



**HAL**  
open science

# Cisaillement dynamique de murs en béton armé. Modèles simplifiés 2D et 3D

Panagiotis Kotronis

► **To cite this version:**

Panagiotis Kotronis. Cisaillement dynamique de murs en béton armé. Modèles simplifiés 2D et 3D. Matériaux. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2000. Français. NNT: . tel-00074469

**HAL Id: tel-00074469**

**<https://theses.hal.science/tel-00074469>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE  
L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Spécialité :  
MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL

Présentée à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan par

**Panagiotis KOTRONIS**

Pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE  
DE CACHAN**

Sujet de la thèse :

**CISAILLEMENT DYNAMIQUE DE MURS EN BETON ARME.  
MODELES SIMPLIFIES 2D ET 3D**

Soutenue le 12 décembre 2000 devant le jury composé de :

M. DARVE F.	Président
M. FILIPPOU F.	Rapporteur
M. REYNOUARD J.M.	Rapporteur
M. BISCH P.	Examineur
M. COMBESURE D.	Examineur
M. DAVENNE L.	Examineur
M. MAZARS J.	Directeur de Thèse

Laboratoire de Mécanique et Technologie  
(E.N.S. Cachan / C.N.R.S. / Université Paris VI)  
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex (France)

## **Remerciements**

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Mécanique et de Technologie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan dans le secteur de Génie Civil.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse Jacky Mazars pour m'avoir proposé un sujet fort intéressant au sein du programme européen ICONS – TMR. Il m'a dirigé tout au long de cette étude et a donné les grands axes de recherche. Outre ses qualités scientifiques, je le remercie aussi pour sa disponibilité, sa gentillesse et sa sensibilité.

Mes remerciements s'adressent aussi à Jean-Marie Reynouard qui présidait le groupe sur le comportement des voiles en béton armé du programme ICONS (group 5) et qui a su animer nos réunions ces dernières trois années. Il a accepté d'être rapporteur de cette thèse et ses remarques ont apporté un nouveau regard sur les résultats.

J'exprime aussi ma gratitude à Filippou Filippou d'être venu des Etats-Unis pour rapporter cette thèse et participer à mon jury. J'ai pu largement profiter de son esprit pédagogique et de résultats de ses travaux (bibliothèque d'éléments FEDEAS) que j'ai utilisés dans le cadre de notre collaboration.

Félix Darve m'a fait l'honneur de présider ce jury et Philippe Bisch y a participé en qualité d'examineur. Pour cela je les remercie.

Un grand merci à Luc Davenne qui a assuré le suivi quotidien de cette étude. Il m'a aidé à résoudre les problèmes numériques et nos discussions ont contribué à l'aboutissement des méthodes présentées dans le présent document.

Je remercie aussi Didier Combescure qui a assuré la réalisation des essais au CEA Saclay et m'a souvent conseillé lors des réunions ICONS. Nos réunions se sont souvent poursuivies dans des bars à Paris et il est vite devenu un ami proche.

La partie expérimentale de cette thèse doit beaucoup aux gens du CEA Saclay, ceux d'ELSA JRC (Pierre Pegon et ses collègues) et à Stathis Bousias qui a eu la gentillesse de m'envoyer ses résultats. Qu'ils trouvent ici ma gratitude.

Lors de ces trois ans au LMT j'ai su profiter de l'ambiance enrichissante de ce laboratoire mais aussi de créer des amitiés que j'espère voir durer encore longtemps. Un signe d'amitié alors à David (aux soirées qui vont suivre) et à Nabil (je me souviens encore de notre première rencontre). Sans ces deux là mon séjour en France serait beaucoup plus difficile et surtout moins agréable. Un grand merci aussi à Fabrice, Kostas, Olivier, Siham qui étaient toujours présents. Merci aussi à Arnaud, Caroline, Christian (l'allemand), Estéban, Fred, Ha, Nicolas, Philippe, Shahrokh et tous les membres de LMT.

Je conclurais par mes proches qui savent déjà combien je leur dois. Il s'agit de Cécile et de ma famille en Grèce.

# Table des matières

<b>Introduction</b> .....	1
---------------------------	---

## **Chapitre 1. Les voiles en béton armé sous charges extrêmes. Comportement et pratiques de dimensionnement**

1.1. Introduction.....	6
1.2. Les principales caractéristiques du comportement des voiles.....	7
1.3. Paramètres contribuant à la résistance à l'effort tranchant.....	10
1.4. Pratiques pour le dimensionnement des éléments en béton armé soumis à des efforts de cisaillement.....	11
1.4.1. L'analogie du treillis («Truss analogy»).....	12
1.4.2. Théorie du champ de compression.....	19
1.4.3. La théorie du treillis adoucissant.....	21
1.5. Conclusions.....	27

## **Chapitre 2. La modélisation des ouvrages en béton armé. Stratégie "EFICOS"**

2.1. Introduction.....	29
2.2. Quel est l'intérêt des méthodes simplifiées ?.....	30
2.3. Choix d'un niveau de modélisation et d'une échelle de discrétisation.....	32
2.4. Le code éléments finis EFICOS.....	34
2.5. Modélisation du problème dynamique.....	36
2.6. Modèles d'endommagement pour le béton.....	36
2.6.1. Le comportement du béton.....	36
2.6.2. La théorie d'endommagement.....	38
2.6.3. Deux modèles isotropes.....	39
2.7. Le comportement de l'acier.....	43
2.8. La modélisation de l'amortissement.....	45
2.9. Remarques - Conclusions.....	46

### **Chapitre 3. Analyse du comportement des maquettes CAMUS III et T5. Limite de validité de la modélisation**

3.1.	Introduction.....	48
3.2.	Les essais sur la maquette CAMUS III.....	48
3.2.1.	Présentation de l'essai CAMUS III.....	48
3.2.2.	Calculs préliminaires.....	49
3.2.3.	Calculs post - essai.....	55
3.3.	Modélisation du voile T5 du programme SAFE.....	61
3.4.	Conclusions.....	62

### **Chapitre 4. Le béton armé équivalent**

4.1.	Introduction.....	64
4.2.	Réseau de barres ou de poutres équivalent d'un matériau élastique continu.....	64
4.3.	Le Béton Armé Equivalent.....	66
4.3.1.	Hypothèses et mise en œuvre.....	66
4.3.2.	Tests élémentaires sur le BAE.....	69
4.4.	Programme expérimental SAFE.....	73
4.4.1.	Caractéristiques des maquettes.....	73
4.4.2.	Essais pseudodynamiques.....	76
4.4.3.	Présentation des tests T5 et T12.....	77
4.4.4.	Modélisation de la maquette T5 selon le BAE.....	79
4.4.5.	Résultats de la simulation de la maquette T5.....	80
4.4.6.	Modélisation de la maquette T12 selon le BAE.....	89
4.5.	Programme expérimental NUPEC.....	90
4.5.1.	Présentation du test et de la maquette NUPEC.....	90
4.5.2.	Modélisation de la maquette NUPEC selon le BAE.....	92
4.6.	Détermination de l'angle.....	96
4.7.	Conclusions.....	101

### **Chapitre 5. Stratégie de modélisation simplifiée 3D. Élément poutre multifibre Timoshenko**

5.1.	Introduction.....	102
5.2.	Comparaison des poutres Bernoulli et Timoshenko.....	102
5.3.	Le coefficient de correction de cisaillement.....	106

5.4.	Le blocage par cisaillement.....	107
5.4.1.	Présentation du problème.....	107
5.4.2.	Solutions proposées pour le blocage par cisaillement.....	111
5.5.	Elément fini multifibre Timoshenko 3D.....	117
5.6.	Exemples d'application.....	122
5.6.1.	Poteau sous chargement cyclique.....	122
5.6.2.	Murs en U sous chargements cycliques.....	124
5.7.	Conclusions.....	128
	<b>Conclusions et perspectives.....</b>	<b>129</b>
	<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>131</b>

## Introduction

La simulation du comportement linéaire et non-linéaire des structures en béton armé soumises à des chargements sismiques est un problème d'actualité. Les récents séismes à Kobe (Japon), Izmit (Turquie) ou Athènes (Grèce) ont montré que même les constructions conformes aux codes parasismiques de dernière génération ne sont pas à l'abri des catastrophes naturelles. De plus, la nature des ouvrages de génie civil (ponts, barrages hydroélectriques, centrales nucléaires etc.) fait que les conséquences d'un séisme dépassent souvent les frontières nationales ou géographiques. Une coordination internationale est donc nécessaire pour la prévention mais aussi pour la réhabilitation des dégâts après une crise.

La Communauté Européenne, consciente de ce fait, mais aussi de l'importance de la circulation des connaissances et de rapprochement des scientifiques de ses états membres, finance le programme de recherche ICONS (Innovative seismic design CONcepts for New and existing Structures - <http://www.elsa.jrc.it/icons/welcome.html>) dans le cadre du réseau TMR (Training and Mobility of Researchers). ICONS est un programme ambitieux qui combine des travaux analytiques/numériques et expérimentaux et est coordonné par des spécialistes européens de génie parasismique. Les travaux analytiques/numériques consistent à développer de nouveaux modèles pour le comportement cyclique des matériaux, de nouvelles méthodes de dimensionnement et à faire des analyses paramétriques de structures entières. Les travaux expérimentaux seront utilisés pour calibrer les modèles et pour créer des bases de données du comportement de différents types de structures. La partie expérimentale de ICONS est réalisée grâce à l'utilisation de grandes infrastructures européennes (ECOEST 2 - Tables sismiques européennes et le mur de réaction du laboratoire ELSA au Centre de Recherche de la Communauté européen JRC à Ispra en Italie). L'objectif final est d'améliorer l'Eurocode 8 (EC8) - le code qui gère la construction des structures dans les régions sismiques de la Communauté - afin d'en faire l'un des codes les plus modernes au monde.

Le programme ICONS est divisé en cinq parties (tasks) qui couvrent presque toutes les thématiques de l'EC8 (les lettres en gras indiquent la partie du programme dans laquelle nous sommes directement impliqués) :

1. Action sismique ;
2. Evaluation et réparation ;
3. Nouveaux concepts de dimensionnement ;
4. Structures composites ;
5. **Voiles en béton armé.**

Les 12 participants présentés ci-dessous (experts européens de génie parasismique issus de 8 pays différents) sont invités à travailler dans plusieurs groupes (Tableau 1) afin de promouvoir la circulation des avancées technologiques et la coopération entre les différentes équipes. Les différents tests expérimentaux envisagés (Tableau 2) montrent l'importance de ce projet qui constitue l'un des plus grands programmes expérimentaux effectués dans le monde à ce jour.

<i>TASKS</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Participants</i>	<i>Seismic Action</i>	<i>Assessment &amp; Strengthen./ Repair</i>	<i>Innovative Design Concepts</i>	<i>Composite Structures</i>	<i>Shear-Wall Structures</i>
<i>1 LNEC</i>		Task Leader	YES		YES
<i>2 CMR</i>	Task Leader		YES		
<i>3 IC</i>	YES	YES		YES	
<i>4 JRC</i>		YES		YES	YES
<i>5 UROMA</i>		YES	YES		YES
<i>6 UPATRAS</i>		YES	Task Leader		YES
<i>7 UPAVIA</i>	YES	YES	YES		
<b><i>8 GEO</i></b>		<b>YES</b>	<b>YES</b>		<b>Task Leader</b>
<i>9 UMADRID</i>		YES		YES	
<i>10 ULIEGE</i>		YES		Task Leader	
<i>11 THD</i>		YES		YES	
<i>12 GDS</i>	YES		YES		

*Tableau 1. Les équipes et les thématiques du programme ICONS (Mid - term review)*

1. V. Pinto - ELSA - Joint Research Centre (JRC), Ispra (EC) (Coordinateur) ;
2. E.C. Carvalho - C3ES - Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), Lisbon (PT) ;
3. E. Faccioli - Politecnico di Milano (IT) ;
4. Elnashai - Imperial College of Science, Technology and Medicine, London (UK) ;
5. P. E. Pinto - Università di Roma "La Sapienza" (IT) ;
6. M. N. Fardis - University of Patras (GR) ;
7. G. M. Calvi - Università di Pavia (IT) ;
- 8. J. M. Reynouard - INSA de Lyon et J. Mazars - LMT-ENS, Cachan, GEO (FR) ;**
9. E. Alarcon - Universidad Politécnica de Madrid (SP) ;

10. A. Plumier - Université de Liège (BE) ;  
 11. J. Bouwkamp - Technical University Darmstadt (DE) ;  
 12. A. Pecker - Géodynamique et Structure S.A., Bagneux (FR).

<i>Tests</i>	<i>Objectives</i>	<i>Laboratory</i>	<i>Proponent</i>	<i>Topic</i>
<i>4-storey dual (frame-shear wall) RC building</i>	Seismic Performance of dual systems designed according to EC8, Innovative Seismic design methods (DBD)	ELSA (JRC)	Fardis	3 and 5
<b><i>Scaled R/C building models (Shear wall)</i></b>	<b>Uplift / Rocking as 'base isolation', Capacity design provisions (EC8)</b>	<b>TAMARIS-CEA (Saclay, FR)</b>	<b>Fardis &amp; Reynouard</b>	<b>3 and 5</b>
<i>U-shaped walls</i>	<b>Experimental data for model calibration, EC8 proportioning and detailing for non-rectangular SW</b>	<b>ELSA (JRC) CEA (Saclay, FR)</b>	<b>Reynouard</b>	<b>5</b>
<i>R/C Frames: Assessment, retrofitted, repair</i>	Ultimate capacity of non-seismic resistant frames, Retrofitting techniques – seismic performance	ELSA (JRC)	Carvalho	2
<i>Bridge piers (rectangular and circular hollow sections)</i>	Shear/confinement problems for hollow sections, Retrofitting (Jacketing) - SSI, Scaling and Rate effects	ELSA (JRC)	Calvi	2
<i>Scaled Bridge piers</i>	Damage-based design spectra, Scale and Rate effects	LNEC (Lisbon, PT)	Calvi	2 and 1
<i>Shear Wall models (12 tests)</i>	Performance of strengthening/repair techniques for Shear Walls	LNEC (Lisbon, PT)	Elnashai	2
<i>Composite frame 3 spans</i>	Influence of connection parameters on moment redistribution. Low cycle fatigue of constructions	TAMARIS-CEA (Saclay, FR)	Plumier	4
<i>Composite frames (4 tests)</i>	EC8 q factors for Composite structures	EERC (Bristol, UK)	Elnashai	4
<i>Beam-column assemblages (4 at NTUA)</i>	Shear-transfer between steel beam and concrete slab. Strain rate effects	NTUA (Athens, GR)	Bouwkamp	4
<i>Simply supported Beams</i>	Ductility of Composite sections	ISMES (Berg. IT)	Plumier	4

Tableau 2. La partie expérimentale du programme ICONS (ICONS Mid - term review)

Le travail de doctorat présenté dans le présent document a été entièrement financé par le programme ICONS et s'inscrit dans la problématique du groupe 5 (Voiles en béton armé). Il a été effectué au sein du réseau de laboratoires GEO et plus spécifiquement au Laboratoire de Mécanique et de Technologie (LMT) de l'École Normale Supérieure de Cachan (ENS Cachan). La recherche porte sur une stratégie de modélisation simplifiée 2D et 3D du

comportement non-linéaire des voiles en béton armé soumis à des chargements sismiques et notamment à la modélisation du cisaillement dynamique, un problème loin d'être maîtrisé aujourd'hui. Le comité ASCE - ACI 445 sur le design des structures en béton armé soumises à des efforts de cisaillement ou de torsion a conclu qu'après 20 ans de recherche, et malgré la compréhension du phénomène de cisaillement statique, beaucoup de travail restait à faire pour des chargements dynamiques (ASCE - ACI 1998).

La stratégie de modélisation 2D et 3D proposée est validée avec les essais du programme ICONS à la préparation desquels nous avons également participé, mais aussi avec les résultats d'autres programmes expérimentaux. Il s'agissait plus spécifiquement :

1. Des essais dynamiques sur la table vibrante Azalée du Laboratoire EMSI au Centre des Etudes Atomiques à Saclay (CEA Saclay, maquette CAMUS III du programme ICONS) ;
2. Des essais statiques et pseudodynamiques sur le mur de réaction du laboratoire ELSA à Ispra (maquette T5 et T12 du programme SAFE, murs en U du programme ICONS, poteaux sous chargements cycliques) ;
3. Des essais dynamiques sur la table vibrante du «Tadotsu Engineering Laboratory» au Japon (programme NUPEC).

Ce mémoire est organisé plus particulièrement en cinq chapitres :

- Le rôle des voiles en béton armé dans une structure en région sismique est présenté au premier chapitre. Les paramètres influant sur leur comportement sont définis et les différents modes de rupture des voiles élancés et des voiles courts sont exposés. Nous rappelons ensuite les principales méthodes de dimensionnement des voiles cisailés telles que l'analogie du treillis, la théorie du champ de compression et la théorie du treillis adoucissant.
- Le deuxième chapitre présente l'état de l'art d'une stratégie de modélisation simplifiée 2D de type poutre développée au LMT, pour différents types d'ouvrages soumis à des chargement sismiques. Après une introduction qui porte sur l'intérêt des méthodes simplifiées et les échelles de modélisation et de discrétisation, les outils établis au sein du laboratoire ainsi que quelques nouveaux développements sont présentés. Il s'agit plus spécifiquement du code éléments finis EFICOS - LMT qui adopte une approche de

poutres divisées en couches et des lois de comportement basées sur la mécanique de l'endommagement pour le béton et la théorie de plasticité pour l'acier.

- Le troisième chapitre concerne l'application des concepts de modélisation simplifiée à deux nouvelles structures, la maquette CAMUS III du programme ICONS et la maquette T5 du programme SAFE. Nous montrons l'efficacité de l'approche pour le cas des voiles normalement élancés, mais aussi ses limites pour des voiles très faiblement élancés avec des conditions limites particulières. L'extension du domaine d'application des méthodes simplifiées dans ce dernier cas, mais aussi pour la modélisation des phénomènes 3D est discutée aux deux derniers chapitres.
- Une nouvelle stratégie de modélisation simplifiée 2D pour des voiles soumis à des efforts de cisaillement dynamique est présentée au quatrième chapitre. Le Béton Armé Équivalent (BAE) utilise des éléments barres pour la discrétisation spatiale de la structure et des lois de comportement uniaxiales pour le béton et l'acier. Le BAE est validé avec les résultats expérimentaux des maquettes T5 et T12 du programme SAFE et la maquette du programme expérimental NUPEC. Sa performance est aussi comparée avec les résultats de la théorie du treillis adoucissant.
- Le dernier chapitre traite d'une stratégie de modélisation simplifiée pour des problèmes 3D. Il s'agit du développement d'un élément fini poutre multifibre de cinématique Timoshenko, capable de prendre en compte la déformation de cisaillement. Après un rappel de la théorie Bernoulli et Timoshenko nous abordons le problème du blocage par cisaillement et nous présentons plusieurs solutions existantes dans la littérature. La solution adoptée est celle d'un élément fini à deux nœuds avec des fonctions de forme de degré supérieur pour les déplacements et les rotations. Le nouvel élément est présenté en détail ainsi que sa validation à partir des exemples numériques (poteau sous chargement cyclique et murs en U du programme ICONS).

## **Chapitre 1**

### **Les voiles en béton armé sous charges extrêmes. Comportement et pratiques de dimensionnement**

#### **1.1. Introduction**

L'utilisation des voiles en béton armé pour la construction des structures dans les régions sismiques devient de plus en plus fréquente. La raison est que les voiles, outre leur rôle porteur vis-à-vis des charges verticales, sont particulièrement efficaces pour assurer la résistance aux forces horizontales. Reprenant la plus grande partie de l'effort sismique, ils conditionnent le comportement des structures et jouent un rôle primordial pour la sécurité. Par rapport à d'autres éléments de structures, l'utilisation des voiles, entre autres, (Penelis et al. 1997) :

1. Augmente la rigidité de l'ouvrage ;
2. Diminue l'influence des phénomènes du second ordre et éloigne la possibilité d'instabilité ;
3. Diminue les dégâts des éléments non-porteurs dont le coût de réparation est souvent plus grand que celui des éléments porteurs ;
4. Apaise les conséquences psychologiques sur les habitants de hauts bâtiments dont les déplacements horizontaux sont importants lors des séismes ;
5. Rend le comportement de la structure plus fiable que celui d'une structure ne comportant que des portiques. En effet, la philosophie de «capacity design» - adoptée par tous les codes parasismiques de nos jours – impose la création d'articulations plastiques dans les poutres, alors que les voiles doivent rester élastiques. L'utilisation des voiles diminue aussi l'influence des éléments non-porteurs sur le comportement de la structure, influence que nous ne maîtrisons pas aujourd'hui. De plus, un voile fissuré garde une grande partie de sa résistance, ce qui n'est pas en général le cas d'un poteau.

## 1.2. Les principales caractéristiques du comportement des voiles

Les principaux paramètres influençant le comportement des voiles en béton armé sont l'élanement (rapport hauteur  $H$  sur la largeur  $L$  du voile), les armatures (pourcentages et dispositions) et la contrainte normale moyenne (Davidovici et al. 1985). Il y a lieu de distinguer les voiles élancés (élanement  $H/L$  supérieur à 1.5 environ) et les voiles courts (élanement  $H/L$  inférieur à 1.5).

### Voiles élancés

Les principaux modes de rupture des voiles élancés sont représentés sur la figure 1.1. La rupture en flexion par plastification en traction des armatures verticales (a1) est le mode de rupture «normal» lorsque la flexion est prépondérante et que l'effort normal est faible. La rupture en flexion par écrasement du béton (a2) apparaît pour des voiles assez fortement sollicités et armés en flexion. Le mode de ruine (a3) concerne des voiles faiblement armés en flexion, surtout si les armatures verticales sont essentiellement réparties et non pas concentrées aux bords. Les deux derniers modes de rupture - (b1) rupture en flexion/effort tranchant par plastification des armatures verticales de flexion et des armatures transversales, (b2) rupture par écrasement dans le béton de l'âme - apparaissent quand le cisaillement devient prépondérant.

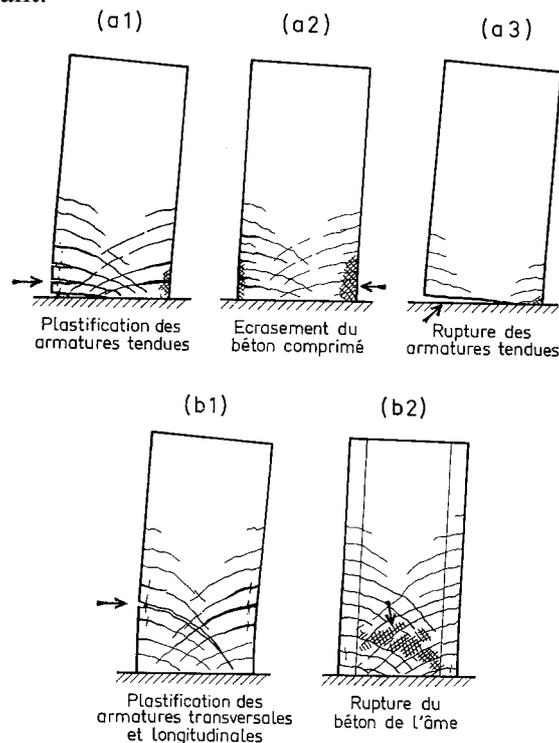


Figure 1.1. Modes de rupture de voiles élancés (Davidovici et al. 1985)

Le comportement d'un voile élancé est assimilable à celui des poutres et il n'y a pas de difficulté pour évaluer, par les méthodes classiques, la résistance et la déformabilité vis-à-vis de la rupture par flexion ou par effort tranchant.

### Voiles courts

Dans le cas des voiles courts, l'effort tranchant est généralement prépondérant par rapport à la flexion. Les principaux mécanismes de rupture sont ceux de la figure 1.2. La rupture par glissement à l'encastrement - «sliding shear» - (c1) est obtenue par plastification progressive des armatures verticales sous l'action de la flexion et du cisaillement ou par insuffisance d'armatures verticales réparties. Ce mode de cisaillement est caractérisé par une fissure horizontale située à la base de mur dont les lèvres glissent l'une par rapport à l'autre. Il apparaît souvent pour des chargements cycliques. La rupture par effort tranchant avec plastification (éventuellement rupture) des armatures le long de fissures diagonales - «tension failure» - (c2) est un cas aussi fréquemment rencontré. Enfin, la rupture par effort tranchant dans le béton de l'âme (c3) est produite par une destruction du béton à la base des bielles qui transmettent les efforts de compression - «compression failure».

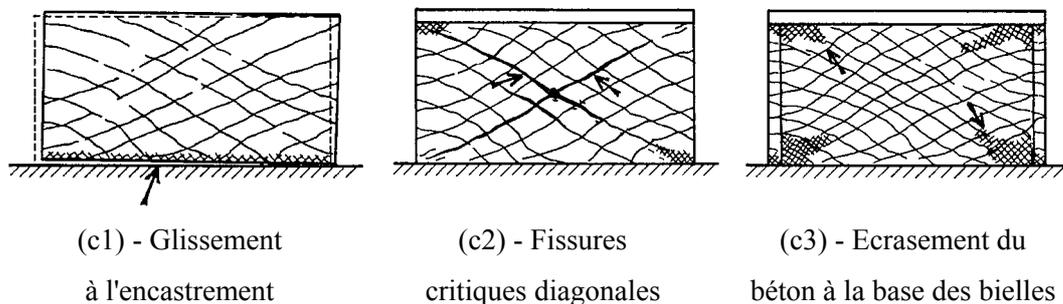


Figure 1.2. Modes de rupture de voiles courts (Davidovici et al. 1985)

Le calcul d'un voile court en flexion ne peut plus être basé sur l'hypothèse de la planéité des sections. Si l'on veut assimiler son comportement à celui d'une poutre, il faut enrichir la cinématique de la poutre en la dotant d'une distribution non-linéaire des déformations. Dans la plupart des cas le calcul est effectué en utilisant des éléments plaques.

### Remarques

- Les codes réglementaires parasismiques préconisent des coefficients du comportement  $q$  inférieurs pour des structures à voiles par rapport aux structures à portiques, malgré l'influence bénéfique des voiles sur leur comportement. La raison en est la volonté

d'éviter des ruptures fragiles. Alors que les voiles pour lesquels la flexion et prépondérante présentent en général une grande capacité de dissipation d'énergie (Figure 1.3), les voiles cisailés ne sont pas suffisamment ductiles et les courbes effort tranchant/cisaillement sont pincées (Figure 1.4). Pour ces voiles, il n'y a pas de mode fondamentalement ductile, à moins de dispositions d'armatures tout à fait spécifiques. Aujourd'hui nous savons pourtant comment dimensionner une structure pour éloigner la possibilité d'une rupture par effort tranchant. La tendance actuelle est donc pour une augmentation des coefficients de comportement dans les codes réglementaires.

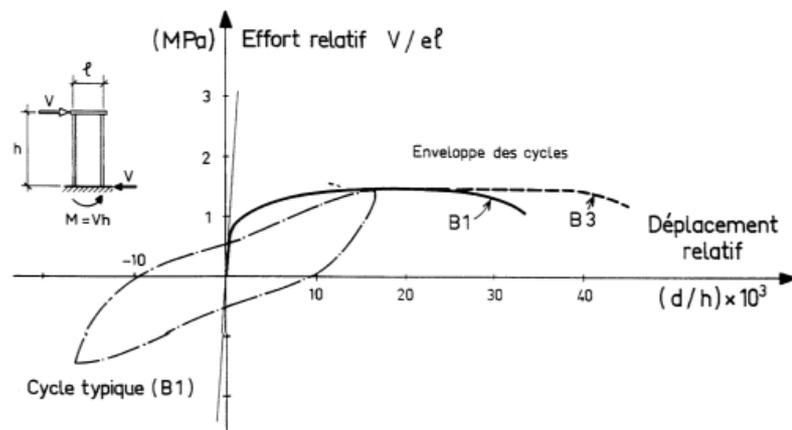


Figure 1.3. Comportement ductile d'un voile élancé. Rupture due à la flexion  
(Oesterle et al. 1980)

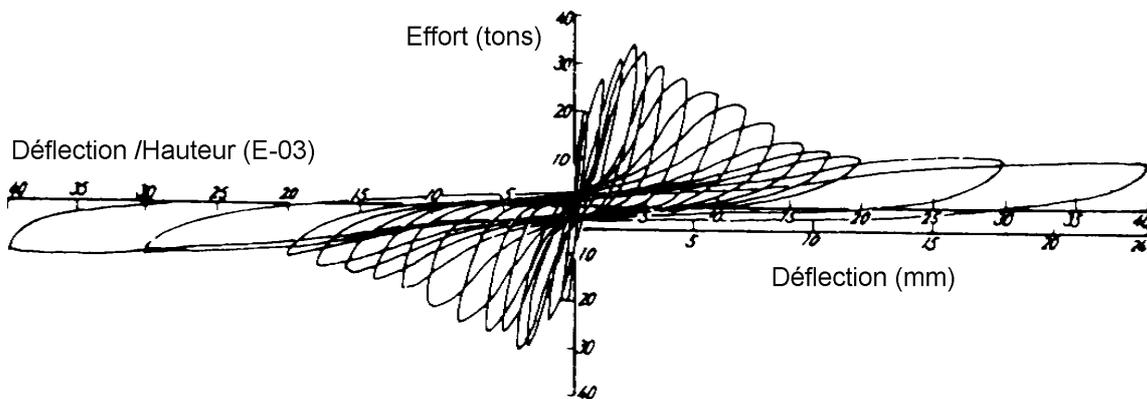


Figure 1.4. Comportement non ductile d'un voile. Rupture due à l'effort tranchant  
(Pauley et al. 1992)

- Pauley et al. (1992) considèrent que le nom «shear-walls», souvent utilisé dans la littérature anglophone, n'est pas adéquat pour tous les types de voiles, puisqu'il fait allusion à un comportement conditionné par le cisaillement. Cette appellation est adéquate pour les voiles courts, alors que le nom «structural walls» devrait être utilisé en général.

Dans la suite, nous allons nous intéresser plus particulièrement au problème de cisaillement. Après une présentation des principaux paramètres contribuant à la résistance à l'effort tranchant, plusieurs méthodes de dimensionnement du comportement dynamique des éléments en béton armé soumis à des efforts tranchants seront détaillées. (Vu la similitude du comportement des voiles avec des poutres, les méthodes développées pour le dimensionnement de ces dernières sont aussi utilisées - avec quelques modifications - pour les voiles). Les conclusions tirées de cette recherche bibliographique seront exploitées pour le développement d'une nouvelle stratégie de modélisation simplifiée 2D présentée dans le chapitre 4.

### **1.3. Paramètres contribuant à la résistance à l'effort tranchant**

Les paramètres couramment admis contribuant à la résistance à l'effort tranchant d'un élément en béton armé sont les suivants :

1. La résistance du béton non fissuré ;
2. La capacité du béton fissuré à transmettre des contraintes de traction («tension stiffening») ;
3. Le frottement et l'effet d'engrènement entre les lèvres des fissures ;
4. La présence d'acier transversal qui empêche l'ouverture des fissures ;
5. La résistance de l'acier longitudinal au cisaillement (effet de goujon).

L'effet d'engrènement - «aggregate interlock» - est dû au fait que les deux lèvres d'une fissure dans du béton ne sont pas parfaitement planes (Figure 1.5 - a). Lorsqu'il y a glissement relatif (mode II), des forces de contact entre agrégats apparaissent, résistant au cisaillement de la fissure. Plus particulièrement, le glissement engendre une contrainte de cisaillement parallèle à la fissure et opposée au mouvement ainsi qu'une contrainte normale qui tend à ouvrir la fissure (phénomène de dilatance). Ces contraintes sont inversement proportionnelles à l'ouverture de la fissure. Sous chargement cyclique, à effort normal constant, les courbes effort tranchant/glissement entre les deux lèvres ont une allure pincée : la rugosité diminue au cours des cycles et les lèvres peuvent glisser autour d'une certaine position (Combescure 1996). Le phénomène d'engrènement, même s'il semble primordial pour certains modèles, est négligeable pour d'autres (Davenne 1990).

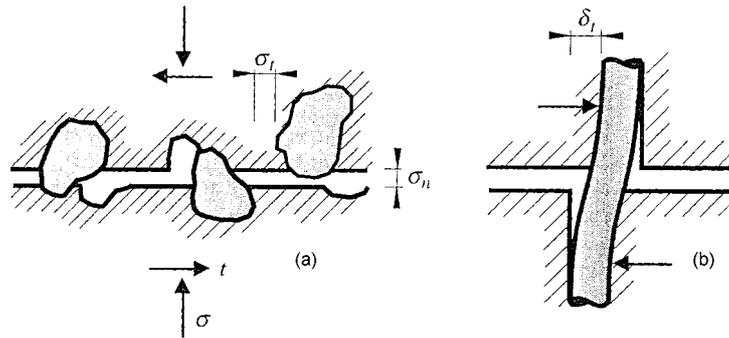


Figure 1.5. Interactions à l'interface de fissuration : (a) engrènement ou interaction béton-béton des surfaces fissurées ; (b) effet de goujon ou interaction acier - béton (Mestat et al. 1997)

L'effet de goujon - «dowel effect» - est un phénomène assez complexe où intervient, en plus du cisaillement de l'acier, l'interaction avec le béton et les armatures transversales (Figure 1.5 - b). Il apparaît lorsqu'une fissure est traversée par le ferrailage : le glissement des lèvres est gêné par le ferrailage qui travaille en flexion et en tension. De plus, il exerce sur le béton avoisinant des efforts très élevés qui l'écrasent. Ainsi, sous chargement cyclique, les courbes force - déplacement ont la même allure que celle caractérisant le phénomène d'engrènement (pincement) : autour de la position neutre, le ferrailage peut se fléchir facilement car le béton qui s'y opposait a été détruit au cours des cycles précédents. Il peut être réduit à un problème de matériau avec une loi de comportement convenable faisant intervenir la résistance à la traction du béton et la liaison acier béton. Comme le phénomène d'engrènement, l'effet de goujon est souvent négligé dans les modèles.

#### 1.4. Pratiques pour le dimensionnement des éléments en béton armé soumis à des efforts de cisaillement

Dans les codes de dimensionnement, l'effort tranchant  $V$  repris par une section est divisé en un terme apporté par le béton  $V_c$  («concrete contribution») et un terme apporté par l'acier transversal  $V_s$  («steel contribution») :

$$V = V_c + V_s \quad (1.1)$$

Pour des raisons de simplicité la contribution du béton comprend tous les autres phénomènes qui contribuent à la résistance autre que la contribution de l'acier. La contribution du béton est

souvent considérée comme un paramètre fixe, empirique, qui est insensible aux séquences de chargement et à sa magnitude.

Remarque

- En réalité, l'augmentation de la déformation ou du nombre de cycles de chargement diminue l'influence de l'effet de goujon et d'engrènement, et donc la contribution de béton devient minime. Des recherches sont en cours sur le développement d'équations simples qui prennent en compte cette diminution en fonction de la demande en ductilité. Une telle expression, développée par Pérez et Pantazopoulou (1998), prend la forme suivante :

$$V_c = \frac{\beta \rho_t}{(1 + \mu)} \sqrt{f_c} \left[ 1 - \gamma \frac{n}{\sqrt{f_c}} \right] \text{ (MPa)} \quad (1.2)$$

avec:

$f_c$  : résistance de béton en compression issue d'un essai de compression sur cylindre ;

$n$  : effort axial ;

$\beta$  : constante (estimée égale à 37) ;

$\gamma$  : constante (estimée égale à 7.6) ;

$\mu$  : demande en ductilité ;

$\rho_t$  : pourcentage volumique d'armatures transversales.

La contribution apportée par l'acier est calculée à partir du modèle de treillis à 45° détaillé ci-dessous :

#### 1.4.1. L'analogie du treillis («Truss analogy»)

Les premiers modèles qui traitent de la simulation du comportement non linéaire d'une poutre en béton armé soumise à des efforts de cisaillement datent de début de siècle. Ritter (1899) et Morsch (1909) introduisent l'analogie du treillis pour décrire le comportement d'une poutre fissurée (Figure 1.6). Des fissures inclinées par rapport aux barres horizontales d'acier apparaissent et séparent le béton en une série de bielles diagonales («compression concrete struts») parallèles aux fissures. Les bielles de compression sont supposées résister en

compression axiale. Avec les barres d'acier («tension chords» and «tension ties») qui ne reprennent que de la tension axiale, elles forment un treillis capable de résister à l'effort tranchant appliqué.

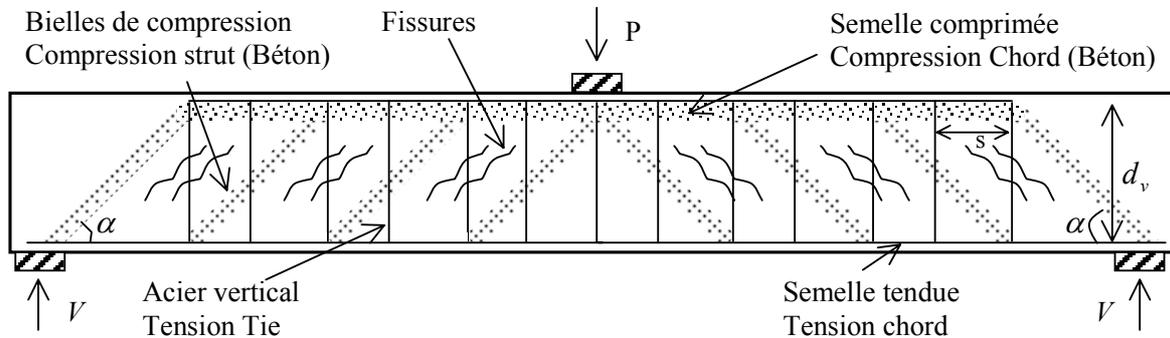


Figure 1.6. L'analogie du treillis

L'examen du corps libre (Figure 1.7) nous montre que l'effort tranchant  $V$  dans la section est équilibré par la composante verticale de l'effort de compression  $D$  dans les bielles de béton. Cette composante se traduit en une traction exercée sur les armatures transversales. La composante horizontale de l'effort  $D$  est contrebalancée par des efforts de traction  $N$  dans les armatures horizontales. Pour des raisons de simplicité, l'angle de l'inclinaison des bielles est supposé égal à  $45^\circ$ , d'où le nom de la méthode «*modèle des bielles à  $45^\circ$* ». Le modèle considère que la résistance au cisaillement est atteinte quand le ferrailage transversal est plastifié. Le pourcentage de ferrailage transversal nécessaire pour le dimensionnement de la poutre est ensuite calculé à partir de l'équation (1.5), connue aussi sous le nom de «*truss equation for shear*».

$$N = \frac{2V}{\tan \alpha} = 2V \quad (1.3)$$

$$f_d = \frac{D}{b_v d_v \cos \alpha} = \frac{V}{b_v d_v \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2V}{b_v d_v} \quad (1.4)$$

$$V = A_{vs} f_{ty} \frac{d_v / \tan \alpha}{s} = A_{vs} f_{ty} \frac{d_v}{s} \quad (1.5)$$

Figure 1.7. Equations du modèle des bielles à  $45^\circ$

avec:

- $P$  : effort vertical exercé sur la poutre ;
- $s$  : espacement entre les armatures transversales ;
- $b_v$  : largeur effective de la poutre ;
- $d_v$  : distance entre les aciers longitudinaux ;

$A_{vs}$  : section d'armatures transversales pour une distance  $s$  ;

$V$  : effort de cisaillement dans la section ;

$N/2$  : effort de traction exercé sur les armatures longitudinales ;

$D$  : effort de compression exercé dans les bielles de béton ;

$f_d$  : contrainte de compression dans les bielles de béton ;

$f_{ty}$  : résistance en traction des armatures transversales ;

$\alpha$  : angle entre les bielles de béton et les armatures horizontales.

### *Remarques*

- Le modèle des bielles à  $45^\circ$  laisse sous-entendre qu'une quantité de ferrailage horizontal en plus du ferrailage vertical est nécessaire pour la résistance au cisaillement.
- Le modèle néglige la contribution du béton en traction.

Le modèle des bielles à  $45^\circ$  a eu beaucoup de succès grâce à sa simplicité et au sens physique qu'on peut facilement y accorder. En effet, la modélisation du mécanisme de dégradation avec l'aide d'un treillis rend le cheminement des efforts visible et le phénomène plus compréhensible. Néanmoins, dès son apparition le modèle a été sérieusement critiqué. Des expériences Withey (1908) et Talbot (1909) ont montré que les résultats étaient souvent trop conservateurs, surtout pour les poutres avec de faibles pourcentages de renforcement. (Le modèle ne préconise pas de résistance au cisaillement pour les poutres qui ne contiennent pas d'armatures transversales, alors qu'il y en a une en réalité. C'est d'ailleurs pour cette raison que le terme  $V_c$  - équation 1.1 - est introduit dans les codes de dimensionnement). Pour le cas de murs à faible élancement le modèle semble surestimer la résistance jusqu'à 50% (Hsu 1988). Les chercheurs se sont vite aperçus que le problème du cisaillement est très compliqué et que des paramètres supplémentaires doivent être pris en considération (qualité et résistance du béton, longueur de la poutre par rapport à sa hauteur etc.). Depuis 1960 plusieurs chercheurs ont travaillé sur le problème et aujourd'hui quatre développements majeurs sont proposés afin d'expliquer la différence entre le modèle des bielles à  $45^\circ$  et les résultats des essais :

#### 1. Généralisation de l'inclinaison des bielles.

Les expériences ont montré que l'inclinaison des bielles de compression n'est pas en général égale à  $45^\circ$ . Il y a déjà plus de vingt ans, le code CEB (1978) autorisait le concepteur à faire

varier l'angle entre 31° et 59°. Ces valeurs étaient issues des valeurs empiriques déterminées par Lampert et Thurlimann (1968) pour des poutres en torsion. Ces auteurs sont les premiers à utiliser des éléments membranes pour le dimensionnement des structures en béton armé. Ils considèrent des angles d'orientation différents de 45° et aboutissent aux *équations d'équilibre* pour un élément membrane chargé en contraintes normales et en contraintes de cisaillement. Ils apportent des fondements théoriques à ce modèle par la théorie de la plasticité, d'où le nom «*Variable angle truss model*» ou «*Plasticity truss model*».

## 2. Détermination de l'angle des bielles de compression

Avant d'utiliser les équations d'équilibre de l'analogie du treillis, il faut connaître l'angle d'inclinaison des bielles de compression. Le premier à traiter un problème analogue est H.A.Wagner (1929). Wagner travaillait dans l'aéronautique sur le flambage des éléments métalliques minces soumis à des efforts de cisaillement. Il considère qu'après flambage l'élément métallique ne peut plus résister en compression et le cisaillement est transféré par un champ de traction diagonale. Afin de déterminer l'angle de l'inclinaison de la traction diagonale, Wagner considère les déformations du système. Il suppose que l'angle de l'inclinaison de la contrainte de traction diagonale coïncide avec l'angle de l'inclinaison de la déformation principale de traction. Son approche est connue sous le nom de «*Tension Field Theory*». En se basant sur les développements de Wagner, Collins (1978) suppose qu'après fissuration le béton n'a plus de résistance en traction et le cisaillement est transmis par un champ de compression diagonale. Il arrive ainsi à calculer l'angle de la compression diagonale pour tout le domaine de chargement à partir des déformations des armatures et du béton.

$$\tan^2 \alpha = \frac{\varepsilon_l + \varepsilon_d}{\varepsilon_t + \varepsilon_d} \quad (1.6)$$

avec:

$\varepsilon_l$  : déformations des armatures horizontales ;

$\varepsilon_t$  : déformations des armatures transversales ;

$\varepsilon_d$  : déformations des bielles de béton.

### Remarques

- Cette équation peut aussi être issue du cercle de Mohr. Elle est équivalente à l'équation de compatibilité qui lie les déformations du béton et des armatures horizontales et transversales ;
- L'angle de l'inclinaison des bielles coïncide avec l'angle de l'inclinaison de la contrainte et de déformation principale de compression.

### 3. L'adoucissement des bielles de béton

La prédiction du comportement non linéaire d'un élément en béton armé nécessite non seulement des équations d'équilibre et de compatibilité, mais aussi des lois de comportement pour le béton et l'acier. La relation obtenue lors d'un essai de compression simple sur cylindre en béton a été utilisée par plusieurs scientifiques comme loi pour le béton. Néanmoins, les résultats numériques se trouvaient souvent loin des résultats expérimentaux. La raison a été identifiée pour la première fois par Peter (1964) qui a observé que le comportement d'un panneau en béton armé soumis à un effort de compression est adouci à cause de la traction dans la direction perpendiculaire. L'adoucissement serait donc causé par l'état tri - axial de contraintes dans les bielles et la présence de traction perpendiculaire à leur axes. Une fois l'adoucissement identifié, plusieurs chercheurs ont travaillé pour le quantifier. Collins (1978) choisit la résistance en compression des bielles inférieure à la résistance en compression obtenue lors d'un essai de compression simple sur cylindre. Il postule que la résistance en compression diminue avec l'augmentation du diamètre du cercle des déformations principales  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ . Vecchio et Collins (1986) effectuent une série d'essais sur des éléments de béton armé soumis à un champ uniforme de contraintes membranaires. Pour cela un dispositif spécialement conçu a été développé. (Figure 1.8 et 1.9). Ils concluent que la résistance du béton fissuré en diagonales de compression diminue avec l'augmentation des déformations de traction. Ils quantifient cette diminution à partir de leurs résultats expérimentaux et ils proposent une loi où l'adoucissement dépend de la proportion des deux déformations principales (Vecchio et Collins 1986 - équations 1.7 et 1.8 ou 1.15 et 1.16, Figure 1.10).



Figure 1.8. Dispositif expérimental pour les essais de cisaillement (Univ. of Toronto)

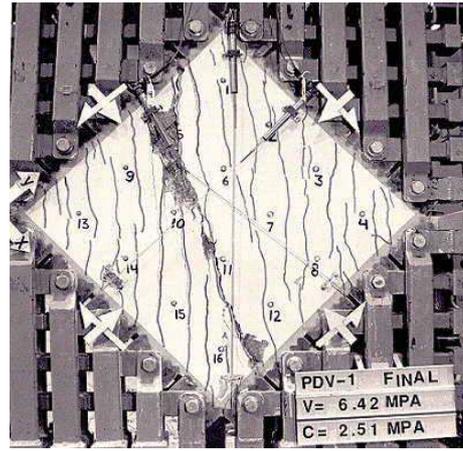


Figure 1.9. Eprouvette à la fin de l'essai (Univ. of Toronto)

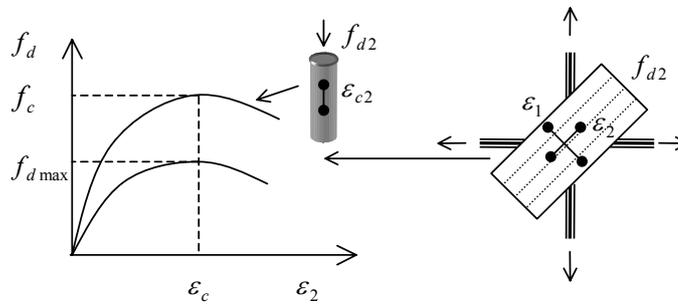


Figure 1.10. Adoucissement des bielles de béton

$$f_d = f_{d \max} \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad (1.7)$$

$$f_{d \max} = \frac{f_c}{0.8 + 170 \varepsilon_1} \leq f_c \quad (1.8)$$

avec:

$f_d$  : contrainte de compression dans les bielles de béton ;

$f_{d \max}$  : contrainte maximale de compression dans les bielles de béton ;

$f_c$  : résistance de béton en compression issue d'un essai de compression sur cylindre ;

$\varepsilon_c$  : déformation qui correspond à  $f_c$  lors d'un essai de compression sur cylindre ;

$\varepsilon_1$  : déformation principale en traction ;

$\varepsilon_2$  : déformation principale en compression.

Depuis, un grand nombre d'essais similaires effectués par différents chercheurs a confirmé cette diminution de la capacité du béton fissuré des bielles à résister à la compression lorsque la déformation de traction perpendiculaire augmente (pour un résumé des campagnes expérimentales voir Vecchio et Collins 1993). On trouve aujourd'hui dans la littérature plusieurs propositions sur le paramètre qui gère l'adoucissement (Mo et Rothert 1997) et de nouvelles lois de comportement (Belarbi et Hsu 1995, figure 1.11).

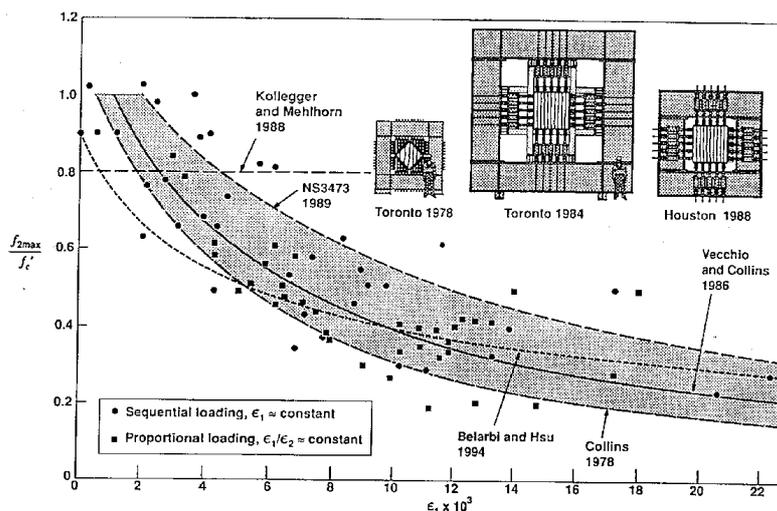


Figure 1.11. Contrainte maximale de compression du béton en fonction de la déformation principale de traction perpendiculaire (ASCE - ACI 1998)

#### Remarques

- L'adoucissement du béton influence beaucoup la résistance au cisaillement des éléments sur-renforcés (Pérez et Pantazopoulou 1998).
- Le phénomène de l'adoucissement en dynamique n'est pas encore bien quantifié (Mo et Rothert 1997).

#### 4. Contraintes de traction dans le béton

Le modèle des bielles à 45° suppose que le béton ne résiste pas en traction. Cependant, plusieurs essais prouvent que le béton, même après avoir subi une fissuration importante, est capable de transmettre des contraintes de traction (Vecchio et Collins 1986). Ces contraintes diminuent les déformations, rigidifient l'élément et le rendent capable de résister à de plus grandes déformations de cisaillement. Leur influence peut donc être significative et elles doivent être prises en compte (ASCE - ACI 1998). Ce phénomène connu comme «*tension*

*stiffening phenomenon*» est souvent approché par une modélisation adéquate du comportement post-pic en traction du béton. Une représentation plus fine nécessiterait la modélisation de l'interaction acier - béton («bond slip»).

A l'instar de ces résultats, plusieurs méthodes ont été développées pour le dimensionnement des éléments en béton armé soumis à des efforts de cisaillement. Dans la suite, deux méthodes ainsi qu'une application pour le cas des voiles faiblement élancés vont être présentées.

#### 1.4.2. Théorie du champ de compression

La théorie du champ de compression («Compression Field Theory» CFT - Collins 1978, Collins et Michell 1980) utilise les équations d'équilibre de treillis (eq. 1.3, 1.4, 1.5), l'équation 1.6, et la loi de béton (eq. 1.7, 1.8) pour simuler le comportement non linéaire d'un élément en béton armé soumis à une séquence de chargements en cisaillement. Le comportement des armatures est supposé élastique parfait et la résistance du béton en traction est négligée. Les bielles de compression coïncident avec la direction des déformations et des contraintes principales de compression qui tournent avec l'augmentation du chargement.

Imaginons que l'on voudrait déterminer le comportement d'une poutre soumise à une séquence de chargements. Pour un chargement donné, on suppose un angle d'inclinaison des bielles de compression  $\alpha'$ . Une fois l'angle connu, on calcule les contraintes de traction dans les armatures horizontales et verticales et les contraintes de compression dans les bielles de béton (eq. 1.3, 1.4, 1.5). Les lois des armatures et du béton (eq. 1.7, 1.8) nous donnent ensuite les déformations. Ces déformations sont ensuite utilisées pour calculer la valeur de l'angle  $\alpha$  (eq. 1.6). Si l'angle calculé  $\alpha$  est proche de l'angle supposé  $\alpha'$ , la solution est bonne et le chargement suivant est étudié. Sinon on suppose un nouvel angle et on recommence la procédure (Figure 1.12).

#### *Remarques*

- La CFT néglige l'existence des contraintes de traction dans le béton fissuré. Si l'élément étudié n'a pas d'armatures verticales, elle ne prévoit aucune résistance au cisaillement. Afin de remédier à ce problème, Vecchio et Collins (1986) ont proposé une modification de la CFT nommée Modified Compression Field Theory (MCFT). Pour calculer l'angle  $\alpha$ , la théorie MCFT utilise l'équation (1.6), mais les conditions d'équilibre et de

compatibilité sont exprimées en fonction des déformations et des contraintes moyennes sur une longueur plus grande que l'espacement des fissures. Puisque la ruine est gouvernée par des contraintes locales plutôt que par des contraintes moyennes, des tests supplémentaires sont introduits au niveau des contraintes locales dans la fissure. MCFT est capable de prévoir la résistance des éléments avec peu ou pas d'armatures transversales, contrairement à CFT.

- L'équation de compatibilité pour calculer l'angle des bielles de compression suppose que la direction des contraintes principales coïncide avec la direction des déformations principales. Est-ce que cette hypothèse est justifiée par des expériences ? Pour des éléments qui possèdent des armatures horizontales et verticales, la direction des contraintes principales dans le béton dévie rarement de plus de  $10^\circ$  par rapport à la direction des déformations principales (Vecchio et Collins 1986). Pour le cas extrême d'une poutre en béton armé renforcée seulement dans la direction de traction et soumise à un chargement de traction et de cisaillement, la différence était de  $20^\circ$  (Bhide et Collins 1989). On peut donc supposer que l'hypothèse est en général justifiée.

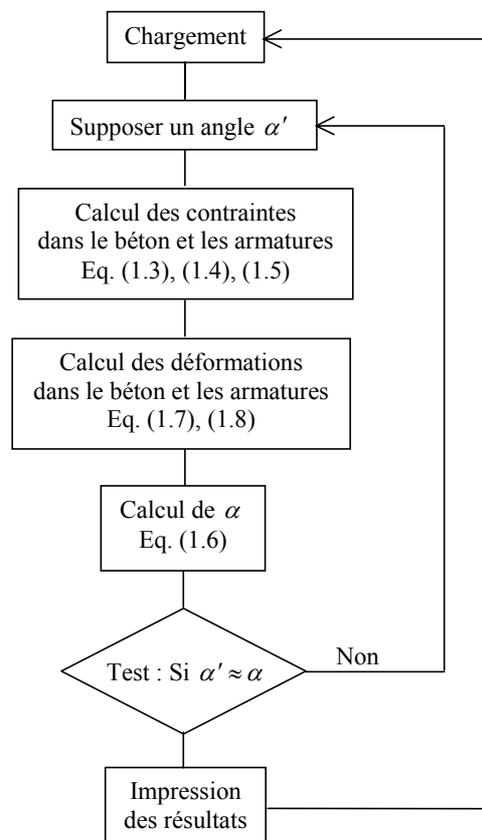


Figure 1.12. Algorithme de la CFT

### 1.4.3. La théorie du treillis adoucissant

La théorie du treillis adoucissant («Softened truss model theory»), développée à l'Université de Houston, est nommée ainsi pour mettre en avant l'importance du phénomène d'adoucissement dans les bielles diagonales. Basés sur cette théorie, le modèle de treillis adoucissant d'angle variable («Rotating angle softened truss model» RA-STM - Hsu 1988) a été développé pour la simulation du comportement des éléments en béton armé soumis à des efforts de cisaillement.

#### Le modèle du treillis adoucissant d'angle variable

Les structures en béton armé peuvent être visualisées comme des assemblages d'éléments membranes. La prédiction du comportement de la structure est possible si on connaît le comportement de tous ces éléments membranes. La théorie du treillis adoucissant d'angle variable (Hsu 1988) est issue d'une combinaison des équations d'équilibre, de compatibilité et des lois de comportement des matériaux.

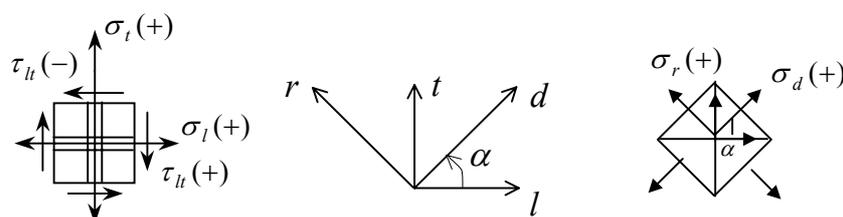


Figure 1.13. Élément membrane et contraintes selon RA-STM

Un élément membrane de béton armé est représenté sur la Figure 1.13. L'élément est sollicité en contraintes planes  $\sigma_l$ ,  $\sigma_t$  et  $\tau_{lt}$  (contraintes normales et contraintes de cisaillement), où  $l$  et  $t$  sont les directions des armatures longitudinales et transversales. Après le développement des fissures diagonales, les bielles de béton se mettent en compression et les barres d'acier en traction. Les bielles de compression sont orientées selon l'axe  $d$ , qui est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe des barres horizontales. Cette direction est supposée coïncider avec la direction des contraintes et des déformations principales de compression (même hypothèse que la CFT).

#### *Equations d'équilibre*

La superposition du béton et de l'acier est décrite sur la figure 1.14.

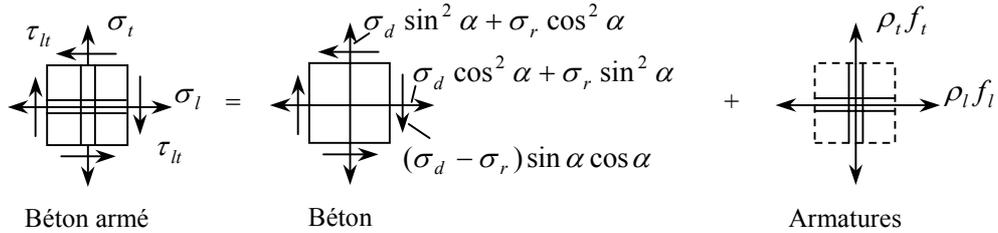


Figure 1.14. Superposition des contraintes du béton et des armatures

A partir du cercle de Mohr en contraintes, nous pouvons déduire les équations :

$$\sigma_l = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_l f_l \quad (1.9)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_t \quad (1.10)$$

$$\tau_{lt} = (\sigma_d - \sigma_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (1.11)$$

avec:

$\sigma_l, \sigma_t$  : contraintes normales selon  $l$  et  $t$  (positives en traction) ;

$\tau_{lt}$  : contrainte de cisaillement selon  $l$  et  $t$  (positive selon la figure 1.14) ;

$\sigma_d, \sigma_r$  : contraintes principales selon  $d$  et  $r$  (positives en traction) ;

$\rho_l, \rho_t$  : pourcentage volumique des armatures selon  $l$  et  $t$  ;

$f_l, f_t$  : contraintes des armatures selon  $l$  et  $t$  ;

$d, r$  : axes des contraintes principales ;

$l, t$  : axes des armatures.

### Equations de compatibilité

A partir du cercle de Mohr en déformations, nous pouvons déduire les équations :

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (1.13)$$

$$\gamma_{lt} = 2(\varepsilon_d - \varepsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (1.14)$$

Pour résoudre le système d'équations (1.9 - 1.14) on a besoin des lois de comportement des matériaux.

*Lois de comportement*

Béton

La loi de comportement du béton doit contenir en compte du comportement adoucissant des bielles de compression. L'auteur choisit d'utiliser la loi proposée par Vecchio et Collins (1986) qui cette fois-ci prend la forme :

$$\sigma_d = \zeta f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_c} \right) - \left( \frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{si } |\varepsilon_d| \leq |\zeta \varepsilon_c| \quad (1.15a)$$

$$\sigma_d = \zeta f_c \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_d / \varepsilon_c - \zeta}{2 - \zeta} \right)^2 \right] \quad \text{si } |\varepsilon_d| > |\zeta \varepsilon_c| \quad (1.15b)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\varepsilon_d}{(1 - \nu)\varepsilon_d - \varepsilon_r}} \quad (1.16)$$

avec:

$f_c$  : contrainte maximale en compression issue d'un essai de compression sur cylindre ;

$\varepsilon_c$  : déformation qui correspond à  $f_c$  et qui peut être choisie égale à -0.002 ;

$\zeta$  : coefficient d'adoucissement (inférieur à 1) ;

$\nu$  : coefficient de Poisson. Pour l'application de la méthode, Hsu (1988) considère le coefficient de Poisson égal à 0.3.

Le comportement du béton en traction est simulé par les équations suivantes :

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{si } \varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr} \quad (1.17a)$$

$$\sigma_r = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{cr}}{0.005}}} \quad \text{si } \varepsilon_r > \varepsilon_{cr} \quad (1.17b)$$

avec:

$E_c$  : module de Young initial pour le béton, choisi égal à  $-2f_c / \varepsilon_c$  avec  $\varepsilon_c = -0.002$  ;

$\varepsilon_{cr}$  : déformation au moment de la fissuration du béton, supposée égale à  $f_{cr} / E_c$  ;

$f_{cr}$  : contrainte qui correspond au moment de la fissuration du béton, supposée égale à  $4\sqrt{f_c}$

(avec  $f_c$  en psi, 1psi = 6.895MPa).

Les contraintes et les déformations  $\varepsilon_d, \varepsilon_c, \sigma_d$  et  $f_c$  sont négatives (compression) et la déformation  $\varepsilon_r$  positive (traction).

### Armatures

Les armatures horizontales et verticales suivent une loi élastique - plastique parfaite dont les équations sont :

$$f_l = f_{ly} \quad \text{si } \varepsilon_l \geq \varepsilon_{ly} \quad (1.18a)$$

$$f_l = E_s \varepsilon_l \quad \text{si } \varepsilon_l < \varepsilon_{ly} \quad (1.18b)$$

$$f_t = f_{ty} \quad \text{si } \varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty} \quad (1.19a)$$

$$f_t = E_s \varepsilon_t \quad \text{si } \varepsilon_t < \varepsilon_{ty} \quad (1.19b)$$

avec:

$E_s$  : module de Young des armatures ;

$f_{ly}, f_{ty}$  : contraintes maximales des armatures horizontales et verticales ;

$\varepsilon_{ly}, \varepsilon_{ty}$  : déformations correspondantes aux contraintes maximales des armatures horizontales et verticales.

On a 11 équations (1.9-1.19) qui contiennent 14 inconnues dont 7 contraintes ( $\sigma_l, \sigma_t, \tau_{lt}, \sigma_d, \sigma_r, f_l, f_t$ ), 5 déformations ( $\varepsilon_s, \varepsilon_l, \gamma_{lt}, \varepsilon_d, \varepsilon_r$ ), l'angle  $\alpha$  et un paramètre matériau  $\zeta$ . Si deux des inconnues sont données (par exemple, en cas de cisaillement pur,  $\sigma_l = \sigma_t = 0$ ), on choisit une séquence de  $\varepsilon_d$  et on peut tracer la relation  $\tau_{lt} - \gamma_{lt}$ . Des algorithmes adéquats pour la résolution de système sont discutés dans (Hsu 1988).

### *Remarques*

- A partir de nouveaux tests de cisaillement sur des éléments en béton armé, d'autres lois adoucissantes ont été proposées (Belarbi et Hsu 1995 - voir aussi figure 1.11). Ces lois peuvent aussi être utilisées avec la RA-STM.
- Hsu (1996) considère que la RA-STM est pratiquement la même que la CFT, puisque les deux méthodes sont basées sur le calcul de l'angle  $\alpha$ .

- CFT et RA-STM supposent que l'angle des fissures (l'angle que les bielles forment avec l'axe des armatures horizontales) coïncide avec l'angle des contraintes et des déformations principales de compression. En réalité la direction de la première fissure est déterminée par la direction des axes principaux juste avant la fissuration (angle  $\alpha_0$ ). Après la fissuration initiale, l'angle des fissures change, en raison du changement de l'orientation des contraintes principales dans le béton (angle variable  $\alpha$ ). L'angle d'orientation des nouvelles fissures est en réalité entre  $\alpha_0$  et  $\alpha$ .
- L'inclinaison des contraintes principales varie avec l'augmentation du cisaillement d'où le nom treillis d'angle variant de la méthode. RA-STM peut être appliqué dans le cas où l'angle  $\alpha$  ne varie pas de plus de  $12^\circ$  par rapport à l'angle au moment de la première fissuration du béton. Dans le cas contraire le modèle du treillis adoucissant d'angle constant doit être utilisé (FA-STM - Pang et Hsu 1995). Cette nouvelle méthode prend en compte l'influence des contraintes de cisaillement le long des fissures et elle donne de bons résultats même pour des éléments faiblement armés.
- D'autres méthodes existent pour la simulation du comportement d'éléments en béton armé soumis à des efforts de cisaillement («strut and tie models», «tooth» model etc.). Un résumé très détaillé de ces pratiques modernes et des applications dans différents codes de dimensionnement peuvent être consultés dans le rapport ASCE-ACI 445 sur le cisaillement et la torsion (ASCE-ACI 1998).

#### Application de RA-STM dans le cas de voiles faiblement élancés

L'application de la RA-STM dans le cas des voiles faiblement élancés est décrite dans Mau et Hsu (1986) et Hsu (1988). Nous considérons un voile faiblement élancé (hauteur sur longueur inférieur à 1) soumis à un effort horizontal  $T$  (Figure 1.15). Après fissuration un treillis se forme dans l'âme de voile. Un élément  $A$  de l'âme est isolé. L'axe vertical est défini comme l'axe longitudinal  $l$  et l'axe horizontal comme l'axe transversal  $t$ . Les fissures sont cette fois-ci inclinées d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe vertical  $l$ .

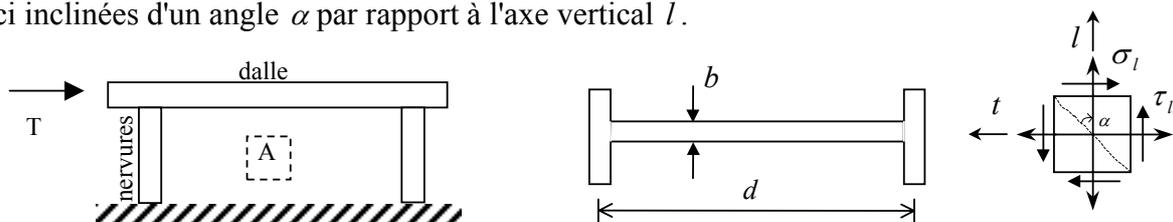


Figure 1.15. RA-STM dans le cas d'un voile faiblement élancé

La fondation d'un voile court est en général large et rigide. Hsu (1988) considère qu'elle empêche l'allongement du voile dans la direction horizontale et donc les déformations dans les aciers horizontaux peuvent être négligées :

$$\varepsilon_t = 0 \quad (1.20)$$

En ajoutant les équations 1.12 et 1.13 nous trouvons :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_l + \varepsilon_t - \varepsilon_d \quad (1.21)$$

et donc, à partir des équations 1.19, 1.20, 1.21 et 1.12 nous obtenons :

$$f_t = 0 \quad (1.22)$$

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d (1 - \tan^2 \alpha) \quad (1.23)$$

En négligeant l'influence du coefficient de Poisson ( $\nu = 0$ ) les équations 1.20, 1.21, 1.23 et 1.16 nous donnent une expression très simple du coefficient d'adoucissement :

$$\zeta = \cos \alpha \quad (1.24)$$

Enfin, en négligeant la résistance de béton en traction ( $\sigma_r = 0$ ) et en remplaçant les équations 1.24 et 1.18 dans 1.9, nous aboutissons à :

$$\zeta^2 = \frac{\sigma_l - \rho_l f_{ly}}{\sigma_d} \quad \text{si } \varepsilon_l < \varepsilon_{ly} \quad (1.25a)$$

$$\zeta^2 = \frac{\sigma_l - \rho_l E_l \varepsilon_l}{\sigma_d} \quad \text{si } \varepsilon_l \geq \varepsilon_{ly} \quad (1.25b)$$

alors que la contrainte de cisaillement dans le voile est donnée par :

$$\tau_{lt} = \frac{T}{bd} \quad (1.26)$$

avec :

T : effort horizontal imposé sur le voile ;

b : épaisseur de l'âme de voile ;

d : distance entre les centres géométriques des aciers des deux nervures.

Les équations (1.15, 1.23, 1.25) contiennent quatre inconnues  $\varepsilon_d, \varepsilon_l, \sigma_d, \zeta$ . En supposant une valeur  $\varepsilon_d$ , les autres variables peuvent être calculées selon l'algorithme de la figure 1.16.

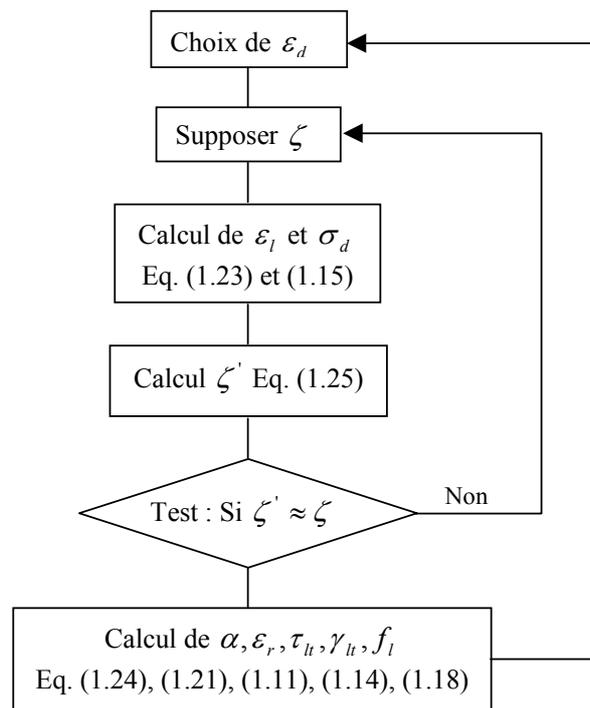


Figure 1.16. Algorithme de la RA-STM pour le cas des voiles faiblement élancés

Des exemples d'application de la RA-STM pour des voiles faiblement élancés seront présentés à la fin de chapitre 4.

## 1.5. Conclusions

Le comportement des voiles faiblement élancés soumis à des efforts de cisaillement est un problème compliqué qui nécessite de prendre en compte plusieurs paramètres. Le modèle de Ritter - Morsch qui considère le voile fissuré comme un *treillis* formé par des *bielles de compression en béton* (parallèles aux fissures) et des *armatures* doit être enrichi afin de donner des résultats satisfaisants pour le cas de cisaillement statique. Les développements

récents ont démontré l'importance de la *généralisation de l'angle des bielles de compression*, du *phénomène d'adoucissement* dû au caractère tri - axial des contraintes dans les bielles et de la *capacité du béton à transmettre des contraintes de traction même en étant fissuré*. Tous ces développements et surtout la quantification de l'adoucissement en statique n'auraient pas eu lieu sans la conception et la construction de nouveaux appareils (Figure 1.8), ainsi que la réalisation d'un vaste programme de campagnes expérimentales qui a duré plus de 10 ans. De nouvelles méthodes de dimensionnement issues de ces travaux sont aujourd'hui aptes à simuler le comportement non linéaire des structures en béton armé soumises à des charges statiques et à calculer la variation de l'inclinaison des fissures au cours du chargement.

Si les pratiques de dimensionnement donnent cependant des résultats satisfaisants pour des problèmes de cisaillement statique, ceci n'est pas le cas pour des problèmes dynamiques. Les résultats qu'on obtient lors de la simulation du comportement des structures soumises à des charges dynamiques sont souvent différents des résultats expérimentaux. Des recherches supplémentaires semblent nécessaires afin de quantifier le phénomène de l'adoucissement sous charges dynamiques (Mo et Rothert 1997). De plus, les lois de comportement utilisées sont issues des résultats expérimentaux et ne sont valables que pour des structures soumises aux mêmes conditions que lors des expériences. Nous pouvons aussi critiquer les approximations concernant le coefficient de Poisson du modèle de treillis adoucissant d'angle variable (pages 23 et 26) et l'utilisation d'un paramètre matériau dans l'algorithme de résolution (paramètre  $\zeta$ , figure 1.16).

Dans la suite, l'état de l'art d'une stratégie de modélisation simplifiée 2D développée au LMT sera présentée en détail. Nous allons montrer l'aptitude de la méthode à simuler le comportement non linéaire des voiles élancés ou courts soumis à des efforts dynamiques, ainsi que ses limites d'application dans le cas des voiles très faiblement élancés avec des conditions limites particulières.

## Chapitre 2

### La modélisation des ouvrages en béton armé. Stratégie "EFICOS"

#### 2.1. Introduction

Depuis le début des années 1990 l'équipe «Modélisation des ouvrages sous sollicitations extrêmes» du Laboratoire de Mécanique et de Technologie (LMT) s'est orientée vers les problèmes de génie parasismique. La réponse d'un ouvrage soumis à un chargement dynamique résulte d'une forte interaction entre les effets «matériaux» (non-linéarités locales), les effets «structures» (géométrie, répartition des masses et des raideurs, liaisons) et les effets d'environnement (interaction support - structure). Dans le cas d'une structure en béton armé, les non-linéarités locales sont notamment liées à la formation, à l'ouverture et à la refermeture des fissures d'une part, à la liaison et au comportement des armatures d'autre part. Une bonne description de ces phénomènes est un passage obligé si l'on veut représenter les variations de raideurs de la structure et avoir accès au comportement jusqu'à la ruine.

Le but de ce chapitre est de présenter l'état de l'art notamment en relation avec les travaux conduits ces 10 dernières années au sein de l'équipe «Modélisation des ouvrages sous sollicitations extrêmes» incluant les points essentiels : le comportement des matériaux, les particularités de discrétisations et de formulations adaptées au type de problème traité. Une stratégie de modélisation 2D pour plusieurs types de voiles (élançés ou courts) soumis à des chargements sismiques sera proposée, fruit de la recherche de différents auteurs, notamment dans le cadre de leur travail de doctorat (La Borderie 1991, Fléjou 1993, Dubé 1994, Ghavamian 1998, Ragueneau 1999). Cette stratégie de modélisation veut être «simplifiée» afin de trouver un compromis, 1/ entre la nécessité d'une description fine pour permettre un bon positionnement des masses et espérer accéder aux localisations des dommages et 2/ une représentation grossière qui rend le calcul plus facilement accessible.

## 2.2. Quel est l'intérêt des méthodes simplifiées ?

L'approche classique pour la simulation du comportement non linéaire d'une structure consiste à conjuguer une modélisation géométrique (maillages 2D ou 3D), un modèle rhéologique (formulation de la loi en 2D ou en 3D) et un modèle de chargement (accélérogramme pour le cas des chargements sismiques). Elle permet d'aborder des problèmes complexes tels que le cisaillement non linéaire et la réponse d'un ouvrage jusqu'à la ruine. La figure 2.1 présente une simulation d'un voile faiblement élancé (maquette NUPEC, voir aussi chapitre 4) avec le code CASTEM 2000 (Ile et Reynouard 2000). Le maillage utilisé est en 3D et des éléments triangulaires multicouches représentent le voile et les nervures. Des éléments solides sont aussi introduits pour simuler les masses et la dalle supérieure. Au total le maillage comporte 953 nœuds et 3886 degrés de liberté. La loi utilisée est de type «fixed distributed cracks» avec possibilité de création des fissures perpendiculaires entre elles. La comparaison de la simulation avec les résultats expérimentaux prouve la capacité de la modélisation à reproduire suffisamment bien le comportement global et local de la maquette jusqu'à la ruine. Cette approche est pourtant très délicate à mettre en œuvre, demande beaucoup d'expérience de la part de l'ingénieur et ne permet pas d'envisager son utilisation systématique dans le cadre de dimensionnement d'un ouvrage.

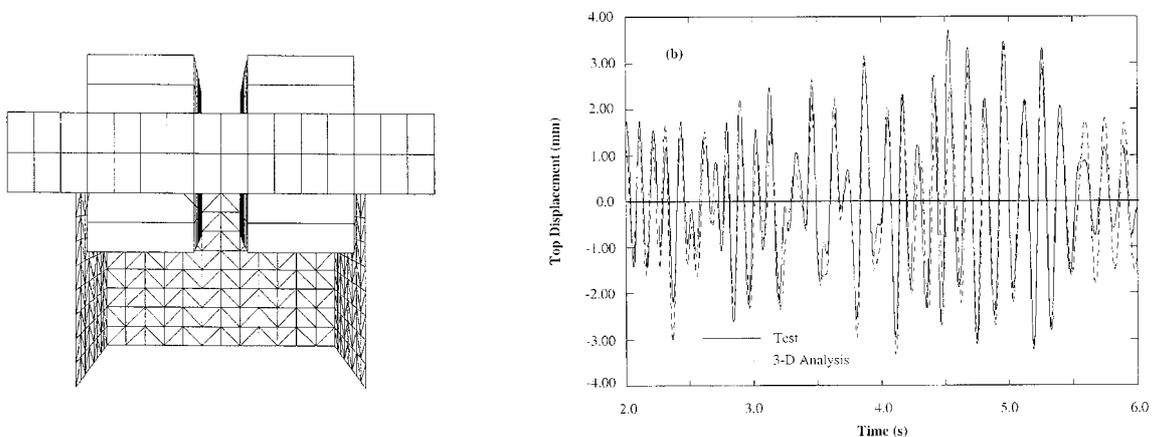


Figure 2.1. NUPEC - Maillage 3D et résultats numériques (Ile et al. 2000)

Les méthodes dites "simplifiées" sont des méthodes qui doivent être rapides, faciles à mettre en place et pourtant suffisamment riches pour reproduire *les mécanismes essentiels* mis en cause. Souvent fruits d'années de recherche, elles intègrent des compétences scientifiques et techniques et le travail de plusieurs personnes. Une méthode simplifiée n'est en aucun cas une méthode "simpliste". Leurs principales avantages sont :

### 1. La diminution du temps de calcul

Ceci est particulièrement vrai pour le cas des calculs dynamiques qui demandent des temps de calcul nettement plus importants (un calcul non linéaire 3D d'un voile soumis à une séquence d'accélérogrammes peut durer des semaines). Une modélisation simplifiée rend ainsi possible la réalisation d'études paramétriques ou d'études de sensibilité.

### 2. Le traitement des résultats

Une modélisation fine donne un grand nombre de résultats qui pourtant n'éclaircissent pas souvent le comportement de la structure. Malgré le développement des post-processeurs sophistiqués, le travail de l'ingénieur n'est pas simple et nécessite toute son expérience et souvent sa patience pour identifier et trier les principaux mécanismes. Un modèle trop fin en dynamique, par exemple, restitue de nombreux modes qui interviennent faiblement dans le comportement dynamique de l'ensemble et fait alors apparaître des phénomènes dont la signification physique peut-être douteuse. Il est donc souvent préférable de procéder à une concentration des masses en des points bien choisis pour obtenir des modes véritablement représentatifs du comportement d'ensemble de la structure (Mestat et al. 1999).

### 3. Les différentes sources d'incertitude

Une modélisation détaillée se révèle utile quand nous maîtrisons parfaitement les conditions spécifiques au problème étudié (géométrie de la structure, conditions limites, chargement etc.). Dans le cas de modélisation d'une structure dans une région sismique il est souvent sans intérêt de procéder à des maillages sophistiqués tant que les caractéristiques de chargement (le séisme) sont pratiquement inconnues (Pauley et Priestley 1992). C'est la principale raison pour laquelle les codes de dimensionnement parasismique partout dans le monde favorisent des analyses spectrales en dépit des analyses non linéaires. Si néanmoins des calculs non linéaires sont nécessaires, plusieurs accélérogrammes doivent être choisis comme chargement.

L'utilisation d'une méthode simplifiée n'est pas néanmoins sans danger. L'ingénieur doit être au courant de son domaine d'application et de ses limites. Les plus grandes catastrophes dans

l'histoire des constructions ne sont généralement pas dues aux mauvais calculs mais à la non-identification ou à la négligence des phénomènes considérés comme "secondaires". L'étude sismique d'un bâtiment à l'aide d'un modèle simplifié ne permet pas dans tous les cas de mettre en évidence les modes locaux de la structure, notamment ceux des éléments secondaires (ex. poutres de plancher). Il convient donc d'effectuer des études supplémentaires pour vérifier si ces éléments ne sont pas soumis à des amplifications dynamiques. Des spectres, transférés aux différents niveaux de l'ouvrage, peuvent être établis pour procéder à ces justifications (Mestat et al. 1999).

### **2.3. Choix d'un niveau de modélisation et d'une échelle de discrétisation**

Avant de commencer un calcul linéaire ou non linéaire il faut procéder à un choix de niveau de modélisation et d'échelle de discrétisation. Nous pouvons en général distinguer quatre niveaux de modélisation (Mestat et al. 1995) :

- Le niveau "géologique" qui vise à traiter une structure dans un environnement naturel par référence à des données géologiques. La géométrie de l'ouvrage peut être simplifiée mais ses principales caractéristiques sont prises en compte. La modélisation a pour but de déterminer les déformations du massif de sol et celles de l'ouvrage. Il s'agit en général de la simulation du comportement des ouvrages de géotechnique comme les barrages en terre, les fondations des ponts, les ouvrages de soutènement etc.
- Le niveau global qui vise à traiter une structure dans son ensemble. C'est le cas courant de l'étude d'un bâtiment où des réseaux de poutres ou des éléments finis coques sont utilisés pour le maillage. De tels modèles, souvent assez gros, ne sont pas en général, suffisamment précis pour représenter finement tous les éléments du bâtiment. Ils visent à donner une indication sur la répartition des efforts d'ensemble dans les principaux éléments porteurs.
- Le niveau semi-local qui correspond à l'étude d'un élément de structure. Pour un bâtiment, il s'agit par exemple des planchers lorsqu'ils sont soumis à des charges localisées ou des voiles lorsque des modes locaux sont recherchés.
- Le niveau local qui correspond à l'étude d'une partie détaillée d'une structure. Pour un bâtiment il s'agit des parties dont la taille est petite lorsqu'on la compare à un plancher ou à un voile (plaques d'ancrages etc.)

Nous pouvons de plus distinguer trois échelles de discrétisation par éléments finis de structures (Millard et al. 1991). Une échelle globale, une locale et une semi-globale (Figure 2.2). Ce sont les résultats escomptés qui fixent le choix de ces échelles.

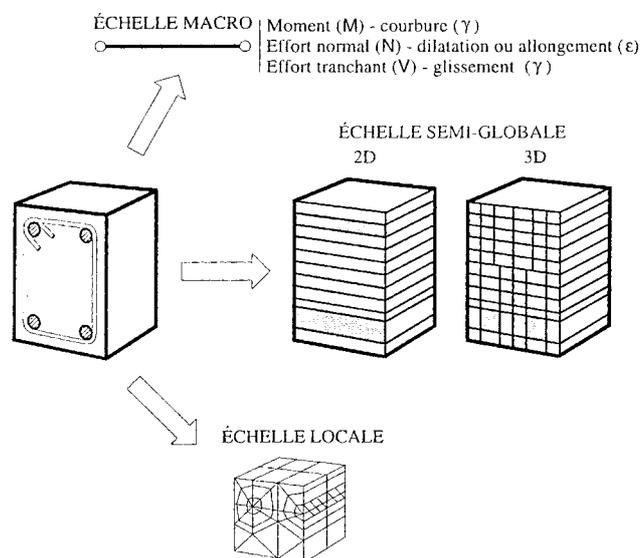


Figure 2.2. Différentes échelles de discrétisation (Ulm 1996)

- A l'échelle globale, c'est le comportement inélastique de la section courante, prise dans son ensemble, qui est défini à partir des lois de chaque matériau. Celles-ci sont formulées directement en fonction des contraintes généralisées que sont les efforts résultants sur une section (effort normal, moment fléchissant etc.). Nous distinguons des lois de flexion, de cisaillement et de traction – compression. Nous obtenons des relations de type "moments - courbures" ou "efforts normaux - allongements". Les interactions entre deux efforts généralisés (poutres travaillant en flexion biaxiale ou murs soumis à un effort normal et à un moment) sont également prises en compte en définissant des surfaces limites dans l'espace des contraintes généralisées et en appliquant la théorie de plasticité. Nous obtenons ainsi des courbes d'interaction ou de couplage "moment - efforts". A ce niveau se situe aussi le concept de macro - éléments, où le comportement non linéaire global de l'élément est exprimé en terme de variables globales, identifiées à partir d'analyses locales (Elachachi 1992, Davenne et Brenet 1998, Crémer 2001). Cette approche globale conduit en général à des temps de calculs réduits mais elle ne permet pas de définir précisément les comportements locaux (ex. fissuration). Elle se limite également au cas des structures de type poutre, car sa généralisation aux plaques et aux coques reste très délicate.
- A l'échelle locale, le béton est modélisé par des éléments de milieu continu bidimensionnel (2D), ou tridimensionnel (3D). La rhéologie est exprimée en terme de

relations de type "contrainte - déformation", et l'analyse est souvent lourde car l'état du matériau est pris en compte en chaque point d'intégration de l'élément fini considéré. Cette modélisation permet d'obtenir des informations locales concernant l'état de l'endommagement, celui de la plastification etc. Néanmoins, la modélisation nécessite des stockages et des temps de calculs importants.

- L'échelle semi-globale constitue une approche intermédiaire par rapport aux deux précédentes. Le champ de déplacements est décrit par les déplacements et les rotations d'un élément poutre, d'un élément plaque ou d'une coque, tandis que toute information concernant le comportement des matériaux est traitée au niveau local. Il s'agit dans la plupart de cas d'utiliser des éléments poutres avec les hypothèses cinématiques habituelles (Bernoulli, Timoshenko - voir chapitre 5). L'intégration du modèle rhéologique peut être réalisée en générale par une intégration numérique classique sur la hauteur, si le problème est plan ou dans les deux directions de la section si le problème est tridimensionnel.

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse se situent *au niveau global* (modélisation des structures) à travers *des discrétisations semi-globales*.

#### 2.4. Le code éléments finis EFICOS

Le programme de calcul E.F. utilisé est le code EFICOS - LMT. Il est adapté pour traiter les problèmes 2D de structures planes en béton armé en statique et en dynamique et il utilise des éléments poutres de type multicouches (Owen et Hinton 1980). La procédure générale de la discrétisation d'une structure est montrée ci-dessous :

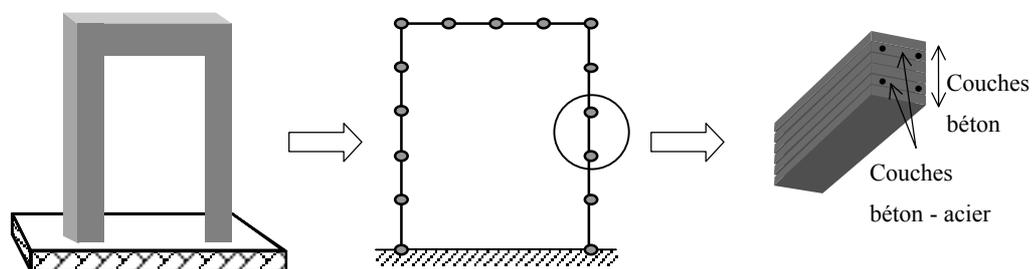


Figure 2.3. Discretisation avec EFICOS - LMT

La structure est discrétisée avec des poutres 2D et des masses concentrées à certains points. Chaque poutre est découpée selon la hauteur en couches successives, où la contrainte est

supposée constante. La sommation de ces couches permet le calcul de la raideur d'une manière correcte et la prise en compte des variations du comportement.

L'hypothèse de Bernoulli, les sections restant planes et perpendiculaires à l'axe neutre, confère aux différentes couches un comportement uniaxial. Ceci permet de traiter les comportements locaux à travers des lois uniaxiales pour le béton et l'acier, lois qui sont attribuées à chaque couche. Dans le cas où la déformation de cisaillement deviendrait non négligeable, l'utilisation des éléments poutres Timoshenko (les sections restent planes mais pas perpendiculaires à l'axe neutre) et des lois 2D pour le béton permet d'élargir le champ d'applicabilité du code (Dubé 1997). Le calcul des efforts anélastiques s'effectue grâce à une méthode d'itération basée sur la raideur sécante initiale (Zienkiewicz et al. 1969). Plus d'informations sur le code EFICOS – LMT peuvent être aussi obtenues dans Ghavamian et Mazars 1998.

La librairie des éléments du code EFICOS – LMT contient également des éléments de type ressorts dont le comportement peut être élastique linéaire ou non linéaire, et des éléments de contact unilatéral (Ghavamian 1998). Dans le cadre du présent travail de doctorat, les améliorations suivantes ont été effectuées :

- Programmation d'éléments barres non linéaires, éléments nécessaires pour l'application du modèle de Béton Armé Equivalent (présenté dans le chapitre 4) ;
- Programmation d'un interface pour l'exploitation des résultats numériques du code EFICOS - LMT avec le post - processeur du programme GiD. Développé par le Centre International des Méthodes Numériques pour l'Ingénieur (CIMNE) à Barcelone, GiD est une interface graphique générale pour la définition, la préparation et la visualisation des données et des résultats d'une analyse numérique (conditions limites, propriétés des matériaux, champs de contraintes et de déformations, cartes d'endommagement etc.). Plus d'informations peuvent être consultées à la page web <http://www.gid.cimne.upc.es> ;
- Création de fichiers «tests» pour la vérification du code après chaque évolution. Ces fichiers peuvent être exécutés automatiquement et informent l'utilisateur pour les dysfonctionnements probables. Comparaison des résultats avec le code CASTEM 2000 et ABAQUS ;
- Création d'un site web pour l'utilisation du code (avec N.Richard du LMT) ;

- Compilation des sources de EFICOS - LMT pour différents systèmes d'exploitation (Unix, Linux, Windows) ;
- Mise en place d'une version beta 3d du code EFICOS – LMT en se basant sur le travail de Dennis Roddeman qui a programmé un élément poutre 3D multifibre.

## 2.5. Modélisation du problème dynamique

L'équation du mouvement qui régit l'équilibre du système s'écrit sous la forme :

$$M\{u''\} + C\{u'\} + K\{u\} = \{F^{ext}\} \quad (2.1)$$

avec :

$M$  : la matrice de masse ;

$K$  : la matrice de rigidité ;

$C$  : la matrice de l'amortissement ;

$\{F^{ext}\}$  : le vecteur des forces extérieures ;

$\{u\}, \{u'\}, \{u''\}$  : les vecteurs des déplacements, vitesses et accélérations des nœuds.

La résolution de ce système d'équations différentielles s'effectue grâce au schéma d'intégration numérique implicite de Newmark (Newmark 1959) sous sa forme inconditionnellement stable (accélération moyenne). Le chargement sismique s'applique sous forme d'accélérogramme à la base de la structure. La matrice de masse est considérée constante pendant le calcul et toutes les non linéarités sont prises en compte dans la matrice de rigidité et le vecteur des efforts anélastiques. Les lois des matériaux utilisées sont présentées § 2.6 et § 2.7. Les difficultés que pose la définition de la matrice d'amortissement seront aussi discutées § 2.8.

## 2.6. Modèles d'endommagement pour le béton

### 2.6.1. Le comportement du béton

Le béton est souvent considéré comme un matériau fragile en traction et plus ductile - comportement adoucissant - en compression (Figures 2.4a et 2.4b). Son comportement en traction ou en compression simple est quasi linéaire jusqu'à atteindre sa résistance maximale

(la résistance en traction est de l'ordre de 10% de celle en compression). La naissance et la coalescence de microfissures conduisent à la formation et à la propagation d'une ou de plusieurs macrofissures, puis à la ruine. Cette fissuration, source d'endommagement, affecte la rigidité et entraîne une diminution du module de Young. De plus, le rapport des déformations longitudinales et radiales montre le côté expansif du comportement en compression (dilatation, Figures 2.4b et 2.4c).

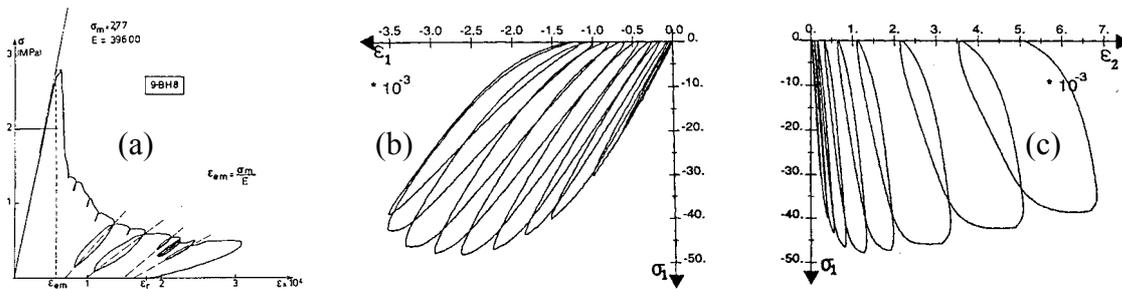


Figure 2.4. (a) *Comportement fragile du béton en traction (Terrien 1980)*

(b) *Essai de compression : mesures longitudinales (Ramtani 1990)*

(c) *Essai de compression : mesures radiales (Ramtani 1990)*

Lors d'applications de chargement sismique le comportement cyclique du béton est sollicité à de nombreuses reprises. Ce comportement est caractérisé par (Figure 2.5) :

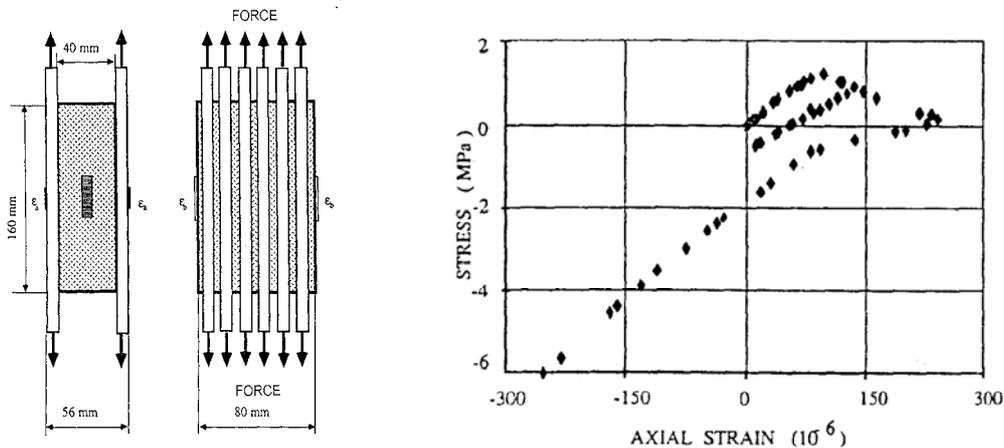


Figure 2.5. (a) *Dispositif d'un essai traction - compression (Mazars, Berthaud, Ramtani 1990)*

(b) *Courbe expérimentale contraintes - déformations sous chargement cyclique*

1. Perte de raideur (ouverture des fissures en traction et en compression) ;
2. Déformations irréversibles anélastiques (dus à l'imperfection des lèvres de fissures) ;
3. Restauration de raideur (refermeture des fissures, phénomène unilatéral au passage traction compression) ;

#### 4. Endommagement en cours des cycles.

Différents types de modèles continus sont aujourd'hui utilisés pour décrire le comportement non linéaire du béton. Nous pouvons distinguer entre autres les modèles de fissuration diffuse («smeared crack models», Ottosen 1979, Dahlblom et al. 1991), des modèles basés sur la théorie de plasticité (Mérabet et al. 1995, Fleury 1996, Ulm 1996) et des modèles microplans (Fichant et al. 1997). Deux modèles implémentés dans EFICOS - LMT, issus de la théorie de l'endommagement et capables de représenter les principales caractéristiques du béton sous chargement monotone ou cyclique seront détaillés ci – dessous :

##### 2.6.2. La théorie d'endommagement

La notion d'endommagement appliquée au comportement du béton date du début des années 1980 (Mazars 1984). Tout d'abord proposée par Kachanov (Kachanov 1958), la mécanique de l'endommagement introduit le principe de *contrainte effective*  $\tilde{\sigma}$  stipulant que la contrainte réelle s'appliquant sur la partie de matière encore résistante est supérieure à la contrainte macroscopique  $\sigma$  (Lemaître et Chaboche 1985).

La notion de contrainte effective est souvent exprimée par le biais du principe d'*équivalence en déformation* (Lemaître 1992) : la contrainte effective est celle qui produit dans une direction donnée la même déformation sur le matériau vierge que la contrainte macroscopique sur le matériau endommagé.

$$\{\tilde{\sigma}\} = \Lambda \{\varepsilon\} \quad (2.2)$$

$$\{\sigma\} = \tilde{\Lambda} \{\varepsilon\} \quad (2.3)$$

avec  $\Lambda$  la matrice d'élasticité initiale et  $\tilde{\Lambda}$  la matrice du matériau endommagé.

L'écriture de la loi d'élasticité dans un cadre uniaxial nous conduit à la relation suivante :

$$\sigma = E(1-D)\varepsilon \quad (2.4)$$

avec  $E$  le module élastique et  $D$  l'endommagement défini comme le rapport des surfaces matérielles résistante et initiale. Un choix judicieux de la loi d'évolution de  $D$ , qui varie de 0 - quand le matériau est vierge - à 1 - quand le matériau est complètement ruiné - permet de simuler le comportement non-linéaire du béton.

Remarque

- La variable d'endommagement peut être scalaire, induisant ainsi un état de microfissuration homogène dans toutes les directions (Mazars 1984) ou bien tensorielle, pouvant ainsi prendre en compte l'anisotropie induite par fissuration (Ramtani 1990). Dans la suite nous nous intéressons qu'aux modèles utilisant un scalaire  $D$  comme variable d'endommagement.

### 2.6.3. Deux modèles isotropes

#### Modèle à une variable scalaire

Le modèle présenté ci-dessous (Mazars 1984) est un modèle isotrope à une variable d'endommagement scalaire. Le modèle est adéquat pour des chargements monotones et ne peut pas être utilisé pour des comportements cycliques. En effet, la restitution de la rigidité due à la refermeture des fissures - phénomène unilatéral - n'est pas prise en compte. De plus, le modèle utilise une variable d'endommagement commune à la traction et à la compression et ne peut pas calculer des déformations résiduelles. Néanmoins, sa formulation simple facilite son utilisation même pour des problèmes 3D et son implémentation dans un code élément fini ne pose pas de difficultés particulières. L'équation qui lie les contraintes et les déformations prend la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{E(1-D)}{1+\nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} Tr(\underline{\varepsilon}) \right) \quad (2.5)$$

La progression de l'endommagement scalaire  $D$  est guidée par l'évolution de la déformation équivalente  $\tilde{\varepsilon}$ , calculée à partir des déformations principales positives  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (2.6)$$

L'introduction du critère de la déformation équivalente basé sur la remarque que les fissures se développent perpendiculairement aux directions principales d'extensions, permet au modèle de reproduire la dissymétrie du comportement en traction et en compression.

Sous un état quelconque de sollicitation, l'endommagement est considéré comme étant la combinaison d'un endommagement dû à la traction  $D_t$  et d'un endommagement dû à la compression (effet de Poisson)  $D_c$ . Il est exprimé sous la forme suivante :

$$D = \alpha_t^\beta D_t + (1 - \alpha_t)^\beta D_c \quad (2.7)$$

$\alpha_t$  traduit la part respective de chacun des endommagements de traction et de compression ( $\alpha_t$  valant 0 dans le cas d'une compression pure et 1 dans le cas d'une traction pure) et  $\beta$  est calé sur le cisaillement («shear factor», voisin de 1.05 pour un béton courant, il permet de représenter à peu de frais les résultats expérimentaux, essentiellement pour les essais de cisaillement).

$$\alpha_t = \frac{\sum \langle \varepsilon_i \rangle \varepsilon_{traction}}{\sum \langle \varepsilon_i \rangle^2} \quad (2.8)$$

avec  $\varepsilon_{traction}$  les déformations principales dues aux contraintes de traction.

Les lois d'évolutions de  $D_t$  et de  $D_c$  sont données par (chaque fois que  $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{max}$  est atteint) :

$$D_t = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\tilde{\varepsilon}} (1 - A_t) - A_t \exp\{-B_t (\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0)\} \quad (2.9)$$

$$D_c = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\tilde{\varepsilon}} (1 - A_c) - A_c \exp\{-B_c (\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0)\} \quad (2.10)$$

avec :

$\varepsilon_0$  : la valeur de déformation qui correspond à l'initiation de l'endommagement ;

$A_t, A_c, B_t, B_c$  : paramètres scalaires du modèle.

Lors du chargement de compression pure, le respect de la condition de dérivabilité de la courbe  $(\sigma, \varepsilon)$  à l'initiation de l'endommagement ( $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0$ ) impose une relation supplémentaire entre les paramètres soit :

$$B_c = \frac{A_c - 1}{A_c \varepsilon_0} \quad (2.11)$$

### Modèle à deux variables scalaires (Modèle Unilatéral)

Le modèle Unilatéral (La Borderie 1991) est un modèle isotrope à deux variables scalaires, capable de décrire les conséquences sur l'évolution des caractéristiques mécaniques du matériau, les déformations irréversibles et l'effet unilatéral lorsque le signe des contraintes change. Considérant la partition du tenseur des déformations en une partie élastique et une partie anélastique, ce dernier est calculé comme suit :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{an} \quad (2.12)$$

$$\underline{\varepsilon}^e = \frac{\underline{\sigma}^+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\underline{\sigma}^-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\nu}{E_0}(\underline{\sigma} - (Tr\underline{\sigma})\underline{I}) \quad (2.13)$$

$$\underline{\varepsilon}^{an} = \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} \frac{\partial f(\underline{\sigma})}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} \underline{I} \quad (2.14)$$

$E_0$  est le module de Young initial et  $\nu$  le coefficient de Poisson.  $\langle \cdot \rangle_+$  indique la partie positive d'un tenseur exprimé dans sa base propre,  $D_1, D_2$  sont respectivement les variables d'endommagement de traction et de compression,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des paramètres matériaux à identifier permettant de décrire l'évolution des déformations anélastiques,  $f(\underline{\sigma})$  est la fonction de refermeture de fissures qui annule les déformations anélastiques de traction lors de la reprise de raideur et  $\sigma_f$  la contrainte de refermeture de fissures :

$$Tr(\underline{\sigma}) \in [0, +\infty[ \rightarrow \partial f(\underline{\sigma}) / \partial \underline{\sigma} = \underline{I} \quad (2.15a)$$

$$Tr(\underline{\sigma}) \in [-\sigma_f, 0[ \rightarrow \partial f(\underline{\sigma}) / \partial \underline{\sigma} = (\underline{I} + \frac{Tr(\underline{\sigma})}{\sigma_f} \underline{I}) \underline{I} \quad (2.15b)$$

$$Tr(\underline{\sigma}) \in ]-\infty, -\sigma_f[ \rightarrow f(\underline{\sigma}) = 0 \underline{I} \quad (2.15c)$$

Les lois d'évolution de l'endommagement s'expriment comme suit :

$$D_i = 1 - \frac{1}{1 + [A_i(Y_i - Y_{0i})]^{B_i}} \quad (2.16)$$

avec  $Y_i$  la variable associée à l'endommagement (taux de restitution d'énergie, traction ou compression).

Remarques

- La difficulté de ce modèle réside dans son écriture en contraintes, rendant lourde son implémentation dans un code éléments finis en déplacements, la loi de comportement devant être inversée à chaque itération. De même, l'isotropie des déformations anélastiques rend irréaliste la réponse volumique du modèle.
- La relation de type contrainte – déformation et la fonction de refermeture des fissures dans l'écriture uniaxiale du modèle, prennent les formes suivantes :

$$\varepsilon = \frac{\sigma^+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\sigma^-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} F(\sigma) + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} \quad (2.17)$$

$$F(\sigma) = 1 \quad \text{si } \sigma \geq 0 \quad (2.18a)$$

$$F(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_f} \quad \text{si } -\sigma_f \leq \sigma < 0 \quad (2.18b)$$

$$F(\sigma) = 0 \quad \text{si } \sigma < -\sigma_f \quad (2.18c)$$

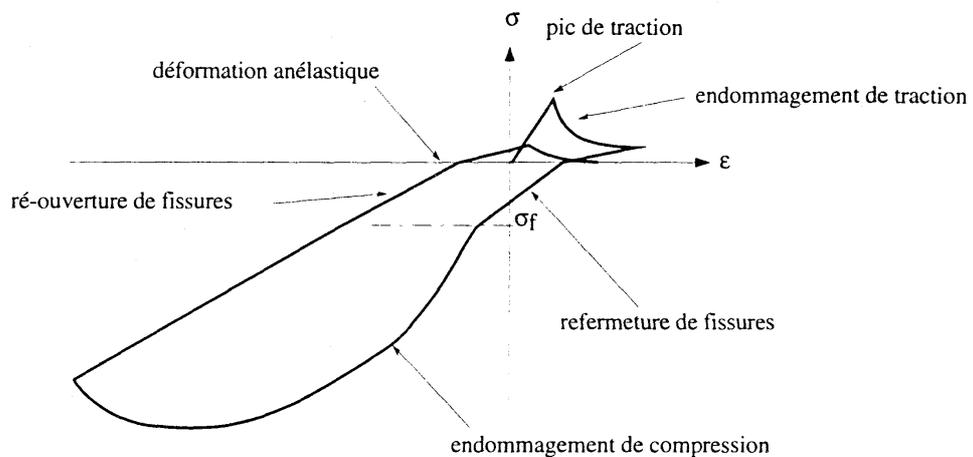


Figure 2.6. Réponse uniaxiale du modèle Unilatéral (La Borderie 1991)

- Dans le cas où la déformation de cisaillement deviendrait non négligeable le comportement biaxial est réduit à la prise en compte des contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{xy}$  ( $\sigma_{yy}$  est supposée être nulle,  $x$  l'axe de la poutre), pour chacune des couches de l'élément poutre Timoshenko. Le système non linéaire à résoudre s'écrit (Dubé 1994) :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = \left[ \Lambda^{-1}(\underline{\sigma}, D_1, D_2) \right] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\sigma_{xx}^-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} \frac{\partial f(\underline{\sigma})}{\partial \sigma_{xx}} + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} \quad (2.20a)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\sigma_{xy}^-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\nu \sigma_{xy}}{E_0} \quad (2.20b)$$

## 2.7. Le comportement de l'acier

Le modèle de plasticité 1D utilisé pour les aciers est à écrouissage cinématique. Celui-ci peut être linéaire ou non selon la qualité des informations dont nous disposons sur les armatures utilisées (Figure 2.7).

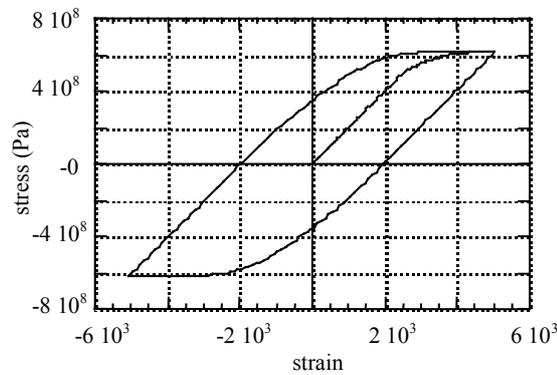


Figure 2.7. Réponse cyclique du modèle de plasticité pour l'acier

Dans un cadre tridimensionnel, le potentiel d'énergie libre s'exprime comme suit (voir Ragueneau 1999) :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_p) : \underline{C} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_p) + \frac{1}{2} b \underline{\alpha} : \underline{\alpha} \quad (2.21)$$

avec  $\underline{C}$  le tenseur d'élasticité du 4ième ordre et  $\underline{\alpha}$  la variable interne associée à l'écroûissage cinématique. Les lois d'état définies par dérivation de cette énergie donnent :

$$\underline{\sigma} = -\frac{\partial \rho \psi}{\partial \underline{\varepsilon}} = \underline{C} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_p) \quad (2.22a)$$

$$\underline{X} = \frac{\partial \rho \psi}{\partial \underline{\alpha}} = b \underline{\alpha} \quad (2.22b)$$

La fonction seuil du modèle a la forme :

$$f = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) + \frac{3}{4} d \underline{X} : \underline{X} - \sigma_y \leq 0 \quad (2.23)$$

avec  $b, d, \sigma_y$  des paramètres du modèle à identifier.

Remarque

- Le ferrailage a une orientation privilégiée et une loi uniaxiale est suffisante pour reproduire son comportement. Ce ferrailage peut être considéré comme *concentré* ou *diffus* dans les éléments de béton. Dans le premier cas, des éléments barres à comportement non linéaire, dont la position et la section coïncident avec la position et la section du ferrailage réel sont utilisés. Dans le deuxième cas un traitement particulier est réservé aux couches comprenant simultanément du béton et de l'acier. Le comportement des couches mixtes (Figure 2.3) est *homogénéisé* par une loi des mélanges permettant de calculer la contrainte de la couche au prorata de chaque matériau :

$$\sigma_{couche} = (1-A)\sigma_{béton} + A\sigma_{acier} \quad \text{à déformation égale pour le béton et l'acier} \quad (2.24)$$

$A$  représente l'aire relative de la barre d'acier au sein de la couche renforcée. L'adhérence acier – béton est supposée parfaite (déformation identique sur les deux matériaux à leur frontière  $\varepsilon_{béton} = \varepsilon_{acier}$ )

## 2.8. La modélisation de l'amortissement

Une façon commode de modéliser l'amortissement structural visqueux, tout à fait compatible avec la philosophie des «méthodes simplifiées», est d'utiliser la formulation proposée par Rayleigh qui consiste à construire une matrice d'amortissement structural  $C$  proportionnelle aux matrices de masse  $M$  et de rigidité  $K$  sous la forme suivante ( $a, b$  des scalaires) :

$$C = aM + bK \quad (2.25)$$

Cette formulation de l'amortissement structural est équivalente à imposer un pourcentage d'amortissement critique,  $\xi_i = c_i / c_{cr}$ , avec  $c_{cr} = 2m\omega_i$  à chaque mode  $i$ . La matrice  $C$  est donc construite de manière à pouvoir restituer les valeurs des coefficients d'amortissement critique  $\xi$  pour des modes significatifs dans le comportement de la structure, en particulier, les modes pouvant être analysés expérimentalement. Le facteur d'amortissement  $\xi$  s'exprime comme la somme d'un terme proportionnel à la fréquence  $\omega$  et un terme inversement proportionnel à la fréquence, soit :

$$\xi = \frac{a}{2\omega} + \frac{b\omega}{2} \quad (2.26)$$

La connaissance de deux couples de valeurs,  $(\xi_n, \omega_n), (\xi_m, \omega_m)$  suffit pour calculer  $a$  et  $b$  (éq. 2.27). La courbe de la figure 2.8 donne le coefficient d'amortissement  $\xi$  en fonction de la fréquence des modes de la structure. En pratique, il est judicieux de prendre le mode significatif le plus bas (fréquence  $\omega_n$ ) et un mode supérieur (fréquence  $\omega_m$ ) choisi pour que les valeurs intermédiaires de  $\xi_m$  ne soient pas trop éloignées de  $\xi$ .

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{2\omega_n\omega_m}{\omega_n^2 - \omega_m^2} \begin{bmatrix} \omega_n & -\omega_m \\ 1 & 1 \\ -\omega_n & \omega_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_m \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

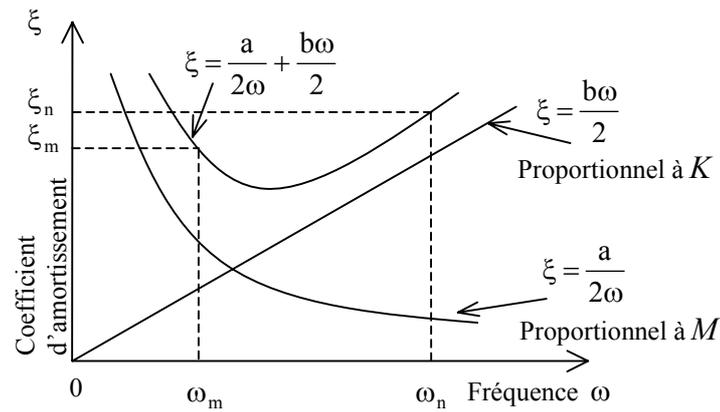


Figure 2.8. Variation du coefficient d'amortissement visqueux  $\xi$  (Mestat et al. 1999)

L'avantage de cette formulation est que la matrice d'amortissement  $C$  est diagonale dans l'espace des modes propres. Néanmoins, l'utilisation de la matrice de masse dans la formulation de Rayleigh rend les résultats sensibles aux mouvements de «corps rigide» qui génèrent de l'amortissement visqueux (Ghavamian 1998). Ce phénomène est encore plus accentué par une écriture de l'équation du mouvement dans le repère absolu des mouvements (le cas du code EFICOS - LMT). La solution la plus simple consiste à corriger l'accélérogramme (assurer une vitesse nulle en fin d'accélérogramme ce qui peut nécessiter une correction du signal brut) et à ne pas considérer la participation de la masse dans la composition de l'amortissement ( $a = 0$ ). Le nouveau désagrément réside dans le manque de souplesse pour caler la matrice visqueuse (un seul mode à identifier) et le sur-amortissement des modes supérieurs.

Une approche originale, toujours dans le cadre des méthodes simplifiées, consiste à intégrer les phénomènes dissipatifs locaux dans un calcul non-linéaire du comportement des structures (Ragueneau 1999). S'inscrivant dans cet objectif, Ragueneau a développé un modèle couplant le niveau d'endommagement atteint dans une direction avec le glissement et le frottement des lèvres de fissures.

## 2.9. Remarques - Conclusions

S'appuyant sur l'idée des méthodes «simplifiées» une stratégie de modélisation 2D a été présentée en détail. Fruit d'années de recherche de plusieurs personnes dans le sein de laboratoire cette stratégie veut être générale, fiable et surtout facile à l'utilisation. Elle a été déjà utilisée avec des résultats satisfaisants pour trois différents types d'ouvrages :

1. Des voiles normalement élancés dimensionnés selon les normes parasismiques françaises PS92. Il s'agissait de la maquette CAMUS I soumis à des différents niveaux de sollicitation sismique sur la table vibrante Azalée du Laboratoire EMSI au CEA Saclay. La maquette a été modélisée avec des poutres multicouches et des lois uniaxiales pour le béton et l'acier (Ragueneau 1999).
2. Des structures de faible élancement (inférieur à 1.5) dont la rotation de la partie supérieure est libre, soumises à des efforts importants de cisaillement dynamique. Il s'agissait de la maquette NUPEC (voir aussi chapitre 4). La discrétisation par poutre multicouches est enrichie par une cinématique de type Timoshenko et la loi Unilatérale est utilisée dans sa formulation 2D (Dubé 1997, Ghavamian 1998, Mazars et al. 1999a).
3. Des structures de grand élancement où les effets du second ordre (non-linéarité géométrique) sont à considérer. La modélisation est effectuée avec l'introduction d'une matrice de raideur dite «géométrique» en plus de la matrice de raideur classique d'une poutre Bernoulli et des lois uniaxiales pour le béton et les armatures (Ghavamian 1998).

Le troisième chapitre concerne l'application de cette stratégie de modélisation de type poutre à deux nouvelles structures. Il s'agit 1/ de la maquette CAMUS III, testée sur la table sismique du CEA Saclay et dimensionnée selon l'Eurocode 8 (programme ICONS) et 2/ du voile court T5 dont la rotation de la partie supérieure est empêchée, testé au mur de réaction de JRC à Ispra (programme SAFE).

## Chapitre 3

### Analyse du comportement des maquettes CAMUS III et T5 Limite de validité de la modélisation

#### 3.1. Introduction

Dans le but de valider la stratégie de modélisation proposée au chapitre précédent, deux nouvelles simulations sont présentées ci-dessous. Il s'agit de la modélisation de la maquette CAMUS III (programme ICONS) et du voile T5 (programme SAFE). Ces maquettes ont des caractéristiques fort différentes (dimensionnement, élancement, conditions limites) et constituent une importante base de données pour le comportement non linéaire des voiles (élançés ou courts) soumis à des chargement sismiques.

#### 3.2. Les essais sur la maquette CAMUS III

Dans le cadre du programme ICONS et notamment la cinquième partie qui traite du comportement non linéaire des voiles en béton armé, la maquette CAMUS III a été testée sur la table sismique Azalée du laboratoire EMSI au CEA Saclay. Plusieurs accélérogrammes d'intensité croissante ont été appliqués sur la maquette jusqu'à sa ruine. Par ruine on entend la création des fissures importantes, la rupture de plusieurs aciers et l'écrasement du béton à la base de la maquette. Les paragraphes qui suivent concernent la présentation de l'essai et les résultats de la simulation numérique effectuée avant et après l'essai, étape nécessaire pour la définition de la séquence de chargement utilisé lors de l'expérience.

##### 3.2.1. Présentation de l'essai CAMUS III

Il s'agit d'un essai dynamique sur table vibrante (Combesure et Chaudat 2000). La maquette CAMUS III (Figure 3.1) a été dimensionnée par l'Université de Patras (Grèce) selon l'Eurocode 8 (EC 8). Elle comporte deux voiles élançés liés par des planchers qui sont chargés

dans leur plan. Les principales caractéristiques de l'essai et de la maquette sont regroupées dans les tableaux 3.1 et 3.2.

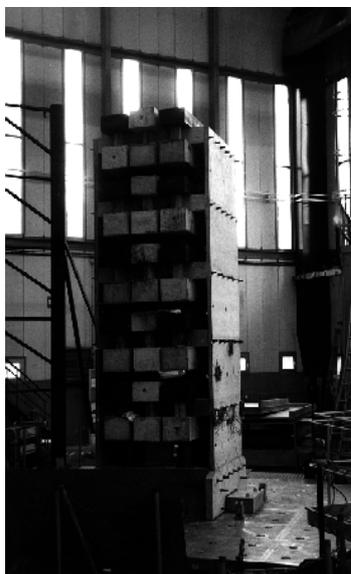


Figure 3.1. CAMUS III

Type de test	Dynamique	
Conditions limites	Encastrement à la base	
Echelle	1/3	
Elancement (Hauteur/largeur)	≈ 3	
Dimensions de mur	(l/h/e) m	1.7x5.1x0.06
Dimensions des planchers	(l/l/e) m	1.7x1.7x0.21
Dimensions de la semelle	(l/h/e) m	1.7x0.6x0.06
Contrainte normale à la base	MPa	1.6
Masse	Kg	36310

Tableau 3.1. CAMUS III - Caractéristiques du test

Etage	Extrémité (mm <sup>2</sup> )	Ferrail. Central (mm <sup>2</sup> )
5 <sup>ème</sup>	2φ8+2φ4.5 = 132	2x5φ4.5/200=159
4 <sup>ème</sup>	4φ8+2φ4.5 = 233	2x5φ4.5/200=159
3 <sup>ème</sup>	4φ8+2φ4.5 = 233	2x5φ4.5/200=159
2 <sup>ème</sup>	2φ6+4φ8+2φ4.5 = 289	2x5φ4.5/200=159
1 <sup>ème</sup>	2φ6+4φ8+2φ4.5 = 289	2x5φ4.5/200=159

Tableau 3.2. CAMUS III - Ferrailage

Remarque

- Plusieurs essais sur des éprouvettes représentatives ont été effectués pour déterminer les propriétés des matériaux utilisés pour la construction de la maquette (Davenne et al. 1999, Combescure et Chaudat 2000). Les essais de traction simple sur les barres d'acier que nous avons effectués au LMT ont mis en évidence une certaine dispersion des contraintes de plastification, de faibles valeurs d'allongement à la rupture et de mauvaises caractéristiques d'écroutissement qui font que ces aciers ne sont pas conformes au EC8.

3.2.2. Calculs préliminaires

Des calculs préliminaires étaient nécessaires pour déterminer le programme du chargement (type d'accélérogramme, niveau d'accélération, séquence) à imposer à la maquette. En appliquant des accélérogrammes d'amplitude croissante sur le modèle numérique avant l'essai, nous pouvons avoir d'importantes informations sur le comportement de la maquette à différents degrés de sollicitation. De cette façon, une fois l'essai démarré, on ne risque pas de dégrader la maquette de manière trop importante avant de pouvoir exploiter les résultats. Le

modèle numérique et les résultats des calculs préliminaires effectués au LMT sont présentés ci-dessous (Mazars et al. 1999b, Mazars et al. 2000) :

### Modèle numérique

Vu leurs élancements, les voiles de la maquette CAMUS III se comportent comme des *poutres dominées par la flexion*. L'influence du cisaillement est négligeable et une modélisation de type poutre multicouche de cinématique Bernoulli, avec des lois de comportement uniaxiales pour le béton et l'acier, est suffisante. Le modèle numérique 2D, effectué avec le code EFICOS-LMT, représente un voile au moyen de 24 éléments poutres constitués chacun de 37 couches (Figure 3.2). Des masses concentrées sont introduites au niveau de chaque étage. Ces masses, multipliées par la pesanteur nous donnent la contrainte normale à la base de la maquette. Pour reproduire la flexibilité de la table vibrante, trois ressorts linéaires sont utilisés et la table est modélisée par une poutre raide horizontale (Combesure et Chaudat 2000). Les lois de comportement sont celles présentées au chapitre précédent et les caractéristiques des matériaux sont regroupées dans le tableau 3.3. Un amortissement de 2% est imposé aux deux premiers modes. L'adhérence acier - béton est considérée parfaite et l'influence du confinement n'est pas pris en compte.

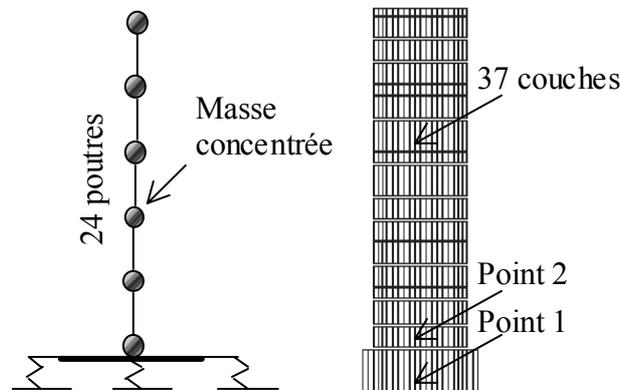


Figure 3.2. CAMUS III - Modèle numérique

<i>Résistance béton en compression</i>	MPa	30
<i>Résistance béton en traction</i>	MPa	2.5
<i>Module Young béton</i>	MPa	30000
<i>Module Young béton à la base</i>	MPa	20000
<i>Résistance acier</i>	MPa	414
<i>Module Young acier</i>	MPa	200000

Tableau 3.3. CAMUS III - Caractéristiques des matériaux pour la modélisation

### Remarques

- Le module élastique du béton à la base a été réduit afin de reproduire la flexibilité de la partie inférieure du voile et de la connexion de la maquette avec la table sismique (Lago et Combescure 1998).
- Les valeurs des variables utilisées pour la loi Unilatérale sont :  $A_1=9.0E+03 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $A_2=5.3 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $B_1=1.2$ ,  $B_2=1.4$ ,  $\beta_1=1.0 \text{ MPa}$ ,  $\beta_2=-40 \text{ MPa}$ ,  $Y_{01}=2.2E-04 \text{ MPa}$ ,  $Y_{02}=0.9E-02 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_f=1.3 \text{ MPa}$ . On retrouve ainsi les caractéristiques des matériaux représentés dans le tableau 3.3.

### Analyse modale

L'analyse modale permet d'accéder aux fréquences fondamentales de la structure et de caler le spectre de l'accélérogramme pour atteindre les niveaux désirés de sollicitation. Les résultats de l'analyse (Tableau 3.4) confirment que la fréquence principale de la maquette correspond à un mouvement horizontal de flexion.

1 <sup>er</sup> mode horizontal (Hz) (mode de flexion)	1 <sup>er</sup> mode vertical (Hz) (mode de pompage)
7.25	20.0

*Tableau 3.4. CAMUS III - Analyse modale  
(Calcul préliminaire)*

### Analyse transitoire non-linéaire

Dans une première phase, l'accélérogramme de Nice S1 calé à 0.4g est appliqué à la maquette (Figure 3.3). La figure 3.4 représente l'histoire du déplacement en tête. Après 2.5 secondes les déplacements deviennent importants et deux paquets d'oscillations fortes sont visibles. Les calculs mettent aussi en évidence une variation dynamique de la force axiale en base (Figure 3.5, effort statique -163kN). Ce phénomène a été déjà identifié et expliqué lors de précédents programmes expérimentaux similaires comme suit (Combescure 1997, Ragueneau 1999) : La fissuration du béton en flexion entraîne un décalage de l'axe neutre du mur. Du fait de ce décalage, les masses sont soulevées à chaque passage de moment maximal. Lors de la refermeture des fissures, un impact est induit, ce qui provoque un changement brusque de raideur, une excitation du second mode (mode de pompage) et une augmentation brutale de la valeur de l'effort normal dans le mur. Un effort normal de traction du même ordre de grandeur se produit juste après. La variation de la force verticale dynamique est importante.

Pour certaines séquences l'effort vertical en base peut valoir le double du poids propre de la maquette (durant les instants de compression) ou s'annuler (lors des soulèvements de masses).

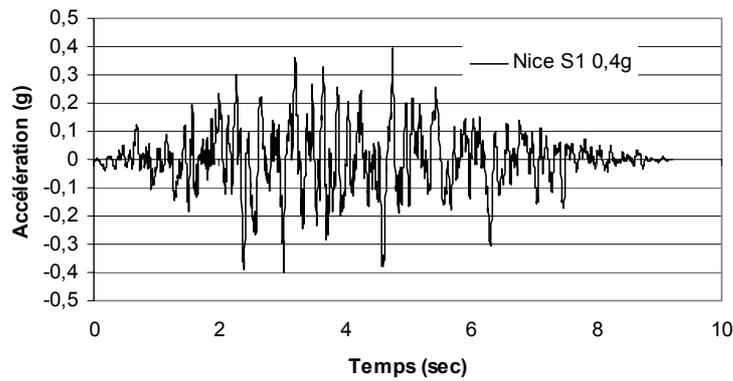


Figure 3.3. Accélérogramme Nice S1 calé à 0.4g

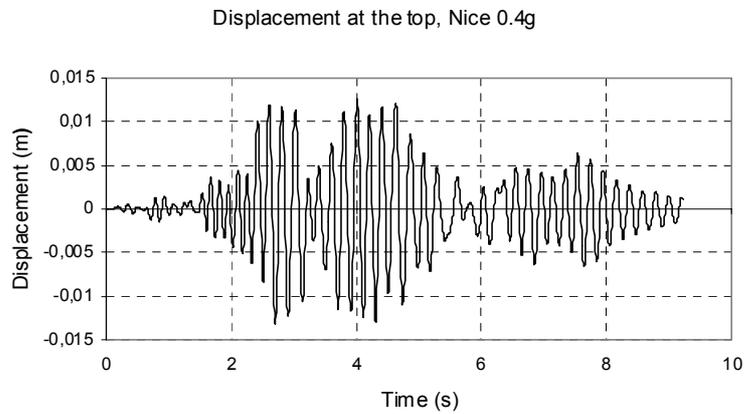


Figure 3.4. CAMUS III - Histoire de déplacement en tête (Nice 0.4g - Calcul préliminaire)

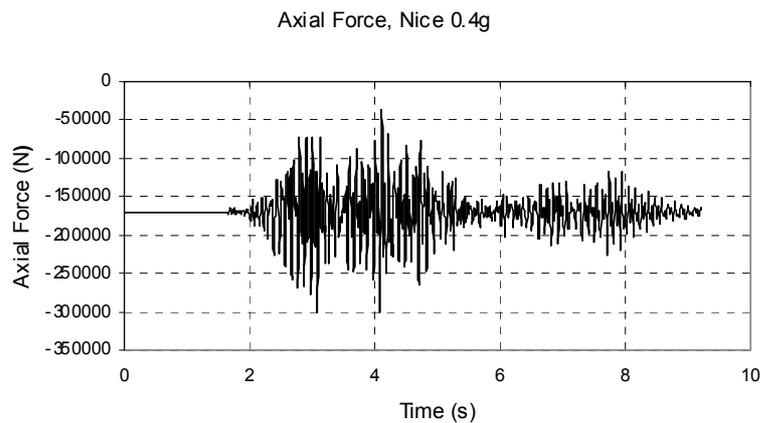


Figure 3.5. CAMUS III - Variation de l'effort normal (Nice 0.4g - Calcul préliminaire)

La figure 3.6 présente la variation du moment en base et la variation dynamique de la force axiale. A la refermeture des fissures, le déplacement ainsi que le moment s'annulent et des oscillations subites de la force axiale sont induites.

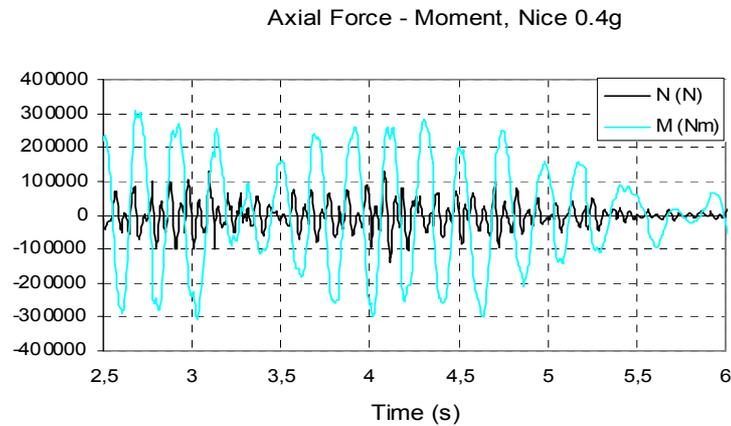


Figure 3.6. CAMUS III - Variation de l'effort normal et du moment en base (Nice 0.4g - Calcul préliminaire)

Le phénomène influant le plus cette caractéristique de comportement structural est la refermeture des fissures. Dans le modèle béton utilisé, elle est conditionnée par un paramètre local : la contrainte de refermeture de fissure  $\sigma_f$  (chapitre 2). En modifiant la valeur de ce paramètre nous pouvons directement agir sur la brutalité de reprise de raideur et ainsi influencer le choc des masses sur le mur (Figure 3.7). Une faible contrainte de refermeture implique une reprise de raideur soudaine et des chocs plus violents qui excitent le mode de pompage. Au contraire, une contrainte de refermeture importante évite les chocs et le mode de pompage n'est pas excité. La connaissance a priori de la valeur de contrainte est difficile et des calculs paramétriques sont nécessaires.

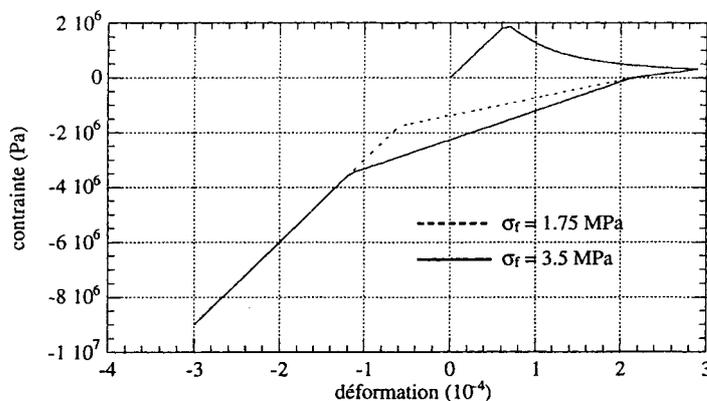


Figure 3.7. Influence de la contrainte de refermeture de fissure sur la reprise de raideur (Ragueneau 1999)

La carte de l'endommagement de traction en fin de séquence Nice 0.4g est représentée sur la figure 3.8. L'indicateur d'endommagement varie normalement entre 0 et 1. En filtrant ces valeurs entre 0.9 et 1, nous supprimons les microfissures afin d'obtenir une image des macrofissures. Le voile est principalement endommagé en base, ce qui correspond à la philosophie de l'EC8 qui y prévoit le développement d'une rotule plastique («monofuse» concept).

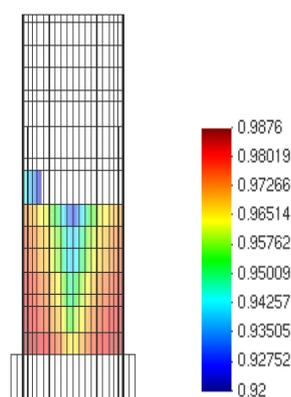


Figure 3.8. CAMUS III - Carte d'endommagement de traction  
(Nice 0.4g – Calcul préliminaire)

Un deuxième calcul préliminaire est ensuite effectué en imposant à la maquette numérique l'accélérogramme Nice S1 à quatre différents niveaux (0.25g, 0.4g, 0.8g, 1g). Les mêmes propriétés des matériaux ont été utilisées. Les résultats des variables globales (efforts, déplacements) et des déformations plastiques des aciers à la base de la maquette sont regroupés dans le tableau 3.5.

Valeurs maxi	0.25g	0.4g	0.8g	1.0g
Déplacement en tête (cm)	0.49	1.25	2.79	3.33
Moment (kN.m)	-209.20	-308.70	-401.80	-423.60
Effort tranchant (kN)	60.36	97.54	135.40	161.70
Variation de l'effort normal (kN)	152.10	38.36	72.63	47.20
Déf. pl. Aciers (%)	-	0.05	0.66	0.91

Tableau 3.5. CAMUS III - Résultats pour différents niveaux de chargement  
(Calculs préliminaires)

## Remarques

- Pour diminuer le temps de calcul, au début de chaque niveau de séisme la structure est considérée non endommagée. Néanmoins, des calculs en considérant toute la séquence de chargement sont présentés § 3.2.3.
- Les moments et les efforts tranchants sont calculés au point 2 de la maquette et l'effort normal au point 1. Les déformations plastiques des aciers correspondent aux couches extrêmes du niveau du point 2 (Figure 3.2).
- Les résultats locaux doivent être considérés avec prudence. L'expérience de la maquette CAMUS I montre que les différents modèles arrivent en général à reproduire qualitativement les tendances du schéma de fissuration et de concentration des zones plastiques. Toutefois, quantitativement il est difficile de retrouver le niveau de déformation atteint au cours de l'essai (Ragueneau 1999). Cela vient, entre autres, de l'utilisation de la mécanique d'endommagement qui, comme modélisation continue, n'arrive pas toujours à appréhender correctement le caractère discret d'une fissure (notamment pour des structures faiblement armées).

Nous pouvons distinguer quatre états limites selon les déformations dans les couches les plus sollicitées (Lago et Combescure 1998) : commencement de la plastification des aciers ( $\varepsilon_{sy} = 0.25\%$ ), déformation ultime des aciers ( $\varepsilon_{sd} = 1\%$ ), rupture des aciers ( $\varepsilon_{su} = 2.5\%$ ) et écrasement du béton comprimé ( $\varepsilon_{co} = 3.5\%$ ). Les calculs préliminaires (Tableau 3.5) montrent que la plastification des aciers commence pour un niveau de l'accélérogramme Nice S1 supérieur à 0.4g. Les aciers n'atteignent leur déformation ultime qu'après 1.0g. De plus, l'endommagement de compression du béton enregistré lors des calculs n'est pas important. Tenant compte de ces résultats ainsi que des analyses préliminaires effectuées par les autres équipes du programme ICONS (Insa Lyon et CEA - Lago et Combescure 1998) nous avons décidé d'imposer à la maquette CAMUS III l'accélérogramme Nice S1 à une séquence croissante jusqu'à environ 1.0g.

### 3.2.3. Calculs post - essai

Les essais sur table sismique nécessitent des tests de faible accélération afin de vérifier la qualité de la fonction de transfert déterminée lors des essais de bruit blanc. Des problèmes apparus pendant l'essai avec l'accélérogramme Nice S1 à 0.2g nous ont obligés à effectuer

plusieurs essais supplémentaires à faibles niveaux. De plus, dans l'objectif d'étudier l'influence d'un séisme «proche» un test intermédiaire a été réalisé avec l'accélérogramme Melendy Ranch à 1.35g. La séquence des accélérogrammes appliqués finalement à la maquette CAMUS III est représentée sur la figure 3.9 (Combescurre et Chaudat 2000) :

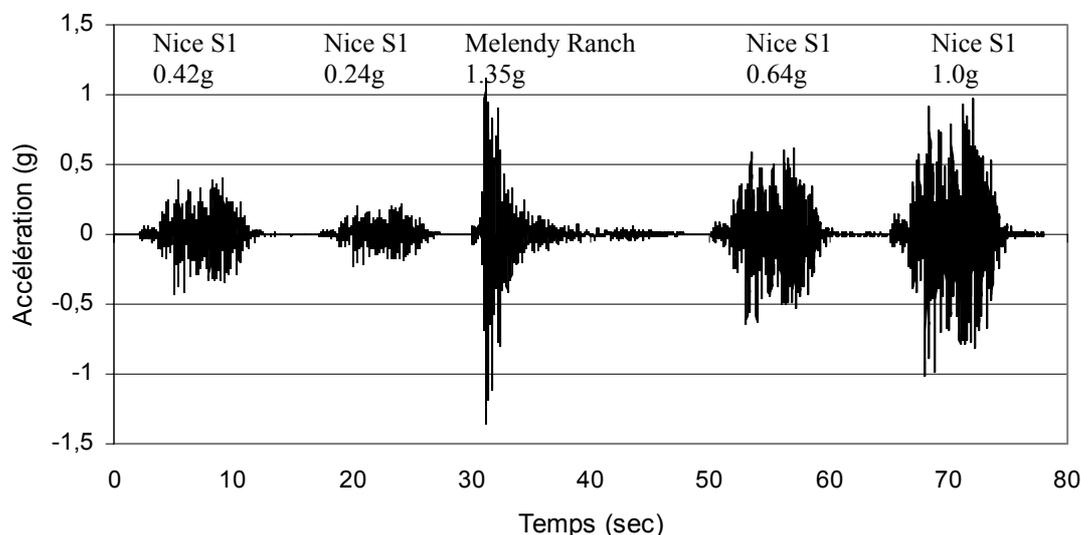


Figure 3.9. CAMUS III - Séquence du chargement imposée

Le passage d'un bruit blanc avant les essais nous a permis de mesurer la première fréquence propre du système maquette - table sismique (6.88 Hz) et l'amortissement correspondant (1.94%). L'analyse de variation de l'effort normal mesuré nous a d'autre part donné une fréquence de pompage de 20 Hz (il n'est pas possible d'effectuer des essais de bruit blanc selon la direction verticale). Ces valeurs ne différant pas significativement des valeurs obtenues lors des calculs préliminaires (Tableau 3.4), les mêmes caractéristiques sont utilisées pour les calculs post - essai sans essayer de les calibrer d'avantage à partir des fréquences mesurées. L'objectif ici est de comparer les résultats du modèle numérique de la figure 3.2 avec les résultats expérimentaux, comme si nous faisons un calcul «en aveugle», sans connaître le comportement de la maquette lors de l'essai.

L'accélérogramme Melendy Ranch à 1.35g s'est avéré assez endommageant pour la maquette CAMUS III. Afin de tester rapidement la performance du modèle numérique nous lui avons imposé dans un premier temps la séquence représentée sur la figure 3.10 (nous avons négligé l'influence de la séquence Nice S1 à 0.24g). Les résultats de calcul sont comparés à l'expérience selon plusieurs critères tels que l'histoire des déplacements du 5<sup>ème</sup> étage (la mesure des déplacements en tête n'étant pas fiable) ou encore les moments et les efforts tranchants au point 2 du maillage (Figures 3.11 à 3.14).

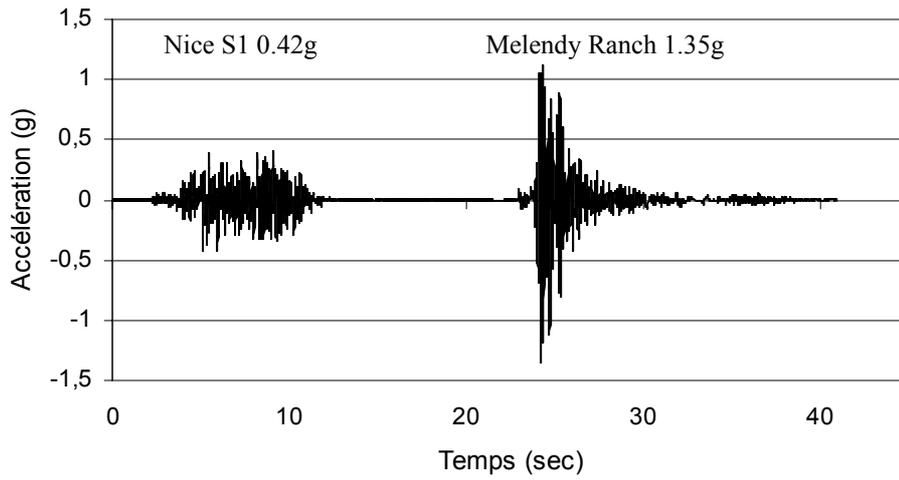


Figure 3.10. CAMUS III - Séquence imposée lors du premier calcul

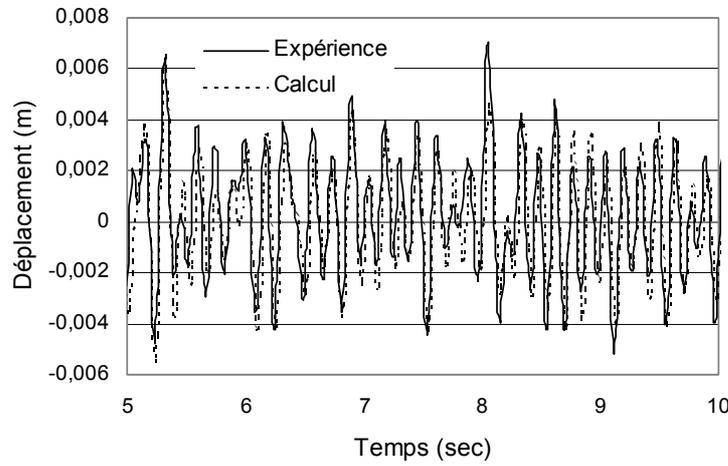


Figure 3.11. CAMUS III - Histoire de déplacement du 5<sup>ème</sup> étage (Nice.0.42g)

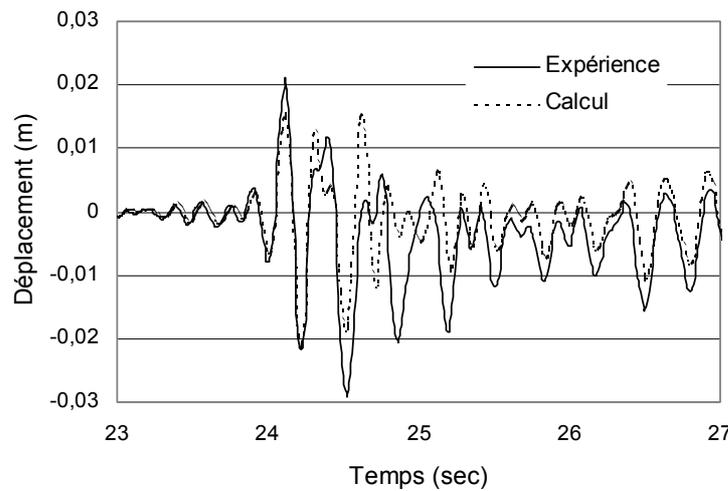


Figure 3.12. CAMUS III - Histoire de déplacement du 5<sup>ème</sup> étage (M.R. 1.35g)

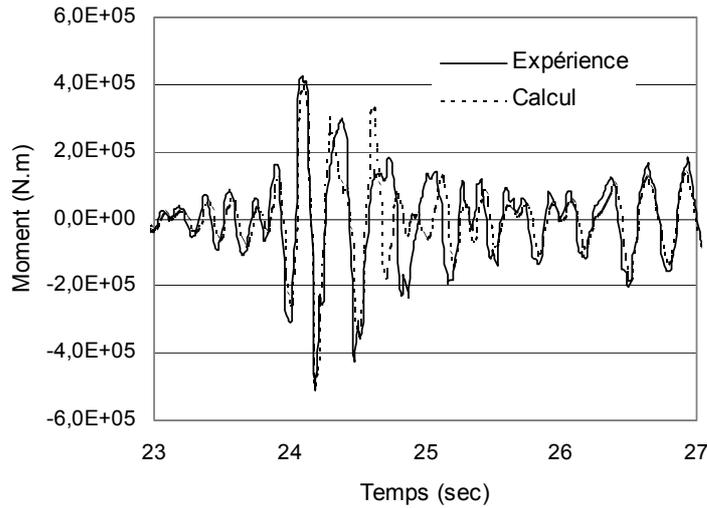


Figure 3.13. CAMUS III - Variation du moment  
(M.R. 1.35g)

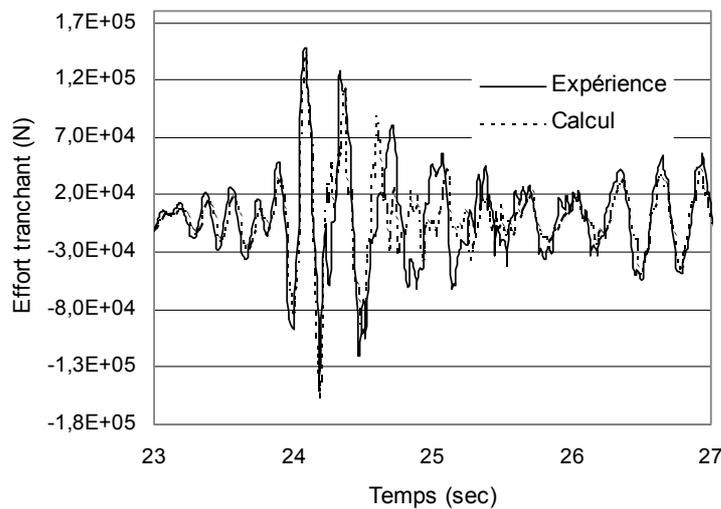


Figure 3.14. CAMUS III - Variation de l'effort tranchant  
(M.R. 1.35g)

La figure 3.15 représente la variation de l'effort normal à la base du mur (point 1, figure 3.2). (L'effort normal statique est ajouté à la variation de l'effort normal dynamique pour les résultats de la modélisation). Le poids est pour certains instants presque doublé ou annulé. Le tableau 3.6 récapitule les valeurs maximales à la fin de l'accélérogramme Melendy Ranch , quantifie l'écart entre l'expérience et le modèle numérique et montre l'efficacité du modèle pour simuler le comportement de la maquette CAMUS III.

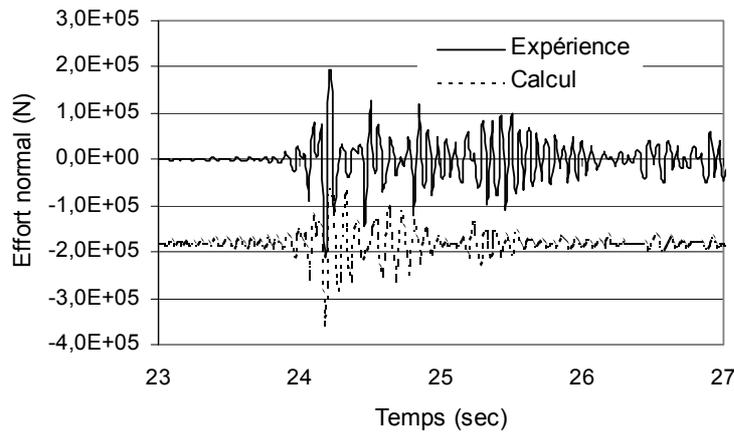


Figure 3.15 CAMUS III - Variation de l'effort normal dynamique à la base (M.R. 1.35g)

	Essai (E)	Calcul (C)	E/C
Déplacement du 5 <sup>ème</sup> étage (cm)	2.92	2.13	0.73
Moment (kN.m)	510	498	0.98
Effort tranchant (kN)	151	158	1.04
Variation dynamique de l'effort normal (kN)	193.7	163	0.84
	-212	-179	0.84

Tableau 3.6. CAMUS III – Comparaison des valeurs maximales (M.R. 1.35g)

Pour les calculs présentés ci-dessous la séquence totale de chargement est appliquée (Figure 3.9). Le tableau 3.7 regroupe les valeurs maximales des variables globales calculées et mesurées. Le modèle arrive à simuler correctement le comportement global de la maquette jusqu'à la ruine, même si pour des chargements importants le modèle numérique est un peu plus rigide.

		Dépl. 5 <sup>ème</sup> étage (cm)	Moment (kN.m)	Eff. tranch. (kN)	Var. dynamique eff. Norm. (kN)
Nice SI	Essai	0.7	263	79.6	41.4 (-39.5)
0.42g	Calcul	0.6	247	78.8	70.6 (-52.1)
Nice SI	Essai	0.4	147	48.2	17.8 (-16.4)
0.24g	Calcul	0.3	132	32.8	38.4 (-28.4)
Mel. R.	Essai	2.9	510	151	193.7 (-212)
1.35g	Calcul	2.1	469	153	168 (-119)
Nice SI	Essai	2.7	401	124	124 (-137)
0.64g	Calcul	1.7	289	83.8	65.3 (-52.9)
Nice SI	Essai	4.7	410	140	134 (-170)
1.0g	Calcul	2.4	364	123	104 (-112)

Tableau 3.7. CAMUS III - Comparaison des valeurs maximales pour toute la séquence du chargement

A la fin de l'essai la structure était fortement endommagée (Figure 3.16). Une large fissure s'est créée à la base des voiles, le béton a éclaté et les aciers étaient visibles (plusieurs étaient même rompus).



Figure 3.16. CAMUS III - Voile à la fin de l'essai

La figure 3.17 présente l'endommagement de traction et de compression à la fin de chargement. La comparaison avec la position réelle des fissures montre l'efficacité du modèle à prédire les zones critiques (endommagement aux couches extrêmes supérieur à 0.99 concentré à la base).

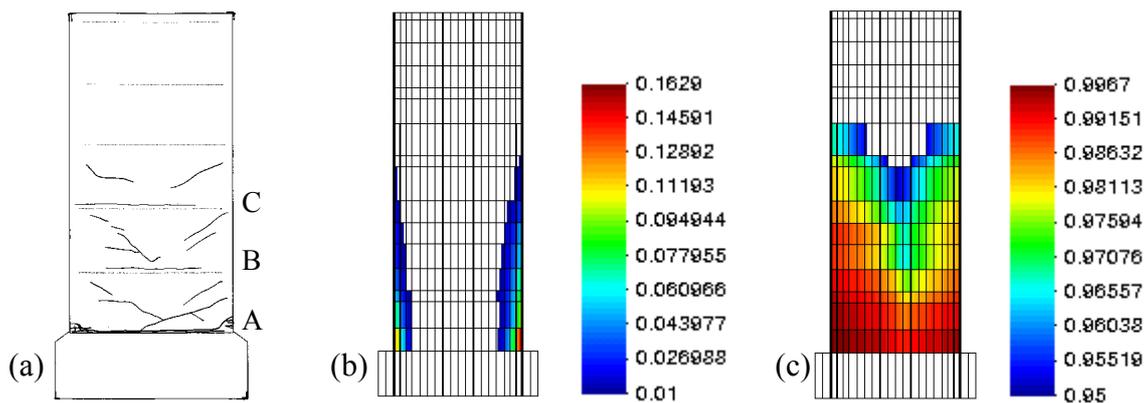


Figure 3.17. CAMUS III - Carte de fissures (a) et cartes d'endommagement de compression (b) et de traction (c) à la fin de chargement

La création d'une rotule plastique à la base (point A) est aussi évidente par les résultats de déformations des aciers (Tableau 3.8). Néanmoins, ce type de modélisation a des difficultés à

retrouver la concentration des déformations lorsque les aciers se trouvent dans des fissures largement ouvertes (la déformation au point A est sous-estimée).

<i>Déf. aciers</i>	<i>Essai (%)</i>	<i>Calcul (%)</i>
<i>Point A</i>	*	0.76
<i>Point B</i>	0.3	0.38
<i>Point C</i>	0.25	0.14

\* aciers très endommagés ou rompus

Tableau 3.8. CAMUS III - Déformations maximales des aciers à la base à la fin du chargement

### 3.3. Modélisation du voile T5 du programme SAFE

Il s'agit d'un essai pseudodynamique sur un voile faiblement élancé réalisé au JRC (Pegon et al. 1998a). La maquette T5 chargée selon la direction x, ses raidisseurs ainsi que les longrines supérieure et inférieure assurant le chargement sont représentés figure 3.9.

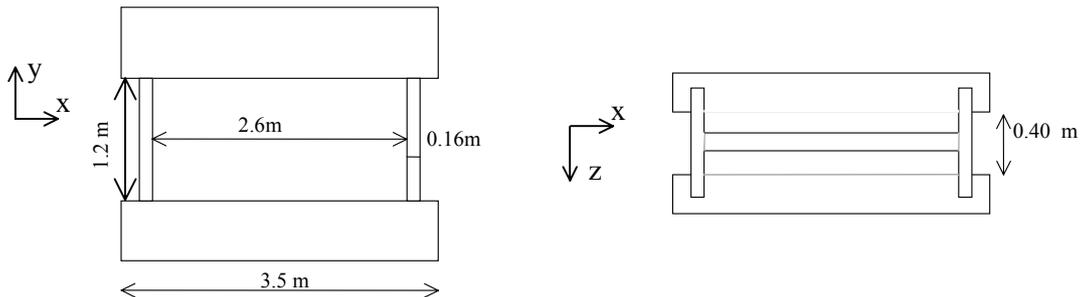


Figure 3.9. Géométrie de la maquette T5

L'élancement de la maquette est de l'ordre de 0.4 et la rotation de la longrine supérieure est bloquée. Le mur est principalement cisailé et la flexion n'intervient que dans les nervures.

Conformément à la procédure utilisée pour la maquette NUPEC (Ghavamian 1998), le mur T5 est représenté par 10 éléments poutres, constitués de 42 couches chacun (Figure 3.10). Les couches intègrent de manière homogénéisée la répartition des armatures et les couches verticales d'extrémités ont une section adaptée afin de prendre en compte les raidisseurs. La longrine inférieure est modélisée par un élément poutre qui reste linéaire et la longrine supérieure par deux éléments. Le mur est considéré encasté à la base et les caractéristiques des matériaux sont ceux donnés dans Pegon et al 1998a. La loi Unilatérale est utilisée avec sa formulation biaxiale.

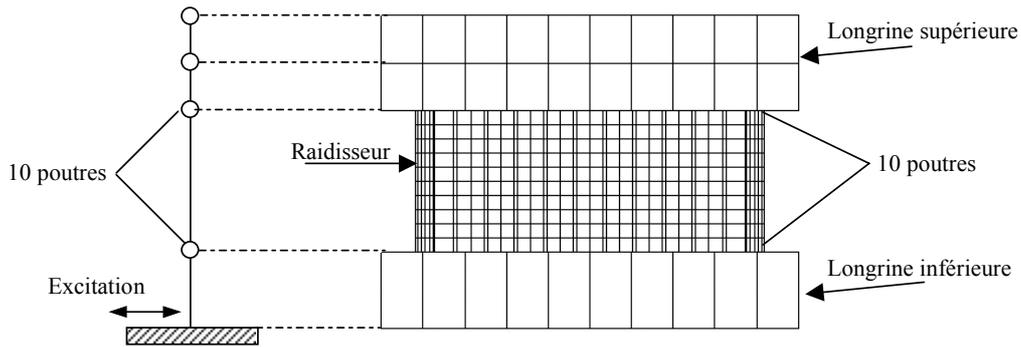


Figure 3.10. T5 - Modèle numérique (poutres multicouches)

Figure 3.11 présente les résultats de la simulation. Le comportement linéaire est bien représenté, cependant le comportement non linéaire est loin d'être satisfaisant. Il semble que l'absence de flexion dans l'âme du voile due aux conditions limites spécifiques de l'essai et au très faible élancement rend les éléments poutres Timoshenko incapables de capter le comportement non linéaire de la structure. Ce dernier n'est activé que très peu et très tard lors du calcul.

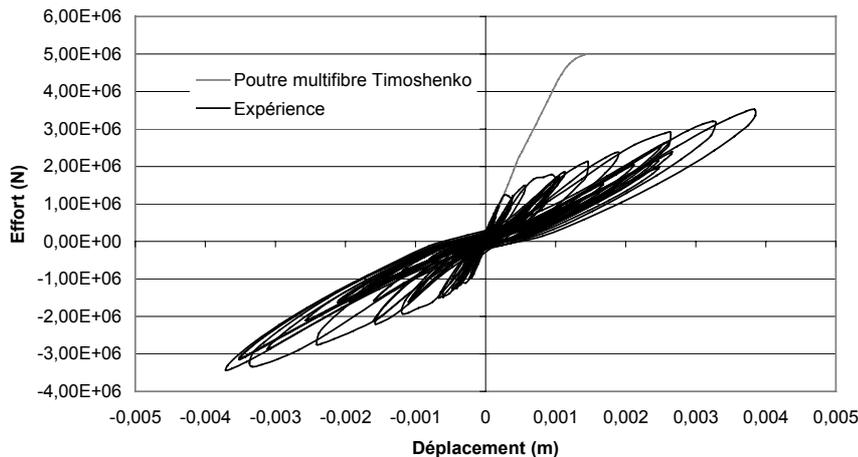


Figure 3.11. Résultats de la simulation (effort de cisaillement - déplacement horizontal)

Remarque

- Plus de détails concernant le programme expérimental SAFE seront présentés au chapitre suivant.

### 3.4. Conclusions

La stratégie de modélisation simplifiée présentée au deuxième chapitre a été utilisée avec succès pour la simulation du comportement non linéaire de la maquette CAMUS III testée sur

la table sismique du CEA Saclay. Des calculs avant essai ont permis de déterminer le chargement à imposer à la maquette et d'appréhender son comportement jusqu'à la ruine (concentration de l'endommagement à la base et création d'une articulation plastique). La comparaison des calculs en «aveugle» avec les résultats expérimentaux montre la pertinence de l'approche qui, malgré sa simplicité, capte les mécanismes essentiels du comportement non linéaire des voiles élancés.

La simulation du voile T5 du programme expérimental SAFE a mis en évidence les limites de l'approche dans le cas de structures à très faible élancement. Le quatrième chapitre propose une nouvelle stratégie de modélisation simplifiée capable de simuler le comportement des voiles soumis à des cisaillements dynamiques importants. Le nouveau modèle sera entre autres validé à partir des résultats du voile T5.

## Chapitre 4

### Le béton armé équivalent

#### 4.1. Introduction

Basée sur la recherche bibliographique du premier chapitre et les concepts de modélisation simplifiée développés au LMT (chapitre 2), une nouvelle stratégie de modélisation, nommée Béton Armé Equivalent (BAE), sera proposée ci-dessous. L'objectif est de modéliser le comportement de voiles soumis à des *chargements dynamiques* dans leur plan (*avec cisaillement fort*).

Inspiré du modèle de treillis de Ritter - Morsch (chapitre 1) et de la méthode des équivalences (Framework method, Hrennikoff 1941, § 4.2) le BAE est ci - dessous étudié en détail. Après une présentation des hypothèses adoptées (§ 4.3.1.), des tests élémentaires permettant de mettre en évidence l'influence de certains paramètres (tel que l'angle d'inclinaison des diagonales par exemple) sont regroupés § 4.3.2. Les paragraphes 4.4 et 4.5 montrent l'application et la validation de la méthode à partir des résultats expérimentaux des programmes SAFE et NUPEC. Enfin, le paragraphe 4.6 développe plus en détail la question de l'angle d'inclinaison de bielles.

#### 4.2. Réseau de barres ou de poutres équivalent d'un matériau élastique continu

En 1941 la solution des équations différentielles de l'équilibre pour des *problèmes d'élasticité* était difficile à trouver même impossible quelquefois. Les chercheurs voulaient trouver de nouvelles méthodes capables de donner des solutions à leurs problèmes. Hrennikof fut le premier à proposer de remplacer *le corps élastique continu homogène* par un *réseau de barres ou de poutres* qui suit un *motif géométrique* (Hrennikoff 1941). Les propriétés élastiques de ces éléments devraient être choisies de telle façon à donner une solution approchée du problème.

Le caractère du motif et les propriétés élastiques des éléments dépendent du problème étudié. Un problème en contraintes planes nécessite un réseau plan de barres qui peuvent se déformer selon leur longueur (comportement uniaxial). Un problème de flexion hors plan d'une plaque nécessite l'utilisation des poutres qui résistent à la flexion hors plan. Pour des problèmes de coques cylindriques le réseau doit combiner les propriétés élastiques des deux réseaux précédents. Si le nombre de barres ou de poutres est infini le réseau et le prototype ont exactement les mêmes déplacements, contraintes et déformations.

La condition nécessaire et suffisante pour trouver les propriétés élastiques des barres ou des poutres est l'égalité des déformations du réseau et du corps élastique continu équivalent. En partant de ce principe, l'auteur arrive aux motifs présentés sur la figure 4.1 pour un problème en contraintes planes :

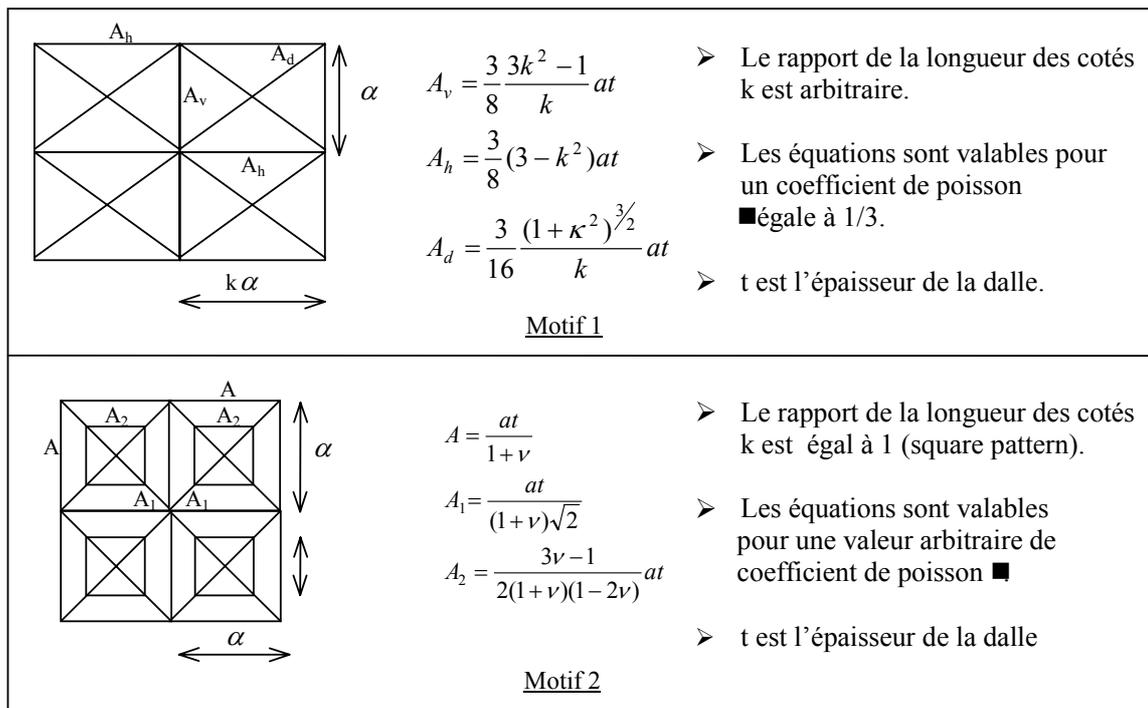


Figure 4.1. Quelques motifs de Framework Method pour des problèmes de contraintes planes ( $A_i$  : sections des barres)

*Remarques*

- Le réseau de barres a les mêmes frontières et conditions limites que le corps continu. Les mêmes efforts sont aussi appliqués mais cette-fois ci aux nœuds.
- Les expressions de la figure 4.1 sont données pour des éléments à l'intérieur du réseau. La section des éléments frontaliers doit être réduite de moitié.

Plusieurs chercheurs ont continué l'étude de l'équivalence entre les corps élastiques continus et les réseaux de barres ou de poutres (McHenry 1943, McCormick 1963, Yettram et Husain 1966, Absi 1972). Cependant, la méthode a été abandonnée avec le développement de la méthode des éléments finis, méthode plus générale et applicable dans une vaste catégorie de problèmes.

#### Remarques

- Dernièrement, des études dans le domaine de la physique théorique ont prouvé que l'équivalence avec des réseaux de poutres peut être utilisée pour la modélisation de la propagation d'une fissure dans un matériau hétérogène (Herrmann et al. 1989). Les auteurs recherchent une loi «universelle» qui gère la propagation de la fissure dans des différents réseaux de poutres (question fondamentale pour la physique statistique). Les propriétés des poutres sont attribuées en utilisant des distributions probabilistes afin de reproduire l'hétérogénéité du matériau. Le calcul reste linéaire pour toute la séquence de chargement. La propagation de la fissure est simulée en enlevant du réseau les poutres dont les contraintes ou une autre variable (ex. énergie de déformation) dépassent un certain seuil. Des simulations de la propagation des fissures dans le béton peuvent être consultées dans (Bazant et al. 1990, Schlangen et van Mier 1992, Vervuurt 1997). Cependant, l'utilisation de cette approche pour la modélisation des structures n'est pas encore possible, la mémoire et la puissance de calcul nécessaires pour le stockage et le traitement numérique étant trop grandes.
- Des modèles de barres diagonales équivalentes ont été dernièrement développés pour des murs de remplissage (Panagiotakos et Fardis 1994, Combescure 1996). Les sections des barres dans ce cas sont en général calculées en fonction de la longueur de contact entre le panneau et le portique ou à partir d'un premier calcul élément fini avec une histoire de chargement monotone.

### 4.3. Le Béton Armé Equivalent

#### 4.3.1. Hypothèses et mise en œuvre

1. Un volume élémentaire de béton armé (VE) est séparé en un élément béton (B) représenté par des éléments barres et en une partie acier représentée par deux éléments barres ( $A_H$ ,

$A_V$ , figure 4.2). Les deux motifs sont superposés par la méthode des éléments finis (nœuds communs). Béton et acier seront donc modélisés séparément selon deux motifs différents.

2. Les propriétés géométriques (sections) des barres simulant le béton sont calculées selon la Framework Method *dans le domaine élastique linéaire*. Le premier motif est utilisé en raison de sa simplicité de mise en œuvre et du plus petit nombre d'éléments nécessaires. Ce motif est valable pour un coefficient de Poisson  $\nu$  égal à 0.3, ce qui n'est pas le cas du béton ( $0.2 < \nu < 0.25$ ). Néanmoins, ce désavantage perd son importance dans un contexte fortement non-linéaire puisque le coefficient de Poisson change considérablement avec l'augmentation de l'endommagement.

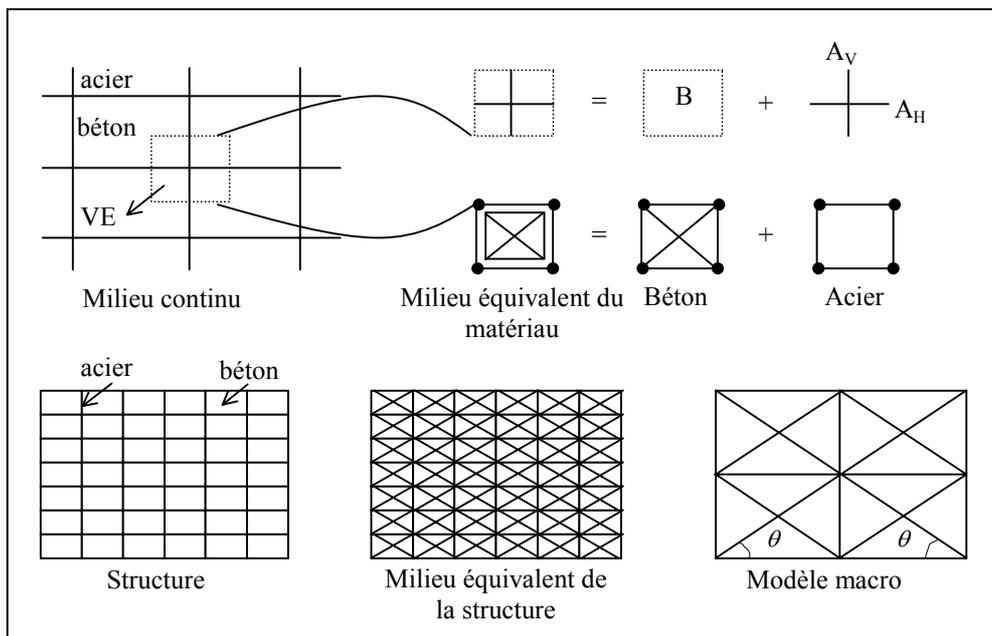


Figure 4.2. Principes du Béton Armé Equivalent

3. La loi utilisée pour le béton est basée sur la mécanique de l'endommagement. Il s'agit de la loi Unilatérale *dans sa formulation uniaxiale*. La loi est capable de reproduire les principales caractéristiques du comportement du béton sous chargement cyclique (chapitre 2, La Borderie 1991).
4. Le phénomène de «tension stiffening» ainsi que l'effet de goujon peuvent être modélisés en modifiant le comportement post pic en traction de la loi (Figure 4.3). Le phénomène d'adoucissement peut aussi être modélisé en modifiant le comportement en compression. Cependant, pour tous les calculs présentés dans le cadre de ce travail, ce dernier phénomène n'est pas pris en compte. En effet, l'adoucissement influence beaucoup la

résistance au cisaillement des éléments sur-renforcés (Pérez et Pantazopoulou 1998), ce qui n'est pas le cas des structures testées ici. De plus, sa quantification en dynamique n'est pas encore satisfaisante (Mo et Rothert 1997).

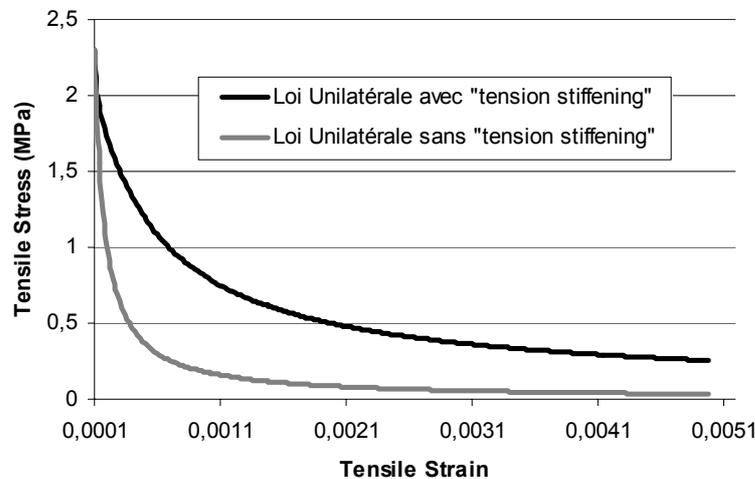


Figure 4.3. Prise en compte du phénomène de «tension stiffening»

5. Les armatures sont modélisées par un réseau de barres horizontales et verticales dont la position et les propriétés dépendent de la position et des propriétés réelles des aciers. La loi de comportement utilisée est uniaxiale et elle est basée sur la théorie de la plasticité (chapitre 2). La liaison de l'acier et du béton est considérée parfaite (mêmes déformations).
6. Afin de rendre le choix du maillage indépendant de la structure réelle, le nombre d'éléments barres d'acier est réduit selon la méthode des distributions : la section de l'élément est déterminée à partir de l'aire des aciers réels inclus dans la surface rattachée à cet élément (Figure 4.4.).

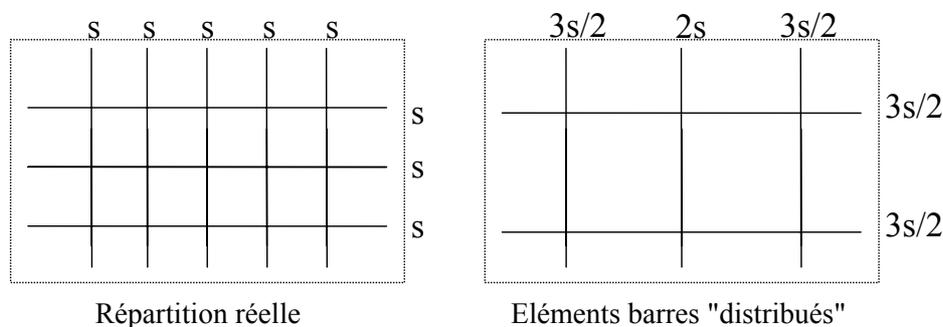


Figure 4.4. Méthodes des distributions

Ainsi nous pouvons réaliser un maillage grossier (modèle macro sur la figure 4.2) et réduire le temps de calcul. Cela permet surtout de choisir l'angle d'inclinaison des éléments diagonaux

en béton indépendamment de la position réelle des aciers (cet angle influence significativement les résultats, § 4.3.2.1.).

#### 4.3.2. Tests élémentaires sur le BAE

Dans le domaine élastique linéaire et pour un matériau homogène, le modèle de Hrennikoff fournit une équivalence entre le milieu continu et le réseau de barres, quelles que soient la forme (rapport H/L) et la taille des éléments. Il s'agit dans ce paragraphe de tester l'influence de divers paramètres et les limites d'utilisation dans le domaine non linéaire et hétérogène du BAE.

##### 4.3.2.1. Influence de l'angle $\theta$

###### Généralités

L'angle  $\theta$  que forment les barres diagonales avec les barres horizontales est le paramètre le plus important pour la réussite d'une simulation du comportement non-linéaire. Sa valeur doit être comprise entre  $30^\circ$  et  $60^\circ$  afin d'éviter des valeurs négatives pour les sections de barres calculées à partir de premier motif (Figure 4.5). (L'utilisation des valeurs négatives pour les sections ne semble pas influencer la performance du motif dans un régime linéaire. Néanmoins, pour un problème non linéaire on risque de rencontrer des problèmes de convergence).

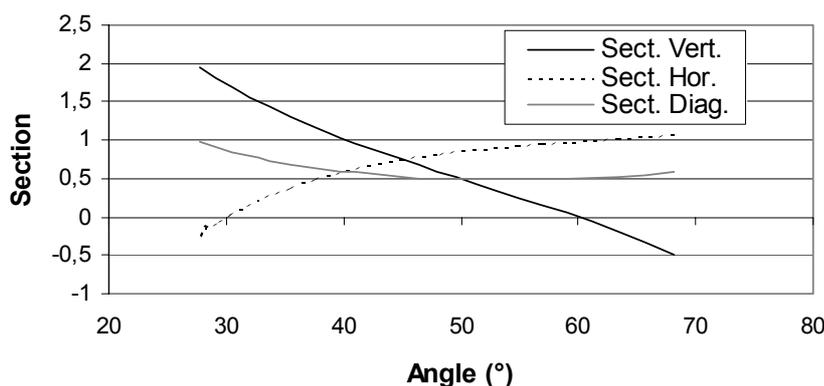


Figure 4.5. Sections de barres selon le premier motif de la Framework method en fonction de l'angle  $\theta$  (l'épaisseur  $t$  est considérée égale à 1)

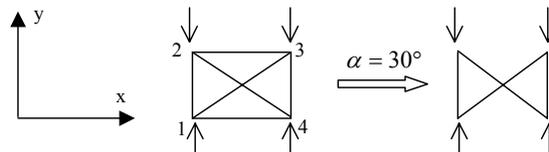
Dans le BAE, les barres inclinées ont un comportement uniaxial. Le mécanisme induisant la formation de bielles comprimées parallèles aux fissures d'effort tranchant au modèle Ritter-Mörsch ne peut être simulé que par des barres diagonales comprimées parallèles à ces

fissures. Pour un mur chargé en cisaillement par exemple, l'angle à choisir dépend donc de la géométrie de la structure, du pourcentage d'armatures et des conditions limites (chapitre 1). Dans ce cas, la plage au-delà de  $45^\circ$  est rarement utilisée. Une discussion plus approfondie pour ce cas est présentée § 4.6 ( Kotronis et al. 2000, Mazars et al. 2001).

Le cas de champs homogènes de compression ou de traction est étudié ci - dessous (Kotronis et al. 1999a) :

#### Test en compression et traction simple sur béton seul

Un essai de traction - compression simple est réalisé sur une éprouvette numérique en béton uniquement. Les déplacements  $U_y$  des nœuds 1 et 4 et  $U_x$  du nœud 1 sont bloqués. Le chargement est appliqué à travers des déplacements  $U_y$  imposés aux nœuds 2 et 3 (Figure 4.6).



*Figure 4.6. Conditions limites pour la simulation d'un essai de compression - traction simple avec le BAE*

Les courbes contraintes - déformations pour différentes valeurs de  $\theta$  sont présentées sur les figures 4.7 et 4.8. Les courbes d'évolution du coefficient de Poisson en fonction du pas de chargement sont présentées sur les figures 4.9 et 4.10. Dans le domaine linéaire et pour toutes les valeurs de l'angle le coefficient de Poisson est égal à 0.33, ce qui est prévu par la théorie. La loi Unilatérale (formulation uniaxiale) n'est reproduite que par un angle de  $30^\circ$ . Il s'agit de l'angle pour lequel la section des barres horizontales est nulle (Figure 4.6). Seules les barres verticales transmettent l'effort et reproduisent logiquement le comportement uniaxial. Les barres diagonales ne font que reproduire l'effet Poisson de façon cinématique. Dans le cas des autres angles des efforts de traction transitent par les barres diagonales qui s'endommagent et modifient les efforts dans les barres horizontales et verticales. Le comportement uniaxial et le coefficient de Poisson apparent sont perturbés. Ce dernier tend vers 0 quand les barres diagonales s'endommagent.

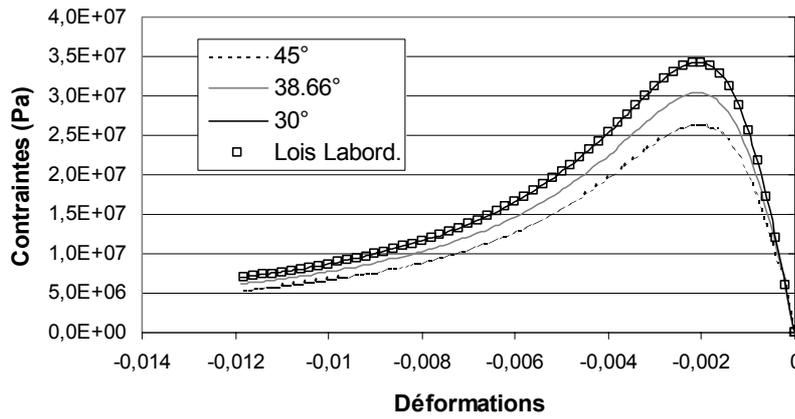


Figure 4.7. Compression simple. Contraintes - déformations

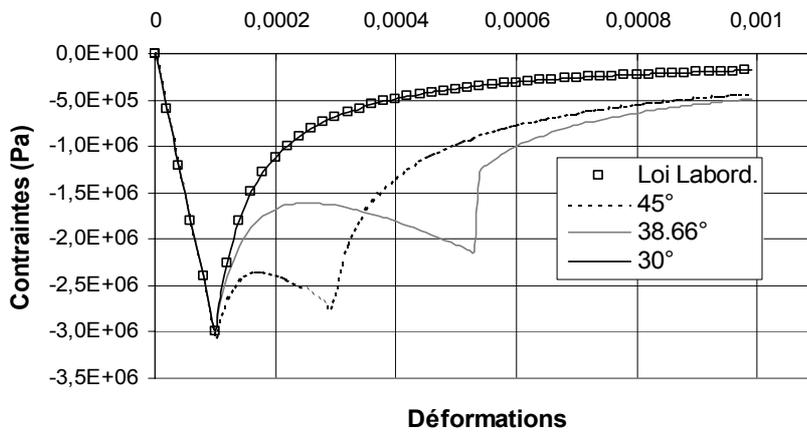


Figure 4.8. Traction simple. Contraintes - déformations

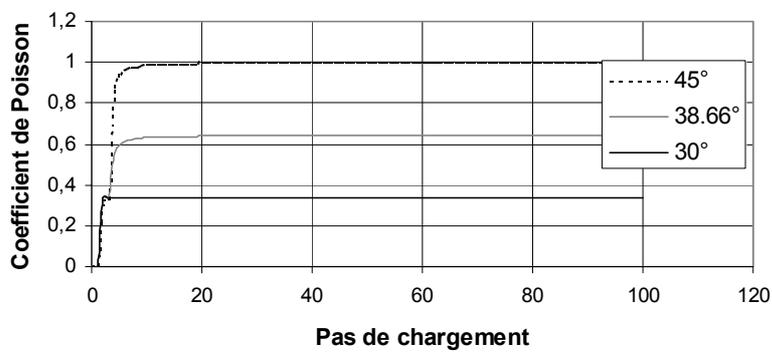


Figure 4.9. Compression simple. Evolution du coefficient de Poisson

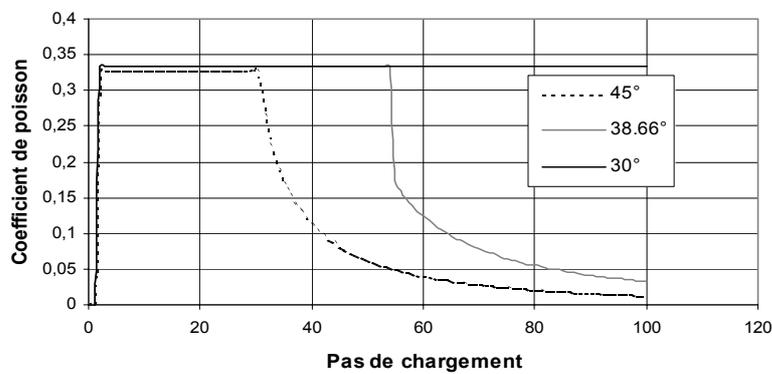


Figure 4.10. Traction simple. Evolution du coefficient de Poisson

### Test en compression simple sur béton armé

Etant donné que le réseau de barres en acier ne comporte pas de barres diagonales, *il n'y a pas d'influence de l'angle  $\theta$  en compression simple sur la partie acier*. Le comportement du béton armé étant le résultat de la superposition du comportement du béton et du comportement des armatures, *l'influence de l'angle  $\theta$  est d'autant plus faible que le pourcentage des armatures est grand* (voir aussi § 4.6).

#### **4.3.2.2. Influence de la taille des éléments**

Lorsque le champ de contraintes est homogène (traction ou compression pure), il n'y a pas d'influence de la taille des éléments, quelque soit l'angle  $\theta$ , qu'il y ait des armatures ou pas. Deux maillages avec le même angle  $\theta$  et différents nombres d'éléments donnent les mêmes résultats (Kotronis et al. 1999a). Dans le cas des murs en béton armé en cisaillement, nous présentons au § 4.4.5 des calculs qui montrent que l'influence de la taille des éléments sur la réponse globale est très faible.

#### *Remarques*

- Dans le cas d'une structure, en fonction des dimensions réelles (hauteur, largeur) l'angle obtenu pour le maillage ne peut qu'approcher la valeur visée car on divise ces dimensions par un nombre entier de mailles.
- Pour un chargement cyclique ou dynamique, les deux diagonales doivent avoir le même angle (maillage symétrique).
- Lorsque l'angle n'est pas  $45^\circ$ , les diagonales tendues ne sont pas perpendiculaires aux diagonales comprimées (pour un chargement de cisaillement). Elles ne peuvent donc pas représenter le comportement en traction perpendiculaire des fissures. Les diagonales tendues s'endommagent rapidement. *Ce sont les diagonales comprimées (bielles de compression) qui sont privilégiées dans le choix de l'angle.*
- Le BAE peut être utilisé pour modéliser des structures dont le champ de contraintes est homogène et ne représente pas de grands gradients (comme c'est le cas des voiles à faible élanement). Dans le cas contraire, on doit avoir recours aux maillages plus fins, aux techniques de remaillage ou à d'autres méthodes comme les modèles «strut-and-tie» (Schlaich et al. 1987) et la méthode des éléments finis.

Dans la suite la performance de BAE va être comparée aux résultats de deux campagnes expérimentales. Pour ces calculs la valeur de l'angle  $\theta$  sera calibrée à partir des résultats expérimentaux.

#### 4.4. Programme expérimental SAFE

Le programme expérimental SAFE (Pegon et al. 1998a, 1998b), dont le voile T5 a été également modélisé au chapitre précédent, concerne une série de 13 *tests pseudodynamiques* sur des voiles faiblement élancés (élançement de l'ordre de 0.4), semblables à ceux qui sont utilisés dans le domaine nucléaire (généralement fortement armés). Les essais, financés par COGEMA et EDF-SEPTEN, ont été effectués au Centre Commun de Recherche de la Commission européenne J.R.C. à Ispra en Italie. Le but de la campagne était de préciser les marges inhérentes à la pratique nucléaire de dimensionnement sismique des voiles de contreventement et d'établir des données pour les calculs de vérification d'ouvrages au-delà du domaine élastique.

Les essais présentés ci-dessous ont la particularité (Pegon et al. 1998a) :

1. De tester une petite zone de voile soumise uniquement à du cisaillement, et non un voile complet en flexion ;
2. De se placer au plus près des conditions de réalisation effectives (dispositions constructives et taux de ferrailage correspondant à l'évolution en cours dans le nucléaire);
3. D'utiliser une excitation sismique ;
4. D'étudier la variation de fréquence propre de la structure avec l'endommagement et l'influence du rapport fréquence propre sur fréquence d'excitation sur les effets dynamiques ;
5. De mieux décrire et quantifier la phase de début d'endommagement correspondant à l'apparition des premières fissures et au début de la plastification des armatures.

##### 4.4.1. Caractéristiques des maquettes

Les murs, ses raidisseurs ainsi que les longrines supérieure et inférieure assurant le chargement sont représentés figure 4.11. Les principales caractéristiques des 13 maquettes du programme sont regroupées dans le tableau 4.1.

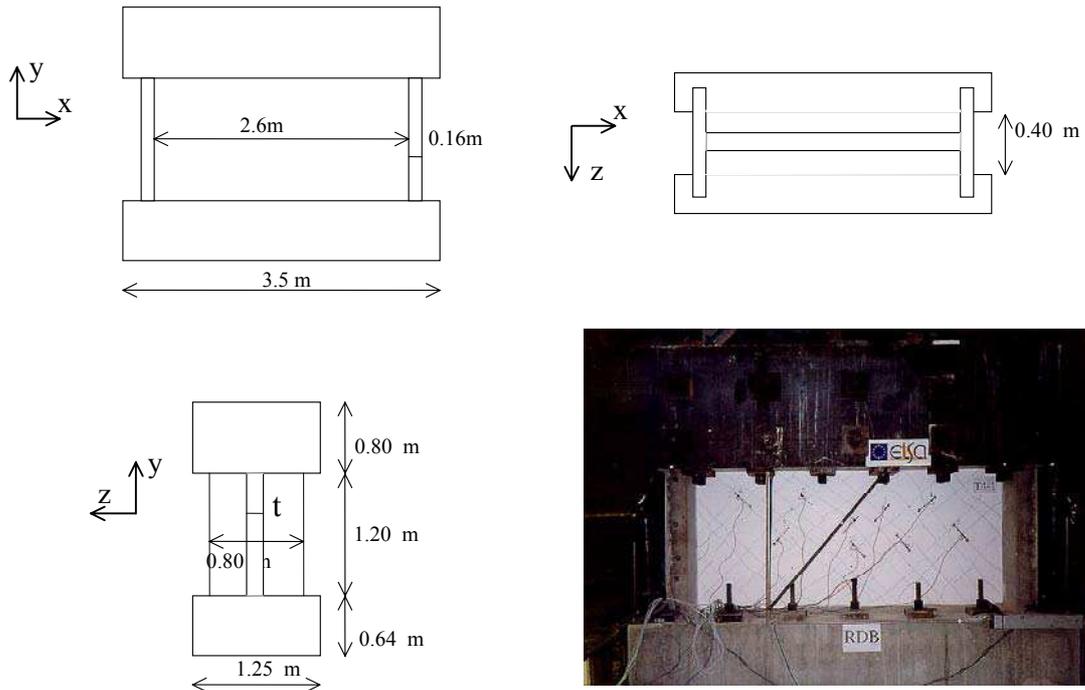


Figure 4.11. Géométrie des maquettes du programme SAFE

	Essai n°	$\sigma_n$ (MPa)	$\tau_d$ (MPa)	$\rho_v$ (%)	$\rho_h$ (%)	$f_0$ (Hz)
Série 1	T <sub>1</sub>	0.4	4	0.8	0.8	17.34
	T <sub>2</sub>	0.4	4	0.8	0.8	5.03
	T <sub>3</sub>	0.4	4	0.8	0.8	4
	T <sub>4</sub>	0.4	4	0.8	0.8	12
Série 2	T <sub>5</sub>	0.34	4	0.8	0.8	8
	T <sub>6</sub>	1	3	0.4	0.6	12
	T <sub>7</sub>	1	3	0.4	0.6	4
	T <sub>8</sub>	0.34	2	0.4	0.4	12
	T <sub>9</sub>	0.34	2	0.4	0.4	4
	T <sub>10</sub>	0.34	3	0.6	0.6	4
	T <sub>11</sub>	0.34	2	0.4	0.4	4
	T <sub>12</sub>	1	1.44	0.11	0.11	4
	T <sub>13</sub>	0.34	2	0.4	0.4	12

Tableau 4.1. Caractéristiques des maquettes du programme SAFE

avec:

$$\sigma_n = \frac{V}{s_a + 2s_n} : \text{contrainte verticale moyenne ;}$$

$V$  : effort vertical ;

$s_a$  : section de l'âme ;

$s_n$  : section de chacune des nervures verticales ;

$\tau_d = \frac{H_d}{s_a}$  : cisaillement moyen de dimensionnement ;

$H_d$  : effort horizontal de dimensionnement issu du spectre de dimensionnement ;

$\rho_v$  : taux d'armatures verticales du voile ;

$\rho_h$  : taux d'armatures horizontales du voile ;

$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$  : fréquence propre conventionnelle du système voile +masse ;

$K$  : raideur conventionnelle du voile ;

$M$  : masse en tête du voile agissant dans la direction horizontale ( $M = M_1 + M_2$  - Fig. 4.13) ;

$t$  : épaisseur de l'âme (16 cm pour les voiles de la Série 1 et 20 cm pour ceux de la Série 2).

#### Conditions limites

Tous les murs sont encastrés à la base. Des masses additionnelles posées en tête de voile sont à l'origine de la contrainte verticale moyenne à la base. Un dispositif de chargement a été conçu et construit de telle façon que la rotation de la longrine supérieure soit empêchée. Ce dispositif est réutilisé pour chacun des tests (Figure 4.12). On remarque le contrefort additionnel du côté Est, qui permet de solliciter le dispositif de chargement des deux côtés à la fois. On remarque également le dispositif de blocage à la base, qui empêche le spécimen de glisser. Des contrevents latéraux ont été introduits, de façon à empêcher les éventuels mouvements hors plan.

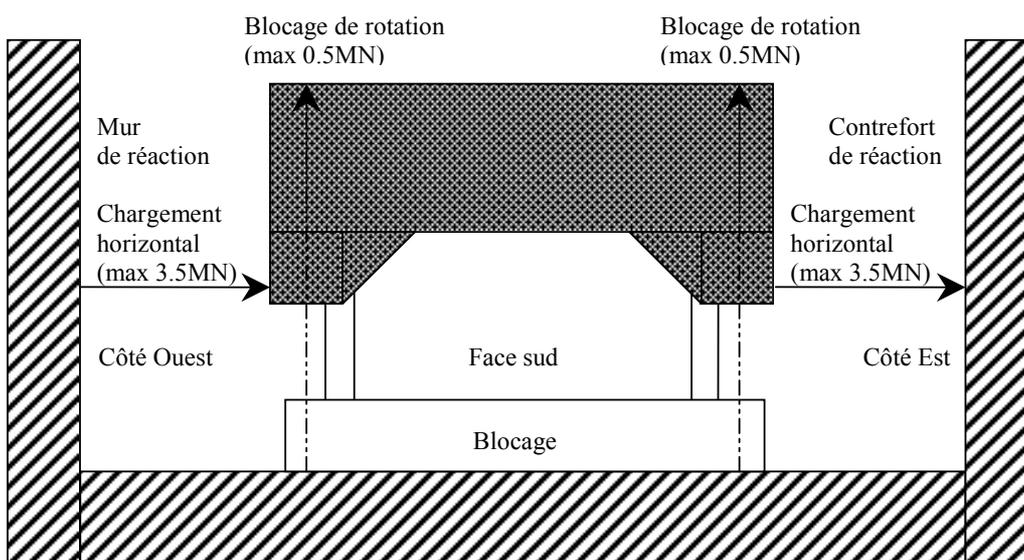


Figure 4.12. Dispositif de chargement pour les maquettes du programme SAFE (Pegon et al. 1998a)

Les différences entre chaque série d'essais concernent le taux d'armatures, la fréquence propre élastique du système et la charge verticale moyenne qu'on maintient constante pendant l'essai.

#### 4.4.2. Essais pseudodynamiques

La méthode pseudodynamique (PSD) est une méthode hybride numérique/expérimentale qui combine le calcul du déplacement de la structure et la mesure de la force employée pour imposer ce déplacement. Pour des applications dans le domaine du génie parasismique, un accélérographe naturel ou généré artificiellement est introduit dans l'ordinateur équipé d'un algorithme PSD. Pour des petits pas de temps on calcule les déplacements correspondants aux degrés de liberté des points où la masse de la structure est supposée concentrée. Ces déplacements sont ensuite imposés à la structure par l'intermédiaire de vérins hydrauliques fixés sur le mur de réaction. Les réactions sont mesurées et introduites dans l'ordinateur pour le pas suivant. Les forces d'inertie (et éventuellement d'amortissement visqueux) sont calculées numériquement, ce qui permet de réaliser des tests de structures de taille réelle avec une échelle de temps dilatée et des besoins hydrauliques modérés (Donea et al. 1995). Il devient ainsi très simple de varier la fréquence propre du système en changeant la valeur de la masse fictive en translation  $M_2$  (Figure 4.13). La méthode PSD constitue une approche complémentaire aux essais dynamiques sur table vibrante où seulement des maquettes à échelles réduites de structures peuvent être testées (chapitre 3).

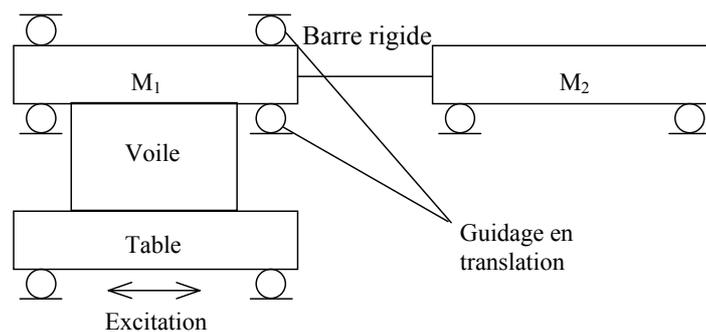


Figure 4.13. Essai dynamique sur table vibrante de référence avec deux masses  $M_1$  et  $M_2$ , la masse  $M_2$  étant située hors de la table (Pegon et al. 1998a)

La méthode du Béton Armé Equivalent (BAE) sera utilisée pour la modélisation numérique du comportement non linéaire des maquettes T5 et T12 du programme. Ces deux maquettes ont été choisies comme représentatives de toute la campagne expérimentale SAFE. En effet,

le ferrailage et le chargement de ces spécimens recouvrent toute la gamme utilisée lors des essais.

#### 4.4.3. Présentation des tests T5 et T12

Les essais T5 et T12 concernent des maquettes dont l'âme a une épaisseur de  $t = 20\text{ cm}$ . Les différences principales des deux maquettes se résument au pourcentage d'armatures et à la contrainte normale à la base. La maquette T12 est moins armée que la maquette T5 et supporte une contrainte normale beaucoup plus importante.

<i>Maquettes</i>	T5		T12
<i>Type de test</i>	Essai PSD		Essai PSD
<i>Conditions limites</i>	Rotation en tête bloquée		Rotation en tête bloquée
<i>Hauteur / Longueur</i>	0.46		0.46
<i>Section du voile</i>	m <sup>2</sup>	0.52	0.52
<i>Section des nervures</i>	m <sup>2</sup>	0.128	0.128
<i>Renforc. Horiz.</i>	%	<b>0.8</b>	<b>0.11</b>
<i>Renforc. Vert.</i>	%	<b>0.8</b>	<b>0.11</b>
<i>Résist. en compr. du béton</i>	MPa	34.7	34.7
<i>Résist. en traction du béton</i>	MPa	3.0	3.0
<i>Module Young béton</i>	MPa	30000	30000
<i>Résist. acier</i>	MPa	500	400
<i>Module Young acier</i>	MPa	200000	200000
<i>Contr. normale en base</i>	MPa	<b>0.34</b>	<b>1.0</b>
<i>Mass (Long. sup. + extra mass)</i>	Kg	29000	85065

Tableau 4.2. Principales caractéristiques des essais T5 - T12

Les deux spécimens sont chargés selon la direction x à différents niveaux de sollicitation jusqu'à la ruine (T5-1 au T5-4 et T12-1 au T12-5). L'accélérogramme est introduit dans l'ordinateur et les déplacements calculés pour la maquette T5 sont représentés sur les figures 4.14 et 4.15. Pour la maquette T12 nous donnons seulement les déplacements calculés (Figure 4.16) qui seront utilisés comme chargement pour les simulations statiques (§ 4.4.6).

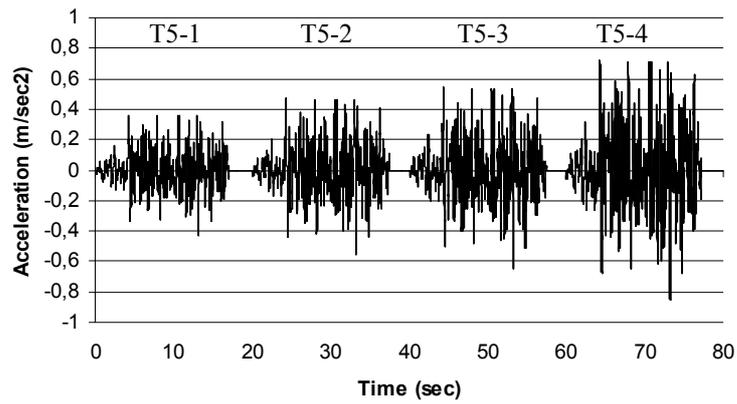


Figure 4.14. T5 – Accélérations imposées

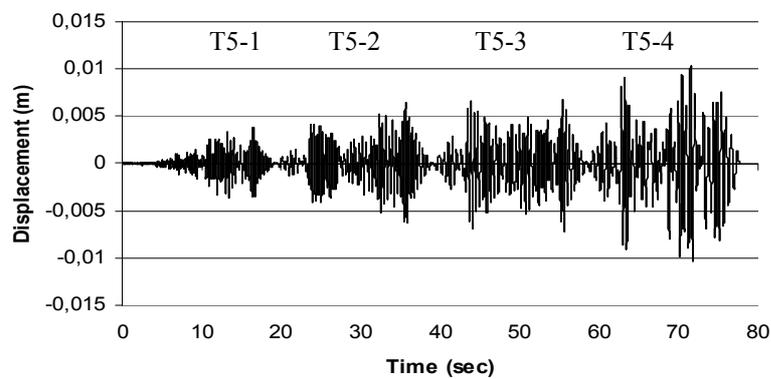


Figure 4.15. T5 – Déplacements imposés

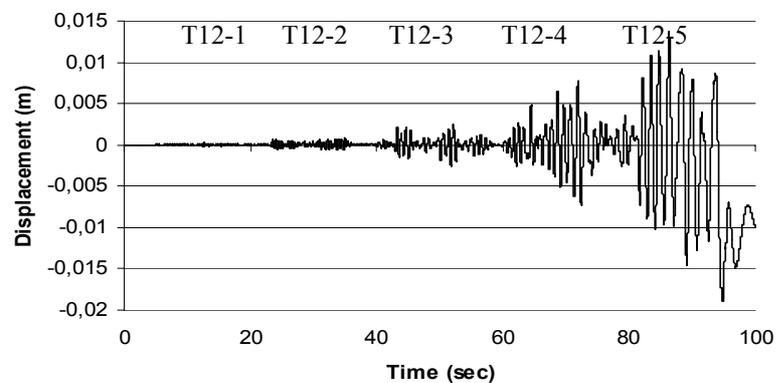


Figure 4.16 T12 – Déplacements imposés

Des tests de vibration libre à faible amplitude avant les essais ont permis de déterminer la fréquence effective et l'amortissement des spécimens.

	$(f_e)$ (Hz)	$(h_e)$ (%)
T5	6.7	2.1
T12	3.4	2.5

Tableau 4.3. Fréquence et amortissement des murs T5 et T12

Pendant l'essai, l'évolution de plusieurs variables est mesurée. Ainsi on connaît l'évolution du déplacement relatif de la dalle supérieure par rapport à la dalle inférieure, le déplacement vertical des nervures, les déformations des aciers etc. Toutes ces informations et plus de détails concernant les essais peuvent être consultés dans Pegon et al 1998a, 1998b.

#### 4.4.4. Modélisation de la maquette T5 selon le BAE

##### Maillage

La dalle supérieure de la maquette T5 est modélisée par des *poutres rigides* et les nervures par des *poutres multicouches* afin de prendre en compte la flexion. La cinématique des poutres est celle de la théorie de Bernoulli. Une loi d'homogénéisation est utilisée pour la simulation des armatures dans les nervures (chapitre 2).

Le BAE est appliqué pour la modélisation de *l'âme du voile* qui est représentée par des *éléments barres*. La section des barres représentant le béton a été calculée à partir des équations de la Framework Method. Pour calculer la surface des barres en acier nous avons utilisé la méthode de distribution.

Afin d'étudier la dépendance des résultats vis-à-vis du nombre de mailles, deux maillages ont été choisis, un maillage dit complet et un autre simplifié. L'angle  $\theta$  que les barres diagonales forment avec les barres horizontales a été calibré à partir des résultats des essais et est égal à  $41.1^\circ$  (Figures 4.17 et 4.18).

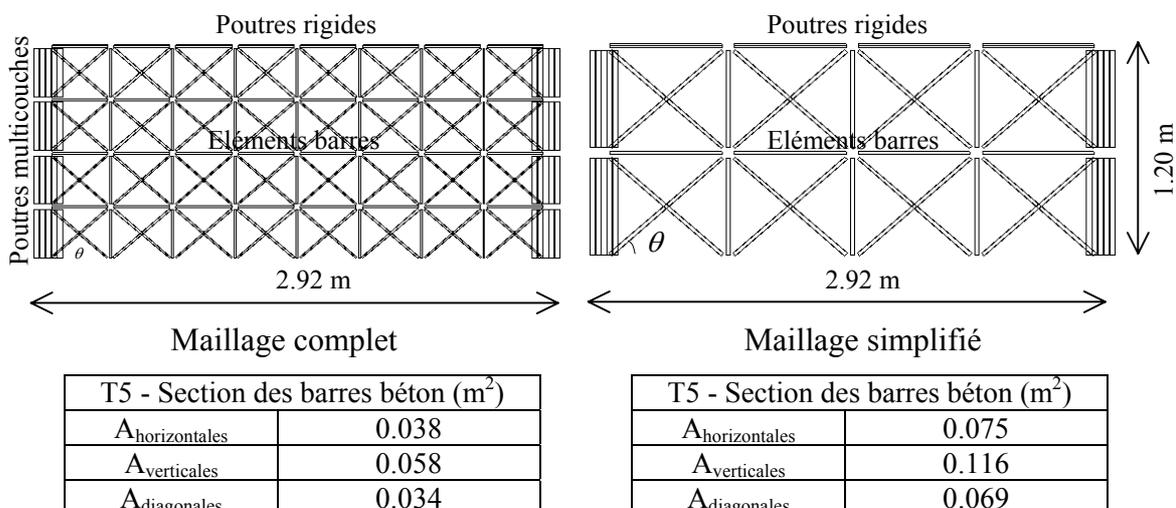


Figure 4.17. T5 - Maillages béton

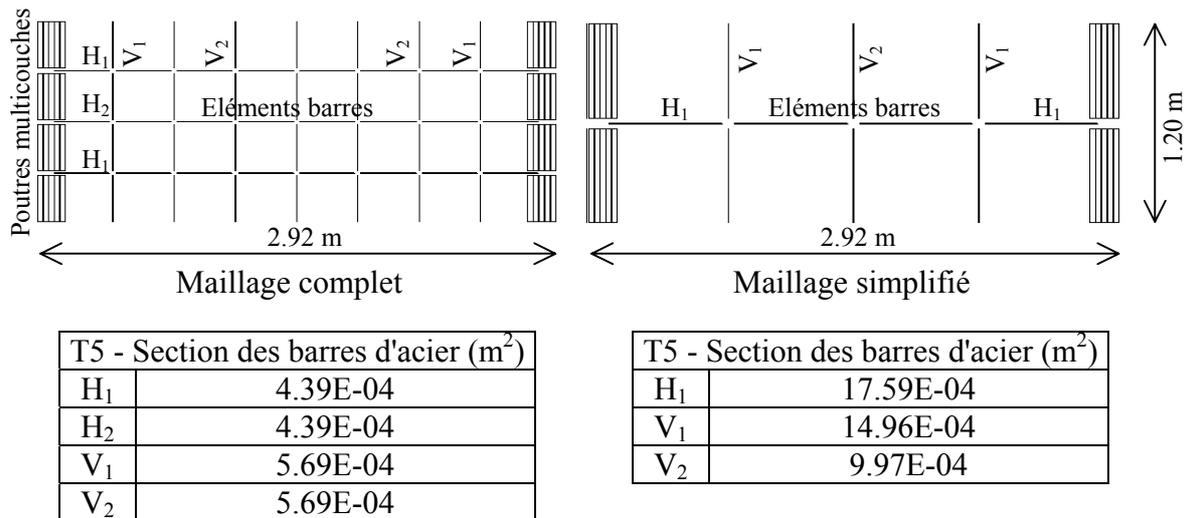


Figure 4.18. T5 - Maillages acier

### Conditions limites

Le voile est encasté à la base, ainsi que les liaisons des poutres de la partie supérieure avec les nervures. Ces poutres sont très rigides et la rotation de leurs nœuds est bloquée. Le seul mouvement de la partie supérieure autorisé est donc le déplacement horizontal ou vertical.

### Remarques

- Les valeurs des variables utilisées pour la loi Unilatérale sont :  $A_1=6.0E+03 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $A_2=5 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $B_1=1$ ,  $B_2=1.6$ ,  $\beta_1=1.0 \text{ MPa}$ ,  $\beta_2=-40 \text{ MPa}$ ,  $Y_{01}=2.5E-04 \text{ MPa}$ ,  $Y_{02}=1.5E-02 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_f=3.5 \text{ MPa}$ .
- L'influence du confinement n'est pas prise en compte.

### 4.4.5. Résultats de la simulation de la maquette T5

Le but des premiers calculs présentés ci - dessous est de valider la méthode numérique proposée en comparant les résultats avec les tests PSD. Ces tests étant statiques les calculs de validation doivent être statiques. Ceci élimine les incertitudes numériques de l'essai (amortissement, intégration numérique) et les incertitudes numériques d'un calcul dynamique (amortissement, intégration numérique), (Mazars et al. 1998). Des calculs dynamiques sont aussi nécessaires dans une 2<sup>ème</sup> étape pour valider la méthode dans son ensemble. Trois séries de calculs seront donc présentées :

- Des calculs monotones avec le maillage complet et le maillage simplifié afin de voir l'influence du nombre des barres ;
- Des calculs cycliques avec le maillage simplifié ;
- Une analyse modale et des calculs dynamiques avec le maillage simplifié.

### Calculs monotones

On impose un déplacement horizontal au sommet des deux maillages et on mesure la somme des réactions horizontales à la base de mur.

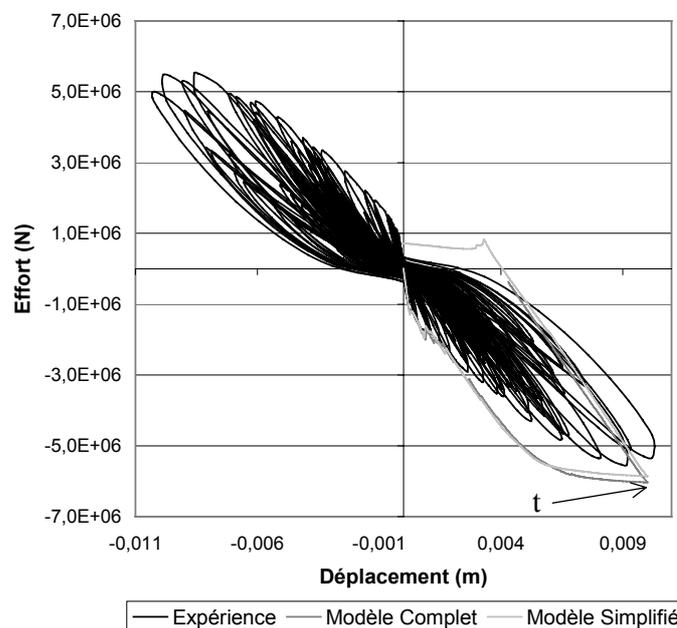


Figure 4.19. T5 - Calculs monotones

La différence entre les deux modélisations est négligeable. *Le nombre de barres n'influence pas significativement les résultats.* Les deux courbes enveloppent les résultats expérimentaux, cependant elles prévoient un comportement plus rigide quand les déplacements deviennent importants. On remarque aussi l'apparition des efforts résiduels à la fin du chargement qui sont probablement dus à l'hypothèse de liaison parfaite acier - béton. Le temps de calcul est de l'ordre de quelques minutes, ce qui nous donne la possibilité d'effectuer des études paramétriques.

La figure 4.20 présente la déformée des deux maillages à l'instant  $t$  du plus grand déplacement imposé (voir figure 4.19). Le facteur d'amplification des déformations étant le même, on constate que les deux déformées sont similaires. La partie supérieure de la maquette, dont la

rotation est bloquée, présente un important soulèvement. La flexion des nervures est mieux représentée avec un plus grand nombre d'éléments poutres multicouches.

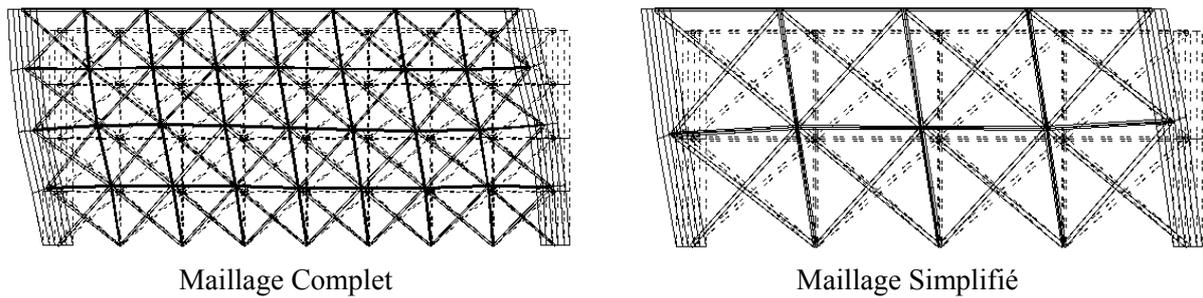


Figure 4.20. T5 - Déformées des deux maillages

La figure 4.21 présente la carte de l'endommagement de compression des deux maillages à l'instant t. Les bielles de compression se sont formées et le niveau de l'endommagement est le même (0.28 pour le maillage complet et 0.25 pour le maillage simplifié).

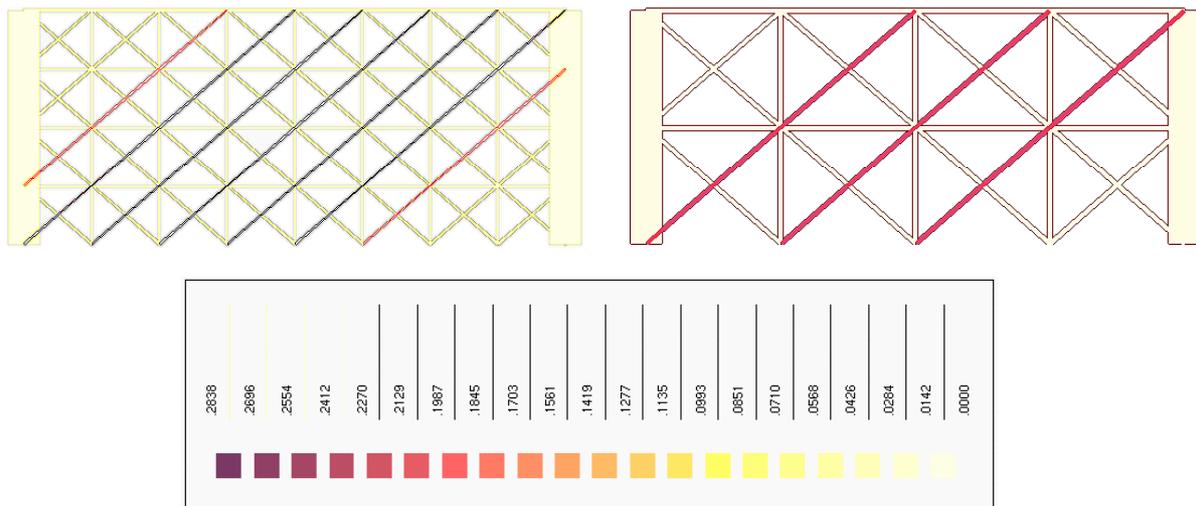


Figure 4.21. T5 - Carte de l'endommagement de compression des deux maillages

La carte de l'endommagement de traction des deux maillages est présentée figure 4.22. Les fissures sont à imaginer perpendiculaires aux barres les plus endommagées. On remarque que les diagonales sont très endommagées ( $D \approx 1$ ), ce qui traduit l'existence d'une fissuration cohérente avec les bielles de compression obtenues ci-dessus (Figure 4.21). L'endommagement est aussi important dans quelques barres horizontales et l'effort est repris par les armatures. Les deux maillages donnent des valeurs et des cartes d'endommagement similaires.

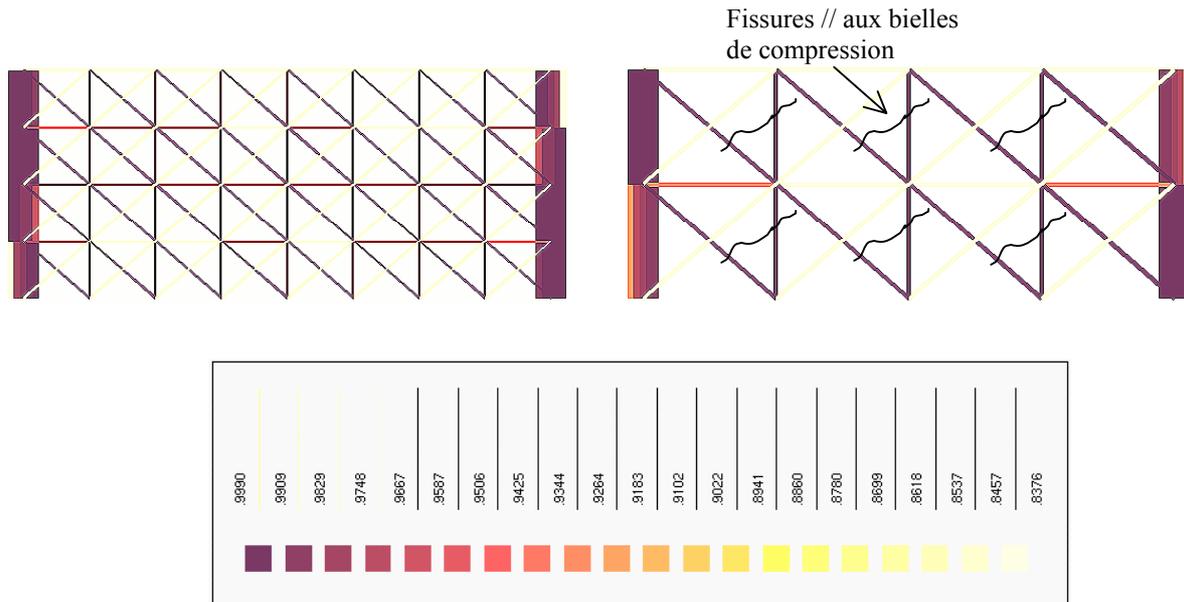


Figure 4.22. T5 - Carte de l'endommagement de traction des deux maillages

#### Remarque

- Les résultats précédents étant quasi identiques pour les deux maillages, *le maillage simplifié* est utilisé pour le reste des calculs.

#### Calculs cycliques

Un premier calcul est fait en imposant au maillage la totalité des déplacements imposés au cours de l'essai (7747 points - Figure 4.15). Les résultats montrent l'efficacité du BAE à simuler le comportement non linéaire de la maquette T5 (Figure 4.23). Le comportement linéaire du mur est bien simulé alors que pour de grands déplacements la maquette numérique est un peu plus raide. Les efforts résiduels ont cette fois-ci disparus grâce à la plus grande énergie de déformation dissipée au cours des cycles. Le temps de calcul est de l'ordre de quelques heures.

Afin de diminuer le temps de calcul on pourrait diminuer le nombre des déplacements à imposer. En effet, toute la séquence des déplacements imposés le long d'un essai PSD n'est pas nécessaire. En faisant un choix judicieux, on peut diminuer le nombre des déplacements sans pour autant s'éloigner de la courbe expérimentale. Il suffit de garder les points qui correspondent aux pics de chargement et aux grandes variations des déplacements imposés.

On passe de cette façon de 7747 à 2750 points, ce qui diminue considérablement le temps de calcul et les résultats ne sont pas affectés (Figure 4.24).

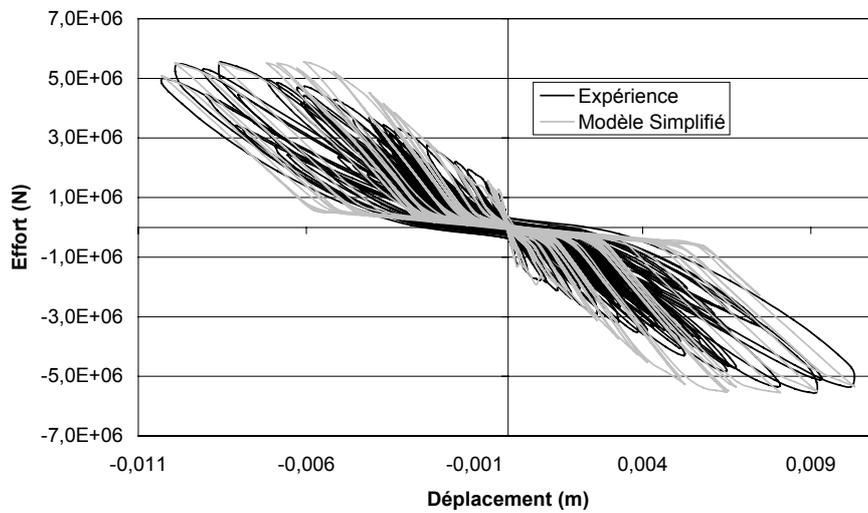


Figure 4.23. T5 - Calculs cycliques avec la totalité des déplacements imposés

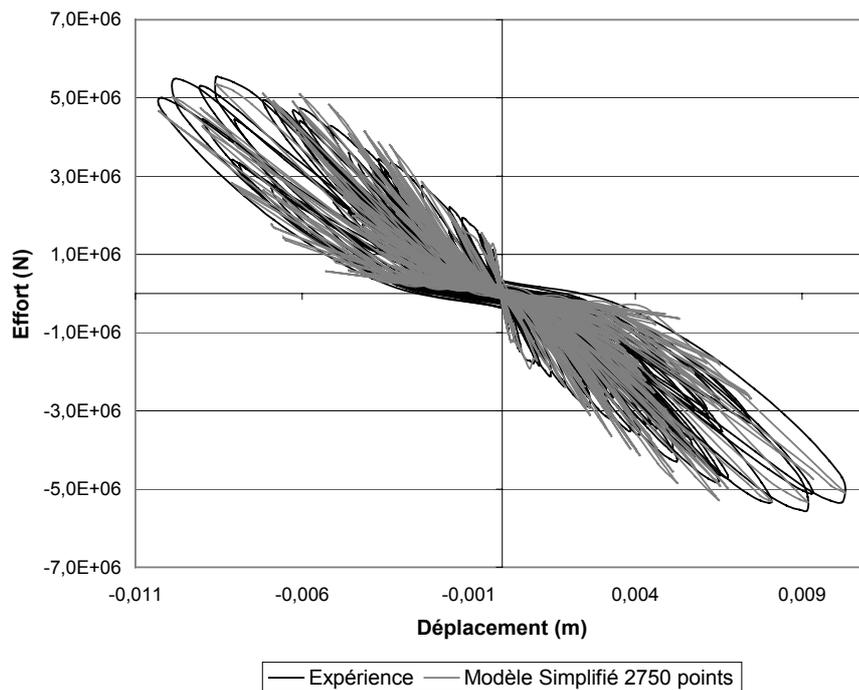


Figure 4.24. T5 - Calculs cycliques avec une fraction des déplacements imposés

A la fin de l'essai T5 le béton de recouvrement était complètement "éclaté" et les aciers étaient visibles. Afin de voir l'influence de l'éclatement du béton, un calcul est fait en prenant comme épaisseur de l'âme 15 cm au lieu de 20 cm (Kotronis et al. 1999b). Le nouveau calcul suit mieux la courbe expérimentale pour les grands déplacements mais pas pour la partie linéaire (Figure 4.25). Un modèle pourrait être envisagé qui prend en compte cette diminution

progressive de l'épaisseur. Ce modèle, basé sur une approche simplifiée ne devra pas augmenter significativement le temps de calcul.

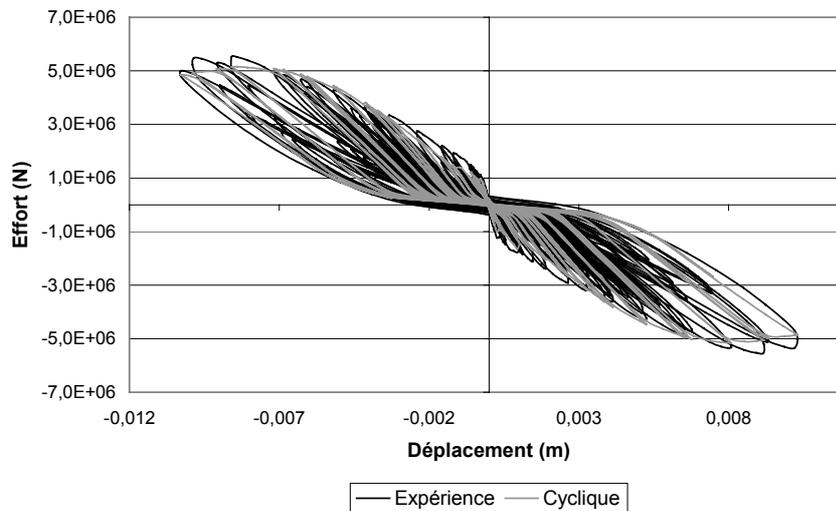


Figure 4.25. T5 - Calculs cycliques avec une épaisseur de 15 cm

On s'intéresse maintenant au comportement de la structure dans la direction verticale. Lors de l'essai un important soulèvement de la dalle supérieure du voile s'est produit. Les résultats de la modélisation et de l'expérience sont comparés figure 4.26. La modélisation surestime le soulèvement vertical de la dalle supérieure du voile. En libérant la rotation à la base des nervures la prédiction s'améliore sans pour autant perdre le bon comportement horizontal. Cette différence entre l'expérience et le modèle est due, en partie au moins, au coefficient de Poisson. (Le motif qu'on a utilisé est valable pour un coefficient de Poisson égal à 0.33. Un motif complet permettant de maîtriser la valeur du coefficient de Poisson donnerait certainement de meilleurs résultats).

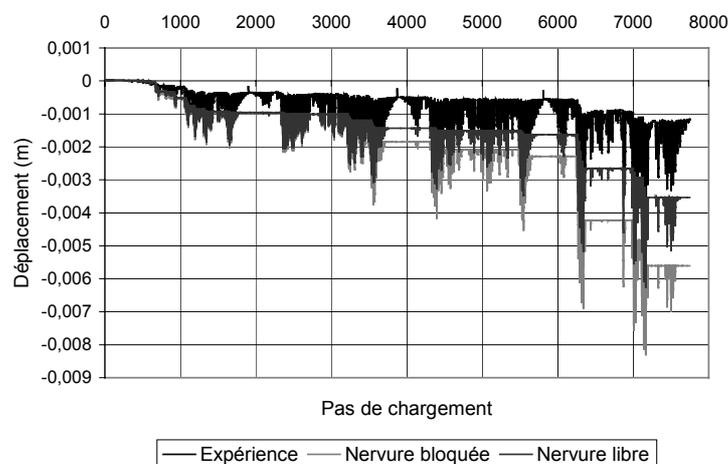


Figure 4.26. T5 - Modélisation du déplacement vertical

### Analyse modale et calculs dynamiques

Afin de procéder aux calculs dynamiques, l'accélérographe artificiel de la figure 4.14 est appliqué comme chargement à la structure. La masse fictive  $M_2$  utilisée pendant l'essai PSD influence seulement le mouvement horizontal de la maquette et ne contribue pas à la contrainte normale à la base. Elle doit donc être simulée comme une masse supplémentaire liée au mur avec une barre rigide. Cette masse n'a qu'un degré de liberté (mouvement horizontal). Le premier mode est correctement simulé (Figure 4.27).

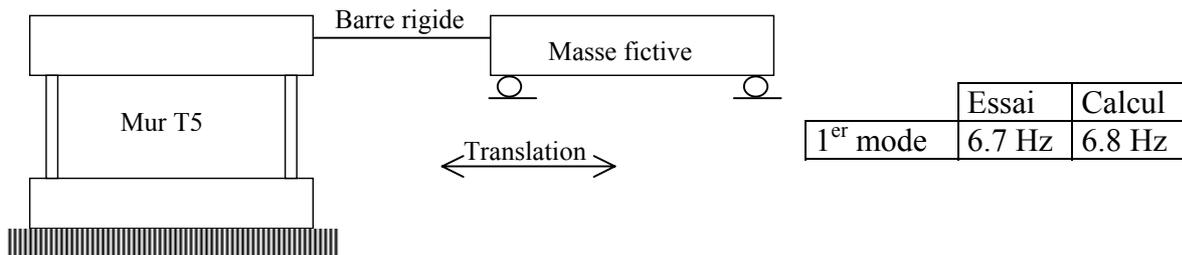


Figure 4.27. T5 - Modèle dynamique et analyse modale

Les figures 4.28 à 4.33 présentent les résultats des calculs dynamiques pour le mur T5 (courbes déplacements - temps, somme des efforts horizontaux à la base - temps). Les coefficients de Rayleigh pour l'amortissement ont été ajustés afin d'avoir 1% amortissement sur les deux premiers modes. Cette petite valeur est justifiée par la nature des essais PSD. La simulation suit bien le comportement global de la maquette, néanmoins un décalage en fréquences apparaît.

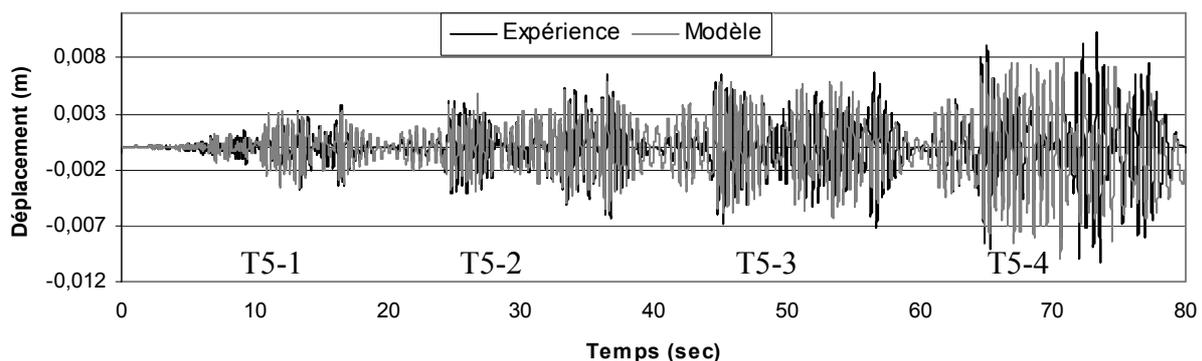


Figure 4.28. T5 - Courbe déplacement - temps

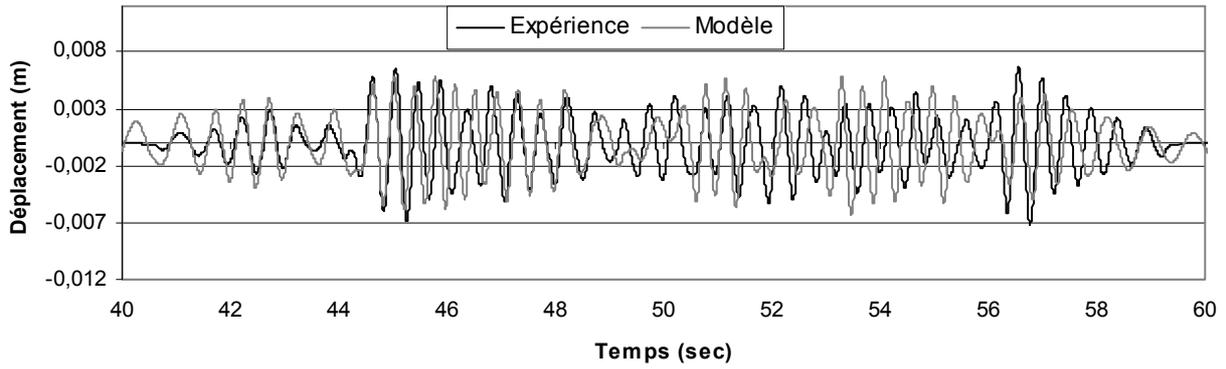


Figure 4.29. T5 - Courbe déplacement - temps (zoom 40 à 60 sec)

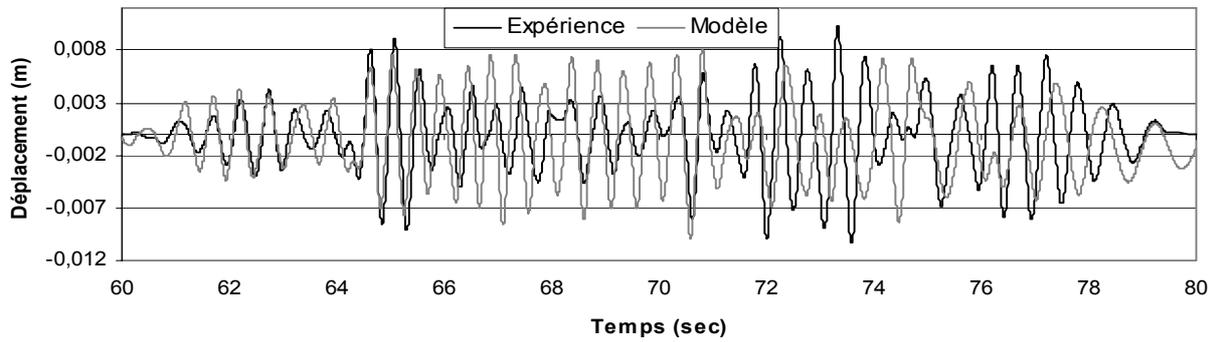


Figure 4.30. T5 - Courbe déplacement - temps (zoom 60 à 80 sec)

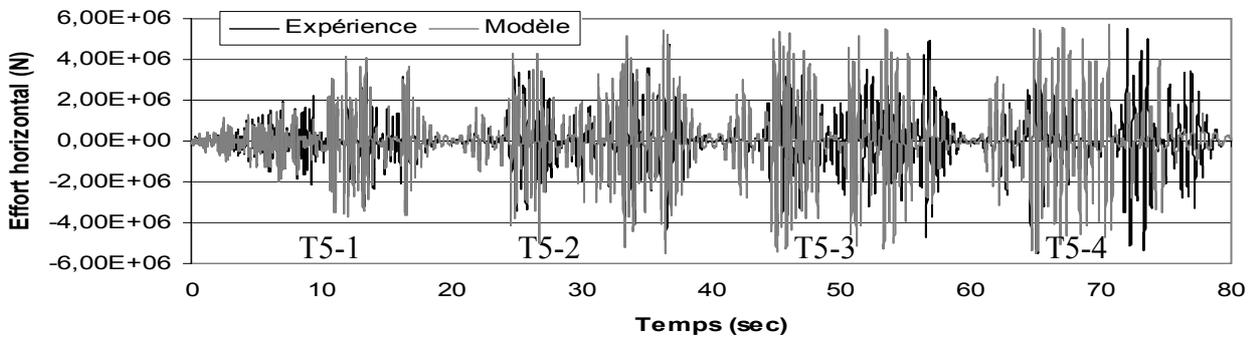


Figure 4.31. T5 - Courbe effort horizontal - temps

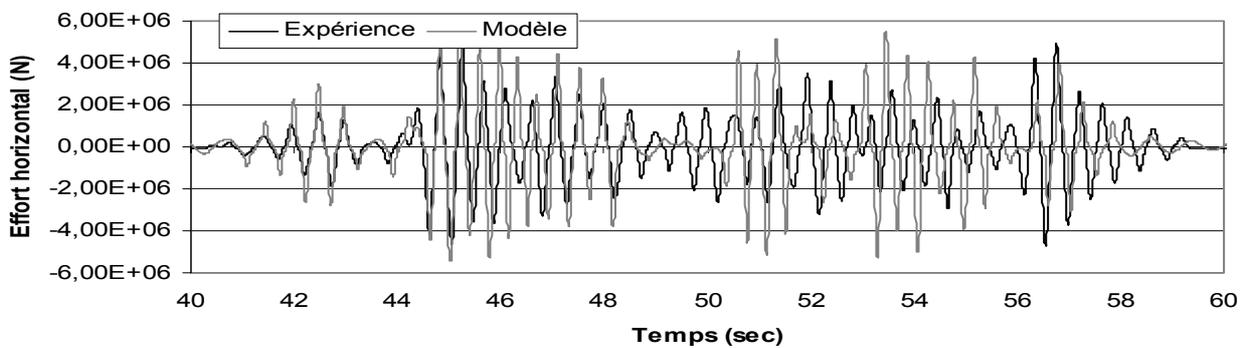


Figure 4.32. T5 - Courbe effort horizontal - temps (zoom 40 à 60sec)

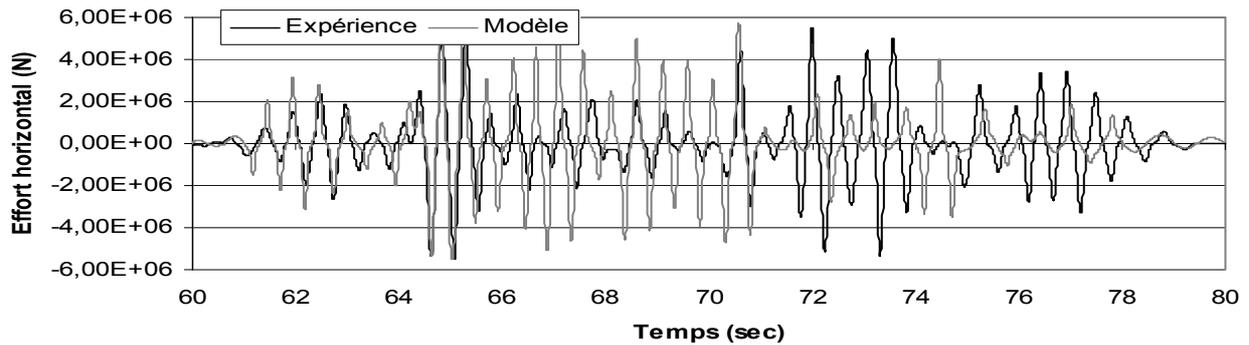


Figure 4.33. T5 - Courbe effort horizontal - temps (zoom 60 à 80sec)

#### Remarque

- Les résultats des calculs dynamiques sont particulièrement sensibles aux valeurs des coefficients Rayleigh. En passant de 0.5% à 2.1% d'amortissement pour les deux premiers modes les résultats diffèrent considérablement (Figure 4.34). Cette sensibilité rend le choix des coefficients de Rayleigh crucial pour la réussite ou non de la modélisation. L'amortissement n'influence pourtant que les déplacements et non le niveau des efforts. (Un modèle d'endommagement hystérétique serait peut-être capable de résoudre ce problème, voir Ragueneau 1999).

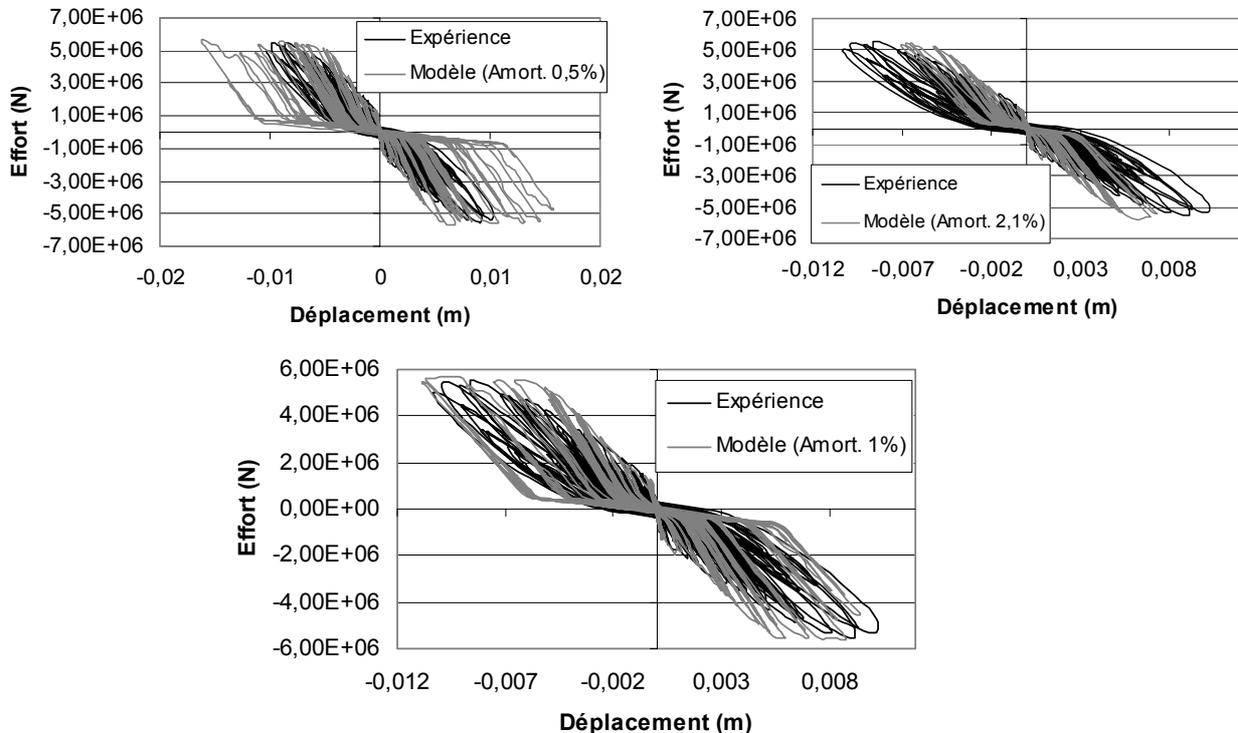


Figure 4.34. T5 - Sensibilité des résultats de simulation aux coefficients de Rayleigh

4.4.6. Modélisation de la maquette T12 selon le BAE

La modélisation de la maquette T12 suit les grandes lignes de la modélisation de la maquette T5 et elle ne sera donc pas présentée en détail. La figure 4.35 montre le maillage utilisé pour le béton et l'acier. L'angle  $\theta$  que les barres diagonales forment avec les barres horizontales est cette fois-ci égal à  $33.6^\circ$ . Il a été calibré à partir des résultats expérimentaux.

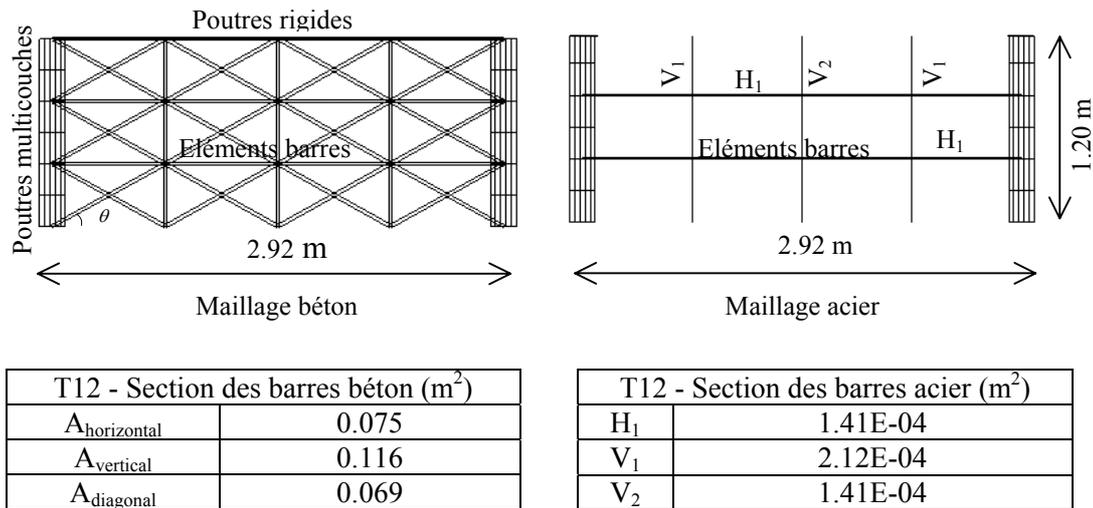


Figure 4.35. T12 - Maillages acier et béton

Les résultats des calculs monotones ainsi que la déformée au moment de plus grand déplacement sont présentés sur les figures 4.36 et 4.37 :

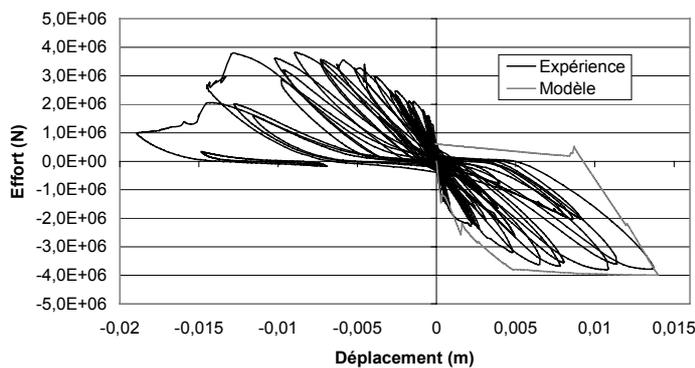


Figure 4.36. T12 - Résultats des calculs monotones

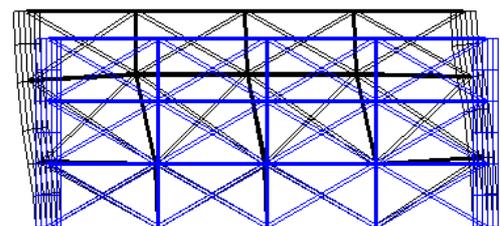


Figure 4.37. T12 - Déformée

Enfin, les résultats des calculs cycliques avec une partie (3232 points) des déplacements imposés le long de l'essai PSD sont présentés sur la figure 4.38.

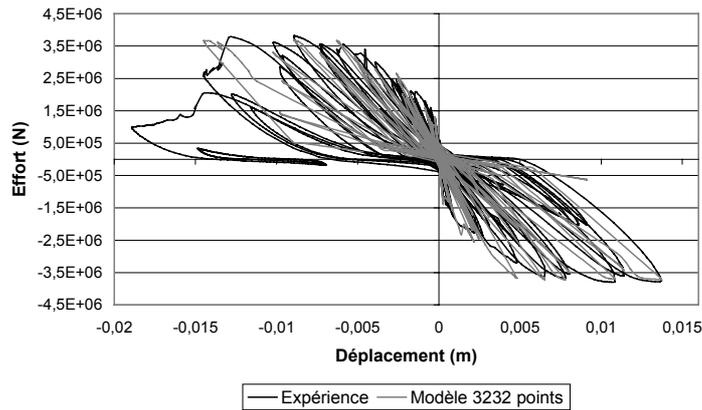


Figure 4.38. T12 - Calculs cycliques avec une fraction des déplacements imposée

#### 4.5. Programme expérimental NUPEC

Il s'agit d'un essai dynamique d'un voile faiblement élancé (élancement de l'ordre de 0.7) effectué par l'entreprise japonaise NUPEC - Nuclear Power Electric Corporation (OECD 1996). L'essai a eu lieu sur la table sismique du «Tadotsu Engineering Laboratory». NUPEC a fourni les résultats de l'expérience aux membres pays de l'OECD (Organization for Economic Co-operation and Development). En décembre 1993, la réunion annuelle de CSNI (Committee on the Safety of Nuclear Installations) a accepté d'utiliser les résultats de cet essai comme exercice ISP (International Standard Problem) et lui a donné le nom de "Seismic Shear Wall International Standard problem" (SSWISP). Les résultats ont fait l'objet d'un benchmark international afin de comparer les différents codes et modèles utilisés par les participants.

##### 4.5.1. Présentation du test et de la maquette NUPEC

Les caractéristiques des murs, leurs raidisseurs ainsi que les longrines supérieure et inférieure assurant le chargement sont représentés sur la figure 4.39. Les principales caractéristiques de la maquette sont présentées dans le tableau 4.4.

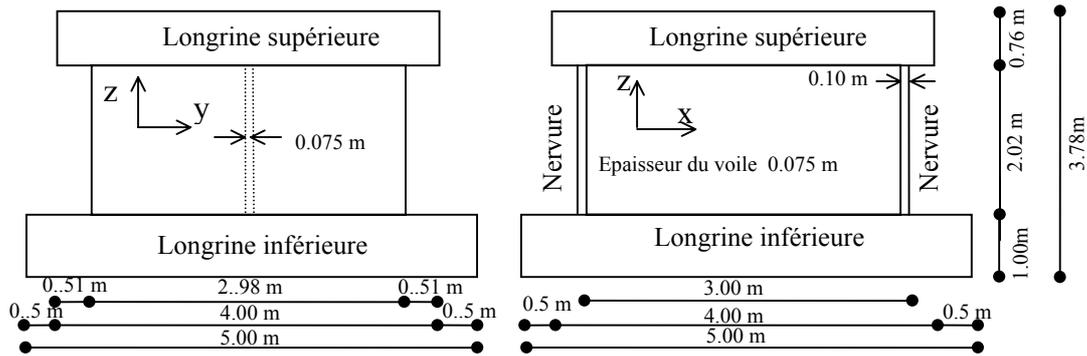


Figure 4.39. NUPEC - Géométrie de la maquette

Type de test	Essai dynamique		Résist. en comp. du béton	MPa	28.6
Cond. Limites	Rotation en tête libre		Résist. en tract. du béton	MPa	2.3
Elancement	0.67		Module Young béton	MPa	22960
Section du voile	m <sup>2</sup>	0.225	Résist. acier	MPa	384
Sect. nervures	m <sup>2</sup>	0.596	Module Young acier	MPa	188000
Renfor. Horiz.	%	<b>1.2</b>	Contr. Normale en base	MPa	<b>1.5</b>
Renfor. Vert.	%	<b>1.2</b>	Masse (Long. sup+extra masse)	Kg	122000

Tableau 4.4. NUPEC - Caractéristiques de la maquette

Conditions limites

Le mur est encasturé à la base. Cependant, contrairement au programme expérimental SAFE, la rotation de la partie supérieure est libre.

Le chargement dynamique est appliqué selon la direction x et comprend différents niveaux jusqu'à la ruine du spécimen (de RUN-1 au RUN-5 - Figure 4.40. et Tableau 4.5).

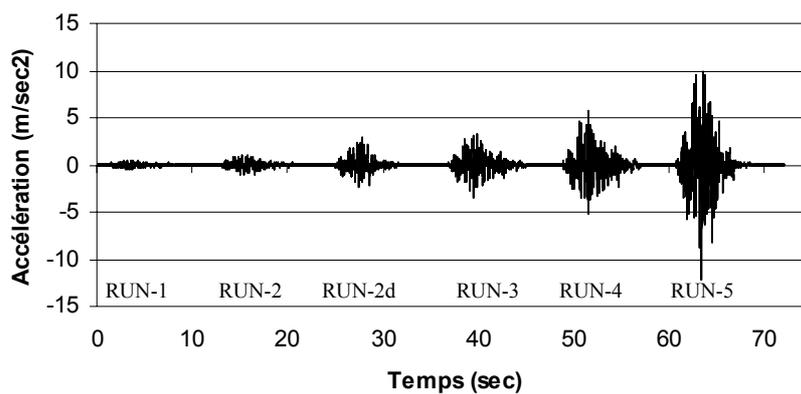


Figure 4.40. NUPEC - Accélération imposée

	Run-1	Run-2	Run-2d	Run-3	Run-4	Run-5
Max. Accélération (m/sec <sup>2</sup> )	0.530	1.120	3.040	3.520	5.770	12.300

Tableau 4.5. NUPEC - Accélération maximale à chaque niveau

Des tests de vibration libre à faible amplitude avant chaque essai ont permis de déterminer la fréquence effective et l'amortissement de la maquette.

	$f_e$ (Hz)	$h_e$ (%)
Avant Run-1	13.2	1.1
Avant Run-3	11.3	2.5
Avant Run-4	9.0	3.0
Avant Run-5	7.7	4.0

Tableau 4.6 NUPEC - Fréquence et amortissement de la maquette

L'évolution du déplacement relatif de la dalle supérieure par rapport à la dalle inférieure, du déplacement vertical des nervures, de l'accélération horizontale et verticale de la dalle supérieure et de la dalle inférieure, des déformations dans les aciers a été mesurée pendant l'essai. Plus d'informations concernant les essais peuvent être obtenues dans OECD 1996.

#### 4.5.2. Modélisation de la maquette NUPEC selon le BAE

##### Maillages béton - acier

La dalle supérieure est modélisée par *six poutres rigides* et les nervures par des *poutres multicouches* de type Bernoulli afin de représenter correctement leur flexion. L'âme de la structure est modélisée par des *éléments barres*. L'angle des barres diagonales, calibré à partir des résultats expérimentaux, est égal à  $45.3^\circ$ . Le ferrailage dans les nervures est modélisé par des couches dont le comportement est une combinaison de celui du béton et de l'acier à travers une loi d'homogénéisation. Le reste du ferrailage est modélisé par des éléments barres. Leur position et section ont été déterminées selon la méthode des distributions.

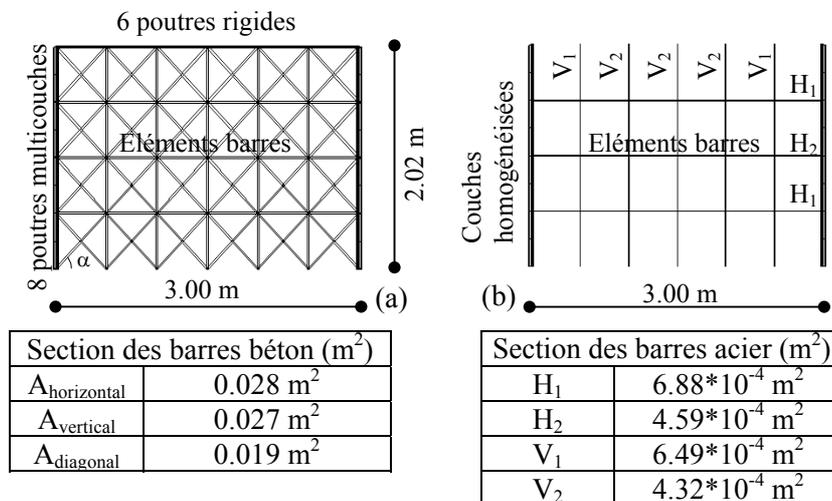


Figure 4.41. NUPEC - Maillage (a) béton - (b) acier

### Conditions limites

Le voile est encastré à la base, ainsi que les liaisons des poutres de la partie supérieure avec les nervures. Ces poutres sont très rigides mais la rotation de la partie supérieure de la maquette est cette fois-ci libre.

Deux séries de calculs seront présentées :

- Des calculs monotones (Analyse «Push over»).
- L'analyse modale et des calculs dynamiques.

### Calculs monotones

Un déplacement horizontal est appliqué au sommet du maillage et la somme des réactions horizontales à la base du mur est mesurée. Le comportement linéaire et l'effort maximal sont correctement simulés par les deux calculs. Cependant la prise en compte de «tension stiffening» reproduit mieux le comportement du voile correspondant aux niveaux RUN-3 et RUN-4 (Figure 4.42). La figure 4.43 présente le maillage déformé au moment du plus grand déplacement. La rotation de la partie supérieure de la maquette est évidente et la flexion des nervures est bien simulée.

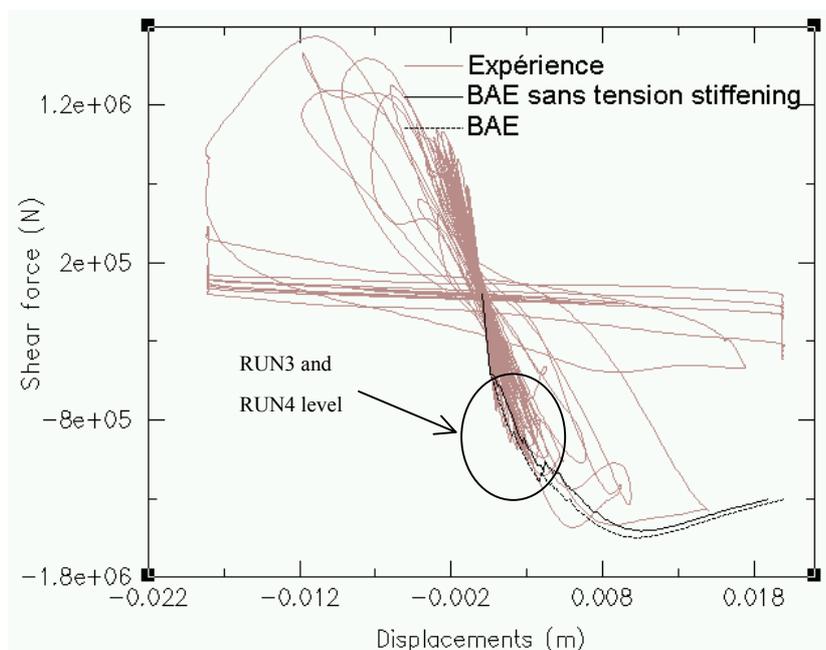


Figure 4.42. NUPEC - Calculs monotones

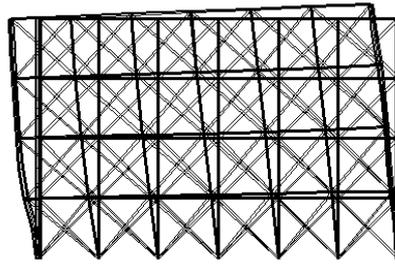


Figure 4.43. NUPEC - Déformée

Analyse modale et calculs dynamiques

La figure 4.44 représente le maillage utilisé pour les calculs dynamiques. L'analyse modale reproduit correctement le premier mode de la maquette.

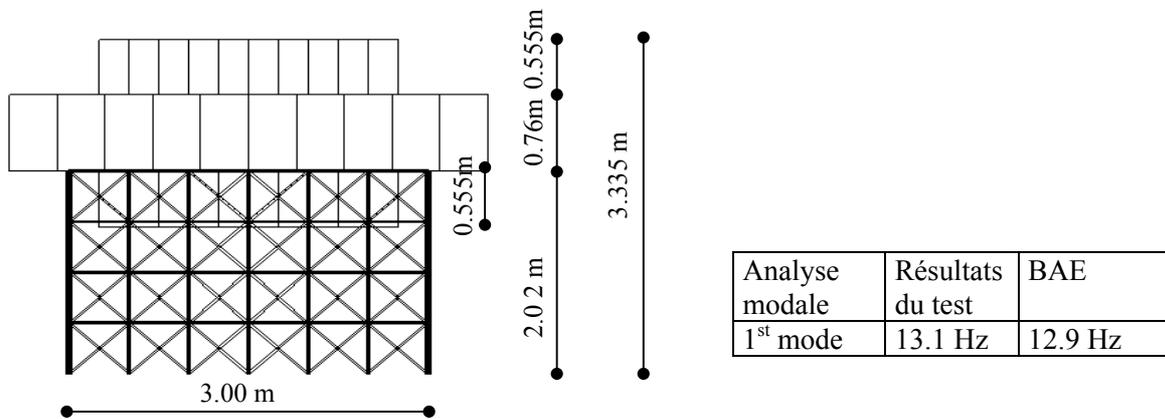


Figure 4.44. NUPEC - Modèle dynamique et analyse modale

Les résultats des calculs dynamiques sont présentés ci-dessous (Figures 4.45 - 4.48, Kotronis 2000). Les coefficients de Rayleigh ont été ajustés afin d'avoir 4% d'amortissement sur les deux premiers modes (maxi tableau 4.6). La modélisation suit très bien le comportement non linéaire de la maquette jusqu'à sa ruine.

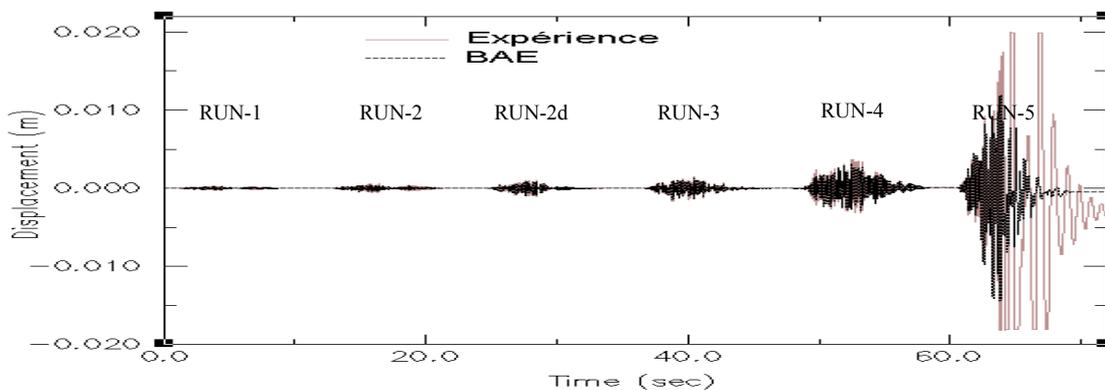


Figure 4.45. NUPEC – Résultats des calculs dynamiques

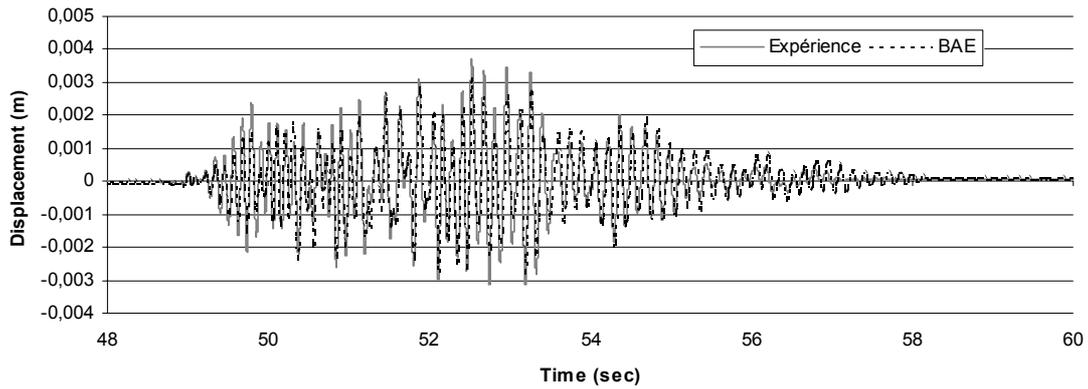


Figure 4.46. NUPEC – Calculs dynamiques - Niveau RUN4

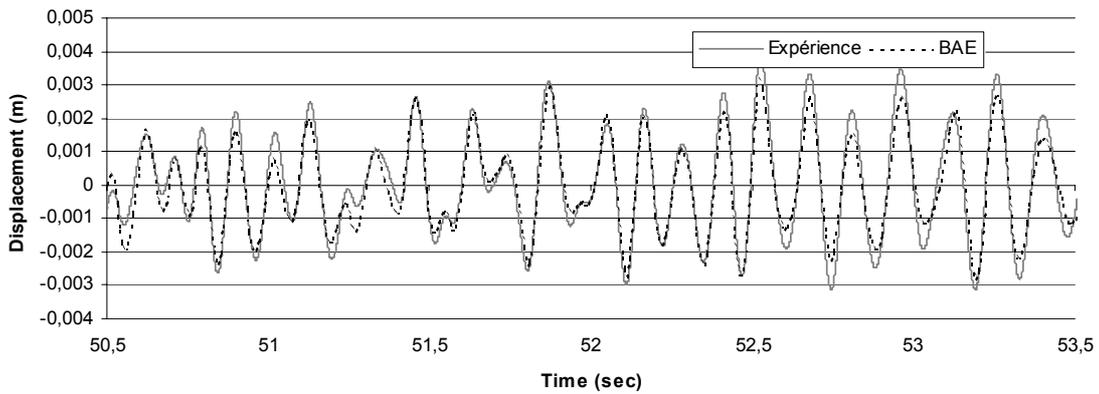


Figure 4.47. NUPEC – Calculs dynamiques - Niveau RUN4 (zoom)

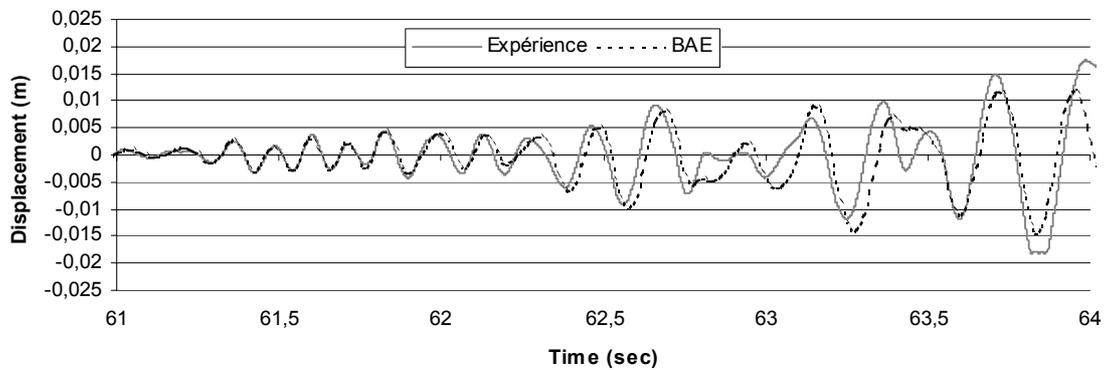


Figure 4.48. NUPEC – Calculs dynamiques - Niveau RUN5 (zoom)

#### Remarque

- Un calcul est effectué sans considérer le «tension stiffening» (géré par le paramètre  $A_1$  de la loi Unilatérale) et les résultats de la simulation sont présentés sur la figure 4.49. Les valeurs maxi des déplacements et des efforts sont correctes, cependant un déphasage des courbes apparaît lors des dernières séquences.

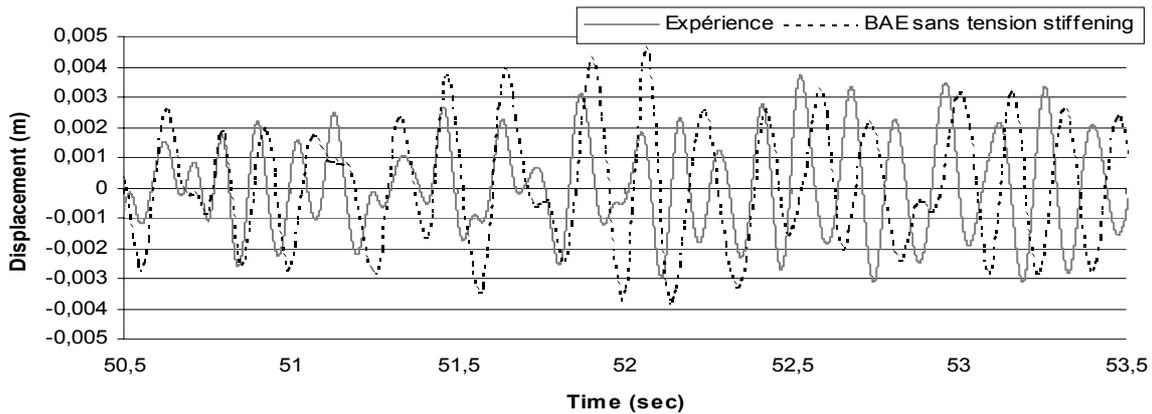
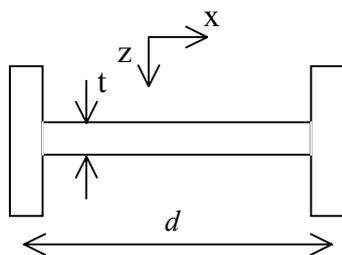


Figure 4.49. NUPEC - Calculs dynamiques sans tension stiffening - Niveau RUN 4 (zoom)

#### 4.6. Détermination de l'angle

La valeur de l'angle  $\theta$  que les barres diagonales forment avec les barres horizontales a été calibrée de façon à avoir une représentation la plus fidèle possible de la courbe enveloppe pour la modélisation numérique des maquettes du programme SAFE et NUPEC (Tableau 4.7). Sa connaissance a priori est difficile et dépend de plusieurs paramètres, comme le pourcentage d'armatures, le chargement, les conditions limites etc. Quelques propositions concernant sa prédiction tirées des résultats de simulation et des pratiques de dimensionnement présentées au premier chapitre sont exposées ci-dessous :

Le tableau 4.7 résume les principales caractéristiques des trois maquettes.



	T5	T12	NUPEC
$t$ (m)	0.20	0.20	0.075
$d$ (m)	2.76	2.76	3.0
$F_{fiss}$ (MN)	1.15	1.2	0.5
$\sigma_n$ (MPa)	0.34	1	1.5
$\tau_d$ (MPa)	2.08	2.17	2.22
$\rho_v = \rho_h$ (%)	0.8	0.11	1.2
$\theta_{calibré}$	<b>41.1°</b>	<b>30.1°</b>	<b>45.3°</b>

Tableau 4.7 - Principales caractéristiques des trois maquettes et calibration de l'angle à partir des résultats expérimentaux

avec:

$d$  : longueur effective du voile ;

$F_{fiss}$  : Effort horizontal au moment de la fissuration du béton (lu sur la courbe expérimentale ou calculé avec un code élément fini, voir figure 4.50) ;

$t$  : épaisseur de l'âme du voile ;

$\theta$  : l'angle que les barres diagonales forment avec les barres horizontales dans les maillages utilisés pour la simulation ;

$\rho_v$  : taux d'armatures verticales du voile ;

$\rho_h$  : taux d'armatures horizontales du voile ;

$\sigma_n$  : contrainte verticale moyenne ;

$\tau_{fiss} = \frac{F_{fiss}}{td}$  : cisaillement moyen au moment de la fissuration du béton.

#### Remarque

- D'après le tableau 4.7 il semble qu'une augmentation du taux de ferrailage dans les deux dimensions induit une augmentation de l'angle  $\theta$ . Pour la maquette NUPEC, qui est suffisamment renforcée, cette valeur est proche de  $45^\circ$ . (En effet, un élément en béton armé suffisamment renforcé soumis à des efforts de cisaillement développe des fissures à  $45^\circ$ ).

Une première approche pour le calcul de l'angle  $\theta$  serait de dire que cet angle est égal à peu près à l'orientation  $\varphi$  des contraintes principales au moment de la fissuration du béton (il ne faut cependant pas oublier que les barres diagonales du premier motif proposé par Hrennikoff ne sont pas orthogonales entre elles et ne suivent pas les directions des contraintes principales dans les deux directions). L'orientation des contraintes principales est donnée par :

$$\tan 2\varphi = \frac{\tau_{fiss}}{\frac{\sigma_x - \sigma_n}{2}} \quad (4.1)$$

avec:

$\sigma_x$  : contrainte moyenne selon la direction x. En faisant l'hypothèse que  $\sigma_x \approx 0$  on obtient :

	T5	T12	NUPEC
$\varphi$	42.6°	38.5°	35.6°

Tableau 4.8. Direction des contraintes principales au moment de la fissuration du béton

La direction des contraintes principales  $\varphi$  ainsi calculée est proche de l'angle  $\theta$  utilisé pour la maquette T5. Ceci n'est pas le cas pour les deux autres maquettes. Cependant, une étude paramétrique de l'influence de l'angle  $\theta$  sur la performance de modélisation nous révèle que la maquette NUPEC et la maquette T5 ne sont pas très sensibles à la valeur de  $\theta$  (Figure 4.50). Les résultats de la modélisation sont acceptables pour une plage de valeurs d'angle entre  $33^\circ$  et  $45^\circ$ . Une valeur de l'ordre de  $36^\circ$  pour la maquette NUPEC est donc "correcte". La maquette T12 a cependant un comportement différent. Les résultats numériques enveloppent la courbe expérimentale pour une plage étroite de valeurs d'angle (entre  $30^\circ$  et  $34^\circ$ ). Pour des valeurs supérieures à  $34^\circ$  le modèle sous-estime la capacité du mur. Cette différence de sensibilité aux valeurs de l'angle  $\theta$  est due au faible pourcentage du ferrailage qui caractérise la maquette T12 par rapport aux deux autres maquettes (normalement ferrillées).

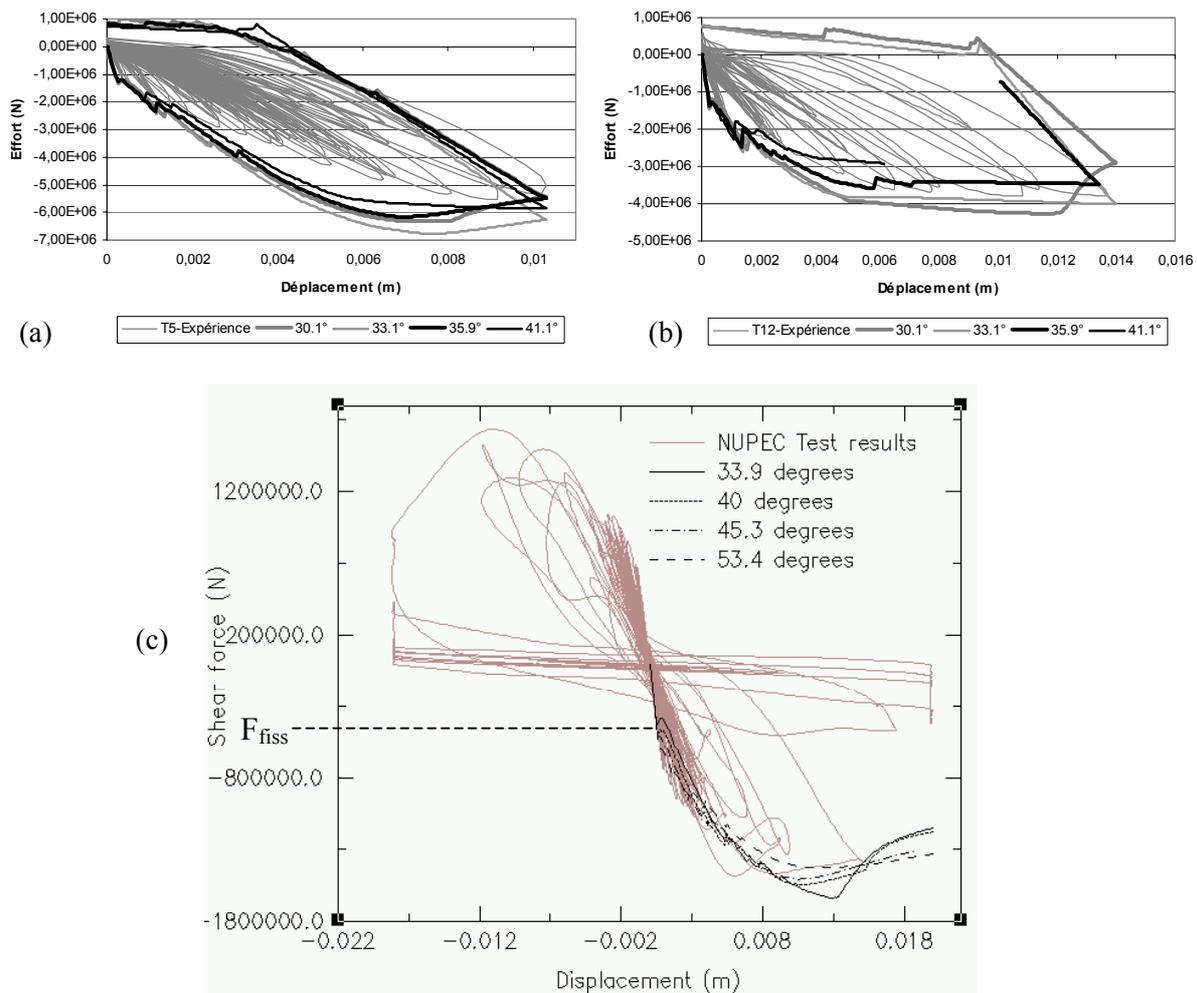


Figure 4.50. Etude de sensibilité vis-à-vis de l'angle  $\theta$  des maquettes

(a) T5, (b) T12, (c) NUPEC

La procédure précédente ne prend pas en compte le pourcentage d'armatures pour le calcul de la direction des contraintes principales et ne peut pas déterminer l'évolution de l'angle pour tout le domaine de chargement. Afin de les prendre en compte on peut utiliser la théorie du champ de compression ou le modèle de treillis adoucissant d'angle variable. Ces deux théories, déjà développées en détail dans le premier chapitre, calculent l'angle de bielles de compression à partir des déformations des aciers et du béton. Dans la suite, les résultats de l'application du modèle de treillis adoucissant d'angle variable pour les trois maquettes vont être présentés (une routine basée sur l'algorithme de la figure 1.16 a été programmée).

### Maquette NUPEC

Le modèle de treillis adoucissant reproduit très bien le comportement non linéaire de la maquette NUPEC. La charge maximale est bien calculée et l'angle des bielles de compression au moment de la fissuration du béton est égal à  $38^\circ$ , valeur qui nous donne de bons résultats avec le BAE. La variation de cet angle au cours du chargement est de l'ordre de  $8^\circ$  ce qui justifie l'utilisation de la RA-STM (les auteurs considèrent que la méthode peut être utilisée lorsque la variation de l'angle est inférieure à  $12^\circ$ ).

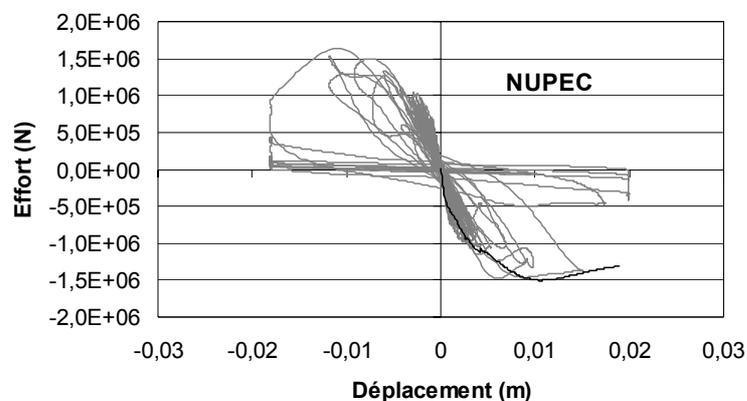


Figure 4.51 - NUPEC - Simulation avec la RA-STM

### Maquettes T5 - T12

La RA-STM n'arrive pas à bien simuler le comportement non linéaire des deux maquettes (Figure 4.52). La méthode sous-estime la force maximale malgré le fait qu'elle prévoit une variation de l'angle  $\theta$  égale à  $11^\circ$  pour les deux cas (donc on est dans le cadre de l'application de la méthode).

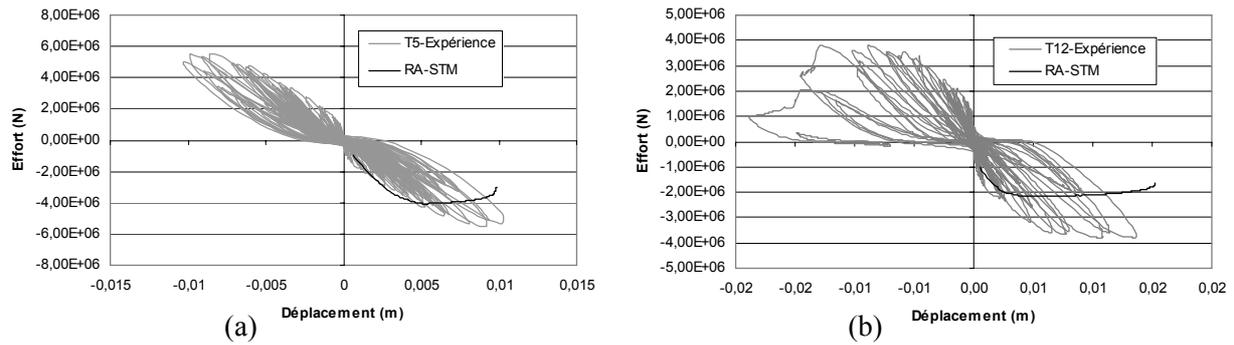


Figure 4.52 - Application de la RA-STM pour les maquettes (a) T5 et (b) T12

La raison de cette inaptitude semble être les *conditions limites particulières* des maquettes T5 et T12. La loi de RA-STM étant empirique (issue des expériences), elle est plus sensible aux conditions limites que les lois locales. Le fait que la rotation de la partie supérieure des maquettes soit bloquée confère aux maquettes un comportement non linéaire tout à fait différent. En effet, si la rotation est libre (maquette NUPEC), le moment imposé au mur est le produit de la force par la hauteur et est maximal au pied du mur. Par contre, si la rotation est bloquée (maquettes T5 et T12), le moment s'annule au centre du mur (Combescure 1996). Pour la maquette NUPEC la rupture a eu lieu au pied du mur où une fissure horizontale s'est développée, caractéristique d'un comportement flexion - cisaillement («sliding shear», chapitre 1). Pour les maquettes du programme SAFE des fissures diagonales se sont créées dans l'âme, caractéristiques d'un mode de rupture par cisaillement. Afin de montrer l'influence des conditions limites on applique le BAE aux maquettes T5 et T12 en laissant libre la rotation (Figure 4.53). On voit que le comportement change et s'approche beaucoup plus des prédictions de la RA-STM.

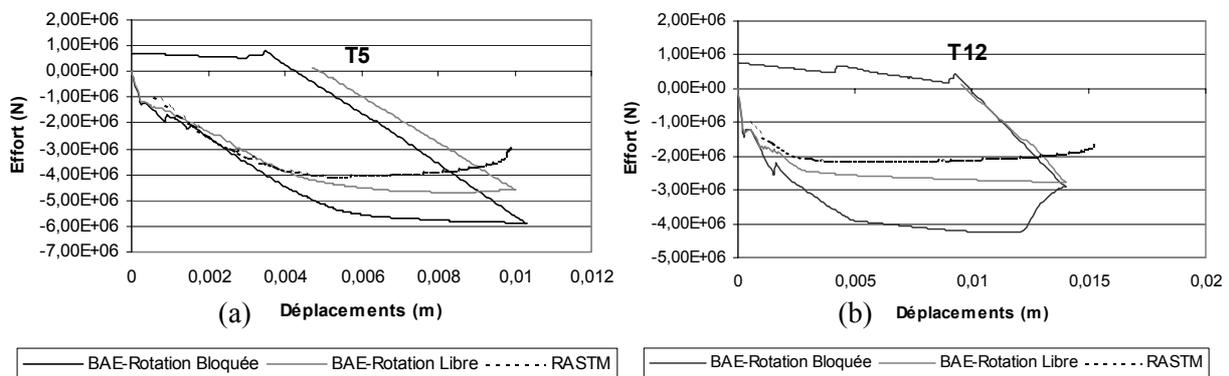


Figure 4.53. Sensibilité aux conditions limites des maquettes (a) T5 et (b) T12

#### 4.7. Conclusions

Une nouvelle méthode simplifiée 2D capable de simuler le comportement non linéaire des voiles de faible élancement soumis à des sollicitations dynamiques a été développée. Basé sur le modèle de Ritter - Mörsch, sur les motifs proposés par Hrennikoff et couplé avec la mécanique de l'endommagement et la plasticité, le Béton Armé Equivalent (BAE) a été validé à partir des résultats expérimentaux des programmes SAFE et NUPEC.

Le BAE, en intégrant des lois locales pour le béton et les armatures, est moins sensible aux conditions limites que les pratiques de dimensionnement. Le paramètre crucial pour la réussite de la simulation est l'angle  $\theta$  que les bielles diagonales forment avec les barres horizontales. Cet angle est supposé à peu près égal à la direction des contraintes principales de compression au moment de la fissuration du béton. La connaissance à priori de sa valeur est délicate pour le cas des voiles faiblement armés où elle dépend surtout du chargement (effort normal, effort tranchant). L'augmentation de taux d'armatures rend néanmoins les résultats moins sensibles à l'angle. Une valeur de  $40^\circ$  donne dans ce cas généralement de bons résultats.

Le BAE est de plus une méthode simplifiée. Les éléments utilisés (poutres Bernoulli ou barres) sont familiers aux ingénieurs et les lois pour le béton et l'acier sont uniaxiales. Le coût en temps de calcul est tout à fait raisonnable, ce qui permet à l'utilisateur d'effectuer des études paramétriques.

Après avoir étendu le domaine de l'application des méthodes simplifiées proposées par LMT dans le cas du cisaillement dynamique, le chapitre suivant traite des problèmes 3D. Le développement d'un élément 3D poutre multifibre de cinématique Timoshenko, ainsi que sa validation à partir des résultats expérimentaux seront présentés en détail.

## Chapitre 5

### Stratégie de modélisation simplifiée 3D. Elément poutre multifibre Timoshenko

#### 5.1. Introduction

Le dernier chapitre de ce mémoire concerne une stratégie de modélisation simplifiée pour des problèmes 3D. Conformément avec la philosophie du code EFICOS - LMT qui utilise des poutres 2D divisées en couches pour traiter des problèmes bidimensionnels (chapitre 2), le développement *d'un élément poutre 3D multifibre Timoshenko* est ici présenté. Après une comparaison des poutres Bernoulli et Timoshenko (§ 5.2), les problèmes théoriques et numériques liés à cette dernière seront étudiés en détail (§ 5.3 et 5.4). Le choix est fait pour un élément fini Timoshenko avec deux nœuds et des fonctions de forme d'ordre supérieur (§ 5.5). Des exemples numériques montrent la pertinence de l'approche à la fin du chapitre § 5.6.

#### 5.2. Comparaison des poutres Bernoulli et Timoshenko

Considérons une poutre droite 2D, orientée dans la direction  $x$ , avec  $A$  la section de la poutre,  $A^*$  la section réduite (voir § 5.3),  $E$  le module élastique,  $G$  le module de cisaillement et  $I$  le moment d'inertie (Figure 5.1). L'hypothèse des sections planes permet d'exprimer les déplacements  $u(x, y), v(x, y)$  d'un point quelconque de la poutre en fonction des déplacements  $u_s, v_s$  d'un point situé sur l'axe de référence  $x$  et en fonction d'un accroissement de déplacements dû à la rotation  $\theta_s$  de la section  $s$ . Pour la poutre Bernoulli, l'hypothèse supplémentaire des sections perpendiculaires à l'axe  $x$  permet de plus d'assimiler la rotation de la section  $\theta_s(x)$  avec la pente  $v'_s(x)$  (Figure 5.2).

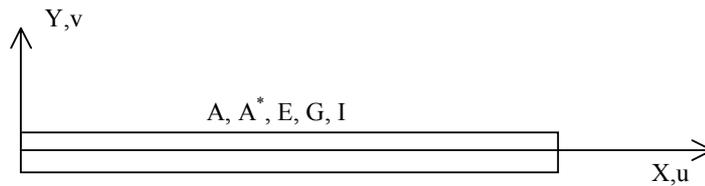


Figure 5.1. Poutre droite 2D

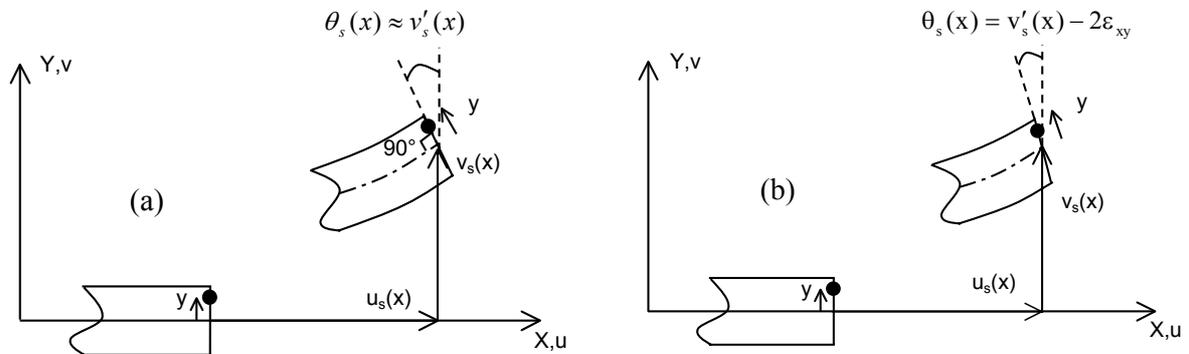


Figure 5.2. Hypothèses cinématiques pour (a) une poutre Bernoulli et (b) une poutre Timoshenko

Le tableau 5.1 regroupe les champs des déplacements, des déformations et les équations d'équilibre pour les deux formulations (on se place dans le cadre de petits déplacements, petites déformations). Ces équations, bien connues, permettent de trouver les solutions (déformées, déplacements) pour plusieurs cas de sollicitations. L'exemple qui suit met en évidence la performance des deux poutres et définit leur domaine d'application.

<i>Poutre Bernoulli</i>	<i>Poutre Timoshenko</i>
<b>Hypothèses</b>	
Sections planes et perpendiculaires à l'axe	Sections planes
<b>Champs des déplacements</b>	
$u(x, y) = u_s(x) - yv'_s(x)$	$u(x, y) = u_s(x) - y\theta'_s(x)$
$v(x, y) = v_s(x)$	$v(x, y) = v_s(x)$
<b>Champs des déformations</b>	
$\epsilon_{xx} = u'_s(x) - yv''_s(x)$	$\epsilon_{xx} = u'_s(x) - y\theta'_s(x)$
$2\epsilon_{xy} = 0$	$2\epsilon_{xy} = v'_s(x) - \theta_s(x) \neq 0$
<b>Equations d'équilibre</b>	
$N = EAu'_s(x)$	$N = EAu'_s(x)$
$M = EIv''_s(x)$	$M = EI\theta'_s(x)$
-----	$T = GA^*(v'_s(x) - \theta_s(x))$

Tableau 5.1 Principales équations des poutres Bernoulli et Timoshenko

Exemple

Prenons le cas d'une poutre console, encastrée en  $x = 0$  et libre en  $x = L$  sollicitée à son extrémité libre par une charge transversale  $P$  (Figure 5.3, De Ville de Goyet 1989). En intégrant les relations d'équilibre et en exprimant les conditions d'appuis à l'encastrement nous pouvons calculer le déplacement vertical et la rotation de la section (Tableau 5.2).

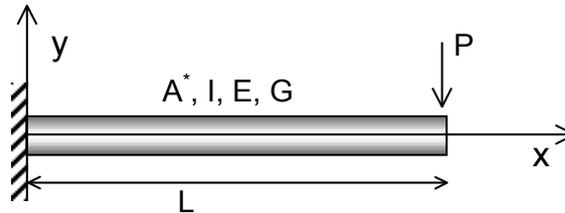


Figure 5.3. Poutre console sollicitée par une charge transversale

Pour la poutre Timoshenko, le déplacement transversal est égal au résultat obtenu en Mécanique des Milieux Continus (Massonnet et Cescotto 1980). Ceci n'est pas le cas de la poutre Bernoulli dont le déplacement diffère par l'absence du terme  $Px/GA^*$ . Ce terme traduit la déformation due à l'effort tranchant ( $2\varepsilon_{xy} = P/GA^* = cste$ ) et il n'apparaît pas dans la formulation Bernoulli puisque par hypothèse la déformation de cisaillement est nulle. De plus, si l'effort tranchant est obtenu au moyen d'une équation d'équilibre de volume pour la poutre Timoshenko, on ne trouve son équivalent pour la poutre Bernoulli qu'au moyen d'une équation d'équilibre global.

<i>Poutre Bernoulli</i>	<i>Poutre Timoshenko</i>
<i>Equations de la rotation</i>	
$\theta(x) = \frac{P}{2EI}(x^2 - 2xL)$	$\theta(x) = \frac{P}{2EI}(x^2 - 2xL)$
<i>Equations du déplacement transversal</i>	
$v(x) = \frac{P}{2EI}\left(\frac{x^3}{3} - x^2L\right)$	$v(x) = \frac{P}{2EI}\left(\frac{x^3}{3} - x^2L\right) - \frac{Px}{GA^*}$
<i>Rotation à l'extrémité libre</i>	
$\theta(x) = -\frac{PL^2}{2EI}$	$\theta(x) = -\frac{PL^2}{2EI}$
<i>Déplacement à l'extrémité libre</i>	
$v(x) = -\frac{PL^3}{3EI}$	$v(x) = -\frac{PL^3}{3EI}\left(1 + \frac{3EI}{GA^*L^2}\right)$

Tableau 5.2. Comportement d'une poutre console sollicitée par une charge transversale (formulations Bernoulli et Timoshenko)

## Remarques

- Pour les proportions classiques des poutres dont la hauteur  $H$  est suffisamment petite par rapport à la longueur  $L$  (poutres élancées), la contribution de l'effort tranchant à la déformée de la poutre n'est pas importante et les deux formulations donnent pratiquement les mêmes résultats. Par contre, l'utilisation de la poutre Bernoulli est déconseillé pour la modélisation des poutres courtes.
- La poutre Timoshenko permet de trouver la solution exacte que l'effort tranchant soit nul ou différent de zéro. Néanmoins, elle est rarement utilisée pour deux raisons, la première étant liée à un problème théorique et la deuxième à un problème purement numérique :
  1. La déformation de cisaillement considérée est constante à travers l'épaisseur. En conséquence, la contrainte de cisaillement ne respecte pas les conditions limites sur les faces supérieure et inférieure de la poutre (hypothèse de non chargement des surfaces latérales de la poutre). De plus, la Mécanique des Milieux Continus nous montre que la contrainte et la déformation réelle de cisaillement varient dans l'épaisseur. Pour une section rectangulaire isotrope de section  $A = B.H$  et un effort tranchant  $P$  par exemple, la distribution de la contrainte de cisaillement «exacte» suit une répartition parabolique donnée par :

$$\sigma_{xy\text{exacte}} = \frac{3 P}{2 A} \left[ \frac{(H/2)^2 - y^2}{(H/2)^2} \right] \quad (5.1)$$

2. Les éléments finis poutres de formulation Timoshenko, contrairement à la poutre analytique, ont des performances médiocres. L'apparition d'un phénomène numérique appelé verrouillage ou blocage par cisaillement («shear locking» dans la littérature anglophone) fait que la rigidité en cisaillement calculée est surestimée.

Les paragraphes suivants traitent de ces deux problèmes et présentent plusieurs solutions existant dans la littérature.

### 5.3. Le coefficient de correction de cisaillement

Afin de remédier au premier problème, l'idée la plus simple est d'introduire un coefficient de correction de cisaillement  $k$  ( $k < 1$ ). Reissner propose de calculer le coefficient à partir d'une équivalence entre l'énergie interne de déformation  $U_1$  associée à la distribution de la contrainte de cisaillement exacte et l'énergie  $U_2$  associée au modèle simplifié. Il s'agit en effet de calculer  $k$  en considérant que la contrainte constante de cisaillement  $\sigma_{xy}$  agissant sur une section  $A^*$  (nommée section réduite) fournit la même énergie de déformation que la contrainte exacte agissant sur la section réelle  $A$  de la poutre. Prenons par exemple une poutre isotrope de section rectangulaire  $A = B.H$ . L'énergie de déformation par longueur unitaire de la poutre est donnée par (Bathe 1996) :

$$U_1 = \int_A \frac{1}{2G} \sigma_{xy\text{exact}}^2 dA \quad (5.2a)$$

L'énergie de déformation calculée par le modèle simplifié est :

$$U_2 = \int_{A^*} \frac{1}{2G} \left(\frac{T}{A^*}\right)^2 dA^* \quad (5.2b)$$

Avec l'hypothèse que  $U_1 = U_2$  et  $k = A^* / A$  nous obtenons :

$$k = \frac{T^2}{A \int_A \sigma_{xy\text{exact}}^2 dA} \quad (5.3)$$

Pour une poutre à section rectangulaire les équations (5.1) et (5.3) donnent  $k = 5/6$  (coefficient de Reissner).

La méthode ultérieurement mise en œuvre par Cowper (faisant intervenir le coefficient de Poisson  $\nu$ ) consiste à calculer  $k$  à partir du problème d'élasticité tridimensionnelle de la poutre console (Cowper 1966). Pour une section rectangulaire pleine l'auteur obtient :

$$k = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu} \quad (5.4)$$

Remarque

- Les déplacements suivant l'épaisseur  $y$  sont linéaires dans la formulation Timoshenko (théorie dite du premier ordre). La validité de la théorie du premier ordre par rapport aux solutions bidimensionnelles ou tridimensionnelles dépend beaucoup des valeurs utilisées pour les facteurs de coefficient de correction de cisaillement (Batoz et Dhatt 1990). Les théories d'ordre supérieur (déplacements quadratiques, cubiques en  $y$ ) permettant de satisfaire les conditions sur les faces extérieures évitent l'introduction de  $k$ , mais elles font intervenir d'autres variables cinématiques telles que le déplacement vertical et la rotation, et ne seront pas étudiées ici.

#### 5.4. Le blocage par cisaillement

##### 5.4.1. Présentation du problème

Nous allons étudier une poutre 2D sollicitée par des efforts constants distribués latéralement  $q_y$  (Figure 5.4).

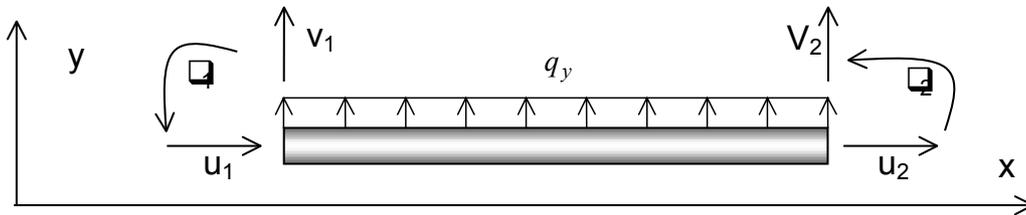


Figure 5.4. Poutre Timoshenko sous chargement latéral constant

Pour un champ cinématique admissible de déplacements  $\delta u(x, y), \delta v(x, y)$  le principe des travaux virtuels prend la forme :

$$\int_{V_0} (\delta \varepsilon_{xx} \sigma_{xx} + 2\delta \varepsilon_{xy} \sigma_{xy}) dV_0 = \int_0^L \delta v_s(x) q_y dx \quad (5.5)$$

En utilisant les équations du tableau 5.1, l'équation 5.5 devient :

$$\int_0^L \int_S \sigma_{xx} (\delta u'_s(x) - y \delta \theta'_s(x)) + \sigma_{xy} (\delta v'_s(x) - \delta \theta_s(x)) dS dx = \int_0^L q_y \delta v_s(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^L N \delta u'_s(x) + T \delta \beta_s(x) + M \delta \theta'_s(x) dx = \int_0^L q_y \delta v_s(x) dx \quad (5.6)$$

avec :

$$N = \int_S \sigma_{xx} dS; T = \int_S \sigma_{xy} dS; M = - \int_S y \sigma_{xx} dS; \beta_s(x) = v'_s(x) - \theta_s(x) \quad (5.7)$$

La théorie des poutres et les équations d'élasticité (matériau isotrope) nous donnent :

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}; \sigma_{xy} = G 2 \varepsilon_{xy} \text{ avec } G = E / 2(1 + \nu) \quad (5.8)$$

Avec l'hypothèse que le plan  $xz$  est un plan principal d'inertie ( $\int_S y dS = 0$ ), on obtient :

$$N = EA u'_s(x); T = GkA \beta_s(x); M = EI \theta'_s(x) \quad (5.9)$$

L'introduction des équations 5.9 dans le principe des travaux virtuels (équation 5.6) nous donne (Pégon 1994) :

$$\int_0^L (\delta D_x EAD_x + \delta D_y GkAD_y + \delta D_{rot} EID_{rot}) dx - \int_0^L q_y \delta v_s(x) dx = 0 \quad (5.10)$$

avec  $F = (N, T, M)$  les composantes d'un vecteur des contraintes «généralisées» et  $D = (D_x, D_y, D_{rot}) = (u'_s(x), \beta_s(x), \theta'_s(x))$  le vecteur des déformations «généralisées».

Les variables de déplacement et de rotation sont indépendantes dans la formulation Timoshenko ( $\theta_s(x) \neq v'_s(x)$ ). Nous allons donc essayer de discrétiser séparément  $u_s(x), v_s(x)$  et  $\theta_s(x)$  avec des fonctions d'interpolation linéaires en adoptant comme inconnues nodales les déplacements  $u_i, v_i$  et  $\theta_i$  des deux points extrêmes de la poutre.

$$\begin{Bmatrix} u_s(x) \\ v_s(x) \\ \theta_s(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{axial} \\ H_{vert} \\ H_{rot} \end{bmatrix} \varphi \quad (5.11)$$

Les déformations généralisées prennent la forme suivante :

$$D_x = u'_s(x) = -\frac{1}{L}u_1 + \frac{1}{L}u_2 = H'_{axial}\varphi = B_{axial}\varphi \quad (5.12a)$$

$$D_y = v'_s(x) - \theta_s(x) = -\frac{1}{L}v_1 + \frac{1}{L}v_2 - (1 - \frac{x}{L})\theta_1 - \frac{x}{L}\theta_2 = (H'_{vert} - H_{rot})\varphi = B_{vert}\varphi \quad (5.12b)$$

$$D_{rot} = \theta'_s(x) = -\frac{1}{L}\theta_1 + \frac{1}{L}\theta_2 = H'_{rot}\varphi = B_{rot}\varphi \quad (5.12c)$$

La discrétisation de l'espace  $[0, L]$  avec des éléments et l'utilisation des équations 5.11 et 5.12 rend l'équation 5.10 équivalente à la résolution d'un système linéaire :

$$K\varphi = F \quad (5.13)$$

La matrice de rigidité correspondante d'un élément est donnée par :

$$K_{elem} = K_{axial} + K_{cis} + K_{flex} \quad (5.14a)$$

$$K_{axial} = \int_0^L B_{axial}^T EAB_{axial} dx \quad (5.14b)$$

$$K_{cis} = \int_0^L B_{vert}^T kGAB_{vert} dx \quad (5.14d)$$

$$K_{flex} = \int_0^L B_{rot}^T EIB_{rot} dx \quad (5.14c)$$

La matrice de rigidité finale prend la forme :

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{kAG}{L} & \frac{kAG}{2} & 0 & -\frac{kAG}{L} & \frac{kAG}{2} \\ & & \frac{EI}{L} + \frac{kAGL}{3} & 0 & -\frac{kAG}{2} & -\frac{EI}{L} + \frac{kAGL}{6} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{kAG}{L} & -\frac{kAG}{2} \\ sym & & & & & \frac{EI}{L} + \frac{kAGL}{3} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Dans le cas de la poutre console de section rectangulaire  $A = B.H$  sollicitée par une charge transversale  $P$  (Figure 5.3) la comparaison entre les résultats analytiques et les résultats numériques (le maillage de la poutre est fait avec un élément fini) nous donne (Tableau 5.3 - De Ville de Goyet 1989) :

<i>Poutre Timoshenko (analytique)</i>	<i>Poutre Timoshenko (Elément fini)</i>
<i>Rotation à l'extrémité libre</i>	
$\theta_s(x=L) = -\frac{PL^2}{2EI}$	$\theta_s(x=L) = -\frac{PL^2}{2EI}\alpha$
<i>Déplacement transversal à l'extrémité libre</i>	
$v_s(x=L) = -\frac{PL^3}{3EI} - \frac{PL}{kGA}$	$v_s(x=L) = -\frac{PL^3}{4EI}\alpha - \frac{PL}{kGA}$
	avec $\alpha = 1/(1 + \frac{L^2 kG}{H^2 E})$

Tableau 5.3. Comparaison des résultats analytiques et numériques pour une poutre console sollicitée par une charge transversale

Le phénomène du blocage apparaît quand le rapport  $L/H$  est grand (poutre élancée). Pour ce cas,  $\alpha \rightarrow 0$  et la rigidité en cisaillement est surestimée ( $\theta_s(x) \rightarrow 0$ ). Pour une poutre en acier de section rectangulaire de hauteur  $H$  de largeur  $B$  avec  $k = 5/6$  et  $E = 2.6G$  nous avons (De Ville de Goyet 1989) :

$$L/H = 10 \Rightarrow \theta = 0,0303\theta_{exact}$$

$$L/H = 20 \Rightarrow \theta = 0,0077\theta_{exact}$$

Une autre façon de mettre en évidence le phénomène du blocage par cisaillement est d'étudier la capacité de l'élément à reproduire le comportement sous flexion pure («Kirchhoff's mode»). Dans ces conditions la déformation de cisaillement doit être nulle partout dans l'élément :

$$2\varepsilon_{xy}(x) \equiv 0 \Leftrightarrow 2\varepsilon_{xy} = 0; \forall x \quad (5.16)$$

Les relations 5.16 et 5.12b nous donnent :

$$\theta_2 - \theta_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{L}(\theta_2 - \theta_1) = 0 \Rightarrow \text{courbure} = 0 \quad (5.17)$$

et donc le seul élément capable de reproduire ce mode de déformation est l'élément dont la courbure est nulle ( $\theta_1 = \theta_2$ ), ce qui est évidemment beaucoup trop restrictif (Ibrahimbegovic et Frey 1992).

#### Remarques

- La convergence de cet élément fini ne peut être mise en doute. En effet, la différence entre les résultats théoriques et numériques devient nulle lorsque le nombre d'éléments finis utilisé pour mailler la poutre augmente.
- Le phénomène du blocage par cisaillement apparaît dans tous les éléments finis de poutre où le déplacement transversal  $v_s(x)$  et la rotation  $\theta_s(x)$  sont discrétisés séparément (Stolarski et Belytschko 1982, 1983).

#### 5.4.2. Solutions proposées pour le blocage par cisaillement

Le blocage par cisaillement est un problème numérique qui a beaucoup intéressé les chercheurs ces dernières vingt années et dont une abondance de solutions existent dans la littérature (Crisfield 1991). Dans la suite plusieurs solutions simples et efficaces vont être présentées. La solution qui consiste à utiliser des fonctions de forme d'ordre supérieur va être présentée plus en détail puisque c'est la solution retenue pour le développement de l'élément 3D multifibre.

##### 1. Intégration sélective

Une façon d'éviter l'apparition du blocage par cisaillement et de rendre ainsi la solution indépendante du rapport  $L/H$  est de calculer les termes de la matrice de rigidité en intégrant de manière exacte les termes relatifs à la flexion et en *sous-intégrant* les termes relatifs au cisaillement («Selective/reduced integration», Hughes et al. 1977, Stolarski et Belytschko 1983). Dans le cas de la poutre à deux nœuds, cela revient à intégrer les termes de flexion par voie analytique (exactement) et les termes de cisaillement avec un seul point d'intégration au milieu ( $x = L/2$ ). Pour l'élément fini présenté ci-dessous la

déformation de cisaillement devient indépendante de  $x$  et le mode de déformation de flexion pure peut être reproduit :

$$\varepsilon_{xy} \Big|_{x=L/2} = \frac{v_2 - v_1}{L} - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (5.18)$$

Si l'intégration sélective est satisfaisante en élasticité, elle convient moins bien en régime non linéaire où il est souvent nécessaire de faire le calcul en une série de points de plusieurs sections (plusieurs points d'intégration).

## 2. Supposer une déformation de cisaillement constante

L'idée est d'intervenir directement dans la définition de la déformation de cisaillement («Assumed shear strain method», Hughes et Tezduyar 1981, De Ville de Goyet 1989). Pour un élément à deux nœuds cela revient à introduire la déformation de cisaillement constante de la relation 5.18 dans le principe des déplacements virtuels (équation 5.5). Tous calculs faits, la nouvelle matrice de rigidité est identique à celle obtenue par sous-intégration des termes de cisaillement. Le verrouillage disparaît, les termes de la matrice de rigidité peuvent être intégrés analytiquement et il n'y a plus de restriction au nombre de points d'intégration utilisés.

## 3. Enrichir le champ des déplacements

Le champ des déplacements est enrichi de façon à pouvoir reproduire la déformation sous flexion pure. Selon Ibrahimbegovic et Wilson (1991) les champs des déplacements horizontaux restent les mêmes et le champ des déplacements latéraux prend la forme suivante :

$$v(x, y) = h_1(x)v_1 + h_2(x)v_2 + h_3(x)\Delta v \quad (5.19)$$

$$h_3(x) = 1 - \left(\frac{2x}{L} - 1\right)^2 \quad (5.20)$$

La déformation due au cisaillement devient :

$$2\varepsilon_{xy} = v'_s(x) - \theta_s(x) = \frac{v_2 - v_1}{L} - \theta_1 + \frac{x}{L}(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{4}{L} - \frac{8x}{L^2}\right)\Delta v \quad (5.21)$$

En imposant  $\Delta v = \frac{L}{8}(\theta_1 - \theta_2)$  nous retrouvons l'équation 5.18.

#### 4. Utiliser des fonctions de forme d'ordre supérieur

Afin de s'affranchir du problème de verrouillage nous pouvons utiliser une interpolation polynomiale de degré plus élevé pour les variables  $v_s(x)$  et  $\theta_s(x)$  qui ne seront plus indépendantes. Ces approches conduisent à des éléments finis à plus de deux nœuds (deux nœuds aux extrémités, plus des nœuds intérieurs, Ibrahimbegovic et Frey 1992) ou à des éléments finis à deux nœuds dont les fonctions de forme dépendent des propriétés des matériaux (De Ville de Goyet 1989, Friedman et Kosmatka 1993). Une telle approche est choisie pour l'élément Timoshenko à deux nœuds présenté ci-dessous.

#### Un élément fini Timoshenko à deux nœuds (Friedman et Kosmatka 1993).

La formulation de l'élément fini de poutre à deux nœuds avec prise en compte du cisaillement a été initialement proposée par Przemieniecki (1968) et puis développée par plusieurs auteurs dont Tessler et Dong (1981). Pour une poutre homogène les équations d'équilibre en  $T$  et  $M$  se traduisent par :

$$EI\theta''_s(x) + kGA(v'_s(x) - \theta_s(x)) = 0 \quad (5.22a)$$

$$kGA(v''_s(x) - \theta'_s(x)) = -q_y \quad (5.22b)$$

La première équation est satisfaite seulement si le polynôme choisi pour le déplacement vertical  $v_s(x)$  est d'un degré supérieur au polynôme choisi pour la rotation  $\theta_s(x)$ . Les variables  $v_s(x)$  et  $\theta_s(x)$  ne sont plus discrétisées séparément et les nouvelles fonctions de forme satisfont les équations 5.22 (Friedman et Kosmatka 1993) :

$$\begin{Bmatrix} u_s(x) \\ v_s(x) \\ \theta_s(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & h_3 & h_4 & 0 & h_5 & h_6 \\ 0 & h_7 & h_8 & 0 & h_9 & h_{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{axial} \\ H_{vert} \\ H_{rot} \end{bmatrix} \phi \quad (5.23)$$

$$\begin{cases} h_1 = 1 - \frac{x}{L} \\ h_2 = \frac{x}{L} \\ h_3 = \frac{1}{1+\phi} \left\{ 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \phi\left(\frac{x}{L}\right) + 1 + \phi \right\} \\ h_4 = \frac{L}{1+\phi} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^3 - \left(2 + \frac{\phi}{2}\right)\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(1 + \frac{\phi}{2}\right)\left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ h_5 = -\frac{1}{1+\phi} \left\{ 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \phi\left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ h_6 = \frac{L}{1+\phi} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^3 - \left(1 - \frac{\phi}{2}\right)\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{\phi}{2}\left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ h_7 = \frac{6}{(1+\phi)L} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ h_8 = \frac{1}{1+\phi} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - (4+\phi)\left(\frac{x}{L}\right) + (1+\phi) \right\} \\ h_9 = -\frac{6}{(1+\phi)L} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \\ h_{10} = \frac{1}{1+\phi} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - (2-\phi)\left(\frac{x}{L}\right) \right\} \end{cases}$$

avec  $\phi$  le rapport entre la rigidité de flexion et la rigidité de cisaillement de l'élément :

$$\phi = \frac{12}{L^2} \left( \frac{EI}{kGA} \right) = \frac{24}{L^2} \left( \frac{I}{kA} \right) (1 + \nu) \quad (5.24)$$

En combinant les équations 5.14 et 5.23 la matrice de rigidité finale prend cette fois-ci la forme :

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+\phi)L^3} & \frac{6EI}{(1+\phi)L^2} & 0 & \frac{-12EI}{(1+\phi)L^3} & \frac{6EI}{(1+\phi)L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+\phi)L^2} & \frac{(4+\phi)EI}{(1+\phi)L} & 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi)L^2} & \frac{(2-\phi)EI}{(1+\phi)L} \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+\phi)L^3} & \frac{-6EI}{(1+\phi)L^2} & 0 & \frac{12EI}{(1+\phi)L^3} & \frac{-6EI}{(1+\phi)L^2} \\ 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi)L^2} & \frac{(4+\phi)EI}{(1+\phi)L} & 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi)L^2} & \frac{(4+\phi)EI}{(1+\phi)L} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

*sym*

Le travail virtuel des efforts d'inertie qui doit s'ajouter à l'équation 5.6 est (Pégon 1994) :

$$\begin{aligned} W_{inert} &= \int_0^L \int_S \rho (\delta u(x, y) \frac{d^2 u(x, y)}{dt^2} + \delta v(x, y) \frac{d^2 v(x, y)}{dt^2}) dS dx \\ &= \int_0^L \rho (A \delta u_s(x) \frac{d^2 u_s(x)}{dt^2} + A \delta v_s(x) \frac{d^2 v_s(x)}{dt^2} + I \delta \theta_s(x) \frac{d^2 \theta_s(x)}{dt^2}) dx \end{aligned} \quad (5.26)$$

avec  $\rho$  la masse volumique du matériau.

Les mêmes fonctions d'interpolations sont utilisées dans le domaine dynamique et donc la matrice de masse cohérente prend la forme (Friedman et Kosmatka 1993) :

$$M_{elem} = M_{axial} + M_{vert} + M_{rot} \quad (5.27a)$$

$$M_{axial} = \int_0^L H_{axial}^T \rho A H_{axial} dx \quad (5.27b)$$

$$M_{vert} = \int_0^L H_{vert}^T \rho A H_{vert} dx \quad (5.27c)$$

$$M_{rot} = \int_0^L H_{rot}^T \rho I H_{rot} dx \quad (5.27d)$$

$$M_{axial} = \begin{bmatrix} \frac{\rho AL}{3} & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{6} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{\rho AL}{3} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ sym & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$M_{vert} = \frac{\rho AL}{210(1+\phi)^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_1 & m_2 & 0 & m_3 & -m_4 \\ & & m_5 & 0 & m_4 & m_6 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & m_1 & -m_2 \\ sym & & & & & m_5 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$\text{avec } \begin{cases} m_1 = 70\phi^2 + 147\phi + 78 \\ m_2 = (35\phi^2 + 77\phi + 44) \frac{L}{4} \\ m_3 = 35\phi^2 + 63\phi + 27 \\ m_4 = (35\phi^2 + 63\phi + 26) \frac{L}{4} \\ m_5 = (7\phi^2 + 14\phi + 8) \frac{L^2}{4} \\ m_6 = -(7\phi^2 + 14\phi + 6) \frac{L^2}{4} \end{cases}$$

$$M_{rot} = \frac{\rho I}{30(1+\phi)^2 L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_7 & -m_8 & 0 & -m_7 & -m_8 \\ & & m_9 & 0 & m_8 & m_{10} \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & m_7 & m_8 \\ sym & & & & & m_9 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$\text{avec } \begin{cases} m_7 = 36 \\ m_8 = (15\phi - 3)L \\ m_9 = (10\phi^2 + 5\phi + 4)L^2 \\ m_{10} = (5\phi^2 - 5\phi - 1)L^2 \end{cases}$$

Finalement, en introduisant 5.12 dans 5.6 le vecteur des efforts résultants prend la forme :

$$F = \int_0^L H_{vert}^T q_y dx \quad (5.31)$$

### Remarques

- La matrice de rigidité de l'élément (équation 5.25) est la même que la matrice de rigidité exacte d'un élément Timoshenko développé dans Przemieniecki (1968). Un élément fini est donc suffisant pour calculer les déplacements d'une poutre soumise à des chargements statiques.
- L'élément est exempt de verrouillage. Lorsque l'élanement devient grand ( $H/L \rightarrow 0$  et par conséquent  $\phi \rightarrow 0$ ) les matrices de rigidité, de masse et le vecteur des efforts résultants tendent respectivement vers ceux d'un élément Bernoulli.
- L'expression de la matrice de masse (équation 5.27) est rarement présentée dans la littérature. Dans la plupart des codes éléments finis elle est remplacée par la matrice de masse de type Bernoulli (ainsi le terme  $\phi$  de correction de cisaillement intervient uniquement dans la matrice de raideur). Pour le cas d'une poutre courte ( $L/r = 12$  avec  $r = \sqrt{I/A}$  le rayon de giration de la section), bi-guidée de section circulaire pleine, cette approche conduit à une erreur relative de l'ordre de 30% dès le quatrième mode, alors que l'erreur est quasi nulle pour l'élément cohérent de Timoshenko (Corn 1998).
- Les fonctions de forme dépendent des propriétés des matériaux (équations 5.23 et 5.24). Ceci n'influence pas la performance de l'élément dans le régime non linéaire puisqu'elles ne sont calculées qu'une seule fois au début de calcul, et sont considérées ensuite comme constantes.

### 5.5. Élément fini multifibre Timoshenko 3D

Dans cette partie nous présentons l'élément fini 3D multifibre Timoshenko que nous avons implanté dans la librairie FEDEAS (Filippou 1996) du code FEAP (Taylor 1996). Les fonctions d'interpolation choisies sont celles présentées dans le paragraphe précédent pour éviter le blocage par cisaillement. Les matrices de raideur (équation 5.25) et de masse (équations 5.27 à 5.30) sont valables pour des poutres à section homogène et pour lesquelles le plan  $xz$  est plan principal d'inertie ( $\int_S y dS = 0$ ). Nous présentons ici une généralisation où l'axe de référence choisi pour la poutre est indépendant de toute considération géométrique,

inertielle ou mécanique. L'élément fonctionne pour une section quelconque (hétérogène et sans symétrie) et est donc adapté à une évolution non linéaire du comportement des fibres.

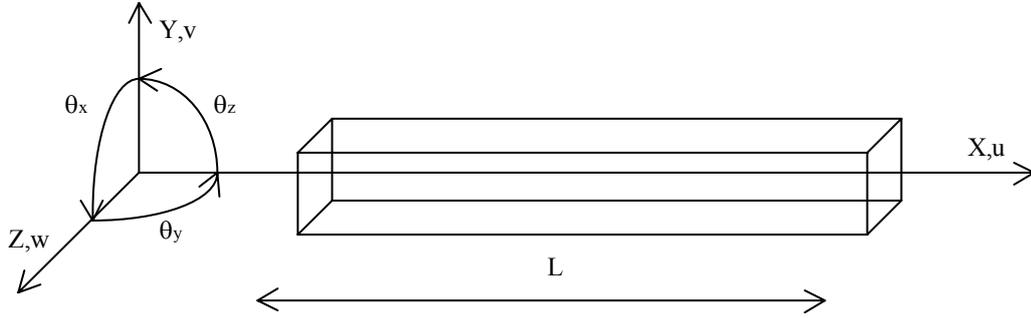


Figure 5.4. Poutre Timoshenko 3D

Considérons une poutre Timoshenko 3D, droite, orientée dans la direction  $x$ , soumise à des efforts distribués constants  $q_y, q_z$  (Figure 5.4). Les champs de déplacements et de déformations prennent cette fois-ci la forme :

$$u(x, y, z) = u_s(x) - y\theta_{sz}(x) + z\theta_{sy}(x) \quad (5.32a)$$

$$v(x, y, z) = v_s(x) - z\theta_{sx}(x) \quad (5.32b)$$

$$w(x, y, z) = w_s(x) + y\theta_{sx}(x) \quad (5.32c)$$

$$\varepsilon_{xx} = u'_s(x) - y\theta'_{sz}(x) + z\theta'_{sy}(x) \quad (5.33a)$$

$$2\varepsilon_{xy} = v'_s(x) - \theta_{sz}(x) - z\theta_{sx}(x) \quad (5.33b)$$

$$2\varepsilon_{xy} = w'_s(x) + \theta_{sy}(x) + y\theta_{sx}(x) \quad (5.33c)$$

En introduisant les équations 5.33 dans le principe des travaux virtuels nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{V_0} (\delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + 2\delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + 2\delta\varepsilon_{xz}\sigma_{xz})dV_0 &= \int_0^L \delta v_s(x)q_y + \delta w_s(x)q_z dx \quad (5.34) \\ \Leftrightarrow \int_0^L N\delta u'_s(x) + T_y\beta_{sy}(x) + T_z\beta_{sz}(x) + M_x\delta\theta'_{sx}(x) + M_y\delta\theta'_{sy}(x) + M_z\delta\theta'_{sz}(x)dx \\ &= \int_0^L \delta v_s(x)q_y + \delta w_s(x)q_z dx \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
N &= \int_S \sigma_{xx} dS; \quad T_y = \int_S \sigma_{xy} dS; \quad T_z = \int_S \sigma_{xz} dS; \\
M_z &= -\int_S y \sigma_{xx} dS; \quad M_y = \int_S z \sigma_{xx} dS; \quad M_x = \int_S (-z \sigma_{xy} + y \sigma_{xz}) dS; \\
\beta_{sy}(x) &= v'_s(x) - \theta_{sz}(x); \quad \beta_{sz}(x) = w'_s(x) + \theta_{sy}(x)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

La théorie des poutres et les équations d'élasticité nous donnent :

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}; \quad \sigma_{xy} = G 2 \varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{xz} = G 2 \varepsilon_{xz} \tag{5.36}$$

Nous supposons que la section  $S$  n'est pas homogène. Sans adopter des hypothèses particulières sur l'intersection de l'axe  $x$  avec la section  $S$  ou sur l'orientation des axes  $y, z$ , la relation entre les contraintes «généralisées»  $F$  et les déformations «généralisées»  $D$  devient (Guedes et al. 1994) :

$$F = K_s D \tag{5.37a}$$

avec:

$$F = (N, T_y, T_z, M_x, M_y, M_z)^T \tag{5.37b}$$

$$D = (D_x, D_y, D_z, D_{rotx}, D_{roty}, D_{rotz})^T = (u'_s(x), \beta_{sy}(x), \beta_{sz}(x), \theta'_{sx}(x), \theta'_{sy}(x), \theta'_{sz}(x))^T \tag{5.37c}$$

$$K_s = \begin{bmatrix} K_{s11} & 0 & 0 & 0 & K_{s15} & K_{s16} \\ & K_{s22} & 0 & K_{s24} & 0 & 0 \\ & & K_{s33} & K_{s34} & 0 & 0 \\ & & & K_{s44} & 0 & 0 \\ & & & & K_{s55} & K_{s56} \\ \text{sym} & & & & & K_{s66} \end{bmatrix} \tag{5.37d}$$

$$K_{s11} = \int_S E dS; \quad K_{s15} = \int_S E z dS; \quad K_{s16} = -\int_S E y dS; \quad K_{s22} = k_y \int_S G dS$$

$$K_{s24} = -k_y \int_S G z dS; \quad K_{s33} = k_z \int_S G dS; \quad K_{s34} = k_z \int_S G y dS;$$

$$K_{s44} = \int_S G (k_z y^2 + k_y z^2) dS; \quad K_{s55} = \int_S E z^2 dS; \quad K_{s56} = -\int_S E y z dS; \quad K_{s66} = \int_S E y^2 dS;$$

ou  $E$  et  $G$  varient en fonction de  $y$  et  $z$ .

L'introduction des équations 5.37 dans le principe des travaux virtuels conduit à :

$$\int_0^L \delta D^T K_s D dx - \int_0^L \delta v_s(x) q_y + \delta w_s(x) q_z dx = 0 \quad (5.38)$$

De même, le travail virtuel des efforts d'inertie devient (Guedes et al. 1994) :

$$\begin{aligned} W_{inert} &= \int_0^L \int_S \rho (\delta u(x, y) \frac{d^2 u(x, y)}{dt^2} + \delta v(x, y) \frac{d^2 v(x, y)}{dt^2} + \delta w(x, y) \frac{d^2 w(x, y)}{dt^2}) dS dx \\ &= \int_0^L \delta U M_s \frac{d^2 U}{dt^2} dx \end{aligned} \quad (5.39)$$

avec  $U = (u_s(x), v_s(x), w_s(x), \theta_{sx}(x), \theta_{sy}(x), \theta_{sz}(x))$  le vecteur des déplacements «généralisés»

$$M_s = \begin{bmatrix} M_{s11} & 0 & 0 & 0 & M_{s15} & M_{s16} \\ & M_{s22} & 0 & M_{s24} & 0 & 0 \\ & & M_{s33} & M_{s34} & 0 & 0 \\ & & & M_{s44} & 0 & 0 \\ & & & & M_{s55} & M_{s56} \\ \text{sym} & & & & & M_{s66} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$M_{s11} = \int_S \rho dS ; M_{s15} = \int_S \rho z dS ; M_{s16} = -\int_S \rho y dS ; M_{s22} = k_y \int_S \rho dS ;$$

$$M_{s24} = -k_y \int_S \rho z dS ; M_{s33} = k_z \int_S \rho dS ; M_{s34} = k_z \int_S \rho y dS ; M_{s44} = \int_S \rho (k_z y^2 + k_y z^2) dS ;$$

$$M_{s55} = \int_S \rho z^2 dS ; M_{s56} = -\int_S \rho y z dS ; M_{s66} = \int_S \rho y^2 dS$$

avec  $\rho$  qui peut varier en fonction de  $y$  et  $z$ .

En utilisant les fonctions de forme d'ordre supérieur, la discrétisation des variables  $u_s(x)$ ,

$v_s(x)$ ,  $w_s(x)$ ,  $\theta_{sx}(x)$ ,  $\theta_{sy}(x)$ ,  $\theta_{sz}(x)$  devient (éq. 5.41) :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_s(x) \\ v_s(x) \\ w_s(x) \\ \theta_{sx}(x) \\ \theta_{sy}(x) \\ \theta_{sz}(x) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & h_5 & 0 & 0 & 0 & h_6 \\ 0 & 0 & h_3^* & 0 & -h_4^* & 0 & 0 & 0 & h_5^* & 0 & -h_6^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_7^* & 0 & h_8^* & 0 & 0 & 0 & -h_9^* & 0 & h_{10}^* & 0 \\ 0 & h_7 & 0 & 0 & 0 & h_8 & 0 & h_9 & 0 & 0 & 0 & h_{10} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ \theta_{z1} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} H_{axial} \\ H_{verty} \\ H_{vertz} \\ H_{rotx} \\ H_{roty} \\ H_{rotz} \end{bmatrix} \varphi$$

avec  $h_i (i = 1,10)$  donnés par les équations 5.23 avec  $\phi = \phi_y = \frac{12 \int_s E y^2 ds}{L^2 k_y \int_s G ds}$

et  $h_i^* (i = 3,10)$  donnés par les équations 5.23 avec  $\phi = \phi_z = \frac{12 \int_s E z^2 ds}{L^2 k_z \int_s G ds}$

Les déformations généralisées deviennent :

$$D = B\varphi \quad (5.42)$$

avec :

$$D_x = u_s'(x) = H_{axial} \varphi = B_{axial} \varphi$$

$$D_y = v_s'(x) - \theta_{sz}(x) = (H'_{verty} - H_{rotz}) \varphi = B_{verty} \varphi$$

$$D_z = w_s'(x) + \theta_{sy}(x) = (H'_{vertz} + H_{roty}) \varphi = B_{vertz} \varphi$$

$$D_{rotx} = \theta'_{sx}(x) = H'_{rotx} \varphi = B_{rotx} \varphi$$

$$D_{roty} = \theta'_{sy}(x) = H'_{roty} \varphi = B_{roty} \varphi$$

$$D_{rotz} = \theta'_{sz}(x) = H'_{rotz} \varphi = B_{rotz} \varphi$$

La discrétisation de l'espace  $[0, L]$  avec des éléments et l'utilisation des équations 5.42 rend l'équation 5.34 équivalente à la résolution d'un système linéaire :

$$K\varphi = F \quad (5.43)$$

La matrice de rigidité de l'élément, la matrice de masse et le vecteur des efforts résultats sont finalement donnés par :

$$K_{elem} = \int_0^L B^T K_s B dx \quad (5.44)$$

$$M_{elem} = \int_0^L H^T M_s H dx \quad (5.45)$$

$$F = \int_0^L H_{vert_y}^T q_y + H_{vert_z}^T q_z dx \quad (5.46)$$

## 5.6. Exemples d'application

### 5.6.1. Poteau sous chargement cyclique

Il s'agit d'une série de 12 poteaux en béton armé testés à JRC sous flexion biaxiale et effort normal constant ou variable (Bousias et al.1995). Les poteaux étant identiques, le but des essais était d'étudier l'influence du trajet de chargement. Les caractéristiques géométriques des spécimens et les détails du ferrailage sont présentés sur la figure 5.5.

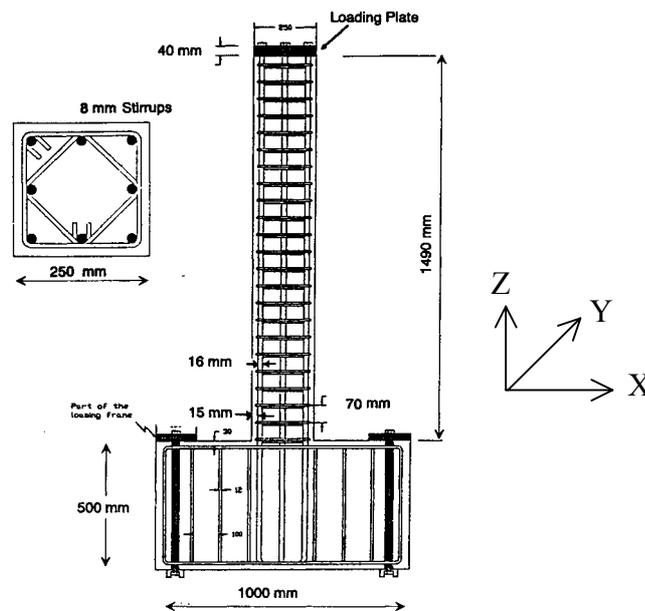


Figure 5.5. Principales caractéristiques des poteaux testés à JRC  
(Gutierrez et al. 1993)

La modélisation du comportement du poteau S1 du programme est présentée ci-dessous. Le poteau est discrétisé en quatre éléments poutres multifibres avec deux sections dans la longueur (deux points de Gauss). 36 fibres sont utilisées pour modéliser le béton et 8 fibres supplémentaires pour modéliser le ferrailage. La dalle inférieure n'a pas été modélisée et le poteau est considéré encastré à la base.

Afin de modéliser le comportement non linéaire du béton, la loi Unilatérale avec sa formulation uniaxiale est implémentée dans la librairie FEDEAS de FEAP (le cisaillement est considéré élastique). Le comportement des armatures est modélisé par la loi Menegotto-Pinto avec écrouissage isotrope (Menegotto et Pinto 1973, Filippou et al. 1983). Les propriétés des matériaux utilisées pour le calcul sont regroupées dans le tableau 5.4.

Module Young béton	20000 MPa
Coeff. de Poisson béton	0.2
Rés. en compression du béton	31 MPa
Rés. en compression du béton confiné	39 MPa
Module Young acier	200000 MPa
Coeff. de Poisson acier	0.3
Limite élastique acier	460 MPa
Résistance ultime de l'acier	710 MPa
Déformation ultime	11%

Tableau 5.4. S1. Propriétés des matériaux pour la modélisation

Pendant l'essai le poteau S1 a été chargé avec une histoire alternée des déplacements en X et en Y et un effort normal constant égal à 0.21 MN (Figure 5.6). Le même chargement a été utilisé pour la simulation. La comparaison des résultats de l'analyse numérique et de l'expérience est présentée sur les figures 5.7 et 5.8.

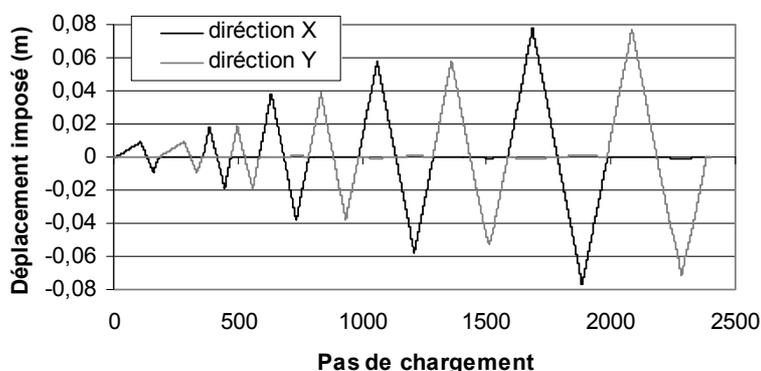


Figure 5.6. S1 - Déplacements imposés pendant l'essai

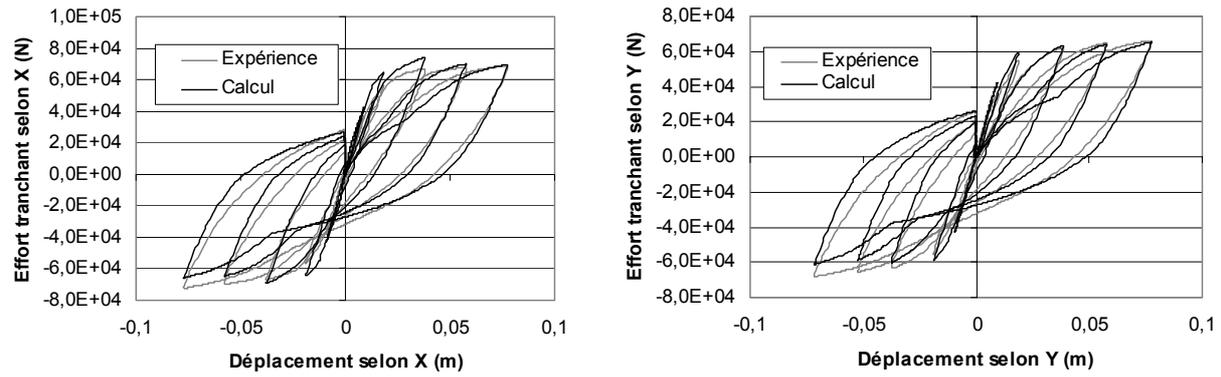


Figure 5.7. S1 - Effort tranchant - déplacement (a) direction X (b) direction Y

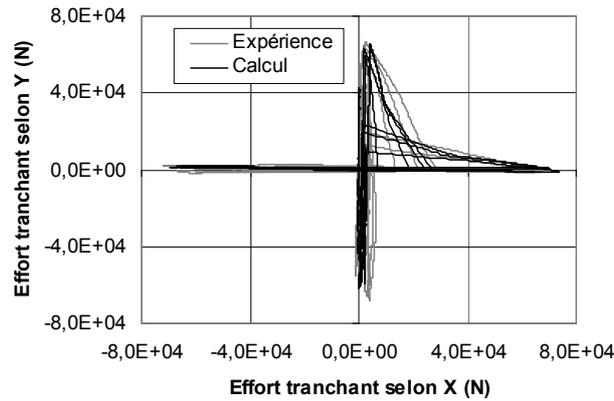


Figure 5.8. S1 - Effort tranchant Y - effort tranchant X

Les résultats de la simulation sont satisfaisants et prouvent la capacité de l'élément de modéliser le comportement global non linéaire du poteau S1. Les boucles d'hystérésis sont correctement reproduites, ainsi que les valeurs maximales des efforts dans les deux directions. Lors des différentes simulations il s'est avéré que la qualité des résultats numériques dépend essentiellement des paramètres utilisés pour la loi des armatures. Ceci semble indiquer l'apparition du glissement («bond slip»), phénomène qui n'est pas pris en compte dans le modèle.

### 5.6.2. Murs en U sous chargements cycliques

Dans le cadre du programme ICONS plusieurs murs en U ont été testés sur la table sismique Azalée de CEA Saclay et au mur de réaction à JRC (Combescure et al. 1999, Pegon et al. 2000). La modélisation de trois essais cycliques effectués à JRC est décrite ci-dessous.

La maquette testée (échelle 1) comporte le mur, une longrine inférieure pour assurer l'encastrement et une dalle supérieure sur laquelle un effort normal constant de 2MN est

imposé. Cet effort est appliqué proche du centre d'inertie afin de ne pas introduire des moments parasites. Les caractéristiques géométrique et les détails du ferrailage sont présentés sur la figure 5.9.

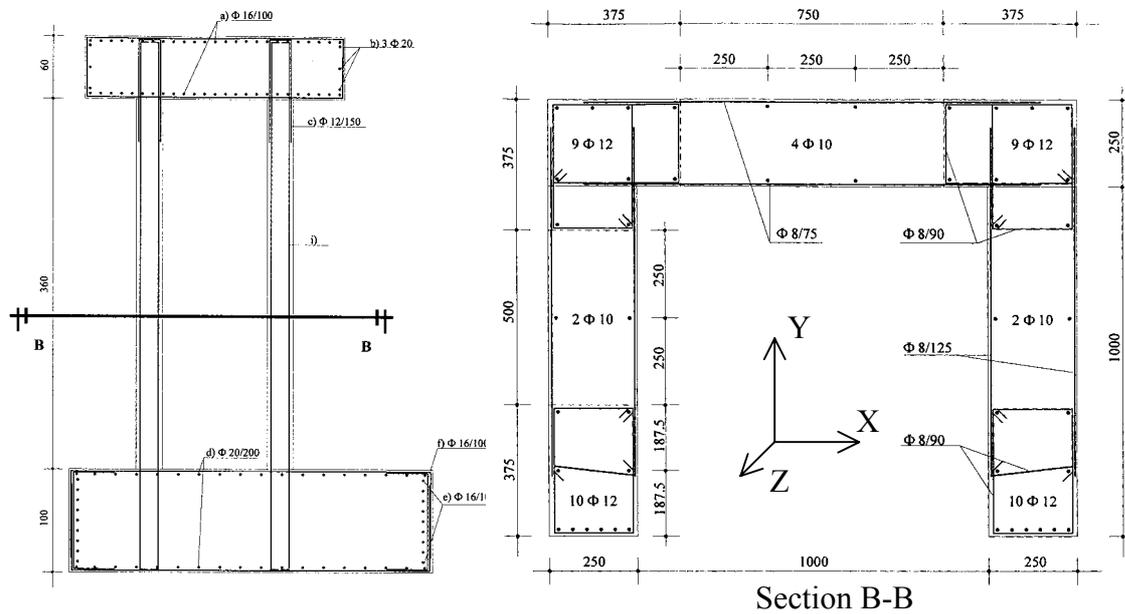


Figure 5.9. Mur en U - Détails de la maquette (Pégon et al. 2000)

Le premier essai est un essai cyclique selon la direction Y (commençant vers  $Y > 0$ ). L'histoire des déplacements imposés à la maquette est représentée sur la figure 5.10. Les déplacements sont imposés avec deux pistons à mi-hauteur de la dalle supérieure qui empêche la torsion au sommet.

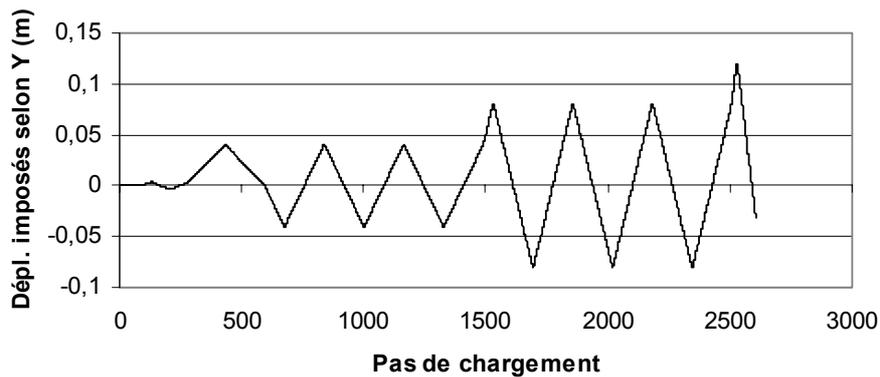


Figure 5.10. Mur en U - Essai cyclique en Y - Déplacements imposés

Le deuxième essai suit la même philosophie cette fois selon la direction X. Comme le chargement n'est pas appliqué au centre de torsion et que la torsion est toujours empêchée, le comportement du voile est caractérisé par le cisaillement et le gauchissement des sections. Le centre de torsion se déplace vers l'intérieur de la structure au fur et à mesure que le

chargement augmente. L'histoire des déplacements imposés à la maquette est représentée sur la figure 5.11.

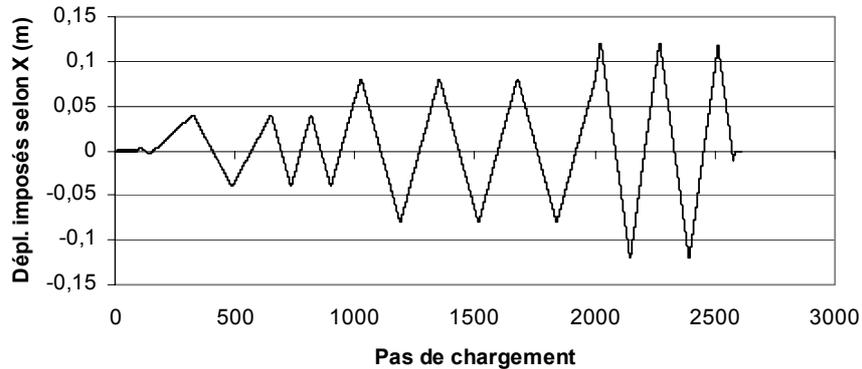


Figure 5.11. Mur en U - Essai cyclique en X - Déplacements imposés

Le dernier essai est un essai cyclique en X et en Y. La torsion est aussi empêchée et les déplacements imposés à la structure ont la forme d'un «papillon» (Figure 5.12).

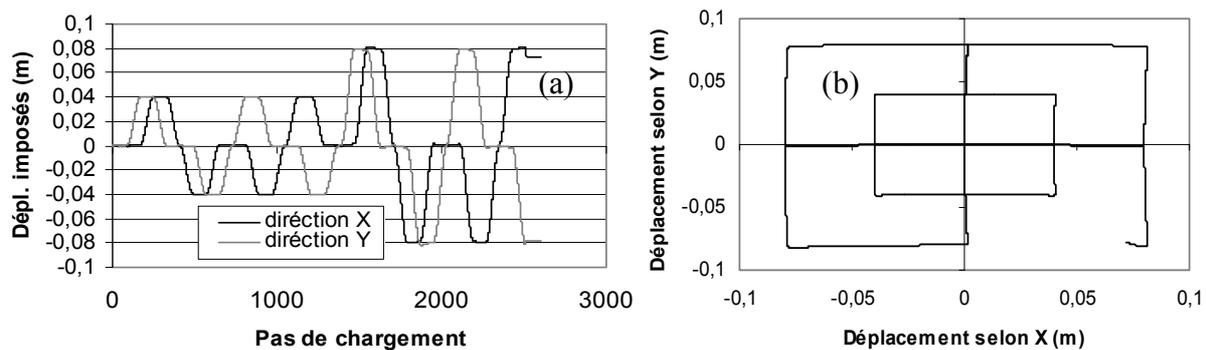


Figure 5.12. Mur en U - Essai cyclique en XY (a) déplacements imposés et pas de chargement (b) déplacements selon Y / déplacements selon X

Pour la modélisation le voile est discrétisé en 11 éléments poutres multifibres avec deux sections dans la longueur (deux points de Gauss). 177 fibres sont utilisées pour modéliser le béton et 46 fibres supplémentaires pour modéliser le ferrailage. La dalle inférieure n'a pas été modélisée et le voile est encasté à la base. Le comportement de la dalle supérieure est supposé élastique. La rotation de la partie supérieure est empêchée afin de simuler les conditions limites lors de l'essai (torsion empêchée).

La loi Unilatérale est utilisée pour le béton et la loi Menegotto-Pinto pour l'acier. Le cisaillement est considéré élastique. Les propriétés des matériaux sont regroupées dans le tableau 5.5. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour les deux premiers tests cycliques unidirectionnels est présentée sur les figures 5.13 - 5.14.

Module Young béton	28900 MPa
Coeff. de Poisson béton	0.25
Rés. en compression du béton	24 MPa
Rés. en compression du béton confiné	30 MPa
Module Young acier	200000 MPa
Coeff. de Poisson acier	0.3
Limite élastique acier	515 MPa
Résistance ultime de l'acier	615 MPa
Déformation ultime	24 %

Tableau 5.5. Mur en U. Propriétés des matériaux pour la modélisation

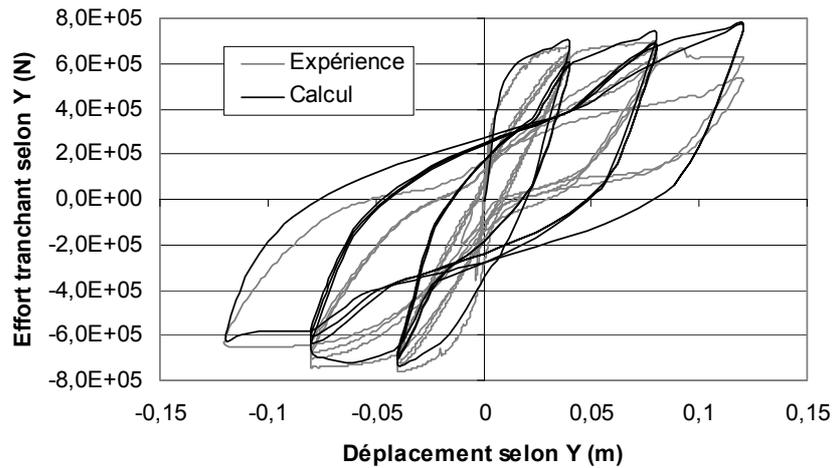


Figure 5.13. Mur en U - Essai cyclique en Y - Effort tranchant - déplacement

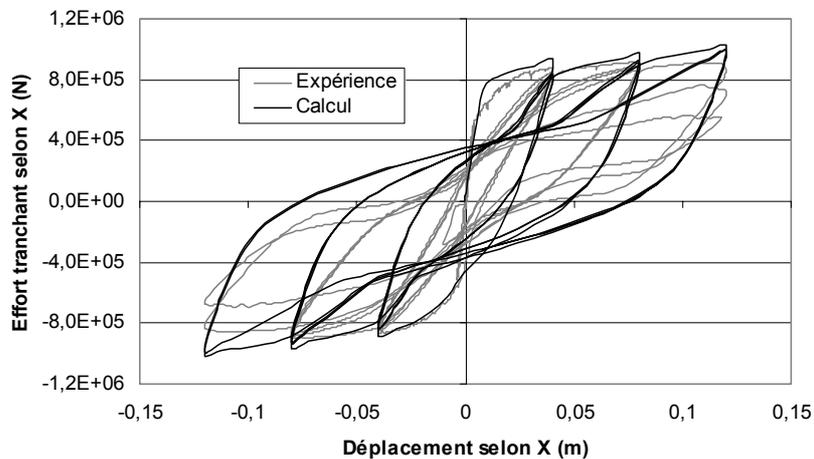


Figure 5.14. Mur en U - Essai cyclique en X - Effort tranchant - déplacement

Les résultats de la simulation du troisième essai cyclique en X et en Y sont présentés sur la figure 5.15.

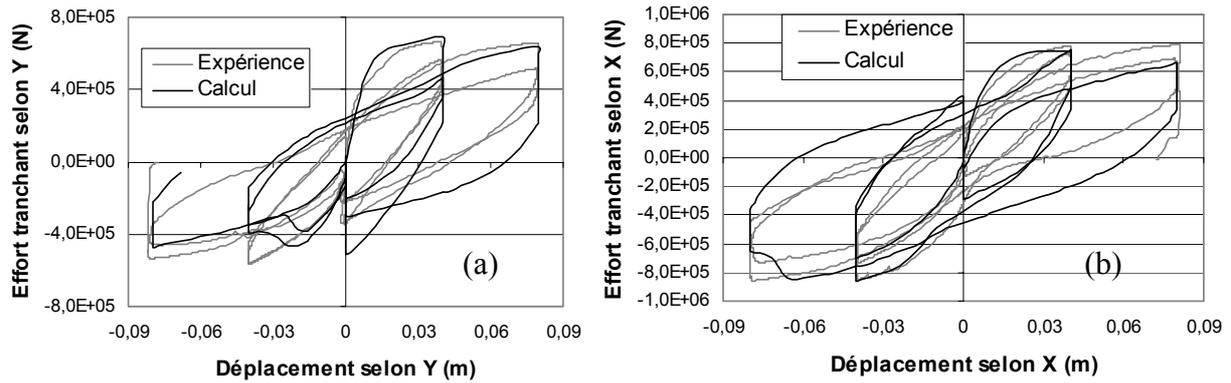


Figure 5.15. Mur en U - Essai cyclique en XY (a) Effort tranchant - déplacement selon Y  
(b) effort tranchant - déplacement selon X

La simulation arrive à reproduire suffisamment bien le comportement global de la maquette pour les trois essais. Les différences sont principalement due au cisaillement qui est considéré élastique dans la loi utilisée pour le béton. Ceci n'est pas réaliste à cause de la torsion empêchée qui induit un important gauchissement aux sections du voile.

## 5.7. Conclusions

Un nouvel élément poutre multifibre 3D a été présenté et implémenté dans la librairie FEDEAS du code éléments finis FEAP. L'élément est capable de considérer l'énergie de déformation due au cisaillement et peut être utilisé pour des sections arbitraires. Il a été validé à partir des résultats expérimentaux des poteaux et des voiles en U testés à JRC et a donné des résultats satisfaisants pour des structures sollicitées en deux directions.

Pour l'instant, le cisaillement et la torsion sont considérés élastiques et des lois uniaxiales sont utilisées pour modéliser le comportement non linéaire du béton et des armatures. Dans un avenir proche, des lois 2D et 3D doivent être développées pour le béton, lois qui doivent être numériquement robustes et capables de simuler correctement son comportement non linéaire sous chargements dynamiques complexes.

## **Conclusions et perspectives**

Dans le cadre du programme européen ICONS et plus spécifiquement de la dernière thématique de recherche concernant le comportement des voiles en béton armé, ce mémoire présente une stratégie de modélisation de leur comportement non linéaire sous chargement dynamique. Inscrits dans la lignée des méthodes simplifiées, les développements concernent 1/ la simulation du comportement de la maquette CAMUS III du programme, 2/ un nouveau type de modélisation nommé Béton Armé Equivalent pour des voiles fortement cisailés dans leur plan, et 3/ un élément multifibre de cinématique Timoshenko capable de prendre en compte des phénomènes 3D.

La maquette CAMUS III, constituée de deux voiles élancés dimensionnés selon l'Eurocode 8, a été et testée dynamiquement sur la table sismique du CEA Saclay. Sa modélisation a consisté à utiliser des éléments poutres multicouches avec des lois de comportement uniaxiales pour les matériaux. Les lois utilisées pour le béton sont basées sur la mécanique de l'endommagement. La discrétisation choisie, malgré sa simplicité a permis de modéliser de façon très satisfaisante le comportement global de la maquette jusqu'à la ruine et a reproduit qualitativement les tendances du schéma de fissuration et de concentration des zones plastiques.

Le domaine de l'application des méthodes simplifiées proposées par LMT a été ensuite élargi pour des problèmes de cisaillement dynamique en 2D et 3D. En ce qui concerne le comportement non linéaire des voiles faiblement élancés soumis à des cisaillements dynamiques importants dans leur plan, une nouvelle méthode de modélisation a été développée. Inspiré par le modèle classique de Ritter - Morsch, le Béton Armé Equivalent considère le comportement d'un voile fissuré analogue à celui d'un treillis avec la création de bielles de compression parallèles aux fissures. Des éléments barres sont utilisés pour la discrétisation des voiles dont les sections sont calculées à partir des relations géométriques. Nous avons mis en évidence l'importance de l'angle formé par les barres diagonales avec les barres horizontales, importance qui devient prépondérante dans le cas des voiles faiblement armés. Afin de reproduire correctement le mécanisme des bielles diagonales de compression cet angle doit être proche de l'angle des contraintes principales au moment de la fissuration du béton. Nous avons de plus effectué une étude sur la connaissance a priori de cette valeur en

utilisant des pratiques de dimensionnement modernes de voiles cisailés telles que la théorie du champ de compression et la théorie du treillis d'angle variable. Le modèle a été validé à partir des résultats de deux programmes expérimentaux et a reproduit de façon très satisfaisante le comportement non linéaire de voiles soumis à des cisaillements dynamiques, mêmes pour le cas pénalisant où la rotation de la partie supérieure est bloquée.

Enfin, l'implémentation d'un élément poutre multifibre Timoshenko a permis d'aborder des problèmes 3D. Cet élément est capable de prendre compte l'énergie de déformation due au cisaillement grâce à l'utilisation des fonctions de forme d'ordre supérieur qui le rendent exempt du verrouillage. L'élément est valable pour une section quelconque (hétérogène et sans symétrie) et est donc adapté à une évolution non linéaire du comportement des fibres.

Cette étude a permis d'éclairer l'intérêt et l'aptitude d'une approche simplifiée à simuler le comportement non linéaire de différents types de structures soumis à des cisaillements importants et a élargi son domaine d'application pour le cas de sollicitations dynamiques en 2D et 3D. Cependant, la modélisation par le Béton Armé Equivalent a mis en évidence la nécessité d'études complémentaires concernant l'identification a priori de l'angle des barres diagonales avec les barres horizontales. S'étant avérée particulièrement bien adaptée à ce cas d'étude, ce type de modélisation pourrait être appliqué à des problèmes divers (ex. simulation du comportement des rotules plastiques développées aux joints, modélisation de voiles élancés, problèmes 3D). En ce qui concerne l'élément multifibre il pourra être utilisé comme support pour le développement des nouvelles lois 3D pour le comportement du béton, mais aussi pour le traitement de la torsion. Le nouveau programme expérimental CAMUS 2000 constituera une importante base de données pour l'avancement et la validation de ces travaux.

## Références bibliographiques

- Absi E.** 1972. "La théorie des équivalences et son application à l'étude des ouvrages d'art". *Annales de I.T.B.T.P.*, n° 295 Octobre.
- ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion.** 1998. "Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 12, 1375 - 1417, December.
- Bathe K.J.** 1996. "Finite element procedures in engineering analysis". *Prentice Hall, Inc*, New Jersey.
- Batoz J.L. & Dhett G.** 1990. " Modélisation des structures par éléments finis. Volume 2 poutres et plaques". *Editions Hermès*, Paris.
- Bazant ZP., Tabbara MR., Kazemi MT. & Pijaudier-Cabot G.** 1990. "Random particle model for fracture of aggregate or fibre composites"., *J.Engng. Mech, ASCE*, 116, 1686-1705.
- Belarbi A. & Hsu T.T.C.** 1995. "Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension-compression ". *ACI Structural journal*, 92(5), 562-573.
- Bhide S.B. & Collins M.P.** 1989. "Influence of axial tension on the shear capacity of reinforce concrete members" *ACI Struct. J.*, 86(5), 570-581.
- Bousias S. N., Verzeletti G., Fardis M.N. & Guiterrez E.** 1995. "Load-Path effects in column biaxial bending and axial force". *Journal of Eng. Mechanics, ASCE*, 121(5), 596-605.
- CEB-FIP.** 1978. "Model code for concrete and structures". *CEB-FIP International recommendations*, Third edition, Comité Euro-international du béton, Paris, 348 pp.
- Collins M.P.** 1978. "Toward a rational theory for RC members in shear". *J. Struct. Eng.*, ASCE, 104(4), 649-666.
- Collins M.P & Mitchell D.** 1980. "Shear and torsion of prestressed and non prestressed concrete beams". *PCI journal*, September- October, pp. 32-100.
- Combescure D.** 1996. "Modélisation du comportement sous chargement sismique des structures de bâtiments comportant des murs de remplissage en maçonnerie". *Thèse Ecole Centrale Paris, ELSA JRC*.

- Combescure D.** 1997. "Application du modèle à fibre à l'étude numérique de la 1<sup>ère</sup> structure à murs porteurs CAMUS. Calcul dynamiques non linéaires préliminaires aux essais". *Rapports DMT/ 97-240*, CEA Saclay.
- Combescure D., Chaudat Th., & Moutafidou A.** 1999. "Seismic tests of ICONS U-shaped walls, Description of the experimental set up. Main results". *Rapport DMT, SEMT/EMSI/RT/99-062*, CEA Saclay.
- Combescure D. & Chaudat Th.** 2000. "ICONS European program seismic tests on R/C bearing walls. CAMUS III specimen". *Rapport DMT, SEMT/EMSI/RT/00-014/A*, CEA Saclay.
- Corn S.** 1998. "Simplification de modèles éléments finis de structures à comportement dynamique de poutre". *Thèse de doctorat* de l'UFR des sciences et techniques de l'université Franche-Comté.
- Cowper G.R.** 1966. "The shear coefficient in Timoshenko's beam theory". *Journal of applied mechanics, Transactions of the ASME*, Vol. 33, pp. 335-340.
- Crémer C.** 2001. "Modélisation du comportement non linéaire des fondations superficielles sous séisme. Macro-élément d'interaction sol-structure". *Thèse de doctorat*, ENS Cachan.
- Crisfield M.A.** 1991. "Nonlinear Finite Element analysis of solids and structures". Vol I, *John Wiley*, Chichester.
- Dahlblom O. & Ottosen N.S.** 1991. "Smearred crack analysis using generalized fictitious crack model". *Journal of Eng. Mechanics ASCE*, Vol. 116, No 1.
- Davenne L.** 1990. "Modélisation de l'influence des armatures transversales sur le comportement non linéaire d'éléments de béton armé". *Thèse Université Pierre et Marie Curie, Paris 6*.
- Davenne L. & Brenet Ch.** (1998). "Macro-éléments de poutres en béton armé". *Rapport interne LMT - Cachan*, num. 210, juin.
- Davenne L. Kotronis P. & Combescure D.** 1999. "Results of the tensile tests of the steel reinforcement used for the CAMUS III and IV structural walls". *Rapport DMT, SEMT/EMSI/RT/99-034/A*, CEA Saclay.
- Davidovici V. et al.** 1985. "Génie Parasismique". *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*.
- De Ville de Goyet V.** 1989. "L'analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique". *Thèse de doctorat* à l'Université de Liège.

- Donea J., Magonette G., Negro P., Pégon P., Pinto A. & Verzeletti G.** 1995. "Pseudodynamic testing of large-scale models of civil engineering structures at the ELSA reaction wall". *10 European Conference on Earthquake Eng.*, Duma (ed.), Balkema, Rotterdam, pp. 2911-2916.
- Dubé J.F.** 1994. "Modélisation simplifiée et comportement visco-endommageable des structures en béton". *Thèse de doctorat*, ENS Cachan.
- Dubé J.F.** 1997. "Modélisation multicouche des voiles en béton armé". *Revue française de génie civil*, volume 1, n° 2, juin, 285-307.
- Elachachi.** 1992. "Sur l'élaboration d'une méthode simplifiée d'analyse des structures de génie civil par macro-éléments". *Thèse de doctorat*, Univ. Paris 6.
- Fichant S.** 1996. "Endommagement et anisotropie induite du béton de structures. Modélisations approchées". *Thèse de doctorat*, ENS Cachan.
- Filippou F.C., Popov E.P., & Bertero V.V.** 1983. "Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints ". EERC Report 83/19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- Filippou F.C.** 1996. "Nonlinear static and dynamic analysis for evaluation of structures". *3<sup>rd</sup> European Conference on Structural Dynamics Eurodyn 96*, Florence Italy, 395-402.
- Fléjou J.L.** 1993. "Comportement dynamique des structures de génie civil avec liaison semi-rigides". *Thèse de doctorat*, Univ. Paris 6.
- Fleury F.** 1996. "Modélisation des structures en béton armé sous séisme. Cas du nœud d'ossature". *Thèse de doctorat* de l'université Blaise Pascal Clermont II.
- Friedman Z. & Kosmatka J.B.** 1993. "An improved two-node Timoshenko beam finite element". *Computers and structures*, Vol. 47, no 3, pp. 473-481.
- Ghavamian Sh.** 1998. "Méthode simplifiée pour la simulation du comportement sismique des structures en béton armé. Traitement des effets de l'élancement et estimateur d'erreurs". *Thèse de doctorat*, ENS Cachan.
- Ghavamian Sh. & Mazars J.** 1998. "Stratégie de calculs simplifiés pour l'analyse du comportement des structures en BA: le code EFICOS". *Revue française de génie civil*, volume 2, n° 1, janvier, 61-90.
- Guedes J., Pégon P & Pinto A.** 1994. "A fibre Timoshenko beam element in CASTEM 2000", *special publication Nr. I.94.31, JRC, I-21020 Ispra, Italy.*
- Guitierrez E., Magonette G. & Verzeletti G.** 1993. "Experimental studies of loading rate effects on reinforced concrete columns". *Journal of Eng. Mechanics, ASCE*, Vol. 119, No. 5, May, pp.887-904.

- Hermann H.J., Hansen H & Roux S.** 1989. "Fracture of disordered elastic lattices in two dimensions". *Phys.Rev.B*, 39, 637-648.
- Hrennikoff A.** 1941. "Solution of problems of elasticity by the Framework Method". *J. of Applied Mechanics*, A169-A175 .
- Hsu T.T.C.** 1988. "Softened truss model theory for shear and torsion". *ACI Structural Journal*, November-December, pp 624-635.
- Hsu T.T.C.** 1996. "Toward a unified nomenclature for reinforce concrete theory ". *J. Structural Eng.*, Vol. 122, no. 3, March, pp. 275-283.
- Hughes T.J.R, Taylor R.L. & Kanoknukulchai W.** 1977. "A simple and efficient finite element for plate bending". *Inter. J. Numer. Methods Eng*, 11, 1529-1543.
- Hughes T.J.R & Tezduyar T.E.** 1981. "Finite elements based upon mindlin plate theory with particular reference to the four node bilinear isoparametric element. *J. Appl. Mech.*, 48, pp. 587-596.
- Ibrahimbegovic A. & Wilson E.L.** 1991. "Thick shell and solid finite elements with independent rotation fields". *Int. J. Numer. Methods Eng*, 31, 1393-1414.
- Ibrahimbegovic A. & Frey F.** 1992. "Finite element analysis of linear and non linear deformations of elastic initially curved beams". *LSC internal report 92/02*, January, Dep. of Civil Eng. Swiss Federal Institute of Technology, LSC, DGC,EPFL, Lausanne.
- Ile N. & Reynouard J.M.** 2000. "Non linear analysis of reinforced concrete shear wall under earthquake loading". *J. of Earth. Eng.*, Vol 4, No 2, 183 - 213.
- Kachanov L.M.** 1958. "Time of rupture process under creep conditions". *Izv. Akad. Nauk. S.S.R., Otd, Tekh. Nauk.*, No.8, pp.26-31.
- Kotronis P., Davenne L. & Mazars J.** 1999a. "Modélisation du comportement dynamique de murs à très faible élancement. Programme SAFE". *Rapport Interne 223 LMT - Cachan*, mars.
- Kotronis P., Mazars J., Chauvel D., Dalbera J. & Pegon P.** 1999b. "Modèle de béton armé équivalent pour l'analyse du comportement des voiles de très faible élancement. Programme SAFE". *V<sup>ème</sup> Colloque National Génie Parasismique et réponse dynamique des ouvrages AFPS'99*, Vol II, pp 661-668.
- Kotronis P.** 2000. "Une nouvelle stratégie de modélisation des voiles faiblement élancés soumis à une sollicitation dynamique". *Proc. forum des associations du Génie Civil et urbain, AFGC-AUGC-IREX, Concours jeunes chercheurs*, Lyon - INSA, juin, pp. 551 - 558.

- Kotronis P., Mazars J. & Davenne L.** 2000. "Simplified modeling strategy for reinforced concrete structures submitted to severe dynamic shear". *Continuous damage and fracture*, Editor Benallal Ah., Elsevier, the data science library, pp. 329-339.
- La Borderie C.L.** 1991. "Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable: modélisation et application à l'analyse des structures en béton". *Thèse de doctorat*, Université Paris 6.
- Lago A. & Combescure D.** 1998. "Numerical analysis of CAMUS III using a fiber model. Non linear push over and dynamic analysis. *Rapports DMT SEMT/EMSI/RT/ 98-054 A*, CEA Saclay.
- Lampert P. & Thurlimann B.** 1971. "Ultimate strength and design of reinforced concrete beams in torsion and bending". *IABSE*, No. 31-I, 107,131.
- Lemaitre J. & Chaboche J.L.** 1985. "Mécanique des matériaux solides". *Editions DUNOD*.
- Lemaitre J.** 1992. "A course on damage mechanics". *Springer Verlag Eds*.
- Martin-Pérez B. & Pantazopoulou S. J.** 1998. "Mechanics of concrete participation in cyclic shear resistance of RC". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No 6, June, pp. 633-641.
- Massonnet C.E. & Cescotto S.** 1980. "Mécanique des Matériaux". *Edition Science et Lettres*, Liège.
- Mau S.T. & Hsu T.T.C.** 1986. "Shear design and analysis of low rise structural walls ". *ACI Struct. J.* March - April, pp. 306 - 315.
- Mazars J.** 1984. "Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure". *Thèse de doctorat d'état*, Univ. Paris 6.
- Mazars J., Berthaud Y. & Ramtani S.** 1990. "The unilateral behaviour of damage concrete". *Engin. Fracture Mechanics*, Vol. 35, No 4/5, pp. 629 - 635.
- Mazars J., Ragueneau F., La Borderie Ch.** 1998. "Material dissipation and boundary conditions in seismic behavior of reinforced concrete structures". *Proc. Euro-C 98. "Computational modeling of concrete structures"* edit. R. de Borst et al. Balkema Rotterdam, pp. 579-592.
- Mazars J., Kotronis P. & Ghavamian Sh.** 1999a. "Stratégie de modélisation de type poutre pour une large variété de problèmes sismiques". *V<sup>ème</sup> Colloque National Génie Parasismique et réponse dynamique des ouvrages AFPS'99* Vol II, pp 525-533.
- Mazars J., Crémer C. & Kotronis P.** 1999b. "Analyse du comportement sismique des voiles porteurs avec différents pourcentages de ferrailage et conditions limites". *V<sup>ème</sup>*

- Colloque National Génie Parasismique et réponse dynamique des ouvrages AFPS'99, Vol II, pp 612-620.
- Mazars J., Kotronis P. & Crémer C.** 2000. "Analyses of seismic behaviour of structural walls with various reinforcements and boundary conditions". *12th World Conference on Earthquake Engineering*, (cd refer. number 2370).
- Mazars J., Kotronis P. & Davenne L.** 2001. "A new modeling strategy for the behavior of shear walls under dynamic loading". *Earthquake Eng. and Structural dynamics* (accepted for publication).
- McCormick CW.** 1963. "Plane stress analysis". *J. of the Structural Division*, Vol 89, No. ST4, 37-54.
- McHenry D.** 1943. "A lattice analogy for the solution of stress problems". *J. of the Institution of Civil Engineers*, No 2 1943-1944, Paper No. 5350, December, 59-82.
- Menegotto M. & Pinto P.E.** 1973. "Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non elastic behavior of elements under combined normal force and bending". *I ABSE symp. on resistance and ultimate deformability of structures acted on by well-defined repeated loads*, Final Report, Lisbon.
- Merabet O., Djerroud M., Heinfling G. & Reynouard J.M.** 1995. "Intégration d'un modèle élastoplastique fissurable pour le béton dans le code Aster". *Contract study EDF/DER*, Intermediate report no. 1/943/001, National Institute for applied sciences, Lyon, France, 49pp.
- Mestat Ph., Prat M. et al.** 1995. "La modélisation des ouvrages". *Hermès publications, Paris*.
- Mestat Ph., Prat M. et al.** 1997. "Calcul des ouvrages généraux de construction". *Hermès publications, Paris*.
- Mestat Ph., Prat M. et al.** 1999. "Ouvrages en interaction". *Hermès publications, Paris*.
- Millard A. et al.** 1991. "Comportement cyclique et dynamique des structures en béton armé". *GRECO Géomatériaux, Rapport Scientifique*, Reynouard J.M. (ed), pp. 413-452.
- Mo Y.L. & Rothert. H.** 1997. "Effect of softening models on behavior of reinforce concrete framed shearwalls". *ACI Structural journal*, V.94, No.6, November- December.
- Mörsch E.** 1909. "Concrete-steel construction". *McGraw-Hill*: New York.
- Newmark, N.M.** 1959. "A method of computation for structural dynamics". *A.S.C.E. Journal of Engineering Mechanics Division*, Vol. 85, pp. 67-94.

- OECD.** 1996. "Seismic shear wall ISP. NUPEC'S seismic ultimate dynamic response test, Comparison report". *OCDE/GD(96)188*.
- Oesterle R.G., Fiorato A.E., & Corley W.G.** 1980. "Reinforcement details for earthquake-resistant structural walls", *Concrete International*.
- Ottosen N.S.** 1979. "Constitutive model for short-time loading of concrete". *Journal of Eng. Mechanics ASCE*, Vol. 105, pp. 127-141.
- Owen D.R.J. & Hinton E.** 1980. "Finite elements in plasticity: Theory and practice". *Pineridge Press Ltd*, Swansea, England.
- Panagiotakos T.B. & Fardis M.N.** 1994. "Proposed nonlinear strut models for infill panels". *Note for the PREC8 network*.
- Pang X.B.D. & Hsu TTC.** 1996. "Fixed - angle softened truss model for reinforced concrete". *Struct. J. Am. Concrete Inst* 1996, 93(2), pp. 197 - 207.
- Pauley T. & Priestley M.J.N.** 1992. "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings". *J. Wiley & Son*, New York.
- Pegon P.** 1994. "A Timoshenko simple beam element in CASTEM 2000", *special publication Nr. I.94.04, JRC*, I-21020 Ispra, Italy.
- Pegon P, Magonette G, Molina FJ, Verzeletti G, Dyngeland T, Negro P, Tirelli D & Tognoli P.** 1998a. "Programme SAFE". *Rapport du TEST T5*. JRC.
- Pegon P, Magonette G, Molina FJ, Verzeletti G, Dyngeland T, Negro P, Tirelli D & Tognoli P.** 1998b. "Programme SAFE". *Rapport du TEST T12*. JRC.
- Pegon P., Plumier C., Pinto A., Molina J., Gonzalez P., Tognoli P., & Hubert O.** 2000. "U-shaped-wall: Description of the experimental set-up". JRC Ispra.
- Penelis G.G. & Kappos A.J.** 1997. "Earthquake-resistant concrete structures", *London: Spon (Chapman & Hall)*.
- Peter J.** 1964. "Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen Schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung". Dr. Ing. Dissertation, T.H. Stuttgart.
- Przemieniecki J.S.** 1968. "Theory of matrix structural analysis", *McGraw-Hill*, New York.
- Ragueneau F.** 1999. "Fonctionnement dynamique des structures en béton. Influence des comportement hystériques locaux". *Thèse de doctorat*, ENS Cachan.
- Ramtani S.** 1990. "Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral". *Thèse de doctorat*, Uni. Paris 6.
- Ritter W.** 1899. "Die bauweise hennebique". *Schweizerische Bauzeitung*; 33(7), 59-61.
- Schlaich J, Schäfer I & Jennewein M.** 1987. "Towards a consistent design of structural concrete". *J. Prestressed Concrete Inst*, 32(3), 74-150.

- Schlangen E. & van Mier JGM.**1992. "Experimental and numerical analysis of micro mechanisms of fracture of cement-based composites". *Cem. Concr. Comp.*,14,105-118.
- Stolarski H. & Belytschko.** 1982. "Membrane locking and Reduced integration for Curved elements". *J. Appl. Mechanics*, 49, pp. 172-176.
- Stolarski H. & Belytschko.** 1983. "Shear and membrane locking in C° elements". *Computers methods in Applied Mechanics and Engin.*, Vol. 41.
- Talbot A.N.** 1909. "Tests of reinforced concrete beams: resistance to web stresses of 1907 and 1908". *Bull. 29, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana, Ill.*
- Taylor R.L.** 1996. "FEAP: A finite element analysis program, version 5.01 manual". *University of California, Berkeley.*
- Terrien M.** 1980. "Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction". *Bull. Liais. Du L.C.P.C.*, Vol. 105, réf. 23983.
- Tessler A. & Dong S.B.** 1981. "On a hierarchy of conforming Timoshenko beam elements". *Computers and structures*, 14, 335-344.
- Ulm F.J.** 1996. "Un modèle d'endommagement plastique: application aux bétons de structure". *Lab. Central des Ponts et Chaussées, série ouvrages d'art OA19.*
- Vecchio F.J. & Collins M.P.** 1986. "The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear". *J. Am. Concrete Inst*, 83(2), 219 – 231.
- Vecchio F.J. & Collins M.P.** 1993. "Compression response of cracked reinforced concrete". *J. Struct. Eng, ASCE*, 119(12), 3590 - 3610.
- Vervuurt A.** 1997. "Interface fracture in concrete". *Ph.D thesis, Delft University of Technology.*
- Wagner H.** 1929. "Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech". (Metal beams with very thin webs). *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 20(8-12), Berlin.
- Withey M.O.** 1908. "Tests of plain and reinforced concrete series of 1097". *Bull. Univ. of Wis., Engineering Series*, 4(2),1-66.
- Yettram AL & Husain HM.** 1966. "Plane – Framework methods for plates in extension". *J. of Eng. Mechanics Division*, Vol. 92, No EM1,157-168.
- Zienkiewicz O.C., Valliappan S. & King I.P.** 1969. "Elasto-plastic solutions of engineering problems. Initial stress finite element approach". *Inter. J. for Num. Methods in Eng.*, Vol 1, 75-100.

## **Résumé**

---

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse portent sur une stratégie de modélisation simplifiée des structures en béton armé soumises à des chargements de type dynamique et s'inscrivent dans le programme Européen ICONS - TMR. La modélisation de la maquette CAMUS III du programme est premièrement effectuée en utilisant des éléments 2D poutres multicouches et des lois uniaxiales locales. Une nouvelle stratégie de modélisation simplifiée 2D pour des voiles soumis à des cisaillements dynamiques est ensuite présentée. Le concept du Béton Armé Equivalent (BAE) est fondé sur une équivalence milieu continu milieu discontinu en treillis. Des lois locales uniaxiales sont utilisées pour le béton et les armatures. Le BAE est validé avec les résultats expérimentaux des maquettes T5 et T12 du programme SAFE et la maquette du programme NUPEC. Les problèmes 3D sont finalement abordés avec le développement d'un élément fini poutre multifibre Timoshenko valable pour des sections quelconques (hétérogènes et sans symétrie). La solution adoptée est celle d'un élément fini à deux nœuds avec des fonctions de forme de degré supérieur pour les déplacements et les rotations. L'élément est présenté en détail ainsi que sa validation à partir des résultats expérimentaux (poteaux sous chargement cyclique, murs en U du programme ICONS).

## **Abstract**

---

This Ph.D, part of the ICONS – TMR European program, deals with the development of simplified modelling strategies for simulating the non linear behaviour of reinforced concrete structures submitted to dynamic loadings. The modelling of the CAMUS III mock-up of the program is presented using 2D multilayered beam elements and uniaxial local models. A new model, the Equivalent Reinforced concrete model (ERC) is developed afterwards for simulating dynamic shear. ERC uses bar elements to model the continuous medium and is validated with the results of the T5 and T12 mock-ups (program SAFE) and the NUPEC experimental program. 3D problems are finally discussed with the development of a Timoshenko multifiber beam element that uses higher order shape functions for displacements and rotations. Comparisons with experimental results (columns under cyclic loading, U shaped-shear walls of the program ICONS) show the well funding of the approach.