



HAL
open science

Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière : étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles

Konstantinos.I. Petsas

► **To cite this version:**

Konstantinos.I. Petsas. Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière : étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1996. Français. NNT : . tel-00011909

HAL Id: tel-00011909

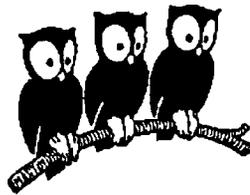
<https://theses.hal.science/tel-00011909>

Submitted on 10 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE QUANTIQUE

présentée par
Konstantinos I. PETSAS

pour obtenir le titre de
Docteur en Sciences de l'Université Pierre et Marie Curie

Sujet de la thèse
ATOMES ULTRAFROIDS
DANS DES RÉSEAUX DE LUMIÈRE :
Étude théorique du magnétisme, de la température
et des structures multidimensionnelles

Soutenue le 19 Décembre 1996 devant le jury composé de :

M. Claude FABRE	<i>Président</i>
M. Panayotis LAMBROPOULOS	<i>Examineur</i>
M. Yvan CASTIN	<i>Examineur</i>
M. Daniel HENNEQUIN	<i>Rapporteur</i>
M. Pierre PILLET	<i>Rapporteur</i>
M. Jean-Yves COURTOIS	<i>Membre invité</i>
M. Gilbert GRYNBERG	<i>Directeur de thèse</i>

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE QUANTIQUE

présentée par
Konstantinos I. PETSAS

pour obtenir le titre de
Docteur en Sciences de l'Université Pierre et Marie Curie

Sujet de la thèse
ATOMES ULTRAFROIDS
DANS DES RÉSEAUX DE LUMIÈRE :
Étude théorique du magnétisme, de la température
et des structures multidimensionnelles

Soutenue le 19 Décembre 1996 devant le jury composé de :

M. Claude FABRE	<i>Président</i>
M. Panayotis LAMBROPOULOS	<i>Examineur</i>
M. Yvan CASTIN	<i>Examineur</i>
M. Daniel HENNEQUIN	<i>Rapporteur</i>
M. Pierre PILLET	<i>Rapporteur</i>
M. Jean-Yves COURTOIS	<i>Membre invité</i>
M. Gilbert GRYNBERG	<i>Directeur de thèse</i>

Celui qu'on aura guidé jusqu'ici,
après avoir contemplé les belles choses dans une gradation régulière,
arrivant au terme suprême, verra soudain une beauté d'une nature merveilleuse,
celle-là même qui était le but de tous ses travaux antérieurs ;
beauté qui existe en elle-même et par elle-même, simple et éternelle,
de laquelle participent toutes les autres belles choses.

PLATON (428-348 av. J.-C.)

« *Le banquet* »

Στους γονείς μου.

Στην αδελφή μου.

REMERCIEMENTS

CE TRAVAIL DOCTORAL a débuté en Septembre 1993 au Laboratoire Kastler-Brossel de l'École Normale Supérieure, qui se nommait alors Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'ENS. Je remercie les directeurs successifs du laboratoire, M. Jacques DUPONT-ROC et Mme Michèle LEDUC de m'y avoir accueilli et de m'avoir ainsi permis de bénéficier des conditions de travail tout à fait propices à la recherche qui y règnent.

Au cours de ces trois années, j'ai eu la chance de faire partie de l'équipe de M. Gilbert GRYNBERG. Ce fut un grand plaisir pour moi d'évoluer dans une équipe jeune et dynamique, offrant un environnement de travail particulièrement agréable et stimulant.

Gilbert GRYNBERG m'a initié à la recherche et a guidé ce travail avec enthousiasme et bienveillance. J'ai beaucoup apprécié en lui son approche pédagogique et intuitive de la physique. Souvent je fus impressionné par son optimisme, sa patience et son imagination. Hormis l'aide et les conseils pratiques qu'il m'a accordés, je ne saurais jamais assez le remercier pour tout ce qu'il m'a permis d'apprendre et pour la confiance qu'il a témoigné envers moi au cours de ces années. Je lui suis particulièrement reconnaissant pour la relecture et les corrections de ce manuscrit.

Jean-Yves COURTOIS a largement contribué à ce travail en encadrant mes recherches avec grand intérêt et disponibilité. Son efficacité et rigueur du raisonnement ont été pour moi exemplaires. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour m'avoir initié

aux secrets du calcul numérique, ainsi que pour l'assistance qu'il m'a prodiguée par la suite. Merci également pour sa relecture critique de la majeure partie du manuscrit, qui m'a été très bénéfique.

La première année de ma thèse fut déroulée à Jussieu; je tiens à remercier tous les chercheurs, post-docs, thésitifs et personnel de la Halle aux Vins que j'ai côtoyés avec grand plaisir et à qui j'ai eu à faire appel à un moment ou un autre. Je pense particulièrement à Anthony COATES, Agnès MAITRE, Andreas BUCHLEITNER, Jean-Michel COURTY, Astrid LAMBRECHT ... Que tout ceux que j'ai oublié ici m'en excusent.

Pendant la deuxième et la troisième années de mon travail, notre équipe de recherche s'est regroupée dans les locaux de l'ENS et elle s'est élargie avec l'arrivée de nouveaux thésitifs et stagiaires. Je remercie ici tous ses membres: Philippe VERKERK, Dave MEACHER, Christine TRICHÉ, Samuel GUIBAL, Denis BOIRON, Cécile ROBILLIARD et Luca GUIDONI pour leur interaction avec ce travail et pour la bonne ambiance qu'ils ont su apporter à l'équipe. Les discussions avec eux furent toujours stimulantes et constructives.

Merci également à Christophe JURCZAK pour les nombreuses discussions intéressantes que nous avons eues. A Philippe LELONG pour les éclaircissements qu'il m'a apportés au sujet des superréseaux semiconducteurs d'antiplots. A Pierre DESBIOLLES et à Pascal SZRIFTGISER pour leurs conseils pratiques. A tous les chercheurs permanents et thésitifs de l'équipe « refroidissement »

pour les contacts que l'on a pu avoir au cours de cette période. Aux bibliothécaires et aux divers services techniques du département de Physique de l'ENS, pour leur aide pratique précieuse.

Je ne saurais oublier les ingénieurs informaticiens et les personnes qui s'occupent des réseaux informatiques, sans qui le travail numérique eût été beaucoup plus difficile. Jean-Claude BERNARD et Dominique DELANDE à Jussieu, Cécile COMBIER et Zaire DISSI, puis Thierry BESANÇON à l'ENS m'ont souvent été d'un grand secours. Cécile et Zaire ont, en particulier, beaucoup travaillé lors de l'installation de notre matériel informatique dans les nouveaux locaux.

Je suis très honoré par la présence de M. Claude FABRE, M. Panayotis LAMBROPOULOS, M. Yvan CASTIN, M. Daniel HENNEQUIN et M. Pierre PILLET dans mon jury de thèse. Je les remercie très chaleureusement pour l'intérêt qu'ils ont ainsi témoigné pour ce travail. En particulier, M. Daniel HENNEQUIN et M. Pierre PILLET sont très vivement remerciés pour avoir accepté d'être

mes rapporteurs.

Cette thèse fut financée par le Ministère de l'Enseignement Scientifique et de la Recherche ; je remercie le MESR pour ce soutien matériel. Je suis également très reconnaissant à M.M. Bernard CAGNAC et Gilbert GRYNBERG pour leur aide au début de ma thèse, en attendant que mon allocation de recherche prenne effet.

Au cours des deux dernières années, j'ai également été Moniteur de l'enseignement supérieur à l'IUT de Saint-Denis. Je remercie ici M. Olivier GORCEIX d'avoir dirigé mes premiers pas dans l'enseignement.

Je voudrais également dresser une pensée à tous mes amis à Paris, à Athènes et ailleurs, pour leur soutien, mais également pour les très bons moments qu'on a pu partager en dehors de mes heures de recherche. Cette thèse leur est aussi dédiée.

Je désire enfin remercier ma famille de m'avoir constamment soutenu et aidé durant tous les moments difficiles que j'ai pu traverser pendant ces années.

Décembre 1996.
Κώστας Πέτσας

Je vis aussi Sisyphe en proie à ses tourments,
soulevant des deux mains un énorme rocher. Après s'être arc-bouté
des mains comme des pieds, il le poussait au haut d'une colline ;
mais allait-il le faire basculer qu'une force le retournait :
et de nouveau sans pitié la pierre dégringolait. Mais lui recommençait,
bandant ses muscles ; la sueur ruisselait sur son corps, et la poussière le nimbait.
HOMÈRE (8^e siècle av. J.-C.)
« *L'Odyssee* »

INTRODUCTION GÉNÉRALE

The white rabbit put on his spectacles.
« Where shall I begin, please your Majesty? » he asked.
« Please begin at the beginning, » the King said, very gravely,
« and go on till you come to the end ; then stop. »
Lewis CARROLL (1832-1898)
(*Alice's adventures in Wonderland*)

PARMI LES GRANDS développements de la physique atomique contemporaine, le refroidissement d'atomes par laser occupe une place privilégiée. Il est aujourd'hui devenu possible de manipuler des atomes neutres, de modifier leurs trajectoires, de les ralentir de manière significative, ou encore de les piéger au sein de structures périodiques ordonnées [1, 2, 3, 4]. Les retombées expérimentales et applications de la physique des atomes froids sont nombreuses. Citons, à titre d'exemple, la possibilité d'étude des collisions entre atomes froids [5], la mise au point de l'horloge atomique [6], la réalisation d'expériences d'optique atomique [7, 8], la possibilité de réduction du bruit quantique dans un milieu d'atomes froids [9], ou encore l'observation d'effets collectifs liés à la statistique quantique [10].

Depuis le travail précurseur d'Albert EINSTEIN en 1917, montrant que la conservation d'impulsion est un aspect essentiel de l'interaction entre la matière et le rayonnement [11], il a été réalisé que la lumière pouvait avoir un effet mécanique sur le mouvement des atomes. En 1933 Otto R. FRISCH donna une première preuve expérimentale de cet effet, en déviant un jet atomique de sodium au moyen de la lumière résonnante, issue d'une lampe à décharge de *Na* [12]. L'idée de la « *lumino-réfrigération* » [13] (refroidissement de particules par la lumière) qu'Alfred KASTLER proposa en 1950 se place dans le même contexte. Toutefois, toutes les recherches portant sur l'action mécanique que peut avoir la lumière sur le mouvement atomique se heurtaient toujours au même obstacle expérimental : l'absence de sources lumineuses résonnantes suffisamment intenses.

L'avènement des sources laser au milieu des années '60 marqua le début d'une nouvelle ère pour la physique atomique. En moins de vingt ans, des progrès très spectaculaires et des recherches particulièrement fructueuses ont été réalisés dans le domaine de la manipulation d'atomes par laser. En 1975 Theodor W. HÄNSCH et Arthur L. SCHAWLOW proposèrent un premier dispositif permettant le ralentissement d'un jet d'atomes neutres selon trois directions [14]. Au cours de la même

année, une idée analogue fut formulée par David J. WINELAND et Hans DEHMELT pour des ions [15]. Ces premières considérations théoriques s'appuyèrent sur l'effet Doppler, et les milieux constitués d'atomes ainsi « refroidis » par la lumière furent appelés « *mélasses optiques* », car le mouvement des atomes y ressemble à celui d'une particule dans un milieu visqueux, tel une mélasse.

Après une décennie de recherches intenses sur le refroidissement et le piégeage d'atomes, Steven CHU et ses collaborateurs réalisèrent expérimentalement la première mélasse optique avec des atomes neutres en 1985 [16]. Pour réaliser cette mélasse, les auteurs utilisèrent trois paires de faisceaux contra-propagatifs selon les trois directions Ox , Oy et Oz . Ces faisceaux possédant une énergie légèrement inférieure à celle de la résonance atomique (*i.e.* désaccordés sur le *rouge* de la transition atomique), un atome absorbe préférentiellement des photons en provenance du faisceau qui se propage selon la direction opposée à sa vitesse (effet Doppler). L'atome, qui encaisse l'impulsion des photons se propageant en sens opposé à son propre mouvement, est ainsi ralenti, refroidi.

Durant les trois années qui ont suivi cette découverte, pratiquement tout semblait être bien compris dans la physique des atomes froids [17]; diverses expériences de mise au point furent alors menées dans différents laboratoires. Ces expériences visaient à atteindre la température limite $\hbar\Gamma/k_B$ (où Γ est la largeur naturelle de l'état excité), prédite par les premiers modèles théoriques.¹ Mais, comme ce fut souvent le cas en physique atomique, une nouvelle expérience bouleversa complètement ce paysage paisible en aboutissant à des résultats meilleurs que la théorie correspondante. Cette expérience fut réalisée par l'équipe de William D. PHILLIPS en 1988 au NIST et fournit une mesure de la température, bien inférieure à la limite prédite [18].² Des expériences similaires furent ensuite entreprises dans d'autres laboratoires [19, 20], aboutissant à des températures de l'ordre du μK pour des atomes de césium [21]. Ces mesures de température ouvrirent ainsi la voie à des nouvelles explorations théoriques, pour interpréter ces résultats expérimentaux, *a priori* étonnants.

Les premiers éléments d'un traitement théorique rendant compte des « nouveaux mécanismes » de refroidissement, responsables de ces basses températures, furent donnés en 1988 lors de la 11^e conférence internationale de physique atomique, par les équipes de Claude COHEN-TANNOUDJI [20] et de Steven CHU [19]. Peu de temps après, Jean DALIBARD et Claude COHEN-TANNOUDJI, d'une part, et Steven CHU *et al.*, d'autre part, présentèrent un traitement semi-classique complet de ces nouveaux mécanismes [22, 23]. Ce traitement tenait compte, à la fois de la modulation spatiale des déplacements lumineux des différents sous-niveaux magnétiques de l'état fondamental, et de celle du pompage optique parmi ces niveaux, en présence d'un gradient de polarisation du champ incident. L'ordre de grandeur de la température $k_B T$ limite prédite est alors donnée par l'énergie de recul, $E_R = \hbar^2 k^2 / 2M$, qui est l'énergie encaissée par un atome immobile lors de l'absorption d'un photon laser

1. Cette température, appelée aussi limite Doppler, correspond à plusieurs centaines de μK pour l'atome de césium.

2. La température mesurée était de $46 \pm 20 \mu K$ pour des atomes de sodium, alors que la limite Doppler prédite par la théorie était d'environ $240 \mu K$.

unique.

Le début des années '90 fut marqué par l'apparition de modèles théoriques unidimensionnels entièrement quantiques du refroidissement laser sub-Doppler [24, 25]. Dans ces modèles, on tient compte de la quantification des degrés de liberté externes de l'atome en présence du champ laser : l'énergie atomique totale dans le potentiel créé par les déplacements lumineux possède une structure de « bandes » discrètes (plus ou moins larges), analogue à celle d'un électron évoluant au sein du potentiel ionique dans un métal. Cette vision quantique a permis d'introduire une nouvelle classe de milieux constitués d'atomes froids : les « réseaux optiques » [2, 3, 26, 27]. A l'encontre des milieux gazeux usuels, ces milieux présentent le double aspect de basse température et de localisation spatiale au sein d'une structure périodique ordonnée. En effet, dans ces réseaux, possédant une périodicité spatiale de l'ordre du μm , les atomes peuplent préférentiellement des puits de potentiel où la polarisation lumineuse est circulaire et où le déplacement lumineux est maximum.³

Deux méthodes expérimentales furent principalement employées pour l'étude des réseaux optiques :

- l'étude du spectre de fluorescence atomique utilisée au NIST par l'équipe de W. D. PHILLIPS [28] ;
- l'étude du spectre de transmission d'une onde sonde, utilisée à l'ENS par notre équipe [29] et à Munich par celle de T. W. HÄNSCH [30].⁴

Dans un premier temps, les expériences furent réalisées à une dimension (1D) afin de permettre une comparaison directe avec la théorie [26, 27, 28, 29]. Ces travaux furent couronnés par des succès, mettant en évidence la localisation atomique, pouvant se manifester par l'effet Lamb-Dicke [36], ainsi que le mouvement vibratoire de ces atomes au fond des puits de potentiel [28, 29]. L'étude des spectres de transmission révéla, en outre, un grand nombre d'effets spectaculaires, liés à la dynamique atomique au sein des réseaux optiques 1D [27, 37].

Pratiquement en parallèle avec ces études, une série d'expériences portant sur des réseaux brillants bi- (2D) et tri- (3D) dimensionnels fut entreprise à Munich [30, 38], à Paris [39] et plus récemment au NIST [40]. Dans ces expériences, deux techniques différentes furent employées par les différents groupes. L'équipe de T. W. HÄNSCH à Munich utilisa un nombre d'ondes stationnaires égal à la dimension du réseau, en procédant à un verrouillage des phases respectives des faisceaux lasers incidents. Les équipes de G. GRYNBERG et de C. SALOMON à Paris introduirent, en revanche, des configurations où le nombre de faisceaux lasers impliqués est égal au nombre de degrés de liberté du problème ; cela permit de s'affranchir de l'opération de verrouillage de phase. Ces expériences sur les réseaux multidimensionnels ont démontré, d'une

3. On parle dans ce cas de réseaux *brillants*.

4. Plus récemment, d'autres méthodes spectroscopiques de caractérisation de ces structures périodiques furent mises au point. Citons par exemple l'étude des corrélations d'intensité de la lumière de fluorescence, utilisée à l'Institut d'Optique à Orsay par l'équipe d'Alain ASPECT [31, 32], l'étude des transitoires cohérents, employée dans notre équipe [33], ou l'étude *via* la diffraction de Bragg au NIST [34] et à Munich [35].

part, l'existence de basses températures cinétiques et, d'autre part, une localisation atomique au sein de puits du potentiel lumineux correspondant à une polarisation circulaire. Par ailleurs, l'étude du *magnétisme* de ces réseaux (étude à laquelle nous avons contribué) révéla une variation de la magnétisation moyenne et de la température, en fonction d'un champ \mathbf{B} longitudinal, absolument originale. En particulier, différents régimes magnétiques, qualitativement différents, furent mis en évidence [41] et une *température de spin* fut introduite dans le régime paramagnétique [42].

Le développement expérimental incessant de la physique des réseaux brillants multidimensionnels a permis de réaliser qu'un autre type de réseau optique était nécessaire afin d'augmenter la densité dans l'espace des phases. En 1993 Gilbert GRYNBERG et Jean-Yves COURTOIS introduirent une nouvelle classe de réseaux optiques [43]. Ces réseaux *gris*⁵ permettent *a priori* de combiner une température très basse et une accumulation d'atomes favorisée par la faiblesse de l'interaction atome-lumière. Des réseaux gris à 2D [44] et à 3D [45] furent récemment réalisés, en suivant ce principe, à Munich et dans notre équipe respectivement. Ces expériences, ainsi que les premiers développements théoriques portant sur l'étude de ces structures (auxquels nous avons participé [46]), ont ouvert la voie pour des explorations futures particulièrement prometteuses.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'étude théorique des réseaux optiques brillants et gris, par des modèles uni- ou multidimensionnels. Le manuscrit est composé de quatre chapitres. Des compléments figurent à la fin de certains chapitres. Ces compléments peuvent éventuellement être esquivés dans une première lecture. D'autre part, afin de faciliter la lecture, les principales notations employées dans cette thèse, ont été regroupées dans un index alphabétique, en fin de mémoire. Nous décrivons maintenant le plan général du manuscrit.

Le chapitre I présente une approche *cristallographique* pour la classification des divers réseaux brillants bi- et tridimensionnels, issus d'une généralisation des configurations principales de refroidissement 1D. Nous donnons, en particulier, la nature du réseau de Bravais des configurations 2D et 3D. En modifiant les différents paramètres géométriques des faisceaux incidents (directions de propagation ou polarisation) il est possible d'engendrer une multitude de réseaux optiques. Les directions de propagation déterminent la nature du réseau, alors que le motif sous-jacent dépend également des polarisations incidentes. Nous donnons l'allure du potentiel optique et nous étudions les caractéristiques du mouvement oscillatoire au fond des puits de potentiel, pour diverses configurations généralisant des situations 1D.

Dans le chapitre II, nous présentons et illustrons les deux modèles de calcul que nous avons employés pour la caractérisation des réseaux optiques. Introduit par Yvan CASTIN et Jean DALIBARD en 1991 [24], le premier modèle utilisé est le modèle quantique des bandes. La deuxième approche employée est basée sur des simulations de Monte-Carlo semi-classiques et fait usage de l'hypothèse d'un suivi adiabatique des différentes nappes du potentiel optique. Nous montrons, dans le cadre des réseaux 1D, que les résultats du modèle semi-classique relatifs à la température et à la

5. Cette appellation est due au fait que les atomes sont localisés à des sites où leur interaction avec la lumière est minimale.

localisation atomique sont en accord avec les résultats du modèle quantique, pour différentes transitions atomiques réalistes. Ce modèle semi-classique fournit, par conséquent, une approche généralisable à 2D et 3D, ce qui est particulièrement important pour l'analyse des données expérimentales.

Le chapitre III du manuscrit traite des propriétés magnétiques des réseaux optiques. Nous envisageons séparément le cas des réseaux brillants et des réseaux gris. Notre étude porte principalement sur la configuration $lin \perp lin$ 1D, pour différentes transitions atomiques, mais les résultats obtenus dans cette situation sont en bon accord qualitatif avec les expériences à 3D. Un comportement magnétique universel est observé. A faible champ magnétique, le réseau se comporte comme un corps paramagnétique. Il est alors possible d'introduire une température de spin, du même ordre de grandeur que la température cinétique. Inversement, à fort champ le réseau présente un comportement « antiparamagnétique » : la magnétisation moyenne diminue en valeur absolue, alors que l'amplitude du champ magnétique augmente.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude d'un réseau gris bidimensionnel, comportant une distribution périodique de pics de potentiel répulsifs (« *antiplots* »). Nous montrons, en faisant usage du modèle semi-classique, que les atomes sont principalement canalisés le long de lignes « attractives », non couplées à la lumière. La température cinétique du réseau présente une variation en fonction du champ magnétique rappelant celle des réseaux 1D. Nous étudions la forme du spectre de transmission d'une onde sonde et nous montrons qu'une telle étude spectroscopique devrait mettre en évidence un mouvement atomique très original, rappelant celui d'une bille dans un jeu de flipper.

Nous concluons ce manuscrit en regroupant dans la conclusion générale quelques résultats essentiels de notre travail. Le lecteur peut y trouver également certaines idées potentielles pour des développements futurs.

CHAPITRE I

CRISTALLOGRAPHIE DES RÉSEAUX BRILLANTS

LE BUT de ce chapitre est de présenter une méthode d'élaboration et de classification systématique des réseaux optiques *brillants*¹ bi- et tridimensionnels en fonction des caractéristiques des faisceaux lasers qui les engendrent. Sachant qu'il existe une analogie étroite² entre la physique des réseaux optiques et celle des milieux cristallins, nous utiliserons, comme pour les solides, des méthodes cristallographiques pour réaliser notre étude.

Nous débuterons en rappelant les caractéristiques de base des configurations unidimensionnelles (1D) dont il sera question au cours du chapitre. Nous aurons ainsi l'occasion de résumer les résultats essentiels de la théorie du refroidissement 1D *lin*⊥*lin* (§ I.1.a), MASE (§ I.1.b) et $\sigma^+ - \sigma^-$ (§ I.1.c), qui nous seront indispensables dans la suite. Une discussion concernant les règles à respecter lors de la généralisation d'une configuration unidimensionnelle, de façon à pouvoir préserver les caractéristiques de base de la situation initiale, suivra dans la section I.2. Ensuite, nous rappellerons dans la Sec. I.3 quelques unes des notions de base de la cristallographie du solide. En particulier, la correspondance existant entre l'espace direct et l'espace réciproque sera rappelée. Ces notions seront transposées dans le cadre de notre étude: nous introduirons dans un premier temps une procédure de détermination de la périodicité spatiale d'un réseau optique donné, à partir de la géométrie des vecteurs d'onde incidents. Cette discussion nous permettra de montrer que le réseau réciproque est engendré par des vecteurs de type $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$ (\mathbf{k}_n étant le vecteur d'onde d'un faisceau incident). Connaissant la périodicité spatiale dans

1. On parle de réseaux brillants, car les atomes sont localisés au voisinage des points où leur interaction avec la lumière est maximum.

2. Cette analogie est à employer, toutefois, avec certaines précautions, car la cohésion dans les réseaux optiques est assurée par la lumière, contrairement au cas des cristaux où il existe une énergie de cohésion-intrinsèque. Par conséquent, les considérations physiques sont différentes dans les deux cas, alors que les aspects géométriques sont les mêmes.

l'espace réciproque, nous déduirons dans la section I.4 la nature du réseau optique pour diverses géométries des faisceaux.

Dans les sections I.5 et I.6 nous présenterons quelques extensions possibles à deux et à trois dimensions des configurations unidimensionnelles les plus courantes, à savoir les configurations $lin \perp lin$ et MASE. Comme les configurations initiales à une dimension, ces configurations peuvent conduire à une localisation atomique. Nous étudierons le domaine des différents paramètres géométriques relatifs aux faisceaux incidents dans lequel la localisation pourrait être réalisée. Nous donnerons également les caractéristiques du mouvement vibratoire d'atomes localisés dans les puits de potentiel, dans le cas d'une transition atomique modèle, reliant un état fondamental de moment cinétique $J_g = \frac{1}{2}$ et un état excité pour lequel $J_e = \frac{3}{2}$. Dans la section I.7, nous discuterons une généralisation à trois dimensions de la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ (même s'il n'y a pas de localisation 1D dans ce cas). En particulier, nous étudierons les conditions pour lesquelles le mécanisme de refroidissement du cas 1D pourrait être préservé le long de certaines lignes bien définies dans le cas 3D. Enfin, nous présenterons dans le complément AI un changement local de repère qui est particulièrement commode, car il permet de se placer dans le plan contenant le champ électrique pour chaque point de l'espace. Nous discuterons, en particulier, l'existence dans un réseau optique de sites de polarisation purement circulaire par rapport à un axe autre que l'axe naturel Oz (qui est généralement l'axe de la configuration 1D initiale).

Le lecteur pourra trouver la majorité de résultats présentés dans ce chapitre dans la référence [47].

I.1 Les configurations de refroidissement unidimensionnelles

I.1.a La configuration $lin \perp lin$ - Mécanisme de refroidissement « Sisyphé »³

Le mécanisme standard de refroidissement laser sub Doppler a été décrit par Jean DALIBARD et Claude COHEN-TANNOUJJI [22], d'une part, et par Steven CHU et ses collaborateurs [23], d'autre part, dans la configuration de faisceaux lasers appe-

3. Personnage de la mythologie hellénique, Sisyphé, fils de Aeolos, était roi de la ville Efyra (ancienne dénomination de Corinthe). Selon la mythologie, Zeus enleva Aegina (fille d'Assopos) et Sisyphé le denonça auprès d'Assopos en échange d'une source d'eau près de son palais. Zeus en colère, pria son frère Plouton pour que Thanatos (dieu de la mort) emprisonne Sisyphé dans l'Hadès, mais Sisyphé, réputé pour sa malice, parvint à s'échapper à deux reprises, en se débarrassant de ses gardes. Lorsque Sisyphé mourut dans une vieillesse profonde, Zeus lui infligea un supplice éternel pour son manque de respect envers les dieux, qui était de rouler une roche jusqu'au sommet de la montagne de Tartare d'où elle retombait aussitôt [cf. p.ex. HOMÈRE « *Odyssée* », A 593 et APOLLODORE, 1.85, 3.29, 3.157]. L'analogie de ce supplice avec le processus de refroidissement $lin \perp lin$ 1D inspira Jean DALIBARD et Claude COHEN-TANNOUJJI dans le choix de la dénomination du mécanisme physique.

lée $lin \perp lin$ que nous présentons maintenant. Nous considérons un atome possédant une transition fermée entre un état fondamental (g) de moment cinétique $J_g = \frac{1}{2}$ et un état excité (e) de moment cinétique $J_e = \frac{3}{2}$. L'atome évolue en présence de deux ondes progressives, ayant une fréquence commune ω_L accordée sur le rouge de la transition atomique à ω_0 (*i.e.* le désaccord laser à résonance $\Delta = \omega_L - \omega_0$ est négatif). Les deux ondes se propagent dans des directions opposées le long de l'axe Oz et possèdent des polarisations linéaires orthogonales. Les deux directions de polarisation du champ électrique sont Ox et Oy (cf. Fig. I.1). Le champ total résultant de l'interférence entre les deux faisceaux, exhibe un gradient de polarisation à l'échelle de la longueur d'onde optique λ . En particulier, le champ acquiert une polarisation circulaire changeant alternativement entre σ^- et σ^+ , aux points d'abscisse $z_p = p\lambda/4$, où $p \in \mathbb{Z}$. Ces sites sont séparés par des points de polarisation linéaire tous les $z_q = (2q + 1)\lambda/8$, où $q \in \mathbb{Z}$. Les points intermédiaires correspondent à une polarisation elliptique de la lumière.

Pour illustrer l'effet « Sisyphé » de manière assez simple, nous adoptons un point de vue semi-classique, où les degrés de liberté internes de l'atome sont traités quantiquement, alors que le mouvement est classique.

i) Atome au repos

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'état interne d'un atome au repos. Nous allons voir que cet état dépend fortement de la position z où se trouve l'atome.

Le couplage de l'atome avec le champ laser lève la dégénérescence entre les sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental $|g, m_z\rangle$ (où $m_z = \pm \frac{1}{2}$ désigne le nombre quantique magnétique), en induisant des déplacements lumineux [48]. Ces déplacements présentent une modulation spatiale, calquée sur le gradient d'ellipticité du champ.⁴ De plus, l'intensité du couplage atome-champ étant proportionnelle aux carrés des coefficients de Clebsch Gordan de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, le niveau $|g, +\rangle$ (resp. $|g, -\rangle$) est trois fois plus déplacé que le niveau $|g, -\rangle$ (resp. $|g, +\rangle$) aux endroits où la polarisation est σ^+ (resp. σ^-) (cf. Fig. I.1). Notons que pour un désaccord rouge, les déplacements lumineux sont négatifs, de sorte que le sous-niveau le plus couplé au champ est également le niveau de plus basse énergie.

Par ailleurs, le gradient de polarisation du champ a comme conséquence une modulation spatiale des taux de pompage optique entre les deux sous-niveaux du fondamental. Cette modulation est telle que le champ a toujours tendance à pomper optiquement l'atome vers le sous-niveau d'énergie la plus basse. Par exemple, l'atome sera préférentiellement pompé vers le sous-niveau $|g, +\rangle$ en un endroit où la polarisation du champ est σ^+ , or à cet endroit précis, ce même niveau est le plus couplé à la lumière, donc celui qui est le plus déplacé en énergie.

4. Il faut noter que le champ ne peut coupler les deux sous-niveaux Zeeman entre eux, car il n'y a pas de photon π . Par conséquent, les deux niveaux évoluent indépendamment, sans se repousser, conduisant à des croisements de niveau.

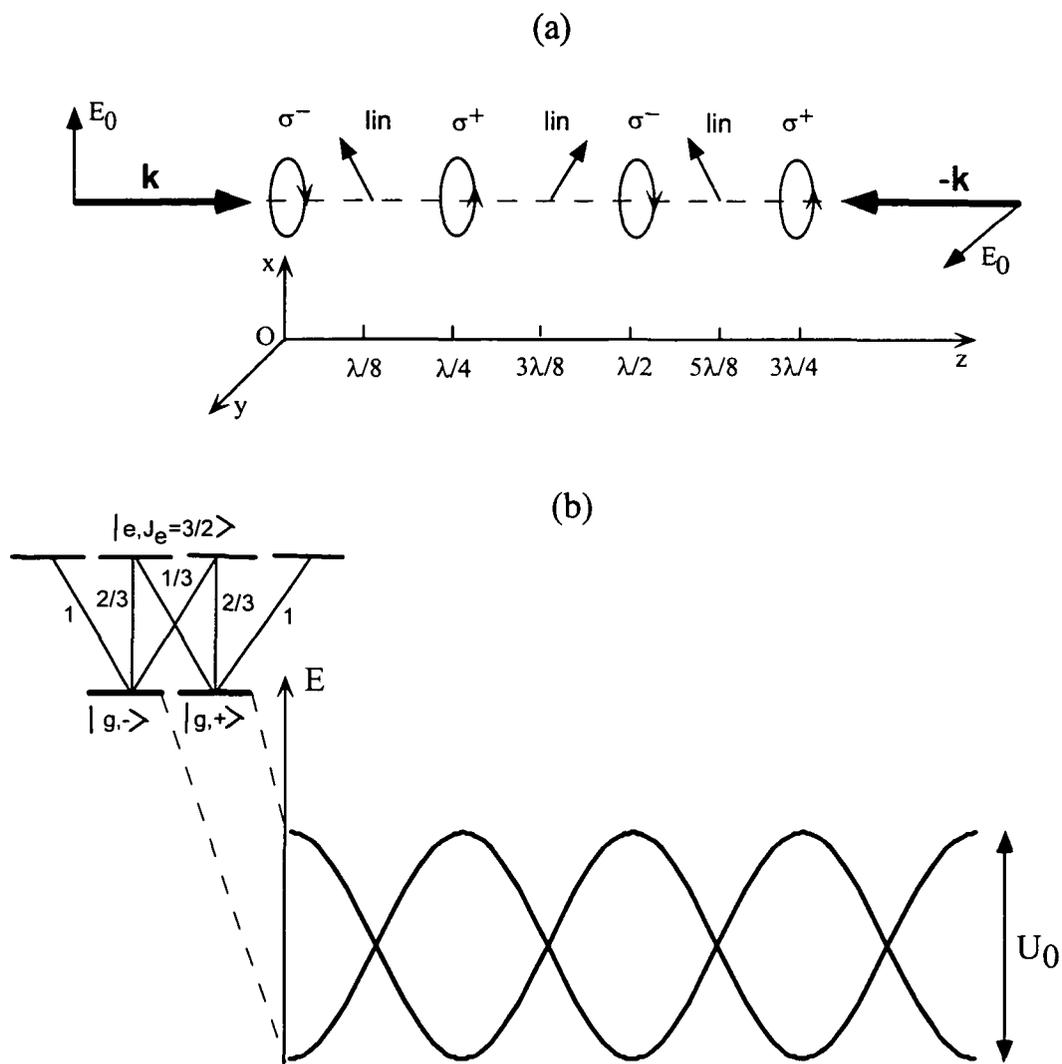


FIG. I.1 - Configuration $\text{lin} \perp \text{lin}$ 1D. Deux ondes progressives, de même fréquence et intensité, ayant des polarisations linéaires orthogonales, se propagent en sens opposés le long de l'axe Oz . (a) Gradient d'ellipticité du champ laser. (b) Modulation spatiale des déplacements lumineux des deux sous-niveaux magnétiques de l'état fondamental.

ii) Atome en mouvement

Les déplacements lumineux des deux sous-niveaux magnétiques agissent comme des potentiels *externes* pour l'atome. L'effet combiné de ce bi-potentiel externe et des taux de pompage optique spatialement modulés, conduit à un ralentissement atomique important : supposons que l'atome, ayant un mouvement rectiligne le long

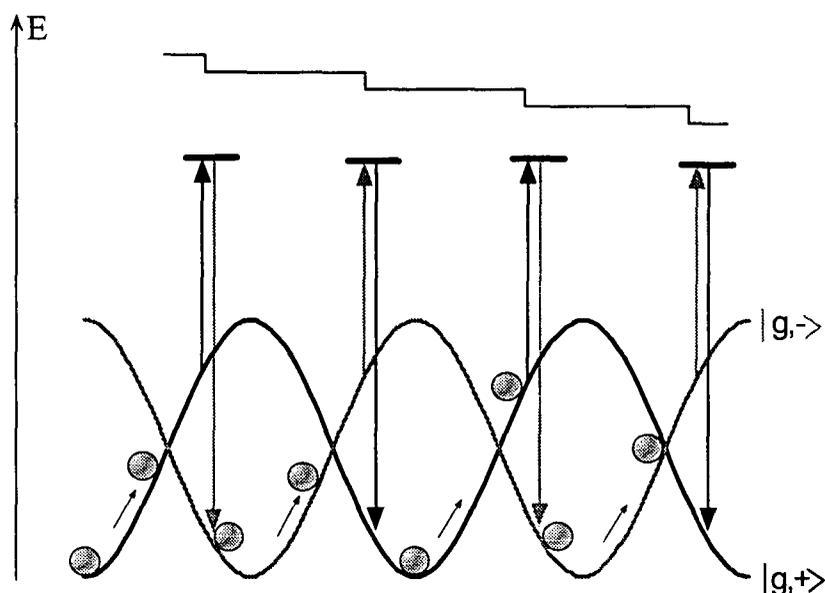


FIG. I.2 - Effet « Sisyphes » dans la configuration 1D lin \perp lin. Lors de la montée d'une colline de potentiel, l'atome perd de l'énergie cinétique en acquérant de l'énergie potentielle. Cette énergie est ensuite dissipée sous la forme d'un photon de fluorescence dans le processus de pompage optique. Cette succession d'événements répétée lors de chaque cycle de pompage optique, conduit à un net effet de refroidissement, car en moyenne l'atome gravit plus de collines de potentiel qu'il n'en descend. Nous nous sommes placé dans des conditions où le taux de pompage optique est tel qu'il permette à l'atome de gravir une colline de potentiel avant d'être pompé optiquement dans l'autre sous-niveau interne.

de l'axe Oz , caractérisé par une vitesse v , se trouve initialement en $z = 0$, au fond d'un puits de potentiel où la polarisation est σ^- (l'état interne correspondant est donc $|g, -\rangle$). Au cours de son mouvement, l'atome gravit le col du puits de potentiel dans lequel il se trouve, avant de changer d'état interne au voisinage du sommet et de se trouver au fond du puits de potentiel adjacent, associé à une polarisation σ^+ , en $z = \lambda/4$.⁵ En effet, nous avons vu que l'atome est pompé optiquement de façon préférentielle vers le sous-niveau le plus bas en énergie. Au cours d'un tel cycle, l'atome perd donc de l'énergie cinétique en acquérant de l'énergie potentielle, qu'il dissipe ensuite sous la forme d'un photon de fluorescence.

Cette succession d'événements étant réitérée lors de chaque cycle de pompage optique, on voit qu'en moyenne l'atome gravit plus de collines de potentiel qu'il

5. Nous avons supposé que la vitesse atomique est telle que l'atome a le temps de parcourir une distance moyenne de l'ordre de $\lambda/4$, avant de subir un cycle de pompage optique.

n'en descend. Par conséquent, la situation conduit à un effet net de ralentissement atomique, ou autrement dit, un effet de *refroidissement*.

iii) Localisation atomique

Le mécanisme « Sisyphé », décrit précédemment, conduit à un refroidissement efficace. L'atome perd donc continûment son énergie, jusqu'à ce qu'il ne possède plus la quantité d'énergie suffisante pour gravir une colline de potentiel, restant piégé à l'intérieur d'un puits. Son mouvement est alors classiquement décrit par un mouvement d'oscillation au voisinage du fond du puits,⁶ ces oscillations étant interrompues par des cycles de pompage optique. La situation finale est bien décrite par une assemblée d'atomes localisés au fond de puits de potentiel distribués sur un réseau régulier le long de Oz , le mouvement atomique étant essentiellement restreint à une vibration autour d'une position d'équilibre. Quantiquement, ce mouvement est décrit en attribuant des niveaux énergétiques vibrationnels discrets à l'intérieur de chaque puits. On obtient, par conséquent, une structure analogue à celle d'un cristal, les différences principales étant, d'une part, le fait que la cohésion interatomique est ici assurée par la lumière et, d'autre part, que la structure obtenue conserve un caractère dilué, les taux de remplissage obtenus dans des expériences actuelles étant relativement faibles (environ 1 site sur 30 est occupé à 3D).

Notons que les énergies cinétiques, atteintes dans ce type de réseaux optiques unidimensionnels, se situent typiquement dans le domaine de quelques dizaines d'énergies de recul [25], l'énergie de recul E_R étant l'énergie encaissée par un atome lors de l'absorption d'un photon unique, si l'atome est initialement au repos. Rappelons enfin que la localisation atomique a été observée pour la première fois dans cette configuration par notre équipe en 1992 [29]. Une expérience analogue, utilisant une méthode de détection différente, a été introduite par William D. PHILLIPS et ses collaborateurs [28].

I.1.b La configuration MASE⁷

La configuration MASE 1D, introduite par Hal METCALF et ses collaborateurs [49], est constituée de deux ondes progressives de fréquence commune ω_L , ayant la même polarisation circulaire mais des directions de propagation opposées le long de Oz , et d'un faible champ magnétique statique transverse appliqué selon Ox . Dans cette situation, l'intensité de l'onde stationnaire est spatialement modulée, mais la polarisation locale du champ électrique est uniformément circulaire. Il en résulte que les deux nappes de potentiel (associées aux déplacements lumineux des deux sous-niveaux magnétiques du fondamental) exhibent strictement le même caractère

6. Un traitement quantique est requis, lorsque l'on souhaite tenir compte de la localisation atomique [25]. Pour le moment, nous nous en tiendrons à la description semi-classique, qui est en outre assez satisfaisante dans le domaine des vitesses typiques obtenues par ce type de refroidissement ($v_{r.m.s.} \gg \hbar k/M$).

7. Les initiales MASE proviennent de l'anglais « Magnetic Assisted Sisyphus Effect », en français « effet Sisyphé assisté par champ magnétique ».

de modulation spatiale, l'une se déduisant de l'autre par une simple relation de proportionnalité, liée aux coefficients de Clebsch-Gordan (cf. Fig. I.3). En particulier, au voisinage des points où l'intensité lumineuse s'annule, les niveaux ne sont pas déplacés par la lumière et les deux nappes de potentiel restent dégénérées.

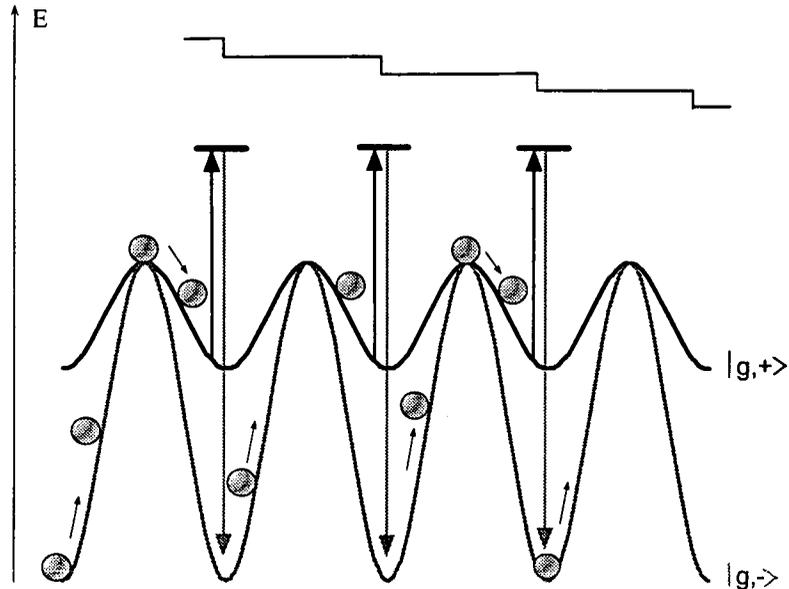


FIG. I.3 - Effet « Sisyphus » dans la configuration MASE 1D. Au voisinage des ventres du champ électrique, l'atome est pompé optiquement vers le sous-niveau le plus bas. Au voisinage des nœuds du champ électrique, il change de sous-niveau sous l'effet d'un faible champ magnétique transverse. En moyenne, l'atome gravite des collines de potentiel plus raides que celles qu'il en descend.

A titre d'exemple, considérons le cas d'une polarisation σ^- de l'onde stationnaire. Le sous-niveau associé à l'état $|g, -\rangle$ est alors trois fois plus déplacé par la lumière que celui qui correspond à $|g, +\rangle$, et ceci *en tout point* de l'espace. Par conséquent, le processus de pompage optique a tendance à accumuler les atomes dans l'état $|g, -\rangle$ partout. Le rôle du champ magnétique transverse est d'induire un couplage entre les deux sous-niveaux magnétiques au voisinage des nœuds du champ électrique et d'ouvrir ainsi pour les atomes une nouvelle voie de passage vers le potentiel du niveau $|g, +\rangle$. Un mécanisme de refroidissement de type « Sisyphus » peut avoir lieu, suite à l'effet combiné du pompage optique et de la précession de Larmor. En effet, un atome en mouvement rectiligne le long de Oz , possède une chance non négligeable de changer de nappe de potentiel au voisinage d'un sommet (associé à un nœud du champ), alors qu'il est pompé optiquement de façon préférentielle vers le niveau de plus basse énergie au voisinage d'un fond de puits (associé à un ventre du champ). L'atome gravite donc en moyenne des collines de potentiel plus raides que celles qu'il en descend. Par conséquent, les conclusions du § I.1.a quant au refroidissement et à la localisation sont également valables pour cette configuration du champ. La localisation d'atomes dans cette configuration a aussi été observée

dans notre équipe [37].⁸

I.1.c La configuration $\sigma^+ - \sigma^-$

La configuration $\sigma^+ - \sigma^-$, introduite par J. DALIBARD et C. COHEN-TANNOUJJI [22], correspond à deux faisceaux contra-propagatifs le long de Oz , ayant même fréquence et même intensité et des polarisations circulaires opposées. Le champ électrique ainsi obtenu présente une amplitude constante et une polarisation linéaire qui tourne d'un angle $-kz$ autour de Oz , lorsque z varie, formant ainsi une hélice de pas λ . L'ellipticité et l'amplitude du champ étant constantes, les déplacements lumineux des sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont indépendants de l'espace. Néanmoins, les états propres de l'hamiltonien effectif associés aux déplacements lumineux dépendent de z . On montre que pour un atome au repos, les différents sous-niveaux du fondamental possèdent généralement des populations et des déplacements lumineux différents mais indépendants de z . Pour un atome en mouvement rectiligne le long de Oz , à la vitesse v , il est commode de se placer dans le référentiel tournant à la pulsation kv (associé au centre de masse atomique) dans lequel la polarisation lumineuse est toujours linéaire, conservant une direction fixe. On peut alors montrer [22] que l'état de l'atome en mouvement se réduit à celui d'un atome au repos en présence d'un champ magnétique statique longitudinal fictif. Ce champ fictif induit des modifications des états propres de l'hamiltonien effectif, ce qui conduit à l'apparition d'une orientation moyenne non nulle dans l'état fondamental. En revanche, les déplacements lumineux ne sont pas modifiés au premier ordre par le mouvement atomique. Il est, en outre, possible de montrer que l'orientation induite par le mouvement est à l'origine d'un déséquilibre de pression de radiation entre les deux faisceaux contra-propageants, conduisant à une force de friction.

Dans ce cas on parle de refroidissement orientationnel, ou encore de refroidissement induit par le mouvement atomique, car il s'agit d'un processus sélectif en vitesse de l'état atomique interne, lié à l'apparition d'une orientation dans l'état fondamental. Il convient également de noter que le terme « *mélasse optique* »⁹ est plus approprié que celui de réseau optique pour cette configuration, car il n'existe pas d'effet de localisation atomique ni de modulation spatiale du potentiel optique.

Cette configuration a été étudiée expérimentalement dans notre laboratoire par Brahim LOUNIS *et al.* [52].

8. La configuration MASE fut également généralisée pour une transition du type $J \rightarrow J - 1$ par C. VALENTIN *et al.* [50] et pour une transition du type $J \rightarrow J$ par O. EMILE *et al.* [51]. Pour ce type de transitions, la fréquence des faisceaux lasers doit être légèrement désaccordée sur le bleu de la transition atomique.

9. La nuance entre une mélasse et un réseau optique est que dans le cas d'un réseau on parvient à piéger les atomes refroidis dans des puits de potentiel bien localisés, tandis que dans une mélasse les atomes sont en moyenne uniformément répartis.

I.2 Comment généraliser une configuration unidimensionnelle?

Toutes les expériences réalisées avec des réseaux brillants à une dimension (1D) ont suggéré que la réalisation d'un réseau bidimensionnel (2D) ou tridimensionnel (3D) devrait obéir aux deux règles suivantes : en premier lieu, la géométrie du champ devrait fournir un refroidissement « Sisyphe » multidimensionnel efficace, et en deuxième lieu, la polarisation lumineuse devrait être circulaire au fond des puits de potentiel afin que les temps caractéristiques de piégeage soient suffisamment longs, pour que les largeurs radiatives des niveaux de vibration soient petites devant leur écartement (ce qui est une condition nécessaire à leur observation) [36]. La dernière règle résulte du fait qu'un atome ayant une fonction d'onde externe fortement confinée (régime Lamb-Dicke) n'a qu'une faible probabilité de s'échapper d'un puits associé à un sous-niveau Zeeman pour lequel $|m_z| = J_g$ (où J_g est la valeur du moment cinétique de l'état fondamental) en absorbant un photon de la polarisation circulaire minoritaire. En fait, un réseau optique peut être réalisé même en dehors du régime de validité de cette condition ; l'observation de transitions Raman entre niveaux vibrationnels est néanmoins plus délicate, du fait de l'absence de l'affinement des raies vibrationnelles qui a lieu dans le régime Lamb-Dicke.¹⁰

On peut classer les réseaux optiques pour lesquels les atomes sont localisés dans des puits de potentiel correspondant à $|m_z| = J_g$ en deux catégories. La première catégorie correspond au cas où les atomes ont la même probabilité d'occuper un puits associé à $m_z = J_g$ qu'un puits associé à $m_z = -J_g$. Dans ce cas, les deux orientations opposées du moment magnétique sont équiprobables et ces réseaux seront appelés « *antiferromagnétiques* ». Par exemple, la configuration *lin*⊥*lin* 1D donne lieu à un réseau antiferromagnétique [29]. Dans la deuxième catégorie, on s'attend à ce que les atomes soient piégés dans des puits correspondant à un seul nombre quantique magnétique (soit $m_z = J_g$, soit $m_z = -J_g$). Les atomes localisés ont par conséquent le même moment magnétique ; ces réseaux sont appelés « *ferromagnétiques* ». La configuration MASE 1D est un exemple de réseau ferromagnétique [37].¹¹

La première observation expérimentale d'un réseau optique 2D fut réalisée en 1993 par Andreas HEMMERICH et Theodor HÄNSCH à Munich [30], en utilisant deux ondes stationnaires orthogonales entre elles, qui avaient une différence de phase bien contrôlée. Dans ce type d'expérience, le verrouillage de phase est essentiel afin d'obtenir un réseau dans lequel la polarisation est circulaire au fond des puits de potentiel. D'ailleurs, les transitions Raman entre états vibrationnels ont seulement été observées au voisinage de cette valeur particulière de la phase. Quelques mois plus

10. Des transitions vibrationnelles dans un réseau où les puits de potentiel ne correspondent pas à des polarisations circulaires de la lumière ont été observées récemment dans notre équipe par Cécile ROBILLIARD *et al.* [53, 41].

11. Une étude détaillée des propriétés magnétiques des réseaux optiques sera proposée au chap. III de ce mémoire. Nous pouvons noter, à présent, que les termes « ferromagnétique » ou « antiferromagnétique » se réfèrent simplement à l'*ordre* imposé par la lumière et non aux propriétés magnétiques proprement dites du réseau.

tard, un autre type de réseau 2D a été obtenu par les équipes de Gilbert GRYNBERG et Christophe SALOMON à l'ENS à Paris [39], en utilisant trois ondes progressives. Dans ce cas, la topographie du potentiel et de la polarisation lumineuse est indépendante des phases des différents faisceaux. Un changement de phase a pour seule conséquence une translation globale du réseau sans modifier ses caractéristiques. La même idée fut appliquée avec succès à trois dimensions, conduisant à l'observation d'un réseau 3D engendré par quatre ondes progressives qui ne se propageaient pas dans le même plan [39]. Malgré le fait que la réalisation de ces réseaux soit expérimentalement d'un grand intérêt, grâce à l'absence de sensibilité aux fluctuations de phase, des réseaux 3D fournissant un piégeage efficace d'atomes peuvent aussi être réalisés en utilisant plus de quatre ondes progressives, à condition de contrôler la phase relative des faisceaux, comme cela a été montré par l'équipe de HÄNSCH à Munich dans le cas d'un réseau 3D généré par trois ondes stationnaires mutuellement orthogonales [38]. Dans le cas où l'on emploie le nombre *minimal* de faisceaux pour réaliser un réseau optique (3 faisceaux à 2D et 4 faisceaux à 3D), il existe une multitude de choix en ce qui concerne les polarisations des faisceaux, aussi bien que leurs directions de propagation. Nous décrirons essentiellement ce dernier type de réseaux optiques dans ce mémoire.

La façon la plus simple d'imaginer une configuration 3D est de partir d'une configuration initiale 1D ($lin \perp lin$, MASE, $\sigma^+ - \sigma^-$) et de diviser les faisceaux incidents. Par exemple, un tel réseau 3D a été réalisé dans notre laboratoire en divisant les deux faisceaux contra-propageants de la configuration 1D $lin \perp lin$ dans deux plans orthogonaux [54]. Nous généraliserons cette méthode, au cours de ce chapitre, et nous présenterons diverses configurations de réseaux pouvant être réalisées en utilisant cette procédure.

I.3 Considérations de symétrie en physique cristalline

Nous traitons dans cette section des propriétés géométriques du cristal parfait en rappelant, de façon succincte, les notions de base de cristallographie dont nous aurons besoin au cours de ce mémoire.¹² Nous présentons les différents réseaux de Bravais existant à deux et à trois dimensions suivant le groupe de symétrie du cristal, et nous introduisons les notions de motif, de maille cristalline et de réseau réciproque.

I.3.a Symétrie de translation

En physique du solide, un cristal parfait est considéré comme étant généré par la répétition régulière et infinie dans l'espace d'unités structurales identiques. Cette répétition définit un réseau de Bravais. Un réseau est donc un ensemble infini de

12. Nous renvoyons pour une lecture plus approfondie aux ouvrages élémentaires de physique cristalline [55, 56], ou encore aux ouvrages plus spécialisés de cristallographie [57, 58].

points discrets avec un arrangement et une orientation qui paraissent identiques lorsqu'ils sont vus de n'importe quel point de cet ensemble. Ces points sont repérés par :

$$\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3 \quad (n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}) \quad (\text{I.1})$$

L'opération de symétrie qui consiste en un déplacement du cristal par rapport à lui-même d'une quantité \mathbf{R} définit une translation et $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ sont les vecteurs primitifs de translation à 3D. L'ensemble de telles opérations pour toutes les valeurs entières de n_1, n_2 et n_3 engendre le groupe des translations du cristal. Il faut souligner, à ce niveau, la distinction fondamentale entre un réseau et un cristal : un cristal est formé en associant à chaque nœud du réseau un assemblage de base, ou *motif*, identique dans sa composition et son orientation. Par conséquent, le motif est défini par un ensemble de points discrets de type :

$$\mathbf{r}_i = \alpha_i \mathbf{a}_1 + \beta_i \mathbf{a}_2 + \gamma_i \mathbf{a}_3 \quad \text{avec } 0 \leq \alpha_i, \beta_i, \gamma_i \leq 1 \quad (\text{I.2})$$

Considérons, à titre d'exemple, le sel : le cristal NaCl est un cristal ionique composé d'un réseau de Bravais cubique à faces centrées, et d'un motif constitué d'un ion de sodium (Na^+) et un ion de chlore (Cl^-), séparés d'une demi-diagonale du cube du réseau. Il est clair que la donnée de la nature du réseau (c'est-à-dire la connaissance du groupe de translation du cristal) et du motif associé déterminent de façon unique un cristal.

Une notion très commode, qui permet de se référer à un objet fini, au lieu d'un réseau infini, est la notion de maille. Le volume de l'espace qui, lorsqu'il est translaté le long de *tous* les vecteurs du réseau de Bravais, remplit tout l'espace sans recouvrement constitue une maille primitive ou élémentaire. A chaque maille élémentaire est associé un seul point du réseau. Bien entendu, il n'existe pas un choix unique de la maille élémentaire pour un réseau de Bravais donné. Un choix intuitif de la maille élémentaire à 3D consiste à considérer le prisme construit à partir des vecteurs $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$, c'est-à-dire le volume contenant tous les points \mathbf{r}_i définis par l'Eq. (I.2) (α_i, β_i et γ_i variant de façon continue entre 0 et 1), mais ce choix possède le désavantage de masquer certaines propriétés de symétrie du réseau. Pour éviter cela, on associe à chaque réseau une maille conventionnelle. Une maille conventionnelle est une région d'espace qui, lorsqu'elle est translatée le long d'un *sous-ensemble* de vecteurs du réseau de Bravais remplit tout l'espace sans recouvrement. Cette maille est généralement plus grande que la maille primitive et met en valeur toutes les propriétés de symétrie requises. Par exemple, dans le cas d'un réseau cubique à faces centrées, la maille élémentaire est un rhomboèdre construit à partir de trois vecteurs de même longueur, faisant un angle de 60° entre eux, alors que la maille conventionnelle est un cube à faces centrées. Il s'agit de deux représentations équivalentes du même réseau cubique, néanmoins la maille conventionnelle possède l'avantage d'exhiber les éléments de symétrie du groupe du cube, ce qui n'est pas le cas de la maille élémentaire.

I.3.b Groupes de symétrie

Hormis la translation, il existe d'autres opérations de symétrie ponctuelle laissant un réseau invariant. On peut classer les éléments de symétrie dans différentes catégories :¹³

- les axes de rotation ;
- les réflexions par un plan (miroirs) ;
- les centres d'inversion ;
- les axes d'inversion-rotation.

L'ensemble des opérations de symétrie qui laissent un réseau invariant forment un groupe. Il s'agit du groupe ponctuel du réseau. A deux dimensions, la combinaison des rotations permises (rotations autour d'un point d'angle $2\pi/n$ avec $n = 1, 2, 3, 4$ ou 6) et des réflexions par rapport à un plan donne lieu à 10 groupes cristallographiques. A trois dimensions, on peut montrer qu'il existe 32 groupes cristallographiques distincts.¹⁴ Ces groupes ponctuels peuvent être ensuite classés en différents *systèmes cristallins*, selon la nature des réseaux sur lesquels ils agissent.¹⁵ On obtient ainsi 4 systèmes à deux dimensions et 7 systèmes à trois dimensions.

LES 4 SYSTÈMES CRISTALLINS À 2D	
Carré (1)	$ a_1 = a_2 , \gamma = 90^\circ$
Hexagonal (1)	$ a_1 = a_2 , \gamma = 120^\circ$
Rectangulaire (2)	$ a_1 \neq a_2 , \gamma = 90^\circ$
Oblique (1)	$ a_1 \neq a_2 , \gamma \neq 90^\circ, 120^\circ$

TAB. I.1 - Les différents systèmes cristallins 2D classés par ordre de symétrie décroissant. Entre parenthèses on donne le nombre de réseaux de Bravais appartenant au système considéré. a_1 et a_2 sont les vecteurs primitifs de translation. L'angle γ est l'angle entre ces deux vecteurs.

Il n'existe pas une infinité de réseaux de Bravais pour un système cristallin donné. En effet, si l'on applique les opérations de symétrie de tous les groupes ponctuels du système aux sites d'un réseau, on trouve un nombre précis de réseaux distincts pour chaque système. Ainsi, le nombre total de réseaux s'élève à 5 à deux dimensions et à 14 dans le cas tridimensionnel. Les tableaux I.1 et I.2 présentent une classification

13. Il existe bien entendu des opérations de symétrie composées, consistant en une combinaison entre deux ou plusieurs opérations élémentaires. Citons par exemple le vissage qui consiste en une rotation suivie d'une translation parallèle à l'axe de la rotation.

14. Nous ne nous étendrons pas sur le sujet. Pour une discussion plus complète on peut par exemple consulter [55] (p. 119).

15. Le terme « système cristallin » est employé comme une classification se référant aux relations qui existent entre les vecteurs primitifs de la maille conventionnelle.

des différents systèmes cristallins par ordre de symétrie décroissant. Notons que pour chaque système cristallin de ces tableaux, nous avons donné le nombre de réseaux de Bravais associés. Par exemple, il existe trois réseaux de Bravais associés au système cubique. Ceux-ci correspondent respectivement à une maille primitive cubique, une maille cubique centrée et une maille cubique à faces centrées.

LES 7 SYSTÈMES CRISTALLINS À 3D	
Cubique (3)	$ \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Hexagonal (1)	$ \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 \neq \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma = 120^\circ$
Tetragonal (2)	$ \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 \neq \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Trigonal (1)	$ \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = \gamma < 120^\circ, \neq 90^\circ$
Orthorhombique (4)	$ \mathbf{a}_1 \neq \mathbf{a}_2 \neq \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoclinique (2)	$ \mathbf{a}_1 \neq \mathbf{a}_2 \neq \mathbf{a}_3 , \alpha = \beta = \gamma$
Triclinique (1)	$ \mathbf{a}_1 \neq \mathbf{a}_2 \neq \mathbf{a}_3 , \alpha \neq \beta \neq \gamma$

TAB. I.2 - Les différents systèmes cristallins 3D classés par ordre de symétrie décroissant. Entre parenthèses on donne le nombre de réseaux de Bravais appartenant au système considéré. $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ et \mathbf{a}_3 sont les vecteurs de translation de la maille conventionnelle du réseau. α est l'angle entre \mathbf{a}_2 et \mathbf{a}_3 , β est l'angle entre \mathbf{a}_3 et \mathbf{a}_1 , et γ est l'angle entre \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 .

Les propriétés d'un objet physique donné (que ce soit un cristal ou un réseau optique) sont étroitement liées aux symétries particulières qui caractérisent l'objet considéré. Par exemple, la nature de la liaison interatomique dans un cristal détermine en parties la nature du réseau. Ainsi, la plupart des métaux cristallisent dans des systèmes cubiques ou hexagonaux, les cristaux covalents sont rencontrés dans des structures où les atomes se répartissent selon des tétraèdres avec quatre premiers voisins, alors que les cristaux ioniques tendent à favoriser des structures conduisant à un nombre de premiers voisins plus élevé. De la même façon, dans un réseau optique, la nature et les propriétés du réseau dépendront du degré de symétrie de la géométrie des faisceaux lasers incidents, ainsi que du type du mécanisme de refroidissement impliqué.

I.3.c Réseau réciproque

Le réseau réciproque est un objet géométrique invariant qui est associé à tout réseau de Bravais. Il existe une correspondance unique entre l'espace direct et l'espace réciproque. En fait, l'espace réciproque est formellement l'espace dual associé à l'espace direct d'un réseau de Bravais. Par conséquent, les générateurs des translations dans l'espace réciproque \mathbf{a}_i^* ($i = 1, 2, 3$ à 3D) sont définis relativement aux vecteurs de base du réseau direct par :

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j^* = 2\pi\delta_{ij} \quad (\text{I.3})$$

où $\delta_{ii} = 1$ et $\delta_{ij} = 0$, pour $i \neq j$. Il faut noter que le réseau réciproque est également un réseau de Bravais et qu'il possède des propriétés de symétrie analogues à celles du réseau direct. En d'autres termes, le réseau direct et le réseau réciproque appartiennent au même système cristallin (cf. tableaux I.1 et I.2). La nature des deux réseaux peut être néanmoins différente. Cet aspect est illustré à l'aide du tableau I.3 pour les 14 réseaux spatiaux de Bravais à trois dimensions. Ce tableau fournit la nature du réseau réciproque pour chaque réseau de Bravais. Les lignes du tableau contiennent les 7 systèmes cristallins de l'espace tridimensionnel, les colonnes décrivant la nature du réseau à l'intérieur de chaque système. On distingue quatre types de réseaux, selon la nature de la maille conventionnelle. Ces réseaux sont respectivement notés: P: pour une maille primitive, I: pour une maille centrée, C: pour une maille à faces partiellement centrées et F: pour une maille conventionnelle à faces centrées. De cette façon, l'élément (i, j) du tableau fournit la nature du réseau réciproque au réseau de Bravais appartenant au système i et ayant une maille conventionnelle de type j . Par exemple, le réseau réciproque du réseau cubique à faces centrées (F) est un réseau cubique centré (I) et vice versa.

RÉSEAUX RÉCIPROQUES DES RÉSEAUX DE BRAVAIS À 3D				
Réseau dans l'espace direct	P	I	C	F
Cubique	P	F	-	I
Hexagonal	P	-	-	-
Tetragonal (Quadratique)	P	I	-	-
Trigonal (Rhomboédrique)	P	-	-	-
Orthorhombique	P	F	C	I
Monoclinique	P	-	C	-
Triclinique	P	-	-	-

TAB. I.3 - Nature des réseaux réciproques des différents réseaux de Bravais 3D. Chaque ligne représente un des 7 systèmes cristallins à 3D. Chaque colonne est associée à la nature de la maille du réseau dans l'espace direct. L'élément (i, j) du tableau fournit la nature du réseau réciproque au réseau de Bravais appartenant au système i et ayant une maille conventionnelle de type j . P: maille primitive, I: maille centrée, C: maille à faces partiellement centrées, F: maille à faces centrées. Les traits horizontaux signifient que le réseau direct n'existe pas. Noter que le réseau trigonal primitif est traditionnellement noté Trigonal R (au lieu de P), du fait que la maille élémentaire est un rhomboèdre.

La notion de réseau réciproque est particulièrement utilisée, en physique du solide, dans l'interprétation des expériences de diffraction de rayons X et en théorie quantique des métaux. Nous allons montrer qu'il s'agit également d'un concept essentiel dans le cadre des réseaux optiques.

I.4 Périodicité spatiale d'un réseau optique

Comme dans le cas d'un cristal, pour comprendre entièrement les caractéristiques géométriques d'un réseau optique, il faut déterminer d'une part la nature du réseau de Bravais et d'autre part le motif à l'intérieur d'une maille élémentaire. La détermination du motif signifie, dans le cas des réseaux optiques, détermination de la position des puits de potentiel et de la nature de la polarisation de la lumière au fond de ces puits. Les faisceaux incidents sont caractérisés par leurs directions de propagation \mathbf{k}_i et leurs polarisations \mathbf{e}_i . En fait, nous allons montrer dans le paragraphe suivant que la périodicité spatiale dépend seulement des vecteurs d'onde \mathbf{k}_i , alors que le motif dépend aussi de \mathbf{e}_i . Par conséquent, modifier la polarisation lumineuse, tout en laissant les \mathbf{k}_i inchangés, revient à changer de motif tout en préservant la nature du réseau au sens cristallographique.

I.4.a Détermination du réseau réciproque

Nous avons mentionné au § I.3 que le réseau réciproque est un concept très utile en physique de l'état solide, en particulier pour la détermination des directions de diffraction de Bragg. Nous avons vu également qu'il existe une correspondance unique entre l'espace direct et l'espace réciproque et que, de ce fait, le réseau direct peut être déterminé connaissant la nature du réseau réciproque. Montrons maintenant que la détermination du réseau réciproque est particulièrement simple pour les réseaux optiques. Pour cela, considérons une expérience de diffraction de Bragg au cours de laquelle un faisceau sonde de faible intensité, ayant un vecteur d'onde \mathbf{k}_s , est envoyé sur le réseau.¹⁶ Nous savons par la physique du solide que les directions de Bragg (directions dans lesquelles les faisceaux diffractés par le milieu interfèrent de façon constructive) sont données par [55] :

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_s + \mathbf{K} \quad (\text{I.4})$$

\mathbf{k}_d étant le vecteur d'onde du photon diffracté ($|\mathbf{k}_d| = |\mathbf{k}_s|$ car la diffusion est élastique) et où \mathbf{K} est un vecteur du réseau réciproque.

Du point de vue de l'optique non linéaire, ce mécanisme de diffraction dans un réseau optique est équivalent à un processus de mélange à plusieurs ondes, car le réseau est induit par la lumière. Une émission cohérente a donc lieu dans des directions dans lesquelles la condition *d'accord de phase*¹⁷ est vérifiée pour le processus du mélange d'ondes :

$$(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_d) - \sum_{l=2}^N n_l (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_l) = \mathbf{0} \quad (\text{I.5})$$

16. Récemment, deux telles expériences ont été réalisées, pour deux types de réseaux différents, par les équipes de W. PHILLIPS au NIST [34] et celle de T. HÄNSCH à Munich [35].

17. La condition d'accord de phase s'écrit [59] : $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{0}$. Dans l'Eq. (I.5) le second terme décrit un processus de redistribution de photons parmi les N ondes \mathbf{k}_i qui engendrent le réseau.

où $n_i \in \mathbb{N}$. On peut conclure, en comparant les relations (I.4) et (I.5), que les $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$, $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)$, etc. sont des vecteurs de base du réseau réciproque. De cette façon, dans un cas 1D, le réseau réciproque est généré par le vecteur $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) = -2\mathbf{k}_1$. Dans un cas 2D, le réseau réciproque est généré par les deux vecteurs $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$ et $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)$. Dans un cas 3D, les vecteurs $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$, $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)$ et $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4)$ sont des vecteurs unitaires du réseau réciproque. De manière plus générale, on peut dire que les translations dans l'espace réciproque d'un réseau créé par N faisceaux sont engendrées par des vecteurs de type :

$$\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j, \text{ où } i > j \text{ et } i, j = 1, \dots, N \quad (\text{I.6})$$

(ces vecteurs n'étant généralement pas linéairement indépendants). Dans le cas général, il n'existe pas de choix de base privilégié. Dans ce qui suit, nous utiliserons de manière préférentielle une base de l'espace réciproque mettant en évidence la nature du réseau de Bravais. Plusieurs exemples de détermination du réseau de Bravais pour des configurations 2D et 3D sont exposés aux § I.4.b et § I.4.c.

I.4.b Procédure de séparation des faisceaux d'une configuration unidimensionnelle

Nous allons considérer à présent une configuration 1D qui consiste en deux faisceaux se propageant en sens opposés le long de l'axe Oz [Fig. I.4(a)], et nous allons montrer comment construire des réseaux bi- et tridimensionnels en séparant un ou deux des faisceaux incidents en deux ou trois parties.

i) Configurations bidimensionnelles

Considérons la configuration où le faisceau se propageant le long de la direction $-\mathbf{k}$ de la Fig. I.4(a) est séparé en deux parties. Même s'il n'est pas indispensable d'effectuer une séparation symétrique par rapport à l'axe Oz pour créer un réseau optique, nous allons restreindre notre étude au cas simple où les directions de propagation des deux faisceaux dérivés sont symétriques par rapport à la direction initiale de propagation [Fig. I.4(b)]. Les vecteurs d'onde des trois faisceaux sont respectivement donnés par :

$$\mathbf{k}_1 = k \mathbf{e}_z \quad (\text{I.7a})$$

$$\mathbf{k}_2 = k \sin \vartheta \mathbf{e}_y - k \cos \vartheta \mathbf{e}_z \quad (\text{I.7b})$$

$$\mathbf{k}_3 = -k \sin \vartheta \mathbf{e}_y - k \cos \vartheta \mathbf{e}_z \quad (\text{I.7c})$$

où $0 < \vartheta < \pi$. Il faut noter qu'il est possible de réaliser un réseau lorsque $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ [Fig. I.4(c)]. Pour ces dernières valeurs de ϑ , l'atome subira une force de pression de radiation le long de Oz . Cependant, la force réactive associée aux déplacements lumineux devrait être dominante pour des valeurs de $|\Delta|/\Gamma$ suffisamment grandes ($\Delta = \omega_L - \omega_0$ étant le désaccord laser à résonance et Γ étant la largeur naturelle

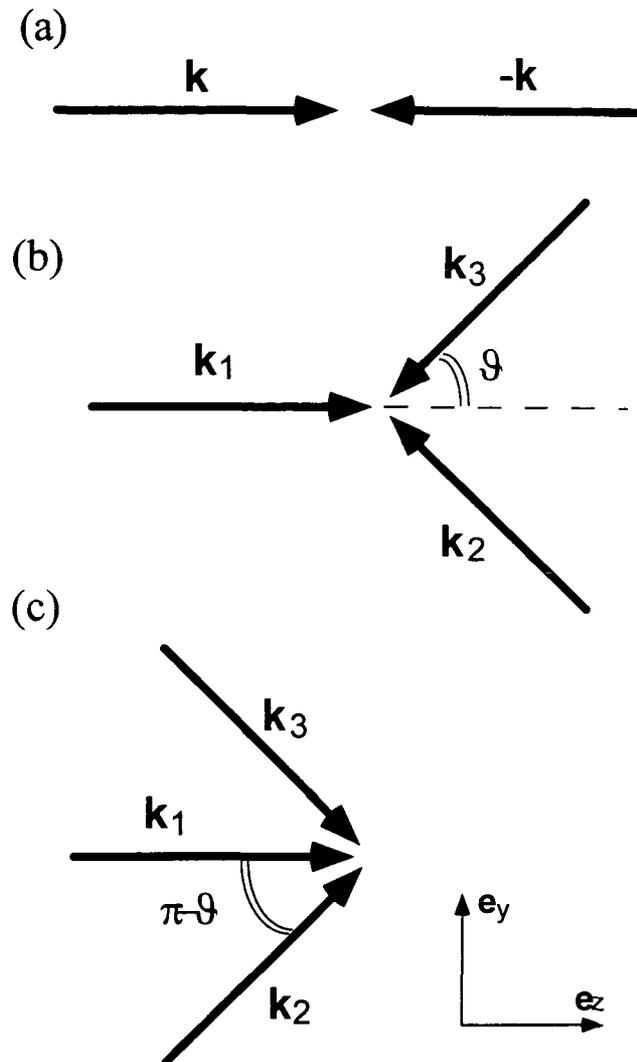


FIG. I.4 - Configurations 2D déduites d'une configuration 1D. (a) Configuration 1D de départ. (b) Configuration obtenue en séparant un des deux faisceaux initiaux en deux parties. (c) Configuration 2D correspondant à des angles élevés entre faisceaux.

de l'état excité). Nous étudierons l'effet de la pression de radiation dans un exemple plus précis au § I.5.a.

Dans la suite, nous allons employer les notations plus commodes :

$$K_{\perp} = \frac{2\pi}{\lambda_{\perp}} = k \sin \vartheta, \quad K_{\parallel} = \frac{2\pi}{\lambda_{\parallel}} = k \left(\frac{1 + \cos \vartheta}{2} \right) \quad (\text{I.8})$$

Les conclusions du § I.4.a, en particulier la relation (I.6), permettent la détermination des vecteurs primitifs du réseau réciproque :

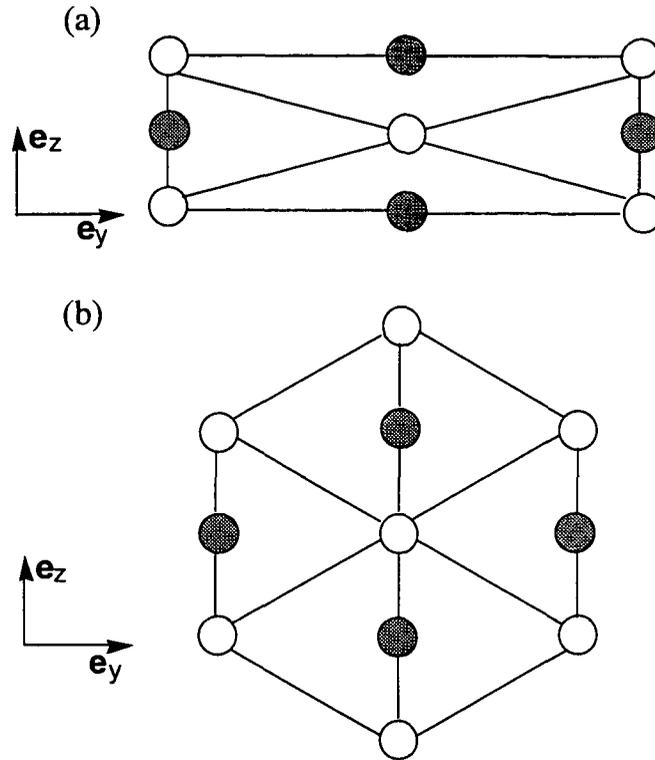


FIG. I.5 - Nature du réseau 2D, selon les valeurs de l'angle entre les directions de propagation des faisceaux incidents ϑ . (a) Réseau rectangulaire centré obtenu dans le cas général. (b) Réseau hexagonal obtenu dans le cas particulier où les directions de propagation des faisceaux font entre elles des angles de 120° . Le motif est constitué de deux sites adjacents selon Oz , associés à des polarisations circulaires opposées de la lumière (représentés par des niveaux de gris différent). Ce motif correspond à une généralisation 2D de la configuration $lin \perp lin$.

$$\mathbf{a}_1^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 = K_{\perp} \mathbf{e}_y - 2K_{\parallel} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.9a})$$

$$\mathbf{a}_2^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 = 2K_{\perp} \mathbf{e}_y \quad (\text{I.9b})$$

Comme il a été souligné précédemment, le choix de ces vecteurs n'est pas unique. Nous avons opté pour ce choix de \mathbf{a}_1^* et \mathbf{a}_2^* , car ils génèrent la maille élémentaire d'un

réseau rectangulaire centré dans l'espace réciproque. En utilisant la transformation algébrique (I.3), nous déduisons les vecteurs de base \mathbf{a}_i de la maille primitive dans l'espace direct :

$$\mathbf{a}_1 = -\frac{\lambda_{\parallel}}{2} \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\lambda_{\perp}}{2} \mathbf{e}_y + \frac{\lambda_{\parallel}}{4} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.10})$$

L'angle formé par ces deux vecteurs est caractérisé par

$$\cos(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = -\sin \vartheta / \sqrt{2(1 + \cos \vartheta)} \quad (\text{I.11})$$

Il est aisé de voir que, dans le cas le plus général, le réseau 2D ainsi formé est rectangulaire centré. Les paramètres de la maille conventionnelle (*i.e.* les largeurs des deux côtés du rectangle) sont $a = \lambda_{\perp}$ et $b = \lambda_{\parallel}/2$.

Dans le cas particulier où $\vartheta = 60^\circ$, les deux vecteurs primitifs générateurs des translations dans l'espace direct ont des longueurs égales et font un angle entre eux de 120° , ce qui conduit à un réseau hexagonal de côté $a = 2\lambda/3$.¹⁸ Ces résultats sont illustrés, à titre d'exemple, sur la figure I.5, où l'on a représenté une maille du réseau optique (motif compris) obtenu en généralisant à deux dimensions la configuration *lin* \perp *lin*. Les caractéristiques de ce type de configuration seront détaillées dans le § I.5.a.

ii) Configurations tridimensionnelles « en parapluie »

Pour obtenir une configuration 3D, il est possible de diviser l'un des deux faisceaux de la configuration 1D en trois [Fig. I.6(a)]. Même si une séparation symétrique du faisceau n'est pas indispensable, nous examinerons seulement le cas de trois vecteurs d'onde faisant un angle ϑ commun avec l'axe Oz ($0 < \vartheta < \pi$). En choisissant $\phi_n = 2n\pi/3$, où $n = 0, 1, 2$, pour les angles azimuthaux de ces trois faisceaux, les quatre vecteurs d'onde incidents sont :

$$\mathbf{k}_n = -k \sin \vartheta \cos \phi_n \mathbf{e}_x - k \sin \vartheta \sin \phi_n \mathbf{e}_y + k \cos \vartheta \mathbf{e}_z, \quad n = 0, 1, 2 \quad (\text{I.12a})$$

$$\mathbf{k}_3 = -k \mathbf{e}_z \quad (\text{I.12b})$$

En utilisant les notations K_{\perp} et K_{\parallel} introduites par l'Eq. (I.8), nous pouvons exprimer les vecteurs de base d'une maille élémentaire du réseau réciproque :

$$\mathbf{a}_1^* = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_3 = -K_{\perp} \mathbf{e}_x + 2K_{\parallel} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.13a})$$

$$\mathbf{a}_2^* = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3 = \frac{1}{2}K_{\perp} \mathbf{e}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}K_{\perp} \mathbf{e}_y + 2K_{\parallel} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.13b})$$

$$\mathbf{a}_3^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 = \frac{1}{2}K_{\perp} \mathbf{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}K_{\perp} \mathbf{e}_y + 2K_{\parallel} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.13c})$$

18. Cette dernière géométrie est celle de l'expérience 2D réalisée à Paris en 1993 [39] (voir § I.5.a.iii).

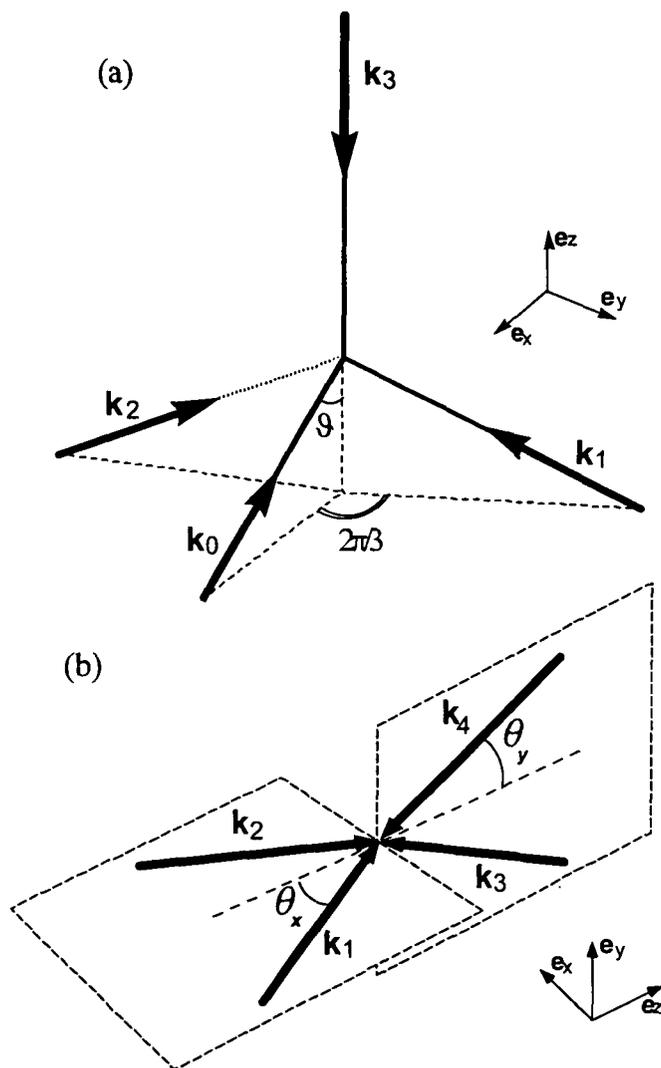


FIG. I.6 - Configurations 3D réalisées à partir de la configuration 1D de départ [Fig. I.4(a)]. (a) Configuration en « parapluie » : l'un des faisceaux initiaux est divisé en trois parties ; le faisceau se propageant en sens opposé n'est pas modifié. (b) Configuration en tétraèdre : chacun des deux faisceaux initiaux est séparé en une paire de faisceaux, les deux paires se propageant dans des plans perpendiculaires.

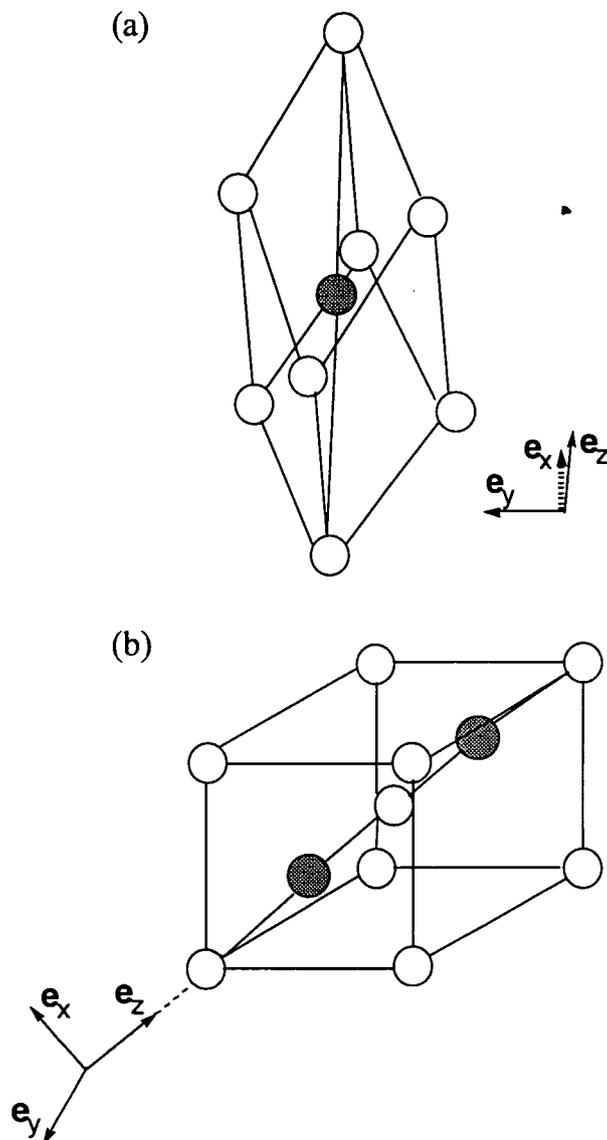


FIG. I.7 - Nature du réseau 3D obtenu par une division des faisceaux de type « parapluie ». (a) Réseau trigonal obtenu dans le cas général. (b) Réseau cubique centré obtenu dans le cas particulier où les trois faisceaux se propagent selon les axes de symétrie ternaire d'un tétraèdre régulier. Le motif particulier correspond à une généralisation de la configuration $lin \perp lin$ du champ électrique : les deux niveaux de gris représentent des sites de polarisation circulaire opposée.

Ces trois vecteurs ont la même longueur et font le même angle α entre eux, pour toute valeur de ϑ .¹⁹ On voit donc que la maille élémentaire du réseau réciproque correspond à un rhomboèdre (cf. Tab. I.2, p. 27). L'expression de l'angle α en fonction de ϑ est donnée par :

$$\cos \alpha = \frac{1}{4} \left(\frac{3 \cos^2 \vartheta + 4 \cos \vartheta + 1}{1 + \cos \vartheta} \right) \quad (\text{I.14})$$

Il en résulte que, dans un cas général, le réseau réciproque est trigonal. Dans le cas particulier où $\cos \vartheta = \frac{1}{3}$, on trouve à l'aide de (I.14) que $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ et que la maille élémentaire du réseau réciproque est associée à une maille conventionnelle cubique à faces centrées. De façon analogue, lorsque $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, ce qui correspond à $\cos \vartheta = -\frac{7}{9}$, le réseau réciproque est cubique centré. Cette discussion, transposée

Valeur de ϑ	Réseau	Paramètre de maille
ϑ	Trigonal (R)	$\lambda/\sqrt{2}(1 + \cos \vartheta)$
$\arccos(\frac{1}{3})$	Cubique (I)	$\sqrt{3}\lambda/2$
$\arccos(-\frac{7}{9})$	Cubique (F)	$3\sqrt{3}\lambda/2$

TAB. I.4 - Nature du réseau optique en fonction de la valeur de ϑ . Les paramètres de la maille conventionnelle sont précisés dans chaque cas.

dans l'espace direct,²⁰ permet de déduire la nature du réseau optique. Par conséquent, dans le cas le plus général, le réseau de Bravais est trigonal. Une structure cubique centrée est obtenue lorsque les faisceaux se propagent le long des axes de symétrie ternaire d'un tétraèdre régulier (*i.e.*, lorsque $\cos \vartheta = \frac{1}{3}$).²¹ Enfin, une géométrie de faisceaux pour laquelle $\cos \vartheta = -\frac{7}{9}$ conduit à un réseau cubique à faces centrées. Toutes ces conclusions sont résumées dans le tableau I.4. Ce tableau fournit, par ailleurs, le paramètre de la maille conventionnelle dans chaque cas. Les figures I.7(a) et I.7(b) exposent la nature du réseau optique avec le motif particulier qui correspond à une généralisation 3D de la configuration $lin \perp lin$.

iii) Configurations tridimensionnelles obtenues en divisant les deux faisceaux

Au lieu de garder l'un des deux faisceaux de la configuration 1D inchangé et de diviser le faisceau se propageant en sens opposé en trois parties, il est également possible de scinder chacun des deux faisceaux [cf. Fig. I.6(b)]. Ici aussi, nous allons nous restreindre au cas relativement symétrique où l'onde de la figure I.4(a) (p. 31) se propageant selon \mathbf{k} est séparée en deux ondes qui se propagent dans le plan xOz et

19. La valeur de l'angle α dépend, bien entendu, de la valeur de ϑ .

20. On peut par exemple faire usage du tableau I.3 (p. 28).

21. Noter que dans ce cas, la géométrie des faisceaux est identique à celle de l'expérience 3D réalisée à Paris en 1993 [39].

dont les directions de propagation font un angle $2\theta_x$, alors que l'onde se propageant selon $-\mathbf{k}$ est séparée en deux ondes qui se propagent dans le plan yOz et dont les directions de propagation font un angle $2\theta_y$. La configuration étant symétrique par rapport aux plans xOz et yOz , les quatre vecteurs d'onde sont respectivement :

$$\mathbf{k}_1 = k \sin \theta_x \mathbf{e}_x + k \cos \theta_x \mathbf{e}_z \quad (\text{I.15a})$$

$$\mathbf{k}_2 = -k \sin \theta_x \mathbf{e}_x + k \cos \theta_x \mathbf{e}_z \quad (\text{I.15b})$$

$$\mathbf{k}_3 = k \sin \theta_y \mathbf{e}_y - k \cos \theta_y \mathbf{e}_z \quad (\text{I.15c})$$

$$\mathbf{k}_4 = -k \sin \theta_y \mathbf{e}_y - k \cos \theta_y \mathbf{e}_z \quad (\text{I.15d})$$

Dans la suite nous utiliserons les notations plus commodes :

$$K_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = k \sin \theta_x, \quad K_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} = k \sin \theta_y \quad (\text{I.16a})$$

$$K_{\pm} = \frac{2\pi}{\lambda_{\pm}} = k \left(\frac{\cos \theta_x \pm \cos \theta_y}{2} \right) \quad (\text{I.16b})$$

A l'aide de la relation (I.6) du § I.4.a (p. 29), nous pouvons effectuer le choix suivant pour les vecteurs engendrant les translations dans l'espace réciproque :

$$\mathbf{a}_1^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4 = -K_x \mathbf{e}_x + K_y \mathbf{e}_y + 2K_+ \mathbf{e}_z \quad (\text{I.17a})$$

$$\mathbf{a}_2^* = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3 = K_x \mathbf{e}_x - K_y \mathbf{e}_y + 2K_+ \mathbf{e}_z \quad (\text{I.17b})$$

$$\mathbf{a}_3^* = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 = K_x \mathbf{e}_x + K_y \mathbf{e}_y - 2K_+ \mathbf{e}_z \quad (\text{I.17c})$$

On peut se convaincre aisément, à l'aide du tableau I.2 (cf. p. 27), du fait que ce système de vecteurs s'identifie (dans le cas le plus général) aux vecteurs de base de la maille élémentaire d'un réseau orthorhombique centré dans l'espace réciproque. Dans les cas symétriques où $\theta_x = \theta_y$, ce réseau est tétragonal centré. Il existe, de surcroît, deux valeurs particulières des angles pour lesquelles le réseau réciproque est cubique. La première valeur correspond à $\cos \theta_x = \cos \theta_y = 1/\sqrt{5}$, et dans ce cas le réseau réciproque est cubique centré. La deuxième valeur particulière correspond à $\cos \theta_x = \cos \theta_y = 1/\sqrt{3}$. Dans ce cas, le réseau réciproque est cubique à faces centrées. Il n'est cependant pas évident, dans ce dernier cas, de représenter la maille élémentaire rhomboédrique exprimée dans la base $\{\mathbf{a}_1^*, \mathbf{a}_2^*, \mathbf{a}_3^*\}$ donnée ci-dessus. Une autre base de vecteurs primitifs de l'espace réciproque, plus appropriée, serait :

$$\mathbf{a}'_1^* = \mathbf{a}_1^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4 = -K_x \mathbf{e}_x + K_y \mathbf{e}_y + 2K_+ \mathbf{e}_z \quad (\text{I.18a})$$

$$\mathbf{a}'_2^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 = -2K_x \mathbf{e}_x \quad (\text{I.18b})$$

$$\mathbf{a}'_3^* = -\mathbf{a}_3^* = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 = -K_x \mathbf{e}_x - K_y \mathbf{e}_y + 2K_+ \mathbf{e}_z \quad (\text{I.18c})$$

En effet, lorsque $\cos \theta_x = \cos \theta_y = 1/\sqrt{3}$, ces vecteurs ont la même longueur et font entre eux un angle de 60° . Ils génèrent par conséquent le rhomboèdre constituant la maille élémentaire de l'espace réciproque. Les axes principaux de la maille cubique conventionnelle peuvent être obtenus en effectuant une rotation de $3\pi/4$ du système de coordonnées autour de l'axe Oz .

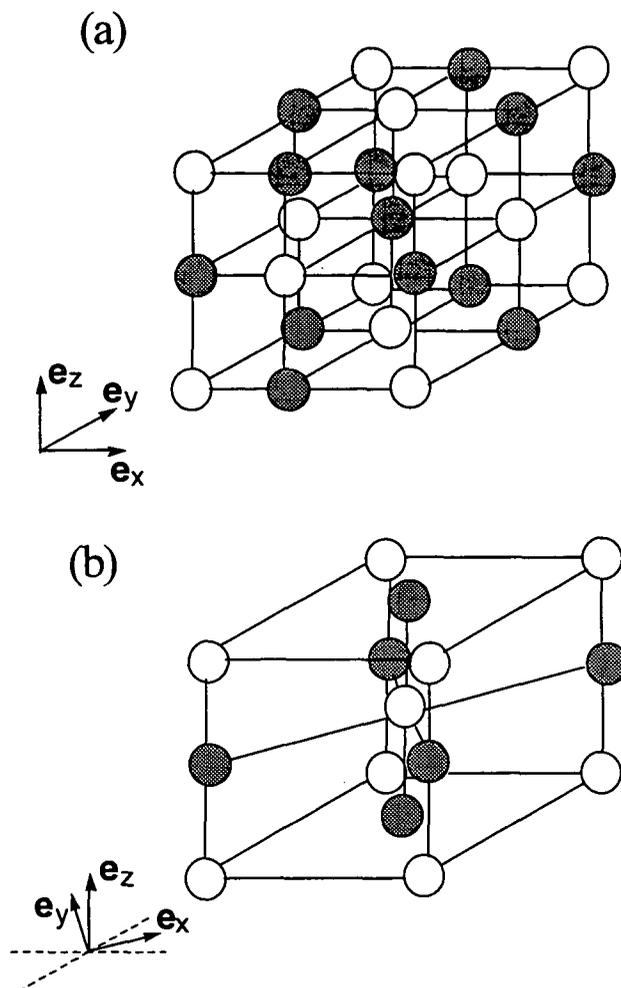


FIG. I.8 - Réseau 3D obtenu par une division des deux faisceaux de la configuration $lin \perp lin$ 1D (division de type tétraèdre). (a) Réseau cubique à faces centrées obtenu dans le cas où $\theta_x = \theta_y = \arccos(1/\sqrt{5})$. (b) Réseau cubique centré obtenu dans le cas particulier où $\theta_x = \theta_y = \arccos(1/\sqrt{3})$. Le motif du réseau correspond à une généralisation de la configuration $lin \perp lin$.

Valeur de θ_x	Valeur de θ_y	Réseau	Paramètres de maille
θ_x	θ_y	Orthorhombique (F)	$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z/2$
θ_x	θ_x	Tetragonal (P)	λ_x
$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$	$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$	Cubique (F)	$\sqrt{5}\lambda/2$
$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	Cubique (I)	$\sqrt{3}\lambda/2$

TAB. I.5 - Nature du réseau optique en fonction des valeurs des angles entre faisceaux. Pour chaque cas, les paramètres de la maille conventionnelle sont précisés.

Ces considérations dans l'espace réciproque permettent de déduire aisément la nature du réseau direct. En effet, on peut conclure que le réseau est orthorhombique à faces centrées dans le cas général. Pour les cas symétriques où $\theta_x = \theta_y$, le réseau est en général tétragonal, alors que les cas particuliers $\cos \theta_x = \cos \theta_y = 1/\sqrt{5}$ et $\cos \theta_x = \cos \theta_y = 1/\sqrt{3}$ donnent respectivement des réseaux cubique à faces centrées et cubique centré.

I.4.c Réseaux et mélasses

Nous avons mentionné au § I.2 l'existence d'une méthode pour généraliser une configuration 1D à 2D ou à 3D, qui est différente de celles que nous avons présentées au § I.4.b. Cette approche consiste à reproduire la situation initiale d'onde stationnaire dans deux ou trois directions. En particulier, les configurations ainsi déduites comportent un nombre de faisceaux *supérieur au nombre minimal*. En d'autres termes, le nombre de paramètres libres (*i.e.* le nombre de phases des ondes incidentes pouvant fluctuer indépendamment) est supérieur au nombre de degrés de liberté.²² Dans cette situation, une fluctuation de la phase relative des ondes incidentes se traduit par une modification profonde de la topographie du potentiel optique.

Nous discutons dans ce paragraphe les propriétés de translation de ce type de réseaux. Ces configurations sont en particulier étudiées à Munich [30, 38] et ne feront pas l'objet de ce mémoire.

i) Configurations bidimensionnelles à quatre faisceaux

Examinons la situation 2D [cf. Fig. I.9(a)] où les quatre vecteurs d'onde sont donnés par

$$\mathbf{k}_1 = k \mathbf{e}_x = -\mathbf{k}_2 \quad (\text{I.19a})$$

$$\mathbf{k}_3 = k \mathbf{e}_y = -\mathbf{k}_4 \quad (\text{I.19b})$$

Les vecteurs du réseau réciproque $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2), \dots, (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_N)$ peuvent être exprimés comme des combinaisons linéaires avec des coefficients entiers de *deux* de ces vecteurs. Nous pouvons choisir par exemple les deux vecteurs

$$\mathbf{a}_1^* = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_2^* = (\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \quad (\text{I.20})$$

comme vecteurs de base du réseau réciproque, car

$$\mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1 = -(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2) = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) - (\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \quad (\text{I.21})$$

et donc ce dernier vecteur n'est pas linéairement indépendant des deux vecteurs de base. La base (I.20) permet de construire la maille élémentaire du réseau réciproque.

²² Dans un espace n -dimensionnel, il existe $n + 1$ degrés de liberté, à savoir les n dimensions spatiales et le temps.

Il s'agit d'un parallélogramme de côtés $2k$ et $\sqrt{2}k$ et d'angle égal à 45° . On peut également représenter ce réseau à l'aide d'une maille carrée de paramètre $\sqrt{2}k$ bâtie sur les vecteurs

$$\mathbf{a}'_1 = (\mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1) \quad \text{et} \quad \mathbf{a}'_2 = \mathbf{a}_2^* = (\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1) \quad (\text{I.22})$$

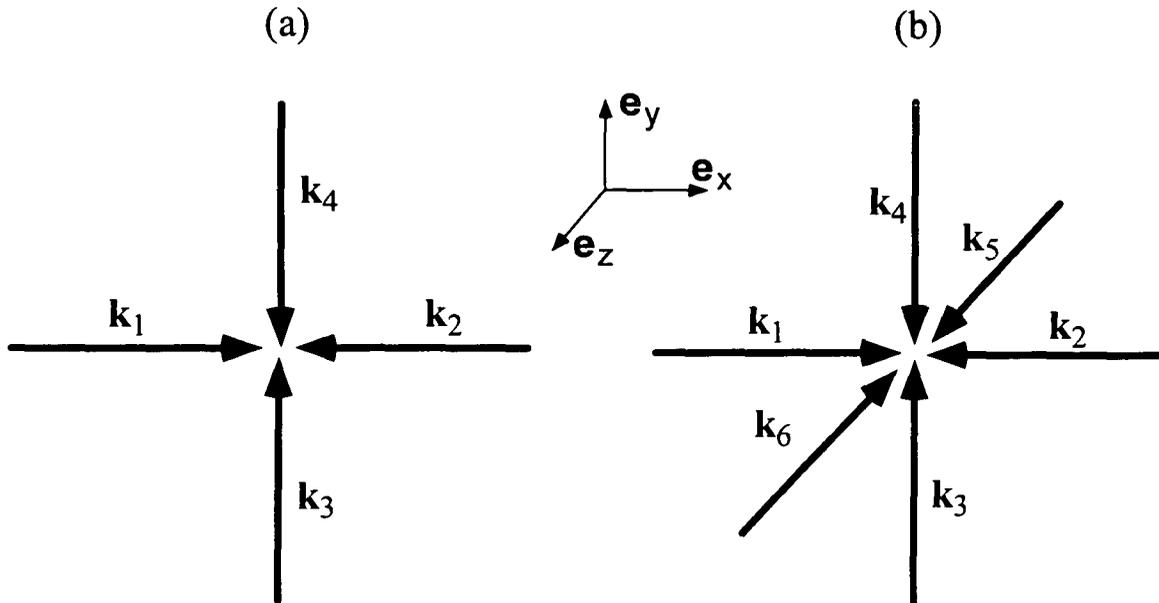


FIG. I.9 - Configurations comportant un nombre de faisceaux supérieur au nombre minimal. (a) configuration 2D à quatre faisceaux. (b) Configuration 3D à six faisceaux. Le choix des vecteurs de base du réseau réciproque est précisé dans le texte.

En passant dans l'espace direct à l'aide de l'Eq. (I.3), nous déduisons que le réseau direct est également carré. Le paramètre de la maille conventionnelle est égal à $\lambda/\sqrt{2}$. Un réseau bidimensionnel de ce type sera exposé au § I.5.a.iv.

En ce qui concerne la périodicité spatiale, il n'existe pas de différence entre une mélasse optique 2D pour laquelle $\mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_4 = -\mathbf{k}_3$ et ces réseaux [30], car les deux situations correspondent au même réseau réciproque. Bien entendu, il ne faut pas oublier que la distribution spatiale des puits de potentiel et de la polarisation de la lumière dépend de la phase relative entre les différents faisceaux et de leurs polarisations respectives, néanmoins les symétries de translation sont les mêmes dans les deux cas.

ii) Configurations tridimensionnelles à six faisceaux

De la même façon que ci-dessus, nous pouvons évaluer la périodicité spatiale des réseaux 3D à six faisceaux [38] dont les directions de propagation [cf. Fig. I.9(b)]

correspondent à :

$$\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2 = k \mathbf{e}_x \quad (\text{I.23a})$$

$$\mathbf{k}_3 = -\mathbf{k}_4 = k \mathbf{e}_y \quad (\text{I.23b})$$

$$\mathbf{k}_5 = -\mathbf{k}_6 = k \mathbf{e}_z \quad (\text{I.23c})$$

Les vecteurs unitaires de la maille élémentaire du réseau réciproque peuvent être choisis de la façon suivante :

$$\mathbf{a}_1^* = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4), \quad \mathbf{a}_2^* = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_5) \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_3^* = (\mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_4) \quad (\text{I.24})$$

A partir de ces vecteurs, on peut construire le rhomboèdre-maille élémentaire d'un réseau cubique à faces centrées dans l'espace réciproque.²³ Il en résulte que le réseau direct est cubique centré (I). Le paramètre de la maille cubique conventionnelle ainsi obtenue est $a = \lambda$. Malgré le fait que la valeur de la phase relative entre faisceaux détermine en grande partie les caractéristiques du potentiel optique, ce type de réseau possède les mêmes propriétés translationnelles qu'une mélasse optique 3D pour laquelle $\mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_4 = -\mathbf{k}_3$ et $\mathbf{k}_6 = -\mathbf{k}_5$.

Mentionnons enfin l'existence de « super-mélasses » tridimensionnelles à six faisceaux. Ce type de système correspond à une mélasse optique pour laquelle les faisceaux ne sont pas alignés [60]. Il est clair que dans ce cas, les propriétés de translation sont différentes de celles présentées ici. En particulier, il n'existe pas de périodicité spatiale dans cette configuration.

I.5 Généralisation de la configuration $lin \perp lin$

Cette section est consacrée à l'étude de différentes généralisations multidimensionnelles de la configuration $lin \perp lin$ 1D. Nous présentons plusieurs extensions possibles à 2D et à 3D de la configuration initiale décrite au § I.1.a. Le potentiel optique est calculé dans le cas d'une transition atomique entre un état fondamental de moment cinétique $J_g = \frac{1}{2}$ et un état excité de moment cinétique $J_e = \frac{3}{2}$. Malgré le fait que la majorité des expériences soient réalisées en utilisant des transitions atomiques entre états de moments cinétiques plus élevés, il s'avère que les mécanismes physiques de base peuvent être très souvent compris à partir de calculs effectués pour cette transition simple. Nous ne donnons pas les expressions détaillées du potentiel, afin d'éviter de compliquer inutilement la présentation. En revanche, le potentiel est illustré dans chaque cas, à l'aide de sections principales ; ceci permet de comprendre les caractéristiques du mouvement atomique.

La forme du champ électrique résultant de la superposition des faisceaux de refroidissement est requise, non seulement pour le calcul du potentiel optique, mais également pour le calcul du spectre de transmission d'une sonde, dans le cas d'une

23. On peut vérifier que les vecteurs de l'Eq. (I.24) ont le même module et font un angle de 60° entre eux.

expérience de spectroscopie pompe-sonde. Nous donnons, par ailleurs, les composantes σ^+ , σ^- et π de la lumière au voisinage des minima du potentiel optique. Ces quantités permettent de trouver les fréquences vibrationnelles et d'évaluer les taux de relaxation pour des atomes localisés au voisinage du fond des puits de potentiel.

Le principe du calcul est comme suit. Nous exprimons en coordonnées cartésiennes le champ électrique total, résultant de la superposition des différents faisceaux incidents, sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_x(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x + E_y(\mathbf{r}) \mathbf{e}_y + E_z(\mathbf{r}) \mathbf{e}_z] e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (\text{I.25})$$

où ω_L est la fréquence commune des ondes incidentes, ou en coordonnées circulaires sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_+(\mathbf{r}) \boldsymbol{\varepsilon}_1 + E_-(\mathbf{r}) \boldsymbol{\varepsilon}_{-1} + E_z(\mathbf{r}) \boldsymbol{\varepsilon}_0] e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (\text{I.26})$$

Rappelons que les vecteurs unitaires en coordonnées circulaires sont définis par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\pm 1} = \mp \frac{(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.27a})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{e}_z \quad (\text{I.27b})$$

En introduisant la polarisation locale $\boldsymbol{\varepsilon}_L(\mathbf{r})$ et l'amplitude locale $E_L(\mathbf{r})$ du champ laser, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ peut aussi être écrit sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E_L(\mathbf{r}) e^{-i\omega_L t} \boldsymbol{\varepsilon}_L(\mathbf{r}) + c.c. \quad (\text{I.28})$$

L'expression du paramètre de saturation de la transition atomique pour ce champ d'amplitude $E_L(\mathbf{r})$ est la suivante :²⁴

$$s(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_R^2(\mathbf{r})/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{I.29})$$

où l'on a fait usage de la définition de la fréquence de Rabi résonnante, caractéristique du couplage entre le dipôle atomique D et le champ laser (le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition atomique étant pris égal à 1) :

$$\Omega_R(\mathbf{r}) = -\frac{DE_L(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (\text{I.30})$$

L'hamiltonien effectif de l'interaction atome-champ peut s'écrire à l'aide de l'opérateur moment dipolaire atomique. Les déplacements lumineux des sous-niveaux du fondamental sont les valeurs propres de cet hamiltonien effectif, défini par [61] :

$$\hat{\Lambda}(\mathbf{r}) = \hbar\Delta'(\mathbf{r}) \left[\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L^*(\mathbf{r}) \right] \left[\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L(\mathbf{r}) \right] \quad (\text{I.31})$$

24. Remarquons qu'en présence d'une seule onde laser d'amplitude $E_L(\mathbf{r}) = E_0$, le paramètre de saturation est noté $s(\mathbf{r}) = s_0$.

avec $\Delta'(\mathbf{r}) = \Delta_s(\mathbf{r})/2$. D'après le théorème de Wigner-Eckart [62, 63], les éléments de matrice de l'opérateur dipolaire $\mathbf{d}^\pm = D \hat{\mathbf{d}}^\pm$ s'écrivent :

$$\langle J_e, m | \boldsymbol{\varepsilon}_q \cdot \mathbf{d}^\pm | J_g, \mu \rangle = D \langle J_e, m | J_g, 1, \mu, q \rangle \quad \text{avec } q = 0, \pm 1 \quad (\text{I.32})$$

En d'autres termes, les éléments de matrice de l'opérateur dipolaire réduit $\hat{d}_q^\pm = \boldsymbol{\varepsilon}_q \cdot \hat{\mathbf{d}}^\pm$, introduit en Eq. (I.31), sont les coefficients de Clebsch-Gordan de la transition considérée.

Le potentiel optique comporte différentes nappes de déplacements lumineux, selon l'état interne de l'atome. Nous adoptons ici une représentation commode du potentiel qui consiste à considérer le minimum des valeurs propres de l'opérateur $\hat{\Lambda}(\mathbf{r})$. Après avoir trouvé les minima du potentiel optique, nous étudions la polarisation de la lumière au voisinage de ces points.

Il faut noter que dans notre approche, nous négligeons les effets de la pression de radiation. Pour les géométries 2D et 3D que nous allons considérer, et contrairement au cas 1D, la pression de radiation totale ne s'annule pas en tout point. Cependant, la partie réactive du couplage atome-champ (caractérisée par l'opérateur des déplacements lumineux) est dominante comparée à la partie dissipative impliquant la pression de radiation, d'un facteur de l'ordre de $|\Delta|/\Gamma$. Etant donné que la plupart des expériences [39, 54] sont effectuées dans un régime où $|\Delta|/\Gamma \gg 1$, une première approche de ces réseaux seulement en termes de potentiel optique paraît raisonnable. Une telle approximation est probablement bonne à l'intérieur des puits de potentiel et permet d'estimer correctement les caractéristiques du mouvement de vibration. Les arguments qualitatifs, que nous donnons ici, seront appuyés par une évaluation de la force de pression de radiation dans un cas particulier (cf. § I.5.a.i).

I.5.a Exemples de réseaux bidimensionnels

A partir de la configuration habituelle $lin \perp lin$ 1D, il existe deux manières différentes pour scinder les faisceaux et réaliser une configuration 2D, en suivant la méthode de la figure I.4(b) de la page 31. La première consiste à diviser le faisceau polarisé selon Oy en deux faisceaux polarisés suivant Oy , se propageant dans le plan xOz et faisant entre eux un angle 2ϑ , alors que le faisceau polarisé en Ox est inchangé [Fig. I.10(a)]. La deuxième façon consiste en une division du faisceau polarisé selon Oy en deux faisceaux se propageant dans le plan yOz et ayant des polarisations linéaires dans ce plan, le faisceau polarisé selon Ox étant inchangé [Fig. I.10(b)]. Nous examinons chaque cas séparément. Nous introduisons également deux autres configurations utilisées dans des expériences récentes, réalisées respectivement à Paris [39] et à Munich [64].

i) Configuration dans le plan xOz

Le cas de la figure I.10(a) est particulièrement simple, car la polarisation du champ est toujours perpendiculaire à Oz . La périodicité spatiale de ce réseau a été

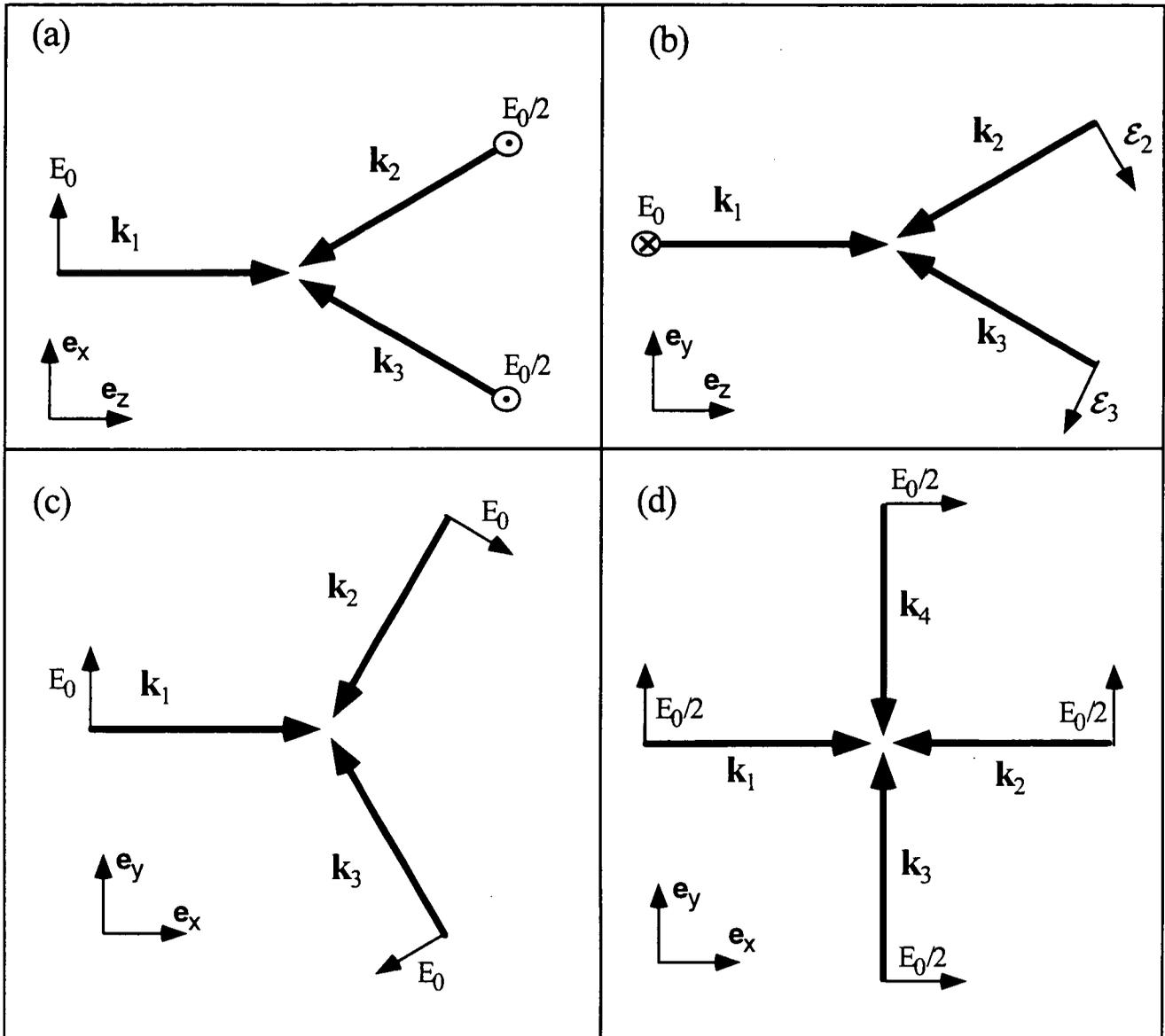


FIG. I.10 - Configurations 2D généralisant la configuration $lin \perp lin$: (a) Configuration dans le plan xOz avec un faisceau polarisé selon x et deux faisceaux polarisés selon y . (b) Configuration dans le plan yOz avec un faisceau polarisé selon x et deux faisceaux polarisés linéairement dans le plan yOz . (c) Configuration dans le plan xOy avec trois faisceaux polarisés linéairement dans le plan xOy . (d) Configuration 2D à quatre faisceaux.

discutée au § I.4.b. Nous allons examiner maintenant le motif associé au réseau pour la configuration de polarisation choisie, ainsi que l'effet de la pression de radiation.

Etude du potentiel optique : Un choix commode des amplitudes des faisceaux, pour obtenir une polarisation circulaire au fond des puits de potentiel, est la suivante : pour le champ polarisé selon Ox , nous prenons une amplitude $\mathcal{E}_1 = E_0$ et pour les champs polarisés selon Oy , nous prenons deux amplitudes égales, données par $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = E_0/2$. Les composantes circulaires du champ électrique, introduites à l'aide de la relation (I.26), sont dans ce cas égales à :

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{ikz} [\cos(K_{\perp}x) e^{-2iK_{\parallel}z} \mp 1] \quad (\text{I.33a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.33b})$$

Comme dans le cas de la configuration $lin \perp lin$ 1D, l'opérateur des déplacements lumineux est diagonal dans la base des sous-niveaux Zeeman du fondamental $|g, \pm\rangle$. L'atome évolue donc en présence d'un bi-potentiel qui peut être donné sous la forme d'une fonction des intensités des composantes circulaires du champ :

$$V_{\pm}(\mathbf{r}) = -\frac{3U_0}{2I_0} \left[I_{\pm}(\mathbf{r}) + \frac{1}{3} I_{\mp}(\mathbf{r}) \right] \quad (\text{I.34})$$

où U_0 est la profondeur des puits de potentiel de la configuration unidimensionnelle de départ [24, 36] :

$$U_0 = -\frac{2}{3} \hbar \Delta' = -\frac{2}{3} \hbar \Delta s_0 \quad (\text{I.35})$$

et où $I_0 = 2E_0^2$. Chacune des deux nappes du potentiel (I.34) est associée à un sous-niveau interne caractérisé par le nombre magnétique $m_z = \pm \frac{1}{2}$. Nous allons considérer la surface de potentiel correspondant à l'énergie minimale [*i.e.* le minimum de l'Eq. (I.34)]. Nous illustrons la topographie du potentiel sur la figure I.11, dans le cas où $\vartheta = 20^\circ$. Les minima du potentiel, représentés par les zones claires de la figure, sont localisés en :

$$\mathbf{R}_{m,n} = m \frac{\lambda_{\perp}}{2} \mathbf{e}_y + n \frac{\lambda_{\parallel}}{4} \mathbf{e}_z \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.36})$$

Plus explicitement, nous pouvons distinguer deux sortes de sites relativement à la polarisation lumineuse : $\mathbf{R}_{m,n}^{(-)}$ correspondant à $m+n$ pair, et $\mathbf{R}_{m,n}^{(+)}$ correspondant aux valeurs impaires de $m+n$. Comme on peut voir aisément à l'aide de Eq. (I.33a), la lumière est polarisée respectivement σ^- et σ^+ en ces points. Le motif de base²⁵ du réseau optique est donc composé de deux minima adjacents selon Oz , distants

25. Par « motif de base » nous entendons simplement l'ensemble des puits de potentiel où les atomes sont susceptibles d'être localisés. Il est clair que le motif global d'un réseau optique dépend aussi de la nature de la polarisation du champ électrique en dehors de ces points.

de $\lambda_{\parallel}/4$, associés à des polarisations circulaires opposées. Dans ce cas, le réseau est antiferromagnétique, car il existe autant de puits σ^+ que σ^- avec la même profondeur.

Afin d'évaluer les caractéristiques du mouvement atomique au voisinage du fond d'un puits de potentiel, nous utilisons l'approximation harmonique. C'est à dire que nous assimilons le véritable potentiel au fond d'un puits à celui d'un oscillateur harmonique à deux dimensions. Ce modèle est satisfaisant pour les niveaux liés les plus bas, et devrait donner une estimation raisonnable des fréquences de vibration atomiques. Sans aucune perte de généralité, nous considérons un site du réseau où la lumière est purement polarisée σ^- . Au voisinage de ce site, les intensités des composantes circulaires du champ sont données par :

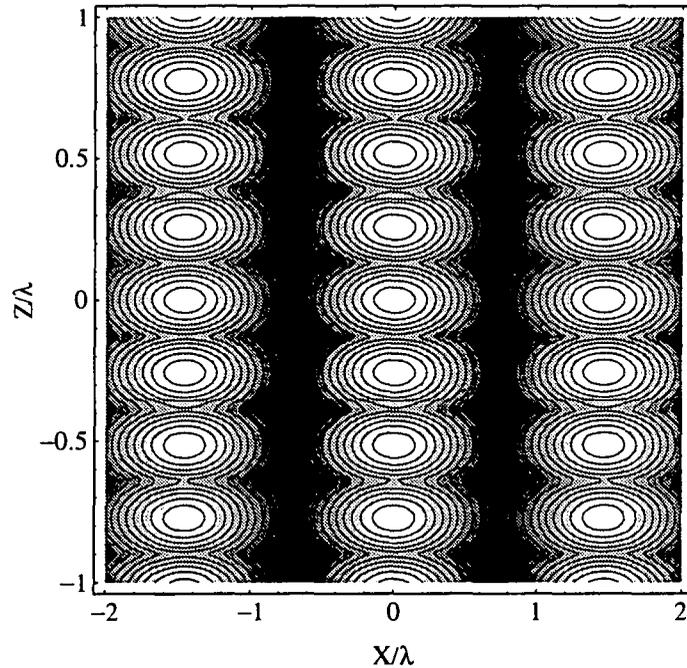


FIG. I.11 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 2D de la configuration $\text{lin}_{\perp}\text{lin}$ selon le schéma de la Fig. I.10(a). Les minima du potentiel (zones claires de la figure) sont alternativement polarisés σ^+ et σ^- . La figure correspond à $\vartheta = 20^\circ$.

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.37a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{2} K_{\perp}^2 x^2 - K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.37b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.37c})$$

En combinant ces équations avec l'Eq. (I.34), nous déduisons les expressions suivantes pour les fréquences angulaires de vibration à l'intérieur des puits du potentiel

2D :

$$\Omega_x = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3E_{R\perp}}{U_0}} \quad (\text{I.38})$$

correspondant au mouvement de vibration selon Ox et

$$\Omega_z = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R\parallel}}{U_0}} \quad (\text{I.39})$$

correspondant au mouvement de vibration selon Oz , où $E_{R\parallel} = \hbar^2 K_{\parallel}^2 / 2M$ et $E_{R\perp} = \hbar^2 K_{\perp}^2 / 2M$ sont des quantités proportionnelles à l'énergie de recul (M étant la masse atomique).

Effet de la pression de radiation : Examinons, à titre d'exemple, l'effet de la pression de radiation pour cette configuration. Cette étude quantitative nous permettra de valider les arguments qualitatifs que nous avons évoqués au début du § I.5 pour négliger la pression de radiation dans notre traitement.

Dans le régime des basses intensités lumineuses et des faibles vitesses atomiques,²⁶ la force moyenne décrivant l'interaction d'un atome avec le champ laser, en présence duquel il évolue, comporte deux termes [61]. Le premier terme est un terme réactif associé aux déplacements lumineux, et le second terme est un terme dissipatif associé à la force de pression de radiation. Lorsque le champ laser résulte de la superposition de plusieurs ondes planes progressives, nous pouvons obtenir des expressions assez simples pour ces deux termes. Ecrivons le champ total (I.28) sous la forme d'une somme sur les différentes ondes incidentes :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mu} [\mathbf{E}_{\mu}^{+}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_{L}t} + \mathbf{E}_{\mu}^{-}(\mathbf{r}) e^{i\omega_{L}t}] \quad (\text{I.40})$$

et introduisons les opérateurs \hat{G}_{μ}^{\pm} , agissant sur les composantes \mathbf{E}_{μ}^{\pm} du champ de chaque onde, définis par :

$$\hbar \hat{G}_{\mu}^{\pm}(\mathbf{r}) = D \hat{\mathbf{d}}^{\pm} \cdot \mathbf{E}_{\mu}^{\pm}(\mathbf{r}) \quad (\text{I.41})$$

On peut montrer alors [61] que les deux termes de la force moyenne subie par un atome, se mettent sous la forme :

$$\mathcal{F}_r = i\hbar \frac{\Delta}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \sum_{\mu \leq \nu} (\mathbf{k}_{\nu} - \mathbf{k}_{\mu}) \left[\langle \hat{G}_{\nu}^{-} \hat{G}_{\mu}^{+} \rangle - \langle \hat{G}_{\mu}^{-} \hat{G}_{\nu}^{+} \rangle \right] \quad (\text{I.42a})$$

$$\mathcal{F}_d = \hbar \frac{\Gamma/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \sum_{\mu \leq \nu} (\mathbf{k}_{\nu} + \mathbf{k}_{\mu}) \left[\langle \hat{G}_{\nu}^{-} \hat{G}_{\mu}^{+} \rangle + \langle \hat{G}_{\mu}^{-} \hat{G}_{\nu}^{+} \rangle \right] \quad (\text{I.42b})$$

26. Le régime de « faibles intensités » correspond à $s_0 \ll 1$. La vitesse atomique moyenne v_0 (vitesse classique) peut être caractérisée par le paramètre sans dimension $\eta = \frac{\hbar v_0}{\Gamma}$. Dans le régime des « faibles vitesses », $\eta \ll 1$. Les deux régimes sont simultanément obtenus dans le cas des réseaux optiques [25]. Nous reviendrons sur ce point au § II.2.b, p. 97.

L'origine des deux forces est bien mise en évidence par les Eqs. (I.42a) et (I.42b). La composante \mathcal{F}_r décrit des processus de *redistribution* de photons parmi les différents faisceaux incidents qui sont à l'origine des déplacements lumineux. En revanche, la composante \mathcal{F}_d décrit la modification de l'impulsion atomique par absorption de photons dans chacune des ondes incidentes, tout en tenant compte des effets d'interférence qui modifient cette absorption.

Ce formalisme étant mis en place, nous nous plaçons dans le cadre de la configuration 2D décrite ci-dessus. Pour détailler les moyennes $\langle \widehat{G}_\nu^- \widehat{G}_\mu^+ \rangle$, il suffit de considérer la restriction (notée σ) de la matrice densité ρ dans l'état fondamental de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$:

$$\langle g | \rho | g \rangle = \begin{pmatrix} \pi_- & \sigma_{-+} \\ \sigma_{+-} & \pi_+ \end{pmatrix} \quad (\text{I.43})$$

où π_+ et π_- sont les populations stationnaires des deux sous-niveaux Zeeman, vérifiant $\pi_+ + \pi_- = 1$. En l'absence de lumière polarisée π , les cohérences Zeeman σ_{+-} et σ_{-+} sont nulles. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$\langle \widehat{G}_\nu^- \widehat{G}_\mu^+ \rangle = \langle g, - | \widehat{G}_\nu^- \widehat{G}_\mu^+ | g, - \rangle \pi_- + \langle g, + | \widehat{G}_\nu^- \widehat{G}_\mu^+ | g, + \rangle \pi_+ \quad (\text{I.44})$$

Il est donc nécessaire d'évaluer les populations stationnaires des deux sous-niveaux internes, en tout point de l'espace. Pour ce faire, nous considérons des équations *de taux*, décrivant l'effet du pompage optique, pour les deux niveaux du fondamental :

$$\begin{cases} \frac{d\pi_+}{dt} = -\Gamma_{+-}\pi_+ + \Gamma_{-+}\pi_- = 0 \\ \frac{d\pi_-}{dt} = -\Gamma_{-+}\pi_- + \Gamma_{+-}\pi_+ = 0 \end{cases} \quad (\text{I.45})$$

En régime stationnaire, il existe une relation de bilan détaillé avec :

$$\Gamma_{-+}(\mathbf{r}) = \gamma_0 I_+(\mathbf{r}) = \frac{2}{9} \Gamma' I_+(\mathbf{r}) \quad (\text{I.46a})$$

$$\Gamma_{+-}(\mathbf{r}) = \gamma_0 I_-(\mathbf{r}) = \frac{2}{9} \Gamma' I_-(\mathbf{r}) \quad (\text{I.46b})$$

où $\Gamma' = \Gamma_{s_0}$ est le taux de diffusion de photons total, et $\gamma_0 = \frac{2}{9} \Gamma'$ est le taux de pompage optique pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. En considérant l'expression du champ électrique donnée en (I.33a), nous déduisons aisément la différence de populations stationnaire dans le fondamental :

$$\pi_- - \pi_+ = \frac{2 \cos(K_\perp x) \cos(2K_\parallel z)}{1 + \cos^2(K_\perp x)} \quad (\text{I.47})$$

En évaluant l'expression (I.44) pour les trois faisceaux de la configuration étudiée,

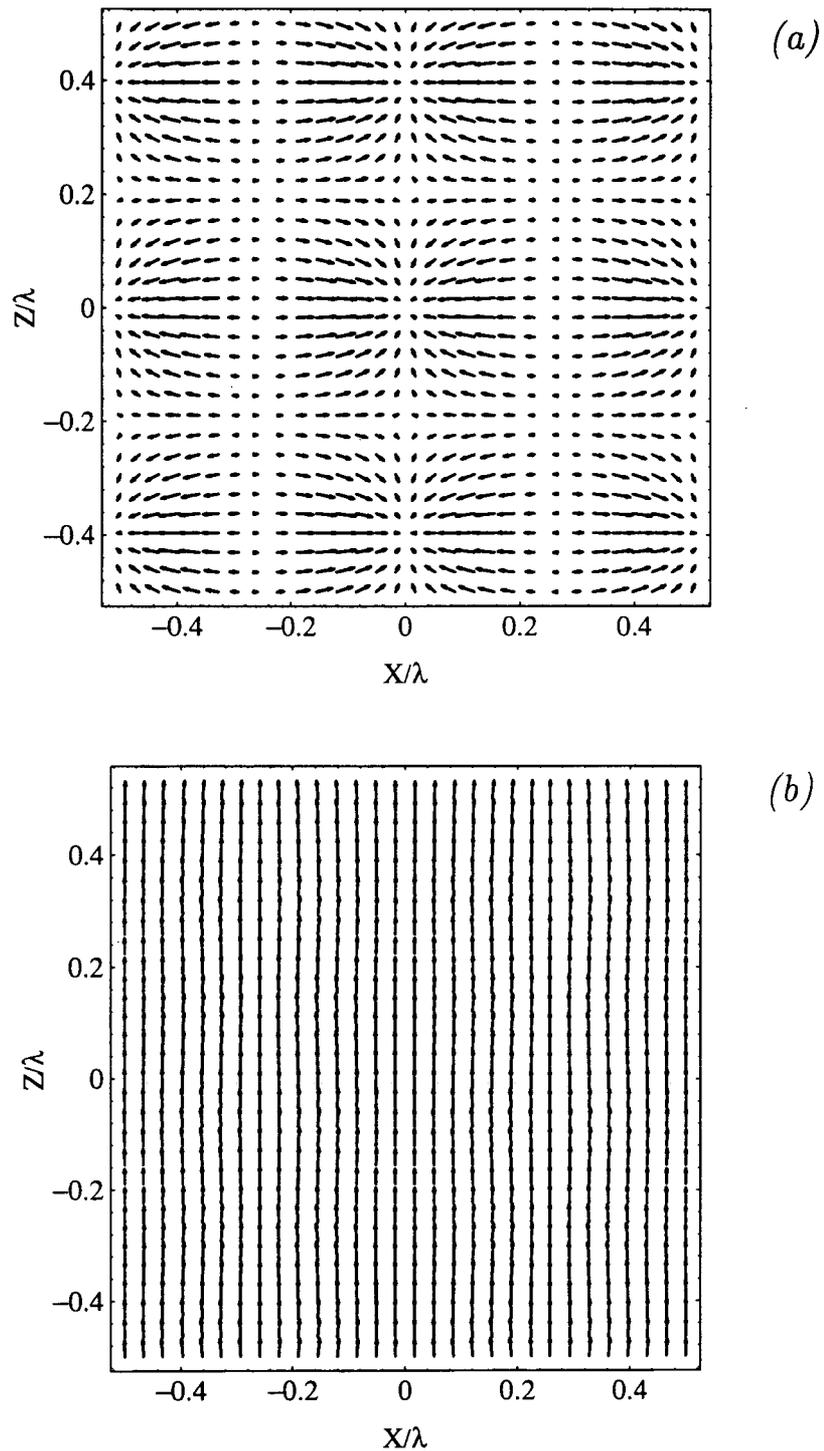


FIG. I.12 - Forces moyennes subies par un atome pour la configuration 2D dans le plan xOz : (a) Force réactive décrivant l'effet du potentiel optique (cf. Fig. I.11). (b) Force dissipative décrivant la pression de radiation. La figure a été tracée pour un angle $\vartheta = 75^\circ$ et pour un désaccord à résonance $\Delta = -10\Gamma$.

puis en portant le résultat dans les relations (I.42a) et (I.42b), nous obtenons :

$$\mathcal{F}_r = -\frac{U_0}{2} \left\{ K_{\perp} \sin(2K_{\perp}x) \left[1 + \frac{\cos^2(2K_{\parallel}z)}{1 + \cos^2(K_{\perp}x)} \right] \mathbf{e}_x + 2K_{\parallel} \sin(4K_{\parallel}z) \left[\frac{\cos^2(K_{\perp}x)}{1 + \cos^2(K_{\perp}x)} \right] \mathbf{e}_z \right\} \quad (\text{I.48})$$

pour la force réactive et

$$\mathcal{F}_d = -\frac{U_0}{2} \frac{\Gamma}{\Delta} \left\{ -\frac{1}{4} K_{\perp} \sin(2K_{\perp}x) \sin(4K_{\parallel}z) \left[\frac{1}{1 + \cos^2(K_{\perp}x)} \right] \mathbf{e}_x + k \mathbf{e}_z - \frac{1}{2} (2K_{\parallel} - k) \cos(2K_{\perp}x) \mathbf{e}_z + 2(k - K_{\parallel}) \left[1 + \frac{\cos^2(K_{\perp}x) \cos^2(2K_{\parallel}z)}{1 + \cos^2(K_{\perp}x)} \right] \mathbf{e}_z \right\} \quad (\text{I.49})$$

pour la force dissipative, où U_0 a été défini en (I.35). Malgré la complexité appa-

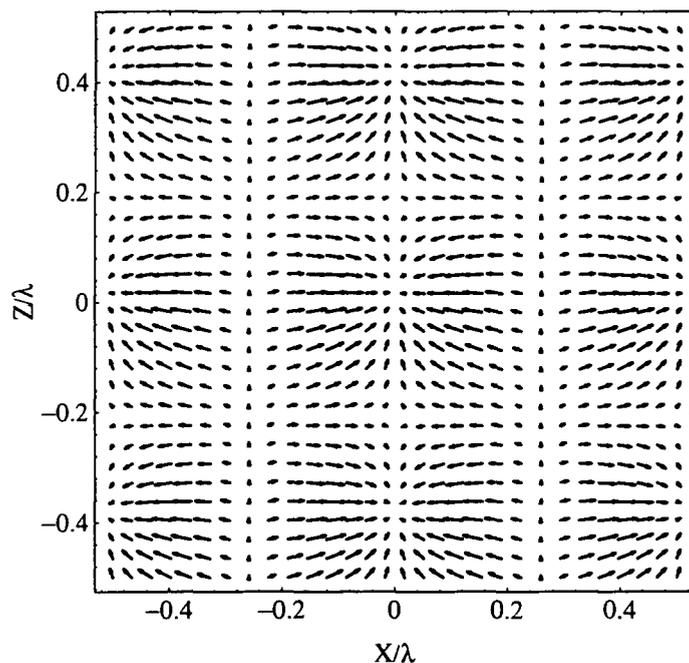


FIG. I.13 - Force moyenne subie par un atome pour la configuration 2D dans le plan xOz . On remarque que la résultante des deux composantes réactive et dissipative de la Fig. I.12, est globalement bien représentée par la composante réactive seule. La figure a été tracée pour un angle $\vartheta = 75^\circ$ et pour un désaccord à résonance $\Delta = -10\Gamma$.

rente de ces équations, nous pouvons en tirer un certain nombre de conclusions. En examinant la partie réactive de la force, nous pouvons retrouver à l'aide d'un

développement limité au second ordre en x , z au voisinage d'un puits de potentiel (au voisinage de l'origine par exemple) la force de rappel, lorsque le désaccord est rouge. En effet, pour $\Delta < 0$ (c.-à-d. pour $U_0 > 0$), celle-ci peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{F}_r \simeq -\frac{U_0}{2} \begin{cases} 3K_{\perp}^2 x \\ 4K_{\parallel}^2 z \end{cases} \quad (\text{I.50})$$

qui est en accord avec (I.38) et (I.39). Il s'agit d'une force qui décrit bien l'effet du potentiel lumineux, tendant à ramener les atomes au voisinage du fond des puits. En fait, cette composante de la force dérive du potentiel lumineux.

En ce qui concerne la partie dissipative, nous pouvons voir d'ores et déjà que la composante en z possède un terme indépendant de l'espace. Ce terme décrit le déséquilibre entre le nombre de photons absorbés à partir du faisceau \mathbf{k}_1 (se propageant selon Oz) et le nombre de photons absorbés en provenance des deux autres faisceaux (se propageant dans le sens opposé) [cf. Fig. I.10(a), p. 44]. Ce déséquilibre a tendance à pousser les atomes selon la direction de \mathbf{k}_1 . Par ailleurs, la valeur du terme constant de \mathcal{F}_d augmente lorsque l'angle ϑ entre les faisceaux augmente, ce qui est assez intuitif. Toutefois, il est utile de rappeler qu'il existe un rapport $\Gamma/|\Delta|$ entre la partie dissipative et la partie réactive de la force. On peut donc s'attendre à ce que loin de résonance, \mathcal{F}_d soit petite comparée à \mathcal{F}_r . Les champs de ces deux forces, ainsi que celui de la force moyenne, ont été tracés sur les figures I.12 et I.13 pour un désaccord laser à résonance $\Delta = -10\Gamma$ et pour un angle ϑ de 75° . On peut vérifier à l'aide de Fig. I.13 que la force moyenne subie par un atome est globalement bien représentée par le terme réactif. Ainsi, on s'attend à ce que le mouvement atomique soit relativement peu perturbé par l'effet de la pression de radiation. Dans ces conditions, une première approche en termes de potentiel optique uniquement est légitime.

ii) Configuration dans le plan yOz

Le deuxième exemple de généralisation 2D diffère légèrement de celui discuté précédemment. Il illustre le phénomène de modification de la topographie du potentiel lorsque les directions de propagation des faisceaux prennent des valeurs particulières. Ce phénomène intervient également dans plusieurs configurations 3D, comme nous verrons par la suite. Les amplitudes des faisceaux incidents sont prises respectivement égales à : $\mathcal{E}_1 = E_0$, pour l'onde polarisée selon Ox et se propageant selon \mathbf{k}_1 [cf. Eq. (I.7a), p. 30], et $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = E_0/2 \cos \vartheta$ pour les deux ondes polarisées dans le plan yOz et se propageant respectivement selon \mathbf{k}_2 et \mathbf{k}_3 . Ce choix des amplitudes relatives des trois ondes permet d'obtenir une polarisation purement circulaire de la lumière au fond des puits de potentiel. Les composantes du champ électrique sont

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{ikz} [\cos(K_{\perp}y) e^{-2iK_{\parallel}z} \mp 1] \quad (\text{I.51a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = E_0 e^{ikz} \sin(K_{\perp}y) e^{-2iK_{\parallel}z} \tan \vartheta \quad (\text{I.51b})$$

Il faut noter que les valeurs des phases relatives des faisceaux de refroidissement ont été choisies de façon à simplifier la forme des équations (I.51a) et (I.51b). Un changement de ces phases résulterait en une translation spatiale globale des déplacements lumineux, laissant invariante la topographie du potentiel optique. Notons que l'expression (I.51a) est identique à (I.33a). Par conséquent, la seule différence par rapport au cas 2D discuté ci-dessus est la présence de lumière polarisée π [cf. Eq. (I.51b)]. Toutefois, il s'agit d'une différence significative, car contrairement au cas 1D initial ainsi qu'au cas 2D précédent, l'opérateur des déplacements lumineux n'est pas diagonal dans la base des sous-niveaux Zeeman du fondamental.

Nous menons à terme le calcul du potentiel optique $V_{OPT}(y, z)$ en diagonalisant $\hat{\Lambda}(\mathbf{r})$. La topographie du potentiel est illustrée sur la figure I.14, dans le cas où $\vartheta = 20^\circ$. Nous remarquons que les positions des minima du potentiel sont toujours données par l'Eq. (I.36) et que le motif principal du réseau optique est le même que pour la configuration 2D précédente (deux minima adjacents selon Oz , distants de $\lambda_{\parallel}/4$, associés à des polarisations circulaires opposées). Cependant, les propriétés des deux réseaux peuvent différer du fait de la présence de photons π dans le deuxième cas. Notons, au passage, que l'ordre antiferromagnétique de la configuration 1D de départ est bien préservé.

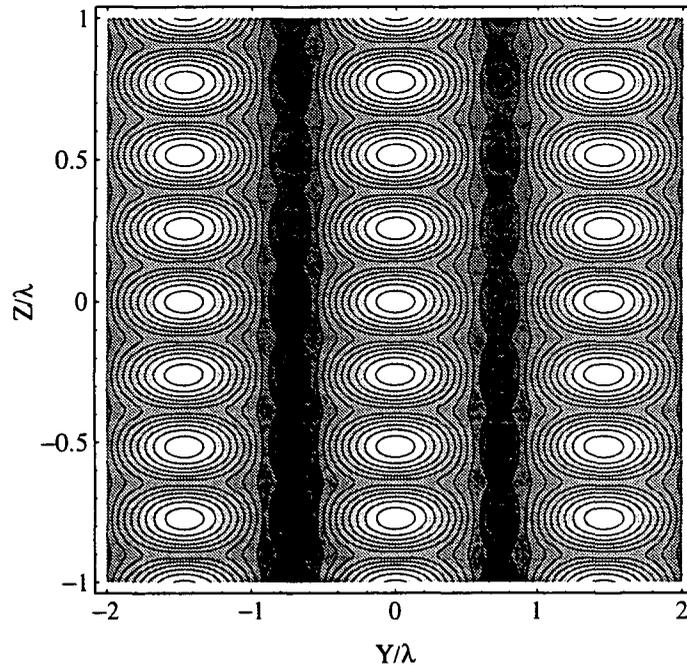


FIG. I.14 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 2D de la configuration $lin_{\perp}lin$ dans le plan yOz . Les minima du potentiel (correspondant aux zones les plus claires de la figure) sont alternativement polarisés σ^+ et σ^- . La figure correspond à $\vartheta = 20^\circ$.

Pour trouver les fréquences de vibration à l'intérieur des puits de potentiel, considérons un site du réseau où la lumière est purement polarisée σ^- . Les expressions

des intensités des composantes standards du champ, développées au second ordre, sont données par :

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.52a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{2} K_{\perp}^2 y^2 - K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.52b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{\tan^2 \vartheta}{2} K_{\perp}^2 y^2 \quad (\text{I.52c})$$

où $I_0 = 2E_0^2$. L'approximation harmonique du potentiel au voisinage d'un minimum peut s'écrire :

$$V_{OPT}^{(-)}(\mathbf{r}) \simeq -\frac{3U_0}{2I_0} [I_-(\mathbf{r}) + I_z(\mathbf{r}) + I_+(\mathbf{r}) / 3] \quad (\text{I.53})$$

On peut remarquer dans l'équation (I.53) que le potentiel n'est pas simplement proportionnel à la somme des intensités des composantes circulaires (pondérées par les coefficients de Clebsch-Gordan appropriés de la transition $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$), comme c'était le cas jusqu'à présent, mais que la composante π de la lumière contribue également de façon non négligeable, à cause des cohérences Zeeman créées entre les deux sous-niveaux du fondamental. A partir des équations (I.52a-c) et (I.53), nous déduisons les expressions suivantes pour les fréquences angulaires de vibration à l'intérieur des puits du potentiel 2D :

$$\Omega_y = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{(1 - \tan^2 \vartheta) \frac{3E_{R\perp}}{U_0}} \quad (\text{I.54a})$$

$$\Omega_z = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R\parallel}}{U_0}} \quad (\text{I.54b})$$

Nous remarquons que Ω_y s'annule pour $\vartheta = \vartheta_c = 45^\circ$, ce qui traduit une modification de la topographie du potentiel. Pour $\vartheta > \vartheta_c$, les atomes ne sont plus localisés dans des puits de potentiel correspondant à une polarisation de la lumière purement circulaire. A cause de l'importance de la composante π de la lumière incidente, des nouveaux minima du potentiel apparaissent à des endroits où la polarisation est presque linéaire et parallèle à Oz .

Il faut noter, cependant, qu'il existe d'autres choix possibles pour les amplitudes des champs incidents qui permettent d'avoir une polarisation purement circulaire (mais par rapport à un axe autre que Oz) aux minima du potentiel lorsque $\vartheta > \vartheta_c$. En effet, nous pouvons choisir les amplitudes des champs comme suit : $\mathcal{E}_1 = E_0$, pour l'onde polarisée selon Ox , et $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = E_0/2 \sin \vartheta$, pour les deux ondes polarisées dans le plan yOz . Dans ce cas, une polarisation circulaire est obtenue au fond des puits de potentiel, lorsque $\vartheta_c < \vartheta < \pi/2 + \vartheta_c$, mais on doit alors choisir Oy comme axe de quantification. Les minima situés aux points

$$\mathbf{R}_{m,n} = (2m + 1) \frac{\lambda_{\perp}}{4} \mathbf{e}_y + (2n + 1) \frac{\lambda_{\parallel}}{8} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.55})$$

où $m, n \in \mathbb{Z}$, correspondent à des endroits de polarisation purement circulaire, la polarisation étant alternativement σ_y^+ et σ_y^- .

iii) Configuration avec trois faisceaux polarisés dans leur plan de propagation [39]

Il existe une troisième façon de généraliser la configuration $lin \perp lin$ à deux dimensions, toujours en procédant suivant le schéma de la figure I.4(b) (voir p. 31). Il s'agit d'une configuration qui a été étudiée expérimentalement dans notre laboratoire [39]. Cette configuration comporte trois faisceaux de même intensité se propageant dans le plan Oxy , leurs directions de propagation respectives faisant un angle $\vartheta = 120^\circ$ entre elles.²⁷ Les champs électriques des trois ondes incidentes sont polarisés linéairement dans le plan de propagation [cf. Fig. I.10(c), p. 44]. L'amplitude commune des champs sera notée E_0 . Nous avons montré au § I.4.b.i que le réseau 2D obtenu dans ce cas possède la symétrie hexagonale. Il est clair que, comparé aux deux configurations présentées ci-dessus (§ I.5.a.i et § I.5.a.ii) le motif est ici différent, néanmoins la nature du réseau de Bravais est la même.

Avec un choix convenable de la phase relative des faisceaux, on peut mettre les composantes circulaires du champ sous la forme :

$$E_+(\mathbf{r}) = \frac{iE_0}{\sqrt{2}} e^{ikx} \left\{ 1 - e^{-3ikx/2} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{3}ky}{2}\right) + \sqrt{3} \sin\left(\frac{\sqrt{3}ky}{2}\right) \right] \right\} \quad (\text{I.56a})$$

$$E_-(\mathbf{r}) = \frac{iE_0}{\sqrt{2}} e^{ikx} \left[1 + 2e^{-3ikx/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}ky}{2}\right) \right] \quad (\text{I.56b})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.56c})$$

En l'absence de polarisation π de la lumière, l'évaluation du potentiel optique est assez simple, compte tenu du fait que l'opérateur $\hat{\Lambda}(\mathbf{r})$ introduit par l'Eq. (I.31) ne possède pas d'éléments non-diagonaux dans la base des sous-niveaux Zeeman du fondamental.

La carte du potentiel est présentée sur la figure I.15. On y voit que les puits de potentiel (zones les plus claires de la figure) sont distribués régulièrement selon les sites d'un réseau d'hexagones. La lumière possède une polarisation purement circulaire au fond des puits et il existe une alternance de sites σ^+ et σ^- dans l'espace. Plus précisément, on peut considérer le réseau comme étant constitué de deux réseaux hexagonaux interpénétrés, chacun correspondant à une composante de la polarisation circulaire du champ. Les deux réseaux sont respectivement définis par :

$$\mathbf{R}_{m,n}^{(-)} = (2m+n) \frac{\lambda}{3} \mathbf{e}_x + n \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \mathbf{e}_y \quad (\text{I.57a})$$

$$\mathbf{R}_{m,n}^{(+)} = (2m+n) \frac{\lambda}{3} \mathbf{e}_x + \left(n - \frac{2}{3}\right) \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \mathbf{e}_y \quad (\text{I.57b})$$

²⁷ Les directions de propagation des trois faisceaux peuvent être données par les Eqs. (I.7a), (I.7b) et (I.7c) (p. 30), prises pour $\vartheta = 60^\circ$, à condition d'échanger z en x dans ces relations.

où $m, n \in \mathbb{Z}$ et où les points $\mathbf{R}_{m,n}^{(-)}$ sont des sites σ^- , tandis que les points $\mathbf{R}_{m,n}^{(+)}$ sont des sites σ^+ .

Pour avoir une idée plus précise du mouvement vibrationnel d'atomes au voisinage du fond d'un puits, il suffit de développer le potentiel au voisinage d'un site associé à une polarisation σ^- . Pour ce faire, nous donnons les expressions des intensités des composantes circulaires de la lumière développées à l'ordre deux en x et y :

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{9}{16} (k^2 x^2 + k^2 y^2) \quad (\text{I.58a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{9}{4} - \frac{9}{8} (k^2 x^2 + k^2 y^2) \quad (\text{I.58b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.58c})$$

Ces expressions conduisent à :

$$\Omega_x = \Omega_y = \frac{3U_0}{2\hbar} \sqrt{\frac{5E_R}{2U_0}} \quad (\text{I.59})$$

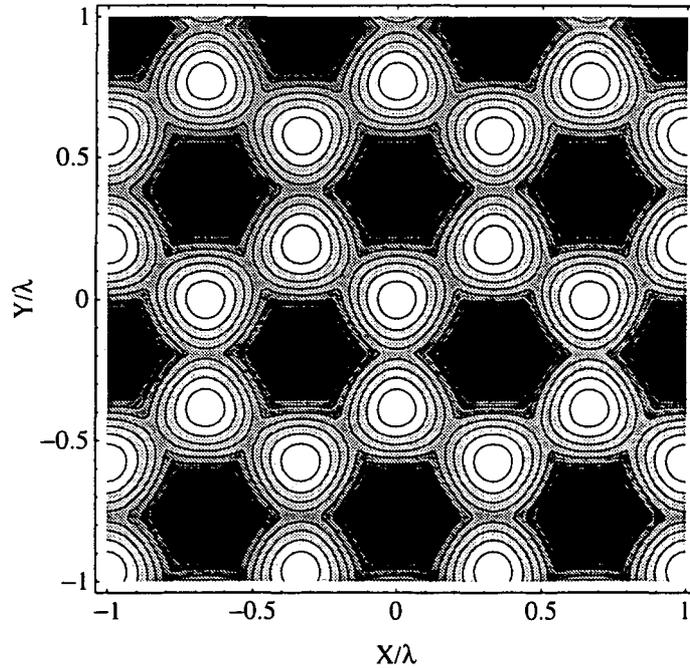


FIG. I.15 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 2D de la configuration $lin \perp lin$ à trois faisceaux réalisée à l'ENS [39]. Les minima du potentiel correspondent à une polarisation circulaire de la lumière et sont représentés par les zones les plus claires de la figure.

La réalisation expérimentale de cette configuration a mis en évidence la localisation d'atomes de césium au fond des puits de potentiel. La méthode utilisée

pour sonder le mouvement atomique au sein de cette structure est la spectroscopie pompe-sonde. De fines résonances Raman stimulées ont été observées sur les spectres de transmission d'un faisceau sonde de faible intensité. L'origine de ces résonances, interprétées comme des transitions entre niveaux discrets de vibration (voir complément AIII, p. 213), est le mouvement d'oscillation des atomes à l'intérieur des puits de potentiel bidimensionnels [39].

Citons également deux études théoriques récentes portant sur cette configuration du champ laser. La première, effectuée par K. BERG-SØRENSEN [65] porte sur la température cinétique des atomes au sein du réseau dans le régime stationnaire. Elle prédit, en particulier, une impulsion quadratique moyenne minimale de l'ordre de $6 \hbar k$ pour la transition modèle $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. La deuxième, par S. MARKSTEINER *et al.* [66], porte sur la diffusion spatiale dans ce réseau 2D.

iv) Configuration avec quatre faisceaux [30]

Nous avons jusqu'à présent discuté des configurations bidimensionnelles à trois faisceaux. Dans ce cas, le fait de modifier la phase relative des différentes ondes n'affecte pas la nature de la carte du potentiel optique, car la variation de phase est équivalente à une translation spatio-temporelle des déplacements lumineux. Pour avoir une vision plus complète des choses, nous présentons une configuration 2D à quatre faisceaux, réalisée selon la procédure du § I.4.c [cf. Fig. I.10(d), p. 44]. Cette généralisation 2D a été étudiée expérimentalement par A. HEMMERICH et T. W. HÄNSCH à Munich [30] et théoriquement par K. BERG-SØRENSEN *et al.* à Paris [67]. La configuration du champ consiste en deux ondes stationnaires le long des axes x et y , polarisées linéairement dans les directions Oy et Ox respectivement, et possédant une différence de phase relative α . Les directions de propagation des quatre faisceaux sont données par Eqs. (I.19a) et (I.19b) (voir également Fig. I.9, p. 40). Les propriétés translationnelles du réseau ont été décrites dans le § I.4.b. Nous y avons en particulier montré que la maille conventionnelle est un carré de coté $\lambda/\sqrt{2}$.

Le champ électrique résultant de la superposition des quatre faisceaux est donné par :

$$\mathbf{E}(x, y, t) = E_0 \mathbf{e}_y \cos(kx) \cos(\omega_L t) + E_0 \mathbf{e}_x \cos(ky) \cos(\omega_L t + \alpha) \quad (\text{I.60})$$

ω_L et $E_0/2$ étant respectivement la fréquence et l'amplitude communes des quatre faisceaux. Dans la base standard, les composantes du champ électrique s'écrivent :

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} [ie^{i\alpha} \cos(kx) \mp \cos(ky)] \quad (\text{I.61a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.61b})$$

Le calcul du potentiel optique est alors particulièrement simple, sachant que l'opérateur décrivant les déplacements lumineux est diagonal dans la base $|g, \pm\rangle$ du fondamental. Nous obtenons un bi-potentiel optique (dépendant du sous-niveau interne

de l'atome), dont l'expression est donnée par :

$$V_{\pm}(x, y) = -\frac{U_0}{2} [\cos^2(kx) + \cos^2(ky) \pm \cos(kx) \cos(ky) \sin \alpha] \quad (\text{I.62})$$

Il est clair qu'un refroidissement de type « Sisyphé » ne peut avoir lieu que si les deux nappes de potentiel ont des variations spatiales différentes, ce qui requiert $\alpha \neq n\pi$. Pour toute autre valeur de α , la polarisation du champ électrique exhibe un gradient d'ellipticité. En particulier, pour $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ nous obtenons une polarisation purement circulaire à tous les sites du réseau carré. La figure I.16 illustre la topographie du potentiel optique dans le cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Les puits de potentiel sont situés aux points donnés par :

$$\mathbf{R}_{m,n} = m \frac{\lambda}{2} \mathbf{e}_x + n \frac{\lambda}{2} \mathbf{e}_y \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.63})$$

Les puits situés aux points $\mathbf{R}_{m,n}^{(+)}$ associés à $m + n$ pair correspondent à une polarisation lumineuse σ^+ , alors que pour les puits $\mathbf{R}_{m,n}^{(-)}$, avec $m + n$ impair, la lumière est polarisée σ^- . Le réseau préserve donc le caractère antiferromagnétique de la configuration $lin\perp lin$ initiale.

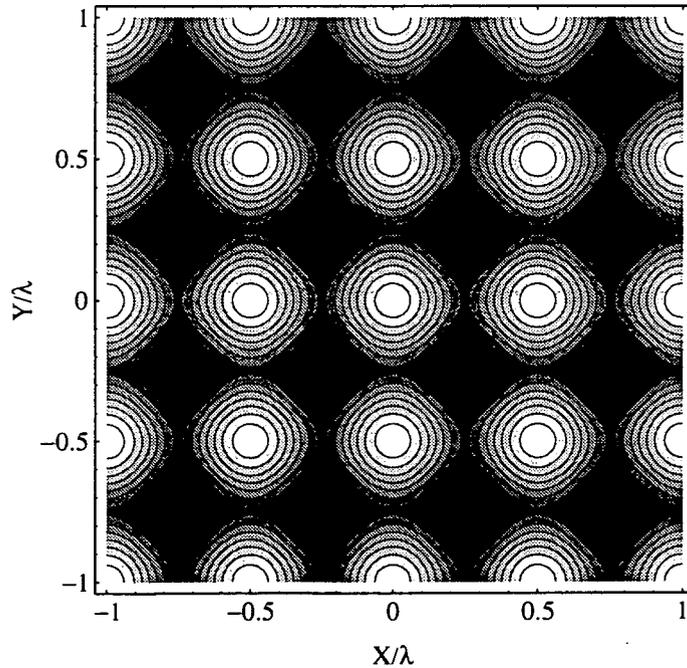


FIG. I.16 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 2D de la configuration $lin\perp lin$ à quatre faisceaux réalisée à Munich [64]. La valeur de la différence de phase relative a été choisie égale à $\frac{\pi}{2}$. La polarisation lumineuse est alternativement σ^+ et σ^- au fond des puits de potentiel (qui correspondent aux zones claires de la figure).

Nous observons la présence de zones sombres localisées au voisinage des nœuds du champ. Il faut noter que les atomes ne sont, *a priori*, pas attirés vers ces points de champ nul. En effet, la force réactive s'annule au voisinage des nœuds du champ, alors que la force de pression de radiation ne possède pas de structure de *vortex* autour de ces points, pour la valeur de α choisie [64]. Par conséquent, cette configuration est appropriée pour l'observation d'une localisation bidimensionnelle sur un réseau carré.

Pour terminer, nous donnons les expressions des intensités des composantes standards de la lumière, développées à l'ordre deux en x , y , au voisinage du fond d'un puits de potentiel associé à un site σ^- :

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.64a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{2}k^2x^2 - \frac{1}{2}k^2y^2 \quad (\text{I.64b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.64c})$$

On peut souligner qu'à l'ordre du développement (I.64b), un atome piégé au fond d'un puits σ^- n'est sensible qu'à la composante *majoritaire* de polarisation [en l'occurrence $I_-(\mathbf{r})$], la proportion de l'autre composante étant négligeable. Par conséquent, on s'attend à des temps de piégeage longs²⁸ à l'intérieur des puits à cause de l'effet Lamb-Dicke [36]. L'expression (I.64b) permet de déterminer les fréquences angulaires de vibration, pour des atomes localisés à l'intérieur des puits de potentiel bidimensionnels :

$$\Omega_x = \Omega_y = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3E_R}{U_0}} \quad (\text{I.65})$$

L'étude expérimentale de cette configuration [30], par le moyen de spectroscopie Raman stimulée, a mis en évidence des transitions énergétiques entre niveaux vibrationnels différemment peuplés pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$. En revanche, ces structures vibrationnelles sont beaucoup moins prononcées pour $\alpha = 0$,²⁹ et disparaissent totalement lorsque la différence de phase entre les deux ondes stationnaires est modulée dans le temps.

28. Dans ce raisonnement, on ne tient pas compte de la direction transverse, par laquelle les atomes peuvent fuir (compte tenu du fait qu'il n'y a pas de force de rappel dans cette direction).

29. En fait, pour $\alpha = 0$ les auteurs attribuent le refroidissement à un mécanisme de type $\sigma^+ - \sigma^-$, la polarisation du champ étant partout linéaire avec une direction variable dans l'espace.

I.5.b Exemples de réseaux 3D

i) Champs polarisés selon les directions Ox et Oy : Configuration du tétraèdre « standard »

Nous considérons, dans un premier temps, des réseaux 3D associés à une division des faisceaux initiaux selon le schéma présenté au § I.4.b.iii. Le faisceau de la configuration $lin \perp lin$ polarisé selon Oy est divisé en deux faisceaux se propageant dans le plan xOz et faisant entre eux un angle de $2\theta_x$, alors que le faisceau polarisé selon Ox est divisé en deux faisceaux se propageant dans le plan yOz et faisant entre eux un angle de $2\theta_y$ [voir Fig. I.6(b), p. 34]. L'axe Oz est sur la bissectrice commune des directions de propagation des deux faisceaux polarisés selon Ox et des deux faisceaux polarisés selon Oy . Les quatre vecteurs d'onde incidents sont donnés par les équations (I.15a-d), où $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ sont associés aux faisceaux polarisés selon Oy et $\mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4$ sont les vecteurs d'onde des faisceaux polarisés selon Ox .

Nous noterons $E_0/2$ l'amplitude commune des quatre ondes progressives incidentes. Les composantes circulaires du champ sont respectivement égales à :

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{iK-z} [\cos(K_x x) e^{iK+z} \mp \cos(K_y y) e^{-iK+z}] \quad (\text{I.66a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.66b})$$

Dans le cas de la transition atomique $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$, l'opérateur des déplacements lumineux est diagonal dans la base des sous-niveaux magnétiques du fondamental, comme dans le cas 1D initial ainsi que dans la plupart des configurations 2D considérées précédemment. Par conséquent, l'expression du bi-potentiel optique V_{\pm} est donnée par l'Eq. (I.34). Deux coupes de $V_{OPT}(x, y, z)$ (V_{OPT} étant le minimum de V_{\pm}) ont été tracées sur les figures I.17(a) et I.17(b). La première est dans le plan xOy et la seconde dans le plan xOz . Les minima du potentiel optique correspondent aux zones claires de la figure et leur positions sont données par

$$\mathbf{R}_{l,m,n} = l \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + m \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y + n \frac{\lambda_+}{4} \mathbf{e}_z \quad l, m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.67})$$

On peut distinguer deux sortes de sites, relativement à la polarisation lumineuse au voisinage du minimum : les points $\mathbf{R}_{l,m,n}^{(-)}$, donnés par (I.67) pour $l + m + n$ pair, où la lumière est polarisée σ^- [voir par exemple les équations (I.66a) et (I.66b)], et les points $\mathbf{R}_{l,m,n}^{(+)}$ qui correspondent à $l + m + n$ impair et où la polarisation lumineuse est σ^+ . Il en résulte que cette configuration du champ vérifie les deux règles générales énoncées au § I.2, indépendamment des valeurs de θ_x et θ_y . Elle est par conséquent appropriée pour bâtir un réseau optique. Les propriétés de translation de la structure obtenue ont été décrites au § I.4.b.iii. Le motif du réseau est constitué de deux minima du potentiel adjacents, séparés d'une distance égale à $\lambda_+/4$ le long de l'axe Oz , correspondant à des polarisations circulaires opposées de la lumière (cf. Fig. I.8, p. 38). Le réseau présente par conséquent une structure antiferromagnétique. Bien entendu, la dimension de la maille élémentaire est modifiée lorsque les valeurs des

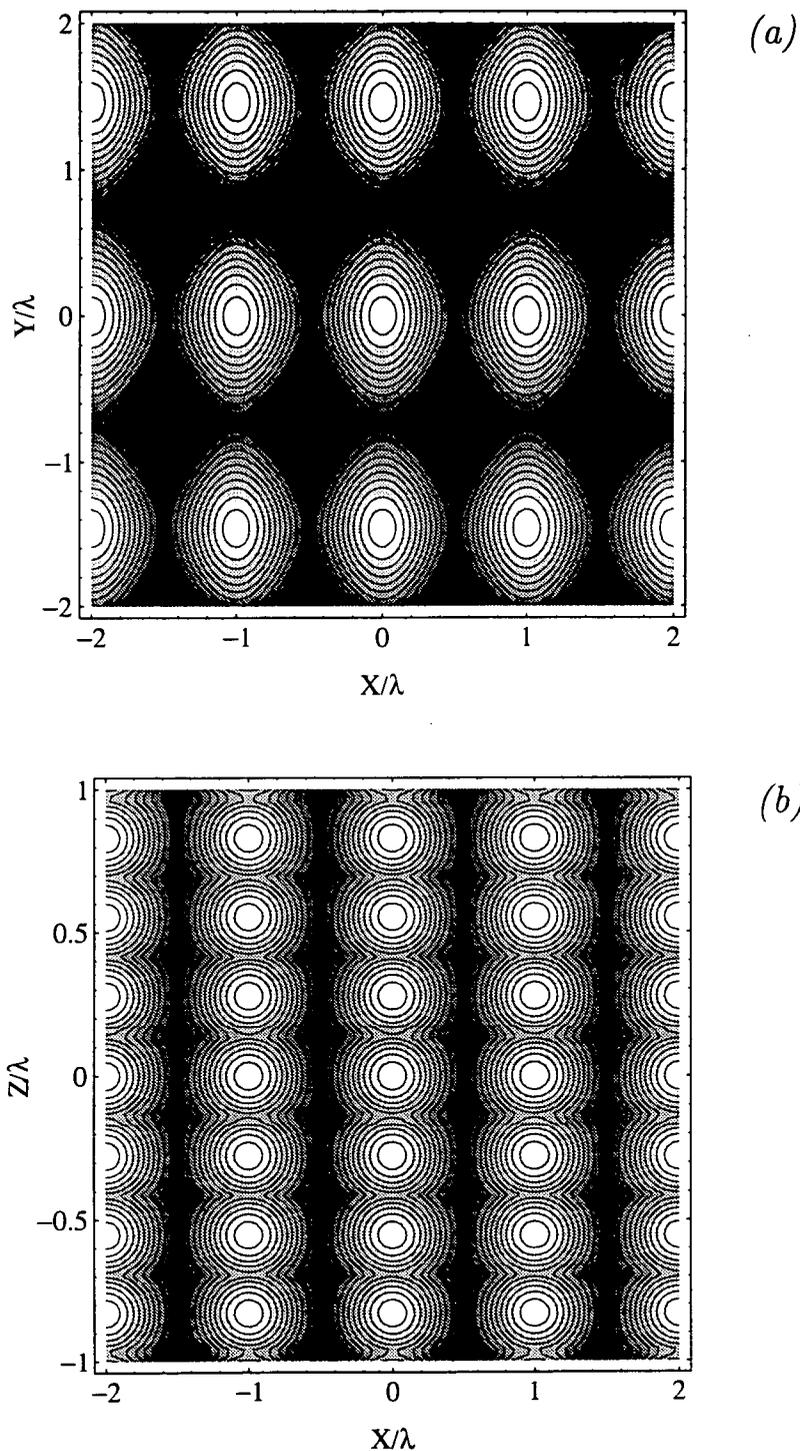


FIG. I.17 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 3D de la configuration $\text{lin}\perp\text{lin}$ à quatre faisceaux disposés selon un tétraèdre « standard ». (a) Coupe dans le plan $z = 0$; (b) coupe dans le plan $y = 0$. Les minima du potentiel sont alternativement polarisés σ^+ et σ^- , préservant l'ordre antiferromagnétique de départ. Les zones les plus sombres sont des nœuds du champ. Noter que la topographie du potentiel dans le plan xOy est la même que dans le cas de la Fig. I.16. La figure correspond à $\theta_x = 30^\circ$ et $\theta_y = 20^\circ$.

angles θ_x et θ_y le sont. La trace de la configuration 1D initiale est évidente le long des lignes parallèles à Oz , telles que $x = y = 0$. Mis à part le fait que la distance entre deux minima est $\lambda_+/4$, au lieu de $\lambda/4$, on trouve exactement le même type de potentiel que dans le cas 1D initial. Cependant, le comportement des atomes dans ces réseaux 3D est beaucoup plus complexe que dans le cas à une dimension. Si un atome se déplaçant le long de la ligne $x = y = 0$ est soumis à un processus de refroidissement « Sisyphe » efficace, ce n'est pas le cas d'un atome ayant une trajectoire selon une ligne d'espace où le champ électrique garde la même polarisation circulaire [ces lignes sont solutions de $E_+(\mathbf{r}) = 0$ ou $E_-(\mathbf{r}) = 0$, où E_{\pm} est donné par l'Eq. (I.66a)]. On peut également remarquer l'existence de lignes parallèles à Oz le long desquelles l'intensité lumineuse s'annule et où le potentiel présente un maximum. Ces lignes correspondent aux zones les plus sombres de la figure I.17(a). Abstraction faite de la différence de taille de la maille élémentaire, le potentiel dans le plan xOy [Fig. I.17(a)] est très similaire à celui du réseau bidimensionnel qui a été étudié expérimentalement à Munich et que nous avons présenté au § I.5.a.iv.³⁰

Nous nous intéressons maintenant aux caractéristiques du mouvement d'un atome lié à l'intérieur d'un puits de potentiel. Une fois de plus, sans perte de généralité, nous considérons un site du réseau pour lequel la polarisation lumineuse est purement σ^- . Les intensités des composantes du champ dans la base des polarisations circulaires sont, dans le cadre de l'approximation harmonique,

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq K_+^2 z^2 \quad (\text{I.68a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{2}K_x^2 x^2 - \frac{1}{2}K_y^2 y^2 - K_+^2 z^2 \quad (\text{I.68b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.68c})$$

où $I_0 = 2E_0^2$. Il faut souligner que dans l'approximation harmonique, I_+ dépend seulement de z . On ne s'attend donc pas à ce que la probabilité de pompage optique vers l'autre sous-niveau Zeeman (en l'occurrence vers le niveau correspondant à $m_z = +\frac{1}{2}$) varie de façon rapide avec les nombres quantiques de vibration v_x et v_y pour des valeurs faibles de v_x et v_y . Le potentiel optique donné par l'équation (I.34) conduit aux expressions suivantes pour les fréquences angulaires de vibration harmoniques :

$$\Omega_x = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3E_{Rx}}{U_0}} \quad (\text{I.69a})$$

$$\Omega_y = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3E_{Ry}}{U_0}} \quad (\text{I.69b})$$

$$\Omega_z = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R+}}{U_0}} \quad (\text{I.69c})$$

30. Pour avoir strictement les mêmes paramètres de la maille, il faudrait remplacer λ_x et λ_y par λ .

où $E_{Rx} = \hbar^2 K_x^2/2M$, $E_{Ry} = \hbar^2 K_y^2/2M$ et $E_{R+} = \hbar^2 K_+^2/2M$. Le fait que la fréquence vibrationnelle selon Oz soit donnée par une expression analogue à celle du cas 1D [36] est un signe de la mémoire de la configuration 1D initiale selon cette direction. Par ailleurs, nous remarquons que les fréquences Ω_x et Ω_y ont des expressions similaires à l'Eq. (I.65). C'est une conséquence du fait que dans le plan Oxy , la topographie du potentiel obtenu est sensiblement la même que dans le cas bidimensionnel du § I.5.a.iv.

Parce qu'il est souvent difficile d'avoir une mesure précise de E_0 , la vérification expérimentale la plus simple consiste en une mesure des rapports entre fréquences de vibration pour des directions différentes. Avec les valeurs ci-dessus, nous obtenons :

$$\Omega_y/\Omega_x = K_y/K_x \quad \text{et} \quad \Omega_z/\Omega_x = \frac{2}{\sqrt{3}}K_+/K_x \quad (\text{I.70})$$

Malgré la simplification du problème associée au choix de la transition $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$, ces prédictions sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus avec des atomes de césium [54].

Une autre caractéristique intéressante de la configuration de faisceaux discutée dans ce paragraphe est la possibilité d'ajuster de façon significative les paramètres du réseau (c'est-à-dire la dimension de la maille élémentaire). On peut, par conséquent, pour de faibles valeurs de θ_x et θ_y , réaliser un réseau pour lequel la distance entre puits premiers voisins est de l'ordre de plusieurs longueurs d'onde optiques. Une méthode simple pour obtenir de grandes séparations selon Oz est d'inverser les directions de propagation des deux faisceaux de la figure I.6(b) (p. 34) qui sont polarisés selon Ox . Il apparaît alors que la seule différence par rapport à la discussion précédente est que K_+ est remplacé par K_- [voir Eq. (I.16b)] dans les calculs précédents. Cette situation est assez surprenante du point de vue de son analogue unidimensionnel. En effet, dans la limite 1D ($\theta_x \rightarrow \pi$, $\theta_y \rightarrow 0$), l'on obtient deux ondes progressives co-propageantes ayant des polarisations linéaires croisées, *i.e.* une seule onde progressive ayant une polarisation elliptique fixe. Dans un tel cas, il n'existe pas de gradient de polarisation du champ et la seule force agissant sur le système atomique est la pression de radiation, qui a tendance à pousser les atomes le long de la direction Oz . La situation 3D est assez différente. En dépit de la force de pression de radiation non nulle selon Oz , la force réactive, associée aux déplacements lumineux devrait l'emporter lorsque $K_+ |\Delta|/k\Gamma \gg 1$.³¹ Cette configuration de *tétraèdre inversé* peut conduire, moyennant un choix astucieux des angles, à des réseaux optiques ayant une maille élémentaire dont le volume est de l'ordre de $600 \lambda^3$ (où λ est la longueur d'onde commune des quatre faisceaux de refroidissement). Par

31. Une estimation de l'ordre de grandeur de la force de pression de radiation est donnée par $|\mathcal{F}_{rad}| \simeq \hbar k \gamma_0$, où le taux de pompage optique γ_0 peut être exprimé soit en fonction du paramètre de saturation s_0 , soit en fonction du désaccord laser et de la fréquence de Rabi associée à chacune des ondes progressives Ω_0 : $\gamma_0 \sim \Gamma s_0 \sim \Gamma (\Omega_0/\Delta)^2$. Dans la configuration de *tétraèdre inversé* discutée ici, la force moyenne est portée par le vecteur unitaire de l'axe Oz . On pourrait penser à compenser cette force grâce à la force de gravitation, qui peut avoir la direction opposée à la précédente ($\mathcal{F}_g = Mg$). On peut montrer en effet que, pour des atomes de césium, les deux forces sont du même ordre de grandeur lorsque $|\Omega_0/\Delta| \simeq 10^{-2}$.

exemple, si l'on choisit $\theta_x \simeq 160^\circ$ et $\theta_y \simeq 5^\circ$, les distances entre les sites voisins de la maille élémentaire sont $\Delta x = \lambda_x \simeq 3 \lambda$, $\Delta y = \lambda_y \simeq 11 \lambda$ et $\Delta z = \lambda_+/2 \simeq 18 \lambda$. Ce type de réseau optique *macroscopique* pourrait être accessible à une observation directe, à condition que le processus de refroidissement soit suffisamment efficace pour produire la localisation atomique requise.

REMARQUE : Ce n'est pas le but de ce chapitre de prédire la température dans ce type de réseaux. En effet, même dans la situation unidimensionnelle, l'évaluation de température requiert un calcul numérique qui s'avère assez long et complexe (voir p.ex. II.3.c, ou [24, 25]). Il est cependant possible d'estimer la température dans la limite semi-classique en utilisant l'approche de Jean DALIBARD et Claude COHEN-TANNOUJDI [22]. Dans cette limite, la température est proportionnelle au rapport du coefficient de diffusion en impulsion D_p sur le coefficient de friction α . Lorsque la distance entre collines de potentiel augmente, on s'attend à ce que la valeur du coefficient de friction diminue, car les événements de type « Sisyphé » deviennent de plus en plus rares. Il existe deux types de termes dans le coefficient de diffusion. Le terme le plus important dans le cas 1D (et pour $|\Delta| \gg \Gamma$), D_p'' , est associé aux fluctuations de la force de refroidissement (et correspond à des sauts entre les deux courbes de potentiel). Ce terme varie de la même façon que la force de friction lorsque la distance entre collines de potentiel varie. Par conséquent, tant que le coefficient de diffusion D_p'' demeure le terme dominant, la température du réseau ne change pas. Le deuxième mécanisme de diffusion est associé à l'émission spontanée (ce terme inclut aussi bien les fluctuations d'impulsion liées à l'émission de photons de fluorescence, que les fluctuations résultant de la variation du nombre de photons absorbés de chacune des ondes laser). Dans le cas 1D, le coefficient de diffusion correspondant D_p' est inférieur à D_p'' d'un facteur $(\Gamma/\Delta)^2$. Cependant, on ne s'attend pas à ce que D_p' dépende du volume de la maille du réseau, si bien que pour une maille de grande dimension la contribution de ce terme peut devenir plus importante que celle de D_p'' . Il en résulte que la température pourrait augmenter lorsque l'échelle de longueur caractéristique de la maille élémentaire devient trop importante.

ii) Champs polarisés dans les plans xOz et yOz : configuration du tétraèdre « tourné »³²

Nous discutons maintenant une autre façon de généraliser la configuration $lin \perp lin$ 1D. Les deux faisceaux initiaux de la figure I.4(a) sont divisés en quatre faisceaux d'après la méthode décrite au § I.4.b.iii [voir Fig. I.6(b), p. 34], mais les faisceaux se propageant dans le plan xOz sont maintenant polarisés linéairement dans le plan xOz , et les faisceaux se propageant dans le plan yOz sont polarisés linéairement dans le plan yOz . Les amplitudes des quatre champs électriques sont choisies telles que $\mathcal{E}_{xz} = E_0 / (2 \cos \theta_x)$ et $\mathcal{E}_{yz} = E_0 / (2 \cos \theta_y)$, où \mathcal{E}_{xz} (resp. \mathcal{E}_{yz}) est l'amplitude du

32. Les termes « standard » et « tourné » sont employés à des fins mnémotechniques. On peut remarquer que la configuration du tétraèdre dit « tourné » est obtenue à partir de celle du tétraèdre dit « standard » en effectuant une rotation de $\frac{\pi}{2}$ des polarisations de tous les faisceaux autour de leurs directions de propagation respectives.

champ électrique des faisceaux contenus dans le plan xOz (resp. yOz). Les expressions des composantes circulaires du champ total résultant sont données par :

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{iK-z} [\pm \cos(K_x x) e^{iK+z} - \cos(K_y y) e^{-iK+z}] \quad (\text{I.71a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = E_0 e^{iK-z} [-\tan(\theta_y) \sin(K_y y) e^{-iK+z} + i \tan(\theta_x) \sin(K_x x) e^{iK+z}] \quad (\text{I.71b})$$

Cas où les caractéristiques de la configuration 1D sont préservées : Comme nous avons montré au § I.4.b, la nature du réseau de Bravais est entièrement déterminée par la géométrie des directions de propagation des faisceaux de refroidissement, si bien que le réseau est le même que dans le cas de la configuration du tétraèdre « standard » (§ I.5.b.i). Malgré cette similitude apparente entre les deux configurations, il existe des différences importantes, du fait que la composante du champ total selon Oz est maintenant, de façon générale, différente de zéro. La présence de lumière polarisée π a plusieurs conséquences. Une première conséquence est que l'opérateur des déplacements lumineux n'est plus diagonal dans la base des sous-niveaux Zeeman du fondamental. En effet, des cohérences sont trouvées entre les sous-niveaux magnétiques du fondamental $|g, +\rangle$ et $|g, -\rangle$ (comme dans la configuration 2D étudiée au § I.5.a.ii). Une autre conséquence est que les lignes trouvées sur la figure I.17(a), où l'intensité lumineuse s'annule, n'existent pas dans la présente situation.

En diagonalisant l'opérateur des déplacements lumineux, nous obtenons l'expression du potentiel optique. Deux coupes de V_{OPT} sont présentées sur les Fig. I.18(a) et I.18(b) dans le cas $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$. Nous remarquons sur ces figures l'absence de zones totalement sombres qui correspondraient à une intensité lumineuse nulle, comme mentionné ci-dessus. Les zones les plus sombres de ces figures correspondent aux maxima du potentiel et sont associées à des points où la polarisation lumineuse est purement linéaire et parallèle à l'axe Oz . Les positions des minima du potentiel sont toujours données par l'équation (I.67) de la page 59 et correspondent à des sites où la lumière est purement circulaire (polarisée alternativement σ^+ et σ^-). A partir des expressions (I.71a) et (I.71b), il est aisé de voir qu'une augmentation des valeurs des angles θ_x et θ_y se traduit par une augmentation de la proportion de lumière polarisée π , l'intensité des composantes circulaires σ^\pm restant inchangée (ceci est bien entendu dû à notre choix particulier des amplitudes relatives des quatre faisceaux). Par conséquent, le fait d'augmenter les angles entre les faisceaux conduit à des puits de potentiel lumineux moins profonds. En fait, nous allons montrer qu'au-delà d'un certain angle, la topographie du potentiel optique exhibe une modification profonde, les minima globaux étant localisés au voisinage de points où la polarisation lumineuse est linéaire.

Cas où il n'y a pas conservation de la mémoire 1D : Afin de pouvoir discuter la nature des minima du potentiel et de trouver les fréquences de vibration

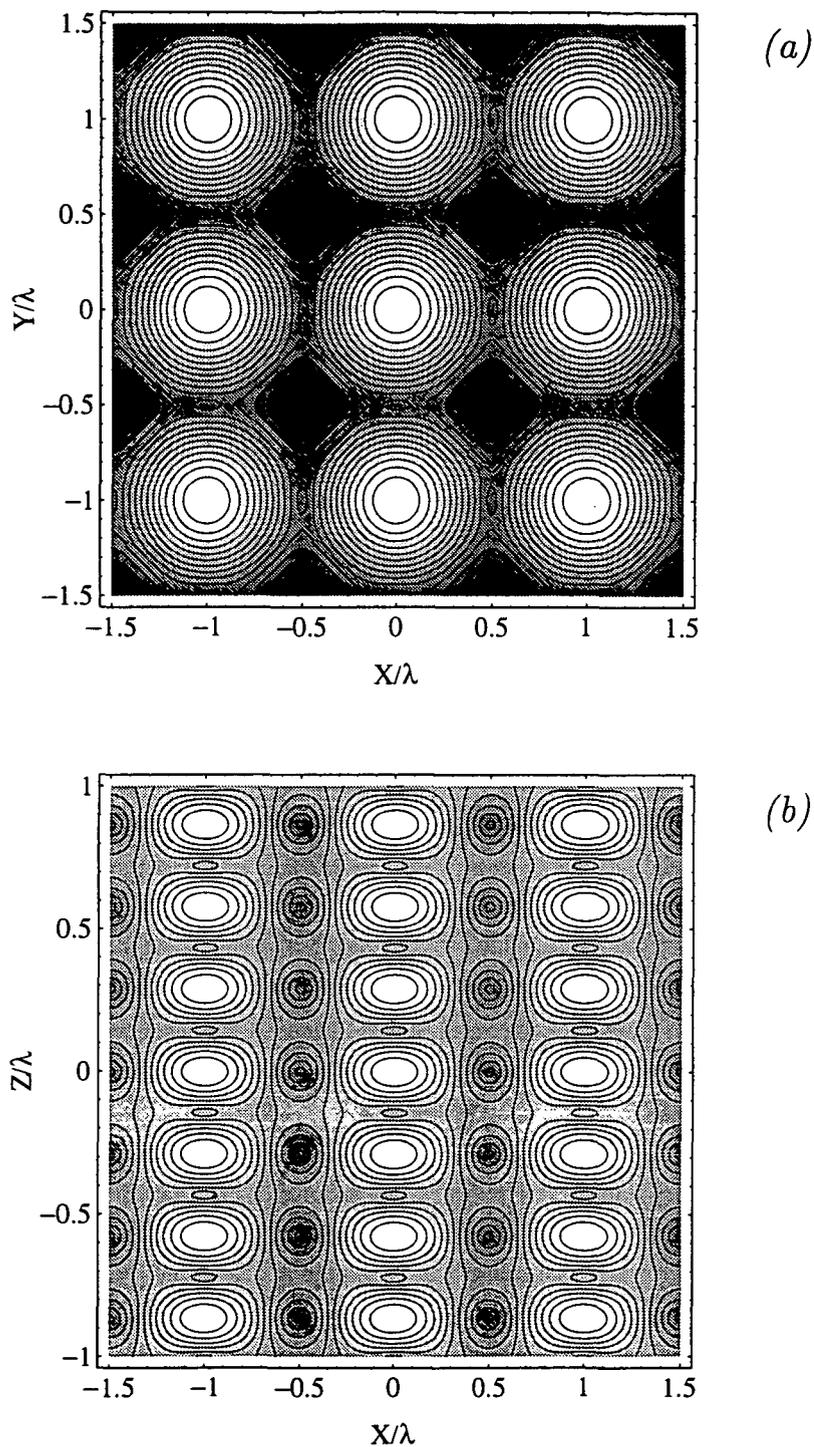


FIG. I.18 - Topographie du potentiel optique dans le cas de la généralisation 3D de la configuration $lin \perp lin$ à quatre faisceaux disposés selon un tétraèdre « tourné ». (a) Coupe dans le plan $z = 0$; (b) coupe dans le plan $y = 0$. La figure correspond au cas $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$. La polarisation lumineuse est circulaire et alternativement σ^+ et σ^- au fond des puits de potentiel qui correspondent aux zones claires de la figure.

atomiques, nous développons, à l'ordre deux en x , y et z , les expressions des intensités des différentes composantes lumineuses au voisinage d'un site de polarisation σ^- :

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq K_+^2 z^2 \quad (\text{I.72a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{2} K_x^2 x^2 - \frac{1}{2} K_y^2 y^2 - K_+^2 z^2 \quad (\text{I.72b})$$

$$\frac{I_\pi(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{1}{2} [K_x^2 x^2 \tan^2 \theta_x + K_y^2 y^2 \tan^2 \theta_y] \quad (\text{I.72c})$$

Le potentiel optique au voisinage d'un tel site peut être exprimé comme une fonction des intensités [cf. Eq. (I.53), p. 53]. Dans cette approximation, on obtient les fréquences angulaires de vibration suivantes :

$$\Omega_x = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{3(1 - \tan^2 \theta_x) \frac{E_{Rx}}{U_0}} \quad (\text{I.73a})$$

$$\Omega_y = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{3(1 - \tan^2 \theta_y) \frac{E_{Ry}}{U_0}} \quad (\text{I.73b})$$

$$\Omega_z = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R+}}{U_0}} \quad (\text{I.73c})$$

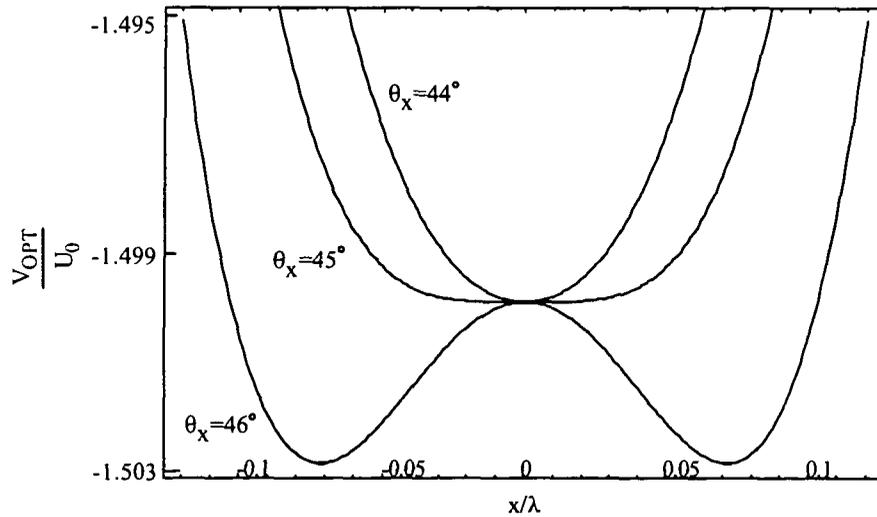


FIG. I.19 - Bifurcation du potentiel optique dans la direction Ox .

La fréquence Ω_x s'annule pour $\theta_x = 45^\circ$. La valeur critique $\theta_c = 45^\circ$ est associée à une modification de la topographie du potentiel optique. Lorsque θ_x ou θ_y atteignent cette valeur, le potentiel présente une bifurcation « en selle » et le terme harmonique en x ou en y dans le développement de $V_{OPT}(x, y, z)$ disparaît. La forme des puits de potentiel est alors modifiée de façon significative (voir Fig. I.19). En fait, au-delà de cet angle critique, les minima globaux du potentiel ne sont plus situés aux

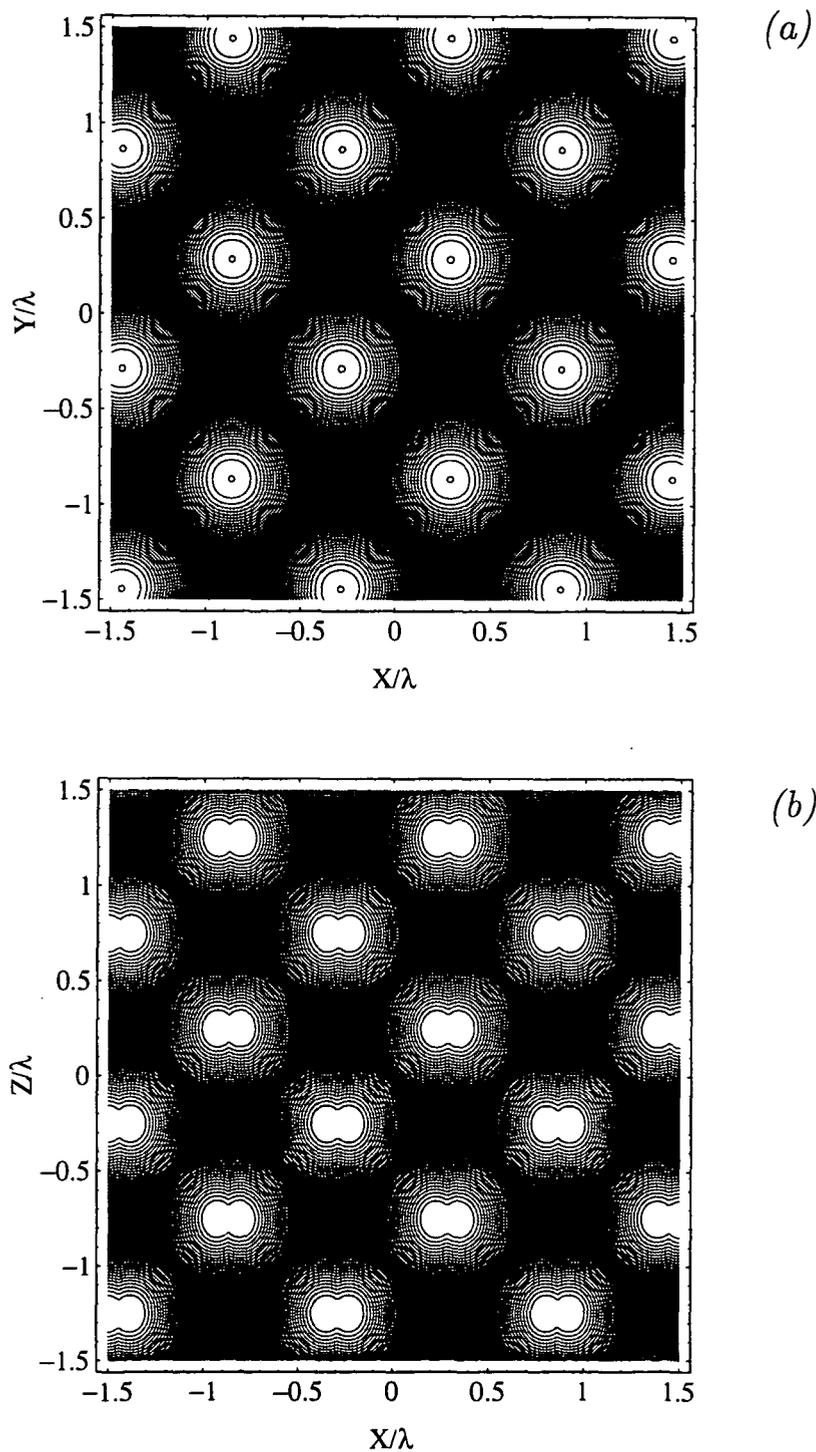


FIG. I.20 - Topographie du potentiel optique dans le cas où $\theta_x = \theta_y = 60^\circ$. Dans cette situation, il n'y a pas mémoire de la configuration 1D de départ : les minima du potentiel sont situés au voisinage des points où la polarisation lumineuse est purement linéaire π . (a) Coupe dans le plan xOy ; (b) coupe dans le plan xOz .

endroits où la polarisation est circulaire et, par conséquent, les propriétés physiques du réseau devraient s'en trouver modifiées. La topographie du potentiel au-delà de la bifurcation est illustrée sur les figures I.20(a) et I.20(b) dans le cas particulier où $\theta_x = \theta_y = 60^\circ$. On remarque que les minima globaux du potentiel sont maintenant situés *au voisinage* des points :

$$\mathbf{R}_{l,m,n}^{(\pi)} = (2l + 1) \frac{\lambda_x}{4} \mathbf{e}_x + (2m + 1) \frac{\lambda_y}{4} \mathbf{e}_y + (2n + 1) \frac{\lambda_z}{8} \mathbf{e}_z \quad l, m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.74})$$

où le champ électrique total est aligné selon l'axe Oz . Par conséquent, la polarisation lumineuse est majoritairement π aux minima du potentiel. Il est important de noter également que la forme des puits de potentiel change de façon drastique, au-delà du point de bifurcation. Comme on peut remarquer sur la figure I.20(b), les puits de potentiel n'ont plus une allure d'ellipsoïde (comme c'est le cas pour $\theta_x, \theta_y < \theta_c$), mais possèdent plutôt une forme toroïdale de révolution autour de Oz . Il faut souligner, par ailleurs, que ces minima sont beaucoup plus profonds que les puits de potentiel de polarisation circulaire initiaux. Etant donnée la nature complexe de la carte du potentiel et de la polarisation lumineuse au fond des puits, le mouvement atomique au sein de ce réseau, pour $\theta_x, \theta_y > \theta_c$, pourrait présenter des caractéristiques originales différant d'une généralisation naïve du mouvement 1D dans trois directions.

iii) Configuration « en parapluie »

Comme il a été mentionné dans le paragraphe § I.4.b.ii, une manière différente de scinder la configuration 1D *lin* \perp *lin* peut être obtenue en séparant l'un des deux faisceaux initiaux (par exemple le faisceau polarisé selon Oy) en trois faisceaux, le faisceau se propageant en sens opposé (polarisé selon Ox) étant inchangé. Les trois faisceaux obtenus après cette opération possèdent des polarisations linéaires contenues dans le plan yOz . Cette géométrie « *en parapluie* » est illustrée dans la figure I.6(a), à la page 34 [voir également Eq. (I.12a) et Eq. (I.12b), p. 33]. Afin d'obtenir une polarisation purement circulaire au fond des puits, nous effectuons le choix suivant pour les amplitudes des quatre faisceaux : l'onde polarisée selon Ox (de vecteur d'onde \mathbf{k}_3) possède une amplitude $\mathcal{E}_3 = E_0$, alors que les trois autres ondes, ayant des vecteurs d'onde $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$, ont leurs amplitudes de champ électrique respectivement données par $\mathcal{E}_0 = E_0/3$ et $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = E_0\sqrt{3 + \cos^2 \vartheta} / (6 \cos \vartheta)$. On peut remarquer que le choix de la polarisation brise la symétrie de révolution autour de Oz . Nous écrivons maintenant les composantes de polarisation du champ électrique résultant de l'interférence entre les quatre faisceaux :

$$E_{\pm}(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-ikz} \left[\frac{1}{3} e^{i(2K_{\parallel}z - K_{\perp}x)} + \frac{2}{3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}K_{\perp}y}{2} \right) e^{i(2K_{\parallel}z + K_{\perp}x/2)} \mp 1 \right] \quad (\text{I.75a})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = -\frac{E_0}{\sqrt{3}} \tan \vartheta \sin \left(\frac{\sqrt{3}K_{\perp}y}{2} \right) e^{-i(kz + K_{\perp}x/2)} \quad (\text{I.75b})$$

Le calcul du potentiel optique est réalisé en diagonalisant l'opérateur des déplacements lumineux dans la base de sous-niveaux Zeeman du fondamental. Des coupes du potentiel dans les plans xOy et xOz sont respectivement présentées aux figures I.21(a) et I.21(b), dans le cas où $\vartheta = 30^\circ$. Les minima du potentiel représentés par les zones claires de la figure I.21(b) correspondent alternativement à une polarisation σ^+ et σ^- , alors que tous les minima d'un plan donné parallèle à xOy [Fig. I.21(a)] ont la même polarisation circulaire (par exemple tous les minima du plan $z = 0$ sont polarisés σ^- avec notre choix d'amplitudes et de phases relatives des faisceaux). De façon plus explicite, la position des sites σ^- est donnée par :

$$\mathbf{R}_{l,m,n}^{(-)} = l \frac{\lambda_{\perp}}{3} \mathbf{e}_x + (2m + l) \frac{\lambda_{\perp}}{\sqrt{3}} \mathbf{e}_y + (3n + l) \frac{\lambda_{\parallel}}{6} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.76})$$

alors que les minima associés à une polarisation σ^+ de la lumière sont situés à :

$$\mathbf{R}_{l,m,n}^{(+)} = l \frac{\lambda_{\perp}}{3} \mathbf{e}_x + (2m + l) \frac{\lambda_{\perp}}{\sqrt{3}} \mathbf{e}_y + \left(3n + l + \frac{3}{2}\right) \frac{\lambda_{\parallel}}{6} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.77})$$

où $l, m, n \in \mathbb{Z}$. Le motif du réseau optique obtenu (cf. § I.4.b.ii) est composé de deux puits de potentiel adjacents le long de l'axe Oz , associés à des polarisations circulaires opposées. La distance entre ces deux minima est de $\lambda_{\parallel}/4$. Par conséquent, cette configuration préserve aussi l'ordre antiferromagnétique de la situation 1D initiale.

Nous évaluons maintenant les fréquences angulaires de vibration au voisinage d'un fond de puits en utilisant l'approximation harmonique. Au voisinage d'un site polarisé σ^- , les expressions des intensités des composantes circulaires du champ, développées à l'ordre deux en x , y et z , sont

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} \simeq K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.78a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 1 - \frac{1}{4} K_{\perp}^2 x^2 - \frac{1}{4} K_{\perp}^2 y^2 - K_{\parallel}^2 z^2 \quad (\text{I.78b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{\tan^2 \vartheta}{8} K_{\perp}^2 y^2 \quad (\text{I.78c})$$

En utilisant l'Eq. (I.53) (p. 53) pour l'expression du potentiel au voisinage du site considéré, on obtient les fréquences angulaires de vibration suivantes :

$$\Omega_x = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3E_{R\perp}}{2U_0}} \quad (\text{I.79a})$$

$$\Omega_y = \frac{U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{3}{2} \left(1 - \frac{\tan^2 \vartheta}{2}\right) \frac{E_{R\perp}}{U_0}} \quad (\text{I.79b})$$

$$\Omega_z = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R\parallel}}{U_0}} \quad (\text{I.79c})$$

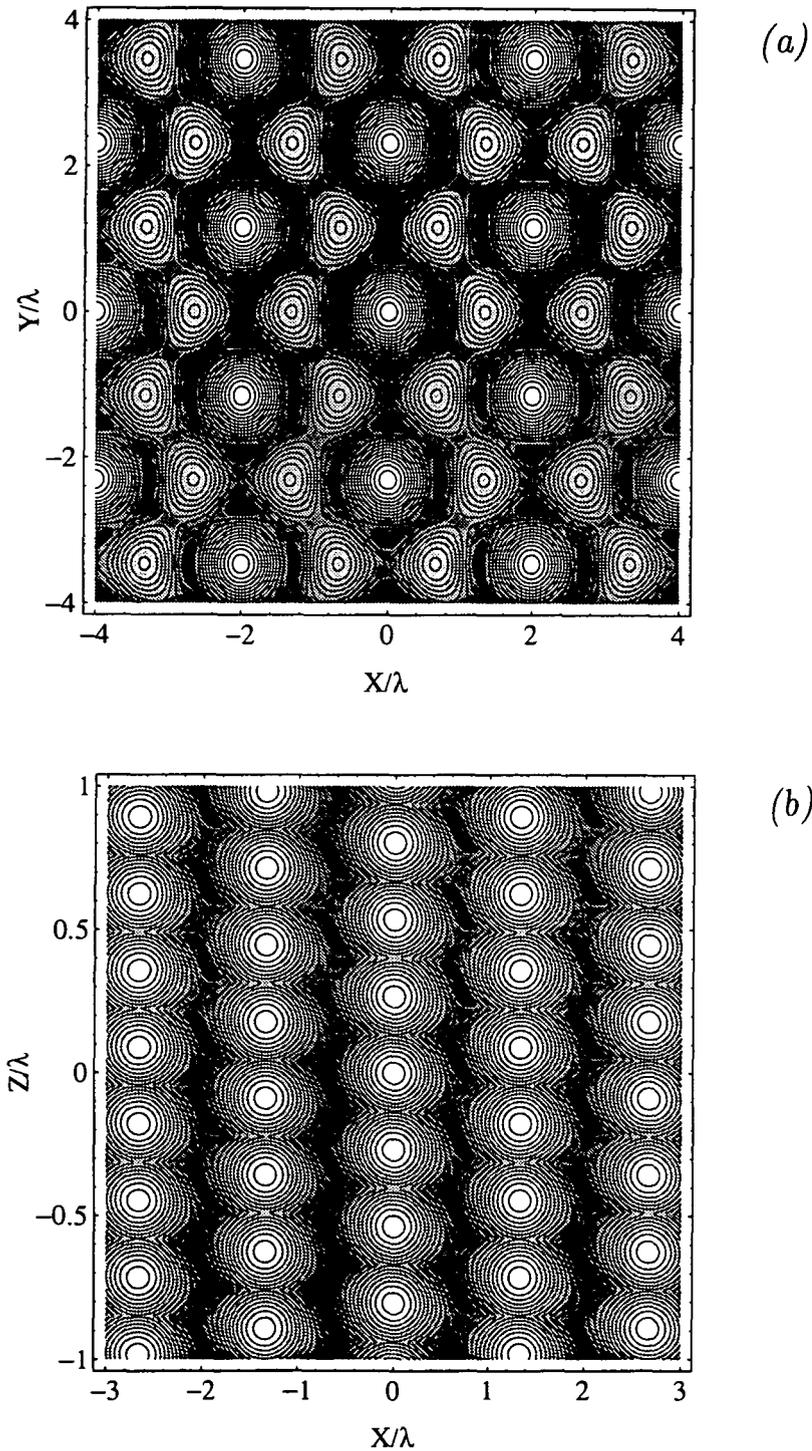


FIG. I.21 - Topographie du potentiel optique obtenue par une configuration de type parapluie. La figure correspond au cas où $\vartheta = 30^\circ$. (a) Coupe dans le plan xOy . Les minima du potentiel correspondent à une polarisation σ^- de la lumière. (b) Coupe dans le plan xOz . Les minima sont alternativement polarisés σ^+ et σ^- .

La valeur $\vartheta_c = \arctan(\sqrt{2}) \simeq 54,7^\circ$ apparaît comme une valeur critique de l'angle pour laquelle la fréquence de vibration selon Oy s'annule (à l'ordre considéré). Cette valeur est en fait associée à une modification de la forme des puits de potentiel selon Oy , conduisant à une modification profonde de la topographie du potentiel optique. On peut remarquer, à partir de l'expression de Ω_x , qu'il n'existe pas de valeur critique de ϑ pour la direction Ox . C'est une conséquence du fait que la configuration étudiée n'est pas symétrique en x et y .

I.6 Généralisation de la configuration MASE

Cette section est consacrée à la présentation d'une extension possible à trois dimensions de la configuration MASE 1D introduite au § I.1.b. La généralisation à 3D comporte deux volets. D'une part l'étude du potentiel optique résultant de la configuration du champ électrique, et d'autre part une étude portant sur le couplage entre les deux états internes *via* le champ magnétique à 3D.

I.6.a Configuration du champ électrique

Pour généraliser à trois dimensions la situation 1D, nous utilisons la géométrie à quatre faisceaux exposée au § I.4.b.iii (géométrie en tétraèdre). Les polarisations des quatre faisceaux de la figure I.6(b) (p. 34) sont maintenant *elliptiques* et respectivement données par :

$$\mathbf{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta_x}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y - \tan \theta_x \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.80a})$$

$$\mathbf{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta_x}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y + \tan \theta_x \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.80b})$$

$$\mathbf{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta_y}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y - i \tan \theta_y \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.80c})$$

$$\mathbf{u}_4 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta_y}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y + i \tan \theta_y \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.80d})$$

Les polarisations des ondes incidentes sont donc choisies de façon que la projection de chaque champ sur le plan xOy soit polarisée σ^- .³³ Les deux ondes progressives se propageant dans le plan xOz [selon les vecteurs \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 des Eqs. (I.15a) et (I.15b) respectivement] ont une amplitude $\mathcal{E}_{xz} = E_0 \sqrt{1 + \cos^2 \theta_x} / (2\sqrt{2} \cos \theta_x)$, alors que les ondes se propageant dans le plan yOz (selon les vecteurs d'onde \mathbf{k}_3 et \mathbf{k}_4) ont une amplitude $\mathcal{E}_{yz} = E_0 \sqrt{1 + \cos^2 \theta_y} / (2\sqrt{2} \cos \theta_y)$. Avec ces conventions, les composantes du champ total s'écrivent :

33. Noter que le cas d'une polarisation σ^+ est tout à fait équivalent.

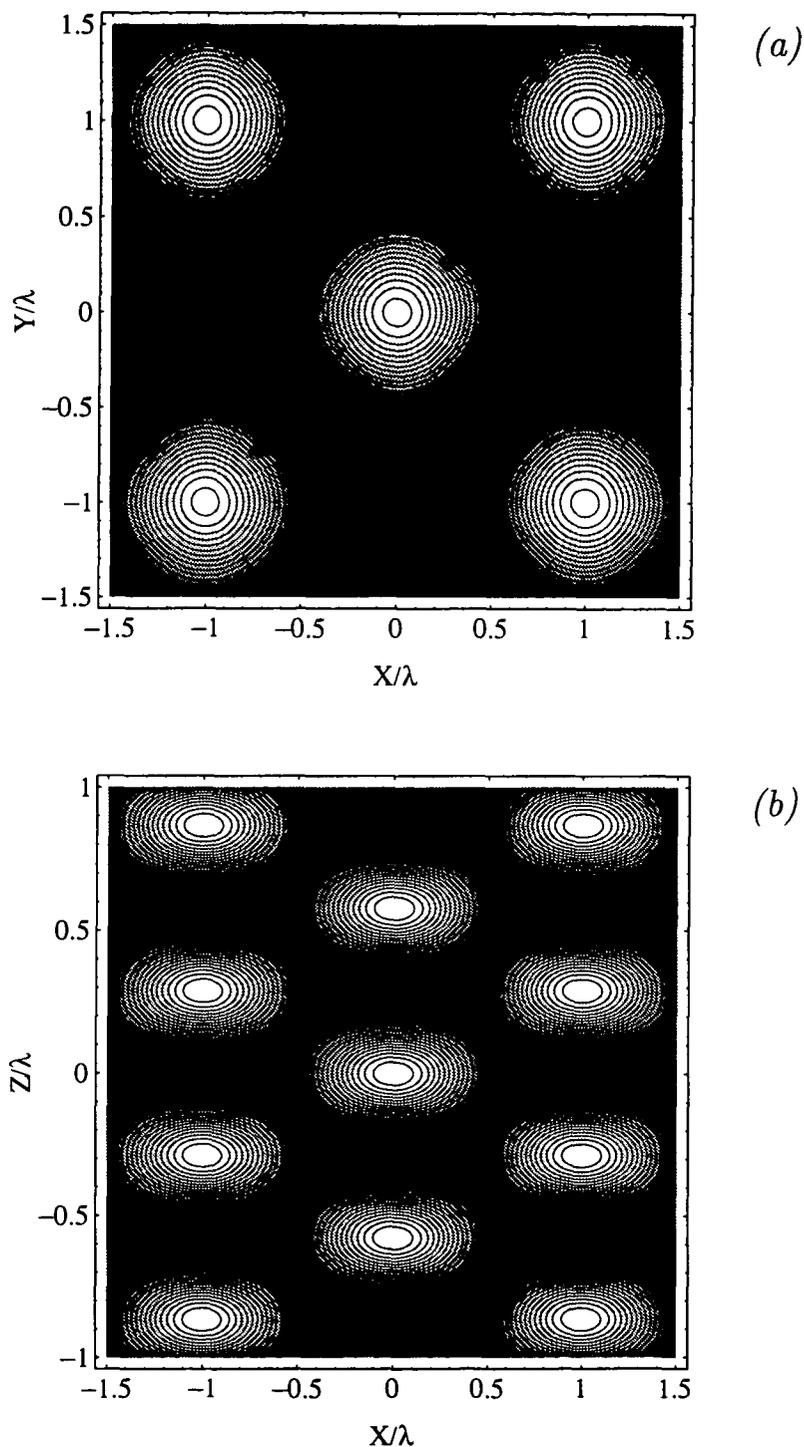


FIG. 1.22 - Topographie du potentiel optique obtenue en généralisant à trois dimensions la configuration MASE. (a) Coupe dans le plan $z = 0$; (b) coupe dans le plan $y = 0$. Tous les minima du potentiel (zones claires de la figure) correspondent à une polarisation circulaire σ^- de la lumière: le réseau conserve la structure ferromagnétique de la configuration 1D de départ. Les zones les plus sombres correspondent aux nœuds du champ. La figure a été tracée dans le cas où $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$.

$$E_+(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.81a})$$

$$E_-(\mathbf{r}) = E_0 e^{iK_- z} [\cos(K_x x) e^{iK_+ z} + \cos(K_y y) e^{-iK_+ z}] \quad (\text{I.81b})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{iK_- z} [\tan \theta_y \sin(K_y y) e^{-iK_+ z} - i \tan \theta_x \sin(K_x x) e^{iK_+ z}] \quad (\text{I.81c})$$

où K_x , K_y et K_\pm sont donnés par les Eqs. (I.16a) et (I.16b) (p. 37). Etant donné que la géométrie des vecteurs d'onde est la même que pour les configurations des § I.5.b.i et § I.5.b.ii, la périodicité spatiale du potentiel est la même. Le motif du réseau est néanmoins différent, car dans le cas présent, la lumière n'a pas de composante σ^+ .

En calculant les valeurs propres de l'opérateur décrivant les déplacements lumineux, nous obtenons le potentiel optique. Les figures I.22(a) et I.22(b) représentent deux coupes du potentiel prises respectivement selon xOy et xOz . Les minima du potentiel sont situés aux points :

$$\mathbf{R}_{l,m,n}^{(-)} = l \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + m \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y + n \frac{\lambda_+}{4} \mathbf{e}_z \quad \text{avec } l + m + n = 2p ; \text{ où } l, m, n, p \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.82})$$

Au fond de ces puits de potentiel, la polarisation est purement circulaire σ^- [cf. Eqs. (I.81a-c)], et par conséquent le réseau est *ferromagnétique*. On note également la présence de zones très sombres sur les figures, à l'intérieur desquelles il existe des points où l'intensité lumineuse totale s'annule. Il s'agit de nœuds du champ, associés à une dégénérescence des sous-niveaux de l'hamiltonien effectif. Comme pour le cas 1D, un champ magnétique pourrait être nécessaire afin d'assurer des couplages entre les sous-niveaux Zeeman au voisinage de ces points et lever la dégénérescence. Cependant, du fait de la présence de la composante π de la lumière, la situation 3D est différente de la situation 1D et en particulier les états propres de l'hamiltonien effectif dépendent de l'espace dans le cas 3D. Des transitions non-adiabatiques entre ces états pourraient induire un processus de refroidissement ne nécessitant pas la présence d'un champ magnétique. Nous discuterons ce point plus en détail au § I.6.b.

Nous nous intéressons maintenant à l'évaluation des fréquences de vibration pour des atomes localisés près du fond des puits de potentiel. Au voisinage d'un minimum, les intensités des composantes circulaires et linéaire sont données par :

$$\frac{I_+(\mathbf{r})}{I_0} = 0 \quad (\text{I.83a})$$

$$\frac{I_-(\mathbf{r})}{I_0} \simeq 2 - K_x^2 x^2 - K_y^2 y^2 - 2K_+^2 z^2 \quad (\text{I.83b})$$

$$\frac{I_z(\mathbf{r})}{I_0} \simeq \frac{1}{4} [K_x^2 x^2 \tan^2 \theta_x + K_y^2 y^2 \tan^2 \theta_y] \quad (\text{I.83c})$$

Le potentiel optique dans l'approximation harmonique est donné par l'Eq. (I.53) et se réduit ici à $V_{OPT}(\mathbf{r}) = \hbar \Delta s_0 [I_-(\mathbf{r}) + I_z(\mathbf{r})] / I_0$. Il est alors commode d'introduire la profondeur U_1 des puits de la configuration MASE 1D, qu'il est possible d'exprimer

en fonction du paramètre $\hbar\Delta s_0$.³⁴ Les fréquences angulaires de vibration résultantes sont :

$$\Omega_x = \frac{U_1}{\hbar} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\tan^2 \theta_x}{4} \right) \frac{E_{Rx}}{U_1}} \quad (\text{I.84a})$$

$$\Omega_y = \frac{U_1}{\hbar} \sqrt{2 \left(1 - \frac{\tan^2 \theta_y}{4} \right) \frac{E_{Ry}}{U_1}} \quad (\text{I.84b})$$

$$\Omega_z = \frac{2U_1}{\hbar} \sqrt{\frac{E_{R+}}{U_1}} \quad (\text{I.84c})$$

Ces expressions nous permettent de trouver les valeurs critiques des angles θ_x et θ_y pour lesquelles le potentiel optique présente une bifurcation « en selle » similaire à celle mentionnée dans le paragraphe précédent. Une fois de plus, cette transition est essentiellement liée à la présence de lumière polarisée π dont le poids relatif par rapport à la composante circulaire devient de plus en plus important lorsque les valeurs des angles augmentent. La valeur critique est donnée par : $\theta_c = \arctan(2) \simeq 63,4^\circ$. On note incidemment que la localisation d'atomes sur un réseau cubique centré de type ferromagnétique [correspondant à $\theta_x = \theta_y = \arccos(1/\sqrt{3}) \simeq 54,7^\circ$, comme il a été montré au § I.4.b.iii] paraît toujours réalisable.

I.6.b Etude du couplage *via* un champ magnétique

Nous allons discuter maintenant la nécessité de la présence d'un champ magnétique statique transverse³⁵ (généralisant la configuration 1D) par rapport au processus de refroidissement (et, *a fortiori*, à la localisation atomique) au sein du réseau tridimensionnel présenté ci-dessus. En particulier, nous allons essayer de voir s'il existe des directions particulières du champ magnétique qui favorisent le mécanisme de refroidissement. Comme mentionné au § I.6.a, la différence essentielle existant entre la situation initiale 1D et sa généralisation à 3D est la présence de photons de polarisation π dans la dernière, induisant des cohérences entre sous-niveaux du fondamental. Il en résulte une dépendance spatiale des fonctions d'onde associées aux différentes nappes de potentiel (valeurs propres de l'opérateur des déplacements lumineux) et par conséquent, un couplage important entre les degrés de liberté externes et internes de l'atome. Ces couplages peuvent être à l'origine de transitions non-adiabatiques³⁶ entre sous-niveaux du fondamental au voisinage des nœuds du

34. A une dimension, nous considérons deux ondes ayant une amplitude réelle commune E_0 . La profondeur des puits unidimensionnels (qui est aussi le déplacement lumineux maximum pour la configuration MASE) peut alors s'écrire : $U_1 = -2 \hbar\Delta s_0$. Nous pouvons donc écrire à l'aide de l'Eq. (I.35) : $U_1 = 3 U_0$.

35. Par transverse nous entendons simplement orthogonal à l'axe Oz qui est l'axe de la configuration 1D initiale.

36. En effet, l'hamiltonien d'un atome en mouvement comporte un terme d'énergie cinétique $T = \frac{\mathbf{p}^2}{2M}$ qui couple les deux états propres $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ de l'opérateur des déplacements lumineux.

champ électrique, où les niveaux sont dégénérés. Par conséquent, un processus de refroidissement de type MASE pourrait avoir lieu, même en l'absence de champ magnétique transverse.

Nous allons examiner maintenant le couplage induit entre les deux états $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ (états propres de l'opérateur des déplacements lumineux) par un champ magnétique statique orthogonal à Oz . Les expressions analytiques des deux vecteurs propres de l'opérateur $\widehat{\Lambda}(\mathbf{r})$ peuvent être évaluées aisément :

$$|\psi_1(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{[N(\mathbf{r})]^{1/2}} \left\{ \sqrt{2}E_-(\mathbf{r}) E_z^*(\mathbf{r}) |g, -\rangle - \left[I_-(\mathbf{r}) + \sqrt{I_-^2(\mathbf{r}) + 2I_-(\mathbf{r}) I_z(\mathbf{r})} \right] |g, +\rangle \right\} \quad (\text{I.85a})$$

$$|\psi_2(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{[N(\mathbf{r})]^{1/2}} \left\{ \left[I_-(\mathbf{r}) + \sqrt{I_-^2(\mathbf{r}) + 2I_-(\mathbf{r}) I_z(\mathbf{r})} \right] |g, -\rangle + \sqrt{2}E_-^*(\mathbf{r}) E_z(\mathbf{r}) |g, +\rangle \right\} \quad (\text{I.85b})$$

où $N(\mathbf{r}) = 2I_-(\mathbf{r}) \left[I_-(\mathbf{r}) + 2I_z(\mathbf{r}) + \sqrt{I_-^2(\mathbf{r}) + 2I_-(\mathbf{r}) I_z(\mathbf{r})} \right]$ est la norme au carré commune de ces deux vecteurs. Un champ magnétique statique faible $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{u}$ ajoute un terme Zeeman perturbatif à l'hamiltonien du système atomique :

$$\widehat{W}_Z = \hbar \Omega_B \widehat{\mathbf{J}} \cdot \mathbf{u} \quad (\text{I.86})$$

où Ω_B est proportionnel à B_0 et où $\widehat{\mathbf{J}}$ est l'opérateur moment cinétique réduit (exprimé en unités \hbar). L'opérateur \widehat{W}_Z possède des éléments de matrice non diagonaux dans la base $\{|\psi_1(\mathbf{r})\rangle, |\psi_2(\mathbf{r})\rangle\}$ qui sont non nuls. D'après la théorie des perturbations stationnaires au premier ordre, \widehat{W}_Z induit des anti-croisements entre les deux niveaux énergétiques associés à $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ au voisinage des points de dégénérescence entre ces deux niveaux (c'est-à-dire aux nœuds du champ électrique). En toute rigueur, il faudrait diagonaliser la perturbation à l'intérieur du sous-espace formé par $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$. Néanmoins, on peut simplement caractériser l'intensité du couplage entre les deux nappes de potentiel à l'aide des éléments de matrice non diagonaux de \widehat{W}_Z . Nous posons donc :

$$C_{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \langle \psi_2(\mathbf{r}) | \widehat{\mathbf{J}} \cdot \mathbf{u} | \psi_1(\mathbf{r}) \rangle \quad (\text{I.87})$$

et nous étudions les variations spatiales de $|C_{\mathbf{u}}(\mathbf{r})|^2$ en fonction de la direction du champ magnétique transverse \mathbf{u} .

Un atome ayant une trajectoire (classique) linéaire parallèle à Oz donnée par :

$$\mathbf{r}_{m,n}^{(1)}(t) = m \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + n \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y + z(t) \mathbf{e}_z \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.88})$$

à son dipôle magnétique orienté selon Oz [cf. Eqs. (I.85a-b) et Eqs. (I.81a-c)]. C'est-à-dire que, dans ce cas, les deux états $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ sont précisément les deux

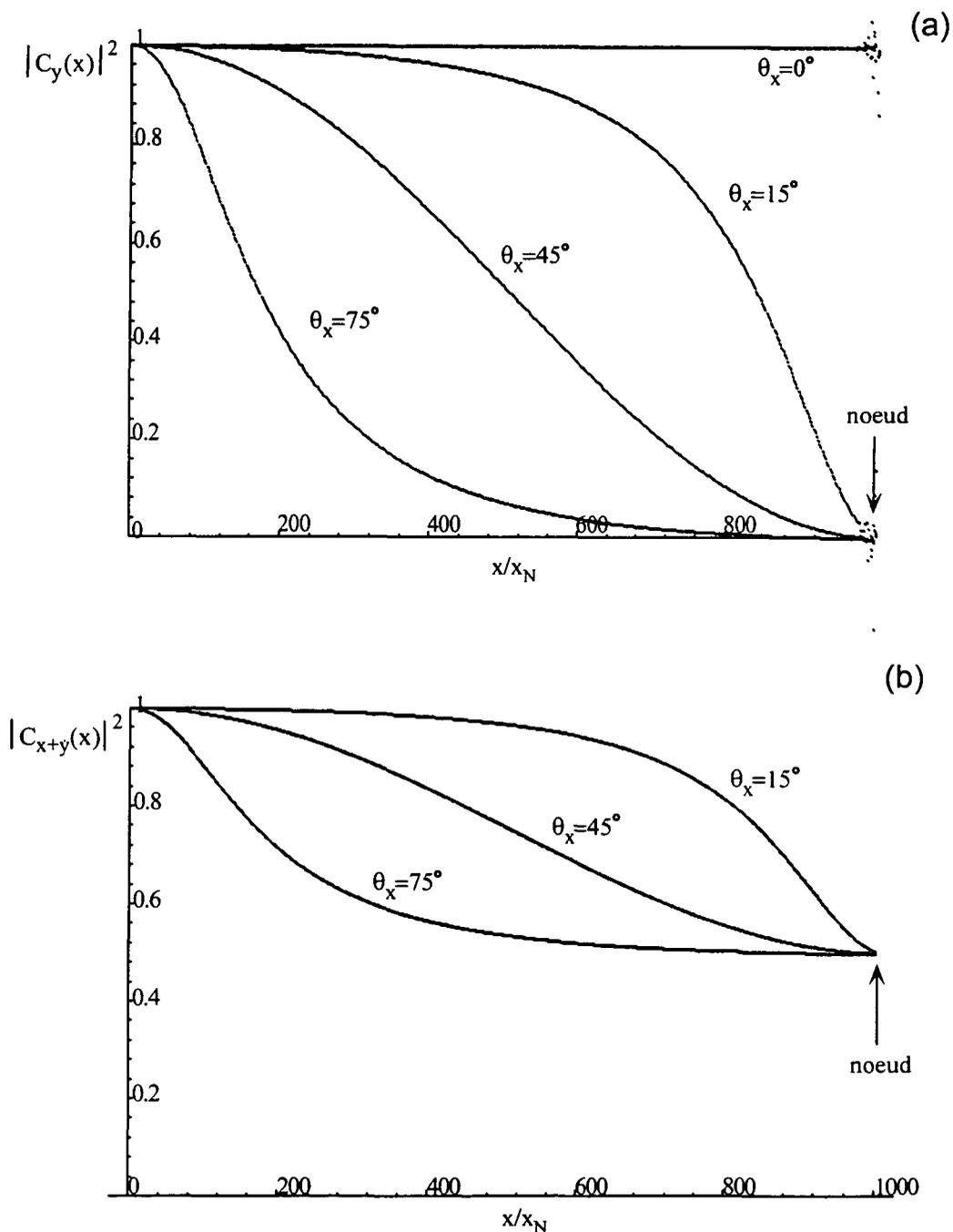


FIG. I.23 - Couplage (normalisé à 1) entre les deux états propres de l'hamiltonien effectif via un champ magnétique transverse, pour la configuration MASE 3D. (a) Couplage magnétique le long de l'axe Ox obtenu lorsque la direction du champ perturbatif est parallèle à Oy . (b) Couplage magnétique le long de l'axe Ox obtenu lorsque la direction du champ perturbatif est parallèle à une bissectrice du plan xOy . La figure a été tracée pour différentes valeurs de l'angle θ_x , x variant entre un ventre et un nœud du champ électrique (nous avons posé $x_N = \lambda/1000$).

sous-niveaux Zeeman $|g, \pm\rangle$. Par conséquent, le long de ces lignes, la situation est analogue à celle de la configuration 1D, et un champ magnétique orthogonal est requis pour permettre la levée de dégénérescence entre les deux sous-niveaux au voisinage des points de champ nul. La direction \mathbf{u} peut être quelconque dans le plan xOy , puisque \hat{J}_x et \hat{J}_y couplent en tout point les états propres de \hat{J}_z . On peut noter, de plus, que suivant les directions données par l'Eq. (I.88), il n'y a pas de couplage non adiabatique entre les deux états. Par conséquent, les caractéristiques de la configuration 1D initiale persistent. En regard, la situation est différente pour des atomes ayant des trajectoires confinées dans le plan xOy . Pour nous en convaincre, considérons le cas d'un atome ayant une trajectoire parallèle à Ox (le cas d'une trajectoire parallèle à Oy s'en déduisant immédiatement) donnée par :

$$\mathbf{r}_{m,n}^{(2)}(t) = x(t) \mathbf{e}_x + m \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y + n \frac{\lambda_+}{4} \mathbf{e}_z \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.89})$$

Sur la figure I.23(a) nous avons tracé la variation spatiale de l'intensité de couplage magnétique $|C_{\mathbf{u}}(x)|^2$ pour $\mathbf{u} = \mathbf{e}_y$, x variant entre un ventre et un nœud du champ électrique et pour différentes valeurs de $\theta_x = \theta_y = \theta$. On y observe que le couplage magnétique décroît de façon assez rapide au voisinage du nœud du champ, où il s'annule complètement. En fait, l'atome qui se meut selon $\mathbf{r}_{m,n}^{(2)}(t)$ a son dipôle magnétique contenu dans le plan yOz et au voisinage du nœud, le dipôle est totalement aligné avec la direction Oy . En effet, nous pouvons voir, à l'aide d'un développement limité à l'ordre deux en le paramètre sans dimension kx au voisinage du nœud du champ, que $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ sont respectivement les états propres $|-\rangle_y$ et $|+\rangle_y$ de l'opérateur \hat{J}_y .³⁷ C'est la raison pour laquelle l'atome est insensible à un champ \mathbf{B} parallèle à Oy au voisinage du point de dégénérescence. Cet effet pourrait éventuellement diminuer l'efficacité du mécanisme de refroidissement selon la direction Ox .

Par un raisonnement tout à fait analogue pour un atome suivant une trajectoire parallèle à Oy , nous arrivons à la conclusion que le couplage entre $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ s'annule au voisinage du nœud lorsque \mathbf{B} est parallèle à Ox , effet qui pourrait nuire à l'efficacité du mécanisme de refroidissement selon Oy . Un choix éventuellement plus astucieux de la direction du champ magnétique consiste donc à prendre :

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.90})$$

En effet, la figure I.23(b) représente l'intensité du couplage magnétique (normalisé) entre $|\psi_1(\mathbf{r})\rangle$ et $|\psi_2(\mathbf{r})\rangle$ en fonction de x ou de y , lorsque le champ \mathbf{B} est dirigé selon

37. Nous trouvons en effet :

$$\begin{aligned} |\psi_1(\mathbf{r}_{m,n}^{(2)})\rangle &\simeq \frac{|-\rangle + i|+\rangle}{\sqrt{2}} = i|-\rangle_y \\ |\psi_2(\mathbf{r}_{m,n}^{(2)})\rangle &\simeq \frac{-i|-\rangle - |+\rangle}{\sqrt{2}} = -|+\rangle_y. \end{aligned}$$

la bissectrice de Ox et Oy . On remarque que le couplage *via* le champ magnétique est dans ce cas significatif dans les trois directions d'espace. Par conséquent, cette configuration combinant les effets non adiabatiques et le couplage Zeeman au voisinage des nœuds du champ électrique nous semble optimale pour réaliser un réseau 3D.³⁸

I.7 Généralisation de la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$

Nous présentons ici une généralisation 3D de la configuration de refroidissement $\sigma^+ - \sigma^-$. Le principe de la situation 1D habituelle a été rappelé brièvement au § I.1.c. Malgré le fait que cette configuration ne donne pas lieu à une localisation atomique dans le cas 1D et que l'on ne s'attende pas à un réseau optique tridimensionnel, il est néanmoins intéressant d'étudier les caractéristiques de l'extension à 3D de cette configuration. En particulier, les règles concernant la périodicité spatiale données au § I.4 devraient être applicables aussi pour ce type de structures. Nous illustrons la configuration 3D en considérant une transition atomique $J_g = 1 \rightarrow J_e = 2$. La carte du potentiel présentée ci-dessous permet d'effectuer une étude de la nature du mouvement atomique dans cette situation 3D.

La configuration 1D est scindée suivant la méthode présentée au § I.4.b.iii, si bien que les vecteurs d'onde incidents sont donnés par les Eqs. (I.15a-d) (voir p. 37). Les quatre faisceaux sont polarisés elliptiquement, de manière à ce que les projections des champs électriques des deux faisceaux se propageant dans le plan xOz (resp. yOz) sur un plan orthogonal à Oz aient des polarisations circulaires σ^+ (resp. σ^-):

$$\mathbf{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta}} [-\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y + \tan \theta \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.91a})$$

$$\mathbf{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta}} [-\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y - \tan \theta \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.91b})$$

$$\mathbf{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y - i \tan \theta \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.91c})$$

$$\mathbf{u}_4 = \frac{1}{\sqrt{2 + \tan^2 \theta}} [\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y + i \tan \theta \mathbf{e}_z] \quad (\text{I.91d})$$

où $\theta = \theta_x = \theta_y$. Les amplitudes des champs des quatre faisceaux sont prises égales à $\mathcal{E}_{xz} = \mathcal{E}_{yz} = E_0 \sqrt{1 + \cos^2 \theta} / (2 \cos \theta)$. Nous exprimons le champ laser total sur la

38. Il faut noter que d'après l'Eq. (I.83c), la composante $I_z(\mathbf{r})$ de l'intensité lumineuse dépend de x et de y , dans l'approximation harmonique au fond d'un puits de potentiel, mais pas de z . On s'attend donc à ce que la probabilité de pompage optique vers l'autre sous-niveau du fondamental ne varie pas très rapidement avec le nombre quantique de vibration v_z . Il n'en est pas de même pour les nombres quantiques v_x et v_y , ce qui pourrait rendre l'observation de raies vibrationnelles selon Ox et Oy plus délicate.

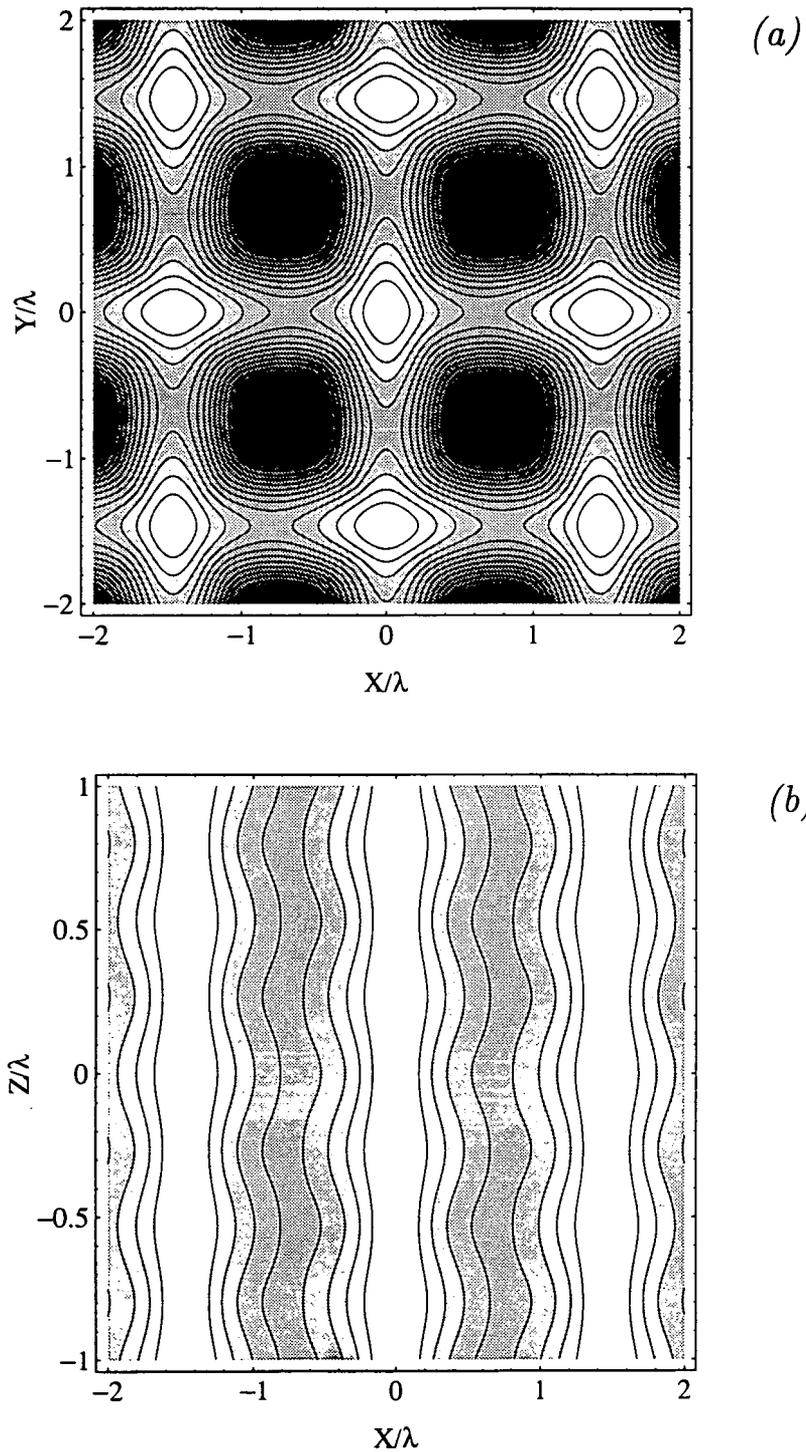


FIG. I.24 - Topographie du potentiel optique obtenue en généralisant à trois dimensions la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$. (a) Coupe dans le plan $z = 0$; (b) coupe dans le plan $y = 0$. La figure correspond au cas où $\theta_x = \theta_y = 20^\circ$.

base des composantes standards :

$$E_+(\mathbf{r}) = \sqrt{2}E_0 \cos(Kx) e^{iK+z} \quad (\text{I.92a})$$

$$E_-(\mathbf{r}) = \sqrt{2}E_0 \cos(Ky) e^{-iK+z} \quad (\text{I.92b})$$

$$E_z(\mathbf{r}) = E_0 \tan \theta [\sin(Ky) e^{-iK+z} + i \sin(Kx) e^{iK+z}] \quad (\text{I.92c})$$

où nous avons noté K la valeur de $K_x = K_y = k \sin \theta$, et où $K_+ = k \cos \theta$. Le champ possède, de façon générale, une polarisation elliptique. Cependant, on remarque l'existence de lignes parallèles à Oz où le champ garde la mémoire de la configuration 1D initiale. En effet, un atome ayant une trajectoire linéaire donnée par

$$\mathbf{r}_{m,n}(t) = m \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + n \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y + z(t) \mathbf{e}_z \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{I.93})$$

est soumis à un champ électrique

$$\mathbf{E}_{m,n}(z) = \sqrt{2}E_0 [(-1)^m e^{iK+z} \boldsymbol{\varepsilon}_+ + (-1)^n e^{-iK+z} \boldsymbol{\varepsilon}_-] \quad (\text{I.94})$$

Ce champ possède une amplitude constante et une polarisation linéaire, contenue dans le plan xOy , tournant à la vitesse $-K_+z$ autour de Oz quand z varie, formant ainsi une hélice de pas λ_+ . Par conséquent, on obtient une situation similaire à la situation 1D initiale susceptible de donner lieu à un processus de refroidissement par orientation.

La diagonalisation de l'opérateur des déplacements lumineux dans l'état fondamental conduit à l'expression du potentiel optique. La topographie de potentiel résultante est illustrée sur les figures I.24(a) et (b) à l'aide de sections de $V_{OPT}(\mathbf{r})$ dans les plans xOz et yOz , obtenues pour $\theta = 20^\circ$. Il est apparent sur ces figures que les minima de potentiel (correspondant aux zones les plus claires) sont situés le long des lignes données par l'Eq. (I.93). Par conséquent, on obtient une situation combinée avec une modulation spatiale des déplacements lumineux dans le plan xOy , et des lignes de potentiel minimum selon des directions orthogonales à ce plan.³⁹ Cette situation pourrait donner lieu à la fois à une localisation bidimensionnelle d'atomes sur un réseau carré, dans le plan xOy , et à un processus de refroidissement de type $\sigma^+ - \sigma^-$ dans la direction Oz .

Nous pouvons montrer, en calculant les fréquences de vibration dans les puits de potentiel 2D,⁴⁰ que la valeur critique de l'angle θ est $\theta_c = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \simeq 26,6^\circ$. Lorsque $\theta > \theta_c$, des modifications fondamentales apparaissent sur les puits de potentiel du réseau bidimensionnel. En effet, on peut voir sur les Figs. I.25(a) et (b), illustrant la topographie du potentiel pour $\theta > \theta_c$, que les lignes selon lesquelles la

39. Notons, cependant, que le potentiel optique est modulé spatialement le long de lignes parallèles à Oz autres que celles données par (I.93).

40. Les étapes principales de ce calcul sont les suivantes : D'abord, on développe le potentiel optique à l'ordre deux en x, y au voisinage d'une ligne de potentiel minimum (dans ce développement z est considéré en tant que paramètre). L'approximation du potentiel ainsi calculé contient un terme croisé, couplant x et y au second ordre, ce couplage variant avec z . On effectue, ensuite, un changement de référentiel afin d'obtenir les directions propres de vibration \mathbf{u} et \mathbf{v} dans un plan de

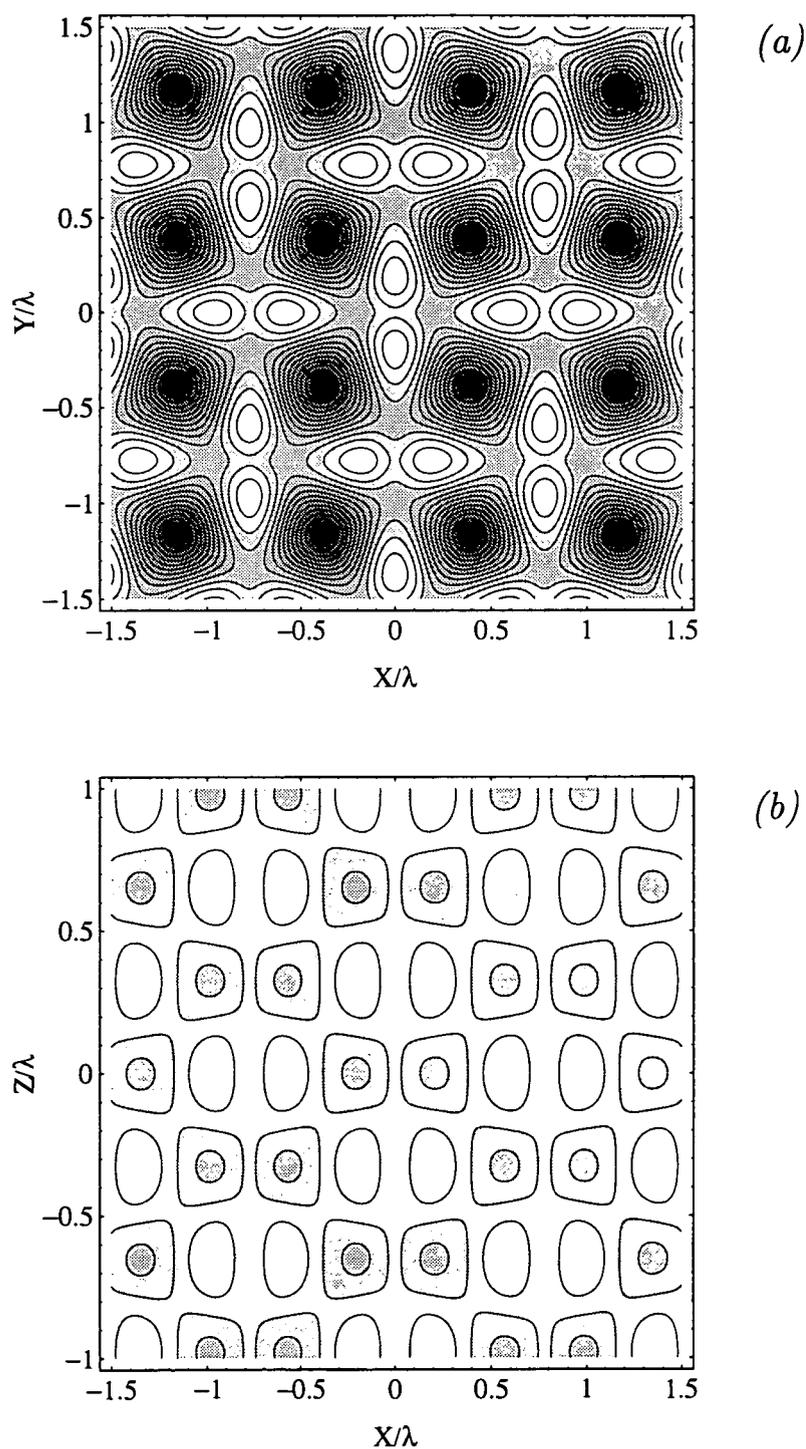


FIG. I.25 - Topographie du potentiel optique obtenue pour $\theta_x = \theta_y = 40^\circ$. (a) Coupe dans le plan $z = 0$; (b) coupe dans le plan $y = 0$. La mémoire de la configuration 1D de départ n'est pas préservée dans ce cas: les lignes parallèles à Oz données par (I.93) ne correspondent plus à un minimum global du potentiel.

polarisation du champ présente une structure d'hélice analogue à celle de la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ 1D, ne correspondent plus à un minimum du potentiel optique. Par conséquent, la localisation atomique le long de ces lignes pourrait être compromise dans ce régime.

I.8 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté plusieurs configurations du champ électrique qui sont susceptibles de conduire à un effet de localisation atomique au sein de sites régulièrement distribués sur un réseau bi- ou tridimensionnel. Nous avons également discuté les caractéristiques du mouvement vibratoire d'un atome à l'intérieur d'un tel puits de potentiel.

Une classification systématique des propriétés de symétrie d'un réseau optique donné, à partir des caractéristiques des faisceaux qui l'engendrent, a été établie. Ainsi, nous avons montré que la géométrie des vecteurs d'onde incidents influence essentiellement la nature du réseau de Bravais, alors que le motif à l'intérieur d'une maille élémentaire dépend également de la polarisation du champ incident. Plusieurs exemples ont été détaillés afin de montrer la diversité de la nature des structures bi- et tridimensionnelles que l'on peut réaliser.

Cette étude constitue, en fait, un premier pas dans la compréhension de ces réseaux optiques. Le pas suivant consiste à considérer un atome unique au sein d'un tel réseau, pour déterminer la probabilité d'occupation des niveaux (*i.e.* la « température ») et la dynamique du mouvement atomique à grande échelle. Le fait de comprendre les propriétés de symétrie du potentiel et de la polarisation lumineuse dans lesquels évoluent les atomes, permet de concevoir des modèles théoriques à une dimension suffisamment réalistes pour étudier le comportement atomique à l'intérieur des structures bi- et tridimensionnelles. Les chapitres II et III, qui vont suivre, en sont l'exemple, puisque nous y étudions, à l'aide de deux modèles différents, les caractéristiques physiques (*distribution spatiale, température et magnétisme*) de réseaux 1D pour généraliser ensuite les conclusions (lorsque une telle généralisation

z donné. On évalue, enfin, les fréquences de vibration propres en fonction de z :

$$\Omega_u(z) = \frac{8|\Delta'|}{3} \left\{ [1 - F(z) \tan^2 \theta] \frac{E_{Rxy}}{\hbar|\Delta'|} \right\}^{1/2}$$

$$\Omega_v(z) = \frac{8|\Delta'|}{3} \left\{ [1 - 4 \tan^2 \theta + F(z) \tan^2 \theta] \frac{E_{Rxy}}{\hbar|\Delta'|} \right\}^{1/2}$$

avec

$$F(z) = 2 + \frac{3}{2} \sqrt{1 + \frac{7}{9} \sin^2(2K_+z)}, \quad E_{Rxy} = \frac{\hbar^2 K^2}{2M}$$

et $\Delta' = \Delta_{s_0}$ L'annulation de la fréquence $\Omega_u(z)$, par rapport à θ fournit la valeur critique de l'angle :

$$\theta_c = \min \left\{ \arctan \left[\sqrt{1/F(z)} \right] \right\} \simeq 26,6^\circ.$$

est possible) à 2D ou 3D.

COMPLÉMENT A_I :

RECHERCHE D'AUTRES SITES DE POLARISATION CIRCULAIRE

CE COMPLÉMENT discute l'existence de sites de polarisation circulaire du champ pour un réseau optique quelconque. Il est, en effet, intéressant de connaître la structure spatiale de la polarisation lumineuse, car on peut en extraire des informations sur le mouvement atomique au sein du réseau. Nous avons vu au § I.2 que les sites correspondant à une polarisation circulaire de la lumière, et associés à un minimum du potentiel optique, peuvent conduire à des temps caractéristiques de piégeage très longs au sein des puits de potentiel. Etant donnée l'expression du champ électrique, il est particulièrement simple de trouver les positions des sites de polarisation σ^+ et σ^- par rapport à l'axe Oz . Il suffit pour cela de trouver les points qui annulent simultanément deux des composantes standards du champ électrique. Nous effectuons ici une recherche systématique de sites correspondant à une polarisation circulaire du champ par rapport à un axe autre que Oz , indépendamment de la configuration des faisceaux incidents. Pour ce faire, nous rappelons d'abord l'expression matricielle de l'opérateur de rotation d'axe et d'angle quelconque. Nous précisons ensuite le changement de repère à effectuer localement, afin d'obtenir une polarisation lumineuse contenue dans le plan XOY du nouveau repère. Nous terminons en établissant une relation locale à vérifier par les composantes du champ électrique en un point donné du réseau, pour que la polarisation du champ total y soit circulaire par rapport à un axe autre que l'axe Oz de la configuration 1D initiale.

i) Angles d'Euler. Transformation du champ dans une rotation locale

En premier lieu, nous rappelons la façon la plus générale d'exprimer une rotation d'angle ϕ et d'axe \mathbf{u} quelconques. Pour ce faire, nous introduisons les angles d'Euler α , β et γ (cf. Fig. A_I.1) :

$$\alpha = (Oy, Ou), \quad \beta = (Oz, OZ), \quad \gamma = (Ou, OY) \quad (\text{A1.1})$$

où nous avons désigné par des majuscules les axes du nouveau repère et par des minuscules les axes du repère initial. Une rotation $R_{\mathbf{u}}(\phi)$ s'exprime sous la forme

d'une triple rotation :

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = R_Z(\gamma) R_u(\beta) R_z^*(\alpha) \quad (\text{A1.2})$$

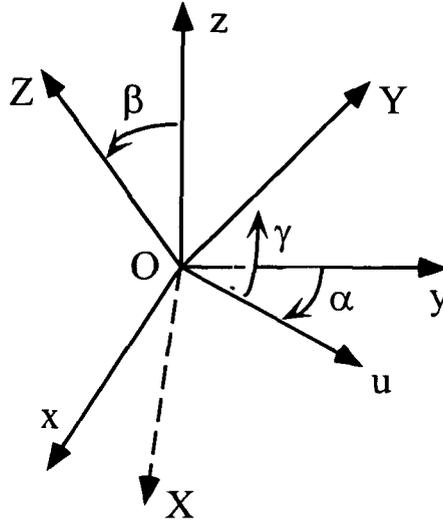


FIG. A1.1 - Les angles d'Euler.

- $R_z^*(\alpha)$: Rotation d'axe Oz et d'angle $-\alpha$;
- $R_u(\beta)$: Rotation d'axe Ou et d'angle β ;
- $R_Z(\gamma)$: Rotation d'axe OZ et d'angle γ .

Les opérations se succèdent dans l'ordre de *droite à gauche* dans le second membre. La matrice associée à l'opération de rotation (A1.2) est donnée par :

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta \cos \alpha - \sin \gamma \sin \alpha & -\sin \gamma \cos \beta \cos \alpha - \cos \gamma \sin \alpha & \sin \beta \cos \alpha \\ \cos \gamma \cos \beta \sin \alpha + \sin \gamma \cos \alpha & -\sin \gamma \cos \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha & \sin \beta \sin \alpha \\ -\sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

Bien entendu, cette matrice est orthogonale. Elle vérifie donc $\tilde{R}^* = \tilde{R}$, $\tilde{R}^\dagger = {}^t\tilde{R}$ et $\det(\tilde{R}) = 1$. La transformée \mathbf{V}' d'un vecteur \mathbf{V} par la rotation est donnée par :

$$\mathbf{V}' = \tilde{R}^\dagger \mathbf{V} \quad (\text{A1.4})$$

Nous allons maintenant regarder comment s'expriment les composantes du champ électrique dans le nouveau repère, obtenu après rotation de l'ancien repère. On peut

remarquer à l'aide de l'Eq. (I.26), que le champ électrique résultant de la superposition de différents faisceaux peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \cos \omega_L t + \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \sin \omega_L t \quad (\text{AI.5})$$

Par conséquent, le champ est en tout point (et à chaque instant) contenu dans le plan engendré par les vecteurs

$$\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r})}{2}, \quad \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r})}{2i} \quad (\text{AI.6})$$

où l'on a noté: $\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r}) \mathbf{e}_x + E_y(\mathbf{r}) \mathbf{e}_y + E_z(\mathbf{r}) \mathbf{e}_z$, et $\mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}) = [\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r})]^*$, respectivement les composantes de fréquences positive et négative du champ total. Dans la suite, on raisonnera uniquement sur la composante complexe $\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r})$ du champ. La transformée du champ sous la rotation (AI.3) est donnée par l'Eq. (AI.4) dans le nouveau repère, soit plus explicitement par :

$$\begin{aligned} E_X &= E_x (\cos \gamma \cos \beta \cos \alpha - \sin \gamma \sin \alpha) + E_y (\cos \gamma \cos \beta \sin \alpha + \sin \gamma \cos \alpha) \\ &\quad - E_z \sin \beta \cos \gamma \\ E_Y &= -E_x (\sin \gamma \cos \beta \cos \alpha + \cos \gamma \sin \alpha) + E_y (\cos \gamma \cos \alpha - \sin \gamma \cos \beta \sin \alpha) \\ &\quad + E_z \sin \beta \sin \gamma \\ E_Z &= E_x \sin \beta \cos \alpha + E_y \sin \beta \sin \alpha + E_z \cos \beta \end{aligned} \quad (\text{AI.7})$$

Remarquons qu'il s'agit d'une relation locale, par conséquent tous les facteurs dépendent du point \mathbf{r} dans lequel on se place. Pour ne pas alourdir les différentes expressions, on évitera de noter cette dépendance.

ii) Recherche du plan local contenant le champ

Nous supposons *a priori* une forme générale du champ ayant des composantes circulaires non nulles: E_+ , E_- , $E_z \neq 0$. En utilisant la transformation locale définie par (AI.7), nous cherchons à nous placer dans un référentiel particulièrement commode, qui est celui où le champ est contenu dans le plan XOY . Pour cela, il suffit de trouver un ensemble de paramètres de la rotation qui annulent la composante π_Z (*i.e.* E_Z) du champ dans le nouveau repère. L'équation (AI.7) exprimée pour les composantes standards, fournit la condition locale suivante :

$$(E_+ e^{i\alpha} - E_- e^{-i\alpha}) \sin \beta = \sqrt{2} E_z \cos \beta \quad (\text{AI.8})$$

En séparant (AI.8) en sa partie réelle et imaginaire, moyennant un calcul algébrique élémentaire, nous obtenons un système d'équations qui déterminent $\alpha(\mathbf{r})$ et $\beta(\mathbf{r})$:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{|E_-| \sin(\varphi_- - \varphi_z) - |E_+| \sin(\varphi_+ - \varphi_z)}{\sqrt{I_+ + I_- + 2|E_+||E_-| \cos(\varphi_+ + \varphi_- - 2\varphi_z)}} \\ \cos \alpha = \frac{|E_+| \cos(\varphi_+ - \varphi_z) + |E_-| \cos(\varphi_- - \varphi_z)}{\sqrt{I_+ + I_- + 2|E_+||E_-| \cos(\varphi_+ + \varphi_- - 2\varphi_z)}} \end{cases} \quad (\text{AI.9})$$

et

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{2}|E_z| \sqrt{I_+ + I_- + 2|E_+||E_-| \cos(\varphi_+ + \varphi_- - 2\varphi_z)}}{I_+ - I_-} \quad (\text{AI.10})$$

où nous avons posé

$$\tan \varphi_{\pm} = \frac{\Im m(E_{\pm})}{\Re e(E_{\pm})}, \text{ et } \tan \varphi_z = \frac{\Im m(E_z)}{\Re e(E_z)} \quad (\text{AI.11})$$

Le plan contenant le champ en tout point est le plan XOY du repère obtenu par une rotation locale du repère initial, les paramètres de la rotation étant définis par les Eqs. (AI.9) et (AI.10). Il est aisé de comprendre que toute rotation autour de l'axe OZ , caractérisée par l'angle γ , laisse le champ dans le plan XOY .

iii) Condition d'existence d'un site de polarisation circulaire dans le nouveau repère

Nous effectuons maintenant la recherche de sites de polarisation circulaire σ_z^+ et σ_z^- par rapport à l'axe OZ du nouveau repère. Cette étude est complémentaire et généralise en quelque sorte la recherche des sites σ^+ , σ^- ou π que nous avons effectué pour les configurations du champ présentées au cours du chapitre.

Pour fixer les idées, nous nous plaçons dans le cadre de la recherche d'un site σ_z^+ (le calcul pour un site σ_z^- s'en déduisant aisément). L'existence d'un tel site, requiert la vérification simultanée de deux conditions :

$$E_z = 0 \quad \text{et} \quad \frac{E_x + iE_y}{\sqrt{2}} = 0 \quad (\text{AI.12})$$

A l'aide de l'Eq. (AI.7), ces conditions peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} (E_+ e^{i\alpha} - E_- e^{-i\alpha}) \sin \beta = \sqrt{2} E_z \cos \beta \\ E_- e^{-i\alpha} \cos^2 \left(\frac{\beta}{2}\right) + E_+ e^{i\alpha} \sin^2 \left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{E_z}{\sqrt{2}} \sin \beta \end{cases} \quad (\text{AI.13})$$

On aboutit alors aisément, en combinant ces deux relations, à une seule condition sur les composantes circulaires (complexes) du champ dans le référentiel initial xOy . Cette condition s'écrit :

$$E_+(\mathbf{r}) E_-(\mathbf{r}) = \frac{E_z^2(\mathbf{r})}{2} \quad (\text{AI.14})$$

Noter que la relation (AI.14), qui exprime simplement que $\mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$ en un site de polarisation circulaire,¹ est valable aussi bien pour un site σ^+ que pour un site σ^- . Elle est particulièrement intéressante, car elle permet de voir de façon simple, à partir des composantes standards du champ, l'existence de sites de polarisation

1. Le produit scalaire est le produit habituel et non le produit hermitien, de sorte que l'on ait $\epsilon_1 \cdot \epsilon_1 = \epsilon_{-1} \cdot \epsilon_{-1} = 0$.

circulaire par rapport à un axe autre que l'axe Oz de la configuration 1D initiale, indépendamment de la configuration considérée. On peut également noter que lorsque l'Eq. (AI.14) est vérifiée, les paramètres de la rotation locale à effectuer, pour se placer dans le nouveau repère, sont particulièrement simples à exprimer

$$\alpha = \frac{\varphi_- - \varphi_+}{2} = \varphi_- - \varphi_z = \varphi_z - \varphi_+ \quad (\text{AI.15a})$$

$$\beta = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{I_z}{2I_+}} \right). \quad (\text{AI.15b})$$

REMARQUE : On peut noter que le changement de repère à effectuer peut être obtenu à partir d'autres méthodes que celle que nous avons présentée ici. Par exemple, en utilisant les équations de mouvement circulaire uniforme pour une particule classique ($\frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \mathbf{r} = 0$ et $\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{r}$ normal au plan du mouvement) nous avons, par analogie, pour un site de polarisation circulaire :

$$\mathcal{E} \cdot \frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0$$

\mathcal{E} étant le champ électrique réel. Cette relation fournit $\mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$ et $\mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) = 0$, où $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ est la composante de fréquence positive du champ, en notation complexe. La normale au plan contenant le champ (axe par rapport auquel la polarisation est circulaire) est alors portée par le vecteur $\mathbf{n} = \mathbf{E} \times \mathbf{E}^*$.

CHAPITRE II

MODÈLES D'ÉTUDE DES RÉSEAUX OPTIQUES

AU COURS des dernières années, l'intérêt croissant pour la dynamique d'atomes dans les réseaux optiques a conduit à l'élaboration de différents modèles théoriques permettant d'expliquer (et de prévoir) un grand nombre d'observations expérimentales de façon plus ou moins quantitative. C'est ainsi que plusieurs approches, aussi bien semi-classiques qu'entièrement quantiques, furent développées pratiquement en parallèle. Nous allons présenter dans ce chapitre deux méthodes théoriques différentes employées pour l'étude des réseaux optiques unidimensionnels (1D). Nous insisterons sur la comparaison des prédictions des deux modèles pour différentes transitions atomiques. Ceci permettra de faire apparaître les avantages et les inconvénients de chacun d'entre eux, notamment en vue d'une généralisation aux problèmes à deux ou à trois dimensions.

Introduit par Yvan CASTIN et Jean DALIBARD [24], le modèle des bandes, adapté de la physique du solide, constitue une approche reposant sur un traitement entièrement quantique du problème, qui nécessite en particulier une quantification des degrés de liberté externes du mouvement atomique au sein du réseau. Dans le cadre de cette approche, la détermination de quantités *microscopiques* (par exemple les populations des différents niveaux d'énergie), permet de tirer des conclusions quant aux propriétés *macroscopiques* du réseau optique (température et magnétisme).¹ La validité de ce modèle est, en particulier, basée sur l'approximation *séculaire* qui consiste à supposer que l'évolution temporelle des populations est totalement dé-couplée de celle des cohérences dans les équations de Bloch optiques.

1. Nous désignerons par « microscopiques » les grandeurs caractéristiques du système à l'échelle quantique. Par exemple, les états propres du système, le spectre de niveaux d'énergie correspondant, ainsi que les probabilités d'occupation de ces niveaux (populations) sont des grandeurs microscopiques. En revanche, les grandeurs « macroscopiques » sont associées à des quantités moyennes (éventuellement accessibles dans une expérience). Par exemple, le profil de la distribution en impulsion atomique peut être obtenu à l'aide d'une technique expérimentale de temps de vol, ce qui permet de définir une température « macroscopique ».

Contrairement au modèle des bandes, dans une deuxième approche, nous procéderons à un traitement semi-classique du problème, qui suppose que les degrés de liberté externes du mouvement atomique sont classiques. Dans le cadre de cette approche, on calcule la dynamique d'un atome (assimilé à une particule classique possédant une structure interne quantique). Il est aisé d'en déduire différentes grandeurs physiques *moyennes* relatives au réseau optique (température, magnétisation, densité spatiale etc.), à condition de considérer un échantillon atomique suffisamment représentatif pendant un temps suffisamment long, afin de diminuer les incertitudes statistiques. Ce modèle utilise l'approximation *adiabatique* (l'atome est supposé suivre adiabatiquement son état interne au cours de son mouvement). Cette approximation revient, en particulier, à négliger les transitions entre les différentes nappes du potentiel optique par couplage motionnel.

Afin de mieux situer le cadre de notre étude, nous débuterons le chapitre en effectuant une brève présentation des différents modèles théoriques développés auparavant. Cette discussion nous permettra, en particulier, de justifier le choix des deux modèles 1D que nous avons employés pour l'étude des réseaux optiques. Ensuite, nous décrirons dans la section II.2 la procédure fournissant l'équation d'évolution de la matrice densité totale de l'atome à partir des équations de Bloch optiques généralisées. En adoptant certaines hypothèses, il est possible de se ramener à une équation unique portant sur la restriction de la matrice densité dans l'état fondamental. La résolution de cette équation pilote fournit tous les ingrédients nécessaires à l'évaluation des quantités physiques caractérisant un réseau optique (distribution en impulsion, densité spatiale, orientation moyenne etc.). Elle constitue le point de départ pour les deux approches théoriques présentées dans ce chapitre.

La section II.3 sera consacrée aux rappels essentiels sur la méthode de résolution de l'équation pilote par le modèle des bandes. Nous discuterons aussi bien le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ que celui des transitions du type $J_g \rightarrow J_g + 1$ avec $J_g \geq 1$. Le modèle sera illustré par le calcul des populations stationnaires des différents états de bande et par l'évaluation de la température cinétique en fonction de la profondeur des puits de potentiel. Nous nous limiterons au cas de la configuration unidimensionnelle *lin* \perp *lin*.

La quatrième partie du chapitre (§ II.4) sera dédiée à la présentation de l'approche semi-classique. Nous discuterons séparément le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ et le cas des transitions entre états de moment cinétique plus élevé. La situation est assez complexe dans le cas où $J_g \geq 1$ du fait de la présence de plusieurs nappes du potentiel lumineux, mais nous développerons une approche de « *champ moyen* », permettant de se ramener à une situation analogue au cas où $J_g = \frac{1}{2}$, où l'atome évolue en présence d'un *bi-potentiel* optique. Dans les deux cas, une simulation de type Monte-Carlo sera utilisée pour intégrer les équations de mouvement déterministes. Nous présenterons quelques trajectoires typiques obtenues à l'aide de cette simulation qui permettent de donner des images assez intuitives quant au mécanisme de refroidissement et au mouvement atomique au sein du potentiel lumineux. Par ailleurs, nous présenterons les résultats de calculs relatifs à la température du réseau effectués dans le cadre de la configuration unidimensionnelle *lin* \perp *lin*, pour

des valeurs demi-entières ($J_g = \frac{1}{2}$) ou entières ($1 \leq J_g \leq 4$) du moment cinétique de l'état fondamental. L'étude comparative des deux modèles permettra de fixer les idées quant au régime de validité de l'approche semi-classique. Nous verrons, en particulier, que pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, le modèle semi-classique reproduit les résultats du modèle quantique avec un accord remarquable. En revanche, pour les transitions de moment cinétique plus élevé le modèle semi-classique est satisfaisant, dans la majorité des cas où les phénomènes physiques ont lieu à l'intérieur d'un seul puits de potentiel, alors qu'il apparaît moins performant en ce qui concerne les mécanismes physiques ayant lieu à l'échelle de plusieurs puits de potentiel.

II.1 Les différentes approches théoriques disponibles : un bref historique

Historiquement, les premières considérations théoriques dans l'étude du refroidissement d'atomes par laser furent semi-classiques. Ces premiers modèles étaient basés sur une description du mouvement atomique en termes de mouvement Brownien [68] sous l'effet d'une force aléatoire, dont la moyenne est une force de friction linéaire en vitesse et dont les fluctuations, liées au processus d'émission spontanée, conduisent à une diffusion en impulsion des atomes. L'approche, consistant généralement en une procédure qui permet d'obtenir une équation de type Fokker-Planck [69] à partir des équations de Bloch optiques, repose en particulier sur une élimination des variables internes au profit des variables externes du centre de masse, qui est légitime lorsque $T_{int} \ll T_{ext}$ [70] (où T_{int} et T_{ext} sont respectivement les temps de relaxation des variables internes et externes). Cette approche semi-classique dite « traditionnelle » fut initialement employée dans le cadre du refroidissement Doppler [16, 17, 71], puis dans le contexte des mélasses optiques 1D $lin \perp lin$ et $\sigma^+ - \sigma^-$ [22, 23, 72]. Il a été ainsi possible de comprendre la variation linéaire de l'énergie cinétique des atomes avec le paramètre $I/|\Delta|$, dans le régime des puits de potentiel profonds, et d'estimer correctement l'ordre de grandeur de la pente de cette droite [22]. Cette approche permit, par ailleurs, de donner les premiers traitements relatifs aux mélasses optiques bi- et tridimensionnelles [73, 74], généralisant cette dépendance de la température en $I/|\Delta|$ et conduisant même à un accord quantitatif avec l'expérience, lorsque la localisation spatiale des atomes fut correctement prise en compte [75]. Les développements récents basés sur cette approche ont enfin fourni des résultats relatifs à la diffusion spatiale dans les mélasses optiques à 3D [76]. Cependant, au cours de ces études il s'est avéré qu'un modèle plus complet était nécessaire afin de rendre correctement compte de la variation de la température avec $I/|\Delta|$ dans le régime de faibles intensités et de grands désaccords laser (existence d'un seuil de refroidissement à faible profondeur de puits), ainsi que pour fournir une estimation correcte de l'optimum de température attendu dans chaque configuration du champ laser. Furent alors introduites différentes approches théoriques relatives aux configurations de refroidissement unidimensionnelles pour les transitions atomiques les plus simples (transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ pour la configuration $lin \perp lin$ et transition $1 \rightarrow 2$ pour la

configuration $\sigma^+ - \sigma^-$). Le but de ces approches était de s'affranchir de la condition restrictive $T_{int} \ll T_{ext}$, et de traiter ainsi le régime de l'optimum de refroidissement, en donnant une solution stationnaire des équations de Bloch optiques généralisées pour la matrice densité atomique.

Une méthode de résolution *exacte* est l'intégration numérique directe des équations quantiques, par propagation temporelle de la matrice densité dans l'espace des impulsions jusqu'à l'obtention du régime stationnaire [25]. Malgré le fait que cette approche fournisse *a priori* la solution stationnaire exacte pour la matrice densité, elle est particulièrement coûteuse en temps de calcul puisqu'elle implique des manipulations de matrices de rang N^2 (où $N = N_{int} \times N_{ext}$, avec N_{int} le nombre de variables internes et N_{ext} le nombre de variables externes). Il est clair que dans une situation où la valeur du moment cinétique de l'état fondamental est élevée, et dans un problème multidimensionnel, une telle approche est assez difficile à réaliser (voir par exemple la généralisation à 2D de la Réf. [77]).

Pour déterminer les propriétés du système dans le régime stationnaire, il est possible d'effectuer certaines approximations dans le terme lié à la relaxation pour pouvoir se ramener à des équations quantiques de taux [24]. On arrive ainsi à une description correcte du système au voisinage de l'optimum de refroidissement [25], qui peut être développée dans le cadre de différentes transitions atomiques et notamment utilisée pour des calculs de spectroscopie pompe-sonde [27]. Le traitement nécessite de se placer dans le cadre de l'approximation séculaire pour pouvoir négliger ainsi tout couplage entre populations et cohérences des différents niveaux d'énergie quantifiés. Le domaine de validité de cette approximation est celui des grands désaccords lasers, et devient de plus en plus restreint avec la dimensionalité croissante du problème [67, 77]. Cette méthode est la première que nous avons utilisée pour nos calculs sur les réseaux optiques 1D. Nous allons la présenter plus en détail dans le § II.3.

Une troisième alternative entièrement quantique consiste à remplacer la matrice densité par un ensemble de fonctions d'ondes stochastiques. Cette méthode fut initialement introduite par Jean DALIBARD *et al.* en 1992 dans le cadre général des problèmes dissipatifs en optique quantique [78]. Des formulations similaires se développèrent ensuite.² Dans ce modèle, l'évolution temporelle des fonctions d'onde stochastiques est caractérisée par des intervalles de dynamique purement hamiltonienne, régie par un hamiltonien effectif non-hermitien, ces intervalles étant interrompus par des sauts quantiques aléatoires correspondant à l'effet de l'émission spontanée. La situation est ensuite analysée à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo. Des résultats concernant la température et le spectre de fluorescence des réseaux optiques unidimensionnels ont été obtenus à l'aide de cette méthode dans le cadre de diverses transitions atomiques [80, 81]. Récemment, le modèle fut généralisé à 3D [82], donnant des résultats relatifs à la température pour différentes transitions atomiques en très bon accord avec les mesures expérimentales dans les mélasses [21, 83] et les réseaux optiques 3D [84, 85]. Enfin, une étude des phéno-

2. Le problème de l'émission spontanée fut notamment examiné par Ralph DUM *et al.* dans la Réf. [79] en utilisant une technique de calcul de type « sauts quantiques ».

mènes de transport et des vols de Lévy au sein des réseaux optiques 1D, utilisant cette approche, fut récemment proposée par S. MARKSTEINER *et al.* [66].

Bien que les trois approches quantiques soient *a priori* en mesure de fournir des résultats en accord quantitatif avec une expérience, elles exigent généralement des temps de calcul assez longs même sur des stations de travail très performantes. Malgré le fait que l'emploi d'une simulation de Monte-Carlo quantique à 3D [82] simplifie considérablement le problème, l'incertitude statistique conduit, dans ce cas aussi, à un problème numérique nécessitant une puissance de calcul très importante. Cette situation paraît assez gênante lorsque l'on s'intéresse à l'étude des phénomènes physiques ayant lieu au sein des structures multidimensionnelles que nous avons décrites au premier chapitre. Toutefois, on est souvent confronté à des situations où seul l'accord qualitatif avec l'expérience suffit pour comprendre et illustrer les mécanismes physiques pertinents. Dans ces situations, il nous a paru plus raisonnable d'essayer de développer une approche qualitative qui puisse rendre compte de la majorité de caractéristiques dans une expérience, tout en offrant la possibilité d'une généralisation dans le cadre des situations multidimensionnelles sans imposer des limitations majeures liées à la puissance de calcul.

Une approche semi-classique, plus générique que l'approche traditionnelle, qui s'inscrit dans cette optique consiste à employer une simulation de type Monte-Carlo classique pour décrire le mouvement de l'atome dans le potentiel optique. Cette méthode, introduite en 1991 par Y. CASTIN *et al.*, fut utilisée avec succès pour des calculs relatifs à la température [86] et au spectre de fluorescence [80] d'un réseau 1D, dans le cadre de la transition modèle $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Plus récemment, une généralisation à 2D (toujours dans le contexte de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$) donna des températures en excellent accord avec les prédictions quantiques [77] et des spectres de transmission pour un réseau 2D en accord avec les expériences effectuées par notre équipe [87, 88]. Cette approche semi-classique est la deuxième que nous avons employée pour l'étude des réseaux optiques. Nous allons l'introduire dans le § II.4 et en présenter une généralisation pour les transitions entre états de moment cinétique entier. Les résultats obtenus par cette approche seront comparés à ceux du modèle des bandes, ce qui permettra, en particulier, de situer le domaine de validité des approximations utilisées.

II.2 L'équation pilote de la matrice densité atomique

II.2.a Les équations de Bloch optiques généralisées

Considérons un atome possédant une transition fermée entre un état fondamental g , de moment cinétique $J_g \neq 0$, et un état excité e , de moment cinétique $J_e = J_g + 1$. L'atome évolue en présence d'un champ laser de fréquence ω_L , décrit de façon classique, et du champ du vide, traité quantiquement. Nous noterons $\Delta = \omega_L - \omega_0$ le désaccord entre la fréquence du laser et la fréquence de la transition atomique ω_0 .

Insistons sur le fait que le champ laser est issu de la superposition de plusieurs ondes planes de même fréquence. L'interaction de l'atome avec ce champ laser classique peut être décrite en utilisant l'hamiltonien dipolaire électrique à l'approximation résonnante :³

$$V = -\mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{d}^- \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{II.1})$$

où \mathbf{d}^\pm sont les parties montante et descendante de l'opérateur dipôle électrique et $\mathbf{E}^{(\pm)}(\mathbf{r}, t)$ sont les composantes de fréquence positive et négative du champ laser [cf. Eq. (AI.6), p. 87]. Le champ électrique du vide est considéré comme un réservoir induisant des fluctuations et donc de la dissipation dans l'évolution du système atomique. En particulier, l'interaction atome-vide est responsable de l'émission spontanée. Les degrés de liberté de translation de l'atome sont également traités de façon quantique, si bien que les opérateurs position \mathbf{R} et impulsion \mathbf{P} du centre de masse ne commutent pas entre eux.

Introduisons la matrice densité décrivant l'évolution du système atomique :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad (\text{II.2})$$

où ρ_{gg} et ρ_{ee} sont des *matrices* carrées contenant les populations et les cohérences Zeeman respectivement dans l'état fondamental et l'état excité, et où $\rho_{eg} = \rho_{ge}^\dagger$ est une matrice rectangulaire décrivant les cohérences optiques. En effectuant la transformation unitaire définie par $\rho_{eg} \rightarrow \tilde{\rho}_{eg} = \rho_{eg} e^{i\omega_L t}$, il est possible de se placer dans le référentiel tournant à la fréquence ω_L et d'éliminer ainsi la dépendance temporelle à fréquence élevée des cohérences optiques. Après ce changement de référentiel, les équations de Bloch optiques [89] se mettent sous la forme suivante :

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \left[\frac{\mathbf{P}^2}{2M}, \rho_{ee} \right] - \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R}, t) \tilde{\rho}_{ge} - \tilde{\rho}_{eg} \mathbf{d}^- \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{R}, t)] - \Gamma \rho_{ee} \quad (\text{II.3a})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \left[\frac{\mathbf{P}^2}{2M}, \tilde{\rho}_{eg} \right] - \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R}, t) \rho_{gg} - \rho_{ee} \mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R}, t)] - \left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta \right) \tilde{\rho}_{eg} \quad (\text{II.3b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{gg}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \left[\frac{\mathbf{P}^2}{2M}, \rho_{gg} \right] - \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{d}^- \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{R}, t) \tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge} \mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R}, t)] \\ + \frac{3\Gamma'}{8\pi} \int d^2\Omega_{\mathbf{\kappa}} \sum_{\boldsymbol{\epsilon} \perp \mathbf{\kappa}} (\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}^*) e^{-i\mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{R}} \rho_{ee} e^{i\mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{R}} (\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon}) \end{aligned} \quad (\text{II.3c})$$

où l'opérateur dipolaire réduit $\hat{\mathbf{d}}^\pm$ a été introduit dans l'Eq. (I.31), p. 42. Les deux premiers termes de ces équations sont liés à l'évolution hamiltonienne de la matrice

3. L'approximation résonnante, encore appelée des ondes tournantes (ou R.W.A. en anglais), consiste à négliger dans l'hamiltonien dipolaire électrique tous les termes non-résonnants, évoluant à la fréquence $\pm(\omega_L + \omega_0)$, devant les termes résonnants qui évoluent à la fréquence $\pm\Delta$ ($|\Delta| \ll |\omega_L + \omega_0|$).

densité, le troisième terme dans le second membre de (II.3c) décrivant les processus dissipatifs du couplage atome-vide, liés à l'émission spontanée. Nous pouvons remarquer que ce terme d'alimentation de l'état fondamental par émission spontanée s'exprime comme une intégrale portant sur la direction d'émission $\boldsymbol{\kappa}/\kappa$ du photon spontané et tient compte des différentes polarisations possibles $\boldsymbol{\epsilon} \perp \boldsymbol{\kappa}$ pour celui-ci.⁴ Par ailleurs, les opérateurs $e^{\pm i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{R}}$ qui apparaissent dans cette intégrale, assurent la conservation d'impulsion totale au cours du processus de fluorescence. En effet, les éléments de matrice de type $\langle \mathbf{p}'' | \rho_{gg} | \mathbf{p}' \rangle$ ne sont alimentés que par les éléments $\langle \mathbf{p}'' + \hbar\boldsymbol{\kappa} | \rho_{ee} | \mathbf{p}' + \hbar\boldsymbol{\kappa} \rangle$, ce qui exprime une variation de l'impulsion atomique d'une quantité $\hbar\boldsymbol{\kappa}$ lors de l'émission d'un photon spontané de vecteur d'onde $\boldsymbol{\kappa}$.

Bien entendu, il est assez difficile d'intégrer les équations (II.3a)-(II.3c) sous cette forme. Nous allons montrer maintenant comment on peut se ramener à une équation unique ne portant que sur les variables de l'état fondamental.

II.2.b Réduction de l'équation pilote dans le fondamental

Dans le cas des mélasses optiques sub-Doppler l'optimum du refroidissement est obtenu dans un régime de faible saturation de la transition atomique et de grand désaccord laser [22, 25]. La première de ces deux hypothèses se traduit par une condition restrictive sur le paramètre de saturation :

$$s(\mathbf{r}) \ll 1 \quad (\text{II.4})$$

où $s(\mathbf{r})$ a été introduit dans l'Eq. (I.29), p. 42. La deuxième hypothèse que nous avons évoquée précédemment porte sur le désaccord de l'onde laser. Sa valeur doit être grande comparée à celle de la largeur naturelle de l'état excité :

$$|\Delta| \gg \Gamma \quad (\text{II.5})$$

La valeur faible de l'intensité assure l'existence de constantes de temps internes dans l'évolution de ρ_{gg} qui deviennent très longues, de l'ordre du temps de pompage optique entre sous-niveaux Zeeman du fondamental ($\tau_p \sim 1/\Gamma s$), comparées au temps d'amortissement $1/\Gamma$ apparaissant dans les équations d'évolution de ρ_{ee} et $\tilde{\rho}_{eg}$ [Eqs. (II.3a) et (II.3b)]. Par conséquent, nous pouvons procéder à une élimination adiabatique de l'état excité et des cohérences optiques, en considérant que l'évolution de la variable lente ρ_{gg} pilote celle des variables rapides ρ_{ee} et $\tilde{\rho}_{eg}$ (nous supposons que ρ_{ee} et $\tilde{\rho}_{eg}$ sont stationnaires à l'échelle de variation de ρ_{gg}).

Par ailleurs, il est possible d'évaluer l'ordre de grandeur des différents commutateurs avec l'opérateur d'énergie cinétique du centre de masse atomique $\mathbf{P}^2/2M$, qui apparaissent dans les équations d'évolution des variables rapides, et de le comparer au taux d'amortissement Γ . Pour ce faire, la représentation de Wigner [90] est particulièrement adaptée :

$$\frac{1}{i\hbar} \left[\frac{\mathbf{P}^2}{2M}, \rho \right] \xrightarrow{\text{Wigner}} -\mathbf{v} \cdot \nabla W \quad (\text{II.6})$$

4. Pour des raisons de commodité, nous avons noté $\boldsymbol{\kappa}$ le vecteur d'onde du photon spontané, la notation \mathbf{k} étant réservée aux vecteurs d'onde des faisceaux lasers incidents.

L'échelle typique de la variation spatiale de la distribution de Wigner W étant celle de la longueur d'onde optique, on déduit que les commutateurs en question sont de l'ordre de $k\bar{v}$ (où l'on a noté \bar{v} la vitesse quadratique moyenne du centre de masse atomique). Or, les vitesses typiques obtenues au voisinage de l'optimum de refroidissement sont de l'ordre de $\bar{v} \sim \Gamma s_0/k$ (voir par exemple les résultats du § II.3.c, p. 106), contrairement aux vitesses typiques du refroidissement Doppler qui sont d'ordre $\bar{v}_{Dop} \sim \Gamma/k$ [91, 17]. Nous voyons donc que les commutateurs des variables rapides avec l'opérateur $\mathbf{P}^2/2M$ peuvent être négligés dans la procédure d'élimination adiabatique de l'état excité et des cohérences optiques (qui s'amortissent avec un taux Γ). De façon équivalente, on peut dire que cette approximation consiste à effectuer un développement à l'ordre 0 en le petit paramètre $\eta = k\bar{v}/\Gamma$. A cet ordre du développement, le refroidissement Doppler n'est pas pris en compte. Bien entendu, ceci peut compromettre la validité du traitement présenté, dans les régimes où les mécanismes de refroidissement sub-Doppler (tels que le mécanisme « Sisyphe » que nous avons décrit au premier chapitre) sont inefficaces. Nous ne nous placerons pas dans ces régimes.

Les deux hypothèses (II.4) et (II.5) permettent d'effectuer une élimination adiabatique des variables rapides. En écrivant leurs valeurs stationnaires déduites des Eqs. (II.3a) et (II.3b) :

$$\tilde{\rho}_{eg} = -\frac{1}{\hbar} \frac{1}{\Delta + i\Gamma/2} [\mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R})] \rho_{gg} \quad (\text{II.7a})$$

$$\rho_{ee} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{1}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} [\mathbf{d}^+ \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{R})] \rho_{gg} [\mathbf{d}^- \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{R})] \quad (\text{II.7b})$$

et en portant ces expressions dans l'équation d'évolution de la variable lente, nous obtenons une équation sur la restriction de la matrice densité à l'état fondamental ρ_{gg} (que nous noterons σ pour simplifier) :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H_{eff}, \sigma] + \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{relax} \quad (\text{II.8})$$

avec :

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \hat{\Lambda}(\mathbf{R}) \quad (\text{II.9})$$

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{relax} = -\frac{\Gamma'}{2} \{ \hat{A}(\mathbf{R}), \sigma \} + \frac{3\Gamma'}{8\pi} \int d^2\Omega_{\mathbf{\kappa}} \sum_{\mathbf{\epsilon} \perp \mathbf{\kappa}} \hat{B}_{\mathbf{\epsilon}}^{\dagger}(\mathbf{R}) e^{-i\mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{R}} \sigma e^{i\mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{R}} \hat{B}_{\mathbf{\epsilon}}(\mathbf{R}) \quad (\text{II.10})$$

où l'opérateur sans dimension $\hat{A}(\mathbf{R})$ est simplement proportionnel à l'opérateur des déplacements lumineux $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ introduit en Eq. (I.31) :

$$\hat{A}(\mathbf{R}) = [\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}_L^*(\mathbf{R})] [\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon}_L(\mathbf{R})] \quad (\text{II.11})$$

et où Γ' dépend généralement de la position [$\Gamma'(\mathbf{r}) = \Gamma_s(\mathbf{r})/2$]. Notons que dans le deuxième terme de (II.10), l'intégration porte sur l'angle solide $\Omega_{\boldsymbol{\kappa}}$ dans lequel est émis le photon de fluorescence de vecteur d'onde $\boldsymbol{\kappa}$. D'autre part, nous avons introduit les opérateurs non-hermitiques $\widehat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{R})$ (également sans dimension) définis par :

$$\widehat{B}_{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{R}) = \left[\widehat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}_L^*(\mathbf{R}) \right] \left[\widehat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon} \right] \quad (\text{II.12})$$

L'équation du pompage optique (II.8), peut se scinder en deux parties [92] :

- En premier lieu, la partie réactive comportant l'évolution de σ sous l'influence de l'hamiltonien effectif (II.9). Ce terme permet de rendre compte des déplacements lumineux des différents sous-niveaux Zeeman du fondamental, comme nous l'avons déjà vu au premier chapitre, mais tient également compte de la quantification de l'impulsion du centre de masse atomique *via* le terme d'énergie cinétique des atomes. Nous pouvons remarquer qu'une unité d'énergie typique caractérisant les déplacements lumineux est la quantité $\hbar\Delta' = \hbar\Delta_s/2$ qui est le déplacement lumineux subi par un atome à deux niveaux en présence du champ laser *total* d'amplitude E_L (voir la définition du paramètre de saturation p. 42). Cette unité énergétique dépend des caractéristiques du champ. Elle est, en particulier, proportionnelle à l'intensité du champ laser incident et varie comme l'inverse du désaccord (à la limite des grands désaccords). Rappelons que l'unité naturelle d'énergie cinétique est l'énergie de recul : $E_R = \hbar^2 k^2 / 2M$. Il est également essentiel de noter que les deux opérateurs $\widehat{\Lambda}(\mathbf{R})$ et \mathbf{P} ne commutent pas entre eux, ce qui implique en particulier que les états propres de H_{eff} ne sont pas simplement donnés par le produit tensoriel entre les états propres de l'opérateur des déplacements lumineux et l'état $|\mathbf{p}\rangle$ caractérisant l'impulsion du centre de masse atomique.
- En deuxième lieu, la partie dissipative (II.10) décrivant l'amortissement de la matrice densité sous l'effet des différents processus d'absorption et d'émission de photons qui peuvent avoir lieu. Le premier terme de cette équation rend compte de la dépopulation de l'état fondamental, sous l'effet des processus d'absorption dans le champ laser. Le deuxième terme décrit l'effet de la repopulation du fondamental par des processus de retombée spontanée après émission d'un photon de fluorescence, de vecteur d'onde $\boldsymbol{\kappa}$. L'ensemble des deux termes caractérise donc l'effet du *pompage optique* entre les différents sous-niveaux Zeeman du fondamental. Le pompage optique est en particulier responsable d'un élargissement radiatif des sous-niveaux, et peut éventuellement provoquer des différences de population importantes parmi ces niveaux. Vu la forme de l'Eq. (II.10), une unité naturelle du taux d'amortissement des variables internes de l'état fondamental est donnée par le taux de diffusion de photons Γ' pour le champ total d'amplitude E_L . Par conséquent, le temps caractérisant l'amortissement des variables internes T_{int} est proportionnel à $1/\Gamma'$ et varie donc de façon proportionnelle au carré du désaccord (dans la limite des grands désaccords) et inversement proportionnelle à l'intensité laser.

Il convient de donner, enfin, la réduction de l'Eq. (II.8) à une seule dimension d'espace (assimilée à celle de l'axe de quantification Oz), puisque la majorité des cas que nous traiterons par la méthode des bandes seront des cas unidimensionnels. En intégrant l'Eq. (II.8) dans les deux directions d'émission du photon spontané pour lesquelles les degrés de liberté externes ne sont pas quantifiés, nous obtenons :

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{relax} = -\frac{\Gamma'}{2} \left\{ \hat{A}(Z), \sigma \right\} + \Gamma' \int_{-\hbar k}^{\hbar k} dp \sum_{q=0,\pm 1} N_q(p) \hat{B}_q^\dagger(Z) e^{-ipZ/\hbar} \sigma e^{ipZ/\hbar} \hat{B}_q(Z) \quad (\text{II.13})$$

où les opérateurs $\hat{B}_q(\mathbf{R})$ sont exprimés dans la base des composantes standard (I.27a) et (I.27b) :

$$\hat{B}_q(\mathbf{R}) = \left[\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L^*(\mathbf{R}) \right] \hat{d}_q^+ \quad (\text{II.14})$$

et où le diagramme angulaire d'émission spontanée [91, 93] est donné par :

$$N_{\pm 1}(p) = \frac{3}{8\hbar k} \left(1 + \frac{p^2}{\hbar^2 k^2} \right) \quad \text{et} \quad N_0(p) = \frac{3}{4\hbar k} \left(1 - \frac{p^2}{\hbar^2 k^2} \right) \quad (\text{II.15})$$

L'équation du pompage optique (II.8) constitue le point de départ pour tout calcul sur l'état du système atomique au sein du réseau optique. Nous présentons maintenant deux modèles différents de résolution de cette équation pour connaître les propriétés du système dans le régime stationnaire.

II.3 Formalisme du modèle des bandes

Le modèle des bandes fut introduit pour la première fois en physique du solide, pour permettre de rendre compte de certaines propriétés physiques qui demeuraient inexplicables par le modèle d'électrons libres dans les métaux.⁵ Ce modèle quantique attribue un caractère discontinu à l'énergie électronique au sein du cristal : les électrons, qui évoluent dans le potentiel périodique créé par les ions localisés aux sites du réseau, possèdent des bandes d'énergie permises ou interdites.

Inspirés par l'analogie existant entre la physique de l'état solide et celle des réseaux optiques, Yvan CASTIN et Jean DALIBARD ont développé en 1991 [24, 25] un formalisme analogue, où le spectre énergétique d'atomes neutres plongés dans le potentiel lumineux d'un réseau optique présente une structure de bandes. Le modèle, introduit dans le cadre des réseaux optiques unidimensionnels, a été développé notamment par J. -Y. COURTOIS dans des calculs de spectroscopie pompe-sonde [36, 27].

Dorénavant nous nous placerons dans le cadre de la configuration unidimensionnelle *lin-1D*. Comme nous l'avons vu au cours du § I.1.a (p. 16) en faisant appel

5. En particulier, le modèle à électrons libres ne permet pas de comprendre pourquoi certains éléments chimiques cristallisent en formant des bons conducteurs, alors que d'autres éléments forment des cristaux semi-conducteurs, voire isolants [55].

à des arguments semi-classiques, cette configuration du champ laser conduit à un phénomène de refroidissement de l'impulsion du centre de masse du système atomique par effet « Sisyphé », ainsi qu'à la localisation d'atomes à l'intérieur des puits de potentiel créés par la lumière. Nous allons voir à présent comment il est possible de transposer ces conclusions dans le cadre du formalisme quantique. Pour arriver à une forme commode à utiliser, nous partons de l'équation extrêmement générale du pompage optique et nous faisons usage d'un certain nombre d'hypothèses sur les paramètres du mouvement atomique, tout en exploitant les différentes caractéristiques de la situation étudiée (la géométrie des faisceaux incidents, leur polarisation etc.).

II.3.a Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$

i) Bandes d'énergie permises et interdites pour les atomes

Dans un premier temps, nous nous intéressons au cas d'une transition atomique caractérisée par $J_g = \frac{1}{2}$ et $J_e = \frac{3}{2}$. Dans ce cas, il est aisé de déterminer l'expression du bi-potentiel optique dans la base des sous-niveaux du fondamental, selon la procédure habituelle que nous avons exposée au cours du premier chapitre :

$$U_{\pm}(z) = \frac{U_0}{2} [-2 \pm \cos(2kz)] \quad (\text{II.16})$$

où U_0 est la profondeur des puits de potentiel donnée par l'Eq. (I.35) (p. 45). Le réseau optique est invariant par translation de $\lambda/2$ le long de z et cette périodicité est évidemment apparente dans l'équation (II.16). La fréquence angulaire de vibration à l'intérieur des puits de potentiel, à la limite harmonique, est évaluée à l'aide de l'expression du potentiel :

$$\Omega_v = \frac{2U_0}{\hbar} \sqrt{\frac{E_R}{U_0}} \quad (\text{II.17})$$

Lorsque les degrés de liberté du centre de masse sont quantifiés, la position z doit être remplacée par l'opérateur position Z dans l'Eq. (II.16). Cet opérateur ne commute évidemment pas avec l'opérateur d'énergie cinétique. Dans ces conditions, l'hamiltonien effectif (II.9) s'écrit :

$$H_{eff} = \frac{P_z^2}{2M} + U_-(Z) |g, -\rangle \langle g, -| + U_+(Z) |g, +\rangle \langle g, +| \quad (\text{II.18})$$

Nous pouvons remarquer la similitude entre l'hamiltonien ci-dessus et celui décrivant le mouvement d'électrons dans un solide.⁶ Du fait de la périodicité du potentiel optique, le théorème de Bloch [55] peut être appliqué pour la recherche des états

6. Dans le cas des électrons, l'analogie de $U_{\pm}(\mathbf{R})$ est le potentiel d'interaction des électrons avec les noyaux fixes aux nœuds du réseau.

propres de l'hamiltonien (II.18). Selon ce théorème, il est possible d'exprimer les fonctions d'onde sous la forme :

$$|\Psi_{n,q,\mu}(z)\rangle = \langle z | \Psi_{n,q,\mu} \rangle = e^{-iqz} \psi_{n,q}(z) |g, \mu\rangle \quad (\text{II.19})$$

où la fonction $\psi_{n,q}$ possède la périodicité du réseau [*i.e.* $\psi_{n,q}(z) = \psi_{n,q}(z + \lambda/2)$], $n \in \mathbb{N}$ est l'indice de bande, $\mu = \pm$ décrit l'état interne de l'atome et où $q \in \mathbb{R}$ est l'indice de Bloch. *A priori*, pour un réseau infini, la seule restriction sur q est qu'il doit appartenir à la première zone de Brillouin (*i.e.* que $|q| \leq k$). Dans la pratique, les conditions aux limites de Born-von Karman⁷ conduisent à une discrétisation des valeurs prises par l'indice de Bloch et par conséquent à une discrétisation des valeurs propres de H_{eff} .⁸ En définitive, le spectre énergétique est composé d'un ensemble de bandes discrètes $\mathcal{E}_{n,q}$ indicées par l'indice n et caractérisées par $\mathcal{E}_{n,q+K} = \mathcal{E}_{n,q}$ (où $\mathbf{K} = 2k\mathbf{e}_z$ est un vecteur du réseau réciproque).⁹ Deux bandes d'énergie permise adjacentes sont séparées par une bande interdite. La donnée des fonctions d'onde ainsi que des énergies propres du système définit la *structure de bandes* du réseau optique dont nous verrons dans la suite qu'elle permet de décrire toutes les propriétés physiques.

ii) L'approximation séculaire

Il est clair que la résolution de l'équation de pompage optique complète, qui nécessite en particulier l'évaluation du terme de relaxation, n'est pas une tâche facile dans le cas général. Or, il se trouve que, dans le régime de l'approximation dite *séculaire*, il est possible de supposer que l'évolution des populations est découplée de celle des cohérences. Formellement, cette approximation revient à effectuer un traitement perturbatif de la relaxation par rapport à la partie hamiltonienne de l'équation de pompage optique [25]. En effet, lorsque les fréquences de Bohr, ω_{nm} (n et m désignant deux niveaux d'énergie du système), sont grandes devant les taux γ_{nm} caractérisant la relaxation du système [taux obtenus à partir du terme en $(\dot{\sigma})_{relax}$], il est possible de négliger dans l'équation pilote, le couplage entre cohérences et populations, ainsi que le couplage entre cohérences évoluant à des fréquences différentes [89]. On aboutit ainsi à des équations où, d'une part, les populations ne sont couplées qu'entre elles et, d'autre part, les cohérences correspondant à des fréquences de Bohr comparables ne sont couplées qu'entre elles. En ce qui concerne

7. Il s'agit des conditions habituelles consistant à quantifier le mouvement à l'intérieur d'une boîte de taille finie L , prise égale à un multiple entier de la période $\lambda/2$, puis à faire tendre L vers l'infini.

8. Pour toute la suite, nous procédons à une quantification à l'intérieur d'une boîte de taille λ , de sorte que seulement deux indices de Bloch interviennent dans les calculs des fonctions d'onde. Il s'agit des indices $q = 0$ (centre de la zone de Brillouin) et $q = k$ (bord de la zone de Brillouin).

9. Nous avons utilisé d'emblée la notation $\mathcal{E}_{n,q}$ (plutôt que $\mathcal{E}_{n,q,\mu}$), car l'hamiltonien effectif (II.18) conserve le moment cinétique interne selon Oz . Ceci implique une dégénérescence entre les deux états correspondant à des nombres magnétiques opposés : $\mathcal{E}_{n,q,+} = \mathcal{E}_{n,q,-} = \mathcal{E}_{n,q}$. Nous pouvons remarquer, par ailleurs, que le spectre $\mathcal{E}_{n,q}$ ne dépend que du seul paramètre sans dimension U_0/E_R .

les populations, on obtient alors un ensemble d'équations, ayant la forme d'équations de taux :

$$\dot{\sigma}_{n,n} = - \left(\sum_{m \neq n} \Gamma_{n \rightarrow m} \right) \sigma_{n,n} + \sum_{m \neq n} \Gamma_{m \rightarrow n} \sigma_{m,m} \quad (\text{II.20})$$

Cherchons à expliciter les conditions de validité de l'approximation séculaire, à savoir que les fréquences de Bohr du système soient grandes devant les taux caractérisant la relaxation.¹⁰ En ce qui concerne les cohérences entre bandes d'indice n différent, il est possible de négliger leur contribution dès lors que $\Omega_n \gg \Gamma'$, car la séparation énergétique inter-bandes est alors généralement beaucoup plus grande que la largeur radiative d'une bande. Ce régime est traditionnellement appelé « régime oscillant » (cf. [24]), car en général plusieurs périodes d'oscillation de l'atome au voisinage du fond d'un puits de potentiel ont lieu avant qu'un cycle de pompage optique n'intervienne.¹¹ Par ailleurs, il est possible de montrer [25], grâce à la périodicité spatiale du potentiel, l'absence totale de couplages des cohérences aux populations, à l'intérieur d'une bande lorsque q varie. En conclusion, grâce à l'approximation séculaire, nous pouvons nous affranchir des éléments non-diagonaux de σ et ramener le calcul des populations *stationnaires*, $\pi_{n,q,\mu}$, des différents états de Bloch à la résolution d'un système d'équations de taux du type [25] :

$$0 = -\gamma_{n,q,\mu} \pi_{n,q,\mu} + \sum_{n',q',\mu'} \gamma_{n',q',\mu' \rightarrow n,q,\mu} \pi_{n',q',\mu'} \quad (\text{II.21})$$

Notons que le premier terme de (II.21) rend compte des processus de départ d'un état donné $|\Psi_{n,q,\mu}\rangle$, alors que le deuxième terme décrit les processus d'arrivée vers cet état, sous l'effet de la relaxation. La détermination des populations des différents états de Bloch complète la connaissance microscopique du réseau optique et donne par conséquent accès au calcul de toutes les grandeurs physiques caractéristiques du milieu dans le régime stationnaire. Il est ainsi possible d'effectuer par exemple le calcul de la densité atomique spatiale, ou de sa température cinétique. Les résultats de tels calculs feront l'objet du § II.3.c, ainsi que du chapitre suivant qui traitera du magnétisme des réseaux optiques.

10. Il se peut que certaines cohérences $\langle \varphi_n | \sigma | \varphi_m \rangle$ soient nulles par raisons de symétrie. Dans ces cas, l'approximation séculaire est évidemment toujours valable pour les termes correspondants dans l'équation pilote.

11. Il convient de noter que la condition de validité de l'approximation séculaire que nous avons exprimé ici comme une condition restrictive sur la fréquence vibrationnelle Ω_n peut se traduire en une restriction sur le choix de la valeur du désaccord laser. En effet, celui-ci doit vérifier $|\Delta| \gg \Gamma$, si bien que le régime séculaire est précisément le régime des grands désaccords. Nous remarquerons, en outre, que la condition de validité du traitement séculaire est encore plus restrictive dans un problème bi-dimensionnel [67, 77].

II.3.b Cas des transitions atomiques correspondant à un moment cinétique entier

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés au cas simple de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Malgré le fait que les modèles basés sur cette transition rendent généralement assez bien compte de la majorité des processus physiques ayant lieu dans un réseau optique, il existe quelques phénomènes qui ne peuvent pas être décrits à l'aide de cette transition simple (voir l'exemple du paramagnétisme présenté dans le chapitre suivant). Nous rappelons brièvement comment il est possible de transposer la méthode des bandes dans le cas d'une transition optique de type $J_g \rightarrow J_g + 1$, avec $J_g > \frac{1}{2}$ entier.¹²

La différence fondamentale entre le cas $J_g = \frac{1}{2}$ et le cas $J_g > \frac{1}{2}$, considéré ici, est que les vecteurs propres de l'opérateur des déplacements lumineux ne s'identifient plus aux différents sous-niveaux Zeeman du fondamental. En effet, le champ laser couple les sous-niveaux internes entre eux, conduisant à une modulation spatiale des états propres de l'opérateur $\hat{\Lambda}(Z)$. Cependant, dans la configuration $lin \perp lin$, seuls les sous-niveaux du fondamental ayant des nombres quantiques magnétiques de même parité sont couplés entre eux par la lumière, car il n'y a pas de composante π du champ. L'hamiltonien effectif (II.9) peut alors se mettre sous la forme :

$$H_{eff} = \frac{P_z^2}{2M} + V_{\eta=-1}(Z) + V_{\eta=+1}(Z) \quad (\text{II.22})$$

où l'indice $\eta = \pm 1$ met en évidence l'existence de deux familles distinctes, correspondant respectivement aux nombres magnétiques pairs et impairs, qui ne sont pas couplées entre elles *via* le champ lumineux de la configuration $lin \perp lin$. L'expression (II.22) diffère de l'Eq. (II.18) par le fait que les termes $V_{\eta=\pm 1}$ ne sont pas diagonaux dans la base $|g, m_z\rangle$. Par conséquent, pour pouvoir développer le formalisme des bandes dans le cas présent, nous devons initialement procéder à la recherche des états propres de $\hat{\Lambda}(Z)$. Soit donc $|\Phi_M(z)\rangle$ le vecteur propre associé à la valeur propre $u_M(z)$:

$$|\Phi_M(z)\rangle = \langle z | \Phi_M \rangle = \sum_{\substack{\mu \text{ tel que} \\ (-1)^\mu = \eta}} \varphi_{M,\mu}(z) |g, \mu\rangle \quad (\text{II.23})$$

où la somme porte sur les sous-niveaux internes du fondamental appartenant à la famille η et où l'indice M est défini en écrivant l'état propre en deux points particuliers (précisément en deux sites correspondant à des polarisations circulaires opposées du champ incident où les différents sous-niveaux Zeeman sont localement états propres de $\hat{\Lambda}$) :

$$\langle z = \lambda/4 | \Phi_M \rangle = |g, \mu = M\rangle \quad \text{et} \quad \langle z = 0 | \Phi_M \rangle = |g, \mu = -M\rangle \quad (\text{II.24})$$

12. Pour une discussion plus détaillée, le lecteur pourra consulter les Réfs. [25] et [27].

Dans la nouvelle base, H_{eff} prend alors une forme analogue à celle de l'Eq. (II.18) :

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \sum_{M=-J_g}^{J_g} u_M(Z) |\Phi_M(Z)\rangle \langle \Phi_M(Z)| \quad (\text{II.25})$$

Il existe toutefois une différence essentielle entre les deux cas, car à présent la modulation spatiale des états $|\Phi_M\rangle$ ne permet pas d'identifier H_{eff} à l'hamiltonien d'une particule évoluant en présence du potentiel u_M . Pour surmonter cette difficulté et pouvoir diagonaliser l'hamiltonien (II.25) il existe deux méthodes :

- La première procédure s'inspire de l'approximation de Born-Oppenheimer en physique moléculaire. Elle nécessite l'introduction d'une hypothèse supplémentaire de suivi adiabatique des états $|\Phi_M\rangle$ par la fonction d'onde, pour simplifier le traitement. Cette hypothèse, qui revient à négliger les transitions non-adiabatiques entre sous-niveaux d'une même famille du fondamental sous l'effet du couplage motionnel induit par l'opérateur d'énergie cinétique dans H_{eff} , est assez satisfaisante, du moins en ce qui concerne les premiers états liés correspondant à l'énergie la plus basse (cf. [25]).¹³ Dans le cadre de l'approximation adiabatique, on se ramène donc à une situation analogue à celle de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, les deux cas différant néanmoins par le fait que la périodicité spatiale des potentiels u_M est $\lambda/4$, contrairement à celle des potentiels U_{\pm} qui est $\lambda/2$.¹⁴ En conclusion, il est possible d'effectuer la recherche des fonctions d'onde atomiques à l'aide du théorème de Bloch et d'écrire comme en Eq. (II.19) :

$$|\Psi_{n,q,M}(z)\rangle = \langle z | \Psi_{n,q,M} \rangle = e^{-iqz} \psi_{n,q}(z) |\Phi_M(z)\rangle \quad (\text{II.26})$$

où n est l'indice de bande, q est l'indice de Bloch appartenant à la première zone de Brillouin ($|q| \leq 2k$), et où l'indice M se réfère à l'état interne de l'atome [cf. Eq. (II.23)]. Dans ce contexte, il est possible d'appliquer les considérations du § II.3.a.i et de déterminer les populations des bandes, dans la limite de l'approximation séculaire. Cependant, il faut garder à l'esprit le fait que la solution du problème peut être assez difficile à mener dans ce cadre, du fait de la dépendance spatiale assez complexe des potentiels adiabatiques $u_M(z)$ (voir p.ex. [25]).

- Pour un traitement plus adéquat, il faut tenir correctement compte de la contribution des états du continuum, en procédant à la recherche d'une base qui diagonalise l'hamiltonien complet. Pour ce faire, un traitement numérique direct par développement des états propres en série de Fourier peut être effectué. Cette procédure exploite en particulier les propriétés de symétrie de H_{eff} et conduit, du fait de la périodicité du potentiel et des conditions aux limites, à un

13. Nous discutons plus en détail l'approximation adiabatique dans la deuxième partie du chapitre, dans le cadre de l'approche semi-classique (voir § II.4.c.i).

14. Noter que la périodicité du réseau est toujours $\lambda/2$.

spectre énergétique discret. Il est possible de montrer [27] que dans le cadre de l'approximation séculaire, la matrice densité stationnaire peut se mettre sous la forme d'une matrice diagonale à l'intérieur de cette base de fonctions d'onde, et par conséquent la détermination des populations des différents états par résolution d'équations de taux reste toujours possible. Dans tous les calculs que nous avons effectué en utilisant le modèle des bandes nous avons opté pour ce deuxième type de traitement.

Un calcul relatif aux populations stationnaires des différents états de bande, ainsi qu'à la variation de la température cinétique en fonction de la profondeur des puits de potentiel sont présentés ci-dessous. Ces quantités permettent de caractériser entièrement l'état stationnaire du réseau optique et constituent, par ailleurs, un examen de validité essentiel du traitement semi-classique que nous effectuerons dans la suite du chapitre.

II.3.c Calcul des populations stationnaires et de la température cinétique dans un réseau unidimensionnel

Nous illustrons maintenant le modèle des bandes en présentant les résultats du calcul de l'énergie cinétique d'atomes évoluant au sein d'un réseau optique 1D dans la configuration $lin \perp lin$ du champ électrique. Les cas de trois valeurs de J_g sont successivement examinés et la température est évaluée en fonction de la profondeur des puits dans chaque cas.¹⁵

Le principe du calcul est le suivant. En premier lieu, l'hamiltonien H_{eff} est diagonalisé¹⁶ et les fonctions d'onde sont développées en série de Fourier. Les coefficients de Fourier sont déterminés en portant le développement en série dans l'équation aux valeurs propres de l'hamiltonien H_{eff} . Ayant ainsi déterminé la partie hamiltonienne de l'équation pilote, la relaxation est prise en compte dans un deuxième temps, et la résolution de (II.13) est effectuée dans la base d'états propres de H_{eff} . Les populations stationnaires peuvent s'exprimer simplement à l'aide des différentes composantes du vecteur propre associé à la valeur propre nulle des opérateurs de relaxation. Noter que cette diagonalisation n'est autre que la résolution des équations de taux (II.21). Enfin, connaissant entièrement les fonctions d'onde des différents états de bande ainsi que leurs populations respectives, il est possible d'évaluer la « température cinétique » T_c du réseau 1D définie par :

$$\frac{1}{2}k_B T_c = \frac{\langle P_z^2 \rangle}{2M} \quad (II.27)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, M est la masse atomique et où la moyenne dans le second membre est définie au sens quantique (moyenne sur la fonction d'onde

15. Un paramètre approprié est $U_0 = -\frac{2}{3}\hbar\Delta s_0$ (profondeur des puits de potentiel) dans le cas où $J_g = 1/2$, et $\hbar\Delta' = \hbar\Delta s_0$ (déplacement lumineux total) pour $J_g > 1/2$.

16. Etant donnée l'existence de deux familles, qui ne sont pas couplées par le champ laser, nous pouvons procéder à une diagonalisation par blocs de H_{eff} à l'intérieur de chaque famille.

atomique). Notons que l'unité réduite appropriée pour la quantité $k_B T_c$ est l'énergie de recul $E_R = \hbar^2 k^2 / 2M = \hbar \omega_R$.

i) Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$

Dans le cas de la transition atomique $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, nous avons vu que les deux sous-niveaux du fondamental ne sont pas couplés entre eux par le champ laser. Nous pouvons par conséquent effectuer le développement en série de Fourier des fonctions d'onde (II.19) sous la forme :

$$|\Psi_{n,q}(z)\rangle = \sum_l a_{n,q}(l) e^{-i(q+lk)z} |g, \mu\rangle \quad (\text{II.28})$$

Notons qu'en pratique cette série est tronquée de sorte qu'un nombre fini de coefficients de Fourier soient pris en compte (nous prenons $-N_f \leq l \leq N_f$ avec typiquement $N_f = 40$). Connaissant les états propres du système, il est aisé d'évaluer les taux $\gamma_{n,q,\mu}$ qui figurent dans l'Eq. (II.21) et de procéder à la détermination des populations stationnaires. Nous avons représenté la variation des populations des cinq premiers niveaux de bande en fonction du paramètre sans dimension U_0/E_R sur la Fig. II.1. Cette figure montre en particulier que la majorité des atomes peuplent les états liés du système, conduisant ainsi à une localisation spatiale importante à l'intérieur des puits de potentiel. Par ailleurs, la population du niveau fondamental, passe par un maximum au voisinage de $U_0/E_R \simeq 60$ où elle correspond à environ 33 % de la population globale.

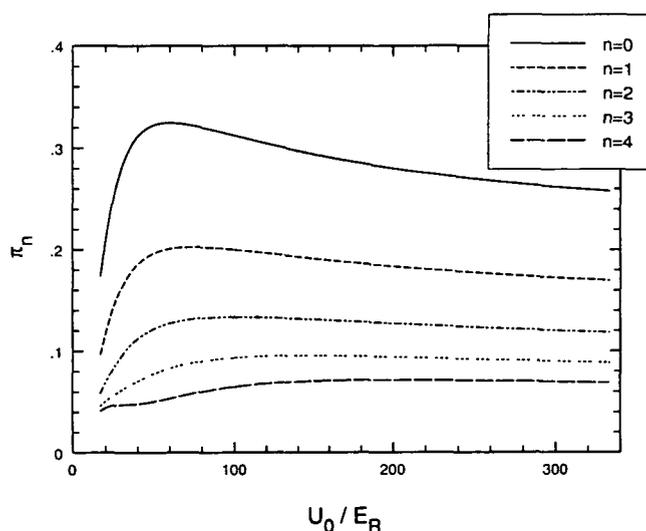


FIG. II.1 - Variation des populations stationnaires des 5 premiers niveaux liés en fonction de la profondeur des puits pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Le calcul prend en compte les 80 premiers états de bande. Les fonctions d'onde sont déterminées par troncature de la série de Fourier dans l'espace des impulsions à l'intérieur de l'intervalle $[-44 \hbar k, 44 \hbar k]$.

L'expression (II.28) et la connaissance des populations des différents niveaux énergétiques permettent de donner une écriture plus explicite de la température

cinétique (II.27) :

$$\frac{1}{2}k_B T_c = \sum_{n=0}^{N_b} \sum_{q=0,k} \sum_{\mu=\pm} \pi_{n,q,\mu} \sum_{l=-N_f}^{N_f} |a_{n,q}(l)|^2 \frac{\hbar^2 (q^2 + l^2 k^2)}{2M} \quad (\text{II.29})$$

Il faut remarquer que dans la pratique nous utilisons des sommations tronquées prenant en compte 2 indices de Bloch et un nombre d'états de bande N_b fini. La valeur de N_b est déterminée par la stabilité du résultat. Dans ce calcul, nous prenons en compte les 80 premiers états de bandes. La figure II.2 représente la variation de la température cinétique en fonction de la profondeur des puits de potentiel. Cette

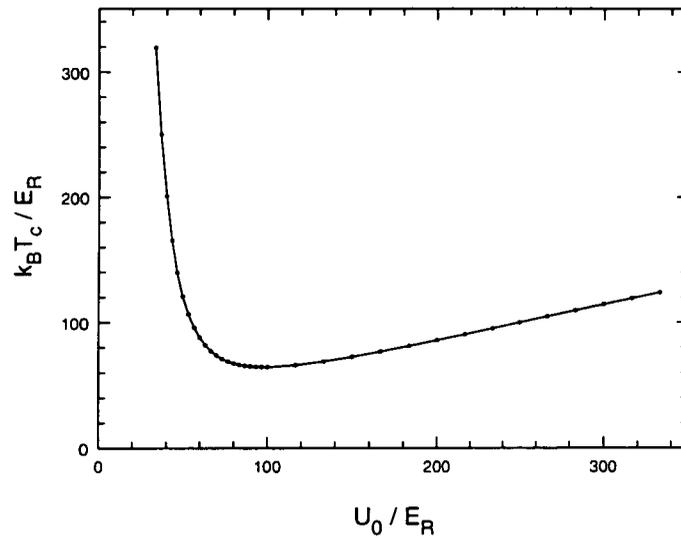


FIG. II.2 - Variation de la température cinétique en fonction de la profondeur des puits dans le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Cette courbe met en évidence le seuil de refroidissement, ainsi que le comportement linéaire de T_c avec U_0 à grande profondeur de puits. Les paramètres de calcul sont les mêmes que pour la Fig. II.1.

courbe met en évidence, d'une part, l'existence d'un seuil de refroidissement et, d'autre part, la loi de variation linéaire de la température en fonction de U_0 , à grande profondeur des puits de potentiel [24, 25]. Plus précisément, le minimum de température, obtenu au voisinage de $U_0 \simeq 95 E_R$, est $k_B T_{MIN} \simeq 60 E_R$. Cette température correspond à une impulsion quadratique moyenne $p_{r.m.s.} \simeq 5,5 \hbar k$. D'autre part, la partie linéaire de la courbe peut être ajustée par une loi du type :

$$\frac{k_B T_c}{E_R} \simeq 0,28 \frac{U_0}{E_R} + 31 \quad (\text{II.30})$$

REMARQUE : Noter qu'il est possible d'estimer l'ordre de grandeur de la pente de cette droite grâce à des arguments semi-classiques qualitatifs [22, 23]. Ces considérations,

valables dans le régime où les variables atomiques internes suivent adiabatiquement l'évolution des variables externes, sont basées sur l'évaluation d'un coefficient de diffusion en impulsion et d'un coefficient de friction constants et permettent d'obtenir la valeur 0,38 qui est raisonnablement proche de la pente véritable, compte tenu des hypothèses de ce modèle.

ii) Cas d'une transition de moment cinétique J_g entier

Dans le cas d'une transition de moment $J_g > \frac{1}{2}$, il existe deux familles dans la base des sous-niveaux du fondamental qui ne sont pas couplées par la lumière. Nous pouvons donc procéder à un développement en série de Fourier de la fonction d'onde sous la forme :

$$|\Psi_{n,q,\eta}(z)\rangle = \sum_l \sum_{\mu \in \eta} b_{n,q,\eta}(l, \mu) e^{-i(q+lk)z} |g, \mu\rangle \quad (\text{II.31})$$

où l'état interne est toujours décomposé sur la base des sous-niveaux Zeeman $|g, \mu\rangle$ appartenant à la famille η , mais les coefficients de ce développement dépendent également de l'état interne. Pour connaître la variation des populations stationnaires avec le déplacement lumineux $\hbar\Delta'$, nous procédons à la diagonalisation des opérateurs de relaxation dans la base des états de bande. Nous distinguons les cas $J_g = 1$ et $J_g = 4$.

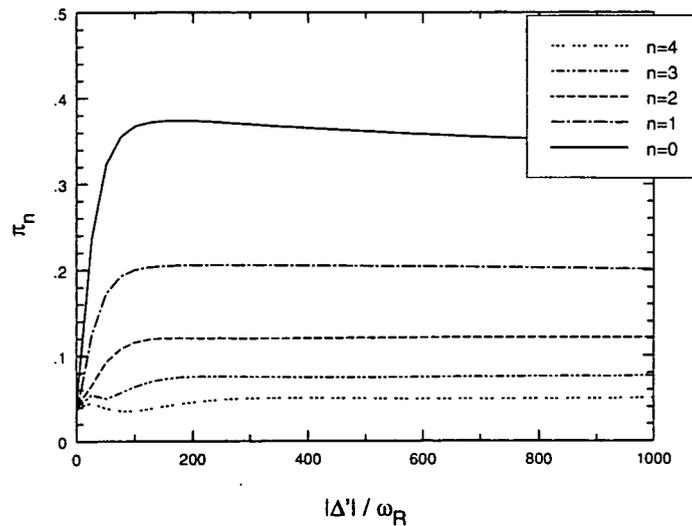


FIG. II.3 - Variation des populations stationnaires des premiers niveaux d'énergie de la famille « impaire » en fonction du déplacement lumineux total dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$. Le calcul prend en compte les 38 premiers états de bande. Les fonctions d'onde sont déterminées par troncature de la série de Fourier dans l'espace des impulsions à l'intérieur de l'intervalle $[-44 \hbar k, 44 \hbar k]$.

Populations stationnaires dans le cas où $J_g = 1$: La Fig. II.3 représente la variation des populations stationnaires des cinq premiers niveaux d'énergie de la

famille « *impaire* » ($\eta = 1$) en fonction de la valeur du déplacement lumineux total. Les populations possèdent une variation similaire à celle de la Fig. II.1, correspondant au cas où $J_g = \frac{1}{2}$, avec un maximum de population pour l'état fondamental au voisinage de la valeur $\hbar\Delta' = -100 E_R$. La population π_0 au maximum est proche de 37 % de la population totale. Noter également que la population totale de la famille « *paire* » ($\eta = 2$), qui n'a pas été représentée ici, reste toujours inférieure à 10 % de la population totale.

Populations stationnaires dans le cas où $J_g = 4$: La Fig. II.4 représente la variation des populations stationnaires des cinq premiers niveaux d'énergie de la famille « *paire* » ($\eta = 1$) en fonction de la valeur du déplacement lumineux total. Les populations présentent une variation moyenne similaire à celle observée sur les autres transitions, à laquelle est superposée une variation résonnante à l'échelle de l'énergie de recul. Ces résonances de populations ont été mises en évidence pour la première fois par Jean-Yves COURTOIS [27]. Leur existence est essentiellement liée à l'existence d'anticroisements entre niveaux énergétiques de vibration de la même famille, mais appartenant à des puits de potentiel différents, qui par mélange des fonctions d'onde ouvrent des nouvelles voies de désexcitation vers le niveau de vibration fondamental. Notons que ce type de résonances ne peut être obtenu que dans le domaine de validité de l'approximation séculaire [67, 77]. Le maximum de

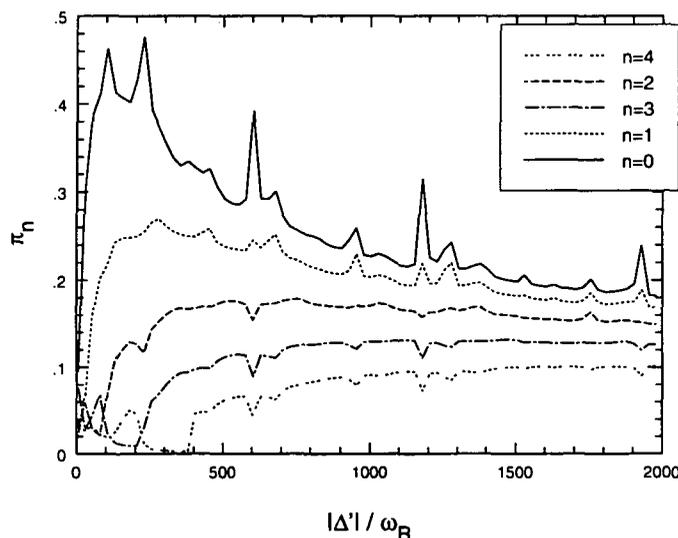


FIG. II.4 - Variation des populations stationnaires des premiers niveaux d'énergie en fonction du déplacement lumineux total dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$. Le calcul prend en compte les 38 premiers états de bande. Les fonctions d'onde sont déterminées par troncature de la série de Fourier dans l'espace des impulsions à l'intérieur de l'intervalle $[-44 \hbar k, 44 \hbar k]$.

population pour l'état fondamental est obtenu au voisinage de la valeur $\hbar\Delta' = -100 E_R$. La population π_0 au maximum est proche de 40 % de la population totale. La population totale de la famille « *impaire* » ($\eta = 2$), qui n'a pas été représentée ici, reste toujours inférieure à 10 % de la population totale.

Calcul de la température cinétique : La connaissance des populations stationnaires des différents niveaux de bande permet de calculer l'impulsion quadratique moyenne et donc la température cinétique en fonction de la profondeur des puits de potentiel, à l'aide d'une relation du même type que l'Eq. (II.29). La figure II.5 représente la variation de la température cinétique en fonction du déplacement lumineux total $\hbar\Delta'$ dans les deux cas où $J_g = 1$ et où $J_g = 4$. T_c présente une allure analogue

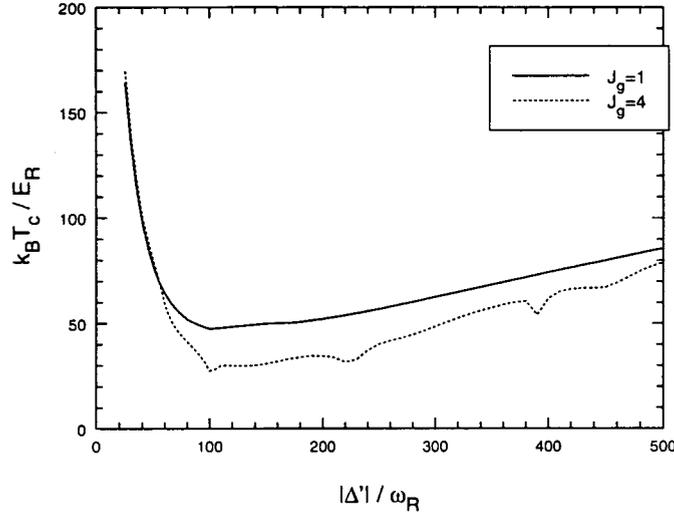


FIG. II.5 - Variation de la température cinétique en fonction du déplacement lumineux total $\hbar\Delta'$ pour les transitions $1 \rightarrow 2$ et $4 \rightarrow 5$. Les résonances de T_c obtenues pour $J_g = 4$ sont liées à l'approximation séculaire. Le calcul prend en compte les 80 premiers états de bande dans le cas $J_g = 1$ et les 100 premières bandes dans le cas $J_g = 4$. Les fonctions d'onde sont déterminées par troncature dans l'espace des impulsions avec $p_{max} = 44 \hbar k$.

à celle de la figure II.2. Nous observons une variation résonnante de T_c au voisinage de certaines valeurs de $\hbar\Delta'$ dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$. Ces résonances sont en fait liées aux résonances des populations stationnaires présentées à la Fig. II.4. Les minima de température sont obtenus :

- dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$:

$$\text{pour } \hbar\Delta' \simeq -160 E_R, \text{ avec } k_B T_{MIN}^{(1 \rightarrow 2)} \simeq 50 E_R, \text{ soit } p_{r.m.s.} \simeq 5 \hbar k$$

- dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$:

$$\text{pour } \hbar\Delta' \simeq -100 E_R, \text{ avec } k_B T_{MIN}^{(4 \rightarrow 5)} \simeq 30 E_R, \text{ soit } p_{r.m.s.} \simeq 3,9 \hbar k$$

En outre, il est possible d'ajuster la variation de température à grande profondeur de puits par des lois linéaires similaires à (II.30) :

- dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$:

$$\frac{k_B T_c}{E_R} \simeq 0,1 \frac{\hbar |\Delta'|}{E_R} + 39 \quad (\text{II.32})$$

– dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$:

$$\frac{k_B T_c}{E_R} \simeq 0,14 \frac{\hbar |\Delta'|}{E_R} + 5 \quad (\text{II.33})$$

Dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$, les résultats ci-dessus sont en excellent accord avec ceux obtenus à l'aide d'une solution numérique directe de l'équation pilote (II.8) par propagation temporelle de la matrice densité, et par simulation de Monte-Carlo quantique [81]. Par ailleurs, un accord remarquable est observé entre les résultats obtenus pour la transition $4 \rightarrow 5$ et les mesures de température par temps de vol, effectuées récemment au NIST sur un réseau unidimensionnel d'atomes de césium [85]. Ces mesures fournissent une pente de 0,16 dans le domaine de variation linéaire de T_c en fonction de la profondeur des puits, valeur à comparer à 0,14 que nous obtenons ici.

Nous avons également étudié la variation de température avec la profondeur des puits, dans le cadre de l'approximation séculaire, pour les transitions atomiques $2 \rightarrow 3$ et $3 \rightarrow 4$. Ces variations n'ont, cependant, pas été représentées sur la Fig. II.5, par souci de clarté de celle-ci.¹⁷ La transition $2 \rightarrow 3$ conduit à un minimum de température de l'ordre de $35 E_R/k_B$ (soit à une impulsion quadratique moyenne $p_{r.m.s.} \simeq 4,2 \hbar k$). La pente obtenue dans le domaine linéaire est proche de 0,11. Pour la transition $3 \rightarrow 4$, un minimum de température de l'ordre de $32 E_R/k_B$ (correspondant à $p_{r.m.s.} \simeq 4 \hbar k$) et une pente de 0,13 sont obtenus. Le cas de cette transition est également traité par P. MARTE *et al.*, à l'aide d'une simulation Monte-Carlo quantique, dans la Réf. [80]. Les résultats sont en excellent accord avec le calcul effectué dans le régime séculaire. Par ailleurs, les mesures de température sur cette même transition, réalisées au NIST en 1992 par une technique d'hétérodynage [28], conduisent à une pente de l'ordre de 0,11 et à une température minimale de $20 E_R/k_B$ ($p_{r.m.s.} \simeq 3,2 \hbar k$). Ces mesures, déduites du rapport d'intensité des résonances Raman du spectre de fluorescence, sont en accord remarquable avec les valeurs théoriques, compte tenu du fait qu'elles ne tiennent pas compte de la contribution des états du continuum.

Il convient de noter enfin que l'emploi d'un modèle à émission spontanée simplifiée, supposant que les photons de fluorescence sont uniquement émis selon l'axe Oz , fournit des températures légèrement supérieures à celles obtenues en tenant compte du diagramme d'émission spontanée exact. La différence entre les deux résultats correspond à environ $20 E_R/k_B$, mais la valeur de la pente est la même dans les deux cas [25].

Ces résultats relatifs à la température, obtenus dans le cadre de l'approximation séculaire, validés, par ailleurs, à l'aide d'autres traitements quantiques, et appuyés par les mesures expérimentales à 1D disponibles à ce jour, constitueront un examen important de la validité du modèle semi-classique que nous présentons maintenant.

17. Noter que ces transitions conduisent, dans le régime de l'approximation séculaire, à des résonances des populations stationnaires analogues à celles de la Fig. II.4, qui se reflètent sur la courbe de variation de la température en fonction du déplacement lumineux.

II.4 Formalisme de l'approche semi-classique

Le deuxième type de traitement que nous employons pour l'étude des réseaux optiques consiste en une simulation de Monte-Carlo *classique* pour l'intégration des équations du mouvement atomique au sein du potentiel lumineux. Comme dans toute approche semi-classique, une condition cruciale de validité du traitement est d'avoir un paquet d'onde atomique suffisamment localisé dans l'espace pour pouvoir assimiler le mouvement du centre de masse à celui d'une particule classique ponctuelle. Cette contrainte peut s'écrire $k\Delta\xi \ll 1$, $\Delta\xi$ étant la longueur de cohérence spatiale du paquet d'onde. Nous pouvons exprimer cette inégalité, en utilisant la relation d'indétermination de Heisenberg, comme une condition portant sur la dispersion Δp de l'impulsion du paquet d'onde atomique :

$$\Delta p \gg \hbar k \quad (\text{II.34})$$

Il apparaît donc qu'un traitement semi-classique n'est généralement valable que dans le régime où une variation de la distribution en impulsion des atomes sur une échelle de $\hbar k$ est négligeable devant la largeur initiale de cette distribution.

Le principe général du passage à la limite semi-classique est maintenant discuté. Ensuite, la méthode employée dans le cas d'un moment cinétique $J_g = \frac{1}{2}$ [86, 25, 94] est décrite, et l'approche que nous avons adoptée pour généraliser ce traitement dans les cas où $J_g \geq 1$ est présentée.

II.4.a Obtention des équations semi-classiques

Pour dériver les équations du mouvement atomique à la limite semi-classique, nous partons des équations de Bloch optiques généralisées (II.3a)-(II.3c) et nous procédons initialement à l'élimination adiabatique de l'état excité, comme ceci a été présenté au § II.2.b. Une fois de plus, l'équation quantique de départ est donc l'équation du pompage optique portant sur la restriction de la matrice densité atomique à l'état fondamental [Eq.(II.8), p. 98]. De manière assez générale, la représentation de Wigner est particulièrement bien adaptée aux situations où l'on souhaite passer à la limite semi-classique. Dans cette représentation, on associe une matrice $W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, de taille $[(2J_g + 1) + (2J_e + 1)]^2$, à l'opérateur densité $\rho(t)$. Cette matrice, qui décrit en fait une distribution de quasi-probabilité dans l'espace des phases, est définie à 3D par [90] :

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{u} \langle \mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{u} | \rho(t) | \mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{u} \rangle \exp\left(-\frac{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{u}}{\hbar}\right) \quad (\text{II.35})$$

Dans notre situation, il est commode de considérer la restriction $w(z, p, t)$ de cette expression à l'état fondamental et à une dimension d'espace :

$$w(z, p, t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int du \langle z + \frac{1}{2}u | \sigma(t) | z - \frac{1}{2}u \rangle \exp\left(-\frac{ip\cdot u}{\hbar}\right) \quad (\text{II.36})$$

Il faut noter que $w(z, p, t)$ reste un opérateur vis à vis des variables internes (caractérisées par le nombre quantique magnétique m).

En prenant la transformée de Wigner de l'Eq.(II.8) nous obtenons des équations couplées décrivant l'évolution temporelle des distributions de quasi-probabilité $w_m(z, p, t)$. Ces équations différentielles couplées, qui sont en fait des équations quantiques tout à fait équivalentes à (II.8), sont non locales en impulsion puisqu'elles couplent $w_m(z, p, t)$ à $w_m(z, p \pm \hbar k, t)$, ainsi qu'à tous les $w_m(z, p \pm \hbar k + \hbar \kappa, t)$ avec $-k \leq \kappa \leq k$. Le premier type de couplage décrit l'action du champ laser sur l'impulsion atomique (les vecteurs d'onde des deux faisceaux incidents correspondant à $\mathbf{k} = \pm k \mathbf{u}_z$). Le deuxième type de couplage rend compte des cycles de pompage optique où l'absorption d'un photon laser est suivie par l'émission d'un photon spontané dont la projection de l'impulsion selon Oz est égale à $\hbar \kappa$. Lorsque la condition (II.34) est remplie, les distributions $w_m(z, p, t)$ varient peu à l'échelle des pas discrets en impulsion atomique liés à ces processus élémentaires d'interaction entre l'atome et le champ. En d'autres termes, nous avons :

$$\hbar k \frac{\partial}{\partial p} w_m(z, p, t) \ll w_m(z, p, t) \quad (\text{II.37})$$

Il est alors possible de développer chaque terme dans les équations d'évolution des w_m , à l'ordre deux en $\hbar k/\bar{p}$ (\bar{p} étant la valeur de l'impulsion quadratique moyenne stationnaire) :

$$w_m(z, p \pm \hbar k, t) \simeq w_m(z, p, t) \pm \hbar k \frac{\partial}{\partial p} w_m(z, p, t) + \frac{(\hbar k)^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial p^2} w_m(z, p, t) \quad (\text{II.38})$$

Ce type de développement permet de s'affranchir de la non localité des équations quantiques et fournit un système d'équations couplées décrivant l'évolution temporelle des variables $w_m(z, p, t)$ à la limite semi-classique. Nous examinons maintenant, de manière plus précise, la forme de ces équations ainsi que leur solution dans le cas où $J_g = \frac{1}{2}$, puis pour $J_g \geq 1$.

II.4.b Le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$: Simulation du mouvement dans le bi-potentiel optique

i) Forme des équations

Le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ dans le cadre de la configuration $lin \perp lin$ ne présente pas de difficulté majeure, étant donné qu'il n'y a que deux sous-niveaux internes dans l'état fondamental et qu'il n'existe pas de cohérence Zeeman entre ces niveaux. En effet, étant donné que le champ lumineux ne couple pas l'état $|+\rangle$ à l'état $|-\rangle$, la restriction de la matrice densité dans le fondamental est diagonale. Il en est de même pour les $w_m(z, p, t)$ dans la base $|m = \pm\rangle$. Par conséquent, à la limite semi-classique il est possible d'identifier les distributions de quasi-probabilité $w_{\pm}(z, p, t)$ à

des populations $\Pi_{\pm}(z, p, t)$. Dans ce cas, les équations phénoménologiques décrivant l'évolution des Π_{\pm} prennent la forme suggestive suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{dU_{\pm}(z)}{dz} \frac{\partial}{\partial p} \right] \Pi_{\pm}(z, p, t) = - [\gamma_{\pm\mp}(z) \Pi_{\pm}(z, p, t) - \gamma_{\mp\pm}(z) \Pi_{\mp}(z, p, t)] \\ + \frac{\partial^2}{\partial p^2} [D_{\pm\pm}(z) \Pi_{\pm}(z, p, t) + D_{\mp\pm}(z) \Pi_{\mp}(z, p, t)] \quad (\text{II.39})$$

où $U_{\pm}(z)$ est donné par l'Eq. (II.16) et où :

$$\gamma_{\pm\mp}(z) = \frac{\Gamma'}{9} [1 \pm \cos(2kz)] \quad (\text{II.40a})$$

$$D_{\pm\pm}(z) = \frac{7\hbar^2 k^2 \Gamma'}{90} [5 \pm \cos(2kz)] \quad (\text{II.40b})$$

$$D_{\pm\mp}(z) = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{90} [6 \mp \cos(2kz)] \quad (\text{II.40c})$$

L'interprétation de l'équation ci-dessus est assez intuitive [69, 95, 68]. L'Eq. (II.39) correspond au mouvement Brownien d'une particule (classique) dans le bi-potential $U_{\pm}(z)$. Les $D_{mm}(z)$ représentent la diffusion due aux sauts aléatoires en impulsion qui résultent de l'émission spontanée de photons de polarisation circulaire (au cours de ces processus l'atome ne change pas de sous-niveau interne $|m\rangle$). En revanche, les $D_{mm'}(z)$ avec $m' \neq m$, sont les coefficients de diffusion en impulsion relative à l'émission spontanée de photons de polarisation π (ces processus s'accompagnent d'un changement de sous-niveau interne). Les taux $\gamma_{+-}(z)$ et $\gamma_{-+}(z)$ déterminent la probabilité de passage par unité de temps d'un sous-niveau Zeeman vers l'autre, en tout point de l'espace. Plus précisément, nous pouvons effectuer les remarques suivantes à propos de (II.39) :

- A l'ordre zéro en $\hbar k/\bar{p}$ (\bar{p} étant l'impulsion moyenne du centre de masse), nous obtenons les équations *classiques* décrivant l'effet du pompage optique entre les sous-niveaux Zeeman pour une particule libre de vitesse constante. Ces équations sont des équations de taux du même type que l'Eq. (I.45), p. 48. Noter que $\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z}$ n'est autre que la dérivée convective $\frac{d}{dt}$ pour une particule libre. Les taux de changement de niveau sont proportionnels au taux de pompage optique de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ qui est $\gamma_0 = \frac{2}{9}\Gamma' = \frac{2}{9}\Gamma s_0$. De plus, selon (II.40a), le taux γ_{+-} (resp. γ_{-+}) est nul aux endroits où la polarisation lumineuse est purement σ^+ (resp. σ^-) ce qui est assez intuitif.
- A l'ordre un en $\hbar k/\bar{p}$, l'Eq. (II.39) décrit le mouvement atomique sous l'effet de la force radiative moyenne $\mathbf{F}_{\pm}(z) = -\frac{dU_{\pm}(z)}{dz} \mathbf{e}_z$ dérivant du potentiel lumineux. Noter que les forces de pression de radiation des deux faisceaux incidents se compensent exactement en tout point de l'espace. L'ordre de grandeur de la force réactive est donné par kU_0 .

- Finalement, l'ordre deux en $\hbar k/\bar{p}$ correspond à l'effet de la diffusion en impulsion décrivant le chauffage selon Oz obtenu au cours d'un cycle de fluorescence. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la diffusion contient deux types de termes :
- i. D'une part, la diffusion liée à un cycle de fluorescence où l'atome après avoir absorbé un photon de polarisation circulaire, retombe au sous-niveau magnétique de départ en émettant un photon de même polarisation que le photon absorbé. Ce type de processus est décrit par les coefficients de diffusion $D_{mm}(z)$. Ces coefficients sont d'ordre $\hbar^2 k^2 \gamma_0$ et ne s'annulent jamais dans l'espace. Il s'agit, en général, de l'effet dominant de la diffusion en impulsion.
 - ii. D'autre part, la diffusion liée aux cycles de fluorescence où l'atome après avoir absorbé un photon de polarisation circulaire, change de sous-niveau magnétique en émettant un photon de polarisation linéaire π . Une caractéristique remarquable de ce type de processus, décrits par les coefficients de diffusion $D_{mm'}(z)$ avec $m \neq m'$, est que les $D_{mm'}(z)$ ne s'annulent jamais, quelle que soit la position atomique z . Classiquement, cette situation peut paraître paradoxale, étant donné que l'atome a une probabilité nulle de quitter le sous-niveau $|-\rangle$ (resp. le sous-niveau $|+\rangle$) en un endroit où la polarisation est purement σ^- (resp. σ^+), alors que le coefficient de diffusion D_{-+} (resp. D_{+-}) est non nul en ce même point. Cette contradiction apparente est levée en faisant appel à un argument quantique. En fait, l'atome ne peut pas être considéré comme une particule ponctuelle infiniment localisée dans l'espace, mais doit au contraire être décrit par un paquet d'onde délocalisé. Eu égard à l'extension spatiale finie du paquet d'onde, l'atome « voit » toujours une petite partie de la composante de polarisation lumineuse minoritaire.¹⁸

ii) Principe de la simulation

L'étude du processus stochastique (II.39) est effectuée à l'aide d'une simulation numérique de Monte-Carlo. Pour obtenir l'algorithme de la simulation, il est commode de développer les équations du mouvement pour des pas de temps élémentaires dt , tels que $\Gamma' dt \ll 1$. Nous donnons quelques détails techniques nécessaires à la réalisation de la simulation.

Forces aléatoires de diffusion en impulsion : Par raison de commodité, nous introduisons, à la place des différents coefficients de diffusion, des variables aléatoires nulles en moyenne et dont les fluctuations décrivent les sauts en impulsion que reçoit l'atome au cours des différents cycles de fluorescence. Ainsi, nous considérons les forces fluctuantes $f_{\pm}(z)$ auxquelles est soumis l'atome au cours d'un cycle de

¹⁸. Ce type de paradoxe est également rencontré dans l'étude de la diffusion en impulsion pour un atome localisé au nœud d'une onde stationnaire [61].

fluorescence sans changement d'état interne [forces correspondant aux coefficients $D_{\pm\pm}(z)$] et les impulsions fluctuantes $\delta p_{\pm}(z)$ auxquelles est soumis l'atome au cours d'un cycle de fluorescence impliquant un changement d'état interne [termes correspondant aux coefficients $D_{\mp\pm}(z)$]. La détermination des relations existant entre $D_{\pm\pm}(z)$ et $f_{\pm}(z)$ ainsi qu'entre $D_{\mp\pm}(z)$ et $\delta p_{\pm}(z)$ est réalisée en observant l'évolution temporelle des quantités $\Pi_{\pm}(z, p, t)$ pendant un pas de temps dt . Pour fixer les idées, considérons la probabilité de trouver un atome à l'instant $t + dt$ en z , dans l'état $|+\rangle$, avec une impulsion p . Cette probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} \Pi_+(z, p, t + dt) = & \Pi_+ \left(z - vdt, p + \frac{dU_+}{dz} dt - f_+ dt, t \right) (1 - \gamma_{+-} dt) \\ & + \Pi_- \left(z - vdt, p + \frac{dU_-}{dz} dt - \delta p_-, t \right) \gamma_{-+} dt \quad (\text{II.41}) \end{aligned}$$

L'expression ci-dessus est assez intuitive étant donné que $(1 - \gamma_{+-} dt)$ est la probabilité pour qu'un atome reste à l'état $|+\rangle$ à l'instant $t + dt$, sachant qu'il y était à l'instant t , et qu'en revanche $\gamma_{-+} dt$ est la probabilité pour qu'un atome passe à l'état $|+\rangle$ à l'instant $t + dt$, sachant qu'il occupait l'état $|-\rangle$ à l'instant t . La valeur de la vitesse v dans cette équation est, bien entendu, déterminée à partir des équations du mouvement (II.39). En développant l'Eq. (II.41) à l'ordre deux en $\Gamma s_0 dt$, puis en comparant sa valeur moyenne à l'Eq. (II.39), nous obtenons la relation entre les variables aléatoires $f_{\pm}(z)$ et $\delta p_{\pm}(z)$ et les coefficients de diffusion en impulsion :

$$\langle f_{\pm}(z) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle f_{\pm}^2(z) \rangle = \frac{2D_{\pm\pm}(z)}{dt} \quad (\text{II.42a})$$

$$\langle \delta p_{\pm}(z) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \delta p_{\pm}^2(z) \rangle = \frac{2D_{\mp\pm}(z)}{\gamma_{\pm\mp}(z)} \quad (\text{II.42b})$$

REMARQUE : Pour simuler l'effet de ces variables aléatoires, nous utilisons une séquence de nombres pseudo-aléatoires r_n , fournis par la procédure *ran3* [96]. Ces nombres sont uniformément distribués dans l'intervalle $[0, 1[$ et possèdent une variance égale à $\frac{1}{12}$ (i.e. ils vérifient $\langle r_n \rangle = \frac{1}{2}$ et $\langle r_n r_{n'} \rangle = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \delta_{nn'}$). Dans ce cas, nous pouvons définir les variables aléatoires ci-dessus selon :

$$f_{\pm} = \left(r_n - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{24D_{\pm\pm}}{dt}} \quad (\text{II.43a})$$

$$\delta p_{\pm} = \left(r_n - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{24D_{\mp\pm}}{\gamma_{\pm\mp}}} \quad (\text{II.43b})$$

Intégration des équations de mouvement : Supposons, pour fixer les idées, que l'atome se trouve dans l'état $|+\rangle$ à l'instant t .¹⁹ Nous effectuons un tirage au

19. Bien entendu, dans le cas où l'atome occupe l'état $|-\rangle$ à t , il suffit de changer les indices \pm en leur opposés \mp dans les considérations qui suivent.

sort de r_n et nous faisons évoluer la position $z(t)$ et l'impulsion $p(t)$ de l'atome pendant un pas de temps dt selon :

$$dz(t) = \frac{p(t)}{M} dt \quad (\text{II.44a})$$

$$dp(t) = -\frac{dU_+}{dz} dt + \theta(r_n - \gamma_{+-} dt) f_+ dt + [1 - \theta(r_n - \gamma_{+-} dt)] \delta p_- \quad (\text{II.44b})$$

où $\theta(x)$ est la fonction de Heaviside [$\theta(x) = 1$ pour $x > 0$ et $\theta(x) = 0$ sinon]. Notons que $\gamma_{+-} dt$ est la probabilité que l'atome ait quitté l'état $|+\rangle$ à l'instant $t + dt$ et que la variable $\varpi_+ = \theta(r_n - \gamma_{+-} dt)$ est justement construite pour s'annuler avec cette même probabilité (*i.e.* $\varpi_+ = 0$ si le tirage aléatoire fournit un nombre inférieur à la probabilité de quitter cet état $r_n < \gamma_{+-} dt$) et que $\varpi_- = 1 - \varpi_+ = 1 - \theta(r_n - \gamma_{+-} dt)$ est la probabilité pour que l'atome ait quitté l'état $|+\rangle$ à l'instant $t + dt$ (*i.e.* $\varpi_- = 0$ si $r_n \geq \gamma_{+-} dt$). Il faut noter au passage que (II.44a) et (II.44b) constituent des équations de mouvement stochastiques tout à fait équivalentes à l'équation phénoménologique de départ.

L'intégration des équations de mouvement s'effectue à l'aide d'un algorithme de type Runge-Kutta d'ordre deux [97]. Nous avons opté pour ce choix, dans le but d'avoir à la fois des résultats fiables et des temps d'intégration raisonnables. Cette méthode permet d'approximer l'évolution temporelle exacte de p et de z pendant un pas de temps, en divisant l'intervalle dt en deux sous-intervalles de longueur $dt/2$ et en calculant z et p par interpolation linéaire à l'intérieur de chaque sous-intervalle. Au total, trois points sont utilisés par pas de temps dans le calcul. Plus précisément, en faisant usage des probabilités ϖ_{\pm} définies ci-dessus, nous calculons à partir des valeurs initiales de la position $z(t)$ et de l'impulsion $p(t)$:

$$z\left(t + \frac{dt}{2}\right) = z(t) + \frac{dt}{2} \left\{ \frac{p(t)}{M} + \varpi_- \frac{\delta p_-}{M} \right\} \quad (\text{II.45a})$$

$$p\left(t + \frac{dt}{2}\right) = p(t) + \varpi_- \delta p_- + \frac{dt}{2} \left[\varpi_+ \left(-\frac{dU_+}{dz} + f_+ \right) - \varpi_- \frac{dU_-}{dz} \right] \quad (\text{II.45b})$$

et ensuite :

$$z(t + dt) = z(t) + dt \frac{p\left(t + \frac{dt}{2}\right)}{M} \quad (\text{II.46a})$$

$$p(t + dt) = p\left(t + \frac{dt}{2}\right) + dt \left[\varpi_+ \left(-\frac{dU_+}{dz} + f_+ \right) - \varpi_- \frac{dU_-}{dz} \right] \quad (\text{II.46b})$$

Les valeurs de z et de p obtenues dans (II.46a) et (II.46b) déterminent entièrement l'état externe de l'atome à l'instant $t + dt$. L'état interne est défini à partir de la valeur de ϖ_{\pm} . En réitérant ce procédé, il devient possible de suivre l'atome dans son mouvement à chaque instant $t_n = n \times dt$.

Choix des paramètres numériques : La simulation décrite précédemment, doit être réalisée sur un échantillon de N_{at} atomes, pendant un temps de moyennage $T = (N_{pas} - N_0) dt$, où $t_{st} = N_0 dt$ est une durée suffisante pour atteindre le régime stationnaire. Les conditions initiales de chaque réalisation sont tirées au hasard. Pour diminuer l'incertitude statistique résultant des tirages aléatoires et pour avoir accès aux valeurs les plus probables de l'impulsion au régime stationnaire, il convient d'optimiser le choix de N_{at} et de N_{pas} . En outre, il existe certaines restrictions dans le choix du pas de temps dt . Nous discutons maintenant ce dernier aspect.

Le choix du paramètre dt doit permettre de décrire correctement les variations temporelles et spatiales, à l'échelle du mouvement atomique, des différentes quantités caractéristiques du mouvement. En d'autres termes, il faut, d'une part, que le pas d'intégration soit inférieur à la durée typique séparant deux changements de niveau (*i.e.* $dt \ll \tau_p$, avec $\tau_p = 9/2 \Gamma'$) et d'autre part, que la distance typique parcourue par l'atome au cours de l'intervalle dt soit largement inférieure à $\lambda/2$ qui est l'échelle typique de variation spatiale des différents coefficients caractéristiques du mouvement. Nous pouvons écrire ces deux conditions sous la forme :

$$dt \ll \frac{3\Delta/\Gamma}{U_0/\hbar} \quad (\text{II.47})$$

et :

$$dt \ll \frac{\lambda/2}{10\hbar k/M} \quad (\text{II.48})$$

où l'on a supposé que $v_{at} \simeq 10 \hbar k/M$. En général, la première condition est beaucoup plus restrictive que la seconde. Un choix de pas typique satisfaisant cette condition est $dt = 0,1/\Gamma'$. Avec de tels pas de temps, il suffit typiquement de prendre $N_0 = 4\,000$ pour atteindre le régime stationnaire.

iii) Résultats de la simulation

En résolvant l'équation du mouvement par simulation de Monte-Carlo classique, nous pouvons obtenir la distribution dans l'espace des phases $\Pi_m(z, p, t)$.²⁰ Cette distribution donne accès à toutes les quantités caractéristiques du mouvement atomique. Nous présentons maintenant les résultats de la simulation relatifs à la densité atomique spatiale, au profil de la distribution en impulsion ainsi qu'à la température cinétique.

La simulation est généralement réalisée sur un échantillon composé de $N_{at} = 5\,000$ atomes dont le mouvement est régi par l'Eq. (II.39), pour diverses valeurs du paramètre sans dimension U_0/E_R , caractérisant la profondeur des puits de potentiel et pour un désaccord laser $\Delta = -10 \Gamma$. La distribution initiale des atomes dans l'espace est uniforme sur une échelle de λ ; leur impulsion initiale p_{in} est prise au

20. Les quantités $p_i(t)$, $z_i(t)$ et $m_i(t)$ symbolisent respectivement la position, l'impulsion et l'état interne de l'atome i à l'instant t . Les quantités non indicées p , z et m sont relatives aux valeurs moyennes

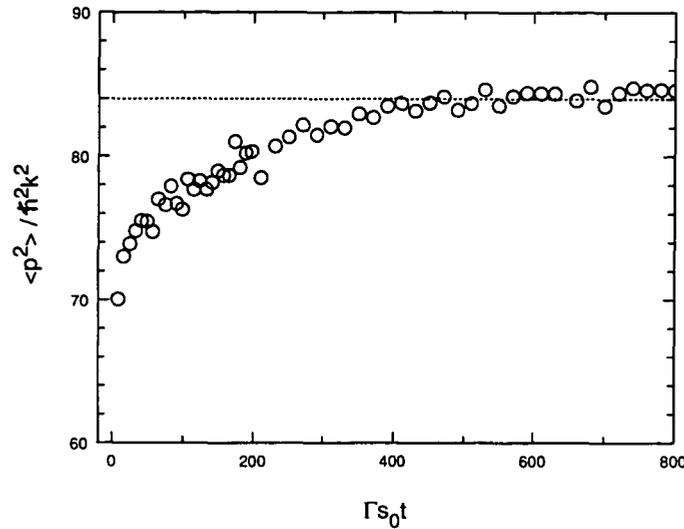


FIG. II.6 - Evolution temporelle de $\langle p^2 \rangle$ [en unités $(\hbar k)^2$] calculée par simulation de Monte-Carlo semi-classique. Le calcul est effectué avec un échantillon de 5 000 atomes, pour une profondeur de puits $U_0 = 500 E_R$ et un désaccord laser $\Delta = -10 \Gamma$.

hasard dans l'intervalle $[-p_{in}^0, p_{in}^0]$ (où p_{in}^0 vaut typiquement quelques $\hbar k$); l'état interne de départ est également obtenu grâce à un tirage aléatoire. Généralement, dans le domaine de paramètres que nous considérons, le système atteint le régime stationnaire après un temps d'évolution d'environ $400 (\Gamma s_0)^{-1}$ (voir Fig. II.6).²¹

Calcul de la densité spatiale du réseau : Nous calculons la densité spatiale stationnaire du réseau en réalisant un histogramme des positions atomiques en fonction de l'état interne. Il est ainsi possible de visualiser séparément les distributions atomiques à l'intérieur de chaque sous-niveau magnétique [notées $\rho_{\pm}(z)$] et la densité totale [notée $\rho(z) = \rho_+(z) + \rho_-(z)$]. Ces trois quantités sont représentées sur la Fig. II.7. Nous remarquons que les densités par niveau $\rho_{\pm}(z)$ ont une période de $\lambda/2$, alors que la période de la densité totale est $\lambda/4$, conformément à la symétrie du problème. La modulation spatiale est, néanmoins, moins prononcée dans le cas de la densité totale que dans les cas des densités par niveau.

Il faut remarquer que les quantités $\rho_{\pm}(z)$ donnent accès au profil de la densité spatiale stationnaire à l'intérieur d'un puits de potentiel. Sur la figure II.7, nous observons un profil pratiquement gaussien, indiquant une forte localisation près du fond des puits de potentiel, en accord avec le fait que le calcul est effectué dans le régime de Lamb-Dicke. Plus précisément, nous avons vérifié que la variation de la demi-largeur, $\Delta z_{1/2}$, des pics de densité (au point où celle-ci vaut $1/\sqrt{e}$ sa valeur maximale) avec le paramètre U_0/E_R est en très bon accord avec la loi obtenue dans

21. Le fait que la température augmente avant d'atteindre sa valeur stationnaire sur la Fig. II.6 est dû au choix des impulsions initiales p_{in} des atomes. Si l'impulsion initiale de chaque atome était choisie supérieure à la moyenne stationnaire la température décroîtrait avant d'atteindre la même valeur stationnaire.

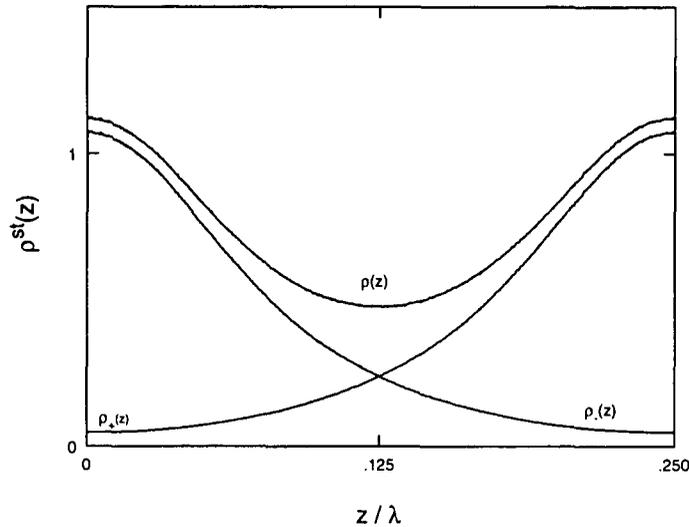


FIG. II.7 - Densité spatiale stationnaire (en unités arbitraires) : $\rho_{\pm}(z)$ sont les densités par sous-niveau magnétique et $\rho(z) = \rho_{+}(z) + \rho_{-}(z)$ est la densité totale. Le calcul est effectué avec un échantillon de 20 000 atomes, avec les paramètres $U_0 = 500 E_R$ et $\Delta = -30 \Gamma$. L'origine de l'axe des z correspond à un site σ^{-} .

le cadre de l'approximation harmonique [25] :²²

$$k\Delta z_{1/2} \simeq \left\{ 2 + 2 \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{U_0}{E_R}} \right) \right] \right\}^{-1/2} \quad (\text{II.49})$$

Bien entendu, cette loi n'étant pas tout à fait exacte, nous observons un écart faible par rapport à celle-ci. Cet écart est attribué à l'anharmonicité du potentiel.

Profil de la distribution en impulsion : Une autre grandeur caractéristique intéressante du système est la distribution en impulsion stationnaire $\Pi^{st}(p)$. Nous obtenons cette distribution en réalisant l'histogramme des impulsions atomiques individuelles dans le régime stationnaire (voir Fig. II.8). En superposant sur la même figure la distribution en impulsion et la gaussienne de même demi-largeur en $e^{-1/2}$ (courbe en pointillés) nous constatons que, contrairement à une distribution thermique, $\Pi^{st}(p)$ possède des ailes larges qui génèrent des contributions assez importantes à la température cinétique [au sens où cette température a été introduite dans l'Eq. (II.27)].

Calcul de la température cinétique : Nous avons enfin calculé la variation de la température cinétique avec la profondeur des puits U_0/E_R afin de la comparer avec celle obtenue par le modèle des bandes (Fig. II.2, p. 108). Dans l'approche semi-classique, la température est définie de la même manière qu'en Eq. (II.27), sauf que

²² L'accord a été vérifié pour quelques valeurs particulières de la profondeur U_0 t.q. $500 E_R \leq U_0 \leq 2000 E_R$.

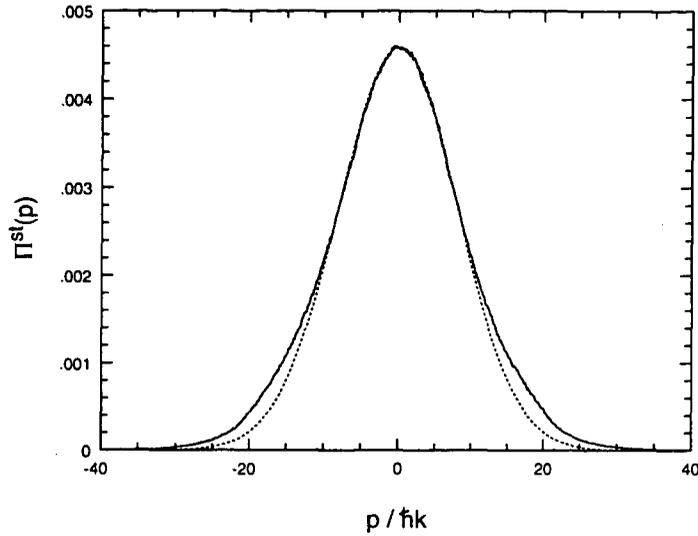


FIG. II.8 - Profil de la distribution en impulsion $\Pi^{st}(p)$. Le calcul est effectué sur un échantillon de 4 000 atomes, avec les paramètres $U_0 = 500 E_R$ et $\Delta = -10 \Gamma$. La courbe en pointillés correspond à une gaussienne possédant la même demi-largeur en $e^{-1/2}$ que $\Pi^{st}(p)$.

la moyenne de l'énergie cinétique est maintenant prise au sens classique, c.-à-d. qu'il s'agit d'une moyenne *arithmétique*. Afin de diminuer l'incertitude statistique, le moyennage est effectué sur un échantillon de 5 000 atomes pendant $1\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après un temps d'évolution du système égal à $2\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$. La courbe représentée sur la Fig. II.9 met en évidence le même type de comportement que celle calculée par le modèle des bandes. Le minimum de température, obtenu pour $U_0 \simeq 85 E_R$, est $k_B T_{MIN} \simeq 58 E_R$. Cette température correspond à une impulsion quadratique moyenne $p_{r.m.s.} \simeq 5,4 \hbar k$. D'autre part, la partie linéaire de la courbe peut être ajustée par une loi du type :

$$\frac{k_B T_c}{E_R} \simeq 0,28 \frac{U_0}{E_R} + 28 \quad (\text{II.50})$$

Nous remarquons en comparant les Eqs. (II.50) et (II.30) qu'il y a un excellent accord entre les résultats des deux approches.

Nous avons, par ailleurs, essayé d'estimer quantitativement l'effet du coefficient de diffusion avec saut de niveau (II.40c) en représentant sur la figure II.9 la température cinétique et le résultat obtenu en négligeant ce coefficient de diffusion. Bien entendu, en négligeant ce coefficient, les températures obtenues se situent légèrement en dessous de la valeur précédente de la température, puisqu'une cause éventuelle de chauffage est négligée. En faisant cette approximation, le minimum est obtenu au voisinage de $U_0 \simeq 75 E_R$ et correspond à $p_{r.m.s.} \simeq 5 \hbar k$. Malgré ce léger désaccord avec les valeurs exactes, nous constatons que l'approximation est tout à fait légitime, du moins dans le domaine de variation linéaire, dans la mesure où la température est sous-estimée d'une quantité de moins de $10 E_R/k_B$, alors que la bonne valeur de la pente est obtenue.

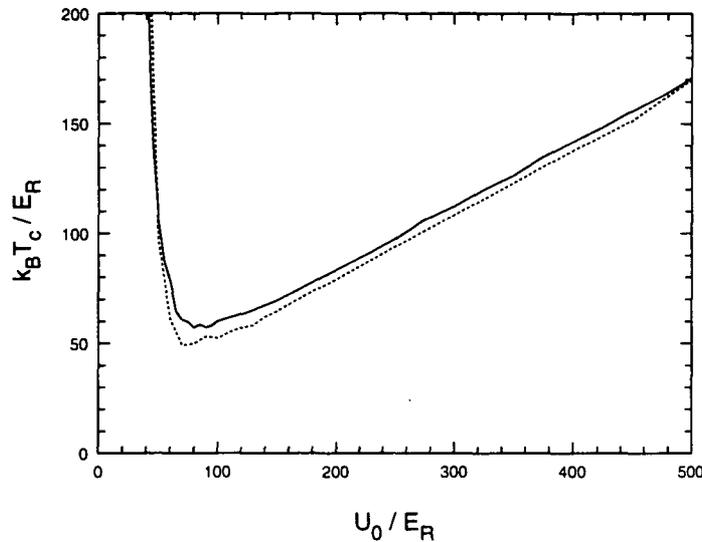


FIG. II.9 - Variation de la température cinétique en fonction de la profondeur des puits. Le calcul est effectué avec un échantillon de 5 000 atomes, avec un désaccord $\Delta = -10 \Gamma$. La courbe en traits pointillés correspond au résultat obtenu en négligeant le coefficient de diffusion en impulsion avec saut de niveau (II.40c).

II.4.c Le cas des transitions de moment cinétique entier

Nous venons de voir que dans le cas de la transition modèle $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, l'approche semi-classique conduit au problème du mouvement d'une particule dans un bi-potentiel. Ce problème est relativement facile à traiter, connaissant les expressions analytiques des différents coefficients intervenant dans l'équation du mouvement (voir § II.4.b.i). Cependant, comme il a déjà été mentionné précédemment, nous ne pouvons nous contenter des résultats obtenus dans le cadre de cette transition pour interpréter certains effets physiques ayant lieu dans le cadre des expériences, réalisées sur des transitions atomiques entre états de moment cinétique plus élevé. Or, du fait du nombre élevé de sous-niveaux internes et des cohérences existant entre ces niveaux, le traitement se complique nettement dans ce cas.

Nous avons utilisé deux approches numériques différentes pour traiter le problème des transitions $J \rightarrow J + 1$, avec $J \geq 1$, dans le cadre de la configuration *lin*⊥*lin* :

- Dans la première approche, nous considérons la structure interne complète de l'atome. Le mouvement est alors calculé en tenant compte de toutes les nappes du potentiel optique.
- La deuxième approche est en fait une approche de « potentiel moyen ». Elle consiste à remplacer la multitude de sous-niveaux internes de l'atome par deux niveaux effectifs.

Les deux méthodes ont été développées dans le cadre de l'approximation adiabatique. Nous commençons en introduisant cette approximation et en discutant son régime de validité, puis nous présentons les deux méthodes de calcul et les résultats obtenus.

i) Potentiels adiabatiques et couplage motionnel: l'approximation du suivi adiabatique

Nous savons que, pour une transition de type $J \rightarrow J + 1$ (avec $J \geq 1$) dans le cadre de la configuration $lin \perp lin$, l'opérateur des déplacements lumineux n'est pas diagonal dans la base des sous-niveaux du fondamental.²³ En diagonalisant l'opérateur des déplacements lumineux seuls (ce qui revient à traiter z et p comme des paramètres), on obtient les différentes nappes, u_m , du potentiel dit « *adiabatique* ». La Fig. II.10 illustre ce potentiel dans le cas des transitions $1 \rightarrow 2$ et $4 \rightarrow 5$. On y remarque, en particulier, que les nappes de potentiel appartenant à la même famille (indiquées par le même niveau de gris sur la figure) ne se croisent jamais, donnant lieu à des anticroisements, induits par leurs couplages *via* le champ lumineux. Les anticroisements entre nappes de la même famille se reproduisent dans l'espace avec la même période $\lambda/4$ que les puits de potentiel, mais leurs positions sont décalées de $\lambda/8$ par rapport à celle des puits. Remarquons, par ailleurs, que la nappe de potentiel la plus basse, comportant une alternance de puits σ^+ et σ^- avec une période égale à $\lambda/4$, ne croise aucune autre courbe de potentiel. Par conséquent, un atome pourrait en principe suivre de façon adiabatique cette nappe de potentiel au cours de son mouvement, parcourant ainsi une succession de sites σ^+ et σ^- , tout en subissant par endroits des cycles de pompage optique vers les autres nappes.

Dans une approche plus précise, il faut tenir correctement compte de l'énergie cinétique des atomes. Nous savons que leur mouvement induit des couplages entre les nappes de potentiel, qui sont à l'origine de transitions non-adiabatiques parmi les différents états propres des déplacements lumineux. Etant donné que la probabilité de transfert non-adiabatique est proportionnelle à la vitesse atomique et inversement proportionnelle à la séparation énergétique entre les deux courbes de potentiel au voisinage de l'anticroisement [98], il est possible de donner une estimation grossière du degré d'adiabaticité du potentiel en calculant le rapport entre la profondeur des puits de potentiel [qui fournit généralement un bon ordre de grandeur de l'énergie cinétique moyenne des atomes (voir p.ex. la Fig. II.5)] et leur séparation énergétique minimale au voisinage de l'anticroisement. Une telle estimation qualitative dans le cadre de la transition $1 \rightarrow 2$ [voir Fig. II.10(a)], conduit à la conclusion que la probabilité de transition non-adiabatique de la nappe la plus basse vers une autre nappe de potentiel est relativement faible, puisque l'espacement énergétique entre les deux nappes de la famille impaire est assez important. En revanche, la même estimation dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$ permet de voir à l'aide de la Fig. II.10(b) que les atomes suivant le niveau le plus bas du potentiel possèdent une probabilité non-négligeable d'effectuer une transition non-adiabatique, alors que pour les autres niveaux cette probabilité reste généralement plus faible.²⁴

23. Deux sous-niveaux Zeeman $|m_1\rangle$, $|m_2\rangle$, avec $|m_1 - m_2| = 2$, sont en effet couplés *via* des transitions de type Raman impliquant deux photons de polarisations circulaires opposées.

24. Cette estimation semble donc *a priori* assez défavorable à l'approximation adiabatique. Néanmoins, il faut garder à l'esprit le fait que nous avons utilisé là un ordre de grandeur tout à fait approximatif de la vitesse atomique. En réalité, l'énergie cinétique d'un atome au voisinage d'un anticroisement peut être sensiblement plus basse que la profondeur des puits.

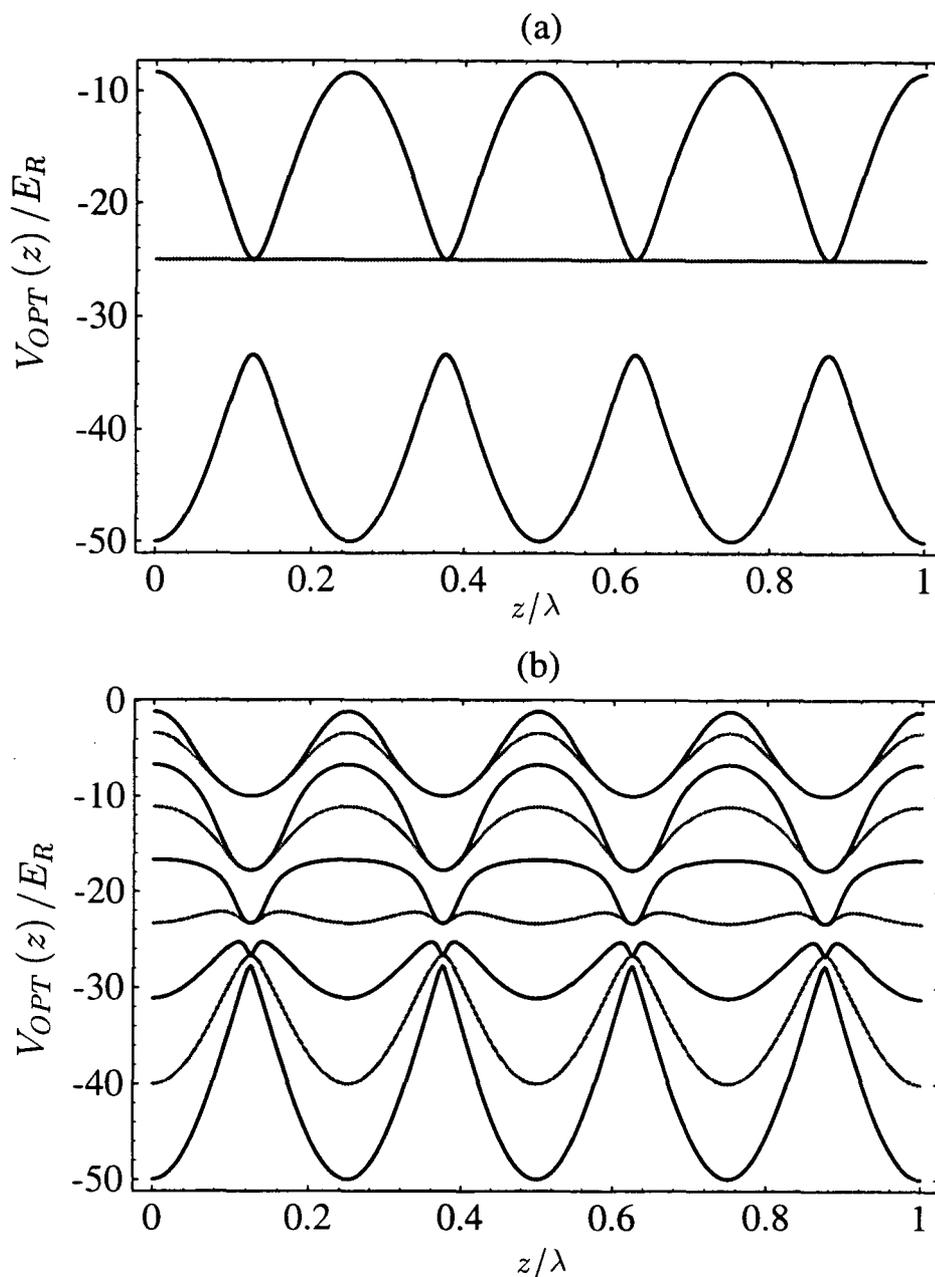


FIG. II.10 - Potentiels optiques « adiabatiques » dans le cadre de deux transitions $J \rightarrow J+1$, avec $J \geq 1$, obtenus par diagonalisation de l'opérateur des déplacements lumineux. (a) Cas où $J = 1$. (b) Cas où $J = 4$. Dans les deux cas, nous distinguons les deux familles par des niveaux de gris différents. Seuls les niveaux magnétiques appartenant à la même famille sont couplés via la lumière. La figure a été tracée pour un déplacement lumineux $\hbar\Delta' = -50 E_R$.

Dans tout ce qui suit, nous adoptons l'hypothèse de suivi adiabatique de l'état interne, qui consiste précisément à négliger tout couplage non-adiabatique entre les différentes nappes de potentiel. Cette approximation pourrait paraître un peu violente au premier abord, notamment pour les atomes rapides. Elle s'avère néanmoins satisfaisante, du moins dans le régime des puits profonds, car, comme nous le verrons par la suite, les atomes sont en principe localisés au fond des puits la plupart du temps et les probabilités de transition non-adiabatique y sont très faibles. Par ailleurs, l'emploi de l'approximation adiabatique sera justifié *a posteriori*, car nous montrerons que le refroidissement est essentiellement *local*. Notre modèle est par conséquent satisfaisant lorsque l'on cherche à donner une description qualitative des mécanismes physiques de base, ne faisant pas intervenir explicitement de sauts entre puits de potentiel.²⁵ Nous pouvons noter au passage qu'une expérience récente réalisée au NIST avec des atomes de chrome sur une transition atomique $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ [99] a montré que malgré l'existence de transitions non-adiabatiques, le mouvement atomique peut être généralement assez bien décrit dans le cadre de cette approximation.²⁶

Pour éviter de compliquer inutilement le calcul, nous introduisons dans notre traitement une hypothèse de type « *adiabatique* » supplémentaire. Celle-ci consiste à considérer une distribution de Wigner, $w(z, p, t)$, diagonale dans la base des états adiabatiques $|\Phi_i\rangle$. Cette hypothèse est satisfaisante dans le cadre d'un réseau optique brillant [100]. Les éléments d'un traitement plus complet sont exposés dans le paragraphe qui suit.

ii) Le potentiel topologique

En toute rigueur, l'approximation adiabatique consiste à négliger les cohérences de la matrice densité entre les états $|\Phi_i\rangle$. Cette hypothèse n'implique pas nécessairement la nullité des éléments non-diagonaux $\langle \Phi_i | w(z, p, t) | \Phi_j \rangle$!²⁷ Toutefois, il est possible de montrer que tout se passe comme si $w(z, p, t)$ était diagonale dans la base $|\Phi_i\rangle$, à condition de remplacer l'hamiltonien effectif (II.9) intervenant dans l'équation du mouvement par [100]:

$$H_{eff} = \frac{(\mathbf{p} - \mathcal{A})^2}{2M} + \hat{\Lambda}(\mathbf{r}) + \mathcal{V}(\mathbf{r}) \quad (\text{II.51})$$

25. Il faudrait par exemple exclure l'étude de la diffusion spatiale, car les transitions non-adiabatiques entre nappes de potentiel peuvent contribuer de manière essentielle au transport atomique.

26. Les anticroisements entre nappes appartenant à la même famille conduisent à l'apparition de minima de potentiel *locaux*, situés aux endroits où la polarisation lumineuse est essentiellement linéaire (voir par exemple la Fig. II.10). L'expérience du NIST a démontré l'existence d'une composante périodique dans la distribution spatiale mesurée, correspondant à la localisation d'atomes à l'intérieur de ces minima secondaires des niveaux adiabatiques. Cette localisation, qui pouvait *a priori* être masquée par des transitions non-adiabatiques, montre que les atomes sont sensibles aux potentiels adiabatiques.

27. Voir par exemple la définition (II.36), p. 113.

Cette nouvelle expression de l'hamiltonien prend en compte deux termes supplémentaires :

- un terme représentant un potentiel *vectoriel* \mathcal{A} , dont les éléments diagonaux dans la base $|\Phi_i\rangle$ s'écrivent :

$$\mathcal{A}_i(\mathbf{r}) = \langle \Phi_i | \mathcal{A}(\mathbf{r}) | \Phi_i \rangle = i\hbar \langle \Phi_i | \nabla \Phi_i \rangle \quad (\text{II.52})$$

- un terme représentant un potentiel *scalaire*, qui peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathcal{V}_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{2M} [\langle \Phi_i | \mathcal{A}^2(\mathbf{r}) | \Phi_i \rangle - \langle \Phi_i | \mathcal{A}(\mathbf{r}) | \Phi_i \rangle^2] \quad (\text{II.53})$$

Dans le cas où les états adiabatiques possèdent des composantes réelles, cette expression se réduit à :

$$\mathcal{V}_i(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar}{2M} \langle \Phi_i | \nabla^2 \Phi_i \rangle \quad (\text{II.54})$$

Ces potentiels sont de nature « *topologique* », puisqu'ils dépendent de la structure spatiale des états $|\Phi_i\rangle$; ils dépendent uniquement de la géométrie des faisceaux lasers.

Dans le cadre de la configuration laser *lin*⊥*lin* et des transitions atomiques $J \rightarrow J+1$, que nous considérons ici, les déplacements lumineux de tous les sous-niveaux du fondamental sont grands comparés à E_R . Par conséquent, les potentiels adiabatiques conduisent à des contributions qui sont en général nettement supérieures à celles des potentiels topologiques [100]. Il est alors raisonnable de négliger l'effet de ces potentiels, ainsi que toute contribution aux différents coefficients des équations de mouvement, liée à la modulation spatiale des états adiabatiques.²⁸

iii) Modèle tenant compte de la structure interne complète

Dans une première tentative de généralisation de l'approche semi-classique pour les transitions atomiques de moment cinétique plus élevé, nous considérons la structure interne complète de l'atome, comportant toutes les courbes du potentiel adiabatique et nous essayons d'obtenir l'équation régissant le mouvement atomique. Contrairement au cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, les potentiels adiabatiques ne peuvent généralement pas être calculés de façon analytique. Etant donné que nous préférons nous concentrer sur un traitement indépendant de la valeur du moment cinétique de l'état fondamental, valable en particulier pour les valeurs élevées de J_g (qui correspondent aux situations expérimentales habituelles), nous sommes conduit à effectuer un traitement entièrement numérique.

²⁸ Il faut noter que la contribution du potentiel topologique peut devenir non-négligeable au voisinage des anticroisements entre nappes de potentiel. Toutefois, il est toujours raisonnable de négliger le terme topologique, d'autant plus que l'atome passe la plupart du temps au voisinage du fond des puits de potentiel.

Le principe général de l'approche a été exposé au § II.4.a. Dans un premier temps, l'équation de pompage optique (II.8) est exprimée en représentation de Wigner. Ensuite, les termes non-locaux en impulsion dans l'équation de $w(z, p, t)$ sont développés à l'ordre deux en $\hbar k/\bar{p}$, dans le cadre de la limite semi-classique, et l'intégration sur la direction d'émission du photon de fluorescence est effectuée, en tenant compte du diagramme d'émission spontanée (II.15). L'équation de mouvement ainsi obtenue est enfin exprimée pour chaque sous-niveau interne $|\Phi_m\rangle$, associé aux nappes de potentiel $u_m(z)$.

Dans le cadre de l'approximation adiabatique, discutée au § II.4.c.i, nous négligeons les éléments non-diagonaux de la distribution de Wigner dans la base des états adiabatiques. Il est ainsi possible de montrer que les équations du mouvement se mettent sous la forme d'un système d'équations différentielles couplées, portant sur les densités de quasi-probabilité $\Pi_i(z, p, t) = \langle \Phi_i | w(z, p, t) | \Phi_i \rangle$ des différents sous-niveaux internes du fondamental :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{du_i(z)}{dz} \frac{\partial}{\partial p} \right] \Pi_i(z, p, t) = - \left[\gamma_i(z) \Pi_i(z, p, t) - \sum_{j \neq i} \gamma_{ji}(z) \Pi_j(z, p, t) \right] + \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left[D_{ii}(z) \Pi_i(z, p, t) + \sum_{j \neq i} D_{ji}(z) \Pi_j(z, p, t) \right] \quad (\text{II.55})$$

Ces équations ont une structure similaire à celle des Eqs.(II.39), obtenues dans le cadre de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Toutefois, chaque niveau adiabatique est maintenant potentiellement couplé à tous les autres niveaux *via* le terme de pompage optique [2^e terme dans le second membre de (II.55)], ainsi que *via* le terme de diffusion en impulsion associé au changement de niveau [4^e terme dans le second membre de (II.55)]. Bien entendu, il n'existe pas de forme analytique simple pour les expressions des différents coefficients intervenant dans les équations de mouvement, parce qu'il n'y en a pas pour les $|\Phi_i\rangle$ et u_i . Nous nous contenterons de donner leurs expressions générales dans la base $|\Phi_i\rangle$ en fonction des opérateurs $\hat{A}(z)$ et $\hat{B}_q(z)$, définis respectivement dans les équations (II.11) et (II.14) :

- A l'ordre zéro du développement en $\hbar k/\bar{p}$, nous obtenons l'effet du pompage optique entre les différents sous-niveaux internes pour une particule libre de vitesse constante. Cet effet est caractérisé par deux taux proportionnels à Γ' :

- i. Le taux de départ effectif du niveau i s'écrit :

$$\gamma_i = \Gamma' \langle \Phi_i | \hat{A} | \Phi_i \rangle - \Gamma' \sum_{q=0, \pm 1} \left| \langle \Phi_i | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle \right|^2 \quad (\text{II.56})$$

Le 1^{er} terme décrit le départ global à partir du niveau i . Le 2^e terme rend compte des processus où l'atome retombe à l'état initial, après avoir émis un photon spontané de polarisation ϵ_q .

ii. Le taux d'alimentation du niveau i par le niveau j est donné par :

$$\gamma_{ji} = \Gamma' \sum_{q=0,\pm 1} \left| \langle \Phi_j | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle \right|^2 \quad (\text{II.57})$$

- La force radiative moyenne, apparaissant à l'ordre un en $\hbar k/\bar{p}$, possède uniquement une composante réactive dérivant du potentiel adiabatique. L'expression de cette force pour le niveau i est donnée par :

$$\mathcal{F}_i(z) = -\frac{du_i(z)}{dz} \mathbf{e}_z \quad (\text{II.58})$$

La force de pression de radiation est nulle en tout point, par symétrie de la configuration $lin \perp lin$.

- Enfin, les termes décrivant le chauffage (ordre deux en $\hbar k/\bar{p}$) sont caractérisés par deux types de coefficients de diffusion en impulsion :

i. Les coefficients D_{ii} , décrivant la diffusion liée aux cycles de fluorescence où l'atome ne change pas de nappe de potentiel :²⁹

$$\begin{aligned} D_{ii} = & \frac{\hbar^2 \Gamma'}{8} \partial_z^2 \langle \Phi_i | \hat{A} | \Phi_i \rangle + \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{5} \left(\frac{1}{2} \left| \langle \Phi_i | \hat{B}_0 | \Phi_i \rangle \right|^2 + \left| \langle \Phi_i | \hat{B}_1 | \Phi_i \rangle \right|^2 \right. \\ & \left. + \left| \langle \Phi_i | \hat{B}_{-1} | \Phi_i \rangle \right|^2 \right) - \frac{\hbar^2 \Gamma'}{8} \sum_{q=0,\pm 1} \left(\langle \Phi_i | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_i \rangle \partial_z^2 \langle \Phi_i | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle \right. \\ & \left. - 2 \partial_z \langle \Phi_i | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_i \rangle \partial_z \langle \Phi_i | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle + \partial_z^2 \langle \Phi_i | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_i \rangle \langle \Phi_i | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

ii. Les coefficients D_{ji} , associés au chauffage apporté au cours d'un cycle de fluorescence où l'atome passe de la nappe de potentiel j à la nappe i :²⁹

$$\begin{aligned} D_{ji} = & \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{5} \left(\frac{1}{2} \left| \langle \Phi_j | \hat{B}_0 | \Phi_i \rangle \right|^2 + \left| \langle \Phi_j | \hat{B}_1 | \Phi_i \rangle \right|^2 + \left| \langle \Phi_j | \hat{B}_{-1} | \Phi_i \rangle \right|^2 \right) \\ & - \frac{\hbar^2 \Gamma'}{8} \sum_{q=0,\pm 1} \left(\langle \Phi_i | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_j \rangle \partial_z^2 \langle \Phi_j | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle - 2 \left| \partial_z \langle \Phi_j | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_i \rangle \right|^2 \right. \\ & \left. + \partial_z^2 \langle \Phi_i | \hat{B}_q^\dagger | \Phi_j \rangle \langle \Phi_j | \hat{B}_q | \Phi_i \rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

Il se trouve que les coefficients D_{ji} n'apportent généralement qu'une faible correction aux valeurs de la température calculées en tenant compte uniquement des coefficients D_{ii} . Ceci est vrai dans le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, comme il a été vérifié à l'aide de la Fig. II.9. Nous l'avons également vérifié dans le cadre d'autres transitions du type $J \rightarrow J+1$. Les D_{ji} seront, par conséquent, négligés de manière systématique dans les calculs.

29. Dans les calculs 1D les différents coefficients de diffusion sont positifs, contrairement aux situations multidimensionnelles où ces coefficients peuvent devenir localement négatifs (voir par exemple le chapitre IV).

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires à la réalisation d'une simulation classique pour les transitions atomiques entre états de moment cinétique élevé. Toutefois, avant de présenter les résultats relatifs à la température cinétique, nous allons essayer de nous faire une image semi-classique simple des trajectoires au sein des réseaux 1D. Ceci nous permettra, en particulier, d'introduire une formulation différente du modèle, qui conduit à une simplification de la forme de l'équation de mouvement (II.55) en la ramenant à une équation analogue à celle obtenue pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ [Eq. (II.39)], où seulement deux niveaux effectifs internes interviennent. Les résultats obtenus par les deux types de simulation seront alors présentés au § II.4.c.vi (p. 135).

iv) Trajectoires atomiques

Afin de mieux comprendre la nature du mécanisme de refroidissement il est utile d'étudier le mouvement atomique au sein du réseau 1D. Le contexte semi-classique est particulièrement bien adapté à ce type d'étude, car une « trajectoire » peut être aisément représentée dans l'espace, étant donné que chaque atome est « suivi » au cours de son mouvement.

Pour illustrer les différences existant entre le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ et celui des transitions $J \rightarrow J + 1$ avec $J > 1$,³⁰ nous avons représenté sur la Fig. II.11 une trajectoire typique d'un atome dans chacun des deux cas. Pour fixer les idées, nous avons considéré le cas où $J = 4$. Les parties de chaque trajectoire correspondant à des nappes de potentiel différentes, ont été représentés avec des points de type différent sur les deux courbes, ce qui permet d'estimer la durée pendant laquelle l'atome occupe chaque sous-niveau interne. Nous avons également représenté l'évolution de l'énergie mécanique de l'atome sur la même échelle temporelle dans les deux cas [Figs. II.11(b) et (d)], afin de mieux illustrer les différents mécanismes d'échange d'énergie entre l'atome et le champ, en particulier le mécanisme de refroidissement. Des différences importantes sont à noter entre le cas où $J = \frac{1}{2}$ et le cas où $J = 4$.

Dans le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, la figure permet de mettre en évidence deux caractéristiques importantes du mouvement : d'une part, l'atome passe pratiquement autant de temps dans chacun des deux niveaux du bi-potentiel optique $m_z = \pm \frac{1}{2}$, en effectuant régulièrement des sauts parmi ces deux niveaux ; d'autre part, l'écart quadratique moyen de la position augmente très rapidement, ce qui signifie qu'au cours de son mouvement l'atome parcourt une distance grande à l'échelle de la longueur d'onde en se déplaçant de puits en puits, sous l'effet du pompage optique.³¹ Ces deux caractéristiques du mouvement permettent de valider l'image semi-classique traditionnelle du refroidissement « Sisyphe » [voir par exemple la Fig. I.2, p. 19] :

30. Le cas $J = 1$ est un peu particulier. Nous en parlons dans le § II.4.c.vi.

31. Remarquer que pour des profondeurs de puits beaucoup plus faibles que celle qui correspond à la Fig. II.11(a), il est possible d'observer un mouvement au cours duquel l'atome parcourt éventuellement une distance égale à plusieurs dizaines de longueurs d'onde sans être piégé. Ce phénomène résulte des fluctuations d'impulsion liées à l'émission spontanée, qui permettent à l'atome d'accumuler suffisamment d'énergie pour surmonter la barrière d'un puits de potentiel et de suivre une trajectoire linéaire, « survolant » plusieurs puits de potentiel [66].

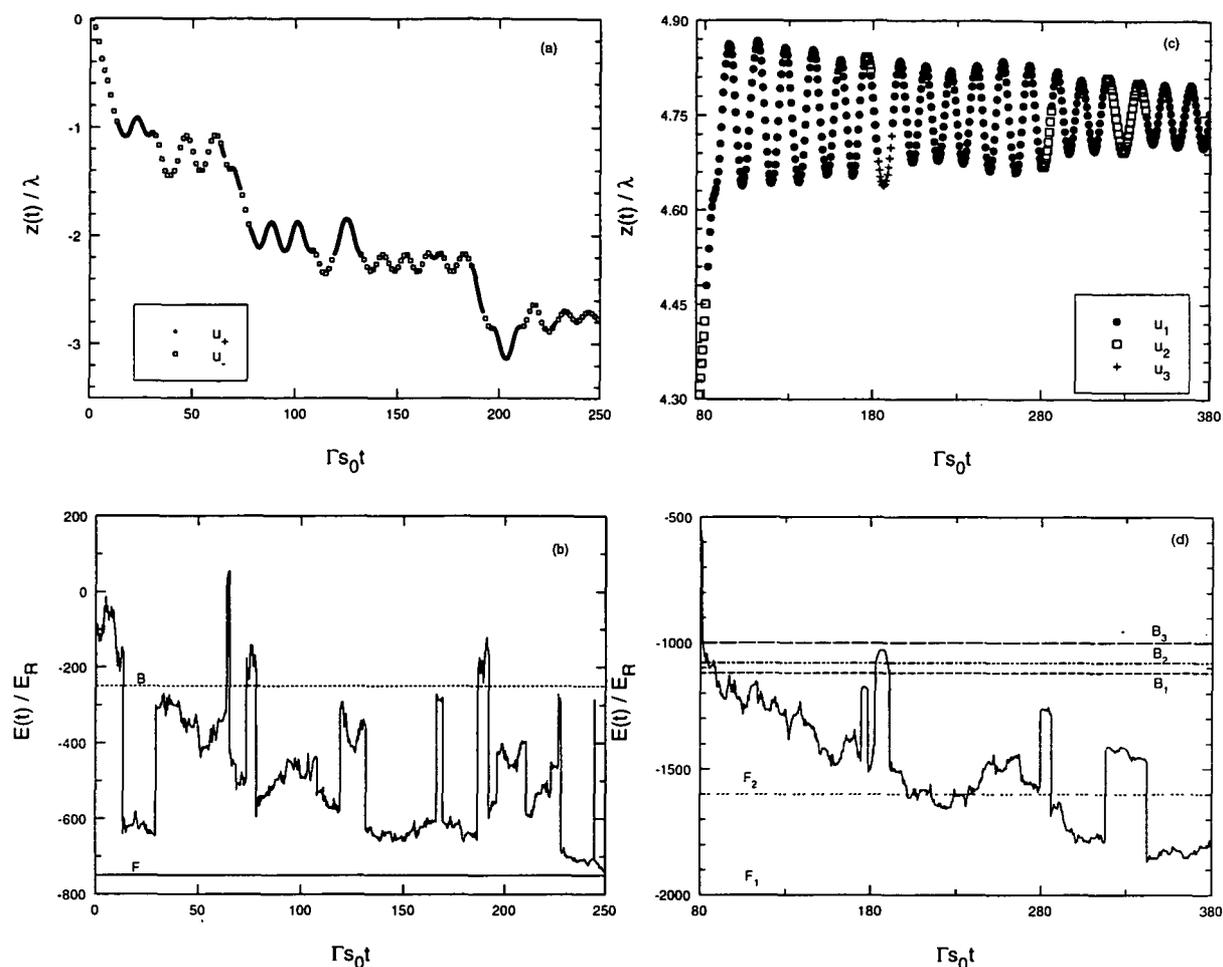


FIG. II.11 - Illustration de « trajectoires » typiques suivies par un atome dans un réseau 1D et diagrammes de l'énergie atomique au cours du temps. (a) Trajectoire et (b) variation de l'énergie totale de l'atome dans le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$: l'atome est refroidi sur une échelle spatiale de plusieurs puits de potentiel. Les deux types de points indiquent le sous-niveau Zeeman dans lequel l'atome se trouve. Les traits horizontaux de la Fig. (b) notés F et B représentent respectivement l'énergie des fonds et des bords des puits du bi-potentiel. Le calcul est effectué pour $U_0 = 500 E_R$ et $\Delta = -10 \Gamma$. (c) Trajectoire et (d) énergie totale de l'atome au cours du temps correspondant au cas de la transition $4 \rightarrow 5$. L'atome passe une partie de temps importante localisé sur une région d'espace d'extension inférieure à la longueur d'onde optique : le refroidissement s'effectue principalement à l'échelle spatiale d'un seul puits de potentiel (voir Fig. II.12). Les portions de la trajectoire correspondant à des nappes de potentiel différentes ont été représentées avec des points de type différent. En l'occurrence, la trajectoire est principalement restreinte aux deux nappes de potentiel inférieures u_1 et u_2 . Les traits horizontaux de la Fig. (d) notés F_i et B_i représentent respectivement l'énergie des fonds et des bords des puits de potentiel de la nappe u_i . Les paramètres de calcul sont : $\hbar|\Delta'| = 2000 E_R$ et $\Delta = -10 \Gamma$.

en examinant la Fig. II.11(b), qui représente l'évolution temporelle de l'énergie atomique, il est possible de voir que le refroidissement est réalisé après plusieurs cycles de pompage optique, sur une échelle spatiale de plusieurs puits de potentiel. Noter que les changements abrupts dans l'énergie de l'atome correspondent précisément aux changements de sous-niveau interne.

En ce qui concerne la transition $4 \rightarrow 5$, la trajectoire typique d'un atome est assez différente, comme nous pouvons le constater sur la Fig. II.11(c). Nous remarquons, tout d'abord, que pendant la plupart du temps, l'atome suit la nappe de potentiel adiabatique la plus basse (nappe u_1), tout en subissant quelques cycles de pompage optique vers les nappes de potentiel supérieures. Cependant, dans la majorité de cas, le mouvement est principalement restreint aux deux nappes adiabatiques les plus basses u_1 et u_2 . Le faible taux de départ de la nappe inférieure vers les autres nappes, au voisinage du fond des puits de potentiel, est dû à la valeur très faible ($\sqrt{1/45}$) du coefficient de Clebsch-Gordan reliant $|g, \pm 4\rangle$ à $|e, \pm 3\rangle$. En effet, la nappe u_1 possède des puits de potentiel aux endroits où la polarisation est purement circulaire. A ces endroits, l'état interne $|\Phi_1\rangle$, associé à u_1 , se recouvre totalement avec le sous-niveau Zeeman $m_z = +4$ (resp. $m_z = -4$) pour un site σ^+ (resp. σ^-). Au voisinage de ces sites, le taux de départ de l'état $|\Phi_1\rangle$ est alors proportionnel au carré du coefficient $\langle 5, \pm 3 | 4, 1, \pm 4, 1 \rangle = \sqrt{1/45}$. Nous remarquons enfin que l'atome reste localisé spatialement à l'échelle d'un seul puits de potentiel pendant des temps assez longs [ces durées peuvent correspondre à plusieurs $1\,000 (\Gamma_{S_0})^{-1}$].

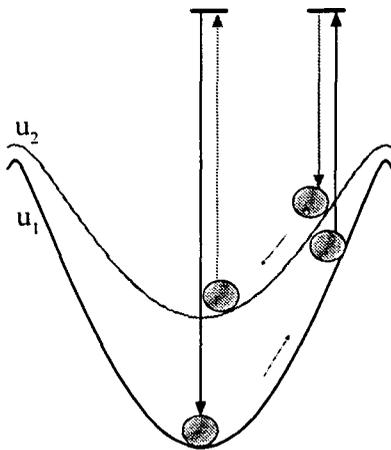


FIG. II.12 - Effet « Sisyphus » à un puits.

Dans le cadre de l'approximation adiabatique, il est alors possible de donner une image simple du refroidissement, en évoquant un mécanisme de type « Sisyphus » ayant lieu à l'intérieur d'un même puits de potentiel. Pour illustrer ce mécanisme, considérons un atome se déplaçant selon la nappe de potentiel la plus basse (nappe u_1). Cet atome commence par gravir une colline de potentiel pour se trouver au voisinage d'un sommet. Il possède alors une chance non négligeable d'être pompé optiquement vers la nappe supérieure u_2 , car le taux de départ γ_{12} prend des valeurs significatives près des sommets de u_1 . A partir de ce point, l'atome peut retomber vers le fond du puits u_2 , d'où il regagne la nappe de potentiel inférieure sous l'effet du pompage optique (le taux d'arrivée vers niveau u_1 est maximum au fond des puits de potentiel). Au cours de ce cycle, l'atome perd globalement de l'énergie cinétique, du fait que la courbure du potentiel u_2 est inférieure à celle du potentiel u_1 (voir la Fig. II.12). En conséquence, l'itération de ce type de processus conduit à un effet de ralentissement de type « Sisyphus », puisque en moyenne l'atome gravit des collines de potentiel plus raides que celles qu'il en descend. Notons au passage que le fait d'avoir un refroidissement local explique pourquoi l'approximation adiabatique (qui est valable au fond des puits de potentiel) est satisfaisante.

Nous venons de voir que, dans le cadre de l'approximation adiabatique, chaque atome évolue au sein de la nappe de potentiel inférieure, au cours de la plus grande partie de sa trajectoire. Par conséquent, l'atome passe très peu de temps dans les nappes de potentiel supérieures et le détail de ces nappes doit peu jouer sur le mécanisme de refroidissement. Il est possible d'exploiter cet effet, afin de reformuler notre modèle de calcul tenant compte de la structure interne complète, en y apportant quelques simplifications le rendant plus intuitif.

v) Modèle du bi-potentiel effectif

Au cours d'une deuxième approche au problème des transitions du type $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$, avec J_g entier, nous avons adopté un point de vue de « potentiel moyen ». Dans le cadre de ce point de vue, on cherche à décrire l'effet du potentiel adiabatique sur le mouvement atomique, en remplaçant la multitude de niveaux internes de l'atome par deux niveaux *effectifs*. Le choix de cette approche a été guidé par l'étude des trajectoires atomiques présentées au paragraphe précédent. Compte tenu du fait que la dynamique atomique est dominée par un mouvement dans la nappe de potentiel la plus basse, les autres états intervenant *via* les sauts de pompage optique, il semble raisonnable de conserver précisément le niveau de potentiel adiabatique le plus bas (potentiel u_1) et de remplacer tous les autres niveaux par un niveau effectif. Etant donné qu'un niveau adiabatique compte d'autant plus pour le mécanisme de refroidissement que l'atome y passe plus de temps, la contribution du niveau effectif à la force est évaluée en considérant, en tout point, la valeur moyenne des forces associées aux différentes nappes, pondérée par les taux d'occupation *stationnaires* de chaque nappe :³²

$$\mathbf{F}_1^{eff}(z) = \nabla u_1(z) \quad (\text{II.61a})$$

$$\mathbf{F}_2^{eff}(z) = \frac{\sum_{M \neq 1} \pi_M(z) \nabla u_M(z)}{\sum_{M \neq 1} \pi_M(z)} \quad (\text{II.61b})$$

où $\pi_M(z)$ est le facteur d'occupation de la nappe adiabatique u_M au régime stationnaire, pour une particule immobile, au point z .

Dans ce contexte, il est possible de simplifier l'Eq. (II.55), pour se ramener à une équation décrivant le mouvement d'un atome dans un bi-potentiel effectif $u_{1,2}^{eff}$, les forces (II.61a) et (II.61b) dérivant de ce bi-potentiel. La forme de cette équation est alors la même que celle de l'Eq. (II.39), p. 115, correspondant au cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Cette opération simplifie, bien entendu, considérablement le traitement, puisque l'on se ramène à un système de deux équations couplées (une pour chaque nappe effective), au lieu des $2J_g + 1$ équations couplées de départ. Les différents coefficients caractéristiques du mouvement (forces radiatives, taux de pompage optique, coefficients de diffusion en impulsion) sont calculés à partir des expressions

32. Cette approche rappelle évidemment le potentiel dipolaire pour les atomes à deux niveaux (voir [101]).

générales données aux Eqs. (II.56)-(II.60), en faisant usage du moyennage introduit pour les forces dans l'Eq. (II.61b). Nous avons représenté les variations spatiales de ces coefficients effectifs sur la Fig. II.13, dans le cadre de la transition $4 \rightarrow 5$. Noter que sur la Fig. II.13(a) nous avons représenté les deux nappes du bi-potentiel effectif dont dérivent les forces F_1^{eff} et F_2^{eff} , plutôt que les forces elles mêmes, étant donné que ces courbes se comparent directement à celles des potentiels adiabatiques et sont par conséquent plus parlantes. Plusieurs caractéristiques intéressantes sont à noter

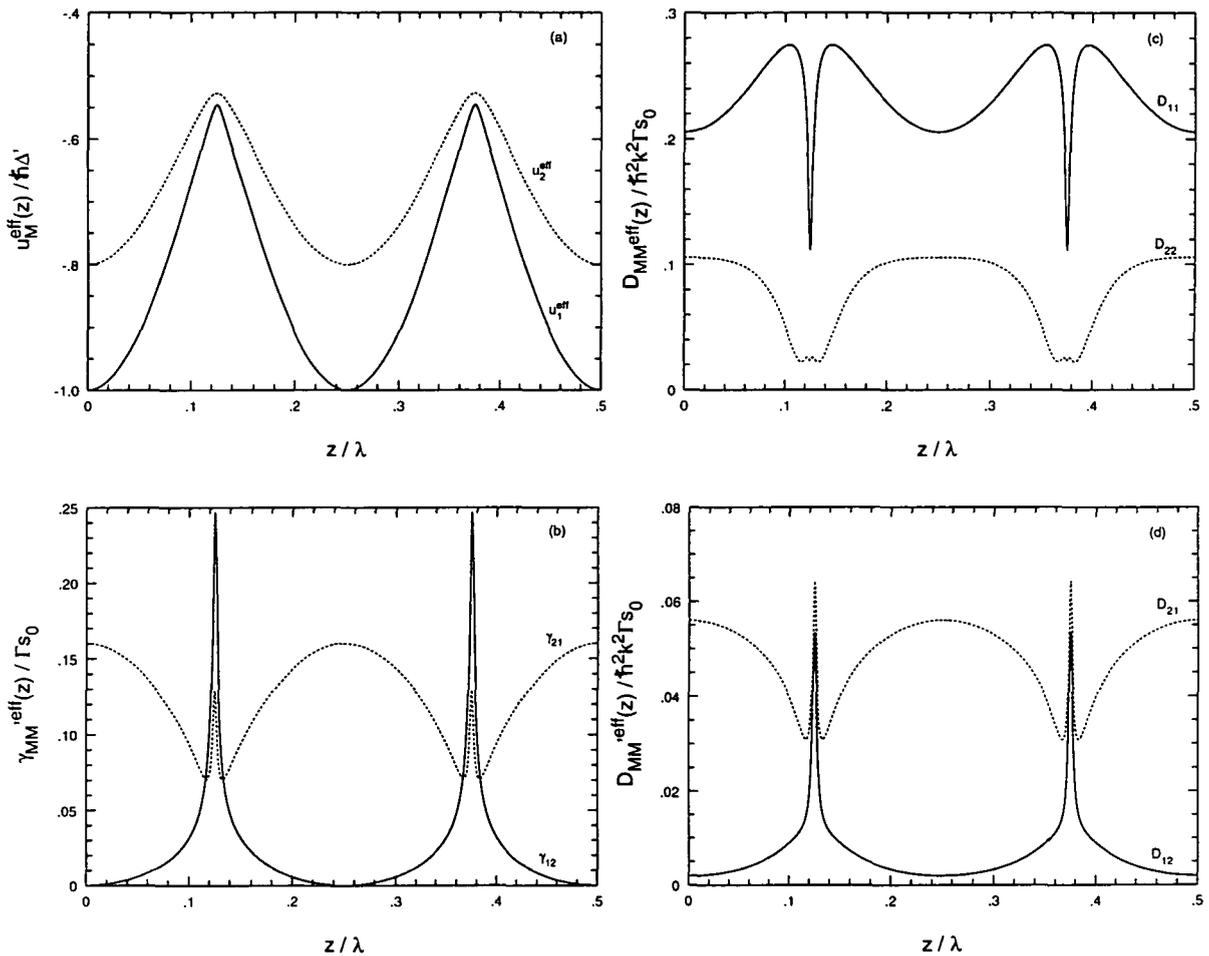


FIG. II.13 - Variation spatiale des coefficients effectifs intervenant dans l'équation du mouvement, pour la transition $4 \rightarrow 5$. (a) Bi-potentiel effectif. Les deux nappes effectives sont obtenues en intégrant numériquement les Eqs. (II.61a-b). (b) Taux de pompage optique. (c) Coefficients de diffusion en impulsion sans changement d'état interne. (d) Coefficients de diffusion effectifs associés aux « sauts » de pompage optique.

à propos de cette figure :

- Nous remarquons, tout d'abord, que la nappe de potentiel effective u_2^{eff} est très proche de la nappe adiabatique u_2 . Cela confirme l'image intuitive du mouve-

ment atomique à l'intérieur d'un puits que nous avons décrite au paragraphe précédent (voir la Fig. II.12).

- D'autre part, le taux de départ par pompage optique de la nappe u_1 vers la nappe u_2 (γ_{12}^{eff}) possède des maxima très piqués près des sommets du potentiel u_1 . Sa valeur est très faible partout ailleurs. En revanche, le taux γ_{21}^{eff} est maximum au voisinage des fonds de puits de potentiel, indiquant que la probabilité d'occupation de la nappe de potentiel la plus basse est maximale en ces points, où la lumière a une polarisation circulaire. Ces variations sont également en accord avec le raisonnement que l'on a développé au paragraphe précédent, quant au mouvement atomique.
- Les coefficients de diffusion D_{ij}^{eff} correspondant aux changements de nappe de potentiel semblent être, au prime abord, proportionnels aux taux de pompage optique.³³ Néanmoins, un examen plus attentif de la figure permet de remarquer que les effets du type diffusion aux nœuds d'une onde stationnaire subsistent. En l'occurrence, le coefficient D_{12} ne s'annule pas totalement aux endroits où la probabilité de passage de la nappe u_1 vers la nappe u_2 est nulle (*i.e.* aux fonds des puits où la polarisation est purement circulaire). Comme nous l'avons remarqué dans le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, c'est un effet inhérent à la nature quantique du paquet d'onde atomique. Notons que les coefficients D_{ij} prennent des valeurs faibles pratiquement en tout point. Nous avons vérifié que leur contribution au calcul de la température cinétique est négligeable. Ils seront par conséquent omis dans la suite.

REMARQUE : Nous pouvons remarquer que notre choix de définition du bi-potentiel effectif issu de l'Eq. (II.61a-b) n'est probablement pas unique. On pourrait, par exemple, penser à calculer un niveau de potentiel moyen pour chaque famille $\eta = 1, 2$ des états internes. Toutefois, compte tenu des renseignements sur le mouvement que l'on a pu extraire grâce à l'étude des trajectoires semi-classiques, nous savons dorénavant que la majorité d'atomes suivent le niveau adiabatique le plus bas pendant une grande partie de leur trajectoire en régime stationnaire. Par conséquent, nous avons des bonnes raisons de penser que la description du mouvement est plus réaliste lorsque la contribution de ce niveau est correctement prise en compte, plutôt que dans un calcul de niveau moyen à l'intérieur de la famille $\eta = 1$.

vi) Résultats de la simulation

Nous présentons maintenant les résultats de la simulation relatifs à la densité atomique spatiale, au profil de la distribution en impulsion, et à la variation de la température cinétique avec la profondeur des puits de potentiel. Les deux types d'approche que nous avons décrits ci-dessus (potentiel adiabatique complet ou bi-potentiel effectif) sont successivement employés et les résultats comparés.

33. Rappelons que pour un processus stochastique classique on a [68] : $D_{ij} \sim q^2 \gamma_{ij}$, où $q \in \mathbb{R}$.

Pour éviter de rendre cette partie inutilement longue, nous focalisons notre étude sur la transition $4 \rightarrow 5$. Toutefois, les résultats de calculs de température, effectués pour d'autres transitions atomiques sont également présentés.

La résolution de l'équation du mouvement (dans le potentiel optique complet ou le bi-potentiel effectif) s'effectue à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo classique. Le principe de la simulation a déjà été détaillé dans le § II.4.b.ii pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$. Il existe néanmoins une différence importante dans le cas présent, qui est que les différents coefficients intervenant dans l'équation du mouvement ne sont pas connus de façon analytique. Pour remédier à cela, dans un premier temps, nous évaluons numériquement la variation de ces coefficients en fonction de z sur un intervalle de longueur $\lambda/2$, en réalisant un maillage de cet intervalle. Le pas du maillage est de $\lambda/2000$. Il est ainsi possible de constituer une « banque de données » contenant les variations spatiales des taux de pompage optique, des coefficients de diffusion en impulsion et des composantes de la force radiative pour chaque niveau interne. Dans un deuxième temps, nous réalisons la simulation proprement dite, qui consiste à intégrer les équations du mouvement par l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre deux. Nous sommes alors en mesure d'évaluer la valeur des coefficients du mouvement en tout point z de la trajectoire atomique, en effectuant une interpolation linéaire entre les deux points du maillage les plus proches de z .

Choix des paramètres numériques : Le choix de l'échelle des pas de temps pour l'intégration des équations du mouvement est toujours guidé par le fait que chaque atome doit « voir » les variations spatiales des différents coefficients au cours de son mouvement. Une observation attentive des Figs. II.10(b) et II.13 permet de voir que certaines nappes du potentiel adiabatique de la transition $4 \rightarrow 5$, ainsi que les taux de pompage optique et coefficients de diffusion caractérisant le mouvement, varient localement à l'échelle du millièème de longueur d'onde. Nous devons donc choisir des pas de temps dt , tels que la distance typique parcourue par un atome pendant dt soit de l'ordre de $10^{-3}\lambda$:

$$v \cdot dt \lesssim 10^{-3}\lambda \quad (\text{II.62})$$

En supposant que la vitesse moyenne v d'un atome est de l'ordre de $10 \hbar k/M$ (ceci ne constitue, bien entendu, qu'une estimation grossière, néanmoins satisfaisante), nous sommes conduits à la condition restrictive suivante :

$$\Gamma s_0 \cdot dt \lesssim 10^{-3} \frac{\hbar \Delta' / E_R}{\Delta / \Gamma} \quad (\text{II.63})$$

Cette condition fournit une limite supérieure au choix du pas de temps, en fonction de la profondeur des puits et du désaccord. On pourrait naïvement penser que la prise en compte d'un pas de temps infiniment petit est satisfaisante. Cependant, avec la méthode que nous utilisons ici qui ne fait pas usage de la fonction délai [102], il faut imposer une limite inférieure à dt , sachant qu'un pas d'intégration trop petit conduirait à une probabilité de changement de niveau très faible et que

le générateur de nombres aléatoires n'est pas tout à fait uniforme pour ces faibles valeurs. Généralement, pour un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$, un pas de temps $dt = 0,02 (\Gamma s_0)^{-1}$ satisfait aux deux conditions restrictives.

La simulation est réalisée sur un échantillon composé de $N_{at} = 5\,000$ atomes, pour diverses valeurs du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$ et pour un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$.³⁴ La distribution initiale des atomes dans l'espace est supposée uniforme, leur impulsion initiale p_{in} est comprise dans l'intervalle $[-20 \hbar k, 20 \hbar k]$ et le sous-niveau interne de départ est obtenu grâce à un tirage aléatoire. Généralement, pour des valeurs de la profondeur de puits assez grandes devant le seuil de refroidissement, le régime stationnaire est atteint après un temps d'évolution d'environ $1\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$. Par contre, nous avons remarqué que les simulations réalisées pour des profondeurs de puits relativement faibles ($\hbar\Delta' \lesssim 800 E_R$) nécessitaient des temps plus longs pour atteindre le régime stationnaire. En fait, dans ce régime de paramètres, la validité de l'approximation adiabatique devient très discutable et les résultats du modèle semi-classique perdent leur fiabilité (voir la discussion à propos des calculs de température ci-dessous).

Densité spatiale : Sur la Fig. II.14(a), nous avons représenté la densité spatiale en fonction de l'état interne, pour la transition $4 \rightarrow 5$. Nous remarquons que la

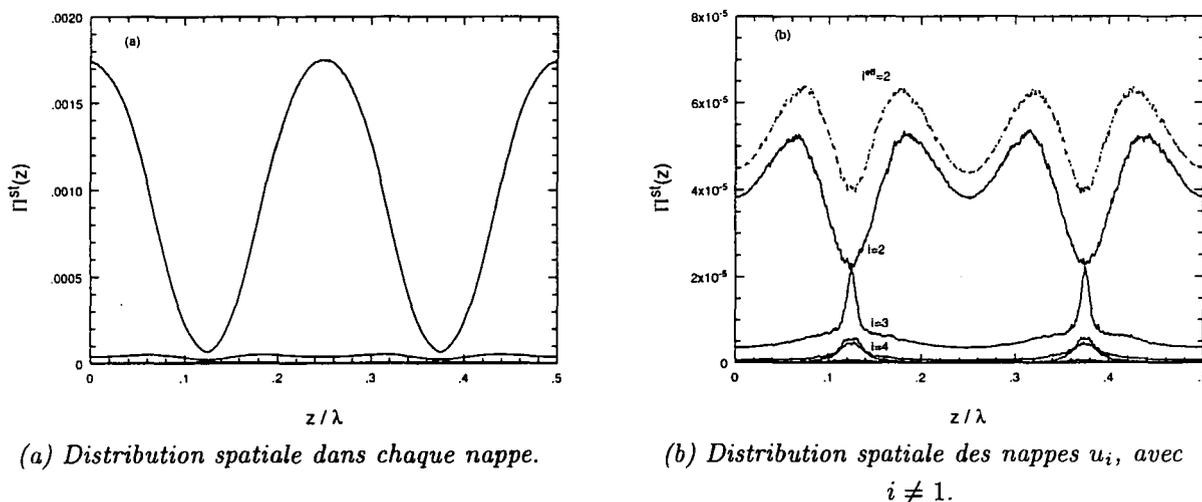


FIG. II.14 - Distribution spatiale stationnaire pour la transition $4 \rightarrow 5$. Dans la Fig. (b), la courbe en pointillés correspond à la distribution spatiale de la nappe de potentiel effective u_2^{eff} . Comme on peut le voir sur la Fig. (a), le taux d'occupation de la nappe u_1 est nettement dominant par rapport aux autres nappes. Le calcul a été effectué pour $\hbar\Delta' = -2\,000 E_R$, $\Delta = -10 \Gamma$, avec 10 000 atomes, un temps de moyennage de $1\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après une évolution du système pendant $3\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$. L'origine de l'axe des z correspond à un site de polarisation σ^- .

distribution $\Pi^{st}(z)$ possède la périodicité $\lambda/4$ du potentiel, la contribution de la

34. Nous avons également effectué des calculs à $\Delta = -5\Gamma$, pour la transition $4 \rightarrow 5$, sans observer de variation notable des résultats présentés ici.

nappe de potentiel $u_1(z)$ étant nettement dominante par rapport à celles des autres niveaux adiabatiques. Cet effet indique clairement que, dans le régime stationnaire, les atomes « peuplent » la nappe de potentiel la plus basse de façon majoritaire, comme nous l'avons souligné précédemment. Notons de plus, que les résultats présentés ici sont en excellent accord avec ceux du groupe de P. ZOLLER à Innsbruck, obtenus pour les mêmes paramètres en utilisant une simulation de Monte-Carlo quantique [103].

Par ailleurs, nous avons porté sur la Fig. II.14(b) un agrandissement du (a), représentant la distribution spatiale sur les autres nappes de potentiel adiabatique u_M , ainsi que la densité correspondant au niveau effectif u_2^{eff} (courbe en pointillés). Comme prévu, d'après la discussion du § II.4.c.iv, la densité du niveau effectif est très proche de celle du niveau adiabatique u_2 . Notons, enfin, que la composante périodique dans la distribution spatiale, correspondant aux minima locaux du potentiel adiabatique en $z_q = (2q + 1) \lambda/8$, avec $q \in \mathbb{Z}$, [99] est pratiquement masquée dans la description du problème par le bi-potentiel effectif.

Distribution stationnaire d'impulsion: De la même façon que dans le cas où $J_g = \frac{1}{2}$, la distribution d'impulsion est obtenue en réalisant l'histogramme des impulsions atomiques, sur un échantillon assez grand, au régime stationnaire. La Fig. II.15 représente le résultat d'un tel calcul effectué pour la transition $4 \rightarrow 5$, sur un échantillon de 20 000 atomes, après une évolution libre de $3000 (\Gamma s_0)^{-1}$ pour atteindre le régime stationnaire. Nous avons représenté sur la même figure les résul-

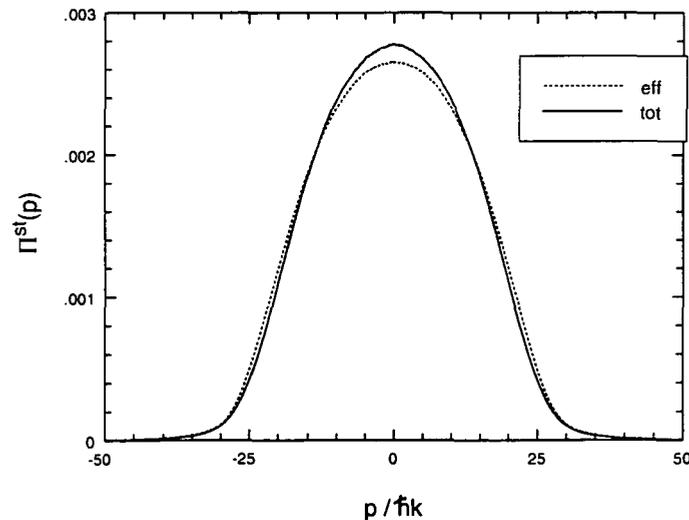


FIG. II.15 - Distribution d'impulsion stationnaire pour la transition $4 \rightarrow 5$. La courbe en trait plein représente le résultat de la simulation tenant compte de la structure interne complète. Celle en pointillés correspond au calcul par la méthode du bi-potentiel effectif. Le calcul a été effectué pour une profondeur $\hbar|\Delta'| = 2000 E_R$, un désaccord $\Delta = -10 \Gamma$, avec 20 000 atomes et un temps de moyennage de $1000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après une évolution du système (pour atteindre le régime stationnaire) pendant $3000 (\Gamma s_0)^{-1}$.

tats obtenus par les deux méthodes de calcul que nous avons décrites précédemment (*i.e.* le modèle tenant compte de tous les niveaux adiabatiques, ou celui utilisant le bi-potentiel effectif). L'accord entre les deux méthodes est remarquable. De plus, nous avons observé un excellent accord entre ces résultats et ceux du groupe de P. ZOLLER, obtenus en utilisant une simulation de Monte-Carlo quantique [103].

Notons que le profil de la distribution $\Pi^{st}(p)$ diffère considérablement de celui d'une simple gaussienne, correspondant à une distribution de Maxwell-Boltzmann. Ce résultat montre simplement qu'il n'existe pas une définition univoque de la température cinétique, étant donné que le système considéré n'est pas à l'équilibre thermodynamique.³⁵

Température cinétique ; comparaison entre les différents modèles : Nous complétons à présent l'évaluation des performances du modèle semi-classique en présentant une étude systématique de la variation de la température cinétique avec la profondeur de puits, pour différentes transitions atomiques. La Fig. II.16 regroupe les résultats obtenus pour les transitions $J \rightarrow J + 1$, dans les cas où $J = 1, 2, 3$ et 4. Le calcul a été effectué pour un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$, sur un échantillon de 5 000 atomes. Afin d'être en mesure d'effectuer une comparaison entre les différents modèles que nous avons présentés au cours de ce chapitre, nous avons porté, sur chaque graphique, les courbes obtenues par le modèle semi-classique avec prise en compte du potentiel adiabatique total, celles correspondant à l'emploi du bi-potentiel effectif, ainsi que les résultats obtenus dans le cadre de l'approximation séculaire par le modèle des bandes.

Tout d'abord, hormis le cas de la transition $1 \rightarrow 2$, nous observons un accord remarquable entre les résultats obtenus par le modèle du bi-potentiel effectif et ceux du calcul tenant compte de la structure interne complète. Ceci confirme clairement les considérations sur le mouvement atomique que nous avons présenté au § II.4.c.iv (p. 130) et constitue un argument favorable de plus pour l'emploi du modèle du bi-potentiel effectif dans le cadre des transitions entre états de moment cinétique élevé. Notons que la transition $1 \rightarrow 2$ constitue un cas particulier, que l'on doit considérer séparément. En effet, la structure spatiale du potentiel adiabatique représentée sur la Fig. II.10 est assez différente de celle des transitions $J \rightarrow J + 1$, avec $J > 1$. En particulier, les minima de la nappe adiabatique u_3 (nappe de potentiel supérieure) ne coïncident pas avec ceux de la nappe u_1 (nappe de potentiel inférieure) et le niveau u_2 n'est pas modulé dans l'espace. Par conséquent, le mécanisme de refroidissement à un puits de la Fig. II.12 ne peut avoir lieu dans ce cas et l'on s'attend plutôt à ce que le mouvement atomique soit similaire à celui de la Fig. II.11(a), où l'atome passe pratiquement autant de temps dans chaque niveau du potentiel adiabatique au cours de sa trajectoire. Cela explique pourquoi l'emploi d'un bi-potentiel effectif est discutable dans le cadre de cette transition.³⁶

35. Nous rappelons que, dans nos simulations, la « température » cinétique est calculée à partir de l'impulsion quadratique moyenne, plutôt qu'à partir de la largeur en $e^{-1/2}$ de la distribution de $\Pi^{st}(p)$.

36. Le lecteur pourra noter, néanmoins, que le modèle du bi-potentiel effectif permet d'obtenir la

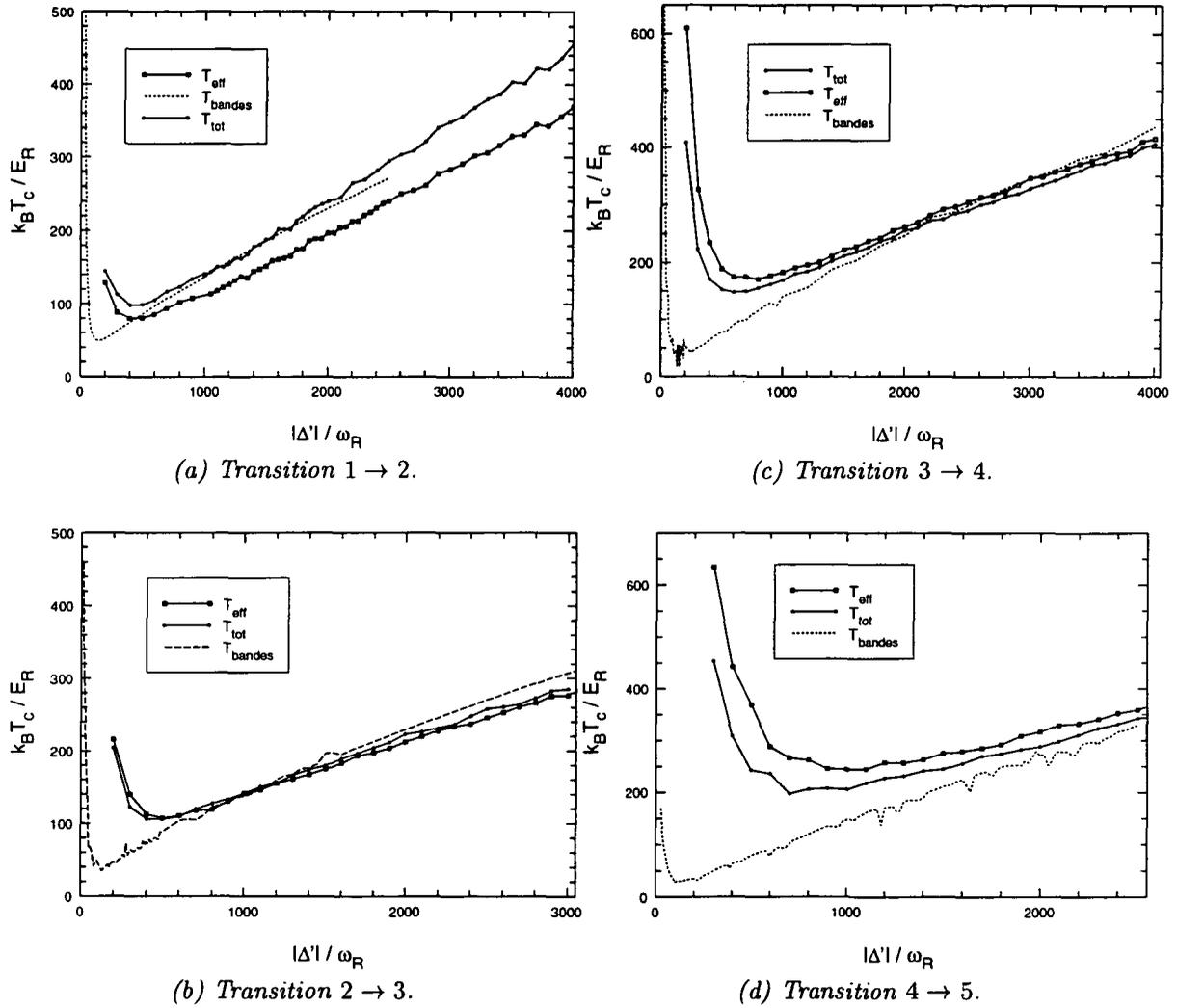


FIG. II.16 - Température en fonction de la profondeur de puits calculée pour plusieurs transitions atomiques ; comparaison entre les différents modèles. Les courbes en traits pointillés correspondent aux résultats obtenus par le modèle des bandes (voir § II.3.c.ii, p. 111). Le calcul a été effectué pour un désaccord $\Delta = -10 \Gamma$, avec 5 000 atomes. Le temps de moyennage est de $1\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après évolution du système (pour atteindre le régime stationnaire) pendant $3\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$.

En deuxième lieu, nous comparons les résultats des simulations semi-classiques à ceux du modèle des bandes, afin d'être en mesure d'estimer le domaine de validité, ainsi que le degré de fiabilité de l'approche semi-classique. Pour chaque transition atomique, les résultats obtenus par le modèle des bandes ont été reportés (en traits pointillés) sur la Fig. II.16. Un très bon accord est observé entre les deux modèles dans le régime des puits profonds (domaine de variation linéaire de la température). En particulier, le modèle semi-classique permet d'obtenir la bonne valeur de la pente dans ce domaine et donne des valeurs de la température très voisines de celles obtenues par le modèle quantique.³⁷ Cet accord est tout à fait remarquable, compte tenu du nombre de simplifications qui ont été introduites dans le cadre du traitement semi-classique.

Comme nous l'avons mentionné précédemment (voir le choix des paramètres numériques, p. 136), le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire varie selon la profondeur. Afin de contourner ce problème, nous avons choisi un temps d'évolution pour atteindre le régime stationnaire, correspondant à $3\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$, ce qui représente 150 000 tirages. Généralement, pour les valeurs de la profondeur bien au delà du seuil de refroidissement, un temps typique de $1\,000 (\Gamma s_0)^{-1}$ suffit pour atteindre le régime stationnaire. Nous considérons comme valeur limite de ce régime la valeur $\hbar\Delta'_{lim} = 1\,000 E_R$.³⁸ En revanche, en deçà de la profondeur limite, la simulation converge plus lentement vers le résultat stationnaire. Par ailleurs, les résultats obtenus dans ce domaine de valeurs de la profondeur correspondent à un accroissement violent de la température et ne sont pas en bon accord quantitatif avec ceux du modèle quantique. Remarquons que pour des profondeurs de puits faibles la validité des hypothèses du traitement semi-classique est compromise. En particulier, les transitions non-adiabatiques entre les différentes nappes du potentiel sont d'autant plus probables que les atomes sont rapides et nous savons qu'il y a d'avantage d'atomes libres (donc rapides) pour les faibles profondeurs de puits. Cela explique les températures élevées que nous obtenons dans ce régime et qui sont en désaccord quantitatif avec le modèle des bandes.³⁹

II.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux approches tout à fait différentes permettant d'effectuer des calculs relatifs aux réseaux optiques 1D. Le premier trai-

bonne valeur de la pente dans le domaine de variation linéaire de la température avec la profondeur.

37. Nous noterons que l'écart maximum entre les résultats des deux modèles sur *p.r.m.s.* reste généralement inférieur à $1 \hbar k$.

38. Le choix de cette valeur particulière n'a pas une origine physique profonde. Nous l'avons adopté après une étude de la convergence des résultats de la simulation, pour marquer une séparation entre le régime de puits profonds et le régime de puits peu profonds, où la validité des hypothèses du traitement semi-classique est discutable.

39. Les transitions non-adiabatiques entre niveaux de potentiel contribuent *a priori* à un refroidissement « Sisyphé » plus efficace. Par conséquent, les négliger signifie négliger une cause de refroidissement supplémentaire.

tement, entièrement quantique, repose sur l'approximation séculaire. Il permet de déterminer les populations des différents états énergétiques accessibles par les atomes au sein d'un réseau optique. Ce modèle fournit des résultats relatifs à la température en très bon accord quantitatif avec d'autres approches quantiques, et avec les mesures expérimentales à 1D disponibles à ce jour.

La deuxième approche que nous avons employée dans l'étude des réseaux optiques est semi-classique. Ce traitement, qui a l'avantage d'être assez intuitif, repose sur l'approximation adiabatique. Nous avons montré que dans le cas des transitions atomiques du type $J \rightarrow J + 1$ avec $J > 1$, où la structure du potentiel optique est assez complexe, il est possible d'introduire un bi-potentiel effectif décrivant correctement le système et donnant même des résultats en bon accord quantitatif avec le modèle quantique dans le régime des puits de potentiel profonds (régime expérimental habituel).

En définitive, nous pouvons remarquer que le modèle semi-classique, basé sur l'approximation de suivi adiabatique de l'état interne est très satisfaisant pour la description des phénomènes ayant lieu à l'intérieur d'un puits de potentiel. En revanche, la validité du modèle n'est pas prouvée en ce qui concerne les phénomènes ayant lieu sur une échelle de plusieurs puits. En particulier, ce modèle est mal adapté pour l'étude de la diffusion spatiale et des phénomènes de transport dans les réseaux optiques bâtis sur des transitions atomiques pour lesquelles $J_g \geq 1$. Toutefois, dans les régimes de paramètres où les mécanismes physiques dominants ont lieu à l'intérieur d'un seul puits, comme c'est le cas pour les puits profonds, le modèle semi-classique permet de donner des images physiques assez intuitives des différents mécanismes *a priori* difficiles à modéliser dans le cadre du modèle des bandes. En particulier, il est possible, dans le cadre du modèle semi-classique d'isoler les différents facteurs caractérisant le mouvement atomique (pompage optique, diffusion en impulsion, anharmonicité du potentiel) afin de mieux comprendre la contribution de ces différents termes à un phénomène physique donné. Il est clair qu'une telle opération n'est pas envisageable dans le cadre du modèle des bandes.

Il est, par ailleurs, intéressant de s'interroger sur la maniabilité du modèle des bandes, notamment pour des calculs dans le cadre des réseaux optiques bi- et tri-dimensionnels. La mise en équation selon ce modèle pour calculer les fonctions d'onde ou les populations associées, dans le cas 1D, nécessite des manipulations algébriques sur des matrices de rang très élevé. Dans une situation à deux ou à trois dimensions, nous avons vu au Chap. I que le problème n'est pas séparable en plusieurs problèmes unidimensionnels, car le potentiel lumineux couple les composante du mouvement atomique selon les différentes directions d'espace. Dans ce cas, il est clair que la taille des matrices à diagonaliser devient rapidement excessive même pour les ordinateurs les plus performants. De plus, cette approche requiert l'emploi de l'approximation séculaire permettant de négliger les éléments non diagonaux de la matrice densité (cohérences). Ceci impose des restrictions importantes sur le modèle [67] qui, en particulier, ne rend pas toujours compte de façon satisfaisante des situations rencontrées assez souvent dans les expériences, où la valeur du désaccord est relativement faible. En revanche, le modèle des simulations semi-classiques, dans le cadre de l'approxi-

mation adiabatique, semble une option prometteuse pour décrire des situations à deux et à trois dimensions proches de l'expérience.

Les deux chapitres qui suivent permettront de donner des nouvelles illustrations du modèle semi-classique à 1D et à 2D. Nous verrons, en particulier, que ce modèle est très bien adapté à l'étude du paramagnétisme des réseaux optiques.

CHAPITRE III

MAGNÉTISME DES RÉSEAUX OPTIQUES

Magnétisme :
« joli sujet de conversation ».
Gustave FLAUBERT (1821-1880)
(*Le dictionnaire des idées reçues*)

LES PREMIÈRES réflexions de l'homme sur la nature des phénomènes magnétiques remontent à l'antiquité.¹ Mais, il fallut attendre la deuxième moitié du 18^e siècle pour observer le début d'une approche purement scientifique aux problèmes liés au magnétisme, avec notamment les travaux de Charles Augustin COULOMB, Siméon Denis POISSON et George GREEN sur la théorie des « fluides » électrique et magnétique [104]. Le 19^e siècle fut marqué par une avancée spectaculaire dans le domaine de l'électrodynamique. Les travaux de H. C. OERSTED, J. BIOT, F. SAVART, A. M. AMPÈRE et de M. FARADAY, entre autres, permirent à J. C. MAXWELL de formuler une théorie commune, groupant l'électricité et le magnétisme [105].

Incontestablement, le véritable point de départ des développements modernes dans l'étude des structures magnétiques de la matière fut la thèse de Pierre CURIE à la fin du siècle dernier [106]. Ce travail précisa pour la première fois, de manière claire, les caractéristiques respectives des substances paramagnétiques, diamagnétiques et ferromagnétiques. Quelques années plus tard, en 1905, Paul LANGEVIN donna une théorie semi-classique du diamagnétisme et du paramagnétisme [107]. La dernière, bâtie sur la notion de moment magnétique permanent, ne fut légitimée que bien plus tard, en 1930, dans une approche quantique par Léon BRILLOUIN [108]. Le premier modèle du ferromagnétisme fut élaboré en 1906 par Pierre WEISS sur la base de la notion de champ moléculaire, traitant le magnétisme comme un phénomène collectif [109].

Depuis ces travaux précurseurs du début du siècle, l'intérêt porté aux phénomènes

1. Le nom de la magnétite provient d'ailleurs de la région de Magnésie, où il fut extrait pour la première fois [voir p.ex. Titus LUCRETIUS CARUS, « *De Rerum Natura* », Livre VI (50 av. J.-C.) ; trad. française par Henri CLOUARD].

magnétiques n'a cessé de croître. Ainsi, l'émergence de la mécanique quantique permet le développement des théories de LENZ-ISING et de HEISENBERG-DIRAC sur le ferromagnétisme [110], celle de L. D. LANDAU sur le diamagnétisme électronique [111] et enfin les travaux de L. NÉEL sur l'antiferromagnétisme et le ferrimagnétisme [112]. A l'heure actuelle, le sujet du magnétisme dans la matière demeure toujours d'actualité. Il nous a donc paru utile d'effectuer une étude analogue dans le cadre des réseaux optiques.

Ce chapitre est consacré à l'étude des propriétés magnétiques des réseaux optiques. Nous considérons que le réseau est plongé dans un champ magnétique statique longitudinal, parallèle à l'axe naturel Oz , et nous étudions l'évolution des différentes grandeurs physiques (magnétisation, température, etc.) lorsque le champ varie. Dans ce chapitre, il sera essentiellement question de réseaux 1D dans le cadre de la configuration $lin \perp lin$, mais nous verrons que les modèles unidimensionnels sont généralement utiles pour comprendre la physique des réseaux 3D. Les calculs que nous présenterons s'inscrivent aussi bien dans le cadre du modèle quantique des bandes, que dans celui du modèle semi-classique, introduits au chapitre précédent.

Nous débuterons avec une discussion générale sur le magnétisme, inspirée de la physique de l'état solide, où nous rappellerons brièvement les différentes catégories de magnétisme dans la matière. Cette section introductive permettra de bien poser le problème du magnétisme dans le cas des réseaux optiques.

Dans un premier temps, le magnétisme des réseaux brillants unidimensionnels sera étudié à l'aide du modèle des bandes dans la Sec. III.2. Nous chercherons en particulier à déterminer la variation de température et de magnétisation du réseau correspondant à la configuration $lin \perp lin$ en fonction de l'amplitude d'un champ magnétique statique longitudinal. Cette étude nous permettra de mettre en évidence le comportement *paramagnétique* du réseau à champ magnétique relativement faible. Le paramagnétisme a été récemment observé expérimentalement dans notre laboratoire avec des atomes de césium au sein d'un réseau optique 3D. Le lecteur pourra trouver les résultats expérimentaux de cette étude dans la Réf. [42] (les principaux résultats figurent également dans le § III.2.f). Dans le § III.2.e, nous verrons que le modèle du bi-potentiel effectif est particulièrement bien adapté à l'étude du paramagnétisme. Ce modèle fournit des images physiques assez intuitives qu'il est difficile d'obtenir dans le contexte du modèle des bandes. Une étude numérique plus étendue des propriétés des réseaux brillants sera présentée dans le § III.2.g. Nous montrerons que la variation de la température en fonction du champ magnétique présente un comportement *universel* : augmentation de T_c à faible champ magnétique, passage par un maximum lorsque le déplacement Zeeman causé par le champ magnétique est du même ordre que la profondeur des puits de potentiel, puis décroissance vers une valeur asymptotique à fort champ magnétique. Cette variation, qui a été récemment observée dans notre laboratoire pour des réseaux brillants 3D avec des atomes de césium [41], sera interprétée au § III.2.g. Le calcul dans le cadre de l'approximation séculaire permet de mettre en évidence des variations résonnantes de la température et de la magnétisation moyenne à l'échelle de l'énergie de recul, en fonction du champ magnétique. Nous interpréterons ces résonances pour différents régimes

de champ magnétique. Nous montrerons, en particulier, qu'il s'agit d'un nouveau type de résonances des populations stationnaires, et nous en discuterons l'origine physique. Ces résonances disparaissent lorsque le calcul est mené dans le cadre du modèle semi-classique.

La seconde grande partie du chapitre (Sec. III.3) sera consacrée à l'étude des transitions $J \rightarrow J$ et $J \rightarrow J - 1$, dans le cadre de la configuration $lin \perp lin$, en présence d'un champ magnétique longitudinal et pour un désaccord laser pris sur le *bleu* de la transition atomique. Dans ces situations, les atomes ont tendance à s'accumuler au voisinage des points où leur interaction avec la lumière est minimale. Nous débuterons cette section en présentant (§ III.3.a) les caractéristiques principales de la configuration $lin \perp lin$ pour ce type de transitions atomiques, en l'absence de champ magnétique.² Dans ce cas, l'énergie cinétique atomique est de l'ordre de quelques énergies de recul³ et, de ce fait, les degrés de liberté externes doivent absolument être quantifiés. L'étude du magnétisme de ce type de réseaux dans le contexte du modèle des bandes nous permettra de mettre en évidence un comportement en fonction du champ appliqué qui est assez similaire à celui obtenu pour les réseaux brillants. La situation physique peut être, néanmoins, assez différente dans le cas des réseaux gris. Le comportement magnétique sera discuté en détail pour différentes transitions atomiques et nous observerons un très bon accord qualitatif avec les expériences réalisées à 3D dans notre équipe. Le lecteur pourra également trouver la majorité de résultats présentés dans cette section dans la Réf. [46].

Enfin, dans le complément AIII, nous ferons quelques rappels sur le calcul des spectres Raman de vibration des réseaux optiques 1D. Les calculs de spectres en présence d'un champ magnétique sont essentiels, car ils peuvent être directement confrontés à l'expérience.

III.1 Magnétisme dans la matière; le cas des réseaux optiques

En physique de l'état solide, la réponse d'un système macroscopique à un champ magnétique uniforme $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$ dépend très fortement de la structure du système étudié. Plus précisément, il existe deux types de propriétés magnétiques dans la matière :

- a) le magnétisme des constituants élémentaires du système étudié (atomes, molécules, ions etc.) ;
- b) les propriétés magnétiques résultant des effets collectifs, en particulier des interactions entre constituants élémentaires du système.

2. On parle dans ce cas de « mélasses grises », car il n'y a pas de localisation spatiale des atomes.

3. Dans certaines situations, la « limite » de la température de recul est franchie grâce à un mécanisme de refroidissement très différent de l'effet « Sisyphé » [113].

Dans le premier cas, l'on peut se demander : quel est le moment magnétique d'un objet macroscopique et quelle est son origine? Lorsque un tel objet est plongé dans un champ magnétique il acquiert une aimantation (moment magnétique volumique moyen), parallèle à la direction du champ appliqué. Selon les matériaux, l'aimantation est soit parallèle, soit antiparallèle au champ magnétique \mathbf{B} . Nous pouvons donc distinguer deux catégories de magnétisme :

- le *paramagnétisme* : il s'agit du cas où les éléments constitutifs du milieu possèdent un moment magnétique intrinsèque (permanent). En l'absence de champ magnétique, les moments élémentaires sont orientés de façon aléatoire conduisant ainsi à une annulation de la magnétisation moyenne. Lorsque le champ est appliqué, les moments ont tendance à s'orienter parallèlement au champ, minimisant ainsi leur énergie et conduisant à un moment magnétique parallèle au champ extérieur.⁴
- le *diamagnétisme* : il s'agit du cas où les constituants élémentaires du milieu ne possèdent pas de moment permanent. Bien entendu, en l'absence de champ magnétique, la magnétisation est toujours nulle. Toutefois, lorsque le milieu est soumis à un champ magnétique, les électrons tendent à modifier leur mouvement de façon à s'opposer à l'établissement de ce champ (selon la loi de Lenz). Il s'ensuit une apparition de moments magnétiques opposés à la direction du champ \mathbf{B} .⁵ Ces moments induits disparaissent lorsque l'application du champ cesse.⁴

La deuxième grande classe de propriétés magnétiques dans la matière (effets collectifs ou coopératifs) inclut en particulier le *ferromagnétisme*, l'*antiferromagnétisme*, le *ferrimagnétisme*. Les corps appartenant à ces catégories présentent un comportement assez complexe, caractérisé, entre autres, par le fait que la loi de proportionnalité entre le champ magnétique et l'aimantation n'est plus valable. Ce type de magnétisme est régi par des fortes interactions entre moments magnétiques élémentaires voisins. La majorité de ces corps deviennent paramagnétiques au dessus d'une température critique (transition de phase [114]).

En ce qui concerne les réseaux optiques, la plupart de configurations considérées dans ce mémoire conduisent à des *réseaux polarisés*. En d'autres termes, du fait que les atomes ont tendance à se localiser à l'intérieur de puits correspondant à une composante circulaire de la lumière, leur état interne est généralement déterminé et coïncide avec un sous-niveau Zeeman du fondamental pour lequel $|m_z| = J_g$, ce qui est équivalent à l'existence de moments magnétiques intrinsèques aux sites du réseau. Nous nous intéressons ici aux propriétés magnétiques du réseau en l'absence

4. Nous avons adopté ici le point de vue semi-classique de LANGEVIN.

5. Il faut noter que le diamagnétisme existe toujours dans un matériau, indépendamment du paramagnétisme, mais qu'il s'agit d'un effet beaucoup plus faible. Ainsi, un milieu possédant des moments magnétiques permanents sera globalement paramagnétique.

d'interaction entre atomes.⁶ Par conséquent, on s'attend *a priori* à ce que les propriétés magnétiques du réseau soient proches de celles d'un milieu paramagnétique.

Dans ce qui suit, nous examinons le cas de la configuration 1D *lin*⊥*lin* en présence d'un champ magnétique longitudinal uniforme de module B_0 . L'effet d'un tel champ est d'induire des déplacements énergétiques des sous-niveaux du fondamental, par effet Zeeman, d'une quantité :

$$\delta E_{m_z} = g_J \mu_B B_0 m_z \quad (\text{III.1})$$

où g_J est le facteur de Landé et $\mu_B = \frac{e\hbar}{2M}$ est le magnéton de Bohr. Il s'ensuit que la forme des potentiels lumineux, ainsi que la structure de bandes (dans le contexte du modèle des bandes) sont altérées par rapport à la situation initiale. Cela laisse présager d'importantes modifications pour l'état stationnaire du système étudié. La nature de ces modifications dépend bien entendu de la structure initiale du potentiel adiabatique du réseau. Il faut par conséquent considérer les différents types de réseaux séparément.

En toute rigueur, nous devons résoudre l'équation du pompage optique en présence du champ \mathbf{B} . Cela requiert en particulier le calcul des fonctions d'onde du système modifiées par le champ magnétique, ou, de façon équivalente, la diagonalisation de l'hamiltonien total :

$$H_{eff} = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + \hat{\Lambda}(\mathbf{R}) + \frac{\hbar\Omega_B}{2J_g} \hat{J}_z \quad (\text{III.2})$$

où nous avons introduit le déplacement Zeeman relatif des niveaux $m_z = J_g$ et $m_z = -J_g$, $\hbar\Omega_B = 2g_J J_g \mu_B B_0$. Nous discutons séparément le cas des transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J + 1$ et celui des transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J$ et $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$. Dans tout ce qui suit, nous nous plaçons dans le régime de valeurs du champ magnétique telles que $\Omega_B \ll \Delta$.

III.2 Etude du magnétisme des réseaux brillants

Les caractéristiques des réseaux brillants 1D, en l'absence de champ magnétique, ont été discutées en détail au chapitre précédent. Pour l'étude du magnétisme, nous distinguons le cas où $J_g = \frac{1}{2}$ et celui des transitions $J \rightarrow J + 1$, avec J entier.

III.2.a Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$

Comme il a déjà été mentionné, la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ possède la particularité d'exhiber deux sous-niveaux du fondamental qui ne sont pas couplés *via* le champ

6. Etant donné que les réseaux optiques actuellement réalisés possèdent des taux de remplissage relativement faibles, les interactions interatomiques sont négligeables. Cela signifie que le cadre dans lequel nous nous plaçons fournit une approche satisfaisante pour la description des propriétés magnétiques observées.

lumineux de la configuration $lin \perp lin$. Par conséquent, lors de la procédure de diagonalisation de H_{eff} , on s'aperçoit que les états propres du système peuvent toujours se mettre sous la forme de l'Eq. (II.19), p. 102, puisque l'hamiltonien Zeeman n'agit que sur les degrés de liberté internes et que l'état interne est en tout point état propre de \hat{J}_z . D'autre part, la partie de l'équation de pompage optique relative à la relaxation (II.13), p. 100, n'est pas modifiée par le champ magnétique, puisque les fonctions d'onde ne le sont pas. En d'autres termes, les taux de départ et d'arrivée de chaque nappe du bi-potentiel optique ne sont pas altérés par la présence du champ magnétique. L'application du champ a donc comme seule conséquence d'induire des déplacements énergétiques opposés des deux courbes de potentiel lumineux d'une quantité $\delta E_{1/2} = \frac{1}{2}g_{1/2}\mu_B B_0$, sans modifier leurs populations respectives.⁷ Globalement, le système est donc insensible à la présence du champ magnétique et ne présente pas de magnétisme.^{8,9}

III.2.b Cas d'un moment cinétique J_g entier

Lorsque le moment cinétique du fondamental J_g est entier (non nul), on trouve un comportement tout à fait différent, beaucoup plus riche physiquement que le cas de $J_g = \frac{1}{2}$. En effet, on peut remarquer que les états propres des déplacements lumineux ne sont plus états propres de \hat{J}_z . Par conséquent, quantiquement, nous devons trouver une base diagonalisant la somme des trois opérateurs \mathbf{P}^2 , $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ et \hat{J}_z . Pour ce faire, nous procédons à une diagonalisation numérique de l'hamiltonien effectif (III.2). Les fonctions d'onde du système sont mises sous la forme de l'Eq. (II.31) (p. 109) et le spectre de bandes du système est calculé en présence du champ magnétique.¹⁰

L'effet d'un champ \mathbf{B} faible est de déplacer *localement* par effet Zeeman les différentes nappes de potentiel lumineux. Les déplacements Zeeman sont locaux, car maintenant l'état interne de l'atome dépend de sa position. Les figures III.1 et III.2 présentent les différentes courbes de potentiel optique pour $B_0 = 0$ et pour $B_0 \neq 0$, respectivement dans le cas des transitions $1 \rightarrow 2$ et $4 \rightarrow 5$ (dans le cadre d'un suivi adiabatique des états internes). Malgré les différences existant entre les structures des potentiels optiques pour des valeurs de J_g différentes, nous allons voir dans la suite, à l'aide de raisonnements qualitatifs simples, que le mécanisme physique de base est le même pour toutes les transitions du type $J_g \rightarrow J_g + 1$. Cependant, les calculs numériques effectués dans le contexte du modèle des bandes seront illustrés principalement sur la transition $1 \rightarrow 2$ qui n'est pas sujette à l'existence de

7. Notons que la dégénérescence initiale entre bandes d'énergie associées à deux puits voisins de magnétisation opposée est levée par le champ magnétique, conduisant ainsi à un dédoublement de niveaux énergétiques.

8. Cette assertion signifie que le réseau conserve l'ordre « antiferromagnétique » initial, de sorte que la magnétisation moyenne reste nulle, même en présence de champ magnétique.

9. Il faut noter que ceci est vrai, même en dehors du régime séculaire.

10. Nous discutons ici le cas d'un calcul *quantique* s'inscrivant dans le cadre du modèle des bandes. Naturellement, dans le cas d'un calcul semi-classique, il suffit de diagonaliser la somme des opérateurs $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ et \hat{J}_z . Ce cas est discuté un peu plus loin (cf. p. 165).

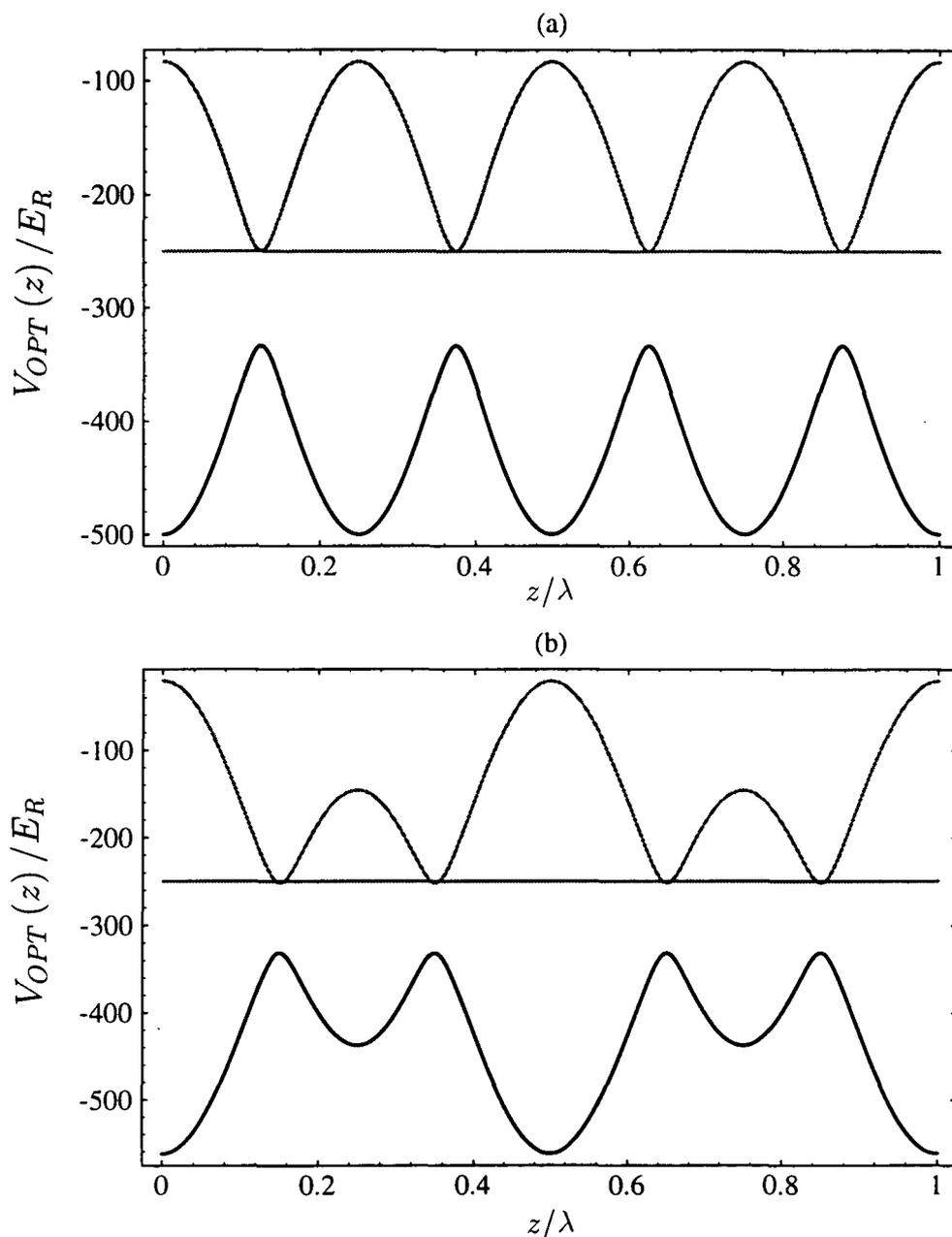


FIG. III.1 - Dépendance spatiale des potentiels lumineux en présence d'un champ magnétique longitudinal, dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$. Les potentiels les plus bas en énergie correspondent aux valeurs de l'indice $|M|$ [cf. Eq. (II.23)] les plus élevées. (a) $B_0 = 0$. Deux puits adjacents associés à des polarisations circulaires opposées ont la même profondeur. (b) $B_0 \neq 0$ ($\Omega_B = 120 \omega_R$). Deux puits adjacents n'ont pas la même profondeur et leurs populations respectives peuvent s'en trouver modifiées. Noter que l'état $|g, 0\rangle$, appartenant à la famille 2, est insensible au champ magnétique. La figure correspond à $\hbar\Delta' = -500 E_R$ et les potentiels sont exprimés en unités de recul.

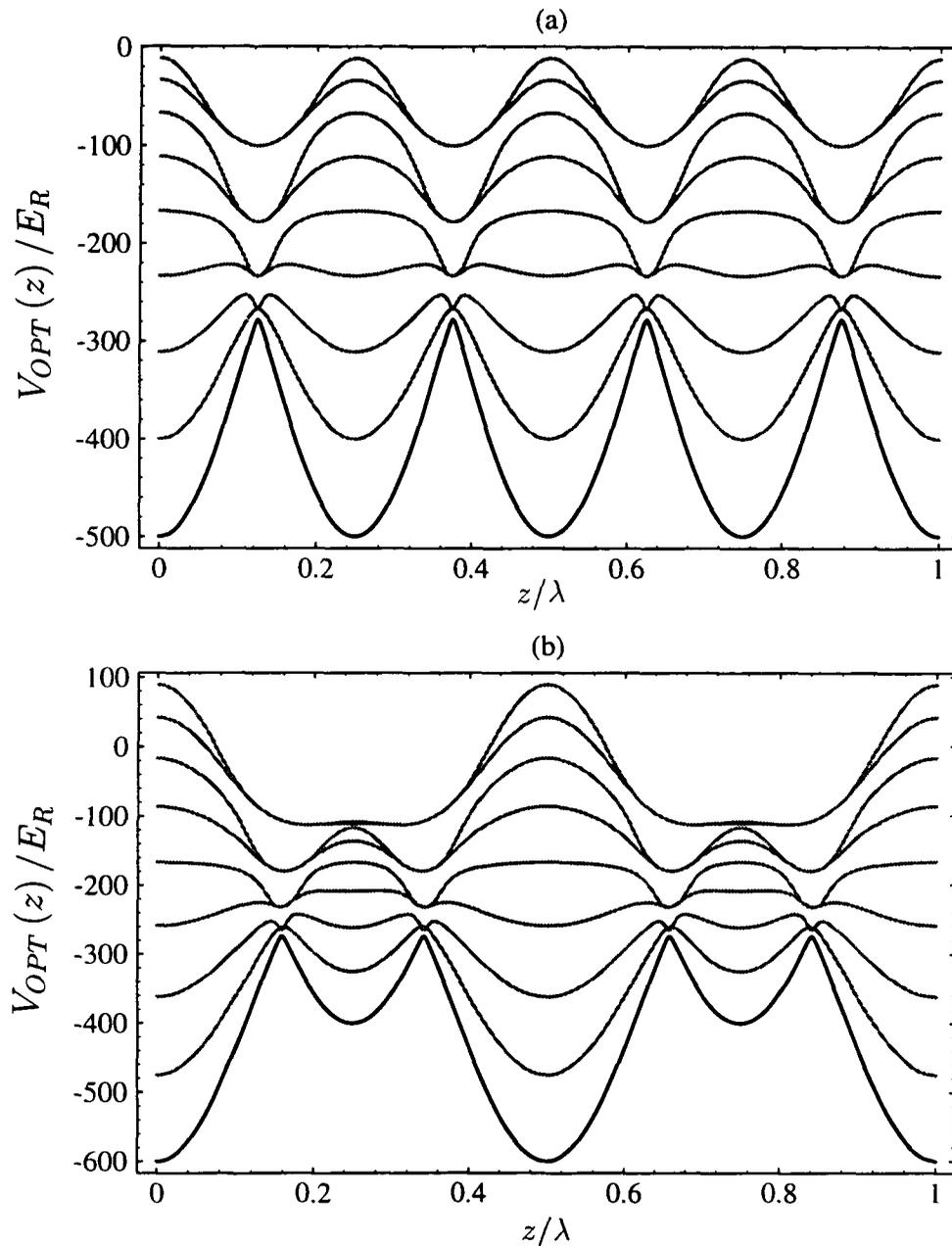


FIG. III.2 - Dépendance spatiale des potentiels lumineux en présence d'un champ magnétique longitudinal, dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$. Les potentiels les plus bas en énergie correspondent aux valeurs de l'indice $|M|$ [cf. Eq. (II.23)] les plus élevées. (a) $B_0 = 0$. Deux puits adjacents sont a priori équivalents. (b) $B_0 \neq 0$ ($\Omega_B = 200 \omega_R$). Deux puits adjacents n'ont pas la même profondeur et leurs populations respectives peuvent s'en trouver modifiées. La figure correspond à $\hbar\Delta' = -500 E_R$ et les potentiels sont exprimés en unités de recul.

résonances de population, liées à l'approximation séculaire, en l'absence de champ magnétique [27]. Nous verrons qu'en présence du champ magnétique, de telles résonances existent pour certaines valeurs du champ, conduisant ainsi à des irrégularités apparentes sur les courbes de température ou d'orientation moyenne. L'origine physique de ces résonances fera l'objet d'une discussion détaillée qui sera présentée au § III.2.h (p. 181). Les situations où $J_g > 1$ sont beaucoup plus difficiles à traiter dans le cadre de l'approximation séculaire puisque des résonances de populations existent même lorsque $B_0 = 0$. Il est possible de s'affranchir de cette difficulté, en réalisant un traitement semi-classique. Nous traitons, à titre d'exemple, le cas de la transition $4 \rightarrow 5$ par cette méthode dans le § III.2.e.

III.2.c Discussion heuristique

Dans un premier temps, nous pouvons essayer de comprendre l'effet du champ magnétique sur le système, de façon assez qualitative. Pour ce faire, nous devons distinguer différents régimes, en fonction des grandeurs relatives des deux paramètres d'échelle pour l'énergie Ω_B et Δ' .

i) Régime de champ faible

Le régime de champ magnétique faible correspond intuitivement à $\Omega_B \ll |\Delta'|$.¹¹ Dans ce régime, nous considérons uniquement la nappe de potentiel correspondant à la plus basse énergie (cf. Fig. III.3), qui est bien séparée des autres nappes de potentiel. Cette approximation peut être justifiée par le fait qu'en l'absence de champ les atomes ont tendance à peupler majoritairement les premières bandes liées.¹² Nous pouvons distinguer deux types de sites selon la polarisation de la lumière :

- les puits de potentiel où l'état interne de plus basse énergie est confondu avec le sous-niveau Zeeman pour lequel $m_z = J_g$ (sites polarisés σ^+). Ce type de puits correspond à une valeur positive de la magnétisation. Les bandes énergétiques correspondant à ces puits seront notées $\mathcal{E}_{n,q,+}$ et le taux d'occupation global du puits sera noté n_+ .
- les puits de potentiel où l'état interne de plus basse énergie est confondu avec le sous-niveau Zeeman pour lequel $m_z = -J_g$ (sites polarisés σ^-). Ce type de puits correspond à une valeur négative de la magnétisation. Les bandes énergétiques correspondant à ces puits seront notées $\mathcal{E}_{n,q,-}$ et le taux d'occupation global du puits sera noté n_- .

Nous nous ramenons donc à une situation analogue à celle d'un système de spins $\frac{1}{2}$ sur réseau (en l'absence d'interactions mutuelles) plongés dans un champ

11. Une définition plus précise des différents régimes du champ magnétique sera donnée à la page 173.

12. En effet, les calculs du chapitre précédent ont montré qu'environ 80 % du nombre total d'atomes peuplent les 5 premières bandes liées (cf. p.ex. les Figs. II.3 et II.4).

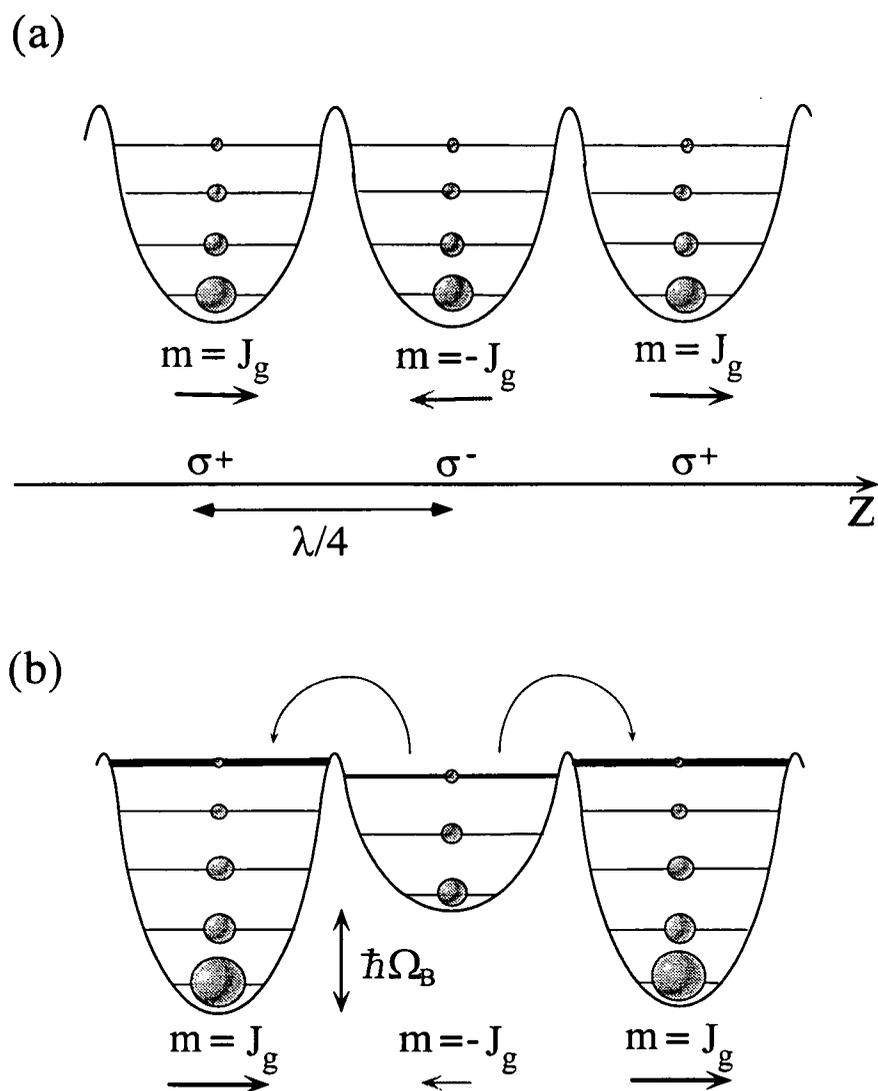


FIG. III.3 - Dépendance spatiale des potentiels lumineux en présence d'un champ magnétique longitudinal, dans le cas où $J_g > \frac{1}{2}$: modèle heuristique du paramagnétisme à champ faible. Nous ne tenons compte que de la nappe de potentiel la plus basse en énergie. (a) $B_0 = 0$. La magnétisation moyenne est nulle. (b) $B_0 \neq 0$. Deux puits adjacents ne sont pas peuplés de façon équivalente, d'où l'apparition d'un moment magnétique non nul parallèle au champ. Les niveaux discrets à l'intérieur des puits de potentiel représentent les niveaux énergétiques de bandes.

magnétique.¹³ En l'absence de champ externe, deux puits de potentiel adjacents, séparés d'une distance $\lambda/4$ et associés à des magnétisations opposées, ont exactement la même profondeur et la même structure de niveaux. Par conséquent, les deux types de puits sont caractérisés par la même probabilité d'occupation ($n_+ = n_-$), ce qui conduit à une magnétisation nulle à grande échelle (*i.e.* à l'échelle du réseau).

L'application du champ \mathbf{B} brise l'équivalence entre deux sites adjacents du réseau et conduit à un dédoublement des bandes d'énergie. Il y a de moins en moins de niveaux liés à l'intérieur des puits σ^- (et inversement de plus en plus de niveaux liés à l'intérieur des puits correspondant à une polarisation σ^+ de la lumière) au fur et à mesure que le champ magnétique augmente [cf. Fig. III.3(b)].¹⁴ On s'attend donc intuitivement à un transfert de population d'un type de puits vers l'autre, de sorte que n_+ augmente aux dépens de n_- . Il apparaît donc un déficit de moment magnétique antiparallèle au champ, ou, dit de façon équivalente, un excès de moment magnétique parallèle au champ. Cette situation conduit à l'apparition d'une magnétisation moyenne parallèle à \mathbf{B} . Globalement, le réseau présente un comportement *paramagnétique*.

ii) Régime de champ fort

Considérons à présent la situation limite opposée à celle que nous venons d'examiner. Cette situation, de fort champ magnétique, correspond à $\Omega_B \gg |\Delta'|$. Dans cette limite, le potentiel lumineux peut être considéré comme une petite perturbation devant l'hamiltonien Zeeman, de sorte que les états propres du système sont identifiés, en première approximation, aux différents sous-niveaux magnétiques. Dans cette limite, considérons uniquement les deux nappes de potentiel associées aux deux sous-niveaux extrêmes (cf. Fig. III.4). Il est toujours possible de distinguer deux types de sites selon la polarisation de la lumière, mais les puits associés à une polarisation σ^+ appartiennent maintenant à la nappe de potentiel correspondant à $m_z = J_g$, alors que les puits associés à une polarisation σ^- de la lumière appartiennent à la nappe de potentiel correspondant à $m_z = -J_g$. Nous nous ramenons donc à une situation analogue à celle de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, examinée ci-dessus, où les deux nappes de potentiel évoluent indépendamment, sans que les états du système soient couplés *via* le champ. On s'attend, dans ce régime, à ce que le système tende vers une situation où les deux puits acquièrent exactement la même profondeur, la même structure de bandes et les mêmes populations.¹⁵ Cette situation asymptotique correspond mathématiquement à un champ magnétique « infini ». En raison du fait que les deux types de puits ont tendance à redevenir peuplés de façon équivalente, la magnétisation tend vers zéro. Globalement, le réseau présente donc un comportement

13. Il s'agit d'un problème classique de la physique statistique [115].

14. Nous avons considéré le cas où le champ magnétique est positif et le déplacement Zeeman est négatif. Dans le cas où le signe de ces deux quantités est le même, il suffit d'inverser les sites σ^+ et σ^- dans le raisonnement.

15. Sous réserve d'avoir toujours $\Omega_B \ll \Delta$.

« antiparamagnétique » dans ce domaine de valeurs de B_0 .¹⁶

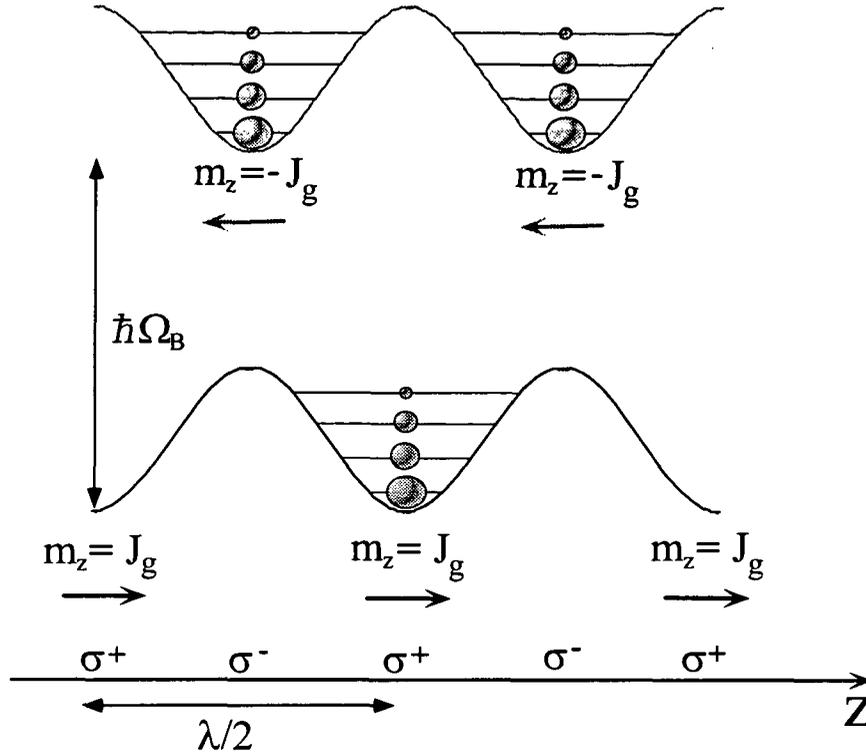


FIG. III.4 - Dépendance spatiale des potentiels lumineux en présence d'un champ magnétique longitudinal, dans le cas où $J_g > \frac{1}{2}$: modèle heuristique du magnétisme à champ fort. Nous ne tenons compte que des deux nappes de potentiel extrêmes (associées respectivement aux deux sous-niveaux Zeeman extrêmes). Deux sites du réseau distants de $\lambda/4$ sont de nouveau équivalents. La magnétisation moyenne tend vers zéro.

iii) Régime des champs intermédiaires

Lorsque les déplacements Zeeman deviennent du même ordre de grandeur que les déplacements lumineux ($\Omega_B \sim \Delta'$) le comportement du système peut s'avérer assez complexe. Dans ce régime, nous devons diagonaliser l'hamiltonien complet et évaluer l'effet de la relaxation pour obtenir la magnétisation et la température du réseau. En effet, l'importance des sous-niveaux internes autres que ceux qui correspondent localement à $|m_z| = J_g$, ne permet pas d'isoler préférentiellement telle ou telle nappe de potentiel et d'effectuer une étude heuristique du magnétisme comme dans les deux situations limites exposées ci-dessus. En particulier, on peut s'attendre à ce que le comportement du système dépende de façon complexe de la valeur de J_g dans ce régime.

16. Nous entendons par « comportement antiparamagnétique du réseau » le fait que, dans le régime considéré, la magnétisation moyenne tend vers zéro alors que le champ magnétique augmente en valeur absolue.

III.2.d Etude phénoménologique du paramagnétisme par le modèle des bandes ; la transition $1 \rightarrow 2$

Cherchons maintenant à caractériser la réponse du réseau à un champ magnétique faible. Nous avons vu à l'aide des raisonnements qualitatifs du § III.2.c que dans ce régime, la situation présente des analogies avec celle d'une assemblée de spins $\frac{1}{2}$ sans interactions, placés dans un champ magnétique. Nous allons tirer profit de cette similitude au cours d'une étude plus quantitative du paramagnétisme réalisée à l'aide du modèle des bandes. Le cadre de l'étude numérique sera celui de la transition $1 \rightarrow 2$. Le traitement des situations où $J > 1$ dans le régime de l'approximation séculaire présente une certaine difficulté, à cause des résonances de population.¹⁷

Par analogie avec le cas du spin $\frac{1}{2}$, nous introduisons deux états quantiques notés $||+\rangle$ et $||-\rangle$, correspondant respectivement à un moment magnétique parallèle et antiparallèle au champ magnétique. En un site de polarisation σ^+ de la lumière, l'atome se trouve dans l'état $||+\rangle$, le taux d'occupation de cet état étant n_+ . Inversement, en un site où la lumière est polarisée σ^- , l'atome se trouve dans l'état $||-\rangle$ et le taux d'occupation est n_- (cf. Fig. III.3).¹⁸

i) Calcul des populations stationnaires - Température de spin

En résolvant les équations de Bloch optiques généralisées en présence du champ magnétique, dans le régime de l'approximation séculaire, nous obtenons les valeurs des populations stationnaires des différents états de bande. Nous évaluons ensuite le taux d'occupation total n_+ (resp. n_-) d'un puits $||+\rangle$ (resp. $||-\rangle$) en sommant sur toutes les bandes qui ont une composante d'orientation positive (resp. négative) selon z et nous étudions l'évolution de n_+ et n_- en fonction de l'amplitude du champ magnétique.¹⁹ La figure III.5 représente l'allure du rapport entre ces deux taux d'occupation pour des valeurs croissantes de $|B_0|$. Ce rapport peut être bien représenté par une loi exponentielle du type :

$$\frac{n_+}{n_-}(\Omega_B) = \exp\left(-\frac{\hbar\Omega_B}{k_B T_s}\right) \quad (\text{III.3})$$

Notons que cette loi décrit bien la variation de n_+/n_- , malgré le fait que le système étudié ne soit pas en contact avec un réservoir thermique.²⁰ Cela suggère l'introduction d'une température phénoménologique de spin T_s . Il est intéressant de noter que la température de spin ainsi définie est du même ordre de grandeur que

17. Le cas de la transition $4 \rightarrow 5$ sera discuté dans le contexte du modèle semi-classique utilisant un bi-potentiel effectif.

18. Bien entendu, les états $||\pm\rangle$ se réfèrent à l'état interne d'un atome.

19. L'orientation est caractérisée par les éléments de matrice de l'opérateur \hat{J}_z . Par conséquent, nous calculons les quantités $\langle \Psi_{n,q,\eta} | \hat{J}_z | \Psi_{n,q,\eta} \rangle = j_z(n,q,\eta)$. Lorsque $j_z(n,q,\eta) > 0$ (resp. < 0), la population $\pi_{n,q,\eta}$ contribue à n_+ (resp. à n_-).

20. Nous rappelons que lorsque un système est en équilibre avec un thermostat, la probabilité d'occupation d'un état d'énergie \mathcal{E} est donnée par $p(\mathcal{E}) = \exp(-\mathcal{E}/k_B T)/Z$, où Z est la fonction de partition du système et où T est la température du thermostat.

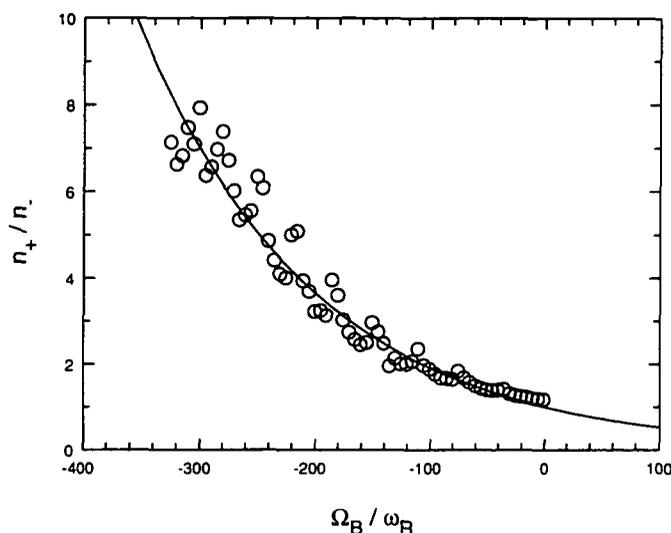


FIG. III.5 - Variation du rapport n_+/n_- avec le champ magnétique. La loi de variation peut être ajustée par une exponentielle (en trait plein) du type $n_+/n_- = \exp(-\hbar\Omega_B/k_B T_s)$ avec $k_B T_s \simeq 150 E_R$. Les populations ont été calculées en tenant compte des premiers 40 états de bande, pour une profondeur de puits caractérisée par $\hbar\Delta' = -500 E_R$. La dispersion apparente des points de la courbe est due à une variation résonnante des populations de certains niveaux de bande. Elle fera l'objet d'une discussion détaillée au § III.2.h.

la température cinétique. Par exemple, la situation illustrée sur la figure III.5 (où $\hbar\Delta' = -500 E_R$) correspond à une température de spin donnée par $k_B T_s \simeq 150 E_R$, alors que nous déterminons à l'aide de la Fig. II.5 (p. 111) une température cinétique donnée par $k_B T_c \simeq 85 E_R$. De plus, nous trouvons une propriété remarquable de la température T_s qui est sa loi de variation linéaire avec la profondeur des puits de potentiel, sur une grande plage de valeurs de $\hbar\Delta'$ correspondant au régime des puits de potentiel profonds, de façon tout à fait analogue à la température cinétique. Cette variation de T_s sera représentée sur la figure III.10 (p. 164). Notons enfin que le bruit apparent sur la Fig. III.5 est dû à un nouveau type de résonances de population, induites par le champ magnétique, que nous interprétons dans le § III.2.h, p. 181.

ii) Calcul de spectres Raman - Un choix de la température de spin différent

Nous avons jusqu'à présent discuté le cas où la connaissance des « populations » microscopiques n_+ et n_- permet de définir une température de spin. Toutefois, dans le cadre d'une expérience, on ne peut avoir accès directement aux valeurs des taux d'occupation de puits de natures différentes. La méthode expérimentale employée au laboratoire pour mesurer le rapport n_+/n_- consiste à utiliser la spectroscopie Raman stimulée. Les caractéristiques principales des résonances Raman de vibration dans l'étude des réseaux optiques par spectroscopie pompe-sonde ont été rappelés dans le complément AIII. Un faisceau sonde de faible intensité, quasi-résonnant avec les ondes « pompes » est envoyé sur le réseau. Lorsque sa fréquence est balayée

autour de celle des ondes pompes, le signal de transmission de la sonde présente des résonances (en gain ou en absorption) au voisinage des fréquences propres de vibration Ω_v . La figure III.6 met en évidence les processus élémentaires impliqués, en présence du champ magnétique. Avec un faisceau sonde polarisé σ^+ (resp. σ^-), il est possible de sonder essentiellement les puits $\parallel + \rangle$ (resp. les puits $\parallel - \rangle$). Ceci est dû aux valeurs des coefficients de Clebsch-Gordan des transitions $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ avec J_g entier. En effet, considérons le cas d'une sonde polarisée σ^+ . Le carré du coefficient $\langle J_e, -J_g + 1 | J_g, 1, -J_g, 1 \rangle$, qui est proportionnel à l'amplitude d'excitation d'une transition vibrationnelle à l'intérieur du puits $\parallel - \rangle$, est généralement beaucoup plus faible que le carré du coefficient $\langle J_e, J_g | J_g, 1, J_g, 1 \rangle = 1$, qui caractérise l'amplitude d'excitation d'une transition vibrationnelle à l'intérieur du puits $\parallel + \rangle$.²¹ En toute

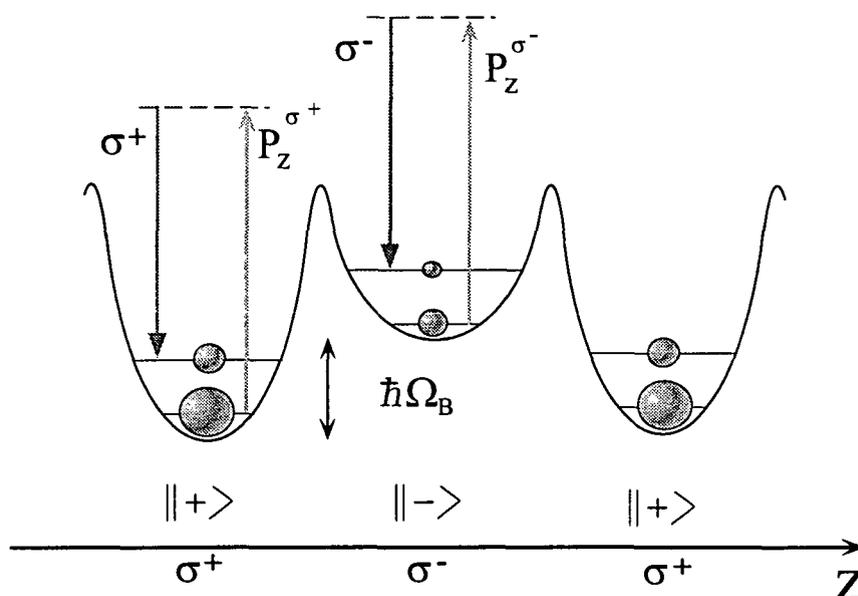


FIG. III.6 - Utilisation de la spectroscopie Raman stimulée pour sonder indépendamment les deux types de puits associés à des orientations opposées du moment magnétique. Une sonde polarisée σ^+ (resp. σ^-) excite principalement des transitions Raman entre niveaux vibrationnels du puits associé à l'état $\parallel + \rangle$ (resp. $\parallel - \rangle$). Le rapport entre les amplitudes des résonances vibrationnelles, obtenues par balayage de la fréquence du faisceau sonde autour de celle des lasers « pompes », donne une bonne estimation du rapport entre les taux d'occupation des deux types de puits. Nous avons considéré le cas de l'absorption, le cas du gain de la sonde s'en déduisant aisément.

rigueur, l'amplitude du gain Raman stimulé est proportionnelle aux différences de population entre états de bande à l'intérieur d'un même puits de potentiel, pondérée par un facteur de couplage géométrique (cf. complément AIII). Néanmoins, on peut s'attendre intuitivement à ce que l'amplitude du processus Raman stimulé soit

21. Par exemple pour la transition $1 \rightarrow 2$, nous avons $\langle 2, 0 | 1, 1, -1, 1 \rangle = 1/\sqrt{6}$ et pour la transition $4 \rightarrow 5$, ce coefficient vaut $\langle 5, -3 | 4, 1, -4, 1 \rangle = 1/\sqrt{45}$.

d'autant plus importante que le nombre d'occupation du puits impliqué est grand.²² Par conséquent, en mesurant les amplitudes relatives des résonances vibrationnelles sur le spectre de transmission de la sonde, on s'attend à une estimation raisonnable des quantités microscopiques que sont les taux d'occupation des puits associés à des polarisations circulaires opposées de la lumière.

En suivant la méthode exposée dans le complément AIII, nous avons calculé la partie vibrationnelle du spectre de transmission d'une sonde pour différentes valeurs du champ magnétique (dans le cadre du régime de champ faible considéré ici) et pour les deux polarisations circulaires opposées de la sonde. La figure III.7 illustre

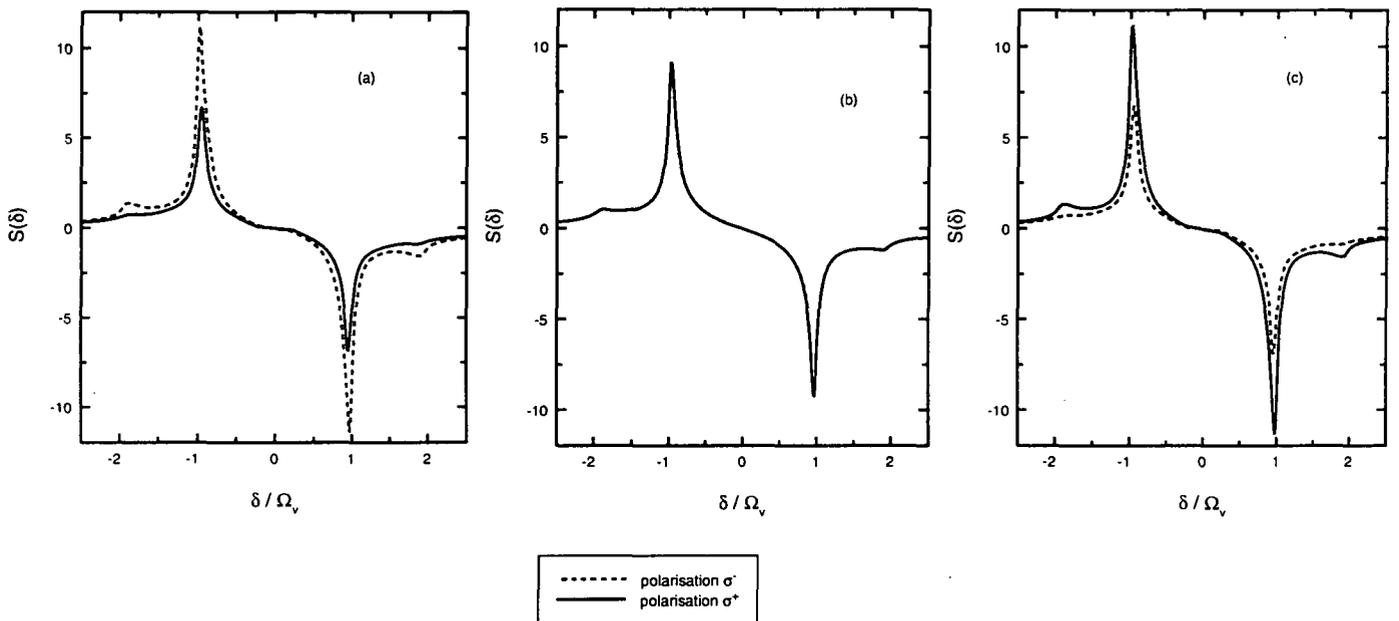


FIG. III.7 - Spectres Raman de vibration calculés à partir du modèle des bandes. (a) $B_0 < 0$. Le signal de vibration associé à une polarisation σ^- de la sonde est augmenté aux dépens du signal de la polarisation opposé, montrant un excès de population n_- . (b) $B_0 = 0$. Aucune différence n'est observée entre les deux composantes circulaires de polarisation de la sonde. (c) $B_0 > 0$. La situation du (a) est inversée. Nous avons considéré le cas d'un déplacement Zeeman opposé au signe du champ magnétique. Les spectres ont été calculés en tenant compte des premiers 40 états de bande, pour une profondeur de puits $\hbar|\Delta'| = 500 E_R$ et un désaccord laser à résonance $\Delta = -10 \Gamma$.

trois cas typiques correspondant respectivement à un champ magnétique négatif [Fig. III.7(a)], un champ nul [Fig. III.7(b)] et un champ positif (associé à un déplacement Zeeman négatif) [Fig. III.7(c)]. Le cas du champ nul est assez simple à analyser, puisque les deux polarisations de la sonde, σ^+ (en traits pleins) et σ^- (en pointillés), donnent comme prévu strictement le même spectre vibrationnel. Ceci est une conséquence directe du fait que lorsque $B_0 = 0$, les puits $||+\rangle$ et $||-\rangle$ sont parfaitement équivalents. En revanche, nous observons une nette augmentation du

22. Ce raisonnement tient au fait que l'on s'attend à ce que le champ magnétique ne modifie pas de manière drastique la nature de la distribution de population au sein d'un même puits.

signal vibrationnel de la composante σ^+ de la sonde, aux dépens du signal correspondant à la composante de polarisation σ^- lorsque $B_0 > 0$ et vice-versa pour le cas du champ négatif. Cette situation confirme le raisonnement en terme de taux d'occupation que nous avons effectué ci-dessus. En effet, lorsqu'un champ magnétique positif est appliqué, les puits $\|+\rangle$ sont alimentés et les puits $\|-\rangle$ sont dépeuplés. En conséquence, en supposant que le champ magnétique ne modifie pas de manière drastique la nature de la distribution de population au sein d'un même puits, on peut s'attendre *a priori* à une augmentation du signal de la sonde qui excite des transitions vibrationnelles au sein des puits $\|+\rangle$ (noté S_+) et à une diminution du signal de la sonde impliquant des transitions vibrationnelles à l'intérieur des puits $\|-\rangle$ (noté S_-).

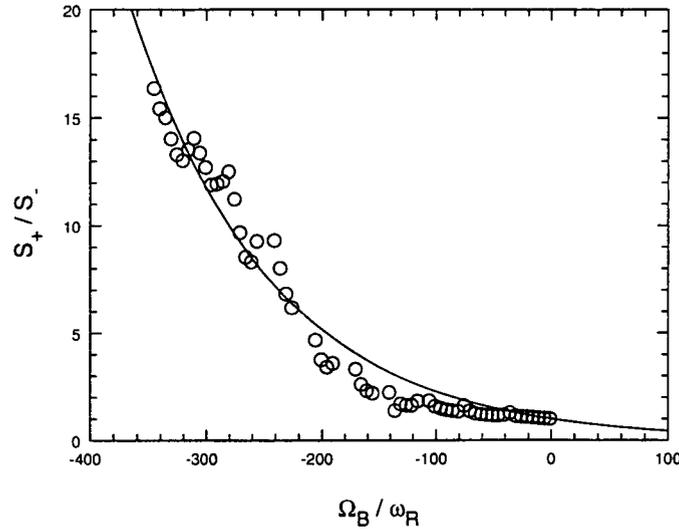


FIG. III.8 - Variation du rapport S_+/S_- avec le champ magnétique. La loi de variation peut être ajustée par une exponentielle du type $S_+/S_- = \exp(-\hbar\Omega_B/k_B T_\Sigma)$ avec $k_B T_\Sigma = 120 E_R$. Les spectres ont été calculés en tenant compte des premiers 40 états de bande, pour une profondeur de puits donnée par $\hbar|\Delta'| = 500 E_R$, avec un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$. Le bruit apparent sur la courbe est lié aux resonances de population en champ faible, discutées au § III.2.h.

En établissant la loi de variation du rapport S_+/S_- en fonction du champ magnétique, nous pouvons estimer, de façon indirecte, le rapport entre taux d'occupation n_+/n_- . Sur la figure III.8, nous avons porté un exemple typique de variation du rapport S_+/S_- , correspondant à la même profondeur de puits que la Fig. III.5. Nous remarquons que ce rapport peut être ajusté par une exponentielle du type :

$$\frac{S_+}{S_-}(\Omega_B) = \exp\left(-\frac{\hbar\Omega_B}{k_B T_\Sigma}\right) \quad (\text{III.4})$$

où la température phénoménologique T_Σ est du même ordre de grandeur que la température T_s déduite à partir du rapport entre taux d'occupation. Par ailleurs, nous vérifions que T_Σ exhibe une variation linéaire avec le paramètre $\hbar\Delta'$, à la limite

des puits de potentiel profonds, très proche de celle de la température de spin. Cette variation de T_{Σ} sera présentée sur la figure III.10 (p. 164).

La mesure du rapport entre amplitudes de signaux Raman peut donc fournir une estimation raisonnable du rapport entre les taux d'occupation des puits correspondant à des magnétisations opposées, et par conséquent donner accès à une mesure de la température de spin.

iii) Température de Curie

Il existe enfin une troisième façon possible de définir une température de spin pour notre système. Dans un traitement statistique du paramagnétisme [108], il est possible d'exprimer l'aimantation macroscopique \mathbf{M}_J d'un ensemble constitué de moments magnétiques de spin élémentaires J , sans interaction, en équilibre avec un réservoir thermique à la température T , à l'aide de la fonction de Brillouin d'ordre J , $\mathcal{B}_J(x)$:

$$\mathbf{M}_J = N g_J \mu_B J \mathcal{B}_J \left(g_J J \frac{\mu_B B_0}{k_B T} \right) \mathbf{e}_z \quad (\text{III.5})$$

où N est le nombre total de spins. En champ magnétique faible, la fonction $\mathcal{B}_J(x)$ peut être développée au premier ordre en x , pour définir une susceptibilité paramagnétique du système $\chi = \mathbf{M}_J \cdot \mathbf{e}_z / B_0$. Ce développement permet d'obtenir une

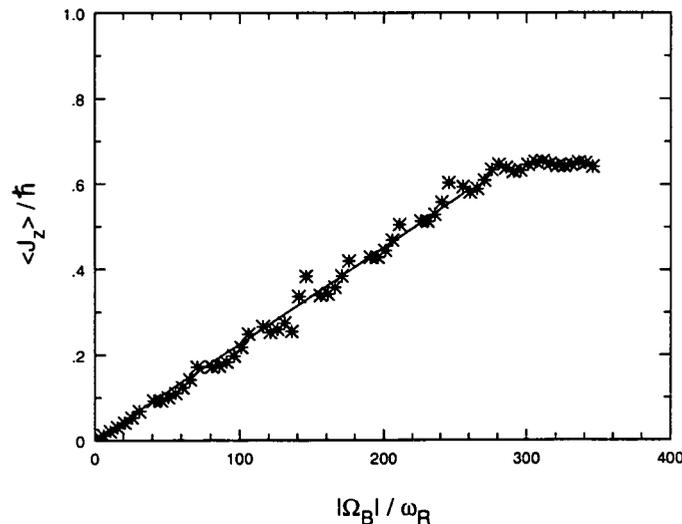


FIG. III.9 - Orientation moyenne du réseau en fonction du champ magnétique pour la transition $1 \rightarrow 2$. Dans la limite des champs faibles que nous considérons ici, l'orientation suit une loi de Curie [voir Eq. (III.6)] qui permet d'évaluer la valeur de la susceptibilité paramagnétique. La figure correspond aux mêmes paramètres que les Figs. III.5 et III.8. La variation de l'orientation moyenne sur une plage plus large de valeurs du champ magnétique est présentée à la Fig. III.17 (p. 174).

loi similaire à celle établie expérimentalement par P. CURIE, pour les matériaux

paramagnétiques, en 1895, [106]:

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (\text{III.6})$$

où la constante de Curie C est donnée par :

$$C = \frac{N}{V} \mu_0 (g_J \mu_B)^2 \frac{J(J+1)}{3k_B} \quad (\text{III.7})$$

Sur la figure III.9, nous avons tracé la variation de l'orientation moyenne $\langle J_z \rangle$ (grandeur directement proportionnelle à la magnétisation) en fonction du déplacement Zeeman pour la transition $1 \rightarrow 2$, dans la limite des champs faibles, et nous avons effectivement obtenu une loi linéaire. Malgré le fait que le système ne soit pas en contact avec un thermostat à la température T , cette variation permet d'évaluer la susceptibilité paramagnétique du réseau optique²³ et de définir, grâce à la loi de Curie (III.6), une température relative aux degrés de liberté internes de l'atome (*i.e.* une température de spin). Nous trouvons de nouveau une température T_χ ayant le même ordre de grandeur que les températures T_s et T_Σ et exhibant une variation linéaire en fonction de la profondeur des puits de potentiel, dans la limite des puits profonds (voir Fig. III.10).

iv) Récapitulation des résultats: les différentes définitions de la température de spin

Nous venons de voir qu'il est possible d'introduire plusieurs définitions phénoménologiques de la température de spin, associée aux degrés de liberté internes du système. En fait, il est impossible de définir la température de spin de façon rigoureuse pour un système qui n'est pas à l'équilibre thermodynamique. Néanmoins, toutes les définitions que nous avons adoptées au cours des paragraphes précédents conduisent à des résultats qui sont du même ordre de grandeur.

L'ensemble de ces résultats est rassemblé sur la Fig. III.10 où nous présentons la variation de la température de spin en fonction du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$ pour la transition $1 \rightarrow 2$. Sur ce même graphique nous avons fait figurer la variation de la température cinétique à champ nul (voir aussi Fig. II.5, p. 111). Toutes les quantités tracées présentent une variation linéaire avec le déplacement lumineux, dans le régime des puits de potentiel profonds. De plus, pour une valeur de $\hbar\Delta'$ donnée les différentes températures sont comparables. Remarquons, toutefois, que chaque point de la figure III.10 doit être affecté d'une incertitude relative à l'ajustement des courbes. Nous avons estimé l'erreur relative moyenne d'ajustement des lois exponentielles à 10 %.²⁴

23. Il faut noter que la susceptibilité paramagnétique prend des valeurs assez faibles dans le cas d'un réseau optique, comparé au cas des matériaux paramagnétiques usuels. Ceci est dû au faible taux de remplissage des sites du réseau.

24. Il ne faut pas oublier le fait qu'une petite variation de l'exposant, entraîne une variation significative du facteur exponentiel.

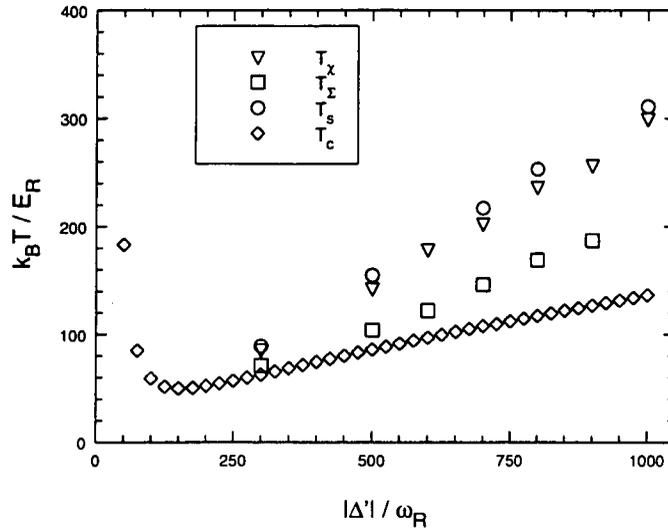


FIG. III.10 - Comparaison entre différentes définitions phénoménologiques de la « température de spin ». T_χ : température définie à partir de la loi de Curie. T_Σ : température définie à partir des spectres Raman. T_s : température obtenue à partir du rapport de populations. T_c représente la variation de la température cinétique. Toutes les définitions que nous avons considérées, conduisent à des lois de variation linéaires en fonction de la profondeur des puits $\hbar|\Delta'|$, à la limite des puits profonds. L'ensemble de ces températures sont du même ordre de grandeur que la température cinétique du centre de masse atomique.

Une étude expérimentale du paramagnétisme d'un réseau optique brillant tridimensionnel a été récemment réalisée par notre équipe. La transition atomique utilisée dans l'expérience est la transition hyperfine $6S_{1/2}(F_g = 4) \rightarrow 6P_{3/2}(F_e = 5)$ du césium et le champ électrique résulte de la configuration en tétraèdre « standard », généralisant la configuration $lin \perp lin$ à 3D, qui a été décrite au premier chapitre (voir p. 59). Dans l'expérience, les populations des deux types de puits de potentiel sont déduites à partir des amplitudes des résonances Raman observées dans le spectre de transmission d'une sonde, selon la méthode que nous avons exposée ci-dessus (§ III.2.d.ii). Les résultats expérimentaux figurent dans la référence [42]; nous en avons reproduit les principaux dans le § III.2.f. Nous pouvons remarquer que ces résultats sont en très bon accord qualitatif avec le modèle phénoménologique que nous venons de présenter. Une étude expérimentale du magnétisme dans le régime transitoire est par ailleurs présentée dans cette publication. Cette étude permet de tirer des conclusions quant aux temps caractéristiques de relaxation des populations au sein des puits de potentiel du réseau optique.²⁵

REMARQUE : On peut s'interroger sur la légitimité de l'introduction d'une température de spin dans le cas d'un réseau optique. En physique du solide, si l'on considère

25. Nous pouvons remarquer, au passage, qu'une étude théorique du magnétisme dans le domaine temporel nécessiterait l'intégration directe des équations de Bloch et ne serait pas envisageable dans le cadre des modèles de calcul présentés ici.

une assemblée de spins interagissant très faiblement entre eux (le temps de relaxation spin-réseau est par ailleurs très long, de façon à ce que l'on puisse traiter le système de spins comme isolé), il est possible de considérer le système comme un ensemble statistique. Le mécanisme de couplage spin-spin redistribue alors l'énergie parmi les différents moments élémentaires et l'ensemble tend vers l'équilibre thermodynamique c.-à-d. vers la distribution de Maxwell-Boltzmann. Dans ce cas, il est toujours possible de définir une température de spin à partir du rapport de populations [116]. Dans le cas d'un réseau optique, le processus dissipatif qui ramène le système à l'équilibre est l'émission spontanée ; toutefois, il n'y a aucune raison physique pour que cet équilibre soit l'équilibre thermodynamique. En toute rigueur, la distribution énergétique à l'équilibre est donc différente de la loi de Maxwell-Boltzmann. Nous avons néanmoins montré qu'il est possible d'introduire, de manière phénoménologique, une température de spin et que, bien qu'elle ne soit pas définie de façon univoque, cette température possède une variation similaire à celle de la température cinétique à la limite des puits profonds.

On pourrait maintenant se demander jusqu'où il est possible de pousser cette similitude entre la température cinétique et la température de spin. Pour répondre à cette question, nous avons considéré une profondeur de puits très faible correspondant à $\hbar\Delta' = -50 E_R$. Cette profondeur se trouve en-deçà du seuil de refroidissement « Sisyphé » pour la transition $1 \rightarrow 2$, si bien que la température cinétique est très élevée (environ $180 E_R$) et correspond au régime de pente abrupte de la Fig. III.10. Nous avons calculé la température de spin correspondant à cette profondeur, en utilisant les trois méthodes décrites précédemment, et nous avons obtenu une température assez faible (environ $20 E_R$) et se situant encore dans le régime de variation linéaire ! Dans le régime des puits de faible profondeur les propriétés physiques du système sont majoritairement caractérisées par les états du continuum. En effet, dans ce régime, il existe seulement un faible pourcentage d'atomes qui se trouvent piégés au sein des puits de potentiel (voir p.ex. la Fig. II.3, p. 109) ; par conséquent, il est clair que la description phénoménologique uniquement en terme d'atomes liés au sein de la nappe de potentiel inférieure, n'est alors pas satisfaisante.

III.2.e Etude phénoménologique du paramagnétisme par le modèle du bi-potentiel effectif ; la transition $4 \rightarrow 5$

L'étude du paramagnétisme à champ faible pour les transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J + 1$ avec $J > 1$, dans le cadre de l'approximation séculaire, se révèle assez difficile. En fait, même en l'absence de champ magnétique, les populations des différents niveaux de bande varient de façon résonnante avec la profondeur des puits pour ces transitions (voir p.ex. la Fig. II.4, p. 110 pour le cas de la transition $4 \rightarrow 5$ et la Réf. [27] pour l'interprétation de ces résonances). On comprend alors aisément que la présence d'un champ magnétique, qui modifie précisément la forme des puits de potentiel, donne lieu à des résonances de population supplémentaires. L'évaluation d'une température phénoménologique de spin selon la méthode que nous avons exposée précédemment devient alors pratiquement impossible. De plus, nous avons vu qu'il est assez délicat de bien définir les taux d'occupation des états $||+\rangle$ et $||-\rangle$ dans le contexte du modèle des bandes. En effet, au cours du paragraphe précédent, nous avons été obligé de séparer les contributions des populations $\pi_{n,q,\eta}$ à n_{\pm} en fonc-

tion du signe des « orientations microscopiques », $j_z(n, q, \eta) = \langle \Psi_{n,q,\eta} | \hat{J}_z | \Psi_{n,q,\eta} \rangle$. Bien entendu, cette définition devient problématique pour les états appartenant au continuum.²⁶

Il est, en revanche, beaucoup plus naturel de mener le calcul dans le cadre de l'approche semi-classique faisant usage d'un bi-potentiel optique effectif. En effet, le raisonnement heuristique développé au § III.2.c, en terme de transfert d'atomes parmi les puits adjacents de la nappe de potentiel la plus basse, devient plus intuitif dans ce contexte, puisque le potentiel optique peut alors être décrit presque uniquement par la nappe adiabatique la plus basse. Dans ce paragraphe, nous illustrons l'application du modèle semi-classique dans le cas de la transition $4 \rightarrow 5$. Nous montrons, en particulier, qu'il est toujours possible d'évaluer une température de spin.

Pour résoudre le problème de façon semi-classique nous calculons, dans un premier temps, les états propres adiabatiques de l'hamiltonien effectif (III.2) en cherchant la base qui diagonalise la somme des opérateurs $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ et \hat{J}_z . En deuxième lieu, les différents coefficients effectifs caractérisant le mouvement atomique (taux de pompage effectif parmi les deux niveaux du bi-potentiel, composantes de la force radiative moyenne et coefficients de diffusion en impulsion) sont évalués. La troisième étape du calcul consiste en la simulation Monte-Carlo proprement dite, avec l'intégration des équations du mouvement atomique selon la méthode que nous avons exposée en détail au chapitre précédent (voir le § II.4.c.v, p. 133). Il est alors possible de calculer la distribution spatiale stationnaire, la magnétisation moyenne ou la température cinétique du réseau en présence de champ magnétique.

i) Calcul de la densité spatiale en présence du champ magnétique

La Fig. III.11 représente la distribution spatiale stationnaire obtenue en présence du champ magnétique. Elle correspond à un déplacement lumineux $\hbar\Delta' = -2000 E_R$, un désaccord laser $\Delta = -10\Gamma$ et un déplacement Zeeman donné par $\hbar\Omega_B = 800 E_R$. Cette figure est à comparer à la Fig. II.14(a) (p. 137) du chapitre II, tracée pour les mêmes paramètres en l'absence de champ magnétique. Il est clair qu'en présence du champ magnétique, les puits dont la profondeur est augmentée par effet Zeeman observent une augmentation de leur taux d'occupation, aux dépens des puits adjacents (dont la profondeur est réduite par effet Zeeman de la même quantité). Ce calcul confirme donc l'image intuitive de « transfert de population » entre puits adjacents associés à des polarisations opposées de la lumière (voir par exemple la Fig. III.3, p. 154). Il est alors possible d'estimer le rapport entre les taux d'occupation n_+/n_- en régime stationnaire, en effectuant le rapport entre les aires des surfaces délimitées par la courbe de la distribution spatiale, pour deux puits voisins.

26. Nous avons néanmoins vérifié que la contribution de ces états à la magnétisation moyenne reste relativement faible.

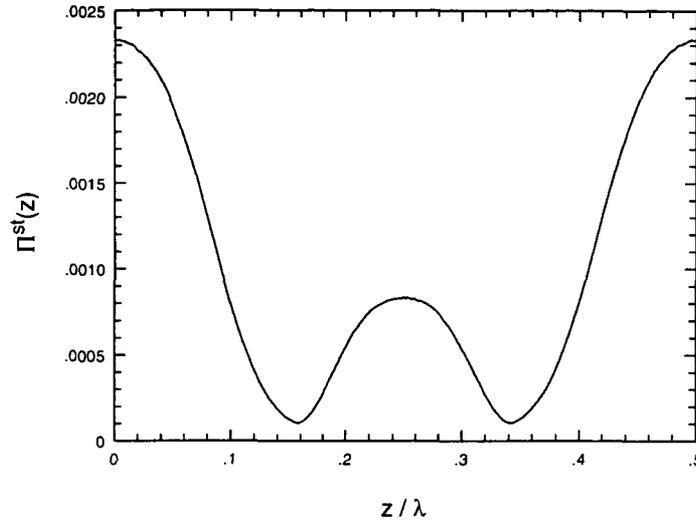


FIG. III.11 - Densité spatiale du réseau, en présence d'un champ magnétique pour la transition $4 \rightarrow 5$. Le calcul est effectué à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo semi-classique utilisant un bi-potentiel effectif, sur un échantillon de 5 000 atomes, pour une profondeur de puits $\hbar|\Delta'| = 2000 E_R$ et un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$. Le déplacement Zeeman vaut $\hbar\Omega_B = 800 E_R$.

ii) Calcul du rapport de populations en fonction du champ magnétique ; température de spin

Nous avons représenté une courbe de variation typique du rapport n_+/n_- en fonction du déplacement Zeeman $\hbar\Omega_B$ sur la Fig. III.12. Les taux d'occupation stationnaires sont déduits à partir de la courbe de la distribution spatiale, en identifiant la contribution des puits correspondant à une polarisation lumineuse σ^+ à n_+ et celle des puits correspondant à une polarisation lumineuse σ^- à n_- . La variation de n_+/n_- a été ajustée par une loi exponentielle du même type que l'Eq. (III.3). Cette loi, permet de définir une température de spin donnée par $k_B T_s = 580 E_R$.

En répétant cette opération pour plusieurs valeurs de la profondeur des puits de potentiel, nous observons une variation linéaire de $k_B T_s$ avec la valeur du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$. Cette variation est représentée sur la Fig. III.14.

iii) Calcul de la magnétisation en fonction du champ magnétique ; température de Curie

De façon tout à fait analogue au modèle des bandes, il est possible de calculer la variation de la magnétisation moyenne du réseau en fonction du déplacement Zeeman. Pour ce faire, dans un premier temps, on évalue la moyenne locale de l'orientation $\langle J_z(z) \rangle$ sur les deux états adiabatiques effectifs (états propres de H_{eff} associés au bi-potentiel optique effectif $u_{1,2}^{eff}$). Ensuite, la moyenne spatiale de cette quantité est calculée sur un grand échantillon d'atomes, en pondérant la sommation par la distribution spatiale stationnaire. Le résultat typique d'un tel calcul est représenté sur la Fig. III.13. Dans le régime de valeurs du champ considéré, la variation

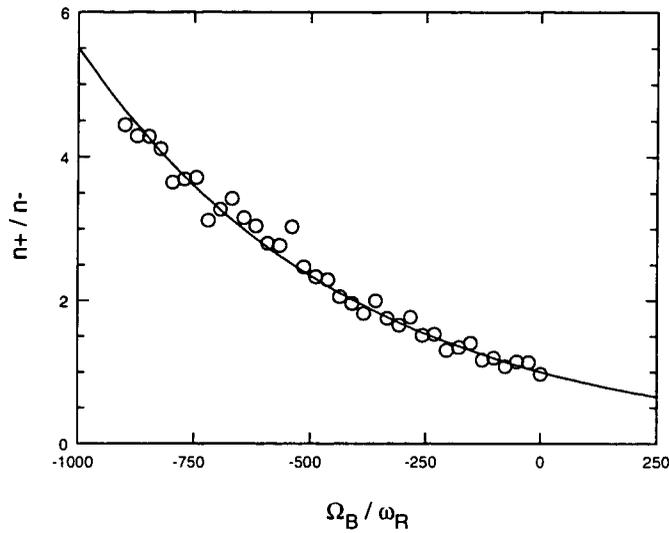


FIG. III.12 - Rapport entre les taux d'occupation n_+/n_- en fonction du champ magnétique pour la transition $4 \rightarrow 5$. Les taux d'occupation sont déduits à partir de la courbe de distribution spatiale stationnaire (voir Fig. III.11). Le calcul est effectué à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo semi-classique utilisant un bi-potentiel effectif, sur un échantillon de 5000 atomes, pour une profondeur de puits $\hbar|\Delta'| = 1500 E_R$ et un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$. L'ajustement par une loi exponentielle permet d'obtenir une température de spin $k_B T_s = 580 E_R$.

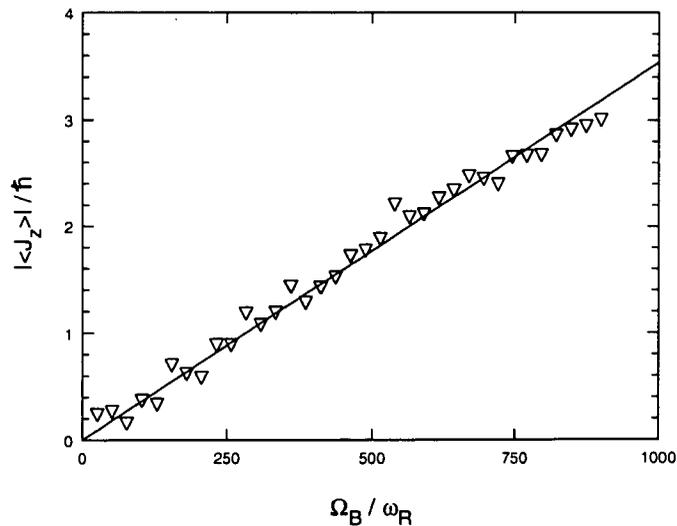


FIG. III.13 - Variation de l'orientation moyenne (en valeur absolue) en fonction du champ magnétique pour la transition $4 \rightarrow 5$. Le calcul est effectué à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo semi-classique utilisant un bi-potentiel effectif, sur un échantillon de 5000 atomes, pour une profondeur de puits $\hbar|\Delta'| = 1500 E_R$ et un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$. L'ajustement par une droite permet d'obtenir une température $k_B T_\chi = 235 E_R$ en faisant usage de la loi de Curie.

de l'orientation moyenne peut être ajustée par une loi linéaire permettant de définir la susceptibilité paramagnétique χ du réseau. Il est alors possible de faire usage de la loi de Curie [Eq. (III.6), p. 163] pour obtenir une estimation de la température de spin. L'application de cette loi fournit la valeur $k_B T_\chi = 235 E_R$, qui est du même ordre de grandeur que la température cinétique ($k_B T_c \simeq 280 E_R$). De plus, la température ainsi définie exhibe une variation linéaire avec la profondeur des puits, similaire à celle de la température cinétique (voir la figure III.14 ci-après).

iv) Température de spin en fonction de la profondeur

La Fig. III.14 représente la variation de la température de spin avec la profondeur des puits, dans le régime des puits profonds. Les deux définitions différentes de la température de spin introduites précédemment (à partir du rapport des taux d'occupation, ou à partir de la magnétisation moyenne) conduisent à une variation linéaire avec $\hbar\Delta'$ similaire à celle de la température cinétique. La température ci-

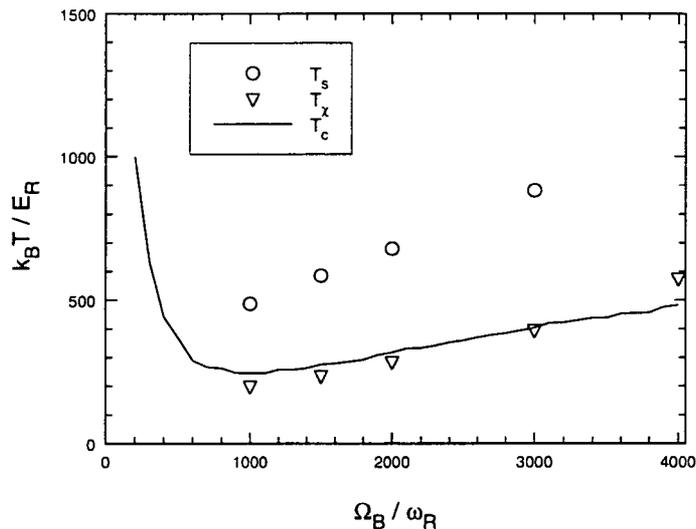


FIG. III.14 - Variation de la température de spin en fonction de la profondeur des puits pour la transition $4 \rightarrow 5$. Le calcul est effectué pour les mêmes paramètres que les figures précédentes à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo semi-classique utilisant un bi-potentiel effectif. Les deux définitions de la température de spin, T_s ou T_χ , introduites précédemment conduisent à des variations linéaires, similaires à celle de la température cinétique T_c (également représentée sur la figure).

nétique calculée à partir du même modèle a également été représentée sur la figure [voir aussi la Fig. II.16(d), p. 140]. On observe ainsi que les différentes températures calculées sont du même ordre de grandeur.

On voit donc que l'étude phénoménologique du paramagnétisme peut être aisément conduite dans le cadre du modèle semi-classique du bi-potentiel effectif. Malgré le fait que le système ne soit pas à l'équilibre thermodynamique, il est toujours possible d'évaluer une température de spin, relative aux degrés de liberté internes du

système. Cette température, définie de façon non univoque, est par ailleurs du même ordre de grandeur que la température cinétique dans le régime des puits de potentiel profonds et varie de façon similaire à celle-ci. En fait, le modèle semi-classique permet de s'affranchir de la difficulté imposée par la présence de résonances dans le régime séculaire et d'effectuer l'étude du paramagnétisme pour des transitions atomiques $J_g = J \rightarrow J_e = J + 1$ correspondant à des valeurs de J supérieures à 1. Cette étude nous a permis, en outre, de montrer qu'il n'existe pas de différence qualitative du mécanisme physique mis en jeu pour les différentes transitions atomiques. En particulier, un modèle bâti sur la transition $1 \rightarrow 2$ suffit pour donner une description qualitative du paramagnétisme. Cela confirme, d'ailleurs, les arguments employés lors de la discussion heuristique du paramagnétisme à champ faible au § III.2.c : le mouvement atomique, ainsi que les propriétés magnétiques d'un réseau brillant en présence d'un champ extérieur *faible* sont décrits de manière satisfaisante en raisonnant uniquement sur la nappe de potentiel la plus basse. Dans le paragraphe qui suit, figurent les principaux résultats expérimentaux sur le paramagnétisme d'un réseau optique 3D. Nous verrons que ces résultats confirment la description qualitative que nous avons donnée jusqu'à présent.

III.2.f Résultats expérimentaux [42]

L'étude expérimentale réalisée dans notre laboratoire par Dave R. MEACHER *et al.* porte sur un réseau optique brillant tridimensionnel, avec des atomes de césium. La transition atomique utilisée est la transition $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$. La configuration

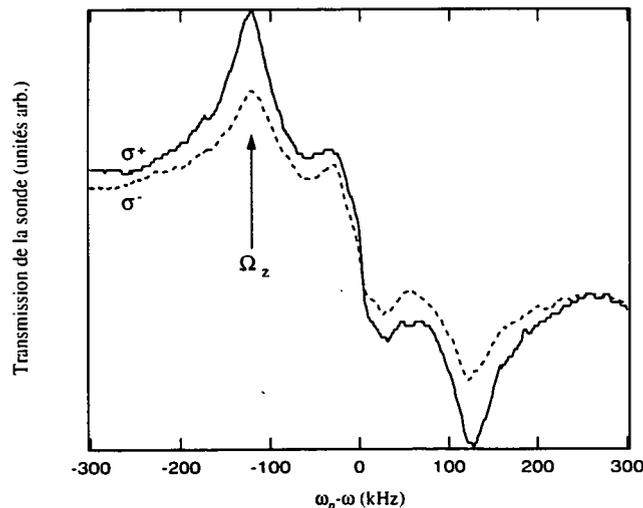
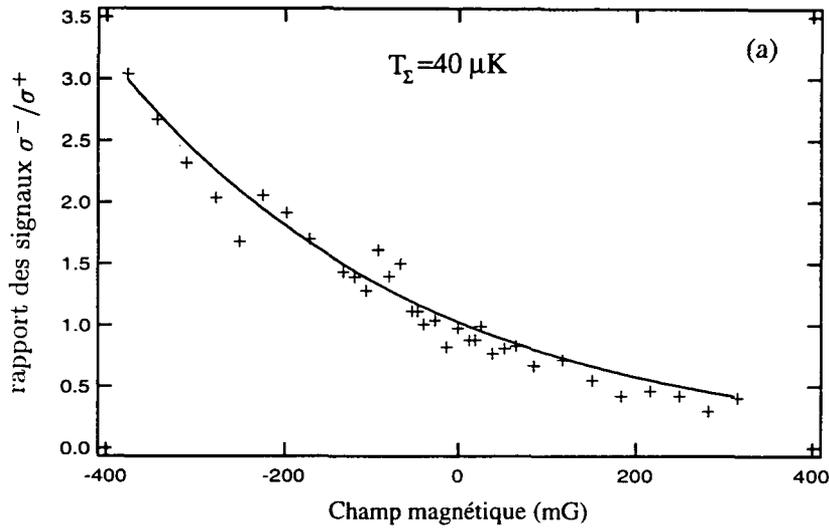
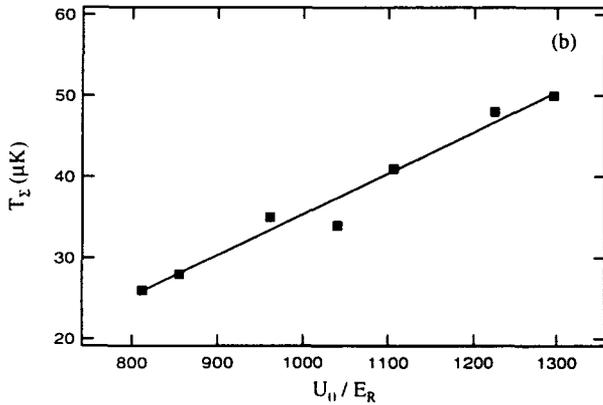
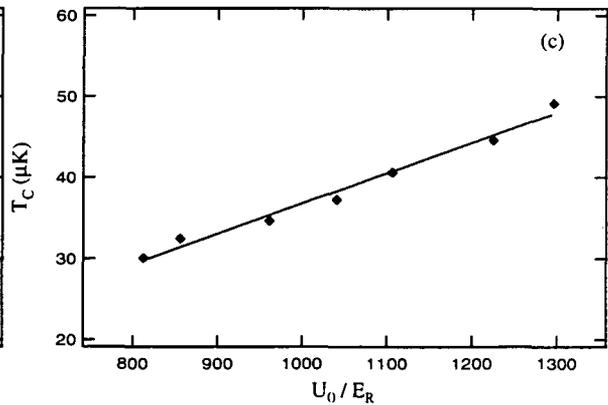


FIG. III.15 - Paramagnétisme : résultats expérimentaux. Spectre de transmission de l'onde sonde en fonction du désaccord pompe-sonde (en kHz), pour une polarisation σ^+ (trait plein) ou σ^- (trait pointillé) de celle-ci. La figure correspond à un champ magnétique d'amplitude $B_0 = 300$ mG.

du champ laser employée dans l'expérience est celle du « tétraèdre standard » que nous avons décrite en détail au § I.5.b.i (p. 59) et le champ magnétique est dirigé selon

(a) Rapport des amplitudes S_-/S_+ .

(b) Température de spin.



(c) Température cinétique.

FIG. III.16 - Paramagnétisme : résultats expérimentaux. (a) Variation du rapport des amplitudes des raies Raman du spectre, correspondant à une polarisation σ^- ou σ^+ de l'onde sonde, en fonction de l'amplitude B_0 du champ magnétique (en mG). L'allure exponentielle de la courbe suggère l'introduction d'une température de spin pour le réseau. (b) Variation de la température de spin, T_Σ , mesurée, en fonction du paramètre U_0/E_R . (c) Variation de la température cinétique, T_c , mesurée par temps de vol, en fonction du paramètre U_0/E_R . Notons que la température cinétique est systématiquement surestimée d'environ $20 \mu\text{K}$, du fait du chauffage des atomes par un faisceau laser durant la mesure ballistique.

l'axe Oz . Les angles entre faisceaux lasers incidents sont $2\theta_x = 30^\circ$ et $2\theta_y = 50^\circ$. Les domaines typiques de variation des paramètres expérimentaux sont respectivement $1 \text{ mWcm}^{-2} \leq I \leq 10 \text{ mWcm}^{-2}$, pour l'intensité et $-10 \Gamma \leq \Delta \leq -5 \Gamma$, pour le désaccord laser.

La Fig. III.15, représente le spectre de transmission de l'onde sonde, pour une polarisation σ^+ ou σ^- de celle-ci, à champ magnétique non nul ($B_0 = 300 \text{ mG}$). Cette figure met en évidence une différence entre les amplitudes maximales des résonances Raman, dans le cas d'une sonde polarisée σ^+ ou σ^- . C'est une manifestation expérimentale de la différence de « population » entre puits de potentiel associés à des composantes circulaires de la polarisation opposées. Cette observation est en bon accord avec la Fig. III.7 (p. 160).

La Fig. III.16(a) représente la variation du rapport entre les signaux Raman S_- et S_+ , obtenus respectivement pour une sonde polarisée σ^- et σ^+ .²⁷ Cette variation peut être ajustée par une exponentielle, conformément à l'étude que nous avons effectuée au § III.2.d (voir Fig. III.8, p. 161), suggérant l'introduction d'une température de spin $T_\Sigma = 40 \mu\text{K}$.

Le déplacement lumineux maximum à champ magnétique nul, U_0 , est défini dans l'expérience par :

$$U_0 = \frac{(\hbar\Omega_z)^2}{E_R (\cos\theta_x + \cos\theta_y)^2} \quad (\text{III.8})$$

où Ω_z correspond à la fréquence vibrationnelle selon Oz , mesurée sur le spectre de transmission, et où $\omega_R = E_R/\hbar = 2,1 \text{ kHz}$ pour le césium. Sur la Fig. III.16(b) nous avons tracé la variation de la température de spin mesurée, en fonction du paramètre sans dimension U_0/E_R . Dans le domaine de paramètres considérés expérimentalement, cette variation est linéaire. Elle est de surcroît assez proche de celle de la température cinétique [cf. Fig. III.16(c)].²⁸ L'ensemble de ces résultats est en bon accord qualitatif avec notre étude théorique présentée aux paragraphes précédents.

III.2.g Etude numérique plus étendue

Nous présentons maintenant les résultats d'une étude numérique détaillée du magnétisme des réseaux brillants. Cette étude est principalement effectuée dans le cadre de l'approximation séculaire. Nous présentons également un exemple d'application du modèle semi-classique, afin de montrer qu'il permet de rendre correctement compte des propriétés physiques du réseau dans le régime des forts champs magnétiques, tout comme cela était le cas pour les champs faibles. Dans le régime

27. Les amplitudes des raies vibrationnelles sont obtenues par soustraction des autres composantes du spectre de transmission.

28. Notons que la température cinétique mesurée dans cette expérience est systématiquement surestimée d'environ $20 \mu\text{K}$, du fait du chauffage des atomes par un faisceau du piège magnéto-optique, non soigneusement coupé au cours de la mesure ballistique.

des champs magnétiques intermédiaires, l'approximation adiabatique n'est manifestement pas valable, puisque dans ce régime la séparation énergétique entre les différentes nappes de potentiel est localement faible devant leurs profondeurs respectives, ce qui conduit à des fortes probabilités de transitions non-adiabatiques.

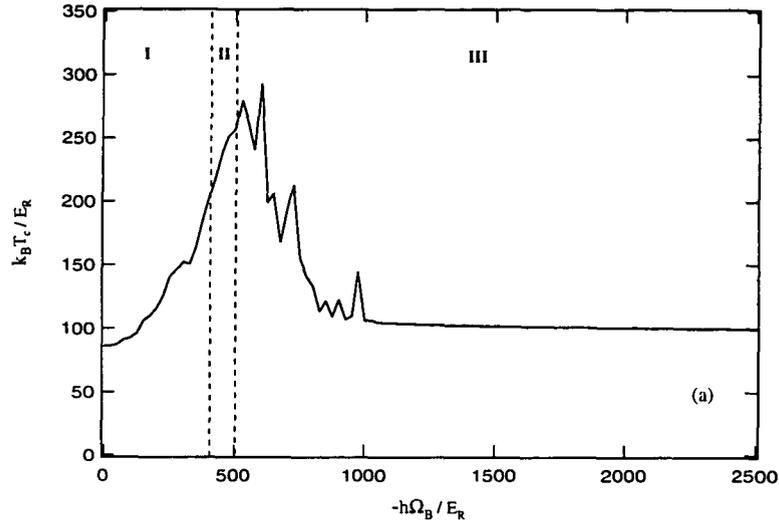
Le cas principalement examiné dans ce paragraphe est celui de la transition modèle $1 \rightarrow 2$, mais nous présentons également quelques résultats relatifs à la transition $2 \rightarrow 3$. Le cas de la transition $4 \rightarrow 5$ est ensuite traité par le modèle semi-classique. Nous nous intéressons aussi bien à la variation de la température cinétique qu'à celle de la magnétisation moyenne du réseau en fonction de \mathbf{B} , sur un grand domaine de variation du champ magnétique. La variation de la valeur moyenne de l'orientation en fonction du champ magnétique permet de caractériser le magnétisme du réseau. La variation de la température cinétique en fonction du champ donne accès aux caractéristiques du mécanisme de refroidissement, pour chaque régime du champ magnétique. Cette étude permet, en particulier, de valider les arguments qualitatifs évoqués lors de la discussion heuristique du § III.2.c (p. 153) pour le régime de champ fort, ainsi que d'explorer systématiquement les propriétés magnétiques des réseaux brillants à champ intermédiaire. Les résultats présentés ici sont en accord avec les expériences récentes effectuées dans notre laboratoire [41].

i) Température et magnétisation

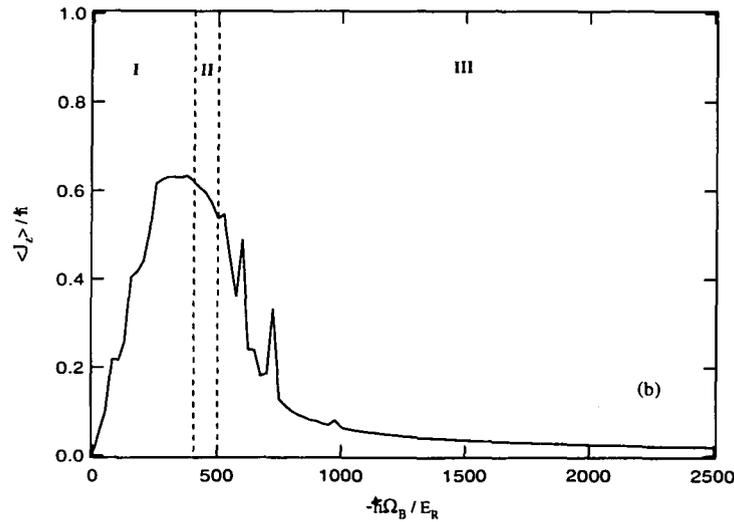
Afin d'avoir une idée plus claire de la situation, nous précisons dorénavant, de façon quantitative, les limites entre les différents régimes de champ magnétique. Rappelons que le régime de champ magnétique faible correspond à la situation où la nappe de potentiel associée à la plus basse énergie est bien séparée des autres courbes de potentiel (voir § III.2.c, p. 153). Ce régime s'étend typiquement entre 0 et Ω_l , où Ω_l est la valeur de $|\Omega_B|$ pour laquelle a lieu le premier croisement entre la nappe de potentiel la plus basse et une autre courbe de potentiel. De la même façon, le régime de champ magnétique fort correspond à la situation où les nappes de potentiel associées aux différents sous-niveaux Zeeman sont bien séparées. La condition pour être dans ce régime est d'avoir $\Omega_h < |\Omega_B|$, où Ω_h est la dernière valeur de $|\Omega_B|$ pour laquelle le dernier croisement entre deux courbes de potentiel a lieu. Nous distinguons par conséquent les trois régimes suivants :

- a) $0 \leq |\Omega_B| < \Omega_l$ (régime de champ faible) ;
- b) $\Omega_l \leq |\Omega_B| \leq \Omega_h$ (régime de champ intermédiaire) ;
- c) $\Omega_h < |\Omega_B|$ (régime de champ fort).

La figure III.17 représente la variation de la température cinétique T_c et de l'orientation moyenne $\langle J_z \rangle$ (quantité proportionnelle à la magnétisation) du réseau en fonction du déplacement Zeeman $\hbar\Omega_B$ pour la transition $1 \rightarrow 2$. Sur cette figure nous avons également porté, en traits pointillés, les valeurs limites Ω_l et Ω_h séparant les



(a) Evolution de la température cinétique stationnaire.



(b) Orientation moyenne du réseau.

FIG. III.17 - Température et magnétisation d'un réseau optique brillant 1D en fonction du déplacement Zeeman $\hbar\Omega_B$ (en unités de recul), dans le cas où $J_y = 1$. A la limite des champs faibles (région I), le réseau exhibe un comportement paramagnétique et la magnétisation suit une loi de variation linéaire. En revanche, dans le régime des champs forts, $\langle J_z \rangle$ tend asymptotiquement vers zéro indiquant un comportement « antiparamagnétique » du réseau (région III). La variation résonnante de T_c et de $\langle J_z \rangle$ sera discutée ultérieurement. La figure correspond à $\Omega_B < 0$. Le déplacement lumineux total est donné par $\hbar\Delta' = -500 E_R$. Le calcul a été effectué en tenant compte de deux indices de Bloch et des 80 premières états de bande. Les fonctions d'onde ont été calculées par troncature de la série de Fourier dans l'intervalle $[-44\hbar k, 44\hbar k]$.

différentes zones de champ magnétique.²⁹ La température cinétique [Fig. III.17(a)] présente une nette augmentation à partir de $T_c(B_0 = 0)$ dans le régime des champs magnétiques faibles, atteint un maximum pour $\Omega_B \sim \Delta'$, puis décroît à nouveau pour tendre asymptotiquement vers une valeur proche de $T_c(B_0 = 0)$ à champ fort. Cette variation est en accord avec l'expérience [41]. La magnétisation moyenne du

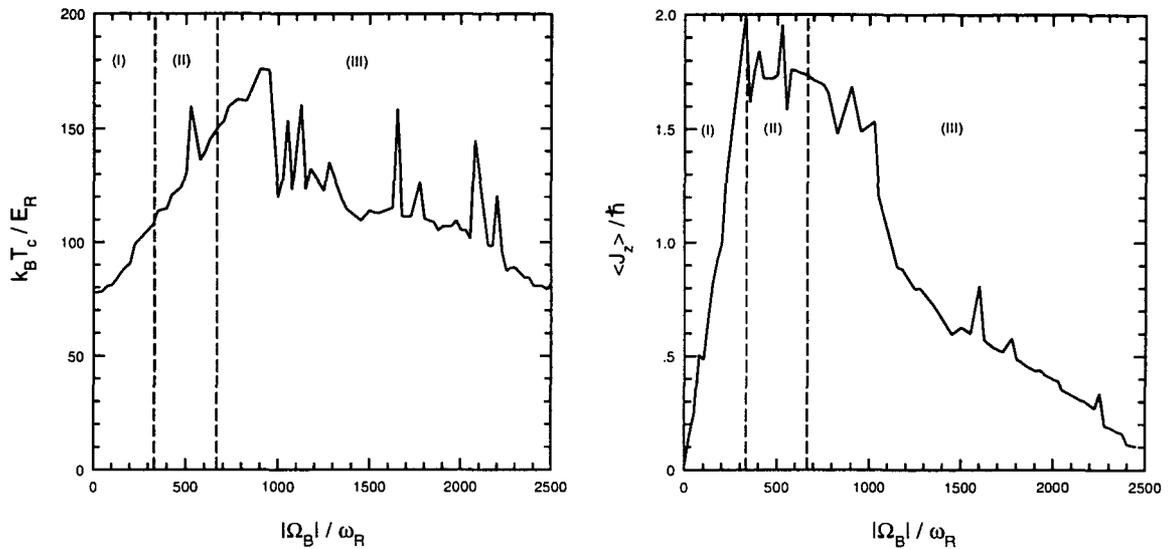


FIG. III.18 - Température et magnétisme d'un réseau brillant 1D, dans le cas où $J_g = 2$. (a) Evolution de la température cinétique stationnaire. (b) Orientation moyenne du réseau en fonction du déplacement Zeeman $\hbar\Omega_B$ (en unités de recul). Les dépendances caractéristiques sont similaires à celles de la transition $1 \rightarrow 2$ présentées à la Fig. III.17. Le déplacement lumineux total est donné par $\hbar\Delta' = -500 E_R$. La figure correspond à un champ magnétique positif et un déplacement Zeeman négatif.

réseau [Fig. III.17(b)] suit une variation analogue à celle de la température : augmentation à partir de zéro à champ faible, obtention d'une valeur maximale dans la région des champs intermédiaires, puis décroissance vers zéro dans le régime de champ fort. En d'autres termes, le réseau présente un comportement analogue à celui d'un milieu paramagnétique à champ faible et un comportement « antiparamagnétique » à champ fort. Cette dépendance de $\langle J_z \rangle$ en fonction de Ω_B est en accord avec la discussion du § III.2.c et apparaît comme une caractéristique commune à toutes les transitions du type $J \rightarrow J + 1$ avec $J \geq 1$. En effet, nous avons également effectué une étude similaire dans le cas des transitions correspondant à un moment cinétique plus élevé. Les variations de température et de magnétisation en fonction de Ω_B dans le cas de la transition $2 \rightarrow 3$ sont présentées sur la figure III.18. Sur cette figure, nous observons essentiellement les mêmes caractéristiques

29. Dans le cadre de la transition $1 \rightarrow 2$ $|\Omega_B| = \Omega_l = 5|\Delta'|/6$ conduit à un croisement entre la nappe de potentiel inférieure (associée localement au sous-niveau Zeeman $|+1\rangle$) en un endroit où la lumière est polarisée σ^+ et la nappe de potentiel supérieure de la Fig. III.1(a) (associée au sous-niveau Zeeman $|-1\rangle$ en ce même point). De même $|\Omega_B| = \Omega_h = |\Delta'|$ conduit à un croisement entre la nappe de potentiel supérieure et le potentiel plat du sous-niveau Zeeman $|0\rangle$.

que pour la transition $1 \rightarrow 2$ dans les régimes de champ faible et de champ fort. Les deux transitions conduisent à des comportements légèrement différents uniquement dans le régime des champs magnétiques intermédiaires. Nous notons, cependant, que les résonances des populations stationnaires sont beaucoup plus nombreuses dans le cas où $J_g > 1$. Cela est dû, comme nous avons déjà remarqué précédemment, à la présence de résonances même en champ magnétique nul.

ii) Discussion

Pour être en mesure d'interpréter les différents régimes des figures III.17 et III.18, nous examinons qualitativement les modifications apportées au système par la présence du champ magnétique, tant en ce qui concerne l'efficacité du mécanisme de refroidissement qu'en ce qui concerne la localisation spatiale des atomes au sein des puits de potentiel. Nous avons jusqu'à présent discuté assez longuement le cas du champ faible, où le réseau présente un comportement paramagnétique. Dans cette situation, l'augmentation du champ magnétique a tendance à creuser les puits qui correspondent à une polarisation circulaire σ^+ et, inversement, à diminuer la profondeur des puits associés à la composante σ^- de la lumière (nous discutons toujours le cas d'un champ magnétique positif et d'un déplacement Zeeman négatif). La redistribution de populations parmi les deux types de puits, qui s'ensuit, conduit à une augmentation du nombre d'atomes piégés au sein des puits profonds.

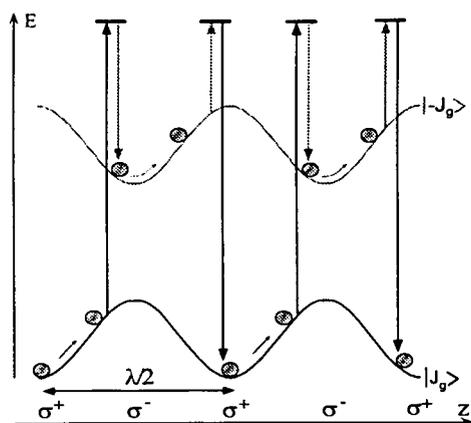


FIG. III.19 - Refroidissement à fort champ magnétique pour $J_g = 1$.

Par ailleurs, nous avons précédemment considéré le cas des champs magnétiques forts (cf. § III.2.c.ii). Dans ce régime, le caractère du mouvement atomique est principalement régi par la modulation spatiale des deux nappes de potentiel extrêmes. En particulier, la nappe inférieure et la nappe supérieure sont respectivement associées aux deux sous-niveaux Zeeman $|J_g\rangle$ et $|-J_g\rangle$. Ces deux courbes de potentiel présentent une alternance de puits où les atomes ont tendance à s'accumuler. Dans ce régime, les deux types de puits acquièrent la même profondeur et tendent à être équipés (d'où la décroissance de la magnétisation moyenne). En ce qui concerne le mécanisme de refroidissement, les atomes sont

principalement refroidis par effet « Sisyphes » entre les deux sous-niveaux Zeeman extrêmes. Ce mécanisme a été schématiquement représenté sur la Fig. III.19 pour la transition $1 \rightarrow 2$. Il faut noter cependant que la situation peut être relativement plus complexe pour les valeurs de J_g plus élevées, puisque le passage de la nappe $|J_g\rangle$ à la nappe $|-J_g\rangle$ nécessite plusieurs cycles de pompage optique. Par conséquent, plus

J_g est grand, plus le refroidissement s'effectue de manière locale.³⁰ Néanmoins, pour ce qui est de la localisation spatiale et de la magnétisation moyenne, la situation est formellement analogue au cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ en présence d'un champ magnétique (voir le § III.2.a, p. 149). Cette analogie, qui consiste à négliger la population des autres nappes de potentiel, se révèle tout à fait satisfaisante lorsque l'on évalue les taux d'occupation stationnaires des différentes nappes adiabatiques : les sous-niveaux Zeeman $|m_z\rangle$ avec $|m_z| \neq J_g$ sont relativement « instables » par pompage optique, donc très peu peuplés. Dans ce régime, la température ne dépend que de la valeur du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$ et non du déplacement Zeeman (toujours sous réserve que $|\Omega_B| \ll |\Delta|$). En particulier, l'on s'attend à ce que la variation de la température asymptotique en fonction de la profondeur des puits soit similaire à celle de la température à champ nul (cf. Fig. II.5, p. 111). Nous vérifions cet effet sur la figure III.20, dans le cas de la transition $1 \rightarrow 2$. Il faut noter que la partie linéaire de la courbe correspondant au régime asymptotique possède une pente très voisine à celle correspondant au champ nul. Il apparaît, de surcroît, que les températures asymptotiques sont systématiquement supérieures aux températures trouvées en champ nul.

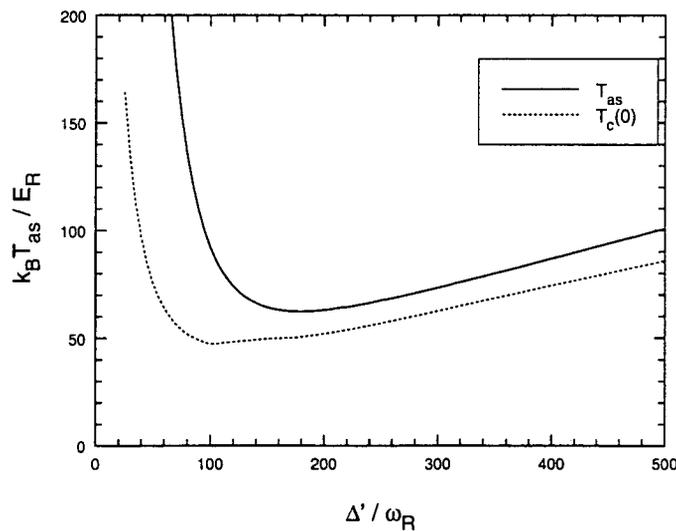


FIG. III.20 - Variation de la température asymptotique, dans le cas où $J_g = 1$, en fonction du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$. Nous observons un comportement analogue à celui de la température à champ nul (courbe en pointillés). Le champ magnétique correspond à un déplacement Zeeman total $\hbar\Omega_B = 5 \hbar\Delta'$.

Le régime des valeurs intermédiaires du champ magnétique est, de loin, le plus difficile à analyser. En effet, dans ce régime, la structure des différentes nappes du potentiel optique est fortement altérée par la présence du champ magnétique. Il n'est pas possible d'adopter un traitement perturbatif, puisque le déplacement Zeeman est du même ordre de grandeur que le déplacement lumineux. Nous pouvons remarquer que dans ce domaine de valeurs du champ magnétique, nous obtenons les températures les plus élevées ; cet effet témoigne d'une nette diminution de l'efficacité du mécanisme de refroidissement « Sisyphé ». De plus, le comportement physique

30. La situation dépend, en toute rigueur, de la valeur du taux de pompage optique (qui est proportionnel à $\Gamma' = \Gamma s_0$) et donc de l'intensité I et du désaccord Δ des faisceaux lasers incidents.

du réseau pour les champs magnétiques intermédiaires dépend essentiellement de la transition atomique. En effet, une comparaison rapide des Figs. III.17 et III.18 permet de voir que les variations de la température et de la magnétisation moyenne sont assez différentes dans les deux cas. Le fait que le comportement du réseau dépende de la valeur de J_g dans ce régime peut être compris aisément, puisque toutes les nappes du potentiel optique sont impliquées de façon complexe dans le mécanisme de refroidissement et il n'est alors pas possible de trouver une approche globale valable pour toutes les transitions atomiques. Une étude intéressante que

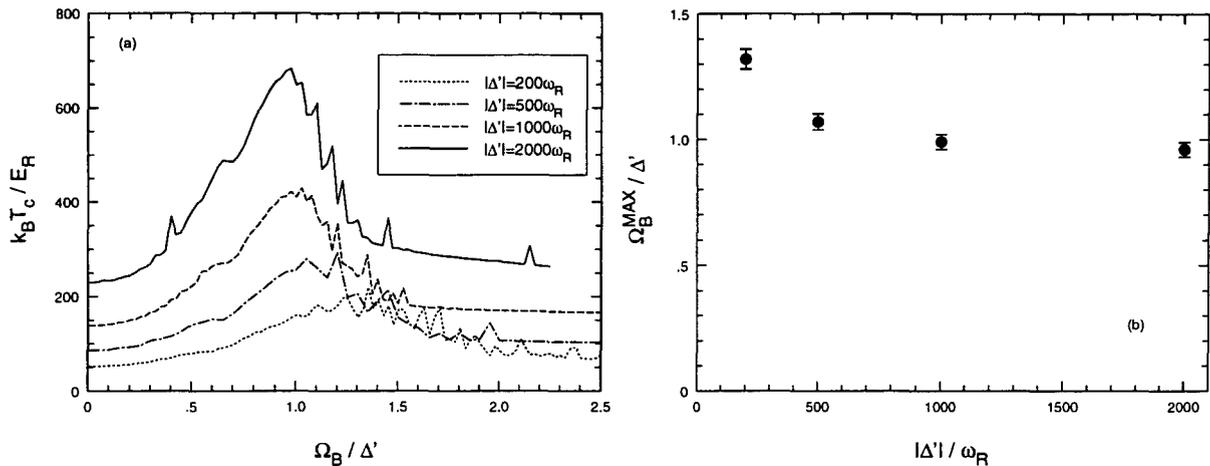


FIG. III.21 - Variation de la position du maximum de température cinétique, dans le cas où $J_g = 1$, en fonction du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$. (a) Température en fonction du champ magnétique pour différentes profondeurs. (b) Position du maximum Ω_B^{max} en fonction de la profondeur. Le déplacement Zeeman est donné en unités de $\hbar\Delta'$, alors que le déplacement lumineux est en unités de recul.

nous pouvons effectuer dans ce régime est celle de la détermination de la position du maximum de température en fonction de la profondeur des puits de potentiel. Nous avons étudié le cas de la transition $1 \rightarrow 2$ sur la Fig. III.21 : la figure III.21(a) représente la variation de la température en fonction du déplacement Zeeman, pour différentes valeurs de la profondeur des puits ; sur la figure III.21(b) nous avons reporté la position du maximum de température $\hbar\Omega_B^{max}$ en fonction du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$. Nous remarquons que la position du maximum correspond à $\Omega_B \simeq \Delta'$ et varie peu avec la profondeur dans le domaine des puits de potentiels profonds. En revanche, la variation avec Δ' est assez rapide lorsque la profondeur des puits est proche du seuil de refroidissement. Ce comportement est en bon accord avec les résultats d'une expérience récente, réalisée dans notre laboratoire sur des réseaux brillants 3D constitués d'atomes de césium [41].

Discutons enfin le début du régime de champ fort de la figure III.17, correspondant à $|\Omega_B| \geq \Omega_h$, qui est associé à une diminution de la température. Dans ce régime, la nappe de potentiel la plus basse comporte des puits au voisinage des points où la polarisation lumineuse est σ^+ (ces puits sont associés au sous-niveau

Zeeman $|J_g\rangle$), mais des puits se forment également dans la nappe de potentiel supérieure, au voisinage des sites σ^- . Ces puits possèdent des fonctions d'onde qui peuvent s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire des différents sous-niveaux Zeeman $|m_z\rangle$, avec des composantes non négligeables sur les sous-niveaux correspondant à $m_z \neq -J_g$, lorsque $|\Omega_B|$ est légèrement supérieur à Ω_h .³¹ Ceci est simplement une conséquence du fait que la séparation énergétique entre les différentes nappes de potentiel est relativement faible au voisinage de ces points. Nous nous trouvons donc face à une situation qui n'est pas pure, dans le sens où le taux de départ à partir de ces puits reste assez important, diminuant ainsi l'efficacité du mécanisme de refroidissement par effet « Sisyphes ». Au fur et à mesure que le champ magnétique augmente, ce taux de départ diminue, de sorte que la population de ces puits augmente graduellement. Il en est de même pour l'efficacité du processus de refroidissement. Ceci explique la décroissance de température observée sur les figures III.17(a) et III.18(a).

iii) Etude du magnétisme par le modèle semi-classique

Afin d'avoir une vision plus complète de la situation, nous présentons dans ce paragraphe les résultats relatifs au magnétisme des réseaux brillants, obtenus dans le contexte du modèle semi-classique faisant usage de l'ensemble des nappes de potentiel adiabatiques (voir le § II.4.c.iii). L'étude du chapitre précédent a révélé que ce modèle décrit de façon satisfaisante les propriétés physiques du réseau dans le régime des puits de potentiel profonds. En présence de champ magnétique, la structure des différentes nappes de potentiel est de nouveau modifiée. Il est donc assez important de savoir si le modèle semi-classique permet de rendre correctement compte de la situation dans les différents régimes de champ magnétiques.

La figure III.22 représente la variation de la température cinétique et de l'orientation moyenne en fonction de l'amplitude du champ magnétique, pour les transitions $1 \rightarrow 2$ [Fig. III.22(a) et (b)] et $4 \rightarrow 5$ [Fig. III.22(c) et (d)]. Nous pouvons voir, grâce à cette figure, que l'emploi du modèle semi-classique conduit qualitativement au même type de comportement que le modèle quantique : augmentation de la température et de la magnétisation dans le régime de champ faible (régime paramagnétique du réseau), passage par un maximum des ces quantités dans le domaine de valeurs intermédiaires du champ magnétique et, enfin, décroissance vers une valeur asymptotique pour la température et vers zéro pour la magnétisation à champ fort (régime « antiparamagnétique »). Afin de juger de la fiabilité du modèle semi-classique, de façon plus quantitative, nous avons reporté sur les Figs. III.22(a) et (b) les résultats obtenus par le modèle des bandes pour $J_g = 1$. En examinant

31. Le cas de la transition $1 \rightarrow 2$ est un peu particulier, car la famille « impaire » est composée des deux sous-niveaux Zeeman $|\pm 1\rangle$, alors que la famille « paire » comporte uniquement l'état $|0\rangle$. Ces deux familles ne sont pas couplées entre elles *via* la lumière. De plus, le sous-niveau $m_z = 0$ n'est pas déplacé par effet Zeeman. Par conséquent, l'état $|0\rangle$ ne contamine pas la fonction d'onde des puits se développant dans la nappe de potentiel supérieure autour des sites σ^- . Dans ce cas, les fonctions d'onde de ces puits sont données par une combinaison linéaire entre $|-1\rangle$ et $|+1\rangle$, avec une composante non négligeable sur l'état $|+1\rangle$.

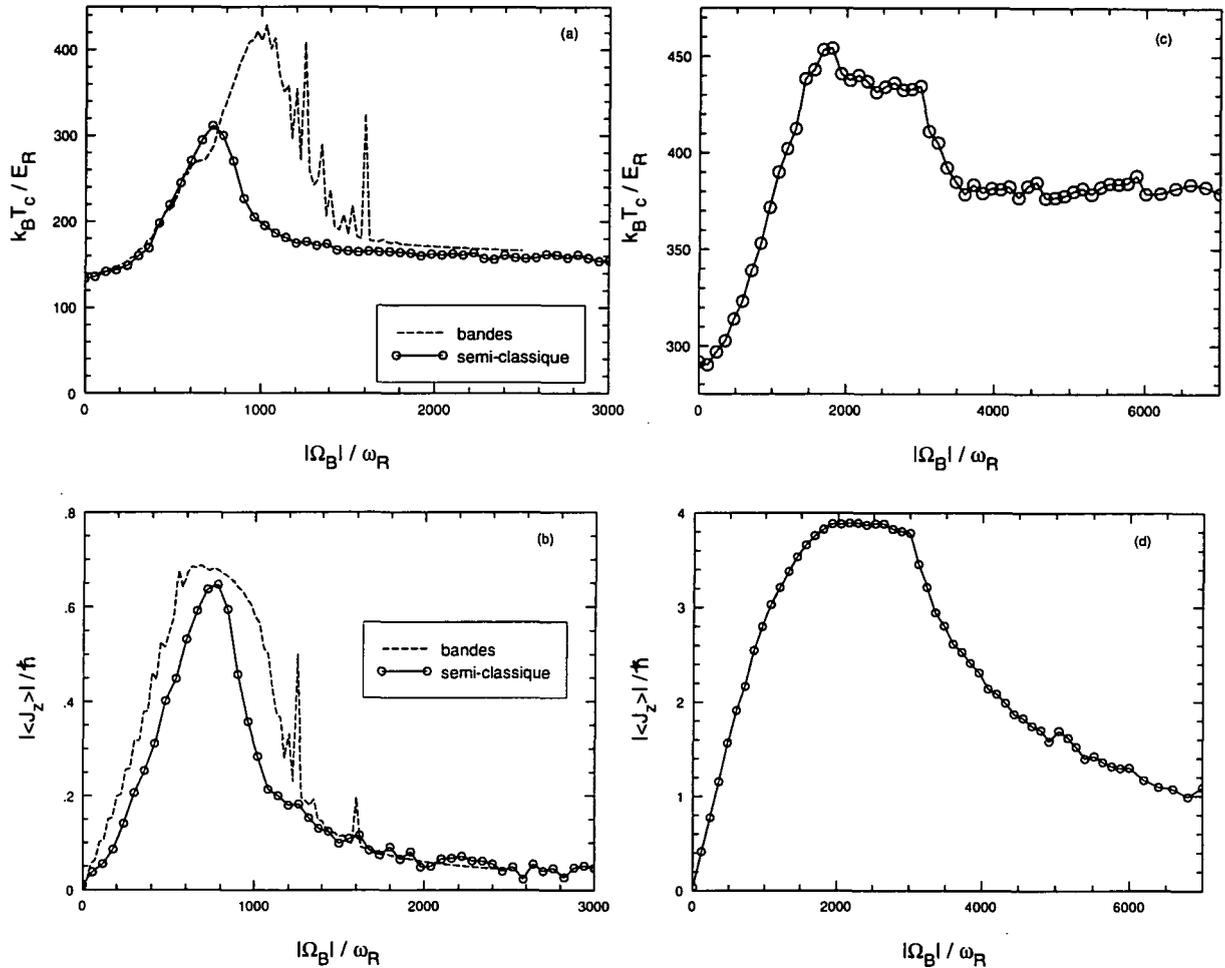


FIG. III.22 - Température (a), (c) et magnétisation moyenne (b), (d) d'un réseau brillant 1D, correspondant respectivement aux cas où $J_g = 1$ et $J_g = 4$. Les courbes en traits pleins correspondent à une simulation de Monte-Carlo semi-classique, en supposant un suivi adiabatique de l'état interne. Pour la transition $1 \rightarrow 2$, nous avons également représenté (en pointillés) les résultats obtenus quantiquement dans le régime séculaire (voir aussi la Fig. III.17). L'approximation adiabatique est satisfaisante dans les deux régimes asymptotiques (champ magnétique faible et en champ fort). En revanche, pour des valeurs intermédiaires du champ, la séparation énergétique entre différentes nappes de potentiel devient localement très faible devant la profondeur respective des puits de potentiel, conduisant à des fortes probabilités de transitions non-adiabatiques. Le modèle semi-classique ne permet de décrire correctement la situation dans ce régime. La profondeur des puits est $\hbar|\Delta'| = 1000 E_R$ dans le cas des figures (a) et (b) et $\hbar|\Delta'| = 2000 E_R$ dans le cas des figures (c) et (d). Le désaccord laser est $\Delta = -10 \Gamma$. La simulation est effectuée avec 5000 atomes.

ces figures on observe un assez bon accord entre les deux modèles dans les deux régimes asymptotiques (champ magnétique faible et en champ fort). Il faut noter au passage que le modèle semi-classique est tout à fait *rigoureux* dans le régime de fort champ magnétique où la probabilité de transitions non-adiabatiques est de plus en plus faible.³² En revanche, pour des valeurs intermédiaires du champ, le modèle semi-classique ne permet pas de rendre correctement compte de la position et de la valeur du maximum de température et de magnétisation ni de leurs variations respectives avec la profondeur des puits ; ceci n'est pas étonnant, dans la mesure où le domaine de valeurs intermédiaires du champ magnétique est caractérisé par un très fort couplage non-adiabatique entre les différentes courbes de potentiel optique. En effet, la séparation énergétique entre nappes de potentiel est en certains points très faible, de sorte que l'approximation du suivi adiabatique de l'état interne n'est pas satisfaisante dans ce régime.

III.2.h Origine de la variation résonnante des observables en fonction du champ magnétique

Nous discutons maintenant l'origine physique de la variation résonnante de la température et de la magnétisation moyenne en fonction du champ magnétique, pour les réseaux brillants dans le cadre de l'approximation séculaire. Cette variation est intimement liée avec celle des populations de certains états de bande. Nous parlerons donc de résonances de populations. Par souci de clarté, nous limiterons la discussion au cas où $J_g = 1$. Noter que, dans ce cas, les populations stationnaires des différents niveaux du fondamental ne varient pas de façon résonnante en l'absence de champ magnétique (voir la Fig. II.3, p. 109 et la discussion dans la Réf. [27]). Pour les transitions atomiques correspondant à des valeurs plus élevées de J_g , des résonances des populations existent même en l'absence de champ magnétique. Pour fixer les idées, nous considérons, comme précédemment, le cas d'un champ magnétique positif et d'un déplacement Zeeman négatif.

Les régimes de champ faible et de champ fort sont considérés séparément et nous montrons, en particulier, que l'origine physique des résonances est assez différente dans les deux cas. Dans la limite des champs faibles, les résonances résultent d'un couplage par effet tunnel entre niveaux liés de deux puits adjacents appartenant à la même courbe de potentiel optique, alors qu'en début du régime de champ fort, la variation résonnante de certaines populations est associée à des couplages entre un état lié et un état du continuum appartenant à des courbes de potentiel différentes. Dans les deux cas, il s'agit d'un nouveau type de résonances des populations stationnaires.

32. En effet, au fur et à mesure que le champ magnétique augmente dans ce régime, les différentes nappes de potentiel s'identifient de plus en plus aux sous-niveaux Zeeman du fondamental. De ce fait, le couplage motionnel diminue de manière considérable.

i) Régime de champ faible

Dans un premier temps, considérons le domaine de valeurs du champ magnétique qui correspond au comportement paramagnétique du réseau (on rappelle que ce domaine correspond à un déplacement Zeeman tel que $|\Omega_B| < \Omega_l$). En examinant attentivement les figures représentant la variation avec le champ magnétique du rapport de populations (Fig. III.5, p. 158), du rapport d'amplitudes des signaux Raman (Fig. III.8, p. 161) et de l'orientation moyenne (Fig. III.9, p. 162), on s'aperçoit que la dispersion apparente des points n'est pas de nature statistique, mais est plutôt due à l'échantillonnage à « gros grains » des points pour chaque courbe. En effet, lors de la reproduction de ces figures avec un échantillonnage plus fin en champ magnétique, des résonances fines, dont la largeur est de quelques énergies de recul, se superposent à la variation moyenne que nous avons considérée jusqu'à présent (voir Fig. III.23).

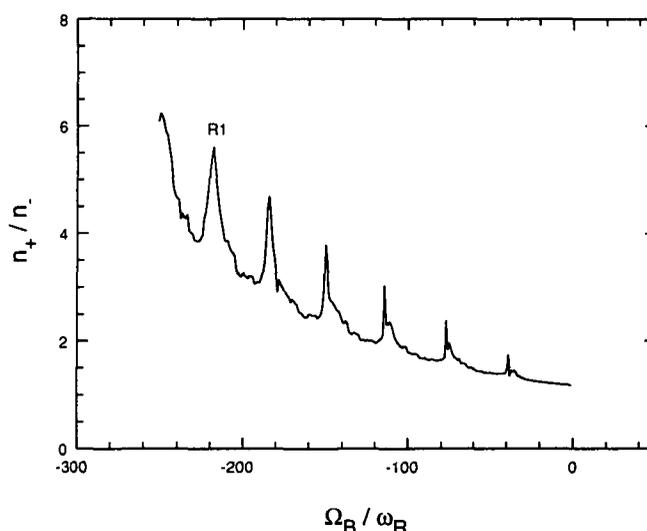


FIG. III.23 - Résonances des populations stationnaires de l'état fondamental à champ magnétique faible : Rapport des taux d'occupation n_+ / n_- (reproduction de la Fig. III.5, p. 158). Les résonances sont liées à un transfert de population d'un puits $||-\rangle$, vers le puits $||+\rangle$ voisin, ayant lieu pour des valeurs du champ magnétique bien précises. Cet effet se reflète sur les différentes grandeurs moyennes lorsque le pas d'échantillonnage des points de la courbe est très fin. La courbe correspond au cas $J_g = 1$, pour lequel il n'existe pas de résonance en l'absence de champ magnétique.

Intéressons nous par exemple à la résonance située au voisinage de $\hbar |\Omega_B| / E_R = 218$, indiquée sur la Fig. III.23 par le label R1. Cette résonance est corrélée à une augmentation violente du taux d'occupation n_+ d'un puits $||+\rangle$, aux dépens du taux d'occupation n_- du puits $||-\rangle$ voisin. Pour comprendre l'origine de ce transfert résonnant de population entre deux puits voisins, considérons le spectre d'énergie des niveaux de bande du système. L'analyse de la Fig. III.24, représentant ce spectre, permet de montrer que les résonances se produisent exactement aux endroits d'anticroisements entre niveaux liés, appartenant à deux puits voisins. En particulier,

la résonance R1 a lieu à l'endroit d'un anticroisement entre le sixième niveau de vibration du puits $||+\rangle$ (niveau noté $E_{6,+}$) et le fondamental du puits $||-\rangle$ adjacent (niveau noté $E_{0,-}$).³³ Il faut noter également que le puits de potentiel $||-\rangle$ a une profondeur relativement faible et possède uniquement deux états liés au voisinage de la résonance considérée.

L'origine de la résonance peut alors être comprise assez facilement. Loin de la dégénérescence, les deux niveaux vibrationnels, appartenant à des puits adjacents de la même nappe de potentiel, ne sont pas couplés [cf. Fig. III.25(a)]. La fonction d'onde externe du niveau $E_{0,-}$ est similaire à celle du fondamental d'un oscillateur harmonique, avec une forte localisation spatiale, et le niveau possède une durée de vie radiative relativement longue. La partie externe de la fonction d'onde du niveau $E_{6,+}$ est, au contraire, proche de celle du sixième état excité d'un oscillateur harmonique qui est fortement modulée dans l'espace. De plus, ce niveau est relativement instable, car il s'agit d'un état assez excité du puits de potentiel $||+\rangle$. En revanche, lorsque les deux niveaux énergétiques sont proches, ils sont couplés par *effet tunnel*, du fait de la faible hauteur de la barrière de potentiel entre les deux puits adjacents. Ce couplage lève la dégénérescence et conduit à un anticroisement entre niveaux d'énergie. Les fonctions d'onde des deux états s'en trouvent fortement modifiées au voisinage de ce point et la probabilité de passage d'un niveau vers l'autre devient non négligeable [voir Fig. III.25(b)]. Cet effet conduit à un élargissement significatif du niveau $E_{0,-}$ qui perd ainsi de sa stabilité. Il en résulte un transfert de population résonnant vers le niveau $E_{6,+}$ appartenant au puits le plus profond (en l'occurrence au puits associé à l'état $||+\rangle$). Par ailleurs, du fait de la forte probabilité de désexcitation du niveau $E_{6,+}$ à l'intérieur du puits profond, tous les états liés de ce puits sont alimentés de façon significative, comme nous pouvons le constater sur la Fig. III.26.

L'intensité du couplage par effet tunnel est d'autant plus importante que la barrière de potentiel entre les deux puits est basse. Cet effet peut être vérifié à l'aide de la Fig. III.23 : l'amplitude, ainsi que la largeur, des résonances deviennent de plus en plus prononcées au fur et à mesure que le champ magnétique augmente. Il faut noter, par ailleurs, que chaque résonance des populations sur cette figure comporte plusieurs composantes, d'amplitudes et de largeurs différentes, correspondant à des valeurs du champ magnétique assez proches. Ces composantes résultent du fait que la séparation des niveaux d'énergie n'est pas exactement la même dans les puits $||+\rangle$ et $||-\rangle$ en présence de champ magnétique. Il s'ensuit que la coïncidence des énergies entre $E_{6,+}$ et $E_{0,-}$ par exemple ne correspond pas exactement à celle trouvée pour $E_{7,+}$ et $E_{1,-}$. Ceci constitue une cause d'élargissement d'une résonance donnée.³⁴

33. La fréquence vibrationnelle harmonique en l'absence de champ magnétique peut être évaluée aisément pour la transition $1 \rightarrow 2$: $\Omega_v = |\Delta'| \sqrt{\frac{16}{5} \frac{E_R}{\hbar|\Delta'|}}$. Pour $\hbar\Delta' = -500 E_R$, on trouve : $\hbar\Omega_v = 40 E_R$. La résonance R1 a lieu pour un déplacement Zeeman donné par $\hbar|\Omega_B| = 218 E_R$. Nous pouvons noter que ce déplacement est assez inférieur à celui que l'on aurait pu estimer dans le cas d'un potentiel parfaitement harmonique possédant la même courbure qu'à champ nul : $\hbar|\Omega_B| = 6 \hbar\Omega_v = 240 E_R$.

34. Les différentes composantes d'une résonance ne sont pas tout à fait superposées, du fait de l'anharmonicité du potentiel, ainsi que de la différence entre les fréquences de vibration à l'intérieur

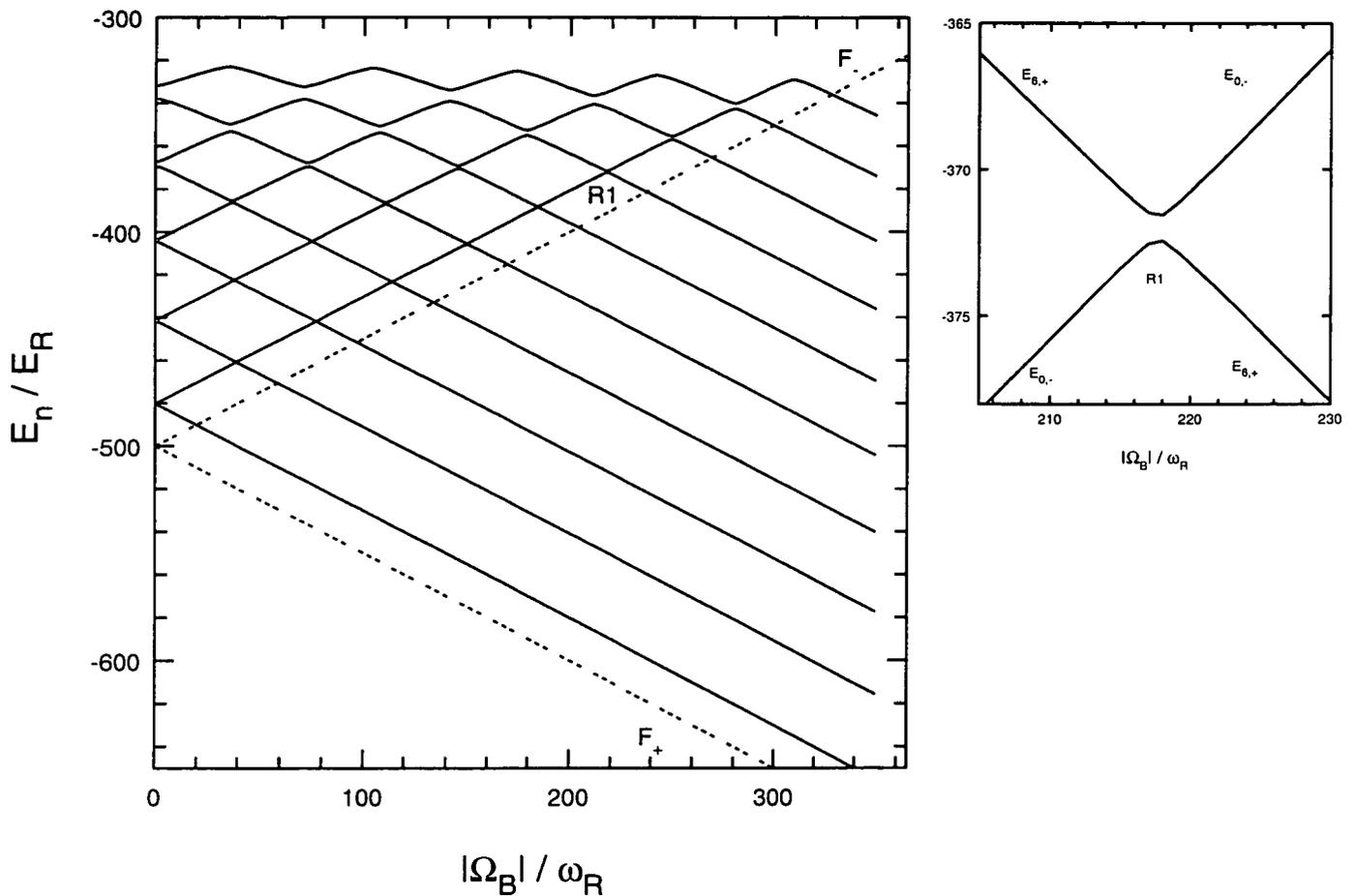


FIG. III.24 - Spectre d'énergie du système en fonction du champ magnétique pour les premiers états liés. Les fonds des puits de potentiel ont été représentés en traits pointillés pour les puits $\parallel+$ (noté F_+) et les puits $\parallel-$ (noté F_-). De nombreux anticroisements sont visibles sur cette figure. Nous remarquons, en particulier, un anticroisement entre le niveau de vibration $E_{6,+}$ du puits $\parallel+$, avec le fondamental de vibration $E_{0,-}$ du puits $\parallel-$ (voir l'agrandissement ci-dessus). Cet anticroisement a lieu au voisinage de la résonance R1 et la distance minimale entre les deux niveaux est de l'ordre de E_R . Il faut noter également que le puits de potentiel $\parallel-$ a une profondeur relativement faible et ne possède alors que deux états liés au voisinage de la résonance. Le déplacement lumineux est $\hbar\Delta' = -500 E_R$.

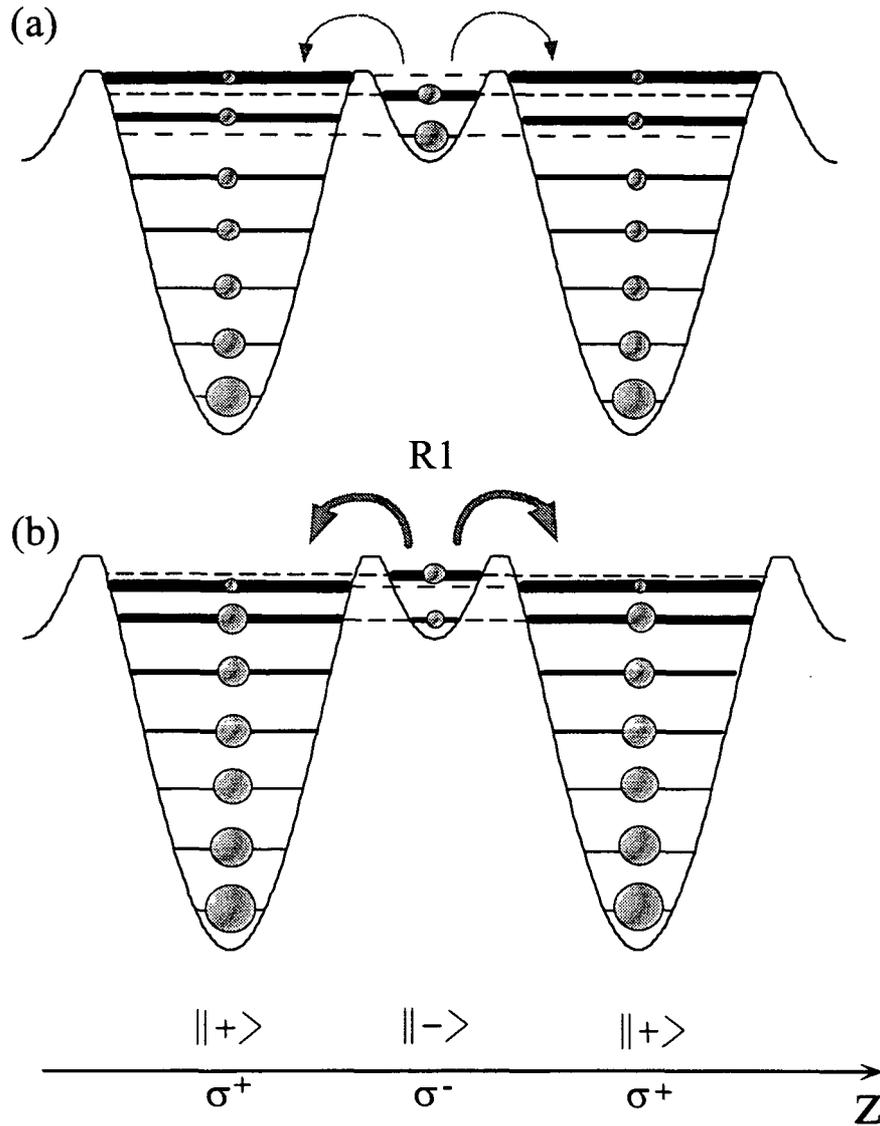


FIG. III.25 - *Interprétation des résonances des populations stationnaires dans le régime de champ magnétique faible : Cas de la résonance R1. (a) Loin de dégénérescence, les deux niveaux vibrationnels $E_{0,-}$ et $E_{6,+}$, appartenant à deux puits adjacents ne sont que très faiblement couplés. (b) Au voisinage de la dégénérescence, les deux états sont couplés par effet tunnel, du fait de la hauteur très faible de la barrière de potentiel entre les deux puits voisins. La fonction d'onde du niveau fondamental du puits le moins profond est contaminée par celle de l'état vibrationnel fortement excité, ce qui résulte en une alimentation résonnante du puits profond.*

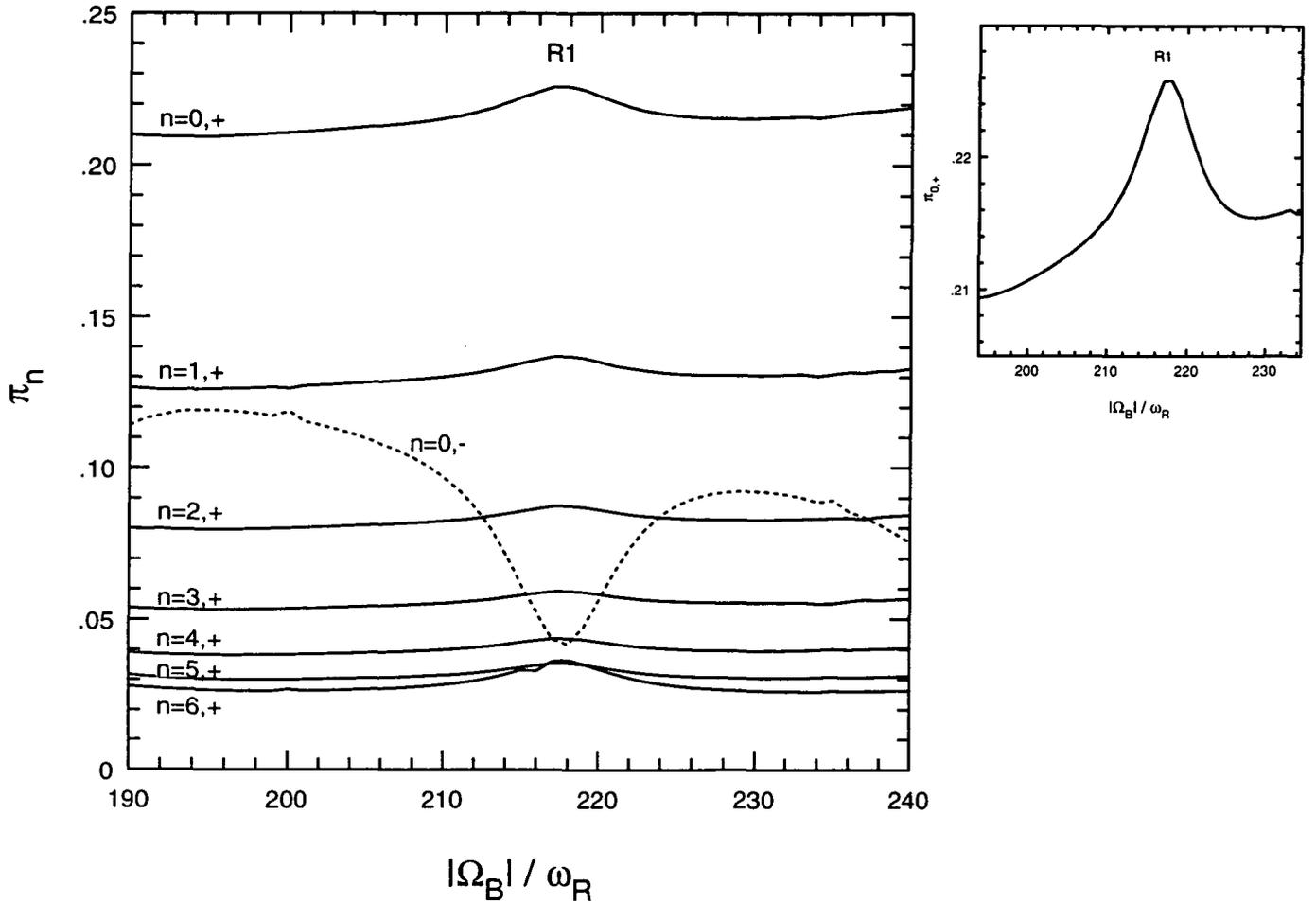


FIG. III.26 - Variation des populations stationnaires au voisinage de la résonance R1. Près de l'anticroisement, le sixième niveau vibrationnel du puits $||+\rangle$ (dont l'énergie et la population sont respectivement notées $E_{6,+}$ et $\pi_{6,+}$) est alimenté de façon résonnante par le niveau fondamental du puits $||-\rangle$ voisin (l'énergie et la population de ce puits sont respectivement notées $E_{0,-}$ et $\pi_{0,-}$). Du fait de l'instabilité du niveau $E_{6,+}$, l'excès de population est ensuite distribué parmi les niveaux liés du même puits. Nous avons également représenté un agrandissement de la résonance de la population de l'état fondamental $\pi_{0,+}$. Le déplacement lumineux est $\hbar\Delta' = -500 E_R$. Le déplacement Zeeman est $\hbar\Omega_B < 0$.

Notons, enfin, la similitude entre le phénomène que nous venons de discuter et celui des réseaux optiques bidimensionnels [67]. Dans le cas des réseaux 2D, en l'absence de champ magnétique, le couplage tunnel entre puits voisins, appartenant *au même sous-niveau magnétique* conduit à l'apparition de résonances dans les populations de l'état fondamental.

ii) Début du régime de champ magnétique fort

Nous discutons maintenant l'origine des résonances dans le régime de champ magnétique fort (régime correspondant à $|\Omega_B| > \Omega_h$). Le comportement résonnant des populations dans ce régime se manifeste par exemple sur les figures représentant la variation de température et de magnétisation moyenne en fonction du champ magnétique (Fig. III.17, p. 174 dans le cas où $J_g = 1$ et Fig. III.18, p. 175 dans le cas où $J_g = 2$). Comme précédemment, nous allons restreindre notre étude au cas où $J_g = 1$.

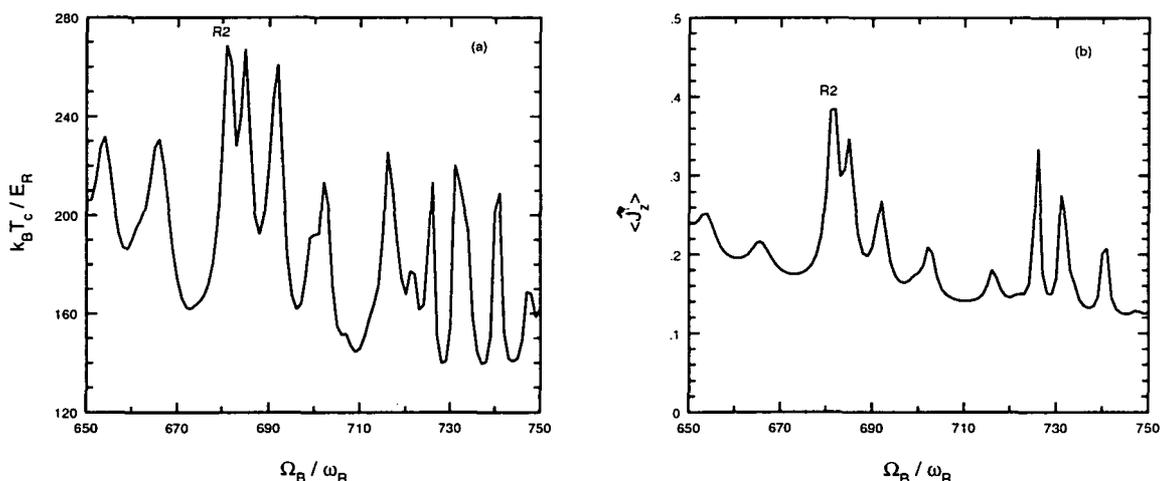


FIG. III.27 - Résonances des populations stationnaires de l'état fondamental à champ magnétique élevé. Les résonances résultent du transfert de population d'un puits appartenant à la nappe de potentiel supérieure vers les différents niveaux d'énergie de la nappe de potentiel inférieure via un état du continuum. Cet effet se reflète sur les différentes grandeurs moyennes lorsque le pas d'échantillonnage des points de la courbe est très fin : (a) Température cinétique stationnaire. (b) Orientation moyenne. Il s'agit d'une reproduction d'une partie de la Fig. III.17, p. 174 obtenue avec un échantillonnage de points beaucoup plus fin. Le point noté R2, qui correspond à $\hbar|\Omega_B|/E_R \simeq 680$, consiste en une augmentation résonnante simultanée de la température et de l'orientation du réseau.

Afin de fixer les idées, nous allons considérer la résonance particulière indiquée sur la figure III.27 par le label R2. Nous remarquons que cette résonance consiste en une augmentation simultanée de la température et de la magnétisation moyenne. Pour

de deux puits adjacents qui ne possèdent pas la même courbure.

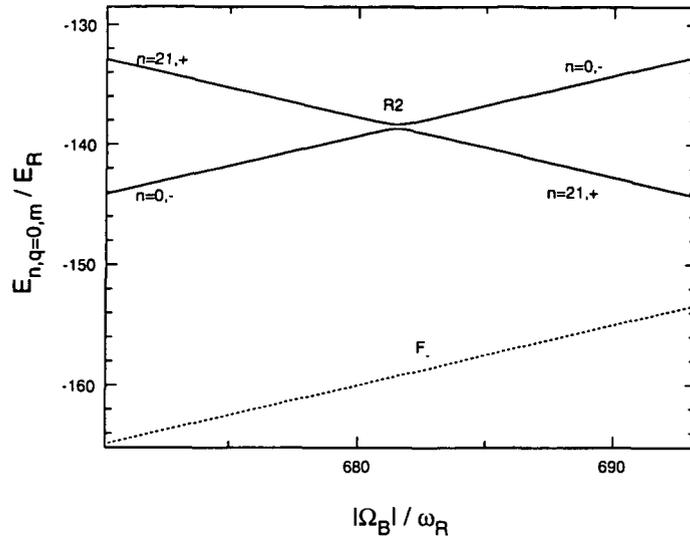


FIG. III.28 - Anticroisement entre un niveau du continuum de la nappe de potentiel inférieure (niveau $E_{n=21,q=0,+}$) avec un état lié de la nappe de potentiel supérieure (niveau $E_{n=0,q=0,-}$). Le fond du puits de potentiel de la nappe supérieure (noté F_-) a été représenté en traits pointillés. L'anticroisement a lieu au voisinage de la résonance R2 et la distance minimale entre les deux niveaux est $\delta E \simeq 0,35 E_R$. Le déplacement lumineux est $\hbar\Delta' = -500 E_R$.

interpréter cette résonance il convient d'examiner à nouveau le spectre énergétique du système, au voisinage de la valeur $\hbar|\Omega_B|/E_R = 680$, exactement comme nous l'avons fait dans le régime des champs faibles. Une telle étude permet de voir que cette fois les niveaux énergétiques impliqués possèdent une énergie relativement élevée. En effet, la résonance R2, se produit exactement à l'endroit où a lieu un anticroisement entre les niveaux $E_{21,q=0,+}$ et $E_{0,q=0,-}$ (voir Fig. III.28). Le premier de ces deux niveaux appartient au continuum d'énergie de la nappe de potentiel inférieure, alors que le second niveau est simplement l'état fondamental de vibration à l'intérieur d'un puits de potentiel associé à la nappe de potentiel supérieure.³⁵ Il faut remarquer que la séparation minimale entre les deux niveaux est une fraction de l'énergie de recul (environ $0,35 E_R$), ce qui signifie que le couplage entre les deux niveaux est relativement faible pour la résonance considérée.

Le couplage entre le niveau vibrationnel (d'énergie $E_{n=0,q=0,-}$) de la nappe supérieure et le niveau du continuum (d'énergie $E_{n=21,q=0,+}$) de la nappe inférieure est réalisé *via* la partie cinétique de l'hamiltonien (élément de matrice non nul de l'opérateur P_z^2 entre les parties externes et recouvrement non identiquement nul des parties internes des fonctions d'onde des deux états³⁶). Ce couplage diminue avec le champ magnétique et devient pratiquement nul à très fort champ, car $|m_z = +1\rangle$

35. La notation « \pm » pour ces niveaux d'énergie est quelque peu trompeuse dans ce régime. Nous l'employons pour indiquer que le niveau $E_{21,q=0,+}$ appartient à la nappe inférieure, qui s'identifie *asymptotiquement* au sous-niveau $m_z = +1$ à très fort champ magnétique et que le niveau $E_{0,q=0,-}$ appartient à la nappe supérieure qui s'identifie *asymptotiquement* au sous-niveau $m_z = -1$.

36. Il faut se rappeler qu'au début du régime de champ fort la partie interne de la fonction d'onde d'un état de la nappe supérieure s'écrit comme une combinaison linéaire des sous-niveaux

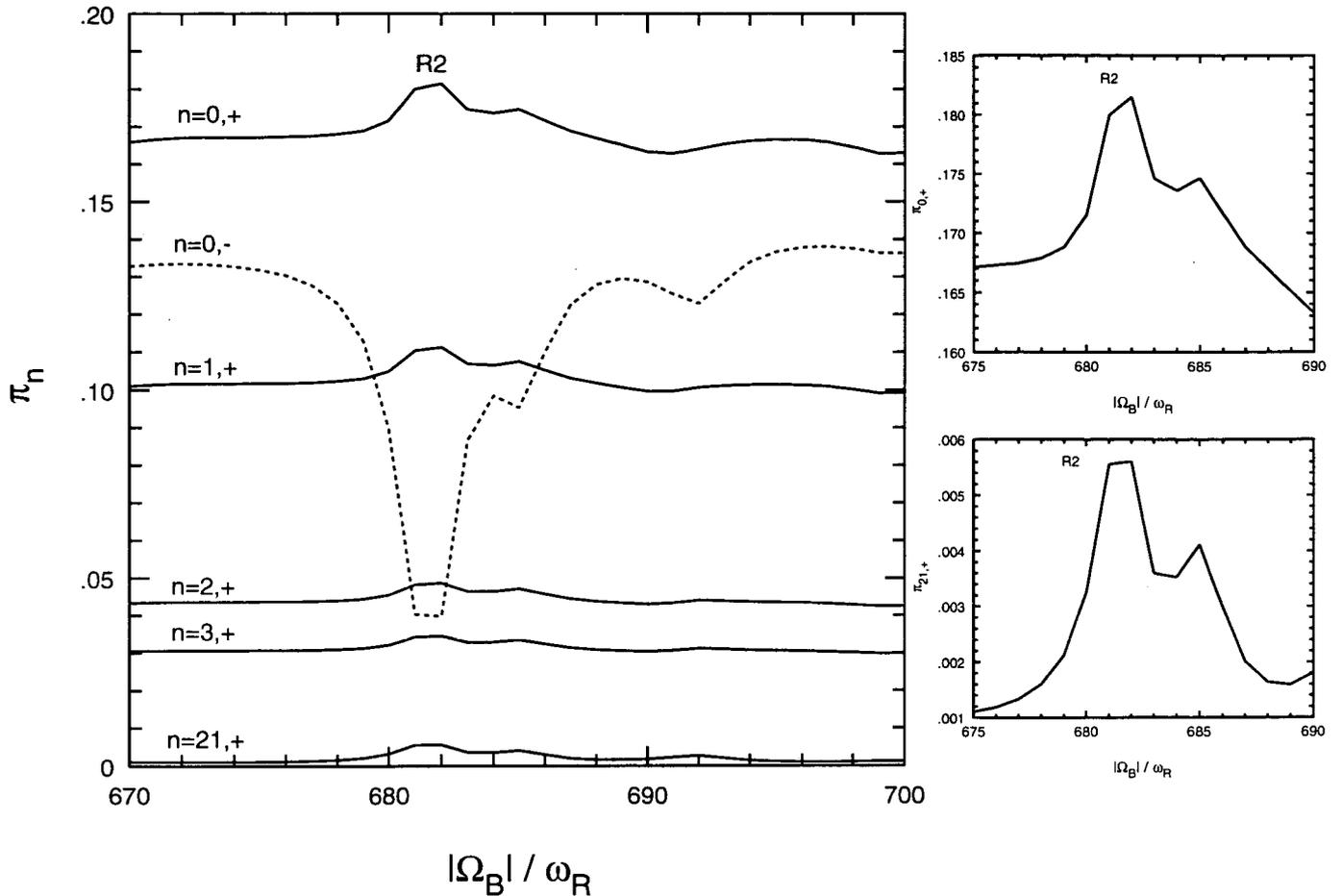


FIG. III.29 - Variation des populations stationnaires au voisinage de la résonance R2. Le niveau du continuum $E_{n=21,q=0,+}$ (appartenant à la nappe de potentiel inférieure) est alimenté de façon résonnante par le niveau fondamental du puits associé à la nappe de potentiel supérieure (l'énergie et la population de ce puits sont respectivement notées $E_{0,-}$ et $\pi_{0,-}$), au voisinage de l'anticroisement énergétique entre ces deux niveaux. Du fait de l'instabilité du niveau du continuum, l'excès de population est distribué parmi tous les niveaux associés à la nappe de potentiel la plus basse. Les figures insérées montrent un agrandissement de la résonance de population de l'état fondamental $\pi_{0,+}$, ainsi que celle du niveau du continuum. Le déplacement lumineux est $\hbar\Delta' = -500 E_R$. Le déplacement Zeeman est négatif pour un champ magnétique positif.

et $|m_z = -1\rangle$ sont orthogonaux. La résonance R2 résulte de la contamination de la fonction d'onde du niveau lié par celle de l'état très instable du continuum, au voisinage de l'anticroisement entre ces deux niveaux. Le mélange des fonctions d'onde conduit à une alimentation du niveau du continuum, par le niveau lié. Par ailleurs, la durée de vie très faible de l'état du continuum ouvre une voie résonnante de transfert de population vers les autres niveaux énergétiques moins excités de la nappe de potentiel inférieure (voir Fig. III.29). Ce transfert de population du niveau $E_{n=0,q=0,-}$ [correspondant à une magnétisation *microscopique* j_z ($n = 0, q = 0, -$) négative] vers les niveaux de la nappe de potentiel inférieure résulte en une augmentation résonnante de la magnétisation moyenne. D'autre part, la perte d'atomes froids localisés à l'intérieur des puits de la nappe de potentiel supérieure se traduit par une augmentation résonnante de la température. Ceci explique l'augmentation simultanée de $\langle J_z \rangle$ et de T_c observée sur la Fig. III.27.³⁷ Notons enfin que dans le régime asymptotique des champs très forts, ces résonances disparaissent, puisque le couplage entre un état lié de la nappe supérieure et un état libre de la nappe inférieure devient négligeable, comme mentionné précédemment.

REMARQUE : On peut s'interroger sur l'observabilité des résonances des populations stationnaires en fonction du champ magnétique, lors d'une expérience. Jusqu'à présent, ce type de résonance n'a pas été observé. D'après la discussion de la Réf. [77], le régime séculaire devrait être relativement difficile à atteindre expérimentalement à 3D, à cause de l'existence de niveaux énergétiques proches, couplés entre eux de manière non-négligeable. Pour s'affranchir de cette difficulté il faudrait alors se placer à très grand désaccord. D'autre part, la largeur assez faible des résonances apparaissant dans la variation des observables macroscopiques du réseau avec le champ magnétique, constituerait éventuellement une difficulté expérimentale supplémentaire à l'observation de ces résonances.

III.3 Etude du magnétisme des réseaux gris

Nous avons, jusqu'à présent, étudié en détail les propriétés magnétiques des réseaux optiques brillants, bâtis sur des transitions atomiques du type $J_g = J \rightarrow J_e = J + 1$ avec un désaccord rouge des faisceaux lasers incidents. Nous abordons maintenant l'étude d'une catégorie différente de réseaux optiques : les réseaux gris. Ces réseaux sont obtenus pour des transitions atomiques du type $J_g = J \rightarrow J_e = J$ ou $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$ et un désaccord laser sur le *bleu* de cette transition. La particularité de ce type de structures est que, contrairement au cas des réseaux brillants, les atomes sont maintenant localisés au voisinage de points où leur interaction avec la lumière est minimale. Par conséquent, le taux de diffusion de photons est largement inférieur à Γ' et, de ce fait, les interactions interatomiques véhiculées par le champ

magnétiques $m_z = \pm 1$ avec une composante sur $m_z = +1$ qui n'est pas tout à fait nulle (voir § III.2.g.ii)

37. On peut noter que dans notre calcul, seuls deux indices de Bloch sont pris en compte ($q = 0, 1$). La prise en compte de plusieurs valeurs de cet indice pourrait conduire à l'apparition de nouvelles résonances, ou, inversement, à un effet moyen de « lissage » des résonances que nous présentons ici.

lumineux s'en trouvent considérablement réduites.³⁸ En particulier, dans un réseau brillant, un atome peut absorber (avec une section efficace d'absorption de l'ordre de $\sigma_{eff} \sim \lambda^2$) un photon préalablement émis de manière spontanée par un autre atome, subissant ainsi un transfert d'impulsion.³⁹ Ce type d'interaction, ainsi que l'interaction dipôle-dipôle [118, 119], contribuent au faible taux de remplissage des sites d'un réseau brillant. En réalisant un piégeage d'atomes froids au voisinage de points où leur interaction avec la lumière est minimale, on peut espérer augmenter la densité dans l'espace des phases; cela constituerait un pas important pour l'observation d'effets quantiques collectifs au sein des réseaux optiques.⁴⁰

L'idée naturelle pour la réalisation d'un réseau gris est d'utiliser des états « *non couplés* » [121]; toutefois, un atome dans un tel état est totalement insensible à la lumière des faisceaux incidents et, de ce fait, ne subit aucun déplacement lumineux, ce qui conduit à un potentiel optique *non modulé* dans l'espace. Gilbert GRYNBERG et Jean-Yves COURTOIS ont récemment proposé une configuration unidimensionnelle pour la réalisation de réseaux gris [43]. Cette réalisation est bâtie sur la configuration *lin*⊥*lin* du champ, avec des faisceaux lasers désaccordés sur le bleu d'une transition atomique $J_g \rightarrow J_e$, avec $J_e = J_g$ ou $J_e = J_g - 1$, en présence d'un faible champ magnétique statique longitudinal. Le rôle du champ magnétique est de moduler par effet Zeeman la nappe de potentiel non couplée, conduisant ainsi à l'apparition de puits de potentiel aux endroits où la polarisation est circulaire. Une généralisation de cette configuration à 3D fut obtenue expérimentalement par notre équipe, en utilisant l'extension 3D à quatre faisceaux de la configuration *lin*⊥*lin* selon un tétraèdre « standard » ou « tourné » [45]. La transition atomique utilisée dans cette expérience est la transition $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2$ du césium. Un autre type de réseau gris fut parallèlement réalisé à deux dimensions par l'équipe de T. HÄNSCH à Munich, en utilisant quatre faisceaux lasers, légèrement désaccordés sur le bleu de la transition $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{1/2}, F' = 1$ du rubidium, en présence d'un champ magnétique intense [44].⁴¹ Nous nous intéressons ici essentiellement au premier type de réseaux gris et nous suivons une approche similaire à celle que nous avons utilisé pour l'étude du magnétisme des réseaux brillants. Le cadre de notre étude sera celui des réseaux unidimensionnels.

Les calculs présentés dans cette section sont effectués par le modèle quantique

38. Dans le cas d'un réseau brillant, un atome diffuse un nombre de photons élevé en provenance des faisceaux lasers incidents, puisque le taux de pompage optique est déterminé par Γ' . C'est pourquoi, la raie Rayleigh est la structure principale des spectres de fluorescence de ce type de réseaux [28] (le fait que la diffusion *élastique* domine le spectre est dû à l'effet Lamb-Dicke [36]).

39. Il a été démontré expérimentalement que, dans le cas d'un piège magneto-optique relativement dense (environ 10^{11} *atomes/cm*³), la diffusion multiple de photons conduit à une force répulsive [117].

40. La première observation de la condensation de Bose-Einstein dans un nuage d'atomes froids, réalisée grâce aux techniques de refroidissement évaporatif (refroidissement sans laser), est très récente [120].

41. Cette configuration bidimensionnelle est construite en utilisant une onde stationnaire *lin*⊥*lin* selon *Oy*, une onde stationnaire $\sigma^+ - \sigma^-$ selon *Ox* et un champ magnétique selon *Oz*. Les atomes peuplent alors majoritairement les puits de polarisation π où ils ne sont pas couplés à la lumière [44].

des bandes. Nous discutons, néanmoins, le domaine de validité d'une approche semi-classique dans le § III.3.c. Dans un premier temps, nous présentons les caractéristiques des *mélasses grises* 1D correspondant à la configuration $lin \perp lin$, pour différentes transitions atomiques. Nous examinons ensuite le magnétisme des réseaux gris 1D, aussi bien pour les transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J$ que pour les transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$, avec J entier.

III.3.a Les mélasses grises unidimensionnelles $lin \perp lin$

Considérons la configuration $lin \perp lin$, en l'absence de champ magnétique, réalisée avec des faisceaux lasers désaccordés sur le bleu d'une transition atomique $J_g \rightarrow J_e$, avec $J_e = J_g$ ou $J_e = J_g - 1$.⁴² Dans ce type de configuration, il existe en tout point de l'espace au moins un état adiabatique *non couplé* à la lumière $|\psi_{NC}(z)\rangle$.⁴³ Ces états non couplés sont simplement vecteurs propres de l'opérateur des déplacements lumineux associés à la valeur propre nulle ; ils s'expriment généralement sous la forme d'une combinaison linéaire des différents sous-niveaux Zeeman, avec des coefficients dépendant de z . Un état $|\psi_{NC}(z)\rangle$ est, de surcroît, associé à la nappe de potentiel la plus basse en énergie, puisque le désaccord est positif et donc tous les états couplés à la lumière sont déplacés vers les énergies positives. Eu égard au faible taux de départ de la nappe de potentiel non couplée, les atomes ont tendance à s'accumuler au sein de cette nappe de potentiel *plate*. Cette accumulation conduit à un effet de refroidissement important, ainsi qu'à une diminution considérable du taux de diffusion de photons par les atomes, comme cela a été récemment montré expérimentalement [123, 124]. On parle dans ce cas de « *mélasses grises* », car il n'y a pas de localisation spatiale des atomes.

i) Le mécanisme de refroidissement VSCPT [113]

Dans le cas particulier de la transition $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$, il existe un état non couplé à la lumière, qui est également état propre de l'opérateur de translation ; c'est un état « *noir* ». Il a été montré, dans ce cas, qu'un mécanisme de refroidissement par piégeage cohérent de population sélectif en vitesse (ou VSCPT de l'anglais Velocity Selective Coherent Population Trapping) peut conduire à des températures cinétiques bien inférieures à la température de recul [113]. Ce type de refroidissement se distingue des autres mécanismes (refroidissement Doppler, « Sisyphé » etc.) par le fait qu'il ne peut pas être décrit par une force de friction. Une caractéristique remarquable est que le refroidissement est indépendant du désaccord laser. Ce

42. Dans les discussions qui suivent, nous nous référons principalement aux cas où J est entier. Les raisonnements pourraient se généraliser pour J demi-entier. Il faut noter toutefois que le cas particulier de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$, discuté dans la Réf. [122], ne donne pas lieu à des états non couplés, mais conduit également à un refroidissement et une localisation spatiale efficace.

43. En fait, il existe un état non couplé pour $J_e = J_g$ et deux états non couplés pour $J_e = J_g - 1$.

mécanisme peut être attribué à deux effets ayant lieu simultanément :

- le *filtrage* dans l'espace des vitesses, obtenu en bloquant l'absorption de photons par interférence quantique destructive entre deux amplitudes d'absorption. Il s'agit en fait d'une sélectivité en vitesse, privilégiant la classe de vitesses $v = 0$.
- le *recyclage* des atomes, obtenu par « pompage optique dans l'espace des vitesses » transférant les atomes des états couplés où $v \neq 0$ vers l'état noir où $v = 0$, après plusieurs cycles de fluorescence.

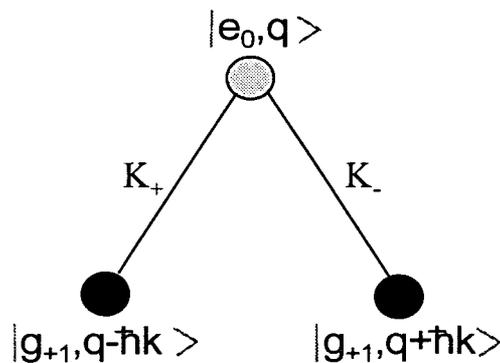


FIG. III.30 - Système de niveaux en Λ : il existe un état « noir ». Les transitions atomiques possédant ce système de niveaux (transition $1 \rightarrow 1$, transition $1 \rightarrow 0$, transition $2 \rightarrow 1$ et transition $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$) peuvent conduire à un refroidissement de type VSCPT. K_{\pm} sont les coefficients de Clebsch-Gordan de la transition atomique considérée.

Les atomes interagissant avec la lumière des faisceaux lasers incidents peuvent donc se trouver dans l'état « noir » après une marche au hasard dans l'espace des impulsions, sous l'effet de l'émission spontanée. Etant donné que l'état « noir » est état propre de l'impulsion, il n'existe pas de couplage motionnel entre cet état et les états couplés à la lumière ; les atomes peuvent donc être piégés très efficacement [113].

En principe, le mécanisme de refroidissement VSCPT peut avoir lieu pour toutes les transitions atomiques possédant un système de niveaux en Λ (deux niveaux fondamentaux couplés à un seul niveau excité). Pour J entier, hormis les transitions $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$ et $J_g = 1 \rightarrow J_e = 0$, seule la transition $J_g = 2 \rightarrow J_e = 1$ possède un système de niveaux en Λ (voir Fig. III.30). Malgré le fait que pour cette transition le sous-niveau excité $|e, m = 0\rangle$ est couplé au sous-niveau $|g, m = 0\rangle$ du fondamental *via* la relaxation (contrairement au cas de la transition $1 \rightarrow 1$), on s'attend à un refroidissement de type VSCPT [125].⁴⁴

44. Il a été montré théoriquement que la transition $2 \rightarrow 1$ possède un état « quasi-noir » appartenant à la famille $\eta = 1$ (système de niveaux en M) ; cet état peut conduire à un refroidissement de type VSCPT *transitoire* [125]. Toutefois, à la limite des temps longs le piégeage dans cet état n'est pas stable. Nous ne nous intéresserons pas ici aux phénomènes transitoires.

ii) Le mécanisme « Sisyphe » avec des états non couplés

Dans le cas le plus général des transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J$ et $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$, un état non couplé à la lumière n'est pas également état propre de l'opérateur d'énergie cinétique. Dans ce cas, il n'existe pas d'état rigoureusement « noir ». Le mécanisme de refroidissement résulte exclusivement d'un effet « Sisyphe » ayant lieu entre la nappe de potentiel non couplée et une nappe de potentiel couplée à la lumière [126]. Ce mécanisme a été représenté sur la Fig. III.31. Pour

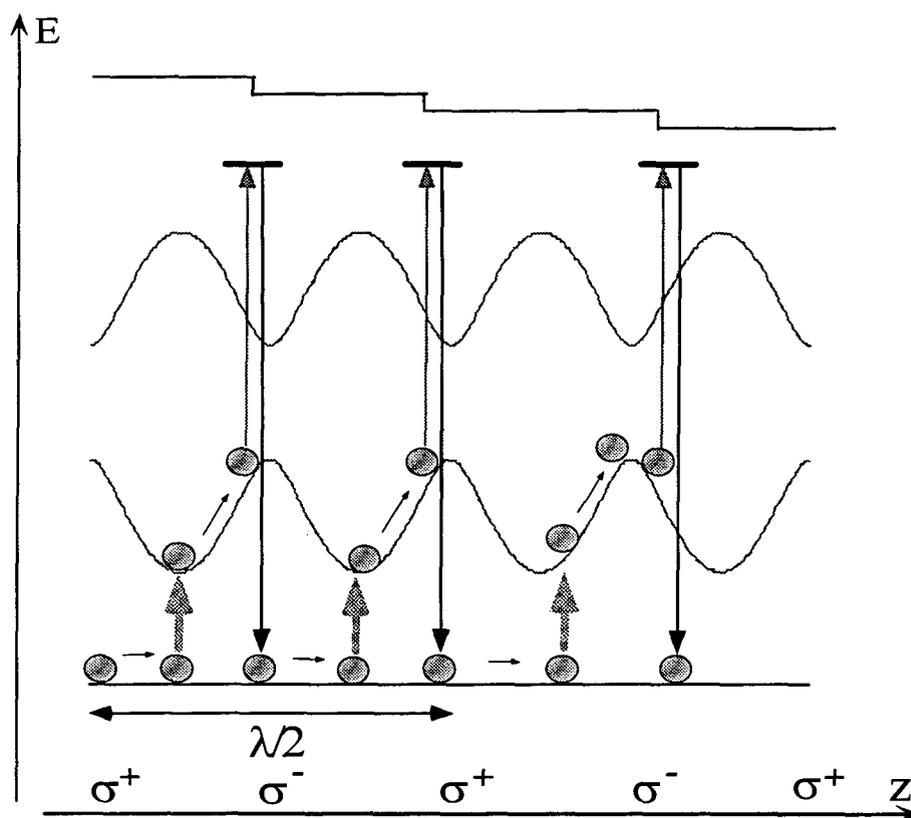


FIG. III.31 - Effet « Sisyphe » dans les mélasses grises $lin \perp lin$ avec un désaccord bleu : les atomes sont refroidis sous l'effet combiné du couplage motionnel et du pompage optique et sont principalement accumulés dans un état non couplé où ils n'interagissent pas avec la lumière. La figure correspond au cas de la transition $J_g = 2 \rightarrow J_e = 2$.

fixer les idées nous avons considéré sur cette figure le cas particulier de la transition $J_g = 2 \rightarrow J_e = 2$. Pour d'autres transitions, les niveaux *couplés* exhibent une modulation spatiale différente ; néanmoins, le principe du mécanisme de refroidissement est le même. Un atome de vitesse non nulle, se trouvant initialement dans l'état non couplé peut changer de nappe de potentiel sous l'effet du *couplage motionnel*. Parce que les nappes de potentiel couplées sont généralement modulées spatialement,⁴⁵

45. Pour la configuration laser $lin \perp lin$ considérée ici, les transitions $1 \rightarrow 1$ et $1 \rightarrow 0$ sont des exceptions à cette règle.

le couplage motionnel est maximal aux endroits où la séparation entre nappes de potentiel est minimale ; ces points correspondent à des sites de polarisation linéaire de la lumière. Par conséquent, un atome quittant la nappe non couplée au voisinage d'un tel site, gravit une colline de potentiel de la nappe couplée, avant d'être pompé optiquement vers la nappe non couplée au voisinage du sommet de potentiel où la polarisation lumineuse est circulaire. Au cours de ce cycle, l'atome perd de l'énergie cinétique (voir Fig. III.31).⁴⁶ On voit donc que, grâce à l'effet combiné des couplages non-adiabatiques et de la modulation spatiale du pompage optique, il est possible d'accumuler des atomes refroidis dans la nappe de potentiel non couplée. Il faut remarquer que ce mécanisme de refroidissement est efficace pour un désaccord $\Delta > 0$; cette situation correspond à un chauffage Doppler.⁴⁷ Notons également que les transitions $1 \rightarrow 1$ et $1 \rightarrow 0$ sont un peu particulières. En effet, dans ce cas toutes les nappes de potentiel sont *plates* et il n'y a pas de refroidissement « Sisyphé » dans le contexte de la configuration $lin \perp lin$.

L'accumulation d'atomes dans l'état « noir » de la transition $1 \rightarrow 1$, en combinant un mécanisme de type « Sisyphé » et le mécanisme VSCPT a été discutée pour la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ dans la Réf. [126] et pour la configuration $lin - \theta - lin$ (deux faisceaux contra-propageants ayant des polarisations linéaires qui font entre elles un angle $\theta \neq 90^\circ$) dans les Refs. [127, 128, 129]. Ce type de refroidissement devrait se révéler très efficace, car la phase de pré-refroidissement associée à l'effet « Sisyphé » pourrait augmenter considérablement le remplissage des états « noirs », notamment à deux et trois dimensions.⁴⁸

iii) Les mélasses grises $J \rightarrow J$

La Fig. III.32 représente la variation de la température en fonction du déplacement lumineux total $\hbar\Delta' = \hbar\Delta s_0$, dans le cas des mélasses grises 1D $J_g = J \rightarrow J_e = J$, pour $J = 2, 3, 4$. Ces courbes ont été calculées en utilisant le modèle quantique des bandes. Le cas de la transition $1 \rightarrow 1$ n'a pas été représenté. Nous savons que, dans ce cas, le refroidissement de type VSCPT conduit à des températures sub-recul qui ne varient pas avec la valeur absolue ou le signe du déplacement lumineux [113].

Nous remarquons que la variation de la température est du même type que dans le cas du refroidissement « Sisyphé » habituel (existence d'un seuil de refroidissement et comportement linéaire pour les valeurs élevées de $\hbar\Delta'$). Néanmoins, une différence fondamentale avec le cas des réseaux brillants est que les températures obtenues sont maintenant sensiblement plus basses (on pourra comparer à la Fig. II.5, p. 111). Il en est de même pour les valeurs des pentes obtenues dans le régime linéaire. Incidemment, nous pouvons remarquer que la température minimale est obtenue pour la transition $2 \rightarrow 2$ et correspond à une impulsion quadratique moyenne d'environ $2,5 \hbar k$.

46. Naturellement, dans le cas d'un désaccord rouge, l'atome est, au contraire, accéléré.

47. Comme il a été mentionné au chapitre précédent, le régime Doppler (correspondant à l'ordre zéro du développement des équations en kv/Γ) n'est pas pris en compte dans notre traitement.

48. Noter qu'à 2D et 3D, le pré-refroidissement « Sisyphé » est automatique.

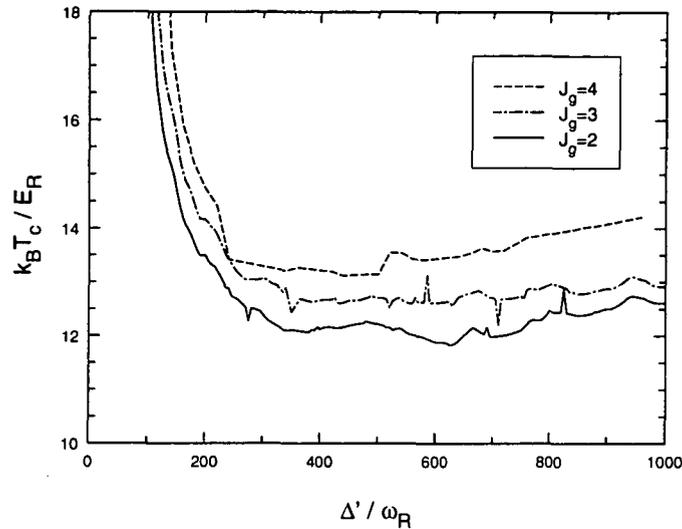


FIG. III.32 - Variation de la température avec le déplacement lumineux pour les mélasses grises $lin \perp lin$. Cas des transitions atomiques $J \rightarrow J$, avec $J = 2, 3, 4$. La dépendance de la température en $\hbar\Delta'$ est typique d'un refroidissement « Sisyphus ». Les températures obtenues sont considérablement plus basses que celles des réseaux brillants.

iv) Les mélasses grises $J \rightarrow J - 1$

La Fig. III.33 représente la variation de la température en fonction du déplacement lumineux total $\hbar\Delta'$, dans le cas des mélasses grises $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$, pour $J = 3, 4, 5$. Ces courbes ont été calculées en utilisant le modèle quantique des bandes. Nous n'avons pas représenté les cas des transitions $1 \rightarrow 0$ et $2 \rightarrow 1$. Dans ces cas, le mécanisme de refroidissement VSCPT permet d'obtenir des températures sub-recul. Toutefois, la transition $2 \rightarrow 1$ est assez intéressante, puisqu'elle devrait permettre de combiner le refroidissement « Sisyphus » (à condition de choisir un désaccord bleu) et le mécanisme VSCPT, pour la configuration laser $lin \perp lin$, de façon tout à fait analogue au cas de la transition $1 \rightarrow 1$ pour d'autres configurations laser [126, 127, 128, 129].

Une autre caractéristique importante des mélasses grises $J \rightarrow J - 1$ est l'existence de deux nappes non couplées à la lumière, appartenant à des familles η différentes. En régime stationnaire, la partie la plus importante de la population atomique est distribuée parmi ces deux nappes. Malgré le fait que l'une des deux nappes est majoritairement peuplée,⁴⁹ le taux d'occupation stationnaire de l'autre nappe non couplée reste appréciable.

La figure III.33 illustre une variation de la température avec le déplacement lumineux très similaire à celle obtenue pour les mélasses $J \rightarrow J$ (cf. Fig. III.32). Incidemment, notons que la température minimale T_{min} obtenue pour la transition $3 \rightarrow 2$, correspond à une impulsion quadratique moyenne d'environ $2,1 \hbar k$. Cette

49. Il se trouve que la nappe la plus peuplée est systématiquement celle qui appartient à la famille possédant la dégénérescence la plus faible.

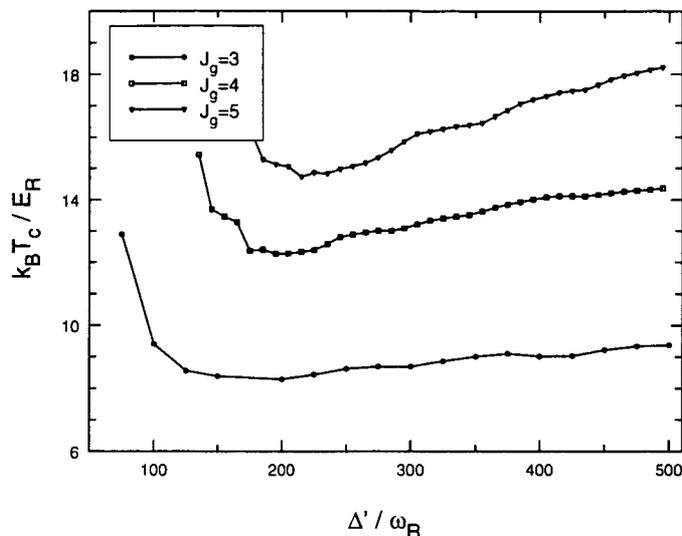


FIG. III.33 - Variation de la température avec le déplacement lumineux pour les mélasses grises $lin \perp lin$. Cas des transitions atomiques $J \rightarrow J - 1$, avec $J = 3, 4, 5$. La dépendance de la température en $\hbar \Delta'$ est typique d'un refroidissement « Sisyphus ». Les températures obtenues sont sensiblement plus basses que celles des réseaux brillants.

valeur de T_{min} est du même ordre de grandeur que la température minimale mesurée récemment dans une mélasse grise 3D à six faisceaux réalisée sur la transition $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2$ du césium par D. BOIRON *et al.* [124].

III.3.b Etude numérique du magnétisme des réseaux gris

Lorsqu'un faible champ magnétique statique longitudinal est appliqué sur une mélasse grise $lin \perp lin$, les énergies des nappes non couplées acquièrent une modulation spatiale, grâce à l'effet Zeeman: le champ magnétique déplace de manière opposée les sites de polarisation σ^+ et les sites de polarisation σ^- . Il en résulte une création de puits de potentiel, au voisinage des sites correspondant à l'une des composantes de polarisation circulaire.⁵⁰ Dans ce cas, nous parlons de *réseau gris*, puisque l'on s'attend à une localisation atomique au sein de ces puits de potentiel [43].

Pour fixer les idées, et sans perte de généralité, nous considérons le cas où le champ magnétique est positif et le déplacement Zeeman est de signe opposé.⁵¹ Dans ce contexte, pour un champ magnétique positif, des puits de potentiel se forment autour des sites polarisés σ^+ , où l'état non couplé coïncide avec le sous-niveau Zeeman $m_z = J_g$. A titre d'exemple, nous avons tracé sur les Figs. III.34 et III.35 le potentiel optique en présence d'un faible champ magnétique respectivement dans le cas des transitions $J_g = 2 \rightarrow J_e = 2$ et $J_g = 2 \rightarrow J_e = 1$. Nous avons également

50. La nature de la polarisation σ^+ ou σ^- au fond des puits de potentiel dépend, bien entendu, du signe du déplacement Zeeman.

51. Il s'agit de la même convention que nous avons adoptée dans le cas des réseaux brillants.

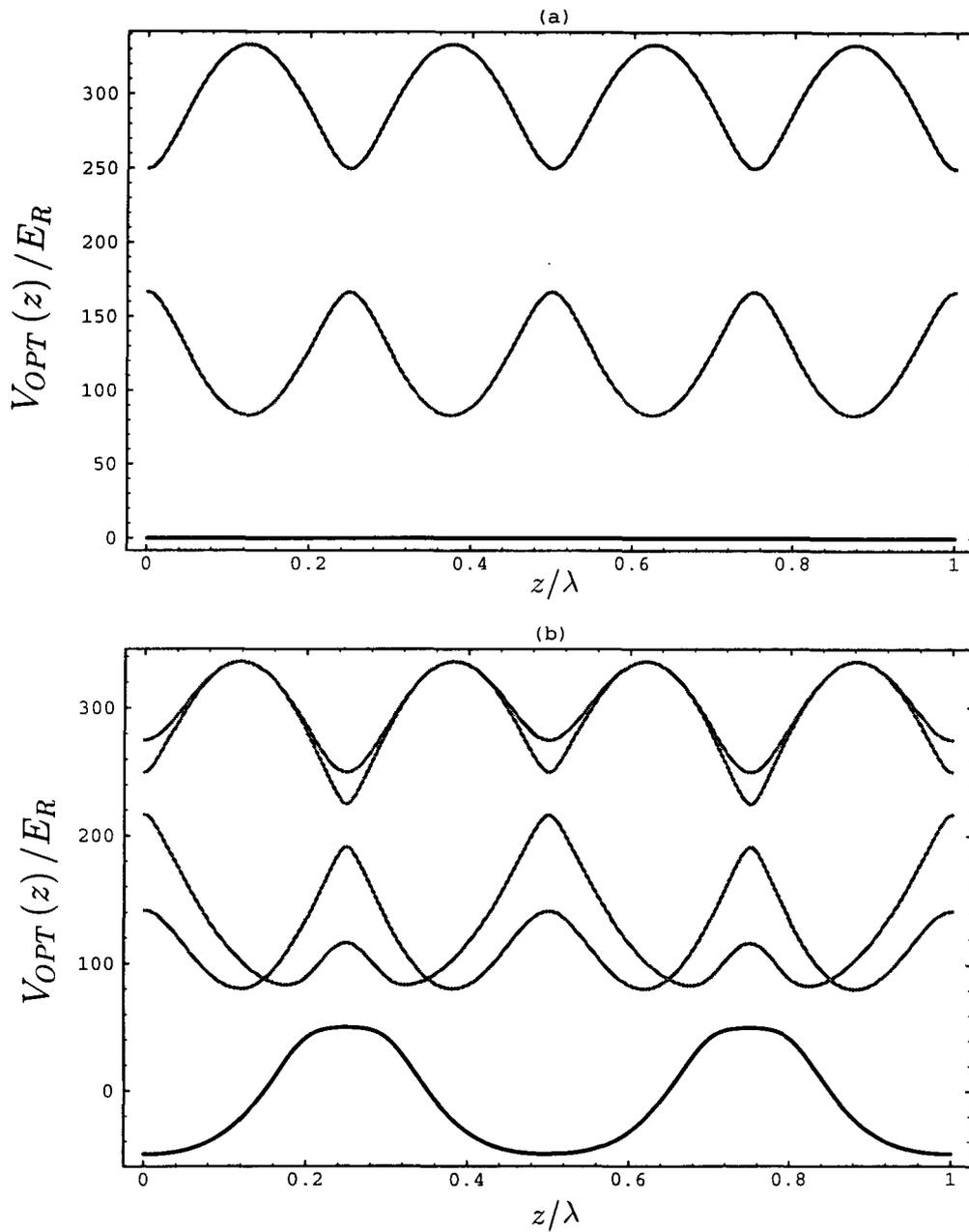


FIG. III.34 - Potentiel optique dans le cas des réseaux gris à faible champ magnétique. Cas de la transition $2 \rightarrow 2$. (a) Potentiel à champ magnétique nul. Il existe une nappe de potentiel non couplée à la lumière (nappe en trait foncé). (b) Champ magnétique faible. Des puits de potentiel se forment autour des sites de polarisation σ^+ (pour un déplacement Zeeman négatif). La forme des puits de potentiel est approximativement carrée dans ce régime [43]. La figure correspond à $\hbar\Delta' = 500 E_R$ et $\hbar|\Omega_B| = 100 E_R$.

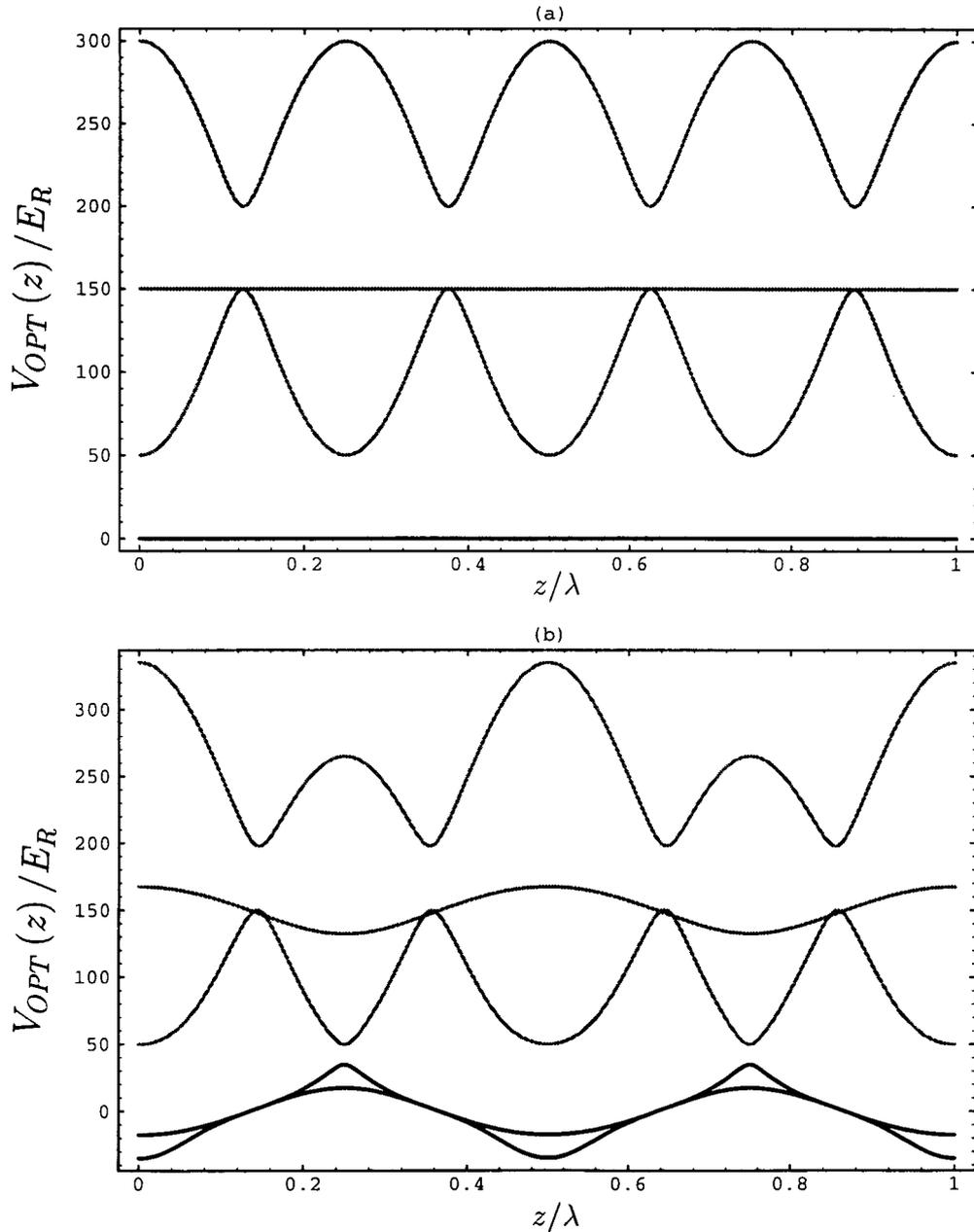


FIG. III.35 - Potentiel optique des réseaux gris lin \perp lin 1D. Cas de la transition $2 \rightarrow 1$. (a) Potentiel à champ magnétique nul. Il existe deux nappes de potentiel non couplées à la lumière. (b) Champ magnétique faible. Des puits de potentiel se forment autour des sites de polarisation σ^+ (pour un déplacement Zeeman négatif). Les deux nappes non couplées sont représentées par des traits foncés. La figure correspond à $\hbar\Delta' = 500 E_R$ et $\hbar|\Omega_B| = 70 E_R$.

porté sur ces figures le potentiel lumineux à champ magnétique nul. Ces figures permettent de mettre en évidence une nette différence entre le cas des réseaux gris et celui des réseaux brillants, que nous avons étudié précédemment. Dans le cas présent, les puits de potentiel de la nappe de potentiel inférieure sont associés à une seule composante de polarisation circulaire de la lumière. De plus, à faible champ magnétique, la forme des puits est assez différente de la forme obtenue pour les réseaux brillants. Par exemple, dans le cas des transitions $J_g \rightarrow J_e = J_g$ (Fig. III.34), étudié dans la Réf. [43], les puits de potentiel possèdent une forme de type carré. Par contre, pour $J_e = J_g - 1$, les puits possèdent une forme pratiquement triangulaire. En particulier, dans ce dernier cas, représenté sur la Fig. III.35, les deux nappes non couplées possèdent des puits de potentiel aux mêmes sites de polarisation circulaire.

Naturellement, lorsque l'amplitude du champ magnétique est modifiée, la structure des nappes de potentiel du réseau est altérée de façon drastique. Nous étudions maintenant cette dépendance en Ω_B , afin de déterminer les propriétés magnétiques des réseaux gris. Le magnétisme est étudié dans le cadre de l'approximation séculaire, par le modèle des bandes pour différentes transitions atomiques. Les caractéristiques et les prédictions du modèle unidimensionnel sont ensuite comparées à une expérience 3D effectuée récemment dans notre laboratoire.

i) Température et magnétisation

De la même façon que pour les réseaux brillants, il est nécessaire de préciser les limites entre les différents régimes de champ magnétique, afin de pouvoir examiner séparément ces régimes. Dans ce qui suit, nous désignons par régime de champ faible, le régime de champ magnétique correspondant à la situation où les nappes de potentiel *non couplées* sont bien séparées des autres courbes de potentiel. L'étendue typique de ce régime correspond à des déplacements Zeeman compris entre 0 et Ω_l , Ω_l étant la valeur de $|\Omega_B|$ pour laquelle a lieu le premier croisement entre une nappe de potentiel non couplée et une courbe de potentiel associée à un état couplé. De façon analogue, le régime de champ magnétique fort correspond à la situation où les nappes de potentiel associées aux différents sous-niveaux Zeeman sont bien séparées. Typiquement, ce régime correspond aux valeurs du déplacement Zeeman qui vérifient $\Omega_h < |\Omega_B|$, où Ω_h est la dernière valeur de Ω_B pour laquelle un croisement entre deux courbes de potentiel a lieu. Nous distinguons par conséquent les trois régimes suivants :

- a) $0 \leq |\Omega_B| < \Omega_l$ (régime de champ faible) ;
- b) $\Omega_l \leq |\Omega_B| \leq \Omega_h$ (régime de champ intermédiaire) ;
- c) $\Omega_h < |\Omega_B|$ (régime de champ fort).

Nous avons représenté sur la Fig. III.36 deux résultats typiques de variation de la température cinétique en fonction du champ magnétique. Ces courbes sont relatives aux réseaux gris $J_g \rightarrow J_e = J_g$ [Fig. III.36(a)] et $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ [Fig. III.36(b)], dans le cas particulier où $J_g = 2$. La figure permet de voir que la

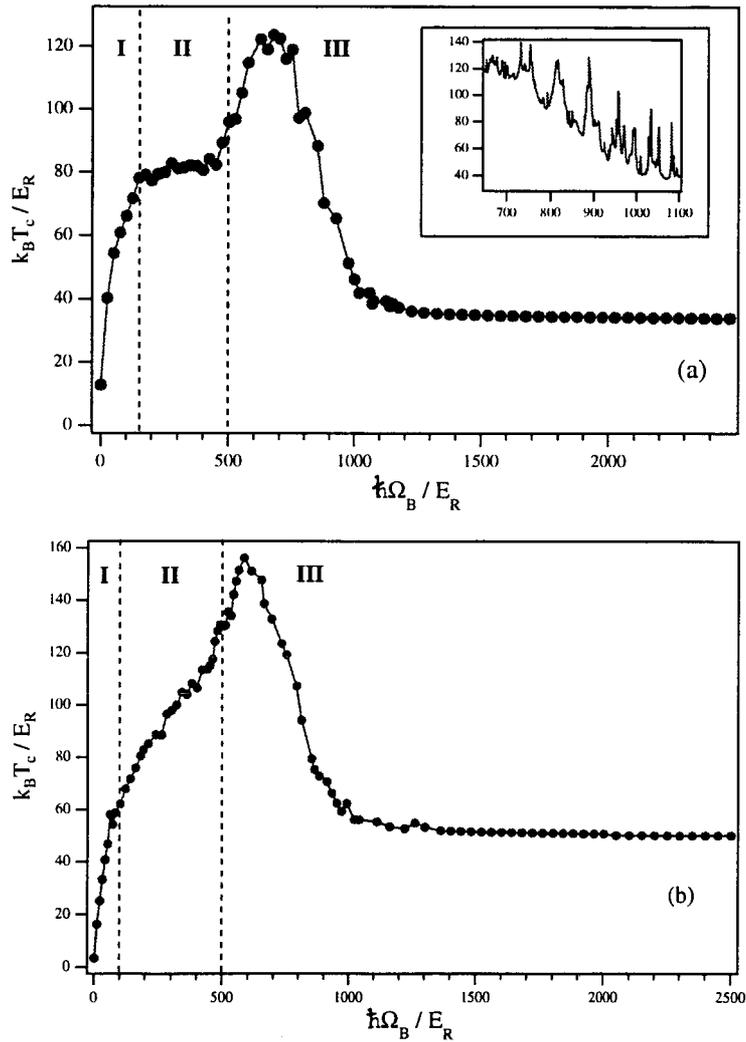


FIG. III.36 - Dépendance de la température des réseaux gris $1D$ en champ magnétique, pour les transitions atomiques $J_g = 2 \rightarrow J_e = 2$ (a) et $J_g = 2 \rightarrow J_e = 1$ (b). Le déplacement lumineux correspond à $\hbar\Delta' = 500 E_R$. Le déplacement Zeeman total $\hbar\Omega_B$ est donné en unités de recul). Les régions I et III correspondent respectivement aux régimes de champ faible et de champ fort, où les deux courbes montrent des variations similaires de la température en fonction de Ω_B pour les deux transitions. En revanche, des comportements différents sont obtenus dans le régime des champs intermédiaires. La figure insérée dans (a) montre la variation résonnante de la température en début de champ fort.

température cinétique possède la même dépendance qualitative en champ magnétique, indépendamment de la transition atomique et du nombre d'états non couplés. Cette dépendance qui a été observée pour toutes les transitions atomiques que nous avons considérées,⁵² présente les caractéristiques suivantes :

- une augmentation rapide de température dans le régime de champ faible (*i.e.* la région I de la figure III.36) ;
- une augmentation plus graduelle de température dans le régime des champs intermédiaires (région II) ;
- une augmentation, suivie d'une diminution de température jusqu'à une valeur asymptotique dans le régime de fort champ magnétique (région III).

La variation de la température avec le champ magnétique est toujours la même dans les régimes de champ faible et de champ fort, indépendamment de la transition atomique. C'est uniquement dans le régime des valeurs intermédiaires du champ magnétique que différents types de variation de la température sont observés. On trouve, par exemple, un plateau dans le cas de la Fig. III.36(a) et un chauffage important dans le cas de la Fig. III.36(b). L'origine de ces comportements différents tient au fait que la région II, définie précédemment, correspond à une situation dans laquelle il existe une multitude d'anticroisements entre les différentes nappes de potentiel. Le nombre de ces anticroisements énergétiques, ainsi que leur position dans l'espace, dépendent de la transition atomique (et de la valeur de Ω_B), ce qui explique le fait qu'il n'y ait pas de variation universelle pour $\Omega_l \leq |\Omega_B| \leq \Omega_h$. Il est également remarquable de noter que les courbes de température de la Fig. III.36 sont en très bon accord avec celles observées par Christine TRICHÉ *et al.* dans une expérience récente à 3D réalisée dans notre laboratoire [45]. Nous discutons cet accord un peu plus en détail dans le § III.3.b.iii ci-après.

Pour étudier le magnétisme des réseaux gris, nous devons également connaître la variation de la magnétisation moyenne du réseau en fonction du champ magnétique longitudinal. La dépendance en Ω_B de l'orientation moyenne $\langle J_z \rangle / \hbar$ du réseau représentée sur la Fig. III.37 pour les transitions $J_g = 2 \rightarrow J_e = 2$ [Fig. III.37(a)] et $J_g = 2 \rightarrow J_e = 1$ [Fig. III.37(b)], est également commune dans les régimes de champ faible et de champ fort. De plus, la comparaison des Figs. III.37 et III.36 montre que la magnétisation possède essentiellement le même comportement que la température cinétique. Partant d'une valeur initialement nulle, en l'absence de champ magnétique, $\langle J_z \rangle / \hbar$ croît d'abord avec le champ magnétique, atteint une valeur maximale dans le régime intermédiaire (région II), puis décroît de nouveau vers zéro (valeur asymptotique) dans le régime de fort champ magnétique (région III). En d'autres termes, le réseau se comporte comme un milieu *paramagnétique* ou « *antiparamagnétique* » suivant l'amplitude du champ magnétique.

52. Nous avons effectué des calculs numériques pour les transitions atomiques $J_g = J \rightarrow J_e = J$ avec $1 \leq J_g \leq 4$ et pour les transitions $J_g = J \rightarrow J_e = J - 1$ avec $2 \leq J_g \leq 5$. Etant donné que notre but ici est de décrire et d'interpréter le comportement typique des réseaux gris, nous éviterons d'étudier chaque transition atomique séparément.

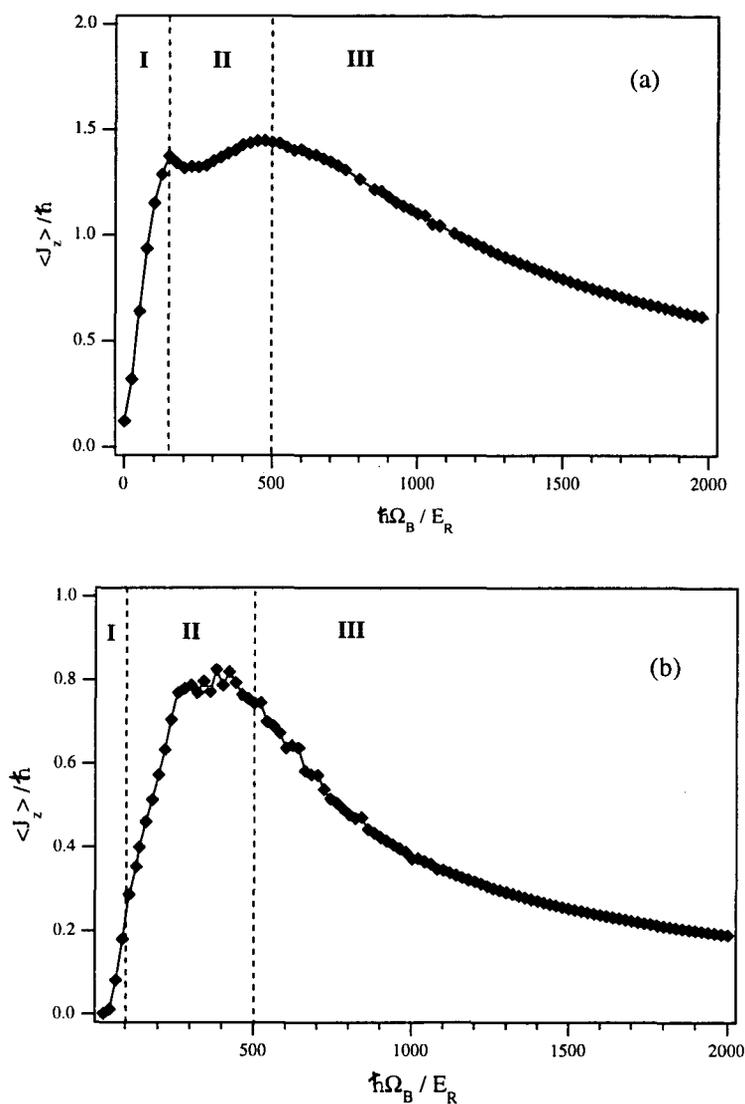


FIG. III.37 - Variation de la magnétisation moyenne des réseaux gris 1D, en fonction du champ magnétique (Le déplacement Zeeman total est en unités de recul) dans les cas des transitions $2 \rightarrow 2$ (a) et $2 \rightarrow 1$ (b). Le déplacement lumineux correspond à $\hbar\Delta' = 500 E_R$. La magnétisation augmente en valeur absolue avec Ω_B dans le régime des champs faibles (région I), indiquant un comportement paramagnétique du réseau, alors qu'un comportement « antiparamagnétique » du réseau est obtenu dans le régime des champs forts (région III). Ce comportement est obtenu pour toute transition atomique admettant des états non couplés.

Nous pouvons aussi remarquer l'existence de résonances sur les observables macroscopiques du réseau, similaire à celle obtenue pour les réseaux brillants, [voir p.ex. la figure insérée dans Fig. III.36(a)]. Ces résonances sont plus particulièrement prononcées en début du régime de champ fort ; toutefois, le bruit apparent sur les Figs. III.36 et III.37, lié à ces résonances, est nettement moins important dans le cas des réseaux gris que dans celui des réseaux brillants. Comme dans le cas des réseaux brillants, l'existence de ces résonances des populations stationnaires est essentiellement liée à l'approximation séculaire. Chaque résonance individuelle peut être interprétée en terme d'un anticroisement énergétique entre deux niveaux de bande du système, de la même façon que dans le § III.2.h. Afin de ne pas rendre le manuscrit inutilement long, nous ne reprendrons pas ici cette étude dans le contexte des réseaux gris.

ii) Discussion

Nous interprétons maintenant les résultats des Figs. III.36 et III.37. Le cas de champ magnétique nul a été considéré en détail au § III.3.a (p. 192). Dans ce cas, les températures obtenues sont très basses (Figs. III.32 et III.33) et la magnétisation totale est nulle pour des raisons de symétrie évidentes.

La situation est assez simple dans les deux régimes asymptotiques $|\Omega_B| < \Omega_l$ et $\Omega_B > \Omega_h$. Considérons, dans un premier temps, le régime de champ faible où la majorité d'atomes s'accumulent dans des états énergétiques associés aux nappes de potentiel inférieures, non couplées à la lumière. Lorsque le champ magnétique augmente à partir de zéro, des puits de potentiel de profondeur $\hbar |\Omega_B|$ se développent au voisinage des points où l'état non couplé coïncide avec le sous-niveau Zeeman $m_z = J_g$ et à l'intérieur desquels les atomes sont piégés et spatialement localisés. La magnétisation totale $\langle J_z \rangle / \hbar$ devient, en conséquence, positive.⁵³ Le fait que la magnétisation *augmente* avec le champ magnétique (comportement paramagnétique du réseau), et correspond éventuellement à une fraction significative de J_g [voir la Fig. III.37(a)], résulte de l'augmentation de population et de la localisation spatiale au sein des puits de potentiel.

Nous considérons ensuite le régime de champ fort, où la nappe de potentiel inférieure et la nappe de potentiel supérieure coïncident respectivement avec les sous-niveaux Zeeman $m_z = J_g$ et $m_z = -J_g$. Ces nappes possèdent des puits de potentiel alternés dans l'espace où les atomes ont tendance à se localiser. La situation semble donc tout à fait similaire à celle des réseaux brillants à fort champ magnétique (voir p.ex. Fig. III.4, p. 156). Pour vérifier ce point, nous avons calculé le taux de remplissage de chaque puits de potentiel à la limite des grandes valeurs de Ω_B . Pour les transitions de type $J_g \rightarrow J_e = J_g$, nous avons trouvé que la majorité d'atomes peuplent effectivement les puits de potentiel associés aux deux sous-niveaux Zeeman extrêmes. Dans le cas des transitions $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$, la situation est plus complexe et une fraction non négligeable d'atomes peuplent des potentiels associés à des sous-

⁵³. Nous considérons toujours, sans perte de généralité, le cas où le champ magnétique est positif et le déplacement Zeeman est négatif.

niveaux magnétiques autres que $|\pm J_g\rangle$ et $|\pm (J_g - 1)\rangle$ (voir le Tab. III.1). Dans tous

niveau m_z	Taux d'occupation	niveau m_z	Taux d'occupation
-2	0,41	-2	0,18
-1	0,03	-1	0,25
0	0,06	0	0,13
1	0,03	1	0,27
2	0,47	2	0,17

(a) Transition $2 \rightarrow 2$. (b) Transition $2 \rightarrow 1$.

TAB. III.1 - Taux d'occupation stationnaires des différentes nappes de potentiel dans le régime de champ fort ($\hbar\Omega_B = -10 \hbar\Delta'$). (a) Seuls les sous-niveaux magnétiques extrêmes sont peuplés de manière significative. (b) Tous les niveaux sont peuplés de façon significative ; il y a environ 50% de la population totale dans chacune des deux familles η .

les cas, la population des puits associés à des sous-niveaux magnétiques $|m_z\rangle$ opposés tend *asymptotiquement* vers la même valeur, car le pompage optique peuple le sous-niveau $|m_z\rangle$ aux endroits où la polarisation est σ^+ avec la même efficacité qu'il peuple le niveau $-|m_z\rangle$ aux endroits où la polarisation est σ^- . Par conséquent, $\langle J_z \rangle / \hbar$ tend vers zéro comme on peut le voir sur la Fig. III.37. Le comportement asymptotique de la température cinétique résulte du fait supplémentaire qu'à la limite $|\Omega_B| \gg \Delta'$, le mécanisme de refroidissement dû à l'effet « Sisyphé » dépend uniquement du déplacement lumineux Δ' et non du déplacement Zeeman Ω_B .⁵⁴ En fait, dans ce régime, mis à part le fait que le pompage optique de $m = J_g$ vers $m = -J_g$ peut nécessiter plusieurs cycles de pompage optique, les propriétés de base du réseau sont analogues à celles d'une mélasse optique basée sur la transition atomique $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{1}{2}$ [122]. En particulier, l'on s'attend à ce que la température asymptotique soit une fonction linéaire de Δ' , à la limite des grands Δ' . Cette propriété est illustrée sur la Fig. III.38(a) pour les transitions atomiques $J_g \rightarrow J_e = J_g$ avec $1 \leq J_g \leq 4$ et sur la Fig. III.38(b) pour les transitions atomiques $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ correspondant à des valeurs J_g du moment cinétique de l'état fondamental t.q. $2 \leq J_g \leq 5$. Dans ce régime, le refroidissement s'effectue grâce à un mécanisme « Sisyphé » analogue à celui des réseaux brillants (voir la discussion du § III.2.g.ii et la Fig. III.19, p. 176). On pourra, d'ailleurs, noter au passage que les températures asymptotiques des réseaux gris sont pratiquement du même ordre que les températures obtenues pour les réseaux brillants. Une caractéristique remarquable pour les transitions du type $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$, présentée sur cette figure, est que la température asymptotique est essentiellement indépendante de la transition atomique, alors que dans le cas d'une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g$ la pente de la partie linéaire diminue avec les valeurs de J_g croissantes.

Notons, enfin, que l'origine de la décroissance de la température en début du régime de champ magnétique fort (correspondant à un déplacement Zeeman supérieur

54. Comme précédemment, nous supposons que Ω_B et Δ' sont très inférieurs au désaccord Δ .

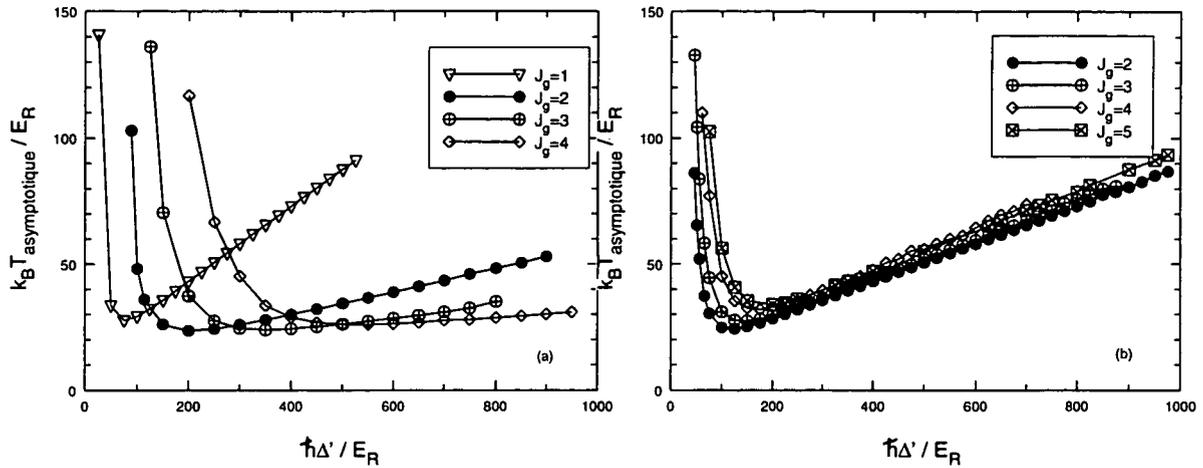


FIG. III.38 - Variation de la température asymptotique dans le régime de champ magnétique fort en fonction du déplacement lumineux $\hbar\Delta'$, pour différentes transitions atomiques : (a) $J_g \rightarrow J_e = J_g$ avec $1 \leq J_g \leq 4$; (b) $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ avec $2 \leq J_g \leq 5$. Le déplacement Zeeman correspond à $\hbar|\Omega_B| = 2000 E_R$. Dans ce régime, le refroidissement s'effectue grâce à un mécanisme « Sisyphes » analogue à celui des réseaux brillants (cf. Fig. III.19, p. 176). Une caractéristique remarquable est que la température asymptotique est essentiellement la même pour toutes les transitions du type $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ que nous avons calculées.

mais du même ordre que $\hbar\Omega_h$) est la même que dans le cas des réseaux brillants [voir la discussion en fin du § III.2.g.ii (p. 179)]. Dans ce régime, des puits de potentiel commencent à apparaître sur la nappe de potentiel supérieure, au voisinage des sites de polarisation σ^- . La fonction d'onde atomique interne au voisinage de ces sites est une combinaison linéaire des différents sous-niveaux Zeeman, avec une composante majoritaire sur l'état $m_z = -J_g$, mais également des composantes non négligeables sur les autres sous-niveaux magnétiques. Le taux de départ de ces puits par pompage optique demeure, en conséquence, assez significatif et donc leur population est relativement faible. Lorsque le champ magnétique augmente dans la région $|\Omega_B| > \Omega_h$, les taux de départ des puits de la nappe supérieure diminuent assez rapidement, étant donné que l'état atomique interne se recouvre de plus en plus avec l'état $m_z = -J_g$ en ces sites. Par conséquent, l'efficacité du mécanisme de refroidissement augmente.⁵⁵

iii) Comparaison avec une expérience à 3D

Malgré le bon accord qualitatif entre nos calculs sur les réseaux gris 1D et les observations expérimentales récentes [45], il est légitime de se demander dans quelle

55. Ce raisonnement est validé grâce au calcul des taux d'occupation (de manière analogue au Tab. III.1) montrant effectivement que la population relative de l'état $m_z = -J_g$ dans la nappe de potentiel supérieure augmente avec le champ magnétique dans la région $|\Omega_B| > \Omega_h$, mais reste néanmoins inférieure à celle de l'état $m = J_g$ dans la nappe de potentiel inférieure.

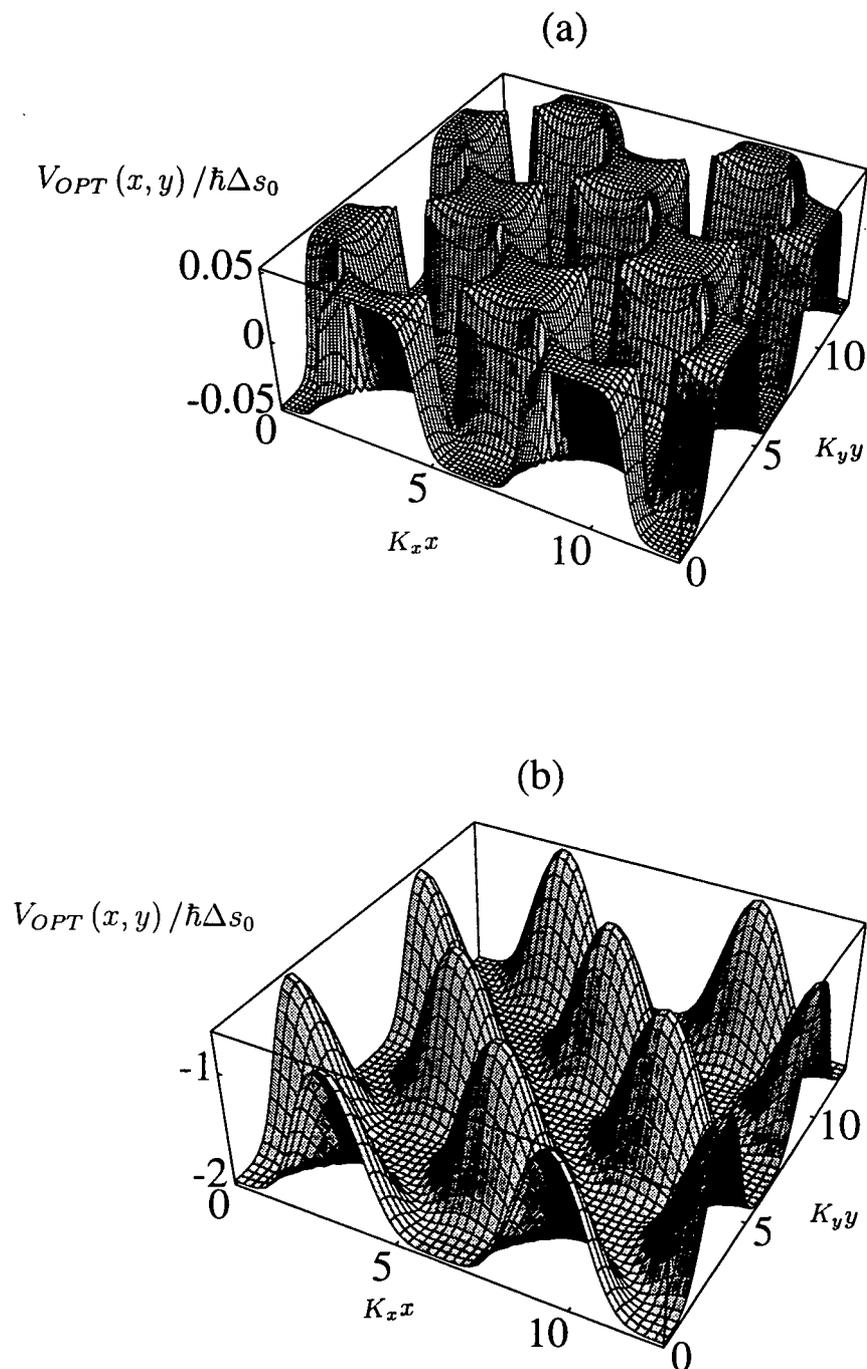


FIG. III.39 - Réseaux gris tridimensionnels. La section de la nappe de potentiel inférieure dans le plan xOy dans le cas de la transition $2 \rightarrow 2$ est donnée pour des déplacements Zeeman : (a) $\Omega_B = 0,1 \Delta'$ et (b) $\Omega_B = 4 \Delta'$. La configuration du champ lumineux est celle du tétraèdre « standard » prise pour des angles entre faisceaux $\theta_x = \theta_y = 40^\circ$. Dans le régime de faible champ magnétique, les vallées de potentiel sont très étroites, empêchant les atomes de s'échapper des sites de piégeage. En revanche, dans le régime de champ fort, les vallées de potentiel s'élargissent et le taux de « fuite » augmente.

mesure le modèle 1D que nous avons développé ici peut rendre correctement compte d'une situation expérimentale à 3D. Cette question est d'une importance particulière dans le cas des réseaux gris, où des différences significatives apparaissent dans la topographie du potentiel optique entre la configuration $lin \perp lin$ 1D et la géométrie tridimensionnelle en *tétraèdre*, ainsi qu'entre les transitions atomiques pour lesquelles $J_e = J_g$ et les transitions où $J_e = J_g - 1$. Nous examinons d'abord le cas d'une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g$ et discutons séparément les deux configurations en tétraèdre, où deux paires de faisceaux se propagent dans les deux plans orthogonaux xOz et yOz (voir § I.5.b.i et ii). Dans le cas d'un tétraèdre « standard », la polarisation des faisceaux est orthogonale aux plans de propagation et le champ total présente des lignes *diagonales* de polarisation circulaire constante dans le plan xOy [voir l'Eq. (I.66a), p. 59]. En présence d'un champ magnétique longitudinal, ces lignes sont par conséquent associées à des minima du potentiel optique et les atomes peuvent s'échapper d'un site de piégeage en suivant ces lignes. Il apparaît donc que la géométrie du tétraèdre « standard » diffère de la configuration $lin \perp lin$ 1D par le fait que le réseau 1D de *puits* de potentiel a été remplacée par une grille de *lignes* « *attractives* », le long desquelles l'état atomique interne coïncide avec l'un des états propres $m_z = \pm J_g$. Cependant, à la limite des valeurs faibles de Ω_B , où les vallées de potentiel dans le plan xOy , associées à ces états, sont extrêmement étroites [Fig. III.39(a)], on peut considérer que les atomes localisés dans des sites de piégeage subissent pratiquement un *confinement tridimensionnel*. Dans ce régime, on s'attend donc à ce que la dépendance de la température en champ magnétique soit typiquement la même que dans les réseaux gris 1D $lin \perp lin$. Lorsque le champ magnétique augmente, les vallées de potentiel s'élargissent et la probabilité pour qu'un atome s'échappe devient ainsi plus importante [Fig. III.39(b)]. En fait, ce phénomène ne devrait *a priori* pas conduire à des différences significatives dans la température du réseau, grâce aux processus de pompage optique subis par les atomes libres selon les diagonales, du fait de l'extension transverse finie de leurs fonctions d'onde.⁵⁶ Par conséquent, il est très probable que les mécanismes responsables de l'augmentation et de la diminution de la température atomique, décrits au paragraphe précédent, soient toujours pertinents dans cette géométrie 3D.

Considérons maintenant la situation où les faisceaux incidents sont polarisés linéairement dans leurs plans de propagation respectifs (configuration en tétraèdre « tourné »). Dans ce cas, le champ électrique total possède une composante de polarisation π non nulle et spatialement modulée [cf. Eq. (I.71b), p. 64]. Cette composante du champ provoque une modulation du potentiel optique dans toutes les directions. En particulier, la nappe de potentiel inférieure dans le plan xOy possède des véritables puits de potentiel, qui devraient fournir un confinement atomique 3D important [voir Fig. III.40(a)] sur une large plage de valeurs du champ magnétique. La forte analogie entre cette configuration et la configuration $lin \perp lin$ 1D, discutée dans les paragraphes précédents, suggère que ces deux configurations possèdent les

56. Ce mécanisme de refroidissement a lieu essentiellement entre la nappe de potentiel inférieure et la nappe de potentiel supérieure, cette dernière étant spatialement modulée le long de ces directions.

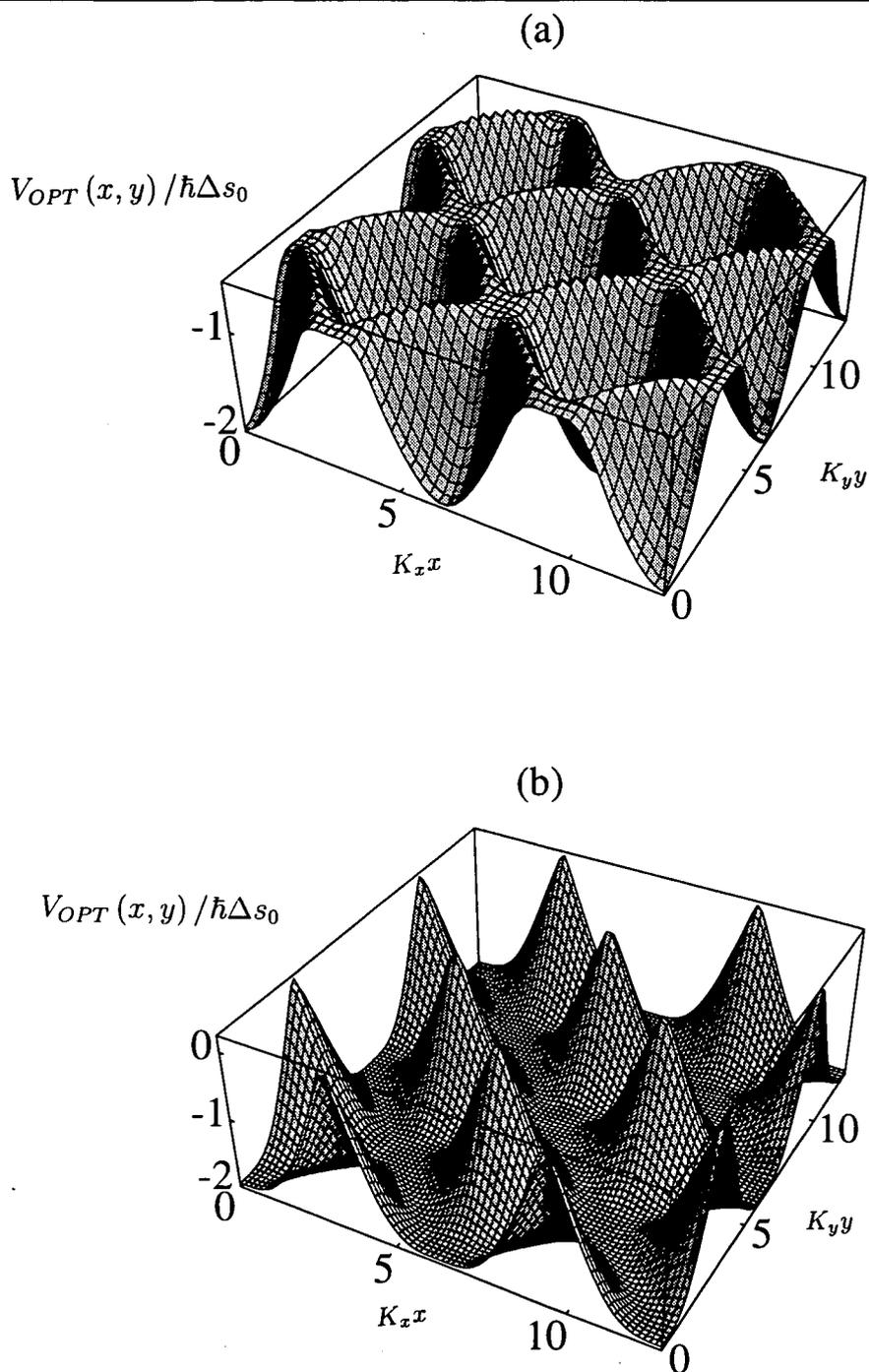


FIG. III.40 - Réseaux gris tridimensionnels : section de la nappe de potentiel inférieure dans le plan xOy pour $\Omega_B = 4 \Delta'$ et $\theta_x = \theta_y = 40^\circ$. La configuration du champ lumineux est celle du tétraèdre « tourné ». Cette configuration conduit à une composante de polarisation π non nulle. (a) Cas de la transition $2 \rightarrow 2$; la composante π de la lumière empêche la formation de lignes « attractives » et conduit à des puits de potentiel profonds, qui devraient fournir une forte localisation atomique. (b) Cas de la transition $2 \rightarrow 1$; la topographie du potentiel optique est similaire à celle présentée sur la Fig. III.39(b).

mêmes propriétés physiques de base.

Nous discutons, enfin, le cas d'une transition atomique $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ dans le cadre des deux configurations du champ lumineux en tétraèdre. Dans le cas où les faisceaux incidents possèdent des polarisations orthogonales à leurs plans de propagation respectifs (tétraèdre « standard »), la surface de potentiel inférieure exhibe essentiellement la même topographie que dans le cas d'une transition $J_g \rightarrow J_e = J_g$; par conséquent, un comportement physique similaire est attendu pour les deux situations. L'absence de véritables puits de potentiel est aussi trouvée dans le cas de la configuration du tétraèdre « tourné » [Fig. III.40(b)]. Ceci est dû au fait que les transitions du type $J_g \rightarrow J_e = J_g - 1$ admettent un ensemble de lignes « attractives » insensibles à la composante π de la polarisation lumineuse.

III.3.c Domaine de validité de l'approche semi-classique

L'étude des réseaux gris a révélé que les températures obtenues sont nettement inférieures à celles des réseaux brillants. C'est en particulier le cas à champ magnétique nul, car les mélasses grises conduisent à des impulsions atomiques de l'ordre de $\hbar k$. Il est clair que dans ce régime, le développement des équations fondamentales en puissances de $\hbar k / \bar{p}$, requis pour procéder à un traitement semi-classique, perd sa validité et les degrés de liberté associés au centre de masse atomique doivent être quantifiés.

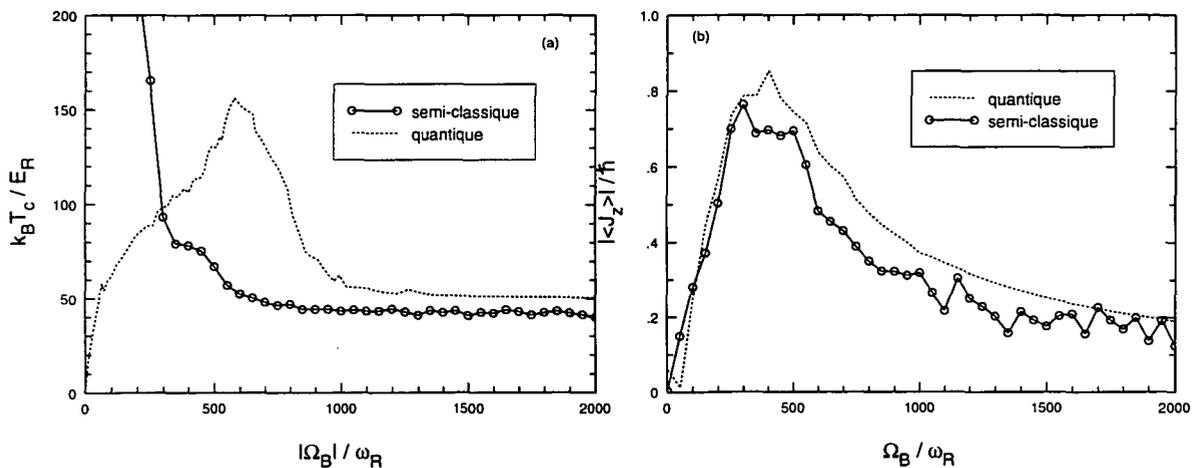


FIG. III.41 - Recherche du domaine de validité de l'approche semi-classique : (a) Température et (b) magnétisation moyenne du réseau dans le cas de la transition $2 \rightarrow 1$. Le calcul est effectué par une simulation de Monte-Carlo semi-classique, tenant compte de toutes les nappes de potentiel adiabatiques, sur un échantillon de 1000 atomes pour un déplacement lumineux $\hbar\Delta' = 500 E_R$ et un désaccord laser $\Delta = 10 \Gamma$. En traits pointillés, nous avons porté les résultats obtenus par le modèle quantique des bandes. Un bon accord est observé dans le régime de champ magnétique fort.

Concernant les réseaux brillants, nous avons montré que l'approche semi-classique est valable dans les régimes de champ magnétique faible et de champ fort, où la

contribution du couplage motionnel au mécanisme de refroidissement est moins sensible que dans le régime des champs intermédiaires. On s'attend donc, *a priori*, à ce que l'approche reste valable pour les réseaux gris dans le régime des champs forts, où le mécanisme de refroidissement est assez similaire à celui des réseaux brillants. Afin de connaître de façon plus précise le domaine de validité de l'approche semi-classique, nous avons représenté sur la Fig. III.41, la variation de la température et de la magnétisation moyenne obtenues en utilisant une simulation de Monte-Carlo semi-classique dans le cadre de l'approximation adiabatique, pour la transition $2 \rightarrow 1$. Nous observons effectivement un bon accord entre les deux approches dans le régime asymptotique. Notons enfin que cet accord a également été vérifié sur des transitions atomiques du type $J \rightarrow J$.

Ces considérations permettent de valider l'image semi-classique que l'on s'est faite du refroidissement dans le régime asymptotique de fort champ magnétique. Elles montrent, par ailleurs, que la situation est similaire pour les réseaux brillants et les réseaux gris dans le régime « antiparamagnétique ». Cela explique la parenté des propriétés physiques observée entre ces deux classes de réseaux dans ce régime.

III.4 Conclusion

Il a été question, au cours de ce chapitre, du comportement magnétique des réseaux optiques. Nous avons montré, en particulier, que le caractère magnétique de ces structures, qui conservent le caractère de milieu dilué, est dû au magnétisme des constituants élémentaires du système. Plus précisément, il a été montré que les réseaux brillants présentent un comportement paramagnétique à faible champ magnétique et un comportement « antiparamagnétique » à fort champ magnétique. Une étude analogue pour les réseaux *gris* a permis de mettre en évidence des propriétés magnétiques assez similaires à celles des réseaux brillants. Néanmoins, les interprétations physiques sont assez différentes dans ce cas et les températures atomiques obtenues sont généralement beaucoup plus basses.

En définitive, nous pouvons retenir de cette partie l'existence d'un comportement magnétique universel pour les réseaux optiques 1D. Le paramagnétisme à faible champ magnétique, ainsi que l'« antiparamagnétisme » à fort champ magnétique sont généralement bien décrits dans le cadre de l'approximation adiabatique, à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo semi-classique. En revanche, pour les valeurs intermédiaires du champ magnétique, la température et la magnétisation du réseau suivent des variations complexes dépendant, en particulier, de la transition atomique considérée. Ce régime est caractérisé par une baisse d'efficacité du mécanisme de refroidissement et par une probabilité importante de transitions non-adiabatiques parmi les différentes nappes du potentiel optique par couplage motionnel. De ce fait, le modèle quantique des bandes est plus approprié dans ce régime.

Compte tenu de la similarité existant entre le potentiel de la configuration $lin \perp lin$ 1D et celui des différentes généralisations à 2D et à 3D que nous avons présentées au Chap. I, le comportement magnétique général des réseaux multidimensionnels

mensionnels peut être assez bien décrit à l'aide des modèles unidimensionnels. Ceci a, par ailleurs, été vérifié expérimentalement par notre équipe, grâce aux différentes expériences réalisées avec des atomes de césium pour les configurations en tétraèdre à quatre faisceaux et cela aussi bien dans le cadre des réseaux brillants que dans celui des réseaux gris.

On pourrait, enfin, s'interroger sur la possibilité de la manifestation de phénomènes magnétiques collectifs dans les réseaux optiques, tels que l'observation d'un comportement de type *ferromagnétique*, c'est à dire l'apparition d'une magnétisation spontanée *liée aux interactions entre porteurs élémentaires de moment magnétique*. Nous avons vu au Chapitre I que dans un réseau optique polarisé l'ordre d'orientation des moments magnétiques élémentaires en l'absence de champ \mathbf{B}_0 est *imposé par la lumière*.⁵⁷ Par conséquent, pour pouvoir espérer observer la manifestation de phénomènes magnétiques coopératifs, il faudrait augmenter les taux de remplissage actuels des réseaux de façon significative. Parce qu'ils piègent les atomes au sein de sites non couplés à la lumière, où les interactions *via* la lumière sont minimales, les réseaux gris semblent *a priori* être mieux adaptés pour l'exploration de ce type de phénomènes.

Dans le Chapitre IV, nous allons étudier plus en détail les propriétés physiques d'un réseau optique gris bidimensionnel particulier. Ce réseau est original dans le sens où il exhibe un potentiel optique formé de « pics répulsifs » qui n'a pas d'analogue unidimensionnel. Nous allons en particulier mettre l'accent sur la nature du mouvement atomique, ainsi que sur la possibilité de l'étude expérimentale de ce mouvement par le moyen de spectroscopie pompe-sonde.

57. Dans ce contexte, nous avons, d'ailleurs, parlé d'ordre ferromagnétique ou antiferromagnétique dans les réseaux optiques.

COMPLÉMENT AIII :

SPECTROSCOPIE RAMAN STIMULÉE D'UN RESEAU OPTIQUE 1D

DANS CE COMPLÉMENT, nous présentons la méthode utilisée pour le calcul de spectres de transmission d'une onde sonde légèrement désaccordée par rapport aux ondes pompes qui engendrent le réseau. Nous envisageons uniquement le calcul de la partie vibrationnelle du spectre, c'est à dire de la partie qui correspond à la diffusion Raman stimulée. Cette méthode de calcul a été utilisée dans le § III.2.d.ii, p. 158 pour la détermination des spectres Raman en présence de champ magnétique. Les cas de spectroscopie Raman et Rayleigh stimulée des mélasse optiques unidimensionnelles ont été étudiées en détail par Jean-Yves COURTOIS. En particulier, un formalisme général pour traiter les problèmes de spectroscopie pompe-sonde de ces milieux a été mis en œuvre [27]. Cette méthode consiste en une résolution perturbative de l'équation de pompage optique, modifiée par la présence d'une sonde et permet de tenir compte de toutes les interactions non-linéaires entre le faisceau sonde et le réseau optique.

Considérons le réseau optique unidimensionnel qui résulte de la configuration lin_lin du champ électrique et supposons que ce réseau est éclairé par une onde sonde, de faible intensité, de fréquence ω_p , ayant une direction de propagation \mathbf{k}_p parallèle à l'une des ondes engendrant le réseau (onde pompe) et une polarisation décrite par le vecteur $\boldsymbol{\epsilon}_p$. Lorsque la fréquence ω_p est balayée autour de la fréquence ω_L des ondes qui engendrent le réseau, le signal de transmission de la sonde présente des résonances en absorption ou en amplification, lorsque le désaccord pompe-sonde $\delta = \omega_p - \omega_L$ est proche d'une valeur correspondant à un multiple entier de la fréquence de vibration Ω_v des atomes au sein des puits de potentiel. Ces résonances peuvent être interprétées en termes de diffusion Raman stimulée de l'onde sonde, impliquant deux niveaux discrets de vibration (Fig. AIII.1). Il existe deux types de processus susceptibles d'avoir lieu :

- Absorption d'un photon dans un mode pompe, suivi d'une émission dans le mode de la sonde. Ce type de processus est illustré sur la figure AIII.1(a) et conduit à une amplification de l'intensité de la sonde transmise. Au cours de ce processus, l'atome encaisse la différence d'énergie $\hbar\delta$ et passe à un niveau de vibration m supérieur au niveau initial n .

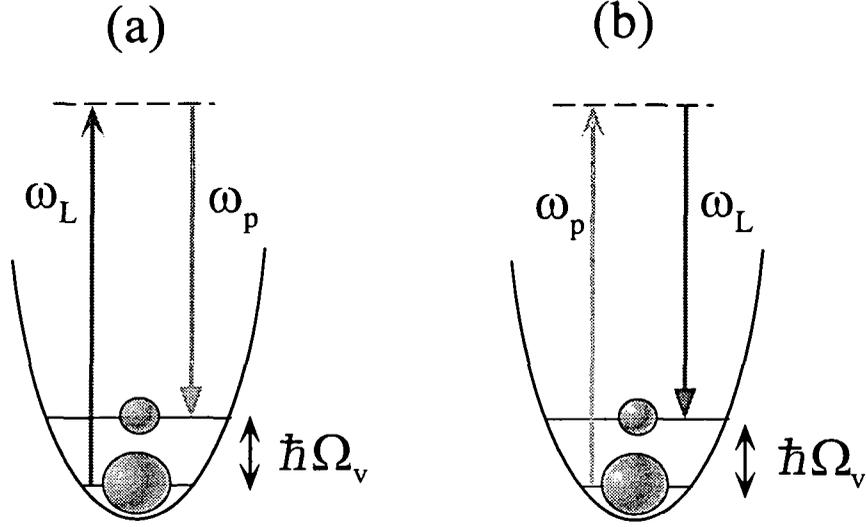


FIG. AIII.1 - Processus de diffusion Raman stimulée de l'onde sonde, impliquant deux niveaux de vibration discrets à l'intérieur d'un puits de potentiel. (a) Diffusion Raman Stokes conduisant à une amplification du faisceau sonde. (b) Diffusion Raman anti-Stokes conduisant à une absorption de la sonde.

- Absorption d'un photon dans le mode sonde, suivi d'une émission dans un mode pompe. Ce type de processus est illustré sur la figure AIII.1 (b) et conduit à une absorption de l'intensité transmise de la sonde. Au cours de ce processus, l'atome libère la différence d'énergie $\hbar\delta$ et passe à un niveau de vibration m inférieur au niveau initial n .

Dans les deux cas, l'efficacité du processus est proportionnelle à la différence de population entre les états initial et final. De façon plus quantitative, le gain Raman stimulé à la fréquence ω_p peut s'écrire [27] :

$$g_{m,n,q,\eta}(\delta) \simeq (\pi_{m,q,\eta} - \pi_{n,q,\eta}) \frac{NI_0 f(\delta) \omega_L D^4}{\Delta^2 8\varepsilon_0 c \hbar^3} |\langle \Psi_{n,q,\eta} | \hat{\rho} | \Psi_{m,q,\eta} \rangle|^2 \quad (\text{AIII.1})$$

où $\hat{\rho}$ est l'opérateur d'interaction non-linéaire à deux photons :

$$\hat{\rho} = [\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}_p] [\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon}_L(\mathbf{R})] e^{-i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{R}} \quad (\text{AIII.2})$$

et où $f(\delta)$ est une lorentzienne centrée autour de la fréquence $\delta_0 = (\mathcal{E}_{m,q,\eta} - \mathcal{E}_{n,q,\eta}) / \hbar \approx \Omega_v$ ayant une demi-largeur à mi-hauteur $\gamma_{n,q,\eta \rightarrow m,q,\eta}$.

$$f(\delta) = \frac{2\gamma_{n,q,\eta \rightarrow m,q,\eta}}{(\delta - \delta_0)^2 + \gamma_{n,q,\eta \rightarrow m,q,\eta}^2} \quad (\text{AIII.3})$$

La fonction $f(\delta)$ décrit en fait la densité d'états finals du système et fait intervenir les taux de relaxation élémentaires $\gamma_{n,q,\eta \rightarrow m,q,\eta}$ entre niveaux vibrationnels appartenant au même puits de potentiel [cf. Eq. (II.21), p. 103]. Notons que l'expression

(AIII.1) est directement proportionnelle au spectre de transmission de la sonde.¹ Par conséquent, il est possible d'obtenir le spectre en sommant sur les contributions élémentaires de tous les niveaux de vibration liés à l'intérieur d'un puits. Bien entendu, il n'est pas possible d'isoler deux niveaux de vibration particuliers dans ce calcul, car l'ensemble des niveaux vibrationnels sont susceptibles de donner lieu à un processus Raman stimulé. On s'attend donc à ce que l'allure d'une résonance (en absorption ou en amplification) diffère légèrement de celle d'une lorentzienne pure, après sommation sur les différentes contributions vibrationnelles. D'autre part, l'allure des raies vibrationnelles est peu sensible à la polarisation de la sonde (cf. [36]). La figure AIII.2 représente un spectre de vibration typique obtenu à l'aide de cette méthode. Sur ce spectre, nous observons deux résonances intenses au voisinage

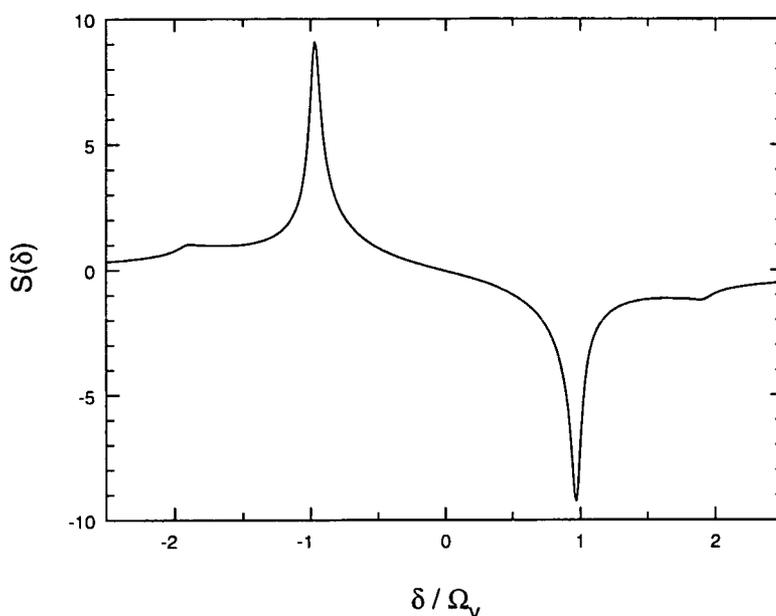


FIG. AIII.2 - Spectre Raman de vibration calculé à partir du modèle des bandes. Le spectre a été calculé en tenant compte des premiers 40 états de bande, pour une profondeur de puits donnée par $\hbar|\Delta'| = 500 E_R$, avec un désaccord à résonance $\Delta = -10 \Gamma$.

des valeurs $\delta = \pm\Omega_v$. Lorsque $\omega_p \approx \omega_L - \Omega_v$, la diffusion Raman conduit à une amplification résonnante du faisceau sonde et lorsque $\omega_p \approx \omega_L + \Omega_v$ la résonance correspond à une absorption de la sonde. Remarquons, par ailleurs, que du fait que les états de bande les plus bas en énergie sont également les plus peuplés et que les différences de population entre niveaux les plus importantes ont lieu pour ces états, leur contribution au spectre de vibration est majoritaire.² Par conséquent,

1. En toute rigueur, l'intensité transmise après une longueur de traversée du milieu égale à L est donnée par $I(L) = I_0 \exp(g_p L)$. Cependant, dans le cas d'un réseau optique, la faible densité atomique ainsi que la faible épaisseur du milieu permettent de linéariser cette expression, de sorte que le spectre de transmission soit directement proportionnel au gain g_p .

2. Il a été montré que l'amplitude des raies Raman varie en $\sqrt{I_0/\Delta}$ de sorte que les résonances vibrationnelles deviennent plus prononcées dans la limite des puits profonds.

dans le régime Lamb-Dicke, il y a une contribution « harmonique » des niveaux les plus bas assez importante au spectre de vibration. Toutefois, l'anharmonicité du potentiel optique se manifeste par la présence des structures larges au voisinage de $\delta = \pm 2\Omega_v$. Ces résonances sont beaucoup moins prononcées que les résonances principales et correspondent en fait à des transitions vibrationnelles entre états non immédiatement voisins. Dans la limite des puits de potentiel profonds, il se trouve que la contribution essentielle aux harmoniques est due aux états de bande assez excités [27, 37], pour lesquels l'anharmonicité du potentiel est non négligeable.

En conclusion, la spectroscopie Raman stimulée permet de sonder le mouvement vibrationnel des atomes à l'intérieur des puits de potentiel. Le spectre Raman comporte des résonances en amplification ou en absorption qui sont d'autant plus prononcées que les puits de potentiel sont profonds. La position de ces résonances vibrationnelles est proche de la valeur de la fréquence de vibration « harmonique », mais l'effet de l'anharmonicité du potentiel est également observable sur le spectre.

CHAPITRE IV

UN RÉSEAU D'ANTIPLOTS

De même encore, quand de fortes légions manœuvrent dans la plaine et y animent une image de la guerre, quand les cavaliers voltigent çà et là (...) que le pas puissant des guerriers fait résonner le sol et que leurs cris heurtant les collines font rebondir les voix jusqu'aux astres du ciel, -eh bien, il y a cependant au sommet des montagnes un point d'où tout ce spectacle a l'air d'une immobilité et ne fait qu'une tache éclatante dans la plaine.

LUCRÈCE (98-55 av. J.-C.)
(*De la Nature*)

UN SUJET DE RECHERCHE suscitant un grand intérêt, aussi bien en physique fondamentale des semiconducteurs qu'en ingénierie micro-électronique, est celui des structures quantiques de faible dimensionalité [130, 131]. Avec les techniques actuelles de fabrication de nanostructures périodiques dans les hétérojonctions entre semiconducteurs, il est aujourd'hui devenu possible de réaliser différents types de *super-réseaux latéraux* [132, 133].¹ Ainsi, des structures périodiques comportant des fils quantiques (systèmes de confinement électronique selon deux directions), des boîtes de potentiel (systèmes de confinement tridimensionnel), ou inversement des pics de potentiel répulsifs (*antiplots*) furent réalisées et étudiées expérimentalement au cours des dernières années [134, 135].

Ce dernier type de structure, consistant en une matrice périodique de centres diffuseurs macroscopiques, constitue en particulier un milieu où la nature du mouvement des porteurs de charge peut présenter une grande diversité. On parle ainsi de « billard de Sinaï électronique » [136], ou encore de « flipper à électrons » [137]. Les études du transport électronique, en présence d'un champ magnétique transverse, au sein de ce type de super-réseaux ont mis en évidence des propriétés physiques originales [135]. Elles ont, en particulier, révélé des phénomènes de comensurabilité intéressants [135, 136, 137] et un caractère chaotique du mouvement électronique [138].

Nous nous intéresserons, au cours de ce chapitre, à l'étude des propriétés physiques d'un réseau optique gris, dont le potentiel optique possède une topographie

1. La période spatiale de ces structures varie typiquement entre 100 nm et 1 μ m.

tout à fait similaire à celle des super-réseaux latéraux semiconducteurs d'antiplots.² Ce réseau optique est issu de la généralisation de la configuration $lin \perp lin$ à 3D, utilisant quatre faisceaux lasers disposés selon un tétraèdre « standard », désaccordés sur le bleu d'une transition atomique de type $J \rightarrow J$ ou $J \rightarrow J - 1$. Malgré la similitude du potentiel entre les deux situations, il existe une différence essentielle : dans le cas des hétérostructures semiconductrices, les particules évoluant au sein du potentiel périodique du réseau sont chargées, tandis que dans le cas des réseaux optiques, les atomes considérés sont neutres. En particulier, les trajectoires suivies peuvent être assez différentes dans les deux cas.

Nous débuterons en introduisant la situation étudiée et en précisant quelques caractéristiques du réseau. L'équation pilote décrivant le problème bidimensionnel sera présentée dans la Sec. IV.2. Afin de simplifier légèrement le calcul, nous emploierons un modèle à émission spontanée simplifiée. Dans la section IV.3, les équations quantiques seront modélisées par un processus stochastique semi-classique, de façon assez similaire à l'approche que nous avons suivie pour les problèmes unidimensionnels. Notons que malgré le fait que nous étudierons une situation 2D dans le cas particulier de la transition $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$, la méthode utilisée pourrait se généraliser aisément pour d'autres transitions atomiques. Les résultats relatifs aux caractéristiques stationnaires du réseau (distribution spatiale et « température ») seront présentés dans la Sec. IV.4. Nous verrons, en particulier, que dans le régime de champ magnétique fort, les températures caractéristiques du système peuvent atteindre des valeurs très basses. D'autre part, l'étude de la distribution spatiale stationnaire met en évidence une canalisation d'atomes le long de lignes « attractives » où l'interaction atome-champ est minimale.

Des « trajectoires » atomiques typiques seront illustrées dans la Sec. IV.5. Ce type d'illustration constitue une première approche à l'étude de la dynamique atomique au sein du réseau d'antiplots. La dernière partie du chapitre (Sec. IV.6) sera consacrée au calcul et à l'interprétation physique du spectre de transmission d'un faisceau sonde de faible intensité, traversant le réseau. Nous examinerons séparément le cas d'une sonde dans le plan, ou orthogonale au plan du réseau 2D. Nous montrerons en particulier que ce type de spectroscopie pompe-sonde devrait permettre d'observer un comportement atomique très spectaculaire : un atome oscille transitoirement entre deux antiplots, de manière analogue à une bille de flipper.

IV.1 Modélisation du problème multidimensionnel

La difficulté de la modélisation numérique d'une situation expérimentale multidimensionnelle est principalement due à deux raisons. D'une part, la géométrie

2. Notons que le terme « antiplot », communément employé en physique des semi-conducteurs, provient du terme anglais « antidot » qui pourrait se traduire librement comme « anti-puits de potentiel ».

du problème couple les différentes directions d'espace;³ d'autre part, les transitions atomiques $J_g \rightarrow J_e$, utilisées dans les expériences, correspondent généralement à des valeurs de J_g relativement élevées. Ces deux caractéristiques compliquent sensiblement l'étude systématique d'un problème expérimental 2D ou 3D réaliste. Comme nous l'avons montré au cours des deux chapitres précédents, les simulations Monte-Carlo semi-classiques permettent de donner une description satisfaisante du comportement physique des réseaux optiques, qui correspondent à des transitions atomiques impliquant des valeurs élevées du moment cinétique de l'état fondamental, du moins dans les régimes où les transitions non-adiabatiques entre nappes du potentiel optique sont négligeables. C'est en particulier le cas des réseaux gris à fort champ magnétique (voir p.ex. Fig. III.41, p. 210).

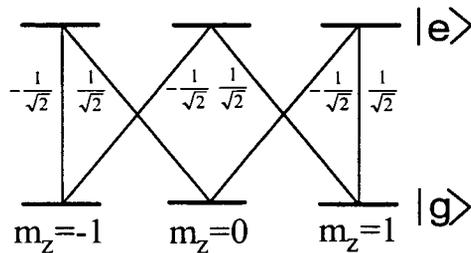
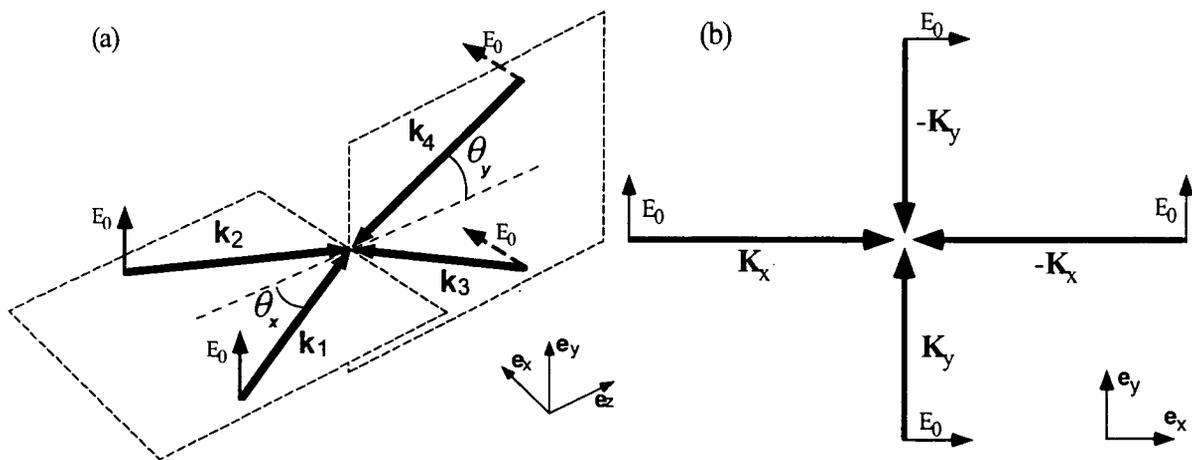


FIG. IV.1 - Transition 1 → 1.

($\eta = 2$), contenant le niveau $m_z = 0$. Il est, par conséquent, possible d'isoler la famille $\eta = 1$ et de décrire le système à l'aide d'un bi-potentiel optique.

Tous les calculs présentés dans ce chapitre sont effectués sur la transition atomique $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$. En l'absence de composante π de la lumière, cette transition possède un système de niveaux en Λ :⁴ du fait de la nullité du coefficient de Clebsch-Gordan reliant le niveau $|e, m_z = 0\rangle$ à $|g, m_z = 0\rangle$, la famille impaire ($\eta = 1$), contenant les sous-niveaux Zeeman $m_z = \pm 1$, est découplée de la famille paire



(a) Configuration en tétraèdre « standard ».

(b) Projection dans le plan xOy.

FIG. IV.2 - Configuration du champ laser étudiée : les faisceaux se propagent selon un tétraèdre « standard ». Nous considérons la projection de cette configuration dans le plan xOy.

Les quatre faisceaux lasers incidents, d'amplitude E_0 , forment une configuration 3D en tétraèdre « standard ». Les caractéristiques principales de cette configuration ont été rappelées sur la Fig. IV.2(a). Les vecteurs d'onde des faisceaux incidents sont donnés par les équations (I.15a)-(I.15d), p. 37. La situation que nous considérons ici

3. Nous avons en effet vu au chapitre I que le potentiel optique d'un réseau bi- ou tridimensionnel n'est pas à variables séparables.

4. En l'absence de champ magnétique, cette transition atomique peut permettre un refroidissement sub-recul multidimensionnel [139].

correspond à la projection de cette configuration dans le plan xOy . Dans ce cas, le champ laser peut être représenté par deux ondes stationnaires selon les axes Ox et Oy , ayant des polarisations linéaires selon Oy et Ox respectivement, et des nombres d'onde donnés respectivement par K_x et K_y [cf. Fig. IV.2(b)]. Les composantes standards du champ total dans le plan xOy sont données par les Eqs. (I.66a) et (I.66b) prises en $z = 0$:⁵

$$E_{\pm}(x, y) = \sqrt{2}E_0 [\cos(K_x x) \mp \cos(K_y y)] \quad (\text{IV.1a})$$

$$E_z(x, y) = 0 \quad (\text{IV.1b})$$

Nous pouvons remarquer que lorsque $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$, la configuration du champ laser est purement bidimensionnelle (cette situation a été considérée pour les réseaux brillants dans le § I.5.a.iv, p. 56). En utilisant les arguments du chapitre I, nous voyons que le réseau optique 2D obtenu dans le plan xOy est rectangulaire centré dans le cas le plus général (les paramètres de la maille conventionnelle -côtés du rectangle- étant $a = \lambda_x$ et $b = \lambda_y$) et carré dans les cas symétriques où $\theta_x = \theta_y$ (le paramètre de la maille -côté du carré- est alors $\lambda_x/\sqrt{2}$).

Le système atomique évolue en présence d'un champ magnétique statique uniforme, dirigé selon l'axe Oz [ce champ est donc orthogonal au plan de la figure IV.2(b), qui est également le plan du réseau 2D]. Notons que la situation physique considérée ici a déjà été évoquée au § III.3.b.iii, où nous avons discuté qualitativement le magnétisme des réseaux gris tridimensionnels. Nous donnons maintenant un traitement plus systématique de ce problème.

IV.2 Potentiel optique et relaxation

Comme dans le cas des configurations 1D, le véritable point de départ du traitement est l'équation pilote pour la restriction de la matrice densité dans le fondamental [Eq. (II.8)].⁶ Nous examinons ici séparément la partie hamiltonienne et la partie liée à la relaxation de cette équation et nous donnons les paramètres adimensionnés pertinents pour l'échelle temporelle et énergétique.

IV.2.a Potentiel optique

La partie hamiltonienne hermitienne de l'équation de pompage optique contient le terme d'énergie cinétique, les déplacements lumineux et les déplacements Zeeman. Cette partie est, par conséquent, décrite par un hamiltonien effectif du même type que celui défini dans l'Eq. (III.2):

$$H_{eff} = \frac{P_x^2}{2M} + \frac{P_y^2}{2M} + \hat{\Lambda}(x, y) + \frac{\hbar\Omega_B}{2} \hat{J}_z \quad (\text{IV.2})$$

5. Le lecteur pourra remarquer que l'amplitude du champ total est maintenant 2 fois plus importante que dans l'Eq. (I.66a); cette différence est simplement due au fait que l'amplitude de chaque faisceau est maintenant prise égale à E_0 , au lieu de $E_0/2$ dans (I.66a).

6. Nous nous plaçons toujours dans le cadre de faible saturation, où il est possible d'éliminer adiabatiquement l'état excité (voir § II.2.b, p. 97).

où $\hbar\Omega_B$ est le déplacement Zeeman relatif entre les deux sous-niveaux magnétiques extrêmes. Les expressions des potentiels adiabatiques sont obtenues en diagonalisant l'hamiltonien effectif ci-dessus, l'énergie cinétique étant considérée comme un paramètre (*i.e.* en diagonalisant $\hat{\Lambda} + \hbar\Omega_B \hat{J}_z/2$). Etant donné que l'hamiltonien « adiabatique » (H_{eff} sans le terme cinétique) ne possède pas d'élément matriciel interfamille,⁷ la diagonalisation se restreint au sein de la famille impaire $\eta = 1$ contenant les sous-niveaux $m_z = \pm 1$; en l'absence de lumière polarisée π , les atomes peuplent principalement cette famille après quelques cycles de fluorescence.⁸ Comme mentionné précédemment, il est alors possible de restreindre notre étude au sous-espace engendré par les états $m_z = \pm 1$. Nous obtenons aisément les expressions des deux nappes du potentiel adiabatique :

$$\begin{aligned} \frac{V_{\mp}(x, y)}{2\hbar\Delta s_0} = \frac{\cos^2(K_x x) + \cos^2(K_y y)}{4} \mp \frac{1}{4} \left\{ [\cos^2(K_x x) + \cos^2(K_y y)]^2 \right. \\ \left. + 4 \left(\frac{\Omega_B}{\Delta s_0} \right) \cos(K_x x) \cos(K_y y) + \left(\frac{\Omega_B}{\Delta s_0} \right)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

où s_0 est le paramètre de saturation par faisceau incident. Nous pouvons vérifier sur ces expressions qu'à la limite de champ magnétique fort, correspondant à $\Omega_B \gg \Delta s_0$, les énergies des deux nappes de potentiel correspondent simplement aux déplacements Zeeman ($V_{\mp} \sim \mp \hbar\Omega_B/2$). Inversement, à champ magnétique nul ($\Omega_B = 0$), on retrouve l'effet du déplacement lumineux seul : la nappe $V_-(x, y)$ n'est pas couplée au champ électrique. Elle n'est, par conséquent, pas modulée dans l'espace et son déplacement lumineux est nul ; en revanche, la nappe $V_+(x, y)$ possède un déplacement lumineux spatialement modulé.

La topographie du bi-potentiel optique à fort champ magnétique est illustrée sur la Fig. IV.3. Comme on peut le voir sur cette figure, les deux niveaux adiabatiques possèdent une distribution périodique d'antiplots de potentiel. Dorénavant, nous caractériserons le déplacement lumineux par le paramètre :

$$\mathcal{U}_0 = 2 \hbar\Delta s_0 \quad (\text{IV.4})$$

qui correspond à la hauteur énergétique d'un antiplot, à fort champ magnétique.

Les lignes données par :

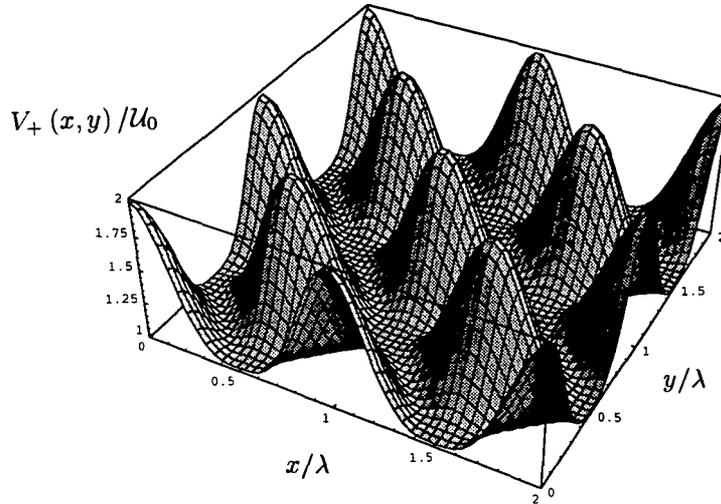
$$K_x x = \pm K_y y \pmod{2\pi} \quad (\text{IV.5})$$

pour la nappe de potentiel V_- , et par :

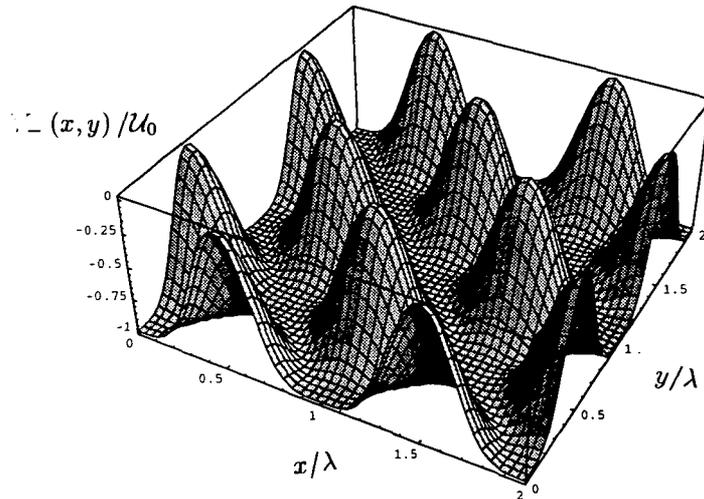
$$K_x x = \pm (K_y y + \pi) \pmod{2\pi} \quad (\text{IV.6})$$

7. On peut en effet vérifier aisément que l'état $|m_z = 0\rangle$, appartenant à la famille $\eta = 2$, est état propre de $\hat{\Lambda} + \hat{J}_z$.

8. Ceci est dû à la nullité du coefficient de Clebsch-Gordan reliant $|e, m_z = 0\rangle$ à $|g, m_z = 0\rangle$.



(a) Nappe de potentiel supérieure $V_+(x, y)$.



(b) Nappe de potentiel inférieure $V_-(x, y)$.

FIG. IV.3 - Topographie du bi-potential optique de l'Eq. (IV.3) à fort champ magnétique. La figure représente un cas purement bidimensionnel, où $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$. Les deux nappes adiabatiques correspondent à un réseau carré d'antiplots. Le réseau de la nappe de potentiel supérieure est décalé d'une demi-diagonale de carré par rapport à la nappe de potentiel inférieure. Le potentiel est normalisé à la hauteur d'un antiplot $U_0 = 2 \hbar \Delta s_0$ et le déplacement Zeeman est $\hbar \Omega_B = 2 U_0$.

pour la nappe V_+ , le long desquelles le potentiel n'est pas modulé, correspondent à des lignes « attractives » selon lesquelles la polarisation lumineuse est purement circulaire [voir l'Eq. (IV.1a)]. Dans une vision purement classique d'atomes « ponctuels », un atome se déplaçant sur l'une de ces lignes possède un état interne bien déterminé, qui correspond à un sous-niveau magnétique précis. Ainsi, les lignes non modulées de la nappe de potentiel V_- , qui sont associées à une polarisation lumineuse σ^- , correspondent au sous-niveau magnétique $m_z = -1$, alors que celles de la nappe V_+ , associées à une polarisation lumineuse σ^+ , correspondent au sous-niveau $m_z = +1$. Un atome se mouvant le long d'une de ces lignes, ne diffuse pas de photon et ne subit, *a fortiori*, pas de pompage optique vers l'autre nappe de potentiel : ce sont des lignes *non-couplées*. Néanmoins, il ne faut pas oublier que le paquet d'onde atomique possède une extension spatiale finie. Par conséquent, la diffusion de la lumière n'est pas totalement exclue le long de ces lignes. Nous montrerons, d'ailleurs plus loin (§ IV.3) que les coefficients de diffusion en impulsion n'y sont pas identiquement nuls. Un atome se déplaçant selon une ligne « attractive » finit donc par réabsorber un photon : c'est une correction quantique du type « diffusion au nœud d'une onde stationnaire » qui est prise en compte dans notre modèle.

Les états adiabatiques $|\Phi_{\pm}\rangle$, associés respectivement aux nappes de potentiel V_{\pm} , peuvent se mettre sous la forme :

$$|\Phi_-(x, y)\rangle = \frac{\alpha(x, y)}{\sqrt{\alpha^2(x, y) + \beta^2(x, y)}} |-1\rangle + \frac{\beta(x, y)}{\sqrt{\alpha^2(x, y) + \beta^2(x, y)}} |+1\rangle \quad (\text{IV.7a})$$

$$|\Phi_+(x, y)\rangle = \frac{\beta(x, y)}{\sqrt{\alpha^2(x, y) + \beta^2(x, y)}} |-1\rangle - \frac{\alpha(x, y)}{\sqrt{\alpha^2(x, y) + \beta^2(x, y)}} |+1\rangle \quad (\text{IV.7b})$$

où les coefficients α et β sont respectivement définis par :

$$\begin{aligned} \alpha(x, y) = 2 \frac{\Omega_B}{\mathcal{U}_0} + 2 \cos(K_x x) \cos(K_y y) + \left\{ [\cos^2(K_x x) + \cos^2(K_y y)]^2 \right. \\ \left. + 8 \left(\frac{\Omega_B}{\mathcal{U}_0} \right) \cos(K_x x) \cos(K_y y) + 4 \left(\frac{\Omega_B}{\mathcal{U}_0} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ \beta(x, y) = \cos^2(K_x x) - \cos^2(K_y y) \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Notons que les expressions de $|\Phi_+\rangle$ et de $|\Phi_-\rangle$ ci-dessus permettent de vérifier qu'à la limite des très forts champs magnétiques, les deux états adiabatiques s'identifient respectivement aux deux sous-niveaux magnétiques du fondamental $|+1\rangle$ et $|-1\rangle$.

IV.2.b Le modèle à émission spontanée simplifié

La partie de l'équation de pompage optique relative à la relaxation est donnée par l'Eq. (II.10). Dans tout ce qui suit, nous adoptons un modèle simplifié de l'émission spontanée [77]. Ce modèle suppose que les photons de fluorescence ne peuvent être émis que selon les trois directions principales Ox , Oy et Oz . Notons que cette

approximation est tout à fait raisonnable, dans la mesure où nous ne cherchons pas ici à déterminer de manière quantitative la température minimale obtenue dans le réseau, mais à donner plutôt une description de la nature du mouvement atomique et des différentes propriétés physiques qui en résultent. Dans une situation unidimensionnelle, l'emploi de ce modèle simplifié de l'émission spontanée conduit à une surestimation de l'impulsion quadratique moyenne d'environ $0,2 \hbar k$ [25].

En introduisant la contrainte sur la direction d'émission du photon de fluorescence, l'intégrale de l'Eq. (II.10) sur $d^2\Omega_{\kappa}$ doit être remplacée par une somme discrète, si bien que l'opérateur simplifié correspondant à la relaxation peut s'écrire [77]:

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{relax} = -\frac{\Gamma_{s_0}}{2} \left\{ \hat{A}(x, y), \sigma \right\} + \frac{\Gamma_{s_0}}{4} \sum_{q=x,y,z} \sum_{\epsilon=\pm} \sum_{l \neq q} \hat{B}_q^\dagger(x, y) e^{-i\epsilon k r_l} \sigma e^{i\epsilon k r_l} \hat{B}_q(x, y) \quad (\text{IV.9})$$

où les opérateurs non-hermitiques $\hat{B}_q(x, y)$ sont maintenant exprimés dans la base de coordonnées cartésiennes. Le facteur de signe, ϵ , utilisé ci-dessus, rend compte des deux directions opposées possibles selon chaque axe pour le vecteur d'onde du photon spontané et la direction Or_l (où $r_l = x, y, z$) détermine la polarisation de ce photon. En fait, étant donné que nous nous plaçons à l'intérieur de la famille $\eta = 1$, nous négligeons dans la somme (IV.9) ci-dessus la contribution du sous-niveau $m_z = 0$. Cela revient simplement à négliger les termes correspondant à une polarisation π des photons de fluorescence (termes contenant l'opérateur \hat{B}_z).⁹ Pour connaître les expressions des éléments matriciels de l'opérateur de relaxation dans la base des états adiabatiques il suffit d'effectuer le changement de base $\{|\pm 1\rangle\} \rightarrow \{|\Phi_{\pm}\rangle\}$, en faisant usage de la matrice de passage définie à partir des Eqs. (IV.7a) et (IV.7b).

Nous pouvons remarquer que le paramètre pertinent caractérisant la relaxation est Γ_{s_0} . Par conséquent, il est possible d'utiliser le paramètre $\tau = \Gamma_{s_0} t$ comme variable temporelle adimensionnée.

IV.3 Simulation de Monte-Carlo semi-classique

L'approche que nous utilisons pour la résolution de l'équation pilote est une approche semi-classique, basée sur un développement en puissances de $\hbar k/\bar{p}_x$ et $\hbar k/\bar{p}_y$ de l'équation quantique en représentation de Wigner. Le traitement implique, en outre, l'hypothèse supplémentaire du suivi adiabatique des états $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$ au cours du mouvement atomique. Rappelons simplement ici que cette hypothèse revient à négliger les cohérences entre ces états, c'est-à-dire à considérer une matrice densité

9. Ces termes correspondent physiquement au processus de pompage à partir du niveau $m_z = 0$ vers le niveau $m_z = 1$ (resp. $m_z = -1$), associé à l'absorption d'un photon laser de polarisation σ^+ (resp. σ^-) suivie de l'émission d'un photon spontané de polarisation π . Par conséquent, il s'agit d'une répopulation de la famille $\eta = 1$, à partir de la famille $\eta = 2$. Étant donné qu'en l'absence de photon de polarisation π le processus inverse n'est pas permis il est légitime de supposer que la population totale stationnaire de la famille $\eta = 2$ est nulle et de négliger ces termes dans l'équation pilote.

diagonale dans la base des états adiabatiques. Au chapitre précédent, nous avons montré, dans le cadre des problèmes unidimensionnels, la validité de cette hypothèse dans le régime de fort champ magnétique. Nous nous placerons principalement dans ce régime. D'autre part, nous négligerons les effets non-adiabatiques, liés à la variation spatiale des spineurs $|\Phi(\mathbf{r})\rangle$ (les termes négligés donnent, en particulier, lieu au potentiel topologique). La prise en compte du potentiel topologique est discutée qualitativement dans le § IV.3.a.

Le principe de la dérivation des équations de mouvement semi-classiques pour les distributions de quasi-probabilité de chaque nappe du bi-potentiel a déjà été détaillé dans le chapitre II, dans le cadre des problèmes 1D ; nous ne reviendrons pas ici sur ce point. Dans le cas d'une matrice densité diagonale dans la base adiabatique, la forme des équations obtenues pour les éléments diagonaux $\Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \langle \Phi_{\pm}(\mathbf{r}) | w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) | \Phi_{\pm}(\mathbf{r}) \rangle$ est la suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{M} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - \nabla_{\mathbf{r}} V_{\pm}(\mathbf{r}) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \right] \Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = - [\gamma_{\pm\mp}(\mathbf{r}) \Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - \gamma_{\mp\pm}(\mathbf{r}) \Pi_{\mp}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)] \\ + \nabla_{\mathbf{p}} \otimes \nabla_{\mathbf{p}} : \left[\overleftrightarrow{D}_{\pm\pm}(\mathbf{r}) \Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \overleftrightarrow{D}_{\mp\mp}(\mathbf{r}) \Pi_{\mp}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \right] \quad (\text{IV.10})$$

où le symbole « : » est le produit tensoriel d'ordre deux, correspondant à une contraction totale des indices :

$$\overleftrightarrow{x} : \overleftrightarrow{y} = \sum_{i,j} x^{ij} y_{ji} \quad (\text{IV.11})$$

et où $(\nabla_{\mathbf{p}} \otimes \nabla_{\mathbf{p}})_{ij} = \partial_{p_i} \partial_{p_j}$ est un tenseur du second ordre. Les équations (IV.10) possèdent une structure assez similaire aux équations du mouvement obtenues dans les situations 1D. Nous ne chercherons pas à donner ici les expressions analytiques des différents coefficients intervenant dans cette équation. Ces expressions ne sont d'ailleurs pas très parlantes. Nous nous contenterons de fournir quelques expressions générales dans la base adiabatique, ainsi que des illustrations graphiques de la variation spatiale de ces coefficients :

- A l'ordre zéro du développement en $\hbar k/\overline{p}_x$ et $\hbar k/\overline{p}_y$, l'Eq. (IV.10) décrit l'effet du pompage optique entre les deux nappes de potentiel, pour un atome libre de vitesse constante. Cet effet est caractérisé par les taux de pompage du niveau $|\Phi_{\mp}\rangle$ vers le niveau $|\Phi_{\pm}\rangle$, $\gamma_{\mp\pm}$. Ces deux taux peuvent s'écrire sous la forme :

$$\gamma_{\mp\pm} = \frac{\Gamma s_0}{4I_0} \left[\frac{\alpha(x, y) E_{\pm}(x, y) \mp \beta(x, y) E_{\mp}(x, y)}{\sqrt{\alpha^2(x, y) + \beta^2(x, y)}} \right]^2 \quad (\text{IV.12})$$

où $I_0 = 2E_0^2$. Noter qu'à fort champ magnétique, où $\alpha/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sim 1$ et $\beta/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \ll 1$, les deux états adiabatiques sont les sous-niveaux Zeeman et $\gamma_{\mp\pm} \propto I_{\pm}$, comme prévu.

- La force radiative moyenne, apparaissant à l'ordre un en $\hbar k/\bar{p}_{x,y}$ du développement de l'équation pilote en représentation de Wigner, possède uniquement une composante réactive dérivant du potentiel adiabatique. L'expression de cette force est simplement donnée par :

$$\mathcal{F}_{\pm}(x, y) = -\nabla V_{\pm}(x, y) \quad (\text{IV.13})$$

Il est remarquable que pour la géométrie particulière de la configuration que nous avons considérée, la force de pression de radiation s'annule en tout point du plan xOy . Dans une géométrie purement bidimensionnelle à quatre faisceaux, ce n'est en général pas le cas. En particulier, pour une différence de phase quelconque entre les deux paires de faisceaux incidents, la pression de radiation exhibe une structure de *vortex*. Ce type d'effet fut mis en évidence expérimentalement par A. HEMMERICH *et al.* [64] et théoriquement par Y. CASTIN *et al.* [77]. Toutefois, les expressions des composantes du champ électrique, données par l'Eq. (IV.1a), correspondent à une différence de phase entre faisceaux incidents égale à $\pi/2$, phase particulière pour laquelle la force de pression de radiation est nulle dans le plan xOy [77].¹⁰

- Enfin, les termes décrivant le chauffage (ordre deux en $\hbar k/\bar{p}_{x,y}$) sont caractérisés par des *tenseurs* de diffusion en impulsion. Les tenseurs du type $\bar{D}_{\mp\mp}$, décrivent la diffusion liée aux cycles de fluorescence où l'atome ne change pas de nappe de potentiel. Inversement, les tenseurs $\bar{D}_{\mp\pm}$, sont associés au chauffage apporté au cours d'un cycle de fluorescence où l'atome passe de la nappe de potentiel V_{\mp} à la nappe V_{\pm} . Ces tenseurs peuvent s'écrire sous la forme :

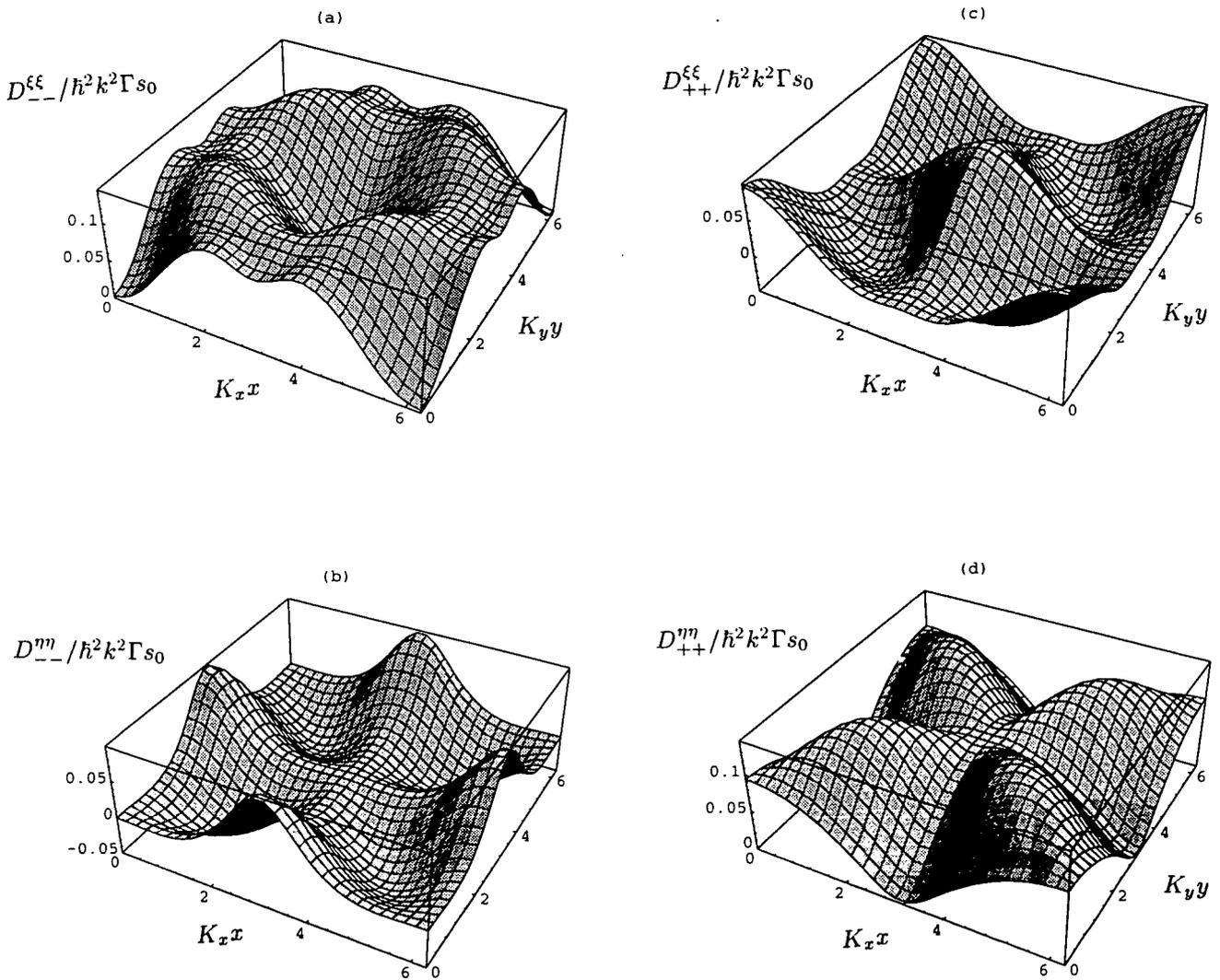
$$\bar{D}_{ij} = \begin{pmatrix} D_{ij}^{xx} & D_{ij}^{xy} \\ D_{ij}^{xy} & D_{ij}^{yy} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

où $i, j = +, -$. Nous ne donnerons pas ici les expressions générales des éléments matriciels ci-dessus, car elles sont assez longues et ne permettent pas d'en tirer des conclusions physiques facilement. Notons que les coefficients propres $D_{ij}^{\xi\xi}$ et $D_{ij}^{\eta\eta}$, correspondant aux directions propres de diffusion ξ et η peuvent être aisément déduits en diagonalisant la matrice 2×2 ci-dessus, dans la base de coordonnées cartésiennes.

La variation spatiale des valeurs propres des différents tenseurs de diffusion à fort champ magnétique a été représentée sur les Figs. IV.4 (coefficients de diffusion sans changement d'état interne) et IV.5 (coefficients de diffusion avec changement d'état interne), pour une valeur typique des angles θ_x et θ_y .¹¹ Nous pouvons effectuer

10. La définition de la différence de phase α entre faisceaux incidents est la même que dans l'Eq. (I.60), p. 56.

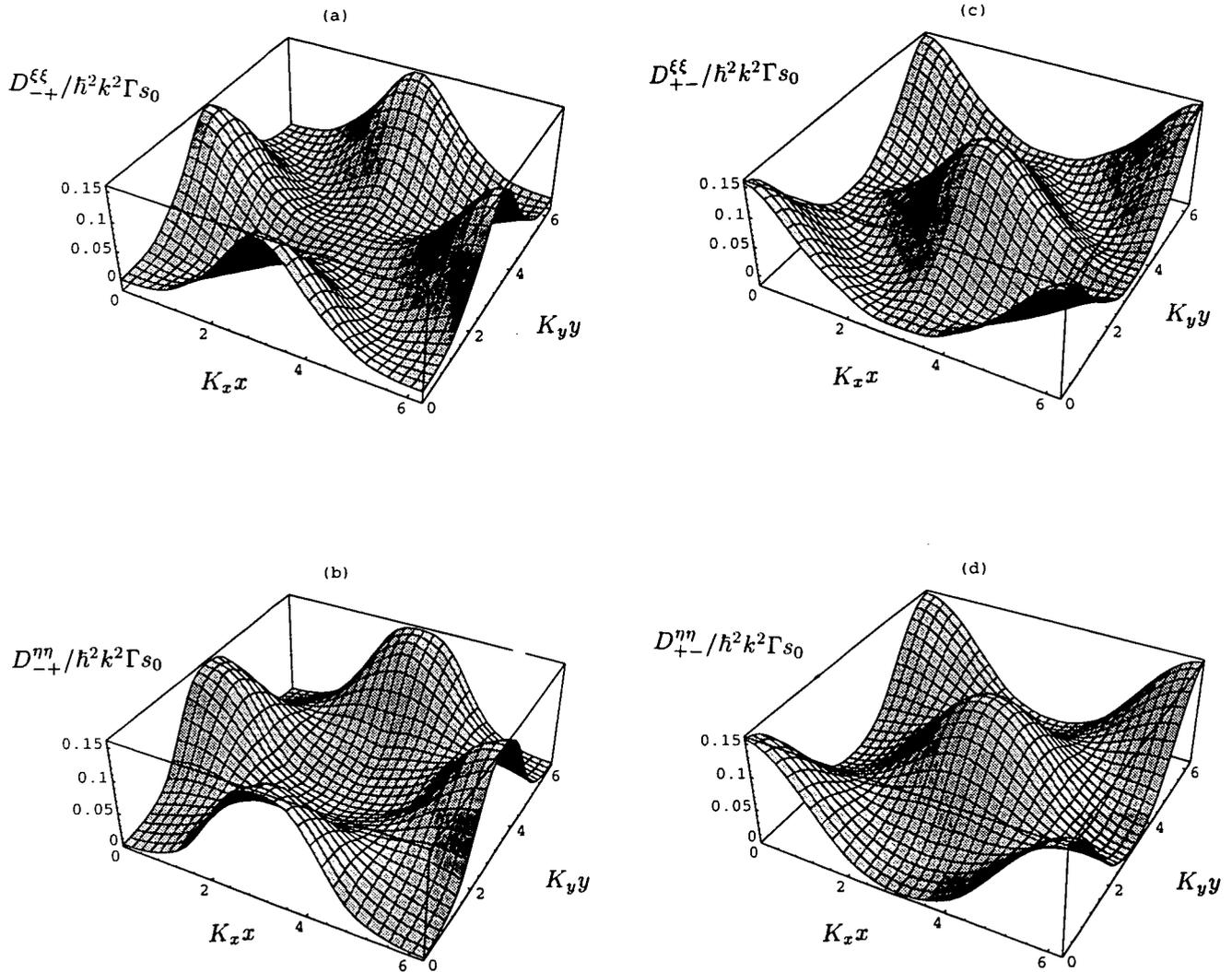
11. Remarquons que dans le calcul de ces coefficients, nous avons négligé tous les termes de nature *topologique*, issus de la variation spatiale des fonctions d'onde adiabatiques. En toute rigueur, ces termes doivent être pris en compte dans la diffusion en impulsion ; toutefois, on s'attend à ce que leur contribution soit négligeable, en dehors du régime de champ magnétique faible, que nous ne considérons pas ici (voir aussi § IV.3.a).



Tenseur de diffusion $\vec{\vec{D}}_{--}(x, y)$.

Tenseur de diffusion $\vec{\vec{D}}_{++}(x, y)$.

FIG. IV.4 - Valeurs propres des tenseurs de diffusion en impulsion, sans changement de niveau interne, à fort champ magnétique ($\Omega_B = 2 U_0$). Les différents coefficients sont donnés en unités $\hbar^2 k^2 \Gamma s_0$. La figure correspond à un cas symétrique, pour lequel $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$. Il existe des endroits dans l'espace où certains coefficients de diffusion deviennent localement négatifs.



Tenseur de diffusion $\vec{\vec{D}}_{-+}(x, y)$.

Tenseur de diffusion $\vec{\vec{D}}_{+-}(x, y)$.

FIG. IV.5 - Valeurs propres des tenseurs de diffusion en impulsion, associés à un changement de niveau interne, à fort champ magnétique ($\Omega_B = 2 U_0$). Les différents coefficients sont donnés en unités $\hbar^2 k^2 \Gamma s_0$. La figure correspond à un cas symétrique, pour lequel $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$. Il existe des endroits dans l'espace où certains coefficients de diffusion deviennent localement négatifs.

plusieurs remarques à propos de ces figures. En premier lieu, notons l'existence d'endroits où la diffusion en impulsion à l'intérieur d'un sous-niveau donné, est localement nulle ; ces sites correspondent à :

$$\mathbf{r}_{m,n}^0 = m \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + n \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{IV.15})$$

avec $m + n$ pair, pour le niveau $|\Phi_-\rangle$ et avec $m + n$ impair, pour le niveau $|\Phi_+\rangle$. En ces points, la polarisation lumineuse est circulaire [cf. Eq. (IV.1a)] et le potentiel optique est extrêmement plat [cf. Eq. (IV.3)].¹² Au voisinage des sites $\mathbf{r}_{m,n}^{0-}$ de polarisation σ^- l'atome se trouve dans le sous-niveau $|-\rangle$, tandis qu'aux sites $\mathbf{r}_{m,n}^{0+}$ de polarisation σ^+ , l'atome se trouve dans le sous-niveau $|+\rangle$. Dans les deux cas, il ne peut absorber de photon à ces endroits ; il n'y a pas de diffusion au voisinage de ces sites.¹³ On pourrait se demander pourquoi la diffusion au sein d'un niveau adiabatique n'est pas identiquement nulle le long des lignes non-couplées (IV.5) et (IV.6), où le champ lumineux garde une polarisation circulaire constante. Ceci est simplement un effet lié à l'extension spatiale finie du paquet d'onde atomique. En effet, l'atome se mouvant selon une telle ligne « attractive » voit généralement une faible fraction de la composante de polarisation circulaire minoritaire, il peut, par conséquent, diffuser des photons. En revanche, au voisinage des sites (IV.15), l'intensité de la composante de la polarisation circulaire minoritaire est nulle à l'ordre 2 en x , y et l'atome ne subit pas l'effet de cette composante, à cet ordre.

En deuxième lieu, remarquons qu'il existe des sites où certaines valeurs propres des tenseurs de diffusion sans changement d'état interne deviennent localement négatives. Notons, en outre, que l'amplitude de ces parties négatives, qui est généralement faible, augmente avec θ_x et θ_y . Ce type d'effet paraît paradoxal pour un processus classique de diffusion en impulsion. Le même paradoxe est en fait rencontré dans le cas des réseaux optiques brillants [77, 87, 66]. L'origine de ce phénomène est purement quantique [77] : il s'agit en fait d'un élargissement local du paquet d'onde atomique dans l'espace des positions,¹⁴ conduisant à un rétrécissement de la fonction d'onde dans l'espace des impulsions, et donc à une contribution négative au tenseur de diffusion. Cette correction quantique existe en tout point, mais peut devenir localement dominante. Pour nous affranchir numériquement de cette situation non-classique, nous supposons que la diffusion est nulle en ces points.

Notons enfin que les valeurs propres des tenseurs de diffusion associés à un changement de niveau adiabatique, ne sont pas directement proportionnelles aux taux de pompage optique correspondants [ces taux sont donnés par l'Eq. (IV.12)]. C'est encore un effet quantique, lié à l'extension spatiale finie du paquet d'onde, que nous avons déjà rencontré dans les situations 1D [cf. p.ex. § II.4.b.i, p. 115].

12. Un développement limité de l'Eq. (IV.3) au voisinage de ces sites à l'ordre 4 en x , y permet de se convaincre, qu'à cet ordre, le potentiel ne possède pas de modulation spatiale (le potentiel y correspond au déplacement Zeeman du niveau considéré).

13. Nous raisonnons ici en termes d'atomes classiques « ponctuels ». Voir la suite du paragraphe.

14. Cet élargissement de la fonction d'onde atomique est dû au taux de départ non nul vers l'autre nappe de potentiel adiabatique [77].

Ayant ainsi obtenu tous les coefficients intervenant dans l'équation du mouvement (IV.10), il est possible d'associer cette équation à un processus stochastique classique et procéder à une simulation de Monte-Carlo semi-classique. Avant d'étudier les résultats ainsi obtenus [§ IV.4], nous examinons l'effet de la prise en compte du potentiel topologique. Nous notons en particulier que sa contribution n'est significative que dans le régime de champ magnétique faible.

IV.3.a Le potentiel topologique

Dans le traitement que nous venons de présenter, en particulier dans l'Eq. (IV.10), nous avons négligé la variation spatiale des deux spineurs $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$. Or, lors du passage de la base des sous-niveaux Zeeman à la base des états adiabatiques il apparaît, de la même façon que dans les situations 1D, un terme supplémentaire correspondant au potentiel topologique.¹⁵ Il est utile de noter que ce potentiel, défini dans l'Eq. (II.54), p. 127, dépend maintenant du désaccord et de l'intensité des faisceaux incidents (à champ magnétique fixe) *via* les coefficients $\alpha(x, y)$, $\beta(x, y)$ [donnés par l'équation (IV.8)], et leurs dérivées secondes.¹⁶

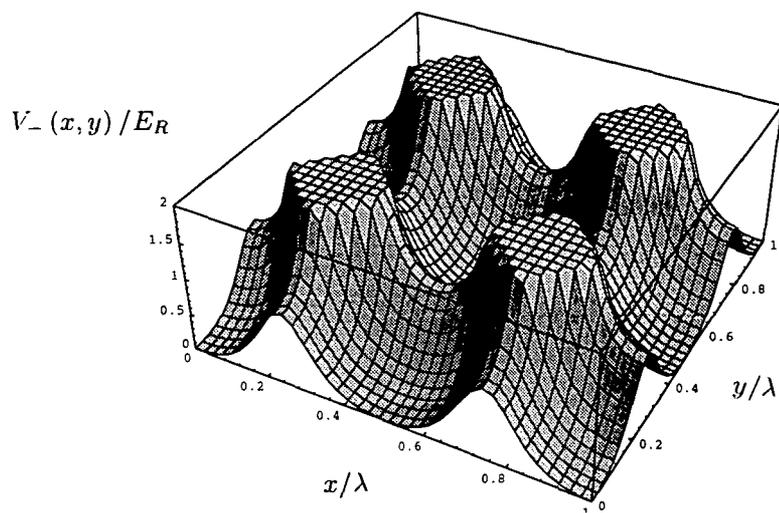
L'allure du potentiel topologique à champ magnétique nul est illustrée sur la Fig. IV.6. Dans ce cas nous savons que la nappe de potentiel inférieure est plate, car elle n'est pas couplée au champ lumineux. La prise en compte du potentiel topologique, conduit à une modulation spatiale de cette nappe de potentiel, donnant lieu, d'une part, à des puits de potentiel de très faible profondeur (la barrière de ces puits est de l'ordre de l'énergie de recul) [Fig. IV.6(a)] et, d'autre part, à des pics de potentiel très raides [Fig. IV.6(b)]. Les puits de potentiel topologique se développent au voisinage des sites $\mathbf{r}_{m,n}^0$, donnés par l'Eq. (IV.15) (avec $m+n$ pair pour le niveau $|\Phi_{-}\rangle$); les pics de potentiel abrupts sont localisés au voisinage des sites :

$$\mathbf{r}_{m,n}^{(topo)} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_x}{2} \mathbf{e}_x + \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_y}{2} \mathbf{e}_y \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (\text{IV.16})$$

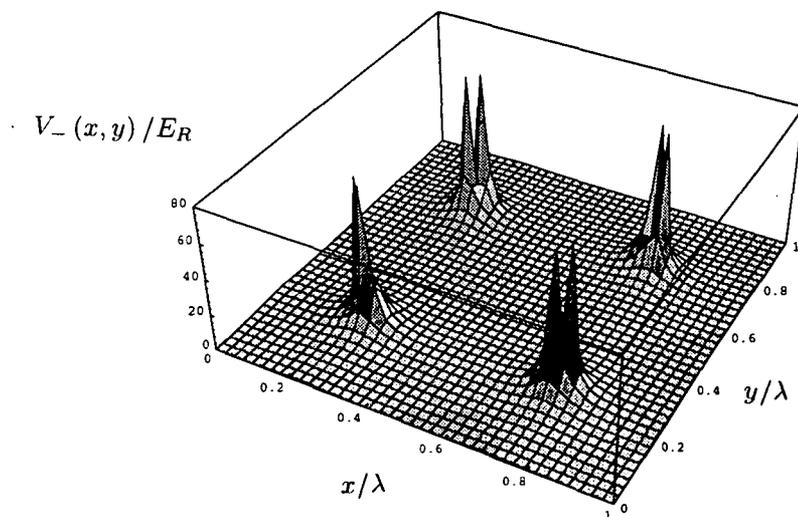
qui correspondent aux nœuds du champ électrique [voir par exemple l'Eq. (IV.1a), p. 220]. Notons que dans ce régime, de champ magnétique nul, les atomes peuvent *a priori* posséder une énergie cinétique très faible, résultant d'un processus de refroidissement VSCPT à 2D [139]. Dans ce cas, la prise en compte du potentiel topologique est essentielle et pourrait même conduire à une localisation spatiale de ces atomes ultra-froids au sein des puits de potentiel topologiques. Une telle localisation a déjà été prédite à 1D dans la Réf. [100]. En fait, ce régime ne peut être décrit correctement que dans le cadre d'un modèle entièrement quantique.

15. Nous nous référons ici au potentiel topologique scalaire. Parce que les coefficients $\alpha(x, y)$ et $\beta(x, y)$ sont réels [voir l'Eq. (IV.8)], les éléments matriciels diagonaux du potentiel topologique vectoriel \mathcal{A} sont nuls dans la base $|\Phi_{\pm}\rangle$ [voir l'Eq. (II.52), p. 127]. De plus, dans le cadre de l'approximation adiabatique, on néglige les éléments non-diagonaux de ce potentiel.

16. Le fait que le potentiel topologique dépende de ces paramètres n'est pas surprenant, dans la mesure où la topographie des états adiabatiques $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$ en dépend.

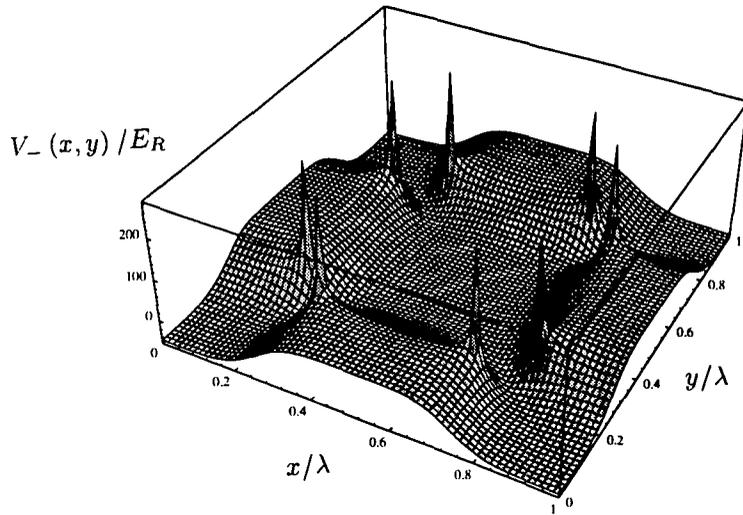


(a) Puits du potentiel topologique.

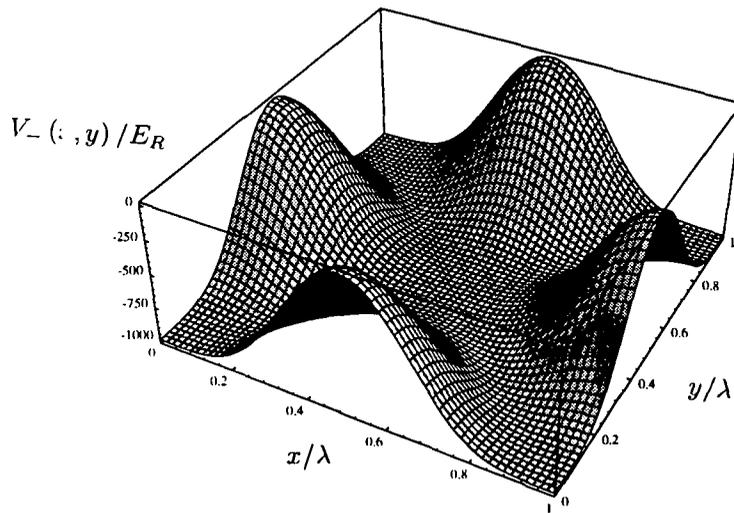


(b) Pics du potentiel topologique.

FIG. IV.6 - Potentiel de la nappe inférieure à champ magnétique nul; l'effet du potentiel topologique est une faible modulation de la nappe non couplée au champ lumineux, conduisant à la création de puits de potentiel de très faible profondeur (a) et à l'apparition de pics de potentiel très raides (b). Ces pics ont été tronqués sur la Fig. (a) de façon à pouvoir observer les puits peu profonds. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$.



(a) Potentiel optique pour $\Omega_B = 0,1 \mathcal{U}_0$.



(b) Potentiel optique pour $\Omega_B = 2 \mathcal{U}_0$.

FIG. IV.7 - Potentiel optique total de la nappe inférieure, à champ magnétique non nul; (a) à faible champ magnétique, la prise en compte du potentiel topologique conduit à l'apparition de pics très raides au voisinage des « lignes de fuite ». (b) A fort champ magnétique, le potentiel optique est globalement bien décrit en terme du potentiel adiabatique; l'effet du potentiel topologique est négligeable dans ce régime. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$ et à $\mathcal{U}_0 = 1000 E_R$.

Dans la deuxième situation, illustrée par la Fig. IV.7(a), nous nous plaçons dans le régime de champ magnétique faible mais non nul. Dans ce cas, le potentiel adiabatique possède une modulation spatiale conduisant à un confinement quasi-tridimensionnel [voir aussi la Fig. III.39(a), p. 207 et la discussion dans ce paragraphe]. Il existe, néanmoins, des lignes « attractives » non-couplées à la lumière, le long desquelles un atome peut s'échapper d'un site de piégeage, ne subissant pas l'effet du champ lumineux. Le potentiel topologique se manifeste dans ce régime par l'apparition de pics raides au voisinage de ces « lignes de fuite ». ¹⁷ Là aussi, le problème requiert *a priori* un traitement quantique. Nous n'explorerons pas ce régime ici.

Il existe enfin une troisième situation, illustrée par la Fig. IV.7(b), correspondant aux champs magnétiques intermédiaires et forts. Dans ce régime, correspondant typiquement à $\Omega_B \gtrsim \mathcal{U}_0$, nous trouvons que le potentiel optique total est décrit de manière satisfaisante par le potentiel adiabatique seul [voir aussi la Fig. IV.3]. Il est *a priori* légitime de négliger le potentiel topologique dans le traitement pour ce domaine de valeurs du champ magnétique.

IV.4 Température et densité atomique dans le réseau d'antiplots

Dans cette section, nous discutons les caractéristiques stationnaires du réseau d'antiplots, obtenues par des simulations Monte-Carlo semi-classiques dans le bi-potentiel adiabatique. Les résultats présentés concernent la température, ainsi que la distribution spatiale stationnaire des atomes du réseau. La dynamique des atomes au sein du potentiel optique sera discutée et illustrée aux § IV.5 et § IV.6.

IV.4.a Choix des paramètres numériques et convergence de l'algorithme

L'intégration de l'équation du mouvement (IV.10) pour les distributions de quasi-probabilité $\Pi_{\pm}(x, y, p_x, p_y, t)$ s'effectue en utilisant un algorithme de Runge-Kutta d'ordre deux, que nous avons rappelé au chapitre II. Étant donné que les potentiels adiabatiques, ainsi que les différents coefficients intervenant dans l'Eq. (IV.10) ne varient pas très rapidement à l'échelle spatiale de la longueur d'onde optique, le pas de temps dt de l'intégration doit vérifier :

$$\bar{v} \cdot dt \lesssim 0,1\lambda \quad (\text{IV.17})$$

afin que les atomes puissent explorer le détail de la modulation du potentiel au cours de leur mouvement. Pour une vitesse moyenne typique, donnée par $\bar{v} \sim 10 \hbar k/M$,

17. Cette variation spatiale très singulière du potentiel topologique met en évidence l'existence d'endroits où la probabilité d'une transition non-adiabatique entre les deux nappes de potentiel est assez forte. Le couplage non-adiabatique constitue une cause possible de refroidissement par effet « Sisyphé », le long des lignes « attractives » données par les Eqs. (IV.5) et (IV.6).

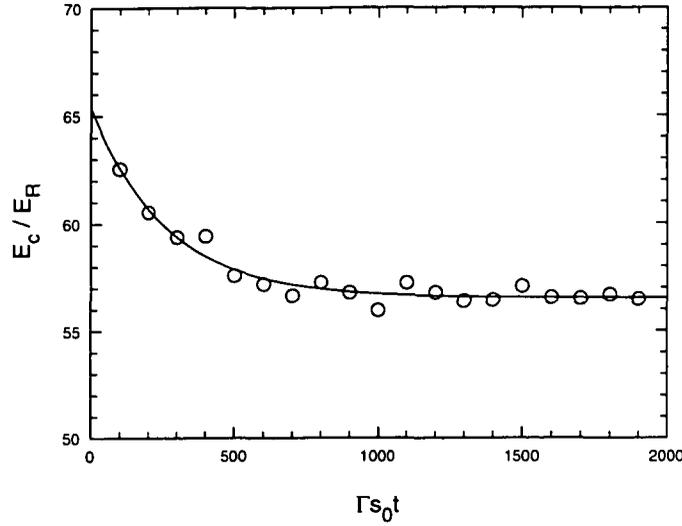


FIG. IV.8 - Temps nécessaire à l'atteinte du régime stationnaire dans la simulation de Monte-Carlo, pour le réseau d'antiplots : évolution temporelle de l'énergie cinétique moyenne dans le régime de fort champ magnétique ($\hbar\Omega_B = 2\mathcal{U}_0$). La courbe en trait plein est un ajustement en exponentielle. La figure correspond à $\theta_x = 30^\circ$, $\theta_y = 20^\circ$, $\mathcal{U}_0 = 400 E_R$ et $\Delta = 10 \Gamma$. La simulation porte sur un échantillon de 1000 atomes.

nous obtenons la condition restrictive suivante :

$$\Gamma s_0 \cdot dt \lesssim 10^{-2} \frac{\mathcal{U}_0/E_R}{\Delta/\Gamma} \quad (\text{IV.18})$$

Cette condition fournit une limite supérieure pour le pas de temps d'intégration, en fonction de la hauteur d'un antiplot et du désaccord laser à résonance. Dans le domaine de paramètres que nous considérerons dans la suite, il est aisé de se convaincre qu'un pas de temps $dt = 0,1 (\Gamma s_0)^{-1}$ est suffisant.

Pour des valeurs du champ magnétique suffisamment élevées (régime principalement exploré ici), le temps d'établissement du régime stationnaire peut être estimé grâce à la Fig. IV.8, qui illustre l'évolution temporelle typique de l'énergie cinétique atomique moyenne au sein du réseau. Un ajustement de cette courbe par une loi exponentielle fournit une constante de temps qui est typiquement de l'ordre de :

$$\tau \sim \frac{2 \mathcal{U}_0/E_R}{3 \Gamma s_0} \sim \frac{4 \Delta \hbar}{3 \Gamma E_R} \sim \frac{\Delta}{\Gamma} t_R \quad (\text{IV.19})$$

Cette constante de temps est du même ordre de grandeur que celles obtenues dans le cas d'un réseau brillant 2D bâti sur la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ [77]. Remarquons que le temps d'évolution nécessaire pour atteindre l'état stationnaire est considérablement augmenté pour des valeurs intermédiaires du champ magnétique. Nous éviterons, néanmoins, de discuter quantitativement ce régime, car nous focalisons notre étude principalement autour du régime de champ fort.

IV.4.b Résultats de la simulation

i) Distribution en impulsion

La Fig. IV.9 représente une distribution en impulsion stationnaire, $\Pi^{st}(p_x, p_y)$, typique dans le réseau d'antiplots. Cette distribution correspond au régime de fort champ magnétique et à une géométrie symétrique ($\theta_x = \theta_y = 90^\circ$). Cette figure permet de voir que les atomes sont relativement bien refroidis et confinés dans l'espace des impulsions. La distribution obtenue correspond à $p_{x\text{r.m.s.}} \simeq p_{y\text{r.m.s.}} \simeq 8,8 \hbar k$. Nous pouvons noter au passage que pour des valeurs faibles des déplacements

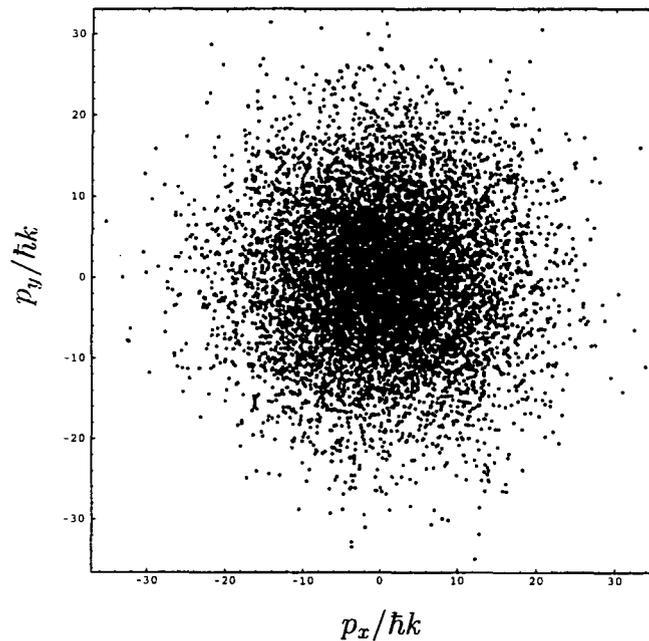


FIG. IV.9 - Distribution en impulsion stationnaire dans le réseau d'antiplots à fort champ magnétique ($\hbar\Omega_B = 2 \mathcal{U}_0$). La simulation est réalisée sur un échantillon de $N = 10\,000$ atomes. La figure correspond au cas symétrique où $\theta_x = 90^\circ = \theta_y = 90^\circ$. On obtient $p_{x\text{r.m.s.}} \simeq p_{y\text{r.m.s.}} \simeq 8,8 \hbar k$. La hauteur des antiplots est donnée par $\mathcal{U}_0 = 1\,000 E_R$ et le désaccord par $\Delta = 10 \Gamma$.

lumineux (typiquement $\mathcal{U}_0 < 20 E_R$) nous avons obtenu des lignes de fuite dans l'espace des impulsions, analogues à celles apparaissant pour des réseaux brillants [65].

ii) Température cinétique

De façon analogue aux situations unidimensionnelles [cf. Eq. (II.27), p. 106], nous utiliserons la définition suivante pour la « température » T_c du réseau 2D :¹⁸

$$k_B T_c = \frac{\langle P^2 \rangle}{2M} = \frac{\langle P_x^2 \rangle}{2M} + \frac{\langle P_y^2 \rangle}{2M} = \frac{1}{2} k_B T_x + \frac{1}{2} k_B T_y \quad (\text{IV.20})$$

La figure IV.10 représente la variation de température en fonction du champ magnétique, sur une plage de valeurs de Ω_B assez large. Cette courbe rappelle la variation de température obtenue dans les réseaux gris 1D (voir § III.3.b). Elle est, par ailleurs, en bon accord qualitatif avec la variation expérimentalement observée dans un réseau d'antiplots sur la transition $J_g = 3 \rightarrow J_e = 2$ du césium [45].

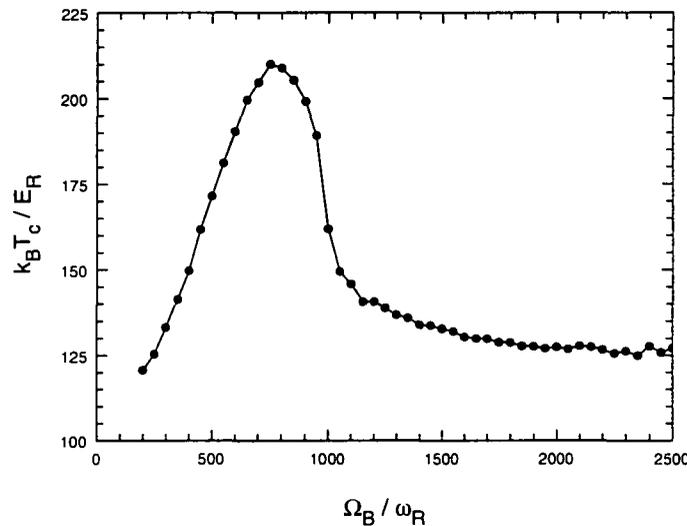


FIG. IV.10 - Variation de la température cinétique en fonction du champ magnétique appliqué. Cette variation rappelle celle des réseaux gris unidimensionnels. Elle est en bon accord qualitatif avec la variation observée expérimentalement sur la transition $J_g = 3 \rightarrow J_e = 2$ [45]. La figure correspond à $\theta_x = 30^\circ$, $\theta_y = 20^\circ$, $\mathcal{U}_0 = 1000 E_R$ et $\Delta = 10 \Gamma$. Elle a été obtenue à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo sur un échantillon de 10 000 atomes, avec un temps de moyennage de $5000 (\Gamma s_0)^{-1}$.

iii) Température asymptotique - anisotropie

Une autre caractéristique intéressante, est la variation linéaire de la température avec la hauteur des antiplots, obtenue dans le régime asymptotique, pour des valeurs de \mathcal{U}_0 suffisamment élevées (Fig. IV.11). Cette variation est typique du refroidissement « Sisyphes » et rappelle également les courbes obtenues pour les réseaux gris

18. Il faut souligner que cette définition de la température n'est pas unique. En effet, étant donné le profil non gaussien de la distribution des vitesses, il peut y avoir une anisotropie de température selon différentes directions d'espace [77].

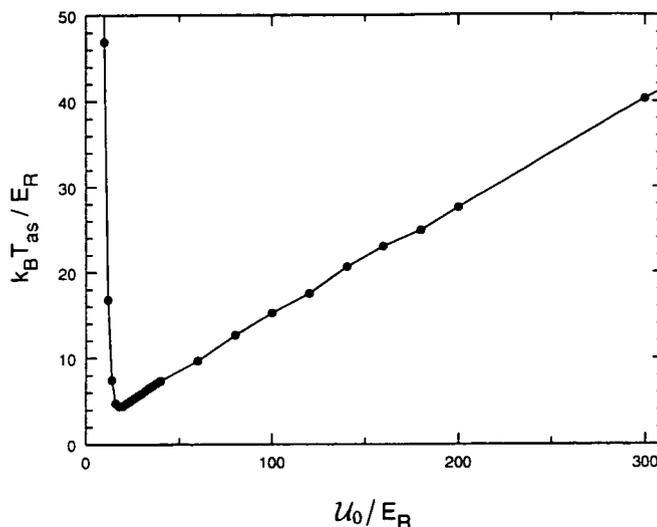


FIG. IV.11 - Variation de la température asymptotique en fonction de la hauteur des antiplots. La variation est typique d'un refroidissement « Sisyphes ». Les températures atteintes sont assez basses (comme pour les réseaux 1D). Noter que le traitement semi-classique pourrait être mis à défaut lorsque la hauteur des antiplots devient relativement faible. La figure correspond à $\theta_x = 30^\circ$, $\theta_y = 20^\circ$, $U_0 = 1000 E_R$, $\hbar\Omega_B = 2 U_0$ et $\Delta = 10 \Gamma$. Elle a été obtenue à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo sur un échantillon de 10 000 atomes, avec un temps de moyennage de $1000 (\Gamma s_0)^{-1}$.

1D. Dans le cas particulier où $\theta_x = 30^\circ$ et $\theta_y = 20^\circ$ (paramètres de la Fig. IV.11) un ajustement linéaire pour $U_0 > 100$ fournit la loi suivante :

$$\frac{k_B T_c}{E_R} \simeq 0,11 \frac{U_0}{E_R} + 5 \quad (\text{IV.21})$$

Nous avons, par ailleurs, cherché à mettre en évidence une éventuelle anisotropie de la température, pour des angles θ_x et θ_y différents.¹⁹ Pour ce faire, nous avons considéré une situation géométrique très asymétrique, correspondant à $\theta_x = 90^\circ$ et $\theta_y = 10^\circ$, et nous avons évalué parallèlement la température cinétique totale T_c et les deux « températures directionnelles », T_x et T_y , données par l'Eq. (IV.20). La Fig. IV.12 illustre les résultats ainsi obtenus. Nous remarquons qu'il existe une différence manifeste de la température selon les deux directions principales Ox et Oy , notamment pour les valeurs de U_0 élevées. Nous remarquons que la température augmente avec l'angle θ_x et θ_y .²⁰ Cet effet reflète le caractère anisotrope de la distribution d'impulsion atomique dans le cas des configurations non symétriques. Toutefois, cette anisotropie n'excédant généralement pas 20 %, l'hypothèse d'une température isotrope paraît raisonnable pour le réseau d'antiplots.

19. Dans le cas d'une géométrie symétrique, nous avons obtenu des « températures » très proches selon les deux directions principales.

20. Nous n'avons pas cherché ici à réaliser une étude systématique de la variation de la température avec les angles du « tétraèdre ». On peut remarquer, cependant, que les résultats de la Fig. IV.12 sont en accord avec les raisonnements qualitatifs présentés au chapitre I.

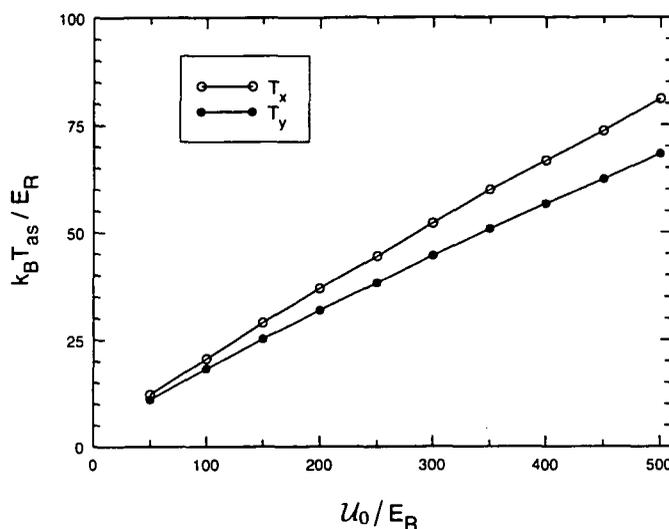


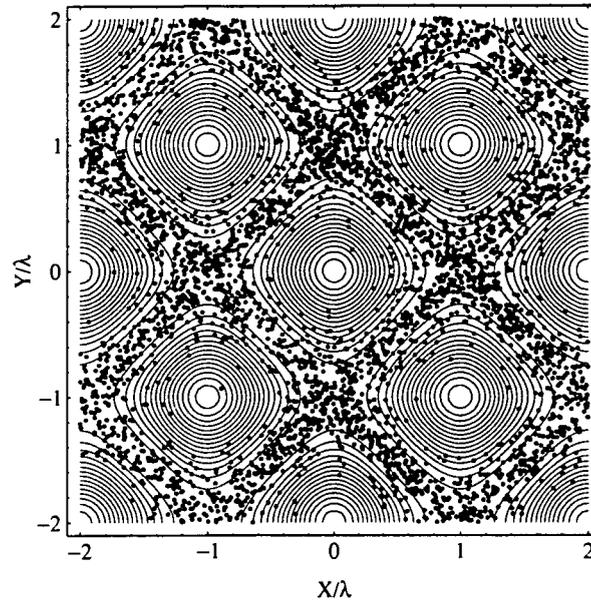
FIG. IV.12 - Anisotropie de la température cinétique : le calcul montre que pour des configurations très asymétriques, les températures asymptotiques sont différentes selon les deux directions principales. Nous avons représenté le régime linéaire de T_x et T_y . La figure correspond à $\theta_x = 90^\circ$, $\theta_y = 10^\circ$, $U_0 = 1000 E_R$ et $\Delta = 5 \Gamma$.

Remarquons, enfin, que les températures obtenues pour des valeurs faibles de U_0/E_R sont très basses (de l'ordre de quelques E_R/k_B). Il faut, cependant, garder à l'esprit le fait que le développement semi-classique en puissances de $\hbar k/\bar{p}$ n'a de sens que lorsque l'impulsion atomique varie peu à l'échelle de $\hbar k$. Par conséquent, l'approche semi-classique devrait être employée avec précaution dans ce régime (correspondant typiquement à $U_0/E_R < 100$). Dans la suite, nous discuterons exclusivement le régime où $\hbar\Omega_B > U_0 > 100 E_R$.

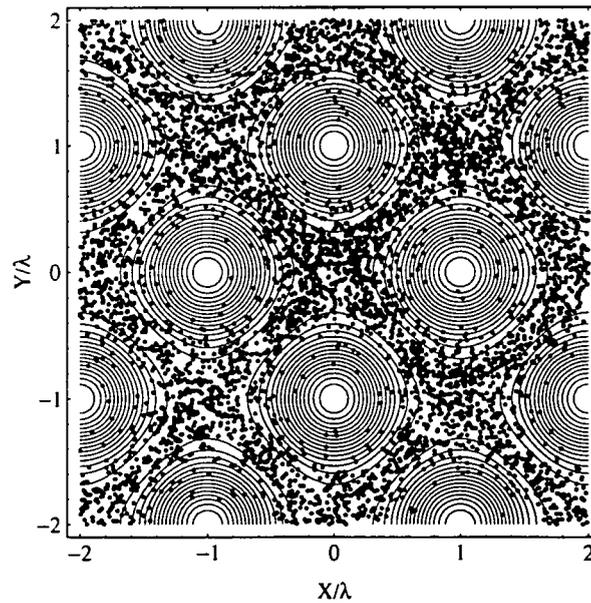
iv) Distribution spatiale :

Nous avons enfin évalué la distribution spatiale stationnaire $\Pi^{st}(x, y)$ du réseau d'antiplots (Fig. IV.13). Cette distribution témoigne d'une canalisation atomique importante selon les lignes « attractives » données par les Eqs. (IV.5) et (IV.6), où la polarisation lumineuse est circulaire et le potentiel optique est plat. Cette canalisation d'atomes très prononcée n'est pas sans rappeler la distribution électronique spatiale, obtenue dans les superréseaux latéraux d'antiplots dans le régime conducteur [135].²¹

21. En physique des hétérostructures semiconductrices, le régime « conducteur » correspond à un potentiel pour lequel le recouvrement spatial entre antiplots voisins est faible. Dans ce cas, les électrons sont libres de se mouvoir parmi les antiplots. Cette situation est assez semblable au régime de champ magnétique fort dans le cas du réseau optique. Il existe, en revanche, une situation opposée, appelée régime « isolant », où les antiplots se recouvrent fortement et les électrons sont principalement confinés. Cette dernière situation rappelle le régime de champ magnétique faible dans le cas du réseau optique, où les atomes sont principalement confinés dans des sites de polarisation circulaire.



(a) Distribution spatiale stationnaire de la nappe $V_+(x, y)$.



(b) Distribution spatiale stationnaire de la nappe $V_-(x, y)$.

FIG. IV.13 - Distribution spatiale stationnaire $\Pi^{st}(x, y)$ du réseau d'antiplots : les atomes sont localisés au voisinage des minima du potentiel optique, le long des lignes de polarisation circulaire où ils interagissent très faiblement avec le champ lumineux. Les deux niveaux adiabatiques sont pratiquement équipés à très fort champ magnétique. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 30^\circ$, $\mathcal{U}_0 = 1000 E_R$, $\Omega_B = 2 \mathcal{U}_0$ et $\Delta = 10 \Gamma$.

Notons également que les deux nappes de potentiel sont pratiquement équipées pour les valeurs élevées du champ magnétique. Dans ce régime, les deux nappes peuvent s'identifier aux deux sous-niveaux Zeeman du fondamental, si bien que la magnétisation moyenne du réseau tend vers zéro (voir aussi la discussion à la fin du chap. III).

IV.5 Trajectoire d'un atome au sein du réseau d'antiplots - l'effet « flipper »

Dans la section précédente nous avons caractérisé le réseau d'antiplots au régime stationnaire en déterminant la distribution atomique spatiale et la température cinétique. Hormis ces propriétés *moyennes*, il est particulièrement intéressant de connaître la dynamique atomique individuelle au sein du réseau. Dans cette section, nous étudions et illustrons cette dynamique au moyen de trajectoires classiques typiques à un atome. Il est important de noter que le mouvement atomique pourrait éventuellement présenter un caractère *chaotique*. En effet, le potentiel optique auquel sont soumis les atomes n'est pas séparable et le système ressemble à un billard.²² En physique des semiconducteurs, le chaos a été étudié dans différents types de superréseaux latéraux. Signalons, en particulier, l'étude de la Réf. [138], portant sur la nature chaotique du mouvement électronique dans un superréseau d'antiplots. Dans ce qui suit, nous ne chercherons pas à mettre en évidence de tels effets chaotiques dans le réseau optique. Une caractérisation systématique du mouvement atomique au moyen de sections de Poincaré mériterait d'être réalisée, par ailleurs, et constitue une voie potentielle d'exploration future.

IV.5.a Etude des trajectoires atomiques

Etant donné le fait que dans la simulation semi-classique chaque atome est suivi au cours de son mouvement, il est possible de connaître précisément l'allure des trajectoires individuelles au sein du réseau d'antiplots. A titre d'exemple, nous avons illustré sur la Fig. IV.14 une trajectoire typique décrite par un atome au régime stationnaire (la figure a été tracée pour $1\,000 \leq \Gamma s_0 t \leq 2\,000$). Les portions de cette trajectoire en trait foncé correspondent au niveau adiabatique interne V_- , tandis que les portions de trajectoire en trait plus clair sont associées au niveau V_+ . Pour des raisons de lisibilité de la figure, seul le potentiel du niveau V_- a été représenté.

Une caractéristique importante du mouvement, mise en évidence par la figure, est le fait que les atomes se meuvent principalement selon les lignes attractives données par les Eqs. (IV.5) et (IV.6). La canalisation atomique le long de ces lignes, où la polarisation lumineuse est circulaire et où le potentiel optique est plat, est, d'ailleurs, en accord avec la distribution spatiale stationnaire, représentée sur la Fig. IV.13. Lorsqu'un atome relativement rapide suit une telle ligne attractive, il ne « voit » pas

²² Il ne faut cependant pas oublier l'effet de la dissipation, intervenant dans les cycles de pompage optique et dans le processus de diffusion en impulsion.

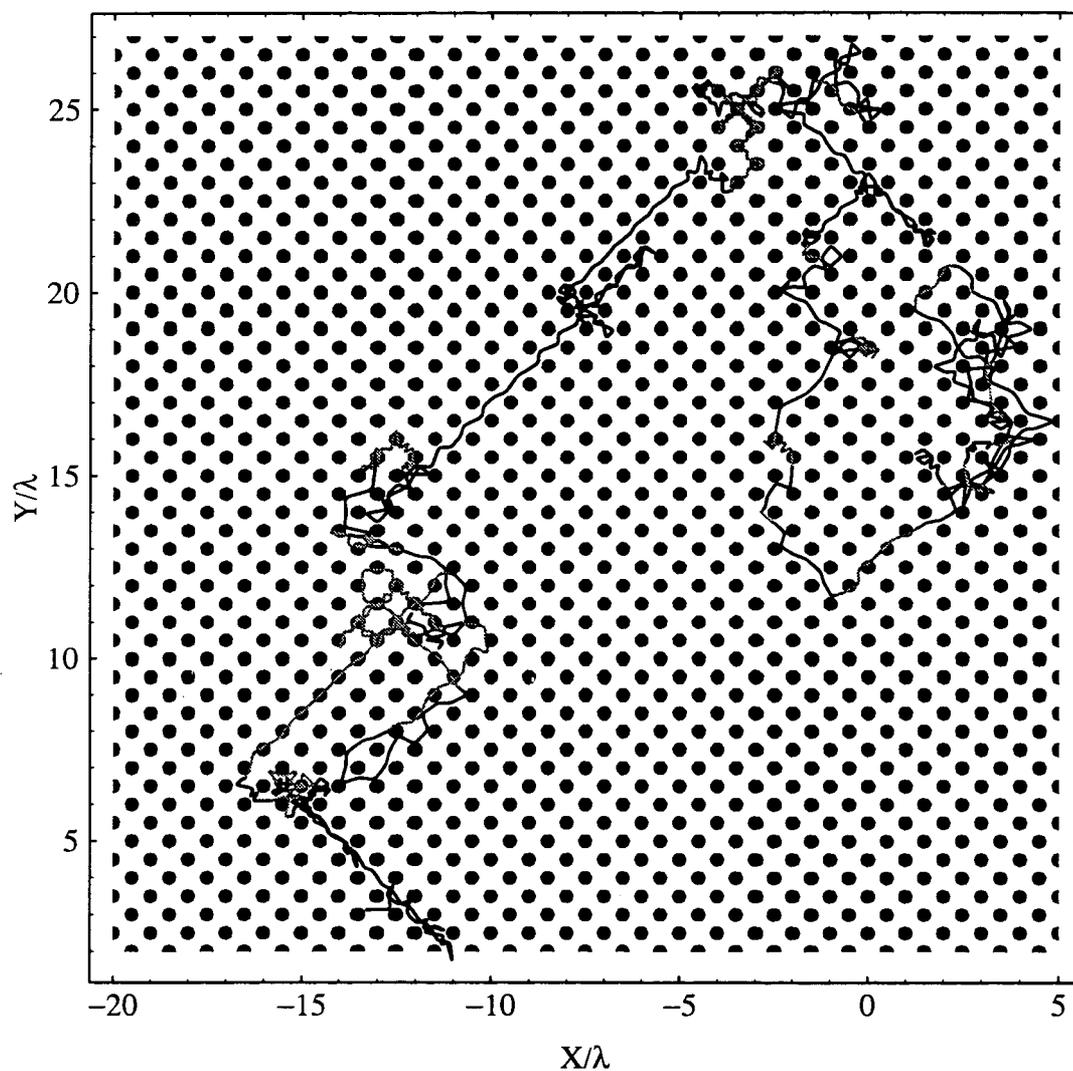


FIG. IV.14 - Trajectoire atomique typique dans le réseau d'antiplots : un atome se meut principalement au voisinage des minima du potentiel optique, le long des lignes où la polarisation est circulaire. Les deux niveaux de gris représentent l'état interne de l'atome (trait foncé : niveau V_- ; trait clair : niveau V_+). La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$, $U_0 = 1000 E_R$, $\Omega_B = 2,5 U_0$ et $\Delta = 30 \Gamma$. Afin de préserver la lisibilité de la figure, nous avons représenté uniquement le potentiel du niveau V_- .

la modulation spatiale du potentiel dans la direction orthogonale à son mouvement et parcourt éventuellement une distance significative, correspondant à quelques 10λ . En revanche, un atome relativement lent est plus sensible aux variations spatiales du potentiel optique. En particulier, il est continûment diffusé par les pics de potentiel répulsifs et sa trajectoire reste éventuellement localisée à l'échelle de quelques λ . Ce dernier type de mouvement, rappelle les « orbites diffusées » (ou « scattered orbits » en anglais) des électrons dans un réseau semiconducteur d'antiplots [137].²³

En examinant de manière plus détaillée les différentes parties d'une trajectoire atomique, on s'aperçoit que, du fait de la diffusion par les pics de potentiel, un atome lent décrit en parties un mouvement oscillatoire dans la direction transverse à la ligne « attractive » le long de laquelle il se déplace. Ce type particulier de trajectoire rappelle celui d'une bille dans un jeu de flipper. Une illustration de cet effet est donnée sur la Fig. IV.15. Sur cette figure, nous remarquons qu'un atome lent se déplaçant le long d'une ligne non-couplée, explore la modulation spatiale du potentiel dans la direction transverse à son mouvement. Soumis à cette modulation, l'atome décrit un mouvement d'oscillation, durant typiquement une à deux périodes. Dans le paragraphe qui suit, nous nous concentrons sur les caractéristiques de ce mouvement particulier.

IV.5.b Estimation de la fréquence d'oscillation « flipper »

Afin d'avoir une idée plus quantitative sur les caractéristiques du mouvement oscillatoire de type « flipper » ainsi que sur la classe d'atomes qui y participent, nous donnons une estimation de la fréquence d'oscillation, Ω_f , associée à ce mouvement. En examinant par exemple la Fig. IV.3 (p. 222), il est possible de remarquer que le potentiel adiabatique le long d'une ligne « attractive » ressemble à une gouttière. Plus précisément, un développement limité du potentiel $V_-(x, y)$ à l'ordre deux en x, y au voisinage de $x = \lambda_x/4, y = \lambda_y/4$ conduit à l'expression suivante :

$$V_-(x, y) \simeq -\frac{\hbar\Omega_B}{2} + \frac{\mathcal{U}_0}{2} \left(\frac{1}{2}K_x^2x^2 + \frac{1}{2}K_y^2y^2 - K_xK_yxy \right) \quad (\text{IV.22})$$

Il est alors commode d'effectuer le changement de repère qui permet de se placer dans le système d'axes propres $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ du mouvement atomique. Les expressions des vecteurs unitaires \mathbf{u} et \mathbf{v} sont données par :

$$\mathbf{u} = \frac{K_y \mathbf{e}_x + K_x \mathbf{e}_y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \quad (\text{IV.23a})$$

$$\mathbf{v} = \frac{K_x \mathbf{e}_x - K_y \mathbf{e}_y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \quad (\text{IV.23b})$$

23. On parle d'orbite dans ce cas, car les porteurs chargés, soumis à un champ magnétique transverse, ont tendance à suivre un mouvement de rotation autour des antiplots.

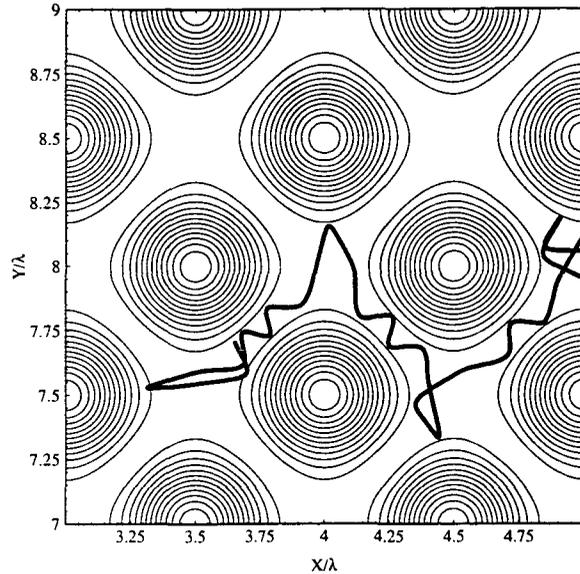


FIG. IV.15 - Effet « flipper » : du fait de la diffusion par les pics de potentiel repulsifs, le mouvement d'un atome lent présente des oscillations dans les directions transverses aux lignes « attractives ». Ce mouvement est très similaire à celui d'une bille dans un jeu de flipper. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$, $\mathcal{U}_0 = 1000 E_R$, $\Omega_B = 2,5 \mathcal{U}_0$ et $\Delta = 10 \Gamma$.

Dans ce repère, l'expression du potentiel (IV.22) se met, à l'ordre deux en u et v , sous la forme harmonique :

$$V_-(u, v) \simeq -\frac{\hbar\Omega_B}{2} + \frac{\mathcal{U}_0}{4} (K_x^2 + K_y^2) v^2 \quad (\text{IV.24})$$

Le terme d'ordre deux en u est nul. Un développement de V_- à des ordres supérieurs montrerait que le potentiel n'est pas modulé selon \mathbf{u} . Ce vecteur unitaire est parallèle à la ligne « attractive », qui est aussi la direction principale du mouvement. En revanche, le terme d'ordre deux en v permet d'obtenir la fréquence angulaire de vibration Ω_f :

$$\Omega_f = \frac{1}{\hbar} \sqrt{(E_{Rx} + E_{Ry}) \mathcal{U}_0} \quad (\text{IV.25})$$

où les notations E_{Rx} et E_{Ry} sont celles du chap. I [cf. p.ex. les Eqs. (I.69a-b), p. 61].

Comme nous l'avons remarqué au paragraphe précédent, un atome relativement rapide, se déplaçant le long d'une ligne « attractive », parcourt éventuellement une distance importante à l'échelle de la longueur d'onde λ pendant le temps $T_f = 2\pi/\Omega_f$. En revanche, un atome relativement lent parcourt une distance correspondant à une fraction de λ durant le même temps T_f . Les deux classes d'atomes peuvent *a priori* décrire des oscillations dans la direction transverse à leur mouvement, du fait de la diffusion par les pics de potentiel répulsifs. Il est alors assez utile

d'identifier le processus dominant, afin d'avoir une image intuitive du mécanisme impliqué : s'agit-il d'oscillations le long « des couloirs » correspondant à une grande période spatiale, ou bien d'un mouvement localisé à l'échelle d'une fraction de λ ayant lieu essentiellement entre deux antiplots voisins? Pour répondre à cette question, évaluons l'ordre de grandeur de la distance typique parcourue par un atome à la vitesse $v_{r.m.s.}$ durant une période d'oscillation T_f . Considérons le cas particulier où $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$. Eu égard au fait que $v_{r.m.s.} \propto \sqrt{\mathcal{U}_0}$ (cf. Fig. IV.11) et que $\Omega_f \propto \sqrt{\mathcal{U}_0}$ [cf. Eq. (IV.25)], le rapport $v_{r.m.s.}/\Omega_f$ est indépendant de \mathcal{U}_0 . Par conséquent, durant le temps T_f , l'atome parcourt une distance ℓ donnée par :

$$\ell \sim v_{r.m.s.} \times \frac{2\pi}{\Omega_f} \simeq 0,55 \lambda \quad (\text{IV.26})$$

Il est alors aisé de voir, en faisant usage par exemple de la Fig. IV.15, qu'un atome se déplaçant le long d'une ligne « attractive », au voisinage de deux antiplots, avec une impulsion $p_{r.m.s.}$ décrit typiquement une à deux périodes d'oscillation pendant la traversée de la région délimitée par ces deux antiplots. Cette estimation est, de surcroît, compatible avec le nombre d'oscillations observées sur la figure IV.15. Nous pouvons alors parler d'un véritable « flipper à atomes », en employant un terme similaire à celui de « flipper électronique » introduit dans la Réf. [137].

Après l'étude de la dynamique atomique au sein du réseau, révélant ce mouvement oscillatoire original, une question se pose naturellement : Peut-on avoir accès à ce mouvement atomique lors d'une expérience? Dans la section qui suit, nous essayons de donner une réponse à cette question.

IV.6 Spectroscopie pompe-sonde du réseau d'antiplots

Un moyen d'étude de la dynamique atomique dans les réseaux optiques est la spectroscopie non-linéaire pompe-sonde [36, 27]. Cette section est entièrement consacrée au calcul et à l'interprétation des spectres de transmission obtenus dans le réseau d'antiplots. Deux situations sont envisagées séparément :

- la sonde se propage dans le plan du réseau ;
- la direction de propagation de la sonde est orthogonale au plan du réseau.

Les deux situations pourraient être étudiées expérimentalement. Dans les deux cas, l'étude des spectres se révèle très intéressante. En particulier, les oscillations transitoires d'atomes entre deux antiplots voisins (effet « flipper ») se traduisent sur les spectres de transmission par des résonances latérales relativement larges. Ces résonances de vibration devraient être accessibles dans une expérience.

IV.6.a Rappels sur la spectroscopie pompe-sonde des réseaux optiques ; technique de calcul semi-classique

Nous considérons un faisceau sonde de faible intensité, traversant un milieu non-linéaire, pompé par un champ d'amplitude bien plus importante. En l'occurrence, le milieu non-linéaire est le milieu atomique et le champ pompe est le champ résultant de l'interférence entre les différents faisceaux qui engendrent le réseau optique. La sonde est caractérisée par son vecteur de propagation \mathbf{k}_p et sa polarisation, notée ϵ_p , si bien que le champ électrique associé à ce faisceau est donné par :

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) = \varepsilon E_0 \epsilon_p \cos(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega_p t) \quad (\text{IV.27})$$

où nous avons noté $\varepsilon = E_p/E_0 \ll 1$ le rapport entre les amplitudes du faisceau sonde et d'un faisceau pompe. La fréquence de la sonde ω_p est balayée au voisinage de la fréquence des pompes ω_L ; le désaccord pompe-sonde est noté $\delta = \omega_p - \omega_L$.

En raison de la traversée du milieu atomique par la sonde, des structures résonnantes apparaissent sur le spectre de transmission de celle-ci. En fait le mécanisme d'apparition de ces résonances peut être décomposé en trois étapes [27] :

- a) D'abord, l'interférence entre les champs pompe et sonde engendre une onde d'intensité et de polarisation modulées dans l'espace et le temps. La modulation spatiale est caractérisée par la différence entre les vecteurs d'onde $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}$ (où \mathbf{k} est un vecteur du champ pompe). La modulation temporelle est, quant à elle, caractérisée par la fréquence δ .
- b) Ensuite, l'interaction entre le champ électrique résultant et le milieu atomique induit une modulation spatio-temporelle, caractérisée par $\Delta\mathbf{k}$ et δ , de certaines observables physiques (notamment de la densité, de l'orientation, ou de l'alignement). En raison du temps de réponse fini du milieu, les observables ainsi modulées présentent une différence de phase par rapport au champ d'interférence pompe-sonde qui crée cette modulation.
- c) Le champ pompe interagit, enfin, avec ces observables modulées et conduit à l'apparition d'une polarisation macroscopique, possédant au premier ordre en ε des composantes aux fréquences ω_L , $\omega_L + \delta = \omega_p$ et $\omega_L - \delta = 2\omega_L - \omega_p$. La première de ces composantes décrit l'absorption et la modification d'indice du champ sonde ; elle sera négligée ici. La deuxième varie à la fréquence ω_p . Elle est, par conséquent, susceptible de modifier l'intensité de la sonde. La troisième composante spectrale de la polarisation correspond au spectre de conjugaison de phase qui contient des informations physiques similaires au spectre de transmission. Cette partie ne sera pas considérée ici.

En conclusion, le calcul du spectre de transmission se ramène à l'évaluation de la composante spectrale à ω_p , \mathbf{P}_p , de la polarisation induite dans le milieu atomique, due à l'interaction pompe-sonde. Dans ce terme, il existe une composante en phase et une composante en quadrature avec le champ sonde. La composante en phase

caractérise la modification non-linéaire d'indice du milieu vu par la sonde et due à la présence des pompes. La composante en quadrature est responsable du transfert de puissance \mathcal{P} du champ pompe vers la sonde qui est caractéristique des résonances observées sur le spectre de transmission.

De manière plus quantitative, on montre que, pour une densité volumique n du milieu atomique, le spectre de transmission, normalisé à ε^2 , peut s'écrire sous la forme [26, 27]:²⁴

$$S = -\frac{1}{\varepsilon} \overline{\mathbf{E}_p \cdot \frac{d\mathbf{P}_p}{dt}} = n\hbar\omega_L s_0 \Im m \left\{ (\Delta - i\Gamma/2) Tr \left[\hat{\wp} \sigma_{st}^{(1)} \right] \right\} \quad (\text{IV.28})$$

où $\sigma_{st}^{(1)}$ correspond à l'expression de la matrice densité stationnaire modifiée, à l'ordre un en ε , par la présence de la sonde et où la notation $f(t)$ décrit la moyenne temporelle de $f(t)$; l'opérateur $\hat{\wp}$, défini à l'Eq. (AIII.2), est associé à un processus d'interaction à deux photons impliquant l'absorption d'un photon dans le mode pompe et émission d'un photon dans le mode sonde. Nous pouvons également exprimer cet opérateur sous la forme:²⁵

$$\hat{\wp} = \left[\hat{\mathbf{d}}^- \cdot \boldsymbol{\epsilon}_p(\mathbf{r}, t) \right] \left[\hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\epsilon}_L(\mathbf{r}) \right] \quad (\text{IV.29})$$

Nous décrivons maintenant brièvement le principe du calcul du spectre de transmission de la sonde, dans le cadre du modèle semi-classique.²⁶ Dans un premier temps, on évalue, à l'ordre un en ε , la modification induite par la sonde au sein du système atomique. A cet ordre, l'effet du faisceau sonde se manifeste sous la forme d'une modulation spatio-temporelle du potentiel lumineux, mais également de tous les autres coefficients caractéristiques du mouvement intervenant dans la simulation (taux de pompage optique, forces dissipatives, tenseurs de diffusion en impulsion). L'amplitude de cette modulation est, bien entendu, de l'ordre de ε . Dans notre évaluation du spectre, il est légitime de négliger la modification de la diffusion en impulsion, afin de simplifier légèrement le calcul. Dans un deuxième temps, le signal (IV.28) est calculé et moyenné sur l'échantillon atomique, pour chaque valeur du désaccord δ considérée. En somme, nous pouvons écrire le signal de transmission sous la forme :

$$S(\delta) = n\omega_L \frac{\mathcal{U}_0}{2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{\text{trajectoire } i} dt s_i(\mathbf{r}_i, \delta, t) \quad (\text{IV.30})$$

La quantité $s_i(\mathbf{r}_i, \delta, t)$ représente le signal de transmission de l'atome i , à l'instant t . Ce signal comporte une contribution de chaque sous-niveau adiabatique, exprimée à l'aide de l'opérateur $\hat{\wp}$. Noter que ce moyennage requiert des temps beaucoup plus

24. S représente la densité de puissance échangée entre le milieu atomique et la sonde.

25. On peut remarquer que le vecteur $\boldsymbol{\epsilon}_p(\mathbf{r}, t)$ décrit la polarisation $\boldsymbol{\epsilon}_p$, mais tient également compte, implicitement, de la dépendance spatiale et temporelle du champ électrique de la sonde.

26. Notons que la philosophie du calcul est la même pour les réseaux brillants [87].

longs que la période, $T = 2\pi/\delta$, de la modulation temporelle des observables du réseau. Pour éviter un temps de calcul excessif, nous imposons une limite supérieure au temps de moyennage, qui est de l'ordre de $1000 (\Gamma_{S_0})^{-1}$.

IV.6.b Sonde dans le plan du réseau

La première situation que nous considérons est illustrée sur la Fig. IV.16. Le faisceau sonde se propage dans le plan xOy du réseau d'antiplots. Le vecteur d'onde \mathbf{k}_p fait un angle θ_p avec l'axe Ox , la polarisation ϵ_p est linéaire et parallèle au plan de propagation. Dans ce cas, le vecteur d'onde \mathbf{k}_p est donné par :

$$\mathbf{k}_p = k_p \cos \theta_p \mathbf{e}_x + k_p \sin \theta_p \mathbf{e}_y \quad (\text{IV.31})$$

où $k_p = \omega_p/c$. La partie de fréquence positive du champ électrique de la sonde s'écrit dans la base des composantes standards en $z = 0$:

$$E_{p,\pm}^{\parallel}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{\pm i\theta_p} e^{i(k_{p,x}x + k_{p,y}y - \delta t)} \quad (\text{IV.32})$$

où nous avons noté « \parallel » pour une sonde dans le plan xOy .

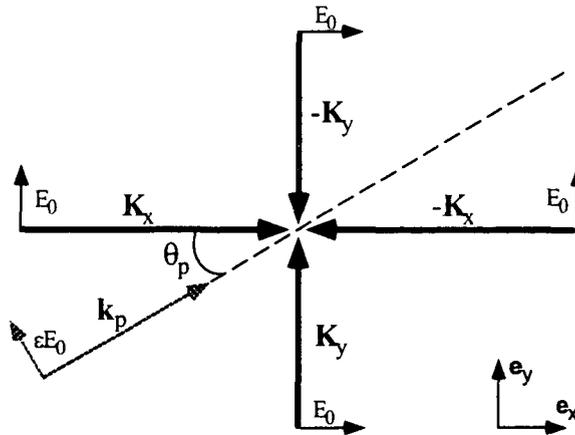


FIG. IV.16 - Sonde dans le plan du réseau : le vecteur d'onde de la sonde \mathbf{k}_p fait un angle θ_p avec l'axe Ox . Sa polarisation est linéaire.

Nous débutons par donner les expressions des potentiels adiabatiques et des taux de pompage optiques en présence de la sonde. Ensuite, nous obtenons l'expression mathématique du signal de transmission dû à un atome. Nous étudions enfin les résultats de la simulation, en fonction de différents paramètres.

i) Modifications apportées par la sonde au premier ordre en ε

Dorénavant, nous ferons usage des quantités suivantes, afin de simplifier légèrement les différentes expressions :

$$\begin{aligned} a(x, y, t) &= \cos \theta_p \cos(K_x x) \sin(k_p x + k_p y - \delta t) \\ b(x, y, t) &= \sin \theta_p \cos(K_y y) \cos(k_p x + k_p y - \delta t) \\ c(x, y, t) &= \sin \theta_p \cos(K_x x) \cos(k_p x + k_p y - \delta t) \\ d(x, y, t) &= \cos \theta_p \cos(K_y y) \sin(k_p x + k_p y - \delta t) \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

En considérant l'expression du champ total en présence de la sonde, et en utilisant les quantités introduites ci-dessus, il est possible d'évaluer la modification des potentiels adiabatiques au 1^{er} ordre en ε :

$$\begin{aligned} V_{\mp}^{\parallel}(\mathbf{r}, t) \simeq V_{\mp}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{4} \left\{ [a(\mathbf{r}, t) - b(\mathbf{r}, t)] \mp 2 \frac{\alpha(\mathbf{r}) \beta(\mathbf{r})}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} [a(\mathbf{r}, t) + b(\mathbf{r}, t)] \right. \\ \left. \pm \left[1 - \frac{2\beta^2(\mathbf{r})}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] [c(\mathbf{r}, t) - d(\mathbf{r}, t)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

Cette expression n'est en fait pas très parlante. Pour avoir une image plus intuitive sur la nature de la modulation imposée par la sonde, plaçons nous dans le régime asymptotique de fort champ magnétique où $\alpha/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sim 1$ et $\beta/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \ll 1$. Afin de fixer les idées, considérons le cas particulier où la sonde se propage selon Ox et possède une polarisation linéaire, parallèle à Oy ($\theta_p = 0^\circ$). Considérons, de plus, le cas d'un réseau purement bidimensionnel, correspondant à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$ (*i.e.* $K_x = K_y = k$), et intéressons nous particulièrement à la nappe de potentiel inférieure V_-^{\parallel} . Dans le cas général (θ_x et θ_y quelconques), il est possible de mettre l'Eq. (IV.35) sous la forme suivante :

$$V_-^{\parallel, \text{lim}}(\mathbf{r}, t) \simeq V_-^{(0)}(\mathbf{r}) - \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2} \sin\left(\frac{K_x x - K_y y}{2}\right) \sin\left(\frac{K_x x + K_y y}{2}\right) \sin(k_p x - \delta t) \quad (\text{IV.36})$$

Il est alors aisé de donner cette expression en fonction des variables « normales » u et v , définies par :

$$u = \frac{K_y x + K_x y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \quad (\text{IV.37a})$$

$$v = \frac{K_x x - K_y y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \quad (\text{IV.37b})$$

[voir aussi les Eqs. (IV.23a-b)] et d'en prendre le développement à l'ordre un en u et v , au voisinage de $u = \frac{\pi}{2} \sqrt{K_x^2 + K_y^2}/(K_x K_y)$ et $v = 0$.²⁷ En ce faisant pour

27. Ce point correspond à $x = \lambda_x/4$ et $y = \lambda_y/4$; point au voisinage duquel l'oscillation « flipper » a lieu [voir § IV.5.b, p. 242].

$\theta_x = \theta_y = 90^\circ$, nous obtenons :

$$V_-^{\parallel, \text{lim}}(u, v, t) \simeq V_-^{(0)}(u, v) - \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2\sqrt{2}} k v \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta k}{k} - \delta t\right) \quad (\text{IV.38})$$

où $\Delta k/k = \delta/\omega_L \ll 1$. Cette expression permet de voir que la modulation du potentiel induite par la sonde, au voisinage de $x = \lambda_x/4$ et $y = \lambda_y/4$, prend la forme d'une oscillation forcée, à la fréquence δ , selon la direction \mathbf{v} .

L'équation (IV.36), ainsi que son développement (IV.38) appellent deux commentaires :

- tout d'abord, on note que la sonde induit une modulation spatiale du potentiel selon Δk , la modulation temporelle étant à la fréquence δ [cf. Eq. (IV.36)] ;
- en deuxième lieu, les lignes « attractives » le long desquelles la polarisation lumineuse est purement circulaire [Eqs. (IV.5) et (IV.6)] ne sont pas modulées *longitudinalement* par la sonde au premier ordre en ε [pas de terme en u dans l'Eq. (IV.38)].

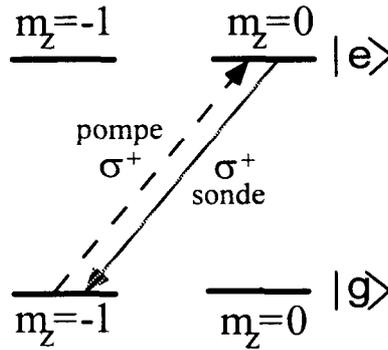


FIG. IV.17 - Processus interdit le long d'une ligne « attractive » de polarisation σ^- ; la sonde ne module pas le potentiel le long de ces lignes.

Afin de mieux comprendre cette dernière remarque, considérons une ligne « attractive » de la nappe de potentiel V_- , donnée par l'Eq. (IV.5). La polarisation lumineuse le long de cette ligne est σ^- , l'état interne s'y identifie au sous-niveau Zeeman $|-\rangle$. Par conséquent, un atome se mouvant le long de cette ligne est totalement insensible à la composante σ^- de la sonde. De plus, la composante σ^+ de celle-ci ne peut déplacer, au 1^{er} ordre en ε , l'énergie atomique, puisqu'il faudrait alors que l'atome absorbe un photon pompe de polarisation σ^+ et re-émette un photon dans le mode sonde σ^+ (ou inversement qu'il absorbe un photon sonde de polarisation σ^+ et re-émette un photon dans le mode pompe σ^+) [voir la Fig. IV.17]. En revanche, il existe une modulation *transverse* aux lignes « attractives » [terme en v dans l'Eq. (IV.38)]. Par conséquent, la sonde n'interagit pas avec un atome se déplaçant sur une ligne « attractive » ;²⁸ néanmoins, la modulation induite par la sonde transversalement à ces

28. Il ne faut, cependant, pas oublier que, quantiquement, le paquet d'onde associé à un atome possède une largeur finie. En toute rigueur donc, les ailes de la fonction d'onde peuvent être sensibles au champ lumineux de la sonde.

lignes, au voisinage de deux antiplots, est propice à l'observation des caractéristiques du mouvement transverse des atomes sur le spectre de transmission.

Le champ lumineux de la sonde induit, en outre, des couplages non-adiabatiques entre les états $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$. Cela signifie qu'en toute rigueur, la base adiabatique n'est plus la bonne base pour la description du système. Toutefois, lorsque $\Omega_B \gg \Delta s_0$, la modification des états propres est d'ordre $\varepsilon \times (\Delta s_0/\Omega_B)$. Dans ce régime de fort champ magnétique, dans lequel nous nous plaçons, il est, par conséquent, légitime de négliger cette modification des états propres. Cette approximation revient à supposer un suivi adiabatique des états $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$, malgré la modulation imposée par la sonde.

L'expression du potentiel, modulé par la sonde, permet d'obtenir celle de la force dipolaire intervenant dans l'équation du mouvement. Notons qu'en présence du faisceau sonde, la symétrie du problème est brisée et une force de pression de radiation (terme dissipatif) apparaît, du fait de l'interférence pompe-sonde. Cette force dissipative intervient dans l'équation de mouvement (IV.10) sous la forme d'un terme supplémentaire en $\nabla_{\mathbf{p}}\Pi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Dans le cadre d'une première approche, développée ici, nous négligeons l'effet de cette force. Notons que son ordre de grandeur est généralement $\varepsilon\hbar k\Gamma s_0$; elle est, par conséquent, négligeable devant la modification de la force hamiltonienne, due à la sonde, lorsque $\Delta \gg \Gamma$.

Dans le cadre de l'approximation de suivi adiabatique des états $|\Phi_{\pm}(x, y)\rangle$, malgré la modulation imposée par la sonde, il est possible d'évaluer la modification des taux de pompage optique; nous trouvons que la modulation des taux, induite par la sonde, a la même dépendance mathématique que le déplacement des potentiels adiabatiques :

$$\begin{aligned} \gamma_{\mp\pm}^{\parallel}(\mathbf{r}, t) = \gamma_{\mp\pm}^{(0)}(\mathbf{r}) + \varepsilon \frac{\Gamma s_0}{4} \left\{ [a(\mathbf{r}, t) - b(\mathbf{r}, t)] \mp 2 \frac{\alpha(\mathbf{r})\beta(\mathbf{r})}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} [a(\mathbf{r}, t) + b(\mathbf{r}, t)] \right. \\ \left. \pm \left[1 - \frac{2\beta^2(\mathbf{r})}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] [c(\mathbf{r}, t) - d(\mathbf{r}, t)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.39})$$

Comme il a été mentionné précédemment, nous négligeons l'effet de la sonde sur la diffusion en impulsion. L'ordre de grandeur des termes négligés est $\varepsilon\hbar^2 k^2 \Gamma s_0$.

ii) Contribution de chaque atome au signal dans le cas ||

Connaissant les modifications apportées aux différents coefficients du mouvement à l'ordre un en ε , il est possible de simuler le mouvement atomique en présence de la sonde. Le calcul du spectre de transmission est effectué en évaluant l'expression (IV.28) dans la simulation de Monte-Carlo. Cela se ramène à l'évaluation de la moyenne des signaux de transmission de chaque atome [Eq. (IV.30)]. Après un peu de calcul algébrique, sans difficulté majeure, il est possible de ramener l'expression du signal atomique pour une sonde || à la forme suggestive suivante :

$$s_i^{\parallel}(\mathbf{r}_i, \delta, t) = s_i^{(dens)}(\mathbf{r}_i, \delta, t) \widehat{I} + s_i^{(ori)}(\mathbf{r}_i, \delta, t) \widehat{J}_z \quad (\text{IV.40})$$

Nous distinguons ainsi deux contributions de natures différentes :

- une contribution du réseau de densité, $s_i^{(dens)}$, donnée par

$$s_i^{(dens)}(\mathbf{r}, \delta, t) = \cos \theta_p \frac{\cos(K_x x)}{2} \left[\cos(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) - \frac{\Gamma}{2\Delta} \sin(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) \right] \\ + \sin \theta_p \frac{\cos(K_y y)}{2} \left[\sin(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) + \frac{\Gamma}{2\Delta} \cos(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) \right] \quad (\text{IV.41})$$

- et une contribution du réseau d'orientation, $s_i^{(ori)}$, donnée par

$$s_i^{(ori)}(\mathbf{r}, \delta, t) = \cos \theta_p \left[\cos(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) - \frac{\Gamma}{2\Delta} \sin(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) \right] \times \\ \times \left[\frac{\frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) \cos(K_y y) + \alpha\beta \cos(K_x x)}{\alpha^2 + \beta^2} \right] \\ + \sin \theta_p \left[\sin(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) + \frac{\Gamma}{2\Delta} \cos(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \delta t) \right] \times \\ \times \left[\frac{\frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) \cos(K_x x) - \alpha\beta \cos(K_y y)}{\alpha^2 + \beta^2} \right] \quad (\text{IV.42})$$

où α et β sont, naturellement, fonctions de \mathbf{r} . La première contribution au spectre rend compte de la diffraction, sans changement de polarisation, des ondes pompes sur le réseau de densité atomique modulé par la sonde. La deuxième contribution correspond à une diffraction, avec rotation des polarisations, des ondes pompes sur le réseau de magnétisation, modulé temporellement par la sonde (effet Faraday). Nous pouvons remarquer sur les deux équations ci-dessus, que les deux contributions au signal sont du même ordre de grandeur et possèdent des expressions tout à fait équivalentes, dans le régime de fort champ magnétique où $\alpha/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sim 1$ et $\beta/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \ll 1$.

iii) Résultats de la simulation dans le cas ||

La Fig. IV.18 représente des spectres de transmission typiques, obtenus pour différentes valeurs de θ_x et θ_y , lorsque $\theta_p = 0^\circ$ (sonde se propageant selon Ox et ayant une polarisation linéaire selon Oy). Tous ces spectres présentent des résonances latérales larges, de part et d'autre de $\delta = 0$. La position de ces structures est en très bon accord avec la fréquence Ω_f , définie par l'Eq. (IV.25). Notons que l'allure du spectre de transmission ne varie pas sensiblement avec la direction de propagation de la sonde. Cela signifie que la sonde induit des modulations spatio-temporelles des différentes observables, qui ne dépendent pas crucialement de sa direction de propagation.²⁹

29. Cependant, il ne faut pas oublier que la pression de radiation due à la présence de la sonde a été négligée dans notre calcul. Malgré le fait que sa prise en compte ne devrait que faiblement

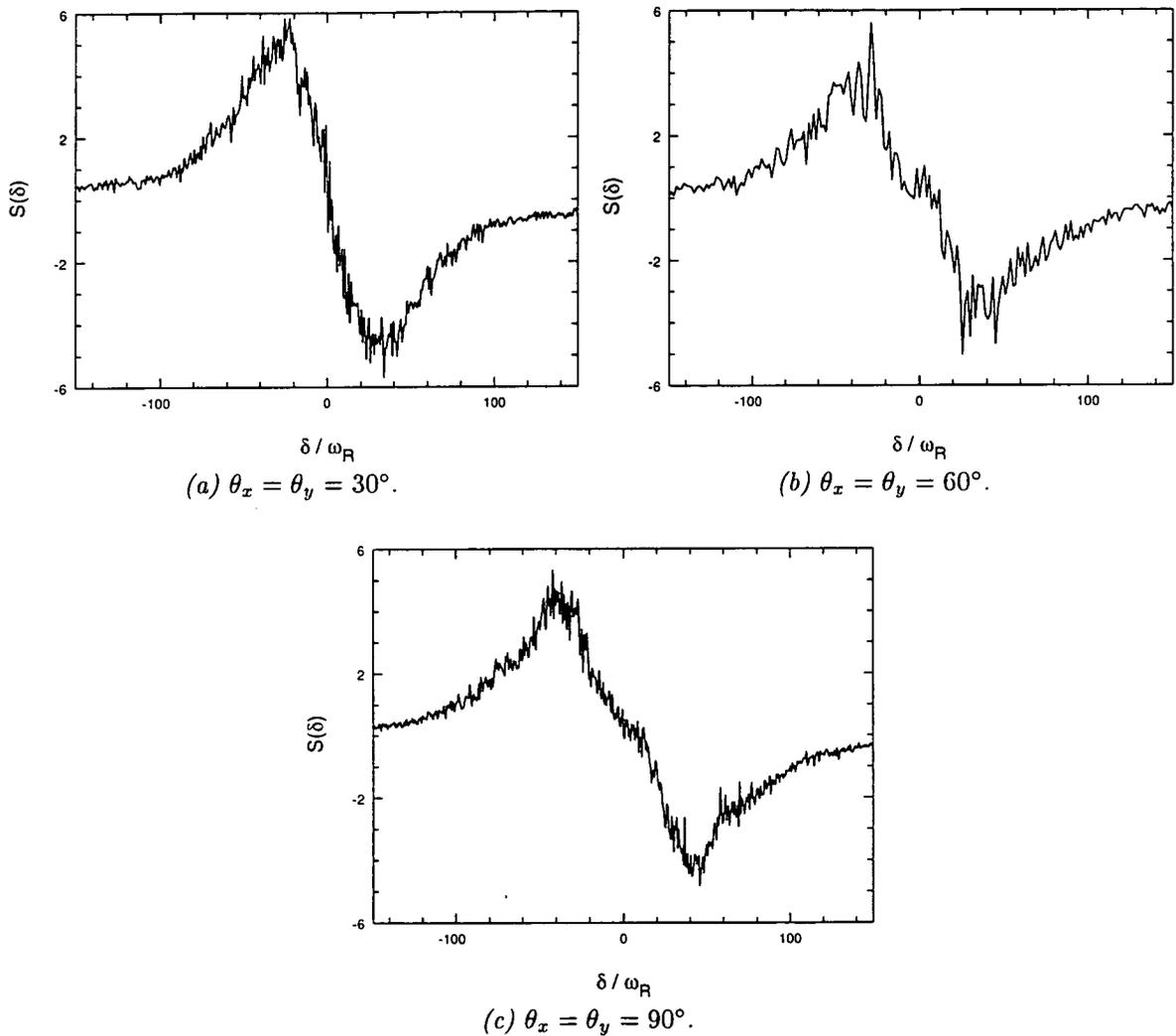


FIG. IV.18 - Spectre de transmission obtenu pour différentes géométries des faisceaux pompes, lorsque le faisceau sonde est dirigé selon Ox et possède une polarisation parallèle à Oy ($\theta_p = 0^\circ$). La position des résonances latérales est en excellent accord avec l'Eq. (IV.25). Le calcul du spectre est effectué sur un échantillon de $N = 50$ atomes, avec un temps de moyennage de $t_{moy} = 1000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après une évolution de $t_{st} = 1000 (\Gamma s_0)^{-1}$, pour $\mathcal{U}_0 = 1000 E_R$ et $\Delta = 10 \Gamma$.

Nous avons, par ailleurs, cherché à déterminer la dépendance de la position de ces résonances en fonction du déplacement lumineux typique \mathcal{U}_0 . La Fig. IV.19 représente, en échelle logarithmique, la variation de la position des résonances latérales avec le paramètre sans dimension \mathcal{U}_0/E_R . Nous avons représenté sur cette même figure la loi harmonique de l'Eq. (IV.25) (courbe en pointillés). Un excellent accord est observé entre cette loi et la position des résonances. Par ailleurs, un ajustement en loi de puissance de la courbe de variation des positions des résonances latérales, fournit une pente de 0,47. Ce résultat est également en excellent accord avec l'Eq. (IV.25).

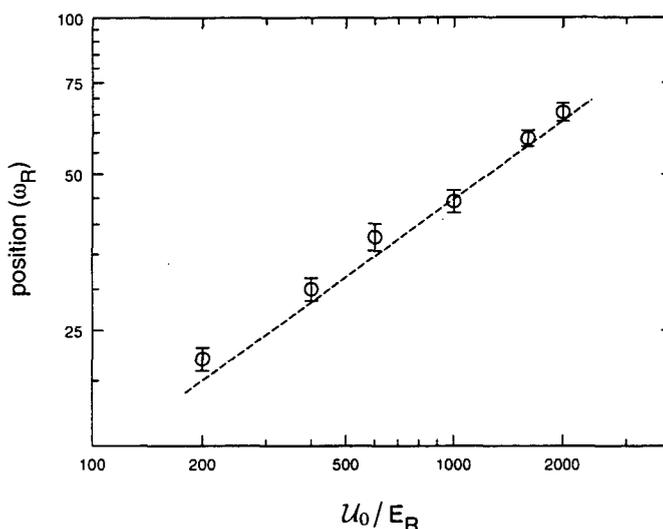


FIG. IV.19 - Variation de la position des résonances latérales avec le paramètre sans dimension \mathcal{U}_0/E_R , en échelle logarithmique. En pointillés nous avons représenté la loi (IV.25). Les barres verticales sur chaque point matérialisent l'incertitude sur la position de la résonance. Un excellent accord est observé entre la loi harmonique de l'Eq. (IV.25) et la position véritable des résonances. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$.

A l'issu de cette étude, nous interprétons les résonances latérales du spectre de transmission comme des résonances Raman vibrationnelles, liées au mouvement oscillatoire des atomes entre antiplots adjacents. La largeur importante des résonances est attribuée à l'amortissement rapide de ce mouvement oscillatoire (voir la discussion du § IV.5.b, p. 242). L'observation de ces résonances constituerait une mise en évidence expérimentale de l'effet « flipper » que nous avons discuté au § IV.5.

IV.6.c Sonde orthogonale au plan du réseau

La deuxième situation considérée est illustrée sur la Fig. IV.20. Le faisceau sonde se propage maintenant selon l'axe Oz ; il est par conséquent orthogonal au plan du

modifier la partie centrale du spectre, la direction de cette force dissipative dépend de manière essentielle de θ_p . Cette dépendance pourrait éventuellement introduire une dissymétrie dans la structure centrale du spectre, en fonction de θ_p . Toutefois, les conclusions quant aux structures latérales du spectre devraient demeurer valables.

réseau d'antiplots et la projection du vecteur d'onde \mathbf{k}_p dans ce plan est nulle. La polarisation ϵ_p est contenue dans le plan xOy et peut être linéaire, ou circulaire σ^\pm . Considérons le cas général où la polarisation de la sonde possède une composante

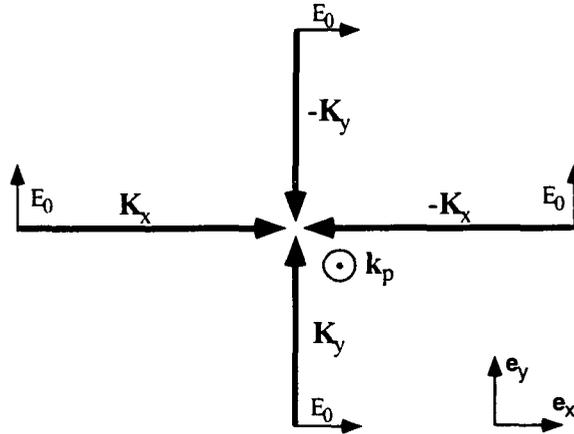


FIG. IV.20 - Sonde orthogonale au plan du réseau : la projection du vecteur d'onde de la sonde sur le plan xOy est nulle. Sa polarisation peut être linéaire ou circulaire dans le plan xOy .

σ^+ , notée μ et une composante σ^- , notée ν . Dans la suite, nous choisissons les composantes μ et ν réelles. Dans ce cas, la partie de fréquence positive du champ électrique de la sonde s'écrit dans la base des composantes standards en $z = 0$:

$$E_{p+}^\perp(t) = \varepsilon E_0 \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2}} e^{-i\delta t} \quad (\text{IV.43a})$$

$$E_{p-}^\perp(t) = \varepsilon E_0 \frac{\nu}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2}} e^{-i\delta t} \quad (\text{IV.43b})$$

où la notation « \perp » est relative à la direction de propagation \mathbf{k}_p . L'amplitude de la sonde n'est pas spatialement modulée dans le plan xOy . Seule une modulation temporelle globale à la fréquence δ est obtenue.

Pour obtenir les expressions des potentiels adiabatiques et des taux de pompage optique en présence de la sonde, nous suivons la même démarche que dans le cas d'une sonde parallèle au plan xOy . Ensuite, l'expression du signal de transmission est extraite pour chaque atome. Nous donnons enfin les résultats de la simulation, en fonction de différents paramètres qui peuvent varier dans une expérience.

i) Modifications apportées par la sonde au premier ordre en ε

De la même façon que pour une sonde dans le plan du réseau, il est possible d'évaluer la modification des potentiels adiabatiques au 1^{er} ordre en ε . On trouve

dans ce cas :

$$V_{-}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \simeq V_{-}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\mu - \beta(\mathbf{r})\nu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ \begin{aligned} & [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) \\ & - [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \end{aligned} \right\} \cos(\delta t) \quad (\text{IV.44a})$$

$$V_{+}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \simeq V_{+}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\nu - \beta(\mathbf{r})\mu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ \begin{aligned} & [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) \\ & + [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \end{aligned} \right\} \cos(\delta t) \quad (\text{IV.44b})$$

Nous remarquons sur ces expressions que la modulation temporelle des potentiels adiabatiques se factorise dans le terme en $\cos(\delta t)$. De plus, il est assez aisé d'envisager deux cas limites simples dans le régime de très fort champ magnétique (où $\alpha/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sim 1$ et $\beta/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \ll 1$) :

- pour une polarisation σ^+ de la sonde ($\mu = 1, \nu = 0$), c'est principalement la nappe V_{-} qui suit la modulation temporelle de la sonde :

$$V_{-}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \sim V_{-}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2\sqrt{2}} [\cos(K_x x) - \cos(K_y y)] \cos(\delta t) \quad (\text{IV.45})$$

$$V_{+}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \sim V_{+}^{(0)}(\mathbf{r})$$

Cet effet peut être aisément compris, dans la mesure où pour un champ magnétique suffisamment élevé, les deux nappes de potentiel V_{-} et V_{+} sont respectivement associées aux deux sous-niveaux Zeeman du fondamental $|-\rangle$ et $|+\rangle$: un atome se trouvant dans le niveau $|+\rangle$ ne peut interagir avec une sonde σ^+ (processus d'ordre deux en ε).

- de la même façon, pour une polarisation σ^- de la sonde ($\mu = 0, \nu = 1$), la situation est inversée, si bien que c'est principalement la nappe V_{+} qui suit la modulation temporelle de la sonde :

$$V_{-}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \sim V_{-}^{(0)}(\mathbf{r}) \quad (\text{IV.46})$$

$$V_{+}^{\perp}(\mathbf{r}, t) \sim V_{+}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon \mathcal{U}_0}{2\sqrt{2}} [\cos(K_x x) + \cos(K_y y)] \cos(\delta t)$$

la nappe V_{-} étant pratiquement insensible à cette modulation.

Eu égard au fait que dans ce régime de fort champ magnétique les deux nappes sont pratiquement équipées (voir la Fig. IV.13), on s'attend à ce que le spectre de transmission soit assez similaire dans les cas d'une polarisation σ^+ ou σ^- de la sonde. En outre, une sonde de polarisation ϵ_p linéaire selon Ox donnerait un spectre

équivalent, dans ce régime. En décomposant ϵ_p en ses composantes standards,³⁰ il est possible de voir que les deux nappes sont modulées de la même façon par la sonde. Ces nappes étant, par ailleurs, équipéplées, la contribution globale au spectre devrait être équivalente au cas où la polarisation de la sonde est circulaire. On s'attend donc à ce que la forme du spectre de transmission soit pratiquement indépendante de la polarisation de la sonde.

Remarquons, d'autre part, que les lignes « attractives » le long desquelles la polarisation lumineuse est purement circulaire [Eqs. (IV.5) et (IV.6)] ne subissent toujours pas de modulation longitudinale par la sonde au premier ordre en ϵ . En effet, nous pouvons par exemple envisager le cas d'une sonde polarisée σ^+ , dans le régime asymptotique de fort champ magnétique, pour un réseau purement bidimensionnel, correspondant à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$. Il est alors possible d'exprimer l'Eq. (IV.45), décrivant la modulation subie par la nappe V_-^\perp dans ce régime, en fonction des variables « normales » u et v , définies dans les Eqs. (IV.37a-b) et d'en donner un développement limité à l'ordre un en u et v , au voisinage de $u = \frac{\pi}{2} \sqrt{K_x^2 + K_y^2} / (K_x K_y)$ et $v = 0$ (i.e. $x = \lambda_x/4$ et $y = \lambda_y/4$). On obtient ainsi :

$$V_-^{\perp, \text{lim}}(u, v, t) \simeq V_-^{(0)}(u, v) - \frac{\epsilon \mathcal{U}_0}{2} k v \cos(\delta t) \quad (\text{IV.47})$$

Cette expression indique clairement que la modulation du potentiel par la sonde, au voisinage des points considérées, est une oscillation forcée, selon la direction \mathbf{v} , à la fréquence δ . La similitude de cette modulation avec celle obtenue dans le cas \parallel [cf. Eq. (IV.47)] suggère que les signaux possèdent des formes similaires dans les deux cas.

Dans le cadre de l'hypothèse d'un suivi adiabatique des états $|\Phi_\pm(x, y)\rangle$, malgré la modulation temporelle induite par la sonde,³¹ la modification des taux de pompage optique a la même forme mathématique que celle des potentiels adiabatiques :

$$\gamma_{+-}^\perp(\mathbf{r}, t) = \gamma_{+-}^{(0)}(\mathbf{r}) + \epsilon \frac{\Gamma s_0}{2\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\mu - \beta(\mathbf{r})\nu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ \begin{aligned} & [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) \\ & - [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \end{aligned} \right\} \cos(\delta t) \quad (\text{IV.48a})$$

$$\gamma_{-+}^\perp(\mathbf{r}, t) = \gamma_{-+}^{(0)}(\mathbf{r}) + \epsilon \frac{\Gamma s_0}{2\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\nu - \beta(\mathbf{r})\mu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ \begin{aligned} & [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) \\ & + [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \end{aligned} \right\} \cos(\delta t) \quad (\text{IV.48b})$$

Comme pour le cas \parallel , nous négligeons l'effet de la modification de la diffusion en impulsion et de la pression de radiation, liées à la présence de la sonde.³²

30. Le cas $\epsilon_p = \mathbf{e}_x$ correspond à $\mu = -\nu = 1/\sqrt{2}$.

31. Cette hypothèse a été discutée dans le cas \parallel , où la sonde se propage dans le plan xOy .

32. Dans un traitement ultérieur, nous avons évalué la force de pression de radiation due à une sonde \perp . Dans ce cas, cette force dissipative présente une structure de *vortex* dans le plan xOy ,

ii) Signal de chaque atome dans le cas \perp

Le calcul du spectre de transmission s'effectue comme précédemment (cas \parallel). On se ramène, par conséquent, à l'évaluation de la moyenne des signaux de transmission de chaque atome [Eq. (IV.30)]. Il est toujours possible de mettre l'expression de ces signaux sous la forme d'une contribution de « densité » et d'une contribution « d'orientation » de la même façon que dans l'Eq. (IV.40). Nous donnons ici les expressions des signaux atomiques individuels en fonction de l'état adiabatique interne :

$$s_{i-}^{\perp}(\mathbf{r}, \delta, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\mu - \beta(\mathbf{r})\nu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) - [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \right\} \left[\sin(\delta t) - \frac{\Gamma}{2\Delta} \cos(\delta t) \right] \quad (\text{IV.49a})$$

$$s_{i+}^{\perp}(\mathbf{r}, \delta, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{r})\nu + \beta(\mathbf{r})\mu}{\alpha^2(\mathbf{r}) + \beta^2(\mathbf{r})} \right] \left\{ [\alpha(\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{r})] \cos(K_x x) + [\alpha(\mathbf{r}) - \beta(\mathbf{r})] \cos(K_y y) \right\} \left[\sin(\delta t) - \frac{\Gamma}{2\Delta} \cos(\delta t) \right] \quad (\text{IV.49b})$$

Nous retrouvons dans ces expressions le fait qu'à fort champ magnétique seule la nappe V_- (resp. V_+) contribue au spectre pour une polarisation σ^+ (resp. σ^-) de la sonde, alors que la contribution des deux niveaux adiabatiques au spectre est du même ordre de grandeur pour une polarisation linéaire selon Ox .

iii) Résultats de la simulation

La Fig. IV.21 représente deux spectres de transmission typiques, obtenus pour des valeurs différentes de θ_x et de θ_y , lorsque la sonde se propage selon Oz et possède une polarisation circulaire σ^+ (*i.e.* lorsque $\mu = 1$ et $\nu = 0$). Sur ces spectres se manifestent des résonances latérales, de part et d'autre de $\delta = 0$, similaires à celles du cas d'une sonde \parallel . La position de ces structures est en très bon accord avec la fréquence Ω_f donnée par l'Eq. (IV.25). Nous pouvons remarquer que l'amplitude maximale du signal transmis est du même ordre que dans le cas \parallel .³³ Nous pouvons vérifier par exemple que les expressions (IV.38), p. 249, et (IV.47), p. 256, sont du même ordre.

Les raies latérales sont superposées à un fond, constitué d'une structure large d'allure dispersive inversée. L'ordre de grandeur typique de la largeur de cette structure est Γs_0 . De plus, cette forme s'aplatit, au fur et à mesure que le désaccord laser Δ augmente, et disparaît pratiquement lorsque $\Delta \gtrsim 30 \Gamma$, comme on peut le constater sur la Fig. IV.22. Cette résonance présente, par conséquent, un comportement tout

modulés à la fréquence δ .

33. La légère différence entre les amplitudes maximales des deux signaux est due au fait que nous avons choisi une amplitude du champ sonde légèrement supérieure dans le cas présent.

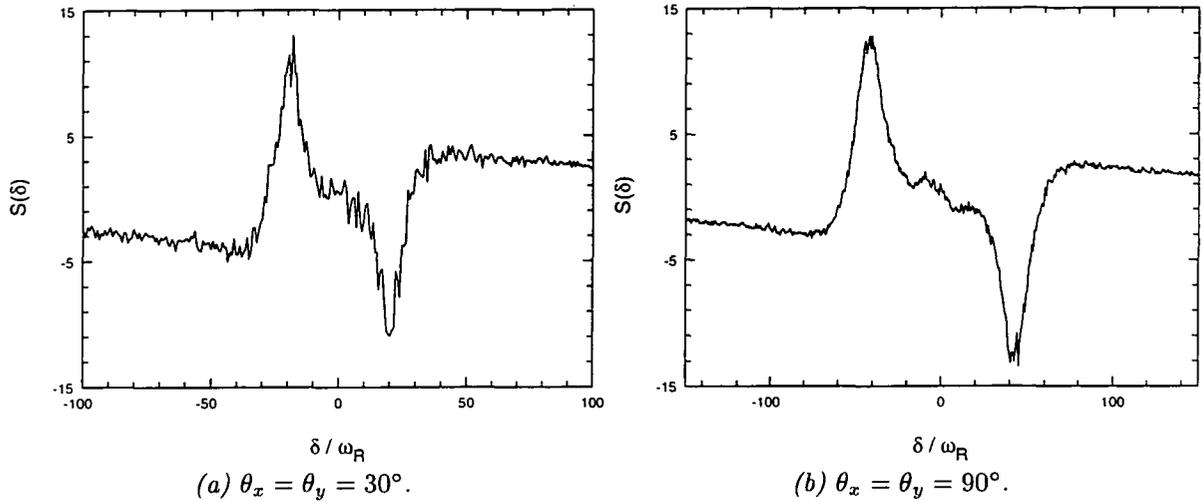


FIG. IV.21 - Spectre de transmission obtenu pour deux géométries différentes des faisceaux pompes, lorsque le faisceau sonde est dirigé selon Oz et possède une polarisation circulaire σ^+ . La position des résonances latérales est en excellent accord avec l'Eq. (IV.25). A ces résonances est superposé un fond large, correspondant à une dispersion inversée; cette structure est attribuée au pompage optique. Le calcul du spectre est effectué sur un échantillon de $N = 50$ atomes, avec un temps de moyennage de $t_{moy} = 1000 (\Gamma_{s0})^{-1}$ pour la Fig. (a) et $t_{moy} = 2000 (\Gamma_{s0})^{-1}$ pour la Fig. (b), après une évolution de $t_{st} = 1000 (\Gamma_{s0})^{-1}$, pour $U_0 = 1000 E_R$ et $\Delta = 20 \Gamma$.

à fait typique d'une résonance Rayleigh due au pompage optique (voir p.ex. [27], § II.4.2.a., p. II-79).

D'autre part, nous avons vérifié que l'allure du spectre de transmission ne varie pratiquement pas avec la polarisation de la sonde (les cas d'une polarisation circulaire, σ^+ ou σ^- , et linéaire selon Ox ont été successivement considérés). Cette propriété est due à la forme de la modulation temporelle des différentes observables, induite par la sonde. Noter que cet effet est en accord avec la discussion du § IV.6.c.i (p. 255).

Il est, par ailleurs, intéressant d'étudier la dépendance de la position de ces résonances en fonction du déplacement lumineux typique U_0 . La Fig. IV.23 représente, en échelle logarithmique, la variation de la position des résonances latérales avec le paramètre sans dimension U_0/E_R . Comme pour le cas \parallel , un très bon accord est obtenu entre la position des résonances latérales et l'Eq. (IV.25). Un ajustement en loi de puissance, fournit une pente de 0,48, également en excellent accord avec l'Eq. (IV.25).

En conclusion, l'étude du spectre de transmission d'une sonde se propageant le long de Oz semble confirmer l'interprétation des résonances latérales du spectre en termes de résonances Raman vibrationnelles, liées au mouvement oscillatoire des atomes entre antiplots adjacents.

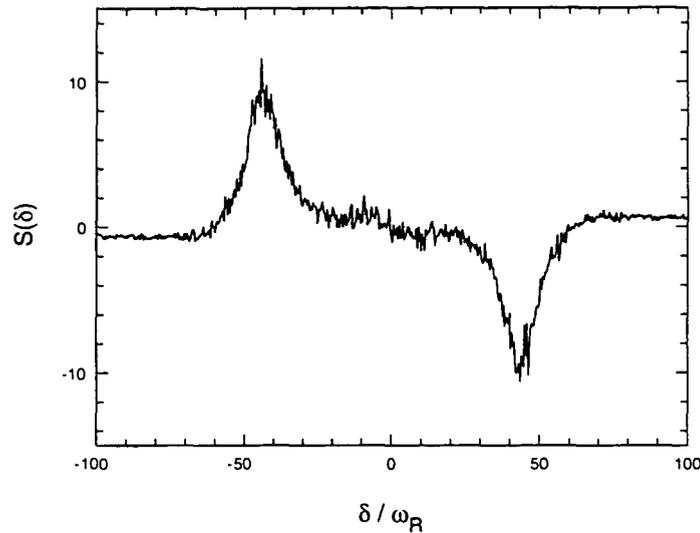


FIG. IV.22 - Spectre de transmission à grand désaccord laser. Le faisceau sonde est dirigé selon Oz et possède une polarisation circulaire σ^+ . La position des résonances latérales est en excellent accord avec l'Eq. (IV.25). L'amplitude de la structure de fond large superposé à ces résonances est sensiblement diminuée; cette structure présente les caractéristiques de variation typique d'une raie Rayleigh due au pompage optique. Le calcul du spectre est effectué sur un échantillon de $N = 50$ atomes, avec un temps de moyennage de $t_{moy} = 1000 (\Gamma s_0)^{-1}$, après une évolution de $t_{st} = 1000 (\Gamma s_0)^{-1}$, pour $U_0 = 1000 E_R$ et $\Delta = 30 \Gamma$. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$.

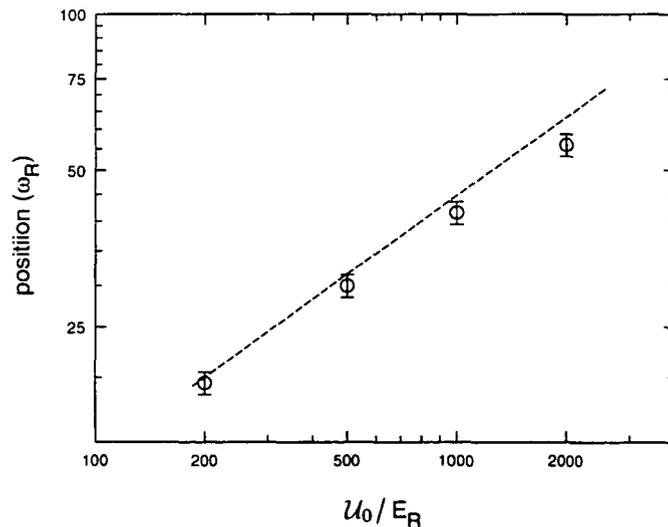


FIG. IV.23 - Variation de la position des résonances latérales avec le paramètre sans dimension U_0/E_R , en échelle logarithmique. En pointillés nous avons représenté la loi (IV.25). Les barres verticales sur chaque point matérialisent l'incertitude sur la position de la résonance. Un excellent accord est observé entre la loi harmonique et la position actuelle des résonances. La figure correspond à $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$.

IV.7 Conclusion

Ce chapitre a permis d'introduire et d'étudier un nouveau type de réseau optique bidimensionnel. Ce réseau est tout à fait original, car il possède, contrairement à tous les réseaux 1D traditionnels, une structure périodique de pics de potentiel répulsifs. Nous avons montré, en utilisant un traitement semi-classique, que les atomes sont alors préférentiellement localisés le long de lignes non-couplées à la lumière, évitant ainsi les antiplots de potentiel. La variation de la température cinétique avec l'amplitude du champ magnétique (et avec le déplacement lumineux à fort champ magnétique) rappelle celle des réseaux gris unidimensionnels; il semble, en outre, que la température minimale pouvant être atteinte soit assez basse.³⁴

Par ailleurs, l'étude du mouvement atomique au sein du réseau a révélé un comportement tout à fait original: un atome lent oscille dans la direction transverse à la ligne « attractive » le long de laquelle il se déplace. Ce mouvement vibratoire se traduit sur le spectre de transmission d'une sonde sous la forme de résonances latérales larges. L'observation de ces résonances constituerait une mise en évidence expérimentale de l'effet « flipper ».

Ce nouveau type de réseaux gris, comportant une matrice périodique d'antiplots de potentiel, représente donc une nouvelle classe de réseaux optiques, dont une étude plus poussée semble très prometteuse. Il reste, en effet, un grand nombre de propriétés et d'effets physiques spectaculaires à étudier dans ce type de réseau. Par exemple, une étude systématique des propriétés de transport atomique au sein du réseau semble particulièrement intéressante. En physique des hétérojonctions semiconductrices, l'étude du magnéto-transport électronique est, d'ailleurs, un moyen d'étude très puissant de ces structures périodiques. D'autre part, une caractérisation du mouvement atomique au moyen de sections de Poincaré pourrait révéler un comportement chaotique, de manière analogue au cas des superréseaux latéraux d'antiplots [138]. On pourrait enfin procéder à une étude systématique des régimes de champ magnétique qui n'ont pas été considérés ici. Par exemple, le régime de champ magnétique faible ou nul, où le traitement semi-classique n'est pas valable, devrait être examiné dans le contexte d'un modèle entièrement quantique. Dans ce régime, il serait, en particulier, intéressant d'étudier théoriquement la contribution du potentiel topologique afin de voir si sa mise en évidence expérimentale est réalisable.

34. Une estimation plus quantitative de cette température nécessiterait l'emploi d'un traitement quantique du problème.

CONCLUSION GÉNÉRALE

« Ἐτεῆ δὲ οὐδὲν ἴδμεν ἐν βυθῶ γὰρ ἡ ἀλήθεια.¹ »
ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ (5^e siècle av. J.-C.)
(Fragments)

NOUS AVONS ÉTUDIÉ au cours cette thèse diverses approches théoriques des réseaux optiques brillants et gris. Nous nous sommes aussi bien intéressés à l'aspect « *microscopique* », par des études de la dynamique atomique individuelle au sein de ces structures, qu'à l'aspect « *macroscopique* », en étudiant le comportement de différentes observables accessibles expérimentalement (température, distribution spatiale des atomes, orientation atomique moyenne etc...).

Dans un premier temps, nous avons exploré les propriétés de symétrie des réseaux optiques multidimensionnels. Une étude cristallographique systématique a permis de déterminer les caractéristiques de base d'une multitude de réseaux brillants 2D et 3D, issus de la généralisation des configurations de refroidissement à une dimension. Nous avons ainsi montré que les directions de propagation des faisceaux lasers incidents déterminent la nature du réseaux de Bravais, alors que la polarisation des faisceaux contribue essentiellement à la réalisation du motif. Plusieurs configurations multidimensionnelles, généralisant les configurations $lin \perp lin$, $\sigma^+ - \sigma^-$ et MASE ont alors été proposées. Dans chaque cas, l'étude de la topographie du potentiel optique a conduit à la détermination de certaines propriétés de la dynamique atomique au sein des puits de potentiel.

Un prolongement naturel de ce travail serait d'étudier l'évolution d'une assemblée d'atomes dans ces réseaux multidimensionnels et de prendre en compte leurs interactions mutuelles (par exemple *via* les photons qu'ils échangent, comme dans l'expérience de la « cohésion atomique »² réalisée avec des sphères diélectriques [140]). une question importante à considérer est par exemple celle de la distribution spatiale des atomes au sein des sites du réseau : est-elle toujours aléatoire, ou apparaît-il un ordre local ou global lorsque la densité atomique augmente ?

En deuxième lieu, nous nous sommes intéressés à l'élaboration d'un modèle de calcul maniable et généralisable aux situations multidimensionnelles, étudiées dans les expériences. Nous avons vérifié (en comparant avec les résultats d'autres modèles

1. Trad. : « En réalité nous ne connaissons rien ; car la vérité se trouve au fond. » - DÉMOCRITE.

2. En anglais « optical binding ».

quantiques, ou avec des résultats expérimentaux) que le modèle des bandes, introduit par Y. CASTIN et J. DALIBARD en 1991, permet de décrire correctement la température des réseaux optiques unidimensionnels, pour les transitions atomiques entre états de moment cinétique élevé. Les inconvénients majeurs de ce modèle sont, d'une part, le domaine de validité relativement limité de l'approximation séculaire [77] et, d'autre part, la difficulté de la manipulation numérique pour les situations multidimensionnelles. L'approche alternative que nous avons explorée consiste à employer des simulations Monte-Carlo semi-classiques. Nous avons en particulier montré que ce modèle, basé sur l'approximation adiabatique, donnait des résultats en très bon accord avec le modèle des bandes dans le cas des réseaux brillants unidimensionnels correspondant à des transitions atomiques réalistes, pour le domaine de paramètres exploré dans la plupart des expériences. Le grand avantage de ce modèle semi-classique est qu'il permet l'introduction d'images physiques intuitives quant aux processus élémentaires dans les réseaux optiques, tel le mécanisme de refroidissement. Un autre avantage par rapport au modèle des bandes est la maniabilité, notamment en vue d'une généralisation à 2D ou à 3D. Une telle étude a déjà été entreprise avec succès pour la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$, aboutissant à un grand nombre de résultats intéressants qui permettent d'interpréter certaines expériences [77, 88, 87, 141]. L'extension du modèle multidimensionnel au cas des transitions atomiques employées dans les expériences permettrait des comparaisons quantitatives entre la théorie et l'expérience.

En troisième lieu, nous avons étudié les propriétés magnétiques des réseaux optiques brillants et gris en présence d'un champ magnétique longitudinal. Nous avons mis en évidence l'existence d'un comportement magnétique général : *paramagnétique* à faible champ et « *antiparamagnétique* » à fort champ. En revanche, le régime des valeurs intermédiaires du champ magnétique conduit à une variation de la température et de l'orientation atomique moyenne qui dépend de la transition employée. Ces considérations sont en accord qualitatif avec les expériences à 3D menées dans notre équipe. L'étude phénoménologique du régime paramagnétique nous a, en outre, permis de définir une température de spin, qui est du même ordre de grandeur que la température cinétique, et dont la variation en fonction de la profondeur des puits de potentiel est conforme à celle observée dans les expériences. Par ailleurs, nous avons montré que l'efficacité du mécanisme de refroidissement dépend cruciallement de l'amplitude du champ magnétique. La variation de la température cinétique obtenue, est en bon accord avec celle observée expérimentalement.

Le dernier sujet exploré dans cette thèse est celui d'un réseau gris bidimensionnel, composé d'une distribution périodique de pics de potentiel répulsifs (antiplots). Deux aspects ont été étudiés, à l'aide du modèle semi-classique, pour ce réseau : le premier aspect couvre les propriétés moyennes au régime stationnaire (température et distribution spatiale stationnaire des atomes) ; le deuxième aspect concerne la dynamique atomique au sein du réseau. Nous avons montré qu'au régime stationnaire les atomes sont principalement localisés au voisinage des lignes « attractives » (minima du potentiel optique) et possèdent une énergie cinétique assez basse. La dynamique atomique a été illustrée à l'aide de « trajectoires » typiques d'un atome au

sein du réseau, puis étudiée au moyen de la spectroscopie non-linéaire pompe-sonde. Nous avons en particulier mis en évidence un caractère oscillatoire du mouvement atomique transversalement à la ligne « attractive » le long de laquelle l'atome se déplace. Ce mouvement particulièrement original est dû à la diffusion des atomes par les pics de potentiel répulsifs et rappelle l'image d'une bille dans un jeu de flipper. Ces oscillations se traduisent sur le spectre de transmission d'une onde sonde, par des résonances en absorption ou en amplification. Leur observation conduirait à une mise en évidence expérimentale de l'effet « flipper ».

Bien entendu, cette étude préliminaire sur le réseau d'antiplots montre que la dynamique de ce système est particulièrement riche et mériterait une étude théorique et expérimentale plus poussée. Du point de vue théorique, il serait particulièrement intéressant de réaliser une étude systématique de la dynamique au moyen de sections de Poincaré. Ce type d'étude devrait, en particulier, révéler si le caractère du mouvement est chaotique au sens Hamiltonien, ou si les effets de la dissipation dus aux processus élémentaires d'absorption et d'émission de photons sont déterminants. Un autre point stimulant, aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental, est celui de l'étude de la diffusion spatiale dans ce type de réseaux. Contrairement aux réseaux optiques traditionnels, comportant des puits de potentiel, l'atome est en principe libre de parcourir de grandes distances dans un réseau d'antiplots. L'étude du transport atomique dans ces structures, pourrait mettre en évidence des propriétés originales liées à la dynamique des atomes. On pourrait ensuite étudier l'évolution de ces propriétés avec la topographie du potentiel : un champ magnétique faible conduit à un recouvrement important entre les antiplots ; la forme des antiplots peut également varier avec les angles θ_x et θ_y pour des configurations asymétriques, où $\theta_x \neq \theta_y$. On pourrait enfin envisager une étude des situations où l'on agit de manière directe sur la dynamique des atomes. Par exemple, en modulant temporellement les phases des faisceaux incidents pour réaliser une modulation de la topographie du potentiel, on pourrait imposer aux atomes de décrire des « orbites » autour des antiplots, de manière analogue aux électrons dans les superréseaux semi-conducteurs.

Les différentes voies, restant à explorer montrent que malgré les progrès considérables réalisés dans le domaine, nous sommes encore loin d'avoir élucidé tous les mystères des réseaux optiques. Elles devraient toutefois constituer le point de départ de nouvelles recherches, permettant une avancée spectaculaire dans ce domaine de recherche passionnant.

INDEX DES NOTATIONS

Le tableau suivant présente, par ordre alphabétique, les principales notations utilisées dans cette thèse. La première colonne du tableau fournit la notation mathématique ; la deuxième en donne la signification physique ; la troisième colonne indique l'endroit et la page de première apparition dans le manuscrit.

Notation	Signification	1 ^{ère} apparition
$\hat{A}(\mathbf{r}) = \hat{\Lambda}(\mathbf{r}) / \hbar \Delta'(\mathbf{r})$	Opérateur des déplacements lumineux sans dimension	Eq. (II.11), p. 98
\mathbf{a}_i	Vecteurs primitifs de translation dans l'espace direct	Eq. (I.1), p. 25
\mathbf{a}_i^*	Vecteurs primitifs de translation dans l'espace réciproque	Eq. (I.3), p. 27
$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$	Champ magnétique longitudinal	Eq. (III.1), p. 149
$\hat{B}_\epsilon(\mathbf{r})$	Opérateurs de Bloch (non-hermitiques)	Eq. (II.12), p. 99
$C_{\mathbf{u}}(\mathbf{r})$	Couplage magnétique (\mathbf{B} selon \mathbf{u}) entre les deux états adiabatiques de la configuration MASE 3D	Eq. (I.87), p. 75
D	Dipôle atomique	Eq. (I.30), p. 42
\mathbf{d}^\pm	Opérateur dipolaire	Eq. (I.32), p. 43
$\hat{\mathbf{d}}^\pm = \mathbf{d}^\pm / D$	Opérateur dipolaire réduit	Eq. (I.31), p. 42
e	État atomique excité	§ I.1, p. 16
$E_L(\mathbf{r})$	Amplitude <i>locale</i> du champ laser	Eq. (I.28), p. 42
$\mathcal{E}_{n,q}$	Énergie des niveaux de bande (notée $\mathcal{E}_{n,q,\mu}$ en présence de champ magnétique)	§ II.3.a, p. 102
$E_R = \hbar^2 k^2 / 2M$	Énergie de recul	§ I.1.a, p. 16
$E_{R_x} = \hbar^2 K_x^2 / 2M$	Quantité proportionnelle à E_R	Eq. (I.69a), p. 61
$E_{R_y} = \hbar^2 K_y^2 / 2M$	Quantité proportionnelle à E_R	Eq. (I.69b), p. 61
$E_{R_{\parallel}} = \hbar^2 K_{\parallel}^2 / 2M$	Quantité proportionnelle à E_R	Eq. (I.39), p. 47
$E_{R_{\perp}} = \hbar^2 K_{\perp}^2 / 2M$	Quantité proportionnelle à E_R	Eq. (I.38), p. 47
$E_{R_+} = \hbar^2 K_+^2 / 2M$	Quantité proportionnelle à E_R	Eq. (I.69c), p. 61
$E_z(\mathbf{r})$	Composante π du champ laser	Eq. (I.26), p. 42
$\mathbf{E}^{(\pm)}(\mathbf{r}, t)$	Composantes de fréquences positives et négatives du champ laser	Eq. (AI.6), p. 87
$E_{\pm}(\mathbf{r})$	Composantes σ^\pm du champ laser	Eq. (I.26), p. 42
\mathcal{F}_d	Composante dissipative de la force moyenne subie par un atome en présence d'un champ laser	Eq. (I.42b), p. 47
\mathcal{F}_r	Composante réactive de la force moyenne subie par un atome en présence d'un champ laser	Eq. (I.42a), p. 47

Notation	Signification	1 ^{ère} apparition
g	État atomique fondamental	§ I.1, p. 16
$\widehat{G}_\mu^\pm(\mathbf{r})$	Opérateurs d'interaction atome-champ	Eq. (I.41), p. 47
H_{eff}	Hamiltonien effectif d'interaction atome-champ	Eq. (II.9), p. 98
$I_z(\mathbf{r})$	Composante π de l'intensité laser	Eq. (I.37c), p. 46
$I_0 = 2E_0^2$	Unité commode de l'intensité laser	Eq. (I.35), p. 45
$I_\pm(\mathbf{r})$	Composantes σ^\pm de l'intensité laser	Eq. (I.34), p. 45
$\widehat{\mathbf{J}} = \mathbf{J}/\hbar$	Opérateur moment cinétique sans dimension	Eq. (I.86), p. 75
J_e	Moment cinétique de l'état excité	§ I.1, p. 16
J_g	Moment cinétique de l'état fondamental	§ I.1, p. 16
$\langle J_z \rangle$	Valeur moyenne de l'orientation du réseau	Fig. III.17, p. 174
\mathbf{k}_p	Vecteur d'onde de la sonde	Eq. (IV.27), p. 245
K_x	$k \sin \theta_x$	Eq. (I.16a), p. 37
K_y	$k \sin \theta_y$	Eq. (I.16a), p. 37
K_\pm	$k (\cos \theta_x \pm \cos \theta_y) / 2$	Eq. (I.16b), p. 37
K_\parallel	$k (1 + \cos \vartheta) / 2$	Eq. (I.8), p. 32
K_\perp	$k \sin \vartheta$	Eq. (I.8), p. 32
$ m_z\rangle$ ou $ g, m_z\rangle$	Sous-niveaux Zeeman du fondamental	§ I.1, p. 16
n_\pm	Taux d'occupation d'un puits de polarisation σ^\pm	§ III.2.c.i, p. 153
$\mathcal{N} = \perp, \parallel$	Notation donnant la direction de propagation de la sonde relativement au plan du réseau d'antiplots	Eq. (IV.32), p. 247
$\widehat{\rho}$	Opérateur intervenant dans le calcul du spectre	Eq. (AIII.2), p. 214
q	Indice de Bloch	Eq. (II.19), p. 102
$s(\mathbf{r})$	Paramètre de saturation <i>total</i>	Eq. (I.29), p. 42
$S(\delta)$	Spectre de transmission de l'onde sonde	Fig. III.7, p. 160
$s_i^{\mathcal{N}}(\mathbf{r}_i, \delta, t)$	Contribution au spectre de transmission de l'atome i , à l'instant t , pour une polarisation \mathcal{N} de la sonde	Eq. (IV.30), p. 246
s_0	Paramètre de saturation pour <i>un</i> faisceau d'amplitude E_0	Eq. (I.29), p. 42
$T_c = \frac{\langle P_x^2 \rangle}{Mk_B}$	Température cinétique d'un réseau 1D	Eq. (II.27), p. 106
$T_c = \frac{\langle P_x^2 \rangle}{2Mk_B} + \frac{\langle P_y^2 \rangle}{2Mk_B}$	Température cinétique d'un réseau 2D	Eq. (IV.20), p. 236
$T_x = \frac{\langle P_x^2 \rangle}{Mk_B}$	Température cinétique selon Ox d'un réseau 2D	Eq. (IV.20), p. 236
$T_y = \frac{\langle P_y^2 \rangle}{Mk_B}$	Température cinétique selon Oy d'un réseau 2D	Eq. (IV.20), p. 236
T_s	Température de spin, définie à partir du rapport des taux d'occupation n_\pm	Eq. (III.3), p. 157
T_Σ	Température de spin, définie à partir du rapport des amplitudes des signaux Raman du spectre	Eq. (III.4), p. 161
T_χ	Température de spin, définie à partir de la loi de Curie	Eq. (III.6), p. 163
$U_0 = -\frac{2}{3}\hbar\Delta s_0$	Profondeur des puits de potentiel de la configuration <i>lin</i> \perp <i>lin</i> 1D	Eq. (I.35), p. 45

Notation	Signification	1 ^{ère} apparition
$\mathcal{U}_0 = 2 \hbar \Delta s_0$	Hauteur énergétique d'un antiplot (à fort champ magnétique)	Eq. (IV.4), p. 221
$U_1 = -2 \hbar \Delta s_0$	Profondeur des puits de potentiel de la configuration MASE 1D	Eq. (I.84a), p. 74
$u_M(\mathbf{r})$	Nappes de potentiel adiabatique	Eq. (II.25), p. 105
$V_i(\mathbf{r})$	Potentiel topologique de la nappe $u_i(\mathbf{r})$	Eq. (II.54), p. 127
$V_{OPT}(\mathbf{r})$	Potentiel optique	§ I.5, p. 41
$V_{\pm}(\mathbf{r})$	Bi-potentiel optique	Eq. (I.34), p. 45
$W(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$	Distribution de Wigner à 3D	Eq. (II.35), p. 113
$w(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$	Restriction de la distribution de Wigner à 2D	Eq. (IV.10), p. 225
$w(z, p, t)$	Restriction de la distribution de Wigner à 1D	Eq. (II.36), p. 113
$ \pm\rangle$	État d'orientation du moment atomique relativement au champ magnétique	§ III.2.d, p. 157
$\alpha(\mathbf{r})$	Composante des états adiabatiques $ \Phi_{\pm}(\mathbf{r})\rangle$ dans la base $ \pm 1\rangle$ pour le réseau d'antiplots	Eq. (IV.7a), p. 223
$\beta(\mathbf{r})$	Composante des états adiabatiques $ \Phi_{\pm}(\mathbf{r})\rangle$ dans la base $ \pm 1\rangle$ pour le réseau d'antiplots	Eq. (IV.7a), p. 223
Γ	Largeur naturelle de l'état excité	§ I.4.b.1, p. 30
$\Gamma'(\mathbf{r}) = \Gamma s(\mathbf{r}) / 2$	Taux de diffusion de la lumière <i>total</i> pour une configuration quelconque	Eq. (I.31), p. 42
$\Gamma' = \Gamma s_0$	Taux de diffusion de la lumière <i>total</i> en présence de deux ondes d'amplitude E_0	Eq. (I.31), p. 42
$\gamma_{n,q,\mu}$	Taux de départ global du niveau de bande (n, q, μ)	§ II.21, p. 103
$\gamma_{n',q',\mu' \rightarrow n,q,\mu}$	Taux de départ de (n', q', μ') vers (n, q, μ)	§ II.21, p. 103
$\Delta = \omega_L - \omega_0$	Désaccord laser à résonance	§ I.1, p. 16
$\delta = \omega_p - \omega_L$	Désaccord pompe-sonde	§ AIII, p. 213
$\Delta'(\mathbf{r}) = \Delta s(\mathbf{r}) / 2$	Déplacement lumineux <i>total</i> pour une configuration quelconque	Eq. (I.31), p. 42
$\Delta' = \Delta s_0$	Déplacement lumineux <i>total</i> en présence de deux ondes d'amplitude E_0	Eq. (I.31), p. 42
$\varepsilon = \frac{E_p}{E_0}$	Rapport d'amplitudes sonde-pompe	Eq. (IV.27), p. 245
$\varepsilon_L(\mathbf{r})$	Polarisation <i>locale</i> du champ laser	Eq. (I.28), p. 42
ε_p	Polarisation du faisceau sonde	Eq. (AIII.2), p. 214
$\varepsilon_0 = \mathbf{e}_z$	Vecteur unitaire de polarisation π du champ électrique	Eq. (I.27b), p. 42
$\varepsilon_{\pm 1} = \mp \frac{(\mathbf{e}_z \pm i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}}$	Vecteurs unitaires de polarisation circulaire du champ électrique	Eq. (I.27a), p. 42
η	Indice de la famille de sous-niveaux Zeeman couplés par le champ laser	Eq. (II.22), p. 104
ϑ	Angle des faisceaux avec l'axe Oz pour une configuration 2D, ou 3D en « parapluie »	Eq. (I.7b), p. 30
ϑ_c	Valeur critique de l'angle ϑ	Eq. (I.54a), p. 53

Notation	Signification	1 ^{ère} apparition
θ_c	Valeur critique des angles θ_x et/ou θ_y	Eq. (I.73a), p. 66
θ_x	Demi-angle entre les deux faisceaux du plan xOz pour une configuration 3D en « tétraèdre »	Eq. (I.15a), p. 37
θ_y	Demi-angle entre les deux faisceaux du plan yOz pour une configuration 3D en « tétraèdre »	Eq. (I.15c), p. 37
κ	Vecteur d'onde d'un photon spontané	Eq. (II.3c), p. 96
λ	Longueur d'onde optique	§ I.1, p. 16
$\hat{\Lambda}(\mathbf{r})$	Opérateur des déplacements lumineux	Eq. (I.31), p. 42
λ_x	Unité de longueur égale à $\lambda/\sin\theta_x$	Eq. (I.16a), p. 37
λ_y	Unité de longueur égale à $\lambda/\sin\theta_y$	Eq. (I.16a), p. 37
λ_{\pm}	Unité de longueur égale à $2\lambda/(\cos\theta_x + \cos\theta_y)$	Eq. (I.16a), p. 37
λ_{\parallel}	Unité de longueur égale à $2\lambda/(1 + \cos\vartheta)$	Eq. (I.8), p. 32
λ_{\perp}	Unité de longueur égale à $\lambda/\sin\vartheta$	Eq. (I.8), p. 32
μ_B	Magnéton de Bohr	Eq. (III.1), p. 149
$\pi_{n,q,\mu}$	Population des niveaux de bande	§ II.21, p. 103
$\Pi_m(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$	Distribution de quasi-probabilité du niveau m	Eq. (II.39), p. 115
ρ	Matrice densité atomique	Eq. (II.2), p. 96
$\tilde{\rho}_{eg} = \rho_{eg}e^{i\omega_L t}$	Matrice décrivant les cohérences optiques dans le référentiel tournant à la fréquence ω_L	Eq. (II.3b), p. 96
σ	Restriction de la matrice densité au fondamental	Eq. (I.43), p. 48
$ \Phi_M(z)\rangle$	État adiabatique : associé à la nappe adiabatique u_M	Eq. (II.23), p. 104
χ	Susceptibilité paramagnétique du réseau	Eq. (III.6), p. 163
$ \Psi_{n,q,\mu}(z)\rangle$	États de bande	Eq. (II.19), p. 102
Ω_B	Fréquence associée au déplacement magnétique entre les sous-niveaux Zeeman extrêmes	Eq. (III.2), p. 149
Ω_f	Fréquence d'oscillation « flipper » dans le réseau d'antiplots	Eq. (IV.25), p. 243
Ω_h	Valeur du déplacement Zeeman fournissant la limite du régime de champ fort	§ III.2.g, p. 172
Ω_l	Valeur du déplacement Zeeman fournissant la limite du régime de champ faible	§ III.2.g, p. 172
ω_L	Fréquence des faisceaux lasers	§ I.1, p. 16
ω_p	Fréquence de la sonde	§ AIII, p. 213
$\Omega_R(\mathbf{r})$	Fréquence de Rabi pour un coefficient de Clebsch-Gordan unité	Eq. (I.30), p. 42
$\Omega_{x,y,z}$	Fréquences angulaires de vibration selon Ox , Oy ou Oz	Eq. (I.38), p. 47
ω_0	Fréquence de la transition atomique $J_g \rightarrow J_e$	§ I.1, p. 16
Ω_{κ}	Angle solide d'émission d'un photon de fluorescence de vecteur d'onde κ	Eq. (II.3c), p. 96

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] C. COHEN-TANNOUJDI ET W. D. PHILLIPS. *Phys. Today* **43**, 33 (1990).
- [2] G. P. COLLINS. *Phys. Today* **46**(6), 17 (1993).
- [3] M. G. PRENTISS. *Science* **260**, 1078 (1993).
- [4] « *Laser cooling and trapping of atoms* », dans *J. Opt. Soc. Am.* **B 6**. Edité par C. WIEMAN ET S. CHU (1989). Volume spécial de la revue consacré au refroidissement d'atomes par laser.
- [5] M. PRENTISS, A. CABLE, J. E. BJORKHOLM, S. CHU, E. L. RAAB, ET D. E. PRITCHARD. « *Atomic density dependent losses in an optical trap* ». *Opt. Lett.* **13**, 452 (1988).
- [6] A. CLAIRON, C. SALOMON, S. GUELATTI, ET W. D. PHILLIPS. « *Ramsey resonance in a Zacharias fountain* ». *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [7] « *Optics and interferometry with atoms* », dans *Appl. Phys. B.* **54**. Edité par J. MLYNEK, V. BALYKIN, ET P. MEYSTRE (1992). Voir aussi : P. PILLET, éditeur, « *Optique et interférométrie atomiques* », dans *J. Phys. II France* **4** (1994).
- [8] P. SZRIFTGISER. « *Cavité gravitationnelle et optique atomique temporelle* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1996).
- [9] A. LAMBRECHT. « *Atomes froids et fluctuations quantiques* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1995).
- [10] Y. CASTIN, J. DALIBARD, ET C. COHEN-TANNOUJDI, dans « *Bose-Einstein condensation* ». Edité par A. GRIFFIN, D. W. SNOKE, ET S. STRINGARI, p. 173. Cambridge University Press (1995).
- [11] A. EINSTEIN. « *Quantentheorie der strahlung* ». *Phys. Z.* **18**, 121 (1917).
- [12] O. R. FRISCH. « *Experimenteller nachweis des Einsteinischen Strahlungsrückstosses* ». *Z. Phys.* **86**, 42 (1933).
- [13] A. KASTLER. *J. Phys. Rad.* **11**, 255 (1950).

- [14] T. W. HÄNSCH ET A. L. SCHAWLOW. « *Cooling of gases by laser radiation* ». *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975).
- [15] D. WINELAND ET H. DEHMELT. « *Proposed $10^{14} \Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ mono-ion oscillator III* ». *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [16] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE, ET A. ASHKIN. « *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure* ». *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
- [17] S. STENHOLM. « *The semiclassical theory of laser cooling* ». *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986).
- [18] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, P. L. GOULD, ET H. J. METCALF. « *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit* ». *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [19] S. CHU, D. S. WEISS, Y. SHEVY, ET P. J. UNGAR. « *Laser cooling due to atomic dipole orientation* », dans *Proceedings of the 11th International Conference of Atomic Physics*. Edité par S. HAROCHE, J. C. GAY, ET G. GRYNBERG World Scientific - Singapour (1989).
- [20] J. DALIBARD, C. SALOMON, A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VASTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *New schemes in laser cooling* », dans *Proceedings of the 11th International Conference of Atomic Physics*. Edité par S. HAROCHE, J. C. GAY, ET G. GRYNBERG World Scientific - Singapour (1989).
- [21] C. SALOMON, J. DALIBARD, W. D. PHILLIPS, A. CLAIRON, ET S. GUELLATI. « *Laser cooling of cesium atoms below $3\mu K$* ». *Europhys. Lett.* **12**, 683-688 (1990).
- [22] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models* ». *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [23] P. J. UNGAR, D. S. WEISS, E. RIIS, ET S. CHU. « *Optical molasses and multilevel atoms: theory* ». *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058 (1989).
- [24] Y. CASTIN ET J. DALIBARD. « *Quantization of atomic motion in optical molasses* ». *Europhys. Lett.* **14**, 761 (1991).
- [25] Y. CASTIN. « *Les limites du refroidissement laser dans les mélasses optiques à une dimension* ». Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris (1992).

- [26] B. LOUNIS. « *Atomes refroidis par laser : de la mélasse au cristal optique* ». Thèse de Doctorat, Université Paris XI - Orsay (1993).
- [27] J.-Y. COURTOIS. « *Spectroscopie Raman et Rayleigh stimulée d'atomes refroidis par laser. Dynamique des mélasses optiques unidimensionnelles* ». Thèse de Doctorat, École Polytechnique - Palaiseau (1993). Publié dans Ann. Phys. (Paris), **21**, pp. 1-91 (1996).
- [28] P. S. JESSEN, C. GERZ, P. D. LETT, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, R. J. C. SPREEUW, ET C. I. WESTBROOK. « *Observation of quantized motion of Rb atoms in an optical field* ». Phys. Rev. Lett. **69**, 49 (1992).
- [29] P. VERKERK, B. LOUNIS, C. SALOMON, C. COHEN-TANNOUJDI, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Dynamics and spatial order of cold cesium atoms in a periodic optical potential* ». Phys. Rev. Lett. **68**, 3861 (1992).
- [30] A. HEMMERICH ET T. W. HÄNSCH. « *Two-dimensional atomic crystal bound by light* ». Phys. Rev. Lett. **70**, 410 (1993).
- [31] C. JURCZAK, B. DESRUELLE, K. SENGSTOCK, J. Y. COURTOIS, R. KAISER, N. VASTEENKISTE, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT. « *Etude par corrélations d'intensité sélectives en polarisation d'un réseau d'atomes froids* ». Ann. Phys. **20**, 597 (1995).
- [32] C. JURCZAK, K. SENGSTOCK, R. KAISER, N. VASTEENKISTE, C. I. WESTBROOK, ET A. ASPECT. « *Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms* ». Opt. Comm. **115**, 480 (1995).
- [33] C. TRICHÉ, L. GUIDONI, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Coherent transients in optical lattices* », dans O.S.A. Trends in Optics and Photonics: ultracold atoms and Bose-Einstein-Condensation. Edité par K. BURNETT (1996). A paraître.
- [34] G. BIRKL, M. GATZKE, I. H. DEUTSCH, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS. « *Bragg scattering from atoms in optical lattices* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [35] M. WEIDEMÜLLER, A. HEMMERICH, A. GÖRLITZ, T. ESSLINGER, ET T. W. HÄNSCH. « *Bragg diffraction in an atomic lattice bound by light* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [36] J.-Y. COURTOIS ET G. GRYNBERG. « *Probe transmission in one-dimensional optical molasses: Theory for linearly cross-polarized cooling beams* ». Phys. Rev. A **46**, 7060 (1992).
- [37] B. LOUNIS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Quantized atomic motion in 1D cesium molasses with magnetic field* ». Europhys. Lett. **21**, 13 (1993).

- [38] A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN, ET T. W. HÄNSCH. « *Sub-kHz Rayleigh resonance in a cubic atomic crystal* ». Europhys. Lett. **22**, 89 (1993).
- [39] G. GRYNBERG, B. LOUNIS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, ET C. SALOMON. « *Quantized motion of cold cesium atoms in two- and three-dimensional optical potentials* ». Phys. Rev. Lett. **70**, 2249 (1993).
- [40] A. KASTBERG, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, ET R. J. SPREEUW. « *Adiabatic cooling of cesium to 700 nK in an optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 1542 (1995).
- [41] C. MENNERAT-ROBILLIARD, L. GUIDONI, K. I. PETSAS, P. VERKERK, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Bright optical lattices in a longitudinal magnetic field* ». Non publié. (1996).
- [42] D. R. MEACHER, S. GUIBAL, C. MENNERAT, J.-Y. COURTOIS, K. I. PETSAS, ET G. GRYNBERG. « *Paramagnetism in a cesium optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 1958 (1995).
- [43] G. GRYNBERG ET J.-Y. COURTOIS. « *Proposal for a magneto-optical lattice for trapping atoms in nearly-dark states* ». Europhys. Lett. **27**, 41–46 (1994).
- [44] A. HEMMERICH, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, C. ZIMMERMANN, ET T. W. HÄNSCH. « *Trapping atoms in a dark optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **75**, 37 (1995).
- [45] C. TRICHÉ, D. BOIRON, S. GUIBAL, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Cesium atoms in grey optical lattices. Study of temperature and capture efficiency* ». Opt. Comm. **126**, 49–54 (1996).
- [46] K. I. PETSAS, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Temperature and magnetism of gray optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 2533 (1996).
- [47] K. I. PETSAS, A. B. COATES, ET G. GRYNBERG. « *Crystallography of optical lattices* ». Phys. Rev. A **50**, 5173 (1994).
- [48] C. COHEN-TANNOUJDI. « *Théorie quantique du cycle de pompage optique* ». Ann. Phys. (Paris) **7**, 423 (1962).
- [49] B. SHEEHY, S. Q. SHANG, P. VAN DER STRATEN, S. HATAMIAN, ET H. METCALF. « *Magnetic-Field-Induced Laser Cooling below the Doppler limit* ». Phys. Rev. Lett. **64**, 858 (1990).
- [50] C. VALENTIN, M. C. GAGNÉ, J. YU, ET P. PILLET. « *One-dimension sub-Doppler molasses in the presence of static magnetic field* ». Europhys. Lett. **17**, 133–138 (1992).

- [51] O. EMILE, R. KAISER, C. GERZ, H. WALLIS, A. ASPECT, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Magnetic Assisted Sisyphus Effect* ». J. Phys. II (France) **3**, 1709-1733 (1993).
- [52] B. LOUNIS, J.-Y. COURTOIS, P. VERKERK, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Measurement of the friction coefficient in 1D corkscrew optical molasses by stimulated Rayleigh spectroscopy* ». Phys. Rev. Lett. **69**, 3029 (1992).
- [53] C. ROBILLIARD, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Optical lattices in the jumping regime* ». Soumis à Europhys. Lett. (1996).
- [54] P. VERKERK, D. R. MEACHER, A. B. COATES, J.-Y. COURTOIS, S. GUIBAL, B. LOUNIS, C. SALOMON, ET G. GRYNBERG. « *Designing 3D optical lattices - an investigation with cesium atoms* ». Europhys. Lett. **26**, 171 (1994).
- [55] N. W. ASHCROFT ET N. D. MERMIN. « *Solid State Physics* ». HRW International Editions New York (1976).
- [56] C. KITTEL. « *Introduction to Solid State Physics* ». Wiley and Sons New York (1962).
- [57] F. C. PHILLIPS. « *An Introduction to Crystallography* ». London (1946).
- [58] J. SIVARDIÈRE. « *La symétrie en mathématiques, physique et chimie* ». Presses Universitaires de Grenoble (1995).
- [59] Y. R. SHEN. « *The principles of non-linear optics* ». Interscience New York (1984).
- [60] S. CHU, M. G. PRENTISS, A. E. CABLE, ET J. E. BJORKHOLM. *Laser Spectroscopy VIII*. Springer-Verlag Berlin (1987).
- [61] C. COHEN-TANNOUDJI. « *Fundamental Systems in Quantum Optics* », Les Houches 1990, Session LIII, dans Proceedings of the Les Houches Summer School of Theoretical Physics. Edité par J. DALIBARD, J.-M. RAIMOND, ET J. ZINN-JUSTIN, p. 1 Amsterdam (1992). Elsevier Science.
- [62] A. MESSIAH. « *Mécanique Quantique* » Vols. 1 et 2. Dunod, Paris (1964). Trad. anglaise : « *Quantum Mechanics* », North-Holland, Amsterdam (1962).
- [63] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, ET F. LALOË. « *Mécanique Quantique* » Vols. 1 et 2. Hermann, Paris (1986).
- [64] A. HEMMERICH ET T. W. HÄNSCH. « *Radiation pressure vortices in two crossed standing waves* ». Phys. Rev. Lett. **68**, 1492 (1992).
- [65] K. BERG-SØRENSEN. « *Two-dimensional Sisyphus cooling in a three-beam laser configuration* ». Phys. Rev. A **49**, R4297 (1994).

- [66] S. MARKSTEINER, K. ELLINGER, ET P. ZOLLER. « *Anomalous diffusion and Lévy walks in optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 3409 (1996).
- [67] K. BERG-SØRENSEN, Y. CASTIN, K. MØLMER, ET J. DALIBARD. « *Cooling and tunneling of atoms in a 2D laser field* ». Europhys. Lett. **22**, 663 (1993).
- [68] N. G. VAN KAMPEN. « *Stochastic processes in physics and chemistry* ». North-Holland, Amsterdam (1989).
- [69] H. RISKEN. « *The Fokker-Planck equation* ». Springer, Berlin (1984).
- [70] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Atomic motion in laser light: connection between semiclassical and quantum descriptions* ». J. Phys. B **18**, 1661 (1985).
- [71] V. G. MINOGIN ET V. S. LETHOKOV. « *Laser light pressure on atoms* ». Gordon and Breach Science (1987).
- [72] D. NIENHUIS, P. VAN DER STRATEN, ET S. Q. SHANG. « *Operator description of laser cooling below the Doppler limit* ». Phys. Rev. A **44**, 462 (1991).
- [73] K. MØLMER. « *Friction and diffusion coefficients for cooling of atoms in laser fields with multidimensional periodicity* ». Phys. Rev. A **44**, 5820 (1991).
- [74] J. JAVANAINEN. « *Density-matrix equations and photon recoil for multistate atoms* ». Phys. Rev. A **44**, 5857 (1991).
- [75] J. JAVANAINEN. « *Polarization gradient cooling in three dimensions: comparison of theory and experiment* ». J. Phys. B **27**, L47 (1994).
- [76] T. W. HODAPP, C. GERZ, C. FURTHLEHNER, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, ET J. DALIBARD. « *Spatial diffusion in 3D optical molasses* ». Appl. Phys. B **60**, 135 (1995).
- [77] Y. CASTIN, K. BERG-SØRENSEN, J. DALIBARD, ET K. MØLMER. « *Two-dimensional Sisyphus cooling* ». Phys. Rev. A **50**, 5092 (1994).
- [78] J. DALIBARD, Y. CASTIN, ET K. MØLMER. « *Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics* ». Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).
- [79] R. DUM, P. ZOLLER, ET H. RITSCH. « *Monte Carlo simulation of the atomic master equation for spontaneous emission* ». Phys. Rev. A **45**, 4879 (1992).
- [80] P. MARTE, R. DUM, R. TAÏEB, P. D. LETT, ET P. ZOLLER. « *Quantum wave function simulation of the resonance fluorescence spectrum from one-dimensional optical molasses* ». Phys. Rev. Lett. **71**, 1335 (1993).
- [81] R. TAÏEB, P. MARTE, R. DUM, ET P. ZOLLER. « *Spectrum of resonance fluorescence and cooling dynamics in quantized one dimensional molasses: Effects of laser configuration* ». Phys. Rev. A **47**, 4986 (1993).

- [82] Y. CASTIN ET K. MØLMER. « *Monte Carlo wave-function analysis of 3D optical molasses* ». Phys. Rev. Lett. **74**, 3772 (1995).
- [83] C. GERZ, T. W. HODAPP, P. JESSEN, K. M. JONES, W. D. PHILLIPS, C. I. WESTBROOK, ET K. MØLMER. « *The temperature of optical molasses for two different angular momenta* ». Europhys. Lett. **21**, 661–666 (1993).
- [84] C. JURCZAK. « *Spectroscopie par corrélation d'intensité d'atomes refroidis par laser. Application à l'étude de la dynamique et du transport dans les réseaux atomiques* ». Thèse de Doctorat, École Polytechnique - Palaiseau (Soutenance prévue en 1996).
- [85] M. GATZKE, G. BIRKL, P. JESSEN, A. KASTBERG, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS. « *Temperature and localisation of atoms in 3D optical lattices* » (Non publié). (1996).
- [86] Y. CASTIN, J. DALIBARD, ET C. COHEN-TANNOUJDI. « *Light induced kinetic effects on atoms ions molecules* », dans Proceedings of the LIKE workshop. Edité par L. MOI -Pisa (1991).
- [87] J.-Y. COURTOIS. « *Coherent and collective interactions of particles and radiation beams* », dans Proceedings of the International School of Physics « Enrico Fermi ». Course CXXXI, Varenna 1995. Edité par A. ASPECT, W. BARLETTA, ET R. BONIFACIO North-Holland, Amsterdam (1996).
- [88] J.-Y. COURTOIS, S. GUIBAL, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Propagating elementary excitation in a dilute optical lattice* ». Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996).
- [89] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG. « *Processus d'interaction entre photons et atomes* ». InterEdition/Édition du C.N.R.S. Paris (1988).
- [90] E. P. WIGNER. « *On the quantum correction for thermodynamic equilibrium* ». Phys. Rev. **40**, 749–759 (1932).
- [91] Y. CASTIN, H. WALLIS, ET J. DALIBARD. « *Limit of Doppler cooling* ». J. Opt. Soc. Am. B **6** (1989).
- [92] J.-P. BARRAT ET C. COHEN-TANNOUJDI. « *Étude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité* ». J. Phys. (Paris) **22**, 329 (1961).
- [93] J. JAVANAINEN ET S. STENHOLM. « *Broad band resonant light pressure* ». Appl. Phys. **21**, 35–45 (1980).
- [94] P. MARTE, R. DUM, R. TAÏEB, ET P. ZOLLER. « *Resonance fluorescence from quantized one-dimensional molasses* ». Phys. Rev. A **47**, 1378 (1993).

- [95] C. W. GARDINER. « *Handbook of stochastic methods* ». Springer-Verlag, Berlin (1985).
- [96] W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY, ET W. T. VETTERLING. « *Numerical recipes. The art of scientific computing* ». Cambridge University Press, Cambridge (1994).
- [97] M. ABRAMOWITZ ET I. STEGUN. « *Handbook of mathematical functions* ». Dover Publications Inc., New York (1964).
- [98] L. D. LANDAU. Z. Phys. Sowjetunion **1**, 89 (1932). C. ZENER, « *Non-adiabatic crossing of energy levels* », Proc. R. Soc. London **137**, 696 (1932).
- [99] R. GUPTA, J. J. MCCLELLAND, P. MARTE, ET R. J. CELOTTA. « *Raman-induced avoided crossings in adiabatic optical potentials: observation of $\lambda/8$ spatial frequency in the distribution of atoms* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 4689 (1996).
- [100] R. DUM ET M. OLSHANII. « *Gauge structures in atom-laser interaction: Bloch oscillations in a dark lattice* ». Phys. Rev. Lett. **76**, 1788 (1996).
- [101] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUJDI. « *Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited* », dans « *The mechanical effects of light* », revue spéciale de J. Opt. Soc. Am. **B2**. Edité par P. MEYSTRE ET S. STENHOLM (1985).
- [102] C. COHEN-TANNOUJDI ET J. DALIBARD. « *Single atom laser spectroscopy. Looking for dark periods in fluorescence light* ». Europhys. Lett. **1**, 441-448 (1986).
- [103] S. MARKSTEINER. Calculs non publiés. (1995).
- [104] C. A. COULOMB. « *Collection des mémoires relatifs à la physique* » volume 1. Société française de physique (1884). S. D. POISSON, « *Mémoire sur la théorie du magnétisme* », Mém. de l'Acad., Vol. V.
- [105] J. C. MAXWELL. « *A treatise on electricity and magnetism* ». (1872). Réédité par Dover, New York (1954).
- [106] P. CURIE. « *Sur les propriétés magnétiques des corps à diverses températures* ». Ann. Chim. Phys. **5**, 289 (1895).
- [107] P. LANGEVIN. Ann. Chim. Phys. **5**, 70 (1905). Voir aussi (du même auteur) : J. de Phys. **4**, 678 (1905).
- [108] L. BRILLOUIN. « *Les moments de rotation et le magnétisme dans la mécanique ondulatoire* ». J. de Phys. **8**, 74 (1927). Voir également : J. H. VAN VLECK : « *Electric and magnetic susceptibilities* », Oxford (1932).

- [109] P. WEISS. « *L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique* ». J. Phys. Rad. **4**, 661 (1907). Voir aussi (du même auteur) : « *L'hypothèse du champ moléculaire : discussion des faits sur lesquels elle repose* », Ann. Phys. **17**, 97 (1932).
- [110] W. HEISENBERG. « *Zur theorie des ferromagnetismus* ». Z. Phys. **49**, 619 (1928). Voir aussi : P. A. M. DIRAC, « *Quantum mechanics of many electron systems* », Proc. Roy. Soc. **123**, 714 (1929). Le modèle d'Ising est présenté dans : E. ISING, « *Beitrag zur theorie des ferromagnetismus* », Z. Phys. **31**, 253 (1925).
- [111] L. D. LANDAU. « *Diamagnetismus der Metalle* ». Z. Phys. **64**, 629 (1930).
- [112] L. NÉEL. « *Influence des fluctuations du champ moléculaire sur les propriétés magnétiques des corps* ». Ann. Phys. **18**, 5 (1932). Voir aussi (du même auteur) : « *Propriétés magnétiques des ferrites ; Ferrimagnétisme et antiferromagnétisme* », Ann. Phys. **3**, 137 (1948).
- [113] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VASTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI. « *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping* ». Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988). Voir aussi : A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VASTEENKISTE, ET C. COHEN-TANNOUDJI, « *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping: theoretical analysis* », J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2112 (1989).
- [114] L. LANDAU ET E. LIFSCHITZ. « *Physique Statistique* ». Eds. Mir, (1967).
- [115] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER, ET B. ROULET. « *Physique Statistique* ». Paris (1989).
- [116] A. ABRAGAM ET W. G. PROCTOR. « *Spin temperature* ». Phys. Rev. **109**, 1441 (1958).
- [117] T. WALKER, D. SESKO, ET C. WIEMAN. « *Collective behavior of optically trapped neutral atoms* ». Phys. Rev. Lett. **408**, 64 (1990).
- [118] J. GUO ET J. COOPER. « *Cooling and resonance fluorescence of two atom in a one dimensional optical molasses* ». Phys. Rev. A **51**, 3128 (1995).
- [119] E. V. GOLDSTEIN, P. PAX, ET P. MEYSTRE. « *Dipole-dipole interaction in three-dimensional optical lattices* ». Phys. Rev. A **53**, 2604 (1996).
- [120] M. H. ANDERSON, J. H. ENSHER, M. R. MATHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL. « *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor* ». Science **269**, 198 (1995).

- [121] G. ALZETTA, A. GOZZINI, L. MOI, ET G. ORRIOLS. « *An experimental method for the observation of R.F. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour* ». Nuovo Cimento **36 B**, 5 (1976). Voir aussi: E. ARIMONDO AND G. ORRIOLS, « *Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping* », Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976).
- [122] J. GUO ET P. R. BERMAN. « *One-dimensional laser cooling with linearly polarized fields* ». Phys. Rev. A **48**, 3225 (1993).
- [123] D. BOIRON, C. TRICHÉ, D. R. MEACHER, P. VERKERK, ET G. GRYNBERG. « *Three-dimensional cooling of cesium atoms in four beam gray optical molasses* ». Phys. Rev. A **52**, R3425 (1995).
- [124] D. BOIRON, A. MICHAUD, P. LEMONDE, Y. CASTIN, C. SALOMON, S. WEYERS, K. SZYMANIEC, L. COGNET, ET A. CLAIRON. « *Laser cooling of cesium atoms in gray optical molasses down to 1.1 μ K* ». Phys. Rev. A **53**, R3734 (1996).
- [125] F. PAPOFF, F. MAURI, ET E. ARIMONDO. « *Transient velocity-selective coherent population trapping in one dimension* ». J. Opt. Soc. Am. B **9**, 321 (1992).
- [126] M. S. SHAHRIAR, P. R. HEMMER, M. G. PRENTISS, P. MARTE, J. MERVIS, D. P. KATZ, N. P. BIGELOW, ET T. CAI. « *Continuous polarization gradient precooling-assisted velocity-selective coherent population trapping* ». Phys. Rev. A **48**, R4035 (1993).
- [127] P. MARTE, R. DUM, R. TAÏEB, P. ZOLLER, M. S. SHAHRIAR, ET M. PRENTISS. « *Polarization-gradient-assisted subrecoil cooling: quantum calculations in one dimension* ». Phys. Rev. A **49**, 4826 (1994).
- [128] M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, M. A. OL'SHANII, A. HEMMERICH, ET T. W. HÄNSCH. « *A novel scheme for efficient cooling below the photon recoil limit* ». Europhys. Lett. **27**, 109 (1994).
- [129] C. COHEN-TANNOUDJI. « *Atomes ultrafroids - Approches statistiques et perspectives nouvelles* », Cours de Physique atomique et moléculaire donné au Collège de France. Non publié. (1995-1996).
- [130] C. WEISBUCH ET B. VINTER. « *Quantum semiconductor structures. Fundamentals and applications* ». Academic Press New York (1994).
- [131] « *Physics and technology of submicron structures* », dans Springer series in solid state sciences. Edité par H. HEINRICH, G. BAUER, ET F. KUCHAR volume **83** Berlin (1988). Springer-Verlag.

- [132] « *Physics of nanostructures* », dans Proceedings of the thirty-eighth Scottish Universities summer school in physics, St Andrews, July 1991. Edité par J. H. DAVIES ET A. R. LONG - England (1992). SUSSP.
- [133] C. W. J. BEENAKER ET H. VAN HOUTEN, dans Solid State Physics. Edité par H. EHRENSTEIN ET D. TURNBULL volume 44 San Diego (1991). Academic. Voir également: D. WEISS, in « *Festkörperprobleme* », Advances in Solid State Physics, edité par U. RÖSSLER, Vieweg, Braunschweig (1991).
- [134] D. HEITMANN ET J. P. KOTTHAUS. Physics Today 56 (Juin 1993).
- [135] T. DERUELLE. « *Etude des nanostructures GaAs – AlGaAs comportant un réseau périodique d’antiplots* ». Thèse de Doctorat, Université Paris VI - Paris (1994).
- [136] A. LORKE ET J. P. KOTTHAUS. « *Magnetotransport in two-dimensional lateral superlattices* ». Phys. Rev. B 44, 3447 (1991).
- [137] D. WEISS, M. L. ROUKES, A. MENSCHIG, P. GRAMBOW, K. VON KLITZING, ET G. WEIMANN. « *Electron pinball and commensurate orbits in a periodic array of scatterers* ». Phys. Rev. Lett. 66, 2790 (1991).
- [138] R. FLEISCHMANN, T. GEISEL, ET R. KETZMERICK. « *Magnetoresistance due to chaos and nonlinear resonances in lateral surface superlattices* ». Phys. Rev. Lett. 68, 1367 (1992).
- [139] F. BARDOU. « *Refroidissement laser sub-recul par résonances noires: - Expériences avec des atomes d’hélium métastables. - Approches Monte-Carlo quantique et vols de Lévy.* ». Thèse de Doctorat, Université Paris XI - Orsay (1995).
- [140] M. M. BURNS, J.-M. FOURNIER, ET J. A. GOLOVCHENKO. « *Optical matter: crystallisation and binding in intense optical fields* ». Science 249, 749 (1990).
- [141] S. GUIBAL, C. ROBILLIARD, D. LAROUSSERIE, C. TRICHÉ, J.-Y. COURTOIS, ET G. GRYNBERG. « *Radiation pressure-induced resonances in cesium: an atomic analog to the photorefractive effect* ». Non publié. (1996).

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE	9
CHAPITRE I: CRISTALLOGRAPHIE DES RÉSEAUX BRILLANTS	15
I.1 Les configurations de refroidissement unidimensionnelles	16
I.1.a La configuration $lin \perp lin$ - Mécanisme de refroidissement « Si- syphe »	16
i) Atome au repos	17
ii) Atome en mouvement	19
iii) Localisation atomique	20
I.1.b La configuration MASE	20
I.1.c La configuration $\sigma^+ - \sigma^-$	22
I.2 Comment généraliser une configuration unidimensionnelle?	23
I.3 Considérations de symétrie en physique cristalline	24
I.3.a Symétrie de translation	24
I.3.b Groupes de symétrie	26
I.3.c Réseau réciproque	27
I.4 Périodicité spatiale d'un réseau optique	29
I.4.a Détermination du réseau réciproque	29
I.4.b Procédure de séparation des faisceaux d'une configuration uni- dimensionnelle	30
i) Configurations bidimensionnelles	30
ii) Configurations tridimensionnelles « en parapluie »	33
iii) Configurations tridimensionnelles obtenues en divi- sant les deux faisceaux	36
I.4.c Réseaux et mélasses	39
i) Configurations bidimensionnelles à quatre faisceaux	39
ii) Configurations tridimensionnelles à six faisceaux	40
I.5 Généralisation de la configuration $lin \perp lin$	41
I.5.a Exemples de réseaux bidimensionnels	43
i) Configuration dans le plan xOz	43
ii) Configuration dans le plan yOz	51
iii) Configuration avec trois faisceaux polarisés dans leur plan de propagation	54
iv) Configuration avec quatre faisceaux	56

I.5.b	Exemples de réseaux 3D	59
i)	Champs polarisés selon les directions Ox et Oy : Configuration du tétraèdre « standard »	59
ii)	Champs polarisés dans les plans xOz et yOz : configuration du tétraèdre « tourné »	63
iii)	Configuration « en parapluie »	68
I.6	Généralisation de la configuration MASE	71
I.6.a	Configuration du champ électrique	71
I.6.b	Etude du couplage <i>via</i> un champ magnétique	74
I.7	Généralisation de la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$	78
I.8	Conclusion	82

Complément AI: RECHERCHE D'AUTRES SITES DE POLARISATION CIRCULAIRE **85**

i)	Angles d'Euler. Transformation du champ dans une rotation locale	85
ii)	Recherche du plan local contenant le champ	87
iii)	Condition d'existence d'un site de polarisation circulaire dans le nouveau repère	88

CHAPITRE II: MODÈLES D'ÉTUDE DES RÉSEAUX OPTIQUES **91**

II.1	Les différentes approches théoriques disponibles: un bref historique	93
II.2	L'équation pilote de la matrice densité atomique	95
II.2.a	Les équations de Bloch optiques généralisées	95
II.2.b	Réduction de l'équation pilote dans le fondamental	97
II.3	Formalisme du modèle des bandes	100
II.3.a	Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$	101
i)	Bandes d'énergie permises et interdites pour les atomes	101
ii)	L'approximation séculaire	102
II.3.b	Cas des transitions atomiques correspondant à un moment cinétique entier	104
II.3.c	Calcul des populations stationnaires et de la température cinétique dans un réseau unidimensionnel	106
i)	Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$	107
ii)	Cas d'une transition de moment cinétique J_g entier	109
II.4	Formalisme de l'approche semi-classique	113
II.4.a	Obtention des équations semi-classiques	113
II.4.b	Le cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$: Simulation du mouvement dans le bi-potentiel optique	114
i)	Forme des équations	114
ii)	Principe de la simulation	116
iii)	Résultats de la simulation	119
II.4.c	Le cas des transitions de moment cinétique entier	123

i)	Potentiels adiabatiques et couplage motionnel : l'approximation du suivi adiabatique	124
ii)	Le potentiel topologique	126
iii)	Modèle tenant compte de la structure interne complète	127
iv)	Trajectoires atomiques	130
v)	Modèle du bi-potentiel effectif	133
vi)	Résultats de la simulation	135
II.5	Conclusion	141
CHAPITRE III: MAGNÉTISME DES RÉSEAUX OPTIQUES		145
III.1	Magnétisme dans la matière ; le cas des réseaux optiques	147
III.2	Etude du magnétisme des réseaux brillants	149
III.2.a	Cas de la transition $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$	149
III.2.b	Cas d'un moment cinétique J_g entier	150
III.2.c	Discussion heuristique	153
i)	Régime de champ faible	153
ii)	Régime de champ fort	155
iii)	Régime des champs intermédiaires	156
III.2.d	Etude phénoménologique du paramagnétisme par le modèle des bandes ; la transition $1 \rightarrow 2$	157
i)	Calcul des populations stationnaires - Température de spin	157
ii)	Calcul de spectres Raman - Un choix de la température de spin différent	158
iii)	Température de Curie	162
iv)	Récapitulation des résultats: les différentes définitions de la température de spin	163
III.2.e	Etude phénoménologique du paramagnétisme par le modèle du bi-potentiel effectif ; la transition $4 \rightarrow 5$	165
i)	Calcul de la densité spatiale en présence du champ magnétique	166
ii)	Calcul du rapport de populations en fonction du champ magnétique ; température de spin	167
iii)	Calcul de la magnétisation en fonction du champ magnétique ; température de Curie	167
iv)	Température de spin en fonction de la profondeur	169
III.2.f	Résultats expérimentaux	170
III.2.g	Etude numérique plus étendue	172
i)	Température et magnétisation	173
ii)	Discussion	176
iii)	Etude du magnétisme par le modèle semi-classique	179
III.2.h	Origine de la variation résonnante des observables en fonction du champ magnétique	181

i)	Régime de champ faible	182
ii)	Début du régime de champ magnétique fort	187
III.3	Etude du magnétisme des réseaux gris	190
III.3.a	Les mélasses grises unidimensionnelles $lin \perp lin$	192
i)	Le mécanisme de refroidissement VSCPT	192
ii)	Le mécanisme « Sisyphé » avec des états non couplés	194
iii)	Les mélasses grises $J \rightarrow J$	195
iv)	Les mélasses grises $J \rightarrow J - 1$	196
III.3.b	Etude numérique du magnétisme des réseaux gris	197
i)	Température et magnétisation	200
ii)	Discussion	204
iii)	Comparaison avec une expérience à 3D	206
III.3.c	Domaine de validité de l'approche semi-classique	210
III.4	Conclusion	211
Complément AIII: SPECTROSCOPIE RAMAN STIMULÉE D'UN RÉSEAU OPTIQUE		213
CHAPITRE IV: UN RÉSEAU D'ANTIPLOTS		217
IV.1	Modélisation du problème multidimensionnel	218
IV.2	Potentiel optique et relaxation	220
IV.2.a	Potentiel optique	220
IV.2.b	Le modèle à émission spontanée simplifié	223
IV.3	Simulation de Monte-Carlo semi-classique	224
IV.3.a	Le potentiel topologique	230
IV.4	Température et densité atomique dans le réseau d'antiplots	233
IV.4.a	Choix des paramètres numériques et convergence de l'algorithme	233
IV.4.b	Résultats de la simulation	235
i)	Distribution en impulsion	235
ii)	Température cinétique	236
iii)	Température asymptotique - anisotropie	236
iv)	Distribution spatiale:	238
IV.5	Trajectoire d'un atome au sein du réseau d'antiplots - l'effet « flipper »	240
IV.5.a	Etude des trajectoires atomiques	240
IV.5.b	Estimation de la fréquence d'oscillation « flipper »	242
IV.6	Spectroscopie pompe-sonde du réseau d'antiplots	244
IV.6.a	Rappels sur la spectroscopie pompe-sonde des réseaux optiques; technique de calcul semi-classique	245
IV.6.b	Sonde dans le plan du réseau	247
i)	Modifications apportées par la sonde au premier ordre en ε	248
ii)	Contribution de chaque atome au signal dans le cas \parallel	250
iii)	Résultats de la simulation dans le cas \parallel	251
IV.6.c	Sonde orthogonale au plan du réseau	253

i)	Modifications apportées par la sonde au premier ordre en ε	254
ii)	Signal de chaque atome dans le cas \perp	257
iii)	Résultats de la simulation	257
IV.7	Conclusion	260
CONCLUSION GÉNÉRALE		261
INDEX DES NOTATIONS		265
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES		269

ΟΝΟΜΑ: Κωνσταντίνος Ι. Πέτσας

ΘΕΜΑ: «Υπερψυγμένα άτομα σε πλέγματα φωτός: θεωρητική μελέτη του μαγνητισμού, της θερμοκρασίας και των πολυδιάστατων δομών»

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα οπτικά πλέγματα αποτελούνται από ψυγμένα άτομα αερίου, συμμετρικά διατεταγμένα σε περιοδικές δομές που δημιουργούνται από την συμβολή των προσπίπτοντων δεσμών laser. Χωρίζονται στις δύο μεγάλες κατηγορίες των φωτεινών και των γκρίζων οπτικών πλεγμάτων. Στην πρώτη κατηγορία εντάσσονται οι οπτικές δομές στις οποίες τα άτομα στοιχίζονται σε σημεία όπου η αλληλοεπίδρασή τους με την προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι μέγιστη και κατά συνέπεια η σκέδαση φωτονίων είναι μέγιστη. Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι δομές στις οποίες τα άτομα τοποθετούνται σε σημεία όπου η αλληλοεπίδρασή τους με την προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι ελάχιστη και κατά συνέπεια η σκέδαση φωτονίων είναι ελάχιστη.

Η διατριβή αυτή εντάσσεται στα πλαίσια της θεωρητικής μελέτης των φωτεινών αλλά και γκρίζων οπτικών πλεγμάτων, με τη βοήθεια μονο- ή πολυδιάστατων θεωρητικών μοντέλων. Παρουσιάζουμε αρχικά μια συστηματική μέθοδο κατασκευής και ταξινομήσεως των πολυδιάστατων οπτικών πλεγμάτων, χρησιμοποιώντας στοιχεία συλλογισμού από την κρυσταλλογραφία στερεάς κατάστασης. Ένα ημικλασικό υπολογιστικό μοντέλο, βασισμένο σε αριθμητικές προσομοιώσεις τύπου Μόντε Κάρλο, προτείνεται έπειτα, στα πλαίσια των μονοδιάστατων οπτικών πλεγμάτων και για διάφορες ατομικές μεταβάσεις. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε αυτό το μοντέλο, καθώς επίσης και το κβαντικό μοντέλο των «ενεργειακών ζωνών», για τη μελέτη της θερμοκρασίας και του μαγνητισμού των φωτεινών και γκρίζων οπτικών πλεγμάτων. Βρίσκουμε μια γενική πρωτότυπη μαγνητική συμπεριφορά για τα οπτικά πλέγματα, την οποία και ερμηνεύουμε. Η μαγνητική αυτή συμπεριφορά αποτέλεσε το αντικείμενο πρόσφατων πειραματικών μελετών με άτομα Καισίου. Η μελέτη μας επέτρεψε την ερμηνεία των πειραματικών αποτελεσμάτων. Μελετούμε, τέλος, ένα νέο τύπο γκρίζου πολυδιάστατου οπτικού πλέγματος που παρουσιάζει μια διάταξη οπτικού δυναμικού ανάλογη με αυτή των ημιαγωγών υπερπλεγμάτων τύπου «antidot» (περιοδική διάταξη κέντρων απωστικού δυναμικού). Η ατομική δυναμική μέσα σε αυτό τον τύπο οπτικών πλεγμάτων αναλύεται με τη βοήθεια μη γραμμικής φασματοσκοπίας Raman. Δείχνουμε ότι αυτή η μέθοδος φασματοσκοπίας φαίνεται να επιτρέπει την παρατήρηση μιας ιδιαίτερα πρωτότυπης δυναμικής συμπεριφοράς που οδηγεί στο ατομικό φαινόμενο «φλίππερ».

NOM : Konstantinos I. PETSAS

SUJET : « Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière : étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles. »

Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'étude théorique des réseaux optiques brillants et gris, par des modèles uni- ou multidimensionnels. Nous présentons d'abord une méthode d'élaboration et de classification systématique des réseaux optiques multidimensionnels en utilisant des arguments de cristallographie. Une approche semi-classique basée sur des simulations de Monte-Carlo est ensuite mise au point dans le cadre des réseaux optiques unidimensionnels pour diverses transitions atomiques. Ce modèle, ainsi que le modèle quantique des bandes, sont utilisés pour l'étude de la température et du magnétisme des réseaux optiques brillants et gris. Le comportement magnétique général trouvé est en bon accord avec des expériences récentes. Nous étudions enfin un nouveau type de réseau gris bidimensionnel, comportant une structure périodique d'antiplots. La dynamique atomique au sein de ce réseau est analysée au moyen de spectroscopie pompe-sonde, permettant de mettre en évidence un comportement dynamique très original.

Mots clefs

Potentiels périodiques - Déplacements lumineux - Pompage optique - Simulations de Monte-Carlo semi-classiques - Approximation séculaire - Approximation adiabatique - Potentiel topologique - Cristallographie - Paramagnétisme - Température de spin - Etats non-couplés - Réseaux gris - Antiplots - Spectroscopie Raman stimulée

Abstract

This thesis deals with the theoretical study of optical lattices, using numerical models in one, two or three dimensions. We first present a systematic method of elaboration and classification of multi-dimensional optical lattices, using crystallographic arguments. A semi-classical approach, based on Monte Carlo simulations is introduced in the case of one-dimensional optical lattices, for different atomic transitions. This model, as well as the quantum band model, are used to study the temperature and the magnetism of bright and grey optical lattices. The general magnetic behavior that is found, is in good agreement with recent experiments. We finally study a new type of grey two-dimensional optical lattice, which consists in a periodic array of antidots. The atomic dynamics in this lattice, is analyzed by pump-probe spectroscopy, leading to evidence of an original dynamic behavior.

Key words

Periodic potentials - Light-shift - Optical pumping - Semiclassical Monte Carlo simulations - Secular approximation - Adiabatic approximation - Gauge potential - Crystallography - Paramagnetism - Spin temperature - Uncoupled states - Grey lattices - Antidots - Stimulated Raman spectroscopy
