HAL
open science

Modélisation du comportement mécanique d'une structure cellulaire soumise à une sollicitation dynamique localisée - Application aux structures de protection contre les éboulements rocheux

David Bertrand

To cite this version:

David Bertrand. Modélisation du comportement mécanique d'une structure cellulaire soumise à une sollicitation dynamique localisée - Application aux structures de protection contre les éboulements rocheux. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Français. NNT : . tel-00012195

HAL Id: tel-00012195

https://theses.hal.science/tel-00012195

Submitted on 2 May 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

présentée par

David BERTRAND

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : Mécanique et Génie Civil

Modélisation du comportement mécanique d'une structure cellulaire soumise à une sollicitation dynamique localisée

Application aux structures de protection contre les éboulements rocheux

Date de soutenance : 10 février 2006

Composition du jury :

Jacky MAZARS	*Président*
Bernard CAMBOU	*Rapporteur*
Francesco CALVETTI	*Rapporteur*
Francis DERACHE	*Examinateur*
Denis JONGMANS	*Directeur de thèse*
François NICOT	*Co-directeur de thèse*
Philippe GOTTELAND	*Co-directeur de thèse*

Cette thèse a été préparée en partenariat avec l'Unité de Recherche Erosion Torrentielle, Neige et Avalanches du Cemagref de Grenoble et avec le LIRIGM

A ma mère, à mon père et à ma sœur.

La pensée vole et les mots vont à pied. Voilà tout le drame de l'écrivain.
Julien Green

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury et en particulier messieurs Bernard CAMBOU de l'école Centrale de Lyon et Francesco CALVETTI del Politecnico di Milano d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Leurs remarques critiques à l'égard de mes travaux de recherche ont été très instructives et m'ont permis d'envisager mon travail sous d'autres angles et avec plus de recul.

La mise en place et l'accomplissement de ce projet de recherche a été possible, entre autres, grâce à l'entreprise *France Maccaferri* personnifiée par Francis DERACHE. J'adresse mes plus vifs remerciements à ce dernier pour m'avoir permis d'effectuer ma thèse *CIFRE* dans des conditions que je qualifierais d'optimales. J'ai particulièrement apprécié son professionnalisme ainsi que son soutien tout au long de ce partenariat.

Mes encadrants de thèse, François NICOT et Philippe GOTTELAND, ne sont pas en reste. C'est aussi grâce à eux que cette thèse à vu le jour. Merci à eux d'avoir contribué chacun à leur façon à ce travail. François m'aura beaucoup appris sur le fonctionnement du système académique Français. Quant à Philippe, sa vision plutôt appliquée de la recherche m'aura rassuré à de nombreuses reprises.

Avant de se lancer dans la grande aventure, on n'imagine pas l'ensemble des problèmes auxquels on sera confronté pendant ces trois années que dure une thèse. Bien souvent, on se retrouve dans le bureau d'un collègue pour glaner quelques savoir-faires histoire d'éviter l'arrachage de cheveux. Ici, je pense à Philippe LACHAMP qui m'a transféré, dans une atmosphère conviviale et détendue, ses connaissances en matière de simulation numérique au sens large. Je repense aux franches parties de rigolades devant des programmes récalcitrants qui, s'il n'avait pas été là, m'auraient certainement conduit au suicide par défénestration[1]. Merci donc a ce brillant Rugbyman à l'accent Marseillais.

Diplomatiquement parlant, je ne puis point continuer sans remercier mon acolyte de bureau : Stéphane LAMBERT. Je tiens à le remercier chaleureusement de m'avoir accueilli dans son bureau et de m'avoir habitué à travailler la porte du bureau ouverte[2]. Cette place privilégiée m'a permis de mieux comprendre la bête. Aujourd'hui, c't'homme là fait parti de mes amis. D'avoir travaillé sur le même thème de recherche, ça crée des liens.

1. Je vous rassure tout de suite. Mon bureau, que je partageais avec Stéphane LAMBERT le bien nommé, était situé au premier étage du Cemagref. Ainsi, un éventuel élan de folie de ma part n'aurait probablement pas eu de conséquence fatale sur ma personne. Pas folle la guêpe.

2. Non, là je déconne...

J'ai une pensée pour Thierry FAUG qui initialement m'a permis d'entrer dans le monde de la recherche. Merci également aux personnes du Cemagref de Grenoble avec qui j'ai eu l'occasion de passer de très bons moments.

Comme vous pouvez l'imaginer, remercier est un exercice difficile qui demande de la concentration et de la mémoire. Il s'en passe des choses pendant trois ans avec bon nombre de personnes diverses et variées. Pour ne pas commettre d'impair, je vais me permettre d'esquiver la difficulté en remerciant toutes les personnes qui ont contribué de près où de loin à mes travaux. J'espère qu'elles se reconnaitront [3].

Pour finir, je tiens à remercier ma mère, mon père et ma soeur pour leur présence et leur soutien. Ils m'auront permis de mener à bien l'ensemble de mes études et m'auront laissé assez de liberté pour choisir ma voie. Merci encore.

3. Pour toutes réclamations, vous pouvez m'envoyer un mail à l'adresse électronique suivante : david.bertrand@grenoble.cemagref.fr.

Résumé

Cette thèse porte sur la modélisation et la caractérisation mécanique sous sollicitation dynamique d'impact d'une structure de protection contre les chutes de blocs rocheux. L'ouvrage est un merlon construit à partir d'un assemblage de cages grillagées parallélépipédiques remplies d'un matériau granulaire (ou *cellules*). Une approche *multi-échelles* est utilisée pour l'étude du comportement de l'ouvrage. La méthode aux éléments distincts est employée pour la modélisation numérique de la structure et de ses composants. Le grillage à maille hexagonale des cellules est modélisé à partir d'une description discrète de la nappe. Le comportement élasto-plastique du métal est décrit jusqu'à la rupture. Après le couplage du grillage avec le milieu granulaire effectué sous le même environnement de calcul, le comportement mécanique d'une cellule est étudié suivant différents chemins de sollicitation en conditions quasi-statiques puis dynamiques. De ces essais, un modèle constitutif représentatif du comportement macroscopique d'une cellule est proposé permettant le passage à l'échelle de la structure. Cette dernière est modélisée à partir d'éléments discrets dont les interactions sont décrites par le modèle constitutif. L'étude du comportement de l'ouvrage face à une sollicitation dynamique localisée est effectuée dans le but d'identifier l'influence des paramètres structurels et l'influence des conditions d'impact.

Mots clefs : Merlon de protection, Méthode aux éléments distincts, Impact, Multi-échelles.

Abstract

This thesis is dedicated to the modelling and to the mechanical analysis of a rockfall protection barrier under dynamic impact. The considered rockfall dam is built with an assembly of parallelepiped *cells*. Cells are wire netting cages filled with granular material. A *multi-scale* approach is proposed to study the behaviour of the structure. In order to model the rockfall protection dam and its components, the distinct element method is used. The double twisted hexagonal mesh of the cells is described by a discretization of the wire netting sheet. The elasto-plastic behaviour of the wire mesh is considered until the failure. After the coupling of the wire mesh with the granular material under the same computing environment, the mechanical behaviour of a single cell is explored under different loading paths in quasi-static and dynamic conditions. Form these tests, a constitutive model representative of the macroscopic behaviour of the cell is proposed in order to model the structure. Discrete elements are used to model the structure. The interactions between these elements are described by the constitutive model of the cell. The study of the structure behaviour submitted to a dynamic loading is carried out to show the influence of structural parameters and the influence of impact conditions.

Keywords : Rockfall protection structure, Disrete element method, Impact, Multi-scales.

Notations

Les noms des variables utilisés dans ce document seront explicités tout au long du texte. Cependant, dans un souci de simplification on propose ici une notation générique.

Nature	n ° cellule	Cdts	Forme	Taille
EXP NUM	1 à 10	CC CNC IC INC	Ang Ell Sph	500 1000

Nature : Fait référence à la nature de l'essai mécanique effectué c'est à dire soit expérimental (*EXP*) soit numérique (*NUM*).

n ° cellule : Fait référence au numéro de la cellule considérée. Chaque cellule a un numéro d'affectation.

Cdts : Fait référence aux conditions d'essai dans lesquelles sont réalisés les essais mécaniques de caractérisation. On distingue l'essai de compression confiné (*CC*), l'essai de compression non confiné (*CNC*), l'essai d'impact confiné (*IC*) et l'essai d'impact non confiné (*INC*).

Forme : Fait référence à la forme des éléments de remplissage. Dans le cas expérimental, la forme des éléments ont toujours été anguleuses. Ainsi lorsque la notation *EXP* apparaît, la forme des éléments n'est pas précisée. D'un point de vue numérique, trois formes ont fait l'objet d'une modélisation. Des formes d'éléments sphériques (*Sph*), ellipsoïdales (*Ell*) et anguleuses (*Ang*) ont été considérées.

Taille : Fait référence à la taille de la cellule. Deux tailles ont été considérées, des cellules de 500 mm de côté et de 1000 mm de côté.

Exemple : NUM 2 IC 500 Ang *désigne un essai numérique, effectué sur la cellule n ° 2, en sollicitation d'impact dans des conditions confinées. La taille de la cellule est de 500 mm de côté et est remplie d'éléments de forme anguleuse.*

Table des matières

Résumé, Abstract **iii**

Notations **v**

Introduction **1**

1 Etat de l'art **5**
1.1 Les ouvrages de protection contre les chutes de blocs 6
1.2 Dimensionnement des merlons 10
1.2.1 Premières approches 11
1.2.1.1 Formule empirique *Kar* (1978) 11
1.2.1.2 Méthode des chocs élastiques 12
1.2.1.3 Modèle élastique parfaitement plastique de Tonello . . . 14
1.2.2 Raffinement des approches 15
1.2.2.1 Généralitées 16
1.2.2.2 Cas des merlons 17
1.2.2.3 Conclusion 19
1.2.3 Merlon composite cellulaire 19
1.3 Modélisation numérique discrète 22
1.3.1 Les méthodes discrètes de modélisation 23
1.3.2 Méthode aux éléments distincts de *Cundall et Strack* (1979) . . . 25
1.3.2.1 Principe du calcul 25
1.3.2.2 Modèles d'interaction 27
1.3.2.3 Amortissement non-visqueux 28
1.3.2.4 Calcul du pas de temps 30
1.3.2.5 Formes non sphériques 31
1.4 Résumé - Conclusion 32

2 Modélisation numérique de l'enveloppe : Le grillage **35**
2.1 Introduction 36
2.2 Modélisation discrète en 3D 37

2.2.1 Description physique d'une nappe 37
2.2.2 Principe 38
2.2.3 Placement des *particules grillage* 38
2.2.4 Détection des particules voisines 40
2.2.5 Calcul du pas de temps 40
2.2.6 Modèle d'interaction à distance 45
2.2.6.1 Modèle d'évolution ($\sigma - \epsilon$) d'un brin seul 45
2.2.6.2 Modèle d'évolution ($\sigma - \epsilon$) d'un brin double torsion . . . 48
2.2.7 Calibration des modèles d'interaction 52
2.3 Validation du modèle 57
2.3.1 Essais de traction 57
2.3.2 Essai d'enfoncement 60
2.4 Résumé - Conclusion 62

3 Modélisation numérique de la cellule 65
3.1 Introduction 66
3.2 Caractérisation expérimentale des grains 66
3.3 Modélisation du matériau de remplissage 68
3.3.1 Modèle d'éléments sphériques 70
3.3.2 Modèle d'éléments anguleux 74
3.3.2.1 Génération de l'élément 74
3.3.2.2 Mise en place des éléments 75
3.3.3 Autres modèles d'éléments 75
3.3.3.1 Modèle d'éléments ellipsoïdaux 75
3.3.3.2 Modèle d'éléments de formes quelconques 77
3.3.4 Synthèse sur les modèles d'éléments 78
3.4 Données physiques initiales des cellules 79
3.4.1 Granulométries et porosités initiales des cellules 79
3.4.2 Distribution des orientations de contact 80
3.5 Couplage Géomatériau - Enveloppe grillagée 84
3.6 Calibration du modèle 88
3.7 Estimation des paramètres de contact 89
3.8 Quasi-staticité 91
3.8.1 Discussion 91
3.8.2 Indicateur de quasi-staticité 92
3.9 Résumé - Conclusion 93

4 Résultats à l'échelle de la cellule 95
4.1 Introduction 96
4.2 Essais expérimentaux 96

4.2.1 Essais quasi-statiques 97
4.2.1.1 Compressions confinées 99
4.2.1.2 Compressions non confinées 100
4.2.2 Essais dynamiques 101
4.2.2.1 Dispositif 102
4.2.2.2 Acquisition des résultats 103
4.2.2.3 Résultats 104
4.3 Conditions aux limites numériques 105
4.4 Modèle d'éléments sphériques 109
4.4.1 Compressions confinées 109
4.4.1.1 Influence de la vitesse de compression 109
4.4.1.2 Choix des raideurs de contact 110
4.4.2 Compressions non confinées 112
4.4.2.1 Rotations libres 112
4.4.2.2 Blocage des rotations 115
4.4.3 Simulation d'impact 122
4.4.4 Changement d'échelle : Cellule 1000 123
4.4.4.1 Compression non confinée 123
4.4.4.2 Simulation d'impact 125
4.4.5 Conclusion 125
4.5 Modèle d'éléments anguleux 127
4.5.1 Compressions confinées 129
4.5.1.1 Modèle de raideur constante 129
4.5.1.2 Analyse phénoménologique : Fracturation des éléments . 130
4.5.1.3 Vers un nouveau modèle de contact 133
4.5.1.4 Influence de la vitesse de sollicitation 135
4.5.1.5 Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$ 136
4.5.1.6 Influence du frottement 136
4.5.1.7 Influence de l'état initial et calage de F_{max} 138
4.5.1.8 Coefficient de *diffusion* 138
4.5.2 Compressions non confinées 139
4.5.2.1 Influence de la vitesse de sollicitation 142
4.5.2.2 Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$ 144
4.5.2.3 Influence du frottement 145
4.5.2.4 Influence de la force maximale admissible au contact . . 145
4.5.2.5 Influence de l'état initial 147
4.5.2.6 Influence du frettage des plateaux de chargement 148
4.5.3 Simulations d'impacts 148
4.5.3.1 Condition confinée 152
4.5.3.2 Condition non confinée 154

4.6 Choix d'un modèle constitutif simplifié 154
4.7 Résultats - Conclusion 158

5 Modélisation de la structure 161
5.1 Une approche *multi-échelles* 162
5.2 Le modèle numérique 162
5.2.1 Introduction 162
5.2.2 Hypothèse cinématique 164
5.2.3 Conditions aux limites 164
5.2.4 Modèle d'interaction cellulaire 164
5.2.4.1 Conventions 165
5.2.4.2 Calcul des forces normales 167
5.2.4.3 Calcul des forces tangentielles 168
5.2.4.4 Choix des valeurs des paramètres 169
5.3 Impact sur structure 171
5.3.1 Influence de l'énergie d'impact 172
5.3.2 Etude comparative entre modèles simplifiés 174
5.3.3 Influence du coefficient de *diffusion* 176
5.3.4 Influence du frottement entre les cellules (μ_c) 176
5.3.5 Influence de la taille du bloc 177
5.3.6 Endommagement de la structure 180
5.3.7 Transmission de l'effort sur la face arrière 181
5.4 Résumé - Conclusion 184

Conclusion 187

Introduction

L'humour n'est qu'un des moyens de se défendre contre l'univers. Mel Brooks

En montagne, les risques naturels revêtent une importance toute particulière. Ces régions sont caractérisées par une géomorphologie et un climat qui sont souvent à l'origine de phénomènes gravitaires[4]. Les dénivelés souvent considérables des versants, associés aux volumes importants de matériaux mobilisables, confèrent à ces phénomènes une forte énergie potentielle, et donc une réelle capacité destructrice. L'implantation d'infrastructures et d'équipements dans les territoires de montagne s'est intensifiée ces dernières décennies. Au regard des contraintes topographiques importantes, la vulnérabilité de ces aménagements liée à leur exposition probable à ce type d'aléa nécessite une prise en charge effective de la gestion des risques naturels de la part des divers organismes de gestion ou de recherche. Afin d'assurer la protection des usagers et des biens, il incombe aujourd'hui à la communauté scientifique de contribuer au développement de méthodes et d'outils pour la conception et la validation d'ouvrages de protection.

Parmi les mouvements de terrains les plus fréquents, on trouve les chutes de blocs et éboulements de petits volumes. Des structures issues du domaine du génie civil peuvent être utilisées comme parade de protection contre ces aléas naturels. Différentes technologies de structures sont disponibles (*LCPC*, 2001). Leur choix se fera principalement sur des critères comme les contraintes topographiques du site (accessibilité, emprise au sol...) et sur l'énergie probable qu'aura à dissiper la structure dû à l'impact d'un bloc rocheux. Ce travail est focalisé sur les structures de protection de type merlon. Ce sont des ouvrages massifs (écrans ou barrages) situés à l'amont des infrastructures à protéger. Leur fonction est d'intercepter les blocs rocheux au cours de leur propagation. Les énergies que sont capables de supporter ces structures sont très importantes. Les capacités de déformation des matériaux constitutifs de l'ouvrage sont utilisées pour dissiper l'énergie.

Un premier examen des travaux menés sur la conception et le calcul des merlons souligne le caractère empirique des connaissances et des méthodes utilisées pour le dimensionnement des ouvrages, en particulier d'un point de vue dynamique. En effet, les réponses des matériaux constitutifs de ce type d'ouvrage, sous sollicitation dynamique localisée de type impact, sont encore mal connues. Il existe un réel besoin pour avancer dans la prédiction de la réponse mécanique de l'ouvrage lorsqu'il est impacté. En particulier, il semble nécessaire d'apporter des éléments afin de préciser quelles sont les capacités dissipatives d'un ouvrage en fonction des matériaux utilisés pour sa construction, de ses dimensions et des conditions d'impact.

Le travail de recherche proposé va dans le sens de cette démarche en s'intéressant au comportement mécanique de merlons à technologie cellulaire. Ce travail s'inscrit dans le cadre du groupement d'intérêt scientifique VOR (Vulnérabilité des Ouvrages aux Risques).

La technologie de la structure de protection considérée est issue des procédés de l'entreprise *France Maccaferri*. Cette structure est dite de type *cellulaire* car elle est composée

4. Mouvements de terrain, avalanches, crues torrentielles...

d'une assemblée de gabions, dénommés *cellules* dans la suite du mémoire, assemblée qui confère *a priori* à la structure des propriétés de dissipation d'énergie importantes. En effet, une cellule est une cage grillagée remplie d'un matériau de nature souvent granulaire[5]. La capacité de déformation des cellules, donc de l'ouvrage, est très importante et permet une forte dissipation énergétique localisée à la zone d'impact.

On propose d'améliorer la compréhension du comportement mécanique des merlons à technologie cellulaire à travers la modélisation physique et numérique de l'ouvrage. L'approche scientifique retenue pour l'étude de ce type de structures est une approche dite *multi-échelles*. Compte tenu de la nature cellulaire de l'ouvrage, il est possible de distinguer deux échelles d'études : l'échelle de la cellule et l'échelle de l'ouvrage. Ainsi, on s'intéresse dans un premier temps à la caractérisation mécanique d'une seule cellule suivant différents chemins de sollicitations en condition quasi-statique et en condition dynamique. Dans un deuxième temps, en s'appuyant sur les résultats obtenus à l'échelle de la cellule, la modélisation d'un ouvrage simplifié type est effectuée. L'intérêt de cette approche est de permettre une caractérisation macroscopique de l'ouvrage en prenant en compte le comportement mécanique local de la structure par l'intermédiaire d'une étude approfondie à l'échelle de la cellule. L'objectif final est de disposer d'un code de calcul à vocation industrielle sur lequel s'appuyer pour le dimensionnement de merlons à technologie cellulaire.

Le présent mémoire est structuré en cinq chapitres. Le premier chapitre présente le contexte général ainsi que la problématique liée au sujet de thèse. Les structures pare bloc de type merlon actuellement utilisées à travers le monde y sont recensés. On présente quelques méthodes simplifiées de dimensionnement des merlons sous sollicitation dynamique ainsi que les méthodes numériques aujourd'hui utilisées pour leur modélisation. Une synthèse des travaux récents de recherche dans le domaine est proposée. Enfin, on présente les principales caractéristiques de la méthode aux éléments distincts, méthode numérique utilisée pour la modélisation de l'ouvrage et de ses composants.

L'objet du second chapitre est la modélisation du grillage entourant le matériau granulaire de remplissage de la cellule. Après avoir exposé la méthodologie adoptée pour simuler un grillage à partir d'une approche numérique discrète, la calibration et la validation du modèle est effectuée.

Le troisième chapitre concerne la modélisation des cellules constitutives de l'ouvrage. Dans un premier temps la méthode employée pour modéliser le matériau de remplissage de la cellule est présentée. On expose comment la forme des grains est prise en compte par le modèle numérique, comment les grains sont positionnés au sein de la cellule et enfin comment le couplage entre le grillage et le matériau de remplissage est réalisé sous le même environnement de calcul. Toutes les étapes nécessaires à l'obtention d'un état initial représentatif d'une cellule sont décrites.

5. Pierres, sable...

Le chapitre quatre est dédié à la caractérisation mécanique des cellules. Tout d'abord, des essais expérimentaux ont été effectués en condition quasi-statique et en condition dynamique d'impact. L'objectif principal était la constitution d'une banque de données expérimentales nécessaire au calage et à la validation du modèle numérique de la cellule. Des campagnes de simulations ont été entreprises pour reproduire le comportement réel des cellules. Cette étude a permis de mieux appréhender les phénomènes qui se produisent au sein d'une cellule soumise à une sollicitation extérieure et ainsi de mieux décrire son comportement. A partir des résultats des expérimentations et des simulations numériques, un modèle constitutif simplifié a été proposée pour décrire d'un point de vue macroscopique le comportement d'une cellule. Cette étape a permis la modélisation de la structure complète.

Dans le cinquième chapitre l'approche *multi-échelle* est présentée. On s'intéresse au passage de l'échelle de la cellule à l'échelle de l'ouvrage par l'intermédiaire du modèle constitutif de cellule proposé au chapitre quatre. Après avoir exposé en détail les principes de modélisation de la structure, un ouvrage type est considéré et est soumis à une sollicitation dynamique d'impact. Des études paramétriques sont effectuées pour connaître d'une part l'influence de paramètres tels que l'énergie cinétique incidente du bloc sur la réponse de l'ouvrage et d'autre part évaluer ses capacités dissipatives. De plus, les résultats des simulations sont comparés à ceux d'essais expérimentaux d'impact effectués à échelle réelle sur des merlons similiaires (remblai renforcé). Les premiers résultats sont encourageants. Les ordres de grandeur des valeurs de force et de pénétration maximales atteintes durant l'impact dans la structure simulée sont comparables.

Chapitre 1

Etat de l'art

Je n'ai jamais rencontré d'homme si ignorant qu'il n'eut quelque chose à m'apprendre. Galilée

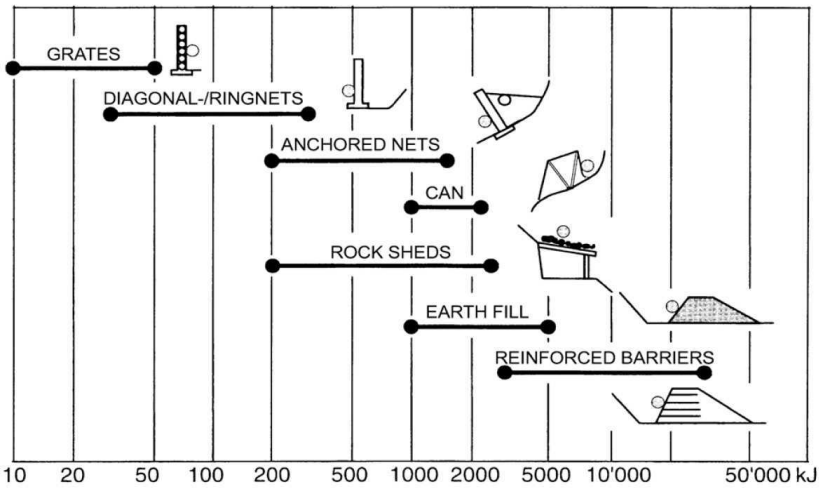


FIG. 1.1 – *Classification énergétique des ouvrages pare bloc (Descoeudres, 1997).*

1.1 Les ouvrages de protection contre les chutes de blocs

Dans le cadre de la protection contre les aléas gravitaires, la réduction du risque peut être opérée à différentes étapes du processus d'instabilité. La stratégie dite *active* vise à contrôler le départ des matériaux en participant à leur stabilisation ou à leur déstabilisation. La stratégie dite *passive* vise à contrôler la trajectoire des éléments, en intervenant sur des paramètres cinématiques. Ces deux stratégies peuvent revêtir un caractère *temporaire* ou *permanent*. La défense temporaire met en œuvre des techniques d'observations renseignant sur les conditions d'occurrence de l'aléa surveillé. Une prise de décision humaine est alors nécessaire lorsque la situation est jugée critique. A l'opposé, la défense permanente met en œuvre des techniques opérationnelles sans intervention humaine. *Rapin* (2001) propose une classification pour les aléas avalancheux mais qui est également applicable aux chutes de bloc.

A l'heure actuelle, un large éventail d'ouvrages peuvent être employés pour se prémunir contre les éboulements rocheux. Les caractéristiques des structures sont variables aussi bien du point de vue de leur géométrie que de leur comportement mécanique. L'ouvrage étudié s'inscrit dans le cadre de la défense permanente passive. Cette dernière protège dans la proximité [1] et de façon durable les enjeux menacés. L'arrêt des chutes de blocs est la principale fonction de ce type de structure de protection. L'implantation sur site des structures dépend entre autres de l'énergie d'impact à absorber, de la configuration topographique et des caractéristiques géotechniques du site. *Descoeudres* (1997) en propose une classification en fonction de leur capacité d'absorption d'énergie (Figure 1.1).

1. Dans la zone de développement ou d'arrêt et non pas dans la zone de départ de l'aléa.

FIG. 1.2 – *Casquette de protection routière et filets contre les chutes de blocs (Photo Cemagref).*

Les principales structures de protection passives destinées à l'arrêt de blocs à haute énergie d'impact ($>$ 2000 kJ) sont les écrans de type filets (voir par exemple *Hearn et al.* (1995a) et *Nicot* (1999)) (Figure 1.2), les casquettes de protection routière en béton armé (Figure 1.2) et les merlons. Les filets de protection contre les éboulements rocheux sont des ouvrages légers alors que les casquettes ou les merlons de protection sont des structures massives. Elles assurent la même fonction de protection mais ont des technologies littéralement différentes. Les premiers types d'ouvrage sont constitués de nappes de câbles métalliques. Ils ont une forte capacité de déformation et sont implantés directement dans la pente où se développe la trajectoire du bloc. Les casquettes de protections sont des structures en béton armé avec une couverture de la dalle de toit composée de matériaux amortissants (voir par exemple *LCPC* (2001)). Ces derniers ont pour fonction de répartir et d'amortir l'effort d'impact sur la dalle béton et ainsi permettre au concepteur de dimensionner la structure sous chargement quasi-statique.

Enfin, les merlons constituent une solution efficace contre les éboulements développant des énergies importantes pouvant atteindre 50 000 kJ. Ils sont complémentaires aux filets pare pierres. Les structures sont constituées de levées de terre, pouvant être renforcées par des nappes geosynthétiques (Figures 1.3 à 1.6). Le parement amont et le noyau peuvent être constitués par un assemblage d'éléments préfabriqués élaborés à partir de matériaux composites souples. Par exemple dans le cas du GEOROCK Wall proposé par *Yoshida* (1999), le parement de la structure est construit avec des sacs de géotextile déformables remplis de sable positionnés à l'amont d'un massif en remblai renforcé par géosynthétiques (Figure 1.5).

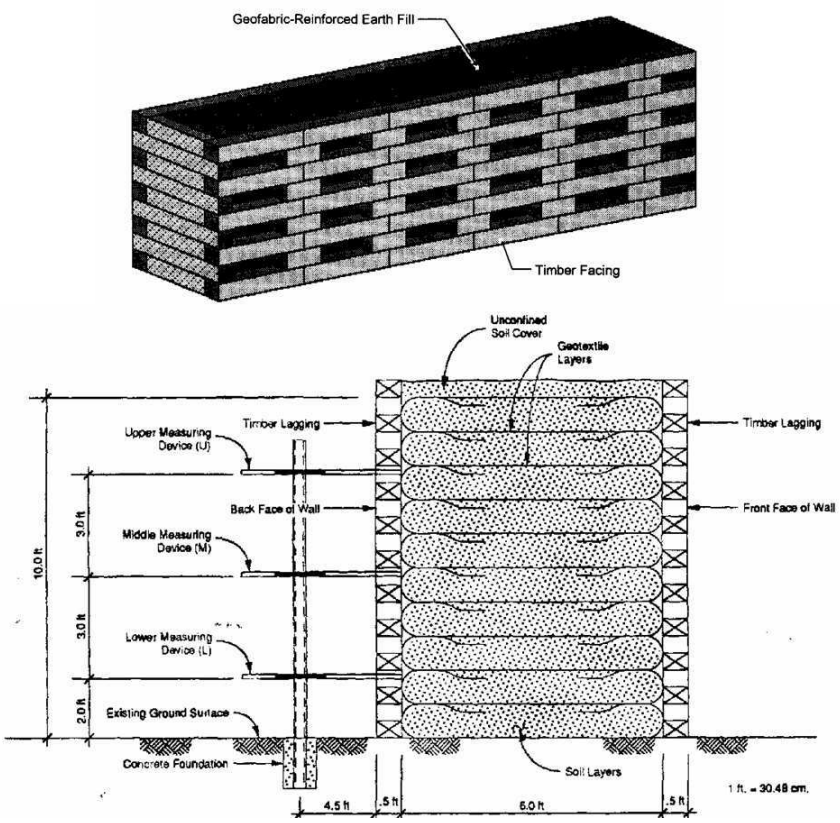


FIG. 1.3 – *Merlon de protection construit en sol renforcé par géotextiles confiné dans une armature en bois (Burroughs et al., 1993).*

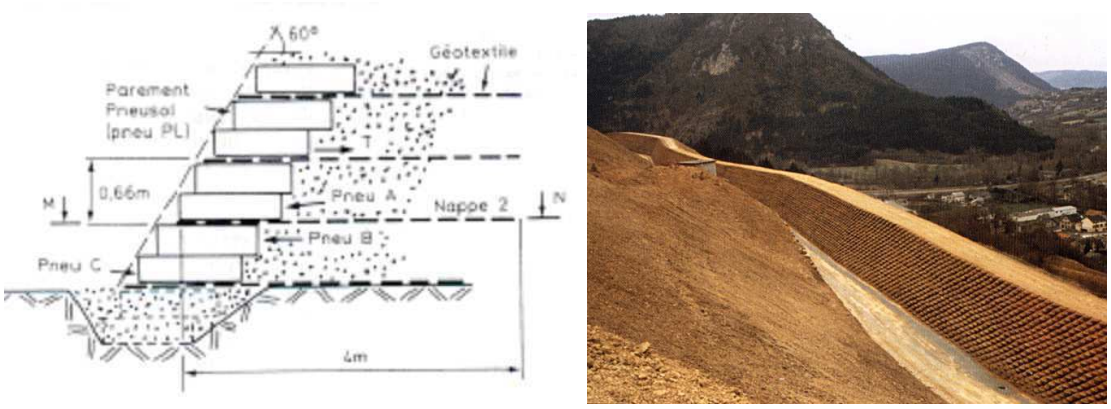


FIG. 1.4 – *Merlon d'Aigueblanche en Savoie dimensionné par le CETE (Centre d'Etudes Techniques de l'Equipement - Corte et al. (1989)). Technologie utilisée : PNEUTEX.*

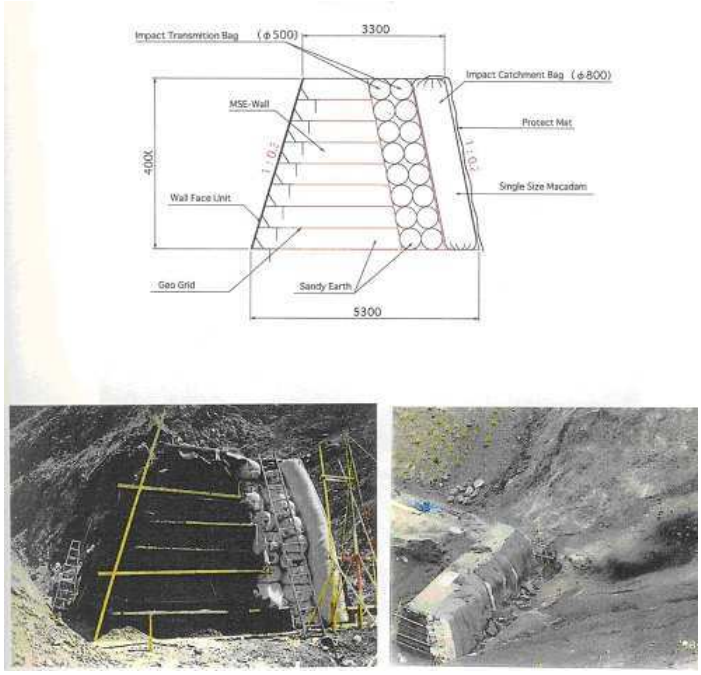


FIG. 1.5 – *Merlon de protection GEOROCK Wall (Yoshida, 1999).*

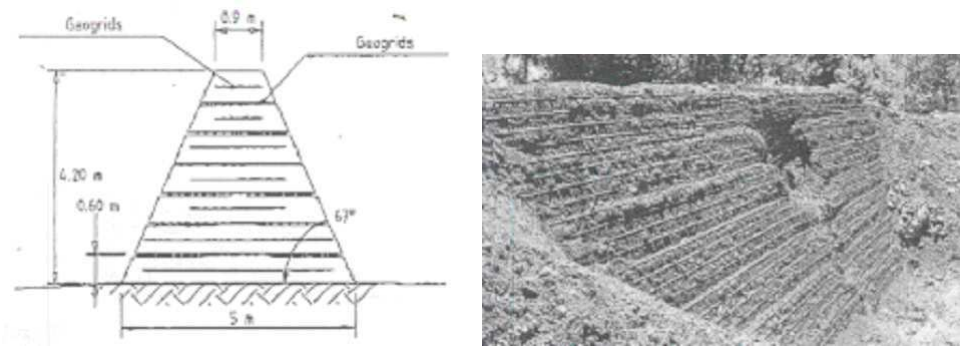


FIG. 1.6 – *Merlon de protection renforcé par geogrilles (Peila et al., 2002).*

FIG. 1.7 – *Merlon de protection construit en gabions (Photo Cemagref).*

1.2 Dimensionnement des merlons

La plupart des bureaux d'études dimensionnent les merlons par l'intermédiaire de règles de géotechniques classiques, c'est à dire sous des chargements statiques et négligent ainsi les forces d'inerties due à la mise en mouvement des matériaux constitutifs de la structure. Les sollicitations dynamiques qu'occasionne la percussion d'un bloc avec la structure sont à l'heure actuelle rarement prises en compte. Le choix de la hauteur de l'ouvrage se fera à partir de considérations trajectographiques. Ces études permettent de déterminer la position du bloc ainsi que sa vitesse au cours de sa chute le long de la topographie du site. On connait donc la position du bloc et l'énergie du bloc au moment de l'impact avec la structure. L'ouvrage est souvent dimensionné du point de vue de son efficacité fonctionnelle et rarement du point de vue son efficacité structurelle.

Il existe des approches simplifiées de dimensionnement qui permettent d'estimer l'effort dynamique maximal et la pénétration du bloc. Ces approches restent basées sur des hypothèses plus ou moins fortes et sont très générales. De plus, elles ne prennent pas en considération la technologie de construction de la structure. Les principales différences entre ces modèles résident essentiellement dans la manière de prendre en compte le comportement du matériau constitutif de la structure et la manière d'évaluer la force dynamique maximale atteinte.

Ainsi, l'ouvrage peut paraître surdimensionné pour s'assurer de sa stabilité mécanique pendant et après une sollicitation dynamique d'impact. Compte tenu du coût économique important de ce type de structures de défense passive, l'intérêt d'améliorer et d'optimiser leur dimensionnement semble incontournable. Aujourd'hui, l'accroissement de la puissance de calcul des ordinateurs et les modèles numériques à disposition donnent la possibilité de modéliser des structures de plus en plus complexes sollicitées dans des conditions extrêmes et ainsi répondre à cette demande.

Dans les paragraphes suivants, on présente tout d'abord quelques approches simplifiées qui permettent d'obtenir rapidement les ordres de grandeurs de force et de déformation en fonction, entre autres, des conditions d'impact et du comportement supposé du matériau. Ensuite, un état de l'art des travaux récents menés sur les ouvrages de protection contre les chutes de blocs est donné.

1.2.1 Premières approches

Les premières méthodes de dimensionnement dynamiques destinées à la conception des merlons ont été introduites dès la fin des années 70. Initialement empiriques, les méthodes se sont peu à peu complexifiées en intégrant une description plus fine de la réalité. Les approches présentées sont applicables au cas d'un merlon dont le matériau constitutif s'apparente à un sol. Le bloc, de masse m, impacte perpendiculairement la surface de la structure à la vitesse v_0. Le lecteur pourra se référer aux travaux de thèse de *Montani-Stoffel* (1998) pour une description plus complète des formules de dimensionnement destinées aux matériaux amortissants contre les chutes de blocs.

1.2.1.1 Formule empirique *Kar* (1978)

Cette méthode s'appuie sur des essais en vraie grandeur de pénétration de bombes et de missiles dans des abris de protection enterrés. L'auteur suppose que la pénétration du projectile au sein de la structure est fonction de son diamètre (d en cm), de sa masse (m en kg), de sa vitesse avant impact (v_0 en m/s), de sa forme (N sans unité), des propriétés mécaniques de l'impactant et de la structure. Cette approche empirique conduit à l'expression de la pénétration :

$$z = \frac{27183}{\sqrt{Y}} N \left(\frac{E}{E_s}\right)^{1.25} \frac{m}{d^{2.31}} \left(\frac{v_0}{1000}\right)^{1.25} \tag{1.1}$$

où z s'exprime en cm. Y (en kN/m^2) représente la résistance en compression non confinée du matériau impacté et E son module d'Young. E_s est le module d'Young de la sphère impactant.

Hormis le fait que cette méthode issue d'études balistiques est appliquée au cas de barrières de protection, le principal problème de cette méthode est la caractérisation de E. En effet, comme le font remarquer *Carotti et al.* (2004), l'estimation de E dans le cas de matériaux cohésifs ne pose pas de problème. Par contre, pour des matériaux frottants comme les sols la détermination d'une valeur représentative de E est très difficile, ce qui induit des résultats ayant un grand degré d'incertitude.

1.2.1.2 Méthode des chocs élastiques

Cette méthode s'appuie sur la théorie des contacts de Hertz qui permet de calculer l'état de déformation de deux sphères élastiques en contact. Soient deux sphères en contact de rayons r_1 et r_2 sous une charge statique F. Le rayon de la surface de contact, a, et le déplacement relatif des centres des sphères, α, s'expriment de la manière suivante :

$$a^3 = \frac{3\pi}{4} F(k_1 + k_2) \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \tag{1.2}$$

$$\alpha = \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} a^2 \tag{1.3}$$

$$\text{avec} \quad k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}$$

où E_i et ν_i sont le module d'Young et le coefficient de Poisson de la sphère i ($i \in \{1,2\}$). Il vient l'expression de la force en fonction de α :

$$F = \kappa \, \alpha^{\frac{3}{2}} \tag{1.4}$$

$$\text{avec} \quad \kappa = \left(\frac{16}{9\pi^2 (k_1 + k_2)^2} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Lorsque les deux sphères décrivent un mouvement de translation de l'une vers l'autre, la vitesse de rapprochement peut s'exprimer sous la forme :

$$\frac{d\alpha}{dt} = v_1 + v_2 \tag{1.5}$$

où v_i est la vitesse absolue de la sphère i. D'après le principe fondamental de la dynamique appliqué à chaque particule il vient :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -F \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \tag{1.6}$$

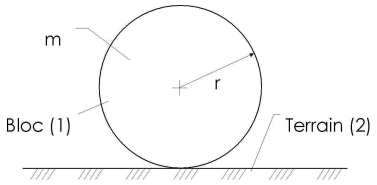
où m_1 et m_2 sont les masses respectives des sphères en contact. Si la durée du choc est très grande par rapport aux vibrations liées à la fréquence propre des sphères (*Goldsmith*, 1960), il est alors possible d'appliquer ces formules quasi-statiques durant le choc. L'équation 1.4 permet de résoudre l'équation différentielle 1.6. Si on considère deux sphères entrant en collision à une vitesse v_0, on obtient la pénétration maximale (vitesse égale à zéro) :

$$\alpha_{max} = \left(\frac{5 v_0^2}{4\kappa} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \right)^{\frac{2}{5}} \tag{1.7}$$

d'où la force dynamique maximale

$$F_{max} = \kappa\, \alpha_{max}^{\frac{3}{2}} = \kappa \left(\frac{5v_0^2}{4\kappa} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \right)^{\frac{3}{5}} \tag{1.8}$$

Lorsque l'on s'intéresse au choc d'une sphére sur un plan (cas des chutes de blocs), *Goldsmith* (1960) fait les hypothèses suivantes :



Pour le bloc

$$m_1 = m \quad r_1 = r \quad E_1 \gg E_2 \quad \text{d'où} \quad k_2 \gg k_1$$

Pour le terrain

$$m_2, r_2 \longrightarrow \infty \quad k_2 + k_1 \approx k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}$$

Le module d'Young du terrain impacté, E_2, est issu de la formule de Boussinesq :

$$M_E = \frac{4E_2}{\pi(1 - \nu_2^2)}$$

où M_E est le module de compressibilité du sol. On a alors

$$M_E = \frac{4}{\pi^2 k_2} \quad et \quad \kappa = \frac{4\sqrt{r}}{3\pi k_2} = \frac{\pi}{3}\sqrt{r}\, M_E$$

Il vient, en remplaçant dans les équations 1.7 et 1.8, l'expression de la pénétration z du bloc au sein du massif :

$$z = \alpha_{max} = \left(\frac{15}{2\pi} \frac{mv_0^2}{2} \frac{1}{\sqrt{r} M_E} \right)^{\frac{2}{5}} \tag{1.9}$$

d'où l'expression finale de la force dynamique maximale atteinte lors du choc

$$F_{max} = \kappa\, z^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi}{3}\sqrt{r}\, M_E \left(\frac{15}{2\pi} \frac{mv_0^2}{2} \frac{1}{\sqrt{r} M_E} \right)^{\frac{2}{5}}$$

ce qui équivaut à

$$F_{max} = 1.765\, M_E^{\frac{2}{5}}\, r^{\frac{1}{5}} \left(\frac{mv_0^2}{2} \right)^{\frac{3}{5}} \tag{1.10}$$

Goldsmith (1960) propose la condition suivante comme condition d'application :

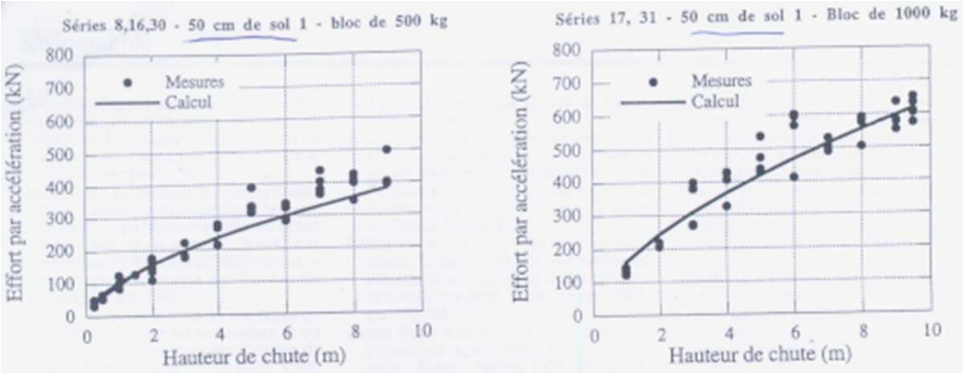


FIG. 1.8 – *Force d'impact maximale subie par l'impactant (deux masses d'impactant : 500 kg et 1000 kg). Mesures expérimentales comparées au modèle des chocs élastiques (Labouise et al., 1994).*

$$\frac{v_0}{c_0} \ll 50$$

où c_0 est la vitesse de propagation des ondes de compression dans le remblai (à laquelle est corrélée l'énergie de dissipation par vibration).

Dans le cadre d'expérimentations de chutes de blocs effectuées par *Labouise et al.* (1994) sur des matelas de matériaux amortissant, ce modèle a été comparé aux résultats obtenus. Bien que le comportement des entités en contact soit supposé élastique, les résultats expérimentaux montrent une bonne concordance avec le modèle analytique des chocs élastiques (Figure 1.8).

1.2.1.3 Modèle élastique parfaitement plastique de Tonello

Le modèle précédent fait l'hypothèse que les corps en contact sont élastiques et ne subissent pas de déformations plastiques. La force dynamique maximale est évaluée en restant dans le domaine élastique du matériau ce qui reste une hypothèse discutable dans le cas de matériaux fortement déformables comme les remblais. *Tonello* (1988) propose une approche pour évaluer la force dynamique maximale atteinte lors d'un impact sur structure en tenant compte du caractère plastique du matériau. Tonello suppose que le matériau absorbant a un comportement élastique parfaitement plastique (Figure 1.9).

La conservation de la quantité de mouvement (QDM) permet de calculer l'énergie cinétique juste après l'entrée en contact avec le matériau (E_c^f). Ce calcul est effectué à partir de l'énergie cinétique (E_c^i) juste avant le contact avec la structure.

$$\text{Energie cinétique avant le contact :} \quad E_c^i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

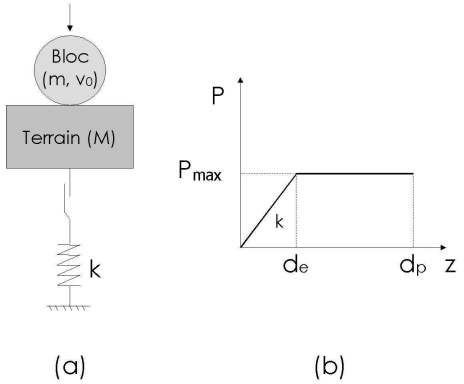


FIG. 1.9 – *(a) Principe du modèle proposé par Tonello (1988), (b) Modèle élastique parfaitement plastique associé à la modélisation de Tonello.*

$$\text{Conservation de la QDM}: \quad mv_0 = (m+M)v_1$$

$$\text{d'où} \quad E_c^f = \frac{1}{2}(m+M)\,v_1^2 = \frac{m}{m+M}\,E_c^i \tag{1.11}$$

où v_0 est la vitesse du bloc avant impact et v_1 la vitesse après le choc. m (resp. M) est la masse du bloc (resp. la masse de l'élément de structure). *Tonello* suppose également que la variation d'énergie cinétique ($\Delta E_c = E_c^f - \frac{1}{2}\,m\,0^2 = E_c^f$) est égale au travail de déformation subit par le matériau (W_d) qui s'exprime sous la forme :

$$W_d = F_{max}(d_p - \frac{d_e}{2}) \tag{1.12}$$

où d_e (resp. d_p) est la déformation élastique (resp. plastique) et F_{max} la force dynamique maximale. L'égalisation de E_c^f avec W_d donne l'expression de F_{max} :

$$F_{max}(d_p - \frac{d_e}{2}) = \frac{m}{(m+M)}\frac{mv_0^2}{2} \tag{1.13}$$

1.2.2 Raffinement des approches

Les hypothèses simplificatrices mènent, d'une part à une dispersion des résultats finaux pour un cas d'étude donné (*Montani-Stoffel*, 1998) et d'autre part à l'occultation de phénomènes complexes se produisant au sein des structures étudiées. Ceci conduit à se poser la question de la représentativité de ces modèles simplifiés. Le recours à l'expérience et à la modélisation numérique est déterminant pour une meilleure compréhension phénoménologique.

1.2.2.1 Généralitées

D'un point de vue expérimental, des démarches ont vu le jour visant à élargir le champ de compréhension du comportement des structures de protection sous impact. Dans le cas des casquettes de protection contre les éboulements rocheux, les travaux de *Labouise et al.* (1994), *Descoeudres* (1997) et de *Ikeda et al.* (1999) ont contribué à l'accroissement des connaissances dans ce domaine en s'intéressant à la caractérisation mécanique de couches de matériaux absorbants. Les essais consistaient à larguer une masse sur une dalle de béton surmontée d'une ou plusieurs couches de matériau. Les résultats obtenus ont permis une meilleure évaluation de la force maximale d'impact et des capacités d'absorption d'énergie de différents matériaux. Dans la même optique, les travaux expérimentaux de *Delhomme* (2005) ont fait l'objet de la validation d'une nouvelle technologie de pare-bloc structurellement dissipant proposée par *Tonello* (2001). Ce dernier propose de construire des casquettes de protection sans la couverture de matériaux amortissant en partie supérieure. Cette solution alternative permet de réduire les difficultés liées à la mise en place de ce type de technologie dans des zones escarpées. En effet, le surpoids généré par la couche amortissante demande que les fondations soient dimensionnées en conséquence ce qui peut être difficile sur le site d'implantation. Son principe consiste à supprimer la couche de matériau amortissant et de dissiper l'énergie d'impact par mise en mouvement, déformation et fissuration de la dalle. *Berthet-Rambaud* (2004) a réalisé la modélisation numérique de cette structure à l'aide d'un modèle *éléments finis*[2] en trois dimensions (code ABAQUS Explicit non-linéaire). L'apport scientifique se situe au niveau de la compréhension des phénomènes d'endommagement que subit la structure durant et après l'impact, domaine d'étude difficile à explorer *via* l'expérimentation. L'analyse numérique a permis de connaître le degré d'endommagement spatial de la structure après un et/ou plusieurs impacts localisés à différents endroits. De précieuses informations ont ainsi été apportées sur les capacités de résistance de la structure. Les résultats obtenus démontrent l'intérêt de l'approche numérique pour l'étude de ces phénomènes.

Les approches numériques de modélisation actuelles, qu'elles décrivent le milieu de manière discrète ou continue, sont omniprésentes pour l'analyse des problèmes complexes. L'expérimentation numérique permet d'accéder à des grandeurs difficiles voire impossible à mesurer physiquement. De plus, une fois le modèle calibré, les campagnes de simulations numériques sont aisées à mettre en place et des gammes plus larges de valeurs peuvent être explorées.

Par exemple, dans la continuité des travaux de *Labouise et al.* (1994), *Montani et al.* (1997) ont apporté de précieuses informations pour le dimensionnement des casquettes de protection surmontées d'un matériau amortissant grâce à une modélisation éléments finis de la structure dans un cadre bidimensionnel. Le comportement du milieu est décrit à partir du critère de rupture de Mohr-Coulomb et une courbe de compaction reliant la

2. Méthode numérique décrivant le milieu de manière continue.

pression hydrostatique à la densité du milieu. Le sol est caractérisé par les paramètres macroscopiques M_E (Module de compressibilité) et ϕ (angle de frottement apparent). L'influence de la vitesse, de la taille et de la masse de l'impactant sur la réponse du matériau a été explorée de manière systématique. Grâce à ces études paramétriques, la construction d'abaques d'aide à la conception a été réalisée permettant ainsi de prendre en compte le comportement réel d'une structure particulière. L'analyse dimensionnelle, s'appuyant sur les résultats des expérimentations numériques, a permis de construire les formules de dimensionnement suivantes :

$$\frac{F_{max}}{R^2\, M_E\, tan\phi} = 1.25 \left(\frac{e}{R}\right)^{-0.3} \left(\frac{m\, v_0^2}{R^3\, M_E\, tan\phi}\right)^{0.6} \tag{1.14}$$

$$\frac{d}{e} = 0.8 \left(\frac{e}{R}\right)^{-0.7} \left(\frac{m\, v_0^2}{R^3\, M_E\, tan\phi}\right)^{0.4} \tag{1.15}$$

où F_{max} représente la force maximale d'impact sur la casquette, e l'épaisseur de la couche de matériau amortissant, m la masse du bloc, v_0 la vitesse à l'impact et R le rayon de la surface projetée du bloc sur la couche de sol. Une approche numérique aux *éléments distincts* [3] a également été utilisée pour la simulation de cette structure (*Calvetti*, 1998). En s'appuyant sur un événement représentatif, l'auteur propose la formule de dimensionnement suivante pour évaluer F_{max} :

$$F_{max} = \left(F_{max}\right)_0 \left(\frac{e}{e_0}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{0.68} \tag{1.16}$$

où E est l'énergie d'impact. Les grandeurs indicées par un 0 sont associées à un impact de référence où toutes les données sont connues ($(F_{max})_0$ = 800 kN, E_0 = 48 kJ, e_0 = 0.5 m).

1.2.2.2 Cas des merlons

A notre connaissance, les premières études dédiées à la caractérisation mécanique de merlon ont été réalisées dans le cadre d'un programme de construction de route aux Etats Unis (*Burroughs et al.*, 1993). Des expérimentations grandeur nature ont été menées sur des structures composées d'un sol renforcé par géotextile confiné par une armature de bois (Figure 1.3 page 8). Les résultats expérimentaux obtenus ont permis de mieux comprendre le comportement de la structure sous impact et de calibrer une modélisation par éléments finis. Le modèle numérique utilisé était assez sommaire puisque le comportement de la structure était supposé élastique linéaire isotrope et le chargement était appliqué de manière quasi-statique au point d'impact. *Hearn et al.* (1995b) ont proposés une modélisation alternative s'appuyant sur une approche discrète permettant de traiter le problème en considérant l'aspect dynamique du choc. Le merlon est modélisé grâce à

3. Méthode numérique décrivant le milieu de manière discontinue.

un ensemble de prismes qui interagissent entre eux *via* des forces de contact normales et de frottement. La courbe de déformation permanente de la structure après impact en fonction de l'énergie d'impact a été comparée aux résultats des simulations. Bien que la modélisation soit relativement simple, les données expérimentales sont de même ordre de grandeur. Les auteurs rappellent cependant que des développements complémentaires sont nécessaires pour évaluer la robustesse du modèle dans d'autres cas de figure.

En France, le LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées) a également contribué à l'amélioration des méthodes de dimensionnement des merlons pare bloc. En l'absence d'une méthode de calcul éprouvée, une modélisation physique sur modèle réduit a été conduite au moyen d'une centrifugeuse par *Lepert et Corté* (1988). Grâce à des études trajectographiques, l'énergie d'impact de projet a pu être évaluée à 200000 kJ. L'ouvrage a été reproduit à l'échelle 1/100 et les expérimentations ont été menées sous une gravité artificielle de 100g. Ceci signifie que les énergies d'impact étaient réduites dans un rapport du millionième (*Corte et al.*, 1989). Les essais ont finalement montré que le merlon devait être capable d'absorber l'énergie des blocs rocheux dont la chute avait été envisagée et ont permis de valider le prédimensionnement du merlon d'Aigueblanche (Figure 1.4 page 8).

Plus récemment, des expérimentations à l'échelle 1 ont été entreprises sur des remblais renforcés par géogrilles (*Peila et al.*, 2000). *Peila et al.* (2002) ont modélisé ces structures (Figure 1.6 page 9) par une approche continue de type éléments finis. Le sol et les nappes de renfort sont chacunes prises en compte par le modèle numérique. Le comportement du sol est supposé élasto-plastique avec le critère de limite élastique de *Drücker-Prager* et les géogrilles ont un comportement purement élastique. La résolution du problème est réalisée par un schéma d'intégration en temps explicite adapté pour traiter les phénomènes dynamiques transitoires. Malgré la finesse du modèle utilisé, les auteurs soulignent que tous les phénomènes physiques observés ne sont pas complètement reproduits par le modèle numérique, en particulier la fracturation du massif de sol. Les résultats fournissent surtout une aide à l'interprétation des phénomènes se produisant durant l'impact.

Le même ouvrage a également été modélisé par une approche aux éléments distincts (*Plassiard et al.*, 2004). Le sol et les inclusions sont composés d'un ensemble de particules sphériques qui interagissent de manière à reproduire le comportement de chaque matériau d'un point de vue macroscopique. Les premiers résultats sont encourageants puisque l'ordre de grandeur de la pénétration du bloc d'impact dans la structure est similaire aux résultats expérimentaux. Cependant, cette approche souffre encore de la relative jeunesse des méthodes numériques discrètes, le point clef de la méthode étant la calibration des paramètres du modèle numérique. Reproduire finement le comportement d'un ouvrage géocomposite sous sollicitation dynamique par une méthode numérique discrète reste encore un problème ouvert.

1.2.2.3 Conclusion

Les matériaux[4] utilisés pour la construction des merlons varient selon la technologie choisie ce qui ne facilite pas leur modélisation. A l'heure actuelle, les moyens mis à la disposition de l'ingénieur permettent une analyse relativement poussée du comportement des merlons aussi bien *via* la modélisation que *via* l'expérimentation. Des informations sur la rhéologie du matériau constitutif de la structure, sur la fracturation, sur l'effet de l'inertie, sur l'endommagement peuvent être tirées de ces études d'ingénierie de pointe. Ces précieux renseignements pourront ainsi guider l'ingénieur vers l'amélioration des méthodes simplifiées de conception existantes grâce à une meilleure compréhension phénoménologique. Le travail de thèse entrepris s'inscrit dans cette logique et s'intéresse au type particulier des merlons de protection à constitution composite cellulaire.

1.2.3 Merlon composite cellulaire

Dans le domaine du génie civil, les gabions sont utilisés dans de nombreuses applications. Ils peuvent être employés pour la protection de berges de rivière contre l'érosion, pour la construction de murs de soutènement, pour l'habillage paysagé (Figure 1.10). Les cellules constitutives des ouvrages sont apparentées à des matériaux composites. Une cellule est un assemblage de deux systèmes : un matériau de remplissage généralement granulaire et une enveloppe grillagée (Figure 1.10). Pour des constructions de géotechnique classique, les cellules sont parallélépipédiques et ont des dimensions de l'ordre du mètre. Les matériaux utilisés pour leur remplissage doivent répondre aux exigences de la norme française sur les gabions (*NFP94-325-1*, 2004).

La conception et le dimensionnement de merlons composites cellulaires constituent une technique et une approche innovantes. Les cellules de l'ouvrage pourrons être remplies d'un ou plusieurs types de géomatériaux de remplissage (Figure 1.11). De profil linéaire, ils s'adaptent très bien à la configuration topographique des sites d'implantation. L'aspect minéral du parement facilite l'intégration dans le paysage. Les matériaux utilisés peuvent être de différentes natures. Du sable ou des pierres peuvent être employés. Ces ouvrages sont aussi un moyen permettant la valorisation de déchets comme les pneus. L'utilisation de pneus déchiquetés conférera à la structure des propriétés visco-élastiques qui peuvent s'avérer intéressantes pour préserver l'intégrité de l'ouvrage. L'association de ces matériaux devra conduire à l'optimisation de la capacité de dissipation d'énergie de la structure lors d'impacts.

La grande potentialité de déformation de l'ouvrage participe en grande partie à sa capacité dissipative d'énergie. De plus, cette souplesse évite de générer des concentrations de contraintes préjudiciables au sein de la structure. En outre, un aspect essentiel en termes de maintenance, est la réparation aisée de la structure après impact. D'un point

4. Sable, béton, graviers, géosynthétiques, remblai, pneus...

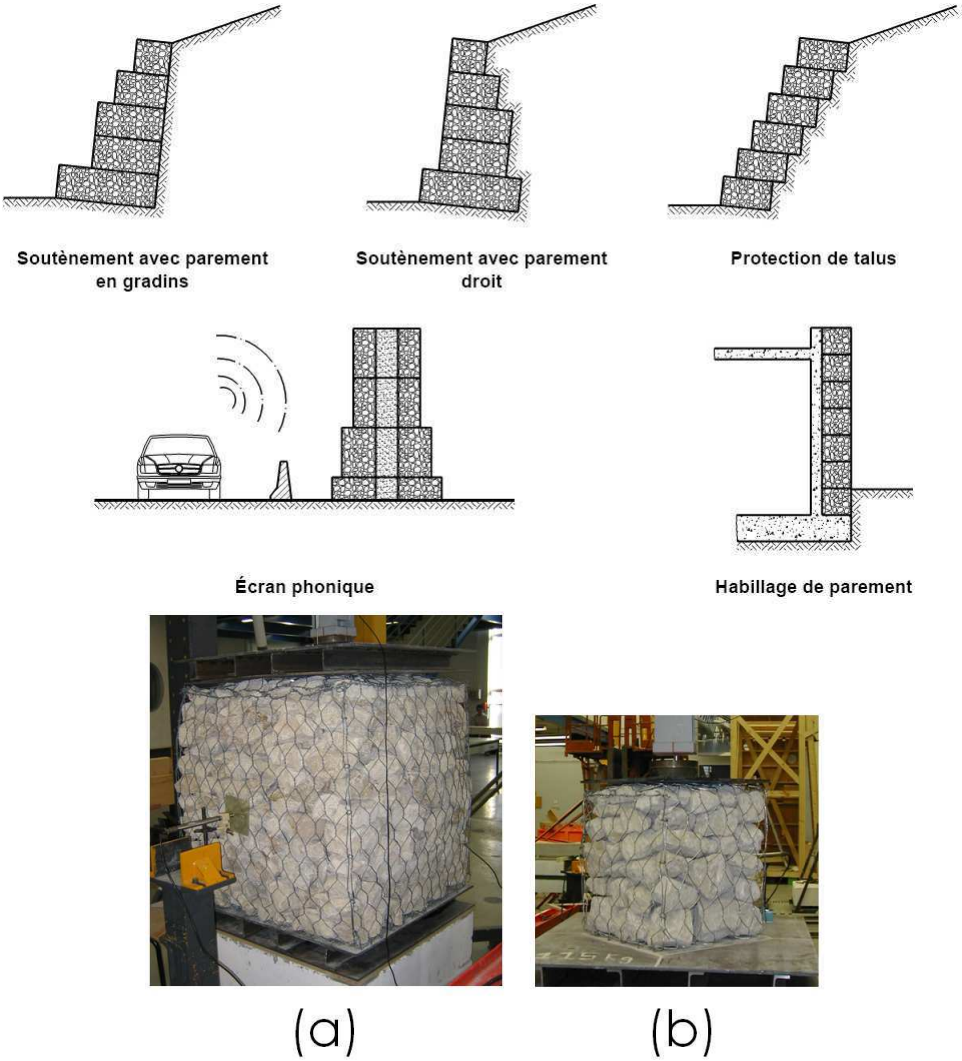


FIG. 1.10 – *En haut : Exemples d'ouvrages construits en gabions. En bas : Cellules réelles de tailles différentes remplies d'un matériau granulaire.*

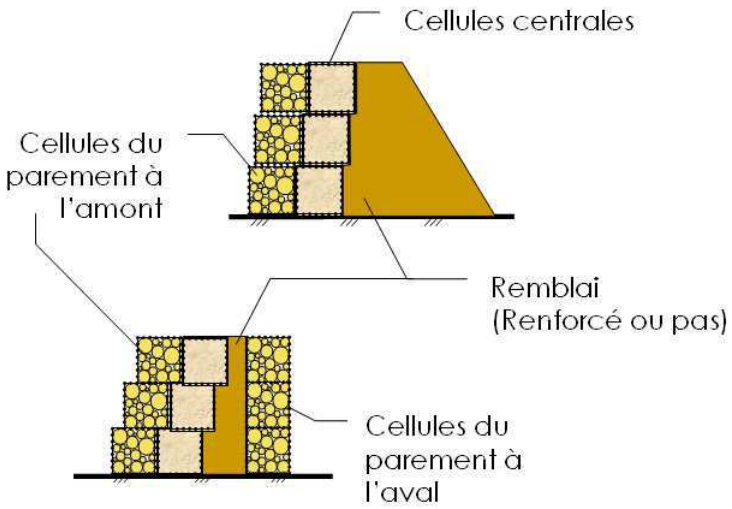


FIG. 1.11 – *Merlon composite cellulaire (France Maccaferri).*

de vue efficacité fonctionnelle, la possibilité de construire des parements verticaux permet de minimiser la probabilité de rebond et de lob de la structure.

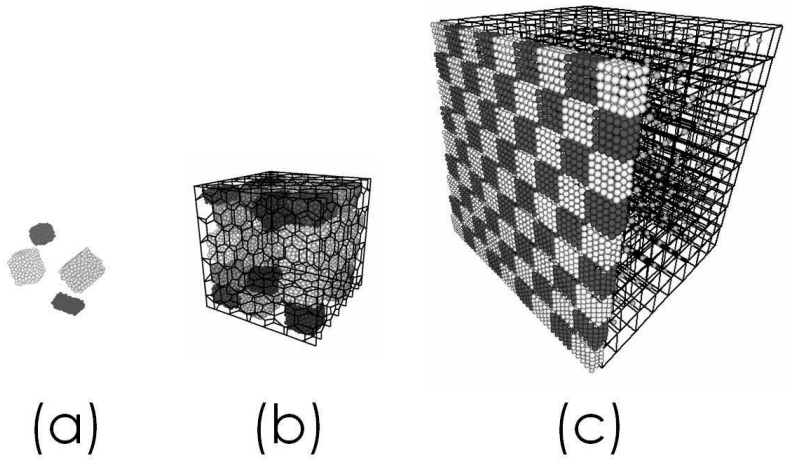


FIG. 1.12 – *Représentation des échelles d'étude. (a) échelle de l'élément de remplissage, (b) échelle de la cellule et (c) échelle de l'ouvrage.*

Le comportement sous sollicitation dynamique de ces structures cellulaires reste aujourd'hui inconnu. Pour comprendre et analyser les différents phénomènes mis en jeu au sein de l'ouvrage lorsque celui-ci est soumis à un impact, une approche de modélisation de type *multi-échelles* a été retenue. Le principe de cette approche est d'étudier de manière fine le comportement mécanique de la structure à une échelle locale, typiquement l'échelle de la cellule, puis de tirer profit des résultats obtenus à cette échelle pour

modéliser l'ouvrage complet.

La figure 1.12 représente les échelles identifiées au sein d'une structure cellulaire. Le matériau de remplissage considéré dans ce travail est un assemblage de pierres[5] de formes anguleuses. La cellule est remplie avec ce matériau granulaire. Le grillage constitutif de la cellule remplie avec ce matériau granulaire est à maille hexagonale double torsion.

La première étape du travail consiste à choisir une méthode numérique adaptée pour la modélisation de tous les composants de la structure sous des chargements aussi bien quasi-statique que dynamique. C'est l'objet du paragraphe suivant.

1.3 Modélisation numérique discrète

Tout système mécanique auquel s'intéresse le scientifique peut être décrit par un modèle physique qui se traduit souvent par une équation différentielle, une équation intégrale ou une équation aux dérivées partielles. Ces dernières relient entre elles les grandeurs intervenant dans le système étudié. La résolution analytique d'un problème différentiel signifie l'obtention des valeurs des inconnues[6] du système en fonction d'une ou plusieurs variables[7] pouvant prendre une infinité de valeurs possibles (*Euvrard*, 1994). Cependant, les solutions analytiques sont rares. Elles sont en général associées à des cas d'études simples et/ou a des géométries particulières.

Dans le cas où la résolution analytique n'est pas possible, le recours au calcul numérique est nécessaire. La résolution numérique du problème consiste à approximer la solution continue grâce au *découpage* spatial et temporel des équations. C'est l'étape de *discrétisation*. Les différentes techniques de discrétisation (volumes finis, éléments finis, différences finies) sont plus ou moins adaptées en fonction de la nature[8] de l'objet étudié.

En mécanique des sols, l'utilisation de la méthode aux éléments finis est largement répandue. Elle s'adapte très bien à un grand nombre de problèmes du génie civil. La pertinence de la solution est toutefois liée à la description du comportement du matériau considéré *via* sa loi de comportement. Cette approche est adaptée lorsque le matériau est assimilable à un milieu continu. Cependant, dans le cas de sollicitations extrêmes, par exemple de type impact, le maillage continue de la matière par éléments finis rend difficile le traitement de la fissuration et de la fragmentation du milieu (*Dragon et al.*, 2000). De plus, comme le souligne *Saussine* (2004), dans le cas de modélisations par éléments finis des milieux granulaires grossiers tels que les ballasts de chemin de fer, on peut s'interroger sur la représentativité d'un modèle macroscopique équivalent du milieu granulaire dont la taille de l'élément est équivalente ou supérieure à celle de l'élément fini du maillage. En outre, la simulation numérique des grandes déformations est également difficile et ne

5. Concassé de carrière de type calcaire Urgonien.
6. Par exemple, le champ des vitesses, des déplacements...
7. Par exemple, le temps ou l'espace.
8. Fluide, solide ou granulaire.

permet pas toujours de simuler dans de bonnes conditions les processus observés expérimentalement. Les déformations importantes imposent au maillage de fortes distorsions qui ont pour effet d'altérer la précision du schéma numérique. La solution consiste à utiliser des procédures de remaillage mais qui s'avèrent délicates et sophistiquées (*Dragon et al.*, 2000).

Contrairement à l'approche éléments finis, la modélisation par *éléments distincts (ou discrets*[9]), qui s'appuie sur une technique de discrétisation temporelle par différences finies, a la particularité de traiter le milieu étudié comme un assemblage de corps discrets. La principale différence entre les approches discrète et continue se situe au niveau des paramètres qui pilotent le modèle. L'approche continue décrit le milieu d'un point de vue macroscopique contrairement à l'approche discrète qui fait appel à une description à l'échelle microscopique[10]. Le modèle numérique discret ne demande pas la connaissance de la loi de comportement macroscopique du matériau. Les déplacements et les rotations des éléments sont calculés à chaque pas de temps grâce au principe fondamental de la dynamique et interagissent par l'intermédiaire de modèles de contact (*Cundall et Hart*, 1992). Les éléments discrets se comportent indépendamment comme des corps rigides possédants un nombre fini de degrés de liberté. A l'échelle de l'assemblage de grains, la simulation de grands déplacements et la prise en compte de la fracturation du milieu se font de manière naturelle.

La nature discontinue des ouvrages étudiés ici a bien entendu orienté le choix de la modélisation numérique vers une approche éléments distincts. Les cellules composant la structure sont remplies d'un matériau granulaire entouré d'une enveloppe de grillage dont la forme des éléments est quelconque. Ces deux systèmes mécaniques ont été modélisés sous le même environnement de calcul. Pour chacun d'entre eux, une approche discrète particulière a été développée. Mais avant d'exposer en détail leur modélisation, objet des chapitres qui suivent, quelques généralités sur les méthodes discrètes sont présentées dans les paragraphes suivants.

1.3.1 Les méthodes discrètes de modélisation

Aujourd'hui, les méthodes numériques discrètes sont largement utilisées pour la modélisation des milieux granulaires. Ces méthodes peuvent être classées dans deux grandes familles : Les méthodes dites *Non Smooth DEM* et les méthodes dites *Smooth DEM*. Une classification détaillée de ces types de méthodes a été faite, entre autres, par *Bardet* (1998) et par *Cambou et Jean* (2001). La différence majeure entre ces méthodes réside dans le traitement des interactions de contact entre éléments.

Les méthodes *Non Smooth DEM* traitent le contact par l'intermédiaire de lois d'interaction non régulières. On décrit l'interaction *via* des lois de choc, c'est à dire des

9. ou Discrete Element Method (DEM) en Anglais.
10. On entend par microscopique l'échelle de l'élément distinct.

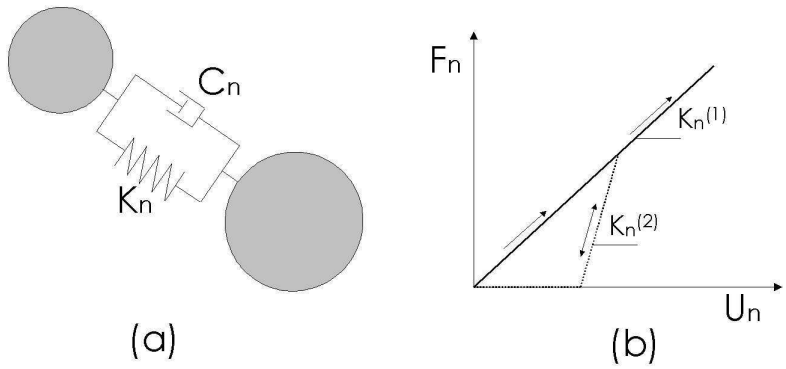


FIG. 1.13 – *Exemples de modèles d'interaction. (a) Modèle rhéologique de Kelvin - Voigt qui couple une raideur avec un amortissement visqueux. La relation Force - Interpénétration est du type* $F_n = K_n \Delta U + C_n V_n$. *(b) Modèle de Walton et Braun (1986) considérant une évolution de la raideur fonction des cycles de chargement et déchargement.* F_n *est la force de contact,* K_n *la raideur de contact,* U_n *l'interpénétration au contact,* C_n *le coefficient d'amortissement visqueux et* V_n *la vitesse relative entre les deux éléments.*

lois qui traduisent la discontinuité instantanée des vitesses lors de l'impact (percussion). On citera pour l'exemple la méthode NSCD (Non Soomth Contact Dynamics) ou méthode dite de *Dynamique des contacts*. Cette méthode a été proposée par *Jean et Moreau* (1992). L'approche suppose que les grains sont totalement indéformables et introduit la notion d'unilatéralité. Cette dernière traduit l'impénétrabilité des éléments entre eux. Le caractère non régulier des lois d'interaction (condition de Signorini), exige une résolution implicite de l'équation de la dynamique et des relations entre grains. Le lecteur pourra se référer à *Jean* (1999) pour une description complète de cette méthode discrète.

Dans le cas des méthodes *Smooth DEM*, l'interaction entre grains est décrite par des fonctions régulières c'est à dire continues et suffisament dérivables. La philosophie adoptée par cette approche est basée sur l'autorisation d'*interpénétration* des éléments. A l'échelle du grain, l'interpénétration traduit le fait que les surfaces de contact sont susceptibles de subir des déformations élastiques, voire plastiques, conduisant à des modifications de la géométrie des éléments. *Cundall et Strack* (1979) ont développé la méthode dite *méthode des éléments distincts* (MED), une des méthodes *Smooth DEM* les plus utilisées actuellement dans le domaine du génie civil. Des paramètres de contact sont introduits pour construire les modèles d'interaction entre grains permettant de décrire l'intensité de la force de contact en fonction de l'interpénétration. Un des modèles les plus simples est le modèle élastique dans la direction normale et élastique parfaitement plastique dans la direction tangentielle de contact. Cependant, les modèles rhéologiques d'interaction sont nombreux. On citera par exemple le modèle *Visco-élastique* dit de *Kelvin-Voigt* ou à hystérésis de *Walton et Braun* (1986) (Fig. 1.13). La régularité des modèles d'interaction permet une résolution explicite de l'équation de la dynamique.

1.3.2 Méthode aux éléments distincts de *Cundall et Strack* (1979)

Lorsque l'on s'intéresse à la modélisation d'un système granulaire, *Cundall et Hart* (1992) recommandent avant toutes choses de faire le choix du traitement des contacts sur des considérations physiques. A titre d'illustration, la méthode NSCD est particulièrement pertinente pour la modélisation d'un assemblage de grains supposés indéformables et soumit à de faibles contraintes. Cette méthode, qui suppose une raideur infinie au contact (condition d'unilatéralité), sera en revanche inadaptée pour l'étude de propagation d'ondes dans les milieux granulaires. En effet, il est nécessaire de prendre en compte la raideur de contact, donc l'élasticité des grains, pour que la vitesse de propagation des ondes puisse être en accord avec les données expérimentales. L'impénétrabilité réduit le champ d'application de la méthode en particulier lorsque les modèles d'interaction ne peuvent être seulement modélisés par cette condition.

On recense un nombre important de travaux portant sur l'étude des milieux granulaires utilisant la MED. Ces travaux montrent que cette méthode est adaptée pour l'analyse de la réponse aussi bien quasi-statique (*Bathurst et Rothenburg*, 1992) (*Chareyre et al.*, 2002) que dynamique des matériaux (*Camborde et al.*, 2000) (*Tanaka et al.*, 2002). Au regard de ces considérations, le choix a été fait d'utiliser la MED sous l'environnement de calcul *PFC - Particle Flow Code* pour effectuer l'ensemble des études numériques en trois dimensions.

1.3.2.1 Principe du calcul

Le calcul de l'évolution dynamique de l'assemblage de grains se fait à chaque pas de temps par l'application alternative du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) et de l'actualisation des forces de contact appliquées sur chaque particule (Fig. 1.14). Considérons une particule, p, au sein d'une assemblée de grains. A l'instant t, cette particule est soumise à un système de forces dû aux particules qui sont en interaction avec elle. Grâce au principe fondamental de la dynamique, on a :

$$\sum \vec{F}(\bar{p} \rightarrow p) = m\ddot{\vec{x}}_G \tag{1.17}$$

$$\sum \vec{M}_G(\bar{p} \rightarrow p) = \frac{d}{dt}\Big[\mathbb{I}_G(p)\vec{\Omega}(p)\Big] \tag{1.18}$$

où $\vec{F}(\bar{p} \rightarrow p)$ est la somme des forces appliquées à p dues aux particules en interaction avec elle, G est le centre de gravité de la particule. m est la masse de la particule, $\vec{\Omega}(p)$ sa vitesse angulaire, $\ddot{\vec{x}}_G$ son accélération et $\mathbb{I}_G(p)$ sa matrice d'inertie exprimée en G. Dans le cas particulier d'éléments sphériques, l'expression de la matrice d'inertie devient :

$$\mathbb{I}_G(p) = \frac{2}{5}mR^2\mathbf{I} \tag{1.19}$$

FIG. 1.14 – *Cycle de calcul pour une approche MED.*

où **I** est la matrice identité et R le rayon de la particule sphérique. Les équations qui suivent sont valables pour des éléments sphériques.

Le calcul des nouvelles positions des particules est réalisé par l'intégration des équations 1.17 et 1.18, à l'aide d'un schéma aux différences finies centré sur un pas de temps Δt. Le calcul des accélérations des particules est réalisé de la manière suivante :

$$\ddot{\vec{x}}_G(t) = \frac{1}{\Delta t}\Big(\dot{\vec{x}}_G(t+\Delta t/2) - \dot{\vec{x}}_G(t-\Delta t/2)\Big) \tag{1.20}$$

$$\dot{\vec{\Omega}}_G(t) = \frac{1}{\Delta t}\Big(\vec{\Omega}_G(t+\Delta t/2) - \vec{\Omega}_G(t-\Delta t/2)\Big) \tag{1.21}$$

Ensuite, le calcul des vitesses au temps $t+\Delta t$ est effectué en substituant ces expressions dans les équations 1.17 et 1.18 :

$$\dot{\vec{x}}_G(t+\Delta t/2) = \dot{\vec{x}}_G(t-\Delta t/2) + \left[\frac{\sum \vec{F}(\bar{p}\to p)}{m}\right]_t \Delta t \tag{1.22}$$

$$\vec{\Omega}_G(t+\Delta t/2) = \vec{\Omega}_G(t-\Delta t/2) + \left[\frac{\sum \vec{M}_G(\bar{p}\to p)}{\frac{2}{5}mR^2}\right]_t \Delta t \tag{1.23}$$

Pour finir, les vitesses des particules sont utilisées pour déterminer les nouvelles positions des centres des particules :

$$\vec{x}_G(t+\Delta t) = \vec{x}_G(t) + \dot{\vec{x}}_G(t+\Delta t/2)\Delta t \tag{1.24}$$

L'actualisation des positions des particules au pas de temps suivant donne alors un nouvel état mécanique. La détermination du réseau de force est fait par l'intermédiaire des modèles d'interaction.

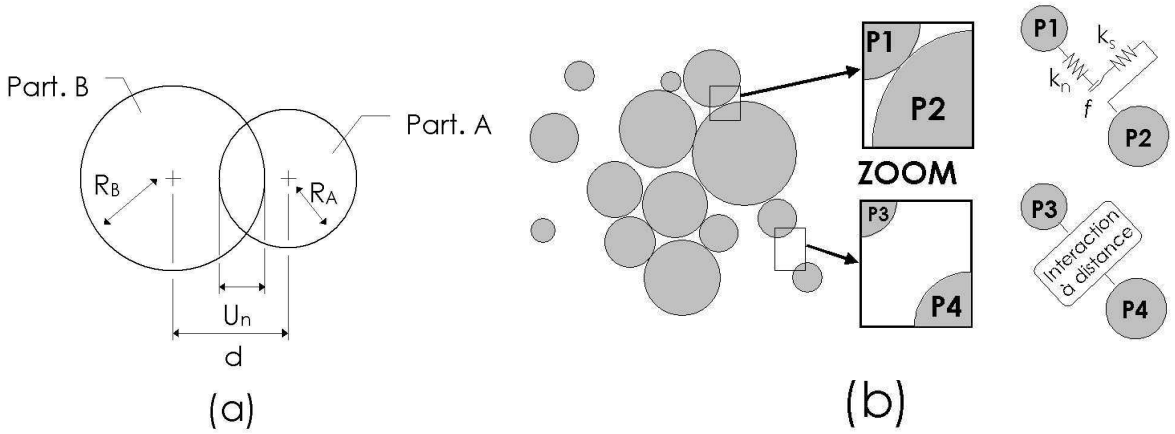


FIG. 1.15 – *(a) Schéma de principe de l'interaction de contact entre deux particules. U_n est l'interpénétration entre les particules. (b) Des modèles d'interaction à distance peuvent être également considérés en plus des modèles de contact.*

1.3.2.2 Modèles d'interaction

Le comportement macroscopique de l'assemblage de grains simulé est directement relié aux modèles d'interaction implémentés. Ceux ci permettent de décrire l'évolution de la force d'interaction d'un élément sur un autre (Figure 1.15). Les paramètres des modèles d'interaction sont dénommés *microparamètres*. Le choix des modèles d'interaction est fait en fonction de la nature rhéologique du système mécanique à étudier. On décrit ici les modèles qui ont été utilisés dans la suite de l'étude. Comme il a déjà été mentionné, la MED autorise une légère interpénétration des grains entre eux. L'interpénétration est utilisée pour calculer les forces normale et tangentielle s'exerçant au contact *via* les raideurs de contact normale et tangentielle. Il est possible de prendre en compte le frottement Coulombien et également de simuler des liens de nature cohésive entre les éléments.

Raideur de contact : Dans le cadre linéaire[11] les forces normale et tangentielle, F_n et F_s, sont définies comme suit :

$$F_n = K_n U_n \quad \text{avec} \quad K_n = \frac{k_n^{[A]} k_n^{[B]}}{k_n^{[A]} + k_n^{[B]}} \tag{1.25}$$

$$\Delta F_s = k_s \Delta U_s \quad \text{avec} \quad k_s = \frac{k_s^{[A]} k_s^{[B]}}{k_s^{[A]} + k_s^{[B]}} \tag{1.26}$$

11. Pour mémoire, dans le cadre de la théorie de Hertz qui sort du cadre linéaire, les expressions de la raideur normale et tangentielle peuvent être calculées à partir des caractéristiques intrinsèques du matériau constitutif des grains (Module d'Young, module de cisaillement et coefficient de Poisson). Cette approche est particulièrement bien adaptée pour l'étude de la propagation d'ondes au sein d'une assemblée de sphères parfaitement élastiques.

où U_n est l'interpénétration au contact, ΔU_s l'incrément de déplacement tangent à la surface de contact, ΔF_s, l'incrément de force tangentielle associé et $k^{[i]}_{n(ou\,s)}$ la raideur normale (ou tangente) de l'élément i.

Frottement : Le frottement entre deux éléments est décrit de manière à limiter la valeur atteinte par la force tangentielle de contact suivant le critère de Coulomb (Figure 1.16). Une nouvelle condition sur la force de frottement est ajoutée à l'égalité 1.26. Le calcul incrémental de la force tangentielle est alors gouverné par

$$|F_s| \leq \mu F_n \tag{1.27}$$

où μ représente le coefficient de frottement au sens de Coulomb associé à l'angle du cône de frottement, ϕ, par $\mu = tan(\phi)$.

Cohésion de contact : Le modèle cohésif utilisé décrit le comportement constitutif d'un point de colle liant les éléments (Figure 1.17). Ce modèle cohésif peut transmettre à la fois des forces (traction/compression) et également des moments (flexion/torsion). Ces forces et moments sont reliés, *via* la théorie des poutres, aux contraintes maximales normale et tangentielle qui se développent au sein du matériau de collage. La caractérisation de ce modèle est faite par introduction de cinq nouveaux paramètres qui s'ajoutent aux paramètres des précédents modèles : les raideurs de contact de cohésion, $\bar{k}_n$ et $\bar{k}_s$, les contraintes normale et tangentielle maximales admissibles par le matériau cohésif $\bar{\sigma}_n$ et $\bar{\sigma}_s$, et le rayon de collage $\bar{R}$. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage *Theory and Background - Itasca* (2003b) pour une description précise du formalisme mathématique des contraintes admissibles. Durant une simulation, dés lors qu'une condition de rupture est atteinte, le lien cohésif est perdu. Les interactions avec les autres grains sont alors gérées avec les modèles linéaires et de frottement décrit plus haut.

1.3.2.3 Amortissement non-visqueux

Compte tenu de la nature élastique des interactions entre grains, la perte d'énergie ne peut se faire que par frottement[12]. L'obtention d'un équilibre mécanique est donc compromise sauf si un amortissement numérique est introduit, son rôle étant d'atténuer les oscillations dans l'assemblage. Il existe un certain nombre de formes d'amortissements. On se référera à *Cundall* (1989) et *Cambou et Jean* (2001) qui rendent compte d'une classification des différentes sortes d'amortissement existants.

12. Ceci implique que le modèle d'interaction par frottement soit actif, sinon l'énergie ne peut être dissipée.

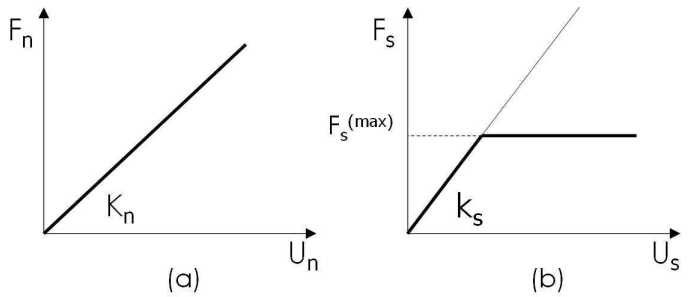


FIG. 1.16 – *Modèle de contact linéaire avec ou sans frottement. (a) Evolution de la force normale en fonction de l'interpénétration, (b) Evolution de la force tangentielle en fonction du déplacement tangentiel.*

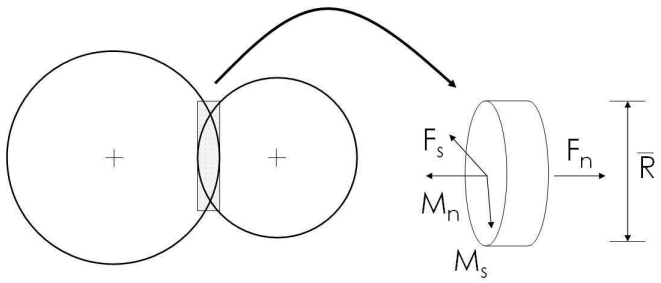


FIG. 1.17 – *Modèle de contact cohésif. F_n et F_s (resp. M_n et M_s) sont les forces (resp. moments) normale et tangentielle au contact.*

Ici, l'amortissement utilisé agit de manière locale en atténuant, à chaque pas de temps, les accélérations des particules. Lors du cycle de calcul, une force d'amortissement, $\vec{F}_d$, est ajoutée au bilan des forces (Equation 1.17). On a alors l'expression suivante :

$$\sum \vec{F}(\bar{p} \rightarrow p) + \vec{F}_d = m\ddot{\vec{x}}_G \tag{1.28}$$

$$\text{avec} \quad F_d^{(i)} = -\alpha \mid \sum F(\bar{p} \rightarrow p)^{(i)} \mid sgn(\dot{x}_G^{(i)}) \quad \text{où} \quad sgn(\dot{x}_G^{(i)}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \dot{x}_G^{(i)} > 0 \\ -1 & \text{si } \dot{x}_G^{(i)} < 0 \\ 0 & \text{si } \dot{x}_G^{(i)} = 0 \end{cases}$$

où $X^{(i)}$ désigne la i^{eme} composante associée au vecteur $\vec{X}$. On applique le même amortissement sur l'équation des moments des forces (Equation 1.18). Cet amortissement dit *non visqueux*, par opposition au modèle d'amortissement visqueux qui agit sur la vitesse relative des éléments (Modèle de *Kelvin - Voigt*), ne représente pas une grandeur physique du système. On notera que l'amortissement non visqueux doit être utilisé avec précaution[13]. En règles générales, il est utile de faire appel à cet artifice de calcul pour deux raisons. Tout d'abord, ce type d'amortissement est introduit pour assurer la stabilité numérique du schéma d'intégration, et d'autre part, lorsque l'origine de la dissipation d'énergie au sein du système n'est pas entièrement représentée par les frottements interparticulaires.

α est adimensionnel et est compris entre 0 et 1. Cet amortissement a deux principaux atouts. D'une part, seules les accélérations des particules sont atténuées ce qui évite des forces d'amortissement en régime permanent. D'autre part, il est indépendant de la fréquence des mouvements des éléments ce qui signifie que des zones de fréquences propres différentes seront amorties de même manière. Dans des conditions quasi-statiques, la valeur recommandée par Cundall est $\alpha = 0.7$. Dans des conditions dynamiques, l'amortissement devra être pris très faible pour éviter toutes dissipations énergétiques parasites au cours du mouvement des particules. *Hentz* (2003) recommande une valeur inférieure à 0.1 lorsque l'on souhaite amortir le milieu après le passage d'une onde élastique.

1.3.2.4 Calcul du pas de temps

Du fait de la nature explicite de l'algorithme de résolution numérique, la stabilité de la MED est conditionnée par le pas de temps de discrétisation Δt. Le pas de temps critique dépend des propriétés mécaniques des grains. Les interactions entre grains peuvent en première approximation être assimilées à un système *masse - ressort*. Une condition nécessaire sur Δt est que la vitesse de propagation de l'onde numérique soit supérieure

13. Considérons une particule soumise au champ gravitationnel. Si celle-ci est dotée d'un amortissement α, son accélération sera, non pas de $\vec{g}$ mais de $(1-\alpha)\vec{g}$.

à celle de l'onde élastique. En d'autres termes, le pas de temps doit être suffisamment petit pour que les perturbations dues au mouvement d'une particule restent locales, c'est à dire cantonnées à son voisinage immédiat. Le pas de temps doit être une fraction de la période propre d'oscillation du système. La valeur critique du pas de temps est calculée pour chaque degré de liberté de chaque particule. Son expression pour une particule est :

$$\Delta t_{\mathbf{critique}} = min\left[\sqrt{\frac{m}{k^i_{\mathbf{tran}}}}\ ,\quad \sqrt{\frac{I}{k^i_{\mathbf{rot}}}}\right] \tag{1.29}$$

où m est la masse de la particule, I son moment d'inertie (particule sphérique), $k^i_{\mathbf{tran}}$ et $k^i_{\mathbf{rot}}$ sont les raideurs de translation et de rotation de la particule. Ces dernières sont des raideurs équivalentes calculées à partir de l'incrément de force appliqué à la particule sur le pas de temps (*Itasca*, 2003b).

Le calcul du pas de temps critique est réalisé sur chaque grain. Une fraction du plus petit pas de temps est finalement choisie pour procéder aux calculs des nouvelles positions des particules.

1.3.2.5 Formes non sphériques

Dans le cas où les éléments constitutifs du milieu granulaire simulé sont caractérisés par des formes particulières, c'est-à-dire non sphériques, il est possible de se rapprocher de la forme réelle des grains pour accroître la finesse de la modélisation. Il existe plusieurs manières de simuler des formes quelconques. Par exemple *Saussine* (2004) simule le ballast de voix ferrées à l'aide d'éléments polyédriques. Cette technique donne des résultats très convainquants mais demande des précautions particulières lors de la détection des contacts entre éléments fonction de la complexité de la forme.

Comme on va le voir, la forme des éléments de remplissage des cellules doit être prise en compte lors des simulations. L'approche retenue consiste à agglomérer des particules sphériques les unes aux autres. Si les modèles d'interaction cohésif ne sont pas activés, la forme générée réagit comme un corps indéformable. En effet, l'interdistance entre particules lors de l'agrégation est conservée constante au cours de la simulation. Au sein d'une forme, les particules de l'agrégat n'interagissent pas entre elles. Le calcul de la position et de la vitesse de l'agrégat est réalisé à partir de la force et du moment résultants sur celle-ci. Le calcul des mouvements de translation et rotation de la forme s'appuie sur les équations classiques de mécanique du solide. Contrairement au cas trivial d'une forme sphérique, la matrice d'inertie de l'agrégat de sphères est considérée pour le calcul des vitesses de translation et de rotation du corps. Bien que les surfaces des formes générées ne soient pas parfaitement contrôlées, l'intérêt majeur de cette technique est un traitement des contacts facile entre les éléments.

1.4 Résumé - Conclusion

Comme on a pu le voir, dans le cadre de la stratégie de protection passive contre les chutes de blocs, il existe plusieurs parades pour se prémunir contre ce type d'aléa. Parmi toutes ces structures, on s'intéresse au cas particulier des merlons de protection à technologie composite cellulaire.

A l'heure actuelle, les méthodes de dimensionnement dont disposent les ingénieurs pour la conception des merlons restent relativement simplifiées et générales. Les approches font appel à des hypothèses plus ou moins fortes sur la nature du comportement des matériaux utilisés pour la construction des ouvrages pare-blocs. Pour des conditions d'essai d'impact sur structure similaires, les résultats issus des méthodes de dimensionnement montrent une forte dispersion (*Montani-Stoffel*, 1998). De plus, les technologies des ouvrages varient d'une structure à l'autre. La technologie employée, ainsi que les matériaux utilisés influent fortement sur la réponse mécanique de l'ouvrage. Prédire correctement la réponse d'un ouvrage spécifique en s'appuyant sur un modèle de dimensionnement simplifié reste sujet à caution.

Une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu durant l'impact d'une structure de protection spécifique passe par des études plus approfondies d'un point de vue expérimental et numérique. Une description plus fine de la phénoménologie sous impact est alors accessible et permettra, entre autres, d'affiner les méthodes de dimensionnement actuellement employées.

Les merlons à technologie cellulaire constituent une approche d'ingénierie innovante. La constitution granulaire de la structure leur confère des propriétés dissipatives importantes laissant supposer que ce type d'ouvrage est particulièrement bien adapté pour la protection contre les impacts localisés donc les chutes de blocs rocheux.

L'objectif de la modélisation numérique développée est de prédire le comportement des ouvrages à technologie cellulaire face à une sollicitation d'impact par l'intermédiaire d'une description simplifiée de l'ouvrage. L'intérêt d'utiliser une approche de modélisation *multi-échelles* est de prendre en compte la technologie de construction utilisée et également la nature granulaire du matériau constitutif de la structure.

Cette démarche demande deux phases d'étude. Dans un premier temps il est nécessaire de caractériser mécaniquement une cellule suivant différents chemins de sollicitation en conditions quasi-statique et dynamique. Cela permet de déduire des résultats obtenus un modèle constitutif représentatif du comportement macroscopique de la cellule. Ce modèle doit tenir compte des conditions de confinement auxquelles est soumise une cellule dans une structure et également prendre en compte le caractère dynamique de la sollicitation appliquée lors de l'impact du bloc rocheux. Ensuite, le passage d'une cellule constitutive à l'échelle de l'ouvrage se fait au travers d'une approche discrète où chaque cellule est modélisée par un seul élément. Les interactions entre éléments sont décrites grâce au modèle constitutif de la cellule.

Compte tenu des objectifs, la recherche s'est penchée sur de multiples aspects. Le travail de thèse s'articule autour des axes suivants :

Le grillage : A l'échelle de la cellule, la première étape est la modélisation du grillage constitutant l'enveloppe de la cellule à partir d'une méthode numérique discrète. La calibration et la validation du modèle est effectuée par comparaison à des données expérimentales obtenues à partir d'essais mécaniques sur nappes de grillage.

La cellule : Le couplage du matériau de remplissage et du grillage est effectué sous le même environnement de calcul. Une description soignée de la forme des éléments de remplissage et de leur mise en place au sein de la cellule est effecutée pour reproduire les caractéristiques physiques de l'assemblage de grains.

Des essais mécaniques expérimentaux sont nécessaires aux investigations et au calage des paramètres intervenant dans le modèle de la cellule. Après sa validation, des campagnes de simulations sont entreprises pour *in fine* déduire un modèle constitutif de cellule.

L'ouvrage : Un code de calcul est développé afin de simuler l'impact d'un bloc sur un profil type de merlon à technologie cellulaire. Les dimensions de la structure peuvent être changées aisément ainsi que les conditions d'impact. Le calage des paramètres intervenant dans le modèle de l'ouvrage s'appuie sur les études menées à l'échelle de la cellule. Des études paramétriques peuvent être effectuées pour évaluer les capacités dissipatives de ce type particulier de structure.

Chapitre 2

Modélisation numérique de l'enveloppe : Le grillage

Rien n'est plus dangereux qu'une idée quand on n'a qu'une seule idée. Alain

2.1 Introduction

Une cellule est constituée de deux systèmes qui sont le matériau de remplissage et le grillage (Figure 2.1). La réponse mécanique d'une cellule est bien évidement liée au comportement du grillage entourant les granulats (ou éléments). Le modèle numérique d'une cellule doit tenir compte de ce système particulier. D'une part, le modèle de l'enveloppe proposé doit être représentatif du comportement mécanique du grillage seul. D'autre part, la simulation des éléments de remplissage et du grillage doit pouvoir être réalisée sous le même environnement de calcul pour permettre l'interaction entre les deux systèmes.

Dans la littérature, on trouve des modélisations numériques de structures réticulées principalement entreprises par des méthodes aux éléments finis. Par exemple, *Ferro* (1988) modélise des filets de pêche à maille hexagonale par des éléments finis de type *barre* à comportement élastique. Chaque brin du filet est modélisé par un élément fini et permet de décrire de manière très réaliste la géométrie du système. Plus récemment, *Priour* (2003) a proposé une modélisation par éléments finis triangulaires du même type d'objet. Contrairement aux éléments barres, chaque élément fini regroupe un ensemble de mailles du grillage. L'intérêt est de faciliter la discrétisation de la structure dont la géométrie physique est relativement complexe à décrire.

En outre, les filets de protection contre les chutes de blocs ont fait l'objet de modélisation par la méthode aux éléments distincts. Les travaux précurseurs de *Hearn et al.* (1995a) ont conduit au développement d'un code de calcul basé sur une description nodale de la structure câblée. Chaque nœud de la structure représente une liaison physique entre les câbles de la structure. Pour ce modèle numérique, les interactions entre les nœuds sont pilotées par un modèle élastique linéaire. Les travaux de *Nicot* (1999) ont étendu le champ de cette modélisation en prenant en compte des phénomènes rhéologiques plus complexes, comme le caractère plastique et écrouissable du matériau constitutif, survenant lors de la sollicitation dynamique du filet.

Lors des sollicitations imposées à la cellule, les grandes déformations engendrées et les ruptures des brins au sein de la nappe de grillage rendent mal adaptée une modélisation par éléments finis. De part sa représentation continue du milieu, le traitement de la rupture par éléments finis demande de faire appel à des développements particuliers *a priori*, nécessitant un remaillage couteux en temps de calcul (*Dragon et al.*, 2000).

De plus, même si des avancées notables ont été réalisées ces dernières années dans le couplage *éléments finis/éléments distincts*, l'implémentation d'un système réticulé modélisé par éléments finis au sein d'un logiciel de calcul tel que PFC dont l'accès aux codes sources n'est pas possible s'avère complexe.

Ici, une approche discrète du grillage est apparue particulièrement adaptée. D'une part, la modélisation du grillage et du matériau constitutif peut se faire sous le même environnement de calcul. D'autre part, le comportement de l'enveloppe peut être décrit de manière très fine tout en gardant des temps de calcul relativement raisonnables.

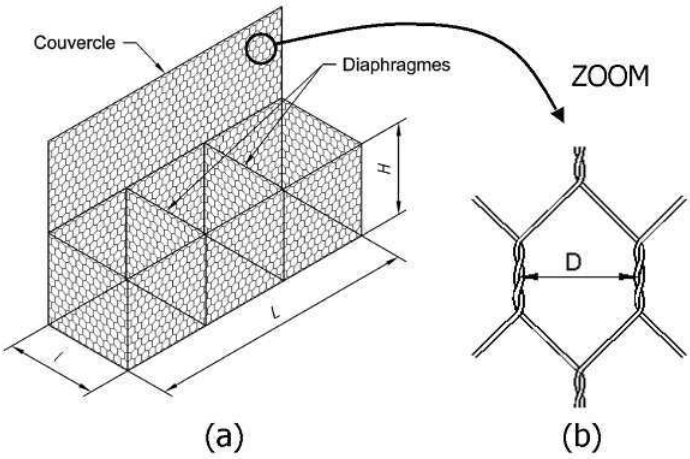


FIG. 2.1 – *(a) Cage grillagée enveloppant le matériau de remplissage, (b) Maille hexagonale constitutive du grillage où les brins verticaux sont doublement torsadés. (Norme sur les ouvrages en gabions NFP94-325-1 (2004)).*

Tout d'abord, le principe adopté pour la prise en compte du grillage est exposé. Cette approche repose sur la définition d'interactions à distance entre particules sphériques judicieusement placées pour décrire la géométrie du grillage. Ensuite, la formulation des forces s'exerçant entre les particules est présentée. Le modèle d'interaction choisi est représentatif du comportement des brins de métal constitutifs du grillage. On propose d'utiliser un modèle élasto-plastique unidirectionnel à écrouissage positif autorisant la rupture du matériau. Enfin, la simulation numérique d'essais mécaniques sur nappe de grillage est menée dans le but de tester la modélisation numérique adoptée et d'évaluer les potentialités que présente cette approche.

2.2 Modélisation discrète en 3D

2.2.1 Description physique d'une nappe

Le grillage dont sont composées les cellules est à maille hexagonale double torsion. Cette terminologie fait référence à la structure en *nid d'abeille* du grillage. Le process de construction nécessite le tissage des brins de métal de manière à obtenir *in fine* un motif de grillage à maille hexagonale (Figure 2.1). Cette particularité géométrique permet d'augmenter la résistance de la nappe de grillage et également d'empêcher la propagation rapide des démaillages à la suite d'une rupture accidentelle d'un fil (contrairement au cas de grillage tissé par simple torsion).

2.2.2 Principe

Pour modéliser le grillage par la MED, on propose de le décrire par l'intermédiaire de particules placées aux nœuds physiques de la nappe (Figure 2.2). On nomme ces particules les *particules grillage*. Entre les particules grillage est appliquée une force représentative de l'action du fil reliant physiquement deux nœuds du grillage. Cette force est fonction de la distance entre deux particules et des caractéristiques rhéologiques du fil. A l'instant t, les forces s'exerçant sur la particule i sont dues à ses voisines interagissant à distance avec elle. L'intensité de ces forces s'exprime de la manière suivante :

$$\| \vec{F}_{ij} \| = \tilde{f}(\| \vec{x}_i - \vec{x}_j \| , \tau \leq t) \tag{2.1}$$

$\| \vec{F}_{ij} \|$ est la norme de la force de la particule j sur la particule i et $\| \vec{x}_i - \vec{x}_j \|$ est la distance séparant les deux particules ($\vec{x}_i$ et $\vec{x}_j$ étant les vecteurs position des particules i et j - Figure 2.2). $\tilde{f}$ désigne la fonctionnelle associée au comportement supposé du matériau permettant de relier la force actuelle (instant t) à l'instant des déformations paramétrée par l'instant τ. Les directions des forces s'appliquant sur la particule sont imposées par les centres de gravité respectifs des particules grillage. On a ainsi l'expression :

$$\vec{F}_{ij} = \| \vec{F}_{ij} \| \vec{n}_{ij} \quad avec \quad \vec{n}_{ij} = \frac{\vec{x}_i - \vec{x}_j}{\| \vec{x}_i - \vec{x}_j \|} \tag{2.2}$$

$\vec{n}_{ij}$ est le vecteur unitaire portant la force $\vec{F}_{ij}$. Après avoir calculé chaque interaction due aux particules voisines de la particule i, le bilan des forces sur la particule i est effectué. La résultante des forces s'exprime alors de la manière suivante :

$$\sum \vec{F}(\bar{i} \rightarrow i) = \sum_{h=1}^{N_{vois}} \vec{F}_{ih} + \vec{F}_c \tag{2.3}$$

où $\sum \vec{F}(\bar{i} \rightarrow i)$ représente le bilan des forces sur la particule i, N_{vois} le nombre de particules voisines en interaction avec la particule i. $\vec{F}_c$ sont les forces de contact sur la particule i due à l'interaction potentielle avec un système extérieur au grillage (ici, le matériau de remplissage). Les forces à distance ainsi définies sont ajoutées aux forces de contact sur les particules grillage à chaque cycle de calcul (Figure 2.3).

2.2.3 Placement des *particules grillage*

Le placement tridimensionnel des particules est réalisé particule par particule. Chaque cas d'étude, impliquant une géométrie de grillage différente, demande un algorithme approprié. Dans le cas d'une nappe de grillage bidimensionnelle, le positionnement des particules reste relativement aisé. Le schéma répétitif du motif *nid d'abeille* conduit au développement de routines assez courtes et faciles à utiliser. Dans le cas d'une cage de

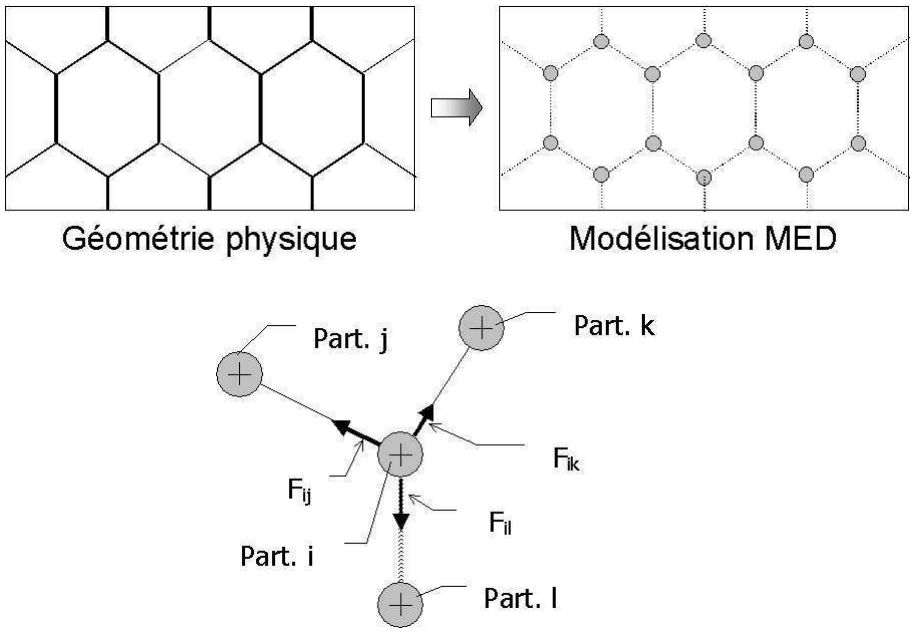


FIG. 2.2 – *Schéma de principe de la modélisation du grillage. A chaque point de rencontre des fils, on place une particule grillage sur laquelle sont appliquées les forces dues à la tension des fils qui en sont issus.*

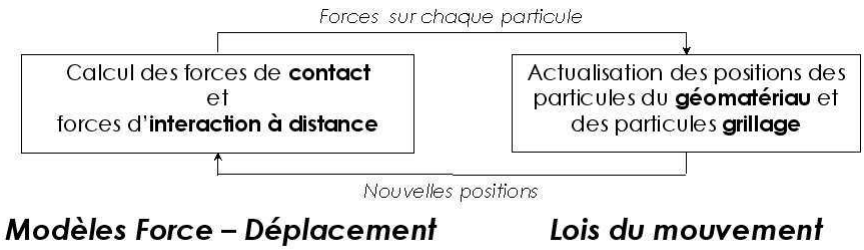


FIG. 2.3 – *Cycle de calcul MED avec prise en compte de la modélisation du grillage. Les forces d'interactions des particules de grillage sont calculées au même instant que les forces de contact et sont ajoutées au bilan des forces final.*

grillage, le processus de positionnement est plus compliqué. Il s'inspire du procédé de fabrication réel. Les particules sont d'abord positionnées en deux dimensions. Chaque nappe de grillage composant la cage est définie dans un seul et même plan, par exemple (xOy). Ensuite, la rotation et la translation de chaque panneau sont effectuées (Figure 2.4). La principale difficulté se trouve au niveau des conditions de *recollement* des arêtes du cube. En effet, compte tenu du motif du grillage, il est nécessaire d'ajuster les dimensions de la maille pour permettre une bonne correspondance des nœuds lorsque deux arêtes se rencontrent (Figure 2.5). Cette contrainte implique que les dimensions des mailles doivent être choisies de manière adéquate pour autoriser la construction numérique de la cage grillagée.

Remarque : Le problème ne se pose pas dans le cas d'une cage réelle. En effet, le raccordement des arêtes est réalisé grâce à des agrafes qui viennent maintenir ensemble les deux fils de chaque arête. Il n'est donc pas nécessaire que les nœuds du grillage se rencontrent.

2.2.4 Détection des particules voisines

Pour le calcul des forces à appliquer sur les particules grillage il est nécessaire de connaître pour chacune l'ensemble de ces voisines qui interagissent avec elle. Cette opération est relativement complexe au regard des conditions géométriques imposées par la nappe de grillage.

On définit un tableau de contingence qui, à une particule i, associe l'ensemble de ses voisines. La détection des voisines de la particule i est réalisée par test de présence dans un espace donné. Connaissant la distance initiale de chaque particule voisine avec la particule i, l'interdistance de toutes les particules avec la particule i est testée. Si la distance entre la particule i et la particule courante correspond à la valeur définie par la géométrie du grillage, la particule est identifiée comme étant voisine à la particule i et est stockée dans le tableau de contingence. Ce dernier est défini une fois pour toutes avant le lancement des cycles de calcul.

2.2.5 Calcul du pas de temps

Comme il en a déjà été fait état (cf. §1.3.2.4), la stabilité du schéma numérique d'intégration est conditionnée par le pas de temps de discrétisation temporelle. Dans le cas d'interactions élastiques, la valeur critique du pas de temps est déterminée grâce à la masse et la raideur du système mécanique considéré. La modélisation du grillage est effectuée grâce à des particules qui interagissent à distance. Les interactions mises en jeu font apparaître la raideur du métal du grillage, k_g, dont l'expression est :

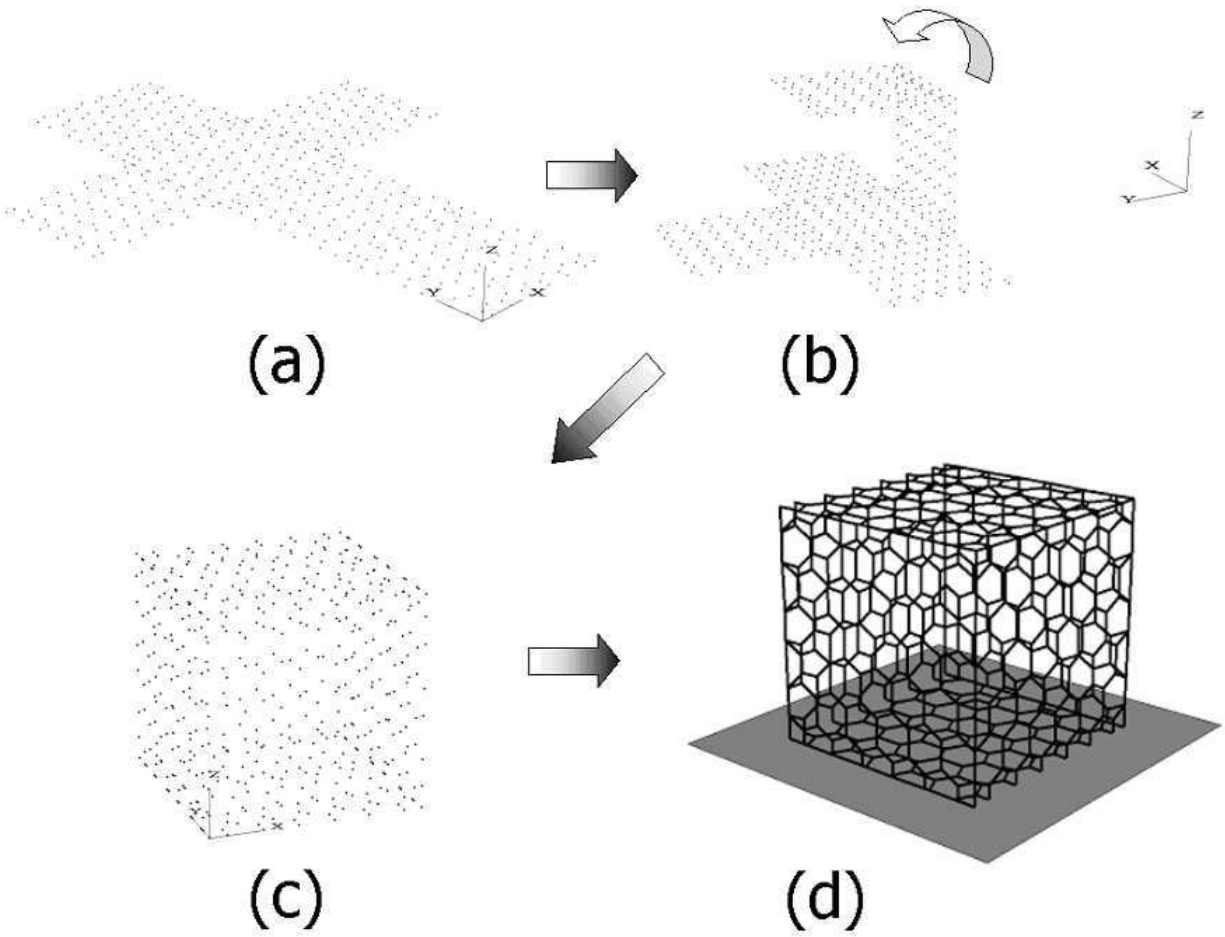


FIG. 2.4 – *Processus de placement des particules dans le cas tridimensionnel d'une cage grillagée. (a) Positionnement des panneaux de la cage d'un même plan de l'espace, (b) rotation et translation des panneaux, (c) Positionnement des particules terminé, (d) Construction du tableau de contingence et liaison des particules voisines.*

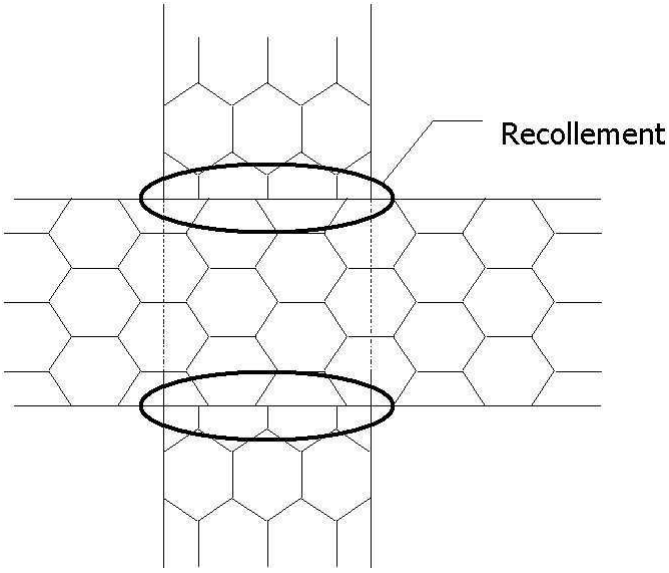


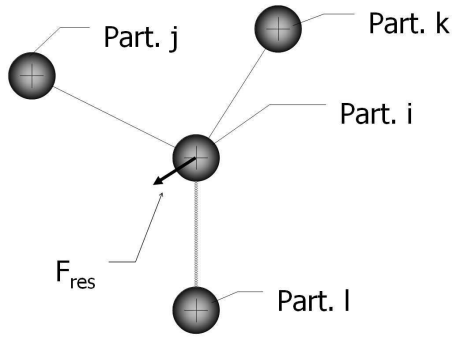
FIG. 2.5 – *Arêtes d'une cage numérique de grillage : Condition de recollement*

$$k_g = \frac{E \times S}{L_o} \tag{2.4}$$

où E est le module d'Young du métal, S la section du fil et L_o la longueur initiale du brin de métal considéré. Le choix du pas de temps est estimé en considérant la matrice de raideur de chaque particule de grillage. Les termes diagonaux de cette matrice permettent de donner une estimation des raideurs équivalentes dans chaque direction de l'espace. Le pas de temps est calculé comme suit :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m}{k_{(i)}}} \tag{2.5}$$

où m est la masse de la particule et $k_{(i)}$ la raideur équivalente suivant la direction i. La matrice de raideur est déterminée grâce à l'expression de l'incrément de force, $\Delta\vec{F}_{res}$, que subit une particule sur un pas de temps Δt :



$$(\Delta F_{res})_x = k_g(\Delta\vec{U}.\vec{n})n_x$$

$$avec \begin{cases} \Delta\vec{U} & \text{Déplacement de la particule } i \\ \vec{n} & \text{Vecteur unitaire colinéaire à } \Delta\vec{U} \\ \vec{F_{res}} & \text{Force résultante sur la particule } i \\ n_x & x^{eme} \text{ composante de } \vec{n} \end{cases}$$

Cette expression s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} (\Delta F_{res})_x \\ (\Delta F_{res})_y \\ (\Delta F_{res})_z \end{bmatrix} = k_g \begin{bmatrix} n_x^2 & n_x n_y & n_x n_z \\ n_x n_y & n_y^2 & n_y n_z \\ n_x n_z & n_y n_z & n_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_x \\ \Delta U_y \\ \Delta U_z \end{bmatrix}$$

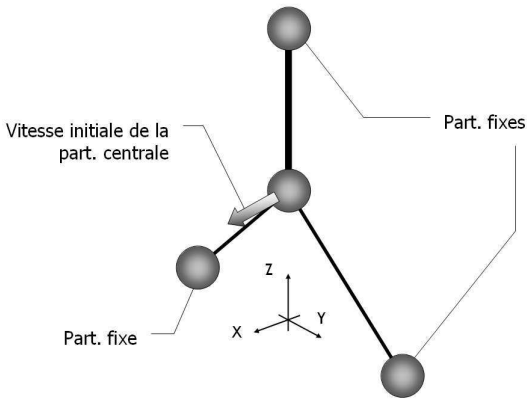
Par définition, les composantes (n_x, n_y et n_z) du vecteur unitaire $\vec{n}$ sont inférieures à 1. Ceci signifie que

$$k_g > k_{(\alpha)} = k_g n_\alpha^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = x, y, z$$

Au final, le pas de temps critique associé au grillage est choisit de la manière suivante :

$$\Delta t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{k_g}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{mL_o}{ES}} \tag{2.6}$$

Une étude de sensibilité a été réalisée dans le but de valider ce choix pour les simulations numériques. L'influence du pas de temps sur la convergence du schéma numérique est testée grâce à l'étude de la réponse d'un système de quatre particules interagissant à distance. Des modèles d'interaction spécifiques aux particules de grillage sont implémentés dans le code PFC. Ces modèles d'interaction sont décrits au paragraphe suivant (§2.2.6).



La particule du centre est libre de se mouvoir et les autres particules sont fixées dans l'espace. Une condition initiale en vitesse (10 m/s) est imposée à la particule centrale suivant l'axe x. L'évolution temporelle de la norme de sa vitesse pour différentes valeurs de pas de temps est enregistrée. Une faible valeur d'amortissement est choisie pour faciliter l'oscillation du système.

L'amortissement *non-visqueux* est de 0.1. Les résultats sont regroupés sur les courbes de la figure 2.6. Pour des valeurs de pas de temps inférieures à un demi pas de temps critique, les solutions numériques convergent. D'autres conditions initiales en vitesse ont été appliquées à la particule centrale suivant les axes y et z. Les résultats obtenus sont similaires et permettent de conclure sur le choix du pas de temps critique.

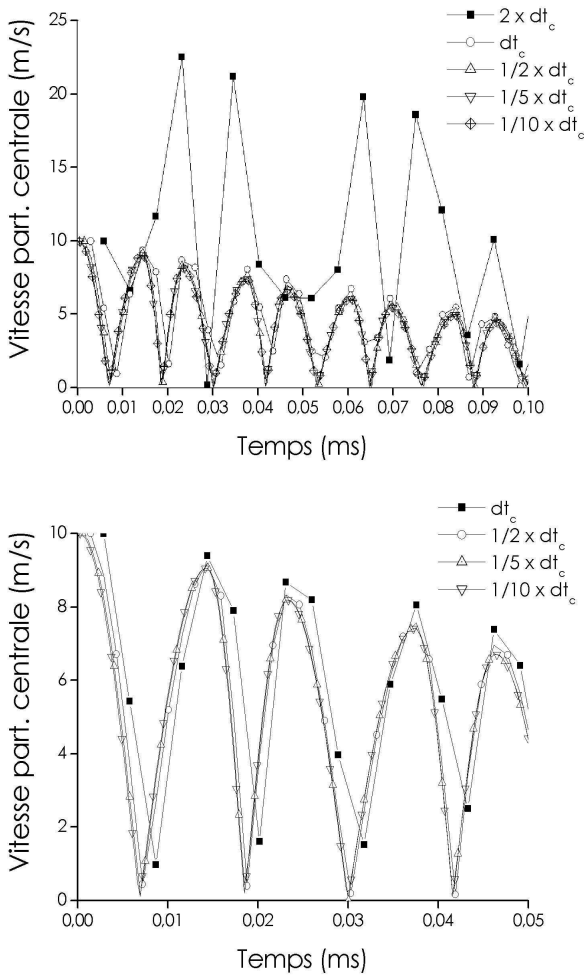


FIG. 2.6 – *Estimation du pas de temps lié au grillage. Suivi temporel de la norme de la vitesse de la particule centrale pour différents pas de temps.* dt_c *représente le pas de temps critique. La figure du bas est un agrandissement de la figure du haut.*

2.2.6 Modèle d'interaction à distance

Le fil constitutif du grillage est un alliage d'acier et de zinc qui confère au matériau une grande déformabilité, associée à une protection contre la corrosion. Le comportement mécanique de ce métal, le long de chemins de sollicitation quasi-statiques, est de type élasto-plastique avec écrouissage. En moyenne, la résistance maximale à la rupture des fils est d'environ 500 MPa pour une élongation de 35 % bien que la norme française (*NFP94-325-1*, 2004) sur ce type de matériau utilisé dans le cadre de la confection de gabion requière une résistance à la rupture comprise entre 350 MPa et 500 MPa et une élongation minimale de 10 %.

Les interactions entre particules sont gérées par la loi élasto-plastique avec écrouissage du métal constitutif du grillage. La rupture est également traitée par le modèle d'interaction. Ce modèle d'interaction est implémenté grâce à une interpolation linéaire par morceaux calée sur une courbe expérimentale. Cette dernière est issue d'un essai de traction simple sur fil réalisé par un laboratoire de contrôle qualité partenaire de la société *France Maccaferri* (Figure 2.7). Les données mécaniques relatives au comportement du métal permettent de connaître la contrainte et la déformation élastique maximale, donc le module d'Young ($E = 1.3\times10^{11}$ MPa) et la contrainte et la déformation à la rupture du fil ($\sigma_{rupt} = 566$ MPa et $\epsilon_{rupt} = 35$ %).

Il existe deux types d'interactions à distance. Une interaction liée au brin de grillage seul et une seconde liée au brin doublement torsadé. Dans le cas d'un brin seul, la loi d'interaction est construite en s'appuyant sur la courbe ($\sigma - \epsilon$) de l'essai de traction simple du fil. Dans le deuxième cas, le comportement de la double torsade est plus délicat à identifier. La mise en forme du matériau lors de la construction des nappes de grillage conduit à une modification des propriétés du fil. Les phénomènes mis en jeu sont d'ordre géométrique et mécanique (double torsion, écrouissage local et concentration de contrainte).

2.2.6.1 Modèle d'évolution ($\sigma - \epsilon$) d'un brin seul

L'objet de cette section est la description du formalisme adopté pour la construction du modèle d'interaction entre deux particules séparées par un brin de métal. Dans le cadre de l'élasto-plasticité et en application au cas d'un fil, les conventions suivantes sont adoptées.

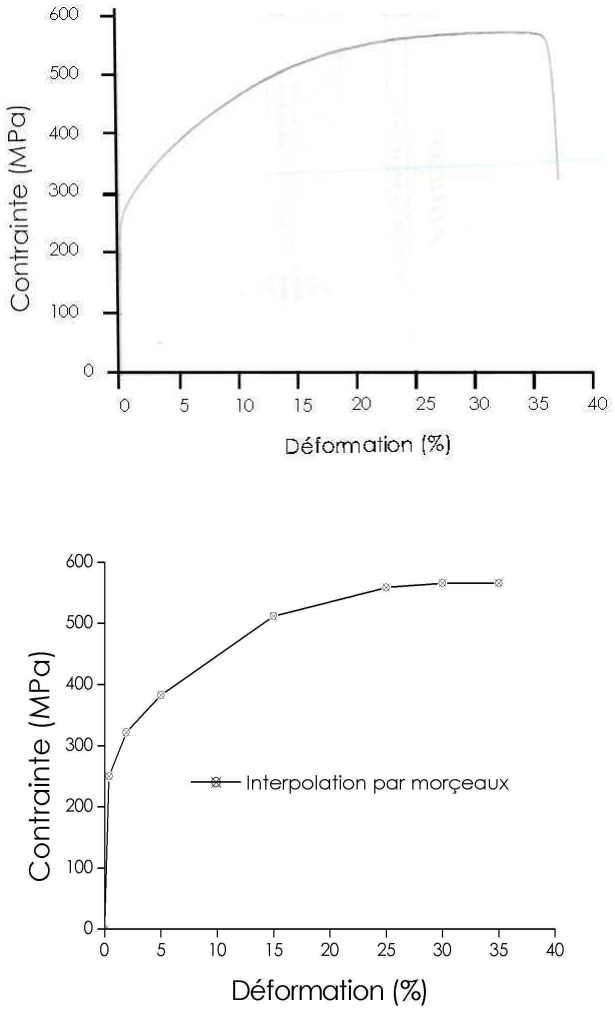
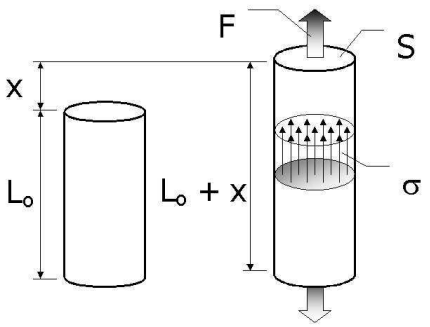


FIG. 2.7 – *Modèle d'interaction entre particules grillage. Figure du haut : Essai expérimental de traction simple sur fil constitutif du grillage. Figure du bas : Interpolation linéaire par morceaux de la courbe (σ-ϵ) expérimentale.*



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\epsilon = \frac{x}{L_o}$$

$$avec \begin{cases} \sigma & \text{Contrainte axiale moyenne} \\ \epsilon & \text{Déformation axiale moyenne} \\ S & \text{Section du fil d'acier} \\ x & \text{Allongement} \\ L_o & \text{Longueur initiale} \end{cases}$$

En adoptant la décomposition additive des déformations, un allongement donné x est la somme d'un allongement élastique, x_e, et plastique, x_p. Ce dernier est choisi comme paramètre d'écrouissage et $\hat{R}(x_p)$ comme la force thermodynamique. La surface de charge, $\tilde{f}$, est définie de la manière suivante : $\tilde{f}(F,\hat{R}) = F - \hat{R}(x_p)$. La raideur du fil $k_g = ES/L_o$ est supposée constante au cours des phases de déchargement. Pour un état mécanique donné caractérisé par le couple (x_p, F), deux cas se distinguent :

1. $\left(\tilde{f}(F,\hat{R}) < 0\right)$ ou $\left(\tilde{f}(F,\hat{R}) = 0 \text{ et } dx < 0\right)$

   Le matériau est dans le domaine élastique. On a,

$$dx_e = \frac{dF}{k_g} \tag{2.7}$$

$$dx_p = 0 \tag{2.8}$$

2. $\left(\tilde{f}(F,\hat{R}) = 0 \text{ et } dx > 0\right)$

   Dans ce cas, des déformations irréversibles apparaissent. Il vient :

$$dx_e = \frac{dF}{k_g} \tag{2.9}$$

$$dx_p = \frac{dF}{\left(\frac{d\hat{R}}{dx_p}\right)} \tag{2.10}$$

$$dx = dx_e + dx_p \tag{2.11}$$

Remarque : Dans le cas où la variation d'allongement dx est connue et d'après les trois équations précédentes, dF s'exprime de la manière suivante :

$$dF = \frac{k_g \frac{d\hat{R}}{dx_p}}{k_g + \frac{d\hat{R}}{dx_p}} dx \tag{2.12}$$

La rupture du fil est également considérée. Dans le cas où la valeur d'allongement x dépasse la valeur de déformation à la rupture du matériau, le calcul de la force entre les particules n'est plus effectué.

La force thermodynamique, $\hat{R}$, est déterminée à partir de la courbe expérimentale de traction sur fil. $\hat{R}$ est définie de la manière suivante :

Si $x < x_{elast}$ ($x_p = 0$) alors

$$\hat{R}(x_p = 0) = F_{exp}(x_{elast}) \tag{2.13}$$

Si $x_{elast} < x < x_{rupt}$ alors

$$\hat{R}(x_p) = F_{exp}(x) \quad \text{avec} \quad x_p = x - \frac{F_{exp}(x)}{k_g} \tag{2.14}$$

où x_{elast} (resp. x_{rupt}) désigne l'allongement élastique limite avant plastification (resp. l'allongement à la rupture). $F_{exp}(x)$ correspond à la valeur expérimentale de la force associée à l'allongement x.

Enfin, la valeur de $\frac{d\hat{R}}{dx_p}$ est obtenue grâce à l'équation 2.14. Il vient :

$$\frac{d\hat{R}}{dx_p} = \frac{d}{dx_p}\Big(F_{exp}(x)\Big) = \frac{dx}{dx_p}\frac{d}{dx}\Big(F_{exp}(x)\Big) \tag{2.15}$$

or on a aussi, toujours d'après l'équation 2.14 :

$$\frac{dx_p}{dx} = \frac{d}{dx}\Big(x - \frac{F_{exp}}{k_g}\Big) = 1 - \frac{1}{k_g}\frac{dF_{exp}}{dx} \tag{2.16}$$

d'où l'expression de $\hat{R}$ en fonction uniquement de F_{exp} qui est parfaitement connue :

$$\frac{d\hat{R}}{dx_p} = \frac{d}{dx}\Big(x - \frac{F_{exp}}{k_g}\Big) = \left(1 - \frac{1}{k_g}\frac{dF_{exp}}{dx}\right)^{-1}\frac{dF_{exp}}{dx} \tag{2.17}$$

2.2.6.2 Modèle d'évolution ($\sigma - \epsilon$) d'un brin double torsion

Dans un premier temps des essais expérimentaux de caractérisation ont été réalisés sur une double torsade. Le but de ces essais était d'obtenir un ordre d'idée du comportement de ce système mécanique particulier sous sollicitation de traction simple. Sur la figure 2.8 sont représentés les résultats issus des essais de traction. D'un point de vue qualitatif, une différence notable entre le comportement d'un brin seul et d'un brin double torsion est constatée. La valeur de déformation à la rupture ainsi que la contrainte maximale admissible sont plus faibles dans le cas d'une double torsade. Il est fort probable que l'opération mécanique de torsion, c'est à dire d'enlaçage des fils, génère un écrouissage

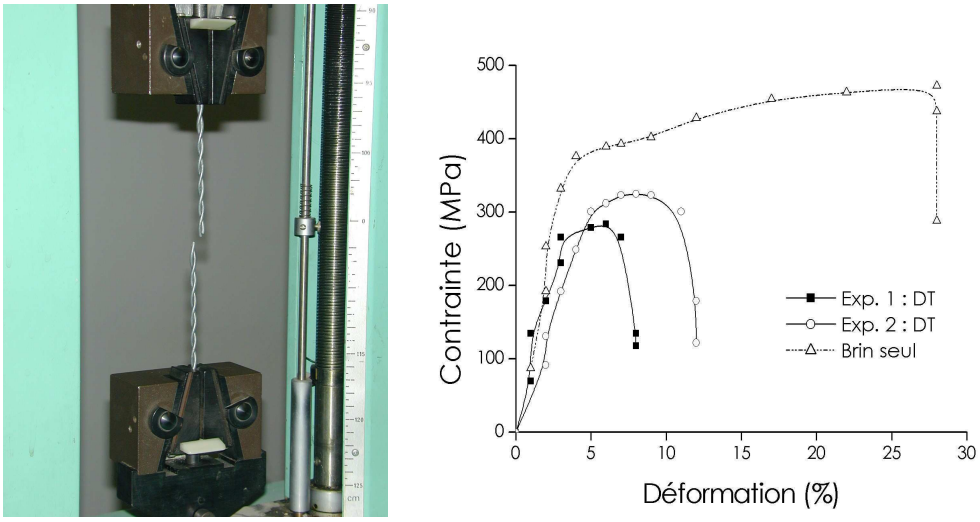


FIG. 2.8 – *Résultats de trois essais de traction expérimentaux réalisés à l'échelle du fil constitutif du grillage. Deux essais ont été réalisés sur une double torsade (DT) et un essai sur un brin seul de métal.*

local du matériau impliquant une diminution de l'élongation à la rupture de l'échantillon. De plus, des zones de plastification locales conduisent à une diminution de la contrainte admissible du matériau. L'allure des courbes est cependant équivalente : montée élastique et plastification avec écrouissage du matériau avant rupture.

Compte tenu du peu de connaissances actuelles sur le comportement d'une double torsion, des hypothèses complémentaires doivent être posées pour définir le modèle d'interaction associé. L'hypothèse majeure consiste à supposer que les courbes (σ-ϵ) d'un brin seul et d'une double torsion sont homothétiques d'une part par rapport aux déformations et d'autre part par rapport aux contraintes (Figure 2.9).

La réduction de l'élongation à la rupture est prise en compte de la manière suivante par l'intermédiaire du paramètre λ_ϵ :

$$\epsilon_{rupt}^{DT} = \lambda_\epsilon \epsilon_{rupt}^{BS} \quad \text{avec } \lambda_\epsilon \in [0,1] \tag{2.18}$$

où ϵ_{rupt}^{DT} (resp. ϵ_{rupt}^{BS}) est la déformation à la rupture d'une double torsade (resp. d'un brin d'acier seul).

Le critère d'homothétie sur les contraintes est construit en faisant l'hypothèse que les déformations maximales élastiques d'un brin seul et d'une double torsion sont identiques ($\epsilon_{elast}^{BS} = \epsilon_{elast}^{DT} = \epsilon_{elast}$). On distingue deux cas pour calculer la contrainte dans une double torsade.

Premier cas ($\epsilon \leq \epsilon_{elast}$) : Pour une même valeur de déformation, on peut écrire les contraintes axiales dans un brin seul ($\sigma^{BS}(\epsilon)$) et dans une double torsade ($\sigma^{DT}(\epsilon)$) comme ceci

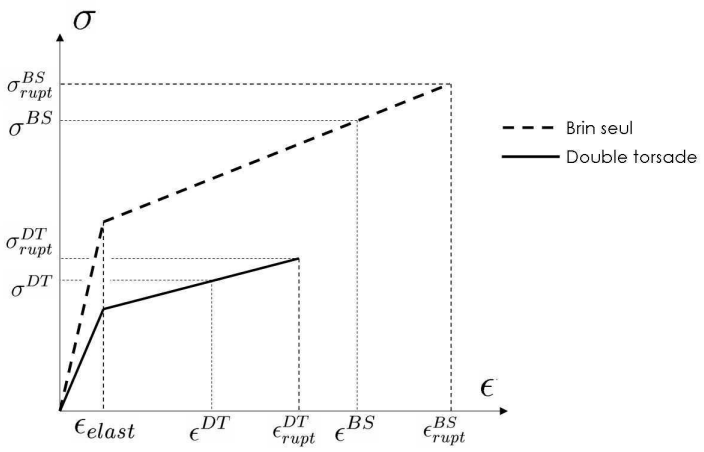


FIG. 2.9 – *Modèle (σ-ϵ) d'un brin seul (BS) et d'une double torsade (DT). Les deux modèles d'interaction sont supposés homothétiques.*

$$\begin{cases} \sigma^{BS}(\epsilon) = \frac{k^{BS}\,L_0}{S_{BS}}\,\epsilon \\ \\ \sigma^{DT}(\epsilon) = \frac{k^{DT}\,L_0}{2\,S_{BS}}\,\epsilon \end{cases} \tag{2.19}$$

où S_{BS} est la section d'un brin seul, L_0 sa longueur initiale. k^{BS} (resp. k^{DT}) est la raideur d'un brin seul (resp. d'une double torsade). Ces expressions conduisent a

$$\sigma^{DT}(\epsilon) = \frac{k^{DT}}{2k^{BS}}\,\sigma^{BS}(\epsilon) \tag{2.20}$$

On rappelle que $\sigma^{BS}(\epsilon)$ est connue quelque soit la valeur de ϵ grâce aux essais de traction sur brin seul (§2.2.6.1 page 45).

Deuxième cas ($\epsilon > \epsilon_{elast}$) : Ici, on suppose que la contrainte axiale dans une double torsade s'exprime comme ceci

$$\sigma^{DT}(\epsilon^{DT}) = \frac{k^{DT}}{2k^{BS}}\,\sigma^{BS}(\epsilon^{BS}) \tag{2.21}$$

Compte tenu du critère d'homothétie choisi sur la déformation à la rupture ($\epsilon^{DT}_{rupt} = \lambda_\epsilon\,\epsilon^{BS}_{rupt}$), la déformation subie par un brin seul (ϵ^{BS}) s'exprime en fonction de la déformation d'une double torsade (ϵ^{DT}) de la manière suivante :

$$\epsilon^{BS} = \epsilon_{elast} + \frac{\epsilon^{BS}_{rupt} - \epsilon_{elast}}{\lambda_\epsilon\,\epsilon^{BS}_{rupt} - \epsilon_{elast}}(\epsilon^{DT} - \epsilon_{elast}) \tag{2.22}$$

Le calcul de la raideur d'une double torsade, k^{DT}, est effectué en supposant que le

comportement d'une double torsade se situe entre deux configurations géométriques de fils : un cas où les deux fils sont parallèles et un autre cas où les deux fils sont assimilés à deux ressorts à géométrie hélicoïdale. On suppose en première approximation que la raideur est encadrée par ces valeurs. k^{DT} est définie ainsi :

$$k^{DT} = 2(\lambda_k k_h + (1 - \lambda_k)k^{BS}) \tag{2.23}$$

où λ_k est un paramètre de calage et k_h est la raideur d'un fil assimilé à un ressort à géométrie hélicoïdale. D'après *Velinsky* (1985), le calcul de k_h dans le cadre général conduit à :

$$\frac{1}{k_h} = \frac{128N(1+\nu)R^3cos^3\alpha}{Ed^4}\left(1 + \frac{5}{36}\left(\frac{d}{R}\right)^2 + \frac{tan^2\alpha}{1+\nu} + \frac{tan^2\alpha}{16(1+\nu)}\left(\frac{d}{R}\right)^2\right) \tag{2.24}$$

$$tan\alpha = \frac{L}{2\pi NR}$$

$$avec \quad \begin{cases} N & \text{Nombre de tours de la spirale} \\ R & \text{Rayon de la spirale} \\ L & \text{Longueur de la spirale} \\ \nu & \text{Coefficient de poisson du matériau} \\ E & \text{Module d'Young du matériau} \\ d & \text{Diamétre du fil} \end{cases}$$

L'angle α est définit comme l'angle que fait l'axe neutre de l'hélice avec le plan horizontal. La figure 2.10a recense l'ensemble de ces grandeurs pour le cas général d'un ressort et la photo d'une double torsade est donnée sur la figure 2.10b. L'application au cas particulier d'une double torsade fournit les relations suivantes :

$$R = d \tag{2.25}$$

$$N = \frac{3}{2} \tag{2.26}$$

ce qui donne :

$$k_h = \frac{Ed}{48cos^3\alpha\left(\frac{41}{9}(1+\nu) + \frac{17}{9}tan^2\alpha\right)} \quad \text{avec} \quad tan\,\alpha = \frac{L^{DT}}{3\pi d} \tag{2.27}$$

In fine, le modèle d'interaction d'une double torsade fait donc intervenir deux paramètres λ_ϵ et λ_k. Ces derniers permettent de décrire le comportement particulier de la double torsade. Les valeurs de ces paramètres sont calées de manière à reproduire le

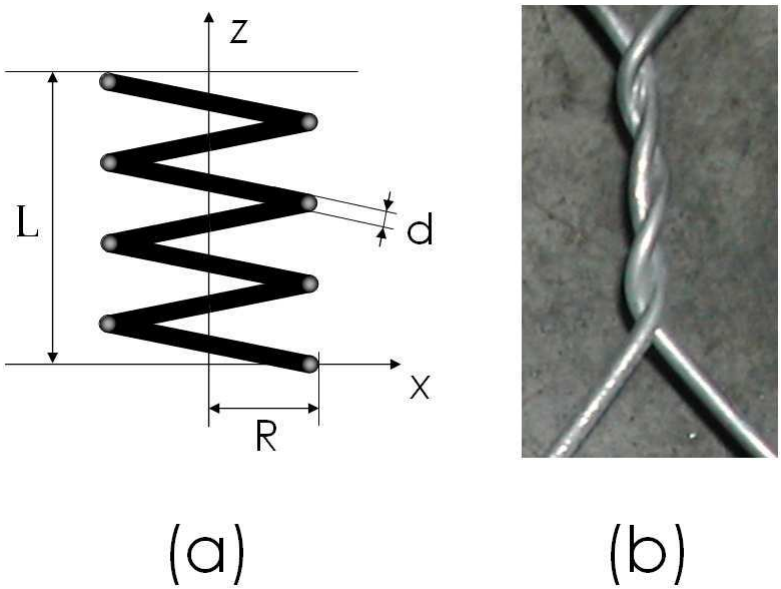


FIG. 2.10 – *(a) Grandeurs intervenant dans le modèle tridimensionel d'un ressort (b) Photo agrandie d'une double torsade.*

comportement d'une nappe de grillage à l'échelle macroscopique.

2.2.7 Calibration des modèles d'interaction

Dans le paragraphe précédent (2.2.6), les modèles d'interaction ont été présentés. Dans le cas d'un brin seul, le comportement élasto-plastique avec rupture du métal constitutif du grillage a été choisi comme modèle d'interaction. Les paramètres du modèle sont le module d'Young du matériau, la section du brin, sa longueur initiale et la force thermodynamique ($\hat{R}$). Pour la double torsade, deux paramètres supplémentaires sont introduits (λ_ϵ et λ_k) qu'il est nécessaire d'estimer. Grâce à des essais expérimentaux effectués à l'échelle d'une nappe de grillage, le calage de ces deux paramètres est réalisé. Le dispositif expérimental de l'essai mécanique sur nappe est représenté sur la figure 2.11. La simulation numérique a été conduite de manière à reproduire au mieux les conditions limites et de sollicitation expérimentales. La figure 2.12 représente l'état de la nappe de grillage avant sollicitation. La nappe a pour dimensions 500 mm $\times$ 1000 mm, avec une maille 8 cm $\times$ 10 cm et un diamètre de fil de 2.7 mm. Aux frontières verticales de la nappe, les nœuds du grillage sont libres de se mouvoir dans toutes les directions de l'espace. Les nœuds de la partie inférieure sont immobilisés et la charge est appliquée sur la nappe par l'intermédiaire des nœuds horizontaux supérieurs sur lesquels on vient appliquer une vitesse de déplacement constante durant toute la durée de l'essai.

Une étude systématique sur λ_ϵ et λ_k permet de déterminer les valeurs de paramètres

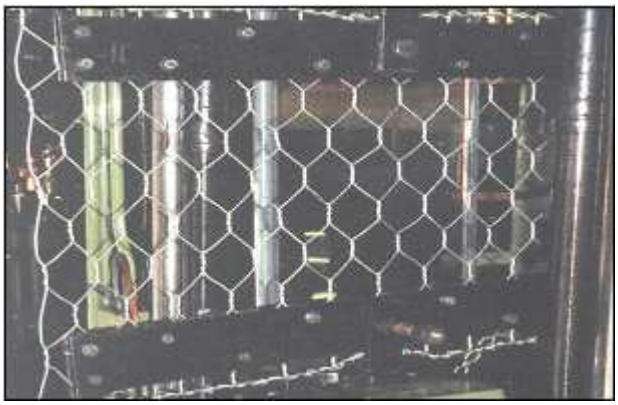


FIG. 2.11 – *Dispositif expérimental de traction simple sur nappe de grillage (Photo Maccaferri). Les limites horizontales supérieure et inférieure de la nappe sont serrées dans les mors d'un étau et les limites verticales peuvent se déplacer librement.*

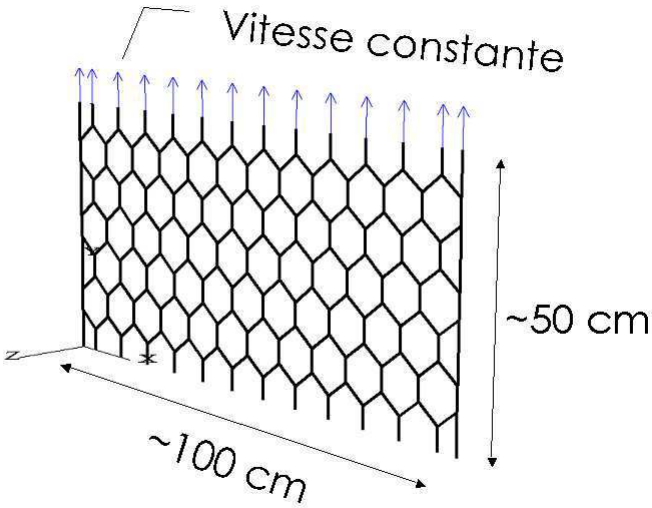


FIG. 2.12 – *Simulation numérique de traction simple sur nappe de grillage. Etat initial avant sollicitation. La nappe a une hauteur de 460 mm et une largeur de 960 mm. Essai piloté en déplacement par application d'une vitesse de déplacement constante sur les nœuds supérieurs de la nappe (flèches dirigées vers le haut).*

λ_ϵ	ϵ_{rupt}^{DT} (%)
0.2	7
0.4	14
0.6	21
0.8	28
1.0	35

λ_k	k^{DT} (N/m)
0	29.8×10^6
0.25	23.8×10^6
0.50	17.9×10^6
0.75	11.9×10^6
1.0	5.95×10^6

TAB. 2.1 – *Valeurs des paramètres λ_ϵ et λ_k utilisés pour l'étude paramétrique permettant le calage du modèle d'interaction de la double torsade. En correspondance, les valeurs associées de déformation à la rupture et de raideur.*

qui conduisent à une reproduction satisfaisante du comportement de la nappe à l'échelle macroscopique. Une visualisation de la déformation de la nappe est représentée sur le figure 2.13. Les valeurs des paramètres testés sont regroupées dans le tableau 2.1. La meilleure approximation de la courbe expérimentale est obtenue pour $\lambda_k = 0.25$ et $\lambda_\epsilon = 0.4$ (Figure 2.14).

La valeur de λ_ϵ est cohérente avec les observations expérimentales. Le comportement mécanique d'une double torsade dans des conditions de traction simple est similaire à celui d'un brin de métal seul mais possède une déformation à la rupture inférieure. $\lambda_\epsilon = \epsilon_{rupt}^{DT} \setminus \epsilon_{rupt}^{BS} = 0.4$ traduit la perte d'élongation à la rupture de la double torsade par rapport au brin seul. D'après les essais de traction expérimentaux sur double torsade et brin seul (Figure 2.8), cette valeur de λ_ϵ est proche de la valeur physiquement observée. Les déformations à la rupture expérimentales d'un brin seul et d'une double torsade conduisent à une valeur de $\lambda_\epsilon = (\epsilon_{rupt}^{DT})^{Exp} \setminus (\epsilon_{rupt}^{BS})^{Exp} = 0.1 \setminus 0.28 = 0.36 \approx 0.4$.

L'estimation physique du paramètre λ_k est plus délicate. Le manque de précision des courbes expérimentales conduit à des incertitudes trop importantes pour pouvoir évaluer précisément la raideur de la double torsade. Les courbes (σ - ϵ) expérimentales ont été obtenues avec une table traçante sur papier millimétré. L'instrumentation de la double torsade par des jauges de contraintes aurait été nécessaire pour l'estimation de k^{DT}. Cependant, la mise en place de ce type de dispositif expérimental était très délicate compte tenu des très faibles dimensions et de la forme courbée de la surface sur laquelle il conviendrait de coller les jauges. Par conséquent ce travail n'a pas été entrepris.

Les modèles d'interaction choisis pour les particules de grillage sont représentés sur la figure 2.15 et ont été implémentés dans le code de calcul pour la modélisation du grillage.

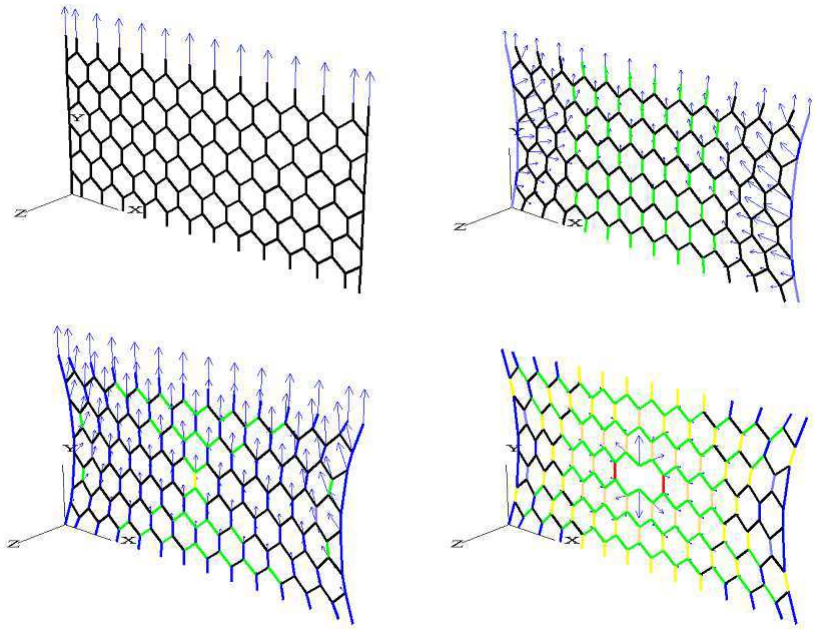


FIG. 2.13 – *Simulation d'un essai de traction simple sur nappe de grillage mené jusqu'à rupture d'un brin. Les bords latéraux de la nappe sont libres de se mouvoir ce qui explique le phénomène de striction qui apparait durant l'essai. Les différentes couleurs du grillage représentent l'intensité des forces qui se développent au sein des brins de métal.*

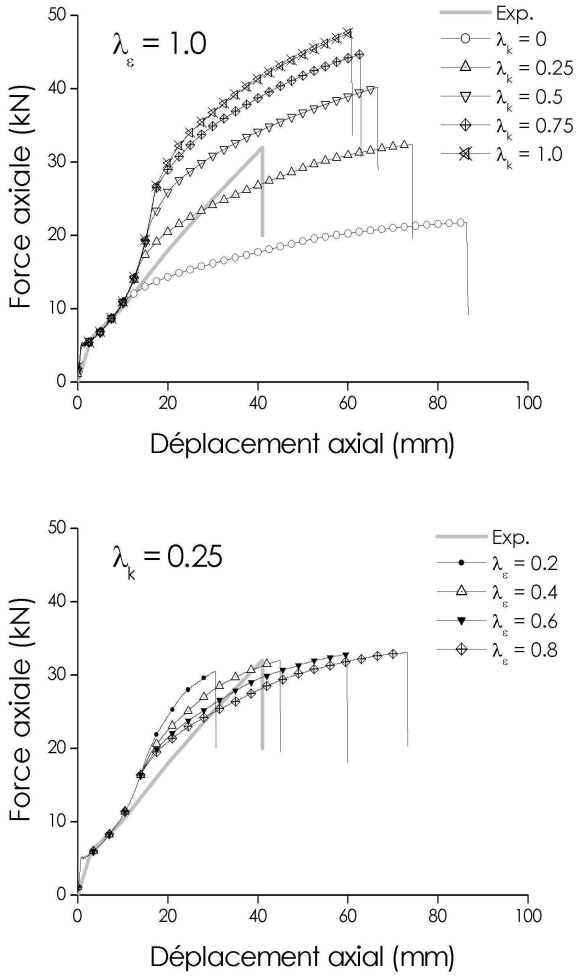


FIG. 2.14 – *Procédure de calage de λ_k et λ_ϵ. La réponse de la nappe de grillage est calée grâce au paramètre λ_k pour reproduire la résistance à la rupture de la nappe. λ_ϵ permet de reproduire le déplacement à la rupture de la nappe.*

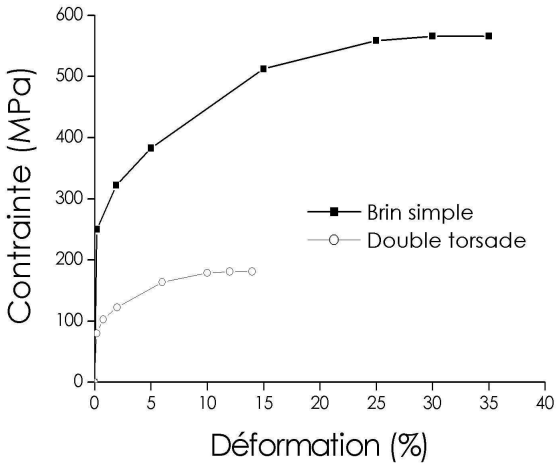


FIG. 2.15 – *Modèles d'interaction du grillage calés sur essais de traction sur nappe.*

2.3 Validation du modèle

La validation du modèle proposé pour le grillage a été réalisée par comparaison des résultats numériques à d'autres essais de traction expérimentaux. La simulation d'un essai d'enfoncement est également abordée.

2.3.1 Essais de traction

Les données expérimentales mises à disposition par le groupe *Maccaferri* ont permis de simuler et comparer cinq essais de traction sur nappe. Les essais ont été réalisés avec les mêmes conditions aux limites et avec le même type de sollicitation employés pour le calage des modèles d'interaction (Figure 2.12).

Trois tailles de maille ont été testées (Maille = 6 cm × 8 cm - 8 cm × 10 cm - 10 cm × 12 cm) associées à deux diamètres de fil (ϕ_{fil} = 2.7 - 3.0 mm). Les courbes brutes *force - déplacement* obtenues sont regroupées sur la figure 2.16. Pour chaque couple (Maille - ϕ_{fil}), trois essais expérimentaux ont été réalisés. Au regard de ces courbes expérimentales, une légère variabilité entre chaque essai est observée. Seul le triplet d'essais effectués avec une maille 10×12 associée à un diamètre de fil 2.7 mm se démarque des autres triplets d'essais. Une des trois courbes est singulièrement différente des deux autres. Cet écart peut être imputable à un défaut de fabrication.

Tous les essais ont été systématiquement simulés. La maille, le diamètre du fil et également la taille de la nappe ont été testés. L'ensemble des résultats numériques et expérimentaux, en terme de déplacement et de force à la rupture, sont regroupés dans le tableau 2.3. La taille de la nappe de grillage a également été étudiée car il n'est pas possible de reproduire parfaitement les dimensions physiques de la nappe. Numériquement,

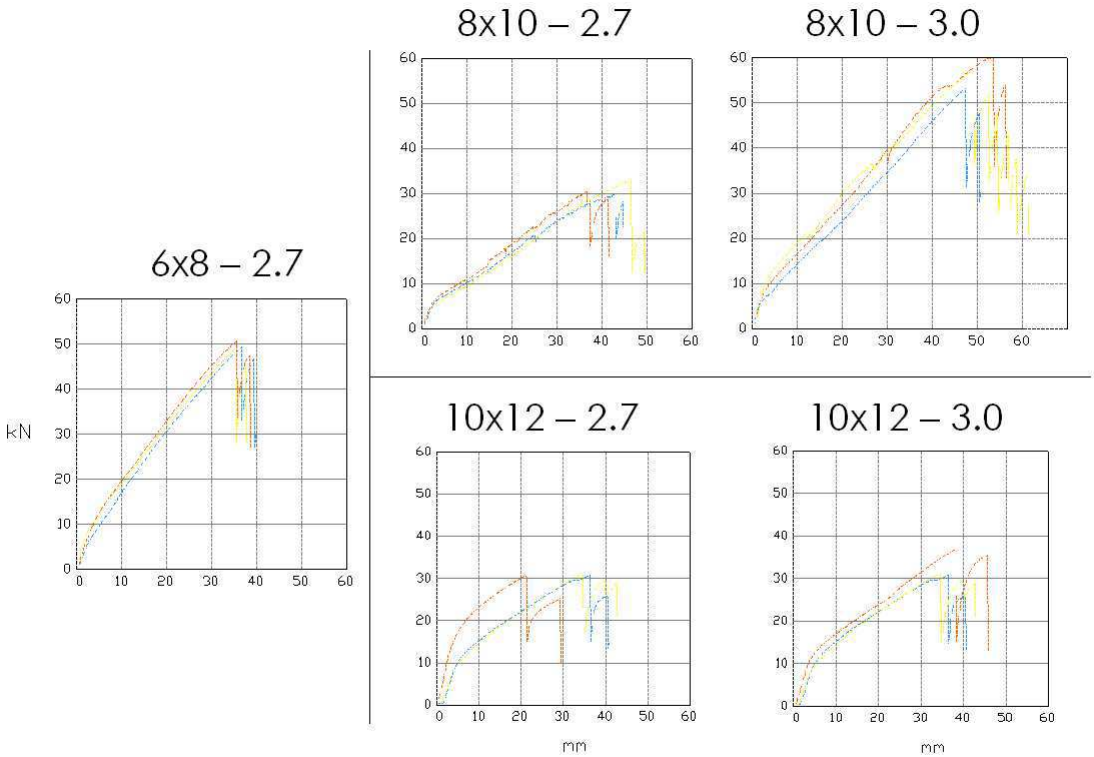


FIG. 2.16 – *Courbes force - déplacement expérimentales issues d'essais de traction sur nappe de grillage (500 mm × 1000 mm). Plusieurs nappes avec des dimensions de maille (6×8 - 8×10 - 10×12) et de diamètres de fil (2.7 mm - 3.0 mm) différents ont été testées (Données Maccaferri).*

Maille (cm)	Hauteur (mm)	Largeur (mm)
6×8	532	946
8×10	484	948
10×12	506	967

TAB. 2.2 – *Dimensions des nappes de grillage associées à la taille de la maille (essais expérimentaux).*

la dimension de la nappe de grillage est dépendante des dimensions de la maille considérée. Ceci implique que les dimensions de la nappe ne peuvent varier que par échelon, l'incrément de taille étant la dimension de la maille. Les dimensions des nappes réelles sont regroupées dans le tableau 2.2.

Les résultats obtenus sont variables. Les simulations donnant les meilleurs résultats sont issues d'essais sur nappe 10x12 - (2.7 et 3.0 mm) avec des dimensions inférieures à l'expérience (390 mm - 900 mm). L'essai sur nappe 6x8 - 2.7 donne également des résultats proches des données expérimentales. Dans le cas des autres essais, la reproduction des essais expérimentaux est plus difficile.

Remarque : D'autres essais expérimentaux de traction ont été réalisés. Ceux-ci ont permis d'étudier la réponse d'une nappe en traction avec un autre dispositif experimental. Les dimensions de la nappe soumise à essai étaient de 300 mm × 1000 mm. Le dispositif de l'essai de traction était un râteau dont les dents viennent s'insérer dans la nappe au niveau des nœuds du grillage. Les premières simulations ont été effectuées avec le modèle d'interaction de la double torsade. Les résultats obtenus se sont révélés très médiocres. Une forte sous estimation du déplacement et de la résistance à la rupture a été constatée pour tous les cas de figure (Maille 8×10 - ϕ_{fil} *= 2.2, 2.7 et 3.0 mm). Une étude paramétrique analogue sur* λ_k *et* λ_ϵ *a été effectuée. Il apparaît que le calage de la loi d'interaction nécessite un coefficient de raideur* $\lambda_k = 0.6$ *et un coefficient de déformation* λ_ϵ *supérieur à 1. Une telle valeur de* λ_ϵ *n'est pas cohérente avec le comportement de la double torsade. La double torsion du fil lors du process de tissage ne peut conduire qu'à un écrouissage du métal donc à une diminution de son élongation à la rupture. Il semblerait que les données expérimentales obtenues avec ce type de dispositif soient mal adaptées pour la validation du modèle d'interaction de la double torsade. Un fait remarquable est le mode de rupture du grillage. Systèmatiquement, le premier brin qui rompt se trouve en contact avec un des deux râteaux du dispositif. Localement, les conditions limites influent de manière non négligable sur la résistance des fils ce qui laisse supposer qu'il existe des phénomènes parasites qui nuisent à la représentativité de la résistance mécanique de la nappe.*

Maille (cm)	ϕ_{fil} (mm)	Taille nappe (mm) Haut.	Larg.	d_r^{EXP} (cm)	d_r^{NUM} (cm)	$\frac{\Delta d_r}{d_r^{NUM}}$	F_r^{EXP} (kN)	F_r^{NUM} (kN)	$\frac{\Delta F_r}{F_r^{NUM}}$
6×8	2.7	470	960	3.7	3.91	6%	49.0	38.1	-22%
		580	1020		5.01	35%		39.7	-19%
8×10	2.7	460	880	4.2	4.61	9.7%	31.0	30.0	-3%
		600	960		6.35	**51%**		32.0	3%
	3.0	460	880	5.0	4.6	-8%	57.0	37.6	-34%
		600	960		6.33	27%		40.2	-29%
10×12	2.7	390	900	3.1	4.14	34%	31.7	26.6	-16%
		560	1000		6.34	**104%**		28.8	-9%
	3.0	390	900	3.7	4.13	12%	36.7	33.6	-8%
		560	1000		6.32	**71%**		36.4	-1%

TAB. 2.3 – *Synthèse des essais numériques de traction sur nappe de grillage. Le déplacement (d_r^{NUM}) et la force à la rupture (F_r^{NUM}), obtenus lors des simulations, sont donnés en fonction de la maille, du diamètre du fil (ϕ_{fil}) et des dimensions de la nappe de grillage (hauteur et largeur). Les valeurs expérimentales associées (d_r^{EXP} et F_r^{EXP}) et les écarts relatifs observés entre les simulations et les expériences sont également reportés.*

2.3.2 Essai d'enfoncement

La simulation d'un essai d'enfoncement a été réalisée. La reproduction des conditions aux limites expérimentales appliquées à la nappe de grillage consiste à immobiliser les nœuds périphériques de la nappe. Expérimentalement, le grillage est solidaire du cadre de chargement grâce à l'enchevêtrement d'un câble de gros diamètre à travers la nappe. La charge est appliquée au système par l'intermédiaire d'une sphère dont le rayon correspond au rayon de courbure de la surface physique venant déformer la nappe. L'effort est appliqué au centre et perpendiculairement à la nappe en imposant une vitesse de translation constante à la sphère. Une photo prise au cours de l'essai mécanique ainsi que la visualisation de la simulation sont représentées sur la figure 2.17. La nappe est un carré de 3 m × 3 m ayant une maille de 8 cm × 10 cm et un diamètre de fil de 3.0 mm.

D'un point de vue qualitatif et quantitatif, les résultats sont en accord avec l'expérience pour des déplacements inférieurs à 250 mm (Figure 2.18). Au delà, la force de réponse de la nappe est sous estimée.

Cette différence de comportement peut s'expliquer de différentes manières. Tout d'abord, l'influence des conditions aux limites reste une cause potentielle de cet écart. Le blocage spatial des nœuds du grillage conduit probablement à des efforts horizontaux sur les brins plus importants que dans le cas réel. Expérimentalement, la manière d'attacher la nappe au cadre autorise de légers déplacements des extrémités de la nappe. Ces petits réarrangements locaux conduisent les brins à se réorienter et ainsi à améliorer la résistance globale du système.

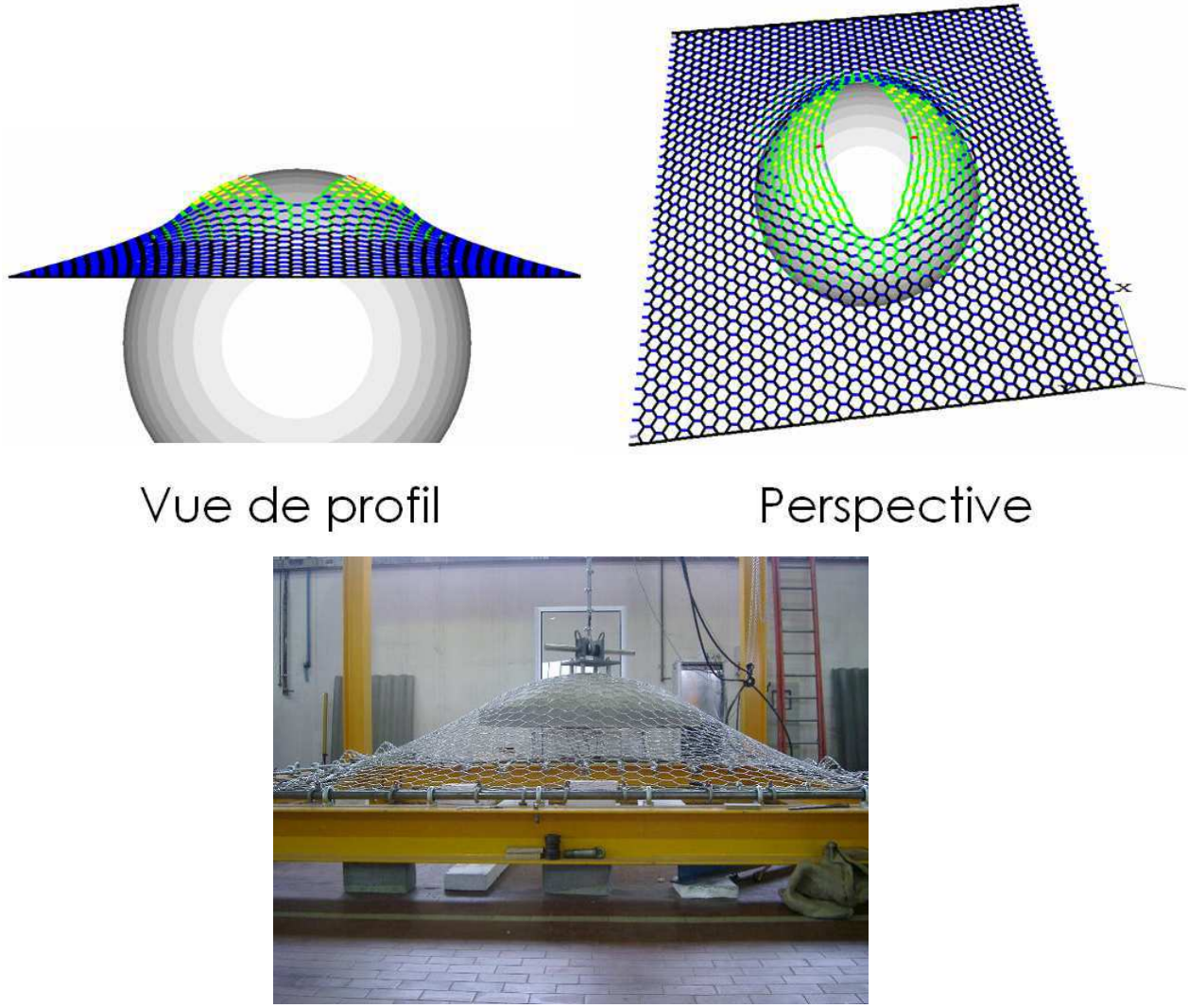


FIG. 2.17 – *Condition de sollicitation de type Punch test.*

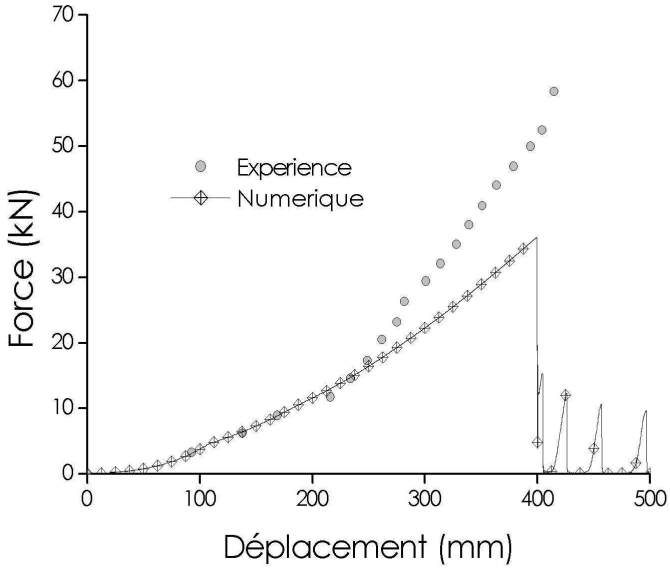


FIG. 2.18 – *Essai de punch test sur nappe de grillage. Comparaison des résultats numérique et expérimental en terme de force orthogonale à la nappe en fonction de l'enfoncement.*

En outre, le mode de rupture n'est pas le même. Dans le cas réel, la rupture du premier brin est fréquemment localisée non loin des bords du cadre de maintien alors que numériquement, le déchirement de la nappe survient au centre de celle-ci. Encore une fois, les conditions aux limites jouent un rôle non négligeable dans le comportement mécanique.

Une autre source de divergence peut provenir du modèle d'interaction proposé pour la double torsade. Les résultats obtenus dans le cadre des essais de traction mettent en relief cet aspect (Tableau 2.3).

2.4 Résumé - Conclusion

Dans ce chapitre la modélisation du grillage de la cellule a été exposée. Bien que le grillage soit un matériau filiforme et donc par nature continue, une approche numérique discrète a été proposée. Celle-ci repose sur une description géométrique du grillage par l'intermédiaire de particules placées à l'intersection des fils de métal. Les interactions entre particules se font à distance et sont décrites à partir de la loi de comportement du métal constitutif du grillage. La nature et les paramètres de cette loi ont été estimés grâce à des essais de traction simple sur fils. Dans une nappe de grillage on distingue deux types d'interactions entre particules : une interaction liée au brin seul et une autre

liée à la double torsade.

Le calage et la validation du modèle d'interaction de la double torsade ont été effectués en s'appuyant sur des résultats expérimentaux issus de tractions simples sur nappes de grillage. Les nappes de grillage possédaient différentes dimensions et différents diamètres de fils. En complément, un essai mécanique d'enfoncement a été simulé et a donné une très bonne concordance avec l'expérience pour des déformations inférieures à 61 % de la déformation maximale atteinte.

Bien que les résultats soient relativement proches des données expérimentales, il existe toutefois des disparités entre le modèle et l'expérience. Tous les cas de figure ne peuvent être simulés avec ce seul et même modèle d'interaction de la double torsade. Celui-ci n'est pas encore satisfaisant. Cependant, en considérant que les protocoles expérimentaux sont mal connus et que la variabilité des résistances des fils (de 350 à 500 MPa) influe de manière significative sur la réponse mécanique de la nappe, il semble audacieux d'envisager un calage précis du modèle d'interaction de la double torsade. De plus, le modèle du grillage tel qu'il est à l'heure actuelle ne prend pas en compte toutes les particularités d'un grillage à maille hexagonale. La géométrie propre de la double torsade, le glissement des brins les uns sur les autres, les concentrations de contraintes locales dues au mode d'attache des nappes sur les dispositifs expérimentaux sont autant de paramètres à intégrer dans le modèle pour une description plus fine du grillage. Par la suite et en première approximation, on se limite au modèle d'interaction présenté et dont le calage a été exposé dans ce chapitre.

Les phénomènes qui surviennent durant la sollicitation d'une double torsade sont très complexes. Pour prendre indirectement en compte ces aspects, l'amélioration du modèle d'interaction de la double torsade peut être envisagée sous un angle statistique. L'introduction de valeurs aléatoires de déplacement et de résistance à la rupture permettrait de considérer la variabilité des propriétés mécaniques des fils. Ceci conduirait à une meilleure représentation de la réalité et autoriserait une description moyenne du comportement mécanique d'une nappe de grillage quelconque.

En outre, il serait intéressant de réaliser des études complémentaires au niveau du grillage pour une caractérisation plus précise du comportement de la double torsade au travers d'essais de traction simples mieux contrôlés et mieux instrumentés. Le montage du dispositif expérimental devrait être réalisé de manière à réduire au maximum l'influence des conditions aux limites sur le comportement mécanique de la nappe. Cela permetterait de simuler les conditions limites avec beaucoup plus de précision. Ainsi, il sera possible d'aller plus loin dans la compréhension du comportement mécanique d'une double torsade et d'estimer, cette fois de manière quantitative, les paramètres du modèle d'interaction à implémenter.

Pour finir, la modélisation du grillage proposée est générique. En effet, d'autres types de systèmes mécaniques maillés peuvent être simulés à partir de cette représentation discrète. En fonction du système considéré, il est possible de changer la forme et les dimen-

sions de la maille ainsi que les modèles d'interaction entre particules. Des filets plaqués sur parois délitées aux nappes de géogrilles, les applications possibles sont nombreuses.

Chapitre 3

Modélisation numérique de la cellule

Le vrai danger, ce n'est pas quand les ordinateurs penseront comme les hommes, c'est quand les hommes penseront comme les ordinateurs. Syndey J. Harris

3.1 Introduction

Dans ce chapitre on présente la modélisation discrète du matériau de remplissage dont les propriétés physiques ont été calées en s'appuyant sur des données expérimentales. Ensuite, après avoir effectué le couplage du grillage avec le matériau de remplissage, on expose la méthode choisie pour la calibration des microparamètres. Enfin, on s'intéresse à définir la notion de quasi-staticité pour ce type de système particulier.

3.2 Caractérisation expérimentale des grains

En règle générale et sauf spécifications contraires, les gabions sont remplis de pierres conformes à la classe granulaire *90/180* (*NFEN13386-1*, 2002). Les éléments de remplissage doivent être issus de préférence de matériaux durs, insensibles à l'eau, sains, non évolutifs, non gélifs et non friables. Leur masse volumique doit être d'au moins 2200 kg/m^3. Pour des raisons mécaniques, les éléments doivent avoir une forme homogène et une répartition granulométrique régulière.

Dans le cadre du travail de thèse associé de Stéphane Lambert [1], des expérimentations ont été menées pour la caractérisation mécanique de cellules remplies de pierres. Le matériau utilisé pour ces expérimentations est un concassé de carrière de calcaire Urgonien. Sa densité est de 2.64. La granulométrie du matériau entre dans une gamme de tailles de granulats allant de 50 à 300 mm. Trois mesures par élément, effectuées sur des axes orthogonaux, permettent d'avoir un ordre de grandeur de sa taille dans l'espace (Figures 3.1 et 3.2). Les critères de préparation des cellules impliquent que l'élément le plus petit doit être de taille supérieure à la largeur de la maille et que la taille de l'élément le plus gros doit être inférieure à un tiers de l'arête de la cage.

Les assemblages de grains des cellules ont fait l'objet d'une caractérisation géométrique. Le tableau 3.1 regroupe les dimensions intermédiaires mesurées, à 5 mm près, et leur courbe granulométrique correspondante est représentée sur la figure 3.3. Pour tracer la courbe granulométrique à partir du volume cumulé, le volume de chaque pierre, V_{ele^t}, est calculé à partir des trois dimensions mesurées :

$$V_{ele^t} = c_v \, d_x \, d_y \, d_z \tag{3.1}$$

où c_v est un coefficient multiplicatif constant, compris entre 0 et 1, permettant de s'approcher du volume réel de l'élément considéré. Ce coefficient a été évalué expérimentalement. A partir d'un échantillon représentatif de pierres issu du matériau utilisé lors

1. Titre de la thèse : Étude expérimentale du comportement mécanique de structures composites cellulaires soumises à impact - Application aux merlons pare blocs. Laboratoires de rattachement : Cemagref de Grenoble et LIRIGM. Date de démarrage : Octobre 2003. Adresse postale : 2, rue de la papeterie BP 76, 38402 S^{t}Martin d'Hères cedex. Email: stephane.lambert@grenoble.cemagref.fr. Page web: www.grenoble.cemagref.fr/etna.

Cellule	EXP1	EXP2	EXP3	EXP4	EXP5	EXP6
Moyenne	106	121	105	122	120	105
Ecart type	29	26	28	27	30	26
Minimum	50	70	50	70	70	80
Maximum	190	210	190	210	230	170

TAB. 3.1 – *Récapitulatif des dimensions intermédiaires des blocs constitutifs de cellules de 500 mm × 500 mm × 500 mm. La moyenne, l'écart type associé, le maximum et le minimum des dimensions des blocs de six cellules sont présentés.*

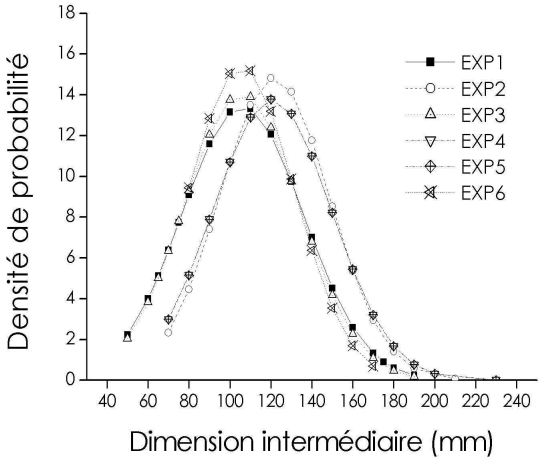


FIG. 3.1 – *Courbes gaussiennes des dimensions intermédiaires des éléments utilisés pour les expériences.*

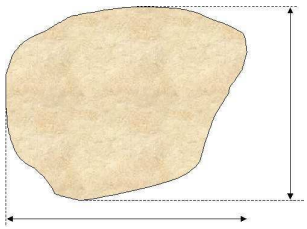


FIG. 3.2 – *Forme physique des éléments constitutifs utilisés pour les expérimentations sur cellules. La caractérisation géométrique est réalisée par la mesure des principales dimensions de l'élément selon trois axes orthogonaux.*

des expériences, on procède à la mesure précise du volume de l'assemblée de pierres. Pour ceci, les pierres sont immergées dans un bassin. La densité de l'eau étant connue, le volume de l'assemblée de grains (V_{reel}) est déduit à partir de la variation de niveau de la surface libre de l'eau. Ensuite, la mesure de d_x, d_y et d_z est effectuée sur chaque pierre ce qui permet de donner une estimation (V_{es}) du volume total occupé. c_v est déduit en effectuant le rapport des volumes V_{reel} et V_{es}. c_v est en moyenne égal à 0.5.

3.3 Modélisation du matériau de remplissage

Dans la plupart des cas, les structures construites en gabions utilisent des matériaux granulaires issus du site où l'ouvrage est réalisé ou à proximité. La Norme Française (*NFP94-325-1*, 2004) pour l'exécution des travaux géotechniques spéciaux d'ouvrages en gabions impose une valeur minimum de densité et une classe granulométrique. Ce sont les seuls paramètres physiques auxquels doivent répondre les blocs. Aucune contrainte sur la forme des éléments n'est imposée. Divers travaux scientifiques ont permis de mettre en évidence que le comportement d'un milieu granulaire, en particulier lorsque le nombre d'éléments est réduit, dépend de la forme des particules qui le composent.

Grâce à des tests de compressions biaxiales, *Rothenburg et Bathurst* (1992) mettent en relief les différences entre des assemblages de particules complètement sphériques et de forme elliptiques. Une étude systématique de l'influence de l'excentricité des particules sur l'angle de frottement maximal et sur le pic de dilatance a été réalisée. Les auteurs démontrent, entre autres, que la forme joue sur la résistance au pic du matériau granulaire. L'augmentation de résistance au pic dans le cas d'ellipses s'explique par une densité de contact plus importante que dans le cas de sphères. Pour des conditions de sollicitation similaires, *Thomas et Bray* (1999) ont également montré que la modélisation de milieux granulaires par l'intermédiaire de simples sphères réduit de manière irréaliste la résistance de l'assemblage. Les rotations excessives des particules en sont la cause.

Ces résultats illustrent l'importance de prendre en compte la forme de l'élément pour espérer reproduire les processus physiques se développant lors du chargement mécanique

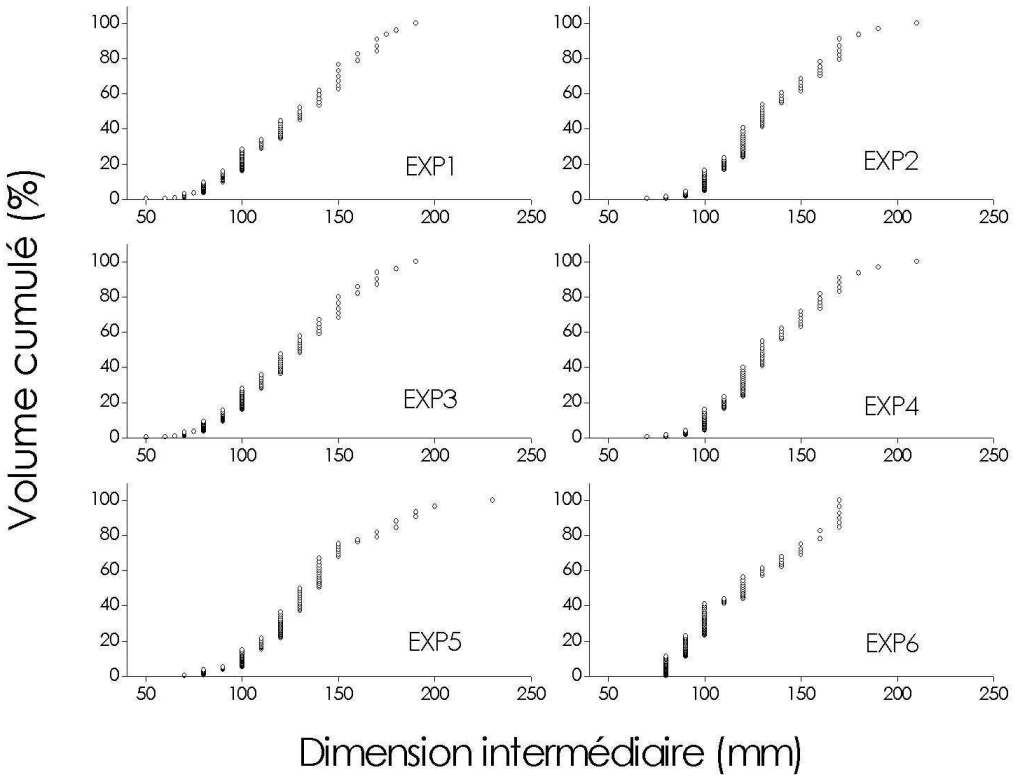


FIG. 3.3 – *Courbes granulométriques expérimentales. Assemblées de grains issues de six cellules de 500 mm de côté.*

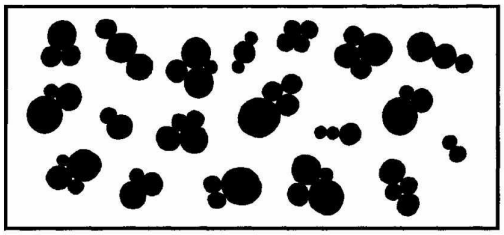


FIG. 3.4 – *Exemple de forme d'élément dans un cas bidimensionnel par agrégation de particules sphériques (Thomas et Bray, 1999).*

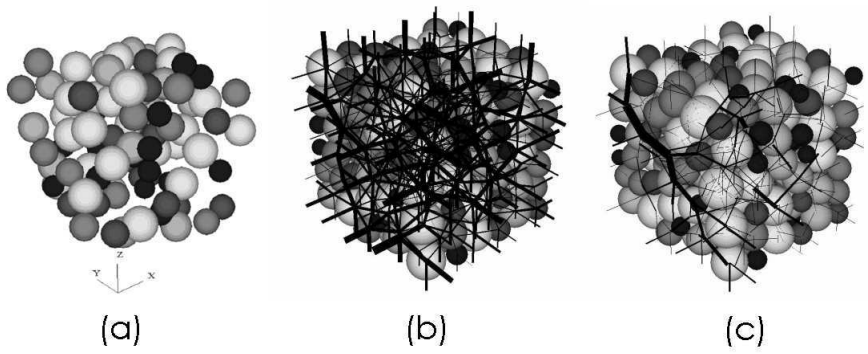


FIG. 3.5 – *Phases de mise en place d'éléments sphériques dans la cellule. (a) Placement sans interpénétration des particules dans la cellule, (b) obtention de la porosité (n_{req}) par grossissement des rayons et (c) diminution des forces de contact par ajustement des rayons des sphères.*

d'une cellule. Une technique couramment utilisée (voir par exemple *Sallam et al.* (2004)) est employée pour modéliser la forme de particule quelconque. Elle consiste à associer un ensemble de particules sphériques les unes aux autres (Figure 3.4). Pour les cellules, les formes rencontrées peuvent se classer en deux grandes familles : Les éléments de *formes arrondies*, qui seront souvent des matériaux issus de rivière et des éléments à *forme anguleuse* qui proviendront de matériaux concassés en carrière.

Pour la modélisation du matériau de remplissage, plusieurs formes d'éléments ont été considérées. Le choix de la forme des éléments effectué, leur positionnement dans l'espace doit être réalisé. Chaque élément requière une méthode particulière pour sa création et son positionnement au sein de la cellule. On s'intéresse ici à la reproduction des paramètres physiques de l'assemblage de grains, c'est à dire la granulométrie, la porosité et la forme des grains.

3.3.1 Modèle d'éléments sphériques

Dans le cas de particules sphériques, il existe plusieurs méthodes de placement des particules (*Bagi*, 2005). La génération de l'élément sphérique ne pose pas de problème particulier. La sphère est l'élément de base du code PFC.

Ici on s'intéresse à la méthode de mise en place de l'assemblage (Figure 3.5). Elle consiste à introduire aléatoirement les particules dans l'espace désiré et à modifier leur diamètre pour obtenir une porosité, une granulométrie et un réseau initial de forces de contact représentatifs de l'état initial d'une cellule soumise à la gravité. Proposée par *Itasca* (2003c), la procédure de positionnement des particules sphériques se fait en deux phases.

Phase 1 : Les éléments sont placés dans la cellule de manière à ce qu'il n'y ait pas d'in-

terpénétration entre eux. Les dimensions des sphères sont tirées aléatoirement dans une distribution gaussienne. Toutes possèdent initialement des tailles inférieures à leur taille finale. Le frottement entre les éléments est nul pour faciliter leur réarrangement lors du grossissement des rayons. Le nombre d'éléments (N_{ele}), la porosité finale à l'issue de cette phase (n_{req}) et le rapport entre plus grand et plus petit rayon de grain (R_d) sont fixés par l'utilisateur. Cette phase est réalisée pour obtenir la valeur de porosité fixée, n_{req}, sans se soucier de l'intensité des forces de contact finales dans l'assemblée.

Phase 2 : Ensuite, il est nécessaire de réduire l'état de contrainte initial du système de manière à relaxer les forces de contact entre grains. Une procédure itérative permet de calculer les rayons des particules pour atteindre une valeur de contrainte isotrope fixée régnant au sein de l'assemblage. L'expression de σ_0 se déduit grâce à l'expression suivante du tenseur des contraintes moyenné sur le volume $\mathcal{V}$ (*Love*, 1927) :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{c=1}^{N_c} F_i^{(c)} \, l_j^{(c)} \tag{3.2}$$

où i et j sont les directions décrivant l'espace, N_c le nombre de contacts dans le volume $\mathcal{V}$ et $l_j^{(c)}$ la composante suivant la direction j du vecteur séparant les centres des particules associées au contact c. Comme le coefficient de frottement a été choisi nul, il n'existe que des forces de contact normales entre les éléments ($\| \vec{F}_i^{(c)} \| = F_n^{(c)}$). On a alors $F_i^{(c)} = F_n^{(c)} n_i$ et $l_j^{(c)} = l^{(c)} n_j$ avec n_i la composante suivant la direction i du vecteur unitaire portant à la fois la force de contact et $\vec{l}^{(c)}$. Finalement, il vient :

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) = \frac{1}{3\,\mathcal{V}} \sum_{c=1}^{N_c} F_n^{(c)} \, l^{(c)} \tag{3.3}$$

A l'issue de cette phase, une assemblée de sphères de porosité donnée et de granulométrie donnée est obtenue. L'influence des paramètres de simulation sur la porosité et sur la distribution granulométrique de l'assemblage est représentée sur les figures 3.6 et 3.7.

La procédure conduit en moyenne à une valeur de porosité de 46 %. La porosité finale n'est quasiment pas dépendante des données d'entrée du modèle.

En termes de granulométrie, les dimensions des grains sont peu sensibles à R_d. Dans le cas où le nombre d'éléments est fixé, le rapport R_d ne modifie pas singulièrement la distribution granulométrique finale. En outre, la dispersion des tailles est d'autant plus grande que le nombre d'éléments est petit.

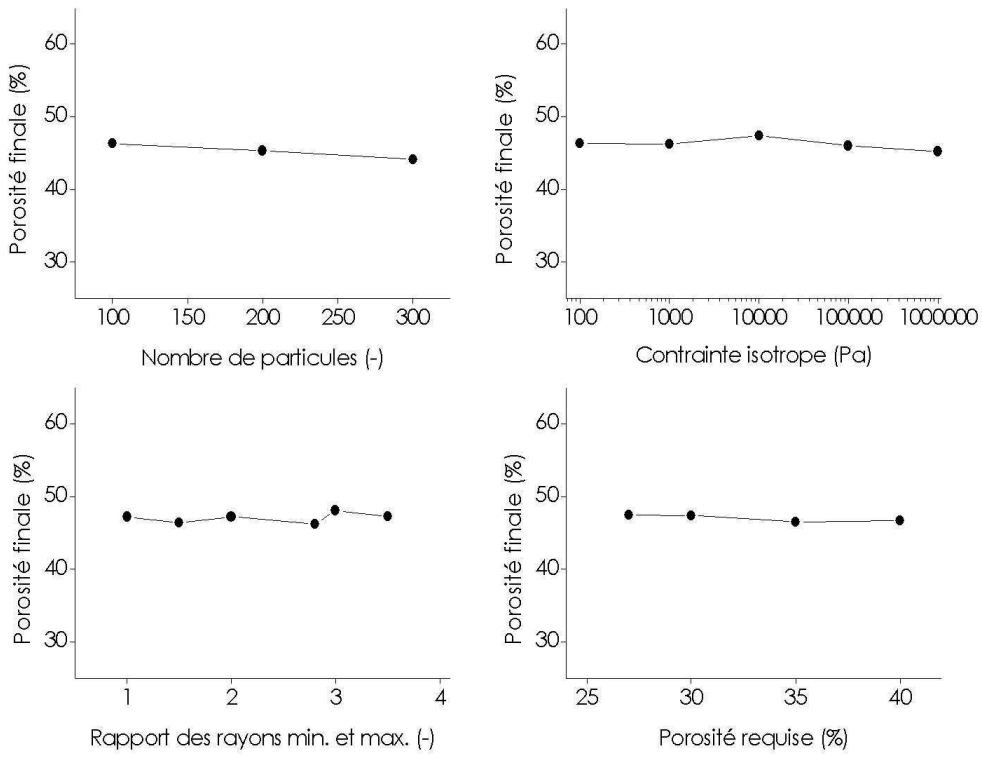


FIG. 3.6 – *Influence du nombre d'éléments (N_{ele}), de la contrainte isotrope (σ_0), de la porosité requise (n_{req}) et du rapport des rayons max. et min. des particules (R_d) sur la porosité finale d'assemblages granulaires composés d'éléments sphériques.*

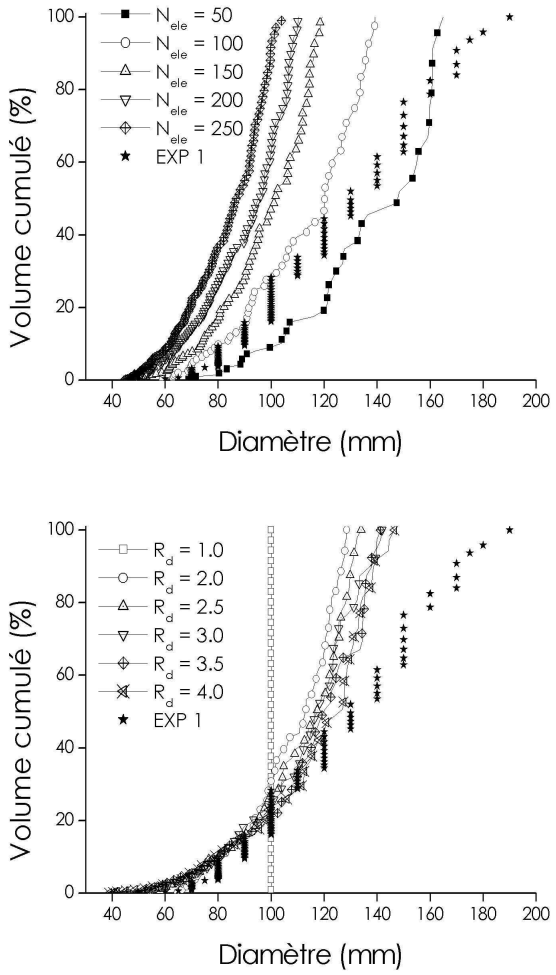


FIG. 3.7 – *Influence du nombre d'éléments (N_{ele}) et du rapport des rayons maximaux et minimaux des particules (R_d) sur la granulométrie finale d'assemblages granulaires composés de sphères. Pour la figure du haut $R_d = 2.5$ et pour celle du bas $N_{ele} = 100$.*

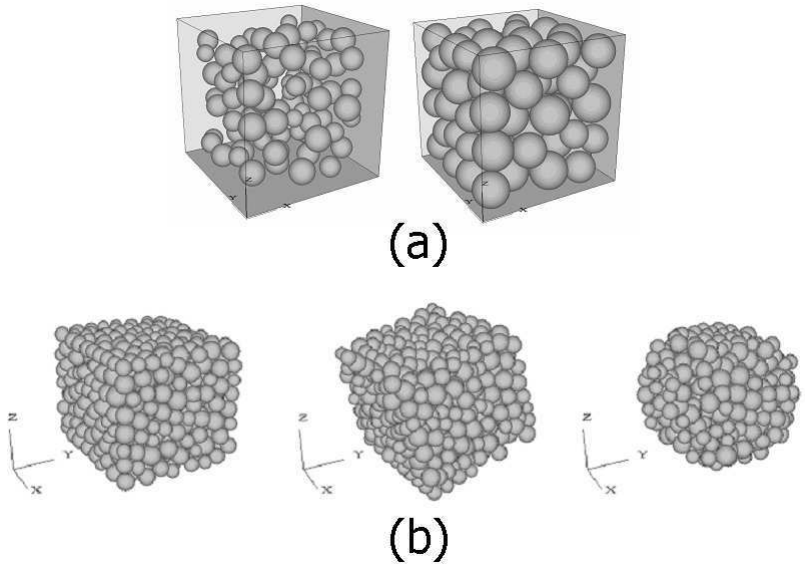


FIG. 3.8 – *Génération d'un élément anguleux. (a) Création de l'élément (Placement des particules et augmentation des rayons), (b) Rotation et découpe des arêtes.*

3.3.2 Modèle d'éléments anguleux

La prise en compte de cette forme complexe d'éléments nécessite deux étapes pour construire l'assemblage de grains : la génération de l'élément et ensuite sa mise en place dans la cellule.

3.3.2.1 Génération de l'élément

La génération d'un élément anguleux est réalisée en deux phases. Tout d'abord, un nombre défini de particules est placé aléatoirement dans un espace parallélépipédique (Figure 3.8). Les particules sont positionnées dans cet espace de la même manière que dans le cas du modèle d'éléments sphériques (§3.3.1) mais cette fois-ci, l'espace à remplir a les dimensions de l'élément.

Les dimensions de l'élément sont choisies au hasard dans une distribution gaussienne de valeurs correspondant à la granulométrie recherchée. La moyenne et l'écart type de cette distribution sont déterminés grâce aux valeurs expérimentales résumées dans le tableau 3.1 page 67.

Ensuite, deux rotations dans l'espace suivant deux axes différents sont appliquées à l'élément. Les angles de rotation sont tirés aléatoirement. Enfin, les particules se trouvant sur les arêtes de l'assemblage peuvent être supprimées dans le but de réduire l'angularité de l'élément (Figure 3.8) puis l'ensemble des particules constitutives d'un élément est agrégé de manière indissociable.

3.3.2.2 Mise en place des éléments

La méthode retenue dite de *pluviation* consiste à utiliser la gravité pour positionner les éléments dans l'espace souhaité. Les éléments sont initialement placés en colonnes en partie supérieure de la zone à remplir (Figure 3.9). L'application de la gravité conduit à l'effondrement des colonnes et à la mise en place des éléments dans la cellule. Pour faciliter leur positionnement, le frottement interparticulaire est choisi égal à zéro.

Dès qu'un état d'équilibre mécanique est atteint, une vibration des éléments est effectuée. La méthode de vibration consiste à appliquer sur deux particules constitutives de chaque élément des forces additionnelles. L'expression de ces forces à la forme suivante :

$$\vec{F}_{comp} = F_{comp} \left(cos(\phi)\, cos(\theta)\, \vec{e}_x + cos(\phi)\, sin(\theta)\, \vec{e}_y + sin(\phi)\, \vec{e}_z \right) \tag{3.4}$$

où F_{comp} est l'amplitude maximale de la force. Elle est calculée de manière à être 10 fois supérieure au poids propre de l'élément. Les angles d'Euler, ϕ et θ, sont fonctions du temps et définis comme suit.

$$\phi(t) = \varphi_{amp}\, sin(\omega_\varphi\, t + \phi_\varphi) - \frac{\pi}{2} \tag{3.5}$$

$$\theta(t) = \theta_{amp}\, sin(\omega_\theta\, t + \phi_\theta) \tag{3.6}$$

Ces forces variables dans le temps et l'espace permettent le déplacement relatif des éléments en créant des mouvements de rotation et conduisent à une optimisation de la compacité finale de la cellule.

3.3.3 Autres modèles d'éléments

D'autres modèles ont également été abordés à titre prospectif. Ils sont reportés à titre indicatif mais n'ont pas fait l'objet d'études systématiques lors de la caractérisation mécanique de la cellule.

3.3.3.1 Modèle d'éléments ellipsoïdaux

Ici, on propose de prendre en compte une forme d'élément apparentée aux matériaux roulés issus de lit de rivière. Les éléments ont une forme ellipsoïdale. Comme pour le modèle des éléments anguleux, le remplissage de la cellule se fait tout d'abord par génération de l'élément puis par son positionnement au sein de la cellule.

Génération de l'élément : Les particules sphériques constitutives d'un élément sont positionnées dans l'espace grâce aux équations paramétriques de l'ellipsoïde. Leurs expressions sont les suivantes :

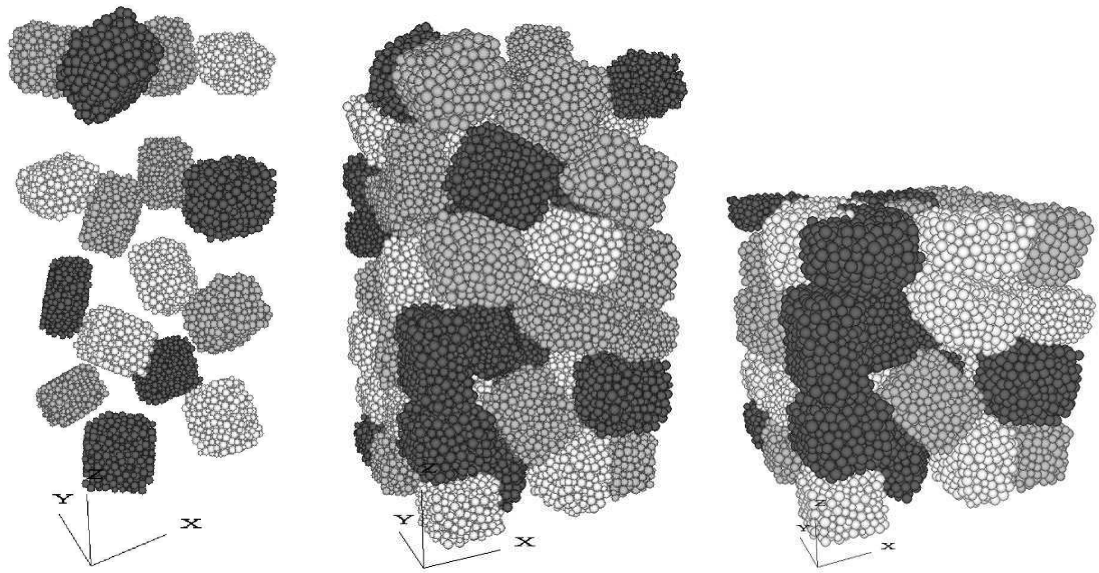


FIG. 3.9 – *Mise en place d'éléments anguleux. De gauche à droite : Mise en place des éléments dans l'espace, application de la gravité et mise aux dimensions de la cellule par suppression des particules supérieures.*

$$x(\theta,\phi) = a\,cos(\theta)\,cos(\phi) \tag{3.7}$$

$$y(\theta,\phi) = b\,sin(\theta)\,cos(\phi) \tag{3.8}$$

$$z(\theta,\phi) = c\,sin(\phi) \tag{3.9}$$

où a, b et c sont les trois demis axes de l'ellipsoïde et (x, y, z) les coordonnées définies d'un point M de l'espace appartenant à l'ellipsoïde. Les valeurs de a, b et c représentent les dimensions de l'élément. Elles sont tirées aléatoirement dans une distribution gaussienne de valeur dont les caractéristiques[2] sont calées sur les données expérimentales. La répartition régulière des particules sphériques sur la surface de l'ellipsoïde est effectuée en parcourant l'espace suivant les angles d'Euler θ et ϕ. Les particules sont finalement agrégées les unes aux autres et restent à égale distance au cours de la simulation.

Mise en place des éléments : La mise en place des formes ellipsoïdales au sein de la cellule s'effectue en deux phases. Tout d'abord, les ellipsoïdes sont générés un à un dans l'espace. Le volume total est subdivisé en sous volumes identiques de forme cubique où les éléments sont placés (Figure 3.10).

2. Moyenne et écart type.

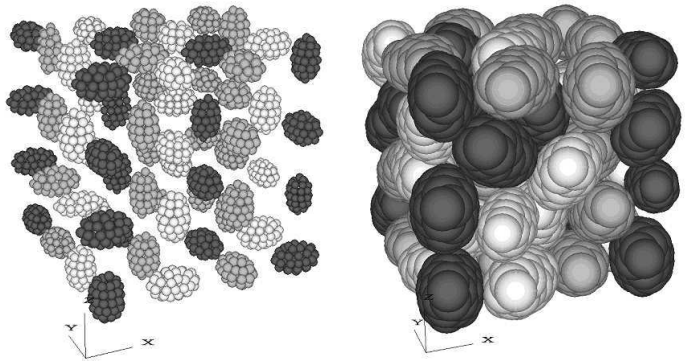


FIG. 3.10 – *Placement des ellipsoïdes dans l'espace puis grossissement homogène des rayons.*

Confinés dans une enceinte aux dimensions finales de la cellule, les éléments sont alternativement grossis et soumis à la gravité. Avant une phase d'augmentation de rayons, l'assemblée de grains doit avoir atteint un état d'équilibre mécanique sous l'action de la gravité. Le grossissement est stoppé dès que l'espace est rempli, c'est à dire lorsque les éléments entrent en contact avec la frontière supérieure de la cellule.

3.3.3.2 Modèle d'éléments de formes quelconques

Technique du collage des contacts

La cellule est remplie de particules sphériques par la même méthode utilisée dans le cas du modèle d'éléments sphériques (§3.3.1 page 70). A ce stade, les particules sphériques remplissent la cellule et donne naissance à un réseau de contacts. La génération d'éléments non sphériques consiste à coller les particules les unes aux autres. Pour se faire on utilise le réseau de contacts de chaque particule sphérique.

Le principe est le suivant. On va parcourir de manière aléatoire l'assemblée de particules. Durant la procédure, la particule sphérique courante est identifiée avec son réseau de contacts imposé par ses particules voisines. Si la particule a déjà été collée avec d'autres particules, on passe à la particule suivante. Dans le cas contraire, l'agrégation de celle-ci avec ses particules voisines est effectuée. On ne colle que les particules voisines qui sont seules, c'est à dire qui n'ont pas encore été collées avec d'autres particules (Figure 3.11a).

Cette technique possède les mêmes avantages que la précédente, c'est à dire que la mise en place des éléments est rapide et le nombre de particules est limité. Cependant, à l'échelle de l'élément, la forme est mal contrôlée et leur enchevêtrement n'est pas forcément représentatif de la réalité observée.

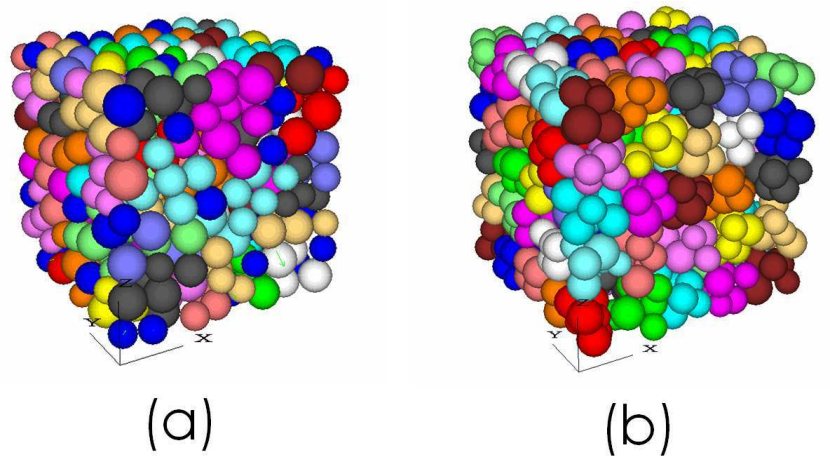


FIG. 3.11 – *Modèles alternatifs de représentation discrète des formes des éléments de remplissage. L'assemblage (a) a été obtenu avec une technique de collage par détection de contact et l'assemblage (b) par la technique de remplissage de sous volumes.*

Technique des sous volumes

De la même manière que pour les ellipsoïdes, mais dans le but de générer des formes géométriques aléatoires, l'espace de la cellule est divisé en sous volumes cubiques. Dans chaque sous volume sont placées des particules sphériques dont le nombre est défini par l'utilisateur avec un rayon initial inférieur au rayon final. Des conditions en déplacement fixent les limites du sous volume pour la contention des particules sphériques. Le rayon des particules est alors augmenté jusqu'à leur entrée en contact. Ensuite, les éléments sont créés en collant de manière indissociable les particules de chaque sous volume (Figure 3.11b).

Le principal avantage de cette technique est la mise en place rapide des éléments au sein de la cellule. De plus, un faible nombre de particules peut être utilisé pour créer un élément de forme quelconque. Cependant, la forme des éléments reste très grossière par rapport aux éléments anguleux réels. La mise en place s'apparente à la construction d'un réseau régulier d'éléments (arrangement cubique) ce qui peut fortement influencer le comportement d'ensemble de la cellule.

3.3.4 Synthèse sur les modèles d'éléments

Plusieurs modèles destinés à prendre en compte la forme des éléments et différentes techniques de placement et de génération des éléments dans l'espace ont été proposées.

Le modèle de matériau le plus simple est obtenu en considérant des formes sphériques. Les avantages de ce modèle s'expriment en termes de facilité et de rapidité de mise en place

des éléments au sein de la cellule. Les temps de calcul des simulations sont relativement courts et permettent de réaliser aisément des études paramétriques. Cependant, comme on le verra, lors d'une compression dans des conditions non confinées, la facilité de rotation des éléments influe sur le comportement mécanique global. Pour une description fine du comportement d'une cellule, des formes plus complexes doivent être envisagées.

Considérer des formes non sphériques pour la modélisation du matériau de remplissage conduit à des temps de mise en place plus longs. Tout d'abord, le nombre total de particules est supérieur. En moyenne, pour une bonne description géométrique, un élément ellipsoïdal est composé de 40 particules sphériques et un élément anguleux de 500. De plus, ce type d'élément implique une phase supplémentaire liée à leur création et à leur positionnement dans l'espace. Pour chaque forme, une procédure de remplissage spécifique est nécessaire et est d'autant plus longue que la forme est complexe. Les ordres de grandeur de temps de mise en place sont d'une dizaine de minutes pour des éléments sphériques, de quelques heures pour les éléments ellipsoïdaux et de quelques jours pour les formes anguleuses.

Chaque forme confère à la cellule un comportement particulier. Ceci sera mis en relief à travers les essais de compression de cellule effectués en conditions non confinées. Au cours de l'essai, dès lors que les éléments subissent des mouvements de translation et de rotation importants, l'influence de la forme est très marquée. L'angularité des blocs, leur taille et leur enchevêtrement jouent des rôles majeurs dans la réponse mécanique de la cellule.

3.4 Données physiques initiales des cellules

3.4.1 Granulométries et porosités initiales des cellules

En s'appuyant sur les données expérimentales (Tableau 3.1 page 67), des cellules remplies par des éléments de formes différentes sont simulées. Trois formes sont considérées : des formes sphériques, ellipsoïdales et anguleuses. Leurs porosités sont indiquées dans le tableau 3.2. Les granulométries sont représentées sur la figure 3.12.

Compte tenu des conditions géométriques imposées par la taille de la maille, les dimensions des cellules numériques sont légèrement différentes des dimensions réelles des cellules. Les cellules numériques ont des longueurs d'arête de 48 cm alors qu'en réalité cette longueur est de 50 cm $\pm$ 1 cm. Cet écart est dû au mode de fabrication des cellules où la liaison des panneaux de grillage est effectuée par agrafage ce qui induit des jeux non négligeables sur les dimensions des cellules. Numériquement, ces jeux n'existent pas. L'écart de volume entre cellule numérique et cellule expérimentale est compris entre 15 % et 20 %. Ainsi, le nombre d'éléments introduits dans les cellules simulées est inférieur à celui introduit dans les cellules expérimentales.

De plus, les modes de remplissage numérique et expérimental sont différents. Le rem-

plissage physique des cellules est effectué à la main dans un souci d'optimisation de la compacité. Chaque pierre est positionnée de sorte que le maximum d'espace soit occupé. Les porosités expérimentales sont en moyenne de 41.7 %. Dans le cas des formes anguleuses, le dépôt par pluviation des éléments conduit à des porosités importantes (de l'ordre de 50 %). La vibration est nécessaire et permet de diminuer la porosité d'environ de 5 %. Des porosités en moyenne de 43.7 % peuvent être atteintes lors de La mise en place des formes roulées (sphères et ellipsoïdes). Dans les deux cas de figure, la porosité finale des cellules numériques est supérieure à celle des cellules expérimentales.

La granulométrie expérimentale est en accord avec les résultats obtenus dans le cas des formes anguleuses. Les éléments volumineux sont cependant difficiles à reproduire d'un point de vue numérique. En effet, l'introduction d'éléments de taille importante dans la cellule conduit à générer des cellules de porosité élevée. L'agencement initial de ces éléments peut engendrer des zones de vide importantes. Compte tenu du rapport de leur taille en comparaison des dimensions de la cellule, la vibration de ces éléments n'améliore pas la compacité de la cellule. Les éléments restent globalement à leur position d'origine en conférant à l'assemblage une forte stabilité mécanique. Par conséquent, pour atteindre des porosités proches de celles obtenues expérimentalement les gros éléments ne sont pas pris en compte.

Dans le cas des formes roulées, les granulométries sont plus resserrées. Ceci est dû à la méthode de mise en place des éléments qui fait appel à la division de l'espace de la cellule en sous volumes et à l'augmentation homogène des rayons des particules.

3.4.2 Distribution des orientations de contact

Le comportement mécanique d'un assemblage granulaire est en partie conditionné par la configuration initiale des éléments et de ce fait dépend de la géométrique du réseau de contacts. Il est généralement admis que la variabilité des résultats augmente lorsque le nombre d'éléments diminue. Pour la modélisation de matériaux homogènes comme un sol fin ou un béton, l'isotropie de l'échantillon testé est généralement vérifiée à partir de la distribution spatiale des orientations de contact. Un milieu granulaire sera réputé isotrope lorsque la probabilité de trouver un contact dans une direction est indépendante de l'orientation considérée. Dans le cas de matériaux grossiers, la caractérisation du réseau géométrique des contacts est une information supplémentaire pour évaluer l'hétérogénéité du milieu.

A titre d'exemple, la figure 3.13 représente la distribution de contacts de deux cellules remplies d'une part d'éléments sphériques et d'autre part d'éléments anguleux. La méthode de mise en place et la forme des éléments conditionnent la géométrie du réseau des contacts. Dans le cas de formes anguleuses, il apparaît une direction privilégiée de contact suivant l'axe Z due à la mise en place par pluviation, Z étant l'axe porté par la gravité. Pour les sphères, cette tendance est moins marquée. Tout d'abord, la méthode

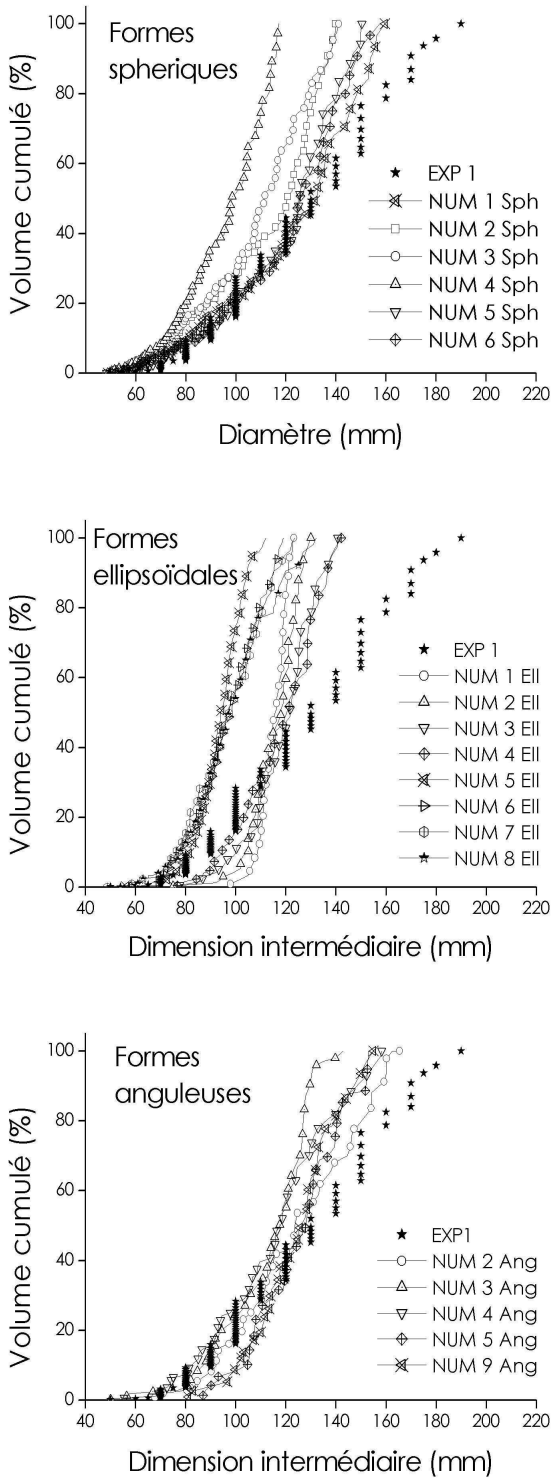


FIG. 3.12 – *Granulométries associées aux modèles d'éléments sphériques, ellipsoïdaux et anguleux.*

n ° cellule	EXP : Données expérimentales	NUM Sph : Formes Sphériques	NUM Ell : Formes Ellipsoïdales	NUM Ang : Formes Anguleuses
1	42.6	44.7	43.3	45.9
2	42.1	42.4	44.8	46.6
3	41.3	44.3	43.2	52.2
4	39.1	44.5	45.5	51.7
5	42.6	42.6	43.6	50.6
6	42.7	43.5	42.5	47.9
7	×	×	44.0	44.7⋆
8	×	×	42.8	45.0⋆
9	×	×	×	44.6⋆
10	×	×	×	43.6⋆

⋆ Cellules remplies de formes anguleuses qui ont été vibrées.

TAB. 3.2 – *Récapitulatif des porosités initiales des cellules (en %) obtenues pour les trois modèles de matériau de remplissage.*

de mise en place par grossissement des rayons permet une répartition plus homogène des contacts. Ensuite, la forme sphérique des éléments facilite leur réarrangement.

Afin de comparer les différentes configurations initiales des cellules de manière quantitative, comme le font par exemple *Nouguier et al.* (2005), on introduit la notion de tenseur de texture (*Satake*, 1978). On propose de décrire statistiquement les directions de contact par l'intermédiaire du tenseur de texture $\mathbb{C}$ du milieu granulaire. Son expression est la suivante (*Kanatani*, 1984):

$$C_{ij} = \frac{15}{2}\Big(\frac{1}{N}\sum_{\alpha} n_i^{\alpha} n_j^{\alpha} - \frac{1}{5}\delta_{ij}\Big) \quad i \in [1,2,3] \tag{3.10}$$

où C_{ij} sont les composantes du tenseur, N est le nombre de contacts dans l'assemblée, n_i^{α} est la composante du vecteur unitaire définissant le plan de contact suivant la direction i associé au contact α et δ_{ij} représente le symbole de Kronecker. Ce tenseur permet de caractériser le degré d'anisotropie du milieu. La recherche des vecteurs propres du tenseur permet de connaître les directions principales d'anisotropie (Figure 3.14).

La valeur du second invariant I_2 de $\mathbb{C}$ caractérise l'intensité de l'anisotropie et est définie de la manière suivante :

$$I_2 = (3tr(\mathbb{C}^2) - tr(\mathbb{C})^2) \tag{3.11}$$

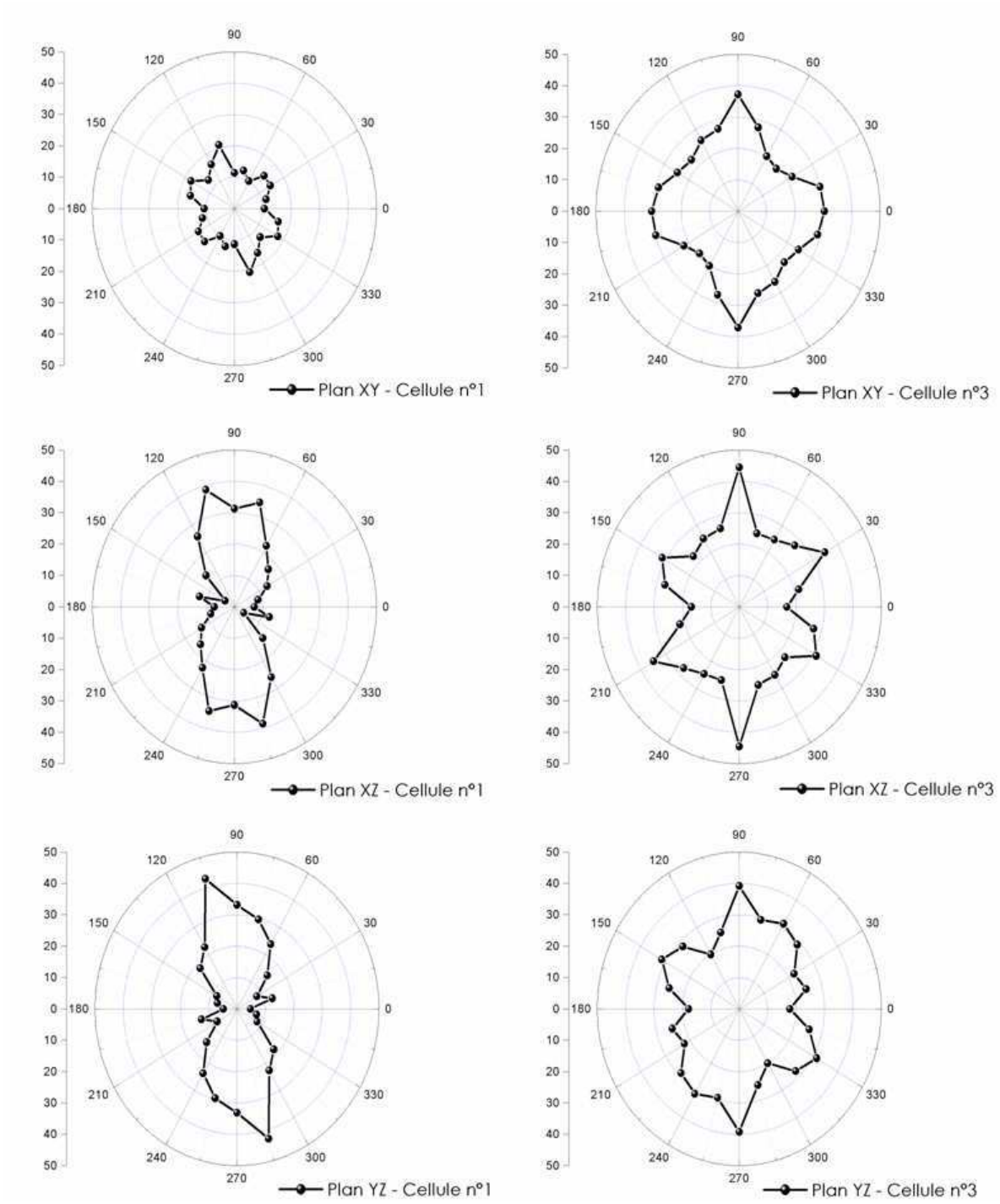


FIG. 3.13 – *Distribution des orientations de contacts suivant les trois plans (XY - XZ - YZ). Configurations initiales de deux cellules remplies d'une part d'éléments sphériques (Cellule n ° 3) et d'éléments anguleux (Cellule n ° 1).*

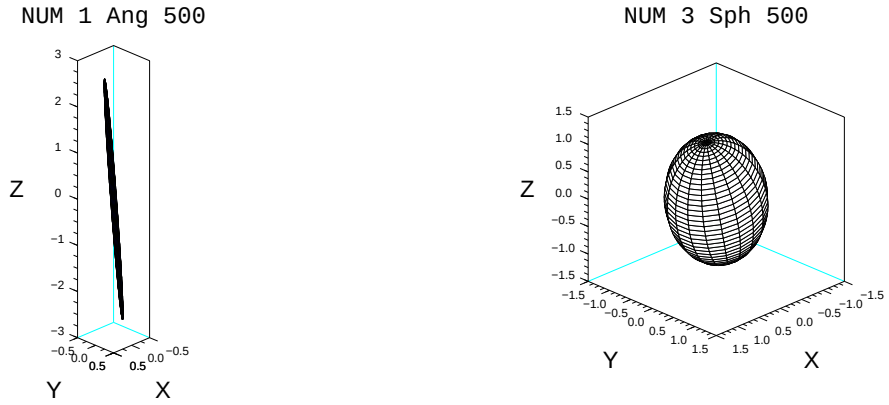


FIG. 3.14 – *Représentation spatiale de l'ellipsoïde dont les demi-grands axes sont les valeurs propres du tenseur de texture $\mathbb{C}$ et qui est orienté suivant les vecteurs propres correspondants. Etat initial de cellules remplies d'éléments anguleux (NUM 1 Ang 500) et sphériques (NUM 3 Sph 500).*

où $tr(\mathbb{C})$ représente la trace de $\mathbb{C}$. Tel que I_2 est formulé, lorsque celui-ci vaut 0, alors l'échantillon peut être considéré comme isotrope (distribution homogène des contacts dans l'espace).

Le tableau 3.3 représente l'ensemble des valeurs du second invariant obtenues. Ici, le but est de connaître les disparités qui existent entre deux cellules créées suivant une méthode de mise en place identique. On remarque que dans le cas de formes sphériques, le niveau d'anisotropie est relativement proche d'une cellule à l'autre. L'anisotropie moyenne est de 0.5 avec un écart type de 0.44. A l'inverse, l'anisotropie dans le cas des formes anguleuses est beaucoup plus fluctuante et importante pour une moyenne de 6.83 et un écart type de 4.47.

3.5 Couplage Géomatériau - Enveloppe grillagée

Le couplage du grillage et du matériau de remplissage est effectué en plusieurs étapes. Les conditions aux limites permettant la génération de l'état initial de l'assemblage avant incorporation du grillage sont analogues à des murs rigides. Les éléments sont contenus grâce à six murs d'enceinte définissant un parallélépipède aux dimensions de la cellule. Les particules de grillage sont positionnées autour de l'assemblage après avoir supprimé ces murs (voir §2.2.3 page 38 pour le positionnement des particules). Ce changement de conditions aux limites engendre une modification du confinement des éléments constitutifs. La mise en place des éléments sous gravité est nécessaire pour obtenir un état initial pertinent avant toute sollicitation de la cellule.

Des problèmes sont rencontrés lors du réarrangement des éléments. Compte tenu de la

Formes Sphériques	Second Invariant	Formes Anguleuses	Second Invariant
NUM 1 Sph	0.67	NUM 1 Ang	13.02
NUM 2 Sph	0.28	NUM 2 Ang	7.93
NUM 3 Sph	0.12	NUM 3 Ang	3.78
NUM 4 Sph	0.46	NUM 4 Ang	15.13
NUM 5 Sph	1.29	NUM 5 Ang	10.08
NUM 6 Sph	0.16	NUM 6 Ang	4.26
×	×	NUM 7 Ang	4.31
×	×	NUM 8 Ang	3.26
×	×	NUM 9 Ang	2.77
×	×	NUM 10 Ang	3.74

TAB. 3.3 – *Valeurs du second invariant (I_2) du tenseur de texture.*

nature des interactions unidirectionnelles des particules de grillage, le grillage s'apparente à un système de poutres articulées (treillis) ne possédant aucune rigidité de flexion. Si on se limite à cette approche de modélisation du grillage, l'affaissement de la cellule sous son poids propre est alors inévitable (Figure 3.15). L'affaissement de la cellule conduit à des modifications importantes de la géométrie initiale, affaissement d'autant plus marqué que les formes des éléments sont arrondies. Notons que dans la réalité des raidisseurs sont utilisés pour rigidifier la cellule remplie. Pour éviter ce phénomène, une condition supplémentaire en force est appliquée aux particules constitutives du grillage. A chaque pas de temps, les valeurs des forces de contact dues aux éléments de remplissage sur les particules de grillage sont évaluées. Si la force de contact est inférieure à une valeur seuil de force, une force d'intensité égale et opposée à la force de contact est appliquée à la particule de grillage. L'affaissement de la cellule sous son poids propre ne se produit plus. Cette condition en force disparaît progressivement dès lors que les forces de contact mises en jeu dépassent le seuil critique en force (Figure 3.16).

Ensuite, la mise en place des éléments sous gravité engendre un tassement en partie supérieure de la cellule. Les éléments se déplacent et viennent se loger dans les mailles du grillage. Le vide créé est comblé en partie supérieure par ajout de particules sphériques. Les différentes étapes nécessaires à l'obtention d'un état initial représentatif sont résumées sur la figure 3.17. Cette procédure est employée pour chaque forme considérée (sphériques, ellipsoïdales et anguleuses).

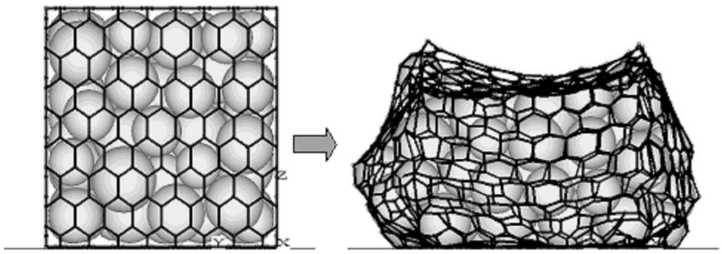


FIG. 3.15 – *Comportement d'une cellule soumise à son poids propre sans condition de confinement sur les particules de grillage.*

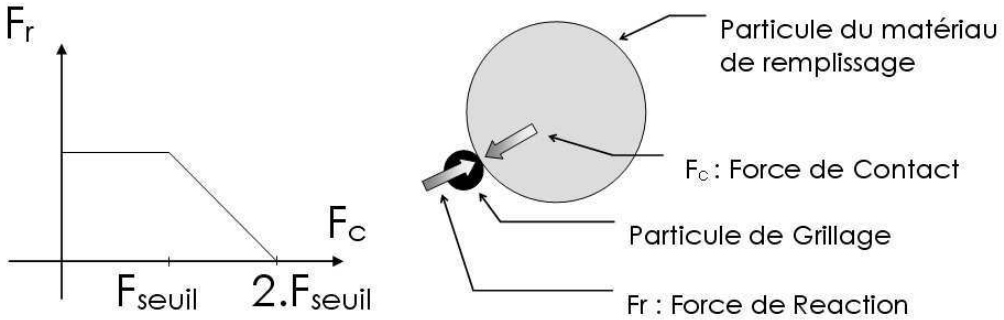


FIG. 3.16 – *Schéma de principe de confinement du matériau par le grillage. F_r représente la force supplémentaire ajoutée aux particules de grillage pour éviter l'affaissement de la cellule sous son poids propre.*

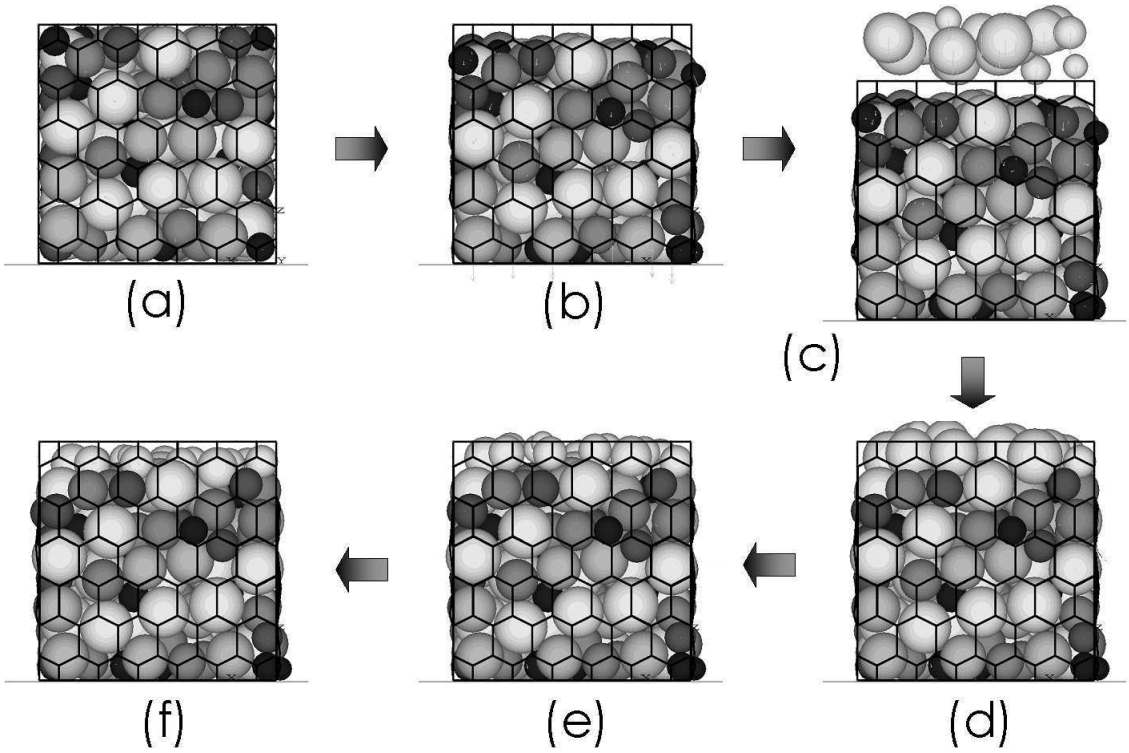


FIG. 3.17 – *Couplage du matériau de remplissage et du grillage. Définition des conditions aux limites d'une cellule et obtention de l'état initial avant sollicitation. (a) Suppression des conditions limites en déplacement et mise en place du grillage, (b) Tassement du matériau par réarrangement des éléments, (c) Génération d'éléments sphériques pour remplissage supérieur, (d) Mise en place des éléments supérieurs par gravité et (e)(f) adaptation des rayons des éléments à l'espace de la cellule.*

3.6 Calibration du modèle

Les paramètres introduits dans les approches de modélisation discrète sont de nature microscopique, c'est à dire à l'échelle de l'élément ou du contact entre deux éléments. Le comportement macroscopique du système considéré dépend de la forme des éléments, de la texture initiale et aussi des modèles d'interaction entre les éléments. Les approches discrètes ne nécessitent pas de connaître le modèle constitutif du milieu continu équivalent. En effet, les approches numériques continues, de type éléments finis, demandent de connaître la loi de comportement ou tout du moins d'un modèle constitutif du matériau. Les paramètres introduits dans ce type de modélisation sont de nature macroscopique. Par exemple, un sol pourra être décrit avec le critère de limite élastique de Mohr-Coulomb où apparaîssent l'angle de frottement interne du matériau et sa cohésion.

Le principal verrou d'une approche discrète reste la calibration des paramètres d'interaction entre éléments discrets. Des techniques d'homogénéisation permettent, dans certains cas, de faire le lien entre la mécanique locale et le comportement global du milieu granulaire (voir par exemple *Cambou et al.* (2000)). Cependant, ces techniques sont relativement difficiles à appliquer aux problèmes rencontrés dans l'ingénierie. Néanmoins, il est possible de faire appel à d'autres approches pour réaliser cette calibration. Les différentes méthodes actuelles existantes ont été résumées par *Calvetti* (2003).

Tout d'abord, la mesure directe des propriétés mécaniques de contact peut être entreprise sur les éléments. Le comportement macroscopique du milieu granulaire est reproduit grâce à la connaissance des interactions réelles entre éléments. Le but est donc de connaître le modèle d'interaction *Force - Interpénétration* à implémenter dans le code et d'identifier les valeurs des paramètres du modèle. En guise d'exemple, *Chandramohan et Powell* (2005) utilise cette technique dans le cas de collision binaire de deux sphères en vol. Les vitesses relatives des particules avant et après impact sont enregistrées grâce à une camera rapide. Ceci permet de connaître les coefficients de restitution physiques associés aux particules et ainsi de déterminer le modèle de contact le mieux adapté. D'un point de vue pratique, cette méthode de calage directe reste applicable pour des cas d'études où les interactions entre éléments restent relativement bien définies. Dans le cas de matériaux granulaires constitués de grains dont les propriétés physiques et mécaniques sont variables d'un élément à l'autre, cette méthode se révèle inadéquate. Dans le présent cas d'étude, les éléments sont des pierres. Ce type de matériau développe par nature de fortes hétérogénéités géométrique[3] et mécanique[4]. Des essais de compression *pierre sur pierre* ont montré que les mécanismes de rupture sont fortement dépendant du lieu géométrique du contact et de la résistance locale de la pierre (Figure 3.18). Par conséquent cette approche est inadaptée.

Le champ d'application des modélisations discrètes s'est considérablement étendu ces

3. Formes d'éléments aléatoires.
4. Présence de microfissures qui engendre des plans de rupture privilégiés (*Antoine et Fabre*, 1980).

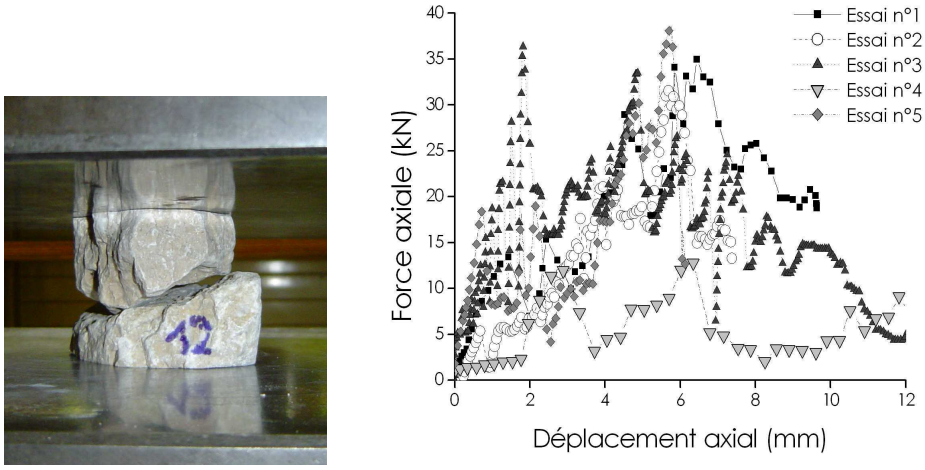


FIG. 3.18 – *Compressions expérimentales pierre sur pierre.*

dernières années. Des matériaux continus à matrice granulaire font maintenant aussi l'objet de modélisation *via* des approches discrètes. On s'intéresse aujourd'hui à la simulation numérique de matériaux tels que les roches (*Potyondy et al.*, 1996) ou les bétons (*Camborde et al.*, 2000). Ici, le calage des microparamètres est effectué grâce à la simulation d'essais mécaniques[5] standards sur le matériau. L'objectif est de déterminer un jeu de microparamètres qui permette de reproduire le comportement macroscopique de l'échantillon de matériau dans ces conditions de sollicitation. C'est une approche de calibration *indirecte*.

Pour la modélisation de la cellule, n'ayant pas accès aux données microscopiques du milieu mais connaissant la réponse mécanique expérimentale globale du système étudié sous différentes sollicitations, les microparamètres sont choisis de manière à reproduire son comportement d'ensemble. En condition quasi-statique, deux types d'essais expérimentaux ont été effectués : en condition confinée et non confinée. Lors de la compression en condition confinée et compte tenu de la faible mobilité des blocs, ce type d'essai permet la calibration des raideurs de contact k_n et k_s. Ensuite, la validation du modèle est effectuée par comparaison avec les résultats obtenus en condition non confinée et sous impact. Tous ces essais sont présentés en détail par la suite.

3.7 Estimation des paramètres de contact

Bien que la calibration finale du modèle numérique s'appuie sur une méthode indirecte, il est toutefois possible d'estimer l'ordre de grandeur des microparamètres du modèle de

5. Par exemple, pour la simulation d'un sol, des essais biaxiaux ou triaxiaux permettent de calibrer le modèle numérique afin de reproduire son angle de frottement macroscopique et sa cohésion.

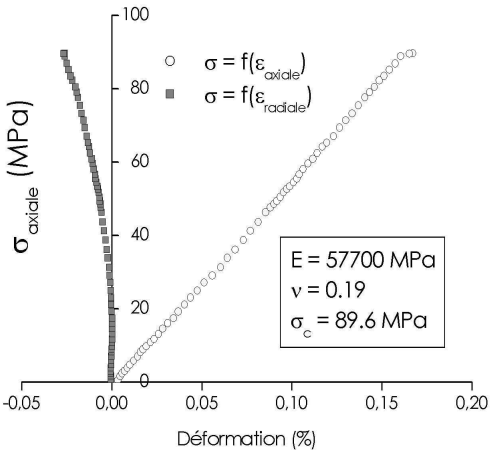


FIG. 3.19 – *Essais mécaniques de compression simple effectués sur la matrice rocheuse des éléments.*

contact qui sont au nombre de trois : k_n, k_s et ϕ.

Raideurs de contact : Les raideurs de contact normale et tangentielle sont représentatives de l'élasticité du matériau de remplissage. Des essais mécaniques de compression simple ont permis de caractériser le module d'Young (E), le coefficient de Poisson (ν) et la résistance à la rupture (σ_c) de la matrice rocheuse (Figure 3.19). Les éprouvettes ont été taillées directement dans les éléments de remplissage utilisés lors des expérimentations. Le module d'Young du calcaire utilisé lors des expérimentations est d'environ 58000 MPa. Sachant que la taille moyenne des éléments, H^{ele}, est d'une dizaine de centimètres et si on suppose que le rayon de la surface de contact, r_c, entre deux éléments est un pourcentage (p) de H^{ele}, alors l'ordre de grandeur de la raideur de contact peut s'exprimer ainsi :

$$k_n = \frac{E \times S_c}{H^{ele}} = \frac{E\pi r_c^2}{H^{ele}} = E\pi p^2 H^{ele}$$

où S_c est la surface de contact entre les éléments. Le tableau 3.4 regroupe les valeurs de raideurs obtenues pour des valeurs de p allant de 1 à 4 %.

Frottement : La caractérisation du frottement entre deux entités en contact est relativement difficile (*Singer et Pollock*, 1992). Cette caractéristique du matériau dépend bien entendu de la nature du matériau lui même mais aussi de l'état de surface des contacts et de la présence ou non d'eau à l'interface (voir par exemple *Bardet* (1998)). Dans le cas du quartz par exemple, des tests bloc sur bloc donnent des résultats s'échelonnant de 0 à 45 °. L'expérimentateur (*Bromwell*, 1966) attribue

p (%)	k_n (N/m)
1	1.8×10^6
2	7.3×10^6
3	1.6×10^7
4	2.9×10^7

TAB. 3.4 – *Valeur de la raideur normale en fonction de p, avec* $p = \frac{r_c}{H^{ele}}$ *où* r_c *est le rayon supposé de la surface de contact et* H^{ele} *est la taille moyenne des éléments (*$\approx$ 100 *mm) .*

cette variabilité à l'état de surface du plan de contact.

Par la suite et en l'absence de données expérimentales précises sur l'angle de frottement du matériau utilisé, une valeur de $\phi = 27\,^\circ$ a été retenue. C'est une valeur moyenne pour une roche calcaire (*Bardet*, 1998).

3.8 Quasi-staticité

3.8.1 Discussion

Une évolution quasi-statique au sens strict du terme d'un système est définie comme la suite continue d'états d'équilibre mécanique traduisant un comportement mécanique indépendant du temps. D'un point de vue physique, la quasi-staticité est souvent associée à des modes de chargement à déformation lente de l'échantillon assurant une réponse de l'échantillon indépendante de la vitesse de sollicitation. Cette précaution permet de faire en sorte que les efforts liés aux phénomènes inertiels soient négligeables face aux forces de contact intergranulaires au sein de l'échantillon.

Dans le cas de systèmes granulaires, le respect de la quasi-staticité peut être mis en doute en particulier lorsque l'assemblage de grains est amené à subir de grandes déformations. Par exemple, lors d'essais de compression biaxiale sur assemblage de rouleaux de duralumin, *Evesque et al.* (1993) ont obtenu des courbes (q - p) très bruitées sur lesquelles apparaissent de brusques sauts de contrainte. Ces derniers sont liés à de rapides réarrangements des éléments et donc par conséquent à des *crises* dynamiques au sein du squelette granulaire. En outre, l'amplitude de ces fluctuations est d'autant plus importante que le nombre d'éléments composant l'assemblage granulaire est petit.

Dans le présent travail, ces phénomènes sont également identifiés expérimentalement. Les plus importantes chutes de forces constatées sont liées à la rupture d'une ou plusieurs chaînes de force impliquant un réarrangement rapide du squelette granulaire. Des observations sont faites dans le cas de cellules confinées ou non.

Au regard de ces considérations, le respect de la quasi-staticité dans l'étude du comportement de cellules est relativement délicat. De toute évidence, l'obtention de la quasi-staticité au sens strict n'est pas envisageable compte tenu de la nature du système étudié. Par la suite, la quasi-staticité de l'essai sera considérée comme acquise à la condition que les résultats soient indépendants de la vitesse de sollicitation.

3.8.2 Indicateur de quasi-staticité

Pour évaluer le caractère quasi-statique d'un essai mécanique, un indicateur de quasi-staticité est proposé. D'après la seconde loi de Newton, la force résultante motrice appliquée à un solide, m$\vec{a}$, est égale à la force résultante du champ de forces s'appliquant sur le solide. En conditions quasi statiques, la force motrice doit être négligeable en comparaison des forces appliquées.

Au cours d'un essai mécanique, deux grandeurs sont suivies au cours du temps. En premier lieu, les forces extérieures qui s'appliquent sur les éléments permettent de définir la force résultante responsable du mouvement de chaque élément. Il est alors possible d'en déduire une valeur moyenne des forces motrices résultante sur l'assemblée de grains (F_{ub}^{moy}). En second lieu, la moyenne des forces normales de contact sur l'ensemble des éléments est effectuée pour rendre compte de l'intensité des actions de contact (F_{c}^{moy}). Le rapport de ces deux grandeurs, noté $\mathcal{IQS}$[6], donne une idée du degré de quasi-staticité de l'assemblée au cours du chargement.

Force motrice moyenne : $\mathbf{F}_{ub}^{moy}$ est définie de la manière suivante

$$F_{ub}^{moy} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{3} |F_{ubj}^{i}| \tag{3.12}$$

$$avec \quad \begin{cases} i & \text{désigne l'appartenance à l'élément } i \\ j & \text{désigne la coordonnée associée (123 - xyz)} \\ N_p & \text{Le nombre d'éléments} \\ F_{ubj}^{i} & \text{j}^{éme} \text{ comp. de la force motrice appliquée à l'élément } i \end{cases}$$

Les composantes de la force motrice moyenne sur l'élément i sont définies comme ceci

$$F_{ubj}^{i} = F_{apj}^{i} + m_i g_j + \sum_{k=1}^{N_c^i} \left(F_{cj}^{i}\right)_k \tag{3.13}$$

6. Indicateur de Quasi-Staticité.

$$avec \quad \begin{cases} N_c^i & \text{Le nombre de contact(s) sur l'élément } i \\ (F_{cj}^i)_k & \text{j}^{éme} \text{ comp. de la k}^{éme} \text{ force de contact appliquée à l'élément } i \\ F_{apj}^i & \text{j}^{éme} \text{ comp. d'une potentielle force extérieure appliquée à l'élément } i \\ g_j & \text{j}^{éme} \text{ comp. de l'accélération de pesanteur} \\ m_i & \text{masse de l'élément } i \end{cases}$$

Force moyenne de contact : $\mathbf{F}_c^{moy}$ est définie comme suit

$$F_c^{moy} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_p}(N_c^i)} \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{N_c^i} |\left(F_{cn}^i\right)_k| \tag{3.14}$$

où $\left(F_{cn}^i\right)_k$ représente la k^{éme} force normale de contact appliquée à l'élément i.
On a finalement pour $\mathcal{IQS}$:

$$\mathcal{IQS} = \frac{F_{ub}^{moy}}{F_c^{moy}} \tag{3.15}$$

Une valeur typique d'$\mathcal{IQS}$, proposée par *Itasca* (2003c), est de 0.01. En dessous de cette valeur, le système mécanique est dans un état physique tel que l'équilibre statique peut être supposé durant l'application du chargement du système. Toutefois, on gardera à l'esprit que ce rapport est très utile pour la caractérisation quasi-statique d'assemblages dense. Dans le cas contraire, d'autres indicateurs doivent être employés, comme par exemple l'indépendance à la vitesse de chargement.

C'est le cas lors de compressions non confinées. Comme on va le voir, dès que des mouvements importants d'éléments se développent, l'assemblage subit une déstructuration provoquant l'apparition de zones importantes de vide au sein de la cellule. Le confinement dû au grillage confére à la cellule un comportement très particulier et il semble difficile de définir une valeur d'$\mathcal{IQS}$ en deça de laquelle l'évolution pourrait être qualifiée de quasi-statique.

Dans la suite, $\mathcal{IQS}$ est employé de manière qualitative pour caractériser l'évolution du régime de la sollicitation au cours du chargement.

3.9 Résumé - Conclusion

Les différentes approches adoptées pour la modélisation d'une cellule ont été présentées. Dans un premier temps, le matériau de remplissage seul a été modélisé. Les formes des éléments pouvant avoir une forte influence sur la réponse macroscopique d'un milieu granulaire, différentes techniques de prise en compte des formes ont été proposées. Deux familles de formes se distinguent. D'une part les formes arrondies et d'autre part les

formes anguleuses. Pour chaque type de forme il est nécessaire d'employer une technique particulière de génération et de positionnement des éléments au sein de la cellule plus ou moins coûteuse en temps de calcul.

A partir des dimensions des pierres réelles, la granulométrie expérimentale de l'assemblage a été reproduite numériquement. La meilleure approximation est obtenue dans le cas des formes anguleuses. Les porosités des cellules simulées sont par contre légèrement supérieures à celles obtenues expérimentalement quelle que soit la forme considérée. Ceci est dû aux méthodes de mise en place des éléments qui restent très différentes de la méthode réelle consistant à placer les éléments à la main.

Une caractérisation des orientations des contacts à travers le tenseur de texture du milieu granulaire a été proposée. Dans le cas de formes anguleuses, le diagramme polaire des orientations de contact met en évidence qu'une cellule remplie par pluviation développe une anisotropie suivant la direction portée par la gravité. De plus, les états initiaux des cellules ont des degrés d'anisotropie de direction de contact très différents d'un état à l'autre. Ces constations sont beaucoup moins flagrantes dans le cas d'éléments sphériques.

Une fois le matériau de remplissage créé, le couplage du grillage et des éléments a été effectué. La mise en place du grillage engendre deux problèmes. L'affaissement de la cellule est résolu grâce à l'ajout d'une condition en force sur les particules constitutives du grillage et le vide créé en partie supérieure, résultant au tassement des éléments de la cellule, est comblé par ajout de particules sphériques. Il est à noter que l'affaissement de la cage est d'autant plus prononcé que les éléments sont arrondis. Si des éléments de forme anguleuses sont considérés, l'assemblage est en général mécaniquement *stable* à l'état initial. Ainsi il n'est pas nécessaire de contre carrer l'affaissement des pierres par l'ajout d'une condition en force.

Les paramètres mécaniques intervenant dans le modèle discret ont été estimés de manière préliminaire. Les raideurs de contact (k_n et k_s) ont été évaluées à environ 10^7 N/m. L'angle de frottement intergranulaire a été choisi également à 27° à partir d'une étude bibliographique.

Le faible nombre d'éléments contenu dans une cellule est à l'origine des crises dynamiques de courte durée au cours des essais mécaniques. La notion de quasi-staticité dans le cadre de ce type d'essai est donc discutable. Une quasi-staticité au sens strict ne peut pas être respectée. Dans le cadre de ce travail, on supposera qu'un essai mécanique sur cellule peut être considéré comme quasi-statique si la réponse de la cellule est en moyenne indépendante de la vitesse de sollicitation.

Chapitre 4

Résultats à l'échelle de la cellule

Il faut toujours simplifier au maximum les problèmes mais ne jamais trop les simplifier... A. Einstein

4.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est la caractérisation mécanique de cellules de 500 et 1000 mm de côté en condition quasi-statique et dynamique. Des essais de compression sont entrepris ainsi que des essais d'impact. La réponse des cellules est étudiée en condition confinée et non confinée.

Dans un premier temps, compte tenu du manque d'informations concernant le comportement réel de cellule en condition de chargement contrôlée, des essais expérimentaux sont effectués. Le premier objectif de ces essais est une meilleure description des processus mécaniques sous sollicitation uniforme et d'impact grâce au suivi d'un certain nombre de grandeurs physiques. Le deuxième objectif est d'assurer une documentation soignée des conditions expérimentales en vue de la simulation numérique des essais.

Ensuite, à partir des états initiaux des cellules numériques présentées au chapitre précédent, la simulation des essais expérimentaux est effectuée. Deux modèles de matériau de remplissage sont considérés : le modèle d'éléments sphériques et le modèle d'éléments anguleux. Pour chaque cas, le calage des paramètres du modèle s'appuie sur les résultats des compressions confinées. Ensuite, afin d'assurer la validation du modèle numérique de la cellule, les résultats des simulations de compression non confinée et d'impacts sont comparés aux résultats expérimentaux.

Enfin, une étude paramétrique est effectuée sur des cellules remplies d'éléments anguleux. Les grandes tendances de comportement de la cellule suivant différents chemins de chargement sont ainsi explorées. Un modèle constitutif à l'échelle de la cellule est finalement proposé pour décrire son comportement moyen d'un point de vue macroscopique.

4.2 Essais expérimentaux

Les premiers essais expérimentaux de caractérisation mécanique effectués sur des gabions datent de 1979 et ont été menés au Laboratoire des Sciences des Constructions de l'Université de Bologne (Italie). Divers types d'essais ont été réalisés dans le but de déterminer les paramètres de déformabilité et de résistance de gabions cubiques de 500 mm de côté (*Agostini et al.*, 1979). Parmi ces essais, des essais de compression simple ont permis de recueillir des informations sur les phénomènes qui se développent durant ce type de sollicitation (Figure 4.1). Les résultats sont d'ordre qualitatif et quantitatif. Les déformations maximales des cellules étaient de l'ordre de 50 % et engendraient des reprises d'efforts très importantes. Les expériences ont été conduites dans une optique de transfert vers l'ingénierie. Les graphiques *Effort - Déplacement* sont des courbes moyennes qui masquent une partie de la phénoménologie. Issus de travaux menés dans un contexte industriel, ces résultats restent sommaires d'un point de vue académique. En outre, aucune étude de caractérisation mécanique des gabions sous sollicitation dynamique n'a été entreprise. Malgré les données expérimentales mises à disposition par le groupe *Macca-*

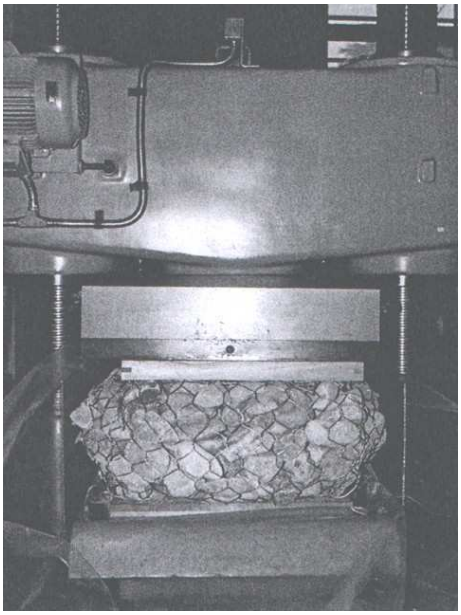


FIG. 4.1 – *Compression expérimentale en condition non confinée sur cellule de 500 mm de côté (Données Maccaferri - 1979).*

ferri, un travail d'investigation expérimentale complémentaire a été réalisé en conditions quasi-statiques (*Lambert et al.*, 2004) et dynamiques.

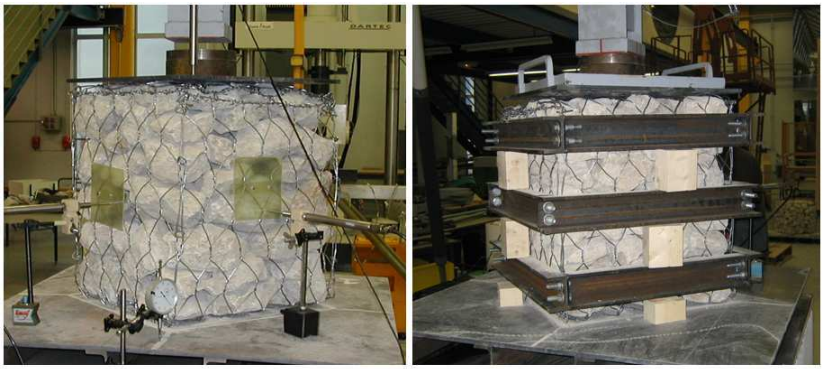
4.2.1 Essais quasi-statiques

Les cellules étaient de forme cubique, de dimensions 500 et 1000 mm de côté. Les caractéristiques du matériau employé pour le remplissage des cellules sont décrites au paragraphe §3.1 page 66. Pour mémoire, les éléments de remplissage sont issus d'un calcaire Urgonien concassé.

Des essais de compression quasi-statique ont été réalisés dans des conditions confinées et non confinées (Figure 4.2). Les essais sont pilotés en déformation à vitesse de compression constante. La réponse globale de la cellule est examinée en détails. Les déformations verticales et latérales en fonction de la force appliquée sont enregistrées. Ces essais mécaniques ont permis de fournir des données de calage et de validation pour le modèle numérique.

Sur des cellules de 500 mm de côté, quatre essais ont été réalisés en condition non confinée et deux en condition confinée. Dans le cas des cellules de 1000 mm de côté, compte tenu des difficultés rencontrées lors de l'exécution des essais liées à la grande taille de l'échantillon, seulement deux compressions non confinées ont été effectuées (Tableau 4.1).

Les courbes représentent l'évolution de la force axiale, c'est à dire la force dirigée



(a) (b)

FIG. 4.2 – *Expérimentations sur cellules de 500 mm de côté : Conditions d'essais non confiné (a) et confiné (b).*

Cellules	n (%)	F_{max} (kN)	d_{ass} (mm)	d_{max} (mm)
EXP 1 CNC 500	42.1	57	20	117
EXP 2 CNC 500	42.6	70	46	102
EXP 3 CNC 500	39.1	110	32	95
EXP 4 CNC 500	41.3	82	29	151
EXP 5 CC 500	42.6	390	53	57
EXP 6 CC 500	42.7	560	63	63
EXP 7 CNC 1000	39.8	98	229	231
EXP 8 CNC 1000	39.8	88	295	297

TAB. 4.1 – *Synthèse des essais de compression sur cellules 500 mm et 1000 mm de côté. n est la porosité initiale de la cellule considérée, d_{max} le tassement maximal atteint, F_{max} la force maximale atteinte lors de l'essai et d_{ass} le tassement associé.*

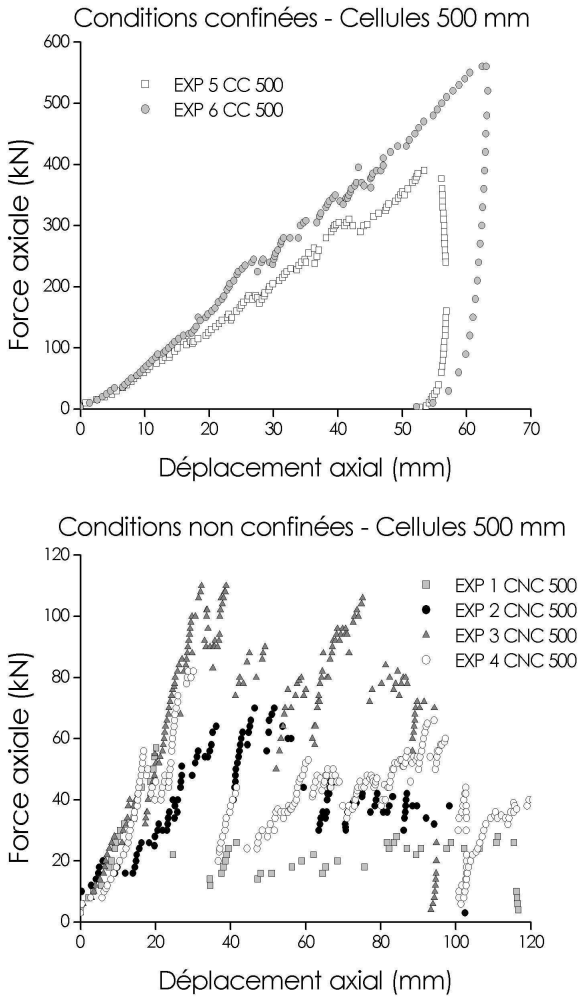


FIG. 4.3 – *Compressions expérimentales confinées et non confinées sur cellules : Courbes* force - déplacement obtenues *sur des cellules de 500 mm de côté.*

suivant l'axe vertical portée par la gravité (Figure 4.2), en fonction du déplacement axial associé du plateau de chargement. L'ensemble des résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.3 et 4.4.

4.2.1.1 Compressions confinées

Avec ce type de confinement, les courbes *Force - Déplacement* sont quasi linéaires (Figure 4.3 du haut). L'écart de pente entre les deux essais provient de la texture initiale du matériau, différente pour les deux cellules. Les forces atteintes sont très élevées par rapport à celles obtenues en condition non confinée. Le confinement de la cellule conduit au blocage des éléments de remplissage ce qui a pour effet de permettre une reprise d'effort beaucoup plus grande. La résistance de la cellule est alors directement liée à la résistance

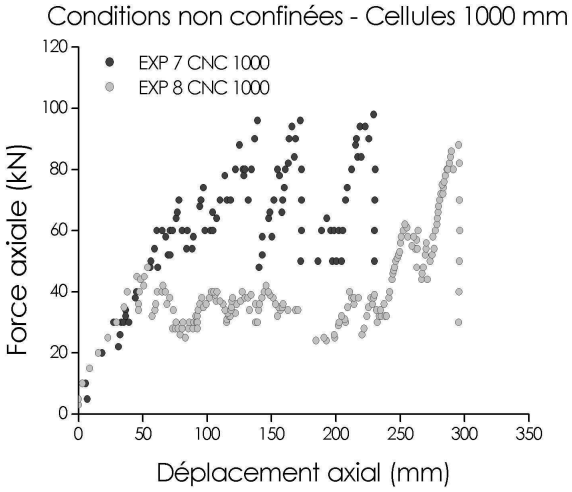


FIG. 4.4 – *Compressions expérimentales confinées et non confinées sur cellules : Courbes* force - déplacement *obtenues sur des cellules de 1000 mm de côté.*

des éléments de remplissage. Ici, la rupture des éléments se produit très tôt en terme de déplacement axial (moins de 5 mm). Le nombre d'éléments fracturés est plus important que dans le cas d'une compression non confinée. Les légères chutes de forces constatées au cours de l'essai sont associées à la rupture d'éléments. La réorganisation des éléments est limitée par le confinement imposé à la cellule.

4.2.1.2 Compressions non confinées

Cellule 500 mm : Les courbes présentent une croissance initiale régulière, puis la force chute brutalement après avoir atteint un maximum (Figure 4.3 en bas). Ensuite, la force fluctue. Le temps caractéristique associé aux crises dynamiques de réarrangement du squelette granulaire est petit devant le temps caractéristique de sollicitation. Lorsqu'une chaîne de force[1] s'effondre, par mouvement ou rupture d'éléments, l'intervalle de temps pendant lequel les éléments se réorganisent correspond aux chutes de forces. Une grande variabilité de la force maximale est observée (de 57 à 110 kN) ainsi que du tassement associé (20,2 à 46,6 mm). Pour chaque cellule, les ordres de grandeurs sont les mêmes mais chaque cellule possède sa réponse propre. Le comportement d'une cellule est évidement fortement lié à l'arrangement initial

1. Les chaînes de force au sein d'un assemblage granulaire sont définies comme une succession de grains en contact par laquelles transitent d'importantes forces de contact. Ces chaînes de force constituent la phase forte du squelette granulaire alors que le réseau associé, où les forces de contacts sont plus faibles, est dénommé la phase faible (*Radjai*, 1999).

des éléments. Ceci est d'autant plus marqué lorsque les éléments ont la possibilité de se mouvoir facilement (condition non confinée). Ici, peu d'éléments se fragmentent durant l'essai. En général, les pierres se cassent lorsqu'elles appartiennent à une chaîne de force qui participent à la reprise de l'ensemble de la charge.

Cellule 1000 mm : D'un point de vue qualitatif, le comportement d'une cellule de 1000 mm de côté est analogue à une cellule de 500 mm de côté : Croissance régulière, chute brutale puis fluctuation de la force (Figure 4.4). Ici, même si les valeurs de force maximale sont assez proches, les comportements des deux cellules présentent des différences notables. Après une même pente initiale, les réponses mécaniques divergent. Pour l'essai *EXP 7 CNC 1000*, la force continue de croître jusqu'à un maximum local atteint pour un tassement d'environ 140 mm, après quoi la force fluctue (3 pics marqués avec chute brutale sur toute la courbe) pour atteindre un maximum à 220 mm de tassement. Pour l'essai *EXP 7 CNC 1000*, un palier marqué apparaît entre 50 et 200 mm de déplacement, après quoi la force croît rapidement pour atteindre une valeur double de la force au palier.
D'un cas à l'autre, compte tenu de la mise en place aléatoire des blocs au sein de la cellule, les chaînes de force potentielles assurant la reprise des efforts ne sont pas distribuées de la même manière. Au niveau du premier pic de force, la résistance de la cellule *EXP 7 CNC 1000* est environ deux fois plus grande que la résistance de la cellule *EXP 8 CNC 1000*. Pour cette dernière, peu de *craquements* associés à la rupture d'éléments ont été entendus et les mouvements des éléments étaient particulièrement importants. Ces résultats d'essais mettent en évidence l'importance de la texture initiale de l'assemblage granulaire dans la réponse mécanique de la cellule.

4.2.2 Essais dynamiques

L'absence d'information concernant le comportement de cellules sous sollicitation dynamique d'impact a conduit à la mise en place d'essais d'impact expérimentaux. L'objectif de ces campagnes de mesures était d'améliorer la compréhension des mécanismes impliqués lors de l'impact et d'établir une banque de données expérimentales pour confronter le modèle numérique aux résultats issus des expérimentations. Les deux tailles de cellules, remplies de pierres concassées, ont été considérées pour des énergies d'impact variables. Tout d'abord le dispositif expérimental et les cellules utilisés sont décrits. Ensuite, une synthèse des résultats expérimentaux est présentée.

Remarque : Ce travail expérimental a été réalisé dans le cadre des travaux de thèse de Stéphane Lambert[2]. *L'instrumentation utilisée est encore en cours de développement et*

2. Coordonnées page 66

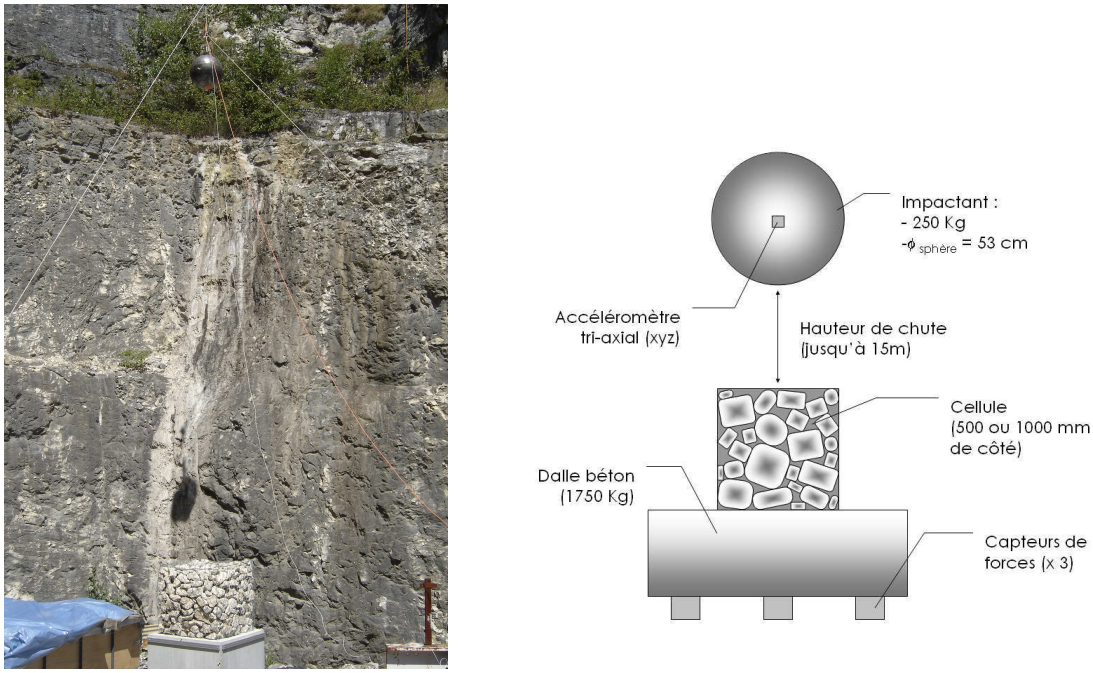


FIG. 4.5 – *Dispositif expérimental destiné à la réalisation d'impact sur cellule.*

les incertitudes de mesure sont encore mal quantifiées. On gardera donc à l'esprit que les résultats fournissent des ordres de grandeur sur la durée de l'impact et sur l'intensité des accélérations mises en jeu.

4.2.2.1 Dispositif

Le dispositif expérimental est composé d'un impactant sphérique et d'un socle en béton reposant sur trois appuis disposés en trépied (Figure 4.5). Le diamètre de la sphère est de 530 mm et son poids est de 250 kg. Elle est constituée de deux coques hémisphériques en acier soudées l'une à l'autre et remplies de béton fibré auto plaçant expansif. Des fers à béton sont soudés sur la coque pour assurer une liaison mécanique entre l'acier et le béton. Une réservation permet de placer au centre de la sphère un accéléromètre triaxial enregistrant les trois composantes de l'accélération que subit le centre de gravité de la sphère.

Les cellules impactées sont confectionnées directement sur la dalle en béton et remplies avec un matériau du même type que celui utilisé dans le cas des essais quasi-statiques, c'est à dire un calcaire Urgonien concassé. L'essai consiste à lâcher d'une hauteur donnée l'impactant au milieu de la face supérieure de la cellule. On contrôle ainsi l'énergie cinétique de la sphère avant l'impact.

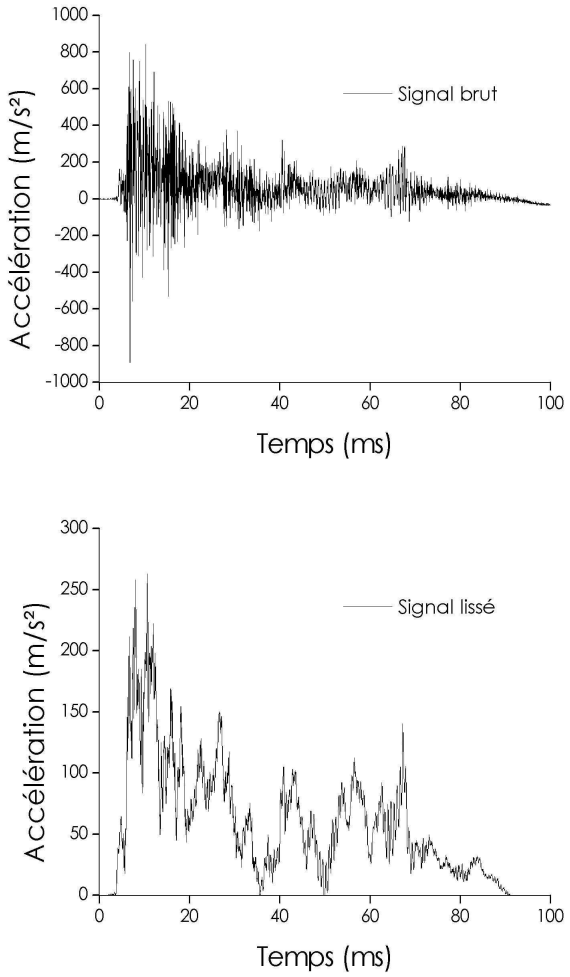


FIG. 4.6 – *Impact sur cellule réelle. Evolution de l'accélération de l'impactant en fonction du temps.*

4.2.2.2 Acquisition des résultats

L'enregistrement des données d'accélération a été effectué grâce à une centrale de mesure dont la fréquence d'acquisition a été fixée à 20 kHz. Les temps caractéristiques auxquels on s'intéresse sont de l'ordre de la centaine de millisecondes. L'acquisition est réalisée depuis le lâcher de la sphère jusqu'à son immobilisation. Pour chaque essai, le signal brut de l'accéléromètre a été traité. Le bruit lié à la mise en vibration de la sphère d'acier durant l'impact due aux collisions multiples qu'elle subit a été soustrait au signal brut. Toutes les fréquences supérieures au kilohertz ont été supprimées grâce au lissage des courbes sur 20 points par une moyenne glissante (Figure 4.6). A partir de cette valeur d'accélération la force sur l'impactant est déduite en multipliant l'accélération lissée avec la masse de la sphère.

Cellules	H_{chute} (m)	E_{imp} (kJ)
EXP 9 INC 500	3.0	7.4
EXP 10 INC 500	4.2	10.3
EXP 11 INC 500	4.1	10.1
EXP 12 IC 500	5.0	12.3
EXP 13 INC 1000	7.2	17.7

TAB. 4.2 – *Synthèse des essais expérimentaux d'impact sur cellules. H_{chute} est la hauteur de chute de l'impactant et E_{imp} son énergie avant impact.*

4.2.2.3 Résultats

Cinq essais d'impact ont été réalisés dont un sur une cellule de 1000 mm de côté. Comme dans le cas quasi-statique, deux configurations ont été étudiées : cellule confinée et cellule non confinée (Figure 4.7). L'ensemble des essais est regroupé dans le tableau 4.2, dans lequel apparaîssent la hauteur de chute de la sphère (avec l'énergie cinétique correspondante) et la dimension de la cellule.

Les trois essais effectués sur des cellules de 500 mm de côté et dans des conditions non confinées conduisent à des réponses mécaniques analogues (Figures 4.8). Après avoir atteint un pic, la force décroit en oscillant avant d'atteindre une valeur nulle. Le temps caractéristique de la durée de l'impact est d'environ 100 ms ce qui conforte le choix de la fréquence d'acquisition du capteur. L'énergie d'impact de l'essai n ° 1 était de 7.4 kJ et de 10 kJ pour les essais N ° 2 et 3. Pour l'essai n ° 1, la valeur au pic ($\approx$ 67 kN) est légèrement inférieure aux deux autres essais ($\approx$ 80 kN). Par contre, les oscillations post pic sont similaires.

Lorsque les déplacements latéraux sont bloqués (Figure 4.9), le confinement confère à la cellule une raideur apparente plus grande engendrant une diminution de la durée de l'impact ($\approx$ 20 ms). La force croît continûment jusqu'à un maximum avant de décroître rapidement à zéro. Les observations expérimentales permettent de penser que la rupture des blocs s'opère suivant deux modes. Tout d'abord, les blocs en contact direct avec l'impactant subissent une forte fragmentation. Ce mode de rupture reste localisé au voisinage de l'interface *Impactant - Cellule* et est certainement associé aux propagations d'ondes acoustiques dans les pierres. L'amplitude des ondes est localement suffisante pour faire exploser les éléments en contact avec l'impactant. Ensuite, l'amplitude de l'onde est fortement atténuée au cours de sa propagation, c'est à dire lors du passage d'un élément à l'autre. L'énergie véhiculée par l'onde n'est alors plus suffisante pour engendrer la des-

FIG. 4.7 – *Impact réel sur cellule de 500 mm de côté : conditions confinée et non confinée.*

truction de l'élément par lequel elle transite. Le second mode de rupture concerne les blocs éloignés de la zone d'impact. Les blocs développent des faciès de rupture analogues à ceux observés dans des conditions quasi-statiques[3]. Ils se fragmentent dans la masse, en deux voire trois morceaux, ou s'écaillent. Dans ce cas, la rupture des blocs est due à la charge imposée par l'impactant sur la cellule.

Le dernier essai a été réalisé sur une cellule de 1000 mm de côté en condition non confinée (Figure 4.10). La valeur au pic de la force est plus marquée que dans le cas de cellules de 500 mm de côté. Les oscillations *post* pic sont quasi inexistantes.

4.3 Conditions aux limites numériques

Les simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions que les essais réels. On présente les conditions limites des essais numériques *quasi-statique* et *dynamique*.

Conditions quasi-statiques : Lors des simulations numériques, dans le cas d'une compression non confinée, la cellule numérique est placée entre deux plateaux horizontaux possédant une vitesse de translation fixe assurant la compression de la cellule. Dans le cas d'une compression confinée, le chargement de la cellule est effectué par la même technique à la différence que le confinement latéral de la cellule est assuré par quatre murs verticaux fixes ajustés aux dimensions de la cellule (Figure 4.11). Ici, le grillage entourant la cellule n'est pas pris en compte. Il n'a aucun rôle mécanique dans cette configuration (condition confinée). Ceci permet une économie non négligeable de temps de calcul.

3. Développé plus en détail au paragraphe 4.5.1.2 page 130.

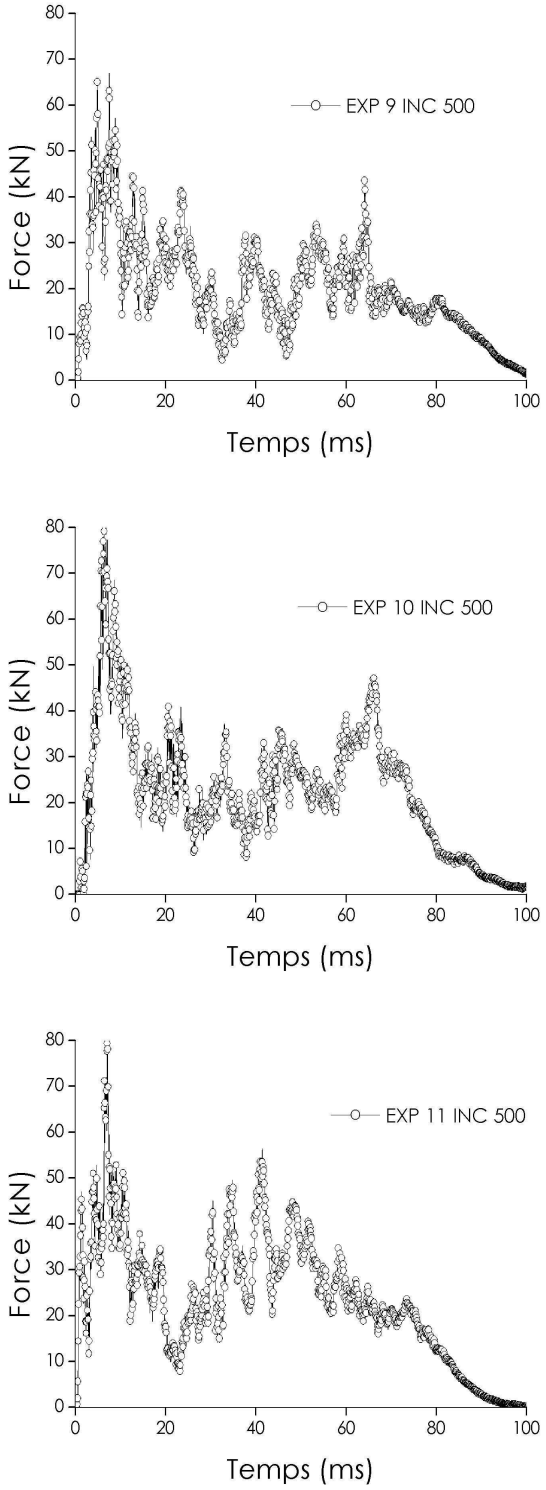


FIG. 4.8 – *Essais* EXP 9 INC 500, EXP 10 INC 500 *et* EXP 11 INC 500. *Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps.*

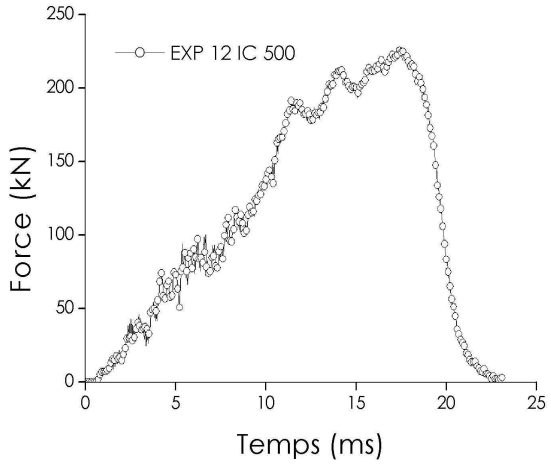


FIG. 4.9 – *Essai* EXP 12 IC 500. *Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps.*

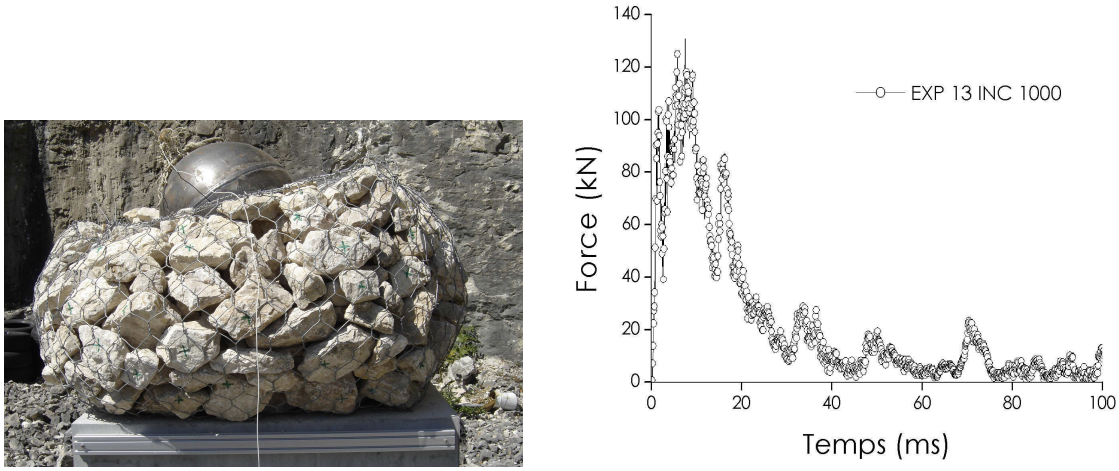


FIG. 4.10 – *Essai* EXP 13 INC 1000. *Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps.*

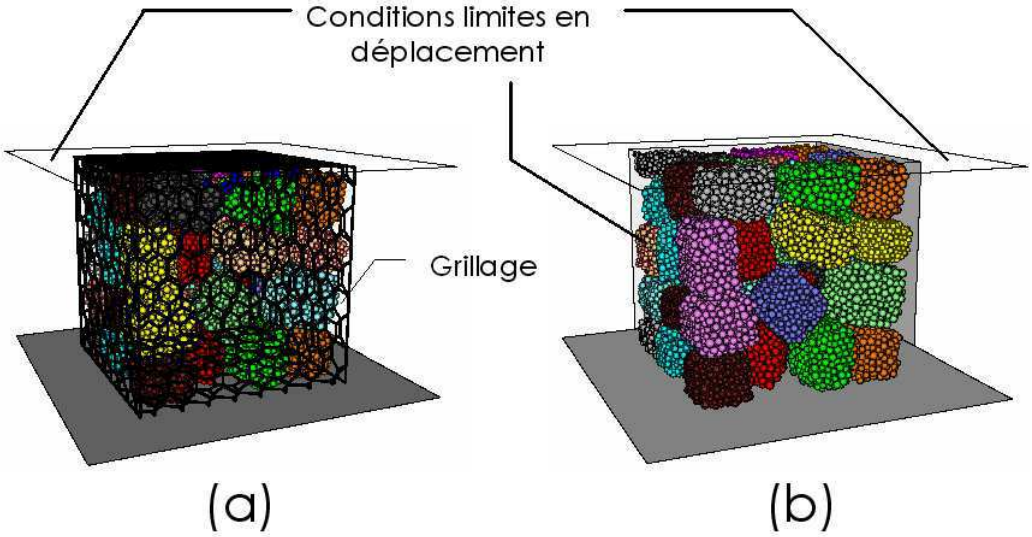


FIG. 4.11 – *Conditions aux limites sur cellules non confinée (a) et confinée (b) remplies d'éléments anguleux. Les conditions limites en déplacement sont matérialisées par des murs plans avec lesquels les particules interagissent grâce aux modèles d'interaction locaux.*

Comme pour les éléments distincts, les propriétés mécaniques des plateaux de compression et de confinement sont définies par l'intermédiaire de raideurs de contact normale (k_n^w) et tangentielle (k_s^w). Le frottement est également modélisé grâce au critère de Coulomb. Le coefficient de frottement est égale à $tan(\phi^w)$ où ϕ^w est l'angle de frottement du plateau.

En outre, les plateaux expérimentaux utilisés pour les essais sont en acier, donc très rigides par rapport au matériau testé. Ceci évite d'éventuelles déformations plastiques des plateaux et minimise l'influence de l'interface *plateau - matériau.* Numériquement, les raideurs de contact affectées aux plateaux sont systématiquement choisies 10 fois plus grandes que les raideurs de contact utilisées pour le modèle du matériau de remplissage.

Dans le cas de compressions confinées, au regard des conditions réelles d'essai, aucun frottement n'a été considéré sur les plateaux horizontaux et verticaux de confinement. Dans le cas de compression non confinée, l'influence du frettage lié à l'existence d'un frottement des plateaux a été étudiée numériquement. Les résultats sont présentés et discutés dans la suite.

Les forces résultantes sur les plateaux sont enregistrées tout au long de la simulation. Le calcul de la force sur un plateau est effectué par sommation de toutes les actions de contact dues aux particules en interaction avec le plateau.

Conditions dynamiques : Dans le cas d'une simulation dynamique d'impact, l'impac-

tant est modélisé par une sphère de rayon et de masse analogues à l'expérimental. Il est centré sur la face supérieure et placé juste au dessus de la cellule. La vitesse initiale imposée à la sphère d'impact permet de contrôler l'énergie cinétique avant impact. Le socle est modélisé grâce à une condition limite de déplacement rigide. C'est un mur horizontal ayant des raideurs normales et tangentielles (k_n^w et k_s^w) et un angle de frottement ϕ^w. Lorsque la cellule est confinée, quatre murs rigides verticaux assurent son confinement. La raideur des murs et de l'impactant est choisie 10 fois supérieure à la valeur de raideur du matériau de remplissage.

4.4 Modèle d'éléments sphériques

On s'intéresse dans un premier temps à la modélisation d'un matériau dont la forme des éléments est arrondie. Le modèle d'éléments sphériques est considéré. La modélisation du matériau de remplissage par des éléments sphériques possède l'avantage de diminuer notoirement le temps de calcul. En effet, pour des cellules de 500 mm de côté, le nombre de particules passe d'environ 30000 pour les éléments anguleux à environ 1000 dans le cas d'éléments sphériques. Par exemple, un essai de compression non confinée, où la vitesse de compression est de 0.1 m/s et où le grillage est pris en compte[4], demande environ 20 heures de calcul sur un processeur *Pentium 4 - 2.6GHz* ayant *512Mo* de mémoire vive alors qu'une centaine d'heures est nécessaire dans le cas d'éléments de forme anguleuses avec ce même processeur.

Les essais expérimentaux ont été simulés. Plusieurs études paramétriques sont présentées pour évaluer l'influence des microparamètres et également l'influence de la vitesse de chargement sur la réponse de la cellule. Comme on va le voir, il est très difficile de reproduire le comportement expérimental des cellules avec un modèle d'éléments sphériques.

4.4.1 Compressions confinées

4.4.1.1 Influence de la vitesse de compression

L'influence de la vitesse de sollicitation dans le cas d'une compression confinée est explorée. Sur la figure 4.13, la réponse d'une cellule, en terme de *force axiale - déplacement axial*, a été reportée pour plusieurs vitesses de compression s'échelonnant de 0.1 à 0.7 m/s. L'évolution de l'indicateur de quasi-staticité ($\mathcal{IQS}$) est également reportée.

La quasi-staticité est difficile à obtenir lorsqu'apparaîssent des déformations irréversibles par glissement et perte de contact. Ceci est mis en relief par $\mathcal{IQS}$. Deux phases se distinguent. Les valeurs d'$\mathcal{IQS}$ de la *phase 1* sont nettement plus importantes que

4. L'implémentation des algorithmes liés à la modélisation du grillage dans le code de calcul PFC^{3D} engendrent des coûts de calcul importants. Ceci est dû à l'utilisation du macro langage FISH de PFC. Pour augmenter la vitesse de calcul, il serait nécessaire de réécrire le code avec les algorithmes permettant de compiler à nouveau l'ensemble du code.

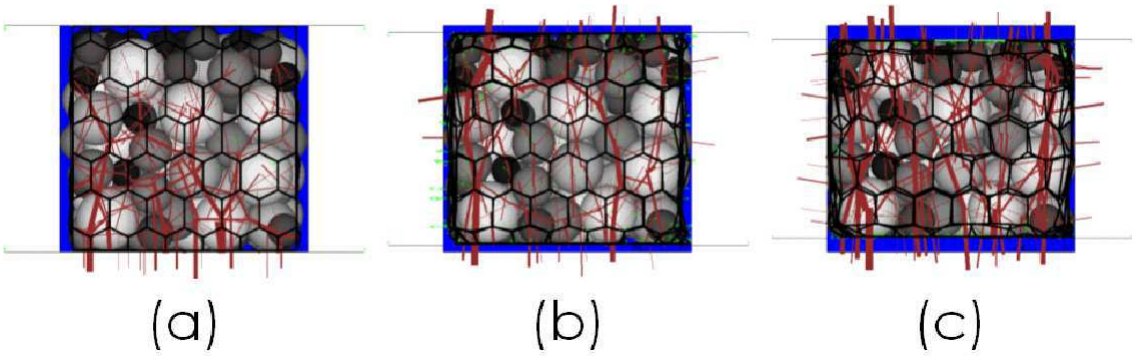


FIG. 4.12 – *Compression confinée sur éléments sphériques. (a) Etat initial avant compression, (b)* Phase 1*: mouvements amples des éléments et (c)* Phase 2*: mouvements limités des éléments associés à une augmentation notable de la résistance de la cellule.*

celles obtenues dans la *phase 2*. Dans la *phase 1*, les éléments ont la possibilité d'avoir des mouvements de rotations et translations. Ceci implique une valeur de force motrice moyenne F_{ub}^{moy} non négligeable face à la valeur moyenne des forces de contact F_c^{moy}. Durant la phase de réarrangement des éléments, la quasi-staticité n'est pas respectée. Dans la *phase 2*, le confinement des éléments est tel que leurs déplacements sont beaucoup plus limités. Ainsi, les efforts de contact sont beaucoup plus importants. Ceci engendre une forte augmentation de la résistance de la cellule et par la même occasion une importante chute de valeur d'$\mathcal{IQS}$.

La comparaison des données expérimentales aux résultats numériques est effectuée par rapport aux valeurs d'efforts obtenus sur la deuxième phase, phase pendant laquelle la cellule reprend les efforts dus au déplacement du plateau. Dans ce cas, la réponse de la cellule peut être considérée indépendante de la vitesse de sollicitation.

4.4.1.2 Choix des raideurs de contact

La réponse d'une cellule numérique, dont les propriétés physiques sont analogues à celles d'une cellule réelle en terme de granulométrie et de porosité, est contrôlée par les microparamètres du modèle de contact : frottement intergranulaire (ϕ), rapport des raideurs de contact ($\frac{k_n}{k_s}$) et la raideur de contact normale (k_n). Une série de simulations a donc été effectuée pour évaluer l'influence de chacun de ces paramètres. Sur les figures 4.14, 4.15 et 4.16 sont reportés les résultats relatifs à cette campagne de simulations. Le paramètre prépondérant est de toute évidence la valeur de la raideur de contact dans la direction normale. Le coefficient de frottement et le rapport des raideurs n'ont pas d'influence significative sur la réponse de la cellule. Ceci est dû à la condition de confinement qui réduit fortement la possibilité de mouvement des éléments. Les déplacements relatifs restent faibles ce qui réduit l'effet du frottement et de la raideur tangentielle.

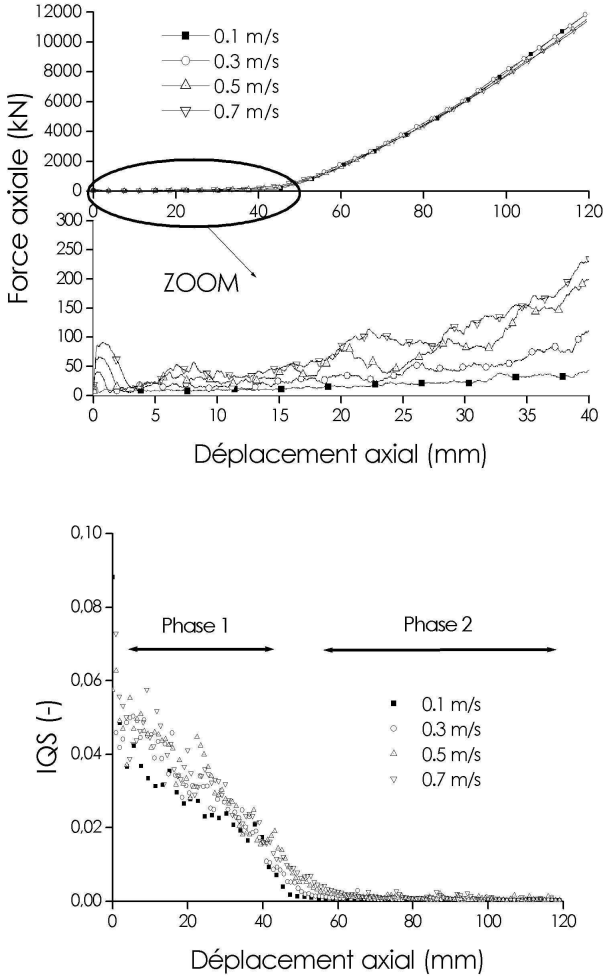


FIG. 4.13 – *Essai* NUM 2 CC 500 Sph *(k_n=k_s=10^8 N/m et ϕ=27 °). Influence de la vitesse de compression (Figure du haut) et évolution d'$\mathcal{IQS}$ (Figure du bas).*

k_n (N/m)	Raideur macro. (N/m)
10^6	2.3×10^6
10^7	2.1×10^7
10^8	1.6×10^8

TAB. 4.3 – *Correspondance des raideurs de contact normales (k_n) et de la raideur apparente macroscopique de la cellule dans le cas de compressions confinées sur un assemblage de sphères.*

La majeure partie de l'effort transite par les forces normales de contact. Ces conditions de confinement permettent de déterminer les microparamètres élastiques du modèle de contact.

Le choix des raideurs de contact est effectué par calage de la réponse du modèle numérique sur la réponse expérimentale de la cellule. Expérimentalement, la raideur macroscopique apparente[5] est de l'ordre de 8×10^6 N/m. Numériquement, les valeurs de raideur macroscopiques apparentes sont proches des valeurs de raideur de contact (Figure 4.16 et tableau 4.3). Ici, la valeur de raideur (k_n) la plus adaptée pour reproduire les données expérimentales est de k_n=10^7 N/m. Une valeur légèrement inférieure permettrait une meilleure calibration du modèle, mais compte tenu de la variabilité des résultats expérimentaux, cette raideur approximative est conservée.

Remarque : Pour cette taille moyenne d'élément et pour un comportement de contact supposé élastique, cette valeur de raideur est tout à fait cohérente avec l'estimation qui en a été faite au 3.7 page 89.

4.4.2 Compressions non confinées

4.4.2.1 Rotations libres

Dans un permier temps, les rotations des éléments sont autorisées. La condition de quasi-staticité de la compression est très difficile à obtenir. Les vitesses de sollicitation garantissant cette condition sont trop faibles et conduisent à des temps de calcul rédhibitoires (Figure 4.18). Comme il a été précisé, une compression non confinée d'éléments sphériques demande un temps de calcul d'environ 20h avec une vitesse de compression de 0.1 m/s. En dessous de cette vitesse de sollicitation, il devient inenvisageable d'effectuer des études paramétriques.

5. Pente de la droite *Force axiale - Déplacement axial*, ici dans le cas d'une compression confinée.

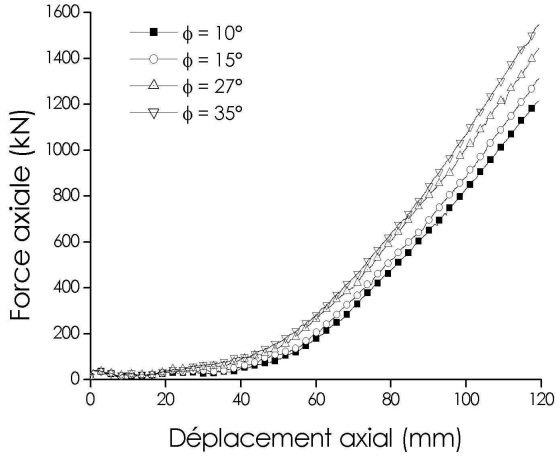


FIG. 4.14 – *Essai* NUM 2 CC 500 Sph *(k_n=k_s=10^7 N/m). Influence de l'angle de frottement intergranulaire (ϕ).*

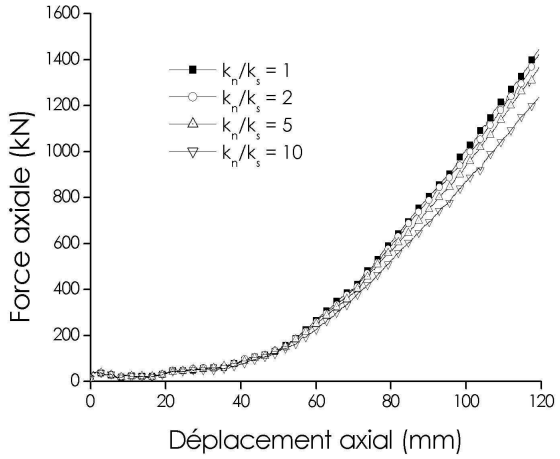


FIG. 4.15 – *Essai* NUM 2 CC 500 Sph *(k_n=10^7 N/m et ϕ=27 $^\circ$). Influence du rapport des raideurs de contact $\frac{k_n}{k_s}$.*

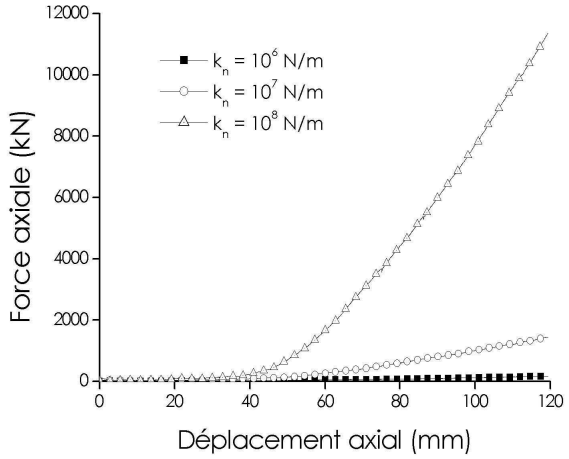


FIG. 4.16 – *Essai* NUM 2 CC 500 Sph *($\frac{k_n}{k_s}$=1 et ϕ=27 °). Influence de la raideur normale de contact (k_n).*

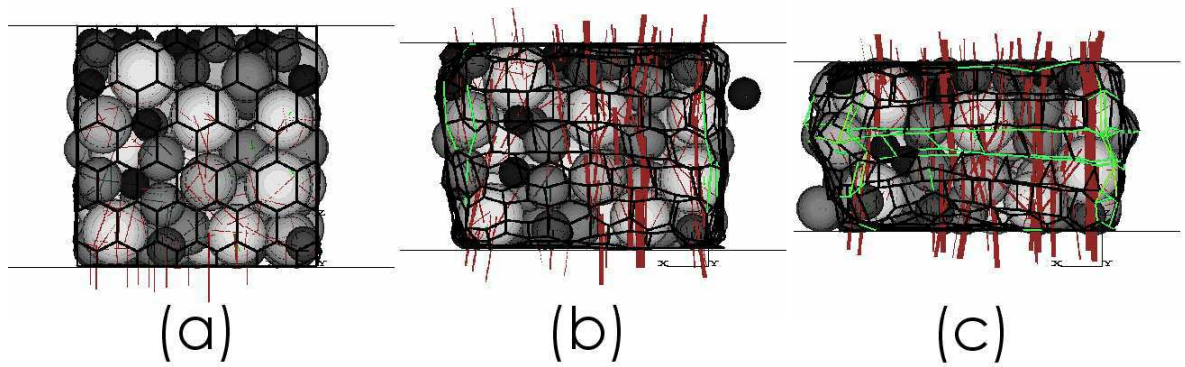


FIG. 4.17 – *Compression non confinée sur éléments sphériques. Evolution de la forme de la cellule au cours de la sollicitation (a), (b) et (c). Les traits épais quasi verticaux sont représentatifs des forces de contact dans l'assemblée de grains.*

D'un point de vue qualitatif, les phénomènes observés expérimentalement ne sont que partiellement reproduits par le modèle numérique. Les brusques chutes de forces n'apparaissent pas (voir par exemple figure 4.19). Les courbes *Force axiale - déplacement axial* sont beaucoup plus *lisses* que les courbes issues des expériences et la reprise des efforts par la cellule est beaucoup moins importante. Expérimentalement, la forme (allongée et anguleuse) des blocs et l'enchevêtrement de ces derniers limitent leur possibilité de mouvement, ce qui entraîne une meilleure résistance de la cellule. Les crises dynamiques de réarrangement des éléments sont beaucoup moins prononcées dans le cas d'éléments sphériques. Les éléments glissent et roulent les uns sur les autres sans se bloquer mutuellement.

Dans des conditions non confinées, l'influence de la raideur de contact reste très faible au même titre que le rapport $\frac{k_n}{k_s}$ (Figure 4.19) et que le frottement (Figure 4.20). Encore une fois, ceci met en évidence le fait que la reprise des efforts appliqués à la cellule dépend fortement des possibilités de mouvements de translation et rotation des éléments de remplissage. La phénoménologie observée expérimentalement n'est pas reproductible avec des éléments sphériques. Au regard de ces constatations, considérer de simples billes pour modéliser l'agrégat semble insuffisant.

4.4.2.2 Blocage des rotations

Les rotations possibles et trop importantes des particules sont, entre autres, à l'origine de ces disparités. Dans le but de conserver un modèle numérique relativement simple mais permettant toutefois de prendre indirectement en compte l'angularité des blocs, le blocage des rotations des particules a été effectué. Dans la littérature, quelques auteurs utilisent cette technique pour modifier les propriétés apparentes d'assemblage de sphères. *Calvetti et al.* (2003) bloquent les rotations pour augmenter l'angle de frottement macroscopique d'un sol et *Hentz* (2003) utilise cette méthode pour augmenter le rapport des contraintes de rupture en traction et en compression d'un béton.

L'influence de la vitesse de sollicitation (Figure 4.21), de la raideur de contact, du rapport $\frac{k_n}{k_s}$ (Figure 4.22) et du frottement a été explorée (Figure 4.23). La quasi-staticité de la compression est obtenue pour des vitesses de sollicitation inférieures à 0.1 m/s. En comparaison au cas où les rotations des éléments sont libres, le rapport d'$\mathcal{IQS}$ est diminué de manière significative.

Désormais, la raideur de contact et le frottement influent de manière importante sur la réaction de l'assemblage. La raideur de contact et le frottement contrôlent la pente initiale de la réponse. La valeur du premier pic de résistance est quant à elle influencée par le frottement et par le rapport $\frac{k_n}{k_s}$.

D'un point de vue qualitatif, la modélisation du matériau est plus adaptée pour reproduire les phénomènes mis en jeu pendant la compression. La pente à l'origine de début d'essai, contrôlée par la raideur de contact, est cohérente avec les données expérimentales.

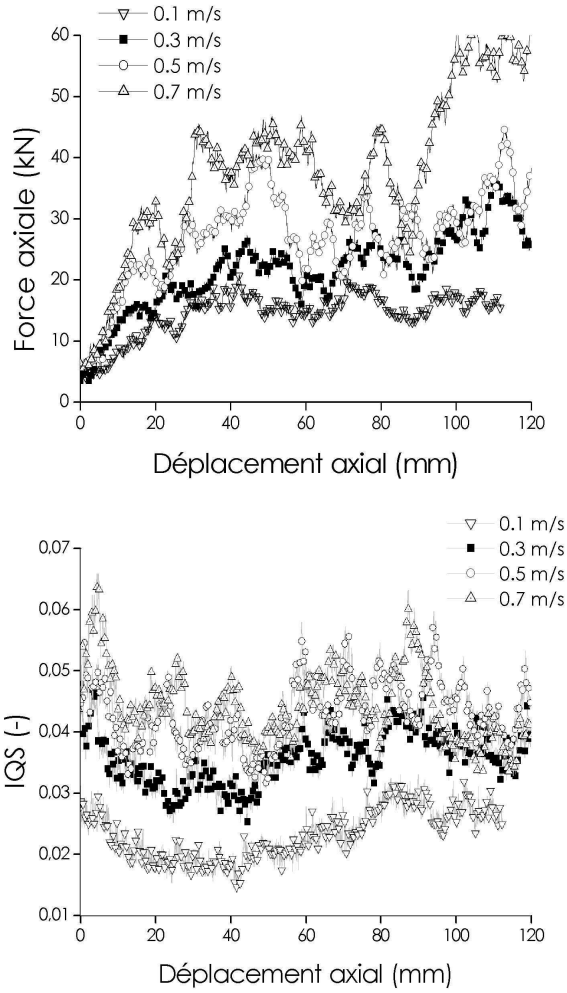


FIG. 4.18 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations libres (données de référence : k_n=k_s=10^7 N/m et ϕ=27 °). Figure du haut : influence de la vitesse de compression. Figure du bas : Evolution d'$\mathcal{IQS}$.*

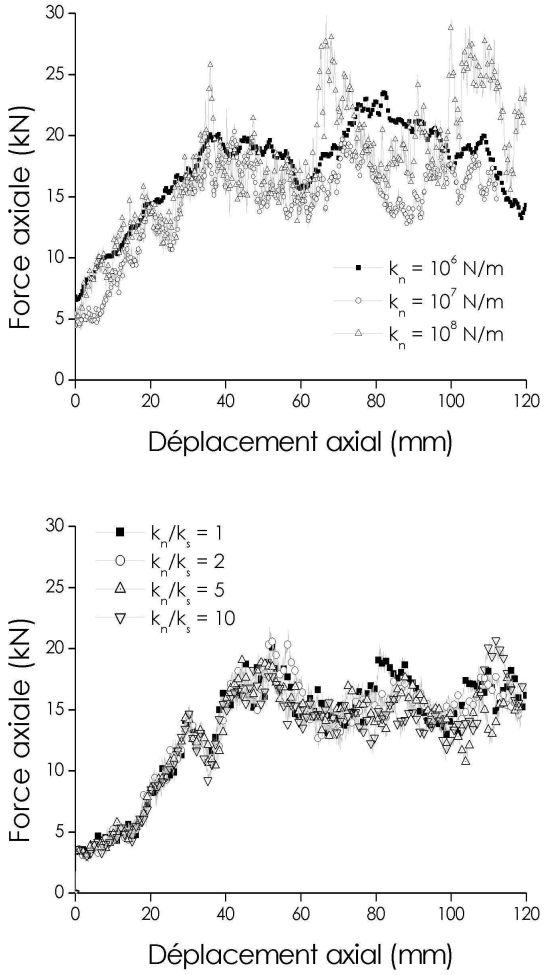


FIG. 4.19 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations libres (données de référence :* k_n*=*k_s*=*10^7*N/m et* ϕ*=27* $^\circ$ *). Influence de la raideur de contact où* $\frac{k_n}{k_s} = 1$ *(Figure du haut). Influence du rapport des raideurs où* k_n*=*10^7*N/m (Figure du bas). Vitesse de compression 0.1 m/s.*

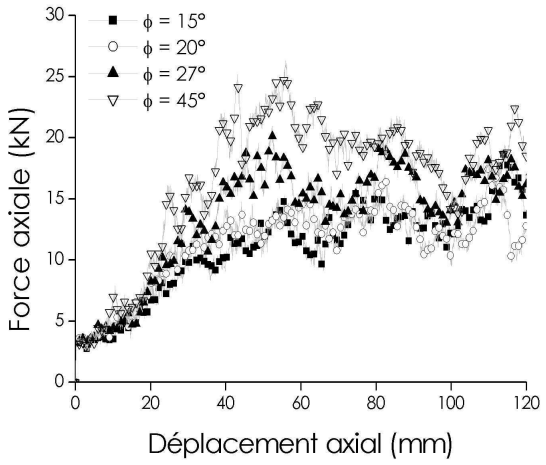
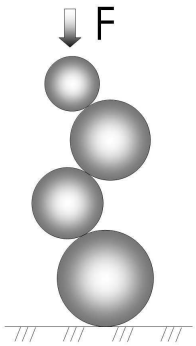


FIG. 4.20 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations libres (données de référence :* $k_n = k_s = 10^7$ *N/m et* $\frac{k_n}{k_s} = 1$*). Influence de l'angle de frottement intergranulaire. Vitesse de compression 0.1 m/s.*

Les brusques chutes de force sont également reproduites. Cependant, une surestimation de la résistance de la cellule est constatée. Après le premier pic de force, la reprise des efforts par la cellule n'est pas conforme aux données expérimentales. Contrairement à l'essai expérimental, la résistance moyenne de la cellule ne cesse d'augmenter au cours du chargement au lieu d'atteindre une valeur de force fluctuante autour d'un palier. Au delà d'une certaine valeur de déformation, la réponse de la cellule développe une importante augmentation de résistance. En terme de déplacement, ceci arrive d'autant plus tôt que le coefficient de frottement est élevé (Figure 4.23). Ce phénomène est directement lié au blocage des rotations. En effet, les éléments ne peuvent pas rouler les uns sur les autres ; ils ne peuvent que glisser.



Dans ces conditions cinématiques particulières, pour des angles de frottement suffisamment élevés, il est possible de générer des colonnes stables de particules sphériques. Autrement dit, une colonne de particules sphériques peut être en équilibre mécanique sous chargement axial (Figure de gauche). La figure 4.24 explicite leur mode de formation. Plus l'angle de frottement est grand et plus la probabilité de créer ce type de colonne est grande.

Lors d'une compression non confinée, les plateaux provoquent le réarrangement des particules qui se déplacent les unes par rapport aux autres et interagissent par l'intermédiaire du frottement. Ces réarrangements conduisent à la création de colonnes stables au

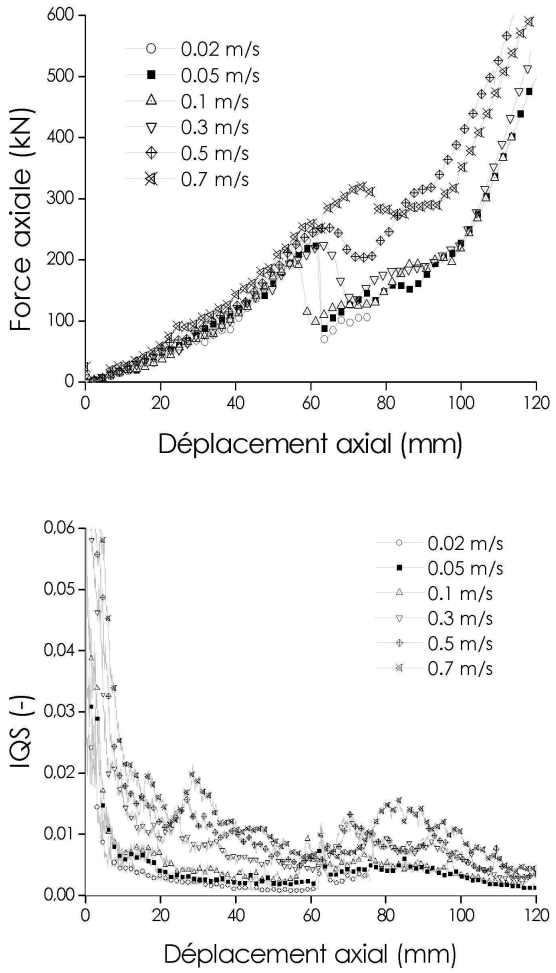


FIG. 4.21 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations bloquées (données de référence :* k_n*=*k_s*=*10^7 *N/m et* $\frac{k_n}{k_s} = 1$*). Figure du haut : influence de la vitesse de compression. Figure du bas : Evolution d'*$\mathcal{IQS}$*.*

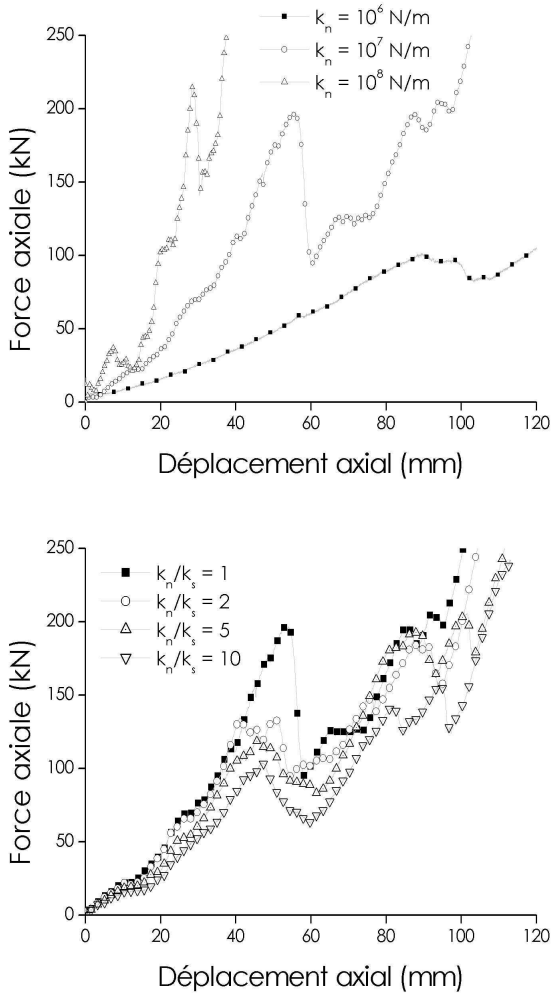


FIG. 4.22 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations bloquées (données de référence : k_n=k_s=10^7 N/m et ϕ=27 °). Influence de la raideur normale de contact où $\frac{k_n}{k_s} = 1$ (Figure du haut). Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$ où k_n=10^7 N/m (Figure du bas). Vitesse de compression 0.1 m/s.*

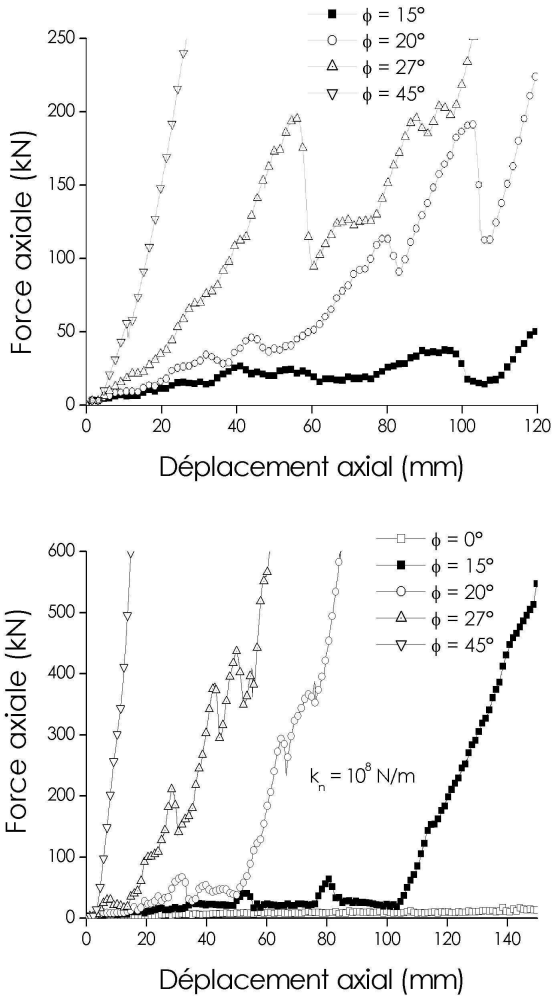


FIG. 4.23 – *Essai* NUM 2 CNC 500 Sph *dans le cas de rotations bloquées (données de référence :* $\frac{k_n}{k_s}$*=1 et* ϕ*=27* $^\circ$ *). Influence de l'angle de frottement intergranulaire. Vitesse de compression 0.1 m/s. Les courbes de la figure du haut ont été obtenues pour* k_n*=*10^7 *N/m et celles de la figure du bas pour* k_n*=*10^8 *N/m.*

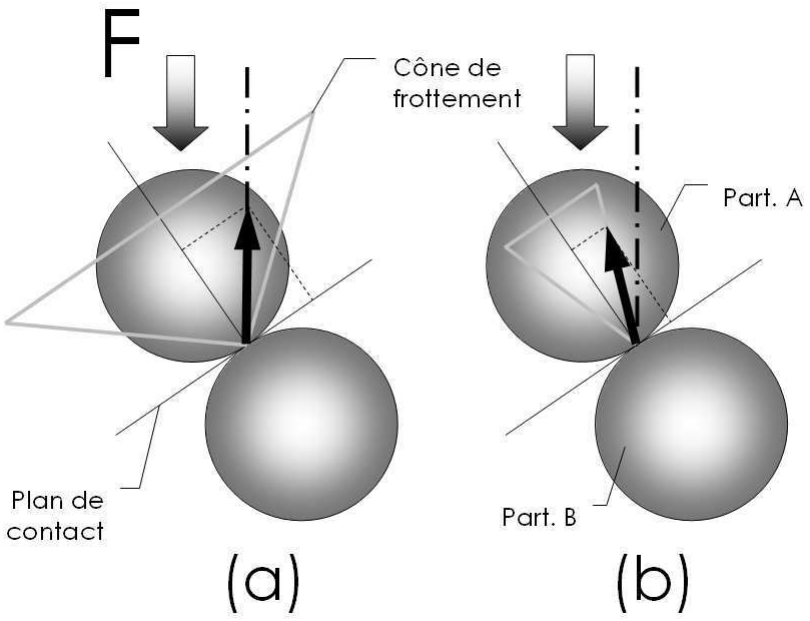


FIG. 4.24 – *Schémas illustratifs de la création de colonne stable d'éléments sphériques sous chargement axial constant. Les rotations des particules sont bloquées et la particule inférieure est fixée dans l'espace. Dans la configuration (a), l'équilibre mécanique statique est possible. Le cône de frottement est tel que la force de contact peut s'aligner avec la force due au chargement axial. Dans le cas de figure (b), comme la force de contact ne peut sortir du cône de frottement, l'équilibre mécanique n'est pas possible.*

sein de l'assemblage de particules. La résistance de la cellule augmente considérablement dès qu'une colonne est créée dans l'assemblage.

4.4.3 Simulation d'impact

Des simulations d'impact ont été menées sur des cellules de 500 mm de côté (Figure 4.25). Les rotations des particules sont libres. L'angle de frottement entre élément est de ϕ=27 $^\circ$. L'énergie cinétique initiale de l'impactant a été choisie égale à 8 kJ de manière à reproduire les conditions expérimentales et le coefficient d'amortissement non-visqueux est choisi égal à 0.

Dans un premier temps, des raideurs normale et tangentielle de 10^7 N/m ont été employées (Figure 4.26 en haut). Pour ces valeurs, la réponse de la cellule surestime la valeur maximale de force atteinte expérimentalement.

La raideur des éléments a ensuite été diminuée d'un ordre de grandeur (Figure 4.26 en bas) ce qui a permis de mieux décrire le signal expérimental en terme de force maximale atteinte sur l'impactant. Toutefois, la raideur macroscopique apparente de la cellule, qui était bien reproduite dans le cas où k_n=k_s=10^7 N/m, est désormais légérement plus faible.

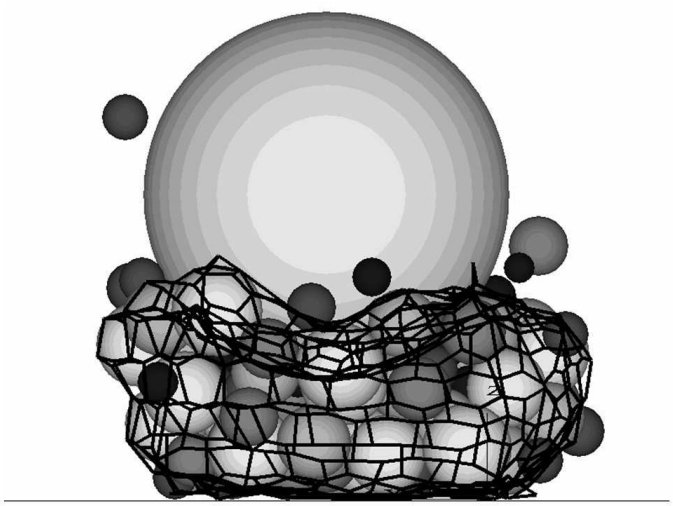


FIG. 4.25 – *Essai* NUM 2 INC 500 Sph. *Forme de la cellule après un impact dont l'énergie cinétique initiale est de 8 kJ.*

4.4.4 Changement d'échelle : Cellule 1000

La simulation d'une cellule d'un mètre cube a également été effectuée. Lorsque des éléments sphériques sont considérés, le temps d'obtention de l'état initial d'une cellule de cette dimension est d'environ 240h avec un processeur *Pentium 4 - 2.6GHz* doté de *512Mo* de mémoire vive. Le nombre total de particules est de 2990 dont 1856 sont destinées à la modélisation du grillage. D'un peu plus d'une centaine dans le cas d'une cellule de 500 mm de côté, le nombre d'éléments de remplissage passe à un millier.

Remarque : D'un point de vue pratique, seules des formes sphériques peuvent être utilisées pour cette taille de cellule. Avec des éléments de formes anguleuses environ 500000 particules seraient nécessaires pour la modélisation d'une cellule de 1000 mm de côté ce qui conduirait à des temps de calcul trop importants.

4.4.4.1 Compression non confinée

Un essai de compression non confinée sur une cellule de 1000 mm de côté a été simulé. La vitesse de compression de l'essai numérique était de 0.1 m/s. Les microparamètres de contact utilisés sont les mêmes que ceux qui ont été employés dans le cas de cellules de 500 mm de côté, c'est à dire k_n=k_s=10^7 N/m et ϕ=27 $^\circ$. Une compression nécessite environ une quarantaine d'heures de simulation. Deux simulations numériques ont été réalisées : un essai où les rotations des éléments sont possibles et un autre en bloquant les rotations des particules.

Lorsque les rotations des éléments sont libres (Figure 4.27 du haut), les *crises* dyna-

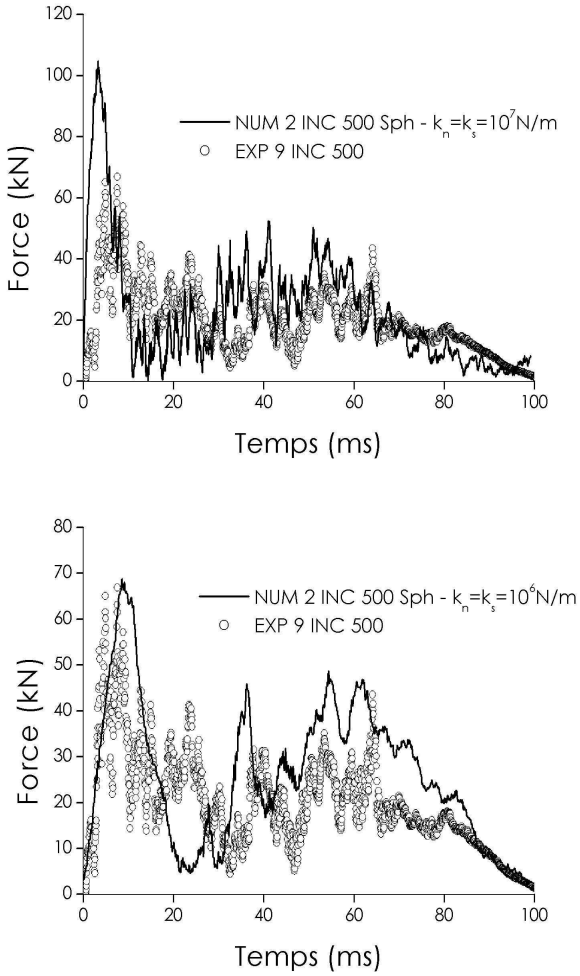


FIG. 4.26 – *Essai* NUM 2 INC 500 Sph. *Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps pour deux raideurs différentes.*

miques sont peu prononcées. Les possibilités de mouvement des éléments facilitent l'effondrement des chaînes de forces. La forme joue un rôle moins important dans la réaction d'ensemble puisque, malgré la simplicité du modèle, il est possible de reproduire numériquement la réponse d'une cellule dont la texture initiale de l'assemblage engendrerait une faible reprise d'effort (cas de l'essai EXP 7 CNC 1000).

Lorsque les rotations des éléments sont bloquées (Figure 4.27 du bas), une surestimation de la résistance de la cellule est observée. De manière analogue au cas des cellules de 500 mm de côté, des chaînes stables de particules sphériques se forment au cours du déplacement du plateau et engendrent d'importantes reprises d'effort non représentatives du comportement réel de la cellule.

4.4.4.2 Simulation d'impact

Des simulations d'impact ont également été menées sur des cellules de 1000 mm de côté (Figure 4.28). Les simulations numériques ont été effectuées dans les mêmes conditions que pour les cellules de 500 mm de côté. L'angle de frottement est de ϕ=27 $^\circ$ et l'énergie cinétique initiale de l'impactant a été choisie égale à 17.7 kJ au regard des essais expérimentaux.

On observe les mêmes tendances que pour le cas de cellules de 500 mm de côté. Pour des raideurs normale et tangentielle de 10^7 N/m (Figure 4.29 du haut), la réponse de la cellule surestime la valeur maximale de force atteinte expérimentalement. Pour des raideurs de 10^6 N/m (4.29 en bas) le signal expérimental est bien décrit en terme de force maximale atteinte sur l'impactant.

4.4.5 Conclusion

Les résultats obtenus avec des éléments sphériques conduisent à s'interroger sur la pertinence du modèle numérique pour reproduire les phénomènes observés lors des expériences. Le faible nombre d'éléments dont sont constituées les cellules augmente l'influence de la forme et de la texture initiale au travers de la dispersion des résultats expérimentaux. Les possibilités de mouvement des éléments jouent un rôle significatif dans le comportement de la cellule.

Dans le cas de rotations libres, la résistance de la cellule est très faible en comparaison des résultats expérimentaux. Les phénomènes mis en jeu durant l'essai sont mal reproduits. Bloquer les rotations a permis de mettre en évidence que les modes de déplacement des éléments influent de manière significative sur le comportement de la cellule. Malgré tout, cette approche destinée à prendre en compte indirectement la forme des éléments conduit à des divergences entre le modèle et la réalité physique. L'utilisation d'éléments sphériques pour représenter le matériau semble inadaptée.

Cependant, on remarquera que le modèle numérique semble traiter convenablement les changements d'échelle. D'une cellule de 500 mm de côté à une cellule de 1000 mm

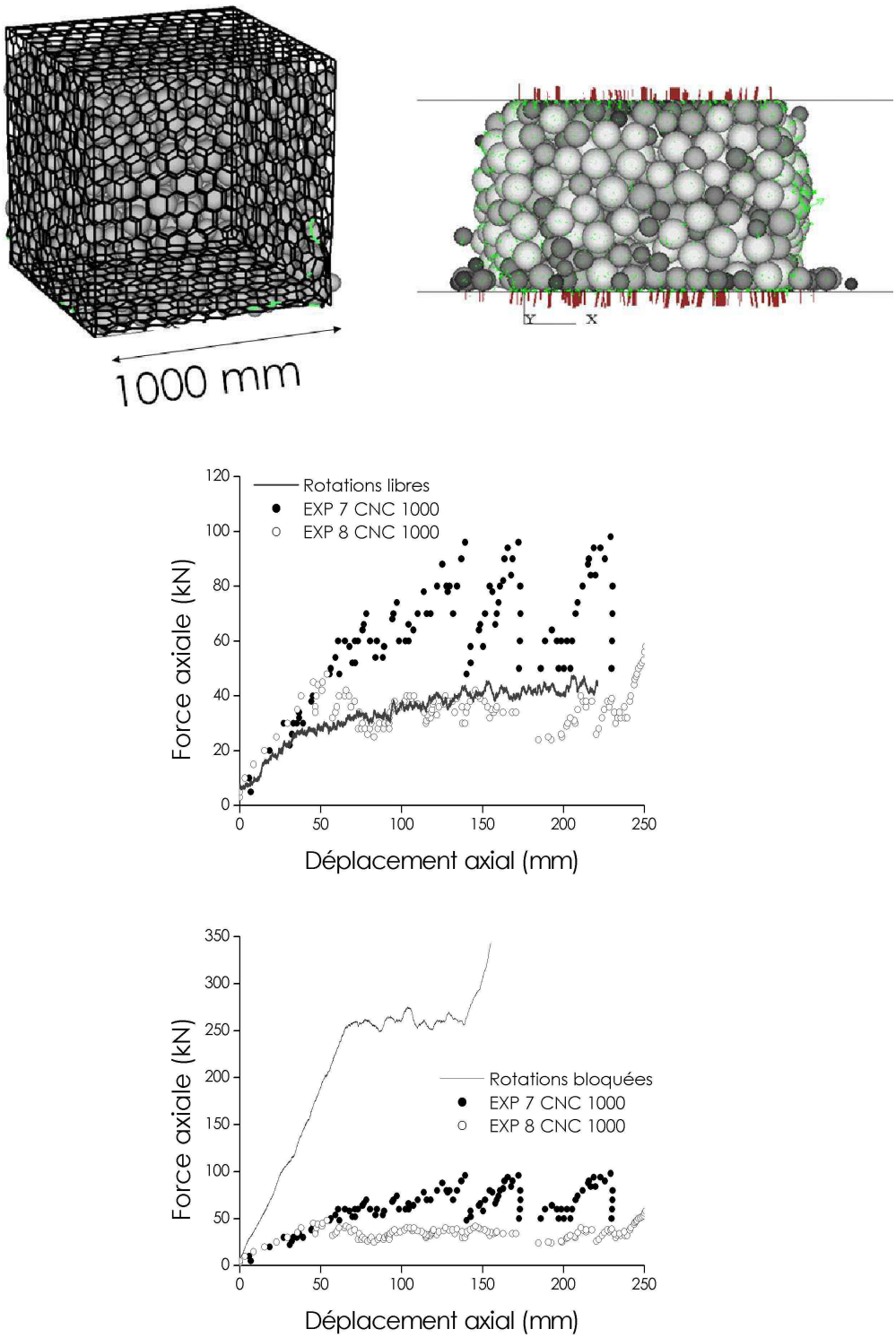


FIG. 4.27 – *Compressions non confinées de sphères dans le cas d'une cellule de 1000 mm de côté. Les courbes continues sont les résultats des simulations numériques et les courbes pointillées correspondent aux essais expérimentaux.*

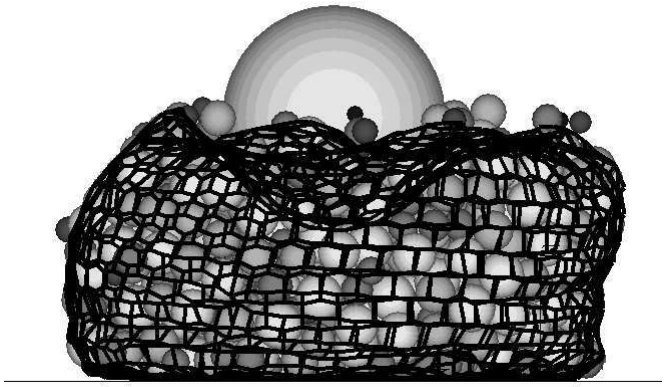


FIG. 4.28 – *Impact sur cellule de 1000 mm de côté remplie d'éléments sphériques en condition non confinée. Forme de la cellule après un impact dont l'énergie cinétique initiale est de 17.7 kJ.*

de côté et avec un même jeu de microparamètres, les forces maximales sur l'impactant expérimentales sont correctement reproduites par les simulations. Même si l'utilisation d'un modèle de contact élastique linéaire (dans la direction normale) ne permet pas de reproduire à la fois le pic de force et la raideur macroscopique de la cellule, la variabilité des résultats d'une cellule à l'autre permet de penser que la qualité des simulations est relativement bonne en conditions dynamiques. Cette modélisation pourrait convenir en vue d'une première estimation dans un cadre d'ingénierie.

La forme et l'agencement initial des éléments jouent donc des rôles très importants et influent fortement sur la cinématique des grains, en particulier dans le cas d'assemblage à faible nombre de grains et possédant des formes à angularité importante. La simulation d'un essai de compression non confinée nécessite une description précise du matériau de remplissage, aussi bien au niveau des propriétés mécaniques que physiques. La modélisation d'une cellule se révèle complexe et exige l'emploi d'un modèle numérique ayant un degré de raffinement plus important. La prise en compte de formes d'élément plus réalistes et l'implémentation d'un modèle de contact raffiné seront nécessaires.

4.5 Modèle d'éléments anguleux

Comme on vient de le voir, les mécanismes mis en jeu lors du chargement d'une cellule remplie de pierres sont fortement dépendants de la forme des éléments. L'amélioration du modèle numérique passe par la prise en compte des caractéristiques géométriques des éléments de remplissage. Des éléments de forme anguleuse sont considérés pour se rapprocher des formes réelles des éléments utilisés lors des expérimentations (§3.3.2 page 74). Cette modélisation du matériau permet de donner aux éléments une forme non sphérique.

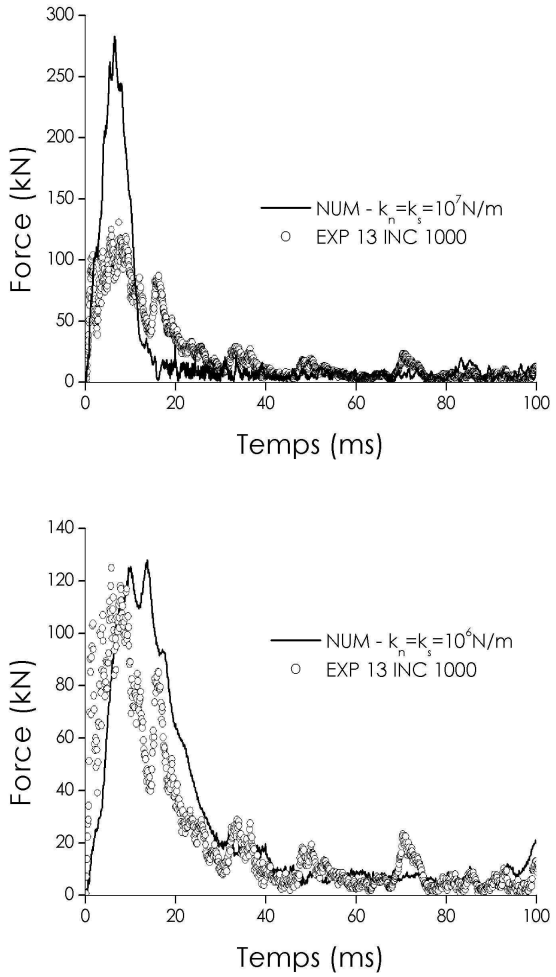


FIG. 4.29 – *Impact sur cellule non confinée de 1000 mm de côté remplie d'éléments sphériques. Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps pour deux raideurs différentes.*

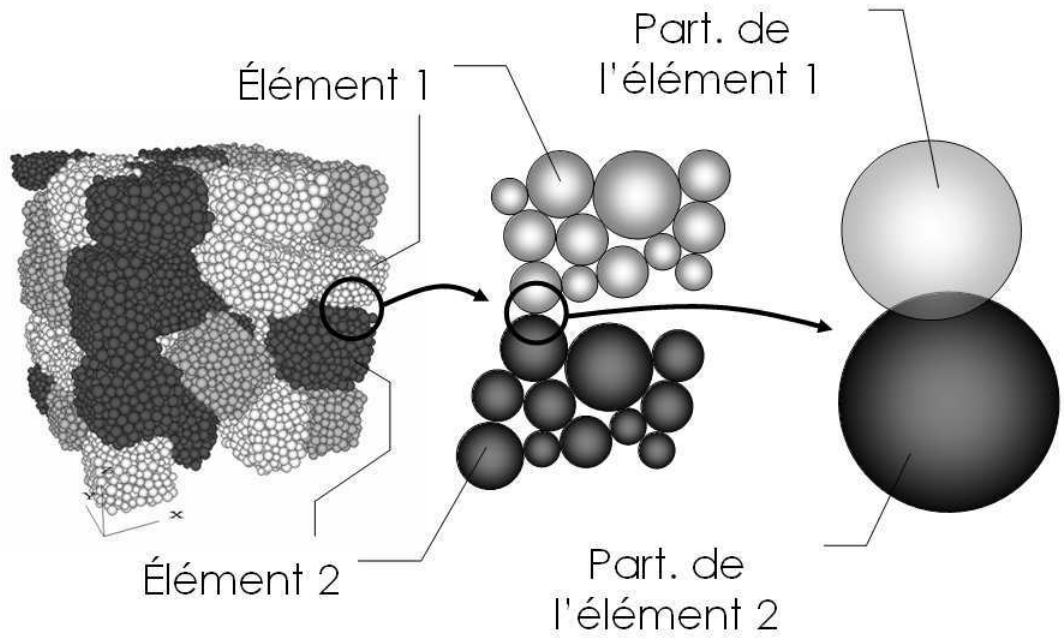


FIG. 4.30 – *Principe de l'interaction entre éléments composés d'un ensemble de particules sphériques. Les interactions entre éléments se font au niveau des particules constitutives des éléments avec le modèle de contact.*

On rappelle que chaque élément est composé d'un ensemble de petites particules sphériques agglomérées les unes aux autres. Les interactions entre les éléments se font grâce aux particules constitutives des éléments, c'est à dire qu'un contact entre deux éléments fait intervenir une particule sphérique de chaque élément (Figure 4.30).

Une analyse phénoménologique est proposée dans le but d'identifier les processus mécaniques à l'échelle du contact et de l'élément lors de la sollicitation de la cellule. La calibration du modèle numérique a été effectuée grâce à des essais de compression en condition confinée puis le modèle a été validé sur des essais de compression non confinée et d'impact.

4.5.1 Compressions confinées

4.5.1.1 Modèle de raideur constante

Dans un premier temps, un modèle de contact élastique linéaire avec frottement Coulombien a été utilisé (§1.3.2.2). En s'appuyant sur les résultats obtenus avec le modèle d'éléments sphériques, les valeurs des raideurs normale et tangentielle ont été choisies égales à 10^7 N/m et l'angle de frottement était de ϕ=27 $^\circ$. La figure 4.31 représente le

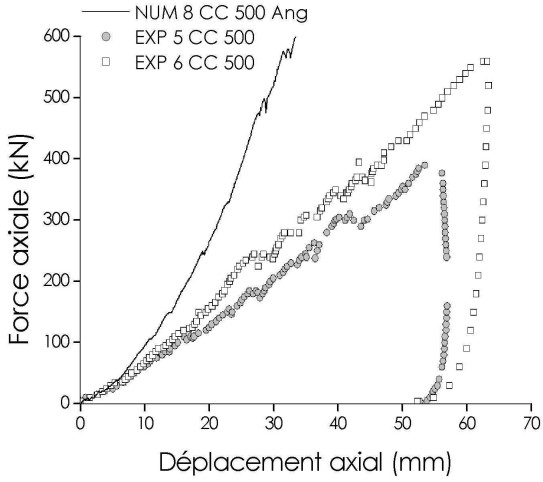


FIG. 4.31 – *Essai* NUM 8 CC 500 Ang. *Les raideurs normale et tangentielle du modèle de contact restent constantes durant l'essai.*

résultat de l'essai de compression *NUM 8 CC 500 Ang.* Pour des déformations axiales inférieures à 1 %, c'est à dire 5 mm de déplacement axial, les courbes numériques et expérimentales montrent une bonne concordance. Ensuite, une surestimation de la résistance de la cellule numérique est observée. Numériquement, les courbes développent des tendances paraboliques alors que les courbes expérimentales ont des allures quasi linéaires où apparaîssent de légères ondulations vraisemblablement liées aux fractures localisées.

D'un point de vue qualitatif, le modèle numérique n'est pas capable de reproduire le comportement macroscopique développé par la cellule. Durant l'essai de compression expérimental, on observe très rapidement la détérioration des points de contact puis la rupture d'éléments. La fragmentation des éléments joue un rôle non négligeable sur le comportement macroscopique de la cellule. La prochaine section est une analyse des processus de fracturation observés lors de l'essai confiné.

4.5.1.2 Analyse phénoménologique : Fracturation des éléments

En raison du confinement imposé à la cellule, à partir de 1 % de déformation axiale (5 mm de déplacement axial) certains blocs commencent à se rompre au sein de l'assemblage de grains.

En début d'essai, le déplacement appliqué par le plateau supérieur engendre une réorganisation de la structure granulaire. Les éléments se déplacent les uns par rapport aux autres jusqu'à trouver une position d'équilibre imposée par le réseau des forces de contact. Chaque élément est alors soumis à un système de forces de contact qui lui est propre. A ce stade, aucun élément n'a rompu. Ensuite, le chargement de la cellule engendre une augmentation de l'intensité des forces de contact. En fonction de la manière

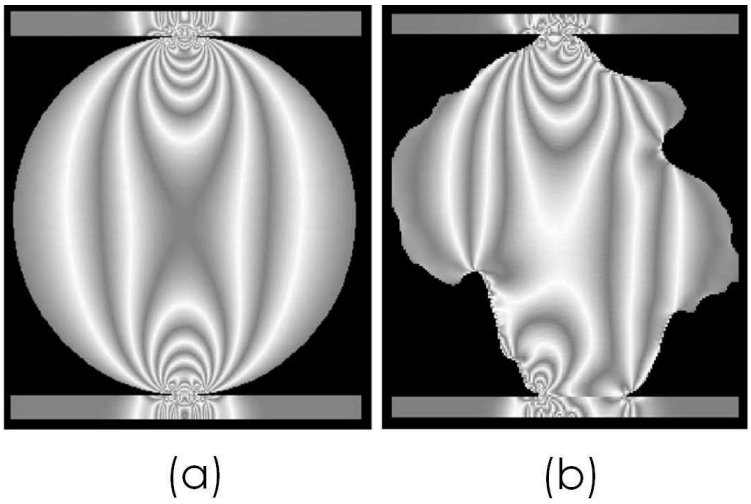


FIG. 4.32 – *Compression uniaxiale sur deux éléments de forme différente ayant les mêmes propriétés mécaniques. Influence de la forme sur le champ de contrainte (Tang et al., 2001).*

dont est sollicité l'élément, sa rupture se produit plus ou moins tôt lors du déplacement du plateau. Des essais de caractérisation mécanique ont permis d'évaluer les propriétés élastiques et de résistance de la matrice rocheuse des éléments (Figure 3.19 page 90). Ces informations sont intéressantes pour connaître la rhéologie du matériau mais ne suffisent pas à identifier les phénomènes complexes engendrant la rupture des éléments. *Tsoungui et al.* (1999) rappelle que la résistance d'un élément est fortement dépendante de sa taille, de sa forme et des conditions dans lesquelles il est sollicité.

Les travaux de *Marsal* (1973) ont apporté des informations précises sur l'évolution de la résistance de l'élément en fonction de sa taille. En compression uniaxiale[6], la résistance de l'élément (F_{crit}) en fonction de son rayon moyen (R) suit une loi puissance empirique de la forme $F_{crit} = \eta R^{\lambda}$, où η et λ sont des paramètres propres au matériau. La forme de l'élément, quant à elle, influence principalement la répartition des contraintes associées à la déformation du matériau (Figure 4.32). En règles générales, des formes irrégulières donnent naissance à des concentrations de contraintes qui sont le plus souvent localisées au voisinage du contact (*Tang et al.*, 2001). En outre, *Liu et al.* (2005) montrent dans leurs travaux que le confinement des pierres a une influence sur le mode de rupture. Deux modes peuvent être distingués selon les conditions de sollicitation de l'élément (Figure 4.33). Tout d'abord, lorsque l'élément se trouve en régime de compression uniaxiale, des zones de traction apparaissent au cœur de l'élément. Dès que le critère de résistance en traction de la pierre est dépassé, la propagation de la fissuration se développe dans le grain

6. L'élément est sollicité par deux forces de contact diamétralement opposées dont l'intensité est très grande face aux autres forces de contact appliquées à l'élément.

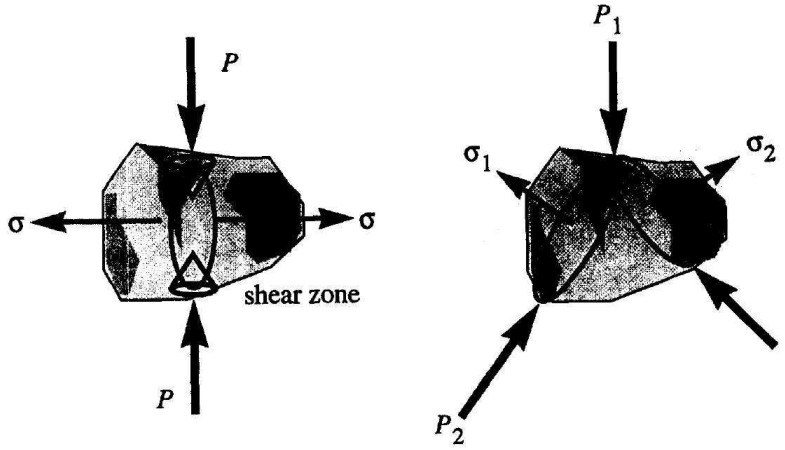


FIG. 4.33 – *Principaux cas de sollicitation définissant les modes de rupture d'un élément (Briggs et Evertsson, 1998). A gauche, compression uniaxiale de l'élément et rupture dans la masse. A droite, compression* quasi-triaxiale *engendrant des ruptures périphériques localisées à la surface de l'élément.*

et cause sa fracturation en deux sous éléments de volume équivalent. L'autre cas de figure se produit lorsque l'élément est soumis à plusieurs forces de contact (supérieure à deux) du même ordre de grandeur. *Liu et al.* (2005) parlent alors de *compression quasi-triaxiale* en comparant cette répartition homogène des forces de contact autour de l'élément à un champ de pression hydrostatique. Pour ce type de configuration, les contraintes qui se développent sont généralement des contraintes de compression, bien entendu fonction de la répartition des points de contact sur la surface. Le mode de rupture associé se traduit par des fractures qui se localisent aux voisinages des points de contact et en surface de l'élément (abrasion).

Les ruptures d'éléments, qui produisent leur réorganisation, conduisent à une moindre résistance macroscopique de la cellule. La dégradation des pierres peut être prise en compte de différentes manières par le modèle numérique. La première idée est de considérer des modèles de contact cohésifs (§1.3.2.2 page 27) de manière à créer des assemblages de sphères collées les unes aux autres. L'intérêt de cette approche est de permettre la fracturation des éléments en plusieurs morceaux. Ces modèles de contact cohésifs font intervenir des microparamètres de collage caractérisant la résistance des interactions cohésives. *Lim et McDowell* (2005) utilise cette technique pour la modélisation discrète de ballast ferroviaire. Les microparamètres sont choisis de manière à reproduire la résistance macroscopique des grains de ballast et sont déterminés par l'intermédiaire d'essais de compression uniaxiale effectués à l'échelle du grain. Au regard des différents modes de fracturation physique qui apparaîssent lors de la rupture d'un grain, on notera que cette méthode de calage demeure incomplète. Pour un calage robuste des microparamètres, d'autres conditions de chargement devraient être simulées avec des sollicitations de type

FIG. 4.34 – *Pierres fracturées après un essai de compression confinée sur cellule 500 × 500 × 500 mm*^{3}*. Dans cette configuration, la pierre a cassé en condition uniaxiale de compression.*

compression quasi-triaxiale.

Dans le cadre de ce travail, cette approche impliquerait une phase de calage pouvant s'avérer lourde et délicate à mener compte tenu des dépendances auxquelles est sujète la résistance des éléments. De plus, le nombre de particules est trop important pour envisager l'utilisation de cette méthode. Le temps de calcul serait rédhibitoire. L'objet de la prochaine section est la proposition d'une approche alternative de prise en compte de la fracturation.

4.5.1.3 Vers un nouveau modèle de contact

D'un point de vue pratique, il n'est pas possible de simuler directement la fracturation des éléments en considérant des modèles de contact cohésifs. L'emploi d'agrégats de particules indissociables pour la modélisation des éléments nous est apparu incontournable. Aucune rupture n'est possible ce qui permet de diminuer le nombre de calculs effectués par pas de temps[7]. L'élément se comporte comme un corps rigide déformable aux limites. Toutefois, la dégradation des pierres au cours du chargement doit être considérée par le modèle numérique puisque les fracturations locales conduisent à une perte de résistance macroscopique de la cellule.

7. La détection des contacts et le calcul des forces de contact internes à l'élément, c'est à dire ceux qui se produisent entre deux particules constitutives de l'élément, ne sont pas considérés pendant le cycle de calcul.

En effet, bien qu'expérimentalement des fractures d'éléments dans la masse soient observées, les faciès de rupture des pierres après essai tendent à montrer que les fractures restent plutôt localisées à la surface des éléments. Ceci signifie que le mode de *compression quasi-triaxiale* est souvent à l'origine de la fragmentation. En première approximation, on propose de modifier le modèle de contact pour prendre en compte les fracturations localisées à la surface de l'élément. La définition du nouveau modèle de contact s'appuie sur la compréhension des processus mécaniques locaux mis en jeu. Pour cela, revenons à l'échelle de l'interaction entre deux pierres.

Des essais de compression expérimentaux *pierre sur pierre* ont été menés afin de reproduire les conditions réelles dans lesquelles se produisent les interactions de contact. Pour la réalisation des essais, les pierres étaient prises au hasard dans l'assemblée, puis rectifiées afin d'être placées entre les plateaux de la presse (Figure 3.18 page 89). La force maximale admissible au droit du contact est limitée par la résistance locale de la pierre. Les essais donnent des valeurs variant de 10 kN à 40 kN (Figure 3.18). Chaque courbe possède une allure propre. La forme anguleuse des pierres implique une géométrie locale de contact très variable d'une zone à l'autre ce qui engendre de fortes disparités dans les résultats. L'identification d'une courbe *Force - Déplacement* moyenne, susceptible d'être implémentée comme nouveau modèle de contact, est très difficile, voire inenvisageable.

Toutefois, au lieu d'un contact, le matériau se déforme de manière élastique puis se rompt (comportement de type *élastique fragile* - §4.5.1.2 page 130). A l'échelle de la cellule, en début d'essai, on retrouve cette phase élastique responsable de la bonne concordance des résultats numériques et expérimentaux pour des valeurs de raideurs locales de 10^7 N/m. La divergence *numérique-experimentale* est ensuite due à l'apparition de la rupture des éléments. Physiquement, l'intensité d'une force de contact dépend de la dégradation locale du matériau qui a lieu, en tout cas dans un premier temps, sur et au voisinage de la zone de contact. En première approximation, on peut admettre que la force normale de contact est bornée par une valeur limite. Bien entendu, cette limite est propre au contact et est fonction de paramètres comme la forme de la surface et des propriétés locales de la matrice rocheuse.

Un modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale au contact a donc été proposé (Figure 4.35). Celui-ci limite la force normale admissible au contact de la manière suivante :

Si $F_n(t) = F_{max}$ et $\Delta U_n > 0$ alors :

$$\begin{cases} F_n(t + \Delta t) = F_{max} \\ \\ \Delta U_c^{n,elast} = 0 \text{ et } \Delta U_c^{n,plast} = \Delta U_n \end{cases}$$

Si $F_n(t) < F_{max}$ ou $\{F_n(t) = F_{max} \text{ et } \Delta U_n < 0\}$ alors :

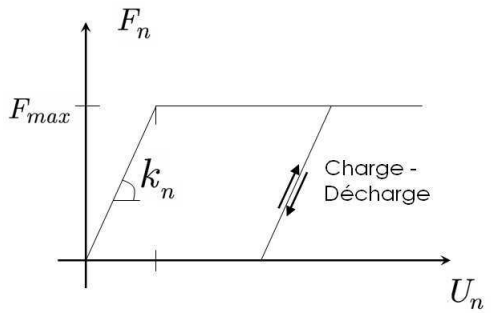


FIG. 4.35 – *Modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale de contact.*

$$\begin{cases} \Delta F_n = k_n \Delta U_n \\ \\ \Delta U_c^{n,elast} = \Delta U_n \text{ et } \Delta U_c^{n,plast} = 0 \end{cases}$$

où $F_n(t)$ est la force normale au lieu du contact à l'instant t, ΔU_n l'interpénétration algébrique au contact durant Δt où Δt est le pas de temps de la simulation. $\Delta U_c^{n,elast}$ (resp. $\Delta U_c^{n,plast}$) est l'incrément de déplacement normal lié à la partie élastique (resp. plastique) du modèle de contact élastique parfaitement plastique. La force limite admissible par le contact, F_{max}, est un nouveau paramètre du modèle de contact.

Cette approche est adaptée dans le cas d'éléments créés par agrégation de particules sphériques. Le contact entre deux éléments est réalisé par l'intermédiaire des particules constitutives (Figure 4.30). Au lieu d'un contact, l'interaction locale est pilotée par le modèle élasto-plastique. Si la force de contact engendre une plastification locale de l'élément, les propriétés des particules en contact sont modifiées en conséquence. La dégradation reste ainsi localisée au contact sans affecter le reste de l'élément.

L'obtention de la valeur de F_{max} est obtenue par approximation. Dans le cas de compressions confinées, une valeur de F_{max} comprise entre 2000 et 2500 N permet d'obtenir des résultats de simulation en accord avec l'expérience (Figure 4.36 et 4.40).

4.5.1.4 Influence de la vitesse de sollicitation

Comme pour les particules sphériques, l'influence de la vitesse de sollicitation a été explorée. Trois vitesses de compression ont été testées et le modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale est maintenant utilisé. Les résultats obtenus sur une même cellule ont été reportés sur la figure 4.37. Les conditions limites de ce type d'essai assurent un confinement des éléments de remplissage qui limite de manière importante leur possibilités de mouvement. La vitesse de compression n'a quasiment pas d'effet sur la réponse de la cellule ce qui permet de penser que l'évolution du système est

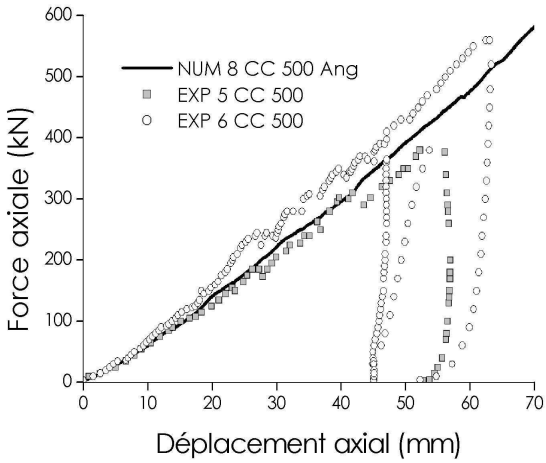


FIG. 4.36 – *Essai* NUM 8 CC 500 Ang *avec le modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale de contact (k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °).*

quasi-statique.

L'évolution de l'indicateur de quasi-statcité ($\mathcal{IQS}$) a été reportée sur la figure 4.37. Les évolutions d'$\mathcal{IQS}$ sont très différentes d'une vitesse à l'autre. Naturellement, l'$\mathcal{IQS}$ est d'autant plus élevé que la vitesse est importante. De même que pour les formes d'éléments sphériques, une évolution similaire d'$\mathcal{IQS}$ est constatée. Les valeurs les plus élevées d'$\mathcal{IQS}$ sont obtenues pour des déplacements du plateau inférieur d'environ 30 mm. La première phase correspond à une réorganisation interne des éléments puis les mouvements importants des éléments sont stoppés par le confinement imposé à la cellule ce qui se traduit par une décroissance et une stabilisation d'$\mathcal{IQS}$.

4.5.1.5 Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$

Une étude paramétrique montre l'influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$ et établit que ce rapport n'a pas une influence significative sur le comportement de la cellule en condition de compression confinée (Figure 4.38) pour des valeurs inférieures à 5. Compte tenu du manque d'information et les incertitudes concernant les propriétés de contact des éléments de remplissage, un rapport $\frac{k_n}{k_s} = 1$ a été arbitrairement retenu pour la suite de l'étude.

4.5.1.6 Influence du frottement

Bien que le frottement des plateaux de confinement soit égal à zéro, le frottement intergranulaire influe sur la réponse globale de la cellule (Figure 4.39). Une caractérisation physique du frottement entre deux pierres permettrait d'affiner le choix du coefficient de

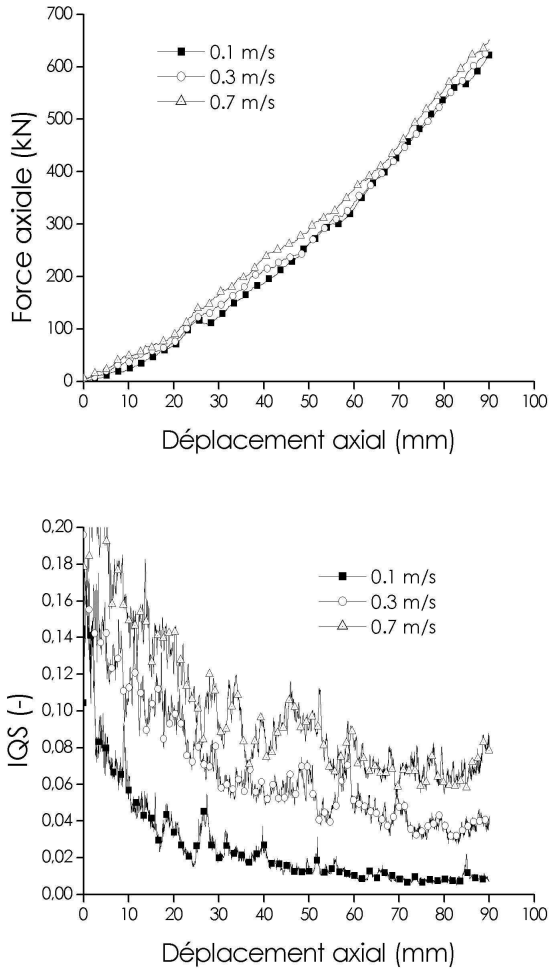


FIG. 4.37 – *Essai* NUM 10 CC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °). Influence de la vitesse de chargement (Figure du haut) et évolution d'$\mathcal{IQS}$ (Figure du bas).*

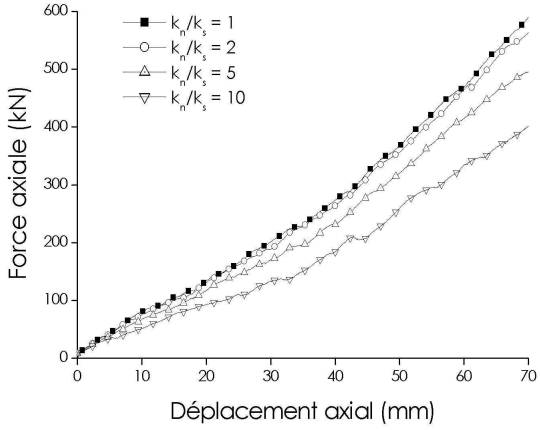


FIG. 4.38 – *Essai* NUM 5 CC 500 Ang *(k_n=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °). Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$.*

frottement à implémenter dans le code de calcul. Cependant, les difficultés liées à la mise en oeuvre ce type d'expérimentation et la dispersion des résultats due aux hétérogénéités des états de surface des pierres conduiraient sans doute à une incertitude importante sur la valeur finale du coefficient de frottement (§3.7 page 89). Au regard de ces considérations et faute de mesure expérimentale, la valeur du coefficient de frottement a été choisie en s'appuyant sur les données reportées dans la littérature. Il a été fixé à 0.5 correspondant à un angle de frottement de 27 ° .

4.5.1.7 Influence de l'état initial et calage de F_{max}

De manière analogue aux résultats expérimentaux, une dispersion des résultats est observée numériquement. La figure 4.40 présente les réponses de cellules différentes pour deux valeurs de F_{max} (2000 et 2500 N). Les pentes des courbes réponses de cellules changent de manière significative d'une cellule à une autre. La valeur de F_{max} est déterminée par calage. Le choix de F_{max} est arrêté de façon à ce que la moyenne des réponses des cellules soit proche de la moyenne des résultats expérimentaux. Dans la suite, une valeur de F_{max} = 2000 N est utilisée lors des simulations en compression non confinée.

4.5.1.8 Coefficient de *diffusion*

La redistribution des efforts sur les faces latérales[8] de la cellule montre qu'il existe une relation quasi-linéaire entre la force normale moyenne engendrée sur les faces latérales et la force axiale (Figure 4.41).

8. Faces définies par les vecteurs normaux orthogonaux à l'axe de chargement.

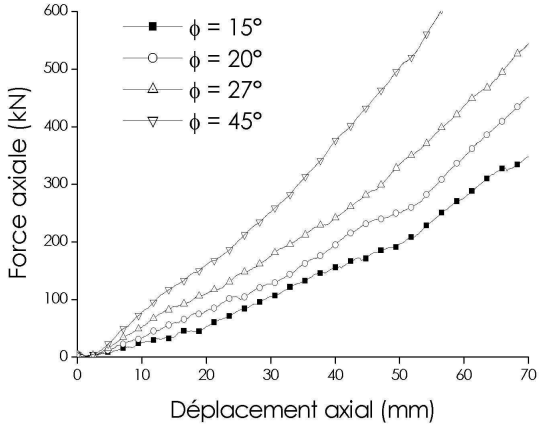


FIG. 4.39 – *Essai* NUM 5 CC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N). Influence de l'angle de frottement intergranulaire.*

Il est possible de définir un coefficient de proportionalité noté $\mathbb{K}$ qui peut être apparenté à un coefficient de *diffusion*. Il représente le coefficient de redistribution des efforts au sein de la cellule. Il se rapproche, dans une certaine mesure, de la définition du coefficient de poussée des terres en mécanique des sols. Il exprime le rapport entre la force normale verticale, force axiale appliquée par le plateau de chargement sur la face supérieure de la cellule, et la force normale horizontale qui s'exerce sur les faces verticales de la cellule. Sa valeur a été estimée sur l'ensemble des essais numériques menés. Elle est en moyenne égale à 0.157 pour un écart type de 0.027.

4.5.2 Compressions non confinées

Après le calage du modèle proposé de dégradation de contact sur essais de compression confinée, des simulations de compression non confinée sont réalisées d'une part pour valider le modèle numérique de cellules remplies d'éléments anguleux et d'autres part pour effectuer des analyses paramétriques. La figure 4.42 représente l'évolution de la forme de la cellule au cours du chargement quasi-statique.

Après la définition d'une vitesse de compression seuil en dessous de laquelle l'évolution peut être qualifiée de quasi-statique, l'influence de différents paramètres du modèle numérique a été étudiée. On s'intéresse tout d'abord aux paramètres mécaniques intervenant dans le modèle de dégradation au contact (modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale). L'influence du rapport des raideurs de contact, $\frac{k_n}{k_s}$, du coefficient de frottement, μ, et de la force maximale admissible, F_{max}, sur la réponse de la cellule est explorée. Ensuite, la variabilité de la réponse mécanique de la cellule associée à l'arrangement initial des matériaux est étudiée.

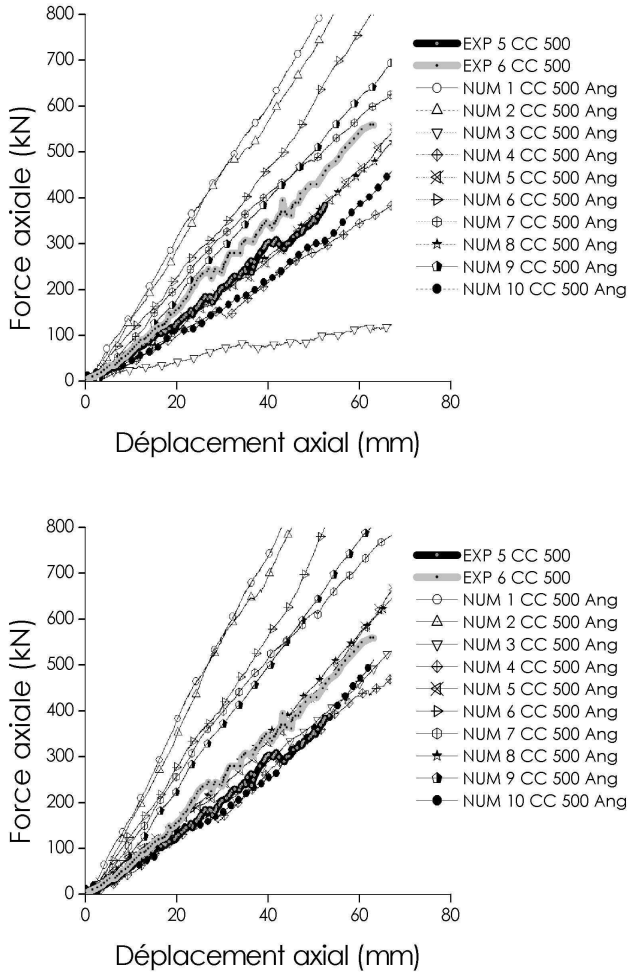


FIG. 4.40 – *Modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale. Compressions confinées de plusieurs cellules différentes remplies d'éléments anguleux. Figure de haut F_{max} = 2000 N et figure du bas F_{max} = 2500 N avec $k_n = 10^7$ N/m.*

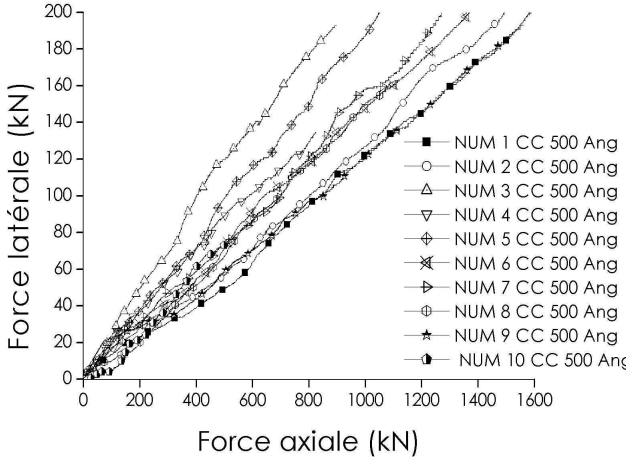


FIG. 4.41 – *Essais de compressions confinées sur l'ensemble des cellules remplies d'éléments anguleux. Evolution de la force normale latérale moyenne s'exerçant sur les faces verticales de la cellule en fonction de la force axiale imposée par le plateau de chargement.*

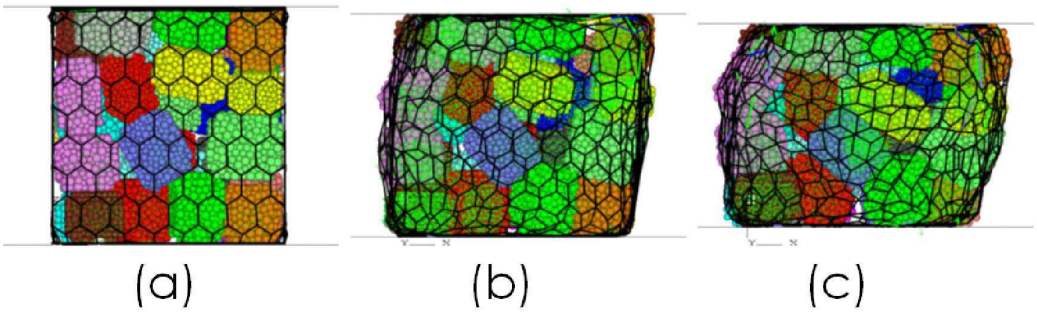


FIG. 4.42 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang*: Evolution générale de la forme de la cellule au cours d'une sollicitation quasi-statique.*

Vitesse (m/s)	0.02	0.05	0.07	0.1	0.3	0.5	0.7
F_{moy}^{palier} (N)	64000	66000	65000	58000	100000	120000	130000
Ecart type associé (N)	24000	16000	6000	9000	23000	29000	31000

TAB. 4.4 – *Force de palier et écart type associé moyennés entre 20 mm et 100 mm de déplacement en correspondance avec les vitesses de sollicitation dans le cas de compressions non confinées sur éléments anguleux.*

4.5.2.1 Influence de la vitesse de sollicitation

La figure 4.43 regroupe les résultats obtenus pour des vitesses de compression s'étalant de 0.02 m/s à 0.7 m/s. On constate que la pente initiale de montée au pic n'est pas affectée par la vitesse de chargement. Après le premier pic d'effort, la force oscille autour d'une valeur moyenne.

La figure 4.44 donne l'évolution de l'énergie cinétique totale[9] et l'évolution de la force de réponse de la cellule en fonction du déplacement imposé par le plateau pour une vitesse de chargement de 0.1 m/s. Une augmentation notable de l'énergie cinétique est constatée pour un déplacement d'environ 24 mm. Cette valeur de déplacement correspond à la première chute de force significative, c'est à dire aux premiers effondrements des chaînes de forces. Au delà, la quasi-staticité n'est plus vérifiée puisque des phénomènes dynamiques transitoires de réarrangements des éléments surviennent. Pour les raisons évoquées au §3.8 page 91, on cherche ici à déterminer une vitesse critique limite qui permette d'obtenir des résultats de simulation qui soient indépendants en moyenne de la vitesse de sollicitation.

Pour des vitesses de compression inférieures à 0.1 m/s, la valeur de force moyenne de palier est sensiblement la même. Au delà de 0.1 m/s, l'inertie des particules engendre une surestimation de la résistance de la cellule (Tableau 4.4). Au regard des résultats et suivant le cahier des charges que nous nous sommes fixés, on peut supposer qu'une vitesse de 0.1 m/s permet d'obtenir un régime de compression quasi-statique. Dans la suite, pour optimiser les temps de calcul et respecter la quasi-staticité de l'évolution du système, une vitesse de 0.1 m/s est utilisée.

Remarque : L'évolution d'$\mathcal{IQS}$ a également été reportée sur la figure 4.43. Entre 0 et 24 mm de déplacement, on note des valeurs d'$\mathcal{IQS}$ plus importantes lorsque la vitesse de chargement est supérieure à 0.1 m/s. Ceci suggère qu'il existe un changement de régime

9. C'est à dire la somme des énergies cinétiques de translation et rotation de chaque grain étendue à l'assemblage.

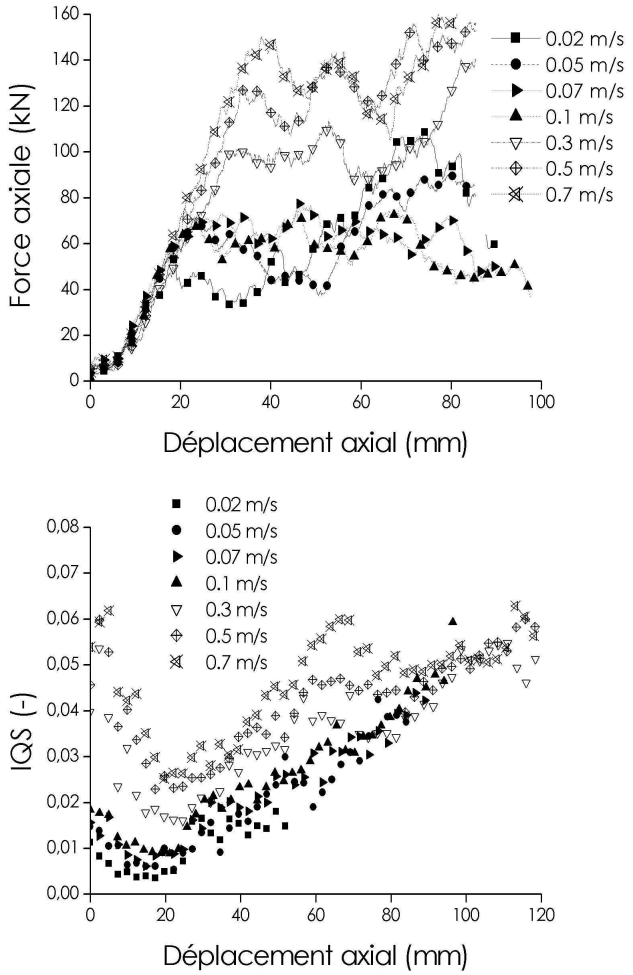


FIG. 4.43 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N, ϕ=27 °). Influence de la vitesse de chargement (Figure du haut) et évolution d'$\mathcal{IQS}$ (Figure du bas).*

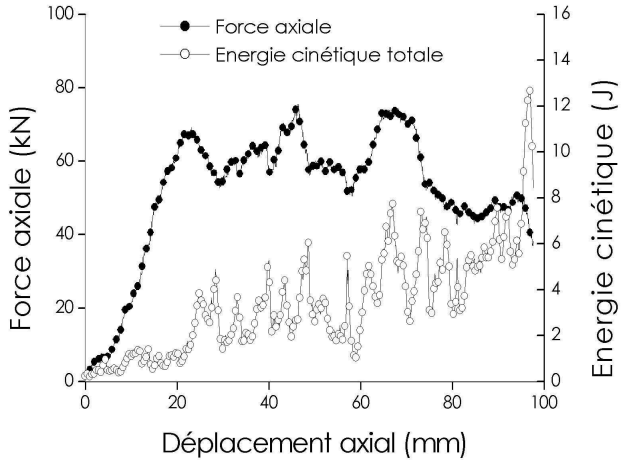


FIG. 4.44 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N, ϕ=27 °). Evolution de l'énergie cinétique totale et de la force axiale de la cellule en fonction du déplacement axial. Vitesse de chargement : 0.1 m/s.*

mécanique. On peut supposer que les temps caractéristiques liés aux crises dynamiques de l'assemblage deviennent plus petits que le temps caractéristique lié à la vitesse de chargement. Ceci expliquerai que la réponse globale moyenne de la cellule n'est plus dépendante du temps.

4.5.2.2 Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$

La figure 4.45 représente la réponse d'une cellule pour différentes valeurs du rapport $\frac{k_n}{k_s}$. Pour une valeur de k_n fixée à 10^7 N/m la valeur de k_s varie entre 5.10^5 et 10^7 N/m. Une influence significative de $\frac{k_n}{k_s}$ est constatée au delà de 20 mm de déplacement du plateau de chargement. Entre 0 et 20 mm de déplacement, la réponse de la cellule est très peu sensible à $\frac{k_n}{k_s}$.

Le comportement macroscopique d'une assemblée de grains composée d'éléments dont les surfaces sont rugueuses dépend fortement du comportement local au contact. La variabilité importante que développe la réponse de la cellule au delà de 20 mm de déplacement souligne l'importance d'effectuer de plus amples études de caractérisation locale du matériau de remplissage, soit à l'échelle du contact, soit à l'échelle de l'élément.

Dans l'approche proposée, le comportement local est décrit grâce à un modèle de contact très simple permettant de prendre en compte une partie de la physique des phénomènes. Malgré ses limitations inhérentes à sa simplicité, ce type de modèle de contact est facile à utiliser et est d'un grand intérêt pour les problèmes d'ingénierie.

En l'absence d'informations précises sur le comportement local des éléments suivant la direction tangente au plan de contact, le rapport $\frac{k_n}{k_s}$ a été pris égal à 1.

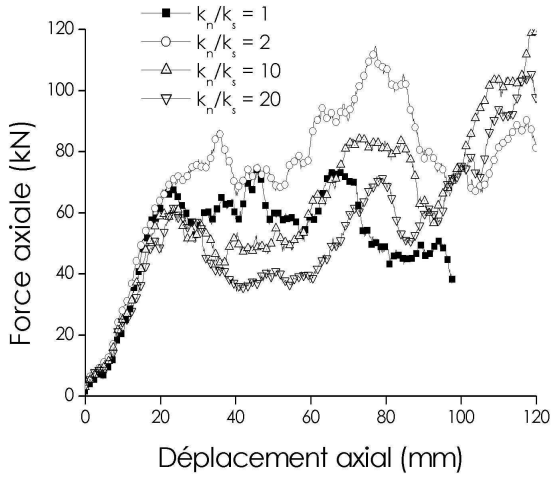


FIG. 4.45 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °). Influence du rapport $\frac{k_n}{k_s}$.*

4.5.2.3 Influence du frottement

De toute évidence le frottement intergranulaire a une forte influence sur la résistance macroscopique de la cellule (Figure 4.46 en haut).

Naturellement, l'intensité des forces tangentielles est d'autant plus grande que le frottement est important. De même, le déplacement tangentiel atteint est d'autant plus important que le coefficient de frottement est élevé. Ceci a pour conséquence d'augmenter la partie élastique du déplacement tangentiel qu'est capable de subir un contact avant glissement. L'effondrement des premières chaînes de force se produit donc pour des déplacements du plateau plus grands correspondant à des valeurs d'effort plus importantes. Ceci est mis en évidence grâce au suivi de l'évolution de l'énergie élastique emmagasinée par l'ensemble du système. Elle est définie comme la somme des énergies élastiques emmagasinées à chaque contact. Son expression est de la forme $E_p = \frac{1}{2}\sum_{N_c}\left(\frac{|F_n|^2}{k_n} + \frac{|F_s|^2}{k_s}\right)$ où N_c est le nombre de contacts total et $\mid F_n \mid$ (resp. $\mid F_s \mid$) est la composante normale (resp. tangentielle) de la force de contact. L'énergie élastique du système augmente puis se stabilise lorsque des déplacements importants des éléments se produisent (Figure 4.46 en bas).

4.5.2.4 Influence de la force maximale admissible au contact

L'influence de la force maximale admissible au contact F_{max} est examinée à partir des compressions sur les cellules n ° 8 et n ° 10 avec deux valeurs (Figure 4.47). Dans des conditions de compression non confinée, F_{max} n'a pas beaucoup d'influence sur le comportement des cellules. Les modes de déformations et l'évolution de la force axiale ne

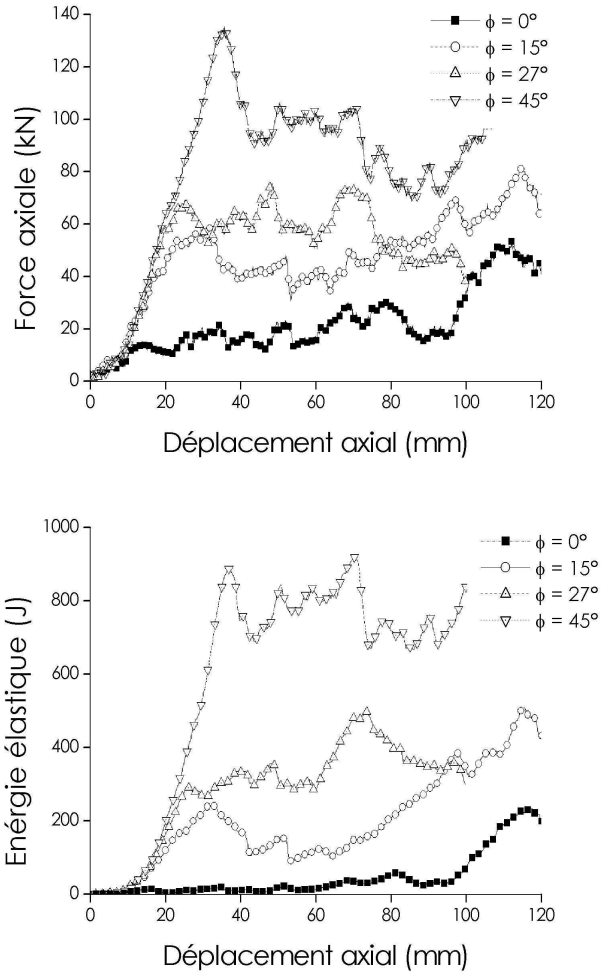


FIG. 4.46 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m et F_{max}=2000 N). Influence du frottement. Evolution de la force axiale (en haut) et de l'énergie élastique du système (en bas) en fonction du déplacement imposé par le plateau de chargement.*

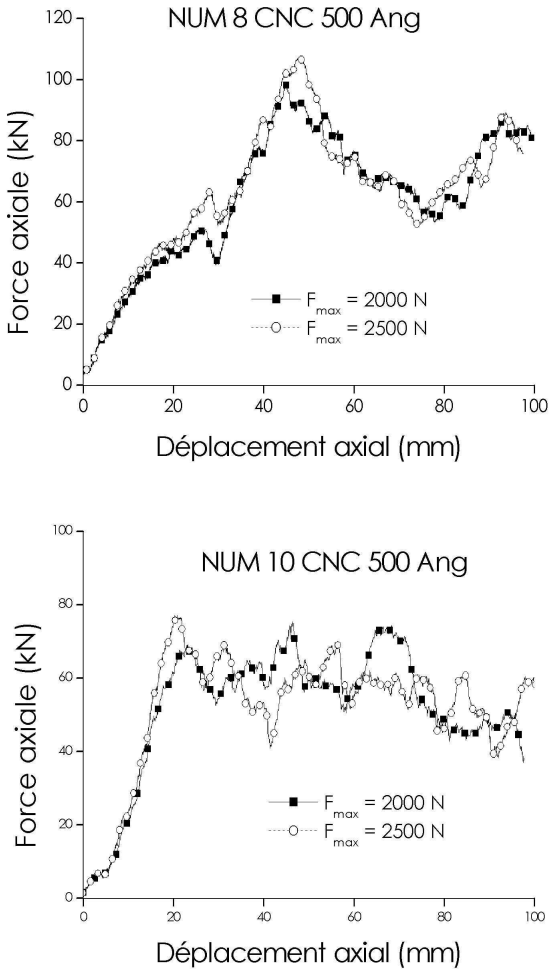


FIG. 4.47 – *Essais* NUM 8 CNC 500 Ang *et* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m et ϕ=27 °). Influence de la force admissible au contact F_{max}.*

sont quasiment pas modifiés.

Contrairement au cas de compression confinée, l'interpénétration des particules au point de contact reste limitée puisque le faible confinement du grillage autorise le mouvement des éléments. L'influence sur la réponse de la cellule de la limitation de la force dans la direction normale du modèle de contact reste donc faible. Ceci amène à penser que le mode de déformation de la cellule est principalement lié aux mouvements des éléments plutôt qu'à leur déformation propre.

4.5.2.5 Influence de l'état initial

A partir des 10 états initiaux des cellules remplies de formes anguleuses, la variabilité des réponses en force des assemblages de grains est reportée figure 4.48. La dispersion

des résultats expérimentaux est bien reproduite par le modèle numérique. La figure 4.49 représente la forme globale des cellules à 16% de déformation et la figure 4.50 représente les cellules réelles dans un état de déformation similaire.

Tout d'abord d'un point de vue qualitatif, les modes de déformation sont très différents d'une cellule à l'autre autant d'un point de vue expérimental que numérique. Les simulations engendrent des formes globales de cellules en accord avec les observations expérimentales. La déformation globale des cellules est fortement, encore une fois, influencée par la texture initiale de l'assemblage.

4.5.2.6 Influence du frettage des plateaux de chargement

Dans les cas de compressions simples ou d'essais triaxiaux sur éprouvettes de béton les résultats obtenus sont dépendants du mode opératoire (*Kotsovos*, 1983). Le frottement aux interfaces, c'est à dire entre l'échantillon testé et les parois du dispositif de mesure, peut provoquer une modification de la déformation transversale de l'échantillon. C'est le phénomène de frettage. Ce dernier peut avoir une influence sur la réponse mécanique de l'échantillon. Dans le cas du béton, le frettage aux interfaces conduit à donner une forme en tonneau aux éprouvettes testées. Cette modification des modes de déformation entraîne des faciès de rupture divers.

La modélisation du frettage sur la réponse d'une cellule consiste à prendre en compte un frottement sur les plateaux de compression. Ils possèdent un coefficient de frottement de 0.2. Lors de la compression, le gauchissement de la cellule est entravé par le frottement des plateaux. Le mode de déformation de la cellule est alors modifié. Les efforts tangents aux plans de contact des plateaux créent des appuis pour les chaînes de force qui s'effondrent moins facilement. Les résultats sont reportés sur la figure 4.51. Naturellement, la réponse de la cellule est modifiée et possède une plus grande résistance pour un frettage plus important.

Remarque : Toutes les simulations présentées auparavant ont été réalisées sans frottement sur les plateaux de compression ceci pour éviter une surestimation de la résistance de la cellule.

4.5.3 Simulations d'impacts

On explore maintenant les capacités du modèle numérique à reproduire le comportement d'une cellule dans des conditions dynamiques. Le matériau utilisé lors des expérimentations a été modélisé avec des éléments anguleux. La prise en compte de la forme des éléments interdit la modélisation de cellules d'un mètre cube. Le temps de calcul serait rédhibitoire. On se limite donc à des cellules de 500 mm de côté.

Le modèle de contact élastique parfaitement plastique proposé au paragraphe 4.5.1.3 est utilisé et les microparamètres obtenus dans le cas quasi-statique ont été employés lors

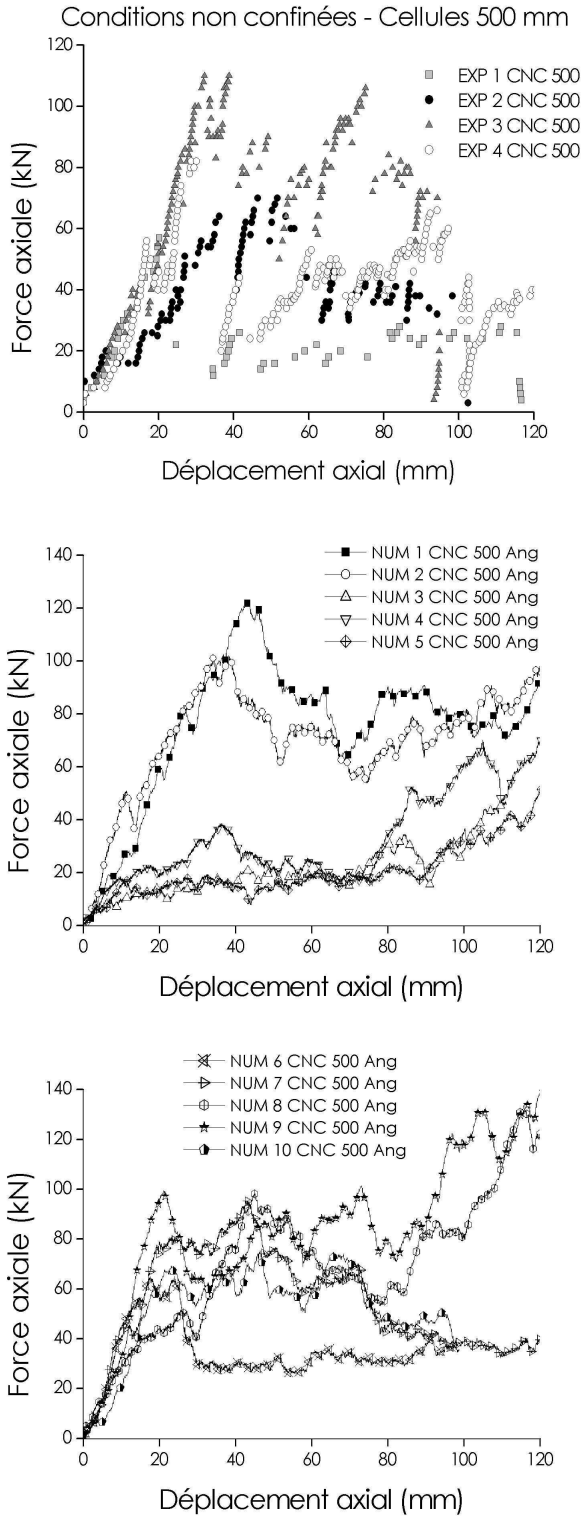


FIG. 4.48 – *Compressions non confinées sur cellules remplies d'éléments anguleux (k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °). Influence de l'arrangement initial des éléments. Figure de haut en bas : courbes expérimentales puis résultats numériques.*

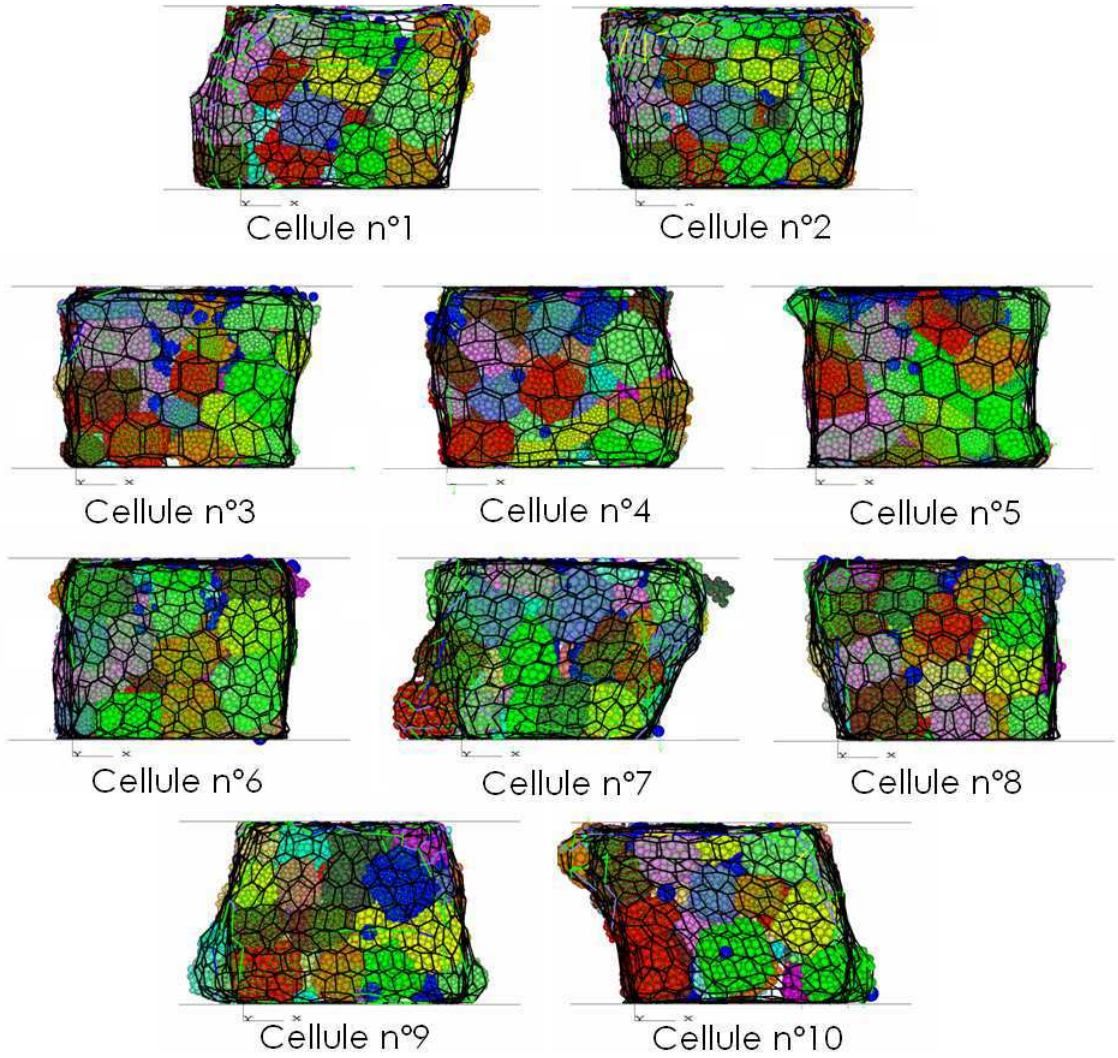


FIG. 4.49 – *Compressions non confinées sur cellules remplies d'éléments anguleux. Forme globale des cellules numériques à 16 % de déformation axiale.*

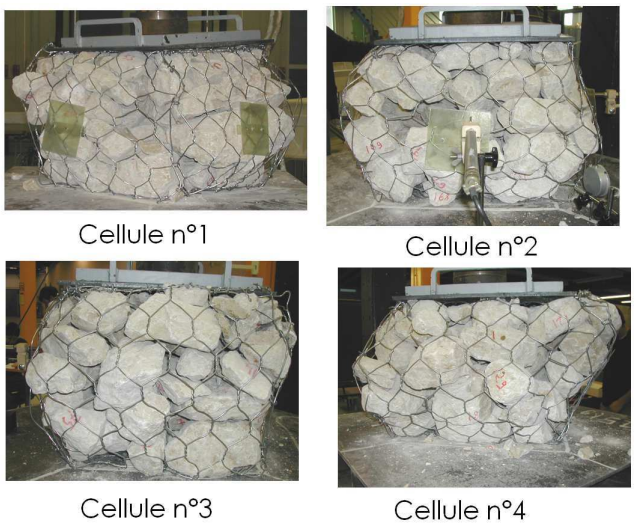


FIG. 4.50 – *Compressions non confinées sur cellules réelles remplies de pierres concassées. Forme globale des cellules à environ 16 % de déformation axiale (80 mm de déplacement axial).*

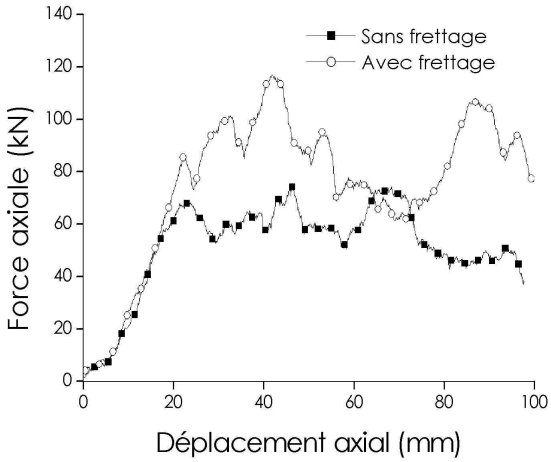


FIG. 4.51 – *Essai* NUM 10 CNC 500 Ang *(k_n=k_s=10^7 N/m, F_{max}=2000 N et ϕ=27 °). Influence du frettage.*

Paramètre	Valeur	Unité
$k_n = k_s$	10^7	(N/m)
ϕ	27	(°)
F_{max}	2000	(N)
$k_n^w = k_s^w$	10^8	(N/m)
$k_n^b = k_s^b$	10^8	(N/m)

TAB. 4.5 – *Microparamètres utilisés dans le cadre des simulations dynamiques d'impacts. k_n^w (resp. k_s^w) est la raideur normale (resp. tangentielle) du socle et k_n^b (resp. k_s^b) est la raideur normale (resp. tangentielle) de l'impactant.*

des simulations (Tableau 4.5). La vitesse d'impact est de 8 m/s ce qui équivaut à une énergie cinétique avant impact de 8 kJ. Le coefficient d'amortissement non visqueux est choisi égal à zéro.

4.5.3.1 Condition confinée

La réponse à l'impact des cellules dans des conditions confinées remplies d'éléments anguleux (Tableau 3.2 page 82) est donnée (Figure 4.52). Le modèle numérique est capable de reproduire les ordres de grandeurs de temps et de forces mis en jeu lors de ce type d'impact. De nouveau, une forte variabilité est constatée liée à l'état initial des cellules.

La décroissance de la force après impact est mal reproduite par le modèle (Figure 4.53). Ceci est imputable en partie au modèle de contact[10] proposé qui par définition restitue une part d'énergie élastique lors de la décharge du système. Expérimentalement, la fragmentation des blocs ne peut conduire à une telle restitution d'énergie élastique.

Le comportement d'une roche est dépendant de la vitesse de sollicitation (voir par exemple *Lajtai et al.* (1991)). Sa résistance augmente, entre autres, avec la vitesse de déformation. On remarque cependant que le calage des paramètres effectué dans des conditions quasi statiques permet de décrire correctement le comportement macroscopique de la cellule en condition dynamique. Ceci amène à penser que la réponse dynamique du système n'est pas liée à un effet matériau[11]. Les gammes de vitesses mises en jeu dans les essais d'impact ne sont vraisemblablement pas suffisantes pour que les pierres développent des

10. Modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale (§4.5.1.3 page 133).

11. On entend par effet matériau, la dépendance intrinsèque à la vitesse de chargement que développent les caractéristiques mécaniques d'un matériau. Par exemple, la présence d'eau libre dans le béton conduit à une augmentation de la résistance de l'éprouvette de béton avec le taux de déformation au moins jusqu'à $1.s^{-1}$ (*Toutlemonde et al.*, 1995).

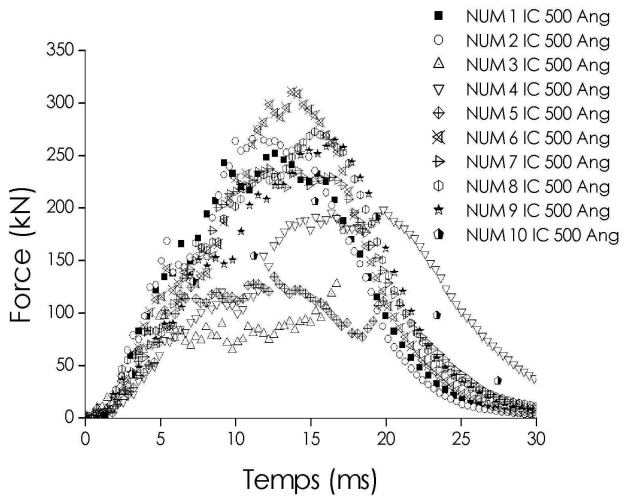


FIG. 4.52 – *Ensemble des réponses des cellules numériques à un impact en condition confinée. Evolution de la force d'impact en fonction du temps.*

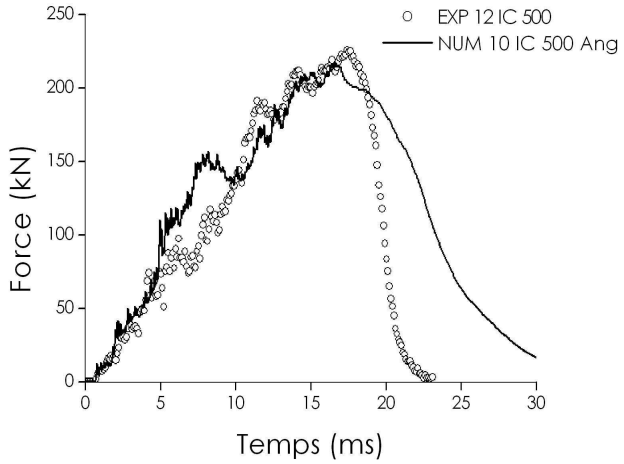


FIG. 4.53 – *Impacts sur cellules confinées. Evolution de la force d'impact en fonction du temps. Comparaison de l'essai* NUM 10 IC 500 Ang *avec l'essai* EXP 12 IC 500.

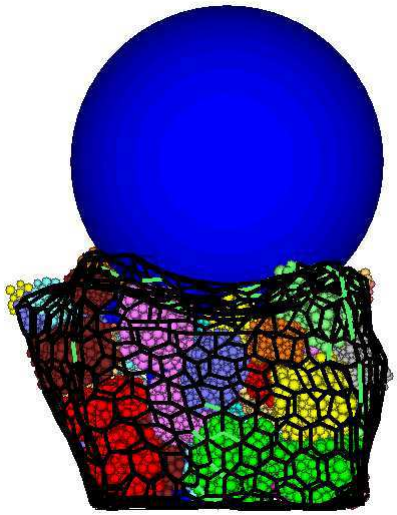


FIG. 4.54 – *Simulation numérique d'impact sur cellule de 500 mm de côté.*

comportements mécaniques dépendants de la vitesse de chargement. L'effet de vitesse est principalement dû à l'inertie, naturellement prise en compte par le modèle.

4.5.3.2 Condition non confinée

Les mêmes simulations ont été conduites dans des conditions non confinées (Figure 4.54). Au vu des résultats, le modèle numérique semble robuste au changement de conditions aux limites (Figure 4.55). Les temps caractéristiques des phénomènes sont bien reproduits en terme de montée au pic et d'oscillation *post* pic. De plus, l'intensité maximale de la force sur l'impactant est du même ordre de grandeur que celle mesurée expérimentalement. La dispersion des résultats constatée est acceptable (Figure 4.56).

4.6 Choix d'un modèle constitutif simplifié

L'approche *multi-échelles* qui permet le passage de l'échelle de la cellule à l'échelle de la structure, nécessite la définition d'un modèle constitutif de comportement des cellules. Ce modèle doit décrire le comportement macroscopique d'une cellule de manière simple tout en ayant un degré de finesse suffisant pour rendre compte des phénomènes mécaniques complexes ayant lieu dans une cellule.

Pour déterminer ce modèle constitutif, considérons une cellule i au sein d'une structure (Figure 4.57a). Cette cellule est entourée de chaque côté par des cellules voisines qui la confinent. Lors d'une sollicitation dynamique, les déplacements relatifs entre les cellules engendrent des efforts normaux et tangents sur les faces de la cellule i.

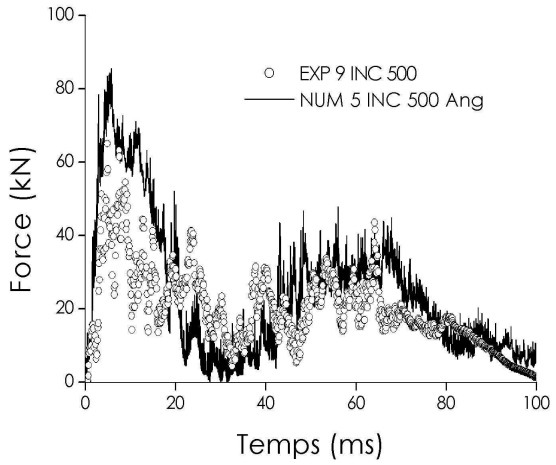


FIG. 4.55 – *Essais* NUM 5 INC 500 Ang *et* EXP 9 INC 500. *Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps.*

En première approximation, on suppose que les efforts appliqués à une cellule sont répartis de manière uniforme sur chaque face de la dite cellule. On suppose également que les déformations subies par une cellule sont planes, c'est à dire que deux faces d'une même cellule se rapprochent en conservant leur planéité.

Il est possible de distinguer deux types d'actions. Tout d'abord, une cellule peut subir une sollicitation apparentée à une compression. C'est le cas si les centres de gravité de deux cellules contiguës se rapprochent durant la sollicitation. Au regard des essais de compression expérimentaux et des simulations numériques effectuées avec des formes anguleuses, le choix du modèle d'interaction permettant de calculer l'effort normal suivant x se porte sur un modèle élastique parfaitement plastique caractérisé par deux paramètres : la raideur apparente de la cellule et la résistance maximale moyenne de la cellule. L'estimation de ces paramètres est effectuée au chapitre suivant (§5.2.4.2 page 167). De plus, pour prendre en compte la redistribution des efforts sur les faces latérales le coefficient de diffusion estimé dans des conditions confinées de compression est introduit dans le modèle pour calculer les efforts normaux suivant y et z sur les faces.

Ensuite, lorsque deux cellules contiguës se déplacent transversalement l'une par rapport à l'autre, l'effort de contact à l'interface entre les cellules sera de nature frictionnelle (Figure 4.57b). Ces efforts apparaissent lorsque la vitesse relative entre les deux cellules n'est pas nulle. Pour caractériser plus précisement cette interaction, des études complémentaires apparaissent nécessaires. La détermination d'un coefficient de frottement apparent à l'interface entre deux cellules pourra être effectuée à partir d'essais de cisaillement entre deux cellules. Le plan de cisaillement coïnciderait avec l'interface des deux cellules. En l'absence de telles informations, le comportement à l'interface entre deux cellules est

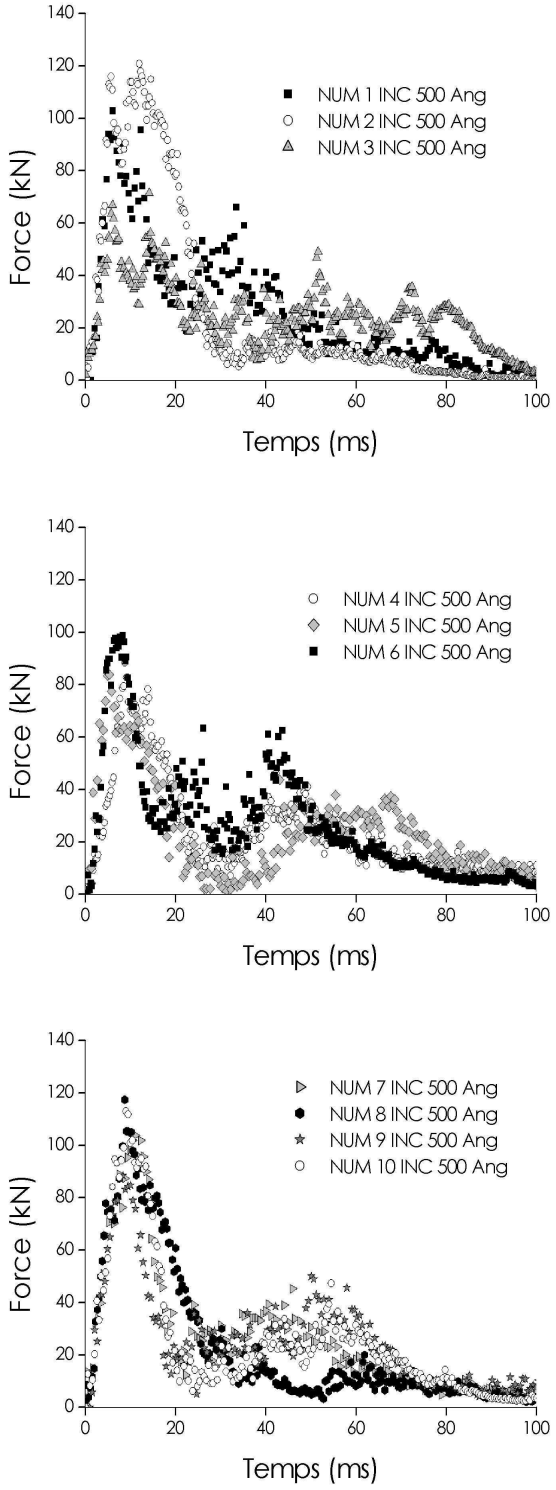


FIG. 4.56 – *Impact sur cellules non confinées. Evolution de la force sur l'impactant en fonction du temps.*

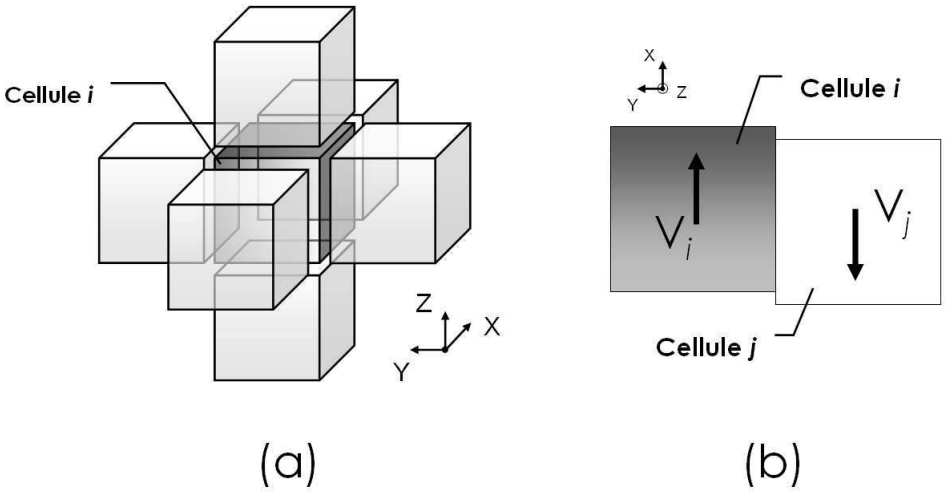


FIG. 4.57 – *(a) Confinement d'une cellule i au sein d'une structure cellulaire. (b) Déplacement transversal de deux cellules contigües où V_i et V_j représentent les vitesses des centres de gravité des cellules i et j.*

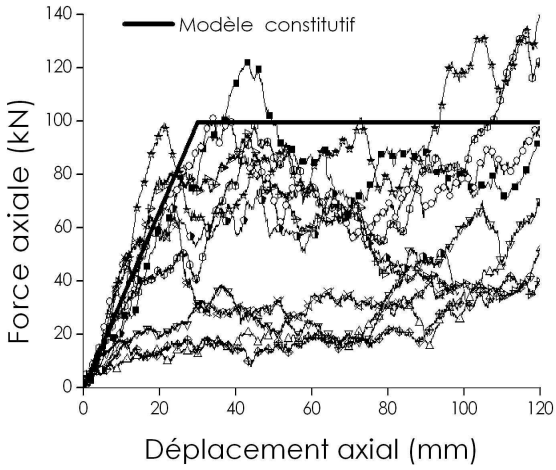


FIG. 4.58 – *Ensemble des essais* NUM (1 à 10) CNC 500 Ang *et représentation graphique modèle de comportement suivant la direction x d'une cellule.*

supposé de type Coulombien. L'interaction de frottement à l'interface est calculée à partir du critère usuel de Coulomb.

Aucune dépendance à la vitesse de sollicitation n'a été considérée dans le modèle constitutif de la cellule. En effet, les essais dynamiques d'impact ont révélé que l'effet de vitesse sur le comportement de la cellule était dû principalement à l'inertie des éléments du système. Le passage de l'échelle de la cellule à celle de la structure consistant à remplacer chaque cellule de l'ouvrage par une particule de masse équivalente, ceci permet de prendre implicitement en compte l'effet inertiel développé par la cellule en sollicitation dynamique.

4.7 Résultats - Conclusion

La première partie de ce chapitre a presentée les résultats des essais expérimentaux effectués sur des cellules de 500 mm et 1000 mm de côté. Ces essais ont apporté des informations précieuses sur l'étude du comportement réel d'une cellule en compression quasi-statique et sous impact de bloc. Des ordres de grandeur de force et de déformation en ont été tirés. Les études menées montrent l'importance du confinement dans la réponse d'une cellule qui développe une résistance mécanique plus grande qu'une cellule libre de se déformer. L'ensemble des essais a révélé une forte variabilité de comportement mécanique d'une cellule à l'autre. Cette variabilité est en grande partie liée à la texture initiale du matériau granulaire. L'étude de l'anisotropie initiale de la distribution de contact des cellules numériques, *via* le tenseur de texture, avait déjà mis en évidence cette disparité entre états initiaux dans le cas de formes anguleuses (Chapitre 3).

Les simulations numériques de compression non confinées ont montré l'importance de prendre en compte la forme des éléments pour modéliser les cellules utilisées pour les expérimentations. En effet, une représentation trop simple du matériau de remplissage conduit à des divergences entre le modèle numérique et la réalité. Dans le cas des éléments sphériques, même en bloquant les rotations pour accroître artificiellement l'angularité et le frottement des éléments, le modèle n'est pas satisfaisant. Une bonne description de la phénoménologie passe par la prise en compte de la forme réelle des éléments. L'enchevêtrement des grains influe de manière significative sur leurs possibilités de roulement et de glissement lors de la sollicitation ce qui se répercute de manière directe sur le comportement macroscopique de la cellule. Au final, les éléments de forme anguleuse ont été choisis pour modéliser le matériau de remplissage.

La fracturation des éléments joue également un rôle sur le comportement macroscopique des cellules. Le nombre d'éléments fracturés observés expérimentalement est fonction des conditions de confinement de la cellule. Si les possibilités de mouvement des éléments sont réduites, par exemple dans des conditions confinées, la rupture des éléments au cours de la sollicitation sera d'autant plus importante. Pour prendre en compte

le phénomène de fracturation des éléments, un modèle de dégradation des contacts a été proposé. Le modèle suppose qu'au niveau d'un contact, la résistance de la pierre ne peut dépasser un certain seuil en force et que localement se développe un comportement élastique parfaitement plastique dans la direction normale au plan de contact. Malgré une forte dispersion, inhérente aux textures initiales des cellules, les résultats obtenus montrent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux observés que ce soit en condition confinée ou non et pour des sollicitations quasi-statique et dynamique.

Les résultats expérimentaux et des simulations permettent de proposer un modèle constitutif décrivant de manière simple le comportement macroscopique de la cellule. Celui-ci décrit la réponse en force d'une cellule avec un modèle de comportement élastique parfaitement plastique lorsque celle-ci est sollicitée en compression. Les interactions tangentes aux faces de la cellule sont traitées à partir du critère de frottement de Coulomb usuel. On rappelle que le comportement dynamique d'une cellule sous impact ne semble pas développer d'effet matériau lié à la vitesse déformation. Par conséquent, aucune dépendance à la vitesse de sollicitation n'est introduite dans le modèle constitutif proposé.

Cependant, le modèle constitutif proposé n'est pas encore parfaitement formalisé. Des études complémentaires sont nécessaires pour décrire de manière satisfaisante le comportement d'une cellule au sein d'une assemblée de cellules. Une amélioration substantielle du modèle constitutif pourra être obtenue en prenant en compte les conditions de confinement auxquelles une cellule est soumise dans la structure. L'effet du poids des cellules suivant la direction verticale n'est pas encore considéré. Des essais de compression analogues aux essais triaxiaux en mécanique des sols peuvent être simulés pour reproduire ces conditions de confinement. De plus, des essais de cisaillement à l'échelle de deux cellules sont également envisagés pour contribuer à l'évaluation d'un coefficient de frottement apparent entre cellules et ainsi améliorer la modélisation de l'interaction tangentielle au plan de contact entre deux cellules contiguës. Ici, on se limite à un modèle constitutif simple pour souligner l'intérêt de l'approche *multi-échelles*.

Chapitre 5

Modélisation de la structure

N'allez pas où le chemin vous mène, allez au contraire là où il n'y a pas de chemin et laissez une piste. Ralph Waldo Emerson

5.1 Une approche *multi-échelles*

Dans le cas étudié de merlon de protection à technologie composite cellulaire, la méthodologie adoptée pour la modélisation numérique de la structure s'inscrit dans une approche *multi-échelles*. Cette démarche assure la construction d'un code à vocation scientifique et surtout industrielle. L'intérêt de cette approche est de permettre une caractérisation macroscopique simplifiée de l'ouvrage en prenant en compte le comportement local de la structure.

Au chapitre précédent, le comportement mécanique de la cellule a été exploré suivant différents chemins de sollicitation. L'objectif de ces investigations était de déduire un modèle constitutif de comportement de la cellule. A l'échelle de l'ouvrage chaque cellule est considérée comme une partie élémentaire de l'ouvrage. Ce dernier est modélisé par l'intermédiaire d'une approche numérique discrète.

5.2 Le modèle numérique

5.2.1 Introduction

Le passage à l'échelle de la structure consiste à décrire chaque cellule par une particule placée en son centre (Figure 5.1). La structure est modélisée par une assemblée de particules individuelles qui ne sont pas en contact. Le comportement mécanique de la structure ainsi décrite est induit par les interactions mécaniques à distance qui existent entre chaque paire de particules contiguës ; ces interactions décrivent les actions de contact qui existent entre les cellules de l'ouvrage réel.

Les particules sont positionnées dans l'espace une à une pour obtenir la géométrie voulue de la structure. L'interaction entre les particules, c'est à dire entre les cellules de la structure, est décrite à partir du modèle constitutif d'une cellule élémentaire qu'on dénommera par la suite *modèle d'interaction cellulaire*.

Le parement à l'amont subissant l'impact est modélisé par l'intermédiaire d'éléments cubiques, composés de particules sphériques, dont la fonction est d'assurer l'interface entre le bloc impactant et le corps de la structure. Enfin, l'inclinaison du parement peut être modifiée.

Au voisinage de l'ouvrage, la surface du terrain naturel sur laquelle repose l'ouvrage est supposée parfaitement plane. x désigne la direction horizontale et orthogonale au parement de la structure (Figure 5.2). z est la direction normale au terrain naturel sur lequel est assis l'ouvrage et y est définie de manière à ce que le trièdre $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ soit un trièdre direct.

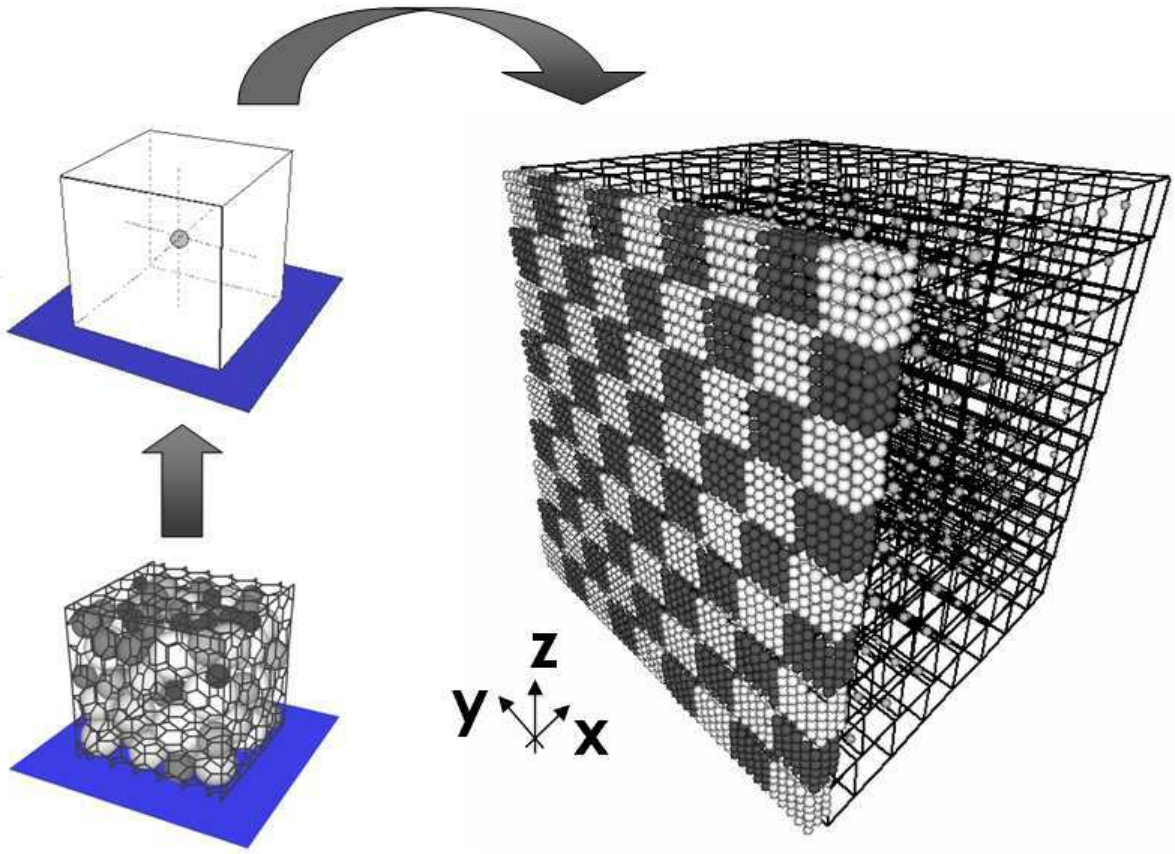


FIG. 5.1 – *Schéma de principe du passage de l'échelle d'une cellule à l'ensemble d'une structure.*

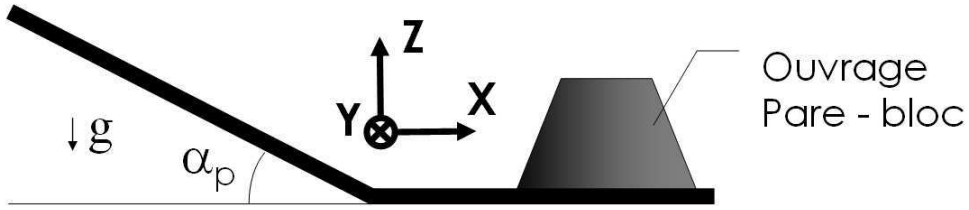


FIG. 5.2 – *Définition du référentiel de la structure pare-bloc.* α_p *désigne la pente du terrain naturel et* g *la gravité.*

5.2.2 Hypothèse cinématique

Compte tenu de la forte déformabilité de la structure, les déformations suivant la direction x sont supposées beaucoup plus importantes que dans les directions orthogonales, c'est à dire suivant les directions y et z. Dans le but de simplifier la modélisation de la structure, une hypothèse cinématique est introduite. Les déplacements des éléments suivant les directions y et z sont supposés négligeables en comparaison des déplacements suivant la direction x. On autorise donc le mouvement des particules uniquement suivant la direction x.

Remarque : Malgré cette condition cinématique sur le mouvement des particules, on notera que la diffusion des efforts au sein de la structure est possible. En effet, le modèle d'interaction cellulaire traite le frottement entre les cellules par l'intermédiaire du critère de Coulomb. Ainsi, bien que les cellules ne puissent se déplacer suivant y et z, les forces de frottement tangentielles entraînent une diffusion latérale des efforts dans la structure.

5.2.3 Conditions aux limites

Les conditions limites en déplacement, imposées sur les faces de la structure (Figure 5.3) sont les suivantes :

Face inférieure : L'interface *sol/structure* est supposée parfaitement *rigide* ce qui revient à interdire le mouvement des cellules en contact avec le terrain naturel.

Face supérieure, face à l'amont et faces latérales : Les particules sont libres de se déplacées suivant la direction x.

Face à l'aval : Ici, il est possible de choisir le type de condition limite que l'on souhaite. Le blocage des mouvements des particules de la face à l'aval de la structure revient à faire l'hypothèse que la face à l'aval est indéformable. Sinon, le parement à l'aval est susceptible de subir des déformations.

Remarque : Dans la suite, toutes les simulations ont été réalisées en supposant que le parement à l'aval de la structure ne subissait aucune déformation.

5.2.4 Modèle d'interaction cellulaire

Le calcul des efforts s'exerçant au sein de la structure est effectué à partir du modèle d'interaction cellulaire construit en s'appuyant sur les résultats obtenus lors de la caractérisation mécanique de la cellule.

Afin de valider la méthodologie et au regard des résultats des essais de compression quasi-statiques, les interactions dans la direction x entre cellules, c'est à dire de compression, sont supposées être de type élastique parfaitement plastique. Les forces tangentielles

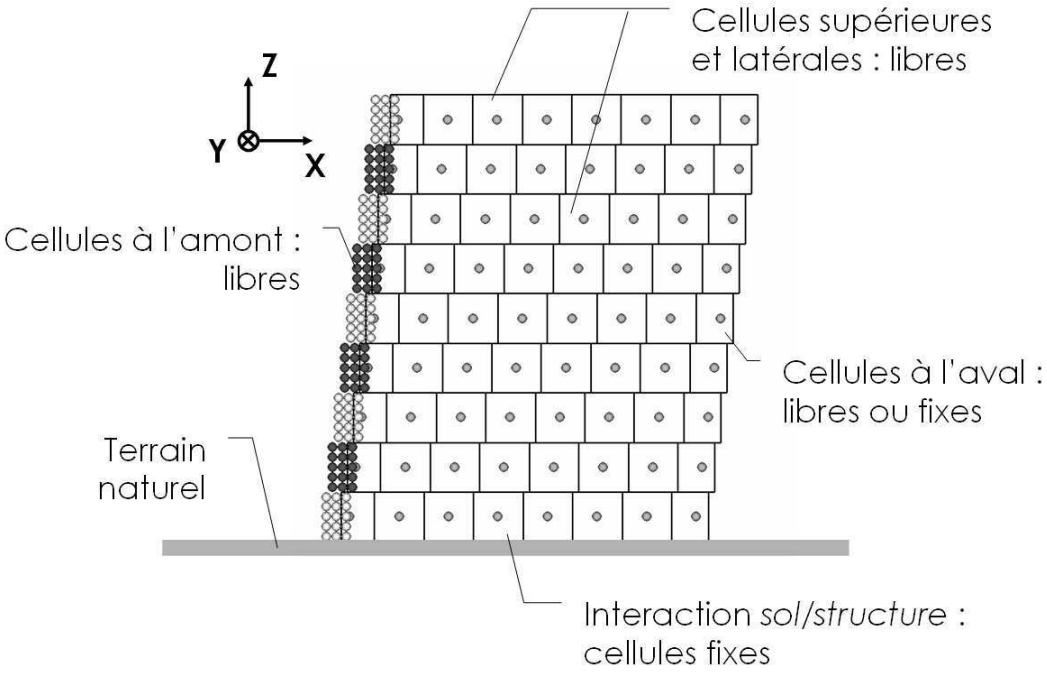


FIG. 5.3 – *Conditions aux limites imposées aux cellules frontières de la structure.*

s'exerçant sur les faces latérales des cellules sont calculées en faisant l'hypothèse que l'interface se comporte de manière rigide parfaitement plastique avec le critère de frottement de Coulomb. La méthode de calcul de ces forces est explicitée dans les paragraphes suivants.

5.2.4.1 Conventions

Sauf au voisinage des limites géométriques de la structure, chaque cellule possède six cellules voisines. Pour faciliter l'exposé, les conventions représentées sur la figure 5.4 sont adoptées pour la dénomination des cellules voisines à une cellule quelconque i.

On adopte également les conventions suivantes. Un effort, normal ou tangent, d'une cellule j sur une cellule i s'exprime de la manière suivante :

$$\left(F_{\alpha}^{(i)}\right)^{(j)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \alpha \ = \ n \,\text{ou}\, t \\ j \in \{1,2,3,4,5,6\} \\ i \in [1, N_{cells}] \end{cases} \tag{5.1}$$

où n (resp. t) fait référence à un effort normal (resp. tangent) au plan de contact entre les cellules i et j. N_{cells} est le nombre total de cellules composant la structure et l'indice j est associé aux cellules voisines de la cellule i.

On définit également l'effort moyen de compression que subit la cellule i dans la

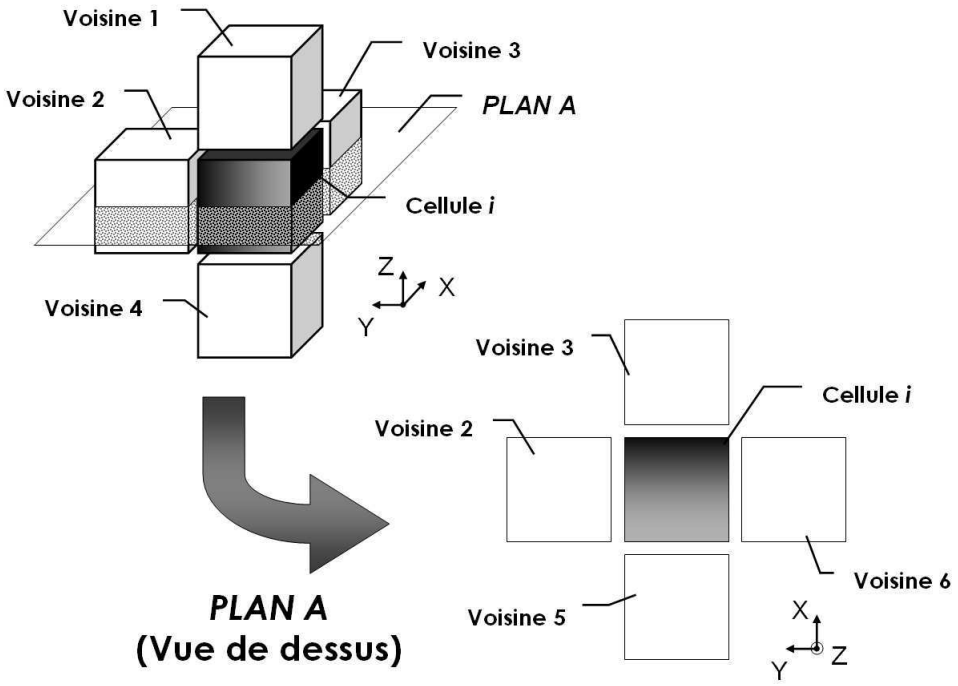


FIG. 5.4 – *Interactions intercellulaires à l'échelle de l'ouvrage. La cellule i est entourée de six cellules.*

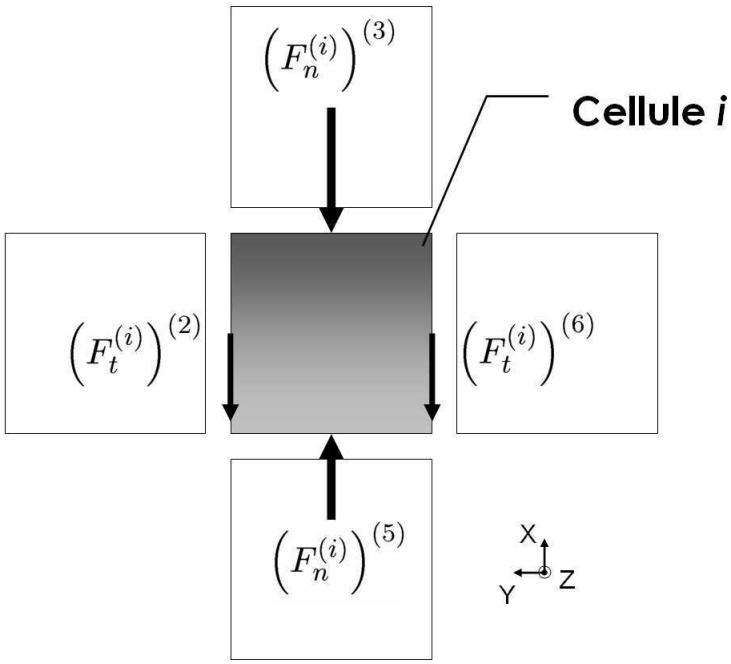


FIG. 5.5 – *Interactions entre une cellule quelconque i et ses voisines. Détail des forces dues aux cellules voisines appliquées, au cours de la simulation, à la cellule i.*

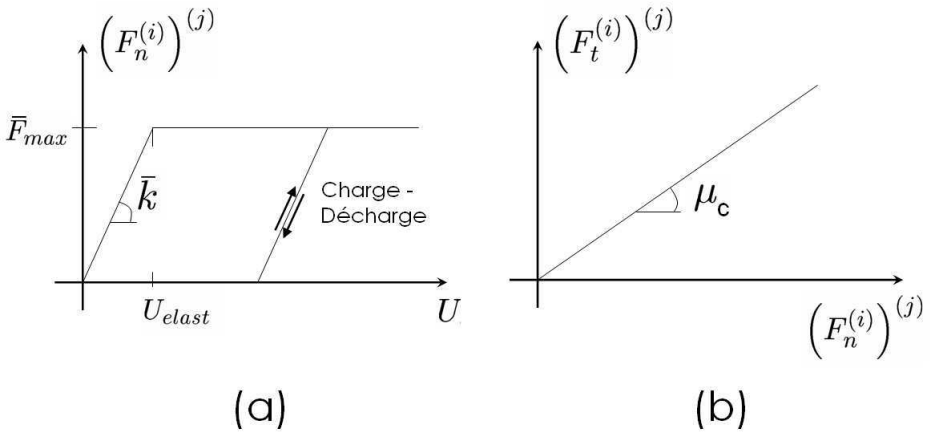


FIG. 5.6 – *Modèles d'interaction cellulaire utilisés pour la simulation de la structure.*

direction x au cours de la sollicitation sous la forme suivante :

$$\left(F_n^{(i)}\right)^{(3,5)} = \frac{1}{2}\left(\left(F_n^{(i)}\right)^{(3)} + \left(F_n^{(i)}\right)^{(5)}\right) \tag{5.2}$$

La figure 5.5 représente l'ensemble des forces que subit une cellule i dans le plan (x, y). Au total, la cellule i est donc soumise à six actions :

- Deux efforts de compression, $\left(F_n^{(i)}\right)^{(3)}$ et $\left(F_n^{(i)}\right)^{(5)}$.
- Quatre efforts de frottement, $\left(F_t^{(i)}\right)^{(1)}$, $\left(F_t^{(i)}\right)^{(2)}$, $\left(F_t^{(i)}\right)^{(4)}$ et $\left(F_t^{(i)}\right)^{(6)}$.

Le bilan de ces forces permet de connaître la force résultante à appliquer à chaque pas de temps de la simulation sur la particule décrivant la cellule i.

5.2.4.2 Calcul des forces normales

Les forces normales appliquées sur les cellules suivant la direction x sont calculées à partir d'un modèle élastique parfaitement plastique. La force normale $\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)}$ qu'applique la cellule j sur la cellule i est calculée de la manière suivante (Figure 5.6a) :

Si $\left\{\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} = \bar{F}_{max} \text{ et } \Delta U > 0\right\}$ (Condition de charge) alors :

$$\Delta\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} = 0$$

Si $\left\{\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} = \bar{F}_{max} \text{ et } \Delta U < 0\right\}$ ou $\left\{\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} < \bar{F}_{max}\right\}$ (Condition de décharge) alors :

$$\Delta\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} = \bar{k}\,\Delta U \text{ avec } \Delta U = \| \vec{x}_i - \vec{x}_j \|$$

où ΔU est l'incrément de déplacement sur un pas de temps entre les centres géométriques des cellules i et j. Ce modèle, très simple, ne fait intervenir que deux paramètres : $\bar{k}$ et $\bar{F}_{max}$. $\bar{k}$ représente la raideur apparente de la cellule et $\bar{F}_{max}$ sa résistance moyenne.

5.2.4.3 Calcul des forces tangentielles

Les forces tangentielles (entre les cellules *i-1*, *i-2*, *i-4*, et *i-6*) s'exerçant sur les faces latérales[1] de la cellule i sont calculées en admettant que l'interface dans la direction tangentielle vérifie le critère de frottement de Coulomb. La force tangentielle due à la cellule voisine j de la cellule i, $\left(F_t^{(i)}\right)^{(j)}$, existe qu'à la condition qu'il existe une vitesse relative, $V_{rel}^{(i/j)}$, de la cellule i par rapport à la cellule j.

L'expression de la force tangentielle s'écrit de la manière suivante :

$$\left(F_t^{(i)}\right)^{(j)} = -\frac{V_{rel}^{(i/j)}}{\| V_{rel}^{(i/j)} \|}\,\mu_c\,\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} \tag{5.3}$$

avec $j \in \{1, 2, 4, 6\}$. μ_c est le coefficient de frottement entre les cellules. $\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)}$ est l'effort normal de la cellule j sur la cellule i. Les plans de contact définis par ces forces de contact sont portés par les vecteurs normaux ayant pour direction soit y soit z.

Le calcul de $\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)}$ avec $j \in \{1, 2, 4, 6\}$ est effectué à partir des forces normales appliquées aux cellules suivant la direction x.

A l'échelle de la cellule, lorsque les déplacements des faces latérales de la cellule sont bloqués, des efforts normaux sont générés entre les cellules *i-1*, *i-2*, *i-4* et *i-6* (Figure 5.7). Dans des conditions de compression confinée, il a été montré au chapitre précédent que ces forces normales peuvent être, en première approximation, supposées proportionnelles à la force axiale suivant la direction x (Figure 5.8). Le coefficient de proportionnalité, ou coefficient de diffusion, $\mathbb{K}$, a été évalué à 0.157 (Voir §4.5.1.8 page 138).

De plus, deux cellules contiguës, i et j, alignées suivant une direction y (ou z), peuvent ne pas être dans le même état de sollicitation et donc ne pas avoir une redistribution de force sur les faces latérales identiques. Les forces normales suivant y (ou z) de la cellule i sur j et de la cellule j sur i sont différentes si $\left(F_n^{(i)}\right)^{(3,5)} \neq \left(F_n^{(j)}\right)^{(3,5)}$ (Figure 5.9). Ainsi, la force à l'interface entre les cellules ne sera pas la même. Pour assurer le transfert des efforts au sein de la structure, la force normale suivant y (ou z) à l'interface est choisie comme la plus grande force normale mise en jeu par les deux cellules.

1. Faces définies par des vecteurs normaux portés par les directions y ou z.

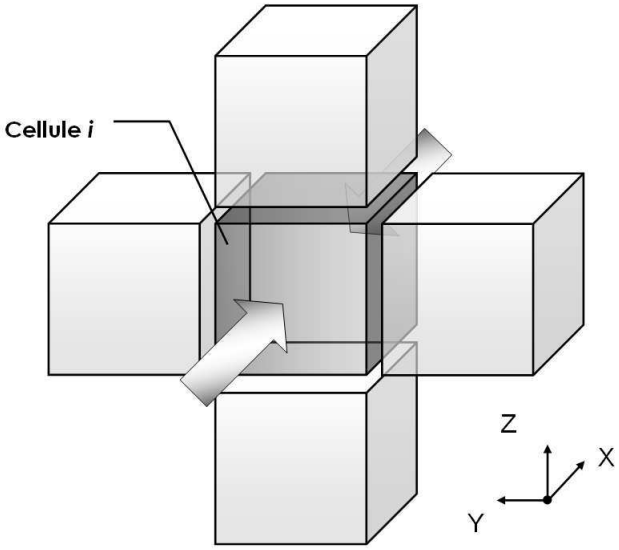


FIG. 5.7 – *Condition de confinement d'une cellule au sein de la structure. Les deux flèches représentent la force moyenne de compression appliquée par les cellules à l'amont et à l'aval de la cellule i, c'est à dire* $\left(F_n^{(i)}\right)^{(3,5)}$.

L'expression suivante de la force normale à l'interface entre la cellule i et la cellule j est proposée :

$$\left(F_n^{(i)}\right)^{(j)} = max\left\{\mathbb{K}\left(F_n^{(i)}\right)^{(3,5)}, \mathbb{K}\left(F_n^{(j)}\right)^{(3,5)}\right\} \quad \text{avec } j \in \{1,2,4,6\} \tag{5.4}$$

où $\left(F_n^{(i)}\right)^{(3,5)}$ $\left(\text{resp. } \left(F_n^{(j)}\right)^{(3,5)}\right)$ est la force de compression moyenne de la cellule i (resp. j).

5.2.4.4 Choix des valeurs des paramètres

Interaction normale : Deux paramètres caractérisent le modèle d'interaction normale : $\bar{F}_{max}$ et $\bar{k}$. En supposant que le confinement n'influe pas sur la valeur de résistance au pic, la valeur de $\bar{F}_{max}$ a été choisie en s'appuyant sur les résultats issus des compressions non confinées sur cellules de 500 mm de côté. Une valeur typique de résistance des cellules est de 100 kN pour un déplacement de $d_{pic} = 30$ mm. La raideur de la cellule est calculée de la manière suivante : $\bar{k} = \frac{\bar{F}_{max}}{d_{pic}} \approx 3.3 \times 10^6$ N/m.

Interaction tangentielle : Les efforts de frottement sont pilotés par μ_c, le coefficient de frottement des cellules. En l'absence d'investigations spécifiques, sa valeur a été

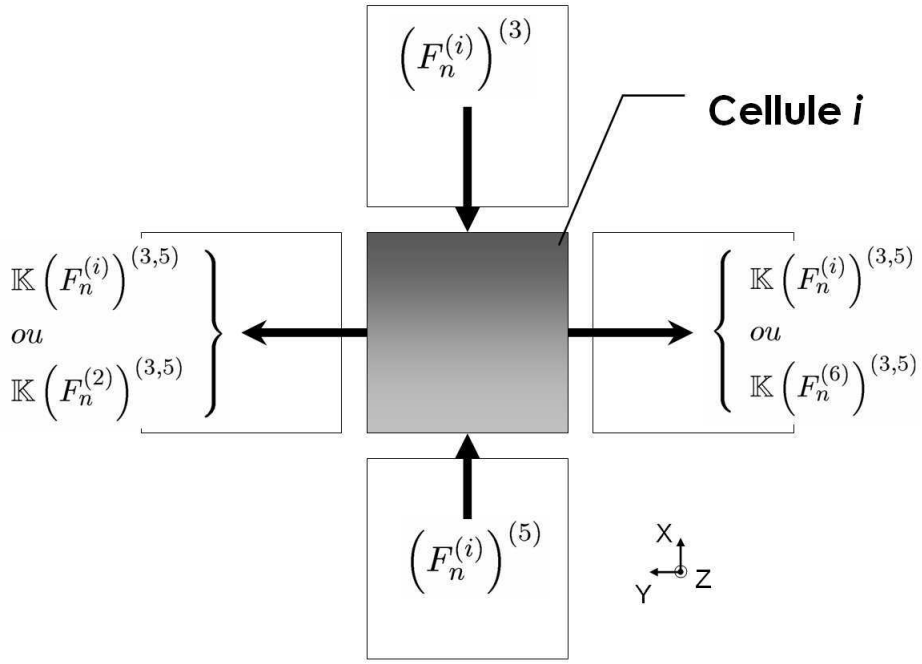


FIG. 5.8 – *Redistribution des efforts normaux suivant les directions y et z en fonction des efforts normaux suivant la direction x.*

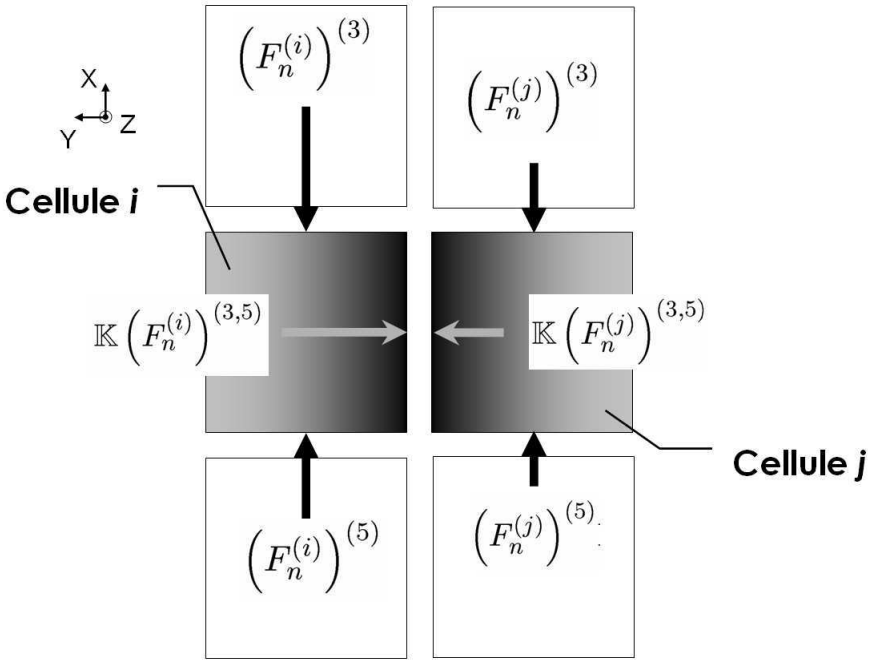


FIG. 5.9 – *Efforts à l'interface entre deux cellules i et j suivant une direction orthogonale à la direction x.*

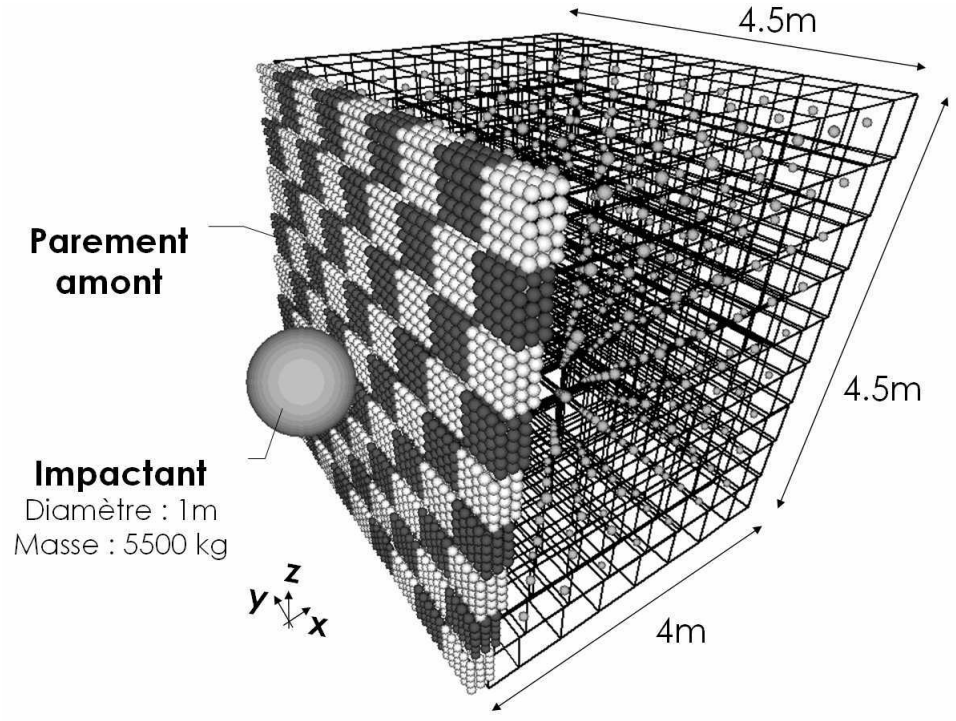


FIG. 5.10 – *Dimensions de la structure et configuration avant impact.*

choisie de manière arbitraire et a été prise égale à 0.5.

5.3 Impact sur structure

Dans l'attente de données expérimentales à l'échelle de la structure pour valider le modèle numérique et malgré la simplicité du modèle d'interaction cellulaire, des simulations ont été réalisées pour étudier l'influence de différents paramètres tels que l'énergie cinétique d'impact ou la taille de l'impactant sur la réponse de la structure. Un ouvrage a été modélisé dont les dimensions ont été reportées sur la figure 5.10. Celui-ci est constitué de cellules de 500 mm de côté. L'impactant est une sphère de 1 m de diamètre possédant une vitesse initiale suivant la direction x. Il impacte la structure au centre du parement à l'amont.

La figure 5.11 représente l'évolution de la pénétration du bloc dans la structure au cours d'un impact effectué avec un bloc dont l'énergie cinétique incidente est de 150 kJ. Une diffusion des efforts dans la structure due au frottement des cellules est observée et également une localisation de la déformation plastique au lieu de l'impact. D'un point de vue qualitatif, compte tenu des aptitudes élevées de déformation de ce type de structure, les résultats semblent encourageants.

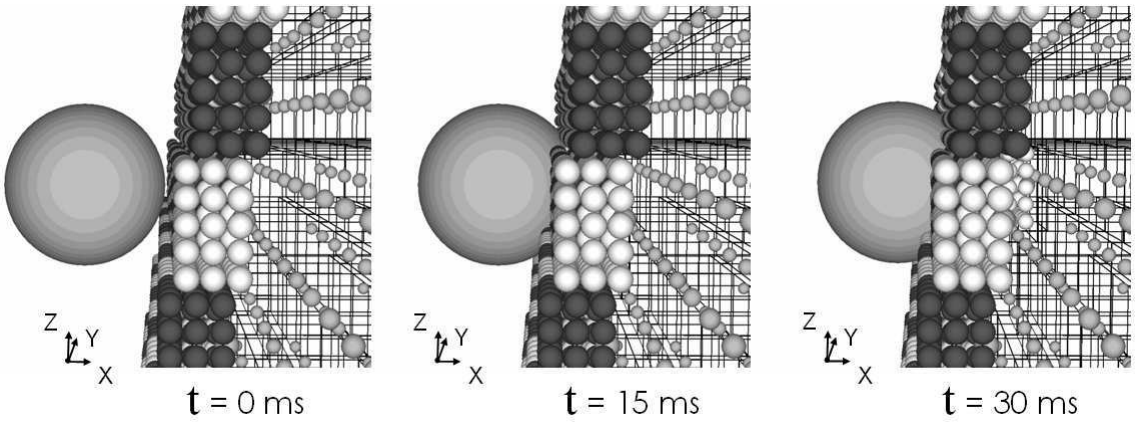


FIG. 5.11 – *Visualisation de la pénétration du bloc dans la structure à différents instants lors de l'impact.*

5.3.1 Influence de l'énergie d'impact

La réponse mécanique de l'ouvrage, soumis à cinq impacts d'énergies incidentes différentes, est donnée figure (5.12 en haut). Les temps de réponse de la structure sont sensiblement les mêmes ($\approx$ 25 ms) quelle que soit l'énergie d'impact [2]. La force maximale atteinte sur le bloc et la pénétration maximale de la face à l'amont en fonction de l'énergie cinétique incidente sont également reportées sur la figure 5.12.

On propose ici une brève étude comparative entre les résultats des simulations et les ordres de grandeurs de force et de pénétration observées lors d'expérimentations à l'échelle 1 sur ouvrage pare bloc. Parmi les expérimentations effectuées à échelle réelle sur des merlons, une grandeur à laquelle on s'intéresse est la pénétration maximale du bloc dans la face à l'amont de la structure. Dans le cas de l'ouvrage [3] proposé par *Burroughs et al.* (1993), la face à l'amont se déforme à hauteur de 700 mm pour une énergie cinétique incidente de 1300 kJ. Dans le cas du GEOROCK Wall de *Yoshida* (1999) (§1.1 page 6), pour une énergie d'impact équivalente, la structure enregistre une déformation de 161 mm. En outre, la pénétration du bloc à l'amont de la structure en remblai renforcée par géogrilles expérimentée par *Peila et al.* (2000) est de 230 mm pour une énergie correspondante de 2511 kJ. La déformation maximale est plus ou moins prononcée en fonction de la technologie utilisée pour la construction de l'ouvrage mais reste toujours de l'ordre de grandeur d'une dizaine de centièmes.

Dans le cas des casquettes de protection, des éléments de comparaison sont également

2. On remarquera que ce temps de réponse est proche de ceux observés dans le cas d'impacts sur cellules de 500 mm de côté en condition confinée. Ceci laisse supposer que le modèle reproduit de façon satisfaisante, en tout cas en partie, le confinement des cellules dans la structure.

3. On rappelle que la structure est composée d'un remblai renforcé par géosynthétiques entouré par une armature en bois (§1.1 page 6).

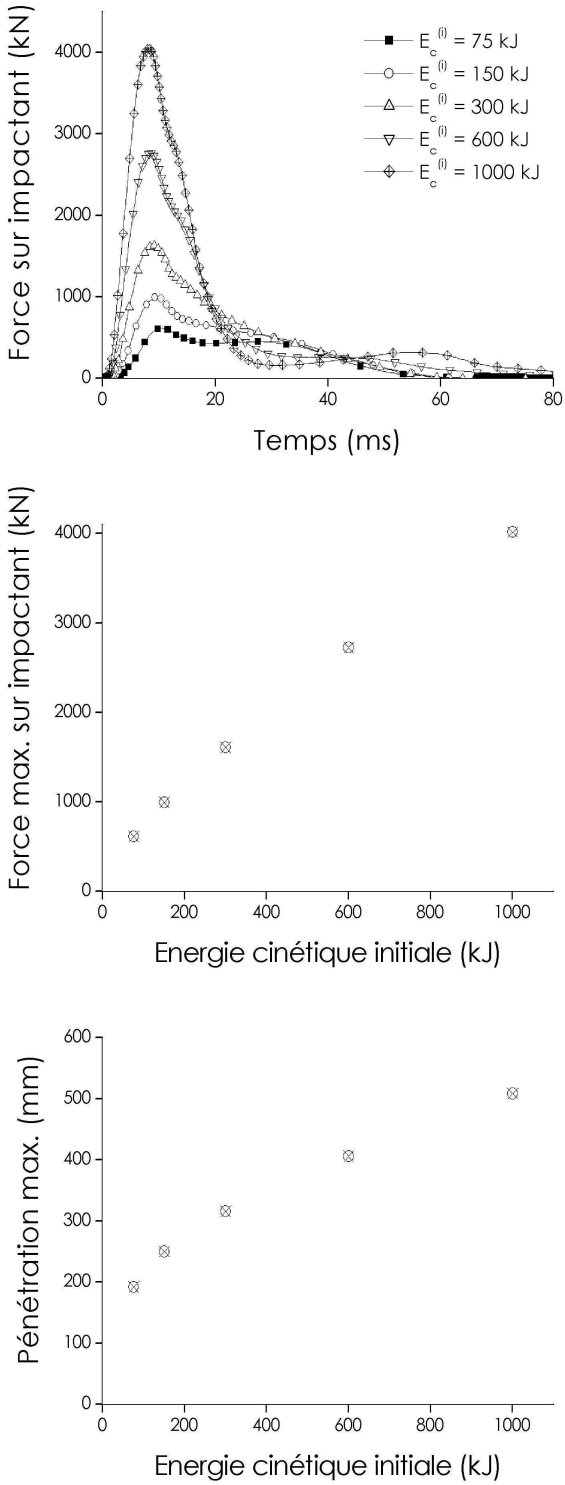


FIG. 5.12 – *Influence de l'énergie cinétique initiale ($E_c^{(i)}$) de l'impactant sur la réponse de la structure en terme de force maximale sur l'impactant et de pénétration maximale dans la face à l'amont. Le diamètre de l'impactant est de 1 m.*

disponibles. Ici, on s'intéresse à la force maximale atteinte sur l'impactant lors du choc lorsque celui ci impact le centre de la dalle constitutive de la structure. Lorsque la dalle en béton est recouverte de matériaux amortissants, *Labouise et al.* (1994) a mesuré une force maximale sur l'impactant de 600 kN pour une énergie d'impact de 100 kJ sur une couche de gravier à béton d'épaisseur de 500 mm. Le temps caractéristique d'impact est d'environ 30 ms. Lorsque l'impact est effectué directement sur la dalle en béton (*Delhomme*, 2005), l'effort de percussion est beaucoup plus important et atteint 3000 kN pour une énergie d'impact de 135 kJ. Le temps d'impact est d'environ 3 ms. La structure est beaucoup plus rigide et accroît considérablement la force à l'impact.

De par leur constitution granulaire, les merlons à technologie composite cellulaire sont des structures à fort potentiel de déformation. Les temps d'impacts, les déformations maximales de la face à l'amont et les forces maximales sur l'impactant atteintes au cours de la sollicitation sont du même ordre de grandeur que les résultats expérimentaux obtenus par ailleurs sur des technologies de merlon différentes. Bien qu'aucune donnée relative au comportement sous impact de merlons composites cellulaires ne soit encore disponible, les résultats des simulations sont encourageants.

5.3.2 Etude comparative entre modèles simplifiés

Les résultats des simulations ont été comparés aux prédictions de deux modèles simplifiés présentés au chapitre 1 (§1.2.1 page 11) : le modèle des chocs élastiques et le modèle de Tonello. On rappelle que le premier modèle suppose que le comportement des entités en contact est élastique et le deuxième suppose que le comportement du matériau impacté est de type élastique parfaitement plastique. L'intérêt de ce type d'approche simplifié est l'accès rapide à des ordres de grandeur de forces maximales que sont susceptibles de subir les ouvrages de protection. On rappelle leur expression en fonction de l'énergie cinétique incidente du bloc $E_c^{(i)}$ et on justifie le choix des paramètres pour notre cas d'étude.

Modèle de Tonello : $F_{max} = \frac{1}{(d_p - \frac{d_e}{2})} \frac{m}{(m+M)} E_c^{(i)}$

Le déplacement élastique maximal (d_e) a été évalué à partir du déplacement élastique maximal d'une cellule ($\approx$ 30 mm). La structure étant composée de 8 cellules suivant la direction x, $d_e = 240$ mm.

M représente la masse de la structure mobilisée par l'impact. Il a été supposé que seule la masse associée à la rangée de cellules suivant x et alignée avec l'impactant était mobilisée au cours de l'impact. Sachant que la masse d'une cellule est de 200 kg, M a donc été choisie égale à 1600 kg. La masse du bloc est parfaitement connue et est égale à 1382 kg.

Le déplacement plastique (d_p) représente la pénétration de l'impactant dans la structure. Sa valeur est fonction de l'énergie d'impact et a été déterminée à partir des simulations numériques.

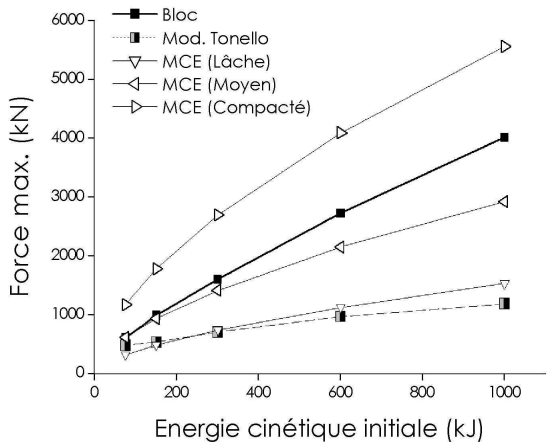


FIG. 5.13 – *Comparaison des différents modèles simplifiés dédiés à l'estimation de la force maximale atteinte lors d'un impact sur merlon. La courbe* Bloc *désigne la force maximale atteinte au cours de l'impact sur le bloc lors de la simulation numérique.*

Modèle des chocs élastiques (MCE) : $F_{max} = 1.765\, M_E^{\frac{2}{5}}\, r^{\frac{1}{5}} \left(E_c^{(i)}\right)^{\frac{3}{5}}$

Ce modèle fait intervenir deux grandeurs qui sont le module de compressibilité du sol (M_E) et le rayon du bloc impactant (r) qui est égal à 500 mm dans notre cas. M_E est représentatif du degré de compaction du sol. Trois valeurs typiques de la littérature ont été retenues (*Descoeudres*, 1997) : 1000 kN/m^2 pour un sol lâche, 5000 kN/m^2 pour un sol moyennement compacté et 25000 kN/m^2 pour un sol compacté.

La figure 5.13 regroupe l'ensemble des résultats des modèles analytiques et numériques. Lorsque l'on considère le modèle des chocs élastiques, la réponse de l'ouvrage est semblable à celle d'un sol plutôt compacté. Ceci semble naturel puisqu'on peut supposer qu'une assemblée de pierres développera des capacités de portance plus proche d'un sol compacté que d'un sol lâche. On notera que le modèle des chocs élastiques a déjà été comparé aux résultats expérimentaux de *Labouise et al.* (1994). Bien que l'hypothèse de comportement élastique des entités en contact soit éloignée du comportement réel d'un remblai qui est quasiment inélastique, une bonne concordance entre expérience et modélisation analytique a été constatée.

A l'opposé, le modèle Tonello, qui décrit d'une manière plus fine le comportement élastique parfaitement plastique de l'ouvrage, sous estime la réponse en force.

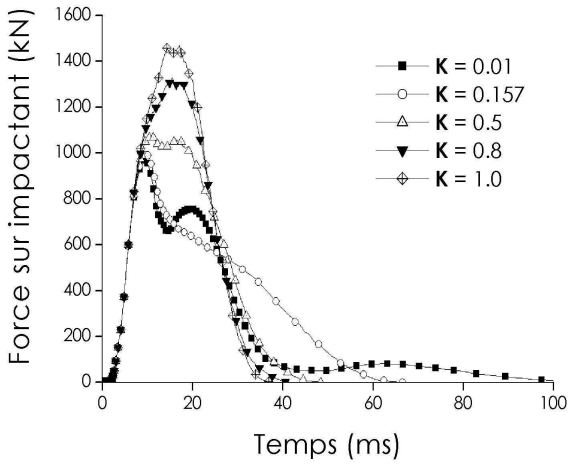


FIG. 5.14 – *Influence de* $\mathbb{K}$ *sur la réponse de la structure lors d'un impact de 150 kJ.*

5.3.3 Influence du coefficient de *diffusion*

Bien que le coefficient de diffusion $\mathbb{K}$ ait été estimé (§5.2.4.3 page 168), son influence sur le comportement de la structure a été étudiée. Le confinement des cellules lors de la sollicitation est directement lié à la valeur de $\mathbb{K}$. En effet, si $\mathbb{K}$ est égal à zéro, aucune redistribution des efforts ne se produit sur les faces latérales[4] des cellules. La figure 5.14 montre que plus sa valeur est importante plus la force de réaction maximale sur l'impactant est grande. Ceci signifie que lors de l'impact la redistribution des efforts d'une cellule à l'autre est en partie contrôlée par le confinement des cellules. Plus le confinement est important, plus la raideur apparente de la structure sera importante et susceptible d'engendrer des efforts préjudiciables à la stabilité de l'ouvrage.

5.3.4 Influence du frottement entre les cellules (μ_c)

Le frottement des cellules est un paramètre qui reste à déterminer grâce à des essais réels ou numériques à l'échelle de deux cellules. Son influence sur le comportement de la structure est donné sur la figure 5.15 qui montre l'évolution de la force sur l'impactant en fonction du temps pour différentes valeurs de coefficient de frottement s'échelonnant entre 0.01 et 1.0. On observe que la valeur de μ_c ne modifie pas de manière significative la réponse de l'ouvrage. La force maximale atteinte sur l'impactant est quasiment la même. Cette grandeur doit jouer sur la diffusion plus ou moins rapide dans les niveaux de rangée de cellule.

4. Faces définies par des vecteurs normaux portés par l'axe y ou z.

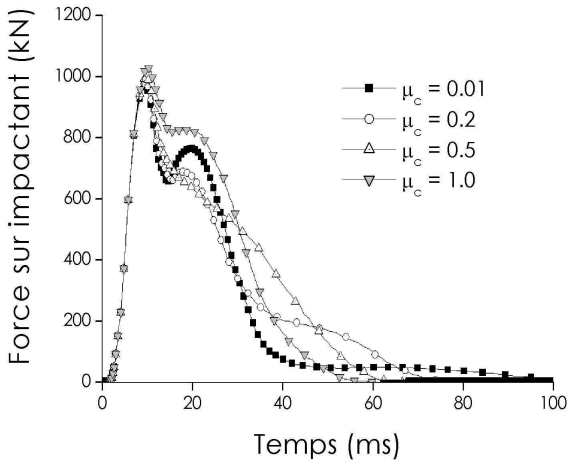


FIG. 5.15 – *Influence de μ_c sur la réponse de la structure lors d'un impact de 150 kJ.*

5.3.5 Influence de la taille du bloc

L'influence de la taille de l'impactant a également été examinée en faisant varier le diamètre de la sphère d'impact entre 500 mm et 2500 mm. Deux types de configurations d'impact sont considérés. Tout d'abord, nous raisonnons à énergie cinétique avant impact constante, puis à vitesse avant impact constante.

Energie cinétique d'impact constante : Toutes les simulations sont effectuées avec une énergie cinétique avant impact de 150 kJ. Les vitesses initiales associées aux différentes masses du bloc sont regroupées dans le tableau 5.1.

D'un essai à l'autre, les forces maximales atteintes sur l'impactant sont du même ordre de grandeur (Figure 5.16 en haut). Par contre, le temps de contact entre le bloc et la structure est d'autant plus grand que la taille de l'impactant est grande (Figure 5.16 en bas).

Vitesse d'impact constante : Pour chaque simulation, la vitesse initiale d'impact est égale à 15 m/s. Pour cette vitesse d'impact, l'énergie cinétique associée à la masse du bloc est reportée dans le tableau 5.1. La figure 5.17 décrit la réponse de la structure pour différentes tailles de bloc. On constate une augmentation de la force maximale atteinte fonction de la taille du bloc donc de l'énergie cinétique. On remarque que le paramètre pertinent pour évaluer les capacités de résistance d'une structure est l'énergie cinétique que doit dissiper la structure.

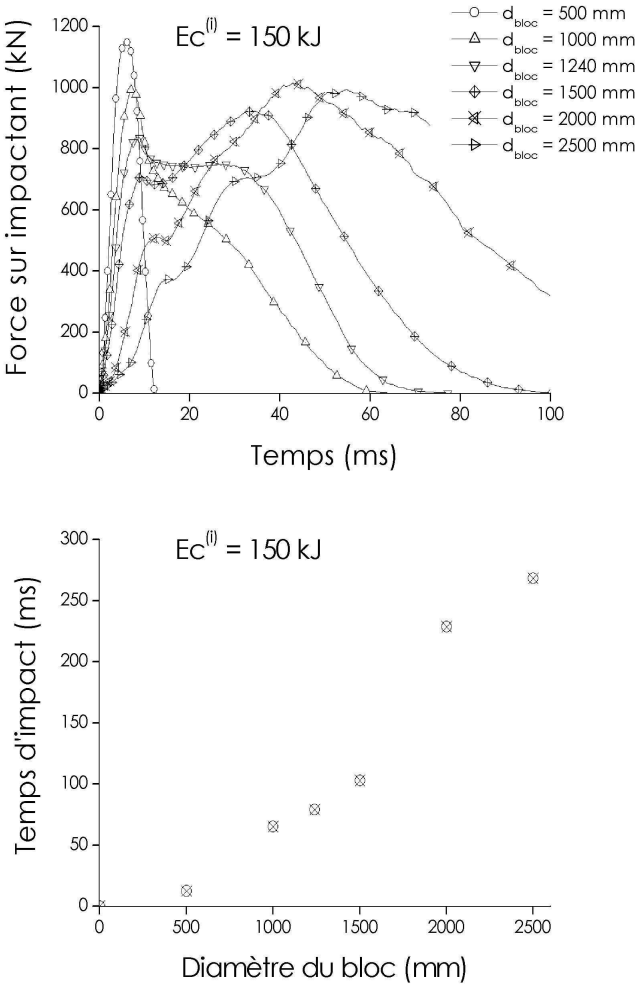


FIG. 5.16 – *Influence du diamètre du bloc sur la réponse de la structure. La vitesse de l'impactant est calculée de manière à conserver l'énergie cinétique initiale du bloc constante et égale à 150 kJ.*

		E_c = 150 kJ	V_{ini} = 15 m/s
d_{bloc} (mm)	m_{bloc} (kg)	V_{ini} (m/s)	E_c (kJ)
500	172	41.7	19
1000	1382	14.7	150
1240	2636	10.7	286
1500	4665	8.02	506
2000	11058	5.21	1200
2500	21598	3.73	23400

TAB. 5.1 – *Synthèse des vitesses et des énergies cinétiques initiales pour différents diamètres de l'impactant. d_{bloc} est le diamètre de l'impactant et m_{bloc} sa masse.*

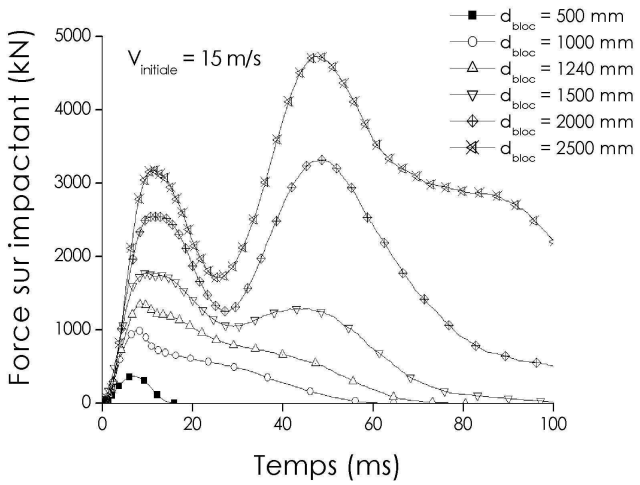


FIG. 5.17 – *Influence du rayon du bloc sur la réponse de la structure. L'énergie cinétique de l'impactant est calculée de manière à avoir une même vitesse initiale du bloc (15 m/s).*

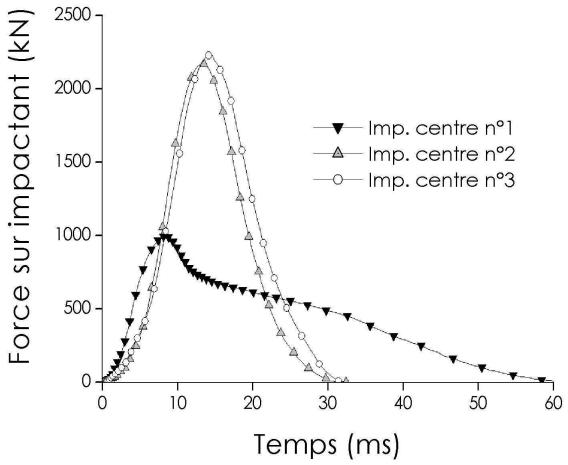


FIG. 5.18 – *Cas de trois impacts sur une même structure localisés au centre du parement à l'amont. Evolution de la réponse en force sur l'impactant.*

5.3.6 Endommagement de la structure

Un autre aspect de la résistance d'un ouvrage face des chutes de blocs concerne sa capacité à supporter plusieurs impacts successifs. Une série de simulations a été mise en place pour analyser l'endommagement que subit la structure dans ces conditions particulières de sollicitation. L'ouvrage a été impacté par le même projectile sphérique possédant un diamètre de 1000 mm et dont l'énergie cinétique avant impact a été choisie égale à 150 kJ. La structure est initialement intacte, c'est à dire qu'elle n'est pas encore endommagée. Après le premier impact, chaque nouvelle simulation a été effectuée avec la même structure, où l'état initial de la structure de la simulation i correspond à l'état final de la structure de la simulation $i-1$. Le but des simulations était d'évaluer qualitativement l'étendu de l'endommagement au sein de la structure.

Impacts au centre : Une première série de simulations a consisté à impacter la structure au centre du parement à l'amont à trois reprises successives (Impact centre n ° 1 - n ° 2 - n ° 3). On constate que dès le second impact, la réponse de la structure en terme de force sur l'impactant est sensiblement la même (Figure 5.18). Elle avoisine 2200 kN. La majeure partie des capacités dissipatives de la structure a été perdue après le premier choc au lieu de l'impact.

Impacts répartis sur le parement : Une série de trois simulations a consisté à modifier à chaque fois le lieu de l'impact (Impact n ° 1 - n ° 2 - n ° 3). La figure 5.19 donne une visualisation du lieu géométrique des impacts sur la structure. La réponse en

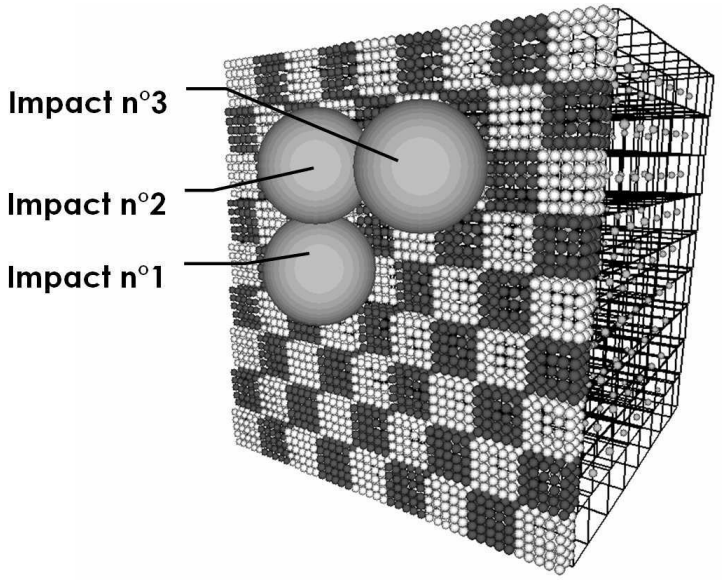


FIG. 5.19 – *Etude de l'endommagement de la structure soumise à trois impacts de blocs localisés à des endroits différents sur le parement à l'amont de l'ouvrage.*

force de la structure sur l'impactant reste similaire d'un impact à l'autre (Figure 5.20) ce qui suggère que l'endommagement de la structure reste localisé au voisinage du point d'impact pour le niveau d'énergie envisagé (150 kJ).

On observe donc que si la structure subit deux impacts au même endroit, les forces développées sur l'impactant varient du simple au double. Physiquement, on peut assez bien imaginer que durant le premier impact les éléments constitutifs de la structure se réarrangent en dissipant de l'énergie par l'intermédiaire du frottement entre les grains. A la fin de la sollicitation, les pierres se sont déplacées. La compacité localisée au voisinage de l'impact est plus élevée que la compacité moyenne du matériau. Ceci a pour effet d'engendrer une augmentation du confinement des cellules. Ainsi, lors du second impact, les efforts de réaction entre les cellules sont mobilisés beaucoup plus tôt en terme de déformation. Ceci à pour conséquence de réduire le temps d'impact et d'engendrer une force sur l'impactant plus importante. Ainsi, les résultats suggèrent qu'une structure possède des capacités de dissipation énergétique liées à l'état de compaction du matériau granulaire constitutif. Plus l'état de compaction du matériau est lâche, plus l'ouvrage est susceptible de dissiper de l'énergie.

5.3.7 Transmission de l'effort sur la face arrière

Le rôle d'une structure de protection contre les chutes de blocs est de dissiper l'énergie incidente de l'impact dans le but de stopper la propagation du bloc. Les capacités

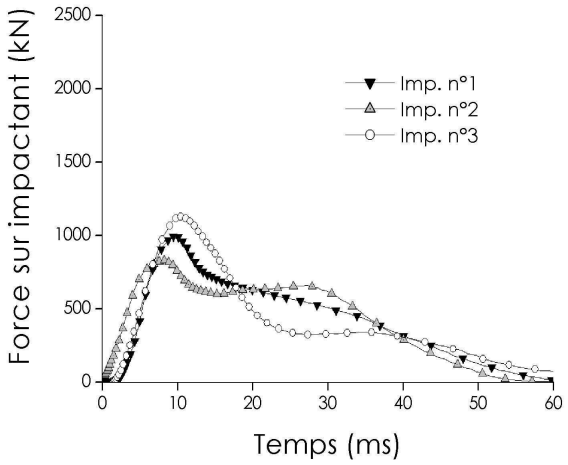


FIG. 5.20 – *Cas de trois impacts sur une même structure localisés à différents endroits. Evolution de la réponse en force sur l'impactant.*

dissipatives du matériau constitutif doivent également assurer la pérennité et l'intégrité de l'ouvrage au delà de la zone d'impact.

Dans le cadre d'une première évaluation des capacités d'atténuation de la structure, on étudie la différence d'effort entre la force appliquée sur l'impactant durant le choc et la force induite sur la face à l'aval de la structure. L'effort à l'aval de la structure est calculé à partir des efforts appliqués sur les neufs cellules de la face à l'aval centrées sur le point d'impact. La somme des efforts dus aux cellules suivant la direction x donne la valeur de l'effort à l'aval. La figure 5.21 représente l'évolution de la force sur le bloc et de l'effort à l'aval en fonction du temps pour plusieurs énergies d'impact.

Le temps de réponse en force à l'aval, associé à la propagation d'ondes élastiques au sein de la structure, semble être correctement reproduit par le modèle numérique. En effet, le temps de propagation de l'onde élastique peut être évalué en connaissant la masse volumique (ρ) du matériau et son module d'Young (E). La célérité des ondes dans un milieu élastique est donnée par la formule $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Le module d'Young est déduit de la raideur apparente des cellules qui est de $3.3{\times}10^6$ N/m. Comme $k = \frac{E\,S}{L}$ et que les cellules font 500 mm de côté, le module d'Young apparent d'une cellule est de 6.6 MPa. La masse d'une cellule est en moyenne de 200 kg donc $\rho = 1600$ kg/m^3. On a donc $c = 64$ m/s. La structure possède une profondeur de 4.0 m. Le temps de propagation de l'onde élastique est donc de $t_{prop} = 4.0/64 = 63$ ms ce qui est cohérent avec les résultats obtenus.

On définit l'atténuation comme le rapport de l'effort maximal atteint sur la face à l'aval et de la force maximale atteinte sur le bloc. La figure 5.22 donne l'évolution de ce rapport en fonction de l'énergie cinétique incidente. On observe que l'atténuation est d'autant plus petite que l'énergie d'impact est importante. Cette tendance semble suggérer que

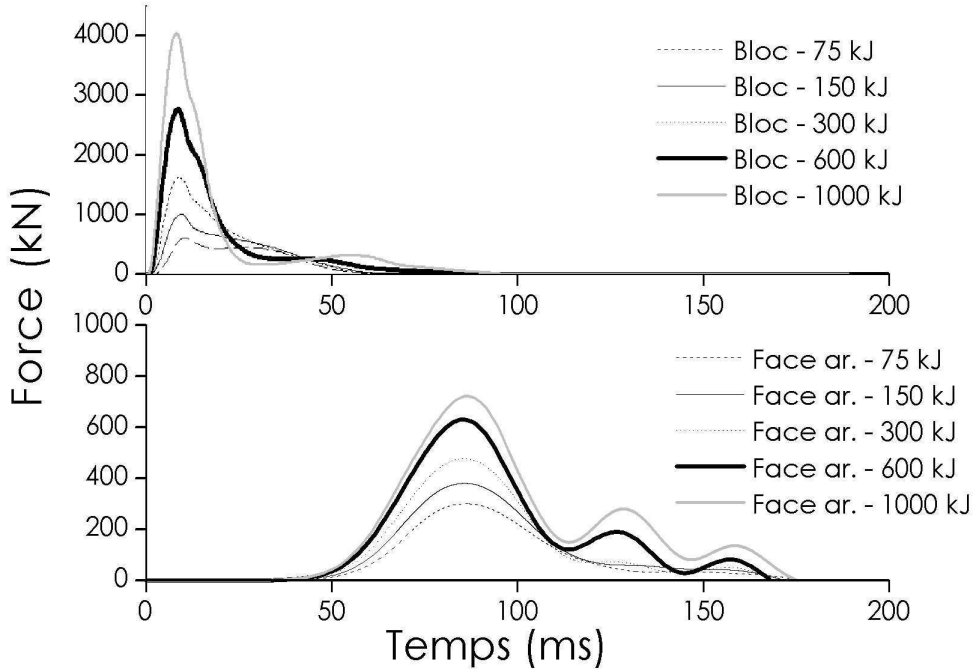


FIG. 5.21 – *Atténuation de la force transmise par l'impactant dans la structure pour différentes énergies d'impact. Les courbes légendées* Bloc *représentent la force appliquée au bloc durant l'impact et les courbes légendées* Face ar. *représentent la force induite sur la face à l'aval de la structure.*

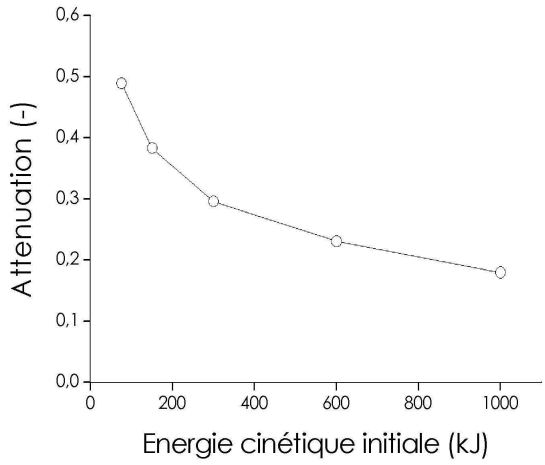


FIG. 5.22 – *Atténuation de la force transmise par l'impactant dans la structure en fonction de l'énergie cinétique incidente.*

plus l'énergie d'impact est importante, plus la diffusion des efforts au sein de la structure sera importante ce qui se traduit par une répartition plus importante sur la face à l'aval de l'ouvrage.

5.4 Résumé - Conclusion

Ce chapitre a présenté l'approche *multi-échelles* adoptée pour modéliser une structure à technologie cellulaire. Chaque cellule constitutive de la structure est remplacée par une particule sphérique qui interagit avec les cellules voisines à partir de lois d'interactions décrites par l'intermédiaire du modèle constitutif de la cellule déduit au chapitre précédent. La plupart des paramètres du modèle d'interaction cellulaire ont été déterminés à partir des résultats obtenus à l'échelle de la cellule.

Dans l'attente de données expérimentales de validation, des campagnes de simulations ont été entreprises. En s'appuyant sur les données disponibles dans la littérature, les premiers résultats numériques ont été comparés à des essais effectués sur structure réelle. Dans le cas de merlons construit avec des matériaux déformables de type remblai, les ordres de grandeur de pénétration et de force maximale durant l'impact sont comparables. Compte tenu des déformations potentielles des merlons à technologie cellulaire, ces résultats semblent suggérer que l'approche *multi-échelles* est pertinente pour la modélisation de ce type de structure. Les résultats ont également été comparés aux modèles simplifiés des chocs élastiques et de *Tonello* (1988) présentés au premier chapitre. Ici aussi les résultats des simulations développent des ordres de grandeur similaires.

Bien que simplifiée, cette approche permet d'accéder à des grandeurs difficiles à me-

surer expérimentalement. La distribution spatiale des efforts et des déformations dans la structure peut être facilement suivie en fonction du temps et donner des informations précieuses sur l'étendue de la zone endommagée par l'impact ou sur les capacités de dissipation de la structure après plusieurs impacts.

De plus, des études paramétriques peuvent aisément être conduites pour étudier l'influence de paramètres comme la taille du bloc, l'inclinaison du parement, les dimensions de la structure ou encore l'influence des conditions aux limites.

Dans un avenir proche, des expérimentations sur structure réelle sont prévues. L'objectif est d'évaluer les capacités dissipatives de l'ouvrage face à un impact d'énergie donnée. La réalisation d'un ouvrage de référence à taille réelle reste un élément essentiel à la validation de l'approche. Des extrapolations à des niveaux d'énergie plus importants difficilement accessibles par l'expérimentation doivent permettre d'aboutir à des propositions de dimensionnement de telles structures.

In fine, les modèles d'interaction cellulaire de chaque cellule seront modifiés pour explorer l'effet d'une combinaison de matériaux de nature différentes afin d'optimiser les capacités dissipatives de la structure.

Conclusion

Il n'y a pas de synthèse : il n'y a que le discontinu. Jules Renard

Ce travail de thèse aborde la modélisation de structures composites cellulaires dédiées à la protection contre les chutes de blocs rocheux. Ce type de structure constitue une innovation technologique. Les cellules qui composent l'ouvrage sont des cages grillagées remplies d'un matériau, souvent de nature granulaire, qui possède de grandes capacités de déformation. Pour la modélisation de l'ouvrage, compte tenu de sa constitution cellulaire, une approche *multi-échelles* a été mise en place. Cette approche a permis de décrire simplement la structure en prenant en compte sa technologie et le comportement de son matériau constitutif. L'ouvrage et ses composants ont été modélisés à l'aide de la méthode aux éléments distincts.

La démarche retenue pour l'étude s'articule autour de trois points essentiels. Tout d'abord la modélisation du grillage double torsion à maille hexagonale entourant les cellules, ensuite la modélisation d'une cellule remplie de pierres concassées et enfin la modélisation de l'ouvrage complet. Pour chaque système, une description soignée des caractéristiques physiques et mécaniques a été nécessaire pour la validation des différents modèles numériques proposés.

La modélisation du grillage à maille hexagonale double torsion a été entreprise à partir d'une discrétisation géométrique de la nappe de grillage. Les interactions entre les particules constitutives de la nappe ont été décrites de manière à reproduire le comportement du métal. D'un point de vue géométrique, les particules sphériques ont été positionnées aux nœuds du grillage et la construction d'un tableau de contingence a été nécessaire pour l'identification des particules de grillage en interaction. Cette étape nécessite des algorithmes adaptés aux géométries de la nappe, en particulier lorsqu'on s'intéresse à la modélisation d'une cage en trois dimensions. D'un point de vue mécanique, la principale difficulté rencontrée a été le choix d'un modèle d'interaction représentatif du comportement d'une double torsade de grillage. A partir d'essais de traction simple sur brin seul et double torsade, il a été constaté que les opérations de torsion des fils engendraient un écrouissage local des brins conduisant à une diminution de l'allongement et de la résistance à la rupture. Le modèle numérique a été calé et validé en s'appuyant sur des résultats d'essais expérimentaux de traction simple et d'enfoncement obtenus à l'échelle d'une nappe de grillage. Bien que tous les résultats expérimentaux ne puissent être reproduits parfaitement par les simulations numériques, les résultats sont satisfaisants. Ils permettent de supposer que la modélisation discrète est adaptée pour ce type de systèmes mécaniques filiformes. Les intérêts de la modélisation discrète sont d'une part la prise en compte du comportement du métal constitutif du grillage jusqu'à la rupture et d'autre part la possibilité de modéliser sous le même environnement de calcul deux systèmes de natures aussi différentes qu'un matériau granulaire (assemblages de blocs rocheux au sein de la cellule) et qu'un système grillagé continu.

A l'échelle de la cellule, les caractéristiques physiques et mécaniques du matériau de remplissage ont été reproduites. La procédure utilisée pour la création d'une cellule avant chargement nécessite plusieurs étapes. La modélisation des éléments constitutifs du

matériau de remplissage, leur mise en place au sein de la cellule et le positionnement du grillage sont des étapes relativement coûteuses en temps de calcul mais qui sont nécessaires à l'obtention d'un état initial représentatif. En outre, il a été mis en évidence que la forme des éléments possède une forte influence dans le comportement de la cellule. Dans une première approche, l'utilisation d'éléments sphériques pour modéliser le matériau de remplissage s'est avérée trop simplifiée. Les résistances développées par les cellules étaient bien plus faibles en comparaison des observations expérimentales. Même en bloquant les rotations des sphères constituant le matériau de remplissage, la phénoménologie liée à l'angularité et à l'enchevêtrement des blocs n'a pu être reproduite par le modèle. Il a été nécessaire de tenir compte des formes utilisées lors des expérimentations. La forme anguleuse des éléments utilisés lors des expériences a été modélisée par l'intermédiaire de particules sphériques agrégées les unes aux autres de manière indissociable. La mise en place de ces formes anguleuses au sein de la cellule a été réalisée par pluviation et vibration permettant de reproduire au plus près les granulométries et porosités des cellules expérimentales.

Réalisée à partir d'essais de compression remplies avec des éléments anguleux, la campagne de caractérisation mécanique de cellules a mis en évidence que complémentairement à la forme des éléments, la fracturation des blocs joue un rôle dans la réponse mécanique de la cellule. La résistance macroscopique de la cellule est fonction d'une part de ses conditions de confinement (état confiné ou non confiné) et d'autre part de la résistance mécanique des éléments constitutifs. Le confinement des cellules accroit le nombre d'éléments fracturés lors du chargement. Pour de faibles déplacements du plateau de chargement, la possibilité de mouvement limitée des éléments permet le développement de forces de contact suffisantes pour casser les pierres soumises à des chaînes de force de la phase forte du réseau de forces de contacts. En configuration non confinée, c'est à dire dans le cas où les faces latérales de la cellule peuvent se déformer librement, les éléments se déplacent de manière importante. La déformation macroscopique de la cellule est due aux mouvements des éléments plutôt qu'à leur déformation propre. D'un point de vue pratique il n'est pas possible de considérer des éléments susceptibles de rompre en plusieurs morceaux par l'intermédiaire de modèles de contact cohésifs. Une autre approche a été proposée pour prendre en compte le phénomène de fracturation. Le développement d'un modèle de contact élastique parfaitement plastique dans la direction normale au plan de contact a permis de décrire la dégradation locale des contacts lors de l'interaction mécanique entre deux éléments.

Compte tenu de la forte variabilité des résultats obtenus expérimentalement d'une cellule à l'autre, plusieurs cellules remplies de formes anguleuses ont été créées numériquement pour la caractérisation d'un comportement mécanique moyen. Le calage des microparamètres de contact s'est avéré délicat compte tenu de cette variabilité, inhérente aux milieux granulaires. Cependant, les estimations des valeurs des raideurs de contact (k_n et k_s) et de l'angle de frottement intergranulaire (ϕ) ont été confirmées grâce à des

essais mécaniques. De plus, les essais de compression confinée ont permis de déterminer une valeur de force moyenne admissible au contact. Ainsi modélisées, quelles que soient les conditions de confinement, les cellules développent un comportement très proche de celui observé expérimentalement en régime quasi-statique et dynamique. Les valeurs moyennes des forces et de raideur apparentes des cellules sont reproduites par le modèle ainsi que les temps d'impact en condition dynamique.

En s'appuyant sur les résultats numériques et expérimentaux à l'échelle de la cellule, un modèle constitutif représentatif du comportement macroscopique de la cellule a été proposé afin de modéliser la structure. Ce modèle reste simple au regard des phénomènes mécaniques complexes se produisant au sein d'une cellule et aux conditions de confinement auxquelles elle est soumise dans l'ouvrage. Cependant, dans le cadre d'une première approximation, ce modèle a été utilisé pour effectuer le passage à l'échelle de la structure afin de montrer les possibilités qu'offrait l'approche *multi-échelles* pour modéliser un ouvrage à technologie cellulaire. Les résultats apparaissent prometteurs. En effet, la comparaison avec les modèles simplifiés des chocs élastiques et de Tonello ou les données expérimentales disponibles sur d'autres types de merlons a permis de constater que les ordres de grandeur de force et de pénétration dans la face amont de l'ouvrage sont similiaires aux résultats des simulations.

Cette représentation simplifiée de l'ouvrage permet d'obtenir des informations diverses sur la structure. Ainsi, il a été mis en évidence, à travers un coefficient de *diffusion*, que le confinement auquel sont soumises les cellules influe de manière significative sur la force maximale de réaction à l'impactant. De plus, il a été constaté que plusieurs impacts successifs localisés au même endroit sur la structure engendrent une compaction du matériau au niveau de la zone du choc. Dans les deux cas, cela permet d'évaluer les capacités dissipatives de l'ouvrage dans des conditions particulières d'impact ce qui peut s'avérer difficile à effectuer expérimentalement.

En terme de perspectives, les résultats de futurs travaux devraient confirmer l'intérêt de modifier la constitution de l'ouvrage pour améliorer son efficacité face à l'aléa rocheux. Il est envisagé de jouer sur la nature des matériaux de remplissage des cellules afin d'optimiser les capacités dissipatives de l'ouvrage. Des matériaux géocomposites comme du sable associé avec des pneus déchiquetés pourront être utilisés.

On voit ici l'intérêt de la modélisation numérique qui permettra d'effectuer des études paramétriques complémentaires aux expérimentations pour évaluer les capacités de réponse mécanique de la structure pour d'autres conditions d'impact et avec différents agencements de cellules. Le travail réalisé permet d'envisager à moyen terme le développement d'un outil d'aide à la décision à destination du partenaire industriel, pour la conception de structures cellulaires dissipatives.

Bibliographie

Agostini, R., L. Cerario, A. Conte, M. Masetti, et A. Papetti, *Structures souples en gabions pour les ouvrages de soutènement des terres*, FRANCE GABION S.A. - Technologie Maccaferri, 1979.

Antoine, P., et D. Fabre, *Géologie appliquée au génie civil*, Masson Eds, 1980.

Antony, S., et M. Kuhn, Influence of particle shape on granular contact signatures and shear strenght : new insights from simulations, *Inter. Jr. of Solids and Structures*, *41*, 5863–5870, 2004.

Bagi, K., An alogrithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies, *Granular matter*, *7*, 31–43, 2005.

Bardet, J.-P., Introduction to computational granular mechanics, *In Behaviour of granular materials*, pp. 99–169, 1998.

Bathurst, J., et L. Rothenburg, Inverstigation of micromechanical features of idealized granular assemblies using dem, *Engineering Computations*, *9*, 199–210, 1992.

Berthet-Rambaud, P., Structures rigides soumises aux avalanches et chutes de blocs : modélisation du comportement mécanique et caractérisation de l'interaction "phénomène - ouvrage", Thèse de Doctorat, Cemagref - Groupement de Grenoble, 2004.

Bertrand, D., P. Gotteland, S. Lambert, F. Nicot, et F. Derache, A multiscale mechanical modelling of unusual geocomposite material for rockfall impact, *Proc. 9th Int. Congr. on NUmerical MOdel in Geomechanics Rock Mech Ottawa (Canada)*, pp. 709–716, 2004a.

Bertrand, D., F. Nicot, et P. Gotteland, Dem modelling of soil geocomposite material for rockfall impact, *Proc. Of the second International PFC Symposium : Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods Kyoto (Japan)*, 2004b.

Bertrand, D., P. Gotteland, et F. Nicot, Dem modeling of natural stones assembly confined in wire mesh, *Proc. of the Int. Congr. Powders and Grains Stuttgart (Germany)*, pp. 681–685, 2005a.

Bertrand, D., F. Nicot, P. Gotteland, et S. Lambert, Modelling a geo-composite cell using discrete analysis, *Computer and Geotechnics*, *32-8*, 564–577, 2005b.

Bertrand, D., P. Gotteland, S. Lambert, F. Nicot, et F. Derache, Multi-scale modelling

of cellular geo-composite structure under impact, *Revue européenne de génie civil*, p. in press, 2006.

Brandl, H., et S. Blovsky, Protective barriers against rockfall, *EUROGEO - 3 European Geosynthetics conference and exhibition, Munchen (Germany)*, pp. 95–100, 2004.

Briggs, C., et C. Evertsson, Shape potential of rock, *Minerals Engineering*, pp. 125–132, 1998.

Bromwell, L., The friction of quartz in high vacuum, *M.I.T. Department of Civil Engineering*, *Research Report B66-18*, 1966.

Burroughs, D., H. Henson, et S.-S. Jiang, Full scale geotextile rock barrier wall testing, analysis and prediction, *Geosynthetics Vancouver (Canada)*, pp. 959–970, 1993.

Calvetti, F., Distinct element evaluation of the rock-fall design load for shelters, *Rivista Italiana di geotecnica*, *3*, 63–83, 1998.

Calvetti, F., Limitations and perspectives of the micromechanical modelling of granular materials, *Mathematical and Computer Modelling*, *37*, 485–495, 2003.

Calvetti, F., G. Combe, et J. Lanier, Experimental micromechanical analysis of 2d granular material : Relation between structure evolution and loading path, *Mech. Coh. Frict. Materials*, *2*, 121–163, 1997a.

Calvetti, F., R. Genchi, L. Nesta, et R. Nova, Numerical simulation of rock block impacts on rigid sheds, *Numerical Models in Geomechanics*, pp. 635–640, 1997b.

Calvetti, F., G. Viggiani, et C. Tamagnini, A numerical investigation of the incremental behavior of granular soils, *Rivisita Italiana di geotechnica*, *3*, 11–29, 2003.

Camborde, F., C. Mariotti, et F. Donzé, Numerical study of rock and concrete behaviour by discrete element modelling, *Computer and Geotechnics*, *27*, 225–247, 2000.

Cambou, B., *Behaviour of granular materials*, SpringerWienNewYork Eds, 1998.

Cambou, B., et M. Jean, *Micromécanique des matériaux granulaires*, Hermes Sciences Eds, 2001.

Cambou, B., M. Chaze, et F. Dedecker, Change of scale in granular materials, *Eur. J. Mech. A/Solids*, *19*, 999–1014, 2000.

Carotti, A., D. Peila, C. Castiglia, et P. Rimoldi, Mathematical modelling of geogrid reinforced embankments subject to high energy rock impact, *EUROGEO (2 European Geosynthetics conference and exhibition)*, pp. 305–310, 2000.

Carotti, A., C. Di-Prisco, M. Vecchiotti, P. Recalcati, et P. Rimoldi, Modeling of geogrid reinforced embankments for rockfall protection, *EUROGEO (3 European Geosynthetics conference and exhibition), Munchen (Allemagne)*, pp. 675–680, 2004.

Chandramohan, R., et M. Powell, Measurement of particle interaction properties for incorporation in the discrete element method simulation, *Minerals Engineering*, *in press*, 10pp., 2005.

Chareyre, B., Application de la méthode des éléments distincts à des problèmes géotechniques - caractérisation des paramètres, mémoire de dea, 2000.

Chareyre, B., Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-geosynthetique par éléments discrets - application aux ancrages en tranchées en tête de talus, Thèse de Doctorat, UJF - Université Joseph Fourier Grenoble I, 2003.

Chareyre, B., L. Briançon, et P. Villard, Theoretical versus experimental modeling of the anchorage capacity of geotextiles in trenches, *Geosynthetics International*, *9-2*, 97–123, 2002.

Combe, G., Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulations numériques, Thèse de Doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées, 2001.

Corte, J., P. Lepert, et L. Rochet, Etude d'un système de protection contre les chutes de blocs - exemple de la rn 90, *Revue générale des routes et aérodromes*, *669*, 114–117, 1989.

Cundall, P., Distinct element models of rock and soil structure, *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*, pp. 129–163, 1989.

Cundall, P., et R. D. Hart, Numerical modelling of discontinua, *Engineering Computations*, *9*, 101–113, 1992.

Cundall, P., et O. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, *29 (1)*, 47–65, 1979.

Delhomme, F., Etude du comportement sous impact d'une structure pare-bloc en béton armé, Thèse de Doctorat, Université de Savoie, 2005.

Deluzarche, R., et B. Cambou, Modeling grain crushing in rockfill material using discrete 2d model, *Proc. of the Int. Congr. Powders and Grains Stuttgart (Germany)*, pp. 1409–1412, 2005.

Descoeudres, F., Aspects géomécaniques des instabilités de falaises rocheuses et des chutes de blocs, *PUBLICATIONS de la société suisse de Mécanique des Sols et des Roches, Montreux (Suisse)*, pp. 3–11, 1997.

Donzé, F., et S. Magnier, Numerical simulations of impacts using a discrete element method, *Mechanics of cohesive-frictional materials*, *3*, 257–276, 1998.

Donzé, F., S. Magnier, S. Montani, et F. Descoeudres, Numerical study of block impacts on soil-covered sheds by a discrete element method, *5me colloque National AFPS, Cachan (France)*, pp. 463–470, 1999.

Dragon, A., F. Hild, L. Rota, et H. Trumel, Modélisation du comportement et de la rupture des matériaux sous sollicitation dynamiques, *Mec. Ind 1*, pp. 521–537, 2000.

Euvrard, D., *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*, Editions Masson, 1994.

Evesque, P., W. Meftak, et J. Biarez, Mise en évidence de variations brutales et d'évolutions quasi-discontinues dans les courbes contrainte-déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel de rouleaux, *Compte rendu de l'académie des sciences (Paris)(Série II)*, pp. 316:321–327, 1993.

Ferro, R., Computer simulation of trawl gear shape and loading, *Proc. of World Sym. on Fishing Gear and Fishing Vessel Design*, pp. 259–262, 1988.

Foo, Y., Y. Sheng, et B. Briscoe, An experimental and numerical study of the compaction of alumina agglomerates, *Inter. Jr. of Solids and Structures*, *41*, 5929–5943, 2004.

Goldsmith, W., *Impact: The theory and physical behaviour of colliding solids*, Doved Ed., 1960.

Goldsmith, W., Impact: The collision of solids, *Appl. Mech. Revs.*, *16 (11)*, 855–866, 1963.

Gotteland, P., D. Bertrand, S. Lambert, et F. Nicot, Modelling an unusual geocomposite material barrier against a rockfall impact, *Proc. of the 11th Int. Congr. of IACMAG Turino (Italy)*, pp. 529–536, 2005.

Hearn, G., R. Barrett, et H. Henson, Testing and modeling of two rockfall barriers, *Transportation Research Report Record 1504*, pp. 1–11, 1995a.

Hearn, G., R. Barrett, et H. Henson, Development of effective rockfall barriers, *J. Transp. Engrg.*, *121*, 507–516, 1995b.

Hentz, S., Modélisation d'une structure en béton armé soumise à un choc par la méthode aux éléments discrets, Thèse de Doctorat, UJF - Université Joseph Fourier Grenoble I, 2003.

Hentz, S., F. Donzé, et L. Daudeville, Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates, *Computers and Structures*, *82*, 2509–2524, 2004.

Ikeda, K., N. Kishi, R. Kawase, H. Konno, et O. Nakano, A practical design procedure of three-layered absorbing system, *Joint Japan-Swiss Scientific Seminar on Impact Load by Rock Falls and Design of Protection Structures - Kanazawa (Japan)*, 113–119, 1999.

Itasca, *PFC^{3D} - FISH in PFC*, Itasca Eds, 2003a.

Itasca, *PFC^{3D} - Theory and background*, Itasca Eds, 2003b.

Itasca, *PFC^{3D} - User's guide*, Itasca Eds, 2003c.

Jean, M., Non smooth contact dynamics method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, *177*, 235–257, 1999.

Jean, M., et J.-J. Moreau, Unilaterality and granular friction in the dynamics of rigid body collections, *A. Curnier Eds - Proc. of the contact mechanics international symposium, Lausanne*, 1992.

Kanatani, K., Distribution of directional data and fabric tensors, *Inter. Jr. Engineering Sciences*, *22*, 149–164, 1984.

Kar, A., Projectile penetration into buried structures, *Journal of the Structural Division - ASCE*, *104*, 125–139, 1978.

Koerner, R., Effect pf particle characteristics on soil strength, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division - ASCE*, *96*, 1221–1234, 1970.

Kotsovos, M., Effect of testing techniques on the post-ultimate behaviour of concrete in compression, *Materials and structure (RILEM)*, *16*, 3–12, 1983.

Kou, S., H. Liu, P. Lindqvist, C. Tang, et X. Xu, Numerical investigation of the particle breakage as applied to mechanical crushing - part ii: Interparticle breakage, *Inter. Jr. of Rock Mechanics and Mining Science*, *38*, 1147–1162, 2001.

Labouise, V., F. Descoeudres, S. Montani, et C.-A. Schmidhalter, Experimental study of rock blocks falling down on a reinforced conrete slab covered by absorbing cushions, *Revue française de géotechnique*, *69*, 41–61, 1994.

Lajtai, E., E. Duncan, et B. Carter, The effect of strain rate on rock strength, *Rock mechanics and rock engineering*, *24*, 99–109, 1991.

Lambert, S., P. Gotteland, O. Plé, D. Bertrand, et F. Nicot, Modélisation du comportement mécanique de cellules de matériaux confinés, *JNGG - Lille*, pp. 219–226, 2004.

Lanier, J., et M. Jean, Experiments and numerical simulations with 2d-disks assembly, *Powder Technology*, *109(1-3)*, 206–221, 2000.

LCPC, *Parades contre les instabilités rocheuses*, 144 pp., Collection environnement - Les risques naturels - Editions LCPC, 2001.

Lepert, P., et J.-F. Corté, Etude en centrifugeuse de l'impact de gros blocs rocheux sur un remblai de protection, *Congrès Centrifuge 88*, pp. 457–463, 1988.

Lim, W., et G. McDowell, Discrete element modelling of railway ballast, *Granular matter*, *7*, 19–29, 2005.

Liu, H., S. Kou, et P. Lindqvist, Numerical studies on the inter-particle breakage of a confined particle assembly in rock crushing, *Mechanics of materials*, p. in press, 2005.

Love, A., A treatise of mathematical theory of elasticity, *Cambridge University Press*, 1927.

Marsal, R., Mechanical properties of rockfill, *Embankment - dam Engineering - Casagrande volume*, pp. 109–200, 1973.

Mishra, B., A review of computer of tumbling mills by discrete element method : Part 1 - contact mechanics, *Inter. Jr. of Mineral Processing*, *1635*, 1–21, 2003.

Montani, S., F. Descoeudres, et K. Bucher, Numerical analysis of blocks impacting a rock shed covered by a soil, *Numerical Models in Geomechanics (Rotterdam)*, pp. 641–646, 1997.

Montani-Stoffel, S., Sollicitation dynamique de la couverture des galeries de protection lors de chutes de blocs, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.

NFEN13386-1, Norme française : Enrochement - partie 1 : Spécifications, *AFNOR*, 2002.

NFP94-325-1, Norme française : Exécution des travaux géotechniques spéciaux - ouvrages en gabion - partie 1 : Hors sites aquatiques, s^t denis la plaine, *AFNOR*, 2004.

Nicot, F., Etude du comportement mécanique des ouvrages souples de protection contre les éboulements rocheux, Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1999.

Nouguier, C., E. Vincens, et B. Cambou, Structural changes in granular materials : The case of irregular polygonal particles, *Inter. Jr. of Solids and Structures*, *42*, 2005.

Peila, D., C. Castigila, C. Oggeri, C. Gusati, P. Recalcati, et F. Sassudelli, Full scale tests on geogrid reinforced embankments for rockfall protection, *EUROGEO - 2th European Geosynthetics conference and exhibition, Bologna (Italy)*, pp. 317–322, 2000.

Peila, D., C. Oggeri, C. Castigila, P. Recalcati, et P. Rimoldi, Testing and modelling geogrid reinforced soil embankments subject to high energy rock impact, *Geosynthetics - 7th ICG*, pp. 133–136, 2002.

Plassiard, J., F. Donzé, et P. Plotto, High energy impact on embankments - a numerical discrete approach, *Proc. 9th Int. Congr. on NUmerical MOdel in Geomechanics Rock Mech Ottawa (Canada)*, pp. 609–614, 2004.

Potyondy, D., P. Cundall, et C. Lee, Modelling rock using bonded assemblies of circular particles, *Proc. of Rock Mechanics - Rotterdam*, pp. 1937–1944, 1996.

Priour, D., Analysis of nets with hexagonal mesh using triangular elements, *Inter. J. for Num. Meth. in Engeng*, *56*, 1721–1733, 2003.

Radjai, F., Contact forces in granular packing, *Chaos*, *9-3*, 544–550, 1999.

Rapin, F., Récapitulatif des techniques françaises de protection collective paravalanche, *Revue neige et avalanches*, *55*, 2001.

Rimoldi, P., G. Guasti, et P. Recalcati, I rilevati paramassi in terra rinforzata con geogriglie : Applicazioni e sperimentazioni, *Convegno su previsione e prevenzione di movimenti franosi rapidi*, 1999.

Rothenburg, L., et R. Bathurst, Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles, *Géotechnique*, *42*, 79–95, 1992.

Sallam, A., A. Ashmawy, et B. Runkles, Experimental validation of modeling irregular particle shapes using dem, *Proc. Of the second International PFC Symposium : Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods Kyoto (Japan)*, pp. 363–372, 2004.

Satake, M., Constitution of mechanics of granular materials thought graph representation, *Theoretical and applied mechanics*, *26*, 257–266, 1978.

Saussine, G., Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : Application au ballast, Thèse de Doctorat, Université des sciences et techniques du Languedoc, 2004.

Singer, I., et H. Pollock, Fundamentals of friction : Macroscopic and microscopic processes, *Kluwer Academic*, 1992.

Tanaka, K., M. Nishida, T. Kunimochi, et T. Takagi, Discrete element simulation and experiment for dynamic response of two-dimensional granular matter to the impact of a spherical projectile, *Powder Technology*, *124*, 160–173, 2002.

Tang, C., X. Xu, S. Kou, P. Lindqvist, et H. Liu, Numerical invertigation of the particle breakage as applied to mechanical crushing - part i: Single-particle breakage, *Inter. Jr. of Rock Mechanics and Mining Science*, *38*, 1147–1162, 2001.

Thomas, P., et J. Bray, Capturing nonspherical shape of granular media with disk cluster, *Jr. Geotechnical and geoenvironmental engineering*, *123 (3)*, 169–177, 1999.

Tissière, P., Ditches and reinforced ditches against falling rocks, *Joint Japan-Swiss seminar on Impact loads by rockfall and design of protection structures (Kanazawa) Japan*, pp. 65–68, 1999.

Tonello, J., Généralités et approche de modèles simples. stage "ouvrage paravalanches", enpc, chambéry, 1988.

Tonello, J., Couverture pare bloc structurellement dissipante, label ivor, 01.1. mission génie civil, ministère de l'equipement, france, 2001.

Toutlemonde, F., P. Rossi, C. Boulay, C. Gourraud, et D. Guedon, Dynamic behaviour of concrete: tests of slabs with n shock tube, *Materials and Structures*, *28*, 293–298, 1995.

Tsoungui, O., D. Vallet, et J. Charmet, Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials, *Powder Technology*, *105*, 190–198, 1999.

Velinsky, S., General nonlinear theory for complex wire rope, *Inter. Journ. of Mechanics Sciences*, *27*, 497–505, 1985.

Villard, P., et B. Chareyre, Design methods for geosynthetic anchor trenches on the basis of true scale experiments and discrete element modelling, *Can. Geotech. J.*, *41*, 1193–1205, 2004.

Villard, P., P. Kotake, et J. Otani, Modeling of reinforced soil in finite element analysis, *Proc. 7th inter. conf. on geosynthetics - Nice*, pp. 39–95, 2002.

Walton, O., et R. L. Braun, Viscosity, granular temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks, *Journal of Rheology*, *30 (5)*, 949–980, 1986.

Yoshida, H., Recent studies in rockfall control in japan, *Joint Japan-Swiss seminar on Impact loads by rockfall and design of protection structures (Kanazawa) Japan*, pp. 69–78, 1999.