



HAL
open science

Propagation électromagnétique en milieu complexe: du champ proche au champ lointain

Emmanuelle Conil

► **To cite this version:**

Emmanuelle Conil. Propagation électromagnétique en milieu complexe: du champ proche au champ lointain. Physique [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005. Français. NNT: . tel-00011992

HAL Id: tel-00011992

<https://theses.hal.science/tel-00011992>

Submitted on 20 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THÈSE

présentée pour obtenir

le titre de Docteur de l'INPG

Spécialité : Optique et Radiofréquences

préparée au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment

dans le cadre de l'Ecole Doctorale

"Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal"

soutenue publiquement par

Emmanuelle CONIL

le 10 novembre 2005

Propagation électromagnétique en milieu complexe

du champ proche au champ lointain

Directeurs de thèse : François GAUDAIRE et Jean-Charles BOLOMEY

JURY

Fernando BARDATI	(Universita' di Roma Tor Vergata)	Rapporteur
Jean-Charles BOLOMEY	(L2S Gif)	Directeur de thèse
M'Hamed DRISSI	(IETR Rennes)	Rapporteur
François GAUDAIRE	(CSTB Saint Martin d'hères)	Co-directeur de thèse
Pierre SAGUET	(IMEP Grenoble)	Président du jury
Joe WIART	(FT R&D Issy-les-Moulineaux)	Examineur

Remerciements

Mes premiers remerciements sont adressés à Jacques Roland, responsable du département acoustique et éclairage et à Jacques Martin, responsable du pôle ondes radio-électriques, pour m'avoir offert la possibilité de faire ma thèse au CSTB.

Initiateur de cette thèse, François Gaudaire l'a également dirigée au jour le jour. Son écoute et sa confiance ont été des éléments moteurs dans l'accomplissement de cette thèse qui m'ont motivée et encouragée. Merci pour ton soutien, dommage qu'il ne m'ait jamais aidée à gravir des sommets enneigés !

Le point de vue toujours pertinent et les nombreuses idées du professeur Jean-Charles Bolomey ont régulièrement orienté mon travail. Je lui suis profondément reconnaissante pour le rôle de directeur de thèse qu'il a parfaitement tenu.

Je tiens également à remercier le professeur F. Bardati de l'université Tor Vergata à Rome et le professeur M. Drissi de l'INSA de Rennes pour avoir accepté de rapporter ce travail de thèse.

J'adresse également tous mes remerciements au professeur P. Saguet de l'IMEP pour avoir présidé le jury et à Mr. J. Wiart de France Telecom R&D pour avoir accepté de participer à ce jury.

Toujours disponible, Nicolas Noé, ingénieur au CSTB Nantes, m'a offert à de nombreuses reprises son aide toujours très efficace et très rapide.

Quant à la partie expérimentale, j'ai eu le plaisir de la partager avec Nicolas Ribière-Tharaud, enseignant chercheur à Supélec. Sa disponibilité et son expérience m'ont permis de mener à bien ces campagnes de mesures. Mes passages à Supélec ont été marqués par un accueil très sympathique et je remercie ici toutes les personnes que j'y ai croisées.

Pour le quotidien, je remercie chaleureusement la dream team du deuxième étage : Pascal, Claude, Roland, Julien et Cathy.

Et puis, bien sûr, je n'oublie pas Claire avec qui j'ai partagé le bureau durant ces trois années. Ce timing assez incroyable de nos deux soutenances illustre bien que nous étions sur la même longueur d'onde durant ces trois années. Tu m'as bien aidée à gérer cette thèse au quotidien et j'espère en avoir fait autant pour toi. Finalement ce bureau était également celui d'Olivier et Maud qui y ont chacun trouvé leur place... Olivier pour les pauses goûters et les coups de main en tout genre et Maud pour diriger les divers ateliers "création" ! Un très très grand merci à vous trois grâce à qui détente, rire et amitié resteront aussi synonymes de ces années CSTB.

Je remercie également toute ma petite famille et particulièrement mon père pour ses relectures avisées.

Je terminerais par Matt qui m'a largement aidée à maintenir le cap jusqu'au bout et a fortement contribué à ce que j'arrive à bon port en temps et en heure.

Merci pour ça et surtout pour tout le reste...

Table des matières

Introduction	1
I Rappels d'électromagnétisme	3
1 La propagation des ondes électromagnétiques	5
1.1 Le besoin de modéliser la propagation électromagnétique	5
1.2 Les différentes zones de propagation	6
1.3 La caractérisation de la propagation	7
1.4 Conclusion	9
2 Le formalisme électromagnétique	11
2.1 Les équations de base	11
2.2 La convention temporelle adoptée	12
2.3 Les équations dérivées	12
2.4 La théorie des potentiels	13
2.5 Les conditions aux limites	14
II Le champ lointain	15
3 Les méthodes asymptotiques en électromagnétisme	17
3.1 L'optique géométrique	17
3.2 La théorie géométrique de la diffraction	24
3.3 La théorie uniforme de la diffraction	28
3.4 Conclusion	30
4 Les méthodes de lancer de rayons et ses variantes	31
4.1 Le lancer de rayons	31
4.2 Le lancer de faisceaux	32
4.3 Le lancer hybride	33
4.4 Introduction à ICARE-EM	34
4.5 Le fonctionnement d'ICARE-EM	36
4.6 Conclusion	41

III	Le champ proche	43
5	Les méthodes rigoureuses	45
5.1	Présentation générale	45
5.2	La méthode des moments	47
5.3	Conclusion	51
6	La caractérisation d'antennes par la mesure	53
6.1	Introduction	53
6.2	Généralités sur la caractérisation expérimentale d'antennes	54
6.3	La chambre anéchoïque de Supélec	58
6.4	Conclusion	60
7	Les techniques de champ proche	61
7.1	Introduction	61
7.2	Méthode du développement modal en coordonnées cylindriques	61
7.3	Transformation champ proche - champ lointain en coordonnées cylindriques	65
7.4	Validation	66
7.5	Conclusion	67
IV	Le couplage champ proche - champ lointain	69
8	La théorie de Green	71
8.1	Les fonctions de Green	71
8.2	Les fonctions de Green dyadiques en électromagnétisme	73
8.3	Les fonctions de Green pour une scène complexe	76
8.4	Conclusion	78
9	Approche hybride champ proche-champ lointain	79
9.1	Représentation intégrale du champ	79
9.2	Couplage	82
9.3	Condition aux limites	83
9.4	Conclusion	84
V	Validation numérique et expérimentale	87
10	Les configurations choisies	89
10.1	Objectifs de la validation	89
10.2	Les sources utilisées	89
10.3	Les objets choisis	92
10.4	Les outils	93
10.5	La méthodologie	94
11	Rayonnement d'antennes en présence d'une sphère métallique	97
11.1	Cas canonique du dipôle	97
11.2	Cas d'une antenne de station de base	106
11.3	Conclusion	112

TABLE DES MATIÈRES

12 Rayonnement d'antennes en présence de plaques métalliques	113
12.1 Configuration	113
12.2 Caractérisation intérieure	113
12.3 Caractérisation globale	116
12.4 Couplage	118
12.5 Conclusion	120
Conclusion	121
Annexes	124
A Etape géométrique de ICARE	125
B Fonction de Green en espace libre	129
C Formalisme dyadique [Tai 93]	131
D Diffraction par une sphère parfaitement conductrice	133
Résumé	143

Introduction

Le CSTB, Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, et particulièrement son département acoustique localisé à Grenoble a fait de la modélisation de la propagation acoustique un de ses domaines d'expertise grâce à plus de 20 ans de recherche et développement dans le domaine. Le CSTB a notamment développé un outil de prédiction acoustique, appelé ICARE, basé sur une technique de lancer de rayons. Avec l'essor des secteurs des nouvelles technologies de l'information et de la communication, le CSTB a saisi l'opportunité d'exporter son savoir de l'acoustique à l'électromagnétisme.

De son côté, le Département de Recherche en Electromagnétisme (DRE) de Supélec, a joué un rôle majeur dans le développement des techniques de champ proche. Ces techniques visent à déduire, par le calcul, le champ rayonné, notamment à grande distance, à partir d'un nombre restreint de mesures effectuées au voisinage du système sous test.

Le sujet de ma thèse est né de l'idée d'exploiter la complémentarité des connaissances du CSTB et du DRE pour associer efficacement techniques de lancers de rayons et techniques de champ proche. L'objectif est de mettre au point une méthode hybride permettant de prendre en compte des objets situés aussi bien en champ proche qu'en champ lointain.

La première partie de cette thèse place le sujet dans son contexte tant au niveau humain qu'électromagnétique. En effet, la modélisation de la propagation électromagnétique est un sujet d'actualité pour une grande partie de la population, aussi bien le public qui s'inquiète de la multiplication des antennes de station de base, que les opérateurs de téléphonie mobile pour améliorer la qualité de leurs services ou encore que les autorités sanitaires qui souhaitent mettre en œuvre des normes relatives aux niveaux de champ admis et les faire appliquer.

Le contexte électromagnétique est, quant à lui, relatif aux outils qui existent pour modéliser la propagation. Ces outils dépendent fortement de la zone de propagation qu'ils couvrent : proche ou loin de la source de rayonnement.

Le formalisme électromagnétique est également rappelé comme point de départ des solutions qui sont ensuite présentées.

La problématique générale qui se dégage de cette première partie permet de dégager trois axes de recherche :

- la modélisation de la propagation dans la zone de champ lointain qui fera l'objet de la deuxième partie. Les méthodes spécifiques à cette zone sont les méthodes asymptotiques. En particulier, la théorie uniforme de la diffraction est une méthode asymptotique sur laquelle reposent de nombreux codes de prédiction en champ lointain. Pour introduire cette théorie, nous avons fait le choix de rappeler l'évolution des méthodes asymptotiques depuis l'optique géométrique jusque la théorie uniforme de la diffraction.

Ensuite, nous présenterons un outil de modélisation mis au point pour cette zone de champ lointain : ICARE-EM.

- la modélisation de la propagation dans la zone de champ proche qui sera traitée dans la troisième partie. Dans cette zone, les solutions de modélisation reposent soit sur des techniques numériques, soit sur des techniques de mesures en champ proche.
- le couplage champ proche - champ lointain auquel sera consacrée la quatrième partie. Cette partie constitue le coeur de la thèse et décrit l'élaboration de la méthode hybride permettant de prendre en compte des objets aussi bien situés en champ proche qu'en champ lointain. La solution que nous proposons repose sur la théorie de Green et les formulations intégrales de champ. Elle également fait appel aux outils présentés dans les deux parties précédentes.

Ensuite, la cinquième partie présentera les résultats obtenus lors de la validation expérimentale et numérique du modèle de couplage proposé dans la quatrième partie.

Première partie

Rappels d'électromagnétisme

Dans cette première partie, nous décrivons la problématique du sujet et le contexte dans lequel elle se place.

Dans le chapitre 1, nous rappelons en quoi la propagation électromagnétique reste un sujet de recherche d'actualité.

Après avoir donné des exemples des outils existents pour modéliser la propagation des ondes électromagnétiques, nous présentons le besoin auquel nous souhaitons répondre avec cette thèse.

Ensuite, au chapitre 2, les bases de l'électromagnétisme sont brièvement rappelées. La modélisation de la propagation repose sur la résolution des équations énoncées dans ce chapitre.

Chapitre 1

La propagation des ondes électromagnétiques

Cette thèse se place dans un contexte d'intensification du déploiement de tout type de réseaux de communication sans fil. Pour garantir aux utilisateurs des services de qualité mais aussi pour faire face aux inquiétudes grandissantes de la population, la modélisation de la propagation électromagnétique est devenue un enjeu majeur. Nous verrons quels sont les outils qui ont déjà vu le jour et quelles sont les problématiques à résoudre.

1.1 Le besoin de modéliser la propagation électromagnétique

De nos jours, il est devenu indispensable de pouvoir caractériser la propagation du champ électromagnétique dans un milieu complexe pour garantir la qualité des systèmes mais également pour faire face aux inquiétudes de l'opinion publique face à la multiplication des antennes de station de base. En matière de communication et d'information de la population, il est important de disposer d'outils permettant de quantifier les niveaux de champs électromagnétiques.

Au-delà du souci de transparence vis-à-vis du public, la prédiction des niveaux de champs doit également permettre d'appliquer les dispositions réglementaires et normatives en vigueur. En effet, depuis le 3 mai 2002, le décret n°2002-775 définit des limites d'exposition aux champs électromagnétiques.

Ainsi, avant toute nouvelle implantation d'antennes émettrices, une évaluation des champs émis est devenue indispensable avec le double objectif de s'assurer de la bonne performance des services et d'être en mesure d'informer la population.

Par ailleurs, depuis l'apparition de ces nouvelles technologies de communication, la tendance est à l'accroissement de la complexité aussi bien au niveau structurel qu'au niveau environnemental. D'un point de vue structurel, les antennes sont de plus en plus couramment multi-bandes, adaptatives ou encore intégrées. Et d'un point de vue environnemental, on ne peut plus se limiter à l'étude du rayonnement en espace libre, la variabilité du milieu de propagation doit impérativement être prise en compte.

Dans ce cadre, le RNRT (Réseau National de Recherche en Télécommunications) a lancé en Juillet 2003 un appel à projet faisant suite à un appel à commentaire sur "l'étude et la validation d'outils de référence pour la simulation des champs électromagnétiques à proximité des émetteurs radio". Les commentaires qui en ont découlé et notamment le projet ORPPER (Outil de Référence pour la Prédiction de l'exposition des Personnes à proximité des Emetteurs Radio) labélisé en Février 2004 mais cependant toujours pas engagé à ce jour, soulignent clairement la nécessité de mettre en œuvre un outil de référence permettant la prédiction des champs électromagnétiques émis dans un environnement complexe.

1.2 Les différentes zones de propagation

L'onde électromagnétique n'a pas les mêmes propriétés de propagation dans tout l'espace entourant une source. Pour modéliser la propagation d'une onde dans un environnement global, il convient donc de découper l'espace en différentes zones.

Classiquement, en s'éloignant de l'antenne émettrice, on distingue quatre zones de propagation (cf. fig.1.1).

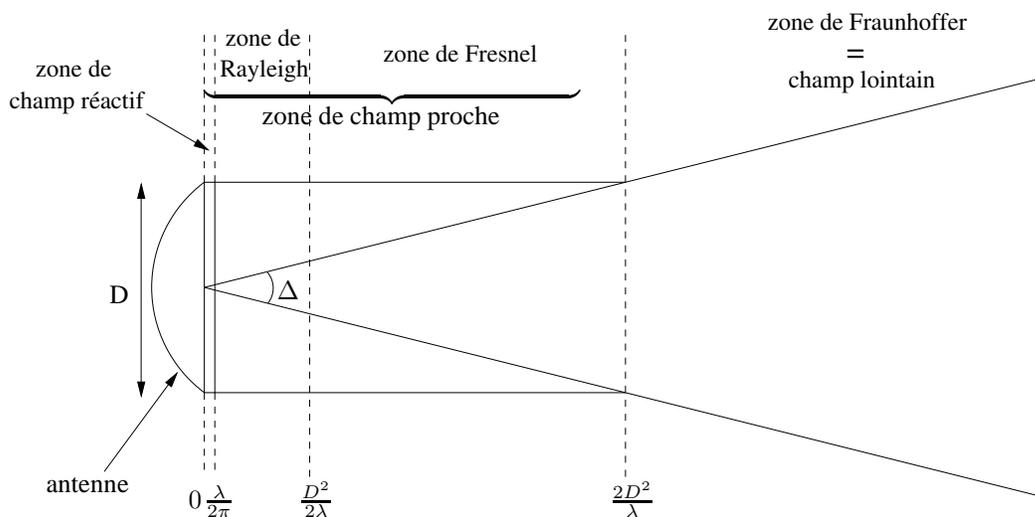


FIG. 1.1: les zones de rayonnement autour d'une antenne émettrice : de la plus proche de l'antenne à la plus éloignée, on distingue la zone de champ réactif où l'onde est évanescente, la zone de Rayleigh, la zone intermédiaire de Fresnel et la zone de Fraunhofer qui constitue la zone de champ lointain (CL) où l'onde est localement plane.

La zone de champ réactif

Cette zone est très "mince" et se situe à une distance de l'antenne inférieure à $\frac{\lambda}{2\pi}$, ce qui fait environ 5 cm pour une antenne GSM rayonnant à 900MHz. Dans cette zone, les ondes sont évanescentes et les phénomènes de propagation sont négligeables devant les phénomènes radiatifs. Cette zone peut donc ne pas être spécifiquement prise en compte dans un outil de simulation sans porter atteinte à sa globalité ou à sa fiabilité.

La zone de Rayleigh

Elle se situe à des distances de l'antenne comprises entre $\frac{\lambda}{2\pi}$ et $\frac{D^2}{2\lambda}$, D étant la plus grande dimension de l'antenne (pour une antenne GSM 900MHz de 1m de diamètre, $\frac{D^2}{2\lambda} = 1,50$ m). L'énergie électromagnétique est confinée dans un cylindre autour de l'ouverture rayonnante. Il y a peu de divergence de l'onde.

La zone de Fresnel

C'est une zone intermédiaire située entre $\frac{D^2}{2\lambda}$ et $\frac{2D^2}{\lambda}$. L'onde diverge naturellement. A la limite supérieure de la zone de Fresnel, l'ouverture vue de l'antenne est égale à la largeur angulaire du lobe principal $\frac{2\lambda}{D}$. Cette règle permet de déterminer la limite supérieure L de la zone de Fresnel :

$$\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{D}{2L} \simeq \frac{\Delta}{2} = \frac{\lambda}{D} \quad (1.1)$$

$$\Rightarrow L = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (1.2)$$

Associée à la zone de Rayleigh, ces deux zones constituent la zone de champ proche (CP) de l'antenne.

La zone de Fraunhofer

Elle se situe au delà de $\frac{2D^2}{\lambda}$ et constitue ce qu'on appelle la zone de champ lointain (CL) de l'antenne. L'énergie rayonnée est confinée dans un faisceau conique et les ondes sont localement quasiment planes.

1.3 La caractérisation de la propagation

Les outils de caractérisation de la propagation des ondes électromagnétiques diffèrent selon la zone considérée. On distingue deux types d'outils dédiés soit au champ lointain soit au champ proche.

On a vu que la limite entre la zone de champ proche et la zone de champ lointain dépend à la fois de la fréquence et de la dimension de l'antenne. Sur la figure 1.2, on a représenté, pour quelques dimensions caractéristiques d'antennes, la limite champ proche - champ lointain en fonction de la fréquence.

1.3.1 Les outils de la zone de champ lointain

Dans la zone de champ lointain, ce sont les méthodes asymptotiques qui prédominent. Ces méthodes peuvent être appliquées lorsque les dimensions des objets de l'environnement sont grandes devant la longueur d'onde. Ces outils sont donc valables pour des hautes fréquences typiquement supérieures à 300 MHz ($\lambda = 1$ m). Cette hypothèse hautes fréquences associée à celle d'ondes localement planes permet de calculer le champ électromagnétique à l'aide de méthodes asymptotiques de rayons.

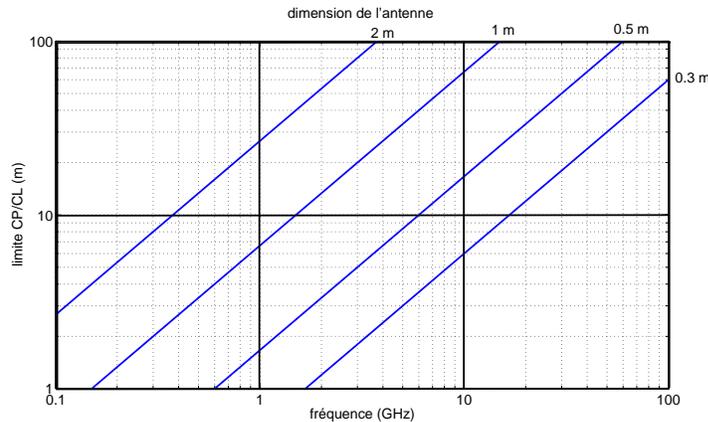


FIG. 1.2: **Limite champ proche - champ lointain** : la variation linéaire de la limite CP-CL en fonction de la fréquence est illustrée pour 4 dimensions d'antennes ($D = 30$ cm, 50 cm, 1 m et 2 m).

Parmi les logiciels commercialisés, nous pouvons citer :

- X-Siradif [Lostanlen et al. 02] qui est un logiciel 2.5D de prédiction de propagation radio dans un environnement multi-étages faisant appel aux techniques de rayons et à la théorie uniforme de la diffraction,
- EMF-Visual [EMF-Visual] qui est un logiciel dédié à l'évaluation de l'exposition humaine au rayonnement électromagnétique,
- Fermat [Bergès et al 05] qui est un logiciel 3D dédié aux applications radar et basé sur des techniques de rayons et l'optique physique,
- Aseris-HF [Colignon et al. 04] qui est un logiciel développé pour le domaine de l'aéronautique et qui repose sur des techniques de lancer de rayons et la théorie uniforme de la diffraction,
- XGTD [XGTD 04] qui utilise également le lancer de rayons et la théorie uniforme de la diffraction pour modéliser la propagation des ondes électromagnétiques.

Nous nous attacherons au paragraphe 4.4 à décrire le fonctionnement de l'outil ICARE-EM. Il s'agit de la version électromagnétique du logiciel de prédiction acoustique ICARE développé par le CSTB. Nous avons développé cette version électromagnétique en associant à l'algorithme de lancer hybride rayons-faisceaux [Noé & Gaudaire 05] la théorie uniforme de la diffraction pour évaluer les champs électromagnétiques [Conil 02].

1.3.2 Les outils de la zone de champ proche

Proche des antennes émettrices, l'hypothèse d'onde localement plane n'est plus valable et les méthodes asymptotiques de rayons ne prennent pas correctement en compte les objets du champ proche. Le calcul du champ électromagnétique requiert alors la mise en œuvre de résolution numérique directe des équations différentielles de Maxwell. Parmi ces méthodes, nous traiterons plus particulièrement la méthode des moments au paragraphe 5.2 qui est la plus adaptée à la résolution des équations de Maxwell en milieu infini et qui est en cours d'implémentation au CSTB.

Il existe cependant une alternative aux méthodes numériques : les techniques de mesures en champ proche. Ces techniques de caractérisation reposent sur des mesures en champ proche pour caractériser exactement l'antenne émettrice et son environnement proche. A titre d'exemple, l'outil PERSEA, développé par Supélec et Bouygues Telecom [Casalova 03], met en œuvre ces techniques de champ proche pour estimer des périmètres de sécurité autour d'antennes de station de base.

1.4 Conclusion

Nous avons évoqué l'existence, d'une part, d'outils permettant de caractériser la propagation dans le champ lointain d'une antenne et, d'autre part, de techniques pour caractériser le champ proche de l'antenne.

Cependant, il n'existe pas à notre connaissance d'outil global de caractérisation de la propagation du champ électromagnétique faisant le lien entre le champ proche et le champ lointain.

Or, un tel outil répondrait aux attentes de nombreux acteurs du domaine : la population qui a besoin d'être informée ou les professionnels pour assurer de meilleures performances.

L'objectif de cette thèse est donc de mettre au point une méthode pour modéliser la propagation des ondes électromagnétiques en présence d'objets localisés dans les zones de champs proche et lointain de la source.

Chapitre 2

Le formalisme électromagnétique

La théorie de l'électromagnétisme repose principalement sur les équations de Maxwell établies en 1870. Après les avoir rappelées, nous verrons le formalisme qui en découle et notamment les équations de propagation et de continuité.

2.1 Les équations de base

2.1.1 Le système de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell. Ces équations relient les quatre vecteurs caractéristiques du champ électromagnétique :

- \vec{E} le champ électrique,
- \vec{H} le champ magnétique,
- \vec{D} l'induction électrique,
- \vec{B} l'induction magnétique.

Dans un milieu homogène isotrope, les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\nabla \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (2.1)$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

avec \vec{J} la densité de courant électrique et ρ la densité de charges électriques.

2.1.2 Les équations constitutives

Les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} sont reliés aux inductions électrique \vec{D} et magnétique \vec{B} par les capacités inductives du milieu de propagation : la perméabilité μ et la permittivité ϵ .

Pour un milieu isotrope, on a

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

Ces équations (2.5) et (2.6) sont appelées les équations constitutives.

2.2 La convention temporelle adoptée

Nous nous plaçons dans le cadre d'un régime harmonique et nous adoptons la convention temporelle $e^{j\omega t}$. Alors, toutes les grandeurs dépendantes du temps s'écrivent

$$U(t, r) = U(r)e^{j\omega t} \quad (2.7)$$

Avec cette convention, dériver par rapport au temps équivaut à multiplier par $j\omega$.

Dans la suite, nous omettrons l'écriture du facteur $e^{j\omega t}$ et les dérivations temporelles seront directement traduites par la multiplication par $j\omega$.

Avec cette convention, le système d'équations de Maxwell (2.1)-(2.4) en régime harmonique et en tenant compte des équations constitutives (2.5) et (2.6) se réécrit :

$$\nabla \wedge \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} + \vec{J} \quad (2.8)$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.10)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.11)$$

2.3 Les équations dérivées

2.3.1 La conservation de la charge

En formant la divergence de la première équation de Maxwell (2.8), on construit l'équation de conservation des charges électriques :

$$\nabla \cdot \vec{J} = -j\omega\rho \quad (2.12)$$

2.3.2 Les équations de propagation

En écrivant le rotationnel des deux premières équations de Maxwell, on construit les équations de propagation vérifiées par le champ électrique et le champ magnétique :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E} - k^2 \vec{E} = -j\omega\mu \vec{J} \quad (2.13)$$

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{H} - k^2 \vec{H} = -\nabla \wedge \vec{J} \quad (2.14)$$

avec k le vecteur d'onde défini par

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.15)$$

La célérité c de l'onde électromagnétique dans le milieu de caractéristiques ϵ et μ est définie par :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.16)$$

Le vecteur d'onde k s'écrit donc aussi

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.17)$$

En utilisant l'équation de conservation de la charge électrique (2.12), et en développant l'opérateur $\nabla \wedge \nabla \wedge = \nabla \nabla \cdot - \nabla^2$ dans les équations de propagation (2.13) et (2.14), on obtient une nouvelle forme des équations de propagation des champs électrique et magnétique :

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = j\omega\mu \left(\vec{J} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \vec{J} \right) \quad (2.18)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = \nabla \wedge \vec{J} \quad (2.19)$$

De façon générale, tout problème de propagation électromagnétique se ramène à la résolution de ce type d'équations (2.18) et (2.19) soumises à des conditions aux limites spécifiques.

2.4 La théorie des potentiels

Pour analyser les champs électromagnétiques, on peut introduire des fonctions auxiliaires appelés potentiels.

2.4.1 Les potentiels vecteur et scalaire

L'équation de Maxwell (2.11) permet d'écrire que le champ magnétique dérive d'un potentiel vecteur \vec{A} :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \wedge \vec{A} \quad (2.20)$$

En reportant cette expression (2.20) dans l'équation de Maxwell (2.9), on obtient :

$$\nabla \wedge (\vec{E} + j\omega \vec{A}) = \vec{0} \quad (2.21)$$

Cette équation (2.21) permet d'écrire que la quantité $\vec{E} + j\omega \vec{A}$ dérive d'un potentiel scalaire noté Φ :

$$\vec{E}(P) + j\omega \vec{A} = -\nabla \Phi \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\nabla \Phi - j\omega \vec{A} \quad (2.23)$$

2.4.2 La condition de jauge

Le couple de potentiels (\vec{A}, Φ) n'est pas unique, il en existe une infinité.

En effet, le potentiel vecteur \vec{A} est défini à un potentiel scalaire près car $\nabla \wedge \nabla = \vec{0}$. Pour assurer l'unicité du couple (\vec{A}, Φ) , il faut lui imposer une condition de jauge. Nous choisissons classiquement celle de Lorentz :

$$\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu_0\epsilon_0\Phi = 0 \quad (2.24)$$

Cette condition nous permet d'exprimer le champ \vec{E} uniquement en fonction du potentiel vecteur \vec{A} . Pour cela, il suffit d'appliquer le gradient à l'équation de jauge (2.24) et de le reporter dans l'équation (2.23) :

$$\vec{E} = -j\omega \left(\vec{A} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \vec{A} \right) \quad (2.25)$$

Par ailleurs, en reportant (2.20) et (2.25) dans l'équation de Maxwell (2.8), on obtient l'équation de propagation du potentiel vecteur \vec{A} :

$$\nabla^2 \vec{A} + k_0^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (2.26)$$

2.5 Les conditions aux limites

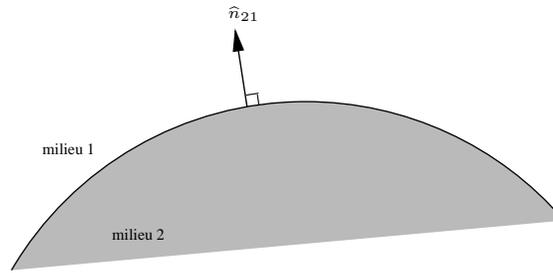


FIG. 2.1: **Interface entre deux milieux** : les conditions aux limites permettent d'établir les relations de continuités des champs au passage de cette interface de normale sortante \hat{n}_{21} .

Au passage d'une interface (fig. 2.1), les conditions aux limites imposent les relations de continuité suivantes :

$$\hat{n}_{21} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = -\vec{K}_s \quad (2.27)$$

$$\hat{n}_{21} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (2.28)$$

avec \vec{J}_s la densité surfacique de courant électrique à l'interface et \vec{K}_s la densité surfacique de courant magnétique équivalent à l'interface.

Deuxième partie

Le champ lointain

Pour modéliser la propagation d'une onde électromagnétique, il convient de résoudre les équations de propagation rappelées dans la première partie.

Dans cette seconde partie, nous nous plaçons dans la zone de champ lointain. Pour modéliser la propagation dans cette zone, les méthodes asymptotiques sont les plus pertinentes. Nous avons choisi de consacrer le chapitre 3 à décrire l'évolution de ces méthodes de l'optique géométrique à la théorie uniforme de la diffraction sur laquelle repose de nombreux codes de prédiction électromagnétique en champ lointain.

Pour appliquer la théorie uniforme de la diffraction, il convient de construire les rayons sources - récepteurs qui sont assimilés au support de l'onde électromagnétique. Au chapitre 4, les deux grandes techniques de rayons seront présentées : le lancer de rayons et le lancer de faisceaux. Ensuite, nous décrirons une méthode hybride rayon-faisceau sur laquelle repose l'outil ICARE-EM que nous avons développé en nous basant sur l'outil de prédiction acoustique ICARE.

Chapitre 3

Les méthodes asymptotiques en électromagnétisme

Les méthodes asymptotiques sont une solution pour modéliser l'interaction d'une onde électromagnétique avec un objet. Cette solution repose sur une hypothèse de hautes fréquences permettant de justifier le concept de rayon. Ces théories se sont développées suivant deux grands axes : les théories asymptotiques de rayons et les théories asymptotiques de courants. Nous verrons l'évolution de ces méthodes asymptotiques à travers l'optique géométrique, la théorie géométrique et la théorie uniforme de la diffraction.

3.1 L'optique géométrique

3.1.1 Le principe de localité

L'optique géométrique fut la première méthode asymptotique mise au point pour décrire l'interaction d'une onde avec un objet. C'est une méthode hautes fréquences donc les longueurs d'onde sont faibles. Typiquement, la longueur d'onde doit être petite par rapport aux dimensions de la scène.

L'optique géométrique se base sur le principe de localité selon lequel, aux hautes fréquences, le champ diffracté par un objet (par diffracté, on entend ici créé par l'interaction avec un objet) ne dépend pas du champ en tout point de l'objet mais uniquement du champ au voisinage de certains points particuliers que l'on appellera points de diffraction. De ce principe de localité, découle la notion de rayon qui représente la trajectoire suivie par l'onde.

Le domaine de validité des méthodes asymptotiques en général, et de l'optique géométrique en particulier, est celui des champs de rayons. Un champ électromagnétique sera qualifié de champ de rayons lorsque l'onde pourra être assimilée à une onde plane le long d'un rayon ; c'est-à-dire que sa phase et son amplitude varient lentement perpendiculairement à la direction de propagation.

Dans cette hypothèse, l'étude du champ électromagnétique consiste à déterminer les rayons et à calculer les champs électromagnétiques qui y sont associés.

3.1.2 Le principe de Fermat

En 1657, Fermat pose les bases de l'optique géométrique en énonçant le premier principe fondamental de l'optique : *"La nature agit toujours par les voies les plus courtes."*

Le principe de Fermat s'énonce aussi sous la forme suivante, moins générale mais plus explicite :

Principe de Fermat (1657)

La lumière se propage d'un point à un autre suivant une trajectoire telle que la durée du parcours soit stationnaire.

Ce principe permet de déterminer les trajectoires des rayons. Ainsi, dans un milieu homogène, les rayons se propagent suivant des lignes droites. Il permet également de retrouver les lois de Snell-Descartes établies en 1637 qui régissent la réflexion et la réfraction d'une onde. Considérons, comme illustré sur la figure 3.1, une interface entre deux milieux homogènes de permittivités relatives ϵ_1 et ϵ_2 et d'indices de réfraction $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$ et $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$, et un rayon incident de direction \vec{u}_i . On définit la normale \vec{n} à l'interface au point d'interaction, la direction de propagation du rayon réfléchi \vec{u}_r et la direction du rayon réfracté \vec{u}_t . Ces notations permettent d'introduire les plans d'incidence, de réflexion et de réfraction définis par la normale à l'interface au point d'interaction et respectivement le rayon incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté.

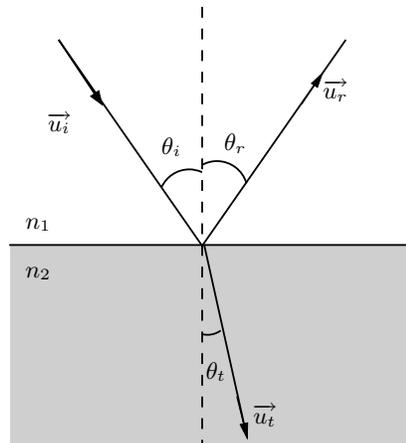


FIG. 3.1: **Lois de Snell-Descartes** : une onde incidente de direction \vec{u}_i donne naissance à l'interface entre deux milieux homogènes d'indices n_1 et n_2 à, au plus, une onde réfractée de direction \vec{u}_t et une onde réfléchie de direction \vec{u}_r .

Lois de Snell-Descartes (1637)

1ère loi

Pour un rayon incident, il existe un seul rayon réfléchi et, au plus, un seul rayon réfracté et, les plans d'incidence, de réflexion et de réfraction sont confondus.

2ème loi

Les angles de réflexion et de réfraction vérifient :

$$\sin \theta_i = \sin \theta_r \quad (3.1)$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (3.2)$$

3.1.3 Le champ direct

La propagation d'une onde électromagnétique le long d'un rayon se caractérise par les lois d'évolution de la phase et de l'amplitude des champs électrique et magnétique. Ces lois sont obtenues en traduisant l'hypothèse de hautes fréquences dans les équations de Maxwell et la conservation de l'énergie le long d'un rayon. L'hypothèse hautes fréquences correspond au domaine des faibles longueurs d'onde puisqu'on rappelle que la longueur d'onde est inversement proportionnelle à la fréquence. Le facteur de proportionnalité étant la vitesse c de l'onde dans le milieu :

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (3.3)$$

La seuil de fréquence au delà duquel on suppose être en haute fréquence dépend du rapport longueur d'onde - dimensions des objets. Cette limite fluctue donc en fonction des domaines. On considère qu'au delà de 300 MHz ($\lambda = 1m$), on se situe dans le domaine des hautes fréquences pour toutes les applications télécommunications mobiles.

L'eikonal

Dans un champ de rayons, deux échelles de variation de longueurs doivent être distinguées : d'une part, la longueur d'onde λ dont l'échelle décrit les variations rapides de la phase du champ dans la direction de propagation et d'autre part, l'amplitude des champs qui varie perpendiculairement à la direction de propagation avec une échelle beaucoup plus petite que la première (selon l'hypothèse de champ de rayons). On exprime alors les champs électrique $\vec{E}(\vec{r})$ et magnétique $\vec{H}(\vec{r})$ à l'aide d'enveloppes vectorielles $\vec{e}(\vec{r})$ et $\vec{h}(\vec{r})$ réelles, lentement variables par rapport à la longueur d'onde et d'une quantité réelle scalaire $S(\vec{r})$ appelée eikonal :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{e}(\vec{r})e^{-jk_0S(\vec{r})} \quad (3.4)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{h}(\vec{r})e^{-jk_0S(\vec{r})} \quad (3.5)$$

La phase Φ des champs est directement reliée à l'eikonal par

$$\Phi(\vec{r}) = k_0 S(\vec{r}) \quad (3.6)$$

En reportant ces expressions de \vec{E} et \vec{H} dans les équations de Maxwell (2.1) - (2.4), on obtient le système d'équations suivant :

$$\nabla S \wedge \vec{e} - \frac{1}{jk_0} \nabla \wedge \vec{e} = c\mu_0 \vec{h} \quad (3.7)$$

$$\vec{e} \cdot \nabla S = \frac{1}{jk_0} \nabla \cdot \vec{e} \quad (3.8)$$

$$\vec{h} \cdot \nabla S = \frac{1}{jk_0} \nabla \cdot \vec{h} \quad (3.9)$$

$$\nabla S \wedge \vec{h} + c\epsilon_0 \vec{e} = -\frac{1}{jk_0} \nabla \wedge \vec{h} \quad (3.10)$$

L'approximation de l'optique géométrique

L'optique géométrique est une méthode asymptotique hautes fréquences. Le domaine des hautes fréquences correspond à des faibles longueurs d'onde et donc à des grands nombres d'onde k_0

puisque

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.11)$$

L'approximation de l'optique géométrique consiste à négliger les termes en $\frac{1}{k_0}$ dans le système d'équations établi précédemment (3.7)-(3.10) qui devient alors :

$$\nabla S \wedge \vec{e} - c\mu_0 \vec{h} = \vec{0} \quad (3.12)$$

$$\vec{e} \cdot \nabla S = 0 \quad (3.13)$$

$$\vec{h} \cdot \nabla S = 0 \quad (3.14)$$

$$\nabla S \wedge \vec{h} + c\epsilon_0 \vec{e} = \vec{0} \quad (3.15)$$

On remarque dans ce nouveau système d'équations que les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires au gradient de l'eikonal S . La phase de l'onde est déterminée par le terme en $k_0 S$. Les surfaces d'ondes, ou surfaces équiphases, sont donc perpendiculaires au gradient de S porté par la direction de propagation locale.

La loi de propagation de la phase

A partir de l'équation (3.12), on exprime l'enveloppe du champ magnétique en fonction de celle du champ électrique

$$\vec{h} = \frac{1}{c\mu_0} \nabla S \wedge \vec{e} \quad (3.16)$$

La dernière équation (3.15) du système s'écrit alors :

$$\nabla S \wedge (\nabla S \wedge \vec{e}) + \vec{e} = \vec{0} \quad (3.17)$$

En développant le double produit vectoriel et en utilisant l'équation (3.8), on obtient l'équation dite eikonale :

$$|\nabla S|^2 = 1 \quad (3.18)$$

Cette équation et le lien (3.6) entre la phase de l'onde et l'eikonal permettent de déterminer la loi de propagation de la phase entre deux points \vec{r} et \vec{r}_0 :

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi(\vec{r}_0) + k_0 \|\vec{r} - \vec{r}_0\| \quad (3.19)$$

La loi de conservation de l'énergie

Sur la figure 3.2, on a représenté un faisceau astigmatique quelconque formé de quatre rayons notés r_1, r_2, r_3 et r_4 . L'axe de ce faisceau est en pointillé sur la figure et le front d'onde a été représenté en grisé pour deux positions différentes P_0 et P séparées d'une abscisse curviligne s . Le faisceau est dit astigmatique car il n'est pas issu d'un point focal qui serait situé sur l'axe du faisceau mais de deux caustiques $F_1 F_2$ et $F_3 F_4$. Le faisceau est caractérisé par ses deux distances caustiques ρ_1 et ρ_2 . La conservation de l'énergie du champ \vec{U} (qui représente indifféremment le champ électrique \vec{E} ou le champ magnétique \vec{H}) dans le faisceau se traduit par

$$|\vec{U}(P)|^2 dS(P) = |\vec{U}(P_0)|^2 dS(P_0) \quad (3.20)$$

où $dS(P_0)$ et $dS(P)$ représentent les aires du front d'onde aux points P_0 et P .

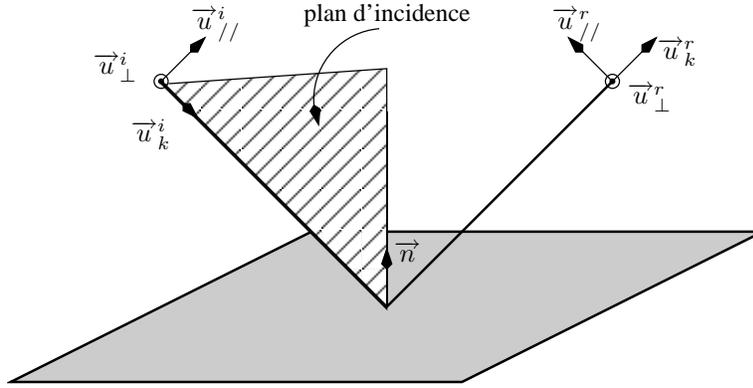


FIG. 3.3: **Polarisation** : bases associées aux rayons dans le cas de la réflexion sur un plan permettant la décomposition des champs suivant leurs polarisations.

pour transverse magnétique, ou composante parallèle. Elle est, quant à elle, portée par le vecteur de base $\vec{u}_{\parallel}^{i,r}$.

De façon à faire apparaître la polarisation de l'onde, les différents champs (incident ou réfléchi) sont décomposés suivant les bases orthonormées liées aux rayons. Dans l'hypothèse d'ondes localement planes, les champs $\vec{U}^{i,r}$, représentant indifféremment le champ électrique incident ou réfléchi $\vec{E}^{i,r}$ ou le champ magnétique incident ou réfléchi $\vec{H}^{i,r}$, n'ont pas de composante suivant le vecteur directeur de l'onde $\vec{u}_k^{i,r}$:

$$\vec{U}^{i,r} = U_{\parallel}^{i,r} \vec{u}_{\parallel}^{i,r} + U_{\perp}^{i,r} \vec{u}_{\perp}^{i,r} \quad (3.23)$$

3.1.5 Le champ réfléchi

On souhaite caractériser la réflexion d'un faisceau incident sur une surface quelconque. Le faisceau incident se réfléchit en un point Q_r de la surface (cf. fig. 3.4) et crée un faisceau réfléchi de caustiques ρ_1^r et ρ_2^r . Après la réflexion, le faisceau satisfait à une loi de propagation du type (3.22) :

$$\vec{U}^r(P) = \vec{U}^r(Q_r) \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s^r)(\rho_2^r + s^r)}} e^{-jk_0 s^r} \quad (3.24)$$

Le principe de localité permet de justifier l'existence d'un coefficient de réflexion \bar{R} permettant de relier le champ avant la réflexion $\vec{U}^i(Q_r)$ au champ après la réflexion $\vec{U}^r(Q_r)$:

$$\vec{U}^r(Q_r) = \bar{R} \vec{U}^i(Q_r) \quad (3.25)$$

Toujours d'après le principe de localité, ce coefficient de réflexion ne dépend que de la géométrie de la surface au voisinage du point de réflexion Q_r .

Pour faire apparaître les deux états de polarisation TE et TM des champs incident et réfléchi, les champs sont décomposés dans les bases associées aux rayons (figure 10.6) :

$$\vec{U}^i = U_{\parallel}^i \vec{u}_{\parallel}^i + U_{\perp}^i \vec{u}_{\perp}^i \quad (3.26)$$

$$\vec{U}^r = U_{\parallel}^r \vec{u}_{\parallel}^r + U_{\perp}^r \vec{u}_{\perp}^r \quad (3.27)$$

où les indices i et r indiquent qu'il s'agit des grandeurs associées aux rayons incident et réfléchi.

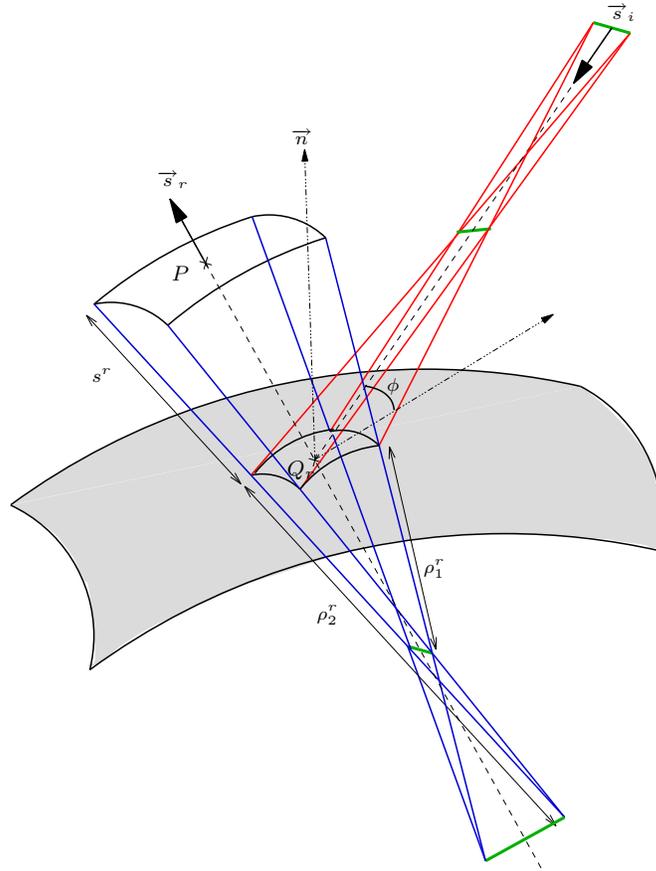


FIG. 3.4: **Réflexion d'un faisceau** : l'onde incidente de vecteur directeur \vec{s}_i^r se réfléchit en Q_r et donne naissance au faisceau réfléchi de direction \vec{s}_r^r et de distances caustiques ρ_1^r et ρ_2^r .

Dans ces conditions, le coefficient de réflexion se met sous la forme diagonale :

$$\overline{\overline{R}} = \begin{bmatrix} R_{\parallel} & 0 \\ 0 & R_{\perp} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Les lois de Snell Descartes permettent ensuite d'établir les expressions des coefficients de réflexion TM et TE [Rouvière 97] :

$$R_{\parallel} = \frac{\sin \phi - \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \cos^2 \phi}}{\sin \phi + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \cos^2 \phi}} \quad (3.29)$$

$$R_{\perp} = \frac{\underline{\epsilon}_r \sin \phi - \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \cos^2 \phi}}{\underline{\epsilon}_r \sin \phi + \sqrt{\underline{\epsilon}_r - \cos^2 \phi}} \quad (3.30)$$

où

- ϕ est l'angle de l'onde incidente par rapport à la surface de réflexion
- $\underline{\epsilon}_r$ est la permittivité complexe du matériau $\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$ avec σ la conductivité du matériau, ϵ_r sa perméabilité relative.

Dans le cas d'un matériau parfaitement conducteur, $\sigma \rightarrow +\infty$ et les coefficients de réflexion

s'écrivent alors :

$$R_{\parallel} = -1 \quad (3.31)$$

$$R_{\perp} = +1 \quad (3.32)$$

En introduisant (3.25) dans l'équation (3.24), on obtient une formulation générale du champ réfléchi :

$$\vec{U}^r(P) = A \overline{\overline{R}} \vec{U}^i(Q_r) e^{-jk_0 s^r} \quad (3.33)$$

avec

- $A = \sqrt{\frac{\rho_1^r \rho_2^r}{(\rho_1^r + s^r)(\rho_2^r + s^r)}}$, le coefficient de divergence géométrique,
- $\overline{\overline{R}} = \begin{bmatrix} R_{\parallel} & 0 \\ 0 & R_{\perp} \end{bmatrix}$, le coefficient de réflexion.

3.1.6 Les limites de validité de l'optique géométrique

La principale limite de l'optique géométrique est de prévoir un champ nul dans les zones d'ombre géométrique où ne pénètre aucun rayon, ce qui contredit l'expérience. En effet, l'optique géométrique ne peut pas rendre compte des phénomènes d'interférences observables par exemple dans l'expérience des fentes d'Young. C'est pour pallier ce défaut qu'a été développée la théorie géométrique de la diffraction à laquelle est consacrée le paragraphe suivant 3.2.

Par ailleurs, l'optique géométrique ne s'applique qu'à des champs de rayons. Dans certaines zones, cette hypothèse n'est plus vérifiée et l'optique géométrique prédit des champs infinis, physiquement non acceptables. Par analogie avec la mécanique des fluides, ces zones sont appelées "couches limites". Elles sont situées aux voisinages des surfaces des objets, des limites ombre-lumière ou encore des caustiques. En effet, dans le facteur de divergence géométrique A (cf. (3.21)), si le point P se trouve sur une des caustiques ($s = -\rho_1$ ou $s = -\rho_2$), le champ prédit par l'optique géométrique devient infini.

Nous verrons au paragraphe 3.3 comment il est possible d'uniformiser les résultats obtenus par l'optique géométrique dans certaines de ces couches limites à l'aide de la théorie uniforme de la diffraction.

3.2 La théorie géométrique de la diffraction

3.2.1 Introduction

La théorie géométrique de la diffraction (TGD) a été introduite par Joseph B. Keller [Keller 62] dans les années 1950. Cette théorie se place dans la continuité de l'optique géométrique en introduisant deux nouveaux types de rayons : les rayons diffractés et les rayons rampants (cf. fig. 3.5) qui s'ajoutent aux rayons incidents, réfléchis et transmis de l'optique géométrique classique.

La particularité de ces nouveaux rayons est de pénétrer dans les zones d'ombre de l'optique géométrique classique.

- les rayons rampants : ils apparaissent à la surface des objets et sont très rapidement fortement atténués. Ces rayons de surface étant peu propagatifs, par la suite, nous supposons que les zones d'observation sont suffisamment éloignées des surfaces des objets pour les négliger.

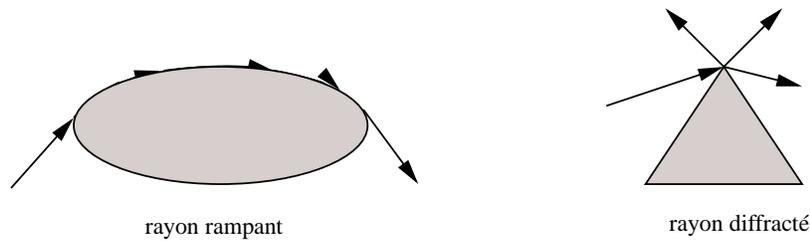


FIG. 3.5: **Les nouveaux rayons de la TGD** : à gauche, des rayons rampants à la surface d'un objet, à droite, des rayons diffractés par une pointe.

- les rayons diffractés : ils apparaissent lorsqu'un rayon incident rencontre un coin ou encore l'arête d'un objet. Leur comportement est caractérisé par des lois analogues à celles qui régissent le comportement des rayons réfléchis ou réfractés de l'optique géométrique.

La TGD s'appuie notamment sur un principe de Fermat généralisé selon lequel la trajectoire du rayon diffracté est celui dont la longueur est stationnaire parmi un ensemble de trajectoires élargi aux trajectoires vérifiant des contraintes liées à la diffraction.

La TGD se base également sur le principe énoncé par Huygens en 1678 et complété par Fresnel en 1818.

Principe d'Huygens-Fresnel (1818)

Chaque point M d'une surface S éclairée par une onde peut être considéré comme une source secondaire émettant une onde sphérique en phase avec l'onde incidente et dont l'amplitude est proportionnelle à celle de l'onde incidente en M et à l'élément de surface $dS(M)$.

Kirchhoff en 1882 (dans certaines conditions) puis Sommerfeld en 1894 (dans le cas général), réalisèrent des démonstrations mathématiques de ce principe. Il en découle le fait que les rayons diffractés font, avec l'arête diffractante, le même angle que celui que fait l'onde incidente avec celle-ci. Les rayons diffractés sont donc émis à la surface d'un cône dont l'axe est la tangente à l'arête au point de diffraction. Ce cône est appelé cône de Keller (cf. fig. 3.6).

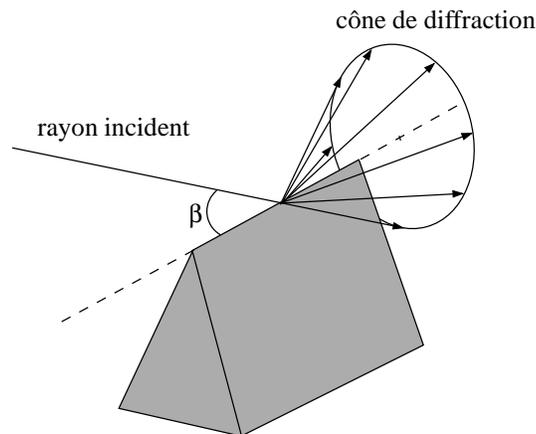


FIG. 3.6: **Cône de Keller** : il supporte les rayons diffractés par l'arête d'un dièdre.

3.2.2 Les frontières d'ombre de la TGD

Une frontière d'ombre correspond à la disparition d'un rayon de la TGD. Dans le cas de la diffraction par l'arête supérieure d'un dièdre, il existe deux types de frontières d'ombre (cf. fig. 3.7) :

- la LOI (Limite d'Ombre du champ Incident) : elle se rapporte à la disparition du champ incident suite au blocage des rayons par la face éclairée du dièdre,
- la LOR (Limite d'Ombre du champ Réfléchi) : elle définit la zone d'existence des rayons réfléchis par la face éclairée du dièdre.

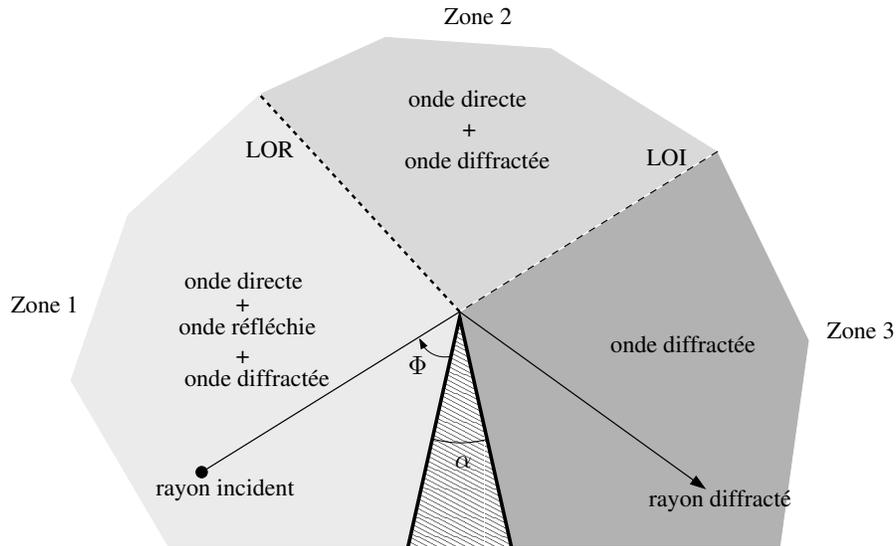


FIG. 3.7: **Découpage de l'espace autour d'un dièdre** : les frontières d'ombre LOI et LOR permettent de définir trois zones de rayonnement.

Ainsi comme illustré sur la figure 3.7, l'espace autour du dièdre peut être divisé en trois zones :

- zone 1 : coexistence des rayons directs, réfléchis et diffractés,
- zone 2 : coexistence des rayons directs et diffractés,
- zone 3 : seuls les rayons diffractés pénètrent dans cette zone.

3.2.3 Le champ diffracté

Le principe de localité est appliqué à la diffraction, ce qui permet d'écrire le champ diffracté par une arête sous une forme analogue à celle du champ réfléchi par une surface (cf.(3.33)) :

$$\vec{U}^d(P) = A \overline{\overline{D}} \vec{U}^i(Q) e^{-jk_0 s^d} \quad (3.34)$$

où

- A est un facteur de divergence géométrique traduisant la conservation de l'énergie lors de la propagation de l'onde.
- $\overline{\overline{D}}$ est le coefficient de diffraction tenant compte des propriétés de polarisation de l'onde.

Considérons le cas de la diffraction par un dièdre illustré sur la figure 3.8. Le calcul du champ diffracté passe par la détermination du coefficient de divergence géométrique A et du coefficient de diffraction $\overline{\overline{D}}$.

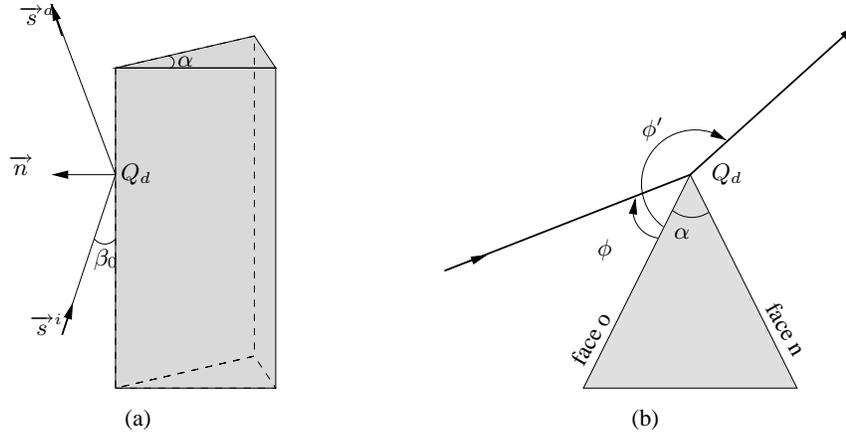


FIG. 3.8: **Diffraction par un dièdre** : à gauche, la vue générale et à droite, une coupe dans le plan perpendiculaire à l'arête de diffraction, la face éclairée est notée *o* et la face à l'ombre *n*.

Calcul du coefficient de divergence géométrique A

Kouyoumjian et Pathak ont exprimé le facteur de divergence dans [Kouyoumjian & Pathak 74] sous la forme suivante :

$$A = \sqrt{\frac{\rho}{s^d(\rho + s^d)}} \quad (3.35)$$

avec ρ la distance caustique associée au faisceau diffracté et définie par

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho^i} - \frac{\vec{n} \cdot (\vec{s}^i - \vec{s}^d)}{\rho^d \sin^2 \beta_0} \quad (3.36)$$

avec

- ρ^i le rayon de courbure du front d'onde incident pris dans le plan d'incidence (défini par la tangente à l'arête de diffraction et le rayon incident),
- \vec{n} la normale à l'arête de diffraction au point de diffraction,
- \vec{s}^i un vecteur directeur unitaire du rayon incident,
- \vec{s}^d un vecteur directeur unitaire du rayon diffracté,
- ρ^d le rayon de courbure de l'arête de diffraction au point de diffraction ($\rho^d = +\infty$ pour une arête rectiligne),
- β_0 l'angle entre l'onde incidente et l'arête de diffraction.

Calcul du coefficient de diffraction $\overline{\overline{D}}$

Comme pour le coefficient de réflexion, le coefficient de diffraction se diagonalise dans les bases liées aux plans d'incidence et de diffraction :

$$\overline{\overline{D}} = \begin{bmatrix} D_{\parallel} & 0 \\ 0 & D_{\perp} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Les coefficients de diffraction perpendiculaire et parallèle introduits par Keller [Keller 62] s'écrivent :

$$D_{\perp,\parallel} = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}} \sin \frac{\pi}{n}}{n\sqrt{2\pi k_0} \sin \beta_0} \left[\frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\phi-\phi'}{n}} + R_{\perp,\parallel} \frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\phi+\phi'}{n}} \right] \quad (3.38)$$

avec

- $R_{\perp,\parallel}$ les coefficients de réflexion perpendiculaire (3.29) et parallèle (3.30),
- n un paramètre dépendant de l'ouverture intérieure du dièdre α entre les deux faces de l'arête diffractante $n = \frac{2\pi-\alpha}{\pi}$,
- ϕ et ϕ' les angles que font les rayons incident et diffracté par rapport à la face o éclairée du dièdre (figure 3.8)

3.2.4 Les limites de la TGD

On retrouve dans l'expression (3.38) du coefficient de diffraction $\overline{\overline{D}}$ certaines limites de l'optique géométrique. En effet on remarque que $\overline{\overline{D}}$ diverge pour des valeurs du couple (ϕ, ϕ') particulières :

$$\phi' = \pi + \phi \quad (3.39)$$

$$\phi' = \pi - \phi \quad (3.40)$$

Ces valeurs particulières ne sont rien d'autre que les définitions des frontières d'ombre LOI et LOR précédemment définies au paragraphe 3.2.2.

La théorie géométrique de la diffraction présente des discontinuités au passage des frontières d'ombre LOI et LOR. Pour résoudre ces problèmes mathématiques de divergence du coefficient de diffraction mais qui n'ont pas de réalité physique, la théorie géométrique de la diffraction a évolué vers la théorie uniforme de la diffraction.

3.3 La théorie uniforme de la diffraction

3.3.1 Introduction

La TGD a permis, grâce à l'introduction du concept de rayon diffracté, de rendre compte de la pénétration dans les zones d'ombre de l'optique géométrique. Cependant, les discontinuités que présente le champ au voisinage des frontières ombre-lumière limitent la portée de la TGD. Dans les années 1970, Kouyoumjian et Pathak [Kouyoumjian & Pathak 74] ont orienté leurs recherches sur le problème de ces discontinuités. Ils ont élargi le domaine de validité de la TGD en mettant au point la théorie uniforme de la diffraction (TUD). Cette théorie définit un nouveau coefficient de diffraction qui permet de lever les discontinuités du champ de la TGD dans les zones frontières de la LOI et de la LOR.

3.3.2 La fonction de transition

C'est l'introduction d'une fonction dite "de transition" $F(x)$ qui va permettre d'éliminer les divergences du coefficient de diffraction de la TGD. Cette fonction est définie par :

$$F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{+\infty} e^{-jt^2} dt \quad (3.41)$$

L'intégrale qui intervient dans la fonction de transition est dérivée d'une intégrale de Fresnel dont on peut calculer la limite :

$$\int_{x \rightarrow 0}^{+\infty} e^{-jt^2} dt = \frac{2\pi}{4}(1 - j) \quad (3.42)$$

Cette propriété (3.42) des intégrales de Fresnel permet de conclure aisément sur la limite de la fonction de transition quand son argument tend vers zero :

$$\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = 0 \quad (3.43)$$

Cette convergence vers zéro permettra de compenser la divergence du coefficient de diffraction.

3.3.3 Les nouveaux coefficients de diffraction

Les nouveaux coefficients proposés par Kouyoumjian et Pathak [Kouyoumjian & Pathak 74] s'écrivent :

$$D_{\perp, \parallel} = D_1 + D_2 + R_{\perp, \parallel}(D_3 + D_4) \quad (3.44)$$

$R_{\perp, \parallel}$ sont les coefficients de réflexion de la TGD définis par (3.29) et (3.30), et D_1 , D_2 , D_3 et D_4 sont donnés par les expressions suivantes :

$$D_1 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k_0} \sin \beta_0} \tan^{-1} \left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n} \right) F(k_0 L^i a^+(\phi - \phi')) \quad (3.45)$$

$$D_2 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k_0} \sin \beta_0} \tan^{-1} \left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n} \right) F(k_0 L^i a^-(\phi - \phi')) \quad (3.46)$$

$$D_3 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k_0} \sin \beta_0} \tan^{-1} \left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n} \right) F(k_0 L^{r_n} a^+(\phi + \phi')) \quad (3.47)$$

$$D_4 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k_0} \sin \beta_0} \tan^{-1} \left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n} \right) F(k_0 L^{r_o} a^-(\phi + \phi')) \quad (3.48)$$

avec

- $F(x)$ la fonction de transition définie par (3.41),
- Φ et Φ' représentent les angles des ondes incidente et diffractée par rapport au bord du dièdre (cf. fig. 3.8),
- L^i et $L^{r_{o,n}}$ sont des paramètres de distance relatifs respectivement à l'onde incidente et aux ondes réfléchies par les faces o et n du dièdre :

$$L^{i,r_{o,n}} = \frac{s(\rho_e^{i,r_{o,n}} + s)\rho_1^{i,r_{o,n}}\rho_2^{i,r_{o,n}}}{\rho_e^{i,r_{o,n}}(\rho_1^{i,r_{o,n}} + s)(\rho_2^{i,r_{o,n}} + s)} \sin^2 \beta_0 \quad (3.49)$$

où $\rho_e^{i,r_{o,n}}$ est le rayon de courbure du front d'onde incident ou réfléchi pris dans le plan d'incidence défini par la tangente au bord diffractant et le rayon incident ou réfléchi,

et où $\rho_1^{i,r_{o,n}}$ et $\rho_2^{i,r_{o,n}}$ sont les rayons de courbures principaux des fronts d'onde incident ou réfléchi,

- $a^\pm(\Phi \pm \Phi')$ sont des fonctions d'ajustement assurant l'annulation de la fonction de transition au passage des frontières d'ombre afin de compenser les divergences du coefficient de diffraction de la TGD (cf. (3.38)). Ces fonctions d'ajustement sont définies par :

$$a^\pm(\phi \pm \phi') = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N^\pm - (\phi \pm \phi')}{2} \right) \quad (3.50)$$

où N^+ est l'entier le plus proche de la solution de l'équation

$$2\pi n N^+ - (\phi \pm \phi') = \pi \quad (3.51)$$

et N^- est l'entier le plus proche de la solution de l'équation

$$2\pi n N^- - (\phi \pm \phi') = -\pi \quad (3.52)$$

3.3.4 Les limites de la TUD

La principale limite de la théorie uniforme de la diffraction est qu'elle ne s'applique qu'à des arêtes de diffraction de longueur infinie. Cependant le cas d'une arête de longueur finie peut être traité en ajoutant un facteur correcteur [Rouvière 97].

Les discontinuités au passage des caustiques constituent une difficulté qui a fait l'objet de traitements particuliers [Kay & Keller 54].

3.4 Conclusion

Les méthodes asymptotiques reposent sur une hypothèse hautes fréquences (la longueur d'onde doit être petite devant les dimensions des objets considérés) et sur l'hypothèse d'ondes localement planes. Ces méthodes ont évolué de l'optique géométrique à la théorie uniforme de la diffraction. Elles reposent toutes sur le concept de rayons le long desquels l'onde se propage. Nous avons vu dans ce chapitre comment calculer les champs attribués à ces rayons. Dans le chapitre suivant, nous allons construire ces rayons.

Chapitre 4

Les méthodes de lancer de rayons et ses variantes

Les méthodes de lancer de rayons ont été initialement développées dans le domaine de la synthèse d'images. Le principe de base du lancer de rayons est d'émettre depuis une source un certain nombre de rayons et de suivre leur évolution dans une scène donnée. Mais nous verrons que la méthode classique de lancer de rayons a évolué vers des méthodes de lancer de faisceaux et des méthodes hybrides rayon-faisceau.

4.1 Le lancer de rayons

Pour mettre en œuvre les méthodes asymptotiques présentées dans le chapitre précédent, une étape importante est la construction des trajectoires des rayons entre les sources et les récepteurs. L'électromagnétisme [Noé & Gaudaire 05], [Di Giampaolo et al. 01], [Di Giampaolo et al. 03], a emprunté à la synthèse d'images ses techniques de construction de rayons [Glassner 89], [Hasenfratz 98]. Le principe du lancer de rayons est simple : il consiste à émettre des rayons depuis la source dans toutes les directions de l'espace, à suivre l'évolution de ces rayons et à ne conserver que ceux qui atteignent un récepteur.

Pour savoir si un rayon atteint ou non un récepteur ponctuel, une sphère de réception est construite autour du récepteur. Si le rayon traverse cette sphère, il est considéré comme ayant atteint le récepteur.

Cependant, le lancer classique de rayons présente deux inconvénients majeurs :

- l'aliassage (de l'anglais *aliasing*),
- des temps de calcul importants.

Les phénomènes d'aliassage apparaissent lorsque des objets, en général de petite taille, se situent entre deux rayons adjacents et qu'ils sont donc invisibles pour le lancer classique de rayons (cf. fig. 4.1). Ce problème résulte donc de l'approche discrète utilisée dans un tir de rayons. Pour éviter les phénomènes d'aliassage, le nombre de rayons à lancer sera d'autant plus élevé que les objets de la scène seront de petites dimensions. Mais en augmentant le nombre de rayons tirés pour limiter les phénomènes d'aliassage, les temps de calcul deviennent prohibitifs.

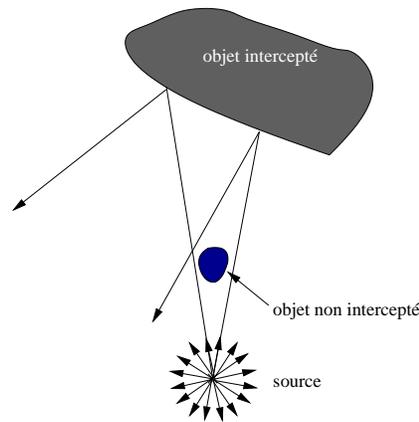


FIG. 4.1: **L'aliasage** : petits objets invisibles pour la méthode classique de tir de rayons.

Pour résoudre ces problèmes d'aliasage et de temps de calcul prohibitifs, des variantes du lancer classique de rayons ont été développées en utilisant la cohérence des scènes. On entend par cohérence de la scène le fait que de nombreux rayons suivent approximativement le même trajet. Ces variantes au lancer classique de rayons sont :

- le lancer de faisceaux,
- le lancer hybride.

4.2 Le lancer de faisceaux

Cette variante du lancer de rayons classique apporte une solution au problème d'aliasage. Le lancer de faisceaux consiste à partitionner l'ensemble de l'espace autour de la source en un certain nombre de faisceaux volumiques. Les faisceaux lancés sont typiquement des cônes, des faisceaux

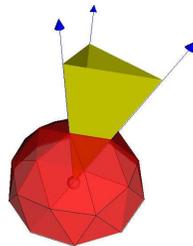


FIG. 4.2: **L'émission de faisceaux** : partition de l'espace autour de la source en N faisceaux.

triangulaires (comme sur la figure 4.2) ou quadrangulaires. Alors que dans un tir de rayons classique, on suit l'évolution d'un rayon, dans un lancer de faisceaux, ce sont les fronts d'onde associés aux faisceaux dont on suit l'évolution. Les faisceaux couvrant tout l'espace, le problème d'aliasage posé dans le tir classique de rayons disparaît (cf. fig. 4.3).

Par contre, les calculs qui interviennent pour déterminer les intersections faisceau-objet sont d'un degré de complexité beaucoup plus élevé que ceux qui interviennent dans le lancer de rayons classique. Ainsi, si le lancer de faisceaux permet de s'affranchir du problème d'aliasage, il ne résout en aucune façon les problèmes de temps de calcul prohibitifs.

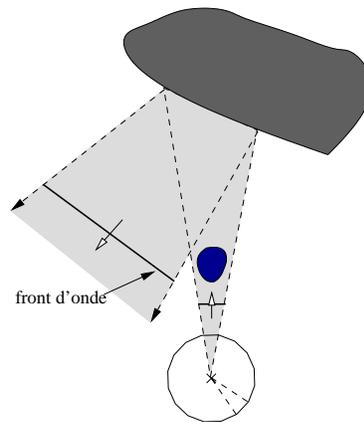


FIG. 4.3: **La propagation des faisceaux** : tous les objets de la scène sont nécessairement vus (même le petit objet qui était invisible avec le lancer de rayons (cf. fig. 4.1)).

4.3 Le lancer hybride

Le lancer hybride est un lancer de faisceaux adaptatif. Il s'appuie sur la cohérence de la scène tout en conservant la simplicité de calcul du lancer de rayons classique. Comme pour le lancer de faisceaux, l'espace autour de la source est partitionné en faisceaux. Mais ces faisceaux sont caractérisés par un nombre restreint de rayons porteurs (trois pour un faisceau triangulaire et quatre pour un faisceau quadrangulaire). Ainsi l'évolution du faisceau ne dépend que de l'évolution de ses rayons porteurs, ce qui simplifie considérablement le calcul des interactions faisceaux-objets.

Pour respecter la cohérence des faisceaux, tous les rayons qui définissent un faisceau doivent avoir le même historique, c'est à dire qu'ils doivent avoir subi les mêmes interactions. Si un faisceau interagit partiellement avec un objet, ce faisceau sera automatiquement subdivisé à sa source.

La figure 4.4 illustre le cas d'un faisceau triangulaire qui rencontre partiellement un objet. Il s'agit d'une coupe dans un plan perpendiculaire au front d'onde du faisceau représenté par le triangle ABC. Seul le rayon C du faisceau initial atteint l'objet donc le faisceau ABC est subdivisé en quatre sous-faisceaux. Trois de ces sous faisceaux sont homogènes et ne rencontrent pas l'objet. Ils sont propagés dans le reste de la scène. Le quatrième faisceau inhomogène est, quant à lui, de nouveau subdivisé en quatre sous-faisceaux. Là encore, les faisceaux homogènes sont propagés et les faisceaux inhomogènes sont subdivisés. Ce processus itératif prend fin lorsque le nombre maximum de subdivisions est atteint. Pour le cas illustré sur la figure 4.4, au bout de quatre subdivisions, on suppose le nombre maximal de subdivisions atteint. Cette limite est fixée par avance. Les faisceaux encore inhomogènes à ce stade sont abandonnés, c'est à dire qu'ils ne sont plus propagés.

Cette subdivision adaptative des faisceaux permet d'affiner automatiquement le maillage dans les zones d'inhomogénéités (bords d'objet, arête de diffraction...).

Un critère de divergence permet également de subdiviser un faisceau à sa source si son ouverture angulaire dépasse un seuil limite.

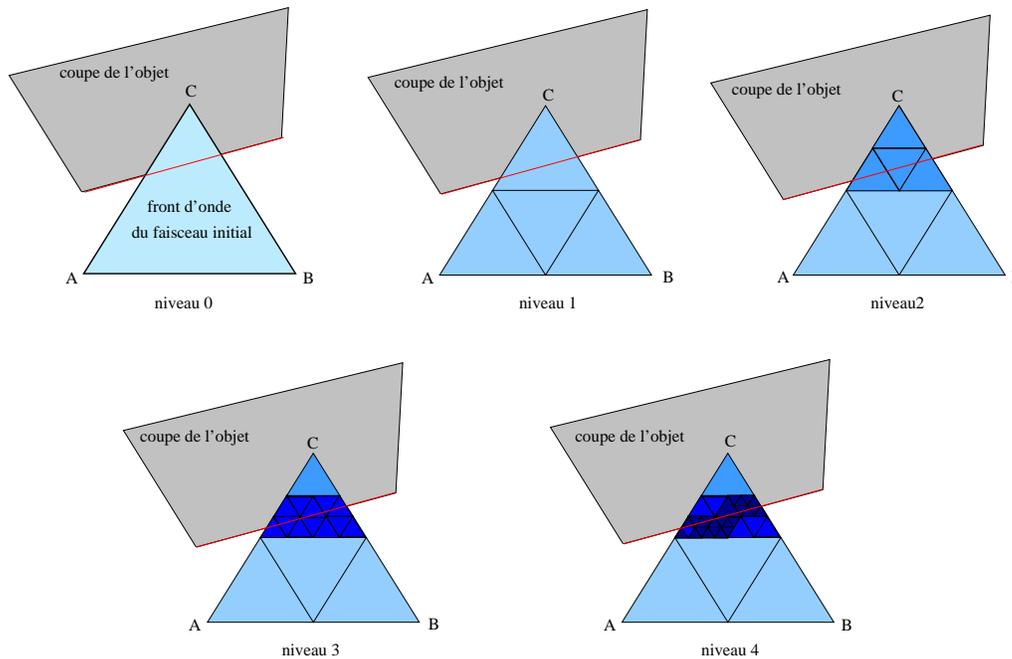


FIG. 4.4: **Subdivision adaptative** : exemple en 2D d'un faisceau triangulaire rencontrant partiellement un objet. A chaque niveau de subdivision, les faisceaux homogènes sont inchangés et les faisceaux inhomogènes sont subdivisés en 4.

4.4 Introduction à ICARE-EM

4.4.1 La version acoustique

Le CSTB effectue des recherches en propagation acoustique depuis plus de 25 ans. Dès les années 1980, le CSTB développe un outil de prédiction acoustique basé sur des méthodes géométriques. Ce premier outil, EPIDAURE, était dédié à l'acoustique des salles et ne traitait que des facettes planes et des sources ponctuelles par un lancer de faisceaux coniques. Dans les années 1990, EPIDAURE évolue pour donner naissance à EBINAUR qui prend en compte la diffusion. Enfin dans les années 2000, ICARE qui fait suite à EBINAUR est commercialisé. ICARE est un outil de prédiction de pression acoustique basé sur une méthode hybride rayon-faisceau prenant en compte tout type de facettes (planes et courbes), la réflexion et la diffraction dans un environnement intérieur ou extérieur.

Le développement des nouvelles technologies en matière de télécommunication et le besoin en outils de prédiction de la propagation des ondes électromagnétiques qui en a découlé ont amené le CSTB à étendre son domaine d'expertise en modélisation de la propagation à l'électromagnétisme. Cette nouvelle application a été rendue possible grâce aux analogies qui existent entre les ondes acoustiques et les ondes électromagnétiques en matière de propagation. La première étape de mon travail a donc été d'adapter le logiciel ICARE à l'électromagnétisme. On appellera par la suite ICARE-EM la version électromagnétique.

4.4.2 Les analogies acoustique-électromagnétisme

Une onde, qu'elle soit acoustique ou électromagnétique, est toujours associée à une propagation d'énergie engendrée par une perturbation. L'onde acoustique est une onde mécanique de pression. Elle se propage de proche en proche en modifiant les caractéristiques mécaniques du milieu. La propagation d'une onde acoustique repose sur la présence d'un milieu matériel. C'est une des grandes différences avec l'onde électromagnétique. En effet, cette dernière n'est pas une onde mécanique et n'a pas besoin de milieu matériel pour se propager.

Les grandeurs caractéristiques d'une onde acoustique et d'une onde électromagnétique sont elles aussi de natures différentes. En effet, la grandeur caractéristique de l'onde acoustique est scalaire, c'est sa pression p , alors qu'une onde électromagnétique est caractérisée par deux grandeurs vectorielles polarisées, les champs électrique et magnétique.

Les ondes acoustiques et électromagnétiques ne sont pas de même nature physique mais l'étude de leurs propagations repose sur des équations du même type, les équations de Helmholtz scalaire pour la pression acoustique p (4.1), et vectorielle pour le champ électrique ou magnétique noté indifféremment \vec{U} (4.2) :

$$\Delta p + k^2 p = u \quad (4.1)$$

$$\Delta \vec{U} + k^2 \vec{U} = \vec{f} \quad (4.2)$$

avec u et \vec{f} les termes sources et k le vecteur d'onde directement relié à la longueur d'onde λ par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4.3)$$

Les méthodes de résolution de ces équations de propagation scalaire et vectorielle dépendent en grande partie du rapport de la longueur d'onde aux dimensions des objets du milieu de propagation.

Or les longueurs d'ondes en acoustique et dans le domaine des micro-ondes (c'est-à-dire pour des fréquences allant de 100 MHz à 30 GHz) sont du même ordre de grandeur. Cette analogie permet d'utiliser les mêmes types de méthode pour résoudre des problèmes de propagation aussi bien acoustique qu'électromagnétique.

Dans le tableau 4.1, les principales caractéristiques des ondes acoustiques et des micro-ondes sont récapitulées.

En étudiant le spectre électromagnétique et plus particulièrement celui des micro-ondes (cf. fig. 4.5), on remarque que les micro-ondes se trouvent dans une fenêtre de transparence atmosphérique, c'est à dire que l'absorption par l'atmosphère des micro-ondes est un phénomène négligeable. ICARE, dans sa version acoustique, prend en compte l'absorption par l'air puisqu'en acoustique, ce phénomène est non négligeable. La première version électromagnétique que nous avons mise au point ne tient pas compte de l'absorption par l'atmosphère. Il faudra réintroduire cette absorption pour des applications aux fréquences supérieures à 30 GHz, car au delà de 30 GHz, on ne se situe plus dans la fenêtre de transparence atmosphérique.

	Acoustique	Micro-ondes
Grandeurs caractéristiques	pression acoustique p	champs électrique et magnétique (\vec{E} et \vec{H})
Vitesse de propagation dans l'air	$c(T) = 20,6\sqrt{273 + T}m.s^{-1}$	$c = 3.10^8m.s^{-1}$
Bande de fréquences	200 Hz-20000 Hz	100 MHz - 30 GHz
Longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$	1,7 cm-1,7 m	1 cm-3 m

TAB. 4.1: **Analogies acoustique - micro-ondes** : les longueurs d'onde acoustique et électromagnétique sont du même ordre de grandeur.

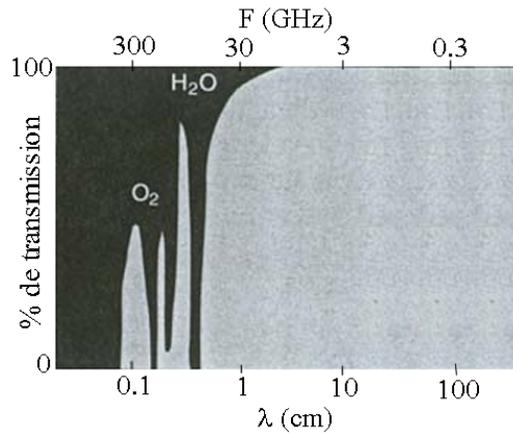


FIG. 4.5: **Spectre de transmission par l'atmosphère des hyperfréquences** : le domaine de fréquences 100 MHz - 30 GHz se trouve dans une fenêtre de transparence atmosphérique.

4.5 Le fonctionnement d'ICARE-EM

4.5.1 Généralités

ICARE-EM permet de calculer les champs électrique et magnétique en tout point d'une scène donnée. L'utilisateur doit fournir la géométrie de la scène, les propriétés électromagnétiques des matériaux des objets de la scène, la position et les caractéristiques de rayonnement de la ou des sources. Le noyau d'ICARE-EM se décompose en deux parties, une partie géométrique de construction des rayons entre les sources et les récepteurs et une partie électromagnétique de calcul des champs électromagnétiques au niveau des récepteurs.

Une étape géométrique

Cette première étape permet de déterminer l'ensemble des trajets sources-récepteurs à l'aide d'un algorithme de lancer de faisceaux adaptatif. Cette étape géométrique constitue le tronc commun aux versions acoustique et électromagnétique d'ICARE. L'adaptation d'ICARE à l'électromagnétisme s'est faite à partir de ce noyau géométrique.

Les données d'entrée sont stockées dans un fichier (de format propriétaire NFF) qui regroupe les données sur la position et la géométrie des objets de la scène, des sources et des récepteurs. Avant de lancer le calcul géométrique, il y a un certain nombre de paramètres à régler comme le nombre

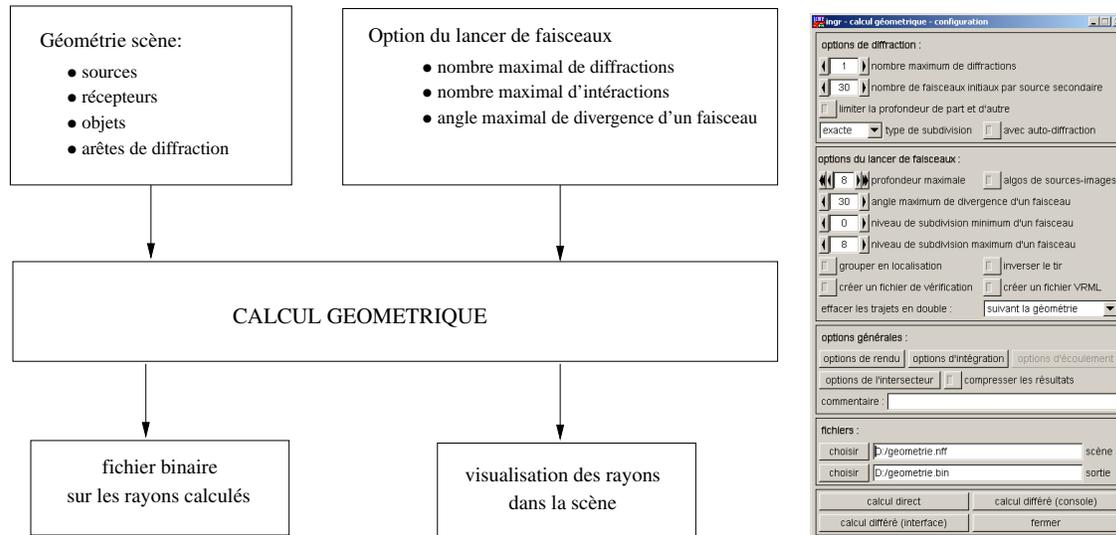


FIG. 4.6: **Etape géométrique d'ICARE-EM** : à gauche, principales entrées sorties et à droite interface graphique pour la gestion du calcul géométrique (choix des options du lancer de faisceaux et entrée des données géométriques à travers le fichier scène de format propriétaire NFF).

de diffractions autorisées, le nombre maximal d'interactions autorisées ou encore l'angle maximal de divergence tolérée. Sur la figure 4.6, un schéma de l'étape géométrique permet d'en illustrer les principales articulations et une fenêtre d'ICARE-EM présente l'interface graphique.

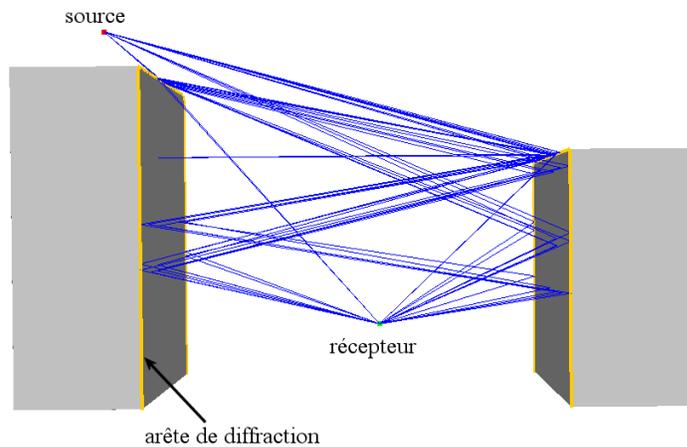


FIG. 4.7: **Visualisation des rayons** : visualisation sur la scène des rayons calculés par l'étape géométrique d'ICARE-EM.

A la fin du calcul géométrique, on obtient un fichier binaire contenant toutes les informations sur les trajets trouvés. A partir de ce fichier binaire, les rayons peuvent être visualisés dans la scène (cf. fig. 4.7).

Une description détaillée du calcul géométrique se trouve dans l'annexe A.

Une étape physique

C'est au niveau de cette seconde étape qu'interviennent les modifications que nous avons apportées pour mettre au point la version électromagnétique d'ICARE. Cette étape consiste à calculer les contributions de chacun des rayons construits lors de la première étape. Il s'agit donc d'une étape de calcul acoustique dans la version initiale d'ICARE et d'un calcul électromagnétique dans la nouvelle version ICARE-EM.

Pour la version électromagnétique, le calcul des contributions est effectué à l'aide de la théorie uniforme de la diffraction (cf. paragraphe 3.3). Ce calcul requiert la connaissance des directivités des sources et des caractéristiques électromagnétiques des matériaux (cf. fig. 4.8).

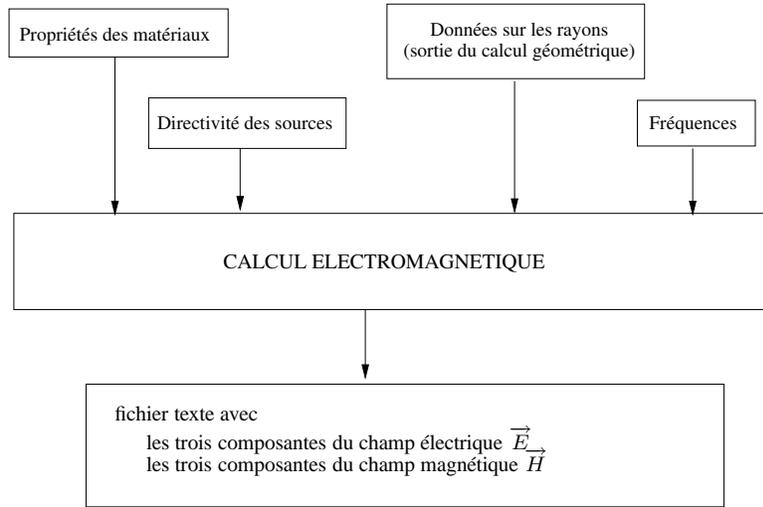


FIG. 4.8: **Étape électromagnétique d'ICARE-EM** : principales entrées-sorties.

La figure 4.9 montre les fenêtres de l'interface d'ICARE-EM associées au calcul électromagnétique.

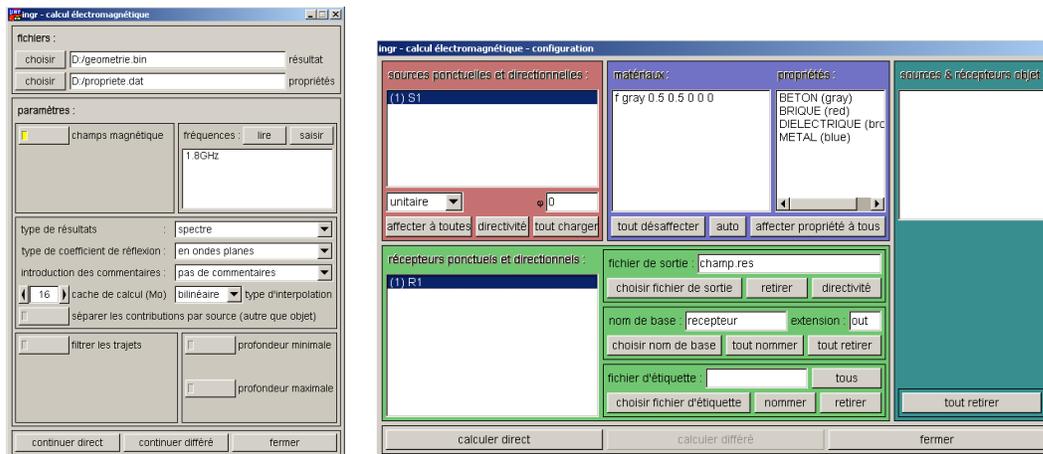


FIG. 4.9: **Interface graphique d'ICARE-EM** : à gauche, fenêtre de chargement des fichiers d'entrées pour le calcul électromagnétique, à savoir le fichier résultat du calcul géométrique (d'extension .bin) et le fichier de propriétés des matériaux ; à droite, fenêtre d'activation des sources et des récepteurs, et attribution des caractéristiques électromagnétiques aux objets de la scène.

En sortie du calcul électromagnétique, on obtient un fichier texte dans lequel sont stockées les valeurs des parties réelles et imaginaires des trois composantes dans le repère terrestre des champs électrique et magnétique aux différents points récepteurs. A partir de ce fichier, il est facile de tracer des cartes d'amplitude de champ. Sur la figure 4.10, on a tracé l'amplitude du champ dans un plan vertical de la scène représentée sur la figure 4.11. ICARE-EM ne construit pas de rayons transmis donc les deux obstacles apparaissent en blanc. Derrière la source, on observe également une zone blanche où ICARE-EM n'a pas trouvé de rayons. Il s'agit d'une zone située à l'arrière de la source. Derrière la source, ICARE-EM ne trouve pas de rayons à cause de la plaque métallique qui se trouve derrière les dipôles qui constituent la source.

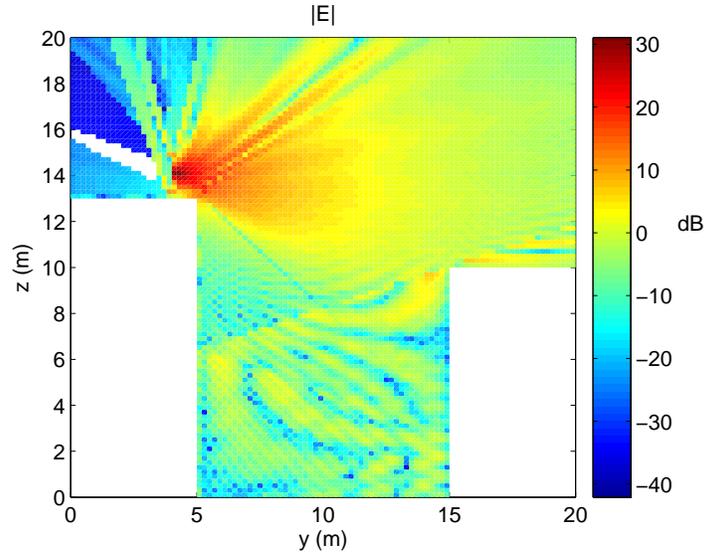


FIG. 4.10: **Résultat de l'étape électromagnétique** : représentation de l'amplitude du champ électrique en dB pour un plan de récepteurs (y, z) dans la scène présentée fig. 4.7.

4.5.2 Le calcul électromagnétique

Calcul du champ électrique

Une fois les trajets sources-récepteurs déterminés, il convient d'attribuer à chacun de ces trajets une contribution au champ total calculé au point récepteur. Dans l'exemple illustré figure 4.11, l'étape géométrique a abouti à quatre rayons notés r_i , $i \in [1, 4]$.

Le champ électrique au point P s'écrit alors

$$\vec{E}(P) = \sum_{i=1}^4 \vec{E}_i(P) \quad (4.4)$$

Chaque contribution $\vec{E}_i(P)$ est calculée par la théorie uniforme de la diffraction (TUD) présentée au paragraphe 3.3 :

- $\vec{E}_1(P)$: composante associée au rayon direct qui vérifie la loi de propagation (3.22) avec A_1 le coefficient de divergence géométrique et $[SP]$ la distance source S récepteur P

$$\vec{E}_1(P) = \vec{E}_1(S) A_1 e^{-j k_0 [SP]} \quad (4.5)$$

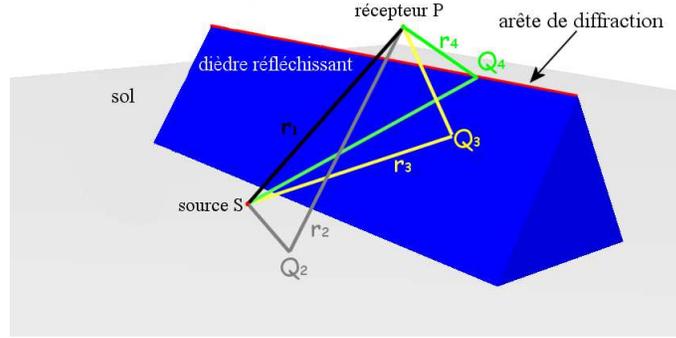


FIG. 4.11: **Décomposition du champ au point récepteur** : le calcul du champ électromagnétique est effectué pour chacun des 4 rayons construits lors de l'étape géométrique et illustrés ici.

- $\vec{E}_2(P)$ et $\vec{E}_3(P)$: composantes associées aux rayons réfléchis respectivement sur le sol au point Q_2 et sur le dièdre au point Q_3 . Les propriétés des rayons et des matériaux permettent de calculer les matrices de réflexion $\overline{\overline{R}}_{sol}$ et $\overline{\overline{R}}_{dièdre}$ et les coefficients de divergence géométrique A_2 et A_3 . Les champs réfléchis s'expriment alors sous la forme donnée par (3.33) :

$$\vec{E}_2(P) = \vec{E}_2(Q_2) A_2 \overline{\overline{R}}_{sol} e^{-jk_0[Q_2P]} \quad (4.6)$$

$$\vec{E}_3(P) = \vec{E}_3(Q_3) A_3 \overline{\overline{R}}_{dièdre} e^{-jk_0[Q_3P]} \quad (4.7)$$

- $\vec{E}_4(P)$: composante associée au rayon diffracté par l'arête du dièdre au point Q_4 . On doit calculer le coefficient de divergence géométrique A_4 et la matrice de diffraction $\overline{\overline{D}}$ pour exprimer le champ diffracté sous la forme (3.34) :

$$\vec{E}_4(P) = \vec{E}_4(Q_4) A_4 \overline{\overline{D}} e^{-jk_0[Q_4P]} \quad (4.8)$$

Pour résumer, les composantes du champ associées aux différents rayons se déterminent à l'aide de :

- $\vec{E}_i(Q_i)$: champ en espace libre satisfaisant aux lois de propagation en espace libre décrites dans le paragraphe 3.1.3,
- A : coefficient de divergence traduisant la conservation de l'énergie et ne dépendant que de la géométrie du rayon,
- $\overline{\overline{R}}$ ou $\overline{\overline{D}}$: coefficient d'interaction (réflexion ou diffraction) dépendant des propriétés des matériaux,
- d'un terme de phase suivant la loi de propagation de la phase établie dans le paragraphe 3.1.3.

Calcul du champ magnétique

Nous avons jusqu'à maintenant décrit le calcul du champ électrique. Un calcul du champ magnétique est essentiel pour compléter ICARE-EM.

Pour calculer le champ magnétique, nous avons utilisé l'hypothèse d'ondes localement planes que satisfont les champs électrique et magnétique associés à chaque rayon dans l'hypothèse de champ lointain. Les champs électrique et magnétique sont reliés en tout point Q d'un rayon i par

l'impédance Z du milieu de propagation et le vecteur de propagation unitaire $\hat{k}^i(Q)$ au point Q du rayon i :

$$\vec{H}_i(Q) = \frac{1}{Z} \hat{k}^i(Q) \wedge \vec{E}_i(Q) \quad (4.9)$$

Une fois les contributions des différents rayons calculées, on obtient le champ magnétique au niveau du récepteur en les sommant :

$$\vec{H}(P) = \sum_{i=1}^n \vec{H}_i(P) \quad (4.10)$$

4.6 Conclusion

A partir du noyau géométrique d'ICARE acoustique, nous avons mis au point un noyau de calcul électromagnétique sur le même modèle que le noyau de calcul acoustique existant. Cette version ICARE-EM permet de prendre en compte les réflexions sur les surfaces planes et courbes et les diffractions par des arêtes droites et courbes. ICARE-EM permet de calculer à la fois le champ électrique et le champ magnétique. Cette nouvelle version tout comme la version acoustique est basée sur une hypothèse de champ lointain pour permettre de calculer les champs à l'aide de la théorie uniforme de la diffraction.

ICARE-EM est donc directement issu de la version acoustique d'ICARE. En acoustique, la transmission des ondes dans un solide est un phénomène complexe qu'il n'est pas possible de modéliser en terme de rayon. Par contre en électromagnétisme, les phénomènes de transmission à travers les objets sont parfaitement modélisables par des rayons. La prise en compte des rayons transmis dans ICARE-EM nécessitera un remaniement du noyau de calcul géométrique. Ce remaniement devrait faire l'objet d'un prochain développement d'ICARE-EM.

ICARE-EM ne tient également pas compte des rayons rampants. Les méthodes asymptotiques permettent de prendre en compte ces rayons [Bouché & Molinet 94],[Conil 02]. Là encore la prise en compte de ces rayons nécessite un remaniement du noyau géométrique.

Troisième partie

Le champ proche

Les méthodes proposées dans la deuxième partie ne sont pas adaptées à la zone de champ proche. En effet, les méthodes asymptotiques reposent sur l'hypothèse d'ondes localement planes qui n'est plus valable dans la zone de champ proche. Dans cette troisième partie, nous proposons de caractériser la propagation dans la zone de champ proche.

Tout d'abord, nous présenterons au chapitre 5, des méthodes numériques rigoureuses pour résoudre les équations de Maxwell. Nous détaillerons plus particulièrement la méthode des moments qui s'avère bien adaptée aux problèmes de propagation en milieu non confiné. Ensuite, nous passerons aux méthodes expérimentales avec le chapitre 6 consacré à la caractérisation d'antennes par la mesure. Après une revue générale sur la caractérisation d'antennes par la mesure, nous décrirons les moyens expérimentaux que nous avons utilisé, à savoir la base de mesures cylindrique de la chambre anéchoïque de Supélec.

Enfin, au chapitre 7, seront développés les techniques de champ proche. Ces méthodes permettent, à partir d'un nombre restreint de mesures, de reconstruire le champ électromagnétique au delà de la surface de mesures. Nous avons appliqué ces méthodes au système de coordonnées cylindriques retenu pour réaliser nos mesures.

Chapitre 5

Les méthodes rigoureuses

Dans ce chapitre, nous rappelons les principales méthodes rigoureuses qui ont vu le jour pour modéliser la propagation électromagnétique dans un volume. Les méthodes rigoureuses consistent à résoudre des systèmes d'équations aux dérivées partielles en les discrétisant.

5.1 Présentation générale

La résolution de la plupart des problèmes physiques consiste à trouver un champ (scalaire, vectoriel ou tensoriel) satisfaisant à des équations aux dérivées partielles qui régissent le problème, tout en respectant les conditions aux limites définies à la frontière du domaine de définition du problème.

Les méthodes dites rigoureuses reposent sur la discrétisation des systèmes d'équations. Elles sont qualifiées de rigoureuses car elles résolvent les équations sans introduire d'approximation en dehors de la troncature à un nombre fini de degré de liberté et des arrondis intrinsèques aux méthodes numériques.

Dans le cas de la résolution des équations de Maxwell, elles sont une alternative aux méthodes asymptotiques présentées dans la deuxième partie de cette thèse.

Les méthodes rigoureuses les plus couramment utilisées peuvent être rangées par commodités en deux classes : les méthodes volumiques (qui travaillent dans le volume de propagation) et les méthodes intégrales.

5.1.1 Les méthodes volumiques

Elles conduisent à mailler tout le domaine de calcul pour calculer directement les champs électromagnétiques. La résolution numérique ne peut donc s'effectuer que dans un domaine borné. Lorsque le domaine est infini, comme c'est le cas pour un problème de propagation extérieure, un domaine de résolution borné est défini à l'aide de frontières artificielles. Des conditions aux limites parfaitement absorbantes sont imposées à ces frontières artificielles pour simuler un environnement infini. Cependant, cette troncature du domaine entraîne inéluctablement des phénomènes de réflexions artificielles parasites.

Les méthodes volumiques numériques se déclinent principalement sous deux formes : la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à rechercher une solution approchée de la solution exacte sous la forme d'un champ défini par morceaux sur des sous-domaines. Le domaine de calcul est donc divisé en un nombre fini de sous-domaines lors d'une étape de maillage. Ensuite, on définit un ensemble de champs locaux généralement sous forme de polynômes qui forment l'espace d'interpolation. Dans chaque sous-domaine, le champ est déterminé par un nombre fini de valeurs du champ en des points choisis arbitrairement dans le sous-domaine et appelés points nodaux. Cette étape de discrétisation permet d'aboutir à la résolution d'un système d'équations aux valeurs propres. La puissance de la méthode des éléments finis est en partie due au fait qu'elle aboutit à l'inversion d'une matrice creuse.

La méthode des différences finies

Cette méthode se base sur une discrétisation en temps et en espace du système d'équations. Les différences finies ont donné naissance à deux techniques spécifiques, la méthode des Différences Finies dans le Domaine Temporel (ou FDTD pour *Finite Difference Time Domain*) et la méthode de la Matrice de la Ligne de Transmission (ou TLM pour *Transmission Line Matrix*).

La FDTD Cette méthode se base sur deux maillages cubiques spatiaux entrelacés, l'un pour le champ électrique et l'autre pour le champ magnétique [Taflove 95]. Les valeurs des champs discrétisés sont imposées aux noeuds.

Cette méthode est couramment utilisée en compatibilité électromagnétique et en dosimétrie. Cependant, pour des volumes importants, les temps de calculs deviennent prohibitifs. Pour répondre aux besoins de la dosimétrie, des méthodes hybrides comme la *Ray-Tracing/FDTD* [Bernardi et al. 02] ou la *UTD/FDTD* [Bernardi et al. 03] ont été mises au point.

La TLM Cette méthode *Transmission Line Matrix* repose sur l'analogie qui existe entre un réseau électrique, ses courants et ses tensions et un milieu de propagation et le champ électromagnétique qui s'y propage [Saguet 89].

5.1.2 Les méthodes intégrales

Elles consistent à ramener le problème du calcul des champs électromagnétiques au calcul préliminaire des courants équivalents induits sur les interfaces. Les champs électromagnétiques sont ensuite déduits de ces courants équivalents. Les méthodes intégrales sont regroupées sous le nom de méthodes des éléments de frontière ou encore sous l'acronyme anglo-saxon BEM pour *Boundary Element Method* [Bonnet 95]. Elles diffèrent fondamentalement des méthodes volumiques puisqu'elles ne requièrent que le maillage des supports des courants induits. Cependant, elles reposent sur les mêmes notions : maillage et interpolation par des fonctions à support borné. L'avantage majeur de la méthode des éléments de frontière est le gain d'une dimension de l'espace pour la discrétisation. Par rapport aux méthodes volumiques, les problèmes de troncature de domaine et de conditions aux limites ne se posent plus. Les méthodes intégrales sont donc plus précises que les méthodes volumiques et mieux adaptées aux problèmes de propagation en milieu infini. Cependant, les méthodes intégrales aboutissent à des systèmes linéaires complexes et pleins dont la résolution est nettement plus lourde que la résolution des systèmes creux auxquels aboutissent les méthodes volumiques.

La méthode des moments est une des méthodes des éléments de frontière la plus utilisée. Il existe sur le marché de nombreux codes basés sur la méthode des moments comme IE3D [IE3D 99] ou

NEC [Burke & Poggio 81]. Mais ces codes sont orientés vers la conception d'antennes et non vers la caractérisation de la propagation. C'est pourquoi nous avons choisi de développer notre propre outil adapté à notre problématique de caractérisation de la propagation en champ proche.

5.2 La méthode des moments

5.2.1 Principe

D'un point de vue général, la méthode des moments [Harrington 93] consiste à résoudre une équation caractérisée par un opérateur intégral-différentiel \mathcal{L} , une fonction source $f(r)$ de la variable d'espace r et une fonction inconnue $u(r)$:

$$\mathcal{L} u(r) = f(r) \quad (5.1)$$

Pour résoudre cette équation (5.1) par la méthode des moments, on procède par étapes successives :

1. choisir un ensemble de N fonctions élémentaires $(v_n)_{n \in [1, N]}$ formant une base sur laquelle la fonction inconnue u est décomposée.

$$u(r) = \sum_{n=1}^N u_n v_n(r) \quad (5.2)$$

2. choisir un ensemble de N fonctions de pondération ou fonctions test $(g_n)_{n \in [1, N]}$ et d'un produit matriciel $\langle \cdot, \cdot \rangle$
3. former le produit scalaire de l'équation à résoudre avec chacune des fonctions test

$$\forall p \in [1, N], \langle \mathcal{L} u, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (5.3)$$

$$\forall p \in [1, N], \langle \mathcal{L} \sum_{n=1}^N u_n v_n, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (5.4)$$

Par linéarité du produit scalaire, on obtient

$$\forall p \in [1, N], \sum_{n=1}^N u_n \langle \mathcal{L} v_n, g_p \rangle = \langle f, g_p \rangle \quad (5.5)$$

Ce système à N équations se met sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} M_{11} & \dots & M_{1n} & \dots & M_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{p1} & \dots & M_{pn} & \dots & M_{pN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{N1} & \dots & M_{Nn} & \dots & M_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle f, g_1 \rangle \\ \vdots \\ \langle f, g_p \rangle \\ \vdots \\ \langle f, g_N \rangle \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

$$\text{Avec } \forall (i, j) \in [1, N]^2, M_{ij} = \langle \mathcal{L} v_i, g_j \rangle$$

4. résoudre le système, c'est-à-dire inverser la matrice M qui se trouve être généralement pleine.

Une fois les coefficients $(u_n)_{n \in [1, N]}$ calculés, la fonction inconnue $u(r)$ est déduite grâce à son développement sur la base de fonctions élémentaires (5.2).

Bien souvent les fonctions test $(g_n)_{n \in [1, N]}$ sont choisies égales aux fonctions élémentaires $(v_n)_{n \in [1, N]}$ qui servent à la décomposition de la fonction inconnue.

5.2.2 Application au problème de propagation électromagnétique

Mise en équation

On considère un objet conducteur éclairé par une onde incidente (fig. 5.1), et on cherche à calculer le champ diffracté par cet objet par la méthode des moments.

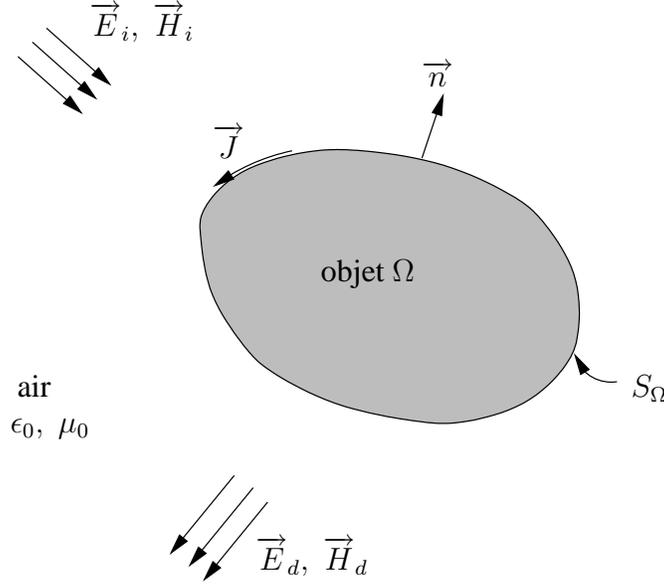


FIG. 5.1: Géométrie du problème à résoudre par la méthode des moments : un objet Ω non magnétique est éclairé par un champ incident \vec{E}_i, \vec{H}_i . Des courants surfaciques apparaissent qui rayonnent un champ diffracté \vec{E}_d, \vec{H}_d .

Le champ incident induit à la surface de l'objet des courants surfaciques électriques \vec{J} qui sont à l'origine du champ diffracté. L'objet étant considéré comme non magnétique, il n'y a pas de courant magnétique équivalent induit.

La méthode des moments appliquée au problème de propagation électromagnétique consiste à calculer ces courants surfaciques induits \vec{J} en les approchant par une combinaison linéaire de fonctions élémentaires [Gobin 89].

Les champs électrique et magnétique diffractés par les objets sont ensuite calculés à partir de \vec{J} . Au passage de l'interface air/objet, les conditions aux limites imposent aux champs électriques de vérifier :

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_i + \vec{E}_d) = \vec{0} \quad (5.7)$$

Dans cette équation, on suppose connu le champ électrique incident sur la surface de l'objet. Le champ électrique diffracté est l'inconnue. Pour faire apparaître l'inconnue principale qui est le courant surfacique induit dans l'objet \vec{J} , le champ électrique diffracté est exprimé en fonction des potentiels vecteur et scalaire :

$$\vec{E}_d(P) = -j\omega \vec{A}_d(P) - \nabla \Phi_d(P) \quad (5.8)$$

On exprime ensuite les potentiels vecteur et scalaire en fonction de l'inconnue \vec{J} , des caractéristiques du milieu de propagation, (ϵ_0, μ_0) pour l'air, et de la fonction de Green scalaire en espace

libre $g(M, P) = \frac{e^{-jk_0[MP]}}{4\pi[MP]}$ avec k_0 le nombre d'onde associé à l'air

$$\vec{A}_d = \mu_0 \int_{S_\Omega} \vec{J}(M)g(M, P)dS(M) \tag{5.9}$$

$$\Phi_d = \frac{-1}{j\omega\epsilon_0} \int_{S_\Omega} \nabla \cdot \vec{J}(M)g(M, P)dS(M) \tag{5.10}$$

On remplace dans la relation de continuité (5.7) le champ diffracté par son expression en fonction de \vec{J} :

$$\forall P \in S_\Omega, \vec{n} \wedge (j\omega\vec{A}_d(P) + \nabla\Phi_d(P)) = \vec{n} \wedge \vec{E}_i(P) \tag{5.11}$$

Maillage et bases de fonctions

Pour résoudre l'équation obtenue (5.11) par la méthode des moments, nous suivons les étapes décrites dans le paragraphe 5.2.1. La première étape consiste à choisir un maillage de l'objet et une base de fonctions.

- Maillage

On choisit un maillage triangulaire caractérisé par ses arêtes. A chaque arête n , sont associés ses deux triangles adjacents notés T_1^n pour le triangle de gauche et T_2^n pour le triangle de droite, d'aires A_1^n et A_2^n et de centres de gravité Q_{17}^n et Q_{27}^n (cf. fig. 5.2).

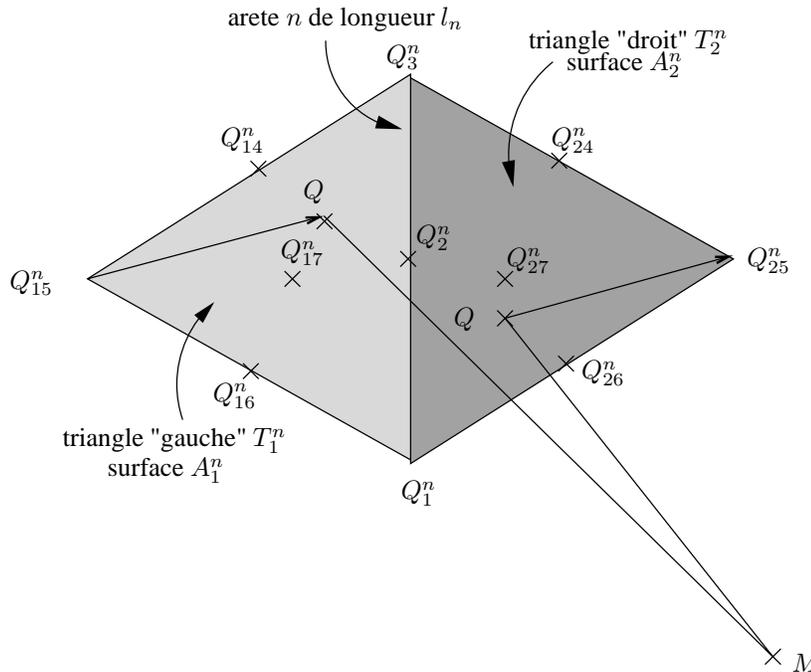


FIG. 5.2: **Maillage triangulaire** : la surface de l'objet Ω est discrétisée suivant un maillage triangulaire.

- Base de fonctions

On choisit d'utiliser la base de fonctions définie par Rao, Wilton et Glisson dans [Rao et al. 82] et couramment appelée base RWG.

Les fonctions de la base RWG sont associées aux arêtes et sont choisies de façon à être nulles sur toute la surface sauf sur les deux triangles adjacents à l'arête considérée.

Elles se définissent comme ci-dessous (se reporter à la figure 5.2 pour les notations) :

$$\forall n, \quad \vec{f}_n(Q) = \begin{cases} \frac{l_n}{2\mathcal{A}_1^n} \overrightarrow{Q_{15}^n Q} & \text{si } Q \in T_1^n, \\ \frac{l_n}{2\mathcal{A}_2^n} \overrightarrow{Q Q_{25}^n} & \text{si } Q \in T_2^n, \\ \vec{0} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.12)$$

Le courant surfacique induit à la surface de l'objet est décomposé suivant ces fonctions de base :

$$\vec{J}(P) = \sum_{n=1}^N J_n \vec{f}_n(P) \quad (5.13)$$

Les nouvelles inconnues du problème sont alors les coefficients J_n de cette décomposition. On peut exprimer les grandeurs intermédiaires \vec{A} et Φ en fonction de ces coefficients :

$$\vec{A}(P) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N J_n \int_{S_\Omega} \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M) \quad (5.14)$$

$$\Phi(P) = \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \sum_{n=1}^N J_n \int_{S_\Omega} \nabla \cdot \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M) \quad (5.15)$$

Système à résoudre

En utilisant la méthode dite de Galerkin [Harrington 93], on prend les fonctions de test égales aux fonctions de base définies par (5.12).

On projette l'équation à résoudre (5.11) sur chacune de ces fonctions de base. Comme les fonctions de base sont tangentes à la surface de l'objet, lorsqu'on forme le produit scalaire de l'équation à résoudre avec les fonctions de base, on peut omettre le caractère tangentiel de l'équation initiale. En effet, la composante normale de l'équation formera un produit scalaire nul avec les fonctions de base qui sont tangentielles à la surface.

La procédure de test permet d'aboutir au système de N équations à N inconnues :

$$\forall p \in [1, N], \quad \forall P \in S_\Omega, \quad -j\omega \left\langle \vec{A}(P), \vec{f}_p(P) \right\rangle - \left\langle \nabla \Phi(P), \vec{f}_p(P) \right\rangle = \left\langle \vec{E}_i(P), \vec{f}_p(P) \right\rangle \quad (5.16)$$

En introduisant (5.14) et (5.15) dans (5.16), on obtient

$$\forall p \in [1, N], \quad \sum_{n=1}^N J_n \left[j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \left\langle \int_{S_\Omega} \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M), \vec{f}_p(P) \right\rangle - \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \left\langle \int_{S_\Omega} \nabla \cdot \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M), \vec{f}_p(P) \right\rangle \right] = \left\langle \vec{E}_i(P), \vec{f}_p(P) \right\rangle \quad (5.17)$$

Ce système de N équations peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} M_{11} & \dots & M_{1n} & \dots & M_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{p1} & \dots & M_{pn} & \dots & M_{pN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{N1} & \dots & M_{Nn} & \dots & M_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_p \\ \vdots \\ J_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \vec{E}_i(P), \vec{f}_1(P) \rangle \\ \vdots \\ \langle \vec{E}_i(P), \vec{f}_p(P) \rangle \\ \vdots \\ \langle \vec{E}_i(P), \vec{f}_N(P) \rangle \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

avec

$$M_{pn} = j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \left\langle \int_{S_\Omega} \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M), \vec{f}_p(P) \right\rangle + \frac{1}{4\pi j\omega \epsilon_0} \left\langle \int_{S_\Omega} \nabla \cdot \vec{f}_n(M) g(M, P) dS(M), \vec{f}_p(P) \right\rangle \quad (5.19)$$

Ensuite, il faut résoudre ce système matriciel en inversant la matrice M pour obtenir les coefficients J_n de la décomposition (5.13).

Calcul du champ diffracté

Le problème, initialement posé par la figure 5.1, consistait à calculer le champ diffracté par un objet non magnétique placé dans un champ incident.

La méthode des moments a été appliquée pour calculer une grandeur intermédiaire au calcul du champ diffracté, le courant surfacique \vec{J} induit à la surface de l'objet. A partir de \vec{J} , on peut calculer en tout point extérieur à l'objet les potentiels vecteur \vec{A}_d et scalaire Φ_d associés au champ diffracté par (5.9) et (5.10). Ensuite le champ diffracté est obtenu par

$$\vec{E}_d = -j\omega \vec{A}_d - \nabla \Phi_d \quad (5.20)$$

$$\vec{H}_d = \frac{1}{\mu_0} \nabla \wedge \vec{A}_d \quad (5.21)$$

5.3 Conclusion

L'explosion des ressources informatiques a largement contribué au développement et à l'usage de plus en plus courant des méthodes rigoureuses pour résoudre numériquement des problèmes intégral-différentiels. Pour la problématique qui nous intéresse, à savoir, la propagation en milieu infini, les méthodes surfaciques s'avèrent être les mieux adaptées. Parmi ces méthodes surfaciques, la méthode des moments a été appliquée au problème de la résolution des équations de Maxwell. La démarche peut être résumée par :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Champ incident} & \Rightarrow & \text{Courant induit} & \Rightarrow & \text{Potentiels vecteur et scalaire} & \Rightarrow & \text{Champ diffracté} \\ (\vec{E}_i, \vec{H}_i) & & \vec{J} & & (\vec{A}, \Phi) & & (\vec{E}_d, \vec{H}_d) \end{array}$$

Le formalisme détaillé au paragraphe 5.2.2 est en cours d'implémentation au CSTB. Ainsi, nous devrions disposer à terme d'un outil permettant à partir du champ incident éclairant un objet de calculer le champ diffracté par celui-ci.

Chapitre 6

La caractérisation d'antennes par la mesure

La caractérisation par la mesure permet de prendre en compte exactement la géométrie de l'antenne et de son environnement proche. Dans un premier temps, les différents dispositifs de mesure existants seront décrits. Puis, le dispositif expérimental utilisé dans le cadre de cette thèse sera présenté.

6.1 Introduction

La caractérisation expérimentale des antennes se place en complément de la modélisation numérique. Alors que le modélisation numérique s'applique à des modèles d'antennes, la caractérisation expérimentale présente l'avantage de s'appliquer aux systèmes réels.

Le tableau 6.1 présente les principales comparaisons entre modélisation numérique et caractérisation expérimentale.

modélisation numérique	caractérisation numérique
application à des modèles	application aux systèmes réels
besoin de codes et d'ordinateurs	besoin de sondes, récepteurs et environnements
limitations intrinsèques aux codes	limitations intrinsèques aux mesures

TAB. 6.1: **Modélisation numérique vs caractérisation expérimentale** : comparaison des deux méthodes pour mettre en valeur leur complémentarité.

Nous allons maintenant décrire les différents dispositifs de caractérisation expérimentale d'antennes et plus particulièrement celui utilisé pour réaliser les campagnes de mesures de cette thèse.

6.2 Généralités sur la caractérisation expérimentale d'antennes

La caractérisation expérimentale des antennes permet de traiter avec la même exactitude tout type d'antennes. Les mesures peuvent être réalisées dans différentes configurations. On distingue notamment les mesures directes du champ lointain des mesures indirectes du champ proche.

6.2.1 Rappels sur la mesure directe du champ lointain

La caractérisation par une mesure directe doit être menée dans des conditions de référence qui sont généralement l'espace libre et un régime d'ondes planes. Le système sous test, couramment appelé AUT pour *Antenna Under Test*, doit se trouver dans la zone tranquille (*quiet zone* en anglais) définie par le volume dans lequel l'onde incidente peut être assimilée à une onde plane. Nous allons maintenant décrire comment créer une zone tranquille sous forme réelle dans une base longue et sous forme virtuelle dans une base compacte.

Bases longues

Dans une base longue, l'espace libre assure la transformation onde sphérique-onde plane qui permet de définir la zone tranquille. L'AUT et la sonde doivent être suffisamment éloignés pour assurer une distance d'au moins $\frac{2D^2}{\lambda}$, D étant l'ouverture de l'émetteur (sonde ou antenne sous test) et λ la longueur d'onde. Bien souvent, l'encombrement de l'antenne et la fréquence imposent de travailler avec une base extérieure. La sonde et l'antenne sous test doivent être préférablement placées en hauteur, par exemple au sommet de deux collines qui se font face (fig. 6.1) pour limiter les interactions avec l'environnement. Ces bases extérieures nécessitent donc de trouver des emplacements géographiques favorables à de telles installations, c'est-à-dire dont la géométrie convienne et sans autres sources électromagnétiques qui pourraient polluer la caractérisation. Néanmoins, il

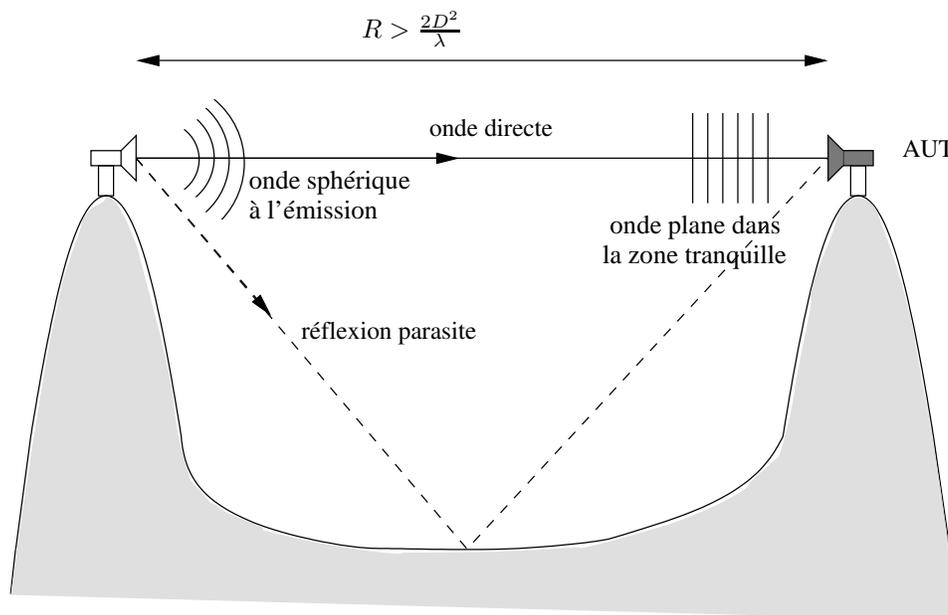


FIG. 6.1: **Base longue** : l'antenne émettrice et l'antenne sous test sont placées face-à-face au sommet de deux collines. La zone tranquille est engendrée par l'espace libre qui assure la transformation en ondes planes. Néanmoins, il subsiste inéluctablement des réflexions parasites notamment sur le sol de la vallée.

subsiste inéluctablement des réflexions parasites notamment sur le sol qui limitent la précision des

mesures en bases extérieures. Ces bases extérieures peuvent également poser des problèmes liés aux intempéries ou à la confidentialité.

Bases compactes

Dans une base compacte, la zone tranquille est créée artificiellement. La transformation onde sphérique - onde plane est réalisée par un système focalisant qui peut être un réflecteur parabolique (cf. fig. 6.2). La source primaire est placée au foyer de la parabole afin que l'onde réfléchi soit plane.

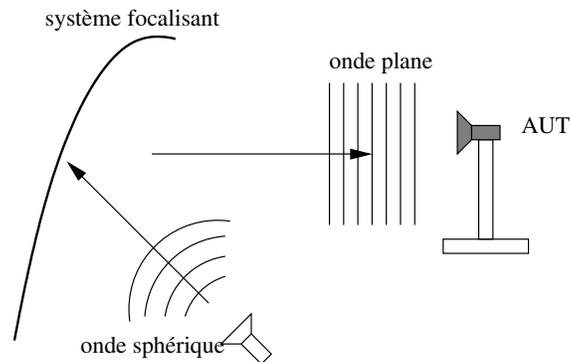


FIG. 6.2: **Base compacte** : la zone tranquille est créée artificiellement en plaçant la source primaire au foyer d'un système focalisant.

Ces bases compactes permettent de mesurer en chambre anéchoïque des antennes de grandes dimensions. Afin de limiter la diffraction par les bords du réflecteurs, ceux-ci sont entourés de serrations (cf. fig. 6.3).

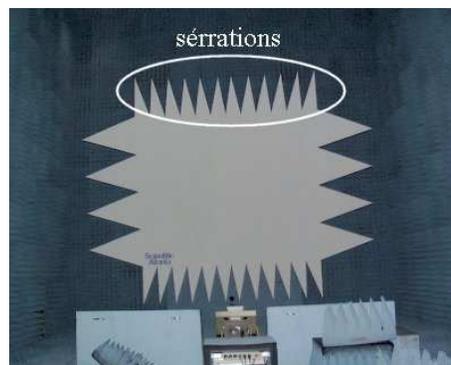


FIG. 6.3: **Serrations du système focalisant d'une base compacte** : le réflecteur assurant la transformation onde sphérique-onde plane présente sur ses bords des serrations limitant les diffractions parasites.

Cependant, ces diffractions parasites limitent la portée basse fréquence de ces bases, quant à l'utilisation aux hautes fréquences, elle est limitée par l'état de surface du réflecteur.

Pour limiter les interactions entre l'AUT et le réflecteur, la taille de ce dernier doit être très grande par rapport aux dimensions de l'AUT.

6.2.2 Mesures indirectes du champ proche

Le principe

La caractérisation d'une antenne par une mesure indirecte consiste à synthétiser l'onde plane au moyen d'une sonde se déplaçant ou d'un réseau de sondes. Le champ total est alors obtenu par une superposition d'ondes planes suivant un développement modal décrit ultérieurement au paragraphe 7.2.

Les différentes bases de mesures

La représentation modale du champ électromagnétique dépend du système de coordonnées utilisé. On distingue trois types de bases de mesures : les bases planaires, cylindriques et sphériques.

- les bases planaires : elles sont particulièrement bien adaptées aux antennes très directives. Le champ est mesuré sur le plan (x, z) échantillonné, faisant face à l'AUT et orthogonal à la direction de propagation (fig. 6.4). La sonde se déplace donc suivant le maillage en x et z sur la figure 6.4.

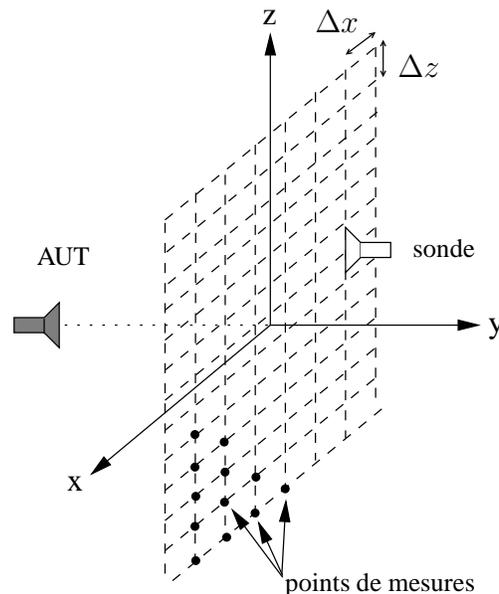


FIG. 6.4: **Système planaire** : la sonde balaie un plan face à l'AUT suivant un certain maillage.

- les bases cylindriques : elles sont bien adaptées aux antennes de station de base qui sont en général allongées verticalement. Le champ est mesuré sur une surface cylindrique échantillonnée entourant l'AUT (fig. 6.5). Le balayage de la surface cylindrique est en général obtenu par une translation verticale de la sonde combinée avec une rotation de 360° de l'AUT suivant l'axe vertical du cylindre.

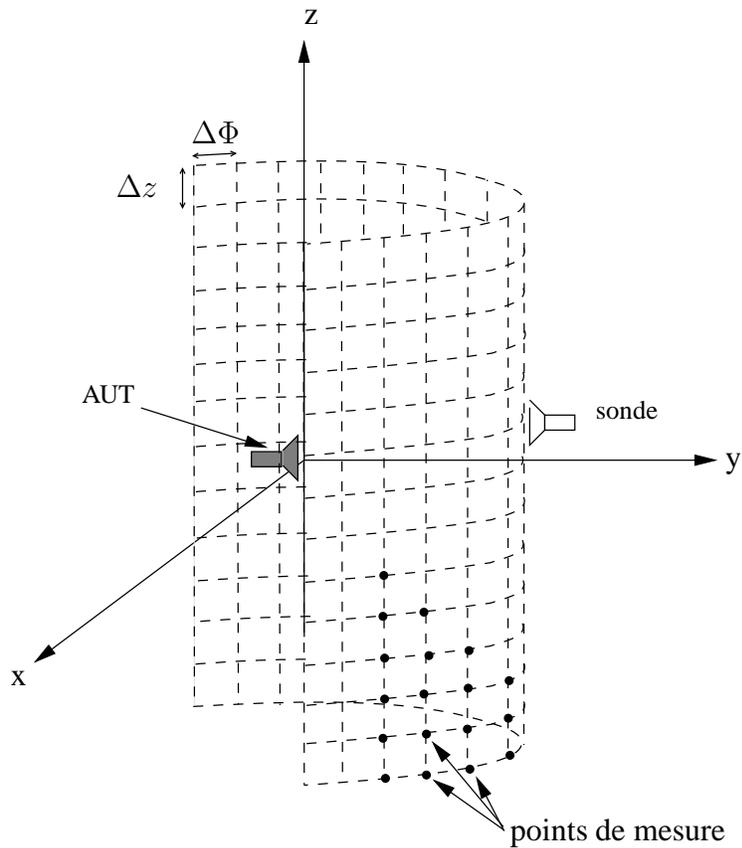


FIG. 6.5: **Système cylindrique** : le balayage de la surface cylindrique est obtenu en combinant une translation verticale de la sonde et une rotation de 360° de l'AUT.

- les bases sphériques : elles permettent de caractériser tout type de sources. La sonde mesure le champ aux points d'échantillonnage d'une surface sphérique (fig. 6.6). La surface sphérique est en général obtenue en combinant une rotation de la sonde sur une demi-cercle centré sur l'AUT et une rotation de 360° de l'AUT suivant l'axe vertical.

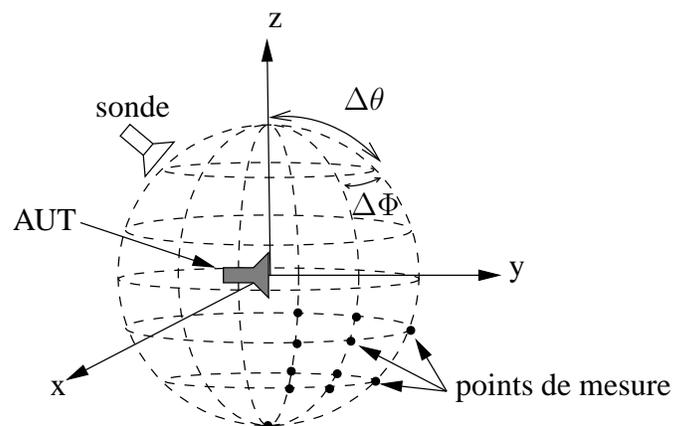


FIG. 6.6: **Système sphérique** : le balayage de la surface sphérique est obtenu en combinant un déplacement de la sonde sur un demi cercle centré sur l'AUT et d'une rotation de 360° de l'AUT.

Les erreurs de troncature

En théorie, la surface de mesures doit englober entièrement le système sous test. En pratique, la surface n'est jamais complète. Dans un système planaire ou cylindrique, la surface de mesure n'est pas infinie. Et même avec une base sphérique, le système de positionnement de l'AUT ne permet pas de garantir une surface sphérique fermée. Cette troncature de la surface de mesure induit une erreur qui dépend principalement du rapport de la puissance captée sur la surface de mesures à la puissance totale émise. Cette erreur de troncature se traduit par une limitation de la région angulaire où le champ est reconstruit sans erreur de troncature

Cette troncature de la surface de mesures est une source d'erreur systématique dont on peut corriger les effets [Bolomey et al. 04], [Bucci et al. 00].

6.3 La chambre anéchoïque de Supélec

6.3.1 La base de mesures

Nous avons utilisé la base de mesures cylindrique dont Supélec est équipée (cf. fig. 6.7). Ce sys-

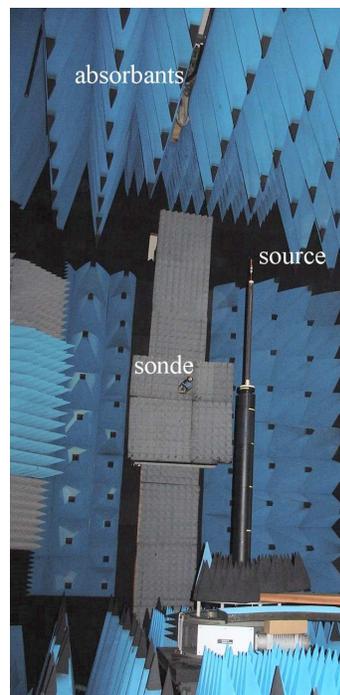


FIG. 6.7: Base cylindrique de Supélec : le système sous test est ici constitué d'un dipôle monté sur un mât.

tème cylindrique de mesures se situe dans la grande chambre anéchoïque dédiée à la mesure d'antennes en champ proche. Cette chambre contient également un banc sphérique de mesures. Les dimensions de la chambre sont de 9 m sur 6 m au sol et de 6 m de hauteur. Les absorbants qui recouvrent les murs de la chambre permettent son utilisation dans une bande de fréquences d'environ 200 MHz - 30 GHz.



FIG. 6.8: **Sonde** : elle est constituée d'un dipôle.

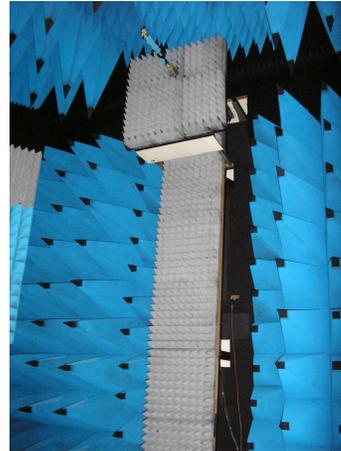


FIG. 6.9: **Système de réception** : sonde montée sur un rail mécanique vertical

6.3.2 Le dispositif de réception

La réception du signal est effectuée par une sonde constituée d'un dipôle (cf. fig. 6.8). Elle balaie une surface cylindrique. Le balayage sur la surface cylindrique est obtenu en combinant une rotation du système sous test et une translation verticale de la sonde. Le mouvement vertical est assuré par la sonde qui est montée sur un rail mécanique vertical d'amplitude 3m70 (cf. fig. 6.9).

La sonde est fixée au rail par un bras permettant un rotation mécanique de 90° de la sonde. Elle effectue une première course verticale avec une certaine polarisation. Puis elle effectue une seconde course verticale après avoir été tournée de 90° de façon à mesurer la seconde polarisation.

Ce mouvement vertical de la sonde est associé à un mouvement de rotation du système sous test grâce à une table tournante (cf. fig. 6.10). Pour chaque position verticale de la sonde, le système

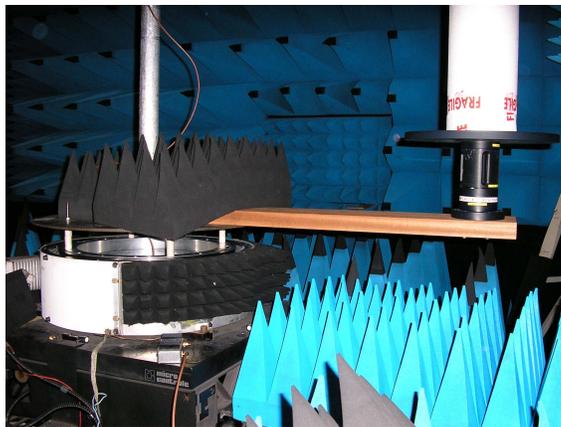


FIG. 6.10: **Table tournante** : le système sous test est montée sur cette table qui permet le mouvement de rotation

sous test effectue une rotation de 360° . La vitesse de rotation est choisie en fonction du système sous test. Nous avons utilisé une vitesse de rotation relativement faible de $5^\circ/s$ pour éviter les oscillations des supports lors des mesures.

6.3.3 L'acquisition des données

Les différents mouvements de la base sont gérés manuellement à partir d'une tour de pilotage (cf. fig. 6.11) ou automatiquement sur un PC équipé du logiciel *SatEnv*. *SatEnv* est un outil d'ac-

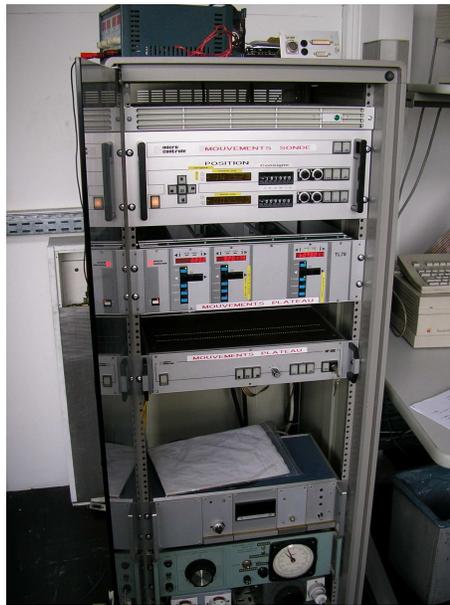


FIG. 6.11: **Tour de pilotage** : système manuel ou automatique de pilotage de la base.

quisition et de traitement de données développé par SATIMO et METRAWARE. Il gère la campagne de mesures et le pilotage des différents instruments (déplacement de la sonde, rotation de l'AUT...). *SatEnv* permet également l'archivage des données, leur visualisation et certains traitements (comme des plans de coupe ou des recherches de points particuliers).

Avant de lancer une mesure, il faut spécifier en entrée de *SatEnv* :

- les plages de variation de la sonde en élévation et de l'AUT en azimut ,
- les pas des échantillonnages en élévation et en azimut,
- les fréquences de travail,
- la vitesse de rotation du système sous test.

6.4 Conclusion

La description des différentes possibilités pour caractériser une antenne par la mesure nous a permis de choisir la base de mesure cylindrique de Supélec. Le système cylindrique s'avère le mieux adapté à la caractérisation d'antennes de station de base.

La base de mesure cylindrique nous servira donc à caractériser le champ proche des sources que nous utiliserons.

Chapitre 7

Les techniques de champ proche

Les techniques de champ proche reposent sur une combinaison de mesures et de traitements numériques pour caractériser le rayonnement d'antennes. Elles consistent à mesurer en un nombre restreint de points le champ rayonné par l'antenne dans sa zone de champ proche, puis à calculer le diagramme de rayonnement par un traitement numérique.

7.1 Introduction

Les techniques de champ proche constituent une méthode de caractérisation d'antennes basée sur un nombre restreint de mesures complété par un traitement numérique.

Les mesures sont effectuées sur une surface entourant l'antenne suivant les méthodes indirectes présentées au paragraphe 6.2.2. Nous allons maintenant préciser le traitement numérique.

A partir du développement modal du champ, qui sera présenté au paragraphe 7.2, on établira la transformation champ proche-champ lointain (CP-CL) au paragraphe 7.3. Cette transformation CP-CL constitue le traitement numérique des techniques de champ proche.

Le système cylindrique de mesures ayant été retenu, les paragraphes suivant présenteront les techniques de champ proche en coordonnées cylindriques. Nous avons implémenté ce formalisme dans un programme que nous appelons CP2CL.

7.2 Méthode du développement modal en coordonnées cylindriques

7.2.1 Principe

Le développement modal repose sur un développement du champ suivant des fonctions d'ondes élémentaires solution de l'équation des ondes. Les solutions élémentaires de l'équation vectorielle des ondes sont construites à partir des solutions élémentaires de l'équation scalaire des ondes.

Après avoir résolu en coordonnées cylindriques les équations scalaire et vectorielle des ondes, nous présenterons le développement modal du champ électrique.

7.2.2 Equation scalaire des ondes en coordonnées cylindriques

L'équation des ondes scalaire associée au champ f et au vecteur d'onde k_0 s'écrit :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge f + k_0^2 f = 0 \quad (7.1)$$

En développant l'opérateur $\nabla \wedge \nabla \wedge$ en coordonnées cylindriques, l'équation (7.1) se réécrit :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 \Phi} + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 z} + k_0^2 f = 0 \quad (7.2)$$

Pour résoudre cette équation, on utilise la méthode dite de "séparation des variables". On suppose que la solution f de l'équation des ondes prend la forme suivante :

$$f(\rho, \Phi, z) = f_1(\rho) f_2(\Phi) f_3(z) \quad (7.3)$$

En utilisant cette décomposition de f , on réécrit l'équation des ondes :

$$f_2 f_3 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) + f_1 f_3 \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} + f_1 f_2 \frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} + k_0^2 f_1 f_2 f_3 = 0 \quad (7.4)$$

- on suppose $f_3 \neq 0$, ce qui permet de diviser l'équation (7.4) par f_3 :

$$f_2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) + f_1 \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} + k_0^2 f_1 f_2 = - \frac{f_1 f_2}{f_3} \frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} \quad (7.5)$$

Le terme de gauche étant indépendant de z ,

$$\exists k_z \in \mathbb{R} / \quad \frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} + k_z^2 f_3 = 0 \quad (7.6)$$

La solution générale de cette équation différentielle (7.6) s'écrit comme la somme d'une onde entrante et d'une onde sortante :

$$f_3(z) = A e^{jk_z z} + B e^{-jk_z z} \quad (7.7)$$

- on suppose $f_2 \neq 0$ ce qui permet de simplifier par f_2 dans (7.4) :

$$f_3 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) + f_1 \frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} + k_0^2 f_1 f_3 = - \frac{f_1 f_3}{\rho^2} \frac{1}{f_2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} \quad (7.8)$$

Le terme de gauche étant indépendant de Φ ,

$$\exists n \in \mathbb{R} / \quad \frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} + n^2 f_2 = 0 \quad (7.9)$$

En supposant le milieu homogène et sans discontinuité, la solution de l'équation des ondes est périodique en Φ donc $n \in \mathbb{Z}$ et f_2 s'écrit :

$$f_2(\Phi) = A_n e^{jn\Phi} + B_n e^{-jn\Phi} \quad (7.10)$$

- on suppose $f_1 \neq 0$ et on simplifie par f_1 l'équation (7.4)

$$f_2 f_3 \frac{1}{\rho f_1} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) + f_3 \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} + f_2 \frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} + k_0^2 f_2 f_3 = 0 \quad (7.11)$$

Par construction, les fonctions f_2 et f_3 vérifient :

$$\frac{\partial^2 f_2}{\partial^2 \Phi} = -n^2 f_2 \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial^2 f_3}{\partial^2 z} = -k_z^2 f_3 \quad (7.13)$$

Donc f_1 satisfait à l'équation suivante :

$$\frac{1}{\rho f_1} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) - \frac{n^2}{\rho^2} - k_z^2 + k_0^2 = 0 \quad (7.14)$$

qui se réécrit sous la forme d'une équation de Bessel :

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f_1}{\partial \rho} \right) + ((k_0^2 - k_z^2) \rho^2 - n^2) f_1 = 0 \quad (7.15)$$

Les solutions des équations de Bessel sont les fonctions de Bessel de première espèce J_n , de deuxième espèce Y_n et de troisième espèce $H_n^{(1)}$ et $H_n^{(2)}$ (aussi appelées fonctions de Hankel de première et deuxième espèce). Le type de fonction de Bessel à choisir dépendra du problème qu'on cherche à résoudre. Si le champ doit être défini à l'origine, la fonction de Bessel de première espèce doit être choisie car celle de deuxième espèce et les fonctions de Hankel divergent à l'origine. A l'inverse, si le champ doit être défini à l'infini, les fonctions de Hankel doivent être retenues.

Les comportements asymptotiques des fonctions de Hankel (7.16) et (7.17) permettent de choisir entre la fonction de première espèce et celle de deuxième espèce.

$$\lim_{kr \rightarrow +\infty} H_n^{(1)}(kr) = \frac{e^{+jkr}}{kr} \quad (7.16)$$

$$\lim_{kr \rightarrow +\infty} H_n^{(2)}(kr) = \frac{e^{-jkr}}{kr} \quad (7.17)$$

Avec la convention temporelle retenue (à savoir $e^{j\omega t}$), pour traduire une onde sortante, il faut choisir la fonction de Hankel de deuxième espèce $H_n^{(2)}$ et pour traduire une onde rentrante, on retiendra la fonction de Hankel de première espèce $H_n^{(1)}$.

D'une façon générale, on notera Z_n la fonction de Bessel solution de (7.15) et on notera

$$f_1(\rho) = Z_n(\nu\rho) \quad (7.18)$$

$$\text{avec } \nu = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}.$$

Finalement, la résolution par la méthode de séparation des variables de l'équation scalaire des ondes aboutit à une solution qui peut s'écrire :

$$f(\rho, \Phi, z) = Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \quad (7.19)$$

7.2.3 Solutions élémentaires à l'équation vectorielle des ondes en coordonnées cylindriques

Soit z l'axe du cylindre.

Les solutions élémentaires de l'équation vectorielle des ondes sont [Stratton 41] :

$$\vec{e}_1 = \nabla \wedge (f\vec{u}_z) \quad (7.20)$$

$$\vec{e}_2 = \frac{1}{k} \nabla \wedge (\vec{e}_1) \quad (7.21)$$

En utilisant l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques, on obtient :

$$\vec{e}_1^n(k_z) = \begin{vmatrix} \frac{jn}{\rho} Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ -\nu \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (7.22)$$

$$\vec{e}_2^n(k_z) = \frac{j\nu}{k} \begin{vmatrix} k_z \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ \frac{jnk_z}{\nu\rho} Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ \frac{j}{\rho} \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} + j\nu \frac{\partial^2 Z_n}{\partial \rho^2}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} - \frac{jn^2}{\rho^2\nu} Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \end{vmatrix} \quad (7.23)$$

On peut simplifier la composante suivant \vec{u}_z de $\vec{e}_2^n(k_z)$ en faisant apparaître une équation de Bessel.

$$\vec{e}_2^n(k_z) \cdot \vec{u}_z = \frac{j}{\rho^2\nu} \left(\underbrace{\rho^2\nu^2 \frac{\partial^2 Z_n}{\partial \rho^2}(\rho\nu) + \rho\nu \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) + (\rho^2\nu^2 - n^2) Z_n(\rho\nu) - \rho^2\nu^2 Z_n(\rho\nu)}_{=0 \text{ (équation de Bessel)}} \right) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \quad (7.24)$$

$$= -j\nu Z_n(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \quad (7.25)$$

Les fonctions élémentaires

$$\vec{e}_1^n(k_z) = \begin{vmatrix} \frac{jn}{\rho} Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ -\nu \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{e}_2^n(k_z) = \frac{j\nu}{k} \begin{vmatrix} k_z \frac{\partial Z_n}{\partial \rho}(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ \frac{jnk_z}{\nu\rho} Z_n(\nu\rho) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ -j\nu Z_n(\rho\nu) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \end{vmatrix} \quad (7.26)$$

sont les solutions de base de l'équation vectorielle des ondes.

7.2.4 Développement modal

On construit la solution générale à l'équation vectorielle des ondes sous la forme d'une combinaison linéaire des solutions élémentaires (7.26).

Comme $n \in \mathbb{Z}$, la solution générale présente une somme discrète sur l'indice n . Par contre, il n'existe pas de condition de périodicité sur f_3 donc l'indice k_z est continu sur \mathbb{R} et la solution générale comporte une intégrale sur ce paramètre k_z .

Si on note $\alpha_1^n(k_z)$ et $\alpha_2^n(k_z)$ les coefficients du développement modal en coordonnées cylindriques, on peut écrire

$$\vec{E}(\rho, \Phi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\alpha_1^n(k_z) \vec{e}_1^n(k_z) + \alpha_2^n(k_z) \vec{e}_2^n(k_z) \right] dk_z \quad (7.27)$$

Pour déterminer le champ magnétique \vec{H} , nous utilisons l'équation de Maxwell (2.9) :

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

Par construction, les solutions élémentaires \vec{e}_1 et \vec{e}_2 vérifient (7.21) :

$$\nabla \wedge \vec{e}_1 = k \vec{e}_2 \quad (7.28)$$

$$\nabla \wedge \vec{e}_2 = \frac{1}{k} \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{e}_2 \quad (7.29)$$

Mais comme \vec{e}_1 est solution de l'équation vectorielle des ondes $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{e}_1 - k^2 \vec{e}_1 = \vec{0}$, (7.29) se ré-écrit :

$$\nabla \wedge \vec{e}_2 = k \vec{e}_1 \quad (7.30)$$

Ainsi, on peut écrire le rotationnel du champ électrique et par suite le champ magnétique :

$$\vec{H} = \frac{-k}{j\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\alpha_1^n(k_z) \vec{e}_2^n(k_z) + \alpha_2^n(k_z) \vec{e}_1^n(k_z) \right] dk_z \quad (7.31)$$

7.3 Transformation champ proche - champ lointain en coordonnées cylindriques

7.3.1 Formalisme

On a construit la solution générale de l'équation vectorielle des ondes comme une combinaison linéaire des solutions élémentaires \vec{e}_1^n et \vec{e}_2^n (cf. 7.27) :

$$\vec{E}(\rho, \Phi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\alpha_1^n(k_z) \vec{e}_1^n(k_z) + \alpha_2^n(k_z) \vec{e}_2^n(k_z) \right] dk_z$$

Ayant construit les deux vecteurs solutions \vec{e}_1^n et \vec{e}_2^n , il faut maintenant déterminer les coefficients de la combinaison linéaire. Le calcul de ces coefficients se fait à l'aide de la théorie des transformées de Fourier spatiales bi-dimensionnelles.

Soit $f(\rho, \Phi, z)$ une fonction définie en coordonnées cylindriques. On définit sa transformée de Fourier bi-dimensionnelle [Williams 99] par rapport à z et Φ , $F(n, k_z)$ par :

$$F(n, k_z) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(f(\rho, \Phi, z) e^{-jn\Phi} e^{-jk_z z} \right) dz d\Phi \quad (7.32)$$

$$f(\rho, \Phi, z) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(F(n, k_z) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \right) dk_z \quad (7.33)$$

En posant

$$\begin{cases} \vec{e}_1^n(k_z) = \vec{u}_1^n(k_z) e^{jn\Phi} e^{jk_z z} \\ \vec{e}_2^n(k_z) = \vec{u}_2^n(k_z) e^{jn\Phi} e^{jk_z z}, \end{cases} \quad (7.34)$$

on peut rapprocher la transformée de Fourier inverse du champ (7.33) et le développement en combinaison linéaire (7.27).

Par identification, on obtient alors une expression de $\vec{\mathcal{E}}$ la transformée de Fourier bi-dimensionnelle du champ électrique \vec{E} :

$$\vec{\mathcal{E}}(n, k_z) = 2\pi \left(\alpha_1^n(k_z) \vec{u}_1^n(k_z) + \alpha_2^n(k_z) \vec{u}_2^n(k_z) \right) \quad (7.35)$$

En projetant cette équation suivant la polarisation H (c'est à dire suivant \vec{u}_Φ) et suivant la polarisation V (c'est à dire suivant \vec{u}_z), on obtient un système de deux équations à deux inconnues $\alpha_1^n(k_z)$ et $\alpha_2^n(k_z)$.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_H(n, k_z) = -2\pi\alpha_1^n(k_z)\nu\frac{\partial Z_n}{\partial\rho}(\rho\nu) - 2\pi\frac{nk_z}{\rho k_0}Z_n(\rho\nu)\alpha_2^n(k_z) \\ \mathcal{E}_V(n, k_z) = 2\pi\frac{\nu^2}{k_0}Z_n(\rho\nu)\alpha_2^n(k_z) \end{cases} \quad (7.36)$$

La résolution de ce système nous permet de déterminer les coefficients du développement de \vec{E} et \vec{H} en fonction de la transformée de Fourier bi-dimensionnelle du champ électrique sur le cylindre :

$$\begin{cases} \alpha_2^n(k_z) = \frac{k\mathcal{E}_V}{2\pi\nu^2 Z_n(\rho\nu)} \\ \alpha_1^n(k_z) = -\frac{\mathcal{E}_H}{2\pi\nu\frac{\partial Z_n}{\partial\rho}(\rho\nu)} - \frac{nk_z Z_n(\rho\nu)}{\rho k\nu\frac{\partial Z_n}{\partial\rho}(\rho\nu)}\alpha_2^n(k_z) \end{cases} \quad (7.37)$$

7.3.2 Conclusion

A partir des mesures des composantes tangentielles du champ électrique en un certain nombre de points, on calcule leur transformée de Fourier bidimensionnelle. Ces transformées de Fourier permettent de calculer les coefficients des développements modaux des champs électrique et magnétique.

Nous avons implementé ce formalisme dans le programme appelé CP2CL. CP2CL permet, à partir de mesures des composantes tangentielles du champ électrique d'une antenne sur un maillage cylindrique, de reconstruire les champs électrique et magnétique sur des surfaces cylindriques de rayons supérieurs.

7.4 Validation

Pour valider le programme CP2CL écrit pour assurer la transformation champ proche champ lointain en coordonnées cylindriques, nous avons utilisé des champs d'antennes de station de base simulés sur des surfaces cylindriques de différents rayons.

- BTS1 1800MHz : 20 cm de largeur et 170 cm de hauteur
- BTS2 1800MHz : 50 cm de largeur et 50 cm de hauteur

Pour chaque antenne, nous disposons de champs sur des cylindres de rayons 50 cm, 70 cm et 100 cm. Pour valider CP2CL, le programme de transformation champ proche champ lointain mis au point, nous reconstruisons le champ à une hauteur fixée sur des cercles de rayons 70 cm et 100 cm à partir des données sur le cylindre de 50 cm. Ces valeurs reconstruites à l'aide de CP2CL sont ensuite comparées aux simulations de référence.

La figure 7.1 illustre le cas d'une reconstruction par CP2CL à $r = 70$ cm et à $z = 22$ cm pour la BTS1 à gauche et pour la BTS2 à droite. En bleu, les polarisations reconstruites et en rouge, les polarisations simulées de référence. Les lignes continues correspondent aux co-polarisations et les lignes en tirets aux cross-polarisations.

La polarisation principale du champ reconstruite est en très bon accord avec celle de référence. La polarisation secondaire est moins bien reconstruite mais reste en bon accord avec la référence.

Sur la figure 7.2, ce sont les résultats de la reconstruction à $r=1$ m et $z=22$ cm qui sont présentées. Les conventions de représentation sont les mêmes que dans le cas précédent. Dans ce cas, les résultats sont encore en très bon accord.

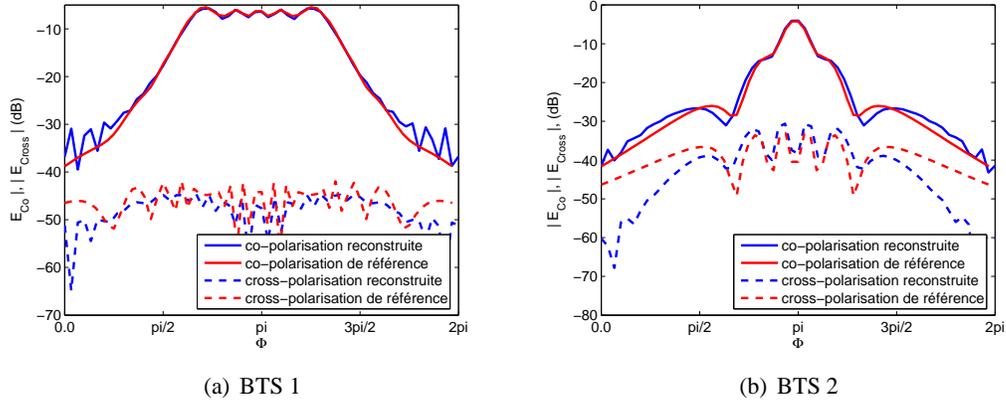


FIG. 7.1: **Transformation CP/CL de 50 cm à 70 cm** : à partir de simulations sur le cylindre de 50 cm de rayon, on reconstruit les polarisations principale (*en bleu continu*) et secondaire, (*en tirets bleu*), à $z=22$ cm sur un cercle de rayon 70 cm, et on compare aux polarisations principale (*en rouge continu*) et secondaire (*en tirets rouge*) simulées sur le cylindre de 70 cm.

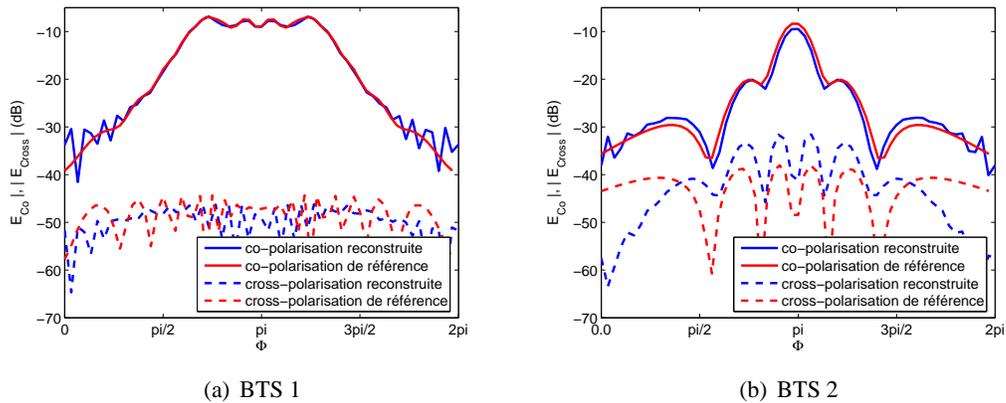


FIG. 7.2: **Transformation CP/CL de 50 cm à 100 cm** : à partir des simulations sur un cylindre de 50 cm de rayon, on reconstruit les polarisations principale (*en bleu continu*) et secondaire, (*en tirets bleu*), à $z=22$ cm, sur un cercle de rayon 100 cm, et on compare aux polarisations principale (*en rouge continu*) et secondaire (*en tirets rouge*) simulées sur le cylindre de 100 cm.

Nous avons également testé notre programme de transformation champ proche champ lointain dans le cas où la source est un dipôle. Le rayonnement est alors connu analytiquement. Mais le rayonnement du dipôle est nettement moins directif que les antennes de station de base testées. En comparant les distributions de champ électrique sur une surface cylindrique rayonné d'une part par un dipôle et d'autre part par les BTS étudiées, on observe que le rapport puissance captée sur le cylindre sur puissance totale rayonnée est beaucoup plus faible dans le cas du dipôle. Pour avoir le même ordre de grandeur, il faudrait un cylindre d'une hauteur de 50 m.

7.5 Conclusion

Les méthodes de champ proche présentent l'avantage de prendre en compte exactement l'antenne et son environnement proche. Le programme Matlab CP2CL mis au point permet à partir d'un jeu de données sur un cylindre de reconstruire le champ en tout point extérieur à ce cylindre. Les

tests effectués pour valider ce programme nous ont montré que la transformation champ proche champ lointain en coordonnées cylindriques n'est pas adaptée au cas des antennes peu directives dans un plan vertical, comme par exemple les dipôles. Pour négliger l'effet de troncature inhérent au système cylindrique, le cylindre de mesures devrait avoir une hauteur de plus de 50 m ! Ce programme de transformation champ proche champ lointain ne sera donc utilisé qu'avec les données d'antennes de station de base.

Quatrième partie

Le couplage champ proche - champ lointain

Les deuxième et troisième parties de cette thèse ont permis d'établir des solutions pour caractériser la propagation des ondes électromagnétiques soit dans la zone de champ lointain soit dans la zone de champ proche. Mais les outils du champ lointain ne prennent pas correctement en compte les objets de la zone de champ proche et les outils du champ proche ne s'appliquent pas au delà car ils sont rapidement limités par les temps de calculs et la mémoire requise.

Cependant, en pratique, une source est bien souvent entourée d'objets situés à la fois dans sa zone de champ proche et dans sa zone de champ lointain. Dans cette partie, nous cherchons donc à exploiter les avantages des différentes méthodes proposées dans les deuxième et troisième parties pour proposer un modèle global prenant en compte les objets situés à la fois dans la zone de champ proche et dans celle de champ lointain.

Pour rassembler ces deux zones, nous allons nous appuyer sur une représentation du champ par une intégrale de frontière. Cette formulation intégrale repose sur la théorie de Green qui est présentée au chapitre 8. Nous présenterons dans un premier temps, les fonctions de Green dyadiques spécifiques à l'électromagnétisme. Puis, nous introduirons le concept de fonction de Green généralisée associée à un milieu quelconque.

Enfin, au chapitre 9, la formulation intégrale assurant le couplage sera établie. Nous verrons comment les méthodes présentées dans les deuxième et troisième parties de cette thèse seront avantageusement exploitées pour assurer la prise en compte dans notre formulation des objets situés dans le champ lointain mais également ceux situés dans le champ proche.

Chapitre 8

La théorie de Green

La théorie des fonctions de Green constitue un outil puissant d'analyse des phénomènes physiques régis par des équations différentielles linéaires non homogènes. Après une brève présentation de la notion de fonction de Green, nous verrons qu'en électromagnétisme, celles-ci sont dites "dyadiques" et se présentent sous forme d'un opérateur tensoriel de rang deux. Enfin, nous distinguerons les fonctions de Green dyadiques associées à des milieux homogènes isotropes et celles associées à des milieux complexes.

8.1 Les fonctions de Green

Notion de fonction de Green

Les fonctions de Green constituent un outil mathématique couramment utilisé en physique pour résoudre des problèmes régis par des équations différentielles linéaires non homogènes [Morse & Feshbach 53], [Duffy 01]. L'équation typique résolue à l'aide de la théorie de Green se met sous la forme générique suivante :

$$\mathcal{L}f(x) = u(x) \tag{8.1}$$

où \mathcal{L} est un opérateur mathématique linéaire différentiel, $u(x)$ est une fonction connue de la variable d'espace x que l'on appellera fonction source et $f(x)$ est la fonction recherchée.

La méthode des fonctions de Green repose sur la résolution de l'équation caractéristique associée à (8.1) avec pour terme source une distribution de Dirac :

$$\mathcal{L}g(\xi, x) = \delta(\xi, x) \tag{8.2}$$

où δ est la distribution de Dirac entre deux points ξ et x qu'on appellera respectivement le point source et le point récepteur. Les fonctions $g(\xi, x)$ solutions de l'équation (8.2) sont appelées fonctions de Green ou solutions élémentaires. A un problème donné, on peut associer de nombreuses fonctions de Green qui dépendent des conditions aux limites imposées lors de leur calcul.

La solution générale $f(x)$ de l'équation (8.1) s'exprime alors sous une forme variationnelle dans laquelle la fonction de Green $g(\xi, x)$ et la fonction source $u(\xi)$ apparaissent :

$$f(x) = \int g(\xi, x)u(\xi)d\xi \quad (8.3)$$

Pour le vérifier, il suffit d'appliquer l'opérateur \mathcal{L} à cette solution :

$$\mathcal{L}f(x) = \mathcal{L} \int g(\xi, x)u(\xi)d\xi \quad (8.4)$$

$$= \int (\mathcal{L}g(\xi, x))u(\xi)d\xi \quad (8.5)$$

$$= u(x) \quad (8.6)$$

Ainsi, la fonction $f(x)$ définie par (8.3) est bien une solution de l'équation différentielle (8.1). Ce calcul suppose que l'intégrale et l'opérateur \mathcal{L} peuvent commuter lors du passage de (8.4) à (8.5). Ce qui impose quelques précautions dans l'application de cette méthode aux problèmes que l'on cherchera à résoudre.

Fonction de Green associée à l'équation de Helmholtz

Dans un problème de propagation scalaire ou vectorielle, c'est l'équation de Helmholtz qui régit le comportement de la grandeur propagée [Jones 86]. Supposons que notre grandeur est scalaire et notée f et que le terme source est noté u . Alors l'équation scalaire de Helmholtz s'écrit :

$$\nabla^2 f(x) + k^2 f(x) = -u(x) \quad (8.7)$$

On note $F(X)$ (respectivement $U(X)$) la transformée de Fourier de $f(x)$ (respectivement de $u(x)$) :

$$F(X) = \int f(x)e^{-jxX} \quad (8.8)$$

On applique la transformée de Fourier à l'équation de Helmholtz (8.7) :

$$\nabla^2 F(X) + k^2 F(X) = -U(X) \quad (8.9)$$

Supposons pour l'instant que $k^2 \notin \mathbb{R}^+$. Comme

$$\nabla^2 F(X) = -|X|^2 F(X) \quad (8.10)$$

alors $F(X)$ s'écrit

$$F(X) = \frac{U(X)}{|X|^2 - k^2} = G(X) \times U(X) \quad (8.11)$$

avec la fonction g définie par sa transformée de Fourier $G(X)$:

$$G(X) = \frac{1}{|X|^2 - k^2} \quad (8.12)$$

Or la transformée de Fourier inverse d'un produit de fonctions est la convolution des transformées de Fourier inverses des fonctions, c'est à dire que

$$f(x) = g * u = \int g(x - y)u(y)dy \quad (8.13)$$

Comme $u(y)$ est une fonction connue, résoudre l'équation de Helmholtz (8.7) revient à calculer $g(x)$.

Dans le domaine de Fourier, $G(X)$ vérifie :

$$\nabla^2 G(X) + k^2 G(X) = (-|X|^2 + k^2)G(X) = -1 \quad (8.14)$$

En repassant dans le domaine réel par une transformée de Fourier inverse, on montre que g vérifie l'équation de Helmholtz avec une distribution de Dirac comme terme source :

$$\nabla^2 g(x) + k^2 g(x) = -\delta(x) \quad (8.15)$$

On peut alors démontrer (annexe B) que la fonction de Green $g(x)$, solution de cette équation, se met sous la forme suivante :

$$g(x) = \frac{e^{-jk|x|}}{4\pi|x|} \quad (8.16)$$

Pour écrire (8.11), on avait fait l'hypothèse que le carré du vecteur d'onde k^2 n'était pas un réel positif. Or, dans de nombreux cas physiques, on a bien $k^2 \in \mathbb{R}^+$. En utilisant le principe d'absorption limite [Inria 03], on étend la définition (8.16) de la fonction de Green aux cas $k^2 \in \mathbb{R}^+$. Le principe d'absorption limite consiste à approcher $k^2 \in \mathbb{R}^+$ par $k^2 + j\epsilon \notin \mathbb{R}^+$ avec $\epsilon > 0$ destiné à tendre vers zéro.

8.2 Les fonctions de Green dyadiques en électromagnétisme

La théorie de Green scalaire constitue un outil parfaitement adapté à la résolution d'équations de propagation scalaires comme en acoustique par exemple [Jones 86]. Cependant en électromagnétisme, la nature vectorielle des grandeurs et des équations qui régissent la propagation imposent l'utilisation de fonctions de Green dites "dyadiques" qui sont représentées par des opérateurs tensoriels d'ordre deux. Le formalisme dyadique est rappelé dans l'annexe C.

Ces fonctions de Green dyadiques peuvent être introduites dans le formalisme électromagnétique de deux façons :

- à partir des fonctions de Green scalaires,
- à partir du formalisme dyadique.

8.2.1 Introduction à partir de la fonction de Green scalaire

La théorie des potentiels brièvement rappelée dans le paragraphe 2.4 a notamment permis d'introduire le potentiel vecteur \vec{A} . Nous avons également établi l'équation de propagation (2.26) vérifiée par \vec{A} que nous rappelons ici :

$$\nabla^2 \vec{A}(P) + k_0^2 \vec{A}(P) = -\mu_0 \vec{J}(P) \quad (8.17)$$

A partir de \vec{A} , le champ électrique \vec{E} peut être exprimé sous la forme (2.25) rappelée ci-dessous :

$$\vec{E}(P) = -j\omega \left(\vec{A}(P) + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \vec{A}(P) \right) \quad (8.18)$$

On introduit alors la fonction de Green scalaire associée à l'équation de Helmholtz et introduite au paragraphe précédent 8.1 :

$$\nabla^2 g(M, P) + k_0^2 g(M, P) = -\delta(M, P) \quad (8.19)$$

La solution de l'équation de propagation (8.17) se met alors sous la forme variationnelle suivante :

$$\vec{A}(P) = \mu_0 \iiint_V g(M, P) \vec{J}(M) dV(M) \quad (8.20)$$

En reportant cette expression (8.20) de \vec{A} dans l'équation (8.18), on obtient :

$$\vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \left[g(M, P) \vec{J}(M) + \frac{1}{k_0^2} \nabla_P \nabla_P \cdot \left(g(M, P) \vec{J}(M) \right) \right] dV(M) \quad (8.21)$$

On précise avec la notation ∇_P que les opérateurs sont appliqués par rapport au point P.

Or la densité de courant \vec{J} est prise au point M donc on a :

$$\nabla_P \nabla_P \cdot \left(g(M, P) \vec{J}(M) \right) = \left(\nabla_P \nabla_P g(M, P) \right) \vec{J}(M) \quad (8.22)$$

avec $\nabla\nabla$ l'opérateur différentiel tensoriel défini en coordonnées cartésiennes par :

$$\nabla\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (8.23)$$

On peut alors écrire (8.21) sous la forme suivante :

$$\vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \left[\left(\vec{I} + \frac{1}{k_0^2} \nabla\nabla \right) g(M, P) \vec{J}(M) \right] dV(M) \quad (8.24)$$

avec $\vec{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ la dyade unité.

Cette expression (8.24) de \vec{E} nous permet d'introduire la fonction de Green dyadique $\vec{\vec{\Gamma}}_0(M, P)$ définie à partir de la fonction de Green scalaire $g(M, P)$ associée à l'équation de Helmholtz :

$$\vec{\vec{\Gamma}}_0(M, P) = \left(\vec{I} + \frac{1}{k_0^2} \nabla\nabla \right) g(M, P) \quad (8.25)$$

8.2.2 Introduction par le formalisme dyadique

Dans le paragraphe précédent 8.2.1, la fonction de Green dyadique a été définie à l'aide de la fonction de Green scalaire associée à l'équation de Helmholtz. Nous allons maintenant retrouver cette fonction de Green dyadique en la construisant comme une fonction de transfert de l'espace libre.

On choisit d'introduire une fonction de Green dyadique électrique $\vec{\vec{\Gamma}}_0(M, P)$ qui caractérise le champ électrique au point récepteur P rayonné par trois dipôles élémentaires placés au point source M. $\vec{\vec{\Gamma}}_0(M, P)$ caractérise la propagation du champ électrique dans l'espace libre. Le rayonnement

des trois dipôles choisis pour construire la fonction de Green dyadique est caractérisé par des densités de courant vérifiant :

$$\forall P, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}, \quad \vec{J}_j(P) = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \delta(M, P) \vec{x}_j \quad (8.26)$$

avec $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ une base orthonormée de l'espace. Le facteur $\frac{-1}{j\omega\mu_0}$ est un facteur de normalisation qui permet à la fonction de Green de vérifier par construction l'équation de propagation suivante :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \bar{\Gamma}_0(M, P) - k_0^2 \bar{\Gamma}_0(M, P) = \delta(M, P) \bar{I} \quad (8.27)$$

La solution générale de l'équation de propagation vectorielle (2.13) apparait alors comme la convolution entre le terme source \vec{J} et la fonction de transfert de l'espace libre :

$$\vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{\Gamma}_0(M, P) \vec{J}(M) dV(M) \quad (8.28)$$

Nous allons maintenant montrer que la fonction de Green ainsi introduite et la fonction de Green déduite de la fonction de Green scalaire (8.25) ne forment qu'une seule et même dyade.

Les équations de Maxwell associées à la condition de jauge ont permis d'établir au paragraphe 2.3.2 l'équation (2.18) de propagation du champ \vec{E} :

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \vec{E} = j\omega\mu_0 \left(\vec{J} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \cdot \vec{J} \right) \quad (8.29)$$

Cette équation peut se réécrire formellement à l'aide des deux opérateurs tensoriels suivant $\mathcal{F} = \nabla^2 + k_0^2$ et $\mathcal{L} = \mathcal{I} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla$:

$$\mathcal{F} \vec{E} = j\omega\mu_0 \mathcal{L} \vec{J} \quad (8.30)$$

En supposant que l'on peut inverser l'opérateur \mathcal{F} , on obtient :

$$\vec{E} = j\omega\mu_0 \mathcal{F}^{-1} \mathcal{L} \vec{J} \quad (8.31)$$

On utilise maintenant une formulation intégrale de cette équation pour faire apparaître la convolution entre le terme source \vec{J} et un autre terme que l'on pourra identifier à la dyade de Green.

$$\vec{E} = j\omega\mu_0 \int_V \mathcal{F}^{-1} \mathcal{L} \vec{J} \delta dV \quad (8.32)$$

Par définition de la fonction de Green scalaire (8.19), celle-ci vérifie :

$$g(M, P) = -\mathcal{F}^{-1} \delta(M, P) \quad (8.33)$$

En supposant que dans l'équation (8.32), on peut commuter \mathcal{F}^{-1} et \mathcal{L} , on obtient, en tenant compte de (8.33) :

$$\vec{E} = -j\omega\mu_0 \iiint_V \mathcal{L} g \vec{J} dV \quad (8.34)$$

Par identification avec l'équation (8.28), on retrouve bien la relation (8.25) précédemment établie entre la dyade de Green et la fonction de Green scalaire :

$$\bar{\Gamma}_0(M, P) = \left(\bar{I} + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla \right) g(M, P) \quad (8.35)$$

8.3 Les fonctions de Green pour une scène complexe

On a vu que la fonction de Green $\overline{\overline{\Gamma}}_0(M, P)$ représente la fonction de transfert de l'espace libre.

Mais la théorie de Green ne s'applique pas qu'à l'espace libre. Des fonctions de Green associées à des géométries simples comme la sphère, le cylindre infini ou le plan infini ont été calculées analytiquement notamment dans [Tai 93], [Bowman et al. 87] et [Mentzer 55]. Elle a également été appliquée avec succès pour caractériser des milieux stratifiés, dans le domaine de la microscopie en champ proche par exemple [Courjon & Bainier 01], [Paulus et al. 00], [Colas des Francs 02].

Sur le même principe, nous avons construit une fonction de Green dyadique $\overline{\overline{\Gamma}}(M, P)$ qui caractérise la propagation du champ électrique dans un milieu complexe [Conil et al. 05a]. Cette dyade de Green devra rendre compte de la présence des objets du milieu.

On considère donc un milieu encombré d'objets comme illustré sur la figure 8.1.

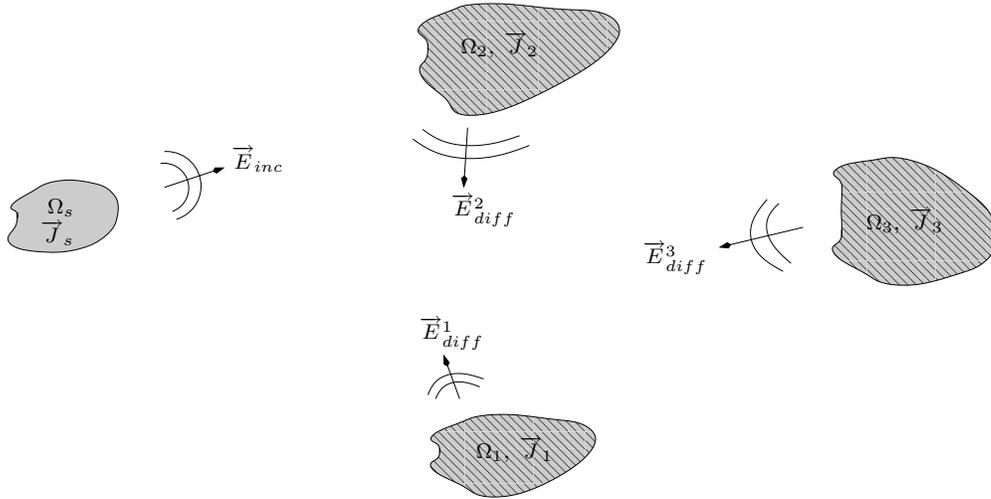


FIG. 8.1: **Milieu complexe** : scène composée d'une source volumique émettant une onde incidente \vec{E}_{inc} et de trois objets Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 . L'onde incidente, par interaction avec les objets, crée trois champs diffractés.

Dans cet exemple, la scène est composée d'une source primaire caractérisée par une densité de courant \vec{J}_s et un volume Ω_s , et de trois objets de volume Ω_i , $i \in \{1, 2, 3\}$. La source primaire émet une onde incidente notamment caractérisée par un champ électrique \vec{E}_{inc} . Des courants de densités \vec{J}_i sont induits dans les objets. Ces courants sont soit volumiques si les objets sont diélectriques soit surfaciques si les objets sont métalliques. Ces courants induits sont à l'origine des champs diffractés \vec{E}_{diff}^i .

Le champ total au point P peut être décomposé en la somme du champ incident et des champs diffractés par les objets de la scène :

$$\forall P, \vec{E}(P) = \vec{E}_{inc}(P) + \sum_{i=1}^3 \vec{E}_{diff}^i(P) \quad (8.36)$$

En utilisant la fonction de Green dyadique de l'espace libre $\overline{\overline{\Gamma}}_0(M, P)$, on peut exprimer les différents champs comme des convolutions entre $\overline{\overline{\Gamma}}_0(M, P)$ et les courants source et induits :

$$\forall P, \vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \int_{\Omega_s} \overline{\overline{\Gamma}}_0(M, P) \vec{J}_s(M) d\Omega_s(M) - j\omega\mu_0 \sum_{i=1}^3 \int_{\Omega_i} \overline{\overline{\Gamma}}_0(M, P) \vec{J}_i(M) d\Omega_i(M) \quad (8.37)$$

Dans cette équation, le courant source \vec{J}_s est supposé connu mais par contre, les courants induits \vec{J}_i sont les inconnus de cette équation. Pour éviter le calcul de ces courants induits, on souhaite construire une dyade de Green $\overline{\overline{\Gamma}}(M, P)$ associée au milieu complexe qui permette d'exprimer le champ uniquement à partir de la densité de courant de la source primaire sous la forme suivante :

$$\forall P, \vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \int_{\Omega_s} \overline{\overline{\Gamma}}(M, P) \vec{J}_s(M) d\Omega_s(M) \quad (8.38)$$

On a vu dans le paragraphe précédent que le champ diffracté en espace libre par un objet parcouru par des courants induits de densité \vec{J}_i peut s'exprimer formellement à l'aide des opérateurs tensoriels \mathcal{L} et \mathcal{F} :

$$\forall i \in \{1, 2, 3\}, \vec{E}_{diff}^i = j\omega\mu_0 \mathcal{L}^{-1} \mathcal{F} \vec{J}_i \quad (8.39)$$

Afin d'exprimer les densités de courant \vec{J}_i induites dans les objets en fonction du champ total, on introduit les susceptibilités électriques des objets χ_e^i :

$$\forall P, \chi_e^i(P) = \epsilon_r^i(P) - 1 \quad (8.40)$$

$$\forall P, \vec{J}_i(P) = -j\omega\chi_e^i(P) \vec{E}(P) \quad (8.41)$$

avec ϵ_r^i les permittivités relatives des objets.

On vérifie bien dans l'expression (8.41) que :

$$\begin{cases} \text{si } P \in \Omega_i, \vec{J}_i(P) \neq \vec{0} \\ \text{si } P \notin \Omega_i, \vec{J}_i(P) = \vec{0} \text{ car } \chi_e^i = 0 \end{cases}$$

En introduisant l'expression de \vec{J}_i (8.41) dans l'expression du champ diffracté (8.39), on obtient le champ diffracté en fonction du champ total :

$$\vec{E}_{diff}^i = \omega^2 \mu_0 \chi_e^i \mathcal{L}^{-1} \mathcal{F} \vec{E} \quad (8.42)$$

En reportant (8.42) dans l'équation (8.36), on obtient :

$$\vec{E} = \vec{E}_{inc} + \sum_{i=1}^3 \left(\omega^2 \mu_0 \chi_e^i \mathcal{L}^{-1} \mathcal{F} \vec{E} \right) \quad (8.43)$$

On peut alors obtenir une expression du champ total en fonction du champ incident en supposant que les opérateurs tensoriels utilisés sont inversibles :

$$\vec{E} = \left(\overline{\overline{\Gamma}} - \sum_{i=1}^3 \left(\omega^2 \mu_0 \chi_e^i \mathcal{L}^{-1} \mathcal{F} \right) \right)^{-1} \vec{E}_{inc} \quad (8.44)$$

Par ailleurs, on peut exprimer le champ incident \vec{E}_{inc} en fonction du courant de la source réelle \vec{J}_s :

$$\vec{E}_{inc} = j\omega\mu_0\mathcal{L}^{-1}\mathcal{F}\vec{J}_s \quad (8.45)$$

Puis, on réintroduit cette expression (8.45) de \vec{E}_{inc} dans l'équation (8.44) :

$$\vec{E} = j\omega\mu_0 \left(\bar{\bar{I}} - \sum_{i=1}^3 (\omega^2\mu_0\chi_e\mathcal{L}^{-1}\mathcal{F}) \right)^{-1} \mathcal{L}^{-1}\mathcal{F}\vec{J}_s \quad (8.46)$$

On utilise maintenant une formulation intégrale de l'équation (8.46) pour faire apparaître une convolution entre le terme source \vec{J}_s et la fonction de Green dyadique $\bar{\bar{\Gamma}}(M, P)$ associée au milieu complexe :

$$\vec{E} = j\omega\mu_0 \int_{\Omega_{source}} d\Omega_s \left[\left(\bar{\bar{I}} - \sum_{i=1}^3 (\omega^2\mu_0\chi_e\mathcal{L}^{-1}\mathcal{F}) \right)^{-1} \mathcal{L}^{-1}\mathcal{F} \right] \vec{J}_s \delta \quad (8.47)$$

On peut donc formellement définir la dyade de Green $\bar{\bar{\Gamma}}(M, P)$ associée à la scène par :

$$\bar{\bar{\Gamma}}(M, P) = - \left(\bar{\bar{I}} - \sum_{i=1}^3 (\omega^2\mu_0\mathcal{L}^{-1}\mathcal{F}\chi_e^i) \right)^{-1} \mathcal{L}^{-1}\mathcal{F} \delta(M, P) \quad (8.48)$$

On a ainsi démontré l'existence de la dyade de Green $\bar{\bar{\Gamma}}(M, P)$ caractérisant la propagation dans un milieu complexe. Physiquement, par analogie avec le cas de l'espace libre, la dyade de Green représente le champ rayonné en P par trois dipôles élémentaires placés en M en tenant compte des objets de la scène.

Le champ en tout point de la scène s'exprime alors par :

$$\forall P, \vec{E}(P) = -j\omega\mu_0 \int_{\Omega_s} \bar{\bar{\Gamma}}(M, P) \vec{J}_s(M) d\Omega_s(M) \quad (8.49)$$

8.4 Conclusion

La théorie de Green est largement utilisée en physique et notamment pour résoudre des équations de propagation. Nous avons étendu cette théorie aux cas de scènes complexes en construisant une fonction de Green dyadique généralisée. Cette fonction $\bar{\bar{\Gamma}}(M, P)$ prend en compte toutes les interactions (réflexions, diffractions...) avec les différents objets de la scène. La connaissance de $\bar{\bar{\Gamma}}(M, P)$ permet d'exprimer de façon simple le champ rayonné par une source primaire en tout point de la scène (cf. (8.49)). Dans le chapitre suivant, nous allons exploiter cette fonction de Green généralisée et notamment montrer comment elle peut être calculée au moyen de techniques de rayons.

Chapitre 9

Approche hybride champ proche-champ lointain

Nous avons vu comment caractériser la propagation du champ électromagnétique dans des conditions de champ lointain dans la deuxième partie et dans des conditions de champ proche dans la troisième partie. Nous nous proposons ici de faire le lien entre ces deux zones et de permettre la caractérisation de la propagation électromagnétique en prenant en compte à la fois le champ proche et le champ lointain de la source.

9.1 Représentation intégrale du champ

La prise en compte des objets du champ lointain d'une source dans la modélisation de la propagation d'une onde électromagnétique a fait l'objet de la deuxième partie de cette thèse.

En ce qui concerne les objets du champ proche d'une source, la troisième partie a été consacrée à leur prise en compte dans la caractérisation de la propagation.

Cependant, dans le cas général, une source est entourée d'objets situés dans son champ proche mais également dans son champ lointain.

Pour faire le lien entre la zone de champ proche et la zone de champ lointain, le champ peut être exprimé par une intégrale de frontière. La frontière sera choisie de façon à entourer la source et les objets de son champ proche.

Sur la figure 9.1, le cas général d'une scène a été représenté. Cette scène est constituée :

- d'un milieu homogène de volume infini Ω_∞ , délimité par une surface fictive notée S_∞ et qui sera dans notre cas l'air,
- d'une source définie par son volume Ω_s et sa densité de courant \vec{J}_s ,
- de deux objets situés dans le champ lointain de la source définis par leurs volumes Ω_1 et Ω_2 ,
- d'un objet situé dans le champ proche de la source, défini par son volume Ω_3 .

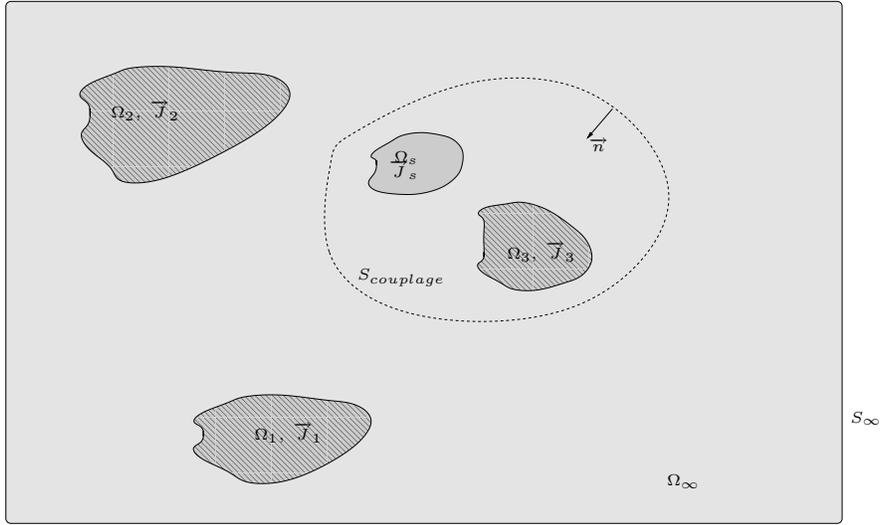


FIG. 9.1: **Surface de couplage** : dans un volume infini Ω_∞ délimité par une surface fictive S_∞ , on définit une surface de couplage imaginaire $S_{couplage}$ entourant la source primaire Ω_s et l'objet contenu dans son champ proche Ω_3 .

On définit alors un volume Ω par le volume infini Ω_∞ privé d'un volume $\Omega_{couplage}$ entourant la source et les objets de son champ proche : $\Omega = \Omega_\infty \setminus \Omega_{couplage}$. Ce volume est délimité par la surface fictive S_∞ et la surface $S_{couplage}$. On pose : $S = S_\infty \cup S_{couplage}$.

On introduit la fonction de Green dyadique $\overline{\overline{\Gamma}}$ associée au volume Ω . On a vu au paragraphe 8.3 que $\overline{\overline{\Gamma}}$ tient compte de toutes les interactions avec les objets de Ω .

On rappelle que cette fonction de Green dyadique est définie par l'équation de propagation suivante :

$$\forall (P, M) \in \Omega^2, \nabla \wedge \nabla \wedge \overline{\overline{\Gamma}}(P, M) - k_0^2 \overline{\overline{\Gamma}}(P, M) = \mathcal{I} \delta(P, M) \quad (9.1)$$

D'autre part, les équations de Maxwell permettent d'établir l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique dans ce volume Ω vide de source primaire :

$$\forall M \in \Omega, \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E}(M) - k_0^2 \vec{E}(M) = \vec{0} \quad (9.2)$$

Soient \vec{a} et \vec{b} deux vecteurs, pour le volume Ω délimité par la surface S de normale extérieure \vec{n} , ils vérifient l'identité vectorielle de Green suivante :

$$\iiint_{\Omega} [\vec{a} \cdot \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{b} - \vec{b} \cdot \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{a}] d\Omega = \iint_S [\vec{b} \wedge \nabla \wedge \vec{a} - \vec{a} \wedge \nabla \wedge \vec{b}] \cdot \vec{n} dS \quad (9.3)$$

On peut appliquer cette identité de Green à notre cas avec

- $\Omega = \Omega_\infty \setminus \Omega_{couplage}$,
- $S = S_\infty \cup S_{couplage}$,
- $\vec{a} = \vec{E}(M)$,

- $\vec{b} = \bar{\Gamma}(P, M) \vec{u}$, \vec{u} étant un vecteur quelconque que l'on prendra par la suite égal à \hat{x} , \hat{y} ou \hat{z} , vecteurs de base du repère général.

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} \forall P \in \Omega, \iint_{\Omega} \left[\vec{E}(M) \nabla \wedge \nabla \wedge \left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \right) - \bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E}(M) \right] d\Omega(M) \\ = \iint_S \left[\left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \wedge \nabla \wedge \vec{E}(M) - \vec{E}(M) \wedge \nabla \wedge \left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \right) \right) \cdot \vec{n} \right] dS(M) \end{aligned} \quad (9.4)$$

Pour faire apparaître les équations de propagation (9.1) et (9.2) vérifiées par $\bar{\Gamma}$ et \vec{E} , on ajoute et on retranche au membre de gauche $k_0^2 \bar{\Gamma}(P, M) \vec{E}(M)$, ce qui permet de réécrire (9.4) :

$$\begin{aligned} \forall P \in \Omega, \forall \vec{u}, \\ \vec{E}(P) \cdot \vec{u} = \iint_S \left[\left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \wedge \nabla \wedge \vec{E}(M) - \vec{E}(M) \wedge \nabla \wedge \left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \right) \right) \cdot \vec{n} \right] dS(M) \end{aligned} \quad (9.5)$$

Les propriétés du produit mixte permettent de réécrire (9.5) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \forall P \in \Omega, \forall \vec{u}, \\ \vec{E}(P) \cdot \vec{u} = \iint_S \left[\left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \right) \cdot \left(\nabla \wedge \vec{E}(M) \wedge \vec{n} \right) - \nabla \wedge \left(\bar{\Gamma}(P, M) \vec{u} \right) \cdot \left(\vec{n} \wedge \vec{E}(M) \right) \right] dS(M) \end{aligned} \quad (9.6)$$

En remplaçant le vecteur quelconque \vec{u} dans (9.6) successivement par les trois vecteurs de base \hat{x} , \hat{y} et \hat{z} , puis en décomposant $\vec{E}(P)$ dans cette même base, on obtient :

$$\forall P \in \Omega, \vec{E}(P) = \iint_S \left[{}^t \bar{\Gamma}(P, M) \left(\nabla \wedge \vec{E}(M) \wedge \vec{n} \right) - {}^t \nabla \wedge \bar{\Gamma}(P, M) \left(\vec{n} \wedge \vec{E}(M) \right) \right] dS(M) \quad (9.7)$$

en notant t . la transposition.

Dans cette formulation intégrale (9.7), on rappelle que la surface S de couplage a été définie par $S = S_\infty \cup S_{\text{couplage}}$.

Mais à l'infini, le champ électrique \vec{E} vérifie la condition de radiation de Sommerfeld :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial r} + jk_0 \vec{E} = O\left(\frac{1}{r^2}\right), \quad r \rightarrow +\infty \quad (9.8)$$

Cette condition (9.8) permet de déduire que l'intégrale (9.7) sur S_∞ tend vers zéro.

Alors (9.7) se réduit à

$$\begin{aligned} \forall P \in \Omega, \\ \vec{E}(P) = \iint_{S_{\text{couplage}}} \left[{}^t \bar{\Gamma}(P, M) \left(\nabla \wedge \vec{E}(M) \wedge \vec{n} \right) - {}^t \nabla \wedge \bar{\Gamma}(P, M) \left(\vec{n} \wedge \vec{E}(M) \right) \right] dS(M) \end{aligned} \quad (9.9)$$

9.2 Couplage

L'équation intégrale de frontière (9.5), établie au paragraphe précédent, réalise un couplage entre le champ proche et le champ lointain. Dans cette équation (9.9), deux types de termes apparaissent :

- $\vec{n} \wedge \vec{E}(M)$ et $\nabla \wedge \vec{E}(M) \wedge \vec{n}$ qui traduisent l'influence de la zone intérieure à la surface de couplage,
- ${}^t\bar{\Gamma}(P, M)$ et ${}^t\nabla \wedge \bar{\Gamma}(P, M)$ qui rendent compte de la propagation à l'extérieur de la surface de couplage.

Propagation intérieure à $S_{couplage}$

A l'intérieur de la surface de couplage, se trouvent la source et les objets de son champ proche. La modélisation de la propagation requiert donc dans cette zone les méthodes décrites dans la troisième partie à savoir les techniques de champ proche et les méthodes exactes.

Les composantes tangentielles électriques et magnétiques $\vec{n} \wedge \vec{E}(M)$ et $\nabla \wedge \vec{E}(M) \wedge \vec{n}$ peuvent donc être mesurées ou calculées par une méthode du type méthode des moments. Ces composantes tangentielles peuvent être interprétées comme les sources secondaires d'un principe de Huyghens-Fresnel généralisé qui s'exprime sous la forme (9.9).

Propagation extérieure à $S_{couplage}$

A l'extérieur de la surface de couplage, les objets présents se situent dans le champ lointain de la source située à l'intérieur de $S_{couplage}$. La propagation des ondes électromagnétiques peut donc être caractérisée par les méthodes asymptotiques décrites dans la deuxième partie.

On a vu au paragraphe 8.3 que la fonction de Green associée au milieu extérieur à $S_{couplage}$ pouvait être interprétée comme la réponse au point P à l'excitation de trois dipôles élémentaires orthogonaux placés au point M . On peut donc construire $\bar{\Gamma}(P, M)$ et $\nabla \wedge \bar{\Gamma}(P, M)$ en utilisant ICARE-EM avec pour sources trois dipôles élémentaires orthogonaux.

Avantages du couplage

Le couplage réalisé à travers l'équation (9.9) permet de prendre en compte simultanément les objets situés dans la zone de champ proche mais aussi ceux de la zone de champ lointain.

Les avantages des méthodes asymptotiques sont utilisés à travers le calcul par ICARE-EM de la fonction de Green associée à l'extérieur de la surface de couplage. ICARE-EM permet de traiter efficacement et rapidement la propagation en champ lointain grâce à sa méthode hybride de lancer de rayons.

L'influence de la source et de sa zone de champ proche est quant à elle efficacement évaluée soit par une mesure des composantes tangentielles électriques et magnétiques sur la surface de couplage, soit par un calcul de celles-ci par une méthode du type méthode des moments.

9.3 Condition aux limites

La fonction de Green dyadique $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$ associée au volume Ω est indépendante du problème intérieur à $S_{couplage}$. En effet, $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$ caractérise la propagation dans Ω sans prendre en compte les éléments intérieurs à $S_{couplage}$. Jusqu'à présent, aucune condition aux limites n'a été imposée pour le calcul de $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$. Cette forme de couplage sera appelée *couplage simple*.

On peut cependant envisager [Mentzer 55] [Jean 99] d'imposer une condition aux limites particulière sur $S_{couplage}$ lors du calcul de $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$ afin de simplifier la représentation du couplage (9.9).

Notre solution consiste à imposer une condition de surface parfaitement conductrice à $S_{couplage}$. Dans ce cas, le calcul de $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$ se fait par ICARE-EM avec un objet parfaitement conducteur de surface $S_{couplage}$ (cf. fig. 9.2).

Les conditions de continuité au passage d'une interface (2.27) et (2.28), énoncées au paragraphe 2.5, vont permettre de simplifier l'écriture du couplage.

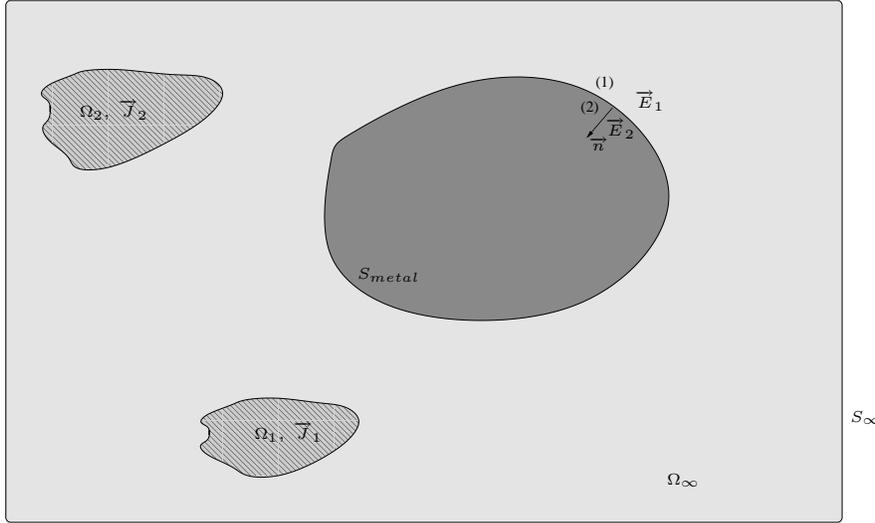


FIG. 9.2: **Couplage avec condition métallique** : la surface de couplage est métallisée pour la caractérisation de la propagation à l'extérieur de celle-ci. A l'interface, on note (1) (respectivement (2)) le milieu extérieur (respectivement intérieur) et \vec{E}_1 (respectivement \vec{E}_2) le champ électrique associé.

A la surface d'un conducteur parfait, le champ électrique satisfait la condition suivante :

$$\vec{n} \wedge \vec{E}_1 = \vec{0} \quad (9.10)$$

Dans l'intégrale de couplage (9.9), $\overline{\overline{\Gamma}}(P, M)$ représente les champs électriques aux points M qui appartiennent à la surface de couplage, émis par trois dipôles placés au point P. Si on suppose que cette surface de couplage est métallique, on la note alors S_{metal} et les conditions aux limites imposent :

$$\forall P \in \Omega, \forall M \in S_{metal}, \quad \vec{n} \wedge \overline{\overline{\Gamma}}(P, M) = \vec{0} \quad (9.11)$$

A l'aide des propriétés du produit mixte, on peut réécrire l'équation de couplage (9.9) de façon à faire apparaître le terme $\vec{n} \wedge \vec{\Gamma}(P, M)$ qui s'annule dans le cas d'une surface de couplage métallique (9.11) :

$$(9.9) \iff \forall P \in \Omega, \quad \vec{E}(P) = \iint_{S_{metal}} \left[{}^t(\vec{n} \wedge \vec{\Gamma}(P, M)) \nabla \wedge \vec{E}(M) - {}^t(\nabla \wedge \vec{\Gamma}(P, M) \wedge \vec{n}) \vec{E}(M) \right] dS(M) \quad (9.12)$$

En utilisant (9.11) et de nouveau les propriétés du produit mixte, on écrit l'équation de couplage dans le cas d'une surface de couplage métallique :

$$\forall P \in \Omega, \quad \vec{E}(P) = - \iint_{S_{metal}} \left[\nabla \wedge \vec{\Gamma}(P, M) (\vec{n} \wedge \vec{E}(M)) \right] dS(M) \quad (9.13)$$

Cette formulation (9.13) présente l'avantage de n'avoir plus qu'un terme à intégrer qui ne fait appel qu'aux courants équivalents magnétiques $\vec{n} \wedge \vec{E}$. Cette forme du couplage sera désignée par *couplage PEC* pour *Perfectly Electric Conducting*.

9.4 Conclusion

Le recours aux fonctions de Green généralisées introduites au paragraphe 8.3 et les propriétés intégrales associées à une condition aux limites appropriée ont permis d'établir une représentation intégrale du champ qui traduit l'influence des objets situés à la fois dans le champ proche et dans le champ lointain. En dissociant le champ proche du champ lointain, on peut combiner les avantages d'un code de lancer de rayons tel qu'ICARE-EM pour traiter des objets en champ lointain et ceux des méthodes exactes et des techniques de champ proche pour prendre en compte l'environnement proche de la source primaire.

La figure 9.3 résume les principales entrées nécessaires à la mise en place des deux formes de couplage simple et PEC.

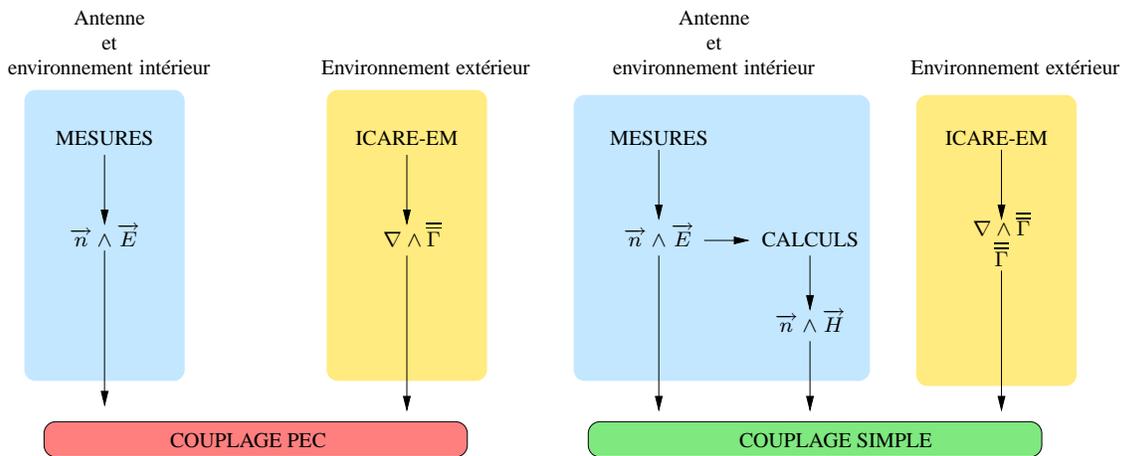


FIG. 9.3: **Récapitulatif des données d'entrées des deux formes de couplage** : en bleu, les données caractérisant l'antenne et l'environnement intérieur à la surface de couplage et en jaune, les données caractérisant l'environnement extérieur.

En pratique, la mise en œuvre du couplage nécessite donc :

- **le calcul des courants équivalents** : une mesure en chambre anéchoïque fournit directement le courant équivalent magnétique $\vec{n} \wedge \vec{E}$.

Pour le couplage PEC, cette donnée suffit mais pour le couplage simple, la construction des courants électriques à partir des courants magnétiques est nécessaire. Ce calcul est réalisé à l'aide de la méthode des développements modaux. Le couplage simple requiert donc un post-traitement supplémentaire par rapport au couplage PEC.

- **le calcul dyadique** : un calcul de tirs de rayons avec ICARE-EM permet de calculer simultanément la fonction de Green et son rotationnel.

Pour le couplage simple, les deux données sont requises. Par contre, dans le cas du couplage PEC, la connaissance du rotationnel suffit mais le calcul dans ICARE-EM est beaucoup plus coûteux en temps de calcul que dans le cas du couplage simple. La métallisation de la surface de couplage introduit un nombre beaucoup plus élevé de rayons que dans le cas simple.

Cinquième partie

Validation numérique et expérimentale

A l'aide des fonctions de Green dyadiques associées à des milieux complexes et d'une représentation intégrale du champ, nous avons établi dans la quatrième partie un modèle de prédiction du champ électromagnétique prenant en compte les objets à la fois du champ proche et du champ lointain.

Dans cette dernière partie, nous allons procéder à la validation de cette formulation. Ce modèle se décline sous deux formes qualifiées de simple et PEC. Nous allons montrer que ces deux formes sont bien équivalentes et qu'elles rendent effectivement compte de l'influence des objets du champ proche et des objets du champ lointain.

Le chapitre 10 présente les configurations choisies pour la validation et les outils dont nous disposons.

Le chapitre suivant est consacré à la diffraction par une sphère parfaitement métallique. Avec un dipôle comme source, il s'agit d'une configuration canonique pour laquelle nous disposons d'une solution analytique. Une autre source plus réaliste est ensuite considérée : une antenne de station de base.

Enfin, au chapitre 12, nous traitons d'un cas plus général avec deux objets, l'un dans la zone de champ proche et l'autre dans la zone de champ lointain.

Chapitre 10

Les configurations choisies

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes configurations choisies pour valider les méthodes de couplage PEC et simple décrites dans la quatrième partie. Pour chaque configuration, nous détaillons la méthodologie suivie pour la validation du couplage.

10.1 Objectifs de la validation

Le principal objectif est la validation de la méthode de couplage présentée dans le chapitre précédent. Elle se décline sous deux formes :

- le couplage PEC : on impose lors de la caractérisation de la propagation à l'extérieur de la surface de couplage une condition aux limites métallique sur celle-ci,
- le couplage simple : aucune condition aux limites n'est imposée sur la surface de couplage.

Dans un premier temps, nous allons nous attacher à vérifier que les méthodes de couplage simple et PEC prennent correctement en compte les objets extérieurs à la surface de couplage. Pour cela, nous allons considérer des scènes sans objet intérieur à la surface de couplage. Ainsi, nous vérifierons que le calcul de la fonction de Green dyadique par ICARE-EM rend bien compte des effets des objets extérieurs à la surface de couplage.

Ensuite, nous validerons la prise en compte des objets intérieurs à la surface de couplage. Dans ce cas, nous choisirons des configurations sans objet extérieur à la surface de couplage.

Enfin, nous traiterons d'un cas plus général avec un objet intérieur et un objet extérieur.

10.2 Les sources utilisées

10.2.1 Les dipôles électriques

Nous avons utilisé deux dipôles électriques rayonnant aux fréquences GSM 900 MHz et UMTS 2100 MHz (cf. fig. 10.1).

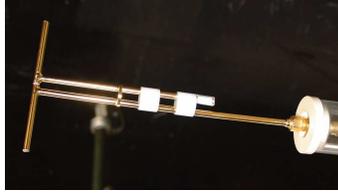


FIG. 10.1: **Dipôle électrique** : source dont le rayonnement est connu analytiquement et qui servira de référence.

Formulation analytique

Le dipôle électrique est assimilé par sa petite taille à une source ponctuelle. Dans la base cylindrique, le dipôle est placé horizontalement et on définira l'axe \hat{x} du repère général suivant l'axe du dipôle. Le rayonnement d'une source ponctuelle polarisée suivant le vecteur \hat{x} et placée au point Q de coordonnées (x_Q, y_Q, z_Q) est caractérisé par une densité de courant $\vec{J}(M) = \delta(M, Q)\hat{x}$. A partir de cette densité de courant, on peut calculer le potentiel vecteur \vec{A} puis le champ électrique rayonné par ce dipôle.

$$\forall M, \vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(P)g(P, M)dV(P) \quad (10.1)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 QM}}{QM} \hat{x} \quad (10.2)$$

A partir du potentiel vecteur, on déduit les champs électrique et magnétique

$$\forall M, \vec{E}(M) = -j\omega \left(\vec{A}(M) + \frac{1}{k_0^2} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}(M)) \right) \quad (10.3)$$

$$\forall M, \vec{H}(M) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \wedge \vec{A}(M) \quad (10.4)$$

On note (x_M, y_M, z_M) les coordonnées du point M dans le repère général. On obtient alors pour le champ électrique :

$$\vec{E}(M) = -j\omega\mu_0 \frac{e^{-jk_0 QM}}{4\pi k_0^2 QM} \begin{bmatrix} k_0^2 - \frac{jk_0}{QM} - \frac{1}{QM^2} + (x_M - x_Q)^2 \left(-\frac{k_0^2}{QM^2} + \frac{3jk_0}{QM^3} + \frac{3}{QM^4} \right) \\ (x_M - x_Q)(y_M - y_Q) \left(-\frac{k_0^2}{QM^2} + \frac{3jk_0}{QM^3} + \frac{3}{QM^4} \right) \\ (x_M - x_Q)(z_M - z_Q) \left(-\frac{k_0^2}{QM^2} + \frac{3jk_0}{QM^3} + \frac{3}{QM^4} \right) \end{bmatrix} \quad (10.5)$$

$$\vec{H}(M) = \frac{e^{-jk_0 QM}}{4\pi QM^2} \begin{bmatrix} 0 \\ (z_M - z_Q) \left(-jk_0 - \frac{1}{QM} \right) \\ -(y_M - y_Q) \left(-jk_0 - \frac{1}{QM} \right) \end{bmatrix} \quad (10.6)$$

Ces formules analytiques nous permettent de tracer les cartes normalisées du champ électrique sur un cylindre de rayon 65,5 cm et de hauteur 3m70 (fig. 10.2). Le dipôle est placé sur l'axe du cylindre à une hauteur de 2m245. Ces valeurs correspondent à celles du montage expérimental.

Mesures

Les dipôles sont caractérisés expérimentalement par une mesure en espace libre. Le cylindre de mesures a un rayon de 65,5 cm et une hauteur de 3m70. Le dipôle se trouve à une hauteur de 2m245. Sur la figure 10.3, sont présentées les normes en dB des co- et cross-polarisations du

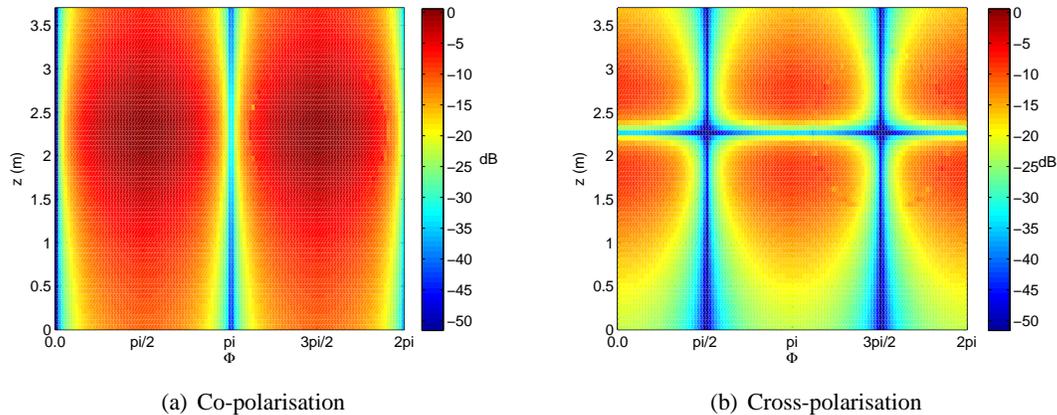


FIG. 10.2: **Rayonnement d'un dipôle sur une surface cylindrique** : résultats analytiques ; à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation.

champ électrique mesuré à la surface du cylindre. Les valeurs ont été normalisées par rapport au maximum de la co-polarisation afin de pouvoir aisément comparer ces résultats expérimentaux aux résultats analytiques (cf. fig. 10.2).

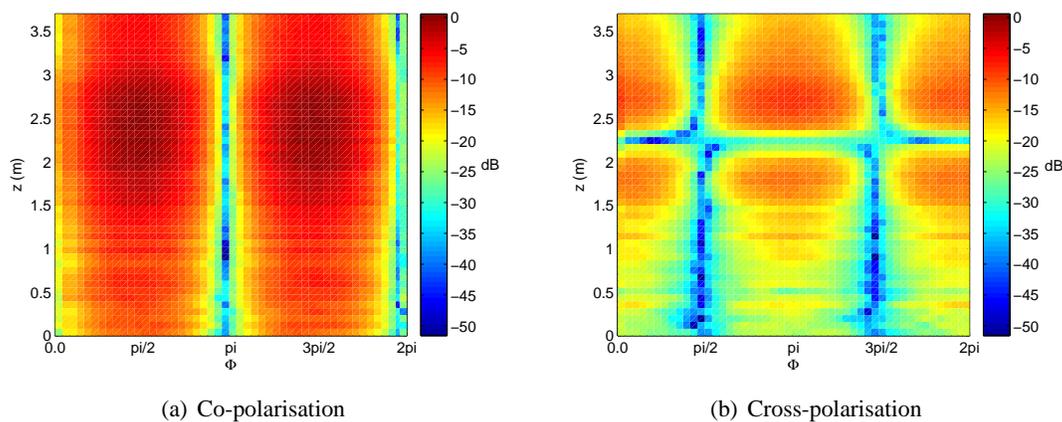


FIG. 10.3: **Rayonnement d'un dipôle sur une surface cylindrique** : résultats expérimentaux obtenus dans la base cylindrique de Supélec. À gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation.

La caractérisation expérimentale est en bon accord avec les calculs analytiques. On remarque cependant que les mesures sont plus bruitées pour des z faibles entre 0 et 1m. Lorsque la sonde se trouve en position basse, elle est plus sensible aux réflexions parasites qui peuvent subsister notamment sur le rail horizontal et sur la table tournante.

10.2.2 L'antenne de station de base

L'antenne de station de base utilisée est une BTS de la marque KATHREIN et de type F-Panel. Sa plage de fonctionnement en fréquence est 1710 MHz-1990 MHz. Nous l'avons utilisée à sa fréquence centrale, à savoir 1800 MHz. Ses dimensions sont de 66 cm de hauteur pour une largeur de 25,5 cm.

Nous avons caractérisé expérimentalement cette BTS dans la base cylindrique de Supélec. Les

mesures sont effectuées sur une surface cylindrique de rayon 65,5 cm et de hauteur 3,7 m. Sur la figure 10.4, on a tracé les co- et cross-polarisations mesurées sur ce cylindre.

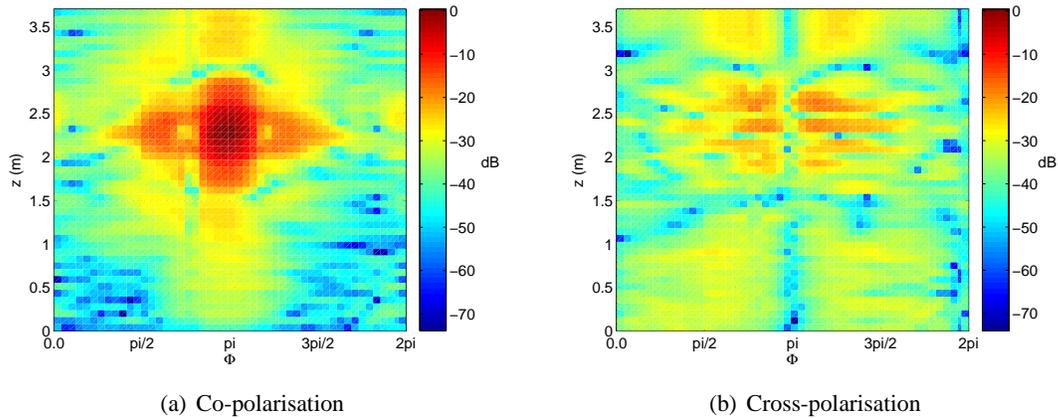
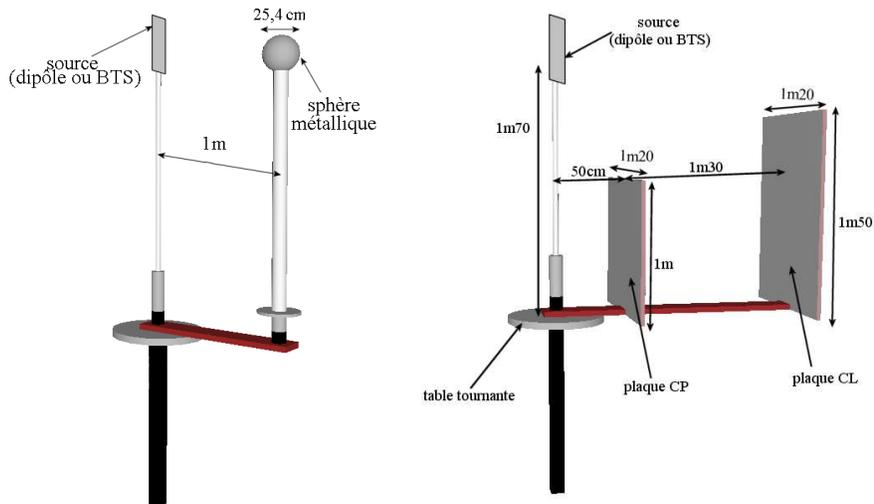


FIG. 10.4: Rayonnement de la BTS 1800 MHz sur une surface cylindrique : à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation, mesurées dans la base cylindrique de Supélec.

10.3 Les objets choisis

La sphère métallique

La première configuration retenue constitue un cas de référence. Il s'agit de la diffraction par une sphère métallique éclairée par un dipôle électrique (cf. fig. 10.5(a)). Dans ce cas, nous disposons



(a) **Configuration de référence** : une sphère métallique éclairée par un dipôle électrique ou une BTS. (b) **Configuration générale** : 2 plaques métalliques parallèles en face d'un dipôle ou d'une BTS.

FIG. 10.5: Scènes choisies pour la validation des couplages PEC et simple. A gauche, un cas canonique et à droite, un cas général.

d'une solution analytique (cf. annexe D) pour valider notre méthode de couplage.

Le cas de la diffraction par une sphère métallique sera également traité avec une source plus réaliste : l'antenne de station de base étudiée au paragraphe 10.2.2.

Dans ces configurations, il n'y a qu'un seul objet. La méthode de couplage sera mis en œuvre de façon à ce que la sphère soit à l'intérieur de la surface de couplage de façon à valider la prise en compte des objets intérieurs. Mais le cas de la sphère extérieure à la surface sera également traité pour vérifier la prise en compte des objets extérieurs à la surface de couplage.

Les plaques métalliques

Pour traiter un cas général, nous avons choisi une configuration constituée d'une source et de deux objets, l'un étant destiné à être à l'intérieur de la surface de couplage et l'autre à l'extérieur.

Nous avons cherché des objets perturbant significativement le rayonnement tout en restant réalisables pour la validation expérimentale, c'est-à-dire de dimensions adaptées à la chambre anéchoïque de Supélec.

Notre choix s'est finalement porté sur deux plaques métalliques.

Pour la caractérisation expérimentale, les deux plaques métalliques ont été fabriquées à partir de polystyrène extrudé recouvert d'aluminium. Les principales dimensions de la scène ont été reportées sur la figure 10.5(b). Cette configuration a été étudiée avec, comme source, le dipôle électrique puis l'antenne de station de base.

10.4 Les outils

Nous disposons de différents outils pour caractériser la propagation dans les scènes retenues.

10.4.1 Les mesures

Tout d'abord, la base de mesures de Supélec permet de caractériser expérimentalement la propagation.

Comme sources, nous disposons de deux dipôles à 900 MHz et 2100 MHz et d'une antenne de station de base à 1800 MHz. Nous avons caractérisé ces sources en espace libre dans la base cylindrique de Supélec (cf. paragraphe 10.2).

Nous présenterons les résultats obtenus avec le dipôle 2100 MHz et la BTS 1800 MHz dans le cas de la diffraction par la sphère et avec le dipôle 900 MHz et la BTS 1800 MHz dans le cas des deux plaques métalliques.

La sphère métallique mise à notre disposition a un diamètre de 25,4 cm.

Pour réaliser les deux plaques métalliques, nous avons recouvert d'aluminium deux plaques de polystyrène extrudé. Les deux plaques font 1,2 m de largeur et font respectivement 1 m et 1,5 m de hauteur. Ces dimensions sont un compromis entre les dimensions maximales imposées par la taille de la chambre et les dimensions des plaques trouvées dans le commerce.

10.4.2 Le calcul analytique

Nous disposons d'une solution analytique uniquement dans le cas de référence de la diffraction par une sphère métallique éclairée par un dipôle électrique. Les détails de ce calcul sont donnés dans l'annexe D et consistent à développer le champ suivant une base de fonctions élémentaires.

10.4.3 Le couplage

Dans chaque configuration, nous mettrons en place les couplages simple et PEC établis au paragraphe 9.2. Ces couplages font apparaître deux types de termes caractérisant, soit la scène intérieure à la surface de couplage, soit la scène extérieure.

- **Caractérisation intérieure** : il s'agit d'estimer les composantes tangentielles du champ électrique \vec{E} (et de son rotationnel $\nabla \wedge \vec{E}$ dans le cas du couplage simple) induit sur la surface de couplage par la source et les objets intérieurs. Ce terme intérieur sera obtenu expérimentalement par une mesure en chambre anéchoïque ou analytiquement dans certains cas.
- **Caractérisation extérieure** : il s'agit de calculer le rotationnel de la fonction de Green dyadique $\nabla \wedge \bar{\bar{\Gamma}}$ (et la fonction $\bar{\bar{\Gamma}}$ elle-même dans le cas du couplage simple) entre les points auxquels on cherche à estimer le champ et les points de la surface de couplage. Une condition métallique est imposée sur la surface de couplage dans le cas du couplage PEC. Dans tous les cas, la fonction de Green dyadique ainsi que son rotationnel seront calculés à l'aide d'ICARE-EM. La fonction de Green dyadique est construite en estimant les champs au niveau des récepteurs rayonnés par trois dipôles orthogonaux placés à la source. Le calcul de la fonction de Green se fera donc par trois calculs successifs dans ICARE-EM. Les sources sont considérées comme des dipôles polarisés successivement suivant chacun des trois vecteurs de la base orthonormée du repère général.

Pour calculer le rotationnel de la fonction de Green dyadique, on utilise le calcul du champ magnétique dans ICARE-EM et l'équation de Maxwell (2.9) reliant le rotationnel du champ électrique au champ magnétique :

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (10.7)$$

10.5 La méthodologie

Les mesures ont été réalisées dans la base cylindrique de Supélec. Dans chaque configuration, la source est placée sur l'axe du cylindre de mesure. La surface de couplage est donc cylindrique. On cherche à estimer le champ aux points P situés sur un cercle centré sur l'axe du cylindre.

Dans le cas de la diffraction par la sphère, nous présenterons les résultats pour un cercle de récepteurs placé à une hauteur de 3 m. A cette hauteur, les récepteurs se trouvent dans la zone de rayonnement perturbée par la sphère.

Dans le cas des deux plaques métalliques, les résultats présentés correspondent à des récepteurs placés à une hauteur de 1,3 m. A cette hauteur, le champ est fortement perturbé par les plaques.

Les deux co- et cross-polarisations seront dissociées et on représentera leurs amplitudes en dB normalisées par rapport au maximum de la co-polarisation. Si la source est polarisée horizontalement, les co- et cross-polarisations sont respectivement les polarisations H et V. Et si la source est

polarisée verticalement, les co- et cross-polarisations sont respectivement les polarisations V et H (cf. fig. 10.6).

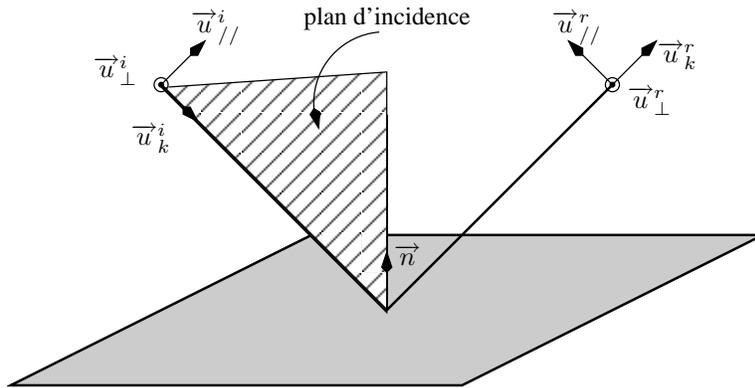


FIG. 10.6: **Polarisations mesurées** : la sonde effectue deux mesures, celle de la composante V du champ électrique portée par l'axe vertical et celle de la composante H portée par l'axe azimutal.

	dipôle sphère intérieure +	dipôle sphère extérieure +	BTS sphère intérieure +	BTS sphère extérieure +	dipôle + 2 plaques	BTS + 2 plaques
solution analytique	✓	✓	(1)	(1)	(1)	(1)
mesures	✓	✓	✓	✓	✓	✓
couplage PEC mesures + ICARE-EM	✓	✓	✓	✓	✓	✓
couplage simple mesures + ICARE-EM	(2)	(2)	✓	✓	(2)	✓
couplage PEC théorie + ICARE-EM	✓	✓	(1)	(1)	(1)	(1)
couplage simple théorie + ICARE-EM	✓	✓	(1)	(1)	(1)	(1)

TAB. 10.1: **Récapitulatif des configurations étudiées** : les cases cochées ✓ correspondent aux configurations étudiées, les autres cases (1) et (2) correspondent respectivement aux situations pour lesquelles nous ne disposons pas de solution analytique et pour lesquelles les transformations champ proche-champ lointain ne sont pas valables.

Le tableau 10.1 reprend les configurations étudiées et les éléments de comparaison disponibles dans chaque cas avec les conventions suivantes :

- ✓ : ces configurations sont traitées,
- (1) : on ne dispose pas de solution analytique dans ces configurations,
- (2) : les transformations champ proche-champ lointain ne sont pas valables et les données sur le rotationnel du champ sur la surface de couplage manquent dans ces configurations.

Dans les cas de couplage, on distingue les configurations " théorie + ICARE-EM", qui correspondent à un calcul analytique du terme intérieur et à un calcul ICARE-EM pour le terme extérieur, des configurations " mesures + ICARE-EM", qui correspondent à une mesure du terme intérieur et un calcul ICARE-EM pour le terme extérieur.

Les résultats seront présentés avec les conventions suivantes :

- *en trait continu* : les co-polarisations,
- *en trait pointillé* : les cross-polarisations,
- *en bleu* : les résultats expérimentaux,
- *en noir* : les résultats analytiques,
- *en rouge* : les résultats du couplage PEC,
- *en vert* : les résultats du couplage simple.

Chapitre 11

Rayonnement d'antennes en présence d'une sphère métallique

Ce chapitre est consacré à la diffraction par une sphère métallique. Avec un dipôle comme source, cette scène constitue une scène canonique pour laquelle nous disposons d'une solution analytique au problème vectoriel de la diffraction. Le cas d'une antenne de station de base éclairant la sphère sera également traité.

11.1 Cas canonique du dipôle

11.1.1 Configuration

On souhaite étudier la diffraction par une sphère parfaitement conductrice éclairée par un dipôle électrique. Différentes possibilités existent pour calculer le champ électrique diffracté dont :

- un calcul analytique,
- une mesure en chambre anéchoïque,
- un couplage simple sur une surface cylindrique,
- un couplage PEC sur une surface cylindrique.

11.1.2 Formulation analytique

La sphère fait partie des quelques objets pour lesquels on dispose d'une solution exacte au problème vectoriel de la diffraction.

Cette solution analytique repose sur le développement modal de la solution générale à l'équation vectorielle de Helmholtz. La fonction de Green dyadique de l'espace libre est décomposée suivant la base de fonctions d'ondes élémentaires solutions de l'équation de Helmholtz. Sur le même modèle, la fonction de Green dyadique associée à la sphère est décomposée en deux termes, l'un traduisant le champ incident et l'autre le champ diffracté. Le terme diffracté est construit en respectant les conditions aux limites à la surface de la sphère que les composantes du champ électrique doivent vérifier.

Le formalisme de la solution analytique à la diffraction par une sphère métallique est détaillé dans l'annexe D.

La figure 11.2 présente les cartes en dB des co- et cross-polarisations du champ calculé analytiquement à 2100 Mhz. La sphère, de diamètre 25,4 cm, est placée à la même hauteur que la source à $z = 2,24m$ et à 1m de celle-ci.

Sur cette figure, on observe que la sphère induit des franges concentriques verticales sur les deux polarisations. Il y a deux séries de franges, l'une centrée sur la position de la sphère $\Phi = \frac{\pi}{2}, z = 2,24m$ et l'autre, par symétrie du rayonnement du dipôle, centrée en $\Phi = \frac{3\pi}{2}, z = 2,24m$. Ces franges proviennent de la réflexion sur la sphère.

11.1.3 Les mesures

Pour réaliser les mesures, nous disposons d'une sphère parfaitement métallique de 25,4 cm de diamètre. Elle est placée sur un mât en polystyrène sensiblement à la même hauteur que le dipôle source et à une distance de 1m par rapport à celui-ci (cf. fig. 11.1).

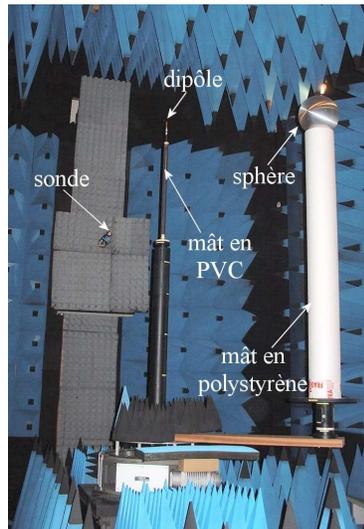


FIG. 11.1: Montage expérimental de la scène de référence : une sphère métallique placée sur un mât transparent aux ondes électromagnétiques en face d'un dipôle monté sur un mât en PVC sur l'axe de la base cylindrique.

Les points de mesures sont situés à la surface d'un cylindre d'axe z , de hauteur 3m70 et de rayon 2m30 de façon à englober le dipôle et la sphère. L'amplitude et la phase des co- et cross-polarisations du champ électrique sont mesurées sur un maillage du cylindre. Les deux maillages en azimut et en élévation sont constitués de 120 points et 64 points respectivement, ce qui fait 7680 points de mesure. L'acquisition des mesures dure environ 3 heures et permet de tracer les cartes de champ des deux polarisations à la surface du cylindre. Les mesures ont été réalisées avec deux dipôles à 900 MHz et 2100 MHz. La figure 11.3 présente les résultats à 2100 MHz.

On retrouve les mêmes allures de franges concentriques que sur la figure 11.2 représentant les résultats analytiques. Les effets de la réflexion sur la sphère sont cependant plus nets dans le calcul analytique. Les franges des résultats expérimentaux ont tendance à s'estomper avec le bruit de mesure.

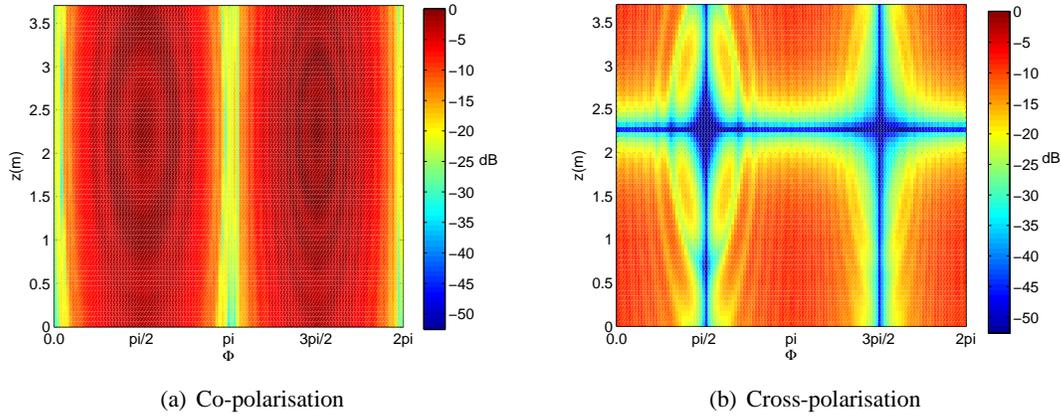


FIG. 11.2: **Résultats analytiques de la diffraction par une sphère métallique** : le dipôle rayonne à 2100 MHz et il se situe comme la sphère à $z = 2, 24$ m.

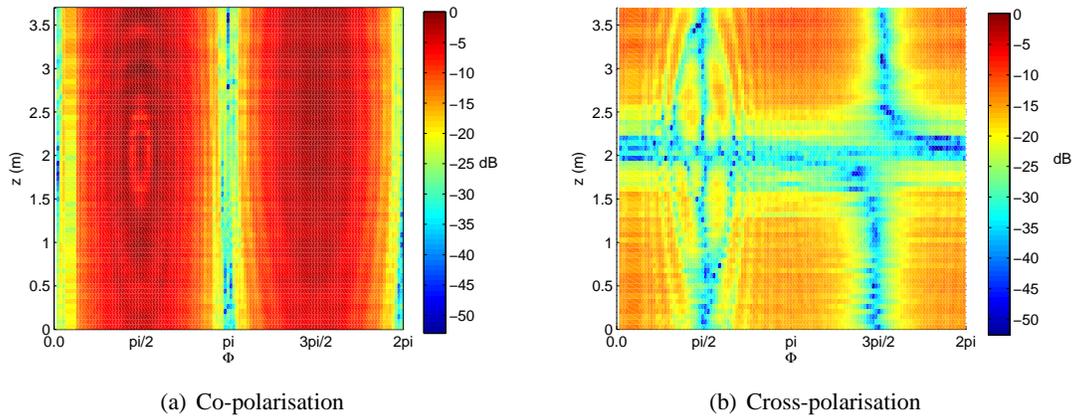


FIG. 11.3: **Résultats expérimentaux de la diffraction par une sphère métallique** : le dipôle rayonne à 2100 MHz et il se situe comme la sphère à $z = 2, 24$ m. Les points de mesure se situent sur un cylindre de 2m30 de rayon et de 3m70 de hauteur.

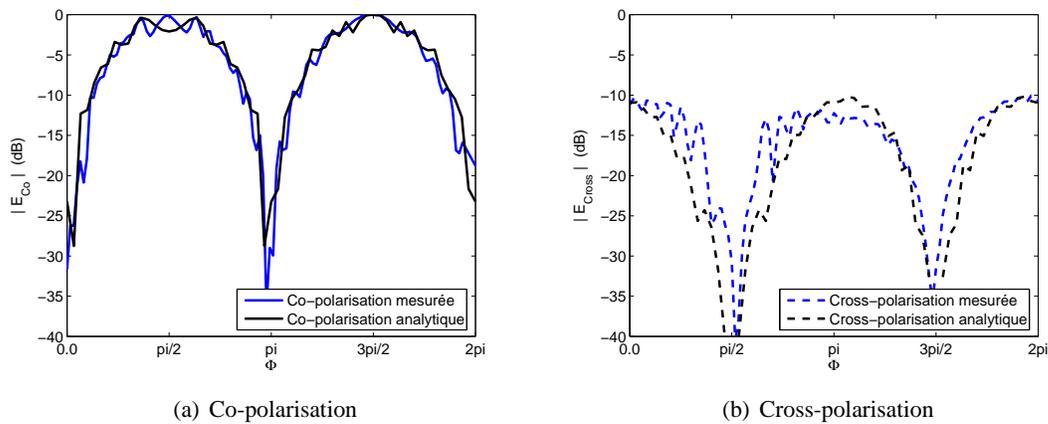


FIG. 11.4: **Comparaison mesures - calcul analytique** : la source est un dipôle à 2100 MHz, les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon 2m30 à $z = 3$ m. *En bleu*, les résultats expérimentaux, *en noir*, les résultats analytiques, à *gauche*, la co-polarisation et à *droite*, la cross-polarisation.

Afin de comparer plus finement les résultats expérimentaux aux résultats analytiques, nous avons effectué une coupe de ces cartes à z fixé.

Sur la figure 11.4, on présente, pour $z = 3$ m, les co- et cross-polarisations obtenues par la mesure en bleu et par le calcul en noir, en fonction de l'azimut Φ .

Les mesures sont en relativement bon accord avec la théorie. Cet accord aurait probablement pu être amélioré en utilisant un amplificateur de puissance faible bruit non disponible lors de nos campagnes de mesures.

11.1.4 Couplage avec la sphère extérieure à la surface de couplage

On traite ici le cas de la configuration "extérieure" illustrée sur la figure 11.5. La surface de couplage est cylindrique et ne contient que la source. La sphère métallique se situe à l'extérieur du cylindre. Avec cette configuration, nous cherchons à valider que la méthode de couplage proposée

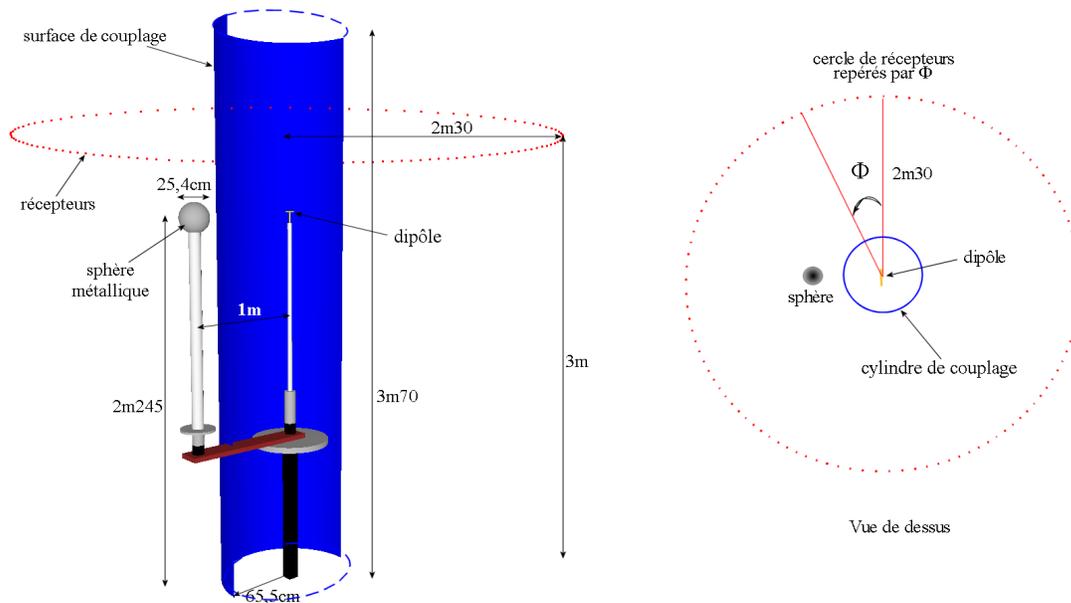


FIG. 11.5: **Configuration de couplage "extérieure"** : la surface de couplage est un cylindre entourant le dipôle. La sphère est située à l'extérieur et son effet sera pris en compte de la fonction de Green dyadique par ICARE-EM. *En bleu*, le cylindre de couplage et *en rouge*, les récepteurs au niveau desquels on cherche à estimer le champ.

prend efficacement en compte les objets placés à l'extérieur de la surface de couplage. Ces objets sont pris en compte dans le calcul par ICARE-EM de la fonction de Green dyadique associée à la scène extérieure.

La propagation du champ à l'intérieur du cylindre est caractérisée par le champ rayonné au niveau de la surface de couplage. Ce champ, que l'on qualifie d'"intérieur", peut soit être calculé analytiquement, soit mesuré. Nous allons distinguer ces deux cas.

Caractérisation expérimentale du champ "intérieur"

Le dipôle a été caractérisé expérimentalement en espace libre. Ces mesures ont été effectuées sur un cylindre de rayon 65,5 cm et de hauteur 3,70 m. Ces mesures nous permettent d'accéder aux composantes tangentielles du champ électrique. Pour mettre en place le couplage simple, il nous

faut connaître le rotationnel. On pourrait reconstruire le rotationnel du champ électrique à l'aide des développements modaux mais la troncature spatiale introduite par la surface cylindrique de mesures est trop importante avec un dipôle comme source. Seul le couplage PEC peut donc être mis en place dans cette configuration.

Pour caractériser la propagation à l'extérieur du cylindre, on utilise ICARE-EM afin de calculer la fonction de Green dyadique associée à la scène extérieure donc à la sphère et au cylindre de couplage métallique.

Les résultats du couplage PEC, en rouge sur la figure 11.6, sont comparés aux résultats expérimentaux (en bleu) et analytiques (en noir). Le champ est ici calculé pour des récepteurs placés sur un cercle de rayon 2,3 m à $z = 3$ m.

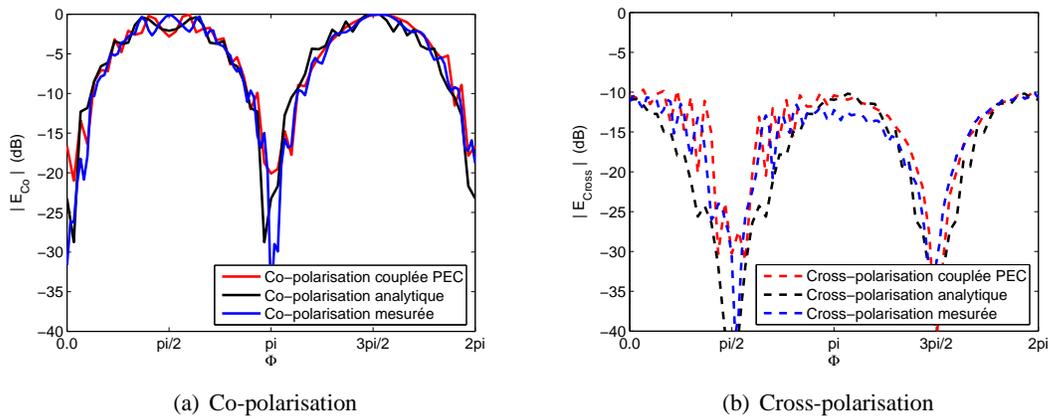


FIG. 11.6: Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "extérieure" - couplage PEC : à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation, obtenues, par le calcul analytique *en noir*, par la mesure *en bleu*, et par le couplage PEC, *en rouge*, avec une caractérisation **expérimentale** du champ "intérieur". Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 2,30$ m à $z = 3$ m.

Les résultats du couplage PEC, en rouge, sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, en bleu, et analytiques, en noir. On retrouve bien les oscillations des franges de réflexion sur la sphère.

Caractérisation analytique du champ "intérieur"

La sphère étant à l'extérieur du cylindre de couplage, la caractérisation du champ proche consiste uniquement à calculer le champ émis par le dipôle sur le cylindre. En assimilant le dipôle à une source ponctuelle, nous pouvons utiliser les formules rappelées au paragraphe 10.2.1 et calculer ainsi les composantes tangentielles électriques et magnétiques.

ICARE-EM permet là encore de caractériser la propagation à l'extérieur du cylindre en prenant en compte la sphère.

Dans ce cas, nous pouvons donc utiliser les deux formes de couplage, simple et PEC. Sur la figure 11.7, on a comparé les résultats obtenus avec les deux couplages pour des récepteurs placés sur un cercle à $z = 3$ m. Ils donnent des résultats identiques.

Sur la figure 11.8, on a comparé, sur les deux polarisations, les résultats obtenus en utilisant le couplage PEC (courbes rouges) avec les résultats analytiques (courbes noires) et expérimentaux (courbes bleues).

Le couplage donne des résultats tout à fait comparables aux résultats du calcul analytique et aux mesures.

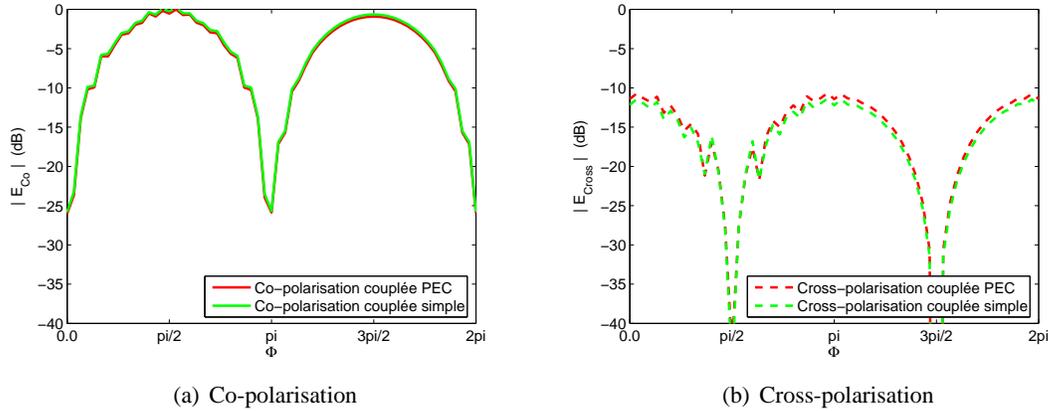


FIG. 11.7: **Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "extérieure" - comparaison couplages PEC et simple** : en rouge, les résultats du couplage PEC et en vert, les résultats du couplage simple. Le terme intérieur est caractérisé par un calcul analytique sur le cylindre de couplage. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 2,30$ m à $z = 3$ m.

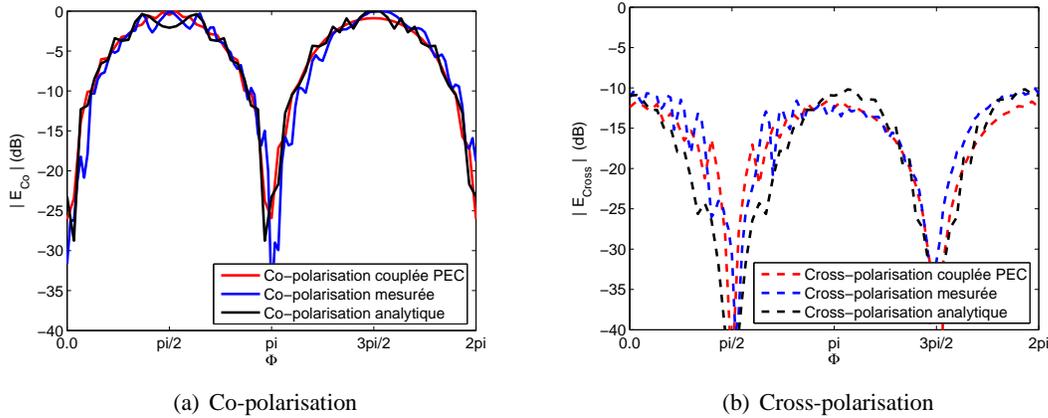


FIG. 11.8: **Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "extérieure" - couplage PEC** : à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation obtenues, par le calcul analytique en noir, par la mesure en bleu, et par le couplage PEC, en rouge, avec une caractérisation analytique du champ "intérieur". Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 2,30$ m à $z = 3$ m.

Conclusion

Avec cette configuration "extérieure", nous avons montré que notre méthode de couplage prend bien en compte un objet placé à l'extérieur de la surface de couplage.

Dans le cas du calcul analytique du rayonnement du dipôle sur la surface de couplage, nous avons pu montrer que les méthodes de couplage simple et PEC sont bien équivalentes.

Les résultats obtenus par le couplage que ce soit avec une caractérisation analytique ou expérimentale du rayonnement du dipôle sont similaires aux résultats obtenus analytiquement ou expérimentalement.

11.1.5 Couplage avec la sphère intérieure à la surface de couplage

On choisit maintenant une configuration de couplage "intérieur" illustrée sur la figure 11.9.

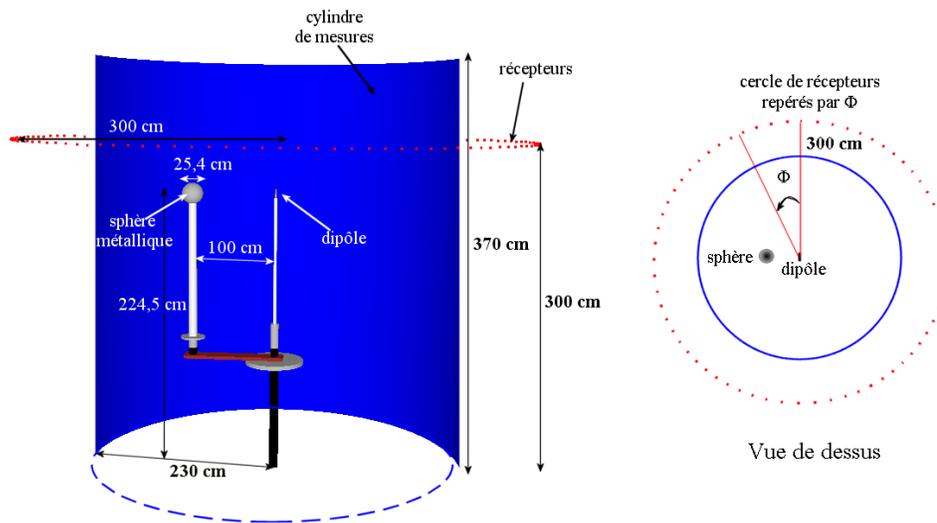


FIG. 11.9: Configuration de couplage "intérieur" : en bleu, la surface de couplage cylindrique de rayon $2m30$ englobant le dipôle et la sphère, en rouge, le cercle de récepteurs, de rayon $3m$, situé à $z = 3m$. A droite, une vue de dessus définissant l'angle Φ repérant les récepteurs.

Le cylindre de couplage englobe la source et la sphère. Cette configuration permet de valider que la méthode de couplage prend en compte les objets situés à l'intérieur de la surface de couplage. L'estimation du champ électrique sur la surface de couplage doit intégrer l'influence de la sphère. Elle peut être réalisée soit expérimentalement par une mesure des composantes tangentielles du champ sur la surface de couplage soit analytiquement.

Nous allons distinguer ces deux cas de figure.

Caractérisation expérimentale du champ "intérieur"

Dans cette configuration, la propagation à l'intérieur du cylindre de couplage est caractérisée par une mesure du champ électrique sur le cylindre. Ce cylindre de couplage a un rayon de $2m30$, les mesures effectuées sur ce cylindre sont directement intégrées dans la formulation PEC du couplage.

Là encore, on ne peut pas mettre en place le couplage simple, car on ne dispose pas des composantes tangentielles magnétiques sur la surface du couplage.

Sur la figure 11.10, on présente les résultats obtenus par le couplage PEC, en rouge, comparés aux résultats analytiques, en noir. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $3m$ à $z = 3m$. Les différences entre les deux résultats sont du même type que les différences entre les mesures et le calcul analytique comparées précédemment sur la figure 11.4. Le couplage PEC donne donc des résultats satisfaisants.

Caractérisation analytique du champ "intérieur"

La scène intérieure de cette configuration est constituée de la sphère et du dipôle, elle peut donc être caractérisée analytiquement suivant le formalisme décrit dans l'annexe D.

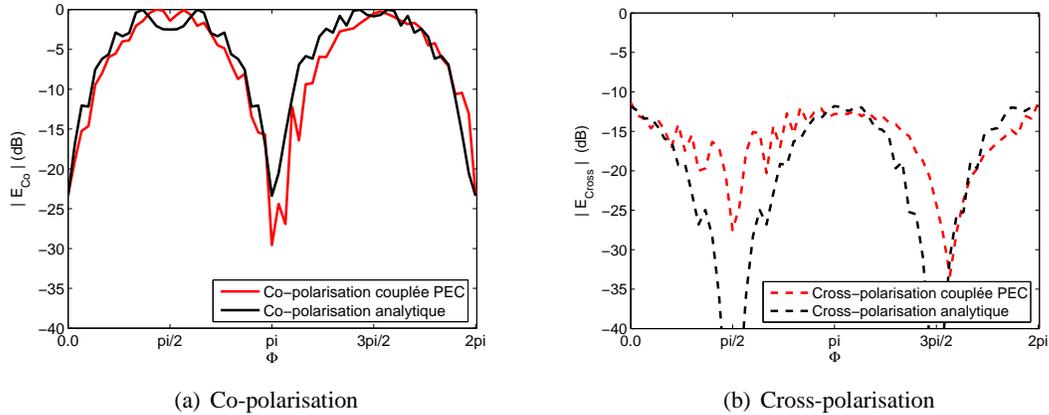


FIG. 11.10: **Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "intérieure" - couplage PEC** : *en noir*, les résultats analytiques et *en rouge*, les résultats obtenus par le couplage PEC avec une caractérisation expérimentale du terme "intérieure". Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

On peut donc mettre en place les deux solutions de couplage simple et PEC qui sont comparées sur la figure 11.11 pour des récepteurs placés sur un cercle à $r = 3$ m et $z = 3$ m.

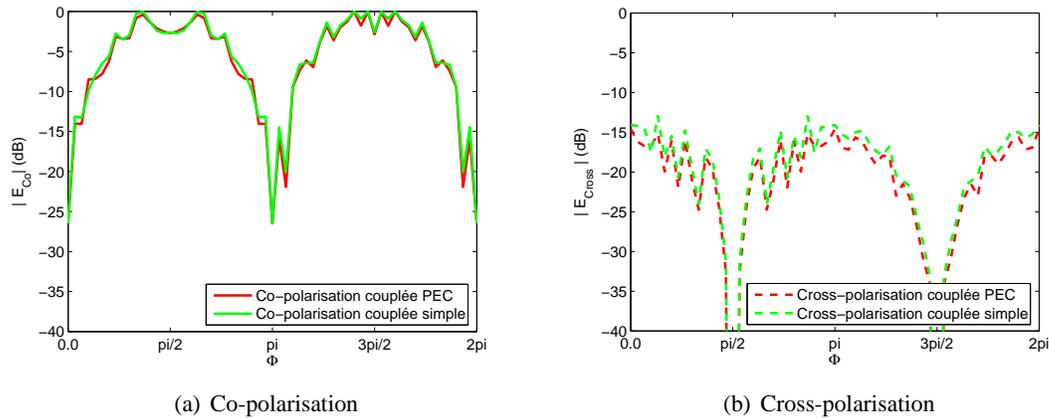


FIG. 11.11: **Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "intérieure" - couplages PEC et simple** : *en rouge*, les résultats du couplage PEC et *en vert*, les résultats du couplage simple. Le terme intérieure est obtenu par un calcul analytique du champ sur le cylindre de couplage. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

Les deux couplages donnent des résultats identiques quelque soit la polarisation.

Ensuite, sur la figure 11.12, on compare le calcul analytique, en noir, aux résultats obtenus avec le couplage PEC, en rouge. On ne peut pas comparer aux mesures car elles ont été réalisées sur le cylindre de rayon 2m30 et avec un dipôle comme source, les transformations champ proche - champ lointain sur un cylindre ne sont pas valables à cause des effets de troncature trop importants.

Sur la co-polarisation, le couplage suit quasiment parfaitement le calcul analytique. Les résultats du couplage PEC sont encore plus probants dans cette configuration que dans le cas de la configuration extérieure (fig. 11.8). Dans ce cas, la sphère est prise en compte par un calcul analytique

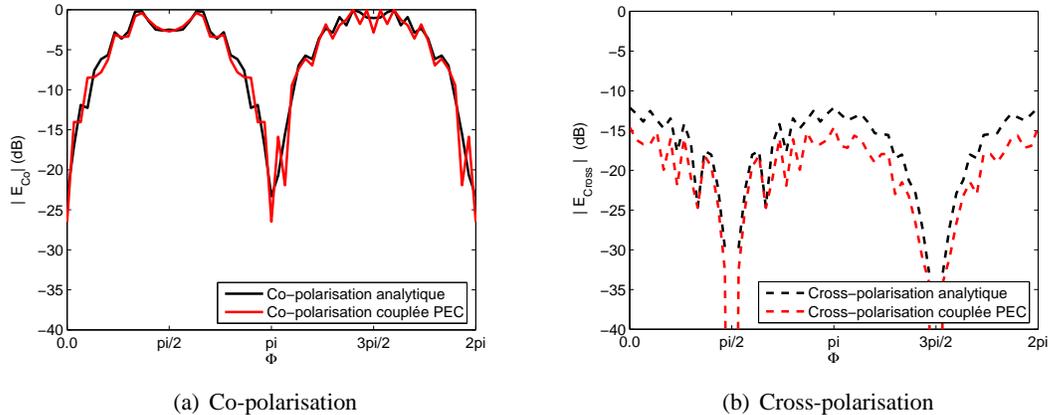


FIG. 11.12: **Dipôle 2100 MHz + sphère - configuration "intérieure" - couplage PEC** : *en noir*, les résultats analytiques et *en rouge*, les résultats obtenus par le couplage PEC avec une caractérisation analytique du terme intérieur. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m et $z = 3$ m.

rigoureux alors que dans le cas de la configuration extérieure, la sphère est prise en compte dans le calcul par ICARE-EM de la fonction de Green dyadique donc les ondes rampantes ne sont pas prises en compte.

La cross-polarisation du couplage présente environ 2dB d'écart par rapport au calcul analytique. Cette différence s'explique par l'effet de troncature spatiale qui est plus important dans cette configuration. En effet, le cylindre de couplage est beaucoup plus large (on est passé d'un cylindre de couplage de rayon 65,5 cm à un cylindre de rayon 2,3 m) mais sa hauteur est restée fixe. Or, la troncature est fortement liée au rapport rayon-hauteur du cylindre de mesures [Casalova 03], [Bolomey et al. 04].

Conclusion

Avec cette configuration "intérieure", nous avons validé la prise en compte des objets placés à l'intérieur de la surface de couplage.

Nous avons comparé les résultats obtenus par le couplage PEC aux résultats analytiques. La co-polarisation est parfaitement estimée dans le cas du calcul analytique du terme intérieur.

La cross-polarisation présente au maximum 2 dB d'écart avec le calcul analytique qui peuvent être expliqués par la troncature spatiale plus importante dans cette configuration que dans la configuration "extérieure".

Dans le cas du calcul analytique des composantes tangentielle électrique et magnétique qui caractérisent la propagation à l'intérieur de la surface de couplage, nous avons comparé les deux formes de couplage simple et PEC. Elles donnent des résultats identiques.

11.1.6 Conclusion

Sur le cas de la sphère métallique éclairée par un dipôle électrique, nous avons montré que les couplages simple et PEC donnaient des résultats équivalents aux mesures et aux calculs analytiques que ce soit avec la sphère intérieure à la surface de couplage ou avec la sphère extérieure.

Nous allons maintenant comparer sur le cas du couplage PEC, le cas de la sphère intérieure avec celui de la sphère extérieure. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon 3 m à $z = 3$ m. La surface de couplage est soit le cylindre de rayon 65,5 cm soit le cylindre englobant la sphère de rayon 2,3 m.

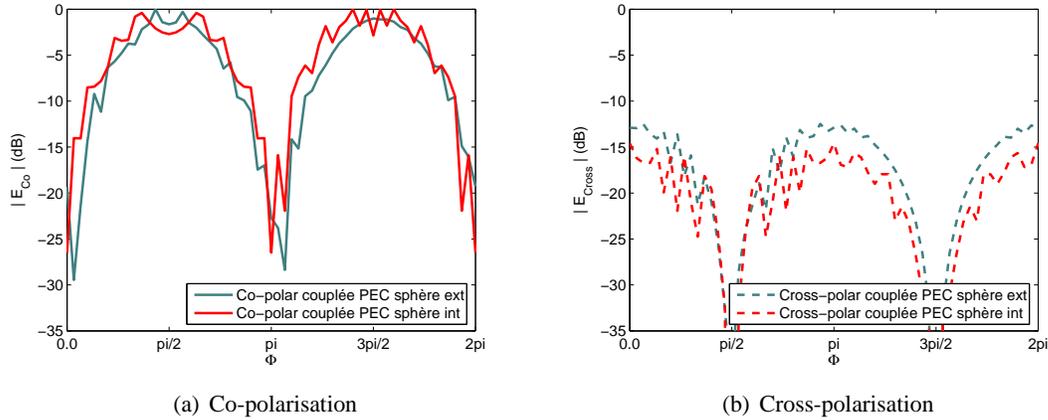


FIG. 11.13: **Dipôle 2100 MHz + sphère - couplage PEC - comparaison configurations extérieure et intérieure** : en rouge, les résultats du couplage PEC avec la sphère intérieure et en gris, les résultats du couplage PEC avec la sphère extérieure. Le terme intérieur est caractérisé analytiquement. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

La figure 11.13 compare les résultats obtenus en rouge avec un cylindre de couplage de 65,5 cm de rayon et en gris avec un cylindre de couplage de rayon 2,3 m entourant la sphère. Sur la co-polarisation, les écarts proviennent de la prise en compte de la sphère qui diffère selon la configuration. En effet, dans le cas où la sphère est à l'intérieur du cylindre (courbe rouge), l'influence de la sphère est calculée analytiquement au travers le calcul des courants équivalents sur la surface de couplage. Par contre, dans le cas où la sphère est à l'extérieur du cylindre (courbe grise), la sphère est prise en compte dans le calcul par ICARE-EM de la fonction de Green dyadique. Les ondes rampantes ne sont donc pas prises en compte dans ce cas là.

Sur les cross-polarisations, on observe un décalage qui atteint au maximum environ 2 dB. Dans le cas de la sphère intérieure au cylindre de couplage, les effets de troncature spatiale sont plus importants et notamment sur la cross-polarisation. Ceci explique les écarts entre les deux courbes.

11.2 Cas d'une antenne de station de base

11.2.1 Configuration

Le dipôle est remplacé par l'antenne de station de base 1800 MHz présentée au paragraphe 10.2.2. Sur la figure 11.14, on présente le champ rayonné en espace libre par la BTS sur le cylindre de rayon 2,3 m et de hauteur 3,7 m. Ce champ a été reconstruit à l'aide des transformations, présentées au paragraphe 7.3, à partir des mesures effectuées en espace libre sur le cylindre de rayon 65,5 cm et de hauteur 3,7 m.

Sur la figure 11.15, on présente les résultats expérimentaux obtenus sur le cylindre de rayon 2m30 et de hauteur 3m70 avec la BTS en présence de la sphère. Par rapport au rayonnement en espace libre (fig. 11.14), la sphère induit des franges concentriques de diffraction sur les deux polarisations tout comme dans le cas du dipôle.

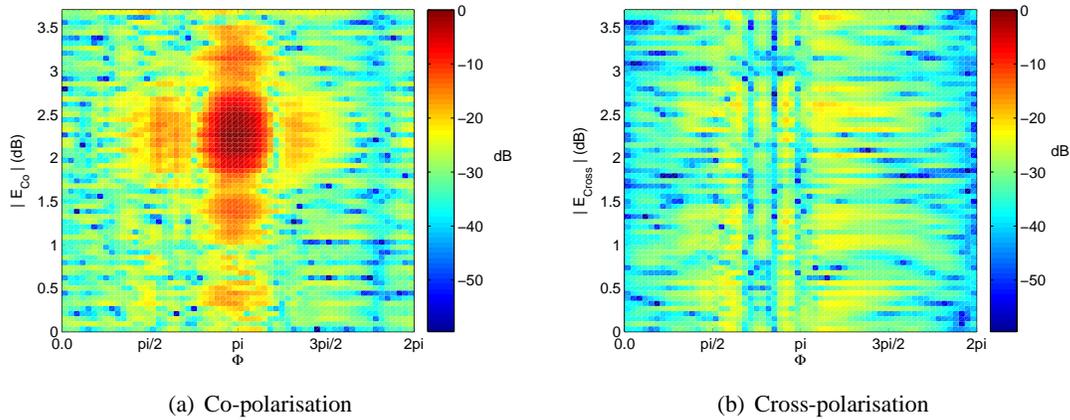


FIG. 11.14: **Rayonnement de la BTS en espace libre** : à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation reconstruites sur le cylindre de rayon 2,3 m et de hauteur 3,7 m à partir des mesures en espace libre sur le cylindre de rayon 65,5 cm et de hauteur 3,7 m.

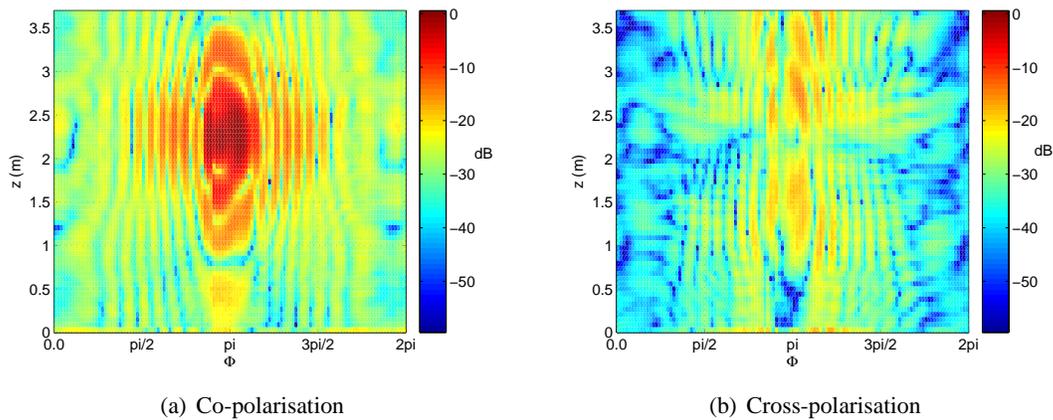


FIG. 11.15: **Diffraction par une sphère métallique éclairée par une BTS** : la BTS rayonne à 1800 MHz et les points de mesure se situent sur un cylindre de 2m30 de rayon et de 3m70 de hauteur.

Dans ce cas, nous ne disposons pas de solution analytique pour caractériser le rayonnement de la BTS. Le champ "intérieur" sera donc caractérisé uniquement par la mesure. Par contre, la BTS étant beaucoup plus directive qu'un dipôle, les effets de troncature spatiale sont beaucoup moins importants et nous pouvons utiliser les transformations champ proche - champ lointain présentées au paragraphe 7.3.

Comme dans le cas du dipôle, on distingue le cas de la sphère intérieure au cylindre de couplage et le cas de la sphère extérieure.

11.2.2 Couplage avec la sphère extérieure à la surface de couplage

Dans cette configuration, le cylindre de couplage correspond au cylindre de mesures qui a servi pour caractériser la BTS en espace libre. Son rayon est de 65,5 cm. La sphère se situe à l'extérieur du cylindre et on cherche le champ sur un cercle de rayon 2,30 m à $z = 3$ m (cf. fig. 11.16).

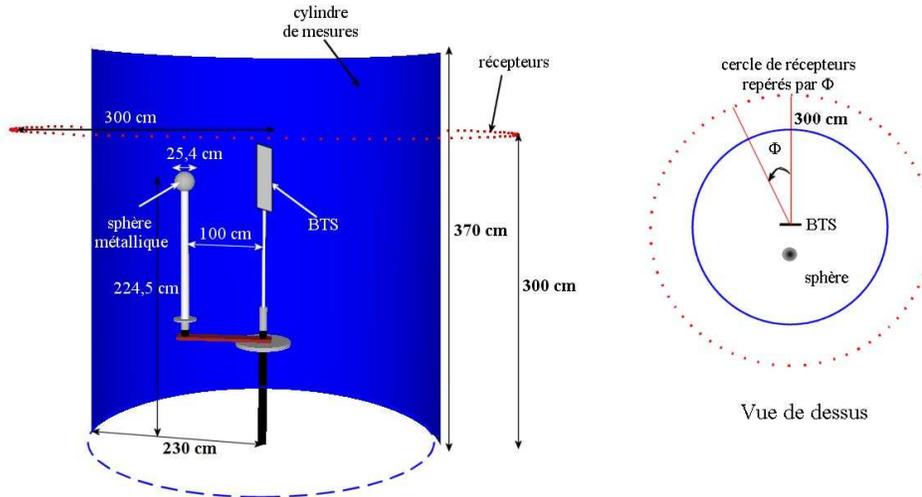


FIG. 11.16: **BTS + sphère - configuration de couplage "extérieur"** : la surface de couplage est un cylindre de rayon 65,5 cm et de hauteur 3,70 m entourant la BTS. La sphère est située à l'extérieur et son effet sera pris en compte dans le calcul de la fonction de Green dyadique par ICARE-EM. *En bleu*, le cylindre de couplage et *en rouge*, les récepteurs au niveau desquels on cherche à estimer le champ.

Caractérisation expérimentale du champ "intérieur"

C'est la seule possibilité car nous ne disposons pas de solution analytique.

Par contre, les deux couplages peuvent être mis en œuvre puisque nous pouvons reconstruire les composantes tangentielle magnétiques à partir des composantes tangentielle électriques.

Les résultats obtenus par le couplage PEC sont comparés à ceux obtenus par le couplage simple sur la figure 11.17.

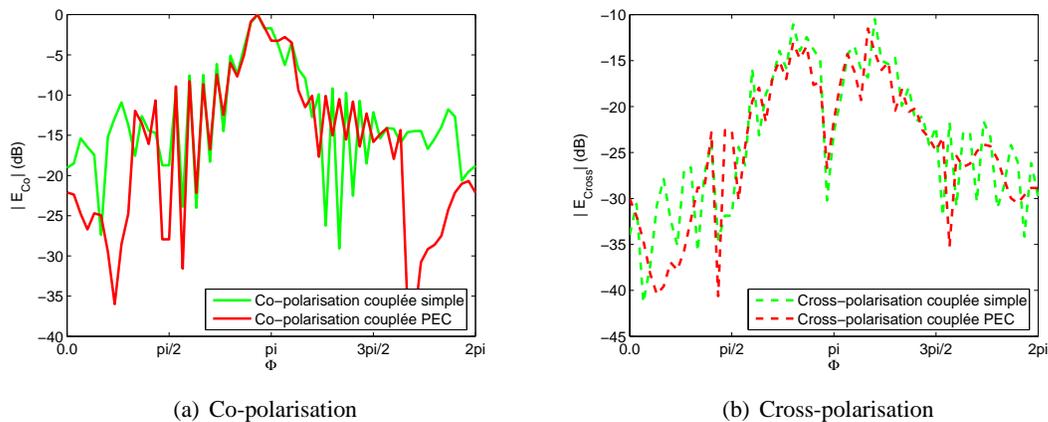


FIG. 11.17: **BTS 1800 MHz + sphère - configuration "extérieure" - comparaison couplages PEC et simple** : *en rouge*, les résultats du couplage PEC et *en vert*, les résultats du couplage simple. Le terme "intérieur" est caractérisé par une mesure sur le cylindre de couplage de rayon 65,5 cm. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 2,3$ m et $z = 3$ m.

On observe que les deux couplages donnent des résultats similaires dans la zone de rayonnement principal de l'antenne, à savoir pour $\frac{\pi}{2} < \Phi < \frac{3\pi}{2}$. En dehors de cette zone, le rayonnement de l'antenne est plus faible (environ -15 dB par rapport au lobe principal de l'antenne) et les mesures

sont plus affectées par le bruit, ce qui explique les écarts observés.

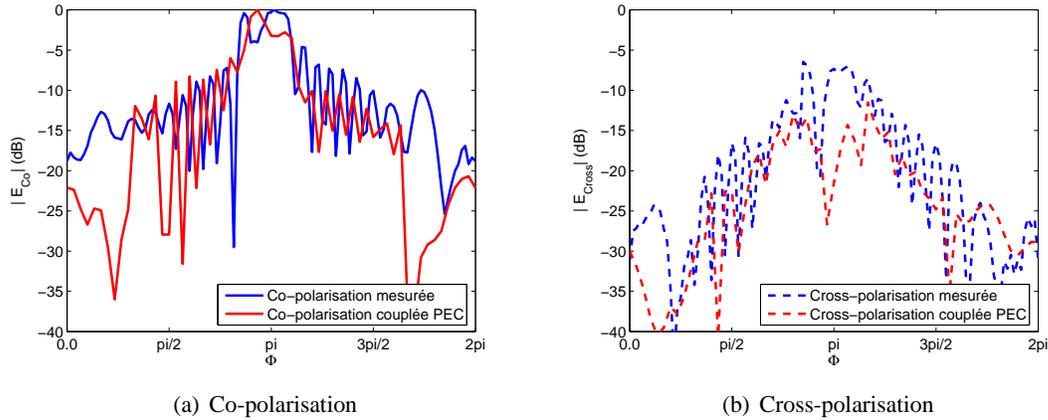


FIG. 11.18: BTS 1800 MHz + sphère - configuration "extérieure" - couplage PEC : en bleu, les résultats expérimentaux à $r = 2, 30$ m et en rouge, les résultats obtenus par le couplage PEC avec une caractérisation expérimentale du CP. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 2, 3$ m et $z = 3$ m.

Sur la figure 11.18, on compare les résultats du couplage PEC en rouge aux résultats expérimentaux en bleu.

Dans la zone principale de rayonnement, le couplage donne des résultats cohérents par rapport aux mesures. On observe cependant juste derrière la sphère, pour Φ autour de π , un comportement différent du couplage par rapport aux mesures. Là encore, la prise en compte de la sphère intervient. Dans le cas du couplage, c'est ICARE-EM qui rend compte de la sphère donc les ondes rampantes ne sont pas prises en compte. Or leur influence joue principalement dans l'ombre de la sphère (autour de $\Phi = \pi$).

Conclusion

Cette configuration nous a permis de valider l'équivalence des deux méthodes de couplage simple et PEC avec une autre source que le dipôle : une antenne de station de base.

Le couplage a également été comparé aux mesures. Les résultats sont similaires avec toutefois quelques différences derrière la sphère. Mais ces différences peuvent être expliquées par les ondes rampantes qui ne sont pas prises en compte dans ICARE-EM.

11.2.3 Couplage avec la sphère intérieure à la surface de couplage

Dans ce cas, le cylindre de couplage a un rayon de 2m30 et une hauteur de 3m70. Il contient l'antenne et la sphère comme illustré sur la figure 11.19.

Nous allons comparer le champ obtenu pour des récepteurs placés sur un cercle à $r = 3$ m et $z = 3$ m.

Le couplage PEC est mis en place à l'aide des mesures effectuées en présence de la sphère sur le cylindre de rayon 2,3 m et d'un calcul par ICARE-EM de la fonction de Green dyadique associée à l'extérieur de la surface de couplage.

Le couplage simple nécessite quant à lui le calcul des composantes tangentiels magnétiques à partir des mesures des composantes tangentiels électriques sur le cylindre de couplage.

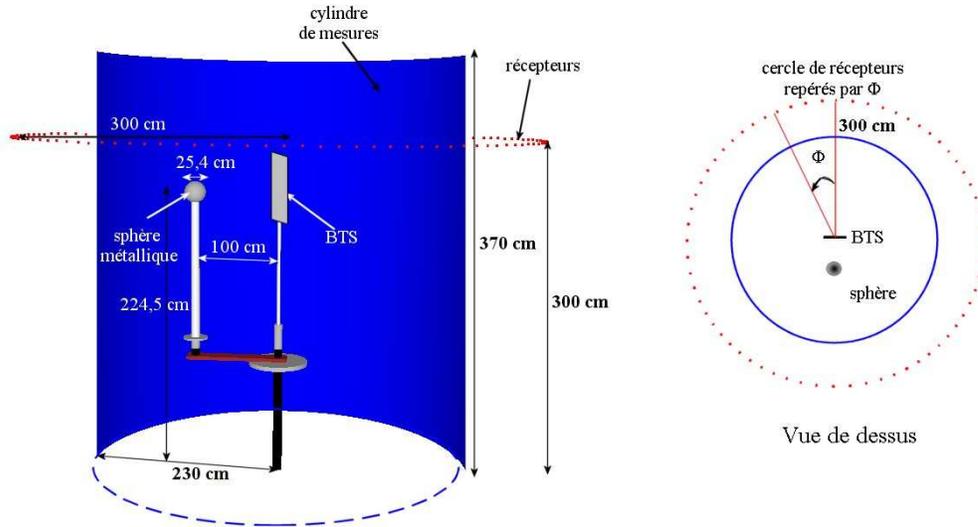


FIG. 11.19: **BTS 1800 MHz + sphère - configuration de couplage "intérieur"** : en bleu, la surface de couplage cylindrique de rayon 2m30 englobant la BTS et la sphère, en pointillé rouge, le cercle de récepteurs, de rayon 3m, situé à $z = 3$ m.

Sur la figure 11.20, on compare les deux couplages, le PEC en rouge et le simple en vert. Les résultats sont quasiment identiques sur les deux polarisations.

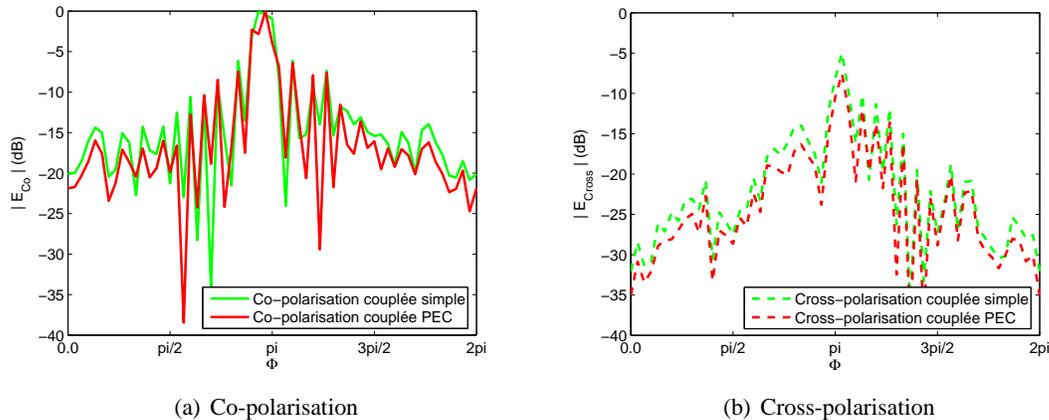


FIG. 11.20: **BTS 1800 MHz + sphère - configuration "intérieure" - comparaison couplages PEC et simple** : en rouge, les résultats du couplage PEC et en vert, les résultats du couplage simple. Le CP est caractérisé par une mesure sur le cylindre de couplage de rayon 2m30. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

Pour comparer les résultats obtenus par le couplage PEC aux mesures, nous reconstruisons le champ sur le cercle de 3m de rayon à partir des mesures effectuées en présence de la sphère sur le cylindre de rayon 2m30.

Sur la figure 11.21, on observe que le champ obtenu par le couplage PEC en rouge est identique aux mesures reconstruites à $r = 3$ m en bleu.

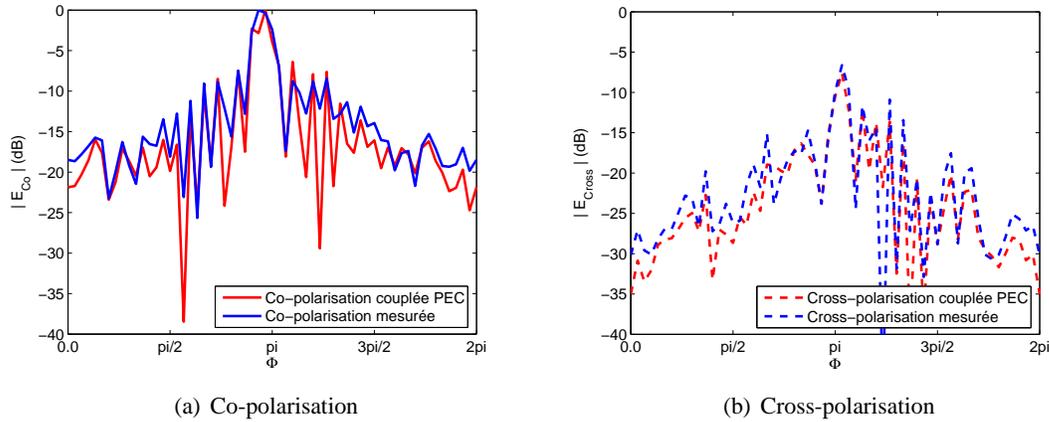


FIG. 11.21: BTS 1800 MHz + sphère - Configuration "intérieure" - couplage PEC : *en bleu*, les résultats expérimentaux reconstruits à $r = 3$ m et *en rouge*, les résultats obtenus par le couplage PEC avec une caractérisation expérimentale du terme "intérieur". Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

Nous avons montré que les deux formes du couplage simple et PEC prennent en compte de la même façon les objets intérieurs à la surface de couplage avec une antenne de station de base comme source.

Les résultats du couplage sont parfaitement ajustés aux mesures reconstruites.

11.2.4 Conclusion

Nous avons vérifié qu'avec une BTS éclairant la sphère métallique, les méthodes de couplage simple et PEC sont équivalentes et permettent de prendre en compte les objets intérieurs et les objets extérieurs à la surface de couplage.

Nous allons, comme dans le cas du dipôle, vérifier dans le cas du couplage PEC, que la sphère est prise en compte de la même façon qu'elle soit à l'intérieur ou à l'extérieur du cylindre de couplage. La figure 11.22 montre bien que les deux configurations donnent des résultats similaires.

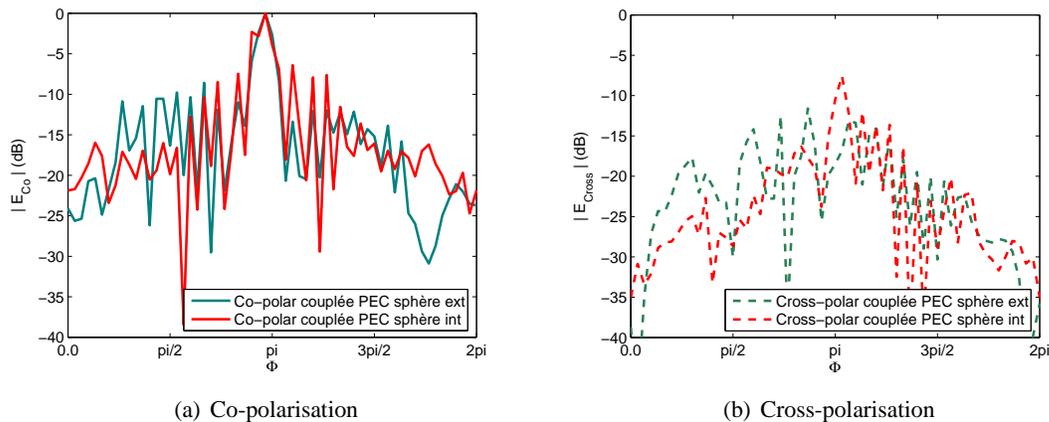


FIG. 11.22: BTS 1800 MHz + sphère - couplage PEC - comparaison configurations extérieure et intérieure : *en rouge*, les résultats du couplage PEC avec la sphère intérieure et *en gris*, les résultats du couplage PEC avec la sphère extérieure. Le terme intérieur est caractérisé expérimentalement. Les récepteurs sont placés sur un cercle de rayon $r = 3$ m à $z = 3$ m.

11.3 Conclusion

Le cas de la diffraction par une sphère parfaitement conductrice constitue un cas de référence qui permet de valider les outils de couplage simple et PEC.

Dans la configuration canonique du dipôle source éclairant la sphère, la validation a été numérique grâce à la résolution analytique du problème vectoriel de la diffraction et expérimentale grâce aux mesures réalisées dans la chambre anechoïque de Supélec.

La validation a aussi été menée avec une antenne de station de base qui constitue une source plus réaliste que le dipôle.

En modulant le rayon du cylindre de couplage, nous avons considéré des cas où la sphère se situe à l'extérieur de celui-ci et des cas où la sphère se situe à l'intérieur. Avec ces deux cas de figure, nous avons successivement validé la prise en compte des objets extérieurs à la surface de couplage et des objets intérieurs.

Chapitre 12

Rayonnement d'antennes en présence de plaques métalliques

Après avoir étudié le cas de la sphère, nous proposons dans ce chapitre l'étude du cas plus général de deux plaques métalliques. La surface de couplage sera choisie pour que l'une des plaques soit à l'intérieur et l'autre à l'extérieur. Les sources utilisées seront comme dans le cas de la sphère un dipôle électrique et une BTS.

12.1 Configuration

Le cas général correspond à une scène comportant deux objets, l'un intérieur à la surface de couplage et l'autre extérieur. Nous avons cherché des objets perturbant significativement le rayonnement tout en restant réalisables pour la validation expérimentale, c'est-à-dire de dimensions adaptées à la chambre anéchoïque de Supélec.

Notre choix s'est finalement porté sur des plaques métalliques. Pour la caractérisation expérimentale, les deux plaques métalliques ont été fabriquées à partir de polystyrène extrudé recouvert d'aluminium (cf. fig. 12.1(a)). Les principales dimensions de la scène ont été reportées sur le schéma 12.1(b). Les deux plaques se trouvent respectivement à 50 cm et 1,8 m du mât de l'antenne. Elles font 1,2 m de largeur et respectivement 1 m et 1,5 m.

La figure 12.1 présente le montage avec le dipôle comme source mais le cas de l'antenne de station de base comme source a aussi été traité.

La surface de couplage est un cylindre de rayon 1,2 m contenant la source et la plaque la plus proche de l'antenne que l'on qualifiera par la suite de plaque CP pour *Champ Proche*.

A l'extérieur de ce cylindre de couplage, on trouve la deuxième plaque appelée plaque CL pour *Champ Lointain*.

12.2 Caractérisation intérieure

L'intérieur de la surface de couplage est assimilée à la zone de champ proche. Dans le cas considéré ici, la zone de champ proche inclut donc la source (dipôle électrique ou antenne de station de base) et la plaque CP. Cette zone de champ proche est caractérisée par une mesure sur le cylindre de

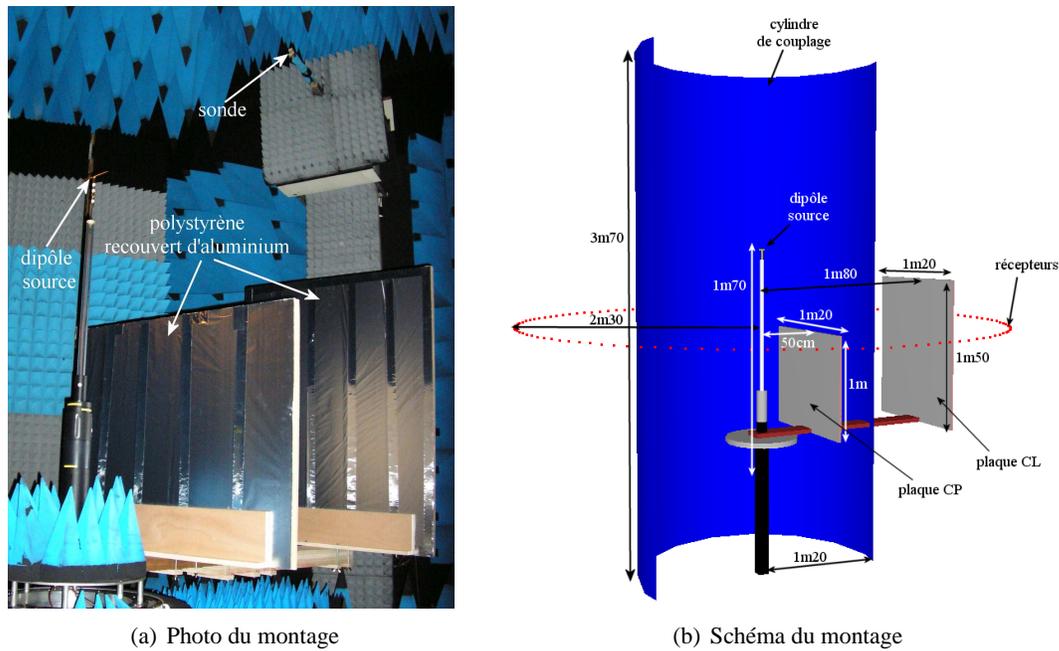


FIG. 12.1: **Configuration générale** : la scène est constituée de deux plaques métalliques réalisées à l'aide de deux plaques de polystyrène extrudé recouvertes d'aluminium. *A gauche*, la photo du montage expérimental et *à droite*, un schéma du montage avec les principales dimensions.

couplage de rayon 1m20 comme illustré sur la figure 12.2. La surface de mesure est échantillonnée par 7680 points dont 120 points en azimut et 64 points en élévation. Le temps d'acquisition est d'environ 3 heures.

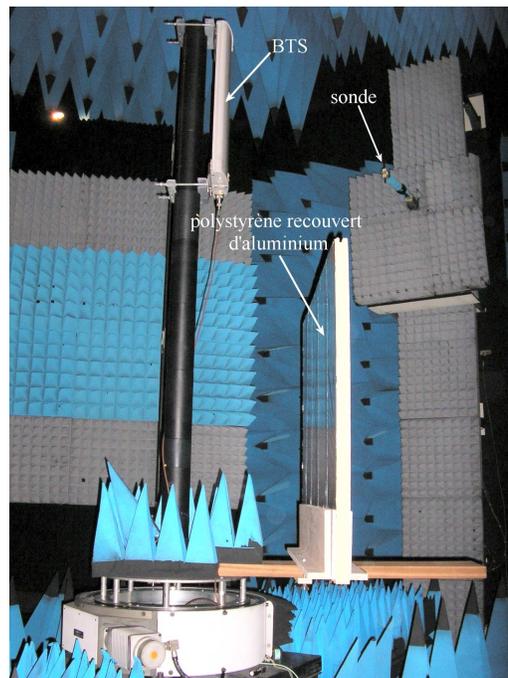


FIG. 12.2: **Caractérisation expérimentale du champ proche** : mesure du champ électrique sur la surface cylindrique de couplage. A l'intérieur du cylindre, se trouvent la source (ici la BTS) et la plaque CP.

12.2.1 Avec le dipôle 900 MHz comme source

Les mesures ont tout d'abord été réalisées avec un dipôle à 900 MHz. Sur la figure 12.3, on présente les co- et cross-polarisations mesurées sur le cylindre de rayon 1, 2 m et de hauteur 3, 7 m. Les résultats sont présentés de façon à ce que la plaque soit centrée sur l'azimut $\Phi = \frac{\pi}{2}$.

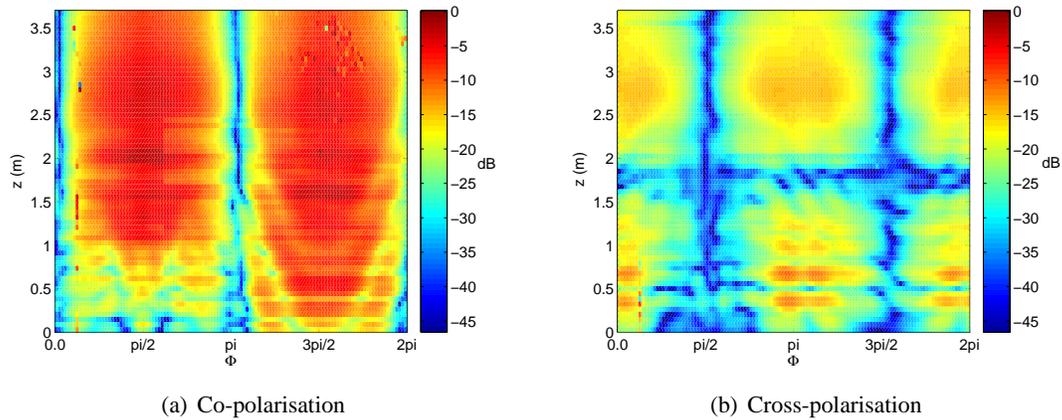


FIG. 12.3: **Dipôle 900 MHz + plaque CP** : résultats expérimentaux dans le cas d'un dipôle à 900 MHz en présence d'une plaque métallique. *A gauche*, la co-polarisation et *à droite*, la cross-polarisation.

Pour choisir les dimensions des plaques, nous avons, avant de réaliser les mesures, étudié l'effet d'une plaque métallique sur le rayonnement d'un dipôle électrique à l'aide d'ICARE-EM.

La figure 12.4 présente les résultats obtenus avec ICARE-EM dans la configuration finalement retenue pour les mesures.

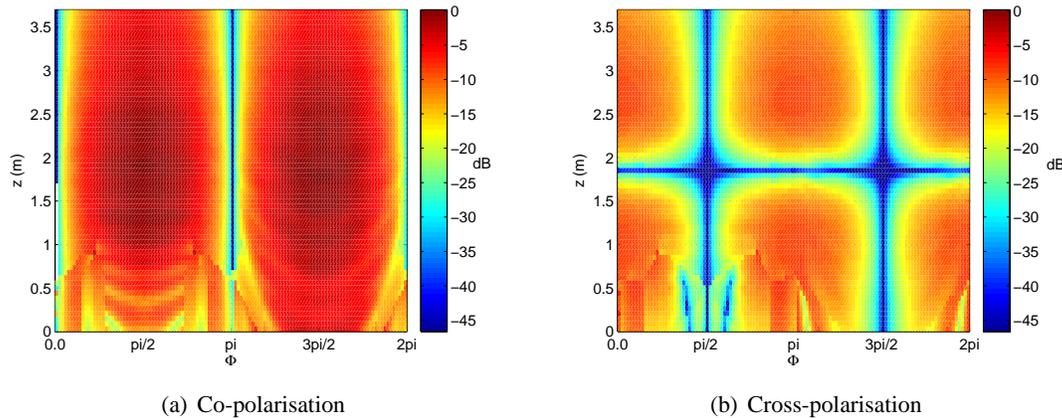


FIG. 12.4: **Prédiction par ICARE-EM - Dipôle 900 MHz + plaque CP** : résultats d'un calcul ICARE-EM dans le cas d'un dipôle à 900 MHz en présence d'une plaque métallique. *A gauche*, la co-polarisation et *à droite*, la cross-polarisation.

En comparant avec les résultats expérimentaux dans la même configuration (cf. fig. 12.3), on retrouve des allures comparables. Cependant, les résultats expérimentaux sont beaucoup plus perturbés par la plaque que la prédiction d'ICARE-EM. Cette différence peut être expliquée par les imperfections de la plaque utilisée pour les mesures par rapport au modèle de plaque infiniment fine et parfaitement plate utilisé dans ICARE-EM. La plaque utilisée pour les mesures présente

des bords qui ne sont pas parfaitement droits et elle subit inévitablement de légères torsions. Ces imperfections de mesures entraînent une perturbation plus aléatoire du champ que le modèle idéal utilisé dans ICARE-EM.

12.2.2 Avec la BTS 1800 MHz comme source

Le dipôle a ensuite été remplacé par l'antenne de station de base rayonnant à 1800 MHz. Sur la figure 12.5, on a représenté les co- et cross-polarisations mesurées sur le cylindre de rayon 1, 2 m et de hauteur 3, 7 m.

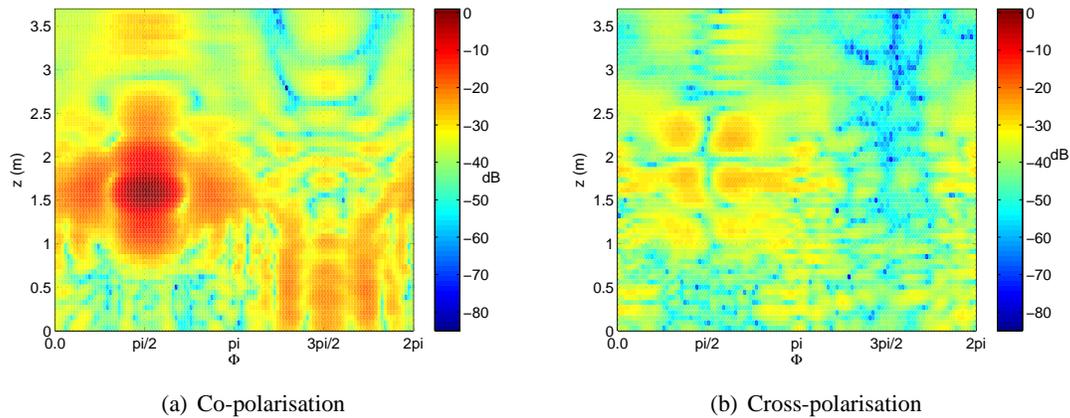


FIG. 12.5: **BTS 1800 MHz + plaque CP** : résultats expérimentaux dans le cas d'une BTS 1800 MHz en présence d'une plaque métallique. à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation.

On remarque que le rayonnement de la BTS est perturbé par la plaque. En effet, on observe une zone d'ombre située à l'emplacement de la plaque autour de $\Phi = \frac{\pi}{2}$ et $z = 0,5m$. L'effet de la réflexion sur la plaque se traduit par une image de la plaque autour de $\Phi = \frac{3\pi}{2}$ et $z = 0,5m$.

12.3 Caractérisation globale

Une mesure de validation est réalisée sur le cylindre de rayon 2m30 et de hauteur 3m70 dans la configuration source + plaque CP + plaque CL comme le montre la figure 12.6. Les échantillonnages en azimut et en élévation sont là encore de 120 points et 64 points. L'acquisition des 7680 points de mesures dure environ 3 heures.

12.3.1 Avec le dipôle 900 MHz comme source

On présente sur la figure 12.7 les résultats de co- et cross-polarisations obtenus par la mesure à 2m30 dans le cas du dipôle 900 MHz comme source en présence des deux plaques métalliques.

On peut comparer ces résultats expérimentaux aux prédictions d'ICARE-EM dans la configuration dipôle + 2 plaques (cf. fig.12.8).

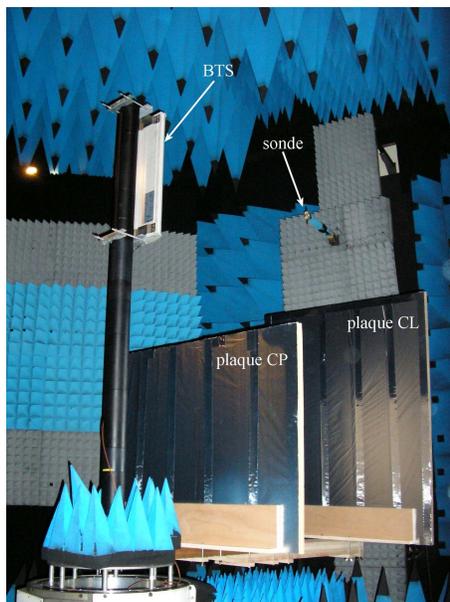


FIG. 12.6: **Caractérisation expérimentale du cas général** : mesures du champ électrique sur le cylindre englobant la source (sur la photo, la BTS) et les deux plaques CP et CL.

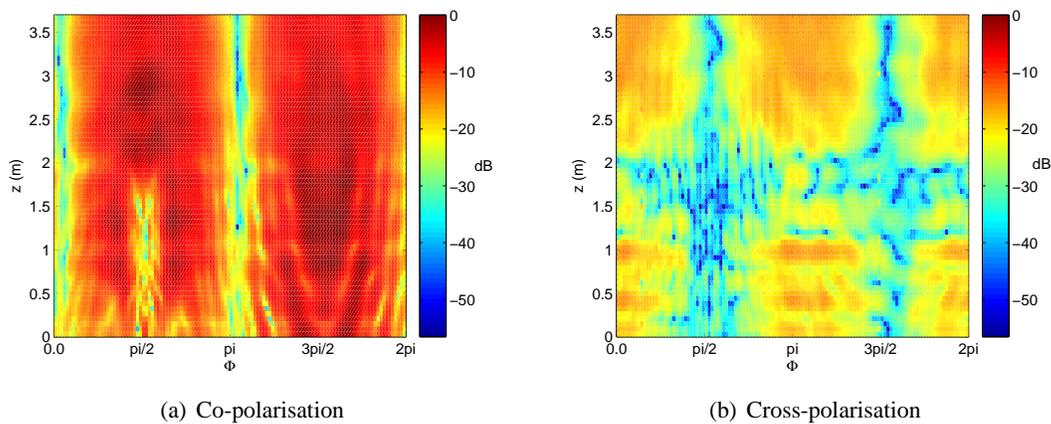


FIG. 12.7: **Dipôle 900 MHz + plaque CP + plaque CL** : résultats expérimentaux dans le cas d'un dipôle à 900 MHz en présence des deux plaques métalliques. *A gauche*, la co-polarisation et *à droite*, la cross-polarisation.

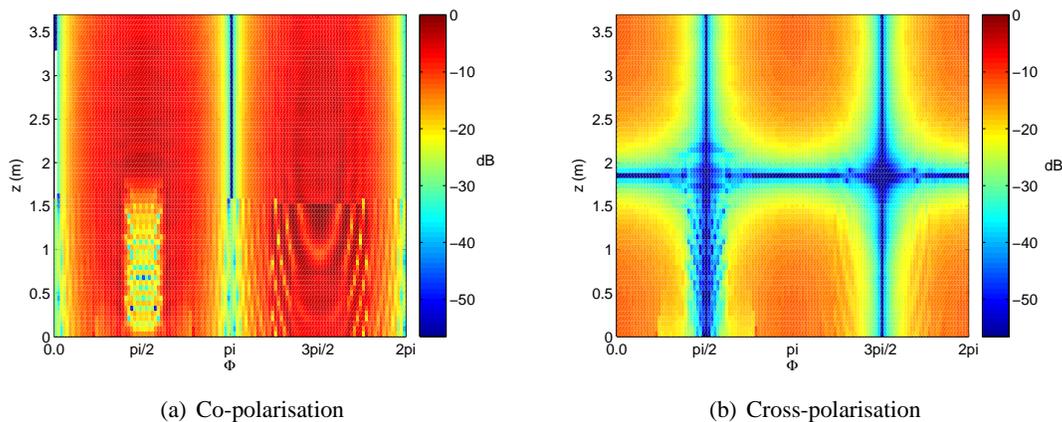


FIG. 12.8: **Dipôle 900 MHz + plaque CP + plaque CL** : prédiction d'ICARE-EM dans le cas d'un dipôle à 900 MHz en présence des deux plaques métalliques. *A gauche*, la co-polarisation et *à droite*, la cross-polarisation.

Comme dans le cas de la caractérisation intérieure (c'est à dire le cas du dipôle en présence d'une seule plaque), les prédictions par ICARE-EM sont globalement cohérentes par rapport aux résultats expérimentaux. Cependant, le modèle infiniment plat et fin de la plaque utilisé dans ICARE-EM induit des effets beaucoup plus marqués que les plaques, utilisées pour la mesure, dont les bords ne sont pas parfaitement droits et dont la planéité n'est pas parfaite.

12.3.2 Avec la BTS 1800 MHz comme source

Le dipôle a ensuite été remplacé par l'antenne de station de base. Les mesures sont toujours effectuées sur le cylindre de rayon 2,3 m et de hauteur 3,7 m, en présence des deux plaques métalliques. La figure 12.9 représente les deux polarisations mesurées.

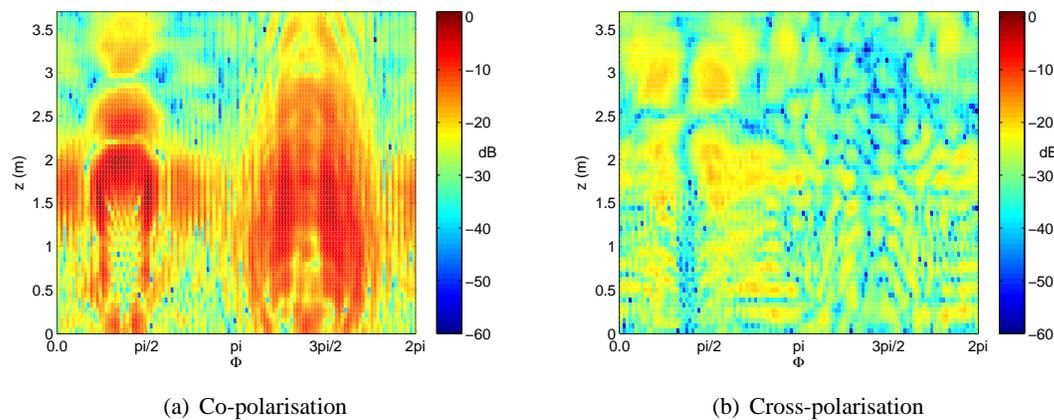


FIG. 12.9: **BTS 1800 MHz + plaque CP + plaque CL** : à gauche, la co-polarisation et à droite, la cross-polarisation mesurées à la surface d'un cylindre de rayon 2,3 m et de hauteur 3,7 m. En face de l'antenne, se trouvent les deux plaques métalliques.

12.4 Couplage

La surface de couplage est le cylindre de rayon 1m20 entourant la source (dipôle 900 MHz ou BTS 1800 MHz) et la plaque CP. Les mesures effectuées sur ce cylindre vont servir à mettre en place le couplage pour obtenir le champ au niveau du cercle de récepteur, placé à une hauteur où le champ est fortement perturbé par les plaques : $z = 1, 3$ m.

12.4.1 Cas du dipôle 900MHz comme source

Dans le cas du dipôle, on ne dispose que du champ électrique sur la surface de couplage. On ne peut pas construire le rotationnel du champ électrique comme avec une BTS à cause des effets de troncature dus à la forme cylindrique de la surface de mesures. Seul le couplage PEC peut donc être utilisé pour calculer le champ sur le cercle de rayon 2m30.

La figure 12.10 compare les résultats obtenus par le couplage PEC (en rouge) avec la mesure (en bleu). Le couplage donne de bons résultats en comparaison avec les mesures.

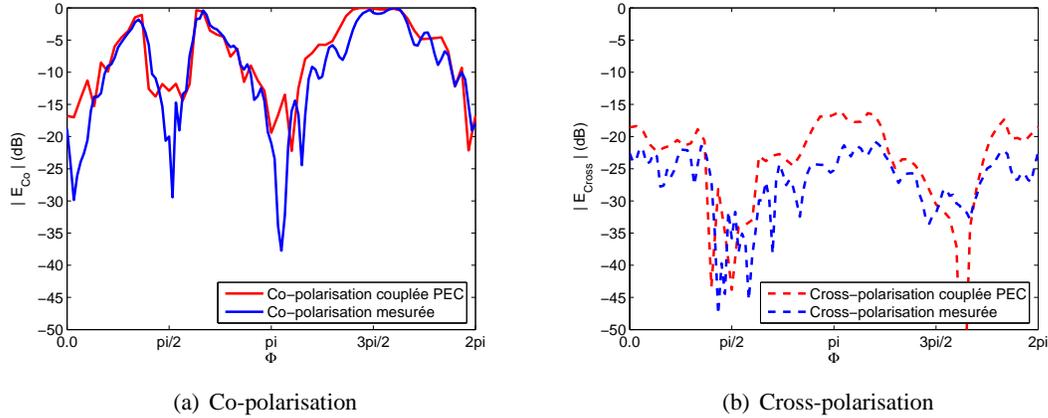


FIG. 12.10: **Dipôle 900 MHz + 1 plaque CP + 1 plaque CL - couplage PEC** : comparaison à $z = 1, 3$ m entre la mesure avec les deux plaques et le couplage PEC entre la mesure avec la plaque CP et le calcul ICARE-EM pour prendre en compte la plaque CL.

12.4.2 Cas de la BTS 1800 MHz comme source

A partir des mesures sur le cylindre de couplage, on peut mettre en œuvre directement le couplage PEC. On peut également construire le rotationnel de ce champ par un développement modal. A partir de là, le couplage simple peut être mis en œuvre. Sur la figure 12.11, on compare les résultats obtenus par le couplage PEC (en rouge) et par le couplage simple (en vert). Les résultats sont présentés pour des récepteurs placés sur un demi-cercle en face de l'antenne à $z = 1, 3$ m.

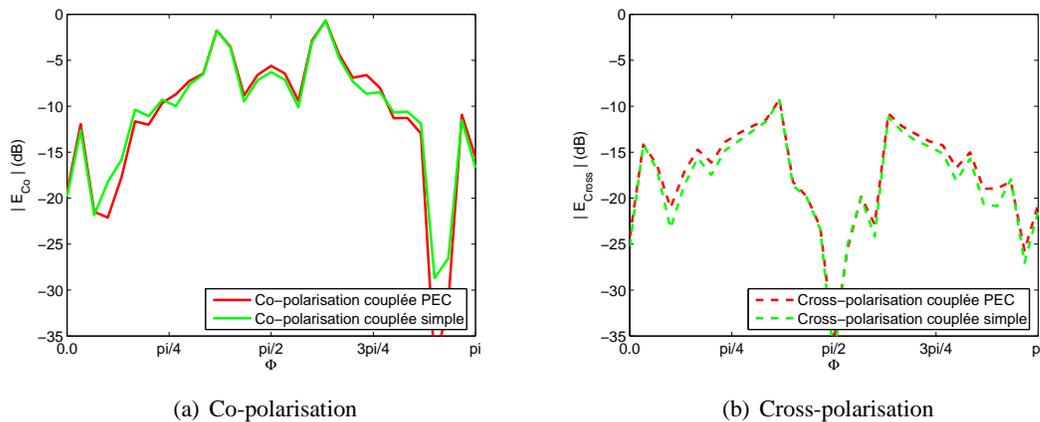


FIG. 12.11: **BTS 1800 MHz + 1 plaque CP + 1 plaque CL - couplages simple et PEC** : comparaison, à $z = 1, 3$ m, du couplage simple, en vert, et du couplage PEC en rouge. Le cylindre de couplage a un rayon de 1m20 et le champ est estimé sur un cercle de rayon 2m30 à $z = 1, 30$ m.

Dans ce cas encore, les deux couplages sont équivalents.

Sur la figure 12.12, on compare la solution obtenue par le couplage PEC en rouge aux résultats expérimentaux en bleu sur le demi-cercle de rayon 2m30 à $z = 1, 30$ m. Les résultats sont présentés dans la zone de rayonnement principale de l'antenne, c'est à dire face à l'antenne pour $0 < \Phi < \pi$. Les mesures présentent plus d'oscillations que le couplage mais ces oscillations proviennent du bruit de mesure. Le couplage PEC donnent des résultats tout à fait comparables aux mesures.

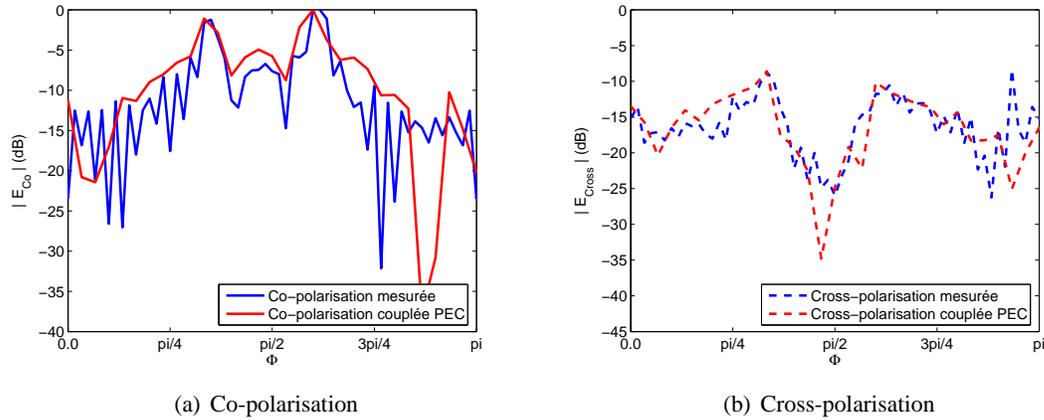


FIG. 12.12: BTS 1800 MHz + 1 plaque CP + 1 plaque CL - couplage PEC : comparaison à $z = 1, 3$ m des co-polarisations à gauche et des cross-polarisations à droite, mesurées (en bleu) et calculées par le couplage PEC (en rouge).

12.5 Conclusion

Le cas des deux plaques métalliques a permis de valider les deux formes simple et PEC du couplage dans une configuration comportant deux objets, l'un intérieur à la surface de couplage et l'autre extérieur.

Nous avons utilisé dans un premier temps une source canonique, un dipôle électrique à 900 MHz, puis une source plus réaliste, une antenne de station de base à 1800 MHz.

La validation repose sur les mesures qui ont été réalisées dans la base de mesures cylindrique de Supélec. Dans le cas du dipôle, les mesures valident le couplage PEC, le couplage simple ne pouvant être mis en œuvre. Dans le cas de la BTS, nous avons retrouvé que les deux couplages étaient équivalents. Les mesures, bien que plus oscillantes à cause du bruit de mesures, valident le couplage dans ce cas général.

Conclusion

Le travail présenté dans cette thèse a porté sur la modélisation de la propagation des ondes électromagnétiques dans des milieux complexes.

Pour traiter de la modélisation de la propagation des ondes électromagnétiques, il convient de dissocier, pour une source donnée, la zone de champ proche et la zone de champ lointain. Dans chacune de ces zones, il existe différentes techniques, déjà bien maîtrisées et largement utilisées pour y caractériser la propagation.

Mais nous avons montré que nous pouvons avantageusement associer ces différentes techniques pour proposer un modèle de propagation permettant de prendre en compte des objets situés dans les zones de champ à la fois proche et lointain.

Dans un premier temps, nous nous sommes attachés à décrire les méthodes de caractérisation de la propagation valables dans le champ lointain. Ces méthodes ont évolué de l'optique géométrique, qui date du 17^{ième} siècle, à la théorie uniforme de la diffraction établie dans les années 1970. Elles reposent sur l'hypothèse d'ondes localement planes et de hautes fréquences. Le principe de ces méthodes consiste à assimiler la propagation de l'onde à la propagation d'un rayon géométrique auquel on attribue un certain poids estimé par la théorie uniforme de la diffraction.

La recherche des rayons constitue une étape primordiale pour les outils se basant sur ces méthodes. Le CSTB a mis au point un algorithme de lancer de faisceaux adaptatif pour construire les rayons dans une scène en prenant en compte la réflexion par des objets de surfaces quelconques et la diffraction par des arêtes droites. Cet algorithme est le noyau géométrique de l'outil de prédiction acoustique ICARE. En utilisant ce noyau géométrique, nous avons mis au point ICARE-EM, version électromagnétique d'ICARE, en utilisant la théorie uniforme de la diffraction pour calculer les contributions des rayons.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes consacrés à la zone de champ proche. Dans cette zone, les outils comme ICARE-EM ne sont plus pertinents, notamment car l'hypothèse d'ondes localement planes n'est plus valable.

Pour résoudre le problème de la modélisation de la propagation, il faut recourir à des méthodes numériques pour résoudre les équations de Maxwell. Il s'agit des méthodes dites "rigoureuses" car elles ne reposent sur aucune hypothèse quant à la nature de l'onde. Dans notre cas où la propagation se situe dans un milieu infini, la méthode la plus adaptée est la méthode des moments. Bien qu'il existe sur le marché de nombreux codes de résolution des équations de Maxwell se basant sur la méthode des moments, nous avons choisi de développer notre propre outil. En effet, les codes du marché ne répondaient pas à notre besoin en terme de données d'entrée et de données de sortie. Le CSTB ayant déjà développé un meilleur, nous avons choisi de l'utiliser pour développer un

nouvel outil "méthode des moments". Cependant l'implémentation de cet outil n'est pas terminée à ce jour.

Il existe une alternative aux méthodes rigoureuses pour caractériser la propagation d'une onde électromagnétique dans la zone de champ proche. Ce sont les techniques de champ proche. Ces techniques reposent sur une caractérisation du champ électromagnétique à partir d'un nombre restreint de mesures. Ces méthodes expérimentales présentent l'avantage de prendre en compte exactement la source et son environnement proche (son support par exemple).

A partir de la mesure des composantes tangentielles du champ électrique sur une surface de mesures séparable, un traitement numérique permet de reconstruire les champs électrique et magnétique en tout point extérieur à la surface de mesure.

L'encombrement des montages mis en place et l'utilisation d'une antenne de station de base nous ont incités à utiliser la base cylindrique. Nous avons donc développé CP2CL qui permet à partir des données des composantes tangentielles du champ électrique sur la surface de mesure, de reconstruire les champs électrique et magnétique. Les mesures effectuées dans la base cylindrique de Supélec et cet outil CP2CL nous ont permis de caractériser la propagation dans les zones de champ proche des scènes choisies.

Après avoir considéré la zone de champ lointain puis la zone de champ proche, il nous a fallu établir un lien entre les deux.

Pour coupler les deux zones, nous nous sommes basés sur la théorie de Green. En électromagnétisme, les fonctions de Green sont dyadiques et sont représentées par des tenseurs d'ordre 2.

Après avoir introduit la fonction de Green dyadique de l'espace libre, nous nous sommes intéressés aux fonctions de Green associées à des milieux complexes. Dans la littérature, les fonctions de Green associées à des objets canoniques comme la sphère ou le plan infini, ou à des milieux stratifiés ont été calculées analytiquement.

En se basant sur ce formalisme, nous avons construit une fonction de Green dyadique associée à un milieu quelconque. Nous avons montré que cette fonction de Green dyadique généralisée peut être construite comme une fonction de transfert du milieu en considérant le champ rayonné par successivement trois dipôles élémentaires orthogonaux.

Puis, pour établir le lien entre les zones de champ proche et lointain, nous avons exprimé le champ sous une forme intégrale. L'intégration se fait sur une surface entourant la source et les objets de son champ proche. La formulation intégrale fait apparaître deux types de termes :

- un terme "champ proche" qui rend compte du rayonnement de la source et de l'influence des objets de son champ proche,
- un terme "champ lointain" qui prend en compte les objets extérieurs à la surface d'intégration.

Nous avons décliné cette formulation intégrale sous deux formes, une forme simple et une forme qualifiée de PEC pour *Perfectly Electric Conducting*. La formulation PEC est obtenue en imposant une condition aux limites métallique sur la surface d'intégration pour le calcul du terme "champ lointain".

Le couplage entre la zone de champ proche et la zone de champ lointain est donc réalisé à travers une représentation intégrale du champ. Nous avons montré que le terme "champ proche" fait appel aux composantes tangentielles électriques et magnétiques du champ sur la surface de couplage et qu'il pouvait être évalué à l'aide de méthodes rigoureuses ou de mesures. Nous avons, dans

CONCLUSION

le cadre de cette thèse, utilisé la base cylindrique de mesures de Supélec et l'outil CP2CL pour estimer ce terme champ proche.

En ce qui concerne le terme "champ lointain", il fait appel à la fonction de Green dyadique associée à l'extérieur de la surface de couplage. Dans les conditions de couplage que nous avons retenues (à savoir, une surface de couplage qui entoure la source et les objets de son champ proche), nous pouvons calculer cette fonction de Green dyadique au moyen d'ICARE-EM.

Ces couplages simple et PEC ont ensuite été validés numériquement et expérimentalement. Les campagnes de mesures ont été menées dans la base cylindrique de Supélec.

Dans tous les cas testés, nous avons pu vérifier l'équivalence entre les deux formes de couplage simple et PEC.

Dans le cas de référence de la diffraction par une sphère métallique, nous avons validé séparément la prise en compte d'un objet intérieur à la surface de couplage et d'un objet extérieur.

Puis, le cas des deux plaques métalliques nous a permis de vérifier la validité des couplages dans une configuration plus générale comportant un objet intérieur et un objet extérieur.

Pour ces validations, nous avons utilisé deux types de sources, des dipôles électriques comme source de référence et une antenne de station de base.

Le couplage PEC (mais aussi le couplage simple) associe donc avantageusement les techniques de rayon pour prendre en compte les objets du champ lointain via le calcul de la fonction de Green généralisée par ICARE-EM et les techniques de champ proche pour traduire l'influence des objets du champ proche.

A l'avenir, le CSTB se donne l'objectif de créer un nouveau module d'ICARE-EM permettant de calculer le champ électrique par une des méthodes de couplage proposées dans cette thèse. Ce nouveau module aura comme données d'entrées une surface de couplage maillée et un set de données caractérisant le champ intérieur à cette surface aux points du maillage, une scène extérieure. A partir de ces données, ICARE-EM permet de calculer la dyade de Green associée à la scène extérieure ainsi que son rotationnel. Enfin, ce nouveau module devra permettre le calcul de l'intégrale de couplage.

Annexe A

Etape géométrique de ICARE

A.1 Principe général

Le calcul géométrique doit permettre de déterminer l'ensemble des rayons source-récepteur. Ce calcul est réalisé à l'aide d'un algorithme de lancer de faisceaux adaptatif dont le principe a été décrit au paragraphe 4.3.

L'angle solide autour de chaque source est divisé en faisceaux initiaux supportés par trois rayons. Typiquement l'angle d'ouverture des faisceaux initiaux est fixé à 30° . Ces faisceaux sont ensuite propagés dans la scène. Le calcul des intersections rayons-objets constitue la principale difficulté algorithmique du lancer de rayons. De nombreuses méthodes ont été développées pour optimiser ce calcul d'intersection entre rayon et objet, notamment dans le domaine de la synthèse d'images [Hasenfratz 98].

A.2 Le calcul des intersections rayons-objets

Le calcul des intersections rayons surfaces est très coûteux en temps de calcul et en espace mémoire. Deux principales techniques d'accélération de lancer ont été développées pour pallier à ces problèmes de stockage et de temps de calcul [Ramière 00].

A.2.1 La technique des volumes englobants

Cette technique a été une des premières mise au point dans les années 1980. Elle repose sur une hiérarchie de boîtes englobantes. Les surfaces sont entourées de parallépipèdes eux mêmes regroupés selon leur position géographique dans d'autres parallépipèdes plus volumineux et ce jusqu'au volume racine englobant toute la scène.

Lors du lancer de rayons, l'intersection n'est pas calculée avec les surfaces exactes mais avec les boîtes englobantes en commençant par le plus grand volume englobant. Si le rayon rencontre un volume englobant, on passe au niveau inférieur et ainsi de suite jusqu'à calculer l'intersection avec les surfaces exactes.

Cette technique permet un gain en temps de calcul considérable pour des scènes avec un nombre d'objets limité à une centaine. Mais la construction des volumes englobants peut s'avérer problématique pour des scènes plus complexes.

A.2.2 Les méthodes de voxélisation

Ces méthodes reposent sur un découpage de l'espace en entités cubiques appelées "voxels". Avant le lancer de rayons, pour chaque voxel, l'ensemble des surfaces qu'il rencontre est déterminé. Lors du lancer de rayons, on détermine la succession de voxels rencontrés et on calcule les intersections avec les surfaces rencontrées par ces voxels.

Il existe deux types de voxélisation de l'espace (cf. fig.A.1) : un découpage régulier et un découpage hiérarchique par un arbre octal. Dans le cas d'un découpage régulier, le gain en temps de calcul est considérable mais l'occupation mémoire peut devenir critique si le nombre de voxels devient important.

Dans le cas d'un découpage hiérarchique, l'espace est divisé de façon récursive suivant un arbre octal. L'espace est dans un premier temps divisé en huit voxels contigus de même taille. Les intersections entre les surfaces et les voxels sont déterminées. Ensuite les voxels vides ne sont pas divisés tandis que les autres sont de nouveau divisés en huit sous voxels contigus de même taille et ainsi de suite. Ce découpage requiert un espace mémoire bien moindre qu'un découpage régulier. Cependant la procédure d'exploration de l'arbre octal lors du lancer de rayons est bien moins efficace que celle d'un découpage régulier.

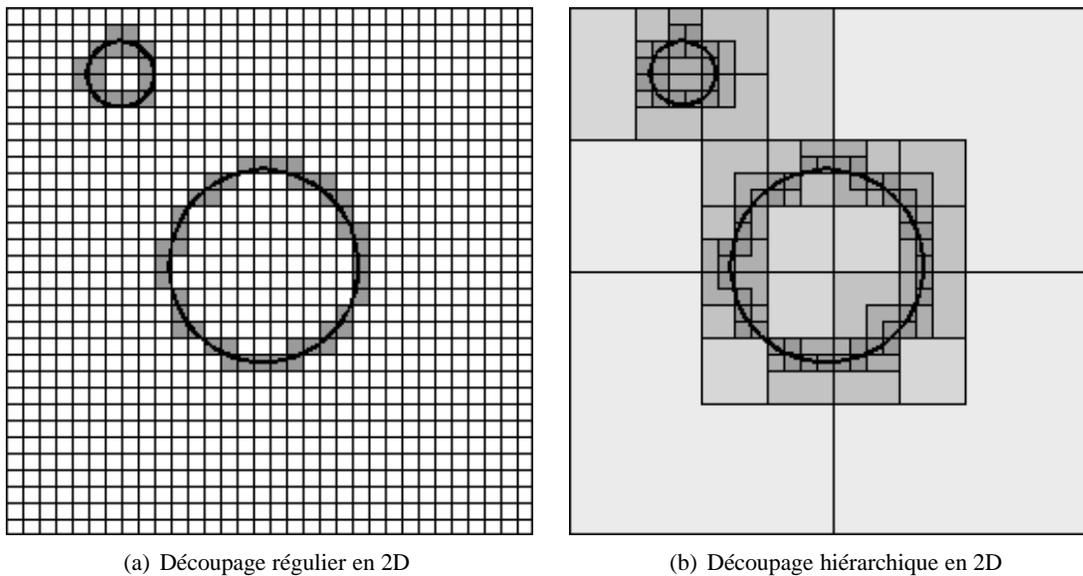


FIG. A.1: Exemple de voxélisation en 2D.

Par défaut, ICARE fait appel pour le calcul géométrique à une technique de volumes englobants. Mais l'utilisateur peut faire le choix d'utiliser une technique de voxélisation régulière ou hiérarchique selon le type de scènes considérées.

A.3 Construction des rayons exacts source-récepteur

Après avoir propagé l'ensemble des faisceaux dans la scène suivant le modèle décrit au paragraphe 4.3, il faut déterminer les trajets exacts entre sources et récepteurs. Pour un récepteur donné, ce calcul se fait en deux étapes. La première étape est une étape de localisation, elle consiste à trouver les faisceaux auxquels le récepteur appartient. La deuxième étape concerne le calcul du trajet exact.

A.3.1 Localisation

La localisation d'un récepteur à l'intérieur d'un faisceau suppose que l'on connaisse le volume intérieur du faisceau. Dans le cas où le faisceau n'a pas subi de diffraction et n'a rencontré que des objets plans, il est resté pyramidal et la localisation du récepteur est exacte mathématiquement. Par contre, si le faisceau a subi une ou plusieurs diffractions ou si il a rencontré une surface courbe, son volume n'est pas connu analytiquement, seuls les rayons porteurs sont connus. Pour déterminer si le récepteur appartient ou non au faisceau, le volume de celui-ci est surestimé. Considérons un faisceau de n rayons entre les points $(P_i), i \in \{1, n\}$ et les points $(Q_i), i \in \{1, n\}$ (cf. fig. A.2). Le

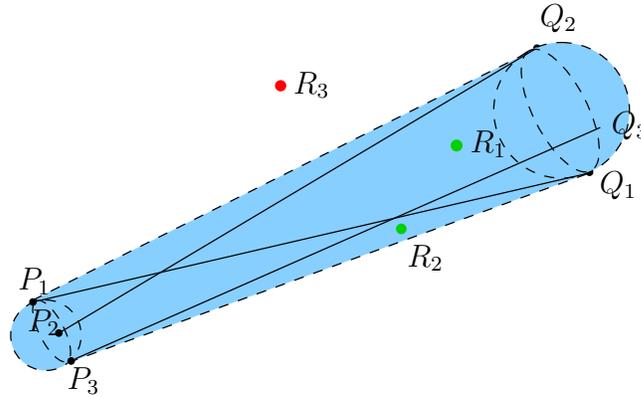


FIG. A.2: **Surestimation d'un faisceau** : à partir des trois rayons connus P_1Q_1, P_2Q_2 et P_3Q_3 , on construit en bleu une surestimation de son volume. R_1 appartient au faisceau réel, R_2 appartient au faisceau surestimé mais pas au faisceau réel et R_3 n'appartient pas ni au faisceau réel, ni au faisceau surestimé.

volume de ce faisceau est surestimé est construisant les deux sphères entourant pour l'une les P_i et pour l'autre les Q_i , et un cône reliant ces deux sphères. La test d'appartenance du récepteur à ce faisceau surestimé est alors rapidement et simplement effectué. Cette méthode permet de s'assurer qu'aucun récepteur appartenant au faisceau n'est occulté. A l'inverse, des récepteurs peuvent être considérés à l'intérieur du faisceau sur-estimé alors qu'ils n'appartiennent pas au faisceau réel (comme le récepteur R_2 sur la figure A.2) mais lors du calcul du trajet exact, ces récepteurs seront écartés.

A.3.2 Trajet exact

Si le faisceau est pyramidal, le calcul du trajet est exact mathématiquement par un processus de source-image.

Dans tous les autres cas, il n'existe pas de calcul exact, il faut recourir à une méthode itérative. Le faisceau auquel appartient le récepteur est subdivisé en 3 ou 4 sous-faisceaux selon le nombre de rayons porteurs du faisceau initial. On détermine à l'aide de la méthode de localisation décrite précédemment les sous-faisceaux auxquels le récepteur appartient (il peut appartenir à plusieurs sous-faisceaux à cause de la surestimation des sous-faisceaux). Ces sous faisceaux sont de nouveaux subdivisés et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un des rayons porteurs d'un des sous-faisceaux passe à une distance inférieure à un epsilon d'intersection du récepteur. Cette valeur de convergence est un paramètre du calcul géométrique fixé par avance. Le processus d'itération est également arrêté dans les trois cas suivants qui correspondent à des cas où le récepteur appartient au faisceau surdimensionné mais non au faisceau réel :

- si le nombre de subdivisions atteint le maximum fixé par l'algorithme,
- si le récepteur n'appartient à aucun des sous-faisceaux alors qu'il appartenait au faisceau antérieur,
- si le processus diverge, c'est à dire que le récepteur s'éloigne des rayons porteurs des sous faisceaux par rapport aux rayons porteurs du faisceau supérieur.

Annexe B

Fonction de Green en espace libre

Dans le paragraphe 8.1, on a montré que pour $k^2 \notin \mathbb{R}^+$, la fonction de Green g associée à l'équation de Helmholtz scalaire vérifie

$$\nabla^2 g(x) + k^2 g(x) = -\delta(x) \quad (\text{B.1})$$

$$G(X) = \frac{1}{|X|^2 - k^2} \quad (\text{B.2})$$

où δ est la distribution de Dirac et $G(X)$ la transformée de Fourier de $g(x)$.

D'après (B.2), $G(X)$ ne dépend que du module $|X|$ de son argument. Les propriétés des transformées de Fourier permettent de remonter cette remarque à la fonction de Green. Ainsi il existe une fonction u telle que

$$g(x) = u(|x|). \quad (\text{B.3})$$

En posant $|x| = r$ et en exprimant le laplacien ∇^2 en coordonnées sphériques, on obtient :

$$\nabla^2 u(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$= \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \quad (\text{B.5})$$

On introduit la fonction $v(r)$ définie par

$$v(r) = r u(r) \quad (\text{B.6})$$

Alors (B.5) se réécrit

$$\nabla^2 u(r) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v(r)}{\partial r^2} \quad (\text{B.8})$$

La fonction de Green vérifie l'équation de Helmholtz scalaire (B.1) donc pour $|x| \neq 0$, en introduisant (B.6) et (B.8) dans l'équation de Helmholtz, on obtient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 v(r)}{\partial r^2} + k^2 \frac{v(r)}{r} = 0 \quad (\text{B.9})$$

L'équation (B.9) est une équation aux dérivées partielles classique dont les solutions s'écrivent comme la somme d'une onde progressive entrante et d'une onde progressive sortante

$$v(r) = A e^{jkr} + B e^{-jkr} \quad (\text{B.10})$$

avec A et B deux constantes déterminées à l'aide de conditions aux limites.

La convention temporelle $e^{j\omega t}$ choisie dès le premier chapitre de cette thèse impose le choix de l'onde sortante et donc une constante $A = 0$. On ne gardera que le terme en $B e^{-jkr}$.

La fonction de Green scalaire s'écrit donc sous la forme

$$g(x) = B \frac{e^{-jk|x|}}{|x|} \quad (\text{B.11})$$

La constante B peut être déterminée [Inria 03] à l'aide du théorème de convergence dominée. On peut montrer que :

$$B = \frac{1}{4\pi} \quad (\text{B.12})$$

Ce qui permet de retrouver la forme bien connue de la fonction de Green scalaire en espace libre :

$$g(x) = \frac{e^{-jk|x|}}{4\pi|x|} \quad (\text{B.13})$$

Annexe C

Formalisme dyadique [Tai 93]

Définition

Les dyades sont une extension des vecteurs à un ordre supérieur.

Dans un système de coordonnées $(x_i)_{i \in [1,3]}$, un vecteur \vec{F} se décompose

$$\vec{F} = \sum_i F_i \vec{x}_i \quad (\text{C.1})$$

On peut définir trois vecteurs $(\vec{F}_j)_{j \in [1,3]}$ tels que

$$\forall j \in [1,3] \quad \vec{F}_j = \sum_i F_{ij} \vec{x}_i \quad (\text{C.2})$$

alors on peut définir la dyade ou fonction dyadique $\overline{\overline{F}}$ par

$$\overline{\overline{F}} = \sum_j \vec{F}_j \vec{x}_j \quad (\text{C.3})$$

$$= \sum_j \sum_i F_{ij} \vec{x}_i \vec{x}_j \quad (\text{C.4})$$

Chaque colonne d'une fonction dyadique peut être interprétée comme un vecteur. Les scalaires F_{ij} correspondent aux neuf composantes scalaires de la dyade et les doublets $\vec{x}_i \vec{x}_j$ définissent les neuf dyades élémentaires qui ne sont pas commutatives :

$$\vec{x}_i \vec{x}_j \neq \vec{x}_j \vec{x}_i \quad (\text{C.5})$$

Le cas particulier de la dyade dont les composantes sont définies par le symbole de Kronecker δ_{ij} est appelé dyade unité et noté $\overline{\overline{I}}$:

$$F_{ij} = \delta_{ij} \quad (\text{C.6})$$

$$\overline{\overline{I}} = \sum_i \vec{x}_i \vec{x}_i \quad (\text{C.7})$$

Transposition

La transposée d'une dyade $\overline{\overline{F}}$ est notée ${}^t\overline{\overline{F}}$ et est définie par :

$${}^t\overline{\overline{F}} = \sum_j \vec{x}_j \vec{F}_j \quad (\text{C.8})$$

Produits scalaire et vectoriel

Une dyade a un rôle d'opérateur sur les vecteurs et on peut définir les produits scalaire et vectoriel entre un vecteur \vec{a} et une dyade $\overline{\overline{F}}$.

Pour le produit scalaire, on a :

$$\overline{\overline{F}} \cdot \vec{a} = \sum_j \overline{\overline{F}}_j (\vec{x}_j \cdot \vec{a}) = \sum_j \sum_i a_j F_{ij} \vec{x}_i \quad (\text{C.9})$$

$$\vec{a} \cdot \overline{\overline{F}} = \sum_j \overline{\overline{F}}_j (\vec{x}_j \cdot \vec{a}) = \sum_j \sum_i a_i F_{ij} \vec{x}_j \quad (\text{C.10})$$

En général, ces deux produits scalaires ne sont pas égaux mais ils vérifient :

$$\overline{\overline{F}} \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot {}^t \overline{\overline{F}} \quad (\text{C.11})$$

En ce qui concerne le produit vectoriel, on a :

$$\overline{\overline{F}} \wedge \vec{a} = \sum_j \overline{\overline{F}}_j (\vec{x}_j \wedge \vec{a}) \quad (\text{C.12})$$

$$\vec{a} \wedge \overline{\overline{F}} = \sum_j (\vec{a} \wedge \overline{\overline{F}}_j) \vec{x}_j \quad (\text{C.13})$$

Contrairement au cas du produit scalaire, il n'existe pas de relation simple entre ces deux produits vectoriels.

Produit mixte

En analyse vectorielle, on définit le produit mixte entre trois vecteurs \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} par :

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \wedge \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b}) \quad (\text{C.14})$$

Cette identité peut être généralisée au cas où l'un des vecteurs est remplacé par une dyade. Soit $\overline{\overline{c}}$ une dyade.

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \overline{\overline{c}}) = -\vec{b} \cdot (\vec{a} \wedge \overline{\overline{c}}) = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \overline{\overline{c}} \quad (\text{C.15})$$

Divergence et rotationnel

La divergence d'une fonction dyadique $\overline{\overline{F}}$ est notée $\nabla \cdot \overline{\overline{F}}$ et est définie par :

$$\nabla \cdot \overline{\overline{F}} = \sum_j (\nabla \cdot \overline{\overline{F}}_j) \vec{x}_j = \sum_j \sum_i \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_i} \vec{x}_j \quad (\text{C.16})$$

Quant au rotationnel, il est noté $\nabla \wedge \overline{\overline{F}}$ et est défini par :

$$\nabla \wedge \overline{\overline{F}} = \sum_j (\nabla \wedge \overline{\overline{F}}_j) \vec{x}_j = \sum_j \sum_i (\nabla F_{ij} \wedge \vec{x}_i) \vec{x}_j \quad (\text{C.17})$$

Annexe D

Diffraction par une sphère parfaitement conductrice

La méthode de développement modal repose sur la décomposition de la solution suivant une base de fonctions élémentaires de l'équation vectorielle des ondes. Pour traiter le cas de la sphère, on se place dans un système de coordonnées sphériques. La base de fonctions élémentaires sera donc constituée de fonctions d'ondes sphériques.

D.1 Résolution de l'équation vectorielle des ondes

Pour construire la solution générale de l'équation vectorielle des ondes, il convient dans un premier temps de résoudre l'équation scalaire des ondes :

$$\Delta f + k^2 f = 0 \quad (\text{D.1})$$

En passant en coordonnées sphériques et en séparant les variables, on obtient les fonctions d'ondes sphériques scalaires suivantes [Stratton 41], [Tai 93] :

$$\forall(n, m) \in \mathbb{Z}, f_{mn}(r, \theta, \phi, h) = z_{n+\frac{1}{2}}(hr) P_n^m(\cos \theta) e^{jm\phi} \quad (\text{D.2})$$

avec P_n^m les polynômes de Legendre associés et z_n des fonctions reliées aux fonctions de Bessel. A partir de ces solutions de l'équation scalaire des ondes sphérique, on peut construire deux types de solution solénoïdale pour l'équation vectorielle :

$$\vec{M}_{mn} = \text{rot}(f_{mn} \vec{r}) \quad (\text{D.3})$$

$$\vec{N}_{mn} = \frac{1}{k} \text{rot} \vec{M}_{mn} \quad (\text{D.4})$$

Ces fonctions d'ondes vectorielles sphériques vérifient les relations d'orthogonalité suivantes :

$$\int_V dV [N_{nm}(h) \cdot M_{n'm'}(h')] = 0 \quad (\text{D.5})$$

$$\int_V dV [M_{nm}(h) \cdot M_{n'm'}(h')] = \begin{cases} 0 & ; \text{si } m \neq m', n \neq n' \\ \frac{(1+\delta_0)\pi^2}{h^2} \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \delta(h-h') & ; \text{si } m = m', n = n' \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

$$\int_V dV [N_{nm}(h) \cdot N_{n'm'}(h')] = \begin{cases} 0 & ; \text{si } m \neq m', n \neq n' \\ \frac{(1+\delta_0)\pi^2}{h^2} \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \delta(h-h') & ; \text{si } m = m', n = n' \end{cases} \quad (\text{D.7})$$

Nous avons construit la base de fonctions d'ondes sphériques suivant laquelle on décomposera les solutions aux différents problèmes de propagation.

D.2 Conventions utilisées pour la définition des dyades de Green

Les équations de Maxwell Faraday et de Maxwell Ampère s'écrivent :

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (\text{D.8})$$

$$\nabla \wedge \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{D.9})$$

Les dyades électriques et magnétiques sont définies à partir des champs électriques et magnétiques rayonnés par trois dipôles de courants surfaciques

$$\vec{J}_i(r) = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \delta(r, r') \hat{x}_i \quad (\text{D.10})$$

En utilisant le formalisme dyadique, on définit une densité de courant dyadique :

$$\overline{\overline{J}}(r) = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \delta(r, r') \overline{\overline{I}} \quad (\text{D.11})$$

Dans ces conditions :

$$\overline{\overline{\Gamma}}_e^0(r, r') = \overline{\overline{E}} \quad (\text{D.12})$$

$$\overline{\overline{\Gamma}}_m^0(r, r') = -j\omega\mu_0 \overline{\overline{H}} \quad (\text{D.13})$$

Les dyades électrique et magnétique ainsi définies satisfont alors les propriétés suivantes :

$$\nabla \wedge \overline{\overline{\Gamma}}_e^0(r, r') = \overline{\overline{\Gamma}}_m^0(r, r') \quad (\text{D.14})$$

$$\nabla \wedge \overline{\overline{\Gamma}}_m^0(r, r') = \delta(r, r') \overline{\overline{I}} + k^2 \overline{\overline{\Gamma}}_e^0(r, r') \quad (\text{D.15})$$

Les équations de propagation vérifiées par $\overline{\overline{\Gamma}}_e^0$ et $\overline{\overline{\Gamma}}_m^0$ se mettent sous la forme suivante :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \overline{\overline{\Gamma}}_m^0 - k^2 \overline{\overline{\Gamma}}_m^0 = \nabla \wedge (\delta(r, r') \overline{\overline{I}}) \quad (\text{D.16})$$

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \overline{\overline{\Gamma}}_e^0 - k^2 \overline{\overline{\Gamma}}_e^0 = \delta(r, r') \overline{\overline{I}} \quad (\text{D.17})$$

D.3 Calcul de la fonction de Green dyadique en espace libre $\overline{\overline{\Gamma}}_m^0$ par la méthode de Ohm-Rayleigh

La méthode de Ohm-Rayleigh consiste à développer dans un premier temps le terme source de l'équation de propagation suivant la base de fonctions d'ondes sphériques construite précédemment.

D.3.1 Terme source

Le terme source de l'équation des ondes vérifiée par la dyade magnétique est solénoïdal donc il se développe suivant les fonctions d'ondes \vec{M}_{nm} et \vec{N}_{nm} :

$$\nabla \wedge (\delta(r, r') \vec{I}) = \int_0^{+\infty} dh \sum_{n,m} \left[\vec{N}_{nm}(h) \vec{A}_{nm}(h) + \vec{M}_{nm}(h) \vec{B}_{nm}(h) \right] \quad (D.18)$$

Pour déterminer les coefficients $\vec{A}_{nm}(h)$ et $\vec{B}_{nm}(h)$ de ce développement, on forme le produit scalaire de cette équation (D.18) avec chaque fonction propre \vec{M}_{nm} et \vec{N}_{nm} puis on intègre sur un volume V .

En utilisant la propriété vectorielle suivante :

$$\nabla \cdot (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \vec{b} \cdot \nabla \wedge \vec{a} - \vec{a} \cdot \nabla \wedge \vec{b} \quad (D.19)$$

on peut écrire

$$\begin{aligned} \int_V dV \left[\nabla \wedge (\delta(r, r') \vec{I}) \cdot \vec{M}_{n'm'}(h') \right] &= \int_V dV \left[\nabla \wedge \vec{M}_{n'm'}(h') \cdot \delta(r, r') \vec{I} \right] \\ &\quad - \int_V dV \left[\text{div} \left(\vec{M}_{n'm'}(h') \wedge \delta(r, r') \vec{I} \right) \right] \end{aligned} \quad (D.20)$$

On utilise le théorème de Gauss (D.21) pour ramener la deuxième intégrale volumique à une intégrale surfacique.

$$\int_V \text{div} \vec{a} dV = \int_S \vec{a} \cdot \vec{n} dS \quad (D.21)$$

$$\int_V dV \left[\text{div} \left(\vec{M}_{n'm'}(h') \wedge \delta(r, r') \vec{I} \right) \right] = \int_S \left(\vec{M}_{n'm'}(h') \wedge \delta(r, r') \vec{I} \right) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (D.22)$$

$$(D.20) \Rightarrow \int_V dV \left[\nabla \wedge (\delta(r, r') \vec{I}) \cdot \vec{M}_{n'm'}(h') \right] = \nabla \wedge' \vec{M}_{n'm'}(h') \quad (D.23)$$

Par ailleurs, en utilisant (D.18), on peut aussi écrire :

$$\begin{aligned} \int_V dV \left[\nabla \wedge (\delta(r, r') \vec{I}) \cdot \vec{M}_{n'm'}(h') \right] &= \int_0^{+\infty} dh \sum_{n,m} \left[\vec{A}_{nm}(h) \int_V dV \left(\vec{N}_{nm}(h) \cdot \vec{M}_{n'm'}(h') \right) \right. \\ &\quad \left. + \vec{B}_{nm}(h) \int_V dV \left(\vec{M}_{nm}(h) \cdot \vec{M}_{n'm'}(h') \right) \right] \end{aligned} \quad (D.24)$$

En utilisant les relations d'orthogonalité vérifiées par les fonctions propres, on obtient en identifiant (D.23) et (D.24) :

$$\nabla \wedge' \vec{M}_{n'm'}(h') = \int_0^{+\infty} dh \left(\vec{B}_{n'm'}(h') \frac{\pi^2}{h^2} C_{n'm'} \delta(h - h') \right) \quad (D.25)$$

$$\Leftrightarrow \vec{B}_{nm}(h) = \frac{h^2}{\pi^2 C_{nm}} \underbrace{\nabla \wedge' \vec{M}_{nm}(h)}_{=h \vec{N}'_{nm}(h)} \quad (D.26)$$

$$\vec{B}_{nm}(h) = \frac{h^3}{\pi^2 C_{nm}} \vec{N}'_{nm}(h) \quad (\text{D.27})$$

avec

$$C_{nm} = \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} (1 + \delta_0)$$

$$\delta_0 = \begin{cases} 1 & \text{si } m = 0 \\ 0 & \text{si } m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{D.28})$$

Pour déterminer le second coefficient $\vec{A}_{nm}(h)$, on suit la même méthode en formant le produit scalaire de l'équation (D.18) avec dans ce cas $\vec{N}'_{n'm'}(h')$. On obtient en suivant les mêmes étapes :

$$\vec{A}_{nm}(h) = \frac{h^3}{\pi^2 C_{nm}} \vec{M}'_{nm}(h) \quad (\text{D.29})$$

Le développement modal du terme source de l'équation de propagation (D.16) vérifiée par la dyade magnétique suivant la base de fonctions d'ondes vectorielles sphériques s'écrit donc :

$$\nabla \wedge \vec{\bar{I}}\delta(r, r') = \int_0^{+\infty} dh \sum_{n,m} \frac{h^3}{\pi^2 C_{nm}} \left(\vec{N}_{nm}(h) \cdot \vec{M}'_{nm}(h) + \vec{M}_{nm}(h) \cdot \vec{N}'_{nm}(h) \right) \quad (\text{D.30})$$

D.3.2 Dyade magnétique

On développe la dyade magnétique suivant la même forme que le terme source de l'équation de propagation vérifiée par cette dyade.

$$\Gamma_m^0(r, r') = \int_0^{+\infty} dh \sum_{n,m} \frac{h^3}{\pi^2 C_{nm}} \left(a(h) \vec{N}_{nm}(h) \cdot \vec{M}'_{nm}(h) + b(h) \vec{M}_{nm}(h) \cdot \vec{N}'_{nm}(h) \right) \quad (\text{D.31})$$

Pour identifier les coefficients $a(h)$ et $b(h)$ de ce développement, on utilise l'équation de propagation (D.16). On remplace Γ_m par le développement (D.31) et le terme source $\nabla \wedge \vec{\bar{I}}\delta(r, r')$ par le développement (D.30).

En utilisant les propriétés des fonctions propres ;

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{N}_{nm} = h^2 \vec{N}_{nm} \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{M}_{nm} = h^2 \vec{M}_{nm} \quad (\text{D.32})$$

On obtient par identification :

$$\begin{cases} (h^2 - k^2)a(h) = 1 \\ (h^2 - k^2)b(h) = 1 \end{cases} \quad (\text{D.33})$$

$$\Leftrightarrow a(h) = \frac{1}{h^2 - k^2} \quad b(h) = \frac{1}{h^2 - k^2} \quad (\text{D.34})$$

En remplaçant dans le développement de Γ_m^0 , $a(h)$ et $b(h)$ par les expressions trouvées :

$$\Gamma_m^0(r, r') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} dh \sum_{n,m} \frac{h^3}{h^2 - k^2} \frac{1}{C_{nm}} \left(\vec{N}_{nm}(h) \cdot \vec{M}'_{nm}(h) + \vec{N}'_{nm}(h) \cdot \vec{M}_{nm}(h) \right) \quad (\text{D.35})$$

Mais on peut montrer que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{+\infty} dh \frac{h^3}{h^2 - k^2} \frac{1}{C_{nm}} \vec{N}_{nm}(h) \cdot \vec{M}'_{nm}(h) = \frac{i\pi k^2}{2} \begin{cases} \vec{N}^{(1)}(k) \vec{M}'(k) & \text{si } r > r' \\ \vec{N}(k) \vec{M}'^{(1)}(k) & \text{si } r < r' \end{cases} \\ \int_0^{+\infty} dh \frac{h^3}{h^2 - k^2} \frac{1}{C_{nm}} \vec{N}'_{nm}(h) \cdot \vec{M}_{nm}(h) = \frac{i\pi k^2}{2} \begin{cases} \vec{N}'(k) \vec{M}^{(1)}(k) & \text{si } r > r' \\ \vec{N}'^{(1)}(k) \vec{M}(k) & \text{si } r < r' \end{cases} \end{array} \right. \quad (\text{D.36})$$

On obtient donc l'expression suivante de $\Gamma_m^0(r, r')$

$$\Gamma_m^0(r, r') = \frac{ik^2}{2\pi} \sum_{n,m} \frac{1}{C_{nm}} \begin{cases} \vec{N}_{nm}^{(1)}(k) \vec{M}'_{nm}(k) + \vec{N}'_{nm}(k) \vec{M}_{nm}^{(1)}(k) & \text{si } r > r' \\ \vec{N}_{nm}(k) \vec{M}'_{nm}^{(1)}(k) + \vec{N}'_{nm}^{(1)}(k) \vec{M}_{nm}(k) & \text{si } r < r' \end{cases} \quad (\text{D.37})$$

D.4 Calcul de la fonction de Green dyadique électrique en espace libre Γ_e^0

L'expression de Γ_e^0 est directement obtenue à partir de (D.15) :

$$\Gamma_e^0(r, r') = -\frac{1}{k^2} \vec{I} \delta(r, r') + \frac{1}{k^2} \nabla \wedge \Gamma_m^0(r, r') \quad (\text{D.38})$$

$$\Gamma_e^0(r, r') = -\frac{1}{k^2} \vec{I} \delta(r, r') + \frac{ik}{2\pi} \sum_{n,m} \frac{1}{C_{nm}} \begin{cases} \vec{M}_{nm}^{(1)}(k) \vec{M}'_{nm}(k) + \vec{N}'_{nm}(k) \vec{N}_{nm}^{(1)}(k) & \text{si } r > r' \\ \vec{M}_{nm}(k) \vec{M}'_{nm}^{(1)}(k) + \vec{N}'_{nm}^{(1)}(k) \vec{N}_{nm}(k) & \text{si } r < r' \end{cases} \quad (\text{D.39})$$

D.5 Calcul des fonctions de Green dyadiques associées à une sphère parfaitement conductrice

D'après le principe de superposition, on peut à partir du développement de la fonction de Green dyadique électrique en espace libre Γ_e^0 déduire la fonction de Green dyadique électrique associée à une sphère parfaitement conductrice centrée sur l'origine du repère terrestre. Cette fonction de Green est notée Γ_e^s .

$$\Gamma_e^s(r, r') = \frac{ik}{2\pi} \sum_{n,m} \frac{1}{C_{nm}} \left[a_n \vec{M}_{nm}^{(1)}(k) \vec{M}_{nm}'^{(1)}(k) + b_n \vec{N}_{nm}'^{(1)}(k) \vec{N}_{nm}^{(1)}(k) \right] \quad (\text{D.40})$$

Les coefficients a_n et b_n sont déterminés à l'aide des conditions aux limites sur la sphère parfaitement conductrice. La fonction de Green totale doit vérifier la condition de Dirichlet à la surface de la sphère :

$$\vec{n} \wedge (\Gamma_e^0(r, r') + \Gamma_e^s(r, r')) = \vec{0} \quad (\text{D.41})$$

En utilisant les développements modaux de $\Gamma_e^0(r, r')$ et $\Gamma_e^s(r, r')$, on obtient :

$$a_n = -\frac{j_n(ka)}{h_n^{(1)}(ka)} \quad (\text{D.42})$$

$$b_n = -\frac{\left(\frac{\partial}{\partial \rho} \rho j_n(\rho) \right)_{\rho=ka}}{\left(\frac{\partial}{\partial \rho} \rho h_n^{(1)}(\rho) \right)_{\rho=ka}} \quad (\text{D.43})$$

avec a le rayon de la sphère.

j_n est la fonction de Bessel de première espèce et $h_n^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce.

Bibliographie

- [Bergès et al 05] Bergès A., Mametsa H.J., Latger J., 2005, *FERMAT une nouvelle approche de la simulation électromagnétique et radar*, Journées scientifiques du CNFRS, Paris, France.
- [Bernardi et al. 02] Bernardi P. et al., 2002, *FDTD, multiple-region/FDTD, ray-tracing/FDTD : a comparison on their applicability for human exposure evaluation*, International Journal of Numerical Modelling **15**.
- [Bernardi et al. 03] Bernardi P. et al., 2002, *A UTD/FDTD investigation on procedures to assess compliance of cellular base-station antennas with human-exposure limits in a realistic urban environmen*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **51**.
- [Bolomey et al. 04] Bolomey J.-Ch. et al., 2004, *Reduction of truncation error in near field measurements of antennas of BTS mobile communications*, IEEE Trans. Ant. Prop., **52**.
- [Bonnet 95] Bonnet M., 1995, *Equations intégrales et éléments de frontières : applications en mécanique des solides et des fluides.*, Eyrolles, CNRS Editions.
- [Bouché & Molinet 94] Bouché D., Molinet F., 1994, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*, Springer Verlag.
- [Bowman et al. 87] Bowman J.J., Senior T.B.A., Uslenghi P.L.E., 1987, *Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes*, Hemisphere Publishing Corporation.
- [Bucci et al. 00] Bucci O.M., D'Elia G., Migliore M.D., 2000, *A new strategy to reduce the truncation error in NF FF transformation*, Radio Science, **35**.
- [Burke & Poggio 81] Burke G.J., Poggio A.J., 1981, *Numerical Electromagnetic Code (NEC) - method of moments :A user oriented computer code for analysis of the electromagnetic response of antennas and other metal structures.*, NASA STI/Recon Technical Report.
- [Casalova 03] Casalova L., 2003, thèse, *Caractérisation des antennes de station de base par des techniques de champ proche*, université Paris XI.
- [Colas des Francs 02] Colas des Francs G., 2002, thèse, *Optique sub-longueur d'onde et fluorescence moléculaire perturbée*, université de Toulouse 3.
- [Colignon et al. 04] Colignon D. et al., 2004, *Antenna positioning using automatic industrial GTD/UTD tool : examples on satellite mock-up and aircraft*, 13^{ème} Journées Internationales de Nice sur les Antennes, Nice, France.
- [Conil 02] Conil E., 2002, mémoire de DEA, *ICARE : de l'acoustique à l'électromagnétisme*, rapport CSTB n°DOC281-GRF 0556.

- [Conil et al. 05a] Conil E., Gaudaire F., Bolomey J.-Ch., 2005, *Integral formulation for field prediction in complex scenes*, European Conference Propagation and Systems (ECPS 2005), Brest, France.
- [Conil et al. 05b] Conil E., Gaudaire F., Bolomey J.-Ch., 2005, *ICARE : a tool for far field's prediction extended to include effects of near field's objects.*, Proc. IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, Beijing, Chine.
- [Courjon & Bainier 01] Courjon D., Bainier C., 2001, *Le champ proche optique*, Springer.
- [Di Giampaolo et al. 01] Di Giampaolo E., Sabbadini M., Bardati F., 2001, *Astigmatic Beam Tracing for GTD/UTD Methods in 3-D Complex Environments.*, J. of Electromagn. Waves and Appl., **15**.
- [Di Giampaolo et al. 03] Di Giampaolo E., Bardati F., Sabbadini M., 2003, *Preconditioned Astigmatic Beam Tracing for Urban Propagation*, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol.**13**, No. 8.
- [Duffy 01] Duffy D.G., 2001, *Green's Functions with Applications*, Chapman&Hall/CRC.
- [EMF-Visual] www.antennessa.com
- [Gallet 98] Gallet F., 1998, thèse, *Etude de faisabilité de mesures rapides de surfaces équivalentes radar en champ proche*, université Paris XI.
- [Glassner 89] Glassner A.S., 1989, *An introduction to ray tracing*, Academic Press.
- [Gobin 89] Gobin V., 1989, thèse, *Diffraction par des ouvertures et par des objets tridimensionnels. Application à la mesure des impédances de surface des matériaux bons conducteurs*. Université Lille Flandres Artois.
- [Harrington 93] Harrington R.G., 1993 *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press.
- [Hasenfratz 98] Hasenfratz J.M., 1998, thèse, *Lancer de Faisceaux en synthèse d'images*, université de Limoges.
- [IE3D 99] ***, Zeland Software, Inc., 1999, *IE3D User's Manual Release 6*.
- [Inria 03] Ecole des ondes CEA-EDF-INRIA, 2003, *Problèmes Directs et Inverses en Diffraction*, support de cours.
- [Jean 99] Jean P., 1999, *Coupling integral and geometrical representations for vibro-acoustical problems*, J. of Sound and Vibration, **224**.
- [Jones 86] Jones D.S., 1986, *Acoustic and electromagnetic waves*. Clarendon Press, Oxford.
- [Kay & Keller 54] Kay I., Keller J.B., 1954, *Asymptotic evaluation of the field at a caustic*, J. Appl. Physics **25**.
- [Keller 62] Keller J.B., 1962, *Geometrical Theory of Diffraction*, J. Opt. Soc. Of America **52**.
- [Kouyoumjian & Pathak 74] Kouyoumjian R.G., Pathak P.H., 1974, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface", Proc IEEE, **62**.
- [Lostanlen et al. 02] Lostanlen Y. et al., 2002, *Modélisation de la propagation indoor en milieu domestique à 60 GHz*, congrès SEE, Propagation du décacmètre à l'Angström, Rennes, France.

BIBLIOGRAPHIE

- [Mentzer 55] Mentzer J.R., 1955, *Scattering and diffraction of radio waves*, Pergamon Press, London & New York.
- [Morse & Feshbach 53] Morse P.M., Feshbach H., 1953, *Methods of theoretical physics*, McGraw Hill.
- [Noé & Gaudaire 05] Noé N., Gaudaire F., 2005, *An adaptive beam tracing algorithm for acoustic simulation handling curved surfaces and exact diffraction on wedges*, soumis à Transactions on Graphics.
- [Paulus et al. 00] Paulus M., Gay-Balmaz P., Martin O.J.F., 2000, *Accurate and efficient computation of the Green's tensor for stratified media*, Phys. Rev. E, **62**.
- [Ramière 00] Ramière G., 2000, thèse, *Couplage de méthodes asymptotiques et de la technique du lancer de rayons pour le calcul du champ rayonné par des objets métalliques 3D complexes*, université Paul Sabatier, Toulouse.
- [Rao et al. 82] Rao S.M. et al., 1982, *Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape*, IEEE Trans. on Ant. and Prop. **30**.
- [Rouvière 97] Rouvière J.F., 1997, thèse, *Calcul de la diffraction par des dièdres et des prismes diélectriques ou métalliques par la théorie uniforme de la diffraction. Validation par des méthodes exactes*, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- [Saguet 89] Saguet P., 1989, *The 3D transmission-line matrix method : Theory and comparison of the processes*, Int. J. Numer. Moel. Electron. Networks Devices Fields, **4**.
- [Stratton 41] Stratton J.A., 1941, *Electromagnetic Theory*. New York, MacGraw Hill.
- [Taflove 95] Taflove A., 1995, *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*, Boston, MA, Artech House.
- [Tai 93] Tai C.T., 1993, *Dyadic Green's function in Electromagnetic Theory*, second edition, IEEE Press.
- [Williams 99] Williams E.G., 1999, *Fourier Acoustics*, Academic Press.
- [XGTD 04] ***, Remcom, Inc., 2004, *XGTD version 2.0 User's Manual*.

Titre

Propagation électromagnétique en milieu complexe : du champ proche au champ lointain.

Résumé

Le contexte d'intensification du déploiement de tout type de réseau de communication sans fil motive la mise au point d'outils de prédiction électromagnétique de plus en plus précis.

Par ailleurs, la complexité environnementale grandissante des antennes nous amène à dissocier les zones de champ proche et lointain.

D'un côté, dans la zone de champ lointain, les méthodes asymptotiques hautes fréquences basées sur le concept de rayon sont privilégiées. Nous avons utilisé la théorie uniforme de la diffraction (TUD) pour mettre au point ICARE-EM, version électromagnétique d'un logiciel préalablement développé pour l'acoustique au CSTB.

De l'autre côté, dans la zone de champ proche, ce sont les méthodes rigoureuses ou expérimentales qui sont les plus pertinentes. Nous avons appliqué la méthode des moments (MoM) au problème de la propagation électromagnétique. Mais nous avons également utilisé les techniques de champ proche développées à Supélec. Nous avons appliqué ces méthodes au système de coordonnées cylindriques.

Puis, afin de disposer d'un outil global de prédiction, nous proposons une formulation intégrale du champ électromagnétique. Cette formulation permet de faire le lien sur une surface de couplage entre les méthodes asymptotiques utilisées dans la zone de champ lointain et les méthodes rigoureuses ou expérimentales adaptées à la zone de champ proche. Une condition aux limites spécifique permet d'obtenir une forme compacte de cette représentation intégrale. La fonction de Green dyadique associée à l'extérieur de la surface de couplage est estimée par ICARE-EM. La source et son environnement proche sont quand à eux caractérisés par une mesure en champ proche ou un calcul numérique exact par la MoM.

La validité de cette méthode de couplage a été montrée dans le cas canonique de la diffraction par une sphère métallique et dans le cas plus général de deux plaques métalliques éclairées par un dipôle électrique ou par une antenne de station de base. Des mesures dans la chambre anéchoïque de Supélec ont permis de caractériser expérimentalement les différentes configurations.

Mots clés

Propagation, antenne de station de base, champ lointain, champ proche, méthodes asymptotiques, techniques de champ proche, théorie de Green.

Title

Electromagnetic propagation in complex medium : from near field to far field.

Abstract

With the expansion of wireless communications the need for electromagnetic (EM) propagation models is increasing. Antenna's environments are more and more complex and require to distinguish the near field zone and the far field zone.

Concerning the far field zone, high frequencies asymptotic methods based on ray tracing are the most widely used. The uniform theory of diffraction (UTD) has been used to develop ICARE-EM, an EM version of an acoustic software developed by CSTB.

Regarding the near field zone, numerical or experimental methods are the most efficient. The method of moment (MoM) has been applied for resolving EM propagation's problem. We have also used near field technics developed by Supélec.

To obtain a tool for global prediction, we introduce an integral formulation for EM field. This formulation enables to combine asymptotic methods and numerical or experimental methods. By using a specific boundary condition we obtain a compact form. Dyadic Green's function associated with the outside of the coupling surface is computed by ICARE-EM. Primary source and its near environment are characterized by near field measurements or MoM computation.

This coupling approach has been validated in the canonical case of diffraction by a metallic sphere and in the main case of two metallic plates illuminated by an electric dipole or a base station antenna. Different configurations have been characterized by measurements in Supélec's anechoic room.

Keywords

Propagation, base station antenna, near field, far field, asymptotic methods, near field's technics, Green's theory.