





À Évane, Karine, et à celui ou celle qui nous rejoindra bientôt...





*« Là, tout n'est qu'ordre et beauté,  
Luxe, calme et volupté. »*

*Ch. Baudelaire*

L'Invitation au Voyage  
Les Fleurs du Mal (1857)



---

---

## REMERCIEMENTS

---

---

C'est avec grand plaisir que j'ai réalisé ce travail de thèse au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures de Grenoble. Je remercie Bernard HÉBRAL de m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Je tiens à exprimer ici toute ma reconnaissance envers Alain BENOÎT pour m'avoir proposé une si belle expérience. Malgré ses nombreuses occupations, il a su trouver le temps pour répondre à mes nombreuses interrogations. J'ai ainsi pu profiter de son inépuisable savoir, tant en ce qui concerne la cryogénie, la programmation, que la physique mésoscopique. Son enthousiasme, parfois débordant, sa culture et ses multiples connaissances en font un être d'une qualité exceptionnelle.

Un grand merci à Laurent SAMINADAYAR. Ses nombreuses compétences en mésophysique sans failles, pourtant mises à rude épreuve, ainsi que sa patience, ont rendu ces trois années fort riches et agréables. N'oublions pas l'homme de culture, pour lequel, les citations de LA ROCHEFOUCAULT sont la nourriture spirituelle...

Je tiens à remercier les deux rapporteurs de cette thèse, C. GLATTLI et G. MONTAMBAUX. Ils ont effectué ce dur labeur alors que les rigueurs du calendrier les obligeaient à d'autres tâches. Toute ma gratitude à l'égard de G. MONTAMBAUX pour son accueil, sa disponibilité de tous les instants, et les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eu.

Toute ma gratitude à l'égard de M. BÜTTIKER, L. P. LEVY et D. MAILLY qui ont accepté de faire partie du jury. C'est un honneur auquel je suis très sensible.

La réussite de cette thèse est fortement liée à la qualité des échantillons. Je tiens à remercier tout particulièrement A. CAVANA et B. ETIENNE pour nous avoir fourni des hétérojonctions de qualités exceptionnelles. La lithographie de haute voltige a été réalisée par D. « doigts de fée » MAILLY, que je tiens à remercier pour son accueil et sa disponibilité lors mes trop rares séjours à Bagneux.

N'oublions pas non plus les membres de l'équipe Mésophysique du CRTBT, Bernard, Hervé, Klaus, Monique, Olivier, Benedetta, Cécile, Emma, Franck, Pascal, Norbert pour leur soutien et leurs conseils avisés.

Un grand merci à A. BENOÎT et L. PUECH, grands gourous de la programmation en C, pour m'avoir initié à « manip » (bibliothèque d'objets graphiques, universelle au CRTBT)

et aidé à déplanter nos programmes. Notons que les personnes de bonne morale utilisent « manip » !

Je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui participent à la vie du Hall, en particulier H. RODENAS pour son aide et sa disponibilité.

Un grand merci aussi aux membres du liquéfacteur pour nous avoir fourni en hélium (et Dieu sait que nous les avons mis à contribution !). Je remercie tout particulièrement J. F. PINI pour nous avoir aidé lors de la réparation de notre roots, et pour son sang-froid lorsqu'il faut soulever le poids plume (un peu plus d'une tonne) de MÉLUSINE...

N'oublions pas la disponibilité, les compétences et la bonne humeur du service électronique : J-L. BRET, G. SIMIAND, J-L MOCELLIN et M. GROLLIER plus connu sous le pseudonyme du GAULOIS. Merci aussi aux techniciens et aux secrétaires pour leur gentillesse et leurs compétences. En particulier un énorme merci à Danièle DEVILLER, experte en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, et qui sait si bien s'occuper de notre cholestérol !!

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à C. CHAUBET, P. DE GIOVANNI, C. BAÜERLE, H. BOUCHIAT, J. VIDAL, ainsi qu'à toutes personnes ayant participées de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Ces remerciements seraient incomplet sans une pensée aux nombreux thésards du laboratoire qui m'ont supporté durant ces trois années. Une pensée émue à CÉCILE et à ses cageots de fruits, NICO dit la marmotte, mes compagnons d'infortune du Hall, GILLES (qui imite à merveille Marlon Brando dans « Le Parrain ») et surtout Vincent VILLAR, compagnon des heures noires de la rédaction, immense homme de Science (egg theory's father), un exemple pour moi et toute ma famille. J'espère un jour approcher de la perfection qu'il représente pour moi. Merci encore Monsieur Villar. Oui, vraiment merci du fond du coeur.

Une pensée émue aux joueurs de l'équipe des Branquignols qui m'ont procuré de nombreux moments de joie...

Enfin, un grand merci à MÉLUSINE, qui malgré quelques souci de santé, répond toujours présente lorsqu'il faut tenir 13 *mK* pendant plusieurs semaines. Un grand merci aussi aux électrons qui ont bien voulu tourner sans protestation durant des semaines entières...

Mais tout ceci n'est rien comparé à l'immense gratitude que je tiens à exprimer envers KARINE. Sa gentillesse, sa patience et ses encouragements m'ont beaucoup aidé durant ces trois années. Je n'oublierai jamais cette merveilleuse matinée du 29 juin 2000...

---

---

# TABLE DES MATIÈRES

---

---

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>LA PHYSIQUE MÉSOSCOPIQUE</b>	<b>5</b>
2.1	Définitions . . . . .	5
2.1.1	Échelles de longueurs . . . . .	6
2.1.1.1	Longueur d'onde de Fermi . . . . .	6
2.1.1.2	Le libre parcours moyen inélastique . . . . .	6
2.1.1.3	Le libre parcours moyen élastique . . . . .	7
2.1.1.4	La taille du système . . . . .	7
2.1.1.5	Longueur de diffusion thermique et énergie de Thouless . . . . .	8
2.1.1.6	La longueur de cohérence de phase . . . . .	9
2.1.2	Les différents régimes mésoscopiques . . . . .	10
2.1.2.1	Le régime balistique . . . . .	10
2.1.2.2	Le régime diffusif . . . . .	10
2.2	Transport Classique . . . . .	12
2.3	Transport Quantique . . . . .	12
2.3.1	Canaux de conduction . . . . .	12
2.3.2	Formule de Landauer-Büttiker . . . . .	13
2.3.3	Effet Aharonov-Bohm . . . . .	15
2.4	Systèmes expérimentaux : Métaux et Semiconducteurs . . . . .	18
2.5	Hétérostructure AlGaAs/GaAs . . . . .	19
2.5.1	L'Arséniure de Gallium . . . . .	19
2.5.2	Hétérostructure AlGaAs/GaAs à modulation de dopage . . . . .	19

2.6	Lithographie . . . . .	23
2.6.1	Le Lift-off . . . . .	23
2.6.2	La gravure du gaz 2D . . . . .	24
2.6.3	Les contacts ohmiques . . . . .	25
<b>3</b>	<b>LES COURANTS PERMANENTS</b>	<b>27</b>
3.1	Théorie . . . . .	27
3.1.1	Introduction . . . . .	27
3.1.2	Cas 1D : un système modèle . . . . .	27
3.1.3	L'anneau réel . . . . .	32
3.1.3.1	Rigidité spectrale et corrélation de niveaux . . . . .	33
3.1.3.2	Le courant moyen : $\langle I \rangle$ . . . . .	34
3.1.3.3	Contribution électron-électron : $\langle I_{ee} \rangle$ . . . . .	37
3.1.3.4	Fluctuations des courants permanents : $I_{typ}$ . . . . .	39
3.2	Historique expérimental . . . . .	42
3.2.1	Courant moyen . . . . .	42
3.2.2	Courant typique . . . . .	43
3.3	Courants permanents dans des anneaux connectés . . . . .	45
<b>4</b>	<b>SYSTÈME EXPÉRIMENTAL</b>	<b>51</b>
4.1	Le gaz d'électrons bidimensionnel . . . . .	51
4.1.1	Propriétés élémentaires du gaz 2D . . . . .	51
4.1.2	Caractérisation du gaz 2D . . . . .	53
4.2	Structure générale des anneaux . . . . .	54
4.2.1	Description des anneaux . . . . .	54
4.2.2	Confinement du gaz 2D : utilisation des grilles . . . . .	54
4.3	Le SQUID . . . . .	57
4.3.1	Quantification du fluxoïde . . . . .	57

4.3.2	Les jonctions Josephson . . . . .	58
4.3.3	Théorie du SQUID DC . . . . .	62
4.3.4	Effet de l'inductance du SQUID . . . . .	65
4.3.5	Le $\mu$ -SQUID . . . . .	65
4.3.5.1	Description . . . . .	65
4.3.5.2	Principe de l'électronique de mesure . . . . .	69
4.3.5.3	Constante de temps de refroidissement du $\mu$ -SQUID . . . . .	70
4.3.6	Le $\mu$ -SQUID gradiomètre . . . . .	73
4.4	Lithographie de l'échantillon . . . . .	76
4.5	Connection de l'échantillon . . . . .	83
4.6	Cryogénie . . . . .	83
4.6.1	Principe du cryostat à dilution . . . . .	83
4.6.2	Thermométrie et filtrage des hyperfréquences . . . . .	85
4.7	Acquisition des données . . . . .	86
4.7.1	Chaîne de mesure . . . . .	86
4.7.2	Programme d'acquisition . . . . .	88
4.7.3	Enregistrement des fichiers . . . . .	89
4.8	Traitement des données . . . . .	92
4.8.1	La Transformée de Fourier Rapide . . . . .	92
4.8.2	Préparation des données . . . . .	92
4.8.3	Statistique sur l'ensemble des spectres . . . . .	96
4.8.4	Programme de traitement des données . . . . .	97
<b>5</b>	<b>RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX</b>	<b>101</b>
5.1	Caractérisation de l'échantillon . . . . .	101
5.1.1	Les grilles . . . . .	101
5.1.2	Le gradiomètre . . . . .	103

5.1.2.1	Histogramme de courant critique . . . . .	103
5.1.2.2	Bruit en flux du $\mu$ -SQUID . . . . .	104
5.1.2.3	Bruit quantique . . . . .	105
5.1.2.4	Bruit basse fréquence . . . . .	106
5.1.2.5	Compensation du champ magnétique . . . . .	108
5.1.2.6	Champ magnétique critique . . . . .	108
5.1.2.7	Gain du gradiomètre . . . . .	111
5.1.2.8	Tableaux récapitulatifs . . . . .	112
5.2	Spectres typiques . . . . .	113
5.2.1	Spectre typique des courants permanents pour le RUN 1 . . . . .	114
5.2.1.1	La composante à $\phi_0$ . . . . .	114
5.2.1.2	La composante à $\phi_0/2$ . . . . .	116
5.2.2	Effet Aharonov-Bohm . . . . .	118
5.3	Le rapport signal/bruit . . . . .	121
5.3.1	Définition . . . . .	121
5.3.2	Optimisation du rapport signal/bruit . . . . .	121
5.4	Aimantation typique des courants permanents . . . . .	125
5.4.1	Rappels théoriques . . . . .	125
5.4.2	Résultats . . . . .	125
5.4.3	Conclusion . . . . .	128
5.5	Tableaux récapitulatifs des résultats . . . . .	129
<b>6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>131</b>
	ANNEXE A	<b>133</b>
	ANNEXE B	<b>135</b>
	ANNEXE C	<b>139</b>



---

BIBLIOGRAPHIE

145



---



---

LISTE DES FIGURES

---



---

2.1	Dimensions du système mésoscopique . . . . .	11
2.2	Régimes balistique et diffusif . . . . .	11
2.3	Géométrie considérée par Landauer pour le calcul de la conductance d'un système mésoscopique . . . . .	13
2.4	Géométrie standard d'une expérience d'Aharonov-Bohm en mésophysique.	15
2.5	Maille élémentaire de l'Aséniure de Gallium . . . . .	20
2.6	Structure de bande du GaAs . . . . .	20
2.7	Hétérojonction AlGaAs/GaAs . . . . .	21
2.8	Diagramme énergétique de l'hétérojonction AlGaAs/GaAs . . . . .	22
2.9	Technique du lift-off . . . . .	23
2.10	Gravure du gaz d'électrons bidimensionnel . . . . .	24
3.1	Courant permanent dans un anneau mésoscopique 1D . . . . .	28
3.2	Spectre d'énergie d'un anneau mésoscopique 1D sans désordre traversé par un flux magnétique $\phi$ . . . . .	30
3.3	Amplitude du courant permanent dans un anneau 1D non désordonné en fonction de la parité du nombre d'électrons . . . . .	32
3.4	Spectre d'énergie d'un anneau 3D diffusif . . . . .	33
3.5	Facteurs de connectivités $2/z_\alpha$ pour diverses géométries . . . . .	48
3.6	Aimantaion $\langle M_{ee} \rangle$ par anneau pour diverses géométries d'anneaux connectés	49
4.1	Structure générale des anneaux . . . . .	55
4.2	Disposition des trois grilles de déplétion . . . . .	56
4.3	Différents types de jonction Josephson . . . . .	59
4.4	Modèle RSJC . . . . .	60

4.5	Courbe théorique de la tension normalisée en fonction du courant normalisé pour différentes valeurs du paramètre $\beta_C$ de McCumber . . . . .	61
4.6	Hystérésis d'une jonction Josephson . . . . .	62
4.7	Pont de Dayem . . . . .	62
4.8	Schéma représentatif du SQUID DC . . . . .	63
4.9	Amplitude du flux créé par une sphère d'aluminium de $50\text{nm}$ de diamètre dans un SQUID . . . . .	66
4.10	Calcul de la mutuelle inductance entre un SQUID et une boucle carrée . . . . .	66
4.11	Schéma de principe de l'électronique de SQUID . . . . .	70
4.12	Évolution dans le temps du courant de polarisation auquel est soumis le gradiomètre . . . . .	71
4.13	Description simplifiée du gradiomètre . . . . .	73
4.14	Schéma de principe du gradiomètre . . . . .	75
4.15	Principales étapes de la réalisation des échantillons . . . . .	78
4.16	Principales étapes de la réalisation des échantillons (suite) . . . . .	79
4.17	Photographie des microponts . . . . .	80
4.18	Photographie optique de l'échantillon . . . . .	81
4.19	Photographie optique de l'échantillon vue dans sa totalité . . . . .	82
4.20	Connection du gradiomètre aux plots de mesure . . . . .	84
4.21	Photographie du porte échantillon . . . . .	84
4.22	Description de la chaîne de mesure . . . . .	87
4.23	Interface graphique du programme d'acquisition . . . . .	90
4.24	En-tête présent dans chaque fichier . . . . .	91
4.25	Fichiers acquis pour la mesure des courants permanents . . . . .	91
4.26	Fichiers $R$ et $M$ . . . . .	93
4.27	Fichiers $S$ et $B$ . . . . .	93
4.28	Ordre des opérations pour créer les fichiers $S$ et $B$ . . . . .	95

4.29	Représentation dans le plan complexe d'une mesure $S$ d'une quantité physique $I$ dans l'hypothèse d'un bruit gaussien $B$ . . . . .	97
4.30	Interface graphique du programme de traitement des données . . . . .	99
4.31	FFT d'un sinus . . . . .	100
4.32	FFT d'un signal équivalent à celui des courants permanents . . . . .	100
4.33	FFT d'un signal équivalent à celui des courants permanents (suite) . . . . .	100
5.1	Boitier de polarisation des grilles . . . . .	102
5.2	Évolution de la résistance du réseau comportant seize anneaux en fonction des tensions appliquées sur les différentes grilles . . . . .	103
5.3	Histogramme du courant critique du gradiomètre . . . . .	104
5.4	Spectre de puissance du courant critique du gradiomètre . . . . .	107
5.5	Évolution du courant critique du gradiomètre en fonction du champ magnétique extérieur appliqué . . . . .	109
5.6	Courant critique d'un gradiomètre non compensé . . . . .	109
5.7	Évolution du courant critique du gradiomètre en fonction du courant injecté dans la boucle d'étalonnage . . . . .	111
5.8	Spectre de puissance typique de l'aimantation mesurée dans le RUN 1 . . . . .	114
5.9	Filtrage numérique du signal des courants permanents . . . . .	115
5.10	Spectre de puissance typique de la mesure de la résistance du réseau . . . . .	119
5.11	Filtrage numérique de la résistance de l'échantillon en fonction du champ magnétique . . . . .	120
5.12	Détermination du meilleur $r_{s/b}$ , en utilisant le critère BF . . . . .	123
5.13	Optimisation de $r_{s/b}$ avec le critère HF . . . . .	123
5.14	Calcul de $r_{s/b}$ dans une plage en fréquence où les courants permanents n'existent pas . . . . .	124
5.15	$r_{s/b}$ obtenu dans la bande de fréquence $\phi_0$ et dans une plage en fréquence prise très au-delà . . . . .	124
8.1	Représentation schématique du SQUID shunté . . . . .	136

8.2	Effet de proximité . . . . .	137
8.3	Géométrie adoptée pour la résistance de shunt . . . . .	137
8.4	Autre géométrie possible pour la résistance de shunt . . . . .	138

---

---

## LISTE DES TABLEAUX

---

---

2.1	Comparatif des ordres de grandeurs caractéristiques pour différents matériaux	18
4.1	Caractéristiques physiques des couches de gaz 2D utilisées . . . . .	53
5.1	Tensions de grilles donnant une déplétion totale du gaz 2D . . . . .	112
5.2	Caractéristiques physiques des deux gradiomètres utilisés . . . . .	112
5.3	Valeurs moyennes et écart-types des distributions des amplitudes carrées du signal et du bruit . . . . .	126
5.4	Tableau récapitulatif des quatre runs . . . . .	129
5.5	Amplitude des courants typiques obtenus pour les quatre runs . . . . .	129





## INTRODUCTION

LE SUJET de cette thèse s'intègre dans le cadre de la Physique Mésoscopique. Celle-ci s'intéresse à des systèmes conducteurs dont la taille est comprise entre l'échelle macroscopique, régie par la physique dite classique, et celle microscopique des atomes et molécules, caractérisée par la dominance des effets quantiques. Dans ces systèmes, la description de l'électron en terme de particule est insuffisante à la compréhension des phénomènes observés.

La nature ondulatoire des électrons fut prise en compte pour la première fois par Rolf Landauer en 1957 dans ses travaux portant sur la description de la conduction d'un système mésoscopique en terme de diffusion des ondes électromagnétiques au niveau de Fermi [1]. Mais à cette époque, tant au niveau théorique qu'expérimental, cette idée reçut fort peu d'échos favorables. Notons que les travaux de Landauer n'étaient pas très différents de ceux réalisés antérieurement par Frenkel (1930), Ehrenberg et Hoenel (1931), et plus tard par Sommerfeld, sur les transmissions à travers des barrières de potentiel, mais diffèrent surtout par des considérations d'écrantage.

L'aspect quantique des systèmes mésoscopiques donne un rôle primordial à la phase de la fonction d'onde électronique. Celle-ci est définie sur l'ensemble du système, à condition que ce dernier possède des dimensions inférieures à la longueur au bout de laquelle l'électron perd la mémoire de sa phase. Cette distance est la longueur de cohérence de phase électronique  $l_\phi$ . Expérimentalement, la difficulté réside dans la nécessité d'obtenir des systèmes dont la taille est inférieure à cette longueur de cohérence de phase.

Les progrès techniques dans les domaines tels que la cryogénie ou la lithographie, sont à l'origine de l'essor de la physique mésoscopique dans les années 1980, et ont ainsi redonné un intérêt nouveau envers les concepts développés par Landauer.

Tout d'abord, la longueur de cohérence de phase des électrons croît lorsque la tempéra-

ture diminue, pouvant atteindre plusieurs micromètres à très basses températures. Ces dernières sont obtenues grâce au cryostat à dilution développé dans les années 1960.

De plus, le développement de la lithographie par faisceau d'électrons au début des années 1980 a donné accès à des systèmes dont la taille est inférieure à la longueur de cohérence de phase électronique.

C'est ainsi qu'une des premières expériences sur la nature ondulatoire des électrons concernant le transport quantique fut celle de Sharvin et Sharvin en 1981. Ceux-ci ont mesuré des oscillations dans la conductance d'un film cylindrique (diamètre  $1\ \mu m$ , longueur  $1\ cm$ ) de métal normal (Magnésium et Lithium) en fonction du champ magnétique appliqué dans l'axe du cylindre [2]. Les auteurs ont observé une magnétorésistance qui oscille avec la période  $h/2e$ . Ont suivi des expériences mettant en évidence les oscillations de conductance, mais cette fois ci de période  $h/e$ , dans un anneau d'or de taille micrométrique (diamètre moyen de  $820\ nm$ ) [3]. D'autres expériences ont montré la quantification de la conductance, phénomène purement quantique [4]. Parallèlement, la théorie s'enrichit avec, par exemple, la généralisation de l'approche de Landauer à plusieurs canaux [5].

Mais la physique mésoscopique ne s'intéresse pas seulement au transport électronique. Le système mésoscopique est par définition quantiquement cohérent, de sorte que la cohérence de phase joue aussi un rôle important sur ses propriétés d'équilibre thermodynamique. En particulier, un anneau mésoscopique non-supraconducteur, isolé, à l'équilibre thermodynamique, et transpercé par un flux magnétique, est parcouru par un courant non-dissipatif permanent, lié aux propriétés de la fonction d'onde électronique en fonction du flux : il s'agit des courants permanents.

Les courants permanents sont un des effets le plus remarquable et fondamental de la physique mésoscopique : remarquable, car il s'agit d'un courant non dissipatif parcourant un anneau isolé non supraconducteur dont la résistance peut être de l'ordre de quelques KiloOhms ; fondamental, car dans le cas unidimensionnel il s'agit d'un système modèle simple.

Ce courant d'équilibre thermodynamique a été mis en lumière, d'un point de vue théorique, par Büttiker, Imry et Landauer en 1983 [6]. Bien que de nombreux autres travaux théoriques aient suivi, fort peu d'expériences ont été menées jusqu'alors, celles-ci concluant bien souvent à des résultats différents des prédictions théoriques. Ceci s'explique par le

---

faible signal d'aimantation, encore inaccessible aux magnétomètres commerciaux, et aussi très difficile à mesurer même en laboratoire. La mesure des courants permanents reste donc encore un véritable défi expérimental.

Bien que l'existence des courants permanents ait été clairement établie depuis plusieurs années dans des systèmes isolés [7, 8, 9, 10, 11], on peut se demander s'il s'agit d'un phénomène propre à ces derniers. En d'autres termes, les courants permanents existent-ils dans une géométrie ouverte, c'est-à-dire dans une géométrie permettant aux électrons de sortir de l'anneau, ou encore dans un système dont la taille est supérieure à la longueur de cohérence de phase électronique? Cette thèse s'intéresse donc à la mesure des courants permanents dans une géométrie ouverte d'anneaux connectés, gravés dans un gaz d'électrons bidimensionnel réalisé à partir d'une hétérostructure AlGaAs/GaAs. La taille totale du réseau d'anneaux est bien supérieure à la longueur de cohérence de phase électronique, alors que le périmètre de chaque anneau est inférieur à  $l_\phi$ . La mesure d'aimantation est réalisée par une technique de  $\mu$ -SQUID. Ce dernier est fabriqué par lithographie électronique et déposé sur l'échantillon même, permettant ainsi un couplage quasi-parfait entre le magnétomètre et les anneaux. Par ailleurs, la faible amplitude du signal à mesurer (de l'ordre de  $1\text{ nA}$  par anneau) nous a obligé à utiliser des techniques de traitement statistique de données.

Dans un premier temps, nous allons décrire les principes généraux de la physique mésoscopique, suivie d'une partie entièrement consacrée à la théorie des courants permanents. Le système expérimental sera ensuite détaillé et caractérisé. La dernière partie sera consacrée aux résultats expérimentaux obtenus dans une géométrie de quatre et seize anneaux connectés.



---

---

## 2

---

---

# LA PHYSIQUE MÉSOscopIQUE

---

---

### 2.1 Définitions

UN SYSTÈME mésoscopique<sup>1</sup> est un système physique dont les dimensions se situent entre les échelles microscopique (atomes ou molécules) et macroscopique (celle de notre quotidien). Ses dimensions, typiquement quelques microns, lui confèrent des caractéristiques physiques provenant aussi bien de la physique du solide (grand nombre d'électrons, présence de défauts cristallins), que de la physique microscopique (cohérence quantique des fonctions d'ondes électroniques sur l'ensemble de l'échantillon). Le grand nombre d'électrons rend pertinentes les notions de température électronique, de niveau de Fermi ou encore de vitesse de Fermi. Mais surtout, le système mésoscopique est un système *quantiquement cohérent*. Les électrons sont décrits par des ondes sujettes à des phénomènes d'interférences qui dominent aussi bien le transport électronique que les propriétés thermodynamiques du système.

Le désordre occupe une place fondamentale dans la description des phénomènes mésoscopiques. Celui-ci est caractérisé par le libre parcours moyen élastique  $l_e$ , essentiellement lié à la concentration des défauts cristallins. Les processus de fabrication d'un échantillon (que nous détaillerons plus loin) conduisent à une répartition aléatoire de ces défauts dans celui-ci. Deux échantillons de même taille et forme, et élaborés de manières identiques, vont donc présenter deux configurations distinctes de désordre. Dans le cas des interférences optiques, chaque chemin optique cohérent contribue aux interférences. Il en est de même en mésophysique : les effets d'interférences électroniques impliquent les différentes trajectoires électroniques cohérentes présentes dans l'échantillon considéré. Ces trajectoires dépendent de la configuration du désordre, et sont donc caractéristiques de chaque échantillon. En conséquence, les interférences quantiques électroniques dépendent de la distribution du dés-

---

1 – La racine grecque *mesos* signifie moyen.

ordre. Ainsi, en physique mésoscopique, deux échantillons de même nature et géométrie vont posséder des propriétés physiques bien distinctes.

Différentes échelles de longueurs caractérisent les systèmes mésoscopiques et sont associées aux phénomènes observés. En particulier, les processus élastiques et inélastiques définissent deux longueurs très importantes en physique mésoscopique : le libre parcours moyen élastique  $l_e$  et la longueur de cohérence de phase  $l_\phi$ . Nous allons définir ce que sont ces processus, ainsi que les échelles utiles pour notre système.

### 2.1.1 Échelles de longueurs

#### 2.1.1.1 Longueur d'onde de Fermi

Dans les systèmes mésoscopiques à basses températures, le courant est porté par les électrons dont l'énergie est située dans une bande de largeur  $k_B T$  autour du niveau de Fermi. La longueur d'onde associée aux électrons est la longueur d'onde de Fermi :  $\lambda_F = 2\pi/k_F$ , où  $k_F$  est le vecteur d'onde de Fermi. À température nulle, les électrons occupent les états électroniques tel que leur vecteur d'onde  $\vec{k}$  vérifie  $|\vec{k}| \leq k_F$ . Sachant que  $|\vec{k}|$  occupe un volume élémentaire de  $(2\pi)^d$ , où  $d$  est la dimension de l'espace des phases, la densité électronique  $n_e$  est donnée par [12, 13] :

$$n_e = \begin{cases} \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{3} k_F^3 & , \text{ à 3 dimensions} & (2.1) \\ \frac{2}{(2\pi)^2} \pi k_F^2 & , \text{ à 2 dimensions} & (2.2) \\ \frac{2}{2\pi} 2k_F & , \text{ à 1 dimension} & (2.3) \end{cases}$$

le facteur 2 provenant du spin de l'électron. Dans les métaux,  $\lambda_F$  vaut typiquement quelques angströms et dans les semiconducteurs quelques centaines d'angströms.

#### 2.1.1.2 Le libre parcours moyen inélastique

Les processus inélastiques, auxquels sont soumis les électrons, sont des processus incohérents et irréversibles. Ils sont essentiellement liés aux interactions des électrons avec leur environnement, comme les collisions électron-électron, électron-photon et électron-phonon. Ces chocs inélastiques sont des processus qui échangent de l'énergie avec l'électron. Ils induisent alors un déphasage aléatoire de la fonction d'onde électronique, puisqu'ils font

intervenir l'état de la particule incidente. Ce déphasage aléatoire brouille donc les effets d'interférences quantiques au-delà d'une distance notée  $l_{in} = \min(l_{e-e}, l_{e-photon}, l_{e-phonon})$ .

### 2.1.1.3 Le libre parcours moyen élastique

Dans un cristal parfait, les électrons sont décrits par des ondes de Bloch et se déplacent comme des électrons libres, mais avec une masse différente [14, 12]. En présence de désordre, les électrons sont diffusés sur des impuretés ou des défauts cristallins, ce qui change leur vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Mais ces diffusions sont élastiques pour l'électron, c'est-à-dire que ceux-ci conservent leur énergie lors des chocs. Autrement dit, deux électrons suivant la même trajectoire mais séparés dans le temps vont être diffusés de la même façon<sup>2</sup>. En l'occurrence, la phase accumulée le long de la trajectoire est identique pour les deux électrons : au désordre n'est donc associé aucune perte de cohérence. Le libre parcours moyen élastique est la distance entre deux chocs élastiques et est défini par :

$$\boxed{l_e = v_F \tau_e} \quad (2.4)$$

où  $v_F$  est la vitesse de Fermi et  $\tau_e$  le temps moyen entre deux chocs élastiques. C'est une grandeur importante puisqu'un échantillon dont la taille est inférieure à  $l_e$  se comportera différemment d'un échantillon dont la taille en est supérieure, comme nous le verrons plus loin.

Notons que  $\tau_e$  et la conductivité de Drude  $\sigma_D$ , sont reliés par l'équation de Boltzmann :

$$\sigma_D = \frac{n_e e^2 \tau_e}{m^*} \quad (2.5)$$

où  $m^*$  est la masse effective de l'électron,  $e$  sa charge, et  $n_e$  la densité électronique.

### 2.1.1.4 La taille du système

Considérons un système rectangulaire de taille  $L_x \times L_y \times L_z$  tel que  $L_x < L_y < L_z$  (fig 2.1). La dimension du système est obtenue en comparant ses longueurs caractéristiques à  $\lambda_F$  :

$$\lambda_F \ll L_x < L_y < L_z \quad : \quad 3\text{D (matériaux massifs)}$$

$$L_x < \lambda_F \ll L_y < L_z \quad : \quad 2\text{D (hétérostructures)}$$

---

2 – Les processus élastiques sont indépendants du temps.

$$L_x < L_y < \lambda_F \ll L_z \quad : \quad 1D$$

$$L_x < L_y < L_z < \lambda_F \quad : \quad 0D \text{ (boites quantiques)}$$

Notons, que l'on peut aussi définir la dimensionnalité d'un système mésoscopique par rapport à  $l_\phi$  :

$$L_x < L_y < L_z < l_\phi \quad : \quad 3D$$

$$L_x < L_y < l_\phi \ll L_z \quad : \quad 2D$$

$$L_x < l_\phi \ll L_y < L_z \quad : \quad 1D$$

### 2.1.1.5 Longueur de diffusion thermique et énergie de Thouless

Au delà d'une distance égale à  $l_e$ , l'électron subit de nombreux chocs sur les impuretés présentes dans le système. Son déplacement est aléatoire entre deux impuretés (mouvement brownien) : l'électron se déplace donc de manière diffusive dans l'échantillon, cette diffusion étant caractérisée par le coefficient de diffusion  $D$  :

$$\boxed{D = \frac{1}{d} v_F^2 \tau_e = \frac{1}{d} v_F l_e} \quad (2.6)$$

où  $d$  est la dimension du système, et  $v_F$  la vitesse de Fermi. Le temps nécessaire à l'électron pour diffuser à travers un système de taille  $L$  est donné par le temps de diffusion  $\tau_D$ , défini par :

$$\boxed{\tau_D = \frac{L^2}{D}} \quad (2.7)$$

Dans le cadre de l'approximation semi-classique, l'électron diffuse le long de chemins, chaque chemin  $l$  étant caractérisé par une amplitude de probabilité complexe [15] :

$$\Psi_l = |\Psi_l| \exp \left[ i \frac{S_l}{\hbar} \right]$$

où  $S_l = \int_l \vec{k} \cdot \vec{dl} - Et_l$  est l'intégrale d'action sur le chemin  $l$ , et  $t_l$  la durée du parcours de  $l$ . Considérons le chemin dont la longueur est égale à celle de l'échantillon. Le temps mis par l'électron pour le parcourir est donc égal au temps de diffusion  $\tau_D$ . Supposons que deux électrons de même vecteur d'onde, mais d'énergies différentes, diffusent le long de ce chemin. Les interférences des deux fonctions d'ondes associées à chaque électron, ne seront brouillées que si leur différence de phase égale ou excède  $2\pi$  :

$$\frac{\Delta E \tau_D}{\hbar} \geq 2\pi$$



ce qui se traduit par un écart en énergie  $\Delta E \geq h/\tau_D = E_c$ . Cette énergie  $E_c$  est l'énergie de Thouless [16] :

$$E_c = \frac{h}{\tau_D} = \frac{hD}{L^2} \quad (2.8)$$

Ainsi, seuls les électrons dont l'énergie est comprise dans une bande d'énergie de largeur  $E_c$  autour du niveau de Fermi participent de manière cohérente aux phénomènes d'interférences quantiques. Il s'agit donc d'une énergie très importante puisqu'elle détermine l'échelle d'énergie dans laquelle sont observables les effets mésoscopiques.

Notons que dans le cas où la taille du système est inférieure à  $l_e$  (régime balistique), le temps mis par l'électron pour traverser l'échantillon est  $L/v_F$ . L'énergie de Thouless devient alors :

$$E_c = \frac{hv_F}{L} \quad (2.9)$$

Nous avons vu qu'à température non nulle, le transport est déterminé par les électrons dont l'énergie est comprise dans une bande de largeur  $k_B T$  autour du niveau de Fermi. Les excitations thermiques présentes impliquent que l'électron perd sa cohérence de phase après un temps de l'ordre de  $h/k_B T$ . Ceci définit une longueur appelée longueur de diffusion thermique :

$$l_T = \sqrt{\frac{hD}{k_B T}} = L \sqrt{\frac{E_c}{k_B T}} \quad (2.10)$$

### 2.1.1.6 La longueur de cohérence de phase

Nous avons vu que l'électron interagit avec les excitations du milieu (autres électrons, phonons, photons...). Ces interactions sont inélastiques et introduisent un déphasage aléatoire de la fonction d'onde électronique. L'électron perd donc sa cohérence de phase au-delà d'une distance essentiellement limitée par  $l_{in}$ . Cette distance est la longueur de cohérence de phase, notée  $l_\phi$ , et définie par :

$$l_\phi = \sqrt{D\tau_\phi} \quad (2.11)$$

où  $\tau_\phi = \tau_{in}$ . Les phénomènes d'interférences mésoscopiques ne sont donc observables que sur des distances inférieures à  $l_\phi$ . Une des principales difficultés des expériences est donc l'obtention d'une grande longueur de cohérence de phase. Pour cela, il faut limiter au maximum les processus inélastiques : les interactions électrons-phonons étant proportionnelles à

$T^3$  [14, 12], il suffit de descendre à suffisamment basse température pour que  $l_{e-phonon}$  devienne très grande par rapport à la taille du système. Il en est de même pour les photons, où les basses températures associées à un filtrage adapté, permettent de limiter grandement les interactions électrons-photons. La physique mésoscopique est donc nécessairement une physique des très basses températures. Reste alors les interactions électrons-électrons dont les effets sont complexes, mais dont l'amplitude diminue aussi avec la température.

### 2.1.2 Les différents régimes mésoscopiques

Considérons un système mésoscopique, c'est-à-dire un système dont la taille  $L$  est inférieure à la longueur de cohérence de phase  $l_\phi$ . La comparaison de  $l_e$  avec  $L$  nous permet de déterminer dans quel régime se situe le système [17].

#### 2.1.2.1 Le régime balistique

Ce régime est caractérisé par :  $L \leq l_e \ll l_\phi$ . Lors de la traversée de l'échantillon, l'électron subit seulement des chocs élastiques sur ses bords (fig 2.2) : la géométrie du système est alors très importante puisque ce sont les bords de l'échantillon qui jouent le rôle de diffuseur.

C'est un régime spécifique aux systèmes très propres, comme le sont les gaz d'électrons bidimensionnels. Dans ceux-ci, le libre parcours moyen élastique  $l_e$  peut atteindre  $10 \mu m$ .

#### 2.1.2.2 Le régime diffusif

$l_e \ll L \ll l_\phi$  : le système contient alors un grand nombre d'impuretés sur lesquelles l'électron subit de nombreux chocs élastiques lors de sa traversée (fig 2.2). Les bords de ce dernier n'interviennent donc pas pour décrire les phénomènes mésoscopiques. C'est le régime des systèmes métalliques, dans lesquels nous avons  $l_e \sim 100 \text{ \AA}$  et  $\lambda_F \sim 10 \text{ \AA}$ .

Dans ces deux régimes, nous avons  $\lambda_F \ll l_e$ , ce qui se réécrit généralement sous la forme  $k_F l_e \gg 1$ . Le terme  $k_F l_e$  caractérise l'amplitude du désordre du système, indépendamment de ses dimensions. Pour  $k_F l_e \gg 1$ , le désordre est faible, et on peut décrire le mouvement de l'électron, entre deux chocs élastiques sur les impuretés, de manière rectiligne. Par contre, pour  $k_F l_e \ll 1$ , le désordre est dit fort, et la description précédente n'est plus valide. L'électron est alors localisé dans une région de taille  $\zeta^d$  ( $d$  est la dimension du

système), où  $\zeta$  est la longueur de localisation d'Anderson [18]. L'électron ne peut donc traverser librement l'échantillon, c'est le régime isolant.

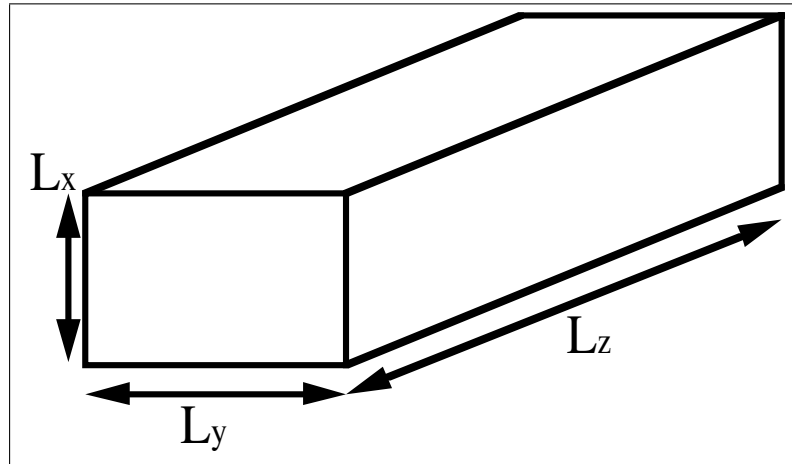


FIG. 2.1 – Système mésoscopique confiné dans une boîte de taille  $L_x \times L_y \times L_z$ . La dimension du système est obtenue en comparant ses longueurs caractéristiques à  $\lambda_F$ .

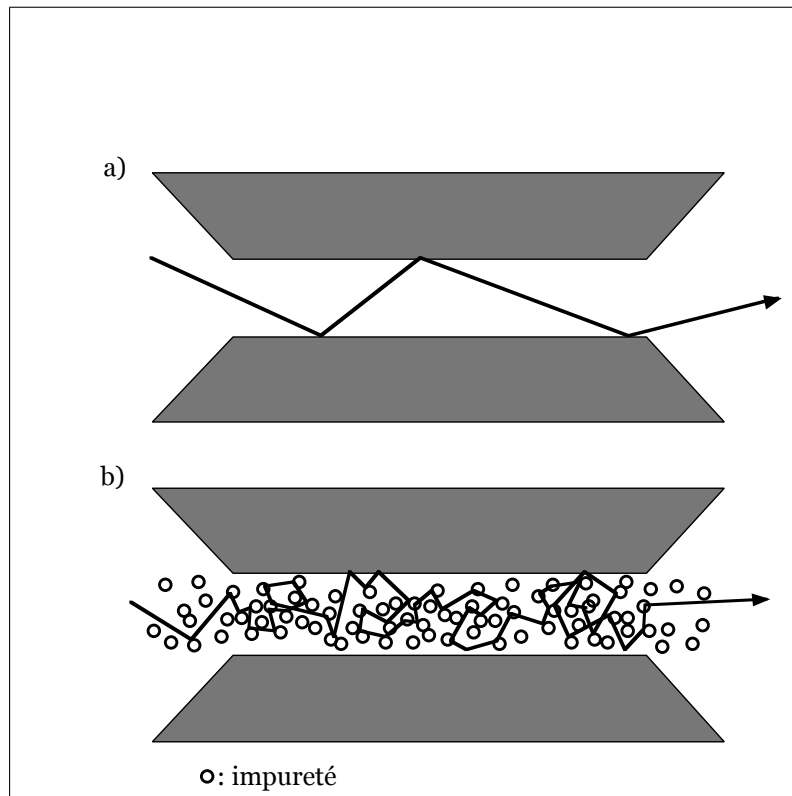


FIG. 2.2 – Deux principaux régimes de la physique mésoscopique : a) le régime balistique ( $l_e > L$ ) où l'électron traverse l'échantillon en ne subissant que des chocs sur les parois ; b) le régime diffusif ( $l_e < L$ ) pour lequel l'électron traverse l'échantillon en subissant de nombreux chocs sur les impuretés du système.

## 2.2 *Transport Classique*

Le transport classique est décrit par le modèle de Drude et s'applique aux systèmes dont les dimensions sont très supérieures à la longueur de cohérence de phase : ceci définit l'échelle macroscopique. Cette théorie est basée sur deux hypothèses principales : avant tout, les électrons se déplacent sans aucune interaction, ni entre eux, ni avec le réseau, si bien que leur mouvement est rectiligne et uniforme en l'absence de perturbation extérieure. En présence de désordre, les collisions sur les impuretés du réseau sont instantanées et redistribuent les vitesses des électrons de façon aléatoire. Il s'agit donc d'un modèle classique dans lequel les électrons sont des particules ponctuelles, indéformables et soumises à une force extérieure. Il faut remarquer que cette théorie est basée sur la définition de grandeurs locales comme le sont la conductivité et la mobilité. On peut ainsi découper le système en morceaux, chacun étant régi par les lois du transport classique. Mais cette description devient fautive dans les systèmes mésoscopiques : par définition ce sont des systèmes quantiquement cohérents, et les découper en morceaux n'a pas de sens ! Il devient alors impossible de définir des grandeurs locales. Il faut donc adopter un point de vue quantique et considérer des grandeurs globales comme la conductance et la résistance pour décrire ces systèmes. C'est le point de vue adopté par Landauer que nous allons décrire par la suite.

## 2.3 *Transport Quantique*

Avant de décrire la théorie quantique du transport électronique développée par Landauer, nous allons définir une quantité qui va nous être utile pour la suite : il s'agit du nombre de canaux de conduction.

### 2.3.1 *Canaux de conduction*

Pour les systèmes de dimension supérieure à  $1D$ , on peut décomposer les états électroniques suivant différents « canaux » unidimensionnels correspondants à la quantification du vecteur d'onde transverse des électrons. L'extension spatiale de ceux-ci étant  $\lambda_F$ , le nombre de canaux  $N_c$  est donné par  $S/\lambda_F^2$  à trois dimensions et par  $2l/\lambda_F$  à deux dimensions, où  $S$  et  $l$  sont respectivement la section de l'échantillon et sa largeur. Chacun de

ces canaux contribue alors au transport électronique<sup>3</sup>.

### 2.3.2 Formule de Landauer-Büttiker

Le système mésoscopique étant quantiquement cohérent, il faut le considérer globalement. La formule de Landauer permet de relier la conductance d'un système mésoscopique à la probabilité de transmission des fonctions d'ondes électroniques au niveau de Fermi [1, 19]. Bien que se généralisant à deux et trois dimensions, nous l'établirons ici dans le cas unidimensionnel.

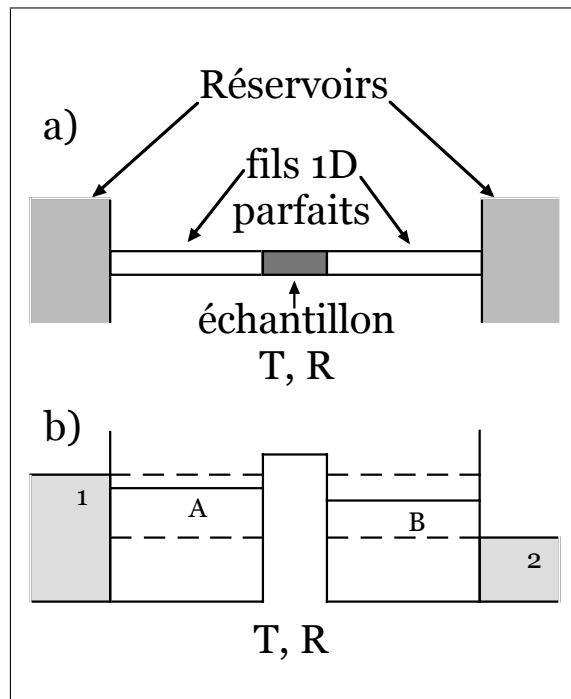


FIG. 2.3 – a) Géométrie considérée par Landauer pour le calcul de la conductance d'un système mésoscopique. L'échantillon est connecté à deux réservoirs d'électrons par des fils 1D parfaits. Ce dernier est caractérisé par une probabilité de transmission  $T$  et de réflexion  $R$  des ondes au niveau de Fermi provenant de la gauche. b) Le réservoir de gauche (droite) injecte des électrons jusqu'à une énergie égale à  $\mu_1$  ( $\mu_2$ ).  $\mu_A$  et  $\mu_B$  sont les potentiels chimiques dans les fils unidimensionnels parfaits respectivement à gauche et à droite de l'échantillon. Si on réalise une mesure quatre fils de la conductance d'un tel système, nous retrouvons bien une conductance qui diverge pour un conducteur parfait.

Considérons un système quantique de probabilité de transmission  $T$  et de réflexion  $R$  ( $T + R = 1$ ) connecté par des fils unidimensionnels identiques et parfaits (*i.e.* de transmission parfaite) à des réservoirs d'électrons (fig 2.3). Le rôle de ces réservoirs est d'absorber les électrons incidents quelles que soient leur énergie et leur phase, et d'en

<sup>3</sup>– Nous verrons plus loin que ces canaux interviennent aussi dans l'amplitude des courants permanents.

injecter avec une énergie inférieure ou égale au potentiel chimique du réservoir considéré. L'énergie et la phase des électrons injectés sont indépendantes de celles des électrons incidents. De plus les deux réservoirs sont incohérents, c'est-à-dire que les électrons injectés par chaque réservoir sont incohérents de phase entre eux : les réservoirs sont alors assimilés à des corps noirs parfaits.

Appliquons une différence de potentiel  $V_{21}$  entre les deux réservoirs de façon à imposer le passage du courant de la gauche vers la droite :

$$-eV_{21} = \mu_1 - \mu_2 \quad (2.12)$$

Notons que la différence  $\mu_1 - \mu_2$  est choisie suffisamment petite pour que  $T$  et  $R$  soient indépendants de l'énergie. Le courant total  $I$  traversant le système est alors donné par le nombre d'états compris dans la bande d'énergie  $\mu_1 - \mu_2$ , chaque état se déplaçant à la vitesse de Fermi  $v_F$  et ayant la même probabilité  $T$  d'être transmis. En notant  $n_e^+$  le nombre d'électrons se déplaçant de gauche à droite, le courant total s'écrit :

$$I = -ev_F(\mu_1 - \mu_2) \left. \frac{\partial n_e^+}{\partial E} \right|_{\varepsilon_F} T \quad (2.13)$$

À une dimension nous avons (formule 2.3) :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial n_e^+}{\partial E} \right|_{\varepsilon_F} &= \left. \frac{\partial n_e^+}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial E} \right|_{\varepsilon_F} \\ &= \frac{1}{\pi} \left. \frac{\partial k}{\partial E} \right|_{\varepsilon_F} \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\hbar v_F} \end{aligned} \quad (2.14)$$

On en déduit la *formule de Landauer* pour un canal :

$$\boxed{G = \frac{I}{V_{21}} = \frac{e^2}{\pi \hbar} T = \frac{2e^2}{h} T} \quad (2.15)$$

où  $G$  est la conductance du système. Ce résultat montre que la conductance d'un système mésoscopique idéal ( $T = 1$ ) est finie et vaut  $2e^2/h$ . Ce résultat surprenant s'explique par le fait que nous avons réalisé une mesure de conductance « deux points » au niveau des réservoirs. Nous avons donc calculé la *conductance de l'échantillon + celle des réservoirs*. Comme tous les phénomènes dissipatifs (processus inélastiques) se situent dans les réservoirs, il n'est pas étonnant de trouver une conductance finie.

### 2.3.3 Effet Aharonov-Bohm

Ayant établi que la conductance d'un système mésoscopique est proportionnelle à sa probabilité de transmission des ondes électroniques, nous allons décrire, en exemple, un phénomène majeur du transport électronique : l'effet Aharonov-Bohm, qui met en évidence la nature ondulatoire des électrons et l'effet du potentiel vecteur sur la phase de la fonction d'onde électronique.

Une application de la formule de Büttiker-Landauer est le calcul de la conductance d'un anneau mésoscopique traversé par un flux magnétique  $\phi$  (fig 2.4).

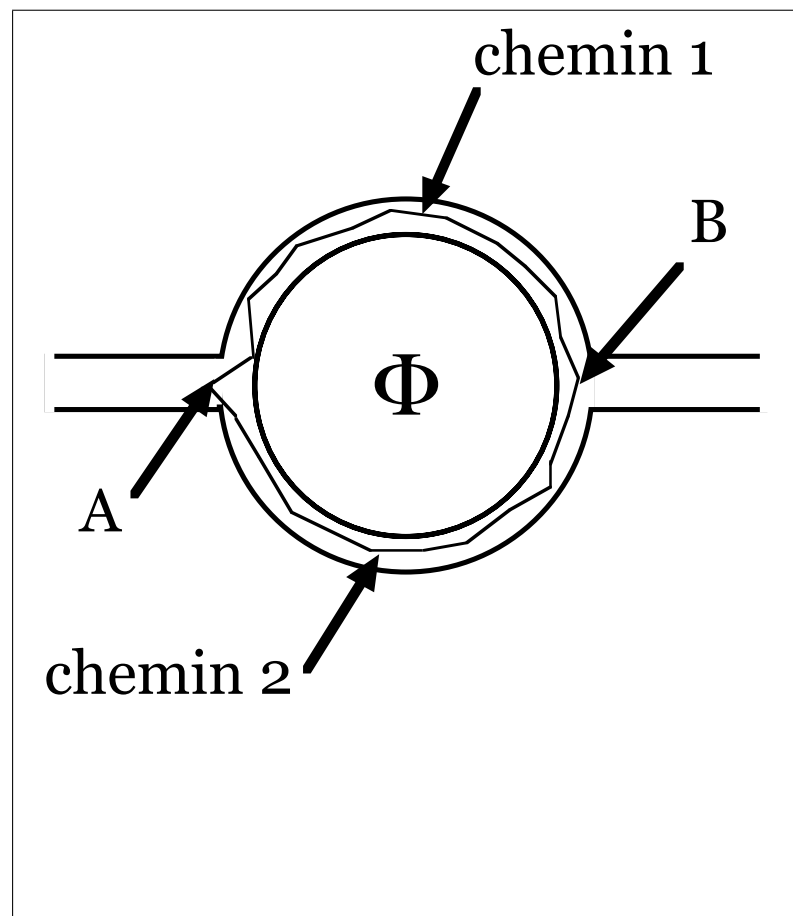


FIG. 2.4 – Géométrie standard d'une expérience d'Aharonov-Bohm en mésophysique. La fonction d'onde électronique qui décrit la propagation des électrons à travers les deux branches de l'anneau subit un déphasage sous l'effet du potentiel vecteur par l'intermédiaire du flux magnétique extérieur. En accord avec cette variation de phase, sont présentes en B des interférences destructrices et constructives. Cet effet se traduit dans la conductance de l'anneau par des oscillations en fonction du flux magnétique appliqué à la boucle.

Considérons l'interférence au point B d'une onde électronique provenant de A par les deux chemins unidimensionnels possibles 1 et 2 encerclant le flux magnétique  $\phi$ . La fonction

d'onde électronique  $\psi$  est décrite par l'équation de Schrödinger :

$$\left[ \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

où  $\vec{A}$  représente le potentiel vecteur. Dans le cadre de l'approximation semi-classique, la propagation de la fonction d'onde le long du chemin  $i$  est donnée par [15] :

$$\psi_i(\vec{r}) = a_i \exp\left(\frac{iS_i}{\hbar}\right)$$

où  $S_i$  est l'intégrale d'action sur le chemin  $i$  :  $S_i = \int_i (\vec{k}(\vec{r}) + e\vec{A}(\vec{r})) \vec{dr}$ .

La probabilité totale transmission du point A au point B,  $P(A,B)$ , est alors :

$$\begin{aligned} P(A,B) &= \left| \sum_{i=1}^2 \psi_i(\vec{r}) \right|^2 \\ &= |a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_1||a_2| \left\{ \exp\left[\frac{i}{\hbar}(S_1 - S_2)\right] \right\} \end{aligned}$$

Le terme de phase  $1/\hbar(S_1 - S_2)$  se décompose en deux autres termes dont l'un est relié au déphasage géométrique  $\delta\varphi$  accumulé le long des deux chemins (analogue de la différence de marche en optique), l'autre est relié au déphasage induit par le potentiel vecteur  $\vec{A}$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hbar}(S_1 - S_2) &= \frac{1}{\hbar} \left[ \int_1 \vec{k} \vec{dl}_1 - \int_2 \vec{k} \vec{dl}_2 \right] - \frac{e}{\hbar} \left[ \int_1 \vec{A} \vec{dl}_1 - \int_2 \vec{A} \vec{dl}_2 \right] \\ &= \delta\varphi - \frac{2\pi}{\phi_0} \oint \vec{A} \vec{dl} \\ &= \delta\varphi - \frac{2\pi\phi}{\phi_0} \end{aligned}$$

où  $dl_i$  est l'élément d'intégration sur le chemin  $i$ ,  $\phi$  le flux magnétique extérieur et  $\phi_0 = h/e$  est le quantum de flux<sup>4</sup>.

On suppose que l'anneau est parfaitement symétrique, c'est-à-dire que les bras sont identiques. Dans ce cas,  $\delta\varphi = 0$ . En notant  $|a_1| = |a_2| = |a|$ , la probabilité de transmission devient alors :

$$P(A,B) = 2|a|^2 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi\phi}{\phi_0}\right) \right] \quad (2.16)$$

---

4- *Non supraconducteur.*



La probabilité de transmission est donc proportionnelle à  $\cos(2\pi\phi/\phi_0)$ , terme qui oscille en fonction du flux magnétique extérieur avec une période  $\phi_0$ .

Comme la conductance est proportionnelle à la probabilité de transmission (formule de Landauer), cette dernière oscillera en fonction du flux magnétique extérieur appliqué avec la même période  $\phi_0$ . Nous voyons donc ici le rôle fondamental joué par le potentiel vecteur puisque c'est lui qui agit directement sur la phase de la fonction d'onde électronique produisant des interférences<sup>5</sup> constructives ou destructives suivant la valeur du flux traversant l'anneau. De telles oscillations ont été vues expérimentalement par Webb *et al.* [3] dans un anneau diffusif d'or, et par Chandrasekhar *et al.* [20] dans un anneau d'argent. Notons que les conséquences d'une mesure de conductance en quatre points ont largement été étudiées d'un point de vue théorique par Büttiker [21].

---

5 – Liées à la nature ondulatoire des électrons.

## 2.4 Systèmes expérimentaux : Métaux et Semiconducteurs

Les métaux possèdent une grande densité de porteurs ( $n_e$ ) permettant d'avoir un grand nombre de canaux de conduction ( $N_c$ , tab 2.1), mais aussi d'impuretés ce qui les rend idéaux pour l'étude des systèmes diffusifs. Les semiconducteurs, quant à eux, ont une densité de porteurs beaucoup plus faible, ce qui permet de déposer sur leur surface des grilles qui, en déplaçant les électrons par application d'une tension négative, changent *in-situ* la géométrie de l'échantillon. Les hétérostructures à base de semiconducteurs sont aussi très utilisées car elles permettent d'obtenir des gaz d'électrons bidimensionnels (gaz 2D ou 2DEG pour Two Dimensional Electron Gas) de très haute mobilité. Le libre parcours moyen élastique ( $l_e$ ) est alors très grand (tab 2.1), ce qui rend possible l'étude des systèmes en régime balistique. Il existe différents matériaux semiconducteurs dans lesquels on peut obtenir des gaz bidimensionnels : le plus connu est l'hétérostructure AlGaAs/GaAs (pour une revue de ses propriétés, se reporter à [22, 23]). On peut aussi fabriquer des hétérostructures CdTe/HgCdTe ou à base de Silicium-Germanium. Dans notre cas, nous avons utilisé un gaz d'électron bidimensionnel réalisé à partir d'une hétérojonction AlGaAs/GaAs fabriquée au Laboratoire de Microstructures et de Microélectronique<sup>6</sup> (CNRS-Bagneux) par B. Etienne et A. Cavana.

	Métaux	2DEG
$n_e$	$\sim 10^{23} \text{ cm}^{-3}$	$\sim 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
$\lambda_F$ (Å)	1 – 2	300
$l_e$ ( $\mu\text{m}$ )	0,02 – 0,05	1 – 10
$l_\phi$ ( $\mu\text{m}$ )	1	> 10
$N_c$	$10^5$	10 – 100

TAB. 2.1 – Comparatif des ordres de grandeurs caractéristiques pour différents matériaux. De part leur faible  $l_e$ , les métaux sont très bien adaptés à l'étude des systèmes diffusifs alors que les gaz 2D le sont pour le régime balistique.

Notons que les métaux épitaxiés permettent d'obtenir des longueurs de cohérence de phase de plusieurs microns.

<sup>6</sup> – Ce laboratoire est maintenant rebaptisé Laboratoire de Photonique et de Nanostructures (CNRS-Marcoussis).

## 2.5 Hétérostructure AlGaAs/GaAs

Dans cette partie nous allons nous intéresser à l'hétérostructure AlGaAs/GaAs à partir de laquelle est réalisé notre échantillon. De plus celle-ci est très utilisée pour la réalisation de systèmes mésoscopiques. En effet, c'est un système très propre permettant d'obtenir des  $l_e$  et  $l_\phi$  beaucoup plus élevés que dans les systèmes métalliques. Ces structures ont eu de nombreuses applications. Citons entre autre, le transistor HEMT (ou TEGFET) et les diodes lasers.

### 2.5.1 L'Arséniure de Gallium

L'Arséniure de Gallium (GaAs) est un composé semiconducteur *III – V*. Le réseau cristallin possède une structure de deux sous réseaux cubiques faces centrées (structure zinc blende), l'un contenant l'Arsenic (As) et l'autre le Gallium (Ga). Ces deux sous réseaux sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de diagonale suivant la direction cristallographique [111]. La figure 2.5 représente la maille élémentaire du composé GaAs dont la longueur de l'arête est de  $5,66 \text{ \AA}$ . Le GaAs est un composé à gap direct (le maximum de la bande de valence  $\Gamma_8$  correspond au minimum de la bande de conduction  $\Gamma_6$ ). La largeur de la bande interdite ( $\Gamma_6 - \Gamma_8$ ) est de  $1,42 \text{ eV}$  à  $300 \text{ K}$  (fig 2.6).

### 2.5.2 Hétérostructure AlGaAs/GaAs à modulation de dopage

Comme tout semiconducteur massif non dopé, le GaAs possède une faible densité de porteurs. Le nombre d'électrons libres peut être augmenté en introduisant des atomes d'impuretés appelés donneurs d'électrons : du silicium dans le cas présent du GaAs, dopé n, qui se place en site gallium. Cette augmentation du nombre d'électrons libres contribue à la conductivité du matériau. Mais la mobilité à basse température est limitée par les diffusions de ces électrons de conduction sur les impuretés ionisées laissées par les donneurs. Plus le nombre de donneurs est important, plus le nombre de porteurs libres est élevé, mais plus il y a de centres diffuseurs. Un dopage trop important dégrade donc la mobilité du semiconducteur considéré.

La solution proposée par Esaki et Tsu en 1969 [24] consiste à séparer spatialement les électrons libres des impuretés ionisées. C'est le principe des hétérojonctions : la jonction de deux matériaux semiconducteurs monocristallins, dont un est dopé, et de bandes interdites

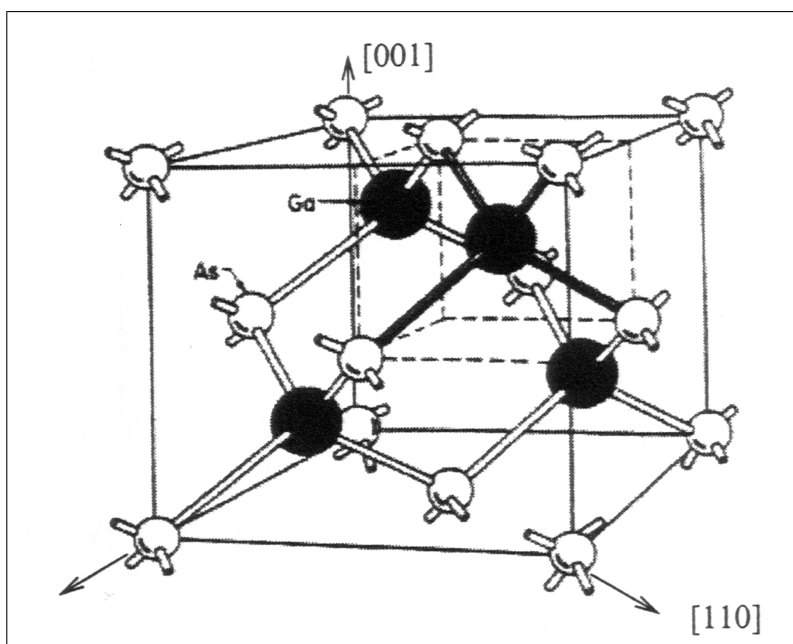


FIG. 2.5 – Maille élémentaire de l'Aséniure de Gallium. Sa structure est celle du zinc blende : deux sous réseaux cubiques faces centrées décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de diagonale suivant la direction  $[111]$ . Le Ga est représenté par les billes noires et l'As par les blanches.

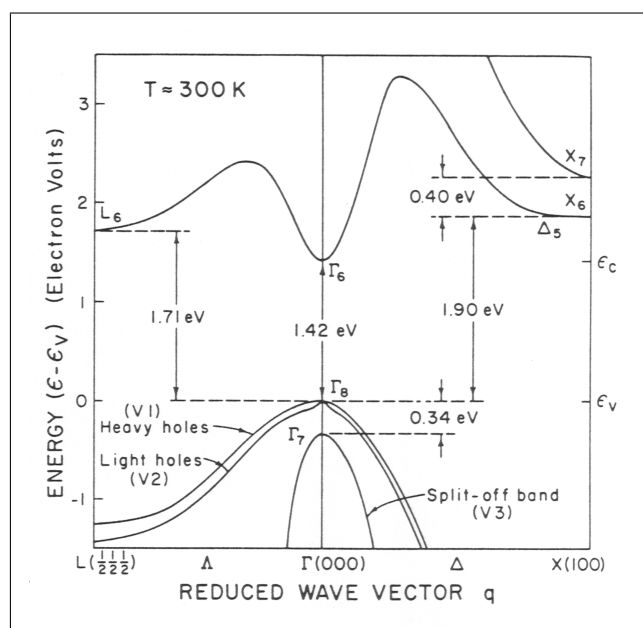


FIG. 2.6 – Structure de bande du GaAs déterminée à partir du modèle des liaisons fortes. La largeur du gap direct  $\Gamma_6 - \Gamma_8$  est de 1,42 eV à 300 K.

différentes, permet de créer un puits de potentiel à l'interface des deux matériaux dans lequel se concentrent les électrons.

Le développement des hétérostructures s'est fait grâce à la technique d'épitaxie par

jets moléculaires (MBE pour *Molecular Beam Epitaxy*), qui permet de faire croître des matériaux avec un contrôle à la couche atomique près, et ce, sur de grandes épaisseurs, et de façon parfaitement reproductible. L'idée consiste à envoyer des atomes et des molécules de matériaux très purs sur un substrat chauffé à une température appropriée. La réalisation d'hétérostructures de qualité repose sur le bon accord de maille entre les deux matériaux mis en contact. Dans notre cas, ceci est réalisé en prenant les alliages AlGaAs et GaAs.

L'alliage  $Al_xGa_{1-x}As$  possède la même structure cristalline que le GaAs et la différence entre leur paramètre de maille n'excède pas 0,3%. La bande interdite de AlGaAs varie linéairement avec la concentration  $x$  en aluminium pour  $x$  petit [23] :  $E_g[eV] = 1,424 + 1,247x$  à 300 K. Le GaAs a donc une largeur de bande interdite plus faible que celle de l'alliage AlGaAs. Notons que pour  $x > 0,44$ , le gap devient indirect. L'obtention d'une hétérostructure se fait donc par croissance de GaAs sur un substrat de même nature (couche tampon), suivi d'une couche d'alliage AlGaAs où 33% du gallium est remplacé par de l'aluminium. Ensuite, on recouvre l'ensemble d'une nouvelle couche de GaAs afin de préserver l'aluminium de l'oxydation (fig 2.7).

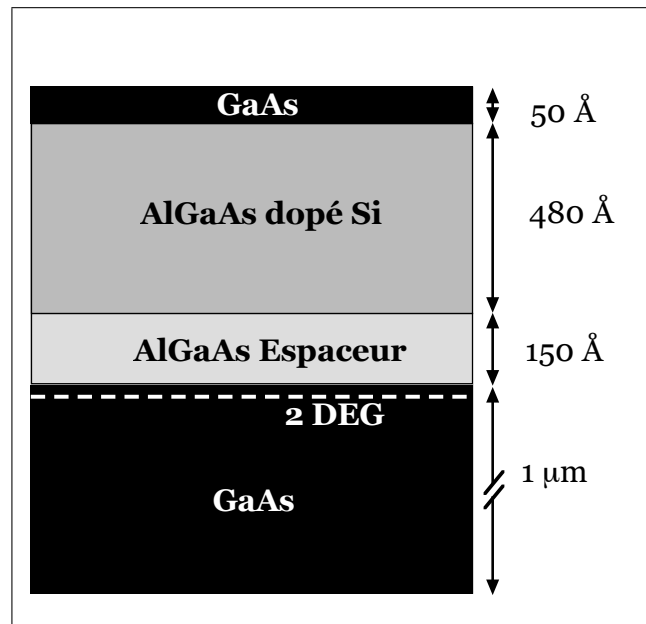


FIG. 2.7 – Hétérojonction AlGaAs/GaAs. Le gaz d'électrons bidimensionnel (pointillés) formé à l'interface de l'hétérojonction est séparé des centres diffuseurs (Si) par une couche non dopée de AlGaAs. Ceci permet d'obtenir des systèmes très propres de très haute mobilité électronique.

La technique de modulation de dopage consiste à introduire le silicium (donneur de type  $n$  dans notre cas) pendant la croissance du AlGaAs. À l'interface de l'hétérojonction entre

les deux matériaux, apparaissent une discontinuité et une courbure des bandes d'énergie qui forment le puits de potentiel. Le saut de potentiel à l'hétérojonction précipite environ 10% des électrons amenés par les donneurs dans le puits de potentiel qui se situe du côté du GaAs, le reste restant piégé en surface. Le puits est de forme triangulaire dont la largeur à mi-hauteur est d'environ 50 Å, ce qui conduit à la quantification des niveaux d'énergie électroniques suivant la direction de croissance des couches. Nous avons donc un gaz d'électrons bidimensionnel dans le plan de l'hétérojonction (fig 2.7 et fig 2.8).

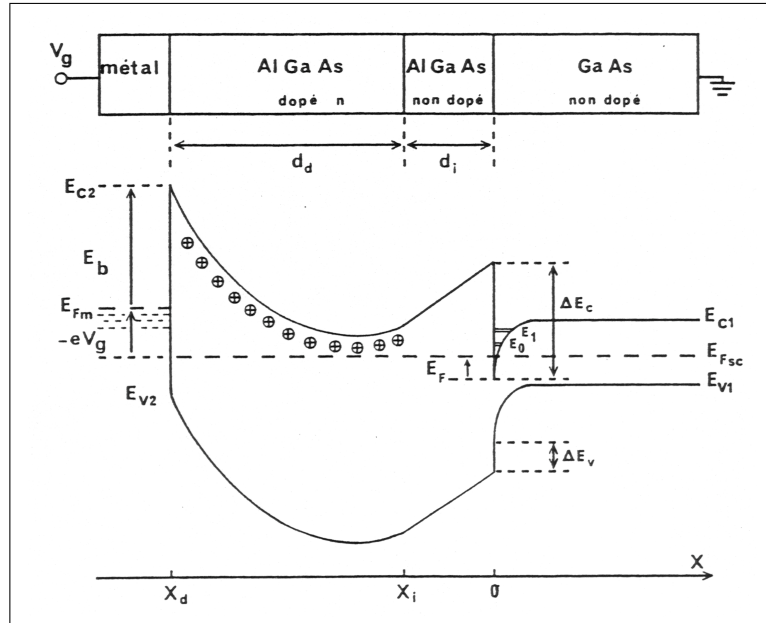


FIG. 2.8 – Diagramme énergétique de l'hétérojonction AlGaAs/GaAs. Les électrons libérés par les donneurs de AlGaAs sont transférés dans GaAs à l'interface de l'hétérojonction.

La séparation spatiale entre les impuretés ionisées et le gaz 2D, permet d'obtenir un système électronique très propre : les mobilités de nos échantillons sont de l'ordre de  $10^6 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ , pour des densités électroniques supérieures à  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (le record pour la mobilité est  $14 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$  [25]). Dans ces systèmes, les libres parcours moyens élastiques ( $l_e$ ) sont de l'ordre de plusieurs dizaines de microns. Notons que pour des densités inférieures à  $6,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , seul le premier niveau électronique est occupé, évitant ainsi la diffusion inter-niveaux dans le puits, ce qui diminuerait la mobilité du gaz 2D.

De plus, la faible densité électronique permet l'utilisation de grilles métalliques déposées à la surface du GaAs. Celles-ci, par application de tensions négatives, déplètent le gaz 2D situé au-dessous. Nous pouvons ainsi modifier *in-situ* la géométrie de l'échantillon.

## 2.6 Lithographie

Ce paragraphe décrit brièvement les différents procédés de lithographie les plus couramment utilisés pour la réalisation de systèmes mésoscopiques à partir d'un gaz 2D, à savoir la gravure de ce gaz, le lift-off et le dépôt de contacts ohmiques.

### 2.6.1 Le Lift-off

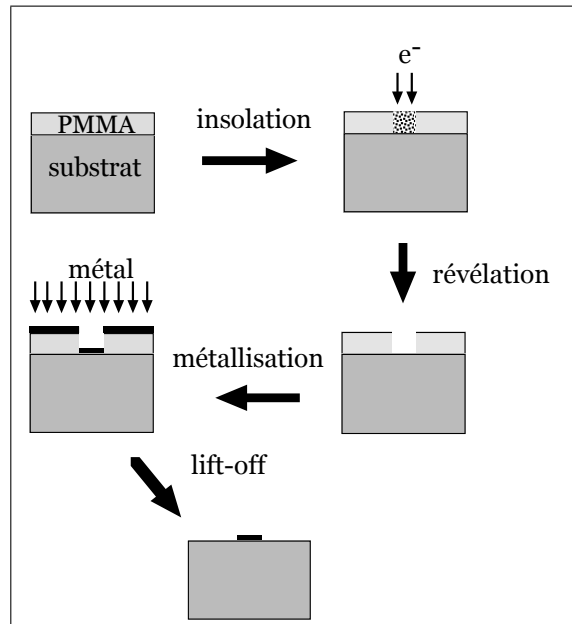


FIG. 2.9 – Le lift-off permet de déposer localement des métaux à la surface des échantillons.

Cette technique permet, entre autre, de déposer localement à la surface du GaAs (ou de tout autre substrat) des métaux (fig 2.9) ou encore de définir des masques. Pour cela, on dépose sur le substrat une couche de résine sensible soit aux photons, soit aux électrons suivant le type de lithographie utilisée (optique ou par faisceau d'électrons). Dans notre cas, la réalisation des échantillons par D. Mailly se fait par lithographie par faisceau d'électrons sur du PMMA (résine de polyméthil-méthacrilate) permettant d'obtenir des tailles de motifs de l'ordre de la dizaine de nanomètres. L'échantillon insolé est révélé (négativement ou positivement suivant la résine) et ensuite placé dans un bâti de métallisation dans lequel sont évaporés les différents matériaux désirés. Les plus utilisés sont l'or, le titane (qui sert de couche d'accrochage), l'argent, le cuivre ou encore l'aluminium. Notons que pour contrôler l'épaisseur du dépôt effectué, on utilise un quartz qui reçoit la même quantité de matériau que l'échantillon. Pendant le dépôt, on mesure sa fréquence de résonance qui est une fonction de sa masse totale.

Enfin, il suffit de plonger l'ensemble dans un bain de solvant de la résine (du trichloroéthylène dans le cas du PMMA) et seules restent sur l'échantillon les parties sans résine où a été déposé le métal. Cette technique est très utilisée pour le dépôt de grilles métalliques à la surface du semiconducteur.

### 2.6.2 La gravure du gaz 2D

À partir de l'hétérostructure AlGaAs/GaAs nous définissons la géométrie du gaz 2D en gravant sur une très faible épaisseur (environ 150 Å) la couche protectrice de GaAs (bombardement de la surface avec des ions argons) : en effet, les électrons qui forment le gaz 2D vont migrer vers la surface, suffisamment pour qu'il n'y en ait plus dans le puits situé en dessous des parties gravées.

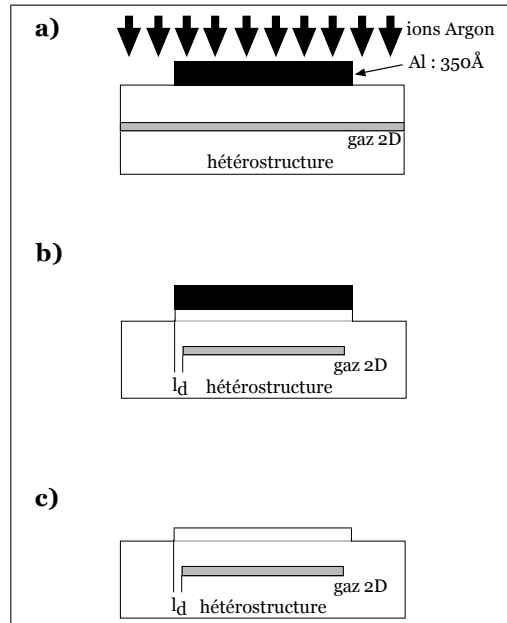


FIG. 2.10 – La gravure du gaz d'électrons bidimensionnel est réalisée par le bombardement de l'hétérojonction avec des ions Argon. La géométrie du gaz 2D est obtenue grâce à un masque en aluminium. La distance  $l_d$  est la longueur de déplétion.

La gravure se fait grâce à un masque d'aluminium dont la forme est celle du gaz 2D que l'on veut obtenir (fig 2.10). Ce masque (dont l'épaisseur est environ 350 Å) est déposé sur le gaz 2D par la technique du lift-off. Après la gravure, il est enlevé par immersion dans de la soude. En fait le profil de gravure n'est pas strictement identique au masque d'aluminium. Cela est lié au fait que la densité électronique du gaz bidimensionnel ne passe pas brutalement à zéro en bord de gravure. La géométrie du gaz 2D est ainsi plus étroite que celle définie géométriquement et ce sur une distance appelée longueur de déplétion ( $l_d$



sur la figure 2.10). Cette distance est déterminée par des mesures de transport sur des fils de largeur variable. La largeur pour laquelle le fil n'est plus conducteur est égale à  $2l_d$ . Dans notre système, elle est de l'ordre de  $100\text{ nm}$ .

### 2.6.3 Les contacts ohmiques

Afin de connecter le gaz 2D à des fils de mesure nécessairement métalliques, il faut que les contacts soient les moins résistifs possibles. En particulier, il faut éviter de former une barrière Schottky entre le fil de mesure et le gaz 2D. Pour cela on utilise des lignes, terminées par des plots de contacts, obtenus par dépôts successifs de nickel, germanium et or :

$$\text{contact ohmique} \left\{ \begin{array}{l} Au : 2000 \text{ \AA} \\ Ni : 200 \text{ \AA} \\ Au : 1200 \text{ \AA} \\ Ge : 200 \text{ \AA} \\ Ni : 100 \text{ \AA} \end{array} \right.$$

En chauffant l'ensemble à  $450^\circ\text{C}$ , nous obtenons un alliage eutectique qui va diffuser et permettre de raccorder le gaz 2D aux plots de contact. La résistance de ces contacts est de l'ordre de quelques dizaines d'Ohm, et la taille des plots est choisie afin que la soudure des fils de connection soit la plus aisée possible, c'est-à-dire typiquement une centaine de microns de largeur.



---



---

# 3

---



---

## LES COURANTS PERMANENTS

---

### 3.1 Théorie

#### 3.1.1 Introduction

L'EXISTENCE des courants permanents a été prédite par London [26] en 1937 dans le cadre de l'étude du diamagnétisme des molécules aromatiques (comme le benzène) à l'équilibre thermodynamique. En 1938, Hund [27] montra que cet effet est aussi présent dans des anneaux métalliques à très basses températures. L'amplitude des courants permanents fut calculée la première fois par Bloch et Kulik [28, 29] pour un système 1D propre. Mais ce n'est qu'en 1983 que l'existence d'un tel courant a été suggérée dans un métal normal diffusif par Büttiker, Imry et Landauer [6].

Il s'agit bien d'avoir à l'esprit que le courant permanent est un courant non-dissipatif circulant dans un anneau non-supraconducteur. Nous allons tout d'abord aborder le cas d'un anneau unidimensionnel, système simple qui nous permettra de fixer quelques idées fondamentales sur la physique des courants permanents.

#### 3.1.2 Cas 1D : un système modèle

Considérons un anneau mésoscopique 1D de périmètre  $L$ , traversé par un flux magnétique extérieur  $\phi$ , perpendiculaire au plan de l'anneau (fig 3.1). La géométrie de l'anneau impose à la fonction d'onde électronique d'être identique au bout d'un tour :  $\Psi(x + L) = \Psi(x)$ . Du fait de la charge de l'électron, la présence d'un flux magnétique extérieur induit un couplage entre l'électron et le potentiel vecteur  $\vec{A}$ . Un électron de l'anneau est alors décrit par l'hamiltonien 1D (ni les interactions entre électrons, ni le spin

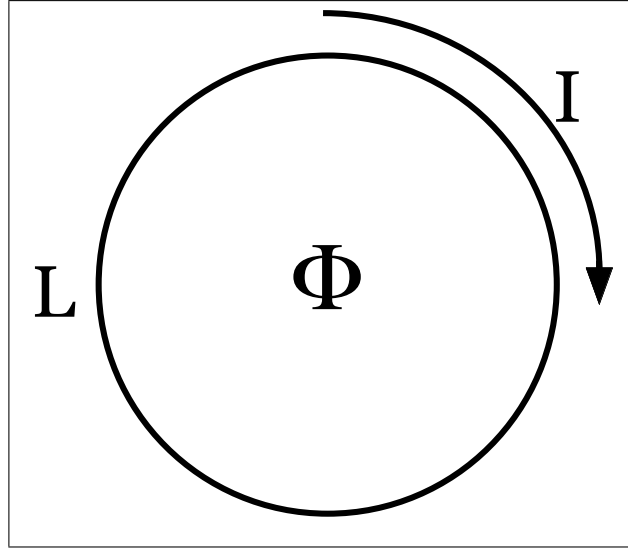


FIG. 3.1 – Anneau mésoscopique 1D de périmètre  $L$  traversé par un flux magnétique extérieur  $\phi$ . À l'équilibre thermodynamique, cet anneau non-supraconducteur est parcouru par un courant non-dissipatif  $I$  dont l'amplitude est donnée par l'inverse du temps mis par l'électron pour effectuer une révolution.

de l'électron, ne sont pris en compte):

$$\mathcal{H}_{1D} = \frac{1}{2m} [\vec{p} - e\vec{A}]^2 + V(\vec{r}) \quad (3.1)$$

dans lequel  $V(\vec{r})$  est le potentiel décrivant l'anneau, et  $\vec{A} = \phi/L \vec{e}_\theta$  est le potentiel vecteur en coordonnées cylindriques. Le choix du potentiel vecteur n'est pas unique, et l'écriture de l'hamiltonien et des fonctions d'ondes dépend de la jauge choisie. Ainsi la transformation de jauge  $\vec{A} \Rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla} \left( \int \vec{A} \cdot \vec{dl} \right)$  permet de se ramener à l'hamiltonien en l'absence de potentiel vecteur ( $\mathcal{H}_0 = p^2/2m + V$ ) à condition d'ajouter un terme de phase à la fonction d'onde électronique:  $\Psi(x) \Rightarrow \Psi(x) \exp \left( ie/\hbar \int \vec{A} \cdot \vec{dl} \right)$ . Cette dernière obéit alors à de nouvelles conditions aux limites, puisqu'au bout d'un tour nous avons [30]:

$$\boxed{\Psi(x + L) = \Psi(x) \exp \left( i \frac{e}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) = \Psi(x) \exp \left( 2i\pi \frac{\phi}{\phi_0} \right)} \quad (3.2)$$

Ces nouvelles conditions aux limites montrent que les fonctions d'ondes, les valeurs propres, ainsi que toutes les propriétés thermodynamiques de l'anneau sont périodiques en flux magnétique de période  $\phi_0$ . Nous voyons de plus que cette expression fait directement intervenir le flux magnétique  $\phi$ . Nous pouvons ainsi changer les conditions aux limites simplement en changeant ce flux. Il faut aussi noter que la grandeur pertinente est le potentiel vecteur  $\vec{A}$  et non pas le champ magnétique  $\vec{H}$ , puisque l'électron se couple à

$\vec{A}$  et non pas à  $\vec{H}$ . En particulier, dans un solénoïde infiniment fin, nous pouvons avoir  $\vec{A} \neq 0$  bien que  $\vec{H} = 0$ .

Dans le cas où le désordre est nul ( $V(\vec{r}) = 0$ ), il est aisé de calculer les fonctions et valeurs propres de l'hamiltonien  $\mathcal{H}_0$  décrivant l'anneau qui se réduit alors à  $p^2/2m$  [31]. Dans le plan ( $xOy$ ) défini par l'anneau, l'hamiltonien s'écrit :

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$$

La géométrie annulaire nous permet de nous placer en coordonnées cylindriques ( $r, \theta, z$ ), ce qui facilite le calcul car alors la fonction d'onde ne dépend plus que de l'angle  $\theta$ ,  $r$  étant fixé et égal au rayon de l'anneau :  $r = R = L/2\pi$ . Dans ce cas, l'hamiltonien s'écrit :

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

Les solutions de l'équation de Schrödinger  $\mathcal{H}_0\psi = \varepsilon\psi$  sont :

$$\psi_n(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ \left( n + \frac{\phi}{\phi_0} \right) \theta \right] \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \left( n + \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 \quad (3.4)$$

avec  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Nous voyons que le spectre d'énergie est périodique en flux magnétique de période  $\phi_0$ . Les conditions aux limites imposent aussi une nouvelle quantification du vecteur d'onde :

$$k_n(x + L) = k_n x + 2n\pi + 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}$$

$$k_n L = 2\pi \left( n + \frac{\phi}{\phi_0} \right)$$

$$k_n = \frac{2\pi}{L} \left( n + \frac{\phi}{\phi_0} \right) \quad (3.5)$$

Le vecteur d'onde devient lui aussi périodique de période  $\phi_0$ , et on retrouve bien la périodicité du spectre d'énergie (fig 3.2) en fonction du flux magnétique :  $\varepsilon_n = \hbar^2 k_n^2 / 2m$ . L'expression de  $k_n$  nous permet de faire l'analogie des états d'énergie d'un électron de l'anneau avec les états de Bloch à une dimension en identifiant  $kL$  à  $2\pi\phi/\phi_0$  [6, 32, 30, 31].

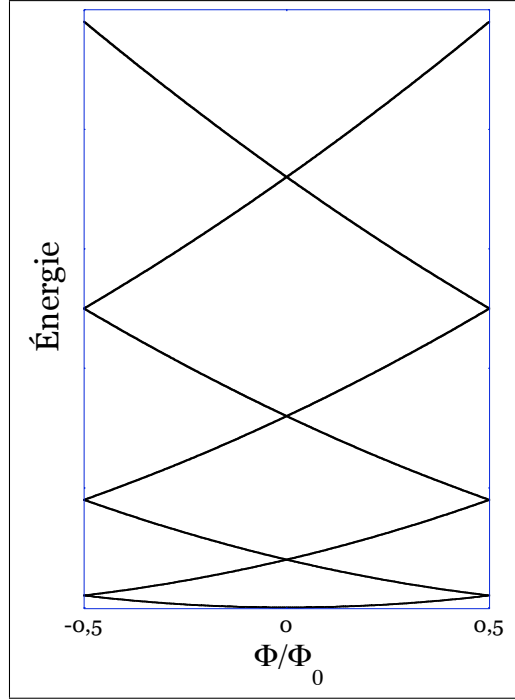


FIG. 3.2 – Spectre d'énergie d'un anneau mésoscopique 1D sans désordre traversé par un flux magnétique  $\phi$ . Les nouvelles conditions aux limites des fonctions d'ondes électroniques imposées par le potentiel vecteur conduisent à la périodicité du spectre en fonction de  $\phi$  avec la période  $\phi_0$ . Par analogie avec les états de Bloch, chaque niveau porte un courant donné par l'opposé de la pente du niveau considéré. Le courant permanent est donné par la somme des contributions de chaque niveau. Ce courant est une propriété thermodynamique du système et est par conséquent non-dissipatif.

En particulier, nous pouvons définir, pour chaque niveau d'énergie, une vitesse de l'électron :

$$v_n = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial k} = \frac{L}{e} \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial \phi} \quad (3.6)$$

L'électron du niveau  $n$  se déplaçant à la vitesse  $v_n$ , il définit un courant  $i_n$  donné par :

$$i_n = -\frac{ev_n}{L} = -\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial \phi} \quad (3.7)$$

où  $L/v_n$  est le temps mis par l'électron du niveau  $n$  pour faire un tour de l'anneau.

À température nulle, le courant total  $I_N$  est la somme des contributions des  $N$  niveaux de l'anneau<sup>1</sup> :

$$I_N = \sum_{n=0}^N i_n = \sum_{n=0}^N -\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial \phi} \quad (3.8)$$

---

1 – Le spin de l'électron n'est pas pris en compte.

Le spectre d'énergie (fig 3.2) montre que deux niveaux consécutifs possèdent un courant de même amplitude, mais avec un signe opposé ; si bien que l'ordre de grandeur du courant permanent circulant dans l'anneau est donné par le dernier niveau occupé [33] qui est le niveau de Fermi à  $T = 0 K$  :

$$\boxed{I_0 = \frac{ev_F}{L}} \quad (3.9)$$

En introduisant l'expression de l'énergie de Thouless dans le cas balistique<sup>2</sup> (éq.2.9), le courant s'écrit :

$$I_0 = \frac{ev_F}{L} = \frac{hv_F}{L} \frac{e}{h} = \frac{E_c}{\phi_0} \quad (3.10)$$

Nous venons de voir que chacun des niveaux porte un courant dont le signe est opposé aux niveaux adjacents. Le signe du courant permanent est alors donné par la parité du nombre d'électrons présents dans l'anneau. La parité et la périodicité du spectre nous permettent de restreindre le calcul de  $I_N$  à  $0 \leq \phi \leq \phi_0/2$ . Nous pouvons alors indiquer les niveaux d'énergie dans l'ordre croissant des énergies :

$$\varepsilon_{2p} = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \left( p + \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 \implies i_{2p} = -\frac{eh}{mL^2} \left( p + \frac{\phi}{\phi_0} \right) \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{2p+1} = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \left( p + 1 - \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 \implies i_{2p+1} = \frac{eh}{mL^2} \left( p + 1 - \frac{\phi}{\phi_0} \right) \quad (3.12)$$

avec  $p = 0, 1, 2, \dots$

Comme précédemment, le courant total s'écrit en sommant les contributions de chaque niveau :

$$I_N = \begin{cases} I_0 \left( 1 - 2\frac{\phi}{\phi_0} \right) & \geq 0, \text{ si } N \text{ est pair} \\ -2I_0 \frac{\phi}{\phi_0} & \leq 0, \text{ si } N \text{ est impair} \end{cases} \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

avec  $I_0 = ev_F/L = ehN/2mL^2$ . Le courant est donc positif si  $N$  est pair : il est dit paramagnétique (l'aimantation résultante  $M = I_N S$ , où  $S$  est la surface de l'anneau, est orientée dans le même sens que le champ magnétique). Dans le cas contraire, il est négatif et diamagnétique. La figure 3.3 montre la valeur de  $I_N$  suivant la parité du nombre d'électrons. Si on réalise une moyenne sur un ensemble d'anneaux contenant un nombre

---

2- Le calcul de  $I_0 = ev_F/L$  est réalisé dans le cas d'un anneau balistique (non désordonné).

arbitraire d'électrons (pair ou impair), nous voyons avec la figure 3.3 que, bien que le signe du courant soit alternativement positif ou négatif, le courant moyen est non nul. De plus, sa périodicité est passée de  $\phi_0$  à  $\phi_0/2$ . Nous retrouverons cette propriété remarquable, lorsque nous moyennerons l'amplitude du courant permanent sur les différentes configurations du désordre.

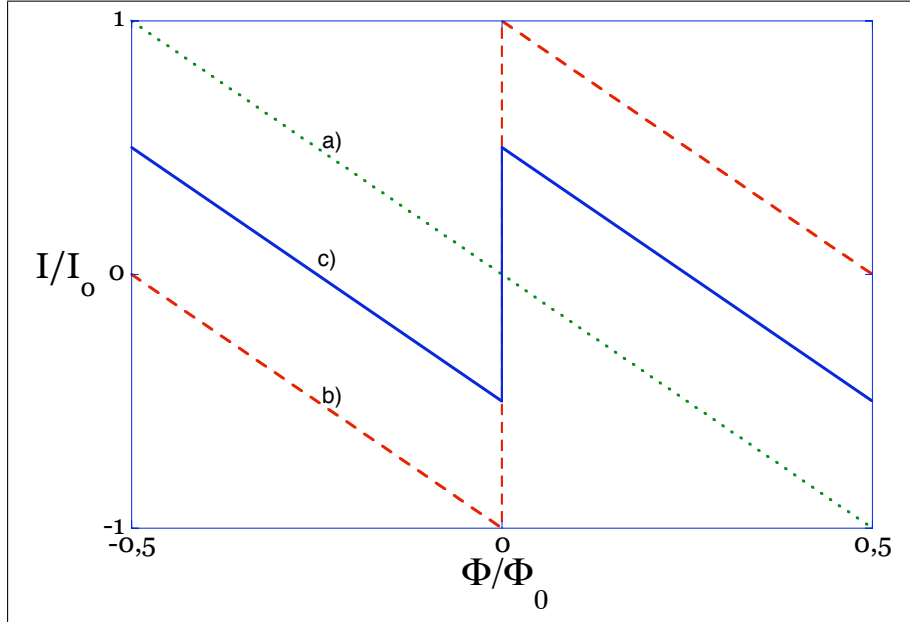


FIG. 3.3 – Amplitude du courant permanent  $I$  dans un anneau unidimensionnel non désordonné en fonction de la parité du nombre total  $N$  d'électrons présents : a)  $N$  est impair, b)  $N$  est pair. La moyenne sur le nombre d'électrons (courbe c) donne un courant permanent dont la période est  $\phi_0/2$ .  $I_0 = ev_F/L$ .

Ce modèle unidimensionnel a le mérite de mettre en évidence, avec des calculs simples, des idées généralisables aux systèmes plus réalistes : les courants permanents font intervenir la contribution de tous les niveaux d'énergie et représentent la sensibilité de ces niveaux à un changement de condition aux limites, changement qui peut être introduit par l'intermédiaire d'un flux magnétique  $\phi$ .

### 3.1.3 L'anneau réel

Historiquement, l'étude de l'anneau réel a été effectuée dans le cas diffusif. Nous nous placerons donc dans ce régime. Nous avons vu au chapitre précédent que l'anneau est unique de par sa configuration microscopique du désordre, ainsi que par son nombre d'électrons. Afin de nous affranchir de cette unicité, nous devons considérer un grand nombre d'anneaux, ce qui est identique à prendre en compte un grand nombre de configurations



du désordre. Nous effectuons alors une moyenne sur le désordre : nous obtenons le courant moyen. Les fluctuations typiques du courant autour de sa valeur moyenne définissent ce que l'on appelle le courant typique, qui est une bonne approximation du courant circulant dans un anneau unique.

### 3.1.3.1 Rigidité spectrale et corrélation de niveaux

Dans le spectre d'énergie d'un anneau tridimensionnel (fig 3.4), les niveaux d'énergie sont fortement corrélés ce qui conduit au concept très important de *rigidité spectrale* [34] : la position des niveaux d'énergie n'est pas aléatoire et en particulier deux niveaux consécutifs se « repoussent ». La corrélation des niveaux d'énergie se traduit surtout par une corrélation des pentes de ces niveaux : les pentes de deux niveaux successifs sont presque identiques, et partant d'un niveau quelconque il faut se déplacer d'une énergie égale à l'énergie de Thouless  $E_c$  pour trouver un niveau dont la pente est de signe opposé [35, 36], au contraire du cas unidimensionnel où les signes s'alternent d'un niveau à l'autre. En conséquence, les  $E_c/\Delta$  niveaux autour du niveau de Fermi participent de manière cohérente à l'amplitude du courant permanent ( $\Delta$  est l'espacement moyen entre niveau) [37].

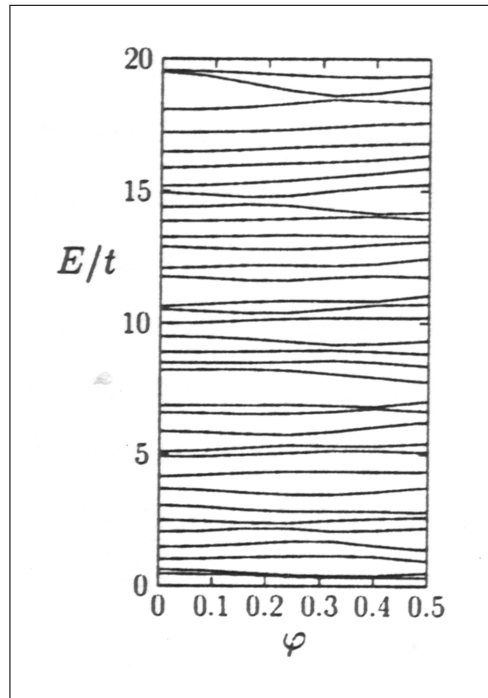


FIG. 3.4 – Spectre d'énergie d'un anneau tridimensionnel diffusif [38]. La rigidité spectrale implique que deux niveaux doivent être séparés en énergie de  $E_c$  pour avoir leur pente opposée.  $\varphi = \phi/\phi_0$ .

### 3.1.3.2 Le courant moyen : $\langle I \rangle$

Le courant moyen a été calculé pour la première fois par Cheung *et al.* [39] en considérant un ensemble d'anneaux diffusifs isolés, la moyenne étant réalisée sur les différentes réalisations du désordre. Le signe et l'amplitude du courant dans chaque anneau dépendent de la configuration du désordre : le signe est alors aléatoire. Le résultat obtenu pour l'amplitude du courant moyen est :  $\langle I \rangle \propto \exp(-L/2l_e)$ , terme exponentiellement petit car dans les systèmes diffusifs nous avons  $l_e \ll L$ . Il faut noter que ce calcul est réalisé dans l'ensemble grand canonique, dans lequel le potentiel chimique  $\mu$  est fixé, le nombre d'électrons dans chaque anneau variant avec le flux. Mais il faut bien voir que dans les expériences d'anneau unique ou d'anneaux isolés, c'est le nombre d'électrons présents dans chaque anneau qui est fixé : nous sommes alors dans l'ensemble canonique (le nombre d'électrons est indépendant du flux alors que le potentiel chimique varie avec ce dernier). Le choix de l'ensemble statistique pour calculer  $\langle I \rangle$  devient alors primordial : en effet, il a été montré [40, 41] que dans l'ensemble canonique, non seulement le courant moyen n'est pas nul, mais de plus sa périodicité passe de  $\phi_0$  à  $\phi_0/2$ . Imry [42, 43] a suggéré que l'on pouvait ramener le calcul du courant moyen canonique à un calcul dans l'ensemble grand canonique plus facile à réaliser. Ceci est basé sur le fait que le potentiel chimique est dépendant du flux, ce qui fixe le nombre d'électrons,  $N$ , de chaque anneau. Le courant moyen canonique (moyenne sur le désordre) s'écrit :

$$\langle I_N \rangle = - \left. \frac{\partial \langle F \rangle}{\partial \phi} \right|_N \quad (3.15)$$

$$= - \left. \frac{\partial \langle \Omega \rangle}{\partial \phi} \right|_\mu \quad (3.16)$$

où  $F$  est l'énergie libre (grandeur canonique, le nombre d'électrons  $N$  est fixé) et  $\Omega$  le grand potentiel thermodynamique (ensemble grand canonique, le potentiel chimique  $\mu$  est fixé). La variation du potentiel chimique avec le flux nous permet d'écrire :  $\mu(\phi) = \langle \mu \rangle + \delta\mu(\phi)$  où  $\langle \mu \rangle$  est indépendant du flux. Un développement limité au premier ordre donne :

$$- \left. \frac{\partial \langle \Omega \rangle}{\partial \phi} \right|_\mu = - \left. \frac{\partial \langle \Omega \rangle}{\partial \phi} \right|_{\langle \mu \rangle} - \delta\mu(\phi) \frac{\partial}{\partial \mu} \left. \frac{\partial \langle \Omega \rangle}{\partial \phi} \right|_{\langle \mu \rangle} \quad (3.17)$$

$$= - \delta\mu(\phi) \frac{\partial}{\partial \phi} \left. \frac{\partial \langle \Omega \rangle}{\partial \mu} \right|_{\langle \mu \rangle} \quad (3.18)$$

Le premier terme de 3.17 est le courant grand canonique dont on a vu qu'il était exponentiellement petit, et dans le second terme nous avons simplement changé l'ordre des

dérivées. Le terme  $\partial\langle\Omega\rangle/\partial\mu$  est simplement l'opposé du nombre d'électrons et on utilise le fait que la variation du potentiel chimique à  $N$  fixé est proportionnelle à la variation du nombre d'électrons à  $\mu$  fixé ( $\delta\mu = -\delta N\partial\mu/\partial N|_\phi$ ):

$$\langle I_N \rangle = - \frac{\partial\mu}{\partial N} \Big|_\phi \left\langle \delta N \frac{\partial N}{\partial\phi} \Big|_{\langle\mu\rangle} \right\rangle \quad (3.19)$$

Pour les électrons sans interactions, le premier terme de 3.19 est l'inverse de l'espacement moyen entre niveaux  $\Delta$  (au premier ordre). Ainsi, le courant moyen canonique s'écrit en fonction d'une fluctuation grand canonique, la fluctuation du nombre d'électrons d'un anneau à l'autre à  $\mu$  fixé :

$$\langle I_N \rangle = - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial}{\partial\phi} \langle \delta N_\mu^2 \rangle \quad (3.20)$$

Le calcul du courant moyen canonique à partir d'une formule analogue a été réalisé dans quatre articles différents [44, 45, 46, 47]. Nous allons utiliser le fait que la moyenne des fluctuations du nombre d'électrons  $\langle \delta N_\mu^2 \rangle$  peut s'écrire en terme de la probabilité de retour à l'origine  $P(t)$ . Par définition le nombre d'électrons est donné par :  $N = \int_{-\varepsilon_F}^0 \rho(\varepsilon) d\varepsilon$ . On peut ainsi réécrire la fluctuation du nombre d'électrons en fluctuation de la densité d'états,  $\rho_0$  étant la densité d'états moyenne :

$$\begin{aligned} \langle \delta N_\mu^2 \rangle &= \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle \\ &= \left\langle \int_{-\varepsilon_F}^0 (\rho(\varepsilon) - \rho_0) d\varepsilon \int_{-\varepsilon_F}^0 (\rho(\varepsilon') - \rho_0) d\varepsilon' \right\rangle \\ &= \int_{-\varepsilon_F}^0 \int_{-\varepsilon_F}^0 (\langle \rho(\varepsilon)\rho(\varepsilon') \rangle - \rho_0^2) d\varepsilon d\varepsilon' \\ &= \int_{-\varepsilon_F}^0 \int_{-\varepsilon_F}^0 K(\varepsilon, \varepsilon') d\varepsilon d\varepsilon' \end{aligned}$$

où  $K(\varepsilon, \varepsilon')$  est la fonction de corrélation deux points de la densité d'états [38]. Le courant moyen s'écrit donc en fonction de  $K$  :

$$\langle I_N \rangle = - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial}{\partial\phi} \int_{-\varepsilon_F}^0 \int_{-\varepsilon_F}^0 K(\varepsilon, \varepsilon') d\varepsilon d\varepsilon' \quad (3.21)$$

Par des arguments semi-classiques, Argaman *et al.* [48], ont montré que la transformée de Fourier  $\tilde{K}(t)$  (encore appelée facteur de forme spectral) de  $K(\varepsilon)$  est reliée à la probabilité de retour à l'origine  $P(t)$  :

$$\tilde{K}(t) = \frac{1}{4\pi^2} t P(t) \quad (3.22)$$

ce qui donne :

$$\langle I_N \rangle = -\frac{\Delta}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \int_0^\infty \frac{P(t)}{t} dt \quad (3.23)$$

Notons que la probabilité  $P(t)$  contient deux termes, un classique et un d'interférences. Seul ce dernier dépend du flux, et contribue à l'amplitude du courant moyen. Par la suite nous le noterons  $P_{int}(t)$ . Il peut se décomposer en fonction du nombre  $m$  de tours de l'anneau :

$$P_{int}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_m(t) \cos\left(4\pi m \frac{\phi}{\phi_0}\right) \quad (3.24)$$

avec :

$$P_m(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{m^2 L^2}{4Dt}\right) \quad (3.25)$$

terme indépendant du flux  $\phi$ . Le courant moyen se réécrit ainsi :

$$\begin{aligned} \langle I_N \rangle &= -\frac{\Delta}{4\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \phi} \int_0^\infty \frac{P_m(t)}{t} \cos\left(4\pi m \frac{\phi}{\phi_0}\right) dt \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\Delta}{\phi_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} m \sin\left(4\pi m \frac{\phi}{\phi_0}\right) \int_0^\infty \frac{P_m(t)}{t} dt \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{\Delta}{\phi_0} \sum_{m=1}^{\infty} m \sin\left(4\pi m \frac{\phi}{\phi_0}\right) \int_0^\infty \frac{P_m(t)}{t} dt \end{aligned} \quad (3.26)$$

L'intégrale de  $P_m(t)/t$  vaut [49] :

$$\int_0^\infty \frac{P_m(t)}{t} dt = \frac{1}{m} \exp\left(-m \frac{L}{l_\phi}\right)$$

Ainsi, l'expression finale du courant moyen<sup>3</sup> est :

$$\boxed{\langle I_N \rangle = \frac{2}{\pi} \frac{\Delta}{\phi_0} \sum_{m=1}^{+\infty} \sin\left(4\pi m \frac{\phi}{\phi_0}\right) \exp\left(-m \frac{L}{l_\phi}\right)} \quad (3.27)$$

avec  $m$  l'harmonique considérée qui représente aussi le nombre de tours de l'électron dans l'anneau,  $\Delta = 1/(\rho_0 L^d)$  est l'espacement moyen entre niveaux ( $d$  est la dimension du système). Ce courant oscille avec la période  $\phi_0/2$  et est paramagnétique à faible flux. Sa dépendance en température est proportionnelle à  $\exp\left(-\sqrt{k_B T/E_c}\right)$  [44]. L'ordre de grandeur de ce courant est donné par la première harmonique, et dans le cas  $L \ll l_\phi$  vaut :  $\langle I_N \rangle \sim \Delta/\phi_0$ . Nous voyons donc que l'amplitude du courant canonique moyen est dramatiquement faible puisque pour un anneau mésoscopique de taille typique un micron, l'espacement moyen entre niveaux est de l'ordre de  $0,1 mK$ .

---

3 – Il faut multiplier l'amplitude par 2 pour tenir compte du spin de l'électron.

3.1.3.3 Contribution électron-électron :  $\langle I_{ee} \rangle$ 

Suite aux premières expériences sur la mesure des courants permanents [7, 8] (elles seront discutées à la section suivante), dont un des résultats principaux est que l'amplitude observée des courants permanents est bien supérieure aux prédictions théoriques, de nombreux travaux théoriques ont porté sur l'effet des interactions entre électrons, jusqu'alors non prises en compte dans le calcul de l'amplitude des courants permanents. L'effet des interactions coulombiennes a été discuté pour la première fois par Ambegaokar et Eckern : ils ont montré qu'elles augmentent l'amplitude du courant moyen [50, 51] et en sont la contribution dominante. De plus, le courant moyen devient périodique de période  $\phi_0/2$  et ce, même dans l'ensemble grand canonique.

Le calcul de ces interactions est réalisé dans le cadre de l'approximation de Thomas-Fermi [12, 14] : les électrons se déplacent dans un potentiel effectif résultant de l'écrantage du potentiel extérieur par les autres électrons. Le potentiel coulombien écranté ainsi défini (ou potentiel du Yukawa) s'écrit :

$$V(r) = \frac{q}{r} \exp(-q_{TF}r) \quad (3.28)$$

où  $q$  est la charge d'un électron et  $q_{TF}$  est le vecteur d'onde de Thomas-Fermi. Dans le cas strictement bidimensionnel (cas qui nous intéresse ici), ce dernier est défini par  $q_{TF} = 2\pi e^2 \rho_0$  ( $\rho_0$  est la densité d'états moyenne au niveau de Fermi), la contribution du spin de l'électron étant prise en compte [52, 53].  $2\pi/q_{TF}$  représente la distance sur laquelle le potentiel coulombien est écranté. Il est important de noter la dépendance de  $q_{TF}$  en fonction de la densité d'états. Celle-ci étant plus petite dans les semiconducteurs que dans les métaux, l'écrantage électronique y sera donc plus faible, et l'amplitude des interactions plus importante. Dans le cas le plus simple, l'interaction coulombienne écrantée est prise sur site. Elle s'écrit alors :

$$U(\vec{r} - \vec{r}') = U_{2D} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

avec  $U_{2D} = 2\pi e^2/q_{TF}$  [54, 55, 53].

Appelons courant moyen d'interaction  $\langle I_{ee} \rangle$ , la contribution due aux interactions du courant moyen. Comme précédemment, ce courant peut s'exprimer en fonction de la probabilité de retour  $P(t)$  [48, 56] :

$$\langle I_{ee} \rangle = -\frac{\lambda_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial \phi} \int_0^{+\infty} \frac{P_{int}(t)}{t^2} dt \quad (3.29)$$

L'écriture de  $\langle I_{ee} \rangle$  adoptée ici est issue d'un calcul perturbatif au premier ordre de l'interaction entre électrons [57, 38] :

$$\langle I_{ee} \rangle = \frac{16}{2\pi} \lambda_0 \frac{E_c}{\phi_0} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m^2} \left[ 1 + m \frac{L}{l_\phi} \right] \sin \left( 4\pi m \frac{\phi}{\phi_0} \right) \exp \left( -m \frac{L}{l_\phi} \right) \quad (3.30)$$

où  $\lambda_0 = U\rho_0$  est la constante de couplage de l'interaction, et le terme  $2\pi$  vient de la définition de  $E_c = hD/L^2$ . Cette constante peut se réécrire sous la forme  $\lambda_0 = F(x)$ , qui s'écrit dans le cas bidimensionnel [54, 55, 58] :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right) \right] \quad (3.31)$$

où  $x = 2k_F/q_{TF}$ .

Il est important de noter que  $\langle I_{ee} \rangle$  est proportionnel au paramètre  $U$  de l'interaction, ce qui implique que le signe des courants permanents dépend de la nature de celle-ci : une interaction répulsive entre électrons conduit à un courant paramagnétique alors qu'une interaction attractive donne un courant diamagnétique. La dépendance en température est proportionnelle à  $\exp(-k_B T/3E_c)$  [50, 51]. Dans le cas  $L \ll l_\phi$ , seul le premier terme entre crochets de l'équation 3.30 est dominant, et l'ordre de grandeur du courant d'interaction est :  $2,55\lambda_0 E_c/\phi_0$ .

En fait, il faut tenir compte de l'interaction effective entre électrons à tous les ordres [59]. Cela implique de remplacer  $\lambda_0$  dans la formule 3.30 par :

$$\lambda_c = \left[ \ln \left( \frac{E_0}{\pi E_c} \right) \right]^{-1} \quad (3.32)$$

avec  $E_0 = \varepsilon_F \exp(1/\lambda_0)$ , ce qui a pour effet de réduire l'amplitude du courant d'interaction de moins d'un ordre de grandeur :  $\langle I_{ee} \rangle \sim 2,55\lambda_c E_c/\phi_0$ . L'amplitude de la constante de couplage  $\lambda_c$  est typiquement de l'ordre de  $10^{-1}$ . Nous voyons ainsi que le courant d'interactions domine l'amplitude du courant moyen :  $\langle I_{ee} \rangle \gg \langle I_N \rangle$ . Malgré cela, cette contribution n'est pas suffisante pour expliquer de manière satisfaisante l'amplitude des courants permanents observée jusqu'alors expérimentalement.

Il faut noter que le calcul précédent est réalisé dans l'ensemble grand canonique, alors que précédemment nous avons montré que le choix de l'ensemble statistique était primordial pour le calcul du courant moyen. En fait, les interactions conservent localement le nombre d'électrons [45, 38], et par conséquent aussi le nombre total d'électrons de chaque anneau, si bien que l'effet des interactions ne doit pas dépendre de l'ensemble statistique.

Remarquons de plus, que d'autres travaux théoriques dans le cas 1D ont suivi, les uns confirmant que les interactions augmentent le courant moyen (qui devient indépendant du désordre) [60], les autres montrant au contraire que les interactions diminuent les courants permanents (diagonalisation numérique exacte de l'effet des interactions entre proches voisins) [61] ou même qu'elles n'ont aucune influence sur l'amplitude du courant moyen (ici l'interaction est prise à longue portée) [62, 63]. Dans le cas diffusif multi-canaux, Bouzerar et Poilblanc [64] ont montré que les interactions diminuent le courant moyen pour un désordre fort, alors que Ramin *et al.* ont calculé numériquement que la correction des interactions (interaction de contact ou de Hubbard, et interaction entre proches voisins) au premier ordre donne une contribution paramagnétique qui augmente le courant moyen [65].

En résumé, la moyenne sur le désordre de l'amplitude des courants permanents dans un anneau contient deux contributions (canonique et interactions). Nous venons de voir que la contribution dominante est celle liée aux interactions, mais son amplitude est un ordre de grandeur inférieure aux résultats expérimentaux.

### 3.1.3.4 Fluctuations des courants permanents : $I_{typ}$

Les fluctuations du courant permanent (ou courant typique, noté  $I_{typ}$ ) sont définies par :

$$I_{typ}^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 \quad (3.33)$$

Historiquement, le courant typique dans un anneau diffusif a été calculé la première fois par Cheung *et al.* [39], en l'absence d'interactions. Ce courant est périodique de période  $\phi_0$  et son amplitude est :

$$I_{typ} \sim \frac{E_c}{\phi_0} = \frac{e}{\tau_D} = \frac{ev_F l_e}{L L} \quad (3.34)$$

avec  $l_e$  le libre parcours moyen élastique.  $I_{typ}$  représente donc le courant dû à un électron qui fait le tour de l'anneau de manière diffusive. Sa dépendance en température est  $\exp(-k_B T/E_c)$ .

En exprimant le courant  $I$  en fonction de la densité d'états, nous pouvons, comme précédemment, écrire le courant typique en terme de la fonction de corrélation deux points  $K(\varepsilon)$  :

$$I = -\frac{\partial}{\partial \phi} \int_{-\varepsilon_F}^0 \varepsilon \rho(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3.35)$$

Le remplacement de  $I$  dans 3.33, donne :

$$I_{typ}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \int_{-\varepsilon_F}^0 \int_{-\varepsilon_F}^0 \varepsilon \varepsilon' K(\varepsilon - \varepsilon', \phi) d\varepsilon d\varepsilon' \quad (3.36)$$

Si la densité d'état est constante cette fonction ne dépend plus que de la différence des énergies  $K(\varepsilon - \varepsilon')$ .

À partir de la relation 3.36, différents auteurs ont calculé l'amplitude du courant typique pour un anneau diffusif sans interactions, en écrivant de nouveau cette équation en fonction de la probabilité de retour  $P(t)$  [38, 48] :

$$I_{typ}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{\phi_0^2} \int_0^\infty \frac{P_{int}''(t, \phi) - P_{int}''(t, 0)}{t^3} dt \quad (3.37)$$

où  $P_{int}''$  est la dérivée seconde de  $P_{int}$  par rapport au flux. En décomposant  $P_{int}$  en fonction du nombre  $m$  de tour de l'anneau, nous obtenons :

$$I_{typ}^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8m^2}{\phi_0^2} \sin^2 \left( 2\pi m \frac{\phi}{\phi_0} \right) \int_0^\infty \frac{P_m(t)}{t^3} dt \quad (3.38)$$

Cette dernière intégrale est aussi connue [49], et nous obtenons<sup>4</sup> :

$$I_{typ}^2 = \frac{96}{(2\pi)^2} \left( \frac{E_c}{\phi_0} \right)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \left[ 1 + m \frac{L}{l_\phi} + \frac{1}{3} m^2 (L/l_\phi)^2 \right] \sin^2 \left( 2\pi m \frac{\phi}{\phi_0} \right) \exp \left( -m \frac{L}{l_\phi} \right) \quad (3.39)$$

le terme  $2\pi$  vient de la définition de  $E_c$ . Dans le cas  $L \ll l_\phi$ , l'ordre de grandeur est donné par le premier terme entre crochets, qui redonne le résultat précédemment obtenu.

$$I_{typ} \sim \frac{\sqrt{96}}{2\pi} \frac{E_c}{\phi_0} = 1,56 \frac{E_c}{\phi_0} \quad (3.40)$$

Le courant typique en présence d'interactions coulombiennes a été calculé, mais les résultats sont plus controversés [66, 67, 65].

Au delà de  $1D$ , il faut rajouter la contribution des  $N_c$  canaux de conduction. Cette contribution n'intervient pas dans le cas diffusif du fait du couplage entre canaux (en fait ce couplage intervient dès que  $l_e < L$ ), par contre dans le cas purement balistique celle-ci se traduit par :  $I_{typ} = \sqrt{N_c} e v_F / L$ . La racine carrée exprime de manière statistique la contribution de  $N_c$  canaux indépendants. Signalons que cette dépendance du courant typique en fonction du nombre de canaux n'a pas encore été observée.

---

4 – Il faut multiplier l'amplitude par 2 pour tenir compte du spin de l'électron.



---

Il est important de noter que les fluctuations du courant permanent sont supérieures en amplitude à sa valeur moyenne. Cela entraîne que la mesure des courants permanents dans un anneau unique est une bonne estimation de  $I_{typ}$ .

## 3.2 Historique expérimental

Dans la plupart des expériences, la mesure des courants permanents fait intervenir un magnétomètre à SQUID<sup>5</sup> dont le courant critique est une fonction du flux qui le traverse. La connaissance du couplage ou, ce qui est équivalent, de la mutuelle inductance entre le SQUID et l'(les) anneau(x) permet de remonter à l'amplitude des courants permanents. De plus, la périodicité de ces derniers en fonction du flux permet l'utilisation de la transformée de Fourier du signal qui est parfois la seule information utilisable.

### 3.2.1 Courant moyen

La première expérience qui a dévoilé l'existence des courants permanents dans des anneaux mésoscopiques est la mesure de l'aimantation moyenne, résultant des courants permanents, d'un ensemble de dix millions d'anneaux<sup>6</sup> de cuivre isolés [7, 68]. Ces anneaux diffusifs sont des carrés<sup>7</sup> de périmètre  $L = 2,2\mu m$ , de libre parcours moyen élastique  $l_e = 20 nm$ , la longueur de cohérence de phase mesurée à  $1,5 K$  étant le double du périmètre d'un anneau. L'aimantation mesurée en réponse à une modulation en champ montre clairement une oscillation à la période  $\phi_0/2$ , période attendue pour une grandeur moyennée sur le désordre. Afin de s'affranchir de la réponse linéaire en champ des impuretés magnétiques présentes dans le cuivre, les auteurs détectent le signal à la fréquence double et triple de la modulation appliquée. L'amplitude des courants permanents trouvée est  $\langle I \rangle \approx 0,3 E_c / \phi_0$ , environ un ordre de grandeur supérieure aux prédictions théoriques compte tenue des corrections à tous les ordres de l'effet des interactions. Les auteurs mentionnent, sans pour autant l'affirmer, que le signe obtenu est diamagnétique à faible champ, soit une interaction attractive entre électrons ce qui est surprenant pour un système métallique comme le cuivre. Ces écarts par rapport à la théorie n'ont pas encore été expliqués de manière satisfaisante.

Une autre expérience de la mesure du courant moyen a été réalisée dans un ensemble de  $10^5$  anneaux carrés balistiques de AlGaAs/GaAs [10, 69]. Les paramètres de chaque anneau sont les suivants :  $L = 2\mu m$ ,  $l_e = 3\mu m$  et  $l_\phi = 7\mu m$ . L'amplitude des courants permanents est déduite de la mesure de la fréquence de résonance d'un résonateur électro-

---

5 – Nous détaillerons au chapitre suivant le fonctionnement du SQUID.

6 – L'amplitude du courant moyen est directement proportionnel au nombre d'anneaux alors que les fluctuations sont données par la racine carré de ceux-ci.

7 – Le carré est géométriquement plus facile à lithographier que le véritable anneau.

magnétique multimode. Le résonateur est constitué d'une ligne bifilaire supraconductrice d'une longueur de 20 cm. Les résultats confirment ceux obtenus dans l'expérience citée ci-dessus : la périodicité du signal mesuré est  $\phi_0/2$  et son amplitude est  $1,5 nA \sim 2E_c/\phi_0$  qui est un ordre de grandeur plus élevé que les prédictions théoriques incluant l'effet des interactions. Les auteurs ont aussi observé un comportement diamagnétique à faible champ. Une dernière expérience, récemment réalisée avec la même technique, a permis de mesurer le courant moyen d'un ensemble de  $10^5$  anneaux carrés diffusifs d'argent [70]. Les résultats corroborent ceux précédemment obtenus.

Dernièrement une expérience permettant de mesurer l'amplitude, le signe et la dépendance en température des courants moyen et typique d'un ensemble de 30 anneaux d'or [71, 11], confirme les résultats des deux précédentes expériences : l'amplitude du courant moyen est de l'ordre de  $E_c/\phi_0$ , de période  $\phi_0/2$  et, là aussi, un comportement diamagnétique à faible champ est observé. Dans la gamme de température étudiée, la dépendance en température des courants moyen et typique, peut être approximée aussi bien par une loi en  $\exp(-T/T_0)$  que par une loi en  $\exp(-\sqrt{T/T_0})$ . Le point de vue adopté par les auteurs pour expliquer ces nouveaux résultats est basé sur la décohérence induite par un bruit ac dont l'origine peut être intrinsèque au système étudié. Il a été montré que dans un anneau, ce bruit ac entraîne un courant dc dont l'amplitude est de l'ordre de  $e/\tau_D = E_c/\phi_0$  et dont le signe est diamagnétique [72]. Récemment, Kravtsov et Altshuler ont montré qu'il existait une relation entre le courant moyen et le temps de cohérence de phase  $\tau_\phi$  :  $\langle I \rangle \tau_\phi = C e$  où  $e$  est la charge d'un électron et  $C$  une constante de l'ordre de l'unité qui contient le signe du courant [73]. Au regard de ces nouveaux résultats expérimentaux, l'amplitude et le signe de la composante à  $\phi_0/2$  semblent en bon accord avec les prédictions théoriques de Kravtsov et Altshuler. La décohérence dans les systèmes mésoscopiques est depuis quelques années au coeur des préoccupations théoriques, en particulier son origine intrinsèque ou extrinsèque, dont les courants permanents peuvent être un moyen d'étude [74].

### 3.2.2 Courant typique

Nous avons vu que la mesure de l'aimantation d'un seul anneau isolé est une bonne mesure de l'amplitude des fluctuations des courants permanents. Bien que cette amplitude soit supérieure au courant moyen, elle reste néanmoins très faible et sa détection très difficile, ce qui explique le faible nombre d'expériences réalisées à ce jour !

La première expérience de la mesure du courant typique a été réalisée sur deux anneaux d'or diffusifs de diamètre  $7,5 \mu m$  et  $12,6 \mu m$ , et sur un anneau rectangulaire de périmètre  $8 \mu m$  [8]. Le signal obtenu est périodique de période  $\phi_0$ , période attendue pour le courant typique, et son amplitude deux ordres de grandeur supérieure aux prédictions théoriques pour un libre parcours moyen élastique d'environ  $70 nm$ :  $I_{typ} \sim 10^2 E_c / \phi_0$ . Nous venons de voir qu'une nouvelle expérience a été réalisée par le même groupe [71, 11]. Leur résultat obtenu pour le courant typique est de l'ordre de  $E_c / \phi_0$  en accord avec les prédictions théoriques. Par contre le signe observé est diamagnétique pour chacun des trois refroidissements réalisés, alors que l'on s'attend à un signe aléatoire.

L'autre expérience a porté sur la mesure de l'aimantation d'un anneau balistique réalisé à partir d'un gaz d'électrons bidimensionnel [9]. En présence du champ magnétique extérieur, l'anneau, de périmètre moyen  $8 \mu m$  et de  $l_e = 11 \mu m$ , est parcouru par un courant permanent de période  $\phi_0$  dont l'amplitude ( $4 nA \pm 2$ ) est en bon accord avec la théorie dans le cas d'un faible désordre :  $I_{typ} = ev_F / L = 5 nA$ .

### 3.3 Courants permanents dans des anneaux connectés

L'existence des courants permanents dans des anneaux isolés est clairement établie que ce soit dans un anneau unique ou dans un système d'anneaux isolés, même si leur amplitude dans le cas diffusif est encore mal comprise. La question que l'on peut légitimement se poser est : « les courants permanents sont-ils une propriété d'équilibre des systèmes isolés ou bien existent-ils dans des systèmes ouverts ou connectés ? ». En 1985, Büttiker a montré que le couplage entre une boucle unidimensionnelle et un réservoir d'électrons, par un fil conducteur parfait, diminue l'amplitude des courants permanents [75].

Nous allons nous intéresser ici à une géométrie d'anneaux 1D diffusifs connectés, formant un réseau dont la taille totale est très supérieure à la longueur de cohérence de phase  $l_\phi$ . Le calcul des courants permanents<sup>8</sup> dans une telle géométrie s'effectue grâce au formalisme développé dans le cadre de l'étude des graphes quantiques [76, 77, 78]. L'idée principale est que l'on peut relier toutes les propriétés physiques (thermodynamiques et transport) du réseau 1D considéré en fonction de la probabilité de retour de manière diffusive de l'électron  $p(\vec{r}, \vec{r}', t)$  [79, 80, 81, 82]. Le calcul de la probabilité de diffusion dans de tels systèmes a été effectué par Douçot et Rammal [77, 78] dans le cadre du calcul des corrections de localisation faible. Il s'agit de résoudre l'équation de diffusion sur chaque brin du réseau, puis d'utiliser la loi de conservation du courant de Kirchoff en chacun de ses noeuds. Cette probabilité de retour contient deux termes : l'un classique appelé diffusion, l'autre lié aux interférences ou coopéron. Seul le coopéron dépend explicitement du flux magnétique  $\phi$ . Ainsi, le calcul de l'aimantation du réseau ne fera intervenir que sa contribution<sup>9</sup>.

La probabilité de retour  $p_0(\vec{r}, \vec{r}', t)$  est solution de l'équation de diffusion :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} - D \left( \vec{\nabla} + \frac{2ie\vec{A}}{\hbar} \right)^2 \right] p_0(\vec{r}, \vec{r}', t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.41)$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$p_0(\vec{r}, \vec{r}', t) = \Theta(t) \sum_n \psi_n(\vec{r}) \psi_n^*(\vec{r}') \exp(-\varepsilon_n t) \quad (3.42)$$

où  $\Theta(t)$  est la fonction de Heavyside, et les valeurs propres  $\varepsilon_n$  et les fonctions propres  $\psi_n$

---

8 – Nous parlerons ici plutôt de l'aimantation résultant de l'existence des courants permanents.

9 – Notons que le diffuson intervient dans le calcul du courant typique.

sont solution de :

$$D \left( \vec{\nabla} + \frac{2ie\vec{A}}{\hbar} \right)^2 \psi_n(\vec{r}) = \varepsilon_n \psi_n(\vec{r}) \quad (3.43)$$

On peut prendre en compte l'effet de la décohérence en supposant que la probabilité de diffusion est exponentiellement amortie avec un temps caractéristique  $\tau_\phi = 1/\gamma = l_\phi^2/D$  :  $p(\vec{r}, \vec{r}', t) = p_0(\vec{r}, \vec{r}', t) \exp(-\gamma t)$ . Cela revient à changer l'équation de diffusion 3.41 en :

$$\left[ \gamma + \frac{\partial}{\partial t} - D \left( \vec{\nabla} + \frac{2ie\vec{A}}{\hbar} \right)^2 \right] p(\vec{r}, \vec{r}', t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.44)$$

Les différentes aimantations du réseau, à savoir l'aimantation moyenne canonique  $\langle M_N \rangle$ , l'aimantation moyenne liée aux interactions entre électrons  $\langle M_{ee} \rangle$  (comme pour  $\langle I_{ee} \rangle$ , il s'agit d'interactions écrantées prises sur site) et enfin l'aimantation typique  $M_{typ}$ , peuvent s'écrire en fonction de la probabilité de retour intégrée sur l'espace  $P(t) = \int p(\vec{r}, \vec{r}, t) d\vec{r}$  [57, 38] :

$$\langle M_N \rangle = -\frac{\Delta}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial H} \int_0^\infty \frac{P(t)}{t} dt \quad (3.45)$$

$$\langle M_{ee} \rangle = -\frac{\lambda_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial H} \int_0^\infty \frac{P(t)}{t^2} dt \quad (3.46)$$

$$M_{typ}^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{P''(t, H) - P''(t, 0)}{t^3} dt \quad (3.47)$$

où  $P''$  dénote la dérivée seconde par rapport au champ magnétique  $H$ .

Introduisons le coopéron  $C_\gamma(\vec{r}, \vec{r}, H)$  qui est la probabilité de retour intégrée sur le temps :  $C_\gamma(\vec{r}, \vec{r}, H) = \int_0^\infty p(\vec{r}, \vec{r}, t, H) dt$ . D'une façon générale,  $C_\gamma(\vec{r}, \vec{r}, H)$  et  $P(t)$  sont reliés par :

$$C^{(n)}(\gamma) = \int P(t) t^n dt = \int P_0(t) \exp(-\gamma t) t^n dt \quad (3.48)$$

L'expression de  $C^{(n)}(\gamma)$  se déduit de celle  $C^{(0)}(\gamma) = C(\gamma)$  :

$$C^{(n)}(\gamma) = \begin{cases} (-1)^n \frac{\partial}{\partial \gamma^n} C(\gamma) & \text{si } n > 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\begin{cases} \int_\gamma^\infty \frac{(\gamma_1 - \gamma)^{n-1}}{(n-1)!} C(\gamma_1) d\gamma_1 & \text{si } n < 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

$C(\gamma)$  possède la propriété d'être indépendant du temps, ce qui rend les calculs plus aisés.

Ainsi, nous pouvons réécrire les différentes aimantations en fonction de  $C(\gamma)$  :

$$\langle M_N \rangle = -\frac{\Delta}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial H} \int_\gamma^\infty C(\gamma_1) d\gamma_1 \quad (3.51)$$

$$\langle M_{ee} \rangle = -\frac{\lambda_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial H} \int_{\gamma}^{\infty} (\gamma_1 - \gamma) C(\gamma_1) d\gamma_1 \quad (3.52)$$

$$M_{typ}^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial H^2} \Big|_0^H \int_{\gamma}^{\infty} \frac{(\gamma_1 - \gamma)^2}{2} C(\gamma_1) d\gamma_1 \quad (3.53)$$

Introduisons ici le déterminant spectral de l'équation de diffusion défini par :

$$S_d(\gamma) = \prod_n (\gamma + \varepsilon_n) \quad (3.54)$$

où  $\varepsilon_n$  sont les valeurs propres de l'équation de diffusion relative au réseau (formule 3.43).

Comme  $C = \sum_{\varepsilon_n} (\gamma + \varepsilon_n)^{-1}$  [52],  $C$  et  $S_d$  sont simplement reliés par :

$$\boxed{C = \frac{\partial}{\partial \gamma} \ln S_d = \int_0^{\infty} P(t) dt} \quad (3.55)$$

Nous pouvons de nouveau réécrire les formules précédentes, mais maintenant en fonction du seul déterminant spectral :

$$\langle M_N \rangle = -\frac{\Delta}{4\pi^2} \frac{\partial}{\partial H} \ln S_d(\gamma) \quad (3.56)$$

$$\langle M_{ee} \rangle = -\frac{\lambda_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial H} \int_{\gamma}^{\infty} \ln S_d(\gamma_1) d\gamma_1 \quad (3.57)$$

$$M_{typ}^2 = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial H^2} \Big|_0^H \int_{\gamma}^{\infty} (\gamma_1 - \gamma) \ln S_d(\gamma_1) d\gamma_1 \quad (3.58)$$

Il suffit désormais de connaître  $S_d$  afin de déterminer les différentes aimantations. Ce déterminant spectral se calcule en résolvant l'équation de diffusion sur chaque brin du réseau et en respectant la loi de conservation du courant de Kirchoff en chacun de ses noeuds. Dans ce cas,  $S_d(\gamma)$  s'écrit en fonction de la matrice de connectivité  $\mathcal{M}$  qui décrit la structure du réseau. Elle est définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\alpha\alpha} &= \sum_{\beta} \coth \left( \frac{L_{\alpha,\beta}}{l_{\phi}} \right) \\ \mathcal{M}_{\alpha\beta} &= \frac{-\exp \left( \frac{4i\pi}{\phi_0} \int_{\alpha}^{\beta} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right)}{\sinh \left( \frac{L_{\alpha,\beta}}{l_{\phi}} \right)} \end{aligned}$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  qui représentent les différents noeuds du réseau et  $L_{\alpha,\beta}$  la distance les séparant.

Et on obtient pour le déterminant spectral :

$$S_d(\gamma) = \left( \frac{l_{\phi}}{L} \right)^{N_l - N_n} \prod_{\alpha,\beta} \sinh \left( \frac{L_{\alpha,\beta}}{l_{\phi}} \right) \det \mathcal{M} \quad (3.59)$$

où  $N_n$  et  $N_l$  sont respectivement le nombre de noeuds et le nombre de liens du réseau. Il nous faut maintenant connaître  $\det \mathcal{M}$ , qui dépend de la géométrie du réseau considéré.

Plaçons nous dans la situation d'un réseau d'anneaux connectés. Dans le cas où la longueur de cohérence de phase  $l_\phi$  est de l'ordre de grandeur du périmètre  $L$  d'un anneau, nous pouvons faire un développement perturbatif de  $\mathcal{M}$  par rapport à  $l_\phi$ . Les termes de la matrice de connectivité deviennent :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\alpha\alpha} &\sim z_\alpha \\ \mathcal{M}_{\alpha\beta} &= -2 \exp\left(\frac{4i\pi}{\phi_0} \int_\alpha^\beta \vec{A} \cdot d\vec{l}\right) \exp\left(\frac{-L_{\alpha,\beta}}{l_\phi}\right) \end{aligned}$$

avec  $z_\alpha$  la connectivité du noeud  $\alpha$ . La connectivité est définie comme étant le nombre de liens partant d'un noeud.

Ceci nous permet de calculer le déterminant spectral par un développement dit en « boucle ». Cette dernière représente un ensemble de  $n$  noeuds reliés entre eux par  $n$  fils, formant ainsi une boucle fermée  $B$ . La longueur  $L_B$  de la boucle  $B$  est la somme des longueurs des  $n$  fils la composant. Ce développement nous permet d'écrire :

$$\ln S_d = -2 \sum_{\{B\}} \frac{2}{z_1} \frac{2}{z_2} \cdots \frac{2}{z_{n(B)}} \exp\left(\frac{-L_B}{l_\phi}\right) \cos\left(\frac{4\pi\phi_B}{\phi_0}\right) \quad (3.60)$$

où  $\phi_B$  est le flux présent dans la boucle  $B$ . La figure 3.5 montre les facteurs de connectivité  $2/z_\alpha$  obtenus pour trois géométries différentes [81].

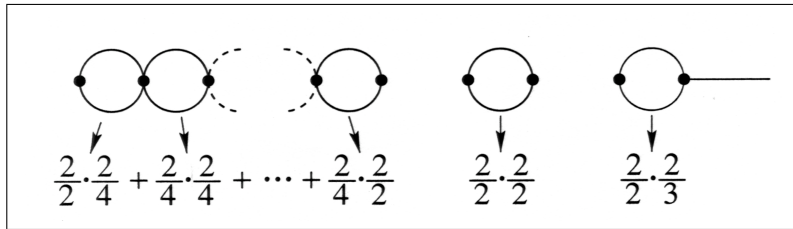


FIG. 3.5 – Facteurs de connectivités  $2/z_\alpha$  obtenus dans le cadre du développement en « boucle » pour une géométrie d'anneaux connectés les uns aux autres, un anneau unique et un anneau avec un bras [81].

Diverses géométries d'anneaux connectés ont été étudiées [82, 81]. Les principaux résultats sont résumés dans la figure 3.6, en ce qui concerne l'aimantation moyenne de la contribution due aux interactions<sup>10</sup>. On voit que l'aimantation moyenne  $\langle M_{ee} \rangle$  par anneau,

<sup>10</sup>– L'aimantation moyenne canonique étant très faible en amplitude, elle n'apparaît pas ici. La contribution principale du courant moyen est donnée par l'aimantation liée aux interactions coulombiennes.



de la géométrie considérée, est simplement reliée à l'aimantation d'un anneau unique par un facteur de réduction (le facteur de connectivité) qui dépend exclusivement de cette géométrie :

$$\langle M_{ee} \rangle = gN \langle M_{ee}^\circ \rangle \quad (3.61)$$

où  $^\circ$  dénote la valeur de l'aimantation relative à un anneau,  $N$  le nombre d'anneaux composant le réseau et  $g$  est le facteur de réduction qui dépend de la géométrie considérée.

Notons que les résultats concernant l'aimantation typique s'obtiennent simplement en prenant la racine carré du facteur de réduction calculé pour l'aimantation moyenne. On peut ainsi écrire :

$$M_{typ} = \sqrt{gN} M_{typ}^\circ \quad (3.62)$$

De plus, la figure 3.6 montre que le développement en « boucle » (tirets) donne des résultats assez proches de ceux obtenus par un calcul exact (traits pleins, à partir de la formule 3.59), dès que  $L \sim l_\phi$ .

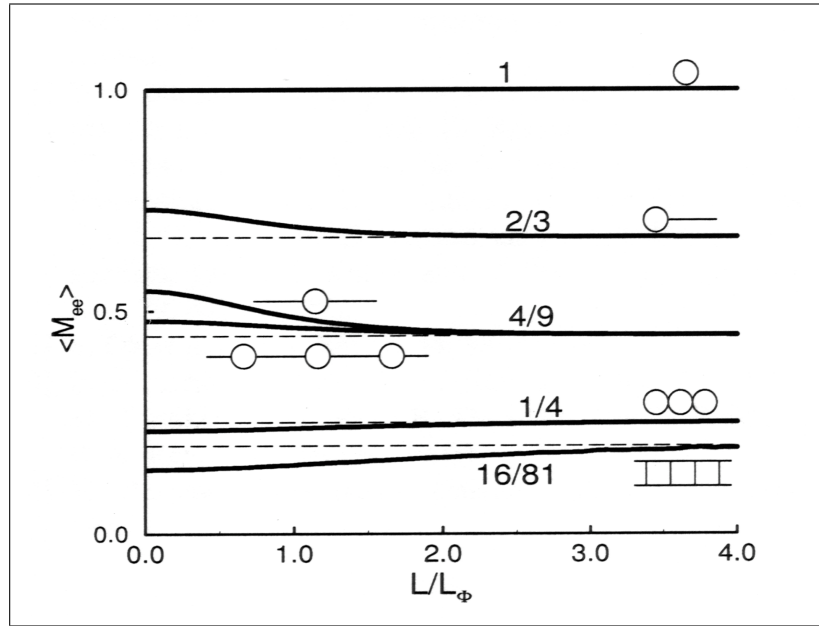


FIG. 3.6 – Aimantation  $\langle M_{ee} \rangle$  par anneau pour diverses géométries d'anneaux connectés (le nombre d'anneaux considéré est infini) [81]. Les traits pleins correspondent au calcul exact, alors que les tirets proviennent du développement en boucle. Le périmètre de chaque anneau est  $L$ .

Dans notre expérience, nous nous sommes intéressés à l'aimantation typique d'un réseau d'anneaux connectés en ligne et séparés par des bras de longueur inférieure à  $l_\phi$ . Dans cette géométrie, le facteur  $g$  est égal à 0,3 [83].



---



---

## 4

---



---

### SYSTÈME EXPÉRIMENTAL

---



---

#### 4.1 Le gaz d'électrons bidimensionnel

##### 4.1.1 Propriétés élémentaires du gaz 2D

NOUS avons vu au premier chapitre que l'énergie du gaz 2D est quantifiée suivant l'axe de croissance (par convention il s'agit de l'axe  $z$ ). Par contre, dans le plan de l'interface (direction  $Ox, Oy$ ) nous avons simplement l'énergie cinétique d'une particule libre. L'énergie d'un électron du gaz 2D s'écrit alors comme la somme d'une énergie quantifiée suivant l'axe  $z$  et d'une énergie continue suivant  $k_{\parallel}$ <sup>1</sup> :

$$\varepsilon = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} \quad (4.1)$$

où  $n$  représente la sous bande bidimensionnelle considérée,  $m^* = 0,067 m_0$  est la masse effective de l'électron dans le GaAs avec  $m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  la masse d'un électron libre, et  $k_x$  et  $k_y$  les composantes du vecteur d'onde suivant les directions  $x$  et  $y$  respectivement.

Dans l'espace des phases bidimensionnel, le nombre d'états est donné, compte tenu du spin, par :

$$g(k)dk = \frac{2}{(2\pi)^2} 2\pi k dk$$

où  $(2\pi)^2$  est la surface élémentaire de l'espace des phases. Compter le nombre de vecteurs  $k$  permis dont le module est compris entre  $k$  et  $k + dk$  est équivalent à compter les états dont l'énergie est comprise entre  $\varepsilon$  et  $\varepsilon + d\varepsilon$  :  $g(k)dk = g(\varepsilon)d\varepsilon$ . Si on prend l'origine des énergies au bas de chaque sous-bande, l'expression de l'énergie est alors :

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*}$$

---

<sup>1</sup> – Les composantes transverses du vecteur d'onde sont généralement notées par  $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$ .

En dérivant cette expression par rapport au vecteur d'onde, nous obtenons facilement la densité d'états à 2D d'une sous-bande [84] :

$$g_{2D}^n(\varepsilon) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \quad (4.2)$$

Nous voyons ici une propriété essentielle des systèmes bidimensionnels : la densité d'états est constante en fonction de l'énergie.

Dans nos échantillons, seule la première sous-bande est occupée. À la température  $T$ , la population des niveaux d'énergie est donnée par la fonction de Fermi-Dirac  $f(\varepsilon)$  :

$$f(\varepsilon) = \left[ \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1} \quad (4.3)$$

En prenant  $\varepsilon_0$  (énergie du bas de la première sous-bande) comme origine des énergies, la densité électronique  $n_e$  est :

$$n_e = \int_0^{\varepsilon_F} g_{2D}(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4.4)$$

Après intégration nous obtenons :

$$n_e = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} k_B T \ln \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_F}{k_B T}\right) \right] \quad (4.5)$$

À suffisamment basse température, nous avons  $\varepsilon_F \gg k_B T$ . Le terme exponentiel du logarithme devient alors le terme dominant :  $1 + \exp(\varepsilon_F/k_B T) \rightarrow \exp(\varepsilon_F/k_B T)$ . La densité électronique se réécrit ainsi sous la forme :

$$n_e = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \varepsilon_F \quad (4.6)$$

Dans le cas de nos échantillons, la densité électronique est de l'ordre de  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , ce qui donne  $\varepsilon_F = 3,5 \text{ meV}$ , valeur inférieure à l'espacement entre les deux premières sous-bandes<sup>2</sup> : seule la première sous-bande bidimensionnelle est occupée et nous avons donc un gaz *strictement* bidimensionnel. Notons de plus que nous travaillons à très basse température, environ  $20 \text{ mK}$ , pour laquelle l'énergie thermique est d'environ  $2 \mu\text{eV}$ , valeur très inférieure à l'écart entre deux sous-bandes 2D.

L'équation 4.6 nous permet de déterminer le vecteur d'onde de Fermi ainsi que la longueur d'onde de Fermi :

$$\boxed{k_F = \sqrt{2\pi n_e}} \quad (4.7)$$

<sup>2</sup> - Pour  $n_e \sim 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  les énergies des deux premières sous-bandes sont  $\varepsilon_0 = 25 \text{ meV}$  et  $\varepsilon_1 = 32 \text{ meV}$ , soit un espacement en énergie de  $7 \text{ meV}$ .

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = \sqrt{\frac{2\pi}{n_e}} \quad (4.8)$$

Pour une densité électronique de l'ordre de  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , nous avons typiquement  $k_F = 8 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  et  $\lambda_F = 80 \text{ nm}$ .

#### 4.1.2 Caractérisation du gaz 2D

La caractérisation du gaz 2D, à savoir sa mobilité  $\mu$ , sa densité surfacique  $n_e$ , ainsi que le libre parcours moyen élastique  $l_e$ , est réalisée à partir de mesures d'effet Hall<sup>3</sup> à la température de l'hélium liquide ( $4,2 \text{ K}$ ) et dans l'obscurité<sup>4</sup>. La longueur de cohérence de phase électronique  $l_\phi$  est déterminée par des mesures de magnétorésistance sur des fils, lithographiés sur la même couche. Nous avons utilisé deux couches de gaz 2D sensiblement identiques pour nos mesures, dont les caractéristiques sont rassemblées dans le tableau 4.1.

Couche	p 218	p 712
$n_e$	$5,2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$	
$\mu$	$8 \cdot 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$	$10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\varepsilon_F$	$18,6 \text{ meV}$	
$k_F$	$1,8 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$	
$\lambda_F$	$35 \text{ nm}$	
$v_F$	$3,16 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$	
$l_e$	$8 \mu\text{m}$	
$l_\phi$	$\sim 20 \mu\text{m}$	

TAB. 4.1 – Caractéristiques physiques des couches de gaz 2D utilisées.

3– À bas champ magnétique, la densité est donnée directement par la mesure de la constante de Hall :  $R_H = B_z/n_e e$ . Une mesure de la conductance  $\sigma$  du gaz 2D permet de remonter à la fois à  $l_e$  et à la mobilité  $\mu$  par la formule  $\sigma = n_e e^2 \tau_e / m^* = n_e e \mu$ , où  $\tau_e$  est le temps de vol entre deux collisions élastiques.

4– Il est en effet possible d'augmenter la densité électronique en illuminant le gaz 2D.

## 4.2 Structure générale des anneaux

### 4.2.1 Description des anneaux

Dans notre expérience, nous nous sommes intéressés à l'aimantation typique d'un réseau d'anneaux connectés en ligne et séparés par des bras de longueur inférieure à  $l_\phi$ . Ce choix s'explique par l'utilisation de grilles métalliques qui doivent être placées sur et entre chaque anneau (paragraphe suivant). Le nombre d'anneaux est limité à seize au maximum, dû à la taille du gradiomètre qui ne peut être infiniment grande si on veut une très bonne compensation du champ magnétique extérieur (chapitre suivant). Dans cette géométrie d'anneaux connectés, le facteur théorique  $g$  est égal à 0,3 [83].

Les anneaux sont gravés dans le gaz 2D avec des ions argon accélérés sous une tension de 250 V. La gravure est réalisée à l'aide d'un masque d'aluminium déposé auparavant par la technique du lift-off. Ce sont en fait des carrés, plus faciles à lithographier que des anneaux, de périmètre moyen  $12 \mu m$  et de largeur  $1 \mu m$ . Du fait de la gravure, la largeur effective des anneaux est inférieure à la largeur géométrique. La largeur de déplétion étant de l'ordre de  $100 nm$  de chaque côté, la largeur effective est de  $800 nm$ . Les anneaux sont connectés entre eux par des bras de même largeur et de longueur  $2 \mu m$ . Les échantillons que nous avons utilisés comportaient soit seize, soit quatre anneaux, l'ensemble ainsi formé étant connecté à deux réservoirs d'électrons (fig 4.1). La taille totale  $L$  du réseau d'anneaux est calculée en sommant les périmètres et la longueur des bras de connection. Pour chacun des deux échantillons nous obtenons :  $L_{16} = 243 \mu m \sim 12 l_\phi$  et  $L_4 = 63 \mu m \sim 3 l_\phi$ , où les indices 16 et 4 représentent le nombre total d'anneaux du réseau.

### 4.2.2 Confinement du gaz 2D : utilisation des grilles

La faible densité électronique du gaz d'électrons permet l'utilisation de grilles métalliques, qui sont déposées directement sur celui-ci. Ces grilles sont en or et la densité du gaz 2D est une fonction linéaire de la tension de grille  $V_g$  [85] :

$$n_e = \frac{\epsilon \epsilon_0}{ed} (V_g - V_d) \quad (4.9)$$

avec  $\epsilon \sim 13$  pour l'AsGa,  $V_d$  étant la tension de totale déplétion et  $d$  la distance séparant la grille du gaz d'électrons. En fait la zone déplétée s'étend au delà de la grille sur une largeur à peu près égale à la profondeur du gaz 2D.

Nous disposons de trois grilles sur nos échantillons (fig 4.2) :

1. une première grille, notée  $G_1$ , coupe chaque anneau en son milieu. La déplétion du gaz 2D par cette grille conduit donc à une géométrie d'anneaux connectés ouverts. Les trajectoires électroniques ne peuvent plus réaliser le tour d'aucun anneau, si bien que les effets d'interférences, et donc les courants permanents, sont détruits. L'utilisation de cette grille nous permettra donc d'avoir une référence du signal mesuré ;
2. la seconde grille, appelée  $G_2$ , est déposée sur les deux bras reliant les réservoirs d'électrons aux anneaux. Son utilisation permet donc d'isoler le réseau d'anneaux des réservoirs ;
3. enfin la dernière grille,  $G_3$ , située entre chaque anneau du réseau, les isole entre eux.

La combinaison de ces trois grilles permet donc l'étude des courants permanents dans des géométries différentes avec le même gaz 2D. Ceci est un point très important, puisque les caractéristiques physiques du gaz d'électrons seront identiques pour chaque mesure, permettant ainsi une comparaison directe des effets physiques entre les différentes géométries adoptées. Ainsi, nous avons pu étudier l'amplitude des courants permanents dans une géométrie d'anneaux connectés, et la comparer à une géométrie d'anneaux isolés.

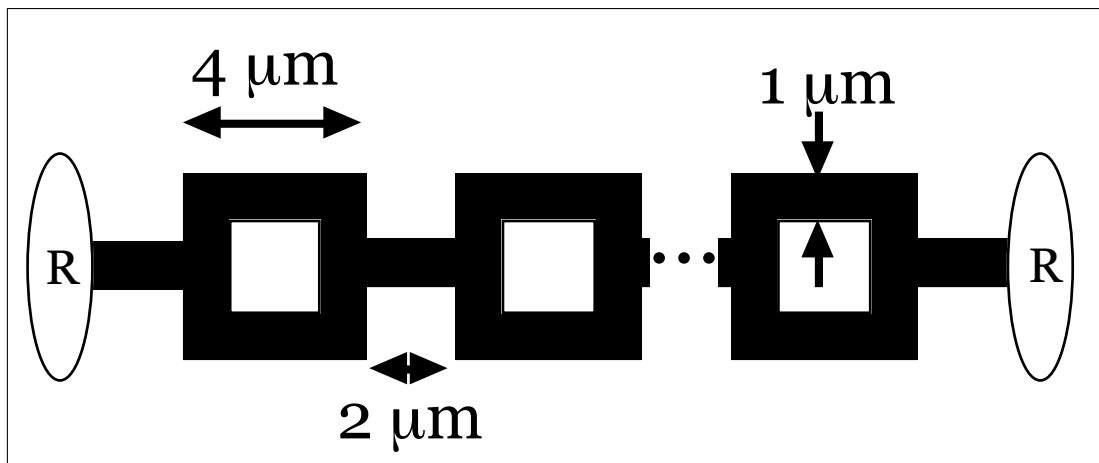


FIG. 4.1 – Structure générale des anneaux. Ce sont des carrés de périmètre moyen  $12 \mu\text{m}$  connectés entre eux par des bras de longueur  $2 \mu\text{m}$ . L'ensemble est relié à deux réservoirs d'électrons ( $R$ ).

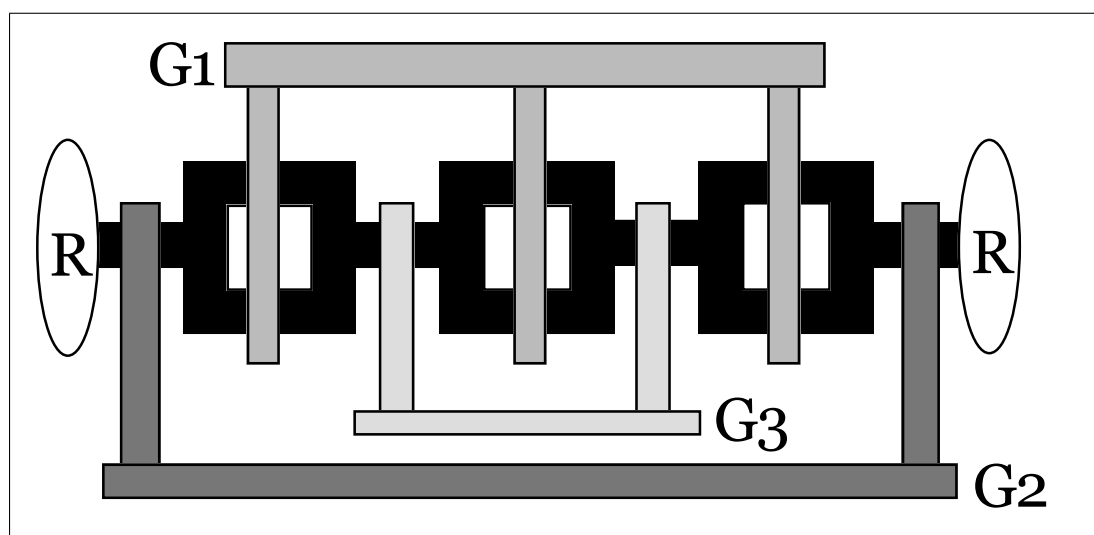


FIG. 4.2 – *Disposition des trois grilles de déplétion.  $G_1$  coupe les anneaux en leur centre permettant ainsi une mesure de référence (pas d'effets d'interférences), tandis que  $G_2$  isole les anneaux des réservoirs et que  $G_3$  permet d'obtenir un système d'anneaux isolés.*



### 4.3 Le SQUID

Nous venons de voir, dans le chapitre précédent, qu'un anneau mésoscopique dans son état fondamental est parcouru par un courant non dissipatif dit permanent. Il n'est pas possible de mesurer directement ce courant avec les techniques usuelles (ampèremètre...), car celles-ci induisent de la décohérence dans le système, ce qui a pour effet de détruire l'effet recherché. Mais aussi, dans ce cas là, nous effectuons alors une mesure de transport (on sonde les électrons au niveau de Fermi seulement) et non pas une mesure d'une propriété d'équilibre thermodynamique (contribution de l'ensemble des électrons). Par contre, nous pouvons réaliser une mesure d'aimantation, car ce courant permanent induit une aimantation d'équilibre  $M = IS$  ( $S$  étant la surface entourée par l'anneau). L'ordre de grandeur de cette aimantation pour un anneau de même taille que ceux étudiés et pour une amplitude du courant permanent de  $5 \text{ nA}$  (valeur typique pour notre système) est d'environ  $1000 \mu_B$ , où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr qui représente le moment magnétique de spin d'un électron libre et est défini par :  $\mu_B = e\hbar/2m_e$ .

Cette aimantation est détectée par un SQUID [86, 87, 88]. Le terme SQUID est l'abréviation de *Superconducting QUantum Interference Device*, c'est-à-dire dispositif supraconducteur d'interférences quantiques. Son principe de fonctionnement est basé sur la quantification du flux dans une boucle supraconductrice en unité de  $\phi_{0s}$ <sup>5</sup> [89] et sur l'effet Josephson [90, 91].

#### 4.3.1 Quantification du fluxoïde

Considérons une boucle supraconductrice soumise à un champ magnétique perpendiculaire au plan défini par celle-ci, et supposons que ce champ magnétique est nul dans la boucle. Un courant non dissipatif se déplace alors dans le supraconducteur. Dans le cadre de la théorie BCS [92], les électrons sont appariés, et les paires ainsi formées sont décrites par une seule fonction d'onde macroscopique  $\psi_s = \psi_0 \exp(i\varphi)$ , avec  $\varphi$  la phase de la fonction d'onde et  $|\psi_0|^2 = \rho_s$  la densité des paires. Ces paires sont appelées paires de Cooper et possèdent une masse  $2m$  et une charge  $-2e$ . En présence d'un champ magnétique, le moment généralisé d'une paire de Cooper s'écrit  $\vec{p} = 2m\vec{v}_s - 2e\vec{A} = -m/\rho_s e \vec{j}_s - 2e\vec{A}$  où  $\vec{v}_s$  est la vitesse du centre de masse de la paire et  $\vec{j}_s = -2e\rho_s\vec{v}_s$  la densité de courant

<sup>5</sup>— On notera  $\phi_{0s} = h/2e$  le quantum de flux supraconducteur,  $2e$  étant la charge d'une paire d'électron, pour ne pas le confondre avec le quantum de flux  $\phi_0 = h/e$  précédemment défini.

supraconducteur. Comme  $\psi_s$  est monovaluée, le changement de phase  $\Delta\varphi$  après un tour de la boucle doit être un multiple entier de  $2\pi$  :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{1}{\hbar} \oint \vec{p} \cdot d\vec{l} \\ &= -\frac{m}{\hbar\rho_0e} \oint \vec{j}_s \cdot d\vec{l} - \frac{2e}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \\ &= 2n\pi\end{aligned}$$

où  $n$  est un entier et  $d\vec{l}$  l'élément d'intégration le long de la boucle. En multipliant cette expression par  $\hbar/2e$ , nous obtenons :

$$-\frac{m}{2\rho_0e^2} \oint \vec{j}_s \cdot d\vec{l} - \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = n\frac{h}{2e} \quad (4.10)$$

Par définition,  $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \phi_{ext}$  est le flux extérieur traversant la boucle, et  $h/2e$  le quantum de flux supraconducteur. Ainsi, compte tenu du fait que  $n$  est un entier positif ou négatif, la quantification du fluxoïde s'écrit [89] :

$$\boxed{\frac{m}{2\rho_0e^2} \oint \vec{j}_s \cdot d\vec{l} + \phi_{ext} = n\phi_{0s} \quad \text{équation du fluxoïde}} \quad (4.11)$$

Dans un supraconducteur massif, le courant circule seulement en surface, si bien que l'on peut choisir un chemin d'intégration pour lequel la densité de courant est nulle. Nous obtenons alors :

$$\boxed{\phi_{ext} = n\phi_{0s}} \quad (4.12)$$

Le flux présent dans la boucle est quantifié en unité de  $\phi_{0s}$ .

### 4.3.2 Les jonctions Josephson

Une jonction Josephson est une barrière tunnel séparant deux supraconducteurs [90, 91]. Elle peut être soit une barrière d'oxyde, soit une jonction SNS (S pour supraconducteur et N pour métal normal) ou encore, un lien faible (fig 4.3).

En champ nul, la jonction est caractérisée par son courant critique  $i_c$ . Lorsque le courant, circulant à travers la jonction, dépasse la valeur de ce courant critique, celle-ci transite vers un état où la tension à ses bornes est non nulle.

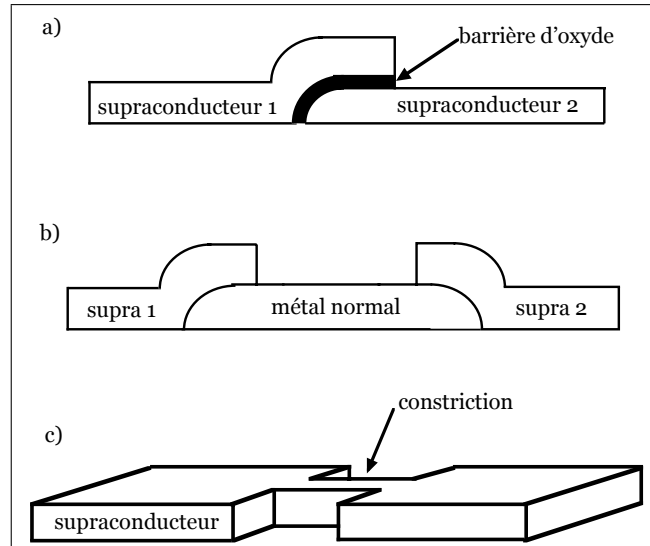


FIG. 4.3 – Différents types de jonction Josephson : a) jonction à barrière d'oxyde, b) jonction de type SNS et c) jonction à micro-pont de Dayem.

L'effet Josephson décrivant la physique de telles jonctions est caractérisé par deux équations :

1. la première relie la différence de phase  $\Delta\varphi$  entre les deux supraconducteurs au courant supraconducteur traversant la jonction Josephson. Il s'agit de l'effet Josephson continu :

$$I = i_c \sin \Delta\varphi \quad (4.13)$$

où  $i_c$  est le courant critique de la jonction. Ce dernier dépend de la géométrie, de la température et de la nature de la jonction ;

2. la seconde est liée à la dynamique de la jonction. Au-delà du courant critique, une tension apparaît à ses bornes. Cette tension est liée à la variation  $\Delta\varphi$  avec le temps :

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} \quad (4.14)$$

En conséquence, le courant Josephson traversant la jonction oscille alors avec le temps à la fréquence Josephson définie par :

$$f_J = \frac{V}{\phi_{0s}} \quad (4.15)$$

Celle-ci vaut  $483,6 \text{ GHz.mV}^{-1}$ . Il s'agit de l'effet Josephson alternatif.

Les jonctions Josephson sont très bien décrites par le modèle RCSJ (pour *Resistively and Capacitively Shunted Junction*) [93, 94] dans lequel la jonction réelle est représentée par

une jonction parfaite, de courant critique  $i_c$ , en parallèle avec une résistance  $R$ , décrivant sa résistance dans l'état normal, et une capacité  $C$  représentant sa capacité (fig 4.4).

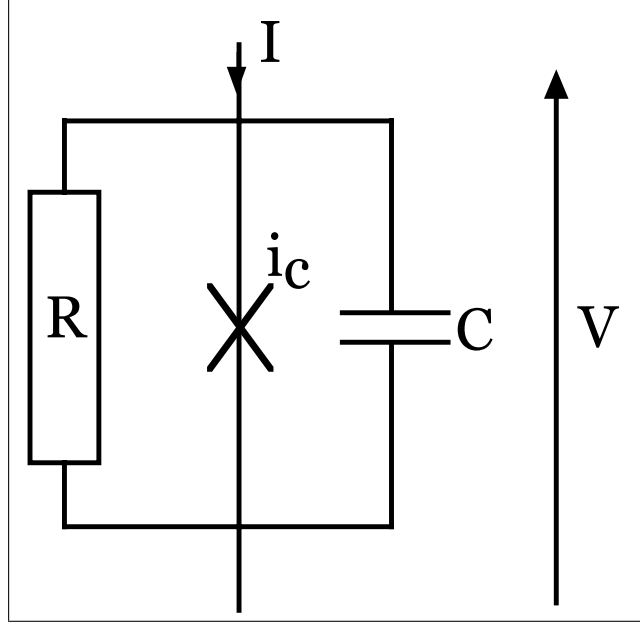


FIG. 4.4 – Modèle RSJC utilisé pour étudier le comportement des jonctions Josephson. Le courant de polarisation  $I$  est la somme de trois courants :  $I = i_c \sin \Delta\varphi + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}$  où  $R$ ,  $C$  et  $V$  sont respectivement la résistance dans l'état normal de la jonction, sa capacité et la tension à ses bornes.

Le courant total  $I$  qui traverse la jonction est la somme de trois courants : le courant  $V/R$  traversant la résistance ( $V$  est la tension aux bornes de la jonction), le courant  $CdV/dt$  à travers la capacité et enfin le courant supraconducteur de Josephson  $i_c \sin \Delta\varphi$ . Nous avons ainsi la relation suivante :

$$I = i_c \sin \Delta\varphi + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt} \quad (4.16)$$

Compte tenu de la seconde équation de Josephson reliant la tension à ses bornes à la différence de phase entre les deux supraconducteurs (formule 4.14), nous pouvons réécrire le courant  $I$  sous la forme :

$$I = i_c \sin \Delta\varphi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} + \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2(\Delta\varphi)}{dt^2} \quad (4.17)$$

En introduisant les variables indépendantes du temps  $\tau = 2ei_c t R / \hbar$ ,  $i(\tau) = I / i_c$  et  $v(\tau) = V / Ri_c = d(\Delta\varphi) / d\tau$ , nous obtenons :

$$i(\tau) = \sin \Delta\varphi + \frac{d(\Delta\varphi)}{d\tau} + \beta_C \frac{d^2(\Delta\varphi)}{d\tau^2} \quad (4.18)$$

où  $\beta_C$  est le paramètre de Mc Cumber [93], qui décrit le comportement hystérétique ou non de la jonction. Son expression en fonction des paramètres de la jonction est :

$$\beta_C = \frac{2\pi i_c R^2 C}{\phi_{0s}} \quad (4.19)$$

L'hystérésis peut être caractérisée par le paramètre  $\alpha = i_r/i_c$ , avec  $i_r$  la valeur du courant où se produit le retour à tension nulle. La figure 4.5 montre que le comportement hystérétique apparaît quand le paramètre de McCumber est supérieur à 1 [93, 95], et traduit le fait que lorsque la jonction a transité et que l'on diminue le courant la traversant, celle-ci ne revient dans l'état supraconducteur que pour une valeur du courant inférieure à  $i_c$  (figure 4.6).

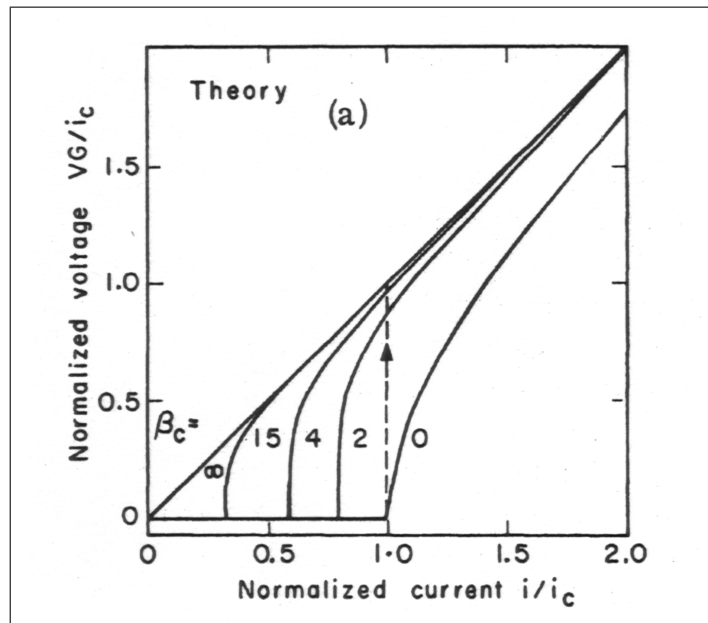


FIG. 4.5 – Courbe théorique [93] de la tension normalisée ( $V/Ri_c$ ) en fonction du courant normalisé ( $i_r/i_c$ ) pour différentes valeurs du paramètre  $\beta_C$  de McCumber. L'hystérésis disparaît pour une valeur  $\beta_C < 1$ .

Mais, un affaiblissement local de la supraconductivité suffit pour créer une jonction Josephson [96]. Ceci peut être obtenu par exemple par un pont de Dayem [97] (figure 4.7). C'est le type de jonctions utilisé par notre groupe, car celles-ci sont plus faciles à réaliser que les jonctions tunnel : une seule étape de lithographie suffit.

De plus, elles présentent l'avantage d'avoir une capacité très faible : pour un pont de taille typique  $300 \text{ nm} \times 20 \text{ nm} \times 30 \text{ nm}$ , la capacité plan entre les deux supraconducteurs est de l'ordre de  $10^{-18} \text{ F}$ . Cette faible capacité conduit à un comportement intrinsèquement non hystérétique :  $\beta_C \ll 1$ . Mais il est important de noter que pour que ces jonctions

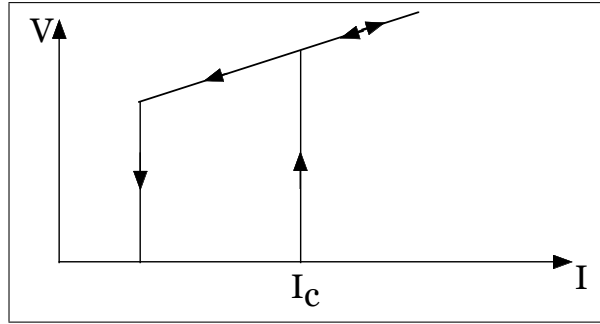


FIG. 4.6 – *Hystérésis d'une jonction Josephson. La jonction ayant transité, si on diminue le courant  $I$  la traversant, elle ne revient dans l'état supraconducteur que pour un courant inférieur à son courant critique.*

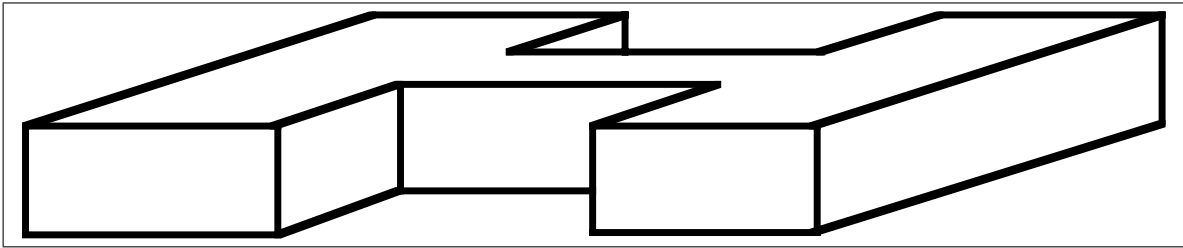


FIG. 4.7 – *Pont de Dayem. Il se comporte comme une jonction Josephson à condition que ses dimensions soient inférieures à la longueur de cohérence de phase du supraconducteur.*

aient un comportement classique de Josephson, la longueur du pont de Dayem doit être inférieure à la longueur de cohérence des paires supraconductrices [96, 98, 99, 100]. À température nulle, cette longueur de cohérence de phase est définie par [87] :

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta(0)} \quad (4.20)$$

où  $2\Delta(0)$  est l'énergie nécessaire pour détruire une paire de Cooper et former deux quasi-particules (deux électrons).

Deux sortes de SQUID existent actuellement : le SQUID RF composé d'une seule jonction Josephson et le SQUID DC en comportant deux (pour une revue complète voir [86]).

### 4.3.3 Théorie du SQUID DC

Historiquement les SQUID DC ont été les premiers à être réalisés. Vers la fin des années 60, les SQUID RF sont apparus monopolisant beaucoup d'attention car ne possédant qu'une seule jonction Josephson. L'amélioration de leur électronique de mesure a permis d'obtenir une bonne sensibilité de ces SQUID, découlant sur leur commercialisation. Puis, dans les années 70, les SQUID DC sont revenus au premier plan avec les travaux de Clarke

*et al.* [101] qui ont montré que ces derniers possédaient une bien meilleure sensibilité que les SQUID RF.

La quantification du fluxoïde dans une boucle supraconductrice possédant deux jonctions Josephson, impose la relation suivante [86, 87] :

$$\varphi_2 = \frac{2\pi\phi_e}{\phi_{0s}} - \varphi_1 \quad (4.21)$$

qui relie les différences des phases supraconductrices,  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ , aux bornes des deux jonctions au flux  $\phi_e$  traversant la boucle (fig 4.8).

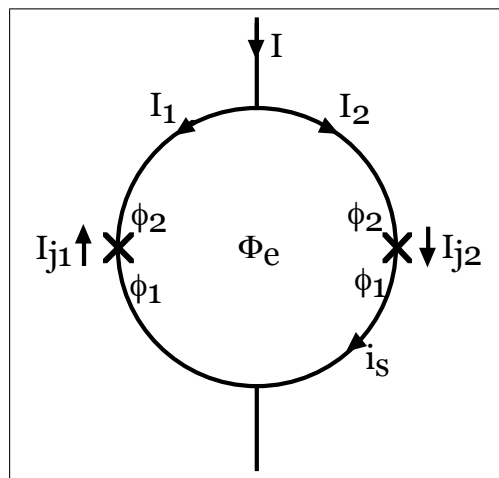


FIG. 4.8 – Schéma représentatif du SQUID DC. Il se compose d'une boucle supraconductrice comportant deux jonctions Josephson (croix). Le courant critique  $I_c$  est une fonction périodique du flux magnétique extérieur  $\phi_e$  traversant le SQUID.

Plaçons nous dans le cas où l'inductance de la boucle est nulle. Le courant supraconducteur  $I$  (fig 4.8) se divise en deux courants  $I_1$  et  $I_2$  lorsqu'il arrive dans le SQUID. En présence d'un champ magnétique extérieur, un courant  $i_s$  va circuler dans la boucle afin de s'opposer au flux  $\phi_e$  qui la traverse. Les courants supraconducteurs  $I_{j1}$  et  $I_{j2}$  qui traversent les jonctions sont donnés par la relation de Josephson :

$$I_{j1} = i_{c1} \sin \varphi_1$$

$$I_{j2} = i_{c2} \sin \varphi_2$$

où  $i_{c1}$  et  $i_{c2}$  sont les courants critiques de chaque jonction, et  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  la différence de phase supraconductrice à chacune de leurs bornes. En utilisant cette relation et en respectant les conventions de signes, nous obtenons :

$$I_{j1} = I_1 - i_s = -i_{c1} \sin \varphi_1 \quad (4.22)$$

$$I_{j2} = -I_2 - i_s = -i_{c2} \sin \varphi_2 \quad (4.23)$$

Le courant  $I$  qui traverse le SQUID est alors, compte tenu de 4.21 :

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= I_{j1} - I_{j2} \\ &= -i_{c1} \sin \varphi_1 - i_{c2} \sin \left( \varphi_1 - \frac{2\pi\phi_e}{\phi_{0s}} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Le courant critique  $I_c$  du SQUID est obtenu en maximisant  $I$ . Pour cela on utilise le fait que :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dI}{d\varphi_1} \right|_{I=I_c} &= -i_{c1} \cos \varphi_1 - i_{c2} \cos \left( \varphi_1 - \frac{2\pi\phi_e}{\phi_{0s}} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

En sommant les carrés des formules 4.24 et 4.25, nous obtenons :

$$I_c^2 = i_{c1}^2 + i_{c2}^2 + 2i_{c1}i_{c2} \cos \left( \frac{2\pi\phi_e}{\phi_{0s}} \right)$$

qui peut se réécrire sous la forme :

$$I_c = \sqrt{(i_{c1} - i_{c2})^2 + 4i_{c1}i_{c2} \cos^2 \left( \frac{\pi\phi_e}{\phi_{0s}} \right)} \quad (4.26)$$

Dans le cas où les deux jonctions sont identiques, ce qui se traduit par  $i_{c1} = i_{c2} = i_c$ , le courant critique devient simplement :

$$\boxed{I_c = 2i_c \left| \cos \left( \frac{\pi\phi_e}{\phi_{0s}} \right) \right|} \quad (4.27)$$

Le courant critique d'un SQUID DC est donc une fonction périodique du flux le traversant, de période  $\phi_{0s}$ . Cette propriété est très utile pour mesurer le flux traversant le SQUID.



### 4.3.4 Effet de l'inductance du SQUID

Généralement l'inductance  $L$ <sup>6</sup> du SQUID est non négligeable. Le flux dans le SQUID est alors égal au flux extérieur plus la contribution liée à la circulation du courant supraconducteur via son inductance :  $\phi = \phi_{ext} + LI$ . La détermination du courant critique  $I_c$  devient alors numérique : la modulation de ce dernier en fonction du flux extérieur dépend du paramètre de modulation  $\beta_L = LI_c/\phi_{0s}$  [93]. Afin d'obtenir le meilleur contraste dans la modulation en amplitude de  $I_c$ , il faut que  $\beta_L \approx 1$  [102]. L'inductance du SQUID étant reliée directement à sa taille, cette dernière relation montre que pour avoir un courant critique élevé, il faut réduire la taille du SQUID.

Dans notre cas, les dimensions du SQUID dépendent de la géométrie de notre échantillon. L'inductance  $L$  du SQUID est donc fixée par ses dimensions, et son courant critique est donnée par la géométrie des jonctions Josephson, paramètre que l'on peut difficilement faire varier. Le contraste dans la modulation en amplitude du courant critique (ou paramètre  $\beta_L$ ) est donc fixé par les caractéristiques géométriques et physiques du SQUID, et n'est pas ajustable.

### 4.3.5 Le $\mu$ -SQUID

#### 4.3.5.1 Description

Notre groupe a choisi de travailler avec des SQUID DC en aluminium, car ils possèdent une grande longueur de cohérence de phase qui permet l'utilisation de micro-ponts de Dayem comme jonction Josephson. De plus, leurs faibles courants critiques diminuent l'effet de l'inductance dans le flux vu par le SQUID (terme  $LI_c$ ).

La figure 4.9 montre l'amplitude du flux créé par une sphère d'aluminium de 50 nm de diamètre, qui se déplace au dessus d'un SQUID dont la taille est typiquement le micron. Nous voyons que ce flux est maximum dans le SQUID lorsque cette particule est déposée à même le SQUID. La figure 4.10 montre, quant à elle, que la mutuelle inductance entre une boucle, de dimensions variables, est maximale lorsque le SQUID et la boucle sont de même taille. Ainsi, les figures 4.9 et 4.10 montrent que le couplage optimal est obtenu pour des SQUID ayant la même dimension<sup>7</sup> que l'échantillon, et déposés directement à sa

---

6 – Il s'agit ici de l'inductance géométrique du SQUID.

7 – Les dimensions du SQUID sont alors typiquement le micron, et c'est pour cette raison que nous les

surface [103]. Ces  $\mu$ -SQUID ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche au sein du laboratoire [100].

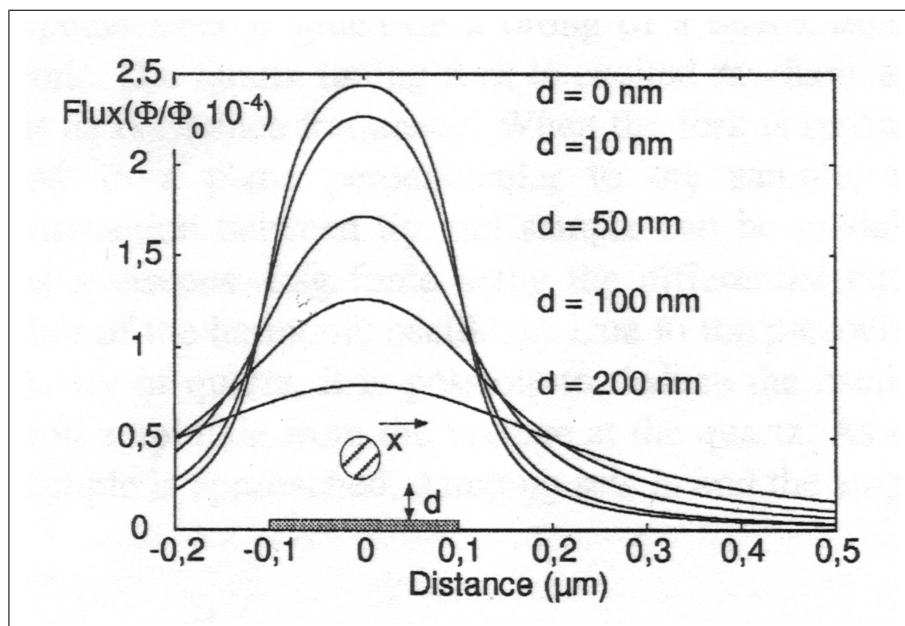


FIG. 4.9 – Amplitude du flux créé par une sphère d'aluminium de 50 nm de diamètre dans un SQUID. Le flux est maximum lorsque la particule est sur le SQUID ( $d = 0$ ) et en son centre ( $x = 0$ ) [103].

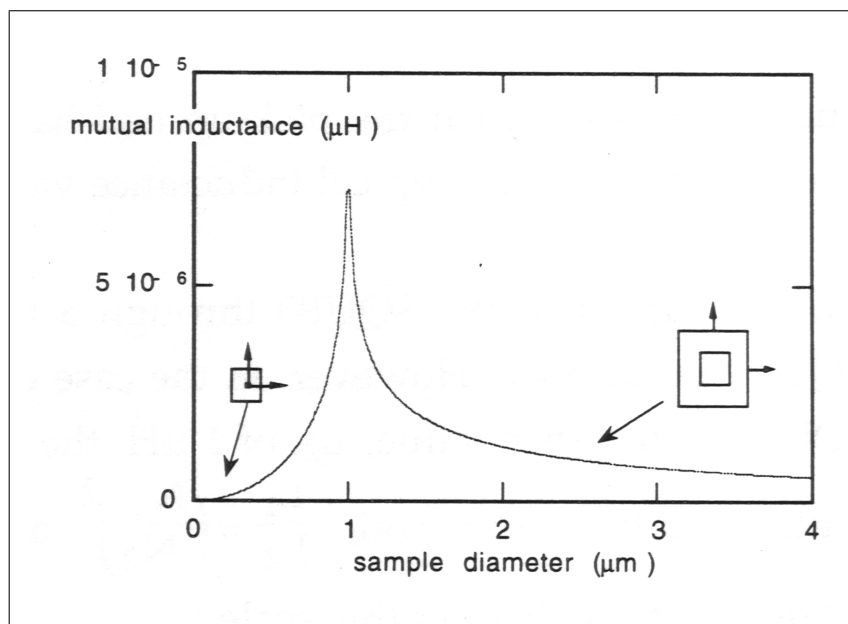


FIG. 4.10 – Calcul de la mutuelle inductance entre un SQUID (un carré de 1  $\mu\text{m}$  de coté) et une boucle carrée, en fonction des dimensions de cette dernière. Nous voyons clairement que la mutuelle inductance est maximale lorsque la boucle et le SQUID sont de taille identique [104].

Cependant ils présentent une forte hystérésis thermique. En effet, lors de la transition des micro-ponts de l'état supraconducteur à l'état normal, une tension apparaît aux bornes de chaque jonction, et leur résistance dans l'état normal conduit à leur échauffement par effet Joule. Cette chaleur se propage dans tout le  $\mu$ -SQUID qui s'échauffe adiabatiquement (seule sa capacité thermique intervient) et transite alors entièrement. Comme le courant critique d'un SQUID dépend de sa température, ce dernier ne reviendra dans l'état supraconducteur que pour une valeur du courant inférieure à  $I_c$ . Il faut bien voir qu'il s'agit ici d'une hystérésis thermique de nature totalement différente de l'hystérésis dynamique des jonctions Josephson « classiques ». Ainsi, si on veut réaliser des mesures successives du courant critique, il faut attendre que le  $\mu$ -SQUID se soit entièrement refroidi.

L'élévation de température du  $\mu$ -SQUID est proportionnelle au temps  $\Delta t$  durant lequel le courant de polarisation est supérieur à son courant critique. L'énergie thermique accumulée pendant  $\Delta t$  est  $Q = RI_c^2 \Delta t$  ( $R$  est la résistance dans l'état normal du  $\mu$ -SQUID et  $I_c$  son courant critique). L'augmentation de température se calcule connaissant la capacité thermique  $C_{th}$  du  $\mu$ -SQUID, à partir de la formule :

$$Q = \int C_{th}(T) dT$$

La capacité thermique est définie par  $C_{th} = \eta VC$  où  $\eta$  est la densité du matériau utilisé,  $C$  sa chaleur massique et  $V$  le volume du  $\mu$ -SQUID.

À l'équilibre thermique, le temps caractéristique pour le refroidissement du  $\mu$ -SQUID est donné par :

$$\tau = R_{th} C_{th}$$

où  $R_{th}$  est la résistance thermique du  $\mu$ -SQUID, et  $C_{th}$  sa capacité thermique. L'analogie avec la constante de temps d'un circuit RC est clairement évidente.

Cet équilibre thermique est atteint au bout d'un temps  $t_{eq}$  donné par la constante de diffusion  $D$  du  $\mu$ -SQUID :  $t_{eq} = L^2/D$  où  $L$  est la longueur du  $\mu$ -SQUID. Par définition  $D = \kappa/\eta C$ , avec  $\kappa$  la conductivité thermique.

La définition de la résistance thermique dépend du mode de refroidissement du  $\mu$ -SQUID. Celui-ci peut s'effectuer soit par conduction à travers les bras du  $\mu$ -SQUID jusqu'aux plots de contacts, soit par conduction entre le  $\mu$ -SQUID et le substrat. Dans le premier cas, la résistance thermique s'écrit :

$$R_{th} = \frac{1}{\kappa} \frac{L}{S}$$

où  $\kappa$  est la conductivité thermique,  $L$  la longueur du  $\mu$ -SQUID et  $S = l \times e$  la surface d'échange, qui est aussi la section du bras du  $\mu$ -SQUID.  $\kappa$  se déduit de la conductivité électrique par la formule de Wiedemann-Franz [12] :

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \mathcal{L}$$

avec  $\mathcal{L} = 2,22 \cdot 10^{-8} W \Omega K^{-2}$ . On peut ainsi écrire la constante de temps de ce mode de refroidissement :

$$\begin{aligned} \tau_{cond} &= \frac{1}{\kappa} \frac{L}{S} C_{th} \\ &= \frac{1}{\sigma T \mathcal{L}} \frac{L}{S} C_{th} \\ &= \frac{\rho}{T \mathcal{L}} \frac{L}{l \times e} C_{th} \end{aligned}$$

où  $\rho$  est la résistivité électrique de l'aluminium à la température considérée. Notons que ce mode de refroidissement n'intervient que si le  $\mu$ -SQUID n'est pas supraconducteur.

Dans le second cas,  $R_{th}$  est limitée par la résistance de Kapitza  $R_K$  entre le substrat et le  $\mu$ -SQUID. La résistance de Kapitza est la résistance thermique d'interface qui existe entre deux milieux. Elle est liée à la différence d'impédance entre les quasi-particules véhiculant la chaleur de chaque milieu (en général il s'agit des phonons). Plus cette différence est élevée, plus le transfert de chaleur sera difficile (réflexion des quasi-particules à l'interface). Généralement, le substrat est cristallin, et il est par conséquent très bien couplé thermiquement au bain thermique que représente le point froid de la dilution. Il constitue alors lui-même un bain thermique pour le  $\mu$ -SQUID. Le transfert de chaleur est alors limité par la couche d'isolant (isolation électrique) présente entre le  $\mu$ -SQUID et le substrat. Par définition,  $R_{th} = R_K/S_e$ ,  $S_e = L \times l$  représentant la surface d'échange entre le  $\mu$ -SQUID et le bain thermique. Ainsi, nous avons :

$$\tau_{kapitza} = \frac{R_K}{S_e} C_{th}$$

Généralement, dans la littérature, ce n'est pas  $R_K$  qui est donné mais  $R_K T^3$ . Finalement, nous obtenons :

$$\tau_{kapitza} = \frac{R_K T^3}{S_e} \frac{C_{th}}{T^3} \quad (4.28)$$

Regardons maintenant quel processus domine le refroidissement du  $\mu$ -SQUID. On se place évidemment dans le cas où la température du  $\mu$ -SQUID est supérieure à sa température critique (état normal). Le rapport des deux constante de temps est :

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{kapitza}}{\tau_{cond}} &= \frac{\frac{R_K T^3}{S_e} \frac{C_{th}}{T^3}}{\frac{\rho}{T \mathcal{L}} \frac{L}{l \times e} C_{th}} \\ &= R_K T^3 \frac{T \mathcal{L}}{\rho T^3} \frac{l \times e}{L \times l} \frac{1}{L} \\ &= R_K T^3 \frac{\mathcal{L}}{\rho T^2} \frac{e}{L^2} \end{aligned}$$

Plaçons nous dans le cas où le  $\mu$ -SQUID est à la transition normal-supraconducteur, soit  $T \sim 1 K$ . La résistance de Kapitza est donnée par la résistance d'interface entre le  $\mu$ -SQUID et la couche de la résine AZ (isolant situé entre le  $\mu$ -SQUID et le substrat). Sa valeur est typiquement :  $R_K T^3 \sim 5 \cdot 10^{-3} K^4 m^2 W^{-1}$  à basse température [105, 86]. Les dimensions de notre  $\mu$ -SQUID sont  $L = 640 \mu m$  et  $e = 60 nm$ , et sa résistivité  $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega m$ . Le rapport des deux constantes de temps est alors :

$$\frac{\tau_{kapitza}}{\tau_{cond}} \sim 10^{-6}$$

Nous voyons donc que le refroidissement du  $\mu$ -SQUID est dominé par la conduction à travers la surface d'échange entre le  $\mu$ -SQUID et la résine AZ. En effet, même si le  $\mu$ -SQUID est normal, la chaleur s'évacue très mal par ses bras (jusqu'aux plots de contact) car ceux-ci ont un rapport d'aspect très mauvais : leur longueur totale est d'environ  $1 mm$  pour une surface d'échange de seulement  $600 nm \times 60 nm = 3,6 \cdot 10^{-14} m^2$ .

Pour finir, il est important de noter que  $\Delta T \propto \Delta t$ . Ainsi, pour prévenir l'échauffement du  $\mu$ -SQUID, nous devons disposer d'un moyen de remise à zéro très rapide du courant de polarisation. Pour cela, une électronique de mesure de  $I_c$  a été développée au laboratoire [100, 106].

#### 4.3.5.2 Principe de l'électronique de mesure

L'électronique de mesure (fig 4.11) injecte une rampe de courant continue dans le  $\mu$ -SQUID, jusqu'à ce que ce dernier atteigne son courant critique. Simultanément, une horloge à quartz oscillant à  $40 MHz$  est enclenchée. À la transition du  $\mu$ -SQUID, une

tension apparaît à ses bornes et est détectée par l'électronique, à condition qu'elle dépasse une certaine tension de seuil ajustable par l'utilisateur. La rampe de courant est alors stoppée par l'intermédiaire d'un FET (remise à zéro rapide) pour limiter au maximum l'échauffement du  $\mu$ -SQUID, et le nombre de coups d'horloge accumulé pendant la rampe, envoyé à l'ordinateur. Le courant critique est alors proportionnel à ce nombre de coups d'horloge. Afin d'accélérer l'acquisition des mesures et d'augmenter leur précision, la rampe débute après un palier proche de la transition. Ce cycle est répété périodiquement avec une fréquence maximale de  $25\text{ kHz}$  (fig 4.12). Cette fréquence est donnée par le temps minimum nécessaire pour l'établissement des courants de palier et de la rampe du cycle.

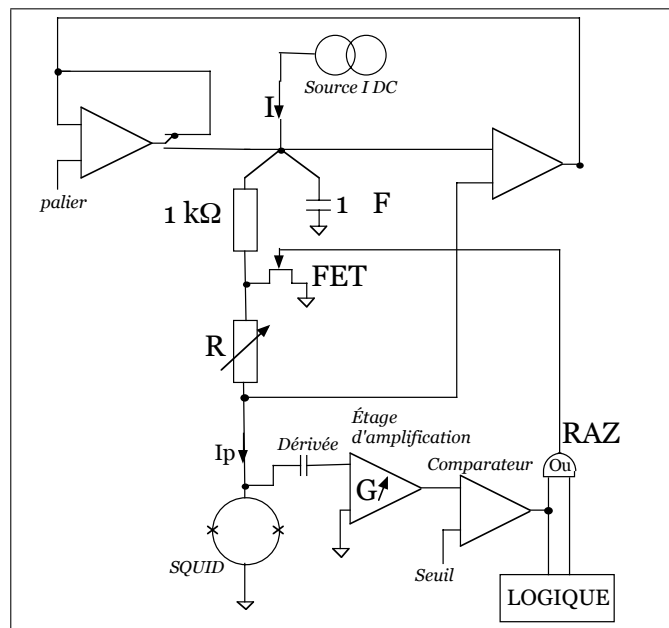


FIG. 4.11 – Schéma de principe de l'électronique de SQUID. Un courant DC est injecté dans le SQUID, jusqu'à ce qu'il atteigne le courant critique de ce dernier. Parallèlement, une horloge ( $40\text{ MHz}$ ) est déclenchée. Apparaît alors une tension à ses bornes, qui est détectée et amplifiée. Simultanément, le courant de polarisation est remis à zéro par l'intermédiaire d'un FET (remise à zéro rapide) et le nombre de coups d'horloge envoyé à l'ordinateur. Afin d'accélérer l'acquisition des mesures et d'augmenter leur précision, la rampe débute après un palier proche de la transition. Ce cycle est répété de manière périodique.

#### 4.3.5.3 Constante de temps de refroidissement du $\mu$ -SQUID

Au moment de la transition, la résistance du  $\mu$ -SQUID est d'environ  $330\ \Omega$  et son courant critique  $I_c = 20\ \mu\text{A}$ . La réponse du FET est de l'ordre de  $10\text{ ns}$  et l'énergie thermique  $Q$  accumulée par le  $\mu$ -SQUID durant ce laps de temps est de l'ordre de  $Q = RI_c^2 \Delta t \simeq 1,3 \cdot 10^{-15}\text{ J}$ .

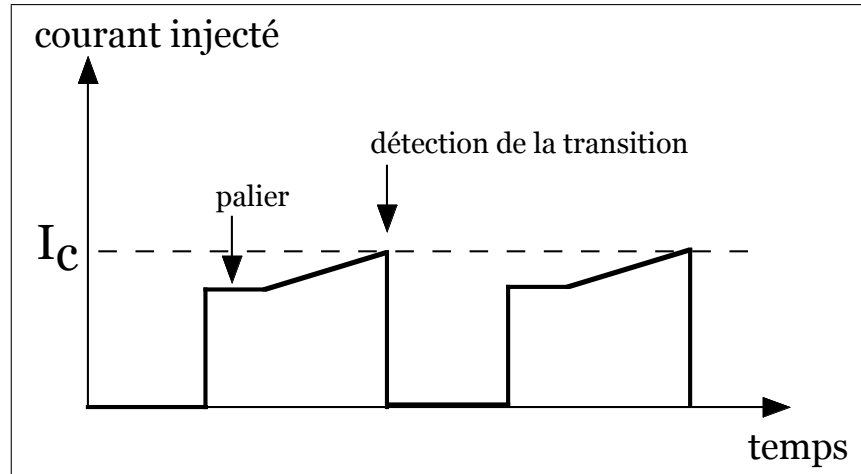


FIG. 4.12 – Évolution dans le temps du courant de polarisation auquel est soumis le gradiomètre. Dès que ce courant atteint la valeur du courant critique, une remise à zéro est effectuée.

Avant d'effectuer une nouvelle mesure, nous devons attendre l'évacuation de cette énergie, qui, nous l'avons vu, s'effectue essentiellement par le substrat et est limitée par la résistance de Kapitza  $R_K$  entre le  $\mu$ -SQUID et la résine AZ.

L'élévation de température du  $\mu$ -SQUID est estimée par :

$$Q = \int C_{th}(T)dT$$

Le volume du  $\mu$ -SQUID (fig 4.13) est de l'ordre de  $320 \mu m \times 600 nm \times (30 nm + 60 nm) \simeq 2 \cdot 10^{-11} cm^3$  (nous avons pris en compte le fait que les deux étages ont respectivement une épaisseur de  $30 nm$  et  $60 nm$ ), ce qui nous permet de calculer sa capacité thermique  $C_{th}$ . Notons qu'ici nous ne prenons que le volume utile, c'est-à-dire le volume qui s'échauffe. Les plots de contact ne sont pas pris en compte, car ils possèdent une grande taille et surtout, ils sont déposés sur des contacts ohmiques directement reliés au réseau cristallin du substrat.

La chaleur massique de l'aluminium dépend de la température du  $\mu$ -SQUID [105, 86]:

$$C = \begin{cases} 1,5 \cdot 10^{-3} T J mol^{-1} K^{-1} & , \text{ pour } T < 1 \text{ K} \\ 6 \cdot 10^{-5} T^3 J g^{-1} K^{-1} & , \text{ pour } T > 1 \text{ K} \end{cases} \quad (4.29)$$

$$(4.30)$$

Compte tenu de la densité de l'aluminium ( $\eta = 2,7 g cm^{-3}$ ), de sa masse molaire ( $M =$

$27g mol^{-1}$ ) et du volume du  $\mu$ -SQUID, la capacité thermique est :

$$C_{th} = \begin{cases} 3 \cdot 10^{-15} T J & , \text{ pour } T < 1 \text{ K} \\ 3 \cdot 10^{-15} T^3 J & , \text{ pour } T > 1 \text{ K} \end{cases} \quad (4.31)$$

Nous pouvons ainsi calculer la température du  $\mu$ -SQUID lorsque celui-ci est soumis à  $Q$ . En dessous de  $1 K$ , nous obtenons :

$$Q = \int 3 \cdot 10^{-15} T dT$$

soit,

$$\begin{aligned} T &= 2,6 \cdot 10^7 \sqrt{Q} \\ &\simeq 1 K \end{aligned}$$

La chaleur dégagée par effet Joule lors de la transition des micro-ponts chauffe donc entièrement le  $\mu$ -SQUID jusqu'à une température de  $1 K$ .

Le temps mis par le  $\mu$ -SQUID pour atteindre son équilibre thermique est donné par :

$$t_{eq} = \frac{L^2}{D}$$

avec, à  $1 K$ ,

$$\begin{aligned} D &= \frac{\kappa}{\eta C} \\ &= \frac{T \mathcal{L} V}{\rho C_{th}} \\ &\simeq 10^{-2} m^2/s \end{aligned}$$

Ce qui donne  $t_{eq} \sim 10 \mu s$ .

Le temps caractéristique pour le refroidissement du  $\mu$ -SQUID est donné par :

$$\begin{aligned} \tau &= R_{th} C_{th} \\ &= \frac{R_K T^3}{S_e} \frac{C_{th}}{T^3} \end{aligned}$$

La surface d'échange est  $S_e = 640 \mu m \times 600 nm \sim 4 \cdot 10^{-10} m^2$ . Compte tenu des valeurs de  $R_K T^3$  et de  $C_{th}$ , nous obtenons, pour une température de  $1 K$ , une constante de temps de



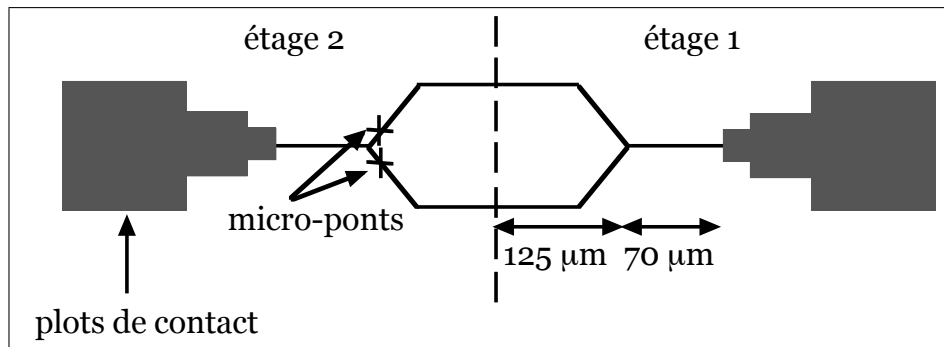


FIG. 4.13 – Description simplifiée du gradiomètre, afin de mettre en évidence les différentes longueurs utiles pour le calcul de son refroidissement.

refroidissement de l'ordre de  $40\text{ ns}$ , et de  $3\text{ }\mu\text{s}$  à  $100\text{ mK}$ . Ainsi la constante de temps total pour le refroidissement du  $\mu$ -SQUID est d'environ  $3\text{ }\mu\text{s}$ , ce qui signifie que ce dernier est de nouveau à la température du cryostat au bout d'environ  $10\text{ }\mu\text{s}$ . Nous remarquons alors que la durée du refroidissement est du même ordre de grandeur que le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre thermique. Le  $\mu$ -SQUID s'échauffe donc tout d'abord localement (près des micro-ponts), mais la constante de temps de refroidissement est suffisamment longue pour permettre à la chaleur de se propager dans tout le  $\mu$ -SQUID (qui atteint alors l'équilibre thermique). Nous avons donc simultanément les deux processus, échauffement et refroidissement.

Ces ordres de grandeurs ont le mérite de montrer que le temps de refroidissement du  $\mu$ -SQUID n'est pas un paramètre qui limite la fréquence d'acquisition. Celle-ci est limitée par l'électronique de mesure, entre autre, par les temps d'établissement des différentes parties du cycle.

#### 4.3.6 Le $\mu$ -SQUID gradiomètre

Les courants permanents étant périodiques en flux de période  $\phi_0$ , la meilleure méthode de détection est de les mesurer en fonction du champ magnétique extérieur sur une amplitude de balayage couvrant plusieurs oscillations. Le  $\mu$ -SQUID<sup>8</sup> détectera donc le flux extérieur  $\phi_e$  plus une composante due aux courants permanents. Mais leur amplitude, de l'ordre de  $10^{-6}\phi_0$  pour un courant de  $5\text{ nA}$ , est  $10^6$  fois plus faible que le flux appliqué. Le  $\mu$ -SQUID mesure donc seulement  $\phi_e$  et est insensible au flux créé par les courants perman-

<sup>8</sup> – Le  $\mu$ -SQUID est lithographié directement sur l'anneau et possède les mêmes dimensions que ce dernier, afin d'obtenir un couplage optimal comme nous venons de le voir.

ents. Afin d'espérer détecter ces courants permanents, il faut soustraire le signal direct dû à  $\phi_e$ . Pour cela, le  $\mu$ -SQUID doit être dans une géométrie de gradiomètre [9] : schématiquement, il s'agit de deux boucles formant un huit, sans contact électrique entre elles au niveau du croisement (fig 4.14). Dans cette géométrie, la partie gauche du  $\mu$ -SQUID « voit »  $-\phi_e/2$  et la droite  $\phi_e/2$ . Le flux total vu par le gradiomètre est donc nul. Mais la réalisation d'un tel  $\mu$ -SQUID est plus délicate que celle d'un  $\mu$ -SQUID simple. En effet, la nécessité d'un pont au niveau du croisement implique trois étapes de lithographie (cette partie est détaillée à la section suivante).

Un gradiomètre parfaitement compensé, n'est sensible qu'au déséquilibre existant entre ses deux boucles. Ainsi, pour mesurer l'aimantation résultant des courants permanents, il faut placer l'échantillon sous une des deux boucles du gradiomètre. La mesure du courant critique du gradiomètre est donc une mesure du déséquilibre créé par les courants permanents. Mais un SQUID ne mesure que l'amplitude d'un flux, et non pas l'amplitude du courant créant ce flux. Afin de remonter à l'amplitude réelle du courant permanent, il faut disposer d'un étalonnage. Il est réalisé par l'intermédiaire d'une boucle d'étalonnage dont la taille est identique à celle d'un anneau. Il suffit alors de mesurer le courant critique du gradiomètre pour une amplitude donnée du courant traversant la boucle. Désormais, grâce à cet étalonnage, une mesure du courant critique du gradiomètre est une mesure directe de l'amplitude des courants permanents ramenée au courant circulant dans un anneau.

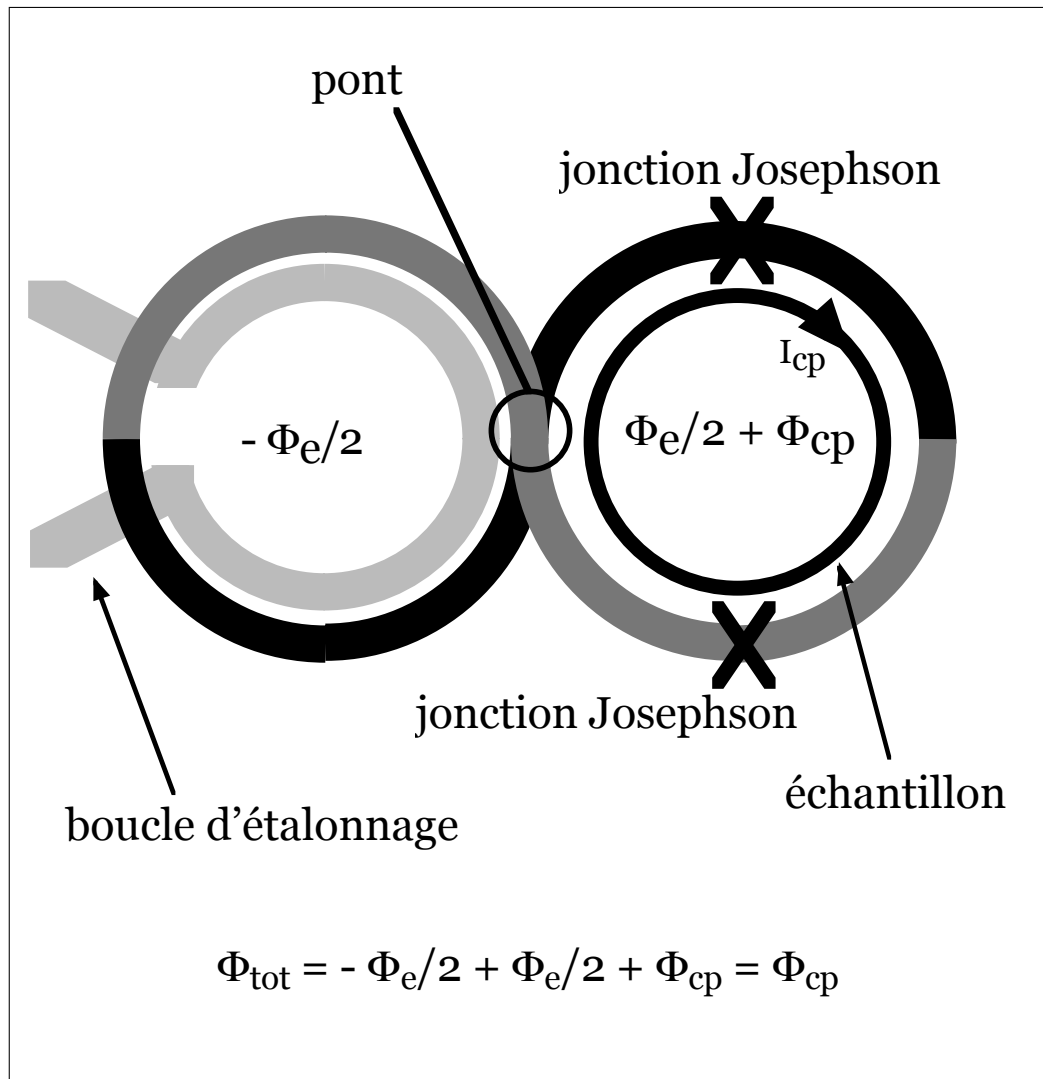


FIG. 4.14 – Schéma de principe du gradiomètre. Il s'agit d'une boucle en forme de huit sans contact au niveau du croisement (pont). Cette géométrie permet de s'affranchir du flux magnétique extérieur. Le gradiomètre n'est alors sensible qu'au déséquilibre existant entre ses deux boucles. Pour mesurer les courants permanents, il faut alors placer l'échantillon sous une des deux boucles.

#### 4.4 Lithographie de l'échantillon

Nous avons vu jusqu'à présent la forme de nos anneaux ainsi que leur gravure à partir du gaz 2D. De plus, nous avons décrit le système de mesure employé pour détecter les courants permanents dans une telle géométrie, à savoir le  $\mu$ -SQUID gradiomètre. Nous avons aussi vu de quelle manière nous pouvions remonter à leur amplitude grâce à l'utilisation d'une boucle d'étalonnage. Nous allons maintenant nous intéresser à la manière dont sont fabriqués nos échantillons.

Toutes les étapes de lithographie sont réalisées au Laboratoire de Microstructures et de Microélectronique (CNRS-Bagneux) par Dominique Mailly en utilisant un masqueur à faisceau d'électrons (JEOL 5DIIU). La résine utilisée pour l'insolation des motifs est le PMMA, et la technique de dépôt des métaux est celle du lift-off.

La fabrication de l'échantillon est précédée par le dépôt de croix d'alignement (200 nm d'or sur 20 nm de titane) sur le substrat. À chaque étape de lithographie, ces croix nous permettent de repositionner le substrat par rapport au faisceau d'électrons avec une précision de 50 nm. La première étape est la réalisation d'un masque en aluminium qui permet de graver les anneaux (fig 2.10). La gravure est réalisée par bombardement d'ions argon sur une profondeur de 5 nm, distance suffisante pour dépléter la partie du gaz d'électrons soumise au faisceau incident (recombinaison des électrons en surface). Ce masque est ensuite enlevé avec de la soude (fig 4.15). Puis viennent les contacts ohmiques ( $\Omega$ ), formés d'un alliage eutectique d'or-germanium-nickel. Les grilles  $G_1, G_2$  et  $G_3$  sont ensuite déposées à la surface des anneaux en même temps que la boucle d'étalonnage. Cette dernière possède les dimensions d'un anneau, si bien que le signal d'aimantation mesuré sera calibré en fonction de l'aimantation d'un anneau unique. Les grilles et la boucle sont obtenues par lift-off d'une couche d'or de 50 nm déposée sur une couche d'accrochage en titane de 10 nm. L'ensemble de l'échantillon est alors recouvert d'une couche isolante de résine AZ 1350 d'épaisseur 60 nm et recuite à 170 °C.

L'étape suivante est la réalisation du  $\mu$ -SQUID gradiomètre (fig 4.16). Le premier niveau (60 nm d'aluminium) est déposé au-dessus des anneaux et de la boucle d'étalonnage. La largeur des bras du gradiomètre est de 600 nm. Une nouvelle couche isolante est déposée pour éviter tout contact électrique entre les deux niveaux du gradiomètre. Le second niveau (complémentaire du premier) est alors déposé (30 nm d'aluminium). Ces deux étapes de lithographie sont la partie cruciale de notre système de mesure, puisque la qualité du

gradiomètre (*i.e.* la compensation du champ magnétique extérieur) est fortement liée à la précision avec laquelle ces deux niveaux sont alignés. Les micro-ponts sont réalisés durant cette seconde étape de lithographie. Leurs dimensions sont :  $L_{\mu p} = 300 \text{ nm} \times l_{\mu p} = 20 \text{ nm} \times h_{\mu p} = 30 \text{ nm}$  (fig 4.17). Leurs faibles dimensions rendent difficile leur réalisation, et souvent, ils sont arrachés au moment du lift-off de la couche d'aluminium. L'épaisseur de ce second niveau, deux fois plus faible que celle du premier, permet de réduire le courant critique du gradiomètre.

Enfin, la dernière étape est le raccordement des deux étages du gradiomètre par dépôt de « pansements » en aluminium, après gravure à travers ces deux niveaux. Cette dernière étape de la réalisation du gradiomètre est elle aussi cruciale. En effet, le raccordement entre les deux niveaux doit être parfaitement métallique. Or, la gravure de la résine AZ s'effectue avec un plasma d'oxygène, qui oxyde la couche d'aluminium ainsi dégagée. C'est pourquoi, juste avant le dépôt des pansements, il faut désoxyder l'aluminium par une gravure avec des ions argon .

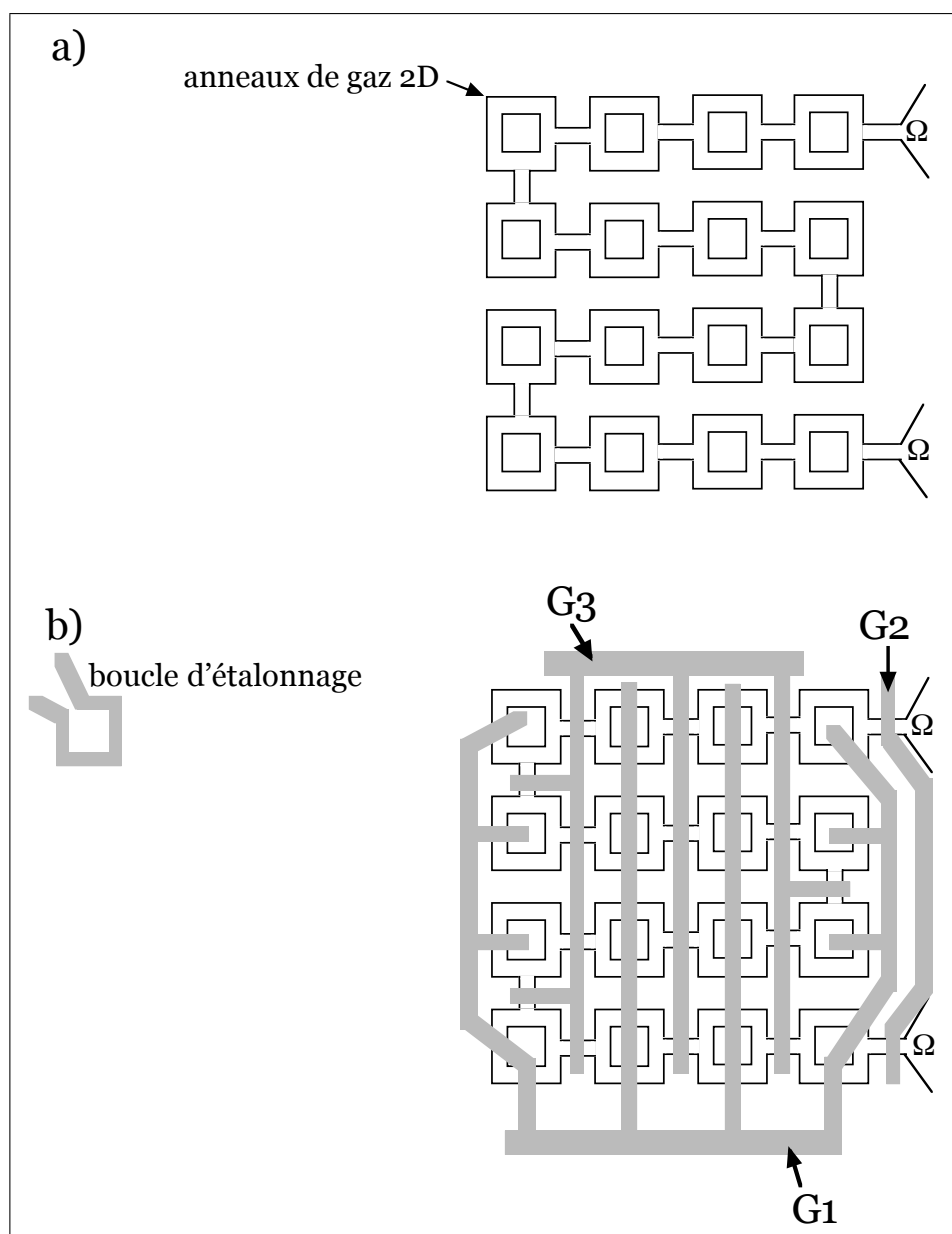


FIG. 4.15 – Principales étapes de la réalisation des échantillons : a) gravure des anneaux par l'intermédiaire d'un masque en aluminium, réalisation des contacts ohmiques ( $\Omega$ ); b) dépôt des trois grilles ( $G_1, G_2$  et  $G_3$ ) et de la boucle d'étalonnage.

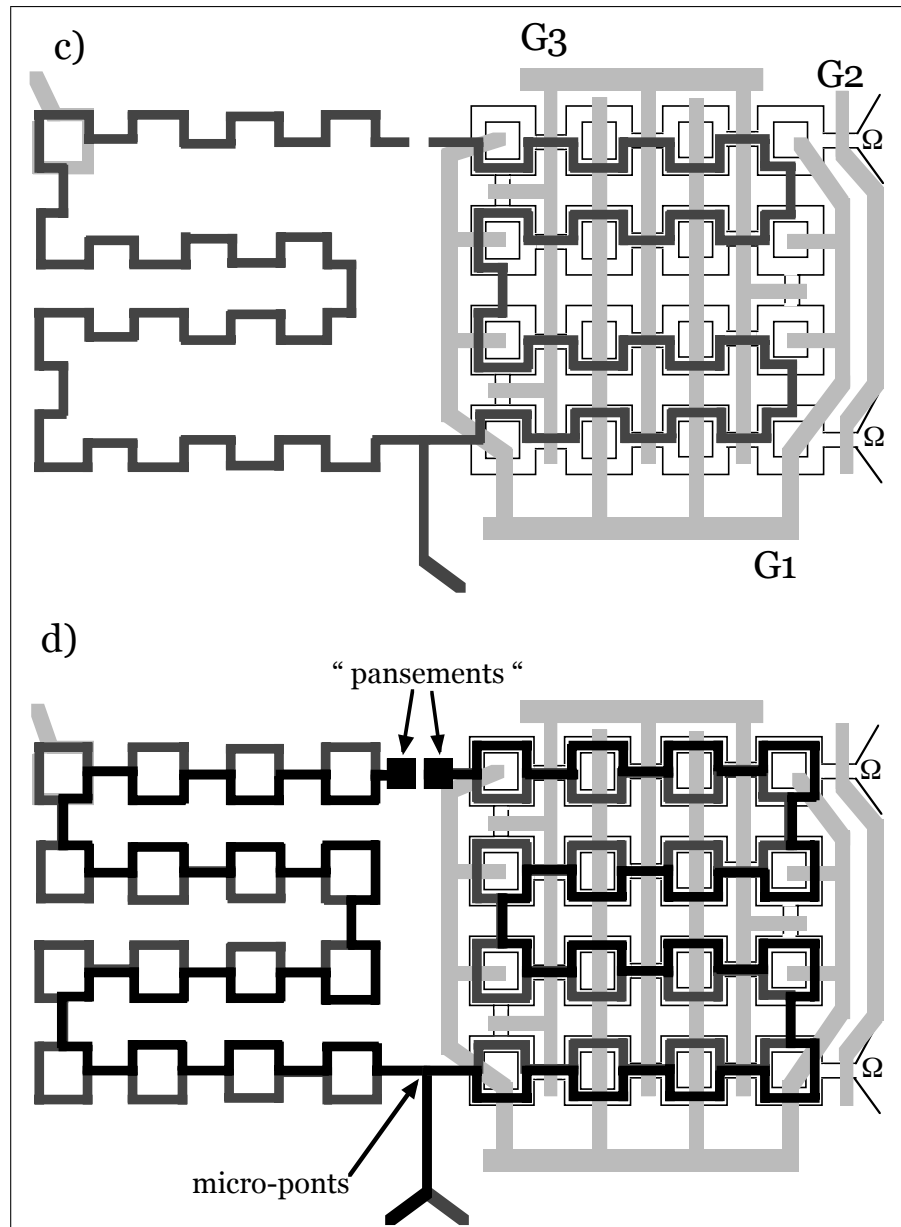


FIG. 4.16 – Principales étapes de la réalisation des échantillons: c) premier niveau du gradiomètre; d) second niveau du gradiomètre. Les microponts de Dayem sont réalisés durant cette étape de lithographie; le raccord des deux niveaux composant le gradiomètre est effectué à l'aide de « pansements ».

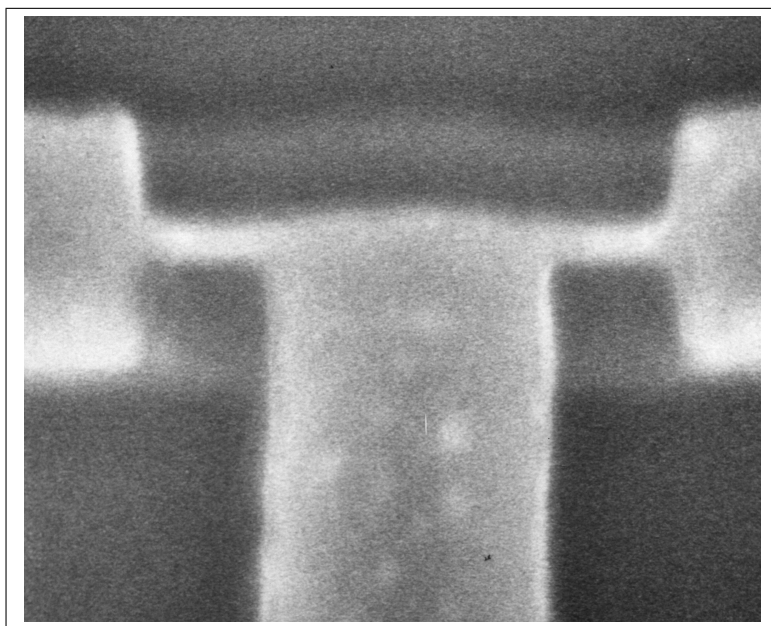


FIG. 4.17 – Photographie des microponts prise au microscope à faisceau d'électrons (MEB).  
Leurs dimensions sont  $300\text{ nm} \times 20\text{ nm} \times 30\text{ nm}$ .



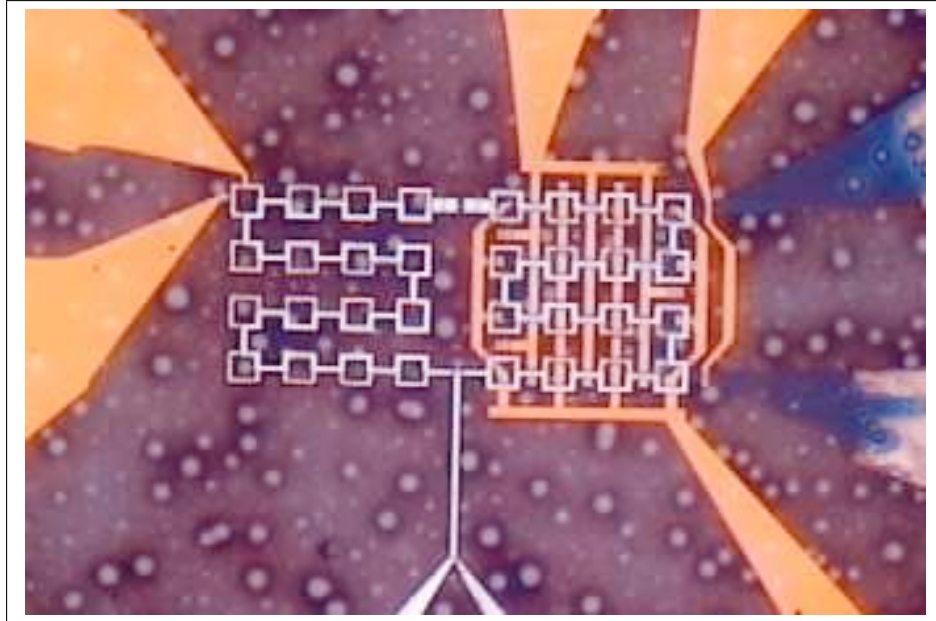


FIG. 4.18 – Photographie optique de la partie centrale de l'échantillon. Nous voyons clairement les grilles et la boucle d'étalonnage, ainsi que le gradiomètre. Les anneaux de gaz 2D sont masqués par ce dernier, et le périmètre d'un de ses anneaux est typiquement  $12\ \mu\text{m}$  et la largeur des bras  $600\ \text{nm}$ . Les microponts sont situés au niveau du départ des bras reliant le gradiomètre à ses plots de contacts.

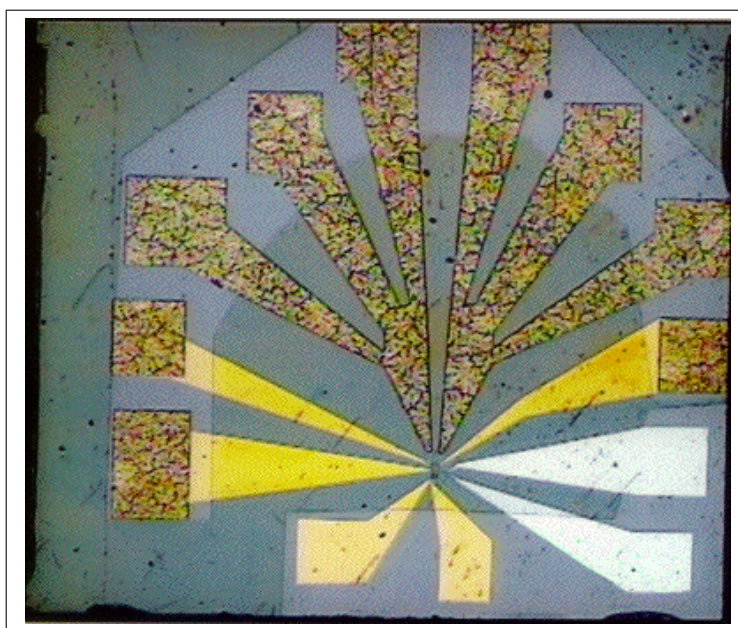


FIG. 4.19 – Photographie optique de l'échantillon vue dans sa totalité. Les anneaux et le gradiomètre sont au point de rencontre des différents plots de contact. La taille d'un de ces plots est d'environ  $200\ \mu\text{m} \times 200\ \mu\text{m}$ .

## 4.5 Connection de l'échantillon

L'échantillon ainsi réalisé (fig 4.19) doit être placé dans un cryostat à dilution et ses plots de contact reliés aux différents fils de mesure. Les soudures sont réalisées à température ambiante à l'aide d'une micro-soudeuse à ultrasons. Cette opération est délicate et nécessite de nombreuses précautions du fait de la fragilité des micro-ponts. En effet, la présence de charges électrostatiques sur la pointe de la micro-soudeuse provoque une différence de potentiel de l'ordre de quelques  $mV$  aux bornes du gradiomètre. Celui-ci ayant une résistance de quelques centaines d'Ohms, il est parcouru par un courant dont l'intensité peut aller jusqu'à  $100 \mu A$ , valeur suffisamment élevée à  $300 K$  pour détruire les micro-ponts.

Pour résoudre ce problème nous avons déposé deux résistances de  $10 k\Omega$  en série avec le gradiomètre (fig 4.20 et fig 4.21). Le risque de détériorer les micro-ponts du  $\mu$ -SQUID n'apparaît qu'au moment de la seconde soudure (pour la première le  $\mu$ -SQUID ne peut être traversé par un courant). Si à ce moment, nous avons une différence de potentiel entre la pointe de la micro-soudeuse et le  $\mu$ -SQUID, alors le courant n'excédera pas typiquement  $0,1 \mu A$ , limité par ces deux résistances. Une fois connecté, le gradiomètre est au même potentiel que l'ensemble de l'échantillon et que la pointe de la micro-soudeuse. Nous pouvons alors court-circuiter les deux résistances (soudures 3 et 4). Une fois la barre de masse ôtée, le gradiomètre possède un plot relié à l'électronique de mesure, l'autre étant directement connecté à la masse du cryostat.

## 4.6 Cryogénie

La physique des courants permanents, et plus généralement la mésophysique, est une physique des très basses températures, car il faut à la fois obtenir des  $l_\phi$  élevées, mais aussi travailler à des températures en deçà de celle définie par l'énergie de Thouless. Pour cela nous utilisons un cryostat à dilution, dont la température de base est de  $13 mK$  pour une puissance frigorifique d'environ  $10 \mu W$ .

### 4.6.1 Principe du cryostat à dilution

Le fonctionnement du cryostat à dilution [107, 86] repose sur une propriété remarquable du mélange binaire formé des 2 isotopes de l'hélium :  $^3He$  et  $^4He$ . À basse température

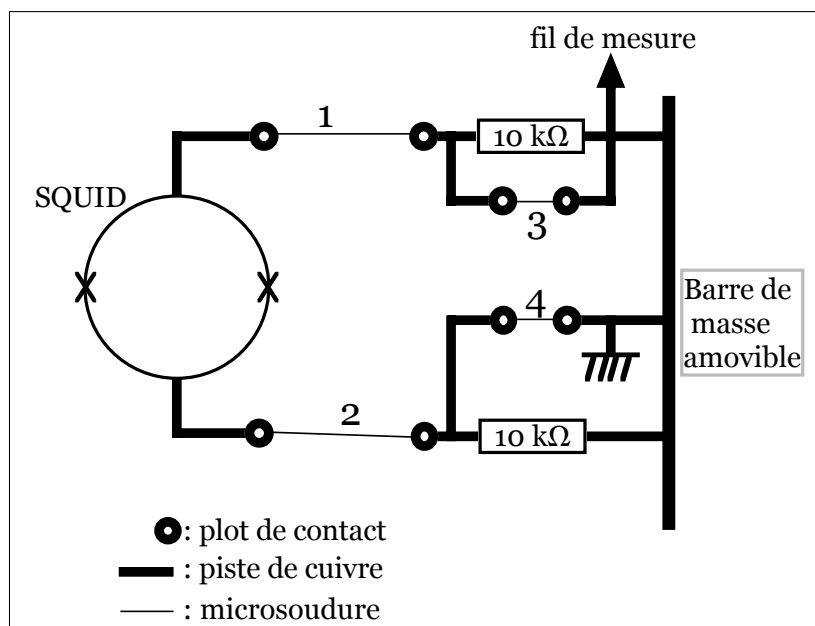


FIG. 4.20 – Connection du gradiomètre aux plots de mesure. Cette étape est délicate et nécessite l'emploi de deux résistances de  $10\text{ k}\Omega$ , pour limiter le courant traversant le gradiomètre, si une tension apparaît entre ce dernier et la pointe de la micro-soudeuse.

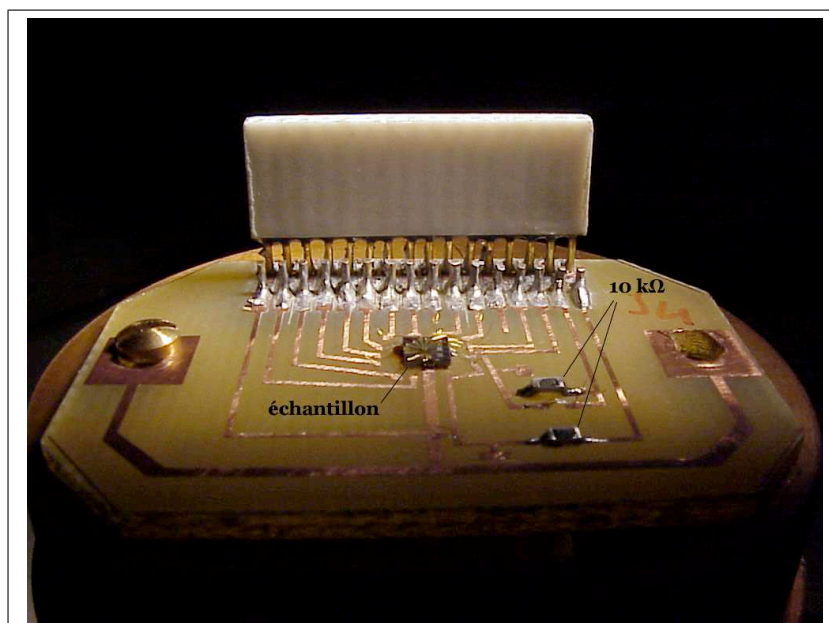


FIG. 4.21 – Photographie du porte échantillon. L'échantillon est placé en son centre. Ses plots sont connectés aux pistes de cuivre de la plaquette à l'aide d'une micro-soudeuse.

(environ  $870\text{ mK}$ ), ce mélange se sépare en deux phases distinctes, l'une d' $^3\text{He}$  pur, l'autre d' $^3\text{He}$  dilué dans l' $^4\text{He}$ , avec une concentration limite d' $^3\text{He}$  de 6.6 % à température nulle. Si on enlève de  $^3\text{He}$  de la phase diluée (par pompage), un transfert d'atomes d' $^3\text{He}$  de la phase pure vers cette phase diluée va alors s'effectuer afin de rétablir la concentration initiale en  $^3\text{He}$  de la phase diluée. C'est ce transfert qui s'accompagne d'un refroidissement

à l'interface des deux phases, lié à leur différence d'enthalpie, permettant ainsi d'obtenir des basses températures.

#### 4.6.2 Thermométrie et filtrage des hyperfréquences

Le contrôle de la température de l'échantillon s'effectue grâce à des thermomètres à oxyde de ruténium ( $RuO_2$ ) placés sur la boîte à mélange (partie la plus froide du cryostat à dilution). Le principe est basé sur les variations de leur résistance en fonction de la température. Leur plage d'utilisation s'échelonne entre  $700\text{ mK}$  et  $10\text{ mK}$ , et leur courbe d'étalonnage est de la forme :

$$T = \frac{T_0}{(\ln(R/R_0))^4} \quad (4.33)$$

où  $T_0$  et  $R_0$  sont des constantes spécifiques à chaque thermomètre et que l'on détermine en ajustant les courbes  $R(T)$ .

Nous avons vu que les chocs électrons-photons sont un des processus conduisant à la limitation de  $l_\phi$ . La température des électrons est imposée par le réseau cristallin de l'AsGa *via* les phonons des réservoirs. La température de ces derniers est donc la température du cryostat. Les photons quant à eux arrivent directement par les câbles de mesure depuis un environnement à une température de  $300\text{ K}$ . Le moyen utilisé pour réduire ce nombre de photons est l'utilisation de câbles coaxiaux qui sont des filtres hyperfréquences très efficaces (voir annexe A). Nous avons utilisé des thermocoaxs [108], filtres coaxiaux les mieux adaptés aux expériences de physique mésoscopique.

## 4.7 Acquisition des données

La mesure des courants permanents est en fait une mesure du courant critique  $I_c$  du gradiomètre en fonction du champ magnétique. L'amplitude des oscillations et la périodicité de  $I_c$  sont directement reliées à la valeur du courant typique présent dans les anneaux. Ainsi l'évolution de  $I_c$  durant un balayage en champ magnétique est une mesure instantanée du courant typique. Ce dernier est défini comme une mesure des fluctuations du courant permanent autour de sa valeur moyenne. Nous devons donc réaliser une statistique de la distribution de ces fluctuations afin de calculer l'amplitude de ce courant typique, et pour cela, nous devons disposer d'un grand nombre de mesures. De plus, l'écart-type d'une distribution décroît comme la racine carrée du nombre de mesures [109], ce qui implique que ce dernier soit le plus grand possible.

### 4.7.1 Chaîne de mesure

La chaîne de mesure est représentée sur la figure 4.22. Elle se compose de l'électronique de SQUID qui détecte la transition du gradiomètre et envoie à l'ordinateur le nombre de coups d'horloge accumulé pendant la rampe de courant. Ce nombre est ensuite converti en amplitude de courant critique par le programme d'acquisition.

Parallèlement à la mesure des courants permanents, nous effectuons des mesures d'effet Aharonov-Bohm (oscillations de la résistance en fonction du flux magnétique). Pour cela nous utilisons les techniques classiques de mesure de tension (mesure quatre fils), avec l'aide d'une détection synchrone. Par l'intermédiaire d'une résistance de  $100\text{ M}\Omega$ , nous injectons dans l'échantillon un courant à une fréquence donnée, et nous mesurons la tension aux bornes des anneaux à cette même fréquence. Il faut de plus que le courant envoyé dans les anneaux ne perturbe pas les courants permanents. En particulier, les électrons de transport doivent posséder une énergie inférieure à l'énergie d'excitation thermique imposée par le cryostat (*i.e.*  $V < k_B T/e \sim 1\text{ }\mu\text{V}$  à  $13\text{ mK}$ ). De plus, l'amplitude du courant doit être inférieure à celle des courants permanents. Pour nos anneaux, l'ordre de grandeur des courants permanents est de  $1,25\text{ nA}$  par anneau; nous polarisons donc l'échantillon avec un courant de  $100\text{ pA}$  à la fréquence de  $777\text{ Hz}$ . Notons que les électrons de transport sont à l'énergie de Fermi, alors que les courants permanents sont un effet collectif qui inclut tous les électrons de chaque anneau (en fait, les  $E_c/\Delta$  derniers niveaux d'énergie, comme nous l'avons déjà vu). On peut donc négliger l'effet du courant de transport.

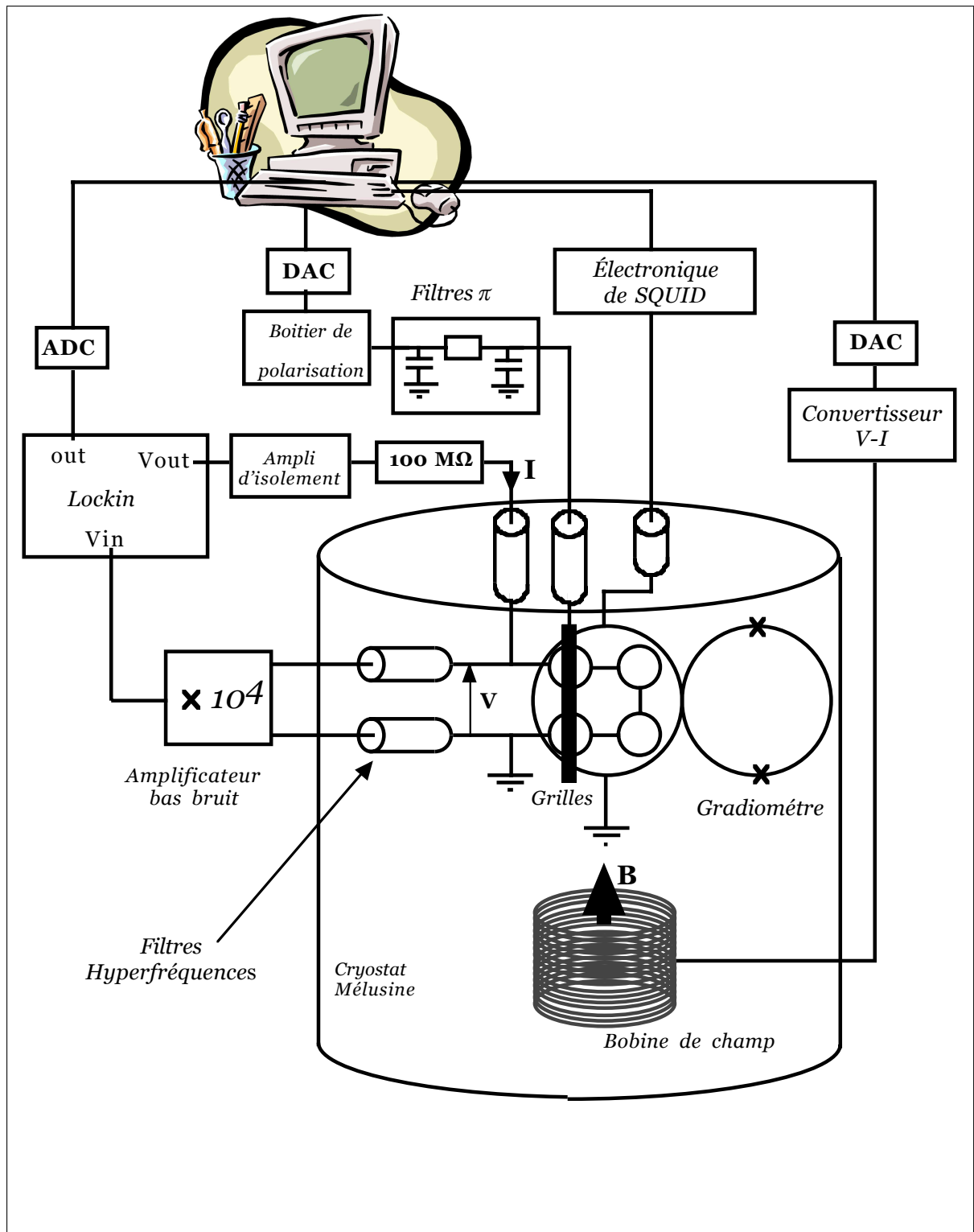


FIG. 4.22 – Description de la chaîne de mesure. Elle est entièrement contrôlée par l'ordinateur et permet, en plus de la mesure des courants permanents, de caractériser les échantillons (mesure de transport sous champ magnétique). Chaque fil de mesure est un thermocoax, permettant un filtrage efficace des composantes hyperfréquences du rayonnement électromagnétique.

La tension aux bornes de l'échantillon est mesurée par la détection synchrone à la même fréquence que le courant de polarisation. Cette valeur est ensuite envoyée à l'ordinateur par l'intermédiaire d'un convertisseur analogique-digital (ADC). Les tensions de grilles et le courant dans la bobine de champ sont contrôlés par l'ordinateur *via* des convertisseurs digital-analogique (DAC). Tous les fils d'amenée de courant et de mesure sont cablés à l'intérieur du cryostat avec des câbles coaxiaux qui sont de très bons filtres hyperfréquences (filtrage de l'environnement électromagnétique). Afin de limiter l'influence du bruit électromagnétique sur les tensions de grilles, des filtres «  $\pi$  » sont disposés dès l'entrée du cryostat (filtrage des composantes basses fréquences du rayonnement électromagnétique). Toutes les masses ont été découplées de la terre et les boucles de masse éliminées (montage en « étoile »). Toutes ces dispositions pour éliminer au maximum les sources de bruit sont justifiées par la faible amplitude du signal à détecter. Mais nous verrons au chapitre suivant que cela ne nous permet pas cependant de visualiser directement le signal d'aimantation dû aux courants permanents, et un travail de traitement de données s'avère nécessaire.

#### 4.7.2 Programme d'acquisition

La chaîne de mesure est entièrement contrôlée par l'ordinateur par l'intermédiaire d'une interface graphique (fig 4.23). Elle permet, outre la mesure des courants permanents, de caractériser les  $\mu$ -SQUID gradiomètres (histogrammes, bruit en  $1/f$ , comportement en champ magnétique) et de réaliser des mesures de magnétorésistance sur tout type d'échantillons.

Les fenêtres « SQUID » et « mesure » gèrent l'électronique de SQUID, la fenêtre « ADC » se rapporte à la mesure de la résistance de l'échantillon et la fenêtre « Balayage du champ » contrôle l'exploration en champ magnétique, les tensions de grilles à appliquer, ainsi que les cycles de mesure. Ces derniers trouvent leur origine dans le fait que notre méthode de mesure est la comparaison de l'aimantation dans une géométrie d'anneaux connectés à l'aimantation dans une géométrie d'anneaux ouverts, dans laquelle les courants permanents n'existent pas. De plus pour réaliser une statistique nous devons avoir un grand nombre de mesures que l'on répète suivant un cycle dont le choix est fortement lié au traitement de données que nous réalisons par la suite.



### 4.7.3 Enregistrement des fichiers

Nous réalisons ainsi une succession de fichiers contenant les mesures du courant critique du gradiomètre, acquises sur un nombre fixé d'allers-retours de balayage en champ magnétique. Chaque fichier représente un temps total d'acquisition d'environ 30 s, et contient un en-tête dans lequel est consigné l'ensemble des paramètres de la mesure (fig 4.24). Le nom de ces fichiers est composé de la date de création suivi du nom de la grille utilisée durant la mesure (fig 4.25).

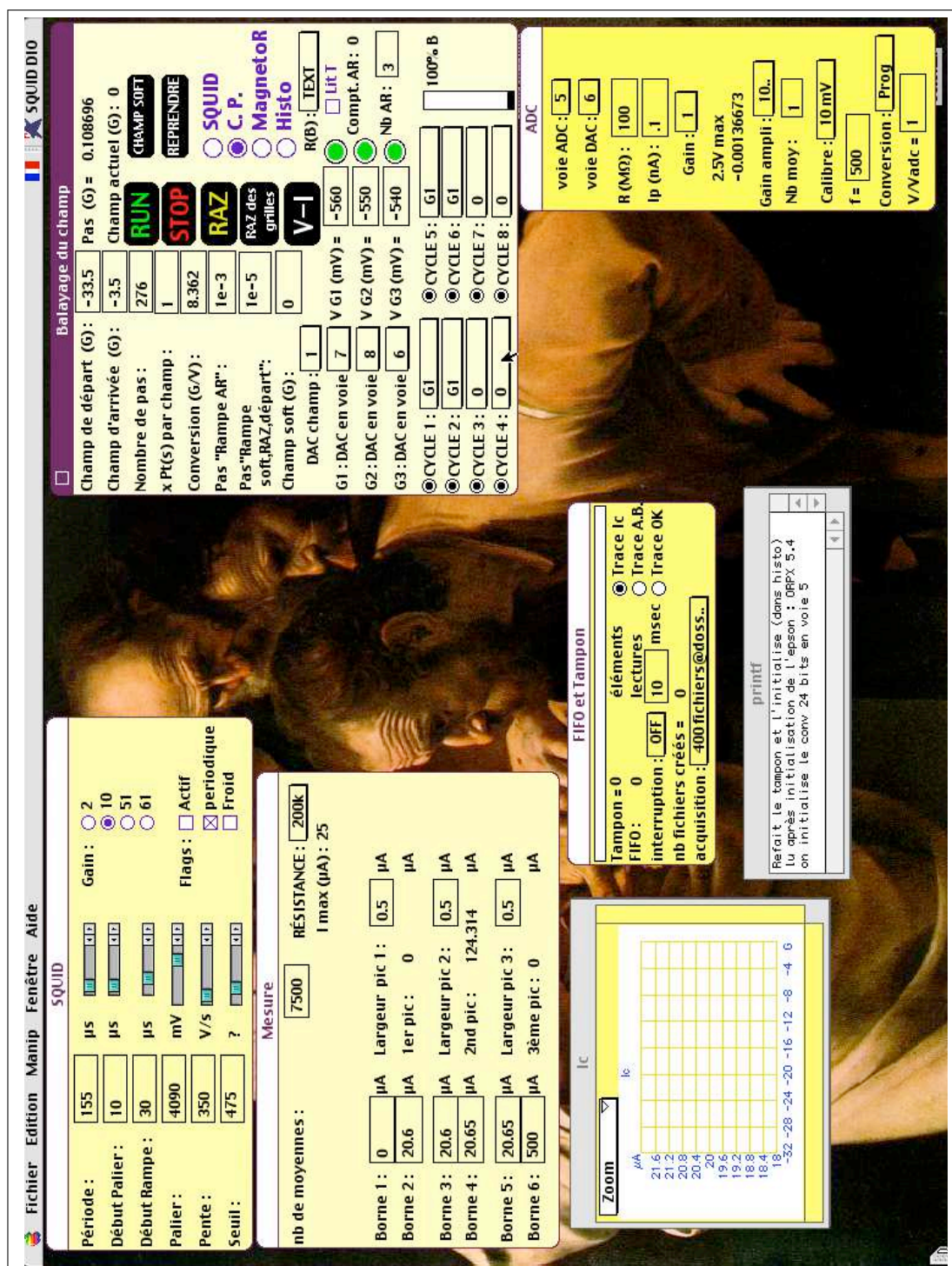
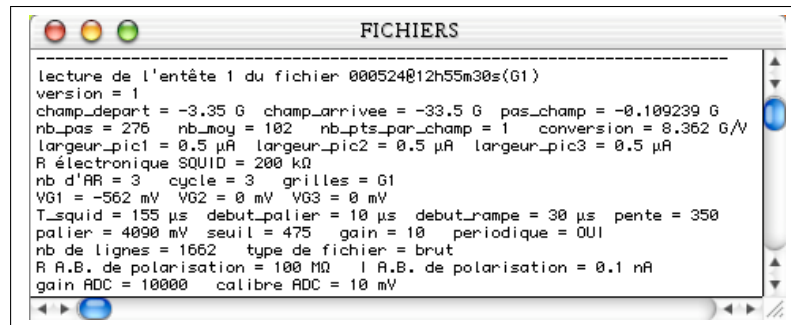


FIG. 4.23 – Interface graphique du programme d'acquisition. L'électronique de SQUID est contrôlée par les fenêtres « SQUID » et « MESURE » ; le balayage en champ et le contrôle des tensions de grille sont effectués par la fenêtre « BALAYAGE EN CHAMP ». Celle intitulée « ADC » permet de mesurer la résistance de l'échantillon, et « FIFO ET TAMPON » est un contrôle du flux de données arrivant à l'ordinateur. Les valeurs du courant critique en fonction du champ magnétique sont tracées sur le graphe « Ic ».

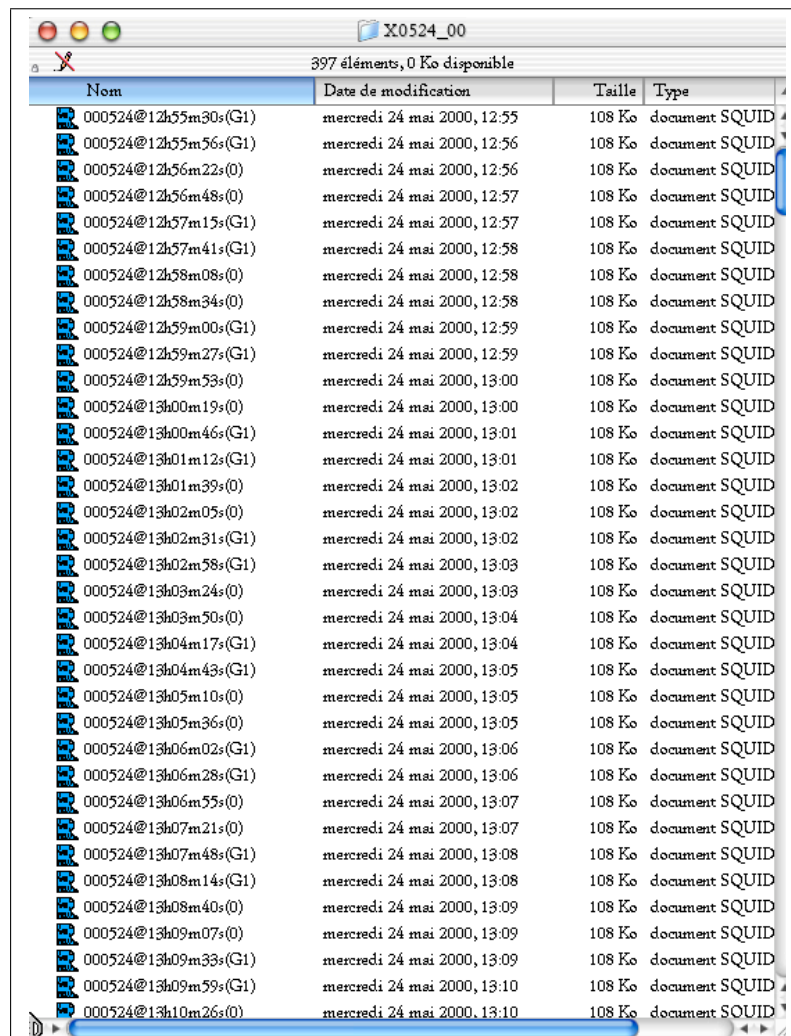


```

lecture de l'entête 1 du fichier 000524@12h55m30s(G1)
version = 1
champ_depart = -3.35 G  champ_arrivee = -33.5 G  pas_champ = -0.109239 G
nb_pas = 276  nb_moy = 102  nb_pts_par_champ = 1  conversion = 8.362 G/V
largeur_pic1 = 0.5 µA  largeur_pic2 = 0.5 µA  largeur_pic3 = 0.5 µA
R électronique SQUID = 200 kΩ
nb d'AR = 3  cycle = 3  grilles = G1
VG1 = -562 mV  VG2 = 0 mV  VG3 = 0 mV
T_squid = 155 µs  debut_palier = 10 µs  debut_rampe = 30 µs  pente = 350
palier = 4090 mV  seuil = 475  gain = 10  periodique = OUI
nb de lignes = 1662  type de fichier = brut
R A.B. de polarisation = 100 MΩ  I A.B. de polarisation = 0.1 nA
gain ADC = 10000  calibre ADC = 10 mV

```

FIG. 4.24 – En-tête présent dans chaque fichier regroupant l'ensemble des paramètres de la mesure. Ceux-ci seront utilisés pour le traitement des données.



397 éléments, 0 Ko disponible

Nom	Date de modification	Taille	Type
000524@12h55m30s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:55	108 Ko	document SQUID
000524@12h55m56s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:56	108 Ko	document SQUID
000524@12h56m22s(0)	mercredi 24 mai 2000, 12:56	108 Ko	document SQUID
000524@12h56m48s(0)	mercredi 24 mai 2000, 12:57	108 Ko	document SQUID
000524@12h57m15s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:57	108 Ko	document SQUID
000524@12h57m41s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:58	108 Ko	document SQUID
000524@12h58m08s(0)	mercredi 24 mai 2000, 12:58	108 Ko	document SQUID
000524@12h58m34s(0)	mercredi 24 mai 2000, 12:58	108 Ko	document SQUID
000524@12h59m00s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:59	108 Ko	document SQUID
000524@12h59m27s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 12:59	108 Ko	document SQUID
000524@12h59m53s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:00	108 Ko	document SQUID
000524@13h00m19s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:00	108 Ko	document SQUID
000524@13h00m46s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:01	108 Ko	document SQUID
000524@13h01m12s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:01	108 Ko	document SQUID
000524@13h01m39s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:02	108 Ko	document SQUID
000524@13h02m05s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:02	108 Ko	document SQUID
000524@13h02m31s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:02	108 Ko	document SQUID
000524@13h02m58s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:03	108 Ko	document SQUID
000524@13h03m24s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:03	108 Ko	document SQUID
000524@13h03m50s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:04	108 Ko	document SQUID
000524@13h04m17s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:04	108 Ko	document SQUID
000524@13h04m43s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:05	108 Ko	document SQUID
000524@13h05m10s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:05	108 Ko	document SQUID
000524@13h05m36s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:05	108 Ko	document SQUID
000524@13h06m02s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:06	108 Ko	document SQUID
000524@13h06m28s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:06	108 Ko	document SQUID
000524@13h06m55s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:07	108 Ko	document SQUID
000524@13h07m21s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:07	108 Ko	document SQUID
000524@13h07m48s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:08	108 Ko	document SQUID
000524@13h08m14s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:08	108 Ko	document SQUID
000524@13h08m40s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:09	108 Ko	document SQUID
000524@13h09m07s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:09	108 Ko	document SQUID
000524@13h09m33s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:09	108 Ko	document SQUID
000524@13h09m59s(G1)	mercredi 24 mai 2000, 13:10	108 Ko	document SQUID
000524@13h10m26s(0)	mercredi 24 mai 2000, 13:10	108 Ko	document SQUID

FIG. 4.25 – Le nombre total de fichiers acquis pour la mesure des courants permanents dans une géométrie d'anneaux connectés est de 12000.

## 4.8 Traitement des données

### 4.8.1 La Transformée de Fourier Rapide

Nous avons vu que l'amplitude de l'aimantation résultant des courants permanents est très faible (environ  $1000 \mu_B$ ), et nécessite l'utilisation d'un gradiomètre. Mais cela n'est pas suffisant, car cette amplitude est plus faible que le niveau moyen du bruit. Alors, pour détecter un si faible signal, nous allons utiliser une de ses propriétés, à savoir sa périodicité. En effet, le moyen le plus simple et le plus efficace pour mesurer un signal périodique de très faible amplitude noyé dans un bruit aperiodique est de réaliser une transformée de Fourier de la mesure. Nous obtenons ainsi un spectre représentant l'amplitude du signal en fonction de la fréquence. Dans ce spectre, le bruit est une composante continue<sup>9</sup> et le signal un pic situé à la fréquence des oscillations.

Notre traitement des données consiste ainsi à réaliser la statistique des spectres de Fourier d'un grand nombre de mesures.

Les transformées de Fourier sont réalisées à partir d'un algorithme développé par Cooley et Tukey dans les années 60 : il s'agit de la FFT, pour *Fast Fourier Transform* (Transformée de Fourier Rapide). Son principe consiste à réduire la difficulté du problème grâce à des dichotomies successives qui permettent de se ramener finalement à des transformées de Fourier à un seul élément [110]. Notons que pour que la dichotomie puisse être menée jusqu'à son terme, il faut que le nombre d'échantillons soit égale à une puissance de 2.

### 4.8.2 Préparation des données

Les mesures sont enregistrées dans différents fichiers, appelés « fichiers bruts ». Chaque fichier est une mesure du courant critique du gradiomètre sur un nombre d'aller-retours en champ magnétique donné. Ces fichiers se répartissent en deux catégories (fig 4.26) : la première représente la mesure de l'aimantation dans une géométrie d'anneaux ouverts (fichiers  $R$ ), et la seconde celle obtenue dans une géométrie d'anneaux connectés ou isolés (fichiers  $M$ ). Les fichiers  $R$  sont obtenus en polarisant la grille  $G_1$  : ils représentent donc une mesure de référence puisque dans ce cas les courants permanents n'existent pas. Les fichiers  $M$  quant à eux contiennent le signal des courants permanents dans la géométrie considérée.

---

<sup>9</sup> – Sauf à basses fréquences où domine le bruit en  $1/f$ .

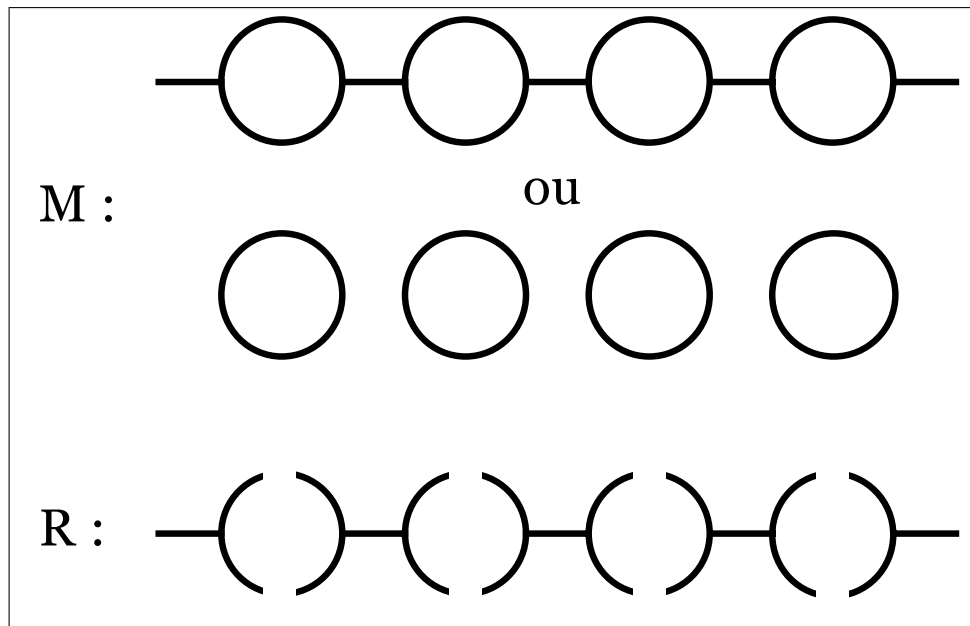


FIG. 4.26 – Les mesures se répartissent en deux catégories de fichiers : les fichiers nommés  $R$  représentent une mesure dans une géométrie d'anneau ouverts et constituent donc une mesure de référence, et les fichiers  $M$ , sont quant à eux obtenus dans une géométrie d'anneaux connectés ou isolés et contiennent ainsi le signal des courants permanents.

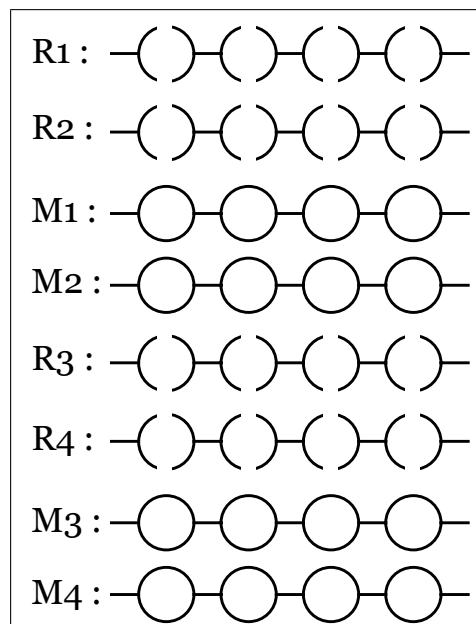


FIG. 4.27 – Ces fichiers « bruts » sont accumulés suivant une série bien définie, ce qui nous permet de créer deux autres types de fichiers, les uns contenant l'amplitude des courants permanents ( $S$ ), les autres étant une estimation au même instant du bruit expérimental ( $B$ ).

Ces fichiers sont créés suivant la série (fig 4.27) :  $R_1 R_2 M_1 M_2 R_3 R_4 M_3 M_4 \dots$  Cette série nous permet de créer d'autres fichiers par addition et soustraction des fichiers bruts : nous

obtenons les « fichiers traités ». Là aussi, ces fichiers se regroupent en deux catégories : la première contient les fichiers de signal, noté  $S$ , qui sont la différence des fichiers  $M$  et  $R$  et contiennent donc le signal des courants permanents, l'autre représente les fichiers de bruit, noté  $B$ , qui sont la soustraction de deux fichiers bruts identiques. Ils ne contiennent donc aucune contribution due aux courants permanents. Chaque fichier traité, signal et bruit, est obtenu à partir des mêmes fichiers bruts, permettant ainsi d'avoir au même instant une estimation de l'amplitude des courants permanents et du bruit expérimental. Notons que les transformées de Fourier sont appliquées sur ces fichiers traités.

Voyons en détail de quelle manière nous créons ces fichiers traités :

- tout d'abord, chaque fichier traité doit présenter une extension dans le temps inférieure au temps caractéristique de la remontée du bruit en  $1/f$ , ce qui détermine le nombre maximum de fichiers bruts le composant. Au minimum ce nombre est de quatre (2 fichiers  $R$  et 2 fichiers  $M$ ). Dans le cas des RUN 1 et 2, la remontée du bruit basse fréquence se situe vers  $3 \text{ min}$ , comme nous le verrons au chapitre suivant. Chaque fichier brut représentant une durée dans le temps égale à  $30 \text{ s}$ , nous choisissons de créer chaque fichier traité à partir de seulement quatre fichiers bruts. Ainsi, ces fichiers traités contiennent une durée dans le temps de  $2 \text{ min}$  qui est bien inférieure au temps caractéristique de la remontée du bruit en  $1/f$  ;
- de plus, pour une comparaison directe des fichiers  $S$  et  $B$ , chacun d'entre eux doit contenir le même bruit en  $1/f$ . Ces derniers doivent donc être créés à partir du même nombre de fichiers bruts et surtout, les fichiers bruts choisis doivent être séparés par le même intervalle de temps ;
- ensuite, nous voulons déterminer quelle est la distribution en amplitude des FFT des fichiers  $S$  et  $B$ . Nous favorisons alors le nombre total de fichiers traités au détriment du niveau de bruit présent dans chacun d'eux. Ceci sera compensé par la statistique, puisque l'écart type d'une distribution décroît comme la racine carrée du nombre d'échantillons ;
- enfin, les courants permanents (ou plus exactement les fonctions d'ondes électroniques) doivent garder la même phase entre deux fichiers  $M$ . Deux phénomènes peuvent expliquer ce changement de phase : premièrement la gravure du gaz 2D crée involontairement des boîtes quantiques qui injectent ou absorbent des électrons du gaz 2D. Or les courants permanents sont sensibles à ce nombre d'électrons [111]. De plus, les tensions de grilles appliquées créent localement d'importants champs électriques

( $10^6 \text{ V m}^{-1}$ ) pouvant déplacer les dopants présents dans le AlGaAs. Nous avons alors une nouvelle configuration du désordre, à laquelle les courants permanents sont aussi très sensibles. Si bien que les fichiers  $M$  utilisés pour créer un fichier  $S$  ou  $B$  doivent être voisins.

Ainsi, nous choisissons de regrouper les fichiers « bruts » par paquets de quatre ; les fichiers  $S$  et  $B$  étant alors donnés, pour le premier paquet (fig 4.28), par :

$$S_1 = (M_1 - R_2) + (M_2 - R_3)$$

$$B_1 = (M_1 - M_2) + (R_2 - R_1)$$

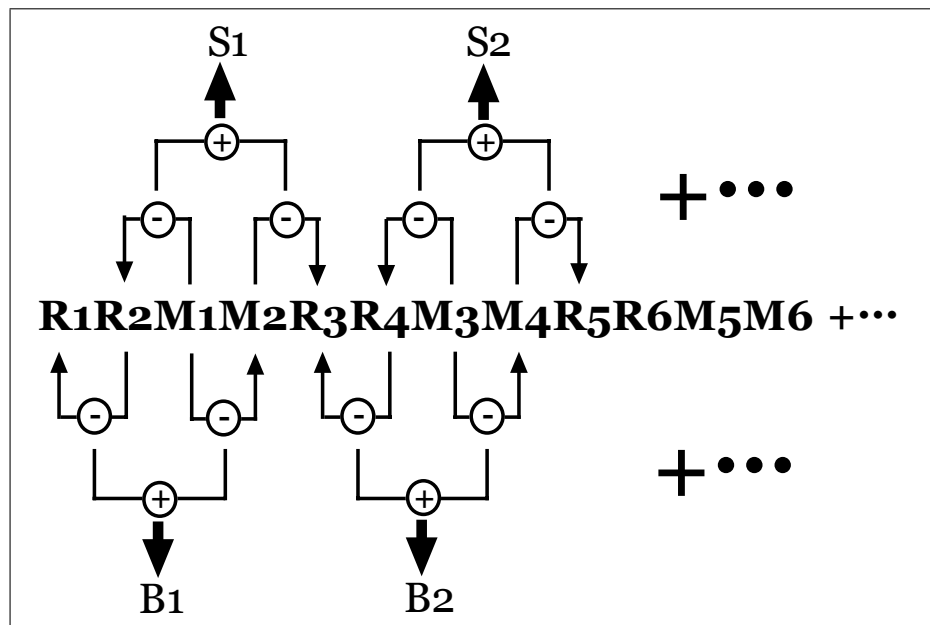


FIG. 4.28 – À partir des fichiers bruts  $R$  et  $M$ , nous créons les fichiers  $S$  et  $B$ . Ces fichiers sont obtenus par addition et soustraction successives des fichiers  $R$  et  $M$ . Compte tenu des contraintes liés au traitement des données (bruit basse fréquence, comparaison au même instant de l'amplitude des courants permanents et du bruit expérimental), ces opérations doivent être réalisées suivant un ordre bien défini. Ainsi, les deux premiers fichiers  $S$  et  $B$  sont donnés par :  $S_1 = (M_1 - R_2) + (M_2 - R_3)$  et  $B_1 = (M_1 - M_2) + (R_2 - R_1)$ .

Le fichier traité  $S$  contient seulement le signal des courants permanents, et le fichier  $B$  est une estimation du bruit de la mesure de  $S$ . Cette possibilité de soustraire au même instant la composante du bruit d'une mesure est un avantage indéniable de notre expérience et contribue largement à sa réalisation. De plus, chacun des deux fichiers traités contient le même bruit en  $1/f$ , permettant ainsi une comparaison directe de  $S$  et  $B$ .

### 4.8.3 Statistique sur l'ensemble des spectres

Chaque fichier  $S$  représente un échantillonnage du courant typique. Pour retrouver son amplitude, nous devons reconstituer sa distribution. Notons que l'écart-type de cette distribution donne l'incertitude associée à la mesure de  $I_{typ}$ .

Faisons l'hypothèse que le bruit  $B$  contenu dans chaque fichier  $S$  est gaussien. Quelle est alors la véritable amplitude des courants permanents dans  $S$ ? La figure 4.29 représente dans le plan complexe une mesure  $S$ : en conservant les mêmes notations que précédemment, les courants permanents sont représentés par  $I$ , le bruit gaussien par  $B$  et la mesure par  $S$ . Il est important de noter que  $I$  et  $B$  n'ont aucune raison d'être en phase, et pour reconstituer la distribution de  $S$  il faut tenir compte des phases des deux signaux. En fait, la grandeur pertinente est la différence de phase entre  $I$  et  $B$ . Ainsi pour simplifier le calcul, nous supposons que  $I$  est entièrement réel et que le bruit est distribué suivant une gaussienne dans le plan complexe :

$$P(B) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.34)$$

où ici  $\sigma = B$ .

Comme le courant typique est défini par  $\sqrt{\langle I^2 \rangle}$ , nous allons plutôt calculer la distribution de  $S^2$ , même si expérimentalement nous ne mesurons que  $S$ . La valeur moyenne de  $S^2$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \langle S^2 \rangle &= \langle (I + B)^2 \rangle \\ &= \frac{1}{\pi B^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} ((I + x)^2 + y^2) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{B^2}\right) dx dy \end{aligned} \quad (4.35)$$

Cette équation s'intègre facilement en coordonnées polaires. Nous obtenons ainsi :

$$\langle S^2 \rangle = \langle I^2 \rangle + \langle B^2 \rangle \quad (4.36)$$

En fait nous pouvons retrouver simplement ce résultat en supposant que le bruit est nul en moyenne et que  $I$  et  $B$  sont indépendants :

$$\begin{aligned} \langle S^2 \rangle &= \langle (I + B)^2 \rangle \\ &= \langle I^2 + B^2 + 2IB \rangle \\ &= \langle I^2 \rangle + \langle B^2 \rangle + 2\langle I \rangle \langle B \rangle \\ &= \langle I^2 \rangle + \langle B^2 \rangle \end{aligned}$$



Le courant typique est alors simplement donné par :

$$I_{typ} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} = \sqrt{\langle S^2 \rangle - \langle B^2 \rangle} \quad (4.37)$$

L'incertitude sur  $I_{typ}$  est donnée par l'écart-type de la distribution de  $S^2$  (qui est le même que celui de  $B^2$ ).

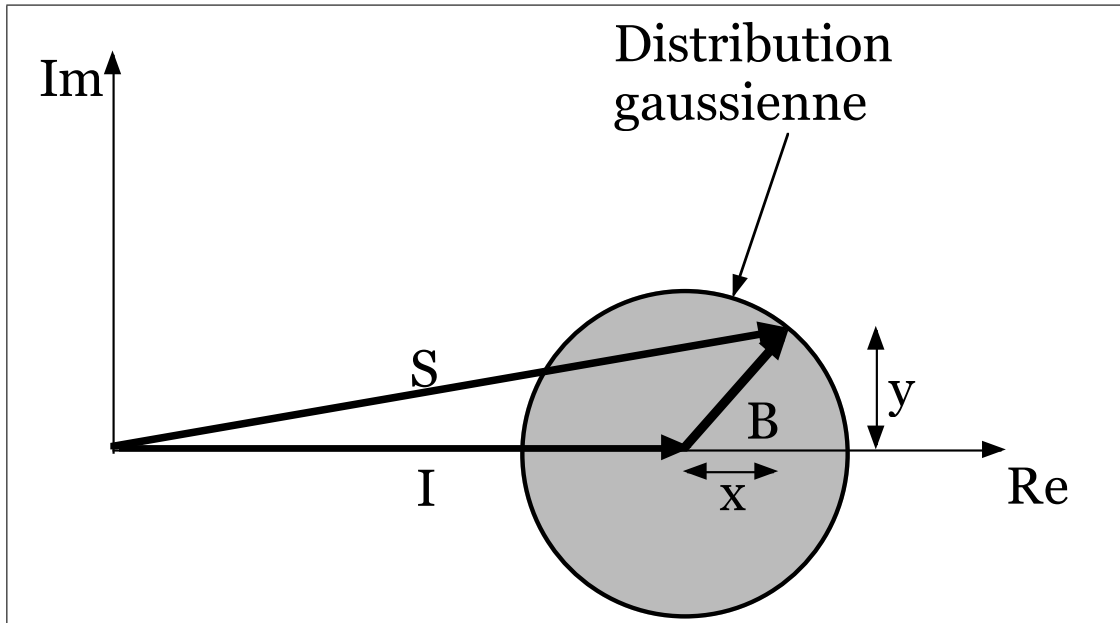


FIG. 4.29 – Représentation dans le plan complexe d'une mesure  $S$  d'une quantité physique  $I$  dans l'hypothèse d'un bruit gaussien  $B$ . Le paramètre important est la différence de phase entre  $I$  et  $B$ . Nous pouvons alors considérer que  $I$  est purement réel. Ces trois quantités sont alors simplement reliés par :  $\langle S^2 \rangle = \langle I^2 \rangle + \langle B^2 \rangle$ .

#### 4.8.4 Programme de traitement des données

Pour traiter les données nous avons réalisé un programme (fig 4.30) qui effectue les différentes tâches énumérées ci-dessus, à savoir :

- la création des fichiers traités à partir des fichiers bruts ;
- la transformée de Fourier rapide de chaque fichier  $S$  et  $B$  ainsi obtenus ;
- et une fois l'ensemble des fichiers traités créé, le calcul des paramètres de la distribution de  $S^2$  et de  $B^2$ .

Tout ce travail est réalisé automatiquement par le programme.

Une des fonctionnalités essentielles de ce programme est la réalisation des transformées de Fourier. Pour nous assurer de son bon fonctionnement, nous avons caractérisé la fonc-

tion FFT. Pour cela, nous avons réalisé la FFT d'un sinus pur d'une période de  $10 G$ . Le spectre de Fourier montre bien un seul pic à la fréquence  $0,1 G^{-1}$  (fig 4.31). L'amplitude du spectre de Fourier étant une amplitude rms, il est normal d'observer un facteur  $\sqrt{2}$  entre l'amplitude du signal et celle de sa transformée de Fourier. Pour appréhender la forme des spectres que l'on doit obtenir, nous avons simulé le signal à mesurer par une réponse linéaire en champ magnétique modulée par une fonction sinusoïdale de période  $10 G$ . L'amplitude de cette ondulation est choisie très faible, afin de savoir s'il est possible numériquement de la mesurer. Les figures 4.32 et 4.33 nous montrent que l'on doit retrancher la composante linéaire du champ magnétique pour voir apparaître les oscillations de faibles amplitudes, mais que ce faisant, nous avons créé numériquement des artefacts de signal à basse fréquence.

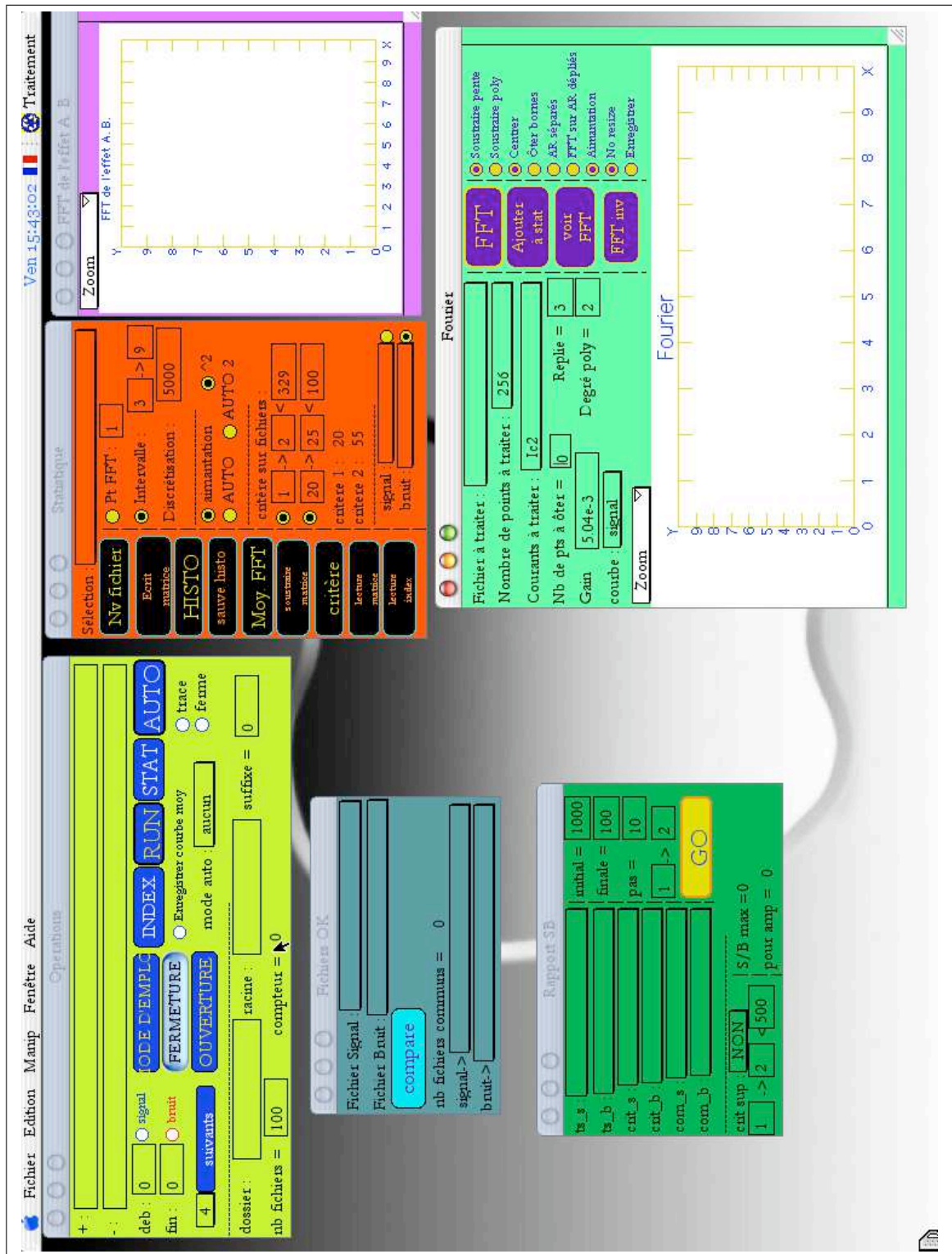


FIG. 4.30 – Interface graphique du programme de traitement des données. La fenêtre principale est celle intitulée « Fourier » qui permet de réaliser des FFT sur tout type de fichier binaire. Celle appelée « Opérations » crée les fichiers traités, et les paramètres de la statistique sur les différentes distributions ( $S^2$  et  $B^2$ ) sont donnés dans « Statistique ».

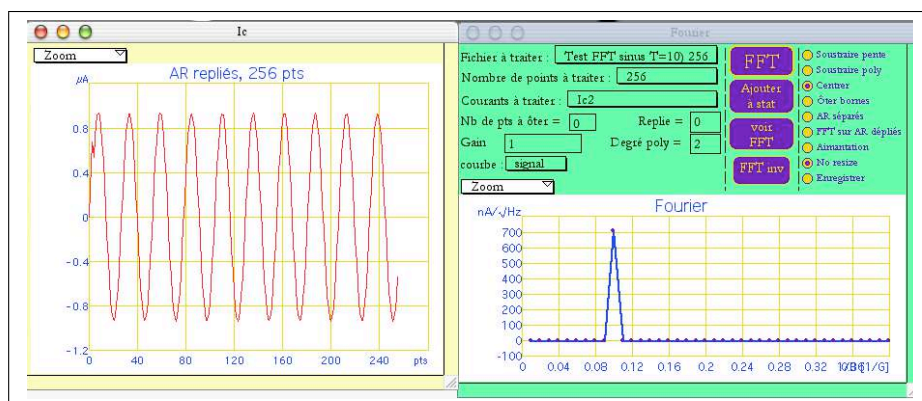


FIG. 4.31 – La FFT d'un sinus de période  $10\text{ G}$  (à gauche) est un pic de Dirac (à droite) situé sur le  $10^{\text{ème}}$  point ( $= 0,1\text{G}^{-1}$ ). L'exploration finie en champ magnétique détermine l'espacement entre deux points.

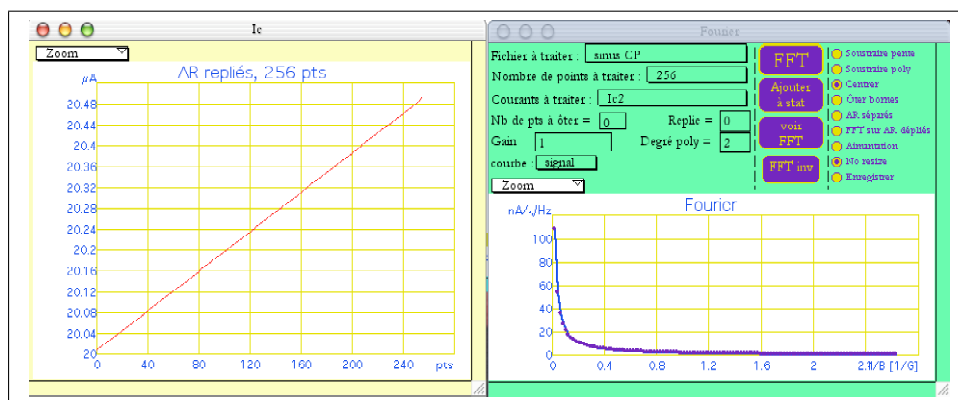


FIG. 4.32 – FFT d'un signal équivalent à celui que l'on doit obtenir dans nos mesures : il s'agit d'une fonction linéaire du champ magnétique modulée par un sinus de période  $10\text{ G}$ . Le spectre de Fourier ne montre aucune oscillation. . .

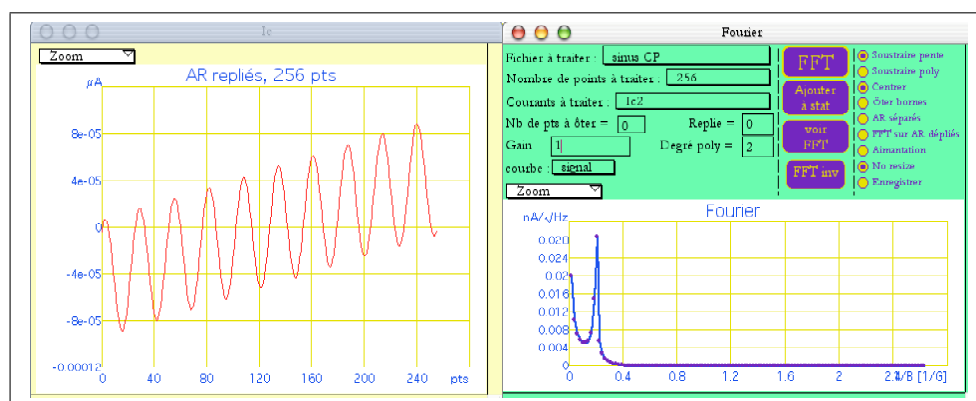


FIG. 4.33 – sauf si l'on retranche la composante linéaire du champ magnétique. L'oscillation apparaît alors clairement, mais nous avons aussi créé des artefacts à basse fréquence.

---

---

# 5

---

---

## RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

---

---

LA MESURE de l'aimantation, résultant de l'existence des courants permanents ( $M = IS$ ), ne peut se faire qu'avec l'aide d'un détecteur de flux d'une extrême sensibilité, associé à un traitement de données et à l'utilisation de grilles métalliques déposées sur les anneaux. Avant de détailler les résultats expérimentaux, nous allons étudier les caractéristiques des deux éléments importants de nos échantillons, à savoir les grilles et le gradiomètre. Par souci de clarté, seront détaillés plus particulièrement les résultats relatifs au plus grand des deux échantillons étudiés, soit celui comportant seize anneaux.

### 5.1 *Caractérisation de l'échantillon*

#### 5.1.1 *Les grilles*

Les grilles nous permettent de changer *in-situ* la géométrie de nos échantillons. Pour cela, il faut connaître la tension à appliquer pour obtenir la déplétion totale du gaz 2D. Dans ce régime, la conductance des anneaux est infiniment faible et une étude de l'évolution de la résistance du réseau en fonction des tensions grilles appliquées permet de déterminer la tension optimale de déplétion. L'application des tensions de grilles se fait par l'intermédiaire d'un boîtier de polarisation contenant une pile, source de tension continue très peu bruitée (fig 5.1). Ces boîtiers permettent aussi l'utilisation d'un générateur de tension externe.

Nous avons utilisé les techniques classiques de mesure de tension en utilisant une détection synchrone. Nous injectons un courant de  $1\text{ pA}$  à une fréquence de  $1,3\text{ Hz}$  et nous détectons la tension aux bornes de l'échantillon à cette même fréquence. La fréquence de mesure est limitée par la fréquence de coupure de nos câbles. Ceux-ci possèdent une capacité totale vers la masse d'environ  $7\text{ nF}$ , ce qui donne une fréquence de coupure d'environ

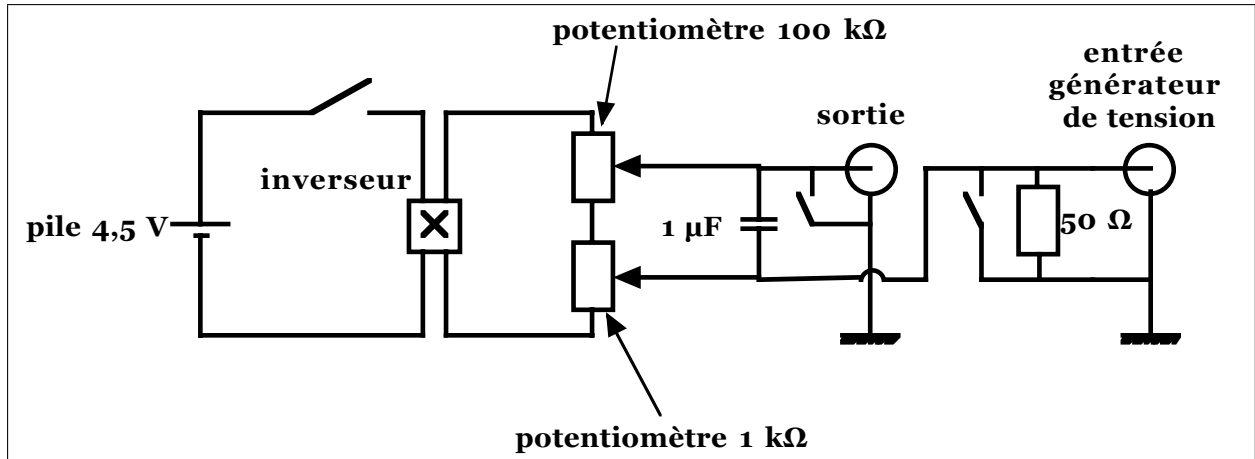


FIG. 5.1 – Boîtier de polarisation des grilles constitué d’une pile, source de tension très peu bruitée.

2,2 Hz pour une résistance de  $10 M\Omega$ .

Les mesures sont reportées sur la figure 5.2. La résistance des anneaux augmente linéairement avec la tension de grille pour atteindre rapidement un comportement exponentiel caractéristique du régime tunnel. Les électrons de chaque côté de la grille sont alors séparés par une barrière tunnel proportionnelle à la tension de grille. Dans ce régime, nous pouvons faire l’analogie optique du Fabry-Perrot [112]. Il s’agit d’un dispositif utilisant les réflexions multiples d’une onde incidente sur des lames de verres semi-réfléchissantes (barrière tunnel) et séparées par une lame d’air. La traversée par un rayon lumineux de la lame d’air donne lieu à une différence de marche, entre deux réflexions consécutives, et le système se comporte comme un résonateur optique qui sélectionne et amplifie la lumière pour certaines longueurs d’onde transmises par le système. En effet, on a addition constructive des réflexions consécutives si la relation :  $2nL = k\lambda$  est satisfaite, avec  $\lambda$  la longueur d’onde,  $L$  la longueur de la cavité optique,  $n$  l’indice du milieu, et  $k$  un entier.

Ainsi, pour certaine valeur de la tension de grille (ce qui revient à changer l’épaisseur de la lame d’air du Fabry-Perrot), le passage d’un électron est facilité, ce qui se traduit par une diminution brutale de la résistance de l’échantillon. Notons que les pics observés dans cette résistance sont parfaitement reproductibles, ce qui implique que leur origine réside bien dans un effet de type Fabry-Perrot. Le plateau observé à une valeur d’environ  $16 M\Omega$  est lié à la coupure capacitive de nos câbles. Dans ce régime, la détection synchrone mesure un signal dont l’amplitude se décompose en un terme en phase avec le signal injecté et un terme hors phase. Il est alors impossible de mesurer la véritable résistance de l’échantillon.

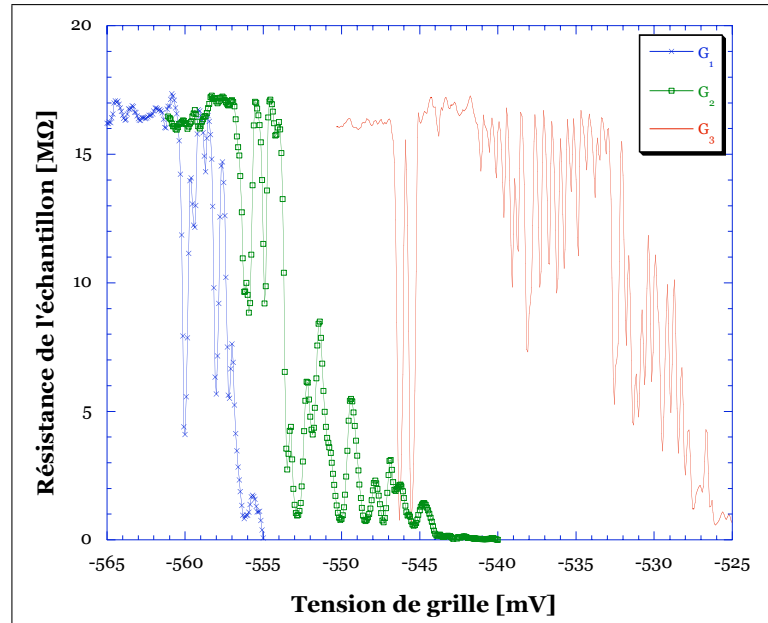


FIG. 5.2 – Évolution de la résistance du réseau comportant seize anneaux en fonction des tensions appliquées sur les différentes grilles.  $G_1$  est la grille de référence,  $G_2$  celle qui isole le réseau des réservoirs d'électrons et  $G_3$  permet d'isoler les anneaux les uns des autres. Le plateau observé pour une résistance de  $16 \text{ M}\Omega$  est lié au déphasage du signal à mesurer. La température du cryostat est de  $15 \text{ mK}$ .

La tension de déplétion est alors choisie sur ce plateau, puisque cela indique que la véritable résistance de l'échantillon est bien supérieure à celle mesurée. Les tensions de déplétion sont résumées dans le tableau 5.1.

## 5.1.2 Le gradiomètre

### 5.1.2.1 Histogramme de courant critique

L'histogramme de courant critique en champ nul est représenté sur la figure 5.3. Le nombre total de mesures (chaque mesure est moyennée 3500 fois) le composant est de  $10^4$ , et le courant critique est donné par le sommet de l'histogramme qui correspond à la valeur la plus probable. La forme asymétrique est liée aux phénomènes de transition quantique macroscopique ; en effet, l'électronique injecte une rampe de courant DC dans le  $\mu$ -SQUID, et plus ce courant se rapproche du courant critique  $I_c$ , plus la probabilité de transition est élevée. Le nombre d'évènements augmente donc exponentiellement avec la valeur du courant injecté jusqu'à  $I_c$ . Par contre, dès que le courant critique est atteint (la probabilité de transition est alors presque égale à 1), une valeur plus élevée du courant injecté conduit nécessairement à la transition du  $\mu$ -SQUID, d'où un nombre d'évènements

qui décroît très rapidement à zéro. En plus des phénomènes quantiques, la probabilité de transition du  $\mu$ -SQUID est activée thermiquement et par l'intermédiaire de l'environnement électromagnétique [113, 114, 115, 116].

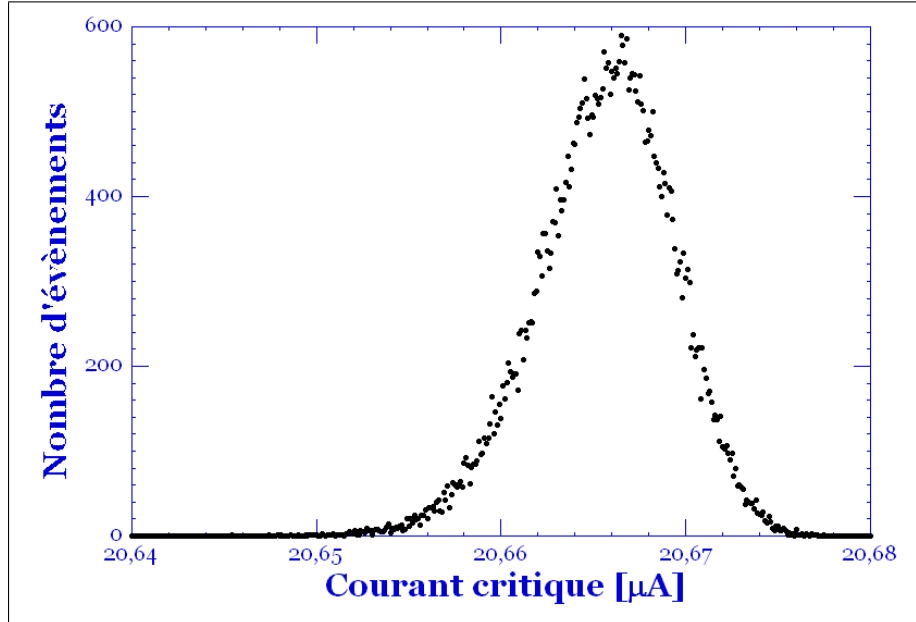


FIG. 5.3 – Histogramme du courant critique du gradiomètre. Chaque point est une moyenne de 3500 mesures du courant critique. Le nombre total de points est de  $10^4$ . La largeur à mi-hauteur de l'histogramme détermine le bruit en flux du gradiomètre, et la forme asymétrique est liée aux processus de transition quantique. La température du cryostat est de 15 mK.

### 5.1.2.2 Bruit en flux du $\mu$ -SQUID

À partir de cet histogramme nous pouvons calculer le bruit en flux du gradiomètre. Dans l'hypothèse d'une distribution gaussienne, le bruit RMS ( $\sigma_{rms}$ ) est égal à l'écart-type de la distribution :  $\sigma_{rms} = \sigma$ . Mais, il est plus facile de déterminer la largeur à mi-hauteur de la distribution :  $l_{1/2}$ . Cette dernière est simplement reliée au bruit RMS par :

$$\sigma_{rms} = \frac{l_{1/2}}{2\sqrt{2\ln 2}} \simeq \frac{l_{1/2}}{2,35} \quad (5.1)$$

D'après l'histogramme (fig 5.3), nous avons  $l_{1/2} = 8 \text{ nA}$ , ce qui donne  $\sigma_{rms} = 3,4 \text{ nA}$ . La densité spectrale du bruit en courant  $\Delta I_c$  s'obtient en divisant le bruit RMS par la racine carrée de la bande passante. Cette dernière est donnée par le théorème de Shannon : pour une fréquence d'échantillonnage donnée  $f_e$ , la bande passante est  $f_e/2$  [117]. La fréquence d'échantillonnage est de 6,5 kHz, mais chaque point de l'histogramme est moyenné 3500 fois, si bien que la fréquence d'échantillonnage par point est  $f = 6500/3500 = 1,85 \text{ Hz}$ .



Ainsi, la bande passante est de  $0,93 \text{ Hz}$ . La densité spectrale en courant est alors :

$$\Delta I_c = 3,7 \text{ nA} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (5.2)$$

Le bruit en flux s'obtient directement en multipliant cette équation par l'inductance  $L$  du gradiomètre. Le calcul de  $L$  pour des carrés a déjà été réalisé [118, 119]. Dans notre cas cela donne  $L_{16} = 170 \text{ pH}$ , et le bruit en flux du gradiomètre est :

$$\Delta \phi = 3 \cdot 10^{-4} \phi_{0s} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (5.3)$$

### 5.1.2.3 Bruit quantique

Il existe une limite de détection des SQUID liée aux phénomènes quantiques régissant sa physique. Cette limite est donnée par la relation d'incertitude de Heisenberg qui traduit le fait qu'on ne puisse pas connaître avec une précision infinie l'énergie d'une particule dans le temps :

$$\Delta \varepsilon \Delta t = \hbar \quad (5.4)$$

où  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  est la constante de Planck réduite.

L'énergie du SQUID peut s'écrire comme l'énergie d'une inductance  $L$  parcourue par un courant  $I$  :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} LI^2$$

Le flux  $\phi$  créé par le courant est simplement  $\phi = LI$ , ce qui permet de réécrire l'énergie du SQUID sous la forme :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L}$$

Ainsi, la variation minimale d'énergie  $\Delta \varepsilon$  pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  est égale à la puissance de bruit en flux  $S_\phi^2$  au terme  $1/2L$  près :

$$S_\phi^2 = 2L \Delta \varepsilon = 2L \hbar \Delta f \quad (5.5)$$

où  $\Delta f$  est la bande passante. Pour  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ , la densité spectrale du bruit fondamental en flux du SQUID est donnée par :

$$S_\phi = \sqrt{2L\hbar} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (5.6)$$

Expérimentalement, pour atteindre cette limite il faudrait être capable de mesurer le courant critique du  $\mu$ -SQUID à la fréquence limite des phénomènes quantiques qui est la fréquence de Josephson  $f_J$ . Or généralement la fréquence d'acquisition  $f_e$  est très en-deçà de cette valeur :  $f_e \ll f_J$ . La sensibilité maximale que l'on peut atteindre est donc réduite d'un facteur  $\sqrt{f_J/f_e}$ , et le bruit fondamental en flux du  $\mu$ -SQUID ramené à la fréquence d'acquisition s'écrit :

$$S_\phi = \sqrt{2L\hbar} \sqrt{\frac{f_J}{f_e}} / \sqrt{Hz} \quad (5.7)$$

Pour calculer ce bruit, nous devons avoir une estimation quantitative de la fréquence de Josephson des jonctions de notre gradiomètre. Par définition,  $f_J = V/\phi_{0s}$ , avec  $V$  la tension aux bornes des jonctions au moment de leur transition. Nous avons donc  $V = R_{\mu p} i_c$  où  $R_{\mu p}$  est la résistance du micro-pont dans l'état normal, et  $i_c$  son courant critique. Cette résistance est estimée à partir de la résistivité de notre couche d'aluminium :  $R_{\mu p} = \rho_{Al} L/S$ , où  $L$  est la longueur du micro-pont et  $S$  sa section. La résistivité de l'aluminium est déterminée par la résistance du gradiomètre au moment de la transition. Nous obtenons ainsi une résistivité  $\rho_{Al}^{16} = 1,64 \cdot 10^{-8} \Omega m$ , ce qui donne  $R_{\mu p} = 8,2 \Omega$ . La tension au borne d'une jonction est alors :  $V \simeq 90 \mu V$ , et la fréquence Josephson associée est :  $f_J = 42 GHz$ . Nous pouvons ainsi estimer le bruit fondamental en flux du gradiomètre à la fréquence de mesure  $f_e = 6,5 kHz$  :

$$S_\phi^{16} = 2 \cdot 10^{-4} \phi_{0s} / \sqrt{Hz} \quad (5.8)$$

En comparant ce résultat avec l'équation 5.3, nous voyons que le gradiomètre est très proche de sa limite quantique. Le système de mesure est donc optimisé. Par contre, on peut imaginer diminuer l'amplitude absolue du bruit en augmentant la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ . Cela nécessite donc d'améliorer l'électronique de mesure, puisque  $f_e$  est essentiellement limitée par celle-ci. En particulier, il faudrait être capable de diminuer les temps d'établissement de chaque partie du cycle. Mais ce n'est pas chose aisée... Pour augmenter  $f_e$  on peut aussi s'orienter vers les  $\mu$ -SQUID shuntés (cf annexe B).

#### 5.1.2.4 Bruit basse fréquence

Le bruit basse fréquence, ou en  $1/f$ , est un bruit présent dans toutes les expériences et se caractérise par une amplitude qui augmente fortement lorsque la fréquence de mesure diminue, d'où son nom. Son origine est très diverse et dans notre cas, il s'agit de dérivées lentes en fonction du temps du courant critique, dues aux variations de températures du

cryostat ou encore aux dérives de l'électronique de SQUID. Pour s'en affranchir, il suffit de faire des mesures à une fréquence supérieure à la fréquence caractéristique à partir de laquelle il se manifeste. La figure 5.4 représente le spectre de Fourier du bruit de notre gradiomètre. Chaque point est une moyenne de 120000 mesures du courant critique. Nous voyons clairement que l'amplitude de ce bruit augmente à partir d'une fréquence égale à  $5 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$ , ce qui représente un temps de mesure de  $3,3 \text{ min}$ . Comme nous opérons à une fréquence de  $6,5 \text{ kHz}$  (limitation due à l'électronique du  $\mu\text{-SQUID}$ ), le bruit en  $1/f$  n'est aucunement présent sur une mesure. Par contre, comme nous l'avons vu, à partir du moment où nous moyennons nos mesures, il faut bien prendre garde à ne pas les moyennner au delà d'un intervalle de temps supérieur au temps défini par le bruit en  $1/f$ , soit environ  $3 \text{ min}$ .

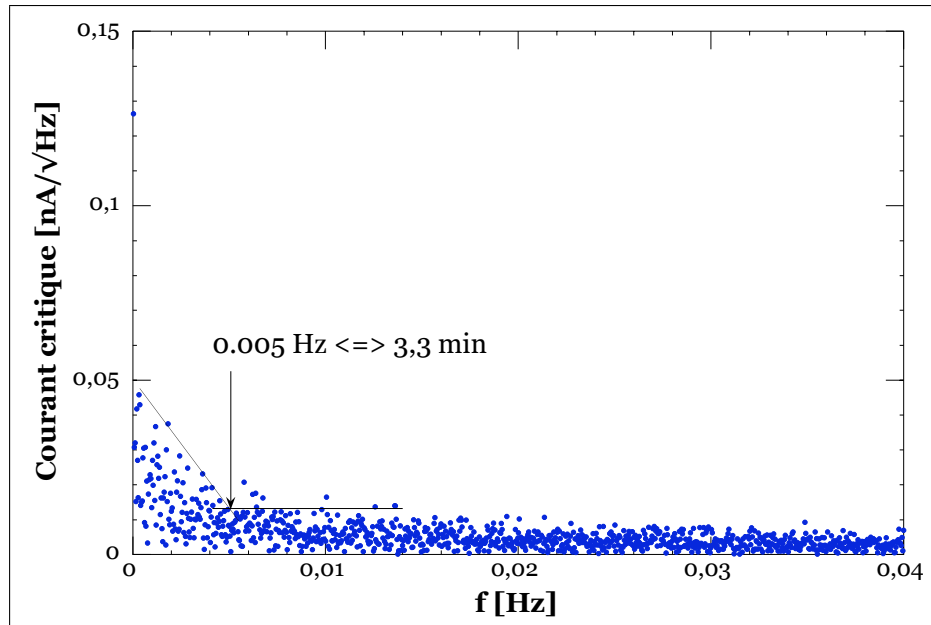


FIG. 5.4 – Spectre de puissance du courant critique du gradiomètre. La remontée à basse fréquence, liée aux dérives lentes dans le temps du courant critique, détermine le temps à partir duquel le bruit en  $1/f$  domine. Pour le gradiomètre comportant seize anneaux, ce temps est de l'ordre de  $3 \text{ min}$ . La température du cryostat est de  $15 \text{ mK}$ .

À partir de ce spectre de Fourier, nous pouvons de nouveau calculer le bruit de notre gradiomètre. Dans la bande passante qui nous intéresse ( $f_e/2 = 3,25 \text{ kHz}$ ), le bruit en courant est de  $10^{-2} \text{ nA}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Compte tenu du nombre de moyennes par point et de l'inductance du gradiomètre, nous obtenons un bruit en flux égal à :  $\Delta\phi = 10^{-2} \text{ nA}/\sqrt{\text{Hz}} \times \sqrt{120000} \times L_{16} \simeq 2,8 \cdot 10^{-4} \phi_{0s}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nous retrouvons bien la même valeur obtenue précédemment à partir de l'histogramme.

### 5.1.2.5 Compensation du champ magnétique

La détection des courants permanents fait intervenir la capacité de compensation du champ magnétique extérieur de notre gradiomètre. Après son bruit intrinsèque, il s'agit d'une caractéristique très importante de notre système de mesure. Cette compensation est le résultat de la précision avec laquelle les deux niveaux formant le gradiomètre sont alignés. La figure 5.5 montre l'évolution du courant critique du gradiomètre en fonction du champ magnétique appliqué. Nous voyons que pour décrire une oscillation, ce qui correspond à mettre un quantum de flux supraconducteur  $\phi_{0s}$  dans l'ensemble du gradiomètre, nous devons appliquer un champ magnétique de  $325 G$ . La figure 5.6 montre la variation du courant critique d'un gradiomètre auquel nous avons enlevé une boucle. Il n'est donc plus compensé et se comporte comme un  $\mu$ -SQUID composé d'une boucle unique de surface  $9 \mu m^2$  (surface de chaque boucle composant le gradiomètre). Nous voyons que la période des oscillations est d'environ  $2,2 G$ , ce qui correspond bien à mettre un quantum de flux supraconducteur dans une surface de  $9 \mu m^2$ . Si maintenant nous prenons le même  $\mu$ -SQUID mais dont la boucle décrit une surface identique à celle définie par les seize boucles du gradiomètre, une oscillation sera décrite tous les  $0,14 G$ . Ainsi la décompensation de notre gradiomètre est de  $\frac{0,14}{325} = 4 \cdot 10^{-4}$ , ce qui correspond à une compensation du champ magnétique extérieur de 99,96 %.

Notons que les courbes 5.5 et 5.6 ne sont pas symétriques par rapport au zéro du champ. Ceci est lié au fait que nos micro-ponts ne sont pas parfaitement identiques. Nos  $\mu$ -SQUID sont donc dissymétriques, ce qui change qualitativement leurs caractéristiques, en particulier la relation  $I_c(\phi)$  qui n'est plus sinusoïdale [120].

### 5.1.2.6 Champ magnétique critique

Nous pouvons remarquer que l'amplitude décrite en champ magnétique va bien au delà du champ critique de l'aluminium ( $H_c = 105 G$ ). En fait cette valeur est valable seulement dans le « bulk », c'est-à-dire dans le matériau massif. En couche mince, l'aluminium se comporte comme un supraconducteur de type II avec un champ de première pénétration  $H_{c1}$  et un champ critique  $H_{c2}$ . Ces deux champs peuvent se calculer facilement à condition de connaître le paramètre  $\kappa$  de Ginzburg-Landau, défini par [87] :

$$\kappa = \frac{\lambda_{eff}(T)}{\xi(T)} \quad (5.9)$$

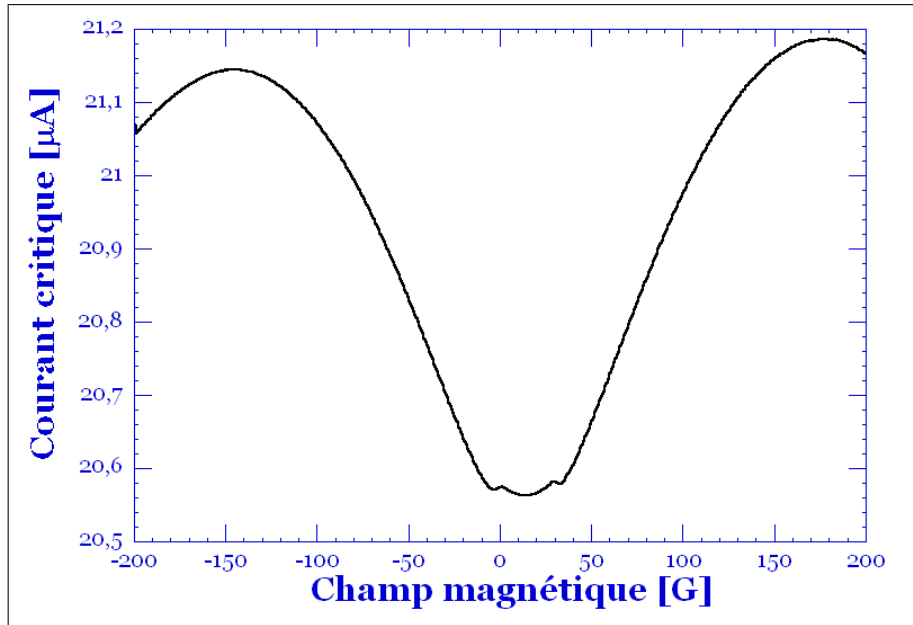


FIG. 5.5 – Évolution du courant critique du gradiomètre en fonction du champ magnétique extérieur appliqué. Un quantum de flux supraconducteur ( $h/2e$ ) dans le gradiomètre correspond à 325 G, ce qui conduit à une compensation du champ magnétique de 99,96 %. La température du cryostat est de 15 mK.

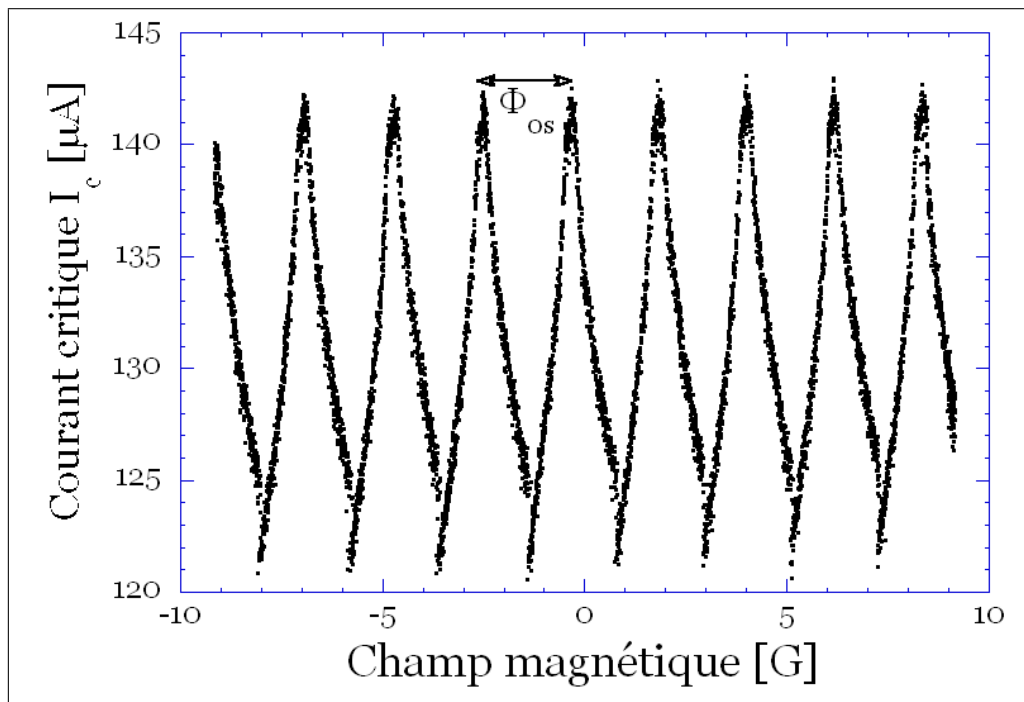


FIG. 5.6 – Courant critique d'un gradiomètre auquel nous avons enlevé une boucle. Il se comporte donc comme un  $\mu$ -SQUID de même dimension qu'une boucle du gradiomètre précédent. Ici un quantum de flux supraconducteur correspond à 2,2 G. La température du cryostat est de 120 mK.

où  $\lambda_{eff}$  est la longueur de pénétration effective du champ magnétique dans le supraconducteur et  $\xi$  la longueur de cohérence supraconductrice<sup>1</sup>. Ces deux longueurs se déterminent facilement si on connaît la valeur du libre parcours moyen élastique  $l_{es}$  dans le supraconducteur (limite sale) [121, 99] :

$$\lambda_{eff} = \lambda_{\perp} = \frac{\lambda_L^2(0) \xi_0}{d l_{es}} \quad (5.10)$$

$$\xi = \sqrt{\xi_0 l_{es}} \quad (5.11)$$

avec  $\xi_0 = 1,6 \mu m$  la longueur de cohérence des paires de Cooper à température nulle et  $\lambda_L(0) = 16 nm$  la longueur de pénétration de London à température nulle, valeurs tabulées de l'aluminium,  $d$  étant l'épaisseur de la couche. Pour une valeur de  $l_{es} = 24 nm$ , estimée<sup>2</sup> à partir de la résistivité du  $\mu$ -SQUID [12], nous obtenons  $\lambda_{eff} \simeq 570 nm$  et  $\xi \simeq 200 nm$  soit un paramètre  $\kappa \sim 2,9$ . La longueur de pénétration effective  $\lambda_{eff}$  étant supérieure aux dimensions des micro-ponts, la densité de courant les traversant est alors uniforme [99]. Bien que nous ayons  $\xi$  légèrement inférieure à la longueur d'un micro-pont, elle est du même ordre de grandeur que celle-ci et nous pouvons donc nous attendre à un comportement classique des jonctions Josephson [98].

Nous en déduisons les champs critiques de la couche :

$$H_{c1} = H_c \frac{\ln \kappa}{\sqrt{2\kappa}} = 27 G \quad (5.12)$$

$$H_{c2} = \sqrt{2\kappa} H_c = 430 G \quad (5.13)$$

Le champ  $H_{c1}$  est très important car il détermine le champ à partir duquel les vortex pénètrent dans le supraconducteur. Ces vortex sont généralement piégés sur les défauts du matériau (dislocation, impuretés...). Si le piégeage est suffisamment fort, les vortex resteront immobiles sous l'effet du supercourant traversant le matériau. Par contre, si le piégeage est plus faible, de forts supercourants vont permettre aux vortex de se déplacer d'un site d'ancrage à l'autre, phénomène qui s'accompagne d'une dissipation d'énergie. Par

---

1 – La limite type I-type II est déterminée par  $\kappa = 1/\sqrt{2}$ . En dessous de cette valeur le supraconducteur est de type I.

2 – Le libre parcours moyen élastique peut se calculer par la formule :

$$l_{es}[nm] = \frac{1}{\rho[\mu\Omega cm]} \left( \frac{r_s}{a_0} \right) \times 9,2$$

avec  $r_s/a_0 = 2,07$  pour l'aluminium.

conséquent, le courant critique est inférieur à celui obtenu sans vortex. Plus particulièrement, les vortex induisent une dispersion des valeurs du courant critique du supraconducteur, et ce d'autant plus, que leur nombre est élevé. Pour nous affranchir de ce phénomène, nous devons réduire notre exploration en champ magnétique, ce qui ajoute une difficulté supplémentaire pour la détection des courants permanents.

### 5.1.2.7 Gain du gradiomètre

Nous avons vu que nous étalonnons le flux détecté par le gradiomètre grâce à la boucle d'étalonnage. Il s'agit simplement de la réponse du gradiomètre à une aimantation créée par un courant passant à travers cette boucle. Le gain du gradiomètre correspond donc aux variations de son courant critique en fonction du courant  $I_b$  qui traverse la boucle d'étalonnage. Le gain ainsi défini s'écrit simplement :  $G_{gradio} = I_c/I_b$ . La figure 5.7 représente le gain du gradiomètre de l'échantillon comportant quatre anneaux. Celui-ci est simplement égal à la pente de la courbe obtenue. Comme la boucle est de même taille qu'un anneau, le signal est calibré en fonction du courant circulant dans un seul anneau.

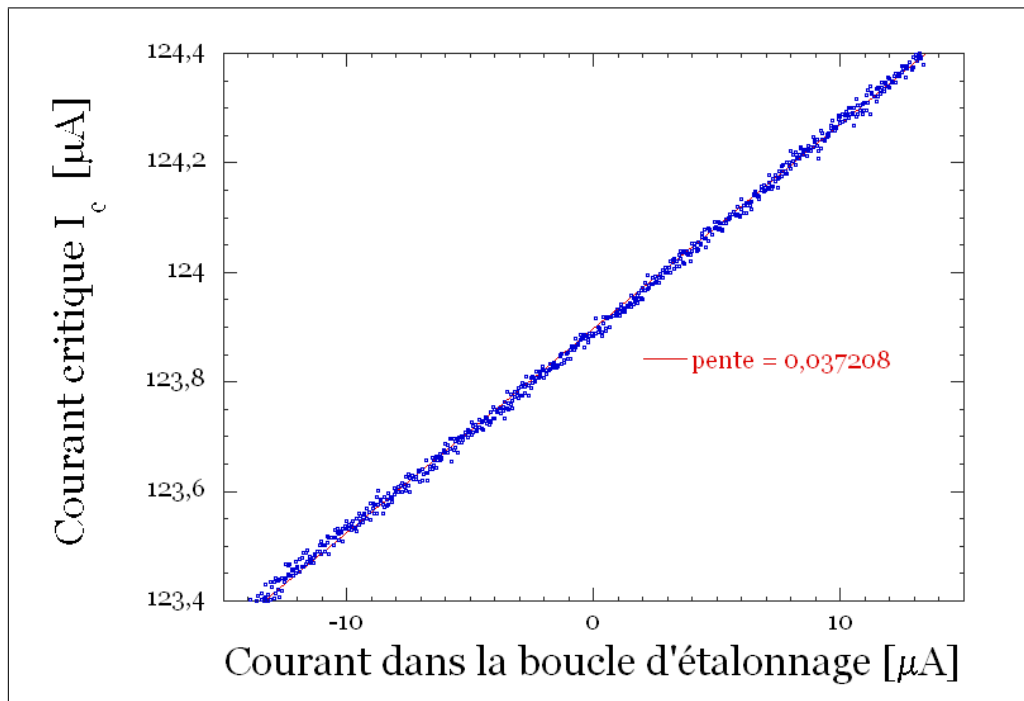


FIG. 5.7 – Évolution du courant critique du gradiomètre en fonction du courant injecté dans la boucle d'étalonnage. La pente de la droite donne directement le gain du gradiomètre.

Cette méthode d'étalonnage, ajouté au fait que le gradiomètre est déposé à même les anneaux (pour un couplage optimal), nous permet de nous affranchir des calculs d'induc-

tance mutuelle souvent difficiles.

### 5.1.2.8 Tableaux récapitulatifs

Par souci de clarté, nous n'avons détaillé que les caractéristiques physiques du plus grand de nos échantillons, à savoir celui comportant seize anneaux. Pour le second, qui n'en comporte que quatre, les résultats de sa caractérisation sont résumés dans les deux tableaux ci-dessous (Tab 5.1 et Tab 5.2), permettant aussi de faire la comparaison entre les deux échantillons.

Nombre d'anneaux	16	4
$V_{G_1}$	$-561\text{ mV}$	$-363\text{ mV}$
$V_{G_2}$	$-558\text{ mV}$	$-355\text{ mV}$
$V_{G_3}$	$-540\text{ mV}$	$-358\text{ mV}$

TAB. 5.1 – Tensions de grilles donnant une déplétion totale du gaz 2D.

Gradiomètre	16 anneaux	4 anneaux
$I_c [\mu A]$	20,7	124
Inductance $L [pH]$	170	42,4
Résistivité $\rho [\mu\Omega cm]$	1,64	1,3
$f_J [GHz]$	41	195
$f_e [kHz]$	6,5	5
Bruit quantique $S_\phi [\phi_{0s}/\sqrt{Hz}]$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$
Bruit expérimental $\Delta\phi [\phi_{0s}/\sqrt{Hz}]$	$3 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-3}$
Remontée $1/f [min]$	3	60
Compensation [%]	99,96	99,98
$H_{c_1} [G]$	27	26
$H_{c_2} [G]$	430	307
$G_{radio}$	$4,25 \cdot 10^{-3}$	$3,72 \cdot 10^{-2}$

TAB. 5.2 – Caractéristiques physiques des deux gradiomètres utilisés.



## 5.2 Spectres typiques

Les mesures effectuées sur les deux échantillons sont réparties en quatre « runs » :

- RUN 1, étude de l'aimantation de seize anneaux connectés ;
- RUN 2, étude de l'aimantation de seize anneaux isolés ;
- RUN 3, étude de l'aimantation de quatre anneaux connectés ;
- RUN 4, étude de l'aimantation de quatre anneaux isolés.

Les spectres obtenus grâce au programme de traitement des données sont des spectres de puissance ; l'amplitude est une amplitude rms (*Root Mean Square*), obtenue par :  $A_{rms} = \sqrt{a^2 + b^2}$ , où  $a + jb$  est l'amplitude complexe de la transformée de Fourier à une fréquence donnée.

Le champ magnétique est balayé de  $-33,5 G$  à  $-3,5 G$  à la vitesse de  $7,5 G s^{-1}$ . Ces valeurs du champ sont choisies afin d'avoir un gain constant du gradiomètre et une bonne compensation du champ extérieur. Mais le plus important est d'éviter la pénétration du flux dans les bras du gradiomètre, ce qui, nous l'avons vu, est donnée par  $H_{c1}$ . À cause du rapport d'aspect de nos anneaux, l'exploration totale en champ, qui est de  $30 G$  pour chaque échantillon, correspond à mettre entre trois et neuf quantum de flux  $\phi_0$  dans chaque anneau, respectivement pour les trajectoires externe et interne. Ainsi, le nombre d'oscillations présent dans les mesures d'aimantation se répartit entre 3 et 9, correspondant respectivement à une période en champ magnétique de  $8,5 G$  et  $2,86 G$ . Par conséquent, dans le spectre de Fourier, l'oscillation attendue se traduit par un pic dans une plage en fréquence de champ magnétique comprise entre  $0,12 G^{-1}$  et  $0,36 G^{-1}$ , soit entre le troisième et le neuvième point de la FFT. En fait, si on réalise le produit du nombre d'oscillations par la période du champ magnétique, nous obtenons une exploration en champ magnétique différente de  $30 G$ . Ceci est lié au traitement des données : l'exploration de  $30 G$  s'effectue sur 276 points donnant un pas en champ d'environ  $0,11 G$ . Or la FFT ne fonctionne que pour un nombre de points égal à une puissance de 2. La FFT est alors réalisée au maximum sur 256 points, soit sur une exploration en champ magnétique de  $256 \times 0,11 \sim 28 G$ . Nous effectuons cela pour nous affranchir des effets de bords pouvant survenir au moment du changement de sens de balayage du champ magnétique (passage de l'aller au retour).

### 5.2.1 Spectre typique des courants permanents pour le RUN 1

La figure 5.8 représente le spectre de puissance typique de l'aimantation due aux courants permanents dans une géométrie de seize anneaux connectés. La température du cryostat est de  $20\text{ mK}$ . Comme toute amplitude rms, elle s'exprime par la racine carrée de l'inverse de l'unité de l'abscisse du signal réel. Pour un signal dépendant du temps, cette unité est la seconde et l'amplitude rms s'exprimera par  $\sqrt{Hz}$ . Cela signifie que la véritable amplitude du signal s'obtient en intégrant l'amplitude rms sur la plage en fréquence dans laquelle se manifeste le signal. Dans notre cas, l'unité est le Gauss, si bien que l'amplitude rms s'écrit par  $\sqrt{G^{-1}}$ . La double flèche indique la plage en fréquence dans laquelle les courants permanents doivent se manifester, et que l'on doit prendre en compte pour le calcul de leur amplitude. La courbe avec des ronds représente le signal et celle avec des triangles le bruit expérimental calculé au même instant (fig 5.8). De plus, l'amplitude est donnée en  $nA/\text{anneau}$ , afin de faciliter les comparaisons avec les expériences précédentes.

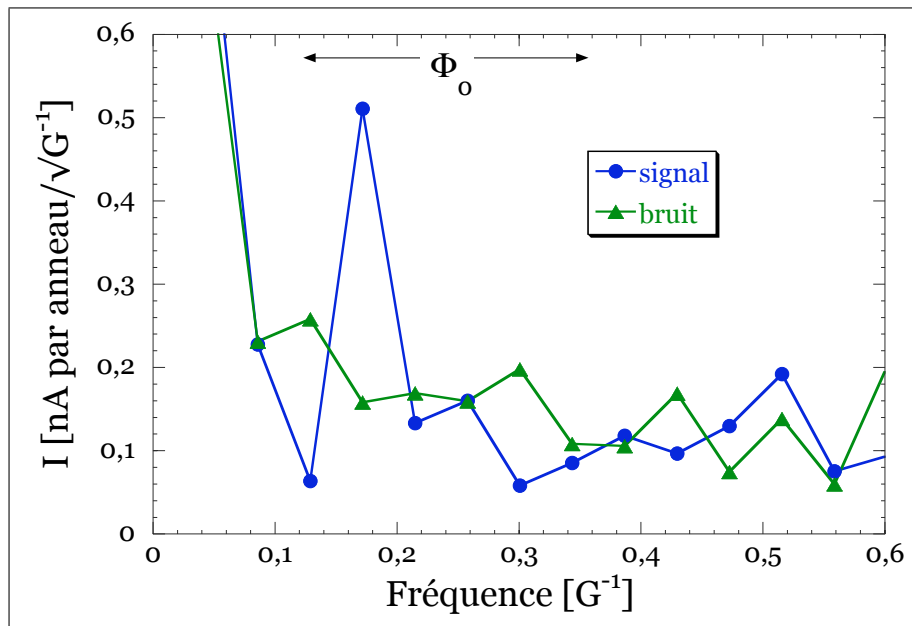


FIG. 5.8 – Spectre de puissance typique de l'aimantation mesurée dans le RUN 1. L'amplitude est ramenée au courant par anneau. Le pic présent dans la plage  $\phi_0$  est la signature de l'existence des courants permanents dans une géométrie d'anneaux connectés.

#### 5.2.1.1 La composante à $\phi_0$

Nous voyons clairement dans la plage en fréquence  $\phi_0$  un pic sur la courbe de signal, alors que la courbe de bruit n'en présente aucun. Ceci est une preuve expérimentale de l'existence des courants permanents dans notre réseau d'anneaux connectés. La remontée

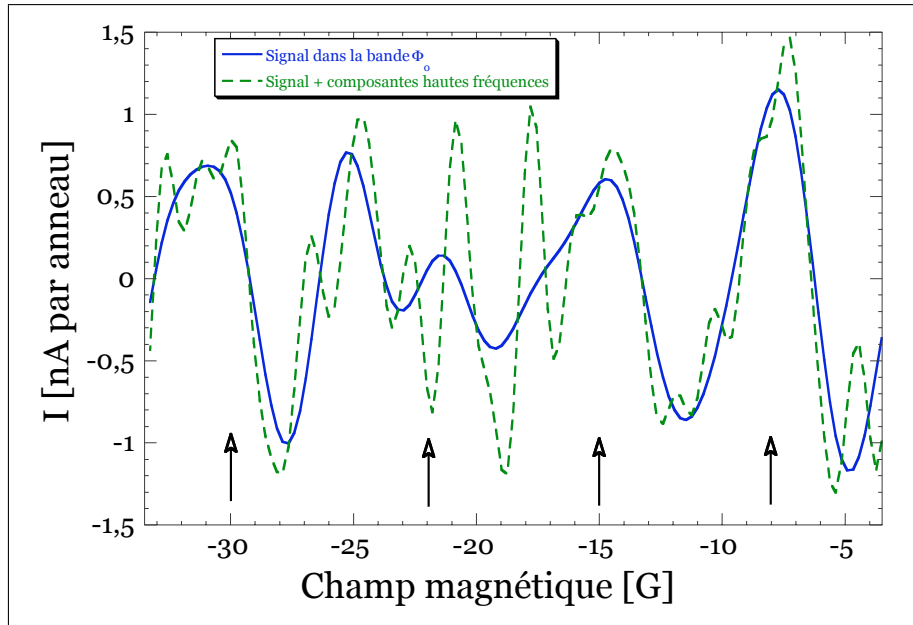


FIG. 5.9 – Filtrage numérique du signal des courants permanents, respectivement pour les amplitudes de la FFT prises dans la plage en fréquence  $\phi_0$  et dans l'ensemble des fréquences du spectre exceptées celles correspondant au bruit en  $1/f$ .

à basse fréquence du signal et du bruit est liée à la fois au bruit en  $1/f$  dont l'origine est essentiellement due aux fluctuations lentes du courant critique du gradiomètre et au traitement numérique des données.

Dans le cas de seize anneaux connectés, la longueur totale du réseau est supérieure à  $12l_\phi$ , ce qui du point de vue de la physique en fait un système macroscopique. Nous avons vu de plus, que la composante à  $\phi_0$  du courant typique est proportionnelle à  $\exp(-L_{16}/2l_\phi) = \exp(-6)$  (formule 3.39), terme très petit comparé aux autres facteurs numériques. Il peut donc paraître étonnant d'observer les courants permanents dans un système si grand. Mais nous avons vu que dans une géométrie d'anneaux connectés, même si les électrons peuvent explorer l'ensemble du système, l'amplitude des courants permanents est simplement réduite d'un facteur numérique [79, 80, 81]. Le spectre de la figure 5.8 est la confirmation expérimentale de cette prédiction de l'existence des courants permanents dans une géométrie d'anneaux connectés, dont la taille totale est très supérieure à la longueur de cohérence de phase des électrons [122]. Ainsi, les courants permanents ne sont plus une propriété spécifique des systèmes isolés, mais peuvent être observés dans des systèmes macroscopiques ou ouverts.

La figure 5.9 est obtenue par filtrage numérique de la courbe de signal de la figure 5.8. Le trait plein représente le signal pris dans la plage  $\phi_0$ , et les pointillés constitue le

même signal mais en prenant en compte l'ensemble des points de la FFT exceptés ceux correspondants au bruit en  $1/f$  (c'est-à-dire les deux premiers points de la FFT). Les pointillés se rapportent donc aux données brutes sans bruit basse fréquence. Ceci montre bien que l'ensemble du signal est concentré dans la bande de fréquence correspondant à  $\phi_0$  dans chaque anneau. L'origine des pics présents dans la courbe en pointillés n'est pas bien établie d'autant plus que ce phénomène est aussi présent dans le signal de l'effet Aharonov-Bohm (voir ci-dessous). Il pourrait donc s'agir de fluctuations inhérentes à l'ensemble de notre dispositif expérimental, et non pas d'un phénomène dont la physique est liée à celle étudiée ici.

### 5.2.1.2 La composante à $\phi_0/2$

Il est important de noter que nous n'avons observé aucune oscillation des courants permanents à la fréquence double  $\phi_0/2$ . Nous avons vu que la contribution principale à cette fréquence double est celle de l'aimantation due aux interactions entre électrons. Afin d'en estimer l'amplitude, il faut calculer la constante de couplage effective  $\lambda_c$  de l'interaction. Pour cela, nous devons calculer la fonction  $F(x)$  de l'équation 3.31, avec

$$\begin{aligned} x &= 2 \frac{k_F}{q_{TF}} \\ &= 2 \frac{k_F \epsilon_0}{2\pi e^2 g_{2D}} \end{aligned}$$

La densité d'états  $g_{2D}$  est donnée par  $m^*/\pi\hbar^2$  (formule 4.2), ce qui donne :

$$\begin{aligned} x &= k_F \frac{1}{4\pi \frac{m^*}{m_e}} \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \\ &= k_F \frac{a_0}{4\pi \frac{m^*}{m_e}} \\ &= 6,3 \cdot 10^{-11} k_F \end{aligned}$$

où  $m^*/m_e = 0,067$  est la correction de masse effective, et  $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e^2 = 0,529 \cdot 10^{-10} m$  le rayon de Bohr. Compte tenu de la valeur de  $k_F = 1,81 \cdot 10^8 m^{-1}$ , nous obtenons  $x = 1,14 \cdot 10^{-2}$ . Cela donne :  $\lambda_0 = F(x) = 0,6$ . Nous avons vu que la correction à tous les ordres de l'interaction est donnée par la formule 3.32 :  $\lambda_c = [\ln(T_0/\pi E_c)]^{-1}$ , avec  $T_0 = \varepsilon_F/k_B \exp(1/\lambda_0) \sim 1150 K$ , compte tenu des valeurs de  $\varepsilon_F = 18,6 meV \simeq 3 \cdot 10^{-21} J$  et de  $\lambda_0$ . L'énergie de Thouless d'un anneau est égale à  $\hbar D/L^2$ , avec  $D = v_F l_e/2 = 1,3 m^2 s^{-1}$

et  $L = 12 \mu m$ , soit  $E_c = 421 mK$ . Ceci nous permet de calculer la constante de couplage effective de l'interaction :  $\lambda_c = 0,15$ .

Déterminons le rapport des deux premières fréquences des courants permanents. En écrivant que la composante à  $\phi_0$  est donnée par l'aimantation typique et que celle à  $\phi_0/2$  l'est par l'aimantation due aux interactions plus la seconde harmonique de l'aimantation typique, nous obtenons :

$$\frac{I_{\phi_0/2}}{I_{\phi_0}} = \frac{2 \times 1,56 \sqrt{N} g \frac{E_c}{\phi_0} \frac{1}{\sqrt{8}} \sqrt{1 + \frac{2L}{l_\phi} + \frac{4}{3} \left(\frac{L}{l_\phi}\right)^2} \exp\left(-\frac{L}{l_\phi}\right) + 2,55 \lambda_c N g \frac{E_c}{\phi_0} \left(1 + \frac{L}{l_\phi}\right) \exp\left(-\frac{L}{l_\phi}\right)}{2 \times 1,56 \sqrt{N} g \frac{E_c}{\phi_0} \sqrt{1 + \frac{L}{l_\phi} + \frac{1}{3} \left(\frac{L}{l_\phi}\right)^2} \exp\left(-\frac{L}{2l_\phi}\right)}$$

où 2 est le terme lié au spin (celui-ci est déjà pris en compte dans le calcul du courant d'interactions),  $g$  est le coefficient de réduction lié à la géométrie des anneaux,  $N$  le nombre d'anneaux, et  $L$  le périmètre d'un anneau unique. Dans notre géométrie,  $g \simeq 0,33$  et  $L = 12 \mu m$ . En prenant  $L/l_\phi = 12/20 = 0,6$ , nous obtenons, compte tenu de la valeur de la constante de couplage de l'interaction  $\lambda_c$  :

$$\begin{aligned} \frac{I_{\phi_0/2}}{I_{\phi_0}} &= \frac{0,8\sqrt{N} + 0,15N}{2,4\sqrt{N}} \\ &= \frac{0,8 + 0,15\sqrt{N}}{2,4} \end{aligned}$$

Ce qui donne pour  $N = 16$  et  $N = 4$  :

$$\begin{aligned} \left. \frac{I_{\phi_0/2}}{I_{\phi_0}} \right|_{N=16} &\simeq 0,6 \\ \left. \frac{I_{\phi_0/2}}{I_{\phi_0}} \right|_{N=4} &\simeq 0,5 \end{aligned}$$

Ce résultat, valide dans le cas diffusif, montre que nous devrions observer une composante à  $\phi_0/2$  du même ordre de grandeur que celle à  $\phi_0$ . Même si notre système se situe dans la limite quasi-balistique, le calcul précédent doit donner un bon ordre de grandeur du rapport des amplitudes des composantes à  $\phi_0$  et à  $\phi_0/2$ . Une hypothèse pour expliquer l'absence de la composante à  $\phi_0/2$  pourrait être son faible rapport signal sur bruit. En effet, le faible rapport signal sur bruit de la composante à  $\phi_0$  (voir section suivante), ainsi qu'un rapport 1/2 entre les deux fréquences, conduit à un rapport signal sur bruit proche de l'unité pour  $\phi_0/2$ . Dans ce cas, il est très difficile de sortir l'amplitude du signal à  $\phi_0/2$  du bruit. De plus, dans le calcul du courant typique ( $\phi_0$ ), l'effet des interactions n'est pas

pris en compte. Même si l'amplitude de cet effet n'est pas connue, elle diminue encore le rapport  $I_{\phi_0/2}/I_{\phi_0}$ .

Notons que dans le cas des anneaux isolés, la composante à  $\phi_0/2$  n'est pas non plus observée. Dans cette géométrie, nous nous attendons à voir apparaître cette fréquence par un effet de moyenne d'ensemble. Ce point n'est toujours pas éclairci.

### 5.2.2 Effet Aharonov-Bohm

La figure 5.10 représente le spectre de puissance des oscillations d'Aharonov-Bohm présentes dans les mesures de conductance du réseau. Contrairement aux courants permanents, il n'est pas possible d'utiliser les fichiers de type  $R$  comme référence, car ils correspondent à une résistance de l'échantillon de plusieurs  $M\Omega$ . Le bruit de la mesure est alors obtenu en soustrayant deux fichiers  $M$  successifs, le signal étant la moyenne de ces deux fichiers. Le signal montre clairement un pic<sup>3</sup> dans la bande  $\phi_0$ , signature de l'effet Aharonov-Bohm. La remontée à basse fréquence du signal provient d'une part du bruit en  $1/f$ , mais pour une part plus importante des fluctuations universelles de conductance [123]. Cette dernière contribution étant soustraite dans le bruit, la remontée à basse fréquence y est simplement donnée par le bruit en  $1/f$ .

Dans une géométrie d'anneaux connectés, en champ faible, la conductance du système doit présenter des oscillations périodiques de période  $\phi_0/2$ . Ces oscillations sont les oscillations AAS (*Altshuler Aronov Spivak*) et sont clairement établies aussi bien d'un point de vue théorique [124, 125] qu'expérimental [126], du moins dans les systèmes diffusifs. Par contre, dans les systèmes purement balistiques, seule la composante à  $\phi_0$  est observable. Notre système se situe à la frontière entre le régime balistique et le régime diffusif, et l'observation de la seule composante à  $\phi_0$  nous indique le caractère quasi-balistique de notre réseau d'anneaux.

Nous pouvons observer que les deux pics des courbes 5.8 et 5.10 ne sont pas situés à la même fréquence. Sur ces deux courbes, le décalage en fréquence n'est que d'un point, et peut s'expliquer par le traitement numérique si les deux signaux sont légèrement décalés en phase. Ils n'ont d'ailleurs aucune raison d'être en phase, puisque nous avons vu que les courants permanents font intervenir l'ensemble des électrons compris dans une bande

---

3 – En fait le pic est juste en dehors de la bande  $\phi_0$  à cause de la discrétisation de l'abscisse du spectre de Fourier.

d'énergie  $E_c$  autour du niveau de Fermi, alors que la mesure de l'effet Aharonov-Bohm, qui est une mesure de transport, s'intéresse seulement aux électrons présents dans une bande d'énergie  $k_B T$  ( $< E_c$  dans notre cas) autour du niveau de Fermi.

Par contre, nous avons pu observer des décalages plus importants entre les deux signaux, ainsi qu'une stabilité dans le temps bien différente. La stabilité temporelle du signal des courants permanents est en moyenne de l'ordre de  $20 \text{ min}$ , alors que l'effet Aharonov-Bohm est très stable dans le temps, cette stabilité pouvant atteindre plusieurs heures. Ceci nous permet de dire que les trajectoires participant aux courants permanents sont différentes de celles contribuant à l'effet Aharonov-Bohm. Cela nous permet aussi d'affirmer que le signal des courants permanents mesuré est de nature tout à fait différente du courant de transport injecté dans le réseau d'anneaux, et n'en est pas une réminiscence. Nous n'avons pas pu explorer plus avant ces différences de trajectoires, car nous sommes à la limite de sensibilité concernant la mesure des courants permanents. Ce résultat mériterait plus d'attention. Mais, pour cela il faut améliorer la sensibilité du gradiomètre, ce qui peut être réalisé en plaçant en dérivation des micro-ponts une résistance (SQUID shunté).

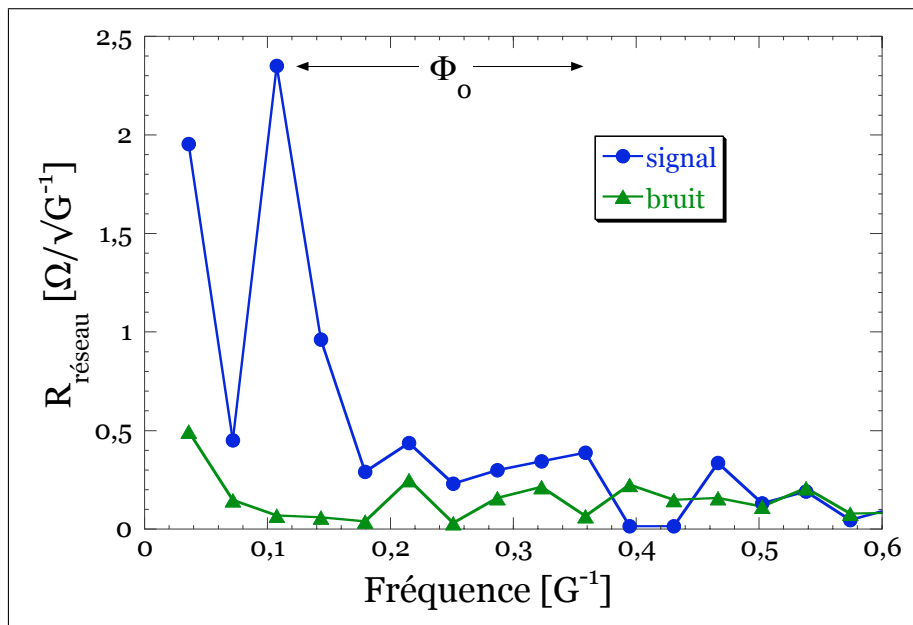


FIG. 5.10 – Spectre de puissance typique de la mesure de la résistance du réseau. Le pic observé a pour origine les oscillations de conductance dues à l'effet Aharonov-Bohm.

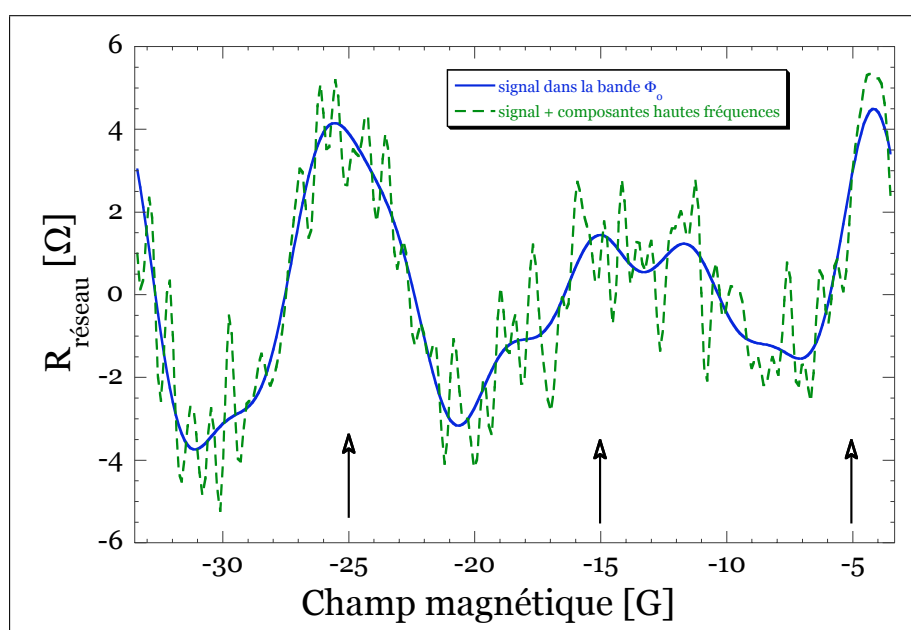


FIG. 5.11 – Filtrage numérique de la résistance de l'échantillon en fonction du champ magnétique. Les deux courbes sont obtenues comme précédemment.



## 5.3 Le rapport signal/bruit

### 5.3.1 Définition

Nous avons vu au chapitre précédent que pour étudier la distribution du signal et du bruit, nous devons disposer d'un nombre de fichiers important. Notons par  $r_{s/b}$  le rapport signal sur bruit, défini par :

$$r_{s/b} = \frac{\langle S^2 \rangle - \langle B^2 \rangle}{\sigma_{rms}} \quad (5.14)$$

où  $S$  et  $B$  sont respectivement le signal et le bruit, et  $\sigma_{rms} = \sqrt{\langle S^4 \rangle - \langle S^2 \rangle^2} / \sqrt{N_{mes}}$  est l'écart-type de la distribution de  $S^2$  ramené au nombre de mesures  $N_{mes}$ .

Si nous prenons l'ensemble des fichiers traités, le rapport  $r_{s/b}$  est de l'ordre de 1 pour la plage en fréquence  $3 < \phi_0 < 9$ , plage qui correspond à celle où l'on attend le signal. Ceci signifie que l'on ne peut pas distinguer le signal du bruit, et donc, on ne peut tirer aucune conclusion de nos résultats. Ce faible rapport signal sur bruit est lié au fait qu'au cours de l'acquisition des fichiers bruts de nombreuses perturbations extérieures sont venues augmenter le bruit dans les fichiers, en particulier sa composante basse fréquence (bruit en  $1/f$ ) : transfert automatique d'Hélium provoquant des tensions parasites, bruit parasite sur les câbles de mesure, bruit mécanique lié à l'amortissement du cryostat...

### 5.3.2 Optimisation du rapport signal/bruit

Afin d'augmenter ce rapport  $r_{s/b}$ , il faut ôter de la statistique les fichiers trop bruités. Mais cela doit être réalisé en toute objectivité. Ainsi, le programme de traitement des données permet d'éliminer en « aveugle » et automatiquement les fichiers qui ne correspondent pas à certains critères de bruit. Nous disposons de deux critères qui portent sur l'amplitude de la FFT. Ces deux critères sont pris en dehors de la bande en fréquence correspondant à  $\phi_0$  : le premier concerne le bruit en  $1/f$  et permet d'éliminer les fichiers contenant énormément de bruit basse fréquence (BF : premier et second points de la FFT), l'autre est relatif à une bande de fréquence élevée (HF : bande située entre les points 20 et 25 de la FFT), au delà de celle définie par  $\phi_0$  et dans laquelle les courants permanents ne sont pas présents. Notons que chaque fois qu'un fichier  $S$  (ou  $B$ ) ne correspond pas au critère choisi, son fichier « jumeau »  $B$  (ou  $S$ ) est lui aussi éliminé même s'il valide le critère. Cela nous permet de toujours avoir des fichiers  $S$  et  $B$  contenant le même niveau

de bruit et correspondant aux mêmes instants, et aussi d'en avoir le même nombre.

Ces deux critères sont indépendants, nous pouvons donc déterminer les « bons » fichiers, en utilisant tout d'abord le critère BF, et ensuite en utilisant le second pour éliminer les derniers fichiers non désirés<sup>4</sup>.

Les figures 5.12 et 5.13 montrent le calcul de  $r_{s/b}$  dans le cas du RUN 1. Tout d'abord le programme détermine le meilleur rapport  $r_{s/b}$  en appliquant le critère BF. Il calcule simultanément le nombre de fichiers restant et élimine les autres. Nous voyons que le rapport signal sur bruit maximum est  $r_{s/b} = 2,44 \sigma_{rms}$ , obtenu pour des amplitudes de FFT dans la bande BF inférieure à  $1,3 nA$  par anneau/ $\sqrt{G^{-1}}$ . Remarquons avec le spectre de Fourier de la figure 5.8 que cette valeur ne constitue pas un critère très drastique, puisque nous sommes au-delà de l'échelle des ordonnées du spectre. Le nombre de fichiers restant est de  $2 \times 250$  : 250 fichiers  $S$  et 250 fichiers  $B$ . Au départ, nous disposons de  $2 \times 1347$  fichiers. Ceci montre que le bruit basse fréquence est le facteur limitant l'observation des courants permanents dans le RUN 1. Puis, avec les fichiers restant, nous renouvelons l'opération avec le second critère. Nous voyons ainsi (fig 5.13) que le rapport signal sur bruit final est :  $r_{s/b} = 2,52 \sigma_{rms}$  pour un nombre de fichiers égal à  $2 \times 249$ . Notons que pour des critères plus sévères que le maximum, le nombre de fichier diminue trop, ce qui entraîne une augmentation de l'écart type de la distribution de  $S^2$  et donc une diminution de  $r_{s/b}$ .

Afin d'être certain que les valeurs du rapport signal sur bruit  $r_{s/b}$  obtenues ne sont pas générées par le programme, mais sont bien physiques, nous avons calculé  $r_{s/b}$  pour une plage en fréquence dans laquelle les courants permanents ne sont pas présents : nous avons choisi arbitrairement  $100 < \phi_0 < 106$ . La figure 5.14 montre clairement que  $|r_{s/b}| < 1$ , c'est-à-dire que nous avons autant de signal que de bruit, ce à quoi nous nous attendons. Les deux courbes 5.13 et 5.14 sont reportées dans la figure 5.15 afin d'en faciliter la comparaison. Le programme ne génère donc pas d'artefact de « signal » et les valeurs des rapports  $r_{s/b}$  obtenus montrent bien que, pour les spectres vérifiant les critères définis ci-dessus, nous avons une déviation statistique significative entre le signal et le bruit dans la bande en fréquence  $\phi_0$ , ce qui est une signature des courants permanents.

Les résultats concernant les autres runs sont résumés dans le tableau 5.4, et conduisent aux mêmes conclusions.

---

4 – L'opération inverse donne exactement les mêmes résultats.

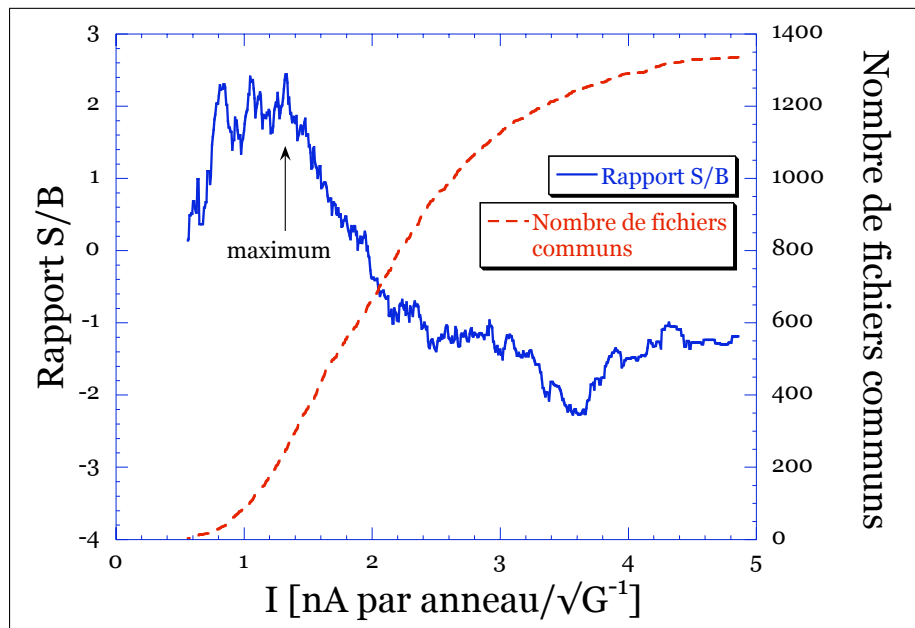


FIG. 5.12 – Détermination du meilleur  $r_{s/b}$ , en utilisant le critère BF. Quand la sévérité du critère augmente,  $r_{s/b}$  augmente aussi jusqu'à un optimum, alors que simultanément le nombre de fichiers le vérifiant diminue.

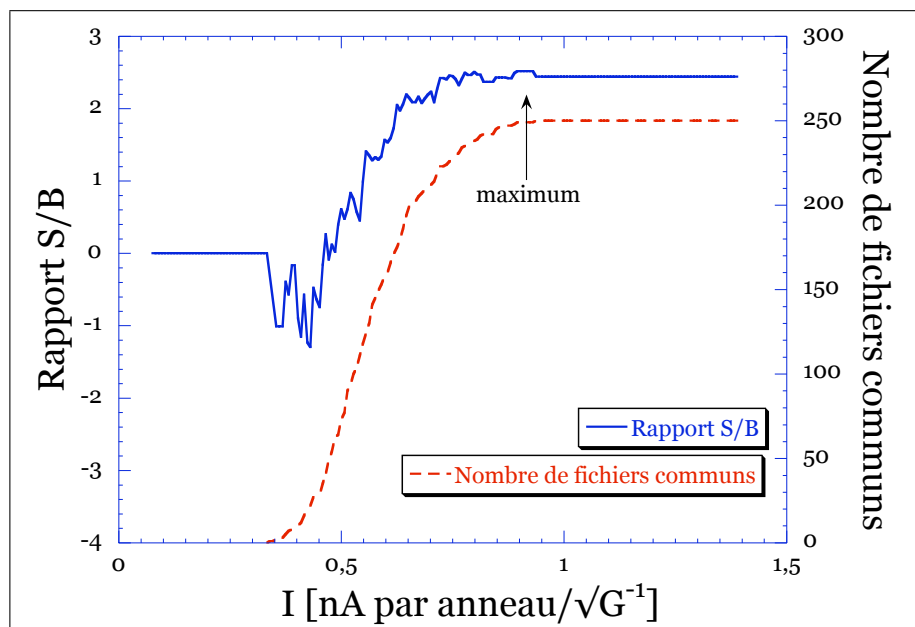


FIG. 5.13 – Optimisation de  $r_{s/b}$  avec le critère HF. Par rapport au premier critère, le programme n'a enlevé que deux fichiers.

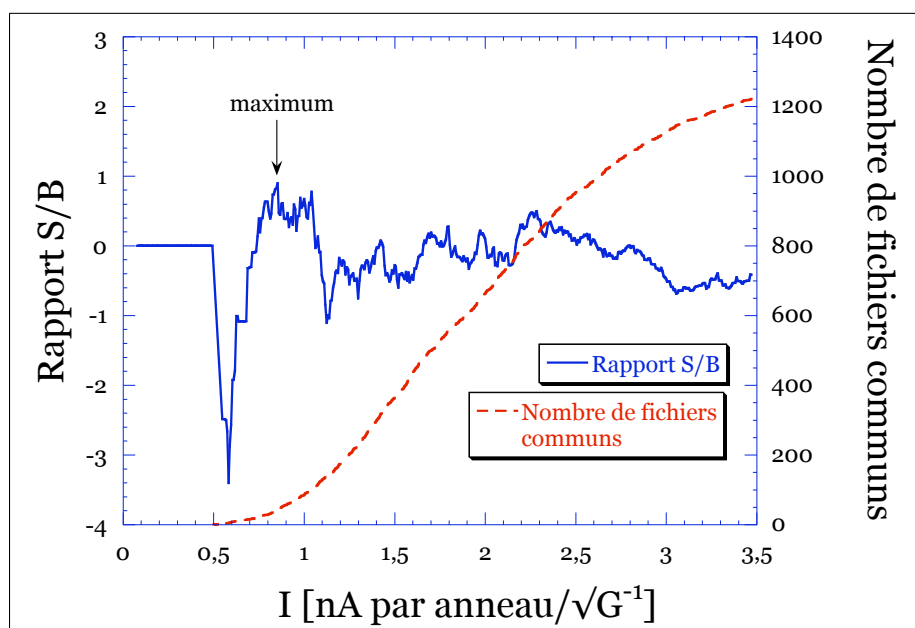


FIG. 5.14 – Calcul de  $r_{s/b}$  dans une plage en fréquence où les courants permanents n'existent pas. Le fait que  $|r_{s/b}| \sim 1$  prouve que les résultats obtenus précédemment sont physiques et ne sont pas générés par le programme.

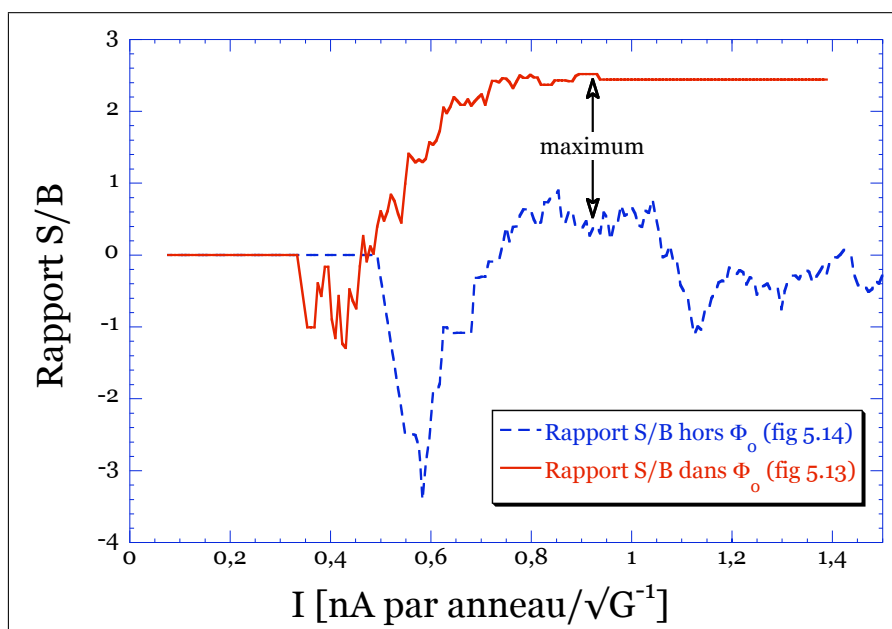


FIG. 5.15 – En trait plein est représenté le rapport  $r_{s/b}$  obtenu dans la bande de fréquence  $\phi_0$  et en pointillés celui calculé pour une plage en fréquence prise très au-delà.

## 5.4 Aimantation typique des courants permanents

L'aimantation typique des courants permanents ( $M_{typ}$ ) est calculée à partir de la statistique sur l'ensemble des fichiers résultant de l'optimisation du rapport  $r_{s/b}$ . Nous parlerons ici de préférence de courant au lieu d'aimantation, sachant qu'un simple facteur de surface sépare ces deux quantités.

### 5.4.1 Rappels théoriques

L'amplitude du courant typique d'un anneau unique est donnée par l'équation 3.39 [38, 48] :

$$I_0 = \frac{\sqrt{96} e v_F l_e}{2\pi L L} \quad (5.15)$$

Pour nos échantillons, cela donne  $I_0 = 4,38 \text{ nA}$ . Dans le cas d'un ensemble de  $N$  anneaux isolés, le courant typique croît comme  $\sqrt{N}$  (puisque nous avons  $N$  anneaux indépendants), si bien que le courant typique par anneau est :  $I_{typ}^{iso} = \sqrt{N} I_0 / N = I_0 / \sqrt{N}$ . L'amplitude du courant typique dans une géométrie d'anneaux connectés dépend d'un facteur géométrique  $g$  :  $I_{typ}^{co} = I_0 \sqrt{N} g$ . De même que ci-dessus, cette amplitude ramenée au nombre d'anneaux du réseau est  $I_{typ}^{co} = I_0 \sqrt{g/N}$ . La grandeur pertinente dans notre expérience est le rapport entre l'amplitude des courants permanents mesurée dans une géométrie d'anneaux connectés et celle mesurée dans les mêmes anneaux mais isolés. Ce rapport est alors donné par :

$$r_{theo} = \frac{I_{typ}^{co}}{I_{typ}^{iso}} = \sqrt{g} \quad (5.16)$$

Dans notre géométrie,  $g = 0,3$  et ce rapport vaut :  $r_{theo} = 0,57$ .

### 5.4.2 Résultats

Les résultats détaillés ici sont tous exprimés en courant par anneau, et sont résumés dans le tableau 5.5 en fin de section. Rappelons ici que la valeur du courant typique est obtenue à partir des distributions de  $S^2$  et  $B^2$ . Le tableau 5.3, montre ces deux distributions, pour chacune des quatre géométries étudiées.

Le courant typique se déduit des valeurs moyenne  $\langle S^2 \rangle$  et  $\langle B^2 \rangle$  par :  $I_{typ}^2 = \langle S^2 \rangle - \langle B^2 \rangle$ . L'incertitude associée est donnée par  $\sigma_{rms}$ .

RUN	1	2	3	4
$\langle S^2 \rangle [nA^2/\text{anneau}]$	2,05	2,53	19	34
$\langle B^2 \rangle [nA^2/\text{anneau}]$	1,88	2,4	16	30
$\sigma_{rms} [nA^2/\text{anneau}]$	0,07	0,05	1	1,3

TAB. 5.3 – Valeurs moyennes et écart-types des distributions des amplitudes carrées du signal et du bruit ( $S^2$  et  $B^2$ ), déterminés pour chacune des quatre expériences.

Dans le cas du RUN 1, nous avons :

$$\langle S^2 \rangle = 2,05 nA^2/\text{anneau}$$

$$\langle B^2 \rangle = 1,88 nA^2/\text{anneau}$$

$$\sigma_{rms} = 0,07 nA^2/\text{anneau}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} I_{typ}^2 &= \langle S^2 \rangle - \langle B^2 \rangle \pm \sigma_{rms} \\ &= 0,17 \pm 0,07 nA^2/\text{anneau} \end{aligned}$$

Nous en déduisons immédiatement la valeur et l'incertitude du courant typique :

$$I_{typ} = 0,4 \pm 0,08 nA/\text{anneau}$$

Les résultats concernant les autres géométries sont obtenus de la même manière.

Les amplitudes des courants typiques obtenus dans les RUN 1 et 2 sont de  $0,4 \pm 0,08 nA/\text{anneau}$  pour les anneaux connectés (RUN 1) et de  $0,35 \pm 0,07 nA/\text{anneau}$  pour les anneaux isolés (RUN 2). Les prédictions théoriques pour ces deux géométries donnent des courants plus élevés :  $0,62 nA/\text{anneau}$  pour seize anneaux connectés, et  $1,09 nA/\text{anneau}$  pour les mêmes anneaux mais isolés. Nous voyons donc qu'il y a un désaccord entre les résultats expérimentaux et les prédictions théoriques. Ces écarts par rapport à la théorie ont certainement pour explication l'amplitude d'une grandeur physique, comme par exemple le libre parcours moyen élastique  $l_e$ , qui est difficile à estimer après gravure dans un système formé d'un gaz d'électrons bidimensionnel comme le nôtre.

Pour ce qui est du réseau contenant quatre anneaux, les résultats expérimentaux semblent en bon accord avec les prédictions théoriques, aux erreurs expérimentales près : le

courant par anneau pour les anneaux connectés est de  $1,7 \pm 0,3 nA$  (RUN 3) pour une valeur théorique de  $1,25 nA$ , et pour les quatre anneaux isolés (RUN 4), nous avons une amplitude de  $2 \pm 0,3 nA$  pour une prédiction théorique de  $2,18 nA$ .

Mais ce qui est important n'est pas tant l'amplitude absolue que le rapport des courants typiques pour les deux géométries considérées. En effet, comme nous l'avons vu précédemment, les caractéristiques physiques de la couche du gaz 2D sont les mêmes dans les deux géométries, ainsi les processus physiques à l'origine de ce désaccord sont exactement les mêmes dans les deux cas, et le calcul du rapport géométrique  $r = I_{typ}^{co}/I_{typ}^{iso}$  nous permet de nous en affranchir. Pour chaque géométrie, les valeurs des deux courants typiques sont entachées d'erreurs expérimentales :  $I_{typ}^{co} \pm \Delta I^{co}$  et  $I_{typ}^{iso} \pm \Delta I^{iso}$ . L'incertitude sur la valeur de  $r = I_{typ}^{co}/I_{typ}^{iso}$  est donnée par la propagation des erreurs [109]. Dans le cas d'un rapport de deux grandeurs physiques  $y = x_1/x_2$ , l'incertitude  $\Delta y$  associée à  $y$  connaissant  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_2$ , si  $x_1$  et  $x_2$  sont indépendants, est :

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$$

Ce qui donne

$$r = \frac{I_{typ}^{co}}{I_{typ}^{iso}} \quad (5.17)$$

$$\Delta r = r \sqrt{\left(\frac{\Delta I^{co}}{I_{typ}^{co}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I^{iso}}{I_{typ}^{iso}}\right)^2} \quad (5.18)$$

Pour l'échantillon contenant seize anneaux nous obtenons un rapport égal à :

$$\boxed{r_{16} = 1,2 \pm 0,34} \quad (5.19)$$

et pour l'échantillon comportant quatre anneaux, nous avons :

$$\boxed{r_4 = 0,9 \pm 0,2} \quad (5.20)$$

La théorie prédit un facteur de réduction égal à 0,57 [83]. Nous voyons ainsi que nos résultats sont supérieurs à cette valeur, même en tenant compte de l'incertitude associée à chaque rapport. Ce résultat montre que l'amplitude des courants permanents n'est pas sensiblement modifiée que les anneaux soient connectés ou non [122].

### 5.4.3 Conclusion

Nos résultats montrent que les courants permanents ne sont plus un effet quantique spécifique aux systèmes isolés, mais peuvent être observés dans une géométrie d'anneaux connectés dont la taille est bien supérieure à  $l_\phi$ . De plus, les résultats montrent que la connection les perturbe très peu, puisque nous obtenons  $r \sim 1$ . Ce résultat est supérieur aux prédictions théoriques compte tenu de l'incertitude des mesures. Mais dans le modèle théorique, l'effet des interactions sur l'amplitude du courant typique n'est pas pris en compte à cause des difficultés de calculs que cela engendre. Or dans les systèmes de basse densité électronique comme le nôtre, l'effet de l'écrantage électronique est plus faible que dans les systèmes métalliques, et donc l'effet des interactions entre électrons doit être plus important. En particulier, elles fixent localement la densité [45], ce qui a pour conséquence que les électrons ont tendance à rester dans leur anneau. Le nombre d'électrons présent dans chaque anneau est alors quasiment constant (cas d'un anneau isolé), même si quelques uns explorent les anneaux voisins ou l'ensemble du réseau. Ceux là sont à l'origine du facteur géométrique  $g$ . Notons que la nature quasi-balistique de nos échantillons, associée à une géométrie d'anneaux carrés, peut aussi augmenter la probabilité que possède chaque électron de rester dans son anneau.



## 5.5 Tableaux récapitulatifs des résultats

RUN	1	2	3	4
couche 2D	p218		p712	
Nombre d'AR/fichier	3		10	
Durée d'un fichier brut	26 sec		4 min 39 sec	
Durée d'un fichier traité	1 min 44 sec		18 min 36 sec	
Remontée 1/f	3 min		60 min	
Nb de fichiers bruts	5388	13660	2376	2736
Nb de fichiers traités	$1347 \times 2$	$3415 \times 2$	$594 \times 2$	$684 \times 2$
Nb de fichiers effectifs	$249 \times 2$	$1069 \times 2$	$128 \times 2$	$608 \times 2$
Rapport $S/B$ [ $\sigma_{rms}$ ]	2,5	2,4	2,9	3,2

TAB. 5.4 – Tableau récapitulatif des quatre runs.

RUN	1	2	3	4
Théorie [ $nA/\text{anneau}$ ]	0,62	1,09	1,25	2,18
Expérience [ $nA/\text{anneau}$ ]	$0,4 \pm 0,08$	$0,35 \pm 0,07$	$1,7 \pm 0,3$	$2 \pm 0,3$
$r$ théorique	0,57			
$r$ calculé	$1,2 \pm 0,34$		$0,9 \pm 0,2$	

TAB. 5.5 – Amplitude des courants typiques obtenus pour les quatre runs.



## 6

## CONCLUSION

LE PHÉNOMÈNE des courants permanents dans un anneau non supraconducteur traversé par un flux magnétique est un des problèmes les plus fondamentaux de la physique mésoscopique. À une dimension, c'est un système modèle, qui permet de mettre en évidence de manière spectaculaire la cohérence de phase des fonctions d'ondes électroniques : à l'équilibre thermodynamique, l'anneau est parcouru par un courant *non dissipatif*, dit permanent car présent tant que le flux traversant l'anneau existe.

Si quelques expériences ont pu mettre en évidence l'existence de ces courants permanents dans des anneaux isolés, de nombreuses questions restent encore sans réponse tant en ce qui concerne leur amplitude, que leur dépendance en fonction du désordre ou en fonction du nombre de canaux de conduction. Les désaccords entre les diverses expériences, ou entre celles-ci et les prédictions théoriques, montrent clairement que l'on n'est pas encore parvenu à comprendre cet effet de façon satisfaisante.

Dans ce contexte, il apparaît primordial de savoir si les courants permanents sont une propriété spécifique aux systèmes isolés ou s'ils peuvent survivre dans une géométrie ouverte d'anneaux connectés dont la taille totale est très supérieure à la longueur de cohérence de phase électronique  $l_\phi$ . Bien que cette question ait été abordée d'un point de vue théorique [79, 80, 81], aucune expérience n'était venue tester ces prédictions.

Nous avons donc réalisé un échantillon composé de quatre ou seize anneaux connectés entre eux et gravés dans un gaz d'électrons bidimensionnel, réalisé à partir d'une hétérojonction d'arséniure de gallium. L'aimantation résultant des courants permanents est mesurée par un  $\mu$ -SQUID déposé directement sur l'échantillon, permettant ainsi d'obtenir un couplage quasi-parfait entre les anneaux et le système de mesure. La forme adoptée pour le  $\mu$ -SQUID est celle d'un gradiomètre qui nous permet de nous affranchir des effets du champ magnétique extérieur à plus de 99,96%. Une électronique adaptée à notre

système de mesure, ainsi qu'un filtrage efficace du rayonnement électromagnétique par des thermocoax, nous aident à atteindre la limite quantique de notre gradiomètre. De plus, un système de grilles métalliques permet d'obtenir différentes géométries pour notre échantillon et entre autre de comparer l'aimantation mesurée avec un signal de référence. Une boucle d'étalonnage relie l'amplitude de l'aimantation mesurée à celle des courants permanents circulant dans les anneaux.

Une des principales difficultés de cette expérience est la faible amplitude du signal à détecter. Mais la périodicité des courants permanents avec le flux magnétique extérieur, nous octroie la possibilité de réaliser une transformée de Fourier du signal. L'amplitude des courants permanents est alors simplement donnée par l'amplitude du spectre de Fourier à la fréquence des oscillations périodiques. Cela nous a amené à créer un programme de traitement des données spécifiques aux courants permanents. Ce programme permet de réaliser une statistique des amplitudes mesurées, ce qui nous donne le courant typique.

L'étude des spectres de Fourier de l'aimantation et de la magnétorésistance de notre réseau d'anneaux, montre une dépendance temporelle différente entre les courants permanents et l'effet Aharonov-Bohm. En effet, ce dernier paraît beaucoup plus stable dans le temps que les courants permanents. D'autre part, ces spectres de Fourier semblent montrer que les trajectoires contribuant aux oscillations de conductance sont différentes de celles participant au courant typique.

Notre expérience a permis d'établir deux faits expérimentaux nouveaux : tout d'abord, nos résultats prouvent que les courants permanents existent toujours dans une géométrie d'anneaux connectés, et ce, même si la taille totale du réseau ainsi formé est très supérieure à  $l_\phi$ . En outre, l'amplitude des courants permanents est très peu modifiée que les anneaux soient connectés ou non, puisque le rapport des courants typiques par anneau,  $I_{typ}^{co}/I_{typ}^{iso}$ , est proche de l'unité, et ce, aussi bien dans une géométrie de quatre et seize anneaux connectés. Ces résultats prouvent que les courants permanents ne sont donc pas une propriété spécifique des systèmes isolés et plus petits que  $l_\phi$  : il s'agit donc d'un effet quantique très robuste, et leur étude doit être étendue aux systèmes ouverts. En particulier, cet effet de magnétisme orbital pourrait être observé dans des systèmes macroscopiques comme les films métalliques bidimensionnels [127].

---



---

## ANNEXE A

---



---

### *Les Thermocoaxs*

L'obtention de faibles températures électroniques en physique mésoscopique n'est pas un problème trivial. La thermalisation des électrons du gaz 2D se fait par l'intermédiaire du réseau atomique de l'hétérostructure AlGaAs/GaAs, ainsi que par les fils de mesure (échange de phonons). À très basse température ce couplage devient très faible, et il faut limiter au maximum les sources de bruit externes qui peuvent se coupler aux électrons. La principale source de bruit est le rayonnement électromagnétique environnant. Les photons émis par les parois du porte échantillon ne sont pas gênants puisqu'il sont à la température du cryostat. Par contre, ceux véhiculés par les fils de mesure, et arrivant de 300 K, peuvent créer un environnement électromagnétique dont la température est supérieure à celle des électrons.

L'environnement électromagnétique peut être représenté par le bruit thermique d'une impédance  $R$ . La densité spectrale de bruit thermique de cette impédance à la température  $T$ , satisfaisant à la loi du rayonnement de Planck, s'écrit :

$$S_v(f) = \frac{4Rhf}{\exp\left(\frac{hf}{k_B T}\right) - 1} \quad (7.1)$$

À basse fréquence, la densité spectrale est constante (bruit blanc) jusqu'à la fréquence de coupure  $f_c = k_B T/h = 20 \text{ GHz}$  à 1 K, et est donnée par :

$$S_v = 4k_B T R \quad (7.2)$$

Pour amener les photons à la température de l'échantillon  $T_e$ , l'atténuation du mode de photons à la fréquence  $f$  doit être :

$$A(f) = \frac{\exp\left(\frac{hf}{k_B T_e}\right) - 1}{\exp\left(\frac{hf}{k_B T_a}\right) - 1} \quad (7.3)$$

où  $T_a$  est la température ambiante (prise généralement égale à 300 K). Pour des fréquences élevées,  $k_B T_a \gg hf \gg k_B T_e$ , l'atténuation s'écrit :

$$A(f) \simeq \frac{k_B T_a}{hf} \exp\left(\frac{hf}{k_B T_e}\right) \quad (7.4)$$

Ce qui donne une atténuation de  $10^{23}$ , pour le rayonnement à 1 K ( $f = 20 \text{ GHz}$ ). Nous voyons que l'atténuation désirée croît exponentiellement avec la fréquence.

Les câbles coaxiaux permettent d'obtenir une telle atténuation [128]. En effet, ils possèdent une résistance qui augmente avec la fréquence à cause de l'effet de peau : le courant se répartit à l'intérieur d'un cylindre d'épaisseur  $\delta$ , l'épaisseur de peau. L'atténuation du rayonnement électromagnétique par ces câbles est donnée par un terme exponentiel qui dépend de la fréquence :  $A(f) = \exp(-2\alpha(f)l)$ , où  $l$  est la longueur du câble, et  $\alpha(f)$  le coefficient d'atténuation en  $Np/m$ . Ce coefficient d'atténuation est directement relié à

---

$1 - \alpha[dB/m] = \alpha[Np/m] \times 8,69$

l'épaisseur de peau :  $\alpha \propto 1/\delta = \sqrt{\mu\sigma\omega/2} = \sqrt{\mu\sigma\pi f}$ , avec  $\mu$  la perméabilité magnétique, et  $\sigma$  la conductivité à fréquence nulle. Ainsi, lorsque  $\delta$  devient petit par rapport au rayon de l'âme, la section conductrice varie comme  $\delta$  et la résistance varie comme  $1/\delta \propto \sqrt{f}$ . Dans le cas où la conductance de fuite est négligeable,  $\alpha = R/2Z_0$ , où  $R$  est la résistance distribuée en  $\Omega/m$  et  $Z_0$  l'impédance caractéristique du câble en  $\Omega$ . L'atténuation devient alors :

$$A(f) = \exp\left(-\frac{R}{Z_0}\right) \quad (7.5)$$

Pour un câble coaxial, la résistance  $R$  est définie par :

$$R = \frac{R_S}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (7.6)$$

$r_1$  et  $r_2$  étant respectivement les diamètres intérieur (diamètre de l'âme) et extérieur du diélectrique.  $R_S$  est la résistance de surface due à l'effet de peau :  $R_S = (\delta\sigma)^{-1}$ .

Dans le cas des Thermocoaxs Philips utilisés [108],  $r_1 = 85 \mu m$ ,  $r_2 = 175 \mu m$ , et  $Z_0 = \sqrt{L/C} \simeq 17 \Omega$ . En prenant  $\mu \simeq \mu_0$  et  $\sigma_{4,2K} = 2,7 \cdot 10^6 S m^{-1}$ , nous obtenons pour les modes TEM :

$$A(f) = \exp\left(-2 \cdot 10^{-4} l \sqrt{f}\right) \quad (7.7)$$

Par exemple, le rayonnement à 1 K (20 GHz) est atténué d'un facteur  $A \simeq 10^{12}$  par mètre de câble.

Les thermocoaxs permettent donc de filtrer l'environnement électromagnétique jusqu'à des fréquences très élevées, et sont les systèmes les mieux adaptés aux expériences de physique mésoscopique [108, 129, 130].

---



---

## ANNEXE B

---



---

### *Le SQUID Shunté*

Nous avons vu que la majorité des SQUID DC possèdent des jonctions tunnel comme jonction Josephson. Il en résulte un comportement hystérétique (hystérésis dynamique) caractérisé par le coefficient de McCumber  $\beta_C$ . Cette hystérésis disparaît dès que  $\beta_C < 1$ . Comme ce dernier est proportionnel à la résistance en parallèle à la jonction ( $\beta_C = \frac{2\pi i_c R^2 C}{\phi_{0s}}$ ), il suffit de placer une résistance de shunt en parallèle à R, pour qu'il devienne inférieur à 1.

Dans notre cas, les jonctions Josephson sont des ponts de Dayem conduisant à un comportement intrinsèquement non hystérétique. Par contre nous avons vu que ces  $\mu$ -SQUID possèdent une hystérésis thermique, due à l'échauffement du  $\mu$ -SQUID au moment de la transition. Nous avons de plus montré que son refroidissement est limité par la résistance de Kapitza entre le  $\mu$ -SQUID et le substrat. Afin d'évacuer plus rapidement cette chaleur, nous pouvons placer en parallèle à chaque jonction une résistance de shunt (figure 8.1). Cette résistance, notée  $R_s$ , a donc pour rôle d'éviter l'échauffement de la jonction. En effet,  $R_s$  étant inférieure à la résistance de la jonction dans l'état normal, au moment de la transition de celle-ci le courant passera dans  $R_s$ , diminuant ainsi le courant dans la jonction. De cette manière, la jonction restera un temps très bref dans l'état normal, limitant son échauffement par effet Joule. Une possibilité pour obtenir une résistance de shunt est de déposer une couche mince métallique juste en dessous des jonctions Josephson. Cette couche mince est reliée au bain thermique par des fils non supraconducteurs. Dans ce type de système, le SQUID est polarisé avec un courant DC constant dont l'amplitude est égale au courant critique  $I_c$ . Dans ce cas, le SQUID est soumis à une tension  $V = RI_c$ . Comme le courant critique est une fonction périodique du flux ( $I_c = 2i_c \left| \cos\left(\frac{2\pi\phi}{\phi_{0s}}\right) \right|$ ), la tension aux bornes de la jonction est aussi une fonction périodique du flux magnétique avec la même période. Nous retrouvons ainsi sur la courbe  $V(\phi)$  des oscillations similaires à celles présentes dans les courbes  $I_c(\phi)$ . La mesure de cette tension peut s'effectuer à l'aide d'une détection synchrone. Comme la jonction est polarisée avec un courant dont l'amplitude est égale à son courant critique, la tension à ses bornes oscille avec la fréquence Josephson. La tension mesurée aux bornes de la jonction est une tension moyennée dans le temps :  $\int V(t)dt$ . Afin d'obtenir la valeur la plus précise de la tension, il faut que la moyenne temporelle s'effectue sur un nombre maximal d'oscillations. Pour cela, nous devons avoir une fréquence Josephson  $f_J$  la plus élevée possible. Notons que l'amplitude du signal peut être amplifiée grâce à un circuit résonant LC à froid. La limitation de  $f_J$  nous est donnée par la relation liant le courant critique et la résistance de shunt au gap supraconducteur. Dans le cas des micro-ponts de Dayem courts (*i.e.* dont la longueur est inférieure à la longueur de cohérence supraconductrice  $\xi$ ), cette relation s'écrit [131] :

$$eR_s i_c = 2\Delta(0) \quad (8.1)$$

Dans le cas de l'aluminium,  $2\Delta(0) = 350 \mu eV$ , ce qui donne pour un courant critique de  $50 \mu A$ , une résistance de shunt  $R_s = 7 \Omega$ . La fréquence Josephson est alors de  $170 GHz$ .

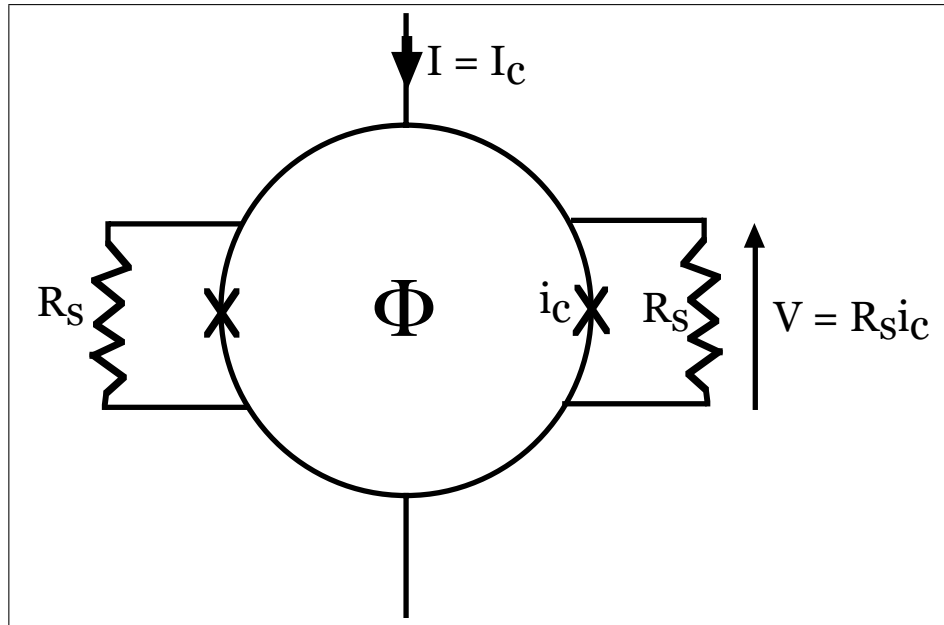


FIG. 8.1 – Représentation schématique du SQUID shunté.  $R_s$  est la résistance de shunt qui peut être une couche mince métallique.

Une telle résistance ne semble pas difficile à obtenir à partir d'une couche mince. En fait, de nombreux problèmes lithographiques apparaissent : entre autre, le SQUID doit pouvoir s'accrocher sur la couche métallique ; de plus le SQUID et la résistance de shunt doivent être en très bon contact métallique. Ceci conditionne le choix du matériau à utiliser comme résistance de shunt. En plus de ces problèmes technologiques, il faut prendre en compte les effets de proximité qui surviennent quand un métal normal et un supraconducteur sont en contacts. Les électrons d'une paire de Cooper qui entrent dans le métal normal ne sont plus soumis au potentiel attractif qui les lie, et perdent leur cohérence en raison des excitations thermiques présentes dans le métal [132]. La longueur de pénétration de ces paires dans le métal est donc donnée par la longueur de diffusion thermique :  $L_T = L\sqrt{\frac{E_c}{\phi_0}}$ . Inversement, le métal normal perturbe la supraconductivité sur une distance égale à la longueur de cohérence supraconductrice  $\xi$  (figure 8.2). Lorsque le supraconducteur est de faible épaisseur, ses caractéristiques physiques (température critique, courant critique) peuvent être affaiblies par les électrons normaux. De même, pour une couche mince métallique, la supraconductivité qui s'y établit a pour effet de diminuer la résistance de la couche. Déposer un  $\mu$ -SQUID sur une couche mince métallique n'est donc pas un problème trivial.

Avec ces contraintes, et considérant un  $\mu$ -SQUID en aluminium, le meilleur candidat pour la résistance de shunt semble être le palladium [133], dont la résistivité en fonction de la température est la suivante :

$$\rho_{300K} = 7,43 \mu\Omega cm$$

$$\rho_{77K} = 5,17 \mu\Omega cm$$

$$\rho_{4,2K} = 4,6 \mu\Omega cm$$

Considérons une couche métallique d'épaisseur  $50 nm$  déposée sous un micro-pont ( $L =$



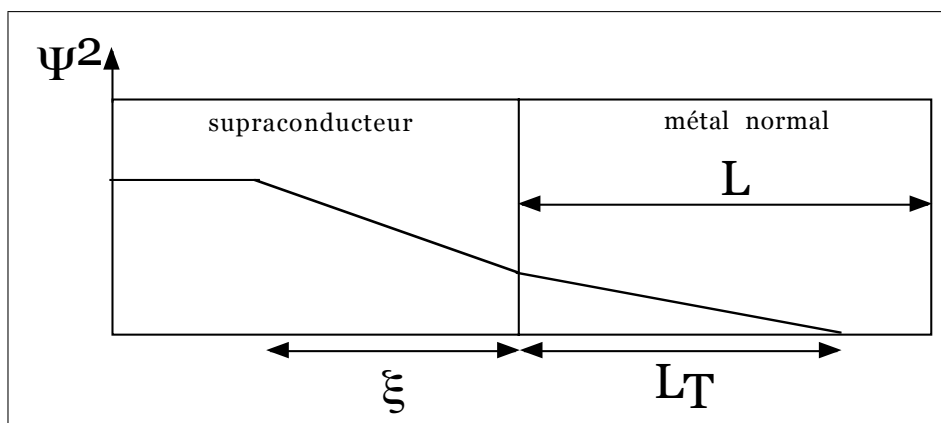


FIG. 8.2 – *Effet de proximité*: le métal normal perturbe la supraconductivité sur une distance égale à la longueur de cohérence supraconductrice  $\xi$ , et la longueur de pénétration des paires supraconductrices dans le métal est donnée par la longueur de diffusion thermique  $L_T$ .

300 nm,  $l = 600$  nm, figure 8.3). La résistance de shunt ainsi définie est :

$$\begin{aligned}
 R_s &= \rho_{4,2K} \frac{L}{S} \\
 &= 4,6 \cdot 10^{-8} \frac{300 \cdot 10^{-9}}{600 \cdot 10^{-9} \times 50 \cdot 10^{-9}} \\
 &\simeq 0,5 \Omega
 \end{aligned}$$

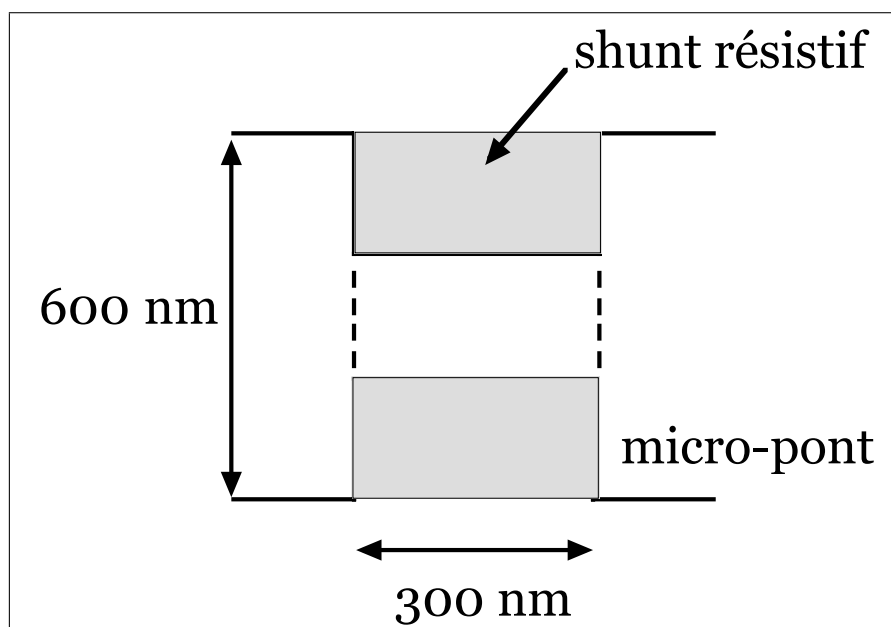


FIG. 8.3 – *Géométrie adoptée pour la couche métallique*. La résistance de shunt est placée sous le micro-pont.

Il nous manque un facteur 10 pour nous rapprocher de la valeur calculée précédem-

ment. Nous ne pouvons pas augmenter la longueur de la couche métallique, car elle nous est donnée par la longueur des micro-ponts. Nous devons alors diminuer sa surface  $S$ . La géométrie adoptée est celle de la figure 8.4 : la couche métallique possède les mêmes dimensions que le micro-pont (nous avons diminué la largeur  $l$  de la couche). Mais ses faibles dimensions entraînent un échauffement de la constriction. Cette chaleur peut s'évacuer si on élargit la couche au-delà des micro-ponts.

Le tout premier travail est donc de déterminer quelle est l'épaisseur de palladium que l'on doit mettre sous l'aluminium, afin que ce dernier reste supraconducteur, et que la résistance de la couche métallique soit de l'ordre de celle calculée ci-dessus.

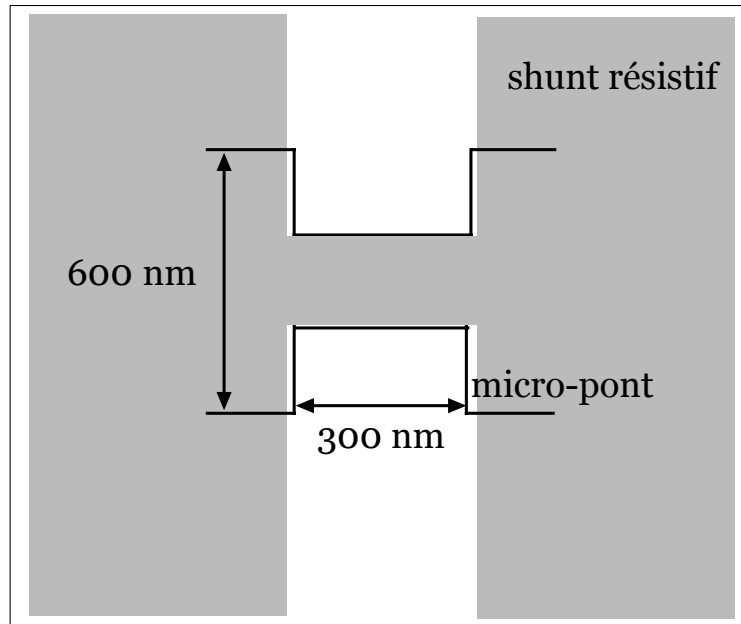


FIG. 8.4 – Autre géométrie possible. La résistance de shunt épouse les formes du micro-pont. La forme s'évase au delà du micro-pont pour évacuer plus facilement la chaleur accumulée dans la constriction.

---

---

## ANNEXE C

---

---

*Publication*

W. RABAUD, L. SAMINADAYAR, D. MAILLY, K. HASSELBACH, A. BENOÎT and B.  
ETIENNE  
Persistent Currents in Mesoscopic Connected Rings,  
*Phys. Rev. Lett.* **86**, 3124, (2001)













## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. LANDAUER, « Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction », *IBM J. Res. Dev.* **1**, 223 (1957)
- [2] D. Y. SHARVIN and Y. V. SHARVIN, « Magnetic-Flux Quantization in a Cylindrical Film of a Normal Metal », *JETP Lett.* **34**, 272 (1981)
- [3] R. A. WEBB, S. WASHBURN, C. P. UMBACH and R. B. LAIBOWITZ, « Observation of  $h/e$  Aharonov-Bohm Oscillations in Normal-Metal Rings », *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2696 (1985)
- [4] B. J. VAN WEES, H. VAN HOUTEN, C. W. J. BEENAKKER, J. G. WILLIAMSON, L. P. KOUWENHOVEN, D. VAN DER MAREL and C. T. FOXON, « Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas », *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988)
- [5] M. BÜTTIKER, Y. IMRY, R. LANDAUER and S. PINHAS, « Generalized Many-Channel Conductance Formula with Applications to Small Rings », *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1981)
- [6] M. BÜTTIKER, Y. IMRY and R. LANDAUER, « Josephson Behavior in Small Normal One-Dimensional Rings », *Phys. Lett.* **96A**, 365 (1983)
- [7] L. P. LEVY, G. DOLAN, J. DUNSMUIR and H. BOUCHIAT, « Magnetization of Mesoscopic Copper Rings: Evidence for Persistent Currents », *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2074 (1990)
- [8] V. CHANDRASEKHAR, R. A. WEBB, M. J. BRANDY, M. B. KETCHEN, W. J. GALLAGHER and A. KLEINSASSER, « Magnetic Response of a Single, Isolated Gold Loop », *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3578 (1991)
- [9] D. MAILLY, C. CHAPELIER and A. BENOÎT, « Experimental Observation of Persistent Currents in a GaAs-AlGaAs Single Loop », *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2020 (1993)
- [10] B. REULET, M. RAMIN, H. BOUCHIAT and D. MAILLY, « Dynamic Response of Isolated Aharonov-Bohm Rings Coupled to an Electromagnetic Resonator », *Phys. Rev. Lett.* **75**, 124 (1995)
- [11] E. M. Q. JARIWALA, P. MOHANTY, M. B. KETCHEN and R. A. WEBB, « Diamagnetic Persistent Current in Diffusive Normal-Metal Rings », *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1594 (2000)
- [12] N. W. ASHCROFT and N. D. MERMIN, *Solid State Physics* (Saunders College, 1976)
- [13] T. ANDO, Y. ARAKAWA, K. FURUYA, S. KOMIYAMA and H. NAKASHIMA, *Mesoscopic Physics and Electronics* (Springer, 1998)
- [14] C. KITTEL, *Physique de l'état solide* (Dunod université, 1983, 5<sup>ème</sup> éd.)
- [15] S. CHAKRAVARTY and A. SCHMID, « Weak Localisation: The Quasiclassical Theory of Electrons in a Random Potential », *Phys. Rep.* **140**, 193 (1986)
- [16] J. EDWARDS and D. THOULESS, « Numerical Studies of Localization in Disordered Systems », *J. Phys. C* **5**, 807 (1972)
- [17] C. W. J. BEENAKER and H. VAN HOUTEN, « Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures », *Sol. St. Phys.* **44**, 1 (1991)

- [18] P. W. ANDERSON, « Absence of Diffusion in Certain Random Lattices », *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958)
- [19] R. LANDAUER, « Electrical Resistance of Disordered One-Dimensionnal Lattices », *Philos. Mag.* **21**, 863 (1970)
- [20] V. CHANDRASEKHAR, M. J. ROOKS, S. WIND and D. E. PROBER, « Observation of Aharonov-Bohm Electron Interference Effects with Periods  $h/e$  and  $h/2e$  in Individual Micron-Size, Normal-Metal Rings », *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1610 (1985)
- [21] M. BÜTTIKER, « Four-Terminal Phase-Coherent Conductance », *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986)
- [22] J. BLACKMORE, « Semiconducting and other Major Properties of Gallium Arsenide », *J. Appl. Phys.* **53**, R123 (1982)
- [23] S. ADACHI, « *GaAs, AlAs and  $Al_xGa_{1-x}As$* : Material Parameters for Use in research and Device Applications », *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985)
- [24] L. ESAKI and R. TSU, *Internal Report RC 2418*, IBM Research, March 26<sup>th</sup> (1969)
- [25] V. UMANSKY, R. DE PICCIOTTO and M. HEIBLUM, « Extremely High-Mobility Two Dimensional Electron Gas: Evaluation of Scattering Mechanisms », *Appl. Phys. Lett.* **71**, 683 (1997)
- [26] F. LONDON, *J. Phys (France)* **8**, 379 (1937)
- [27] F. HUND, *Ann. Phys. (Leipzig)* **32**, 102 (1938)
- [28] F. BLOCH, « Off-Diagonal Long-Range Order and Persistent Current in a Hollow Cylinder », *Phys. Rev.* **137**, A 787 (1965)
- [29] I. O. KULIK, « Magnetic Flux Quantization in the Normal State », *JETP* **31**, 1172 (1970)
- [30] N. BYERS and C. N. YANG, « Theoretical Considerations Concerning Quantized Magnetic Flux in Superconducting Cylinders », *Phys. Rev. Lett.* **7**, 46 (1961)
- [31] H. F. CHEUNG, Y. GEFEN, E. K. RIEDEL and W.-H. SHIH, « Persistent Currents in Small One-Dimensionnal Metal Rings », *Phys. Rev. B* **37**, 6050 (1988)
- [32] R. LANDAUER and M. BÜTTIKER, « Resistance of Small Metallic Loops », *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2049 (1985)
- [33] H. F. CHEUNG and E. K. RIEDEL, « Energy Spectrum and Persistent Current in One-Dimensionnal Rings », *Phys. Rev. B* **40**, 9498 (1989)
- [34] T. BRODY, J. FLORES, J. FRENCH, P. MELLO, A. PANDEY and S. WONG, « Random-Matrix Physics: Spectrum and Strengh Fluctuations », *Rev. Mod. Phys.* **53**, 385 (1981)
- [35] H. BOUCHIAT, G. MONTAMBAUX and D. SIGETI, « Persistent Currents in Mesoscopic Rings, Conductance and Boundary Conditions », *Phys. Rev. B* **44**, 1682 (1991)
- [36] Y. GEFEN, B. REULET and H. BOUCHIAT, « Energy and Current Correlation in Mesoscopic Rings and Quantum Dots », *Phys. Rev. B* **46**, 15922 (1992)
- [37] E. K. RIEDEL and F. VON OPPEN, « Mesoscopic Persistent Current in Small Rings », *Phys. Rev. B* **47**, 15449 (1993)
- [38] G. MONTAMBAUX, *Quantum Fluctuations* (Elsevier, Amsterdam, 1996)
- [39] H. F. CHEUNG, E. K. RIEDEL and Y. GEFEN, « Persistent Currents in Mesoscopies Rings and Cylinders », *Phys. Rev. Lett.* **62**, 587 (1989)
- [40] H. BOUCHIAT and G. MONTAMBAUX, « Persistent Currents in Mesoscopies Rings: Ensemble Averages and Half-Flux-Quantum Periodicity », *J. Phys. France* **50**, 2695 (1989)

- [41] G. MONTAMBAUX, H. BOUCHIAT, D. SIGETI and R. FRIESNER, « Persistent Currents in Mesoscopic Metallic Rings: Ensemble Average », *Phys. Rev. B* **42**, 7647 (1990)
- [42] B. KRAMER, *Quantum Coherence in Mesoscopic Systems*, Nato ASI Series (Plenum press, New York, 1991)
- [43] Y. IMRY, *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University press, 1997)
- [44] B. ALTSHULER, Y. GEFEN and Y. IMRY, « Persistent Differences between Canonical and Grand Canonical Averages in Mesoscopic Ensembles: Large Paramagnetic Orbital Susceptibilities », *Phys. Rev. Lett.* **66**, 88 (1991)
- [45] A. SCHMID, « Persistent Currents in Mesoscopic Rings by Suppression of Charge Fluctuations », *Phys. Rev. Lett.* **66**, 80 (1991)
- [46] F. VON OPPEN and E. K. RIEDEL, « Average Persistent Current in a Mesoscopic Ring », *Phys. Rev. Lett.* **66**, 84 (1991)
- [47] E. AKKERMANS, « Scattering Phase Shift Analysis of Persistent Currents in Mesoscopic Aharonov-Bohm Geometries », *Europhys. Lett.* **15**, 709 (1991)
- [48] N. ARGAMAN, Y. IMRY and U. SMILANSKY, « Semiclassical Analysis of Spectral Correlations in Mesoscopic Systems », *Phys. Rev. B* **47**, 4440 (1993)
- [49] I. S. GRADSHTEYN and I. M. RYZHIK, *Table of Integrals, Series and Products* (Academic Press, New York, 1965)
- [50] V. AMBEGAOKAR and U. ECKERN, « Coherence and Persistent Currents in Mesoscopic Rings », *Phys. Rev. Lett.* **65**, 381 (1990)
- [51] V. AMBEGAOKAR and U. ECKERN, « Comment on "Persistent Currents in Mesoscopic Rings by Suppression of Charge Fluctuations" », *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3192 (1991)
- [52] B. L. ALTSHULER, D. KHMEL'NITZKII, A. I. LARKIN and P. A. LEE, « Magnetoresistance and Hall Effect in a Disordered Two-Dimensional Electron Gas », *Phys. Rev. B* **22**, 5142 (1980)
- [53] B. L. ALTSHULER and A. G. ARONOV, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems* (A.L. Efros and M. Pollak, North-Holland, 1985)
- [54] B. L. ALTSHULER, A. G. ARONOV and P. A. LEE, « Interaction Effects in Disordered Fermi Systems in Two Dimensions », *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1288 (1980)
- [55] B. L. ALTSHULER, D. KHMEL'NITZKII, A. I. LARKIN and P. A. LEE, « Magnetoresistance and Hall Effect in a Disordered Two-Dimensional Electron Gas », *Phys. Rev. B* **22**, 5142 (1980)
- [56] N. ARGAMAN and Y. IMRY, *Phys. Scr.* **49**, 333 (1993)
- [57] G. MONTAMBAUX, « Persistent Current of Interacting Electrons: a Simple Hartree-Fock Picture », *J. Phys. I France* **6**, 1 (1996)
- [58] H. FUKUYAMA, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems* (A.L. Efros and M. Pollak, North-Holland, 1985)
- [59] U. ECKERN, « Coherence and Destruction of Coherence in Mesoscopic Rings », *Z. Phys. B* **82**, 393 (1991)
- [60] A. MÜLLER-GROELING, H. A. WEINDENMÜLLER and C. LEWENKOPF, « Interacting Electrons in Mesoscopic Rings », *Europhys. Lett.* **22**, 193 (1993)
- [61] G. BOUZERAR, D. POILBLANC and G. MONTAMBAUX, « Persistent Currents in One-Dimensional Disordered Rings of Interacting Electrons », *Phys. Rev. B* **49**, 8258 (1994)

- [62] M. ABRAHAM and R. BERKOVITS, « Persistent Currents in an Interacting 1D Disordered Rings: Manifestation of the Mott-Hubbard Transition », *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1509 (1993)
- [63] H. KATO and D. YOSHIOKA, « Suppression of Persistent Currents in One-Dimensionnal Disordered Rings by Coulomb Interaction », *Phys. Rev. B* **50**, 4943 (1994)
- [64] G. BOUZERAR and D. POILBLANC, « Persistent Currents in Multichannel Interacting Systems », *Phys. Rev. B* **52**, 10772 (1995)
- [65] M. RAMIN, B. REULET and H. BOUCHIAT, « Electron-Electron Interactions in One- and Three-Dimensionnal Mesoscopic Disordered Rings: A Pertubative Approach », *Phys. Rev. B* **50**, 4943 (1994)
- [66] U. ECKERN and A. SCHMID, « Persistent Currents of Single Mesoscopic Rings », *Europhys. Lett.* **18**, 457 (1992)
- [67] R. A. SMITH and V. AMBEGAOKAR, « Systematic Calculation of Moments of Flux-Dependent Currents in Single Mesoscopic Rings », *Europhys. Lett.* **20**, 161 (1992)
- [68] L. P. LEVY, « Persistent Currents in Mesoscopic Copper Rings », *Physica B* **169**, 245 (1991)
- [69] Y. NOAT, H. BOUCHIAT, B. REULET and D. MAILLY, « Sign Reversals of ac Magnetoconductance in Isolated Quantum Dots », *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4955 (1998)
- [70] R. DEBLOCK, R. BEL, B. REULET, H. BOUCHIAT and D. MAILLY, « Diamagnetic Orbital Response of Mesoscopic Silver Rings », *cond-mat* **0109527**
- [71] P. MOHANTY, « Persistent Current in Normal Metals », *Ann. Phys. (Leipzig)* **2**, 7,549 (1999)
- [72] V. E. KRAVTSOV and V. I. YUDSON, « Direct Current in Mesoscopic Rings Induced by High-Frequency Electromagnetic Field », *Phys. Rev. Lett.* **70**, 210 (1993)
- [73] V. E. KRAVTSOV and B. L. ALTSHULER, « Relationship between the Noise-Induced Persistent Current and the Dephasing Rate », *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3394 (2000)
- [74] P. CEDRASCHI, V. V. PONOMARENKO and M. BÜTTIKER, « Zero-Point Fluctuations and the Quenching of the Persistent Current in Normal Metal Rings », *Phys. Rev. Lett.* **84**, 346 (2000)
- [75] M. BÜTTIKER, « Small Normal-Metal Loop Coupled to an Electron Reservoir », *Phys. Rev. B* **32**, 1846 (1985)
- [76] E. AKKERMANS, A. COMTET, J. DESBOIS, G. MONTAMBAUX and C. TEXIER, « Spectral Determinant on Quantum Graphs », *Ann. Phys.* **284**, 10 (2000)
- [77] B. DOUÇOT and R. RAMMAL, « Quantum Oscillations in Normal-Metal Networks », *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1148 (1985)
- [78] B. DOUÇOT and R. RAMMAL, « Interference Effects and Magnetoresistance Oscillations in Normal-Metal Networks: 1-Weak Localisation Approach », *J. Phys.* **47**, 973 (1986)
- [79] M. PASCAUD and G. MONTAMBAUX, « Magnetization of Mesoscopic Disordered Networks », *Europhys. Lett.* **37**, 347 (1997)
- [80] M. PASCAUD and G. MONTAMBAUX, « Thermodynamics and Transport in Mesoscopic Disordered Networks », *Philos. Mag.* **77**, 1203 (1998)
- [81] M. PASCAUD and G. MONTAMBAUX, « Persistent Currents on Networks », *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4512 (1999)
- [82] M. PASCAUD, *Thèse de l'Université de Paris-Sud, Orsay* (1998)

- [83] M. PASCAUD and G. MONTAMBAUX, *Communication privée*
- [84] T. ANDO, A. B. FOWLER and F. STERN, « Electronic Properties of Two Dimensional Systems », *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982)
- [85] P. POUVIL, *Composants semiconducteurs* (Masson)
- [86] O. V. LOUNASMAA, *Experimental Principles and Methods Below 1 K* (Academic Press, 1974)
- [87] M. TINKHAM, *Introduction to Superconductivity* (Mc Graw Hill, 1985)
- [88] J. C. GALLOP, *SQUIDS, the Josephson Effects and Superconducting Electronics* (Adam Hilger, 1991)
- [89] F. LONDON, « On the Problem of the Molecular Theory of Superconductivity », *Phys. Rev.* **74**, 562 (1948)
- [90] B. D. JOSEPHSON, « Possible New Effects in Superconductive Tunneling », *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962)
- [91] B. D. JOSEPHSON, « Coupled Superconductors », *Rev. of Mod. Phys.* **36**, 216 (1964)
- [92] J. BARDEEN, L. N. COOPER and J. R. SCHRIEFFER, « Theory of Superconductivity », *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957)
- [93] D. E. MCCUMBER, « Effect of AC Impedance on DC Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions », *J. Appl. Phys.* **39**, 3113 (1968)
- [94] W. C. STEWART, « Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions », *Appl. Phys. Lett.* **12**, 277 (1968)
- [95] P. K. HANSMA, G. I. ROCHLIN and J. N. SWEET, « Externally Shunted Josephson Junctions: Generalized Weak Links », *Phys. Rev. B* **4**, 3003 (1971)
- [96] K. K. LIKHAREV, « Superconducting Weak Links », *Rev. of Mod. Phys.* **51**, 101 (1979)
- [97] P. W. ANDERSON and A. H. DAYEM, « Radio-Frequency Effects in Superconducting Thin Film Bridges », *Phys. Rev. Lett.* **13**, 195 (1964)
- [98] P. E. GREGERS-HANSEN and M. T. LEVINSEN, « Normal-State Resistance as the Determining Parameter in the Behavior of Dayem Bridges with Sinusoidal Current-Phase Relations », *Phys. Rev. Lett.* **27**, 847 (1971)
- [99] C. CHAPELIER, M. E. KHATIB, P. PERRIER, A. BENOÎT and D. MAILLY, *SQUID 91: Superconducting Device and their Applications* (H. Koch and H. Lubbig, Springer, 1991)
- [100] M. E. KHATIB, *Thèse de l'U.J.F. Grenoble* (1990)
- [101] J. CLARKE, W. M. GOUBEAU and M. B. KETCHEN, « Tunnel Junction DC SQUID: Fabrication, Operation and Performance », *J. Low Temp. Phys.* **25**, 99 (1976)
- [102] C. D. TESCHE and J. CLARKE, « DC SQUID: Noise and Optimization », *J. Low Temp. Phys.* **29**, 301 (1977)
- [103] K. HASSELBACH, C. VEAUUVY and D. MAILLY, « MicroSQUID Magnetometry and Magnetic Imaging », *Physica C* **332**, 140 (2000)
- [104] G. CERNICCHIARO, K. HASSELBACH, D. MAILLY, W. WERNSDORFER and A. BENOÎT, *Quantum Transport in Semiconductor Submicron Structures* (Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1995)
- [105] *Propriétés des Solides et des Fluides Utilisés en Cryogénie* (École d'Automne d'Aussois, 1991)
- [106] W. WERNSDORFER, *Thèse de l'U.J.F. Grenoble* (1996)
- [107] F. POBELL, *Matter and Methods at Low Temperatures* (Springer, 1992)

- [108] A. B. ZORIN, « The Thermocoax Cable as the Microwave Frequency Filter for Single Electron Circuit », *Rev. Sci. Instrum.* **66**, 4296 (1995)
- [109] K. PROTASSOV, *Probabilités et Incertitudes dans l'Analyse des Données Expérimentales* (Presse Universitaire de Grenoble, 1999)
- [110] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING and B. P. FLANNERY, *Numerical Recipes in C* (Cambridge University press, 1992)
- [111] M. BÜTTIKER and C. A. STAFFORD, « Charge Transfer Induced Persistent Current and Capacitance Oscillations », *Phys. Rev. Lett.* **76**, 495 (1996)
- [112] J. P. PÉREZ, *Optique* (Masson, 1998)
- [113] R. F. VOSS and R. A. WEBB, « Macroscopic Quantum Tunneling in  $1\ \mu\text{m}$  Nb Josephson Junctions », *Phys. Rev. Lett.* **47**, 265 (1981)
- [114] A. O. CALDEIRA and A. J. LEGGETT, « Influence of Dissipation on Quantum Tunneling in Macroscopic Systems », *Phys. Rev. Lett.* **46**, 211 (1981)
- [115] S. WASHBURN, R. A. WEBB, R. F. VOSS and S. M. FARIS, « Effects of Dissipation and Temperature on Macroscopic Quantum Tunneling », *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2712 (1985)
- [116] D. VION, M. GÖTZ, P. JOYEZ, D. ESTEVE and M. H. DEVORET, « Thermal Activation above a Dissipation Barrier: Switching of a Small Josephson Junction », *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3435 (1996)
- [117] P. HOROWITZ and W. HILL, *The Art of Electronics* (Cambridge University Press, 1989)
- [118] J. M. JAYCOX and M. B. KETCHEN, « Planar Coupling Scheme for Ultra Low Noise DC SQUIDS », *IEEE Trans. Mag. Mag* **17**, 400 (1981)
- [119] J.-F. GARNIER, *Thèse de l'U.J.F. Grenoble* (1984)
- [120] T. A. FULTON, L. N. DUNKLEBERGER and R. C. DYNES, « Quantum Interference Properties of Double Josephson Junctions », *Phys. Rev. B* **6**, 855 (1972)
- [121] J. ROMIJN, T. M. KLAPWIJK, M. J. RENNE and J. E. MOOIJ, « Critical Pair-Breaking Current in Superconducting Aluminium Strips far below  $T_c$  », *Phys. Rev. B* **26**, 3648 (1982)
- [122] W. RABAUD, L. SAMINADAYAR, D. MAILLY, K. HASSELBACH, A. BENOÎT and B. ETIENNE, « Persistent Currents in Mesoscopic Connected Rings », *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3124 (2001)
- [123] C. P. UMBACH, S. WASHBURN, R. B. LAIBOWITZ and R. A. WEBB, « Magnetoresistance of Small, Quasi-One-Dimensional, Normal-Metal Rings and Lines », *Phys. Rev. B* **30**, 4048 (1984)
- [124] B. L. ALTSHULER, A. G. ARONOV and B. Z. SPIVAK, « The Aharonov-Bohm Effect in Disordered Conductors », *JETP Lett.* **33**, 94 (1981)
- [125] A. G. ARONOV and Y. V. SHARVIN, « Magnetic Flux Effects in Disordered Conductors », *REV. of Mod. Phys.* **59**, 755 (1987)
- [126] C. P. UMBACH, C. VAN HAESSENDONCK, R. B. LAIBOWITZ, S. WASHBURN and R. A. WEBB, « Direct Observation of Ensemble Averaging of the Aharonov-Bohm Effect in Normal-Metal Loops », *Phys. Rev. Lett.* **56**, 386 (1986)
- [127] G. MONTAMBAUX, « Landau Diamagnetism and Magnetization of Interacting Diffusive Conductors », *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4640 (2001)
- [128] S. RAMO, J. R. WHINNERY and T. VAN DUZER, *Fields and Waves in Communication Electronics* (J. Wiley and Sons, N.Y., 1984)

- 
- [129] D. C. GLATTLI, P. JACQUES, A. KUMAR, P. PARI and L. SAMINADAYAR, « A Noise Detection Scheme with 10 *mK* Noise Temperature Resolution for Semiconductor Single Electron Tunneling Devices », *J. Appl. Phys.* **81**, 7350 (1997)
- [130] D. VION, P. F. ORFILA, P. JOYEZ, D. ESTEVE and M. H. DEVORET, « Miniature Electrical Filters for Single Electron Devices », *J. Appl. Phys.* **77**, 2519 (1995)
- [131] I. O. KULIK and A. N. OMEL'YANCHUK, « Josephson Effect in Superconductive Bridges: Microscopic Theory », *JLTP* **4**, 142 (1978)
- [132] P. G. DE GENNES, « Boundary Effects in Superconductors », *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964)
- [133] K. HASSELBACH and J. CAULET, « communication privée »,