Quelques mécanismes non conventionnels de l'effet Hall anormal

Mathieu Taillefumier

Max-Planck-Institut für Mikrostrukturphysik , Weinberg 2
D06120 Halle
LLN - CNRS, 25 avenue des martyrs, BP 166
38042 Grenoble

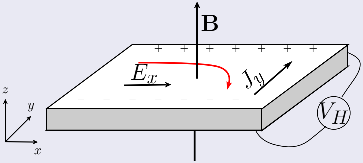
14 mars 2006

Co-directeurs de thèse : Claudine Lacroix et Patrick Bruno
Encadrants : Benjamin Canals et Vitalii Dugaev

Plan de l'exposé

Effet Hall dans les matériaux conducteurs

Effet Hall dans les matériaux non magnétiques



- Effet Hall : Force de Lorentz $\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \Rightarrow V_H \neq 0$.
- Définitions
  - $\mathbf{J} = \bar{\sigma}\mathbf{E}$, $\bar{\sigma}$ est le tenseur conductivité.
  - Conductivité transverse $\sigma_{xy} = J_y / E_x$
  - Résistivité transverse $\rho_{xy} = [\bar{\sigma}^{-1}]_{xy} \approx \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2}$

Effet Hall dans les matériaux ferromagnétiques (AHE)

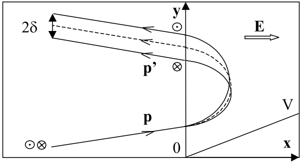
- Origine : aimantation spontanée et couplage spin-orbite.
- Loi expérimentale (Pugh *et al.* 1940)

$$\rho_{xy} = \underbrace{R_0 B}_{\text{Effet Hall classique}} + \underbrace{R_s M}_{\text{Effet Hall anormal}}$$

Mécanismes de side-jump et de diffusion asymétrique

- Origine de ces mécanismes
  - diffusion des électrons par des impuretés où défauts,
  - couplage spin-orbite (réseau cristallin et impuretés).

- Mécanisme de side-jump (Berger 1970)



- Décalage transverse $\delta \approx 10^{-11}$m du centre du paquet d'onde par rapport au centre diffuseur.
- Phénomène similaire à un spectromètre de masse mais résolu en spin.

- Mécanisme de diffusion asymétrique (Smit 1956)
  - Section différentielle efficace de diffusion dépendante de la direction du spin de l'électron par rapport à la direction des vecteurs d'onde incident et diffusé.

Modèle de Karplus et Luttinger (1954)

Modèle

- Modèle d'électrons de Bloch en présence de couplage SO induit par le réseau cristallin,
- traitement perturbatif de l'interaction entre le champ **E** et les électrons,
- la diffusion par les impuretés n'est pas prise en compte.

Résultats

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \sum_n \int \frac{d^2\mathbf{k}}{4\pi^2} n_f(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}) \mathrm{Im} \left[\left\langle \frac{\partial u_{n,k}}{\partial k_x} \middle| \frac{\partial u_{n,k}}{\partial k_y} \right\rangle \right]$$

- En général σ_{xy} fait intervenir uniquement les états proches du niveau de Fermi, ce qui n'est pas le cas ici.
- Haldane (2004) : σ_{xy} décrit l'évolution adiabatique de quasi-particules se déplaçant sur la surface de Fermi.
- Expression de σ_{xy} ne dépend pas du modèle employé
- σ_{xy} peut être exprimée en termes de courbure de Berry de chaque bande.

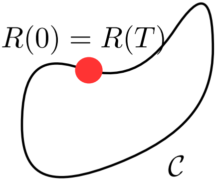
Phases de Berry

- Évolution temporelle d'un état quantique $|\psi\rangle$ décrite par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar\frac{d|\psi\rangle}{dt} = H(R(t))|\psi\rangle,$$

où $H(R(t))$ est un hamiltonien décrivant l'évolution du système et $R(t)$ un ensemble de paramètres.

- Lorsque l'évolution est cyclique $R(0) = R(T)$, T période de l'évolution, $\psi(T)$ et $\psi(0)$ diffèrent d'un terme de phase.
- Si $|\psi(t)\rangle = |n, R(t)\rangle$ est un état propre de $H(R(t))$ et que l'évolution est adiabatique alors



$$|\psi(T)\rangle = e^{i\int_0^T E_n(R(t))dt}e^{i\gamma_C}|\psi(0)\rangle$$

- $\gamma_C = \int_C \langle n, R|\nabla_R|n, R\rangle dR$ est appelée **phase de Berry**. Elle dépend uniquement du chemin suivi par l'état ψ

Différents problèmes abordés dans cette thèse

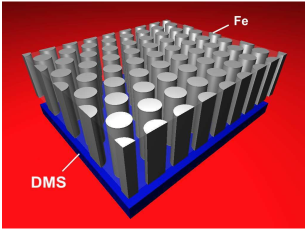
1. Rôle des impuretés dans l'AHE :
   - Contribution supplémentaire induite par la diffusion.
   - Elle est **indépendante de la concentration en impuretés**.
2. Effet Hall topologique :
   - Effet Hall induit par une texture magnétique inhomogène connue et contrôlable extérieurement.
   - Signature identifiable caractérisée par des sauts de σ_{xy}.
3. Mécanisme de chiralité de spin sur le réseau Kagomé :
   - Obtention d'un changement de signe alors que la chiralité est fixée
   - Proportionnalité entre σ_{xy} et la chiralité est vérifiée uniquement pour un nombre restreint de paramètres.
4. Dynamique d'un électron dans un champ magnétique inhomogène
   - Localisation des électrons au voisinage des lignes de champ magnétique $B(x, y) = 0$
   - Possibilité de courant permanents.

Effet Hall topologique

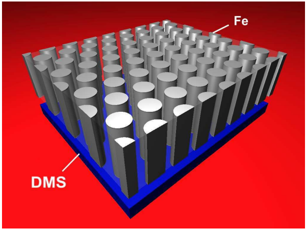
Motivations

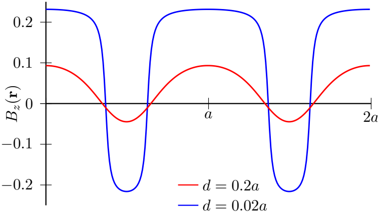
- Effet Hall topologique : Contribution supplémentaire de l'effet Hall qui dépend uniquement de la **topologie** de la texture de l'aimantation.
- Problème : Contribution difficilement identifiable dans les ferromagnétiques car
  - présence simultanée des mécanismes de side-jump et de la diffusion asymétrique qui contribuent aussi à l'effet Hall,
  - texture magnétique n'est pas connue.
- But :
  - Proposer un système où la texture d'aimantation est connue et contrôlable.
  - Calculer l'effet Hall induit par la texture magnétique uniquement

- Système : Gaz d'électrons couplés à une texture de champ magnétique créée par un réseau de nanocylindres magnétiques.

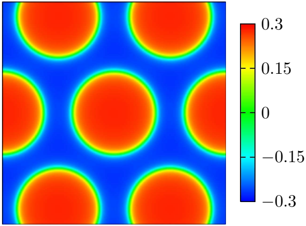


Propriétés du champ magnétique créé par un réseau de nanocylindres

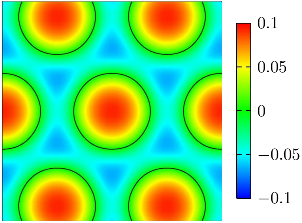




$B_z(x, y)$ pour $d = 0.02$ a



$B_z(x, y)$ pour $d = 0.2$ a

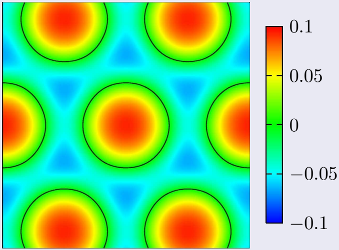


Forme du Hamiltonien

Caractéristiques du modèle

- Gaz d'électrons libres confinés dans un plan xOy
- Champ magnétique inhomogène caractérisé par $\langle B_z(\mathbf{r})\rangle = 0$ par maille élémentaire.
- Force de Lorentz nulle en moyenne ($\sigma_{xy} \propto \langle B_z(\mathbf{r})\rangle = 0$ dans le modèle de Drude).
- On considère uniquement l'effet Zeeman.

Composante z de $\mathbf{B}(\mathbf{r})$

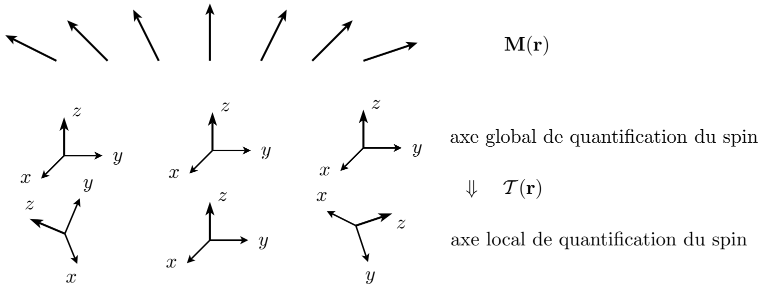


Hamiltonien

$$\mathcal{H} = -\underbrace{\frac{\hbar^2}{2m_\star}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2}}_{\text{énergie cinétique}} + \underbrace{g\mu_B \mathbf{B}(\mathbf{r})\cdot\boldsymbol{\sigma}}_{\text{terme Zeeman}}$$

Transformation locale

- On veut s'affranchir du degré de liberté de spin



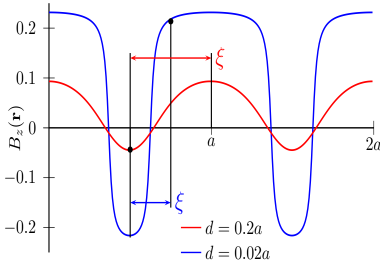
- $\mathcal{T}(\mathbf{r})$ définit l'axe de quantification du spin le long du champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B(\mathbf{r})\mathbf{n}(\mathbf{r})$.
- Résultat

$$\mathcal{H}' = -\frac{\hbar^2}{2m^\star}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - i\frac{e}{\hbar}\mathbf{A}(\mathbf{r})\right)^2 + g\mu_B B\sigma_z,$$

avec $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -2\pi i\phi_0\mathcal{T}^\dagger(\mathbf{r})\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\mathcal{T}(\mathbf{r})$ est une quantité analogue à un potentiel vecteur.

Approximation Adiabatique

- L'approximation adiabatique correspond physiquement à conserver le spin de l'électron dans la direction du champ magnétique.
- Elle est gouvernée par :
  - τ_0 : Temps de précession du spin autour de $\mathbf{n}(\mathbf{r})$
  - τ : Temps de variation de $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ dans le repère de l'électron. $\tau = \xi/v_F$, v_F vitesse d'un électron au niveau de Fermi et ξ la distance caractéristique séparant deux extrémas consécutifs du champ magnétique.



- Paramètre d'adiabaticité

$$\lambda = \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_0 k_F \xi},$$

ε_0 est le splitting Zeeman.

Condition d'adiabaticité : $\lambda \ll 1$

Approximation adiabatique

Critère d'adiabaticité vérifié : $\lambda \ll 1$

$$\mathcal{H}' \xrightarrow{\lambda \ll 1} \tilde{\mathcal{H}} = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m^\star}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - i\frac{e}{h}\mathbf{a}(\mathbf{r})\right)^2}_{\text{Énergie cinétique}} + \underbrace{V(\mathbf{r})}_{\text{Potentiel scalaire}}$$

- $\tilde{\mathcal{H}}$ décrit le mouvement d'une particule “chargée” sans spin en présence d'une force **f** similaire à la force de Lorentz (Aharonov *et al* 1992).
- Champs équivalents $\mathbf{b}_t(\mathbf{r}) = \nabla_\mathbf{r} \times \mathbf{a}(\mathbf{r})$ et $\mathbf{e}_t = -\nabla_\mathbf{r} V(\mathbf{r})$
- $\mathbf{b}_t(\mathbf{r})$ et $\mathbf{e}_t(\mathbf{r})$ existent parce que $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ varie spatialement.

Conclusion

si $\langle \mathbf{b}_t(\mathbf{r}) \rangle \neq 0 \Rightarrow$ Effet Hall possible alors que $\langle \mathbf{B}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{0}$

Calcul de σ_{xy}

Simplifications des calculs

1. On considère uniquement la valeurs moyenne $\langle b_t(\mathbf{r})\rangle_S$ (S est la cellule élémentaire).
2. $\langle \mathbf{b}_t\rangle_S \neq 0$ en général alors que $\langle \mathbf{B}\rangle_S = 0$.
3. On considère le modèle de Drude avec $\tau_{\uparrow,\downarrow}$ les temps de relaxation des électrons de spin $\uparrow,\downarrow$.

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=\uparrow,\downarrow} \frac{n_i e^2 \tau_i}{m} \frac{\omega_c^i \tau_i}{1+(\omega_c^i \tau_i)^2} \text{ avec } \omega_c^{\uparrow,\downarrow} = \pm e \langle b_t\rangle / m$$

4. $\omega_c^{\uparrow,\downarrow}\tau_\uparrow \ll 1$,

$$\sigma_{xy} \approx \left(\frac{n_\uparrow e^3 \tau_\uparrow^2}{m^2} - \frac{n_\downarrow e^3 \tau_\downarrow^2}{m^2}\right) \langle b_t(x,y)\rangle \propto \int_s \mathbf{b}_t d\mathbf{S} = \phi_t$$

Conséquence :

σ_{xy} est proportionnelle au flux du champ **topologique**.

Propriétés du champ topologique

Propriétés générales (surface quelconque)

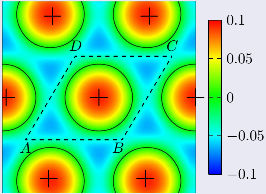
$$\phi_t = \int_S b_t d\mathbf{S} = \oint_{\mathcal{C}(S)} \mathbf{a}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l} = \frac{\phi_0}{2\pi}\gamma_t,$$

γ_t est la phase de Berry acquise par un spin se déplaçant le long de $\mathcal{C}(\mathcal{S})$.

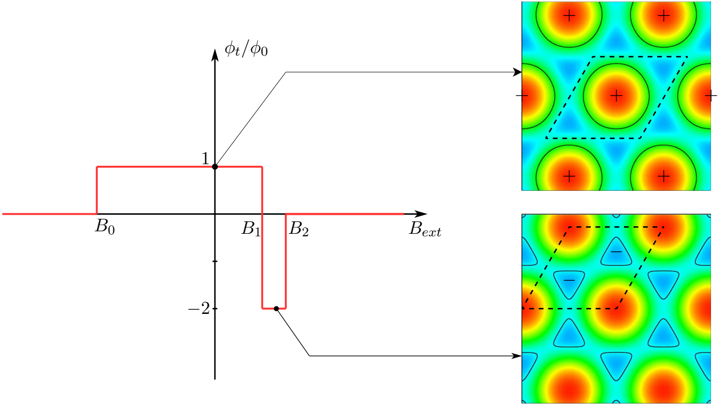
Conséquences de la périodicité de $\mathbf{B}(\mathbf{r})$

- ϕ_t travers une maille élémentaire $(ABCD)$ est quantifié.
- $\phi_t = \phi_0(n_+ - n_-)$ où $n_\pm$ sont le nombre de régions délimitées par les lignes fermées $B_z = 0$ où $B_z > 0$ $(+)$ ou $B_z < 0$ $(-)$
- Il est possible de modifier ϕ_t en appliquant un champ magnétique extérieur suivant z (topologie des lignes de champ $B_z = 0$ modifiée).

Composante $B_z(\mathbf{r})$ du champ magnétique



Variations de ϕ_t lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué

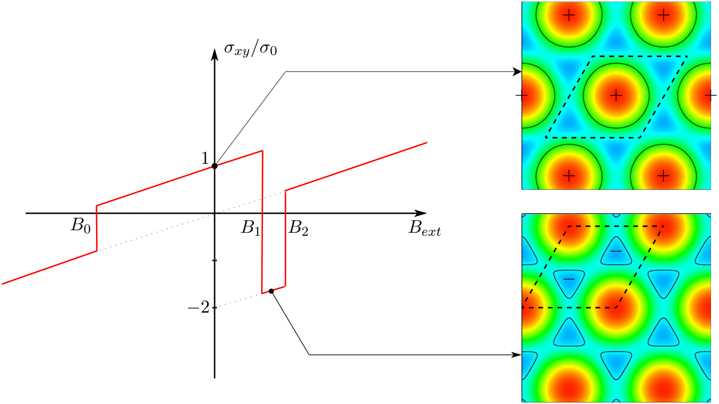


- Application d'un champ magnétique extérieur se traduit par des variations discontinues de ϕ_t.

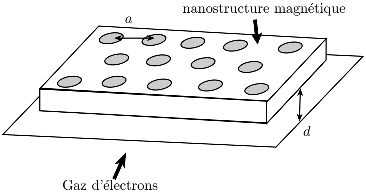
$\sigma_{xy}(B_{\mathrm{ext}})$ pour un gaz totalement polarisé en spin

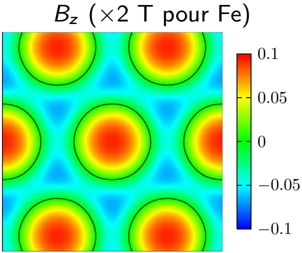
- Présence d'un champ magnétique B_{ext} additionnel : Effet Hall classique + Effet Hall topologique.
- Gaz complètement polarisé en spin.

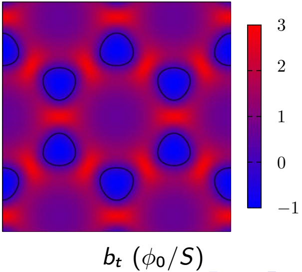
$$\sigma_{xy} = \frac{n_\uparrow e^3 \tau_\uparrow^2}{m_\star^2}\left(B_{ext} + \langle b_t(x,y)\rangle\right)$$



Ordres de grandeur du champ magnétique et topologique







- Paramètres de la structure
  - $d = 20$ nm
  - $a = 100$ nm
- Amplitude de B_z de l'ordre de 0.2 T pour le fer
- $\langle b_t \rangle \approx 0.48$ T ($\langle B_z(\mathbf{r}) \rangle = 0$)
- $\sigma_{xy} \approx 0.15 \quad \Omega^{-1}$ (pour des trous dans $Cd_{1-x}Mn_xSe$)

$\Rightarrow$ Effet observable

Critère d'adiabaticité (semi-conducteurs magnétiques)

- Effet Zeeman plus important dans les semi-conducteurs magnétiques que dans les semi-conducteurs usuels.
- Possibilité de prendre des trous à la place des électrons car le spin des trous est plus grand donc $\langle b_t \rangle_t \geq \langle b_t \rangle_e$.
- Paramètre d'adiabaticité $\lambda = \frac{\varepsilon_F}{E_{ex} k_f \xi}$
  - paramètres géométriques : $d = 20$ nm, $a = 100$ nm, $B_z \approx 0.2$ T, $T = 4.2$ K
  - Trous ($Cd_{1-x}Mn_xSe$) : $m_\star = 0.5 m_0$, $n = 10^{11}$ cm^{-2}, $\varepsilon_F \approx 1$ meV, $E_{ex} \approx 11$ meV
    $\lambda \ll 1$, approximation adiabatique vérifiée
  - électrons ($Cd_{1-x}Mn_xSe$) : $n = 10^{11}$ cm^{-2}, $m_\star = 0.22$ m$_0$, $\varepsilon_F \approx 4.4$ meV, $E_{ex} \approx 2$ meV
    $\lambda \approx 1$, approximation adiabatique non valide et effet Hall topologique réduit
- Conséquences : un gaz de trous est plus approprié qu'un gaz d'électrons pour mesurer l'effet Hall topologique.

Conclusion

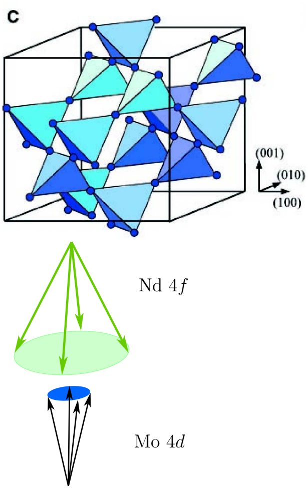
1. Effet Hall topologique : Effet Hall qui dépend uniquement de des variations spatiales du champ magnétique.

2. Mesure possible de l'effet Hall topologique induit par une texture magnétique contrôlable par des paramètres géométriques et modifiable par application d'un champ magnétique extérieur.

3. Variations brutales de σ_{xy} lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué : c'est la signature caractéristique de l'effet Hall topologique.

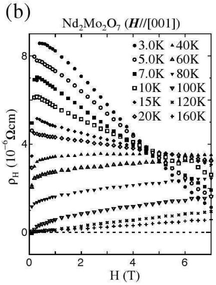
Mécanisme de chiralité de spin

Structure du composé $Nd_2Mo_2O_7$

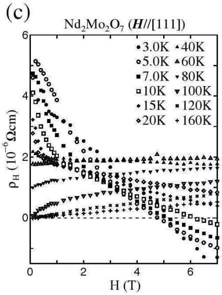


- $Nd_2Mo_2O_7$: Réseau pyrochlore.
- Moments magnétiques portés par les atomes de Mo et de Nd.
- Transition de phase ferromagnétique à 90 K. Ordre partiel des moments de Nd à basse température à cause l'interaction anti-ferromagnétique entre Nd et Mo.
- En dessous de 30 K, les moments magnétiques de Mo et de Nd sont dans une configuration chirale.

Effet Hall dans $Nd_2Mo_2O_7$



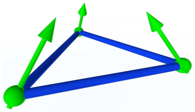
(Yasui *et al.* 2003)



(Yasui *et al.* 2003)

- Signe de ρ_{xy} dépend de la direction de **B**
- ρ_{xy} tend vers une valeur finie lorsque $T \to 0$.

- $\rho_{xy} \to 0$ lorsque $T \to 0$ (comportement canonique) dans les composés ferromagnétiques usuels (Pugh *et al.* 1953).



- Chiralité de spin définie par $\chi = \mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3)$.
- diffusion de neutron : signe de χ_{Mo} dépend aussi de B.
- Mécanisme de chiralité de spin proposé pour expliquer l'AHE

Mécanisme de chiralité de spin

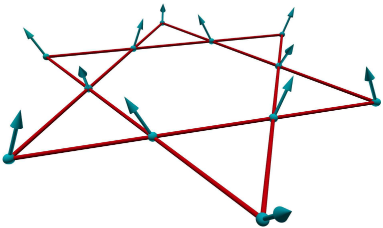
Études antérieures

- Ye *et al.* (1999) proposent pour le mécanisme de chiralité de spin pour expliquer l'AHE dans les manganites.
- Cas des verres de spins (Tatara et Kawamura 2001)
  - Système désordonné.
  - $\sigma_{xy} \propto \langle S_i \cdot (S_j \times S_k) \rangle$ lorsque le couplage entre les moments et le spin des électrons itinérants est faible.
  - Expériences semblent prouver que c'est le mécanisme dominant (Pureur *et al.* 2004)
- Cas de $Nd_2Mo_2O_7$: Réseau ordonné

But

Étudier le rôle de la chiralité de spin dans un modèle plus simple que $Nd_2Mo_2O_7$.

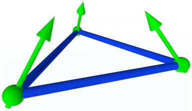
Hamiltonien de double-échange

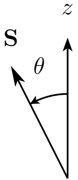


- Réseau kagomé considéré (réseau triangulaire de triangles).
- Hamiltonien

$$\mathcal{H} = t\sum_{\langle i,j\rangle}(c^\dagger_{i,\sigma}c_{j\sigma} + c.c.) - J\sum_i c^\dagger_{i\alpha}(\mathbf{S}_i \cdot \sigma_{\alpha,\beta})c_{i,\beta}.$$

- Structure en ombrelle (θ angle de l'ombrelle)





- Les moments magnétiques sont traités classiquement
- Paramètres du problème
  - la constante de couplage J/t
  - le remplissage
  - $\chi(\theta) = S_A \cdot (S_B \times S_C) = \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin^2\theta\cos\theta$

calcul de σ_{xy}

$J \to \infty$: limite étudiée par Ohgushi *et al* (2000)

- Hamiltonien effectif

$$\mathcal{H} \xrightarrow{J\to\infty} \mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_{\langle i,j\rangle} \tilde{t}_{ij}(c_i^\dagger c_j + c.c.) \text{ avec } \tilde{t}_{ij} \propto \exp i\phi$$

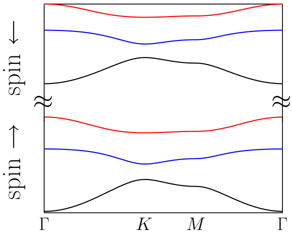
- $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ décrit le mouvement d'un électron sans spin en présence d'un flux magnétique ϕ inclus dans le terme de saut.
- σ_{xy} non nul lorsque la structure magnétique est chirale.

J fini

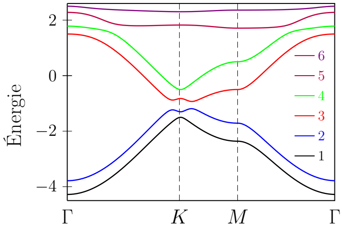
- On considère uniquement le terme de Karplus et Luttinger.

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{\hbar S} \sum_{\substack{n\neq m\\ \mathbf{k}}} f(\varepsilon_{n\mathbf{k}}) \frac{v_x^{\mathrm{nm}} v_y^{\mathrm{mn}} - v_y^{\mathrm{nm}} v_x^{\mathrm{mn}}}{(\varepsilon_{n\mathbf{k}} - \varepsilon_{m\mathbf{k}})^2} = \frac{e^2}{h} \sum_n \frac{1}{2\pi} \int_{ZB} d^2\mathbf{k} f(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}) \Omega_{n,\mathbf{k}}$$

Structure de bande



$J/t \to \infty, \ \theta = \pi/3$



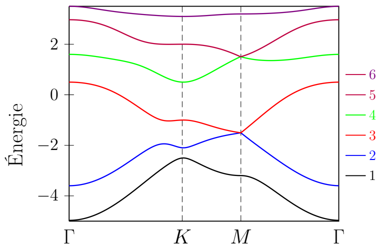
$J/t = 0.5, \ \theta = \pi/3$

- Existence de gap donc σ_{xy} est quantifiée

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \sum_n \nu_n \text{ avec } \nu_n = \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{k}\Omega_{n,\mathbf{k}}$$

- ν_n sont des entiers appelés nombres de Chern.

Existence et influence du croisement de bande sur ν_n



$J = 3t/2 \quad \theta = \pi/3$

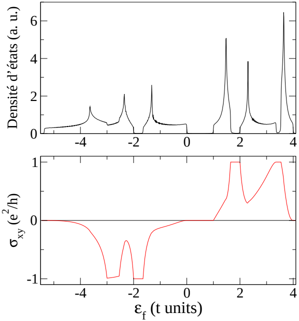
- Croisement de bande pour

$$J = J_c(\theta) = \frac{2}{\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}$$

- Modification des nombres de Chern lorsque J passe par $J_c(\theta)$.

- Nombres de Chern differents suivant que $J < J_c$ ou $J > J_c$. Cela implique des modifications de σ_{xy} lorsque les paramètres J, ε_F où la chiralité sont modifiés.

Variations de $\sigma_{xy}(\varepsilon_f)$ $(J > J_c(\theta))$



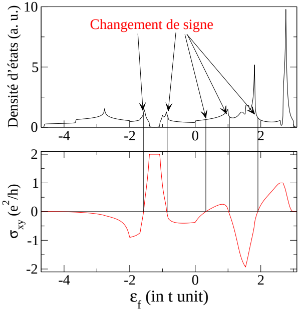
$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \sum_n \frac{1}{2\pi} \int_{ZB} d^2\mathbf{k} f(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}) \Omega_{n,\mathbf{k}},$$

- $J > J_c(\theta)$:
  - Valeur des plateaux $\pm e^2/h, 0$ (niveau de Fermi dans un gap)
  - $\nu_n = (-1, 0, 1, 1, 0, -1)$

$J > J_c(\theta)$

Pas de comportements particuliers de la conductivité transverse

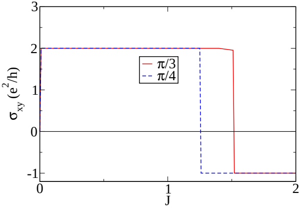
Variations de $\sigma_{xy}(\varepsilon_f)$ $(J < J_c(\theta))$

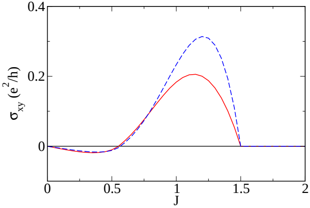


- $\nu_n = (-1, 3, -2, -2, 3, -1)$
- Valeur des plateaux $\pm 2e^2/h, \pm e^2/h, 0$
- Changement de signe de σ_{xy} alors que la densité d'états ne présente pas de variations particulières.

- Lorsque ε_F est dans un gap :
  - σ_{xy} est quantifiée.
  - Valeur des plateaux dépend du croisement de bande.
- Toutes les variations de σ_{xy} sont possibles y compris des *changements de signe* lorsque le niveau de Fermi est dans une bande.

Variations de $\sigma_{xy}(J)$ à χ et remplissage p fixés

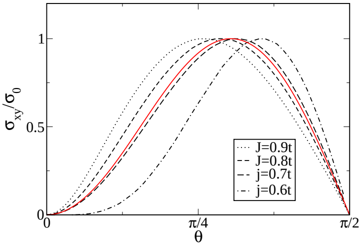


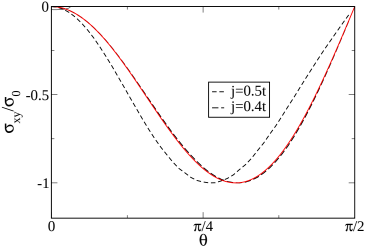


- $p = 1/3$
  - $\sigma_{xy}(J)$ est quantifiée.
  - Changement de signe induit par une modification des nombres de Chern.
- $p = 1/2.$
  - $\sigma_{xy} = 0$ lorsque $J > 3t/2$ (niveau de Fermi dans un gap).
  - Origine :
    - Modification de la structure de bande uniquement
  - $J < 3/2$: changement de signe de σ_{xy} autour de $J = 0.6t$.

- Changement de signe observé n'est pas lié à la chiralité.

Lien entre χ et σ_{xy} au demi-remplissage



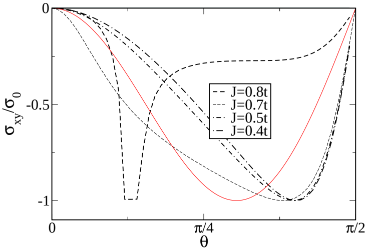


- $\sigma_{xy} \propto \chi$ pour $0.6t < J < t$
- $\sigma_{xy} \propto -\chi$ pour $J < 0.6t$

Résumé

- Généralisation du modèle de Tatara et Kawamura (2002)
- χ est un paramètre pertinent pour le remplissage symétrique

Lien entre σ_{xy} et χ : Remplissage $p = 1/4$



- Impossible de trouver une relation simple entre σ_{xy} et χ.

Conclusion

La chiralité de spin n'est pas un paramètre pertinent lorsque le remplissage est différent du remplissage symétrique ($p = 1/2$)

Conclusion

1. Le croisement de bande induit une modification des propriétés de σ_{xy}
2. Observation à Chiralité fixée de différents **changements de signe** de σ_{xy} lorsque J ou le niveau de Fermi varient. Ce changement de signe est lié a une modification des propriétés topologiques du modèle.
3. Étude de $\sigma_{xy}(\chi)$ pour différentes valeurs du remplissage et de J, montre que la chiralité n'est pas un paramètre pertinent en dehors du remplissage symétrique.
4. Cas de $Nd_2Mo_2O_7$: Changement de signe observé lors de la mesure de ρ_{xy} ne permet pas de conclure si le mécanisme de chiralité de spin est dominant dans ce composé.

Conclusion et perspectives

1. Effet Hall topologique.
   - Application d'un champ **magnétique inhomogène couplé au spin d'un électron**, se traduit par la présence d'un champ topologique $b_t(\mathbf{r})$ dépendant uniquement de la topologie du champ magnétique. Sous certaines conditions, $b_t(\mathbf{r})$ induit une contribution supplémentaire à l'effet Hall appelé effet Hall topologique.
   - Prendre en compte les inhomogénéités du champ topologique et des corrections non adiabatiques dans le calcul de la conductivité transverse.
   - Etudier l'effet de la force de Lorentz créée par un champ magnétique inhomogène sur le transport électronique.

2. Mécanisme de chiralité de spin
   - Le changement de signe de σ_{xy} observé dans $Nd_2Mo_2O_7$ ne permet pas de dire que le mécanisme de chiralité de spin est un mécanisme pertinent pour ce composé.
   - Étude plus quantitative de σ_{xy} dans $Nd_2Mo_2O_7$ doit prendre en compte la structure cristalline et magnétique de ce composé