



HAL
open science

Transport et relaxation d'atomes de césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion

Maxime Ben-Dahan

► **To cite this version:**

Maxime Ben-Dahan. Transport et relaxation d'atomes de césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1997. Français. NNT: . tel-00011913

HAL Id: tel-00011913

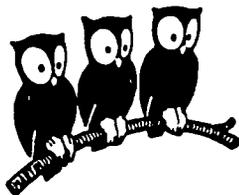
<https://theses.hal.science/tel-00011913>

Submitted on 10 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSEL**



**THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité: Physique Quantique**

**présentée par
Maxime BEN DAHAN**

**pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet de la thèse :

**TRANSPORT ET RELAXATION D'ATOMES DE CESIUM:
OSCILLATIONS DE BLOCH ET RESONANCE DE DIFFUSION**

Soutenue le 2 octobre 1997 devant le jury composé de :

M.	A. ASPECT	Rapporteur
M.	J. BAUDON	Rapporteur
M.	C. COHEN-TANNOUDJI	Directeur de thèse
M.	J. DALIBARD	Examineur
Mme	C. LHUILLIER	Présidente du jury
M.	C. SALOMON	Examineur
M.	C. WEISBUCH	Examineur

**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL**



**THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI
spécialité : Physique Quantique**

**présentée par
Maxime BEN DAHAN**

**pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet de la thèse :

**TRANSPORT ET RELAXATION D'ATOMES DE CESIUM:
OSCILLATIONS DE BLOCH ET RESONANCE DE DIFFUSION**

Soutenue le 2 octobre 1997 devant le jury composé de :

M.	A. ASPECT	Rapporteur
M.	J. BAUDON	Rapporteur
M.	C. COHEN-TANNOUJDI	Directeur de thèse
M.	J. DALIBARD	Examineur
Mme	C. LHUILLIER	Présidente du jury
M.	C. SALOMON	Examineur
M.	C. WEISBUCH	Examineur

A la mémoire
de mon père Gérard

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire Kastler Brossel. Je remercie sa directrice Michèle Leduc de m'y avoir accueilli. J'ai pu bénéficier d'excellentes conditions de recherche ainsi que d'un environnement scientifique extrêmement stimulant.

J'ai eu la chance de travailler sous la direction de Claude Cohen-Tannoudji. Je voudrais exprimer ici toute mon admiration pour son approche de la physique et le remercier de l'intérêt qu'il a toujours porté aux questions que je lui ai posées. Au cours de nombreuses discussions, j'ai pu apprécier sa capacité à expliquer les phénomènes avec des images physiques "simples" tout en conservant une grande rigueur. J'ai également beaucoup appris de son sens de la pédagogie. A plus d'un titre, tout cela constitue pour moi une expérience inestimable.

Pour les expériences sur le refroidissement Raman et les oscillations de Bloch, j'ai eu la chance de travailler directement avec Christophe Salomon. Son sens des expériences, sa capacité à en imaginer sans cesse de nouvelles et son dynamisme communicatif ont fait le bonheur de ces premiers mois de recherche.

A partir de janvier 1996, l'expérience de refroidissement évaporatif du césium m'a donné l'occasion de travailler avec Jean Dalibard. Son esprit imaginaire, sa capacité à dégager les points essentiels et son enthousiasme ont souvent contribué à donner l'impulsion nécessaire. Je voudrais le remercier aussi de sa disponibilité et notamment au cours de l'apprentissage, inattendu, de la physique des collisions froides.

Je les remercie également tous les trois de l'attention qu'ils ont témoigné à mon égard dans des circonstances qui dépassaient le cadre des activités du laboratoire. J'en ai été vivement touché.

La première partie de ce travail, qui correspondait à mon initiation à la physique expérimentale, s'est déroulée en étroite collaboration avec Jakob Reichel et Ekkehard Peik. J'ai pu partager avec eux l'excitation des premiers signaux Raman et Bloch. Je leur suis infiniment reconnaissant de tout ce qu'ils m'ont appris et de l'ambiance chaleureuse qui a toujours régné dans notre petite équipe. Apportant de nouvelles idées, Isabelle Bouchoule nous a par la suite rejoint avec bonheur. Ces expériences ont été aussi pour moi l'occasion de collaborer avec Yvan Castin qui a toujours su apporter des réponses à nos questions avec une clarté qui m'a

laissé admiratif.

Markus Arndt et David Guéry-Odelin ont partagé avec moi le plaisir et les difficultés rencontrés dans la découverte du refroidissement évaporatif. Nous en avons appris ensemble les subtilités et surmonté de nombreux obstacles expérimentaux. Je les remercie de leur enthousiasme et de leur tenacité dans ces périodes qui furent parfois difficiles mais toujours enrichissantes. La visite pour quelques mois de Merrit Reynolds fut également d'une grande aide.

Au delà de ces deux expériences, ce travail de thèse a été facilité par les nombreuses échanges au sein du groupe "Atomes froids". L'atmosphère qui y régnait a contribué grandement à rendre ces trois années aussi agréables. Je voudrais en remercier ici les autres doctorants et visiteurs que j'ai eu la chance de cotoyer: Pierre Desbiolles, Bruno Saubaméa, Simone Kulin, Denis Boiron, Axel Kuhn, Hélène Perrin, Pierre Lemonde, Pascal Szriftgiser, Johannes Söding, Gabriele Ferrari, Marc-Oliver Mewes, Alain Michaud, Olivier Morice, Tom Hijmans, John Lawall, Philippe Bouyer, Pippa Storey, Ernst Rasel, Maxim Olshanii, Ralph Dum. Je remercie également le groupe "Réseaux Optiques" avec qui j'ai eu des contacts fréquents et chaleureux.

Je voudrais exprimer ici ma reconnaissance à Alain Aspect et Jacques Baudon qui ont accepté la charge de rapporteur ainsi qu'à Mme Claire Lhuillier et M. Claude Weisbuch qui ont accepté de faire partie du jury.

Une grande partie de cette thèse n'aurait pu être réalisée sans l'aide des services techniques du laboratoire. Toute ma gratitude va à l'atelier électronique et l'atelier mécanique pour avoir si souvent résolu nos problèmes.

Le dernier mot va à Amy, Marie, Jérémie, mes coéquipiers du lundi soir et pleins d'autres, qui m'ont souvent encouragé et parfois rappelé la nécessité d'oublier les atomes dans leur mélasse.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction Générale	9
I Oscillations de Bloch d'atomes de césium	17
1 Le refroidissement Raman	19
1.1 Introduction	19
1.2 Le principe du refroidissement Raman	21
1.2.1 Mécanisme général	21
1.2.2 Optimisation d'une séquence de refroidissement	24
1.3 Le dispositif expérimental	26
1.3.1 Le piège magnéto-optique	26
1.3.2 Le dispositif de refroidissement Raman	27
1.4 Les résultats expérimentaux	30
1.4.1 Séquence à une impulsion	30
1.4.2 Séquence à deux impulsions	32
1.4.3 Dépendance temporelle de la largeur de distribution de vitesse	32
1.5 Conclusion	32
Annexe A : Raman cooling below 3 nK: New Approach inspired by Levy Flights Statistics	36
2 Oscillations de Bloch	37
2.1 Atomes dans une onde stationnaire désaccordée	37
2.2 Particule dans un potentiel périodique	40
2.2.1 Le théorème de Bloch	41
2.2.2 Liaisons faibles et liaisons fortes	42
2.2.3 Effet d'une force extérieure constante	46

2.3	Electrons dans un cristal et Atomes dans une onde	47
2.3.1	Les ordres de grandeur	49
2.3.2	Spécificités du système atomique	49
2.4	Application d'une force constante	50
2.4.1	Ondes en mouvement et force d'inertie	50
2.4.2	Critère de non-transition interbande	51
2.5	Montage expérimental	53
2.6	Préparation d'un état de Bloch atomique	55
2.7	Mesure de la distribution en impulsion	57
2.8	Séquence expérimentale	58
Annexe B : Oscillations de Bloch en position		61
3	Résultats expérimentaux	67
3.1	Oscillations dans la bande fondamentale	67
3.1.1	Distribution en impulsions	67
3.1.2	Evolution de la vitesse moyenne	68
3.1.3	Masse effective des atomes dans le potentiel optique	71
3.1.4	Détermination de la structure de bande	72
3.2	Oscillations dans la première bande excitée	73
3.3	Réflexion de Bragg de l'onde atomique	75
3.4	Une technique d'accélération cohérente	76
3.4.1	Accélération critique et transitions Landau-Zener	77
3.4.2	Vers des jets atomiques monocinétiques	78
3.5	Echelles de Wannier-Stark	80
3.5.1	Présentation simple	80
3.5.2	L'expérience d'Austin	82
Annexe C : Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential		84
4	Une approche "Optique quantique"	85
4.1	Introduction	85
4.2	Mesure de \hbar/m	86
Annexe D : Bloch Oscillations, Rapid Adiabatic Passage and Monokinetic Atomic Beams		88
Conclusion de la première partie		89
Bibliographie de la première partie		91

II	Collisions entre atomes dans un piège magnétique	97
1	Le piégeage magnétique d'atomes neutres	99
1.1	Introduction	99
1.2	Force de piégeage magnétique	100
1.2.1	Dipole et énergie magnétiques	100
1.2.2	Evolution adiabatique	102
1.2.3	Le théorème de Wing	102
1.3	Le piège magnétostatique quadrupolaire	104
1.3.1	Configuration	104
1.3.2	Le potentiel de confinement	106
1.3.3	Les pertes non-adiabatiques	108
1.3.4	Durée de vie d'un piège magnétique quadrupolaire	109
1.4	Le piège TOP	111
1.4.1	Principe	111
1.4.2	Potentiel effectif de confinement	113
1.4.3	Ordres de grandeur dans le TOP	115
1.4.4	Conditions de validité	115
1.5	Le piège de Ioffe	117
1.5.1	Configuration du champ	117
1.5.2	Le potentiel de confinement	120
1.5.3	Condition de suivi adiabatique	121
1.5.4	Ordres de grandeur dans le piège de Ioffe	123
1.5.5	Autres configurations	124
1.6	TOP vs Ioffe	125
1.7	Evaporation par radio-fréquence	127
1.7.1	Le refroidissement évaporatif	127
1.7.2	Principe de l'évaporation RF	129
1.7.3	Evaporation dans le piège de Ioffe	132
1.7.4	Evaporation dans le TOP	133
1.8	Conclusion	136
2	Réalisation expérimentale d'un piège TOP	139
2.1	Le système à double cellule	139
2.1.1	Le système à vide	140
2.1.2	Les pièges magnéto-optiques	140
2.2	Le piège magnétique	142
2.2.1	Le champ quadrupolaire	142
2.2.2	Le champ tournant	147
2.2.3	Le champ radio-fréquence	148
2.3	Imagerie et détection	149

2.3.1	Principe de l'imagerie en absorption	149
2.3.2	Défectivité de la caméra	151
2.3.3	Montage expérimental	152
2.4	Séquence et résultats expérimentaux	155
2.4.1	Chargement et compression du PMO	155
2.4.2	Pompage optique et transfert des atomes dans le TOP	157
2.4.3	Caractéristiques du piège magnétique	158
3	Collisions binaires entre atomes froids	165
3.1	Position du problème	165
3.2	Diffusion par un potentiel central	167
3.2.1	Ondes partielles	167
3.2.2	Déphasage $\delta_l(k)$	168
3.2.3	Amplitude de diffusion et section efficace en ondes partielles	170
3.2.4	Collisions à basse énergie	172
3.3	Résonance de diffusion en onde partielle l ($l \geq 1$)	173
3.3.1	Principe	173
3.3.2	Section efficace de diffusion résonnante	174
3.3.3	Application aux collisions Cs-Cs	175
3.4	Résonance de diffusion en onde s	178
3.4.1	Longueur de diffusion	178
3.4.2	Modèle du puits carré	180
3.5	Atomes polarisés dans un piège magnétique	185
3.5.1	Atomes polarisés	185
3.5.2	Collisions élastiques et inélastiques	186
3.5.3	Recombinaison à trois corps	188
3.6	Conclusion	189
4	Résonance de diffusion Cs-Cs	191
4.1	Introduction	191
4.2	Description de l'expérience	192
4.2.1	Principe	192
4.2.2	Le programme de simulation	195
4.3	Résultats expérimentaux	196
4.3.1	Ellipticités et énergies	196
4.3.2	Section efficace de collision	198
4.3.3	Résonance de diffusion en onde s dans l'état triplet	200
4.4	Conséquences et perspectives	201
4.4.1	Comparaison avec les autres données	201
4.4.2	Le refroidissement évaporatif du césium	202
4.4.3	Propriétés des condensats de Bose	206

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	7
Annexe E: Observation of a zero-energy resonance in Cs-Cs collisions	211
Conclusion de la deuxième partie	213
Bibliographie de la deuxième partie	214
Conclusion générale	221
Appendice: Niveaux d'énergie du césium	223

Introduction générale

Le domaine du refroidissement et de la manipulation d'atomes par laser connaît depuis 10 ans un développement considérable au point d'être devenu un thème de recherche majeur en physique atomique. Des progrès remarquables ont été réalisés dans la compréhension des mécanismes d'interaction [1, 2, 3] ainsi que dans la maîtrise des techniques expérimentales [2, 3, 4]. Depuis quelques années, on sait piéger et refroidir avec de la lumière des atomes dans des mélasse optiques à des températures de quelques microKelvins. La mise au point de techniques sub-recoil a également permis d'abaisser la température et d'atteindre le régime du nanoKelvin [5, 6]. A ces températures, les atomes sont quasiment immobiles avec une largeur de la distribution de vitesse inférieure ou égale au mm/s.

Aujourd'hui, une partie importante des recherches ne porte plus sur les mécanismes de refroidissement eux-mêmes mais exploite les propriétés de ces atomes froids. Cela a ainsi favorisé l'essor de nouveaux thèmes comme, par exemple, l'optique atomique [7] ou les réseaux optiques [8, 9]. Un intense effort expérimental en interférométrie atomique a ainsi permis la construction d'horloges [10] et de gyroscopes [11] à atomes froids dont les performances concurrencent ou dépassent déjà celles des systèmes précédents.

L'activité dans le domaine a encore été relancée, s'il en était besoin, par l'observation en 1995 de la condensation de Bose-Einstein d'atomes alcalins dans des pièges magnétiques [12, 13, 14]. Dans ces expériences, la combinaison du refroidissement radiatif suivi du refroidissement évaporatif des atomes dans un piège magnétique a permis d'augmenter la densité dans l'espace des phases $n\Lambda_{dB}^3$ (n est la densité atomique et Λ_{dB} la longueur d'onde de de Broglie) jusqu'à la valeur critique 2.612 au delà de laquelle tous les atomes s'accumulent dans le même état quantique. Cet effet spectaculaire était, en quelque sorte, le Graal de la communauté du refroidissement d'atomes. Son observation a en fait devancé toutes les attentes et obtenu un écho bien au-delà de la physique atomique.

En seulement deux ans, plusieurs expériences ont confirmé l'intérêt de ces condensats. Ils constituent un système quasiment idéal pour l'étude des gaz quantiques dégénérés en interaction [15], ce qui a conduit d'ailleurs à un rapproche-

ment des thèmes étudiés avec ceux issus de la physique de la matière condensée. Des expériences menées au MIT ont également validé l'idée du condensat comme source cohérente d'atomes [16, 17]. On peut alors envisager la construction d'un véritable laser à atomes, par analogie avec l'optique photonique.

Le travail de thèse exposé dans ce mémoire reflète, dans une certaine mesure, le bouleversement occasionné par l'apparition de ces condensats de Bose. La première partie a été consacrée à l'étude et l'optimisation du refroidissement Raman subrecoil, puis à son application pour l'observation de nouveaux effets quantiques. Après les résultats de l'année 1995, devant les perspectives potentielles des condensats, nous nous sommes lancés dans une expérience de refroidissement évaporatif du césium. La seconde partie du mémoire détaille les efforts menés pour la construction d'un dispositif et les résultats obtenus.

Dans une expérience de refroidissement laser sub-recoil, la largeur finale δp de la distribution en impulsion des atomes est inférieure à $\hbar k$ ($k = 2\pi/\lambda$, où λ est la longueur d'onde de la transition atomique) [3]. Cela signifie que les atomes sont délocalisés sur une distance $\hbar/\delta p$ qui est plus grande que la longueur d'onde optique λ . L'expérience présentée à la partie I étudie la dynamique d'atomes refroidis à 10 nK grâce à la méthode Raman [18, 19]. Nous ne donnons, au chapitre 1 de ce mémoire, qu'un bref aperçu de la technique Raman, celle-ci ayant déjà été décrite plus précisément dans le mémoire de thèse de J. Reichel. Ces atomes ultra-froids sont soumis à un potentiel périodique de période $\lambda/2$. En présence d'une force extérieure constante, les atomes, délocalisés sur plusieurs périodes du potentiel, ont alors un mouvement oscillant en vitesse et en position.

Nous décrivons au chapitre 2 le principe de cet effet quantique, connu sous le nom d'oscillation de Bloch. Prédit initialement dans le cadre de la physique des solides, pour des électrons soumis à un champ électrique [20], il n'a cependant jamais été observé dans un cristal car le temps d'évolution cohérente des particules y est toujours bien plus court que la période d'oscillation. Comme souvent en physique, il a fallu attendre l'apparition de nouvelles techniques expérimentales pour débloquer la situation. L'utilisation de super-réseaux à semi-conducteurs a permis dans les années 80 d'observer pour la première fois les échelles de Wannier-Stark qui sont la contrepartie des oscillations de Bloch dans le domaine des fréquences [21]. Plus récemment, toujours dans des super-réseaux, les oscillations de Bloch électroniques ont également pu être détectées [22]. En physique des solides, l'intérêt de ces résultats, outre la compréhension des mécanismes fondamentaux, réside dans la possibilité de construire un oscillateur dans le domaine encore inexploré du THz.

En physique atomique, le potentiel périodique est induit par une onde stationnaire qui permet également de simuler une force constante en modifiant la fréquence d'un des bras de l'onde. Une différence essentielle avec la physique des solides réside dans la possibilité d'éliminer tous les processus de relaxation, en

utilisant des faisceaux suffisamment désaccordés. On se limite alors à l'évolution cohérente des atomes dans ce potentiel lumineux, nous démarquant ainsi des réseaux optiques dans lesquels les processus d'émission spontanée jouent un rôle essentiel.

Nous avons également bénéficié de l'extrême précision des techniques de contrôle et de détection des atomes. Il est possible de préparer les atomes dans n'importe quel état de Bloch du potentiel périodique et de mesurer sa distribution complète en impulsion. Nous avons pu ainsi observer les oscillations de Bloch dans la bande fondamentale ainsi que dans la première bande excitée. Les résultats expérimentaux, décrits au chapitre 3, illustrent aussi le phénomène de réflexion de Bragg de l'onde atomique par la structure lumineuse périodique qui est à la base des oscillations de Bloch.

Dans un dernier chapitre, nous donnons une interprétation des résultats dans le formalisme de l'optique quantique. On montre alors que l'évolution en vitesse des atomes peut être comprise en terme d'échange d'impulsion entre les atomes et les photons du champ lumineux. Cette approche nous a permis de proposer une méthode nouvelle d'accélération cohérente des atomes, susceptible de trouver des applications en optique atomique, pour la manipulation des condensats de Bose ou pour la mesure de h/m .

De manière générale, ces résultats [23], ainsi que ceux du groupe de M. Raizen [24] sur les échelles de Wannier-Stark atomiques, indiquent que les atomes froids constituent un système extrêmement propice à l'étude des processus de transport quantique dans des potentiels périodiques [25].

Dans la deuxième partie, nous décrivons l'expérience de piégeage magnétique d'atomes de césium qui a débuté dans notre équipe au début de l'année 1996. Nous présentons, au chapitre 1, les mécanismes de piégeage ainsi que les principales configurations utilisées. Nous détaillons en particulier les deux types de pièges, le piège TOP et le piège de Ioffe, qui semblent le plus adaptés à la réalisation d'un condensat de Bose, ainsi que les techniques d'évaporation par radio-fréquence utilisées pour le refroidissement évaporatif [26]. La description du dispositif expérimental est faite au chapitre 2. Il s'agit d'un piège magnétique TOP ("Time-Averaged Orbiting Potential") semblable à celui développé dans le groupe d'E. Cornell au JILA [27].

Cette expérience avait pour but d'étudier le refroidissement évaporatif des atomes de césium. Dans cette méthode, le processus fondamental résulte dans la thermalisation des atomes par collision élastique. La connaissance de la section efficace σ de collision apparaît donc comme un préalable indispensable.

L'étude des collisions à basse énergie fait partie des thèmes qui ont bénéficié des progrès dans la préparation et la manipulation des atomes froids. En plus d'avoir un intérêt d'ordre fondamental, elles jouent un rôle important dans le refroidissement évaporatif ainsi que dans certaines expériences de mesure de

précision [28]. Une présentation des processus de diffusion à basse température est donnée au chapitre 3. Les collisions sont alors restreintes aux onde s et sont caractérisées *a priori* par la longueur de diffusion a .

Dans le cas du césium, les données disponibles ne nous permettaient pas d'en déterminer la valeur pour l'état atomique et les températures considérés [29, 30, 31]. Nous avons été ainsi amenés à en effectuer la mesure dans le piège magnétique. Pour cela, nous avons utilisé une méthode "cinétique" déjà employée à quelques reprises [29, 32, 33]. On prépare un nuage hors de l'équilibre dont l'énergie moyenne par atome est sélectionnée entre 5 et 60 μK avec une rampe d'évaporation RF. On détermine alors le temps de relaxation vers l'équilibre thermodynamique sous l'effet des collisions élastiques. En comparant ces données avec une simulation numérique, on en déduit la valeur de la section efficace.

Le chapitre 4 regroupe l'ensemble de nos résultats expérimentaux. Ceux-ci diffèrent très notablement des mesures faites sur les autres atomes alcalins. Sur toute la plage de température, la section efficace atteint la valeur maximale pour des bosons polarisés $8\pi/k^2$. C'est la manifestation d'une résonance de diffusion en onde s dans l'état triplet. Cet effet est lié à l'existence dans le potentiel d'interaction d'un état lié ou virtuel proche du continuum. Cela se traduit par une longueur de diffusion supérieure (en valeur absolue) à 260 a_0 , bien plus grande que pour les autres atomes alcalins.

Cette mesure de section efficace ne nous permet pas de déterminer le signe de la longueur de diffusion dans l'état triplet. Celui-ci joue un rôle pour les interactions entre atomes dans la partie condensée [34]. Dans le cas d'une longueur de diffusion négative, ces interactions sont attractives et la valeur inhabituellement grande de a indique que le nombre d'atomes susceptibles de s'accumuler dans le condensat est extrêmement réduit. Par ailleurs, l'existence d'une résonance de diffusion élastique a des conséquences sur les processus inélastiques. Il semble que les taux de collisions inélastiques à deux et trois corps soient augmentés, limitant ainsi la densité maximale atteignable dans le piège magnétique. Tous ces éléments laissent pour le moment ouvert le problème de la condensation de Bose d'un gaz de césium ultra-froid.

Bibliographie

- [1] C. Cohen-Tannoudji in *Systèmes Fondamentaux en Optique Quantique*, Ecole d'été des Houches 1990; édité par J. Dalibard, J.M. Raimond et J. Zinn-Justin, North-Holland (1992).
- [2] S. Chu, *Science* **253**, 861 (1993).
- [3] Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", *Laser manipulation of Atoms and Ions*, E. Arimondo, W. Philips and F. Strumia (Eds), North-Holland (1992).
- [4] C. Adams and E. Riis, *Prog. Quant. Electr.* **21**, 1 (1997).
- [5] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [6] N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [7] C. Adams, M. Sigel and J. Mlynek, *Phys. Rep.* **240**, 143 (1994).
- [8] G. Grynberg and C. Triché, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Course CXXXI, A. Aspect, W. Barletta and R. Bonifacio (Eds), IOS Press, Amsterdam 1996.
- [9] P. Jessen and I. Deutsch, *Adv. in At., Mol., and Opt. Phys.* **37**, 95 (1996).
- [10] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. Lea and M. Bahoura, *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, Vol 44, No 2, April 1995.
- [11] T. Gustavson, P. Bouyer and M. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).
- [12] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman and E. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).

- [13] C. Bradley, C. Sackett, J. Tollett and R. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [14] K. Davis, M. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Durfee, D. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [15] C. Townsend, W. Ketterle and S. Stringari, *Physics World*, p.29, March (1997).
- [16] M. Andrews, C. Townsend, H. Miesner, D. Durfee, D. Kurn and W. Ketterle, *Science* **275**, 637 (1997).
- [17] M. Mewes, M. Andrews, D. Kurn, D. Durfee, C. Townsend and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 988 (1997).
- [18] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [19] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).
- [20] E. Mendez and G. Bastard, *Physics Today*, 34, Juin 93.
- [21] J. Bleuse, G. Bastard and P. Voisin, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
- [22] C. Waschke, H. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz and K. Kohler, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3319 (1993). J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D.A. Miller, J.E. Cunningham, T. Meier, G.v. Plessen, A Schulze, P. Thomas and S. Schmidt-Rink, *Phys. Rev. B* **46**, 7252 (1992). K. Leo, P. Haring Bolivar, F. Bruggermann, R. Schwedler and K. Kohler, *Solid State Commun.* **84**, 943 (1992).
- [23] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [24] S. Wilkinson, C. Barucha, K. Madison, Qian Niu and M. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4512 (1996).
- [25] Qian Niu, C. Salomon and M. Raizen, *Physics Today*, Juillet 97.
- [26] W. Ketterle and N.J. van Druten, *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, B. Bederon and H. Walther (eds), vol. 37, Academic Press, San Diego (1996).
- [27] W. Petrich, M. Anderson, J. Ensher and E. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).

- [28] Articles de B. Verhaar and D. Heinzen, in *Atomic Physics 14*, edited by D. Wineland, C. Wieman and S. Smith, AIP, New York (1995).
- [29] C. Monroe, E. Cornell, C. Sackett, C. Myatt and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [30] K. Gibble, S. Chang and P. Legere, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2666 (1995).
- [31] B. Verhaar, K. Gibble and S. Chu, *Phys. Rev. A* **48**, R3429 (1993).
- [32] N. Newbury, C. Myatt and C. Wieman, *Phys. Rev. A* **51**, R2680 (1995).
- [33] K. Davis, M. Mewes, M. Joffe, M. Andrews and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [34] G. Baym and C. Pethick, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 6 (1996).

Partie I

**Oscillations de Bloch d'atomes de
césium**

Chapitre 1

Le refroidissement Raman

1.1 Introduction

Dans le domaine du refroidissement d'atomes par laser, l'échelle naturelle de vitesse est la *vitesse de recul*:

$$v_{rec} = \frac{\hbar k}{m} \quad (1.1)$$

qui correspond à la vitesse d'un atome de masse m , initialement immobile, après avoir absorbé ou émis un photon d'impulsion $\hbar k$. Dans les mécanismes de refroidissement Doppler et sub-Doppler [1], les atomes ne cessent d'absorber et d'émettre spontanément des photons. On conçoit alors que la largeur δv de la distribution de vitesse atomique finale reste forcément supérieure à v_{rec} . En pratique la limite atteinte à trois dimensions dans les mélasses sub-Doppler est de l'ordre de 3 ou 4 v_{rec} ce qui correspond, dans le cas de l'atome de Césium, à des températures $k_B T/2 = m(\delta v)^2/2$ de quelques microKelvins. La recherche de température plus basse passe donc par la mise au point de mécanisme de refroidissement sous la limite du recul ou, plus simplement, "subrecul". Cela nécessite notamment de trouver une configuration où une classe d'atomes n'interagit plus avec la lumière de manière à éliminer l'effet "néfaste" de l'émission spontanée.

Le premier mécanisme subrecul qui a été démontré expérimentalement (à Paris en 1988) est le piégeage cohérent de population sélectif en vitesse, désigné le plus souvent par son abréviation anglaise VSCPT. La première expérience utilisait un jet d'atomes d'Hélium métastable et a prouvé la possibilité d'un refroidissement subrecul à une dimension [2]. Cette technique exploite un effet d'interférence destructive conduisant à un taux d'excitation nul pour les atomes de $v = 0$ et croissant quadratiquement avec v [2, 3]. Les distributions de vitesse atomique obtenues par la méthode des résonances noires ont atteint des demi-largeurs à $1/\sqrt{e}$ de $\delta v = v_{rec}/6$ à une dimension [4], $\delta v = v_{rec}/4$ à deux dimensions [5] et

$\delta v = v_{rec}/5$ à trois dimensions [6]. Cette méthode utilise cependant de manière cruciale les particularités d'une transition atomique $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$ et n'est donc pas directement applicable aux atomes ne possédant pas une telle transition.

Un deuxième mécanisme, le refroidissement Raman, a été développé à Stanford et démontré à une dimension en 1992 [7]. Dans cette expérience, des atomes de sodium étaient refroidis avec une demi-largeur de la distribution de vitesse $\delta v = v_{rec}/4$. Des expériences ultérieures ont permis d'obtenir $\delta v = 1.2 v_{rec}$ à deux dimensions, $\delta v = 2.3 v_{rec}$ à trois dimensions pour des atomes libres [8] et $\delta v = 0.65 v_{rec}$ pour des atomes confinés dans un piège dipolaire [9]. Il s'agit d'un mécanisme impulsif qui tire partie de l'extrême résolution des transitions Raman entre deux niveaux stables. Il peut donc être utilisé pour une large classe d'atomes et notamment tous les alcalins. Cette technique a ainsi été appliquée à Paris aux atomes de césium et une première expérience a permis d'atteindre, en 1994, $\delta v = v_{rec}/3$, soit une température de 23 nK [10].

Si le principe général des mécanismes de refroidissement subrecoil semblait bien compris, leur analyse théorique détaillée est restée longtemps moins précise. Les méthodes usuelles de physique atomique, fondées sur la résolution des équations de Bloch optiques, ne s'avéraient pas très efficaces pour ce type de processus. Des méthodes de simulation Monte Carlo avec la fonction délai [11] ont également été employées [4, 12] mais finalement c'est une approche inspirée de la physique statistique et en particulier des vols de Lévy [13] qui est apparue la plus féconde [12]. Développée initialement pour les résonances noires, elle a été ensuite étendue au cas du refroidissement Raman. Elle a alors mis en lumière le rôle crucial de l'exposant α qui caractérise le profil d'excitation v^α au voisinage de l'origine. En optimisant la valeur de ce paramètre par un choix adéquat de la forme des impulsions lumineuses, il est apparu que les températures accessibles expérimentalement pouvaient être significativement réduites. Il a alors été décidé de procéder au laboratoire à une nouvelle expérience dans le but d'étudier les limites du refroidissement Raman. La première partie de ce travail de thèse a ainsi été consacrée à la réalisation de cette expérience.

Ce chapitre présente de manière succincte les principes du refroidissement Raman. Il n'est pas question d'entrer dans les détails de l'analyse par vols de Lévy. Le lecteur pourra trouver une présentation complète, aussi bien théorique qu'expérimentale, dans le mémoire de thèse de J. Reichel [14] et une description approfondie des approches statistiques dans [15, 16]. Nous nous attacherons ici à donner les idées générales ainsi que les résultats obtenus [17]. Nous décrivons également le montage expérimental dans la mesure où celui-ci a presque été intégralement réutilisé dans l'expérience sur les oscillations de Bloch d'atomes de césium qui fait l'objet des chapitres suivants.

1.2 Le principe du refroidissement Raman

1.2.1 Mécanisme général

Le refroidissement Raman est un mécanisme qui utilise de manière astucieuse les propriétés d'impulsions lumineuses sélectives en vitesse. Il nécessite une structure atomique avec deux niveaux stables ($|1\rangle$ et $|2\rangle$) et un troisième, $|e\rangle$ de courte durée de vie. Une telle structure se retrouve par exemple pour les atomes alcalins qui ont deux niveaux stables hyperfins. Ils sont séparés par une fréquence ω_{HFS} dans le domaine micro-onde tandis que les transitions $|1\rangle \rightarrow |e\rangle$ et $|2\rangle \rightarrow |e\rangle$ sont des transitions optiques. On éclaire les atomes avec deux faisceaux laser de fréquence ω_1 et ω_2 , appelés *faisceaux Raman*. Si ces faisceaux sont suffisamment désaccordés des transitions optiques et si la différence $\omega_1 - \omega_2$ est proche de ω_{HFS} , les niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ peuvent être considérés comme un système à deux niveaux couplés par une transition à deux photons désaccordée de:

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{HFS} \quad (1.2)$$

avec une fréquence de Rabi effective $\bar{\Omega}$:

$$\bar{\Omega} = -\frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{4\Delta} \quad (1.3)$$

où Ω_1 et Ω_2 sont les fréquences de Rabi des deux faisceaux Raman et Δ le désaccord de ces faisceaux par rapport à la transition optique [18]. Les atomes, initialement dans $|1\rangle$, sont ainsi transférés vers le niveau $|2\rangle$ par absorption d'un photon de plus haute énergie $\hbar\omega_1$ suivie de l'émission stimulée d'un photon de plus basse énergie $\hbar\omega_2$ (figure 1.1). Lorsque ces deux faisceaux se propagent dans des directions opposées, cette transition est sélective en vitesse. Les atomes transférés sont ceux de vitesse v telle que l'effet Doppler compense le désaccord laser δ . La condition de résonance s'écrit alors:

$$\boxed{\delta = 2k(v + v_{rec})} \quad (1.4)$$

où $k = \omega_1/c \simeq \omega_2/c$ est le module du vecteur d'onde de la lumière incidente. Dans la mesure où les deux niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ sont stables, la largeur de cette résonance n'est limitée à-priori que par la durée de l'impulsion lumineuse. Les atomes sont ensuite recyclés vers le niveau $|1\rangle$ à l'aide d'un faisceau *repompeur*. Ce faisceau de fréquence ω_3 excite de manière résonnante les atomes vers le niveau $|e\rangle$ d'où ils retombent dans $|1\rangle$ par émission spontanée (figure 1.1).

Pour comprendre le mécanisme de refroidissement, il faut maintenant analyser l'évolution de la vitesse atomique dans un tel cycle. Pour rendre le processus plus explicite, nous négligeons provisoirement l'effet du recul dans la condition de

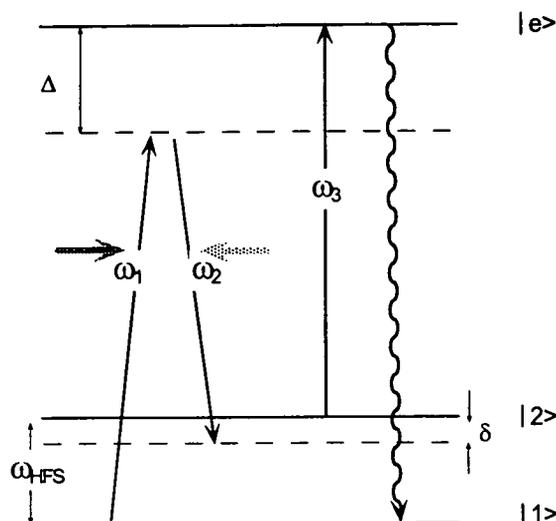


Figure 1.1: Schéma des niveaux et transitions utilisés dans le refroidissement Raman.

résonance Doppler qui s'écrit alors $\delta = 2kv$. Si l'on choisit $\delta < 0$ (désaccord rouge), la classe de vitesse qui est transférée à une vitesse v négative dans la direction du faisceau Raman de fréquence ω_1 . Lors de la transition à deux photons, ces atomes subissent un changement de vitesse de $+2v_{rec}$ et sont donc ramenés vers la vitesse nulle. Si le sens de propagation des faisceaux Raman est inversé les atomes de vitesse $-v$ (positive) deviennent résonnants et sont à leur tour ramenés vers¹ $v = 0$. Lors du recyclage vers $|1\rangle$ les atomes absorbent un photon dans la direction de repompeur puis émettent un photon spontané dans une direction aléatoire. Le bilan lors d'un cycle *sélection Raman - pompage optique* s'écrit donc:

$$\Delta v = 2v_{rec}(\text{transition à deux photons}) + v_{rec}(\text{excitation vers } |e\rangle) + \Delta v_{e.s.} \quad (1.5)$$

où $\Delta v_{e.s.}$ est un terme aléatoire compris entre $-v_{rec}$ et $+v_{rec}$ provenant de l'émission spontanée (figure 1.2).

En pratique, les impulsions ont forcément une durée finie τ ce qui a pour conséquence d'élargir le profil d'excitation. Les atomes susceptibles d'être excités ne se limitent donc pas à ceux de vitesse $v = \delta/2k - v_{rec}$ mais correspondent à un ensemble centré à v et de largeur proportionnelle à $1/\tau$, la probabilité d'excitation restant toutefois maximale pour les atomes de vitesse v . Des impulsions lumineuses longues sont donc plus sélectives en vitesse que des impulsions

¹L'effet de recul correspond à une translation de v_{rec} des classes de vitesse résonnantes et ne modifie pas l'analyse.

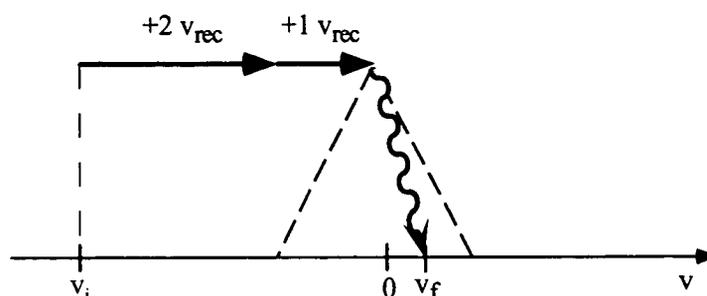


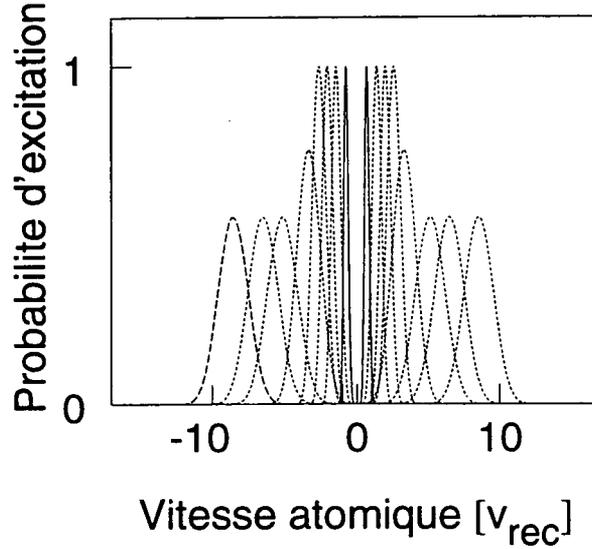
Figure 1.2: Variation de la vitesse atomique lors d'un cycle.

courtes. A faible intensité, le profil d'excitation se résume à la transformée de Fourier temporelle de l'impulsion. Cependant, pour un refroidissement efficace, on cherche à réaliser des impulsions π et la détermination explicite du profil nécessite une intégration numérique de l'équation de Schrödinger.

On peut alors construire une *séquence de refroidissement* constituée d'un ensemble de tels cycles. Une première impulsion ramène vers 0 les atomes de vitesse v puis, en inversant le sens de propagation des faisceaux, ceux de vitesse $-v$. En répétant ce processus pour différentes valeurs du désaccord δ et de la durée τ de l'impulsion, on excite tous les atomes sauf ceux dont la vitesse est inférieure à une valeur v_0 (figure 1.3). On prépare ainsi un "piège" dans l'espace des vitesses: les atomes interagissent avec la lumière jusqu'à ce qu'ils tombent dans cette zone. Dans la mesure où v_0 peut être choisie arbitrairement petite, on conçoit que l'on puisse obtenir des distributions de vitesse plus étroites que v_{rec} .

La technique décrite ici illustre la combinaison des deux processus nécessaires de manière générale à un mécanisme de refroidissement subrecul. Un *filtrage* permet de sélectionner une classe de vitesse atomique n'interagissant pas avec la lumière tandis qu'un mécanisme de *recyclage* offre une chance aux autres atomes d'atteindre cette vitesse particulière. Dans le refroidissement VSCPT, ces deux processus proviennent directement de la structure atomique et de la configuration laser. Il en est autrement dans la méthode Raman où l'utilisateur doit fixer l'ensemble des paramètres (nombre total d'impulsions, durée et désaccord de chaque impulsion,...) caractérisant la séquence de refroidissement. Si cette liberté de choix a l'avantage d'offrir une grande souplesse, elle rajoute cependant un redoutable problème pratique d'optimisation.

Avant d'aborder brièvement cette question, il faut souligner un autre intérêt de la technique Raman. Une impulsion Raman effectue le transfert de $|1\rangle$ vers $|2\rangle$ d'une certaine classe de vitesse. Si, au lieu de repomper ces atomes, on les excite sur une transition fermée, on peut mesurer leur nombre en détectant leur fluorescence (cf. section suivante). Ainsi, en répétant cette mesure pour les différentes

Figure 1.3: *Séquence de refroidissement.*

classes de vitesse (en variant δ), on peut “reconstruire” la distribution de vitesse des atomes dans l’état $|1\rangle$. En allongeant la durée de l’impulsion, on sélectionne des classes de vitesse de plus en plus étroites et on augmente donc la résolution. En pratique, nous avons pu atteindre des résolutions de $v_{rec}/20$ ce qui en fait la technique de mesure de vitesse la plus précise en physique atomique. La seule réserve que l’on puisse apporter à cette méthode qu’elle nécessite de répéter un grand nombre de fois la séquence pour déterminer toute la distribution. Pour une expérience comme celle décrite ici, dont la durée est de l’ordre de la seconde, cela ne pose cependant pas de réel problème pratique.

1.2.2 Optimisation d’une séquence de refroidissement

L’approche statistique avec les vols de Lévy permet notamment de mettre en évidence les paramètres importants pour l’optimisation du refroidissement sub-recul [14, 15, 16]. Il faut pour cela considérer le taux d’excitation $\Gamma'(v)$ des atomes qui s’annule en $v = 0$ et varie au voisinage comme (figure 1.4):

$$\Gamma'(v) \propto |v|^\alpha \quad (1.6)$$

On montre alors que la largeur δv de la distribution de vitesse dépend du temps d’interaction Θ comme:

$$\delta v \propto \frac{1}{\Theta^{1/\alpha}} \quad (1.7)$$

Ainsi, plus α est petit, plus la largeur de la distribution diminue vite.

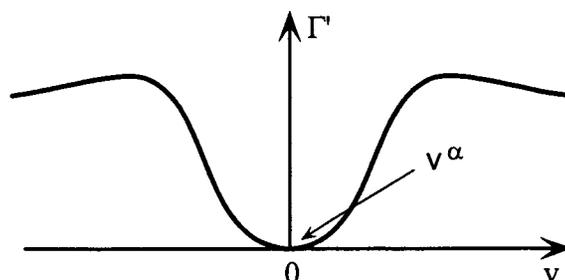


Figure 1.4: Taux d'excitation Γ' au voisinage de $v = 0$.

Par ailleurs, on montre que, pour que tous les atomes s'accablent autour de la vitesse nulle, le paramètre $\mu = d/\alpha$ (où d est la dimension du processus de refroidissement) doit vérifier:

$$\mu = \frac{d}{\alpha} \leq 1 \quad (1.8)$$

ce qui limite les valeurs de α utilisables.

Ces considérations générales permettent d'obtenir de nombreuses indications pour la réalisation des expériences de refroidissement. Dans le cas de notre expérience 1D, il apparaît que la séquence doit être déterminée de manière à ce que le paramètre α soit supérieure à $d = 1$. Le refroidissement le plus rapide consisterait en fait à réaliser un profil d'excitation avec $\alpha = 1$. Il n'est malheureusement pas possible (à notre connaissance) d'obtenir un taux d'excitation présentant cette variation. Nous avons donc été amené à utiliser un taux d'excitation ayant une dépendance quadratique. Ceci peut être réalisé avec des impulsions créneaux dont on ajuste la durée et le désaccord de manière à ce que le premier zéro du profil d'excitation coïncide avec la classe de vitesse $v = 0$ [14].

D'un point de vue théorique, les impulsions créneaux sont donc plus favorables que les impulsions Blackman utilisées précédemment [7, 10] dont le profil d'excitation varie comme $|v|^4$. D'un point de vue pratique, elles sont également beaucoup plus simples à utiliser. A titre indicatif, l'optimisation de la séquence de refroidissement qui a permis d'aboutir à une température de l'ordre de 3 nK [17] a été effectuée en quelques heures tandis que la séquence d'impulsion Blackman employée en 94 [10] avait nécessité plusieurs jours.

Pour fixer la durée et le désaccord de chacune des impulsions créneaux de la séquence, le principe essentiel est de distinguer les phases de recyclage et de filtrage. Lors du recyclage, les atomes, dont la vitesse est loin de l'origine, sont excités de manière à leur donner une chance de tomber près de $v = 0$. Ce processus est assuré par des impulsions courtes dont le profil d'excitation en vitesse est large. A l'inverse, des impulsions longues, beaucoup plus sélectives en

vitesse, sont centrées à des vitesses proches de $v = 0$ et assurent la fonction de filtrage. Ces impulsions ont cependant l'inconvénient d'être couteuses en temps d'interaction: plus elles sont sélectives en vitesse, plus elles nécessitent une durée longue. Il est nécessaire d'adapter leur position dans l'espace des vitesses (qui va fixer la température finale des atomes) en fonction du temps d'interaction total, forcément limité pour des atomes libres. L'optimisation de la séquence résulte donc d'un compromis entre le temps accordé au filtrage et celui nécessaire au recyclage pour que les atomes aient la possibilité d'atteindre le voisinage de $v = 0$.

1.3 Le dispositif expérimental

Pour profiter pleinement des possibilités du refroidissement Raman, il est indispensable de l'appliquer à des atomes prérefroidis. Le dispositif expérimental se compose donc de deux parties². Un premier ensemble sert à la réalisation d'un piège magnéto-optique (PMO) et d'une mélasse optique. Proposé par J. Dalibard en 1986 et démontré pour la première fois en 1987 aux Bell Labs [19], ce piège à atomes est devenu aujourd'hui tout à fait standard dans les laboratoires de Physique Atomique. Il est d'ailleurs étonnant de constater à quelle vitesse il est passé du statut d'objet de recherche à celui d'outil de travail. Il permet de collecter en quelques secondes plusieurs dizaines de millions d'atomes et de les refroidir à des température de quelques microKelvins. Cependant, dans un PMO ou une mélasse optique, les atomes interagissent en permanence avec la lumière et il n'est pas possible de passer en dessous de la limite du recul. La deuxième partie du dispositif se compose, elle, du montage nécessaire au refroidissement Raman proprement dit.

1.3.1 Le piège magnéto-optique

Le principe et la réalisation d'un PMO en cellule ont été déjà décrits en détail dans [20, 21]. Nous nous contentons ici de rappeler les principaux éléments relatifs à notre dispositif.

Les lasers. Le piège magnéto-optique fonctionne sur une transition fermée qui dans le cas du césium est la transition $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5^3$. Il s'agit d'une transition à 852 nm dans le proche infra-rouge pour laquelle il existe des diodes lasers offrant un certain confort d'utilisation. Pour les faisceaux du piège, on part d'une diode laser à cavité externe Fabry-Pérot [22] asservie sur un signal d'absorption saturée. Ce système permet d'atteindre des finesses spectrales de

²Le lecteur pourra trouver tous les détails sur ce montage expérimental dans [14].

³Le détail des niveaux de la transition atomique est donné en appendice de ce mémoire.

l'ordre de la centaine de kHz. Cette diode sert ensuite à injecter une diode de puissance (150 mW) dont l'intensité est contrôlée au moyen d'un modulateur acousto-optique (AOM). Après filtrage spatial, ce faisceau est divisé en six bras dont les intensités sont ajustables à l'aide d'un système de cubes polariseurs et de lames demi-onde. Chacun d'eux a un diamètre de 15 mm environ et une intensité de 4 mW correspondant à un paramètre de saturation $s \simeq 1$. Par ailleurs, une autre diode en cavité étendue, également verrouillée sur un signal d'absorption saturée, fournit un faisceau sur la transition $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$ nécessaire pour recycler les atomes dans le niveau fondamental $6S_{1/2}, F = 3$. Il est mélangé aux six bras dans un des cubes polariseurs après passage dans un AOM afin de contrôler rapidement son extinction.

Autres éléments. Nous avons utilisé une cellule cubique en verre dont les faces extérieures sont traitées anti-reflet. Un étuvage à 230 C permet d'atteindre un vide de quelques 10^{-10} mbar. Le système à vide se compose également d'une pompe ionique de 20 l/s et d'un réservoir de césium que l'on chauffe éventuellement pour augmenter la pression résiduelle dans la cellule.

Deux bobines (100 tours, diamètre 10 cm) en configuration anti-Helmoltz créent le gradient de champ magnétique nécessaire au fonctionnement du PMO. Trois paires de bobines Helmholtz supplémentaires permettent de compenser les champs constants et notamment le champ terrestre. Enfin un double blindage en mu-métal réduit les fluctuations résiduelles du champ magnétique et notamment celles à la fréquence 50 Hz du secteur.

1.3.2 Le dispositif de refroidissement Raman

Les faisceaux Raman. Nous avons vu que les faisceaux Raman doivent avoir des fréquences différant de la fréquence hyperfine qui dans le cas de l'atome de césium vaut $\omega_{HFS}/2\pi = 9.192631770$ GHz⁴. Pour atteindre une grande sélectivité en vitesse, il est impératif de contrôler parfaitement la largeur en fréquence de la différence ($\omega_1 - \omega_2$). Par exemple pour obtenir une résolution de $v_{rec}/20$, cette largeur doit être inférieure à $2kv_{rec}/20 \simeq 400$ Hz⁵. La technique qui a été choisie lors de la première génération d'expérience consiste à verrouiller en phase les deux lasers [23] ou plus précisément la phase du signal de battement des deux lasers à la fréquence ω_{HFS} sur la phase d'un signal micro-onde de même fréquence. Cette méthode a notamment l'avantage d'assurer automatiquement le verrouillage en fréquence des deux lasers.

⁴Il faut éventuellement rajouter un désaccord δ dont la valeur, égale à quelques fois kv_{rec} n'excède pas une centaine de kHz.

⁵Notons qu'individuellement les lasers n'ont pas à satisfaire cette contrainte.

Dans la pratique, nous avons utilisé deux lasers en cavité étendue dont on mesure le battement sur une photodiode rapide. On compare ce battement à un signal de fréquence 9.190 GHz fourni par un oscillateur stable. Un système d'asservissement fournit alors un signal d'erreur dont la partie rapide est renvoyé à la commande de courant d'une des diodes. Pour éviter les dérives lentes, ce signal intégré est également appliqué à la commande de la calle piézo-électrique qui contrôle la position du réseau dans la cavité de cette même diode (figure 1.5). Le deuxième laser est laissé libre mais ses fluctuations sont faibles grâce à un asservissement de la température de la cavité à 0.1 C près. Cette technique est parfaitement fiable et elle permet de travailler sans problème pendant plusieurs heures.

Le choix du désaccord Δ et de l'intensité I des faisceaux Raman doit être effectué de manière à satisfaire deux contraintes. D'une part il faut que la fréquence de Rabi effective $\bar{\Omega}$ soit suffisamment grande pour que les impulsions π aient une durée courte. D'autre part, Δ doit être suffisamment grand pour éviter une excitation directe de l'atome ce qui aurait pour conséquence d'induire une émission spontanée et de faire perdre le bénéfice des distributions subrecul. On peut montrer (cf. chapitre 4 de la référence [14]) que ces conditions s'écrivent:

$$\Delta \leq \frac{\Gamma^2 \tau_{min}}{2\pi} \frac{I}{I_{sat}} \quad (1.9)$$

$$\Delta \gg \pi \Gamma N_{puls} \quad (1.10)$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition, $I_{sat} = 2.2 \text{ mW/cm}^2$ l'intensité de saturation, $\tau_{min} \simeq 40 \mu\text{s}$ la durée caractéristique d'une impulsion Raman et N_{puls} le nombre total d'impulsions lors du refroidissement (de l'ordre de 100).

En admettant une probabilité d'excitation de l'ordre de 0.1 pendant la séquence, nous avons été amené à choisir une valeur de Δ de $\simeq 34 \text{ GHz}$ avec une intensité par faisceau $I \simeq 70 \text{ mW/cm}^2$.

Ces intensités ne peuvent cependant pas être fournies par des diodes sur réseaux qui ont l'inconvénient de réduire la puissance disponible par diode à 20 mW environ. Pour contourner cette limitation, nous avons rajouté, dans cette deuxième expérience, un système d'amplification lumineuse qui consiste à injecter deux diodes de puissance (150 mW) (figure 1.5). Cette méthode a l'avantage d'augmenter significativement l'intensité disponible tout en conservant le verrouillage en phase des deux sources.

Le désaccord Δ , lui, est contrôlé en mesurant sur une photodiode rapide la fréquence du battement entre l'un des faisceaux Raman et un faisceau dérivé du PMO, résonnant avec la transition $F = 4 \rightarrow F' = 5$ (figure 1.5).

Une cellule de Pockels permet de modifier rapidement la polarisation des faisceaux Raman. En couplant ce dispositif avec un cube polariseur, il est possible

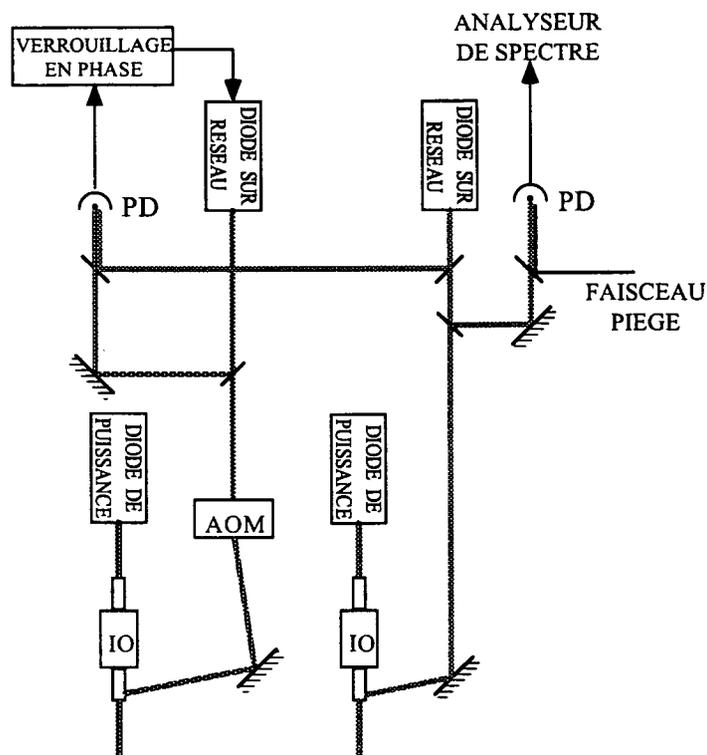


Figure 1.5: Les faisceaux Raman et le système d'amplification.

d'inverser le sens de propagation relative des deux faisceaux (figure 1.6) ce qui est nécessaire pour ramener toutes les classes de vitesse vers $v = 0$.

Un dernier laser sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 4$ assure la fonction de repompage Raman. Il aurait été possible d'obtenir un tel faisceau à partir du laser piège mais avec des puissances faibles. Dans la mesure où il est important de ne pas perdre de temps pendant cette partie de la séquence, nous avons choisi de monter une source indépendante. Nous avons utilisé une diode DBR (*Distributed Bragg Reflector*) qui offre l'avantage de laser naturellement sur la transition du césium tout en ayant une finesse spectrale de quelques MHz. Après passage à travers un AOM nécessaire à un contrôle précis de ce faisceau, nous disposons d'une intensité de 10 mW/cm^2 permettant d'obtenir des temps de dépompage de $20 \mu\text{s}$.

Avec huit sources lasers et autant de modulateurs acousto-optiques, l'expérience de refroidissement est assez complexe. Chaque séquence nécessite en plus la manipulation rapide de dizaine de paramètres. Nous avons bénéficié pour cela d'un programme informatique conçu et développé par Jakob Reichel qui permet de gérer l'ensemble de l'expérience ainsi que l'acquisition des données avec une

interface simple.

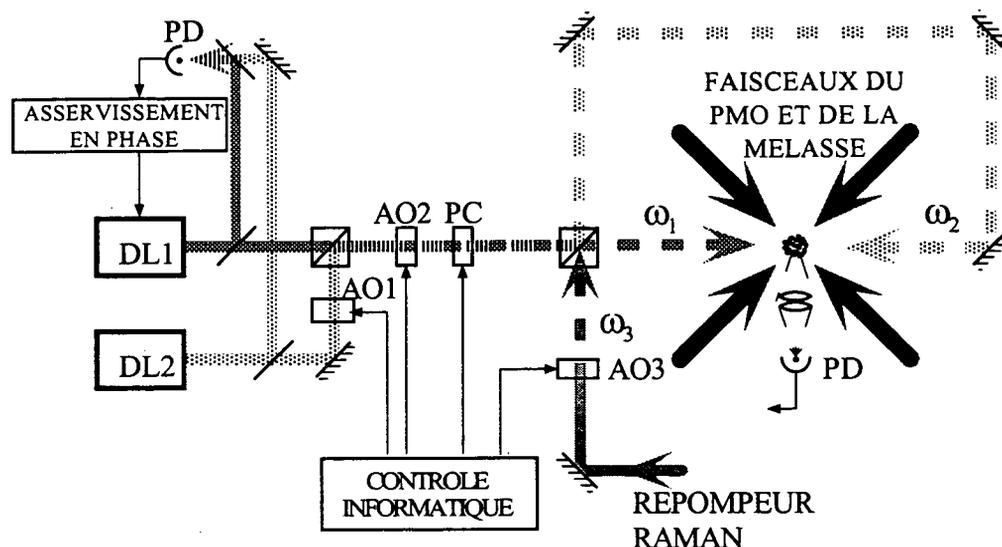


Figure 1.6: Schéma général du dispositif.

La détection. La détection des distributions de vitesse nécessite une sonde résonnante sur la transition fermée $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Cette sonde est simplement dérivée du laser piège. Elle est divisée en deux faisceaux contrepropageants avec des polarisations σ_+/σ_+ de manière à exciter la transition $|F = 4, m = 4\rangle \rightarrow |F' = 5, m = 5\rangle$. Cela évite des excitations non résonnantes vers $F' = 4$ et le dépompage vers $F = 3$ qui en résulte. La fluorescence des atomes est collectée par une lentille qui fait l'image du nuage sur une photodiode calibrée (figure 1.6). A partir de cette mesure, on peut déterminer le nombre d'atomes détectés et déduire ainsi la population de la classe de vitesse sélectionnée.

1.4 Les résultats expérimentaux

1.4.1 Séquence à une impulsion

La séquence la plus simple que l'on puisse imaginer consiste à répéter un grand nombre de fois la même impulsion Raman. Cette impulsion assure alors la double fonction de filtrage et de recyclage. Les résultats présentés à la figure 1.7 ont été obtenus en répétant 136 fois une impulsion carrée de durée $30 \mu\text{s}$ dont le profil d'excitation couvre une grande partie de la distribution. Elle est centrée

alternativement à $\pm 4v_{rec}$ de manière à ce que le premier zéro du profil d'excitation coïncide avec la classe de vitesse $v = 0$. La probabilité d'excitation maximale pour les atomes de vitesse $\pm 4v_{rec}$ est limitée à 0.4 à cause de la puissance lumineuse disponible et de la répartition des atomes dans tous les sous-niveaux Zeeman de $F = 3$ [14].

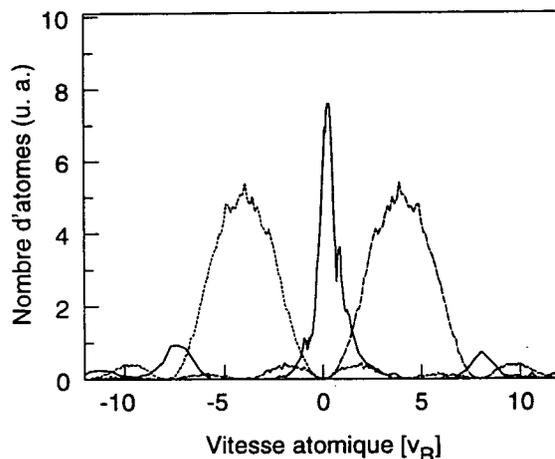


Figure 1.7: *Distribution de vitesse atomique avec une séquence à une impulsion (trait plein). Le profil d'excitation, également mesuré expérimentalement, est indiqué par les courbes en pointillés.*

Une séquence aussi simple permet d'atteindre des distributions remarquablement étroites. La demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ n'est que de $0.34 v_{rec}$ ce qui correspond à une température cinétique de 25 nK environ. Ceci est équivalent aux résultats obtenus dans la première série d'expérience [10] avec des séquences d'impulsions Blackman autrement plus compliquées à optimiser. De plus, la fraction d'atomes refroidis est maintenant beaucoup plus importante: le pic central, 7.5 fois plus haut que la distribution initiale, contient environ 70 % des atomes. On peut noter également l'apparition de bandes latérales dans la distribution de vitesse des atomes refroidis. Elles coïncident avec les premiers zéros du profil d'excitation des impulsions carrées.

On peut noter que la largeur de la distribution est bien plus petite que la taille de la zone "piégeante" déterminée par les impulsions Raman centrées à $\pm 4v_{rec}$. Ce résultat, qui n'a rien d'immédiat et qui peut être interprété avec les vols de Lévy, indique qu'une stratégie cherchant à préparer un profil d'excitation de type puits carré est loin d'être optimale. Elle nécessiterait des impulsions très longues pour avoir des bords raides, réduisant le temps disponible pour le recyclage.

Pour abaisser encore la température, on est tenté d'allonger la durée de l'impulsion pour la rendre plus sélective. La fonction de filtrage est alors bien ef-

fectuée mais le recyclage, lui, est peu efficace car cette impulsion longue interagit avec peu d'atomes. Pour conserver un bon compromis entre ces deux processus, la solution consiste à utiliser deux impulsions différentes: une impulsion longue centrée à une vitesse proche de $v = 0$ filtre les atomes tandis qu'ils sont recyclés par une impulsion courte couvrant une large part de la distribution.

1.4.2 Séquence à deux impulsions

Nous présentons ici les résultats d'une séquence de refroidissement constituée d'une impulsion de $120 \mu\text{s}$ centrée à $\pm v_{rec}$ et d'une impulsion de $30 \mu\text{s}$ centrée à $\pm 4v_{rec}$, l'ensemble étant répété 26 fois. Comme précédemment, la position et la puissance de chaque impulsion sont déterminées de façon à faire coïncider le premier zéro du profil d'excitation avec la classe de vitesse nulle (figure 1.8 b).

La distribution finale a une largeur à $1/\sqrt{e}$ de $(0.12 \pm 0.01) v_{rec}$ (figure 1.8 a). Cela correspond à une température de $2.8 \pm 0.5 \text{ nK}$, presque un ordre de grandeur en dessous de celle obtenue avec une séquence à une impulsion. La hauteur du pic central est maintenant dix fois celle de la distribution initiale et environ 35 % des atomes sont refroidis.

Il est possible d'atteindre des températures encore plus basses en utilisant des impulsions de filtrage plus sélectives. La largeur de la distribution finale est alors plus petite. En contrepartie, le temps disponible pour le recyclage est réduit et les atomes ont moins d'occasions d'atteindre la zone "piégeante" alors que celle-ci est plus étroite. Le gain à $v = 0$ est ainsi forcément plus faible. A titre indicatif, nous avons mesuré des largeurs de distribution de l'ordre de 0.8 nK avec des impulsions de filtrage de $400 \mu\text{s}$ mais avec un gain de 6.4 seulement.

1.4.3 Dépendance temporelle de la largeur de distribution de vitesse

Nous avons également mesuré en fonction du temps d'interaction Θ la demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ de la distribution. Les résultats indiqués à la figure 1.9 illustrent le rôle de l'exposant α dans le profil d'excitation. Dans le cas des impulsions créneaux (cercles pleins), la largeur varie comme en $1/\Theta^{1/2}$ tandis qu'elle évolue comme $1/\Theta^{1/4}$ pour les impulsions Blackman (cercles vides). Ces résultats sont en accord avec la loi en $1/\Theta^{1/\alpha}$ introduite à la section 1.2.2.

1.5 Conclusion

Nous avons montré que le refroidissement Raman est une méthode très efficace à une dimension. Nous avons pu obtenir avec des atomes de césium des

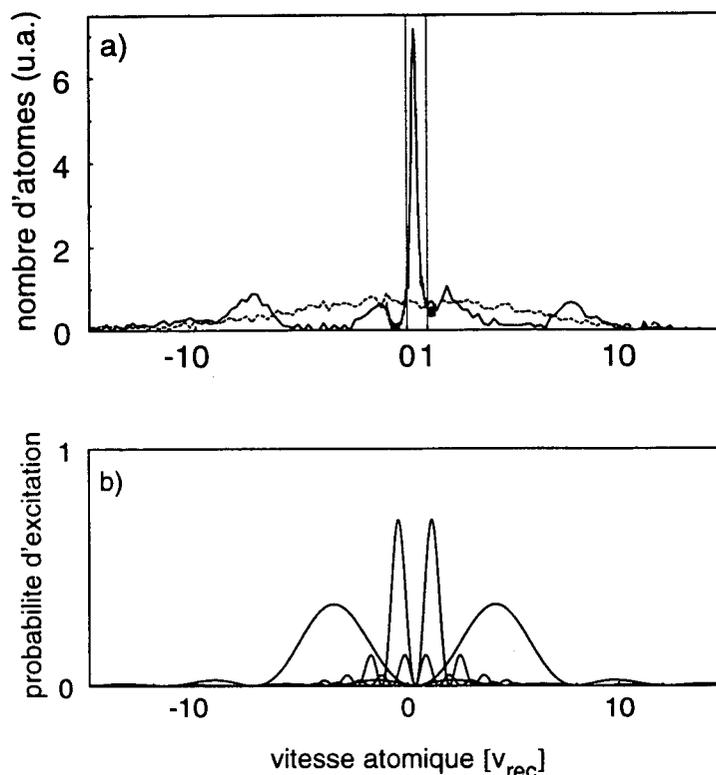


Figure 1.8: *Refroidissement Raman avec une séquence à deux impulsions: (a) Distributions de vitesse initiale (pointillés) et finale (trait plein), (b) Profil d'excitation (mesuré expérimentalement) pour les impulsions centrées à $\pm v_{rec}$ et $\pm 4v_{rec}$.*

températures de l'ordre du nanoKelvin, qui sont, à notre connaissance, les plus basses atteintes par refroidissement laser. L'utilisation d'impulsions carrées, justifiée par l'analyse par vols de Lévy, permet de plus une optimisation simple des séquences de refroidissement. Les expériences menées à Stanford sur le sodium ont montré que cette technique est aussi utilisable à deux et trois dimensions [8] sans toutefois être aussi performante. En fait, ces expériences sont essentiellement limitées par la courte durée d'interaction (quelques dizaines de ms) due à la chute libre des atomes. De plus les densités des nuages sont relativement faibles ce qui rend impossible l'observation d'effets quantiques collectifs.

Pour contourner ces difficultés et allonger le temps d'interaction, l'idée la plus naturelle est d'opérer avec des atomes confinés. Le refroidissement Raman a en effet l'avantage par rapport à l'autre technique subrecl (le VSCPT) d'être a priori directement applicable à des atomes dans un piège. De telles expériences sont en cours pour le sodium dans une "boîte de lumière" [9] et le césium dans

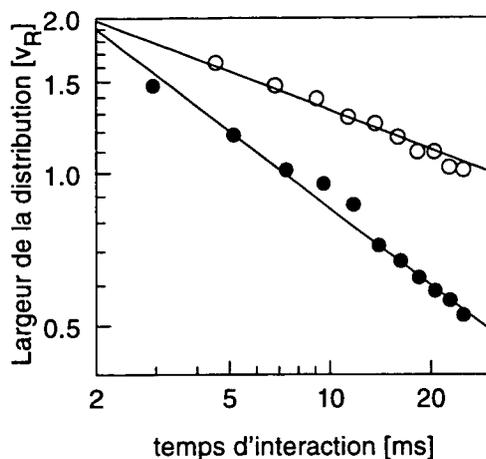


Figure 1.9: Demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ de la distribution de vitesse en fonction du temps Θ d'interaction. \circ : loi en $1/\Theta^{1/4}$ pour des impulsions Blackman, \bullet : loi en $1/\Theta^{1/2}$ pour des impulsions créneaux.

un piège dipolaire croisé [24]. Pour des raisons qui n'ont pas toutes encore été entièrement analysées, le refroidissement Raman dans un piège n'a pas permis d'atteindre des températures aussi basses qu'on pouvait l'espérer. Les densités dans l'espace des phases obtenues restent à ce jour environ deux à trois ordres de grandeur sous le seuil de condensation.

Par ailleurs, le refroidissement Raman a été utilisé avec succès pour des ions piégés même si il ne s'agit pas là d'observer d'effets collectifs dans la mesure où le système se compose d'un ion unique. Avec une technique dite de "refroidissement Raman par bandes latérales", l'équipe de D. Wineland au NIST (Boulder) a pu refroidir un ion ${}^9\text{Be}^+$ jusqu'au niveau fondamental d'un piège de Paul [25]. Ceci s'est avéré être un outil puissant pour l'observation d'effets quantiques spectaculaires. Avec un contrôle extrêmement précis des états interne et vibrationnel de cet ion unique, elle a alors pu réaliser un "chat de Schrödinger" constitué par la superposition linéaire de deux états spatialement séparés de l'ion [26]. Grâce à cette technique, le groupe de Boulder a également préparé des états non classiques du mouvement de l'ion [27], mesuré la fonction de Wigner de l'ion piégé [28] et réalisé la première porte quantique [29].

Indépendamment de la recherche d'effets collectifs comme la condensation de Bose, d'autres effets quantiques peuvent être étudiés avec des atomes refroidis sous la limite du recul. En particulier l'expérience qui est présentée dans les chapitres suivants exploite une autre propriété d'atomes aussi froids. On définit habituellement la longueur de cohérence λ_{coh} associée au nuage comme:

$$\boxed{\lambda_{coh} = \frac{h}{\delta p}} \quad (1.11)$$

où δp est la largeur de la distribution en impulsion. Cela représente la longueur sur laquelle un atome peut être considéré comme une onde de matière. Dans le cas d'une distribution subrecul, δp est par définition inférieure à $\hbar k$:

$$\boxed{\lambda_{coh} = \frac{h}{\delta p} > \frac{h}{\hbar k} = \lambda_{opt}} \quad (1.12)$$

Pour les résultats présentés dans ce chapitre ($\delta p \sim \hbar k/8$), la longueur de cohérence est de l'ordre de 6 microns, 8 fois plus grand que $\lambda_{opt} = 852$ nm. Si on prépare des atomes aussi froids dans le potentiel périodique d'une onde stationnaire (de période $\lambda_{opt}/2$), le centre de masse atomique est alors délocalisé sur une distance qui est plus grande que la période spatiale. Cela signifie en particulier que l'onde atomique est réellement sensible à la périodicité du potentiel. Nous verrons dans les chapitres suivants que cette propriété est un élément important pour l'observation des oscillations de Bloch dans le domaine temporel.

Annexe A

Raman cooling below 3 nK: New Approach inspired by Levy Flights Statistics

J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik
S. Rand, C. Salomon and C. Cohen-Tannoudji,
Physical Review Letters,
Volume 75, Numéro 25, pages 4575-4578, Décembre 1995.

Raman Cooling of Cesium below 3 nK: New Approach Inspired by Lévy Flight Statistics

J. Reichel,¹ F. Bardou,² M. Ben Dahan,¹ E. Peik,¹ S. Rand,^{1,*} C. Salomon,¹ and C. Cohen-Tannoudji¹

¹Collège de France et Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 Rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

²IPCMS, Groupe Surfaces-Interfaces, 23 Rue du Loess, 67037 Strasbourg Cedex, France

(Received 28 July 1995)

We present a new approach to optimize subrecoil Raman cooling, based on Lévy flight statistics. It shows that simple time sequences using square pulses can lead to very efficient cooling. We tested the method in a one-dimensional experiment with cesium atoms and obtained temperatures below 3 nK, less than 1/70 of the single photon recoil temperature.

PACS numbers: 32.80.Pj, 05.40.+j, 42.50.Vk

In laser cooling of atoms, the natural velocity scale is the recoil velocity $v_R = \hbar k/M$ of an atom with mass M absorbing or emitting a single photon with momentum $\hbar k$. Most laser cooling methods lead to velocity spreads δv of a few v_R . Because of the random nature of spontaneous emission which occurs during cooling, it is not easy to achieve $\delta v < v_R$, i.e., to enter the subrecoil regime where the effective temperature T_{eff} defined by $k_B T_{\text{eff}}/2 = M(\delta v)^2/2$ is lower than the recoil temperature T_R defined by $k_B T_R/2 = (\hbar k)^2/2M$. To date, two subrecoil cooling methods have been demonstrated on free atoms: velocity selective coherent population trapping (VSCPT) [1] and Raman cooling [2]. Both methods use a combination of two effects: (i) a vanishing absorption rate of light for atoms around $v = 0$, which protects them from the random recoil induced by spontaneous emission, and (ii) a drift and diffusion of atoms in velocity space bringing the atoms from the $v \neq 0$ domain, where they scatter light, into the $v \approx 0$ region, where they do not absorb light, remain trapped, and accumulate. VSCPT has reached in 1D $T_R/20$ [3] then $T_R/40$ [4], in 2D $T_R/16$ [5], and very recently $T_R/22$ in 3D [6], while Raman cooling has reached $T_R/20$ in 1D [2] and $0.75T_R$ in 2D [7].

In subrecoil cooling, one expects the temperature T_{eff} to decrease with the interaction time Θ . For the case of VSCPT, theory predicts $T_{\text{eff}} \propto \Theta^{-1}$ [8], while for Raman cooling no quantitative predictions have been given so far. In an actual experiment, Θ is always limited for practical reasons. The following question then arises: Given Θ , what is the best strategy for cooling a maximum number of atoms to the lowest possible temperature? We address this question in this paper for the case of Raman cooling, using as a guide simple arguments provided by Lévy flights. In this way we have been able to cool cesium atoms in one dimension below 3 nK ($T_R/70$) and to reach a quantitative understanding of the cooling process, allowing one to derive analytical expressions for the optimum cooling parameters.

In the Lévy-flight approach [9], one defines a “trapping” zone around $v = 0$ by $|v| < v_{\text{trap}}$, where $v_{\text{trap}} < v_R$. The time evolution of the atom appears as a sequence of trapping periods ($|v| \leq v_{\text{trap}}$) with durations τ_1, τ_2, \dots

alternating with “escape” periods ($|v| > v_{\text{trap}}$) with durations $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \dots$ (also called first return times). The cooling efficiency is determined by a competition between these two processes. Consider first the trapping periods. Their statistical properties are essentially determined by the v dependence of the absorption rate $\Gamma'(v)$ around $v = 0$, which can be generally written as

$$\Gamma'(v) = \frac{1}{\tau_0} \left| \frac{v}{v_0} \right|^\alpha. \quad (1)$$

The rate $\Gamma'(v)$ presents a dip centered around $v = 0$, with a characteristic width v_0 (we suppose here that $v_{\text{trap}} < v_0$). Outside the dip, $\Gamma'(v)$ has an order of magnitude given by $1/\tau_0$, with $\tau_0 \ll \Theta$ (Fig. 1). As shown in [4,9], the distribution $P(\tau)$ of trapping times is controlled by the exponent α of Eq. (1). For large τ , and in one dimension, one finds that $P(\tau) \approx B\tau^{-(1+1/\alpha)}$, where B is a constant prefactor depending on v_0 , τ_0 , and v_{trap} . Such a power law dependence of $P(\tau)$ is a clear signature of the appearance of Lévy statistics in the problem [4,9,10]. The total trapping time $T(N) = \sum_{i=1}^N \tau_i$, where N is the number of trapping events during Θ , obeys the generalized central limit theorem of Lévy and Gnedenko [10]. In particular, if $\alpha \geq 1$, $P(\tau)$ is a

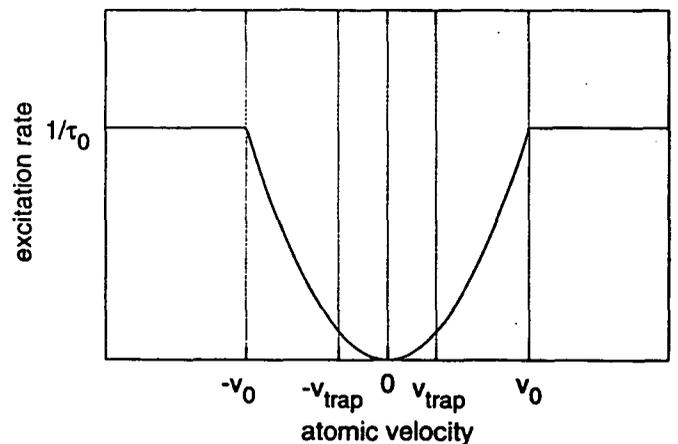


FIG. 1. The velocity dependent excitation rate is modeled by the function $\Gamma'(v) \propto |v|^\alpha$ around $v = 0$ and assumed constant for $v > v_0$.

"broad" distribution which, unlike common distributions, decays so slowly that $\langle \tau \rangle$ is infinite. In such a case, the usual relation $T(N) \approx N\langle \tau \rangle$ (for $N \gg 1$) no longer holds and one can show that $T(N)$ grows more rapidly, as N^α (or as $N \log N$ if $\alpha = 1$). On the other hand, since Raman cooling provides an effective friction mechanism [2], atoms tend to return rapidly into the trap. The distribution $\hat{P}(\hat{\tau})$ of first return times is thus a "narrow" distribution, with a finite average value given by [4,11]

$$\langle \hat{\tau} \rangle \approx \tau_0(v_{\max}/v_{\text{trap}}), \quad (2)$$

where $v_{\max} > v_R$ is the typical atomic velocity during an escape period ($v_{\max} \approx 2v_R$). The total escape time $\hat{T}(N) = \sum_{i=1}^N \hat{\tau}_i$ thus grows as $N\langle \hat{\tau} \rangle$ for $N \gg 1$. The power law dependence on N of $T(N)$ and $\hat{T}(N)$ then gives a simple condition for the filling of the trapping zone: If and only if $\alpha \geq 1$, one has $T(N) \propto N^\alpha \gg \hat{T}(N) \propto N$. In such a case all atoms will accumulate in the trapping zone when $\Theta \rightarrow \infty$, ensuring an efficient cooling.

Finally, the width δv_Θ of the velocity distribution of cooled atoms after a time Θ can be derived from the Lévy flight approach [4]:

$$\delta v_\Theta \approx v_0 \left(\frac{\tau_0}{\Theta} \right)^{1/\alpha}. \quad (3)$$

The smaller α , the faster δv_Θ decreases. This result has been established heuristically in [8], by using Eq. (1) and by writing $\Gamma'(\delta v_\Theta)\Theta \approx 1$, which means that atoms with $|v| < \delta v_\Theta$ remain trapped during Θ [12].

In Raman cooling, as the excitation rate is given by the power spectrum of the pulse intensity, α can be varied by using an appropriate pulse shape. The first Raman cooling experiments used Blackman pulses [2,13] with Raman detunings and pulse durations designed to minimize parasitic excitation around $v = 0$. We have measured the excitation spectrum of a Blackman pulse and found that the best power law fit from $v = 0$ up to half the maximum of $\Gamma'(v)$ corresponds to $\alpha \approx 4$. Here, we alter the exponent α in order to improve the cooling achievable by pulses of a given area. In particular, we have investigated the case $\alpha = 2$, which is simply accomplished by using a time square pulse. Its power spectrum is the square of the sinc function, which consists of a central peak and side-lobes, separated by zeros. Around the first zero, which we make to coincide with the Raman resonance condition for $v = 0$, the spectrum is parabolic. Such pulses are simpler to implement than Blackman pulses. They lead to smaller values of δv_Θ according to Eq. (3), while still ensuring efficient cooling since $\alpha \geq 1$. Moreover, they allow a better use of the available time Θ : For the same spectral width, they are a factor of 2 shorter than a Blackman pulse, so that the pulse repetition rate is higher.

Our experimental setup is an improved version of our all-diode-laser system described in detail in [13]. Briefly, cesium atoms are first captured in a vapor cell MOT and released in free fall at $\sim 6 \mu\text{K}$ (half-width $\delta v_i = 5.5\hbar k$) in the $F_g = 3$ ground state. They are subsequently

illuminated by square pulses of two horizontal Raman beams having a tunable frequency difference $\omega_1 - \omega_2$ around $\omega_{\text{HFS}} = 9.12 \text{ GHz}$ (the cesium hyperfine splitting), a diameter at $1/\sqrt{e}$ of 4 mm, a power of 70 mW (a factor 3 higher than in [13]), and a detuning of -34 GHz between the virtual upper state and the $6p_{3/2}$ state. If the two Raman beams ($\vec{k}_1, \omega_1, \vec{k}_2, \omega_2$) are counterpropagating, the excitation rate is velocity selective and atoms with $v \neq 0$ are transferred to $F_g = 4$ with a velocity change of $\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)/M \approx 2\hbar k/M$. The resonance condition is $\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{HFS}} = 2k(v_R + v)$. The sign of the frequency offset δ is chosen such that the velocity change for the resonant atoms is opposed to their velocity. After each Raman pulse, a colinear, 30 μs long, resonant repumping pulse, tuned to $F_g = 4 \rightarrow F_e = 4$, excites all $F_g = 4$ atoms and gives them a chance to fall in $F_g = 3$ with $v \approx 0$ after spontaneous emission. A cooling sequence typically takes $\Theta = 20 \text{ ms}$ (limited by gravity and beam size), and the velocity distribution of atoms in $F_g = 3$ is probed using a low power, 3 ms long Blackman pulse providing a velocity resolution of $v_R/20$ or $175 \mu\text{m/s}$.

In order to investigate this new cooling strategy, we start with the simplest scheme, consisting of a single 30 μs square Raman pulse, short enough to cover a large fraction of the initial velocity distribution and centered alternately at $v = \pm 4v_R$ [Fig. 2(a), dashed line], the sign change being accomplished by exchanging the directions of the two Raman beams. The peak excitation probability is ≈ 0.4 . The sequence *Raman excitation-repumping pulse* at $v = +4v_R$, then at $v = -4v_R$, is repeated 136 times, leading to a remarkable cooling efficiency: 70% of

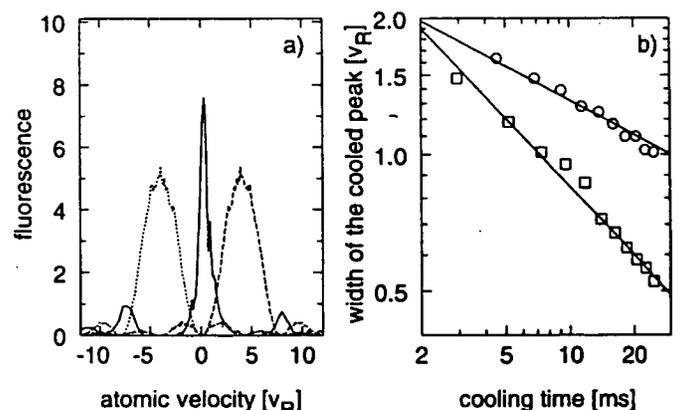


FIG. 2. (a) Dashed line: excitation profile of 30 μs pulses tuned to $\pm 4v_R$. (This profile has been measured independently by using copropagating pulses.) Solid line: velocity distribution after 136 repetitions of these pulses (total time 22 ms). The velocity spread (half-width at $1/\sqrt{e}$) is $0.34v_R$, corresponding to $T_{\text{eff}} \approx 25 \text{ nK}$. The fluorescence is in units of the maximum signal obtained from the initial distribution. (b) Time dependence of the width of the cooled peak obtained with square pulses (squares) and Blackman pulses (circles). Straight lines are fits by power laws $\Theta^{-1/2}$ and $\Theta^{-1/4}$, respectively.

the atoms are compressed in a peak 7.5 times higher than the initial distribution [Fig. 2(a)]. The velocity spread (half-width at $1/\sqrt{e}$) is $0.34v_R$, much narrower than the width ($\approx 4v_R$) of the hole in $\Gamma'(v)$. This confirms that δv_{Θ} can be much smaller than v_0 , as already indicated by Eq. (3). The corresponding temperature $T_{\text{eff}} = T_R/8 = 25$ nK is equivalent to our previous result using sequences of eight Blackman pulses [13], but with a better fraction of atoms in the cold peak and a considerably simpler pulse sequence. Moreover, the time evolution of the velocity spread obeys very well the $\Theta^{-1/2}$ law of Eq. (3) [Fig. 2(b)]. When the square pulses are replaced by Blackman pulses, centered at the same frequency and twice as long as the square pulses to maintain the same characteristic width, higher temperatures and lower peak heights are obtained for all interaction times [Fig. 2(b)]. In this case, the evolution of the velocity spread is well fitted by a $\Theta^{-1/4}$ law, as predicted by Eq. (3).

In order to lower further the temperature, one would like to decrease the width v_0 of the hole in $\Gamma'(v)$ since this produces a colder final distribution [Eq. (3)]. However, when v_0 is decreased, the pulse is longer in time, it interacts with a smaller fraction of the velocity distribution, and it ultimately gives fewer chances for a given atom to fall near $v = 0$ by spontaneous emission. Furthermore, atoms can also accumulate in the outermost zeros of the excitation profile as can be seen already near $\pm 8v_R$ in Fig. 2(a). The immediate solution to this problem is to use a cooling sequence made of two pulses: a long pulse for good *filtering* (v_0 small) and a short pulse

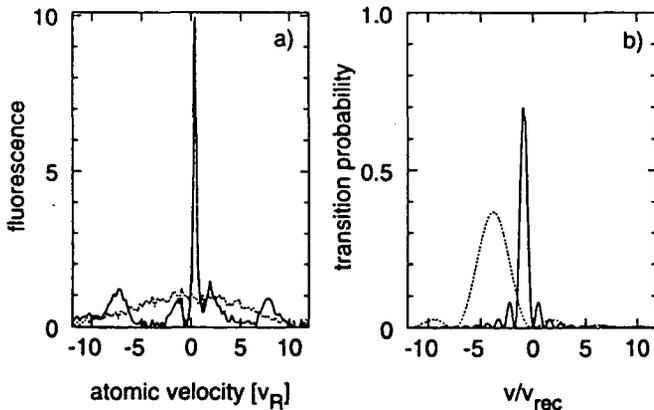


FIG. 3. (a) Raman cooling with $30 \mu\text{s}$ pulses centered at $\pm 4v_R$ and $120 \mu\text{s}$ pulses centered at $\pm v_R$, 26 repetitions. The central peak has a $1/\sqrt{e}$ half-width of $0.12v_R$ (an 8% contribution due to the probe linewidth has been subtracted by deconvolution). This corresponds to an effective temperature of $T_{\text{eff}} = 2.8$ nK. The dashed curve is the velocity distribution without Raman cooling, corresponding to $T_{\text{eff}} \approx 6.0 \mu\text{K}$. (b) The Raman pulses used for the above result (for clarity, only the pulses on the negative-velocity side are shown). As the available power limits the peak excitation probability of the $30 \mu\text{s}$ pulse to about 0.4, it is repeated 3 times before the $120 \mu\text{s}$ pulse is applied.

covering a wide velocity range, in order to *recycle* those atoms which do not interact with the narrow pulse. As the recycling pulse is short in duration, its contribution to the total cooling time is small. Raman cooling with two square pulses is shown in Fig. 3(a). The sequence consists of a $120 \mu\text{s}$ pulse centered at $v \approx \pm v_R$ and a $30 \mu\text{s}$ pulse at $v \approx \pm 4v_R$ and is repeated 26 times. The cold peak has a $1/\sqrt{e}$ velocity spread of $(0.12 \pm 0.01)v_R$, corresponding to $T_{\text{eff}} = 2.8 \pm 0.5$ nK ($T_R/73$), nearly a factor of 10 lower than in the one-pulse cooling scheme. The peak is 10 times as high as the initial distribution and contains 35% of the total number of atoms. Narrower filtering pulses lead to still lower temperatures, but with a reduced gain at $v = 0$. For instance, $T_{\text{eff}} = 0.8$ nK = $T_R/250$ has been observed with a peak height increase of 6.4, using a filtering pulse of $400 \mu\text{s}$ duration.

In the search of an optimum square pulse cooling configuration, a compromise must be made between the fraction of cooled atoms and the width of the cooled distribution. We present here a simplified derivation of the width $\delta v_{\Theta, \text{opt}}$ of the narrowest peak that can be filled significantly in a given time Θ , i.e., that accumulates $\approx 50\%$ of the atoms. A rigorous calculation optimizing the height of the peak at $v = 0$ gives the same results, within prefactors of order 1 [14]. The single important parameter of the pulse sequence is the duration θ_0 of the filtering pulse (the narrowest pulse). The excitation at $|v| \geq v_0$ is realized efficiently by much shorter recycling pulses, whose durations are neglected here. θ_0 is related to the width v_0 of the dip in $\Gamma'(v)$ by the condition of the first zero of the sinc function in $v = 0$ for Γ' , which implies $\pi/\theta_0 = kv_0$. Adding pulses on both sides of $v = 0$ leads to a sequence duration of $\tau_0 = 2\theta_0$ and the excitation rate becomes $\Gamma'(v = 0) = (v/v_0)^2/2\theta_0$ and $\Gamma'(|v| > v_0) = 1/(2\theta_0)$. The optimization is now done very simply: The narrowest peak that can be filled is defined by a filling time just equal to the total time. The filling time being on the order of the first return time, one has

$$\langle \hat{\tau}(v_{\text{trap}} = \delta v_{\Theta, \text{opt}}) \rangle \approx \Theta. \quad (4)$$

The problem is now fully characterized by the two equations (3), (4), having two parameters (Θ , v_{max}) and two unknowns ($v_{0, \text{opt}}$ or equivalently $\theta_{0, \text{opt}}$, $\delta v_{\Theta, \text{opt}}$). Simple algebra gives the optimum values

$$\frac{v_{0, \text{opt}}}{v_R} \approx \left(\frac{2v_{\text{max}}}{v_R} \right)^{2/3} \left(\frac{\pi\tau_R}{2\Theta} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

where $\tau_R = 2M/\hbar k^2$ is the recoil time, and

$$\frac{\delta v_{\Theta, \text{opt}}}{v_R} \approx \left(\frac{2v_{\text{max}}}{v_R} \right)^{1/3} \left(\frac{\pi\tau_R}{2\Theta} \right)^{2/3}. \quad (6)$$

Note that $\delta v_{\Theta, \text{opt}}$ decreases as $\Theta^{-2/3}$, whereas δv_{Θ} varies only as $\Theta^{-1/2}$ for a fixed v_0 which is not optimized for each value of Θ . For $v_{\text{max}} = 2v_R$, $\Theta = 10 \text{ ms} = 130\tau_R$ (the effective total time of the cooling pulses in the experiment) the result is $v_{0, \text{opt}} \approx 0.6v_R$ and $\delta v_{\Theta, \text{opt}} \approx$

$0.08v_R$, which is 40% narrower than our experimental result. Considering the simplicity of our model and the laser power limitation preventing us from realizing extremely short recycling and repumping pulses with unity transfer efficiency, the agreement is satisfactory. We also performed numerical simulations assuming ideal experimental conditions and $\Theta = 20 \text{ ms} = 260\tau_R$. They predict an optimum corresponding to $T = T_R/400 = 0.5 \text{ nK}$ and $v_{0,opt} = 0.4v_R$. For an initial half-width $\delta v_i = 5.5v_R$ the predicted peak height increase is 75.

The Lévy flight analysis can easily be extended to higher dimension d . The distribution of trapping times $P(\tau)$ varies as $P(\tau) \sim 1/\tau^{1+d/\alpha}$ and the first return time is proportional to $(v_{max}/v_{trap})^d$. The optimization of Raman cooling can be done along the same lines as above. This is important for the case $d = 3$ since subrecoil Raman cooling has not yet been demonstrated in this case. Preliminary calculations show that the square pulse sequence could lead to a subrecoil temperature, but with only a small fraction of the atoms in the cooled peak. This is due to the fact that in 3D the distribution $P(\tau)$ is broad only if $\alpha \geq d = 3$. Only in this case, the total trapping time $T(N) \propto N^{\alpha/d}$ dominates the total escape time $\hat{T}(N) \propto N$ so that all atoms accumulate in the narrow peak. Hence in 3D, Lévy flights predict more efficient cooling with triangular or Blackman pulses ($\alpha = 4$). It would be interesting to determine the optimum cooling for arbitrary values of α and to extend the approach to the case of trapped atoms which offer attractively long interaction times.

In conclusion, we have pointed out the crucial role of the exponent α and the interaction time Θ in subrecoil cooling. Using Lévy statistics, we have predicted and demonstrated experimentally that in 1D square pulses ($\alpha = 2$) are not only simpler to implement but also lead to a faster cooling ($\delta v_\Theta \propto \Theta^{-1/2}$) than Blackman pulses ($\alpha = 4$ and $\delta v_\Theta \propto \Theta^{-1/4}$). For cesium atoms we have obtained effective temperatures below 3 nK or $T_R/70$, which are to our knowledge the lowest temperatures achieved in 1D laser cooling. Our analysis also provides analytical expressions for the optimal cooling in a given time Θ . Finally, in higher dimension d , we predict that only if $\alpha \geq d$ all atoms accumulate in the subrecoil peak.

We thank A. Aspect, J. Dalibard, A. Bardou, and J. P. Bouchaud for fruitful discussions. F. B. acknowledges support from the "Société de Secours des Amis des Sciences" (French Academy of Sciences) and E. P. and

J. R. from the European Community through the HCM program. This work was supported in part by CNES, BNM, and Région Ile-de-France. Laboratoire Kastler-Brossel is a Laboratoire de l'ENS et de l'Université Paris VI, associé au CNRS.

*Permanent address: Department of Applied Physics, Michigan University, Ann Arbor, MI 48109.

- [1] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [2] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [3] F. Bardou, B. Saubamea, J. Lawall, K. Shimizu, O. Emile, C. Westbrook, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *C. R. Acad. Sci. Paris* **318**, 877 (1994).
- [4] F. Bardou, Doctoral thesis, Université de Paris XI, 1995.
- [5] J. Lawall, F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1915 (1994).
- [6] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [7] N. Davidson, H.-J. Lee, M. Kasevich, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [8] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2112 (1989).
- [9] F. Bardou, J. P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 203 (1994), and references therein.
- [10] J. P. Bouchaud and A. Georges, *Phys. Rep.* **195**, 127 (1990); B. V. Gnedenko and A. N. Kolmogorov, *Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1954); P. Lévy, *Théorie de l'Addition des Variables Aléatoires* (Gauthier Villars, Paris, 1954).
- [11] This expression is similar to the equilibrium time calculated in [2].
- [12] The heuristic derivation reduces the cooling process to a pure filtering during Θ . Actually the atoms can leave the trapping zone and come back several times during Θ . Several filtering periods corresponding to the various trapping times τ_1, τ_2, \dots should be taken into account and the evaluation of the width of the velocity distribution is nontrivial. It is only because the sum $T(N)$ is dominated by a very small number of terms, a typical property of Lévy sums [10], that Eq. (3) is valid.
- [13] J. Reichel, O. Morice, G. M. Tino, and C. Salomon, *Europhys. Lett.* **28**, 477 (1994).
- [14] F. Bardou *et al.* (to be published).

Chapitre 2

Oscillations de Bloch

2.1 Atomes dans une onde stationnaire désaccordée

On considère une situation où un atome est soumis à deux ondes lumineuses de même amplitude E_0 et de même fréquence ω , se propageant dans des directions opposées (figure 2.1). Sous l'effet de l'interférence des deux ondes, l'amplitude du champ électrique total est modulée spatialement:

$$E(x) = 2E_0 \cos(kz). \quad (2.1)$$

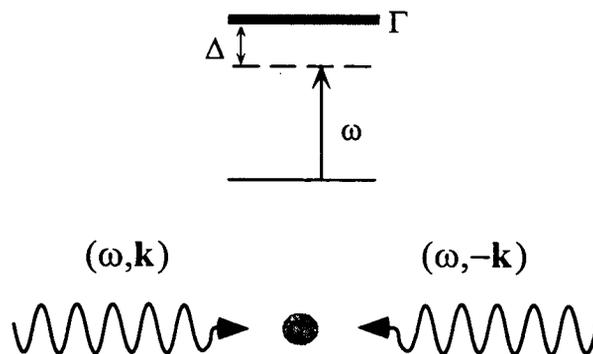


Figure 2.1: *Structure du champ lumineux: onde stationnaire désaccordée de Δ .*

Un premier effet de la lumière sur l'atome est de déplacer les niveaux fondamentaux [1]. Dans le cas d'une faible saturation de la transition, ce déplacement lumineux est proportionnel au rapport de l'intensité I et du désaccord Δ ($\Delta = \omega - \omega_0$ où ω_0 est la fréquence de la transition atomique).

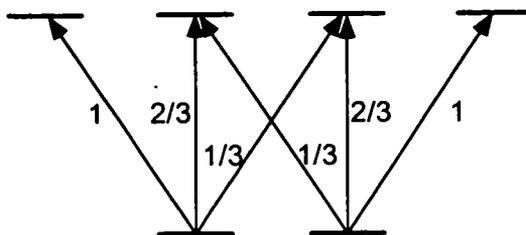


Figure 2.2: Coefficients de Clebsch-Gordan (au carré) pour la transition $1/2 \rightarrow 3/2$.

Dans le cas du césium, il faut à priori tenir compte de tous les états hyperfins du niveau excité pour calculer la profondeur de ce potentiel. Lorsque le désaccord est grand devant la structure hyperfine, on se ramène à une transition $1/2 \rightarrow 3/2$ (figure 2.2). Si l'onde stationnaire est polarisée linéairement, les sous-niveaux Zeeman $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ sont déplacés de la même énergie $U(z)$ qui vaut:

$$U(z) = U_0 \cos^2(kz) = \frac{U_0}{2} (\cos(2kz) - 1) \quad (2.2)$$

avec:

$$U_0 = \frac{2}{3} \hbar \Gamma \left(\frac{I}{I_0} \right) \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right) \quad (2.3)$$

où I est l'intensité dans un faisceau et $I_0 = 2.2 \text{ mW/cm}^2$ l'intensité de saturation pour la transition $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Le facteur $2/3$ résulte du coefficient de Clebsch-Gordan associé aux transitions π (figure 2.2). Les états du niveau hyperfin du fondamental $|F = 3, m_F\rangle$ se décomposent sur la base découplée $|1/2, 1/2\rangle$ et $|1/2, -1/2\rangle$ et sont donc également déplacés de la même énergie $U(z)$.

Il s'agit donc d'un potentiel périodique de période spatiale $\lambda/2$ ($\lambda = 2\pi/k = 852 \text{ nm}$ est la longueur d'onde de la transition). Au noeud de l'onde stationnaire, le champ électrique de la lumière s'annule et les niveaux ne sont pas perturbés. A l'opposé pour les ventres de l'onde, il y a un effet d'interférence constructive et l'intensité est maximale. Les niveaux sont alors déplacés de U_0 . Notons que le signe de U_0 ne dépend que du signe du désaccord Δ tandis que son amplitude peut être modifiée en changeant la valeur de l'intensité. Dans la suite nous considérerons seulement la partie sinusoïdale $(U_0/2) \cos(2kz)$. Cela revient juste à décaler l'origine des énergies d'une quantité $-U_0/2$ ce qui est sans conséquence physique.

L'échelle naturelle des énergies est l'énergie de recul E_R qui correspond à l'énergie cinétique d'un atome de vitesse v_{rec} :

$$E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.4)$$

(dans le cas du césium, E_R vaut $h \times 2.1$ kHz). Nous avons utilisé dans cette expérience des intensités au plus égales à 150 mW/cm^2 et un désaccord $\Delta = -5700\Gamma \simeq -30 \text{ GHz}$ ce qui conduit à des potentiels ajustables entre 0 et $20 E_R$.

La lumière induit par ailleurs une excitation de l'atome qui se traduit par l'absorption d'un photon laser suivie de l'émission d'un photon spontané. Le taux d'excitation associé à ces processus est proportionnel à I/Δ^2 [1]. En choisissant convenablement les valeurs de l'intensité et du désaccord de la lumière laser on peut rendre cette dissipation négligeable à l'échelle de notre expérience. Pour des conditions typiques ($U_0 = 5E_R$ et $\Delta = -30 \text{ GHz}$) le taux d'excitation est de 4 s^{-1} , correspondant donc à un photon spontané toutes les 250 ms. La probabilité d'excitation est donc très faible pendant la durée de notre expérience qui est limitée à 25 ms par la chute des atomes hors des faisceaux lumineux.

Dans ce régime non-dissipatif, les atomes évoluent sous l'effet du seul hamiltonien H :

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kz) \quad (2.5)$$

qui fait intervenir l'énergie cinétique et l'énergie potentielle des atomes¹. Il est alors possible d'étudier l'évolution *cohérente* de particules dans un potentiel périodique. Nous avons indiqué au chapitre précédent que la longueur de cohérence des atomes refroidis sous le recul peut être plus grande que λ ce qui signifie que le centre de masse atomique est délocalisé sur plusieurs périodes du potentiel. Par conséquent, ces atomes ultrafroids sont un outil précieux pour étudier les effets liés à la périodicité du potentiel.

En particulier on peut considérer le cas où les particules sont soumises à une force extérieure constante F . Cette étude est naturellement inspirée de la situation, fréquente en physique des solides, où un champ électrique constant est appliqué à des électrons dans un cristal. Le hamiltonien qui contrôle la dynamique des particules s'écrit alors:

$$H' = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kz) - Fz. \quad (2.6)$$

L'étude du comportement d'atomes dans une onde stationnaire désaccordée a déjà fait l'objet de nombreuses expériences et il est d'ailleurs remarquable qu'un système physique si simple recouvre une aussi grande variété d'effets. Il y a une

¹Notons que nous nous démarquons ici d'une étude semi-classique du mouvement atomique dans laquelle les variables externes z et p sont traitées classiquement.

dizaine d'années, David Pritchard et ses collaborateurs ont étudié la dynamique d'un jet d'atomes de sodium traversant une onde stationnaire. Ils ont observé alors la diffraction de l'onde atomique par la structure lumineuse dans le régime de Kapitza-Dirac [30] puis dans le régime de Bragg [31]. Ces résultats étaient un premier pas vers la réalisation d'interféromètres atomiques dans lesquels les atomes sont séparés puis recombinaés par des faisceaux lumineux [32, 33]. Récemment, deux groupes à Innsbruck [34] et à l'université du Colorado [35] ont explicitement utilisé la diffraction de Bragg de l'onde atomique par une onde stationnaire pour réaliser des interféromètres. Dans un registre différent, le groupe de M. Raizen à Austin (Texas) a utilisé des atomes froids dans une onde stationnaire très désaccordée pour étudier la localisation de particules dans une dynamique chaotique [36].

Il nous faut enfin signaler l'importance prise aujourd'hui en physique atomique par les *réseaux optiques* où l'on étudie les propriétés d'atomes froids dans des potentiels lumineux périodiques [37, 38]. Il s'agit donc d'une situation *a priori* similaire à celle que nous avons considérée et dont l'étude a débuté avec l'observation de processus de localisation atomique dans des champs lumineux [39, 40]. En fait les similitudes ne sont qu'apparentes. Dans un réseau optique, le taux d'excitation est de l'ordre du MHz et les processus de relaxation jouent un rôle crucial². Dans ce cas, la dynamique des atomes est tout à fait différente de celle que nous cherchons à étudier. Par exemple, sous l'effet des cycles de pompage optique, les atomes se localisent au fond des puits de potentiel, une situation bien distincte de nos atomes délocalisés.

2.2 Particule dans un potentiel périodique

Le comportement d'une particule quantique dans un potentiel périodique a fait l'objet de très nombreuses études, inspirées principalement par la physique des électrons dans un solide. Les premiers résultats remontent en fait aux premières heures de la mécanique quantique et sont notamment dûs à F. Bloch. Dans un article fondateur [43] publié en 1929, il a décrit les états propres et les énergies propres d'un tel système. Ce résultat est connu aujourd'hui sous le nom de *théorème de Bloch* dont le lecteur pourra trouver une présentation moderne détaillée dans [44]. Nous nous contentons d'en rappeler ici les principaux résultats pour le cas unidimensionnel.

²Signalons cependant que certaines expériences ont porté récemment sur l'étude de réseaux *non-dissipatifs* à trois dimensions [41, 42].

2.2.1 Le théorème de Bloch

On considère une particule de masse m dans un potentiel $U(z)$ de période a . Le théorème de Bloch indique que les états propres de $H = p^2/2m + U(z)$ s'écrivent sous la forme:

$$\Psi_q(z) = e^{iqz} u_q(z) \quad (2.7)$$

La fonction $u_q(z)$ est une fonction périodique de période a qui satisfait l'équation de Schrödinger:

$$H_q u_q(z) = E(q) u_q(z) \quad \text{avec} \quad H_q = \frac{(p + \hbar q)^2}{2m} + U(z). \quad (2.8)$$

pour laquelle il existe un ensemble discret de solutions.

Les états propres $|n, q\rangle$ (appelés *états de Bloch*) et les énergies propres $E_n(q)$ du hamiltonien H sont ainsi décrits par:

- (i) un indice de bande n discret
- (ii) une quasi-impulsion q continue

De plus $|n, q\rangle$ et $E_n(q)$ sont des fonctions périodiques de la quasi-impulsion q de période $2\pi/a$ (la période du réseau réciproque). Par convention, q est alors restreint à la première zone de Brillouin qui s'étend dans l'espace réciproque entre $-\pi/a$ et π/a .

Ces résultats peuvent être rassemblés dans la structure de bande qui n'est rien d'autre que le spectre en énergie de la particule (figure 2.3). Notons également que les états de Bloch sont délocalisés sur tout le réseau périodique.

Dans le cas de notre potentiel lumineux, la période spatiale vaut $a = \lambda/2$ ce qui correspond à une période $4\pi/\lambda = 2k$ du réseau réciproque et une première zone de Brillouin $] -k, k]$. On pourrait croire que, dans le cas d'un potentiel sinusoïdal $U(z) = (U_0/2) \cos(2kz)$, il existe une solution analytique simple pour le spectre en énergie $E_n(q)$. En fait, l'équation de Schroedinger correspondante n'a rien de triviale et elle est connue dans la littérature sous le nom d'équation de Mathieu ³.

On peut remarquer que la fonction propre de l'état de Bloch $|n, q\rangle$ s'écrit après développement de Fourier de $u_{n,q}(z)$:

$$\Psi_{n,q}(z) = e^{iqz} u_{n,q}(z) = \sum_l a_{n,q,l} e^{i(q+2lk)z} \quad (2.9)$$

³Cette équation est d'ailleurs similaire à celle régissant le mouvement d'un ion dans un piège de Paul.

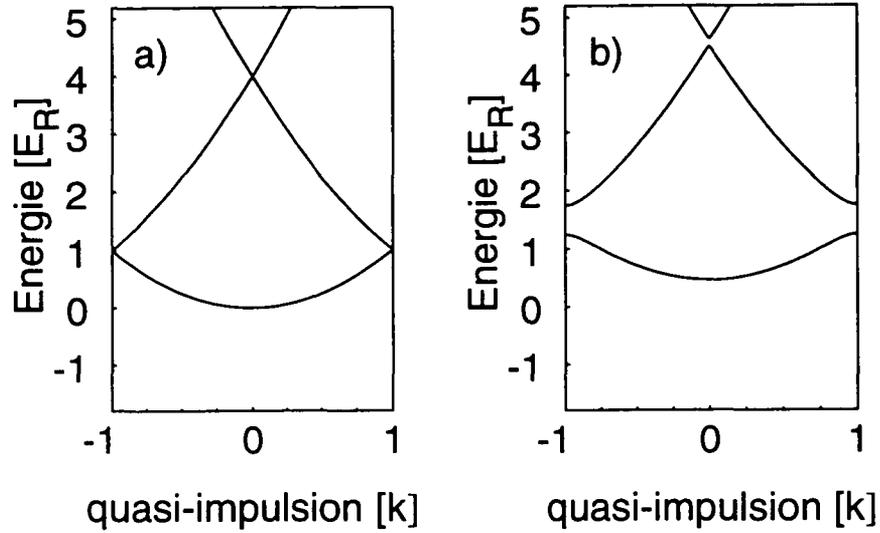


Figure 2.3: Structure de bande de la particule: (a) $U = 0$, (b) $U \neq 0$. On note l'apparition de bandes d'énergie interdite.

où les $a_{n,q,l}$ sont des coefficients constants. Cela signifie que, à q donné, les états propres pour les différentes bandes d'énergie résultent de différentes combinaisons linéaires entre les ondes planes $|\hbar q\rangle$ et $|\hbar(q + 2lk)\rangle$ (l étant un entier relatif). Autrement dit, les seuls états qui sont couplés à l'onde plane $|\hbar q\rangle$ par le potentiel $U(z)$ sont les ondes planes d'impulsions différant par un multiple de $2\hbar k$.

Cette propriété est évidente compte tenu de la périodicité de $U(z)$ mais, dans le cas du potentiel lumineux, elle a une interprétation physique simple. Le déplacement lumineux peut être vu comme résultant de l'absorption d'un photon dans une onde suivie d'une émission *stimulée* dans l'autre onde. Dans un tel processus, il y a un transfert d'impulsions de $2\hbar k$ du champ vers l'atome. Les états de Bloch pour ce potentiel optique sont ainsi des combinaisons linéaires d'ondes planes couplées entre elle par des transitions à 2, 4, 6, ... photons.

2.2.2 Liaisons faibles et liaisons fortes

Lorsque le potentiel est faible ou, au contraire, profond, il est possible de préciser la nature de la structure de bande [44]. Le cas du potentiel faible est désigné dans la littérature sous le nom de *liaisons faibles* ou d'*approximation des particules presque libres* tandis que la limite opposée est appelée régime de *liaisons fortes*.

Liaisons faibles. Lorsque le potentiel U est suffisamment faible, son effet peut être traité comme une perturbation pour les ondes planes. Il faut pour cela que

le couplage entre deux ondes planes soit petit devant leur différence d'énergie cinétique. Pour l'onde plane $|p = 0\rangle$, qui est couplée aux ondes $|p = 2\hbar k\rangle$ et $|p = -2\hbar k\rangle$, cette condition s'écrit $U_0/4 \ll 4E_R$ soit:

$$\boxed{U_0 \ll 16E_R.} \quad (2.10)$$

Au premier ordre de perturbation, l'onde plane $|p\rangle$ est décalée d'une énergie δE qui vaut:

$$\delta E = \langle p|U_0 \cos(2kz)/2|p\rangle \quad (2.11)$$

$$= U_0/4 \langle p|(e^{2ikz} + e^{-2ikz})|p\rangle \quad (2.12)$$

$$= 0 \quad (2.13)$$

Ceci est cependant incorrect lorsque les états dégénérés $|p\rangle$ et $|-p\rangle$ sont couplés au premier ordre en U ce qui est le cas pour $p = \pm\hbar k$. Il faut alors diagonaliser le hamiltonien restreint à ces deux états:

$$H = \begin{pmatrix} E_R & U_0/4 \\ U_0/4 & E_R \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Les états propres sont les états $|1\rangle = (|\hbar k\rangle + |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$ d'énergie $E_R + U_0/4$ et $|2\rangle = (|\hbar k\rangle - |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$ d'énergie $E_R - U_0/4$. La probabilité de présence de la particule dans l'état $|1\rangle$ varie comme $\cos^2(kz)$ et elle est en phase avec le potentiel périodique. Elle s'annule aux points $z = \lambda/4 + l\lambda/2$ où le potentiel vaut $-U_0/2$ et est maximale lorsque le potentiel vaut $U_0/2$. Il est par conséquent normal que cela soit l'état de plus basse énergie lorsque U_0 est négatif.

Au voisinage de $q = k$, on peut déterminer la structure de bande en se restreignant aux deux états $|p\rangle$ et $|p - 2\hbar k\rangle$. On considère alors le hamiltonien:

$$H = \begin{pmatrix} p^2/2m & U_0/4 \\ U_0/4 & (p - 2\hbar k)^2/2m \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

d'énergies propres:

$$E(p) = \frac{1}{2} \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{(p - 2\hbar k)^2}{2m} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{p^2}{2m} - \frac{(p - 2\hbar k)^2}{2m} \right)^2 + \left(\frac{U_0}{4} \right)^2} \quad (2.16)$$

L'effet du potentiel est ainsi de lever la dégénérescence en bord de zone et d'introduire une bande d'énergie interdite de largeur $U_0/2$ (figure 2.4). Dans le reste de la zone de Brillouin le spectre est celui de la particule libre $E = p^2/2m$ et les états de Bloch $|n = 0, q\rangle$ coïncident avec les ondes planes $|\hbar q\rangle$.

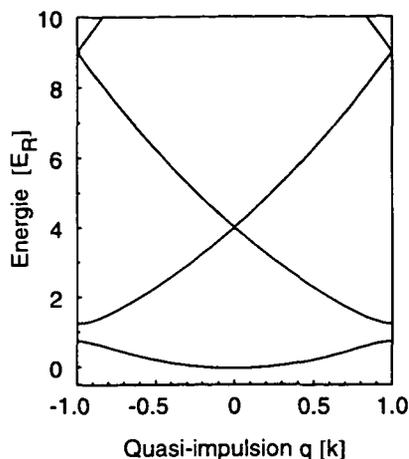


Figure 2.4: Structure de bande pour $U_0 = 1 E_R$

Liaisons fortes. Lorsque la profondeur du potentiel U_0 est grande devant l'énergie cinétique caractéristique (de l'ordre de E_R) d'une particule, on s'attend classiquement à ce qu'elle oscille au fond d'un puits de potentiel. La situation quantique est différente dans la mesure où un état propre doit être de la forme de Bloch et donc délocalisé sur l'ensemble du potentiel périodique.

Il est possible de réconcilier partiellement ces deux points de vue en introduisant les fonctions de Wannier $\Phi_n(z)$. Elles sont définies comme les transformées de Fourier spatiale des fonctions de Bloch:

$$\langle z|n, q \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2N+1}} \sum_{l=-N}^N e^{iq l \lambda/2} \Phi_n(z - l\lambda/2) \quad (2.17)$$

soit, inversement:

$$\Phi_n(z) = \frac{1}{2k} \int_{-k}^k dq \langle z|n, q \rangle \quad (2.18)$$

En explicitant la fonction de Wannier Φ_n , il est ainsi possible de construire l'état de Bloch comme combinaison linéaire de $\Phi_n(z)$ et de ses translations spatiales $\Phi_n(z - l\lambda/2)$. Cette décomposition est valable sur toute l'étendue du spectre mais elle prend tout son intérêt pour les bandes les plus liées. Pour les n petits, les fonctions de Wannier $\Phi_n(z)$ sont alors localisées dans le réseau et leur extension spatiale devient comparable ou inférieure à la période $\lambda/2$ du potentiel. Un calcul standard de physique des solides [44] montre alors que:

$$E_n(q) \simeq E_n + \delta E_n \cos\left(q \frac{\lambda}{2}\right) \quad (2.19)$$

$$E_n = \langle \Phi_n(z) | H | \Phi_n(z) \rangle \quad (2.20)$$

$$\delta E_n = \langle \Phi_n(z) | H | \Phi_n(z + \lambda/2) \rangle \quad (2.21)$$

La courbure de la bande est donc reliée au fait qu'une fonction de Wannier n'est pas état propre du hamiltonien H mais qu'elle se couple au site voisin par effet tunnel.

Dans le cas de l'équation de Mathieu, la largeur de la bande δE_n peut être calculée asymptotiquement [45]:

$$\delta E_n \simeq \frac{(-1)^n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{U_0}{E_R}\right)^{1/4} \frac{(8\sqrt{\frac{U_0}{E_R}})^{n+1}}{n!} e^{-2\sqrt{U_0/E_R}} E_R \quad (2.22)$$

Pour un potentiel de $U_0 = 100 E_R$, la largeur de la bande fondamentale n'est ainsi plus que de $10^{-6} E_R$.

Lorsque le potentiel est assez profond, l'extension de la fonction de Wannier devient petite devant $\lambda/2\pi$. On peut alors remplacer $U(z)$ par son approximation harmonique:

$$U(z) = \frac{U_0}{2} \cos(2kz) \simeq \frac{U_0}{2} (1 - 2k^2 z^2) \quad (2.23)$$

et les fonctions de Wannier sont proches des fonctions propres d'un oscillateur harmonique de fréquence $2\sqrt{|U_0|}E_R/\hbar$. Les énergies des premières bandes (figure 2.5)) sont alors bien approximées par les niveaux d'énergie de l'oscillateur:

$$E_n(q) = \frac{U_0}{2} + \left(n + \frac{1}{2}\right) 2\sqrt{-U_0 E_R} \quad (2.24)$$

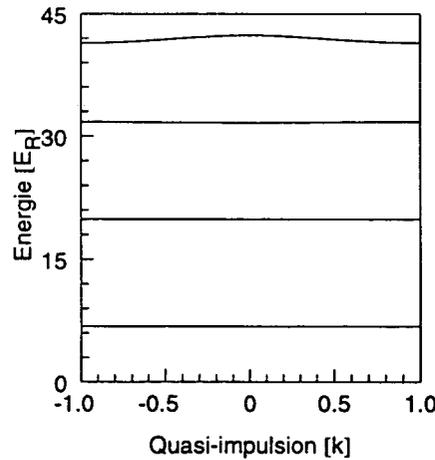


Figure 2.5: Structure de bande pour $U_0 = 50 E_R$.

2.2.3 Effet d'une force extérieure constante

Lorsque les particules sont en plus soumises à une force extérieure F , les états de Bloch $|n, q\rangle$ ne sont plus états propres du hamiltonien total H'

$$H' = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kz) - Fz. \quad (2.25)$$

Une particule préparée dans un état de Bloch $|n, q_0\rangle$ va évoluer en fonction du temps.

Nous allons cependant montrer la fonction d'onde $|\Psi(z, t)\rangle$ à l'instant t reste de la forme de Bloch:

$$|\Psi(z, t)\rangle = e^{iq(t)z} |u(t)\rangle \quad (2.26)$$

avec une quasi-impulsion dépendant du temps:

$$q(t) = q_0 + Ft/\hbar \quad (2.27)$$

Pour montrer que $\langle z|u(t)\rangle = u(z, t)$ est périodique, on écrit son équation d'évolution:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |u(t)\rangle = e^{-iq(t)z} \left(\frac{p^2}{2m} + U(z) - Fz \right) e^{iq(t)z} |u(t)\rangle \quad (2.28)$$

Le hamiltonien a pour expression:

$$e^{-iq(t)z} \left(\frac{p^2}{2m} + U(z) - Fz \right) e^{iq(t)z} = \frac{(p + \hbar q(t))^2}{2m} + U(z) \quad (2.29)$$

et coincide avec le hamiltonien $H_{q(t)}$. L'état $|u(t)\rangle$ peut ainsi se décomposer sur les états de Bloch $|n', q(t)\rangle$.

Lorsque F est suffisamment faible pour ne pas induire de transition inter-bande, $|u(t)\rangle$ est simplement égal à $|u_{n, q(t)}\rangle$ ⁴. L'équation (2.27) indique que la quasi-impulsion parcourt le réseau réciproque avec une vitesse constante. La fonction d'onde $\Psi(z, t)$ est donc une fonction périodique du temps avec une période:

$$\tau_B = \frac{h}{|F|a} \quad (2.30)$$

qui correspond à un décalage de la quasi-impulsion de $2\pi/a$ dans le réseau réciproque, c'est à dire à un balayage complet de la première zone de Brillouin.

La vitesse moyenne de la particule dans l'état $|n, q(t)\rangle$:

⁴au facteur de phase près $\exp(-i \int_0^t d\tau E_n(q(\tau))/\hbar)$.

$$\boxed{\langle v \rangle_n(q) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(q)}{dq}} \quad (2.31)$$

est une fonction périodique de la quasi-impulsion q . Dans la mesure où q évolue linéairement en temps, $\langle v \rangle_n(t)$ est également une fonction périodique du temps de période τ_B appelée *période de Bloch*. Cet effet, prédit par Zener [46], est connu sous le nom d'*oscillations de Bloch* (figure 2.6a): **Sous l'effet d'une force constante, des particules dans un potentiel périodique ont un mouvement oscillant.**

Le mouvement est également oscillant en position (figure 2.6b). L'évolution de la valeur moyenne de la position⁵ $\langle r \rangle_n$ est donnée par:

$$\frac{d\langle r \rangle_n}{dt} = \langle v \rangle_n = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(q)}{dq} \quad (2.32)$$

$$= \frac{1}{F} \frac{dE_n(q)}{dt} \quad (2.33)$$

En conséquence l'amplitude des oscillations en position est égale à $\Delta_n/2|F|$ où Δ_n est la largeur en énergie de la $n^{\text{ième}}$ bande. Une étude détaillée de l'évolution sous l'effet de la force d'un paquet d'ondes gaussien dans le potentiel périodique est donnée en appendice de ce chapitre. Cette étude permet de décrire non seulement la variation de la position moyenne mais aussi de l'étalement spatial du paquet⁶.

Il est possible de chercher à déterminer les états et énergies propres de l'hamiltonien H' . Ce problème a été abordé par Wannier à la fin des années 50 [47]. Il a été conduit à introduire une série de niveaux discrets, désignée maintenant sous le nom d'échelle de Wannier-Stark, qui représente les énergies propres d'un solide sous un champ électrique [48]. Ces résultats, opposés à la notion de bande d'énergie, ont fait l'objet de nombreuses controverses dans la communauté des physiciens du solide. Ils n'ont d'ailleurs été validés expérimentalement que récemment grâce au développement des super-réseaux à semi-conducteurs [49]. Une description plus détaillée des échelles de Wannier-Stark est donnée dans le chapitre 3.

2.3 Electrons dans un cristal et Atomes dans une onde

Les oscillations de Bloch sont un effet introduit dans le cadre de la physique des solides mais, dans un cristal, paradoxalement, il est impossible d'observer une

⁵En toute rigueur, il faut considérer un paquet d'onde localisé en position et en vitesse [44].

⁶Signalons également qu'au cours de la rédaction de ce manuscrit sont parus les résultats d'une expérience avec des électrons dans un superréseau ayant permis l'observation de l'oscillation de Bloch dans l'espace des positions [54].

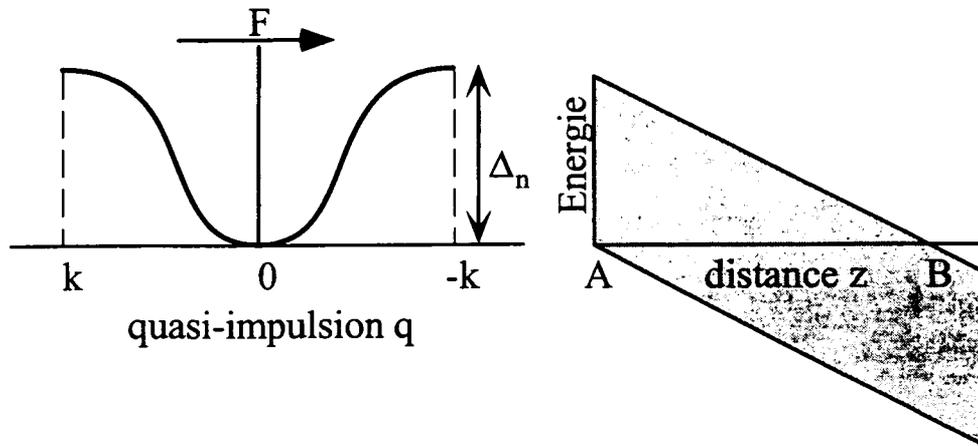


Figure 2.6: *Oscillations de Bloch en vitesse et en position. (a) en vitesse: la quasi-impulsion parcourt l'espace réciproque à vitesse constante. (b) en position: nous avons représenté la variation spatiale des extrema de l'énergie lorsque l'applique une force constante suivant la direction z . Semi-classiquement, l'énergie cinétique d'une particule initialement au repos située en A augmente puis diminue avant que la particule s'arrête au point B. Le mouvement est alors inversé donnant naissance à une oscillation en position.*

oscillation complète d'un électron soumis à un champ électrique. En effet, pour un métal de pas $a = 0.1$ nm dans à un champ de 10^{-2} V/cm, la période de Bloch τ_B est égale à $41 \mu\text{s}$ tandis que l'évolution cohérente est limitée par les diffusions sur les impuretés ou les défauts du cristal à des durées de l'ordre de 10 fs!

La situation a évolué avec le développement des hétérostructures semiconductrices [48] qui permettent d'obtenir des périodes spatiales plus grandes avec des champs électriques plus élevés et donc des périodes de Bloch $\tau_B = h/eEa$ beaucoup plus courtes. Ainsi, en 1993, les oscillations de Bloch des électrons et des trous dans un super-réseau ont été observées. L'expérience consiste à exciter le système avec une impulsion d'un laser picoseconde puis à détecter le rayonnement TeraHertz émis par les charges oscillantes à l'aide d'une cavité résonnante [50]. D'autres techniques expérimentales comme le mélange à quatre ondes [51, 52] ont également permis de telles observations. L'intérêt pour les physiciens des solides est, à terme, de générer un oscillateur stable dans un domaine de fréquence intermédiaire entre les lasers et les radio-fréquences.

Dans ces expériences de physique des solides, les techniques aussi bien que les ordres de grandeur en jeu sont très différents de ce que l'on trouve en physique atomique. Cette section a ainsi pour but de comparer brièvement la situation des électrons et celle des atomes dans un potentiel optique.

2.3.1 Les ordres de grandeur

Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs caractéristiques des paramètres utilisés dans les expériences de physique des solides et de physique atomique.

	Electrons	Atomes
Période spatiale	$a=10$ nm	$\lambda/2=426$ nm (Cs)
Force extérieure	Champ électrique $E \sim 10^4$ V.cm ⁻¹	Gravité, Force d'inertie $F/m \sim 10$ m.s ⁻²
Amplitude	$F = eE \sim 10^{-13}$ N	$F \sim 10^{-25}$ N
Période de Bloch τ_B	Picoseconde	Milliseconde
Détection	Emission TeraHertz Mélange à quatre ondes	Mesure de la distribution en impulsion des états de Bloch

Il est d'ailleurs remarquable qu'un même phénomène physique puisse se reproduire avec des échelles de temps si différentes.

2.3.2 Spécificités du système atomique

Nous rappelons ici certaines particularités des systèmes atomiques par rapport aux systèmes électroniques. Il s'avère que nombre d'entre elles facilitent l'observation des oscillations de Bloch.

1. Grâce aux techniques de manipulation d'atomes par laser, il est possible de façonner la distribution en impulsion. Le refroidissement subrecul permet ainsi d'atteindre des distributions dont la largeur est bien plus étroite que l'extension $2\hbar k$ de la zone de Brillouin. Cette situation, équivalente à la délocalisation de la fonction d'onde sur plusieurs périodes du potentiel, permet de contrôler précisément l'état initial des atomes.
2. Le potentiel périodique, d'origine lumineuse, peut aisément être allumé ou éteint à la différence du potentiel ionique d'un système solide. Nous verrons que cela rend possible une mesure complète de la distribution en impulsion des états de Bloch atomiques.
3. Le potentiel résulte d'une interférence lumineuse. Ainsi, à la différence d'un cristal qui présente toujours des lacunes, il n'y a pas ici de défaut perturbant la périodicité.
4. Il n'y a pas de phonon pouvant interagir avec les particules

5. Nous avons vu qu'il n'y a pas de dissipation dans le potentiel lumineux sur une échelle de 25 ms (suffisante pour observer les oscillations). A l'inverse, dans un solide, les électrons sont diffusés par des défauts ou des impuretés ce qui a notamment pour résultat de localiser la particule et de limiter le temps d'évolution cohérente. Pour un atome, l'effet serait analogue en cas d'émission spontanée. Dans un tel processus, la longueur de cohérence atomique est limitée après émission à une fraction de λ et les atomes se localisent au niveau d'un seul puits de potentiel.
6. Aux densités que nous considérons ($\sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), il n'y a pas d'interactions entre les dipôles atomiques.

2.4 Application d'une force constante

Dans le cas des atomes neutres, il n'est pas pratique d'employer un champ électrique pour accélérer les particules. Nous avons envisagé d'utiliser la gravité comme force extérieure. Ceci a cependant l'inconvénient d'imposer une géométrie verticale moins adaptée à notre configuration expérimentale et au refroidissement Raman. De plus, la gravité est une force dont l'amplitude n'est pas contrôlable. En pratique il est alors plus difficile de satisfaire le critère, essentiel, de non-transition interbande. Nous avons donc été amené à utiliser une autre technique pour produire une force extérieure.

2.4.1 Ondes en mouvement et force d'inertie

Considérons pour cela une situation où les deux faisceaux lumineux n'ont pas la même fréquence. En pratique on introduit une différence de fréquence ajustable $\Delta\omega(t)$ dans un des bras de l'onde stationnaire⁷.

Le champ électrique total s'écrit alors:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \vec{e} e^{i(kz - \omega t)} + \vec{e} E_0 e^{i(-kz - (\omega + \Delta\omega)t)} \quad (2.34)$$

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \vec{e} e^{-i\omega t} (e^{ikz} + e^{-i(kz + \Delta\omega t)}) \quad (2.35)$$

soit:

$$\vec{E} = 2E_0 \vec{e} e^{-i(\omega + (\Delta\omega/2)t)} \cos(kz + (\Delta\omega/2)t) \quad (2.36)$$

Par conséquent le champ électromagnétique n'a plus une structure d'onde stationnaire dans le référentiel du laboratoire mais dans un référentiel qui se

⁷Dans la mesure où cette différence est au plus de quelques dizaines de kHz à comparer à $\omega \sim 10^{14} \text{ Hz}$, on peut légitimement négliger la différence d'amplitude des deux vecteurs d'onde.

déplace à la vitesse $v(t)$:

$$v(t) = -\frac{\Delta\omega(t)}{2k} = -\frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\omega(t)}{2\pi} \quad (2.37)$$

Si $\Delta\omega$ est constant, la vitesse v est également constante et ce référentiel est toujours galiléen. Cela correspond juste à une dérive uniforme du potentiel. Par contre, si on choisit $\Delta\omega(t)$ variant linéairement en temps, le référentiel de l'onde est *accélééré*. Dans ce référentiel les atomes alors sont soumis à une force d'inertie F :

$$F = -m \frac{dv(t)}{dt} = \frac{m}{2k} \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} \quad (2.38)$$

Cette force est ajustable en changeant le taux de variation $d(\Delta\omega(t))/dt$ et, pour une valeur typique de $d(\Delta\omega)/dt = 2.10^6$ Hz/s, l'accélération due à cette force est de 0.85 m.s^{-2} .

Nous avons indiqué qu'une période de Bloch τ_B correspond au temps nécessaire pour parcourir une fois la zone de Brillouin. Cette condition s'écrit:

$$\Delta q = q(\tau_B) - q(0) = \frac{F\tau_B}{\hbar} = 2k. \quad (2.39)$$

En remplaçant F par son expression, on obtient:

$$\frac{d(\Delta\omega)}{dt} \tau_B = 4 \frac{\hbar k}{m\lambda} \quad (2.40)$$

$$= 4 \frac{v_{rec}}{\lambda} \quad (2.41)$$

Une oscillation complète équivaut donc à un décalage de la fréquence entre les deux ondes de $4v_{rec}/\lambda$, c'est à dire de 16.4 kHz.

Le choix de l'amplitude de la force doit être effectué soigneusement. D'une part, il est impératif de respecter le critère de non-transition interbande et, d'autre part, la période de Bloch τ_B doit rester compatible avec la durée totale de l'expérience. Les valeurs des différents paramètres sont discutées plus en détail à la section suivante.

2.4.2 Critère de non-transition interbande

Pour qu'un état de Bloch préparé dans une bande n donnée reste à tout instant dans cette bande, il est crucial que la force appliquée ne soit pas trop intense. Cette condition est exprimée sous la forme du théorème adiabatique [53]:

$$|\langle u_{n',q(t)} | \frac{d}{dt} | u_{n,q(t)} \rangle| \ll |E_{n'}(q(t)) - E_n(q(t))|/\hbar \quad (\forall n' \neq n) \quad (2.42)$$

Comme la quasi-impulsion vérifie $dq/dt = F/\hbar = ma/\hbar$, cette condition s'écrit aussi:

$$m|a| |\langle u_{n',q(t)} | \frac{d}{dq} | u_{n,q(t)} \rangle| \ll |E_{n'}(q(t)) - E_n(q(t))| \quad (2.43)$$

Nous avons vu que $|u_{n,q}\rangle$ satisfait:

$$H_q |u_{n,q}\rangle = E_n(q) |u_{n,q}\rangle \quad \text{avec} \quad H_q = \frac{(p + \hbar q)^2}{2m} + U(z) \quad (2.44)$$

En dérivant cette équation par rapport à q , on obtient:

$$\hbar \frac{(p + \hbar q)}{m} |u_{n,q}\rangle + H_q \frac{d}{dq} |u_{n,q}\rangle = \frac{dE_n}{dq} |u_{n,q}\rangle + E_n(q) \frac{d}{dq} |u_{n,q}\rangle. \quad (2.45)$$

Projetons alors cette équation sur l'état $|u_{n',q}\rangle$ ($n' \neq n$)⁸:

$$\frac{\hbar}{m} \langle u_{n',q} | (p + \hbar q) | u_{n,q} \rangle + E_{n'}(q) \langle u_{n',q} | \frac{d}{dq} | u_{n,q} \rangle = E_n(q) \langle u_{n',q} | \frac{d}{dq} | u_{n,q} \rangle \quad (2.46)$$

Comme $\langle u_{n',q} | \hbar q | u_{n,q} \rangle = 0$ pour $n' \neq n$, le critère d'adiabaticité (2.43) s'écrit finalement:

$$\boxed{\hbar|a| |\langle u_{n',q} | p | u_{n,q} \rangle| \ll (E_{n'}(q) - E_n(q))^2} \quad (2.47)$$

Il est intéressant de l'expliciter dans les cas limites des liaisons faibles et des liaisons fortes. Pour simplifier, nous allons considérer dans la suite le cas d'une particule préparée dans un état de Bloch de la bande fondamentale $n = 0$.

Liaisons faibles. Dans cette approximation, la structure de bande est celle de la particule libre à l'exception des points de dégénérescence où apparaît une bande d'énergie interdite. Pour la bande fondamentale, il s'agit de l'état de quasi-impulsion $q = \pm k$ qui vaut (pour $U_0 > 0$) $|0, k\rangle = (|\hbar k\rangle + |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$ et qui est séparé d'une énergie $U_0/2$ de l'état $|1, k\rangle = (|\hbar k\rangle - |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$.

Le critère adiabatique s'écrit alors:

$$\hbar^2 k |a| \ll (U_0/2)^2 \quad (2.48)$$

soit également:

$$\boxed{\frac{m|a|\lambda/2}{E_R} \ll \frac{\pi}{8} \left(\frac{U_0}{E_R}\right)^2} \quad (2.49)$$

A titre d'exemple, pour un potentiel U de profondeur $U_0 = 1 E_R$, l'accélération a doit être largement inférieure à 5 m.s^{-2} . Dans ce cas, il aurait été impossible d'utiliser la gravité comme force extérieure.

⁸Si on projete cette équation sur l'état $|u_{n,q}\rangle$, on obtient la relation $\langle v \rangle_n = (1/\hbar) dE_n/dq$ introduite à la section (2.2).

Liaisons fortes. Si on néglige l'effet tunnel entre les puits, le critère d'adiabaticité se ramène à une condition sur les fonctions de Wannier qui sont approximativement les fonctions propres Φ_n du potentiel harmonique $V(z) = U_0/2 - k^2 U_0 z^2 = U_0/2 + m\Omega^2 z^2/2$:

$$\langle u_{n,q} | p | u_{0,q} \rangle \simeq \langle \Phi_n | p | \Phi_0 \rangle. \quad (2.50)$$

Le critère de non-transition est le plus contraignant pour $n = 1$ qui est l'état le plus proche en énergie ($E_1 - E_0 = \hbar\Omega$). Un calcul immédiat montre que l'élément de matrice $\langle \Phi_1 | p | \Phi_0 \rangle$ vaut $i(m\hbar\Omega/2)^{1/2}$. Le critère d'adiabaticité impose donc que:

$$\hbar|a|(m\hbar\Omega/2)^{1/2} \ll (\hbar\Omega)^2. \quad (2.51)$$

ce qui peut s'écrire aussi, en remplaçant Ω par sa valeur $2\sqrt{|U_0|E_R}/\hbar$:

$$\boxed{\left(\frac{m|a|\lambda/2}{E_R}\right) \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \ll \left(\frac{|U_0|}{E_R}\right)^{3/4}} \quad (2.52)$$

Le cas des potentiels profonds est naturellement moins contraignant quant à la force qui peut être appliquée. On notera cependant que la limite supérieure ne continue pas à croître comme U_0^2 mais comme $U_0^{3/4}$.

Il est intéressant de se demander ce qui arrive lorsqu'on utilise des forces délibérément trop importantes. Il faut alors prendre en compte les transitions non-adiabatiques entre les bandes d'énergie, connues sous le nom de transitions Landau-Zener. Ce point est discuté plus en détail au chapitre 3.

2.5 Montage expérimental

En plus du système de refroidissement Raman, décrit au chapitre 1, il faut, pour cette expérience, rajouter une onde stationnaire désaccordée. Dans la mesure où l'on n'utilise jamais les faisceaux de refroidissement et l'onde stationnaire simultanément, il est possible d'utiliser un des faisceaux Raman pour induire le potentiel. Ces faisceaux sont, par principe, loin de la résonance et leur intensité est suffisante pour créer des potentiels dont la profondeur varie entre 0 et $20 E_R$.

Les deux faisceaux Raman sont superposés à la sortie du modulateur acousto-optique (AOM) qui détermine la forme et la durée des impulsions de refroidissement. Nous récupérons l'ordre 0 de cet AOM et séparons les deux faisceaux Raman dans un cube polariseur. Ce système a l'avantage de ne rien modifier au montage Raman déjà installé. Nous avons choisi d'utiliser le faisceau Raman le moins désaccordé (Raman bleu) qui est environ à 30 GHz de la transition. Ce

faisceau est séparé en deux dans un cube polariseur⁹ et chacun des bras passe successivement à travers un modulateur accousto-optique et un trou de filtrage avant d'être superposé suivant le trajet des faisceaux Raman. Nous préparons ainsi deux faisceaux avec un diamètre à $1/\sqrt{e}$ de 4.5 mm et une intensité au centre de 40 mW/cm^2 . Le schéma expérimental est résumé dans la figure 2.7.

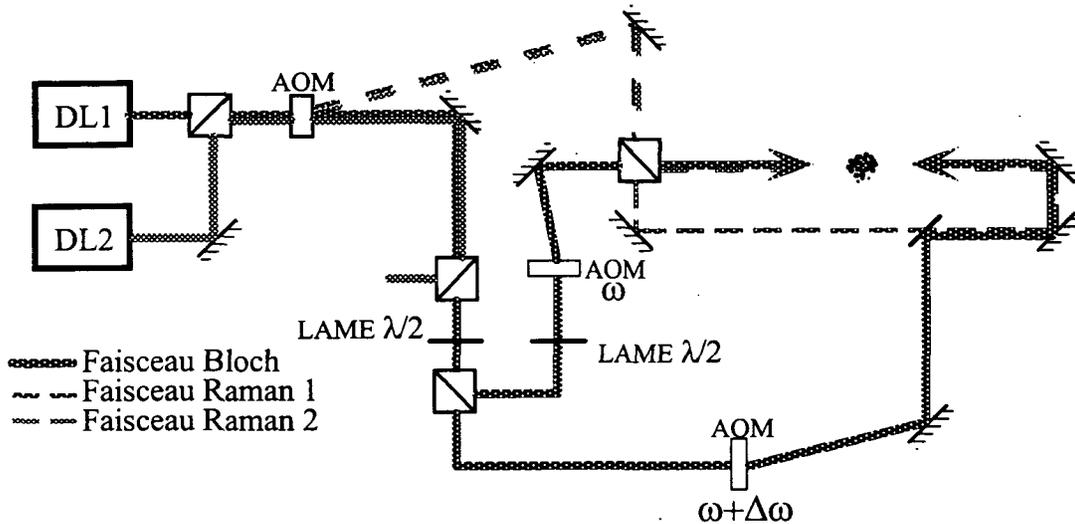
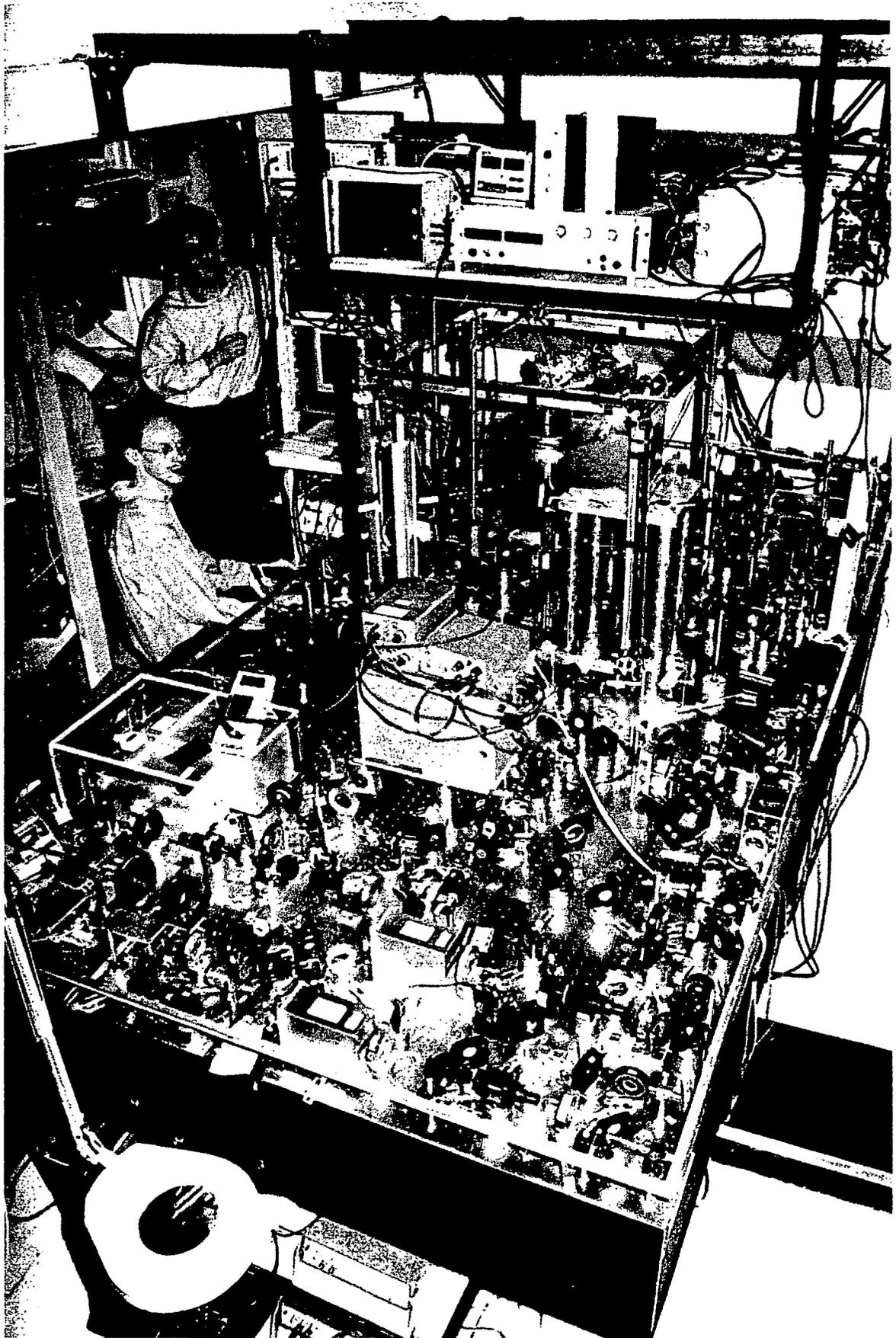


Figure 2.7: Schéma de l'expérience Bloch

Le branchement et l'extinction de la lumière sont contrôlés au moyen des modulateurs accousto-optiques. Le système nous permet d'allumer la lumière avec un temps de montée ajustable entre 1 et $400 \mu\text{s}$. Ces deux modulateurs servent aussi à manipuler les fréquences des deux ondes. L'un des deux est alimenté par un quartz à une fréquence fixe de 80 MHz choisie pour optimiser son efficacité. La fréquence de l'autre AOM provient du mélange d'une source fixe à 60 MHz et d'un générateur Stanford Research DS345 à 20 MHz, le signal à 40 MHz étant filtré avant le modulateur accousto-optique (figure 2.8). Ce système permet de générer aisément des rampes de fréquences en programmant le générateur Stanford. Pour observer quelques oscillations, les décalages en fréquence sont de l'ordre de 50 kHz en quelques ms. Pour ces valeurs, le déplacement spatial du faisceau et la variation d'intensité lumineuse dûs au changement de l'angle de diffraction dans l'AOM restent tout à fait négligeables.

Il est important que les sources RF soient suffisamment stables pour ne pas induire des décalages comparables à 16.4 kHz, la largeur en fréquence de la zone

⁹Il n'est pas essentiel que les deux bras de l'onde stationnaire aient *exactement* la même intensité. Dans tous les cas, la profondeur du potentiel est proportionnelle au produit des amplitudes des deux ondes.



Montage expérimental

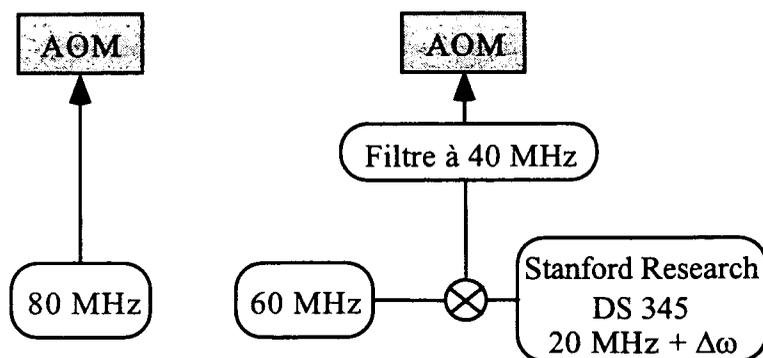


Figure 2.8: Alimentation en fréquence des modulateurs accousto-optiques.

de Brillouin. Cela exige des stabilités de l'ordre de 10^{-6} pour les quartz ce qui est une performance raisonnable. Mesurée à l'analyseur de spectre, la largeur de nos sources RF est inférieure à 10 Hz. En fait, c'est la résolution de l'analyseur qui nous limite! Il y a aussi des fluctuations lentes de la fréquence à cause des dérives thermiques des quartz mais elles ne dépassent pas une vingtaine de Hz. La différence entre les fréquences appliquées aux deux AOM, elle, est mesurée aisément en regardant le battement (basse fréquence) sur l'écran d'un oscilloscope.

2.6 Préparation d'un état de Bloch atomique

Une séquence de refroidissement subrecoil nous permet de préparer des atomes avec une distribution d'impulsions centrée autour de $p = 0$ de largeur δp inférieure au recul $\hbar k$. Si on augmente alors l'intensité de l'onde stationnaire suffisamment lentement, on branche *adiabatement* le potentiel périodique. Au cours de ce branchement, les atomes restent à tout instant état propre du hamiltonien total $H = p^2/2m + U(z)$, c'est à dire un état de Bloch. Lorsque U_0 atteint sa valeur finale, les atomes sont dans l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$, ou plus précisément dans un mélange statistique d'états de Bloch autour de $q = 0$ avec une largeur $\delta q = \delta p/\hbar$ petite devant l'extension $2k$ de la zone de Brillouin. Cette connaissance de l'état initial atomique est précieuse pour l'analyse de la dynamique ultérieure sous l'effet de la force F .

Notons tout de suite que ceci est tout à fait impossible à réaliser avec un système électronique. D'une part le potentiel périodique, d'origine ionique, n'est pas modifiable et, d'autre part, les impulsions laser qui excitent les électrons vers la bande de conduction sont à l'échelle de la picoseconde, donc larges en fréquence, et les électrons ne sont pas préparés précisément au centre de zone.

En réalité, on peut préparer les atomes dans (presque) n'importe quel état

de Bloch. Il suffit pour cela d'introduire un décalage de fréquence $\Delta\omega_0$ fixe avant de débiter le branchement adiabatique. Dans le référentiel de l'onde, les atomes ont alors la vitesse $v_0 = -\Delta\omega_0/2k$. La détermination de l'état atomique après branchement adiabatique demande quelques précautions. Le moyen le plus simple est de considérer la parabole énergie-impulsion de la particule libre repliée dans la première zone de Brillouin. Si $|mv_0|$ est compris entre $n\hbar k$ et $(n+1)\hbar k$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), l'état de Bloch final est dans la $n^{\text{ième}}$ bande d'énergie. La quasi-impulsion vaut $q_0 = mv_0 \pm (n+1)\hbar k$ pour un indice de bande n impair et $q_0 = mv_0 \pm n\hbar k$ pour n pair. Les signes $+$ et $-$ correspondent respectivement au cas d'une vitesse v_0 négative et positive. Ce résultat n'est pas valable pour des états au centre et au bord de la zone de Brillouin. Pour ces valeurs ($v_0 = \pm n\hbar k/m$), il y a initialement des niveaux dégénérés dans la parabole d'énergie repliée et il est impossible de préparer les atomes dans une seule bande.

Le critère quantitatif de branchement adiabatique est donnée par la relation:

$$\hbar |\langle u_{n',q} | \frac{d}{dt} | u_{n,q} \rangle| \ll |E_{n'}(q) - E_n(q)| \quad (\forall n' \neq n) \quad (2.53)$$

Dans ce cas, la dépendance temporelle vient de la variation de l'amplitude U_0 du potentiel qui modifie l'expression des états de Bloch $|n, q\rangle$. Nous allons expliciter ce critère dans les cas des liaisons faibles et fortes lorsque les atomes, immobiles dans le référentiel de l'onde, se couplent adiabatiquement à l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$.

Liaisons faibles. Au premier ordre en $U(z) = (U_0/2) \cos(2kz)$ de la théorie des perturbations, l'état de Bloch $|0, 0\rangle$ vaut:

$$|0, 0\rangle = |p = 0\rangle + \sum_{p'} \frac{\langle p' | U | p = 0 \rangle}{-p'^2/2m} \quad (2.54)$$

$$= |p = 0\rangle - \frac{U_0}{16E_R} (|2\hbar k\rangle + |-2\hbar k\rangle) \quad (2.55)$$

Il est donc couplé à l'état de Bloch $|n = 1, 0\rangle$ qui vaut $((|2\hbar k\rangle + |-2\hbar k\rangle)/\sqrt{2})$ (pour U_0 négatif). Comme il est séparé de l'état $|0, 0\rangle$ d'une énergie $4E_R$ (à un terme en U_0^2 près), le critère d'adiabaticité impose que:

$$\frac{|\dot{U}_0|}{16E_R} \sqrt{2} \ll \frac{4E_R}{\hbar}. \quad (2.56)$$

Dans la pratique nous avons utilisé une variation linéaire de l'intensité $U_0(t) = U_0 t/T$ pendant une durée T . L'inégalité (2.56) s'écrit alors:

$$\boxed{\frac{1}{T} \frac{|U_0|}{E_R} \ll 32\sqrt{2} \frac{E_R}{\hbar}} \quad (2.57)$$

A titre d'exemple, pour un potentiel de profondeur E_R , le temps de montée doit être plus long que $2 \mu s$. En pratique, l'intensité lumineuse est modifiée à l'aide d'un interrupteur variable qui contrôle la puissance Radio-Fréquence des modulateurs accousto-optiques. Nous avons employé un temps de montée T de $200 \mu s$, largement dans le régime adiabatique.

Liaisons fortes. Lorsque le potentiel est augmenté jusqu'à atteindre des valeurs élevées, la largeur des bandes interdites ne croît plus linéairement avec le potentiel mais comme $\sqrt{U_0}$. De même qu'à la section précédente, le critère d'adiabaticité se ramène à une condition sur les fonctions de Wannier qui sont approximativement les fonctions propres d'un oscillateur harmonique:

$$\langle \Phi_n | \frac{d}{dt} | \Phi_0 \rangle \ll |E_n - E_0| / \hbar \quad (2.58)$$

Le calcul explicite est ici un peu plus complexe. On connaît l'expression de $\Phi_0(z)$, fonction propre du niveau fondamental d'un oscillateur de fréquence $2\sqrt{|U_0|E_R}/\hbar$:

$$\Phi_0(z, t) = \left(\frac{m\Omega(t)}{\pi\hbar} \right)^{1/4} e^{-\frac{m\Omega(t)z^2}{2\hbar}}. \quad (2.59)$$

En dérivant par rapport au temps, on obtient

$$\partial_t \Phi_0(z, t) = \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} \Phi_0(z, t) \left(\frac{1}{\Omega} - \frac{mz^2}{2\hbar} \right) \quad (2.60)$$

$$= -\frac{\dot{\Omega}}{4\Omega} \sqrt{2} \Phi_2(z, t) \quad (2.61)$$

L'état Φ_0 n'est donc couplé qu'à l'état Φ_2 séparé d'une énergie $2\hbar\Omega$. En remplaçant Ω par sa valeur, le critère d'adiabaticité s'écrit:

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{|U_0|}{E_R} \right) \ll 16\sqrt{2} \frac{E_R}{\hbar} \left(\frac{|U_0|}{E_R} \right)^{3/2}} \quad (2.62)$$

2.7 Mesure de la distribution en impulsion des états de Bloch

Une fois l'état de Bloch $|n, q_0\rangle$ préparé par branchement adiabatique, tous les états de la $n^{\text{ième}}$ bande peuvent être obtenus en appliquant une force F pendant

un temps adéquat. Nous mesurons alors *la distribution en impulsion* de cet état de Bloch. Il peut sembler étrange de parler de distribution en impulsion d'un état de Bloch dans la mesure où celui-ci est décrit par une quasi-impulsion qui ne coïncide pas avec le moment de la particule. Cependant, l'état de Bloch $|n, q\rangle$ peut être décomposé sur les ondes planes et plus précisément sur les ondes planes $|p = \hbar q + 2lk\rangle$. C'est cette décomposition que nous désignons par distribution en impulsion.

Pour cette mesure, le point décisif est de d'éteindre le potentiel lumineux suffisamment vite. Dans ce cas, les atomes libres conservent la trace complète de la distribution en impulsion de l'état de Bloch avant la coupure. Dans l'expérience, la lumière est coupée à l'aide de modulateurs acousto-optiques en un temps de l'ordre de la microseconde, suffisamment court pour conserver sur les atomes libres la trace complète de l'état en impulsion dans le potentiel périodique. La méthode de détection Raman, détaillée au chapitre 1, permet alors de déterminer cette distribution avec une extrême résolution ($\sim v_{rec}/20$). Notons que cette technique ne donne accès qu'aux populations des ondes planes séparées d'un multiple de $2\hbar k$ qui composent la distribution de l'état de Bloch et non pas aux phases relatives de ces ondes. Il n'est ainsi pas possible de distinguer l'état $(|\hbar k\rangle + |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$ de l'état $(|\hbar k\rangle - |-\hbar k\rangle)/\sqrt{2}$ ce qui nécessiterait une méthode de mesure interférométrique.

Il faut enfin prendre garde au fait que les impulsions atomiques sont mesurées dans le référentiel du laboratoire alors que les oscillations de Bloch sont attendues dans le référentiel accéléré. Un changement de référentiel supplémentaire est nécessaire pour analyser la dynamique des atomes. Il faut pour cela translater l'impulsion mesurée de mv où v est la vitesse instantanée du référentiel de l'onde avant la coupure. Nous avons montré qu'une oscillation complète correspond à un décalage de fréquence de $4v_{rec}/\lambda$ entre les deux ondes. Un tel changement équivaut à une augmentation ou une diminution de $2v_{rec}$ de la vitesse du référentiel en mouvement. Ainsi, chaque oscillation dans le référentiel de l'onde se traduit par une variation de $2v_{rec}$ de la vitesse atomique dans le référentiel du laboratoire.

2.8 Séquence expérimentale

Nous pouvons maintenant décrire le déroulement complet de l'expérience:

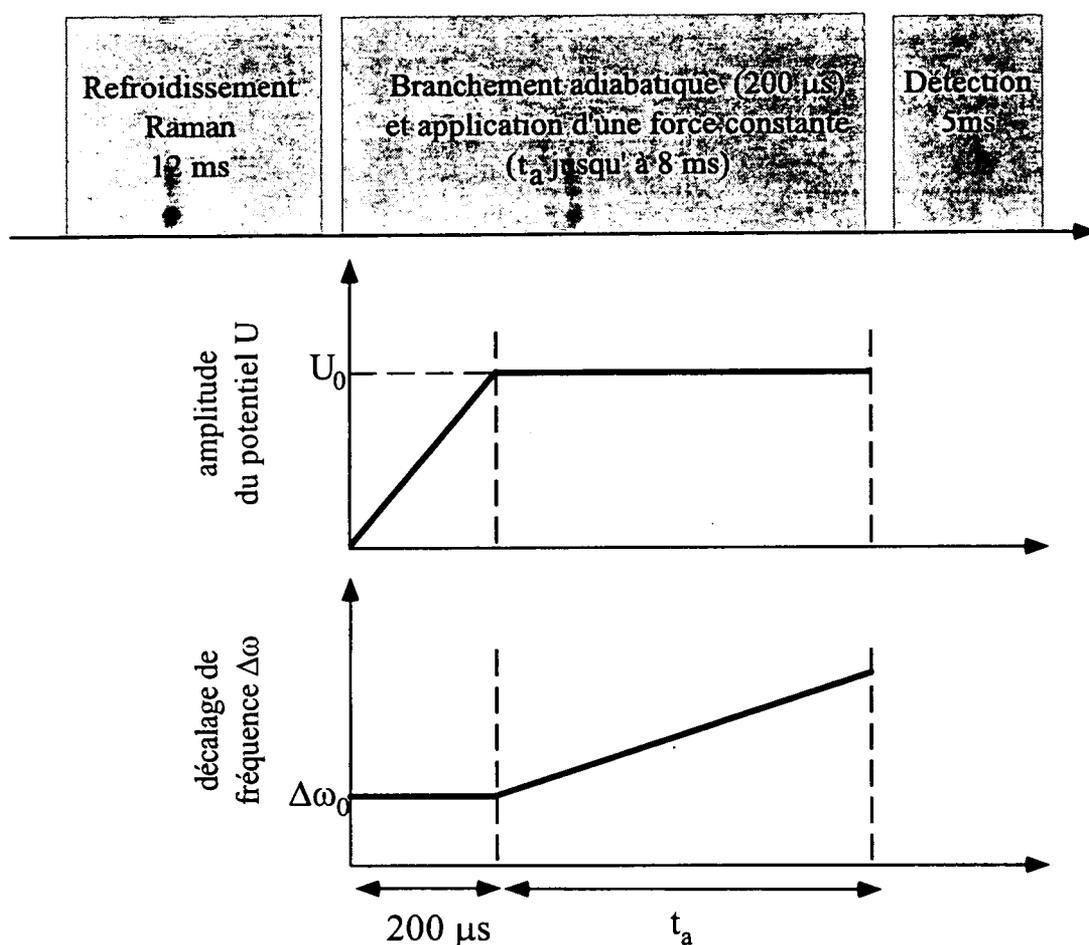
1. Comme pour les expériences de refroidissement Raman, les atomes sont d'abord chargés dans un piège magnéto-optique pendant 1 s puis refroidis dans une mélasse optique pendant 500 ms. Cela permet de préparer 1.10^8 atomes dans le niveau $F = 3$, à $5 \mu\text{K}$ et avec des densités de l'ordre de $1.10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Nous appliquons alors une séquence de refroidissement Raman avec des impulsions carrées [17].

Celle-ci se compose d'impulsions carrées résonnantes avec les classes de vitesses $\pm v_{rec}$, $\pm 2v_{rec}$ et $\pm 4v_{rec}$ répétées pendant 12 ms. Leurs intensités et leurs durées sont déterminées de manière à ce que le premier zéro du profil d'excitation de chaque impulsion coïncide avec la classe de vitesse $v = 0$, suivant les principes décrits au chapitre 1. Cette séquence permet d'obtenir une distribution initiale presque lorentzienne avec une demi-largeur à mi-hauteur de $0.24 v_{rec}$ correspondant à une température effective de 12 nK. Il aurait été possible d'atteindre des distributions plus étroites avec des temps de refroidissement plus longs. La durée totale de l'expérience après la mélasse étant limitée à 25 ms par la chute des atomes, ceci aurait eu l'inconvénient de réduire le temps disponible pour appliquer la force d'inertie.

Les classes de vitesse résonnantes ont été choisies de façon à obtenir une distribution étroite autour de 0 et aussi plate que possible ailleurs. On attend en effet des distributions en impulsion avec des pics séparés de $2\hbar k$ et il est important que des "bandes latérales" dans la distribution initiale ne masquent pas l'apparition de ces pics.

2. Le potentiel est alors branché adiabatiquement. Dans une première série d'expérience les atomes ont été préparés dans l'état $|n = 0, q = 0\rangle$ pour étudier les oscillations dans la bande fondamentale. Nous nous sommes ensuite intéressés au cas de la première bande excitée. Pour préparer les atomes dans la bande $n = 1$, nous avons initialement décalé la fréquence d'une des ondes de $\Delta\omega = -3\hbar k^2/m$. Les atomes ont alors une vitesse initiale de $1.5 v_{rec}$ dans le référentiel de l'onde et ils se connectent adiabatiquement à l'état $|n = 1, q = -0.5k\rangle$.
3. Une force inertielle est appliquée aux atomes pendant un temps t_a limité à 8 ms. En variant t_a , on obtient tous les états de Bloch $|n, q(t_a) = q_0 + Ft_a/\hbar\rangle$ de la bande d'énergie. Il est également possible d'inverser le signe de F pour parcourir la zone de Brillouin dans le sens opposé afin d'observer plus d'oscillations. La force doit être suffisamment intense pour que la période $\tau_B = 2\hbar k/F$ soit inférieure à 8 ms. Il semble donc *a priori* préférable de choisir des potentiels profonds pour satisfaire plus aisément le critère d'adiabaticité. En pratique, il faut aussi tenir compte du fait que l'amplitude des oscillations décroît avec U_0 ce qui les rend difficile à observer. Par exemple, dans la bande fondamentale, l'amplitude des oscillations n'est plus que de $0.2 \hbar k$ pour $U_0 = 6E_R$. Il est donc nécessaire d'opérer un compromis entre profondeur du potentiel et intensité de la force.

Le lecteur pourra objecter qu'il n'est pas nécessaire d'appliquer une force extérieure pour obtenir les différents états de Bloch et qu'il suffit de se

Figure 2.9: *Séquence expérimentale*

brancher adiabatiquement en tous les points de la bande. Ceci n'est que partiellement vrai dans la mesure où les états au centre et en bord de zone ne peuvent être obtenus par branchement adiabatique. De plus, notre séquence nous permet de vérifier expérimentalement la loi de variation temporelle de la quasi-impulsion.

4. Le potentiel est coupé rapidement et la distribution en impulsion de l'état de Bloch $|n, q(t_a)\rangle$ est mesurée avec des impulsions Raman de durée 5 ms.

Annexe B : Oscillations de Bloch dans l'espace des positions

Dans cette annexe, nous décrivons plus précisément le comportement dans l'espace des positions d'un paquet d'ondes initialement délocalisé sur plusieurs périodes du potentiel.

Etat initial

On considère un paquet d'ondes obtenu par la superposition cohérente d'état de Bloch dans la même bande d'énergie n . Pour simplifier, nous considérons un paquet d'ondes gaussien centré sur la quasi-impulsion \bar{q}_0 dont la largeur $1/a$ est petite devant l'extension $2k$ de la zone de Brillouin:

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{\sqrt{a}}{(2\pi)^{3/4}} \int dq e^{-\frac{a^2}{4}(q - \bar{q}_0)^2} |n, q\rangle \quad (2.63)$$

L'extension spatiale de ce paquet est de l'ordre a , c'est à dire plus grande que $\lambda/2$ la période du potentiel.

Evolution temporelle

Lorsque la force extérieure constante F est suffisamment faible pour satisfaire l'hypothèse d'évolution adiabatique, l'évolution est restreinte à la seule bande d'énergie n . Nous avons alors montré au chapitre 2 que:

$$U(t)|n, q\rangle = |n, q + Ft/\hbar\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(q(\tau)) d\tau} \quad (2.64)$$

(où $U(t)$ est l'opérateur d'évolution entre 0 et t). Pour simplifier les notations, nous omettrons dans la suite l'indice de bande n . Pour le paquet d'ondes, on

obtient que:

$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle \quad (2.65)$$

$$= \frac{\sqrt{a}}{(2\pi)^{3/4}} \int dq e^{-\frac{a^2}{4}(q - \bar{q}_0)^2} |q + Ft/\hbar\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(q(\tau)) d\tau} \quad (2.66)$$

Le paquet se déplace donc à vitesse uniforme dans le réseau réciproque et, à l'instant t , il est centré autour de la quasi-impulsion $\bar{q}(t)$:

$$\bar{q}(t) = \bar{q}_0 + Ft/\hbar, \quad (2.67)$$

Lorsque $t = \tau_B = 2\hbar k/F$, chaque état de Bloch initial $|q\rangle$ s'est décalé d'une période $2k$ du réseau réciproque ce qui revient à retrouver la position initiale. En tenant compte du terme de phase, on obtient:

$$U(\tau_B)|q\rangle = |q + 2k\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^{\tau_B} E(q + F\tau/\hbar) d\tau} \quad (2.68)$$

$$= |q\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^{\tau_B} E(q + F\tau/\hbar) d\tau} \quad (2.69)$$

Ce terme de phase correspond à l'intégrale de l'énergie sur une période temporelle. Cette fonction $E(q)$ étant périodique dans l'espace réciproque, cette phase ne dépend pas de la position initiale q dans l'espace réciproque. L'état $|\psi(\tau_B)\rangle$ est donc simplement égal à l'état initial $|\psi(0)\rangle$ à une phase près:

$$|\psi(\tau_B)\rangle = |\psi(0)\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^{\tau_B} E(q + F\tau/\hbar) d\tau} \quad (2.70)$$

Cela signifie notamment qu'il n'y a pas étalement du paquet d'ondes dans l'espace des positions. Entre 0 et τ_B , il peut y avoir éventuellement une modification de sa largeur et de sa position moyenne mais au bout d'une période, on retrouve toujours l'état initial.

Notons d'ailleurs que cette propriété ne dépend pas de la forme (ici gaussienne) de la distribution en état de Bloch du paquet d'ondes. On peut donner une autre image pour se convaincre de cela: il suffit de considérer le paquet dans la base des états de Wannier, c'est à dire les états propres du hamiltonien en présence de la force. Nous avons indiqué que les énergies de ces états forment une échelle, pour laquelle tous les états sont séparés de la même énergie \hbar/τ_B . La fréquence de Bloch $1/\tau_B$ est donc la seule fréquence de Bohr du système. Il apparait alors naturel que toutes les propriétés du système soient périodiques avec la période τ_B .

Variation de la forme du paquet

Nous décrivons maintenant plus précisément la dynamique du paquet d'ondes entre 0 et τ_B . Cette dynamique, qui va se traduire par un déplacement de la position moyenne et une variation de l'étalement, provient des différences entre les phases $\int_0^t E(q + F\tau/\hbar) d\tau$ accumulées par chacune des composantes q du paquet.

En représentation en position, on a, à l'instant t :

$$\langle r|\psi(t)\rangle = \psi(r, t) \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{a}}{(2\pi)^{3/4}} \int dq e^{-\frac{a^2}{4}(q - \bar{q}_0)^2} e^{i(q + Ft/\hbar)r} \\ &\quad u_{q+Ft/\hbar}(r) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(q(\tau)) d\tau} \end{aligned} \quad (2.72)$$

où l'on a utilisé la relation $\langle r|q\rangle = e^{iqr} u_q(r)$ (avec u_q la partie périodique de l'état de Bloch).

Nous allons maintenant tenir compte du fait que le paquet est très piqué autour de la valeur $\bar{q}(t)$. On écrit pour cela que:

$$q(t) = q + Ft/\hbar = \bar{q}_0 + Ft/\hbar + (q - \bar{q}_0) \quad (2.73)$$

$$= \bar{q}(t) + (q - \bar{q}_0) \quad (2.74)$$

avec $(q - \bar{q}_0)$ un paramètre petit devant l'extension $2k$ de la zone de Brillouin.

On peut alors développer au deuxième ordre l'énergie $E(q(t))$ qui intervient dans le terme de phase:

$$E(q(t)) = E(\bar{q}(t) + (q - \bar{q}_0)) \quad (2.75)$$

$$\simeq E(\bar{q}(t)) + \hbar\langle v\rangle(\bar{q}(t))(q - \bar{q}_0) + \frac{\hbar^2}{2m^*(\bar{q}(t))}(q - \bar{q}_0)^2 \quad (2.76)$$

où l'on a introduit les dérivées première (la vitesse moyenne $\langle v\rangle$) et deuxième (la masse effective $1/m^*$) de l'énergie.

Avant de calculer complètement l'intégrale, nous effectuons une dernière approximation en considérant que les fonctions périodiques d'espace $u_q(r)$ varient peu au voisinage de la quasi-impulsion $\bar{q}(t)$. On les remplace alors dans l'intégrale par la fonction $u_{\bar{q}(t)}$, ce qui conduit à l'expression de $\psi(r, t)$:

$$\begin{aligned} \psi(r, t) &= A u_{\bar{q}(t)}(r) \int dq e^{-\frac{a^2}{4}(q - \bar{q}_0)^2} e^{i\left(r - \int_0^t \langle v\rangle(\bar{q}(\tau)) d\tau\right)(q - \bar{q}_0)} \\ &\quad e^{-i\left(\frac{\hbar}{2} \int_0^t \frac{d\tau}{m^*(\bar{q}(\tau))}\right)(q - \bar{q}_0)^2} \end{aligned} \quad (2.77)$$

(où A est une constante).

Pour comprendre les différents effets contenus dans cette intégrale, le plus simple est peut être de reprendre les résultats relatifs à un paquet d'ondes libres gaussien ¹⁰. Dans ce cas, pour un paquet initial d'ondes planes centrées autour de l'impulsion $\hbar k_0$ avec une distribution gaussienne $e^{-a^2(k-k_0)^2/4}$, on a, à l'instant t :

$$\psi(r, t) = A \int dk e^{-a^2(k-k_0)^2/4} e^{ikr} e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m}t} \quad (2.78)$$

qui peut se réécrire:

$$\psi(r, t) = B \int d\bar{k} e^{-a^2\bar{k}^2/4} e^{i\bar{k}(r-\hbar k_0 t/m)} e^{-i\frac{\hbar \bar{k}^2}{2m}t} \quad (2.79)$$

Dans l'intégrale, le premier terme décrit la largeur en impulsion du paquet, le deuxième terme le déplacement de sa position moyenne comme $\hbar k_0 t/m$ tandis que le troisième terme traduit l'élargissement spatial du paquet d'ondes.

On aboutit alors à l'expression explicite de la densité de probabilité de présence de la particule libre au cours du temps:

$$|\psi(r, t)|^2 \propto \exp \left[-\frac{2a^2 (r - \hbar k_0 t/m)^2}{a^4 + 4\hbar^2 t^2/m^2} \right] \quad (2.80)$$

et la largeur $\Delta r(t)$ du paquet d'ondes vaut ainsi à l'instant t :

$$\Delta r(t) = \frac{a}{2} \sqrt{1 + \frac{4\hbar^2 t^2}{m^2 a^4}} \quad (2.81)$$

Il est alors immédiat de déterminer la densité de probabilité dans le cas du potentiel périodique. L'intégrale se calcule de manière tout à fait similaire ce qui conduit à:

$$|\psi(r, t)|^2 \propto |u_{\bar{q}(t)}(r)|^2 \exp \left[-\frac{2a^2 \left(r - \int_0^t \langle v \rangle (\bar{q}(\tau)) d\tau \right)^2}{a^4 + 4\hbar^2 \left| \int_0^t \frac{dr}{m^* (\bar{q}(\tau))} \right|^2} \right] \quad (2.82)$$

On peut ainsi distinguer trois types de variation spatiale au cours de l'évolution du paquet d'ondes:

- Il existe une première modulation de la densité de probabilité $|\psi(r, t)|^2$ qui dépend de $u_{\bar{q}(t)}(r)$. Cette fonction a la période du potentiel (c'est à dire $\lambda/2$ dans notre expérience) et correspond donc à une modulation sur une échelle plus petite que celle de la délocalisation gaussienne du paquet.

¹⁰On pourra en trouver une description complète dans C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Lalöe, *Mécanique Quantique*, Complément G, Chapitre I, Hermann, Paris (1973).

- Il y a un déplacement du centre de l'enveloppe gaussienne:

$$\langle r \rangle = \int_0^t \langle v \rangle(\bar{q}(\tau)) d\tau \quad (2.83)$$

qui correspond à la variation de la position moyenne. Ce déplacement que nous avons déjà décrit au chapitre 2 est périodique dans le temps avec une amplitude d'oscillation égale à $\Delta/2|F|$ (où Δ est la largeur de la bande d'énergie considérée).

- La largeur spatiale du paquet d'ondes est également modifiée au cours du temps:

$$\Delta r(t) = \frac{a}{2} \sqrt{1 + \frac{4\hbar^2}{a^4} \left| \int_0^t \frac{d\tau}{m^*(\bar{q}(\tau))} \right|^2} \quad (2.84)$$

On constate que cet étalement est périodique au cours du temps puisqu'il dépend de l'intégrale de la masse effective, elle-même une fonction périodique. Il y a initialement une dilatation du paquet suivi d'une contraction de manière à retrouver au bout d'une période la largeur initiale ($\int_0^t \frac{d\tau}{m^*(\bar{q}(\tau))} = 0$). Cet effet est dû au *changement de signe* de la masse effective au cours de l'évolution du paquet d'ondes.

Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre ne dépendent pas de l'amplitude du potentiel périodique, c'est à dire qu'ils restent valables dans un régime de liaisons faibles aussi bien que dans la limite des liaisons fortes, la seule propriété nécessaire étant celle de périodicité du système.

Notons qu'en l'absence de toute force, un paquet dont la largeur spatiale est finie diffuse dans l'espace par effet tunnel de puits en puits. Les résultats détaillés dans cette annexe montrent qu'au contraire, en présence d'une force constante (aussi petite soit elle), le paquet reste confiné dans l'espace. Plus précisément, il y a une modification de la largeur Δr de la distribution en position mais celle-ci est bornée et ne tend pas vers l'infini au cours du temps¹¹.

Signalons pour terminer que l'observation expérimentale du comportement en position est encore difficile avec des atomes¹². D'une part, la distribution initiale en position dans notre expérience est celle d'une mélasse optique pour laquelle le nuage a une taille de plusieurs centaines de microns. D'autre part, pour les

¹¹à la différence d'un paquet d'ondes libres.

¹²l'oscillation de la position moyenne du paquet a pu récemment être observée avec des électrons dans un superréseau [54].

forces appliquées, les déplacements sont de l'ordre de quelques microns et se trouvent à la limite de résolution des systèmes d'imagerie. Si une détermination plus précise des paramètres restent à faire, de telles expériences sont cependant envisageables à moyen terme. Une meilleure localisation initiale du nuage peut être obtenue en utilisant des atomes refroidis dans des pièges (magnétiques ou dipolaires) qui permettent d'atteindre des tailles submicroniques. Par ailleurs, il est possible d'employer des potentiels périodiques dont la période spatiale d est plus grande¹³. De tels systèmes permettraient par exemple une étude directe de l'effet tunnel avec des atomes.

¹³en utilisant, par exemple, deux ondes laser contrepropageantes avec un angle inférieur à π . Notons cependant que dans cette configuration la zone de Brillouin a une extension $2\pi/d$ plus faible.

Chapitre 3

Résultats expérimentaux

3.1 Oscillations dans la bande fondamentale

3.1.1 Distribution en impulsions

Une première série d'expérience, réalisée en décembre 1995, a porté sur les oscillations de Bloch dans la bande fondamentale [55]. Pour ces mesures, les atomes sont préparés dans l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$.

Nous présentons ici les résultats obtenus pour des atomes dans un potentiel de profondeur $U_0 = 2.3E_R$ soumis à une accélération $a = 0.85 \text{ m.s}^{-2}$. Nous nous situons ici dans le régime des liaisons faibles et la force est choisie de manière à satisfaire le critère adiabatique ($a \ll 30 \text{ m.s}^{-2}$). Le taux de variation de la fréquence correspondant à cette force est de 2.10^3 Hz/ms . La période de Bloch τ_B vaut 8.2 ms et coïncide donc avec le temps disponible pour appliquer F . La figure 3.1 montre les mesures de distribution en impulsions de différents états de Bloch de la bande fondamentale dans le référentiel accéléré. Elles sont obtenues en appliquant F pendant un temps t_a variable.

L'état initial $q(0) \simeq 0$ est très proche d'une onde plane¹. En particulier le poids des bandes latérales à $2\hbar k$ et $-2\hbar k$ est très faible. Ceci est en accord avec le régime de liaisons faibles considéré ici. Lorsqu'on applique la force, on observe une translation du pic linéairement en temps en accord avec la loi $q(t_a) = Ft_a/\hbar$. L'état de Bloch reste approximativement une simple onde plane jusqu'à ce que la quasi-impulsion approche le bord de la zone de Brillouin. Un deuxième pic centré à $q(t_a) - 2\hbar k$ apparaît et l'état de Bloch est principalement une superposition linéaire de ces deux pics dont les poids sont égaux lorsque $q \simeq k$. Au cours de l'évolution ultérieure, le premier pic disparaît progressivement. Finalement, après une période de Bloch ($t_a = \tau_B$), on retrouve la distribution initiale. Les atomes

¹à la largeur de la distribution initiale près.

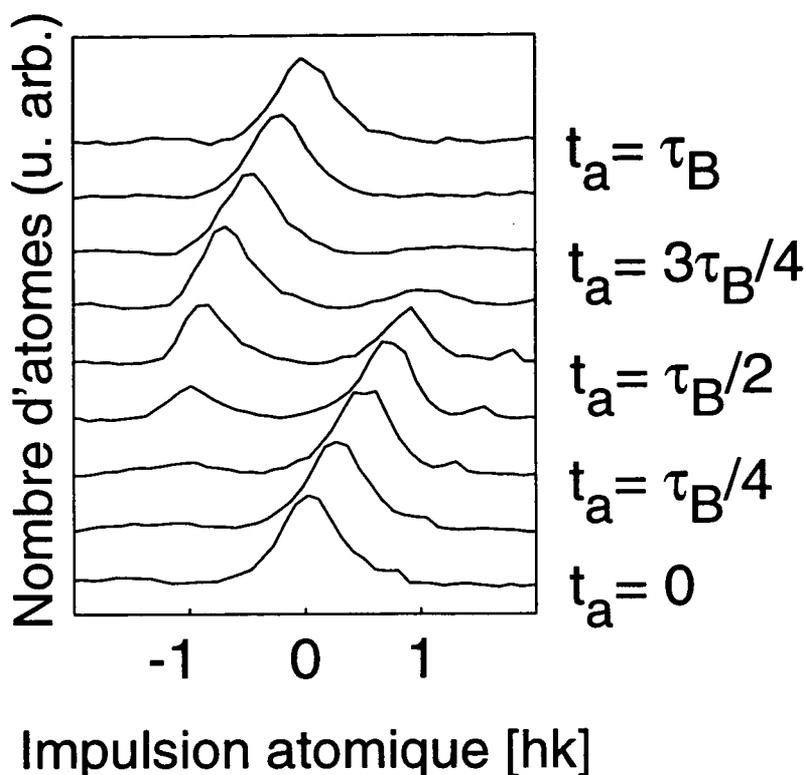


Figure 3.1: Distributions en impulsions des états de Bloch dans la bande fondamentale pour $U_0 = 2.3E_R$ et $a = 0.85 \text{ m.s}^{-2}$.

ont donc réalisé une oscillation complète.

3.1.2 Evolution de la vitesse moyenne

Pour illustrer l'oscillation en vitesse des particules, nous avons extrait des mesures de distributions en impulsions l'évolution de la vitesse moyenne. Pour réduire l'effet de largeur de la distribution, celles-ci sont découpées en tranches de largeur $\hbar k/18$, correspondant à notre résolution, centrées à $q_i(0)$. Nous calculons alors la vitesse moyenne des atomes dans les tranches situées à $q_i(t_a), q_i(t_a) \pm 2k$ où $q_i(t)$ varie comme $Ft/\hbar + q_i(0)$. Les contributions de toutes les tranches de vitesse sont rassemblées sur une même courbe après une translation dans le temps de $\hbar q_i(0)/F$. Notons toutefois que cette technique de déconvolution suppose connue la loi de variation de la quasi-impulsion.

La figure (3.2) donne l'évolution temporelle de $\langle v \rangle$ en unités de v_{rec} pour trois valeurs de U_0 en présence de la même force extérieure ($a = 0.85 \text{ m.s}^{-2}$). Nous avons également reporté le résultat d'une simulation numérique. Celle-ci ne

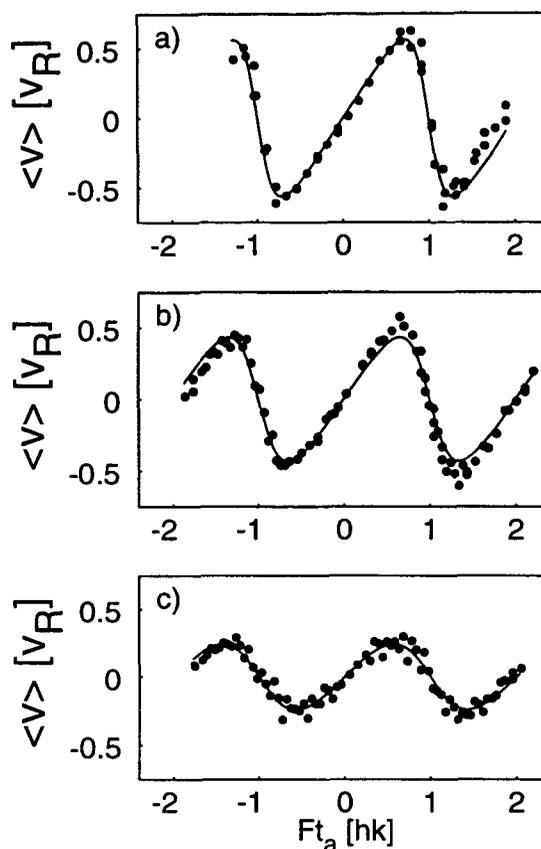


Figure 3.2: Vitesse moyenne $\langle v \rangle$ en fonction de t_a pour trois valeurs de la profondeur du potentiel: (a) $U_0 = 1.4E_R$, (b) $U_0 = 2.3E_R$, (c) $U_0 = 4.4E_R$. L'accélération est égale à 0.85 m.s^{-2} dans les trois cas. Les valeurs négatives de Ft_a/\hbar sont obtenues en changeant le signe de F . La courbe en traits pleins indique le résultat d'une simulation numérique.

comporte aucun paramètre ajustable et résulte juste d'un calcul de structure de bande où la profondeur du potentiel est donnée par la mesure expérimentale de l'intensité lumineuse.

Le premier point important qui apparaît dans ces résultats est que la période d'oscillation est constante et ne dépend pas de la profondeur du potentiel. Elle est en accord avec la valeur attendue (8.2 ms) à une précision de l'ordre de 4 %. Il en serait tout à fait autrement si nous avions mesuré l'oscillation classique de la particule au fond du puits. Dans ce cas, la période d'oscillation varie comme $1/\sqrt{U_0}$ et elle est égale à $250 \mu\text{s}$ pour $U_0 = E_R$.

Il apparaît que l'amplitude des oscillations en vitesse décroît lorsque la profondeur du potentiel augmente. La vitesse moyenne étant simplement reliée à la

structure de bande $\langle v \rangle_n = (1/\hbar)dE_n/dq$, l'amplitude des oscillations ne dépend que de U_0 et pas de l'intensité de la force appliquée². Pour $U_0 = 1.4 E_R$ elle est de l'ordre de $0.5 v_{rec}$ ce qui justifie à nouveau l'utilisation de distributions subrecoil. Le potentiel le plus faible que nous avons utilisé a une profondeur de $0.54 E_R$ et conduit à des oscillations d'amplitude $0.68 v_{rec}$ avec une accélération de 0.43 m.s^{-2} . Il s'agit en fait de la plus petite force applicable compte tenu de notre temps d'interaction. Les atomes font alors une demi-oscillation en 8 ms et l'oscillation complète est mesurée en inversant le signe de F .

Nous avons représenté dans la figure 3.3 la variation de l'amplitude d'oscillation en fonction de la profondeur du potentiel et comparé nos résultats expérimentaux avec une simulation numérique. La principale source d'incertitude provient de la mesure de l'intensité lumineuse qui détermine la valeur de U_0 .

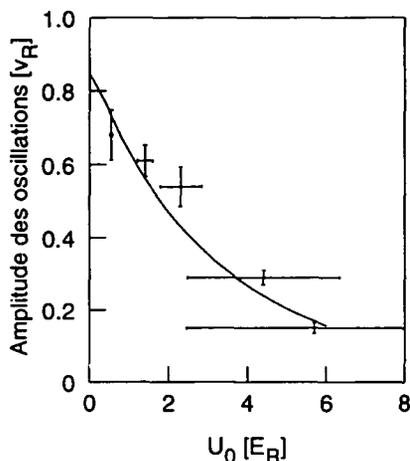


Figure 3.3: Amplitude des oscillations en fonction de U_0 . La courbe continue est le résultat d'une simulation numérique.

Pour une accélération donnée, nous avons vu que l'amplitude des oscillations en position varie avec U_0 comme la largeur ΔE_n de la bande considérée. Par conséquent elle décroît lorsque U_0 augmente du fait de l'aplatissement des bandes résultant de la réduction du couplage tunnel entre les sites. Notons cependant les amplitudes en position dépendent de l'intensité de la force extérieure comme $1/F$ et qu'il est possible de les rendre arbitrairement grandes en s'offrant de longues périodes de Bloch. Pour les valeurs des paramètres les plus favorables ($U_0 = 0.54 E_R$ et $a = 0.43 \text{ m.s}^{-2}$), l'amplitude des oscillations en position n'est cependant que de $3.1 \mu\text{m}$. Cette oscillation, difficile à observer directement, est tout de même 8 fois plus grande que la période du potentiel.

²ce qui est encore une différence avec l'oscillateur classique.

Un autre aspect intéressant des courbes de la figure 3.2 est l'assymétrie des courbes, particulièrement visible pour les plus petites valeurs du potentiel lumineux. La pente de $\langle v \rangle(t)$ est nettement plus prononcée aux bords de la zone de Brillouin ($Ft_a = \pm\hbar k$) qu'au centre de zone ($Ft_a = 0, \pm 2\hbar k$). Cet effet peut être décrit en faisant intervenir la notion de masse effective des particules dans le potentiel.

3.1.3 Masse effective des atomes dans le potentiel optique

Il est possible de décrire la dynamique de la particule dans le potentiel comme celle d'une particule libre mais avec une masse effective m^* qui diffère en général de la masse réelle. L'évolution de $\langle v \rangle$ est alors régie par l'équation de Newton:

$$m^* \frac{d\langle v \rangle}{dt} = F \quad (3.1)$$

avec:

$$\frac{\hbar^2}{m^*(q)} = \frac{d^2 E(q)}{dq^2} \quad (3.2)$$

Cette masse effective présente l'intérêt d'intégrer immédiatement l'effet de l'interaction avec le potentiel périodique. Cette notion est particulièrement utile au centre et en bord de zone où l'énergie est extrémale. La masse effective est alors constante et la vitesse moyenne évolue linéairement en fonction du temps. La mesure de la pente de la courbe $\langle v \rangle(t)$ au point $Ft_a = \pm\hbar k$ et $Ft_a = 0$ donne ainsi accès à une valeur expérimentale de $m^*(0)$ et $m^*(k)$. Notons tout de suite qu'au bord de la zone de Brillouin, où l'énergie est maximale dans la bande fondamentale, la masse effective $m^*(q)$ est négative. La figure 3.4 rassemble l'ensemble de nos mesures expérimentales.

Dans la limite des faibles potentiels $U_0 \rightarrow 0$, la masse effective $m^*(0)$ au centre de zone correspond à la masse m de la particule libre tandis que $m^*(k)$ tend vers zéro. L'écart avec zéro de $m^*(k)$ visible sur la figure (3.4) est dû à la largeur finie de la distribution qui a pour effet de moyenner les valeurs sur un voisinage de la quasi-impulsion. Ces données sont en accord avec les résultats présentés au chapitre précédent sur les structures de bande. Un calcul immédiat montre que dans le cas des liaisons faibles:

$$m^*(0) = m \quad \text{et} \quad m^*(k) = -m \frac{|U_0|}{8E_R} \quad (3.3)$$

Dans la limite opposée des liaisons fortes, chaque puits n'est couplé par effet tunnel qu'au site voisin et la structure de bande est sinusoïdale. Les deux masses

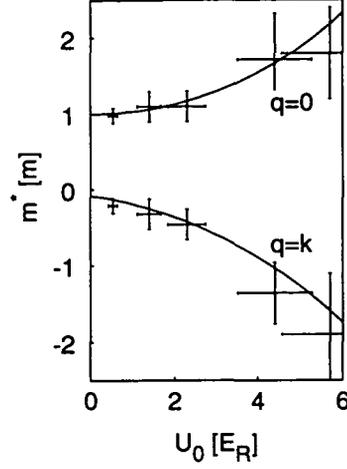


Figure 3.4: Masse effective m^* des atomes dans le potentiel périodique pour $q = 0$ et $q = k$ en unités de la masse m du césium. La courbe en traits pleins donne les résultats d'une simulation numérique.

effectives sont alors égales en valeur absolue mais de signes opposés. L'expression asymptotique de cette masse effective est donnée par:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{\delta E_n \lambda^2}{4\hbar^2} \quad (3.4)$$

$$= \frac{\lambda^2}{4\hbar^2 \sqrt{\pi}} \left(\frac{|U_0|}{E_R} \right)^{1/4} \frac{(8\sqrt{|U_0|/E_R})^{n+1}}{n!} E_R e^{-2\sqrt{|U_0|/E_R}} \quad (3.5)$$

Nous n'avons pas pu vraiment étudier ce régime à cause de la puissance lumineuse limitée dont nous disposons. On constate cependant que l'assymétrie de $\langle v \rangle(q)$ s'atténue lorsque U_0 augmente et que la courbe 3.2(c) se rapproche d'une fonction sinusoïdale. A contrario, la nette assymétrie de la courbe 3.2(a) est une indication en soi que la particule oscille sur plusieurs périodes du potentiel.

3.1.4 Détermination de la structure de bande

La vitesse moyenne étant égale à $(1/\hbar)dE_n/dq$, la mesure de son évolution temporelle est un moyen de déterminer expérimentalement la bande d'énergie. Pour les résultats présentés ici, une simple intégration nous permet de reconstituer la bande fondamentale. La figure (3.5) présente les résultats pour différentes valeurs du potentiel. Notons toutefois que cette méthode, applicable pour toute bande d'énergie ne permet pas de déterminer la largeur des bandes d'énergies interdites.

A l'inverse, tout effet particulier de la structure de bande va se traduire dans l'évolution de la vitesse moyenne de la particule. Il a ainsi été proposé par Olshanii

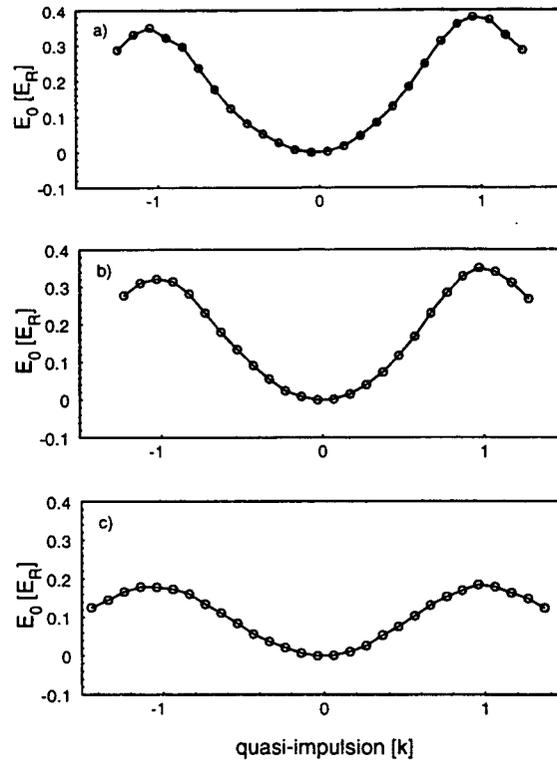


Figure 3.5: Détermination expérimentale de la bande fondamentale pour: (a) $U_0 = 1.4E_R$, (b) $U_0 = 2.3E_R$, (c) $U_0 = 4.4E_R$.

et Dum d'utiliser la mesure des oscillations de Bloch pour mettre en évidence l'existence d'un potentiel *topologique* périodique pour les états non couplés à la lumière [56].

3.2 Oscillations dans la première bande excitée

Dans une deuxième série de mesures nous nous sommes intéressés aux oscillations dans la première bande excitée. Pour cela, l'état est préparé dans l'état de Bloch $|n = 1, q = -0.5k\rangle$ selon la procédure détaillée au chapitre précédent.

Dans ce cas, le potentiel doit être plus profond pour satisfaire la condition de non-transition entre la bande $n = 1$ et $n = 2$. La figure (3.6) montre la mesure des distributions en impulsion dans le cas d'un potentiel $U_0 = 9.5 E_R$. Nous avons également observé les oscillations dans la bande excitée pour un potentiel de $5.5 E_R$. En dessous de cette valeur, il devient difficile de satisfaire la condition d'évolution adiabatique.

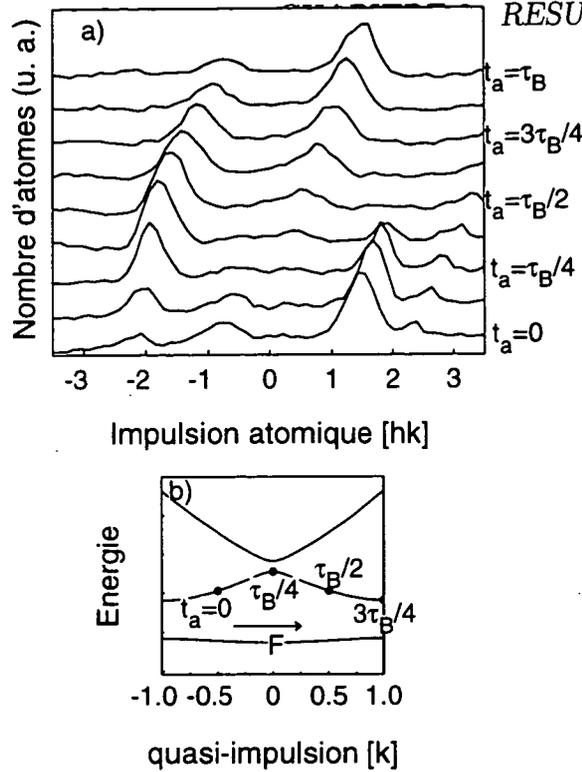


Figure 3.6: (a) Distributions en impulsions des états de Bloch dans la bande $n = 1$ pour un potentiel de profondeur $U_0 = 9.5 E_R$ et $a = 0.85 \text{ m.s}^{-2}$. (b) Evolution de la quasi-impulsion en fonction du temps.

La distribution en impulsions des états présente ici une structure plus riche. L'état initial est principalement une superposition de deux ondes planes à $|1.5\hbar k\rangle$ et $|-0.5\hbar k\rangle$. Lorsqu'ils atteignent le centre de la zone de Brillouin, les atomes sont dans l'état de Bloch $|n = 1, q = 0\rangle$ qui est essentiellement une superposition linéaire des ondes planes $|2\hbar k\rangle$ et $|-2\hbar k\rangle$. Ultérieurement, lorsque $q = q_0 + Ft_a/\hbar \sim k$, les atomes approchent le bord de zone et on retrouve une superposition entre les ondes planes $|\hbar k\rangle$ et $|\hbar k\rangle$. Finalement, après une période de Bloch, on obtient de nouveau la distribution initiale.

On peut déterminer l'évolution temporelle de la vitesse moyenne à partir de ces données (figure 3.7). L'amplitude des oscillations est plus importante et atteint maintenant $1.1 v_{rec}$. Notons également que, pour une force identique, le signe des pentes aux points $q = 0$ et $q = k$ est inversé par rapport à la bande fondamentale. Ceci correspond au fait qu'un minimum de la première bande excitée coïncide avec un maximum de la bande fondamentale et inversement.

La largeur de la bande $n = 1$ étant plus grande, l'amplitude des oscillations

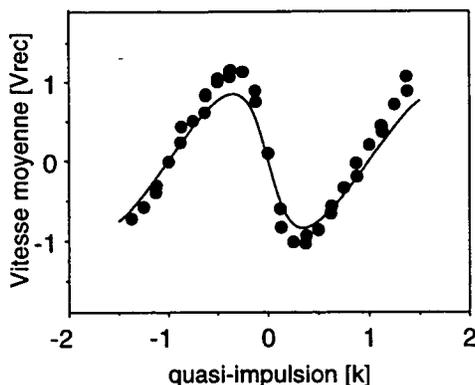


Figure 3.7: *Vitesse moyenne dans la première bande excitée pour un potentiel de profondeur $U_0 = 9.5E_R$ et $a = 0.85 \text{ m.s}^{-2}$. La courbe en traits pleins est le résultat d'une simulation numérique.*

en position est plus importante. Pour les données présentées ici, elle atteint maintenant $4.5 \mu\text{m}$.

3.3 Réflexion de Bragg de l'onde atomique

Nous avons présenté jusqu'à présent nos résultats comme la mesure de la distributions en impulsions des états de Bloch d'une bande donnée, cette mesure donnant toute l'information sur la bande. La force extérieure ne sert, après branchement adiabatique, qu'à atteindre toutes les valeurs de la quasi-impulsion q . Les oscillations de Bloch sont alors une conséquence de la périodicité de l'énergie en fonction de q .

Il est possible également d'en donner une autre interprétation en terme de réflexion de Bragg de l'onde atomique sur la structure lumineuse périodique. Cette description est la plus simple dans le cas d'un potentiel faible, par exemple pour le cas $U_0 = 2.3E_R$ (figure 3.1) indiqué précédemment.

L'état initial est l'onde plane $|p = 0\rangle$, délocalisée sur le réseau lumineux. Cette onde, initialement immobile, est alors accélérée par la force extérieure. Son impulsion varie alors suivant la loi de Newton $dp/dt = F$ jusqu'à ce que le vecteur d'onde atomique $k_{at} = p/\hbar$ satisfasse la condition de Bragg:

$$k_{at} = jk \quad \text{où } j \text{ est un entier.} \quad (3.6)$$

L'onde atomique est alors réfléchiée par la structure périodique du fait d'une interférence constructive vers l'arrière. Elle se déplace alors dans le sens opposé

jusqu'à être stoppée par la force. Les oscillations de Bloch sont ainsi la répétition d'un même processus: accélération par la force suivie d'une réflexion par le réseau.

Cet effet est illustré dans la figure 3.1 pour la bande fondamentale. Dans le cas de la première bande excitée, l'oscillation résulte de deux réflexions successives (figure 3.6). La première correspond à un transfert du second ordre de $-4\hbar k$ entre $|p = 2\hbar k\rangle$ et $|p = -2\hbar k\rangle$ suivie d'une deuxième entre $|p = \hbar k\rangle$ et $|p = -\hbar k\rangle$.

Cette interprétation a l'avantage de souligner que les oscillations de Bloch sont un effet quantique qui vient de la nature ondulatoire de la matière. Dans notre cas, l'onde atomique est réfléchiée par une structure périodique d'origine lumineuse. Il s'agit donc de la situation symétrique de la diffraction de Bragg ordinaire où une onde lumineuse interagit avec une structure de matière périodique.

On comprend alors mieux pourquoi l'amplitude des oscillations en position d'un paquet d'onde peut être arbitrairement grande. Pour un oscillateur classique, le point de réflexion est celui pour lequel l'énergie de la particule est entièrement sous forme d'énergie potentielle. Ici le point de réflexion est déterminé par une valeur critique de l'impulsion. Lorsque la force F appliquée est petite, l'impulsion atomique évolue lentement et le centre de masse atomique a donc le temps de parcourir une grande distance.

3.4 Une technique d'accélération cohérente

Nous avons indiqué que chaque oscillation de Bloch dans le référentiel accéléré correspond à un accroissement de la vitesse atomique de $2v_{rec}$ dans le référentiel du laboratoire. En répétant ce processus un grand nombre de fois, il est donc possible de transmettre une vitesse appréciable aux atomes. De plus, l'absence de dissipation ou de chauffage en fait une technique d'*accélération cohérente*. Ainsi, il est possible de produire un jet atomique avec une dispersion de vitesse faible (subrecul) dans le sens de la propagation, c'est à dire avec une grande longueur de cohérence longitudinale.

Ceci est susceptible de trouver des applications dans des expériences de précision nécessitant un contrôle des vitesses atomiques, comme dans les horloges à fontaines atomiques ou en interférométrie atomique. Nous proposons par ailleurs au chapitre suivant une méthode de mesure de \hbar/m à partir de cette technique d'accélération cohérente. L'absence de dissipation est également un atout pour la manipulation des condensats de Bose-Einstein. Il est donc nécessaire d'évaluer l'accélération maximale qui peut être appliquée afin de déterminer la vitesse que peuvent atteindre en un temps d'interaction donné des atomes initialement immobiles.

3.4.1 Accélération critique et transitions Landau-Zener

Dans le cas classique, une particule dans un potentiel périodique $U_0 \cos(2kz)/2$ peut être accélérée jusqu'à la valeur critique $a_c = U_0 k/m$, valeur au delà de laquelle il n'y a plus de minimum de potentiel. Quantiquement, le critère est d'une autre nature. Il faut que des atomes préparés dans la bande fondamentale ne fassent pas de transitions non-adiabatiques vers les bandes de plus hautes énergies.

Dans la limite des liaisons faibles ($U_0 \leq 16E_R$), ces transitions entre la bande fondamentale et la première bande excitée sont le plus probable pour $q = k$ lorsque ces bandes sont le plus proche (figure 3.8). On est alors dans le cas d'une transition non-adiabatique à un croisement de niveaux [57] qui se répète une fois par oscillation. Nous avons supposé que le taux de transition est donnée par la formule de Landau-Zener :

$$r = \exp(-a_c/a) \quad (3.7)$$

où l'accélération critique a_c est proportionnelle au carré de l'écart en énergie entre la bande fondamentale et la première bande excitée en bord de zone. Dans le cas des liaisons faibles considéré ici, la largeur de cette bande interdite est elle-même proportionnelle à la profondeur U_0 du potentiel et a_c/a vaut :

$$\frac{a_c}{a} = \frac{\pi(U_0/2\hbar)^2}{2\Delta\dot{\omega}}. \quad (3.8)$$

Cette expression peut se réécrire en fonction du paramètre $a_0 = \hbar^2 k^3/m^2$:

$$\frac{a_c}{a_0} = \frac{\pi}{64} \left(\frac{U_0}{E_R} \right)^2 \quad (3.9)$$

Dans la mesure où la largeur des bandes interdites diminue avec un indice de bande croissant et où la probabilité de transition dépend exponentiellement de ce gap, un atome qui a été transféré de la première à la deuxième bande va aussi effectuer des transitions vers les bandes plus élevées (figure 3.8). Il se comporte donc, dans le référentiel de l'onde comme un atome libre soumis à une accélération a et sa vitesse v varie comme at . Dans le référentiel du laboratoire, il est par conséquent immobile.

Nous avons déterminé expérimentalement ces taux de transition en accélérant les atomes pendant un temps $t_a = n\tau_B$ et en mesurant la fraction d'atomes qui a effectué n oscillations pour différents valeurs de a et de U_0 . En pratique, cela revient à mesurer le nombre d'atomes restant à $v = 0$ dans le référentiel de l'onde ou à $v = 2nv_{rec} = na\tau_B$ dans le référentiel du laboratoire. Les taux de transitions, compris entre 2 et 20 %, suivent bien le comportement exponentiel attendu.

La figure 3.9 est un exemple de la distribution de vitesse dans le référentiel du laboratoire pour $U_0 = 9.5 E_R$ après 15 oscillations de Bloch effectuées en 1.4 ms

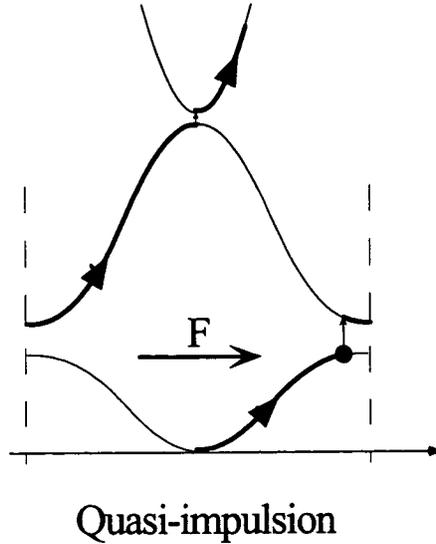


Figure 3.8: *Transition non-adiabatique en bord de zone.*

($a = 76 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Le taux de transition non-adiabatique est de 0.033 par oscillation ce qui correspond à une efficacité totale de transfert de 60 %.

On peut alors déduire les valeurs de a_c (figure 3.10) en fonction de U_0 . Nos résultats correspondent à une variation quadratique:

$$\frac{a_c}{a_0} = 0.037 \left(\frac{U_0}{E_R} \right)^2 \quad (3.10)$$

Le facteur 0.037 est en accord raisonnable avec la valeur $\pi/64 \simeq 0.049$ compte tenu de l'incertitude sur la mesure de la profondeur du potentiel.

Dans cette étude, nous avons négligé les retours éventuels de la seconde à la première bande. M. Raizen a montré récemment qu'ils pouvaient être la cause d'effets observables et notamment de taux de départ non-exponentiels [58, 59]. Notons enfin que dans la limite des liaisons fortes, les bandes les plus profondes sont essentiellement plates. L'image des transitions au croisement de niveaux perd alors son sens et la théorie de Landau-Zener n'est plus applicable.

3.4.2 Vers des jets atomiques monocinétiques

Nous avons pu mesurer des atomes ayant effectué jusqu'à 56 oscillations leur conférant une vitesse de $112 v_{rec} \simeq 0.39 \text{ m/s}^{-1}$ dans le référentiel du laboratoire. Nous sommes en fait limités par la puissance lumineuse disponible à des potentiels de profondeur faible ainsi que par notre système de détection, celui-ci ayant

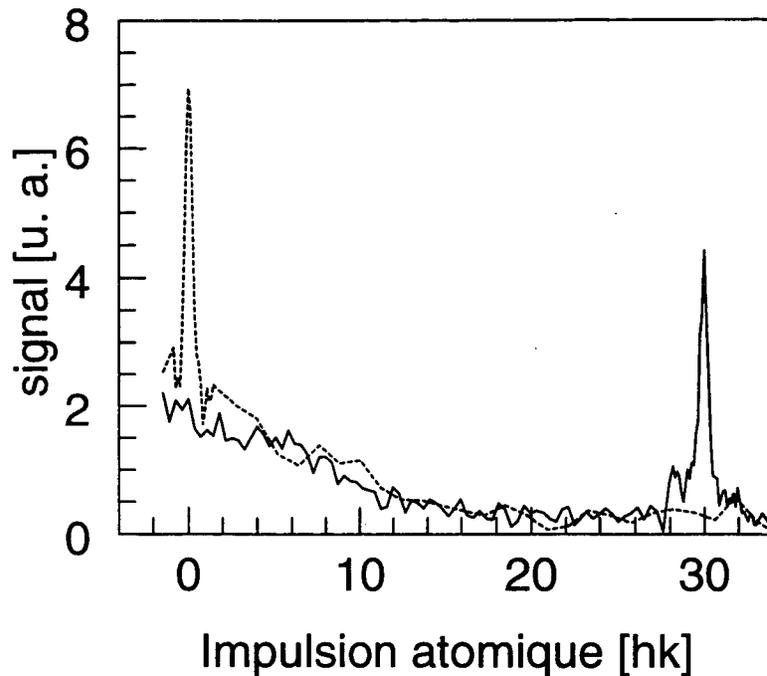


Figure 3.9: *Distribution de vitesse atomique dans le référentiel du laboratoire après quinze oscillations. La courbe en pointillé représente la distribution initiale.*

été conçu pour l'observation d'atomes localisés près du centre du PMO. Cette méthode d'accélération cohérente peut cependant être encore plus performante. Ainsi, pour un potentiel $U_0 = 15 E_R$ et une accélération $a = 70 \text{ m.s}^{-2}$ correspondant à une période de Bloch de 0.1 ms, la taux de transition r vaut 2.10^{-5} et 99.8 % des atomes peuvent être accélérés jusqu'à $200 v_{rec} = 0.7 \text{ m.s}^{-1}$ en 10 ms.

Notons enfin que a_0 dépend de la masse et de la longueur d'onde de la transition atomique comme $1/\lambda^3 m^2$. Ainsi, à U_0 donné, des accélérations beaucoup plus importantes peuvent être appliquées pour des atomes autres que le césium et notamment pour des atomes plus légers.

Atome	a_0 (en m.s^{-2})
Césium	91
Rubidium	278
Sodium	9170
Lithium	90110
Hélium	48730

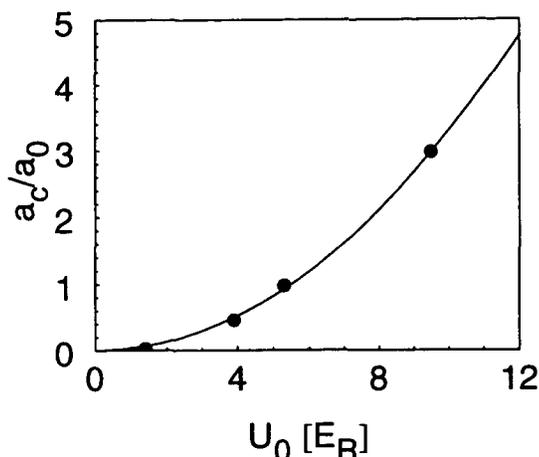


Figure 3.10: Accélération critique a_c en fonction de la profondeur du potentiel U_0 . La courbe en trait plein représente le fit $0.037(U_0/E_R)^2$.

3.5 Echelles de Wannier-Stark

En parallèle avec notre expérience, Mark Raizen et son groupe à Austin ont observé, dans un système assez proche, les échelles de Wannier-Stark atomiques [60], qui sont la contrepartie dans le domaine des fréquences des oscillations de Bloch. Nous donnons ici une présentation des échelles de Wannier-Stark et de leur signification physique ainsi qu'une description de l'expérience menée à Austin³.

3.5.1 Présentation simple

A la fin des années 50, Gregory Wannier a montré, en modélisant le comportement des électrons des solides soumis à un champ électrique constant E , que le continuum de chaque bande se scinde en une série de niveaux discrets avec une séparation en énergie proportionnelle au champ appliqué. En particulier, si la fonction $\phi(z)$ est solution de l'équation de Schroedinger avec l'énergie propre E_0 , alors les fonctions $\phi(z - pa)$ translatées d'un multiple de la période spatiale sont aussi solutions avec l'énergie $E_0 + pFa$ (où $F = eE$ la force appliquée aux électrons de charge e) (figure 3.11). L'écart entre deux niveaux consécutifs s'écrit donc aussi $\Delta E = h\nu_B$ où $\nu_B = 1/\tau_B$ est la fréquence de Bloch.

L'ensemble de ces solutions constitue l'échelle de Wannier-Stark des niveaux d'énergie des électrons. Notons que cette échelle est *infinie*: elle n'a ni minimum ni maximum. En l'absence de champ, la fonction $\phi(z)$ s'étend sur tout le réseau.

³Le lecteur pourra trouver une analyse comparée des deux expériences dans la référence [61].

Il s'agit alors d'un état de Bloch. Par contre, en présence du champ, elle devient localisée dans une région finie de l'espace dont la taille diminue lorsque F augmente. Pour des champs intenses, son extension spatiale peut même se réduire à un seul puits du potentiel.

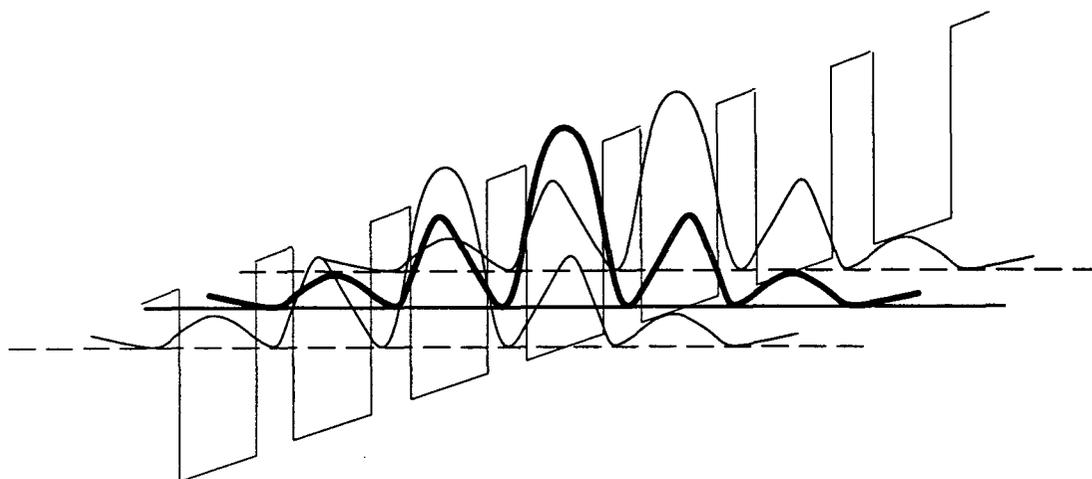


Figure 3.11: Localisation partielle des états propres en présence d'une force extérieure.

Il apparaît finalement que les oscillations de Bloch sont la contrepartie dans le domaine temporel des échelles de Wannier-Stark qui représentent les états stationnaires. Dans notre expérience, l'état initial est un état de Bloch entièrement délocalisé et il est donc superposition linéaire des états propres atomiques en présence de la force. Il va ainsi évoluer avec les fréquences de Bohr du système dont nous venons de voir qu'elles sont multiples de la fréquence de Bloch.

A l'inverse, l'observation directe des échelles de Wannier-Stark nécessite une expérience de spectroscopie des niveaux d'énergie. La première expérience de ce type a été réalisée en 1988 par une mesure d'absorption de la lumière dans un super-réseau semiconducteur de $\text{GaAs-Ga}_{0.65}\text{Al}_{0.35}\text{As}$ de période $40 \text{ \AA} - 20 \text{ \AA}$ [49]. L'expérience menée à Austin, décrite ci-dessous, porte sur l'étude analogue dans un système atomique.

Notons que l'observation de ces échelles impose que les niveaux d'énergie soient résolus et donc que l'écart en énergie $\Delta E = \hbar\omega_B$ soit plus important que la largeur $\hbar\Gamma$ de chaque niveau dû à la diffusion par les impuretés. Cette condition s'écrit $\omega_B/\Gamma > 1$ et correspond au fait que la particule doit effectuer une oscillation complète avant d'être diffusée. Par ailleurs, dans une telle mesure de spectroscopie, le nombre de résonances observées dépend de l'intensité du champ appliqué. Selon l'extension de chaque fonction d'onde, il y a recouvrement avec

un nombre variable de site voisin (figure 3.11). Dans tous les cas, l'écart entre les pics reste cependant égal à la fréquence de Bloch Fa/\hbar .

Remarquons enfin que, dans la description en terme d'échelle de Wannier-Stark, la force (ou l'accélération) maximale qui peut être appliquée est déterminée par la fuite par effet tunnel des états localisés (figure 3.12). Ces états ont une durée de vie finie qui diminue lorsque la force augmente du fait de la réduction de la barrière tunnel. Ce taux de fuite correspond à la probabilité de transition non-adiabatique par oscillation entre bandes d'énergie.

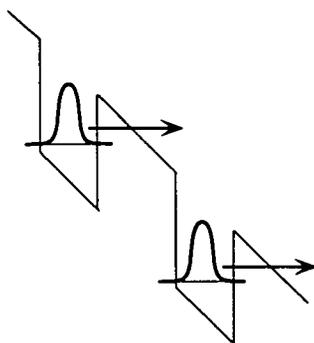


Figure 3.12: *Fuite par couplage tunnel des états localisés.*

3.5.2 L'expérience d'Austin

Sur de nombreux points, l'expérience qui a conduit à l'observation des échelles de Wannier-Stark atomiques [60] est semblable à la notre. M. Raizen et son groupe ont étudié le mouvement d'atomes de sodium refroidis dans un potentiel périodique créé par une onde stationnaire désaccordée. Les atomes sont en plus soumis à une force d'inertie constante créée de même en modifiant linéairement en temps la fréquence d'un des bras de l'onde stationnaire.

La principale différence réside dans la méthode de détection. Dans cette expérience, les atomes ne sont pas refroidis sous la limite du recul et ils remplissent initialement plusieurs bandes d'énergie. La profondeur du potentiel est alors choisie de manière à ce que seuls les atomes de la bande fondamentale soit liés dans le potentiel. Les autres atomes évoluent comme des atomes libres, c'est à dire qu'ils effectuent des transitions non-adiabatiques entre les bandes d'énergie excitées. Dans le référentiel du laboratoire, nous avons montré que ces atomes restent immobiles. A l'inverse, les atomes de la bande fondamentale ont une vitesse non nulle et après quelques oscillations, ils vont se séparer *spatialement* des autres atomes. Il est alors possible de mesurer leur nombre en prenant une image par fluorescence de ces atomes.

Pour observer les échelles de Wannier-Stark, l'équipe d'Austin a rajouté au potentiel un champ oscillant qui sert de sonde pour les niveaux d'énergie. Le potentiel total vaut alors:

$$V_0 \cos(2kz) + Maz + \alpha z \cos(2\pi\nu t) \quad (3.11)$$

L'effet de ce dernier terme est en fait analogue à celui de la lumière dans un solide.

Lorsque la fréquence de modulation ν est égale à la fréquence de transition ν_0 entre la bande fondamentale et la bande excitée ainsi qu'à cette fréquence décalée d'un multiple de la fréquence de Bloch, les atomes de la bande fondamentale sont transférés vers la bande excitée. Ils se comportent alors comme des atomes libres et ne se séparent plus spatialement.

En balayant la fréquence de la sonde, ils ont ainsi observé une variation du nombre d'atomes restant dans la bande fondamentale ce qui correspond à la spectroscopie des échelles de Wannier-Stark⁴. En pratique, les valeurs de la force appliquée sont telles qu'il y a deux résonances symétriques autour de la valeur $\nu = \nu_0$ avec un écart égal, comme attendu, à la fréquence de Bloch (figure 3.13).

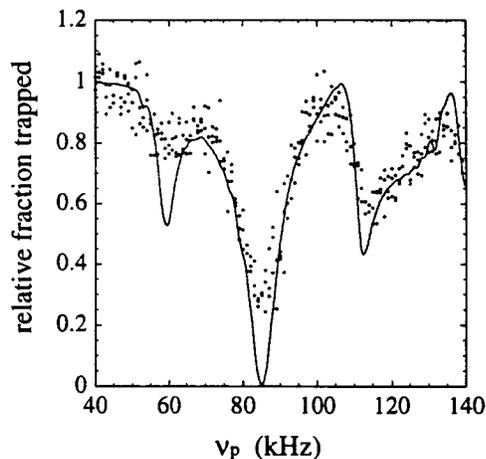


Figure 3.13: *Echelle de Wannier-Stark atomique (figure extraite de [60]).*

⁴Une analyse théorique plus détaillée de cette expérience a été publiée dans la référence [62]. Elle tient notamment compte de la distribution initiale en vitesse et des transitions Landau-Zener.

Annexe C

Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential

M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel
Y. Castin and C. Salomon,
Physical Review Letters,
Volume 76, Numéro 24, pages 4508-4511, Juin 1996.

Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential

Maxime Ben Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin, and Christophe Salomon
*Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond,
 75231 Paris Cedex 05, France*
 (Received 19 January 1996)

Ultracold cesium atoms are prepared in the ground energy band of the potential induced by an optical standing wave. We observe Bloch oscillations of the atoms driven by a constant inertial force. We measure the momentum distribution of Bloch states and effective masses different from the mass of the free atom. [S0031-9007(96)00366-3]

PACS numbers: 32.80.Pj, 03.75.-b

The early quantum theory of electrical conductivity in crystal lattices by Bloch and Zener [1,2] led to the striking prediction that a homogeneous static electric field induces an oscillatory rather than uniform motion of the electrons. These so-called Bloch oscillations have never been observed in natural crystals because the scattering time of the electrons by the lattice defects is much shorter than the Bloch period. In semiconductor superlattices the larger spatial period leads to a much shorter Bloch period (~ 600 fs) and Bloch oscillations have recently been observed through the emission of THz radiation by the electrons [3]. Here we present Bloch oscillations of atoms in the fundamental energy band of a periodic optical potential. We directly measure the atomic momentum distribution evolving in time under the influence of a constant inertial force for various potential depths. We experimentally observe oscillation periods in the millisecond range as well as positive and negative effective masses.

Bloch oscillations are a pure quantum effect which can be explained in a simple one-dimensional model. The periodicity of the lattice (period d) leads to a band structure (Fig. 1) of the energy spectrum of the particle and the corresponding eigenenergies $E_n(q)$ and eigenstates $|n, q\rangle$ (Bloch states) are labeled by the discrete band index n and the continuous quasimomentum q ; $E_n(q)$ and $|n, q\rangle$ are periodic functions of q with period $2\pi/d$ and q is conventionally restricted to the first Brillouin zone $]-\pi/d, \pi/d]$ [4]. Under the influence of a constant external force F , weak enough not to induce interband transitions, a given Bloch state $|n, q(0)\rangle$ evolves (up to a phase factor) into the state $|n, q(t)\rangle$ according to

$$q(t) = q(0) + Ft/\hbar. \quad (1)$$

This evolution is periodic with a period $\tau_B = h/|F|d$ corresponding to the time required for the quasimomentum to scan a full Brillouin zone. The mean velocity in $|n, q(t)\rangle$

$$\langle v \rangle_n(q(t)) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(R(q(t)))}{dq} \quad (2)$$

is an oscillatory function of time with zero mean. As a consequence, a wave packet prepared with a well-defined quasimomentum in the n th band will also oscillate in

position with an amplitude $\Delta_n/2|F|$ where Δ_n is the energy width of the n th band.

In our experiments the periodic potential results from the light shift of the ground state of atoms illuminated by a laser standing wave. The laser is detuned far from any atomic resonance so that spontaneous emission can be neglected. This configuration was first used in the context of atom diffraction [5] leading to the development of atom optics elements, interferometry [6,7], or studies of quantum chaos [8]. In periodic potentials using lasers closer to resonance, spatial ordering has been observed [9]. In this case the concept of a band structure is useful [10], but experimental evidence for it has only been indirect because spontaneous emission spreads the atom distribution over the whole Brillouin zone [11]. Using one-dimensional Raman laser cooling [12,13] we first prepare a gas of free atoms with a momentum spread $\delta p = \hbar k/4$ in the direction of the standing wave, where $\hbar k$ is the photon momentum. The corresponding atomic coherence length $\hbar/\delta p$ extends over several periods $d = \lambda/2 = \pi/k$ of the optical lattice. By adiabatically switching on the light potential this initial momentum distribution is turned into a statistical mixture of Bloch states in the ground energy band with a quasimomentum width $\delta q = \delta p/\hbar$ much smaller than the

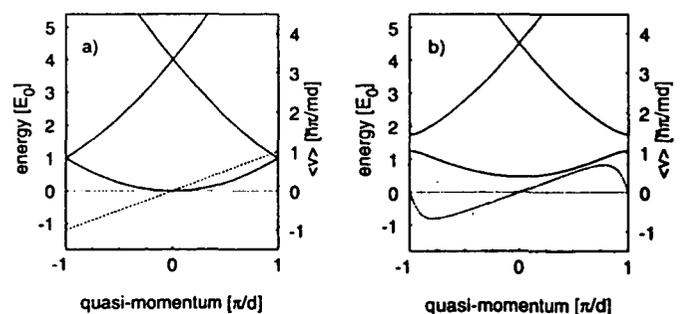


FIG. 1. Band structure $E_n(q)$ (solid line) for a particle in a periodic potential $U(z) = U_0 \sin^2 \pi z/d$ and mean velocity $\langle v \rangle_n(q)$ in the fundamental band (dashed line): (a) free particle case, (b) $U_0 = E_0 = \hbar^2 \pi^2 / 2md^2$. A gap opens at $q = \pm \pi/d$. Under the influence of a weak uniform force, a particle prepared in the fundamental band remains in this band and performs a motion periodic in time called a Bloch oscillation.

width $2k$ of the Brillouin zone. We mimic a constant external force by introducing a tunable frequency difference $\delta\nu(t)$ between the two counterpropagating laser waves creating the optical potential. The reference frame in which the optical potential is stationary is now moving with velocity $\delta\nu(t)\lambda/2$. For a linear variation in time of $\delta\nu(t)$ a constant inertial force $F = -ma = -m\lambda\frac{d}{dt}\delta\nu(t)/2$ is exerted on the atoms in this frame. After a given evolution time t_a , we abruptly switch off the light potential and measure the momentum distribution of the Bloch state at time t_a with a resolution of $\hbar k/18$.

This model system presents several advantages: (i) The initial momentum distribution is well defined and can be tailored at will. (ii) By contrast to solid state systems, the periodic potential, being created by light, can be easily turned on and off. This gives direct access to the momentum distribution of Bloch states. (iii) There is virtually no dissipation or scattering from defects of the potential or from interaction between particles. We observe Bloch periods in the millisecond range, i.e., 10 orders of magnitude longer than in semiconductors.

Our experimental setup for subrecoil laser cooling of cesium atoms has been described previously [13,14]. We use a magneto-optical trap in a low pressure vapor cell to capture atoms and precool them to about $6\ \mu\text{K}$. After turning off the magnetic field we perform 1D Raman cooling with horizontal beams from two diode lasers that are phase locked to a tunable frequency difference around the cesium hyperfine splitting of 9.12 GHz. We use a sequence of Raman square pulses [13], resonant with velocity classes centered at $\pm v_R$, $\pm 2v_R$, and $\pm 4v_R$ where v_R is the recoil velocity $\hbar k/m = 3.5\ \text{mm/s}$. In a cooling time of 12 ms this produces a narrow velocity distribution of atoms in the $F = 3$ ground state, with a nearly Lorentzian line shape of half width at half maximum of $0.24v_R$.

After the cooling phase all lasers are switched off except one of the Raman lasers which generates the optical potential. We split it into two beams and pass each of them through an acousto-optic modulator to control its power and frequency. These beams are superimposed onto the horizontal optical axis of the Raman beams in counterpropagating directions. They have the same linear polarization, equal intensities, and are detuned by $\delta/2\pi = 30\ \text{GHz} = 5700\Gamma/2\pi$ from the $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ atomic resonance line (wavelength $\lambda = 852\ \text{nm}$), where $\Gamma/2\pi = 5.3\ \text{MHz}$ is the natural width of the $6P_{3/2}$ state.

Initially the two beams have the same frequency and their dipole coupling to the atom leads to a light shift which is nearly identical for all Zeeman sublevels of $F = 3$ and varies with the atomic position as $U(z) = U_0 \sin^2 kz$. The potential depth is given by $U_0 = (2/3)\hbar\Gamma(I/I_0)(\Gamma/\delta)$, where I is the laser intensity in one beam, $I_0 = 2.2\ \text{mW/cm}^2$. With a peak intensity of up to $40\ \text{mW/cm}^2$ ($1/\sqrt{e}$ diameter $\approx 4.5\ \text{mm}$) the depth of the potential can be varied between 0 and

about $6E_R$ where $E_R = \hbar^2 k^2/2m = h \cdot 2.068\ \text{kHz}$ is the recoil energy. Since the spontaneous emission rate is at most $4\ \text{s}^{-1}$, it can be totally neglected during our $\sim 10\ \text{ms}$ interaction time.

Initially ($U_0 = 0$) only the Bloch states at the bottom of the ground state energy band are significantly populated. In order to prevent a transfer of population into the higher energy bands the standing wave has to be turned on slowly enough. We have used as adiabaticity criterion the usual condition

$$|\langle n, q | d/dt | 0, q \rangle| \ll |E_n(q) - E_0(q)|/\hbar. \quad (3)$$

In the case $U_0 \leq E_R$ the energy difference in (3) for $n = 1$ remains finite [$E_1(0) - E_0(0) \sim 4E_R$] and condition (3) reads $|\frac{d}{dt}U_0/E_R| \ll 32\sqrt{2}E_R/\hbar$ [15]. For larger values of U_0/E_R the energy gap increases and adiabaticity is more easily fulfilled. We use a rise time of $200\ \mu\text{s}$, largely in the adiabatic regime.

Next a linear frequency ramp of duration t_a up to 8 ms is applied to one of the beams. The resulting inertial force $F = -ma$ has to be small enough to prevent interband transitions which are the most probable when the quasi-momentum $q(t)$ given by (1) reaches the edge of the Brillouin zone: For $q = k$ condition (3) imposes $|ma\lambda/2| \ll (\pi/8)U_0^2/E_R$ for $U_0 \leq 10E_R$. We have used accelerations ranging from $0.43\ \text{m/s}^2$ ($d\delta\nu/dt = 10^6\ \text{Hz/s}$) for a potential depth $U_0 = 0.5E_R$ to $13.2\ \text{m/s}^2$ for $U_0 = 6E_R$. We have checked by a measurement of the final momentum distribution (explained below) that these values do not lead to a significant transfer of atoms to higher bands for several periods of Bloch oscillations. The corresponding frequencies $1/\tau_B$ of the Bloch oscillations are in the range 60 to 1900 Hz.

After a given acceleration time t_a , the standing wave is turned off fast (fall time $\approx 1\ \mu\text{s}$) so that the free atoms keep the momentum distribution corresponding to the Bloch states. This distribution is probed by a 3 ms long velocity-selective Raman pulse of variable detuning. This pulse transfers atoms in a narrow momentum class (resolution $\hbar k/18$) from the $F = 3$ to the $F = 4$ ground state hyperfine level and the fluorescence signal from these atoms is used to measure their number. Scanning of the Raman detuning gives the atomic momentum distribution in the laboratory frame, from which the distribution in the accelerated frame is obtained by a translation of $-mat_a$.

Figure 2 shows the momentum distribution in the accelerated frame at various times t_a , for $U_0 = 2.3E_R$ and $a = -0.85\ \text{m/s}^2$. The initial peak shifts linearly with time while its weight decreases. Simultaneously a second peak emerges at a distance $2\hbar k$; its increasing weight becomes equal to the one of the first peak when $t_a = \tau_B/2$ where $\tau_B = 2\hbar k/|F|$. It keeps growing until $t_a = \tau_B$ where the initial momentum distribution is recovered: The atoms have performed a full Bloch oscillation. Further evolution reproduces this pattern periodically.

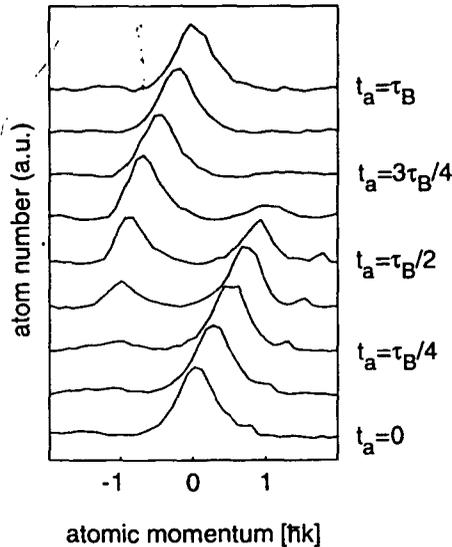


FIG. 2. Bloch oscillations of atoms: momentum distributions in the accelerated frame for equidistant values of the acceleration time t_a between $t_a = 0$ and $t_a = \tau_B = 8.2$ ms. The light potential depth is $U_0 = 2.3E_R$ and the acceleration is $a = -0.85$ m/s². The small peak in the right wing of the first five spectra is an artifact.

These results can be explained as follows. Bloch states of quasimomentum q are coherent superpositions of plane waves, i.e., momentum states $|p = \hbar(q + 2jk)\rangle$ (j integer). Because of the applied force, q evolves in time according to (1) with the initial condition $q(0) = 0$. In the perturbative case considered here ($U_0 \ll 16E_R$), for $q(t_a) \sim 0$ the Bloch state $|n = 0, q(t_a)\rangle$ is very close to the momentum state $|p = \hbar q(t_a)\rangle$: It has very small populations [$\sim (U_0/16E_R)^2 \approx 1\%$] on the $|p = \hbar q(t_a) \pm 2\hbar k\rangle$ momentum states. For $q(t_a)$ close to k , the Bloch state is mainly a linear superposition of the $|p = \hbar q(t_a)\rangle$ and $|p = \hbar[q(t_a) - 2k]\rangle$ momentum states, with equal amplitudes for $q(t_a) = k$, i.e., for $t_a = \tau_B/2$. For $\tau_B/2 < t_a < \tau_B$, $q(t_a)$ scans the $]-k, 0[$ interval of the Brillouin zone and the momentum distribution is turned back into the single initial peak.

In order to further illustrate the oscillatory motion of the atoms, we have deduced from our data the mean atomic velocity as a function of t_a for different values of the potential depth U_0 and for an acceleration $a = \pm 0.85$ m/s². We reduce the smoothing effect due to the width of the quasimomentum distribution as follows: We slice the initial momentum peak into narrow channels labeled i , centered at $q_i(0)$ and of width $k/18$. Following the time evolution of each of these slices, we calculate the mean velocity for the atoms in momentum channels $\hbar q_i(t_a), \hbar q_i(t_a) \pm 2\hbar k$ where $q_i(t)$ evolves according to (1). The contributions of the different channels are combined in one curve after a time translation of $\hbar q_i(0)/F$. We have plotted in Fig. 3 the results for three values of

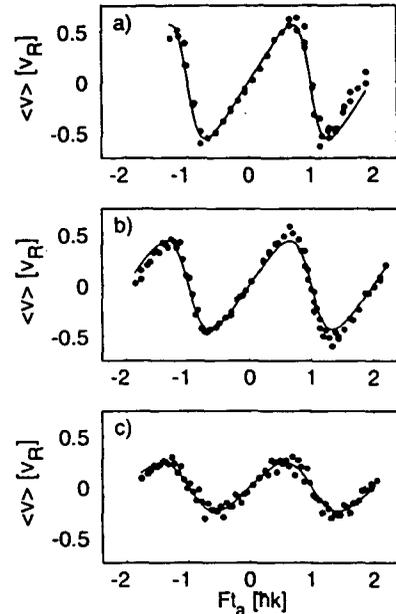


FIG. 3. Mean atomic velocity $\langle v \rangle$ as a function of the acceleration time t_a for three values of the potential depth: (a) $U_0 = 1.4E_R$, (b) $U_0 = 2.3E_R$, (c) $U_0 = 4.4E_R$. The negative values of Ft_a were measured by changing the sign of F . Solid lines: theoretical prediction.

U_0/E_R . The measured Bloch periods agree with the expected value (8.2 ms) to within an uncertainty of 4% and do not depend on U_0 . For $U_0 = 0.54E_R$ the amplitude of the Bloch oscillations is $0.68\hbar k$ and corresponds to an oscillation in position of $3.1 \mu\text{m}$. These amplitudes decrease with growing U_0 [cf. Fig. 4(a)]: The band flattens out as a consequence of the smaller tunnel coupling between neighboring sites of the lattice.

A striking feature of the oscillations presented in Fig. 3 is their asymmetry, which is particularly pronounced for low values of the optical potential: The slope of the mean velocity near the edge of the Brillouin zone ($Ft_a = \pm\hbar k$) is steeper than that near the zone center ($Ft_a = 0, \pm 2\hbar k$). This effect can be described in terms of effective masses: The dynamics of the particle is equivalent to that of a particle in free space: $m^* d\langle v \rangle / dt = F$ with an effective mass $m^*(q)$ given by $\hbar^2/m^* = d^2E_0(q)/dq^2$, which is in general different from the real mass because of the interaction with the potential. In the center and at the edge of the Brillouin zone, the energy band is approximately parabolic, the effective mass is constant, and $\langle v \rangle$ evolves linearly in time. By measuring the slope of $\langle v \rangle(t_a)$ around $t_a = 0$ ($q = 0$) and $t_a = \pm\tau_B/2$ ($q = \pm k$) in Fig. 3, we deduce these two effective masses. In Fig. 4(b), we present their variation with the potential depth U_0 . For weak potentials ($U_0 \rightarrow 0$), $m^*(q = 0)$ tends to the free atom mass m and $m^*(q = k)$ tends to 0. With increasing potential depth the atoms are more tightly bound and the effective masses increase in absolute value. For

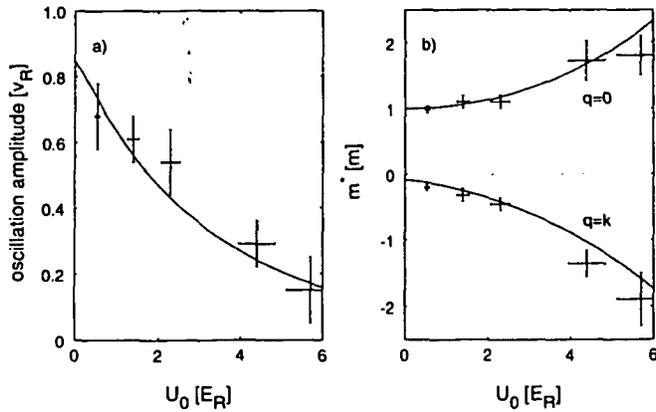


FIG. 4. Amplitude of the Bloch oscillations (a) and effective masses m^* for $q = 0$ and $q = k$ in units of the cesium atomic mass (b) vs potential depth U_0 . Solid lines: theory.

$U_0 = 5.7E_R$, $m^*(0)$ is about twice as large as the free mass. In the limit $U_0 \rightarrow \infty$ the absolute values of $m^*(0)$ and $m^*(k)$ become equal and diverge as $1/\Delta_0$.

We have calculated numerically the band structure for our experimental values of U_0 . The mean velocity of the Bloch states obtained from Eq. (2) is averaged over a statistical mixture of Bloch states corresponding to the experimental resolution, i.e., having a Gaussian distribution of quasimomentum q with standard deviation $k/18$ [16]. The solid lines in Figs. 3 and 4 show the results of these calculations with no adjustable parameter. The agreement with the experimental data is quite good. By integrating over time the data $\langle v(t_a) \rangle$ of Fig. 3 [see Eq. (2)], we have also reconstructed experimentally the fundamental energy band.

Finally we have made preliminary investigations of atom acceleration in the case $U_0 = 5.7E_R$. We could still observe Bloch states after $15\tau_B$. In the laboratory frame, this corresponds to a coherent momentum transfer of $30\hbar k$, producing an atomic beam with subrecoil momentum spread ($\hbar k/4$) in the beam direction. After optimization, this technique should be useful to produce atomic beams with long coherence length from cold atoms prepared in a trap.

We are grateful to C. Cohen-Tannoudji, G. Grynberg, G. Bastard, J. Dalibard, and M. Raizen for stimulating discussions. E.P. and J.R. acknowledge

support from the European Union through the HCM program. This work was supported in part by NEDO, CNES, and Collège de France. Laboratoire Kastler Brossel is Unité de Recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

- [1] F. Bloch, Z. Phys. **52**, 555 (1929).
- [2] C. Zener, Proc. R. Soc. London A **145**, 523 (1934).
- [3] C. Waschke, H. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, and K. Köhler, Phys. Rev. Lett. **70**, 3319 (1993).
- [4] See, e.g., N.W. Ashcroft and N.D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders, Philadelphia, 1976).
- [5] P.L. Gould, G.A. Ruff, and D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **56**, 827 (1986); P.J. Martin, B.G. Oldaker, A.H. Miklich, and D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **60**, 515 (1988).
- [6] For a recent review, see C.S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynck, Phys. Rep. **240**, 143 (1994).
- [7] E. Rasel, M. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **75**, 2633 (1995); D.M. Giltner, R.W. McGowan, and S.A. Lee, Phys. Rev. Lett. **75**, 2638 (1995).
- [8] F.L. Moore, J.C. Robinson, C. Bharucha, P.E. Williams, and M.G. Raizen, Phys. Rev. Lett. **73**, 2974 (1994).
- [9] For a recent review, see M.G. Prentiss, Science **260**, 1078 (1993).
- [10] Y. Castin and J. Dalibard, Europhys. Lett. **14**, 761 (1991).
- [11] M. Doery, M. Widmer, J. Bellanca, E. Vredenburg, T. Bergeman, and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **72**, 2546 (1994).
- [12] M. Kasevich and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992).
- [13] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **75**, 4575 (1995).
- [14] J. Reichel, O. Morice, G.M. Tino, and C. Salomon, Europhys. Lett. **28**, 477 (1994).
- [15] The adiabaticity criterion would have been more stringent for a value of q closer to the boundary k of the Brillouin zone, where the band gap vanishes with U_0 .
- [16] The averaging has a significant influence only for the smallest values of U_0 and around $q = \pm k$ where $\langle v \rangle$ changes very quickly. It explains why the oscillation amplitude does not converge to v_R in Fig. 4(a) and why the effective mass $m^*(k)$ does not tend to 0 in Fig. 4(b), for $U_0 \rightarrow 0$.

Chapitre 4

Une approche “Optique quantique”

4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons donné une description de la dynamique des atomes à l'aide de concepts inspirés de la physique des solides. Dans la mesure où le système n'est composé que d'atomes et de photons, il est également possible d'utiliser une approche avec le formalisme de l'optique quantique¹. Dans cette approche, nos résultats s'interprètent comme des processus de redistribution de l'énergie et de l'impulsion entre atomes et photons. Cette analyse met l'accent sur l'interaction entre particules et elle diffère de celle introduite auparavant qui privilégiait l'aspect ondulatoire des atomes en mouvement dans une structure périodique. En ce sens, il s'agit d'une manifestation de la dualité onde-particule propre à la mécanique quantique.

Dans le référentiel du laboratoire, les atomes sont soumis à deux ondes ayant un écart en fréquence $\Delta\omega$ variable. Leur dynamique est alors bien décrite en terme de transitions Raman stimulées: les atomes absorbent un photon de haute énergie avant de rémettre de manière stimulée un photon de plus basse énergie (figure 4.1). Ces transitions ont lieu lorsque le désaccord entre les ondes compense la différence d'énergie cinétique. On montre alors que, lorsque le désaccord $\Delta\omega$ change linéairement en temps, les atomes effectuent une succession de *passages adiabatiques rapides* entre des états d'impulsions différant de $2\hbar k$ (figure 4.2).

Une description plus détaillée de ces interactions est indiquée dans la référence [67] donnée en annexe de ce chapitre. Le lecteur trouvera dans l'appendice de cette référence une démonstration explicite de l'équivalence de ces deux approches.

¹Une approche théorique similaire a également été développée, de manière indépendante, par K. Marzlin et J. Audrestch à l'université de Constance [66].

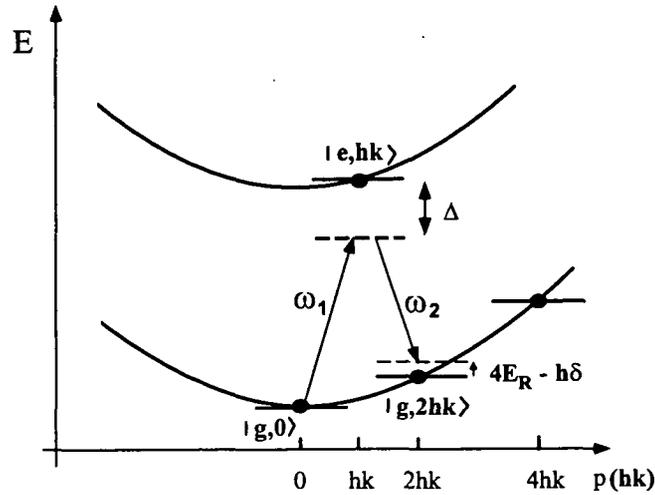


Figure 4.1: *Transitions Raman stimulées entre les états d'impulsion $|2n\hbar k\rangle$.*

Nous y donnons notamment l'expression de la transformation unitaire qui permet de passer de l'analyse dans le référentiel du laboratoire à celui accéléré.

Le lecteur pourra constater que le principe de la technique d'accélération cohérente est plus explicite dans l'approche "Optique Quantique": les atomes effectuent un grand nombre de passages adiabatiques ce qui se traduit par un transfert cohérent d'impulsions. Notons enfin que l'analogie entre les deux descriptions repose essentiellement sur l'interprétation du potentiel périodique optique comme un effet de redistribution de photons. Dans un système électronique, le potentiel des ions n'est d'ordinaire pas quantifié et il n'y a donc pas de description analogue.

4.2 Mesure de h/m

Cette technique de transfert cohérent d'impulsions permet en outre une mesure de la constante h/m . Le principe de cette mesure repose sur le fait que chaque transition Raman stimulée (ou, de manière équivalente, chaque oscillation de Bloch) se traduit par une variation de vitesse exactement égale à $2v_{rec}$. En effectuant n transitions successives, on peut mesurer avec les faisceaux Raman une différence de vitesse $2nv_{rec}$ ce qui correspond à un désaccord Raman $\delta = 2nk v_{rec}$. On a ainsi accès à la valeur de h/m en unités de fréquence (la valeur de k étant connue).

Il est possible d'estimer alors la précision de cette méthode de mesure [68]. La

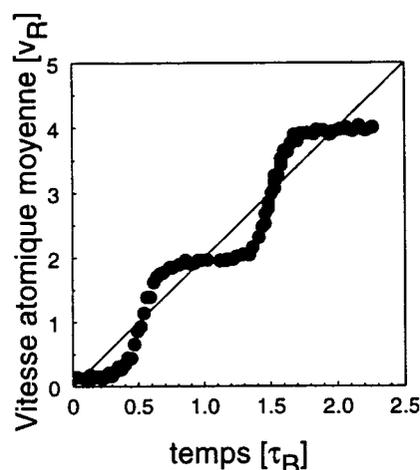


Figure 4.2: *Vitesse moyenne des atomes dans le référentiel du laboratoire.*

durée τ de l'expérience est principalement déterminée par l'étalement transverse du nuage hors des faisceaux. Les atomes ayant une vitesse transverse initiale de l'ordre de 2 cm/s et en utilisant des faisceaux de largeur 1-2 cm, on peut choisir une durée τ de l'ordre de 300 à 400 ms. Notons déjà que cela nécessite d'employer une géométrie dans laquelle les atomes sont accélérés suivant la direction verticale.

En suivant les résultats indiqués au chapitre 3, on peut utiliser une accélération de $a = 70.4 \text{ m/s}^2$ pour laquelle le taux de perte par période vaut 2.10^{-5} . Pour $\tau = 380 \text{ ms}$, on peut ainsi réaliser $n = 3800$ transferts d'impulsion en perdant 7 % des atomes. Dans ce processus, les atomes se déplacent d'une distance $a\tau^2/2 = 5 \text{ m}$ ce qui est encore réalisable expérimentalement.

Si on considère une largeur initiale de la distribution de $v_{rec}/4$ (ce qui a déjà été obtenu) et un rapport signal/bruit de 1000, on peut estimer la précision de la mesure:

$$\frac{1}{1000} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{7600} = 3.3 \times 10^{-8} \quad (4.1)$$

Ce chiffre est comparable à la méthode interférométrique de mesure de h/m actuellement utilisée dans le groupe de S. Chu à Stanford [69] dont le but est d'atteindre une précision de l'ordre de quelques 10^{-9} . Notons que la méthode proposée ici est une mesure de fréquence à la différence de l'expérience de Stanford qui est une mesure de phase. Cela en fait une technique *a priori* moins sensible aux effets parasites [68].

Annexe D

Bloch Oscillations, Rapid Adiabatic Passage and Monokinetic Atomic Beams

E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule
Y. Castin and C. Salomon,
Physical Review A,
Volume 55, Numéro 4, pages 2989-3001, Avril 1997.

Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams

Ekkehard Peik,* Maxime Ben Dahan, Isabelle Bouchoule, Yvan Castin, and Christophe Salomon
Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

(Received 18 July 1996)

We study the dynamics of ultracold atoms in a periodic optical potential submitted to a constant external force. Bloch oscillations in the fundamental and first excited bands of the potential are observed. In addition to a solid-state analysis we give a quantum-optics interpretation of this effect in terms of photon exchanges between the atoms and the laser waves. The dynamics of Bloch oscillations are equivalent to a sequence of adiabatic rapid passages between momentum states and can be described using the dressed-atom approach. We demonstrate efficient and dissipation-free acceleration of atoms by coherent transfer of a large number of photon momenta (≈ 100). This technique produces atomic beams with a very small longitudinal velocity spread that may find applications in atom optics and precision measurements. [S1050-2947(97)03504-X]

PACS number(s): 32.80.Pj, 03.75.-b, 03.65.-w

I. INTRODUCTION

Manipulation of atoms with lasers has progressed considerably in the last decade [1]. In this paper, we analyze the behavior of ultracold atoms in the light field of two counterpropagating laser waves. When these waves are detuned far from any atomic resonance, the light shift of the ground state leads to a conservative periodic potential with spatial period $\lambda/2$, half the laser wavelength. This configuration was first used in the context of atom diffraction [2] leading to the development of atom-optics elements, interferometry [3,4], or studies of quantum chaos [5]. We use Raman subrecoil laser cooling techniques [6,7] to prepare the atoms with a momentum spread δp smaller than the photon momentum $\hbar k$ in the direction of the optical lattice. The corresponding coherence length $h/\delta p$ thus extends over several periods of the potential.

If the two counterpropagating waves have a time-dependent frequency difference they form a "standing wave" in a moving reference frame. If, in addition, the frequency difference varies linearly with time, the reference frame in which the optical potential is stationary is uniformly accelerated. In this frame the atoms experience a constant inertial force in addition to the force induced by the optical potential. As shown in recent papers [8,9], this simple system "atom+moving standing-wave" models quite well the case of electrons in a perfect crystal under the influence of a constant electric field [10–12]. For instance, Bloch oscillations (BO) of atoms in a light lattice [8], as well as Wannier-Stark ladders [9], have recently been observed.

These experiments have been made possible thanks to several differences that exist between electrons in solids and atoms prepared in an optical potential. (i) The initial momentum distribution of atoms is well defined, can be tailored at will, and can be much narrower than h/a , where a is the lattice period. By adiabatically switching on the optical potential, this narrow momentum distribution is turned into a statistical mixture of Bloch states in a given energy band

with a quasimomentum width $\delta q = \delta p/\hbar$ much smaller than the width $2\pi/a$ of the Brillouin zone. (ii) The periodic potential, being created by light, can be easily turned on and off. With sudden switch-off we can directly measure the momentum distribution of Bloch states [8]. (iii) There is virtually no scattering from defects of the potential or from interactions between particles. (iv) Bloch oscillations in the time domain can have periods in the millisecond range, i.e., ten orders of magnitude longer than in semiconductors [13–16].

Because the periodic optical potential has its origin in photon redistribution between the two counterpropagating laser waves, we can develop a "quantum-optics" description of the atomic motion in a frequency-chirped standing wave without reference to solid-state concepts, such as band theory. This description, which is equivalent to the Bloch formalism, offers new insights into the physical phenomena. In the nondissipative case, the momentum of the atoms, in the laboratory frame, can only change in units of $2\hbar k$ via absorption from one wave and stimulated emission into the other. The dynamics is thus conveniently described in terms of Raman transitions between momentum states, occurring when the frequency difference between the two waves fulfills the energy-conservation condition. The increasing frequency difference leads to a succession of adiabatic rapid passages between momentum states differing by $2\hbar k$, resulting in a coherent acceleration of the atoms in the laboratory frame. We will show the connection with the recoil-induced resonances, which have been recently observed for atoms trapped in *dissipative* optical lattices [17] in which the momentum spread is several times greater than $\hbar k$ [18].

The coherent acceleration of the atoms associated with the Bloch oscillations or equivalently with the successive adiabatic rapid passages, is a new tool for producing atomic beams with a very narrow momentum distribution in the propagation direction [19]. For instance, we have been able in preliminary experiments, to accelerate a cloud of cesium atoms to an average momentum of $80\hbar k$ while maintaining the initial momentum spread of $\hbar k/4$ along the standing-wave direction.

We have organized our paper in the following way: in Sec. II, we give a detailed description of the experimental setup. Then in Sec. III, following Ref. [8], we analyze our

*Present address: Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Hans-Kopfermannstr. 1, D-85748 Garching, Germany.

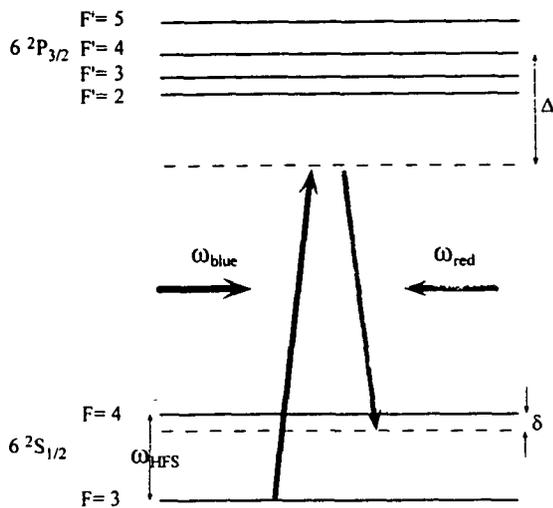


FIG. 1. Cesium energy levels and Raman beams for subrecoil cooling. The high-frequency Raman beam (at ω_{blue}) is also used to create the chirped standing wave for the Bloch oscillations. Δ is typically 30 GHz, such that direct excitation of the $2P_{3/2}$ state is negligible during the 20 ms interaction time.

experiments in terms of atoms in a periodic potential induced by light under the influence of a constant force. We present our results on Bloch oscillations in the fundamental band and compare Bloch oscillations in the fundamental and the first excited band. In Sec. IV we give a quantum optics description of Bloch oscillations using the concepts of adiabatic rapid passage and Landau-Zener transitions. Bloch oscillations are also depicted in the dressed-atom basis. Finally, in Sec. V, we apply the previous analyses to the coherent acceleration of cold atomic wave packets and present experimental results.

II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental apparatus consists of a vapor-cell magneto-optical trap (MOT) for cesium atoms [20], a laser system for loading the trap and precooling the atoms in optical molasses [1,21], and a laser system for Raman cooling [6,7,22] and for generating the chirped standing wave. All lasers employed in the experiment are diode lasers, operating on wavelengths close to the cesium $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ transition at 852 nm (cf. Fig. 1). Part of this setup has been used in previous experiments on Raman cooling of cesium [7,22].

The cesium cell is a hollow glass cube of 12 cm side-length, antireflection coated on the outside and pumped by a 25 l/s ion-getter pump. The cesium vapor pressure is on the order of 10^{-8} mbar, providing about 10^8 atoms into the MOT in a loading time of 500 ms. The cell together with the magnetic-field coils of the MOT is placed in a two-layer mumetal shield, surrounded by a set of three pairs of large compensation coils. After loading the MOT, the field is switched off and allowed to decay in a time of 200 ms. During this period the atoms are cooled in an optical molasses to a momentum spread of $5\hbar k$, corresponding to a temperature of $6\mu\text{K}$. When Raman cooling is begun after the molasses period, the magnetic field has decreased to a value on the order of 100 μG . Raman cooling and interaction with a chirped standing wave are performed while atoms are in

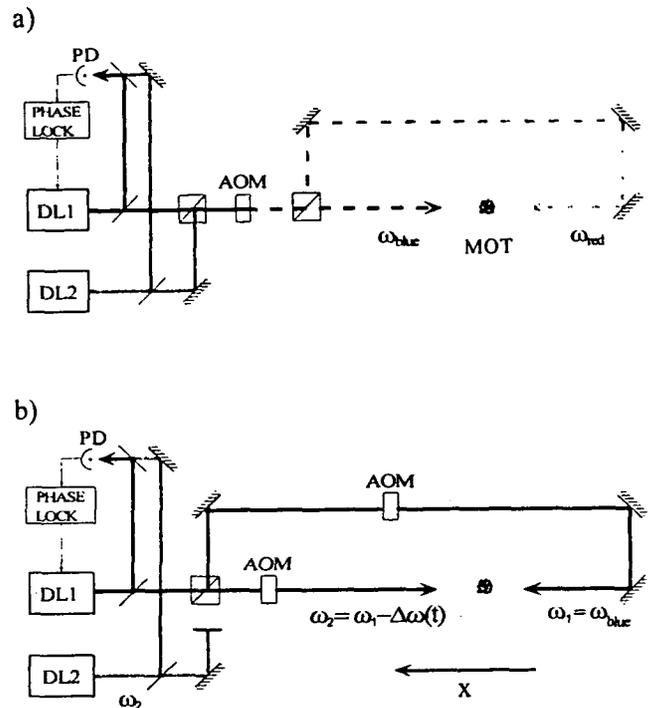


FIG. 2. (a) Magneto-optical trap and Raman beams used for subrecoil cooling and probing of the momentum distribution of Bloch states in the laboratory frame. The frequency difference of the two laser diodes DL_1 and DL_2 is phase locked to a tunable frequency source near the cesium ground-state hyperfine frequency. (b) After the subrecoil cooling phase, the beam of DL_2 is blocked and the beam of DL_1 is passed through AO modulators to produce the chirped standing wave.

free fall under gravity. The diameter of the horizontal laser beams limits our interaction time to 25 ms.

The laser system for the MOT and optical molasses consists of a master laser, frequency narrowed by feedback from an external Fabry-Pérot cavity and locked to a saturated absorption resonance in a small cesium cell. The different detunings from the $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F=5$ resonance for the MOT and molasses are controlled using an acousto-optical modulator (AOM). The radiation from this frequency stable laser is used to inject a 150 mW slave diode laser, whose output is spatially filtered and separated into the six beams required for the MOT. Repumping radiation on the $6S_{1/2}, F=3 \rightarrow 6P_{3/2}, F=4$ line is provided by a third diode laser, frequency stabilized by feedback from an optical grating. During the Raman cooling phase and the chirped standing-wave phase, all these beams are blocked by mechanical shutters and their AOMs are turned off to avoid any light shift due to near resonant photons. To drive the Raman transition between the two hyperfine ground states of the cesium atom, two grating stabilized extended cavity diode lasers are optically phase locked at a frequency offset of 9.192 GHz [23], as shown in Fig. 2. The detuning of these lasers from the $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F=5$ line is measured by observing the beat note between one of them and the laser that provides the radiation for the MOT. We typically worked at a detuning Δ of 30 GHz, a value corresponding to about 5700 natural linewidths Γ of the cesium transition and larger than the hyperfine splittings of both the excited and

the ground state. This detuning is sufficiently large to avoid excitation of the $6P_{3/2}$ level, which would be followed by the random momentum transfer due to the spontaneous emission of a photon. It also reduces the differential light shifts between the Zeeman sublevels of the ground state. This is essential for our method of Raman cooling using square pulses [7] and for the observation of BO, where all the atoms should experience the same light shift potential, irrespective of their magnetic quantum state.

Each of the two Raman beams is amplified by injection locking of a high power diode laser (200 mW). The two beams are superimposed, passed through an AOM that controls the envelope of the Raman pulses, a spatial filter, a Pockels cell, and a polarizing beam splitter. The latter are used to exchange the directions of the two beams and, hence, the sign of the transferred momentum. The two beams finally pass the cesium cell with a diameter at $1/\sqrt{e}$ intensity of 6 mm, a peak intensity of 70 mW/cm^2 and having orthogonal linear polarizations. They are superimposed antiparallel to each other and aligned horizontally with a precision of about 5° (cf. Fig 2). A distributed Bragg reflector (DBR) laser diode stabilized on the $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F=4$ transition is used to pump the atoms back to the $F=3$ ground state after each Raman transfer. In order to diminish its sensitivity against parasitic external feedback we use this diode in an extended cavity configuration with controlled feedback from a piezo-mounted partial reflector. This beam is superimposed on one of the MOT axes and makes an angle of 3° with the Raman beams. With an intensity of 20 mW/cm^2 , pulses with a duration of $10 \mu\text{s}$ were used to effectively repump all the atoms.

The chirped standing wave is generated from the Raman laser having the higher frequency (cf. Fig. 2). Its output is split into two beams that pass through two acousto-optical modulators and spatial filters. One of these AOMs is driven by a quartz oscillator at a fixed frequency of 80 MHz, and the other by a variable radio frequency obtained by mixing a quartz oscillator at 60 MHz with the output of an arbitrary-function generator around 20 MHz. The system allows us to turn on the two beams with a variable rise time (on the order of $200 \mu\text{s}$), to apply a frequency ramp with variable slope, and to finally turn the beams off fast (within $1 \mu\text{s}$). The frequency difference is controlled by monitoring the beat note between the two AOM drives. The two beams have a diameter at $1/\sqrt{e}$ intensity of 4.5 mm, a peak intensity of 40 mW/cm^2 and parallel linear polarizations. They are superimposed onto the horizontal optical axis of the Raman beams in counterpropagating directions.

Derived from the MOT laser is a vertical probe beam, composed of two counterpropagating waves having the same circular polarization. It is used to excite the $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F=5$ transition, so that the number of atoms in the $F=4$ ground-state hyperfine level can be measured via the detected fluorescence signal on a photodiode. The velocity distribution of the atoms is probed by velocity selective Raman transitions: the Raman beams are counterpropagating and a Raman pulse first transfers one velocity class of the $F=3$ atoms to the otherwise empty $F=4$ level. Then the probe beam measures the number of atoms in $F=4$. This sequence (Raman pulse-probe beam) is repeated while scanning the detuning of the Raman lasers in order to

record the atomic velocity distribution.

III. BLOCH OSCILLATIONS

In this section we analyze our experimental situation in terms of a particle in a one-dimensional (1D) periodic potential submitted to a constant force. This problem corresponds, for instance, to electrons in a crystal under the influence of a constant homogeneous electric field. This situation, originally studied by Bloch [10] in the late twenties led to the prediction of striking phenomena [11]. This "solid-state analysis" is the point of view we have chosen in Ref. [8]. We recall here the main aspects, with some additional comments, and present our experimental results.

A. Theory

Let us first consider the case where no external force is applied on the particle. The Hamiltonian of the particle is, thus, simply

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x), \quad (1)$$

where m is the mass of the particle and V satisfies $V(x+a) = V(x)$ (a is the period of the potential). The properties of the eigenstates and eigenenergies of this Hamiltonian are usually derived from the Bloch theorem [24]. This theorem states that the eigenenergies $E_n(q)$ and the eigenstates $|n, q\rangle$ of H are labeled by: (i) a discrete band index n , (ii) a continuous quasimomentum q . The eigenfunctions Ψ can be written

$$\Psi_{n,q}(x) = \langle x | n, q \rangle = e^{iqx} u_{n,q}(x), \quad (2)$$

where $|u_{n,q}\rangle$ is spatially periodic with the periodicity a of the lattice and satisfies the Schrödinger equation

$$H_q |u_{n,q}\rangle = E_n(q) |u_{n,q}\rangle \quad \text{with} \quad H_q = \frac{(p + \hbar q)^2}{2m} + V(x). \quad (3)$$

Furthermore, $|n, q\rangle$ and $E_n(q)$ are periodic functions of the quasimomentum q with period $2\pi/a$ and q is, thus, conventionally reduced to the first Brillouin zone $]-\pi/a, +\pi/a]$. All these results can be collected in a band structure which is simply the energy spectrum of the particle (Fig. 3).

If a constant and spatially uniform force F is suddenly applied to the particle for $t > 0$, the initial Bloch state $|n, q\rangle$ is no longer an eigenstate of the resulting Hamiltonian

$$H' = \frac{p^2}{2m} + V(x) - Fx. \quad (4)$$

However, the Bloch form [Eq. (2)] for the wave function is preserved

$$\Psi(x, t) = e^{iq(t)x} u(x, t) \quad (5)$$

with a time-dependent quasimomentum $q(t)$ given by

$$q(t) = q(0) + Ft/\hbar \quad (6)$$

and a spatially periodic part evolving as

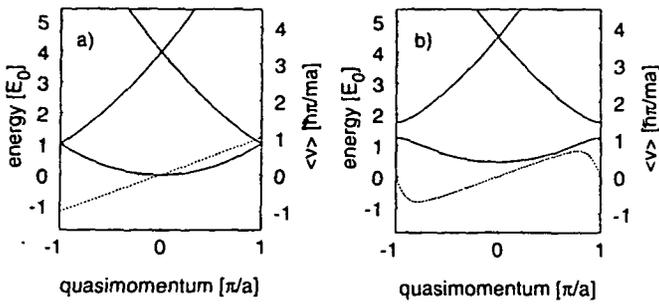


FIG. 3. Band structure $E_n(q)$ (solid line) for a particle in a periodic potential $U(x) = U_0 \sin^2 \pi x/a$ and mean velocity $\langle v \rangle_0(q)$ in the fundamental band (dashed line): (a) free particle case, (b) $U_0 = E_0 = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2$. A gap opens at $q = \pm \pi/a$. Under the influence of a weak uniform force, a particle prepared in the fundamental band remains in this band and performs a motion periodic in time called a Bloch oscillation.

$$i\hbar \frac{d}{dt} |u(t)\rangle = H_{q(t)} |u(t)\rangle. \quad (7)$$

Furthermore, when F is weak enough not to induce interband transitions the adiabatic approximation can be applied to Eq. (7). In this case $|u(t)\rangle$ is equal to $|u_{n,q(t)}\rangle$ up to the phase factor $\exp[-i \int_0^t d\tau E_n(q(\tau))/\hbar]$. Since the quasimomentum Eq. (6) scans the reciprocal lattice with uniform speed, the wave function $\Psi(x,t)$ is periodic in time with a period

$$\tau_B = \frac{h}{|F|a}, \quad (8)$$

corresponding to a $2\pi/a$ shift for the quasimomentum or equivalently to a full scan of the first Brillouin zone. The mean velocity of the particle in state $|n,q(t)\rangle$,

$$\langle v \rangle_n(q) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(q)}{dq}, \quad (9)$$

is a periodic function of q as $E_n(q)$. Since q evolves linearly in time, $\langle v \rangle_n(t)$ is an oscillatory function with zero mean value. These so-called ‘‘Bloch oscillations’’ have never been observed in a natural lattice for electrons in a dc electric field, because the coherent evolution is limited to a tiny fraction of the Brillouin zone by collisions with lattice defects or impurities [13]. However, this effect has been recently observed in semiconductor superlattices [14–16].

In order to observe BO it is crucial that the force F remains weak enough not to induce interband transitions. We apply the usual adiabaticity criterion [25] to Eq. (7)

$$\left| \left\langle u_{n,q} \left| \frac{d}{dt} \right| u_{n',q} \right\rangle \right| \ll |E_n(q) - E_{n'}(q)|/\hbar \quad (n \neq n'). \quad (10)$$

Taking the derivative of Eq. (3) with respect to q we obtain (as in [24]) $\langle u_{n,q} | d/dq | u_{n',q} \rangle = \langle u_{n,q} | \hbar p/m | u_{n',q} \rangle / [E_{n'}(q) - E_n(q)]$, for $n \neq n'$. Condition (10) then imposes for the fundamental band and $q = k$ (the most critical point) $|ma\lambda/2| \ll (\pi/8)U_0^2/E_R$ in the perturbative regime $U_0 \leq 10E_R$. One could think of increasing the potential depth in order to make the condition (10) easier to satisfy.

This would, however, flatten the lowest bands, thus reducing the amplitude of the oscillations and making it difficult to measure. On the other hand, a minimal force is required to scan the whole first Brillouin zone in the limited time of the experiment, thus imposing a lower limit on the potential depth.

As described in [8], our periodic potential results from the light shift of the ground state of atoms in the light field of a one-dimensional linearly polarized standing wave provided by two counterpropagating beams with equal intensity. All Zeeman sublevels of $F = 3$ are equally shifted and the corresponding potential is equal to

$$U(z) = U_0 \sin^2(kx) = \frac{U_0}{2} [1 - \cos(2kx)], \quad (11)$$

with

$$U_0 = (2/3)\hbar\Gamma(I/I_0)(\Gamma/\Delta), \quad (12)$$

where I is the laser intensity in one beam and $I_0 = 2.2$ mW/cm² is the saturation intensity. This potential is periodic with spatial period $\lambda/2$ corresponding to a first Brillouin zone extending in the reciprocal lattice between $-\pi/(\lambda/2) = -k$ and $+\pi/(\lambda/2) = +k$. The natural energy scale is then the recoil energy $E_R = (\hbar k)^2/2m$. In our experiments, the potential depth is adjustable up to about $20 E_R$. Resonant excitation to $6P_{3/2}$ and subsequent spontaneous emission depends on laser intensity and detuning and thus, for large enough detuning, dissipation can be made negligible. For typical conditions ($U_0 = 5E_R$ and $\Delta = 30$ GHz), the mean excitation rate per atom is 4 s^{-1} . The excitation probability is very small during the 25 ms interaction time.

If we introduce a tunable frequency difference $\Delta\nu(t)$ between the two waves, the light field is no longer a standing wave in the laboratory frame. For a constant frequency difference, this corresponds to a uniform drift while for a difference linear in time the standing wave is stationary in an accelerated frame. In this frame, the atoms thus experience a constant inertial force in addition to the effect of the periodic potential (Appendix)

$$F = -ma = -m \frac{\lambda}{2} \frac{d}{dt} \Delta\nu(t) = -\frac{m}{2k} \frac{d}{dt} \Delta\omega(t). \quad (13)$$

B. Experimental sequence

In our experiments we first perform Raman subrecoil cooling, which is essential to produce an initial velocity distribution with a width smaller than the extension of the first Brillouin zone [6,22,7]. Equivalently, one can say that the coherence length $\hbar/\delta p$ of the atoms extends over several periods $a = \lambda/2 = \pi/k$ of the potential, i.e., the atoms really experience a periodic potential. Furthermore, as shown in Fig. 4 and in [8], amplitudes of the BO in the fundamental band are less than a recoil velocity making it impossible to detect with a broad molasses velocity distribution. Here we have used 1D Raman cooling with square pulses [7] to prepare atoms in 12 ms in a narrow peak with a nearly Lorentzian line shape of half width at half maximum of $0.24v_R$ (where v_R is the recoil velocity $\hbar k/m = 3.5$ mm/s).

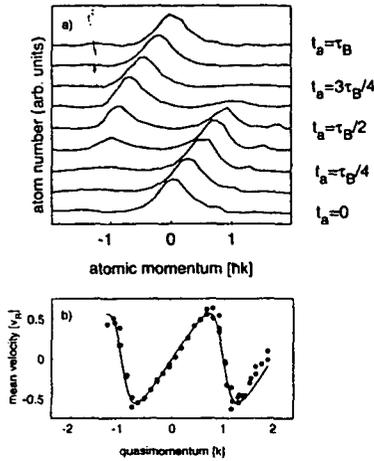


FIG. 4. Bloch oscillations of atoms in the fundamental band: (a) momentum distribution of Bloch states in the accelerated frame for equidistant values of the acceleration time t_a between $t_a=0$ and $t_a=\tau_B=8.2$ ms. (The small peak in the right wing of the first five spectra is an artifact created by a stray reflection of the Raman beams on the cell windows). (b) Mean atomic velocity in units of the photon recoil velocity v_R . Solid line: theory. The light potential depth is $U_0=2.3E_R$ and the acceleration is $a=-0.85$ m/s².

We then adiabatically turn on the potential by linearly increasing the intensity of the standing wave with a rise time of about 200 μ s. This duration is much longer than the adiabatic limit given by a criterion similar to Eq. (10) in which the time dependence comes from the rate of change of U_0 rather than from $q(t)$. We can thus prepare a statistical mixture of Bloch states around $q=0$ with a width of $q/4$ in the fundamental band. The control of the initial state appears to be a great advantage compared to solid-state experiments. We can actually prepare Bloch states with nearly any initial quasimomentum in any band by introducing a constant frequency shift $\Delta\nu$ between the two waves while we turn on the potential. In the standing-wave frame the atoms are moving with velocity $v_0 = -(\Delta\nu)\lambda/2$. If the absolute value of mv_0 is between $n\hbar k$ ($n=0,1,2,\dots$) and $(n+1)\hbar k$, the corresponding Bloch state lies in the n th band. The quasimomentum is $q_0 = mv_0/\hbar \pm (n+1)k$ for odd n and $q_0 = mv_0/\hbar \pm nk$ for even n . + and - correspond, respectively, to negative and positive values of v_0 . This is not valid for the zone boundaries [$mv_0 = \pm(n+1)\hbar k$] where levels are initially degenerate, making it impossible to prepare the atoms in a single band.

We apply a constant force for various times t_a limited to 8 ms and finally switch off the potential abruptly ($\approx 1 \mu$ s). In this way the atoms keep the velocity distribution of the final Bloch states, which can then be measured using the Raman technique [6]. This is a second important difference with solid-state physics in which the effect of the periodic potential cannot be turned off. In our experiments, the Raman velocity selective transitions allow a resolution of about $v_R/18$, much smaller than the extension of the Brillouin zone and the initial momentum spread. This measurement provides the velocity distribution in the laboratory frame. The distribution in the accelerated frame is simply obtained from the distribution in the laboratory frame by a translation of $-mat_a$.

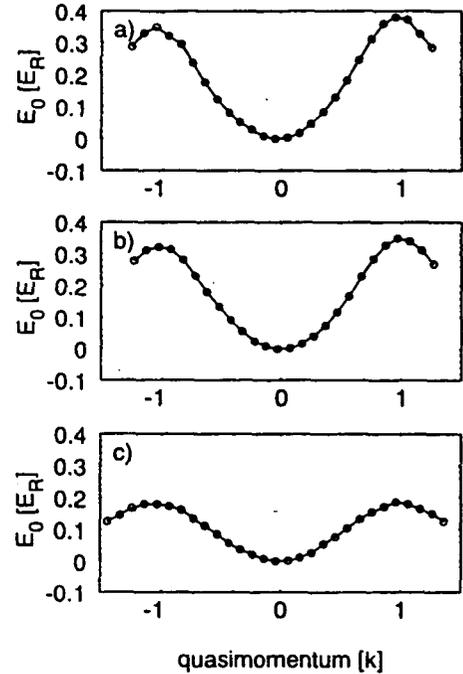


FIG. 5. Experimental determination of the fundamental energy band for (a) $U_0=1.4E_R$, (b) $2.3E_R$, (c) $4.4E_R$. This determination is obtained by integrating the mean velocity over quasimomentum [Eq. (9)].

C. Results in the accelerated frame

We have already presented Bloch oscillations in the fundamental band ($n=0$) in [8]. For sake of completeness the evolution of the Bloch states in the time domain $|n=0, q(t)\rangle$ and the oscillation of the mean velocity $\langle v \rangle_0(q)$ are recalled in Fig. 4. In these experiments, the acceleration a is -0.85 m/s² and $\tau_B = 2\hbar k/ma = 8.2$ ms. Such value of the period is several orders of magnitude longer than in solid-state systems. From these data it is possible to experimentally determine the shape of the fundamental band $E_0(q)$ by integrating the mean velocity over quasimomentum, as indicated by Eq. (9). The measured bands for different values of the potential depth are presented in Fig. 5. Note the very different radii of curvature of the band near $q=0$ and $q=\pm k$ for weak potentials [5(a) and 5(b)] and the flattening of the band as the potential depth U_0 increases.

BO can also occur in excited bands and we have observed these oscillations in the first excited band ($n=1$) as follows: we prepare atoms in the state $|n=1, q_0 = -0.5k\rangle$ by introducing a constant frequency shift so that atoms have a velocity $1.5v_R$ in the standing-wave frame. The subsequent acceleration is equal to -0.85 m/s², as for the oscillations in the fundamental band. In Fig. 6 the full momentum distribution in the accelerated frame is displayed for various times between 0 and τ_B and a potential depth $U_0=9.5E_R$. As in the fundamental band, the time evolution is periodic but the Bloch states display a richer structure. The initial distribution is mostly a combination of two plane waves $|1.5\hbar k\rangle$ (dominant) and $|-0.5\hbar k\rangle$. At $t_a = \tau_B/4$ the quasimomentum arrives at the avoided crossing with the second excited band and the corresponding Bloch state $|n=1, q=0\rangle$ is predominantly a superposition of the two plane waves $|-2\hbar k\rangle$ and $|2\hbar k\rangle$.

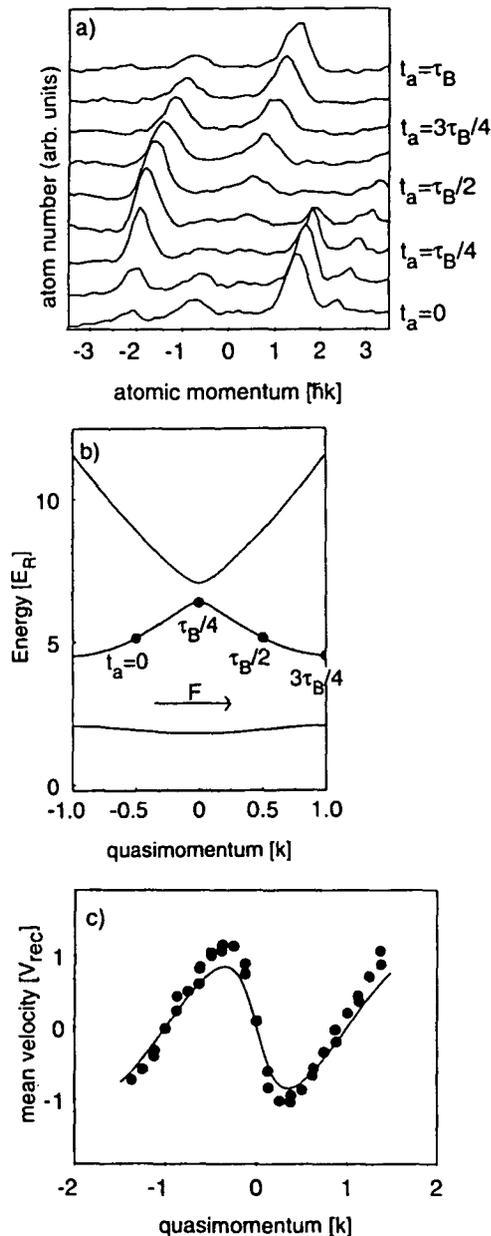


FIG. 6. Bloch oscillations of atoms in the first excited band. Before turning on the optical potential, the atoms are prepared with a momentum of $1.5\hbar k$. (a) Momentum distribution of Bloch states in the accelerated frame for equidistant values of the acceleration time t_a between $t_a=0$ and $t_a=\tau_B=8.2$ ms. (The small peak between 2 and $3\hbar k$ is an artifact due to a stray reflection on a cell window.) (b) Band structure and time evolution of the quasimomentum. (c) Mean atomic velocity. The light potential depth is $U_0=9.5E_R$ and the acceleration is $a=-0.85$ m/s². Solid line: theory with no adjustable parameter. Note the sign difference of the mean velocity for the oscillation in the first excited band and in the fundamental band [Fig. 4(b)].

with equal weights. In the further evolution, the weight of the component near $2\hbar k$ vanishes while the component near $-2\hbar k$ grows. After $3/4\tau_B$ the zone boundary $q=k$ is reached and the atom is in a superposition of momentum states with $-\hbar k$ and $\hbar k$. Finally this latter momentum peak grows and after one Bloch period the initial distribution is recovered. Note in addition that, at $t_a=0$, a third small peak

is visible around $-2.1\hbar k$. We attribute the existence of this peak to the finite initial width of the momentum distribution [$0.6\hbar k$ full width at half maximum (FWHM) in these data] which is not very small as compared to $\hbar k$. During the adiabatic turn on of the optical potential, atoms in the wing of the distribution, having an initial momentum p close to $2\hbar k$ couple to a Bloch state which is a linear superposition of two plane waves at $|p\rangle$ and $|p-4\hbar k\rangle$. This finite width effect is also responsible for the slight curvature in the time evolution of the peaks in Fig. 6(a).

In Fig. 6(c), we also present the evolution of the mean velocity in the $n=1$ band for a value of the potential depth $U_0=9.5E_R$. This mean velocity is calculated in the same way as described in [8]. The amplitude of the velocity oscillations is greater than in the fundamental band and is $1.1v_R$ for $U_0=9.5E_R$. The agreement with the theoretical curve obtained from a numerical calculation of the band structure (shown in solid line) is good. Note also that for an identical applied force, the slopes around $q=0$ and $q=\pm k$ of the mean velocity in the excited and fundamental bands have opposite signs. This is expected from Fig. 3(b): to a minimum of the fundamental energy band corresponds a maximum of the excited band and vice versa. For values of $U_0<5E_R$ —where we have observed BO in the fundamental band—the energy gap between the first and second excited bands is small and adiabatic evolution in the first band is difficult to obtain.

To conclude this section, we would like to underline that BO are a pure quantum effect which comes from the wave nature of the atoms. Here a matter wave is diffracted by a light structure, a situation entirely symmetrical to the ordinary Bragg diffraction of light by matter lattice, as first pointed out in [2]. As for light diffraction, the wavelike atoms strongly interact with the potential, for special values of the wave vector. In the case of a weak potential where the Bloch states are very close to pure plane waves, we can give a simple description of BO. An atomic plane wave, initially prepared with momentum $p\approx 0$, is accelerated by an external force. The momentum p increases linearly according to Newton's law until it reaches a critical value satisfying the Bragg condition $k_{at}=jk$, where $k_{at}=p/\hbar$, is the atomic wave vector and j is an integer. The atomic wave is then reflected and its momentum is reversed. The further evolution is nothing but the repetition of that process: an acceleration by the force followed by a Bragg reflection. This effect is illustrated in Fig. 4 for the fundamental band. In the case of the first excited band (Fig. 6), the oscillations result from two successive Bragg reflections. The first one corresponds to a second-order Bragg transfer of $-4\hbar k$ (from $|p=+2\hbar k\rangle$ to $|p=-2\hbar k\rangle$), while the second one leads to a change by $+2\hbar k$, a first-order Bragg reflection.

IV. BLOCH OSCILLATIONS: A QUANTUM-OPTICS APPROACH

While our experimental results can be perfectly explained using the Bloch formalism in the accelerated frame to describe the motion of atoms in the optical lattice in the presence of a constant inertial force, we would like to present here a different physical picture that is equally well suited to describe our experiment. We remain in the laboratory frame

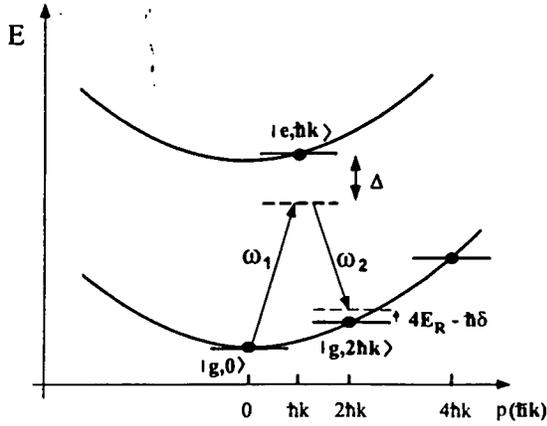


FIG. 7. Energy-momentum states in the laboratory frame. In the chirped standing wave, an initial state $|g,p\rangle$ is only coupled to $|g,p \pm 2j\hbar k\rangle$, where j is an integer, by stimulated two-photon Raman transitions.

and we deal with free atoms interacting with two counter-propagating laser waves having a time-dependent frequency difference.

A. Bloch oscillations as adiabatic rapid passage between momentum states

In the absence of spontaneous emission the atoms momentum can change by units of $\hbar(k_1 - k_2) \approx 2\hbar k$ by absorbing a photon from one wave and emitting it into the other in a stimulated way, as depicted in Fig. 7. Because the atoms are initially prepared with a momentum spread much smaller than $2\hbar k$ and with a kinetic energy near zero, their possible states after interaction with the light fields are discrete points $|p = 2j\hbar k, E = 4j^2 E_R\rangle$ ($j = 0, 1, 2, 3, \dots$) on the momentum-energy parabola of the free particle [26] (cf. Fig. 7). The gain in kinetic energy is provided by the frequency difference between the two laser waves: the atoms are accelerated in the direction of the beam with the higher frequency by absorbing photons from it and reemitting low-frequency photons into the other. The transition $|p = 2j\hbar k, E = 4j^2 E_R\rangle \rightarrow |p = 2(j+1)\hbar k, E = 4(j+1)^2 E_R\rangle$ is resonant for an angular frequency difference $\Delta\omega = 4(2j+1)E_R/\hbar$. As we start with the atoms at rest ($j=0$) and $\Delta\omega=0$, these resonances are encountered sequentially and a gain of atomic momentum of $2\hbar k$ can be expected after each change in the frequency difference of $8E_R/\hbar$, as shown in Fig. 8. For a constant change in the angular frequency difference $\Delta\omega$ with the rate $\Delta\dot{\omega}$, the time required for this is

$$t = 8E_R/\hbar\Delta\dot{\omega} = 4E_R/\hbar k a = 2\hbar k/ma, \quad (14)$$

which is equal to the Bloch period for the inertial force $ma = m\Delta\dot{\omega}/2k$. Thus the mean atomic velocity increases by $2\hbar k/m$ during each Bloch period. As shown in Fig. 8(b), the Bloch oscillations in the laboratory frame appear as a periodic deviation of the mean velocity around the linear increase in time at . The method of exciting the transition between two energy levels with a electromagnetic wave of variable detuning that is scanned through resonance is well known under the term adiabatic rapid passage (ARP) [27].

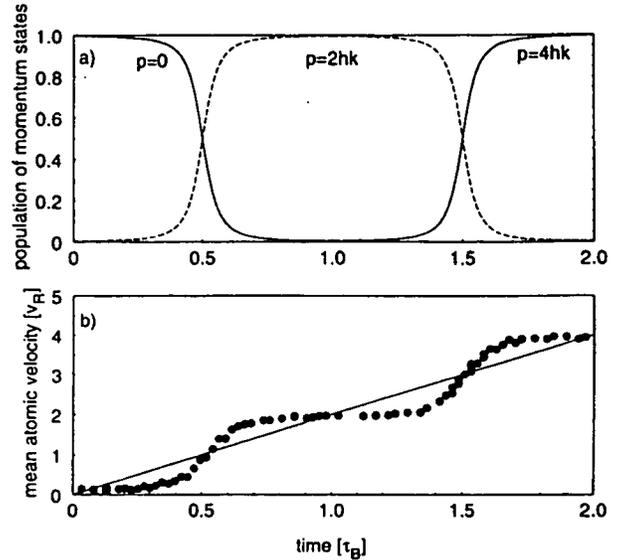


FIG. 8. (a) Population of momentum states $|p = 2j\hbar k\rangle$ as a function of time in the chirped standing wave (numerical simulation). (b) Experimental measurement of the mean atomic velocity in the laboratory frame as a function of time. Parameters are the same as in Fig. 4.

For properly chosen parameters (i.e., a scan range that is greater than the peak Rabi frequency Ω and slow enough rate of change of the detuning $\Delta\dot{\omega} \ll \Omega^2$) the transfer between the states is complete and the method can be used to efficiently create an inversion between the levels. In our case a sequence of transfers between momentum states results in a coherent acceleration of the atoms in the laboratory frame.

Multiple ARP is a powerful method in quantum physics. For instance, a sequence of ARP has been used to produce Rydberg atoms in circular states [28]. Multiple ARP, as a means of momentum transfer between light and atoms, has already been proposed long ago, but considering the excitation and deexcitation of an internal state of the atom using a one-photon transition [29]. For instance, they occur in saturation spectroscopy with curved wave fronts [30]. Our system has some peculiarities in comparison with previous studies of ARP: the states are linked by a two-photon transition; internal states of the atom are not excited, consequently there is no relaxation or dissipation; the sequence of levels is infinite, so that a large number of successive transfers can be made. This dynamical case has to be contrasted with the single two-photon transfer occurring in the recoil-induced resonances observed in dissipative optical lattices in which the atomic momentum spread is larger than $2\hbar k$ [18,31].

The two-photon Raman process can be characterized by an effective Rabi frequency

$$\Omega = \Omega_1 \Omega_2 / 2\Delta = U_0 / 2\hbar, \quad (15)$$

which is proportional to the depth of the light-shift potential (Ω_1, Ω_2 : Rabi frequencies of the two beams, Δ : detuning from the atomic resonance line). The two ARP conditions then read $\Delta\dot{\omega} \ll \Omega^2 \ll 64E_R^2/\hbar^2$ and are well fulfilled for the conditions of our BO experiment in the fundamental energy band. The second condition, which is equivalent to the weak binding limit for the periodic potential, allows us to treat the

transitions sequentially and to take only two momentum states at a time. The first condition, which ensures the adiabaticity of the process, is equivalent to avoiding interband transitions in the band-structure model. It will be discussed quantitatively in the following paragraph.

The model of ARP between momentum states is also able to predict, quantitatively, the temporal behavior of the BO, i.e., of the mean velocity in the laboratory frame $\langle v \rangle_{\text{lab}}(t)$. Focusing now on one of the momentum transfers displayed in Fig. 8, we consider only two states at a time and the mean velocity is simply given by

$$\langle v \rangle_{\text{lab}}(t) = \frac{2\hbar k}{m} [jP_{2j}(t) + (j+1)P_{2(j+1)}(t)], \quad (16)$$

where P_{2j} is the time-dependent probability of finding the atom in momentum state $|2j\hbar k\rangle$. These probabilities can be calculated from the vector model of the optical Bloch equations [32]

$$P_{2(j+1)} = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}}, \quad P_{2j} = 1 - P_{2(j+1)}, \quad (17)$$

where

$$\delta = \Delta\omega - 4(2j+1)E_R/\hbar \quad (18)$$

is the detuning from the two-photon resonance. For small values of Ω , $\langle v \rangle_{\text{lab}}(t)$ changes very little during the first half period ($-4E_R/\hbar \leq \delta < 0$) and makes an abrupt jump of $2\hbar k/m$ as the resonance $\delta=0$ is encountered. This corresponds to a BO with the maximal amplitude in velocity of $\hbar k/m$. For larger values of Ω , which corresponds to stronger binding of the atoms in the periodic potential, the increase in $\langle v \rangle_{\text{lab}}(t)$ approaches a linear behavior in δ or in time, namely, the amplitude of the BOs vanishes. Obviously this simple model cannot be extended to arbitrarily strong coupling, because the approximation of having only two momentum states involved at a time breaks down. In that case, we have solved numerically the Schrödinger equation involving a large set of momentum states. Note that for any value of the lattice potential these results are identical to those obtained with the Bloch approach presented in Sec. III. The full equivalence between the two descriptions is demonstrated in the Appendix. A similar quantum-optics approach has been independently developed for atomic three-level and two-level systems [33].

To compare the experimental results to the simple two-state model [Eq. (17)] we have plotted, in Fig. 9, the height of the peak at $|2\hbar k\rangle$ for the first Bloch period as a function of the detuning and for different values of Ω , i.e., of the potential depth U_0 . We find that the experimental data can be well fitted by Eq. (17), but with Rabi frequencies about 12% smaller than those deduced from the measured intensities. This slight discrepancy may be attributed to an error in absolute power calibration, as well as to the transverse spread of the atomic cloud in the Gaussian profile of the laser beams during the ~ 20 ms interaction time.

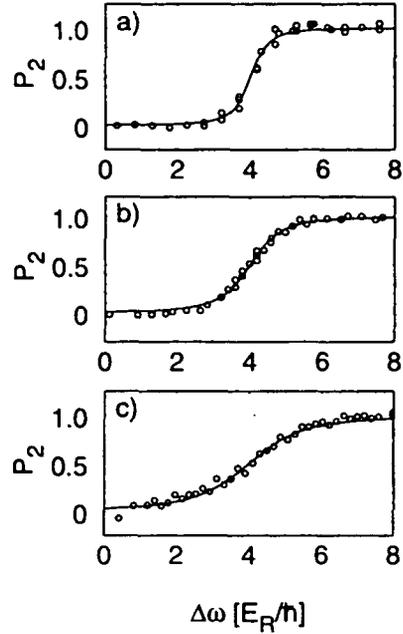


FIG. 9. Probability of finding the atom in momentum state $2\hbar k$ as a function of the detuning from the two-photon resonance δ for various effective Rabi frequencies. Solid lines are results from the two-state model of adiabatic rapid passage between momentum states [cf. Eq. (17)]. (a) $U_0 = 1.4E_R$, (b) $U_0 = 2.3E_R$, (c) $U_0 = 4.4E_R$.

B. Dressed-atom picture

Another interesting viewpoint can be given with the dressed-atom approach [34], in which the state of the system is described by $|p, N_1, N_2\rangle$, where p is the momentum of the atom, N_1 is the number of photons in the laser wave of frequency ω_1 , and N_2 the number of photons in the laser wave of frequency ω_2 . With redistribution processes, the state $|p, N_1, N_2\rangle$ is coupled to the states $|p \pm 2j\hbar k, N_1 \mp j, N_2 \pm j\rangle$. For our initial condition $p=0$ and $N_1 = N_2 = N_0$, with a momentum spread $\delta p \ll \hbar k$, the system evolves in the space subtended by the states $|j\rangle = |2j\hbar k, N_0 - j, N_0 + j\rangle$. Without the coupling between the atom and the laser waves, the energy of state $|j\rangle$ for a frequency difference $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$

$$E_j(\delta) = 4j^2 E_R + N_0 \hbar (\omega_1 + \omega_2) - j\hbar \Delta\omega. \quad (19)$$

The effect of a weak coupling ($U_0 \ll E_R$) is significant only when two states $|j\rangle$ are degenerate: the crossings in Fig. 10 become avoided crossings. By adiabatically switching on the beams in our experiment, we prepare the system in an eigenstate. Then, when the frequency difference $\omega_1 - \omega_2$ is slowly increased (assuming for simplicity that $\omega_1 + \omega_2$ remains constant), the system follows adiabatically the evolution of the eigenstate, leading to a series of momentum changes. If the initial frequency difference is zero, the momentum of the atoms is periodically increased by $2\hbar k$ at each of the first-order anticrossings in Fig. 10(a): this is the signature in the laboratory frame of Bloch oscillations in the fundamental band. With an initial frequency difference of $6E_R/\hbar$, we prepare the atoms with a momentum $1.5\hbar k$ in the standing-wave frame [Fig. 10(b)]. During the frequency chirp, the

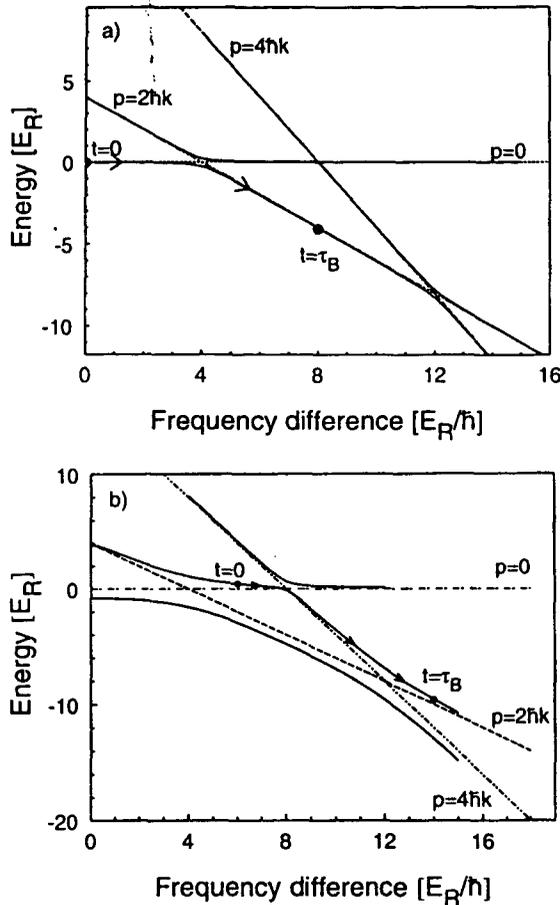


FIG. 10. Bloch oscillations in the dressed atom basis. The straight lines represent the eigenenergies of the system atom+laser fields as a function of the frequency difference between the two counterpropagating waves in the absence of coupling. The effect of a weak coupling is to lift the degeneracy at the line crossings and to produce new eigenenergies. (a) For $U_0 = E_R$, only the first-order anticrossing at $4E_R/\hbar$ is visible. When the difference frequency is increased from 0, atoms at $t=0$ with $|p=0\rangle$ may follow adiabatically the lower-energy curve and thus gain a momentum of $2\hbar k$ when the frequency difference is $4E_R$. After a time τ_B the frequency difference is $8E_R$. This corresponds to one Bloch oscillation in the fundamental band. This process can be repeated periodically whenever the frequency difference equals $4[j^2 - (j-1)^2]$, where j is an integer greater than 1. This results in a coherent momentum transfer to the atoms in the laboratory frame and, hence, to an acceleration of the atomic cloud. (b) $U_0 = 5E_R$. The first-order anticrossing and a higher-order anticrossing at $8E_R/\hbar$ are significant. If the atoms are prepared at $t=0$ in the upper-energy branch (for instance with a frequency difference of $6E_R$), the first anticrossing at a frequency difference of $8E_R$ transfers $+4\hbar k$ of momentum to the atoms. The second anticrossing at $12E_R$ reduces the atom momentum by $2\hbar k$ resulting in a total transfer of $2\hbar k$ after one Bloch period. This is the equivalent of the Bloch oscillations in the first excited band.

momentum of the atoms is first increased by $4\hbar k$ at the anticrossing which corresponds to a frequency difference of $8E_R/\hbar$ and which is a four-photon process. Then the momentum is decreased by $2\hbar k$ at a frequency difference of $12\hbar k$ by a first-order anticrossing. This evolution corresponds to the Bloch oscillations in the first excited band.

V. PREPARATION OF ULTRACOLD ATOMIC BEAMS

Using the moving periodic potential of the detuned laser beams a large number of photon momenta can be transferred to the atoms coherently, accelerating them without any dissipation or heating. With this technique, we are able to produce an atomic beam with very small (i.e., subrecoil) momentum spread in the beam direction. This may find applications in precision experiments, where very well defined velocities are desirable, for instance, in atomic fountain clocks [35] or in atom transport and interferometry. For practical applications the most important figure of merit is the maximal acceleration under which the atoms stay bound to the potential. This determines the maximal velocity that can be reached in a given interaction time for atoms starting at rest.

Classically, a periodic potential $U_0 \sin^2 kz$ would be tilted under the influence of the inertial force $-ma$. Acceleration is possible up to a critical value $a_{cl} = U_0 k/m$, from where on there exist no more local potential minima that can bind the particles. In a quantum treatment the requirement for acceleration is that the atoms stay in the fundamental band and do not perform transitions to higher-energy bands. In the band structure of the potential $U_0 \sin^2 kz$, which is in our experiments smaller than $\sim 20E_R$, the widths of the band gaps between the n th and the $(n+1)$ th band diminish with n . Since the probability for interband transitions increases exponentially with diminishing width of the band gap, an atom that has passed the first and largest band gap, and has made the transfer from the fundamental to the first excited band, will also make the transitions to higher bands and finally reach the continuum [36]. When the quasimomentum scans the Brillouin zone, the critical moment for interband transitions is at the zone boundary $q=k$, where the first excited band approaches the fundamental band the most. This is encountered once during each Bloch period. We suppose a transition rate per Bloch period given by a Landau-Zener formula [37]

$$r = \exp(-a_c/a), \quad (20)$$

where the critical acceleration a_c is proportional to the square of the band gap between the fundamental and the first excited band, which in the limit of weak binding is proportional to the potential depth U_0 . Here we have

$$a_c/a = \pi\Omega^2/2\Delta\dot{\omega}. \quad (21)$$

We determined these transition rates experimentally by accelerating atoms, initially cooled to a subrecoil momentum spread, for a fixed time $t_0 = n\tau_B$ and by measuring the fraction of atoms that reached the final velocity $v = at_0$ for different values of a and U_0 . Typical transition rates were in the range 2–20 % and followed well the exponential behavior expected after the Landau-Zener formula. As an example of the data we show in Fig. 11 the initial momentum distribution and that obtained after a transfer of $30\hbar k$ in 1.4 ms ($a = 76 \text{ m/s}^2$) in a potential $U_0 = 9.5E_R$, leading to a total efficiency of 60% or a transition rate $r = 0.033$.

The extrapolated values for the critical acceleration a_c are plotted in Fig. 12 as a function of U_0 . The critical acceleration is measured in units of $a_0 = \hbar^2 k^3/m^2$, which is equal to

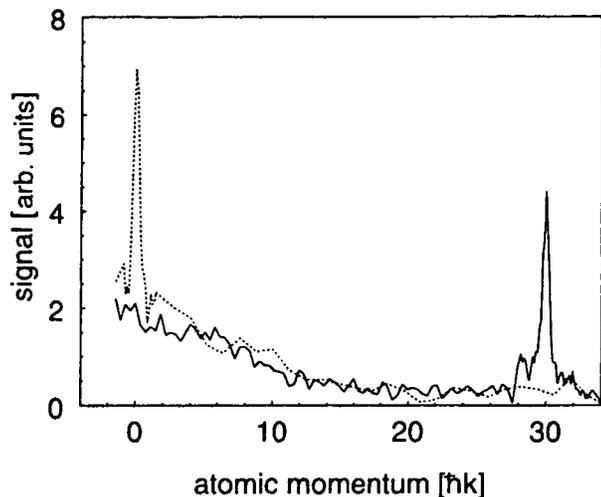


FIG. 11. Determination of the critical acceleration by coherent acceleration of atoms with a subrecoil momentum spread of $\hbar k/4$. $U_0 = 9.5E_R$ and the acceleration is 76 m/s^2 . Dotted line: initial distribution. Solid line: 30 photon recoils are transferred after 1.4 ms of acceleration. From these data we deduce a total transfer efficiency of 60% and a Landau-Zener loss rate per Bloch period of 0.033.

91.6 m/s^2 for the cesium atom. For the range of potential depths investigated here ($U_0 < 10E_R$) the relation between a_c and U_0 is well fitted by

$$\frac{a_c}{a_0} = 0.037 \left(\frac{U_0}{E_R} \right)^2. \quad (22)$$

Our numerical value of 0.037 is in reasonable agreement with the value $\pi/64 \approx 0.049$ derived from Eq. (21), considering our 30% laser intensity uncertainty.

The greatest momentum transfer we could measure in the experiment was $112\hbar k$, being limited by the laser power available for the optical potential and by the geometry of our detection system, which was designed to probe atoms nearly at rest and close to the position of the MOT. Numerical band-structure calculations indicate that the proportionality

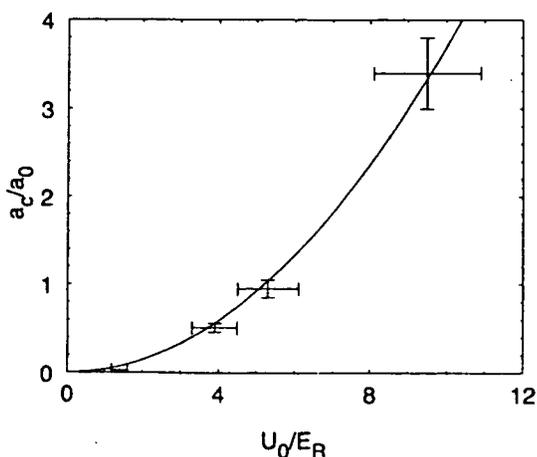


FIG. 12. Critical acceleration as a function of laser intensity. Solid line: fit with $a_c/a_0 = 0.037(U_0/E_R)^2$. The critical acceleration depends quadratically on the potential depth U_0 for $U_0 \leq 10E_R$. $a_0 = \hbar^2 k^3/m^2 = 91.6 \text{ m/s}^2$ for cesium.

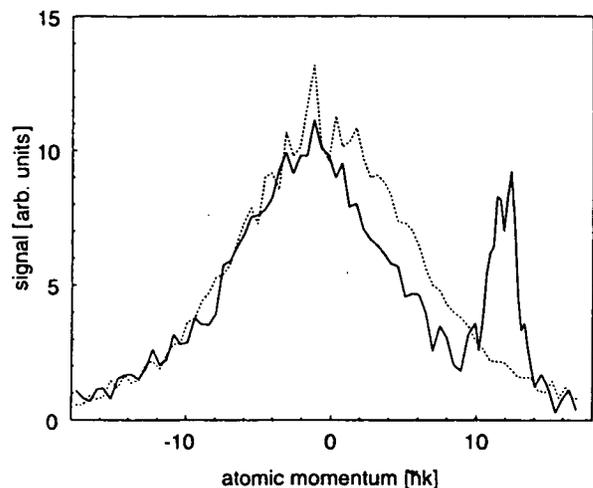


FIG. 13. Acceleration of a molasses momentum distribution with $U_0 = 8.3E_R$ and $a = 3.5 \text{ m/s}^2 = 0.015a_c$: from a distribution of full width $\sim 10\hbar k$ (dotted line), only a peak having a width of $2\hbar k$ is efficiently transferred to higher momenta (here $12\hbar k$). Note also the $-2\hbar k$ shift of the positive side of the momentum distribution whereas the momenta opposed to the direction of the acceleration remained unchanged after the acceleration (see text).

between U_0 and the band gap holds up to $U_0 \approx 15E_R$. At this value of U_0 for cesium an acceleration of 70.4 m/s^2 leads to a Bloch period of 0.1 ms and a transition rate $r = 2 \times 10^{-5}$, so that during a 10 ms interaction time, 200 $\hbar k$ can be transferred to 99.8% of the atoms, leading to a final velocity of 0.7 m/s. This acceleration method is particularly simple and may find interesting applications in atomic fountains largely used in high-precision measurements. Note that due to the scaling of a_0 with k^3/m^2 , significantly higher velocities are possible with lighter atoms and shorter wavelengths. This simple method might also be an interesting alternative to the atom interferometer method for measuring the photon recoil and thus h/m in frequency units [38].

In the case of strong binding (i.e., for $U_0 > 20E_R$) the first band gap continues to increase, but slower than linearly with U_0 . Here the Landau-Zener theory is not applicable any more because the lowest bands become essentially flat (independent of q). The notion of a level crossing at the zone boundary has no meaning any longer and higher-order level crossings cannot be ignored.

This technique of acceleration by a moving periodic potential cannot only be applied to atoms cooled to subrecoil energies, but also to ensembles of atoms having a larger momentum spread. In the Bloch picture, the atoms will be spread over several Brillouin zones, or energy bands, of the periodic potential. During the adiabatic turn on of the potential, only atoms with an initial momentum in the range $-\hbar k < p < \hbar k$ are prepared in the fundamental energy band. For large values of the acceleration, only these atoms will fulfill the adiabaticity condition for BO and will undergo Bloch oscillations. They will be efficiently accelerated in the laboratory frame. After the acceleration phase, one expects a peak of atoms around the final velocity having the height of the initial distribution around $p=0$ and with a width of $2\hbar k$. Figure 13 shows the experimental result for an initial momentum distribution having a rms momentum spread of about $5\hbar k$, obtained by cooling the atoms in optical molas-

ses. A momentum transfer of $12\hbar k$ was performed in a potential of depth $U_0 = 8.3E_R$ and using an acceleration of 3.5 m/s^2 or $0.015a_c$. Note that this simple selection method produces an atomic beam with a longitudinal momentum spread of only $\sim 2\hbar k$, narrower than that attainable with polarization gradient cooling methods.

This figure presents another interesting feature. At first glance, one would expect also a hole of width $\sim 2\hbar k$ in the molasses distribution corresponding to the atoms efficiently accelerated. Actually this is not the case. Consider first the negative side of the two momentum distributions. Below $-\hbar k$ the two distributions coincide, indicating that the acceleration phase has not affected these atoms. The atoms with an initial momentum outside of the first Brillouin zone and with $p \leq -\hbar k$, i.e., opposed to the direction of acceleration, are prepared in excited bands during the adiabatic turn on of the potential. During the acceleration phase the adiabatic criterion for BO is not fulfilled for these bands and the atoms are passing diabatically to higher bands and then to the continuum. They are essentially unperturbed by the optical potential. On the other hand, the atoms in the positive wing of the velocity distribution with $p \geq \hbar k$ are faster than the moving potential at the beginning of the acceleration phase. Their quasimomentum descend in the band structure. When they encounter the crossing between the fundamental and the first excited band they pass it adiabatically, i.e., they loose $2\hbar k$ in the laboratory frame. After this momentum transfer, the atoms evolve similarly to the ones initially having a negative velocity: they are no longer perturbed by the potential. This $-2\hbar k$ shift is clearly visible on the positive side of the momentum distribution in Fig. 13.

In the picture of adiabatic rapid passage between momentum states in the laboratory frame, the atoms with $|p| < \hbar k$ will experience the normal sequence of ARP and their momentum will be increased by $12\hbar k$. Atoms with an initial momentum lower than $-\hbar k$ will never encounter the resonance condition for ARP. They are left unchanged during the acceleration phase. On the other hand, atoms with an initial momentum greater than $\hbar k$ will experience one ARP when the resonance condition is fulfilled. This ARP decreases their momentum by $2\hbar k$ and in the subsequent evolution they evolve like the atoms having initially a negative momentum: they no longer interact with the chirped wave.

VI. SUMMARY

In this paper, we have shown that atoms in a light lattice constitute a good model system for the study of quantum effects usually described in solids, such as Bloch oscillations. Thanks to our ability to prepare atoms with a small momentum spread and to the possibility to easily switch on and off light fields in a controlled way, we have been able to directly observe the momentum distribution of Bloch states and Bloch oscillations in the time domain for the first two energy bands. We have given a quantum-optics interpretation of these phenomena in terms of adiabatic rapid passage between momentum states. Applications to atomic beam coherent manipulation, atom transport, and high-precision measurement of h/m have been outlined.

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to C. Cohen-Tannoudji, G. Grynberg, G. Bastard, J. Dalibard, and M. Raizen for stimulating discussions. E.P. acknowledges support from the European Union through the HCM program. This work was supported in part by NEDO, CNES, and Collège de France. Laboratoire Kastler Brossel is Unité de Recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

APPENDIX

Several Hamiltonians are used in this paper to analyze the atomic motion in the accelerated optical standing wave. The first one corresponds to the reference frame of the laboratory

$$H_{\text{lab}}(t) = \frac{p^2}{2m} + U_0 \sin^2 \left[kx - \frac{1}{2}(\phi_+(t) - \phi_-(t)) \right], \quad (\text{A1})$$

where

$$\phi_+(t) - \phi_-(t) = \int_0^t d\tau \Delta\omega(\tau), \quad (\text{A2})$$

$$= k(at^2 - 2v_0t) \quad (\text{A3})$$

is the phase difference between the two laser running waves. The sign of v_0 is chosen in accordance with Sec. III B. The potential in Eq. (A1) corresponds to the light shift induced by a laser field proportional to $\exp\{i[kx - \phi_+(t)]\} - \exp\{i[-kx - \phi_-(t)]\}$.

The second Hamiltonian holds in the accelerated frame and is time independent,

$$H_{\text{acc}} = \frac{p^2}{2m} + U_0 \sin^2 kx + max. \quad (\text{A4})$$

We identify, in this Appendix, the unitary transformation $U(t)$ linking these two Hamiltonians, i.e., we solve the equation

$$H_{\text{acc}} = U(t)H_{\text{lab}}(t)U(t)^\dagger + i\hbar \left(\frac{d}{dt} U(t) \right) U(t)^\dagger. \quad (\text{A5})$$

Intuitively the effect of $U(t)$ is to perform a translation in position space of $\alpha(t) = at^2/2 - v_0t$ and a translation in momentum space of $\beta(t) = m(at - v_0)$, corresponding to the classical change of coordinates defining the accelerated frame. This motivates the ansatz

$$U(t) = e^{i\alpha(t)p/\hbar} e^{-i\beta(t)x/\hbar} e^{i\gamma(t)/\hbar}, \quad (\text{A6})$$

where $\gamma(t)$ is to be determined.

From Eq. (A6) we immediately get

$$U(t)xU(t)^\dagger = e^{i\alpha(t)p/\hbar} x e^{-i\alpha(t)p/\hbar}, \quad (\text{A7})$$

$$= x + \alpha(t), \quad (\text{A8})$$

$$U(t)pU(t)^\dagger = e^{-i\beta(t)x/\hbar} p e^{i\beta(t)x/\hbar}, \quad (\text{A9})$$

$$= p \pm \beta(t). \quad (\text{A10})$$

The inertial term [last term of Eq. (A5)] is obtained as follows:

$$i\hbar \left(\frac{d}{dt} U(t) \right) U(t)^\dagger = -\dot{\alpha}(t)p + \dot{\beta}(t)U(t)xU(t)^\dagger - \dot{\gamma}(t), \quad (\text{A11})$$

$$= -(at - v_0)p + max + \frac{1}{2}ma^2t^2 - mav_0t - \dot{\gamma}(t). \quad (\text{A12})$$

For the choice $\gamma(t) = ma^2t^3/3 - mav_0t^2 + mv_0^2t/2$ one can then easily check that the relation (A5) holds.

A third type of transformation may be considered to unify the various points of view of this paper. It merely consists in a translation of Eq. (A1) in position space followed by a global change of phase

$$U(t) = e^{i\alpha(t)p/\hbar} e^{-i\eta(t)/\hbar}. \quad (\text{A13})$$

For the choice $\eta(t) \equiv 0$ this unitary transformation leads to

$$H_{QO}(t) = \frac{p^2}{2m} - (at - v_0)p + U_0 \sin^2 kx, \quad (\text{A14})$$

$$= \frac{p^2}{2m} - \Delta\omega(t)p/2k + U_0 \sin^2 kx, \quad (\text{A15})$$

which, up to the additive constant term $N_0\hbar(\omega_1 + \omega_2)$, has the same spectrum as the one obtained in the dressed-atom approach, i.e., in the "quantum-optics" point of view. For the other choice, $\eta(t) = ma^2t^3/6 - mav_0t^2/2 + mv_0^2t/2$ this unitary transformation leads to

$$H_{SSP}(t) = \frac{[p - m(at - v_0)]^2}{2m} + U_0 \sin^2 kx, \quad (\text{A16})$$

$$= \frac{[p + \hbar q(t)]^2}{2m} + U_0 \sin^2 kx, \quad (\text{A17})$$

which is exactly the Hamiltonian of Eq. (7) for the periodic part of the wave function $|u(t)\rangle$, i.e., in the "solid-state physics" point of view.

-
- [1] See, e.g., *Laser Manipulation of Atoms and Ions*. Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi," edited by E. Arimondo, W. Phillips, and F. Strumia (North-Holland, Amsterdam, 1992).
- [2] P. L. Gould, G. A. Ruff, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 827 (1986); P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard, *ibid.* **60**, 515 (1988).
- [3] For a recent review see, C. S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek, *Phys. Rep.* **240**, 143 (1994).
- [4] E. Rasel, M. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995); D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, *ibid.* **75**, 2638 (1995).
- [5] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. Bharucha, P. E. Williams, and M. G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2974 (1994).
- [6] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [7] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).
- [8] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [9] S. Wilkinson, C. Bharucha, K. Madison, Qian Niu, and M. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4512 (1996); Qian Niu, Xian-Geng Zhao, G. Georgakis, and M. Raizen, *ibid.* **76**, 4504 (1996).
- [10] F. Bloch, *Z. Phys.* **52**, 555 (1929).
- [11] C. Zener, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **145**, 523 (1934).
- [12] E. Mendez and G. Bastard, *Phys. Today* **46** (6), 34 (1993).
- [13] For a metal with $a = 0.1$ nm and an electric field of 10^{-2} V/cm the Bloch period is equal to 41 μ s whereas a typical relaxation time is on the order of 10 fs. In a semiconductor superlattice the period is typically $a = 10$ nm and the field can be as high as 10 kV/cm ($F \approx 10^{-13}$ N), leading to a Bloch period in the picosecond range. In our atomic system the lattice period is $a = 426$ nm, the force typically on the order of 10^{-25} N and the corresponding Bloch period in the millisecond range.
- [14] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D. A. B. Miller, J. E. Cunningham, T. Meier, G. v. Plessen, A. Schulze, P. Thomas, and S. Schmitt-Rink, *Phys. Rev. B* **46**, 7252 (1992).
- [15] K. Leo, P. Haring Bolivar, F. Brüggemann, R. Schwedler, and K. Köhler, *Solid State Commun.* **84**, 943 (1992).
- [16] C. Waschke, H. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, and K. Köhler, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3319 (1993).
- [17] For a recent review, see M. G. Prentiss, *Science* **260**, 1078 (1993).
- [18] J.Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, and P. Verkerk, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994).
- [19] Closely related work is performed by the authors of Ref. [9] [M. Raizen (private communication)].
- [20] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [21] C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon, and S. Guelati, *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990).
- [22] J. Reichel, O. Morice, G. M. Tino, and C. Salomon, *Europhys. Lett.* **28**, 477 (1994).
- [23] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea, and G. M. Tino, *Opt. Commun.* **104**, 339 (1994).
- [24] See, e.g., N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders, Philadelphia, 1976).
- [25] A. Messiah, *Quantum Mechanics* (North-Holland, Amsterdam, 1962), Vol. 2.
- [26] C. Bordé, in *Laser Spectroscopy 3*, edited by J. Hall and J. Carlsten (Springer-Verlag, Berlin, 1977), p. 121.
- [27] A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism* (Oxford University Press, London, 1961).
- [28] R. G. Hulet and D. Kleppner, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1430 (1983).
- [29] I. Nebenzahl and A. Szöke, *Appl. Phys. Lett.* **25**, 327 (1974).
- [30] C. Bordé, in *Frequency Standards and Metrology*, Proc. of the Fourth Symposium, edited by A. De Marchi (Springer, Berlin, 1989).
- [31] D. Meacher, D. Boiron, H. Metcalf, C. Salomon, and G. Gryn-

- berg, Phys. Rev. A, **50**, R1992 (1994).
- [32] L. Allen and J. Eberly, *Optical Resonance and Two-level Atoms* (Wiley, New York, 1975).
- [33] K. Marzlin and J. Audretsch, Phys. Rev. A **53**, 4352 (1996); Europhys. Lett. **36**, 43 (1996).
- [34] See, e.g., C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions* (John Wiley, New York, 1992), p. 407.
- [35] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. Lea, and M. Bahoura, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44**, 128 (1995).
- [36] We neglect here possible returns from the second band to the first one, which may lead to additional interference effects.
- [37] C. Zener, Proc. R. Soc. London Ser. A **137**, 696 (1932).
- [38] D. Weiss, B. Young, and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **70**, 2706 (1993).

Conclusion de la première partie

Les résultats exposés dans ce chapitre illustrent le mouvement des atomes accélérés dans un potentiel périodique: il s'agit là de la première observation des oscillations de Bloch dans le domaine temporel. De manière plus générale, ces résultats ainsi que ceux du groupe de M. Raizen montrent que les spécificités des atomes froids et les particularités des potentiels optiques en font un système de choix pour étudier les propriétés de transport quantique. Il est ainsi aisé de préparer les atomes dans un état initial précis, de les soumettre à différents types de forces extérieures et de les détecter avec une grande résolution. Cela nous a permis également d'étudier les transitions Landau-Zener entre les bandes, un autre aspect des phénomènes de transport dans un potentiel périodique.

Comme souvent en physique atomique, un effort a été fait pour se rapprocher d'un cas idéal et dans une certaine mesure cette expérience est proche d'une expérience de pensée visant à observer les oscillations de Bloch. L'étude d'autres phénomènes impose maintenant de réintroduire de la "complexité" dans le système. Par exemple, il a été récemment proposé d'observer avec des atomes la transition métal-isolant en présence d'une force oscillante [63]. Ces systèmes sont également propices à l'étude d'autres questions comme celles du potentiel topologique, du transport dans des situations bi-dimensionnelles ou de la localisation d'Anderson dans des potentiels désordonnés.

L'auteur de ce mémoire a été également sensible à l'aspect pédagogique de cette expérience. Elle permet d'exposer de manière concrète des notions de base comme celle d'état de Bloch ou de réflexion de Bragg de l'onde de matière par la structure périodique. Ces notions, introduites dans tous manuels de physique des solides, ne sont pas toujours aussi simples qu'il y paraît. Les résultats exposés ici peuvent contribuer, me semble-t-il, à illustrer leur signification physique.

Du point de vue de la physique des atomes froids, cette expérience est une indication supplémentaire des performances de la méthode Raman. Il s'agit en l'occurrence d'une des premières applications d'atomes refroidis sous la limite du recul et de leur grande longueur de cohérence. Cela nous a permis d'observer des conséquences directes de la structure de bande. Cette notion avait été in-

roduite sur le plan théorique pour décrire les processus de refroidissement [64] mais, jusqu'à présent, son illustration expérimentale était restée indirecte [65]. Par ailleurs, la méthode utilisée est une technique simple d'accélération cohérente qui peut conduire à la préparation de jets atomiques monocinétiques, à la manipulation des condensats de Bose ou à la mesure de \hbar/m .

Bibliographie

- [1] C. Cohen-Tannoudji in *Systèmes Fondamentaux en Optique Quantique*, Ecole d'été des Houches 1990; édité par J. Dalibard, J.M. Raimond et J. Zinn-Justin, North-Holland (1992).
- [2] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [3] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2112 (1989).
- [4] F. Bardou, *Refroidissement laser sub-recul par résonances noires: Expériences avec des atomes d'Hélium métastable, Approches Monte-Carlo Quantiques et vols de Lévy*, Thèse de Doctorat, Université Paris XI (1995).
- [5] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1915 (1994).
- [6] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [7] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [8] N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [9] H.J. Lee, C.S. Adams, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2658 (1996).
- [10] J. Reichel, O. Morice, G. Tino and C. Salomon, *Europhys. Lett.* **28**, 477 (1994).
- [11] C. Cohen-Tannoudji and J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **1**, 441 (1986)
- [12] F. Bardou, J.P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 203 (1995).

- [13] J.P. Bouchaud and A. Georges, *Phys. Rep.* **195**, 127 (1990).
- [14] J. Reichel, *Refroidissement Raman et vols de Lévy: atomes de césium au nanoKelvin*, Thèse de Doctorat, Université de Paris VI (1996).
- [15] C. Cohen-Tannoudji, *Atomes ultrafroids: approches statistiques et perspectives nouvelles*, Cours de physique atomique et moléculaire, Collège de France (1995).
- [16] F. Bardou, A. Aspect, J.P. Bouchaud and C. Cohen-Tannoudji, à paraître dans *Phys. Rep.*.
- [17] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).
- [18] K. Mohler, D. Weiss, M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. A* **45**, 342 (1992).
- [19] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [20] D. Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microKelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse de Doctorat, Université de Paris VI (1992).
- [21] B. Lounis, *Atomes refroidis par laser: de la mélasse au cristal optique*, Thèse de Doctorat, Université de Paris XI (1993).
- [22] B. Dahmani, L. Hollberg and R. Drullinger, *Optics Lett.* **12**, 876 (1987).
- [23] G. Santarelli, A. Clairon, S. Lea and G. Tino, *Optics Comm.* **104**, 339 (1994).
- [24] A. Kuhn, H. Perrin, W. Hansel and C. Salomon, OSA TOPS on Ultracold Atoms and BEC, 1996, Vol. 7, K. Burnett (ed.) (1997).
- [25] C. Monroe, D. Meekhof, B. King, S. Jefferts, W. Itano, D. Wineland and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4011 (1995).
- [26] C. Monroe, D. Meekhof, B. King and D. Wineland, *Science* **272**, 1131 (1996).
- [27] D. Meekhof, C. Monroe, B. King, W. Itano and D. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1796 (1996).
- [28] D. Leibfreid, D. Meekhof, B. King, C. Monroe, W. Itano and D. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4281 (1996).

- [29] C. Monroe, D. Meekhof, B. King, W. Itano and D. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
- [30] P.L. Gould, G.A. Ruff and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 827 (1986).
- [31] P.J. Martin, B.G. Oldaker, A.H. Miklich and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
- [32] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke and Ch. J. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [33] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [34] E. Rasel, M. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
- [35] D.M. Giltner, R.W. McGowan and Siu Au Lee, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [36] F.L. Moore, J.C. Robinson, C. Bharucha, P.E. Williams and M. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2974 (1994).
- [37] G. Grynberg and C. Triché, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Course CXXXI, A. Aspect, W. Barletta and R. Bonifacio (Eds), IOS Press, Amsterdam 1996.
- [38] P. Jessen and I. Deutsch, *Adv. in At., Mol., and Opt. Phys.* **37**, 95 (1996).
- [39] C. Westbrook, R. Watts, C. Tanner, S. Rolston, W. Phillips, P. Lett and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 33 (1990). N. Bigelow and M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 29 (1990)
- [40] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992).
- [41] B. Anderson, T. Gustavson and M. Kasevich, *Phys. Rev. A* **53**, R3727 (1996).
- [42] T. Muller-Seydlitz, M. Hartl, B. Brezger, H. Hansel, C. Keller, A. Schnetz, R. Spreew, T. Pfau and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1038 (1997).
- [43] F. Bloch, *Z. Phys* **52**, 555 (1929).
- [44] N. Ashcroft and D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders, Philadelphia, 1976).

- [45] Campbell R., *Théorie générale de l'équation de Mathieu et quelques équations différentielles de la Mécanique*, Masson (1955).
- [46] C. Zener, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **145**, 523 (1934).
- [47] G.H. Wannier, *Phys. Rev.* **117**, 432 (1960).
- [48] E. Mendez and G. Bastard, *Physics Today*, **34**, Juin 93.
- [49] J. Bleuse, G. Bastard and P. Voisin, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
- [50] C. Waschke, H. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz and K. Kohler, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3319 (1993).
- [51] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D.A. Miller, J.E. Cunningham, T. Meier, G.v. Plessen, A. Schulze, P. Thomas and S. Schmidt-Rink, *Phys. Rev. B* **46**, 7252 (1992).
- [52] K. Leo, P. Haring Bolivar, F. Bruggemann, R. Schwedler and K. Kohler, *Solid State Commun.* **84**, 943 (1992).
- [53] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, Vol. 2, North-Holland, Amsterdam (1962).
- [54] V. Lyssenko, G. Valusis, F. Loser, T. Hasche, K. Leo, M. Dignam and K. Kohler, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 301 (1997).
- [55] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [56] M. Olshanii and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1788 (1996).
- [57] C. Zener, *Proc. Roy. Soc. London A* **137**, 696 (1932)
- [58] C. Barucha, K. Madison, P. Morrow, S. Wilkinson, B. Sundaram and M. Raizen, *Phys. Rev. A* **55**, R857 (1997).
- [59] S. Wilkinson, C. Barucha, M. Fischer, K. Madison, P. Morrow, Qian Niu, Bala Sundaram and M. Raizen, *Nature* **387**, 575 (1997).
- [60] S. Wilkinson, C. Barucha, K. Madison, Qian Niu and M. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4512 (1996).
- [61] Qian Niu, C. Salomon and M. Raizen, *Physics Today*, Juillet 97.
- [62] Qian Niu, Xian-Geng Zhao, G. Georgakis and M. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4504 (1996).

- [63] K. Drese and M. Holthaus, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2932 (1997).
- [64] Y. Castin and J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **14**, 761 (1991).
- [65] M. Doery, M. Widmer, J. Bellanca, E. Vredenbregt, T. Bergeman and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2546 (1994).
- [66] K. Marzlin and J. Audretsch, *Europhys. Lett.* **36**, 43 (1996).
- [67] E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule, Y. Castin and C. Salomon, *Phys. Rev. A* **55**, 2989 (1997).
- [68] F. Biraben, communication privée.
- [69] D. Weiss, B. Young and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2706 (1993).

Partie II

Collisions entre atomes dans un piège magnétique

Chapitre 1

Le piégeage magnétique d'atomes neutres

1.1 Introduction

Le piégeage des particules fait l'objet d'un intérêt considérable en physique atomique depuis de nombreuses années. Dès les années 50, des expériences ont permis d'étudier le comportement des ions soumis à des forces de confinement électromagnétiques. L'étude des ions pendant de longs temps d'interaction a notamment mené à des résultats spectaculaires dans les mesures de haute précision. Ce domaine de recherche est resté encore très actif et a valu notamment l'attribution du prix Nobel à W. Paul et H. Dehmelt en 1989 [1]. Le piégeage de particules neutres, comme les atomes, est resté longtemps beaucoup plus difficile. Par définition, ces particules ne sont pas pourvues de charge globale sur laquelle peuvent agir des champs électriques ou magnétiques. Il est alors nécessaire d'utiliser l'interaction du champ avec les moments dipolaires. Les forces de piégeage font intervenir les variables atomiques internes pour déplacer les niveaux d'énergie de point en point de façon à réaliser un potentiel de confinement. Si les atomes possèdent généralement un moment magnétique permanent, le moment dipolaire électrique, lui, doit être induit. Dans les deux cas, le couplage des particules avec le champ est beaucoup plus faible que pour les ions.

La première expérience de piégeage magnétique de particules neutres a été réalisée avec des neutrons en 1977 par Paul et son équipe [2]. Le premier piège magnétique à atomes neutres, lui, a été obtenu en 1985 au NIST [3] suivi peu après, aux Bell Labs en 1986, du premier piège lumineux [4]. Les pièges à atomes ont notamment de faibles profondeurs qui nécessitent d'utiliser des atomes pré-froidis. Dans certains cas, comme celui des alcalins, ces expériences sont aujourd'hui facilitées par les progrès considérables enregistrés dans la manipulation

et le refroidissement d'atomes par laser. Par contre, les expériences menées sur l'hydrogène au MIT et à Amsterdam ne bénéficient pas de ces techniques et sont beaucoup plus compliquées expérimentalement.

Dans ces pièges magnétiques non-dissipatifs, le mouvement des atomes est décrit par une dynamique purement hamiltonienne. En particulier, l'absence de processus d'émission spontanée permet d'atteindre des longueurs de cohérence importantes. Si la spectroscopie à haute résolution n'est pas aussi favorisée que pour les ions compte tenu de la dépendance spatiale des niveaux d'énergie, le piégeage des atomes neutres présente de nombreux autres intérêts. En particulier, associé aux techniques de refroidissement évaporatif, il permet d'atteindre des densités élevées dans l'espace des phases. Cette méthode est tellement efficace qu'elle a conduit, en 1995, à l'observation de la condensation de Bose-Einstein de gaz atomiques dilués [5, 6, 7].

Nous nous concentrons, dans ce chapitre, sur le piégeage magnétique dont nous présentons le principe et les pièges les plus courants. Cette présentation, inspirée de [8], est axée sur les mécanismes de confinement ainsi que sur les caractéristiques essentielles des diverses configurations, la description expérimentale d'un des ces pièges étant réservée au chapitre suivant. Nous donnons également un aperçu des techniques d'évaporation par radio-fréquence qui se sont avérées extrêmement puissantes pour le refroidissement d'atomes.

1.2 Force de piégeage magnétique

1.2.1 Dipole et énergie magnétiques

Lorsqu'un dipole magnétique $\vec{\mu}$ interagit avec un champ magnétique \vec{B} , il acquiert une énergie magnétique [9]:

$$E(B) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (1.1)$$

et il est par conséquent soumis à une force \vec{F} qui dérive de ce potentiel:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E(B) = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (1.2)$$

Si le dipole est aligné dans le sens du champ, son énergie magnétique (négative) diminue lorsque l'amplitude du champ magnétique $|\vec{B}|$ augmente. L'effet de la force est donc de l'attirer vers les champs forts. A l'inverse, si il est orienté dans le sens inverse de \vec{B} , son énergie (positive) augmente lorsque $|\vec{B}|$ augmente et les forces magnétiques ont tendance à le déplacer vers les minima du module de $|\vec{B}|$.

Ces forces peuvent donc servir à localiser un dipole magnétique aux extremas de l'amplitude de \vec{B} . Elles peuvent être, en particulier, utilisées pour piéger un atome ayant un moment magnétique permanent ce qui est le cas pour un atome

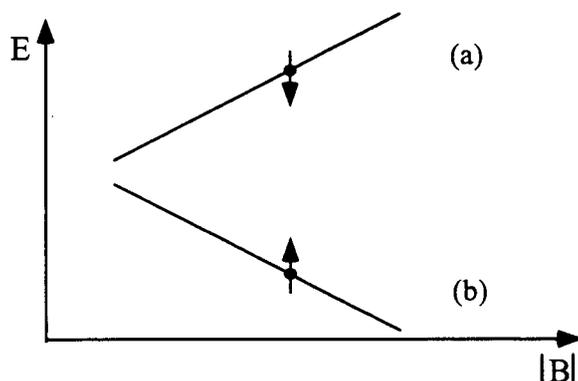


Figure 1.1: *Dipole dans un champ magnétique inhomogène: (a) état piégeant: le dipole est orienté dans le sens opposé à \vec{B} , (b) état anti-piégeant: le dipole est orienté suivant le champ \vec{B} .*

dans un niveau de moment cinétique $J \neq 0$. L'énergie magnétique dans le sous-niveau Zeeman $|m_J\rangle$ vaut:

$$E_{m_J}(B) = gm_J\hbar\omega_0 \quad (1.3)$$

où ω_0 est la fréquence de Larmor et g le facteur de Landé du niveau atomique. Ainsi, suivant le sous-niveau Zeeman $|m_J\rangle$ que l'on considère, l'énergie magnétique est positive ou négative et l'atome est attiré vers les champs faibles ou les champs forts¹.

En fait les équations de Maxwell interdisent l'existence d'un maximum local du module de \vec{B} pour un champ purement statique dans le vide. Ce résultat est connu sous le nom de "théorème de Wing" et il fait l'objet de la section 1.2.3. Il a pour conséquence immédiate d'empêcher le piégeage des atomes dans un état attiré vers les champs forts. Dans la suite de ce mémoire, ces états seront désignés sous le nom d'états "anti-piégeants" à l'inverse des états attirés vers les champs faibles qui sont des états "piégeants". Par exemple, lorsque g est positif, les états piégeants sont les états où le spin est orienté dans la direction du champ (m_J positif). Notons que les états piégés ne sont pas ceux de plus basse énergie (figure 1.1). Il faut donc prendre extrêmement garde à tous les processus exothermiques (comme, par exemple, les collisions) qui peuvent transférer les atomes vers les états anti-piégeants d'énergie inférieure.

¹Ces états sont respectivement désignés en anglais par les termes imagés de "low-field seeker" et "high-field seeker".

1.2.2 Evolution adiabatique

Jusqu'à présent nous avons seulement considéré la variation du module de \vec{B} pour étudier la possibilité d'un piégeage. En réalité, lorsqu'un atome se déplace, il est soumis à un champ qui peut également changer d'orientation. Pour que l'atome reste dans l'état piégeant, il faut donc que son spin conserve à tout moment la bonne orientation par rapport au champ magnétique local.

Pour préciser le critère d'évolution adiabatique, on se place dans le référentiel de l'atome. Dans ce référentiel, le champ d'amplitude B_0 (correspondant à une fréquence de Larmor $\omega_L = \mu B_0/\hbar$) tourne avec une vitesse ω_R . La condition de suivi adiabatique s'écrit alors [10]:

$$\boxed{\omega_R \ll \omega_L} \quad (1.4)$$

Pour interpréter cette condition, on se place maintenant dans le référentiel tournant à la vitesse ω_R . L'atome "voit" un champ transverse fixe d'amplitude B_0 ainsi qu'un champ inertiel $B_i = \omega_R/\gamma$ (γ est le rapport gyromagnétique). Lorsque la condition d'adiabaticité est satisfaite, ce champ inertiel est beaucoup plus petit que le champ transverse. Cela signifie que le spin, en rotation autour du champ magnétique total, reste pratiquement aligné avec le champ transverse (figure 1.2) et donc que l'atome reste dans un état piégeant.

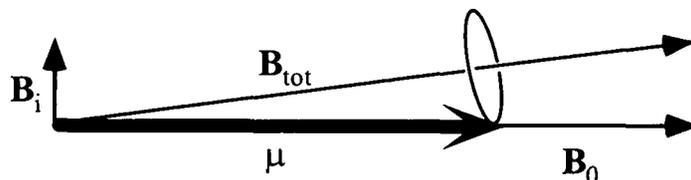


Figure 1.2: Champ total dans le référentiel tournant.

1.2.3 Le théorème de Wing

Nous donnons ici la démonstration du théorème de Wing qui interdit l'existence d'un maximum de l'amplitude du champ magnétique. Ce résultat a été montré dans le cadre de la physique atomique par Wing [11] puis généralisé par Ketterle et Pritchard [12].

Dans une région vide de charge et de courant et pour des champs statiques, le champ magnétique \vec{B} est régi par les équations:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{0} \quad (1.6)$$

En vertu de l'identité $\text{rot}(\text{rot.}) = \text{grad}(\text{div.}) - \Delta$, le champ magnétique \vec{B} est de laplacien nul:

$$\Delta \vec{B} = \vec{0} \quad (1.7)$$

Supposons alors que le module du champ magnétique atteigne un maximum local en $\vec{r} = \vec{0}$. Soit \vec{B}_0 le champ magnétique en ce point que l'on suppose aligné suivant l'axe z ($B_0 > 0$). Au voisinage de l'origine, le champ magnétique \vec{B} s'écrit:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0 + \delta \vec{B}(\vec{r}) \quad (1.8)$$

$$\delta \vec{B}(\vec{0}) = \vec{0} \quad (1.9)$$

L'équation 1.7 entraîne immédiatement que la fonction $\delta \vec{B}(\vec{r})$ vérifie aussi l'équation de Laplace $\Delta(\delta \vec{B}(\vec{r})) = \vec{0}$.

Le module carré du champ magnétique total vaut alors:

$$\vec{B}^2(\vec{r}) = \vec{B}_0^2 + 2\vec{B}_0 \cdot \delta \vec{B}(\vec{r}) + \delta \vec{B}^2(\vec{r}) \quad (1.10)$$

$$= B_0^2 + 2B_0 \delta B_z(\vec{r}) + \delta \vec{B}^2(\vec{r}) \quad (1.11)$$

Pour que le module du champ magnétique soit maximum, il faut que le deuxième terme $B_0 \delta B_z(\vec{r})$, et donc que $\delta B_z(\vec{r})$, soit négatif dans tout le voisinage de l'origine et en particulier sur toute sphère centrée en 0 . Par ailleurs, un résultat classique indique que la valeur moyenne sur une sphère d'une fonction satisfaisant l'équation de Laplace est égal à sa valeur au centre de la sphère. Dans le cas considéré ici, cela signifie que:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{|\vec{r}|=r} \delta B_z(\vec{r}) d\Omega = 0 \quad (1.12)$$

Il est donc impossible que δB_z soit négatif en tout point de cette sphère ce qui contredit l'hypothèse initiale. Il apparaît donc que: **le module d'un champ magnétique statique ne peut avoir de maximum dans une région vide de charge et de courant.**

Notons que dans la mesure où le champ électrique satisfait les mêmes équations:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.13)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \quad (1.14)$$

ce résultat est également valable pour \vec{E} . Par ailleurs, l'effet Stark pour un atome dans l'état fondamental est toujours négatif. Il est ainsi toujours attiré vers les maxima d'amplitude du champ électrique. Le théorème de Wing stipule donc qu'il est impossible de piéger un atome dans son état fondamental avec un champ statique².

²L'effet Stark peut être positif pour un atome excité auquel cas il est susceptible d'être piégé. On est cependant alors limité par la durée de vie finie de l'atome dans cet état.

Le théorème de Wing peut être rapproché d'un autre théorème standard d'électrostatique qui stipule que, pour toute configuration, le potentiel V dont dérive le champ électrique \vec{E} ne peut avoir d'extrémum [9]. Cela a notamment pour conséquence d'interdire le piégeage d'une particule chargée avec des champs statiques. Dans une certaine mesure, le théorème de Wing apparaît comme la version "dipolaire" de ce résultat.

Le théorème de Wing ne dit par contre rien sur l'existence d'un minimum du module. Nous allons voir dans la suite de ce chapitre que l'on distingue deux cas suivant la valeur du champ en un tel point. Lorsque celui-ci est non nul, la variation locale de l'amplitude de \vec{B} est quadratique et on obtient un piège harmonique. Par contre, lorsque le minimum du module correspond à un zéro du champ, la dérivé première de $|\vec{B}|$ n'a plus besoin de s'annuler auquel cas le potentiel est linéaire. Nous commençons par étudier une situation de cette sorte, désignée sous le nom de piège quadrupolaire.

1.3 Le piège magnétostatique quadrupolaire

Le piège magnétique quadrupolaire est l'exemple le plus simple de configuration présentant un minimum du module de \vec{B} . Ce minimum est en fait un zéro du champ et le piège est caractérisé par le gradient de champ au voisinage de ce point.

1.3.1 Configuration

On considère le champ magnétique créé par deux bobines circulaires de même rayon R , de même axe z dont les centres sont situés en $z = A$ et $z = -A$ et qui sont parcourues par des courants I et $-I$ constants. Cette configuration est connue sous le nom de configuration anti-Helmoltz (figure 1.3).

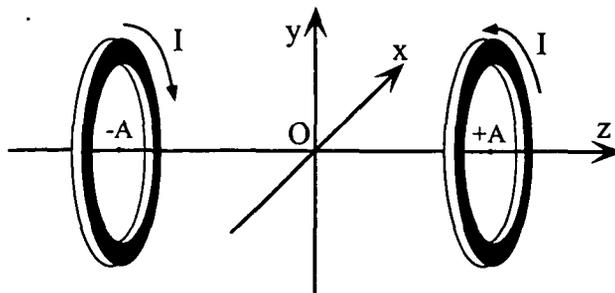


Figure 1.3: Configuration anti-Helmoltz.

Un calcul standard de magnétostatique donne le champ créé par une bobine circulaire en tout point de son axe [13]. Ainsi, pour la bobine centrée en $z = +A$, le champ au point $(0, 0, z)$ a pour expression:

$$B_z(0, 0, z) = \mu_0 I \frac{R^2}{2(R^2 + (A - z)^2)^{3/2}} \quad (1.15)$$

où μ_0 est la permittivité du vide. Sur l'axe z , le champ total créé par les deux bobines vaut donc:

$$B_z(0, 0, z) = \mu_0 I \left(\frac{R^2}{2(R^2 + (A - z)^2)^{3/2}} - \frac{R^2}{2(R^2 + (A + z)^2)^{3/2}} \right) \quad (1.16)$$

Au voisinage de l'origine, on peut obtenir une expression approchée de B_z en se limitant au premier terme du développement:

$$B_z(0, 0, z) = 2bz \quad (1.17)$$

$$\text{avec } b = \frac{3}{2} \mu_0 I \frac{AR^2}{(R^2 + A^2)^{5/2}} \quad (1.18)$$

On en déduit alors, sans calcul, la valeur de \vec{B} dans le plan $x - y$, par des arguments de symétrie. La symétrie par rotation autour de l'axe z entraîne que le module du champ ne dépend que de $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, la distance à l'origine. Par ailleurs, la symétrie de réflexion par rapport à l'origine indique que le champ magnétique est purement radial. Finalement la conservation du flux, imposée par l'équation de Maxwell $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, donne la valeur du champ: $B_\rho = -b\rho$.

Le champ magnétique total en coordonnées cartésiennes vaut donc pour la configuration anti-Helmoltz:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} -bx \\ -by \\ 2bz \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

soit, en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} -b\rho \\ 0 \\ 2bz \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Il s'agit d'un gradient de champ magnétique qui s'annule à l'origine. Cette configuration du champ est utilisée fréquemment dans les expériences de physique atomique. Elle sert notamment dans la réalisation des pièges magnéto-optiques à créer une force de rappel.

Nous nous sommes restreints jusqu'à maintenant à l'ordre le plus bas du développement du champ. L'expression (1.19), valable seulement au voisinage de

l'origine, est néanmoins largement suffisante pour analyser l'effet sur les atomes. En pratique, les bobines ont des rayons $R \simeq 10$ cm et sont situées à des distances $A \simeq 10$ cm du centre, bien plus grandes que la taille ~ 1 mm des nuages atomiques. Une discussion plus détaillée des caractéristiques du champ magnétique dans cette configuration peut être trouvée dans [14].

1.3.2 Le potentiel de confinement

Le module du champ \vec{B} a pour expression:

$$|\vec{B}| = b\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} = b\sqrt{\rho^2 + 4z^2} \quad (1.21)$$

Il est minimum à l'origine (où il s'annule) et il est ainsi possible, à la limite adiabatique, de piéger des atomes dans un sous-niveau attiré par les champs faibles. Le potentiel U vaut:

$$U(\vec{r}) = \mu|\vec{B}| = \mu b\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad (1.22)$$

où μ est le moment magnétique de ces atomes. La figure 1.4 indique la variation du potentiel selon les axes x (ou y) et z . La forme du potentiel ne dépend que du seul paramètre b qui peut être modifié en ajustant le courant I dans les bobines.

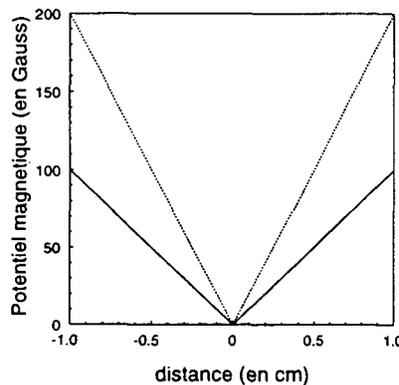


Figure 1.4: Variation du potentiel de confinement dans les directions x (en traits pleins) et z (en pointillés).

Ce potentiel linéaire de confinement porte le nom de piège magnétique quadrupolaire³. Pour étudier ses performances, il est nécessaire d'en évaluer brièvement

³Le terme quadrupolaire prend toute sa signification lorsqu'on considère le développement multipolaire du champ magnétique. Le lecteur pourra en trouver une présentation dans les références [8, 14].

la profondeur. Pour un champ magnétique caractéristique variant entre 0 et $B = 200$ G et un moment magnétique égal au magnéton de Bohr ($\mu = 1.4$ MHz/G), la hauteur du potentiel correspond à une température $k_B T = \mu B$ de l'ordre de 10 mK. Il est donc nécessaire de prérefroidir les atomes avant de les charger dans le piège magnétique.

La première expérience de piégeage d'atomes neutres a en été réalisée dans un piège magnétique quadrupolaire [3]. Dans cette expérience les atomes chargés dans le piège provenaient d'un jet atomique traversant un ralentisseur Zeeman. Les températures nécessaires sont aujourd'hui plus aisément accessibles grâce aux développements des techniques de refroidissement par laser. Ainsi l'utilisation d'un piège magnéto-optique et d'une mélasse optique permet, en quelques secondes, de capturer et de refroidir plusieurs millions d'atomes à des températures de quelques dizaines de microKelvins.

La figure 1.5 présente une image d'un nuage d'atomes dans un piège magnétique quadrupolaire. La photo est obtenue par une technique d'imagerie en absorption sur laquelle de plus amples détails sont donnés au chapitre suivant. On notera que les atomes sont plus confinés dans la direction z que suivant x en accord avec l'expression (1.22) du potentiel.

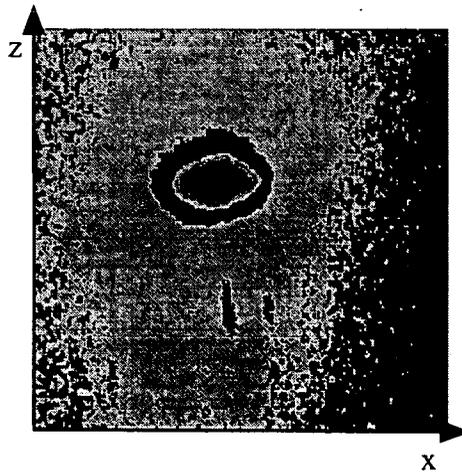


Figure 1.5: Image en absorption des atomes dans un piège magnétique quadrupolaire avec $b = 125$ G/cm.

Il faut enfin prendre en compte le rôle joué par la force de pesanteur que l'on suppose orienté suivant l'axe z . Au potentiel de confinement $U(\vec{r})$, il faut rajouter un terme linéaire $V(\vec{r}) = mgz$. Contrairement au cas du potentiel harmonique, l'effet n'est pas de déplacer le centre du piège mais de dissymétriser le potentiel linéaire.

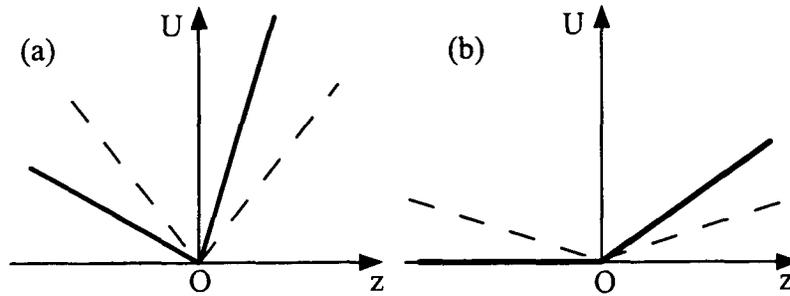


Figure 1.6: Potentiel de confinement suivant l'axe vertical: le potentiel magnétique (en pointillés) et le potentiel total tenant compte de la gravité (traits pleins). (a) état $|F = m = 4\rangle$, (b) état $|F = 4, m = 1\rangle$

Pour rendre cela plus explicite, nous considérons un atome situé sur l'axe z . Le potentiel total vaut $U_{total}(z) = 2\mu b|z| + mgz$ (figure 1.6a). Si l'atome est situé au-dessus de l'origine, la force de rappel est augmentée par la gravité. Par contre un atome qui se trouve en-dessous est moins confiné. Pour évaluer cet effet, il faut comparer l'intensité des forces magnétique et de pesanteur. Pour un atome de césium ($m = 2.2 \cdot 10^{-25}$ kg) soumis à un gradient $b = 50$ G/cm avec un moment magnétique égal au magnéton de Bohr⁴ ($|\mu| = 9.27 \cdot 10^{-24}$ J/Tesla), le rapport $\mu b/mg$ vaut 4.2. Il s'agit donc d'un effet non négligeable qu'il faut prendre en compte pour analyser le comportement des atomes dans un piège quadrupolaire. Par exemple, pour ces valeurs, le niveau piégeant $|F = 4, m = 1\rangle$, qui a un moment magnétique 4 fois moins important, n'est plus confiné: l'effet du gradient de champ magnétique est juste de compenser la gravité (figure 1.6b).

1.3.3 Les pertes non-adiabatiques

Le piège magnétique quadrupolaire a cependant l'inconvénient d'avoir un processus intrinsèque de perte dues à des transitions non-adiabatiques au centre du piège. Considérons pour cela l'évolution d'un atome dont la trajectoire coïncide avec l'un des axes du piège (par exemple l'axe x) (cas (a) de la figure 1.7). Initialement cet atome se trouve loin du centre et son spin est aligné suivant le champ qui est dirigé vers l'origine. Il est soumis à une force constante $F = |\mu|b$ dirigée vers le centre du piège. Le long de la trajectoire de l'atome, le champ diminue jusqu'à s'annuler pour $x = 0$. La fréquence de Larmor étant nulle, la condition de suivi adiabatique $\omega_R \ll \omega_L$ n'est plus satisfaite. Le spin ne peut basculer lorsque le champ \vec{B} change d'orientation et devient donc anti-parallèle

⁴ce qui est le cas pour l'état $|F = m = 4\rangle$.

au champ magnétique. L'atome est alors dans un état anti-piégeant sur lequel s'exerce une force dirigée vers les champs forts qui a pour effet de l'expulser du piège.

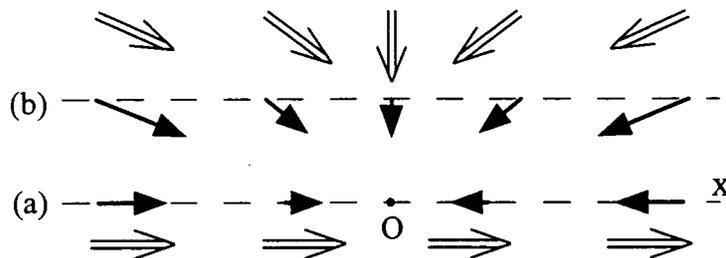


Figure 1.7: (a) La trajectoire atomique passe au centre du piège. L'atome ne peut alors suivre adiabatement l'orientation du champ. Il se retrouve alors dans un état anti-piégeant et est expulsé du piège quadrupolaire. (b) L'atome passe suffisamment loin du centre et son évolution reste adiabatique. Le champ magnétique est représenté en traits pleins et le spin par une double flèche.

Par contre, si l'atome passe suffisamment loin du centre O du piège (cas (b) de la figure 1.7), le champ auquel il est soumis ne s'annule pas et la fréquence de Larmor ω_L reste toujours bien supérieure à la fréquence de rotation apparente ω_R . Le spin est alors constamment aligné dans la direction de \vec{B} et l'atome reste confiné dans le piège quadrupolaire.

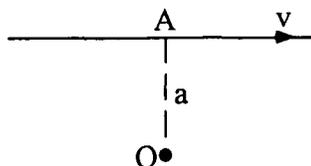
Ces transitions non-adiabatiques sont appelés transitions de Majorana [15] ou "spin-flip" en anglais. Inhérentes dans la configuration du piège magnétique quadrupolaire, elles se traduisent par un taux de fuite $1/\tau$ des atomes hors du piège dont on peut donner une estimation⁵.

1.3.4 Durée de vie d'un piège magnétique quadrupolaire

On étudie la dynamique d'un atome qui passe à une distance a de l'origine avec une vitesse v (figure 1.8). Lorsque l'atome se déplace le long de sa trajectoire de la distance $v \cdot dt$ pendant le temps dt , le champ magnétique tourne d'un angle $d\theta$ de l'ordre de $v \cdot dt/a$. La fréquence de rotation du champ ω_R dans le référentiel de l'atome est donc:

$$\omega_R \sim \frac{v}{a} \quad (1.23)$$

⁵Cette présentation suit celle donnée dans la référence [17]

Figure 1.8: Trajectoire d'un atome passant à la distance a du centre du piège.

Pour un champ quadrupolaire, le module du champ au point A est de l'ordre de ba . La fréquence de Larmor ω_L vaut en ce point:

$$\omega_L \sim \frac{1}{\hbar} \mu b a \quad (1.24)$$

Les transitions non-adiabatiques jouent un rôle lorsque $\omega_L \sim \omega_R$. Cela correspond à une distance minimum d'approche a_0 :

$$a_0 \sim \sqrt{\frac{\hbar v}{\mu b}} \quad (1.25)$$

Tout atome de vitesse supérieure ou égale à v entrant dans la sphère centrée en O et de rayon a_0 est ainsi perdu⁶. Pour calculer le taux de fuite, il faut alors évaluer le flux d'atomes f traversant cette sphère. Pour cela, on suppose que le piège a une taille l et contient N atomes. Le flux, qui est égal au nombre d'atomes perdus par unité de temps, est de l'ordre de:

$$f = -\frac{dN}{dt} \sim \frac{N}{l^3} v a_0^2 \quad (1.26)$$

ce qui permet d'obtenir une expression du taux de fuite $dN/dt = -N/\tau$:

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{1}{l^3} \frac{\hbar v^2}{\mu b} \quad (1.27)$$

Cette expression peut encore être simplifiée en donnant une estimation de la vitesse caractéristique des atomes. A l'extrémité du piège le module du champ vaut environ bl ce qui correspond à une énergie magnétique μbl . Cette énergie potentielle est transférée sous forme d'énergie cinétique lorsque les atomes approchent de l'origine, ce qui leur confère une vitesse:

$$mv^2 \sim \mu bl \quad (1.28)$$

⁶En réalité, il s'agit plutôt d'un ellipsoïde et non d'une sphère compte tenu de l'anisotropie du potentiel.

où m est la masse atomique. En reportant cette valeur dans l'expression (1.27), on obtient:

$$\tau \sim \frac{m}{\hbar} l^2 \quad (1.29)$$

Cette formule, remarquablement simple, ne dépend pas du gradient de champ utilisé et ne fait intervenir que le paramètre m/\hbar . L'équipe d'E. Cornell a fait une étude expérimentale de cette loi de variation avec des nuages de Rubidium ($m/\hbar = 1.10^5$) de différentes tailles. Ils ont trouvé une loi en $\alpha ml^2/\hbar$ avec un coefficient numérique $\alpha \sim 0.37$ [17].

Ces fuites limitent donc le temps de piégeage des atomes dans le champ magnétique. Pour un nuage de césium ($m/\hbar \sim 2.10^5$ s/cm²) dont l'extension vaut $l = 200$ μ m, le temps τ est de l'ordre de 40 s. Ce temps, qui peut sembler assez long, est en fait trop bref pour certaines expériences comme celle de refroidissement évaporatif. De plus, lorsque la température des atomes baisse, l'extension du nuage diminue ce qui réduit encore la durée de vie τ , les atomes passant plus temps au voisinage de l'origine. Ce processus de perte est en fait réhibitoire pour atteindre le régime de dégénérescence quantique.

Il est donc nécessaire de trouver une méthode pour "boucher" ce trou au fond du piège. Nous présentons ici deux configurations de champ magnétique pour lesquelles le minimum du potentiel ne correspond pas à un zéro du champ. Signalons que le groupe du MIT a initialement utilisé, avec succès, une autre technique consistant à rajouter un potentiel optique répulsif au centre du piège magnétique à l'aide d'une onde laser focalisée et désaccordée sur le bleu de la transition atomique⁷ [7]. Le lecteur pourra trouver une discussion complète sur cette question dans les références [8, 16].

1.4 Le piège TOP

1.4.1 Principe

Le piège TOP ("Time-averaged Orbiting Potential") a été proposé et réalisé dans le groupe d'Eric Cornell au NIST Boulder en 1995 [17]. Il s'agit d'un piège extrêmement performant qui a servi à la première observation de la condensation de Bose-Einstein avec des atomes de rubidium [5]. Le principe consiste à maintenir constamment les atomes loin du zéro du champ où ils peuvent être perdus.

Lorsqu'on ajoute un champ constant \vec{B}_0 au champ quadrupolaire, le centre du piège est juste translaté dans la direction de ce champ d'une distance B_0/b .

⁷Cette méthode est désignée en français sous le nom de "bouchon" optique (en anglais "optical plug").

Les atomes se déplacent alors vers l'origine de ce nouveau piège où le champ total est toujours nul. Cela ne permet donc pas d'éviter les processus de pertes par transitions Majorana. L'astuce utilisée par le groupe de Boulder consiste à modifier en permanence la position du zéro du champ de manière à ce que les atomes ne l'atteignent jamais. Pour cela, ils superposent au champ quadrupolaire un champ uniforme d'amplitude B_0 en *rotation* à la fréquence ω_0 dans le plan $x - y$. Le zéro du champ se déplace alors dans ce plan sur une orbite circulaire de rayon $R_0 = B_0/b$, appelé le rayon du TOP, qui doit être supérieur à la taille d du nuage (figure 1.9).

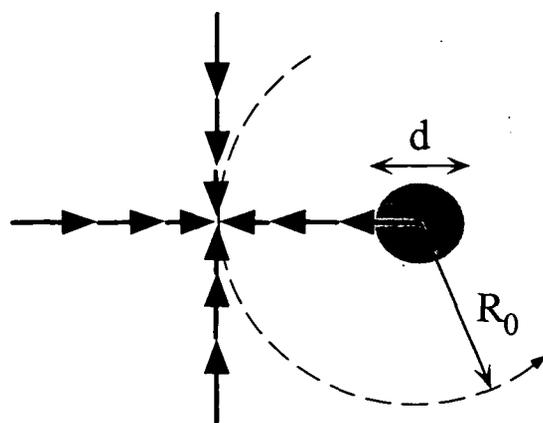


Figure 1.9: *Principe du piège TOP: le centre du piège se déplace sur une orbite circulaire de rayon R_0 (courbe en pointillés). Les atomes sont attirés vers le centre instantané du piège mais n'évoluent pas assez vite pour l'atteindre.*

Si la fréquence de rotation du champ est grande devant la fréquence d'oscillations ω des atomes dans le piège, ceux-ci n'ont pas le temps d'évoluer pendant une période de rotation du zéro. Leur temps de réaction est trop long par rapport à la durée d'une révolution et ils ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne du potentiel.

La fréquence du TOP est par ailleurs limitée par la condition de suivi adiabatique: pour que les atomes restent dans l'état piégeant il est impératif que ω_0 soit faible devant la fréquence de Larmor ω_L . Nous verrons ci-dessous qu'en pratique il n'est pas très difficile de satisfaire ces deux conditions simultanément.

1.4.2 Potentiel effectif de confinement

Le potentiel instantané du piège est celui d'un piège quadrupolaire centré au point $(R_0 \cos(\omega_0 t), R_0 \sin(\omega_0 t), 0)$. Il a ainsi pour expression:

$$W(\vec{r}, t) = \mu \left((bx - B_0 \cos(\omega_0 t))^2 + (by - B_0 \sin(\omega_0 t))^2 + 4z^2 \right)^{1/2} \quad (1.30)$$

$$= \mu B_0 \left(1 + (x^2 + y^2 + 4z^2) \frac{b^2}{B_0^2} - 2x \frac{b}{B_0} \cos(\omega_0 t) - 2y \frac{b}{B_0} \sin(\omega_0 t) \right)^{1/2} \quad (1.31)$$

Pour un nuage suffisamment petit, on peut se limiter au deuxième terme du développement:

$$W(\vec{r}, t) = \mu B_0 + \frac{b^2}{2B_0} (x^2 + y^2 + 4z^2) - \frac{b}{B_0} (x \cos(\omega_0 t) + y \sin(\omega_0 t)) + \frac{b^2}{8B_0} (4x^2 \cos^2(\omega_0 t) + 4y^2 \sin^2(\omega_0 t)) \quad (1.32)$$

Les atomes ne sont en fait sensible qu'à la valeur moyenne temporelle $U_{\text{TOP}}(\vec{r})$:

$$U_{\text{TOP}}(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\omega_0} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} W(\vec{r}, t) dt \quad (1.33)$$

de ce potentiel instantané. Le potentiel effectif U_{TOP} a finalement pour expression:

$$U_{\text{TOP}}(\vec{r}) \simeq \mu B_0 + \mu \frac{b^2}{4B_0} (x^2 + y^2 + 8z^2) \quad (1.34)$$

Il s'agit d'un potentiel de confinement anisotrope avec toutefois la symétrie cylindrique. Le potentiel n'est plus linéaire mais harmonique au premier ordre. Il est caractérisé par une fréquence d'oscillation telle que:

$$U_{\text{TOP}}(\vec{r}) = \mu B_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2 + 8z^2) \text{ avec } \omega^2 = \frac{\mu b^2}{2mB_0} \quad (1.35)$$

On définit de manière équivalente la constante de raideur du piège $\kappa = m\omega^2$ dans le plan $x - y$ qui est 8 fois plus petite que suivant l'axe z . La dynamique des atomes dans le TOP est ainsi équivalente à celle d'un oscillateur harmonique à trois dimensions de fréquences $(\omega, \omega, \sqrt{8}\omega)$.

La figure 1.10 illustre le processus de moyennage du potentiel lors de la rotation du champ. Notons qu'un atome situé à l'origine, donc au minimum du potentiel effectif, n'est jamais soumis à un champ nul mais à un champ d'amplitude B_0

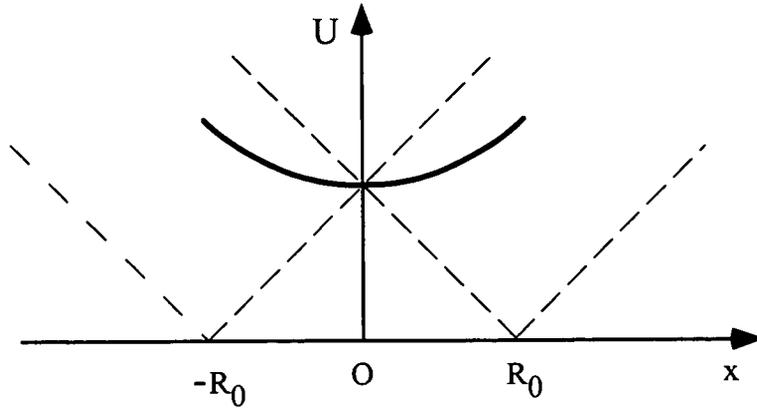


Figure 1.10: Potentiels instantanés avec une demi-période d'écart (en pointillés) et potentiel effectif (en traits pleins).

constante. A l'inverse du cas du piège quadrupolaire, il est beaucoup moins susceptible d'effectuer des transitions non-adiabatiques vers des états anti-piégeants. Toute l'astuce du TOP consiste ainsi à rejeter le zéro du champ, où l'atome risque d'être perdu par transition Majorana, dans une partie de l'espace où il ne se trouve pas!

La fréquence ω , qui caractérise le piège, dépend du gradient b et de l'amplitude du champ tournant B_0 dans le rapport $b/\sqrt{B_0}$. L'utilisateur dispose donc deux paramètres pour ajuster la raideur du potentiel. Pour une expérience de refroidissement évaporatif, on cherche en fait à avoir un piège aussi confinant que possible. La valeur maximale b étant en général limitée par le courant parcourant les bobines, il est tentant de réduire B_0 autant que possible pour accroître ω . Il faut cependant prendre garde que cela réduit automatiquement la valeur du rayon du TOP $R_0 = B_0/b$ et donc le volume effectif disponible pour les atomes. Un rayon R_0 trop petit entraîne une taux de perte considérable d'atomes par transitions non-adiabatiques et limite la durée de vie du piège. L'utilisation du TOP nécessite de faire un compromis entre la raideur du piège et le taux fuite admissible. Nous revenons sur ce point à la section 1.6.

L'expression analytique (1.34) ne prend en compte que le premier terme du développement. Elle n'est valable que lorsque les termes $b|x|/B_0$, $b|y|/B_0$ et $b|z|/B_0$ sont petits devant 1 ce qui s'écrit aussi $|x|, |y|, |z| \ll R_0$. On retrouve donc la condition que l'extension du nuage doit rester petite devant le rayon du TOP. Nous avons déjà introduit cette condition mais pour un motif différent. Il s'agissait alors d'imposer l'évolution adiabatique du dipole atomique dans le champ tournant. Ce point est repris plus en détail à la section 1.4.4.

Le calcul du potentiel effectif en tout point peut toutefois être effectué numé-

riquement. Le potentiel est en fait presque hamonique dans le plan du champ tournant entre l'origine et le rayon du TOP. On peut ainsi définir la profondeur du piège comme $m\omega^2 R_0^2/2$ la variation d'énergie potentielle effective entre le centre et l'orbite du zéro du champ. La valeur de 240 microKelvins donnée à la section 1.4.3 est nettement inférieure à la profondeur d'un piège quadrupolaire (environ 10 mK). Elle reste cependant suffisante pour confiner des atomes initialement refroidis à quelques microKelvins dans un piège magnéto-optique et une mélasse optique.

L'effet de la gravité est maintenant de décaler le centre du piège. En pratique, on a intérêt à choisir une orientation du piège telle que l'axe z de symétrie coïncide avec la direction verticale pour éviter que les atomes ne se rapprochent du zéro du champ sous l'effet de la gravité. Nous verrons aussi à la section 1.7 que c'est aussi une configuration plus favorable pour l'évaporation par Radio-Fréquence. Dans cette géométrie, le décalage du centre vaut $\Delta z = -g/8\omega^2$.

1.4.3 Ordres de grandeur dans le TOP

Le tableau ci-dessous rassemble les différents paramètres du TOP pour les valeurs du gradient et du champ tournant que nous avons utilisées dans notre expérience.

gradient de champ magnétique b	$b=125$ G/cm
amplitude du champ tournant B_0	$B_0= 15$ G
moment magnétique μ	$ \mu =9.27 \cdot 10^{-24}$ J/T
fréquence du TOP ω_0	$\omega_0/2\pi = 5$ kHz
rayon du TOP $R_0 = B_0/b$	$R_0 = 1.2$ mm
taille du nuage d ($T = 60\mu\text{K}$)	$d = 400\mu\text{m}$
fréquence du piège $\omega^2 = b^2/2mB_0$	$\omega/2\pi=23$ Hz
profondeur du piège $m\omega^2 R_0^2/2$ (en unité de température)	$T = 240\mu\text{K}$
décalage du centre $\Delta z = -g/8\omega^2$	$\Delta z = -60\mu\text{m}$

La figure 1.11 est une image en absorption d'un nuage d'atomes de césium à $T = 25 \mu\text{K}$ dans le TOP. On notera que le nuage est plus allongé dans la direction x que selon z . Le rapport des tailles est en fait égal à 2.5, peu différent de la valeur $2\sqrt{2}$ attendue, d'après l'expression (1.34), pour un nuage thermalisé.

1.4.4 Conditions de validité

On peut maintenant préciser les conditions de validité des approximations pour lesquelles le potentiel effectif a l'expression (1.34). La première condition s'écrit:

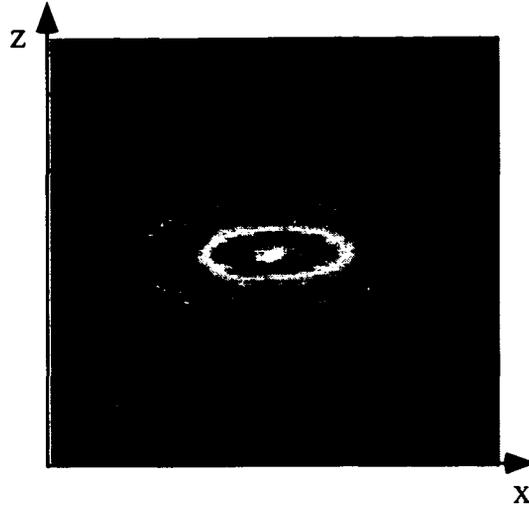


Figure 1.11: *Image en absorption des atomes dans le TOP à 25 μK avec $b=125$ G/cm et $B_0=15$ G.*

$$\boxed{\omega \ll \omega_0} \quad (1.36)$$

La fréquence d'oscillation ω la plus élevée est de l'ordre de 100 Hz et il est facile de réaliser un champ en rotation à des fréquences de quelques kHz. L'atome n'est alors sensible qu'à la valeur moyenne du potentiel.

Le deuxième point consiste à s'assurer que le spin de l'atome suit adiabatiquement la variation du champ. Notons que dans un TOP cette variation ne provient pas seulement du mouvement spatial de l'atome (comme dans un piège quadrupolaire) mais aussi de la rotation du champ uniforme. Considérons d'abord un atome au centre du piège (on néglige ici le rôle de la gravité). Cette atome n'est soumis qu'à un champ constant B_0 qui tourne dans le plan $x - y$. Dans le référentiel tournant à la fréquence ω_0 , l'atome "voit" un champ transverse fixe d'amplitude B_0 ainsi qu'un champ inertiel ω_0/γ (γ est le facteur gyromagnétique) suivant l'axe z . Si ω_0 est plus petit que la fréquence de Larmor $\omega_L = \mu B_0/\hbar$, ce champ est beaucoup plus petit que le premier. Le spin de l'atome reste alors presque aligné avec le champ transverse. Dans le référentiel du laboratoire, il tourne à la fréquence ω_0 en phase avec le champ en rotation.

Soit maintenant un atome qui n'est pas situé à l'origine des coordonnées mais, par exemple, à la distance r dans le plan $x - y$. L'atome est soumis à un champ quadrupolaire fixe br ainsi qu'au champ tournant. Lorsque $br < B_0$, l'amplitude du champ total oscille entre $(B_0 + br)$ et $(B_0 - br)$ à la fréquence ω_0 . Lorsque la

fréquence de Larmor minimale n'est plus très grande devant ω_0 , le spin ne peut plus suivre adiabatiquement le champ. En particulier, lorsque $r = R_0$, l'atome se trouve sur l'orbite du zéro du champ et l'approximation adiabatique n'est plus valable.

Finalement les conditions d'évolution adiabatique dans le TOP s'écrivent

$$\boxed{\omega_0 \ll \omega_L \text{ et } r < R_0} \quad (1.37)$$

Pour les valeurs des paramètres indiqués à la section 1.4.3, le champ minimal vu par l'atome ($B_0 - bd/2$) vaut 12.5 G ce qui correspond à une fréquence de Larmor $\omega_L = \mu(B_0 - bd/2)$ de 17.5 MHz, bien plus grande que 5 kHz, la fréquence de rotation du champ.

1.5 Le piège de Ioffe

Nous présentons maintenant une autre configuration pour laquelle un minimum non nul du module du champ est obtenu avec des champs purement statiques. Ce piège a en fait été proposé et utilisé dans les années 60 pour le confinement des plasmas [18] par M. Ioffe qui lui a laissé son nom. Il a ensuite été repris dans les années 80 par D. Pritchard pour la capture des atomes neutres [19, 20]. Le groupe de W. Ketterle au MIT a récemment montré que c'est un outil extrêmement puissant pour les expériences de refroidissement évaporatif [21].

1.5.1 Configuration du champ

On considère une configuration de courants constituée de 4 fils parallèles passant au sommet d'un carré de diagonale $2a$ (centré sur l'axe z) et parcourus par des courants valant I ou $-I$. A ces quatre fils, on adjoint deux bobines circulaires, horizontales et centrées autour l'axe z , parcourues par le même courant I' (figure 1.12). Nous allons montrer que cette géométrie permet d'obtenir un minimum non nul du module de $|\vec{B}|$ à l'origine O .

Considérons d'abord le champ créé par les quatre fils parallèles (figure 1.13). Par symétrie, ce champ est nul le long de l'axe z et il est dirigé suivant les directions radiales x et y (au moins au voisinage de O). Un calcul simple montre que son expression est égale à:

$$\vec{B}(x, y, z) = \begin{pmatrix} B'x \\ -B'y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

$$\text{avec } B' = \frac{2\mu_0 I}{\pi a^2} \quad (1.39)$$

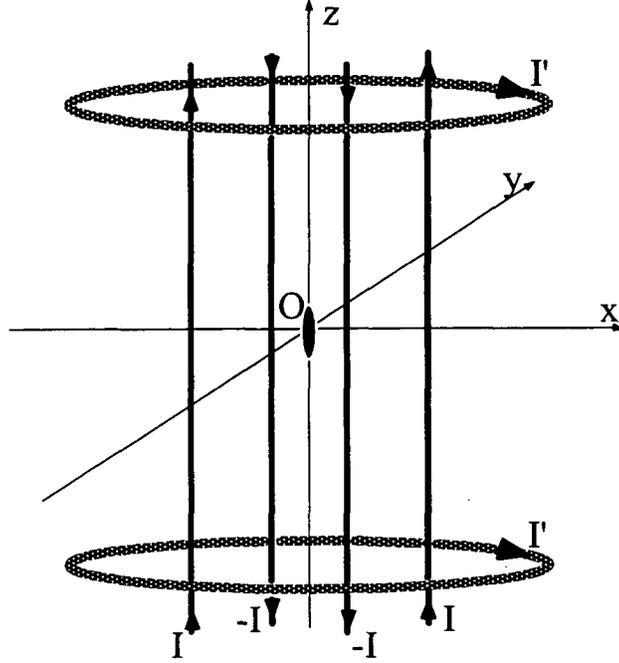


Figure 1.12: Configuration des courants dans un piège de Ioffe.

Il s'agit d'un gradient de champ magnétique avec une orientation du champ inversée selon les axes x et y , traduisant la condition de divergence nulle. Cela correspond à un potentiel de confinement radial des atomes.

On considère maintenant le champ créé par les deux bobines supplémentaires. Soit R le rayon de ces bobines, centrées sur l'axe vertical au point $z = A$ et $z = -A$. Le champ selon z induit en un point de l'axe vertical proche de l'origine a pour expression:

$$B_z(0, 0, z) = \mu_0 I' \left(\frac{R^2}{2(R^2 + (A - z)^2)^{3/2}} + \frac{R^2}{2(R^2 + (A + z)^2)^{3/2}} \right) \quad (1.40)$$

Au deuxième ordre en z , ce champ vaut:

$$B_z(0, 0, z) \simeq B_0 + \frac{1}{2} B'' z^2 \quad (1.41)$$

avec:

$$B_0 = \mu_0 I' \frac{R^2}{(R^2 + A^2)^{3/2}} \quad \text{et} \quad B'' = \mu_0 I' \frac{3R^2}{2(R^2 + A^2)^{5/2}} (4A^2 - R^2) \quad (1.42)$$

Le champ B_0 est simplement égal à deux fois le champ créé par chacune des bobines à l'origine. Le coefficient B'' est appelé la courbure axiale du champ et

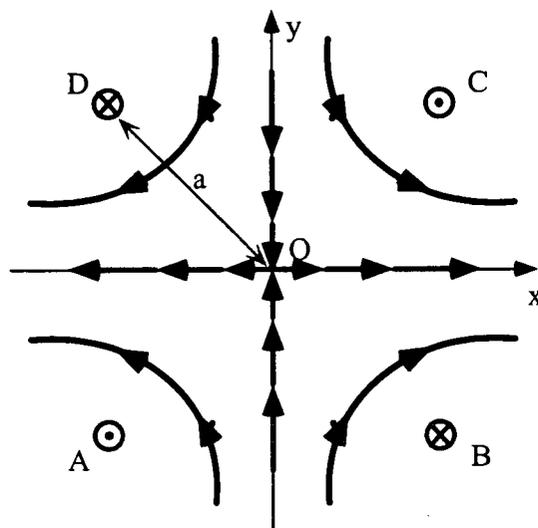


Figure 1.13: Lignes du champ créé par les quatres fils.

son signe dépend du rapport A/R . Pour avoir un minimum d'amplitude du champ en O , il faut éloigner suffisamment les bobines de façon à satisfaire la condition ⁸ $2A > R$. L'effet de ces bobines est alors de rajouter une force de piégeage axiale.

Le champ total au voisinage de l'origine dans la configuration de Ioffe a pour expression:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B'x \\ -B'y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}B''_a z^2 \end{pmatrix} + \dots \quad (1.43)$$

Le champ représenté par les trois premiers termes n'est pas de divergence et de rotationnel nul ce qui nécessite de tenir compte d'autres termes (désignés par "...") pour satisfaire ces conditions⁹. Ces termes supplémentaires ne jouent cependant pas de rôle important dans l'expression du potentiel magnétique de confinement.

Par ailleurs, l'amplitude du champ constant \vec{B}_0 peut être ajustée en utilisant deux autres bobines d'axe z en configuration Helmholtz. Elles créent un champ magnétique vertical \vec{B}_1 qui s'ajoute au champ \vec{B}_0 et *ne modifie pas la courbure axiale*. En particulier, lorsqu'elles sont parcourues par un courant I'' dans le sens inverse de I' , les deux champs \vec{B}_0 et \vec{B}_1 sont orientés dans des sens opposés ce qui

⁸Le cas limite $2A = R$ est connu sous le nom de configuration Helmholtz pour laquelle l'amplitude champ varie comme z^4 à l'origine.

⁹Le lecteur trouvera une présentation complète du champ magnétique dans cette configuration au chapitre 4 de la référence [8].

a pour effet de réduire le module du champ constant (figure 1.14). L'amplitude du champ total $\vec{B}_I = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$ au centre O peut ainsi être fixée en ajustant convenablement la valeur du courant I'' .

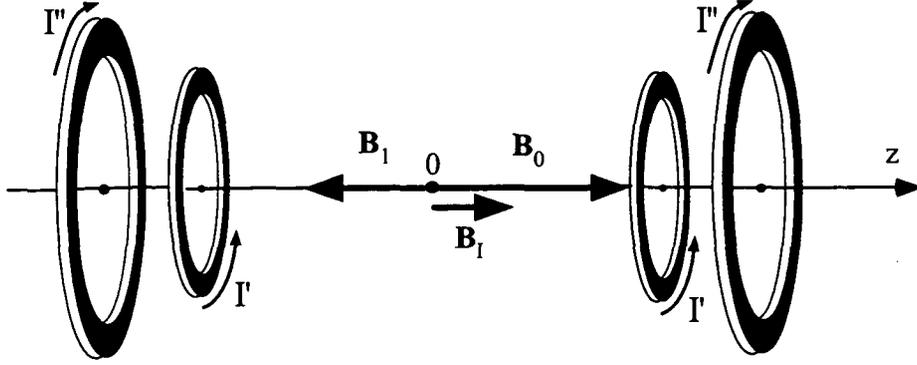


Figure 1.14: Champ magnétique \vec{B}_I au centre du piège résultant de la somme des champs des deux bobines du piège de Ioffe (parcourues par le courant I') et des deux bobines Helmholtz (parcourues par I'').

1.5.2 Le potentiel de confinement

Le potentiel magnétique de confinement se déduit de l'expression du champ total (équation (1.43)):

$$U_{\text{Ioffe}}(\vec{r}) = \mu |\vec{B}| \quad (1.44)$$

$$= \mu \left(B'^2(x^2 + y^2) + \left(B_I + \frac{1}{2} B_a'' z^2 \right)^2 \right)^{1/2} \quad (1.45)$$

Ce potentiel est minimum à l'origine où le champ magnétique B_I est non nul. La configuration de Ioffe réalise donc un piège magnétique statique sans perte au centre.

Contrairement au cas du TOP qui est essentiellement harmonique, la nature du potentiel dans un piège de Ioffe dépend de l'extension spatiale d du nuage par rapport à la valeur du paramètre B_I/B' . Dans la limite $d \ll B_I/B'$, on peut se restreindre à l'expression du potentiel au premier ordre non nul:

$$U_{\text{Ioffe}}(\vec{r}) \simeq \mu B_I + \frac{1}{2} \mu \left(B_r''(x^2 + y^2) + B_a'' z^2 \right) \quad (1.46)$$

$$\text{avec} \quad B_r'' = \frac{B'^2}{B_I} \quad (1.47)$$

Il s'agit d'un potentiel harmonique anisotrope avec une symétrie cylindrique autour de l'axe vertical z caractérisé par B_I et les fréquences d'oscillation radiale $\omega_r = (\mu B_r''/m)^{1/2} = (\mu B'^2/mB_I)^{1/2}$ et axiale $\omega_a = (\mu B_a''/m)^{1/2}$.

$$U_{\text{Ioffe}}(\vec{r}) = \mu B_I + \frac{1}{2} m \omega_r^2 (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} m \omega_a^2 z^2 \quad (1.48)$$

A la différence du TOP, l'anisotropie du piège de Ioffe n'est pas fixe mais dépend de la valeur de B_I choisie par l'expérimentateur.

Dans la limite opposée ($d \gg B_I/B'$), le potentiel magnétique reste harmonique le long de l'axe z mais est principalement linéaire dans la direction radiale. Il est alors caractérisé par la fréquence axiale ω_a , inchangée, le gradient de champ radial B' et le champ à l'origine B_I .

En pratique, on cherche souvent à réaliser des potentiels aussi confinants que possible et donc à obtenir des valeurs élevées pour les fréquences d'oscillations. La fréquence axiale est en général limitée par le courant I' maximum dont on dispose et elle dépend de la géométrie utilisée. La valeur de ω_r , elle, varie en fonction des deux paramètres B' et B_I . Elle est notamment inversement proportionnelle au champ constant qui peut être rendu aussi petit que l'on veut grâce à la compensation des bobines Helmholtz. Il faut néanmoins prendre garde au fait que la plage d'harmonicité, $d \ll B_I/B'$, est d'autant plus réduite que l'on diminue B_I . Ainsi seuls les atomes au fond du potentiel sont soumis à une fréquence d'oscillation élevée. Cela traduit le fait que potentiel ne peut jamais être plus "raide" que le potentiel linéaire (figure 1.15). Nous verrons à la section 1.5.3 que la valeur minimum de B_I est également contrainte par la condition d'évolution adiabatique des atomes dans le champ magnétique.

De même que dans le TOP, l'effet de la gravité est de déplacer le centre du piège. Pour limiter ce déplacement, on a intérêt à choisir une direction raide selon la verticale. Dans ce cas, le décalage du centre est égal à $\Delta z = -g/\omega_r^2$.

La figure 1.16 présente deux images en absorption d'atomes de césium thermalisés dans un piège de Ioffe. Dans le cas (a), le champ magnétique au centre n'est pas compensé et la distribution spatiale des atomes est isotrope dans le plan $x - z$. A l'inverse, lorsque B_I est réduit (cas (b)), le potentiel est plus confinant suivant x et le nuage thermalisé est allongé selon la direction axiale z .

1.5.3 Condition de suivi adiabatique

Dans les deux cas, harmonique et linéaire, les atomes sont soumis à un champ de module au moins égal à B_I . La valeur minimum de B_I que l'on peut utiliser est déterminée par la condition de suivi adiabatique qui impose que la fréquence de Larmor ω_L reste grande devant ω_R la fréquence de rotation du champ dans le

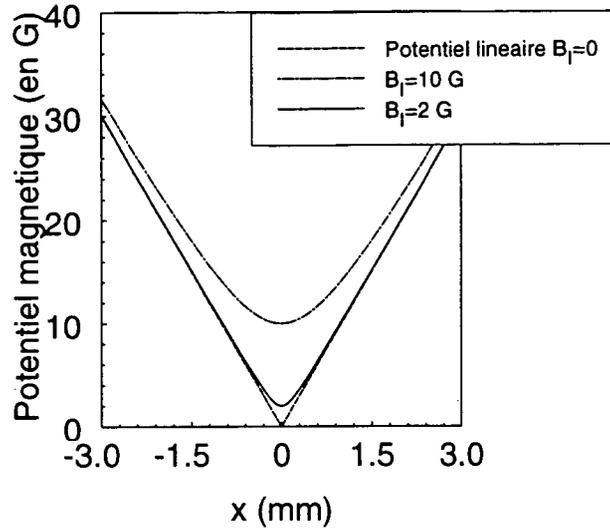


Figure 1.15: Variation du potentiel magnétique $U(x) = \mu (B_I^2 + B'^2 x^2)^{1/2}$ selon l'axe x pour différentes valeurs de B_I ($B' = 100$ G/cm).

référentiel de l'atome. Cette condition est la plus critique au fond du potentiel où le module du champ devient minimum et où son orientation bascule rapidement. Pour un atome qui atteint le fond du potentiel avec une vitesse v , ω_R est de l'ordre de v/d où $d = B_I/B'$. La condition d'évolution adiabatique s'écrit alors:

$$\omega_L = \frac{\mu B_I}{\hbar} \gg \frac{v B'}{B_I} \quad (1.49)$$

On peut réexprimer cette relation lorsque l'énergie de l'atome est suffisamment basse pour qu'il oscille dans la partie harmonique du potentiel. Dans ce cas la vitesse v est de l'ordre de $\omega_r d$ et on obtient la condition:

$$\omega_L = \frac{\mu B_I}{\hbar} \gg \omega_r = \sqrt{\frac{\mu}{m B_I}} B' \quad (1.50)$$

$$\text{soit } B_I \gg \left(\frac{\hbar^2}{m \mu} \right)^{1/3} B'^{2/3} \quad (1.51)$$

Dans le cas du césium, elle s'exprime numériquement par:

$$B_I \text{ (en mG)} \gg 0.08 (B' \text{ (en G/cm)})^{2/3} \quad (1.52)$$

En admettant qu'un rapport $\omega_L/\omega_r = 100$ soit suffisant pour éviter les transitions Majorana, le champ constant peut être réduit jusqu'à 180 mG pour un gradient de 100 G/cm.

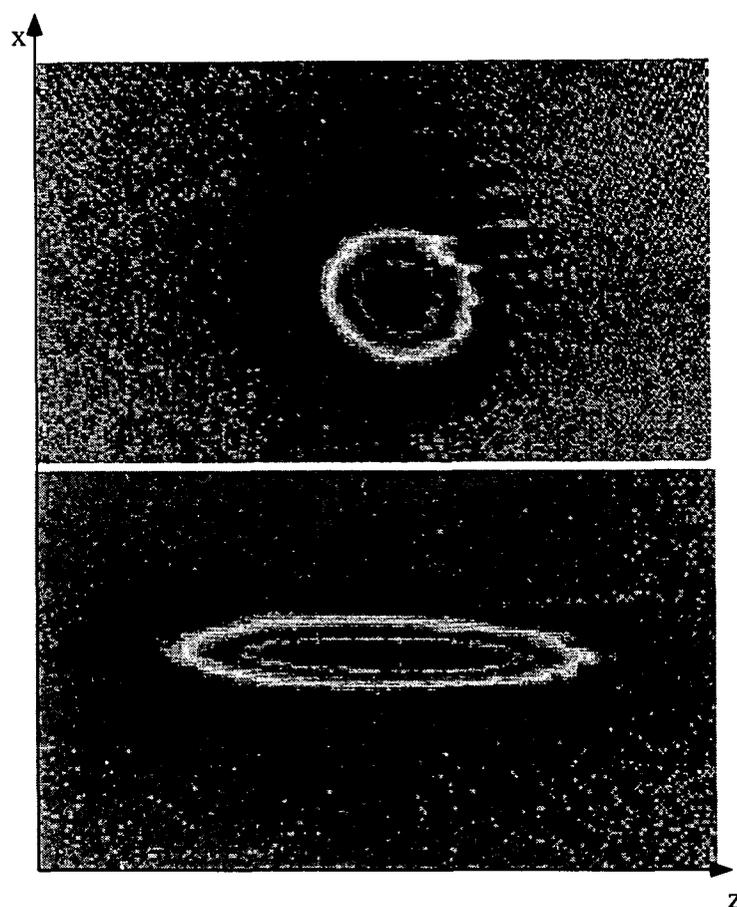


Figure 1.16: Image en absorption d'un piège de Ioffe avec $B'=200$ G/cm et $B''=100$ G/cm²: (a) $B_I = B_0 = 200$ G, (b) B_I est réduit à 1 G.

1.5.4 Ordres de grandeur dans le piège de Ioffe

Le tableau ci-dessous résume les valeurs des différents paramètres dans un piège de Ioffe. Ces valeurs sont celles obtenues pour des atomes de césium dans un piège à trois bobines fonctionnant actuellement dans notre équipe.

moment magnétique μ	$ \mu =9.27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$
gradient de champ magnétique radial B'	$B'=200 \text{ G/cm}$
champ B_0 non compensé	$B_0=200 \text{ G}$
courbure axiale	$B''_a=100 \text{ G/cm}^2$
courbure radiale (pour $B_I = 200 \text{ G}$)	$B''_r = B'^2/B_I = 200 \text{ G/cm}^2$
courbure radiale (pour $B_I = 1 \text{ G}$)	$B''_r = B'^2/B_I = 4 \cdot 10^4 \text{ G/cm}^2$
fréquence axiale	$\omega_a/2\pi = 10 \text{ Hz}$
fréquence radiale (pour $B_I = 200 \text{ G}$)	$\omega_r/2\pi = 14 \text{ Hz}$
fréquence radiale (pour $B_I = 1 \text{ G}$)	$\omega_r/2\pi = 200 \text{ Hz}$
plage d'harmonicité (pour $B_I = 200 \text{ G}$)	$B_I/B' = 1 \text{ cm}$
plage d'harmonicité (pour $B_I = 1 \text{ G}$)	$B_I/B' = 50 \mu\text{m}$
taille du nuage d	$d = 400 \mu\text{m}$
profondeur du piège	$\simeq 1 \text{ mK}$
décalage du centre (pour $B_I = 1 \text{ G}$)	$\Delta z = -g/\omega_r^2 = -6 \mu\text{m}$

1.5.5 Autres configurations

En pratique, la configuration à quatre fils et deux bobines, détaillée ici, présente l'inconvénient d'offrir un accès optique limité. Dans la mesure où une expérience de piégeage nécessite souvent de nombreux faisceaux pour refroidir et détecter les atomes, ceci peut s'avérer être une sérieuse complication expérimentale. Pour contourner cette difficulté, certaines équipes ont utilisé des géométries de courant plus favorables. Le potentiel magnétique de confinement reste toutefois analogue à celui du piège de Ioffe, et en particulier, l'utilisateur dispose toujours des trois paramètres d'ajustement B_I , B' et B'' .

Nous présentons ici, sans en discuter toutes les propriétés, la configuration "baseball", utilisée notamment dans le groupe de C. Wieman au NIST Boulder. Son appellation provient de la similitude entre la configuration de courant et la forme de la couture sur une balle de baseball (cas (a) de la figure 1.17). On peut imaginer que l'on sépare ce circuit en trois circuits fermés (cas (b) de la figure 1.17) en ajoutant deux paires de fils adjacents. Le champ produit par ces deux paires est nul puisqu'ils sont parcourus par des courants opposés.

Dans le piège baseball, le champ magnétique résulte de la superposition du champ quadrupolaire créé par les bobines 1 et 2 et celui dû à la troisième bobine. Contrairement aux quatre fils infinis, le champ quadrupolaire induit un gradient dans les directions radiales (x et y) mais aussi dans la direction axiale z . La bobine 3 est donc ajustée de manière à ce que son champ compense ce gradient en plus d'induire une courbure axiale du champ¹⁰.

Une particularité de ce piège à trois bobines est d'être "naturellement" isotrope.

¹⁰Il est actuellement utilisé dans notre équipe un piège de Ioffe à trois bobines de ce type.

En effet, de manière générale, le gradient et la courbure du champ induit par une bobine de rayon R en un point situé à une distance A de l'ordre de R varient comme B_0/R et B_0/R^2 où B_0 est le champ en ce point. La courbure radiale B_r'' du piège qui vaut $B_r''/B_0 \sim B_0/R^2$ est donc sensiblement égale à la courbure axiale. Par contre lorsqu'on modifie le champ constant en le faisant passer de B_0 à B_I , on introduit une anisotropie entre les directions axiale et radiale qui se traduit par un rapport des fréquences d'oscillations respectives égal à $\sqrt{B_I/B_0}$.

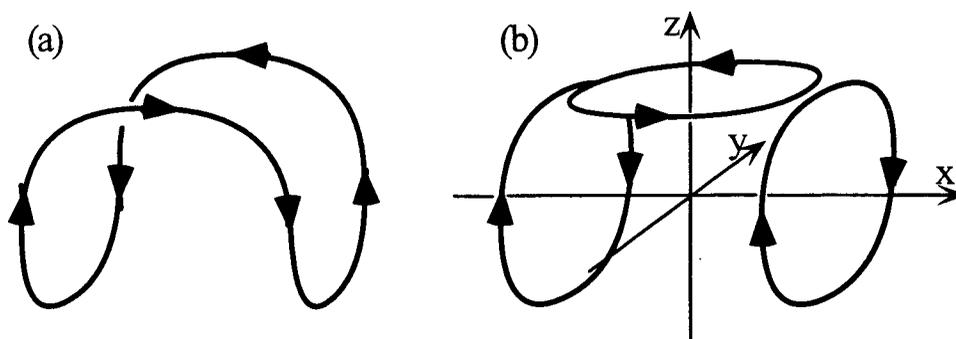


Figure 1.17: *Piège Baseball: (a) configuration à un fil, (b) configuration équivalente à trois bobines.*

Notons enfin qu'une version plus sophistiquée du piège de Ioffe a été récemment développée au MIT dans le groupe de W. Ketterle [8, 21]. Ce piège, dit "en feuille de trèfle"¹¹, présente notamment l'avantage d'offrir un accès optique complet dans les directions radiales.

1.6 TOP vs Ioffe

Les pièges Ioffe et TOP se sont révélés être deux outils de choix pour le refroidissement évaporatif et il paraît légitime de comparer leurs principales caractéristiques. Nous nous plaçons ici dans l'optique des expériences de condensation de Bose-Einstein où la principale exigence réside dans la force du confinement. Pour comparer deux pièges, on utilise le critère simple suivant: soit un nuage atomique à température T , quelle est son extension dans le potentiel U ?

Avant de comparer les deux pièges, il est intéressant de comparer les cas des potentiels linéaire et harmonique. Nous avons indiqué que, de manière générale, les dérivées successives du champ dû à une bobine de rayon R varie comme

¹¹en anglais "clover-leaf trap".

$(B_0/R)^n$. L'énergie magnétique du nuage de taille l vaut alors:

$$U \simeq \mu B_0 \left(\frac{l}{R} \right)^n \quad (1.53)$$

Soit l_1 et l_2 les tailles d'un nuage à température T dans des potentiels linéaire et harmonique. La relation $U \sim k_B T$ se traduit par:

$$l_1 \simeq l_2 \left(\frac{l_2}{R} \right) \ll l_2 \quad (1.54)$$

puisque la taille du nuage ($\sim 500\mu\text{m}$) est très petite devant la taille des bobines ($\sim 5\text{ cm}$). Cela signifie en particulier, qu'à température égale, la densité est plus élevée dans le piège linéaire. Ce dernier est donc plus favorable pour les processus de refroidissement évaporatif qui nécessitent un taux de collisions élastiques (et donc une densité) aussi grand que possible.

Nous avons néanmoins vu que, dans un piège quadrupolaire, le minimum du potentiel correspond à un champ magnétique nul ce qui induit une fuite au centre. Le piège TOP, présenté dans ce chapitre, offre une solution pour éliminer ces pertes mais au prix d'un potentiel parabolique. Sa courbure:

$$(B'')_{\text{TOP}} \simeq \frac{B'^2}{B_{\text{TOP}}} = \frac{B'}{R_0} \quad (1.55)$$

(où R_0 est le rayon du TOP) est cependant plus grande que la courbure d'un piège parabolique ordinaire d'un facteur R/R_0 qui peut atteindre une valeur de l'ordre de 50 ($R_0 \sim 1\text{ mm}$). Tout se passe comme si on avait remplacé les vraies bobines par des bobines fictives de rayon R_0 .

Le calcul précédent indique déjà que le piège de TOP est certainement plus confinant qu'un piège de Ioffe non compensé. Lorsqu'on réduit B_I , on peut cependant augmenter considérablement la courbure radiale:

$$(B''_r)_{\text{Ioffe}} \simeq \frac{B'^2}{B_I} \quad (1.56)$$

En fait la valeur minimum de B_I que l'on peut utiliser est bien inférieure à la valeur de B_{TOP} . En effet, dans le TOP, la fréquence de Larmor $\mu B_{\text{TOP}}/\hbar$ doit rester non seulement grande devant la fréquence d'oscillation (comme dans le piège de Ioffe) mais aussi devant la fréquence ω_0 de rotation de façon à satisfaire la double condition $\mu B_{\text{TOP}}/\hbar \gg \omega_0 \gg \omega$. La courbure radiale du champ est par conséquent plus importante dans le piège de Ioffe que dans le TOP d'un facteur de l'ordre de 50 à 100. Dans la direction axiale, la courbure du Ioffe B''_a reste, par contre, toujours bien plus petite que celle obtenue dans un TOP.

Pour comparer plus quantitativement ces pièges, on introduit une figure de mérite qui consiste à calculer le produit des courbures du champ suivant chacun des axes¹². Ce produit a pour expression:

$$\left(B_x'' B_y'' B_z''\right)_{\text{TOP}} \sim \frac{B'^6}{B_{\text{TOP}}^3} \quad (1.57)$$

$$\left(B_x'' B_y'' B_z''\right)_{\text{Ioffe}} \sim \frac{B'^6}{B_I^2 B_0} \quad (1.58)$$

En utilisant les valeurs typiques $B_{\text{TOP}} \sim 5$ G, $B_I \sim 1$ G, $B_0 \sim 200$ G, on constate que les figures de mérite des deux pièges sont sensiblement équivalentes.

Du point de vue du confinement, ces deux pièges sont donc très proches et il est difficile de conseiller l'un plutôt que l'autre. Signalons seulement que le piège de Ioffe présente l'intérêt de permettre un ajustement fin de l'anisotropie du potentiel. Ceci est certainement un avantage pour le chargement d'un nuage d'atomes comme nous le verrons au chapitre suivant. Par ailleurs, les différentes expériences menées au laboratoire indiquent que l'utilisation d'un champ purement statique facilite un peu les séquences de chargement, de refroidissement évaporatif et de détection.

1.7 Evaporation par radio-fréquence

1.7.1 Le refroidissement évaporatif

La méthode du refroidissement évaporatif d'un nuage d'atomes a été proposée par Hess [22] pour les expériences sur l'hydrogène polarisé [23] avant d'être étendue récemment aux expériences sur les atomes alcalins. Elle s'est avérée tellement efficace dans ce cas qu'elle a abouti à l'observation de la condensation de Bose-Einstein [5, 6, 7].

Cette technique consiste à éjecter hors du piège les atomes dont l'énergie dépasse une certaine valeur. On élimine ainsi les atomes ayant une énergie supérieure à l'énergie moyenne par particule. La température des atomes restant piégés est alors abaissée après thermalisation par collisions élastiques. Dans la mesure où la thermalisation repeuple naturellement les ailes de la distribution en énergie, on pourrait garder une valeur fixe pour la sélection en énergie. Cependant, pour augmenter l'efficacité du refroidissement, on diminue simultanément la valeur de la troncature en énergie et on parle alors d'*évaporation forcée*. Cette valeur est

¹²L'utilisation de ce critère est relié au fait que, dans un piège harmonique, la température de transition vers la condensation de Bose-Einstein, varie comme $\left(B_x'' B_y'' B_z''\right)^{1/3}$ [16].

choisie égale à $\eta k_B T$ (où T est la température du nuage), η étant en général de l'ordre de 4-5 [16].

Dans cette méthode, le nombre total d'atomes diminue mais ceci est compensé par la baisse de la température, de telle sorte que la densité ρ dans l'espace des phases:

$$\rho = n\Lambda^3 \quad \text{où} \quad \Lambda = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/2} \quad (1.59)$$

(n est la densité) augmente jusqu'à atteindre la valeur 2.612 pour laquelle la condensation a lieu [24].

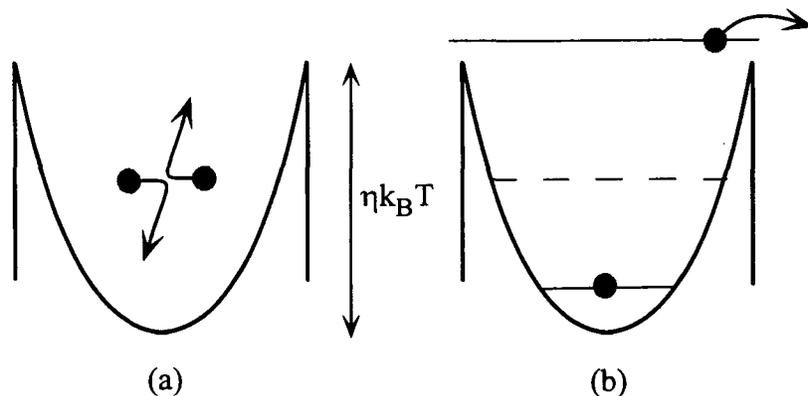


Figure 1.18: Principe du refroidissement évaporatif: (a) deux atomes entrent en collisions et redistribuent leur énergie, (b) l'atome de haute énergie s'échappe du piège de profondeur finie tandis que l'atome de basse énergie reste au fond du potentiel.

Pour que le refroidissement évaporatif fonctionne, il est impératif que le taux de collisions élastiques entre atomes soit suffisamment élevé afin d'avoir un temps de thermalisation court pendant la durée de vie du nuage dans le piège. Plus précisément, il semble qu'il soit nécessaire d'avoir environ 200 collisions par atome pendant cette durée de vie pour atteindre le seuil de condensation [16].

Nous n'entrons pas ici dans l'analyse de la dynamique du refroidissement évaporatif que le lecteur pourra trouver dans les références [8, 16, 25, 26]. Nous nous attachons plutôt, dans la suite de cette section, à décrire la méthode d'évaporation par radio-fréquence utilisée dans les expériences pour la sélection en énergie¹³.

¹³Une discussion des diverses méthodes d'évaporation possible et de leurs avantages et inconvénients respectifs peut être trouvée dans la référence [16].

1.7.2 Principe de l'évaporation RF

Pour un atome de spin F , l'énergie des différents sous-niveaux Zeeman m_F dans un piège magnétique est déplacée d'une valeur qui dépend de l'amplitude du champ à la position de l'atome. Pour les champs considérés ici (~ 100 G), le déplacement Zeeman reste linéaire et il correspond, par définition, à l'énergie potentielle $m_F g \mu B(\vec{r})$ de chacun des sous-niveaux. La méthode d'évaporation par radio-fréquence, proposée par D. Pritchard [27], consiste à rajouter au champ du piège un champ magnétique oscillant:

$$\vec{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t) \vec{e}_{\text{rf}} \quad (1.60)$$

qui couple les sous-niveaux consécutifs $|F, m_F\rangle$ et $|F, m_F \pm 1\rangle$ par absorption ou émission d'un photon radio-fréquence.

Lorsque ce champ est résonnant, un atome dans le sous-niveau piégeant $|F, m_F = F\rangle$ (on suppose g positif) peut être transféré vers le niveau anti-piégeant $|F, m_F = -F\rangle$ lors d'une transition multiphotonique et il est alors éjecté du piège. La condition de résonance:

$$\boxed{\hbar\omega_{\text{rf}} = g\mu B(\vec{r})} \quad (1.61)$$

dépend de la position de l'atome. Cette méthode permet ainsi d'éjecter sélectivement hors du piège les atomes atteignant une certaine région de l'espace et donc ceux qui ont au moins l'énergie potentielle correspondante (figure 1.19). La largeur de la résonance étant très faible, la détermination de la troncature en énergie est par conséquent extrêmement précise.

L'avantage décisif de cette méthode d'évaporation est qu'elle ne modifie en rien la valeur des divers paramètres du piège. Le champ radio-fréquence ne fait que tronquer le potentiel de confinement au delà d'une certaine position dans l'espace. Cela permet notamment de ne pas modifier la courbure du piège et donc de ne pas changer le taux de collisions élastiques qui doit rester élevé pour la rethermalisation du nuage. Par ailleurs, il est aisé avec cette technique de modifier la sélection en énergie en changeant la valeur de la fréquence du champ RF. On réalise ainsi des rampes d'évaporation en réduisant de manière continue la valeur de ω_{rf} .

Une description plus précise de la dynamique des atomes dans ce champ oscillant fait intervenir la notion d'atome habillé par le champ radio-fréquence [28]. Les états du système "atome+champ radio-fréquence" sont alors les états $|m_F, N\rangle$ où N est le nombre de photons RF. L'énergie de cet état vaut:

$$E(m_F, N) = m_F g \mu B(\vec{r}) + N \hbar \omega_{\text{rf}} \quad (1.62)$$

Lorsque $\hbar\omega_{\text{rf}} = g\mu B(\vec{r}_0)$, il est dégénéré au point \vec{r}_0 avec tous les niveaux $|m'_F, N + (m_F - m'_F)\rangle$ ($-F < m'_F < m_F$). A cause du couplage entre les états, la dégénérescence est levée et on a un ensemble de $(2F + 1)$ anti-croisements (figure 1.20).

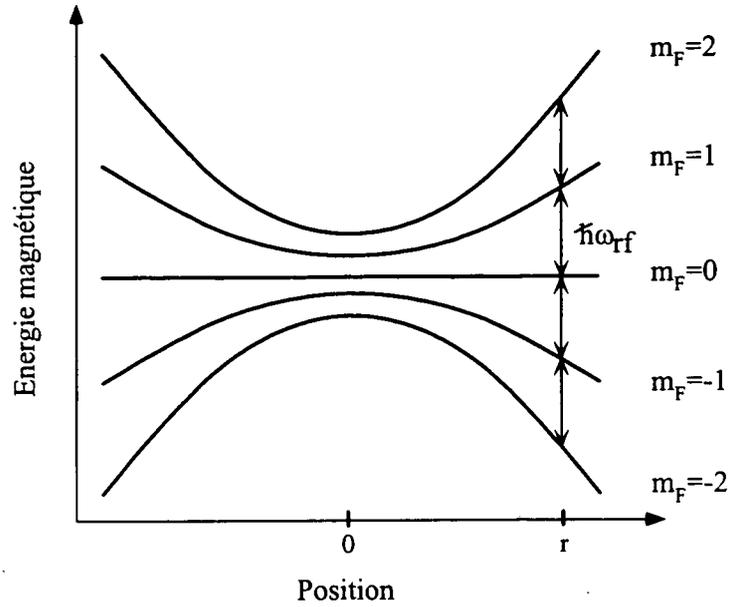


Figure 1.19: Sélection spatiale des atomes dans le piège magnétique par le champ radio-fréquence (dans le cas $F = 2$).

Lorsqu'un atome dans le niveau piégeant $|m_F = F, N\rangle$ s'approche suffisamment lentement du point de résonance, il suit adiabatiquement la courbe d'énergie et se couple au niveau anti-piégeant $|m_F = -F, N + 2F\rangle$ qui est éjecté. Au cours de cette évolution, le spin total de l'atome est renversé pendant qu'il émet $2F$ photons stimulés.

Le critère d'adiabaticité requiert que:

$$T\omega_L \gg 1 \quad (1.63)$$

où T est le temps de passage de l'atome à travers cet anti-croisement et $\omega_L = g\mu B_{rf}/\hbar$ la fréquence de Rabi du champ radio-fréquence. Pour un atome de vitesse v , ce temps T vaut d/v où d , l'extension spatiale de l'anti-croisement, est de l'ordre de B_{rf}/B' . Cette condition peut ainsi s'écrire:

$$g(\mu B_{rf})^2 \gg \mu B'v \quad (1.64)$$

Lorsque ce n'est pas le cas, il peut y avoir des transitions non-adiabatiques entre les états du système. Pour un système à deux niveaux¹⁴ couplés par un

¹⁴ce qui n'est pas notre cas ($F = 4$ pour le césium). Nous n'utilisons ce modèle qu'à titre qualitatif.

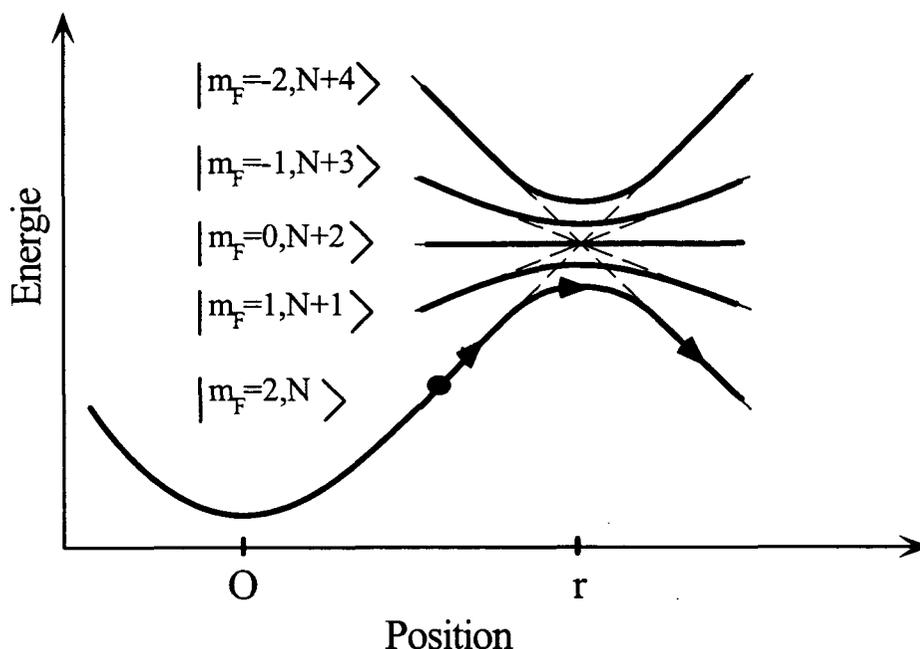


Figure 1.20: *Anti-croisements entre les niveaux habillés de l'atome. Un atome suffisamment lent suit adiabatiquement la courbe d'énergie. Il est alors transféré d'un état piégeant ($|m_F = 2, N\rangle$) vers un état anti-piégeant ($|m_F = -2, N + 4\rangle$).*

élément de matrice V et un atome de vitesse v , la probabilité de transition entre les deux niveaux est donnée par la formule de Landau-Zener:

$$P = \exp(-\xi) \quad \text{avec} \quad \xi = \frac{2\pi|V|^2}{\hbar g \mu_B v} \quad (1.65)$$

analogue à celle utilisée dans la première partie de ce mémoire.

Pour un champ radio-fréquence trop peu intense, le paramètre ξ est petit et la probabilité d'expulsion ($1 - P$) de l'atome hors du piège (c'est-à-dire d'évolution adiabatique) est environ égale à ξ . Cela signifie que l'atome, initialement dans l'état $|F, F\rangle$, a besoin de passer un grand nombre de fois ($\sim 1/\xi$) dans la région de résonance avant d'être couplé au niveau $|F, m_F = F - 1\rangle$. Cette situation est évidemment moins favorable pour le refroidissement évaporatif puisqu'elle rend le processus de troncature en énergie peu fiable.

A titre d'exemple, pour un gradient de champ $B' = 100$ G/cm et une vitesse $v = 5$ cm/s (ce qui correspond, pour des atomes de césium, à une température $T \sim 50 \mu\text{K}$), la condition d'adiabaticité requiert que le champ B_{rf} soit plus grand que 3 mG.

1.7.3 Évaporation dans le piège de Ioffe

Dans un piège statique comme le piège de Ioffe, la détermination de la surface d'évaporation est très simple si on néglige l'effet de la gravité. Les surfaces de $|\vec{B}(\vec{r})|$ constant coïncident avec les équipotentiels. Ce sont des ellipsoïdes qui entourent complètement les atomes piégés. On parle dans ce cas d'évaporation à trois dimensions puisqu'un atome suffisamment énergétique, quelque soit la direction de son mouvement, va forcément traverser la surface de résonance du champ RF.

Lorsqu'on prend compte la gravité, les surfaces équipotentiels ne coïncident plus avec les surfaces d'amplitude constante du champ magnétique. Les deux points A et B où le champ radio-fréquence est résonnant le long de l'axe z vertical ne correspondent plus à la même énergie potentielle (figure 1.21). Ainsi un atome ayant une énergie assez importante pour être éjecté du piège si il se déplace vers le bas pourrait ne plus l'être si il va vers le haut. Cela réduit donc l'efficacité du processus d'évaporation et de refroidissement.

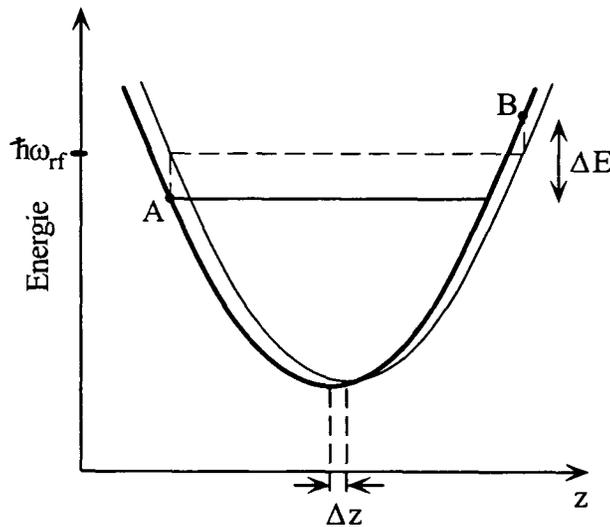
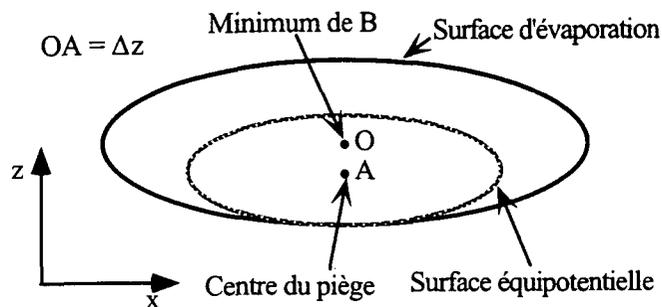


Figure 1.21: Rôle de la gravité dans le processus d'évaporation.

Ketterle et van Druten indiquent que cet effet ne devient important que lorsque l'énergie gravitationnelle varie de plus de $k_B T$ sur la surface d'évaporation [16]. Sur la figure 1.21, cela signifie que l'écart en énergie potentielle ΔE entre les points d'évaporation au-dessus et en-dessous du centre dépasse l'énergie thermique $k_B T$. Dans ce cas, l'évaporation est limitée au point de contact l'équipotentielle et la surface de champ constant (figure 1.22) et on parle d'évaporation 1D.

Le potentiel étant quadratique suivant z , $U = (1/2)m\omega^2 z^2$, l'équipotentielle

Figure 1.22: *Evaporation 1D dans un piège de Ioffe.*

d'énergie $\eta k_B T$ a pour équation $z = \sqrt{2\eta k_B T / m\omega^2}$. En général, le paramètre η est choisi de l'ordre de 4 ou 5 pour optimiser le rapport entre le nombre d'atomes évaporés et la diminution induite de la température. L'évaporation devient unidimensionnelle pour:

$$k_B T < 4\eta \frac{mg^2}{\omega^2} \quad (1.66)$$

Pour des atomes légers (comme le sodium ou le lithium), avec les confinements utilisés dans les pièges de Ioffe, il apparaît que la température limite en dessous de laquelle le processus d'évaporation est modifié est souvent inférieure à la température critique de la transition. Pour des atomes plus lourds (comme le rubidium ou le césium), cet effet commence avant la transition mais l'observation au JILA de la condensation de Bose du rubidium dans un piège de type "baseball" indique qu'il n'est pas réhibitoire [29].

1.7.4 Evaporation dans le TOP

Le piège TOP a la particularité de présenter un processus naturel d'évaporation: tout atome qui approche l'orbite circulaire du zéro du champ peut être éjecté du piège. En ajustant la valeur de R_0 , le rayon du TOP, il est possible d'expulser sélectivement les atomes ayant une certaine énergie. Cette propriété avait été soulignée par le groupe d'E. Cornell lorsqu'il a commencé à utiliser ce piège [17] mais il semble que cette méthode d'évaporation ne soit pas très efficace. Cela réside sans doute dans le fait que la surface d'évaporation est réduite à un cercle. Un atome de "haute" énergie peut osciller longtemps dans le piège avant de passer suffisamment proche de ce cercle pour être éjecté. L'équipe de Boulder a en fait combiné cette méthode avec celle d'évaporation RF pour atteindre la condensation de Bose [5].

L'effet dans le TOP du champ radio-fréquence exige cependant d'être analysé

avec quelques précautions en raison de la nature dynamique du piège. On peut définir une surface d'évaporation instantanée déterminée par la condition:

$$g\mu|\vec{B}(\vec{r}, t)| = \hbar\omega_{\text{rf}} \quad (1.67)$$

où $\vec{B}(\vec{r}, t) = (B'x - B_0 \cos(\omega_0 t), B'y - B_0 \sin(\omega_0 t), -2B'z)$. Cela n'est rien d'autre que la surface d'évaporation à la fréquence ω_{rf} pour un piège quadrupolaire de gradient B' .

Cette surface varie en fonction du temps et certains atomes peuvent en particulier avoir leur spins inversés deux fois par période de rotation. Le spin bascule une première fois vers un état anti-piégeant avant de retourner dans un état piégeant lorsque le champ magnétique est de nouveau résonnant avec la radio-fréquence. Pour déterminer précisément les atomes qui sont éjectés, il faut calculer numériquement la force moyenne sur une période en prenant en compte le temps où un atome est dans un état piégeant soumis à une force attractive et celui où il est dans un état anti-piégeant soumis à une force expulsante. Les atomes expulsés sont naturellement ceux pour lesquels cette force moyenne est globalement expulsante.

Afin de donner une image plus simple de la surface d'évaporation, nous considérons maintenant que les atomes éjectés du piège sont ceux soumis au moins une fois, pendant une période de rotation, à un champ magnétique résonnant avec la radio-fréquence (figure 1.23). Cette condition est bien sur restrictive puisque elle considère comme perdus des atomes dont le spin n'est dans un état anti-piégeant qu'une très petite fraction de la période. La surface d'évaporation dans le TOP est alors définie par:

$$\boxed{\max_t g\mu|\vec{B}(\vec{r}, t)| = \hbar\omega_{\text{rf}}} \quad (1.68)$$

Dans le plan $z = 0$, l'amplitude du champ vaut B_0 à l'origine et varie linéairement avec un gradient B' . L'intersection de la surface d'évaporation avec ce plan $z = 0$ est donc un cercle (figure 1.23) dont le rayon R_e est déterminé par la relation :

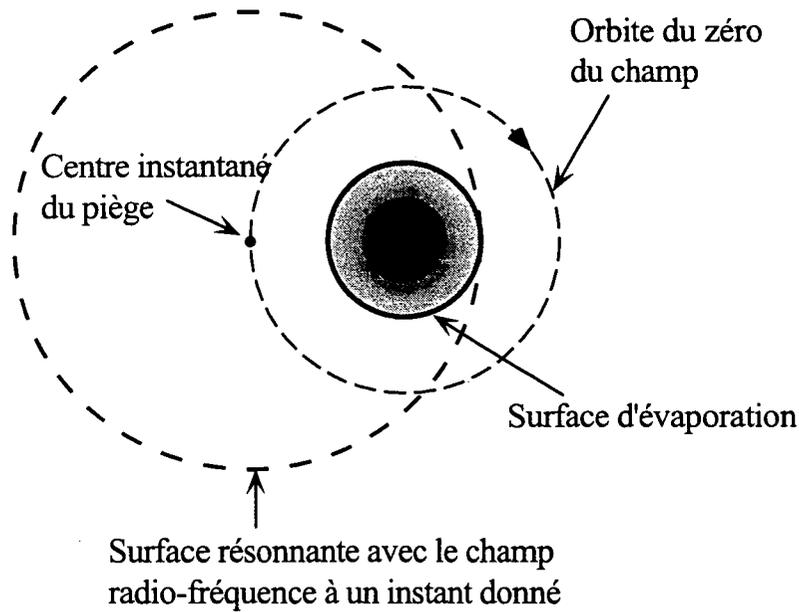
$$g\mu(B_0 + R_e B') = \hbar\omega_{\text{rf}} \quad (1.69)$$

Un calcul assez simple donne l'expression de la surface totale en coordonnées cylindriques:

$$g\mu B' \left((\rho + R_0)^2 + 4z^2 \right)^{1/2} = \hbar\omega_{\text{rf}} \quad (1.70)$$

qui se réécrit en fonction de R_e :

$$(\rho + R_0)^2 + 4z^2 = (R_e + R_0)^2 \quad \text{avec } \rho \geq 0 \quad (1.71)$$

Figure 1.23: *Evaporation dans le piège TOP.*

Il s'agit d'une fraction d'ellipsoïde qu'il est intéressant de comparer aux surfaces équipotentiellles (figure 1.24). Celles-ci, d'équation:

$$\frac{1}{2}m\omega^2(\rho^2 + 8z^2) = \text{constante} \quad (1.72)$$

sont des ellipsoïdes centrés à l'origine et d'ellipticité $2\sqrt{2}$.

A fréquence ω_{rf} (et donc R_e) donnée, une atome qui évapore dans le plan $z = 0$ a une énergie minimale de $E_0 = (1/2)m\omega^2 R_e^2$ tandis qu'il doit au moins avoir une énergie $E_1 = m\omega^2 R_e(2R_0 + R_e)$ pour être évaporé le long de l'axe z . La différence d'énergie ΔE est égale à:

$$\Delta E = \frac{1}{2}m\omega^2 R_e^2 + 2m\omega^2 R_e R_0 \quad (1.73)$$

$$= E_0 + 4E_0 \left(\frac{R_0}{R_e} \right) \quad (1.74)$$

En général, le rayon d'évaporation R_e est choisi de manière à ce que les atomes éjectés du piège aient une énergie $\eta k_B T$ où η est de l'ordre de 4 ou 5. Par conséquent, les atomes qui traversent la surface d'évaporation le long de l'axe z sont ceux dont l'énergie est au moins égale à $\eta k_B T(2 + 4R_0/R_e)$. Le rayon d'évaporation, lui, est en général inférieur au rayon du TOP sinon les atomes

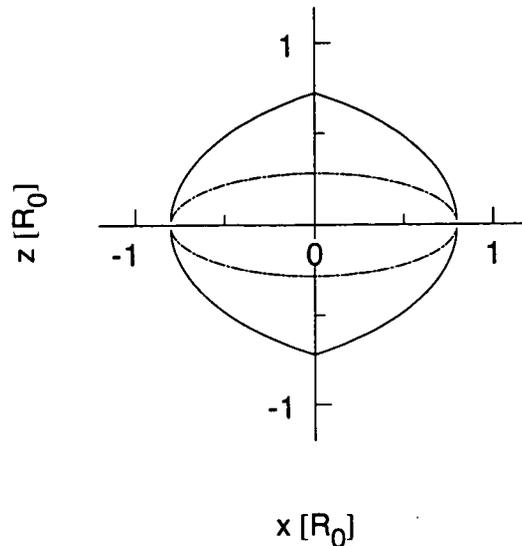


Figure 1.24: Surface d'évaporation pour $R_e = 0.8R_0$ (en traits pleins) et surface équipotentielle tangente en $x = R_e$ (en pointillés).

sont éjectés lorsque ils atteignent l'orbite du zéro du champ bien avant d'être affectés par le champ radio-fréquence.

Pour une distribution thermique, gaussienne dans un piège harmonique, la fraction d'atomes ayant une telle énergie est très petite devant celle ayant l'énergie $\eta k_B T$ et la probabilité que les atomes soient évaporés suivant l'axe z est négligeable. En pratique, on peut légitimement considérer que la surface d'évaporation est bien approximée par un cylindre vertical de rayon R_e . Par conséquent, l'évaporation dans le TOP est bidimensionnelle.

Lorsque le champ B_0 tourne dans un plan horizontal, la gravité ne déplace le centre que selon l'axe de ce cylindre et ne réduit pas la dimension de l'évaporation. A la différence du piège de Ioffe, ceci reste vrai quelque soit la température du nuage. Une orientation différente du piège est en fait extrêmement néfaste puisque la gravité a alors le double effet de rapprocher le centre du piège de l'orbite du zéro du champ et d'induire une évaporation 1D.

1.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les principes essentiels du piégeage magnétique ainsi que les configurations de champ les plus fréquentes. Nous n'avons cependant pas abordé la question de l'origine du courant qui induit ces champs. La méthode la plus immédiate consiste à utiliser des alimentations de courant com-

mandables ce qui permet d'allumer ou d'éteindre rapidement le piège magnétique. Nous verrons au chapitre suivant que ceci est un avantage pour maintenir des densités élevées après chargement des atomes ou effectuer une compression adiabatique du nuage. Cela simplifie aussi la méthode de détection par imagerie en absorption. Pour obtenir des confinements plus importants, l'utilisation de bobines supraconductrices est également possible [20]. Cela nécessite cependant un système cryogénique qui complique sensiblement les expériences.

Une autre alternative consiste à faire le choix d'aimants permanents. C'est par exemple dans un piège de cette sorte que la condensation de Bose du Lithium a été observée comme l'équipe de R Hulet à Rice University (Texas). Par définition, les champs magnétiques ne peuvent être coupés mais les confinements peuvent être dix fois plus importants que dans les pièges avec des bobines. Récemment, le groupe de T. Hansch à Munich a utilisé un système d'électroaimants qui permet d'obtenir des gradients élevés tout en permettant de couper le champ [30]. Pour le moment, cela se fait au détriment d'un volume de capture réduit.

Nous nous sommes concentrés dans ce chapitre sur deux configurations: le TOP et le piège de Ioffe. Ces deux pièges sont sensiblement équivalents et ont prouvé récemment qu'ils permettent d'atteindre des densités élevées dans l'espace des phases. Associés à la technique d'évaporation RF, ils apparaissent naturellement comme les deux principaux candidats pour toute expérience de refroidissement évaporatif.

Chapitre 2

Réalisation expérimentale d'un piège TOP

A la suite de la première observation de la condensation de Bose-Einstein d'un gaz atomique dilué par le groupe d'E. Cornell et C. Wieman à Boulder en juin 95 [5], il a été décidé dans notre équipe de démarrer une expérience de refroidissement évaporatif. Le choix du piège magnétique s'est arrêté sur le piège TOP utilisé au JILA. Nous décrivons dans ce chapitre le montage expérimental de ce piège ainsi que les techniques de chargement et de détection des atomes.

2.1 Le système à double cellule

Au même titre que le choix du piège magnétique, une expérience de condensation de Bose nécessite de faire celui d'un système à vide performant. La technique du refroidissement évaporatif exige pour être efficace que les atomes restent piégés pendant un temps suffisamment long pour qu'il puisse y avoir un nombre important (~ 200) de collisions élastiques [16]. Ce temps est en général de l'ordre de plusieurs dizaines de secondes. Le facteur principal qui limite la durée de vie des atomes dans un piège provient des collisions du nuage avec les atomes du gaz résiduels. Il est par conséquent essentiel de piéger les atomes dans une enceinte de très basse pression. En contrepartie, dans une telle enceinte, le chargement d'un piège magnéto-optique (PMO) avec la vapeur résiduelle requiert une durée considérable¹ ce qui, en pratique, est un inconvénient pour les expériences.

La solution que nous avons utilisée consiste à employer un système à double cellule [31]. Nous verrons qu'elle offre l'avantage de permettre une longue durée de vie combinée à un temps de chargement bref. Un système similaire fonctionne d'ailleurs dans le groupe de C. Wieman à Boulder qui étudie les condensats de

¹ Elle était de l'ordre de 300 s dans l'expérience de Boulder [5].

Bose du Rubidium [29]. Les groupes de W. Ketterle au MIT et de R. Hulet à Rice University ont privilégié une autre méthode avec un jet atomique ralenti pour charger rapidement un piège magnéto-optique dans une enceinte ultra-vide [7, 6].

Le système à double-cellule que nous avons utilisé a en fait été construit par P. Szirotyi et A. Steane pour l'étude d'une cavité atomique gravitationnelle [32, 33]. Nous nous contentons ici de le décrire brièvement, de plus amples détails étant disponibles dans [32, 33, 34].

2.1.1 Le système à vide

Le système se compose de deux cellules en verre placées l'une au dessus de l'autre (figure 2.1). Chaque cellule est pompée par une pompe ionique à 25 l/s. Dans la cellule du bas, nous avons ajouté en plus une pompe à sublimation de titane qui permet de réduire encore la pression du gaz résiduel. Ces deux cellules sont reliées par un tube en verre à l'intérieur duquel un deuxième tube plus court et plus étroit assure un vide différentiel. L'ensemble a une hauteur d'environ 70 cm.

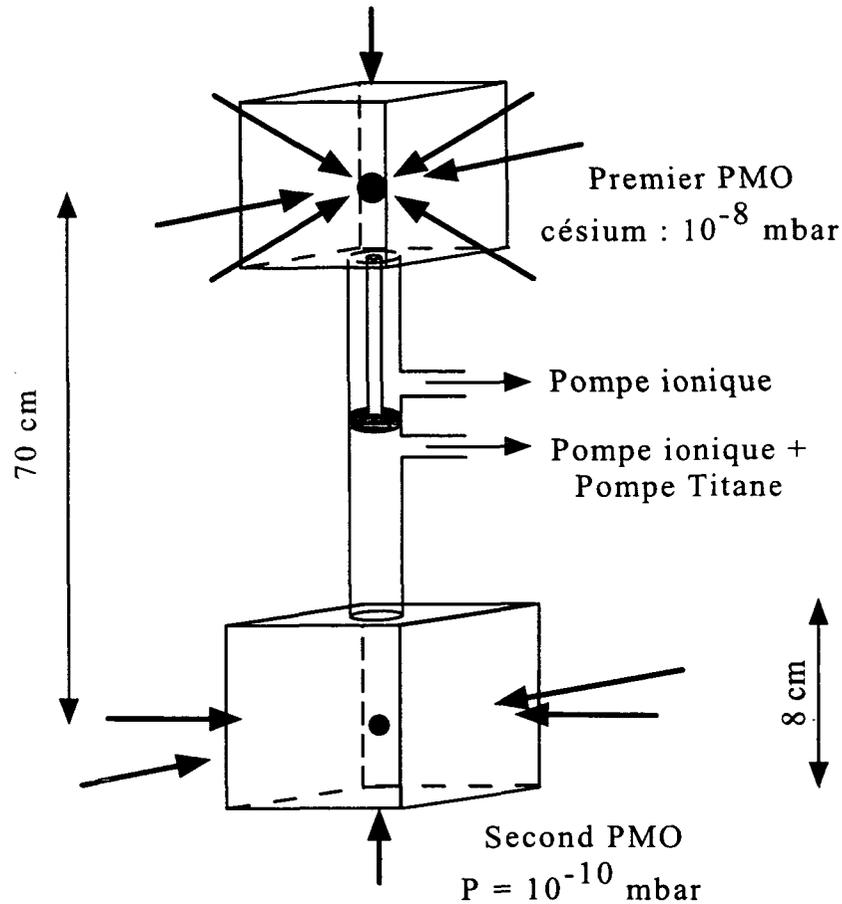
Dans la cellule du haut, la pression, essentiellement due à la vapeur de césium, est de l'ordre de 10^{-8} mbar. Elle peut être éventuellement accrue en chauffant un réservoir de césium solide. Cela permet de charger un piège magnéto-optique en 1-2 s. Lorsque le champ magnétique et la lumière du PMO sont coupés, les atomes tombent dans la cellule du bas et sont alors recapturés dans un deuxième piège magnéto-optique. Grâce au système de vide différentiel, la pression dans cette cellule est bien plus basse. Nous ne disposons pas de jauge mesurant le vide et il est difficile d'en donner une valeur exacte. Les indications de courant des pompes ioniques suggèrent cependant un vide aux alentours de 10^{-10} mbar. Il est possible que ce chiffre ne soit en fait qu'une borne supérieure.

Le critère pertinent consiste plutôt ici à mesurer le temps de vie des atomes dans le piège magnétique. Les résultats donnés plus loin dans ce chapitre indiquent des durées de l'ordre de 100 s, suffisantes pour une expérience de refroidissement évaporatif. De plus, il est apparu ultérieurement que cette durée de vie n'était pas seulement limitée par le gaz résiduel mais aussi par de la lumière parasite quasi-résonnante. Des mesures effectuées dans un piège de Ioffé ont abouti récemment à des durées de vie de l'ordre de 4 minutes.

2.1.2 Les pièges magnéto-optiques

Dans cette expérience, nous avons utilisé une seule diode laser à cavité étendue dont la fréquence est asservie sur la transition $6S_{1/2}, F_g = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F_e = 5^2$

²Le détail des niveaux du césium est donné en appendice.

Figure 2.1: *Système à double cellule.*

par une absorption saturée dans une cellule de césium. Un petit solénoïde est par ailleurs enroulé autour de cette cellule. En variant le courant dans cette bobine, on peut ainsi ajuster le désaccord du laser maître entre 0 et -10Γ [32].

A partir de ce laser maître, on injecte deux diodes laser de puissance (150 mW) qui fournissent la lumière nécessaire pour chacun des pièges. La puissance de la lumière incidente est contrôlée pour chacun des lasers esclaves à l'aide d'une lame à retard variable suivie d'un cube polariseur (figure 2.2). Pour couper la lumière de ces diodes, on les désaccorde rapidement ($\sim 10 \mu\text{s}$) de plusieurs GHz en modifiant le courant de fonctionnement. Des obturateurs mécaniques plus lents (quelques ms) servent ensuite à assurer l'absence totale de lumière.

Un autre laser, asservi sur la transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$, permet de repomper les atomes vers le niveau hyperfin $F_g = 4$. Ce faisceau est divisé en deux pour être mélangé avec la lumière piège de chacun des PMO.

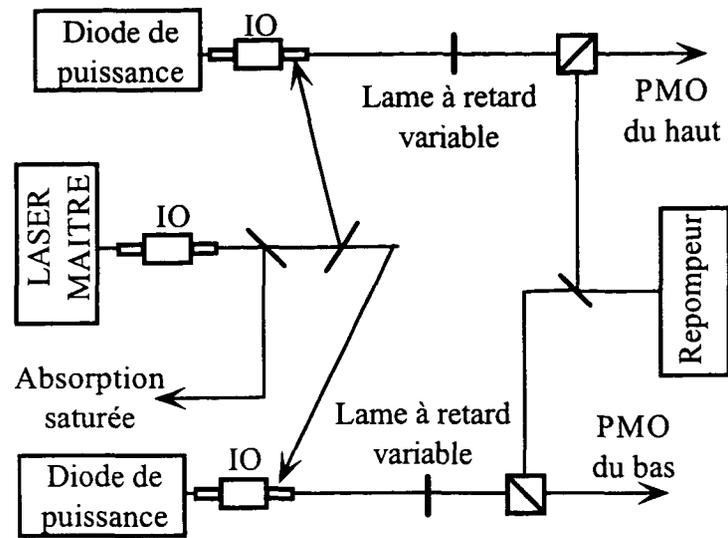


Figure 2.2: Système laser des pièges.

Dans le piège du haut, deux bobines en configuration anti-Helmoltz créent un gradient de champ magnétique égal à 10-15 G/cm suffisant pour un bon fonctionnement du PMO. Dans la cellule du bas, on utilise pour le PMO les deux bobines qui servent également à induire le champ quadrupolaire dans le TOP.

2.2 Le piège magnétique

Le piège TOP résultant de la superposition d'un champ quadrupolaire et d'un champ tournant, nous présentons ici séparément la réalisation expérimentale de chacun de ces champs ainsi que celle du champ radio-fréquence utilisé pour l'évaporation.

2.2.1 Le champ quadrupolaire

Le champ quadrupolaire est induit par deux bobines circulaires en configuration anti-Helmoltz. Pour éviter que la gravité déplace le centre du piège vers l'orbite circulaire du zéro du champ, ces deux bobines ont pour axe la direction verticale z et le champ magnétique s'écrit $(bx, by, -2bz)$.

Pour déterminer les caractéristiques de ces bobines, il faut d'abord tenir compte de deux contraintes:

- Le rayon intérieur minimum est déterminé par la taille de la cellule en verre qui a une section horizontale carrée de côté 5.5 cm.

- L'accès optique doit être suffisant pour permettre le passage des faisceaux du piège magnéto-optique. Cela impose un espacement entre les deux bobines au moins égal à 2 cm.

Nous avons alors choisi les autres paramètres géométriques de ces bobines épaisses de manière à maximiser le gradient de champ magnétique b pour une puissance électrique donnée.

Chaque bobine a un rayon intérieur de 4.7 cm, un rayon extérieur de 7.8 cm et une épaisseur de 3.1 cm. Elles sont chacune constituées de $N = 220$ tours de fils de cuivre de section rectangulaire $3 \times 1 \text{ mm}^2$ correspondant à une résistance de 0.4Ω . L'ensemble des deux bobines a donc une résistance totale de $r = 0.8 \Omega$ adaptée à l'alimentation 2 kW (50 A/40 V) que nous avons utilisé. Compte tenu de ce nombre élevé de spires, l'inductance (qui varie comme N^2) est grande. Mesurée pour chaque bobine séparément elle est égale à 2.9 mH tandis que l'inductance totale L dans configuration anti-Helmoltz vaut 5.2 mH. Nous verrons plus loin que cette valeur importante de L est un inconvénient pour le branchement et la coupure du courant.

Le gradient de champ suivant l'axe x mesuré expérimentalement vaut 26.5 G/cm pour un courant de 10 A (figure 2.4). Pour le courant maximum ($I = 50 \text{ A}$), le gradient produit par ces bobines vaut 132.5 G/cm.

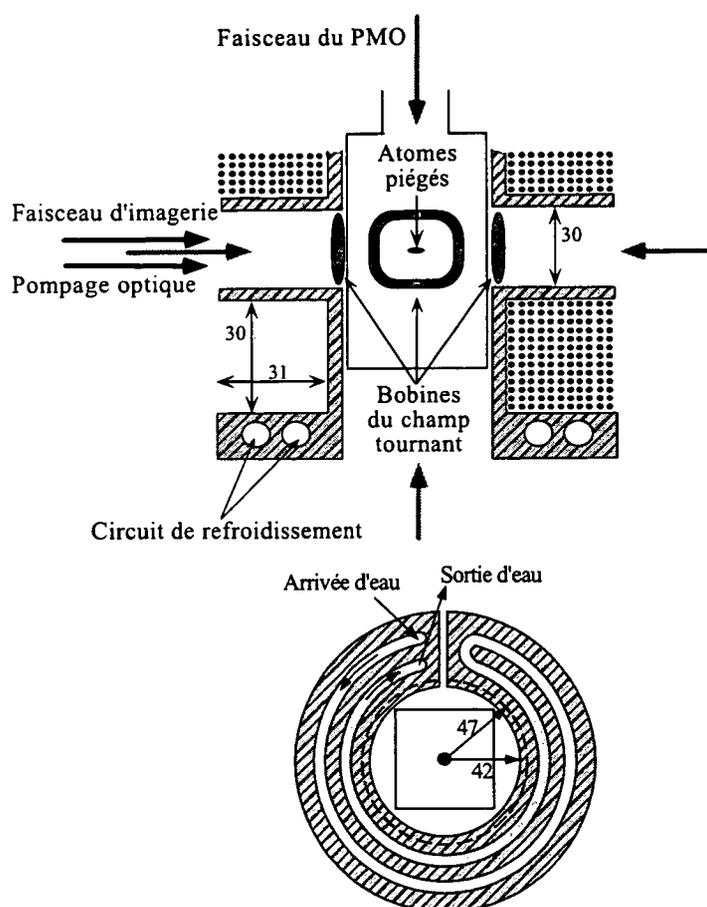
Il est par ailleurs impératif de dissiper l'énergie fournie par l'alimentation qui, dégagée par effet Joule, provoque un échauffement du fil. Nous avons utilisé dans cette expérience un système de refroidissement par eau des bobines. Pour cela un circuit d'eau est accolé aux bobines de manière à dissiper la chaleur par transfert thermique. Il est constitué d'un conduit de section $6 \times 10 \text{ mm}^2$ et de longueur environ égale à 60 cm (figure 2.3), l'ensemble (bobine+circuit) étant fixé dans un support métallique.

La pression d'eau pour le circuit de refroidissement est fournie par le circuit d'eau de la ville dont il est dérivé à partir un robinet. Le flux f mesuré dans chaque bobine est égal à environ 2 l/mn. Dans le cas idéal où toute l'énergie dégagée par effet Joule est transmise à l'eau, cela se traduit par une variation ΔT de la température de l'eau qui peut être évaluée simplement par:

$$\rho f C_e \Delta T = r I^2 = P_{\text{Joule}} \quad (2.1)$$

où ρ est la masse volumique de l'eau et C_e la chaleur spécifique. On en déduit une élévation de température de l'ordre de 15 degrés sans importance pour l'expérience. Pour favoriser le contact thermique, les spires sont collées entre elle et au support à l'aide d'une colle Stycast (ref. 2762) de bonne conductivité thermique. Le support est construit en dural pour assurer un bon transfert de la chaleur.

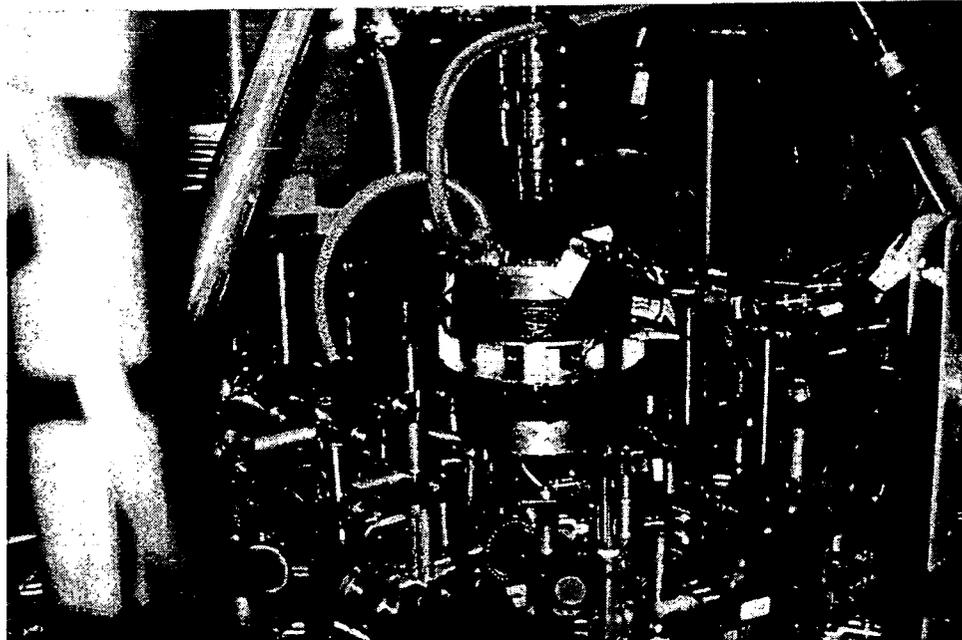
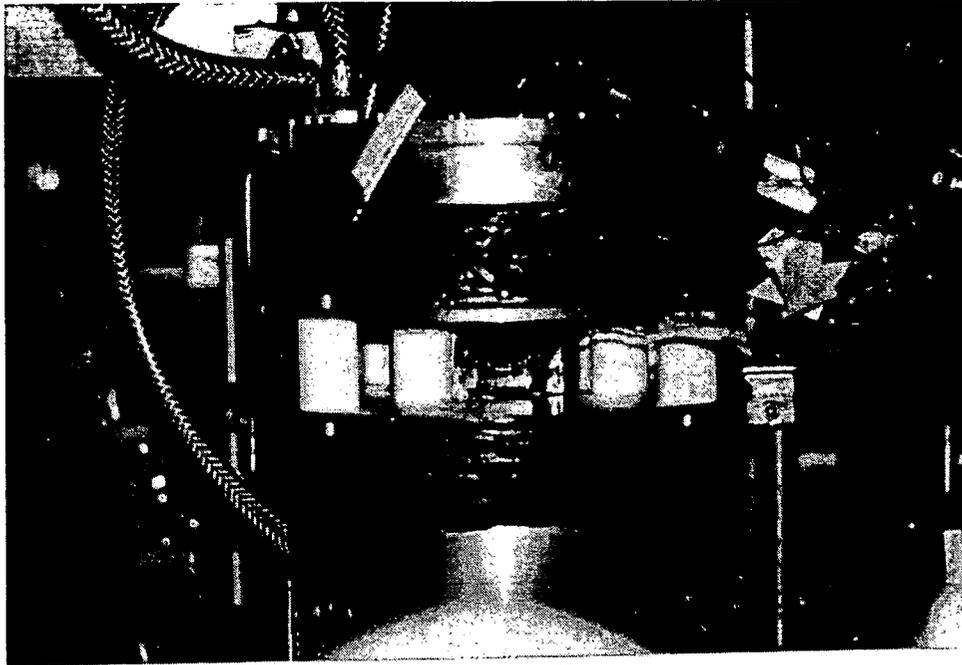
En pratique, ce système de refroidissement n'est pas entièrement efficace. On observe un échauffement du fil au bout de quelques dizaines de seconde qui a pour

Figure 2.3: *Système de bobines du piège magnétique.*

conséquence d'augmenter la résistance des bobines. Elle n'est alors plus adaptée à l'impédance de sortie de l'alimentation. Le courant qui parcourt les bobines diminue ce qui réduit alors le gradient de champ magnétique³. Le choix d'un support métallique présente également un inconvénient: il est possible d'y avoir des courants induits. En particulier, des courants de Foucault peuvent s'opposer au branchement et à la coupure du courant et allonger le temps de montée et de chute du champ. Pour éviter cela, nous avons utilisé des bobines fendues de façon à empêcher des boucles fermées de courant dans le support (figure 2.3). De manière générale, une attention particulière a été portée à tous les éléments susceptibles d'entraîner des courants de Foucault (support des bobines, armatures,...).

Un autre élément important pour ces bobines est constitué par le circuit

³Cet effet n'a cependant eu pas d'importance pour l'expérience décrite au chapitre 4.



*Dispositif de l'expérience de refroidissement évaporatif:
piège TOP (photo du haut) et vue générale du montage (photo du bas)*

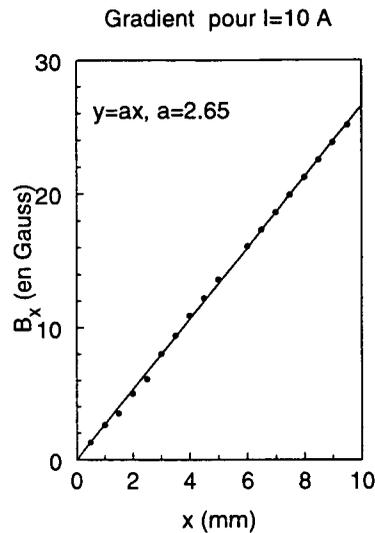


Figure 2.4: Gradient de champ mesuré expérimentalement pour $I = 10$ A suivant la direction radiale x . Pour la valeur maximale du courant $I = 50$ A, cela correspond à $b = 132.5$ G/cm.

électrique utilisé pour le branchement et la coupure du courant. Pour permettre un chargement et une détection efficaces des atomes dans le piège magnétique, il est préférable d'avoir des temps de montée τ_m et de chute τ_c du champ (et donc du courant) assez brefs. Plus précisément ils doivent être courts devant le temps d'évolution typique des atomes.

Pour le branchement du champ, il faut que les atomes, initialement libres, se déplacent peu pendant τ_m . Lorsque le chargement du piège se fait après une mélasse optique à une température de $5 \mu\text{K}$ environ, les atomes ont une vitesse de l'ordre de 2 cm/s et le nuage ne s'étend que de $20 \mu\text{m}$ pour $\tau_m \simeq 1 \text{ ms}$. Pour la coupure, il faut que τ_c soit court devant la période d'oscillation dans le potentiel. Les fréquences d'oscillations étant de l'ordre d'une centaine de Hz, un temps de coupure également de l'ordre de 1 ms est suffisant.

Dans cette expérience, le circuit électrique que nous avons utilisé est relativement simple. Il est constitué d'un interrupteur commandable K ainsi que d'une résistance R et d'une capacité C en parallèle avec les bobines d'inductance L et de résistance r (figure 2.5).

Lorsque l'interrupteur est fermé, la capacité est chargée et le courant ne circule que dans les bobines. Par contre, lorsque l'on ouvre K , l'énergie magnétique $LI^2/2$ emmagasinée est dissipée dans la résistance $(R + r)$ du circuit RLC. Le choix des valeurs R et C résulte de deux contraintes:

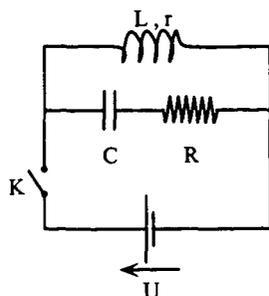


Figure 2.5: Circuit électrique de branchement et de coupure du champ.

- on se place dans le régime critique pour le circuit RLC:

$$R + r = 2\sqrt{L/C} \quad (2.2)$$

afin d'avoir un temps d'amortissement aussi court que possible mais sans oscillation du courant dans les bobines. Celui varie alors comme te^{-t/τ_c} avec $\tau_c = \sqrt{LC}$.

- les surtensions aux bornes de l'interrupteur et des bobines ne doivent pas dépasser des valeurs de l'ordre de 250 V. Pour ce circuit simple, ces surtensions sont égales à UR/r où $U = 40V$ est la tension juste avant la coupure.

Nous avons finalement choisi une résistance $R = 5 \Omega$ et une capacité $C = 600 \mu F$ pour lesquels le temps τ_c vaut 1.8 ms. La figure 2.6 indique les résultats expérimentaux obtenus. Le temps de coupure mesuré est plutôt égal à 4-5 ms.

Dans ce montage électronique, le temps de branchement L/r est déterminé par l'inductance et la résistance de bobines et correspond au chargement de l'énergie magnétique $LI^2/2$. Dans notre dispositif, ce temps était censé être de l'ordre de 6.5 ms. En fait, le temps de montée du champ mesuré expérimentalement est beaucoup plus important, de l'ordre de 100 ms avec des fluctuations du courant. Sans le comprendre entièrement, nous avons attribué ce comportement à un fonctionnement défectueux de l'alimentation. En dépit de nombreux efforts, nous n'avons jamais réussi à le modifier. Nous verrons au chapitre 4 que cela a constitué une sérieuse limitation pour l'expérience de refroidissement évaporatif.

Il est en fait préférable d'utiliser un montage de branchement et de coupure du courant plus sophistiqué avec des transistors. Dans l'expérience actuellement en cours dans notre équipe avec un piège de Ioffe, un système de ce type est employé et permet d'obtenir des temps de branchement et de coupure inférieur à la milliseconde. Dans l'expérience sur le piège TOP décrite ici, nous étions fortement limités par l'inductance élevée de nos bobines. En particulier, les surtensions

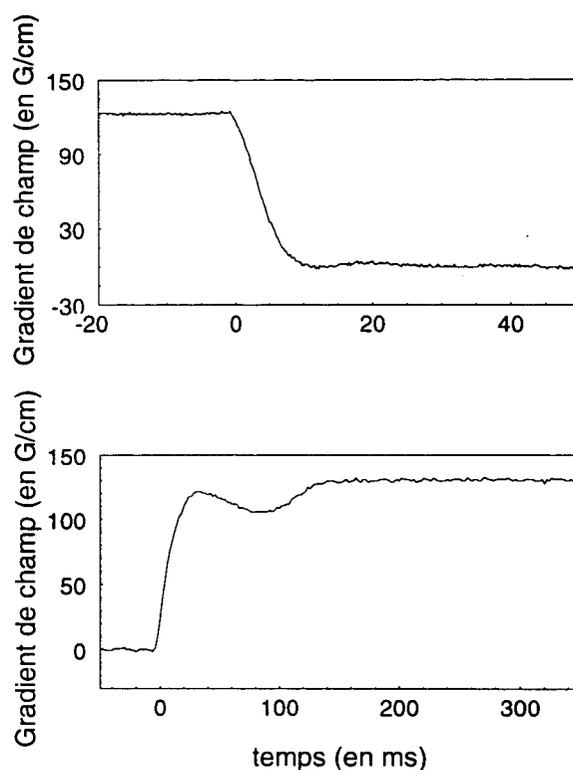


Figure 2.6: *Coupure et branchement du champ magnétique quadrupolaire mesurés expérimentalement.*

qui résultent d'une coupure rapide empêchaient l'utilisation de certains circuits électroniques⁴.

2.2.2 Le champ tournant

Le champ tournant est réalisé par un système de deux paires orthogonales de bobines Helmholtz. Au centre de la cellule, le champ produit par une paire est aligné suivant l'axe de deux bobines. En les alimentant avec des courants en quadrature oscillants à la fréquence ω_0 du TOP, on obtient un champ uniforme en rotation dans le plan $x - y$ (figure 2.7):

$$\vec{B}_0 = (B_0 \cos(\omega_0 t), B_0 \sin(\omega_0 t), 0) \quad (2.3)$$

⁴De manière générale, la coupure en un temps Δt d'un courant I parcourant une bobine d'inductance L induit des surtensions de l'ordre de $LI/\Delta t$. Pour une géométrie fixée, le gradient de champ ne dépend que de la puissance dissipée dans les bobines. Comme L croît comme N^2 , il est préférable d'utiliser un petit nombre de spires parcouru par un courant élevé pour avoir la coupure la plus rapide possible.

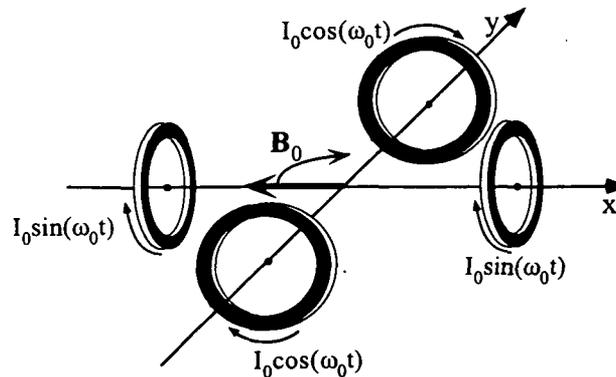


Figure 2.7: Champ tournant produit par deux paires orthogonales de bobines Helmholtz.

Chacune de ces bobines est constituée de 50 spires carrées de côté 3.5 cm réalisées avec un fil de cuivre circulaire de diamètre 1 mm. Elles sont placées entre les deux bobines produisant le champ quadrupolaire et presque au contact de la cellule en verre (figure 2.3).

La source de courant a été réalisée à l'atelier d'électronique du laboratoire. Elle fournit deux signaux sinusoïdaux de fréquence réglable entre 1 et 10 kHz et dont la phase relative est ajustable. Pour augmenter la puissance de ce signal acoustique, celui est envoyé à l'entrée d'amplificateur 180 W de marque Sherwood. Ce matériel, conçu *a priori* pour une chaîne stéréo de haute fidélité, a l'avantage d'avoir une large bande passante et une faible distorsion. La taille du fil et le nombre de spires des bobines ont été choisis de manière à ce que la résistance et l'inductance soient adaptées à l'impédance de sortie (4 ou 8 Ω) de l'amplificateur.

Le champ au centre des deux paires est déterminé grâce à deux petites spires perpendiculaires alignées suivant les axes x et y . La variation du flux dans chaque spire induit une tension dont la mesure donne l'amplitude du champ suivant chaque direction. Cette amplitude est ainsi réglable entre 0 et 18 G. De plus, on peut ajuster finement la phase relative au niveau de la source de courant pour que les deux composantes du champ soient exactement en quadrature. Cela permet de corriger les effets inductifs ou capacitifs éventuels de l'ensemble du circuit électronique. La coupure et le branchement de ce champ tournant ne posent pas problème et peuvent être effectués en des temps de l'ordre de la microseconde, bien inférieur à la période de rotation.

2.2.3 Le champ radio-fréquence

Le champ radio-fréquence nécessaire à l'évaporation est produit par une bobine carrée de côté 4 cm constituée de 4 spires de fils de cuivre et située au bord de

la cellule. Elle est alimentée par un générateur Stanford Research DS 345 suivi d'un amplificateur 2 W. Cet appareil, qui fonctionne entre 0 et 30 MHz, permet en particulier de programmer simplement la variation de la fréquence ω_{rf} pour les rampes d'évaporation.

2.3 Imagerie et détection

Nous décrivons ici la méthode d'imagerie en absorption employée pour la détection et l'étude des atomes dans le piège magnétique. Cette technique a notamment été utilisée pour l'observation des premiers condensats de Bose-Einstein [5, 6, 7].

2.3.1 Principe de l'imagerie en absorption

On considère un nuage d'atomes de densité spatiale $n(\vec{r})$ éclairé par un faisceau lumineux se propageant par exemple suivant l'axe y et d'intensité transverse $I_0(x, z)$. On fait alors l'image des atomes sur le réseau CCD d'une caméra qui mesure la variation de l'intensité due à la traversée du milieu atomique (figure 2.8).

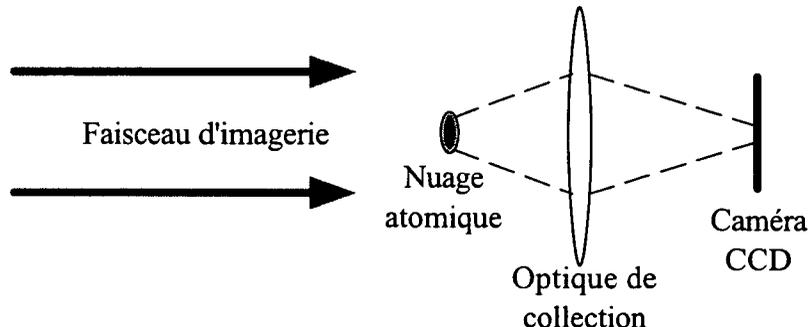


Figure 2.8: *Imagerie en absorption.*

Celui-ci est décrit au moyen d'un indice de réfraction complexe dont la partie imaginaire traduit l'absorption de photons incidents suivie par une émission spontanée et la partie réelle le déphasage de la lumière lors du passage dans le milieu [36]. Dans cette méthode d'imagerie en absorption, on ne mesure pas l'effet sur la phase mais seulement l'atténuation de l'intensité.

A faible saturation, la section efficace d'absorption σ a pour expression:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.4)$$

avec δ le désaccord du faisceau image par rapport à la transition atomique, Γ la largeur de la transition. σ_0 , la section efficace à résonance, vaut pour un atome à deux niveaux [28]:

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \quad (2.5)$$

où λ est la longueur d'onde de la transition. L'intensité sur la caméra est alors égale à:

$$I(x, z) = I_0(x, z) \exp\left(-\sigma \int n(x, y, z) dy\right) \quad (2.6)$$

La quantité $\sigma \int n(\vec{r}) dy$ est appelée *épaisseur optique*.

En prenant deux images successives, l'une avec des atomes et l'autre sans, en faisant le rapport des signaux, puis en prenant le logarithme, on a ainsi accès à la densité *colonne* du milieu:

$$n_{col}(x, z) = \int n(x, y, z) dy \quad (2.7)$$

On en déduit alors le nombre total N d'atomes par intégration du signal de l'image:

$$N = \int n_{col}(x, z) dx dz = \int n(\vec{r}) d^3r \quad (2.8)$$

La détermination de la densité spatiale en tout point nécessite de faire une hypothèse supplémentaire sur le profil de densité. Pour des pièges harmoniques avec une symétrie de révolution selon l'axe z , on attend une dépendance gaussienne de n :

$$n(x, y, z) = n_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\Delta_1^2} - \frac{z^2}{2\Delta_2^2}\right) \quad (2.9)$$

(n_0 est la densité au centre, appelée aussi densité pic). En particulier, lorsque le nuage est thermalisé, la densité a pour expression:

$$n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}\right) \quad (2.10)$$

$$= n_0 \exp\left(-\frac{m\omega_r^2}{2k_B T}(x^2 + y^2) - \frac{m\omega_a^2}{2k_B T}z^2\right) \quad (2.11)$$

et on peut déduire d'une image la température T et le nombre d'atomes N qui sont les deux paramètres pertinents pour déterminer la densité dans l'espace des phases.

Il est évident que cette méthode ne prend tout son intérêt que lorsque l'image est faite suivant un axe qui n'est pas axe de symétrie cylindrique. Dans un TOP, il faut ainsi choisir l'une des directions du plan du champ tournant et, dans un

piège de Ioffe, une direction radiale. Notons que cette méthode de détection est destructive. A chaque image, les atomes absorbent puis émettent spontanément des photons ce qui chauffe et perturbe le nuage.

Signalons pour finir que le groupe de W. Ketterle a utilisé récemment une méthode d'observation non-destructive pour l'étude d'un condensat de Bose-Einstein [35]. Cette technique, connue sous le nom d'imagerie par contraste de phase [36], consiste à détecter l'effet dispersif du milieu atomique.

2.3.2 Défectivité de la caméra

Pour notre système d'imagerie, nous avons utilisé une caméra Princeton Instruments (modèle 512 EFT). Le réseau CCD est constitué de 512×512 pixels adjacents de taille $15 \times 15 \mu\text{m}$. Chaque photon incident est transformé en un photoélectron avec un rendement quantique $\mu \simeq 0.4$. Le nombre de photoélectrons accumulé par pixel est stocké dans une mémoire de 14 bits (soit 16384 photoélectrons). La caméra est refroidie à -40 C par un élément Peltier et le bruit électronique est de l'ordre de 20 photoélectrons par pixel. Il est intéressant d'estimer le nombre minimum d'atomes initialement quasi au repos susceptibles d'être détectés.

On suppose qu'un système optique permet de faire l'image des atomes sur la caméra avec un grossissement g . On éclaire alors les atomes pendant un temps τ avec un faisceau résonnant d'intensité I (exprimée en mW/cm^2) faible devant I_0 l'intensité de saturation de la transition atomique. On utilisera dans la suite le paramètre de saturation $s = I/I_0$ qui est, par hypothèse, petit devant 1.

Pour fixer la valeur des diverses grandeurs, il faut tenir compte de plusieurs contraintes:

- Le nombre de photons incidents N_{inc} sur un pixel doit être inférieur au nombre maximum N_{max} de photons enregistrables qui vaut $2^{14}/\mu$:

$$N_{inc} = \frac{I}{h\nu} \frac{d^2}{g^2} \tau = \frac{I_0}{h\nu} \frac{d^2}{g^2} s\tau \leq N_{max} \quad (2.12)$$

où d est la taille d'un pixel ($d = 15 \mu\text{m}$) et ν la fréquence des photons ($\nu = 3.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ pour la transition à 852 nm du césium). Pour tirer partie de toute la dynamique de la caméra, on a intérêt à choisir s et τ tels que $N_{inc} = N_{max}$.

- L'absorption relative dans chaque pixel due à n_{at} atomes doit être par ailleurs supérieure au "shot noise" du faisceau laser. Ce n'est qu'à cette condition que l'on pourra déceler la présence des atomes⁵. Le nombre N_a de

⁵Dans cette présentation simple, on néglige les autres sources éventuelles de bruit.

photons absorbés par atomes vaut $\Gamma s\tau/2$ dans ce régime de faible saturation et la condition s'écrit:

$$\frac{n_{at}N_a}{N_{inc}} > \frac{1}{\sqrt{N_{inc}}} \quad (2.13)$$

soit finalement:

$$n_{at}g\sqrt{s\tau} > \sqrt{\frac{I_0}{h\nu}} \frac{2d}{\Gamma} \quad (2.14)$$

- Du fait des processus d'émission spontanée, l'atome effectue une marche aléatoire de pas v_{rec} dans l'espace des impulsions qui se traduit par une diffusion spatiale de l'ordre de $\sqrt{N_a}v_{rec}\tau$. Pour que l'image soit nette, il faut que cette distance reste inférieure à la taille équivalente d'un pixel de la caméra, soit:

$$\frac{\Gamma}{2}v_{rec}^2s\tau^3 \leq \frac{d^2}{g^2} \quad (2.15)$$

- Le paramètre de saturation doit être faible:

$$s \ll 1 \quad (2.16)$$

Ces conditions s'écrivent numériquement en fonction des paramètres s , τ , g et n_{at} (τ est exprimé en μs):

$$s\tau \leq 4.6g^2 \quad (2.17)$$

$$n_{at}^2g^2s\tau > 45 \quad (2.18)$$

$$g^2s\tau^3 < 1.2 \cdot 10^6 \quad (2.19)$$

$$s \ll 1 \quad (2.20)$$

Pour un grossissement $g = 2$, chaque pixel de la caméra correspond alors à une taille de $7.5 \mu m$ au niveau du nuage. Cette grandeur semble bien adaptée à la résolution que l'on peut obtenir à cette longueur d'onde avec un système optique pas trop coûteux. Par exemple, pour une intensité $s = 0.1$, on peut détecter un atome unique avec une impulsion de durée $\tau = 180 \mu s$. Pendant cette impulsion, l'atome absorbe en moyenne $N_a = 280$ photons et sa vitesse quadratique moyenne finale $\sqrt{N_a}v_{rec}$ est de l'ordre de 5.8 cm/s .

2.3.3 Montage expérimental

Le faisceau image Dans notre expérience, l'image des atomes de césium est effectuée par de la lumière résonnante sur la transition fermée $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ de polarisation σ_+ de manière à exciter sélectivement la transition entre les niveaux $|F_g = m = 4\rangle$ et $|F_e = m = 5\rangle$.

Le faisceau image est produit par une diode laser sur cavité étendue asservie sur le croisement de niveau $4/4 - 4/5$ d'un signal d'absorption saturée. La fréquence de la diode est alors inférieure à la fréquence de la transition fermée d'environ 125 MHz. Le faisceau effectue ensuite un double passage dans un modulateur acousto-optique (AOM) (figure 2.9). En choisissant l'ordre $+1$ de la lumière diffractée par l'onde acoustique, on augmente ainsi la fréquence du faisceau de deux fois la fréquence du modulateur (figure 2.9).

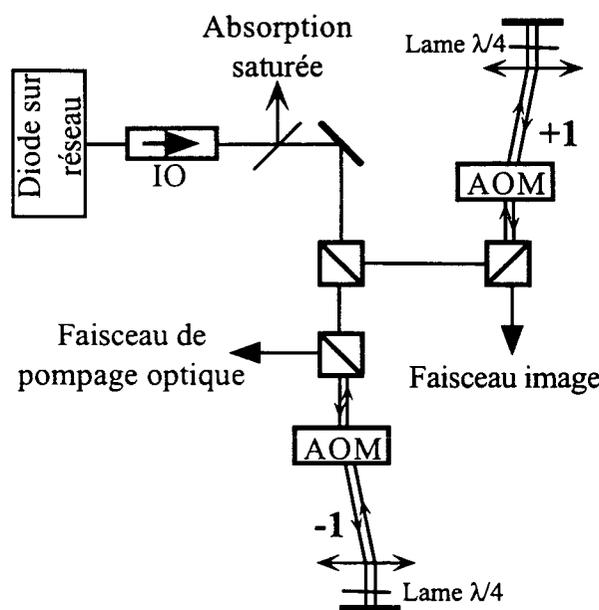


Figure 2.9: *Faisceaux d'imagerie et de pompage optique.*

Ce système présente plusieurs avantages:

- La fréquence du modulateur est modifiable de façon à ajuster précisément la fréquence du faisceau image autour de la résonance.
- Grâce au montage en double passage, le faisceau image n'est pas déplacé spatialement lorsqu'on en change la fréquence.
- L'utilisation d'un AOM permet d'allumer et d'éteindre le faisceau image en des temps inférieurs à $1 \mu\text{s}$.

Le faisceau image, circulaire de rayon $\sim 1 \text{ cm}$, est ensuite envoyé sur les atomes suivant la direction horizontale y . L'image des atomes sur la caméra est alors effectuée avec un grossissement $g = 2$ par une lentille de focale 100 mm et de rayon 4 cm . L'intensité du faisceau est ajustée de manière à avoir $s \simeq 1/8$.

Image en champ magnétique. Du fait de l'inductance élevée des bobines, nous avons indiqué qu'il ne nous était pas possible de couper le champ magnétique en moins de 4-5 ms. Si on attend ce délai avant de prendre l'image, on peut mesurer le nombre total d'atomes mais on perd malheureusement l'information sur les tailles du nuage dans le piège. Pour étudier les processus de thermalisation dans le piège qui se traduisent justement par une évolution temporelle de la forme du nuage, nous avons été amenés à prendre des images en présence du champ du TOP. Il faut alors tenir compte des effets dûs au champ magnétique ce qui introduit plusieurs complications:

- La prise de l'image doit être synchronisée avec la rotation du champ de manière à ce que celui-ci soit aligné dans le sens de propagation du faisceau image. Cela permet d'introduire naturellement un axe de quantification tel que les atomes soient excités par de la lumière polarisée σ_+ . En contrepartie, le temps d'exposition doit être bref devant la période de rotation. En pratique, pour une fréquence du TOP de 5 kHz, nous avons utilisé des impulsions de durée 40 μ s.
- A cause du gradient de champ magnétique, le déplacement Zeeman $\mu|\vec{B}(\vec{r})|$ est inhomogène et la section efficace d'absorption dépend de la position de l'atome.
- L'orientation locale du champ magnétique ne coïncide pas forcément avec l'axe y . Il faut ainsi calculer en tout point la fraction d'intensité de la lumière de polarisation σ_+ .

Ces effets peuvent néanmoins être pris en compte dans une simulation numérique. Il en résulte principalement que le nombre apparent d'atomes obtenu par intégration du signal de l'image est inférieur au nombre réel d'atomes présents dans le nuage. Par contre, la taille apparente du nuage reste très proche de la taille réelle. Nous indiquons dans la figure 2.10 le rapport des nombre d'atomes apparent et réel en fonction de la taille du nuage. Les deux courbes correspondent aux résultats obtenus expérimentalement et numériquement et sont en bon accord⁶.

Pour les résultats expérimentaux, nous avons aussi pris en compte la modulation du courant dû au système d'asservissement de la diode qui fournit le faisceau image. Cette modulation a pour effet d'introduire des bandes latérales à 100 kHz dans la fréquence du laser. La réponse de l'atome n'est plus alors simplement une lorentzienne de largeur $\Gamma/2$ mais doit être calculée numériquement en fonction de l'amplitude de modulation. Dans notre dispositif, cela avait pour conséquence de réduire encore le nombre apparent d'atomes d'un facteur 1.6 environ.

⁶Le nombre réel d'atomes est déterminé expérimentalement en prenant une image 10 ms après la coupure du champ magnétique.

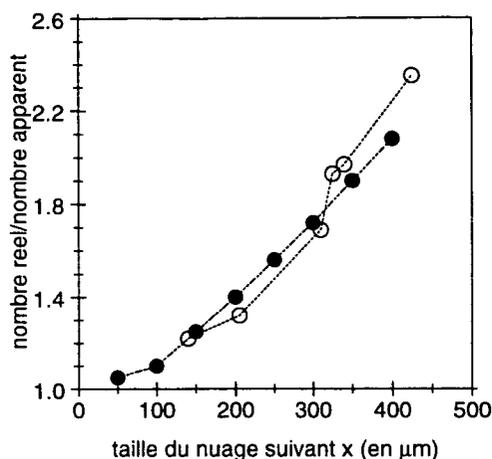


Figure 2.10: Rapport des nombres apparent et réel d'atomes calculé numériquement (●) et mesuré expérimentalement (○).

2.4 Séquence et résultats expérimentaux

2.4.1 Chargement et compression du PMO

La séquence expérimentale débute par le chargement pendant 1-2 s d'un PMO dans la cellule du haut. Cela permet de collecter en 1-2 s environ 10^8 atomes. Ces atomes sont ensuite refroidis à quelques microKelvins dans une mélasse optique pendant 50 ms. Lorsque la lumière de la mélasse est coupée, ils tombent dans la cellule du bas où ils sont recapturés dans un deuxième piège magnéto-optique. L'efficacité de ce transfert est de l'ordre de 30 %.

Signalons que, pour des raisons d'accès optique, nous n'avons pas utilisé dans cette expérience la possibilité d'un chargement multiple du piège du bas. Cette méthode consiste à recharger et transférer plusieurs fois le piège du haut. Elle est employée avec succès par le groupe de C. Wieman à Boulder [29] pour augmenter environ d'un ordre de grandeur le nombre d'atomes final comparé à celui obtenu dans un seul transfert.

Avant de transférer les atomes dans le TOP, le piège magnéto-optique du bas est comprimé en augmentant le gradient de champ b de 10 à 60 G/m, en désaccordant la fréquence des faisceaux pièges de 1 à 10 Γ et en réduisant l'intensité de $s \simeq 1$ à $s \simeq 0.1$. La densité pic du nuage de césium est alors de l'ordre de $2 \cdot 10^{11}$ atomes/cm⁻³ limitée par la diffusion multiple de photons et proche de la densité maximale dans un PMO de césium [37].

Cette compression a pour intérêt de réduire la taille du nuage ce qui évite de lui transmettre trop d'énergie potentielle dans le transfert. Elle présente cependant

l'inconvénient d'augmenter la température des atomes. Il serait donc utile de rajouter une phase de mélasse optique de courte durée après la compression [38]. Celle-ci permettrait de réduire l'énergie cinétique des atomes sans pour autant les laisser s'étendre spatialement. La combinaison optimisée d'une compression suivie d'une courte phase de mélasse optique devrait ainsi permettre de réduire autant que possible l'énergie dans le piège magnétique.

De manière générale, le transfert des atomes du PMO vers le piège magnétique doit être effectuée de manière à ajuster le mieux possible les deux pièges. Cet ajustement (désigné parfois sous le terme anglais de "mode-matching") consiste à réaliser deux pièges dont les fréquences d'oscillation soient aussi proches que possible. Dans ce cas, les atomes ne "réalisent" pas que l'on a changé la nature du potentiel lorsqu'on éteint le PMO et qu'on allume rapidement le piège magnétique. Par contre, si les fréquences sont trop différentes, les atomes dans le PMO ne sont pas adaptés au potentiel du piège magnétique ce qui se traduit par un accroissement de la température du nuage et une réduction de la densité.

La "fréquence d'oscillation" ω dans un PMO peut être estimée en faisant le rapport de Δv , la largeur en vitesse, et de Δx l'extension spatiale. Pour des valeurs typiques ($\Delta v \simeq 3$ cm/s et $\Delta x \simeq 500$ μ m), cette fréquence $\omega/2\pi$ vaut environ 10 Hz. Il est donc important de ne pas utiliser un piège magnétique initialement trop confinant. Ces fréquences peuvent être ensuite augmentées au cours d'une compression adiabatique qui ne change pas la densité dans l'espace des phases⁷. Notons enfin qu'un piège magnéto-optique est en général isotrope et qu'il est ainsi plus favorable d'utiliser un piège magnétique également isotrope. Ceci est possible avec un piège de Ioffe avec un champ magnétique constant non compensé mais pas dans un piège TOP qui a forcément un rapport $\sqrt{8}$ entre les fréquences d'oscillations radiales et axiale.

Dans notre dispositif, du fait du temps de coupure du champ quadrupolaire, il n'était malheureusement pas possible d'effectuer une séquence de ce type: lorsque nous cherchions à refroidir le nuage dans une mélasse avant le transfert, son extension spatiale devenait trop importante ce qui lui conférait une grande énergie potentielle initiale dans le piège magnétique. Expérimentalement, il est apparu que le meilleur compromis entre énergies potentielle et cinétique consistait à privilégier la compression (et donc la réduction de l'énergie potentielle) aux dépens d'une énergie thermique un peu élevée.

⁷Nous discutons plus précisément l'intérêt de la compression adiabatique au chapitre 4.

2.4.2 Pompage optique et transfert des atomes dans le TOP

Pompage optique. Avant le transfert dans le TOP, il est impératif de polariser les atomes de césium dans le niveau piégeant $|F = m = 4\rangle$. Cela permet d'éviter des processus de relaxation de spin⁸ induits par des collision avec les autres états piégeants $m=1, 2$ ou 3 et qui se traduisent par des pertes rapides dans le piège magnétique. Notons que l'état $|F = m = 4\rangle$ est doublement polarisé (de spin électronique et de spin du noyau) et que son moment magnétique est égal au magnéton de Bohr.

La polarisation du nuage est obtenue par une séquence de pompage optique. Pour cela, la lumière du PMO est coupée, le champ quadrupolaire est maintenu égal à $b = 60$ G/cm et on allume le champ tournant du TOP avec une valeur $B_0 = 15$ G. On envoie alors sur le nuage un faisceau résonnant avec la transition $F_g = 4 \rightarrow F_e = 4$ polarisé σ_+ . Les atomes effectuent des cycles absorption-emission spontanée jusqu'à ce qu'ils atteignent le niveau $|F = m = 4\rangle$ où ils ne sont plus sensibles à la lumière. Pour éviter qu'au cours de ces cycles les atomes ne tombent du niveau $F_e = 4$ vers le niveau hyperfin $F_g = 3$, on allume simultanément le faisceau repompeur du piège résonnant avec la transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$.

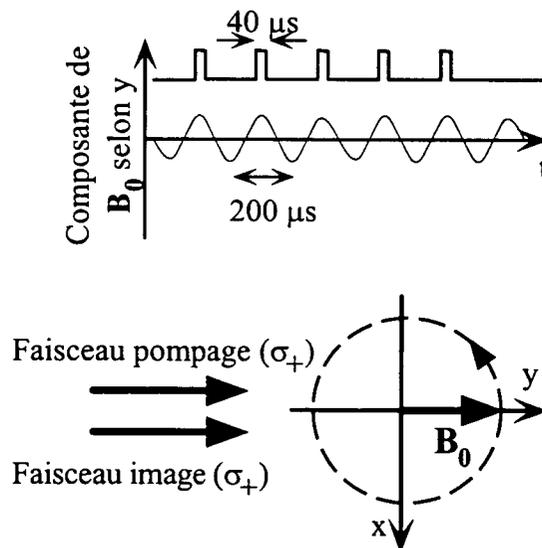


Figure 2.11: Synchronisation des impulsions de pompage optique avec le champ tournant.

⁸Le lecteur trouvera plus de précisions sur ces processus au chapitre suivant.

Le cycle de pompage optique doit également être synchronisé avec la rotation du champ tournant de manière à ce que l'axe de quantification soit aligné avec la direction de propagation du faisceau de pompage (figure 2.11). Ce cycle de pompage consiste en cinq impulsions de $40 \mu\text{s}$ avec une intensité lumineuse $s \simeq 1$. Pour une fréquence du TOP égale à 5 kHz , cela dure 1 ms environ avec une efficacité de l'ordre de 90% évaluée en mesurant le nombre d'atomes après quelques centaines de ms dans le TOP.

Le faisceau de pompage optique est fourni par la même diode laser que le faisceau image (figure 2.9). La fréquence du laser, asservie sur le croisement de niveau 4-4/4-5, est modifiée par un modulateur acousto-optique en double passage dont on sélectionne l'ordre -1. De même que pour l'image, ce système permet d'ajuster précisément la fréquence du faisceau de pompage sans le déplacer spatialement et de contrôler rapidement son branchement.

Transfert des atomes. Une fois les atomes polarisés, le champ magnétique quadrupolaire est augmenté de 60 G/cm à sa valeur maximale 125 G/cm , obtenue pour un courant de 50 A . Nous avons indiqué précédemment que le temps de montée du champ est de l'ordre de 100 ms avec quelques fluctuations de courant. Les fréquences d'oscillations radiale et axiale sont alors égales à 24 et 66 Hz pour une profondeur du piège de $260 \mu\text{K}$ calculée entre l'origine et le rayon du TOP $R_0 = B_0/b = 1.2 \text{ mm}$.

De même que le groupe de Boulder [17], nous avons observé des pertes rapides d'atomes dans le TOP au cours des premières secondes. Celles-ci sont attribuées aux atomes les plus énergétiques qui passent près de l'orbite circulaire du zéro du champ et subissent une transition Majorana. Après 5 s (figure 2.12), le nombre d'atomes dans le piège est de $1.5 \cdot 10^7$, soit une efficacité globale de 50% dans le transfert du PMO au TOP. La densité pic est alors de $1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ pour une température de $60 \mu\text{K}$.

Lors de la prise d'une image, on éclaire les atomes avec une impulsion lumineuse d'une durée de $40 \mu\text{s}$ et avec un paramètre de saturation $s \simeq 1/8$. Le gradient de champ magnétique est ensuite coupé pour prendre une deuxième image sans atomes environ 300 ms plus tard. La prise de cette deuxième image est également synchronisée avec la rotation du champ tournant.

2.4.3 Caractéristiques du piège magnétique

Durée de vie. La figure 2.14 indique le nombre d'atomes en fonction du temps. Après les premières secondes, la diminution du nombre d'atomes est déterminée principalement par les collisions avec les atomes du gaz résiduel. La décroissance est alors bien modélisée par une loi exponentielle $N_0 e^{-(t-t_0)/\tau}$ avec une durée de vie τ égale à 70 s .

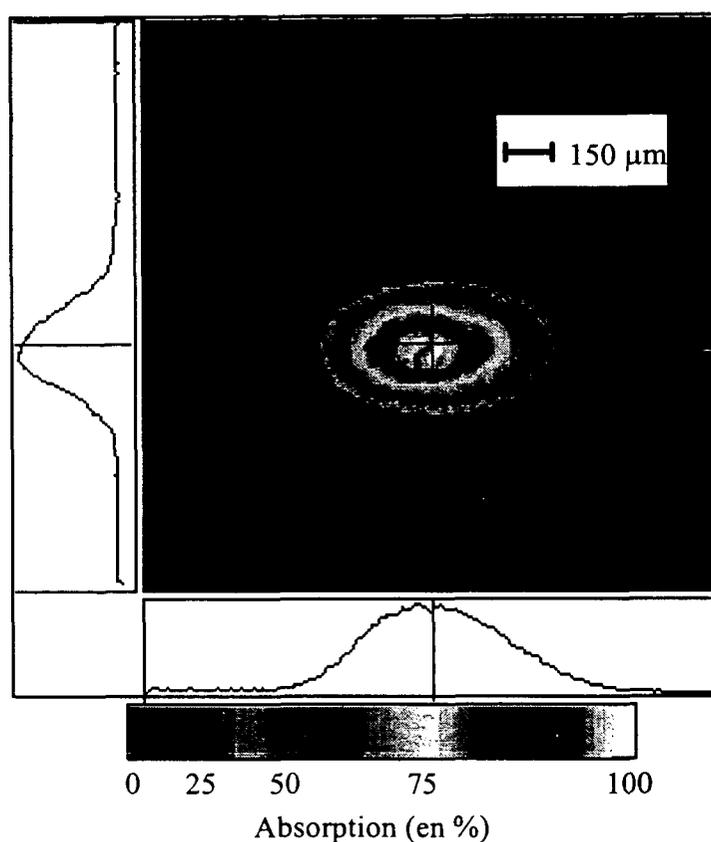


Figure 2.12: Image en absorption du TOP après 5 s de chargement. Le piège contient environ 1.5×10^7 atomes avec une épaisseur optique maximale égale à 2.3. Les courbes indiquent les profils de densité suivant l'axe x (courbe horizontale) et l'axe z (courbe verticale) passant par le centre du nuage.

A cette température ($60 \mu\text{K}$), il y a cependant encore des pertes dues aux atomes qui passent trop près de l'orbite du zéro du champ. Pour des nuages plus froids (et donc plus petits), nous avons ainsi trouvé des durées de vie supérieures, atteignant 100 s.

Pour ces mesures de durées de vie, il est essentiel d'éviter la présence de tout photon résiduel quasi-résonnant. Dès que l'un d'eux atteint le nuage piégé, il induit une transition vers le niveau excité $F_e = 3, 4$ ou 5 qui est suivie d'une émission spontanée. L'atome peut alors retomber dans l'un des états anti-piégeants de $F_g = 3$ ou dans un sous-niveaux Zeeman ($m = 2$ ou 3) de $F_g = 4$ qui sera perdu par relaxation de spin.

En dépit de nos efforts, il semble que la durée de vie (100 s) mesurée dans le TOP était encore partiellement limitée par de la lumière résonnante. Des

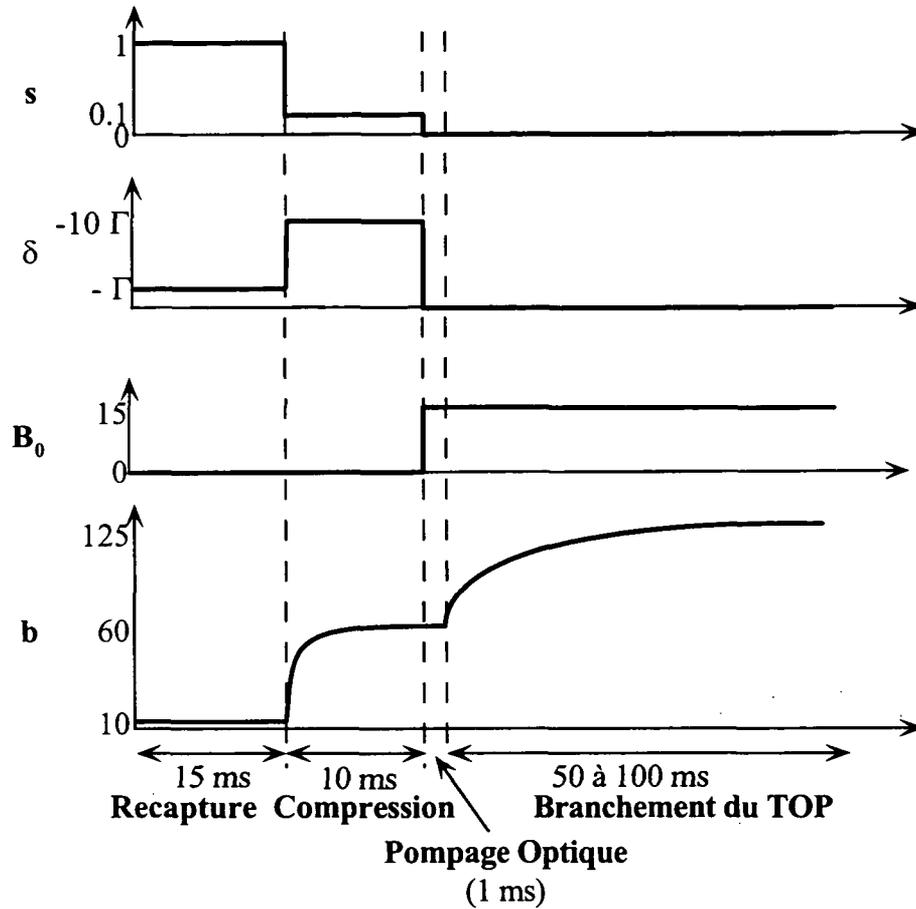


Figure 2.13: Séquence de chargement et transfert des atomes du PMO vers le TOP.

mesures réalisées dans le piège de Ioffé ont récemment abouti à des durées de vie supérieures à 4 minutes sans que le système à vide ait été modifié.

Mesure expérimentale de b et B_0 . Nous indiquons ici une méthode pour déterminer expérimentalement les paramètres b et B_0 du TOP. Elle consiste à appliquer une radio-fréquence ω_{rf} fixe pendant un temps court devant le temps de thermalisation du nuage mais long devant la période d'oscillation pour que les atomes suffisamment énergétiques soient éjectés. Nous verrons au chapitre 4 que, pour nos conditions initiales, le temps de thermalisation est de l'ordre 10 s. En pratique, nous avons appliqué le champ RF pendant 2 s.

Lorsque le rayon d'évaporation R_e :

$$g\mu(B_0 + R_e b) = \hbar\omega_{rf} \quad (2.21)$$

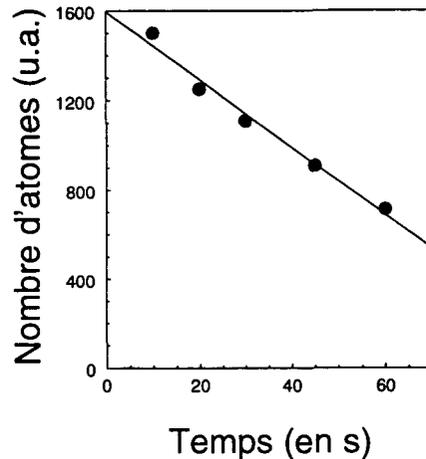


Figure 2.14: *Durée de vie de 70 s des atomes dans le TOP.*

est plus grand que son extension initiale, la forme du nuage est peu modifiée après l'application de la RF. Par contre, au fur et à mesure que l'on réduit ω_{rf} , le rayon d'évaporation commence à "mordre" dans le nuage selon les directions x et y . Une image prise juste après les 2 s de champ RF indique que le nuage n'a plus alors une forme gaussienne mais ressemble à une cloche. En particulier, la densité est nulle au delà d'une distance que l'on identifie à R_e (figure 2.15).

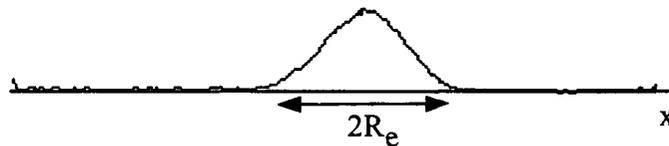


Figure 2.15: *Profil de densité du nuage selon x juste après l'application de la Radio-Fréquence.*

On peut alors tracer R_e en fonction de ω_{rf} ce qui donne accès aux paramètres b et B_0 (équation (2.21)). La figure 2.16 indique les résultats d'une telle mesure. Pour les données présentées ici, le gradient de champ b vaut 150 G/cm et l'amplitude B_0 du champ tournant est égale à 11 G.

Piégeage dans $F=3$. Dans l'ensemble de ce chapitre, nous n'avons évoqué que les résultats obtenus pour des atomes de césium piégés dans le sous-niveau $|F_g = m = 4\rangle$. Il est également possible de piéger les atomes dans le sous-niveau $|F_g = 3, m = -3\rangle$. Cela nécessite quelques modifications de la séquence décrite précédemment:

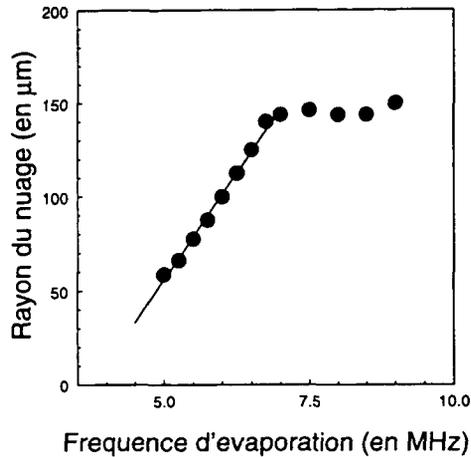


Figure 2.16: Rayon d'évaporation en fonction de ω_{rf} . Pour ω_{rf} inférieure à 7 MHz, R_e varie linéairement suivant la loi $(\hbar\omega_{\text{rf}}/g\mu - B_0)/b$. L'ajustement linéaire indique que $b = 150 \text{ G/cm}$ et $B_0 = 11 \text{ G}$.

- Le pompage optique est réalisé avec des impulsions lumineuses d'un faisceau résonnant avec la transition $F_g = 3 \rightarrow F_e = 3$ polarisé σ_- . Pour éviter un dépompage vers le niveau hyperfin $F_g = 4$, on applique en plus un faisceau continu résonnant avec la transition $F_g = 4 \rightarrow F_e = 4$.
- Pour détecter les atomes, ceux-ci sont préalablement repompés du niveau $|F_g = 3\rangle$ vers le niveau $|F_g = 4\rangle$ avant d'être excités par le faisceau image.

Ces modifications ne sont pas majeures mais, en pratique, notre dispositif ne nous permettait pas de passer d'un état piégeant à l'autre en quelques minutes. Pendant les premiers mois, nous avons principalement travaillé avec un TOP dans le niveau $F_g = 3$ avant d'opter pour des expériences dans $F_g = 4$. Ce changement était principalement motivé par le fait que la section efficace de collision élastique est supposée plus grande pour le niveau $|F = 4, m = 4\rangle$. Il s'est accompagné de nombreuses modifications du montage ce qui rend difficile la comparaison quantitative des résultats obtenus dans les niveaux $F_g = 3$ et $F_g = 4$.

A titre indicatif, la figure 2.17 représente la durée de vie dans un TOP et dans un piège quadrupolaire d'un nuage d'atomes dans $F_g = 3$. La durée de vie est plus longue dans le TOP ($\simeq 60 \text{ s}$) que dans le piège quadrupolaire ($\simeq 30 \text{ s}$). Cela illustre la suppression dans le TOP des pertes dues au zéro du champ magnétique au centre du piège quadrupolaire.

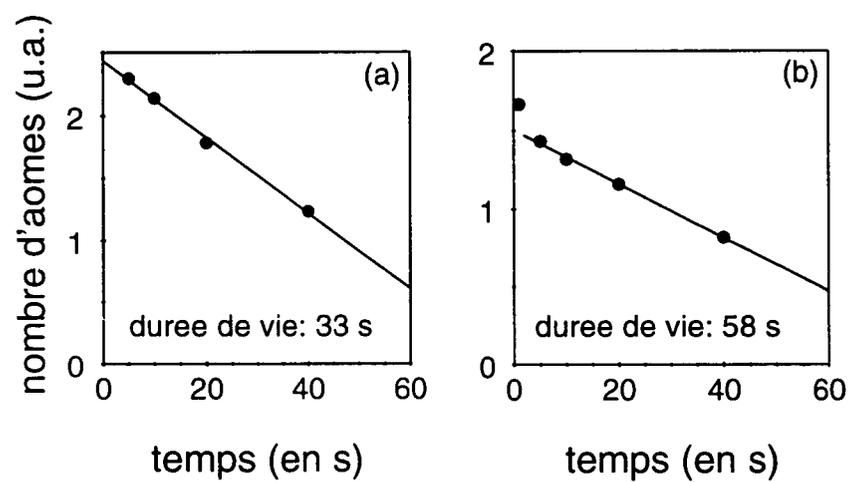


Figure 2.17: Durées de vie: (a) piège quadrupolaire ($b = 200 \text{ G/cm}$), (b) piège TOP ($b = 200 \text{ G/cm}$ et $B_0 = 10 \text{ G}$).

Chapitre 3

Collisions binaires entre atomes froids

Dans ce chapitre, nous présentons de manière théorique les propriétés des collisions binaires entre deux particules. Nous indiquons les principaux résultats de la méthode des déphasages avant d'aborder la question des résonances de diffusion à basse énergie. Le lecteur pourra trouver plus de précisions et notamment le détail de certains calculs dans les références [39, 40, 41] que nous ne rappelons pas systématiquement. Dans une dernière partie, nous détaillons la nature des collisions qui rentrent en jeu dans le cas d'atomes alcalins confinés dans un piège magnétique. En particulier, nous nous attachons à distinguer le rôle (positif ou négatif) qu'elles jouent dans le contexte d'une expérience de refroidissement évaporatif.

3.1 Position du problème

On considère deux particules A et B de masse m_A et m_B qui interagissent par un potentiel V dépendant de la position relative $\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$ entre ces particules. On cherche alors à étudier les états stationnaires de ce système à deux corps. Il est bien connu que ce problème peut se ramener à l'étude de deux systèmes à un corps indépendants. On distingue alors:

- le mouvement du centre de masse qui est celui d'une particule libre de masse $M = m_A + m_B$.
- l'évolution d'une particule "relative" de masse réduite $m = m_A m_B / (m_A + m_B)$ dans un potentiel $V(\vec{r})$.

Si on se place dans le référentiel du centre de masse, ce que nous ferons dans toute la suite, le problème des collisions entre ces particules se réduit ainsi à

l'étude de la particule relative. Les états propres et énergies propres de cette particule sont les solutions de l'équation de Schrödinger:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (3.1)$$

On s'intéresse aux états de diffusion qui sont d'énergie positive. On note alors:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (3.2)$$

où $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ est l'impulsion initiale de la particule. Il est d'usage d'introduire le potentiel "réduit" $U(\vec{r})$ défini par:

$$U(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2}V(\vec{r}) \quad (3.3)$$

ce qui permet de réécrire l'équation (3.1) sous la forme:

$$[\Delta + k^2 - U(\vec{r})]\psi(\vec{r}) = 0 \quad (3.4)$$

Pour une expérience de collision, on peut imaginer le processus suivant: on envoie un faisceau de particules (par exemple selon l'axe z) sur un centre diffuseur situé à l'origine. Initialement libres, elles se mettent à interagir de manière compliquée avec celui-ci par l'intermédiaire du potentiel avant d'être diffusées dans l'espace. Au bout d'un certain temps, les particules sont suffisamment loin du centre et peuvent être à nouveau considérées comme des particules libres. Ainsi, parmi l'ensemble des solutions de l'équation (3.4), nous nous intéressons à celles ayant le comportement asymptotique [39, 40]:

$$\psi(\vec{r}) \sim e^{ikz} + f_k(\theta, \phi)\frac{e^{ikr}}{r} \text{ quand } r \rightarrow \infty \quad (3.5)$$

Physiquement, cette condition signifie que, loin de l'origine, l'onde est constituée de la somme de l'onde incidente e^{ikz} et d'une onde sphérique diffusée e^{ikr}/r . Nous nous limitons ici aux phénomènes de diffusion élastique et cette onde sphérique divergente est donc de même énergie que l'onde incidente. La fonction $f_k(\theta, \phi)$, appelée *amplitude de diffusion*, traduit, elle, la dépendance angulaire de la diffusion (figure 3.1).

On montre aisément que cette amplitude de diffusion est reliée à la section efficace différentielle de diffusion $\sigma(\theta, \phi)$ par la relation:

$$\frac{d\sigma(\theta, \phi)}{d\Omega} = |f_k(\theta, \phi)|^2 \quad (3.6)$$

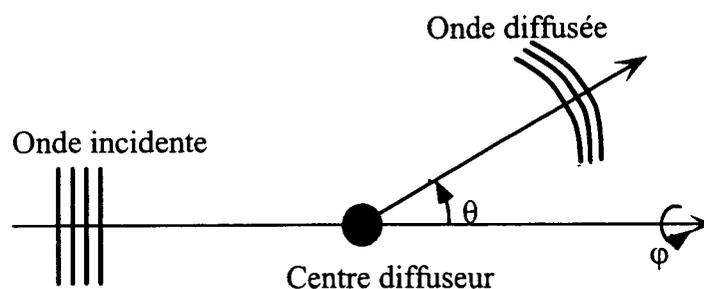


Figure 3.1: *Processus de diffusion: une onde incidente est diffusée dans la direction (θ, ϕ) .*

La section efficace totale σ_{tot} s'en déduit alors par intégration sur les variables angulaires:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int |f_k(\theta, \phi)|^2 d\Omega \quad (3.7)$$

Notons que la section efficace différentielle (et donc totale) dépend *a priori* de l'énergie.

La détermination des solutions de l'équation (3.4) satisfaisant la condition asymptotique (3.5) n'est pas triviale. Nous indiquons maintenant une méthode utile dans le cas d'un potentiel central, c'est à dire lorsque U ne dépend que de la distance relative $r = |\vec{r}_A - \vec{r}_B|$ entre les deux particules.

3.2 Diffusion par un potentiel central: méthode des déphasages

3.2.1 Ondes partielles

Dans le cas d'un potentiel central, le Hamiltonien est invariant dans toute rotation et le moment cinétique orbital \vec{L} est une constante du mouvement. Au lieu des ondes planes, il est plus judicieux d'utiliser, pour résoudre l'équation (3.4), une base commune aux opérateurs H , \vec{L}^2 et L_z (cf. par exemple le chapitre 7 de [39]). On cherche alors des états $\psi_{k,l,m}$ de la forme:

$$\psi_{k,l,m}(\vec{r}) = R_{k,l}(r)Y_{l,m}(\theta, \phi) \quad (3.8)$$

où les fonctions $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ sont les harmoniques sphériques. Ces états sont naturellement états propres des opérateurs \vec{L}^2 et L_z avec les valeurs propres respectives $l(l+1)\hbar^2$ et $m\hbar$. Le potentiel $V(r)$ n'intervient que dans la détermination

de la partie radiale $R_{k,l}$ qui est solution de l'équation de Schrödinger radiale:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right] R_{k,l}(r) = 0 \quad (3.9)$$

On définit usuellement la fonction $u_{k,l}(r)$ par:

$$R_{k,l}(r) = \frac{u_{k,l}(r)}{r} \quad (3.10)$$

qui vérifie l'équation plus simple:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right] u_{k,l}(r) = 0 \quad (3.11)$$

Cette équation est analogue à celle d'une particule de masse m soumise à un potentiel effectif V_{eff} :

$$V_{\text{eff}}(r) = V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \quad (3.12)$$

qui est la somme du potentiel d'interaction et d'un potentiel centrifuge répulsif. Notons que la variable r ne peut prendre que des valeurs positives. La fonction $u_{k,l}$, solution de l'équation (3.11), doit en plus satisfaire la condition aux limites:

$$u_{k,l}(0) = 0 \quad (3.13)$$

Toute fonction $\psi(\vec{r})$ d'énergie $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ peut ainsi être décomposée dans cette base de fonctions qui porte le nom de base des *ondes partielles*:

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} c_{l,m}(k) \psi_{k,l,m}(\vec{r}) \quad (3.14)$$

En suivant les notations usuelles de spectroscopie, on désigne par ondes s, p, d, \dots les ondes partielles $l = 0, 1, 2, \dots$.

3.2.2 Déphasage $\delta_l(k)$

On s'intéresse d'abord aux cas des ondes sphériques libres, c'est à dire à la base de fonctions de moment cinétique bien défini en l'absence de potentiel d'interaction V . Les solutions $u_{k,l}^{(0)}$ de l'équation radiale:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{k,l}^{(0)}(r) = 0 \quad (3.15)$$

sont de la forme $rj_l(kr)$ avec $j_l(r)$ la fonction de Bessel sphérique d'ordre l . On montre que, pour kr grand, cette fonction a pour comportement asymptotique:

$$j_l(kr) \sim \frac{1}{kr} \sin\left(kr - l\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{e^{-ikr}e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr}e^{-il\frac{\pi}{2}}}{2ikr} \quad (3.16)$$

Ainsi, à l'infini, $j_l(kr)$ résulte de la superposition d'une onde entrante e^{-ikr}/r et d'une onde sortante e^{ikr}/r dont les amplitudes diffèrent par un facteur de phase $l\pi$. Cela revient à imaginer que l'onde entrante converge vers l'origine. Au fur et à mesure qu'elle s'approche, elle est déformée par la barrière centrifuge jusqu'à un point de rebroussement puis donne naissance à une onde sortante déphasée de $l\pi$.

Ces fonctions $j_l(kr)$ constituant une base des fonctions radiales, il est possible de déterminer la décomposition d'une onde plane et, en particulier, celle de l'onde incidente $\exp(ikz)$:

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} j_l(kr) Y_{l,0}(\theta) \quad (3.17)$$

On notera que cette décomposition fait intervenir des termes de moment cinétique l arbitrairement élevé mais aucun terme de moment cinétique m le long de l'axe z non nul.

On considère maintenant le cas où le potentiel V n'est pas nul. A l'exception de certains cas particuliers, il n'est pas possible de trouver l'expression de la fonction $u_{k,l}$ solution de l'équation radiale (3.11). Cependant il est possible de déterminer le comportement à l'infini de ces fonctions. Négligeons dans un premier temps l'effet du potentiel effectif pour r grand. L'équation radiale se réduit alors à:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 \right] u_{k,l}(r) = 0 \quad (3.18)$$

qui a pour solution:

$$u_{k,l}(r) \sim Ae^{ikr} + Be^{-ikr} \quad (3.19)$$

Loin de l'origine, l'onde partielle est donc aussi la somme d'une onde incidente et d'une onde réfléchi. Il y a par ailleurs conservation du flux de particules puisque le domaine $r < 0$ est interdit. Cela signifie notamment que le "courant" réfléchi doit être égal au "courant" incident et donc que les constantes A et B satisfont:

$$|A| = |B| \quad (3.20)$$

L'expression asymptotique de $u_{k,l}$ est donc une fonction sinusoïdale:

$$u_{k,l}(r) \propto \sin(kr - \beta_l) \quad (3.21)$$

Dans le cas des particules libres ($V = 0$), nous avons vu que cette phase β_l est égale à $l\pi/2$. En prenant cette valeur comme référence, on définit le *déphasage* δ_l de l'onde partielle de telle sorte que:

$$\frac{u_{k,l}(r)}{r} \propto \frac{\sin(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_l)}{r} \quad (3.22)$$

$$\propto \frac{e^{-ikr} e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr} e^{-il\frac{\pi}{2}} e^{2i\delta_l}}{2ir} \quad (3.23)$$

Cette solution correspond à nouveau à la somme d'une onde sphérique entrante et une sortante. De même que dans le cas libre, on peut se représenter une onde qui converge vers l'origine, interagit avec le potentiel avant d'être réfléchi. On constate cependant que l'onde sortante a accumulé un déphasage supplémentaire $2\delta_l$ par rapport au cas libre. Nous allons voir que ce déphasage, qui dépend *a priori* de l'énergie $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ de l'onde, suffit à décrire tout l'effet du potentiel pour les processus de diffusion.

3.2.3 Amplitude de diffusion et section efficace en ondes partielles

Pour déterminer l'expression de l'amplitude de diffusion en fonction des déphasages, on cherche maintenant une superposition linéaire d'ondes partielles dont le comportement asymptotique satisfait la condition (3.5). On utilise pour cela un développement analogue à celui de l'onde plane (3.17) et on obtient:

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} \psi_{k,l,0}(\vec{r}) &\sim - \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} Y_{l,0}(\theta) \\ &\times \left[\frac{e^{-ikr} e^{il\pi/2} - e^{ikr} e^{-il\pi/2}}{2ikr} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{1}{k} e^{i\delta_l} e^{-il\frac{\pi}{2}} \sin \delta_l \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

On reconnaît dans le premier terme entre crochets le développement de l'onde plane e^{ikz} et une onde sphérique diffusée dans le deuxième terme, c'est à dire le comportement asymptotique $\psi(\vec{r}) \sim e^{ikz} + f_k(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$ avec:

$$f_k(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2l+1)} Y_{l,0}(\theta) e^{i\delta_l} \sin \delta_l \quad (3.25)$$

L'amplitude de diffusion dans la direction θ résulte donc de la somme des amplitudes de diffusion de chaque onde partielle et $f_k(\theta)$ ne dépend que de la valeur des différents déphasages δ_l .

En particulier, on peut déterminer la section efficace qui est en général la grandeur mesurée expérimentalement. La section efficace différentielle est donnée par le module carré de $f_k(\theta)$:

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2l+1)} Y_{l,0}(\theta) e^{i\delta_l} \sin \delta_l \right|^2 \quad (3.26)$$

La section efficace totale s'en déduit par intégration sur l'angle θ :

$$\sigma_{\text{tot}} = \int \sigma(\theta) d\Omega \quad (3.27)$$

$$= \frac{1}{k^2} \sum_{l,l'} 4\pi \sqrt{(2l+1)(2l'+1)} e^{i(\delta_l - \delta_{l'})} \sin \delta_l \sin \delta_{l'} \int d\Omega Y_{l',0}^*(\theta) Y_{l,0}(\theta) \quad (3.28)$$

Comme les harmoniques sphériques sont des fonctions orthonormées, on en déduit finalement que:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum_l \sigma_l = \frac{1}{k^2} \sum_l 4\pi (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (3.29)$$

où $\sigma_l = (4\pi/k^2)(2l+1) \sin^2 \delta_l$ est la contribution de l'onde partielle de moment cinétique l . Il n'y a plus maintenant d'effet d'interférence entre les ondes de moment cinétique distinct: la section efficace totale résulte de la somme des contributions de chaque onde partielle.

Il apparaît que chaque terme σ_l est limité à une valeur maximale:

$$\sigma_l^{\text{max}} = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \quad (3.30)$$

qui ne dépend pas de la valeur du potentiel. Cette limite est atteinte lorsque $\delta_l = (n + 1/2)\pi$ (où n est un entier relatif). A l'inverse lorsque le déphasage est un multiple entier de π , il n'y a pas de contribution de l'onde l au processus de diffusion. Notons que cette limite supérieure est imposée par la mécanique quantique et ne dépend pas du potentiel considéré.

La détermination de la section efficace nécessite en principe de calculer la valeur de tous les déphasages. Cela exige de résoudre (au besoin numériquement) l'équation radiale pour toutes les valeurs de l . La méthode des déphasages¹ ne prend en fait tout son intérêt que lorsqu'on peut se restreindre à un petit nombre d'ondes partielles. C'est en particulier le cas pour les collisions à basse énergie.

¹désignée aussi parfois sous le nom de "collision en ondes partielles".

3.2.4 Collisions à basse énergie

L'objet de cette section est de montrer que les ondes partielles qui contribuent de manière significative à la section efficace sont celles dont le moment cinétique vérifie:

$$l \leq kd \quad (3.31)$$

où d est la portée du potentiel².

Une première façon de justifier cela consiste à étudier le comportement de la partie radiale $rj_l(kr)$ de l'onde sphérique libre au voisinage de l'origine. On peut montrer que $r^2 j_l^2(kr)$ reste pratiquement nulle tant que $r < \sqrt{l(l+1)}/k \simeq l/k$. La probabilité de présence y étant négligeable, la particule n'est pas sensible à ce qui se passe à des distances à l'origine inférieure à l/k . Pour que la particule "voit" le potentiel, il est ainsi nécessaire que la portée d du potentiel soit supérieure à cette distance d'approche minimale. Les contributions significatives à la section efficace viennent donc des ondes partielles de moment cinétique inférieur à kd .

Plus précisément, on montre qu'à basse énergie $\delta_l(k)$ varie comme k^{2l+1} [40]. La section efficace σ_l de l'onde l qui vaut:

$$\sigma_l \propto k^{4l} \quad \text{quand } k \rightarrow 0 \quad (3.32)$$

tend ainsi vers zéro à énergie nulle sauf pour l'onde s . Nous revenons sur ce cas à la section 3.4.

Il est possible de donner une justification physique simple de ces propriétés. La particule libre est soumise en plus du potentiel V à une barrière répulsive $l(l+1)/r^2$. Au fur et à mesure que l augmente, l'effet de cette barrière est de plus en plus important et la particule a besoin de plus en plus d'énergie cinétique pour la surmonter et aller "sonder" le potentiel $V(r)$. Ainsi, à basse énergie, on s'attend à ce qu'un nombre fini d'ondes partielles puissent agir significativement. En particulier, si $kd \ll 1$, il n'y a que des collisions en onde s .

Notons que les arguments explicités ci-dessus ne sont valides qu'à condition que le potentiel décroisse suffisamment vite à l'infini. En particulier, ils ne sont pas valables pour un potentiel d'interaction coulombien qui est de portée infinie. Par ailleurs, nous n'avons pas encore pris en compte l'existence de résonance de diffusion qui peuvent augmenter considérablement la contribution d'une onde partielle donnée. Avant d'aborder cette question, nous donnons une dernière image pour justifier la relation (3.31).

On considère la trajectoire d'une particule semi-classique d'impulsion p et de moment cinétique \bar{L} diffusée par le potentiel (figure 3.2). On définit b , le paramètre

²Nous entendons par portée du potentiel la distance à l'origine au delà de laquelle l'effet du potentiel peut être négligé. Cette définition est évidemment peu précise et nous renvoyons le lecteur au chapitre 3 de la référence [40] pour une discussion plus approfondie.

d'impact qui est la distance de l'origine à laquelle passerait la particule si elle se déplaçait en ligne droite:

$$b = \frac{|\vec{L}|}{p} \quad (3.33)$$

En remplaçant $|\vec{L}|$ et p par leurs valeurs respectives $\sqrt{l(l+1)}\hbar$ et $\hbar k$, on retrouve l'expression l/k . Pour que la particule soit diffusée, ce paramètre d'impact b , d'autant plus grand que l est grand et que k est faible, doit rester inférieur à la portée d du potentiel ce qui nous limite aux valeurs vérifiant la relation $l < kd$.

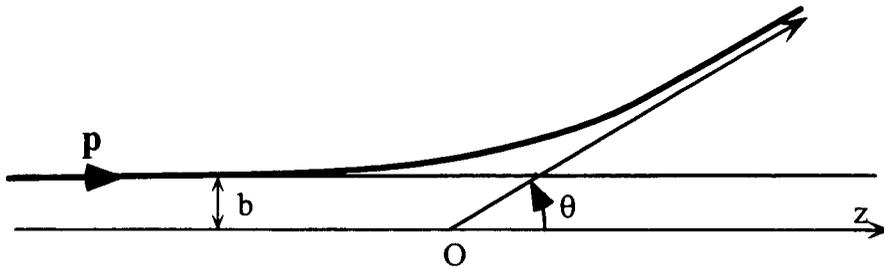


Figure 3.2: Diffusion d'une particule semi-classique lorsque le paramètre d'impact b est inférieur à la portée d du potentiel.

3.3 Résonance de diffusion en onde partielle l ($l \geq 1$)

3.3.1 Principe

On considère le cas d'un potentiel attractif à grande distance et fortement répulsif au voisinage de l'origine³. Lorsqu'on tient compte de la barrière centrifuge $l(l+1)/r^2$, le potentiel effectif présente un maximum d'énergie positive E_0 à une distance r_0 de l'origine (figure 3.3).

Une particule incidente en onde l donnée d'énergie cinétique $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ inférieure à E_0 ne peut (classiquement) franchir cette barrière et elle est donc réfléchi. En général, le déphasage correspondant est très faible et la contribution de cette onde partielle à la diffusion est négligeable. Cet argument peut être

³C'est le cas par exemple dans les collisions entre deux atomes dans l'état fondamental. Le potentiel d'interaction V est du type van der Waals en $-1/r^6$ à grande distance avec un coeur dur (parfois modélisé par un potentiel en $1/r^{12}$). Nous revenons plus loin sur cet exemple dans le cas de deux atomes de césium.

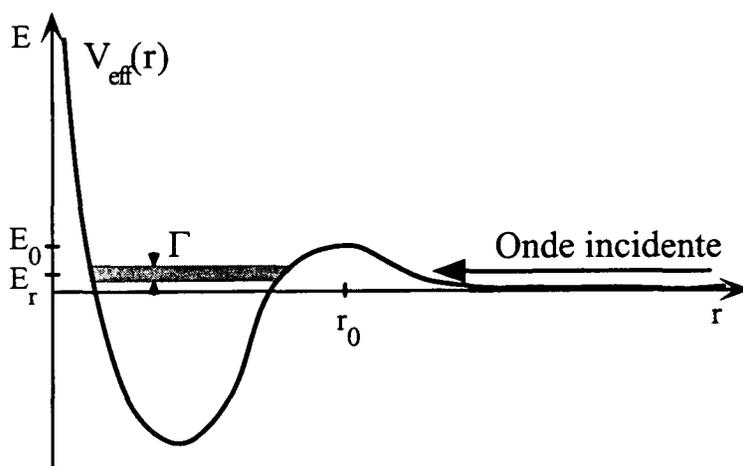


Figure 3.3: Barrière répulsive dans le potentiel effectif: existence d'un niveau quasi lié de largeur Γ résonnant avec l'énergie des particules incidentes.

cependant erroné si il existe un niveau quasi lié au voisinage de $r = 0$ dans le puits de potentiel.

Si ce niveau a une énergie E_r ($0 < E_r < E_0$), la diffusion des particules incidentes d'énergie E proche de E_r est considérablement amplifiée. Ce phénomène, connu sous le nom de diffusion résonnante est analogue au cas de la diffusion par un atome de photons résonnants avec une transition atomique [28] ou de la transmission de la lumière dans une cavité Fabry-Pérot. Il est dû au couplage de l'onde incidente avec le niveau lié par effet tunnel à travers la barrière de potentiel.

3.3.2 Section efficace de diffusion résonnante

Nous donnons sans démonstration l'expression de la section efficace de diffusion dans ce cas⁴. L'amplitude de diffusion de l'onde l vaut

$$f_k(\theta) = \frac{\sqrt{4\pi(2l+1)}}{k} \frac{\Gamma/2}{(E - E_r)/\hbar + i\Gamma/2} Y_{l,0}(\theta) \quad (3.34)$$

ce qui mène à l'expression de la section efficace totale en onde l :

$$\sigma_l = \frac{4\pi(2l+1)}{k^2} \frac{\Gamma^2}{4(E - E_r)^2/\hbar^2 + \Gamma^2} \quad (3.35)$$

⁴Le lecteur pourra en trouver une démonstration au chapitre 4 de [40] ainsi que dans la référence [41].

Cette expression est connue sous le nom de formule de *Breit-Wigner*. La section efficace est une lorentzienne centrée à l'énergie E_r pour laquelle elle atteint la valeur maximale $4\pi(2l+1)/k^2$ (figure 3.4). Le déphasage δ_l correspondant est ainsi un multiple demi-entier de π . La largeur Γ de la résonance est déterminée par la durée de vie $\tau = \Gamma^{-1}$ finie de l'état lié. Celui-ci peut en effet "s'échapper" du potentiel par effet tunnel à travers la barrière (figure (3.3)).

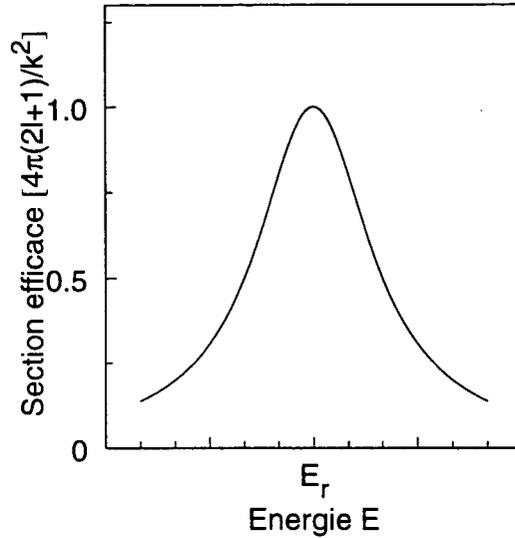


Figure 3.4: Variation de la section efficace autour de l'énergie de résonance E_r .

Ce qui vient d'être décrit ne s'applique évidemment pas aux ondes s ($l = 0$) pour lesquelles il n'y a pas de potentiel centrifuge. Il existe pourtant aussi des résonances de diffusion dont la nature est plus compliquée. Avant d'entrer dans leur description, nous étudions les résonances de diffusion en ondes $l > 1$ dans le cas de deux atomes de césium.

3.3.3 Application aux collisions Cs-Cs

Nous anticipons ici légèrement sur l'expérience décrite au chapitre 4 qui consiste à étudier les collisions entre des atomes de césium polarisés. Ces atomes interagissent à grande distance par un potentiel de type van der Waals de la forme:

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8} - \frac{C_{10}}{r^{10}} - \frac{C_{12}}{r^{12}} \quad (3.36)$$

Ce potentiel fait intervenir un ensemble de coefficients C_n dont nous avons utilisé les valeurs données dans [42]. Pour estimer certains ordres de grandeur, il suffit

d'ailleurs souvent de se limiter au premier terme en $1/r^6$ ce qui permet d'obtenir des formules analytiques. A courte distance on peut modéliser le potentiel par un potentiel répulsif de coeur dur infini dont la portée r_c est de l'ordre de 6 Å[43]. La valeur précise de r_c n'est en fait pas déterminante dans les calculs présentés ci-dessous.

L'objet de cette section est d'étudier, pour ce potentiel, la valeur de la hauteur de la barrière répulsive pour les différentes ondes partielles ainsi que la largeur des résonances éventuelles.

Pour une onde l donnée, le potentiel effectif vaut $V(r) + l(l+1)\hbar^2/2mr^2$ où la masse réduite m est égale à la moitié de la masse du césium ($m_{\text{Cs}}/2 = 1.1 \cdot 10^{-25}$ kg). Si on se limite au premier terme du potentiel, le maximum du potentiel est atteint au point $r_0 = (6mC_6/l(l+1)\hbar^2)^{1/4}$ et vaut:

$$E_0 = V_{\text{eff}}(r_0) = 2 \left(\frac{l(l+1)}{6m} \right)^{3/2} \frac{\hbar^3}{\sqrt{C_6}} \quad (3.37)$$

Il est utile d'exprimer sa valeur en unité de température $k_B T = E_0$. Le tableau ci-dessous donne la valeur de E_0 pour différents l . Nous avons indiqué la valeur déterminée par la formule ci-dessus ainsi que la valeur \tilde{E}_0 obtenue en calculant numériquement le maximum du potentiel complet.

l	E_0 (en μK)	\tilde{E}_0 (en μK)
1	34.5	34.5
2	179	179
3	508	505
4	1093	1086

Nous verrons plus loin que pour des bosons (ce qui est le cas du césium) polarisés, la symétrie de la fonction d'onde des deux particules n'autorise que les collisions en onde partielle de moment cinétique pair. De plus, les atomes que nous considérons ont des températures de l'ordre de 50 à 100 microKelvins. Les résultats présentés ci-dessus indiquent déjà que les interactions entre atomes se limitent aux collisions en onde s à l'exception de résonances de diffusion éventuelles pour les ondes $l = 2, 4, \dots$.

Les caractéristiques de ces résonances peuvent être évaluées avec une approche WKB [41]. Nous nous limitons au cas des ondes d ($l = 2$) pour lesquelles la barrière d'énergie est la plus petite et donc le couplage tunnel le plus grand. La première étape consiste à calculer la position des points tournants r_1 et r_2 du mouvement classique (figure 3.5).

On évalue ensuite la probabilité \mathcal{P} de transmission par effet tunnel à travers

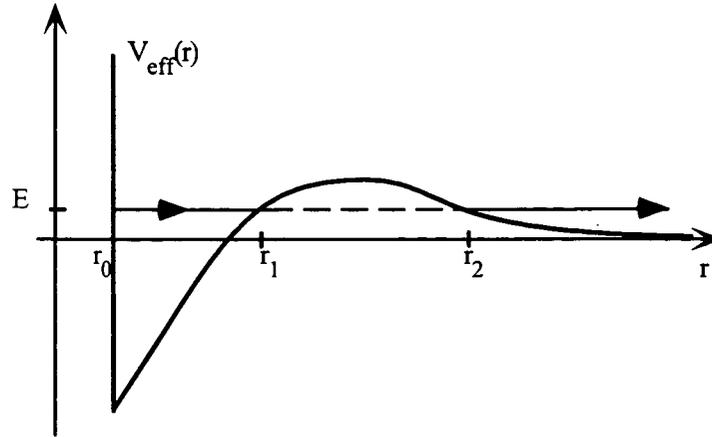


Figure 3.5: Mouvement d'une particule semi-classique dans le potentiel V_{eff} .

la barrière d'une particule d'énergie E . Elle a pour expression:

$$\mathcal{P} = \exp\left(-2 \int_{r_1}^{r_2} \kappa(x) dx\right) \text{ avec } \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} = V_{\text{eff}}(x) - E \quad (3.38)$$

La période d'oscillation τ d'une particule confinée entre r_0 et r_1 est donnée par 2 fois le temps mis pour aller de l'un à l'autre et vaut⁵:

$$\tau = 2 \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{v(r)} \quad (3.42)$$

$$\tau = 2 \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{\frac{2(E-U(r))}{m}}} \quad (3.43)$$

La largeur Γ de la résonance est déterminée approximativement par le produit $\mathcal{P} \cdot \tau^{-1}$. Cela revient à considérer qu'à chaque fois que la particule liée dans le potentiel atteint le point de rebroussement r_1 , elle a la probabilité \mathcal{P} de s'échapper.

⁵Si on se limite au terme en $1/r^6$, cette intégrale peut se calculer analytiquement pour $E = 0$ en faisant le changement de variable $\rho = 3\hbar^2 r^4 / mC_6$:

$$\tau = 2 \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{C_6}{r^6} - \frac{3\hbar^2}{m r^2} \right)}} \quad (3.39)$$

$$= \frac{m^{3/2} \sqrt{2C_6}}{6\hbar^2} \sqrt{1 - r_0/r_1} \quad (3.40)$$

$$= 2.0 \cdot 10^{-8} \quad (3.41)$$

Le tableau ci-dessous donne la valeur des paramètres r_1 , r_2 , \mathcal{P} , τ et Γ pour différentes énergies de l'atome (exprimée en unités de température). Ces valeurs ont été obtenues numériquement en prenant en compte l'expression complète du potentiel $V_{\text{eff}}(r)$.

E (en μK)	r_1 (en \AA)	r_2 (en \AA)	\mathcal{P}	τ (en ns)	Γ (en μK)
1	68.6	1475	$2.8 \cdot 10^{-6}$	20.2	0.0011
5	68.7	660	$1.4 \cdot 10^{-4}$	20.6	0.0536
10	68.9	466	$7.9 \cdot 10^{-4}$	20.7	0.2910
20	69.3	330	$4.3 \cdot 10^{-3}$	20.9	1.58
30	69.7	269	$1.2 \cdot 10^{-2}$	21.5	4.14

La valeur de $\tau = 20$ ns calculé à énergie nulle est très proche de la valeur numérique entre 1 et 30 μK . La fréquence d'oscillation $\nu = \tau^{-1}$ correspondante est de l'ordre de 50 MHz. L'énergie $h\nu$, égale à l'écart entre deux niveaux liés consécutifs du potentiel, est de l'ordre de 15 fois la hauteur de la barrière de potentiel. Cela signifie qu'il est en fait peu probable d'avoir un état lié et donc une résonance de diffusion.

3.4 Résonance de diffusion en onde s

3.4.1 Longueur de diffusion

Dans la suite de ce chapitre, nous supposons que les particules ont une énergie suffisamment basse pour que les processus de diffusion se limitent aux collisions en onde s . Notons tout de suite que l'amplitude de diffusion est alors isotrope ($Y_{0,0}(\theta) = 1/\sqrt{4\pi}$).

Nous avons indiqué que la section efficace en onde s , $\sigma_0 = (4\pi/k^2) \sin^2 \delta_0$, a une limite finie non nulle quand $k \rightarrow 0$ (équation 3.32). Pour préciser cette valeur, on définit la *longueur de diffusion* a par :

$$a = \lim_{k \rightarrow 0} -\frac{\tan \delta_0(k)}{k} \quad (3.44)$$

Sa valeur dépend des caractéristiques du potentiel et peut être *a priori* positive ou négative. On peut maintenant exprimer la section efficace en fonction de ce paramètre. En utilisant la relation $1/\sin^2 x = 1 + 1/\tan^2 x$, on obtient l'expression approchée à basse énergie :

$$\sigma(k) = \frac{4\pi a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (3.45)$$

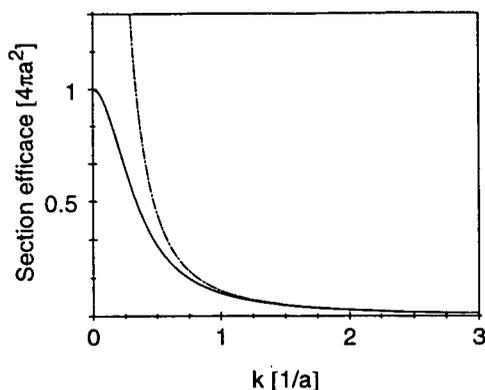


Figure 3.6: Variation de σ_0 en fonction de k (la courbe en pointillé représente la loi en $1/k^2$).

Le comportement de la section efficace en fonction de l'énergie est représenté sur la figure 3.6. On peut alors distinguer deux cas:

Premier cas: $ka \ll 1$. La section efficace est constante et égale à sa valeur à énergie nulle:

$$\sigma = 4\pi a^2 \quad (3.46)$$

Cette valeur est équivalente à la section efficace classique d'une sphère dure de rayon $2a$. C'est par exemple le cas rencontré dans les expériences de refroidissement évaporatif de sodium et de rubidium menés au MIT et à Boulder [16]: la thermalisation des atomes se fait avec une section efficace constante et isotrope sur toute la plage d'énergie.

Deuxième cas: $ka \gg 1$ et diffusion en onde s . La section efficace est alors égale à sa valeur maximale:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \quad (3.47)$$

Il est important de s'assurer que la seule onde partielle qui intervient est celle de $l = 0$. On peut en effet toujours satisfaire la relation $ka \gg 1$ en utilisant des particules plus énergétiques mais il faut le plus souvent prendre alors en compte la contribution des ondes $p, d \dots$ qui masque la variation de σ en $1/k^2$.

La situation où les deux conditions précédentes sont remplies simultanément est celle d'une grande longueur de diffusion⁶ a . Plus précisément, on doit satisfaire les deux inégalités:

$$ka \gg 1 \quad \text{et} \quad kd \ll 1 \quad (3.48)$$

⁶Nous verrons que a peut même être infinie auquel cas le déphasage tend à énergie nulle vers un multiple demi-entier de π .

qui imposent que a soit bien plus grande que la portée du potentiel d . On parle alors de *résonance en onde s*. Il faut prendre garde au fait qu'il ne s'agit pas d'une résonance au sens de celles que nous avons décrites à la section 3.3. D'une part, il n'y a pas de barrière centrifuge et, d'autre part, il n'y a pas de maximum de la section efficace pour une énergie donnée. Il s'agit "simplement" d'une variation de σ qui croît en $1/k^2$ avant d'atteindre une valeur constante en dessous d'une certaine énergie.

Il n'est pas facile à première vue de trouver une signification physique aux grandes longueurs de diffusion ainsi qu'à leurs signes. Nous avons choisi dans ce mémoire d'illustrer ces phénomènes dans le cas d'un potentiel de puits carré attractif qui permet des calculs analytiques simples. Nous verrons en fait que certains résultats restent en fait valables quelle que soit la nature du potentiel. Le lecteur pourra trouver une approche plus générale dans les références [40, 41] ainsi qu'au chapitre XIV de [44].

Avant d'aborder ce calcul, il est intéressant d'établir un critère pour l'observation d'une résonance en onde s avec une interaction de Van der Waals. Nous exigeons pour cela que l'on puisse avoir $ka \sim 1$ tout en ayant une énergie cinétique bien inférieure à la hauteur E_0 de la barrière répulsive pour $l = 2$. En reprenant l'expression (3.37), on a l'inégalité:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \simeq \frac{\hbar^2}{2ma^2} \ll \frac{2\hbar^3}{\sqrt{m^3 C_6}} \quad (3.49)$$

qui donne une condition reliant la longueur de diffusion a et le coefficient C_6 :

$$a \gg \frac{1}{2} \left(\frac{m C_6}{\hbar^2} \right)^{1/4} \quad (3.50)$$

Par exemple, pour l'atome de césium, en utilisant la valeur $C_6 = 6.55 \cdot 10^{-76} \text{ J}\cdot\text{m}^6$ donnée dans [42], cela impose que a soit bien plus grande que $45 \text{ \AA} = 85 a_0$ (où a_0 est le rayon de Bohr).

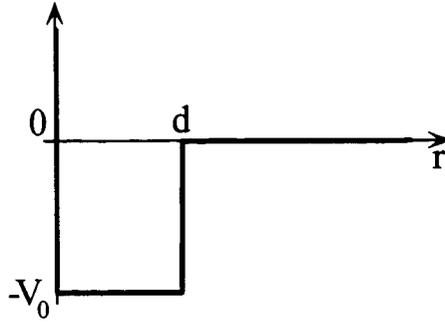
3.4.2 Modèle du puits carré

On considère un potentiel carré attractif de profondeur $V_0 = \hbar^2 k_0^2 / 2m$ et de portée d (figure 3.7):

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r < d \\ 0, & r > d \end{cases} \quad (3.51)$$

On commence par résoudre l'équation radiale à l'intérieur du puits:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 + k_0^2 \right] u_{\text{int}}(r) = 0 \quad (3.52)$$

Figure 3.7: Potentiel carré attractif de portée d .

La solution qui satisfait la condition aux limites $u(0) = 0$ est égale à:

$$u_{\text{int}}(r) = A \sin(\kappa r) \quad (3.53)$$

où l'on a posé $\kappa = \sqrt{k^2 + k_0^2}$.

La solution à l'extérieur du puits u_{ext} coïncide avec l'onde sphérique libre et a pour expression:

$$u_{\text{ext}}(r) = B \sin(kr + \delta_0) \quad (3.54)$$

En imposant alors des conditions de continuité pour la fonction d'onde et sa dérivée au point de raccordement $r = d$, on obtient la valeur du déphasage:

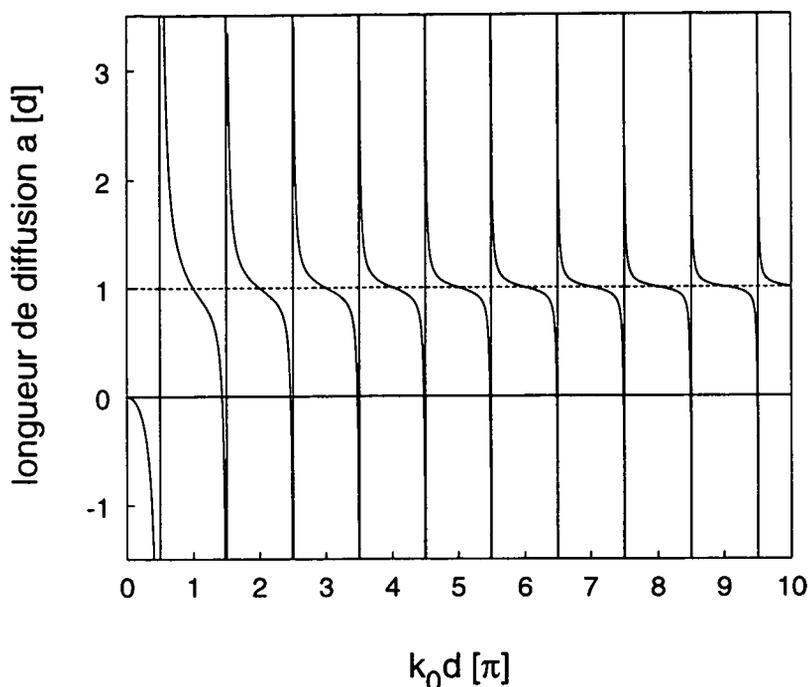
$$\delta_0 = -kd + \arctan \left[\frac{\kappa}{k} \tan(\kappa d) \right] \quad (3.55)$$

Nous avons ainsi résolu le problème de la diffusion en onde s dans ce potentiel puisque nous connaissons l'expression du déphasage en fonction de l'énergie. On en déduit l'expression de la longueur de diffusion a :

$$a = \left[1 - \frac{\tan k_0 d}{k_0 d} \right] d \quad (3.56)$$

Sa variation en fonction de la profondeur du potentiel (pour d fixé) est représentée sur la figure 3.8.

Lorsque le potentiel est nul, le déphasage et la longueur de diffusion valent également zéro. Imaginons que l'on augmente alors progressivement la profondeur du potentiel. Initialement, la longueur de diffusion est négative et elle augmente en valeur absolue jusqu'à diverger lorsque $k_0 d = \pi/2$. En passant cette valeur a change de signe et se met décroître jusqu'à s'annuler. Lorsque la profondeur continue à augmenter, elle est à nouveau négative et diverge pour $k_0 d = 3\pi/2$.

Figure 3.8: Longueur de diffusion a en fonction de $k_0 d$.

On voit ainsi apparaître des résonances de la longueur de diffusion lorsque la condition:

$$\cos(k_0 d) = 0 \quad (3.57)$$

est satisfaite. Pour une valeur légèrement inférieure de k_0 , a tend vers $-\infty$ et, à l'inverse, pour un potentiel à peine plus profond, elle est positive et infiniment grande. En réalité, la condition ci-dessus a une interprétation très simple: elle exprime le fait qu'il existe dans le potentiel un niveau lié d'énergie nulle.

Si on résoud en effet l'équation de Schrödinger pour les états liés du potentiel carré:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - k^2 + k_0^2 \right] u(r) = 0 \quad (3.58)$$

la fonction radiale $u(r) = A \sin(\kappa r)$ doit se raccorder à la fonction $Be^{-\kappa r}$ solution à l'extérieur du puits. A énergie nulle, cette condition s'écrit $\cos(k_0 d) = 0$. Elle signifie que la fonction d'onde fait exactement un nombre demi-entier d'oscillations dans le potentiel.

Ces résonances de longueur de diffusion coïncident donc avec l'apparition d'un nouvel état lié lorsqu'on augmente le potentiel. Lorsque $k_0 d$ est légèrement supérieure à $(n+1/2)\pi$, il existe alors un état faiblement lié et la longueur de diffu-

sion est positive. Si, par contre, $k_0d = (n + 1/2)\pi - \epsilon$, a est négative et le potentiel est sur le point de supporter un nouvel état lié. On parle alors d'existence d'un état *virtuel* dans le sens qu'il deviendrait effectif si on augmentait légèrement la profondeur du potentiel. La figure 3.8 indique aussi qu'en dehors des résonances, la longueur de diffusion est positive et sensiblement égale à la portée d du potentiel.

Lorsque $k_0d = (n + 1/2)\pi$, c'est à dire lorsque un $(n + 1)$ ^{ième} état lié est sur le point d'apparaître, on montre à l'aide de l'expression (3.55) du déphasage que:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \delta_0(k) = (n + 1/2)\pi \quad (3.59)$$

Inversement, si il y a exactement n états liés dans le potentiel ($(n - 1/2)\pi/2 < k_0d < (n + 1/2)\pi/2$), on a:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \delta_0(k) = n\pi \quad (3.60)$$

Le *théorème de Levinson* indique en fait que ces deux relations restent valables pour des potentiels plus généraux que le puits carré [40, 41]. Il est ainsi possible d'étendre qualitativement les raisonnements tenus ici au cas d'interaction plus réalistes.

Il est intéressant d'exprimer la section efficace en fonction de l'énergie ϵ de l'état lié ($\epsilon < 0$) ou virtuel ($\epsilon > 0$). On montre que cette énergie vaut [41]:

$$|\epsilon| = \frac{\hbar^2}{2ma^2} \quad (3.61)$$

et que la section efficace s'écrit:

$$\sigma = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \frac{1}{E + |\epsilon|} \quad (3.62)$$

avec E l'énergie de l'onde incidente. Lorsque le niveau est (faiblement) lié, la fonction d'onde de cet état a une partie exponentielle qui varie comme $e^{-r/a}$. Elle s'étend donc sur une distance de l'ordre de a qui est alors beaucoup plus importante que la portée d du potentiel.

En ce qui concerne l'état de diffusion, on peut calculer les amplitudes A et B des solutions sinusoïdales à l'intérieur (3.53) et à l'extérieur (3.54) du puits. Pour éviter des problèmes de normalisation, on prend $B = 1$. Un calcul simple permet alors de déterminer A :

$$A^2 = \frac{k^2}{k^2 + k_0^2 \cos^2(\kappa d)} \quad (3.63)$$

($\kappa^2 = k_0^2 + k^2$). A la limite d'une énergie nulle, ce coefficient tend vers 0 sauf si $\cos(k_0d) = 0$, auquel cas il tend vers 1. Cela signifie que, dans le cas d'une

résonance de diffusion, la probabilité que les deux atomes soient proches est fortement augmentée. Dans le cas d'un niveau faiblement lié (ou virtuel), l'amplitude A ne tend zéro que lorsque ka devient très petit devant 1. Nous verrons au chapitre suivant que ceci a des conséquences pour les différents processus de diffusion entre atomes dans le piège magnétique.

Signalons par ailleurs que, si pour une énergie particulière $k \tan(\kappa d) = \kappa \tan(kd)$, le déphasage, et donc la section efficace, s'annule et il n'y a plus de collision entre les particules. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet *Ramsauer*. En particulier, si $\tan k_0 d = k_0 d$, il n'y a pas de collision à basse énergie.

On peut enfin donner une interprétation supplémentaire de la longueur de diffusion en représentant la fonction $u_k(r)$. Son expression asymptotique vaut:

$$u_k(r) = C \sin(kr + \delta_0) = C(\sin kr \cos \delta_0 + \sin \delta_0 \cos kr) \quad (3.64)$$

A basse énergie et pour des valeurs de r telles que $kr \ll 1$, $u_k(r)$ tend la fonction $g(r)$:

$$g(r) = 1 - r/a \quad (3.65)$$

qui s'annule au point $r = a$ (la normalisation est faite de telle sorte que $g(0) = 1$). La longueur de diffusion est donc la distance de l'origine à laquelle s'annule l'extrapolation à courte distance de la solution asymptotique. En reprenant l'image d'une onde entrante qui s'approche de l'origine puis est réfléchiée par le potentiel donnant naissance à un déphasage, on peut alors interpréter la longueur de diffusion comme le point de rebroussement de l'onde incidente. Si a est positif, la fonction d'onde s'annule en $r = a$ l'onde est réfléchiée avant d'atteindre l'origine, ce qui conforte l'idée d'un coeur dur d'extension a . Rappelons que, dans le cas d'une résonance de diffusion, cette extension est bien plus grande que la portée du potentiel d . Si a est négatif, l'onde est réfléchiée au point $r = -a$, ce qui traduit un "recul" de l'origine. Il n'est alors pas facile de trouver une image pour l'interaction entre les particules. Nous reviendrons sur ce point au chapitre 4.

La figure 3.9 indique le comportement de la fonction d'onde pour diverses valeurs de l'énergie et de la profondeur du potentiel. La courbe (i) correspond au cas d'une énergie non nulle: la fonction d'onde oscille plus vite dans le puits qu'à l'extérieur. Les courbes (ii) et (iii) illustrent le cas des longueurs de diffusion positive et négative où la droite $1 - r/a$ se raccorde avec la solution à l'intérieur du puits. Dans le cas d'une résonance de diffusion (courbe (iv)), il faut alors raccorder $g(r)$ avec la fonction à l'intérieur du puits qui est de dérivée nulle en d . Il s'agit ainsi d'une droite horizontale et $a = \infty$.

Notons que, dans le cas du potentiel carré, la hauteur de la barrière centrifuge pour les ondes l ($l \geq 1$) vaut $l(l+1)\hbar^2/2ma^2$ et celles-ci jouent un rôle dès que $ka > l(l+1)$. Ainsi, dans une expérience, il faudrait prendre en compte la contribution de l'onde p dès la deuxième résonance ($ka = 3\pi/2$).

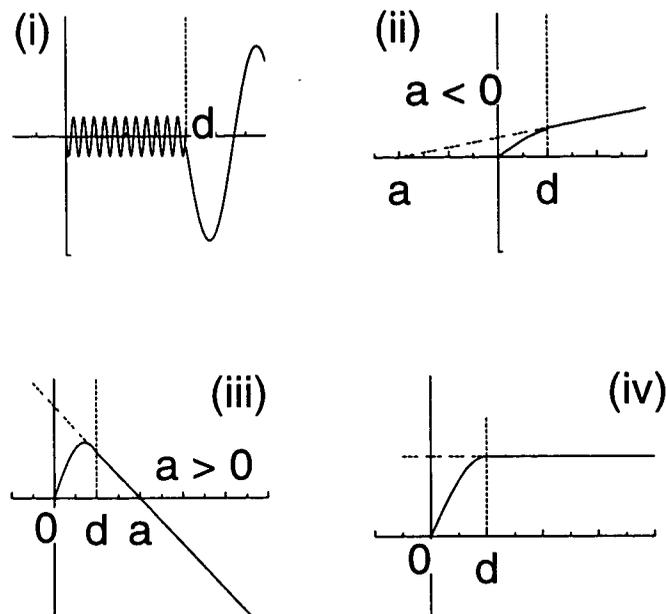


Figure 3.9: Fonction d'onde $u(r)$: (i) à "haute" énergie, (ii) $a < 0$, (iii) $a > 0$, (iv) $a = \infty$. La courbe en pointillés correspond à la fonction $g(r) = 1 - r/a$.

Signalons pour terminer que des calculs analogues peuvent être effectués dans le cas d'un potentiel carré répulsif de hauteur $V_0 = \hbar^2 k^2 / 2m$. On obtient alors que:

$$a = \left[1 - \frac{\tanh k_0 d}{k_0 d} \right] d \quad (3.66)$$

La longueur de diffusion est, dans ce cas, toujours positive et tend rapidement vers d lorsque la hauteur de la barrière augmente. On trouve dans cette situation des résultats plus proches de l'intuition immédiate.

3.5 Atomes polarisés dans un piège magnétique

3.5.1 Atomes polarisés

Les résultats présentés jusqu'ici ne tenaient pas compte de la nature statistique des particules qui interagissent. Si on considère les collisions entre deux bosons ou deux fermions identiques, l'amplitude de diffusion $f_k(\theta, \phi)$ est modifiée par la symétrisation ou l'antisymétrisation de la fonction d'onde. Dans le cas de deux

bosons, elle a pour expression:

$$f_k^B(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [f_k(\theta, \phi) + f_k(\pi - \theta, \pi + \phi)] \quad (3.67)$$

Pour l'onde partielle de moment cinétique l , la dépendance radiale de $f_{k,l}$ est contenue dans l'harmonique sphérique $Y_{l,0}(\theta)$ qui vérifie:

$$Y_{l,0}(\pi - \theta) = (-1)^l Y_{l,0}(\theta) \quad (3.68)$$

Par conséquent, il n'y a de collisions que si l est pair auquel cas $f_k^B(\theta, \phi) = \sqrt{2} f_k(\theta, \phi)$. En terme de section efficace dans l'onde l , cela signifie que:

$$\sigma_l = \begin{cases} \frac{8\pi}{k^2} (2l + 1) \sin^2 \delta_l & \text{pour } l \text{ pair} \\ 0 & \text{pour } l \text{ impair} \end{cases} \quad (3.69)$$

En particulier, à basse énergie, les collisions en onde l sont interdites et la section efficace en onde s vaut $8\pi a^2$, deux fois sa valeur dans le cas non polarisé.

3.5.2 Collisions élastiques et inélastiques

Comme nous l'avons déjà indiqué, les collisions élastiques sont absolument essentielles pour le refroidissement évaporatif puisqu'elles assurent la redistribution de l'énergie et donc la thermalisation du nuage. Par contre, les processus inélastiques, qui se traduisent par une perte d'atomes, ont pour effet néfaste de diminuer la densité n et donc le taux de collision élastique. Il est ainsi important d'analyser, au moins qualitativement, les différents types d'interaction qui rentrent en jeu et leurs conséquences pour le refroidissement évaporatif. Pour simplifier la présentation, nous avons choisi d'illustrer les différents processus dans le cas d'atomes de césium pour lesquels les états internes piégeants sont les états $|F = 4, m\rangle$ avec $m > 0$ et les états $|F = 3, m\rangle$ avec $m < 0$. Les résultats restent néanmoins valables dans le cas des autres alcalins (Na, Rb, Li) ou de l'hydrogène en les transposant aux états piégeants correspondants⁷.

Le processus d'interaction principal entre deux atomes est l'interaction de Van der Waals qui résulte du couplage de leurs dipôles électriques. Ce potentiel, qui varie essentiellement en $1/r^6$ à longue distance, dépend à courte portée de l'état (singulet ou triplet) du spin électronique total des deux atomes [43, 45, 46]. Il peut être écrit sous la forme:

$$V(r) = V_S(r)P_S + V_T(r)P_T \quad (3.70)$$

⁷Une discussion semblable ainsi que la valeur des principaux paramètres de collisions pour ces atomes sont disponibles dans [16].

où P_S et P_T sont les projecteurs sur les sous-espaces des états singulet et triplet. Lors d'une collision, l'énergie totale et le moment cinétique total sont conservés.

Commençons par considérer les collisions entre deux états piégeants $|m_1\rangle$ et $|m_2\rangle$ dans le niveau hyperfin $F = 4$. On peut obtenir tous les états $|F'_1, m'_1\rangle$ et $|F'_2, m'_2\rangle$ satisfaisant $m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2$. En particulier, il peut y avoir basculement vers l'état hyperfin $F = 3$ soit, par exemple:

$$|4, m_1 = 2\rangle + |4, m_2 = 2\rangle \rightarrow |3, m'_1 = 1\rangle + |4, m'_2 = 3\rangle \quad (3.71)$$

D'une part l'atome dans l'état $F = 3$ n'est pas dans un état piégeant et, d'autre part, la différence d'énergie $\hbar\omega_{HF}$ correspondant à la transition hyperfine est transmise sous forme d'énergie cinétique. Cette énergie, de l'ordre de 400 mK, excède largement la profondeur du piège qui, au mieux, ne dépasse pas quelques mK. Ce processus inélastique, appelé *relaxation de spin*, se traduit donc par une perte d'atomes:

$$\dot{n} = -Rn^2 \quad (3.72)$$

Le coefficient R est de l'ordre de σv_T où v_T est la vitesse thermique $\sqrt{k_B T/m}$ et σ la section efficace à basse énergie. Pour des atomes de césium à 50 μK , il est de l'ordre de $5 \times 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$ [47, 48]. Cela signifie que, pour un nuage ayant une densité typique de 10^{10} cm^{-3} , ces processus vident le piège en quelques secondes.

Pour éviter cela, on utilise des atomes polarisé dans le sous-niveau Zeeman $|F = m = 4\rangle$ pour lequel la conservation du moment cinétique interdit le transfert vers $F = 3$. Dans ce cas, les collision sont purement élastiques:

$$|4, 4\rangle + |4, 4\rangle \rightarrow |4, 4\rangle + |4, 4\rangle \quad (3.73)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad (3.74)$$

et elles redistribuent l'énergie entre les atomes sous forme de transfert d'impulsion. Cela rend indispensable une séquence de pompage optique tel que nous l'avons décrite au chapitre 2. Notons que, pour cet état doublement polarisé, les collisions ne font intervenir que la partie triplet du potentiel.

La discussion est légèrement différente pour des atomes piégés dans $F = 3$. L'énergie thermique ($\sim 50\mu\text{K}$) étant largement inférieure à l'écart hyperfin, il n'est pas possible d'induire des transitions vers les états anti-piégeants de $F = 4$. Néanmoins, il est nécessaire de polariser les atomes dans le sous-niveau Zeeman $|F = 3, m = -3\rangle$ pour éviter d'obtenir par collision les états $|F = 3, m \geq 0\rangle$ qui ne sont pas piégés par le champ magnétique. Pour l'état atomique $|F = 3, m = -3\rangle$, les collisions élastiques font maintenant intervenir les deux parties, singulet et triplet, du potentiel d'interaction.

Un deuxième processus inélastique, appelé *relaxation dipolaire*, est également présent. Il provient du couplage des moments cinétiques orbital et de spin [45, 46].

Les symétries de cette interaction imposent que la variation du spin total $\Delta M = (m'_1 + m'_2) - (m_1 + m_2)$ vérifie $0 < |\Delta M| \leq 2$ et que, Δl , celle du moment orbital relatif, satisfasse $|\Delta l| = 0, 2$. Dans une collision entre deux états $|F = m = 4\rangle$, il peut, par exemple, y avoir transfert vers les deux niveaux anti-piégeants $|3, 3\rangle + |3, 3\rangle$.

Ce processus de perte est donc une limite inévitable à la durée de vie des atomes dans un piège magnétique. Cependant, le couplage étant bien plus faible que pour la relaxation de spin, le coefficient G qui traduit la diminution de la densité par relaxation dipolaire ($\dot{n} = -Gn^2$) est de l'ordre de $10^{-16} - 10^{-15} \text{ cm}^3/\text{s}$ [45]. Le temps caractéristique est ainsi 10^3 à 10^4 fois plus long et ces pertes sont inobservables à basse densité⁸.

3.5.3 Recombinaison à trois corps

Il faut également prendre en compte les effets de recombinaison à trois corps [45, 49]. Dans un tel processus, deux atomes de césium interagissant par le potentiel dipole-dipole sont perturbés par un troisième atome. Cela a pour effet de modifier le potentiel d'interaction et de permettre la création d'une molécule de Cs_2 qui n'est plus piégée par le champ magnétique. Le troisième atome reste libre mais avec une énergie cinétique considérable correspondant à l'énergie de liaison de la molécule (figure 3.10). Cette énergie dépassant en général la profondeur du piège, cet atome est également perdu.

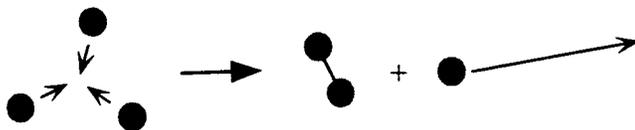


Figure 3.10: *Recombinaison à trois corps: deux atomes se lient pour former une molécule de Cs_2 tandis que le troisième est éjecté avec une grande énergie cinétique.*

Dans ce processus à trois corps, la diminution de la densité est caractérisée par un coefficient L tel que:

$$\dot{n} = -Ln^3 \quad (3.75)$$

Pour le césium, L est égal à $5 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ [45] et ces pertes ne deviennent importantes que pour des densités de l'ordre de 10^{14} cm^{-3} . Notons cependant que leur effet a été observé dans les expériences de refroidissement évaporatif de l'hydrogène polarisé [50] et de condensation de Bose du sodium [7] et du rubidium [51].

⁸Des résultats plus récents obtenus dans notre équipe semblent indiquer cependant que, dans le cas du césium, ce taux G est bien plus grand. Nous revenons sur ce point au chapitre 4.

3.6 Conclusion

Nous avons présenté ici de manière générale les processus de collisions binaires entre atomes. Pour des atomes polarisés à basse énergie, la diffusion se fait principalement en onde s et est alors caractérisée par la valeur de la longueur de diffusion a . La connaissance de cette valeur est essentielle pour connaître le taux de collision élastique qui détermine l'efficacité du refroidissement évaporatif. La mesure expérimentale de a est donc une étape nécessaire pour atteindre le régime de dégénérescence quantique. Le chapitre suivant décrit l'expérience menée dans notre équipe pour obtenir la valeur de la section efficace dans les collisions élastiques entre atomes de césium dans l'état $|F = 4, m = 4\rangle$.

Chapitre 4

Résonance de diffusion en onde s pour les collisions Cs-Cs

4.1 Introduction

Dans l'optique d'une expérience de refroidissement évaporatif, la connaissance de la section efficace de collision entre atomes apparaît comme un élément essentiel. Sa valeur est notamment indispensable pour calculer le taux de collision élastique dans le piège qui détermine la dynamique et l'efficacité du refroidissement [16]. Dans le cas du césium, la situation est un peu délicate car les résultats disponibles dans la littérature diffèrent parfois de plus d'un ordre de grandeur [43, 52, 53]. En fait, ces mesures ont été obtenues pour divers régimes de température et n'ont jamais été effectuées pour des collisions entre atomes dans le seul niveau $|F = 4, m = 4\rangle$. Il nous était ainsi difficile d'en tirer une valeur adéquate pour notre situation et cette incertitude s'est avérée rapidement être un inconvénient majeur.

Ce chapitre décrit l'expérience que nous avons réalisée pour préciser la section efficace de collision dans l'état $|F = 4, m = 4\rangle$ pour des températures comprises entre 5 et 60 μK . A ces températures et pour cet état doublement polarisé, les processus de diffusion se limitent aux collisions en onde s et sont *a priori* caractérisés par la longueur de diffusion du potentiel triplet.

De manière générale, l'étude des collisions à basse température a connu un net regain d'activité ces dernières années à la suite des progrès réalisés dans la manipulation des atomes froids [54, 55]. Leur intérêt ne se limite pas au seul mécanisme du refroidissement évaporatif. La compréhension des processus de collisions est notamment importante pour analyser les interactions entre atomes dans les condensats de Bose. L'amplitude de la longueur de diffusion a en onde s mesure ainsi la force des interactions tandis que son signe indique si ces interactions peuvent

être considérées comme attractives ($a < 0$) ou répulsives ($a > 0$) [56]. En particulier, une longueur de diffusion négative a des conséquences importantes sur la stabilité du condensat et le nombre d'atomes qu'il peut contenir [57].

Les collisions entre atomes de césium jouent également un rôle dans les horloges à fontaine atomique [58]. Des mesures expérimentales ont permis d'observer un déplacement de la fréquence d'horloge de quelque mHz pour des densités atomiques de 10^8 cm^{-3} , ce qui pourrait être une limite à leur précision [59, 60]. Dans un autre registre, les collisions sont censées aussi limiter la précision des expériences éventuelles cherchant à mesurer un dipole électrique permanent pour des atomes froids [61].

4.2 Description de l'expérience

4.2.1 Principe

Cette expérience consiste à préparer un nuage d'atomes hors d'équilibre dans le piège magnétique conservatif. Au moyen de rampes de radio-fréquence, on varie l'énergie moyenne par atome avant d'étudier la relaxation du nuage sous l'effet des collisions élastiques. La mesure du temps de relaxation permet alors, par comparaison avec une simulation numérique Monte-Carlo, de déterminer le taux de collision et donc la section efficace de collision entre atomes.

Chargement et sélection en énergie. Les atomes sont d'abord chargés, suivant la technique décrite au chapitre 2, dans un piège TOP ($B_0 = 15 \text{ G}$ et $b = 125 \text{ G/cm}$) pour lequel les fréquences d'oscillations radiales et axiale valent respectivement 24 et 66 Hz. La densité au centre du nuage est alors égale à $1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ avec une température de $60 \mu\text{K}$.

On applique alors une rampe de radio-fréquence pour réduire l'énergie du nuage. Ces rampes consistent à réduire linéairement la fréquence du champ RF pendant une durée de 10 s. La valeur initiale ν_i de la fréquence est choisie de manière à ce que R_e , le rayon d'évaporation, coïncide avec R_0 le rayon du TOP. Pour les caractéristiques de ce piège, R_0 vaut 1.2 mm et correspond à une fréquence ν_i de 10.5 MHz. La fréquence finale ν_f est, elle, variée entre 9.5 et 6.125 MHz soit un rayon d'évaporation final compris entre 0.8 et 0.17 R_0 .

On éjecte ainsi tous les atomes suffisamment énergétiques pour traverser le cylindre d'évaporation. Juste après la rampe de radio-fréquence, on mesure avec une image en absorption le profil de densité du nuage. Avec un ajustement gaussien, on détermine ainsi les largeurs *rms* Δ_x et Δ_z suivant les directions x et z ¹. A

¹Une distribution gaussienne n'est *a priori* attendue que pour des atomes à l'équilibre thermique. Nous avons cependant constaté que ce fit fonctionne bien et nous n'avons pas observé

ce stade, le nuage n'est pas encore thermalisé et on ne peut pas parler en toute rigueur de température du nuage mais seulement d'énergie moyenne E par atome:

$$E = m\omega_r^2\Delta_x^2 + \frac{1}{2}m\omega_a^2\Delta_z^2 \quad (4.1)$$

(avec $\omega_a^2 = 8\omega_r^2$). Les résultats indiqués à la section suivante montre que l'on peut ainsi préparer des nuages avec une énergie comprise entre $E/3k_B = 53 \mu\text{K}$ et $E/3k_B = 5.3 \mu\text{K}$. Dans cette expérience, il ne nous a pas été possible d'atteindre des températures inférieures à $5 \mu\text{K}$. En dessous de cette valeur, la sélection en énergie est trop importante et il ne reste plus assez d'atomes dans le piège pour avoir des effets mesurables.

Du fait de la géométrie bidimensionnelle de la surface d'évaporation dans le TOP, la rampe a tendance à réduire davantage l'extension du nuage suivant les directions x et y que suivant l'axe vertical z . Par conséquent, après la rampe, l'ellipticité du nuage:

$$e = \frac{\Delta_x}{\Delta_z} \quad (4.2)$$

est toujours inférieure à $2\sqrt{2}$, sa valeur à l'équilibre thermique.

Après la coupure du champ RF, les atomes relaxent vers l'équilibre sous l'effet des collisions élastiques, L'expérience consiste alors à prendre des images du nuage après un délai variable t_a et à mesurer l'évolution temporelle de l'ellipticité $e(t_a)$. On détermine ainsi un temps de relaxation τ_R que l'on compare au résultat d'une simulation numérique pour en déduire le taux de collision. La densité et la température étant données par les images en absorption du nuage, on a accès de cette manière à la section efficace de collision élastique.

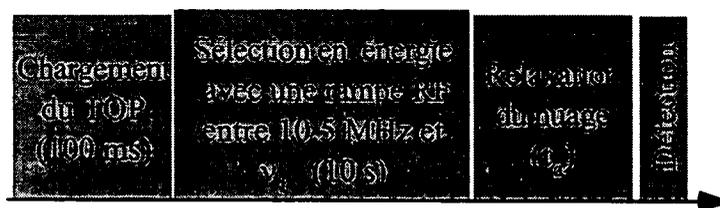


Figure 4.1: *Séquence expérimentale*

Notons que l'utilisation de rampe RF constitue en principe une séquence de refroidissement évaporatif telle qu'elles ont été brièvement décrites au chapitre 1. Dans cette expérience, on effectue cependant plus une sélection en énergie qu'un de déviation systématique.

refroidissement. Les rampes ne sont pas optimisées pour augmenter la densité dans l'espace des phases mais seulement pour préparer le nuage avec une énergie moyenne donnée.

Signalons enfin que cette méthode de mesure "cinétique" de la section efficace a déjà été employée à plusieurs reprises. Le groupe de C. Wieman à Boulder l'a ainsi utilisée pour la première fois en 1993 pour mesurer la section efficace des atomes de césium dans l'état $|F = 3, m = -3\rangle$ confinés dans un piège de Ioffe [52]. Une expérience similaire a par la suite été effectuée, toujours à Boulder, pour des atomes de ^{87}Rb dans l'état $|F = 1, m = -1\rangle$ [62]. De la même façon, dans un piège quadrupolaire, l'équipe de W. Ketterle a pu mesurer la section efficace de collision entre des atomes de sodium dans l'état $|F = 1, m = -1\rangle$ [63].

Relaxation d'un nuage vers l'équilibre. Nous précisons ici l'expression du taux de collision dans un nuage de N atomes à température T confiné dans un potentiel harmonique isotrope de fréquence ω^2 . Il s'agit ici de prendre en compte la distribution statistique de la vitesse et de la position des particules.

La densité de probabilité pour qu'un atome soit situé au point \vec{r} avec une vitesse \vec{v} s'écrit:

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} r_0^3} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} v_0^3} \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{2v_0^2}\right) \quad (4.3)$$

où $v_0 = \sqrt{k_B T/m}$ et $r_0 = \sqrt{k_B T/m\omega^2}$. La probabilité pour que, pendant le temps dt , cet atome entre en collision avec un atome de vitesse \vec{v}' a pour expression:

$$d\varphi = N \frac{1}{(2\pi)^{3/2} r_0^3} \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right) \sigma(\vec{v} - \vec{v}') |\vec{v} - \vec{v}'| dt \frac{1}{(2\pi)^{3/2} v_0^3} \exp\left(-\frac{v'^2}{2v_0^2}\right) \quad (4.4)$$

où $\sigma(\vec{v}_r)$ est la section efficace de collision à la vitesse relative $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}'$. Pour déterminer le taux de collision γ_c , il ne reste plus qu'à sommer sur toutes les vitesses et les positions possibles. On obtient après un calcul simple:

$$\gamma_c = \frac{N}{16\pi^2 r_0^3 v_0^3} \int_0^\infty v_r^3 \sigma(v_r) e^{-\frac{v_r^2}{4v_0^2}} dv_r \quad (4.5)$$

L'expression finale du taux de collision dépend alors de la dépendance en vitesse de la section efficace. Dans le cas d'une section σ_0 constante, on obtient:

$$\gamma_c = \sqrt{\frac{2}{\pi}} n_0 \sigma_0 v_0 \quad (4.6)$$

²L'hypothèse d'isotropie du potentiel n'est faite que pour simplifier la présentation. Les expressions 4.8 et 4.10 du taux de collision restent toutefois valables dans un piège anisotrope.

avec $n_0 = N/(2\pi)^{3/2}r_0^3$ la densité au centre du nuage. On introduit les grandeurs \bar{n} et \bar{v} définies par:

$$\bar{n} = \frac{\int n^2(\vec{r}) d^3r}{\int n(\vec{r}) d^3r} \quad \text{et} \quad \bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}v_0 = 4\sqrt{\frac{k_B T}{\pi m}} \quad (4.7)$$

\bar{n} représente la densité moyenne du nuage et vaut, pour un piège harmonique, $\bar{n} = n_0/2\sqrt{2}$. Le taux de collision s'écrit alors:

$$\boxed{\gamma_c = \bar{n}\sigma_0\bar{v}} \quad (4.8)$$

Si la section efficace varie en $1/v^2$, comme dans le cas d'une résonance de diffusion, le taux de collision a pour expression:

$$\gamma_c = \frac{4}{\pi}\bar{n}\sigma(\bar{v})\bar{v} \quad (4.9)$$

ce qui aboutit pour $\sigma = 8\pi/k^2$ à la relation:

$$\boxed{\gamma_c = 128\frac{\hbar^2\bar{n}}{m^2\bar{v}}} \quad (4.10)$$

Dans ce cas, le taux de collision ne dépend que de la densité et de la température du nuage.

Dans les deux cas, le taux de collision n'est pas relié de manière *a priori* simple au temps de relaxation de l'ellipticité. Il faut alors utiliser une simulation numérique pour établir une relation entre ces deux quantités.

4.2.2 Le programme de simulation

Le programme de simulation numérique de la dynamique du nuage dans le piège a été essentiellement réalisé par J. Dalibard et D. Guéry-Odelin. La description des collisions est faite suivant une méthode développée à Oxford [64]. Après chaque incrémentation temporelle δt , l'espace est discrétisé en petites cellules cubiques dont le volume δV est choisi de manière à ce que le nombre moyen d'atomes par cellule soit bien plus petit que 1. Si deux atomes de vitesse relative v_r sont localisés dans la même cellule, une collision peut se produire avec la probabilité $\delta t\sigma v_r/\delta V$. La vitesse relative après la collision est alors choisie au hasard de manière isotrope, comme il est requis pour la diffusion en onde *s*. Ce programme tient également compte de tous les processus d'évaporation et en particulier de ceux induits par la rotation du zéro du champ.

4.3 Résultats expérimentaux

4.3.1 Ellipticités et énergies

Nous avons réalisé un ensemble de mesure en variant la fréquence finale ν_f du champ RF entre 9.5 et 6.125 MHz. Le nuage le plus grand ($\nu_f = 9.5$ MHz) correspond à une énergie $E/3k_B = 53 \mu\text{K}$ avec une densité pic $n_0 = (10.0 \pm 2.5) \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$. A l'inverse, le nuage le plus petit, obtenu pour $\nu_f = 6.125$ MHz, a une énergie moyenne par atome $E/3k_B = 53 \mu\text{K}$ avec une densité au centre $n_0 = (7.5 \pm 2.0) \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$. L'évolution temporelle des atomes est illustrée à la figure 4.2 dans le cas d'un nuage d'énergie moyenne $E/3k_B = 24.5 \mu\text{K}$ obtenu pour $\nu_f = 7.75$ MHz. Nous avons reporté trois images prises après un délai $t_a = 0, 5$ et 15 s. Le nuage a tendance à s'allonger au cours du temps dans la direction x ce qui se traduit par un accroissement de l'ellipticité e .

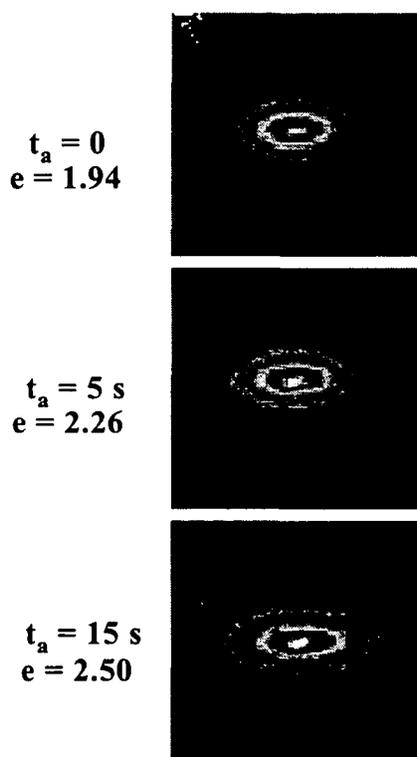


Figure 4.2: *Evolution temporelle d'un nuage d'énergie moyenne par atome $E/3k_B = 24.5 \mu\text{K}$ et d'ellipticité e .*

La figure 4.3 indique les résultats pour des valeurs de l'énergie moyenne par atome égales à 6.7, 24.5 et 53 μK obtenues avec des fréquences ν_f respectivement

égales à 6.25, 7.75 et 9.5 MHz. Nous y avons représenté la variation de cette énergie en fonction du temps. Pour les valeurs les plus basses de l'énergie E , celle-ci est remarquablement constante. Pour une précision de mesure de l'ordre du microKelvin, on peut estimer qu'il n'y a pas de chauffage supérieur à 100 nK/s. Cela indique en particulier que le chauffage induit par les collisions avec le gaz résiduel est négligeable à cette échelle. Pour le nuage le plus énergétique, on observe une légère réduction de l'énergie moyenne par atome au cours du temps. Cet effet, en accord avec les simulations numériques, traduit l'évaporation forcée dans le TOP induite par la rotation du zéro du champ. A titre indicatif, à cette énergie, l'extension en x du nuage est de l'ordre de 400 μm pour un rayon du TOP de 1.2 mm.

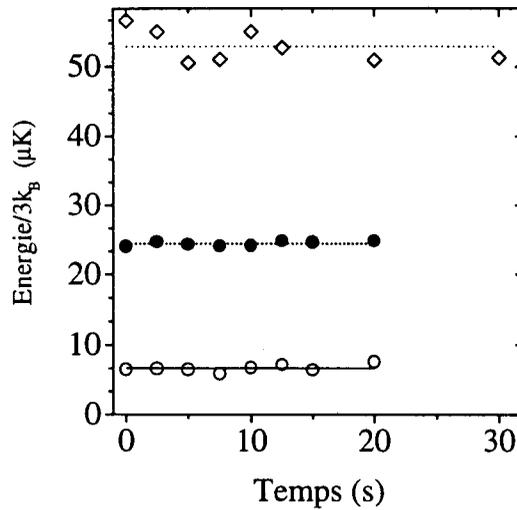


Figure 4.3: *Evolution temporelle de l'énergie moyenne par atome. Les traits continus représentent des fits linéaires.* ○ : $\nu_f = 6.25\text{MHz}$, $E/3k_B = 6.7\mu\text{K}$; ● : $\nu_f = 7.75\text{MHz}$, $E/3k_B = 24.5\mu\text{K}$; ◇ : $\nu_f = 9.5\text{MHz}$, $E/3k_B = 53\mu\text{K}$;

La figure 4.4 indique l'évolution temporelle de l'ellipticité pour ces trois valeurs de l'énergie. Nous avons modélisé cette évolution par une loi exponentielle dont on déduit le temps de relaxation τ_R et l'ellipticité asymptotique e_∞ .

Pour vérifier que la relaxation de l'ellipticité du nuage est bien due aux collisions élastiques et non à des anharmonicités du potentiel, nous avons également étudié les évolutions de deux nuages de même énergie mais dont les densités différent d'un facteur 3. Le temps de relaxation du nuage le moins dense est augmenté d'un facteur 3 par rapport à l'autre tandis qu'il devrait rester constant en cas de mélange anharmonique entre les trois directions x , y et z . Ceci est d'ailleurs

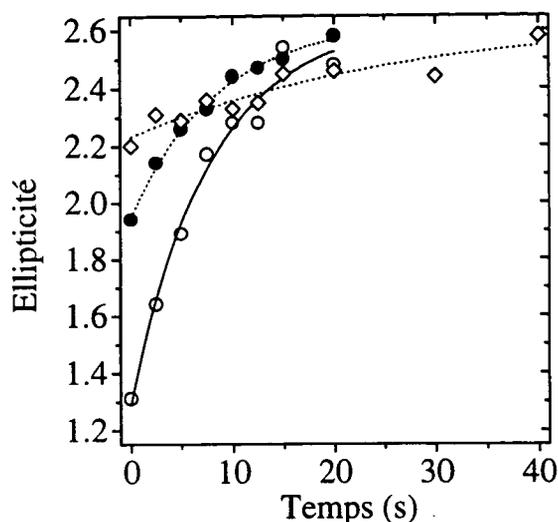


Figure 4.4: Evolution temporelle de l'ellipticité du nuage. Les traits continus représentent des fits exponentiels. ○ : $\nu_f = 6.25 \text{ MHz}$, $\tau_R = 7.7 \text{ s}$, $\bar{n} = 2.3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$; ● : $\nu_f = 7.75 \text{ MHz}$, $\tau_R = 8.4 \text{ s}$, $\bar{n} = 5.5 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$; ◇ : $\nu_f = 9.5 \text{ MHz}$, $\tau_R = 27.4 \text{ s}$, $\bar{n} = 3.5 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$

confirmé par le fait que les temps de relaxation les plus courts sont obtenus pour les nuages les plus petits pour lesquels les effets anharmoniques sont le moins important.

Par ailleurs, nous avons pu exclure un effet significatif de la relaxation dipolaire ou de processus de recombinaison à trois corps en mesurant le nombre d'atomes en fonction du temps. L'évolution de ce nombre est bien représentée par une loi $\dot{n} = -an$ sans qu'il soit nécessaire d'introduire des processus de décroissance supplémentaire en $-Gn^2$ ou $-Ln^3$ correspondant à des effets inélastiques à deux ou trois corps.

4.3.2 Section efficace de collision

Pour déterminer maintenant la section efficace, il faut relier (numériquement) le temps de relaxation au taux de collision. Pour cela, on effectue pour chaque ensemble de données, une simulation numérique de l'évolution du nuage pour laquelle on prend comme valeurs initiales pour le nombre d'atomes N et comme largeurs *rms* Δ_x et Δ_z celles déterminées expérimentalement.

Les résultats obtenus par ces simulations indiquent que, dans le cas d'une section efficace constante, le rapport entre le taux de collision et le temps de relaxation est de l'ordre de 2.7. Cela signifie qu'il faut un peu moins de 3 collisions

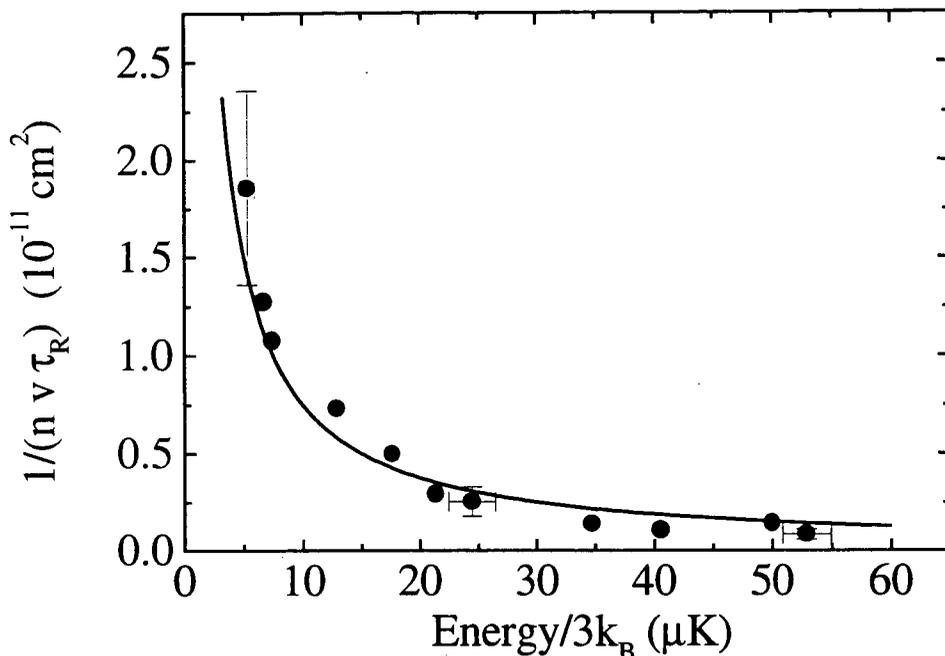


Figure 4.5: $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$ en fonction de la température du nuage.

par atome pour obtenir la relaxation (à $1/e$) de l'ellipticité du nuage. Nous avons observé que ce rapport dépend peu de la forme ou de la température initiale. Il est par ailleurs en accord avec les résultats obtenus par les équipes de Boulder [52, 62], du MIT [63] ou d'Oxford [64] qui indiquent également un facteur de l'ordre de 2.7.

Dans la figure 4.5, nous avons reporté les valeurs expérimentales obtenues pour la quantité $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$. Dans le cas d'une section efficace constante, ce terme est environ égal à $\sigma/2.7$. Les résultats montrent au contraire une nette variation en fonction de la température et indiquent une forte augmentation de la section efficace à basse énergie.

Pour expliquer cela, nous avons effectué une simulation en utilisant la valeur maximale autorisée $\sigma(k) = 8\pi/k^2$. Pour chaque ensemble de données expérimentales, on calcule numériquement la valeur de $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$ avec cette valeur de la section efficace. Notons qu'il n'y a pas, dans cette simulation, de paramètre ajustable. La courbe continue de la figure 4.5 représente un fit des résultats de cette simulation:

$$(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1} \sim 8.3 \cdot 10^{-11} / T \text{ cm}^2 \quad (4.11)$$

où la température T est mesurée en μK . Ce résultat peut être écrit:

$$\tau_R \simeq 10.7/\gamma_c \quad (4.12)$$

où le taux de collision γ_c vaut maintenant $\gamma_c = 128\hbar^2\bar{n}/m^2\bar{v}$ (équation 4.10). La thermalisation du nuage nécessite plus de collisions car la variation en $1/k^2$ de la section efficace favorise celles avec une faible vitesse relative. Celles-ci correspondent à une moindre redistribution de l'énergie entre les particules et contribuent donc peu à la relaxation du nuage vers l'équilibre. Les données expérimentales présentées à la figure 4.5 sont en bon accord avec les résultats de ce calcul numérique. Ceci est donc un signe de l'observation d'une résonance de diffusion en onde s .

4.3.3 Résonance de diffusion en onde s dans l'état triplet

Pour nous assurer de notre résultat, nous avons également pris en compte la possibilité d'une résonance de diffusion sur un état quasi-lié pour une onde partielle $l \geq 1$. Les calculs effectués au chapitre 3 indiquent cependant qu'une résonance en onde d aurait pour le césium une largeur inférieure au μK pour les températures considérées du nuage. Cela ne correspond pas à notre observation d'une variation de σ sur une plage beaucoup plus étendue.

Dans cette expérience, nous n'avons pu étudier le comportement des atomes que pour des températures entre 5 et 60 μK . Sur toute cette plage, la thermalisation du nuage peut être décrite en prenant une section efficace égale à $8\pi/k^2$. Il ne nous était ainsi pas possible d'observer l'effet de sa valeur $8\pi a^2$ à la limite d'énergie nulle (où a est la longueur de diffusion dans l'état triplet). Si on cherche cependant à interpréter la thermalisation du nuage le plus froid comme étant due à une section efficace constante, on obtient dans ce cas une section efficace $\sigma = 5 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$, correspondant à une longueur de diffusion $a_m = \pm 260a_0$ ($a_0 = 0.53 \text{ \AA}$ est le rayon de Bohr)³. Nos résultats nous permettent alors seulement de conclure que la longueur de diffusion a vérifie:

$$|a| > |a_m| = 260a_0 \quad (4.13)$$

Nous avons indiqué, au chapitre 3, qu'une résonance de diffusion en onde s coïncide avec l'existence d'un niveau lié ou virtuel proche du continuum et que la section efficace s'écrit:

$$\sigma = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \frac{1}{E + |\epsilon|} \quad (4.14)$$

³Les résultats expérimentaux étant déjà en bon accord avec un calcul prenant en compte une section efficace ayant *la plus grande valeur possible*, notons qu'il n'est pas la peine de chercher à réaliser un fit de nos données avec une section efficace $8\pi a^2/(1 + k^2 a^2)$ dépendant d'un paramètre ajustable.

où ϵ est l'énergie de cet état. Nos résultats indiquent que cette énergie est inférieure à $5 \mu\text{K}$, la température du nuage le plus froid.

Le lecteur aura noté que cette expérience consiste en une mesure de section efficace. Elle ne nous apporte donc pas de renseignement sur le signe de la longueur de diffusion dans l'état triplet dont nous verrons plus loin qu'il joue un rôle important dans la physique des condensats de Bose. Cela signifie, de manière équivalente, qu'il ne nous est pas possible de préciser si le niveau est lié ($\epsilon < 0, a > 0$) ou virtuel ($\epsilon > 0, a < 0$).

Signalons pour finir que nos résultats expérimentaux ne peuvent être expliqués qu'en considérant une section efficace égale à sa valeur maximale autorisée *pour des bosons polarisés*. Cela signifie en particulier que l'évolution de l'ellipticité, qui est une grandeur macroscopique, traduit la nature statistique des particules alors que la densité dans l'espace des phases est six ordres de grandeur en dessous du seuil de dégénérescence quantique.

4.4 Conséquences et perspectives

4.4.1 Comparaison avec les autres données

Avant d'étudier les conséquences de l'observation de cette résonance de diffusion en onde s , nous comparons notre résultat avec ceux publiés précédemment pour le césium

. Ces données résultent de plusieurs expériences:

- Une mesure de la section efficace de collision entre atomes polarisés dans l'état $|F_g = 3, m = -3\rangle$ a été effectuée en 1993 au JILA dans le groupe de C. Wieman par une méthode très semblable à celle exposée dans ce chapitre. Elle a abouti à une section efficace constante $\sigma = 1.5 \times 10^{-12} \text{ cm}^{-2}$ entre $30 \mu\text{K}$ et $250 \mu\text{K}$ [52]. Cette valeur est en fait du même ordre que nos résultats pour les nuages à plus hautes températures.
- A partir d'une mesure du décalage en fréquence d'une fontaine atomique dû aux collisions entre atomes à $1.5 \mu\text{K}$ [59], K. Gibble, S. Chu et B. Verhaar ont pu obtenir avec une certaine incertitude une valeur de la longueur de diffusion dans l'état triplet comprise entre -1100 et $-200 a_0$ [43]. Cela correspond à une section efficace comprise entre 2.8×10^{-11} et $8.5 \times 10^{-10} \text{ cm}^2$. Il s'agit là d'une mesure plus indirecte qui permet d'estimer a avec une marge d'incertitude assez importante dans laquelle se situe notre valeur $|a_m| = 260 a_0$.
- Plus récemment, l'équipe de K. Gibble a mesuré une section efficace de $4 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$ pour des atomes dans l'état $|F_g = 3, m = 0\rangle$ en collision à

1 μK avec ceux distribués sur tous les états de $|F_g = 4\rangle$ [53]. Notons que cette mesure a été effectuée avec des atomes non polarisés. Si l'on tient alors compte du facteur 2 dû à l'indiscernabilité des particules, cette valeur reste également comparable avec nos données à basse température.

Dans tous les cas, ces données expérimentales restent difficiles à comparer directement avec les nôtres dans la mesure où elles font également intervenir la longueur de diffusion dans l'état singulet dont nous ne connaissons pas la valeur.

Une étude théorique a également été effectuée dans le groupe de P. Pillet [65]. Celle-ci indique que la longueur de diffusion a une valeur négative de l'ordre de $-250 a_0$. D'autre part, la section efficace varie fortement avec la température: elle s'annule pour $T \simeq 100 \mu\text{K}$ et n'atteint sa valeur limite $8\pi a^2$ qu'en dessous de 1 μK . Signalons enfin que Gribakin et Flambaum ont réalisé un calcul semi-classique de la longueur de diffusion [66]. Ils donnent d'ailleurs une expression de a pour un potentiel variant asymptotiquement en $1/r^n$. En s'appuyant sur les données de [52], ils indiquent que la longueur de diffusion pour les collisions $Cs - Cs$ est positive. Il semble néanmoins que ce résultat doive être considéré avec précaution dans la mesure où les auteurs ne tiennent pas compte de l'interaction hyperfine⁴.

Si la valeur de a pour l'état triplet n'est pas connue précisément, il ressort tout de même que sa borne inférieure $|a_m| = 260 a_0$ est élevée. Elle est, en particulier, significativement plus importante que pour les autres atomes alcalins: 110 a_0 pour le ^{87}Rb [67], $-27 a_0$ pour le ^7Li [68] et 45 a_0 pour ^{23}Na [69].

En ce qui concerne le signe de a pour le césium, il n'y a pas aujourd'hui de données certaines bien qu'il semble que la longueur de diffusion dans l'état triplet soit négative [43]. Il nous semble cependant nécessaire de prendre ce résultat avec précaution dans la mesure où il est difficile de savoir si le niveau proche du continuum est lié ou virtuel. L'énergie ϵ (inférieure à 5 μK) est très faible devant la profondeur du potentiel d'interaction $Cs - Cs$ (de l'ordre de 100 K [43]) et une faible variation dans la modélisation de ce potentiel peut changer la position de ce niveau.

A ce jour, seules les expériences de photoassociation [55, 70] permettent de mesurer directement le signe de la longueur de diffusion. Ces expériences ont déjà fourni des résultats précis dans le cas, par exemple, du Li [68] ou du Na [69] mais aucune n'a encore été menée sur les atomes de césium.

4.4.2 Le refroidissement évaporatif du césium

Nous étudions dans cette section les conséquences de cette résonance de diffusion dans l'optique d'une expérience de refroidissement évaporatif.

⁴Voir à ce propos une remarque dans [43].

Séquence de refroidissement. Nous avons déjà indiqué à plusieurs reprises que le taux de collisions élastiques entre atomes doit être aussi élevé que possible pour obtenir une rethermalisation rapide du nuage. L'observation de cette résonance de diffusion en onde s est certainement alors un facteur favorable pour accroître rapidement ce taux de collision au fur et à mesure du refroidissement. Plus le nuage est froid, plus la variation résonnante de la section efficace favorise les collisions entre particules. Pour rendre cette analyse plus quantitative, il suffit de comparer les expressions du taux de collisions γ_c pour σ constant et $\sigma = 8\pi/k^2$ obtenues à la section 4.2.1.

Si la section efficace est constante, γ_c est proportionnel à $\bar{n}\bar{v}$. Ainsi, lors du refroidissement, la vitesse thermique, et donc \bar{v} , diminuent comme \sqrt{T} . Pour un refroidissement évaporatif efficace, cet effet doit être compensé par un accroissement de la densité \bar{n} de manière à ce que le taux de collision reste constant ou augmente. Dans le cas d'une résonance de diffusion, la situation est bien plus favorable. Le taux de collision γ_c varie alors comme \bar{n}/\bar{v} . A densité constante, il augmente ainsi au cours de la séquence comme $1/\sqrt{T}$.

Il faut cependant rappeler que cet effet n'est valable que lorsque $ka \gg 1$. En dessous d'une certaine énergie ($ka \sim 1$), on atteint forcément le régime de section efficace constante⁵ $\sigma = 8\pi a^2$ pour lequel le taux de collision vaut $\bar{n}\sigma\bar{v}$.

Compression adiabatique. La présence d'une résonance de diffusion a également des conséquences pour l'efficacité d'une compression adiabatique du nuage. Cette technique consiste à augmenter la fréquence du piège suffisamment lentement pour conserver la densité dans l'espace des phases. Au cours d'une telle compression, on élève la densité et la température du nuage de manière à accroître le taux de collision [16]. Elle est également utile pour optimiser le chargement des atomes dans le piège magnétique: on effectue le transfert dans un piège pas trop raide adapté au PMO (cf. chapitre 2) avant d'augmenter adiabatiquement le confinement. Cette technique s'avère souvent décisive pour entamer la rampe de refroidissement avec un taux de collision suffisant. En pratique, la compression est réalisée en modifiant le courant dans les bobines pendant une durée de quelques secondes, longue devant la période d'oscillation des atomes dans le piège (de 10 à 100 ms), de manière à réduire le champ tournant (dans un TOP) ou le champ au centre (dans un piège de Ioffe).

Nous commençons par déterminer la variation de la densité et de la température du nuage lorsqu'on fait passer la fréquence d'oscillation de ω_i à ω_f dans un piège harmonique du type TOP. Pour un nuage contenant N atomes à la température

⁵A l'exception de la situation, non physique, où le dernier état lié coïncide *exactement* avec le continuum auquel cas $a = \infty$.

T , la densité ρ dans l'espace des phases s'écrit:

$$\rho \propto \frac{N\omega^3}{T^3} \quad (4.15)$$

Ainsi, au cours de la compression, la température s'élève:

$$T_f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right) T_i \quad (4.16)$$

De même, la densité \bar{n} est modifiée et vaut:

$$\bar{n}_f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^{3/2} \bar{n}_i \quad (4.17)$$

Il est alors facile d'estimer la variation du taux de collision γ_c . Dans le cas d'une section efficace constante, on obtient:

$$\gamma_c^f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^2 \gamma_c^i \quad (4.18)$$

Par contre, si σ varie en $1/k^2$, l'élévation de la température limite le gain. Le taux de collision ne varie que comme:

$$\gamma_c^f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right) \gamma_c^i \quad (4.19)$$

et la résonance de diffusion réduit donc l'intérêt de la compression adiabatique.

Notons enfin, que dans un TOP, lors d'une compression adiabatique, on réduit B_0 et donc le rayon du TOP $R_0 = B_0/b$ ainsi que le volume du piège. Cette diminution ne doit alors pas excéder la compression du nuage dont l'extension l varie comme:

$$l_f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^{1/2} l_i = \left(\frac{B_0^i}{B_0^f} \right)^{1/4} l_i \quad (4.20)$$

Dans un piège de Ioffe, la situation est un peu différente car on n'est pas contraint par cet effet. Par ailleurs lorsqu'on réduit le champ B_I au centre, on ne modifie que la fréquence d'oscillation radiale. Ainsi, lorsqu'on passe de ω_r^i à ω_r^f , on a les lois d'échelle:

$$\rho \propto \frac{N\omega_r^2\omega_a}{T^3} \quad (4.21)$$

$$T_f = \left(\frac{\omega_r^f}{\omega_r^i} \right)^{2/3} T_i \quad (4.22)$$

$$\bar{n}_f = \left(\frac{\omega_r^f}{\omega_r^i} \right) \bar{n}_i \quad (4.23)$$

et les formules (4.18) et (4.19) deviennent:

$$\gamma_c^f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^{4/3} \gamma_c^i \quad (4.24)$$

dans le cas d'une section efficace constante et:

$$\gamma_c^f = \left(\frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^{2/3} \gamma_c^i \quad (4.25)$$

dans le cas d'une résonance de diffusion.

Collisions inélastiques. L'existence d'une résonance de diffusion semble également avoir des conséquences pour les diffusions inélastiques à deux et trois corps. Signalons tout de suite qu'il s'agit de questions qui n'ont pas encore été complètement élucidées et que cette discussion n'a qu'une valeur qualitative. Le lien provient du fait que, comme nous l'avons indiqué au chapitre 3, la probabilité que les deux particules soient proches est fortement augmentée dans le cas d'une résonance de diffusion. De plus, l'échelle spatiale sur laquelle ces processus ont lieu n'est plus de l'ordre de la portée du potentiel mais de celui de la longueur de diffusion a qui est bien plus grande. Tout cela a pour effet de modifier significativement le taux des différents processus.

Une étude récente a abordé plus quantitativement le lien entre les résonances de diffusion et la valeur du taux de recombinaison à trois corps [71]. Pour ce type de collision, la corrélation est la plus naturelle dans la mesure où un processus de recombinaison à trois corps provient de la perturbation par un atome de l'interaction de deux atomes, cette interaction étant caractérisée à basse température par la longueur de diffusion a . De plus, les deux atomes liés se trouvent, après la collision, dans le dernier niveau du potentiel dont nous avons vu qu'il a une extension de également de l'ordre de a . Il apparaît que, pour une résonance de diffusion, le taux L de recombinaison ($\dot{n} = -Ln^3$) est alors augmenté et varie comme a^4 [71] au lieu de a^2 [49]. Notons toutefois que cette étude se restreint au cas d'un état faiblement lié et donc d'une longueur de diffusion positive.

Dans le cas d'une collision inélastique à deux corps (relaxation dipolaire), le lien est moins simple puisque le potentiel d'interaction est différent. Néanmoins, il faut tenir compte du fait que la probabilité de présence de la particule relative au voisinage de l'origine est grande tant que $ka \geq 1$. Des résultats obtenus récemment dans notre équipe semblent indiquer que le taux G de relaxation dipolaire entre atomes de césium dans l'état $|F = 4, m = 4\rangle$ est inhabituellement grand. Les premières mesures ont abouti à une valeur de l'ordre de 10^{-12} cm^{-3} pour des températures de quelques μK . Cette valeur est environ 1000 fois plus grande que pour le sodium ou le rubidium [16]. Il faut signaler que, si cette valeur est

confirmée par de prochaines études, les densités maximales atteignables avec des atomes de césium dans l'état $|F = 4, m = 4\rangle$ dans un piège magnétique sont sans doute trop faibles pour observer la condensation de Bose dans cet état.

Par ailleurs, il a été observé que ce taux varie en fonction de la température comme $1/T$, le taux des processus inélastiques tendant d'ordinaire vers une constante à basse température. Cette dépendance peut toutefois être analysée en prenant en compte la résonance de diffusion. Tant que $ka \geq 1$, la probabilité de présence au voisinage de l'origine est importante et constante. Ce comportement inhabituel peut expliquer la loi en $1/T$ [72]. Par contre, lorsque k devient petit devant $1/a$, cette probabilité tend vers zéro (cf. chapitre 3). On retrouve alors une situation plus habituelle et le taux G tend vers une valeur constante. A notre connaissance, cette question n'a pas encore été abordée dans la littérature bien que des calculs préliminaires concordent avec ces résultats expérimentaux [72].

4.4.3 Propriétés des condensats de Bose

Stabilité du condensat. La valeur et le signe de la longueur de diffusion joue également un rôle essentiel dans la nature des interactions entre atomes dans un condensat. Nous rappelons ici, de manière simple, quelques résultats sur la description théorique d'un condensat de Bose dans un potentiel harmonique $U(\vec{r})$. Nous discutons plus particulièrement le cas d'une longueur de diffusion négative qui semble la situation la plus probable pour le césium dans l'état triplet.

Le potentiel d'interaction entre les particules est modélisé par un pseudo-potentiel V [24]:

$$V = g\delta(\vec{r})\frac{\partial}{\partial r}(r.) \quad (4.26)$$

où $g = 4\pi\hbar^2 a/m$. Ce pseudo-potentiel présente les mêmes caractéristiques que le vrai potentiel d'interaction à basse énergie. On obtient en particulier les mêmes propriétés de diffusion avec une section efficace:

$$\sigma = 8\pi\frac{a^2}{1+k^2a^2} \quad (4.27)$$

Ce pseudo-potentiel peut être traité perturbativement et on se limitera dans la suite à l'approximation de Born ($ka \ll 1$).

Il apparait également que, si a est positive, ce pseudo-potentiel est répulsif tandis que, si a est négative, il est attractif. Ceci peut être compris à la lumière des résultats détaillés au chapitre 3 dans le cas du puits carré attractif. Lorsque $a > 0$, nous avons vu que la fonction d'onde s'annule au point $r = a$ et l'onde incidente est réfléchie avant l'origine, en accord avec l'image d'un coeur dur répulsif. Par contre, lorsque $a < 0$, le point de rebroussement correspond à $r = -a$. Il y a un "recul" de l'origine qui peut être vu comme un effet attractif.

Pour déterminer la fonction d'onde dans l'état fondamental, on utilise alors une approche variationnelle Hartree-Fock [56]. Tous les atomes sont supposés être dans le même état Ψ qui minimise la fonctionnelle d'énergie:

$$E(\Psi) = \int d^3r \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \Psi(\vec{r})|^2 + U(\vec{r}) |\Psi(\vec{r})|^2 + \frac{2\pi\hbar^2 a}{m} |\Psi(\vec{r})|^4 \right] \quad (4.28)$$

et qui est solution de l'équation de Gross-Pitaevskii:

$$\mu \Psi(\vec{r}) = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\Psi(\vec{r})|^2 \right] \Psi(\vec{r}) \quad (4.29)$$

(μ est le potentiel chimique). Pour appréhender la nature des solutions de cette équation non-linéaire en fonction du signe de a , on peut évaluer l'ordre de grandeur de chacun des termes en considérant une approximation gaussienne. Dans cette approximation, le condensat contient N atomes décrits par la fonction d'onde⁶:

$$\Psi(\vec{r}) = A \exp\left(-\frac{r^2}{4d^2}\right) \quad (4.30)$$

(cette fonction serait effectivement solution si il n'y avait pas d'interaction). La densité n est ainsi de l'ordre de N/d^3 . On a alors:

- l'énergie cinétique par particule:

$$E_{\text{cin}} \sim \frac{\hbar^2}{md^2} \quad (4.31)$$

- l'énergie potentielle par particule:

$$E_{\text{pot}} \sim m\omega^2 d^2 \quad (4.32)$$

- l'énergie d'interaction par particule:

$$E_{\text{int}} \sim \frac{4\pi\hbar^2 a N}{m d^3} \quad (4.33)$$

Lorsque a est positif, l'énergie d'interaction est positive (effet répulsif) et il existe toujours une valeur de d qui minimise la fonctionnelle d'énergie. On montre que l'on peut alors réaliser un condensat de Bose stable avec un nombre quelconque d'atomes.

⁶Dans la suite de cette discussion qualitative, on fait l'hypothèse d'un potentiel isotrope.

La situation est bien différente dans le cas d'une longueur de diffusion négative [57, 73, 74]. Les interactions entre particules ont pour effet d'augmenter la densité. Plus le nombre d'atomes augmente dans le condensat, plus celui-ci a tendance à se contracter jusqu'à devenir instable. Quand l'énergie d'interaction est trop importante, les particules sont excitées hors du niveau fondamental et quittent le condensat. Il existe ainsi un nombre d'atomes critique N_c au-dessus duquel on ne peut former un condensat de Bose.

La figure 4.6 illustre l'existence de ce nombre critique. Pour $N < N_c$, il existe un minimum local en énergie pour une valeur non-nulle de d tandis qu'au dessus de ce seuil, le seul minimum correspond à la solution non-physique $d = 0$ qui traduit l'instabilité du système. Notons aussi qu'en l'absence de potentiel extérieur, dans une boîte cubique dont la taille tend vers l'infini (limite thermodynamique), il est impossible d'obtenir un condensat si $a < 0$.

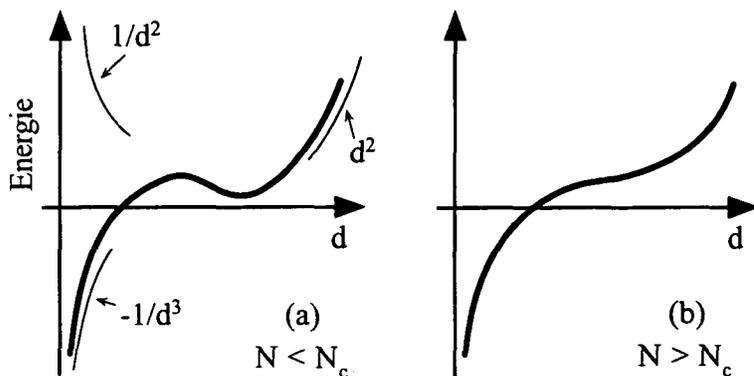


Figure 4.6: Énergie moyenne par particule: (a) $N < N_c$, (b) $N > N_c$.

Le nombre critique d'atomes peut être estimé de manière simple en considérant N atomes dans le fondamental du piège d'extension $a_f = \sqrt{\hbar/2m\omega}$ (ω est la fréquence du piège). On considère alors que le condensat est stable tant que l'énergie d'interaction est inférieure à $\hbar\omega$ la différence d'énergie entre le niveau fondamental et le premier niveau excité du piège. Cela signifie aussi que l'énergie d'interaction est inférieure à l'énergie cinétique dans l'état fondamental. Le nombre d'atomes critique est ainsi déterminé par:

$$\frac{4\pi\hbar^2|a|}{m}n \sim \hbar\omega \quad (4.34)$$

où $n = N_c/a_f^3$. On obtient alors:

$$\boxed{N_c \sim \frac{a_f}{|a|}} \quad (4.35)$$

Le nombre critique N_c est donc simplement le rapport entre l'extension a_f du niveau fondamental et la longueur de diffusion. A titre indicatif, cela signifie que pour un piège avec $\omega/2\pi \simeq 80$ Hz et une longueur de diffusion égale à $|a_m| = 260 a_0$, le nombre d'atomes qui peuvent être contenus dans la fraction condensée est au plus de l'ordre de 50, ce qui rend difficile l'étude expérimentale de ce système.

L'étude d'un condensat de Bose avec une longueur de diffusion négative est en cours dans le groupe de R. Hulet à Rice University [6]. Cette équipe s'intéresse à un gaz de ^7Li dont la longueur de diffusion vaut $-27 a_0$. Le nombre d'atomes dans la fraction condensée est alors limitée à quelques centaines [75].

Manipulation de la longueur de diffusion a . Plusieurs techniques ont été proposées pour modifier la valeur et le signe de la longueur de diffusion sans, toutefois, qu'elles aient encore été démontrées expérimentalement. De manière générale, ces techniques consistent à modifier, à l'aide d'un champ extérieur, le potentiel d'interaction entre deux particules. Cela modifie le déphasage accumulé lors de la collision dont nous avons vu qu'il détermine la valeur de la longueur de diffusion.

En contrôlant l'amplitude de a , il serait ainsi possible de modifier les interactions entre atomes dans un condensat de Bose. Dans le cas d'une longueur de diffusion initialement négative, le changement du signe de a permettrait également d'accumuler un nombre arbitraire d'atomes dans le condensat.

La première méthode qui a été proposée consiste à appliquer un champ magnétique constant sur les atomes [45, 46]. Du fait du couplage hyperfin, les états atomiques sont des états mixtes singulet-triplet. En présence du champ, la partie singulet et la partie triplet du potentiel d'interaction sont modifiées différemment. Il existe alors valeurs du champ magnétique pour lesquelles il y a apparition ou disparition d'un état lié dans le potentiel. Cela se traduit par une résonance de la longueur de diffusion qui, en particulier, change de signe autour de la résonance. Notons que cet effet n'est pas observable pour les collisions entre atomes doublement polarisés qui ne font intervenir que le potentiel triplet. Pour l'atome de césium, cela signifie que ces résonances, appelées *résonances de Feschbach*, ne sont susceptibles d'intervenir que pour la diffusion entre atomes dans l'état $|F = 3, m = -3\rangle$ et pas pour ceux dans l'état $|F = 4, m = 4\rangle$.

Ces résonances ont été étudiées de manière quantitative sur le plan théorique dans le cas du césium [45] et du lithium [76]. Les auteurs de ces études prédisent des résonances de la longueur de diffusion pour des valeurs discrètes du champ magnétique comprises entre 100 et 1000 G. Il faut cependant noter que la détermination précise de la position et de la largeur de chaque résonance est difficile du fait des incertitudes sur les caractéristiques du potentiel d'interaction.

A ce jour, ces résonances de Feshbach n'ont encore jamais été observées dans des nuages atomiques en dépit d'une tentative effectuée dans le groupe de C. Wieman [62]. Elle n'a notamment pas abouti à cause de l'indécision sur la valeur du champ magnétique à résonance. Il ne fait cependant pas de doute que de nouvelles études expérimentales devraient avoir rapidement lieu compte tenu des progrès récents dans la connaissance des processus de collisions à basse énergie et surtout en raison des perspectives pour le contrôle des interactions dans les condensats de Bose.

Une deuxième méthode consiste à appliquer un champ lumineux désaccordé sur le rouge de la transition atomique [77, 78]. Le potentiel d'interaction entre atomes est alors modifié par cette excitation lumineuse. Fedichev *et al.* ont montré que, pour un choix judicieux du désaccord et de l'intensité de la lumière, il est possible d'observer également une résonance de la longueur de diffusion [77]. Cette méthode présente l'intérêt de pouvoir cette fois être utilisée pour tous les états atomiques.

Annexe E

Observation of a zero-energy resonance in Cs-Cs collisions

M. Arndt, M. Ben Dahan, D. Guéry-Odelin,
M. W. Reynolds and J. Dalibard,
Physical Review Letters,
Volume 79, Numéro 4, pages 625-628, Juillet 1997.

Observation of a Zero-Energy Resonance in Cs-Cs Collisions

M. Arndt,* M. Ben Dahan, D. Guéry-Odelin, M. W. Reynolds,[†] and J. Dalibard
Laboratoire Kastler Brossel, 24 rue Lhomond, F-75231 Paris CEDEX 05, France
 (Received 28 January 1997)

We measure the cross section for s -wave collisions of Cs atoms in a magnetic trap. From the relaxation of the atomic cloud towards thermal equilibrium, we infer that the cross section varies as $1/T$ over the temperature range $T = 5\text{--}60\ \mu\text{K}$. It takes at each measured temperature the maximum allowed value for polarized bosons. This indicates a zero-energy resonance generated by a bound or virtual state less than $5\ \mu\text{K}$ from the dissociation threshold. [S0031-9007(97)03677-6]

PACS numbers: 34.50.Pi, 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj

During the past few years ultracold binary atomic collisions have gained a renewed and broad interest since they play a key role in the understanding of the properties of Bose-Einstein condensates [1–3], the ultimate precision of atomic clocks [4], and some experimental tests of time reversal invariance [5]. A detailed knowledge of the atomic collision processes is essential for those applications, either to correct for their effects as in atomic clocks, or to take benefit of them as in evaporative cooling [6], which remains the only demonstrated route to Bose-Einstein condensation of dilute atomic gases.

The case of the cesium atom is of particular interest since it is at the basis of primary time and frequency standards. Collisions between cold ^{133}Cs atoms have already been the subject of several studies, the results of which have been sometimes complementary [4,7,8], sometimes contradictory [9]. In this Letter we investigate the elastic collisions between fully polarized ultracold Cs atoms for temperatures T between 5 and $60\ \mu\text{K}$. We observe a strong variation of the corresponding cross section σ , with a $1/T$ dependence. For these values of T , we are concerned only with binary s -wave scattering [10]. Collisions with odd angular momenta l (such as p wave) are forbidden for polarized identical bosons, while collisions with even $l \geq 2$ (e.g., d waves) have a negligible effect at these ultralow temperatures. We find that, over the whole temperature range, the measured σ is equal (within the experimental uncertainty) to $8\pi/k^2$, where k is the relative wave vector of the colliding atoms. This result, equal to the maximum allowed value for s -wave scattering, is a signature of a zero-energy resonance [11,12].

The experiments described below consist in preparing an atomic sample in a magnetic trap with a nonthermal distribution. The average energy per atom is selected by using a chirped radio-frequency magnetic field to eject energetic atoms from the trap. We then measure the relaxation time towards equilibrium under the influence of elastic collisions. We finally compare our data with a Monte Carlo simulation of the collisional dynamics of the cloud, from which we extract the value of the cross section for elastic collisions [7,13].

We use a time-averaged orbiting potential (TOP) magnetic trap [14]. It is obtained by superposing a static quadrupole field and a uniform rotating field. Two coils with opposite current produce the quadrupole field, with a magnetic gradient $-b'$ in the x - y (horizontal) plane and $2b'$ along the z (vertical) axis. Two orthogonal pairs of Helmholtz coils induce a horizontal rotating field, with an amplitude B_0 . The field zero then rotates on a horizontal circle with radius $R_0 = B_0/b'$. For a particle with a magnetic moment μ antiparallel to the local field \vec{B} , the time-averaged potential is minimal at the center of the quadrupole. It is harmonic around this point with spring constants satisfying $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z/8 = \mu b'^2/2B_0$.

To obtain both a long lifetime of the trapped sample and a short loading time, we use a double cell system which has been described in detail elsewhere [15]. In the upper cell, the pressure (essentially due to Cs vapor) is on the order of 10^{-8} torr while in the lower cell, located 70 cm below, it is at least 2 orders of magnitude less. The experimental sequence is as follows: during 2 s we collect $\sim 10^8$ atoms in a magneto-optical trap (MOT) in the upper cell. The trap light and the magnetic field are then switched off; the atoms fall into the lower cell where they are recaptured in a second MOT with 30% efficiency. A further compression, obtained by ramping b' from 10 to $60\ \text{G/cm}$, leads to a peak density of $2 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-3}$ before the light is turned off [16]. Once B_0 is set to 15 G, the atoms are optically pumped into the Zeeman substate $|F = m = 4\rangle$ with a 90% efficiency, using five $40\ \mu\text{s}$ pulses of circularly polarized light synchronized with the field rotation (frequency 5 kHz). For this fully polarized state, μ equals the Bohr magneton. The quadrupole is then ramped up to its maximum value $b' = 125\ \text{G/cm}$, obtained at a current of 50 A. The resulting trap frequencies are $\nu_x = \nu_y = 24\ \text{Hz}$ and $\nu_z = 66\ \text{Hz}$ and the potential depth, calculated from the center up to the zero field orbit is $260\ \mu\text{K}$. At this stage 2.5×10^7 atoms are trapped. After some rapid losses ($\sim 5\ \text{s}$) due to the escape of the most energetic atoms which pass beyond the field zero orbit and undergo a flip of their magnetic moment (Majorana transition), we obtain 1.5×10^7 atoms in the TOP, with a peak density

of $1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ and a temperature of $60 \mu\text{K}$. The trap lifetime is 70 s for this cloud, and it reaches 100 s for smaller samples for which Majorana transitions are negligible. At these low atomic densities, losses due to dipolar relaxation and three-body recombination are negligible [17].

The detection is made by an absorption imaging technique. With the TOP trap on, a $40 \mu\text{s}$ pulse of circularly polarized light propagating along the y axis and parallel with the instantaneous central B field illuminates the atoms. The light is resonant with the closed transition $|6S_{1/2}, F = m = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F = m = 5\rangle$ and its intensity is 10% of the saturation intensity I_s for this transition ($I_s = 1.1 \text{ mW/cm}^2$). The shadow of the cloud is imaged on the CCD array of a camera. This gives access to the column density $\int n(x, y, z) dy$, where $n(x, y, z)$ is the spatial density. We can then deduce the total number of atoms and, assuming a Gaussian spatial distribution with cylindrical symmetry along z , the density $n(x, y, z)$. In this interpretation of shadow images, we take into account the spatial variations of the magnetic field amplitude and the angle between the propagation axis of the imaging beam and the local atomic polarization.

Once the atoms are loaded in the TOP trap, we perform a forced evaporation using a radio-frequency field. This induces transitions between the various Zeeman substates $m = 4 \rightarrow m = 3 \rightarrow \dots \rightarrow m = -4$ leading to the escape of resonant atoms out of the trap. Because of the spatial variation of the Zeeman shifts the corresponding resonance condition is satisfied on a surface depending on the rf frequency ν . This evaporation surface has the shape of a barrel; it can be approximated by a vertical cylinder of radius R_e such that $g\mu_B(B_0 + R_e b') = h\nu$, where $g = 1/4$ is the Landé factor [6].

This ejection of high energy atoms is performed by sweeping down linearly the frequency ν for 10 s. This duration is short enough that the thermalization of the cloud during evaporation is only partial at our atomic densities. The initial value $\nu_i = 10.5 \text{ MHz}$ is chosen so that the evaporation radius R_e is equal to R_0 . The final value ν_f is varied from 9.5 to 6.125 MHz [20]. We then determine the rms widths along x and z , Δx and Δz , by a Gaussian fit of the spatial distributions obtained by absorption imaging. Although a Gaussian spatial distribution is expected only for thermalized clouds, we find that it fits all experimental data well with no appreciable systematic deviation. The resulting clouds have a final total energy per atom $E = 2\kappa_x \Delta x^2 + \kappa_z \Delta z^2$ which we varied between $3k_B \times 53 \mu\text{K}$ and $3k_B \times 5.3 \mu\text{K}$ by adjusting ν_f . Because of the cylindrical geometry of the evaporation surface the atomic distribution just after evaporation has an ellipticity $e = \Delta x/\Delta z$ smaller than the equilibrium value $2\sqrt{2}$.

Once the cloud is prepared with the desired energy, we stop the rf evaporation and let the cloud thermalize in the TOP potential for an adjustable duration t before taking

an image. The evolution of the energy per atom E as a function of t is given in Fig. 1(a) for the three examples $\nu_f = 6.25 \text{ MHz}$, $\nu_f = 7.75 \text{ MHz}$, and $\nu_f = 9.50 \text{ MHz}$. For the two lower values of ν_f , E is remarkably constant, indicating that heating processes due to collisions with the background gas are negligible at this level of accuracy. For clouds with a high initial energy per atom, we observe a slight decrease of E with time. We interpret this phenomenon as a residual evaporation at R_0 , which is confirmed by the numerical integration of the trapped atom motion (see below). The temporal evolution of the ellipticity is given in Fig. 1(b), again for the three final evaporation frequencies specified above. We model this evolution using an exponential law, from which we deduce the relaxation time τ_R and the asymptotic ellipticity e_∞ . For the smallest cloud, $E/3k_B = 5.3 \pm 0.6 \mu\text{K}$ and $n(0) = (7.5 \pm 2.0) \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ and we find $\tau_R = 5 \text{ s}$. This value increases up to 27 s for the largest cloud, for which $E/3k_B = 53 \pm 2 \mu\text{K}$ and $n(0) = (10.0 \pm 2.5) \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$.

To make sure that the relaxation of the ellipticity is due to elastic collisions between trapped atoms and not to anharmonic mixing between the x , y , and z motions, we have reduced the initial atomic density by a factor of 3, keeping a constant temperature. The measured relaxation time is then increased by a factor of 3, within the experimental uncertainty (10% for relative measurements), while it should be constant if the observed relaxation was due to anharmonic mixing. This is confirmed by the fact that the shortest relaxation times are obtained for the coldest and smallest clouds, for which anharmonicity effects play the least role.

The parameter e_∞ ranges between 2.5 and 2.8; the lowest values are obtained for the longest τ_R 's. This slight deviation from $2\sqrt{2}$ also appears in the numerical simulation when τ_R becomes non-negligible compared to the lifetime of the trap. In this case, the collision

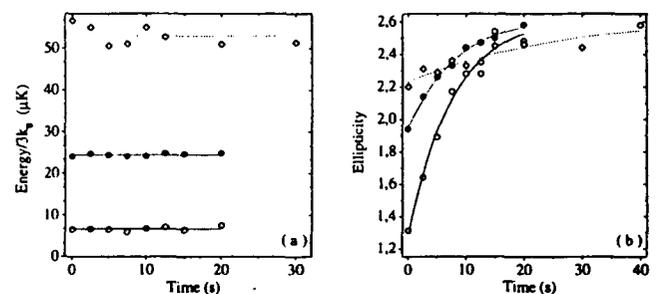


FIG. 1. Temporal evolution of the energy of the trapped sample. The lines are linear fits; (○) $\nu_f = 6.25 \text{ MHz}$, $E/k_B = 6.7 \mu\text{K}$; (●) $\nu_f = 7.75 \text{ MHz}$, $E/k_B = 24.5 \mu\text{K}$; (◇) $\nu_f = 9.5 \text{ MHz}$, $E/k_B = 53 \mu\text{K}$. (b) Temporal evolution of the ellipticity of the trapped cloud. The lines are exponential fits to the data; (○) $\nu_f = 6.25 \text{ MHz}$, $\tau_R = 7.7 \text{ s}$, $\bar{n} = 2.28 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$; (●) $\nu_f = 7.75 \text{ MHz}$, $\tau_R = 8.4 \text{ s}$, $\bar{n} = 5.51 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$; (◇) $\nu_f = 9.5 \text{ MHz}$, $\tau_R = 27.4 \text{ s}$, $\bar{n} = 3.46 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$.

rates drop as the number of atoms decreases, leading to a modification of the asymptotic ellipticity.

We now relate the measured value for τ_R to the collision cross section σ between trapped atoms. If σ was constant over the relevant temperature range, one would get $\tau_R \approx 2.7/\gamma_c$, where the collision rate γ_c equals $\bar{n}\sigma\bar{v}$; the average density is defined by $\bar{n} = \int n^2(\vec{r})d^3r / \int n(\vec{r})d^3r$ and \bar{v} is $4(k_B T/\pi M)^{1/2}$, where M is the atomic mass. The factor 2.7 results from a Monte Carlo analysis of the relaxation process [7,21]. We have therefore plotted in Fig. 2 the quantity $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$ as a function of temperature, which should be a constant (equal to $\sigma/2.7$) in the hypothesis of a constant σ .

The results in Fig. 2 clearly show that $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$ varies strongly with temperature. We interpret this as a signature of a rapid increase of σ when the relative velocity $v_r = 2\hbar k/M$ of the colliding atoms decreases. For s -wave scattering, this effect occurs when the atom-atom interaction potential is such that the last bound state is close to the dissociation limit, or when there exists a virtual state close to this limit. In both cases, the cross section σ is maximal for a zero colliding energy [11,12] and it varies as

$$\sigma(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2}, \quad (1)$$

where a is the scattering length.

To check this hypothesis of resonant scattering we have performed a numerical simulation of the evolution of the atomic cloud, assuming the maximal cross section for s -wave scattering of polarized bosons $\sigma_{\max}(k) = 8\pi/k^2$. In the simulation, the residual evaporation at R_0 mentioned above is included and the collisions are treated using the method described in [21]. At each time step δt , the atomic positions are discretized in cubic cells whose volume δV is chosen small enough in order to limit the average number of atoms per cell to a value much below 1. If two atoms

are localized in the same cell at a given time, a collision may occur with a probability $\delta t \sigma_{\max}(k)v_r/\delta V$. The relative velocity after collision is chosen randomly with an isotropic distribution, as required for s -wave collisions. We use Gaussian distributions for the initial positions and velocities, with rms values equal to the experimental ones. We fit the temporal evolution of the ellipticity determined from the rms sizes in x , y , and z by an exponential law, as for the experimental data.

The result of the simulation is plotted as the solid line in Fig. 2. We find $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1} \sim 8.310^{-11}/T \text{ cm}^2$, where T is measured in μK ; this can be written $\tau_R \sim 10.7/\gamma_c$, where $\gamma_c = 128\bar{n}\hbar^2/\bar{v}M^2$ for this velocity-dependent cross section. The reason for which the thermalization now requires on average 10.7 collisions instead of 2.7 is that most collisions now occur between atoms having a small relative velocity, which has little impact on the relaxation towards equilibrium.

The experimental data are clearly in good agreement with these predictions. We therefore observe a zero-energy resonance corresponding to either a virtual state or to a bound state whose binding energy is smaller than our lowest temperature $5 \mu\text{K}$ [22]. The scattering length a is negative in the first case and positive in the second. Our experimental results allow us to put a lower bound on the absolute value $|a|$; if we were to interpret the thermalization of our coldest cloud as being due to a constant cross section, we would get $\sigma_0 = 5 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$, corresponding to a scattering length $a_m = \pm 260a_0$, where a_0 is the Bohr radius. Since the set of data sketched in Fig. 2 indicates that the product $\bar{n}\bar{v}\tau_R$ has not yet reached its zero temperature value, we can conclude that the real scattering length satisfies $|a| > |a_m|$. This value is notably larger than those measured for other fully polarized alkalis, e.g., $110a_0$ for ^{87}Rb [24] or $-27a_0$ for ^7Li [25].

We now briefly compare our measurements with previous results on collisional effects for ultracold Cs atoms. Using a technique similar to the present one, Monroe *et al.* [7] have found for $|F=3, m=-3\rangle$ atoms a cross section $\sigma = 0.15 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$ independent of T in the range 30–250 μK . This is of the same order as our highest temperature data. At a much lower temperature (0.9 μK), Gibble *et al.* [8] have measured the relaxation of a narrow velocity distribution of atoms in the $|F=3, m=0\rangle$ state colliding with atoms distributed among the $|F=4, m\rangle$ states, resulting in $\sigma = 4 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$. That experiment dealt with unpolarized atoms, for which Bose statistics plays little role. Therefore this result is also consistent with our low temperature data since, for polarized bosonic atoms, the cross section is increased by a factor of 2 with respect to distinguishable particles. Although a detailed comparison between those various results is made difficult since they deal with different ground state sublevels, such an increase of the elastic cross section (a factor of 27 between [7] and [8]) may be understood in view of our

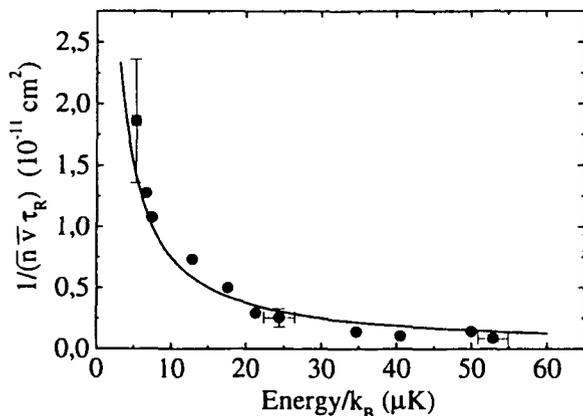


FIG. 2. The experimentally determined quantity $(\bar{n}\bar{v}\tau_R)^{-1}$ (full circles) is plotted as a function of the average collision energy. The solid line represents the result of a Monte Carlo simulation without any adjustable parameters assuming the maximum cross section for s -wave scattering.

observation of a zero-energy resonance. More indirect measurements, based on collisional frequency shifts in an atomic fountain [4,10], have led to $-200a_0 < a < -1100a_0$ for atoms in the $|F = m = 4\rangle$ state [10] (see also [26]), which is consistent with our results.

To summarize we have observed a zero-energy resonance in the s -wave scattering of fully polarized cesium atoms. The cross section increases by a factor of ~ 10 between 50 and 5 μK , reaching the universal maximum value $\sigma = 8\pi/k^2$ for polarized bosons. This rapid variation should have important consequences on the evaporative cooling of a cesium cloud down to the degenerate regime. First it should facilitate the achievement of the runaway evaporation regime [6], in which the collision rate stays at least constant as the temperature of the cloud decreases. Also the sign of a is an important feature for the stability of a Bose-Einstein condensate [27]. It is noteworthy that the existence of either a virtual or bound state very close to the dissociation limit should facilitate the control of both the size and the sign of the scattering length by weak, off-resonant laser light [28–30].

We acknowledge stimulating discussions and general encouragement from the E.N.S laser cooling group. M.A. acknowledges financial support by the DFG. The research of M.W.R. is supported by the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences. This work is partially supported by DRET, CNRS, Collège de France, DRED, and the European Community.

*Present address: Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstrasse 25, A-6020 Innsbruck, Austria.

†Permanent address: Van der Waals-Zeeman Instituut, Universiteit van Amsterdam, Valckenierstraat 65/67, NL-1018 XE Amsterdam, The Netherlands.

- [1] M. H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 1989 (1995).
- [2] C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997); see also C. C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [3] K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [4] K. Gibble and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1771 (1993).
- [5] M. Bijlsma, B. J. Verhaar, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **49**, R4285 (1994).
- [6] W. Ketterle and N. J. van Druten, *Adv. At. Mol. Opt.* **37**, 181 (1996), and references therein.

- [7] C. R. Monroe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [8] K. Gibble, S. Chang, and P. Legere, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2666 (1995).
- [9] G. F. Gribakin and V. V. Flambaum, *Phys. Rev. A* **48**, 546 (1993), and discussion in Ref. [10].
- [10] B. J. Verhaar, K. Gibble, and S. Chu, *Phys. Rev. A* **48**, R3429 (1993).
- [11] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1983), pp. 78–105.
- [12] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1977), Sect. 131.
- [13] K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [14] W. Petrich *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [15] A. Steane *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4972 (1995).
- [16] W. Petrich *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1333 (1994).
- [17] Using [18] the estimated rates for dipolar relaxation and three-body collisions are, respectively, 10^{-5} and 10^{-8} s^{-1} . These processes are not observable in our experiment even though the rate of three-body recombination might be increased with respect to the prediction [18] due to the present resonance [19].
- [18] E. Tiesinga *et al.*, *Phys. Rev. A* **46**, R1167 (1992).
- [19] P. O. Fedichev *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2921 (1996).
- [20] These ramps lead to a gain in phase space density of ~ 10 . Using an optimized 40 s exponential ramp between 10.5 and 6.125 MHz, we observe a phase space gain of 30, with $\sim 6 \times 10^4$ remaining atoms.
- [21] H. Wu and C. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996).
- [22] Another interpretation for our results might consist in a shape resonance through the centrifugal barrier for partial wave scattering with even $l \geq 2$. Using the Cs-Cs long range potential of [23], the corresponding barrier height is 170 μK for $l = 2$ and 1 mK for $l = 4$ [7]. Assuming such a resonance located at 5 μK , a simple estimation for $l = 2$ leads to a resonance width of only 0.05 μK , much smaller than the observed one.
- [23] W. Weickenmeier *et al.*, *J. Chem. Phys.* **82**, 5354 (1985).
- [24] H. M. J. Boesten *et al.*, *Phys. Rev. A* **55**, 636 (1997).
- [25] E. R. Abraham *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1315 (1995).
- [26] P. Pilllet *et al.* (to be published).
- [27] P. A. Ruprecht *et al.*, *Phys. Rev. A* **51**, 4704 (1995).
- [28] P. O. Fedichev *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2913 (1996).
- [29] K. Burnett, P. S. Julienne, and K. A. Suominen, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1416 (1996).
- [30] For the present case of fully polarized atoms, both the observed zero-energy resonance and the sign of the scattering length should be rather insensitive to a bias dc magnetic field [E. Tiesinga, B. J. Verhaar, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1993)].

Conclusion de la deuxième partie

Les résultats présentés dans cette partie illustre un phénomène de résonance de diffusion pour les collisions entre atomes dans l'état triplet. Nous n'avons pu déterminer précisément la valeur de la longueur de diffusion a mais estimer une borne inférieure pour $|a|$. Il s'avère que cette valeur minimum de $260 a_0$ est déjà bien plus grande que pour les autres atomes alcalins ce qui devrait avoir de nombreuses conséquences sur les expériences de refroidissement à venir.

Nous n'avons pas évoqué dans ce mémoire les efforts menés pour le refroidissement évaporatif du césium dans le piège magnétique. Dans le meilleur des cas, nous avons pu observer un gain dans l'espace des phases de l'ordre de 50. Il était en fait difficile d'augmenter l'efficacité du refroidissement en raison d'un faible taux de collision initial dans le nuage dû à une densité trop basse. Cette densité maximale, de l'ordre de $1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, restait 5 à 10 fois plus faible que celle atteinte dans les groupes du JILA ou du MIT. Dans ces conditions, le refroidissement évaporatif n'est pas très efficace et l'on n'obtient qu'un gain modeste, en accord avec des simulations numériques.

Nous avons principalement attribué la cause de cette faible densité au branchement défectueux du piège magnétique décrit au chapitre 2. En raison du mauvais "mode-matching", ceci a pour conséquence d'augmenter la température initiale et de réduire la densité. En dépit de nombreux efforts, nous n'avons pas réussi à éliminer ce défaut dans notre dispositif expérimental. En tirant les leçons de cette expérience, nous avons alors décidé de construire un nouveau piège magnétique. A la suite des résultats des équipes du MIT [21] et du JILA [29], nous avons opté pour un piège de Ioffe. Ce nouveau dispositif, en place depuis Mars 97, est beaucoup plus performant et a permis d'atteindre le régime d'emballement du refroidissement évaporatif ("run-away evaporation" [16]). Les expériences en cours ont déjà permis de gagner 3 à 4 ordres de grandeur dans l'espace des phases et mettent en évidence des effets inhabituels pour les processus inélastiques entre atomes de césium.

Bibliographie

- [1] W. Paul, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Course CXVII, E. Arimondo, W. Phillips and F Strumia (Eds), North-Holland Amsterdam (1992).
- [2] K. Kügler, W. Paul and U. Trinks, *Phys. Lett.* **72B**, 422 (1977).
- [3] A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergeman and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
- [4] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
- [5] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman and E. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [6] C. Bradley, C. Sackett, J. Tollett and R. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [7] K. Davis, M. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Durfee, D. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [8] C. Cohen-Tannoudji, *Piégeage non-dissipatif d'atomes neutres et refroidissement évaporatif*, Cours de physique atomique et moléculaire, Collège de France (1996).
- [9] J. Jackson, *Classical electrodynamics*, Wiley, New York, (1962).
- [10] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, Vol. 2, North-Holland, Amsterdam (1962).
- [11] W. Wing, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [12] W. Ketterle and D. Pritchard, *Appl. Phys. B* **54**, 403 (1992).
- [13] Durand, *Magnétostatique*, Dunod.
- [14] T. Bergeman, G. Erez and H. Metcalf, *Phys. Rev. A*, **35** 1535 (1987).

- [15] J. Schwinger, *Phys. Rev.*, **51**, 648 (1937).
- [16] W. Ketterle and N.J. van Druten, *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, B. Bederson and H. Walther (eds), vol. 37, Academic Press, San Diego (1996).
- [17] W. Petrich, M. Anderson, J. Ensher and E. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995).
- [18] Y. Gott, M. Ioffé and V. Tel'kovski, *Nucl. Fusion Suppl.* **3**, 1045 (1962).
- [19] D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [20] V. Bagnato, G. Lafyatis, A. Martin, E. Raab, R. Ahmad-Bitar and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2194 (1987).
- [21] M.O. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Kurn, D. Durfee and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
- [22] H. Hess, *Phys. Rev. B* **34**, R3476 (1986).
- [23] H. Hess, G. Kochanki, J. Doyle, *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 672 (1987).
- [24] K. Huang, *Statistical Mechanics*, 2nd edition, Wiley, New York (1987).
- [25] J. Walraven, in *Quantum Dynamics of simple systems*, Proceedings of the 44th Scottish Universities Summer School in Physics, 1994, Stirling, Scotland (1996).
- [26] O. Luiten, M. Reynolds and J. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [27] D. Pritchard, K. Hemmerson and A. Martin, in *Atomic Physics 11*, edited by S. Haroche, J.C. Gay, and G. Grynberg, World Scientific, Singapore (1989).
- [28] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions*, Wiley, New York (1992).
- [29] C. Myatt, E. Burt, R. Ghrist, E. Cornell and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997).
- [30] V. Vuletic, T. Hänsch and C. Zimmermann, *Europhys. Lett.* **36**, 349 (1996).
- [31] E. Cornell, C. Monroe and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2439 (1991).
- [32] P. Szriftgiser, *Cavité gravitationnelle et optique atomique temporelle*, Thèse de doctorat de l'université de Paris VI (1996).

- [33] A. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4972 (1995).
- [34] M. Arndt, P. Szriftgiser, J. Dalibard and A. Steane, *Phys. Rev. A* **53**, 3369 (1996).
- [35] M. Andrews, M. Mewes, N. van Druten, D. Kurn, D. Durfee and W. Ketterle, *Science* **273**, 84 (1996).
- [36] E. Hecht, *Optics*, 2nd ed., Addison-Wesley, Reading (1989).
- [37] C. Townsend, N. Edwards, C. Cooper, K. Zetie, C. Foot, A. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin and J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **52**, 1423 (1995).
- [38] W. Petrich, M. Anderson, J. Ensher and E. Cornell, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1333 (1994).
- [39] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloë, *Mécanique Quantique*, chap. VIII, Hermann, Paris (1973).
- [40] C. Joachain, *Quantum Collision Theory*, chap. 3, 4 et 7, North-Holland, Amsterdam (1983).
- [41] L. Landau and E. Lifschitz, *Quantum Mechanics*, chap. XVII, Pergamon Press, Oxford (1977).
- [42] W. Weickenmeier, U. Diemer, M. Wahl, M. Raab, W. Demtröder and W. Müller, *J. Chem. Phys.* **82**, 5354 (1985).
- [43] B. Verhaar, K. Gibble and S. Chu, *Phys. Rev. A* **48**, R3429 (1993).
- [44] A.S. Davydov, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press, Oxford (1976).
- [45] E. Tiesinga, A. Moerdijk, B. Verhaar and H. Stoof, *Phys. Rev. A* **46**, R1167 (1992).
- [46] E. Tiesinga, B. Verhaar and H. Stoof, *Phys. Rev. A* **47**, 4114 (1993).
- [47] P. Lemonde, O. Morice, E. Peik, J. Reichel, H. Perrin, W. Hänsel and C. Salomon, *Europhys. Lett.* **32**, 555 (1995).
- [48] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 961 (1989).
- [49] A. Moerdijk, H. Boesten and B. Verhaar, *Phys. Rev. A* **53**, 916 (1996).

- [50] T. Greytak, in *Bose-Einstein Condensation*, edited by A. Griffin, D. Snoke, and S. Stringari, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [51] E. Burt, R. Ghrist, C. Myatt, M. Holland, E. Cornell and C. Wieman, à paraître dans *Phys. Rev. Lett.*
- [52] C. Monroe, E. Cornell, C. Sackett, C. Myatt and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 414 (1993).
- [53] K. Gibble, S. Chang and P. Legere, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2666 (1995).
- [54] B. Verhaar, in *Atomic Physics 14*, edited by D. Wineland, C. Wieman and S. Smith, AIP, New York (1995).
- [55] D. Heinzen, in *Atomic Physics 14*, edited by D. Wineland, C. Wieman and S. Smith, AIP, New York (1995).
- [56] G. Baym and C. Pethick, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 6 (1996).
- [57] P. Ruprecht, M. Holland, K. Burnett and M. Edwards, *Phys. Rev. A* **51**, 4704 (1995).
- [58] E. Tiesinga, B. Verhaar, H. Stoof and D. van Bragt, *Phys. Rev. A* **45**, R2671 (1992).
- [59] K. Gibble and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1771 (1993).
- [60] S. Ghezali, P. Laurent, S. Lea and A. Clairon, *Europhys. Lett* **36**, 25 (1996).
- [61] M. Bijlsma, B. Verhaar and D. Heinzen, *Phys. Rev. A* **49**, R4285 (1994).
- [62] N. Newbury, C. Myatt and C. Wieman, *Phys. Rev. A* **51**, R2680 (1995).
- [63] K. Davis, M. Mewes, M. Joffe, M. Andrews and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [64] H. Wu and C. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996).
- [65] P. Pillet, A. Crubellier, A. Bleton, O. Dulieu, P. Nosbaum, I. Mourachko, and F. Masnou-Seeuws, à paraître dans *J. Phys. B*.
- [66] G. Gribakin and V. Flambaum, *Phys. Rev. A* **48**, 546 (1993).
- [67] H. J. M. Boesten, C. Tsai, J. Gardner, D. Heinzen and B. Verhaar, *Phys. Rev. A* **55**, 636 (1997).

- [68] E. Abraham, W. Alexander, C. Sackett and R. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1315 (1995).
- [69] E. Tiesinga, C. Williams, P. Julienne, K. Jones, P. Lett and W. Phillips, *NIST J. Res.* 101 p.505 (1996), special issue on BEC, edited by K. Burnett, M. Edwards and C. Clark.
- [70] H. Thorsheim, J. Weiner and P. Julienne, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2420 (1987).
- [71] P. Fedichev, M. Reynolds and G. Schlyapnikov, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2921 (1996).
- [72] P. Julienne, communication privée.
- [73] R. Dodd, M. Edwards, C. Williams, C. Clark, M. Holland, P. Ruprecht and K. Burnett, *Phys. Rev. A* **54**, 661 (1996).
- [74] Y. Kagan, G. Schlyapnikov and J. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2670 (1996).
- [75] C. Bradley, C. Sackett and R. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).
- [76] A. Moerdijk and B. Verhaar, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 518 (1994).
- [77] P. Fedichev, Y. Kagan, G. Schlyapnikov and J. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2913 (1996).
- [78] K. Burnett, P. Julienne and K.-A. Suominen, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1416 (1996).

Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire les résultats de deux expériences avec des atomes de césium à basse température. Dans la première partie, nous nous sommes attachés à décrire la dynamique d'atomes refroidis à 10 nK, soumis à une force constante et un potentiel lumineux périodique. Nous avons ainsi pu observer pour la première fois les oscillations de Bloch dans l'espace des vitesses, un effet prédit initialement pour des électrons dans un cristal. Dans notre cas, cette observation a été rendue possible par les progrès remarquables réalisés dans le contrôle et la manipulation d'atomes par laser. Il nous était ainsi possible de mesurer la distribution complète en impulsion des états de Bloch, les états propres du potentiel périodique. Cette mesure permet de déterminer expérimentalement la vitesse moyenne de la particule pour toute valeur de la quasi-impulsion et d'en déduire la structure de bande. Nous avons pu ainsi mesurer la masse effective des atomes dans le potentiel périodique. Nous avons également donné une interprétation de nos résultats avec le formalisme de l'Optique quantique, une approche naturelle dans la mesure où le système n'est composé que de photons et d'atomes. Nous avons alors utilisé cette description pour analyser une nouvelle technique d'accélération cohérente, susceptible de trouver des applications en interférométrie atomique ou pour la mesure de haute résolution de la constante \hbar/m .

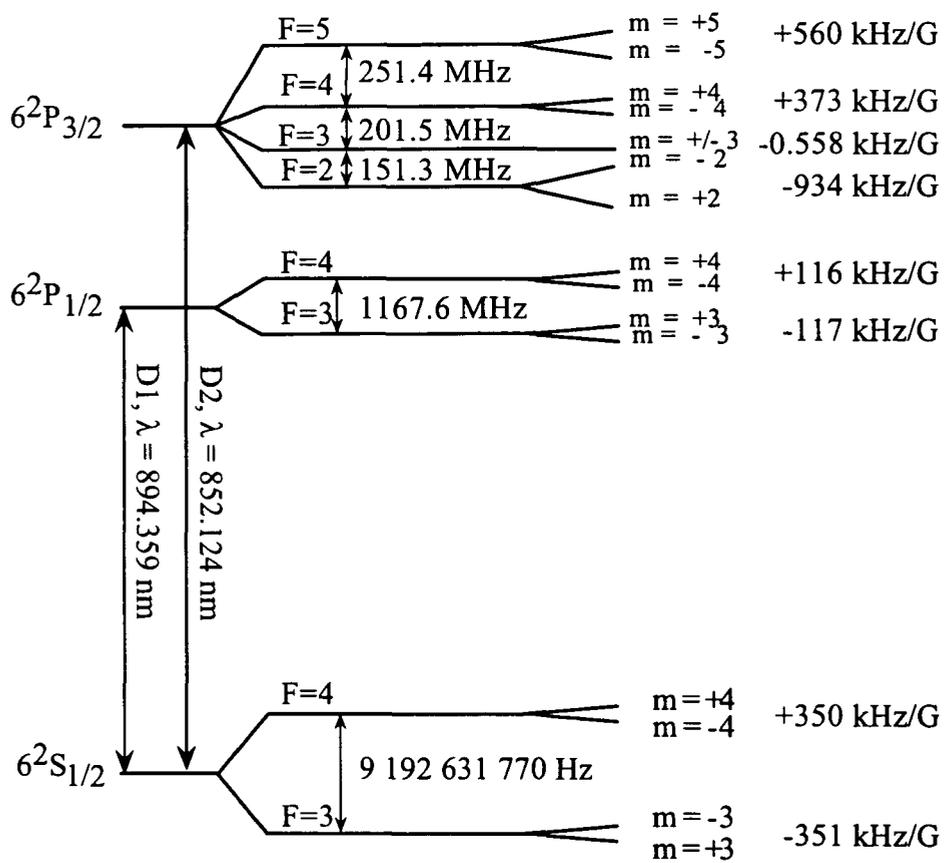
Dans une deuxième partie, nous avons étudié les propriétés de collisions entre atomes froids de césium dans la perspective d'une expérience de refroidissement évaporatif. Nous avons pour cela étudié la relaxation sous l'effet des collisions élastiques d'un nuage confiné dans un piège magnétique. Nous avons ainsi déterminé la section efficace de collision élastique en onde s dans l'état triplet pour laquelle il apparait un phénomène de résonance de diffusion. Cela se manifeste par une dépendance en énergie de la section efficace qui vaut $8\pi/k^2$, la valeur maximale autorisée pour des bosons polarisés. Cet effet traduit l'existence d'un état lié ou virtuel dans le potentiel d'interaction Cs-Cs à moins de $5 \mu\text{K}$ de la limite de dissociation. Il est alors possible d'en déduire une borne inférieure pour la valeur absolue de la longueur de diffusion $|a|$. Dans le cas de l'état triplet,

$|a|$ est au moins égale à $260 a_0$, une valeur inhabituellement grande par rapport aux autres atomes alcalins. Nous avons alors examiné certaines conséquences de ce résultat pour le refroidissement évaporatif et la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein d'atomes de césium.

Les deux effets quantiques que nous avons pu mettre en évidence (oscillations de Bloch et résonance de diffusion) au cours de ce travail sont tout à fait différents tant par leur origine physique que par les techniques employées pour leur étude. Néanmoins, leur observation n'est rendue possible que par une propriété commune des atomes utilisés. Dans les deux cas, le centre de masse atomique est délocalisé sur une distance qui est supérieure à une échelle de longueur caractéristique du potentiel d'interaction. Dans les expériences de transport, nous avons insisté sur le fait qu'aux températures considérées, les atomes sont délocalisés sur plusieurs périodes spatiales du potentiel optique tandis que, pour les études de collisions, nous avons indiqué que les atomes sont délocalisés sur une distance qui est supérieure à la portée du potentiel Cs-Cs. Dans chacune des expériences, l'utilisation d'une telle source atomique permet de sonder finement le potentiel et d'observer des effets liés à la nature ondulatoire des particules.

Appendice

Niveaux d'énergie du césium



Niveaux d'énergie du césium.

Résumé

L'objet de cette thèse est l'étude d'effets quantiques avec des atomes de césium ultrafroids. Dans une première partie, nous décrivons une expérience étudiant la dynamique d'atomes de césium refroidis à 10 nanoKelvins dans un potentiel périodique d'origine lumineuse. A cette température, la longueur de cohérence, qui traduit la délocalisation des atomes, est plus grande que la période spatiale du potentiel. Ce système constitue alors un outil de choix pour l'étude des propriétés de transport cohérent. Nous avons ainsi pu observer les oscillations de Bloch d'atomes de césium. Cet effet purement quantique a été prédit initialement dans le cadre de la physique des solides. Il indique que les particules dans le potentiel périodique ont un mouvement oscillant lorsqu'elles sont soumises à une force extérieure constante. Au delà de cette observation, nous avons également développé une technique d'accélération cohérente des atomes, susceptible de trouver des applications en interférométrie atomique et pour des expériences de haute résolution.

Dans une deuxième partie, nous avons étudié le comportement d'un nuage d'atomes confiné dans un piège magnétique. En mesurant les processus de thermalisation de ce nuage, nous avons déterminé la section efficace de collision élastique entre atomes pour des températures comprises entre 5 et 50 μK . Les résultats indiquent une forte dépendance en énergie de la section efficace, qui traduit une résonance de diffusion en onde s , liée à l'existence d'un niveau lié (ou virtuel) dans le potentiel d'interaction Cs-Cs très proche du continuum. Nous en avons déduit une limite inférieure de 260 a_0 pour la valeur absolue de la longueur de diffusion dans l'état triplet. Cette valeur est bien plus grande que pour les autres atomes alcalins et ce résultat devrait avoir des conséquences importantes pour les expériences de refroidissement évaporatif du césium.

Abstract

In this thesis, we have studied quantum effects with ultracold cesium atoms. We describe first an experiment using atoms, laser-cooled down to 10 nanoKelvin, in a periodic optical potential. At this temperature, atoms are delocalized over several periods of the potential. Such a system appears to be a powerful tool to study properties of coherent quantum transport. We have observed Bloch oscillations of atoms. This quantum effect has been introduced for electrons in the frame of solid state physics. It states that particles in a periodic potential have an oscillatory motion when submitted to a constant force. We also show that the dynamics of the Bloch Oscillations are equivalent to a sequence of adiabatic rapid passage and demonstrate a novel technique of coherent acceleration of atoms. These results may find applications in atom optics and precision measurement.

In the second part of this work, we have studied properties of magnetically trapped cold atoms. By investigating relaxation of the cloud towards thermal equilibrium, we infer that the s wave elastic cross section varies as $1/T$ between 5 and 60 μK . It takes at each measured temperature the maximum allowed value for polarized bosons. This indicates a zero-energy resonance generated by a bound or virtual state close to the dissociation threshold. In terms of the triplet scattering length a , it leads to a lower bound for $|a|$ equal to 260 a_0 , significantly higher than for other alkali atoms. Such an observation should have important consequences for evaporative cooling of cesium clouds.

Mots-clefs: Refroidissement laser - Refroidissement subrecoil - Longueur de cohérence - Atomes de césium - Potentiel périodique - Oscillations de Bloch - Refroidissement évaporatif - Piègeage magnétique - Collisions à basse température - Résonance de diffusion.

Key words: Laser cooling - Subrecoil cooling - Coherence length - Cesium atoms - Periodic potential - Bloch oscillations - Evaporative cooling - Magnetic trap - Cold collisions - Zero-energy resonance.