

Modélisation multi-échelles du comportement thermo-hydro-mécanique des matériaux hétérogènes. Applications aux matériaux cimentaires sous sollicitations sévères.

Frédéric Alain Grondin

▶ **To cite this version:**

Frédéric Alain Grondin. Modélisation multi-échelles du comportement thermo-hydro-mécanique des matériaux hétérogènes. Applications aux matériaux cimentaires sous sollicitations sévères.. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT : . tel-00081145

HAL Id: tel-00081145
https://theses.hal.science/tel-00081145

Submitted on 22 Jun 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PIERRE & MARIE CURIE
LA SCIENCE A PARIS

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité
Mécanique

Présentée par

Frédéric Alain GRONDIN

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

Modélisation Multi-Échelles du Comportement Thermo-Hydro-Mécanique des Matériaux Hétérogènes Applications aux Matériaux Cimentaires sous Sollicitations Sévères

soutenue le 13 décembre 2005

devant le jury composé de :

Rapporteurs :	Djimédo KONDO, Professeur à l'Université de Lille Christian LABORDERIE, Professeur à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour
Examinateur :	Jean-Jacques MARIGO, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie
Directeurs :	Abdelwahed BEN HAMIDA, Maître de Conférence à l'Université Pierre et Marie Curie (HDR) Hélène DUMONTET, Professeur à l'Université de Cergy Pontoise Ghassan MOUNAJED, Ingénieur au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (HDR)
Invité :	Abdelhafid KHELIDJ, Professeur à l'Université de Nantes

---

Laboratoire de Modélisation, Matériaux et Structures, LM2S
Université Pierre et Marie Curie
$55 - 65$, 3^{eme} étage, Case 161, 4 place Jussieu
75252 PARIS cedex 5

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Jean-Jacques Marigo de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Messieurs Djimédo Kondo et Christian La Borderie ont accepté la lourde tâche d'effectuer en un temps record un rapport sur ce travail, et je leur exprime ici toute ma gratitude. Je tiens à remercier également Monsieur Abdelhafid Khelidj d'avoir participé à l'examination de mon travail.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Ghassan Mounajed, directeur de la division MOCAD du CSTB, pour m'avoir proposé un sujet de recherche ouvert m'entraînant vers de nouvelles réflexions durant ces trois années. La clarté et la justesse de ses raisonnements scientifiques ont été pour moi essentielles dans l'accomplissement de ce travail.

Ensuite, je voudrais remercier Hélène Dumontet pour avoir été toujours présente durant ces trois années. Ses qualités scientifiques et pédagogiques ont été pour moi très riches d'enseignement.

Je remercie également Abdelwahed Ben Hamida pour m'avoir suivi dans ce travail. Ses réflexions sur le sujet m'ont permis de persévérer dans mes recherches et d'expérimenter des idées intéressantes.

A mes trois directeurs de thèse, Ghassan, Hélène et Wahed, je leur suis très reconnaissant de m'avoir laisser une grande liberté pour exploiter mes idées.

Je tiens à remercier Hocine Boussa, Ingénieur Chercheur à la division MOCAD du CSTB, pour sa disponibilité et son aide pour ce travail.

Grâce à lui et à l'ensemble de l'équipe MOCAD, l'ambiance dans le laboratoire a contribué aux bonnes conditions de travail dont j'ai pu bénéficier. Je remercie tous mes collègues et amis doctorants, post-doctorants et stagiaires, pour les moments de détente devant une tasse de café en discutant de ce que serait le monde si nous l'avions fait : Abdelghani, Abdellah, Bruno, Cherbel, Dona, Fadila, Hocine, Kamel, Michel, Ung, Rima, Youssef, ...

Lorsque je n'étais pas au CSTB, c'est au LM2S que je retrouvais d'autres partenaires pour la 'reconstruction' de la société : Ali, Angela, Anouar, Boris, Emiliano, Mirela, Pierre, Rim, Salma, Vincent, ...

Je tenais aussi à mettre un mot en l'honneur de mes amis, d'enfance et d'aujourd'hui, qui n'ont cessé de me demander de réparer leur voiture quand je leur ai annoncé que je voulais devenir docteur en mécanique. Spécial 'Kassdédi' à Abdel, Faiza, Fatma, Hugo, Imtéyiaz, Jean-Michel, Juliette, Oscar, Seb,
et naturellement a tout mon bann dalon la rényon, sak lé rendi terla dann péi la fré, é sak la res lao parkmouton : Nicolas, Vigile, Sergio, Mec-mec, Ginus, Latol, Alain, Bruno, Cri-cri, Patrice.

Un grand coucou à ma sœur pour m'avoir supporté, encore aujourd'hui.

Pour terminer je tiens sincèrement à remercier du fond du cœur ma mère pour m'avoir soutenu et encouragé dans mes études malgré les difficultés qu'elle a connues. Merci d'avoir eu confiance en moi.

Enfin, c'est à Rafika que sont dédiées ces dernières lignes. Elle qui a su m'encourager dans les moments les plus pénibles, et surtout avoir su rester patiente durant les moments de dur labeur, et donc de nervosité extrême.

Je dédie ce mémoire à ma titchérie, ma maman, mon défunt papa et à ma soeur

Table des matières

Remerciements **1**

Liste des figures **14**

Liste des tableaux **16**

Résumé **17**

Abstract **19**

Introduction **21**

Analyse Bibliographique **29**

1 Comportement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux **29**

1.1 La loi de comportement thermo-poro-élastique 31

1.1.1 Equations d'état du fluide saturant 31

1.1.2 Equations d'état linéarisées du comportement thermo-poro-élastique linéaire 32

1.2 Couplage poro-élastique 34

1.2.1 La loi de contrainte effective 34

1.2.2 Caractérisation expérimentale du coefficient de Biot 35

1.3 Perméabilité des milieux poreux 38

1.3.1 La loi de Darcy 38

1.3.2 Caractérisation expérimentale 39

2 Approches multi-échelles en milieux poreux **41**

2.1 Notion de Volume Élémentaire Représentatif 43

2.2 Formulation du problème d'homogénéisation en milieux poreux 43
2.2.1 Le problème cellulaire thermo-hydro-mécanique 44
2.2.2 Découplage du problème cellulaire 46
2.3 Estimation du comportement mécanique équivalent 49
2.3.1 Bornes de Voigt et Reuss 49
2.3.2 Schéma des distributions diluées 50
2.3.3 Estimation auto-cohérente 50
2.3.4 Estimation de Mori-Tanaka 51
2.3.5 Bornes de Hashin-Shtrikman 51
2.4 Estimation du comportement couplé thermo-élastique 51
2.5 Estimation du comportement couplé poro-élastique 52
2.6 Modèles prédictifs pour le calcul de la perméabilité équivalente 52
2.6.1 Formulation du problème cellulaire de conductivité hydraulique 53
2.6.2 Schéma auto-cohérent 54
2.6.3 Bornes de Hashin-Shtrikman 54
2.6.4 Bornes de Matheron 55
2.7 Quelques modèles numériques pour les matériaux cimentaires 55
2.7.1 Le modèle du NIST 56
2.7.2 Le modèle de TUDelft 56
2.7.3 Le modèle de l'EPFL 58

3 Le code Symphonie du CSTB pour la simulation du comportement de matériaux cimentaires 59
3.1 Généralités sur le code Symphonie 61
3.2 Le modèle Béton Numérique 61
3.2.1 Description 61
3.2.2 Approche éléments finis et algorithme proposé 62
3.3 Le modèle d'endommagement MODEV 64

Simulation Micromécanique du Comportement Thermo-Hydro-Mécanique des Matériaux Cimentaires 71

4 Simulation du comportement thermo-poro-élastique de matériaux cimentaires 71
4.1 Couplage du modèle Béton Numérique et de l'homogénéisation 73
4.1.1 Principe de la mise en œuvre 73

4.1.2 Choix des dimensions du Volume Élémentaire Représentatif . . 75
4.1.3 Influence de la génération aléatoire des phases 77
4.2 Application au comportement d'une pâte de ciment 78
4.2.1 Propriétés de la pâte de ciment 78
4.2.2 Choix des phases 80
4.2.3 Caractéristiques mécaniques des phases 81
4.2.4 Comportement élastique de la pâte de ciment 85
4.2.5 Comportement thermo-élastique de la pâte de ciment 87
4.2.6 Comportement poro-élastique de la pâte de ciment 87
4.2.7 Localisation des déformations 88
4.3 Application au comportement d'un Béton Hautes Performances 90
4.3.1 Propriétés du béton 90
4.3.2 Choix des phases et paramètres matériaux 91
4.3.3 Comportement thermo-élastique du béton 92
4.3.4 Localisation des déformations 94

5 Simulation du comportement hydraulique de matériaux cimentaires 97
5.1 Formulation et mise en œuvre du problème d'homogénéisation de transfert hydraulique 99
5.2 Application au calcul de la perméabilité des pâtes de ciment 100
5.2.1 Identification des perméabilités des constituants 100
5.2.2 Perméabilité de la pâte de ciment 102
5.2.3 Localisation des flux hydrauliques 105
5.3 Application au calcul de la perméabilité des bétons 105
5.3.1 Perméabilité à l'eau d'un béton 106
5.3.2 Perméabilité au gaz et intrinsèque du Béton Hautes Performances $M100C$ 107
5.3.3 Localisation des flux hydrauliques $\boldsymbol{v}$ 108

Simulation de l'Endommagement des Matériaux Cimentaires sous de Grandes Sollicitations Thermiques 113

6 Comportement des Bétons Hautes Performances soumis à des hautes températures 113
6.1 Formulation et mise en œuvre des problèmes d'homogénéisation en non linéaire 115

6.1.1 Comportement thermo-élastique 115
6.1.2 Comportement hydraulique 117
6.2 Simulation du comportement de bétons en compression à hautes températures 118
6.2.1 Description des essais simulés 118
6.2.2 Comportement mécanique du BHP endommagé 119
6.2.3 Perméabilité du BHP endommagé 124
6.2.4 Analyse des champs locaux 126
6.3 Simulation du comportement de bétons en traction à hautes températures 128
6.3.1 Comportement mécanique du BHP endommagé 130
6.3.2 Perméabilité du BHP endommagé 131
6.3.3 Analyse des champs locaux 132

7 Comportement de matériaux cimentaires au gel dégel - Première approche 135
7.1 Analyse bibliographique 137
7.1.1 Propriétés de la glace 137
7.1.2 Action du froid dans la pâte de ciment 138
7.1.3 Comportement au gel des granulats de bétons 142
7.1.4 Comportement des bétons au gel dégel 144
7.2 Formulation du problème micromécanique 144
7.2.1 Modélisation micromécanique du gel dans les pâtes de ciment . 144
7.2.2 Modélisation micromécanique du gel dans les bétons 145
7.2.3 La pression osmotique 146
7.2.4 La pression hydrostatique 147
7.2.5 La pression hydraulique 149
7.3 Simulation du comportement des matériaux cimentaires au gel dégel . . 150
7.3.1 Etude de la pâte de ciment 151
7.3.2 Etude du comportement du béton 154

Conclusions et Perspectives 159

Annexes 165

A Propriétés des pâtes de ciment 165
A.1 Propriétés des phases des pâtes de ciment 165

A.2 Distribution granulométrique des différentes pâtes de ciment étudiées . 165

B Propriétés du BHP M100C **167**

B.1 Propriétés des phases du BHP M100C 167

B.2 Distribution granulométrique pour le BHP M100C 167

Liste des notations **169**

Liste des figures

1.1 Le milieu poreux vu comme une superposition de deux milieux continus : un squelette solide et une phase fluide [Coussy, 1995]. 31

2.1 Schéma de représentation d'un Volume Élémentaire Représentatif d'un milieu poreux. 44

2.2 Échelles d'observation des lois physiques des milieux poreux 53

2.3 Modèle du NIST : Images digitales d'un mortier avec des inclusions de granulats (gauche) [Garboczi and Berryman, 2001]. Représentation schématique de la résolution d'un problème d'écoulement par éléments finis générés sur une image digitale (droite) [Garboczi et al., 1999]. . . . 57

2.4 Modèle du DELFT : Représentation du VER de béton défini par une grille d'éléments finis [Stroeven et al., 2004]. 57

2.5 Modèle de l'EPFL : Représentation du VER généré par éléments finis pour les bétons [Huet, 1999]. (a) Maillage 3D des granulats. (b) Décomposition de domaine. 58

3.1 Composition Multi-phasique du Béton Numérique. 62

3.2 Maillage en 2D (gauche) et en 3D (droite) d'un Volume Élémentaire Représentatif de béton par le modèle Béton Numérique. 64

3.3 Surface seuil d'endommagement 67

4.1 Evolution du module d'Young équivalent d'un béton en fonction du rapport de taille du VER (L et du diamètre maximal des granulats (D_{max}). 76

4.2 Maillages des Volumes Élémentaires Représentatifs du béton pour trois générations aléatoires différentes des granulats. 78

4.3 Maillages des Volume Elémentaire Représentatif des pâtes de ciment de rapport $E/C = 0.3$, $E/C = 0.4$ et $E/C = 0.5$ avec les distributions granulométriques des particules de ciment données au ***Tableau 4.3***. . . 82

4.4 Evolution des modules d'Young des pâtes de ciment hydratées en fonction du rapport E/C. Confrontation de la simulation avec des approches analytiques. 86

4.5 Evolution du coefficient de Biot en fonction du rapport E/C pour les pâtes de ciment. 88

4.6 Evolution du module de Biot et du coefficient de Skempton en fonction du rapport E/C pour les pâtes de ciment. 88

4.7 Localisation des déformations induites par une déformation macroscopique unitaire de traction selon l'axe Ox dans les pâtes pour les rapports $E/C = 0.3$ (en haut à gauche), $E/C = 0.4$ (en haut à droite), $E/C = 0.5$ (en bas) 89

4.8 Courbes granulométriques des granulats calcaires du Boulonnais et du sable de Seine [Gaweska Hager, 2004]. 91

4.9 Localisation des déformations locales induites par une déformation macroscopique unitaire de traction selon Oy dans le BHP. 95

4.10 Localisation des déformations thermiques induites par une variation de température unitaire dans la microstructure du BHP. 95

5.1 Courbe logarithmique de porosimétrie d'une pâte de ciment de rapport $E/C = 0.4$ tirée des travaux de Cui et Cahyadi [Cui and Cahyadi, 2001]. 102

5.2 Résultats de la simulation pour la perméabilité à l'eau des pâtes de ciment en fonction du rapport E/C. 104

5.3 Localisation des flux hydrauliques locaux induits par un flux macroscopique selon l'axe Ox dans les pâtes avec $E/C = 0.3$ (en haut à gauche), $E/C = 0.4$ (en haut à droite), $E/C = 0.5$ (en bas) 105

5.4 Localisation dans la microstructure du BHP $M100C$ du flux hydraulique $\boldsymbol{v}$ obtenu pour un chargement en pression sur le bord du VER selon l'axe Ox 109

5.5 Vecteurs du flux hydraulique obtenus pour un chargement en pression imposé sur le bord du VER du béton. 109

6.1 Evolution de la dilatation thermique de la pâte de ciment et des granulats calcaires. Résultats expérimentaux proposés par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004]. 116

6.2 Comparaisons des déformations macroscopiques mesurées et calculées pour le BHP M100C soumis à de hautes températures avec ou sans chargement en compression. 120

6.3 Evolution des déformations macroscopiques de bétons soumis à des à hautes températures sous chargement de compression. Confrontation des simulations et des essais rapportés par F. Holst [Holst, 1994]. 121

6.4 Influence de la distribution des granulats (BNM2 et BNM3) sur les déformations du BHP à hautes températures et sous 20% de charge en compression. 122

6.5 Evolution de la perméabilité intrinsèque homogénéisée en fonction de la température sans chargement mécanique. 125

6.6 Evolution de la perméabilité équivalente d'un béton en fonction de la température sous des sollicitations mécaniques de compression ou non. 126

6.7 Endommagement sphérique localisé sous un chargement en compression nul à 240°C (gauche) et 260°C (droite). 127

6.8 Endommagement sphérique localisé sous un chargement en compression de 20% de f_c à 240°C (gauche) et 260°C (droite). 127

6.9 Endommagement déviatorique localisé à 260°C sous un chargement en compression nul (gauche) et sous un chargement en compression de 20% de f_c (droite). 128

6.10 Flux localisés pour un chargement nul à 240°C (gauche) et 260°C (droite).129

6.11 Flux localisés sous un chargement en compression de 20% de f_c à 240°C (gauche) et 260°C (droite). 129

6.12 Déformations totales calculées pour le BHP à hautes températures sous chargement en traction à 20% et 40% de la résistance à la traction. Confrontation de la simulation et des essais [Gaweska Hager, 2004]. . . 130

6.13 Evolution de la perméabilité du BHP à hautes températures sous chargement en traction. 132

6.14 Endommagement sphérique localisé pour un chargement en traction de 20% de f_t à 200°C (gauche), et pour un chargement en traction de 40% de f_t à 140°C (droite). 133

6.15 Endommagement déviatorique localisé pour un chargement en traction de 20% de f_t à 200°C (gauche), et pour un chargement en traction de 40% de f_t à 140°C (droite). 133

6.16 Flux localisés pour un chargement en traction de 20% de f_t à 100°C (gauche) et 200°C (droite). 134

6.17 Flux localisés pour un chargement en traction de 40% de f_t à 100°C (haut-gauche) et 140°C (haut-droite). 134

7.1 Evolutions des modules d'Young statique et dynamique de la glace en fonction de la température. 137

7.2 Variations des coefficients de dilatation cubique mesurées en fonction de la variation de température [Hobbs, 1974]. 139

7.3 Schéma de représentation du mouvement 'osmotique' de l'eau durant le gel. 146

7.4 Cycles des déformations de la pâte de ciment $E/C = 0.6$ soumise au gel dégel. 152
7.5 Localisation des déformations dans la pâte de ciment de rapport $E/C = 0.6$ à $-25°C$ durant le 1^{er} cycle (gauche) et à $5°C$ durant le 4^{e} cycle (droite). 154
7.6 Localisation de l'endommagement sphérique dans les pâtes de rapport $E/C = 0.4$ (gauche) et $E/C = 0.6$ (droite) durant le 1^{er} cycle à $-30°C$. 155
7.7 Localisation de l'endommagement sphérique dans la pâte de rapport $E/C = 0.4$ à $-30°C$ durant le 4^{e} cycle (gauche) et durant le 5^{e} cycle (droite). 155
7.8 Dilatation thermique de la pâte de ciment [Kaufmann, 1999] et du granulat calcaire [Verbeck and Werness, 1951] au gel dégel. 156
7.9 Cycles des déformations totales du BHP M100C soumis au gel dégel. . 156
7.10 Localisation des déformations dans le VER de béton à $-22°C$ durant le 1^{er} cycle de gel dégel (gauche) durant le 4^{eme} cycle (droite). 157

Liste des tableaux

4.1 Influence de la distribution aléatoire des phases sur le comportement homogénéisé d'un béton. 77

4.2 Constantes associées aux hydrates de la pâte de ciment [Taylor, 1987]. . 80

4.3 Fraction volumique des particules de ciment dans la pâte. 81

4.4 Propriétés élastiques intrinsèques des constituants de la pâte de ciment [Bernard et al., 2003]. 83

4.5 Volumes partiels des constituants pour différentes pâtes de ciment. . . . 83

4.6 Modules élastiques des constituants pour différentes pâtes de ciment. . 83

4.7 Modules élastiques équivalents des pâtes de ciment. Comparaison de la simulation avec des approches explicites d'homogénéisation. 85

4.8 Modules élastiques des constituants pour différentes pâtes de ciment. . 86

4.9 Coefficients de dilataton thermique équivalents des pâtes de ciment. Comparaison de la simulation avec des approches explicites d'homogénéisation. 87

4.10 Composition du BHP $M100C$ [Gaweska Hager, 2004]. 90

4.11 Composition élémentaire du ciment CPA CEM I 52,5 PM CP2 [Gaweska Hager, 2004]. 90

4.12 Caractéristiques mécaniques de la pâte de ciment [Gaweska Hager, 2004]. 91

4.13 Paramètres matériaux des constituants du BHP $M100C$ à température ambiante. 92

4.14 Fraction volumique des granulats dans le volume représentatif du BHP $M100C$. 92

4.15 Modules élastiques et dilatation thermique du béton. Confrontation de la simulation et des expériences. 93

4.16 Comparaisons des modules élastiques du béton calculés et obtenus avec les modèles classiques. 94

4.17 Comparaisons des coefficients de dilatation thermique du béton calculé et obtenus par les modèles analytiques. 94

5.1 Perméabilités des phases des pâtes de ciment à 210 jours. 103
5.2 Perméabilité équivalente des pâtes de ciment en [$.10^{-23}$ m^2]. Comparaison de la simulation, des essais et des modèles analytiques. 103
5.3 Perméabilités des pâtes de ciment et des granulats calcaires utilisés dans les bétons. 106
5.4 Granulométrie des bétons testés par Bisaillon et Malhotra [Whiting and Walitt, 1988, page 175]. 106
5.5 Comparaisons pour l'étude de la perméabilité à l'eau des bétons. 107

6.1 Modules d'Young ($[MPa]$) équivalents du béton calculés à partir des lois d'endommagement (6.15) et (6.16). Confrontation avec les valeurs expérimentales. 124
6.2 Etude de l'influence de la charge en compression sur la perte de rigidité ($E[MPa]$) du BHP. 124
6.3 Influence du chargement en traction sur la perte de rigidité ($E[MPa]$) du BHP à hautes températures. 131

A.1 Modules élastiques des phases solides pour différentes pâtes de ciment. 165
A.2 Perméabilités des phases des pâtes de ciment à 210 jours. 165
A.3 Fraction volumique des particules de ciment dans la pâte. 166

B.1 Propriétés des constituants du BHP $M100C$ à température ambiante. . 167
B.2 Fraction volumique des granulats dans le volume représentatif du BHP $M100C$. 168

Résumé

Les travaux de modélisation présentés dans cette thèse concernent l'étude du comportement thermo-hydro-mécanique des matériaux poreux à base de liant hydraulique tel que le béton, les Bétons à Hautes Performances ou plus généralement les matériaux cimentaires. Il s'agit d'exploiter le modèle Béton Numérique, du code de calcul par éléments finis Symphonie, conjointement avec les techniques d'homogénéisation, pour l'obtention des lois de comportement macroscopique tirées des relations de passage Micro-Macro. Les échelles d'investigation, macroscopique et microscopique, ont été exploitées par simulation afin de permettre la compréhension fine du comportement des matériaux cimentaires face à des sollicitations d'origines thermique, hydrique et mécanique. La prise en compte de différentes échelles de la modélisation apparaît en effet nécessaire. En s'intéressant au comportement de la structure, nous sommes amenés à réduire l'échelle d'investigation pour étudier plus particulièrement le matériau. Les travaux de recherche présentés proposent une nouvelle approche pour l'identification du comportement multi-physique des matériaux par simulation numérique. En complément de l'approche purement expérimentale, basée sur des observations sur le corps d'épreuve et à des mesures des paramètres apparents à l'échelle macroscopique, cette nouvelle approche permet la compréhension fine des mécanismes élémentaires agissant au sein du matériau. Ces mécanismes élémentaires sont à l'origine de l'évolution des paramètres macroscopiques mesurés expérimentalement. Dans ce travail les coefficients de la loi de comportement thermo-poro-élastique des milieux poreux et la conductivité hydraulique équivalente ont été obtenus par une approche multi-échelles. Des applications ont été menées sur l'étude du comportement endommagé des matériaux cimentaires. A savoir, la détermination des tenseurs d'élasticité et de perméabilité d'un Béton Hautes Performances à hautes températures sous charge mécanique. Mais aussi, l'étude des déformations des matériaux cimentaires à basses températures. Les résultats obtenus ont été confrontés à des résultats expérimentaux. Dans ce travail, ces résultats ont aussi été analysés et discutés afin de proposer des perspectives dans le but d'améliorer l'approche pour simuler des comportements plus complexes.

Mots-clé : Approche multi-échelles, Endommagement, Matériaux cimentaires, Microstructure aléatoire, Milieux poreux, Modélisation.

Abstract

The work of modeling presented here relates to the study of the thermo-hydro-mechanical behaviour of porous materials based on hydraulic binder such as concrete, High Performance Concrete or more generally cement-based materials. This work is based on the exploitation of the Digital Concrete model, of the finite element code Symphonie developed in the Scientific and Technical Centre for Building (CSTB), in coupling with the homogenization methods to obtain macroscopic behaviour laws drawn from the Micro-Macro relations. Scales of investigation, macroscopic and microscopic, has been exploited by simulation in order to allow the comprehension fine of the behaviour of cement-based materials according to thermal, hydrous and mechanical loads. It appears necessary to take into account various scales of modeling. In order to study the behaviour of the structure, we are brought to reduce the scale of investigation to study the material more particularly. The research tasks presented suggest a new approach for the identification of the multi-physic behaviour of materials by simulation. In complement of the purely experimental approach, based on observations on the sample with measurements of the apparent parameters on the macroscopic scale, this new approach allows to obtain the fine analysis of elementary mechanisms in acting within the material. These elementary mechanisms are at the origin of the evolution of the macroscopic parameters measured in experimental tests. In this work, coefficients of the thermo-hydro-mechanical behaviour law of porous materials and the equivalent hydraulic conductivity were obtained by a multi-scales approach. Applications has been carried out on the study of the damaged behaviour of cement-based materials, in the objective to determine the elasticity tensor and the permeability tensor of a High Performance Concrete at high temperatures under a mechanical load. Also, the study of the strain evolution of cement-based materials at low temperatures. The results obtained has been confronted with experimental results. These results were also analyzed and discussed in order to propose prospects with an aim of improving the approach to simulate a more complex behaviour.

Keywords : Cement-based materials, Damage, Multi-scales approach, Modelization, Porous media, Random microstructure.

Introduction

Les matériaux employés dans la conception d'ouvrages du génie civil sont soumis à des sollicitations couplées et souvent sévères liées à leur condition d'exploitation ou bien à leur environnement d'utilisation. Ainsi, utilisés dans la réalisation d'enceintes de confinement, ces matériaux sont sollicités à des hautes températures. Ou encore, employés dans la conception d'ouvrages d'art, ils sont exposés régulièrement à des basses températures au cours de cycles de gel dégel dans les pays dits froids, par exemple. Ces matériaux fortement hétérogènes et poreux présentent un comportement complexe, quasi-fragile sous des sollicitations mécaniques, thermiques et hydriques qui sont le plus souvent couplées. Les déformations mécaniques induites, auxquelles s'ajoutent des dilatations thermiques couplées à des gradients de pression exercés par le ou les fluides présents dans les pores des matériaux, sont en effet responsables de l'apparition de fissures à l'échelle de la microstructure. Ces micro-fissures, identifiées par des méthodes expérimentales d'observation microstructurales d'échantillons endommagés, et leur évolution renseignent sur la durabilité des matériaux. Le développement d'outils de modélisation du comportement thermo-hydro-mécanique et de l'endommagement des matériaux cimentaires, et plus généralement de matériaux hétérogènes et poreux, apparaît l'indispensable complément de cette approche expérimentale permettant une analyse prédictive des dégradations des structures.

De nombreux travaux ont été consacrés à ce sujet et l'abordent généralement selon deux approches complémentaires aux deux échelles, l'échelle macroscopique de la structure et l'échelle microscopique des constituants du matériau. Ainsi, Coussy [Coussy, 1995], [Coussy, 1991] a proposé une approche thermodynamique pour formuler les lois de comportement des milieux poreux à l'échelle macroscopique en prolongeant les outils classiques de la mécanique des milieux continus. Le milieu poreux est vu comme un milieu continu multiphasique, résultant de la superposition d'un premier milieu continu, le squelette du milieu poreux qui constitue la partie solide, et d'un second milieu, le fluide qui occupe l'espace poreux. Au contraire, Bear et Bachmat [Bear and Bachmat, 1991], puis Schrefler et Lewis [Schrefler and Lewis, 1998] ont distingué les deux phases solide et fluide du milieu poreux qui constituent des domaines géométriques distincts à l'échelle microscopique. Le comportement du milieu poreux est obtenu alors par prise de moyenne des grandeurs locales.

Les nombreux modèles d'endommagement des matériaux cimentaires proposés dans la littérature s'appuient sur des outils théoriques variés de la mécanique de la rupture,

de l'endommagement, de la plasticité, ou encore de la fissuration. Ils relèvent, le plus souvent, d'une approche macroscopique du comportement des matériaux. L'endommagement des bétons a été ainsi spécifiquement étudié avec les modèles isotropes de Mazars [Mazars, 1984], de La Borderie [La Borderie, 1991], les modèles anisotropes de Simo et Ju [Simo and Ju, 1987] et de Ramtani [Ramtani, 1990], le modèle des microplans d'Ozbolt [Ozbolt, 1996], de Bazant et Carol [Bazant, 1984], [Carol et al., 2001], [Carol and Bazant, 1997], ou encore le modèle de Ung et Mounajed [Ung Quoc, 2003], [Ung Quoc and Mounajed, 2005].

Dans ce travail, nous avons privilégié une approche micromécanique pour le comportement couplé thermo-hydro-mécanique et l'endommagement de matériaux hétérogènes et poreux. L'approche multi-échelles nous est apparue intéressante par la possibilité qu'elle offre d'enrichir la modélisation en intégrant des informations sur la microstructure qu'il s'agisse de données géométriques sur la répartition des phases, ou encore de comportement spécifiques des constituants. A partir de cette connaissance fine de la microstructure, le processus d'homogénéisation permet de caractériser le comportement homogène équivalent du matériau à l'échelle macroscopique. Mais, la pertinence de l'approche multi-échelles repose aussi beaucoup sur le retour possible à l'échelle microscopique pour localiser les champs micromécaniques. L'analyse de ces champs renseigne alors sur l'endommagement potentiel de la microstructure et permet de comprendre les mécanismes de dégradation.

Les approches multi-échelles reposent généralement sur le choix d'un Volume Élémentaire Représentatif de la microstructure du matériau hétérogène. Un chargement homogène appliqué à ce volume, par exemple une déformation imposée, engendre des champs de contraintes locaux. Le comportement homogénéisé est alors défini comme la relation entre la moyenne de ces contraintes et le chargement de déformation imposé. La mise en œuvre d'une approche multi-échelles repose donc sur la résolution d'un problème cellulaire posé sur le Volume Élémentaire Représentatif. De très nombreuses méthodes d'homogénéisation ont été proposées dans la littérature. Elles se distinguent par le choix qu'elles font du Volume Élémentaire Représentatif et la façon d'imposer le chargement macroscopique. L'ouvrage de Bornert *et al.* [Bornert et al., 2001a] présente une synthèse récente et complète de ces méthodes. Parmi ces méthodes, se distinguent les approches explicites d'homogénéisation basées sur des représentations très simplifiées de la microstructure qui conduisent à des résolutions analytiques des problèmes cellulaires et des approches numériques d'homogénéisation qui permettent de considérer une microstructure plus riche mais qui nécessite une résolution numérique des problèmes cellulaires. Les approches explicites, bien qu'attractives par leur simplicité et pour certaines suffisamment fines dans leur prédiction du comportement, ne permettent pas de localiser les champs micromécaniques avec précision à la différence des approches numériques.

Parmi ces approches numériques, la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques [Bornert et al., 2001a], [Suquet, 1982] présente l'avantage d'être mathématiquement rigoureuse mais repose sur l'hypothèse de périodicité du milieu qui n'est évidemment pas adaptée ici aux matériaux cimentaires. Plusieurs approches numériques ont été récemment proposées pour l'étude du comportement des matériaux cimentaires. Ainsi, le modèle numérique développé au

National Institute of Standard Technology (NIST) est basé sur la représentation des hétérogénéités du milieu poreux par une image digitale (Digital-Image-Based) [Bentz et al., 1998]. Un modèle éléments finis a été également proposé par l'université de technologie de Delft pour la détermination de l'hydratation des pâtes de ciment [Hu and Stroeven, 2004, Stroeven and Stroeven, 1999b] et un modèle éléments finis a été mis en œuvre par Guidoum et Huet [Guidoum, 1994, Huet, 1999] pour étudier le comportement élastique et visco-élastique des bétons. Ces modèles numériques, développés pour des problèmes spécifiques, ont bien montré l'intérêt de disposer d'outils performants pour représenter la microstructure des matériaux.
C'est avec l'objectif de chercher à simuler au mieux la réalité de la microstructure des matériaux cimentaires, qui est très influente sur leur comportement et leur endommagement, que nous avons adopté dans ce travail une approche micromécanique. Cette modélisation a été appliquée à l'étude du comportement thermo-hydro-mécanique de pâtes de ciment et des bétons, ainsi qu'au comportement hydraulique de ces matériaux sous des sollicitations couplées tout d'abord non endommageantes, puis endommageantes. L'endommagement de la microstructure sous des chargements thermiques à hautes températures jusqu'à $600°C$, simulant des situations d'incendie, couplés à des chargements mécaniques de compression et traction a pu ainsi être modélisé et analysé. Le modèle a été également appliqué au comportement des matériaux cimentaires sous des sollicitations cycliques de basses températures, simulant des cycles de gel dégel.
L'approche micromécanique proposée repose sur la génération d'un maillage éléments finis du Volume Élémentaire Représentatif de la microstructure des matériaux cimentaires. Les hétérogénéités, pores et granulats, sont distribués aléatoirement dans ce volume, en respectant la distribution granulométrique réelle d'un matériau donné mesurée expérimentalement avec les tailles et proportions volumiques des pores et des granulats ou encore des particules solides de ciment. Cet outil numérique développé Mounajed [Mounajed, 2001], [Mounajed, 2002], est intégré au code de calcul aux éléments finis Symphonie du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) [Mounajed, 1991]. Ces outils servent ici de base à la mise en œuvre de la méthode d'homogénéisation selon l'approche des modules effectifs. Les problèmes cellulaires d'homogénéisation, résolus par éléments finis sur ce Volume Élémentaire Représentatif, sont formulés avec des lois de comportement thermo-hydro-mécanique et hydraulique non linéaires des différents constituants.
Le modèle d'endommagement macroscopique MODEV développé par Ung [Ung Quoc, 2003] pour tenir compte des non linéarités du comportement du béton est introduit ici à l'échelle des constituants du Volume Élémentaire Représentatif. Ung a considéré dans son approche, 2 modes d'endommagement mécanique : un endommagement par déformation déviatorique et un endommagement par extension sphérique.
Le couplage de ces différents outils numériques et modèles nous permet ainsi d'obtenir d'une part, par prise de moyennes le comportement macroscopique des matériaux cimentaires qui s'endommagent au cours des sollicitations, et d'autre part de localiser les champs locaux et par-conséquent de suivre l'évolution de l'endommagement de la microstructure.
Ce travail est présenté dans le document en trois parties.

La première partie, constituée de trois chapitres, est consacrée à différents rappels qui s'appuient principalement sur la bibliographie. Le premier chapitre reprend le formalisme macroscopique du comportement thermo-poro-élastique des milieux poreux proposé par Coussy [Coussy, 1991]. Les notations et les équations d'état linéarisées sont ainsi introduites. La caractérisation expérimentale des coefficients de Biot et de perméabilité, qui feront l'objet d'études numériques spécifiques par la suite, est plus particulièrement présentée.
Le second chapitre présente le processus d'homogénéisation et la formulation des problèmes cellulaires en thermo-poro-élasticité linéaire. La linéarité du comportement permet ici un découplage de ces problèmes. Le comportement homogénéisé est défini en termes de relation entre grandeurs moyennes. Les prédictions fournies par les différents modèles explicites d'homogénéisation sont rappelées en vue de confrontations ultérieures de la simulation avec ces modèles. Une analyse analogue est faite avec la formulation du problème d'homogénéisation de transfert hydraulique et le calcul de la perméabilité équivalente. Une présentation des modèles micromécaniques numériques, proposés dans la littérature pour les matériaux cimentaires, est par-ailleurs faite de façon à positionner notre approche.
Au troisième chapitre, nous décrivons brièvement le modèle Béton Numérique de génération du Volume Élémentaire Représentatif développé dans le code Symphonie et l'algorithme associé. Ainsi que le modèle d'endommagement macroscopique MODEV et sa formulation dans le cadre de la thermodynamique.
La seconde partie du document, divisée en deux chapitres, est consacrée à deux premières applications de l'approche micromécanique dans le domaine linéaire avec, d'une part, la simulation du comportement thermo-poro-élastique de différentes pâtes de ciment, puis de bétons au chapitre 4, et d'autre part, la simulation de leur comportement hydraulique au chapitre 5. Le chapitre 4 débute par une présentation du couplage des outils et modèles introduits dans la partie précédente, de sa mise en œuvre numérique et différents tests de validation. En particulier, nous avons cherché à tester l'influence du rapport de la taille du Volume Élémentaire Représentatif vis-à-vis de la taille des hétérogénéités, paramètre qui contrôle la validité des approches d'homogénéisation, ainsi que l'influence de la distribution aléatoire des hétérogénéités sur la stabilité des résultats. Dans ce chapitre, comme d'ailleurs dans les suivants, nous nous sommes attachés à montrer comment, à partir de résultats expérimentaux de la littérature, il est possible d'alimenter cette modélisation micromécanique fine en données, tant géométriques que mécaniques de la microstructure, pour répondre aux critiques souvent formulées à l'encontre des approches multi-échelles. Les résultats du comportement équivalent de pâtes de ciment et de bétons, sont ensuite présentés et confrontés à des résultats expérimentaux, tirés de la littérature, ainsi qu'aux prédictions fournies par des modèles classiques d'homogénéisation. Des visualisations et une analyse des déformations locales, accessibles par ce modèle par une démarche inverse de localisation, sont également présentées. Les résultats concernant la perméabilité équivalente de pâtes de ciment, présentant différents rapports de dosage en eau et en ciment, ainsi que de bétons, sont analysés et discutés de façon analogue au chapitre 5.
Dans la troisième partie du document, découpée en deux chapitres, la modélisation

micromécanique est étendue dans le domaine de comportements non linéaires, à travers deux applications. La première, à la simulation du comportement de bétons hautes performances soumis à des chargements couplés de hautes températures et mécaniques au chapitre 6, puis à la simulation du comportement de matériaux cimentaires sous des cycles à basses températures au chapitre 7.
Le chapitre 6 décrit une présentation de la formulation de problèmes d'homogénéisation non linéaire dans le cas de comportements thermo-élastiques endommageables des phases du matériau. Le tenseur de rigidité dépend de la déformation et le terme de dilatation thermique de la température. Après une description précise des données microscopiques, dont la connaissance influe sur le choix de la représentation du milieu et de la loi d'endommagement, les résultats sont discutés. L'évolution des déformations macroscopiques avec la montée en température est confrontée à des mesures expérimentales. La perte de rigidité globale du béton au cours de l'endommagement est étudiée. La localisation de l'endommagement accessible en tout nœud du maillage est analysée à différentes températures, avec ou non couplage à des chargements mécaniques de compression et de traction. Le comportement hydraulique est étudié par une démarche analogue, la perméabilité des phases évoluant avec l'endommagement.
Le chapitre 7 débute par une étude bibliographique détaillée des principales théories proposées dans la littérature pour expliquer le mécanisme du froid dans les milieux cimentaires. En particulier, un bilan est fait des données expérimentales disponibles, potentiellement utilisables dans une approche micromécanique. Puis, nous proposons de traduire la transformation de l'eau en glace dans les pores du matériau par l'apparition de différentes pressions, osmotique, hydrostatique et hydraulique. Ces pressions, qui évoluent non linéairement avec la température, sont introduites dans les calculs d'homogénéisation. Les premiers résultats sur des pâtes de ciment et un béton présentés, montrent les potentialités de l'approche. Enfin, le document s'achève par une conclusion et ouvre sur différentes perspectives.

Analyse Bibliographique

CHAPITRE 1

Comportement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux

L'étude du comportement d'un milieu poreux peut être envisagée à deux échelles distinctes. A l'échelle microscopique, les deux phases solide et fluide constituent des domaines géométriques distincts. Cette échelle est pertinente pour l'étude d'interactions mécaniques, physiques ou chimiques. Bear et Bachmat [Bear and Bachmat, 1991], puis Schrefler et Lewis [Schrefler and Lewis, 1998] ont proposé une approche à cette échelle qui leur a permis ensuite, par homogénéisation, de définir le comportement de milieux poreux en prenant les moyennes des champs locaux. La seconde échelle d'étude, macroscopique, consiste à considérer le matériau poreux comme un milieu continu multiphasique, résultant de la superposition d'un premier milieu continu, le squelette du milieu poreux qui est la partie solide, et d'un second milieu continu, le fluide, qui occupe l'espace poreux (**Figure** 1.1). Le squelette est constitué de particules solides et peut être lui-même poreux. Cette porosité n'est pas sujette à la circulation d'eau sous les conditions expérimentales usuelles. L'espace poreux connecté, ou non, peut être saturé par un fluide ou plusieurs fluides. Cette échelle macroscopique a été adoptée par Coussy [Coussy, 1995, Coussy, 1991] qui a proposé un cadre thermodynamique pour l'étude des milieux poreux en prolongeant les outils classiques de la mécanique des milieux continus. Sous l'action de forces extérieures et/ou de gradients de pression du fluide, le milieu poreux se déforme. Il est classique d'étudier la déformation du squelette déformable, puis de définir les mouvements du fluide par sa cinétique par-rapport au squelette. Les détails de cette approche macroscopique peuvent être trouvés dans les ouvrages de Coussy. Nous nous proposons dans ce chapitre de rappeler brièvement ce formalisme macroscopique du comportement thermo-poro-élastique d'un milieu poreux. Les équations d'état linéarisées qui régissent le comportement du fluide saturant et de la déformation du squelette sont tout d'abord rappelées à partir des formulations thermodynamiques. Puis nous revenons plus spécifiquement sur le couplage poro-élastique et sa caractérisation. Enfin nous présentons les équations qui régissent la perméabilité d'un milieu poreux avant de nous intéresser à sa caractérisation expérimentale.

1.1 La loi de comportement thermo-poro-élastique

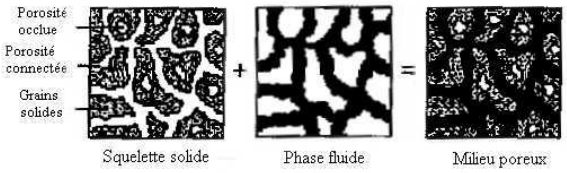


Figure 1.1 — Le milieu poreux vu comme une superposition de deux milieux continus : un squelette solide et une phase fluide [Coussy, 1995].

1.1.1 Equations d'état du fluide saturant

On rappelle tout d'abord la formule de transport du volume fluide m qui s'écrit sous la forme :

$$m = J\rho^{fl}\phi - \rho_0^{fl}\phi_0 \tag{1.1}$$

où ϕ et ϕ_0 désignent respectivement la porosité à un instant t et à l'instant initial du matériau, ρ^{fl} et ρ_0^{fl} respectivement la masse volumique du fluide à l'instant t et à l'instant initial et J est le Jacobien des transformations du volume élémentaire initial $d\Omega$ vers le volume à l'instant t donné $d\Omega_t$ tel que : $d\Omega_t = Jd\Omega$.

L'état thermodynamique du fluide saturant est défini par son enthalpie libre par unité de masse notée g_m qui est fonction de la température T et de la pression p.
Les équations d'état reliant la variation de masse volumique du fluide $\Delta\rho^{fl}$ et la variation d'entropie massique Δs_m à des variations de température ΔT et de pression Δp, sont définies par :

$$\frac{1}{\rho^{fl}} = \frac{\partial g_m}{\partial p} \qquad s_m = -\frac{\partial g_m}{\partial T} \tag{1.2}$$

En se plaçant dans un état de référence défini par le couple (p_0, T_0) et en supposant des petites variations de température $T - T_0$ et de pression $p - p_0$, l'enthalpie libre $g_m(p,T)$ peut être développée au second ordre de la façon suivante :

$$g_m(p,T) = g_m^0 - (T-T_0)s_m^0 + \frac{p-p_0}{\rho_0^{fl}} - \frac{1}{2}c(T-T_0)^2 + 3\alpha_{fl}(T-T_0)\frac{p-p_0}{\rho_0^{fl}} - \frac{(p-p_0)^2}{2\rho_0^{fl}K_{fl}} \tag{1.3}$$

où g_m^0 désigne l'enthalpie libre massique du fluide à l'état de référence, s_m^0 l'entropie massique du fluide à l'état de référence, ρ_0^{fl} la masse volumique du fluide à l'état de référence, c la chaleur massique du fluide, α_{fl} le coefficient de dilatation thermique cubique du fluide et K_{fl} le module de compressibilité isotherme du fluide saturant.

De ce développement et des relations d'état (1.2), on peut alors déduire les équations linéarisées du fluide saturant. Soit :

$$\frac{1}{\rho^{fl}} = \frac{1}{\rho_0^{fl}}(1+3\alpha_{fl}(T-T_0)-\frac{p-p_0}{K_{fl}}) \tag{1.4a}$$

$$s_m = s_m^0 + c(T-T_0) + 3\alpha_{fl}\frac{p-p_0}{\rho_0^{fl}} \tag{1.4b}$$

1.1.2 Equations d'état linéarisées du comportement thermo-poro-élastique linéaire

L'état énergétique d'un milieu poreux est défini par sa fonction d'énergie libre Ψ, qui pour un milieu de comportement réversible est fonction de la température T, du tenseur des déformations de Green-Lagrange $\boldsymbol{\Delta}$ et de la masse fluide échangée avec l'extérieur par unité de masse m. La loi de comportement thermo-poro-élastique est définie à partir de l'énergie libre par les équations d'état suivantes :

$$S = -\frac{\partial\Psi}{\partial T} \qquad \boldsymbol{\pi} = \frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\Delta}} \qquad g_m = \frac{\partial\Psi}{\partial m} \tag{1.5}$$

où S désigne l'entropie du système fluide-squelette et $\boldsymbol{\pi}$ le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff.

Sous les hypothèses de petites déformations et de petites variations d'échange de fluide, l'énergie libre Ψ se développe au second ordre par-rapport à un état de référence donné indicé par 0 de la façon suivante [Coussy, 1991], [Coussy, 1995] :

$$\begin{aligned}\Psi(T,\boldsymbol{\Delta},m) = {} & \boldsymbol{\pi}^0:\boldsymbol{\Delta} + (\Psi_m^0 + \frac{p_0}{\rho_0^{fl}})m - S_0(T-T_0) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\Delta}:\boldsymbol{C}:\boldsymbol{\Delta} \\ & -\frac{m}{\rho_0^{fl}}M\boldsymbol{B}:\boldsymbol{\Delta} - (T-T_0)\boldsymbol{A}:\boldsymbol{\Delta} - (s_m^0-\ell)m(T-T_0) \\ & +\frac{1}{2}M\left(\frac{m}{\rho_0^{fl}}\right)^2 + \frac{1}{2}\flat(T-T_0)^2\end{aligned} \tag{1.6}$$

où

- $\boldsymbol{\pi}^0$ est le tenseur des contraintes totales de Piola-Kirchhoff à l'état de référence,
- Ψ_m^0 l'énergie libre massique du fluide à l'état de référence,
- S_0 l'entropie du système squelette-solide à l'état de référence,
- $\boldsymbol{C}$ le tenseur de rigidité des modules d'élasticité isothermes non-drainés,
- M le module de Biot,
- $\boldsymbol{A}$ le tenseur de couplage thermo-mécanique,
- $\boldsymbol{B}$ le tenseur de couplage hydro-mécanique,
- $\flat$ un paramètre matériau tel que $C_{\boldsymbol{\Delta}} = T_0\flat$ soit la capacité de chaleur volumique par unité de volume initial dans une expérience non drainée à déformation nulle,

– ℓ un paramètre matériau tel que $T_0\ell$ soit la chaleur latente à déformation nulle de la variation de masse fluide.

On peut en déduire de ce développement et des équations d'état (1.5) la loi de comportement thermo-poro-élastique linéaire d'un milieu poreux [Coussy, 1991], [Coussy, 1995] :

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}^0 + \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\Delta} - \frac{m}{\rho_0^{fl}} M\boldsymbol{B} - (T - T_0)\boldsymbol{A} \tag{1.7a}$$

$$S = S_0 + \boldsymbol{A} : \boldsymbol{\Delta} + ms_m^0 - \ell m + \flat(T - T_0) \tag{1.7b}$$

$$p = p_0 + M\left(-\boldsymbol{B} : \boldsymbol{\Delta} + \frac{m}{\rho_0^{fl}}\right) + \rho_0^{fl}\ell(T - T_0) \tag{1.7c}$$

Sous l'hypothèse de déformations infinitésimales, le tenseur de Green-Lagrange s'identifie au tenseur des déformations linéarisées $\boldsymbol{\varepsilon}$ et le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff s'identifie au tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$. La loi de comportement thermo-poro-élastique pour un milieu poreux non-drainé en déformations infinitésimales s'écrit alors sous la forme [Coussy, 1991], [Coussy, 1995] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 + \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{m}{\rho_0^{fl}} M\boldsymbol{B} - (T - T_0)\boldsymbol{A} \tag{1.8a}$$

$$S = S_0 + \boldsymbol{A} : \boldsymbol{\varepsilon} + ms_m^0 - 3\alpha_m M\frac{m}{\rho_0^{fl}} + C_{\boldsymbol{\Delta}}\frac{T - T_0}{T_0} \tag{1.8b}$$

$$p = p_0 + M\left(-\boldsymbol{B} : \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{m}{\rho_0^{fl}}\right) + 3\alpha_m M(T - T_0) \tag{1.8c}$$

où $\boldsymbol{\sigma}^0$ représente le tenseur des contraintes de Cauchy à l'état de référence et où l'on a posé $3\alpha_m = \rho_0^{fl}\ell/M$.

Et pour un milieu drainé on écrit [Coussy, 1991], [Coussy, 1995] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 + \boldsymbol{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} - (p - p_0)\boldsymbol{B} - (T - T_0)\boldsymbol{A}_0 \tag{1.9a}$$

$$S = S_0 + \boldsymbol{A}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} + ms_m^0 - 3\alpha_m(p - p_0) + C_{\boldsymbol{\Delta}}^0\frac{T - T_0}{T_0} \tag{1.9b}$$

$$p = p_0 + M\left(-\boldsymbol{B} : \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{m}{\rho_0^{fl}}\right) + 3\alpha_m M(T - T_0) \tag{1.9c}$$

où le tenseur $\boldsymbol{C}_0$ désigne le tenseur de rigidité des modules d'élasticité isothermes non-drainés, $\boldsymbol{A}_0$ le tenseur de couplage thermo-mécanique non-drainé, et $C_{\boldsymbol{\Delta}}^0$ la capacité de chaleur volumique par unité de volume initial dans une expérience non drainée à déformation nulle.

L'étude du comportement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux exige donc l'identification d'un nombre important de paramètres physiques et mécaniques. Leur caractérisation expérimentale est parfois délicate, compte-tenu de leur évolution couplée. Parmi ces paramètres macroscopiques le module de Biot constitue un premier exemple des paramètres multi-physiques difficile à identifier expérimentalement. A ce titre les travaux de Obeid et Mounajed [Obeid et al., 2002] consacrés à l'identification

expérimentale du module de Biot d'un mortier de ciment illustrent les difficultés expérimentales. La perméabilité intrinsèque du milieu poreux est un autre exemple de paramètres délicats à identifier. Cette perméabilité varie en effet en fonction de l'état de la saturation du milieu, de la température, de la structure du réseau poreux, ou encore de l'état de l'endommagement du matériau. Nous nous proposons de revenir successivement sur ces deux modules, qui feront par la suite l'objet d'une étude numérique spécifique.

1.2 Couplage poro-élastique

Le couplage poro-élastique est caractérisé par le coefficient de dilatation hydrique, nommé également module de Biot. Ce module est associé au tenseur de Biot qui a été formalisé par Biot [Biot, 1956], [Biot, 1962], [Biot, 1972].

1.2.1 La loi de contrainte effective

Les approches proposées pour étudier les effets de la pression du fluide interstitiel, dite pression de pore, découlent des idées initialement développées en mécanique des sols. Les travaux de Karl Terzaghi [Terzaghi, 1923], [Terzaghi, 1945] sur le comportement mécanique des sols et des bétons saturés ont abouti au concept de contrainte effective. Le matériau poreux étant considéré comme un matériau continu composé d'une partie solide et d'une phase fluide, la pression de pore est définie en tout point de ce matériau continu. Le comportement mécanique équivalent dépend simplement de la contrainte effective, notée $\boldsymbol{\sigma}'$ définie par :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\delta} \tag{1.10}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur de contrainte macroscopique totale, $\boldsymbol{\delta}$ le tenseur identité d'ordre 2 et p la pression de pore. Cette contrainte effective définit le comportement global du matériau poreux et ne représente pas l'état de contrainte réelle dans la matrice solide. Des résultats expérimentaux, consolidés par des arguments théoriques, suggèrent que la contrainte effective dépend d'un coefficient constant relatif aux propriétés du matériau et des conditions de test. A partir des travaux de Frenkel (1944), portant sur la dérivation de la moyenne des équations multi-phasiques microscopiques pour reproduire le modèle macroscopique, Biot [Biot, 1956] a en effet proposé une théorie phénoménologique pour la propagation des ondes dans les milieux poreux. La prise de moyennes microscopiques conduisant aux paramètres macroscopiques a permis de constater la présence d'une variable d'état de l'énergie interne du solide, la porosité, dont l'influence sur le comportement macroscopique est régie par une variable, le tenseur de Biot $\boldsymbol{B}$. La contrainte effective est alors définie par Biot par la relation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{B}p \tag{1.11}$$

Cette notion est purement rhéologique ou encore thermodynamique, dans le sens où elle ne peut directement être associée par des seules considérations d'équilibre mécanique à un effort extérieur défini à l'échelle du système élémentaire, contrairement au tenseur des contraintes totales $\boldsymbol{\sigma}$. Dans le cas d'un matériau isotrope, la relation (1.11) s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - b\ p\ \boldsymbol{\delta} \tag{1.12}$$

où b désigne le coefficient de Biot. Ce coefficient représente physiquement la fraction de la variation de volume du matériau correspondant à la variation de volume de l'espace poreux. La condition $b = 1$ correspond au principe de Terzaghi ou à la loi de contrainte effective dite conventionnelle (1.10). Pour Biot, la valeur du coefficient b peut être inférieure ou supérieure à 1 selon les propriétés élastiques du milieu. Son expression peut être généralisée au cas où plusieurs fluides sont présents [Obeid et al., 2002]. Nous nous intéressons maintenant à la caractérisation expérimentale de ce coefficient et du module de Biot associé.

1.2.2 Caractérisation expérimentale du coefficient de Biot

Nous présentons ici les résultats de l'identification expérimentale du coefficient de Biot d'un matériau isotrope. On peut alors écrire pour ce matériau la loi de comportement thermo-poro-élastique sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 + (K_0 - 2\mu/3)tr\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{1} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} - bM\frac{m}{\rho_0^{fl}}\mathbf{1} - 3\alpha K_0(T - T_0)\mathbf{1} \tag{1.13a}$$

$$S = S_0 + \alpha tr(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^0) + ms_m^0 - (3\alpha_m - 3\alpha_d)M\frac{m}{\rho_0^{fl}} + C_\pi\frac{T - T_0}{T_0} \tag{1.13b}$$

$$p = p_0 + M\left(-\boldsymbol{B} : \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{m}{\rho_0^{fl}}\right) + 3\alpha_m M(T - T_0) \tag{1.13c}$$

où K_0 et μ désignent respectivement le module de compressibilité et le module de cisaillement du matériau en condition drainée, α_d le coefficient équivalent à α_m mais en condition drainée et α le coefficient de dilatation thermique.
Considérons tout d'abord un milieu poreux saturé. Dans une expérience drainée caractérisée par $p - p_0 = 0$, et isotherme, $T - T_0 = 0$, le coefficient de Biot d'un matériau poreux isotrope vérifie alors :

$$b = 1 - \frac{K_0}{K_s} \tag{1.14}$$

où K_s représente le module de compressibilité de la matrice solide. Dans le cas général la prise en compte d'une anisotropie du comportement due essentiellement au chargement ne permet plus l'emploi d'un seul coefficient.
Considérons maintenant une expérience isotherme où les variations de contraintes moyennes $\sigma - \sigma_0$ sont équivalentes aux variations de pressions $-(p - p_0)$. La relation

(1.13a) s'écrit alors :

$$-(1-b)(p-p_0) = K_0\varepsilon \tag{1.15}$$

où ε désigne la dilatation volumique moyenne du matériau. Et d'après (1.14) on peut réécrire (1.15) sous la forme :

$$-(p-p_0) = K_s\varepsilon \tag{1.16}$$

Et en introduisant cette solution dans (1.13c) on obtient :

$$\frac{p-p_0}{M} = b\frac{p-p_0}{K_s} + \frac{m}{\rho_0^{fl}} \tag{1.17}$$

Pour des petites variations de la masse fluide et pour des déformations infinitésimales, les variations de la porosité $\phi - \phi_0$ sont très petites, et on écrit alors :

$$(1-\phi_0)\varepsilon_s = (1-\phi_0)\varepsilon - (\phi-\phi_0) \tag{1.18}$$

où ε_s désigne la dilatation volumique moyenne du squelette solide. Par identification, on écrit les contraintes de Cauchy du matériau en fonction de celles du squelette solide $\boldsymbol{\sigma}_s$:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-\phi)\boldsymbol{\sigma}_s - \phi p\mathbf{1} \tag{1.19}$$

où encore :

$$\sigma = (1-\phi_0)\sigma_s - \phi_0 p \tag{1.20}$$

où $\sigma = tr\boldsymbol{\sigma}/3$. Et par-rapport à l'état de référence on obtient :

$$\sigma - \sigma^0 = (1-\phi_0)(\sigma_s - \sigma_s^0) - \phi_0(p-p_0) \tag{1.21}$$

En associant cette équation à la loi de comportement du matériau isotrope, on peut écrire :

$$\sigma_s - \sigma_s^0 = K_s\varepsilon_s - 3\alpha_s K_s(T-T_0) \tag{1.22}$$

où α_s désigne le coefficient de dilatation thermique du squelette solide. Alors d'après (1.17), (1.21), (1.16) et (1.22), on vérifie que : $\varepsilon_s = \varepsilon$ et que $\phi = \phi_0$.
Sous ces conditions on peut réécrire l'équation d'état du fluide (1.4a) sous la forme :

$$\frac{\rho^{fl} - \rho_0^{fl}}{\rho_0^{fl}} = \frac{p-p_0}{K_{fl}} \tag{1.23}$$

Puis avec (1.18), (1.23) et (1.1) on obtient la relation suivante :

$$\frac{m}{\rho_0^{fl}} = \phi_0 \frac{p - p_0}{K_{fl}} + \phi_0 \varepsilon \tag{1.24}$$

Et finalement en introduisant (1.24) dans (1.17) et en utilisant (1.16), on écrit le module de Biot M tel que :

$$\frac{1}{M} = \frac{b - \phi_0}{K_s} + \frac{\phi_0}{K_{fl}} \tag{1.25}$$

Sous les mêmes conditions d'essais on arrive à l'écriture du coefficient de Skempton B_s en fonction du coefficient et du module de Biot sous la forme :

$$\frac{1}{B_s} = \frac{K_0}{Mb} + b \tag{1.26}$$

Si maintenant le milieu poreux est non-saturé, l'identification du coefficient de Biot s'appuie sur la formulation du problème thermo-poro-élastique proposée par Coussy [Coussy, 1995]. En considérant que les fluides dans les pores sont tels qu'il existe une phase gazeuse remplissant un volume ϕ_g, et une phase liquide de volume ϕ_l, avec $\phi_g + \phi_l = \phi$, Lassabatère [Lassabatère, 1994] a proposé la relation suivante :

$$b = b_l + b_g \tag{1.27}$$

où b_l désigne le coefficient de Biot liquide et b_g le coefficient de Biot gazeux. Dans le cas où la phase gazeuse est constituée de plusieurs gaz disjoints, on écrit de façon plus générale [Obeid, 1998] :

$$b = \sum_i b_i + b_l \tag{1.28}$$

où b_i représente le coefficient de Biot de la phase gazeuse i.
Pour un milieu poreux isotrope, Obeid [Obeid, 1998] a proposé une identification du coefficient de Biot liquide, en supposant que la pression de gaz est uniforme et constante, par :

$$b_l = \frac{3K_0 h d\varepsilon}{\rho_l RT \mathrm{d}h} \tag{1.29}$$

où ε désigne la déformation suivant une direction, h l'humidité relative définie par $h = p_v/p_{vsat}$, avec p_v la pression de vapeur et p_{vsat} la pression de vapeur saturante, ρ_l la masse volumique du liquide et $d\varepsilon$ la variation de déformation induite par la variation d'humidité relative dh.

Le coefficient de Biot gazeux est obtenu après avoir calculé le coefficient de Biot

liquide, par la relation (1.28), soit :

$$b_g = 1 - \frac{K_0}{K_s} - b_l \tag{1.30}$$

1.3 Perméabilité des milieux poreux

La perméabilité d'un milieu poreux correspond à son aptitude à se laisser traverser par un fluide (liquide ou gaz) sous l'effet d'un gradient de pression. Les hydrogéologues et les pétroliers mesurent la perméabilité en darcys (Darcy, 1856). Un darcy correspond à la perméabilité d'un corps, assimilé à un milieu continu et isotrope, au travers duquel un fluide homogène, de viscosité égale à celle de l'eau à 20 C (une centipoise), s'y déplace à la vitesse de 1 cm/s sous l'influence d'un gradient de pression de 1 atm/cm [Dullien, 1979] : 1 $Darcy = 0,97.10^{-12} m^2$.
Nous nous proposons de rappeler la loi établie par Darcy qui relie la vitesse de filtration $\boldsymbol{v}$ au gradient de pression.

1.3.1 La loi de Darcy

Dans le but d'améliorer la qualité de l'eau des fontaines publiques de Dijon, Henry Darcy et Charles Ritter ont proposé en 1856 les lois d'écoulement d'un fluide à travers un sable. Les mesures du débit de l'eau traversant une colonne remplie de sable les ont conduisent à l'écriture de la relation suivante entre le débit q et la différence de niveau d'eau entre la partie supérieure et la partie inférieure du filtre :

$$q = k\frac{s}{e}(h+e) \qquad \text{ou} \qquad v = \frac{q}{s} = \frac{k}{e}(h+e) \tag{1.31}$$

où s représente la section du filtre, e son épaisseur, h la hauteur d'eau sur le filtre et k la perméabilité du sable qui a la dimension d'une vitesse ($m.s^{-1}$).
Hubbert [Hubbert, 1940] a proposé une relation entre la vitesse $\boldsymbol{v}$ et un potentiel hydraulique Φ, qui correspond à une énergie par unité de masse et formule une loi analogue à celle de la loi de Fick :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{k_i \rho}{\mu_{fl}} \boldsymbol{g}rad(\Phi) = -\frac{k_i \rho}{\mu} \boldsymbol{g}rad(gz + \int_{p_0}^{p} \frac{\mathrm{d}p}{p} + \frac{v^2}{2}) \tag{1.32}$$

où g $[m.s^{-2}]$ désigne l'accélération de la pesanteur, ρ $[kg.m^{-3}]$ la masse volumique du fluide, μ_{fl} $[kg.m^{-1}.s^{-1}]$ sa viscosité dynamique et z la coordonnée ascendante du point d'application. Le coefficient k_i, reliant les deux grandeurs $\boldsymbol{v}$ et ϕ, est appelé perméabilité intrinsèque du milieu et sa dimension est homogène à une surface (m^2). Ce paramètre dépend intégralement du milieu poreux et non du fluide. La forme tensorielle de la perméabilité apparaît quelques années plus tard dans les travaux de Ferrandon

[Ferrandon, 1948] sous la forme :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{\boldsymbol{k}_i}{\mu_{fl}}.\boldsymbol{g}rad(P + \rho g\boldsymbol{z}) \tag{1.33}$$

dans le cas d'une vitesse d'écoulement faible, où P désigne la différence de pression $p - p_0$ et $\boldsymbol{k}_i$ le tenseur de perméabilité intrinsèque du milieu. Pour un fluide incompressible, la loi de Darcy devient :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{\boldsymbol{k}_i \rho g}{\mu_{fl}}.\left(\boldsymbol{g}rad(\frac{P}{\rho g} + \boldsymbol{z})\right) \tag{1.34}$$

Plus tard Matheron [Matheron, 1967] montre, dans le cas d'un écoulement uniforme, que la loi de Darcy dérive de la linéarité des équations de Navier-Stokes, sous l'hypothèse d'une vitesse d'écoulement faible. L'interprétation énergétique de la perméabilité, associée à la dissipation d'énergie par les forces de viscosité, permet à Matheron de montrer que le tenseur de perméabilité est symétrique, défini et positif.

1.3.2 Caractérisation expérimentale

Les mesures de la perméabilité des milieux poreux s'obtiennent expérimentalement par des essais d'écoulements dans des échantillons. La méthode la plus usuelle est l'utilisation du dispositif de Darcy. Pour les matériaux cimentaires, ces mesures s'effectuent généralement à l'eau ou au gaz. La perméabilité au gaz permet d'avoir un fluide peu visqueux dans le réseau poreux, et donc de réaliser des tests avec de fortes pressions afin d'obtenir de meilleures mesures. Mais de telles mesures demandent que l'échantillon soit totalement sec. Or, même après séchage de l'échantillon, on considère qu'il reste toujours un peu d'eau susceptible de fausser les mesures. Par-ailleurs, le séchage peut provoquer de nouvelles fissures, et par-conséquent augmenter le volume poreux [Picandet, 2001]. Les mesures de la perméabilité à l'eau peuvent elles être faussées par deux phénomènes : l'eau injectée peut être adsorbée par les pores les plus fins qui sont vides lors de l'hydration de la pâte de ciment ; et par-ailleurs l'eau introduite peut (re)hydrater les éléments fins non-hydratés ou peu hydratés lors de la maturation [Whiting and Walitt, 1988], [Loosveldt et al., 2002].
Les écarts de valeurs de la perméabilité intrinsèque d'un béton, obtenues par des essais à l'eau et au gaz, montrent qu'il est important de ne pas négliger le rôle du fluide lors de l'évaluation de cette perméabilité. La méthode de mesure doit être retenue selon l'emploi ultérieur du béton. Ainsi, pour les bétons utilisés dans la conception d'enceintes de confinement nucléaire, il est important de déterminer leur perméabilité à l'air, alors que dans la fabrication des barrages de rivière, les bétons doivent avoir une faible perméabilité à l'eau.
Il semble donc difficile d'utiliser le terme de perméabilité intrinsèque pour les bétons. Cette perméabilité qui se veut être indépendante du fluide utilisé, ne l'est pas totalement lors des essais. Pour tenter de répondre à cette difficulté, Katz et Thompson [Katz and Thompson, 1986] ont proposé une méthode de mesure de la perméabilité

d'un milieu poreux, développé au départ pour l'étude des roches. Dans le cadre de leurs travaux sur les propriétés de transport des fluides dans les milieux poreux, et plus précisément pour les réservoirs pétroliers, ces auteurs ont proposé une formulation empirique de la perméabilité, avec l'objectif de répondre aux critiques faites au modèle de Carmen-Kozeny. Ce dernier modèle relie les propriétés de transport aux propriétés géométriques macroscopiques, et ne reconnaît pas la sensibilité et la signification physique qu'apporte le choix de la longueur d'échelle dans la prédiction de la perméabilité. En utilisant la loi de Darcy pour des roches saturées par un seul liquide, Katz et Thompson [Katz and Thompson, 1986] mettent au contraire en relation la perméabilité et une longueur caractéristique de l'espace poreux l_c par la formule suivante :

$$k = c.l_c^2.(\sigma/\sigma_0) \tag{1.35}$$

où σ représente la conductivité d'une roche saturée par une solution saline de conductivité σ_0, c une constante de l'ordre de $1/226$ et l_c une longueur unique dominant la magnitude de la perméabilité. Le modèle de Katz-Thompson a été appliqué aux matériaux cimentaires par Garboczi *et al.* [Garboczi and Bentz, 1999] qui ont proposé pour les pâtes de ciment ordinaires la relation :

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 0.18(\phi - \phi_c)^2 \tag{1.36}$$

où ϕ_c est la valeur critique de la porosité capillaire obtenue par percolation.

Le modèle de Katz-thompson a également été appliqué par Christensen *et al.* [Christensen et al., 1996] pour le calcul de la perméabilité à l'eau des pâtes de ciment avec différents rapports eau sur ciment E/C. Il apparaît que plus le rapport E/C augmente, meilleurs sont les prédictions fournies par le modèle.
El-Dieb et Hooton [El-Dieb and Hooton, 1995] et Tumidajski et Lin [Tumidajski and Lin, 1998] ont quant à eux observés une confrontation peu satisfaisante du modèle de Katz-Thompson avec des résultats expérimentaux d'essais de perméabilité sur des bétons.

Le comportement macroscopique des milieux poreux ainsi formulé par Coussy [Coussy, 1991], [Coussy, 1995] apparaît donc fortement couplé et fait intervenir de nombreux paramètres parfois difficilement mesurables expérimentalement. Les travaux complémentaires de Bear et Bachmat [Bear and Bachmat, 1991] et Schrefler et Lewis [Schrefler and Lewis, 1998] basés sur les phénomènes multi-physiques agissant à l'échelle microscopique ont par-ailleurs mis en évidence l'influence de la microstructure sur les propriétés macroscopiques des milieux poreux.
Les approches multi-échelles permettent de mettre en lien les comportements aux deux échelles. Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, ces approches peuvent apporter un moyen, par le biais de la modélisation, d'identifier certains paramètres macroscopiques comme le module de Biot ou encore la perméabilité de milieux poreux.

CHAPITRE 2

Approches multi-échelles en milieux poreux

Les approches multi-échelles apparaissent depuis plusieurs années tout à fait pertinentes pour modéliser le comportement et la dégradation des matériaux fortement hétérogènes. A partir de la connaissance de la microstructure, ces techniques permettent de caractériser le comportement du matériau hétérogène en tant que matériau homogène équivalent. Ceci rend alors possible un calcul de structure initialement posé sur une structure hétérogène complexe. L'intérêt de ces approches se trouve renforcé lorsqu'elles permettent, pour une sollicitation macroscopique donnée, d'accéder aux contraintes et déformations locales au niveau de la microstructure. Il est alors possible de prédire et de suivre un endommagement au sein du matériau.

2.1 Notion de Volume Élémentaire Représentatif

Les modèles micro-mécaniques reposent généralement sur le choix d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du matériau hétérogène et utilisent des approximations dans la définition des propriétés géométriques et mécaniques des constituants et du VER. La validité de leur prédiction dépend du choix de ce VER. Il doit être suffisamment grand pour comporter un nombre suffisant d'hétérogénéités et donc être représentatif du matériau. Toutefois, il devra être de taille suffisamment petite pour que les champs mécaniques, thermiques et hydriques, qui y sont calculés, soient très peu variables, sous réserve que ce calcul soit possible.
Le processus d'homogénéisation consiste à imposer un chargement homogène, ou encore macroscopique, à ce volume représentatif. Les champs mécaniques locaux induits par ce chargement à l'échelle du VER vérifient un problème cellulaire hétérogène. Le comportement homogénéisé est alors défini comme la relation entre la moyenne de ces champs locaux et du chargement imposé. L'obtention du comportement équivalent nécessite donc en pratique la résolution du problème cellulaire posé sur le volume représentatif. Il existe de nombreuses méthodes d'homogénéisation qui se distinguent par le choix du VER et la façon d'imposer le chargement macroscopique, comme en atteste la bibliographie très vaste dans ce domaine. On pourra se référer par exemple aux ouvrages de synthèse de Aboudi [Aboudi, 1991] et de Bornert *et al.* [Bornert et al., 2001a].
Parmi ces différentes approches, il est usuel de distinguer des méthodes d'homogénéisation explicites basées sur des représentations simplifiées de la microstructure qui conduisent à une résolution analytique du problème cellulaire et des méthodes d'homogénéisation numériques qui permettent de considérer une microstructure plus réaliste.
Ces méthodes largement développées pour des comportements élastiques ou thermiques de composites renforcés se généralisent à des comportements couplés de matériaux hétérogènes et poreux. Dans l'objectif des applications au matériau béton qui font l'objet de ce travail, nous avons choisi de présenter dans ce chapitre la formulation du problème d'homogénéisation en thermo-hydro-mécanique dans le cas des milieux poreux saturés. Puis nous rappellerons les estimations fournies par quelques méthodes d'homogénéisation explicites les plus classiques auxquelles nous nous confronterons par la suite. Nous présenterons enfin quelques méthodes d'homogénéisation numériques dédiées aux matériaux cimentaires pouvant présenter certaines similitudes avec notre approche.

2.2 Formulation du problème d'homogénéisation en milieux poreux

Nous considérons dans ce paragraphe un volume représentatif d'un matériaux poreux soumis à une sollicitation couplée d'origine mécanique, thermique et hydrique. Le problème cellulaire d'homogénéisation est tout d'abord rappelé dans le cas de phases

aux comportements linéaires. La linéarité permet alors de décomposer le problème en trois problèmes élémentaires.

2.2.1 Le problème cellulaire thermo-hydro-mécanique

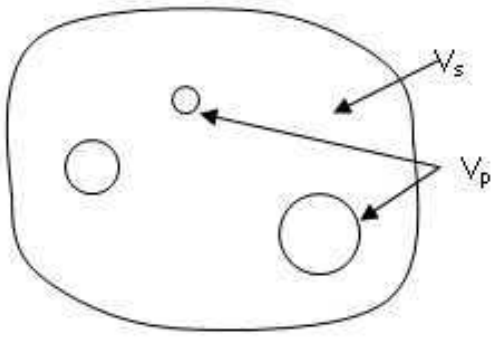


Figure 2.1 — Schéma de représentation d'un Volume Élémentaire Représentatif d'un milieu poreux.

Soit V un volume représentatif d'un milieu hétérogène et poreux. Ce volume est constitué de deux phases solides, une matrice qui occupe le domaine V_m et des renforts ou granulats qui occupent le domaine V_r. Ces deux phases constituent le squelette du matériau $V_s = V_m \cup V_r$. Les pores occupent la partie V_p du volume V de sorte que $V = V_m \cup V_r \cup V_p$ (***Figure*** 2.1). On note Γ_{mr} les interfaces entre la matrice et les granulats et Γ_{sl} les interfaces entre la phase solide et les pores, et enfin ∂V le bord extérieur de V. Soient $\boldsymbol{y}$ les coordonnées d'un point du VER. Les phases solides de ce milieu sont supposées, ici, présenter un comportement thermo-élastique linéaire. Le milieu poreux est lui supposé saturé par un fluide qui exerce une pression p^l homogène dans les pores. Ce fluide est supposé mouiller parfaitement la surface du pore, la pression interstielle liquide-solide étant prise nulle. Cette hypothèse a été justifiée par les travaux de Dormieux et Bourgeois [Dormieux and Bourgeois, 2002] qui ont montré que les contributions visqueuses des effets exercés par le fluide sur le squelette solide dans les pores sont négligeables devant les effets de pression. Le VER est par-ailleurs soumis à un chargement couplé thermo-mécanique sous la forme d'une température homogène imposée ΔT mesurée par rapport à un état de référence et d'une déformation homogène $\boldsymbol{E}$. Ces chargements génèrent des champs de déplacement $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y})$, de déformations $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})$ et de contraintes $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})$ locaux au sein du VER. Ces champs satisfont le problème cellulaire

suivant :

$$div_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.1a}$$
$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : (\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y})\Delta T) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{2.1b}$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y}) = \frac{1}{2}(\nabla(\boldsymbol{u}) + \nabla(\boldsymbol{u})^t) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{2.1c}$$
$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) = -p^l\boldsymbol{\delta} \qquad \boldsymbol{y} \in V_p \tag{2.1d}$$
$$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = -p^l\boldsymbol{n} \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{sl} \tag{2.1e}$$
$$\| \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} \| = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{mr} \tag{2.1f}$$
$$\| \boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}) \| = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{mr} \tag{2.1g}$$
$$\langle\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}) \rangle\rangle_V = \frac{1}{|V|}\int_{\partial V} (\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}) \otimes \boldsymbol{n})_S \mathrm{d}y = \boldsymbol{E} \tag{2.1h}$$

où $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{y})$ désigne le tenseur de rigidité des phases solides, $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y})$ le tenseur de couplage thermo-élastique ou encore de dilatation thermique. Les doubles barres $\| \, . \, \|$ indiquent le saut d'une grandeur à l'interface, $\boldsymbol{n}$ désigne la normale unitaire extérieure à la surface considérée, le symbole $(\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{v})_S$ le produit symétrisé ($(\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{v})_{ij} = \frac{1}{2}(u_i v_j + u_j v_i)$), et $\boldsymbol{\delta}$ le tenseur identité d'ordre 2.
Une définition particulière de la moyenne de la déformation a du être introduite ici du fait de la difficulté de définir un prolongement des déformations dans les pores.
Le comportement homogène équivalent est alors défini par la relation suivante entre grandeurs moyennes :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) \rangle_V = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = \boldsymbol{C}^{hom} : (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{\alpha}^{hom}\Delta T) - p^l\boldsymbol{B} \tag{2.2}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est solution du problème cellulaire (2.1a-2.1h), $\boldsymbol{C}^{hom}$ le tenseur de rigidité homogénéisé, $\boldsymbol{\alpha}^{hom}$ le tenseur de dilatation thermique homogénéisé et $\boldsymbol{B}$ le tenseur de Biot.

La sollicitation mécanique peut également être imposée à travers une contrainte homogène au lieu d'une déformation homogène. On parle alors d'approche en contrainte du problème d'homogénéisation. Dans cette approche les équations du problème cellulaire (2.1a-2.1g) restent inchangées et la condition (2.1h) devient :

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_V = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = \boldsymbol{\Sigma} \tag{2.3}$$

où $\boldsymbol{\Sigma}$ est le tenseur de contrainte macroscopique imposé. La relation homogénéisée s'écrit alors :

$$\langle\langle \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}) \rangle\rangle_V = \frac{1}{V}\int_{\partial V} (\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}) \otimes \boldsymbol{n})_S \mathrm{d}y = \boldsymbol{S}^{hom} : \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\alpha}_c^{hom}\Delta T + p^l\boldsymbol{S}^{hom} : \boldsymbol{B}_c \tag{2.4}$$

où $\boldsymbol{S}^{hom}$ désigne le tenseur de souplesse équivalent, $\boldsymbol{\alpha}_c^{hom}$ le tenseur de dilatation thermique équivalent en approche en contrainte, et $\boldsymbol{B}_c$ le tenseur de Biot en approche en

contrainte.
Généralement cette approche conduit à un comportement homogénéisé différent de celui fourni par l'approche en déformation, de sorte que :

$$\boldsymbol{C}^{hom} \neq (\boldsymbol{S}^{hom})^{-1} \qquad \boldsymbol{\alpha}^{hom} \neq \boldsymbol{\alpha}_c^{hom} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{B} \neq \boldsymbol{B}_c$$

Les conditions (2.1h) ou (2.3) ne sont pas des conditions aux limites classiques. Les différentes méthodes d'homogénéisation vont en particulier se distinguer par la façon qu'elles auront de traduire ces relations moyennes en des conditions aux limites. La méthode des modules effectifs impose ainsi :

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{E}.\boldsymbol{y} \qquad \boldsymbol{y} \in \partial V \tag{2.5a}$$

$$\text{ou} \qquad \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\Sigma}.\boldsymbol{n} \qquad \boldsymbol{y} \in \partial V \tag{2.5b}$$

selon l'approche en déformations ou en contraintes.

2.2.2 Découplage du problème cellulaire

Compte tenu de la linéarité du problème cellulaire (2.1a-2.1h). Sa résolution peut être découplée en 3 étapes relativement aux chargements élémentaires suivants :

1. $\boldsymbol{E} \neq 0$, $\Delta T = 0$, $p^l = 0$, qui correspond à un chargement mécanique pur imposé,
2. $\boldsymbol{E} = 0$, $\Delta T \neq 0$, $p^l = 0$, qui correspond à un chargement thermique pur imposé,
3. $\boldsymbol{E} = 0$, $\Delta T = 0$, $p^l \neq 0$, qui correspond à un chargement hydrique pur imposé,

Dans un premier temps, la résolution du problème cellulaire se fait donc pour un chargement purement mécanique, et permet d'obtenir le tenseur des rigidités homogénéisé $\boldsymbol{C}^{hom}$ par la relation :

$$\boldsymbol{\Sigma}^e = \langle \boldsymbol{\sigma}^e \rangle_V = \frac{1}{|V|} \int_V \boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y}) \mathrm{d}y = \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{E} \tag{2.6}$$

où $\boldsymbol{\sigma}^e$ est la solution du problème $n°1$ associé $p^l = 0$ et $\Delta T = 0$. Pour un milieu contenant des pores, la relation (2.6) s'écrit :

$$\boldsymbol{\Sigma}^e = \frac{1-\phi}{|V|} \int_{V_s} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \varepsilon(\boldsymbol{y}) \mathrm{d}y \tag{2.7}$$

où ϕ désigne la porosité soit $\frac{|V_p|}{|V|}$.
Il est usuel d'introduire le tenseur de localisation du 4^e ordre, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})$, défini par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{E} \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.8}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ est la déformation solution du problème cellulaire $n°1$ associé à un chargement mécanique. La relation de comportement homogène équivalente s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\Sigma}^e = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = (1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} : \boldsymbol{E} = \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{E} \tag{2.9}$$

où les crochets $\langle . \rangle_{V_s}$ désignent ici la moyenne sur le volume solide du VER. Soit alors la relation suivante :

$$\boldsymbol{C}^{hom} = (1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} \tag{2.10}$$

Puis un chargement en température, $\boldsymbol{E} = 0$, $p^l = 0$ et $\Delta T \neq 0$, est appliqué, et la résolution du problème cellulaire associé permet de caractériser le tenseur de dilatation thermique homogénéisé $\boldsymbol{\alpha}^{hom}$ avec :

$$\boldsymbol{\Sigma}^T = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = -\boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{\alpha}^{hom}\Delta T \tag{2.11}$$

où $\boldsymbol{\sigma}^T$ est la solution du problème $n°2$ avec $\boldsymbol{E} = 0$ et $p = 0$. Soit encore, en introduisant le tenseur $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{y})$ du second ordre défini par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{D}(\boldsymbol{y})\Delta T \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.12}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^T(\boldsymbol{y})$ est la déformation locale solution du problème cellulaire $n°2$ associé au chargement thermique, la relation de comportement homogénéisée s'écrit :

$$\boldsymbol{\Sigma}^T = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = (1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : (\boldsymbol{D}(\boldsymbol{y})-\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y}))\rangle_{V_s}\Delta T \tag{2.13}$$

d'où :

$$\boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{\alpha}^{hom} = -(1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : (\boldsymbol{D}(\boldsymbol{y})-\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y}))\rangle_{V_s} \tag{2.14}$$

Enfin, le tenseur de Biot est obtenu après résolution du problème cellulaire $n°3$ avec $\boldsymbol{E} = 0$ et $\Delta T = 0$ en écrivant la relation :

$$\boldsymbol{\Sigma}^p = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^p(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = -p^l\boldsymbol{B} \tag{2.15}$$

où $\boldsymbol{\sigma}^p$ est la solution de ce problème. Comme précédemment, on peut introduire le tenseur $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{y})$ défini par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p(\boldsymbol{y}) = p^l\boldsymbol{F}(\boldsymbol{y}) \qquad \boldsymbol{y} \in V_s \tag{2.16}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^p(\boldsymbol{y})$ est la solution en déformation du problème cellulaire $n°3$ au chargement hydrique. La relation de comportement homogénéisée s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\Sigma}^p = (1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{F}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s}\ p^l - \phi p^l\boldsymbol{\delta} = -p^l\ \boldsymbol{B} \tag{2.17}$$

D'où :

$$\boldsymbol{B} = -(1-\phi)\langle \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{F}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} + \phi\, \boldsymbol{\delta} \tag{2.18}$$

Le tenseur de Biot s'exprime également en fonction du tenseur de rigidité homogénéisé par la relation suivante [Chateau and Dormieux, 1998] :

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{S}^s) : \boldsymbol{\delta} \tag{2.19}$$

où $\boldsymbol{S}^s$ désigne le tenseur des souplesses de la phase solide et $\boldsymbol{I}$ le tenseur identité d'ordre 4.
Cette relation s'obtient en utilisant le lemme de Hill appliqué entre le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^p$ solution du problème $n°3$ et le tenseur des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ solution du problème élastique $n°1$ [Dormieux et al., 2002] :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^e\rangle_V = \langle \boldsymbol{\sigma}^p\rangle_V : \langle \boldsymbol{\varepsilon}^e\rangle_V \tag{2.20}$$

On en déduit :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}^p : \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_V : \boldsymbol{E} = -p\boldsymbol{B} : \boldsymbol{E} \tag{2.21}$$

Or :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}^p : \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_V : \boldsymbol{E} = -p\phi\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_p} : \boldsymbol{E} + \frac{1}{|V|}\int_{V_s} \boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y \tag{2.22}$$

Or :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^e(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} = \langle \boldsymbol{\sigma}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^p(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} = 0 \tag{2.23}$$

d'après la formule de Green. D'où :

$$\boldsymbol{B} = \phi\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_p} : \boldsymbol{\delta} \tag{2.24}$$

Or :

$$\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_V : \boldsymbol{I} = (1-\phi)\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} + \phi\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_p} \tag{2.25}$$

et d'après la relation (2.10) :

$$\boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{S}^s = (1-\phi)\langle \boldsymbol{A}(\boldsymbol{y})\rangle_{V_s} \tag{2.26}$$

De sorte que :

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{S}^s) : \boldsymbol{\delta} \tag{2.27}$$

En pratique, le comportement thermo-hydro-mécanique s'obtient donc par les relations (2.10, 2.14, 2.27) et nécessite la résolution de 3 problèmes cellulaires ou 2 seule-

ment si l'on utilise pour le tenseur de Biot la relation (2.27). Dans certaines configurations géométriques simplifiées du VER et des constituants, ainsi que sous des hypothèses simplifiées du comportement des phases, les problèmes cellulaires admettent des solutions explicites. On obtient alors des estimations analytiques des modules homogénéisés. Nous nous proposons au paragraphe suivant de rappeler certaines de ces estimations et d'en préciser le domaine de validité. Nous utiliserons dans la suite de ce travail ces estimations pour confronter nos résultats numériques.

2.3 Estimation du comportement mécanique équivalent

Les approximations les plus simples de Voigt et Reuss, qui fournissent un encadrement du comportement homogénéisé, sont tout d'abord rappelées. Puis, les estimations obtenues par les méthodes d'homogénéisation basées sur le problème d'Eshelby [Aboudi, 1991] sont présentées. Pour cette représentation le matériau se compose d'une matrice de fraction volumique f_m et d'inclusions, toutes de même caractéristiques mécaniques, de fraction volumique f_i, telle que $f_i + f_m = 1$.

2.3.1 Bornes de Voigt et Reuss

Les approches de Voigt et Reuss sont basées sur les théorèmes de minimisation de l'énergie potentielle et complémentaire associée aux problèmes cellulaires en approche déformations et contraintes. Le champ de déplacement de la forme $\boldsymbol{v}^a = \boldsymbol{E}.\boldsymbol{y}\ \forall\ \boldsymbol{y} \in V$, cinématiquement admissible pour le problème en approche déformation, et le champ de contrainte $\boldsymbol{\tau}^a = \boldsymbol{\Sigma}$, statiquement admissible pour le problème en approche contrainte fournissent respectivement une borne inférieure, la borne de Voigt, et une borne supérieure, la borne de Reuss [Aboudi, 1991], [Bornert et al., 2001a]. Ces approximations, bien que grossières, permettent de cerner l'ordre de grandeur des modules. Le module de cisaillement (μ^{hom}) et le module de compressibilité (K^{hom}) d'un matériau hétérogène quelconque constitué de 2 phases solides peuvent être ainsi encadrés de la façon suivante :

$$\frac{1}{\frac{f_i}{\mu_i} + \frac{f_m}{\mu_m}} \leq \mu^{hom} \leq f_i\mu_i + f_m\mu_m \tag{2.28a}$$

$$\frac{1}{\frac{f_i}{K_i} + \frac{f_m}{K_m}} \leq K^{hom} \leq f_iK_i + f_mK_m \tag{2.28b}$$

où les modules μ_x et K_x représentent les modules de cisaillement et de compressibilité du constituant x du matériau hétérogène, l'indice x prenant la valeur m pour la matrice et i pour les inclusions.

2.3.2 Schéma des distributions diluées

Dans cette méthode on considère un volume infini constitué d'une matrice contenant une seule inclusion. Cette configuration sous-entend que les interactions entre les inclusions sont négligées. En supposant que les inclusions sont sphériques de comportement élastique linéaire isotrope, les coefficients de compressibilité K_{SD}^{hom} et de cisaillement μ_{SD}^{hom} s'obtiennent par la résolution du problème cellulaire posé sur ce volume qui est alors explicite. Ils sont donnés par les relations suivantes :

$$K_{SD}^{hom} = K^m \left(1 + \frac{f_i(K^i - K^m)}{K^m + \alpha(K^i - K^m)}\right) \tag{2.29a}$$

$$\mu_{SD}^{hom} = \mu^m \left(1 + \frac{f_i(\mu^i - \mu^m)}{\mu^m + \beta(\mu^i - \mu^m)}\right) \tag{2.29b}$$

avec :

$$\alpha = \frac{3K^m}{3K^m + 4\mu^m} \qquad \beta = \frac{6(K^m + 2\mu^m)}{5(3K^m + 4\mu^m)}$$

Dans le cas d'un matériau poreux élastique, en annulant les caractéristiques de l'inclusion $K^i = 0$ et $\mu^i = 0$ dans les équations (2.29a et 2.29b), le schéma dilué fournit une estimation des coefficients élastiques drainés homogénéisés sous la forme :

$$K_{SD}^{hom} = K^m \left(1 - f_i(1 + \frac{3K^m}{4\mu^m})\right) \tag{2.30a}$$

$$\mu_{SD}^{hom} = \mu^m \left(1 - 5f_i \frac{3K^m + 4\mu^m}{9K^m + 8\mu^m}\right) \tag{2.30b}$$

2.3.3 Estimation auto-cohérente

Pour tenir compte de l'interaction entre les constituants du milieu hétérogène, le schéma auto-cohérent suppose que le milieu entourant chaque inclusion est un milieu infini possédant les caractéristiques du matériau homogénéisé recherché. Dans la situation où les inclusions sont sphériques et isotropes, ainsi que la matrice, les coefficients de compressibilité homogénéisé K_{AC}^{hom} et de cisaillement homogénéisé μ_{AC}^{hom} sont solutions du système non-linéaire suivant [Bornert et al., 2001a] :

$$f_m \frac{K^m - K_{AC}^{hom}}{1 + \alpha_{AC}(K^m - K_{AC}^{hom})/(K_{AC}^{hom})} + f_i \frac{K^i - K_{AC}^{hom}}{1 + \alpha_{AC}(K^i - K_{AC}^{hom})/(K_{AC}^{hom})} = 0 \tag{2.31a}$$

$$f_m \frac{\mu^m - \mu_{AC}^{hom}}{1 + \beta_{AC}(\mu^m - \mu_{AC}^{hom})/(\mu_{AC}^{hom})} + f_i \frac{\mu^i - \mu_{AC}^{hom}}{1 + \beta_{AC}(\mu^i - \mu_{AC}^{hom})/(\mu_{AC}^{hom})} = 0 \tag{2.31b}$$

où l'on a posé :

$$\alpha_{AC} = \frac{3K_{AC}^{hom}}{3K_{AC}^{hom} + 4\mu_{AC}^{hom}} \qquad \beta_{AC} = \frac{6(K_{AC}^{hom} + 2\mu_{AC}^{hom})}{5(3K_{AC}^{hom} + 4\mu_{AC}^{hom})}$$

2.3.4 Estimation de Mori-Tanaka

Ce schéma diffère du schéma des distributions diluées par l'écriture de la moyenne des déformations dans les inclusions, la déformation moyenne de la matrice étant supposée agir sur l'inclusion. Pour un matériau biphasé à constituants isotropes, les coefficients de compressibilité et de cisaillement sont donnés par les relations [Bornert et al., 2001a] :

$$K_{MT}^{hom} = K^m \left(1 + \frac{f_i(K^i - K^m)}{K^m + \alpha(1-f_i)(K^i - K^m)}\right) \tag{2.32a}$$

$$\mu_{MT}^{hom} = \mu^m \left(1 + \frac{f_i(\mu^i - \mu^m)}{\mu^m + \beta(1-f_i)(\mu^i - \mu^m)}\right) \tag{2.32b}$$

2.3.5 Bornes de Hashin-Shtrikman

Hashin et Shtrikman ont proposé un encadrement des modules du milieu homogénéisé par une approche énergétique du problème cellulaire. Pour un matériau isotrope composé de deux constituants isotropes qui vérifient :

$$K^1 \leq K^2 \qquad \mu^1 \leq \mu^2$$

Ils obtiennent alors un comportement élastique équivalent représenté par le tenseur de rigidité $\boldsymbol{C}_{HS}^{hom}$ associé aux modules équivalents définis par :

$$K^1 + \frac{f_1}{\frac{1}{K^2-K^1} + \frac{3f_2}{3K^1+4\mu^1}} \leq K_{HS}^{hom} \leq K^2 + \frac{f_2}{\frac{1}{K^1-K^2} + \frac{3f_1}{3K^2+4\mu^2}} \tag{2.33a}$$

$$\mu^1 + \frac{f_1}{\frac{1}{\mu^2-\mu^1} + \frac{6f_2(K^1+2\mu^1)}{5\mu^1(3K^1+4\mu^1)}} \leq \mu_{HS}^{hom} \leq \mu^2 + \frac{f_2}{\frac{1}{\mu^1-\mu^2} + \frac{6f_1(K^2+2\mu^2)}{5\mu^2(3K^2+4\mu^2)}} \tag{2.33b}$$

En partant de la résolution du problème cellulaire de thermo-élasticité des estimations sont proposées, soit en se basant sur la méthode des modules effectifs, soit en se basant sur la résolution du problème d'Eshelby.

2.4 Estimation du comportement couplé thermo-élastique

Les modèles classiques d'homogénéisation précédemment décris, permettent d'apporter également des estimations du coefficient de dilatation thermique. Comme pour les modules élastiques, le choix du modèle doit se faire en fonction du matériau étudié et plus spécifiquement de son taux de renforts [Peyroux and Licht, 1993]. Les modèles de Voigt et Reuss fournissent un encadrement du coefficient de dilatation thermique

qui dans le cas de constituants isotropes s'écrivent :

$$\frac{f_i\alpha^i K^i + f_m\alpha^m K^m}{f_i K^i + f_m K^i} \leq \alpha^{hom} \leq f_i\alpha^i + f_m\alpha^m \tag{2.34}$$

où α^i et α^m désignent, respectivement, les coefficients de dilatation thermique des inclusions et de la matrice et K^i et K^m, respectivement, leur module de compressibilité.

A la suite des travaux de Levin, Rosen et Hashin [Rosen and Hashin, 1970] ont obtenu, par une approche énergétique, le coefficient de dilatation thermique équivalent par la résolution d'un problème cellulaire soumis à un chargement thermique imposé sur le bord du VER pour une matrice isotrope et des renforts sphériques isotropes constituants d'un matériau isotrope à l'échelle macroscopique :

$$\alpha_{RH}^{hom} = \alpha^i + (\alpha^m - \alpha^i)\frac{1/K_{HS}^{hom} - 1/K^i}{1/K^m - 1/K^i} \tag{2.35}$$

Le schéma auto-cohérent, décrit en élasticité, peut également être généralisé en thermo-élasticité. Pour un matériau biphasé à constituants isotropes le coefficient de dilatation thermique équivalent s'écrit sous la forme :

$$\alpha_{AC}^{hom} = f_i\alpha^i + f_m\alpha^m + \frac{(K^i - K^m)(\alpha^i - \alpha^m)f_i f_m}{f_i K^i + f_m K^m + 3K^i K^m/4\mu^m} \tag{2.36}$$

2.5 Estimation du comportement couplé poro-élastique

La détermination du comportement poro-élastique des milieux poreux nécessite, comme nous l'avons vu, la connaissance du tenseur de couplage hydro-mécanique représenté dans la loi de comportement homogénéisée par le tenseur de Biot $\boldsymbol{B}$. Une estimation directe de ce tenseur a été proposée par Dormieux *et al.* [Dormieux et al., 2002] et Chateau *et al.* [Chateau and Dormieux, 1998] à partir de la relation (2.19) et donc d'une estimation du tenseur de rigidité homogénéisé $\boldsymbol{C}^{hom}$. Dormieux *et al.* [Dormieux et al., 2002] ont proposé d'utiliser par exemple les bornes de Hashin-Shtrikman pour estimer le tenseur de rigidité homogénéisé, et ils en déduisent ensuite le tenseur de Biot homogénéisé par la relation (2.19).

2.6 Modèles prédictifs pour le calcul de la perméabilité équivalente

Les approches multi-échelles peuvent être également utilisées pour caractériser la perméabilité de milieux poreux qu'il soient saturés ou non saturés. Comme nous l'avons

vu au chapitre 1, les phénomènes de transfert hydrique sont régis à l'échelle macroscopique par la loi de Darcy qui relie la vitesse de filtration au gradient de pression. La perméabilité globale du milieu poreux est définie comme le coefficient de proportionnalité entre ces deux grandeurs. La détermination de la perméabilité globale par une approche d'homogénéisation demande de poser un problème cellulaire à l'échelle du Volume Élémentaire Représentatif traduisant l'écoulement de fluide à travers le milieu poreux. Pour des milieux dont les pores sont de très petite taille de l'ordre de quelques nanomètres, le mouvement du fluide, supposé newtonien, est supposé régi par les équations de Navier-Stokes. En négligeant les frottements dans la phase fluide ainsi que les efforts d'inertie, la relation alors obtenue entre les moyennes des champs de vitesse et de pression locaux solutions du problème cellulaire est la loi de Darcy, [Boutin, 2000], [Ibraim et al., 2002], [Thiery and Boutin, 2002] (ref sanchez-palencia, auriault). Bear et Bachmat [Bear and Bachmat, 1991] ont généralisé cette démarche d'homogénéisation à un liquide dans un flux multi-phasique.
Si l'on s'en tient aux études théoriques et expérimentales de la littérature, les lois physiques pour traduire cet écoulement doivent être adaptées selon les échelles d'observation. Un ordre de grandeur de ces échelles est donné pour les lois de Boltzmann, Navier-Stokes et Darcy à la ***Figure 2.2***. Des différences d'appréciation existent selon les auteurs [Renard, 1997].

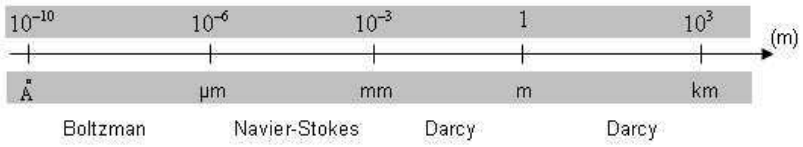


Figure 2.2 — Échelles d'observation des lois physiques des milieux poreux

Pour cette présentation et les applications numériques qui seront effectuées aux chapitres suivants sur la perméabilité de bétons, nous avons retenu de considérer à l'échelle microscopique la loi de Darcy dans chacune des phases. Le processus d'homogénéisation fournit alors à l'échelle macroscopique la perméabilité équivalente à partir du comportement hydraulique des phases. Nous présentons dans le paragraphe suivant le problème cellulaire associé.

2.6.1 Formulation du problème cellulaire de conductivité hydraulique

Les différentes phases solides et poreuses du volume représentatif sont supposées perméables à un fluide de viscosité μ_{fl} et de densité volumique ρ. Les phases sont donc caractérisées par un tenseur de conductivité hydraulique rappelé au chapitre 1 et donné par la relation : $\boldsymbol{k} = (\rho g/\mu_{fl})\boldsymbol{k}_i$, où $\boldsymbol{k}_i$ désigne le tenseur de perméabilité intrinsèque de la phase considérée. Sous l'action d'un gradient de pression homogène $\boldsymbol{G}$ imposé au volume représentatif, les champs de vitesse $\boldsymbol{v}$ et de potentiel hydraulique ϕ locaux

satisfont le problème cellulaire suivant :

$$div(\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.37a}$$

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) = -\boldsymbol{k}.\boldsymbol{grad}(\phi(\boldsymbol{y})) \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.37b}$$

$$\langle \boldsymbol{grad}(\phi(\boldsymbol{y}))\rangle_V = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{grad}(\phi(\boldsymbol{y}))\mathrm{d}y = \boldsymbol{G} \tag{2.37c}$$

La conductivité hydraulique équivalente recherchée $\boldsymbol{k}^{hom}$ est définie comme la relation entre la moyenne des vitesses et la moyenne des gradients de charge solutions du problème cellulaire :

$$\boldsymbol{V}^{hom} = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = -\,\boldsymbol{k}^{hom}\boldsymbol{G} = -\,\boldsymbol{k}^{hom}\langle \boldsymbol{grad}(\phi(\boldsymbol{y}))\rangle_V \tag{2.38}$$

La loi de Darcy est donc satisfaite également à l'échelle macroscopique entre grandeurs moyennes.
En pratique la condition (2.37c) est transformée en une condition aux limites classique en imposant sur le bord extérieur du volume représentatif :

$$\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{G}.\boldsymbol{y} \qquad\qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{2.39}$$

Comme en élasticité, sous certaines hypothèses simplificatrices pour la géométrie du VER, la résolution du problème cellulaire hydraulique devient analytique et des expressions explicites du tenseur de perméabilité équivalent $\boldsymbol{k}^{hom}$ peuvent être données.

2.6.2 Schéma auto-cohérent

Le schéma auto-cohérent considère comme en élasticité un volume constitué d'une inclusion noyée dans un milieu homogène de coefficient de perméabilité k^{hom} recherchée. Dans le cas d'inclusions sphériques au comportement isotrope et d'une matrice également isotrope, Dagan [Dagan, 1989] donne la relation non-linéaire suivante :

$$k^{hom}_{Dag} = \frac{1}{D}\left[\frac{f_i}{(D-1)k^{hom}_{Dag} + k^i} + \frac{f_m}{(D-1)k^{hom}_{Dag} + k^m}\right]^{-1} \tag{2.40}$$

où k^i et k^m désignent coefficients de perméabilité des inclusions et de la matrice et où D prend la valeur 2 ou 3 selon la dimension du problème traité. Cette relation semble être satisfaisante pour une fraction volumique de la phase 1 inférieure à 0.6 [Desbarats, 1987].

2.6.3 Bornes de Hashin-Shtrikman

Comme en élasticité, une approche énergétique du problème cellulaire hydraulique peut être faite en suivant le modèle de Hashin-Shtrikman [Renard, 1997]. Si les inclu-

sions ont une plus forte perméabilité que la matrice alors :

$$k_{HS}^{hom} \geq f_i k^i + f_m k^m - \frac{f_i}{Dk^m/(k^i - k^m)^2 + 1/(k^i - k^m)} \tag{2.41}$$

où D désigne la dimension du problème. Et inversement, si la perméabilité de l'inclusion est plus faible, l'expression donnée en (2.41) fournirat une borne supérieure du coefficient de perméabilité équivalent.

2.6.4 Bornes de Matheron

Matheron [Matheron, 1987] a proposé un encadrement de la perméabilité équivalente selon la fraction volumique des phases. Pour un milieu biphasique isotrope bidimensionnel, dont la phase 1 est la moins perméable ($k^1 < k^2$), on a selon la fraction volumique de cette phase :

$$f_1 > 0.5 \qquad k_{math}^{hom} \geq k_{ac} \tag{2.42a}$$
$$f_1 < 0.5 \qquad k_{math}^{hom} \leq k_{ac} \tag{2.42b}$$
$$f_1 = 0.5 \qquad k_{math}^{hom} = \sqrt{k^2 k^1} \tag{2.42c}$$
$$\text{avec} \qquad k_{ac} = \frac{1}{2}\left[(f_2 - f_1)(k^2 - k^1) + \sqrt{(f_2 - f_1)^2 (k^2 - k^1)^2 + 4k^2 k^1}\right] \tag{2.42d}$$

Et Matheron montre de plus que :

$$f_1 \geq 0.5 \qquad k_{math}^{hom} \leq \frac{f_2 k^2 k^1 + f_1 k_a \sqrt{k^1(2k_a - k^1)}}{f_2 k_* + f_1 \sqrt{k^1(2k_a - k^1)}} \tag{2.43a}$$

$$f_1 \leq 0.5 \qquad k_{math}^{hom} \geq k^2 k^1 \frac{f_1 k_a + f_2 \sqrt{k^1(2k_* - k^1)}}{f_1 k^2 k^1 + f_2 k_* \sqrt{k^1(2k_* - k^1)}} \tag{2.43b}$$

où l'on a posé $k_a = f_1 k^2 + f_2 k^1$ et $k_* = f_1 k^1 + f_2 k^2$.

2.7 Quelques modèles numériques pour les matériaux cimentaires

Les modèles analytiques présentés précédemment fournissent des estimations simples du comportement des bétons, bien souvent suffisantes lorsque l'on s'intéresse uniquement aux propriétés équivalentes de ces matériaux. En revanche, dès que l'on cherche à analyser plus finement des phénomènes locaux d'endommagement au sein de la microstructure, ces modèles simplifiés apparaissent peu adaptés. Les champs locaux qu'ils fournissent sont en effet trop approximés et de ce fait pas exploitables dans des critères locaux d'endommagement par exemple. Des méthodes numériques d'homogénéisation apportent par contre la précision nécessaire au calcul des champs locaux et permettent de prendre en compte des comportements

non linéaires des phases [Andrieux, 1983], [Bornert et al., 2001b], [Marigo et al., 1987]. Parmi ces méthodes numériques d'homogénéisation, on peut citer la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques basée sur l'hypothèse de périodicité de la structure hétérogène [Bornert et al., 2001a], [Suquet, 1982]. Pour des milieux aléatoires, des approches numériques d'homogénéisation ont été également proposées. Nous pouvons citer à titre d'exemple les travaux de Pietruszcak et Xu [Pietruszczak and Xu,], [Xu and Pietruszczak, 1997] et ceux de Sab [Sab, 1989]. Les méthodes utilisées pour le calcul du comportement de matériaux à structure aléatoire nécessitent une mise en œuvre numérique spécifique pour la représentation de la microstructure et des calculs complexes induits par cette microstructure.
Dans les paragraphes suivants, nous présentons quelques modèles numériques basés sur une représentation aléatoire de la microstructure des matériaux cimentaires. Ces modèles sont classé dans la famille dite des bétons numériques [Roelfstra, 1985].

2.7.1 Le modèle du NIST

Le National Institute of Standards and Technology (NIST, États-Unis) propose un modèle basé sur la représentation aléatoire de la microstructure d'un béton ou d'une pâte de ciment par des images digitales. Les inclusions sphériques sont générées de façon aléatoire et positionnées dans un volume élémentaire. Les inclusions et la matrice, de propriétés différentes, sont différenciées par des ensembles de pixels. Une grande partie des applications développées par cette équipe concerne l'étude de la diffusivité d'une pâte de ciment au cours de sa maturation et de celle d'un béton [Garboczi and Bentz, 1998]. La détermination de certains paramètres associés à la porosité est obtenue à partir de la théorie de percolation [Garboczi and Bentz, 1999]. De plus, le modèle numérique permet de tenir compte de la zone de transition pâte-granulat et de montrer son influence sur la diffusivité du béton [Bentz and Garboczi, 1999]. Ce modèle permet également de visualiser les variations locales des propriétés des constituants lors de l'hydratation d'une pâte de ciment (modèle CEMHYD3D) [Bentz et al., 2002]. Des propriétés macroscopiques de transport et de comportement équivalent sont obtenues par ailleurs par des prises de moyenne de champs locaux [Garboczi and Berryman, 2001], [Garboczi, 1998]. Pour cela, une grille formée d'éléments finis est générée sur ce volume élémentaire (***Figure 2.3***).

2.7.2 Le modèle de TUDelft

L'équipe de Stroeven de l'Université de Technologie de Delft (TUDelft, Pays-bas) a proposé en 1999, un modèle nommé 'SPACE' qui entre également dans la famille des 'bétons numériques'. Ce modèle aléatoire génère des inclusions sphériques représentant les granulats de béton dans un cube de taille suffisante pour contenir toutes les inclusions [Stroeven and Stroeven, 1999b]. Lorsque toute la granulométrie y est insérée, le cube tend à se rétrécir, et les particules affectées de coordonnées dynamiques se déplacent au contact des parois du cube ou d'autres granulats. Le processus s'arrête lorsque la compacité souhaitée et la dimension du VER souhaitable sont atteintes

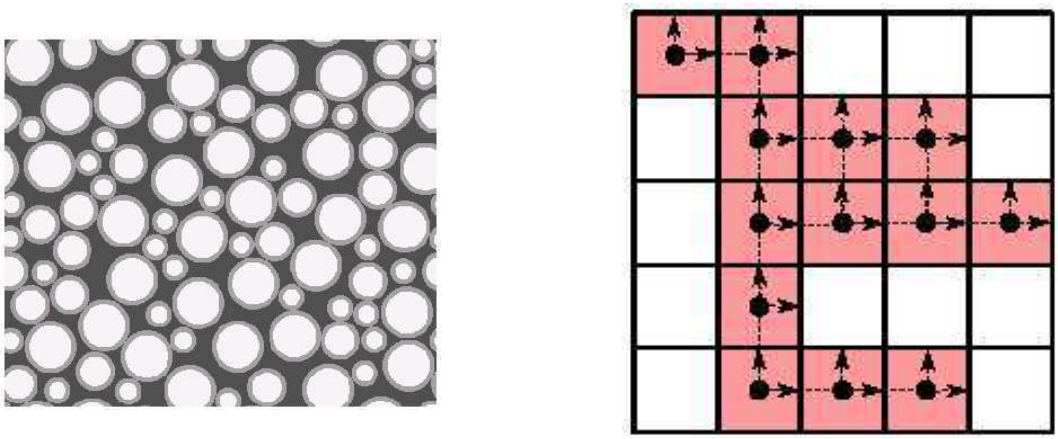


Figure 2.3 — Modèle du NIST : Images digitales d'un mortier avec des inclusions de granulats (gauche) [Garboczi and Berryman, 2001]. Représentation schématique de la résolution d'un problème d'écoulement par éléments finis générés sur une image digitale (droite) [Garboczi et al., 1999].

[Stroeven et al., 2004]. Un maillage en éléments finis, avec des éléments triangulaires, est alors superposé (***Figure 2.4***). Le modèle a été appliqué au calcul de l'endommagement des bétons selon le modèle de Mazars [Mazars, 1984]. Il est aussi utilisé pour simuler l'hydratation des pâtes de ciment selon des méthodes analogues à celles du NIST [Stroeven and Stroeven, 1999a], [Hu and Stroeven, 2004]. Le maillage très fin du VER permet de considérer une phase intermédiaire entre les granulats et la pâte de ciment et donc de prendre en compte la phase de transition [Stroeven and Stroeven, 2001] (***Figure 2.4***). Mais compte tenu de la finesse du maillage, les calculs ne peuvent être réalisés qu'en bidimensionnel.

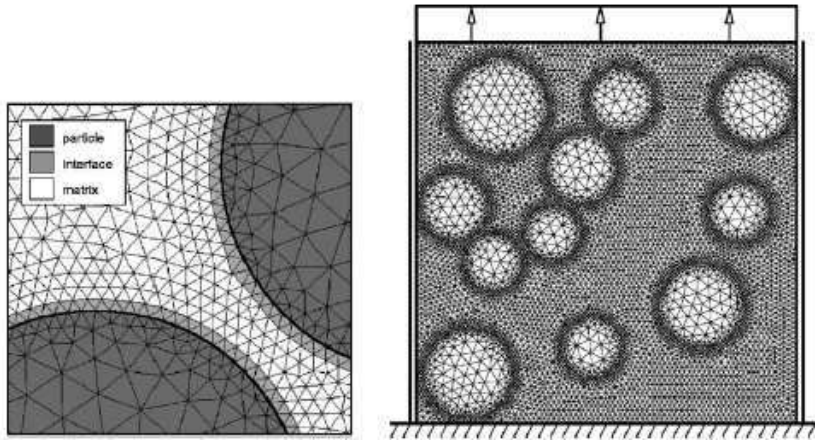


Figure 2.4 — Modèle du DELFT : Représentation du VER de béton défini par une grille d'éléments finis [Stroeven et al., 2004].

2.7.3 Le modèle de l'EPFL

A l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse), Guidoum [Guidoum, 1994] a également développé un modèle numérique pour les bétons basé sur la méthode des éléments finis. La granulométrie est générée de façon aléatoire (***Figure 2.5***). Les résolutions sur le VER sont effectuées de façon itérative en travaillant sur des sous-domaines. Ce code a été appliqué pour calculer le comportement élastique et viscoélastique de bétons [Huet, 1999].

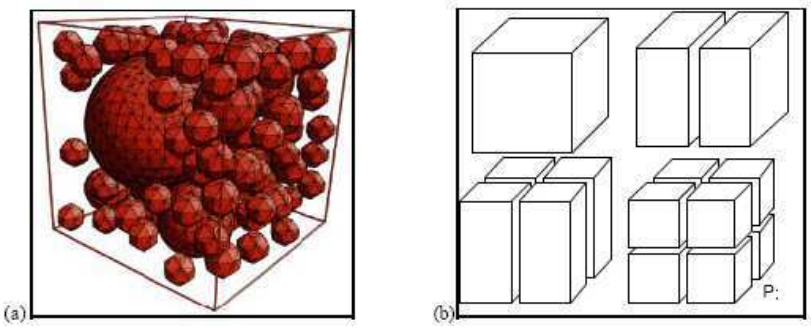


Figure 2.5 — Modèle de l'EPFL : Représentation du VER généré par éléments finis pour les bétons [Huet, 1999]. (a) Maillage 3D des granulats. (b) Décomposition de domaine.

Les modèles numériques décrits ci-dessus ont été utilisés avec succès pour étudier le processus d'hydratation des pâtes de ciment, ou encore le comportement élastique et visco-élastique des bétons. Ils n'ont pas encore été véritablement exploités pour l'étude de comportements couplés. Dans l'objectif de représenter finement la microstructure des matériaux cimentaires, et d'étudier leur comportement thermo-hygro-mécanique, le modèle 'Béton Numérique' a été développé au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) par Mounajed et son équipe [Mounajed, 2001], [Mounajed, 2002]. Ce modèle est intégré dans le code de calcul Symphonie [Mounajed, 1991]. Nous en faisons une présentation au chapitre suivant.

CHAPITRE 3

Le code Symphonie du CSTB pour la simulation du comportement de matériaux cimentaires

L'objet de ce chapitre est de présenter les outils de calcul utilisé pour les développements numériques de ce travail. Ces calculs ont été menés avec le code aux éléments finis, nommé Symphonie, développé au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) [Mounajed, 1991].

3.1 Généralités sur le code Symphonie

Le code élément finis Symphonie possède une large bibliothèque d'éléments uni, bi et tridimensionnels pour la résolution des problèmes de mécanique statique et dynamique, de thermique stationnaire et transitoire et de problèmes couplés thermo-hygro-mécanique pour des milieux saturés ou non saturés [Obeid, 1998]. Les problèmes traités peuvent être linéaire et non linéaire. Le code de calcul Symphonie possède une large gamme de solveurs optimisés pour la résolution des grands systèmes symétriques et non symétriques : solveur direct Bande avec algorithme d'optimisation de la numérotation, solveur direct avec stockage des matrice creuses ("Sparse matrix") ainsi que des solveurs sparses itératifs basés sur la méthode du gradient conjugué pour la résolution des très grands systèmes. Enfin des outils de pré et post processeur graphique Visual-Sym permettent une visualisation performante des résultats. On trouvera une description détaillée des fonctionnalités de Symphonie dans [Mounajed, 1991]. Nous nous intéressons ici spécifiquement à deux modules de ce code, dédié aux matériaux cimentaires le modèle Béton Numérique [Mounajed, 2001], [Mounajed, 2002], puis le modèle d'endommagement MODEV [Mounajed et al., 2003], [Ung Quoc, 2003], [Ung Quoc and Mounajed, 2005].

3.2 Le modèle Béton Numérique

Le modèle Béton Numérique a été développé par Mounajed [Mounajed, 2001], [Mounajed, 2002] dans le code Symphonie. Il consiste en la génération d'un Volume Élémentaire Représentatif du béton présentant une distribution aléatoire des granulats et de pores de différentes tailles dans une pâte de ciment.

3.2.1 Description

Le matériau béton est généré numériquement comme un matériau multi-phasique comportant une succession de n phases de matériaux distribués spatialement d'une manière aléatoire (***Figure 3.1***). Ce matériau peut être schématisé par l'écriture suivante :

$$\text{Béton Numérique } = \sum_{i}^{n} \text{Phase}_i \times \text{Volume}_i$$

- où la 1ère phase est le squelette solide de la matrice ciment notée M_1
- la 2ème phase est une distribution aléatoire des pores qui peut être décomposée en plusieurs sous-phases pour représenter des volumes et des natures différentes de pores notés $M_2, M_3, \ldots M_x$
- et la 3ème phase est une distribution spatiale aléatoire des granulats qui peut également se décomposer en plusieurs sous-phases pour tenir compte des différentes tailles et différentes natures des granulats notés $M_x, M_{x+1}, \ldots M_{nPhases}$

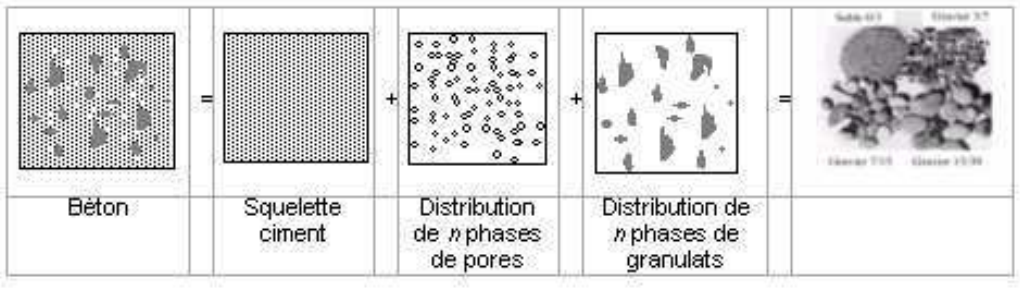


Figure 3.1 — Composition Multi-phasique du Béton Numérique.

Les fractions volumiques de ces différentes phases et leurs tailles peuvent être choisies par l'utilisateur en s'appuyant sur la granulométrie réelle du béton étudié.

3.2.2 Approche éléments finis et algorithme proposé

Un algorithme spécifique a été développé pour permettre de générer ce VER en effectuant une distribution spatiale et aléatoire des phases élémentaires sur un maillage régulier sous forme de grille. La méthode proposée consiste à affecter dans un premier temps les caractéristiques du squelette de base qui représente la pâte de ciment à tous les éléments du maillage. Puis les différentes phases vont être positionnées progressivement sur la grille par un algorithme spécifique en respectant les volume unitaires des différentes phases et leur pourcentage. L'algorithme de génération permet de prendre en compte les aspects suivants :

1. aspect aléatoire de la distribution des phases : deux générations successives du VER conduisent à des distributions différentes des phases,
2. aspect multi-phasique avec la prise en compte de manière simultanée de plusieurs phases de tailles et de natures différentes simulant les pores, les grains de sable et les granulats, ...

L'introduction des phases se fait en pratique elon les étapes suivantes :

Dans un premier temps, le nombre d'inclusions de type i est calculé relativement à son volume unitaire VU_i dans le VER par les relations :

$$\text{en 3D} \qquad VU_i = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_i}{2}\right)^3 \tag{3.1a}$$

$$\text{en 2D} \qquad VU_i = \pi\left(\frac{D_i}{2}\right)^2 \tag{3.1b}$$

où D_i représente le diamètre de l'inclusion de type i. Le nombre d'inclusions de type i est alors donné par :

$$N_i = \frac{VTE}{VU_i} \tag{3.2}$$

où VTE désigne le volume total des éléments V_i du VER avec $VTE = \sum_i^{Nelements} V_i$.

La seconde étape consiste à positionner les inclusions sur la grille du VER. Un centre de gravité est affecté de façon aléatoire à chaque inclusion. Un test de validité est effectué afin de vérifier que le centre de gravité choisi se trouve effectivement dans le domaine du VER du Béton Numérique. Ce test est en particulier nécessaire par le fait que le module permet de générer des assemblages de domaines, dont certains peuvent être homogènes et d'autres hétérogènes au sens du béton numérique. Dans le même temps, afin de s'assurer qu'il n'y a pas inter-pénétrabilité entre les inclusions, un test est effectué sur la position de ces inclusions. Ce test consiste à vérifier si la distance entre la position du centre de gravité d'une nouvelle inclusion et celle d'une inclusion déjà validée est supérieure à une distance d_{min}, définie comme étant la moyenne entre les deux rayons des inclusions : $d_{min} = (R_{i1} + R_{i2})/2$. L'algorithme est donc optimisé en testant selon un critère multiple la validité des positions aléatoires des granulats candidats et en évitant l'interpénétration des phases tout en garantissant le pourcentage des phases selon la granulométrie réelle.

Enfin, dans une troisième étape, les éléments de la grille sont affectés des propriétés matériaux de la phase qu'ils représentent. Pour cela, un test est effectué pour vérifier si le centre d'un élément se trouve dans la zone d'influence d'une inclusion, c'est-à-dire si la distance entre le centre de gravité de l'élément et le centre de l'inclusion est inférieure au rayon de cette même inclusion. Si c'est le cas, les caractéristiques mécaniques de l'inclusion sont affectées à l'élément. Des exemples de maillage du Volume Élémentaire Représentatif sont présentés à la ***Figure 3.2*** en bidimensionnel et tridimensionnel. A la fin de la génération des inclusions, les caractéristiques de la matrice, initialement affectées à tous les éléments, ne concernent donc plus que le squelette seul.

Cet algorithme peut être également utilisé pour générer numériquement une pâte de ciment. Dans ce cas, la grille initiale représente le réseau capillaire de la pâte contenant des particules ultra-fines de ciment supposé homogène. Puis les particules solides de ciment, de tailles comprises entre 4 et 73 μm, sont générées sur cette grille selon le principe décrit précédemment.

Ce modèle Béton Numérique a été couplé dans ce travail à une approche d'homogénéisation. Il permet de caractériser le comportement thermo-hygro-mécanique équivalent des matériaux cimentaires et d'analyser les champs locaux de déformations et contraintes qui règnent au sein de la microstructure. Le couplage du Béton Numérique a été également fait dans cette étude avec un modèle d'endommagement du béton développé initialement pour des études à l'échelle macroscopique et implanté dans le code Symphonie.

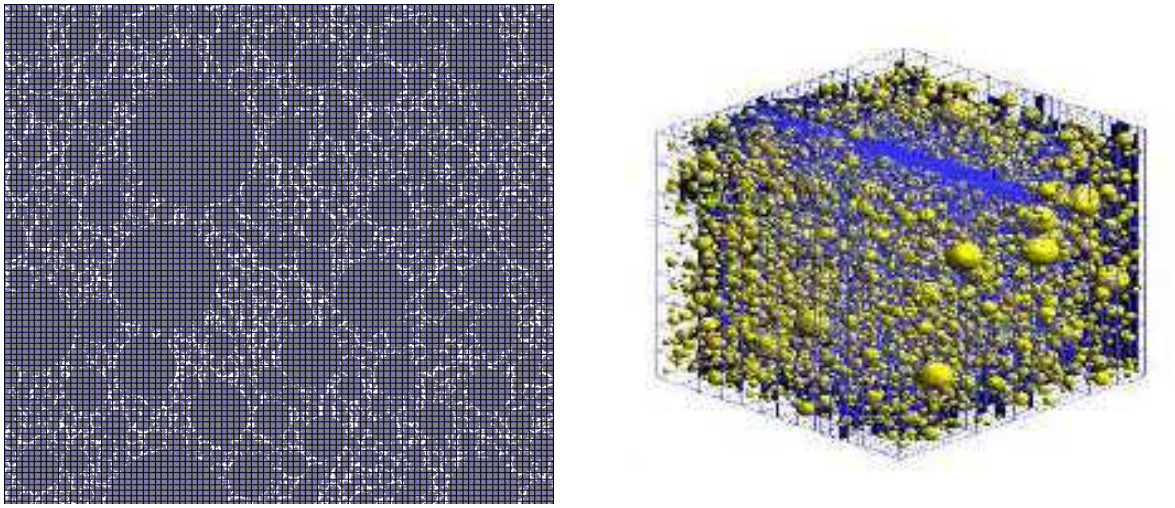


Figure 3.2 — Maillage en 2D (gauche) et en 3D (droite) d'un Volume Élémentaire Représentatif de béton par le modèle Béton Numérique.

3.3 Le modèle d'endommagement MODEV

De part son aspect composite avec la co-existence des granulats, du ciment et des microcavités ainsi que la présence de micro-fissures même à l'état vierge avant toute sollicitation, la représentation du comportement du béton ne peut donc être effectuée par un seul mécanisme de déformation. Selon la nature et l'intensité de la sollicitation, la déformation du béton fait intervenir une ou plusieurs combinaisons de mécanismes élémentaires élastique, thermique, hydrique, d'endommagement, de glissement, de frottement, de fissuration ...
Plusieurs théories appliquées à des matériaux tel que le béton ont été développées, telle que l'approche locale de fissuration, la mécanique de la rupture, la théorie de la plasticité, la théorie de l'endommagement, la méthode de la fissuration distribuée, l'approche par homogénéisation ... contribuant à l'élaboration de plusieurs modèles spécifiques aux bétons. Nous pouvons citer les modèles d'endommagement isotropes de Mazars [Mazars, 1984], de La Borderie [La Borderie, 1991], les modèles anisotropes de Simo et Ju [Simo and Ju, 1987] et de Ramtani [Ramtani, 1990], et le modèle des microplans d'Ozbolt [Ozbolt, 1996], de Bazant et Carol [Bazant, 1984], [Carol et al., 2001], [Carol and Bazant, 1997] ...
Tous ces modèles ont été intégrés dans des codes de calcul afin de modéliser le comportement du béton. Cependant, la modélisation du comportement mécanique du béton n'est pas complètement résolue et reste encore une question ouverte. Ceci est confirmé entre autre par la multiplicité des modèles proposés.

Les auteurs proposent ainsi l'écriture du potentiel thermodynamique élastique sous la forme :

$$\rho\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, d, \beta) = \frac{1}{2}(1-d)\boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} + \varphi(\beta) \tag{3.3}$$

où ψ désigne le potentiel thermodynamique élastique, ρ la masse volumique du matériau, d la variable d'endommagement, $\boldsymbol{C}$ le tenseur d'élasticité, $\boldsymbol{\varepsilon}$ le tenseur de déformations élastique et $\varphi(\beta)$ l'énergie de déformation fonction de la variable d'écrouissage β de l'endommagement, celle-ci étant comprise entre 0 et 1.
Les lois d'état associées à ce potentiel s'écrivent :

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.4a}$$

$$Y = \rho\frac{\partial\psi}{\partial d} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{C} : \varepsilon : \varepsilon \tag{3.4b}$$

$$B = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\beta} = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial\beta} \tag{3.4c}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ désigne le tenseur de contraintes, Y la fonction d'endommagement, B un paramètre matériau qui est la variable d'évolution de l'endommagement.

En partant de constatations expérimentales, Ung et Mounajed [Mounajed et al., 2003], [Ung Quoc, 2003], [Ung Quoc and Mounajed, 2005] ont proposé un modèle d'endommagement macroscopique, MODEV, qui considère 2 modes d'endommagement mécanique : un endommagement par déformation déviatorique et un endommagement par extension sphérique. Lors d'une sollicitation de compression, seul l'endommagement déviatorique est activé et lors d'un chargement de traction, les deux modes d'endommagement agissent simultanément, l'endommagement sphérique influençant l'endommagement déviatorique. Pour la formulation du modèle, le mécanisme d'endommagement est supposé gouverné par trois énergies de déformation : l'énergie de déformation élastique totale, l'énergie de distorsion pour prendre en compte le phénomène de glissement entre les lèvres des micro-fissures et l'énergie de déformation volumique, la croissance des cavités et des fissures étant sensible aux contraintes hydrostatiques. L'endommagement est non seulement responsable des modifications du comportement élastique mais aussi générateur de déformations permanentes. Du point de vue microscopique, ce sont les micro-fissures et les micro-vides qui sont principalement responsables des mécanismes irréversibles d'endommagement et de déformation.
Ung et Mounajed ont ainsi choisi de réécrire le potentiel thermodynamique élastique (3.5) sous la forme suivante :

$$\rho\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, d^s, d^d, \beta^s, \beta^d) = \frac{1}{2}(1-d^s)(1-d^d)\boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} + \varphi^s(\beta^s) + \varphi^d(\beta^d) \tag{3.5}$$

où $\varphi^s(\beta^s)$ et $\varphi^d(\beta^d)$ désignent respectivement les énergies de déformation fonctions des variables d'écrouissage de l'endommagement sphérique et déviatorique. Ces variables

étant comprises entre 0 et 1. Les lois d'état associées à ce potentiel s'écrivent alors :

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.6a}$$

$$Y = \rho\frac{\partial\psi}{\partial d} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.6b}$$

$$B^s = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\beta^s} = \rho\frac{\partial\varphi^s}{\partial\beta^s} \tag{3.6c}$$

$$B^d = \rho\frac{\partial\psi}{\partial\beta^d} = \rho\frac{\partial\varphi^d}{\partial\beta^d} \tag{3.6d}$$

où B^s et B^d désignent les variables d'évolution de l'endommagement, respectivement, sphérique et déviatorique.

Par analogie avec la déformation équivalente au sens de Mazars [Mazars, 1984], traduisant l'état local d'extension d'un matériau, deux nouvelles déformations équivalentes sont introduites : sphérique $\tilde{\varepsilon}^s$ et déviatorique $\tilde{\varepsilon}^d$. Elles traduisent le glissement local dans les micro-fissures et l'état d'extension hydrostatique et sont calculées à partir des parties déviatorique $\boldsymbol{\varepsilon}^d$ et sphérique $\boldsymbol{\varepsilon}^s$ du tenseur de déformations par les relations suivantes :

$$\tilde{\varepsilon}^s = \varepsilon^H = \frac{1}{3}tr\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.7a}$$

$$\tilde{\varepsilon}^d = \sqrt{(\varepsilon_1^d)^2 + (\varepsilon_2^d)^2 + (\varepsilon_3^d)^2} + \alpha\varepsilon^H \tag{3.7b}$$

où ε_i^d sont les déformations principales du tenseur de déformations déviatorique, α un coefficient de couplage qui tient compte de l'influence de la consolidation du matériau par compression. Lorsque les déformations équivalentes $\tilde{\varepsilon}^s$ et $\tilde{\varepsilon}^d$ atteignent un certain seuil les deux variable d'endommagement d^s et d^d associées évoluent, où pour chaque état d'endommagement donné ce seuil d'évolution est exprimé par une loi d'évolution de type :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^d + \boldsymbol{\varepsilon}^s = \boldsymbol{\varepsilon}^d + \varepsilon^H\mathbf{1} \tag{3.8a}$$

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}^s, B^s) = \tilde{\varepsilon}^s - B^s(\beta^s) = 0 \tag{3.8b}$$

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}^d, B^d) = \tilde{\varepsilon}^d - B^d(\beta^d) = 0 \tag{3.8c}$$

Le seuil initial d'endommagement est défini par des tests de traction uniaxial et de cisaillement pur, tel que l'on ait :

$$\tilde{\varepsilon}_0^s = \frac{f_t}{3E}(1-2\nu) \tag{3.9a}$$

$$\tilde{\varepsilon}_0^d = \frac{\sqrt{2}f_{cis}}{2G} = \frac{\sqrt{2}f_{cis}}{E}(1+\nu) \tag{3.9b}$$

où E désigne le module d'Young, G le module de cisaillement, ν le coefficient de Poisson du matériau, f_t la résistance à la traction du matériau et f_{cis} sa résistance au

cisaillement.
Ung et Mounajed ont alors posé les évolutions de l'endommagement sphérique et de l'endommagement déviatorique selon les équations adaptées de celles de Mazars [Mazars, 1984] :

$$d^s = 1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_0^s}{\tilde{\varepsilon}^s} exp[-B_t(\tilde{\varepsilon}^s - \tilde{\varepsilon}_0^s)] \tag{3.10a}$$

$$d^d = 1 - exp[-B_c(\tilde{\varepsilon}^d - \tilde{\varepsilon}_0^d)] \tag{3.10b}$$

où B_t est un coefficient matériau associé à sa résistance à la traction et B_c un coefficient associé à sa résistance à la compression.
La ***Figure 3.3*** montre la surface seuil représentée dans l'espace principal des déformations, dans le plan $\varepsilon_{III} = 0$.

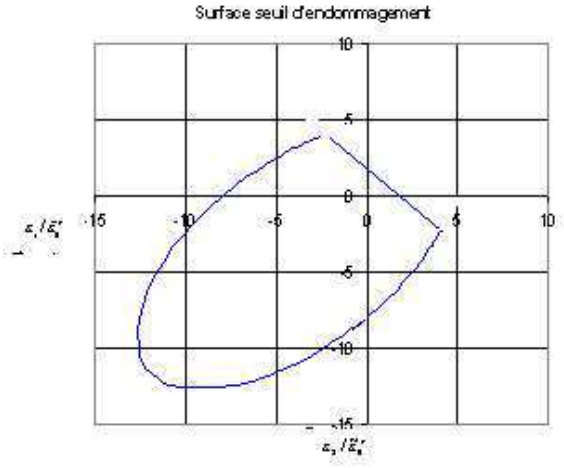


Figure 3.3 — Surface seuil d'endommagement

Le modèle macroscopique d'endommagement des bétons a été intégré dans le code de calcul Symphonie. Nous l'adapterons dans la suite du travail à l'échelle du Volume Représentatif pour simuler l'endommagement de bétons sous hautes températures.

Le choix a été fait de prendre en compte une distribution de l'endommagement telle que : $(1 - d) = (1 - d^s)(1 - d^d)$. En effet, comme il a été précisé plus haut, cette formulation permet de tenir compte des effets traction-compression entre les phases du matériau. A savoir que pour simuler un matériau homogène, les interactions entre les phases doivent être prises en compte de façon implicite dans l'écriture de la loi de comportement. En quelque sorte, cette distribution de l'endommagement est associée à une moyenne des efforts entre les phases endommagées.
Ce modèle macroscopique est exploité dans le cadre d'une approche à l'échelle mésoscopique avec le modèle Béton Numérique. Il est important de souligner le fait que les phases du matériau sont représentées explicitement, et que les efforts entre elles sont calculés aussi explicitement. Et donc, il apparaît que pour des calculs avec le Béton Numérique, il n'est pas intéressant d'utiliser des lois de comportement tenant

déjà compte des efforts éventuels entre les phases. Le modèle MODEV est utilisé dans les applications pour calculer les deux modes d'endommagement séparément. Le choix de la distribution des deux variables d^s et d^d dans l'écriture de l'endommagement global d fera l'objet d'une discussion lors des applications sur le béton endommagé à hautes températures.

Simulation Micromécanique du Comportement Thermo-Hydro-Mécanique des Matériaux Cimentaires

CHAPITRE 4

Simulation du comportement thermo-poro-élastique de matériaux cimentaires

Le modèle Béton Numérique présenté au chapitre précédent permet de générer un maillage éléments finis d'un volume représentatif d'un matériau hétérogène et poreux de façon réaliste en respectant la distribution aléatoire des phases. Il est alors possible de résoudre numériquement les différents problèmes cellulaires d'homogénéisation posés sur ce volume représentatif présentés au chapitre 2. Ce travail de couplage du modèle Béton Numérique avec le processus d'homogénéisation a fait l'objet de la première phase de l'étude [Ben Hamida et al., 2003], [Grondin et al., 2003], [Mounajed et al., 2005b]. Il a nécessité différents tests de validation. L'influence du rapport de la taille du Volume Élémentaire Représentatif vis-à-vis de celles des hétérogénéités, qui est un paramètre important pour la validité des méthodes d'homogénéisation, a été plus particulièrement étudié. La stabilité des résultats vis-à-vis de la répartition aléatoire des hétérogénéités a également été analysée. Puis différentes applications ont été menées pour caractériser le comportement thermo-poro-élastique d'une pâte de ciment d'une part et d'un béton hautes performances d'autre part. Des confrontations avec des résultats expérimentaux ainsi qu'avec des prédictions des modèles simplifiés d'homogénéisation sont faites.

4.1 Couplage du modèle Béton Numérique et de l'homogénéisation

4.1.1 Principe de la mise en œuvre

Le maillage généré par le modèle Béton Numérique de Symphonie est utilisé comme maillage du Volume Élémentaire Représentatif. Les problèmes d'homogénéisation énoncés au chapitre 2 en thermo-hydro-mécanique ou encore associés au problème de transfert hydrique sont alors résolus par discrétisation éléments finis. la linéarité est exploitée pour découpler le problème thermo-hydro-mécanique en trois problèmes élémentaires associés à des chargements mécanique, thermique et de pression selon le principe décrit au § 2.2.2. Les chargements associés de déformation homogène, ou encore de gradient de charge hydraulique sont appliqués sur le bord du VER selon l'approche des modules effectifs. Nous revenons successivement sur la mise en œuvre de ces problèmes.

Problème élastique cellulaire

En reprenant les notations du chapitre 2, les équations de ces problèmes satisfaites par le déplacement $\boldsymbol{u}^e$ et le champ de contraintes $\boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y})$ s'écrivent :

$$div_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y})) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{4.1a}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e(\boldsymbol{y}) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{4.1b}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e(\boldsymbol{y}) = \frac{1}{2}(\nabla_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}^e) + \nabla_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}^e)^t) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{4.1c}$$

$$\| \boldsymbol{u}^e(\boldsymbol{y}) \| = \| \boldsymbol{\sigma}^e.\boldsymbol{n} \| = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{mr} \tag{4.1d}$$

$$\boldsymbol{u}^e(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{E}.\boldsymbol{y} \tag{4.1e}$$

où $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{y})$ désigne le tenseur de rigidité des phases solides.
Ce problème élastique, dont l'écriture sous forme variationnelle est la suivante, admet une unique solution en déplacement $\boldsymbol{u}^e$ et contraintes $\boldsymbol{\sigma}^e$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}^e \in U^e_{ad} = \{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \text{ réguliers, continus sur } V,\ v_i = E_{ij}y_j \text{ sur } \partial V\} \\ a_e(\boldsymbol{u}^e, \boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}^e) = 0 \quad \forall\, \boldsymbol{v} \in U^e_{ad} \end{cases} \tag{4.2}$$

avec $a_e(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \int_{V_s} \boldsymbol{\varepsilon}^t(\boldsymbol{v}) : \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})\mathrm{d}y$.
Ce problème une fois résolu, le comportement élastique homogénéisé, défini par la relation :

$$\frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y})dy = \frac{1}{|V|}\int_{V_s} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e)\mathrm{d}y = \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{E} \tag{4.3}$$

est calculé en pratique en estimant la moyenne sur le VER de l'énergie élastique microscopique :

$$2\langle w_S(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e))\rangle = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e)\mathrm{d}y \tag{4.4}$$

D'après le théorème de Hill, on sait que :

$$2\langle w_S(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e))\rangle = \langle\boldsymbol{\sigma}^e(\boldsymbol{y})\rangle : \langle\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e)\rangle \tag{4.5}$$

et donc $\langle w_S(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^e))\rangle$ est également l'énergie macroscopique $W(\boldsymbol{E}) = \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{E} : \boldsymbol{E}$. Ce qui permet par identification de calculer les composantes du tenseur de rigidité homogénéisé. En pratique, compte tenu de l'isotropie du comportement du matériau homogène équivalent et de la linéarité du problème, deux sollicitations élémentaires suffisent pour déterminer l'ensemble du tenseur $\boldsymbol{C}^{hom}$. Soient donc par-exemple :

$$\boldsymbol{E}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{E}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

respectivement imposées à travers les conditions aux limites :

$$u_i^{e1} = y_i \qquad \text{sur} \qquad \partial V \qquad i = 1,2,3 \tag{4.7a}$$

$$\text{et } u_1^{e2} = y_2,\ u_2^{e2} = y_1,\ u_3^{e2} = 0 \qquad \text{sur} \qquad \partial V \tag{4.7b}$$

Ces deux sollicitations fournissent respectivement le module de compressibilité ou de rigidité à la compression K^{hom} et le module de cisaillement G^{hom}.

Problème de couplage thermo-élastique

Les équations de ce problème satisfaites par le champ de déplacement solution $\boldsymbol{u}^T(\boldsymbol{y})$ et de contraintes $\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y})$ s'écrivent :

$$div_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y})) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{4.8a}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : (\varepsilon^T(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y})\Delta T) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{4.8b}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(\boldsymbol{y}) = \frac{1}{2}(\nabla_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}^T) + \nabla_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}^T)^t) \qquad \boldsymbol{y} \in V_m \cup V_r \tag{4.8c}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{y}) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V_p \tag{4.8d}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T.\boldsymbol{n} = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{sl} \tag{4.8e}$$

$$\parallel \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} \parallel = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{mr} \tag{4.8f}$$

$$\parallel \boldsymbol{u}^T \parallel = \parallel \boldsymbol{\sigma}^T.\boldsymbol{n} \parallel = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in \Gamma_{mr} \tag{4.8g}$$

$$\boldsymbol{u}^T = 0 \tag{4.8h}$$

où $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y})$ désigne le tenseur de dilatation thermique des différentes phases. La formulation variationnelle de ce problème est classique et s'écrit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}^T \in U_{ad}^T = \{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \text{ réguliers, continus sur } V, \boldsymbol{v} = 0 \text{ sur } \partial V\} \\ a_T(\boldsymbol{u}^T, \boldsymbol{v}) = L_T(\boldsymbol{v}) \quad \forall\, \boldsymbol{v} \in U_{ad}^T \end{cases} \tag{4.9}$$

avec $a_T(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \int_{V_s} \boldsymbol{\varepsilon}^t(\boldsymbol{v}) : \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}) \mathrm{d}y$.
et $L_T(\boldsymbol{v}) = \int_{V_s} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{v}) \mathrm{d}y$.
Une fois résolu ce problème par discrétisation éléments finis, on obtient le tenseur de couplage $\boldsymbol{\alpha}^{hom}$ par la relation :

$$\boldsymbol{\alpha}^{hom} = -(\boldsymbol{C}^{hom})^{-1} : \frac{1}{|V|} \int_{v_s} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}^T) \mathrm{d}y \tag{4.10}$$

De part l'isotropie du matériau homogénéisé, là encore la détermination d'un seul coefficient suffit.

Le problème de couplage poro-élastique ne sera pas ici résolu. Le tenseur de Biot sera déterminé par la relation établie au chapitre 2 :

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}^{hom} : \boldsymbol{S}^s) : \boldsymbol{\delta}$$

où $\boldsymbol{C}^{hom}$ est le tenseur de rigidité homogénéisé calculé précédemment, $\boldsymbol{S}^s$ le tenseur de souplesse du squelette considéré ici comme homogène. Le tenseur de Biot ne sera calculé ici que pour les pâtes de ciment constituées d'un squelette solide et d'une phase représentant le réseau poreux.

Les éléments finis pour les résolutions de ces différents problèmes sont des quadrangles à 4 nœuds associés à une interpolation classique de calcul des solutions aux points de Gauss. Les calculs présentés dans la suite ont été menés sur des Volumes Élémentaires Représentatifs bidimensionnels en contraintes planes pour les problèmes élastiques. Le nombre de degré de liberté pour les problèmes élastiques résolus dans ce travail sont de l'ordre 45000.

Différents tests numériques ont été effectués pour s'assurer de la stabilité des résultats vis-à-vis de la taille des VER. On sait en effet que le rapport des tailles des hétérogénéités, ici granulats et pores, et de la taille du VER est un paramètre qui contrôle la qualité du processus d'homogénéisation.

4.1.2 Choix des dimensions du Volume Élémentaire Représentatif

Différents tests ont porté sur la stabilité du comportement élastique homogénéisé vis-à-vis des variations du rapport entre une dimension du VER notée L et la taille des

inclusions caractérisée par le diamètre maximal D_{max}. Les tests ont concerné les variations du module d'Young d'un béton quelconque pour des rapports de taille L/D_{max} allant de 1 à 30. Les résultats obtenus présentés à la ***Figure 4.1*** montrent que pour un rapport de $L/D_{max} \geq 4$, les valeurs du module Young restent sensiblement stables. Des simulations analogues sur la perméabilité homogénéisée donnent un rapport L/D_{max} identique. Les légères différences observées au-delà de ce rapport sont dues essentiellement à une différence entre les dispositions des inclusions pour chaque test. Nous reviendrons sur cette analyse plus spécifiquement au paragraphe suivant.

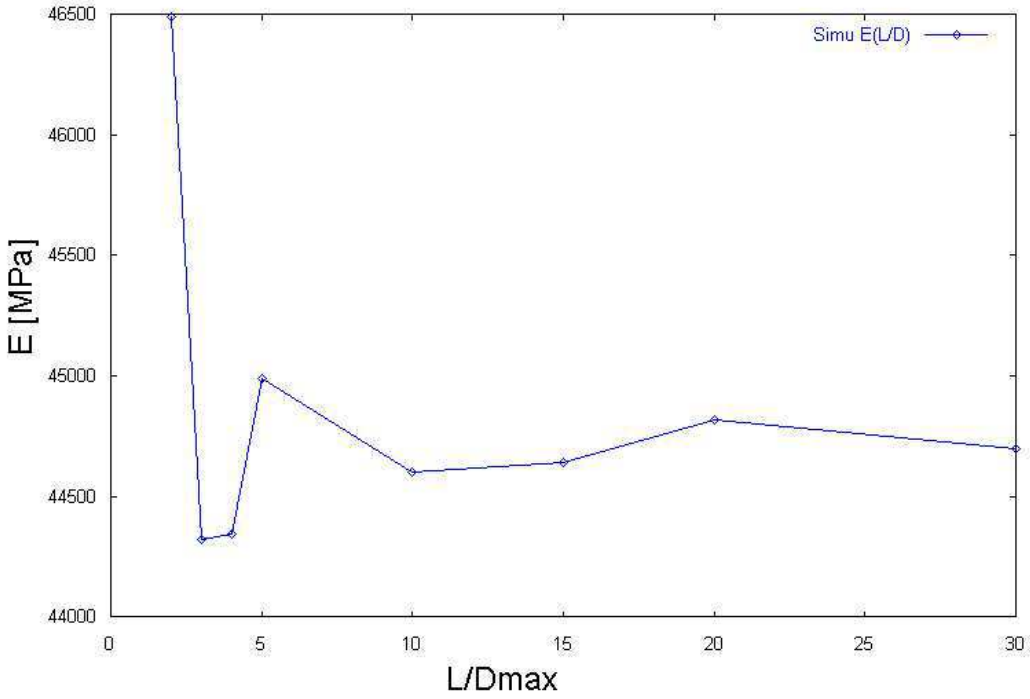


Figure 4.1 — Evolution du module d'Young équivalent d'un béton en fonction du rapport de taille du VER (L et du diamètre maximal des granulats (D_{max}).

Pour un rapport L/D_{max} trop petit, le module d'Young calculé apparaît très élevé. Cette situation correspond à la présence de granulats très gros dans le VER et les résultats obtenus peuvent être confrontés à des observations expérimentales. En effet Villardell *et al.* [Vilardell et al., 1998] ont observé que la conception d'un béton avec de gros granulats conduisait à un module d'élasticité plus élevé, les gros granulats générant une plus grande surface de forte rigidité. Les échantillons utilisés étaient fabriqués avec des ajouts de cendres volantes afin de réduire les zones de faiblesse aux interfaces pâte-granulat. On peut alors considérer une expérience pour laquelle on serait en présence d'un béton à deux phases : pâte de ciment et granulats. Une telle conception permet alors d'avoir une surface de pâte de ciment plus petite pour les échantillons à plus gros granulats.
D'autres travaux comme ceux de Li *et al.* [Li et al., 1999] ont permis de constater, là encore, une augmentation du module d'élasticité avec la taille des granulats. Lorsque la taille des granulats diminue, en gardant le même pourcentage dans une échantillon

donné, la surface totale des interfaces pâte-granulat est plus grande. Cette interface apporte une plus grande fragilité au béton. Nos résultats numériques de sensibilité sont compatibles avec les travaux de Vilardell *et al.*, et ceux de Li *et al.* La diminution de la taille des granulats entraîne en effet une diminution de la surface effective des granulats, mais en même temps la surface totale de l'interface pâte-granulat augmente. Les propriétés de cette interface, non distinguées dans les calculs, sont prises équivalentes à celles de la pâte de ciment. L'interface offre donc une plus grande surface effective pour la pâte de ciment, dans nos calculs, et en conséquence une rigidité moindre.

Les applications qui vont suivre sont réalisées avec des volumes représentatifs suivant ce rapport $L/D_{max} \geq 4$.

4.1.3 Influence de la génération aléatoire des phases

Nous avons également cherché à étudier l'influence de la répartition aléatoire des constituants sur le comportement homogène des constituants. En effet, si la disposition des granulats change, les modules équivalents calculés ne doivent pas présenter un écart plus important que ce qui est observé expérimentalement. En effet, pour un même type de béton, ou de pâte de ciment (ou même encore de mortier), les essais, qu'ils soient mécanique, thermique ou hydrique, ne donnent jamais des résultats parfaitement identiques pour plusieurs échantillons issus d'un même mélange [Pimienta, 1999]. Les écarts expérimentaux sont de quelques %. L'écart observé entre le comportement homogénéisé calculé pour différentes distributions aléatoires des phases d'un béton, comme le montre le ***Tableau 4.1***, restent faibles également. Les maillages du béton pour les trois distributions aléatoires des granulats dans le VER sont présentées aux ***Figures 4.2***.

	Simulation			
	Simu 1	Simu 2	Simu 3	Moy.
E $[MPa]$	50878	50848	50856	50861
ν	0.2575	0.2573	0.2574	0.2573
α $[.10^{-6}\ °C^{-1}]$	4.1688	4.1795	4.1824	4.1769
	[Pimienta, 1999]			
	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moy.
E $[MPa]$	52200	50500	49800	50833

Tableau 4.1 — Influence de la distribution aléatoire des phases sur le comportement homogénéisé d'un béton.

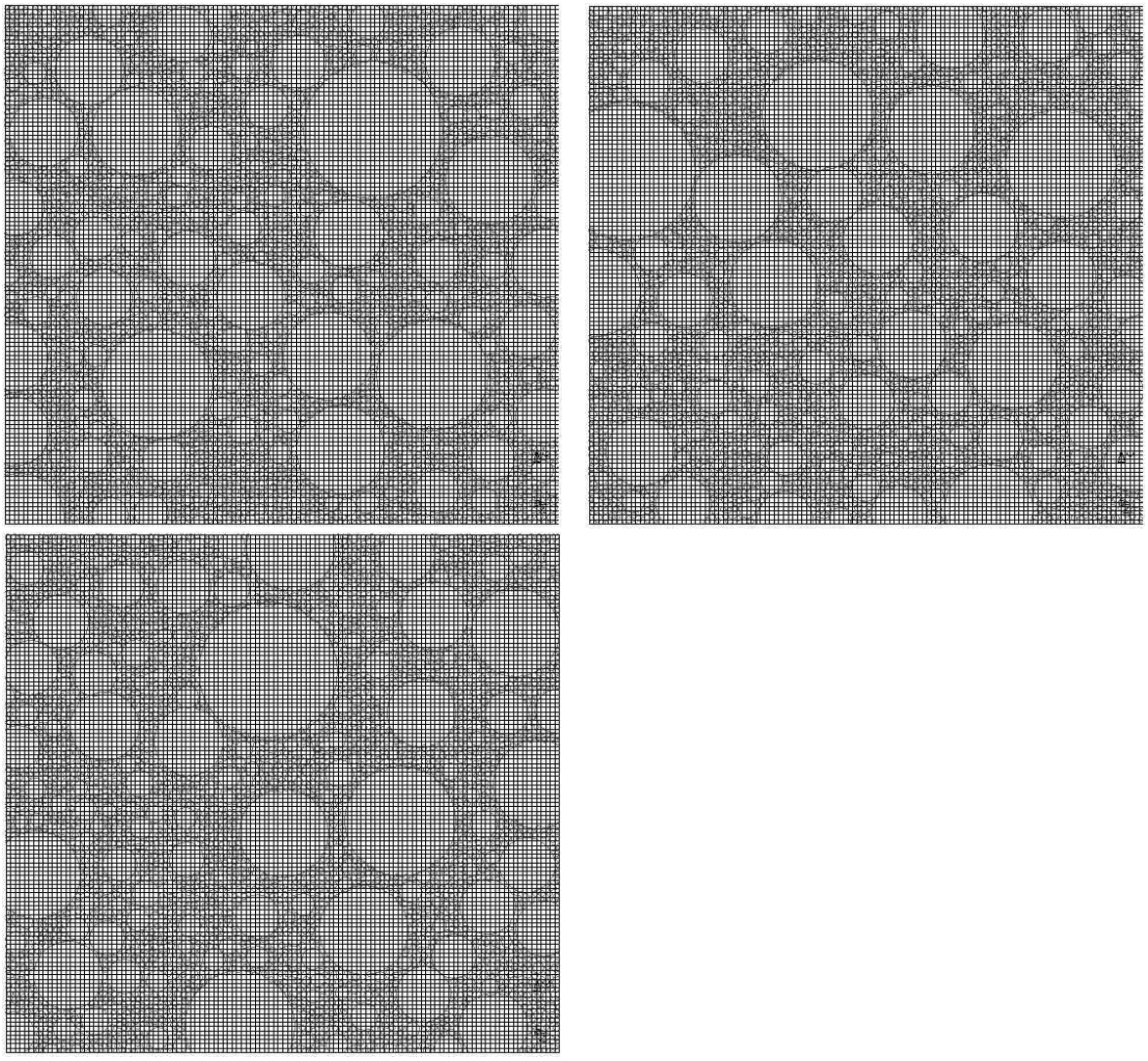


Figure 4.2 — Maillages des Volumes Élémentaires Représentatifs du béton pour trois générations aléatoires différentes des granulats.

4.2 Application au comportement d'une pâte de ciment

Nous nous proposons de décrire tout d'abord la composition d'une pâte de ciment afin de dégager les propriétés mécaniques des phases principales et leur composition granulométrique qui sont les données nécessaires à nos calculs d'homogénéisation.

4.2.1 Propriétés de la pâte de ciment

Les pâtes testées dans ce travail sont des pâtes de ciment Portland I. Le ciment Portland est composé des constituants suivants : le clinker, le gypse (5% du ciment) et

des ajouts de type laitiers, cendres volantes, fillers ou pouzzolanes.
90% du ciment est formé par les constituants du clinker avec :

- 60 à 65% de silicate tricalcique (C_3S)
- 20 à 25% de silicate bicalcique (βC_2S)
- 8 à 12% de aluminate tricalcique (C_3A)
- 8 à 10% de alumino-ferrite tétracalcique ($C_4AF^{(2)}$)

Les silicates (C_3S et C_2S) assurent la résistance mécanique de la pâte de ciment hydratée. Le squelette assurant la cohésion des silicates est obtenu lors du refroidissement, lorsque le liquide formé par le silicate tricalcique et l'aluminoferrite tétracalcique se cristallise. D'autres constituants du clinker, tels que les ions sulfates SO_4^{2-} et les alcalis NaO_2 et KO_2, représentant eviron 5% du clinker, sont en partie responsables de la dégradation des bétons, due à des réactions alcali-granulats [Bournazel and Moranville,].
Le gypse ($CaSO_4, 2H_2O$) permet lui d'éviter une prise trop rapide de la pâte de ciment empêchant sa mise en place. Le gypse crée en effet des cristaux d'ettringite à la surface des grains de aluminate tricalcique. Enfin, Les laitiers, cendres volantes et pouzzolanes jouent un rôle de filler en remplissant les vides de la pâte de ciment pour donner au final au béton une meilleure compacité. Ils permettent également de diminuer la chaleur d'hydratation. Des fumées de silice sont également employées dans la fabrication des Bétons Hautes Performances pour jouer là-aussi le rôle de 'fillers'.
En présence d'eau, les constituants anhydres s'hydratent. Il se produit alors une cristallisation qui aboutit à un nouveau système de constituants hydratés stables. La formation de cristaux en aiguilles plus ou moins enchevêtrées produit la prise. Parmi les hydrates formés, les plus connus sont :

- la portlandite (ou hydroxide de calcium) ($C_a(OH)_2$) ou CH
- les silicates de calcium hydratés (CSH)
- l'ettringite (C_3A, $3C\bar{S}$, H_{32})

D'autres hydrates sont également obtenus au cours des réactions chimiques de l'hydratation [Baroghel-Bouny, 1994]. En moyenne une pâte de ciment durcie contient 50 à 70% de silicate de calcium hydraté, et 25 à 27% de portlandite.
La réaction chimique d'hydratation est régie par l'équation suivante (4.11). Elle s'accompagne d'un dégagement de chaleur :

$$C_3S + H_2O \rightarrow CSH + CH \tag{4.11}$$

Les volumes de produits hydratés ($V_{hyd} = V_{CSH} + V_{CH}$) et non-hydratés ($V_{nonhyd}$) peuvent être calculés par le modèle de Powers [Powers, 1960], [Powers, 1958] :

$$V_{hyd} = \frac{(1 - 0.32)\alpha_{hyd}}{E/C + 0.32} \tag{4.12a}$$

$$V_{nonhyd} = \frac{0.32(1 - \alpha_{hyd})}{E/C + 0.32} \tag{4.12b}$$

où E/C représente le rapport d'eau sur ciment de la pâte de ciment à l'état initial, α_{hyd} le degré d'hydratation. La valeur 0.32, retenue dans ces formules, représente le volume

spécifique moyen du ciment Portland. Le degré d'hydratation α_{hyd} peut être calculé par le modèle de Powers dès que la porosité capillaire ϕ est connue par la formule [Powers, 1958] :

$$\alpha_{hyd} = \frac{(1-\phi)E/C - 0.32\phi}{0.36} \tag{4.13}$$

Ce modèle nécessite donc la connaissance de la porosité en fonction du rapport E/C. Cette donnée peut être obtenue par des mesures au porosimètre à mercure par-exemple. De récents travaux [Consolati and Quasso, 2003] ont proposé une méthode différente pour caractériser le degré d'hydratation en tenant compte de la production d'hydrates en fonction du temps. Le degré d'hydratation du constituant i réagissant est calculé en fonction de l'âge t de la pâte mesuré en jours par la formule suivante :

$$\alpha^i_{hyd} = 1 - exp[-a_i(t-b_i)^{c_i}] \tag{4.14}$$

où a_i, b_i, c_i sont des constantes associées aux hydrates. Ces constantes sont données au ***Tableau 4.2*** par Consolati et Quasso [Consolati and Quasso, 2003] à la suite des travaux de Taylor [Taylor, 1987]. On peut alors calculer le degré d'hydratation de la pâte de ciment α_{hyd} en prenant la moyenne des degrés d'hydratation des constituants i, pondérée par les masses des constituants. Le volume capillaire est alors obtenu par cette méthode en inversant la relation (4.13) :

$$\phi = \frac{E/C - 0.36\alpha_{hyd}}{E/C + 0.32} \tag{4.15}$$

Constituants i	a_i	b_i	c_i
C_3S	0.25	0.90	0.70
C_2S	0.46	0	0.12
C_3A	0.28	0.90	0.77
C_4AF	0.26	0.90	0.55

Tableau 4.2 — Constantes associées aux hydrates de la pâte de ciment [Taylor, 1987].

4.2.2 Choix des phases

La pâte de ciment apparaît donc comme un milieu poreux dont le squelette est représenté par les hydrates de ciment. Les pores sont de petite taille entre 10 nm et 100 μm de diamètre. Des courbes expérimentales de porosimétrie peuvent être trouvées dans la littérature. Une telle représentation de la pâte de ciment par le modèle Béton Numérique nécessite donc de mailler très finement le volume représentatif pour ne pas négliger les plus petits pores. Comme par-ailleurs le VER doit être suffisamment grand pour contenir une porosimétrie réaliste, les calculs numériques deviennent relativement coûteux en taille mémoire. C'est pourquoi, nous avons retenu de représenter le volume

représentatif de la pâte de ciment différemment.
La pâte de ciment est construite en ajoutant à un domaine initialement vide, qui schématise le réseau poreux, des particules solides qui représentent les grains de ciment. Le volume des grains de ciment introduits est défini par un calcul préalable de la porosité en fonction du degré d'hydratation de la pâte de ciment à partir de la formule (4.15). Reste alors à connaître le pourcentage partiel de chaque grain selon son diamètre. Des mesures, réalisées au NIST, fournissent une courbe granulométrique classique de la distribution des grains de ciment dans la pâte [Bentz et al., 1999]. Le pourcentage volumique des grains selon leur diamètre, égal au rapport de la quantité de grains NG_i de diamètre d_i sur le quantité totale de grains pour le ciment, peut ensuite être déduit par le modèle de Rosin-Rammler suivant la formule :

$$NG_i = 1 - e^{-0.044 d_i} \qquad \text{pour } i \text{ compris entre 1 et le nombre total de grains} \tag{4.16}$$

Les fractions volumiques de chaque taille de grain ainsi obtenues sont données au ***Tableau 4.3***. Et les maillages correspondants à ces distributions sont présentés aux ***Figures 4.3***.

Diamètre (μm)	$E/C = 0.3$	$E/C = 0.4$	$E/C = 0.5$
73	2.75	2.65	2.33
61	5.70	5.51	4.84
47	3.75	3.62	3.18
41	4.88	4.71	4.14
35	4.05	3.91	3.43
31	2.31	2.23	1.96
29	2.52	2.43	2.14
27	2.75	2.66	2.33
25	3.00	2.90	2.55
23	3.28	3.17	2.78
21	3.58	3.46	3.04
19	3.91	3.78	3.32
17	4.27	4.13	3.62
15	4.66	4.51	3.96
13	5.09	4.92	4.32
11	5.56	5.37	4.72
9	6.07	5.87	5.15
7	6.63	6.41	5.62
5	7.24	7.00	6.14
3	12.13	11.72	10.29

Tableau 4.3 — Fraction volumique des particules de ciment dans la pâte.

4.2.3 Caractéristiques mécaniques des phases

Les valeurs des modules élastiques intrinsèques des différents constituants solides de la pâte de ciment sont issus de travaux expérimentaux [Bernard et al., 2003]. Les

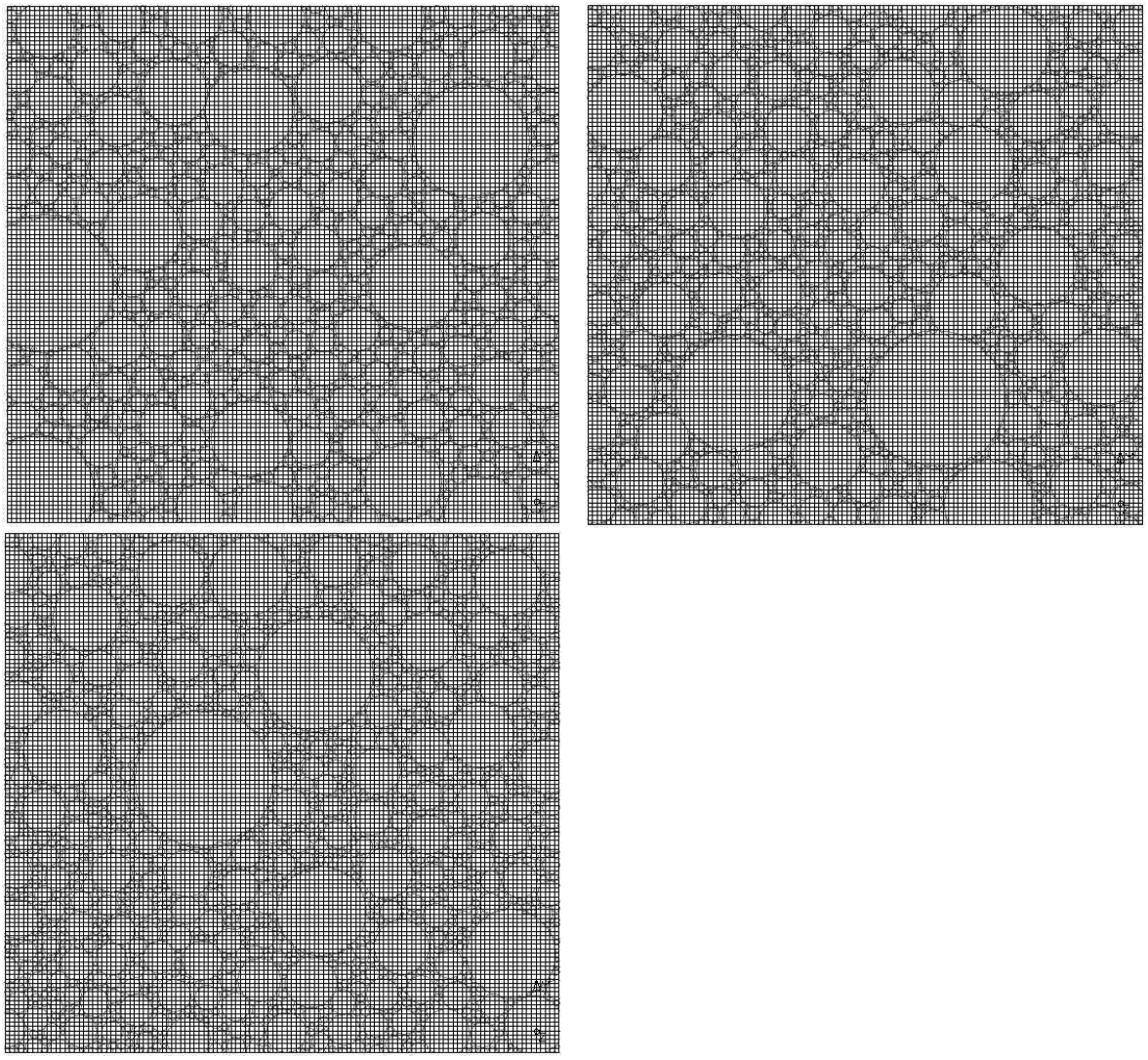


Figure 4.3 — Maillages des Volume Elémentaire Représentatif des pâtes de ciment de rapport $E/C = 0.3$, $E/C = 0.4$ et $E/C = 0.5$ avec les distributions granulométriques des particules de ciment données au ***Tableau 4.3***.

plages de grandeurs pour ces modules sont données au ***Tableau 4.4***. En pratique, on retiendra la valeur moyenne des plages comme valeur du module d'Young de chaque constituant où l'on distingue deux types de CSH, CSH_a et CSH_b, révélés par les travaux de Constantinides et Ulm [Constantinides and Ulm, 2003].

Les fractions volumiques des constituants sont données au ***Tableau 4.5*** pour différentes pâtes de ciment à des degrés d'hydratation distincts. Ces fractions sont estimées à partir du volume total d'hydrates (4.12a) et de la relation suivante [Powers, 1958] :

$$\frac{V_{CSH}}{V_{CH}} = \frac{1.66}{0.63}$$

ainsi que de la formule (4.12) pour les produits non hydratés. Il est par contre difficile

Constituants	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson
Hydratés		
CSH_a	entre 18 et 24	0.24
CSH_b	entre 27 et 35	0.24
CH	entre 33 et 48	$0.305 - 0.325$
Non hydratés		
C_3S	entre 128 et 152	0.3
C_2S	entre 110 et 150	0.3
C_3A	entre 135 et 170	
C_4AF	entre 100 et 150	

Tableau 4.4 — Propriétés élastiques intrinsèques des constituants de la pâte de ciment [Bernard et al., 2003].

d'accéder aux fractions volumiques de chacun des constituants hydratés, comme par-ailleurs à la taille des particules de chaque constituant.

E/C	0.3	0.4	0.5
α_{hyd}	0.732	0.93	1
V_{hyd} (%)	80.3	87.8	82.9
V_{CSH} (%)	58.2	63.7	60.1
V_{CH} (%)	22.1	24.1	22.8
V_{nonhyd} (%)	13.8	3.1	0

Tableau 4.5 — Volumes partiels des constituants pour différentes pâtes de ciment.

En conséquence, l'approche auto-cohérent est utilisée pour, d'une part calculer le comportement homogénéisé des constituants non hydratés, et d'autre part le comportement homogénéisé des constituants hydratés en considérant les deux phases CSH et CH avec leur volume respectif V_{CSH} et V_{CH} et en utilisant la formule rappelée au chapitre 2. Puis, à nouveau le comportement de l'ensemble des constituants hydratés et non hydratés est homogénéisé par le modèle auto-cohérent. On obtient ainsi le comportement équivalent pour les particules de ciment donné au ***Tableau 4.6***.

E/C	0.3	0.4	0.5
α_{hyd}	0.732	0.93	0.96
ϕ [%]	6	9	17
E $[MPa]$	32029	27625	26520
ν	0.25	0.2548	0.2565

Tableau 4.6 — Modules élastiques des constituants pour différentes pâtes de ciment.

Toutes les particules de ciment seront donc affectées dans le calcul numérique de ce comportement homogénéisé et leur taille sera générée à partir du ***Tableau 4.3***.

Dans cette démarche, les particules ultra-fines n'ont pas été prises en compte, en partie à cause du manque de connaissances sur leur comportement. On choisit de dire

que l'action de l'eau est prédominante dans le réseau poreux en comparaison avec celle des particules ultra-fines. Nous introduisons alors dans les calculs une pression uniforme dans les pores. Cette pression est calculée à partir de la loi de Laplace par la formule [Dullien, 1979] :

$$p - p_0 = \frac{R.T}{v_w}.ln(Rh) \tag{4.17}$$

où R désigne la constante des gaz parfaits ($R = 8.314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$), T la température absolue mesurée en Kelvin pris dans les calculs suivants égale à $293.15°K$, v_w le volume molaire spécifique de l'eau pris ici égal à $1.8\ 10^{-5}\ m^3.mol^{-1}$, p_0 la pression de référence qui est la pression atmosphérique ($0.1\ MPa$) et où Rh désigne l'humidité relative prise ici égale à la valeur arbitraire de 95%. Pour ce calcul, on obtient la pression de pore imposée de $7\ MPa$.

Il nous reste maintenant à préciser les valeurs des coefficients de dilatation thermique des différentes phases du volume représentatif, l'eau, les particules hydratées et non hydratées. Soient :

- le coefficient de dilatation thermique de l'eau à l'air libre vaut $70\ 10^{-6}\ °C^{-1}$, mais dans un milieu confiné tel que les pores, sa valeur est estimée par Valenza et Scherer [Valenza and Scherer, 2005] à environ $\alpha_{eau} = 150\ 10^{-6}\ °C^{-1}$,
- en considérant une pâte complètement hydratée, Valenza et Scherer [Valenza and Scherer, 2005] ont mesuré pour le squelette solide constitué des particules hydratées ($CSH + CH$) un coefficient de dilatation thermique de $\alpha_h = 10\ 10^{-6}\ °C^{-1}$,

Par commodité les particules CSH et CH sont supposées avoir le même coefficient. On ne dispose pas de données expérimentales concernant le coefficient de dilatation thermique des particules non hydratées. Par contre des mesures expérimentales de la dilatation thermique des pâtes de ciment donnent des valeurs comprises entre $5.5\ 10^{-6}\ °C^{-1}$ et $12\ 10^{-6}\ °C^{-1}$. C'est pourquoi nous avons choisi d'identifier par approche inverse la dilatation thermique des particules de clinker non hydratées.
Ainsi, pour une pâte de ciment de coefficient de dilatation thermique $\alpha = 5.79\ 10^{-6}\ °C^{-1}$ pour un rapport $E/C = 0.3$, on identifie numériquement par approche inverse le squelette solide de la pâte à la valeur $\alpha_s = 6\ 10^{-6}\ °C^{-1}$, et pour un rapport $E/C = 0.4$ $\alpha_s = 9\ 10^{-6}\ °C^{-1}$. Ensuite, en appliquant le schéma auto-cohérent, par approche inverse, le coefficient de l'ensemble des clinkers non-hydratés peut être identifié connaissant celui des hydrates ($10\ 10^{-6}\ °C^{-1}$). Là encore, l'hypothèse est faite que toutes les particules non hydratées du clinker ont le même coefficient de dilatation thermique. On montre alors que le coefficient de dilatation thermique des particules non hydratées peut être choisi égal à 0. Ce résultat peut être validé en supposant que seule l'eau contenue est responsable des variations de volume du squelette solide et que les clinkers non hydratés ne contiennent pas d'eau.
Dans les calculs qui suivent, seuls les coefficients de dilatation thermique des particules hydratées et de l'eau contenue dans les pores seront pris en compte.

4.2.4 Comportement élastique de la pâte de ciment

A partir des caractéristiques mécaniques et géométriques des constituants de la pâte de ciment données au paragraphe précédent, la loi de comportement élastique équivalente de la pâte est calculée par simulation numérique sur le VER par génération aléatoire des particules de ciment. Différentes pâtes ont été étudiées pour différentes valeurs du rapport E/C. Les résultats obtenus pour les modules d'Young, les modules de compressibilité et de cisaillement (déduits du calcul du tenseur de rigidité homogénéisé) sont présentés au ***Tableau 4.16***. Ils sont confrontés aux résultats fournis par les modèles analytiques : encadrement de Voigt et Reuss, bornes de Hashin et Shtrikman (HS − et HS +), approche auto-cohérent (AC). Ces modèles sont appliqués en considérant la pâte comme un milieu biphasé constitué d'un squelette solide affecté des propriétés équivalentes données au ***Tableau 4.6*** et de pores dans la proportion ϕ correspondante à chaque pâte selon son degré d'hydratation. Les résultats de la simulation apparaissent bien encadrés par les bornes de Hashin-Shtrikman. On rappelle que ces modèles ne tiennent pas compte de la dispersion granulométrique réelle des particules de ciment. On observe une bonne confrontation des résultats numérique avec les différentes approches d'homogénéisation.

E/C	Modules équivalents	Voigt	HS −	AC	Simu.	HS +	Reuss
0.3	$E\ [MPa]$	363	843	28155	28809	28373	30114
	$K\ [MPa]$	5019	5118	21991	22899	22211	24108
	$G\ [MPa]$	122	286	11331	11493	11412	12043
0.4	$E\ [MPa]$	218	497	22070	22531	22571	24873
	$K\ [MPa]$	3215	3280	17198	18017	17696	20239
	$G\ [MPa]$	73	169	8887	9077	9075	9908
0.5	$E\ [MPa]$	129	282	17482	17989	18778	22029
	$K\ [MPa]$	2005	2044	13285	14669	14504	18049
	$G\ [MPa]$	43	95	7088	7126	7580	8760

Tableau 4.7 — Modules élastiques équivalents des pâtes de ciment. Comparaison de la simulation avec des approches explicites d'homogénéisation.

Les modules calculés par simulation sont donnés ici pour une seule direction de chargement. En effet, les résultats ont montré une certaine isotropie du matériau équivalent. On a choisi de montrer les valeurs des simulations correspondant à l'effort selon l'axe Oy.
Les coefficients de Poisson sont accessibles directement par la simulation et donnent pour les différentes pâtes de ciment :

$$\begin{array}{lll} \text{Pour } E/C = 0.3 & \nu_{xy} \simeq 0.24667 & \nu_{yx} \simeq 0.24798 \\ \text{Pour } E/C = 0.4 & \nu_{xy} \simeq 0.25208 & \nu_{yx} \simeq 0.24986 \\ \text{Pour } E/C = 0.5 & \nu_{xy} \simeq 0.25427 & \nu_{yx} \simeq 0.25588 \end{array}$$

Ces résultats montrent que l'on retrouve numériquement une isotropie de la pâte

homogénéisée.

Des comparaisons peuvent également être faites avec les résultats expérimentaux proposés par Haecker *et al.* [Haecker et al., 2005]. On observe une certaine similitude de l'évolution des paramètres élastiques avec le rapport E/C. Le modèle de Haecker utilise des lois empiriques pour la simulation de matériaux cimentaires au jeune âge et donc présentant une porosité élevée. Notre approche numérique se heurte à la difficulté de disposer de paramètres matériaux pour ces cas. Nous avons réalisé les calculs pour les pâtes avec des rapports E/C supérieurs à 0.5 en supposant que le degré d'hydratation est égal à 1 et que les modules élastiques des constituants sont les mêmes que ceux de la pâte avec $E/C = 0.5$. Les propriétés des phases sont données dans le ***Tableau ??***. L'évolution des modules d'Young homogénéisés pour différents rapports E/C ainsi obtenus est présentée à la ***Figure 4.4***.

E/C	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
α_{hyd}	0.732	0.93	1	1	1	1
ϕ [%]	6	9	17	26	33	39
$E\ [MPa]$	32029	27625	26520	26520	26520	26520
ν	0.25	0.2548	0.2565	0.2565	0.2565	0.2565

Tableau 4.8 — Modules élastiques des constituants pour différentes pâtes de ciment.

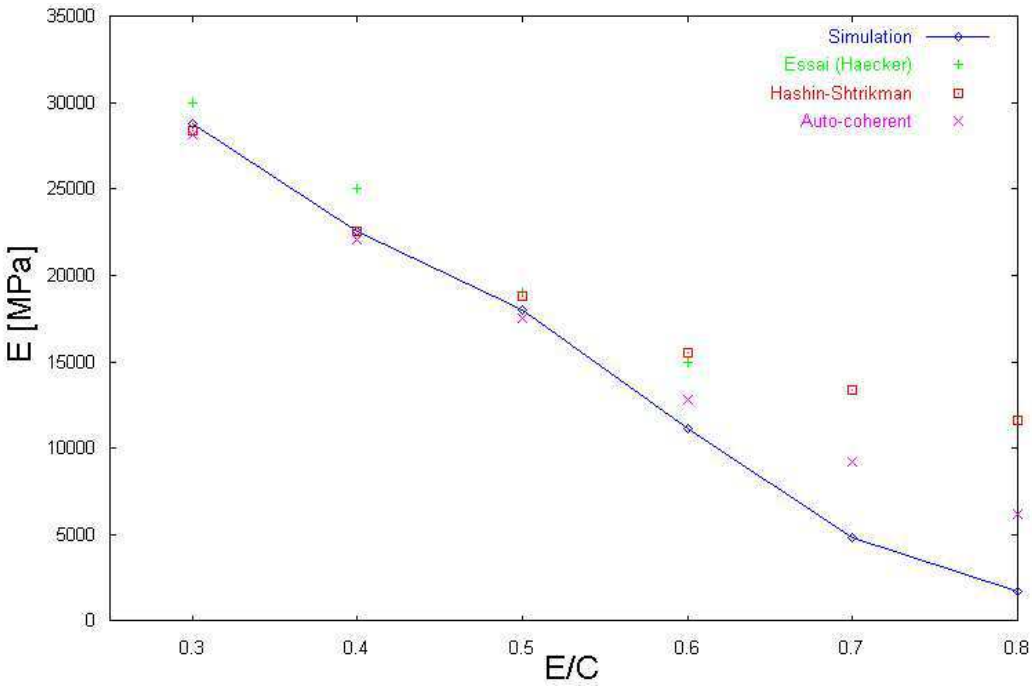


Figure 4.4 — Evolution des modules d'Young des pâtes de ciment hydratées en fonction du rapport E/C. Confrontation de la simulation avec des approches analytiques.

4.2.5 Comportement thermo-élastique de la pâte de ciment

En résolvant cette fois le problème thermo-élastique sur le VER avec les propriétés des particules de ciment décrites précédemment, on obtient le coefficient de dilatation thermique homogénéisé pour différentes pâtes. Les résultats sont présentés au ***Tableau 4.9*** et confrontés aux modèles analytiques : encadrement de Voigt et Reuss, bornes de Hashin et Rosen (HR − et HR +), schéma auto-cohérent (AC).

E/C	Voigt	HR −	AC	HR +	Reuss	Simu
0.3	$1.01\ 10^{-5}$	$1.03\ 10^{-5}$	$1.82\ 10^{-5}$	$1.82\ 10^{-5}$	$1.84\ 10^{-5}$	$5.79\ 10^{-6}$
0.4	$1.03\ 10^{-5}$	$1.06\ 10^{-5}$	$2.37\ 10^{-5}$	$2.37\ 10^{-5}$	$2.39\ 10^{-5}$	$8.63\ 10^{-6}$
0.5	$1.05\ 10^{-5}$	$1.12\ 10^{-5}$	$3.33\ 10^{-5}$	$3.33\ 10^{-5}$	$3.38\ 10^{-5}$	$8.78\ 10^{-6}$

Tableau 4.9 — Coefficients de dilataton thermique équivalents des pâtes de ciment. Comparaison de la simulation avec des approches explicites d'homogénéisation.

4.2.6 Comportement poro-élastique de la pâte de ciment

Connaissant maintenant le comportement élastique équivalent de la pâte de ciment, on peut calculer le tenseur de Biot de la pâte ainsi que celui du squelette solide en appliquant l'équation (2.19) et ce pour différents rapports $E/C = \{0.3, 0.4, 0.5\}$.
L'évolution du tenseur de Biot en fonction de ce rapport E/C est présentée à la ***Figure 4.5*** et est confrontée à celle obtenue toujours avec la formule (2.19) mais le comportement équivalent étant cette fois-ci issu d'une homogénéisation analytique par les méthodes classiques : bornes supérieure de Hashin-Shtrikman et schéma auto-cohérent. Il apparaît que plus le rapport d'eau sur ciment est élevé, plus il y a des pores, donc l'influence de ceux-ci est plus importante et le coefficient de Biot est élevé. Les résultats de la simulation sont proches de ceux obtenus avec le schéma auto-cohérent.

La comparaison avec des résultats expérimentaux est par contre très difficile, étant donné le manque d'informations sur les valeurs du coefficient de Biot d'une pâte de ciment.
Il est par contre possible d'avoir une idée sur la validité des résultats en calculant le coefficient de Skempton, plus souvent étudié que le coefficient de Biot. Le module de Biot (M) et le coefficient de Skempton (B_s) sont calculés numériquement à partir des équations (1.26 et 1.25) et leur évolution en fonction du rapport E/C est présentée à la ***Figure 4.6***. L'ordre de grandeur des valeurs obtenues semble satisfaisant. En comparaison avec des études expérimentales, et en fonction du rapport entre les coefficients d'incompressibilité des phases réseau capillaire et squelette solide, les valeurs pour le coefficient de Skempton sont relativement bonnes.

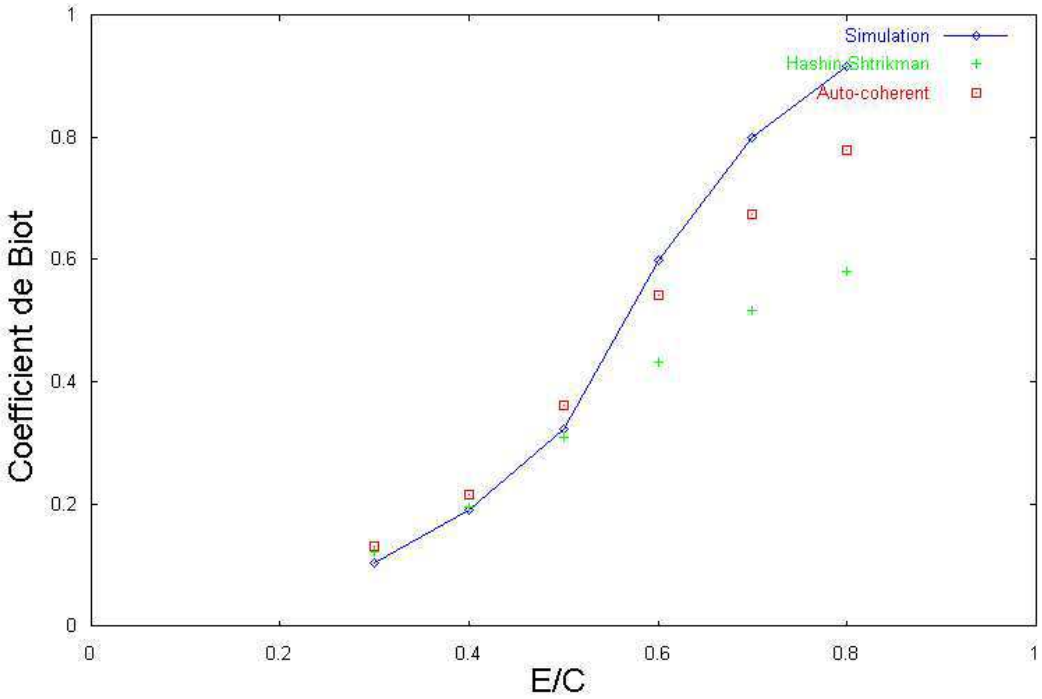


Figure 4.5 — Evolution du coefficient de Biot en fonction du rapport E/C pour les pâtes de ciment.

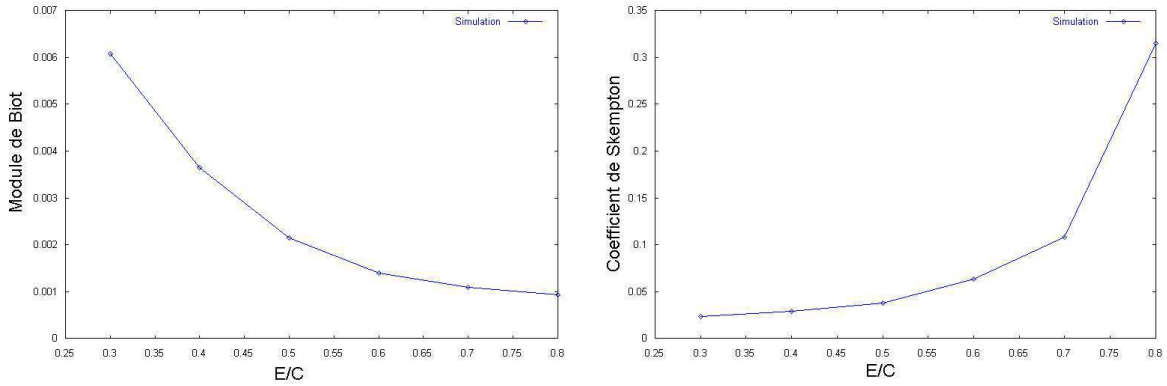


Figure 4.6 — Evolution du module de Biot et du coefficient de Skempton en fonction du rapport E/C pour les pâtes de ciment.

4.2.7 Localisation des déformations

Contrairement aux approches explicites d'homogénéisation, le modèle numérique permet de localiser la répartition des déformations au sein de la microstructure de la pâte de ciment. Il est alors possible d'évaluer l'influence de chaque phase sur le comportement macroscopique. L'analyse post-traitement du code Symphonie permet de visualiser les champs mécaniques au sein de la microstructure. Et en chaque point, il est possible de donner le taux de déformation ou la valeur de contrainte appliquée et de situer les points faibles et les points forts de la microstructure. Il est ainsi possible de

comparer la distribution des déformations élastiques locales pour une pâte de ciment avec différents rapports E/C. De telles isovaleurs sont ainsi présentées à la ***Figure 4.7***. On remarque que plus le rapport E/C est élevé, plus la phase poreuse est importante. Cette localisation accessible par la modélisation numérique sera largement exploitée dans les chapitres qui suivent et permettra d'identifier les endommagements locaux de la microstructure sous des chargements de hautes températures par-exemple. C'est évidemment un des apports importants de l'approche proposée.

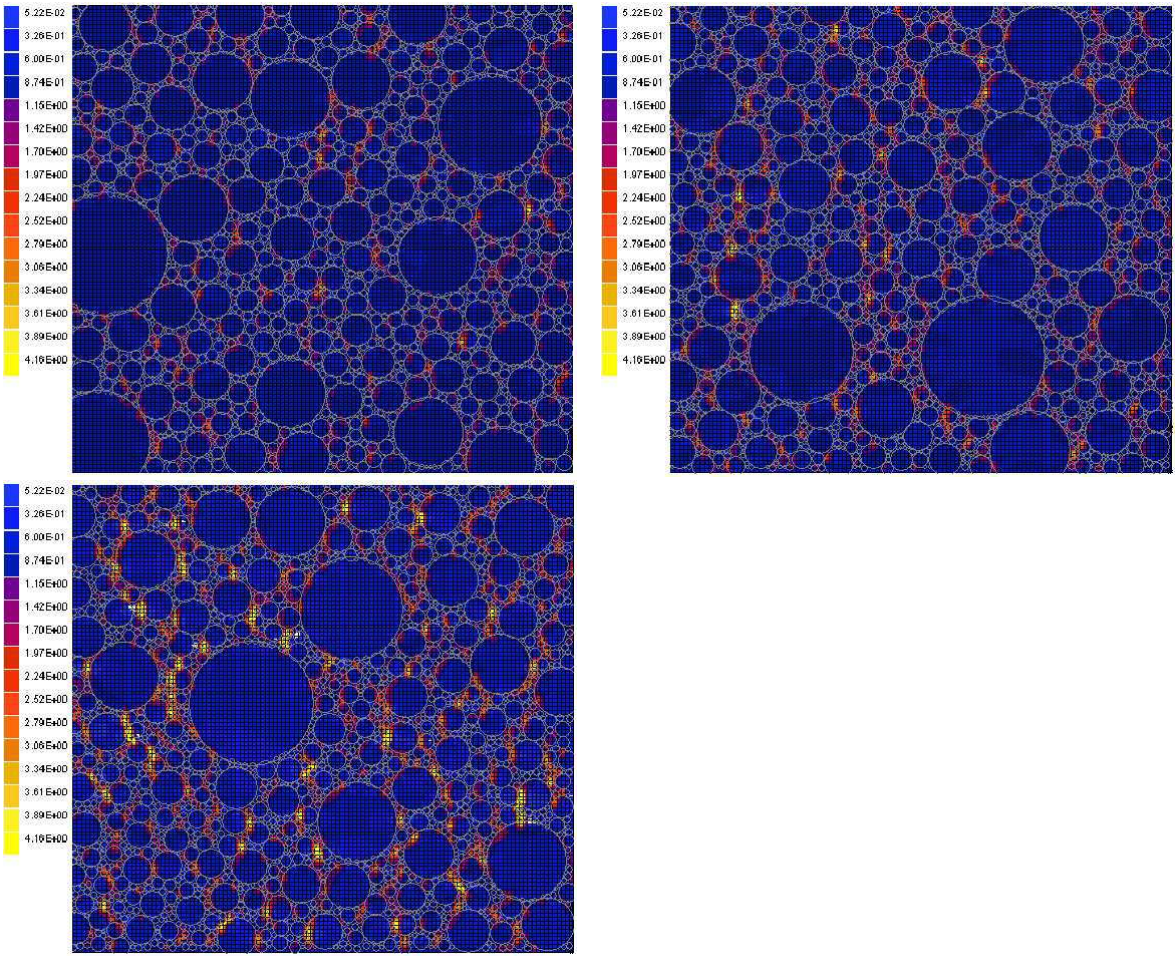


Figure 4.7 — Localisation des déformations induites par une déformation macroscopique unitaire de traction selon l'axe Ox dans les pâtes pour les rapports $E/C = 0.3$ (en haut à gauche), $E/C = 0.4$ (en haut à droite), $E/C = 0.5$ (en bas)

Les propriétés thermo-mécaniques des pâtes de ciment étant connues, elles peuvent être maintenant exploitées pour la prédiction du comportement de bétons. Les bétons peuvent être vus comme constitués d'une matrice de ciment homogène contenant des granulats et des grains de sable. Il peuvent aussi être composés d'une matrice de mortier, dont les propriétés ont pu être calculées en considérant une pâte de ciment contenant des grains de sable, dans laquelle s'ajoutent des granulats. L'application suivante concerne le calcul du comportement thermo-mécanique équivalent du BHP $M100C$ en suivant la première représentation du béton à partir d'une matrice de ciment renforcée

de granulats et de grains de sable.

4.3 Application au comportement d'un Béton Hautes Performances

4.3.1 Propriétés du béton

Le béton simulé dans ce travail a fait l'objet d'études expérimentales également en situation d'incendie [Gaweska Hager, 2004], [Pimienta, 1999]. Sa composition, ainsi que son processus de fabrication sont présentés en détails dans la thèse de Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004]. Il s'agit d'un Béton Hautes Performances (BHP $M100C$) avec une pâte de ciment de rapport $E/C = 0.3$ dont la composition est donnée au ***Tableau 4.10***. Le ciment utilisé est de type CPA CEM I 52.5 PM ES CP2 du Havre et sa composition est donnée au ***Tableau 4.11***. Les caractéristiques de la pâte de ciment en termes de résistance à la compression son présentées au ***Tableau 4.12***.

Dosage	$[kg/m^3]$
Ciment CPA CEM I 52,5 PM CP2	377
Sable concassé du Boulonnais 0/5	439
Sable de Seine 0/4	432
Calcaire concassé du Boulonnais 5/12,5	488
Calcaire concassé du Boulonnais 12,5/20	561
Fumée de silice	37.8
Superplastifiant résine GT de Chryso	12.5
Retardateur Chystard de Chryso	2.6
Eau	124
Rapport eau/ciment [%]	33%
Rapport eau/(ciment + FS) [%]	30%
Malaxeur	Skako 600 l
Date de fabrication	25/11/2003
fc 28 jours (moyenne) $[MPa]$	105.6

Tableau 4.10 — Composition du BHP $M100C$ [Gaweska Hager, 2004].

Insolubles	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO
0.18%	22.9%	2.97%	1.85%	67.38%	0.91%
K_2O	Na_2O	SO_3	$S--$	$Cl--$	
0.18%	0.16%	2.23%	$< 0.01\%$	0.01%	

Tableau 4.11 — Composition élémentaire du ciment CPA CEM I 52,5 PM CP2 [Gaweska Hager, 2004].

Le BHP $M100C$ est composé de granulats calcaires concassés du Boulonnais avec un ajout de sable silico-calcaire de la Seine. La granulométrie du béton et de ses constituants est donnée par la courbe à la ***Figure 4.8***. La masse volumique de la roche

Résistance à la compression	
à 2 jours	25.7 $[MPa]$
à 7 jours	40.9 $[MPa]$
à 28 jours	60.4 $[MPa]$
Début de prise	175 $[min]$
Chaleur d'hydratation 12h	170 $[J/g]$

Tableau 4.12 — Caractéristiques mécaniques de la pâte de ciment [Gaweska Hager, 2004].

calcaire est de 2.7 grammes, et sa résistance en compression est comprise entre 140 et 180 MPa.

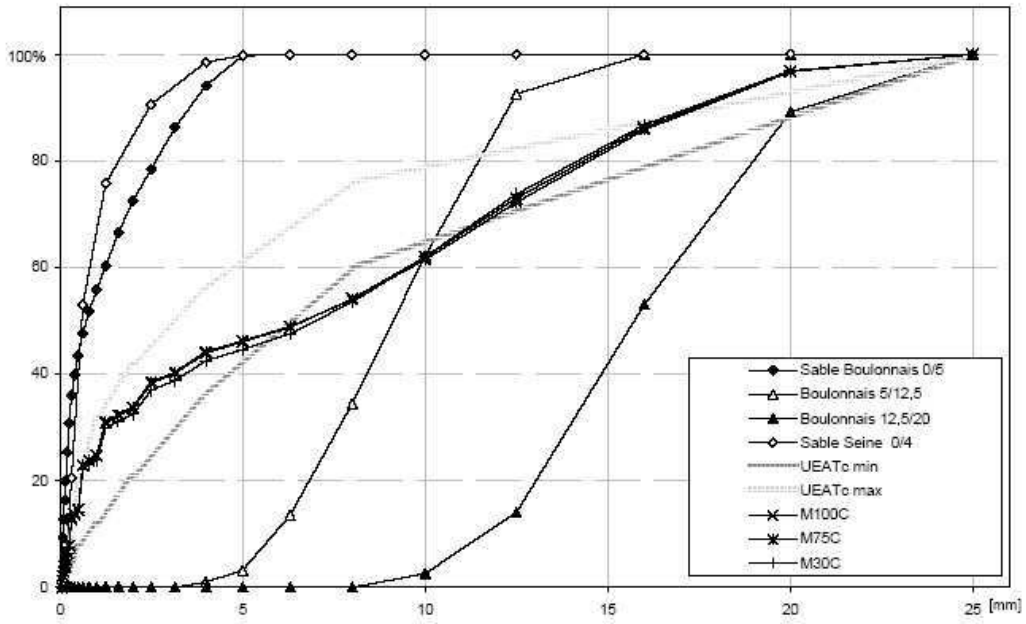


Figure 4.8 — Courbes granulométriques des granulats calcaires du Boulonnais et du sable de Seine [Gaweska Hager, 2004].

4.3.2 Choix des phases et paramètres matériaux

Le VER retenu pour schématiser le béton est constitué d'une pâte de ciment homogène et de granulats également homogènes. Les propriétés mécaniques de ces phases sont données par l'expérience [Gaweska Hager, 2004] pour le module d'Young et la résistance à la compression (f_c) de la pâte de ciment et celle des granulats. D'autres, comme le module d'Young des granulats et les coefficients de Poisson de la pâte et des granulats sont tirés de la littérature [Dreux and Festa, 1995], [Tourenq et al., 1997].

Par démarche inverse, on identifie alors les résistances en traction f_t et en cisaillement f_{cis}. Le coefficient G_f caractéristique de l'énergie de fissuration est défini selon des critères empiriques tirés des travaux de Menou [Menou, 2004]. Le coefficient de dilatation thermique de la pâte de ciment et des granulats sont tirés des essais réalisés par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004] et sont valables pour des températures comprises entre 20 et 50 $°C$.
L'ensemble des paramètres retenus est récapitulé dans le ***Tableau 4.13*** et la granulométrie intégrée dans le VER pour les simulations est présentée au ***Tableau 4.14***.

	Pâte de ciment	Granulats
$E\ [MPa]$	15000	75000
ν	0.2	0.28
$\alpha\ [°C^{-1}]$	$5.79\ 10^{-6}$	$4.16151\ 10^{-6}$
$f_c\ [MPa]$	80	180
$f_t\ [MPa]$	3	10
$f_{cis}\ [MPa]$	6	20
$G_f\ [N/mm]$	0.1	0.15

Tableau 4.13 — Paramètres matériaux des constituants du BHP $M100C$ à température ambiante.

Diamètre μm	Fraction Volumique %
25	2
20	8
16	10
12.5	8
10	6
8	4
6.3	2
5	2
4	3
3.15	1
2.5	3
2	1
1.6	1
1.25	4
1	18

Tableau 4.14 — Fraction volumique des granulats dans le volume représentatif du BHP $M100C$.

4.3.3 Comportement thermo-élastique du béton

Le comportement thermo-élastique équivalent du béton est obtenu par homogénéisation numérique des phases précédemment décrites. Des confrontations des

modules de l'Ingénieur avec des résultats expérimentaux ainsi qu'avec les approches analytiques classiques sont présentées. Les valeurs expérimentales de comparaison correspondent à des tests réalisés sur le BHP $M100C$ par Pimienta [Pimienta, 1999] et Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004]. Les modules d'Young (E $[MPa]$), le coefficient de Poisson (ν) et le coefficient de dilatation thermique (α $[.10^{-6}\ °C^{-1}]$) équivalents sont comparés avec les résultats de la simulation au ***Tableau 4.15***.

	Simulation			
	Simu 1	Simu 2	Simu 3	Moy.
E $[MPa]$	50878	50848	50856	50861
ν	0.2575	0.2573	0.2574	0.2573
α $[.10^{-6}\ °C^{-1}]$	4.1688	4.1795	4.1824	4.1769
	[Pimienta, 1999]			
	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moy.
E $[MPa]$	52200	50500	49800	50833
	[Gaweska Hager, 2004]			
	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Moy.
E $[MPa]$	-	-	-	51900
α $[.10^{-6}\ °C^{-1}]$	-	-	-	4.2333

Tableau 4.15 — Modules élastiques et dilatation thermique du béton. Confrontation de la simulation et des expériences.

La comparaison est faite sur des coefficients calculés sous les mêmes conditions que les mesures expérimentales, c'est-à-dire que le module d'Young calculé et mesuré est celui selon l'axe de chargement (Oy).
Le tenseur des rigidités homogénéisé complet peut être calculé. Par exemple, pour la première simulation on a :

$$\boldsymbol{C}^{hom} = \begin{pmatrix} 54639.61 & 14071.39 & 0 \\ 14071.39 & 54501.98 & 0 \\ 0 & 0 & 37979.37 \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

Le faible écart entre les deux premiers termes de la diagonale est représentatif de l'isotropie du matériau qui se retrouve sur les valeurs des modules élastiques déduits du tenseur des rigidités :

$$\begin{array}{ll} E_x = 51006.64 & E_y = 50878.16 \\ \nu_{xy} = 0.258 & \nu_{yx} = 0.2575 \\ G_{xy} = 20269.99 & \end{array}$$

où G_{xy} $[MPa]$ représente le module de cisaillement.

Le comportement équivalent calculé est également comparé à celui obtenu avec les modèles analytiques au ***Tableau 4.16*** pour les coefficients élastiques et au ***Tableau 4.17*** pour le coefficient de dilatation thermique. Pour cette confrontation on a choisi de retenir une moyenne des valeurs obtenues par la simulation (Simu.). La solution

calculée est bornée par les différentes méthodes : (AC) schéma auto-cohérent, (HS −) (resp. HS +) borne inférieure (resp. supérieure) de Hashin-Shtrikman, Voigt et Reuss.

Modèles	Voigt	HS −	Simu.	AC	HS +	Reuss
E [MPa]	36092	43372	50861	49885	51944	58868
K [MPa]	27112	33085	41869	39519	41800	51419
G [MPa]	14680	17566	20226	20003	20747	23074

Tableau 4.16 — Comparaisons des modules élastiques du béton calculés et obtenus avec les modèles classiques.

Modèles	Voigt	HS −	Simu.	Essai (Gaweska)	AC	HS +	Reuss
α [$.10^{-6}$ $°C^{-1}$]	4.251	4.341	4.177	4.2333	4.467	4.467	4.601

Tableau 4.17 — Comparaisons des coefficients de dilatation thermique du béton calculé et obtenus par les modèles analytiques.

On observe une bonne prédiction par la simulation du comportement du béton, globalement plus satisfaisante que celle fournie par les approches analytiques. Mais la simulation est, comme nous l'avons vu, surtout intéressante pour son aptitude à renseigner sur la localisation des efforts.

Pour déterminer le tenseur de Biot d'un béton par cette approche numérique, il serait nécessaire de simuler un béton contenant à la fois des granulats et des pores. La différence de taille entre ces inclusions étant très importante, il faudrait générer un VER de taille assez grande avec un maillage éléments finis très raffiné. Cette modélisation se heurte actuellement à des problèmes de taille mémoire insuffisante avec les moyens informatiques actuels du CSTB.

4.3.4 Localisation des déformations

Comme pour la pâte de ciment, nous présentons une visualisation des déformations mécaniques locales au sein du VER induites par un déplacement macroscopique $u_1 = 0$, $u_2 = y_2$ imposé sur le bord du VER qui correspond à une déformation macroscopique unitaire de traction selon Oy.
Il apparaît que les déformations axiales sont plus importantes dans la pâte de ciment (***Figure 4.9***). En effet, la pâte de ciment est la phase la plus sensible aux chargements mécaniques dans le béton. La tenue aux chargements thermo-mécaniques peut également être testée en visualisant les déformations thermiques locales induites par un incrément de température comme présenté à la ***Figure 4.10***. Cette déformation thermique est répartie selon les valeurs des coefficients de dilatation thermique choisis pour les phases du béton, tel qu'elle se calcule localement en fonction de la variation de température unitaire (ΔT) imposée selon la relation suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{y})\Delta T \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{4.19}$$

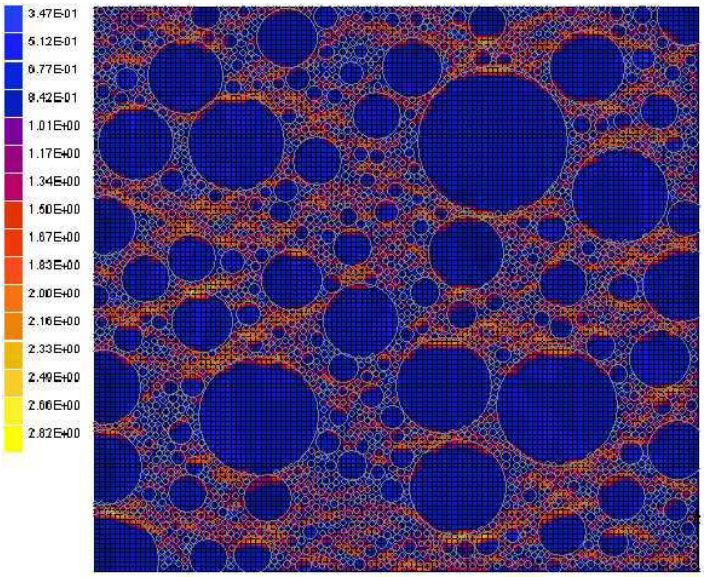


Figure 4.9 — Localisation des déformations locales induites par une déformation macroscopique unitaire de traction selon Oy dans le BHP.

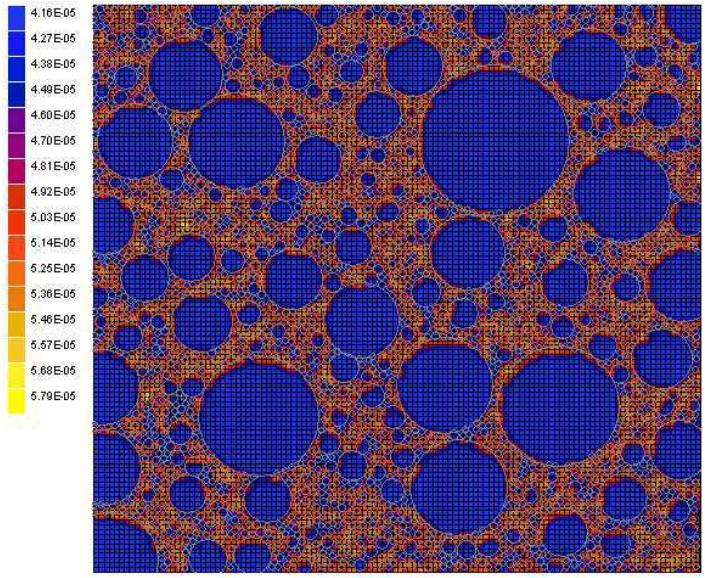


Figure 4.10 — Localisation des déformations thermiques induites par une variation de température unitaire dans la microstructure du BHP.

Ce chapitre a permis de montrer comment il est possible d'exploiter des données microstructurales fines, qu'il s'agissent de la composition ou de la granulométrie ou encore du degré d'hydratation, pour caractériser le comportement thermo-poro-élastique de matériaux hétérogènes cimentaires. L'outil numérique restitue bien les tendances observées expérimentalement sur le comportement de la pâte de ciment et du béton. Après cette phase de validation sur des comportements linéaires, il apparaît intéressant, par rapport aux modèles simplifiés d'homogénéisation, à intégrer des comportements

de phases non-linéaires et à décrire les efforts locaux au sein de la microstructure. Avant de passer à cette seconde phase de l'étude, nous nous intéressons à la caractérisation numérique de la perméabilité des pâtes de ciment et des bétons.

CHAPITRE 5

Simulation du comportement hydraulique de matériaux cimentaires

La perméabilité d'un matériau caractérise son aptitude à laisser s'écouler un ou plusieurs fluides au travers de son réseau poreux, si celui-ci existe. La détermination de la perméabilité des matériaux cimentaires apparaît donc très importante pour s'assurer de la durabilité des ouvrages du génie civil. Dans d'autres domaines comme la géologie, ou encore l'off-shore, il peut être également intéressant de disposer d'outils de caractérisation de la perméabilité de matériaux hétérogènes. Nous avons vu au chapitre 2 qu'un certain nombre de méthodes d'homogénéisation simplifiées fournissent des encadrements ou des approximations de la perméabilité de matériaux hétérogènes qu'ils soient poreux ou renforcés par des particules peu perméables. C'est le cas des bornes proposées par Hashin ou encore de Matheron [Renard, 1997]. Il existe également des approches numériques comme celles basées sur la théorie de percolation [Garboczi and Bentz, 1999], [Bentz et al., 1996], ou encore sur la méthode de Lattice-Boltzmann [Keehm, 2003]. Dans ce chapitre nous adoptons l'approche couplée du Béton Numérique pour générer un Volume Représentatif du matériau avec la méthode des modules effectifs. Cette démarche est appliquée au calcul de la perméabilité d'une pâte de ciment, puis d'un béton.

5.1 Formulation et mise en œuvre du problème d'homogénéisation de transfert hydraulique

Nous supposons, comme cela a été dit au chapitre 2, que le transfert hydraulique est régi à l'échelle du VER par la loi de Darcy. Ainsi, si l'on impose une vitesse macroscopique moyenne homogène sur le VER, les vitesses et potentiels hydrauliques locaux $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})$ et $h(\boldsymbol{y})$ engendrés au sein de la microstructure sont solutions du problème cellulaire :

$$div(\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})) = 0 \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{5.1a}$$

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) = -\boldsymbol{k}(\boldsymbol{y})\boldsymbol{g}rad(h(\boldsymbol{y})) \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{5.1b}$$

$$\langle \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \rangle_V = \frac{1}{|V|}\int_V \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})\mathrm{d}y = \boldsymbol{U} \tag{5.1c}$$

où $\boldsymbol{k}(\boldsymbol{y})$ désigne le tenseur de perméabilité des phases. Le tenseur de perméabilité homogénéisé est alors défini par la relation suivante entre grandeurs moyennes [Gomez-Hernandez and Journel, 1990] :

$$\langle \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \rangle_V = \boldsymbol{U} = -\boldsymbol{k}^{hom}\langle \boldsymbol{g}rad(h(\boldsymbol{y})) \rangle_V = -\boldsymbol{k}^{hom}\frac{1}{V}\int_{|V|} \boldsymbol{g}rad(h(\boldsymbol{y}))\mathrm{d}y \tag{5.2}$$

L'approche des modules effectifs consiste à imposer sur le bord du volume :

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}).\boldsymbol{n} = \boldsymbol{U}.\boldsymbol{n} \qquad \boldsymbol{y} \in \partial V \tag{5.3}$$

où $\boldsymbol{n}$ est la normale unitaire extérieure au domaine V. Cette condition aux limites classique assure bien la condition en moyenne. On a en effet :

$$\begin{aligned} \frac{1}{|V|}\int_V v_i dy &= \frac{1}{|V|}\int_V v_j \frac{\partial y_i}{y_j}\mathrm{d}y \\ &= -\frac{1}{|V|}\int_V \frac{\partial v_j}{y_j} y_i \mathrm{d}y + \frac{1}{|V|}\int_{\partial V} v_j y_i n_j \mathrm{d}s \end{aligned} \tag{5.4}$$

comme $div(\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})) = 0 \quad \forall\, \boldsymbol{y} \in V$ et $v_j n_j = U_j n_j$ sur ∂V :

$$\frac{1}{|V|}\int_V v_i \mathrm{d}y = U_j \frac{1}{|V|}\int_{\partial V} y_i n_j \mathrm{d}s = U_j \frac{1}{|V|}\int_V \delta_{ij}\mathrm{d}y = U_i \tag{5.5}$$

La formulation variationnelle du problème cellulaire s'écrit alors :

$$\begin{cases} h(\boldsymbol{y}) \in U_{ad} = \{g(\boldsymbol{y}) \text{ réguliers sur } V\} \\ a_h(h,g) = l(g) \quad \forall\, g \in U_{ad} \end{cases} \tag{5.6}$$

avec $a_h(h,g) = \int_V \boldsymbol{k}(\boldsymbol{y})\boldsymbol{g}rad(h(\boldsymbol{y}))\boldsymbol{g}rad(g(\boldsymbol{y}))\mathrm{d}y$
et $l(g) = \int_{\partial V} g(\boldsymbol{y})\boldsymbol{U}.\boldsymbol{n}\mathrm{d}s$
et admet une solution $\boldsymbol{k}(\boldsymbol{y})$ définie à une constante additive près, mais une vitesse $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{y})$ unique. La perméabilité équivalente est donc définie de façon unique.

En pratique, compte tenu de l'isotropie du matériau, il suffit d'imposer par exemple une vitesse unitaire $\boldsymbol{U} = \vec{e}_x$ selon $O\vec{x}$ pour déterminer la perméabilité équivalente. Les conditions sur le bord du VER imposées se réduisent alors à :

$$\text{sur les faces } y_1 = \text{constante} \qquad v_1(y_1 = C, y_2) = U_x \tag{5.7a}$$

$$\text{sur les faces } y_2 = \text{constante} \qquad v_2(y_1, y_2 = C) = 0 \tag{5.7b}$$

5.2 Application au calcul de la perméabilité des pâtes de ciment

Le calcul de la perméabilité équivalente d'une pâte de ciment nécessite donc la connaissance de la perméabilité de ses constituants. Nous avons choisi ici une méthode tirée des travaux de Garboczi *et al.* [Bentz et al., 1996], [Garboczi and Bentz, 1991] basée sur le modèle de Katz-Thompson pour identifier la perméabilité à l'eau de la phase solide et celle de la phase capillaire de la pâte de ciment.

5.2.1 Identification des perméabilités des constituants

A partir de la théorie de symétrie de Bruggeman et la théorie de la percolation, McLachlan *et al.* (1986-1990) [Cui and Cahyadi, 2001] ont montré que la conductivité du matériau (σ_m) a pu être reliée à celle de la phase la plus perméable (σ_l), et à celle de la phase la moins perméable (σ_h) [Cui and Cahyadi, 2001] par la relation :

$$\frac{(1-\phi)(\sigma_l^{1/t} - \sigma_m^{1/t})}{\sigma_l^{1/t} + A\sigma_m^{1/t}} + \frac{\phi(\sigma_h^{1/t} - \sigma_m^{1/t})}{\sigma_h^{1/t} + A\sigma_m^{1/t}} = 0 \tag{5.8}$$

où $A = \frac{1-\phi_c}{\phi_c}$, ϕ_c désignant la fraction volumique atteinte par la phase la plus conductrice lorsque celle-ci n'est plus isolée par la phase la moins conductrice, où ϕ est la fraction volumique de la porosité capillaire lorsqu'il existe un réseau poreux connecté. En remplaçant les conductivités par les perméabilités, selon la formule de Katz-Thompson :

$$k = c.l_c^2.(\sigma/\sigma_0) \tag{5.9}$$

la relation (5.8) donne une relation entre les perméabilités des phases et celle du matériau.
En remplaçant dans le cas limite, où la porosité capillaire serait nulle ($\phi = 0$), la formule (5.8) permet aussi de calculer la perméabilité de la phase solide de la pâte de ciment. Ainsi pour une porosité capillaire nulle, la formule de Katz-Thompson donne pour la perméabilité k_l de la phase la moins perméable et donc de la partie solide de

la pâte de ciment :

$$k_l = k_{\phi=0} = k_{CSH}\left[1 - \frac{1-\phi_{CSH}}{1-\phi'_c}\right]^2 \tag{5.10}$$

où ϕ'_c représente la fraction volumique critique de CSH obtenue par percolation, ϕ_{CSH} la fraction volumique de CSH et k_{CSH} la perméabilité à l'eau des gels CSH. En s'appuyant sur les travaux de Bentz *et al.* [Bentz et al., 1996] ϕ'_c est prise égale à 0.17. Les travaux de Powers [Powers, 1958] ont donné pour la perméabilité à l'eau des gels CSH la valeur de $7.10^{-16}\ m.s^{-1}$. La fraction volumique de CSH peut être obtenue par la relation :

$$\phi_{CSH} = \frac{V_{CSH}}{V_{nonhyd} + V_{CH} + V_{CSH}} \tag{5.11}$$

où V_{nonhyd} désigne le volume total d'éléments du ciment non-hydratés, V_{CSH} le volume total de CSH et V_{CH} le volume total de CH. Les volumes des hydrates sont définis à partir de l'hydratation de la pâte de ciment par les formules (4.12a et 4.12) données au chapitre 4. On peut ainsi calculer la conductivité hydraulique de la phase solide de la pâte de ciment.

La formule de Katz-Thompson permet également d'identifier la perméabilité de la phase cpillaire à partir du rayon dit de pore critique, qui est le rayon de pore pour lequel, à un instant donné, est assuré une connectivité dans le réseau capillaire. Pour cela, on suppose cette fois la perméabilité de la phase solide négligeable devant celle du réseau capillaire. A partir de la relation de McLachlan *et al.* (1986-1990) [Cui and Cahyadi, 2001], la perméabilité de la pâte de ciment s'écrit :

$$k = \frac{k_{cap}}{(1-\phi_c)^t}(\phi - \phi_c)^t \tag{5.12}$$

Et en identifiant à l'équation de Katz-Thompson, on obtient pour la perméabilité k_h de la phase la plus perméable et donc du réseau capillaire :

$$k_h = \frac{1.8}{226} l_c^2 (1-\phi_c)^2 \tag{5.13}$$

où l_c désigne le rayon de pore critique et ϕ_c la fraction volumique de la porosité pour laquelle il existe un réseau capillaire. La valeur de ϕ_c est obtenue par percolation et choisie égale à 0.18 suivant les travaux de Powers [Powers, 1958]. Ainsi, la perméabilité de la phase capillaire et celle de la partie solide de la pâte de ciment peuvent être calculées dès que le degré d'hydratation de la pâte est fixé et le rayon de pore critique donné. Des mesures de ce rayon de pore critique peuvent être déduites de la courbe logarithmique de distribution des pores dans la pâte de ciment obtenue par porosimétrie $f(r) = log(r)$, et il correspond à la coordonnée du premier 'pic' de la courbe pour des pores de diamètres supérieurs à 1 nm. Les pores de tailles plus petites n'étant pas considérés comme des pores capillaires permettant la circulation de fluides. Un exemple

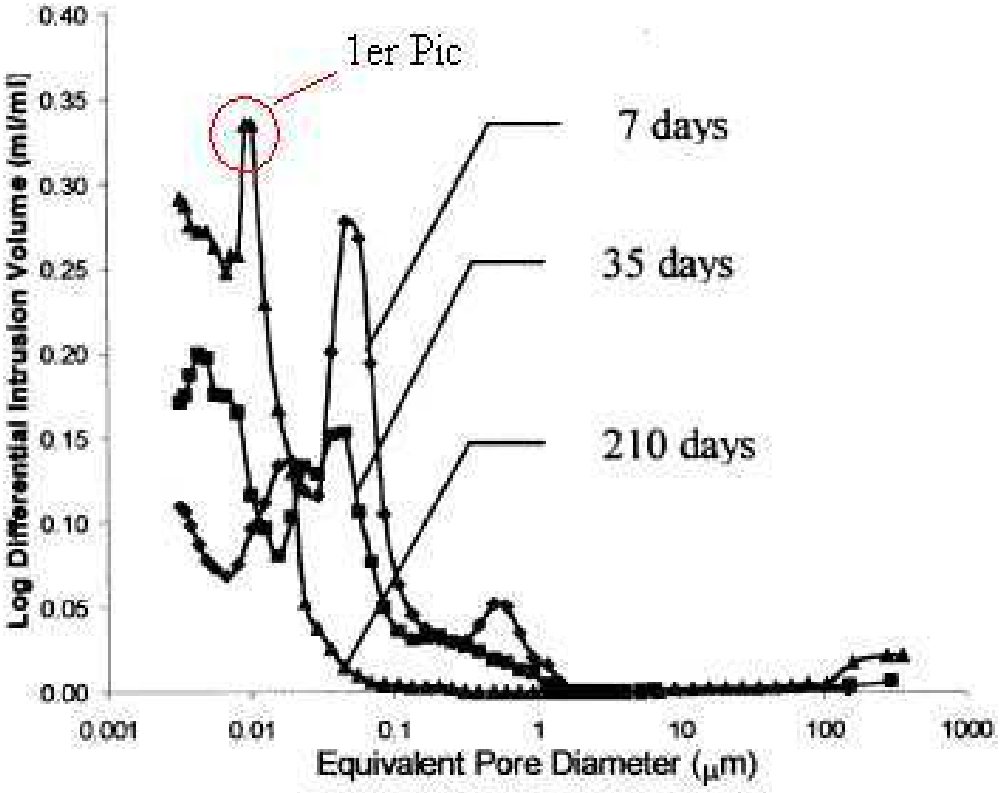


Figure 5.1 — Courbe logarithmique de porosimétrie d'une pâte de ciment de rapport $E/C = 0.4$ tirée des travaux de Cui et Cahyadi [Cui and Cahyadi, 2001].

est donnée à la ***Figure 5.1***.

Par ailleurs, on a considéré le point de vue adopté au chapitre précédent pour schématiser le VER qui est généré en ajoutant des particules de ciment toutes de même perméabilité dans la partie poreuse. La distribution granulométrique des particules retenue est celle donnée au chapitre 4.

5.2.2 Perméabilité de la pâte de ciment

Différents volumes représentatifs de la pâte de ciment ont été générés par le modèle Béton Numérique pour les rapports E/C retenus allant de 0.3 à 0.8. Les résultats de l'homogénéisation numérique en termes de perméabilité équivalente de la pâte de ciment sont comparés, dans un premier temps, aux résultats d'essais menés par Cui et Cahyadi [Cui and Cahyadi, 2001] pour les rapports $E/C = 0.3$ et $E/C = 0.4$. La porosité a été mesurée par ces auteurs par porosimétrie au mercure et le rayon de pore critique est déduit des courbes de distribution des pores. Sa valeur est prise égale à 0.01 μm. Nous avons retenu d'étudier la perméabilité des pâtes à 210 jours, la validité du modèle Katz-Thompson pour les matériaux cimentaires au jeune âge n'étant pas clairement attestée et dans la mesure où nous n'intégrons pas la cinétique d'hydratation dans notre modélisation, il semble en effet préférable de se limiter aux matériaux

supposés hydratés. En utilisant la démarche présentée au paragraphe précédent pour déterminer la perméabilité des constituants de la pâte de ciment, la perméabilité du réseau capillaire k_h et celle de la partie solide de la pâte k_l ont été calculées pour les différentes pâtes de ciment. Elles sont données au ***Tableau 5.1***.

E/C	Degré d'hydratation α_{hyd}	Porosité capillaire ϕ	$k_l[m^2]$	$k_h[m^2]$
0.3	0.732	0.059	$2.04\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.4	0.93	0.091	$2.85\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.5	0.96	0.171	$2.93\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$

Tableau 5.1 — Perméabilités des phases des pâtes de ciment à 210 jours.

Les résultats de la simulation sont également comparés à ceux fournis par les modèles classiques d'homogénéisation introduits dans le chapitre 2 : (HS) borne inférieure de Hashin-Shtrinkman, (Mat) borne inférieure de Matheron, (KT) formule de Katz-Thompson (5.9) dont les résultats sont tirés de [Cui and Cahyadi, 2001] et (CUI) résultats expérimentaux fournis par Cui et Cahyadi [Cui and Cahyadi, 2001]. Le ***Tableau 5.2*** présente cette confrontation, la perméabilité étant donnée en $[.10^{-23}\ m^2]$.

E/C	HS	Mat	Simu.	KT	CUI
0.3	2.298	2.315	2.46	4.33	< 2.69
0.4	3.424	3.487	4.0683	10.2	12.2
0.5	4.417	4.751	8.4547		

Tableau 5.2 — Perméabilité équivalente des pâtes de ciment en $[.10^{-23}\ m^2]$. Comparaison de la simulation, des essais et des modèles analytiques.

Le modèle de Katz-Thompson donne lui de bons résultats, et les simulations un ordre de grandeur correct. En conservant les perméabilités des constituants de la pâte correspondante à un rapport $E/C = 0.5$, la perméabilité équivalente est également calculée pour des pâtes de ciment avec rapports plus élevés $E/C = \{0.6, 0.7\}$. Les propriétés des phases sont données en Annexe A.1. Dans ce cas, la porosité des pâtes est très élevée et l'hydratation est supposée complète. Le coefficient d'hydratation est pris égal à 1. La ***Figure 5.2*** présente l'évolution de la perméabilité à l'eau équivalente de la pâte de ciment sur l'ensemble des rapports E/C étudiés. Cette perméabilité à l'eau est obtenue en fonction de la perméabilité intrinsèque à partir de la loi de Darcy sous la forme établie dans le chapitre (1) :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{\boldsymbol{k}_i \rho g}{\mu_{fl}} . \left(\boldsymbol{g} rad(\frac{P}{\rho g} + \boldsymbol{z}) \right) \tag{5.14}$$

où $g \simeq 10\ m.s^{-2}$ désigne l'accélération de la pesanteur, $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$ la masse volumique de l'eau, $\mu_{fl} = 1\ 10^{-3}\ kg.m^{-1}.s^{-1}$ sa viscosité dynamique et z la coordonnée ascendante du point d'application.

Comme nous pouvons le constater, la perméabilité équivalente augmente en fonction du rapport E/C. Cela peut, dans un premier temps, s'expliquer par l'augmentation de

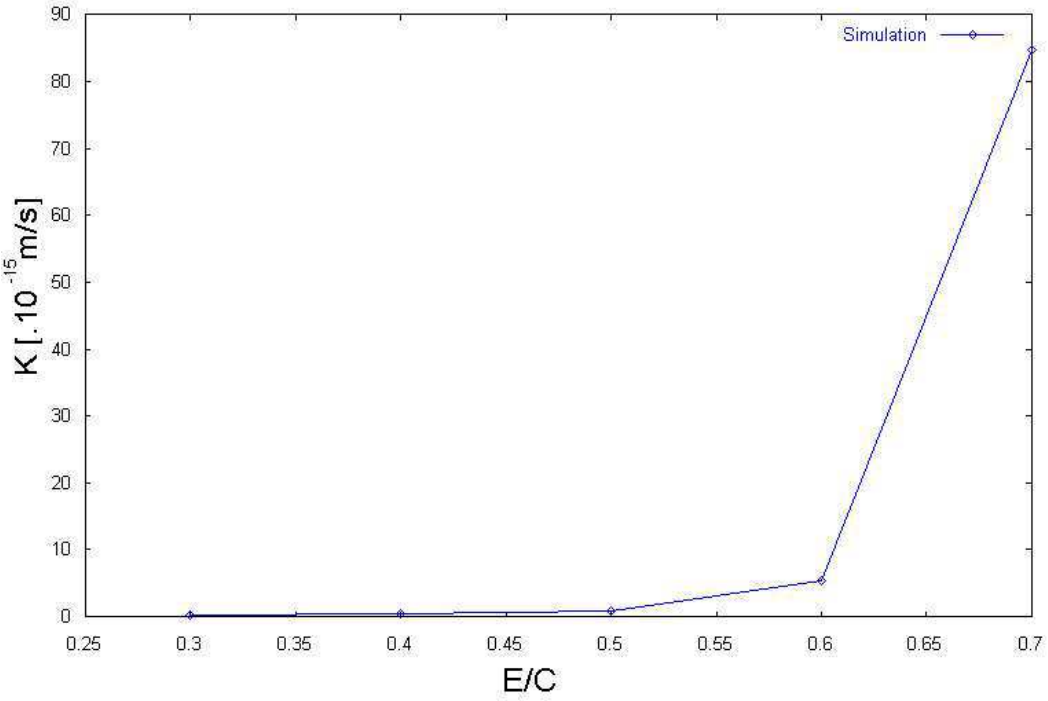


Figure 5.2 — Résultats de la simulation pour la perméabilité à l'eau des pâtes de ciment en fonction du rapport E/C.

la perméabilité de la phase solide de la pâte de ciment qui dépend du degré d'hydratation. Mais l'augmentation de la perméabilité équivalente est plus influencée encore par l'augmentation de la porosité de la pâte de ciment. En effet, on le constate pour des rapports E/C supérieurs à 0.5 où la perméabilité de la phase solide est la même pour chaque cas mais avec une fraction volumique de la porosité différente.
Nous avons cherché à confronter ces résultats avec les mesures de perméabilité à l'eau des pâtes de ciment réalisées par Powers *et al.* [Powers et al., 1954]. Les résultats des simulations donnent une perméabilité à l'eau plus faible que celle mesurée pour ce même type de pâte de ciment. Cet écart peut s'expliquer par le fait que les essais ont été effectués pour des degrés d'hydratation inférieurs à ceux simulés sur des pâtes de ciment à 28 jours, donc plus jeunes. Or, les tests expérimentaux [Cui and Cahyadi, 2001] ont montré que la perméabilité d'une pâte de ciment diminue avec l'augmentation du degré d'hydratation. C'est ce qui peut justifier la différence entre les résultats du calcul et les mesures expérimentales.
Le choix de prendre le même rayon de pore critique pour chaque pâte peut aussi contribuer à donner des résultats différents des essais. Ce rayon varie en fait en fonction du degré d'hydratation et du type de pâte de ciment [Baroghel-Bouny, 1994].

5.2.3 Localisation des flux hydrauliques

La localisation des flux hydrauliques au sein de la microstructure permet ici de visualiser l'écoulement du fluide à travers les phases de la pâte de ciment. Elle est présentée au ***Figures 5.3*** pour différentes pâtes de ciment de rapport $E/C = \{0.3, 0.4, 0.5\}$. Cette visualisation permet de vérifier s'il existe un réseau connecté dans le VER. Aussi, on peut voir l'absence de réseau connecté pour la pâte de rapport $E/C = 0.3$, puis l'apparition et l'augmentation de ce réseau lorsque le rapport E/C augmente.

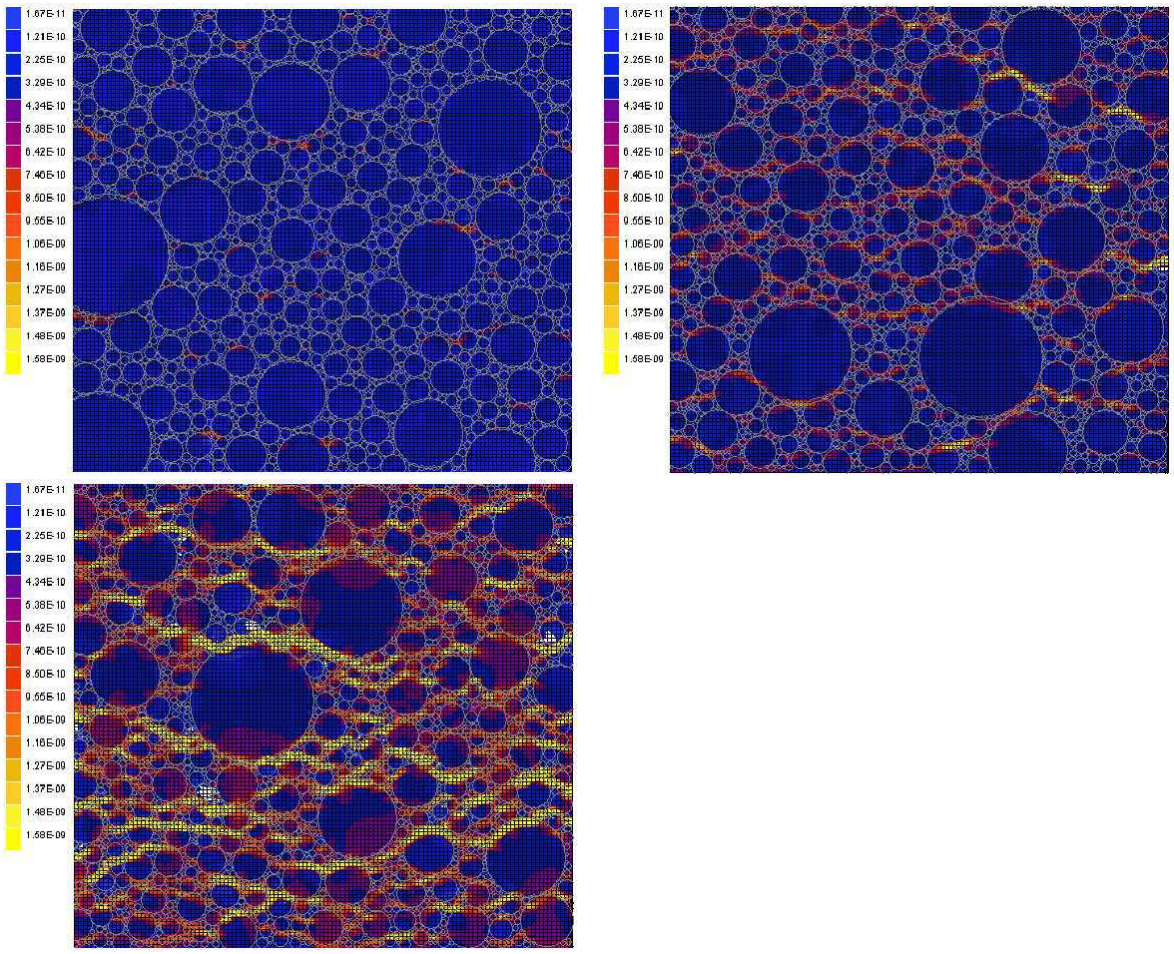


Figure 5.3 — Localisation des flux hydrauliques locaux induits par un flux macroscopique selon l'axe Ox dans les pâtes avec $E/C = 0.3$ (en haut à gauche), $E/C = 0.4$ (en haut à droite), $E/C = 0.5$ (en bas)

5.3 Application au calcul de la perméabilité des bétons

Deux types de bétons ont été simulés avec l'objectif de mettre en valeur les possibilités de l'outil numérique pour caractériser la perméabilité des bétons à partir de la

connaissance des propriétés de leurs constituants. Dans un premier temps, la simulation concerne une étude de la perméabilité à l'eau d'un béton. Puis, une seconde étude est réalisée pour caractériser la perméabilité au gaz du béton hautes performances $M100C$ et est confrontée aux résultats expérimentaux de Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998].

5.3.1 Perméabilité à l'eau d'un béton

Le béton est schématisé par une pâte de ciment supposée homogène renforcée par des granulats calcaires. Les données matériaux pour les deux constituants sont présentées au ***Tableau 5.3***. Les valeurs de perméabilité de la pâte de ciment retenue pour les simulations selon le rapport E/C sont issues des mesures réalisées par Powers [Powers et al., 1954], ainsi que la perméabilité à l'eau des granulats calcaires. Les diamètres des granulats générés et leur pourcentage volumique utilisés pour la génération du VER sont présentés au ***Tableau 5.4***. Le béton constitué de la pâte de ciment de rapport $E/C = 0.65$ contient 87% de granulats, et celui constitué de la pâte de ciment de rapport $E/C = 0.8$ contient 89% de granulats.

Rapport E/C	Pâte de ciment	Granulats
0.65	$1\ 10^{-12}\ [m/s]$	$1\ 10^{-13}\ [m/s]$
0.8	$2\ 10^{-12}\ [m/s]$	$1\ 10^{-13}\ [m/s]$

Tableau 5.3 — Perméabilités des pâtes de ciment et des granulats calcaires utilisés dans les bétons.

Grains de sable		Granulats	
Diamètre	Pourcentage cumulé	Diamètre	Pourcentage cumulé
$4.74mm$	4.2	$19mm$	15.8
$2.36mm$	9.7	$12.7mm$	39.8
$1.18mm$	21.3	$4.75mm$	91.7
$600\mu m$	45.1	$2.97mm$	100
$300\mu m$	68.5		
$150\mu m$	93.6		
$74\mu m$	98.8		
ajouts	100		

Tableau 5.4 — Granulométrie des bétons testés par Bisaillon et Malhotra [Whiting and Walitt, 1988, page 175].

Les résultats de la simulation sont confrontés à l'étude expérimentale menée par Bisaillon et Malhotra [Whiting and Walitt, 1988, page 175]. Ces auteurs ont étudié l'influence de deux rapports E/C ($E/C = 0.8$, et $E/C = 0.65$) pour la pâte de ciment sur la perméabilité des bétons obtenus. Pour chaque béton, 3 échantillons de masses distinctes ont été réalisés à 3 températures différentes. La confrontation des résultats de simulation et des essais est présentée au ***Tableau 5.5***.
On constate que pour un rapport E/C qui augmente, la perméabilité du béton augmente. Les valeurs calculées donnent une bonne approximation de la perméabilité à

l'eau du béton comprise dans la plage mesurée. On peut néanmoins noter que la perméabilité à l'eau de la pâte de ciment retenue pour la simulation n'est probablement pas correcte du fait de la présence d'une auréole de transition autour des granulats dont la perméabilité est plus élevée que celle de la pâte de ciment. Cette zone de transition n'a pas été simulée, la pâte étant supposée homogène.

Rapport E/C de la pâte de ciment	Béton Numérique $(.10^{-12} m/s)$	Essais $(.10^{-12} m/s)$
$E/C = 0.8$	$K = 5.198$	$0.99(\pm 0.99) \leq K \leq 15.9(\pm 10.3)$
$E/C = 0.65$	$K = 2.214$	$0.50(\pm 0.36) \leq K \leq 2.92(\pm 1.24)$

Tableau 5.5 — Comparaisons pour l'étude de la perméabilité à l'eau des bétons.

5.3.2 Perméabilité au gaz et intrinsèque du Béton Hautes Performances $M100C$

Dans cette étude, nous nous proposons de déterminer la perméabilité intrinsèque du Béton Hautes Performances $M100C$, dont nous avons étudié au chapitre 4 le comportement thermo-élastique. Des mesures expérimentales de perméabilité ont été effectuées par Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998] sur ce béton à hautes températures à partir de $105°C$. La simulation de la perméabilité du BHP $M100C$ à ces hautes températures sera présentée au chapitre suivant.

Des mesures de perméabilité du BHP $M100C$ ont été réalisées au gaz, plus précisément à l'azote par Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998]. La mesure de la perméabilité au gaz ou à l'eau d'un béton permet d'en déduire sa perméabilité intrinsèque, en multipliant le coefficient mesuré (en m/s) par 17 10^{-5} pour le gaz (air), ou par 10^{-7} pour l'eau, qui correspond au facteur $\mu_{fl}/\rho g$ intervenant dans la loi de Darcy (1.34), μ_{fl} étant la viscosité dynamique du fluide et ρ sa masse volumique. La perméabilité intrinsèque n'est pas la même selon que la mesure se fait à l'eau ou au gaz, ou pour tout autre fluide [Loosveldt et al., 2002]. Pour les mesures effectuées sur le BHP $M100C$, la perméabilité au gaz (k_g) est obtenue en m^2, et cette perméabilité est reliée à la perméabilité intrinsèque (k_i) selon le principe de Klinkenberg :

$$k_g = k_i(1 + \frac{b}{P}) \tag{5.15}$$

où b ($[Pa]$) est un coefficient déterminé expérimentalement, et qui vaut environ 1 pour des perméabilités au gaz inférieures à 10^{-15} m^2, P ($[Pa]$) la pression moyenne telle que $P = (P_i + P_{atm})/2$ avec P_i la pression absolue appliquée et $P_{atm} = 101325$ Pa la pression atmosphérique.
Les résultats expérimentaux conduisent ainsi pour le BHP $M100C$ à une perméabilité au gaz inférieure à :

$$k_g = 25\ 10^{-18}\ m^2$$

et à la perméabilité intrinsèque inférieure à :

$$k_i = 8\ 10^{-18}\ m^2$$

Les perméabilités des matériaux utilisés dans la conception du BHP $M100C$ ne sont pas connues, de sorte que nous avons été amené à choisir de façon arbitraire leur perméabilité intrinsèque initiale. On a considéré pour la pâte de ciment avec un rapport $E/C = 0.3$, de constitution décrite dans le chapitre 4, une perméabilité intrinsèque égale à $5\ 10^{-18}\ m^2$, et pour les granulats $5\ 10^{-20}\ m^2$.
Les simulations donnent directement la perméabilité intrinsèque équivalente et on obtient ainsi pour le BHP $M100C$ la valeur :

$$k_i^{hom} = 1.06\ 10^{-18}\ m^2$$

A titre de comparaison la valeur de la perméabilité intrinsèque du BHP $M100C$ mesurée à la température de $105°C$ par Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998] vaut $10\ 10^{-18}\ m^2$. En considérant le fait qu'à hautes températures la perméabilité d'un béton augmente, la valeur calculée ici, à la température initiale, peut être considérée comme potentiellement acceptable.

Concernant cette partie sur le calcul de la perméabilité intrinsèque du BHP $M100C$, le manque de données expérimentales ne permet pas encore de justifier le choix des propriétés des constituants. Ce choix sera discuté lors de l'étude de la perméabilité en fonction de la température au chapitre suivant.

5.3.3 Localisation des flux hydrauliques $\boldsymbol{v}$

La localisation des flux hydrauliques dans la microstructure permet de suivre l'écoulement du fluide et son cheminement dans le réseau capillaire. Sur la ***Figure 5.4***, on visualise le flux hydraulique $\boldsymbol{v}$ obtenu pour un chargement en pression imposé sur le bord du VER selon l'axe Ox. Le fluide suit ici le réseau le plus perméable, c'est-à-dire celui de la pâte de ciment. Le code numérique permet également de visualiser les directions des flux hydrauliques $\boldsymbol{v}$ comme le montre la ***Figure 5.5***.

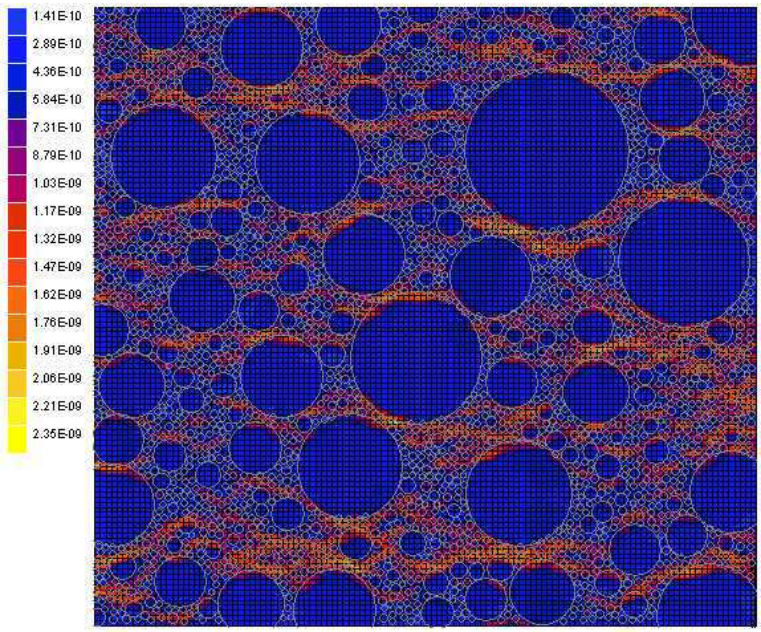


Figure 5.4 — Localisation dans la microstructure du BHP $M100C$ du flux hydraulique $\boldsymbol{v}$ obtenu pour un chargement en pression sur le bord du VER selon l'axe Ox

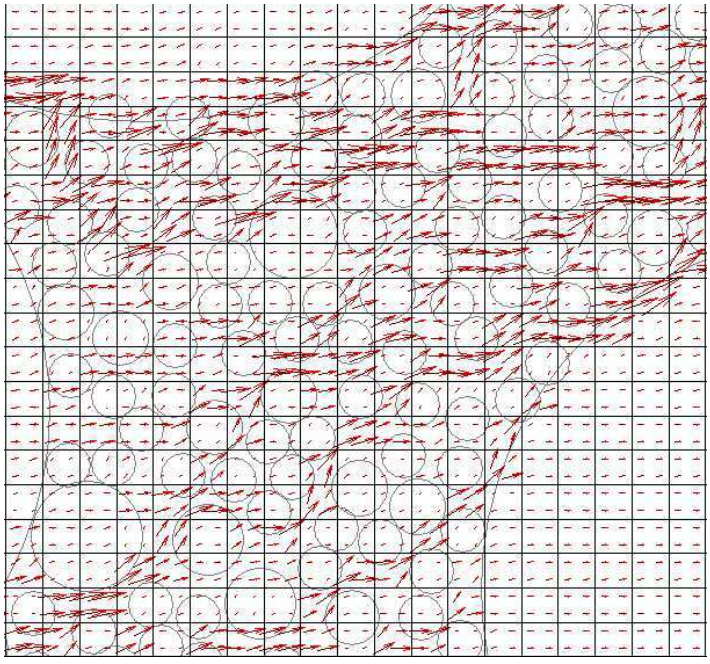


Figure 5.5 — Vecteurs du flux hydraulique obtenus pour un chargement en pression imposé sur le bord du VER du béton.

Simulation de l'Endommagement des Matériaux Cimentaires sous de Grandes Sollicitations Thermiques

CHAPITRE 6

Comportement des Bétons Hautes Performances soumis à des hautes températures

Cette partie du travail rentre dans le cadre de l'étude de la durabilité des ouvrages en béton en cas d'incendie. Elle a pour objectif de comprendre et de simuler les mécanismes d'endommagement et de déformation du béton à hautes températures jusqu'à $600°C$ environ. L'approche multi-échelles est associée au modèle Béton Numérique et couplée au modèle d'endommagement MODEV. Plusieurs types d'endommagement locaux sont combinés pour reproduire les effets observés expérimentalement au sein du béton lors de la montée en température. L'influence d'un couplage d'un chargement mécanique de compression et de traction sur la déformation thermique peut être analysée ainsi que l'évolution des propriétés des bétons avec la montée en température pendant le chauffage. Les problèmes d'homogénéisation sont au préalable reformulés pour intégrer les non linéarités de comportement dues à ces endommagements locaaux.

6.1 Formulation et mise en œuvre des problèmes d'homogénéisation en non linéaire

Dans le but de simuler le comportement des matériaux cimentaires endommagés, des lois de comportement thermo-poro-élastique et hydraulique non linéaires sont proposées à l'échelle microscopique.

6.1.1 Comportement thermo-élastique

La loi de comportement en contraintes thermo-élastique non linéaire de la phase solide du matériau poreux est écrite sous la forme :

$$\sigma(\mathbf{y}) = \mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) : (\varepsilon(\mathbf{y}) - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{y})\Delta T) \qquad \mathbf{y} \in V \tag{6.1}$$

où le tenseur de rigidité des phases dépend maintenant de la déformation des phases et le tenseur de dilatation thermique $\boldsymbol{\alpha}$ des phases dépend non linéairement de la température. La dépendance du tenseur de rigidité en fonction de la déformation est prise sous la forme :

$$\mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) = [1 - g(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y})))]\boldsymbol{C}(\mathbf{y}) \tag{6.2}$$

où $\boldsymbol{C}(\mathbf{y})$ désigne le tenseur de rigidité des phases saines, g une fonction de d^s et d^d les deux paramètres d'endommagement sphérique et déviatorique, fonction respectivement de la déformation équivalente sphérique $\tilde{\varepsilon}_s$ et déviatorique $\tilde{\varepsilon}_d$. L'évolution ces paramètres d'endommagement est donnée par :

$$d^s = 1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_0^s}{\tilde{\varepsilon}^s} exp[-B_t(\tilde{\varepsilon}^s - \tilde{\varepsilon}_0^s)] \tag{6.3a}$$

$$d^d = 1 - exp[-B_c(\tilde{\varepsilon}^d - \tilde{\varepsilon}_0^d)] \tag{6.3b}$$

où B_t est un coefficient matériau associé à sa résistance à la traction et B_c un coefficient associé à sa résistance à la compression, avec :

$$\tilde{\varepsilon}_0^s = \frac{f_t}{3E}(1 - 2\nu) \tag{6.4a}$$

$$\tilde{\varepsilon}_0^d = \frac{\sqrt{2} f_{cis}}{2G} = \frac{\sqrt{2} f_{cis}}{E}(1 + \nu) \tag{6.4b}$$

où E désignent le module de Young, G le module de cisaillement, ν le coefficient de Poisson du matériau, f_t la résistance à la traction du matériau et f_{cis} sa résistance au cisaillement.
Différentes fonctions $g(d^s, d^d)$ seront envisagées dans les applications telles que :

$$g(d^s = 0, d^d = 0) = 0 \quad \text{et} \quad g(d^s = 1, d^d = 1) = 1 \tag{6.5}$$

Ce modèle d'endommagement a été proposé et validé par Ung [Ung Quoc, 2003] pour simuler le comportement macroscopique d'un béton. Il est adapté ici à l'échelle microscopique du VER.

La dépendance du tenseur de dilatation thermique des phases $\boldsymbol{\alpha}$ en fonction de la température est fournie par des études expérimentales comme celles menées par Bazant et Kaplan [Bazant and Kaplan, 1996] et Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004]. Ainsi, Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004] a mesuré l'évolution présentée à la ***Figure 6.1*** pour la pâte de ciment et des granulats calcaires.

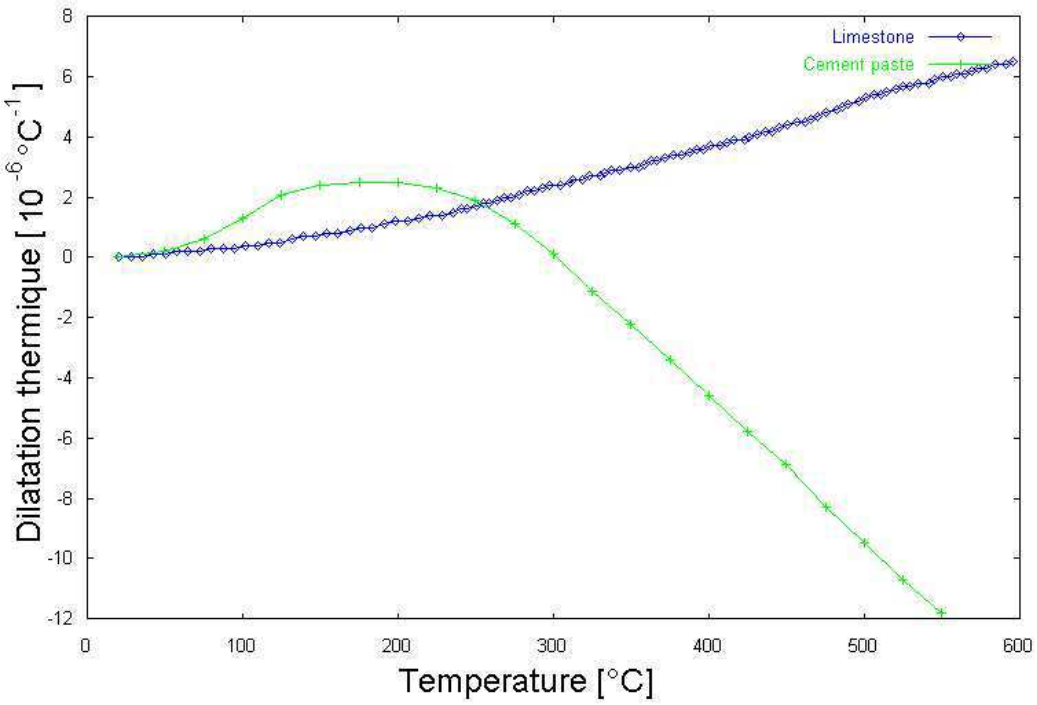


Figure 6.1 — Evolution de la dilatation thermique de la pâte de ciment et des granulats calcaires. Résultats expérimentaux proposés par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004].

Le problème cellulaire est complété par les équations d'équilibre et la condition aux limites, $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{E}.\boldsymbol{y} \quad \boldsymbol{y} \in \partial V$, ou en approche contrainte, $\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\Sigma}.\boldsymbol{n} \quad \boldsymbol{y} \in \partial V$. Le comportement homogénéisé non linéaire est alors défini par la formulation sécante reliant les moyennes des contraintes et des déformations solutions du problème cellulaire :

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_V = \frac{1}{|V|} \int_V \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) \mathrm{d}y = \boldsymbol{C}^{hom}(\boldsymbol{E}) : (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{\alpha}^{hom}(T)\Delta T) \tag{6.6}$$

ou

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_V = \boldsymbol{C}^{hom}(\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_V) : (\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_V - \boldsymbol{\alpha}^{hom}(T)\Delta T) \tag{6.7}$$

En pratique, un premier calcul est réalisé afin d'estimer les déformations du BHP à

hautes températures. Dans le même temps les variables d'endommagement d^s et d^d sont calculées. Ceci afin de les introduire ensuite dans le calcul d'homogénéisation pour estimer la rigidité homogénéisée, et plus particulièrement le module d'élasticité homogénéisé du matériau endommagé.

6.1.2 Comportement hydraulique

Les études expérimentales des géomatériaux endommagés ont permis de rendre compte d'une modification de leur microstructure et en conséquence d'une variation de leur perméabilité [Bounenni, 2002], [Dormieux and Kondo, 2004]. Ainsi, lors de sollicitations sévères de températures ou mécaniques, la perméabilité des matériaux cimentaires augmente fortement [Bary, 1996], [Goueygou et al., 2003], [Picandet, 2001], [Picandet et al., 2001], [Tsimbrovska, 1998].
Pour rendre compte de ce phénomène par notre approche multi-échelles, la perméabilité des phases est supposée dépendante de l'état local de déformations locales :

$$\boldsymbol{k}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{k}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})) \tag{6.8}$$

avec la même problématique que précédemment.
Dans cette étude, le modèle d'Arsenault [Bary, 1996] est utilisé pour proposer une forme d'évolution de la perméabilité locale en fonction de l'endommagement sphérique d^s. L'endommagement sphérique, lié à la déformation hydrostatique, est rendu principalement responsable de la modification du réseau poreux, l'effet déviatorique ne devant que modifier la disposition de ce réseau sans modifier son volume. Ce modèle empirique a été validé pour des essais sur des bétons endommagés à l'échelle macroscopique. En supposant que le comportement hydraulique macroscopique dépend fortement du comportement de chaque phase du matériau, ce modèle est retenu ici à l'échelle locale et la perméabilité de chaque phase s'écrit sous la forme exponentielle suivante :

$$\boldsymbol{k}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})) = k_0(\boldsymbol{y}) exp\left(\alpha_d d^s(\tilde{\varepsilon}^s(\boldsymbol{y}))^\beta\right) \tag{6.9}$$

où $k_0(\boldsymbol{y})$ est la perméabilité de la phase non endommagée, α_d et β des coefficients empiriques propres au matériau et aux conditions d'essais [Bary, 1996], [Gerard, 1996]. Nous retenons ici les valeurs de 8 pour α_d et de 0.8 pour β.
La perméabilité équivalente du matériau endommagé est obtenue par la relation :

$$\langle \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \rangle_V = \frac{1}{V} \int_{|V|} \boldsymbol{v}(\boldsymbol{y}) \mathrm{d}y = -\boldsymbol{k}^{hom} \langle \boldsymbol{g}rad(h(\boldsymbol{y})) \rangle_V \tag{6.10}$$

En pratique, une fois atteint en un point le seuil d'endommagement sphérique par le calcul dans le Volume Élémentaire Représentatif, le paramètre d'endommagement sphérique est calculé par la relation (6.3a) en tout nœud du maillage. L'endommagement est ainsi obtenu après un calcul thermo-élastique pour lequel on impose un chargement en température sur le VER et un chargement en contrainte sur le bord de ce VER. A la fin de ce calcul, on détermine la perméabilité aux nœuds du VER par la

relation (6.9). Puis, la résolution du problème cellulaire et la prise de moyenne (6.10) permettent alors de calculer la perméabilité équivalente du matériau endommagé.

6.2 Simulation du comportement de bétons en compression à hautes températures

Les essais réalisés sur les bétons à hautes températures sont, pour la majorité d'entre eux, des tests de résistance à la compression de bétons ordinaires ou à hautes performances soumis à une montée en température. Le comportement observé en déformations révèle une décroissance des déformations totales lors de la montée en température lorsqu'un chargement en compression est imposé sur une face de l'échantillon de béton. Ce type de comportement est connu sous le nom de 'fluage thermique transitoire' (FTT) ou encore sous le nom de 'déformations thermiques transitoires' (DTT). Ces résultats sont sujets à de nombreuses interprétations [Khoury et al., 1985], [Bazant and Kaplan, 1996] et différents modèles ont été proposés, comme des modèles analytiques [Khoury et al., 1985], [Stabler and Baker, 2000], [Willam et al., 2004]. Les modèles classiques numériques sont macroscopiques et introduisent dans la loi de comportement thermo-mécanique un paramètre afin de tenir compte du fluage thermique transitoire [Khoury, 1995], [Nechnech et al., 2002]. Dans cette étude ce terme FTT supplémentaire ne sera pas introduit. Les simulations réalisées à l'échelle du VER tiennent en effet compte de la microstructure du béton et des interactions entre ses différents constituants et donc de l'influence des constituants du béton sur l'endommagement de la microstructure. L'approche micromécanique va permettre de mettre en évidence l'effet structurel de l'endommagement des bétons à hautes températures sous charge de compression.

6.2.1 Description des essais simulés

Les résultats présentés dans cette partie concernent la simulation des essais réalisés sur le BHP $M100C$ par Pimienta [Pimienta, 1999] et Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004]. Pour ces essais quelques hypothèses de mise en œuvre avaient été faites [Gaweska Hager, 2004] :

- la force de compression est constante et appliquée de façon uniforme,
- les mesures de déformations sont réalisées à l'aide d'un extensomètre 2 min après la sortie de l'échantillon du four dans une zone de 10 cm dans la zone centrale,
- la vitesse de montée en température a été choisie faible et égale à 1 $°C/min$, pour pouvoir négliger les effets de structure liées aux gradients de température,
- l'état des contraintes est considéré comme uniaxial dans cette zone de mesures,
- la zone des mesures des déformations est considérée homogène du point de vue de la température du four et de l'échantillon.

Pour se rapprocher des conditions expérimentales, le VER du béton généré numériquement est soumis à un chargement uniforme en contraintes appliquées et à

un incrément de température ΔT. Le chargement est imposé sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\Sigma}.\boldsymbol{n} \qquad \text{sur le bord du VER} \tag{6.11}$$

avec $\boldsymbol{\Sigma} = P\mathbf{1}$ où P est la charge de compression prise égale à 0%, 20% ou 40% de la résistance en compression du béton prise égale à 120 $[MPa]$. La température est incrémentée depuis la valeur de $20°C$ par pas de $10°C$. Les caractéristiques des phases saines pour la pâte de ciment et les granulats sont données en Annexe B.1. La distribution granulométrique est également celle utilisée dans les calculs d'homogénéisation en linéaire et présentée en Annexe B.2.
L'évolution des tenseurs de dilatation thermique des phases est issue de la courbe expérimentale (6.1) fournie par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004].

6.2.2 Comportement mécanique du BHP endommagé

Analyse des déformations macroscopique

Les déformations macroscopiques sont tout d'abord calculées au cours de la montée en température en moyennant les déformations locales totales d'origine mécanique et thermique. Ces déformations macroscopiques totales sont confrontées aux mesures expérimentales à la ***Figure 6.2*** pour la composante E_{yy} selon l'axe de compression imposée.
En absence de chargement de compression (0%), on observe une très bonne confrontation de la simulation avec les mesures sur l'ensemble de la montée en température.
Sous un chargement combiné de compression et de température, les déformations calculées sont supérieures à celles mesurées mais les tendances d'évolution sont respectées. Nous reviendrons ultérieurement sur cette différence.

Dans le cas où aucun chargement mécanique n'est appliqué, la déformation totale augmente fortement jusqu'à $600°C$. L'évolution des dilatations thermiques des constituants avec la température entraîne en effet des dilatations différentielles localisées qui entraînent une augmentation de la déformation du béton. Par contre, pour les cas où le béton est soumis à un chargement en compression, les déformations sont gênées et donc moins élevées avant la rupture. Aussi, plus la charge en compression est importante, plus les déformations sont faibles. Lorsque la température est importante, l'endommagement généré par les dilatations différentielles et la charge en compression devient de plus en plus élevé. La localisation de l'endommagement fragilise le matériau localement et peut entraîner une dégradation plus généralisée. Ce phénomène est observé à la température de $500°C$ pour le BHP soumis à une compression équivalente à 20 % de sa résistance en compression lorsque la courbe chute. Et la dégradation est plus avancée, autour de $400°C$, lorsque la charge en compression est équivalente à 40 % de sa résistance en compression.
Jusqu'à $250°C$ la pâte de ciment se dilate. Cela est dû au fait que l'eau dans les pores se dilate sous l'effet de la température. C'est pourquoi pour des températures

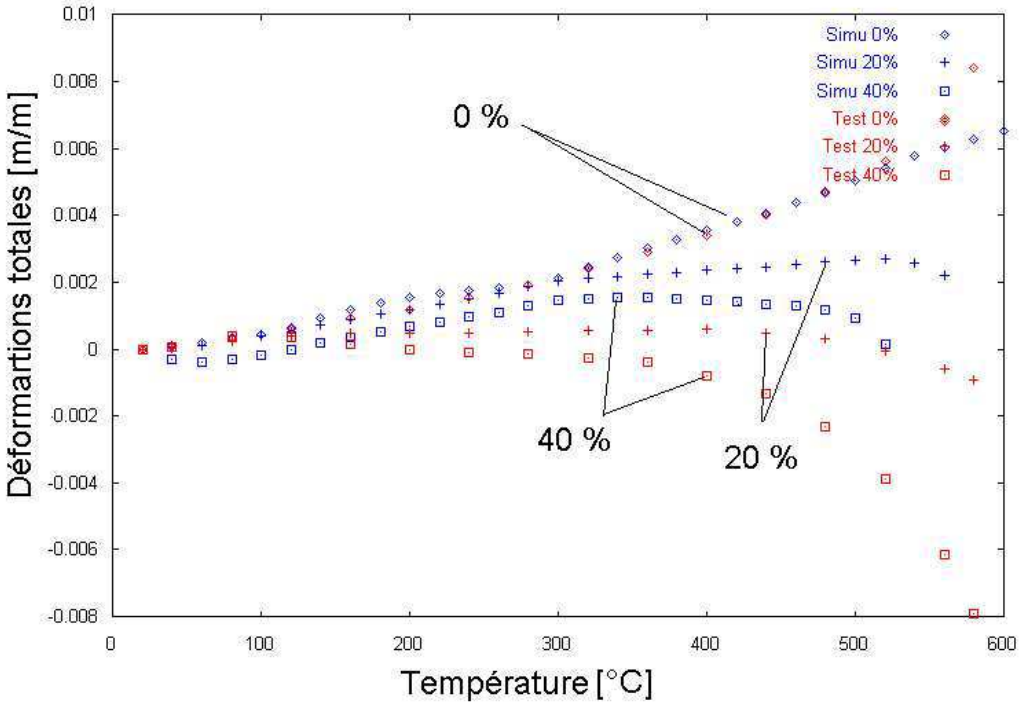


Figure 6.2 — Comparaisons des déformations macroscopiques mesurées et calculées pour le BHP M100C soumis à de hautes températures avec ou sans chargement en compression.

allant jusqu'à $250°C$ et sans chargement mécanique, l'endommagement sphérique, lié à l'effet hydrostatique, est très important. Puis l'eau se transforme en vapeur d'eau, et commence à s'échapper de la pâte de ciment par le réseau poreux (si toutefois il est connecté). Ce qui a pour effet une contraction de la pâte de ciment. L'augmentation de l'endommagement observée pour des températures supérieures à $250°C$ sont en grande partie dues à une fragilisation de la microstructure. On parle alors d'effet microstructural sur le comportement du BHP à hautes températures.
Lorsque le BHP est soumis à un effort de compression, la dilatation des composants est gênée jusqu'à $250°C$. Au-delà de cette température la courbe de la dilatation thermique de la pâte de ciment commence à chuter tandis que celle des granulats calcaires continue à croître. Ce qui contribue à accentuer l'effet de contraction dans la phase pâte de ciment généré par le chargement macroscopique imposé et les dilatations des granulats. Ce phénomène s'accompagne d'un effet Poisson entraînant donc un effet de traction selon l'axe Ox, perpendiculaire à l'axe de compression $0y$. Cet effort de traction entraîne un endommagement résultant des deux types d'endommagement : sphérique et déviatorique. L'étude du comportement des bétons à hautes températures en compression montre qu'il est intéressant d'étudier son comportement à hautes températures en traction.

Comme nous l'avons dit précédemment, des différences de l'ordre de 10^{-3} apparaissent entre les déformations simulées et celles mesurées pour les cas de

couplage : chargement mécanique et température. Des simulations sur un autre béton [Mounajed et al., 2006], [Mounajed et al., 2005a] ont également montré des écarts du même ordre de grandeur avec des résultats expérimentaux comme le montre la ***Figure 6.3***. Les simulations sur un béton de résistance à la compression de 107 $[MPa]$ sollicité par un chargement en compression de 0%, 20%, 40% et 60% de cette résistance sont confrontées cette fois aux travaux expérimentaux rapportés par Holst [Holst, 1994]. L'évolution simulée au-delà de la température critique, pour laquelle commence la dégradation, suit la même courbe que celles mesurées. On constate que des bétons issus d'une même fabrication et ayant des propriétés presque identiques, présentent le comportement en déformations à hautes températures (avec ou sans chargement mécanique) qui peut être légèrement différent.

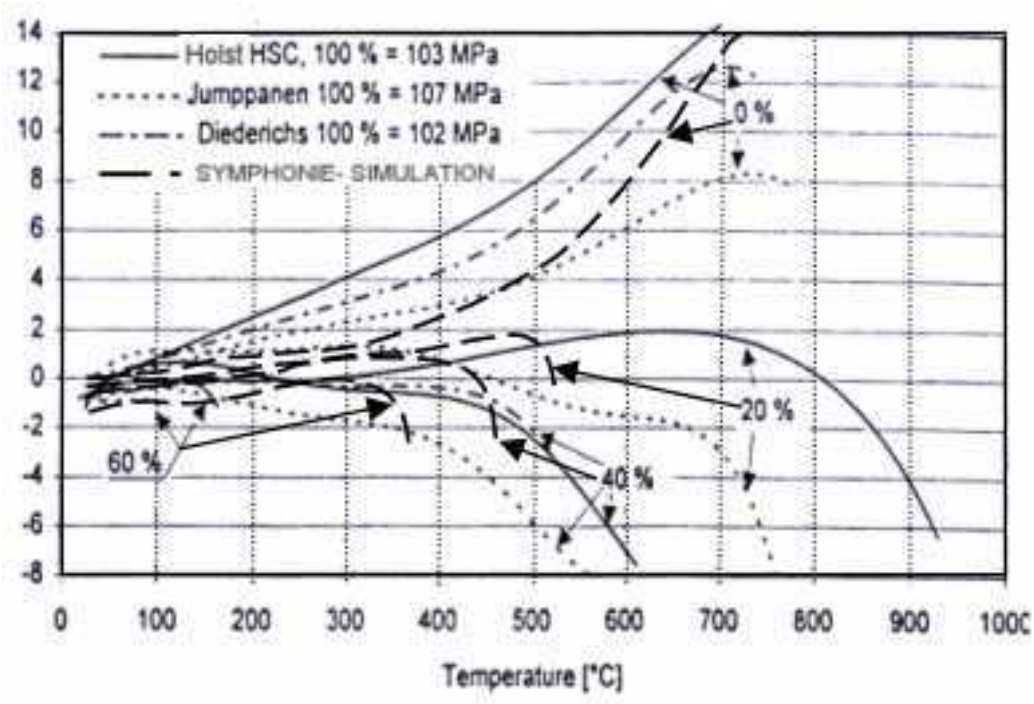


Figure 6.3 — Evolution des déformations macroscopiques de bétons soumis à des à hautes températures sous chargement de compression. Confrontation des simulations et des essais rapportés par F. Holst [Holst, 1994].

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la distribution des granulats dans le VER sur le comportement du BHP. Les évolutions des déformations moyennes en fonction de la température pour trois distributions différentes des granulats sont confrontées à la ***Figure 6.4***. Les résultats présentés montrent que la distribution des composants du BHP modifie son comportement à la rupture. Le BHP se dilate de la même façon pour chacune des distributions, mais au moment où il se fragilise le plus (au-delà de $400°C$ ici) le comportement varie légèrement selon la distribution. On peut donc parler d'effet microstructural sur le comportement à hautes températures.

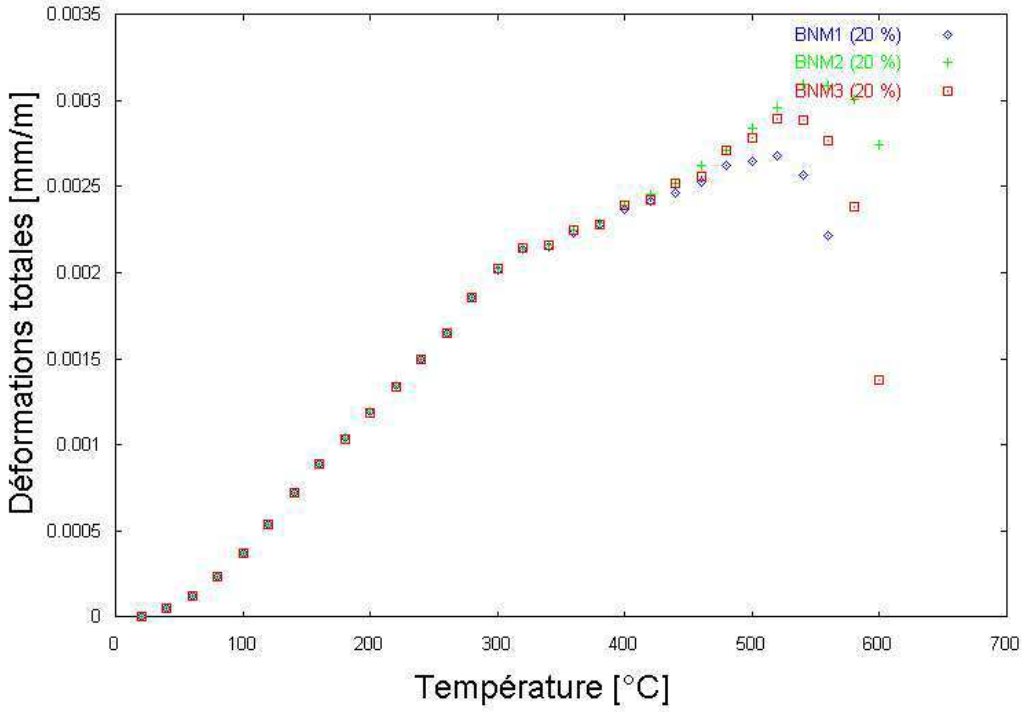


Figure 6.4 — Influence de la distribution des granulats (BNM2 et BNM3) sur les déformations du BHP à hautes températures et sous 20% de charge en compression.

L'ensemble des calculs présentés a permis de suivre l'évolution de l'endommagement du BHP à travers l'étude des déformations macroscopiques. Les résultats des simulations sont apparus du même ordre de grandeur que les résultats des essais. Les déformations générées sont rendues responsables de l'endomagement local et des modifications de la microstructure. L'étude qui suit concerne l'identification de la rigidité du matériau endommagé à partir de l'évolution de la rigidité de ses constituants.

Evolution de la rigidité

Nous confrontons maintenant l'évolution du module d'Young homogénéisé avec la montée en température obtenu par simulations avec celle mesurée par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004] et Pimienta [Pimienta, 1999]. Le comportement équivalent est obtenu après résolution des problèmes cellulaires avec un chargement $\boldsymbol{E}$ unitaire imposé sur le bord du VER et un chargement unitaire en température. Les valeurs de l'endommagement local sont introduites dans la loi de comportement locale des constituants endommagés. Deux lois d'endommagement ont été testées de la forme :

$$\sigma(\mathbf{y}) = [1-g(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y})))]\mathbf{C}(\mathbf{y}) : [\varepsilon(\mathbf{y})-\alpha(\mathbf{y},T).\Delta T] \tag{6.12}$$

avec

$$g(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y}))) = g_1(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y}))) = 1-(1-d^s)(1-d^d) = d^s+d^d-d^s d^d \tag{6.13}$$

ou

$$g(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y}))) = g_2(d^s(\varepsilon(\mathbf{y})), d^d(\varepsilon(\mathbf{y}))) = \eta d^s+(1-\eta)d^d \tag{6.14}$$

η étant une constante prise ici égale à 1/3. L'endommagement est ainsi partagé en 1/3 de type sphérique et 2/3 de type déviatorique. De sorte que le tenseur de rigidité des phases endommagées s'écrit dans les deux cas :

$$\mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) = \mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) = (1-d^s)(1-d^d)\mathbf{C}(\mathbf{y}) \tag{6.15}$$

et

$$\mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) = \mathbf{C}(\mathbf{y}, \varepsilon(\mathbf{y})) = (1-\frac{1}{3}d^s-\frac{2}{3}d^d)\mathbf{C}(\mathbf{y}) \tag{6.16}$$

La première loi correspond à celle proposée par Ung [Ung Quoc, 2003] et a été utilisée avec succès pour caractériser l'endommagement macroscopique des bétons. L'endommagement est une combinaison non linéaire des endommagements sphériques et déviatoriques.
La deuxième loi propose un endommagement sous la forme d'une somme des endommagements sphérique et déviatorique. Cette loi se rapproche de celle proposée pour la modélisation de l'endommagement anisotrope dans la théorie des microplans présentée par Bazant [Bazant, 1984], [Carol et al., 2001], [Carol and Bazant, 1997] et Ozbolt [Ozbolt, 1996].
Les résultats des simulations obtenues pour le module d'Young homogénéisé par chacune de ces deux lois sont présentés au ***Tableau 6.1***. On observe une chute de la rigidité équivalente avec la montée en température. La première loi (6.15) conduit à des rigidités équivalentes plus faibles que celles mesurées et donc à un endommagement surestimé à hautes températures. La perte de rigidité globale ne semble pas être le résultat d'un produit des deux d'endommagements associés aux déformations sphériques et déviatoriques, mais plutôt une somme bien répartie.
La seconde loi (6.16) conduit, elle, à une prédiction plus satisfaisante sur l'ensemble de la gamme de températures étudiées.

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution non linéaire du module d'Young homogénéisé avec la montée en hautes températures couplée à un chargement de compression endommageant. Les problèmes cellulaires sont résolus cete fois avec la loi locale d'endommagement (6.16), sous un chargement de compression de $\mathbf{\Sigma}$ de 20% puis de 40% de la résistance à la compression exercée dans la direction Oy et dans chacun des cas pour différentes températures.
La prise de moyenne conduit à un comportement équivalent qui n'est plus isotrope pour des températures et des chargements élevés. Les modules d'Young équivalents ainsi calculés selon les directions Ox et Oy sont récapitulés au ***Tableau 6.2***.

	Simulations		Essais	
$T[°C]$	(6.15)	(6.16)	[Gaweska Hager, 2004]	[Pimienta, 1999]
20	51015	51015	51900	50833
120	25183	36520	39400	41500
250	20576	35171	28800	33400
400	5010	18887	22000	26800
600		17545	12500	7567

Tableau 6.1 — Modules d'Young ($[MPa]$) équivalents du béton calculés à partir des lois d'endommagement (6.15) et (6.16). Confrontation avec les valeurs expérimentales.

Pour une température basse de $20°C$, le comportement homogénéisé est linéaire et isotrope. Dès que la température augmente, le matériau s'endommage, l'anisotropie apparaît avec une perte de rigidité. Le chargement mécanique conjoint accélère l'endommagement. Néanmoins, le chargement mécanique associé à la température gêne la dilatation thermique des constituants suivant l'axe Oy jusqu'à $250 - 300°C$. Des contraintes locales de traction suivant l'axe Ox perpendiculaire à la compression se développent.

$T[°C]$	$Ey(0\%)$	$Ex(20\%)$	$Ey(20\%)$	$Ex(40\%)$	$Ey(40\%)$
20	51015	51015	51015	51015	51015
120	36520	44868	45885	39152	38263
250	35171	43648	45032	38814	37970
400	18887	25425	30599	24112	29067

Tableau 6.2 — Etude de l'influence de la charge en compression sur la perte de rigidité ($E[MPa]$) du BHP.

L'évolution des propriétés mécaniques du matériau testé met en évidence l'apparition d'un endommagement local responsable de la dégradation de l'échantillon. Cette augmentation de l'endommagement local entraîne une modification du réseau poreux microstructural et donc une variation de la perméabilité. L'étude suivante est réalisée en tenant compte des résultats sur l'endommagement du BHP à hautes températures pour estimer sa perméabilité équivalente.

6.2.3 Perméabilité du BHP endommagé

Le problème cellulaire hydraulique est résolu avec une perméabilité endommagée des phases dépendante de l'endommagement sphérique selon la formule (6.9). Les perméabilités initiales des phases du béton sont données en Annexe B.1.

L'évolution de la perméabilité intrinsèque du matériau homogène équivalent avec la montée en température est présentée à la ***Figure 6.5***. Les simulations donnent de bons résultats par confrontation avec les mesures expérimentales de Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998].

L'influence d'un chargement en compression couplé sur la perméabilité équivalente

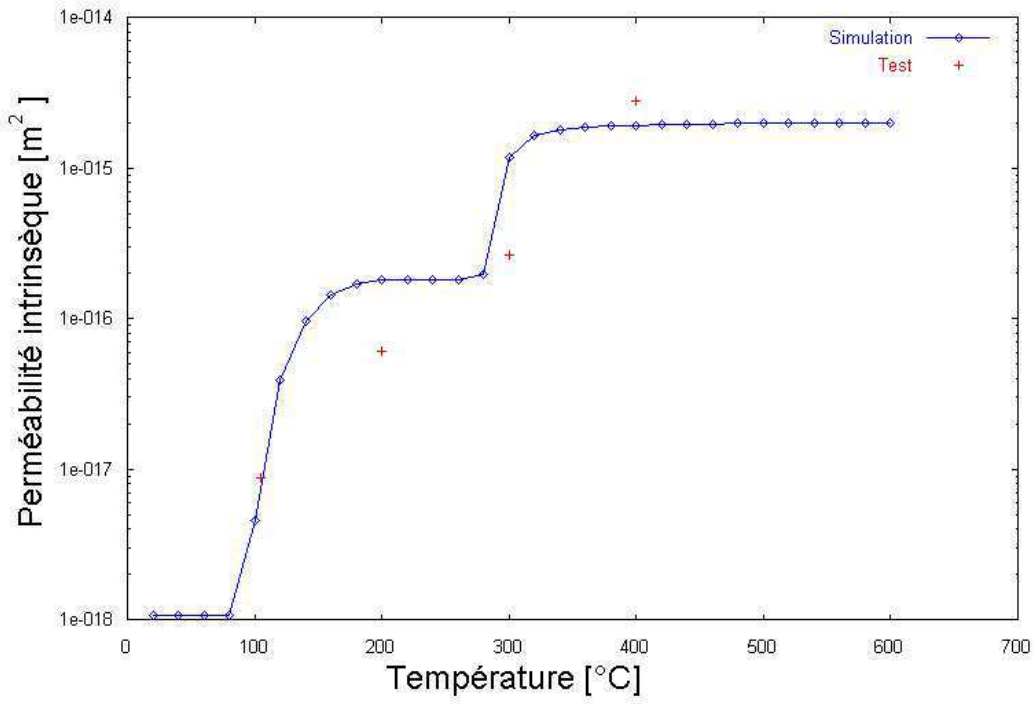


Figure 6.5 — Evolution de la perméabilité intrinsèque homogénéisée en fonction de la température sans chargement mécanique.

du béton à hautes températures est maintenant étudiée. Aucune confrontation expérimentale n'a pu être effectuée. Les résultats présentés à la ***Figure6.6*** montrent que la perméabilité équivalente reste plus faible jusqu'à $250°C$ pour les bétons sous compression. La perméabilité du BHP compressé est en effet plus faible car l'endommagement sphérique est plus faible jusqu'à une certaine température ($\sim 250°C$). Ce résultat s'explique de la façon suivante. Physiquement, lorsque la température augmente, l'eau dans les pores de la pâte de ciment augmente de volume, ce qui cause la dilatation de la pâte de ciment. En se dilatant la pâte laisse apparaître des espaces entre les feuillets des CSH. Sa perméabilité est donc plus élevée. Lorsqu'un chargement en compression est appliqué sur le BHP la dilatation de la pâte est gênée et les feuillets de CSH se séparent plus difficilement suivant l'axe de compression. Et donc la perméabilité de la pâte de ciment n'augmente pas autant que lorsque le chargement en compression est nul. L'endommagement sphérique calculé ici est relatif à cette ouverture de matière suivant l'axe de compression.
Lors des essais expérimentaux sur ce type de béton, il a été observé que des fissures se formaient dans la direction de la charge en compression. Un effort de traction suivant l'axe perpendiculaire à la compression (Ox) entraîne une 'ouverture' des feuillets de CSH de la pâte de ciment qui voit sa structure poreuse modifiée. Cet effort est le principal responsable de l'augmentation de la perméabilité à partir d'une certaine température de l'ordre de $250°C$ ici.

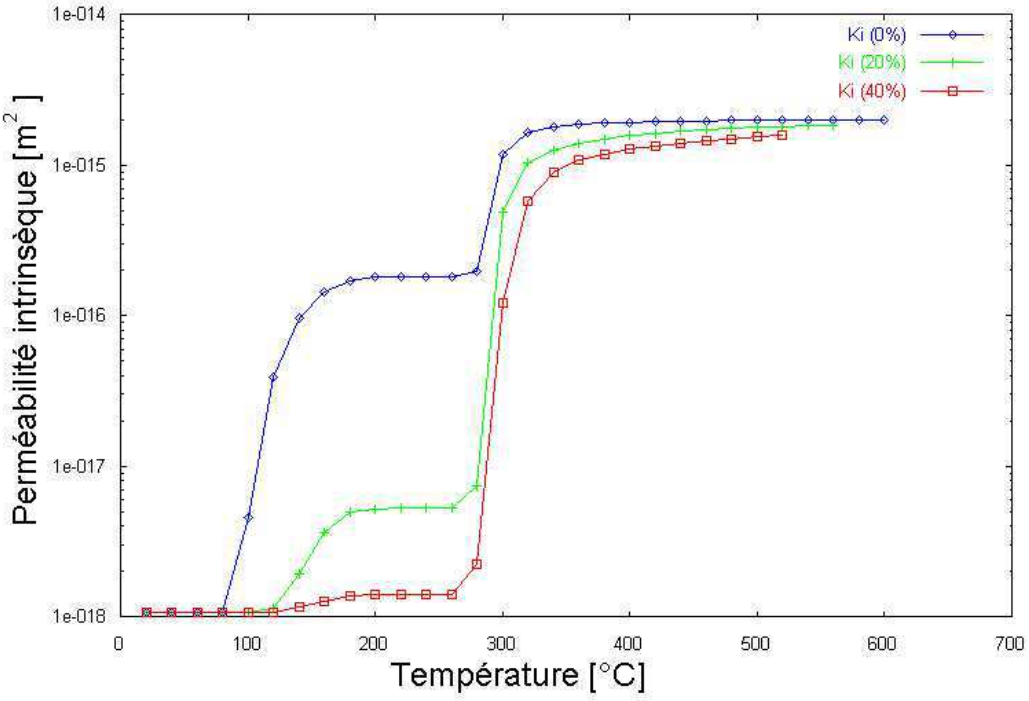


Figure 6.6 — Evolution de la perméabilité équivalente d'un béton en fonction de la température sous des sollicitations mécaniques de compression ou non.

6.2.4 Analyse des champs locaux

La simulation numérique permet de visualiser les valeurs de l'endommagement en différents points de la microstructure pour chaque température. On peut ainsi suivre l'évolution de l'endommagement sphérique et de l'endommagement déviatorique, ainsi que l'augmentation du flux hydrique résultant de l'évolution de l'endomagement sphérique. La simulation permet ici d'observer la nucléation de l'endommagement.

Localisation de l'endommagement

Le jeu d'images proposé aux ***Figures 6.7*** et ***6.8*** permet de rendre compte de l'influence de la charge en compression sur l'état d'endommagement du BHP $M100C$. Les isovaleurs de l'endommagement sphérique au sein du VER sont présentées à $240°C$ et $260°C$ sans chargement de compression (***Figures 6.7***), puis aux mêmes températures avec un chargement de 20% de la résistance à la compression (***Figures 6.8***). Sur les figures présentées, il est possible d'observer les directions des propagations de l'endommagement sphérique. Lorsqu'il n'y pas pas de charge en compression, l'endommagement augmente selon toutes les directions à partir du point de nucléation de l'endommagement. Pour des chargements en compression de 20% et 40% de la résistance à la compression, l'évolution de l'endommagement se fait selon l'axe de compression Oy (***Figure 6.8***).

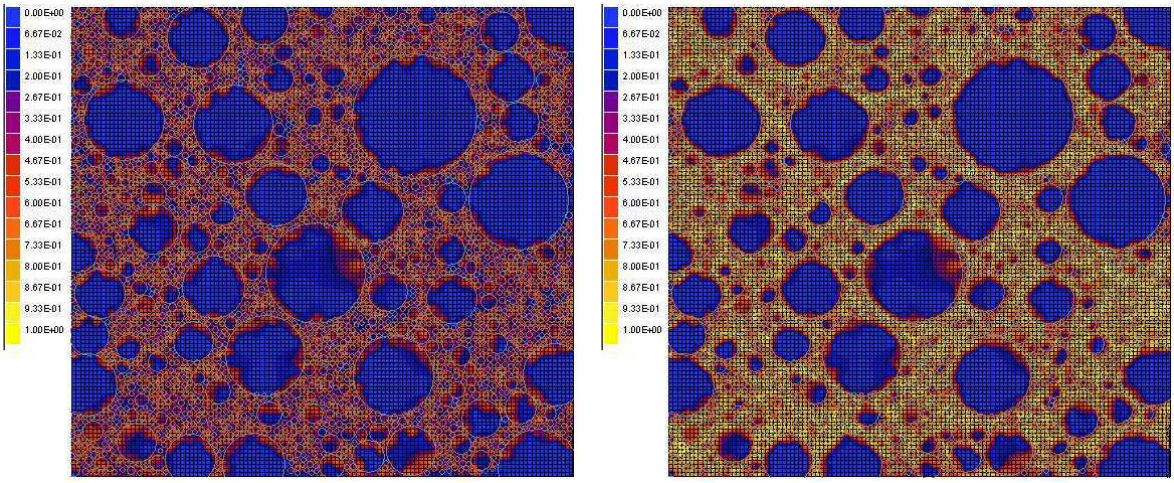


Figure 6.7 — Endommagement sphérique localisé sous un chargement en compression nul à $240°C$ (gauche) et $260°C$ (droite).

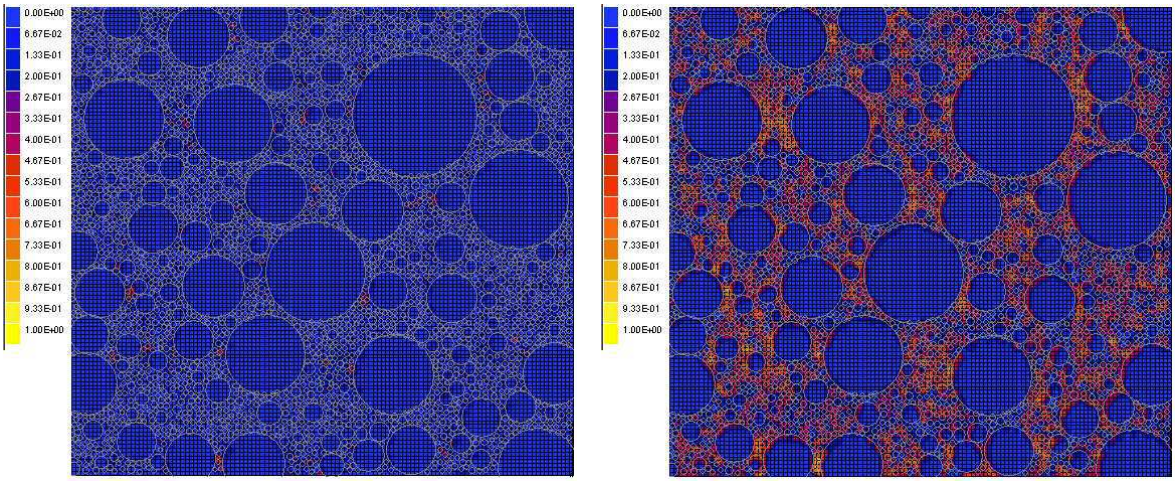


Figure 6.8 — Endommagement sphérique localisé sous un chargement en compression de 20% de f_c à $240°C$ (gauche) et $260°C$ (droite).

Sous chargement en compression, l'endommagement du béton à hautes températures est également très influencé par l'endommagement déviatorique, comme le montre la ***Figure6.9*** qui présente les isovaleurs d'endommagement déviatorique à $260°C$ sans chargement de compression et sous un chargement de 20% de la résistance à la compression. Il apparaît que cet endommagement n'est pas aussi important que l'endommagement sphérique au vu des valeurs relevées. Malgré tout, plus la charge en compression est importante et plus l'endommagement déviatorique augmentera rapidement.

Compte tenu de la dépendance adoptée pour la perméabilité des phases en fonction de l'endommagement sphérique, la localisation de cet endommagement peut être associée à celle du flux hydraulique au sein de la microstructure du béton endommagé.

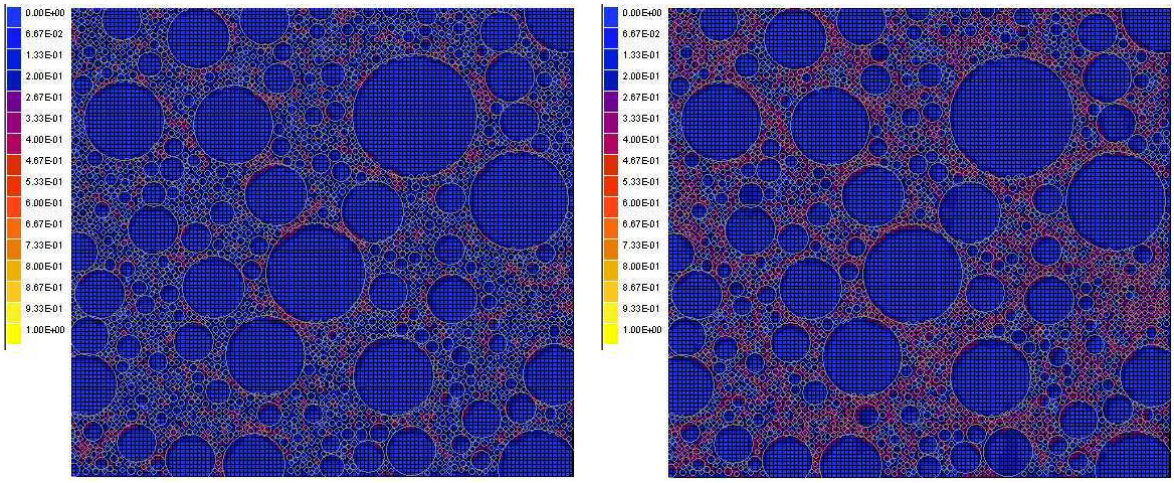


Figure 6.9 — Endommagement déviatorique localisé à $260°C$ sous un chargement en compression nul (gauche) et sous un chargement en compression de 20% de f_c (droite).

Localisation des flux

La localisation numérique des flux hydrauliques permet de déterminer les points précis du matériau endommagé conduisant à une augmentation de sa perméabilité. Des tests de porosimétrie au mercure peuvent être réalisés pour savoir quelles catégories de pores ont vus leur quantité augmenter ou diminuer. Mais cette méthode reste dans une approche probabiliste. Les courbes de perméabilité équivalente présentées précédemment ont montré que la perméabilité augmente moins rapidement lorsque le béton est soumis à un chargement en compression. La localisation des flux présentée aux ***Figures 6.10*** et ***6.11*** permet de mettre en évidence le rôle joué par cette charge en compression. On observe bien que le flux augmente moins rapidement pour le BHP sous compression que lorsqu'il est libre de tout effort.

6.3 Simulation du comportement de bétons en traction à hautes températures

L'étude expérimentale des bétons à hautes températures soumis à une sollicitation en traction est très délicate. En effet, les dispositifs mis en œuvre pour réaliser les mesures des déformations entraînent très souvent la rupture prématurée du béton à des températures encore peu élevées. Les bétons ont un comportement très fragile en traction. Cette sollicitation développe une décohésion des composants à l'échelle de la microstructure. Physiquement, les fissures existantes avant l'essai vont s'ouvrir encore plus. L'effet des hautes températures accompagnent donc cet effort en se faisant dilater les composants du BHP.
Pour ces simulations, nous conservons les propriétés géométriques et mécaniques de la pâte de ciment et des granulats non endommagés retenues précédemment. Un char-

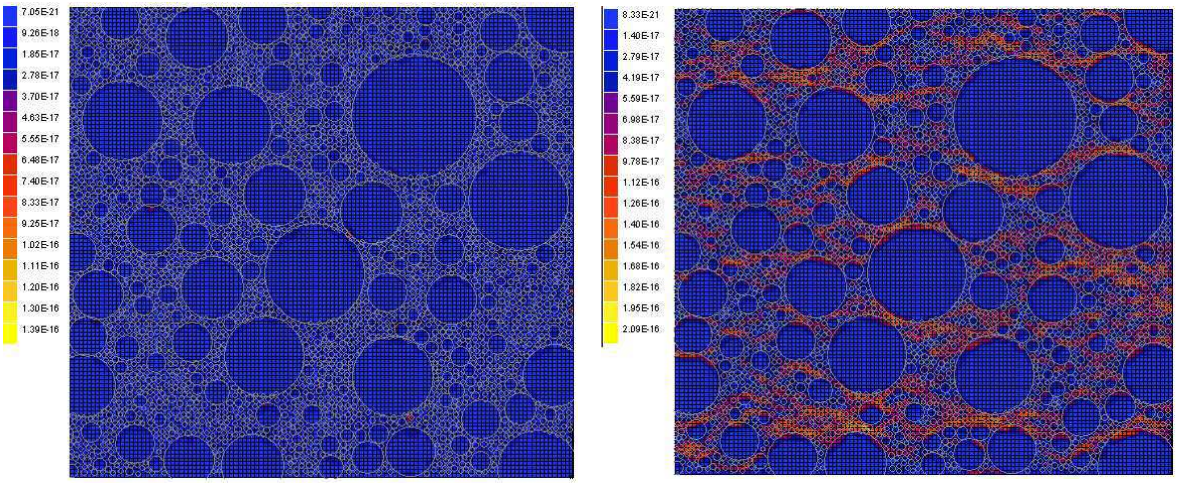


Figure 6.10 — Flux localisés pour un chargement nul à $240°C$ (gauche) et $260°C$ (droite).

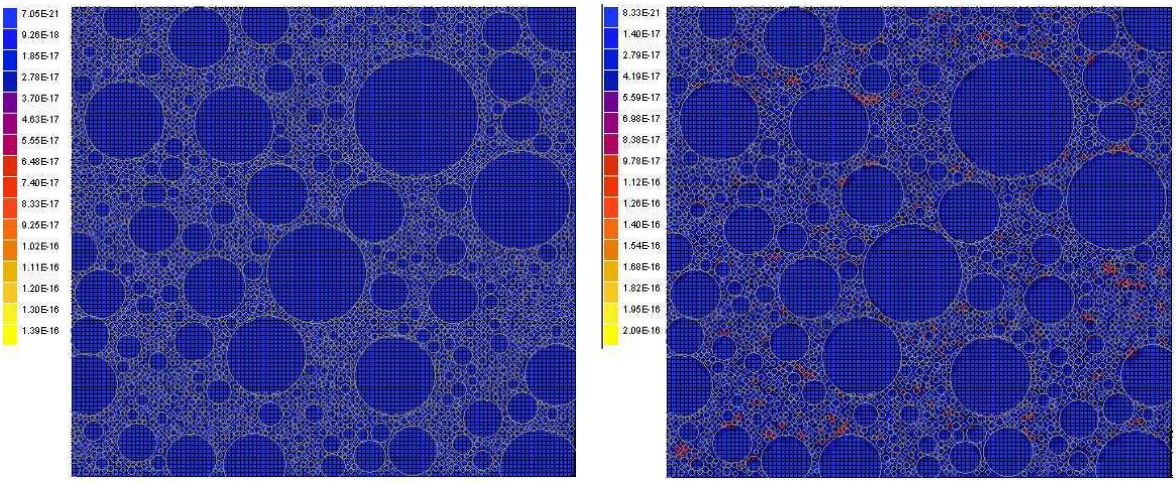


Figure 6.11 — Flux localisés sous un chargement en compression de 20% de f_c à $240°C$ (gauche) et $260°C$ (droite).

gement de traction est appliqué au VER dans la direction Oy et est pris égal à 20% et 40% de la résistance à la traction du béton. Cette résistance à la traction du BHP $M100C$ a été mesurée par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004] à environ 5 MPa, la simulation donnant une résistance à la traction de 4.82 MPa. Les résultats de la simulation sont comparés aux mesures expérimentales menées par Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004].
Pour mesurer la résistance à la traction à froid, la technique du collage a été retenue. L'échantillon est directement collée aux casques en aluminium fixés sur la presse. Cette technique entraîne une rupture dans la zone centrale de l'échantillon. Toutefois, cette technique n'est pas capable de réaliser des mesures à hautes températures. Cela est due au fait que la colle ne résiste pas à des températures élevées. Pour les mesures de la résistance à la traction à chaud, la technique appelée 'adhérence latérale' est

retenue. Des mâchoires sont mises en place aux extrémités du béton. Mais le serrage simple développe un état de contraintes biaxiales pouvant créer un endommagement important aux extrémités. Ainsi, pour les essais, il est supposé que lors de la montée en température la rupture se localise dans le centre de l'échantillon.

6.3.1 Comportement mécanique du BHP endommagé

Analyse des déformations du BHP

Les déformations moyennes sur le VER sont tout d'abord calculées en fonction de la montée en température et confrontées aux résultats expérimentaux (Test) à la ***Figure 6.12***. Les évolutions sont semblables. Le point de rupture n'est toutefois pas le même. Expérimentalement, la dégradation du matériau a été constatée complète à 150 $°C$ pour une traction de 20% de la résistance à la traction, et à 450 $°C$ pour une traction de 40%. Toutefois, les essais expérimentaux peuvent être considérés comme influençables par le choix du dispositif expérimental. Les appareils de traction peuvent en effet endommager le béton au cours de la montée en température, et ainsi participer à sa dégradation totale. Alors l'intérêt de ces simulations va se porter sur l'étude de la localisation des champs agissant au sein de la microstructure. Ou encore de calculer les paramètres de la loi de comportement homogénéisée.

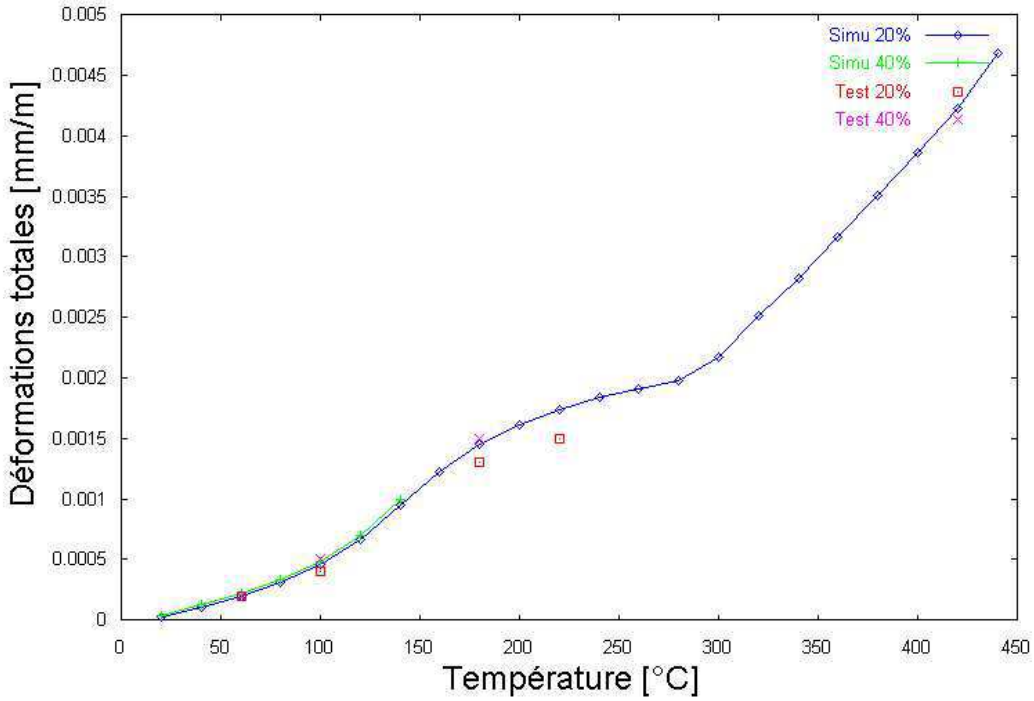


Figure 6.12 — Déformations totales calculées pour le BHP à hautes températures sous chargement en traction à 20% et 40% de la résistance à la traction. Confrontation de la simulation et des essais [Gaweska Hager, 2004].

Evolution de la rigidité

Le béton est un matériau plus fragile en traction qu'en compression et le modèle d'endommagement choisi permet de tenir compte de cet effet unilatéral. Les calculs d'homogénéisation donnent une perte de rigidité du matériau assez rapide (***Tableau 6.3***). Aucunes mesures expérimentales sur le BHP $M100C$ n'ont été réalisées afin d'estimer le module d'Young durant cet essai. A titre de comparaison, les résultats des essais de Felicetti et Gambarova [Felicetti and Gambarova, 1999] sur d'autres bétons sont présentés ici. Pour des bétons ayant une résistance en compression, respectivement, de 72 MPa et de 95 MPa, et une résistance à la traction de 4.5 MPa et de 5.5 MPa, ils déterminent le module de Young durant la montée en température avec un déplacement en traction imposé. Leurs résultats à $250°C$ donnent des modules résiduels equivalent à 70% de la valeur initiale. Les résultats des calculs établis ici donnent des modules résiduels sensiblement les mêmes que ceux mesurés par Felicetti et Gambarova.

$T[°C]$	$E(0\%)$	$E/E_{20°}$	$E(20\%)$	$E/E_{20°}$	$E(40\%)$	$E/E_{20°}$
20	51015	1	51015	1	51015	1
100	38839	76%	41681	82%	41052	80%
250	35171	69%	36820	72%		

Tableau 6.3 — Influence du chargement en traction sur la perte de rigidité ($E[MPa]$) du BHP à hautes températures.

6.3.2 Perméabilité du BHP endommagé

Les calculs de la perméabilité homogénéisée du BHP en traction à hautes températures présentés à la ***Figure 6.13*** montrent que son augmentation est globalement régulière. En comparant ces résultats à ceux obtenus précédemment pour le BHP sans chargement mécanique et en compression (***Figure 6.6***), il apparaît que la perméabilité du béton en traction augmente plus vite et devient très importante à de hautes températures. Physiquement, il est possible d'expliquer ce phénomène par le fait que le chargement en traction accompagne la dilatation du matériau avec la séparation des feuillets de CSH de la pâte de ciment, contribuant à développer un endommagement sphérique. L'analyse locale de l'évolution de l'endommagement, aussi que de l'intensité du flux hydraulique, présentée par la suite, confirmera ce résultat.
On observe peu d'écart entre les courbes obtenues pour les cas de chargement à 20% et 40% de la résistance à la traction. Il semble que les dilatations thermiques sont principalement responsables de l'augmentation de l'endommagement sphérique, mais que l'effort de traction imposé sera responsable de la rupture du matériau.

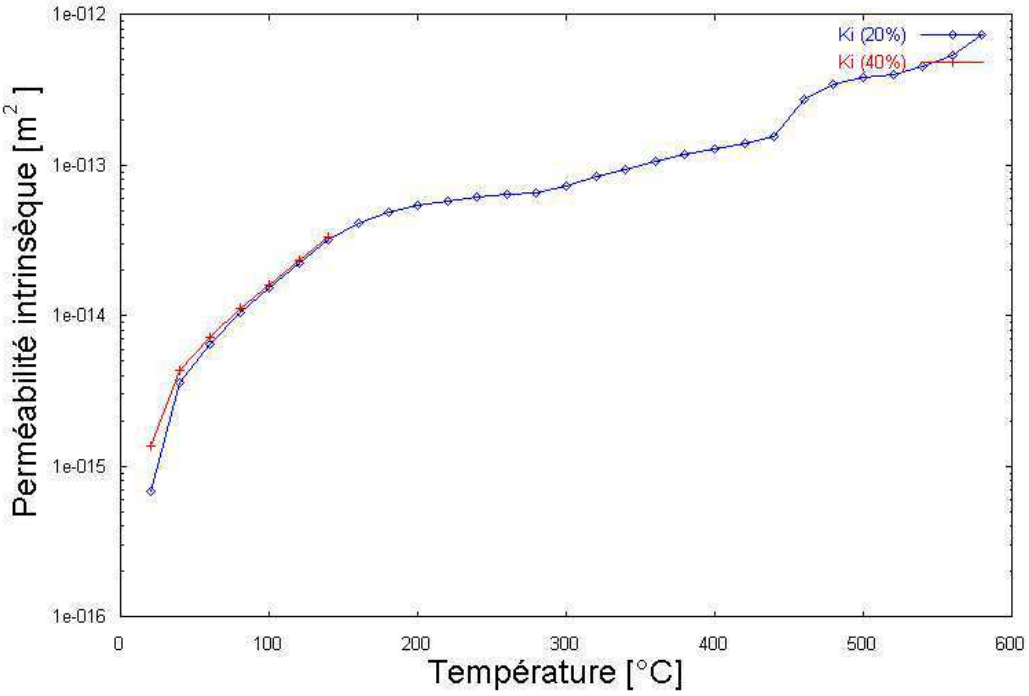


Figure 6.13 — Evolution de la perméabilité du BHP à hautes températures sous chargement en traction.

6.3.3 Analyse des champs locaux

Localisation de l'endommagement

Des visualisations des variables locales d'endommagement sphérique et déviatorique sont présentées aux ***Figures 6.14*** et ***6.15*** dans le VER sollicité en température et en traction.
L'endommagement sphérique apparaît plus important que l'endommagement déviatorique en comparant les ***Figures 6.14*** et ***6.15***. Lorsque les composants du béton se dilatent à hautes températures, l'effet de la traction imposée devient très important. Les observations à l'échelle locale confirment les interprétations des résultats obtenus pour les calculs du module d'Young homogénéisé et de la perméabilité équivalente.

Localisation des flux

La localisation des flux permet de confirmer les résultats du calcul d'homogénéisation. L'augmentation du flux au sein de la microstructure est fortement liée à une modification de la structure poreuse du matériau. Dans cette approche les ouvertures de fissures ne sont pas prises en compte. Le modèle, utilisant les valeurs de l'endommagement sphérique, donne de façon implicite une information concernant la modification du réseau capillaire, essentiellement dans le pâte de ciment.

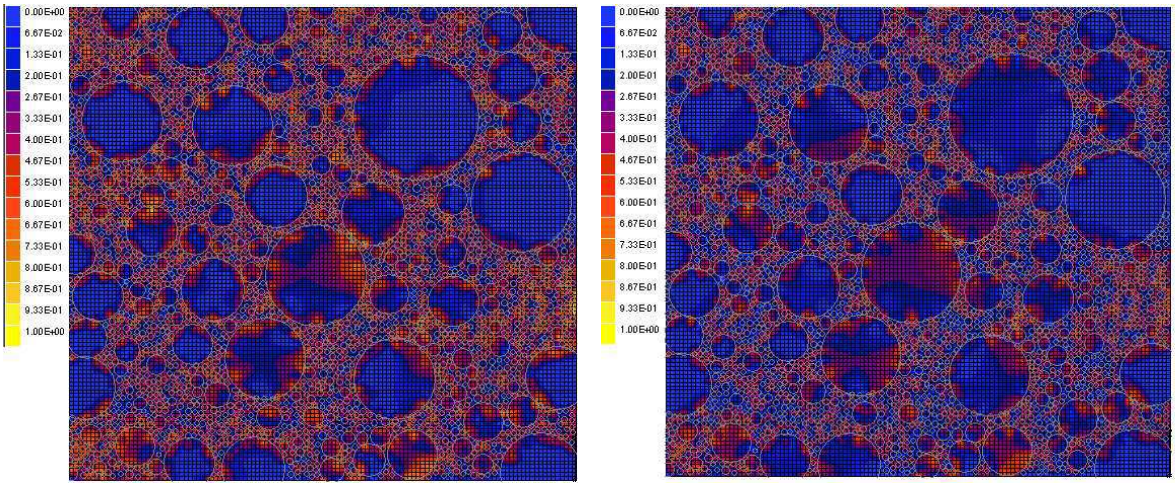


Figure 6.14 — Endommagement sphérique localisé pour un chargement en traction de 20% de f_t à $200°C$ (gauche), et pour un chargement en traction de 40% de f_t à $140°C$ (droite).

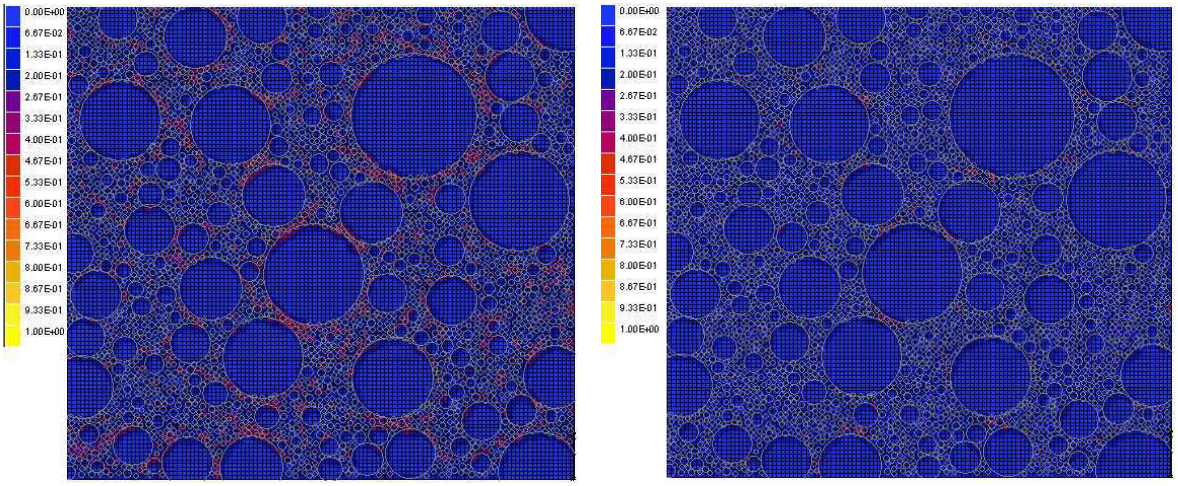


Figure 6.15 — Endommagement déviatorique localisé pour un chargement en traction de 20% de f_t à $200°C$ (gauche), et pour un chargement en traction de 40% de f_t à $140°C$ (droite).

Le modèle micromécanique développé dans ce travail a été ici couplé à un modèle d'endommagement. Il permet alors d'analyser le comportement non linéaire de matériaux cimentaires lorsqu'ils sont soumis à des chargements endommageants. Il a été appliqué dans ce chapitre à l'étude des pâtes de ciment et de bétons soumis à des hautes températures. Son application à la simulation du comportement des matériaux cimentaires à basses températures est testée au chapitre suivant.

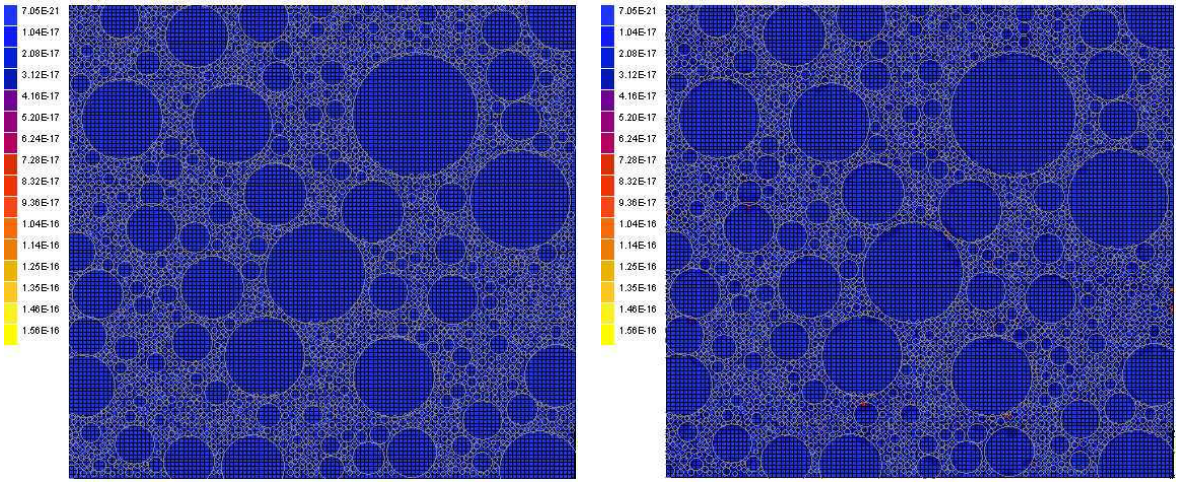


Figure 6.16 — Flux localisés pour un chargement en traction de 20% de f_t à 100°C (gauche) et 200°C (droite).

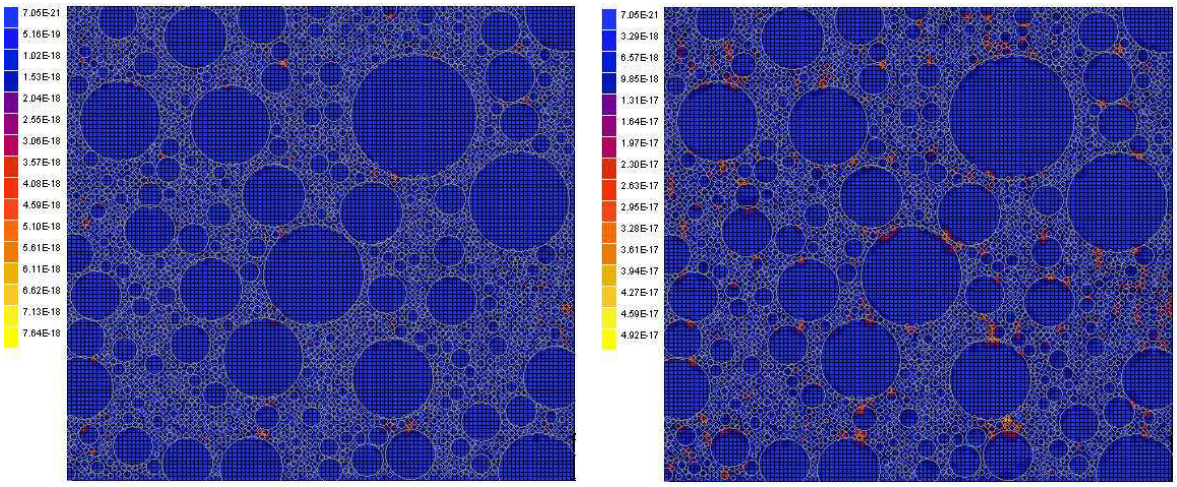


Figure 6.17 — Flux localisés pour un chargement en traction de 40% de f_t à 100°C (haut-gauche) et 140°C (haut-droite).

CHAPITRE 7

Comportement de matériaux cimentaires au gel dégel - Première approche

Sous l'action du froid à basses températures, l'eau présente dans les pores des matériaux cimentaires se transforme en glace. Cette transformation de l'eau en glace peut être traduite en termes de génération de différentes pressions. La formation de la glace se traduit par une dilatation dans le pore et développe ainsi une pression hydrostatique dans le pore. Par-ailleurs, cette glace tend à pousser l'eau non-gelée du pore vers les autres capillaires auxquels il est connecté. Une pression hydraulique est générée due à la résistance au déplacement de cet écoulement. De plus, les pores des matériaux cimentaires contiennent de l'eau non pure ayant une certaine concentration en chloride (ou autre substance chimique), tel que lors du passage de l'eau en glace, les variations de concentration du soluté sont à l'origine de l'apparition d'une pression osmotique. Dans un premier temps une étude bibliographique rappelle les principales théories développées durant ces dernières années sur le mécanisme du froid dans les matériaux cimentaires et dresse un bilan des données expérimentales disponibles. Sur cette base, nous proposons une modélisation micromécanique des variations des phases dans les pores et de l'apparition des pressions associées. Des premières simulations sur des pâtes de ciment et un béton sont ensuite proposées. Elles sont la preuve de la mise en œuvre possible d'une telle approche et de ses potentialités.

7.1 Analyse bibliographique

Nous proposons de recenser, dans ce paragraphe, les données expérimentales concernant le comportement des constituants des matériaux cimentaires à basses températures, ainsi que celui de la glace qui occupe les pores du matériau. Il s'agit de montrer qu'il est potentiellement possible d'alimenter un modèle micromécanique pour l'étude du comportement d'un béton à basses températures.

7.1.1 Propriétés de la glace

La glace, si elle est libre de se déformer, présente un comportement que l'on peut supposer élastique. Les constantes élastiques de la glace sont souvent déterminées expérimentalement à partir de mesures à hautes-fréquences. Ces constantes dynamiques sont considérées comme plus fiables que les constantes statiques obtenues à partir de la mesure des déformations de la glace sous chargement statique. Les évolutions comparées du module d'Young de la glace, mesuré par des essais statique et dynamique, avec la température sont présentés à la ***Figure 7.1*** et sont issues des travaux de Dantl (1968) [Hobbs, 1974]. Hawkes et Mellor [Hawkes and Mellor, 1972] considèrent que les constantes statiques et dynamiques sont voisines soit si la température est suffisamment basse ou si l'incrément de déformation est suffisamment élevé.

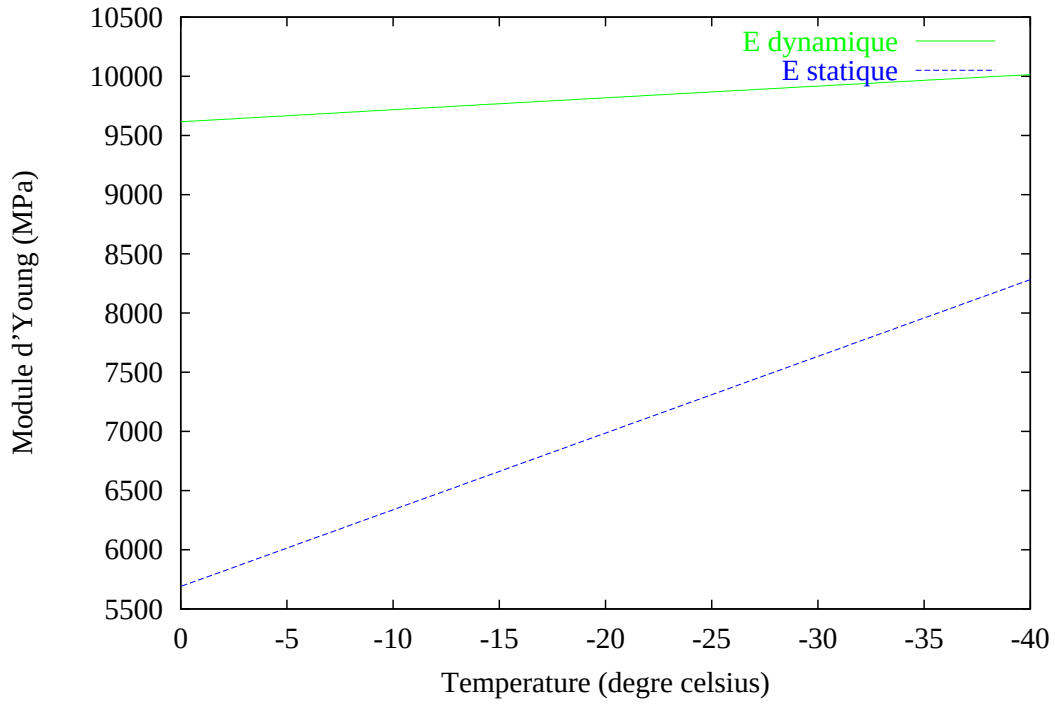


Figure 7.1 — Evolutions des modules d'Young statique et dynamique de la glace en fonction de la température.

Lorsque la glace est contrainte, les travaux de Gold (1958) [Hobbs, 1974] montrent

expérimentalement que sous des températures allant de $-3\ °C$ à $-40\ °C$ la glace présente un comportement parfaitement élastique tant que la contrainte appliquée reste inférieure à une certaine valeur et que le temps de sollicitation est assez court. Ainsi, sous une contrainte maximale de 10 bar (1 MPa) et une variation de l'effort de 0.5 $MPa.s^{-1}$ sur une durée inférieur à 10 s le comportement de la glace reste élastique. Gold a remarqué que lorsque la glace est soumise à des efforts de contraintes perpendiculaires aux directions des 'colonnes' (les plans de base de la glace qui sont soient parallèles soient perpendiculaires à la direction de la croissance de la glace) et que le module d'Young statique augmente avec la baisse de température suivant la loi empirique :

$$E = (5.69 - 0.0648T).10^3\ MPa \tag{7.1}$$

où T désigne la température mesurée en $°C$. Le coefficient de Poisson décroît alors avec la baisse de température de 0.5 à $-6\ °C$ à 0.38 à $-40\ °C$. Par-ailleurs, Gold a montré, suite à un chargement statique appliqué au crystal de glace parallèlement ou perpendiculairement au plan de base, une décharge en moins de 10 s. Sous ces conditions et pour des températures comprises entre 0 et $-40\ °C$, le module d'Young et le coefficient de Poisson peuvent être considérés constants avec les les valeurs respectives de 8.34 10^3 MPa et 0.35.

Les variations de densité de la glace en fonction de la température peuvent être déduites de la densité à $0\ °C$. On dispose également des valeurs expérimentales des coefficients de dilatation thermique de la glace. Différents coefficients de dilatation sont définis et mesurés. Le coefficient de dilatation linéique de la glace mesure la variation de longueur par variation de degré de la température. Il est également constaté une différence entre les coefficients de dilatation linéaires de la glace mesurés selon les directions parallèles et perpendiculaires aux axes du plan de base. C'est pourquoi un coefficient de dilatation cubique est défini. Ses variations en fonction de la température sont représentées à la ***Figure 7.2***. Elles ont été mesurées par différents auteurs : Leadbetter (1965), Eisenberg et Kauzmann (1969) et Hobb (1972) à partir des travaux, respectivement, de Powell (1958) et Dantl (1962), de La Placa et Post (1960) et de Brill et Tippe (1967) [Hobbs, 1974].

7.1.2 Action du froid dans la pâte de ciment

Le comportement au froid des pâtes de ciment est contrôlé par leur porosité. Deux types de porosités peuvent être distinguées, la porosité des produits d'hydratation, et les espaces résiduels non traversés par ces produits [Powers, 1945]. Les produits d'hydratation de la pâte de ciment peuvent en effet être considérés comme des gels poreux enveloppant les clinkers non-hydratés et quelques hydrates non colloïdaux, principaux des CH (hydroxide de calcium). Lorsque les petites particules de la pâte de ciment sont séchées, elles se rétractent de façon permanente et irréversible. Ce rétrécissement est tel que, une pâte ayant un rapport $E/C = 0.5$ peut réabsorber seulement 95% du

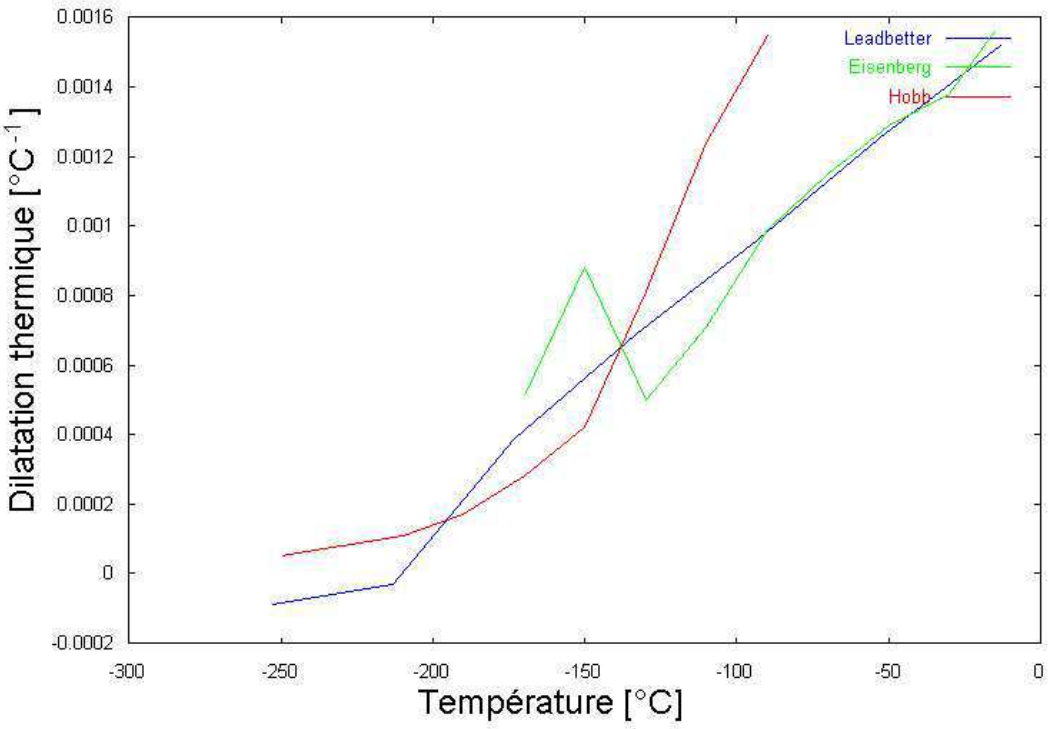


Figure 7.2 — Variations des coefficients de dilatation cubique mesurées en fonction de la variation de température [Hobbs, 1974].

volume d'eau qu'elle était initialement capable de contenir. Dans le même contexte, un spécimen de béton séché est capable de réabsorber plus d'eau qu'il n'en a perdu initialement.

Le vide partiel des capillaires durant l'hydratation est un facteur très important contribuant à la résistance au gel des bétons. Si l'espace capillaire est rempli d'eau à au moins 91.7%, alors il sera complètement saturé (par l'eau et la glace) après le gel, si l'on considère une augmentation de 9% du volume d'eau après le gel. Des pressions importantes seront alors exercées sur les parois des pores [Powers, 1955]. Les expériences de Powers [Powers, 1955] montrent que les bétons ayant un degré de saturation supérieur à 91.7%, qui est le degré critique de saturation, ne sont pas capables de résister aux pressions générées lors des cycles de gel et de dégel. Le béton n'est donc pas suffisamment extensible pour prendre en compte les déformations nécessaires pour supporter ces pressions. Les pressions générées sur les parois des pores dépendent principalement de la perméabilité du matériau qui peut laisser plus ou moins s'échapper l'eau de la région saturée, de la vitesse de variation de température et de la quantité d'eau en excès relativement au degré critique de saturation.

De nombreuses théories ont été développées sur le mécanisme du gel dans les matériaux cimentaires, et plus spécifiquement dans les pâtes de ciment proposant de caractériser la pression de la glace. Nous nous proposons de les décrire brièvement.

Influence des bulles d'air et pression hydraulique : théorie de Powers

Les travaux de Powers [Powers, 1949] sont relatifs à l'influence de bulles d'air dans la pâte de ciment soumise au gel. Ils ont ainsi permis d'évaluer la pression hydraulique exercée par la glace à proximité de ces bulles. Lors de la nucléation de la glace dans les capillaires fins de la pâte de ciment, le mouvement de l'eau et la progression du front de glace vont générer des pressions sur les parois de ces capillaires et par-conséquent des déformations de la pâte. Si l'eau ne peut être expulsée de la pâte, sa déformation s'accommodera de la pression hydraulique, tant que la pression restera inférieure à la résistance à la traction de la pâte, sinon il y aura rupture. Les bulles d'air jouent alors selon Powers un rôle important en pouvant recevoir l'eau expulsée par la pâte environnante.

Effet osmotique : théorie de Powers et Helmuth

Un autre phénomène influent, l'effet osmotique, a été observé par Powers et Helmuth [Powers and Helmuth, 1953] lors de la formation de la glace dans les matériaux cimentaires. Leurs travaux expérimentaux ont mis en évidence les effets suivants :

- dans un premier temps la quantité de glace augmente dans les capillaires et produit une pression sur les parois de la cavité,
- par la suite, l'énergie libre de l'eau des pores des produits hydratants diminue, à cause du dessèchement de ces pores. Dans le même temps, l'énergie libre de la glace augmente afin d'atteindre celle de l'eau résiduelle des pores de gel de CH et CSH. Aussi cette eau entre en mouvement et se dirige vers les vides d'air,
- finalement le système tend à s'équilibrer, et l'énergie libre de la glace est plus élevée que celle de l'eau résiduelle des pores de gel CH et CSH. Alors la glace perd de l'eau qui se dirige vers les pores de gel ou vers les vides d'air.

Au cours des deux premiers processus, la glace dans les capillaires augmente d'environ 1.09 fois le volume d'eau qu'elle reçoit. Ces mouvements d'eau entraînent des pressions dans le réseau capillaire de la pâte de ciment.

Pression hydraulique : théorie d'Everett

Les travaux d'Everett [Everett, 1961] ont porté sur la détermination des pressions dans les pores durant le changement de phase eau-glace. Selon Everett, lorsque la glace commence à se former, elle ne contribue pas à générer une pression suffisamment importante sur les parois du pore pour l'endommager. Il considère en effet que lorsque la glace a envahi le pore, le front de glace tend à se propager dans les capillaires où l'eau n'est pas encore gelée. Le mécanisme d'endommagement serait dû à la pression interstitielle existante entre le front de glace (à la pression p^s) et l'eau des capillaires (à la pression p^l). La différence de pression générée est appelée pression hydraulique. Elle peut se calculer à partir de la relation de Laplace en introduisant le rayon de courbure r du capillaire et la tension d'interface eau-glace (γ^{sl} $[J/m^2]$). Ainsi l'interface est sphérique et l'angle de contact entre le bord du capillaire et l'interface eau-glace est de

180°, alors la relation de Laplace généralisée s'écrit :

$$p^s - p^l = 2\gamma^{sl}/r \ [J/m^3] \tag{7.2}$$

La pression nécessaire pour empêcher le front de glace de se propager dans le capillaire est égale à à la pression hydraulique (7.2). Autrement dit, il existe une pression exercée sur la glace, et une traction exercée sur l'eau. Cette pression agit comme une précontrainte dans le réseau capillaire. Elle serait, selon Everett, la principale responsable de la dégradation des pâtes de ciment soumises au gel.

La théorie de Litvan

Plus tard, Litvan [Litvan, 1973] réalise des essais sur des verres poreux, qui ont un comportement similaire à celui des pâtes de ciment, et propose une explication aux mouvements de l'eau lors du gel. Dans un échantillon de ciment saturé en eau et exposé à une température d'environ $-1°C$ (dans un récipient hermétique), sont en présence l'eau liquide dans la pâte de ciment et des cristaux de glace sur les parois de l'échantillon. Or, l'eau non-gelée possède une pression de vapeur plus élevée que celle de la glace, et l'état d'équilibre ne peut pas être maintenu sans violer les lois fondamentales de la nature. Comme cette différence de pression de vapeur ne peut pas être changée par la solidification de l'eau, alors l'équilibre sera atteint pas un autre processus. Il se fait par un ajustement de la quantité d'eau dans la pâte (pour une humidité relative inférieure à 100%). De l'eau sera expulsée de la pâte afin de maintenir l'humidité relative en référence à l'eau de la matrice. Et donc cette eau rejetée gèlera au contact de l'environnement extérieur, et la glace s'accumulera sur la surface de la pâte. Alors la pâte de ciment partiellement desséchée sera en équilibre avec la glace extérieure. En abaissant la température ce processus recommencera et la pâte continuera à se dessécher. Ces mouvements entraînent dans la plupart des cas des endommagements. En effet, l'eau contenue dans le béton 'sain' est poussée dans les cavités (ou fissures existantes) et cette eau peut se solidifier en générant des pressions. Ce mécanisme est important si l'expulsion de l'eau est rapide et si l'eau se gèle rapidement.

La structure poreuse de la pâte de ciment apparaît donc comme un facteur déterminant pour sa durabilité. En ce sens, une structure poreuse idéale serait constituée de pore de grandes tailles et de pores de très petites tailles. Les pores de grandes tailles ne sont en effet généralement pas saturés en eau et peuvent alors geler sans générer de pression sur les parois solides. On peut imaginer que c'est ce qu'il se passe pour des pâtes de ciment non saturées, les pores partiellement pleins pouvant servir de réservoir. Les petits pores ne gèlent par-ailleurs qu'à des températures extrêmement basses. En effet, Matala [Matala, 1995] a établi des relations empiriques entre le rayon R_p $[nm]$ du pore et la température T $[°K]$ pour laquelle la glace com-

mence à y apparaître selon :

$$\text{Gel} \quad T \searrow \quad R_p = 0.584 + 0.0052(T - T_0) - \frac{63.46}{T - T_0} \tag{7.3a}$$

$$\text{Dégel} \quad T \nearrow \quad R_p = 0.757 + 0.0074(T - T_0) - \frac{33.45}{T - T_0} \tag{7.3b}$$

où T_0 représente la température de référence ($T_0 = 273.15°K$). Il a été également observé expérimentalement que la nature des composants du matériau et les conditions d'essai jouent un rôle important sur la tenue au gel des matériaux cimentaires [Bager and Sellevold, 1986a], [Bager and Sellevold, 1986b], [Fen Chong and Fabbri, 2005], [Geiker and Laugesen, 2001], [Kaufmann, 1999], [Perron and Beaudoin, 2002], [Setzer and Liebrecht, 2002].

Différentes études ont porté sur l'évolution des déformations à basses températures. La baisse des déformations mesurées décrit un effet de séchage du matériau qui peut s'expliquer [Mascarenhas et al., 1997] par l'effet osmotique qui implique une baisse du volume d'eau dans les pores les plus fins, ou encore le fait que la glace se contracte à basses températures.
Au passage de l'eau en glace les déformations augmentent sous l'effet de la variation de pression dans les pores. Dans certains cas, les déformations recommencent à décroître après le "pic" de gel indiquant le séchage du matériau. Dans d'autres situations, les déformations continuent de croître après le "pic" de gel donnant au matériau une dilatation positive. Les différences observées sont dues généralement à la teneur en eau de la pâte de ciment, et aussi à sa porosité totale.
Le comportement des pâtes de ciment à basses températures peut donner une indication sur le comportement des bétons sous les mêmes conditions. La porosité des bétons se concentre en effet essentiellement dans la pâte de ciment. Mais les pores des granulats du béton peuvent aussi influencer la résistance au gel du béton comme nous allons le voir.

7.1.3 Comportement au gel des granulats de bétons

Dans cette partie, nous nous intéressons à la gélivité des granulats. Ce terme recouvre les comportements des granulats, mécanique, hydrique et thermique. La notion de 'gélivité des granulats' est souvent employée comme un paramètre de résistance au froid des roches selon la norme AFNOR $18-593$ [Mishellany et al., 1998], ou la norme ASTM $144-92$ [ASTM, 1992].
Les travaux de Verbeck et Landgren [Verbeck and Landgren, 1960] ont permis de déterminer les pressions hydrauliques générées par la nucléation de la glace dans les pores des granulats. Comme pour les pâtes de ciment, la pression hydraulique développée dans les granulats dépend de leur degré de saturation liquide, de leur perméabilité et de leur taille. Aussi, si le degré de saturation liquide dépasse $91,7$ %, l'espace d'air vide dans les pores du granulat ne sera pas suffisant pour contenir l'augmentation de volume de 9 % de l'eau. L'eau sera expulsée du granulat et des pressions

hydrauliques destructives seront générées aussi bien dans la pâte de ciment entourant le granulat, que dans le granulat. Ainsi, les propriétés de la pâte de ciment influencent le comportement au gel des granulats dans le béton. La zone de transition pâte-granulat, créée lors de l'hydratation du béton, doit contenir suffisamment d'air pour contenir l'eau expulsée par les granulats. Verbeck et Landgren [Verbeck and Landgren, 1960] ont établi des lois pour le calcul des pressions internes dans les granulats. Si la pression exercée par la glace dans les pores du granulat est supérieure à la résistance à la traction du granulat, alors il y a rupture. En considérant que dans une situation réelle le granulat n'est jamais confronté à une baisse de température très rapide, la pression hydraulique développée dans un granulat saturé, durant le gel, dépend de la vitesse de variation de température et de la taille du granulat. Dans un cas simple, en supposant que la propagation du gel et l'expulsion de l'eau sont unidirectionnelles, la pression maximale P_t exercée par la glace est estimée à partir de la loi de Darcy par la relation :

$$P_t = \frac{0.09}{27.7k} L \frac{dW_f}{dt} \tag{7.4}$$

où dW_f/dt $[cm/s]$ désigne la vitesse de refroidissement avec W_f la masse d'eau gelée, L $[inch]$ la dimension du granulat dans la direction de l'expulsion de l'eau et k $[cm/s]$ le coefficient de perméabilité à l'eau du granulat. Le coefficient $27,7$ représente le facteur de conversion de *inch* hydraulique par *psi*. La vitesse de refroidissement correspond au produit de la porosité du granulat par la vitesse de propagation linéaire de la zone gelée.
Inversement, en remplaçant dans (7.4) P_t par la résistance à la traction du granulat, on peut calculer la longueur L maximale pour que le granulat soit résistant à la pression de la glace. Les calculs précédents supposent que l'expulsion de l'eau se fait selon une seule direction, alors que l'eau est en réalité expulsée du granulat selon plusieurs directions. Ce qui fait que la longueur L maximale est en réalité plus grande que celle prédite. Pour une approche plus complète, Verbeck et Landgren ont considéré une propagation unidirectionnelle du gel entrant par une face d'un cube, l'eau étant expulsée d'une même quantité par les cinq autres faces du cube. Ils considèrent aussi que l'eau expulsée traverse totalement les vides d'air de la pâte de ciment entourant le granulat et définissent ainsi une portion de longueur ΔL atteinte par l'eau par la relation :

$$\Delta L = \frac{0.09\ W_f L}{5A} \tag{7.5}$$

où ΔL $[inch]$ désigne la distance requise pour une accommodation volumique de l'eau expulsée et A la teneur en air de la pâte de ciment estimée égale à 0.18.
Par-ailleurs, la quantité d'eau gelable dans les pores du granulat dépend fortement de la taille des pores. Les expériences [Setzer, 2001] montrent que seule une fraction de l'eau totale présente dans les pores gèle entre 0 et $-20\ °C$, le reste de l'eau gelant pour des températures très basses (de l'ordre de $-40\ °C$). Tourenq [Tourenq, 1970] mentionne également différentes études expérimentales sur le rôle de la taille des pores sur l'abaissement du point de congélation de l'eau. Ses essais, menés au Laboratoire

Central des Ponts et Chaussées (LCPC) sur une large gamme de granulats soumis au gel-dégel, montrent bien l'influence de la morphologie du granulat.

7.1.4 Comportement des bétons au gel dégel

De nombreuses études expérimentales ont été menées sur les bétons à basses températures. On peut cité entre autre les travaux de Pigeon *et al.* [Pigeon et al., 1996c], [Pigeon et al., 1996a], [Pigeon et al., 1996b], [Pigeon and Pleau, 1995], et ceux de Jacobsen *et al.* [Jacobsen et al., 1996], [Jacobsen, 2005]. Plus récemment, des modèles macroscopiques ont été proposés afin d'étudier l'endommagement des bétons au cours de cycles de gel dégel [Hasan et al., 2004], [Mascarenhas et al., 1997], [Piltner and Monteiro,], [Zuber, 2002], [Zuber and Marchand, 2000].
Le comportement des bétons soumis à des basses températures et au gel dégel dépend fortement du comportement de leurs constituants, pâte de ciment, granulats, sable. L'action du froid dans la microstructure des bétons peut aussi être influencée par des additions de solutions salines [Kaufmann, 1999], [Lindmark, 1998], [Miao et al., 2002]. L'auréole de transition pâte-granulat joue également un rôle très important dans la résistance du béton à basses températures [Cwirzen and Penttala, 2005]. Des études ont été menées par Casbonne-Renaud [Casbonne-Renaud, 1998] pour caractériser cette zone de transition sous des conditions de gel dégel. Elle a constaté que pour certains types de granulats l'auréole de transition pouvait plus ou moins laisser passer l'eau expulsée des granulats. Cette eau 'sous pression' pouvait alors créer un endommagement :

- soit localisé dans l'auréole de transition si la pâte de ciment environnante est assez compacte et peu poreuse,
- soit dans la pâte de ciment si son réseau poreux laisse pénétrer l'eau expulsée des granulats pour se geler dans ses pores,
- soit dans les granulats eux-mêmes si l'auréole de transition est très peu poreuse et ne laisse pratiquement pas d'eau circuler.

Nous nous proposons de caractériser maintenant le comportement des matériaux cimentaires à basses températures par l'approche multi-échelles numérique. Au vu de l'analyse bibliographique que nous venons de présenter, il apparaît nécessaire d'introduire des pressions dans les pores de la formulation du problème de micromécanique posé sur le Volume Élémentaire Représentatif.

7.2 Formulation du problème micromécanique

7.2.1 Modélisation micromécanique du gel dans les pâtes de ciment

La pâte de ciment est simulée par un matériau biphasé constitué d'un squelette solide et d'un réseau poreux. Le squelette solide obéit à une loi de comportement poro-

élastique endommagée de la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) = [1-g(d^s, d^d)]\boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})+\beta p(T)\mathbf{1} \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{7.6}$$

où $g(d^s, d^d) = 1 - (1 - d^s)(1 - d^d)$ et où $p(T)$ est une pression interne qui traduit la pression exercée par l'eau puis la glace dans les pores du squelette solide supposé ici homogène, et où β est un coefficient qui caractérise la porosité interne du squelette solide.
La pression $p(T)$ évolue avec la température en fonction d'un seuil de température T_g qui correspond à la température pour laquelle l'eau contenue dans les petits pores du squelette commence à geler. C'est-à-dire lorsque le front de glace commence à y pénétrer. Pour Setzer [Setzer, 2001], cette température est de $-20°C$. En utilisant les équations de Matala (7.3a et 7.3b), on obtient une taille de pore associée à 3 nm. Ce résultat est bien cohérent avec la taille des pores du squelette solide de la pâte de ciment classiquement estimée inférieure à 10 nm.

Lorsque la température T est supérieure à T_g, la pression $p(T)$ est égale à la pression de dessèchement que nous définissons par la loi de Laplace :

$$P_e = \frac{R.T}{v_w}.ln(R_h) \tag{7.7}$$

où R_h représente l'humidité relative. Soit :

$$T > T_g \qquad p(T) = P_e(T, R_h) \tag{7.8}$$

Lorsque la température T est inférieure T_g, la pression $p(T)$ dans la phase solide est égale à la pression hydraulique $P_h(T)$, soit :

$$T < T_g \qquad p(T) = P_h(T) \tag{7.9}$$

Dans le réseau poreux de la pâte de ciment, la loi de comportement s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})+p(T)\mathbf{1} \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{7.10}$$

où $p(T)$ est équivalent à P_e lorsque la température est supérieure à la température de gel, et elle est égale à la somme des pressions hydrostatique et osmotique lorsque la température en est inférieure. Le tenseur de rigidité $\boldsymbol{C}$ est supposé être nul dans cette phase pour $T > T_g$. Et lorsque $T < T_g$ on attribue à ce tenseur les propriétés de la glace définies plus haut.

7.2.2 Modélisation micromécanique du gel dans les bétons

Le béton est simulé comme un matériau constitué de deux phases homogènes, la pâte de ciment et les granulats. Nous avons retenu ici, compte tenu des données

expérimentales disponibles pour alimenter le modèle, de considérer que chacune des phases obéit à une loi de comportement thermo-élastique endommagée donnée par :

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) = [1-g(d^s,d^d)]\boldsymbol{C}(\boldsymbol{y}) : (\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y})-\alpha(\boldsymbol{y})\Delta T) \qquad \boldsymbol{y} \in V \tag{7.11}$$

où $g(d^s,d^d) = 1-(1-d^s)(1-d^d)$.
Le problème cellulaire est complété classiquement par l'équation d'équilibre. Aucun chargement mécanique macroscopique ne sera imposé ici, le VER étant seulement sollicité par la température ΔT imposée. On impose tout de même $\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = 0$ sur la face inférieure du VER pour simuler un appui du matériau au sol.

Nous nous proposons tout d'abord de caractériser par une démarche thermodynamique, différentes pressions qui s'exercent dans les pores et qui a été mise en évidence expérimentalement. Il s'agit de la pression osmotique, la pression hydrostatique et la pression hydraulique. Nous chercherons en particulier à les définir à partir de grandeurs physiques bien connues et non de lois empiriques.

7.2.3 La pression osmotique

Le phénomène d'osmose est classiquement l'action du passage d'un solvant pur vers une solution à travers une membrane semi-perméable. Cette membrane est perméable uniquement au solvant, et non au soluté présent dans la solution. On appelle pression osmotique la pression qui doit être exercée sur la solution pour arrêter l'écoulement. Ce phénomène peut être transposé lors de la formation de la glace dans un pore comme schématisé à la ***Figure 7.3***. Lorsque la glace apparaît dans l'un des pores (pore 2 sur la ***Figure 7.3***), la concentration en chloride augmente dans celui-ci, et de l'eau (pure) arrive du pore 1 (***Figure 7.3***) pour rétablir l'équilibre. Cette pression osmotique apparaît donc lorsque l'eau des pores contient des impuretés.

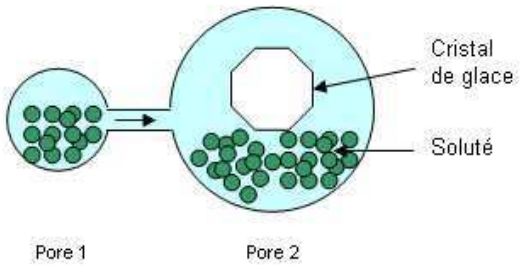


Figure 7.3 — Schéma de représentation du mouvement 'osmotique' de l'eau durant le gel.

L'approche thermodynamique de l'osmose, à l'équilibre, est basée sur l'égalité des potentiels chimiques du solvant de part et d'autre de la membrane. En considérant que dans le cas du gel de l'eau dans les pores de la pâte de ciment, la présence de chloride

dans l'eau induit des pressions osmotiques, alors le potentiel chimique dans le pore contenant de l'eau non-gelée (indice ng) s'écrit [Penttala, 1999] :

$$\mu_{w1}(T, p, x_{ng}) = \mu_w(T, p) + R.T.ln(x_{ng}) \tag{7.12}$$

où $\mu_w(T, p)$ désigne le potentiel chimique de l'eau pure dans le pore 1, R la constante des gaz parfaits, T la température en Kelvin et x_{ng} la quantité d'eau non gelée en *mole*. Dans le pore 2, l'eau est en partie gelée (indice g) et son potentiel chimique s'écrit :

$$\mu_{w2}(T, p+\Pi_0, x_g) = \mu_w(T, p+\Pi_0) + R.T.ln(x_g) \tag{7.13}$$

où Π_0 désigne la pression osmotique et x_g la quantité d'eau gelée en *mole*. On notera aussi que les effets de courbures des pores ont été négligés car ils affectent chaque pore de la même façon et peuvent alors être retirés des équations (7.12) et (7.13). On montre aussi [Atkins, 1990] :

$$\mu_w(T, p+\Pi_0) = \mu_w(T, p) + \int_p^{p+\Pi_0} v_w \mathrm{d}p \tag{7.14}$$

où v_w représente le volume molaire spécifique de l'eau (considéré constant dans notre cas). En supposant $v_w = v_w(T)$ indépendant de la pression p, l'équation (7.14) devient :

$$\mu_w(T, p+\Pi_0) = \mu_w(T, p) + v_w(T).\Pi_0 \tag{7.15}$$

Or l'équilibre entre les pores 1 et 2 s'écrit :

$$\mu_{w1}(T, p, x_{ng}) = \mu_{w2}(T, p+\Pi_0, x_g) \tag{7.16}$$

Et en utilisant les relations (7.12), (7.13) et (7.15), on a :

$$\mu_w(T, p) + R.T.ln(x_{ng}) = \mu_w(T, p) + v_w(T).\Pi_0 + R.T.ln(x_g) \tag{7.17}$$

On peut alors en déduire la valeur de la pression osmotique exercée dans le pore 2 [Penttala, 1999] :

$$\Pi_0 = \frac{R.T}{v_w}.ln\frac{x_{ng}}{x_g} \tag{7.18}$$

Cette pression s'exprime en fonction de la température et du pourcentage d'eau gelée dans le pore ainsi que de constantes physiques parfaitement connues, comme le volume molaire de l'eau et la constante des gaz parfaits.

7.2.4 La pression hydrostatique

La pression osmotique vient s'ajouter à la pression hydrostatique qui est la pression exercée par la glace dans les pores du matériau. Cette pression s'obtient en écrivant l'équilibre thermodynamique des potentiels chimiques de l'eau μ_w, de la vapeur d'eau

μ_v et de la glace μ_i, soit :

$$\mu_i(T,p) = \mu_w(T,p) \qquad \text{et} \qquad \mu_v(T,p) = \mu_w(T,p) \tag{7.19}$$

En considérant que la vapeur est un gaz parfait, son potentiel chimique, ainsi que ceux de l'eau et de la glace s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mu_v(T,p) &= \mu_v(T,p_0) + R.T.ln(p_v/p_0) \\ \mu_w(T,p) &= \mu_w(T,p_0) + v_w(T).(p-p_0) + R.T.ln(\gamma_w.x_{ng}) \\ \mu_i(T,p) &= \mu_i(T,p_0) + v_i(T).(p-p_0) \end{aligned} \tag{7.20}$$

où p_v désigne la pression de vapeur d'eau dans la chambre de test, v_w et v_i les volumes molaires de l'eau et de la glace, p_0 la pression de référence égale à la pression atmosphérique ($p_0 = 0.1\ [MPa]$), γ_w un coefficient d'activité dû à la présence de chlorure. Ce coefficient vaut 1 lorsque le solvant et le soluté obéissent à la loi de Raoult [Atkins, 1990].
Dans les équations (7.20) les potentiels à la pression de référence p_0 peuvent s'écrire en fonction des potentiels chimiques et de l'entropie spécifique à la température de référence et de l'intégrale double des capacités de chaleur spécifiques [Atkins, 1990], [Schuffenecker et al., 2000]. Ainsi, à la température de référence $T_0 = 273.15°K$ et à la pression p_0 l'eau et la glace sont en équilibre et cet équilibre se traduit en fonction des enthalpies libres (h_w° et h_i°) et des entropies spécifiques (s_w° et s_i°) de l'eau et de la glace sous la forme :

$$s_w^\circ(T_0) - s_i^\circ(T_0) = \frac{h_w^\circ(T_0) - h_i^\circ(T_0)}{T_0} = \frac{\Delta h_{wi}^\circ}{T_0} \tag{7.21}$$

où le coefficient Δh_{wi}° représente l'enthalpie de solidification. A partir de ces lois, Penttala [Penttala, 1998], [Penttala, 1999] déduit une expression de la pression hydrostatique totale dans le pore dont l'eau gèle :

$$p - p_0 = \frac{R.T}{v_i} ln(\frac{p_v}{\gamma_w.x_{ng}.p_{v0}}) + \frac{\Delta h_{wi}^\circ}{v_i.T_0}(T - T_0) + \frac{1}{v_i}\int_T^{T_0}\left(\int_T^{T_0}\frac{c_{pi}^\circ - c_{pw}^\circ}{T}\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T \tag{7.22}$$

où p_{v0} désigne la pression de vapeur saturante. L'évolution de la pression dans les pores s'exprime ainsi en fonction de la température et de l'humidité relative p_v/p_{v0} et des paramètres thermodynamiques connus. Cependant, les mesures de l'humidité relative sont dépendantes du matériau. Les mesures de cette humidité réalisées par Penttala sur des mortiers montrent que les courbes des déformations suivent la même évolution que celle de l'humidité relative, ce qui laisse penser que les déformations du mortier au gel dégel sont régies par les variations de l'humidité relative.
Les travaux de Litvan [Litvan, 1972], [Litvan, 1973] ont décrit de façon complémentaire l'équilibre thermodynamique entre la glace et l'eau non-gelée en constatant que l'équilibre de l'eau dans le matériau est régi par la pression de vapeur saturante de l'eau liquide p_w^0. Pour une température inférieure à $0°C$ cette pression de vapeur satu-

rante de l'eau liquide est supérieure à la pression de vapeur saturante de la glace p_i^0. Alors, Litvan suppose que l'humidité relative est équivalente localement à p_i^0/p_w^0. Et pour des températures T comprises entre $0°C$ et $-16°C$ Dorsay [Dorsay, 1940] donne :

$$log_{10}(\frac{p_i^0}{p_w^0}) = \frac{1.1489T}{273.15+T} + 1.33\ 10^{-5}T^2 - 9.084\ 10^{-8}T^3 + 1.08\ 10^{-9}T^4 \tag{7.23}$$

Dans le cas où l'eau des pores contient des impuretés, la pression osmotique vient s'ajouter à la pression hydrostatique dans les pores du squelette solide. Ce phénomène entraîne alors un dessèchement du squelette poreux, ces pores n'étant plus saturés. La perte d'eau dans ces pores sera considérée comme uniforme dans toute la phase solide de la pâte de ciment. Pour les simulations il n'est pas possible de connaître la quantité d'eau exacte qui s'échappe des pores. Une valeur approximative en est donnée par l'évolution de l'humidité relative dans les pores en fonction de la température par l'équation (7.23). Le dessèchement peut être alors pris en compte, de façon implicite, par l'application d'une pression P_e régie par la loi de Laplace (7.7) :

$$P_e = \frac{R.T}{v_w}.ln(R_h) \tag{7.24}$$

où $R_h = p_i^0/p_w^0$ représente l'humidité relative.
Les pressions hydrostatique et osmotique générées par la baisse de la température ne sont pas seules responsables de la dégradation du matériau. Les effets de mouvement d'eau et de glace dans le réseau poreux créent également, comme nous l'avons vu, des pressions hydrauliques.

7.2.5 La pression hydraulique

La pression hydraulique P_h est calculée dans le réseau capillaire selon la relation de Laplace généralisée [Scherer, 1999] :

$$P_h = p_i - p_w = \gamma^{sl}\kappa^{sl} \tag{7.25}$$

où p_i et p_w représentent, respectivement, la pression de la glace et la pression du liquide, κ^{sl} la somme $1/r_1 + 1/r_2$ avec r_1 et r_2 les rayons principaux de courbure du capillaire, et γ^{sl} $[J/m^2]$ la tension à l'interface eau-glace. Dans le cas de cristaux de glace polyhédriques, la relation se réduit selon la forme citée plus haut (7.2), avec un seul rayon principal de courbure r_p. Si le capillaire où se propage la glace est de forme cylindrique, la courbure à l'interface eau-glace s'écrit sous la forme suivante :

$$\kappa^{sl} = -\frac{2cos\theta}{r_p} \tag{7.26}$$

où r_p désigne le rayon de pore et θ l'angle que fait le liquide avec le bord du pore. De sorte que la relation (7.25) devient :

$$p_i - p_w = -\frac{2\gamma^{sl} cos\theta}{r_p} \tag{7.27}$$

Si $\theta > 90°$ la pression est positive. Et si $\theta = 180°$ la glace n'est pas 'mouillée', et l'équation (7.27) s'écrit en fonction de l'épaisseur d'eau non gelée δ :

$$P_h = p_i - p_w = \frac{2\gamma^{sl}}{r_p - \delta} \tag{7.28}$$

Si $\theta < 90°$, alors le cristal de glace ne peut pas entrer dans le capillaire à la température donnée, et plus le pore est petit, plus la température doit être basse pour permettre la propagation du front de glace.
La pression hydraulique, comme il a été cité plus haut, agit dans les pores les plus fins de la pâte de ciment. Lorsque la glace aura remplie les plus gros pores, un front de glace commencera à se propager dans les capillaires connectés. A l'échelle de la modélisation proposée ici, les pores les plus fins ne sont pas représentés, le coût informatique étant trop important. Aussi, afin de ne pas les négliger et de tenter de prendre en compte leurs effets dans l'étude des pâtes de ciment, la pression hydraulique sera introduite dans la loi de comportement thermo-poro-élastique de la phase solide de la pâte en la pondérant par un coefficient de porosité β caractérisant la porosité de la phase solide.

Il apparaît clairement dans l'équation (7.27) que $p_i - p_w > 0$, car $p_i > 0$ et $p_w < 0$. Si l'on suit l'évolution des pressions séparément, on montre qu'elles augmentent au cours du gel. La différence entre ces deux pressions reste positive car $p_i > 0$ et $p_w < 0$ quelque soit T. Mais l'évolution de la différence $p_i - p_w$ peut dépendre des conditions d'essai. Est-ce que p_i évolue plus vite que p_w ou inversement ? Ceci peut déterminer l'allure de la courbe des déformations du matériau.

7.3 Simulation du comportement des matériaux cimentaires au gel dégel

Les simulations présentées dans ce paragraphe constituent une première approche dans l'étude du comportement des matériaux cimentaires à basses températures. Cette étude s'appuie sur le couplage du modèle Béton Numérique avec le modèle d'endommagement MODEV pour la résolution du problème cellulaire. Ce problème micromécanique tient compte de l'évolution des propriétés des constituants avec la température, des pressions générées par le gel, et l'endommagement résultant. Des simulations ont été réalisées tout d'abord sur des pâtes de ciment avec des rapport eau sur ciment de 0.4 et 0.6. Puis, des calculs sur le comportement au gel d'un Béton Hautes Performances (BHP $M100C$) ont été menés à partir de la connaissance de la dilatation

thermique de la pâte de ciment et des granulats au gel dégel.
Les premiers résultats sont analysés et des pistes sont proposées pour les améliorer et les enrichir. La localisation des différents champs mécaniques dans la microstructure renseigne sur l'apparition des fissures et par-conséquent la dégradation du matériau à basses températures.

7.3.1 Etude de la pâte de ciment

Pour tenter de comprendre les phénomènes responsables de l'endommagement de la pâte de ciment à basses températures, plusieurs pâtes de ciment ont été étudiées présentant résistance à la traction de la matrice solide différente. Le but est de vérifier si les pressions exercées dans les pores sont suffisantes pour endommagement le matériau. Les propriétés des phases des pâtes de ciment étudiées sont données en Annexe A.1 et les distributions granulométriques sont données en Annexe A.2. Dans un premier temps on baisse la température jusqu'à $-20°C$. Puis des cycles de gel dégel sont simulés pour des températures comprises entre $10°C$ et $-30°C$ dans le but de faire intervenir la pression hydraulique dans les pores du squelette solide. La pression osmotique est prise en compte en considérant 3% d'impuretés dans l'eau.

Cycles compris entre $10°C$ et $-20°C$

Les premières simulations sont menées sur des pâtes de ciment de rapport $E/C = 0.4$ et $E/C = 0.6$ avec respectivement une résistance à la traction de la matrice solide de la pâte de ciment égale à 15 MPa et 10 MPa. Aucun endommagement de la microstructure n'est observé. Pour ce premier cas d'étude, on peut dire que soit la résistance à la traction des pâtes est trop élevée, soit la température minimale n'est pas assez basse, de sorte que les pressions de pore, osmotique et hydraulique, n'induisent aucun endommagement.
En conservant la même température, on modifie maintenant la résistance à la traction de la matrice solide en prenant pour la pâte de rapport $E/C = 0.4$, $f_t = 10\ MPa$, et pour celle de rapport $E/C = 0.6$, $f_t = 7\ MPa$. L'endommagement reste également nul quelque soit le nombre de cycles. Ceci montre que les pressions exercées, toujours d'origine osmotique et hydrostatique, ne sont pas encore suffisantes pour entraîner un endommagement à l'échelle de la microstructure. Alors, soit la résistance à la traction de la matrice solide est encore trop élevée, soit la somme de la pression osmotique avec la pression hydrostatique ne permet pas de générer une dégradation de la pâte de ciment sous ces conditions de température.
Pour faire intervenir la pression hydraulique, des simulations sont réalisées maintenant sur des cycles entre $10°C$ et $-30°C$.

Cycles compris entre $10°C$ et $-30°C$

D'après différentes études expérimentales citées plus haut, c'est en dessous de cette température que le front de glace commence à se propager dans les capillaires

les plus fins de la pâte de ciment [Setzer, 2001]. Et donc, en se propageant, la glace entre en contact avec l'eau non-gelée des capillaires et une pression se développe pour empêcher ce front de glace de pénétrer dans le pore. Cette pression hydraulique est, pour certains auteurs [Everett, 1961], en grande partie responsable de la dégradation de la microstructure des pâtes de ciment.
On commence par descendre la température jusqu'à $-30°C$. Puis on revient à la température de $10°C$. La pression hydraulique au cours du gel intervient maintenant dès que la température est inférieure à $-20°C$. En choisissant de baisser la température jusqu'à $-30°C$, et en retenant une résistance à la traction de la matrice solide égale à 10 MPa pour la pâte de ciment avec le rapport $E/C = 0.4$ et égale à $f_t = 7\ MPa$ pour la pâte de ciment avec $E/C = 0.6$, on observe un début d'endommagement.

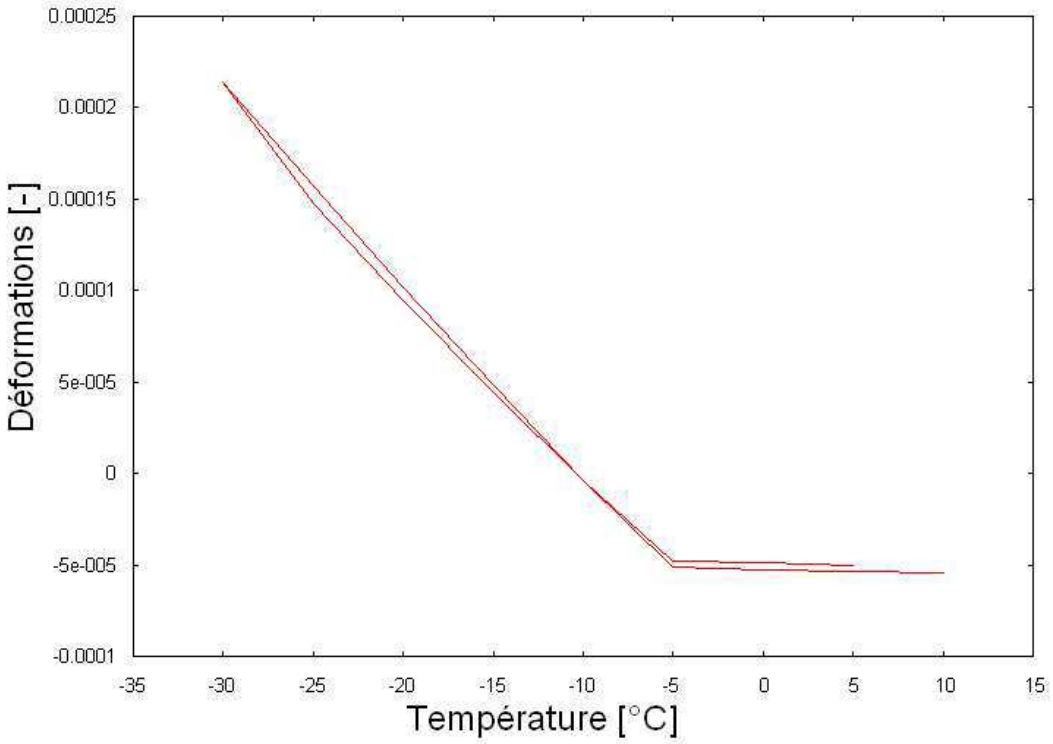


Figure 7.4 — Cycles des déformations de la pâte de ciment $E/C = 0.6$ soumise au gel dégel.

Les résultats des simulations sont présentés tout d'abord à la ***Figure 7.4*** sous la forme d'une courbe d'évolution des déformations moyennes en fonction de la température pour la phase de gel $10°C$ à $-30°C$, puis de dégel de $-30°C$ à $10°C$. Deux phases apparaissent avant et après la nucléation de la glace dans les pores située ici autour de $-5°C$. Les courbes de déformations sont linéaires croissantes sur chaque phase.
L'hystérésis observée peut être interprétée expérimentalement de plusieurs façons. Elle peut être due à une différence entre la température de gel et la température de dégel relative à la forme du pore [Setzer and Liebrecht, 2002]. Ou alors elle est due

à une progression linéaire de l'endommagement durant le gel et durant le dégel liée à la dilatation thermique de la glace et à la migration de l'eau vers les gros pores [Kaufmann, 1999].
Expérimentalement on observe une décroissance des déformations avant la nucléation de la glace. Après ce point les déformations peuvent être décroissantes ou croissantes selon que la pâte de ciment est non saturée ou saturée. En effet, les déformations de la pâte de ciment saturée sont régies par l'expansion du volume de la glace. Dans le cas non saturé, on observe une contraction de la matrice solide due au dessèchement des pores du squelette solide et aussi un rejet de l'eau par la glace vers l'extérieur. Cet effet est expliqué dans les travaux de Setzer [Setzer and Liebrecht, 2004], [Setzer, 2001]. Dans notre approche, les pâtes sont supposées saturées, la variation de volume de l'eau dans le pore affecte l'ensemble du pore.

Pour simuler une pâte non-saturée, il faudrait être capable de représenter numériquement le pore par une grille d'éléments finis très fins. Le modèle proposé actuellement ne permet pas encore de prendre en compte un espace 'vide' capable de recevoir l'expansion de volume de la glace. Un maillage très fin dans le pore permettrait par contre d'affecter à une partie du pore les propriétés de l'eau, puis de la glace, et dans l'autre partie du pore les propriétés de la vapeur d'eau. Lorsque la glace commence à se développer, la pression associée serait considérée comme nulle sur les parois du pore tant que le nouveau volume eau-glace ($= 1.09V_{eau}$) n'atteindrait pas le volume total du pore.

Dans le modèle proposé ici, la pression osmotique ne joue qu'un rôle de pression supplémentaire dans le pore dont l'eau commence à geler. Dans la situation réelle l'effet osmotique est associé à un déplacement d'eau, donc de masse, dans le réseau poreux. Selon certains auteurs lors de cette migration de l'eau des petits pores vers les plus gros une partie de cette eau pourrait geler dans les capillaires avant d'atteindre les gros pores. Cette nucléation de la glace dans les capillaires les plus fins serait en partie responsable de l'endommagement de la pâte de ciment. Pour prendre en compte ces mouvements de masse un modèle de cinétique pourrait être couplé avec le modèle Béton Numérique.

Localisation

La localisation des déformations et de l'endommagement la pâte de ciment au cours des cycles de gel dégel peut être visualisée par notre approche numérique. La ***Figure 7.5*** permet ainsi de constater que les déformations au cours du 4^e cycle à $5°C$ sont plus importantes qu'au cours du 1^{er} cycle à $-25°C$ pour la pâte de rapport $E/C = 0.6$. A $-25°C$ les pressions sont plus élevées dans la microstructure car la glace est déjà présente dans les pores et la pression hydraulique commence à générer des déformations dans le système poreux. A $5°C$ la glace a fondu et les pressions sont moins importantes. L'augmentation des déformations au fil des cycles est le résultat de la perte de rigidité de la phase solide de la pâte de ciment. Celle-ci s'endommage à chaque cycle de gel

dégel, et elle devient plus sensible aux pressions exercées par la glace et l'eau. Cet endommagement se localise généralement à l'interface entre le liquide ou la glace et la phase solide, comme le montre la ***Figure 7.6***.
De plus en comparant l'endommagement sphérique des pâtes de rapports $E/C = 0.4$ et $E/C = 0.6$, on constate que la pâte avec le rapport E/C le plus élevé est moins sensible à l'endommagement. En effet, la porosité étant plus élevée, la variation de volume des pores est plus libre. Les déformations associées sont moins gênées par la phase solide et donc les dilatations différentielles entre la glace et la phase solide de la pâte de ciment sont moins importantes. De plus on observe une localisation de l'endommagement en certains points du VER. Ces endommagements locaux importants sont associés à des déformations élevées, et par-conséquent la déformation moyenne du matériau est élevée. Ces résultats sont présentés à la ***Figure 7.7***.
Les travaux actuels de l'équipe MOCAD du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment se tournent vers une approche non-locale de l'endommagement afin de ne plus rencontrer se type de phénomènes et permettre ainsi de simuler des déformations mieux réparties dans le domaine représenté par le VER.

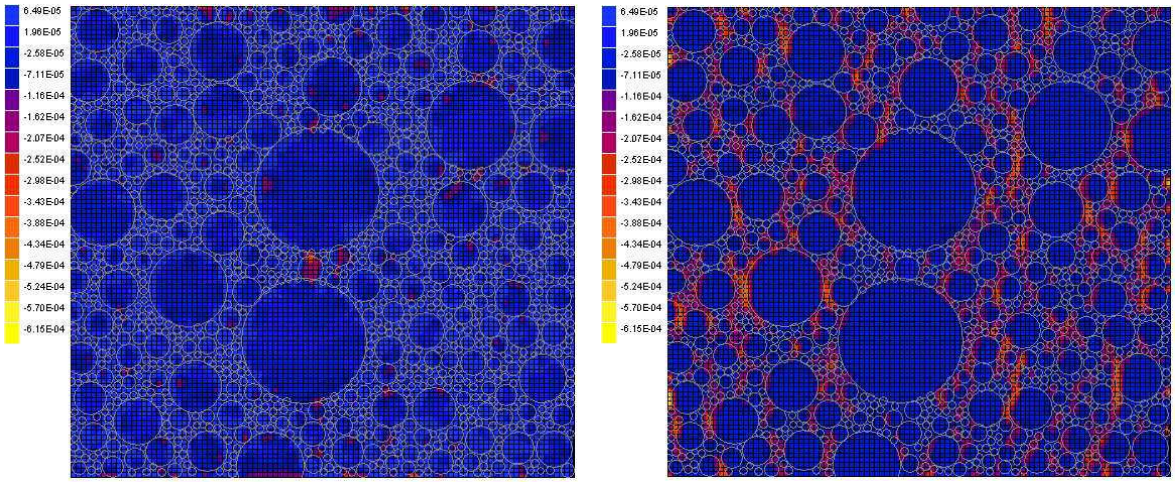


Figure 7.5 — Localisation des déformations dans la pâte de ciment de rapport $E/C = 0.6$ à $-25°C$ durant le 1^{er} cycle (gauche) et à $5°C$ durant le 4^{e} cycle (droite).

7.3.2 Etude du comportement du béton

Pour les simulations du comportement au gel dégel du BHP $M100C$, nous avons retenu un comportement thermo-élastique pour la pâte de ciment et les granulats. Les caractéristiques mécaniques sont rappelées dans en Annexe B.1 et la distribution granulométrique est donnée en Annexe B.2. Les dilatations thermique de la pâte de ciment et des granulats sont prises homogène. Leurs évolutions en fonction de la température sont choisies de façon approchée à partir de mesures expérimentales tirées de la littérature obtenues sur les déformations de la pâte de ciment par Kaufmann [Kaufmann, 1999] et des granulats calcaires par Verbeck et Werness

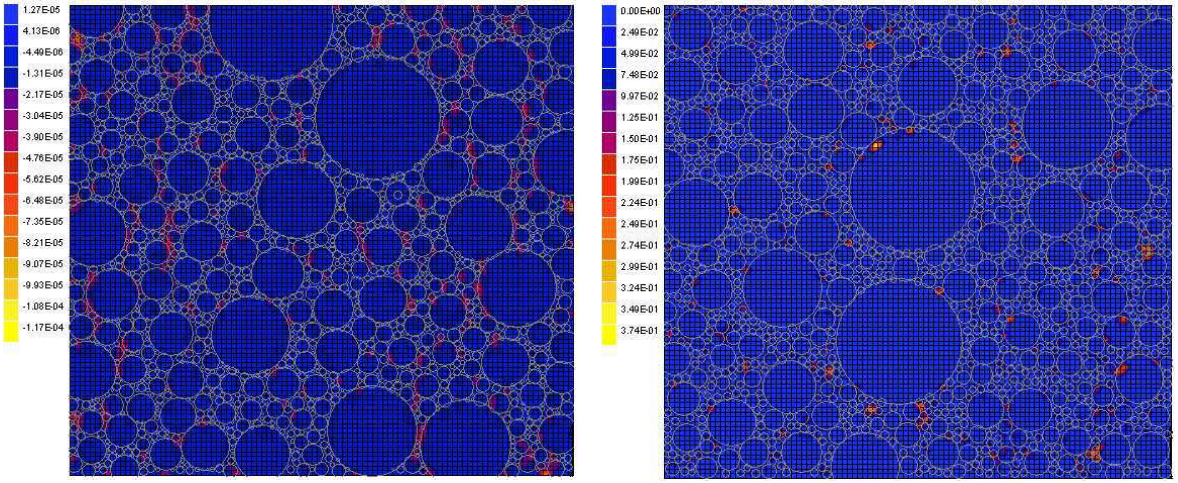


Figure 7.6 — Localisation de l'endommagement sphérique dans les pâtes de rapport $E/C = 0.4$ (gauche) et $E/C = 0.6$ (droite) durant le 1^{er} cycle à $-30°C$.

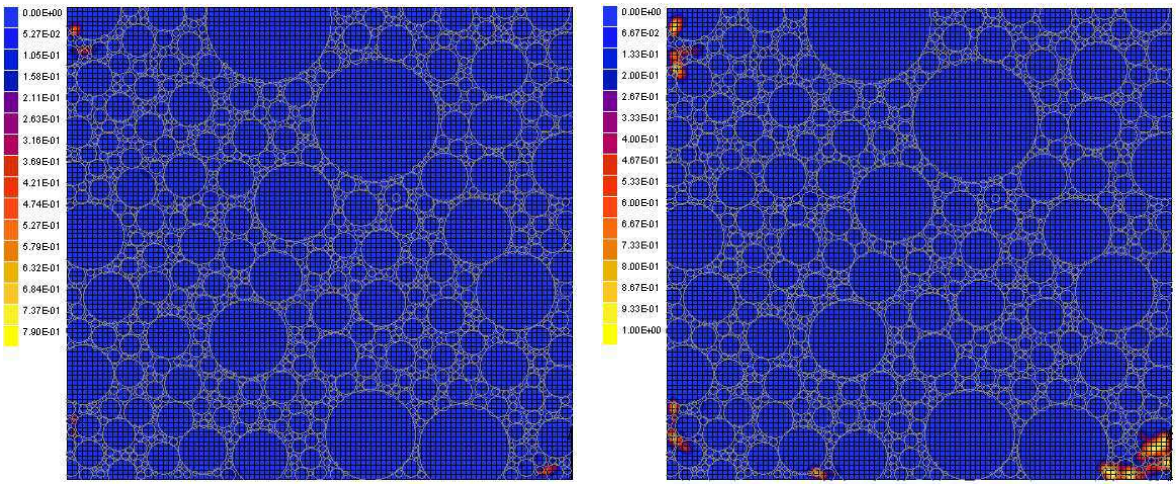


Figure 7.7 — Localisation de l'endommagement sphérique dans la pâte de rapport $E/C = 0.4$ à $-30°C$ durant le 4^e cycle (gauche) et durant le 5^e cycle (droite).

[Verbeck and Werness, 1951]. Ces évolutions sont présentées aux ***Figures 7.8***.

Les résultats des simulations pour le BHP $M100C$ présentés à la ***Figure 7.9*** montrent une évolution des déformations moyennes en fonction de la température marquée par une hystérésis. Cette hystérésis est provoquée par l'apparition d'un endommagement local qui modifie la morphologie de la microstructure. Les matériaux testés par différents expérimentateurs sont très sensibles, lors de tests au gel dégel, aux conditions environnmentales et à la morphologie de la microstructure [Bager and Sellevold, 1986a], [Bager and Sellevold, 1986b], [Pigeon et al., 1996b].

Les déformations locales dans le VER au cours des 1^{er} et 4^{eme} cycles de gel dégel sont présentés à la ***Figure 7.10***. Il s'agit des déformations selon l'axe Ox, tel que

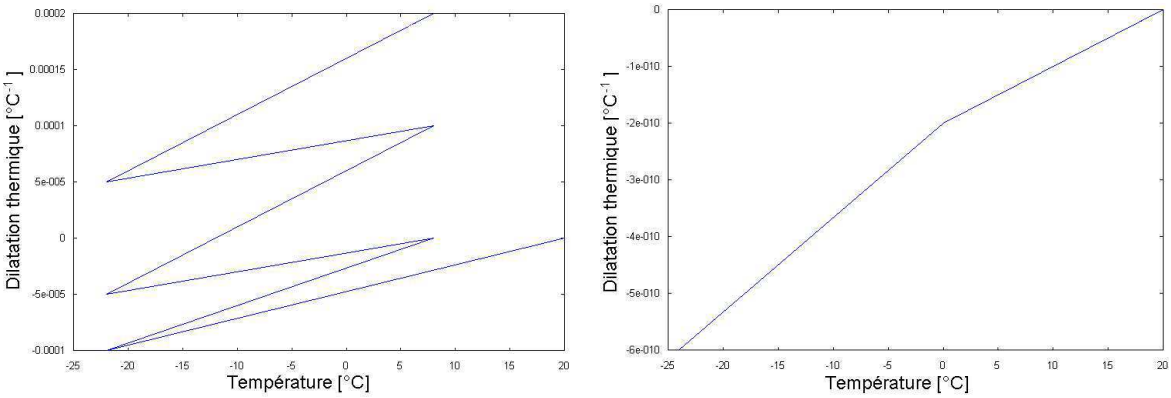


Figure 7.8 — Dilatation thermique de la pâte de ciment [Kaufmann, 1999] et du granulat calcaire [Verbeck and Werness, 1951] au gel dégel.

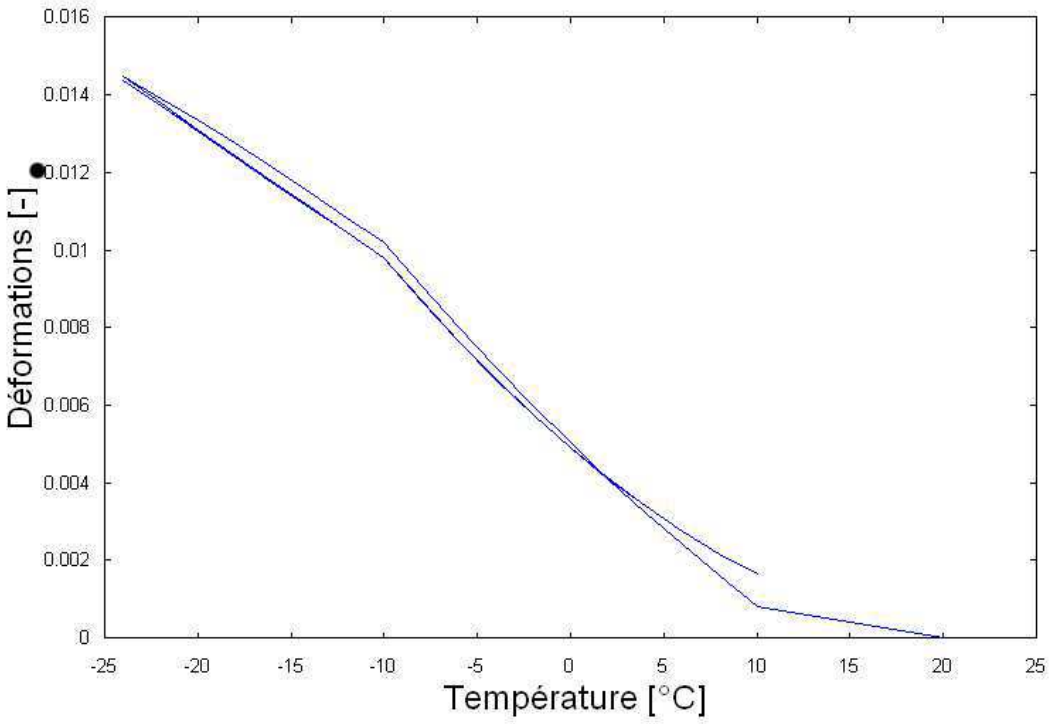


Figure 7.9 — Cycles des déformations totales du BHP M100C soumis au gel dégel.

l'on a observé que les déformations sont les mêmes selon l'axe $0y$. On constate des déformations négatives dans les granulats au cours du 1^{er} cycle et des déformations positives dans la pâte de ciment. L'effet des dilatations différentielles est clairement visible aux interfaces pâte-granulat. Au cours du 4^{eme} cycle les dilatations des granulats sont moins gênées par celles de la pâte de ciment. L'évolution du comportement de la pâte de ciment va donc jouer un rôle important sur le comportement du BHP à basses températures. L'endommagement de la pâte de ciment rend en effet cette phase plus sensible aux dilatations des granulats et donc contribue aux plus grandes variations des déformations du béton.

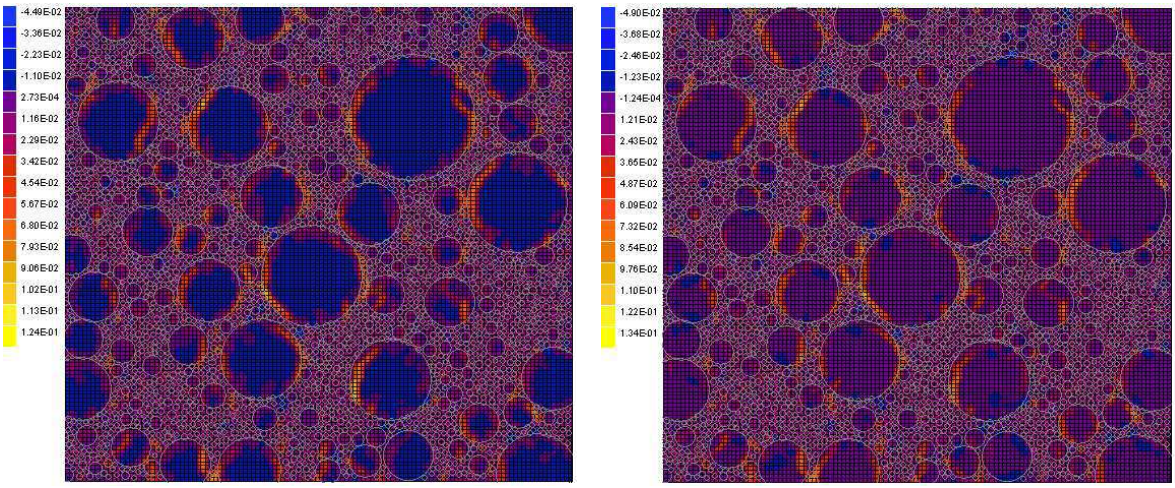


Figure 7.10 — Localisation des déformations dans le VER de béton à $-22°C$ durant le 1^{er} cycle de gel dégel (gauche) durant le 4^{eme} cycle (droite).

Les résultats sur les déformations de la pâte de ciment obtenus par les simulations ne permettent pas encore de définir complètement le comportement du matériau. On a montré (ci-dessus) qu'il est nécessaire de compléter le modèle par d'autres propriétés permettant de tenir compte du comportement local des constituants.

Conclusions et Perspectives

Dans ce travail, une modélisation du comportement thermo-hydro-mécanique des matériaux hétérogènes et poreux et plus spécifiquement des matériaux cimentaires, a été proposée par une approche micromécanique. Pour cela, le couplage d'une méthode d'homogénéisation avec le modèle numérique Béton Numérique, développé par Mounajed [Mounajed, 2001, Mounajed, 2002] dans le code éléments finis Symphonie du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, a été mis en œuvre. Ce modèle numérique permet de générer de façon aléatoire les hétérogénéités, granulats, grains de sable et pores, de tailles différentes dans un Volume Élémentaire Représentatif. La géométrie de ce volume se rapproche alors au mieux de la réalité de la microstructure des bétons et pâtes de ciment. Les problèmes cellulaires d'homogénéisation en élasticité, en thermo-élasticité, en poro-élasticité et de conductivité hydraulique ont été résolus par la méthode des éléments finis. Les lois de comportement homogénéisées du matériau équivalent sont alors obtenues par prise de moyenne, pour chaque problèmes. Ce comportement homogénéisé a été confronté à des mesures expérimentales réalisées par Pimienta [Pimienta, 1999] et Gaweska hager [Gaweska Hager, 2004] pour le comportement thermo-mécanique du béton, par Haecker [Haecker et al., 2005] pour celui des pâtes de ciment, par Cui et Cahyadi [Cui and Cahyadi, 2001] pour la perméabilité des pâtes de ciment et par Tsimbroska [Tsimbrovska, 1998] et Bisaillon et Malhotra [Whiting and Walitt, 1988, page 175] pour celle des bétons. Par-ailleurs, les résultats des simulations ont été également comparés aux résultats obtenus avec des modèles analytiques d'homogénéisation. L'approche numérique proposée a été ainsi validée. Les coefficients macroscopiques calculés peuvent être utilisés maintenant dans des lois thermo-hydro-mécanique macroscopiques pour des calculs de structures. La spécificité de cette approche numérique, par rapport aux modèles analytiques d'homogénéisation, est surtout de donner accès aux champs locaux solutions des problèmes cellulaires, et de permettre ainsi d'analyser les zones les plus susceptibles de se dégrader au sein de la microstructure. L'autre point fort de l'approche est de pouvoir résoudre les problèmes d'homogénéisation avec des comportements non linéaires des phases et donc d'étudier l'endommagement des matériaux.

Ainsi, des applications au comportement non-linéaire des matériaux cimentaires soumis à des sollicitations thermiques et/ou mécaniques ont été menées. L'approche multi-échelles a été alors couplée au modèle d'endommagement MODEV développé

par [Ung Quoc, 2003] dans Symphonie, introduit à l'échelle microscopique dans le comportement des phases. Deux variables d'endommagement microscopiques sphérique et déviatorique, respectivement associées à la déformation volumique et à la déformation en cisaillement, permettent de traduire les efforts locaux d'extension volumique et de glissement. Les résultats obtenus pour l'étude du comportement d'un Béton Hautes Performances à hautes températures sous chargement mécanique ont été confrontés avec succès aux mesures expérimentales réalisées par Pimienta [Pimienta, 1999] et Gaweska Hager [Gaweska Hager, 2004] en ce qui concerne le comportement thermo-mécanique et par Tsimbrovska [Tsimbrovska, 1998] en ce qui concerne la perméabilité. La visualisation des champs locaux d'endommagement ont permis de suivre la progression de la dégradation du béton au cours des sollicitations couplées thermo-mécanique. Les dilatations différentielles entre la pâte de ciment et les granulats apparaissent responsables de la dégradation du matériau. Les effets microstructuraux sont donc prépondérants.

Une troisième application a porté sur le comportement des matériaux cimentaires à basses températures et au gel dégel. L'approche retenue a demandé la mise en œuvre numérique du calcul des pressions agissant dans les pores de la pâte de ciment. Ces pressions sont définies à partir des relations de la thermodynamique entre les potentiels chimiques de l'eau, de la glace et de la vapeur d'eau [Penttala, 1998], [Penttala, 1999], [Penttala and Al-Neshawi, 2002]. A partir des observations expérimentales tirées de la littérature, certains phénomènes observés lors du processus de gel ont ainsi pu être être pris en compte. La localisation a permis d'identifier des dilatations différentielles dans la pâte de ciment entre la glace des pores et le squelette solide. Les premiers résultats obtenus apparaissent physiquement satisfaisants mais demandent à être validés de façon plus approfondie. Les résultats obtenus sur le comportement de pâtes de ciment soumises au gel dégel pourraient être enrichis par l'introduction d'un modèle de transport de masse à l'échelle locale. Pour la simulation du comportement du béton au gel dégel, des lois empiriques pour la dilatation thermique de la pâte de ciment [Kaufmann, 1999] et des granulats [Verbeck and Werness, 1951] ont été retenues. Les résultats ainsi obtenus ont permis de constater une hystérésis des déformations due certainement à des déformations résiduelles et donc à l'apparition d'un endommagement. Cet endommagement se localise aux interfaces entre la pâte de ciment et les granulats.

A travers ces différents applications l'approche numérique proposée apparaît prometteuse pour la détermination du comportement thermo-hydro-mécanique équivalent des matériaux cimentaires. Elle renseigne précisément sur l'endommagement des matériaux, sa localisation et son évolution. Avec les applications sur les pâtes de ciment, nous avons vu qu'elle permet de descendre à une échelle très fine de la microstructure mais que malgré tout, elle peut être alimentée en données expérimentales mesurées et pas forcément empiriques. L'outils numérique développé en éléments finis est évidemment adaptable à d'autres types de matériaux et de comportement qui pourraient être associés à d'autres modèles d'endommagement. L'outil, développé actuellement dans Symphonie, a été conçue par-ailleurs pour s'adapter à d'autres codes aux éléments finis afin d'assurer une exploitation large. Différents enrichissements du modèle peuvent être envisagés à courts et moyens termes.

Ainsi, il pourrait être complété par une modélisation des effets chimiques liés à l'hydratation de la pâte de ciment, comme proposée par l'équipe de Bentz [Bentz et al., 1996]. Cette approche permettrait entre autre de simuler et de calculer le comportement équivalent des matériaux cimentaires au jeune âge. L'étude de la perméabilité des matériaux endommagés pourrait être également complétée pour s'affranchir de la loi d'évolution de la perméabilité des phases, actuellement empirique. Un modèle basé sur la loi de Poiseuille, comme cela a été proposé par Dormieux et Kondo [Dormieux and Kondo, 2004], est en cours de développement et pourrait permettre de prendre en compte l'écoulement des fluides dans les fissures du matériau à l'échelle des constituants. La prise en compte de l'orientation de ces fissures conduirait alors à une perméabilité équivalente anisotrope du matériau endommagé.
La qualité de l'adhérence entre les granulats et la pâte du ciment constitue un paramètre déterminant pour la qualité finale du mélange. Ce paramètre traduit de manière globale un ensemble de phénomènes couplés liés aux réactions chimiques et à mise en œuvre du matériau. A ce titre, la prise en compte dans le modèle d'une zone de transition autour de chaque granulat, qui possède ses propres caractéristiques mécaniques, est envisagée. Le maillage devrait être nécessairement raffiné et la grille initiale maillée en éléments triangles.

Annexes

ANNEXE A Propriétés des pâtes de ciment

A.1 Propriétés des phases des pâtes de ciment

E/C	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
α_{hyd}	0.732	0.93	0.96	1	1	1
ϕ [%]	6	9	17	26	33	39
E $[MPa]$	32029	27625	26520	26520	26520	26520
ν	0.25	0.2548	0.2565	0.2565	0.2565	0.2565

Tableau A.1 — Modules élastiques des phases solides pour différentes pâtes de ciment.

E/C	Degré d'hydratation α_{hyd}	Porosité capillaire ϕ	$k_l[m^2]$	$k_h[m^2]$
0.3	0.732	0.059	$2.04\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.4	0.93	0.091	$2.85\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.5	1	0.171	$2.93\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.6	1	0.26	$2.93\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.7	1	0.33	$2.93\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$
0.8	1	0.39	$2.93\ 10^{-23}$	$5.46\ 10^{-19}$

Tableau A.2 — Perméabilités des phases des pâtes de ciment à 210 jours.

A.2 Distribution granulométrique des différentes pâtes de ciment étudiées

Diamètre (μm)	$E/C = 0.3$	$E/C = 0.4$	$E/C = 0.5$	$E/C = 0.6$	$E/C = 0.7$	$E/C = 0.8$
73	2.75	2.65	2.33	2.16	1.95	1.77
61	5.70	5.51	4.84	4.48	4.04	3.68
47	3.75	3.62	3.18	2.94	2.65	2.42
41	4.88	4.71	4.14	3.83	3.46	3.15
35	4.05	3.91	3.43	3.18	2.87	2.61
31	2.31	2.23	1.96	1.81	1.63	1.49
29	2.52	2.43	2.14	1.98	1.78	1.62
27	2.75	2.66	2.33	2.16	1.95	1.77
25	3.00	2.90	2.55	2.36	2.13	1.94
23	3.28	3.17	2.78	2.58	2.32	2.12
21	3.58	3.46	3.04	2.81	2.54	2.31
19	3.91	3.78	3.32	3.07	2.77	2.52
17	4.27	4.13	3.62	3.35	3.02	2.75
15	4.66	4.51	3.96	3.66	3.30	3.01
13	5.09	4.92	4.32	4.00	3.61	3.28
11	5.56	5.37	4.72	4.37	3.94	3.59
9	6.07	5.87	5.15	4.77	4.30	3.92
7	6.63	6.41	5.62	5.21	4.70	4.28
5	7.24	7.00	6.14	5.69	5.13	4.67
3	12.13	11.72	10.29	9.52	8.59	7.82

Tableau A.3 — Fraction volumique des particules de ciment dans la pâte.

ANNEXE B Propriétés du BHP M100C

B.1 Propriétés des phases du BHP M100C

	Pâte de ciment	Granulats
$E\ [MPa]$	15000	75000
ν	0.2	0.28
$\alpha\ [°C^{-1}]$	$5.79\ 10^{-6}$	$4.16151\ 10^{-6}$
$f_c\ [MPa]$	80	180
$f_t\ [MPa]$	3	10
$f_{cis}\ [MPa]$	6	20
α_c	0.3	0.3
B_c	50	50
$G_f\ [N/mm]$	0.1	0.15
$k\ [m^2]$	$5\ 10^{-18}$	$5\ 10^{-20}$

Tableau B.1 — Propriétés des constituants du BHP $M100C$ à température ambiante.

B.2 Distribution granulométrique pour le BHP M100C

Diamètre μm	Fraction Volumique %
25	2
20	8
16	10
12.5	8
10	6
8	4
6.3	2
5	2
4	3
3.15	1
2.5	3
2	1
1.6	1
1.25	4
1	18

Tableau B.2 — Fraction volumique des granulats dans le volume représentatif du BHP $M100C$.

Liste des notations

indice haut s : relatif à une variable sphérique

indice haut d : relatif à une variable déviatorique

indice bas s : relatif à la phase solide

indice bas et haut l : relatif à la phase fluide

indice bas g : relatif à la phase gazeuse

indice hom : relatif à une valeur homogénéisée

$\| \, . \, \|$: saut d'une grandeur à l'interface

ΔX : variation de la variable X par-rapport à la variable de référence X_0 (ou X^0)

$\langle X \rangle$: moyenne du champ X

$\boldsymbol{A}$: tenseur de couplage thermo-mécanique, tenseur de dilatation thermique

α : coefficient de dilatation thermique

α_{fl} : coefficient de dilatation thermique cubique du fluide

b : coefficient de Biot

B : paramètre matériau qui est la variable d'évolution de l'endommagement

$\boldsymbol{B}$: tenseur de couplage hydro-mécanique, tenseur de Biot

B_c : coefficient matériau associé à sa résistance à la compression

B_s : coefficient de Skempton

B_t : coefficient matériau associé à sa résistance à la traction

β : variable d'écrouissage de l'endommagement

$\flat$: paramètre matériau tel que $C_{\boldsymbol{\Delta}} = T_0 \flat$

c : chaleur massique du fluide

$\boldsymbol{C}$: tenseur de rigidité des modules d'élasticité isothermes non-drainés

$C_{\boldsymbol{\Delta}}$: capacité de chaleur volumique par unité de volume initial dans une expérience non drainée à déformation nulle

d : variable d'endommagement

$\boldsymbol{\delta}$: tenseur identité d'ordre 2

$\boldsymbol{\Delta}$: tenseur des déformations de Green-Lagrange

Δh°_{wi} : enthalpie de solidification

$d\Omega$: volume élémentaire initial

$d\Omega_t$: volume à l'instant t

∂V : bord extérieur de V

$\boldsymbol{\varepsilon}$: tenseur des déformations linéarisées

$\tilde{\varepsilon}$: déformation équivalente

E : module d'Young

$\boldsymbol{E}$: déformation homogène

E/C : rapport eau sur ciment

f_{cis} : résistance au cisaillement

f_i : fraction volumique d'inclusions

f_m : fraction volumique de la matrice

f_t : résistance à la traction

g : accélération de la pesanteur

g_m : enthalpie libre par unité de masse fluide

G : module de cisaillement

$\boldsymbol{G}$: tenseur des moyennes des gradients de charge en pression

Γ_{mr} : interface entre la matrice et les granulats

Γ_{sl} : interface entre la phase solide et les pores

γ^s : tension à l'interface eau-glace

γ_w : coefficient d'activité dû à la présence de chloride

h°_x : enthalpie libre de la phase x

$\boldsymbol{I}$: tenseur identité d'ordre 4

J : Jacobien des transformations de $d\Omega$ vers $d\Omega_t$

k : coefficient de perméabilité

k_{CSH} : perméabilité à l'eau des gels CSH

k_i : coefficient de perméabilité intrinsèque

$\boldsymbol{K}$: tenseur de perméabilité

K : le module de compressibilité

K_{fl} : module de compressibilité isotherme du fluide saturant

l_c : longueur caractéristique de l'espace poreux

m : masse fluide échangée avec l'extérieur par unité de masse

M : module de Biot

μ : le module de cisaillement

μ_{fl} : viscosité du fluide

μ_i : potentiel chimique de la glace

μ_v : potentiel chimique de la vapeur d'eau

μ_w : potentiel chimique de l'eau

$\boldsymbol{n}$: normale unitaire extérieure à la surface considérée

ν : coefficient de Poisson

p : pression fluide

p_v : la pression de vapeur

p_{vsat} : la pression de vapeur saturante

P_e : pression de l'eau définie par la loi de Laplace

P_h : pression hydraulique

Π_0 : pression osmotique

$\boldsymbol{\pi}$: tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff

ϕ : porosité à un instant t

ϕ_c : valeur critique de la porosité capillaire

ϕ'_c : fraction volumique critique de CSH

ϕ_{CSH} : fraction volumique de CSH

ϕ_0 : porosité à l'instant initial

ψ : potentiel thermodynamique élastique

Ψ : fonction d'énergie libre

Ψ_m : énergie libre massique du fluide à l'état de référence

q : débit de masse fluide

r_p : rayon de pore

R : constante des gaz parfaits

Rh : humidité relative

ρ^{fl} : masse volumique du fluide à un instant t

ρ_0^{fl} : masse volumique du fluide à l'instant initial

S : entropie du système fluide-squelette

s_m : entropie massique du fluide

s_x° : entropie libre de la phase x

$\boldsymbol{\sigma}$: tenseur des contraintes de Cauchy

$\boldsymbol{\sigma'}$: contrainte effective

$\boldsymbol{\Sigma}$: tenseur de contrainte macroscopique

T : température

T_g : température de gel

$T_0\ell$: chaleur latente à déformation nulle de la variation de masse fluide avec ℓ un paramètre matériau

$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y})$: déplacements

$\boldsymbol{v}$: vitesse de filtration du fluide

v_w : volume molaire spécifique de l'eau

V : volume représentatif

$\boldsymbol{V}$: tenseur des moyennes des vitesses de filtration du fluide

V_{CH} : volume de CH dans la pâte de ciment

V_{CSH} : volume de CSH dans la pâte de ciment

V_{hyd} : volume des éléments hydratés de ciment

V_m : volume de la matrice

V_{nonhyd} : volume des éléments non-hydratés de ciment

V_p : volume de la phase poreuse

V_r : volume des renforts

V_s : volume de la phase solide

$\varphi(\beta)$: énergie de déformation fonction de β

x_{ng} : quantité d'eau non gelée en *mole*

$\boldsymbol{y}$: coordonnées d'un point du VER

w_S : énergie élastique microscopique

W_S : énergie élastique macroscopique

Y : fonction d'endommagement

Bibliographie

[Aboudi, 1991] Aboudi, J. (1991). *Mechanics of Composite Materials : A unified micromechanical approach*. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.

[Andrieux, 1983] Andrieux, A. (1983). *Un modèle de matériau microfissuré. Application aux roches et au béton*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[ASTM, 1992] ASTM (1992). Standard test method for resistance of rock to freezing and thawing. CRD-C 144-92, ASTM.

[Atkins, 1990] Atkins, P. (1990). *Physical chemistry*. Oxford University Press.

[Bager and Sellevold, 1986a] Bager, D. and Sellevold, E. (1986a). Ice formation in hardened cement paste, part i - room temperature cured pastes with variable moisture contents. *Cement and Concrete Research*, 16 :709–720.

[Bager and Sellevold, 1986b] Bager, D. and Sellevold, E. (1986b). Ice formation in hardened cement paste, part ii - drying and resaturation on room temperature cured pastes. *Cement and Concrete Research*, 16 :835–844.

[Baroghel-Bouny, 1994] Baroghel-Bouny, V. (1994). *Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[Bary, 1996] Bary, B. (1996). *Etude du couplage hydraulique-mécanique dans le béton endommagé*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Bazant, 1984] Bazant, Z. (1984). Microplane model for strain controlled inelastic behaviour. *Mechanics of engineering materials*, pages 45–59.

[Bazant and Kaplan, 1996] Bazant, Z. and Kaplan, M. (1996). Concrete at high temperatures : material properties and mathematical models. In *Concrete Design and Construction Series*. Longman Group Limited.

[Bear and Bachmat, 1991] Bear, J. and Bachmat, Y. (1991). Introduction to modeling of transport phenomena. In *Theory and applications of transport in porous media*. Kluwer Academic Plubishers.

[Ben Hamida et al., 2003] Ben Hamida, A., Dumontet, H., Grondin, F., and Mounajed, G. (2003). Le béton numérique : Une approche multi échelles pour le comportement du béton. In *16ème Congrès Français de Mécanique*.

[Bentz and Garboczi, 1999] Bentz, D. and Garboczi, E. (1999). Computer modelling of interfacial transition zone : microstructure and properties. In *Engineering and transport properties of the interfacial transition zone in cementitious composites*, volume 5, chapter 20, pages 349–385. Kluwer Academic Plubishers.

[Bentz et al., 1999] Bentz, D., Garboczi, E., Haecker, C., and Jensen, O. (1999). Effects of cement particle size distribution on performance properties of portland cement-based materials. *Cement and Concrete Research*, 29 :1663–1671.

[Bentz et al., 1998] Bentz, D., Garboczi, E., and Lagergren, E. (1998). Multi-scale microstructural modeling of concrete diffusivity : identification of significant variables. *Cement, Concrete and Aggregates*, 20(1) :129–139.

[Bentz et al., 1996] Bentz, D., Garboczi, E., and Martys, N. (1996). Application of digital-image-based models to microstructure, transport properties, and degradation of cement-based materials. In *Modelling of Microstructure and Its Potential for Studying Transport Properties and Durability*, pages 167–185. Kluwer Academic publisher, Jennings, H. and Editor.

[Bentz et al., 2002] Bentz, D., Mizell, S., Satterfield, S., Devaney J, George, W., Ketcham, P., Graham, J., Portefield, J., Quenard, D., Vallee, F., and Sallee, H. (2002). The visible cement data set. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology 2, NIST.

[Bernard et al., 2003] Bernard, O., Ulm, F., and Lemarchand, E. (2003). A multiscale micromechanics-hydration model for the early-age elastic properties of cement-based materials. *Cement and Concrete Research*, 33 :1293–1309.

[Biot, 1956] Biot, M. (1956). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *Journal of Acoustic Society of America*, 28 :168–191.

[Biot, 1962] Biot, M. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33 :1482–1498.

[Biot, 1972] Biot, M. (1972). Theory of finite deformations of porous solids. *Indiana University Mathematical Journal*, 21(7) :597–620.

[Bornert et al., 2001a] Bornert, M., Bretheau, T., and Gilormini, P. (2001a). *Homogénéisation en mécanique des matériaux*, volume Tome 1. Hermès Sciences Publications, Paris.

[Bornert et al., 2001b] Bornert, M., Bretheau, T., and Gilormini, P. (2001b). *Homogénéisation en mécanique des matériaux. Comportements non linéaires et problèmes ouverts*, volume Tome 2. Hermès Sciences Publications, Paris.

[Bounenni, 2002] Bounenni, A. (2002). *Etude expérimentale de l'effet de l'endommagement sur la perméabilité des roches.* Thèse de doctorat.

[Bournazel and Moranville,] Bournazel, J. and Moranville, M. Durability of concrete : the crossroad between chemistry and mechanics. *Cement and Concrete Research*, 27(10, pages =).

[Boutin, 2000] Boutin, C. (2000). Study of permeability by periodic and self-consistent homogenisation. *Eurorean Journal of Mech. A/Solids*, 19 :603–632.

[Carol and Bazant, 1997] Carol, I. and Bazant, Z. (1997). Damage and plasticity in microplane theory. *International Journal of Solids and Srructures*, 34(29) :3807–3835.

[Carol et al., 2001] Carol, I., Jirasek, M., and Bazant, Z. (2001). A thermodynamically consistent approach to microplane theory. part i : Free energy and consistent microplane stresses. *International Journal of Solids and Srructures*, 38 :2921–2931.

[Casbonne-Renaud, 1998] Casbonne-Renaud, F. (1998). *Comportement aux cycles de gel-dégel de bétons de granulats calcaires*. Thèse de doctorat, INPL Nancy.

[Chateau and Dormieux, 1998] Chateau, X. and Dormieux, L. (1998). Approche micromécanique du comportement d'un milieu poreux non saturé. *Compte Rendu de l'Académie des Sciences de Paris II b*, 326 :533–538.

[Christensen et al., 1996] Christensen, B., Mason, T., and Jennings, H. (1996). Comparison of measured and calculated permeabilities for hardened cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 26(9) :1325–1334.

[Consolati and Quasso, 2003] Consolati, G. and Quasso, F. (2003). Evolution of porosity in a portland cement paste studied through positron annihilation lifetime spectroscopy. *Radiation Physics and Chemistry*. Article de Presse.

[Constantinides and Ulm, 2003] Constantinides, G. and Ulm, F. (2003). The effect of two types of c-s-h on the elasticity of cement-based materials : results from nanoindentation and micromechanical modeling. *Cement and Concrete Research*, page 2450.

[Coussy, 1991] Coussy, O. (1991). *Mécanique des milieux poreux*. Technip.

[Coussy, 1995] Coussy, O. (1995). *Mechanics of porous continua*. Wiley and Sons.

[Cui and Cahyadi, 2001] Cui, L. and Cahyadi, J. (2001). Permeability and pore structure of opc paste. *Cement and Concrete Research*, 31 :277–282.

[Cwirzen and Penttala, 2005] Cwirzen, A. and Penttala, V. (2005). Aggregate-cement paste transition zone properties affecting the salt-frost damage of high-performance concretes. *Cement and Concrete Research*, 35 :671–679.

[Dagan, 1989] Dagan, G. (1989). *Flow and transport in porous formations*. Springer-Verlag.

[Desbarats, 1987] Desbarats, A. (1987). Numerical estimation of effective permeability in sand-sale formations. *Water Ressources Research*, 23(2) :273–286.

[Dormieux and Bourgeois, 2002] Dormieux, L. and Bourgeois, E. (2002). *Introduction à la micromécanique des milieux poreux*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[Dormieux and Kondo, 2004] Dormieux, L. and Kondo, D. (2004). Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement. *Compte Rendu de Mécanique*, 332 :135–140.

[Dormieux et al., 2002] Dormieux, L., Molinari, A., and Kondo, D. (2002). Micromechanical approach to the behavior of poroelastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50 :2203–2231.

[Dorsay, 1940] Dorsay, N. (1940). *Properties of ordinary water-substance*, chapter Table 243. Reinhold Publishing Corporation.

[Dreux and Festa, 1995] Dreux, G. and Festa, J. (1995). *Nouveau guide du béton*. Eyrolles.

[Dullien, 1979] Dullien, F. (1979). *Porous media : Fluid transport and pore structure*. Academic Press.

[El-Dieb and Hooton, 1995] El-Dieb, A. and Hooton, R. (1995). Water-permeability measurement of high performance concrete using a high-pressure triaxial cell. *Cement and Concrete Research*, 25(6) :1199–1208.

[Everett, 1961] Everett, D. (1961). Thermodynamics of frost damage to porous solid. *Trans. Faraday Soc.*, 57 :1541–1551.

[Felicetti and Gambarova, 1999] Felicetti, R. and Gambarova, P. (1999). On the residual tensile properties of high performance siliceous concrete exposed to high temperature. In *Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures*. Hermes Sciences Publications.

[Fen Chong and Fabbri, 2005] Fen Chong, T. and Fabbri, A. (2005). Freezing and thawing porous media : experimental study with a dielectric capacitive method. *Comptes Rendus de Mecanique*.

[Ferrandon, 1948] Ferrandon (1948). Les lois de l'écoulement de filtration. *Génie Civil*, 125 :24–28.

[Garboczi, 1998] Garboczi, E. (1998). Finite element and finite difference programs for computing the linear electric and elastic properties of digital images of random materials. NISTIR 6269.

[Garboczi and Bentz, 1991] Garboczi, E. and Bentz, D. (1991). Percolation of phases in a three-dimensional cement paste microstructural model. *Cement and Concrete Research*, 21 :325–344.

[Garboczi and Bentz, 1998] Garboczi, E. and Bentz, D. (1998). Multi-scale analytical/numerical theory of the diffusivity of concrete. *Advanced Cement-Based Materials*, 8 :77–88.

[Garboczi and Bentz, 1999] Garboczi, E. and Bentz, D. (1999). Percolation aspects of cement paste and concrete - properties and durability. pages 147–164. American Concrete Institute Spring Convention.

[Garboczi et al., 1999] Garboczi, E., Bentz, D., and Martys, N. (1999). *Methods in the physics of porous media*, volume 35, chapter 1. Digital images and computer modeling, pages 1–41. Academic Press.

[Garboczi and Berryman, 2001] Garboczi, E. and Berryman, J. (2001). Elastic moduli of a material containing composite inclusions : effective medium theory and finite element computations. *Mechanics of Materials*, 33(8) :455–470.

[Gaweska Hager, 2004] Gaweska Hager, I. (2004). *Comportement à haute température des bétons à haute performance - évolution des principales propriétés mécaniques*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[Geiker and Laugesen, 2001] Geiker, M. and Laugesen, P. (2001). On the effect of laboratory conditioning and freeze/thaw exposure moisture profiles in hpc. *Cement and Concrete Research*, 31 :1831–1836.

[Gerard, 1996] Gerard, B. (1996). *Contribution des couplages mécanique-chimie-transfert dans la tenue à long terme des ouvrages de stockage de déchets radioactifs*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Gomez-Hernandez and Journel, 1990] Gomez-Hernandez, J. and Journel, A. (1990). Stochastic characterization of grid-block permeabilities : form point values to block tensors. In *2nd European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, pages 83–90. D. Guérillot,, O. Guillon and Editions Technip.

[Goueygou et al., 2003] Goueygou, M., Lafhaj, Z., and Kaczmarek, M. (2003). Relationship between porosity, permeability and ultrasonic parameters in sound and damaged mortar. In *International Symposium NDT-CE*.

[Grondin et al., 2003] Grondin, F., Mounajed, G., Ben Hamida, A., and Dumontet, H. (2003). Digital concrete : a multi-scale approach for the concrete behavior. In *International Conference of Computational Methods in Sciences and Enginnering 2003*.

[Guidoum, 1994] Guidoum, A. (1994). *Simulation numérique 3D des comportements des bétons en tant que composites granulaires*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

[Haecker et al., 2005] Haecker, C.-J., Garboczi, E., Bullard, J., Bohn, R., Sun, Z., Shah, S., and Voigt, T. (2005). Modeling the linear elastic properties of portland cement paste. *Cement and Concrete Research*, 35 :1948–1960.

[Hasan et al., 2004] Hasan, M., Okuyama, H., Sato, Y., and Ueda, T. (2004). Stress-strain model of concrete damaged by freezing and thawing cycles. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 2(1) :89–99.

[Hawkes and Mellor, 1972] Hawkes, I. and Mellor, M. (1972). Deformation and fracture of ice under uniaxial stress. *J. Glaciol*, 11(61).

[Hobbs, 1974] Hobbs, P. (1974). *Ice physics*. Oxford university press.

[Holst, 1994] Holst, F. (1994). Mechanical properties of high strength concrete at high temperatures. Interim Report M7 :2, HPC Structures, Lund Institute of Technology.

[Hu and Stroeven, 2004] Hu, J. and Stroeven, P. (2004). Depercolation threshold of porosity in model cement : approach by morphological evolution during hydration. *Cement and Concrete Composites*. Article in Press.

[Hubbert, 1940] Hubbert, M. (1940). The theory of groundwater motion. *Journal of geology*, 48(8) :785–944.

[Huet, 1999] Huet, C. (1999). Coupled size and boundary-condition effects in viscoelastic heterogeneous and composite bodies. *Mechanics of Materials*, 31(12) :787–829.

[Ibraim et al., 2002] Ibraim, I., Boutin, C., and Arnaud, L. (2002). Morphology and permeability assessment of heterogeneous soils. In Publishers, A. B., editor, *2nd Biot conference on poromechanics*.

[Jacobsen, 2005] Jacobsen, S. (2005). Calculating liquid transport into high-performance concrete during wet freeze/thaw. *Cement and Concrete Research*, 35 :213–219.

[Jacobsen et al., 1996] Jacobsen, S., Boisvert, L., and Marchand, J. (1996). Effect of cracking and healing on chloride transport in opc concrete. *Cement and Concrete Research*, 26(6) :869–881.

[Katz and Thompson, 1986] Katz, A. and Thompson, A. (1986). Quantitative prediction of permeability in porous rock. *Physical Review B*, 34(11) :8179–8181.

[Kaufmann, 1999] Kaufmann, J. (1999). *Experimental identification of damage mechanisms in cementitious porous materials on phase transition of pore solution under frost deicing salt attack*. Thesis, EPF Lausanne.

[Keehm, 2003] Keehm, Y. (2003). *Computational rock physics : transport properties in porous media and applications*. Phd, Stanford University.

[Khoury, 1995] Khoury, G. (1995). Strain components of nuclear-reactor-type concretes during first heat cycle. *Nuclear Engineering and Design*, 156 :313–321.

[Khoury et al., 1985] Khoury, G., Grainger, B., and Sulivan, G. (1985). Transient thermal strain of concrete : litterature review, conditions with specimen and behaviour of individual constituents. *Magazine of Concrete Research*, 132 :131–144.

[La Borderie, 1991] La Borderie, C. (1991). *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : modélisation et application à l'analyse de structures en béton*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, ENS Cachan.

[Lassabatère, 1994] Lassabatère, T. (1994). *Couplages hydromécaniques en milieu poreux non saturé avec changement de phase. Application au retrait de dessiccation*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[Li et al., 1999] Li, G., Zhao, Y., Pang, S., and Li, Y. (1999). Effective young's modulus estimation of concrete. *Cement and Concrete Research*, 29 :1455–1462.

[Lindmark, 1998] Lindmark, S. (1998). *Mechanisms of salt frost scaling of Portland cement-based materials : studies and hypothesis*. Thèse de doctorat, Lund university. Report TVBM, 1017.

[Litvan, 1972] Litvan, G. (1972). Phase transitions of adsorbates : Iv, mechanism of frost action in hardened cement paste. *Journal of the American Ceramic Society*, 55(1) :231–253.

[Litvan, 1973] Litvan, G. (1973). Frost action in cement paste. *Matériaux et Constructions*, 34 :293–298.

[Loosveldt et al., 2002] Loosveldt, H., Lafhaj, Z., and Skoczylas, F. (2002). Experimental study of gas and liquid permeability of a mortar. *Cement and Concrete Research*, 32 :1357–1363.

[Marigo et al., 1987] Marigo, J., Mialon, P., Michel, J., and Suquet, P. (1987). Plasticité et homogénéisation : un exemple de prévision des charges limites d'une structure hétérogène périodique. *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, 6(1) :47–75.

[Mascarenhas et al., 1997] Mascarenhas, W., Akay, H., and Pikal, M. (1997). A computational model for finite element analysis of the freeze-drying process. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 148 :105–124.

[Matala, 1995] Matala, S. (1995). *Effects of carbonation on the pore structure of granulated blast furnace slag concrete*. Phd thesis, Helsinki University of Technology.

[Matheron, 1967] Matheron, G. (1967). él´éments pour une théorie des milieux poreux. Technical report, Technip.

[Matheron, 1987] Matheron, G. (1987). Conditional simulation of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs. In *62nd Annual Tech. Conf. and Exhb. of the SPE*, volume SPE 16753, pages 591–599.

[Mazars, 1984] Mazars, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

[Menou, 2004] Menou, A. (2004). *Etude du comportement thermomécanique des bétons à haute température : Approche multi échelle de l'endommagement thermique*. Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

[Miao et al., 2002] Miao, C., Mu, R., Tian, Q., and Sun, W. (2002). Effect of sulfate solution on the frost resistance of concrete with and without steel fiber reinforcement. *Cement and Concrete Research*, 32 :31–34.

[Mishellany et al., 1998] Mishellany, A., Delalande, G., and C., T. (1998). La normalisation des granulats et l'europe. Bulletin des Laboratoire des Ponts et Chaussées 216, Laboratoire des Ponts et Chaussées.

[Mounajed, 1991] Mounajed, G. (1991). *SYMPHONIE, General Multi Physics and Multi scales F.E. code*. CSTB.

[Mounajed, 2001] Mounajed, G. (2001). Conception et développement du modèle aléatoire béton numérique dans le code de calcul aux e.f. symphonie. Rapport de recherche cstb, CSTB.

[Mounajed, 2002] Mounajed, G. (2002). Exploitation du nouveau modèle béton numérique dans symphonie : Concept, homogénéisation du comportement thermomécanique des bhp et simulation de l'endommagement thermique. Cahiers du CSTB 3421, CSTB.

[Mounajed et al., 2005a] Mounajed, G., Boussa, H., Grondin, F., and Menou, A. (2005a). Micro structural origin of the apparent thermal transient creep of concrete at high temperature. In *11th International Conference on Fracture ICFXI*.

[Mounajed et al., 2006] Mounajed, G., Boussa, H., Menou, A., and Grondin, F. (2005/2006). Endommagement des bétons à hautes températures : modélisation de la déformation thermique sous charge. *Revue Europénne de Génie Civil*. Sous presse.

[Mounajed et al., 2005b] Mounajed, G., Grondin, F., Dumontet, H., and Ben Hamida, A. (2005b). Digital concrete : A multi-scale approach for the concrete behavior. *Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering*, 5. A paraître.

[Mounajed et al., 2003] Mounajed, G., Ung Quoc, H., and Boussa, H. (2003). élaboration d'un nouveau modèle d'endommagement dans le code de calcul symphonie. *Revue Fançaise de Génie Civil*, 7(5/2003) :679–689.

[Nechnech et al., 2002] Nechnech, W., Meftah, F., and Reynouard, J. (2002). An elasto-plastic damage model for plain concrete subjected to high temperatures. *Engineering Structures*, 24 :597–611.

[Obeid, 1998] Obeid, W. (1998). *Modélisation du couplage thermo-hygro-mécanique en milieux poreux non saturés. Application au cas du mortier de ciment.* Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[Obeid et al., 2002] Obeid, W., Mounajed, G., and Alliche, A. (2002). Experimental identification of biot's hydro-mechanical coupling coefficient for cement mortar. *Materials and Structures*, 35 :229–236.

[Ozbolt, 1996] Ozbolt, J. (1996). Microplane model for quasibrittle materials, part i, theory. Bericht 96-1a, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart. AF.

[Penttala, 1998] Penttala, V. (1998). Freezing-induced strains and pressures in wet porous materials and especially in concrete mortars. *Advanced cement based materials*, 7(1) :8–19.

[Penttala, 1999] Penttala, V. (1999). Strains and pressures induced by freezing mortars exposed in sodium chloride solution. *Concrete Science and Engineering*, 1(1).

[Penttala and Al-Neshawi, 2002] Penttala, V. and Al-Neshawi, F. (2002). Stress and strain state of concrete during freezing thawing cycles. *Cement and Concrete Research*, 32 :1407–1420.

[Perron and Beaudoin, 2002] Perron, S. and Beaudoin, J. (2002). Freezing of water in portland cement paste - an ac impedance spectroscopy study. *Cement and Concrete Composites*, 24 :467–475.

[Peyroux and Licht, 1993] Peyroux, R. and Licht, C. (1993). Homogenization in thermoelasticity : application to composite materials. *Journal de Physique IV*, 3 :1623–1626. Colloque C7, Supplément au Journal de Physique III.

[Picandet, 2001] Picandet, V. (2001). *Influence d'un endommagement mécanique sur la perméabilité et sur la diffusivité hydrique des bétons.* Thèse de doctorat, Université de Nantes.

[Picandet et al., 2001] Picandet, V., Khelidj, A., and Bastian, G. (2001). Effect of axial compressive damage on gas permeability of ordinary and high-performance concrete. *Cement and Concrete Research*, 31 :1525–1532.

[Pietruszczak and Xu,] Pietruszczak, S. and Xu, G. Brittle response of concrete as a localization problem. *International Journal of Solids Structures*, 32.

[Pigeon et al., 1996a] Pigeon, M., Marchand, J., and Boisvert, J. (1996a). Influence de la température minimale du cycle de gel-dégel sur la détérioration du béton par écaillage en présence de sels fondants. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 23 :595–601.

[Pigeon et al., 1996b] Pigeon, M., Marchand, J., Gagné, R., Jacobsen, S., and Sellevold, E. (1996b). La résistance au gel des bétons à haute performance. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 23 :1070–1080.

[Pigeon et al., 1996c] Pigeon, M., Marchand, J., and Pleau, R. (1996c). Frost resistant in concrete. *Construction and Building Materials*, 10(5) :339–348.

[Pigeon and Pleau, 1995] Pigeon, M. and Pleau, R. (1995). *Durability of concrete in cold climates*. Modern concrete technology 4. E and FN SPON.

[Piltner and Monteiro,] Piltner, R. and Monteiro, P.

[Pimienta, 1999] Pimienta, P. (1999). Evolution des caractéristiques des bhp soumis à des températures élevées, résistances en compression et modules d'élasticité. Rapport final bhp 2000.

[Powers, 1945] Powers, T. (1945). A working hypothesis for further studies of frost resistance of concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, 41 :245.

[Powers, 1949] Powers, T. (1949). The air-requirement of frost-resistant concrete. In *Highway Research Board Proceedings*, volume 29, pages 184–211.

[Powers, 1955] Powers, T. (1955). Basic considerations pertaining to freezing and thawing tests. *American Society for Testing Materials*, 55.

[Powers, 1958] Powers, T. (1958). Structure and physical properties of hardened portland cement paste. *Journal of the American Ceramic Society*, 41 :1.

[Powers, 1960] Powers, T. (1960). Physical properties of cement paste. In *Chemistry and Cement, 4th International Symposium*, Monograph 43, II, session V, paper V-1, pages 577–609.

[Powers et al., 1954] Powers, T., Copeland, L., Hayes, J., and Mann, M. (1954). Permeability of portland cement paste. *Journal of the American Concrete Institute*, 51 :285.

[Powers and Helmuth, 1953] Powers, T. and Helmuth, R. (1953). Theory of volume changes in hardened portland-cement paste during freezing. In *Highway Research Board Proceedings*, volume 32, pages 285–297.

[Ramtani, 1990] Ramtani, S. (1990). *Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral*. Thèse de doctorat d'etat, Université Pierre et Marie Curie.

[Renard, 1997] Renard, P. (1997). *Modélisation des écoulements en milieux poreux hétérogènes. Calcul des perméabilités équivalentes*. Mémoire des sciences de la terre, Ecole des Mines de Paris.

[Roelfstra, 1985] Roelfstra, P. (1985). Le béton numérique. *Matériaux et Constructions*, 18(107) :327–335.

[Rosen and Hashin, 1970] Rosen, B. and Hashin, Z. (1970). Effective thermal expansion coefficients and specific heats of composite materials. *International Journal of Engineering Sciences*, 8 :157.

[Sab, 1989] Sab, K. (1989). *Sur quelques méthodes en mécanique aléatoire*. Thè de doctorat, Ecole National des Ponts et Chaussées.

[Scherer, 1999] Scherer, G. (1999). Crystallization in pores. *Cement and Concrete Research*, 29 :1347–1358.

[Schrefler and Lewis, 1998] Schrefler, B. and Lewis, R. (1998). *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. Wiley and Sons.

[Schuffenecker et al., 2000] Schuffenecker, L., Jaubert, J., and Solimando, R. (2000). Propriétés thermodynamiques du corps pur. In *Les Techniques de l'ingénieur*, volume AF 4 050. à verifier.

[Setzer, 2001] Setzer, M. (2001). Micro-ice-lens formation in porous solid. *Journal of Colloid and Interface Science*, 243 :193–201.

[Setzer and Liebrecht, 2002] Setzer, M. and Liebrecht, A. (2002). Frost dilatation and pore system of hardened cement paste under different storage conditions. In *2nd Rilem Workshop*, volume 24, pages 169–178.

[Setzer and Liebrecht, 2004] Setzer, M. and Liebrecht, A. (2004). Modeling and testing the freeze-thaw attack by micro-ice-lens model and cdf/cif-test. In *Hokk Workshop*.

[Simo and Ju, 1987] Simo, J. and Ju, J. (1987). Strain and stress based continuum formulation. *International Jounral of Solids structures*, 23(7) :821–840.

[Stabler and Baker, 2000] Stabler, J. and Baker, G. (2000). On the form of free energy and specific heat in coupled thermo-elasticity with isotropic damage. *International Journal of Solids and Structures*, 37 :4691–4713.

[Stroeven et al., 2004] Stroeven, M., Askes, H., and Sluys, L. (2004). *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193 :3221–3238.

[Stroeven and Stroeven, 1999a] Stroeven, M. and Stroeven, P. (1999a). Space system for simulation of aggregated matter application to cement hydration. *Cement and Concrete Research*, 29 :1299–1304.

[Stroeven and Stroeven, 1999b] Stroeven, P. and Stroeven, M. (1999b). Assessment of packing characteristics by computer simulation. *Cement and Concrete Research*, 29 :1201–1206.

[Stroeven and Stroeven, 2001] Stroeven, P. and Stroeven, M. (2001). Reconstructions by space of the interfacial transition zone. *Cement and Concrete Composites*, 23 :189–200.

[Suquet, 1982] Suquet, P. (1982). *Plasticité et homogénéisation*. Thèse d'etat, Université Paris 6.

[Taylor, 1987] Taylor, H. (1987). A method for predicting alkali ion concentration in cement pore solutions. *Advances in Cement Research*, 1(5).

[Terzaghi, 1923] Terzaghi, K. V. (1923). Die berechnung deer durchlässif-keitsziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen. volume 132, pages 125–138.

[Terzaghi, 1945] Terzaghi, K. V. (1945). Stress conditions for the failure of saturated concrete and rock. volume 45, pages 777–801.

[Thiery and Boutin, 2002] Thiery, M. and Boutin, C. (2002). Static and dynamic permeability assessment of granular and fibrous porous media. In Publishers, A. B., editor, *2nd Biot conference on poromechanics*.

[Tourenq, 1970] Tourenq, C. (1970). La gélivité des roches : application aux granulats. Rapport de recherche 6, LCPC.

[Tourenq et al., 1997] Tourenq, C., Durville, J.-L., and Massieu, E. (1997). Les propriétés des roches : guide pratique. In *Mémento, Mines et Carrières*, number 3. LCPC.

[Tsimbrovska, 1998] Tsimbrovska, M. (1998). *Dégradation des bétons à hautes performances soumis à des températures élevées : évolution de la perméabilité en liaison avec la microstructure*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I.

[Tumidajski and Lin, 1998] Tumidajski, P. and Lin, B. (1998). On the validity of the katz-thompson equation for permeabilities in concrete. *Cement and Concrete Research*, 28(5) :643–647.

[Ung Quoc, 2003] Ung Quoc, H. (2003). *Théories de dégradation du béton et développement d'un nouveau modèle d'endommagement en formulation incrémentale et tangente*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chausées.

[Ung Quoc and Mounajed, 2005] Ung Quoc, H. and Mounajed, G. (2005). A new f.e. tangent damage model modev for concrete structures. In *11th International Conference on Fracture ICFXI*.

[Valenza and Scherer, 2005] Valenza, J. and Scherer, G. (2005). Evidence of anomalous thermal expansion of water in cement paste. *Cement and Concrete Research*, 35 :57–66.

[Verbeck and Landgren, 1960] Verbeck, G. and Landgren, R. (1960). Influence of physical characteristics of aggregates on frost resistance of concrete. *American Society for Testing Materials*, 60 :1063–1079.

[Verbeck and Werness, 1951] Verbeck, G. and Werness, E. (1951). Dilatometer method for determination of thermal coefficient of expansion of fine and coarse aggregate. In *Proceedings of the Highway Research Board*, volume 90, page 187.

[Vilardell et al., 1998] Vilardell, J., Aguado, A., Agullo, L., and Gettu, R. (1998). Estimation of the modulus of elasticity for dam concrete. *Cement and Concrete Research*, 28 :93–101.

[Whiting and Walitt, 1988] Whiting, D. and Walitt, A. (1988). *Permeability of concrete*. ACI, SP-108.

[Willam et al., 2004] Willam, K., Rheee, I., and Shing, B. (2004). Interface damage model for thermomechanical degradation of heterogeneous materials. *Computer Methods Applied in Mechanical Engineering*, 193 :3327–3350.

[Xu and Pietruszczak, 1997] Xu, G. and Pietruszczak, S. (1997). Numerical analysis of concrete fracture based on a homogenization technique. *Computers and Structures*, 63(3) :497–509.

[Zuber, 2002] Zuber, B. (2002). *Vers une modélisation numérique du comportement des matériaux cimentaires exposés au gel*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure Cachan.

[Zuber and Marchand, 2000] Zuber, B. and Marchand, J. (2000). Modeling the deterioration of hydrated cement systems exposed to frost action, part 1 : Description of the mathematical model. *Cement and Concrete Research*, 30 :1929–1939.