_0 of the Morse potential are given by:

$$U_0 = \frac{\hbar\Omega_B^2(0)}{4(\omega_B - \omega_{be})} e^{-4\kappa z_0} = \frac{1}{2} \frac{\hbar\Omega_A^2(0)}{4(\omega_{be} - \omega_A)} e^{-2\kappa z_0} \quad (4)$$

where we have put $\kappa = \kappa_A$.

The number of bound states in the Morse potential is given by the integral part of $\sqrt{mU_0/(2\hbar^2\kappa^2)} + 1/2$, where m is the atomic mass [32]. We choose in the following:

$$U_0 = 50 \frac{\hbar^2\kappa^2}{m} \quad (5)$$

which corresponds to 5 bound states. Each eigenstate $|n\rangle$ ($n = 0, 1, \dots$) of the Hamiltonian describing the motion in the Morse potential corresponds to a wave function $\sqrt{\kappa}\chi_n(\kappa(z - z_0))$, which can be expressed in terms of the degenerate hypergeometric function. The energies associated with these bound states are given by [32]:

$$E_n = -U_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2\hbar^2\kappa^2}{mU_0}} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right)^2 \quad (6)$$

Using (5) and $\kappa = k/2 = 3.7 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ for cesium atoms, we find that the positions E_n/h of the five bound states are -41.6 kHz, -25.1 kHz, -12.8 kHz, -4.6 kHz and -0.5 kHz.

The choice (5) associated with the relations (4) determines the two ratios $\Omega_A^2(z_0)/(\omega_{be} - \omega_A)$ and $\Omega_B^2(z_0)/(\omega_B - \omega_{be})$. The final constraint on our parameters originates from the requirement that the turning point of the trajectories in $U_a(z)$, for a given asymptotic momentum p_i , should coincide with z_0 . This determines the values of $\Omega_A(z_0)$ and ω_A , in terms of the two frequency scales of the problem, $\hbar\kappa^2/m$ and $\Delta = \omega_{be} - \omega_{ae}$. For instance, for a typical incident momentum $p_i = 25\hbar\kappa$, we get:

$$\Omega_A(z_0) = 18 \left(\frac{\hbar\kappa^2}{m} \Delta \right)^{1/2} \quad \omega_A - \omega_{ae} = \Delta/4 \quad (7)$$

For sodium and cesium atoms, this value for p_i corresponds to atoms dropped respectively from a height of 7 mm and 100 μm .

We have neglected in the present reasoning the effect of the van der Waals interaction between the atoms and the dielectric prism, varying as $1/z^3$. This approximation is valid provided the minimum of the Morse potential z_0 is far enough from the dielectric surface. This is illustrated in fig.3 where we have taken $\kappa z_0 = 2$ and plotted the potential for cesium atoms, with and without the van der Waals interaction [33]. We have also neglected in our analysis the effect of gravity. This is valid since the variation of the gravitational potential mgz is small compared to that of the Morse potential on the length scale κ^{-1} . The modification of the position of the bound states of the Morse potential can therefore be neglected. One should keep in mind however that the atoms are not completely free when they emerge from the evanescent wave region and that they will eventually slow down and turn back towards the dielectric prism.

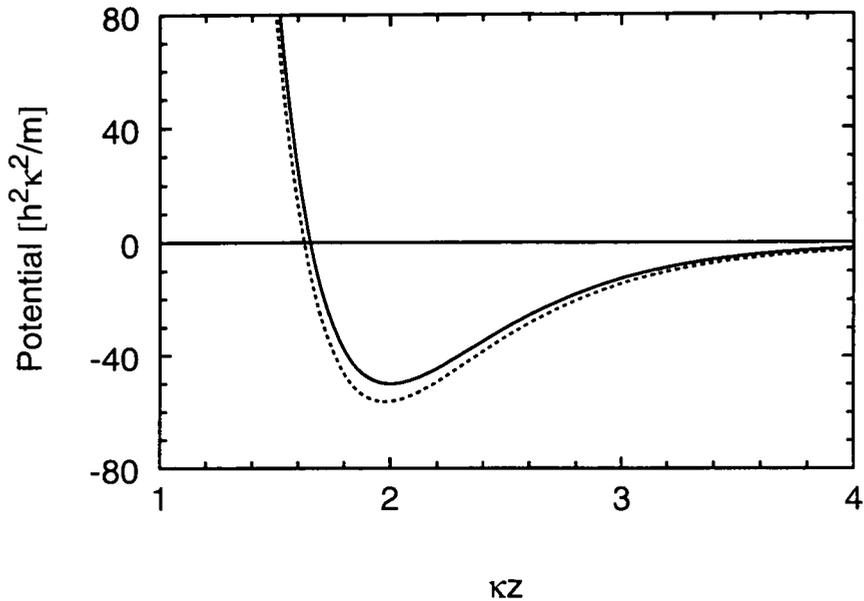


Figure 3: Spatial variations of the potential $U_b(z)$ without (continuous line) and with (broken line) the van der Waals interaction between the atoms and the dielectric prism. This figure corresponds to the case of Cesium atoms, with a refractive index $n = 1.5$ for the dielectric material.

2 The trapping probability in the Born approximation

We now turn to the calculation of the probability for an atom incident in state a , with asymptotic momentum p_i , to be transferred into a bound state $|b, n\rangle$. The incident state $|p_i\rangle$ corresponds to the eigenfunction of the Hamiltonian $H = (p^2/2m) + U_a \exp(-2\kappa z)$ [34]:

$$\frac{1}{\sqrt{L}} \Psi_i(\kappa(z - z_0)) = \left(\frac{2P_i}{\pi L} \sinh(\pi P_i) \right)^{1/2} K_{iP_i} \left(P_i e^{-\kappa(z - z_0)} \right) \quad (8)$$

where $P_i = p_i/\hbar\kappa$ and where K_{iP} is the Bessel K-function of imaginary parameter iP . These wave functions are normalized in a box between $z = 0$ and $z = L \gg \kappa^{-1}$.

This calculation is done using the second order time dependent perturbation theory and dividing the transition rate by the incident flux $p_i/2ML$, which corresponds to the Born approximation for this problem. The transition rate for the absorption of a laser photon and the spontaneous emission of a Raman photon with wave vector \vec{k}_f and polarization $\vec{\epsilon}_f$, can be written in this approximation:

$$W_n = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_e \frac{\langle b, n; \vec{k}_f, \vec{\epsilon}_f | V | e \rangle \langle e | V | a, p_i \rangle}{E_a + \hbar\omega_A - E_e} \right|^2 \rho(E_f) \quad (9)$$

The operator V describes the atom-field coupling, responsible for absorption, spontaneous

and stimulated emission processes; $\rho(E_f)$ corresponds to the final density of states for the fluorescence photon.

The sum (9) runs over all possible excited states e , with energy E_e . In the following, we assume that ω_A is chosen sufficiently close to an atomic resonant frequency so that only a single excited state e contributes¹. After summation over \vec{k}_f and $\vec{\epsilon}_f$, the equation (9) can then be simplified to give:

$$W_n = \Gamma_{eb} \frac{\Omega_A^2(z_0)}{4\delta_A^2} \frac{1}{\kappa L} |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (10)$$

where Γ_{eb} is the decay rate from e to b , $\delta_A = \omega_A - \omega_{ae}$, and where $\mathcal{O}_n(p_i)$ describes the overlap between the incident wave function and the final one, taking into account the exponential variation of the field:

$$\mathcal{O}_n(p_i) = \int \chi_n(u) e^{-u} \Psi_i(u) du \quad (11)$$

Dividing the transition rate W_n by the incident flux $p_i/2mL$, we obtain the trapping probability P_n :

$$P_n = \Gamma_{eb} \frac{\Omega_A^2(z_0)}{4\delta_A^2} \tau |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (12)$$

where $\tau = 2m/\kappa p_i$ is the typical *bouncing time*, i.e. the time spent by an atom with velocity p_i/m in the region of extension κ^{-1} where the evanescent field is significant. As expected, this probability does not depend of the length L of the quantization box.

The result (12) can also be written:

$$P_n = n_{\text{scat}} |\mathcal{O}_n(p_i)|^2 \quad (13)$$

where:

$$n_{\text{scat}} = \frac{\Omega_A^2(z_0)}{4\delta_A^2} \Gamma_{eb} \tau = \frac{\Gamma_{eb}}{\delta_A} P_i \quad (14)$$

is the mean number of photons which would be scattered per bounce for a closed $a - e$ transition and with a decay rate for e equal to Γ_{eb} [35, 12]. Actually in the situation considered here, the number of photons emitted on the $e - b$ transition by a given atom cannot exceed 1, and the result (13) is meaningful only when n_{scat} is small compared to 1. Otherwise, the atom has a large probability to decay to b before it reaches the location of the Morse potential well. In the next section, we will show how to get rid of this hypothesis using the Monte Carlo wave function analysis.

For a given $n_{\text{scat}} \ll 1$, we now consider the overlap factor $\mathcal{O}_n(p_i)$. In fig.4, we have plotted the spatial variations of the function $\Psi_i(z)$ for $p_i = 25\hbar\kappa$ (fig.4a). We have also plotted (fig.4b) the spatial variations of the two lower states of the Morse potential ($n = 0$ and 1), adjusted as explained in section 1 so that the minimum of the Morse potential

¹For the specific case of an alkali atom, Cesium for instance, this means that the detuning between ω_A and the D_2 (or D_1) resonance line is small compared to the fine structure splitting, but large compared to the hyperfine structure of the $P_{3/2}$ (or $P_{1/2}$) multiplet.

coincides with the turning point z_0 . Since the first lobe of the function Ψ_i has a size similar to the extension of the ground state of the Morse potential, this leads to a large overlap factor $\mathcal{O}_0(p_i) = 0.55$. The overlap with the state χ_1 is smaller $\mathcal{O}_1(p_i) = -0.25$. The variations of the square of the overlap factor $\mathcal{O}_0(p_i)$ with the incident momentum p_i are given in fig.5.

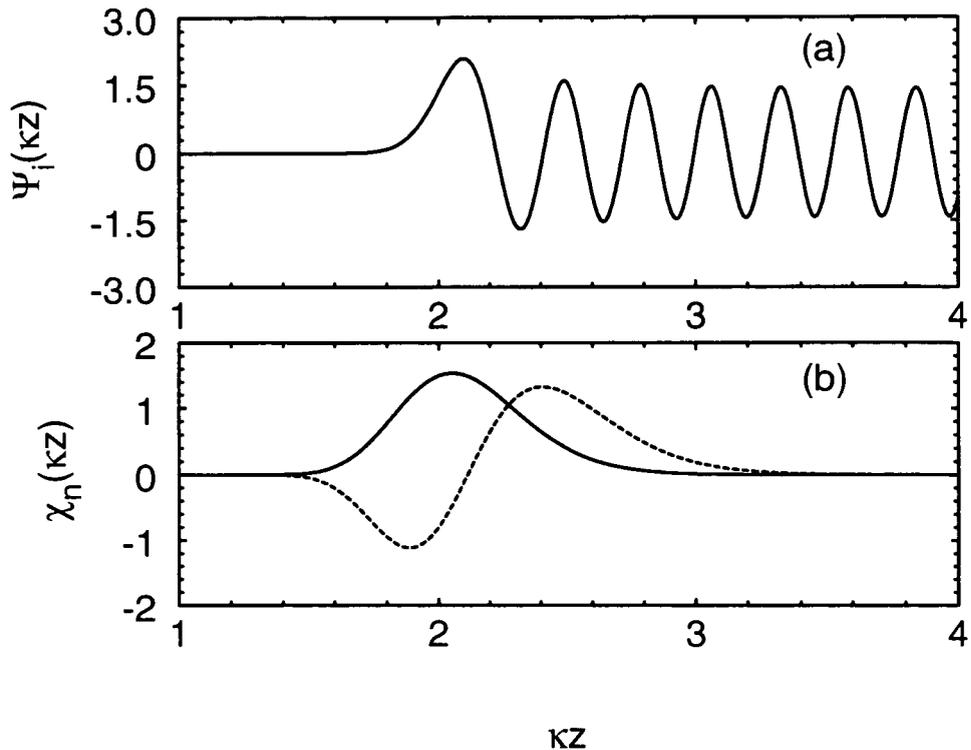


Figure 4: Spatial variations of the eigenstates of the Hamiltonian H_a corresponding to an asymptotic momentum $25\hbar\kappa$ (a). (b): spatial variations of the two lower states of the Morse potential χ_0 (continuous line) and χ_1 (broken line), adjusted such that the minimum of the Morse potential coincides with the classical turning point for state a .

In a real experiment the atoms are not necessarily prepared with a well defined momentum p_i . This causes a variation of the position of the turning point z_0 , which does not coincide anymore with the bottom of the Morse potential. To estimate the corresponding reduction of the transfer efficiency, we have plotted in fig.6 the variations of $|\mathcal{O}_0(p)|^2$, when the incident momentum p is varied around $25\hbar\kappa$. This shows that a dispersion of a few $\hbar\kappa$, which is typical of a laser cooled atomic source, does not dramatically change the conclusions drawn above concerning the trapping probability.

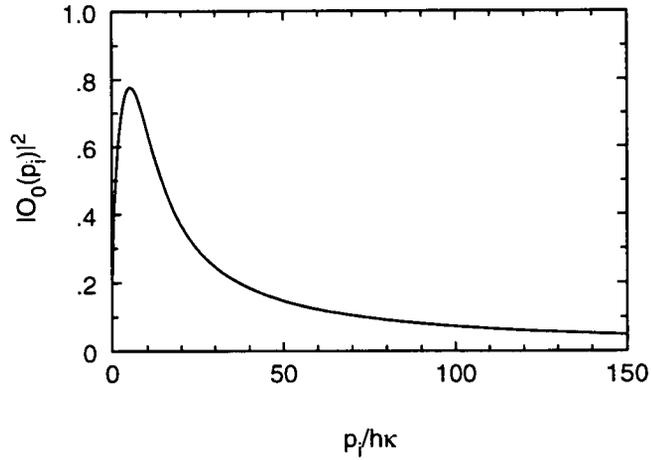


Figure 5: Square of the overlap factor $\mathcal{O}_0(p_i)$ between the incident wave function Ψ_i corresponding to the asymptotic momentum p_i and the ground state of the Morse potential χ_0 . The minimum of the Morse potential is adjusted in order to coincide with the classical turning point for p_i . The trapping probability derived from the Born approximation is equal to this quantity times the average number of scattered photons n_{scat} .

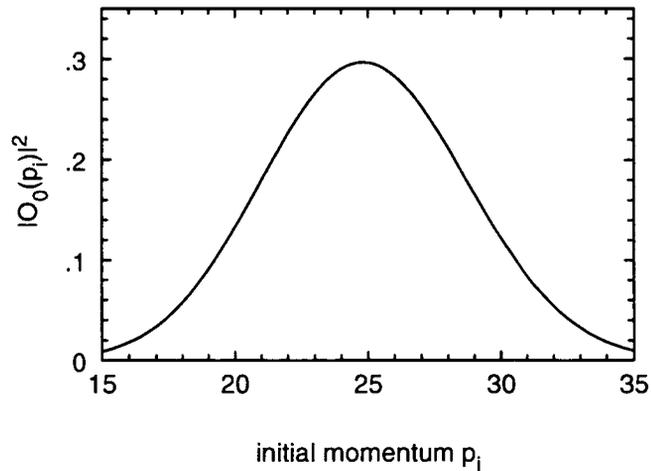


Figure 6: Variations of the trapping probability with the incident momentum p , when the Morse potential has been adjusted such that its minimum coincides with the classical turning point for state a and for incident momentum $p_i = 25\hbar\kappa$.

3 Quantum Monte-Carlo analysis of the Sisyphus process

The Born approximation presented in the previous section is valid only when the predicted number of scattered Raman photons per bounce n_{scat} (eq.14) is small compared to 1. Actually, we expect that the loading of the Morse trap is optimum when n_{scat} is above 1, so that most atoms “are given a chance” to decay during their bounce. On the other hand, for an efficient loading of the χ_0 state, the decay should not occur before the atom has reached the turning point region, which imposes that n_{scat} should not be too large compared to 1. In order to determine the optimal value for this number, we have developed a Monte-Carlo wave function analysis of the bouncing process [23, 24, 25].

We consider incident atoms prepared in state a far from the surface. The initial state is a Gaussian wave packet, with an average momentum $p_i = 25\hbar\kappa$, an average position $z_i = 12.5\kappa^{-1}$ and a momentum dispersion $0.5\hbar\kappa$. This wave packet is propagated according to the Schrödinger equation with the non-Hermitian Hamiltonian:

$$H = \frac{p^2}{2m} + U_a(z) - \frac{i\hbar}{2}C^\dagger C \quad (15)$$

where the jump operator C is defined by

$$C = \sqrt{\Gamma_{eb}} \frac{\Omega_A(0)e^{-\kappa z}}{2\delta_A} |b\rangle\langle a| \quad (16)$$

The non-Hermitian part describes the dissipation occurring because of photon scattering processes. We consider here only Raman processes, which pump the atoms from a to b , and we neglect the atomic recoil. To be rigorous, one should also take into account the Rayleigh processes, in which the atom ends up in state a after the scattering event. However we do not expect that those processes will play a significant role, except for a slight heating due to photon recoil.

The wave function Ψ is propagated using a 4th order Runge-Kutta algorithm. At each time step, we evaluate the decrease dP of the norm of the wave function ($dP \ll 1$), which gives the probability for a scattering event. We compare dP with a random number ϵ equally distributed between 0 and 1. If no scattering occurs ($\epsilon > dP$), the wave function is just renormalized and the evolution continues. If a scattering occurs, we apply onto the wave function the jump operator C , we renormalize the result and we project it onto the states $|n\rangle$. We store the coefficients $|\langle n|\Psi\rangle|^2$, which give the probability for the atom to end up in the n 'th bound state of the Morse potential.

This time evolution of the wave function is illustrated in fig.7. As long as the atom is localized far from the evanescent wave region (fig.7a), the probability for a Raman scattering process is very low, because of the exponential factor $\exp(-\kappa z)$ appearing in the jump operator C . When the wave function is localized close to the classical turning point (fig.7b), a scattering event may occur (fig.7c) projecting the atom in the b internal state. If no scattering occurs, the atom is reflected back (fig.7d); we then stop the time evolution when the center of the wave packet reaches the starting point of the evolution.

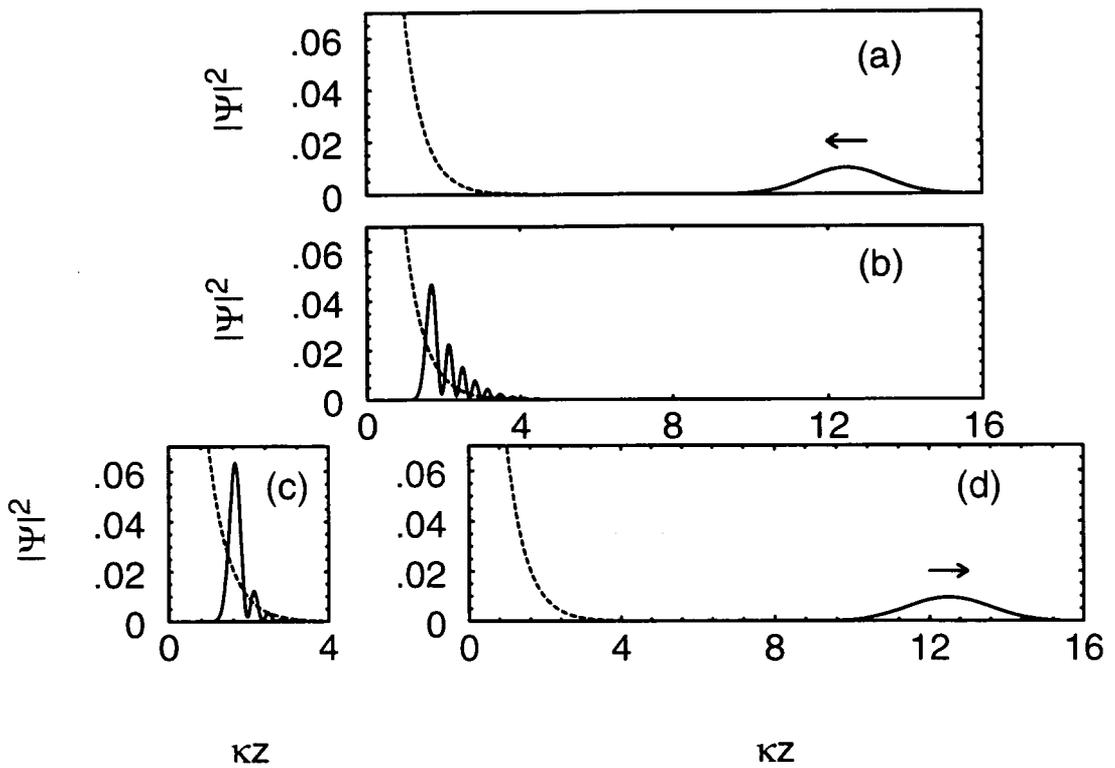


Figure 7: Time evolution of the atomic density probability, obtained using a Monte-Carlo wave function approach. (a) incident Gaussian wave packet (internal state a), (b) wave packet around the classical turning point (internal state a), (c) wave packet after a spontaneous Raman process (internal state b), (d) outcoming wave packet if no spontaneous Raman process has occurred during the bounce. The potential $U_a(z)$ is plotted in broken line.

This procedure is repeated 100 times, for a given value of n_{scat} (eq.14). The probabilities for ending into the two lower states of the Morse potential are given in fig.8 as a function of this number. The error bars indicate the fluctuations of the results due to the noise inherent in the Monte-Carlo method. The maximal loading probability of the ground state is 21%, obtained for $n_{\text{scat}} = 2.5$. At this value, the probabilities for ending in the low excited states of the Morse potential are 4.5% for $n = 1$ and 0.73% for $n = 2$.

We have also indicated in fig.8 the prediction derived using the Born approximation: $n_{\text{scat}}|\mathcal{O}_n(p_i)|^2$ for $n = 0$ and 1. As expected, we find a good agreement between the Monte-Carlo method and this prediction for low values of n_{scat} , and we confirm that the optimal value for n_{scat} is outside the range of validity of the Born approximation.

Finally we note that when $\Omega_A(z_0)$ and ω_A have been adjusted according to the condition (7), the parameter n_{scat} is fixed to the value $100\Gamma_{eb}/\Delta$. For alkali atoms, this quantity is much smaller than the optimum $n_{\text{scat}} \simeq 2.5$. In practice, to circumvent this problem, one can mix with A another weak laser wave, resonant with the $a - e$ transition, whose intensity is adjusted so that n_{scat} equals the desired value, without perturbing significantly the light-shift potential.

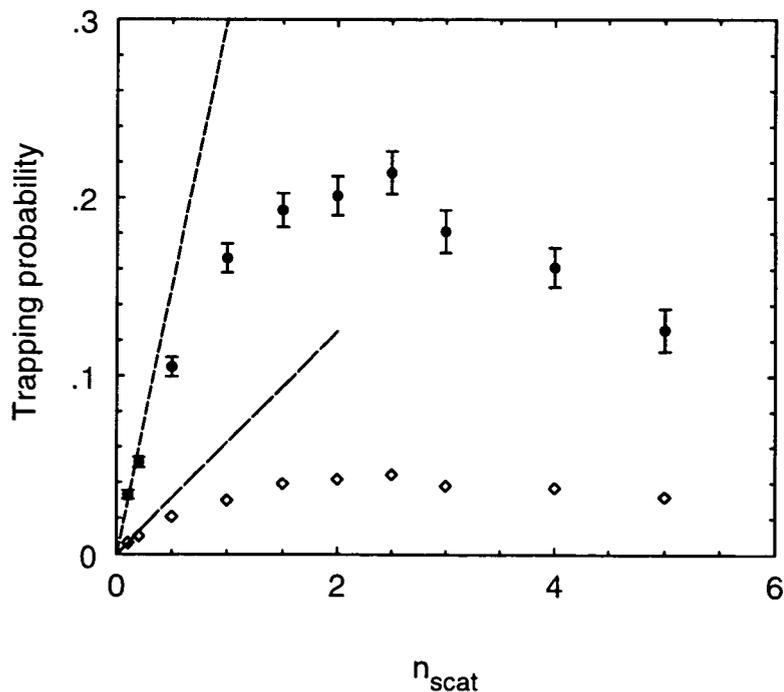


Figure 8: Variations of the trapping probability in state χ_0 (\bullet) and χ_1 (\diamond), for an incident momentum $p_i = 25\hbar\kappa$, calculated from a Monte-Carlo wave function analysis. The error bars indicate the statistical fluctuations of the results. The dotted lines represent the prediction of the approach based on the Born approximation.

4 Conclusion

We have presented in this paper an efficient way for loading an atom trap which consists of two evanescent waves propagating at the surface of a dielectric and which confines the atoms via a Morse potential. We have shown that a noticeable fraction of the incident atoms (21 % for $p_i = 25\hbar\kappa$) ends up into the ground state of the Morse potential. The loading probability of the excited states of the Morse potential is much smaller, which leads to a quasi-bidimensionnal gas.

We have restricted our treatment to the atomic motion perpendicular to the plane of the evanescent waves. The confinement in this plane can be achieved using the dipole force resulting from the Gaussian character of the laser beams forming the evanescent waves. It can also be provided using an additional quadrupole static magnetic field.

The lifetime of the trapped atoms may be limited by the off-resonant photon scattering from the evanescent fields. This scattering can be made arbitrarily low for the wave B , by choosing a large detuning $\delta_B = \omega_B - \omega_{be}$, and an accordingly large intensity Ω_B^2 . One then takes advantage of the fact that the photon scattering rate varies like Ω_B^2/δ_B^2 while the confining potential varies like Ω_B^2/δ_B . For the wave A on the contrary, the detuning with respect to the transition $b - e$ has to be chosen smaller than the splitting $a - b$. In the case of Cesium atoms, this splitting corresponds to the hyperfine structure of the ground level (9.2 GHz); to achieve the Morse potential studied in this paper (5 bound states), one has to take an intensity for A which leads to a photon scattering rate of ~ 500 photons per second². If needed one can reduce this rate by changing rapidly the parameters of A once the loading sequence is over.

The detection of the trapped gas can be made using a pump-probe technique, comparable to the one used to study optical lattices [36]. The pump and the probe should be directed along the z axis and amplification or absorption of the probe should occur when its frequency differs from the pump frequency by an amount equal to $|E_0 - E_n|$, which is the range of a few tens of kHz for Cesium atoms.

As pointed out in the introduction, this scheme provides an efficient way to obtain a degenerate bi-dimensionnal gas, even when starting from a non-degenerate 3D source. Indeed the surface density σ_s after loading is given by $\sigma_s = \rho H P_0$ where ρ is the volume density of the source, H its vertical size, and P_0 the trapping probability in the ground state of the Morse potential. Even if $\xi_{3D} = \rho \Lambda_{dB}^3 \ll 1$ (non degenerate 3D gas), we can reach degeneracy for the 2D gas ($\xi_{2D} = \sigma_s \Lambda_{dB}^2 \geq 1$) if $H P_0 \xi_{3D} \geq \lambda_{dB}$. This should be feasible if ξ_{3D} is not too small, since H is a macroscopic length, much larger than λ_{dB} . In this reasoning we have omitted the fact that when an atom is loaded into the 2D gas, a photon is emitted which can be reabsorbed by another atom already present in the gas; this second atom may then be ejected from the 2D gas. This problem of reabsorption, which puts a limit onto the achievable phase space density by radiative cooling techniques, is essential in a 3D geometry [37]. For the present 2D geometry however, this problem is much less severe since most photons are emitted with an appreciable momentum along

²These scattering processes essentially heat the transverse atomic motion. The longitudinal motion on the contrary is much less affected: due to the Lamb Dicke effect [36], each scattering event has a small probability to eject a trapped atom out of the $n = 0$ state.

the z axis, in a direction where no atom is present.

We thank C. Cohen-Tannoudji, C. Salomon, Y. Castin and the ENS cooling group for several useful discussions. We also acknowledge a very helpful discussion with T. Hijmans, M. Reynolds, G. Schlyapnikov and J. Walraven. This work is partially supported by DRET, CNRS, Collège de France and DRED.

References

- [1] C. Cohen-Tannoudji and W.D. Phillips, *Physics Today*, October 1990, p. 33. H. Metcalf and P. van der Straten, *Phys. Rep.* **244**, 203 (1994).
- [2] N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [3] J. Lawall, F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1915 (1994); J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [4] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [5] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett and R.G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995). Note that the authors of this paper now consider that no strict evidence for the presence of a Bose condensate is obtained in their experiment, although their atomic gas is strongly degenerate (R.G. Hulet, communication at the Les Houches Workshop on B.E.C., April 1996).
- [6] K.B. Davis, M.O. Mewes, M. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [7] S. Chu, J. Bjorholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
- [8] C. Cohen-Tannoudji in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Proceedings of the *Les Houches Summer School 1990*, J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin eds, North-Holland, Amsterdam 1992.
- [9] J.D. Miller, R.A. Cline and D.J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).
- [10] C.A. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995).
- [11] T. Takekoshi and R.J. Knize, *Opt. Letters* **21**, 77 (1996).
- [12] C.G. Aminoff, A.M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).

- [13] J.D. Dowling and J. Gea-Banacloche, to appear in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **36**, B. Bederson and H. Walther eds (1996).
- [14] N. Davidson, H.J. Lee, C.S. Adams, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1311 (1995).
- [15] J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
- [16] Y. Kagan, B.V. Svistunov and G.V. Schlyapnikov, *Sov. Phys. JETP* **66**, 314 (1987).
- [17] D.F. Fisher and P.C. Hohenburg, *Phys. Rev. B* **37**, 4936 (1988).
- [18] B.V. Svistunov, T.W. Hijmans, G.V. Schlyapnikov and J.T. Walraven, *Phys. Rev. B* **43**, 13412 (1991).
- [19] H.T. Stoof and M. Bijlsma, *Phys. Rev. E* **47**, 939 (1993).
- [20] Y.B. Ovchinnikov, S.V. Shulga and V.I. Balykin, *J. Phys. B* **24**, 3173 (1991).
- [21] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *J.O.S.A.* **B6**, 2023 (1989).
- [22] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis and S. Chu, *J.O.S.A.* **B6** 2058 (1989).
- [23] J. Dalibard, Y. Castin and K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 580 (1992); K. Mølmer, Y. Castin and J. Dalibard, *J.O.S.A.* **B10**, 524 (1993).
- [24] H. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics*, Lectures Notes in Physics **m18**, Springer Verlag, Berlin (1993).
- [25] R. Dum, P. Zoller and H. Ritsch, *Phys. Rev. A* **45**, 4879 (1992).
- [26] K. Helmerson, S. Rolston, L. Goldner and W.D. Phillips, Poster at the *Workshop on Optics and Interferometry with Atoms*, Insel Reichenau, Germany, June 1992 (unpublished); Quantum Electronics and Laser Science Conference, 1993, OSA Technical Digest Series, **12**, 209, (1993, O.S.A., Washington DC).
- [27] J. Söding, R. Grimm and Y. B. Ovchinnikov, *Opt. Commun.* **119**, 652 (1995).
- [28] Y.B. Ovchinnikov, D.V. Laryushin, V.I. Balykin and V.S. Letokhov, *JETP Lett.* **62**, 113 (1995).
- [29] P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szriftgiser and J. Dalibard, to be published.
- [30] M. Reynolds and J. Walraven, private communication (November 1994).
- [31] T. Pfau and J. Mlynek, preprint (February 1996).
- [32] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press (Oxford, 1980).
- [33] J. Y. Courtois, J. M. Courty and J. C. Mertz, *Phys. Rev. A* **53**, 1862 (1996).

- [34] C. Henkel, J.Y. Courtois, R. Kaiser, C. Westbrook and A. Aspect, *Laser Phys.* **4**, 1040 (1994).
- [35] M.A. Kasevich, D.S. Weiss and S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [36] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992).
- [37] M. Olshanii, Y. Castin and J. Dalibard, to be published in the Proceedings of the 12th Int. Conf. on Laser Spectroscopy (TWICOLS 95), M. Inguscio, M. Allegrini and A. Sasso eds (World Scientific).

Conclusion

Nous avons présenté dans ce mémoire différentes facettes de l'interaction entre des atomes de césium "froids", c'est-à-dire issus d'un piège magnéto-optique, et un champ évanescent dont la fréquence est quasi résonnante avec une transition atomique. Notre attention s'est portée en particulier sur les phénomènes d'émission spontanée induits par cette interaction, et les conséquences plus ou moins heureuses de la dissipation associée à ces processus.

La première partie de ce mémoire a été consacrée à l'étude d'une cavité atomique très simple, la cavité gravitationnelle. L'élément principal de cette cavité est le miroir à atomes, dont le principe repose sur l'utilisation judicieuse d'une onde évanescente se propageant à la surface d'un prisme. La gravité, en repliant les trajectoires des atomes après leur rebond, joue le rôle du second miroir.

Après avoir rappelé dans un premier chapitre quelques notions d'optique quantique nécessaires à une lecture plus aisée du mémoire, nous avons consacré le deuxième chapitre à l'étude détaillée du miroir à atomes. Nous avons montré que le potentiel dipolaire associé à l'interaction entre le champ évanescent et un atome de faible vitesse permet sa réflexion spéculaire, à condition de choisir un désaccord δ négatif entre la fréquence du champ et une fréquence atomique appartenant au domaine optique. Nous avons alors donné les caractéristiques du miroir (rayon r , désaccord δ_m maximal pour un rebond efficace), et étudié leur dépendance vis à vis des paramètres du champ laser (puissance p , col w , angle d'incidence θ_n du faisceau laser créant l'onde évanescente). Ces caractéristiques ont été obtenues à l'aide d'un modèle très simple pour l'atome de césium, celui de l'atome à deux niveaux. Nous avons étudié les modifications qu'entraîne la prise en compte de la complexité de la structure atomique interne. Lorsque la polarisation de l'onde évanescente est perpendiculaire au plan d'incidence du faisceau créant le champ évanescent et que le désaccord δ est grand devant la structure hyperfine de l'état excité de l'atome, nous avons montré que ces modifications se résument à une diminution d'un facteur $2/3$ du potentiel dipolaire. Dans la suite de l'exposé, nous avons conservé ces hypothèses, qui facilitent grandement

l'étude théorique.

L'interaction entre le champ évanescent et l'atome peut être à l'origine de processus d'émissions spontanées durant le rebond. Ce dernier n'est alors plus spéculaire. De plus, l'état interne final de l'atome après un tel processus peut changer : en effet, l'atome se trouve initialement sur un des deux niveaux hyperfins stables $F_g = 3$ ou $F_g = 4$, et un processus Raman peut l'amener vers l'autre état hyperfin, sur lequel la dynamique du rebond est très différente. Il était donc important de calculer le nombre moyen d'émissions spontanées par rebond, et de le minimiser. Nous avons montré qu'il est possible de le faire en choisissant un désaccord δ élevé et en adaptant le col w et l'angle d'incidence θ_n aux paramètres du problème. Nous avons étudié alors l'influence de la présence du diélectrique sur les caractéristiques du miroir. La diminution du rayon r du miroir et l'augmentation sensible du nombre d'émissions spontanées lors du rebond, de l'ordre de 10 à 20 %, ont été soulignées. Nous avons terminé ce chapitre en donnant quelques ordres de grandeur des paramètres importants de l'étude : pour des puissance laser p comprises entre 0.1 et 1 W, des col w de l'ordre de 300 μm et des désaccords $\delta/2\pi$ supérieurs au GHz, les atomes issus d'un piège magnéto-optique placé quelques millimètres au dessus du miroir rebondissent sur un miroir dont le rayon est de l'ordre de 100 μm . Le nombre d'émissions spontanées par rebond est très inférieur à l'unité, ce qui rend le miroir peu diffusif et encourage à l'étude de rebonds multiples d'un même atome, c'est-à-dire de la cavité gravitationnelle.

Le dernier chapitre de cette première partie a donc été consacré à cette étude. Nous avons tout d'abord vérifié qu'en donnant une courbure parabolique au miroir atomique, il est possible de confiner le mouvement transverse des atomes dans la cavité. Nous avons alors présenté deux générations successives d'expériences réalisées dans notre groupe de recherche. La première génération repose sur l'utilisation d'un jet ralenti d'atomes de césium, confinés ensuite dans un piège magnéto-optique. L'onde évanescente est créée par un laser titane-saphir de forte puissance ($\simeq 800$ mW), qui a permis d'observer une dizaine de rebonds successifs sur le miroir. Nous avons interprété les résultats obtenus pour différents désaccords δ , et analysé les causes de pertes dans la cavité. La seconde génération d'expériences repose sur l'utilisation d'une configuration "à double cellule" qui nous a permis d'affiner notre analyse du fonctionnement du miroir sans toutefois permettre d'augmenter le nombre de rebonds d'un même atome dans son état hyperfin initial. Les résultats obtenus sont en bon accord avec la théorie présentée dans le chapitre précédent, et le rôle important que joue la surface du diélectrique dans la dynamique du rebond est souligné. Il semble en définitive qu'il faille espérer de gros progrès, en particulier dans la mise en œuvre d'une onde évanescente de forte intensité, avant de pouvoir réaliser une véritable cavité gravitationnelle pour la hauteur de chute $H = 3$ mm commune aux deux expériences.

La deuxième partie de ce mémoire est consacrée à l'étude du processus Raman évoqué ci-dessus, qui peut advenir au cours du rebond : un atome initialement dans l'état hyperfin $F_g = 3$ est transféré vers l'état hyperfin $F_g = 4$ après absorption d'un photon de l'onde évanescente et émission d'un photon spontané. Au cours de cette transition, l'atome peut perdre une grande partie de son énergie mécanique. Ce processus répété un grand nombre de fois est bien connu dans le domaine du refroidissement d'atomes : il porte le nom d'effet Sisyphe, et est à l'origine des températures particulièrement basses observées dans les mélasses optiques. L'originalité de notre étude réside dans le fait qu'elle porte sur un processus Sisyphe élémentaire, qui intervient de plus au voisinage d'une surface diélectrique. Dans un premier chapitre, une brève étude théorique nous a permis de déterminer la distribution en énergie des atomes après leur rebond, ainsi que le taux de transition n_S attendu, c'est-à-dire la proportion d'atomes qui subissent le processus Sisyphe. Nous avons étudié ensuite l'influence de la surface diélectrique sur ces deux grandeurs, et avons montré en particulier que l'énergie minimale E_f^{\min} accessible aux atomes est diminuée par la présence de la surface.

Dans un second chapitre, nous avons présenté les résultats d'une expérience menée dans notre groupe. Nous avons déterminé expérimentalement l'énergie E_f^{\min} ainsi que le taux de transition n_S en fonction du désaccord δ . Nous avons comparé les résultats expérimentaux avec la théorie simple présentée dans le premier chapitre, ainsi qu'avec les résultats donnés par un programme de simulation Monte-Carlo qui permet de prendre en compte le caractère tridimensionnel du problème et l'influence de la surface diélectrique. L'énergie minimale E_f^{\min} déterminée expérimentalement est en bon accord avec celle donnée par le programme Monte-Carlo. Pour le désaccord le plus faible mis en œuvre ($\delta/2\pi = 2$ GHz), une part importante des atomes perd ainsi plus de 80 % de son énergie totale lors d'une seule transition. La théorie simple présente des écarts significatifs avec ces résultats expérimentaux. Nous en avons déduit que le potentiel de van der Waals exercé par le diélectrique sur les atomes lors du rebond joue un rôle essentiel, en particulier à grand désaccord. Le taux de transition n_S est, lui, plus important que celui prévu par la théorie simple et le programme de simulation. Nous n'avons pas trouvé d'explication convaincante aux écarts observés. Pour le désaccord le plus grand utilisé ($\delta/2\pi = 4.2$ GHz), le taux n_S observé est par exemple deux fois plus important que celui prévu par le programme de simulation.

Enfin, nous avons terminé cette deuxième partie en présentant les plus longs temps de vie observés dans la cavité gravitationnelle. Les atomes issus d'un piège magnéto-optique dans l'état hyperfin $F_g = 3$ effectuent lors de leurs premiers rebonds une transition Sisyphe vers le niveau $F_g = 4$. Le désaccord entre le

champ laser et la transition atomique $F_g = 4 \leftrightarrow e$ est alors supérieur à l'écart entre les niveaux hyperfins, soit $\Delta/2\pi = 9.2$ GHz, si bien que le nombre de photons diffusés par seconde par les atomes est beaucoup plus faible (plus d'un facteur 10) que lorsqu'ils se trouvaient sur le niveau $F_g = 3$. Cette particularité associée à un confinement transverse par un champ magnétique quadrupolaire nous a permis d'observer un temps de vie de l'ordre de 500 ms, des atomes étant encore présents dans la cavité après plusieurs secondes.

Dans la troisième partie de ce mémoire, nous avons présenté une méthode de chargement d'un gaz bidimensionnel d'atomes de césium. Ces atomes, dans l'état hyperfin $F_g = 3$, sont confinés suivant la direction perpendiculaire au diélectrique par un potentiel de Morse, résultat de l'addition des potentiels dipolaires associés à deux ondes évanescentes de portées différentes et de désaccords opposés vis à vis de la transition $F_g = 3 \leftrightarrow e$. Leur mouvement reste en revanche quasi libre suivant les directions parallèles au diélectrique, où seul le profil transverse des champs évanescents assure un confinement modéré. L'étude du potentiel de Morse fait l'objet du premier chapitre de cette partie.

Nous avons présenté dans le deuxième chapitre la méthode de chargement de ce gaz qui repose sur un processus Sisyphe tout à fait semblable à celui étudié dans la seconde partie de ce mémoire. Des atomes issus d'un piège magnéto-optique dans l'état interne $F_g = 4$ peuvent subir lors de leur rebond une transition Raman vers l'état $F_g = 3$. Si la transition a lieu au voisinage de leur point de rebroussement classique, ils ont perdu suffisamment d'énergie pour être piégés sur le niveau fondamental du potentiel de Morse. Nous avons calculé la probabilité d'un tel processus suivant deux méthodes très différentes. La première est une méthode perturbative, qui repose sur l'approximation de Born; elle nous donne donc des résultats valides lorsque le nombre d'émissions spontanées par rebond n_{sp} sur l'état $F_g = 4$ est très petit devant l'unité. A la recherche d'une valeur optimale de n_{sp} , nous avons alors calculé la probabilité du processus en résolvant numériquement l'équation de Schrödinger à une dimension décrivant le mouvement de l'atome dans le potentiel évanescent. L'émission spontanée régissant le processus Raman est prise en compte à l'aide de la méthode Monte-Carlo Quantique. Nous avons ainsi montré qu'un chargement optimal du gaz correspond à une valeur $n_{\text{sp}} = 2.5$ du nombre d'émissions spontanées par rebond, ceci pour une valeur de l'impulsion $p_i = 25 \hbar\kappa$ des atomes à l'entrée de l'onde évanescente. Dans cette configuration, environ 20 % des atomes initialement dans le piège magnéto-optique sont transférés après le premier rebond sur l'état fondamental du potentiel de Morse.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de quelques propriétés du gaz bidimensionnel. Nous avons évalué tout d'abord la durée de vie des atomes dans la

potentiel de Morse. Avec des paramètres raisonnables des faisceaux laser, celle-ci n'excède pas quelques dizaines de milisecondes, ce qui rend la mise en évidence expérimentale du gaz difficile. Nous avons néanmoins proposé une méthode de détection des atomes piégés, méthode qui repose sur des processus Raman stimulés entre les niveaux liés du potentiel de Morse. Enfin, nous avons discuté des propriétés de statistique quantique observables dans le gaz bidimensionnel. Nous avons montré que l'existence d'un confinement transverse des atomes par la structure gaussienne du champ évanescent devrait permettre d'observer, pour des températures de l'ordre de la température de recul, une accumulation des atomes dans le niveau fondamental du potentiel transverse. Ce projet ouvre donc les perspectives d'une physique prometteuse dans des systèmes bidimensionnels.

“Mouvement et dissipation dans une cavité gravitationnelle pour atomes.”

Résumé

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude d'une cavité gravitationnelle pour atomes de césium. L'élément principal de cette cavité est le miroir à atomes, formé d'une onde évanescente se propageant à la surface d'un prisme de verre. Une étude détaillée des propriétés du miroir et en particulier des phénomènes d'émission spontanée lors du rebond est menée. Les résultats expérimentaux obtenus dans notre groupe sont alors présentés et analysés.

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à l'étude d'un processus Sisyphe élémentaire susceptible d'intervenir lors du rebond d'un atome sur le miroir. Lors de ce processus, une transition Raman spontanée entre les deux niveaux hyperfins de l'atome entraîne un refroidissement particulièrement efficace. Ce refroidissement nous a permis l'observation de longs temps de vie dans la cavité gravitationnelle.

Dans la troisième partie de ce mémoire, plus théorique, est proposé un mécanisme de chargement d'un gaz bidimensionnel d'atomes, mécanisme qui repose sur un processus Sisyphe semblable à celui étudié dans la partie précédente. Les atomes du gaz sont piégés au voisinage du prisme sur le niveau fondamental d'un potentiel de Morse réalisé à l'aide de deux ondes évanescentes. Nous montrons que ce mécanisme permet un chargement efficace du piège, et discutons brièvement des propriétés de statistique quantique attendus dans ce gaz bidimensionnel.

Abstract

In the first part of the thesis, we study the motion of atoms in a gravitational cavity. The central element of this cavity is the atomic mirror, formed by an evanescent wave propagating at the surface of a prism of glass. We investigate the expected properties of the mirror and we discuss the losses related to spontaneous emission during the bounce. We then present and analyse our experimental results.

In the second part of the thesis, we investigate both theoretically and experimentally an elementary Sisyphus process occurring during the reflection of an atom onto the mirror. This atom may undergo a spontaneous Raman transition between its two hyperfine levels, which leads to an efficient cooling. This cooling allows us to observe very long lifetime in our gravitational cavity.

In the third part of the thesis, we investigate theoretically a trap formed by two laser evanescent waves, which confine the atoms in a Morse potential along the direction perpendicular to the prism. We consider a loading process of this trap based on the Sisyphus process previously exposed. We show that it is possible to achieve in this way an efficient loading of the ground state of the Morse potential, and to get thus a quasi bi-dimensional atomic gas at the surface of the dielectric. We then briefly discuss the quantum statistical properties of this gas at very low temperature.