



**HAL**  
open science

# Modélisations des glissements de terrain comme un problème de bifurcation

Dat Vu Khoa Huynh

► **To cite this version:**

Dat Vu Khoa Huynh. Modélisations des glissements de terrain comme un problème de bifurcation. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005. Français. NNT: . tel-00085919

**HAL Id: tel-00085919**

**<https://theses.hal.science/tel-00085919v1>**

Submitted on 17 Jul 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## THÈSE

pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'INPG

*Spécialité : « Mécanique : Conception, Géomécanique, Matériaux »*

préparée au laboratoire SOLS, SOLIDES, STRUCTURES

dans le cadre de *l'Ecole Doctorale « Mécanique et Energétique »*

présentée et soutenue publiquement

par

Dat Vu Khoa HUYNH

le 2 novembre 2005

---

## Modélisations des glissements de terrain comme un problème de bifurcation

---

## JURY

M. Marc BOULON	Professeur à l'Université Joseph Fourier	Président
M. Manuel PASTOR	Professeur à l'Université de Madrid	Rapporteur
M. Patrick DE BUHAN	Professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées	Rapporteur
M. Frédéric COLLIN	Chargé de Recherches FNRS à l'Université de Liège	Examineur
M. Félix DARVE	Professeur à l'INP Grenoble	Directeur de thèse
M. Farid LAOUAFA	Ingénieur de l'INERIS	Codirecteur de thèse



*A la mémoire de mon père  
A ma mère, ma soeur et mon frère  
A toute ma famille*



---

## Remerciements

---

A l'heure où j'apporte la touche finale à ce mémoire, je tiens à exprimer tout d'abord ma reconnaissance et ma sympathie à Monsieur Félix Darve, Professeur à l'INPG et mon directeur de thèse, et à Monsieur Farid Laouafa, Ingénieur de l'INERIS et mon co-encadrant, pour leur confiance, leur disponibilité et le grand intérêt qu'ils m'ont toujours manifestés pour ce travail de recherche. Leur enthousiasme et leur optimisme communicatifs m'ont été fort précieux au cours de ces longues années.

Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur Marc Boulon, Professeur à l'Université Joseph Fourier, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse.

Monsieur Manuel Pastor, Professeur à l'Université de Madrid, et Monsieur Patrick de Buhan, Professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, ont bien accepté d'être rapporteurs de ce mémoire, qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements

Monsieur Frédéric Collin a accepté d'examiner cette thèse, je le remercie vivement. J'en profite pour remercier également tous les membres de l'Equipe de Géomécanique, Département GEOMAC de l'Université de Liège, pour son accueil chaleureux et, en particulier, Monsieur Robert Charlier, Professeur ordinaire à l'Université de Liège, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe.

Je remercie chaleureusement Monsieur Etienne Flavigny, Maître de Conférence à l'Université Joseph Fourier, et Monsieur Paul Godfried Bonnier, Docteur Ingénieur à Plaxis BV, Delft-Netherlands, pour leurs aides dans les modélisations avec le code PLAXIS.

Si en plus d'être une aventure scientifique qui, comme pour beaucoup de doctorants, tiendra toujours une place particulière dans ma vie professionnelle, ces années auront été pour moi l'opportunité de découvrir des personnes dont l'amitié m'aura été précieuse. Dans un premier lieu, je pense à K'soul avec qui j'ai partagé un bureau, des idées de "quintessence" et avec qui j'ai appris plein d'expressions françaises "orgasmiques". Je ne peux pas oublier les gens avec lesquels j'avais de merveilleux moments en dehors de la thèse et avec lesquels j'ai noué une forte amitié: Cécile C., Mark E., Luc S., Huy N.X., Hong V.X. et Thanh N.N.. Je leur dis un grand merci pour les moments passés ensemble. Parmi les thésards, j'ai oublié Pierre Z., mais c'est une blague (ne pas rire!).

J'adresse mes remerciements à tous les membres du Laboratoire Sols, Solides, Structures pour leur sympathie et amitié qu'ils ont exprimé à mon égard.

Je ne peux pas conclure cette liste sans évoquer mes amis vietnamiens à Grenoble avec qui j'ai pu partagé de bons et mauvais moments, des joies et des peines pendant ces longues années loins de la famille : Ha, Lan, Nga, Hoang, Long, etc., sans oublier ceux qui sont partis de Grenoble avant moi : Loan, Linh, Huan, Thai, Quan, etc., pour leurs souvenirs inoubliables. Je les remercie donc infiniment.

Je ne dois pas oublier de remercier cordialement le Ministère des Affaires étrangères, l'organisation d'EGIDE, pour m'avoir octroyé une bourse dans le cadre du programme de bourses d'excellence Eiffel pour mes études doctorales au Laboratoire Sols, Solides, Structures à Grenoble.

Les modélisations mises en oeuvre dans ce mémoire reposent sur de multiples données, d'origines diverses, que je me suis contenté de collecter et efforcé de synthétiser. Je dois ainsi remercier le Centre d'Ingénierie Hydraulique d'Electricité de France et les sociétés d'ingénierie GIPEA et SAGE pour les données qu'ils m'ont fournies dans le cadre du projet ROMICO (Recherche Opérationnelle sur de nouveaux Mécanismes d'Instabilité des terrains et sur leur Conséquence pour la conception d'Ouvrage de génie civil).

Pour finir, j'aimerais remercier profondément ma famille et surtout mes parents de m'avoir toujours soutenu et d'avoir toujours cru en mes capacités tout au long de ces années d'études en France ainsi qu'à ma petite soeur Vi et à mon petit frère Ti qui ont été à mes cotés de tout temps.

Si par mégarde j'ai oublié quelqu'un, qu'il me pardonne et qu'il soit remercié pour tout.

Grenoble, novembre 2005

Huỳnh Đạt Vũ Khoa

---

## Résumé

---

Les catastrophes naturelles sont de plus en plus fréquentes et sont à l'origine de conséquences socio-économiques souvent graves et coûteuses. La prévision de ces risques, notamment en ce qui concerne les glissements de terrain, est dès lors indispensable. Dans cette problématique, la modélisation numérique doit être pertinente et prédictive. Actuellement, les glissements sous une faible pente (inférieure à  $14^\circ$ ) voire très faible (inférieure à  $8^\circ$ ), où la rupture est souvent de type diffuse, ne peuvent être expliqués ni par les méthodes empiriques classiques ni par l'analyse limite traditionnelle (théorie de plasticité). De nouvelles approches sont donc nécessaires pour rendre compte de ces mécanismes de glissement. La condition suffisante de stabilité de Hill (1958) basée sur le signe du travail du second ordre pourrait être un critère pertinent pour analyser ces modes de rupture diffus.

Ce travail de thèse porte d'une part sur l'analyse et l'implémentation du critère de stabilité de Hill dans deux codes de calculs par éléments finis (LAGAMINE et PLAXIS) et d'autre part sur leur application, dans le cadre des modélisations numériques de problèmes aux limites non linéaires, aux glissements de terrain.

L'étude du travail du second ordre, menée sur des modèles de comportement incrémentaux non linéaires, montre que certains sols exhibent de larges domaines potentiellement instables à l'intérieur strict du critère limite de plasticité. Ces analyses sont corroborées par les résultats expérimentaux.

Nous montrons, dans ces travaux, par des approches analytique et numérique dans le cadre de la théorie de l'élasto-plasticité, que le critère de Hill est toujours vérifié avant la condition limite de plasticité (critère de Mohr-Coulomb) et le critère de localisation de déformation (critère de Rice).

L'utilisation du critère de Hill nous permet d'analyser le glissement de la côte de Trévoux après une période de fortes précipitations en 1983. Ces travaux de modélisations ont été menés dans le cadre d'un couplage hydromécanique en milieu non saturé.

La même démarche a été menée pour l'analyse du glissement catastrophique du versant de Las Colinas (El Salvador) provoqué par un séisme en 2001. La définition du chargement considéré est basée sur une méthode de type pseudo-statique.

**Mots-clés :** Elasto-plasticité, Modèles incrémentaux non linéaires, Bifurcation, Instabilité matérielle, Rupture diffuse, Critère de stabilité de Hill, Travail du second ordre, Eléments finis, Stabilité des pentes, Glissements de terrain, Séisme, Risques naturels





---

## Abstract

---

Natural disasters are becoming increasingly more frequent and are causing both human suffering as well as hampering economic development. The forecast of these risks, notably with regard to catastrophic landslides, is consequently an essential need. In this context, the numerical modelling must be pertinent and capable of predicting real phenomena. Nowadays, some landslides with low (less than  $14^\circ$ ) to very low (less than  $8^\circ$ ) slope angles, where the failure is often of the diffuse type, can be explained using neither classical empirical methods nor traditional limit analyses (plasticity theories). New approaches are necessary in order to account for these mechanisms of landslides. The Hill's sufficient condition of stability based on the sign of second order work seems to be a pertinent criterion to analyze these diffuse modes of failure.

This thesis is dedicated on the one hand to the analysis and the implementation of Hill's stability criterion into two finite elements codes (LAGAMINE and PLAXIS) and, on the other hand, to their application to the numerical modelling of non-linear boundary problems, more specifically landslides.

The second order work analyses conducted with the incrementally non-linear constitutive models show that certain soils exhibit a large domain of potential instability strictly inside the plasticity limit criterion. These conclusions are corroborated by the experimental results.

In this work, we show, by analytical and numerical approaches within the context of the elastoplastic theory, that Hill's criterion is always fulfilled before the so-called plastic limit condition (Mohr-Coulomb's criterion) and the plastic strain localization criterion (i.e. Rice's criterion).

Using Hill's stability condition, we analyze the landslide that occurred on the Trévoux hillside after an intense rainfall period in 1983. This modelling was undertaken by unsaturated hydro-mechanical coupling.

The same approach was taken for the analysis of the catastrophic massive landslide that occurred at Las Colinas (El Salvador) under earthquake shaking in 2001, by using the pseudo-static method for the definition of the loading.

**Keywords :** Elasto-plasticity, Incrementally non-linear models, Bifurcation, Material instability, Diffuse failure, Hill's stability criterion, Second order work, Finite elements, Slope stability, Landslides, Earthquake, Natural hazards



---

Table des matières

---

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des notations</b>	<b>xii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2 Etude bibliographique</b>	<b>7</b>
2.1 Stabilité des pentes . . . . .	8
2.1.1 Quelques modes d'instabilités affectant les pentes de sol . . . . .	8
2.1.2 Méthodes classiques pour l'étude de la stabilité des pentes . . . . .	9
2.1.3 Méthodes évoluées pour l'étude de la stabilité des pentes . . . . .	11
2.2 Introduction générale des modèles de comportement . . . . .	13
2.2.1 Ecriture incrémentale des modèles rhéologiques . . . . .	13
2.2.2 Modèles élastoplastiques à simple potentiel . . . . .	15
2.2.3 Modèle incrémental non linéaire du second ordre . . . . .	17
2.2.4 Modèle incrémental octolinéaire . . . . .	19
2.3 L'instabilité vue comme un phénomène de bifurcation . . . . .	20
2.3.1 Généralités . . . . .	20
2.3.2 Unicité et stabilité au niveau global . . . . .	21
2.3.2.1 Analyse de l'unicité . . . . .	21
2.3.2.2 Analyse de la stabilité . . . . .	23
2.3.3 Unicité et stabilité au niveau local . . . . .	24
2.3.3.1 Travail du second ordre . . . . .	24

2.3.3.2	Point limite . . . . .	26
2.3.3.3	Critère d'ellipticité forte . . . . .	27
2.3.3.4	Critère d'ellipticité . . . . .	27
2.4	Conclusions . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Instabilités et Bifurcations en déformation plane</b>	<b>31</b>
3.1	Introduction . . . . .	32
3.2	Instabilités et bifurcations du point de vue expérimental . . . . .	33
3.2.1	Chemins triaxiaux non drainés sur un sable lâche . . . . .	33
3.2.2	Chemins triaxiaux axisymétriques proportionnels en déformation . . . . .	34
3.2.3	Chemins axisymétriques à contrainte déviatorique constante . . . . .	35
3.2.4	Remarques . . . . .	37
3.3	Instabilités et bifurcations matérielles en déformations planes . . . . .	38
3.3.1	Définition des chemins de sollicitation . . . . .	38
3.3.2	Recherche des directions instables . . . . .	41
3.3.3	Domaines d'instabilités pour un sable d'Hostun lâche . . . . .	44
3.3.4	Domaines d'instabilités pour un sable d'Hostun dense . . . . .	46
3.3.5	Représentation circulaire des directions instables . . . . .	50
3.4	Conclusions . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Mise en oeuvre numérique du travail du second ordre dans deux codes de calculs par éléments finis (LAGAMINE et PLAXIS)</b>	<b>55</b>
4.1	Présentation du code de calcul LAGAMINE . . . . .	56
4.1.1	Introduction . . . . .	56
4.1.2	Algorithme général de résolution du code LAGAMINE . . . . .	56
4.1.3	Comportement mécanique : modèle élastoplastique PLASOL . . . . .	58
4.1.3.1	Formulation générale de modèles élastoplastiques . . . . .	58
4.1.3.2	Modèle PLASOL . . . . .	60
4.1.3.3	Surface d'écoulement . . . . .	63
4.1.3.4	Règle d'écrouissage . . . . .	63
4.1.3.5	Intégration de PLASOL dans le code LAGAMINE . . . . .	64
4.1.4	Implémentation du calcul du travail du second ordre . . . . .	66
4.1.4.1	Travail du second ordre local . . . . .	66
4.1.4.2	Travail du second ordre global . . . . .	66
4.1.5	Comportement hydraulique dans un milieu poreux non saturé . . . . .	68
4.1.5.1	Bref rappel des concepts généraux . . . . .	68
4.1.5.2	Rétention d'eau . . . . .	69
4.1.5.3	Conductivité hydraulique . . . . .	70
4.1.5.4	Concepts de contraintes effectives . . . . .	70
4.2	Modélisations hydromécaniques couplées d'un cas heuristique d'un talus bordant un canal avec le modèle PLASOL . . . . .	71
4.2.1	Motivations . . . . .	71
4.2.2	Présentation du problème aux limites . . . . .	72
4.2.2.1	Géométrie et maillage . . . . .	72
4.2.2.2	Conditions aux limites . . . . .	73
4.2.2.3	Conditions initiales . . . . .	74
4.2.2.4	Caractéristiques mécaniques et hydrauliques du matériau . . . . .	75

4.2.3	Analyse de la stabilité du talus comme un milieu poreux non saturé	76
4.2.3.1	Modélisation de la genèse du talus : excavation	76
4.2.3.2	Modélisation de la montée d'eau dans le talus	81
4.2.3.3	Analyses et remarques	89
4.2.4	Influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus	90
4.2.4.1	Motivations	90
4.2.4.2	Phase d'excavation	91
4.2.4.3	Phase de montée d'eau dans le talus	95
4.2.5	Remarques	99
4.3	Présentation du code de calcul PLAXIS	100
4.3.1	Introduction	100
4.3.2	Algorithme général de résolution du code PLAXIS	100
4.3.3	Modèle élastoplastique HSM (Hardening Soil Model)	100
4.3.3.1	Limite élastique	102
4.3.3.2	Surface d'écoulement	103
4.3.3.3	Règle d'écrouissage	104
4.3.3.4	Intégration de HSM dans le code PLAXIS	104
4.3.4	Post-traitement pour calculer le travail du second ordre	106
4.4	Quelques applications avec le modèle HSM	106
4.4.1	Introduction	106
4.4.2	Etude du cas d'une fondation superficielle circulaire	108
4.4.2.1	Motivation	108
4.4.2.2	Présentation du problème aux limites	108
4.4.2.3	Charge limite de la fondation superficielle	109
4.4.2.4	Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local	110
4.4.2.5	Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global	111
4.4.3	Analyse de la stabilité d'une pente formée par excavation	114
4.4.3.1	Motivation	114
4.4.3.2	Présentation du problème aux limites	115
4.4.3.3	Résultats de la simulation	115
4.4.3.4	Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local	116
4.4.3.5	Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global	117
4.4.3.6	Comparaison avec le modèle PLASOL	118
4.4.3.7	Remarques	121
4.5	Conclusions	122
<b>5</b>	<b>Modélisation hydromécanique couplée du glissement de la côte de Trévoux</b>	<b>125</b>
5.1	Présentation de l'ouvrage	126
5.1.1	Données géologiques et hydrogéologiques	126
5.1.1.1	Géologie régionale	126
5.1.1.2	Hydrogéologie régionale	127
5.1.2	Description des instabilités observées	127

5.1.3	Investigations . . . . .	128
5.1.4	Caractéristiques hydromécaniques des matériaux de la côtière . . .	129
5.1.4.1	Première série d'essais de laboratoire en 2001 . . . . .	129
5.1.4.2	Deuxième série d'essais de laboratoire en 2002 . . . . .	129
5.1.4.3	Sensibilités à l'eau . . . . .	130
5.1.5	Interprétations . . . . .	130
5.1.6	Objet de la modélisation . . . . .	131
5.2	Modélisation numérique du glissement de la côtière de Trévoux . . . . .	133
5.2.1	Introduction . . . . .	133
5.2.2	Présentation du problème aux limites . . . . .	133
5.2.2.1	Géométrie et maillage . . . . .	133
5.2.2.2	Conditions aux limites . . . . .	134
5.2.2.3	Conditions initiales et scénario de chargement . . . . .	135
5.2.2.4	Modèle de comportement et caractéristiques hydromca- niques . . . . .	136
5.2.3	Analyse de la stabilité de la côtière de Trévoux en tant que milieu non saturé . . . . .	138
5.2.3.1	Modélisation de la génèse de la côtière : excavation et confor- tement . . . . .	138
5.2.3.2	Modélisation de la montée d'eau dans la côtière . . . . .	145
5.3	Conclusions . . . . .	155
<b>6</b>	<b>Modélisation du glissement de Santa Tecla sous séisme</b>	<b>157</b>
6.1	Présentation générale du versant de Las Colinas au Salvador . . . . .	158
6.1.1	Introduction . . . . .	158
6.1.2	Description du glissement du versant de Las Colinas . . . . .	158
6.1.2.1	Géométrie du versant et dimensions de la zone affectée par le glissement . . . . .	159
6.1.2.2	Contexte géologique du versant . . . . .	159
6.1.2.3	Contexte géotechnique du versant . . . . .	159
6.1.2.4	Comportement de la masse instable . . . . .	161
6.1.3	Caractéristiques sismiques . . . . .	162
6.1.4	Paramètres du mouvement de sols . . . . .	162
6.1.5	Objet de la modélisation . . . . .	164
6.2	Modélisation numérique du glissement de Las Colinas par l'approche pseudo- statique . . . . .	165
6.2.1	Introduction . . . . .	165
6.2.2	Présentation du problème aux limites . . . . .	165
6.2.2.1	Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques .	166
6.2.3	Analyse de la stabilité de Las Colinas . . . . .	167
6.2.3.1	Résultats de la simulation . . . . .	167
6.2.3.2	Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local . . . . .	169
6.2.3.3	Analyse de la stabilité globale en terme de travail du se- cond ordre global . . . . .	171
6.2.3.4	Calcul du coefficient de sécurité . . . . .	173
6.3	Conclusions . . . . .	176

<b>7 Conclusions et perspectives</b>	<b>177</b>
<b>A Glissement de la côtière de Trévoux</b>	<b>181</b>
A.1 Influence du maillage sur la stabilité de la côtière . . . . .	184
A.1.1 Introduction . . . . .	184
A.1.2 Résultats de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre . . . . .	184
A.2 Influence de la vitesse d’excavation sur la stabilité de la côtière . . . . .	193
A.2.1 Introduction . . . . .	193
A.2.2 Analyses de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre . . . . .	193
A.3 Influence de la vitesse de montée d’eau sur la stabilité de la côtière . . . . .	196
A.3.1 Introduction . . . . .	196
A.3.2 Analyses de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre . . . . .	196
<b>B Glissement du versant de Las Colinas</b>	<b>201</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>202</b>





---

Liste des notations

---

**Lettres latines**

$a_g$	accélération
$a, b$	coefficients dépendant des angles de frottement en compression et en extension de l'équation (4.23)
$B$	largeur (pour les semelles rectangulaires ou carrées) ou diamètre (pour les semelles circulaires) de l'équation (4.55)
$\underline{\underline{B}}$	opérateur discret associant le déplacement nodal à la déformation
$B_p, B_c$	paramètres de forme représentant la déformation plastique équivalente à la moitié de l'écrouissage ou du radoucissement
$c$	cohésion
$\underline{\underline{C}}$	tenseur constitutif élastoplastique
$\underline{\underline{C}}^e$	tenseur élastique de Hooke
$\underline{\underline{\tilde{C}}}^{ep}$	tenseur constitutif élastoplastique correspondant au solide de comparaison défini par Hill
$\underline{\underline{C}}_{inf}^{ep}$	tenseur constitutif élastoplastique correspondant au premier solide de comparaison défini par Raniecki
$\underline{\underline{C}}_{sup}^{ep}$	tenseur constitutif élastoplastique correspondant au deuxième solide de comparaison défini par Raniecki
$\underline{\underline{C}}^p$	tenseur constitutif plastique généralisé
$\underline{\underline{D}}$	tenseur constitutif incrémentalement linéaire
$d^2W$	travail du second ordre local
$d^2W_{norm.}$	travail du second ordre local normalisé
$d^2W^p$	travail du second ordre local plastique
$D^2W$	travail du second ordre global
$D^2W_{norm.}$	travail du second ordre global normalisé

$dq$	incrément de contrainte déviatorique
$d\mathbf{r}$	vecteur des incréments de réponse de la relation (2.26)
$d\mathbf{s}$	vecteur des incréments de sollicitation de la relation (2.26)
$e$	indice des vides
$e_{tolrance}$	erreur tolérée
$E$	module d'Young
$E_{50}^{ref}$	module sécant de référence correspondant à la pression $p^{ref}$
$E_i$	pente initiale de la courbe $(q, \varepsilon_1)$ sur un chemin de chargement triaxial à partir d'un état isotrope de contrainte
$E_{oed}^{ref}$	module tangent
$E_{ur}$	module en décharge
$f$	surface de charge (ou critère de plasticité)
$\underline{f}_{ex}^n$	vecteur des forces extérieures
$\underline{f}_{in}^n$	vecteur des forces intérieures
$\mathcal{F}$	fonction tensorielle non linéaire
FS	coefficient de sécurité global
$g$	potentiel plastique (ou règle d'écoulement)
$\vec{g}$	vecteur représentant le gradient de la vitesse dans la direction $\vec{n}$
$\mathcal{G}$	fonction vectorielle
$G$	module de cisaillement
$H$	module d'écrouissage
$H_{db}$	module d'écrouissage correspondant à la perte d'ellipticité
$H_{se}$	module d'écrouissage correspondant à la perte d'ellipticité forte en élasto-plasticité
$H_p^{lim}$	module d'écrouissage au point limite
$H_{cr}^{stab}$	module d'écrouissage de stabilité
$I_\sigma$	premier invariant du tenseur des contraintes
$II_s$	deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques
$III_s$	troisième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques
$J$	jacobien de la transformation de la configuration initiale à la configuration courante
$k_c$	coefficient sismique
$k_w$	perméabilité intrinsèque du milieu totalement saturé
$K$	module de compressibilité isotrope
$\underline{\underline{K}}$	tenseur de rigidité élastique

$K_0$	coefficient des terres au repos
$K_w(s)$	perméabilité
$m$	paramètre matériel dépendant de l'angle de frottement de l'équation (4.20)
$m$	puissance de l'équation (4.49)
$m'$	paramètre matériel dépendant de l'angle de dilatance de l'équation (4.20)
$\underline{\underline{M}}$	opérateur rhéologique
$\underline{\underline{M}}^s$	partie symétrique de l'opérateur rhéologique
$M_{sf}$	coefficient de l'équation (6.2)
$n$	porosité de l'équation (4.43)
$n$	constante de l'équation (4.23) définissant la courbure de la surface de plasticité dans le plan déviatoire
$\vec{n}$	vecteur normal à la bande de cisaillement
$\underline{\underline{N}}$	tenseur rhéologique d'interpolation
$N_{pi}$	nombre total de points d'intégration
$N_\gamma, N_c, N_q$	facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne $\varphi$
$p'$	contrainte moyenne effective
$p_a$	pression d'air
$p_c$	pression capillaire
$p_w$	pression d'eau ou pression interstitielle
$\underline{\underline{P}}$	tenseur constitutif du modèle octolinéaire en condition de déformations planes
$q$	contrainte déviatorique
$q_{sc}$	surcharge verticale latérale à la fondation de l'équation (4.55)
$q_a$	valeur asymptotique de la résistance au cisaillement
$q_f$	contrainte déviatorique à la rupture donnée par le critère de Mohr-Coulomb
$q_{lim}$	capacité portante par unité de surface
$\underline{\underline{Q}}^S$	partie symétrique du tenseur constitutif en déformations planes du modèle octolinéaire dans le cadre des chemins de sollicitation proportionnels en déformation
R	constant définissant les chemins de sollicitation proportionnels en déformation de l'équation (3.1)
$r_c$	rayon réduit pour un chemin triaxial en compression (modèle Drucker-Prager)
$r_e$	rayon réduit pour un chemin triaxial en extension (modèle Drucker-Prager)

$R_f$	coefficient à la rupture de l'équation (4.48)
$\underline{s}$	tenseur de contrainte déviatorique
$s_{ij}$	tenseur "nominal" de contrainte de l'équation (2.27)
$s_\gamma, s_c, s_q$	coefficients multiplicateurs pour tenir compte de la forme de la fondation
$S_w$	degré de saturation
$S_{ew}$	degré de saturation effective
$S_{rw}$	degré de saturation résiduelle
$\underline{\dot{u}}$	vecteur des vitesses cinématiquement admissibles
$\underline{u}_\gamma$	vecteur représentant la direction de $d\underline{\sigma}$
$V$	volume défini par le solide considéré
$x^0, x^t$	coordonnées cartésiennes des positions initiales et à l'instant $t$
$y$	hauteur gravitaire
$\det(\underline{\underline{P}})$	déterminant du tenseur $\underline{\underline{P}}$
$\underline{\underline{1}}$	tenseur unité
$\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i}$	dérivée partielle de la fonction $\dot{u}_j$ par rapport à la variable d'espace $x_i$
$\otimes$	produit tensoriel

**Lettres grecques**

$\alpha, \beta$	paramètres de rétention de l'équation (4.44)
$\beta$	angle de Lode
$\chi$	coefficient de Bishop de l'équation (4.46)
$\underline{\dot{\varepsilon}}$	tenseur des taux de déformation
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	déformations principales
$\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p$	déformations plastiques principales
$\underline{\dot{\varepsilon}}^p$	tenseur des taux de déformation plastique
$\underline{\varepsilon}^e$	tenseur de déformation élastique
$\underline{\varepsilon}^p$	tenseur de déformation plastique
$\varepsilon_{eq}^p$	déformation plastique équivalente (scalaire) de Von Mises
$\varepsilon_v^p$	déformation volumique plastique
$d\underline{\varepsilon}$	tenseur des incréments de déformation
$d\underline{\varepsilon}^p$	tenseur des incréments de déformation plastique
$d\varepsilon_v$	incrément de déformation volumique
$d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$	incréments de déformations principales
$d\underline{\sigma}$	tenseur des incréments de contrainte
$d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3$	incréments de contraintes principales
$dt$	incrément de temps
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\Delta$	différence entre deux champs admissibles
$\underline{\Delta f}$	vecteur des forces hors équilibre
$\gamma^p$	déformation plastique déviatorique de l'équation (4.53)
$\gamma_s$	poids spécifique des grains
$\gamma_w$	poids volumique de l'eau
$\kappa$	variables internes
$\dot{\lambda}^p$	multiplicateur plastique
$\underline{\nabla}$	opérateur divergence
$\nu$	coefficient de Poisson
$\underline{v}_w$	vitesse d'écoulement donnée par la loi de Darcy généralisée
$\omega_{pi}$	poids du point d'intégration $pi$
$\Omega$	volume matériel
$\phi'$	angle de frottement interne

$\phi^b$	angle de frottement lié à la succion
$\varphi_c$	angle de frottement pour des chemins en compression
$\varphi_{cv}$	angle de frottement caractéristique
$\varphi_e$	angle de frottement pour des chemins en extension
$\varphi_m$	angle de frottement mobilisé
$\psi_m$	angle de dilatance mobilisé
$\tilde{\sigma}$	tenseur de vitesse de contrainte objective de Jaumann
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	contraintes principales
$\underline{\sigma}'$	tenseur de contrainte effective
$\sigma_{h0}$	contrainte horizontale des terres au repos
$\sigma_{ij}$	tenseur de contrainte de Cauchy
$\sigma_{v0}$	contrainte verticale des terres au repos
$\dot{\underline{\sigma}}$	tenseur des taux de contrainte
$\tau$	contrainte de cisaillement
$\tau_{max}$	résistance au cisaillement
$\tau_{rel}$	contrainte tangentielle relative
$\tau^*$	valeur maximale de la contrainte tangentielle (i.e. le rayon du cercle de Mohr des contraintes)
$\theta$	angle de sollicitation incrémentale pour la recherche directionnelle
$\theta_w$	teneur en eau volumique

---

Table des figures

---

1.1	Glissement de terrains des ruines de Séchilienne en Isère . . . . .	2
1.2	Glissement de terrain de Las Colinas suite au tremblement de terre au Salvador en janvier 2001 (USGS) . . . . .	3
2.1	Surface de rupture supposée circulaire et bilan des efforts pour une méthode conventionnelle . . . . .	10
2.2	Relation entre le critère d'unicité, le travail du second ordre, l'ellipticité forte, la stabilité au sens de Mandel et la localisation (Bigoni et Hueckel, 1991 [7]) . . . . .	29
3.1	Chemins proportionnels en déformation, simulés avec le modèle incrémental octolinéaire pour un sable d'Hostun lâche (gauche) et dense (droite) ; pour différentes valeurs de $R$ , ( $R \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$ )	39
3.2	Chemins proportionnels en déformation, simulés avec le modèle incrémental non linéaire pour un sable d'Hostun lâche (gauche) et dense (droite) ; pour différentes valeurs de $R$ , ( $R \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$ )	40
3.3	Chemins des contraintes en déformation plane présentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ avec recherche directionnelle des directions de sollicitation instables au sens de Hill . . . . .	42
3.4	Domaines instables (gauche) et première direction instable (droite) au sens de Hill pour un sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ , ( $\varepsilon_2 = 0$ ), pour deux modèles de comportement incrémental : octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ ) . . . . .	45
3.5	Domaines instables (gauche) et première direction instable correspondant à l'annulation du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) (droite) pour un sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ pour le modèle octolinéaire . . .	45
3.6	Premiers points correspondant à la valeur nulle du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) pour le sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ pour le modèle non linéaire . . . . .	46



3.7	Domaines instables (gauche) et première direction instable (droite) au sens de Hill pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ , $(\varepsilon_2 = 0)$ , pour deux modèles de comportement incrémental: octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ ) . . . . .	47
3.8	Domaines instables (gauche) et première direction instable correspondant à l'annulation du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) (droite) pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ pour le modèle octolinéaire . . .	47
3.9	Premiers points correspondant à la valeur nulle du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan $(\sigma_1, \sigma_3)$ pour le modèle non linéaire . . . . .	48
3.10	Etats de contrainte et angles de frottement mobilisés correspondants aux premières instabilités détectées en conditions de déformation plane pour un sable d'Hostun lâche. Modèle octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ ) . . . .	48
3.11	Etats de contrainte et angles de frottement mobilisés correspondants aux premières instabilités détectées en conditions de déformation plane pour un sable d'Hostun dense. Modèle octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ ) . . . .	49
3.12	Représentation circulaire des valeurs du travail du second ordre normalisé (gauche), du déterminant de la partie symétrique (milieu) et du déterminant de l'intégralité (droite) du tenseur constitutif, quand $d^2W$ s'annule pour la première direction de contrainte, dans le cas du sable d'Hostun lâche pour une pression de confinement de 200 kPa . . . . .	51
3.13	Représentation circulaire des valeurs du travail du second ordre normalisé (gauche), du déterminant de la partie symétrique (milieu) et du déterminant de l'intégralité (droite) du tenseur constitutif, quand $d^2W$ s'annule pour la première direction de contrainte, dans le cas du sable d'Hostun dense pour une pression de confinement de 200 kPa . . . . .	52
4.1	Algorithme d'intégration locale des modèles de comportement utilisé dans le code LAGAMINE . . . . .	57
4.2	Évolution de sinus $\varphi_e$ en fonction de sinus $\varphi_c$ . . . . .	61
4.3	Représentation des différents critères dans le plan déviatoire pour un angle de frottement de $40^\circ$ : MC (Mohr-Coulomb), DP (Drucker-Prager) et VE (Van Eekelen) . . . . .	63
4.4	Relation hyperbolique gérant l'écroûissage pour deux valeurs du coefficient $B_p$ (0.1 et 0.01) avec $\varphi_0 = 30^\circ$ et $\varphi_f = 35^\circ$ . . . . .	64
4.5	Algorithme d'intégration de la loi PLASOL . . . . .	65
4.6	Algorithme d'implémentation du travail du second ordre . . . . .	67
4.7	Discrétisation par éléments finis du talus de sable graveleux . . . . .	72
4.8	Contraintes normales imposées dues à la hauteur d'eau dans le canal . . .	73
4.9	Nappe phréatique à la fin de la montée d'eau du canal . . . . .	74
4.10	Position des points matériels choisis pour l'analyse des chemins de contrainte	74
4.11	Courbe de rétention d'eau du sable Del Monte . . . . .	76
4.12	Distribution des succions à la fin de l'excavation, en Pa . . . . .	76
4.13	Champ de vitesses de déplacement en fin de genèse du talus par excavation ( $\dot{u}_{max} = 0.44 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$ ) . . . . .	77

4.14	Champ de contraintes effectives à la fin de l'excavation, en Pa . . . . .	78
4.15	Evolutions des contraintes effectives de quatre points matériels A, B, C et D dans le plan des invariants des contraintes ( $I_{\sigma'}$ , $II_s$ ) pendant l'excavation . . . . .	78
4.16	Résultats en termes d'indice de plasticité et d'angle de frottement mobilisé à la fin de l'excavation . . . . .	79
4.17	Travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation . . . . .	79
4.18	Déformations déviatoriques cumulées à la fin de l'excavation . . . . .	80
4.19	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . . . .	80
4.20	Evolutions des pressions d'eau et de la nappe d'eau . . . . .	81
4.21	Distributions du degré de saturation et des pressions interstitielles, en fin de montée d'eau . . . . .	82
4.22	Champs de débit d'eau et de vitesses de déplacement ( $\dot{u}_{max} = 0.32 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$ ), en fin de montée d'eau . . . . .	82
4.23	Champs de contraintes effectives, en fin de montée d'eau, en Pa . . . . .	83
4.24	Evolutions des contraintes effectives au cours de la montée d'eau . . . . .	84
4.25	Résultats en termes d'indice de plasticité et d'angle de frottement mobilisé, en fin de montée d'eau . . . . .	84
4.26	Travail du second ordre normalisé au cours de la montée d'eau . . . . .	85
4.27	Déformations déviatoriques cumulées, en fin de montée d'eau . . . . .	86
4.28	Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau . . . . .	87
4.29	Champ de vitesses ( $\dot{u}$ ) et isovaleurs du travail du second ordre pondéré ( $D^2W_{pi}$ ) pour cinq hauteurs d'eau en aval . . . . .	88
4.30	Relation typique entre la courbe de rétention d'eau et la résistance au cisaillement pour un sable et un limon argileux (Fredlund, 2000 [67]) . . . . .	90
4.31	Courbes de rétention d'eau . . . . .	91
4.32	Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé à la fin de l'excavation . . . . .	93
4.33	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . . . .	94
4.34	Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé pour 19.8 mètres d'eau en aval . . . . .	96
4.35	Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé à la fin de la montée d'eau . . . . .	97
4.36	Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau . . . . .	98
4.37	Algorithme de résolution générale du code PLAXIS . . . . .	101
4.38	Représentation de la relation hyperbolique gérant l'écroûissage (a) et de la surface limite élastique totale (b) du modèle HSM . . . . .	103
4.39	Surface de limite élastique pour différentes valeurs constantes de $\gamma^p$ . . . . .	104
4.40	Algorithme d'intégration pour déterminer les nouveaux états de contraintes sur la surface d'écroûissage en cisaillement de la loi HSM . . . . .	105
4.41	Algorithme du post-traitement pour calculer le travail du second ordre . . . . .	107
4.42	Discrétisation par éléments finis et conditions aux limites . . . . .	108
4.43	Force portante de la fondation en fonction du déplacement imposé . . . . .	109
4.44	Présentation des points plastiques (a), des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (b) et des isovaleurs du travail du second ordre (c) à cinq étapes de chargement . . . . .	112
4.45	Evolutions du travail du second ordre global au cours du chargement . . . . .	113
4.46	Maillage et conditions aux limites . . . . .	115

4.47	Champ de déplacement total (a) et isovaleurs de la déformation déviatorique à la fin de l'excavation (b) . . . . .	116
4.48	Points plastiques (a) et isovaleurs du travail du second ordre (b) pour trois profondeurs d'excavation . . . . .	116
4.49	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . .	117
4.50	Comparaison des comportements du sable d'Hostun dense sous sollicitation triaxiale drainée (p=100 kPa) avec les deux modèles : HSM et PLASOL . .	118
4.51	Comparaison des champs de contraintes horizontales $\sigma_{xx}$ après 18 m d'excavation . . . . .	119
4.52	Comparaison des champs de contraintes verticales $\sigma_{yy}$ après 18 m d'excavation	119
4.53	Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre après 18 m d'excavation . . . . .	120
4.54	Comparaison des évolutions du travail du second ordre global obtenues avec deux modèles : HSM et PLASOL . . . . .	120
5.1	Reconnaissance géologique et surfaces de glissement du profil au niveau du parking de la Mairie de Trévoux sur le secteur 5 (BRGM, 1983 [14]) . . . .	132
5.2	Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques par éléments finis	134
5.3	Pressions hydrauliques imposées, dues à la hauteur d'eau dans la rivière . .	135
5.4	Nappe phréatique à la fin de la montée d'eau . . . . .	135
5.5	Volume de chargement dans la phase d'excavation et de confortement . . .	136
5.6	Répartition des matériaux de la côtière . . . . .	136
5.7	Courbes de rétention d'eau du sable Del Monte et des marnes de Trévoux .	138
5.8	Présentation des points matériels choisis pour l'analyse des chemins de contrainte . . . . .	138
5.9	Distribution des succions, en Pa . . . . .	139
5.10	Champ de vitesses de déplacement dans la côtière . . . . .	139
5.11	Champ de contraintes effectives horizontales, en Pa . . . . .	140
5.12	Champ de contraintes effectives verticales, en Pa . . . . .	140
5.13	Evolutions des contraintes effectives au cours de l'excavation et du confortement . . . . .	141
5.14	Résultats en termes d'indice de plasticité . . . . .	142
5.15	Résultats en termes d'angle de frottement mobilisé, en degré . . . . .	142
5.16	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé . . . . .	143
5.17	Déformations déviatoriques cumulées . . . . .	143
5.18	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . .	144
5.19	Evolutions du travail du second ordre global au cours du confortement . .	144
5.20	Distributions du degré de saturation . . . . .	145
5.21	Distributions des pressions interstitielles . . . . .	145
5.22	Champ de vitesses de déplacement suivant deux niveaux d'eau dans la Saône	146
5.23	Champ de débit d'eau suivant deux niveaux d'eau dans la Saône . . . . .	146
5.24	Champ de contraintes effectives horizontales $\sigma_{xx}$ , en Pa . . . . .	146
5.25	Champ de contraintes effectives verticales $\sigma_{yy}$ , en Pa . . . . .	147
5.26	Evolutions des contraintes effectives au cours de la montée d'eau . . . . .	148
5.27	Résultats en termes d'indice de plasticité . . . . .	148
5.28	Résultats en termes d'angle de frottement mobilisé, en degré . . . . .	149
5.29	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour six pas de montée d'eau	150

5.30	Déformations déviatoriques cumulées dans la côtière de Trévoux . . . . .	152
5.31	Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau .	153
6.1	Glissements du versant de Las Colinas (USGS, 2001 [158]) . . . . .	158
6.2	Profil topographique et géologique dans la zone 1 du versant de Las Colinas. La surface de glissement est représentée par la ligne continue en couleur rouge (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107]) . . . . .	160
6.3	Accélérations enregistrées au rocher à la station Santa Tecla (SNET & USGS, 2002 [51]) . . . . .	163
6.4	Spectres de réponse à 5 % d'amortissement pour les accélérogrammes . . .	164
6.5	Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques . . . . .	165
6.6	Coefficient sismique $k_c$ en fonction du pas de calcul . . . . .	167
6.7	Champ de déplacements totaux ( $\times 1500$ ), $u_{max} = 54.00 \cdot 10^{-3}$ m . . . . .	168
6.8	Isovaleurs des déformations déviatoriques en fin d'application de l'accélération	168
6.9	Présentation des points plastiques en fin d'application de l'accélération . .	169
6.10	Isovaleurs des contraintes tangentielles relatives en fin d'application de l'ac- célération . . . . .	169
6.11	Isovaleurs du travail du second ordre pour trois derniers incréments de l'accélération imposées . . . . .	170
6.12	Evolutions du travail du second ordre global . . . . .	172
6.13	Coefficients de sécurité pour quatre valeurs de l'accélération (0.0g, 0.0660g, 0.1379g et 0.1689g) . . . . .	174
6.14	Isovaleurs du travail du second ordre à l'état de rupture pour quatre calculs du coefficient de sécurité et pour 1 m de déplacement maximum . . . . .	175
A.1	Vue de dessus du site de Trévoux . . . . .	182
A.2	Vue de dessus de la Propriété Sylvestre . . . . .	183
A.3	Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques . . . . .	185
A.4	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation . . .	186
A.5	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin du confortement . .	187
A.6	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . .	188
A.7	Evolutions du travail du second ordre global au cours du confortement . .	189
A.8	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau normal de la Saône . . . . .	190
A.9	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau de crue de la Saône . . . . .	191
A.10	Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau .	192
A.11	Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques . . . . .	193
A.12	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation . . .	194
A.13	Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation . . .	195
A.14	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau normal de la Saône . . . . .	197
A.15	Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau de crue de la Saône . . . . .	198
A.16	Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau .	199
B.1	Position des sondages, sections géophysiques expertisées et localisation du mouvement du versant de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001)	202

B.2	Profil topographique 3D du versant de Las Colinas (JSCE, 2001 [95]. Les pointillés délimitent l'escarpement principal et la zone de dépôt . . . . .	203
B.3	Profil géologique 2D du versant ayant conduit à l'instabilité de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 ; Bourdeau, 2005 [? ]). La surface de rupture observée sur le terrain est représentée par des pointillés . . . . .	203

---

## Liste des tableaux

---

4.1	Caractéristiques mécaniques du sable graveleux pour le modèle PLASOL . . . . .	75
4.2	Paramètres du modèle de Van Genuchten pour la courbe de rétention d'eau . . . . .	75
4.3	Détails des niveaux de nappe phréatique pour quatre pas de montée d'eau . . . . .	85
4.4	Paramètres du modèle HSM pour le sable d'Hostun dense . . . . .	106
4.5	Paramètres du modèle PLASOL pour le sable d'Hostun dense . . . . .	118
5.1	Caractéristiques mécaniques des matériaux de la côtière de Trévoux . . . . .	137
5.2	Paramètres du modèle de Van Genuchten pour les courbes de rétention d'eau des matériaux de la côtière de Trévoux . . . . .	138
5.3	Détails des niveaux de nappe pour six pas de montée d'eau dans la côtière . . . . .	149
6.1	Caractéristiques mécaniques des matériaux du versant de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107; 108; 112; 113]) . . . . .	161
6.2	Paramètres du modèle HSM pour les matériaux du versant de Las Colinas . . . . .	167
A.1	Trois maillages étudiés . . . . .	184



# CHAPITRE 1

---

## Introduction générale

---

Les origines de la perte de stabilité des pentes naturelles, artificielles, même celles qui surviennent dans un milieu granulaire idéal, sont très diverses. Elles font interagir des milieux solides et fluides dont les interactions sont complexes et régissent en grande partie le comportement de chacun des milieux et de l'ensemble du massif. La mise en mouvement de pentes naturelles (lente ou brutale) peut provoquer des dommages importants aux ouvrages et aux constructions, avec un impact économique non négligeable, et parfois causer des victimes humaines.

Les mouvements de terrain regroupent des natures de déplacements, plus ou moins brutaux, du sol superficiel ou du sous-sol. Elles sont d'origine naturelle ou anthropique. Les volumes mis en jeu lors de cas sont compris entre quelques mètres cubes et quelques millions de mètres cubes. Les déplacements peuvent être lents<sup>1</sup> (quelques millimètres par an) ou, au contraire très rapides<sup>2</sup> (quelques centaines de mètres par jour).

Pour les mouvements de terrains de grande ampleur identifiés, ne pouvant subir de traitement curatif par des techniques de renforcement et présentant de forts enjeux, une instrumentation permettant de suivre leur évolution peut être mise en place afin de déterminer des éventuels seuils d'alerte et, le cas échéant, de déclencher l'évacuation des

---

1. les mouvements lents sont ceux pour lesquels la déformation est progressive et peut être accompagnée de rupture, mais en principe d'aucune accélération brutale (affaissements consécutifs à l'évolution de cavités souterraines, tassements par retrait de sols argileux, fluage de matériaux visqueux sur faible pente...).

2. les mouvements rapides peuvent être scindés en deux groupes, selon le mode de propagation des matériaux, en masse (effondrements, chutes de pierres ou de blocs, éboulements ou écroulements, ...) ou à l'état remanié (laves torrentielles, coulées boueuses, ...).



populations (par exemple : système de surveillance des ruines de Séchilienne<sup>3</sup> (Fig. 1.1)).



FIG. 1.1 – *Glissement de terrains des ruines de Séchilienne en Isère*

Malheureusement dans la plupart des cas il est difficile de prévoir où et quand va se déclencher le mouvement rapide et quel sera le volume concerné.

Les tremblements de terre (séismes) peuvent avoir un effet dévastateur sur les sols et les structures, et les conséquences sur les vies humaines sont souvent désastreuses lorsqu'ils touchent des zones urbanisées. Les mouvements de versant, qui peuvent faire partie de ces conséquences, se retrouvent dans l'ensemble des régions sismiques du monde et constituent une source majeure de dégâts. Parmi les mouvements de versant générés par les tremblements de terre récents, l'événement le plus dramatique est sans nul doute le glissement de Las Colinas au Salvador du 13 janvier 2001 (Fig. 1.2).

L'identification des zones potentiellement instables constitue actuellement un enjeu important pour les problèmes du domaine de l'ingénieur. Ces risques naturels restent, en grande partie, inexplicables dans le cadre des méthodes classiques. C'est le cas par exemple, des glissements de terrain apparaissant sous faible, voire très faible pente, qui contredisent les analyses de stabilité traditionnelles.

De nouvelles approches sont nécessaires pour rendre compte de ces modes de rupture particuliers. Localement, le phénomène d'instabilité est décrite dans le cadre général de la théorie de Lyapunov, 1907 [116] où l'instabilité est un état tel qu'il existe au moins une petite perturbation entraînant une réponse non bornée. Pratiquement, la condition suffisante de stabilité de Hill, 1958 [83] basée sur le signe du travail du second ordre pourrait également permettre une analyse des instabilités au niveau local ainsi que global.

<sup>3</sup> la masse active en mouvement est estimée à 2 à 3 millions de m<sup>3</sup>. Les scénarios impliquant des volumes de plusieurs dizaines de millions de mètres cubes ne peuvent être exclus à terme d'après les analyses des experts.



FIG. 1.2 – *Glissement de terrain de Las Colinas suite au tremblement de terre au Salvador en janvier 2001 (USGS)*

Au cours de ce mémoire, nous nous intéresserons particulièrement à la prévision de l'aléa, autrement dit, à la compréhension des phénomènes amenant à la déstabilisation d'un massif ainsi qu'aux signes mécaniques précurseurs. Nous ne nous intéressons pas à la propagation et à l'évolution du glissement, mais uniquement au déclenchement de celui-ci.

Le **chapitre 2** est tout d'abord consacré à une très brève synthèse des connaissances relatives aux différents modes d'instabilité des pentes et aux méthodes classiques et courantes utilisées pour analyser la stabilité des pentes.

Ensuite, une introduction générale sur les modèles de comportement sera effectuée. Notre attention sera principalement portée vers les modèles élastoplastiques à simple potentiel puis, plus particulièrement, vers le modèle incrémentalement non linéaire du second ordre (Darve, 1982, 1987 [32; 33]) que nous utiliserons dans la suite de ce mémoire.

Enfin, un rappel succinct des principaux critères permettant l'analyse de la perte d'unicité, de la bifurcation sera également abordé ici, à la fois au niveau global (échelle du milieu) et au niveau local (échelle du point matériel). Une attention toute particulière sera portée sur le critère de Hill, 1958 [83], qui sera notre fil conducteur en ce qui concerne la détection des phénomènes de bifurcation pour toutes les modélisations effectuées dans le cadre de cette thèse.

Le **chapitre 3** débutera par une étude bibliographique sur le plan expérimental montrant une instabilité conduisant à une rupture diffuse obtenue sur des échantillons de sol pour plusieurs types de chemins de sollicitation. Par rupture diffuse, nous entendons, rupture en masse désordonnée en l'absence de figure de localisation. Il est intéressant de noter que l'apparition de ces instabilités, qui se produisent à l'intérieur strict du critère de Mohr-Coulomb, peut être prédite par le critère de stabilité de Hill.

Pour finir ce chapitre, une confirmation de l'intérêt du critère de Hill pour la description de bifurcations sur des chemins homogènes sera apportée par la simulation des essais biaxiaux spécifiques avec des modèles de comportement incrémentalement non linéaire et linéaire par morceaux (Darve, 1982, 1987 [32; 33]). Il s'agit d'une étude systématique des bifurcations matérielles, en s'appuyant sur le signe du travail du second ordre, pour des sables dans leurs états lâche comme dense, sur les chemins de sollicitations proportionnels en déformations planes. Ceci nous permettra de mettre en évidence des domaines potentiellement instables (dans l'espace des contraintes principales).

Dans le **chapitre 4**, l'implémentation du critère de stabilité de Hill sera effectuée pour le modèle PLASOL dans le code de calculs par éléments finis LAGAMINE, mené en collaboration avec l'Université de Liège, où il est développé. Un programme Fortran et Matlab de post-traitement des résultats du code PLAXIS et de calcul du travail du second ordre ont été également conçus et mis au point. Ces travaux nous permettront d'étudier les problèmes d'instabilités et de bifurcations dans les ouvrages en se basant sur la condition de stabilité de Hill.

L'application du critère de Hill sera élargie sur des problèmes aux limites non homogènes couplés. Il s'agit de la modélisation avec couplage hydromécanique en milieu non saturé, d'un problème d'apparence simple mais en fait complexe comme le talus bordant un canal, avec le modèle PLASOL. La stabilité locale et globale de ce talus va être étudiée pendant deux phases : la phase d'excavation (genèse de la pente) et celle de montée d'eau. Ceci nous permet de comprendre mieux l'application du critère de Hill, vis-à-vis des problèmes couplés.

Une étude de l'influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus sera également réalisée dans ce chapitre.

Concernant les applications de la condition de stabilité de Hill avec le modèle élastoplastique HSM (Hardening Soil Model) dans le code PLAXIS, nous allons étudier la stabilité de deux problèmes géomécaniques simples : une fondation superficielle et une pente excavée en mécanique pure (sans couplage).

Nous concluons ce chapitre par une étude comparative, en terme de stabilité locale et globale, entre deux modèles de comportement PLASOL et HSM pour le cas d'une pente excavée. Ceci nous permettra de clarifier la question de l'indépendance relative du critère de Hill par rapport à la loi constitutive utilisée et à la discrétisation par éléments finis.

Le **chapitre 5** a pour objectif d'appliquer le critère de Hill dans un cas de glissement de terrain réel. Il s'agit de la modélisation hydromécanique couplée en non saturée du glissement de la côtière de Trévoux d'avril 1983. Ce dernier a engendré de nombreux désordres après une période de fortes précipitations. Le projet R.O.M.I.C.O. (Recherche Opérationnelle sur de nouveaux Mécanismes d'Instabilité des terrains et sur leur Conséquence pour la conception d'Ouvrages de génie civil) financé par le Réseau de Recherches et d'Innovations en Génie Civil et Urbain (RGCU), élaboré en collaboration avec le Centre d'Ingénierie Hydraulique d'Electricité de France et les sociétés d'ingénierie GIPEA et SAGE, a rendu possible l'étude de la côtière de Trévoux.

La modélisation par la méthode des éléments finis de ce problème aux limites a été menée afin d'effectuer l'analyse de la bifurcation à la fois locale (au niveau matériel) et globale (sur tout le massif) pour toutes les phases de sollicitation telles que : phase d'excavation, phase de confortement (i.e. constructions des couches de remblais et d'un mur de soutènement) et phase de montée d'eau.

L'interprétation du travail du second ordre sur des chemins homogènes, pour un problème aux limites avec une géométrie simple comme le talus et sur un ouvrage réel comme la côtière de Trévoux, peut être considérée maintenant comme largement éclaircie. Les sollicitations dans toutes ces modélisations sont de type statique ou quasi-statique. Cependant, en ce qui concerne l'instabilité des problèmes non homogènes sous tremblements de terre, aucune application du critère de Hill n'a été à notre connaissance effectuée jusqu'à présent. Par conséquent, aucune conclusion vis-à-vis de son rôle sur l'analyse de stabilité ne peut être avancée. C'est pour cette raison que dans le **chapitre 6** nous nous intéresserons au comportement et à la stabilité de ce type de problème à l'aide d'une méthode de type pseudo-statique. Il s'agira d'une application du critère de stabilité proposé par Hill au cas réel du mouvement du versant de Las Colinas au Salvador sous le séisme du 13 janvier 2001. Cette modélisation sera effectuée en utilisant le modèle HSM du code PLAXIS. Les coefficients de sécurité seront également déterminés dans ce chapitre en utilisant la méthode de diminution des propriétés mécaniques des matériaux (méthode " $\varphi - c$  réduit").

Le dernier chapitre de ce mémoire, le **chapitre 7**, présente les principales conclusions de ce travail de recherche ainsi que les perspectives envisagées pour un travail futur. Nous y discutons en particulier la possibilité de dégager un indicateur permettant la détection de zones potentiellement instables, améliorant ainsi la prévision des glissements, allant dans le sens d'une meilleure sécurité des personnes et des activités par rapport à ce type d'aléa.



## CHAPITRE 2

---

### Etude bibliographique

---

*La première partie de ce chapitre sera consacrée à une synthèse des connaissances relatives aux différents modes d'instabilité affectant les pentes de sol. Nous allons aussi présenter les méthodes classiques et courantes utilisées pour analyser la stabilité des pentes dans cette partie.*

*Ensuite, nous présenterons de manière générale des modèles de comportement. Notre attention sera orientée vers les modèles élastoplastiques à simple potentiel et, en particulier, le modèle incrémentalement non linéaire du second ordre (Darve, 1982, 1987 [32; 33]).*

*Finalement, un rappel succinct des principaux critères permettant l'analyse de la perte d'unicité, de la bifurcation sera également abordé ici à la fois au niveau global (échelle du milieu) et au niveau local (échelle du point matériel). Une attention toute particulière sera portée au critère de Hill, 1958 [83], qui sera notre fil rouge en ce qui concerne la détection des phénomènes de bifurcation pour toutes nos modélisations effectuées dans le cadre de ce mémoire.*

## 2.1 Stabilité des pentes

### 2.1.1 Quelques modes d'instabilités affectant les pentes de sol

Les glissements de terrain sont des mouvements qui affectent les pentes et les versants naturels. Ils peuvent provoquer des dommages importants aux ouvrages et aux constructions, avec un impact économique sensible, et parfois causer des victimes. Ces risques naturels sont encore souvent l'objet d'approches de nature très empirique et restent parfois inexplicables. Le processus de ces mouvements gravitaires peut en général se décomposer en trois phases distinctes :

- l'initiation ou le déclenchement du mouvement gravitaire (phase de rupture initiale localisée ou globale),
- l'écoulement ou le mouvement continu (glissements de terrain, boues torrentielles) ou discontinu (éboulements rocheux),
- l'impact : sur les ouvrages de protection, de dérivation, sur les infrastructures, etc.

Nous ne nous intéressons dans notre analyse qu'à la première phase qui concerne le déclenchement de ces risques.

Le problème de la stabilité des pentes est une problématique classique en mécanique des sols. Elle a fait l'objet de nombreuses recherches. Les méthodes les plus couramment utilisées par les géotechniciens, établies par le retour d'expérience, sont basées sur la notion de surfaces de rupture le long desquelles nous supposons que les propriétés de résistance maximales au cisaillement du sol sont mobilisées (atteintes) : il s'agit des approches basées sur les équilibres limites ou sur l'analyse limite. Quoique ces méthodes donnent des résultats acceptables dans de nombreux cas, elles ne s'appliquent pas à des cas pratiques de glissements observés sous très faibles pentes (une dizaine de degrés, voire moins) où la rupture est souvent de type diffus (cas de "Nerleck bern", Sladen *et al.*, 1985 [152] ; glissements de terrain dans le Piémont en 1994 ; glissements en Ohio près de Cincinnati en 1996 (USA), etc.). En effet, la première méthode qui est uniquement statique se base sur l'hypothèse forte d'une forme particulière des surfaces de glissement ; elle ne donne aucune information sur les champs de déplacement et de déformation. La deuxième (analyses limites) qui s'appuie sur un modèle de comportement associé (élastique parfaitement plastique) donc sur une rhéologie très grossière du comportement réel, ne fournit que des bornes inférieure et supérieure correspondant respectivement aux champs statiquement admissible et cinématiquement admissible.

De manière générale, nous pouvons classer les modes d'instabilités des pentes en deux familles principales à l'origine de déplacements importants de matériaux sur les pentes et les versants.

Le premier mode de rupture concerne les glissements de terrain dont le mécanisme peut être décrit par des domaines de sols rigides ou élastiques, glissant le long de bandes de cisaillement (communément appelées "surfaces de glissement") qui sont formées par concentration des déformations plastiques (phénomène de localisation de la déformation plastique). Ce mode de rupture est souvent qualifié de "rupture localisée".

Une deuxième classe de rupture peut être associée aux mouvements en masse, désordonnés et chaotiques, tels que ceux correspondant au phénomène de liquéfaction, typique des sables lâches (dans certaines conditions). Ces ruptures, fréquentes dans la pratique, se produisent généralement après de très fortes pluies et donnent souvent naissance à des boues dites torrentielles. Elles se manifestent également lors de glissements sous-marins de sédiments lâches, déposés par exemple dans les zones deltaïques des grands fleuves. Ces derniers glissements peuvent se manifester pour des pentes extrêmement faibles et restent inexplicables dans le cadre des méthodes de plasticité classique par surface de glissement. Nous l'appellerons "rupture diffuse", pour la différencier de la précédente.

### 2.1.2 Méthodes classiques pour l'étude de la stabilité des pentes

Les méthodes les plus employées, pour la résolution du calcul de la stabilité des pentes de géométrie quelconque avec des lignes de glissement de forme quelconque, dans des sols homogènes ou hétérogènes, sont des variantes de la méthode des tranches. Celle-ci permet de s'adapter à des conditions de géométrie complexes, tant en ce qui concerne les frontières, que le sol et les conditions hydrauliques. Il existe environ une douzaine de variantes de cette méthode qui diffèrent entre elles par :

- la manière d'utiliser les équations statiques pour définir le coefficient de sécurité,
- les hypothèses utilisées pour rendre le problème statiquement déterminé.

Parmi les méthodes les plus couramment utilisées nous pouvons citer ici, sans tenter d'en faire une description exhaustive :

- méthode ordinaire (ou conventionnelle) de Fellenius, 1936 [65] : qui est la plus utilisée dans la catégorie des méthodes des tranches. Dans sa forme originelle, elle se base sur l'hypothèse d'une ligne de glissement circulaire choisie arbitrairement,
- méthode simplifiée de Bishop, 1955 [8] : qui néglige les forces tangentielles entre tranches. Les forces normales aux bases des tranches sont obtenues par l'équation d'équilibre vertical,
- méthode de Morgenstern et Price, 1965 [124] : qui est typiquement une méthode de post-analyse. Elle permet à un expert d'expliquer pourquoi une rupture de talus s'est produite. Elle est basée sur l'hypothèse que la direction des forces intertranches peut être décrite par une fonction mathématique arbitraire,
- méthode de Spencer, 1967 [156] : qui suppose qu'il y a un rapport constant entre les composantes verticales et horizontales des forces intertranches,
- méthode complète de Janbu, 1968 [90] : qui suppose que le point d'application de chaque force intertranche peut être défini par sa position sur une ligne de poussée.

Toutes ces méthodes sont présentées de façon plus détaillées dans les travaux de Duncan, 1996 [59] et présentées dans un cadre général par Espinoza *et al.*, 1992 [63].

La figure 2.1 présente une simple surface de rupture supposée circulaire et le bilan des efforts pour une tranche  $i$ , concept utilisé dans le cadre de méthodes conventionnelles (i.e. méthode d'équilibre limite).



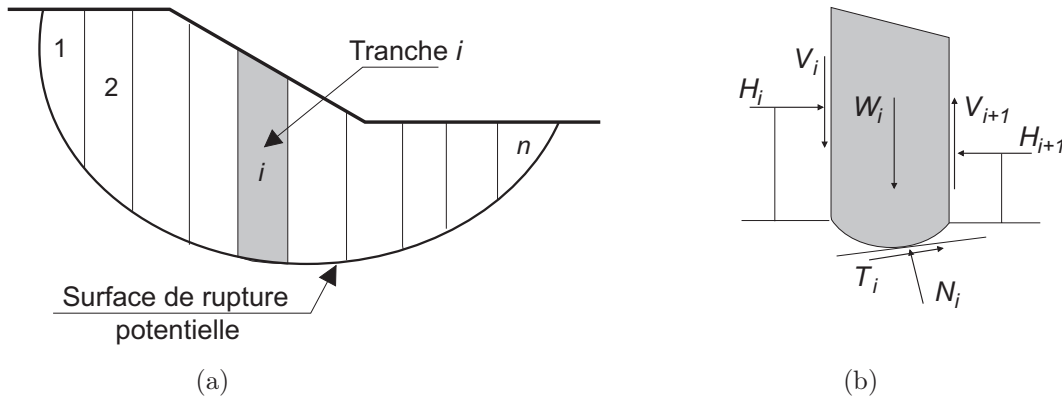


FIG. 2.1 – Surface de rupture supposée circulaire et bilan des efforts pour une méthode conventionnelle

Nous découpons la masse de sol supposée en mouvement (zone de glissement) en  $n$  tranches verticales successives (Fig. 2.1(a)), en veillant à ce que la base de chaque tranche puisse être considérée comme à peu près rectiligne et située dans un seul type de sol ou de régime hydraulique. Le nombre total de variables (inconnues) associées à chaque tranche est de  $6n - 2$  (Fig. 2.1(b)).

L'équilibre des forces, définies ci-dessus, s'exprime par les considérations statiques habituelles, à savoir par  $3n$  équations d'équilibre :

- $n$  équations de rotation, s'exprimant ici par la sommation des moments,
- $2n$  équations de translation, à savoir la sommation des forces dans deux directions.

C'est à partir de ces équations que sont définis les coefficients de sécurité.

Les  $3n$  équations d'équilibre et  $n$  équations données par le critère de rupture (qui est généralement le critère de Mohr-Coulomb) ne suffisent pas à rendre le problème déterminé, aussi est-on obligé de posséder des informations supplémentaires relatives, soit à la répartition des composantes normales à la base, soit à celle des forces entre les tranches. Donc, le nombre d'équations supplémentaires est de  $2n - 2$ .

En un point de la surface de rupture potentielle, le coefficient de sécurité global  $FS$  est défini par le quotient de la résistance au cisaillement du sol  $\tau_{max}$  et de la contrainte de cisaillement  $\tau$  mobilisée s'exerçant réellement sur la surface :

$$FS = \frac{\tau_{max}}{\tau} \quad (2.1)$$

(si  $FS \geq 1$ , il n'y a pas de rupture ; si  $FS < 1$ , la rupture se produit).

Bien que cette méthode soit largement utilisée dans la pratique, elle présente certaines difficultés et limites, principalement :

- le coefficient de sécurité, qui se restreint au niveau local, est supposé constant le long de la surface de rupture,
- nous ne savons pas évaluer, dans la plupart de problèmes, la répartition des contraintes le long de la surface instable,

- aucune information sur les champs de déplacement et de déformation de sols à la rupture ne peut être fournie,
- ni la dépendance de l'état de contrainte, ni l'histoire de contrainte-déformation ne sont prises en compte,
- la forme ou la position de la surface de glissement est en général préalablement supposée,
- la stabilité de la pente n'est vérifiée que par la valeur maximale de la contrainte déviatorique, tandis que les autres modes de rupture peuvent se produire avec une plus faible valeur de contrainte.

Une approche cinématique fondée sur l'analyse limite, qui peut s'affranchir de certaines des difficultés précédentes, a été développée dans le cadre de la théorie générale du calcul à la rupture (Coussy et Salençon, 1979 [30]; Salençon, 1983 [143]). Cette approche repose sur la dualisation des équations d'équilibre obtenue en appliquant le principe des travaux virtuels. Elle a donné lieu à l'élaboration de méthodes numériques efficaces (Pastor, 1983 [132]; Turgeman, 1983 [159]; Sloan, 1988, 1989 [153; 154]). L'intérêt de la méthode issue du calcul à la rupture tient à :

- son caractère rigoureux qui fournit une appréciation de la sécurité d'un ouvrage sans autre hypothèse que le choix du critère de rupture attaché aux matériaux,
- sa capacité à prendre en compte des situations où les méthodes traditionnelles sont généralement en défaut : équilibres de butée, chargements inclinés par rapport à la verticale...

Cependant, du fait que l'on s'appuie sur le comportement associé (élastique parfaitement plastique) donc sur une rhéologie relativement éloignée du comportement réel, les méthodes classiques ne peuvent fournir que des bornes inférieure et supérieure correspondant respectivement aux champs statiquement admissible et cinématiquement admissible. Dès lors, des modèles de comportement élastoplastiques sont nécessaires et la méthode de calculs par éléments finis permet de contourner ces difficultés dans l'étude de la stabilité des pentes. Ceci fait l'objet de la partie suivante.

### 2.1.3 Méthodes évoluées pour l'étude de la stabilité des pentes

Cette partie est consacrée à la présentation de méthodes plus évoluées pour l'analyse de problèmes de stabilité des pentes. Ces méthodes s'appuient essentiellement sur la méthode de calculs par éléments finis incorporant les modèles de comportement plus réalistes des géomatériaux. Pour des descriptions plus détaillées sur le développement de cette méthode numérique dans l'analyse de la stabilité des pentes, nous conseillons de se reporter aux travaux de Duncan, 1996 [59]; Griffiths et Lane, 1999 [77].

D'un point de vue mécanique, l'instabilité des pentes a été également décrite à l'aide de deux approches : la théorie de la plasticité d'une part et la théorie de la localisation (bifurcation par discontinuités cinématiques) d'autre part.

Même si la robustesse de la méthode éléments finis et sa capacité de prévoir la stabilité des pentes sont bien reconnues, la question du critère de rupture globale et sa définition reste encore posée. Il se présente différentes définitions de rupture comme : analyse de la dilatation (“bulging”) du profil de la pente (Snitbhan et Chen, 1976 [155]) ; vérification des contraintes de cisaillement sur la surface de rupture potentielle (Duncan et Dunlop, 1969 [61]) ou perte de convergence de l’algorithme d’itération (Zienkiewicz et Taylor, 1994 [169]). Ces définitions ont été discutées dans le papier de Abramson *et al.*, 1995 [2] mais sans qu’aucune solution ne s’impose.

Soulignons qu’il existe une autre approche pour déterminer la rupture globale en analysant les ruptures locales (au niveau des points matériels). Il s’agit d’un calcul de coefficient de sécurité qui est effectué en diminuant progressivement les paramètres de résistance du matériau (présentés par le critère de plasticité) jusqu’à la violation du critère de rupture globale choisi (Brinkgreve et Bakker, 1991 [17] ; Matsui *et al.*, 1992 [120] ; Griffiths et Lane, 1999 [77]). Notons que dans ce cas, le critère de rupture coïncide avec la limite de plasticité.

Cependant, les milieux granulaires (comme les géomatériaux en général) présentent un comportement fortement non linéaire et irréversible. Les déformations plastiques pour ces matériaux sont manifestement non associées, et n’obéissent pas à la règle de normalité stipulant une déformation plastique normale à la surface de charge ou surface d’écoulement. De ce fait, des instabilités et des bifurcations peuvent se manifester à l’intérieur strict de la condition limite de plasticité (Hill, 1958 [83] ; Mandel, 1966 [119] ; Rice, 1976 [137], ...).

En ce qui concerne la deuxième théorie (localisation), de nombreux auteurs tels que : Leroy *et al.*, 1987 [104] ; Regueiro et Borja, 1999 [136] ont mené des réflexions basées sur la localisation de la déformation. Ce phénomène, d’après Rudnicki et Rice, 1975 [141] ; Rice, 1976 [137], constitue une instabilité matérielle particulière qui conduit, pour un certain pas de temps (de chargement), à la bifurcation de la solution du problème. Des calculs par la méthode des éléments finis, incorporant un critère de localisation des déformations, permettent probablement de détecter la singularité du phénomène. Cependant, dans les parties précédentes, nous avons montré que les mécanismes de rupture ne sont pas uniques, l’instabilité matérielle peut apparaître non seulement sous un mode localisé mais aussi sous un mode diffus qui se manifeste alors avant le mode localisé. C’est cette seconde classe de rupture qui peut être décrite par le critère de stabilité s’appuyant sur le signe du travail du second ordre (Hill, 1958 [83]) que nous présenterons dans la suite. Mais dans un premier temps, nous nous intéressons aux différentes formulations des modèles de comportement, notamment aux modèles incrémentaux non linéaires proposés par Darve, 1982 [32].

## 2.2 Introduction générale des modèles de comportement

### 2.2.1 Ecriture incrémentale des modèles rhéologiques

Nous nous plaçons dans un contexte de la mécanique des milieux continus classiques ce qui permet de supposer qu'il existe une échelle d'observation suffisamment grande par rapport aux dimensions des particules du matériau granulaire de façon à ce que les grandeurs équivalentes moyennées et les équations de comportement aient un sens. Dans tout ce qui suit, l'hypothèse dite des "petites transformations" est considérée et les effets thermiques seront également négligés. Nous supposons le matériau non visqueux. Nous pouvons écrire, au vu du principe de déterminisme (Germain, 1973 [75] ; Stutz, 1987 [157]), que l'application d'une petite sollicitation pendant un incrément de temps  $dt$  entraîne une petite réponse déterminée et unique. Du point de vue mathématique, cela se traduit par l'existence d'une fonction tensorielle non linéaire  $\mathcal{F}$  reliant ces trois quantités :

$$\mathcal{F}(d\sigma, d\varepsilon, dt) = 0 \quad (2.2)$$

avec :

- .  $d\sigma$  : tenseur des incréments de contraintes,
- .  $d\varepsilon$  : tenseur des incréments de déformations,
- .  $dt$  : incrément de temps.

La fonction tensorielle  $\mathcal{F}$  doit avoir les propriétés suivantes (Darve, 1987 [34]) :

- dépendance de l'histoire antérieure du matériau,
- vérification du principe d'objectivité, c'est à dire que le modèle de comportement ne dépend pas du mouvement de l'observateur.

En ce qui concerne particulièrement les géomatériaux non visqueux, le comportement du matériau est indépendant de la vitesse de sollicitation. Cela implique que  $dt$  n'intervient pas explicitement dans la fonction  $\mathcal{F}$ , et nous sommes ramenés à restreindre l'étude à la fonction vectorielle  $\mathcal{G}$ . La relation (2.2) peut être réécrite comme suite :

$$d\varepsilon = \mathcal{G}(d\sigma)$$

Trois propriétés sont associées à  $\mathcal{G}$  (Darve, 1987 [34]) :

- $\mathcal{G}$  est une **fonction homogène d'ordre 1**. Cette propriété est une conséquence immédiate du comportement non visqueux. Cela signifie que si la vitesse de contrainte est amplifiée d'un facteur  $\lambda$  positif, la vitesse de déformation est également multipliée par ce même facteur :

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad \mathcal{G}(\lambda d\sigma) \equiv \lambda \mathcal{G}(d\sigma)$$

- $\mathcal{G}$  est **non linéaire**. Sachant que la non-linéarité est une caractéristique essentielle du comportement granulaire, c'est elle qui permet de décrire des irréversibilités plastiques :

$$\forall d\sigma \neq 0 \quad \mathcal{G}(-d\sigma) \neq -\mathcal{G}(d\sigma)$$

Il est important de savoir que dans le cas où le comportement est purement élastique (ce qui est rarement le cas des géomatériaux),  $\mathcal{G}$  serait linéaire et le principe de superposition des sollicitations incrémentales resterait valable dans ce cas uniquement :

$$\forall d\underline{\sigma}^1 \text{ et } d\underline{\sigma}^2 \quad \mathcal{G}(d\underline{\sigma}^1 + d\underline{\sigma}^2) \equiv \mathcal{G}(d\underline{\sigma}^1) + \mathcal{G}(d\underline{\sigma}^2)$$

- $\mathcal{G}$  est une **fonction isotrope** de l'ensemble de ses arguments tensoriels (l'ensemble des paramètres scalaires ou tensoriels d'état caractérisant toute l'histoire antérieure du matériau, état de contrainte  $d\underline{\sigma}$ ) mais est une fonction anisotrope de la seule variable  $d\underline{\sigma}$ . Notons que l'anisotropie est une conséquence des réarrangements granulaires. Expérimentalement, ceci est traduit par le fait que si nous faisons tourner les axes principaux de la sollicitation incrémentale d'un géomatériau déformé, la réponse incrémentale ne subit pas la même rotation.

Selon l'identité d'Euler, la première propriété de  $\mathcal{G}$  (homogénéité d'ordre 1) entraîne la relation suivante :

$$\mathcal{G}_\alpha(d\sigma_\beta) \equiv \frac{\partial \mathcal{G}_\alpha}{\partial (d\sigma_\beta)} d\sigma_\beta \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 6)$$

où la convention de sommation sur les indices répétés  $\beta$  est respectée.

En posant :  $M_{\alpha\beta}(d\sigma_\beta) = \frac{\partial \mathcal{G}_\alpha}{\partial (d\sigma_\beta)}$ , il vient :

$$d\varepsilon_\alpha = M_{\alpha\beta}(d\sigma_\beta) d\sigma_\beta \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 6)$$

Les pseudo vecteurs de  $d\sigma_\beta$  et  $d\varepsilon_\alpha$  sont donnés par les relations suivantes :

$$(d\sigma_\beta) = \begin{pmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{33} \\ \sqrt{2} d\sigma_{23} \\ \sqrt{2} d\sigma_{31} \\ \sqrt{2} d\sigma_{12} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (d\varepsilon_\alpha) = \begin{pmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\varepsilon_{33} \\ \sqrt{2} d\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2} d\varepsilon_{31} \\ \sqrt{2} d\varepsilon_{12} \end{pmatrix}$$

Les 36 fonctions  $M_{\alpha\beta}(d\sigma_\gamma)$  sont des fonctions homogènes d'ordre 0 des 6 variables  $d\sigma_\gamma$  (comme dérivées partielles d'une fonction homogène d'ordre 1) donc des fonctions des 6 directions de contrainte :

$$u_\gamma = \frac{d\sigma_\gamma}{\|d\underline{\sigma}\|} \quad \text{où} \quad \|d\underline{\sigma}\| = \sqrt{d\sigma_{ij}d\sigma_{ij}} = \sqrt{d\sigma_\alpha d\sigma_\alpha}$$

Soit finalement :

$$d\varepsilon_\alpha = M_{\alpha\beta}(u_\gamma) d\sigma_\beta \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 6) \quad (2.3)$$

L'équation (2.3) traduit la formulation incrémentale générale des modèles de comportement pour les matériaux non visqueux.

### 2.2.2 Modèles élastoplastiques à simple potentiel

Rappelons que le milieu a été supposé isotherme, la température n'intervient donc pas dans l'écriture du modèle.

La théorie de la plasticité suppose l'existence de variables internes qui permettent de décrire l'état de déformation, lorsque des déformations inélastiques apparaissent. L'ensemble de ces variables internes sera désormais représenté symboliquement par  $\kappa$  (étant un vecteur).

L'hypothèse des petites transformations nous permet de supposer qu'à tout instant le tenseur de déformation se décompose en une partie réversible (élastique)  $\underline{\varepsilon}^e$  et une partie irréversible (plastique)  $\underline{\varepsilon}^p$  :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^p \quad (2.4)$$

avec  $\underline{\varepsilon}^e = (\underline{C}^e)^{-1}\underline{\sigma}$ , où  $\underline{C}^e$  est le tenseur de Hooke dans le cas d'une élasticité isotrope.

En toute généralité, un matériau élastoplastique est caractérisé par l'apparition de déformations irréversibles qui repose sur la notion de surface de charge (ou critère de plasticité) définie dans l'espace des contraintes. La surface de charge est définie en général par une fonction scalaire  $f$  (avec  $f = f(\underline{\sigma}, \kappa)$ ). Par convention le signe de  $f$  détermine le comportement du matériau. Trois cas peuvent se présenter :

$$\begin{cases} f(\underline{\sigma}, \kappa) < 0 & \text{correspond au comportement élastique,} \\ f(\underline{\sigma}, \kappa) = 0 & \text{correspond au comportement élastoplastique,} \\ f(\underline{\sigma}, \kappa) > 0 & \text{est impossible.} \end{cases}$$

La surface de charge dépend des variables internes  $\kappa$ . Ces paramètres décrivent ce que l'on appelle l'état d'érouissage du matériau. Remarquons que, pour tenir compte de la modification des caractéristiques mécaniques au cours du chargement, la surface d'érouissage peut se développer (érouissage isotrope) et également se déplacer (érouissage cinématique), ou les deux.

Quand  $\dot{f} > 0$  il s'agit de l'érouissage positif tandis que nous parlons d'érouissage négatif (ou radoucissement) quand  $\dot{f} < 0$ . Si  $\dot{f} = 0$ , l'état de contrainte-déformation est et reste sur la surface de limite élastique (i.e.  $f(\underline{\sigma}, \kappa) = 0$ ). Il est alors possible d'écrire en charge :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = 0 \quad (2.5)$$

Cette équation est appelée "condition de consistance" ou "condition de cohérence" du modèle.

Il est en général admis que les variables internes s'expriment en fonction de la déformation plastique.

$$\dot{\kappa} = \frac{\partial \kappa}{\partial \underline{\varepsilon}^p} \dot{\underline{\varepsilon}}^p \quad (2.6)$$

Dans le cadre de l'élasto-plasticité non associée, pour connaître la direction de l'incrément de déformations plastiques correspondant à un incrément de contraintes, une fonction  $g$

est introduite telle que :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda}^p \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (2.7)$$

La fonction  $g$  est appelée “potentiel plastique” (ou “règle d’écoulement”) et caractérise l’orientation du taux de déformation plastique. La grandeur  $\dot{\lambda}^p$  est appelée “multiplicateur plastique”. Ainsi, la direction du taux de déformation plastique ne dépend que de la normale à la surface d’écoulement. L’équation (2.7) correspond à la règle d’écoulement du matériau.

En remplaçant l’équation (2.6) et (2.7) dans l’équation (2.5), la condition de consistance peut se réécrire comme suit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\underline{\varepsilon}^p} \dot{\lambda}^p \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} = 0 \quad (2.8)$$

Cette équation nous permet d’identifier le multiplicateur plastique :

$$\dot{\lambda}^p = \begin{cases} \frac{1}{H} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\sigma}} \right\rangle & \text{quand } f = 0 \\ 0 & \text{quand } f < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

L’opérateur  $\langle \cdot \rangle$  représente les crochets de Macaulay, i.e.  $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \langle \alpha \rangle = (\alpha + |\alpha|)/2$ . L’opérateur  $H$ , introduit dans l’expression ci-dessous, s’appelle module d’écrouissage. Il est défini par :

$$H = - \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\underline{\varepsilon}^p} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (2.10)$$

L’équation constitutive peut être reformulée sous la forme suivante :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e (\underline{\dot{\varepsilon}} - \underline{\dot{\varepsilon}}^p) \quad (2.11)$$

La combinaison de cette équation avec la règle d’écoulement (2.7) et la définition du multiplicateur plastique en (2.9) donne :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e \underline{\dot{\varepsilon}} - \begin{cases} \frac{1}{L} \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \left\langle \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\dot{\varepsilon}} \right\rangle & \text{quand } f = 0 \\ 0 & \text{quand } f < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

où :

$$L = H + \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (2.13)$$

Pour des raisons de simplification de l’écriture, une quantité  $H_c$  est introduite :

$$H_c = \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (2.14)$$

Dès lors, l’opérateur constitutif élastoplastique  $\underline{\underline{C}}$  tel que  $\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \underline{\dot{\varepsilon}}$  peut s’écrire :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}^e - \begin{cases} \frac{1}{H + H_c} \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \left\langle \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right\rangle & \text{quand } f = 0 \\ 0 & \text{quand } f < 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Tandis que la matrice de souplesse désignée par le tenseur  $\underline{\underline{D}}$  tel que  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\dot{\sigma}}}$  est égale à :

$$\underline{\underline{D}} = (\underline{\underline{C}}^e)^{-1} + \begin{cases} \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right\rangle & \text{quand } f = 0 \\ 0 & \text{quand } f < 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

La définition des fonctions  $f$  et  $g$ , ainsi que l'évolution des variables internes (écrouissage) décrivent respectivement les surfaces de charge et d'écoulement du modèle. Quand la surface de charge coïncide avec le potentiel plastique ( $f \equiv g$ ), le matériau est dit associé (ou standard).

Notons que les potentiels plastiques ne sont pas faciles à déterminer expérimentalement, notamment dans le cas de géomatériaux. En effet, les informations que l'on peut obtenir se rapportent aux déformations totales, c'est à dire plastique plus élastique et il est difficile d'isoler expérimentalement les unes des autres. De plus, la forte dépendance du tenseur de déformations élastiques  $d\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  par rapport à l'histoire de sollicitation est également un autre point, délicat à prendre un compte pour les modèles élastoplastiques.

Par la suite, nous allons présenter un autre modèle de comportements qui permet de s'affranchir de certains des limites ci-dessus. Il s'agit du modèle incrémental non linéaire du second ordre (Darve, 1982, 1987 [32; 33]).

### 2.2.3 Modèle incrémental non linéaire du second ordre

Le modèle incrémental non linéaire exprime une relation non linéaire entre les tenseurs vitesse de déformation et vitesse ou taux de contrainte. Rappelons qu'une des caractéristiques fondamentales de ce modèle est qu'il ne s'appuie pas sur une décomposition additive de l'incrément (ou taux) de déformation en une partie élastique et une partie plastique ni sur le concept de fonction de charge ou potentiel plastique.

Le point de départ est l'écriture incrémentale générale des modèles de comportement pour les matériaux non visqueux qui est présentée dans l'équation (2.3). Les développements en série des fonctions  $M_{\alpha\beta}(u_\gamma)$  des 6 variables  $u_\gamma$  donne l'équation suivante :

$$M_{\alpha\beta}(u_\gamma) = M_{\alpha\beta}^1 + M_{\alpha\beta\gamma}^2 u_\gamma + M_{\alpha\beta\gamma\delta}^3 u_\gamma u_\delta + \dots \quad (2.17)$$

En reportant l'équation (2.17) dans (2.3) et en se limitant aux premiers termes du second membre de l'équation (2.17), nous aboutissons à la formulation tensorielle globale du modèle incrémental non linéaire du second ordre :

$$d\varepsilon_\alpha = M_{\alpha\beta}^1 d\sigma_\beta + \frac{1}{\|\underline{\underline{d\sigma}}\|} M_{\alpha\beta\gamma}^2 d\sigma_\beta d\sigma_\gamma \quad (2.18)$$

Dans le repère d'orthotropie et si on considère uniquement des sollicitations en axes principaux, l'expression (2.18) se réduit à l'équation suivante (Darve, 1982, 1987 [32; 33]) :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} [\underline{\underline{N}}^+ + \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2\|\underline{\underline{d\sigma}}\|} [\underline{\underline{N}}^+ - \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} d\sigma_1^2 \\ d\sigma_2^2 \\ d\sigma_3^2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$



avec :  $\|\underline{d\sigma}\| = \sqrt{d\sigma_i d\sigma_i}$ ,  $(i = 1,2,3)$

A un instant donné de la sollicitation, les deux tenseurs “rhéologiques”  $\underline{N}^+$  et  $\underline{N}^-$ , qui contiennent en leur sein l’ensemble des caractéristiques mécaniques tangentes de l’état actuel (coefficient de Poisson  $V$  et module d’Young  $E$ ), s’écrivent de la façon suivante :

$$\underline{N}^\pm = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^\pm} & -\frac{V_2^{1\pm}}{E_2^\pm} & -\frac{V_3^{1\pm}}{E_3^\pm} \\ -\frac{V_1^{2\pm}}{E_1^\pm} & \frac{1}{E_2^\pm} & -\frac{V_3^{2\pm}}{E_3^\pm} \\ -\frac{V_1^{3\pm}}{E_1^\pm} & -\frac{V_2^{3\pm}}{E_2^\pm} & \frac{1}{E_3^\pm} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

où l’indice (+) est relatif à la “compression” ( $d\sigma_i > 0$ ) alors que (-) est lié à l’“extension” ( $d\sigma_i < 0$ ) dans la direction axiale “ $i$ ” des chemins triaxiaux généralisés (deux contraintes latérales constantes  $\sigma_j$  and  $\sigma_k$ ). Les différents coefficients ( $V_i^j, E_i$ ) sont déterminés à partir des six chemins triaxiaux généralisés de base, par rapport à un référentiel fixe de  $\mathbb{R}^3$  :

$$(d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3) = (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1) \quad (2.21)$$

Nous obtenons donc :

$$E_i = \left( \frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\sigma_j, \sigma_k} ; V_i^j = - \left( \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\sigma_j, \sigma_k} ; V_i^k = - \left( \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\sigma_j, \sigma_k}$$

L’équation (2.19) est une relation homogène de degré 1 par rapport à  $d\sigma$ . La description est bien celle d’un comportement indépendant des vitesses de sollicitations. Nous retrouvons la non-linéarité par rapport à  $d\sigma$  dans l’équation (2.19). Ceci peut être illustré par l’écriture des déformations irréversibles engendrées par un cycle ( $d\sigma, -d\sigma$ ) :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\|\underline{d\sigma}\|} [\underline{N}^+ - \underline{N}^-] \begin{pmatrix} d\sigma_1^2 \\ d\sigma_2^2 \\ d\sigma_3^2 \end{pmatrix}$$

Dans le cas monodimensionnel, nous nous apercevons que l’équation (2.19) dégénère en :

$$d\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E^+} + \frac{1}{E^-} \right) d\sigma + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E^+} - \frac{1}{E^-} \right) |d\sigma| \quad (2.22)$$

Cette relation (2.22) permet de décrire un comportement élastoplastique monodimensionnel quelconque, qui posséderait en élasto-plasticité classique un critère de charge-décharge comme suit :

$$\begin{cases} d\sigma > 0 & : & d\varepsilon = \frac{1}{E^+} d\sigma & \text{(charge)} \\ d\sigma < 0 & : & d\varepsilon = \frac{1}{E^-} d\sigma & \text{(décharge)} \end{cases}$$

En ce qui concerne le cas élastique, les comportements en compression (charge) et en extension (décharge) sont identiques ; cela mène à l'égalité suivante :

$$\underline{\underline{N}}^+ = \underline{\underline{N}}^- = \underline{\underline{N}}$$

Dès lors, l'équation (2.19) peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \underline{\underline{N}} \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Nous retrouvons, dans l'équation (2.23), exactement la description générale de l'élasticité anisotrope non linéaire dans les repères principaux fixes en contrainte-déformation.

## 2.2.4 Modèle incrémental octolinéaire

Maintenant, si nous considérons une interpolation linéaire entre les six chemins triaxiaux généralisés (2.21), nous obtenons le modèle incrémental constitué par 8 relations linéaires entre  $d\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $d\underline{\underline{\sigma}}$  dans huit "zones tensorielles" (Darve, 1982, 1987 [32; 33]). Ce modèle, en axes principaux, est exprimé par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} [\underline{\underline{N}}^+ + \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} [\underline{\underline{N}}^+ - \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} |d\sigma_1| \\ |d\sigma_2| \\ |d\sigma_3| \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

La structure de ce modèle est la même qu'une relation constitutive élastoplastique à 3 potentiels plastiques. Les paramètres constitutifs du modèle sont identiques à ceux du modèle non linéaire

Ces deux modèles de comportement (octolinéaire et non linéaire) sont des interpolations différentes des mêmes réponses sur des chemins triaxiaux généralisés (Servant, 2004 [147]). Rappelons que le modèle octolinéaire se base sur un type d'interpolation linéaire par morceaux, tandis qu'il s'agit d'un type d'interpolation quadratique non linéaire pour le modèle du même nom. Il est possible d'unifier de façon continue ces deux modèles incrémentaux sous la forme suivante, proposée par Laouafa (Darve et Laouafa, 1999 [43]) dépendante d'un scalaire  $\rho \geq 0$  :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} [\underline{\underline{N}}^+ + \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{1+\rho}}{2} [\underline{\underline{N}}^+ - \underline{\underline{N}}^-] \begin{pmatrix} \frac{d\sigma_1^2}{\sqrt{d\sigma_1^2 + \rho \|\underline{\underline{d}\underline{\underline{\sigma}}}\|^2}} \\ \frac{d\sigma_2^2}{\sqrt{d\sigma_2^2 + \rho \|\underline{\underline{d}\underline{\underline{\sigma}}}\|^2}} \\ \frac{d\sigma_3^2}{\sqrt{d\sigma_3^2 + \rho \|\underline{\underline{d}\underline{\underline{\sigma}}}\|^2}} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Quand  $\rho = 0$ , cette relation coïncide avec le modèle octolinéaire, et pour  $\rho \rightarrow +\infty$ , elle tend vers la relation non linéaire du second ordre.

## 2.3 L'instabilité vue comme un phénomène de bifurcation

### 2.3.1 Généralités

Rappelons d'abord que, suivant la définition de Hadamard, 1903 [80], un problème mathématique dit "bien posé" est celui pour lequel nous avons existence, unicité et continuité (ou stabilité) des solutions vis-à-vis des conditions initiales. L'existence de la solution signifie que, pour un problème avec des conditions aux limites données, il existe au moins une solution. Maintenant, si cette solution est unique, la condition d'unicité est remplie. La stabilité de la solution signifie que si nous changeons un petit peu les données d'entrée, alors la solution et les données de sortie changent de la même manière. L'idée est de savoir si une petite perturbation va s'amortir (stabilité) ou s'amplifier (perte de stabilité).

En ce qui concerne la stabilité d'une solution donnée, la définition la plus classique est celle proposée par Lyapunov, 1907 [116]. Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, cette définition peut s'exprimer de la façon suivante :

*“un état de contrainte-déformation pour un matériau donné, après une histoire de sollicitation donnée, est dit stable si, pour tout scalaire positif  $\varepsilon$ , il existe un scalaire positif  $\eta(\varepsilon)$  tel que, pour tout incrément de sollicitation  $d\underline{s}$  borné par  $\eta$ , la réponse associée  $d\underline{r}$  reste bornée par  $\varepsilon$ ”*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta = \eta(\varepsilon) \quad \text{tel que} \quad \|d\underline{s}\| < \eta \implies \|d\underline{r}\| < \varepsilon \quad (2.26)$$

D'après cette définition, tous les états limites de contrainte (états dits de "rupture"), où une petite perturbation en charge induit une poursuite complètement différente de la déformation, peuvent être considérés comme instables.

La notion de bifurcation est définie, dans le cadre de la physique, comme la transition d'un chemin fondamental de comportement vers un chemin alternatif au cours de l'évolution d'un processus physique. Un exemple bien connu en mécanique des solides est le flambage élastique. En effet, la compression d'une poutre commence par un chemin fondamental qui consiste en un raccourcissement élastique sans flexion. Cependant, à partir d'une certaine charge critique, un mode de flexion latérale se superpose au mode de compression axiale qui conduit à une bifurcation appelée flambage.

Par la suite, nous présenterons une étude sur la perte d'unicité et de stabilité des solutions à partir des travaux antérieurs consacrés à ce problème, dont la plupart concerne les modèles élastoplastiques. Nous discuterons, dans le cadre des modèles élastoplastiques, des critères d'unicité et de stabilité au niveau global (i.e. à l'échelle du milieu) ainsi qu'au niveau local (i.e. à l'échelle du point matériel).

## 2.3.2 Unicité et stabilité au niveau global

### 2.3.2.1 Analyse de l'unicité

En 1958, Hill [83] a proposé une condition suffisante d'unicité du problème aux limites formulée en vitesse. Pour établir cette condition, il considère un solide occupant un volume  $V$ . Les positions initiales ( $x^0$ ) et courantes ( $x^t$ ) des points du milieu sont désignées par les coordonnées cartésiennes  $x_i^0$  et  $x_i^t$ . La contrainte est définie par le tenseur  $s_{ij}$  que Hill dénomme tenseur "nominal" qui est en fait le transposé du tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff  $n^\circ 1$  (Love, 1927 [114]). Le tenseur nominal des contraintes considère les forces actuelles, appliquées sur les facettes de la configuration initiale. Il s'exprime par rapport au tenseur de contrainte de Cauchy  $\sigma_{ij}$  par :

$$s_{ij} = \sigma_{ik}^t \frac{\partial x_j^0}{\partial x_k^t} \det(J^{0t}) \quad (2.27)$$

où

$$\det(J^{0t}) dV^0 = dV^t$$

avec  $\det(J^{0t})$  est le déterminant du jacobien de la transformation qui fait passer de  $x_i^0$  à  $x_i^t$ .

La condition suffisante d'unicité de Hill peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\int_V \Delta \dot{s}_{ij} \Delta \left( \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) dV > 0 \quad (2.28)$$

avec :

- .  $\Delta$  : différence entre deux champs admissibles,
- .  $\dot{s}_{ij}$  : taux du tenseur de contrainte nominale,
- .  $\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i}$  : champ de gradient des vitesses cinématiquement admissibles.

Remarquons que l'inégalité (2.28) est exprimée en grande transformation. Dans le cadre des petites transformations, la condition précédente dégénère en la relation suivante :

$$\int_V \Delta \underline{\dot{\sigma}} : \Delta \underline{\dot{\epsilon}} dV > 0 \quad (2.29)$$

où  $\underline{\dot{\sigma}}$  représente le taux de contrainte de Cauchy, et  $\underline{\dot{\epsilon}}$  le taux de déformation.

L'analyse d'unicité est délicate avec les modèles constitutifs non linéaires. C'est notamment le cas des modèles élastoplastiques, qui ne sont linéaires que par zones. Néanmoins, l'analyse peut parfois être ramenée à l'étude d'un problème linéaire, où l'on distingue entre le cas associé et le cas non associé.

### Modèles élastoplastiques associés

Le critère d'unicité de Hill, 1958 [83] s'applique initialement aux matériaux élastoplastiques associés où la règle de normalité est vérifiée. Hill s'intéresse à l'unicité et à la

stabilité d'un problème aux limites et de ce fait, les phénomènes de bifurcation envisagés couvrent une gamme de modes de déformation plus large que la seule localisation de déformation, par exemple, les modes diffus. Afin de réduire les difficultés dues aux opérateurs élastoplastiques tangents dans l'analyse directe de la bifurcation (ou la perte d'unicité), Hill a introduit la notion de solide linéaire de comparaison. Il s'agit d'un solide fictif qui, pour toutes les sollicitations possibles, reproduit le comportement en charge du solide élastoplastique réel. Autrement dit c'est un solide dont le modèle est spécifié par le tenseur de modules associé à la zone tensorielle correspondant à la poursuite du chargement le long du chemin sans bifurcation. Soit  $\underline{\underline{\tilde{C}}}^{ep}$  le tenseur correspondant au solide de comparaison, le théorème de comparaison impose alors :

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} : \Delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \geq \Delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} : \underline{\underline{\tilde{C}}}^{ep} : \Delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$$

Alors, la bifurcation pour un solide réel n'est en aucun cas possible avant celle du solide linéaire de comparaison. La condition (2.29) est donc satisfaite quand la condition plus restrictive exprimée en (2.30) est respectée :

$$\int_V \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} : \underline{\underline{\tilde{C}}}^{ep} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} dV > 0 \quad (2.30)$$

Remarquons que les différences ( $\Delta$ ) n'apparaissent plus dans cette inégalité car le tenseur  $\underline{\underline{\tilde{C}}}^{ep}$  est supposé traduire un comportement incrémentalement linéaire.

### Modèles élastoplastiques non associés

La condition suffisante d'unicité de Hill, établie dans le cadre des matériaux associés, a été développée et généralisée pour le cas des modèles non associés à simple potentiel plastique (modèle élastoplastique) par Maier, 1970 [117]; Hueckel et Maier, 1977 [85]; Raniecki, 1979 [134]; Raniecki et Bruhns, 1981 [135]. En fait, ils ont introduit des nouveaux solides linéaires de comparaison (qui sont des matériaux associés), qui vérifient la même propriété que celui de Hill, à savoir que ces solides présentent nécessairement l'apparition de la bifurcation avant le solide réel. Ceci permet de définir des bornes inférieures du chargement critique pour lequel une bifurcation est possible. D'après Raniecki, ce premier solide de comparaison, qui possède le tenseur constitutif ayant la symétrie majeure est défini par (pour  $\forall r \in \mathbb{R}^+$ ):

$$\underline{\underline{C}}_{inf}^{ep} = \underline{\underline{C}}^e - \frac{1}{4rH} \left( \underline{\underline{C}}^e : \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + r \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \right) \otimes \left( \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + r \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \underline{\underline{C}}^e \right)$$

Le paramètre  $r$  est un scalaire positif qui est choisi à priori constant dans le domaine à étudier. Ce paramètre peut jouer un rôle important car il peut être ajusté de façon à optimiser la borne inférieure par rapport au point de bifurcation réel.

De plus, le second solide de comparaison, dont le modèle est (de manière similaire à celui de Hill) celui du solide élastoplastique réel sur un chemin de poursuite de chargement, a pour but de définir la borne supérieure du chargement de bifurcation et peut s'écrire de la façon suivante (Raniecki, 1979 [134]) :

$$\underline{\underline{C}}_{sup}^{ep} = \underline{\underline{C}}^e - \frac{1}{H} \left( \underline{\underline{C}}^e : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \otimes \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{C}}^e \right)$$

En principe, dans le cadre des modèles constitutifs incrémentalement linéaires pour lesquels la règle de normalité n'est pas vérifiée, différents modes de bifurcation (perte d'unicité) peuvent se manifester avant que la condition de la localisation de déformation ne soit atteinte. Hill et Hutchinson, 1975 [84] ; Needleman, 1979 [127] ont trouvé que, dans le cas de la traction ou de la compression en déformation plane, différentes formes de bifurcation diffuses peuvent précéder la localisation de déformation décrite par le critère d'ellipticité que nous allons détailler plus tard.

### 2.3.2.2 Analyse de la stabilité

En ce qui concerne le critère de stabilité, Hill, 1958 [83] a considéré un système matériel en supposant qu'une partie de sa surface est contrainte de manière rigide et que toutes les charges sont maintenues constantes sur le reste ("charges mortes"), pour n'importe quel mouvement à partir de la position d'équilibre à l'instant  $t$ . Alors, selon Hill, le système est considéré comme instable si pour une petite perturbation de contrainte, la déformation peut se poursuivre de manière infinitésimale sans apport d'énergie extérieure au système. Dans le cadre de l'élasto-plasticité associée, Hill démontre que l'inégalité suivante :

$$\int_V \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\varepsilon}} \, dV > 0 \quad \forall \underline{\dot{\varepsilon}} \neq 0 \quad (2.31)$$

est une condition suffisante de stabilité, si elle est vérifiée, quels que soient les champs de vitesses (non nuls) et les champs de contrainte associés par le modèle constitutif.

Pour le cas de l'élasticité, en remplaçant ">" par "≥" dans la relation (2.31), nous retrouvons la condition de stabilité proposée par Hadamard, 1903 [80] et elle est souvent appelée "stabilité infinitésimale".

Dans des travaux récents, Osinov et Wu, 2005 [130] considèrent un système matériel supposé en équilibre statique et des forces extérieures maintenues constantes pendant une perturbation quasi statique infinitésimale en déformation. Il convient de remarquer qu'aucune énergie cinétique n'apparaît du fait que l'agent extérieur maintient des vitesses infiniment lentes. Ils montrent que la conservation de cet état d'équilibre nécessite un apport d'énergie des agents extérieurs et que le signe de cette énergie reçue par le système correspond au signe du travail du second ordre. Une conclusion identique a été obtenue au sens dynamique, où les agents extérieurs maintenant l'équilibre statique sont remplacés par le mouvement dynamique du système. Ce résultat est très intéressant car dans l'établissement du critère de Hill, il n'y a pas lieu d'introduire l'énergie cinétique, et par conséquent, un agent extérieur ne peut pas naturellement extraire de l'énergie. Les résultats obtenus par Osinov et Wu ont montré que la positivité du critère de Hill peut être considérée comme une condition de stabilité dans les deux sens quasi statique et dynamique. De plus, il est important et intéressant de remarquer que cette conclusion est obtenue indépendamment de la linéarité incrémentale de l'équation constitutive. Autrement dit, elle peut être également généralisée pour les modèles incrémentalement non linéaires.

Dans le cadre de modèles non associés, deux points importants doivent être soulignés. Premièrement, la violation de la condition (2.31) n'implique pas l'instabilité indépendamment des directions de chargement et des paramètres de contrôle de ce chargement. De ce fait, la relation (2.31) n'est pas une condition nécessaire de stabilité. Deuxièmement, certaines instabilités peuvent apparaître alors que la condition (2.31) est respectée. C'est le cas pour les instabilités de flottement ("*flutter instability*") décrites par Bigoni, 2000 [6]. Il faut alors noter l'implication suivante :

$$\text{Conditions de bifurcations exclues} \quad \Rightarrow \quad \text{Stabilité au sens de Hill}$$

mais la réciproque est fautive si l'on tient compte de l'existence éventuelle des instabilités de flottement dans les géomatériaux.

### 2.3.3 Unicité et stabilité au niveau local

Dans ce qui précède, nous avons discuté les travaux de Hill concernant la condition globale d'unicité et de stabilité à l'échelle du milieu. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux conditions locales d'unicité et de stabilité qui ont été développées à partir des conditions globales exprimées précédemment. L'importance des conditions locales repose sur la notion d'instabilité matérielle, c'est à dire l'instabilité pouvant se développer à partir d'un point matériel du milieu continu (Bigoni, 2000 [6]). Les conditions locales principales vont donc être présentées par la suite. Notons toutefois que, pour un problème homogène, les deux conditions (globale et locale) coïncident.

#### 2.3.3.1 Travail du second ordre

Plusieurs conditions suffisantes de stabilité matérielle ont été proposées.

Dans la section 2.3.1, nous avons présenté la définition de stabilité de Lyapunov, 1907 [116]. Cette définition est intéressante car elle énonce clairement que des instabilités matérielles telles que, par exemple, le phénomène de liquéfaction peuvent apparaître strictement à l'intérieur du domaine de rupture, au sens habituel du terme, décrit par le critère de plasticité classique de Mohr-Coulomb (voir chapitre 3). Mais, malgré cette première conclusion, la définition de Lyapunov n'est pas un outil approprié pour étudier les instabilités dans les géomatériaux. De ce fait, les paragraphes suivants concerneront une introduction d'un critère de stabilité.

Dans le cadre des matériaux associés, Hill, 1958 [83] a exprimé une notion classique de stabilité matérielle qui peut s'énoncer ainsi : un élément matériel est défini comme stable s'il satisfait la condition de positivité du travail du second ordre :

$$d^2W = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} > 0, \quad \forall \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \neq 0 \quad (2.32)$$

ou

$$d^2W = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} > 0, \quad \forall \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \neq 0 \quad (2.33)$$

avec  $\underline{C}$  est l'opérateur constitutif élastoplastique déterminé par l'équation (2.15). Il est un tenseur du quatrième ordre (non symétrique en général).

La stabilité d'un solide de volume  $V$ , appelée stabilité globale, est assurée si la condition (2.32) est vérifiée en chaque point du volume  $V$ . Cette condition implique que la condition (2.31) est satisfaite. Ceci a été montré par Bigoni et Hueckel, 1991 [7] pour le cas plus général des matériaux non associés.

Bazant, 1988 [5] a montré que la relation (2.32) est une condition suffisante de stabilité sous charges mortes. Pour des charges variables, des termes avec un degré plus élevé doivent être inclus.

Drucker, 1959 [57], puis Mróz, 1963 [125] ont postulé une condition suffisante en terme de travail plastique en élasto-plasticité :

$$d^2W^p = d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}^p > 0, \quad \forall d\underline{\varepsilon}^p \neq 0 \quad (2.34)$$

Mandel, 1966 [119], dans le cadre de la mécanique des sols, a montré que le postulat de Drucker est une condition suffisante de stabilité de l'équilibre d'un volume matériel  $V$  dans l'hypothèse des petites transformations. Cependant, il n'est pas une condition nécessaire lorsqu'il y a des frottements intérieurs du type Coulomb.

Remarquons que la condition de stabilité matérielle définie par Drucker (Eq. (2.34)) est différente de celle proposée par Hill. En effet, Drucker a considéré la déformation plastique dans son critère à la place de la déformation totale considérée par Hill. Pour les modèles hyperélastoplastiques, le postulat de Drucker implique la validation de la condition de Hill, car  $d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}^e \geq 0$  en hyperélasticité, et

$$d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon} = d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}^e + d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon}^p$$

avec l'application du principe de décomposition additive (Eq. (2.4)).

La condition de stabilité matérielle au sens de Hill est donc moins restrictive par rapport à celle de Drucker.

Le lien entre la définition de Lyapunov et la condition de Hill n'a pas été clairement établi de manière générale. En fait, Koiter, 1969 [97] a démontré l'équivalence entre les deux dans le cadre de l'élasticité, mais il n'existe pas de démonstration générale en élasto-plasticité. De récents travaux de Osinov et Wu, 2005 [130] confirment également qu'il n'existe pas de corrélation générale entre ces deux critères de stabilité. En fait, la corrélation ne peut être établie que dans des cas très spécifiques comme certains systèmes dynamiques conservatifs.

La pertinence de  $d^2W$  par rapport à l'unicité est moins claire. Valanis, 1985 [160] a montré que l'unicité peut être vérifiée même si la condition suffisante de stabilité de Hill est violée. Il est important de préciser que la plupart des conclusions sur cette équivalence est obtenue dans le cadre des modèles incrémentalement linéaires.



Nova, 1994 [129] a montré que pour un modèle élastoplastique à simple potentiel, la perte de contrôlabilité<sup>1</sup>, que nous considérons ici comme une perte d'unicité, est équivalente à la perte de positivité du travail du second ordre. Ceci correspond également à l'annulation du déterminant de la partie symétrique de l'opérateur constitutif élastoplastique (Eq. (2.15)). Rappelons que cet opérateur est symétrique pour les matériaux associés tandis qu'il est non symétrique pour les cas non associés (en petites déformations).

Peu de validations de cette équivalence ont été obtenues avec les modèles incrémentalement non linéaires. En effet, elle n'est plus triviale quand la relation contrainte-déformation devient incrémentalement non linéaire, ou bien, linéaire par morceaux (Darve, 1994 [36]; Darve et Laouafa, 2000 [44]). Pour les modèles hypoplastiques (voir aussi les remarques de Wu et Niemunis, 1997 [166]), l'équivalence entre l'unicité et la positivité définie du travail du second ordre a été établie (Chambon et Caillerie, 1999 [23]).

Du fait que l'instabilité matérielle au sens de Hill coïncide avec la perte de positivité définie de la partie symétrique du tenseur constitutif élastoplastique, son critère présenté en (2.32) est aussi appelé "critère local" d'unicité ou "critère général" de bifurcation ou bien "critère de positivité" ("*positive definiteness*"). Ceci peut s'expliquer par le fait qu'il est satisfait quand la valeur critique du module d'écrouissage de stabilité  $H_{cr}^{stab}$  (voir Maier et Hueckel, 1979 [118]; Raniecki, 1979 [134]) est positive pour les matériaux élastoplastiques associés (pour lesquels le taux de déformation peut s'obtenir d'après l'équation (2.16)). Si la règle de normalité n'est pas remplie, i.e. pour les matériaux élastoplastiques non associés, la condition suffisante d'unicité devient :

$$H > H_{cr}^{stab} \quad (2.35)$$

où  $H_{cr}^{stab}$  s'écrit comme suit :

$$H_{cr}^{stab} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\left( \underline{C} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right) \left( \underline{C} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)} - \underline{C} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right] \quad (2.36)$$

Il est donc clair que pour un modèle associé :  $H_{cr}^{stab} = 0$ .

### 2.3.3.2 Point limite

La notion de point limite correspond à un taux de contrainte  $\underline{\dot{\sigma}}$  nul pour un taux de déformation  $\underline{\dot{\epsilon}}$  non nul :

$$\underline{\dot{\sigma}} = 0 \quad \text{pour} \quad \underline{\dot{\epsilon}} \neq 0 \quad (2.37)$$

Cette notion est intéressante du point de vue de l'unicité des solutions.

Si  $H_p^{lim}$  est le module d'écrouissage correspondant à la vérification de ce critère, Runesson et Mróz, 1989 [142] ont montré que  $H_p^{lim}$  est toujours égal à zéro que la règle de normalité soit vérifiée ou non.

---

1. perte d'unicité de la réponse homogène du problème aux limites défini par un échantillon de laboratoire sous des conditions de chargement complexes imposées par des asservissements donnés en contraintes, en déformations ou mixtes.

Pour les matériaux élastoplastiques associés avec des tenseurs constitutifs symétriques, la forme quadratique de la relation (2.33) s'annule seulement quand  $\underline{\underline{C}}$  est singulier. Dans ce cas, le point limite coïncide avec le premier point auquel les conditions de perte de positivité de  $d^2W$  sont satisfaites. Ce qui donne :

$$H_{cr}^{stab} = H_p^{lim} = 0 \quad (2.38)$$

Dans le cas des matériaux non associés, la relation suivante est vérifiée.

$$H_{cr}^{stab} \geq H_p^{lim} = 0 \quad (2.39)$$

Cela signifie que pour les matériaux avec des tenseurs constitutifs non symétriques, la non satisfaction du critère du travail du second ordre (critère local d'unicité) peut arriver avant le point limite.

### 2.3.3.3 Critère d'ellipticité forte

Le critère d'ellipticité forte est une condition plus faible par rapport au critère local de Hill mais suffisant pour exclure la localisation. Selon, Bigoni et Hueckel, 1991 [7], il peut s'écrire :

$$\vec{g} \otimes \vec{n} : \underline{\underline{D}} : \vec{n} \otimes \vec{g} > 0 \quad \forall \vec{g} \neq \vec{0} \quad \forall \vec{n} \ni \|\vec{n}\| = 1, \quad (2.40)$$

pour un solide homogène, caractérisé par un tenseur constitutif incrémentalement linéaire ( $\underline{\underline{D}}$ ). Cela correspond à l'écriture du travail du second ordre exprimé en (2.32) en spécifiant un mode de taux de déformation particulier défini par le produit vectoriel  $\vec{n} \otimes \vec{g}$  de deux vecteurs. Le vecteur  $\vec{g}$  représente le gradient de la vitesse dans la direction  $\vec{n}$ .

Ottosen et Runesson, 1991 [131] ont montré que la perte d'ellipticité forte du problème a lieu quand la partie symétrique du tenseur acoustique ( $\vec{n} : \underline{\underline{D}} : \vec{n}$ ) cesse d'être définie positive. Remarquons que le tenseur acoustique est un opérateur sur lequel on s'appuie pour traiter la localisation de la déformation.

Soit  $H_{se}$  le module d'écroissance correspondant à la perte d'ellipticité forte en élastoplasticité. La relation d'ordre entre le module d'écroissance  $H_{se}$  et le module  $H_{cr}^{stab}$  est :

$$H_{cr}^{stab} \geq H_{se} \quad (2.41)$$

### 2.3.3.4 Critère d'ellipticité

Le critère d'ellipticité est aussi appelé critère de localisation.

Si le tenseur constitutif  $\underline{\underline{D}}$  est symétrique, la condition (2.40) implique que toutes les valeurs propres du tenseur acoustique ( $\vec{n} : \underline{\underline{D}} : \vec{n}$ ) sont réelles et strictement positives. Selon Mandel, 1966 [119] cette dernière condition représente le seuil de stabilité matérielle. Dans ce cas, la condition (2.40) correspond également à un type particulier de la perte

d'unicité sous forme de localisation de la déformation en bande de cisaillement (Rice, 1976 [137]; Rudnicki et Rice, 1975 [141]; Vardoulakis, 1976 [163]) qui se produit quand :

$$\det(\vec{n} : \underline{\underline{D}} : \vec{n}) = 0 \quad (2.42)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la bande.

L'équation (2.42) est connue sous le nom de critère de bifurcation par localisation en bande de cisaillement ou critère d'ellipticité. Quand le déterminant du tenseur acoustique est nul, l'unicité de la réponse n'est plus garantie par apparition d'un mode localisé.

Soit  $H_{db}$  le module d'écroûissage correspondant à la perte d'ellipticité, nous avons la relation suivante en élasto-plasticité :

$$H_{cr}^{stab} \geq H_{db} \quad (2.43)$$

Ceci signifie que les bifurcations par localisation qui demandent des conditions cinématiques restrictives ne peuvent jamais arriver avant la bifurcation correspondant à la perte de positivité du travail du second ordre.

En guise de bilan nous présentons les travaux de Bigoni et Hueckel, 1991 [7] qui synthétisent les relations entre les critères locaux et globaux dans le cadre des problèmes élastoplastiques que nous avons très brièvement abordés.

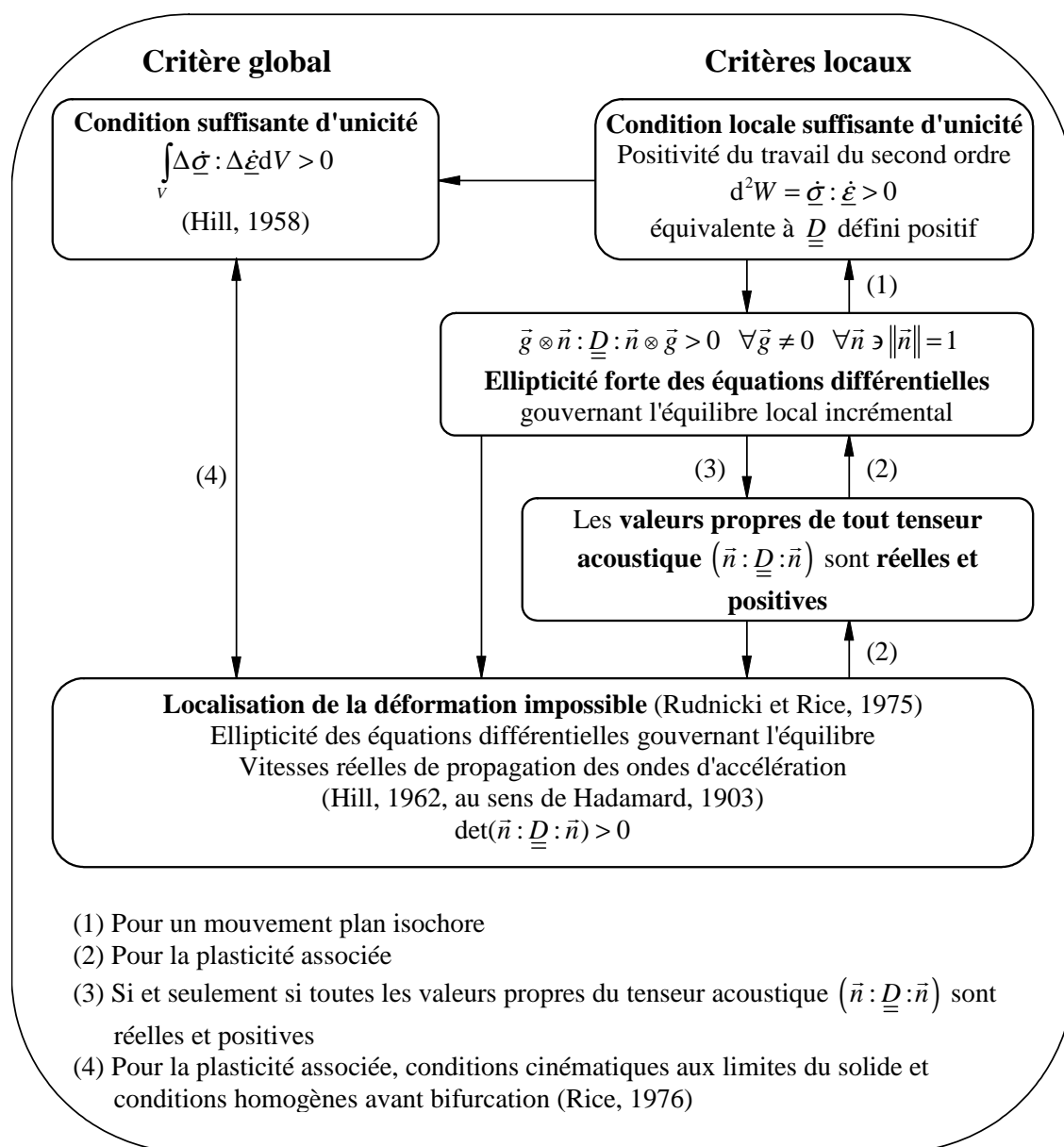


FIG. 2.2 – Relation entre le critère d'unicité, le travail du second ordre, l'ellipticité forte, la stabilité au sens de Mandel et la localisation (Bigoni et Hueckel, 1991 [7])

## 2.4 Conclusions

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons brièvement présenté les différents modes d'instabilités de pentes. Quelques méthodes classiques et courantes pour analyser la stabilité des pentes ont également été rappelées.

Concernant les méthodes classiques, qui sont représentées ici par les méthodes conventionnelles, plusieurs difficultés et limites se présentent. Elles ne permettent parfois ni de reproduire les phénomènes réels, ni de comprendre les mécanismes de rupture. De plus, toutes les méthodes classiques envisagent la rupture par rapport à un certain critère de plasticité, et non pas à un critère d'instabilité.

En ce qui concerne les méthodes courantes, qui sont représentées ici par la méthode de calculs par éléments finis incorporant les modèles de comportement constitutif, malgré beaucoup de développements, la question du critère de rupture, notamment la rupture globale, et sa définition opératoire reste toujours sans réponse satisfaisante. L'application de la théorie de plasticité et de localisation ne nous permet ni de détecter, ni de décrire certains modes de rupture comme le mode diffus qui peut se manifester strictement à l'intérieur du critère de rupture.

Dans ce contexte, le critère de stabilité de Hill s'appuyant sur le travail du second ordre nous semble un bon critère pour analyser les problèmes de stabilité des pentes.

Dans la deuxième partie, une introduction générale des modèles de comportement a été effectuée. Notre attention est orientée vers les modèles élastoplastiques à simple potentiel et le modèle incrémentalement non linéaire du second ordre (Darve, 1982, 1987 [32; 33]) que nous utiliserons dans la suite de cette thèse.

La question de la stabilité et de l'unicité de la solution de problèmes aux limites formulés en vitesse a été abordée sous une approche globale puis locale dans la dernière partie. Nous avons montré que, dans le cadre des modèles incrémentalement linéaires et pour les matériaux non associés, la perte de positivité du travail du second ordre ne traduit pas nécessairement un radoucissement du comportement et peut se produire strictement à l'intérieur de la condition limite de plasticité pendant la phase d'écroutissage positif ainsi qu'avant le critère de localisation. Ces critères coïncident uniquement pour des modèles d'écoulement associés.

Partant de ces différentes observations, nous allons étudier la condition de Hill portant sur le signe du travail du second ordre comme une condition suffisante de stabilité au niveau global (échelle du milieu) ainsi que local (échelle du point matériel). Le chapitre suivant est dédié aux premières analyses de problèmes d'instabilités et de bifurcations en déformation plane.

## CHAPITRE 3

---

## Instabilités et Bifurcations en déformation plane

---

*Dans un premier temps nous rappellerons brièvement quelques résultats expérimentaux classiques mais spécifiques pour lesquels il est possible d'observer un mode diffus de rupture des échantillons de sol pour plusieurs types de chemins de sollicitation. La capacité du critère de stabilité de Hill dans la détection et la description de ce mode de rupture, qui se produit à l'intérieur strict du critère de Mohr-Coulomb, sera présentée.*

*La deuxième partie concernera une étude systématique des instabilités et bifurcations matérielles (au sens de Hill) pour des sables dans deux états : lâche et dense par l'intermédiaire de chemins de sollicitations proportionnels en déformations planes. Cette étude sera effectuée en utilisant le modèle incrémental octolinéaire et non linéaire (Darve, 1982, 1987 [32; 33]).*

### 3.1 Introduction

En géomécanique, l'expérience montre que les mécanismes et les modes de rupture ne sont pas uniques : ruptures localisées, ruptures diffuses, ruptures par instabilités géométriques, ... coexistent dans les milieux naturels. L'existence de ces différents modes de rupture est reconnu depuis peu et il s'est avéré que certains modes de rupture pouvaient apparaître avant d'autres en fonction des propriétés mécaniques évolutives des matériaux naturels (tremblement de terre, influence d'une très forte pluie, diminution des propriétés mécaniques du sol par vieillissement, etc.) et naturellement en fonction des conditions aux limites également variables (influence d'une construction, modification de la géométrie d'un massif, etc.). Il faut donc mettre en oeuvre ces différents critères à l'intérieur de modèles adaptés si l'on veut pouvoir estimer et prédire les risques de manière réaliste et quantifiée. Il est clair que le choix à priori d'un mode de rupture particulier pour l'analyse peut induire des conclusions arbitrairement pessimistes ou optimistes en termes de sécurité. Il est donc nécessaire de disposer d'un cadre d'analyse exhaustif en terme de mécanismes.

L'étude de la rupture localisée repose sur le critère de localisation de Rice, 1976 [137] lié à l'annulation du déterminant du tenseur acoustique, tandis que la rupture diffuse est décrite par le critère de stabilité de Hill, 1958 [83] lié à l'annulation du travail du second ordre et par conséquent, à l'annulation du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif (dans le cas des matériaux incrémentalement linéaires). Rappelons que pour des matériaux "non associés" (au sens de la théorie élastoplastique, la surface de limite élastique est distincte de la règle d'écoulement) tels que les sols, le tenseur constitutif n'est pas symétrique et le déterminant de sa partie symétrique va effectivement s'annuler avant que le critère de plasticité ne soit atteint, ce qui correspond à l'annulation du déterminant du tenseur lui-même. En fait, Bigoni et Hueckel, 1991 [7] ; Nova, 1994 [129] ; Rizzi *et al.*, 1996 [139] ont montré que, quand l'état de contrainte s'éloigne de la droite hydrostatique, la condition de Hill est toujours rencontrée avant (par rapport à un paramètre de chargement croissant) la condition limite de plasticité et la condition de localisation.

La première partie de ce chapitre, consacrée à une étude bibliographique des phénomènes d'instabilité et de bifurcation du point de vue des expérimentations, ne fait pas la revue complète des travaux des différents auteurs tant ils sont nombreux. Nous allons simplement exposer quelques chemins de sollicitation avec une attention particulière sur le phénomène d'instabilité matérielle vue comme un problème de bifurcation, appliquée à des sables.

La deuxième partie de ce chapitre concerne une étude systématique des instabilités matérielles (au sens de Hill) des sables dans leurs états dense comme lâche, en condition de déformations planes avec le modèle incrémental octolinéaire et non linéaire de Darve.

## 3.2 Instabilités et bifurcations du point de vue expérimental

Des expérimentations spécifiques montrent, depuis quelques années, que les instabilités constitutives peuvent se développer à l'intérieur strict du critère limite de plasticité de Mohr-Coulomb au moins pour trois chemins de sollicitation :

- chemins triaxiaux non drainés pour un sable lâche,
- chemins triaxiaux proportionnels en déformation,
- chemins triaxiaux à contrainte déviatorique constante.

### 3.2.1 Chemins triaxiaux non drainés sur un sable lâche

L'étude expérimentale des phénomènes physiques concernant la liquéfaction des matériaux pulvérulents a généralement été menée sur des sables lâches sollicités en conditions triaxiales non drainées (Casagrande 1975, [20], Lade, 1992 [99], Ishihara, 1993 [89]; Satharan *et al.*, 1993 [144]). Les réponses en termes de contraintes effectives tracées dans le plan  $(q, p')$  se caractérisent par un maximum (pic) de la contrainte déviatorique, situé à l'intérieur strict de la surface limite de plasticité de Mohr-Coulomb, définie par des essais de cisaillement drainé (Mégachou, 1993 [121]). Rappelons que le caractère non associé du modèle de comportement est indispensable pour décrire des phénomènes tels que la liquéfaction d'un sable lâche (Nova, 1991 [128]; Darve, 1996 [37]).

Sladen *et al.*, 1985 [152] ont montré expérimentalement que, pour les essais triaxiaux non drainés sur un sable lâche avec différentes valeurs de pression de confinement, les pics du déviateur de contrainte  $q$  dans le plan  $(q, p')$  se rassemblent sur une même ligne. La position de cette ligne, qui varie en fonction de la densité initiale du sable, définit une surface de rupture dans l'espace de  $(q, p', e)$  (où  $e$  est l'indice des vides). Lade, 1992 [99] a identifié et défini théoriquement et expérimentalement une "ligne d'instabilité", où l'instabilité peut se produire sous certaines conditions, et qui peut être approximativement formée par la droite joignant les pics de la contrainte déviatorique  $q$ .

Chu et Leong, 2003 [28] ont également étudié les problèmes d'instabilité d'un sable lâche en condition non drainée. Les résultats obtenus permettent de conclure que l'instabilité ne peut se manifester que si l'état de contrainte se situe au dessus de la ligne d'instabilité définie par Lade.

Pour ces chemins où la liquéfaction statique peut se produire et si le chargement est contrôlé en force, il est possible que la rupture apparaisse brutalement pour un état donné de contrainte après l'atteinte du maximum de la contrainte déviatorique (Castro, 1969 [21]; Lancecot *et al.*, 2004 [103]).

Les maximums de la contrainte déviatorique, pour les essais triaxiaux non drainés, constituent par ailleurs un état potentiellement instable, selon la définition de Lyapounov, 1907 [116] puisque tout incrément de force axiale (qui se traduit par une augmentation de la



contrainte déviatorique), si faible soit-il, conduit à une réponse finie en déformation. Il est important de remarquer que ce type d'instabilité ne conduit pas à une rupture localisée, il s'agit d'une perte de contrôlabilité au sens de Nova, 1994 [129] et di Prisco *et al.*, 1997 [54].

Des travaux récents effectués par Georgopoulos, 2005 [74] au laboratoire Sols, Solides, Structures de Grenoble ont visé à caractériser la rupture diffuse de façon expérimentale. Une série d'essais triaxiaux non drainés en compression a donc été menée sur des sables lâches. La procédure d'essais a cependant été légèrement modifiée afin de pouvoir générer et contrôler l'instabilité de l'échantillon. En effet, le chemin de sollicitation est un chemin triaxial classique piloté en déformation jusqu'au pic du déviateur des contraintes dans le plan  $(q, p')$ . Ensuite, le contrôle de l'essai se fait par un certain pilotage de la contrainte axiale. Les résultats expérimentaux montrent qu'il n'y a pas de bande de localisation manifeste et que l'instabilité semble conduire à la rupture de type diffus de l'échantillon (Servant *et al.*, 2004 [148]; Khoa *et al.*, 2005 [96]). Dans un article Han et Vardoulakis, 1991 [81] ont montré que lors d'essais non drainés contrôlés en déplacements sur un sable lâche, aucune localisation de déformation n'a été observée. Cependant, Finno *et al.*, 1996 [66]; Mokni et Desrues, 1999 [123] ont observé sur des essais également contrôlés en déplacements, que la localisation n'apparaissait qu'une fois l'état de contrainte sur la droite des maximums de l'angle de frottement mobilisé, obtenue lors d'essais drainés sur les mêmes matériaux. La condition de localisation apparaît ainsi comme voisine de la condition limite de plasticité.

L'ensemble des résultats expérimentaux nous permettent de conclure que, pour un sable lâche, l'instabilité caractérisée par la formation de bandes de cisaillement, au sein desquelles la déformation se localise, se produit pour des états de contrainte très proches du critère de Mohr-Coulomb et par conséquent, ni cette dernière condition ni le critère de localisation ne peut détecter ces modes de rupture qui apparaissent expérimentalement sous forme diffuse.

Darve et Chau, 1987 [38]; Lade et Pradel, 1990 [101]; Pradel et Lade, 1990 [133] ont montré que l'application systématique de la condition de Hill, qui se base sur le signe du travail du second ordre  $d^2W$ , peut détecter ce mode de rupture brutale, diffuse, accompagnée souvent d'un champ de déplacement désordonné et chaotique pour des essais triaxiaux non drainés sur sable lâche.

### 3.2.2 Chemins triaxiaux axisymétriques proportionnels en déformation

Chu et Leong, 2001, 2003 [27; 28] ont réalisé des essais triaxiaux drainés en contrôlant la déformation par l'intermédiaire du rapport  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_i$  ( $d\varepsilon_v$  est la déformation volumique, l'indice  $i$  dénote que ce ratio est imposé durant l'essai) pour les deux cas de sable lâche et dense. A partir de ces essais, les auteurs ont trouvé que le mécanisme conduisant à l'instabilité peut s'exprimer par la différence entre l'incrément de déformation imposée  $((d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_i)$  et l'incrément de déformation propre au matériau  $((d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_s)$  qui est le

ratio maximum mesuré lors de l'essai drainé (ce ratio est lié à la règle d'écoulement); l'instabilité se produit quand  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_i - (d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_s \leq 0$ . Remarquons que pour un sable très lâche,  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_s$  est supérieur ou égal à zéro. L'instabilité tend à apparaître quand  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_i=0$ , i.e. en condition non drainée. Tandis que pour un sable dense,  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_s$  est négative. L'instabilité est possible seulement quand  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_i$  est encore plus petit (négatif) que  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_s$ . L'inégalité ci-dessus permet de délimiter une zone dans le plan  $(q,p')$  dans laquelle l'instabilité peut se manifester. Il est également possible d'exprimer ce critère en terme d'angles de dilatance: la liquéfaction peut en effet être atteinte si l'angle de dilatance du matériau est inférieur à l'angle de dilatance imposé par le chemin de chargement (Darve et Pal, 1997 [45]).

Lancecot *et al.*, 2004 [103] ont effectué deux types d'essais triaxiaux axisymétriques sur un sable lâche afin d'étudier les phénomènes d'instabilité et de liquéfaction statique :

- Essais non drainés (contrôlés en contrainte) avec un préchargement drainé (contrôlé en déformation) : ces essais ont pour but de déterminer la ligne de rupture de l'échantillon,
- Essais drainés proportionnels en déformation : ces essais permettent de définir la ligne d'instabilité au sens de Lade (joignant les maximums de  $q$ ) et la ligne d'instabilité au sens de Hill (reliant les premières valeurs nulles de  $d^2W$ ).

Les résultats obtenus ont montré que les trois lignes sont quasiment confondues.

Selon Darve et Laouafa, 2000 [44] ce type de chemins de sollicitation permet d'exhiber différents états de contrainte-déformation qui, dans un certain domaine de l'espace des contraintes principales, sont potentiellement instables. L'existence d'un large domaine d'instabilité matérielle potentielle au sens de Hill, à l'intérieur strict du critère de Mohr-Coulomb dans les plans bissecteur et déviatorique, a été analytiquement et numériquement montré par Darve et Laouafa, 2000 [44] pour un sable lâche ainsi que dense. Ces études ont été effectuées sur un modèle incrémental non linéaire ou octolinéaire.

### 3.2.3 Chemins axisymétriques à contrainte déviatorique constante

Considérons dans un premier temps les résultats obtenus par Sasitharan *et al.*, 1993 [144]. Celui-ci a comparé les comportements drainés de sables lâches, soumis à un chemin de sollicitation pendant lequel la contrainte de cisaillement ou déviatorique reste constante, avec une réponse non drainée classique. Les auteurs ont remarqué que la rupture était brutale et qu'elle s'accompagnait parfois d'une légère variation de l'indice des vides de l'échantillon pendant la décharge hydrostatique ( $dq = 0 \Rightarrow d\sigma_1 = d\sigma_2 = d\sigma_3$ ). Ces observations les ont conduit à considérer cette rupture comme étant provoquée par l'atteinte d'une surface limite définie dans le plan des premiers et seconds invariants des contraintes  $(q,p')$ . Ils ont observé que la réponse en contrainte d'un échantillon, soumis à un essai à  $q$ -constant doit donc rejoindre asymptotiquement cette surface située à l'intérieur de la surface limite de Mohr-Coulomb. Cette approche a permis d'étudier la rupture diffuse de la "Nerleck berm" (Sladen *et al.*, 1985 [152]; Lade, 1993 [100]). La rupture est donc, dans ce cas, considérée comme résultant d'une réponse instantanée et surtout, non drainée, du matériau.

Les instabilités rencontrées sur les chemins drainés à contrainte déviatorique constante ont également été décrites expérimentalement par Chu et al., 2003 [28]. Les instabilités observées se sont manifestées par un accroissement rapide des déformations plastiques alors qu'aucune variation de pression n'était détectée pendant les essais. Cela signifie que c'est en conditions drainées que se sont produites ces instabilités. Il est donc difficile d'expliquer ce phénomène par l'occurrence d'une liquéfaction non drainée.

Gajo *et al.*, 2000 [73] ont également étudié le phénomène d'instabilité d'un sable lâche soumis à un essai drainé à  $q$ -constant. Ils ont remarqué que, à un moment sur ce chemin, l'essai est devenu totalement incontrôlable, d'importantes déformations sont apparues et la rupture fut immédiate. Les expérimentateurs ont souligné, comme Sasitharan, 1993 [144], que l'angle de frottement mobilisé à la rupture était plus faible que la résistance au cisaillement prédite par le critère de Mohr-Coulomb. Les observations ont donc montré l'apparition d'une instabilité qui s'est manifestée à l'intérieur strict du critère limite de rupture.

Ce type de rupture sur des chemins drainés ont été observés par Chu, 2003 [28] pour les sables lâches et par Zhu, 2002 [168] pour des roches tendres.

Les études analytique (modèle octolinéaire) et numérique (modèles octo et non linéaire) sur ce type de chemins, pour un sable d'Hostun lâche et dense, ont été effectuées (Darve *et al.*, 2003 [47]; Servant *et al.*, 2003 [149]). Les résultats obtenus montrent qu'un sable lâche sollicité en conditions triaxiales drainées suivant un chemin à contrainte déviatorique constante peut manifester un comportement instable comparable à celui qui est mis en évidence en conditions non drainées. Il est donc intéressant que l'utilisation du critère de Hill soit manifestement capable de décrire l'apparition de ces instabilités. Ces instabilités conduisent à une rupture diffuse des échantillons en l'absence de mode de localisation.

### 3.2.4 Remarques

A travers ces trois parties précédentes, il semblerait que le signe du travail du second ordre fournit un critère de stabilité pertinent permettant d'analyser les modes de rupture diffuse. Plus généralement un large domaine de bifurcation potentielle a été exhibé pour des sables lâche et dense (Darve et Laouafa, 2000 [44], Darve *et al.*, 2004 [49]) et "critère de bifurcation" et "règle de rupture" ont été également établis.

Pour éviter toute confusion, nous allons d'abord définir deux notions :

- "Bifurcation" signifie ici, premièrement, qu'il y a une transition d'un chemin fondamental de comportement vers un chemin alternatif au cours de l'évolution d'un processus physique, et deuxièmement, qu'il y a une perte d'unicité pour certains paramètres de contrôle du chargement (Nova, 1994 [129]; Impossimato et Nova, 1998 [87]). Ces critères de bifurcation caractérisent les conditions liées aux états limites de contraintes suivant certains chemins de sollicitation. Pour le modèle incrémentalement linéaire par morceaux (ou octolinéaire), ces critères de bifurcation sont définis par l'annulation du déterminant de la partie symétrique du tenseur reliant l'incrément de contrainte conjuguée à l'incrément de déformation suivant les chemins de sollicitation considérés.
- "Règle de rupture" signifie ici que, comme pour une règle d'écoulement, l'infinité de solutions contrainte-déformation (incrémentales) correspond au vecteur propre relié à la valeur propre nulle de la partie symétrique du tenseur constitutif. Généralement, ces "règles de rupture" sont constituées par des relations mixtes "contrainte-déformation", qui ne peuvent pas être confondues avec la règle d'écoulement du fait de leur caractère mixte.

Par la suite, nous étendrons l'analyse des problèmes d'instabilité et de bifurcation aux états de déformation plane pour le modèle octolinéaire et non linéaire présentés dans le chapitre 2. Mais, dans un premier temps, nous nous intéressons à l'écriture du modèle octolinéaire dans le cadre des chemins proportionnels en déformation, pour lequel nous analysons analytiquement la réponse de ce modèle.

### 3.3 Instabilités et bifurcations matérielles en déformations planes

#### 3.3.1 Définition des chemins de sollicitation

Nous introduisons ici un essai biaxial où les chemins de sollicitations sont proportionnels en déformation. Ces chemins sont définis incrémentalement de la manière suivante :

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 & = \text{constante positive} \\ d\varepsilon_2 & = 0 \\ d\varepsilon_1 + Rd\varepsilon_3 & = 0 \text{ (R constant par chemin considéré)} \end{cases}$$

avec :

- $R=1$  correspond au cas du chemin non drainé caractérisé par la condition isochore (volume constant),
- $R=-1$  correspond au chemin isotrope dans le plan de la déformation imposée  $\varepsilon_2$ ,
- $0 < R < 1$  définit un chemin dilatant tandis qu'il devient contractant pour  $R > 1$ .

Pour ce type de chemin en déformation plane, les variables conjuguées pertinentes (ou "variables de contrôle") selon di Prisco et Nova, 1994 [55]; Nova, 1994 [129] sont définies en passant par la réécriture du travail du second ordre :

$$\begin{aligned} d^2W &= d\sigma_1 d\varepsilon_1 + d\sigma_3 d\varepsilon_3 \\ &= (d\sigma_1 - d\sigma_3/R)d\varepsilon_1 + d\sigma_3(d\varepsilon_1 + Rd\varepsilon_3)/R \\ &= (d\sigma_1 - d\sigma_3/R)d\varepsilon_1 \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec :  $d\varepsilon_1 + Rd\varepsilon_3 = 0$

L'équation (3.1) montre clairement que ce travail s'annulera au pic de  $(\sigma_1 - \sigma_3/R)$  avec  $(d\varepsilon_1 > 0)$  si ce pic existe.

Les figures 3.1 et 3.2 présentent les résultats de la simulation des comportements d'un sable d'Hostun lâche et dense avec le modèle octolinéaire et non linéaire, respectivement. Nous observons que la courbe  $(\sigma_1 - \sigma_3/R)$  en fonction de  $\varepsilon_1$  passe par un maximum pour certaines valeurs de  $R$  inférieures à 0.6 dans le cas d'un sable dense et pour toutes les valeurs de  $R$  dans le cas d'un sable lâche ( $R \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$ ).

Nous constatons également que les figures 3.1 et 3.2 montrent des réponses quasiment identiques même si les deux modèles de comportement octo et non linéaire ne sont pas strictement identiques. En effet, la figure 3.1 a été obtenue pour le modèle incrémental linéaire par morceaux (Eq. (2.24)) tandis qu'il s'agit d'une interpolation quadratique non linéaire pour (Eq. (2.19)) pour la figure 3.2. Les parties suivantes ont donc pour but d'étudier de manière systématique les domaines d'instabilités dans les sables d'Hostun lâche et dense en simulant des chemins proportionnels en déformation, effectués en déformations planes. Il s'agit d'analyser la condition suffisante de stabilité proposée par Hill dans un milieu homogène.

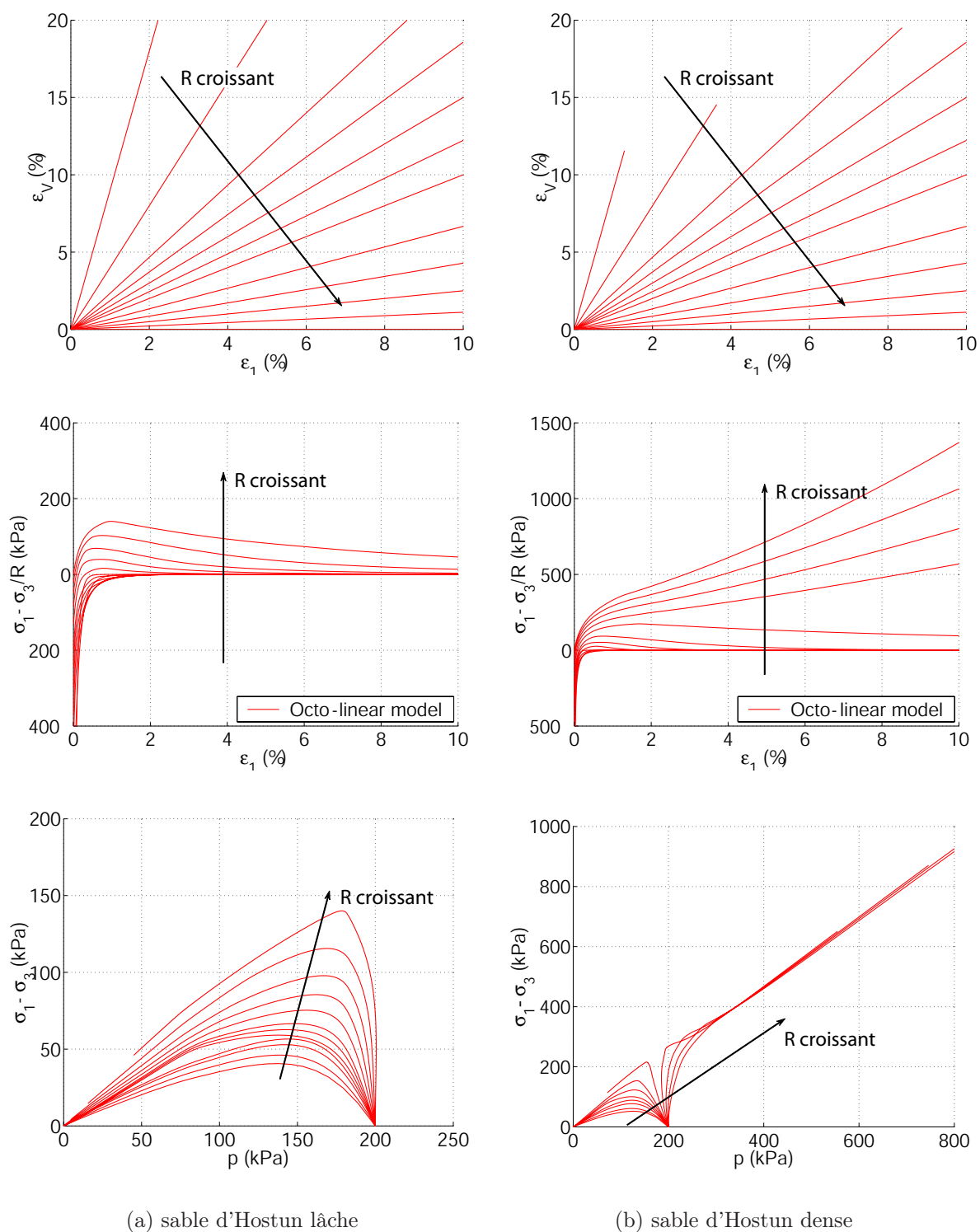
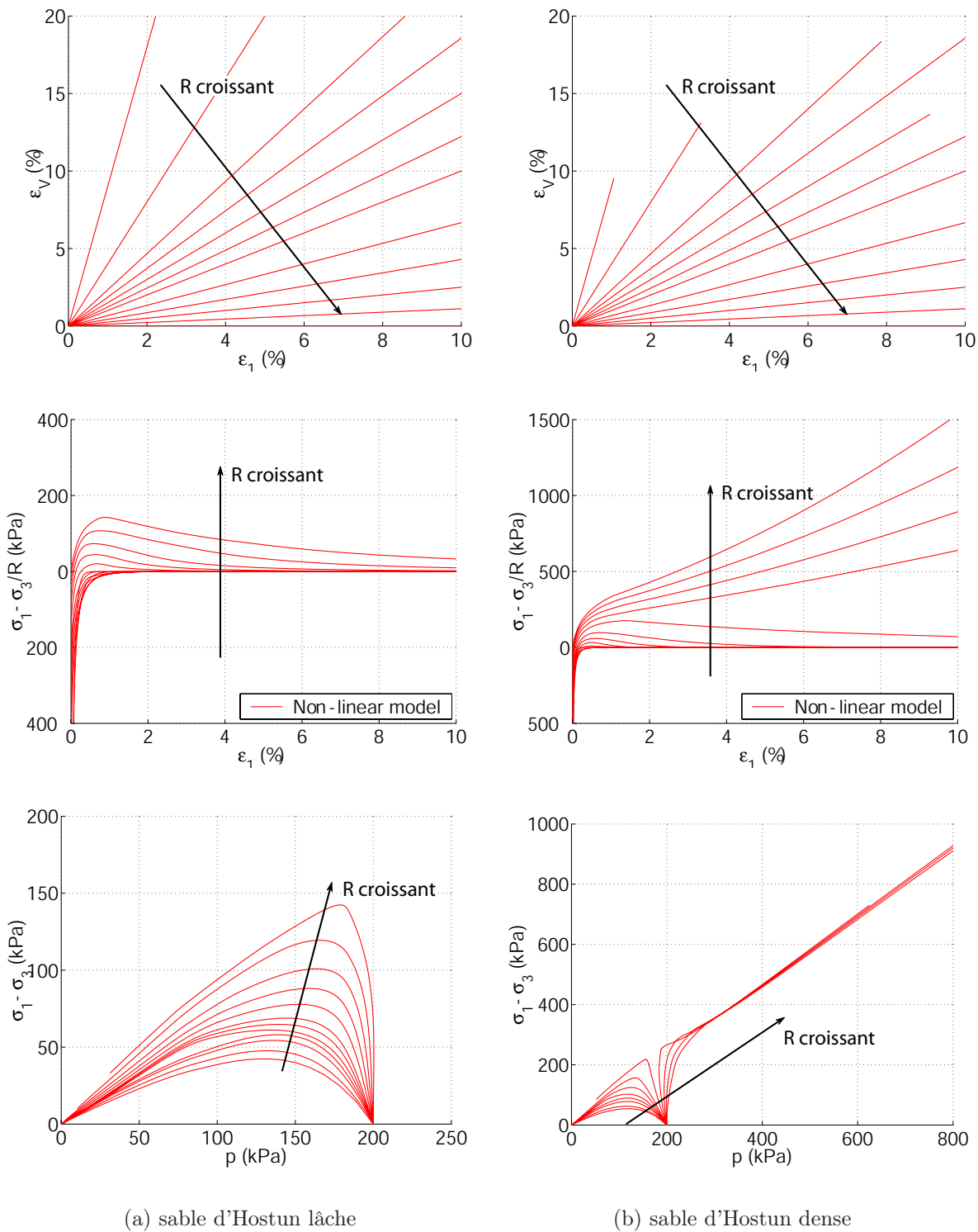


FIG. 3.1 – Chemins proportionnels en déformation, simulés avec le modèle incrémental octolinéaire pour un sable d'Hostun lâche (gauche) et dense (droite); pour différentes valeurs de  $R$ , ( $R \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$ )



(a) sable d'Hostun lâche

(b) sable d'Hostun dense

FIG. 3.2 – Chemins proportionnels en déformation, simulés avec le modèle incrémental non linéaire pour un sable d'Hostun lâche (gauche) et dense (droite); pour différentes valeurs de  $R$ , ( $R \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$ )

### 3.3.2 Recherche des directions instables

Cette partie concerne une étude analytique, avec le modèle octolinéaire, du signe du travail du second ordre ( $d^2W = d\sigma : d\varepsilon$ ) pour différents états donnés de contrainte-déformation. Nous reprenons l'équation (2.3) reliant le vecteur contrainte incrémentale  $d\sigma$  avec le vecteur déformation incrémentale  $d\varepsilon$ :

$$d\sigma = \underline{\underline{M}}(\underline{u}_\gamma) d\varepsilon \quad (3.2)$$

où  $\underline{u}_\gamma = \frac{d\sigma_\gamma}{\|d\sigma\|}$  représente la direction de  $d\sigma$ . L'expression de la condition de Hill peut s'écrire :

$$\begin{aligned} d^2W &= d\sigma : d\varepsilon = d\sigma^T \underline{\underline{M}}(\underline{u}_\gamma) d\sigma \\ &= d\sigma^T \underline{\underline{M}}^s(\underline{u}_\gamma) d\sigma \end{aligned} \quad (3.3)$$

où :  $\underline{\underline{M}}^s(\underline{u}_\gamma) = \frac{1}{2} [\underline{\underline{M}}(\underline{u}_\gamma) + \underline{\underline{M}}^T(\underline{u}_\gamma)]$  est la partie symétrique de l'opérateur rhéologique.

En divisant l'équation (3.3) par  $\|d\sigma\|^2$ , nous obtenons :

$$\frac{d^2W}{\|d\sigma\|^2} = \underline{u}_\gamma^T \underline{\underline{M}}^s(\underline{u}_\gamma) \underline{u}_\gamma \quad , \quad \|d\sigma\| \neq 0 \quad (3.4)$$

Il apparaît donc que le travail du second ordre est une "quantité directionnelle" dans l'espace des contraintes. De ce fait, pour l'étudier, Darve et Laouafa, 2000 [44] ont défini une procédure de recherche directionnelle du domaine instable. Cette procédure est basée sur le principe de détermination des enveloppes réponses de Gudehus, 1979 [78] et est présentée sur la figure 3.3. Le programme de chargement se compose de deux étapes principales :

- un chemin en compression (ou en extension) est suivi pour différents niveaux de pression de confinement,
- une recherche directionnelle est effectuée sur chaque incrément de sollicitation d'un chemin pour détecter l'apparition d'une valeur négative de  $d^2W$ ,

Ces enveloppes sont la réponse du modèle pour toutes les directions de sollicitation à partir d'un état d'équilibre. Par conséquent, nous obtenons naturellement une représentation polaire de la grandeur considérée.



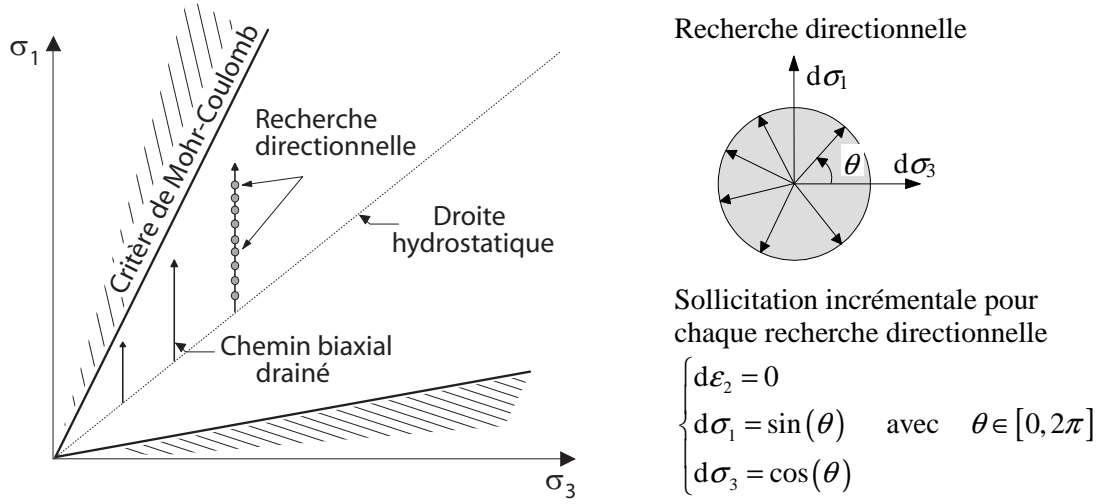


FIG. 3.3 – Chemins des contraintes en déformation plane présentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  avec recherche directionnelle des directions de sollicitation instables au sens de Hill

En condition de déformations planes (c.-à-d.  $\varepsilon_2 = 0$ ) et avec l'hypothèse de la coïncidence des axes principaux de contraintes et de déformations, l'expression du modèle constitutif octolinéaire (Eq. (2.24)) est décrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{P}}^+ + \underline{\underline{P}}^-) \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}(\underline{\underline{P}}^+ - \underline{\underline{P}}^-) \begin{bmatrix} |d\sigma_1| \\ |d\sigma_3| \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

avec :

$$\underline{\underline{P}}^\pm = \begin{bmatrix} \frac{1 - V_1^{2\pm} V_2^{1\pm}}{E_1^\pm} & -\frac{V_3^{1\pm} + V_3^{2\pm} V_2^{1\pm}}{E_3^\pm} \\ \frac{V_1^{3\pm} + V_1^{2\pm} V_2^{3\pm}}{E_1^\pm} & \frac{1 - V_2^{3\pm} V_3^{2\pm}}{E_3^\pm} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

où  $E_1^+, V_1^{+2}, V_1^{3+}$  sont choisis si  $d\sigma_1 > 0$ ;  $E_3^+, V_3^{1+}, V_3^{2+}$  si  $d\sigma_3 > 0$  et  $V_2^{1+}, V_2^{3+}$  si  $d\sigma_2 > 0$  (respectivement même variables avec l'indice "−" for  $d\sigma_1 < 0$ ,  $d\sigma_3 < 0$  et  $d\sigma_2 < 0$ ) en utilisant les notions et notations établies dans le cadre de ce modèle (Darve et Labanieh, 1982 [42]; Darve, 1990 [35]; Darve, *et al.*, 1995 [39]).

Si la zone tensorielle définie par  $(d\sigma_i < 0, \forall i)$  est considérée (cette hypothèse doit être vérifiée à posteriori), en se plaçant dans le cadre de la formulation de chemins de sollicitation proportionnels en déformation, le modèle octolinéaire (Eq. (3.5)) peut s'exprimer comme suit :

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 - \frac{d\sigma_3}{R} \\ d\varepsilon_1 + R d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1^-}{1 - V_1^{2-} V_2^{1-}} & \frac{E_1^- (V_3^{1-} + V_3^{2-} V_2^{1-})}{E_3^- (1 - V_1^{2-} V_2^{1-})} R - 1 \\ \frac{V_1^{3-} + V_1^{2-} V_2^{3-}}{1 - V_1^{2-} V_2^{1-}} R & \frac{DR^2}{E_3^- (1 - V_1^{2-} V_2^{1-})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\varepsilon_1}{R} \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

avec  $D = 1 - V_1^{2-} V_2^{1-} - V_1^{3-} V_3^{1-} - V_2^{3-} V_3^{2-} - V_1^{2-} V_2^{3-} V_3^{1-} - V_2^{1-} V_1^{3-} V_3^{2-}$

En tenant compte de la condition cinématique  $d\varepsilon_1 + R d\varepsilon_3 = 0$ , et, au pic de  $(\sigma_1 - \sigma_3/R)$ , le critère de bifurcation donné par l'annulation du déterminant du tenseur constitutif de

l'équation (3.7) se traduit directement par la condition nécessaire et suffisante ci-dessous:

$$E_1^-(1 - V_2^{3-}V_3^{2-})R^2 - [E_3^-(V_1^{3-} + V_1^{2-}V_2^{3-}) + E_1^-(V_3^{1-} + V_3^{2-}V_2^{1-})]R + E_3^-(1 - V_1^{2-}V_2^{1-}) = 0 \quad (3.8)$$

Cette équation du second ordre en  $R$  implique l'existence de cônes directionnels instables dans la zone tensorielle supposée (si la direction instable appartient à la zone tensorielle qui a été définie à priori), si et seulement si, son discriminant est positif.

Ce discriminant est égal à :

$$\Delta = (E_3^-)^2(V_1^{3-} + V_1^{2-}V_2^{3-})^2 + (E_1^-)^2(V_3^{1-} + V_3^{2-}V_2^{1-})^2 + 2E_1^-E_3^-[D + (1 - V_2^{3-}V_3^{2-})(1 - V_1^{2-}V_2^{1-})] \quad (3.9)$$

qui peut être également réécrit sous la forme suivante :

$$\Delta = -4(E_1^-)^2(E_3^-)^2 \det \underline{\underline{P}}^S \quad (3.10)$$

où  $\underline{\underline{P}}^S$  est la partie symétrique du tenseur constitutif  $\underline{\underline{P}}$  dans la relation (3.6) (avec l'indice “-”).

La frontière du domaine instable potentiel peut donc se caractériser par l'équation :

$$\det \underline{\underline{P}}^S = 0 \quad (3.11)$$

(si les directions instables correspondent à  $d\sigma_1 < 0$ ,  $d\sigma_2 < 0$  et  $d\sigma_3 < 0$ ) et les directions instables sont obtenues pour  $\det \underline{\underline{P}}^S < 0$ .

Nous constatons que l'équation (3.11) correspond à la condition de non contrôlabilité qui avait été établie par (Nova, 1994 [129]; Imposimato et Nova, 2001 [88]) pour le cas du modèle élastoplastique bilinéaire. La même équation est obtenue ici pour cette relation particulière incrémentalement linéaire par morceaux (modèle octolinéaire).

Pour  $\det \underline{\underline{P}}^S = 0$ , ce qui conduit à une solution non triviale, nous obtenons la première direction potentiellement instable :

$$R_c = -\left(\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_3}\right)_c = \frac{E_3^-(V_1^{3-} + V_1^{2-}V_2^{3-}) + E_1^-(V_3^{1-} + V_3^{2-}V_2^{1-})}{2E_1^-(1 - V_2^{3-}V_3^{2-})} \quad (3.12)$$

ou de manière équivalente :

$$\left(\frac{d\sigma_1}{d\sigma_3}\right)_c = \frac{E_1^-(1 - V_2^{3-}V_3^{2-})[E_1^-(V_3^{1-} + V_3^{2-}V_2^{1-}) - E_3^-(V_1^{3-} + V_1^{2-}V_2^{3-})]}{E_3^-[E_1^-(d + (1 - V_1^{2-}V_2^{1-})(1 - V_2^{3-}V_3^{2-})) - E_3^-(V_1^{3-} + V_1^{2-}V_2^{3-})^2]} \quad (3.13)$$

Les courbes ou les surfaces de contrainte, qui sont obtenues en joignant ces états de contrainte dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$ , permettent d'établir la frontière du domaine “instable”. A l'intérieur de ce domaine, il existe différents types de bifurcations et de pertes d'unicité, qui traduisent les différents modes de rupture provoqués par les instabilités matérielles (rupture localisée, rupture diffuse...) et les instabilités géométriques. Ces modes de rupture

dépendent naturellement de l'histoire contrainte-déformation, de la direction de l'incrément de contrainte actuelle ainsi que du mode de chargement (contrôlé en contrainte, en déformation, etc.).

Il est intéressant de remarquer que l'équation (3.11) ressemble à une généralisation de la notion de condition limite de plasticité. Selon Darve *et al.*, 1995 [40], elle peut être appelée "condition de bifurcation" car elle est satisfaite strictement à l'intérieur de la surface limite de plasticité d'une part et associée à la perte d'unicité d'autre part.

En effet, il existe une infinité de solutions  $(d\varepsilon_1, d\sigma_3/R)$  pouvant répondre à l'équation suivante :

$$\underline{\underline{Q}}^S \begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\sigma_3 \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

où  $\det \underline{\underline{Q}}^S = 0$  ( $\underline{\underline{Q}}^S$  est la partie symétrique du tenseur constitutif dans l'équation (3.7)).

Ce mode de bifurcation peut être appelé "bifurcation homogène" (Darve et Roguiez, 1998 [46]) afin de le distinguer de la condition de localisation caractérisée par des bifurcations hétérogènes sous la forme de bandes de cisaillement.

En outre, l'équation (3.14) peut aussi être considérée comme une généralisation de la notion de la règle d'écoulement, car c'est une condition mixte de contrainte-déformation. Elle a été appelée "critère de rupture" (Darve, et al., 2004 [49]).

Par la suite, nous présenterons les simulations numériques des domaines de bifurcation pour un sable d'Hostun lâche et également un sable d'Hostun dense.

### 3.3.3 Domaines d'instabilités pour un sable d'Hostun lâche

Le sable d'Hostun lâche utilisé dans cette simulation possède un indice des vides initial de 0.87 et un angle de frottement interne d'environ 32°. La figure 3.4 présente le domaine potentiellement instable, dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$ , pour deux modèles constitutifs : octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ ), respectivement. Nous avons également tracé les droites des projections de la surface limite de plasticité sur ce plan.

Remarquons que les chemins de sollicitation en déformation sont strictement en deux dimensions ( $\varepsilon_2 = 0$ ), tandis que les chemins de réponse en contrainte sont en trois dimensions car  $\sigma_2$  n'est pas rigoureusement constant. De ce fait, les diagrammes présentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  sont les projections de ces chemins en 3 dimensions.

Les figures 3.5 et 3.6 illustrent clairement le fait que la limite du domaine potentiellement instable correspond exactement aux valeurs nulles de  $\det \underline{\underline{P}}^S$ . Ceci a été démontré pour le modèle octolinéaire (voir l'équation (3.10)). Il est intéressant que ce type de résultat soit également vérifié numériquement, d'une façon approximative, pour le modèle non linéaire (Fig. 3.6).

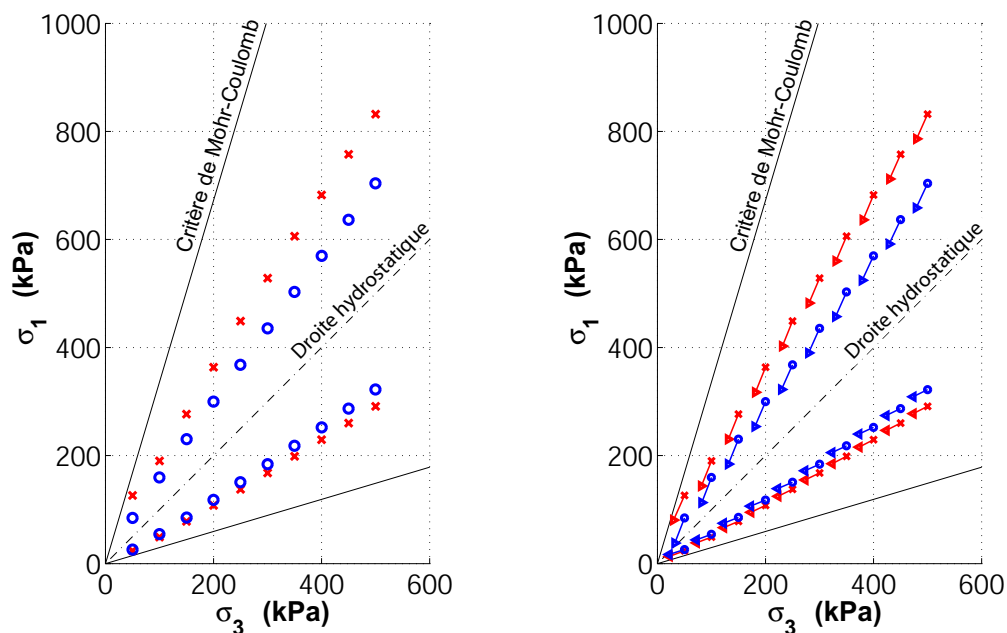


FIG. 3.4 – Domaines instables (gauche) et première direction instable (droite) au sens de Hill pour un sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$ ,  $(\varepsilon_2 = 0)$ , pour deux modèles de comportement incrémental: octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ )

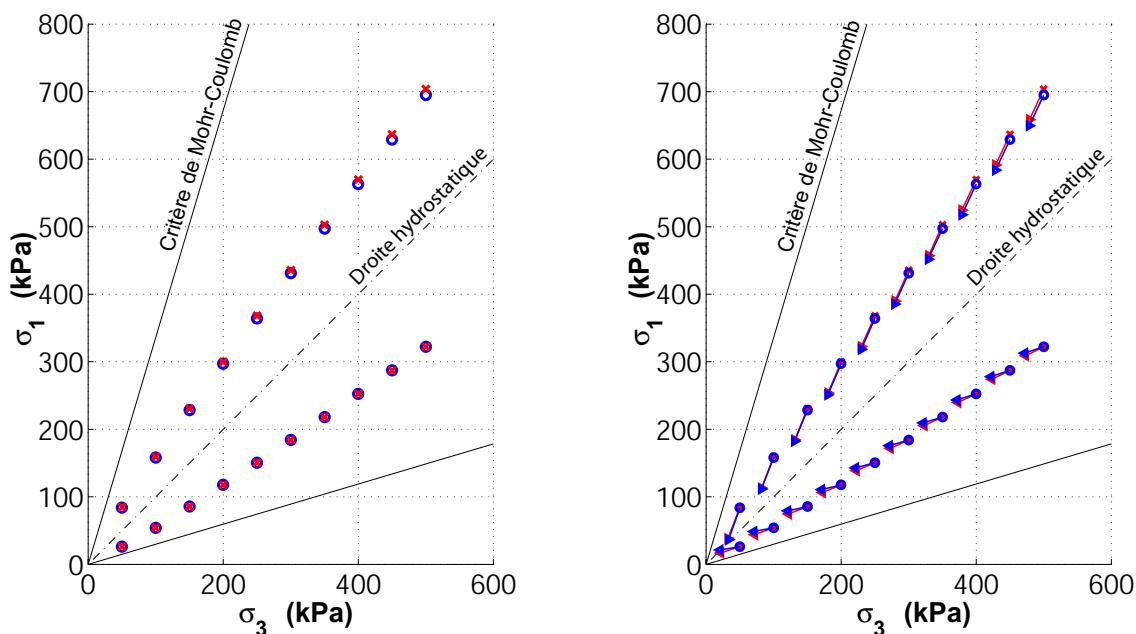


FIG. 3.5 – Domaines instables (gauche) et première direction instable correspondant à l'annulation du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) (droite) pour un sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  pour le modèle octolinéaire

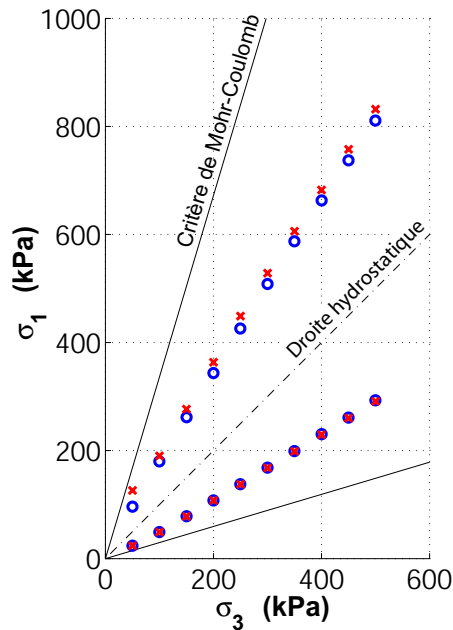


FIG. 3.6 – Premiers points correspondant à la valeur nulle du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) pour le sable d'Hostun lâche. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  pour le modèle non linéaire

Nous remarquons aussi sur ces figures l'existence de larges domaines potentiellement instables. Quels que soient les modèles de comportement, ils exhibent qualitativement le même domaine de bifurcation.

### 3.3.4 Domaines d'instabilités pour un sable d'Hostun dense

Le sable d'Hostun dense utilisé possède un indice des vides initial de 0.55 et un angle de frottement interne d'environ  $42^\circ$ .

Les résultats montrés sur les figures 3.7, 3.8 et 3.9 confirment et étendent ceux qui ont été obtenus précédemment pour le cas d'un sable d'Hostun lâche. En effet, l'instabilité, qui avait été souvent associée au sable lâche, et à la condition non drainée, est maintenant étendue pour les conditions drainées et quelle que soit la densité du sable. Nous observons que, pour le sable d'Hostun dense, le domaine d'instabilité potentielle est quantitativement moins ouvert que celui du sable lâche.

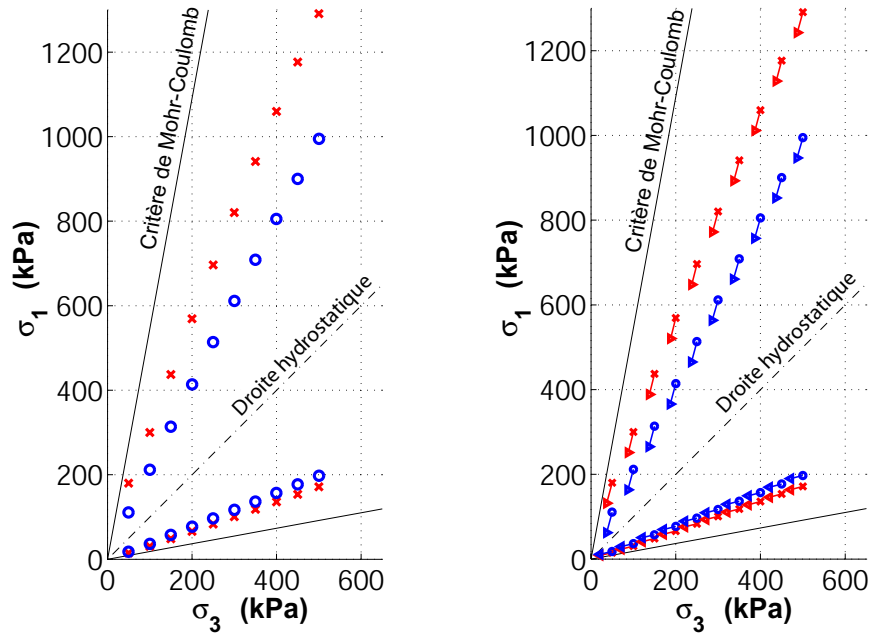


FIG. 3.7 – Domaines instables (gauche) et première direction instable (droite) au sens de Hill pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$ ,  $(\varepsilon_2 = 0)$ , pour deux modèles de comportement incrémental: octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ )

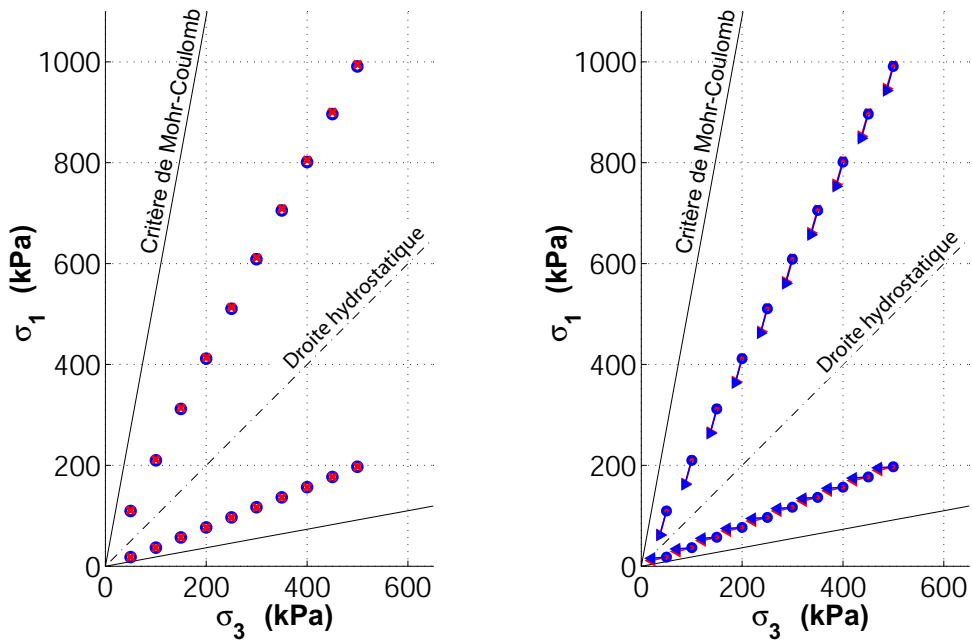


FIG. 3.8 – Domaines instables (gauche) et première direction instable correspondant à l'annulation du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) (droite) pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  pour le modèle octolinéaire

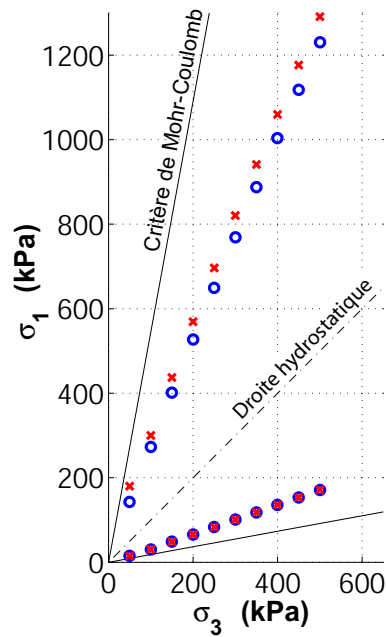


FIG. 3.9 – Premiers points correspondant à la valeur nulle du travail du second ordre ( $\times$ ) ou du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif ( $\circ$ ) pour un sable d'Hostun dense. Résultats représentés dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_3)$  pour le modèle non linéaire

Il convient de souligner que les valeurs limites de  $\sigma_1/\sigma_3$  sont environ 6.0 pour un sable d'Hostun dense et 4.0 pour un sable lâche, ce qui illustre le fait que le domaine de bifurcation est strictement inclus dans la surface limite de plasticité (voir Fig. 3.10 et 3.11).

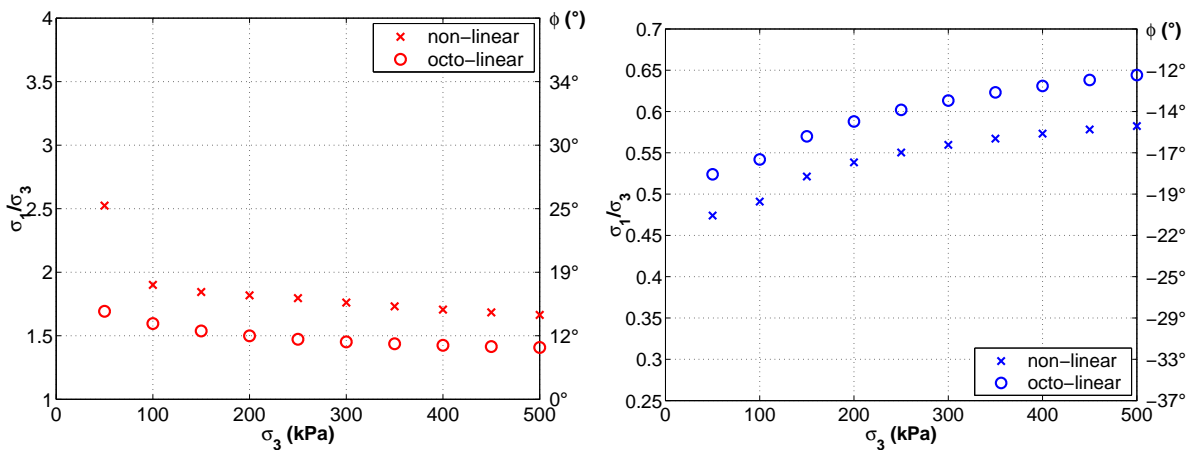


FIG. 3.10 – Etats de contrainte et angles de frottement mobilisés correspondants aux premières instabilités détectées en conditions de déformation plane pour un sable d'Hostun lâche. Modèle octolinéaire ( $\circ$ ) et non linéaire ( $\times$ )

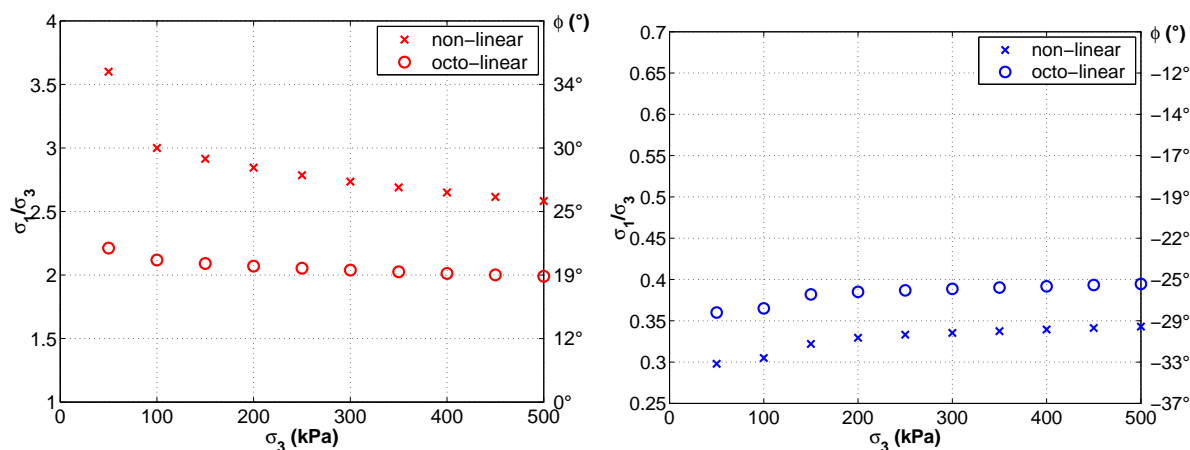


FIG. 3.11 – *Etats de contrainte et angles de frottement mobilisés correspondants aux premières instabilités détectées en conditions de déformation plane pour un sable d’Hostun dense. Modèle octolinéaire (o) et non linéaire (x)*

## Remarques

Les résultats numériques montrent clairement que l’équation (3.13) est associée aux valeurs négatives de  $d\sigma_1$  et  $d\sigma_3$  pour un sable lâche ainsi que pour le sable dense (Darve, 2004 [48]; Darve et Khoa, 2005 [41]).

L’application de la condition suffisante de stabilité proposée par Hill peut permettre de détecter et de décrire un large domaine potentiellement instable qui est associé aux différents modes de rupture. Trois remarques intéressantes déduites à partir de ces domaines instables peuvent être notées :

- les frontières du domaine instable pour les deux modèles de comportement différents considérés sont plus ou moins identiques,
- le domaine instable est plus étendu pour un sable lâche que pour un sable dense,
- les premières directions instables sont approximativement dirigées vers l’origine du repère en contrainte.

Remarquons que ces analyses de stabilité matérielle ne sont menées, jusqu’à maintenant, que sur des champs contraintes et déformations homogènes. Naturellement, pour les problèmes aux limites, la direction instable de contrainte en un point matériel donné peut être ou non excitée par différentes perturbations. La rupture diffuse n’est effective en pratique que si les directions de l’incrément de contrainte effectif sont contenues dans le cône des directions instables (Darve *et al.*, 2004 [49]) et si la sollicitation externe ainsi que les conditions aux limites cinématiques permet au mécanisme de rupture de devenir critique et de se développer.



### 3.3.5 Représentation circulaire des directions instables

Notons d'abord que nous ne nous intéressons ici qu'au signe du travail du second ordre. Pour des raisons de commodité graphique, nous allons présenter par la suite, le travail du second ordre normalisé:  $d^2W_{norm.} = d^2W/(||d\underline{\sigma}||||d\underline{\varepsilon}||)$  qui varie entre -1 et +1 comme cosinus de l'angle entre  $d\underline{\sigma}$  et  $d\underline{\varepsilon}$ .

Une méthode pour vérifier si la limite du domaine de bifurcation correspond à la première direction d'annulation de  $\det\underline{\underline{P}}^S$  est de tracer la représentation polaire des enveloppes réponses de  $d^2W_{norm.}$  et de  $\det\underline{\underline{P}}^S$ . Cependant, nous préférons opter pour une représentation circulaire proposée par Laouafa (Darve et Laouafa, 2000 [44]) qui permet d'avoir plus de lisibilité des courbes réponses en cas d'annulation de la grandeur considérée. Cette représentation en fonction de la grandeur considérée est décrite par l'équation:  $F_{cir} = F_{pol} + r$  où  $r$  est une constante arbitraire donnée choisie de manière à avoir un graphe le plus lisible possible. De ce fait, si la grandeur est négative, elle va clairement apparaître à l'intérieur du cercle de rayon  $r$ .

Les résultats sont présentés sur les figures 3.12(a), 3.13(a) pour le modèle octolinéaire et sur les figures 3.12(b), 3.13(b) pour le modèle non linéaire, exactement à l'état contrainte-déformation où  $d^2W$  s'annule pour la première fois dans une direction de contrainte.

Nous considérons d'abord le cas le plus simple: le modèle octolinéaire dont les études analytiques ont été détaillées dans la section précédente. Pour ce modèle, l'existence des zones tensorielles, où la relation constitutive est linéaire, implique que  $\det\underline{\underline{P}}^S$  et  $\det\underline{\underline{P}}$  vont prendre des valeurs constantes à l'intérieur de chaque zone tensorielle. Pour les conditions en déformation plane, les figures 3.12(a) et 3.13(a) montrent qu'il existe six zones tensorielles. D'après l'équation (3.10), la première annulation de  $d^2W$  devrait correspondre exactement à la première annulation de  $\det\underline{\underline{P}}^S$  (à l'intérieur d'une zone tensorielle donnée). Nous retrouvons aisément ces résultats théoriques sur les figures 3.12(a) et 3.13(a). De plus, il est intéressant de remarquer que  $\det\underline{\underline{P}}$  reste strictement positif ce qui signifie que ces états de contrainte n'atteignent pas la limite de plasticité.

Intéressons nous maintenant aux résultats obtenus avec le modèle non linéaire présentés sur les figures 3.12(b) et 3.13(b). Nous remarquons qu'il n'existe plus de zones tensorielles, autrement dit,  $\det\underline{\underline{P}}^S$  et  $\det\underline{\underline{P}}$  varient continuellement en fonction des directions de l'incrément de contrainte. Le résultat précédent de la coïncidence parfaite entre l'annulation de  $d^2W$  et de  $\det\underline{\underline{P}}^S$  n'est plus rigoureusement vérifié, mais il est possible de conclure que cette condition est encore approximativement satisfaite.

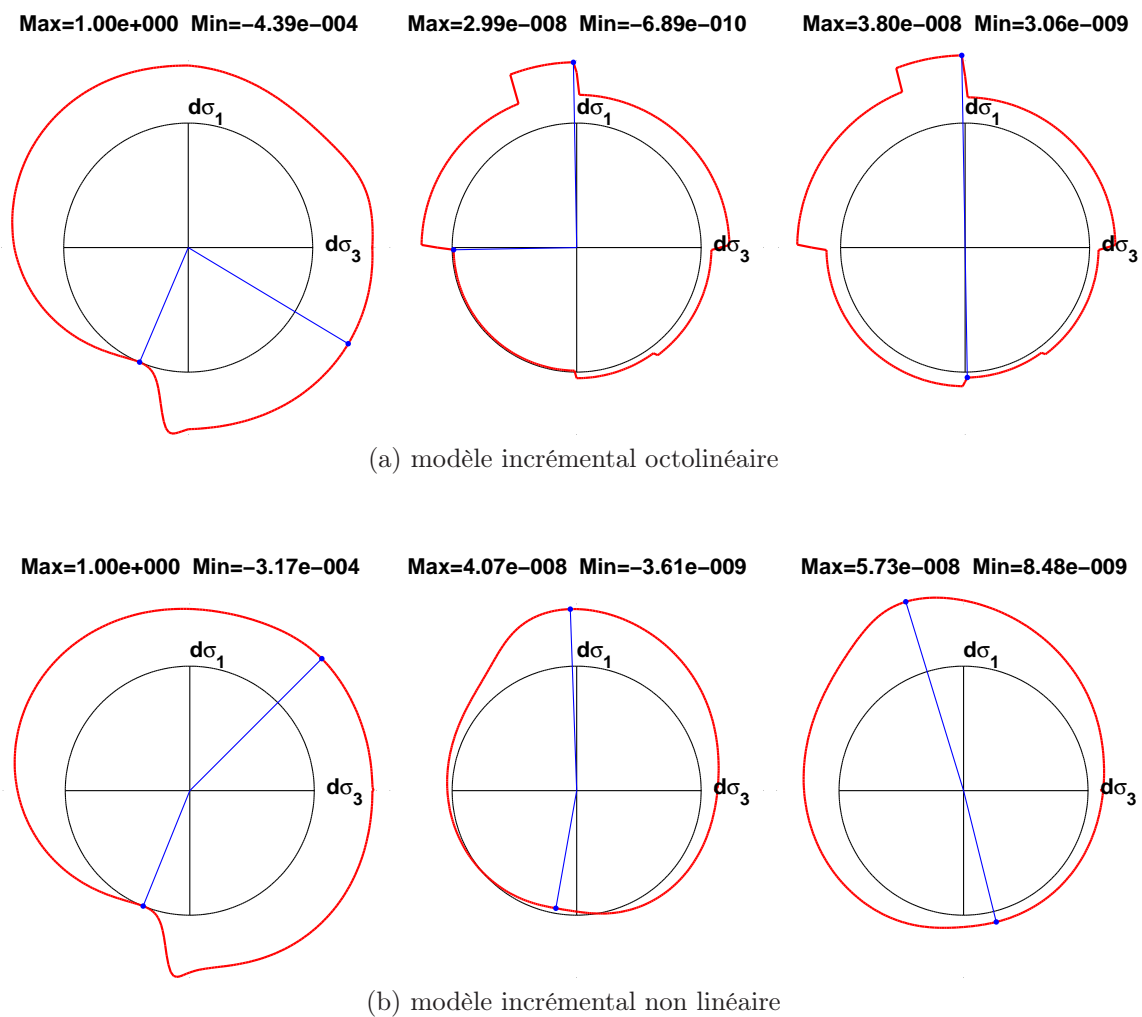


FIG. 3.12 – Représentation circulaire des valeurs du travail du second ordre normalisé (gauche), du déterminant de la partie symétrique (milieu) et du déterminant de l'intégralité (droite) du tenseur constitutif, quand  $d^2W$  s'annule pour la première direction de contrainte, dans le cas du sable d'Hostun lâche pour une pression de confinement de 200 kPa

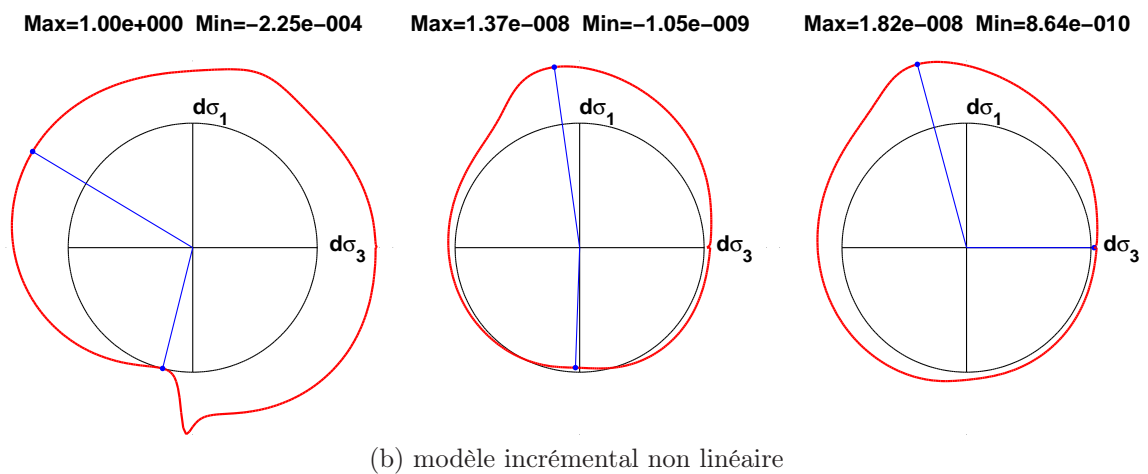
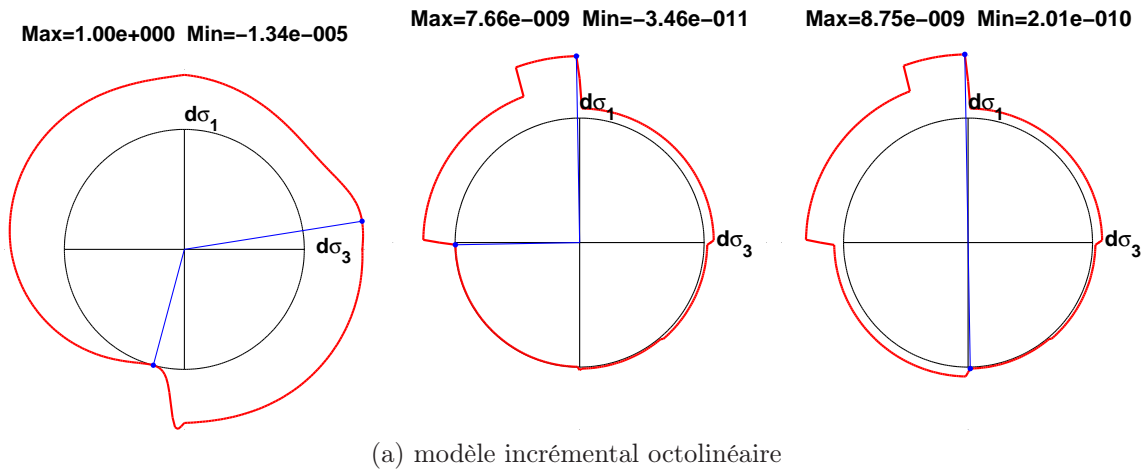


FIG. 3.13 – Représentation circulaire des valeurs du travail du second ordre normalisé (gauche), du déterminant de la partie symétrique (milieu) et du déterminant de l'intégralité (droite) du tenseur constitutif, quand  $d^2W$  s'annule pour la première direction de contrainte, dans le cas du sable d'Hostun dense pour une pression de confinement de 200 kPa

## 3.4 Conclusions

Nous avons abordé la question de la stabilité au sens de Hill dans plusieurs contextes.

Dans un premier temps, il s'agissait d'une brève étude bibliographique de quelques résultats expérimentaux montrant une instabilité conduisant à une rupture diffuse sur des échantillons de sol pour plusieurs types de chemins de sollicitation. Par rupture diffuse, nous entendons, une rupture en l'absence de mode de localisation spécifique. Il est intéressant de noter que l'apparition de ces instabilités, qui se produisent à l'intérieur strict du critère de Mohr-Coulomb, peuvent être prédites par le critère de stabilité de Hill.

Nous avons ensuite réalisé une étude systématique des instabilités matérielles pour des sables dans deux états : lâche et dense par l'intermédiaire de chemins de sollicitations proportionnels en déformations planes. Les domaines d'instabilités associés ont été déterminés. Il s'agit de domaines de rupture diffuse potentielle ou plus généralement de bifurcations.

Dans le cadre du modèle de comportement incrémentalement linéaire par morceaux (octo-linéaire) et pour une condition de chargement en déformation plane, nous avons établi l'équation analytique des limites du domaine d'instabilité potentielle ainsi que la "première" direction de contrainte instable. Du point de vue théorique, il est difficile de démontrer que le domaine de bifurcation correspond à l'annulation du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif pour le cas du modèle incrémentalement non linéaire. Cependant, ce résultat a été clairement démontré pour le cas du modèle incrémental linéaire par morceaux. Il est également intéressant de noter que, même si aucune correspondance n'a été établie pour le modèle non linéaire, les résultats montrent une très bonne approximation.

Nous avons montré que les instabilités matérielles au sens de Hill sont également décrites au sens de Lyapunov et le mode de rupture diffuse associée correspond à une bifurcation avec perte d'unicité de la réponse mécanique. Le critère de bifurcation a été explicité (toujours dans le cadre du modèle incrémental linéaire par morceaux), il est assimilable à un critère de rupture généralisé. Le mode de rupture obéit à une "règle de rupture" (associé à la valeur propre nulle de la partie symétrique du tenseur élastoplastique), généralisant également la notion de "règle d'écoulement" (Khoa *et al.*, 2005 [96]).

Il apparaît donc que, tant au niveau global qu'au niveau local, le signe du travail du second ordre fournit un critère de stabilité (plus généralement un critère de bifurcation) pertinent.

Qu'en est-il pour des problèmes aux limites? Le chapitre 4 est dédié à répondre à cette question en introduisant et appliquant le critère de stabilité de Hill dans deux codes de calculs par éléments finis : LAGAMINE et PLAXIS.



## CHAPITRE 4

---

### Mise en oeuvre numérique du travail du second ordre dans deux codes de calculs par éléments finis (LAGAMINE et PLAXIS)

---

*Ce chapitre se composera de cinq objectifs principaux.*

*Dans le premier, nous présenterons succinctement deux codes de calculs par éléments finis : LAGAMINE (développé à l'Université de Liège) et PLAXIS (développé en premier lieu à l'Université Technologique de Delft) ainsi que deux modèles de comportements élastoplastiques : PLASOL et HSM dans ces deux codes, respectivement.*

*Nous introduirons ensuite un programme pour calculer le travail du second ordre dans le modèle PLASOL du code LAGAMINE. Un programme Fortran et Matlab de post-traitement des résultats du code PLAXIS et de calcul du travail du second sera également développé. Ces travaux nous permettront d'étudier les problèmes d'instabilités, de bifurcations dans les ouvrages en se basant sur la condition de stabilité de Hill.*

*Le troisième concernera une étude de stabilité, à l'aide du critère de Hill, d'un talus bordant un canal avec le modèle PLASOL. Il s'agira d'une modélisation en couplage hydro-mécanique non saturée. L'influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus fera partie de ce chapitre.*

*L'analyse de stabilité d'une fondation superficielle et d'une pente excavée en mécanique pure (sans couplage) avec le modèle HSM seront notre quatrième objectif. Le critère de Hill sera également utilisé ici.*

*Enfin, nous concluerons ce chapitre par une comparaison entre deux modèles HSM et PLASOL par l'intermédiaire d'une modélisation d'une pente excavée.*

## 4.1 Présentation du code de calcul LAGAMINE

### 4.1.1 Introduction

Le code de calcul par éléments finis LAGAMINE est développé au Département M.S.M. (Mécanique des Matériaux, Stabilité des Constructions, Mécanique des Structures) de l'Université de Liège depuis plus d'une vingtaine d'année (Cescotto, 1983 [22]; Charlier, 1987 [25]; Habraken, 1989 [79] et Wang, 1993 [165]). Il permet de traiter des problèmes élastiques, élastoplastiques, élastoviscoplastiques et thermomécaniques en 2D ou 3D et en grandes déformations. Il traite également des problèmes hydromécaniques couplés saturés ou non saturés.

Dans le paragraphe suivant, nous reprendrons de manière précise l'algorithme général sur lequel est construit le code, mais les bases mathématiques du calcul par éléments finis ne seront pas rappelées. Pour de plus amples rappels sur la théorie des éléments finis, nous conseillons de se reporter à des ouvrages tels que Huston et Passerello, 1984 [86] ou Zienkiewics et Taylor, 1994 [169].

### 4.1.2 Algorithme général de résolution du code LAGAMINE

**Notations :** les variables de la configuration actuelle au repos et au début d'un pas, sont notées avec un exposant  $A$ ; les variables de la nouvelle configuration en fin du pas sont désignées avec l'exposant  $B$ . Dans un incrément de la configuration, les inconnues globales sont les coordonnées nodales  $x^B$ . Une méthode d'intégration implicite est utilisée pour intégrer les différents types du modèle de comportement élastoplastiques. Ce choix vient du fait que le schéma implicite est inconditionnellement stable même pour des pas de chargement importants. Un résumé de ce schéma du code LAGAMINE est représenté sur la figure 4.1.

**Convention de signe :** la convention de signe utilisée est différente en mécanique des milieux continus et en mécanique des sols. Puisque le code LAGAMINE a été créé initialement pour modéliser le laminage des métaux, la première convention est utilisée, i.e. les contraintes et les déformations sont négatives en compression et positives en traction.

La méthode de résolution des systèmes non linéaires utilisée dans LAGAMINE est celle de Newton-Raphson. Cette méthode consiste à recalculer la matrice tangente à chaque itération. La convergence est alors plus rapide, en terme de nombre d'itération, mais cet avantage est en partie perdu par le temps passé à la construction répétée de l'opérateur.

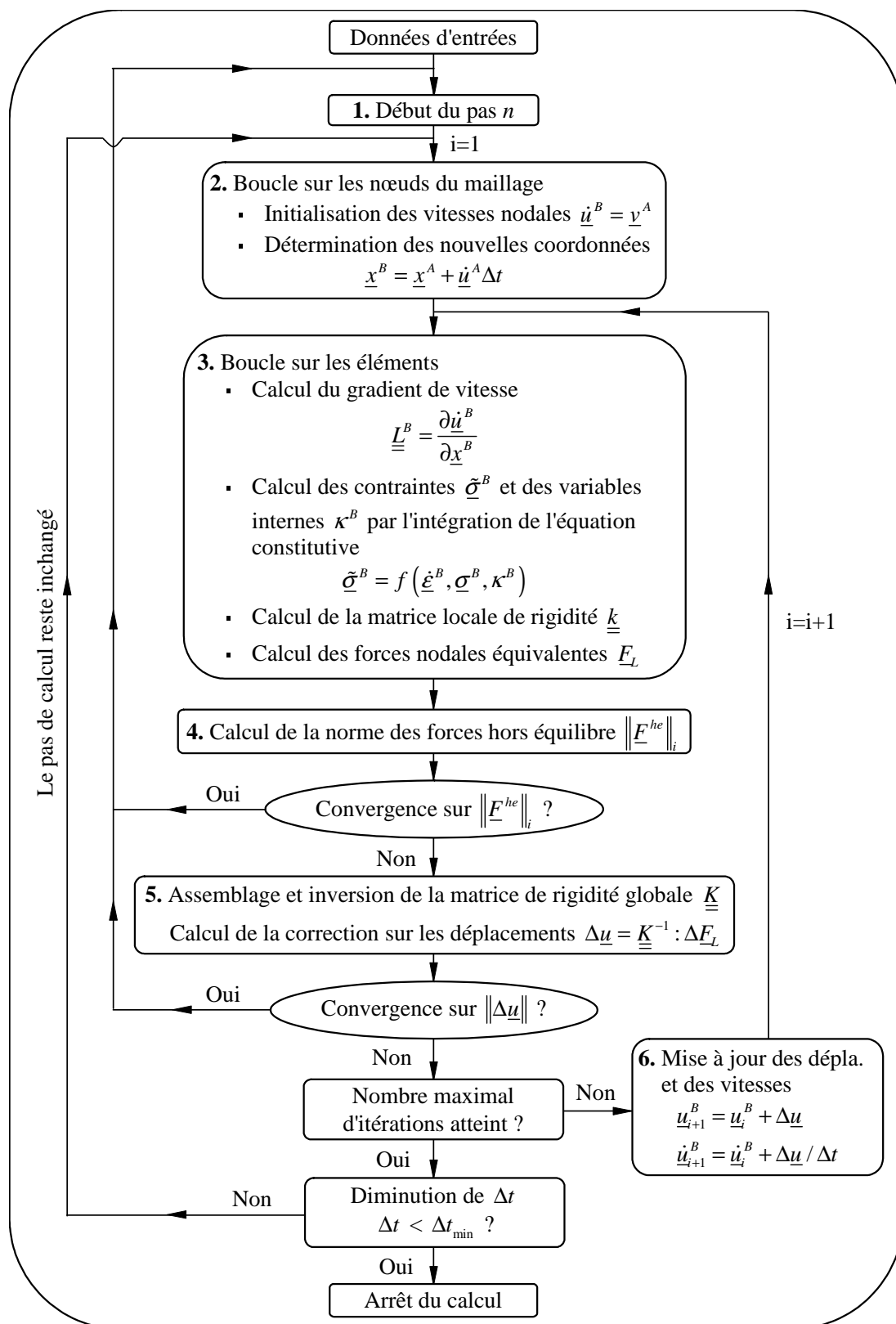


FIG. 4.1 – Algorithme d'intégration locale des modèles de comportement utilisé dans le code LAGAMINE



### 4.1.3 Comportement mécanique : modèle élastoplastique PLA-SOL

#### 4.1.3.1 Formulation générale de modèles élastoplastiques

Le modèle de comportement élastoplastique est écrit sous une forme incrémentale ou en vitesse ou en taux. Il définit donc une relation généralement bi-univoque entre une vitesse (taux) de contrainte  $\tilde{\underline{\sigma}}$  et une vitesse (taux) de déformation  $\dot{\underline{\epsilon}}$ .

$$\tilde{\underline{\sigma}} = f(\dot{\underline{\epsilon}}, \tilde{\underline{\sigma}}, \kappa) \quad (4.1)$$

La variable  $\tilde{\underline{\sigma}}$  présente la vitesse de contrainte objective de Jaumann,  $\dot{\underline{\epsilon}}$  est la vitesse de déformation et  $\kappa$  représente les variables internes du modèle dépendant de l'histoire des sollicitations.

Dans un formalisme élastoplastique classique, la vitesse de déformation peut s'écrire comme la somme de composantes élastique  $\dot{\underline{\epsilon}}^e$  (réversible) et plastique  $\dot{\underline{\epsilon}}^p$  (irréversible) :

$$\dot{\underline{\epsilon}} = \dot{\underline{\epsilon}}^e + \dot{\underline{\epsilon}}^p \quad (4.2)$$

Il s'agit du postulat de la décomposition additive de la déformation.

En élasticité linéaire ou non linéaire, la loi de Hooke est utilisée pour relier le tenseur des vitesses de contrainte au tenseur des vitesses de déformation élastique :

$$\tilde{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e \dot{\underline{\epsilon}}^e \quad (4.3)$$

où  $\underline{\underline{C}}^e$  est le tenseur élastique de Hooke :

$$C_{ijkl}^e = 2G\delta_{ik}\delta_{jl} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\delta_{kl} \quad (4.4)$$

Dans cette relation et pour un matériau isotrope, deux modules tangents élastiques suffisent pour définir le comportement élastique d'un matériau. Ce sont le module de compressibilité isotrope  $K$  et le module de cisaillement  $G$  :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.5)$$

où  $E$  présente le module d'Young et  $\nu$  est le coefficient de Poisson.

Dans les modèles élastoplastiques, la direction des déformations plastiques est souvent supposée normale à la surface de plasticité ou de charge  $f$  (plasticité associée ou standard) et l'amplitude est donnée par le multiplicateur plastique  $\lambda^p$ . La dilatance est directement liée à la direction des déformations plastiques. Il est toutefois difficile de reproduire le comportement dilatant d'un sol avec la seule surface  $f$ . C'est pourquoi la surface d'écoulement plastique  $g$  est en général définie de manière à contrôler la dilatance (plasticité non associée) :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^p = \dot{\lambda}^p \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.6)$$

Dans le cadre de la plasticité non associée, l'équation (4.2) devient :

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^e + \dot{\lambda}^p \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \quad (4.7)$$

Le multiplicateur plastique est déterminé par la condition de consistance qui stipule que, lors d'un chemin plastique, l'état de contrainte doit se situer sur la surface de plasticité et doit y rester. Cette condition s'exprime comme suit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = 0 \quad (4.8)$$

Les variables internes  $\kappa$  sont exprimées en fonction de la déformation plastique équivalente (scalaire) de Von Mises,  $\varepsilon_{eq}^p$ , qui est obtenue par l'intégration de la vitesse de cette déformation plastique équivalente  $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$  à l'instant  $t$  :

$$\varepsilon_{eq}^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{eq}^p dt \quad (4.9)$$

où :

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} tr(\dot{\underline{\varepsilon}})^2} \quad (4.10)$$

avec :  $\dot{\underline{\varepsilon}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{tr(\dot{\underline{\varepsilon}}^p)}{3} \underline{\mathbb{1}}$  ( $\underline{\mathbb{1}}$  est le tenseur unité)

La condition de consistance peut se réécrire comme suit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\varepsilon_{eq}^p} \dot{\varepsilon}_{eq}^p = 0 \quad (4.11)$$

En remplaçant l'équation (4.7) dans l'équation (4.3), nous obtenons la relation suivante :

$$\dot{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e \left( \dot{\underline{\varepsilon}} - \dot{\lambda}^p \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right) \quad (4.12)$$

En combinant cette dernière équation avec l'équation (4.10) et (4.11), nous obtenons l'expression du multiplicateur plastique :

$$\dot{\lambda}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\underline{C}}^e \dot{\underline{\varepsilon}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \underline{\underline{C}}^e \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} - \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\varepsilon_{eq}^p} Val} \quad (4.13)$$

avec :

$$Val = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kk}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ll}} \right)}$$

Nous pouvons à présent, exprimer le modèle constitutif sous la forme incrémentale :

$$\dot{\underline{\sigma}} = (\underline{\underline{C}}^e - \underline{\underline{C}}^p) \dot{\underline{\varepsilon}} \quad (4.14)$$

où la matrice  $\underline{\underline{C}}^p$  est donnée ci-dessous :

$$\underline{\underline{C}}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} C^e C^e \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} C^e \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\varepsilon_{eq}^p} Val} \quad (4.15)$$

Par définition, l'écroissage "durcissant" (écroissage positif) apparaît si les déformations plastiques provoquent une augmentation de la surface de plasticité ; en cas de diminution, on parle alors de radoucissement (écroissage négatif). Enfin, la plasticité parfaite correspond au cas où la plasticité n'influence pas la taille et le "lieu" du domaine élastique.

#### 4.1.3.2 Modèle PLASOL

A l'examen de l'équation (4.15), nous observons l'importance de choisir des fonctions continûment dérivables. On comprend dès lors la complexité du formalisme par exemple à la jonction de deux surfaces plastiques formant un coin (vertex). Nous nous intéressons aux ruptures par cisaillement décrites par un modèle exhibant un frottement interne, dont le plus connu est sans aucun doute le modèle de Mohr-Coulomb. Sa représentation géométrique dans le plan déviatoire des contraintes est un hexagone irrégulier. Ainsi il peut se produire des problèmes numériques avec ce modèle car la dérivée de sa surface est indéterminée dans les coins de l'hexagone. Le modèle de comportement PLASOL est un modèle élastoplastique non associé avec écroissage, plus continu, qui s'appuie sur deux critères : le critère de Drucker-Prager, 1952 [58] et celui de Van Eekelen, 1980 [161]. Le modèle PLASOL a été implémenté dans le code LAGAMINE par Barnichon, 1998 [4].

#### Invariants et espace des contraintes

Dans un espace à trois dimensions, le seuil de plasticité définit le domaine à l'intérieur (strictement) duquel la variation de la contrainte ne génère que des déformations élastiques. La limite de l'écoulement plastique est basée, dans le cas isotrope, sur l'utilisation de trois invariants du tenseur des contraintes  $I_\sigma$ ,  $II_s$ ,  $III_s$  et de l'angle de Lode  $\beta$ .

$$I_\sigma = tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (4.16)$$

$$II_s = \sqrt{\frac{1}{2} tr(\underline{\underline{s}}^2)} \quad (4.17)$$

$$III_s = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{s}}^3) \quad (4.18)$$

$$\beta = -\frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{3\sqrt{3} III_s}{2 II_s^3} \right) \quad \beta \in \left[ -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right] \quad (4.19)$$

où  $\underline{\underline{s}}$  est le déviateur des contraintes :

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{I_\sigma}{3} \underline{\underline{\mathbb{1}}} \quad \underline{\underline{\mathbb{1}}} : \text{tenseur unité}$$

### Critère de Drucker-Prager

Le critère de Drucker-Prager rend compte d'une relation linéaire entre le premier invariant des contraintes et le second invariant des contraintes déviatoriques, contrôlée par l'angle de frottement en compression  $\varphi_c$  et la cohésion  $c$  (Desai *et al.*, 1984 [52]).

$$f = II_s + m \left( I_\sigma - \frac{3c}{\tan \varphi_c} \right) = 0 \quad (4.20)$$

où  $c$  est la cohésion et  $\varphi_c$  l'angle de frottement pour des chemins en compression et  $m$  un paramètre défini par la manière suivante :

$$m = \frac{2 \sin \varphi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)} \quad (4.21)$$

Griffiths, 1986 [76], Desrues, 2002 [53] ont montré que, pour les essais triaxiaux, l'angle d'extension dépendait de l'angle de compression d'après les relations (4.20) et (4.21) :

$$\sin \varphi_e = \frac{3 \sin \varphi_c}{3 - 2 \sin \varphi_c} \quad (4.22)$$

La figure 4.2 présente l'évolution du sinus de l'angle de frottement en extension ( $\varphi_e$ ) en fonction du sinus de l'angle de frottement en compression ( $\varphi_c$ ). Nous remarquons que :

- $\sin \varphi_e$  n'augmente pas linéairement avec  $\sin \varphi_c$ ,
- la résistance en extension est surestimée,
- la valeur limite de  $\varphi_c$  est de  $36.8^\circ$  pour  $\varphi_e \approx 90^\circ$ .

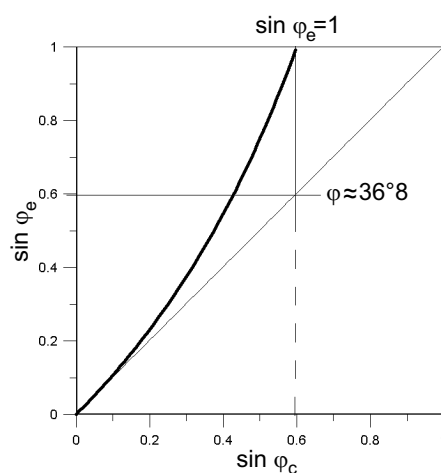


FIG. 4.2 – Évolution de  $\sin \varphi_e$  en fonction de  $\sin \varphi_c$

La représentation de l'intersection de ce critère avec le plan déviatoire est un cercle (voir Fig. 4.3).

### Critère de Van Eekelen

Le critère de Van Eekelen, 1980 [161], développé pour modéliser le comportement de certains sols, est plus proche du critère de Mohr-Coulomb suivant la valeur d'un paramètre de convexité. La formulation est sensiblement identique à celle de Drucker-Prager mais une dépendance à angle de Lode, par l'intermédiaire du paramètre  $m$ , est introduite.

$$m = a(1 + b \sin 3\beta)^n \quad (4.23)$$

$a$  et  $b$  sont deux coefficients dépendant des angles de frottement en compression et en extension et  $n$  est une constante qui définit la courbure de la surface de plasticité dans le plan déviatoire. Van Eekelen, 1980 [161], Chambon et al., 1990 [24] ont fait une étude détaillée de la forme et de la convexité de la surface de plasticité de Van Eekelen. Ils ont noté que le choix  $n = -0.229$  permettait d'assurer la convexité.

$$b = \frac{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} + 1} \quad (4.24)$$

$$a = \frac{r_c}{(1 + b)^n} \quad (4.25)$$

où  $r_c$  et  $r_e$  sont les rayons "réduits" déterminés sur des chemins triaxiaux axisymétriques en compression et en extension. Ils sont respectivement donnés par les relations suivantes :

$$r_c = \frac{2 \sin \varphi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)} \quad (4.26)$$

$$r_e = \frac{2 \sin \varphi_e}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_e)} \quad (4.27)$$

De ce fait, la forme de la surface dans le plan déviatoire des contraintes n'est plus un cercle. Nous pouvons séparer les angles de frottement en compression et extension. La figure 4.3 montre les différences entre les trois modèles pour un angle de frottement de  $40^\circ$ .

Nous allons traiter des problèmes aux limites dans l'hypothèse des déformations planes. Le critère de Van Eekelen sera utilisé pour éviter tout problème de surestimation des angles de frottement. Les variables internes  $\kappa$  de ce critère sont donc les angles de frottement  $\varphi_c$ ,  $\varphi_e$  et la cohésion  $c$ . La condition de cohérence (4.8) s'écrit :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \varphi_c} \dot{\varphi}_c + \frac{\partial f}{\partial \varphi_e} \dot{\varphi}_e + \frac{\partial f}{\partial c} \dot{c} = 0 \quad (4.28)$$

où :

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\partial f}{\partial I_\sigma} \frac{\partial I_\sigma}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial II_s} \frac{\partial II_s}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \sin 3\beta} \frac{\partial \sin 3\beta}{\partial \underline{\sigma}} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial I_\sigma} = m \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial f}{\partial II_s} = 1 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sin 3\beta} = abn(1 + b \sin 3\beta)^{n-1} \left( I_\sigma - \frac{3c}{\tan \varphi_c} \right) \quad (4.32)$$

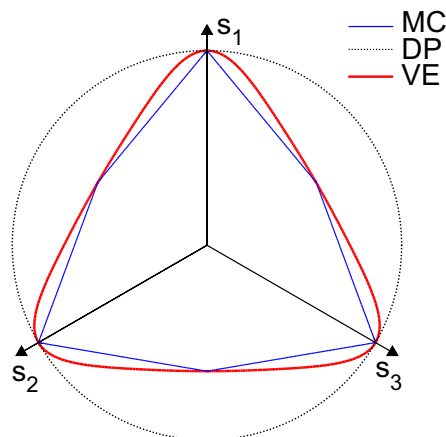


FIG. 4.3 – Représentation des différents critères dans le plan déviatoire pour un angle de frottement de  $40^\circ$  : MC (Mohr-Coulomb), DP (Drucker-Prager) et VE (Van Eekelen)

#### 4.1.3.3 Surface d'écoulement

En plasticité non associée, la surface d'écoulement est définie de façon similaire à la surface de plasticité  $f$  (voir Eq. (4.20)) :

$$g = II_s + m' \left( I_\sigma - \frac{3c}{\tan \varphi_c} \right) = 0 \quad (4.33)$$

où  $m'$  est défini par la même relation que le paramètre  $m$  (Eq. (4.21) ou (4.23)) en remplaçant les angles de frottement  $\varphi_c$  et  $\varphi_e$  par ceux de dilatance  $\psi_c$  et  $\psi_e$ .

#### 4.1.3.4 Règle d'écrouissage

Des lois d'évolution hyperboliques des différentes variables internes ( $\varphi_c$ ,  $\varphi_e$  et  $c$ ) en fonction des déformations plastiques équivalentes de Von Mises ( $\varepsilon_{eq}^p$ ) nous permettent de décrire un écrouissage ou un radoucissement.

$$\varphi_c = \varphi_{c0} + \frac{(\varphi_{cf} - \varphi_{c0})\varepsilon_{eq}^p}{B_p + \varepsilon_{eq}^p} \quad (4.34)$$

$$\varphi_e = \varphi_{e0} + \frac{(\varphi_{ef} - \varphi_{e0})\varepsilon_{eq}^p}{B_p + \varepsilon_{eq}^p} \quad (4.35)$$

$$c = c_0 + \frac{(c_f - c_0)\varepsilon_{eq}^p}{B_c + \varepsilon_{eq}^p} \quad (4.36)$$

où  $\varphi_0$  et  $c_0$  sont les valeurs initiales tandis que  $\varphi_f$  et  $c_f$  sont les valeurs finales des paramètres d'écroutissage. Les paramètres  $B_p$  et  $B_c$  représentent la déformation plastique équivalente à la moitié de l'écroutissage ou du radoucissement (voir Fig. 4.4).

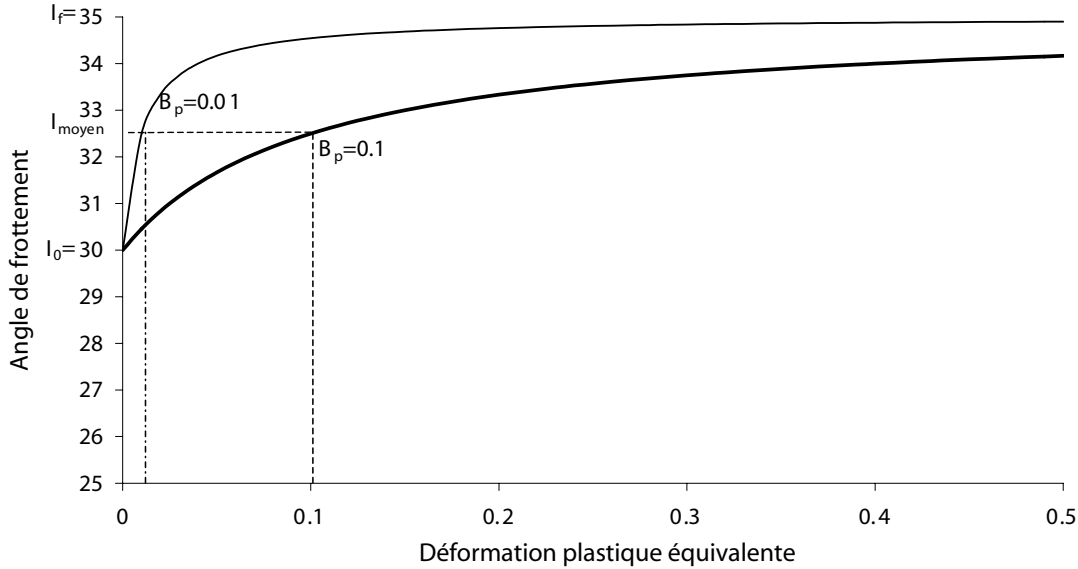


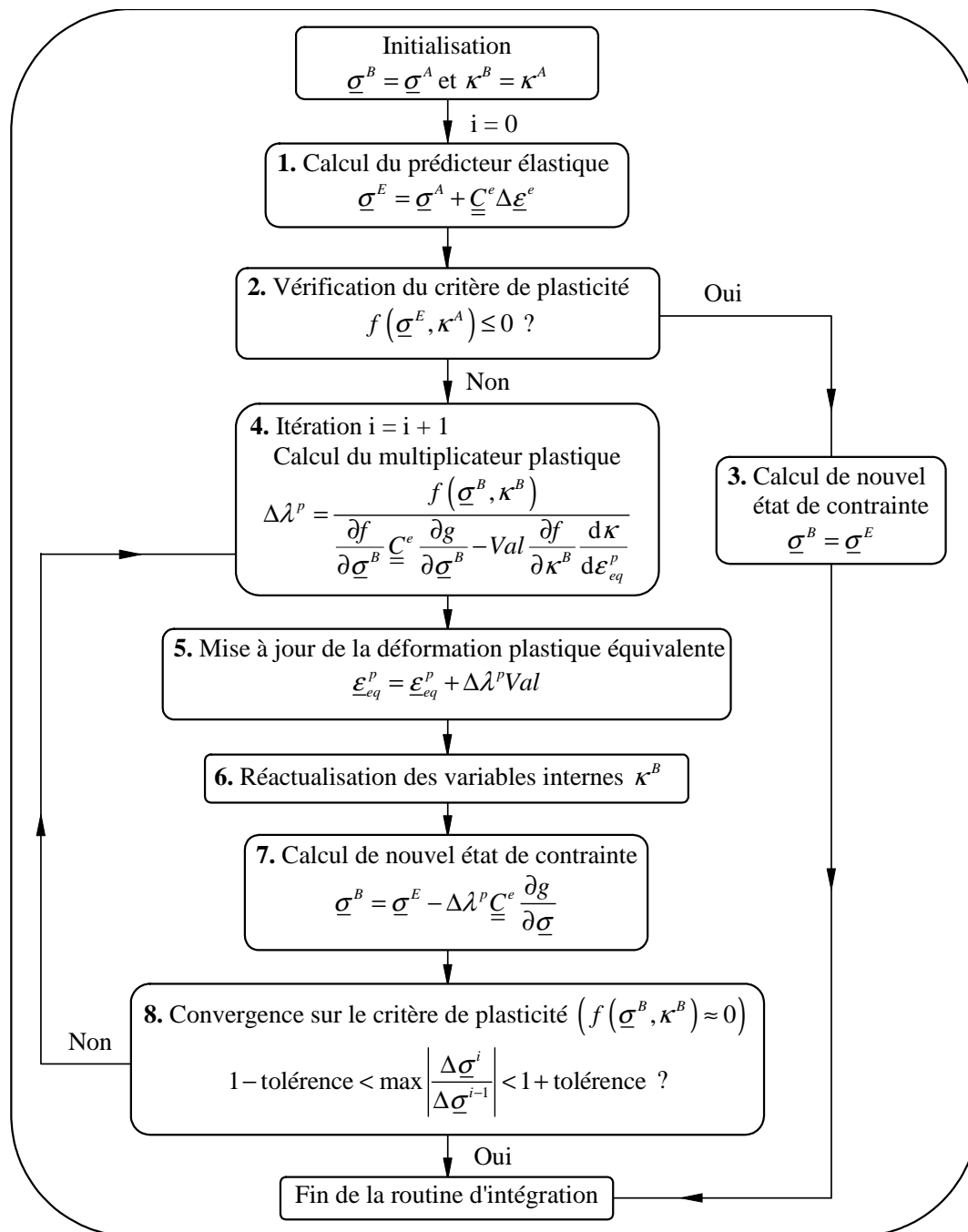
FIG. 4.4 – Relation hyperbolique gérant l'écroutissage pour deux valeurs du coefficient  $B_p$  (0.1 et 0.01) avec  $\varphi_0 = 30^\circ$  et  $\varphi_f = 35^\circ$

#### 4.1.3.5 Intégration de PLASOL dans le code LAGAMINE

Un algorithme d'intégration selon le schéma d'Euler implicite ("*Implicit backward Euler integration scheme*") est utilisé pour le modèle élastoplastique présenté. L'intégration en temps du modèle sous la forme incrémentale proposée en équation (4.14) conduit à la relation suivante :

$$\Delta \underline{\sigma} = (\underline{\underline{C}}^e - \underline{\underline{C}}^p) \Delta \underline{\varepsilon} \quad (4.37)$$

La figure 4.5 montre le schéma d'intégration du modèle de comportement PLASOL dans le code LAGAMINE. Cette routine est insérée dans l'étape 3 de l'algorithme global présenté sur la figure 4.1. L'analyse détaillée des différentes méthodes utilisées pour l'intégration des relations contrainte-déformation a été effectuée par Charlier, 1987 [25]. La méthode utilisée ici est classiquement basée sur la méthode du prédicteur élastique/correcteur plastique (Simo et Taylor, 1985 [151]).

FIG. 4.5 – *Algorithme d'intégration de la loi PLASOL*



#### 4.1.4 Implémentation du calcul du travail du second ordre

Dans cette partie, est décrite l'introduction du critère de stabilité proposé par Hill, 1958 [83] dans le code de calcul par éléments finis LAGAMINE. Il s'agit donc de l'implémentation du travail du second ordre local et global.

##### 4.1.4.1 Travail du second ordre local

Le critère local de stabilité de Hill se basant sur le travail du second ordre a été exposé dans le chapitre 2. Nous souhaitons simplement rappeler que, selon Hill, la condition suffisante pour statuer de la stabilité matérielle est exprimée comme suit :

*Pour un matériau ayant une histoire de sollicitations donnée, un état de contrainte-déformation est considéré stable si, pour l'ensemble des couples d'incrément de contrainte  $d\underline{\sigma}$  et de déformation  $d\underline{\varepsilon}$  reliés par la loi constitutive, le travail du second ordre est strictement positif :*

$$\forall d\underline{\sigma} \neq \underline{0} \ \& \ d\underline{\varepsilon} \neq \underline{0} \quad d^2W = d\underline{\sigma} : d\underline{\varepsilon} > 0$$

Cette équation montre que, si un "point" donné n'est pas stable au sens de la condition proposée par Hill, il est possible de continuer le chargement de manière infinitésimale selon une direction au moins sans qu'il n'y ait d'apport d'énergie de la part d'agents extérieurs, toute condition de chargement étant maintenue constante par ailleurs. Ainsi, l'instabilité correspondrait à la violation de cette condition et cela pourrait être considéré comme un indicateur de la rupture locale et d'amorce de la rupture globale.

Les calculs du travail du second ordre dans un code éléments finis sont effectués pour tous les points d'intégration (points de gauss) du milieu continu et entre deux pas d'équilibre successifs. Pour que les représentations de  $d^2W$  soient plus "lisibles", nous allons normaliser  $d^2W$  par rapport aux normes des incréments de contrainte  $\|d\underline{\sigma}\|$  et de déformation  $\|d\underline{\varepsilon}\|$ .

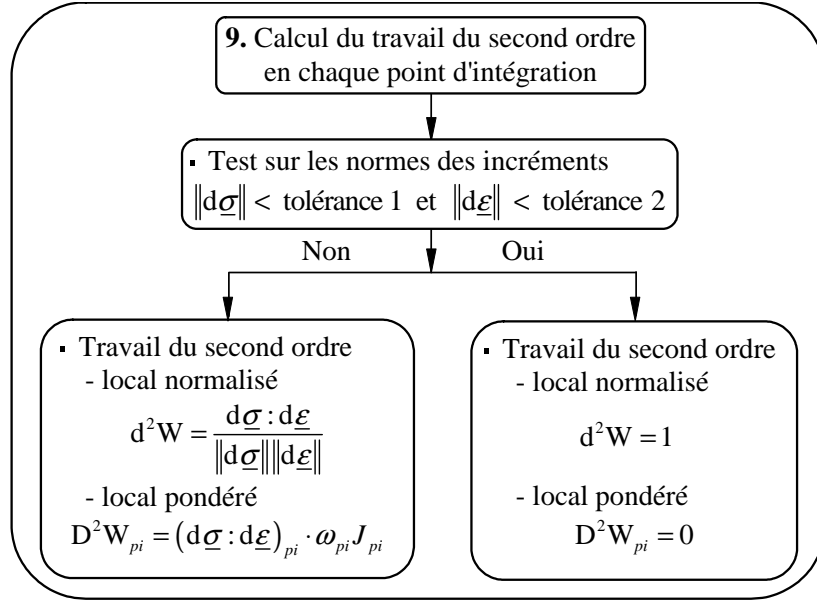
La figure 4.6 montre l'algorithme du calcul du travail du second ordre local. Cette étape est appelée à la fin de l'intégration du modèle constitutif (voir Fig. 4.5).

##### 4.1.4.2 Travail du second ordre global

Hill, 1958 [83] a proposé une condition suffisante de stabilité pour les problèmes aux limites où la géométrie, les équations d'équilibre, les conditions initiales et aux limites sont prises en compte. La condition de stabilité de Hill est rappelée ci-dessous :

$$D^2W = \int_{\Omega} \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\varepsilon}} \, d\Omega > 0 \tag{4.38}$$

La routine permettant de calculer le travail du second ordre pondéré pour chaque point d'intégration ( $D^2W_{pi}$ ) est également présentée dans la figure 4.6. En sommant ces valeurs

FIG. 4.6 – *Algorithme d'implémentation du travail du second ordre*

pondérées sur tous les points d'intégration ( $N_{pi}$ ) du milieu, nous obtenons alors la valeur du travail du second ordre global :

$$\begin{aligned}
 D^2W &= \sum_{pi=1}^{N_{pi}} d\sigma_{pi} : d\varepsilon_{pi} \cdot \omega_{pi} J_{pi} \\
 &= \sum_{pi=1}^{N_{pi}} D^2W_{pi}
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

avec :

- .  $N_{pi}$  : nombre total de points d'intégration,
- .  $J_{pi}$  : déterminant de la matrice jacobienne de la transformation au point d'intégration  $pi$ ,
- .  $\omega_{pi}$  : poids du point d'intégration  $pi$ .

Finalement, le travail du second ordre global normalisé est calculé de la manière suivante :

$$D^2W_{\text{normalisé}} = \frac{\sum_{pi=1}^{N_{pi}} D^2W_{pi}}{\sum_{pi=1}^{N_{pi}} \omega_{pi} J_{pi} \sum_{pi=1}^{N_{pi}} \|d\sigma\|_{pi} \|d\varepsilon\|_{pi}} \tag{4.40}$$

## 4.1.5 Comportement hydraulique dans un milieu poreux non saturé

Dans un milieu poreux non saturé, l'écoulement de l'eau est beaucoup plus complexe que dans un milieu saturé car entre autre la saturation est une fonction de la pression capillaire, le coefficient de perméabilité dépend de la saturation, etc. Pour une description détaillée de l'implémentation de la loi d'écoulement non saturé dans le code LAGAMINE, le lecteur peut se référer aux travaux de Li, 2000 [105].

### 4.1.5.1 Bref rappel des concepts généraux

Initialement, les équations régissant les transferts d'eau en milieu non saturé ont été définies dans le cas de sols non saturés supposés indéformables, avec continuité de la phase gazeuse. Il ne s'agirait alors que d'un problème purement de transfert. On peut ainsi considérer qu'à tout instant la pression d'air ( $p_a$ ) est égale à la pression atmosphérique ( $p_{atm}$ ). Par simplification, nous adopterons dans toutes nos modélisations :  $p_a = p_{atm} = 0$ . Notons que ces hypothèses sont généralement valables dans les sables, pour lesquels la pression d'entrée d'air correspond à de faibles succions. Un des pionniers dans cette thématique est Richards, 1931 [138].

L'approche de résolutions des équations régissant les transferts d'eau pour le cas d'un sol non saturé indéformable est similaire à celle des sols saturés.

L'expression de la **charge hydraulique totale**, en un point d'un fluide supposé incompressible, définie par Bernoulli est déduite du potentiel de l'eau qui tient compte de la gravité (altitude) et de la pression (charge ou hauteur piézométrique) :

$$h_w = \frac{p_w}{\gamma_w} + y \quad (4.41)$$

avec :

- .  $p_w$  : pression d'eau,
- .  $\gamma_w$  : poids volumique de l'eau,
- .  $y$  : hauteur gravitaire.

La **loi de Darcy** est aussi supposée valable en milieu non saturé, mais le coefficient de perméabilité dépendra de la saturation. Il est reconnu que cette dernière varie considérablement lorsque la succion évolue. Dans le cas d'un matériau possédant une perméabilité isotrope, la vitesse d'écoulement donnée par la loi de Darcy généralisée s'écrit :

$$\underline{\nu}_w = -K_w(s)\underline{\nabla}h_w \quad (4.42)$$

où le coefficient de perméabilité  $K_w(s)$  est variable en fonction de la succion  $s$  ou du degré de saturation  $S_w$ ,  $\underline{\nabla}$  est le tenseur de l'opérateur de divergence.

L'**équation de continuité**, qui exprime la conservation de la masse d'eau, s'écrit dans le cas d'un milieu saturé et indéformable et le cas d'un fluide incompressible :  $\underline{\nabla}\nu_w = 0$ .

Cette expression mathématiquement signifie, qu'à tout moment, la quantité d'eau entrant dans un volume donné est égale à celle sortant. Dans un milieu poreux non saturé, cette condition n'est plus vérifiée, parce qu'il peut y avoir augmentation de la saturation locale par infiltration (ou diminution dans le cas d'un séchage), et donc inégalité des flux sortant et entrant. En combinant l'équation de continuité et la loi de Darcy généralisée, nous obtenons l'équation de Richards, 1931 [138] gouvernant les écoulements dans le milieu poreux indéformable et le sol non saturé :

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \underline{\nabla}^T (K_w(s) \underline{\nabla} h_w) \quad (4.43)$$

avec :

- .  $\theta_w = n \cdot S_w$  : teneur en eau volumique,
- .  $n$  : porosité.

Nous remarquons que cette équation aux dérivées partielles est hautement non linéaire. Elle indique que l'écoulement dans un milieu non saturé dépend essentiellement de deux caractéristiques hydrodynamique du sol : la rétention d'eau et la conductivité hydraulique en fonction de la saturation.

#### 4.1.5.2 Rétention d'eau

L'étude de la courbe de rétention d'eau dans son intégralité est nécessaire pour le calcul de la conductivité hydraulique en milieu non saturé. De très nombreux modèles d'estimation de la courbe de rétention d'eau ont été proposés.

Les modèles de Brooks et Corey, 1964 [18] ; Campbell, 1974 [19] ; Van Genuchten, 1980 [162] associent la courbe de rétention d'eau à une courbe mathématique par ajustement de trois ou quatre paramètres. Parmi ceux-ci, la relation de Van Genuchten, que nous allons délibérément choisir pour nos modélisations. Elle est la plus couramment utilisée certainement du fait de sa simplicité et de la possibilité de la dériver pour le calcul de la conductivité hydraulique.

$$S_{ew} = S_{rw} + \frac{S_w - S_{rw}}{(1 + (\alpha \cdot p_c)^\beta)^{1-1/\beta}} \quad (4.44)$$

avec :

- .  $S_w$  : degré de saturation (généralement,  $S_w = 1$ ),
- .  $S_{ew}$  : degré de saturation effective,
- .  $S_{rw}$  : degré de saturation résiduelle où une augmentation de la succion matricielle n'engendre plus un changement significatif de  $S_{rw}$ ,
- .  $p_c = p_a - p_w$  : pression capillaire,
- .  $\alpha$  paramètre lié à la distribution de taille de pores, et plus particulièrement à l'épaisseur de la frange capillaire. Plus  $\alpha$  est petit pour un milieu poreux, plus la frange capillaire est élevée,
- .  $\beta$  : paramètre lié à la granulométrie.

Cette fonction signifie, physiquement, que si nous diminuons la teneur en eau en une région du milieu poreux non saturé, cela se répercutera par une augmentation de la pression

capillaire. Par exemple si un *puits* est créé, l'eau du milieu poreux s'écoule vers ce puits jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre s'établisse. Dans le cas d'une diminution de la succion, la conductivité hydraulique va également diminuer et ralentir l'écoulement vers le puits. Au contraire, si nous augmentons la teneur en eau dans cette même région, nous créons alors une *source* et l'écoulement s'effectuera radialement de cette source vers les autres régions.

Soulignons que pour la plupart des modèles mathématiques d'écoulement en milieu poreux non déformable et non saturé, l'effet d'hystérésis inhérent au comportement hydraulique sur un chemin de drainage-humidification est négligé.

#### 4.1.5.3 Conductivité hydraulique

Dans une analyse d'écoulement transitoire du milieu saturé, le coefficient de perméabilité est souvent supposé constant. Pourtant, dans un sol non saturé mais déformable, il varie naturellement en fonction de l'indice des vides et du degré de saturation. Remarquons que l'effet de la variation de l'indice des vides sur le coefficient de perméabilité est faible par rapport à l'effet de la saturation. Dans ce cas, pour analyser l'écoulement transitoire, le coefficient de perméabilité est en général exprimé, soit en fonction de la saturation liée à la succion, soit directement en fonction de la succion elle-même (Fredlund, 1993 [68]).

Plusieurs approches de caractérisation du coefficient de perméabilité pour les sols non saturés ont été proposées afin de prendre en compte ses variations. Mualem, 1986 [126] a divisé ces approches en trois groupes : modèles empiriques (Hazen, 1911 [82]; Shepherd, 1989 [150], ...), modèles mécaniques (Wyllie & Gardner, 1958 [167]; Brooks & Corey, 1964 [18], ...) et modèles statistiques (Childs & Collis-George, 1950 [26]; Fredlund & Xing, 1994 [70], ...). Cependant, pour des raisons de simplification, nos simulations en milieu non saturé vont se baser sur l'hypothèse que la perméabilité à l'eau dépend linéairement du degré de saturation, soit :  $K_w = S_{rw} \cdot k_w$  où  $k_w$  est la perméabilité intrinsèque du milieu lorsqu'il est totalement saturé.

#### 4.1.5.4 Concepts de contraintes effectives

En présence d'eau, le comportement de la matrice ou squelette solide des sols ne peut pas être décrit par les seules contraintes totales. Les contraintes effectives (intergranulaires) obtenues à partir des contraintes totales et des pressions interstitielles sont donc utilisées. Dans le cas des sols saturés, l'expression bien connue de la contrainte effective est donnée classiquement par le postulat de Terzaghi :

$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} - p_w \underline{\mathbb{1}} \quad (4.45)$$

où :

- .  $\underline{\sigma}'$  : tenseur de Cauchy des contraintes effectives,
- .  $\underline{\sigma}$  : tenseur de Cauchy des contraintes totales,
- .  $p_w$  : pression interstitielle,
- .  $\underline{\mathbb{1}}$  : tenseur unité.

Nous trouvons que selon Terzaghi, les variations de volume d'un sol sont dues exclusivement aux modifications de la contrainte effective  $\sigma'$ . L'application de ce principe aux sols non saturés implique la prise en compte de la pression de la phase gazeuse  $p_a$ . Le concept de contrainte effective de Terzaghi n'est plus directement applicable. De ce fait, diverses tentatives d'élargissement de la notion de contrainte effective aux sols non saturés ont été effectuées dans les années 1950. De nombreux auteurs tels que : Croney et al., 1958 [31] ; Bishop, 1959 [9] ; Aitchinson, 1961 [3] et Jennings, 1961 [91] ont mené des réflexions basées sur les phénomènes de capillarité des sols granulaires, afin d'introduire la succion dans l'expression des contraintes effectives.

Des travaux mentionnés ci-dessus, dont les conclusions convergent, il est resté le postulat de Bishop, 1959 [9] qui suppose que  $\sigma'$  est une fonction linéaire de la pression capillaire, en d'autres termes :

$$\sigma' = \sigma - p_a \mathbb{1} + \chi(p_a - p_w) \mathbb{1} \quad (4.46)$$

On introduit ainsi un paramètre  $\chi$  compris entre 0 et 1, nul pour les sols secs et égal à 1 pour les sols saturés. Bishop et Donald, 1961 [11] ont proposé une relation :  $\chi = g(S_{rw})$ .

Par commodité ou simplicité, de nombreux auteurs ont pris directement  $\chi = S_{rw}$ , malgré les travaux réalisés montrant que ce paramètre dépend non seulement du degré de saturation, mais aussi de la microstructure, du type de sol, etc. (Jennings et Burland, 1962 [92] ; Bishop et Blight, 1963 [10]). Par la suite, nous utiliserons cette hypothèse pour nos calculs en conditions non saturées.

## 4.2 Modélisations hydromécaniques couplées d'un cas heuristique d'un talus bordant un canal avec le modèle PLASOL

### 4.2.1 Motivations

Plusieurs études de stabilité des pentes ont montré qu'un glissement de terrain se produit en général lorsque les contraintes de cisaillement, dues aux forces motrices telles que le poids, dépassent la résistance du sol le long de la surface de rupture. Dans le chapitre 2, nous avons présenté quelques méthodes courantes basées sur la définition de surfaces de rupture le long desquelles on suppose que les propriétés de résistance maximale au cisaillement du sol sont mobilisées : il s'agit des approches cinématiques, en analyse limite ou en calcul à la rupture. Les méthodes classiques (méthode ordinaire des tranches de Fellenius, 1936 [65] ; méthode modifiée de Bishop, 1955 [8], par exemple), qui se basent en général sur le critère de rupture de Mohr-Coulomb, sont limitées à l'hypothèse de la saturation. Pourtant, nous savons que la prise en compte de la non saturation (changements du degré de saturation en fonction de la succion...) a une influence considérable sur la stabilité des pentes.

Dans cette partie est étudiée la stabilité d'un talus bordant un canal en s'appuyant sur le

critère de Hill, 1958 [83] qui a été présenté dans la partie précédente. Rappelons brièvement que ce critère reposant sur le signe du travail du second ordre requiert pour un état stable de contrainte-déformation la condition :  $d^2W = d\sigma : d\varepsilon > 0$ . Dans le cadre d'un modèle élastoplastique comme PLASOL, les valeurs nulles ou négatives de  $d^2W$  vont apparaître, si elles existent, dans la zone d'érouissage, i.e. avant le critère de rupture de Mohr-Coulomb. Nous montrerons que son application peut permettre de rendre compte des états localement instables. De plus, la perturbation d'une instabilité locale sur la stabilité globale est également étudiée.

La modélisation du problème se décompose en deux étapes : l'excavation et la montée d'eau. La deuxième étape est étudiée en régime hydraulique permanent ce qui signifie que le temps est choisi suffisamment grand pour que la vitesse d'écoulement corresponde à la perméabilité saturée, et la succion dans ce cas est nulle sur toute la profondeur. Ce sont donc les caractéristiques de cisaillement en conditions drainées associées à un régime hydraulique stationnaire qui seront utilisées pour notre modélisation.

Sachant que les instabilités sont souvent traduites par des changements de régime, l'analyse de la stabilité des pentes en régime hydraulique stationnaire revêt donc un intérêt limité. Cependant, le but principal de nos premières études de la stabilité des pentes est de savoir si nous pouvons mettre en évidence l'existence de zones potentiellement instables en utilisant la condition de Hill. C'est pourquoi, nous avons choisi, malgré ces restrictions, d'effectuer ces modélisations en régime stationnaire.

## 4.2.2 Présentation du problème aux limites

### 4.2.2.1 Géométrie et maillage

La géométrie et le maillage de ce talus sont présentés sur la figure 4.7. La zone de sol à excaver est composée de dix couches de 2 m d'épaisseur qui sont extraites successivement du maillage du haut vers le bas. Le maillage se compose de 1386 éléments triangulaires quadratiques à 6 noeuds et 7 points d'intégration.

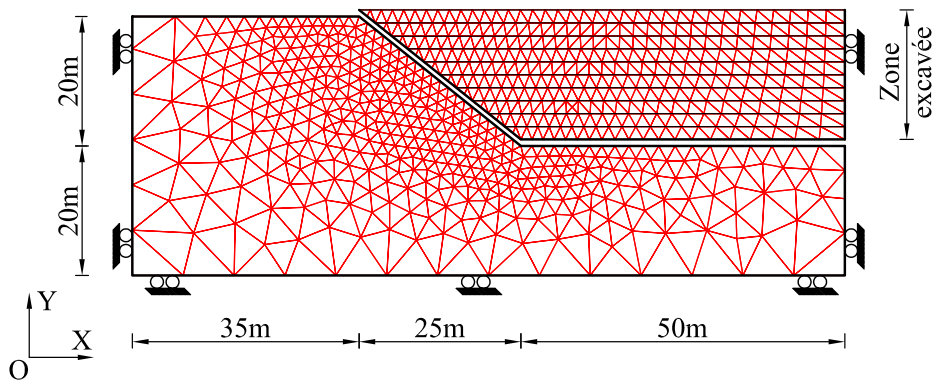


FIG. 4.7 – *Discrétisation par éléments finis du talus de sable graveleux*

### 4.2.2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites dans un problème couplé sont souvent complexes et elles conditionnent naturellement la qualité et la précision de la modélisation. Ces conditions seront qualifiées respectivement de :

- Conditions aux limites mécaniques pour celles se basant sur les équations d'équilibre mécanique,
- Conditions aux limites hydrauliques pour celles se basant sur les équations d'écoulement.

#### Conditions aux limites mécaniques

Elles sont généralement de deux types : soit cinématique, soit statique.

La figure 4.7 donne les conditions en déplacements (cinématiques). Les déplacements sont imposés nuls selon  $\overrightarrow{OX}$  à gauche et à droite du talus et nuls selon  $\overrightarrow{OY}$  sur le fond du talus.

La contrainte effective dépend non seulement de la succion et de la saturation mais aussi de la contrainte totale qui est souvent dérivée du poids propre de sol et des chargements imposés. Dans le cas de la pente submergée, l'eau va créer un accroissement linéaire de la pression normale hydrostatique sur la surface de cette pente. Cette surpression engendrant une modification du tenseur des contraintes totales varie en fonction de la hauteur d'eau de la réserve. La figure 4.8 illustre les options choisies pour représenter les pressions d'eau sur la surface submergée.

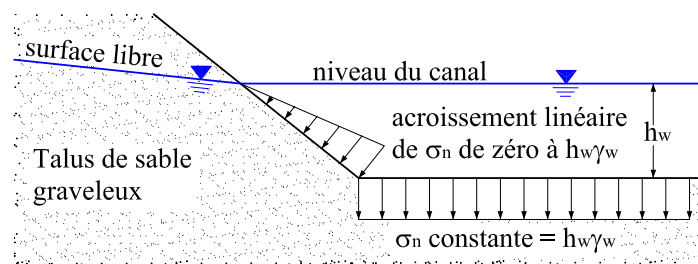


FIG. 4.8 – Contraintes normales imposées dues à la hauteur d'eau dans le canal

#### Conditions aux limites hydrauliques

Elles sont également de deux types : pressions imposées ou flux imposés.

La figure 4.9 donne les définitions générales de la surface libre, du niveau final de la retenue et de la pression d'eau hydrostatique pour la pente partiellement submergée.

Sur la surface en contact avec le canal, les pressions dans le fluide sont imposées. La section d'écoulement à travers le milieu poreux sur cette surface étant proportionnelle



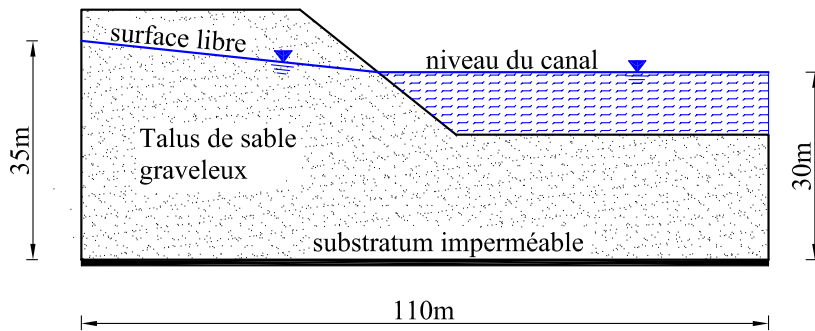


FIG. 4.9 – Nappe phréatique à la fin de la montée d'eau du canal

à la porosité du milieu, elle est faible devant la section d'écoulement dans le canal. La vitesse de montée d'eau dans le canal est négligeable par rapport à la vitesse d'infiltration dans le milieu poreux (Modaressi et Fry, 2000 [122]). Nous pouvons donc supposer que la répartition des pressions dans le canal suit une répartition hydrostatique, qui, par conséquent, dépend seulement de la hauteur de la retenue à l'instant  $t$  considéré.

#### 4.2.2.3 Conditions initiales

Dans un premier temps, lors de **la phase d'excavation**, nous imposons une contrainte initiale isotrope de 10 kPa ce qui permet d'avoir un état de contrainte initial plus éloigné du critère de plasticité. La construction de ce talus constitué de sable graveleux se fait par le creusement successif de plusieurs couches de matériaux d'une épaisseur de deux mètres. Pendant cette phase, la nappe d'eau reste au niveau zéro (substratum imperméable).

La suite de la modélisation concerne **la phase de montée d'eau** qui s'effectue graduellement dès la fin de l'excavation. La vitesse d'accroissement des pressions est choisie suffisamment faible pour que les pressions d'eau aient le temps de s'équilibrer dans le talus ; nous avons donc des conditions de régime permanent avec un champ de potentiel relativement stable dans le temps.

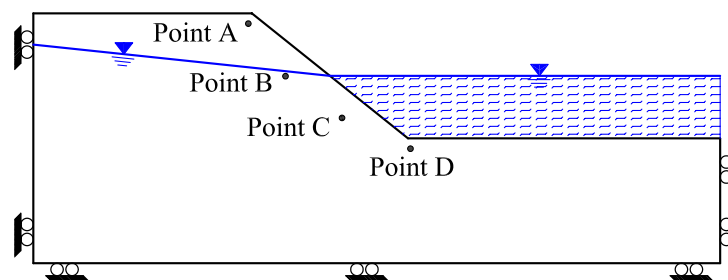


FIG. 4.10 – Position des points matériels choisis pour l'analyse des chemins de contrainte

La figure 4.10 présente quatre points choisis A, B, C, D sur l'ensemble du massif afin d'analyser les évolutions des contraintes effectives pendant toutes les phases de la modélisation. Ces points se situent aux environs de la zone où des glissements peuvent se produire.

#### 4.2.2.4 Caractéristiques mécaniques et hydrauliques du matériau

Les caractéristiques mécaniques du matériau de ce talus sont celles du sable graveleux de la côtière de Trévoux qui sont détaillées plus tard dans la chapitre 5. Ces propriétés sont données dans le tableau 4.1.

Caractéristiques	Désignation	Unité	Sable graveleux
Poids spécifique des grains	$\gamma_s$	kN/m <sup>3</sup>	28.0
Module d'Young	E	MPa	20.0
Coefficient de Poisson	$\nu$	-	0.29
Porosité	n	-	0.5
Perméabilité intrinsèque	$k_w$	m <sup>2</sup>	10 <sup>-10</sup>
Angle de frottement initial en compression	$\varphi'_{c0}$	°	10.0
Angle de frottement final en compression	$\varphi'_{cf}$	°	40.0
Cohésion	$c'$	kPa	1.0
Angle de dilatance	$\psi$	°	2.3
Paramètre de forme	$B_p$	-	8.0 10 <sup>-3</sup>

TAB. 4.1 – *Caractéristiques mécaniques du sable graveleux pour le modèle PLASOL*

Etant donné qu'en extension, le critère de Van Eekelen se situe à l'extérieur du critère de Mohr-Coulomb dans le plan déviatoire (voir Fig. 4.3), l'angle de frottement final en extension est calculé par une relation empirique approchée :  $\varphi_{ef} = \varphi_{cf} + 5^\circ$ . Remarquons que l'angle de frottement interne du sable graveleux utilisé est supérieur à l'angle de la pente ( $\varphi_{pente} \approx 38.7^\circ$ ).

Comme nous ne possédons pas d'essai de drainage-humidification sur ce sable, nous nous sommes basés sur des expériences réalisées par Liakopoulos, 1965 [106] qui a étudié le drainage par gravité d'une colonne de sable Del Monte. En utilisant le modèle analytique de la sorption de Van Genuchten (Eq. (4.44)) dont les paramètres sont donnés dans le tableau 4.2, nous obtenons la courbe de rétention de ce sable (Fig. 4.11).

Caractéristiques	Désignation	Unité	Sable Del Monte
Saturation	$S_w$	-	1.0
Saturation résiduelle	$S_{rw}$	-	0.1
1 <sup>er</sup> paramètre de rétention	$\alpha$	Pa <sup>-1</sup>	6.8 10 <sup>-5</sup>
2 <sup>ème</sup> paramètre de rétention	$\beta$	-	4.8

TAB. 4.2 – *Paramètres du modèle de Van Genuchten pour la courbe de rétention d'eau*

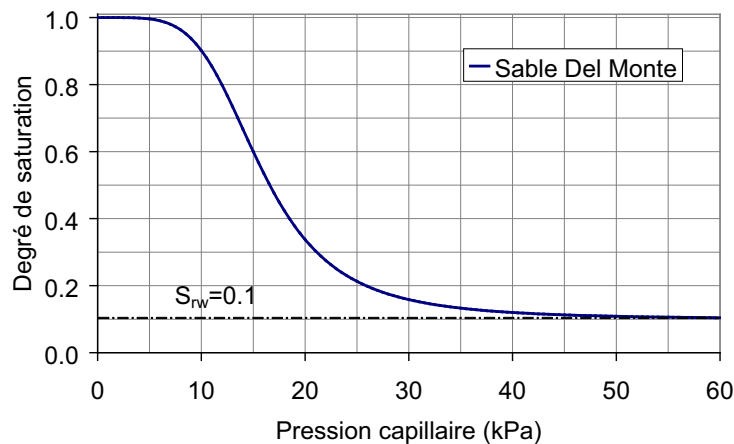


FIG. 4.11 – Courbe de rétention d'eau du sable Del Monte

### 4.2.3 Analyse de la stabilité du talus comme un milieu poreux non saturé

#### 4.2.3.1 Modélisation de la genèse du talus : excavation

##### Champ de pressions interstitielles

Dans les sols supposés non saturés, la pression capillaire joue un rôle important sur le comportement mécanique. Elle peut créer une cohésion fictive (ou apparente), qui est modélisée par une pression interstitielle moyenne inférieure à la pression d'air (la succion). Rappelons que la nappe d'eau est au niveau zéro pendant toute la phase d'excavation. Une distribution triangulaire de la succion en fonction de la hauteur du talus est introduite. Les isovaleurs de succion obtenues en fin d'excavation sont représentées sur la figure 4.12.

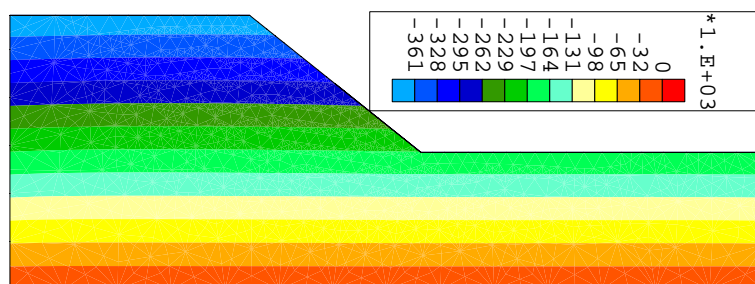


FIG. 4.12 – Distribution des suctions à la fin de l'excavation, en Pa

Nous observons que pour une durée de simulation suffisamment grande, les valeurs de succion sont uniformément réparties.

Les zones de faible succion sont situées en bas du talus, près de la nappe d'eau. En se référant à la courbe de rétention d'eau (Fig. 4.11), nous remarquons que le degré de

saturation dans la plus grande partie du massif prend une valeur d'environ 10 % ce qui correspond au degré de saturation résiduelle.

### Champ de déplacements

La figure 4.13 montre les résultats en termes de vitesses de déplacement des points du talus à la fin de l'excavation. Nous constatons que les déplacements sont plus importants le long de la pente mais aucune zone de localisation de déformation ne semble apparaître. L'excavation a engendré un déchargement du sol à cause de la suppression du poids des terres initiales, ce qui a conduit à un soulèvement du fond de fouille. Ces déplacements sont le résultat de la somme des déformations élémentaires créées en tout point du massif par la modification de l'état de contrainte initiale.

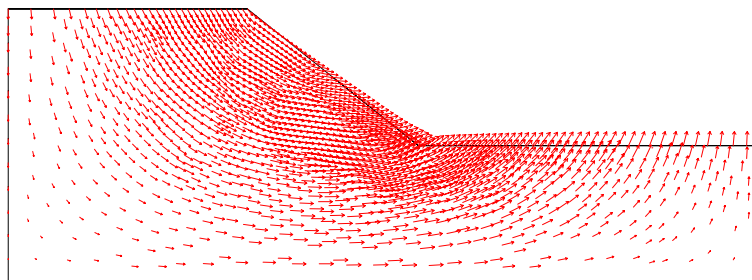


FIG. 4.13 – *Champ de vitesses de déplacement en fin de genèse du talus par excavation* ( $\dot{u}_{max} = 0.44 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$ )

Le tassement maximal en tête du talus atteint en fin d'excavation est de 65.4 cm. Notons que ces déplacements sont calculés par rapport à la configuration initiale.

### Champ de contraintes effectives

Rappelons que la convention de signe utilisée dans le code LAGAMINE est celle de la mécanique des milieux continus où les contraintes et les déformations sont négatives en compression et positives en traction. L'excavation engendre dans le massif un champ de contraintes non homogène, représenté sur les figures 4.14(a) et (b). Nous observons bien une décharge à la fin de l'excavation ; les contraintes effectives horizontales augmentent graduellement de l'amont vers l'aval de la pente ; les contraintes effectives verticales diminuent à proximité de la surface libre de la pente.

Les évolutions des contraintes effectives de quatre points A, B, C et D sont tracées sur la figure 4.15 en respectant la convention de signe de mécanique des sols. Rappelons que la limite du critère de plasticité de Van Eekelen (Eq. (4.20)) dans le plan déviatorique des contraintes ( $I_{\sigma'}, II_s$ ) dépend de l'angle de Lode considéré, nous représentons donc seulement le critère correspondant aux valeurs maximales de cet angle.

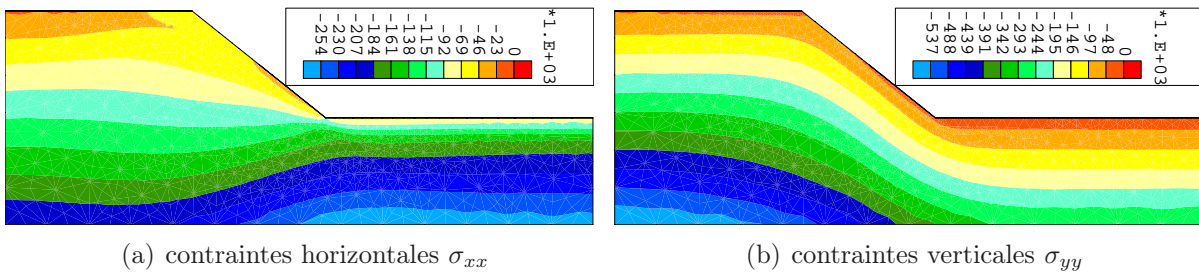


FIG. 4.14 – *Champ de contraintes effectives à la fin de l'excavation, en Pa*

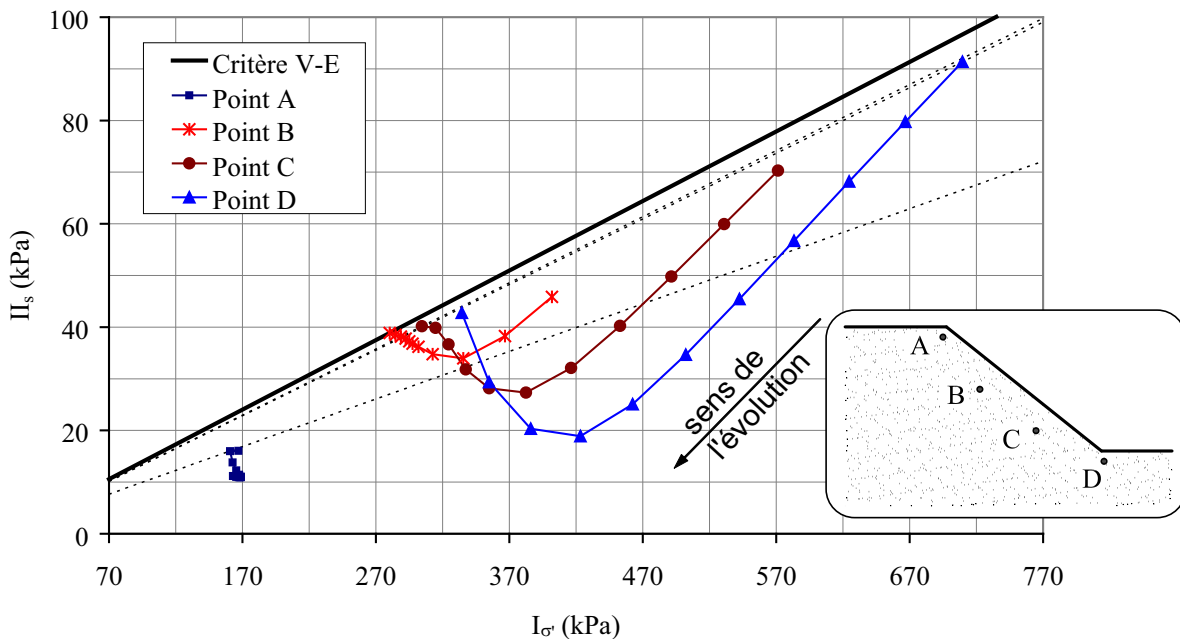


FIG. 4.15 – *Evolutions des contraintes effectives de quatre points matériels A, B, C et D dans le plan des invariants des contraintes ( $I_{\sigma'}, II_s$ ) pendant l'excavation*

Initialement, par des effets capillaires, les sols situés au-dessus du niveau de la nappe phréatique, subissent une augmentation de la succion qui est fonction de la hauteur du talus. Si nous nous référons à la pression atmosphérique, cette augmentation de succion est équivalente à une diminution de la pression interstitielle  $p_w$  et, par conséquent, à un accroissement de la contrainte effective avec un degré de saturation d'environ 10 %. Par la suite, l'enlèvement progressif du poids des terres pendant l'étape d'excavation crée une décharge agissant sur la contrainte totale qui entraîne une diminution de la contrainte moyenne effective. A la fin de cette étape, le sol près de la pente se dilate, le deuxième invariant des contraintes déviatoriques augmente et le matériau, aux quatre points, se plastifie.

La figure 4.16(a) montre la zone plastifiée du massif. Un indice de plasticité égal à 1 correspond à un état de contrainte-déformation sur le critère de plasticité. Le relâchement après l'excavation a amené le matériau au fond du canal loin de la surface de plasticité. La partie amont du talus reste toujours plastifiée mais le talus ne s'effondre pas car le matériau

possède encore une résistance au cisaillement. Cette remarque est également confirmée par les isovaleurs de l'angle de frottement mobilisé sur la figure 4.16(b). Nous observons qu'à la fin de la réalisation du talus, l'angle de frottement mobilisé maximal ( $\varphi_{cm\ max} \approx 26^\circ$ ) atteint est loin de celui à la rupture pour un chemin triaxial en compression ( $\varphi_{cf} = 40^\circ$ ).

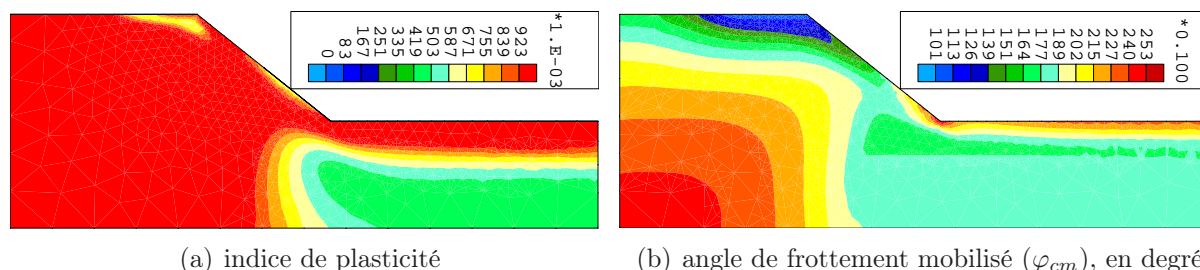


FIG. 4.16 – Résultats en termes d'indice de plasticité et d'angle de frottement mobilisé à la fin de l'excavation

### Analyse de stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Rappelons qu'en présence d'eau, les contraintes totales à elles ne permettent pas de décrire convenablement le comportement des sols. C'est pourquoi le travail du second ordre se définira en terme de contraintes effectives.

Comme nous l'avons vu précédemment, la teneur en eau, par effet capillaire, se traduit par un phénomène de cohésion apparente. L'apparition de cette cohésion a renforcé la résistance au cisaillement du matériau. Par conséquent, en traçant les isovaleurs du travail du second ordre normalisé sur la figure 4.17, nous ne trouvons aucune zone ou point matériel potentiellement instable, i.e. aucune valeur négative de  $d^2W$  dans le massif. Ce résultat exclue donc une éventuelle bifurcation (Bigoni, 2000 [6]).

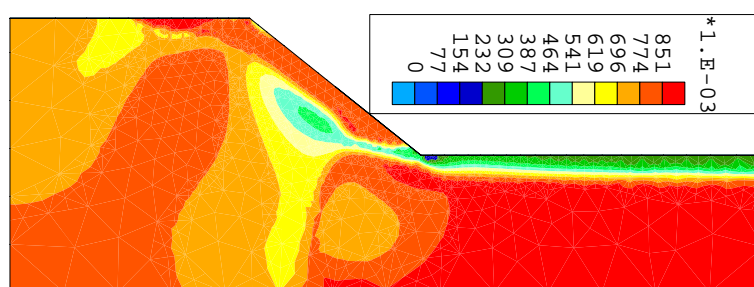


FIG. 4.17 – Travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation

La figure 4.18 indique une corrélation intéressante entre la zone de faibles valeurs du travail et la zone de fortes déformations déviatoriques qui se situent au pied de la pente. Nous y observons aussi que la déformation déviatorique cumulée est faible à la surface aval du talus ce qui confirme la stabilité du massif en fin d'excavation.

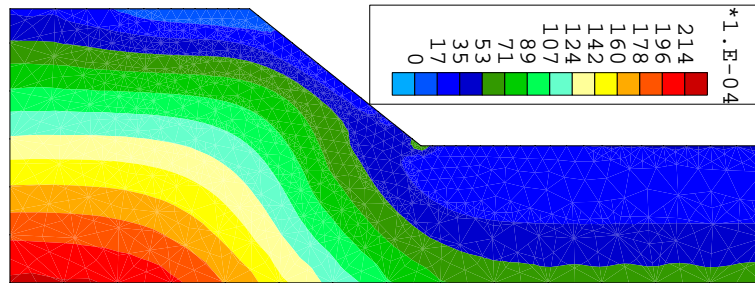


FIG. 4.18 – Déformations déviatoriques cumulées à la fin de l'excavation

### Analyse de stabilité globale en terme de travail du second ordre global

Dans la partie précédente, nous avons utilisé le travail du second ordre local comme une condition suffisante pour détecter les instabilités matérielles et pour en obtenir leur répartition spatiale. Hill, 1958 [83] a proposé un critère qui nous permet d'étudier la question de la stabilité au niveau global. Il s'agit du travail du second ordre global  $D^2W$  qui n'a de sens que s'il est intégré sur un même volume pendant l'excavation. Il s'agit de la géométrie finale une fois l'excavation terminée. L'implémentation de l'algorithme de calcul de ce critère dans le code LAGAMINE a été présenté dans la section 4.1.4.

Les figures 4.19(a) et (b) exposent respectivement les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm}$  en fonction de la surface excavée cumulée que nous considérons comme un paramètre de chargement pendant l'excavation du talus.

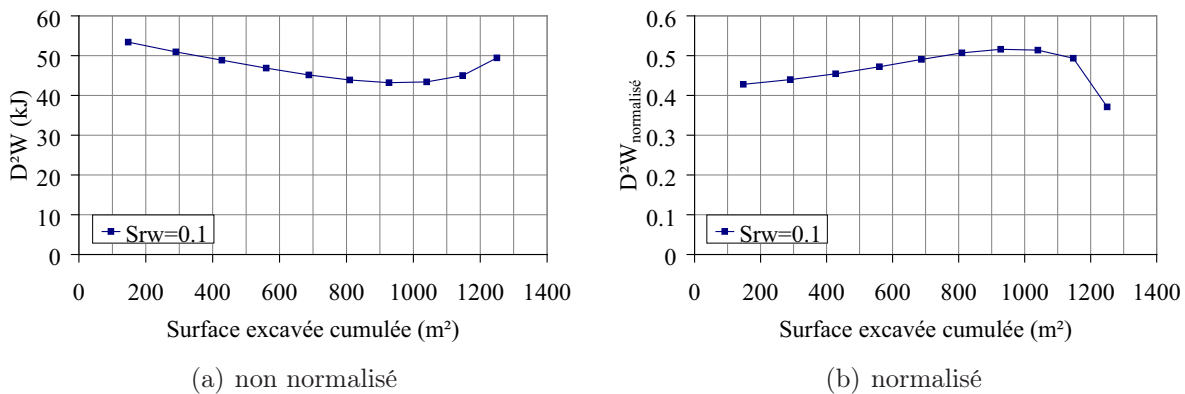


FIG. 4.19 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation

Sur la figure 4.19(a), nous constatons que le travail global diminue continûment au cours de l'excavation et qu'il augmente pendant les trois dernières phases. En revenant sur le champ de contraintes effectives de quatre points matériels A, B, C, D (voir Fig. 4.15), nous observons que cette évolution du travail du second ordre global non normalisé est contradictoire par rapport à ces chemins. En effet, au début de l'excavation, la décharge par enlèvement des couches de sol a engendré un éloignement, par rapport au critère de plasticité, des états de contraintes effectives le long de la pente. A la fin de l'excavation, le matériau dans la zone près de la pente se dilate ce qui amène le deuxième invariant des

contraintes déviatoriques près du critère de plasticité. Cependant, l'évolution de  $D^2W$  non normalisé tracée sur la figure 4.19(a) ne peut pas traduire ces observations précédentes. Nous pensons que le facteur principal engendrant cette contradiction est la variation non uniforme de l'incrément de chargement. Dans notre modélisation, il s'agit des surfaces excavées qui diminuent au cours de l'excavation. Afin d'éliminer le plus possible ces influences, nous avons étudié l'évolution du travail global normalisé qui est présentée sur la figure 4.19(b). Ce tracé nous permet de décrire clairement le fait que le talus se stabilise au début (augmentation du travail du second ordre) et qu'il devient moins stable à la fin de l'excavation (diminution du travail).

### 4.2.3.2 Modélisation de la montée d'eau dans le talus

#### Champs de degré de saturation et de pressions interstitielles

Nous représentons l'évolutions du niveau de la nappe phréatique pendant la phase de montée d'eau qui s'effectue graduellement dès la fin de l'excavation. Cette phase se divise en 50 pas de calcul correspondant à 19 mois (Fig. 4.20(a)).

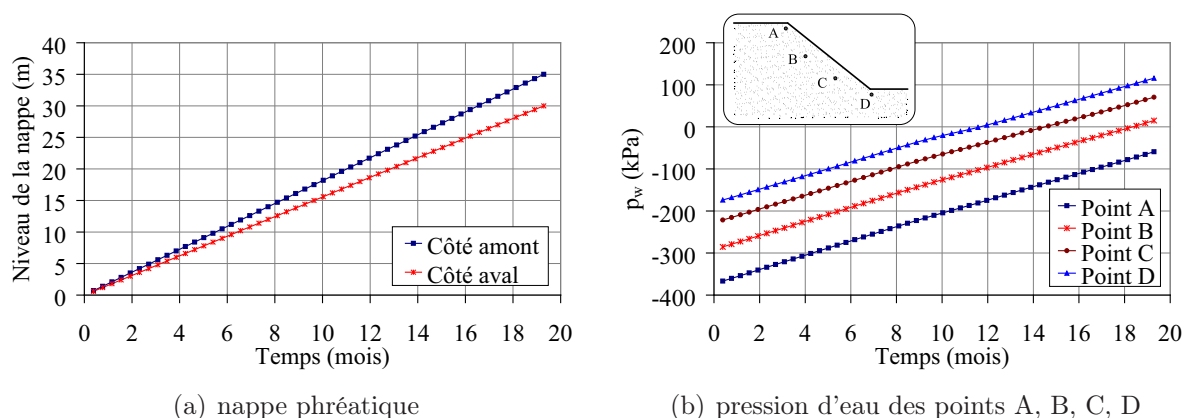


FIG. 4.20 – *Evolutions des pressions d'eau et de la nappe d'eau*

Nous savons qu'un changement de l'environnement hydrique ou hydraulique du sol conduit à une modification des pressions interstitielles. La variation du niveau de la nappe phréatique modifie le champ de pressions interstitielles aussi bien en-dessous qu'au-dessus de la nappe. Les évolutions du champ de pressions d'eau des quatre points A, B, C, D sont montrées sur la figure 4.20(b). Comme nous avons choisi volontairement une vitesse faible de montée d'eau, aucune zone n'est donc en surpression. L'augmentation de la pression capillaire est continue et linéaire.

La saturation qui dépend de la pression capillaire (voir Fig. 4.11) est présentée sur la figure 4.21(a) pour le niveau final. Nous distinguons bien la présence du passage de l'état non saturé à l'état saturé avec des pressions négatives vers le haut (succions) et positives vers le bas (Fig. 4.21(b)).



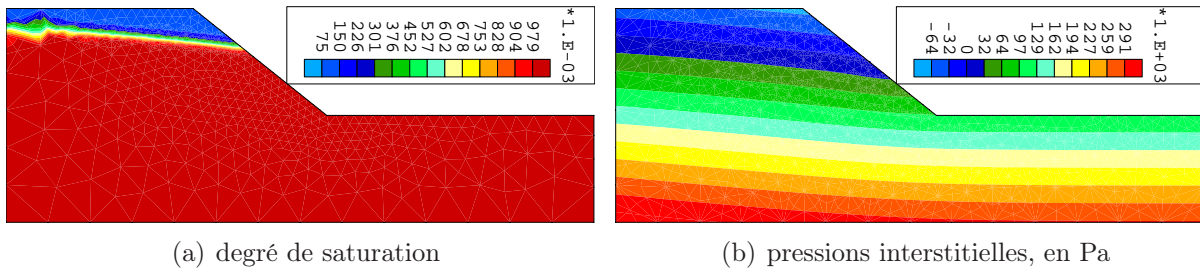


FIG. 4.21 – Distributions du degré de saturation et des pressions interstitielles, en fin de montée d'eau

Remarquons que le calcul converge difficilement à l'approche du niveau final de la nappe phréatique, i.e. 35.0 m en amont et 30.0 m en aval. Pour un algorithme suffisamment robuste, ce problème de convergence pourrait traduire ou laisser penser que l'état mécanique est de moins en moins stable. Le lien entre itérations et stabilité n'a cependant pas été étudié.

### Champ de déplacements

La figure 4.22 présente un champ de débit d'eau et de vitesses de déplacement cinématique déterminés à la fin de la montée d'eau dans le talus.

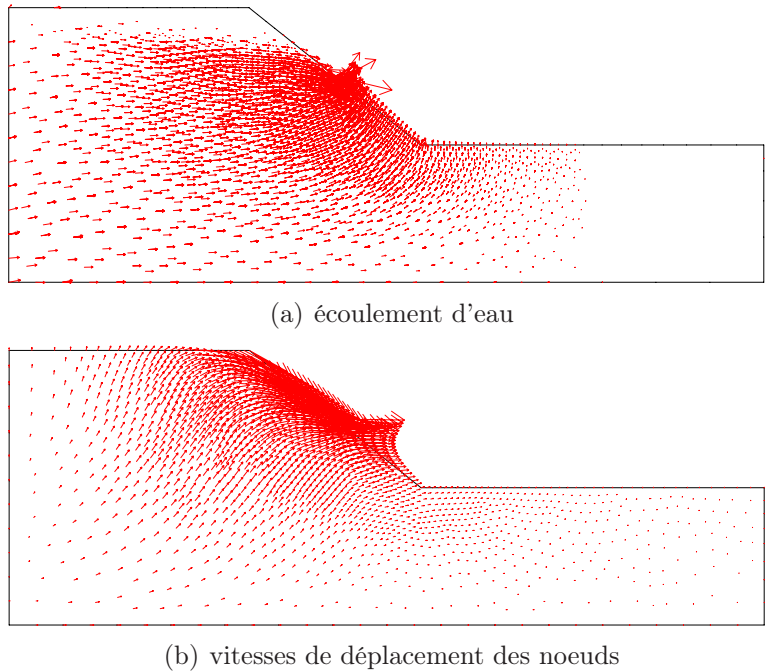


FIG. 4.22 – Champs de débit d'eau et de vitesses de déplacement ( $\dot{u}_{max} = 0.32 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$ ), en fin de montée d'eau

En ce qui concerne les déplacements globaux du talus, nous remarquons que le tassement maximal (65.7 cm) n'a quasiment pas changé par rapport à celui obtenu en fin de l'ex-

cavation (65.4 cm). Ceci peut s'expliquer par la pression hydrostatique correspondant à la hauteur d'eau dans le canal qui refoule la pente du talus. Pourtant, nous notons sur la figure 4.22(a) qu'un écoulement d'eau se produisant de l'amont vers l'aval provoque des grands déplacements dans la zone d'émergence de l'eau (voir Fig. 4.22(b)). Ce phénomène est défavorable à la stabilité du talus.

### Champ de contraintes effectives

Les champs de contraintes effectives horizontales et verticales sont représentés respectivement sur les figures 4.23(a) et 4.23(b) pour le dernier pas de la montée d'eau. À part la concentration de contraintes effectives horizontales à l'aval du talus, la saturation du massif ne crée pas de changements notables en termes de contraintes effectives par comparaison avec les résultats obtenus en fin d'excavation.

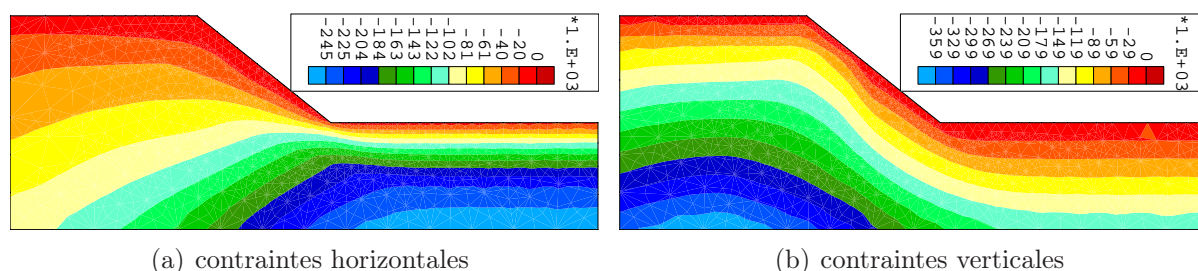


FIG. 4.23 – *Champs de contraintes effectives, en fin de montée d'eau, en Pa*

Rappelons que la limite du critère de plasticité de Van Eekelen dans le plan déviatorique des contraintes ( $I_{\sigma'}, II_s$ ) dépend de l'angle de Lode considéré. Sur la figure 4.24, nous ne représentons que la position du critère correspondant aux valeurs maximales de cet angle. En analysant les évolutions de contraintes effectives aux quatre points matériels A, B, C, D tracées sur cette figure, nous constatons que la hausse de la nappe du niveau initial jusqu'au pied de la pente (40 % du niveau final) engendre une décroissance de la contrainte moyenne effective accompagnée d'une très faible variation du déviateur. Ceci s'explique par le fait que, dans ces sols non saturés, l'augmentation du niveau d'eau, qui se traduit par une diminution de la succion, conduit seulement à une réduction de la contrainte effective. Notons que le premier invariant des contraintes effectives vaut trois fois la contrainte moyenne effective. Ainsi, les états de contraintes effectives de ces quatre points se rapprochent du critère de plasticité. Quand la nappe dépasse le niveau du pied de la pente, un gradient hydraulique entre l'amont et l'aval du talus va créer naturellement un écoulement d'eau du côté du canal (voir Fig. 4.22(a)). Ceci peut se justifier en rappelant que la perméabilité du milieu est assez élevée ( $10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$ ). Cependant, l'apparition d'une charge mécanique imputable à la hauteur d'eau dans le canal a empêché la sortie d'eau à la surface en contact avec le canal. C'est pourquoi la contrainte déviatorique (i.e. deuxième invariant des contraintes) aux quatre points matériels A, B, C, D est presque constante. Plus la nappe approche le niveau final, plus les déplacements le long de la pente sont importants. C'est pourquoi nous observons que les états de contraintes aux points C et D se déplacent sur le critère de plasticité de Van Eekelen.

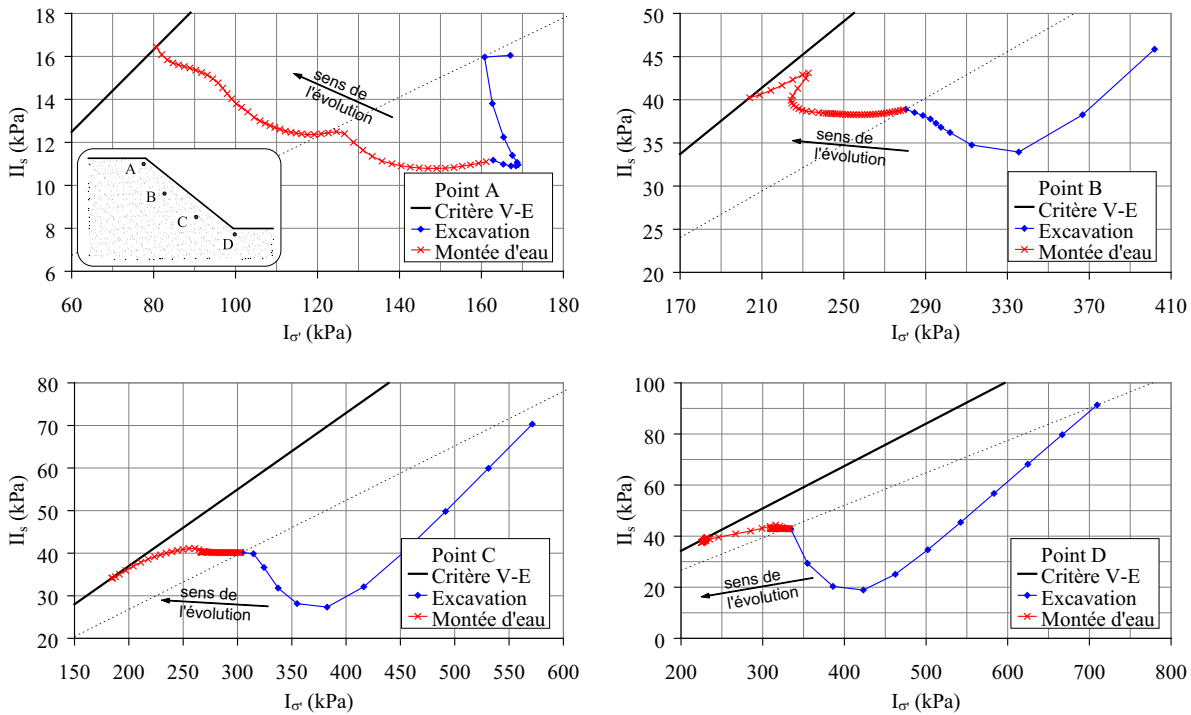


FIG. 4.24 – Evolutions des contraintes effectives au cours de la montée d'eau

L'indice de plasticité est présenté sur la figure 4.25(a). Au niveau final de la nappe phréatique, plus de la moitié du matériau dans le massif se plastifie. Cependant, la zone la plus "dangereuse" se trouve à la surface de la pente où l'angle de frottement mobilisé est plus grand. La figure 4.25(b) montre que la valeur maximale de  $\varphi_{cm}$  atteint  $34.6^\circ$  au pied de la pente.

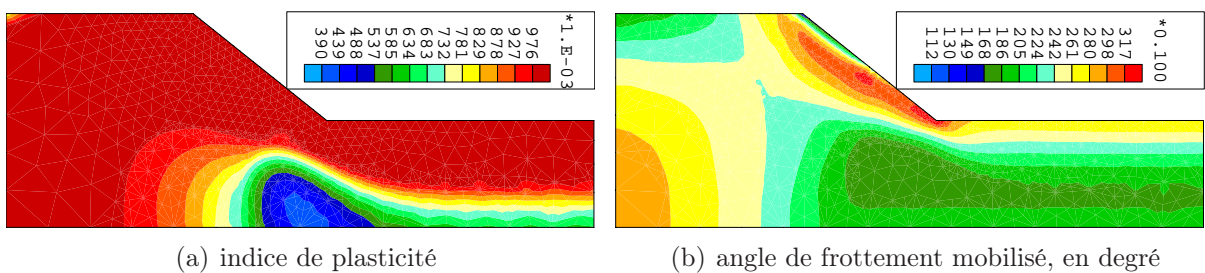


FIG. 4.25 – Résultats en termes d'indice de plasticité et d'angle de frottement mobilisé, en fin de montée d'eau

### Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Le tableau 4.3 détaille les niveaux de nappe en amont et en aval suivant quatre pas de montée d'eau. Des isovaleurs du travail du second ordre sont présentées sur la figure 4.26, correspondant à chaque pas.

Pas de montée d'eau	Pourcentage du niveau final (%)	Niveau en amont (m)	Niveau en aval (m)	Notes
1	2	0.7	0.6	-
33	66	23.1	19.8	avant le pied de la pente
41	82	28.7	24.6	-
50	100	35.0	30.0	niveau final de la nappe

TAB. 4.3 – Détails des niveaux de nappe phréatique pour quatre pas de montée d'eau

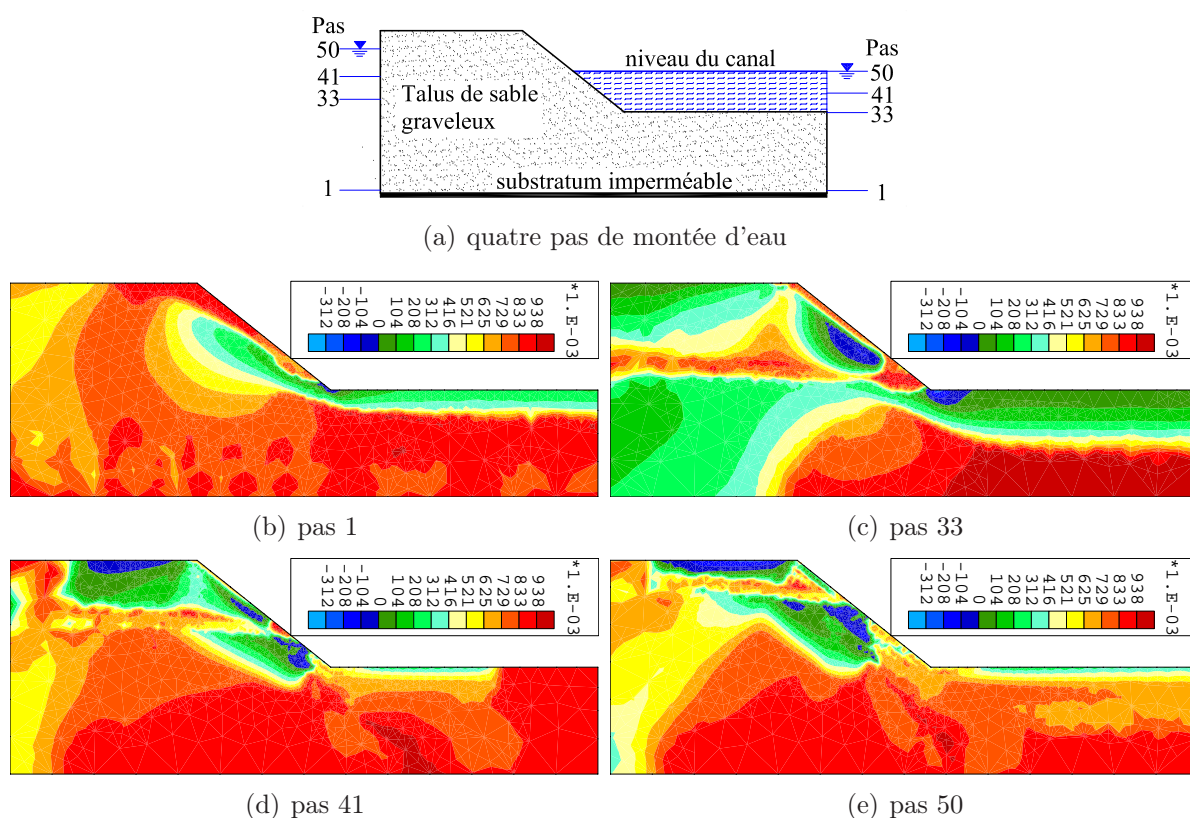


FIG. 4.26 – Travail du second ordre normalisé au cours de la montée d'eau

Rappelons qu'à la fin de l'excavation, nous n'avons trouvé aucune valeur négative de  $d^2W$  (voir Fig. 4.17). Le travail est seulement plus faible dans la zone autour du pied de la pente. La figure 4.26(b) montre que le premier pas de la montée d'eau a élargi cette zone et fait apparaître les premières valeurs négatives de  $d^2W$ . La montée de la nappe d'eau jusqu'à 66 % du niveau final (Fig. 4.26(c)) met en évidence une zone de travail du second ordre négatif à la surface du talus qui devient potentiellement instable au sens de Hill. Nous apercevons une discontinuité de cette zone qui correspond au passage du milieu non saturé à celui saturé. En poursuivant la montée de la nappe jusqu'au dernier pas de calcul, nous observons que les éléments potentiellement instables se déplacent du pied vers le sommet du talus (Fig. 4.26(d) et (e)). Ceci peut être expliqué par le fait que le chargement dû à la hauteur d'eau au-dessus de la surface de la pente a aidé à maintenir la résistance au cisaillement du matériau à cet endroit sous l'effet de la saturation. De plus, le gradient de charge hydraulique n'est pas assez élevé pour causer un effondrement total du talus en régime hydraulique permanent.

La distribution des déformations déviatoriques cumulées (Fig. 4.27) montre que la zone concernée par les grandes déformations déviatoriques coïncide bien avec les faibles valeurs du travail du second ordre. Cette zone instable qui se manifeste localement au pied et au milieu de la pente peut générer des glissements de la pente. Le signe précurseur du glissement global est alors la perte de stabilité locale. Cette relation fait l'objet de la partie suivante.

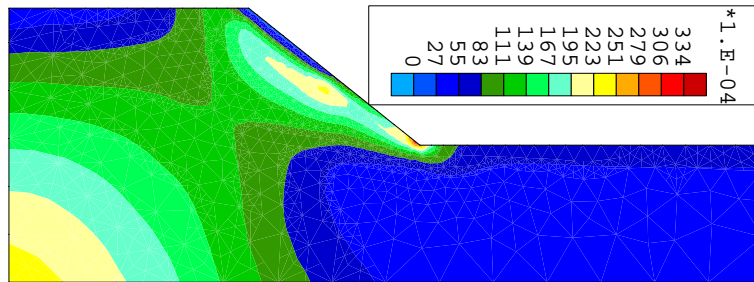


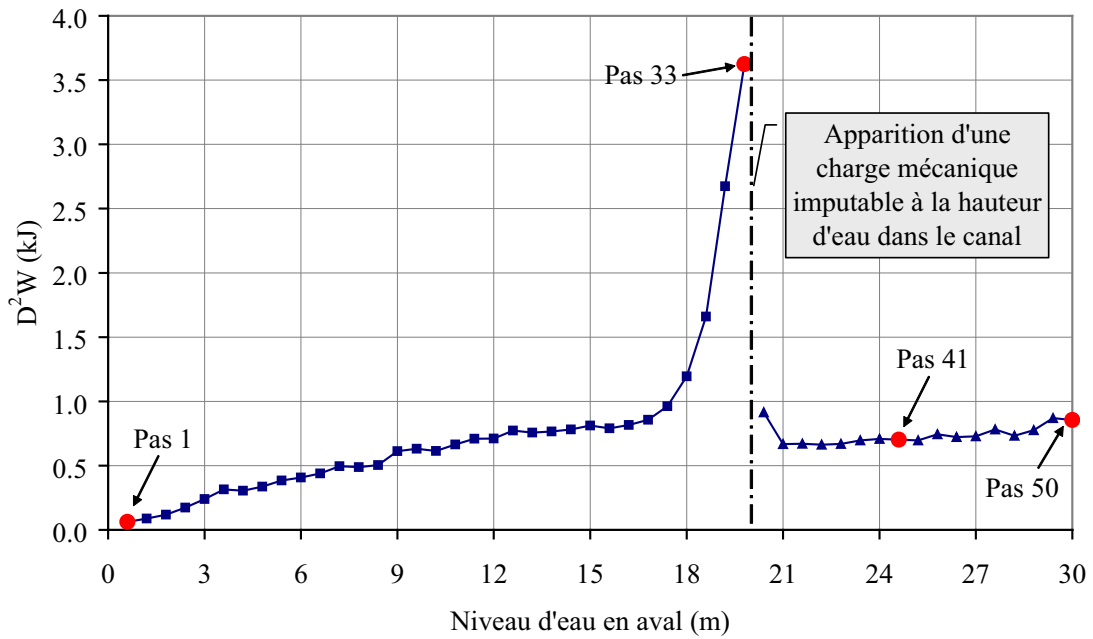
FIG. 4.27 – Déformations déviatoriques cumulées, en fin de montée d'eau

### Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

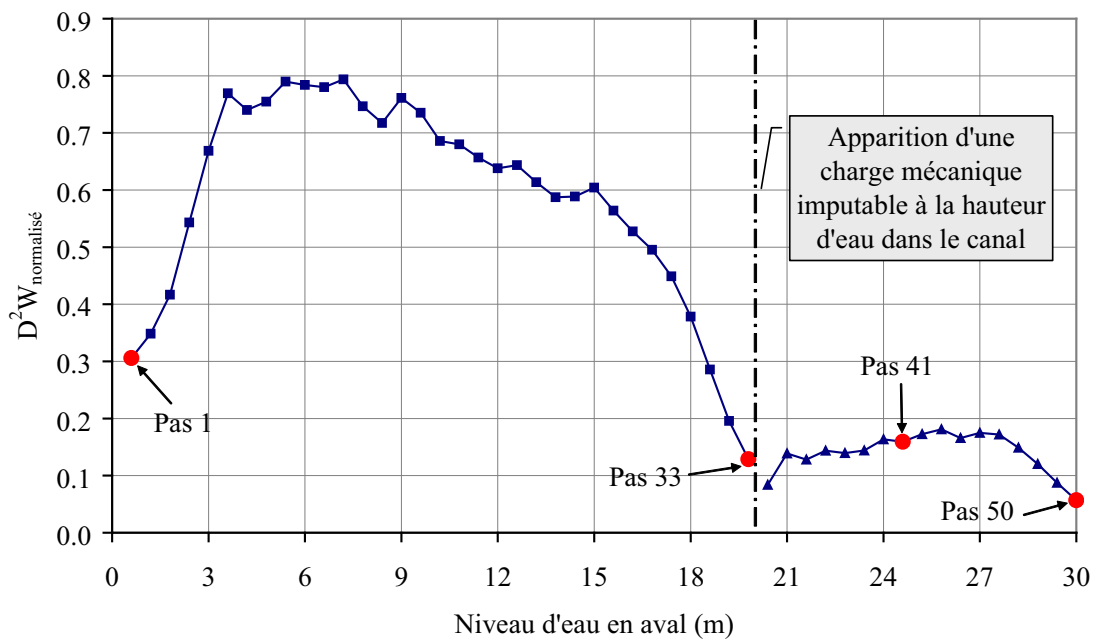
Les figures 4.28(a) et 4.28(b) présentent respectivement les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm}$  en fonction de l'augmentation cumulée du niveau d'eau en aval.

Dans un premier temps, la nappe phréatique monte jusqu'à 66 % du niveau final. Le canal n'est pas encore rempli et par conséquent, aucune charge mécanique qui correspond à la hauteur d'eau dans le canal n'est créée sur la pente. Sur la figure 4.28(a), nous constatons que le travail du second ordre global augmente continûment au cours de la montée d'eau et qu'il s'accroît fortement quand la nappe approche le pied de la pente (20 m). La cause de ces augmentations anormales de  $D^2W$  peut être attribuée au fait que suite à un écoulement de l'amont vers l'aval, l'eau peut sortir considérablement au niveau de la surface horizontale du modèle où le canal n'est pas encore rempli. Cette explication est détaillée et clarifiée sur la figure 4.29 qui présente le champ de vitesses ( $\vec{u}$ ) et les isovalues du travail du second ordre pondéré:  $D^2W_{pi} = d^2W_{pi} \cdot \omega_{pi} J_{pi}$  pour quatre niveaux d'eau. Une localisation des valeurs de  $D^2W_{pi}$  très grandes au fond du côté aval (sans doute induites par les diminutions trop faibles du modèle numérique), notamment à 66 % du niveau final, ne nous permet pas de décrire le risque de glissement à la surface de la pente par le travail global.

Par ailleurs, l'incrément des paramètres de chargement qui se composent des charges hydrauliques et mécaniques n'est pas constant car la relation entre la pression interstitielle et la saturation est non linéaire et l'incrément du volume de sol saturé du fait de la montée d'eau varie également. Evidemment, l'évolution de  $D^2W$  dépend naturellement fortement de la taille de l'incrément de sollicitation. Ceci a déjà été montré dans l'étape de réalisation du talus par excavation. C'est pour cette raison que nous allons étudier les évolutions du travail global normalisé afin de détecter une perte éventuelle de stabilité au niveau global du massif.



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 4.28 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau

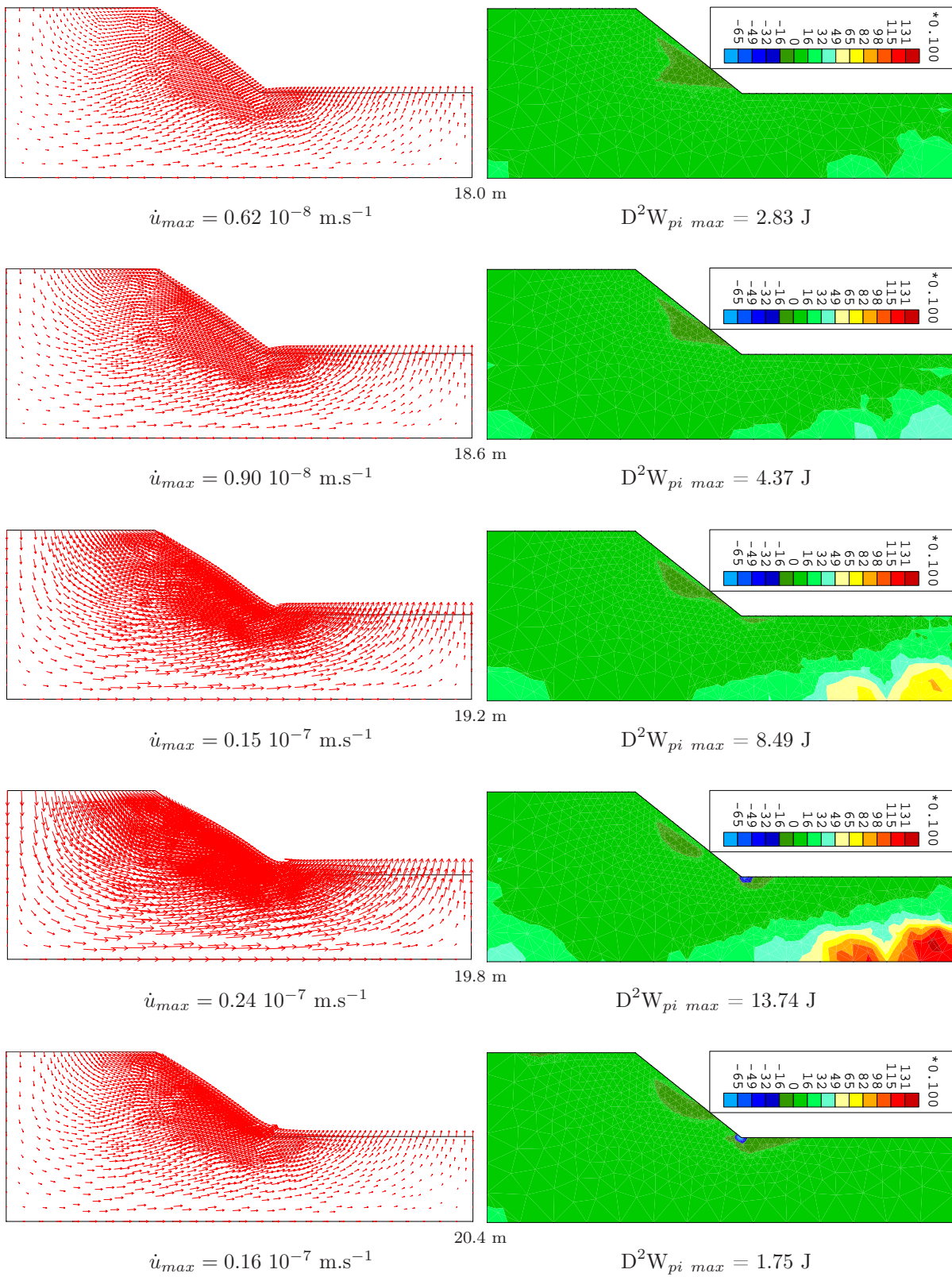


FIG. 4.29 – Champ de vitesses ( $\dot{u}$ ) et isovaleurs du travail du second ordre pondéré ( $D^2W_{pi}$ ) pour cinq hauteurs d'eau en aval

La figure 4.28(b) présentant l'évolution de  $D^2W_{norm.}$  donne une analyse plus pertinente de la stabilité globale du massif. Dans les premiers pas de calcul, la montée progressive de la nappe phréatique en régime hydraulique stationnaire à partir du fond du talus ne cause pas d'effets importants sur la surface de la pente. Lorsque la nappe phréatique s'approche de la hauteur de 20 m, le massif devient instable à cause d'un grand déplacement au pied de la pente (Fig. 4.29). Ce phénomène peut être observé par la diminution de  $D^2W_{norm.}$ .

Quand l'eau commence à remplir le canal, la charge mécanique à la limite de la pente correspondant à la hauteur d'eau entraîne une augmentation de la contrainte effective qui aura pour effet de comprimer le sol et de provoquer un tassement en surface. La décroissance de  $D^2W_{norm.}$  semble être un bon indicateur de l'instabilité du massif. Nous ne pouvons pas obtenir cette conclusion ou cette tendance en analysant uniquement les variations du travail global non normalisé.

### 4.2.3.3 Analyses et remarques

Les premières modélisations en couplage hydromécanique non saturé d'un talus de sable nous ont permis de mettre en valeur le critère de Hill comme une approche originale d'étude de la stabilité des pentes en milieu non saturé.

En analysant la condition suffisante de stabilité de Hill qui se base sur le signe du travail du second ordre, nous avons constaté qu'aucune zone dans le massif ne violait cette condition jusqu'à la fin de l'excavation. Ceci s'explique principalement par l'apparition d'une cohésion supplémentaire due à la succion. Un domaine de faibles valeurs de l'angle de frottement mobilisé ( $\varphi_{cm}$ ) le long de la surface inclinée confirme la stabilité du talus. Ces différents indicateurs sont donc cohérents entre eux.

La montée d'eau fait apparaître une zone de valeurs négatives de  $d^2W$  qui correspond spatialement à l'endroit où un glissement pourrait prendre naissance. Le tracé des isovaleurs de  $\varphi_{cm}$  présente une bonne corrélation entre la zone où le risque d'instabilité est le plus important et la zone présentant les valeurs les plus élevées de  $\varphi_{cm}$ . Notons que ces modélisations ont été effectuées avec un modèle élastoplastique non associé avec écrouissage (modèle PLASOL). Dans les discussions précédentes, nous avons précisé que, pour ce modèle de comportement, la perte de stabilité matérielle au sens de Hill pouvait se trouver à l'intérieur strict du critère de rupture classique de Mohr-Coulomb (Raniecki, 1979 [134]; Raniecki et Bruhns, 1981 [135]).

Nous avons montré que la grandeur de  $D^2W$  dépend fortement de la norme de la vitesse (incrément) de sollicitation (le signe de  $D^2W$  en est par contre indépendant). L'approche de l'étude de la stabilité globale d'un problème aux limites sur la base du travail du second ordre global est moins significative quand l'incrément de sollicitation varie en cours de simulation. Par contre, le tracé de  $D^2W_{norm.}$  nous a permis de détecter au niveau global une instabilité potentielle dans le massif.

Nous avons vu que la succion joue un rôle très important sur la stabilité du talus. A l'état non saturé, l'influence de la succion sur les contraintes effectives est proportionnelle à la



saturation dans le massif. L'étude des effets de la saturation résiduelle, ou autrement dit naturelle, sur la stabilité du talus va faire l'objet des modélisations de la partie suivante.

## 4.2.4 Influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus

### 4.2.4.1 Motivations

Dans un milieu poreux non saturé, l'influence de la gravité sur les écoulements dépend de l'ampleur de la succion comme cela a été présenté dans l'expression de la charge hydraulique totale (Eq. (4.41)). A l'état non saturé, pour les sols fins, les valeurs de succions peuvent atteindre plusieurs centaines de kPa, ce qui rend l'effet de la gravité négligeable. Au contraire, les sols grenus (tels que les sables, etc.) présentent de faibles succions (voir Fig. 4.11). De ce fait, la gravité devient un facteur important sur les écoulements d'eau dans le milieu d'une part et sur la stabilité des ouvrages d'autre part.

Les études expérimentales menées sur des sols non saturés (Donald, 1956 [56]; Escario et Juca, 1989 [62]; Fredlund *et al.*, 1995 [69]) ont montré qu'à la suite de l'augmentation de la succion, la résistance au cisaillement est accrue de manière non linéaire lorsque le sol se désature. Puisque la résistance dépend fortement de la quantité d'eau dans les vides du sol, et par conséquent de la succion, on en déduit que cette résistance doit également être reliée à la courbe de rétention d'eau. Cette relation est illustrée sur la figure 4.30 qui présente une relation typique entre la résistance au cisaillement et la courbe de rétention d'eau.

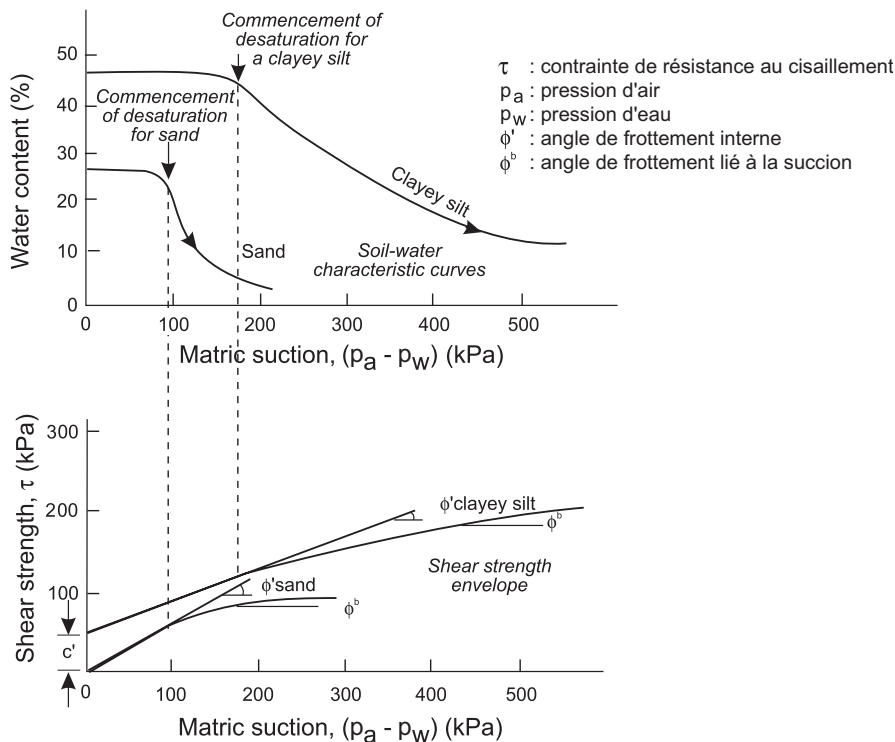


FIG. 4.30 – Relation typique entre la courbe de rétention d'eau et la résistance au cisaillement pour un sable et un limon argileux (Fredlund, 2000 [67])

La figure 4.31 présente les courbes de rétention d'eau correspondant à cinq valeurs de saturation résiduelle ( $S_{rw}$ ): 1 %, 5 %, 10 % (actuelle), 20 % et 40 %. Nous observons qu'à partir d'une faible valeur de la succion (60 kPa), l'influence de la succion sur les contraintes effectives est déjà proportionnelle à  $S_{rw}$ .

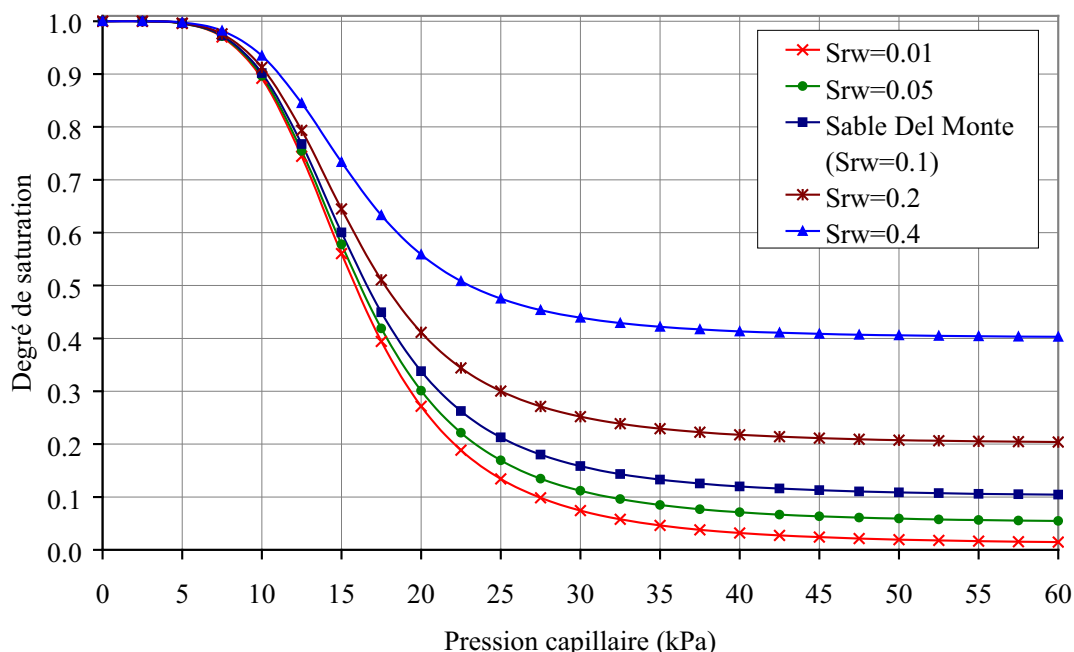


FIG. 4.31 – Courbes de rétention d'eau

#### 4.2.4.2 Phase d'excavation

##### Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Rappelons que pendant toute la phase d'excavation, la nappe phréatique reste au niveau du substratum imperméable. Une distribution triangulaire de la pression capillaire (suction) en fonction de la hauteur du talus est introduite dans le massif et elle ne varie pas pendant cette phase. Comme la succion prend une valeur supérieure à 60 kPa dans la plus grande partie du massif (voir Fig. 4.12), son influence sur la contrainte effective (Eq. (4.46)) ne dépend donc que du degré de saturation résiduelle  $S_{rw}$  donné sur la figure 4.31.

La figure 4.32(a) montre l'influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus à la fin de l'excavation. Nous remarquons que plus  $S_{rw}$  est faible, plus la zone de valeurs négatives de  $d^2W$  s'étend, ou, en d'autres termes, moins la pente est stable au sens de Hill. En effet, plus le degré de saturation résiduelle du milieu est élevé, plus l'augmentation de la succion est aussi efficace que l'augmentation de la contrainte effective en produisant une augmentation de résistance supplémentaire à l'échelle de la microstructure du sol. Le sol résiste mieux au cisaillement, et de ce fait, aucune valeur négative de  $d^2W$  n'est

trouvée dans les trois cas de  $S_{rw}$  : 10 %, 20 % et 40 %. Le massif reste toujours stable une fois l'excavation terminée. Au contraire, dans le cas d'une faible valeur de  $S_{rw}$ , la surface effective de contact entre l'eau et les particules de sol se restreint. De ce fait, l'augmentation de la succion n'est plus aussi efficace vis-à-vis de l'augmentation de la résistance au cisaillement. Nous constatons l'apparition des premières valeurs négatives du travail du second ordre au pied de la pente quand  $S_{rw}$  est égale à 5 %. Et la zone potentiellement instable se développe fortement le long de la surface de la pente à la fin de l'excavation avec une valeur  $S_{rw}$  de 1 %. Ainsi, l'interprétation des tracés de  $d^2W$  nous permet d'identifier le phénomène de perte de la résistance au cisaillement provoquée par la diminution de la saturation résiduelle.

Sur la figure 4.32(b) sont présentée les isovaleurs de l'angle de frottement mobilisé à la fin de l'excavation pour cinq valeurs de  $S_{rw}$ . Cette figure permet de confirmer la conclusion précédente sur la relation entre la saturation résiduelle, le travail du second ordre normalisé et la stabilité matérielle du talus. Nous y observons clairement que, plus le matériau est saturé, plus l'angle de frottement mobilisé à la surface de la pente est faible et par conséquent, plus le matériau est stable.

Remarquons aussi sur la figure 4.32 que le développement de la zone concernée par une faible valeur de  $d^2W$  coïncide bien avec l'extension de la zone contenant des valeurs importantes de l'angle de frottement mobilisé  $\varphi_{cm}$ .

### Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

La stabilité au niveau global du massif est aussi étudiée grâce à l'analyse des évolutions du travail du second ordre global non normalisé et normalisé en fonction de la surface excavée cumulée données sur la figure 4.33.

En exploitant les courbes de  $D^2W$  tracées sur la figure 4.33(a), nous observons que plus  $S_{rw}$  augmente, plus le talus tend à être instable en fin d'excavation. Ceci est contradictoire avec les résultats obtenus en termes de  $d^2W$ . En effet, nous rencontrons ici le même impact de la variation de la norme de l'incrément de chargement comme dans les analyses précédentes. L'évolution de  $D^2W_{norm.}$  sur la figure 4.33(b) permet de nous affranchir de la variation de l'amplitude du chargement incrémental au cours des histoires de sollicitation et de dégager clairement les influences de la saturation résiduelle sur la stabilité globale du talus. Ces résultats nous permettent de conclure que, au niveau global, le talus est moins stable du fait de l'excavation si la saturation naturelle du milieu est moins élevée.

Remarquons que le fait de normaliser  $D^2W$  permet également d'obtenir, au début de l'excavation (i.e. le chargement n'est pas encore important), des valeurs quasiment identiques du travail global normalisé. Les fortes variations de  $D^2W_{norm.}$  à la fin de l'excavation mettent clairement en évidence l'évolution de la stabilité potentielle du massif.

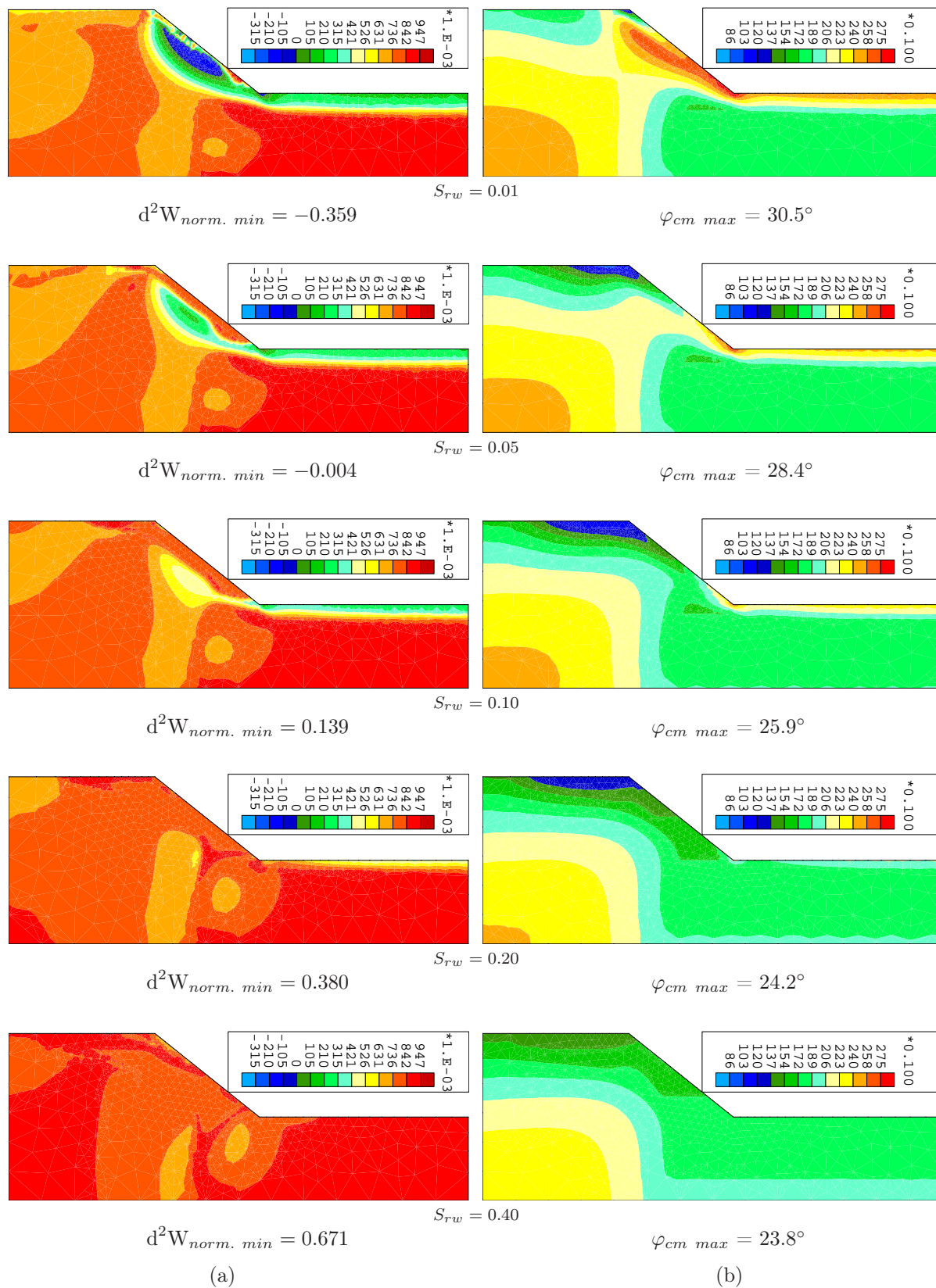
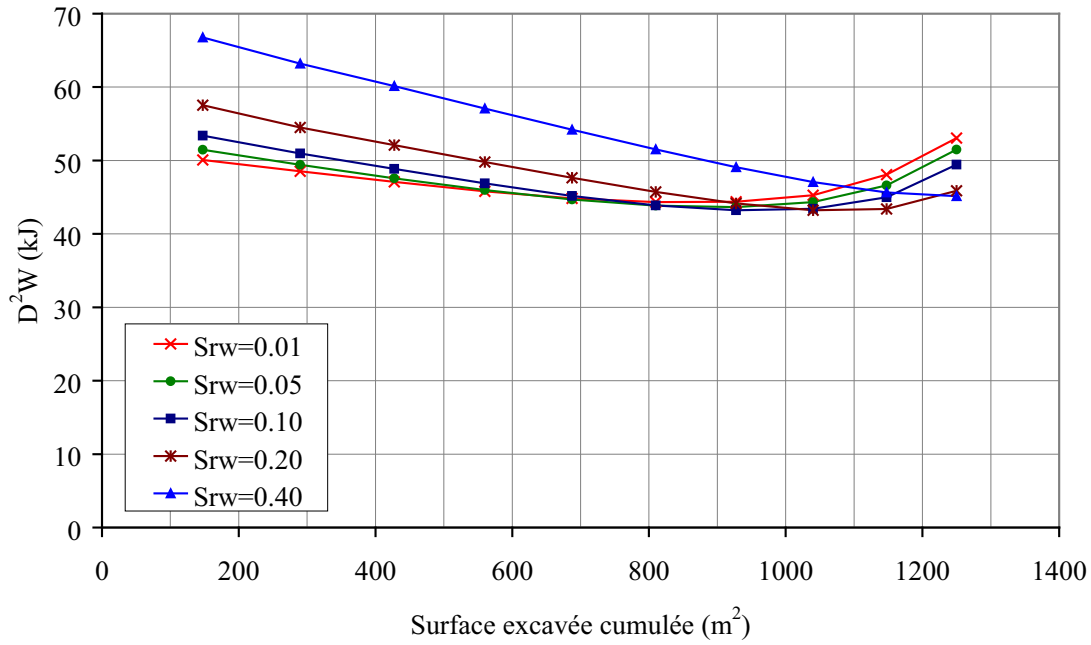
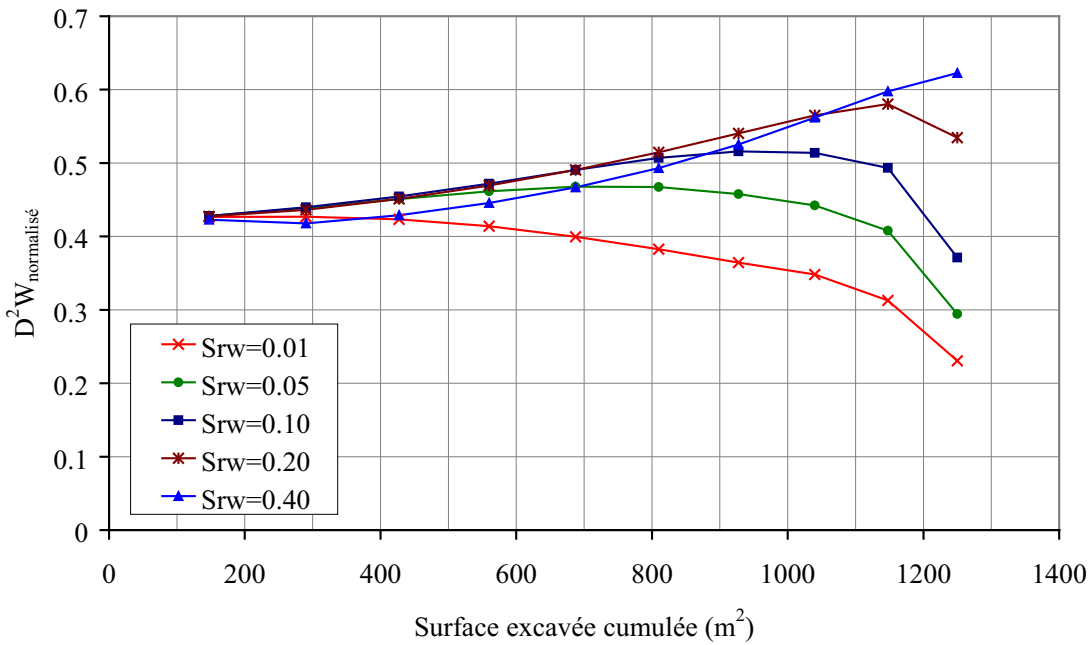


FIG. 4.32 – Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé à la fin de l'excavation



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 4.33 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation

### 4.2.4.3 Phase de montée d'eau dans le talus

#### Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Dans cette étape, rappelons que l'influence de la saturation sur la stabilité du talus sera étudiée en deux phases :

- la hauteur de la nappe phréatique monte jusqu'à 19.8 m. Ainsi, l'eau n'atteint pas encore le pied de la pente et, par conséquent, il n'y a aucun chargement mécanique créé par la hauteur d'eau dans le canal sur la paroi extérieure de la pente,
- la hauteur de la nappe phréatique continue à monter jusqu'au niveau final. Le talus est sollicité par deux types de chargement : hydraulique et mécanique.

Les isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé sont respectivement présentées sur les figures 4.34 et 4.35 pour les deux étapes décrites ci-dessus. Des conclusions identiques à celles obtenues pour l'étape précédente sont tirées vis-à-vis de l'influences de  $S_{rw}$ . Le comportement hydromécanique de ce matériau granulaire en milieu non saturé est fortement influencé par le degré de saturation, puisqu'il conditionne directement la succion. La succion augmente les efforts de contact et par conséquent, la cohésion. Ainsi, plus la saturation résiduelle  $S_{rw}$  est grande jusqu'à une certaine valeur limite, plus le sol naturel est résistant.

La pertinence de la condition suffisante de Hill vis-à-vis de la stabilité matérielle du matériau est confirmée par la très bonne corrélation observée entre les zones de faible valeur de  $d^2W$  et de grande valeur de  $\varphi_{cm}$  (voir Fig. 4.34 et 4.35).

#### Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

La figure 4.36(a) montrant l'évolution de  $D^2W$  ne donne toujours pas une interprétation satisfaisante de la stabilité globale dans le cas où la norme de l'incrément de sollicitation varie du fait du changement de la géométrie. Par la suite, seule l'évolution de  $D^2W_{norm.}$  (Fig. 4.36(b)) est analysée.

Dans la première phase, nous notons que les valeurs de  $D^2W_{norm.}$  sont très différentes en début de la montée d'eau. Ceci peut s'expliquer par le fait que plus la saturation résiduelle est faible, plus le passage de l'état non saturé à l'état saturé est important. Par contre, à la fin de la première phase, les valeurs du travail global normalisé sont presque identiques. En fait, c'est le gonflement à la surface horizontale de la pente où l'eau sort de manière importante qui a le plus d'influence sur l'instabilité du talus (voir aussi Fig. 4.34(a)).

Pendant la deuxième phase, nous observons que la saturation résiduelle n'influence pas vraiment la stabilité du talus au cours de la montée d'eau. Nous pensons que ceci est lié à l'apparition d'une charge mécanique aux limites correspondant à la colonne d'eau. Quand la nappe phréatique atteint le niveau d'eau final, une diminution légèrement plus importante de  $D^2W_{norm.}$  liée à une valeur plus faible de  $S_{rw}$  s'expliquerait par un état plus instable du talus. L'influence de  $S_{rw}$  est également montrée sur la figure 4.35(a).

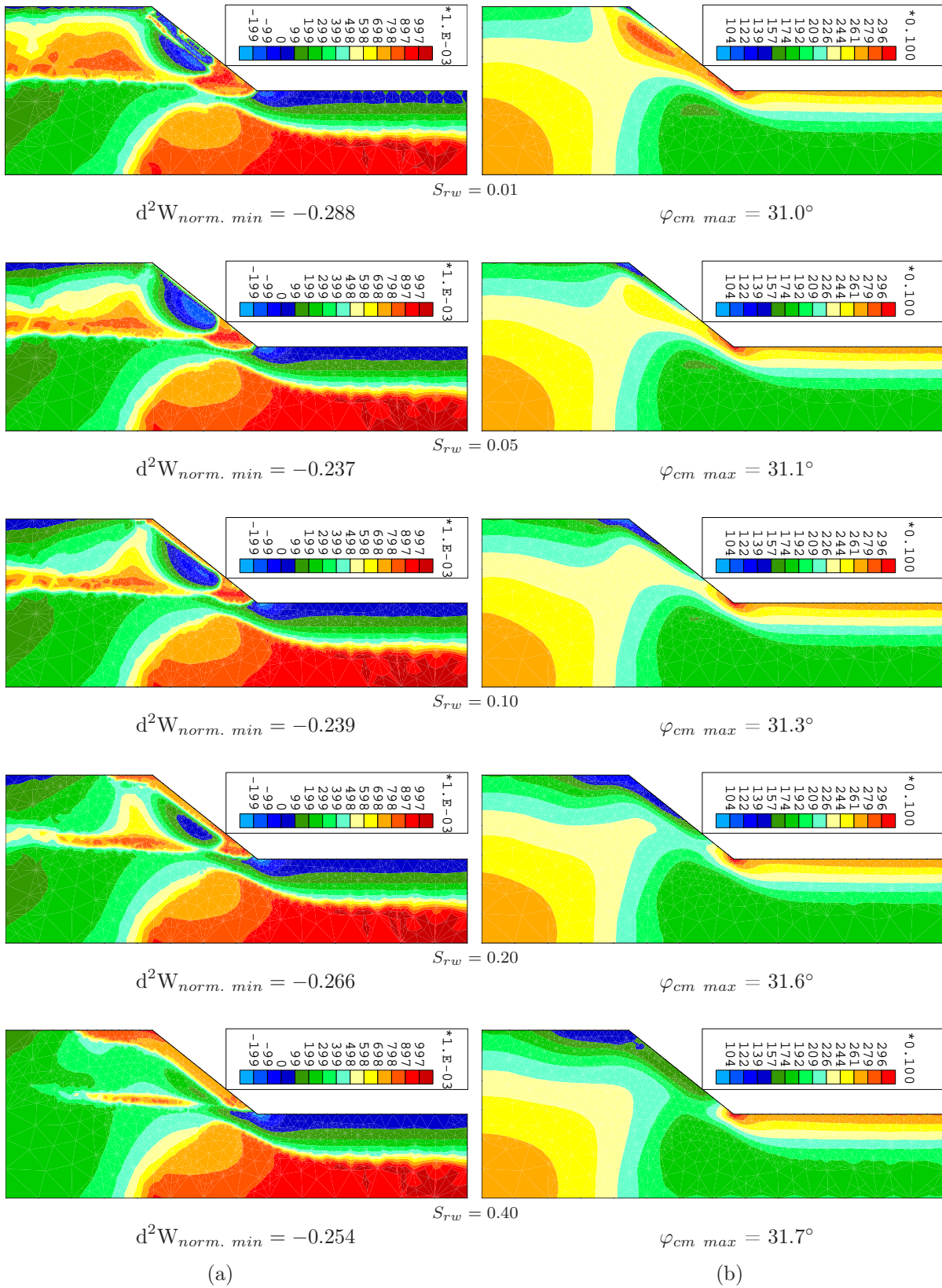


FIG. 4.34 – Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé pour 19.8 mètres d'eau en aval

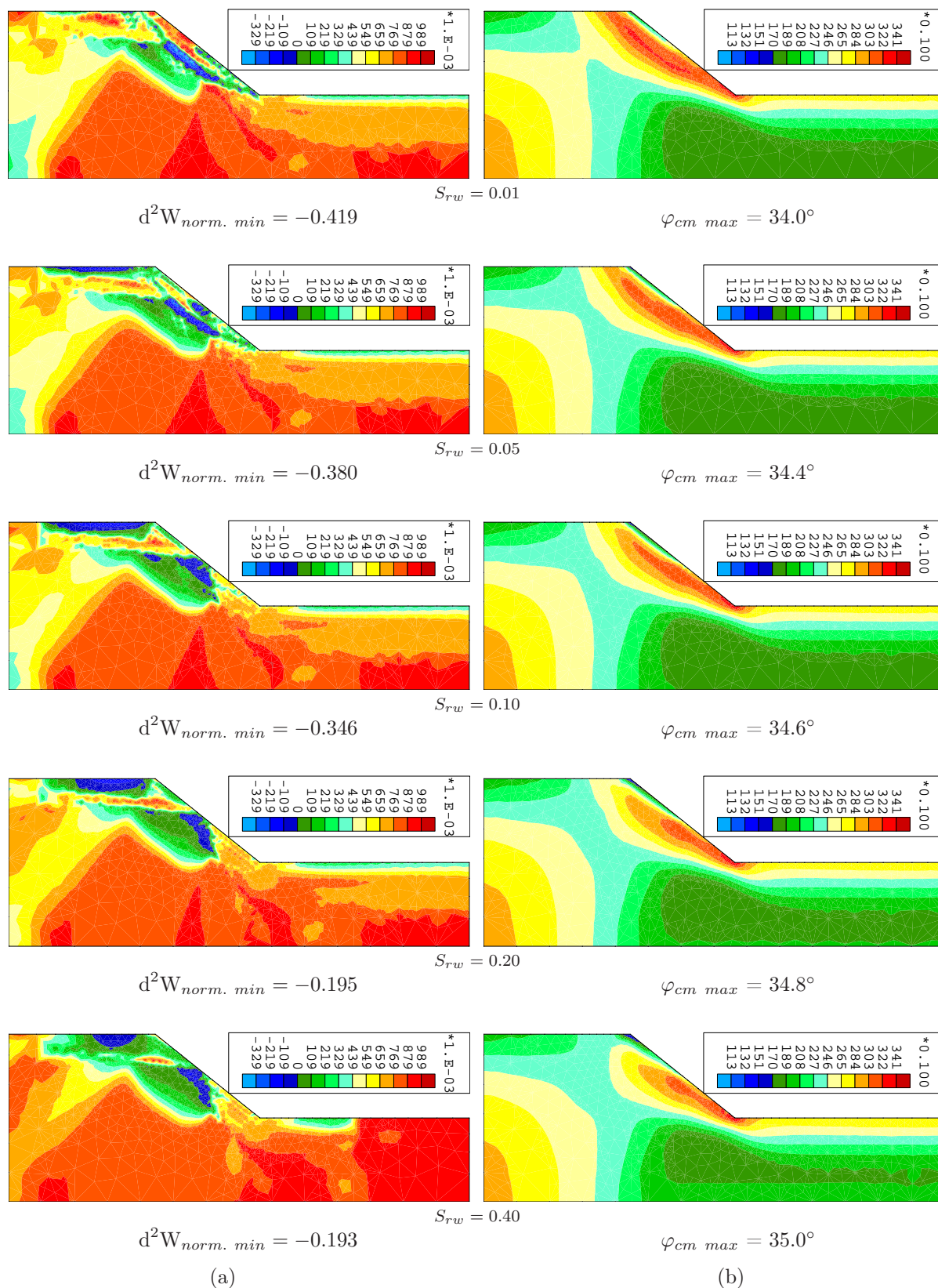
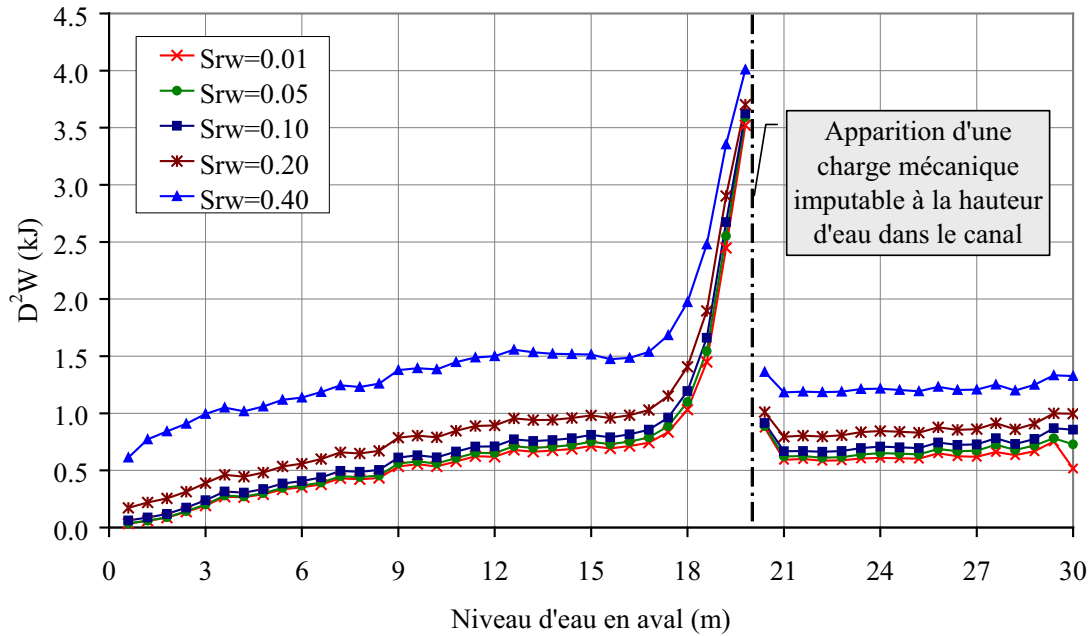
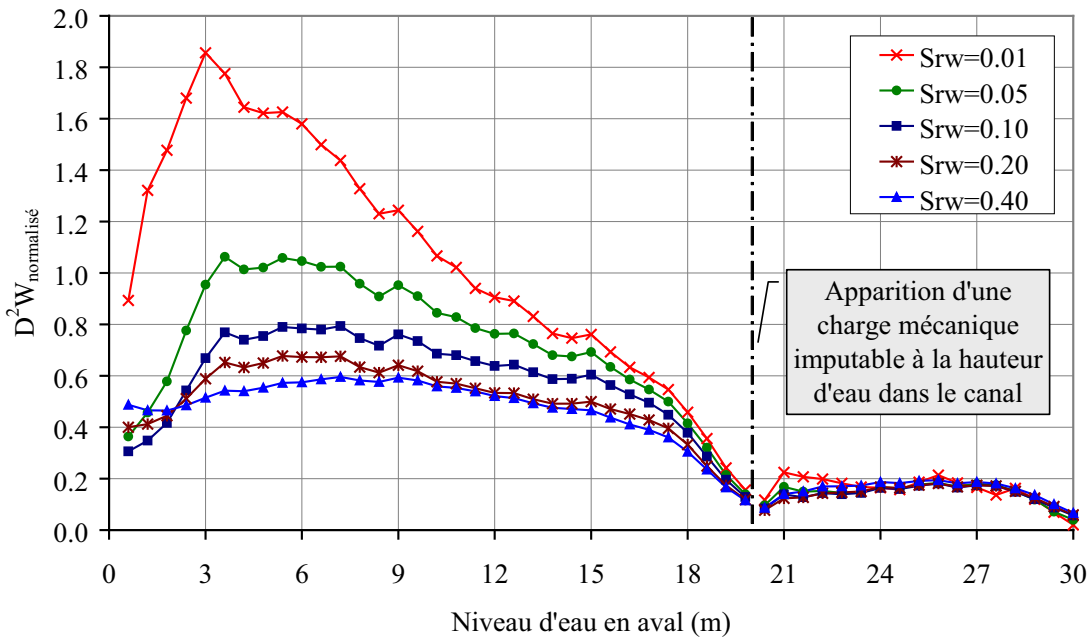


FIG. 4.35 – Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre normalisé et de l'angle de frottement mobilisé à la fin de la montée d'eau





(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 4.36 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau

### 4.2.5 Remarques

Plusieurs aspects importants ont été mis en évidence à partir de la première modélisation d'un problème aux limites d'apparence simple mais en fait complexe, comme le talus bordant un canal et constitué d'un milieu poreux non saturé.

L'application du travail du second ordre local nous a permis d'étudier la stabilité du massif au niveau constitutif, i.e. la stabilité matérielle, dans les deux étapes de chargement suivantes :

- La réalisation du talus par excavation : les valeurs de  $d^2W$  qui restent toujours positives jusqu'à la fin de l'excavation nous ont permis de prouver la stabilité du talus. Cette observation est en accord avec les faibles valeurs de l'angle de frottement mobilisé atteintes ;
- La montée d'eau dans le talus : l'apparition et l'extension de zones de valeurs négatives de  $d^2W$  nous ont permis de prévoir l'existence de zones potentiellement instables au sens de Hill. Ces zones coïncident avec la surface de discontinuité cinématique la plus défavorable par rapport à la stabilité du talus.

Le tracé des évolutions du travail du second ordre global ne peut pas répondre à la question de la stabilité au niveau global. En fait, la taille des incréments de sollicitation influence forcément l'interprétation de  $D^2W$ . Par contre, la représentation du travail global normalisé nous paraît être un bon indicateur pour la prévision de l'instabilité de l'ouvrage au sens de Hill.

Les études de l'influence de la saturation résiduelle sur la stabilité du talus ont été effectuées par l'intermédiaire de  $d^2W_{norm.}$  et  $D^2W_{norm.}$ . Le tracé de ces deux indicateurs nous a permis de mettre en évidence les influences du degré de saturation résiduelle  $S_{rw}$  sur le comportement du massif. Nous trouvons finalement que plus le degré  $S_{rw}$  est faible, plus les glissements peuvent se produire et inversement (ceci jusqu'à une certaine valeur limite de  $S_{rw}$ ).

## 4.3 Présentation du code de calcul PLAXIS

### 4.3.1 Introduction

Le code de calculs par éléments finis PLAXIS a été développé en premier lieu à l'Université Technologique de Delft (TUD) en 1987. Dans les années suivantes, ce code, initialement réalisé pour analyser les digues en sols mous (argileux), a vu son champ d'application se développer largement afin de pouvoir traiter différents types de problèmes géotechniques. Il permet d'analyser des problèmes élastiques, élastoplastiques, élastoviscoplastiques en 2D ou 3D et en grand déplacement par la méthode lagrangienne actualisée. Pour une description détaillée du code PLAXIS, le lecteur pourra se référer au manuel d'utilisation de PLAXIS (Brinkgreve, 2002 [16]). Dans le paragraphe suivant nous allons présenter de manière concise l'algorithme global utilisé de ce code pour résoudre les problèmes aux limites à non linéarités matérielles.

### 4.3.2 Algorithme général de résolution du code PLAXIS

Au niveau global, la résolution du système d'équations algébriques non linéaires se fait selon un processus itératif afin de déterminer les champs de déplacements, de vitesses et d'accélération nodaux à l'instant  $t_n$ . Pour chaque pas de temps, l'équilibre est généralement atteint après un certain nombre d'itération (itérations d'équilibre).

L'algorithme général de résolution utilisé dans le code PLAXIS est présenté sur la figure 4.37. Il se base sur la méthode de Newton-Raphson qui demeure une méthode relativement robuste pour résoudre les problèmes intégrant des modèles de comportements complexes (Boulon et Flavigny, 1997 [13]). Notons que les itérations d'équilibre sont stoppées lorsque le critère de convergence au niveau global, formulé sur la base de forces résiduelles, est satisfait.

Le code PLAXIS utilise la convention de signe de la mécanique des milieux continus. En d'autres termes, les contraintes de compression, incluant les pressions interstitielles, sont considérées négatives, alors que les contraintes de traction sont positives.

### 4.3.3 Modèle élastoplastique HSM (Hardening Soil Model)

Le modèle HSM est un modèle élastoplastique avec écrouissage isotrope dépendant de la déformation plastique déviatorique (écrouissage en cisaillement) et de la déformation volumique (écrouissage en compression). Ce modèle décrit relativement bien le comportement des sables, des graves, mais aussi de sols plus mous comme les argiles et les limons. L'implémentation de ce modèle dans le code de calcul PLAXIS est présentée dans les ouvrages de Schanz *et al.*, 1999 [145]; Brinkgreve, 2002 [16].

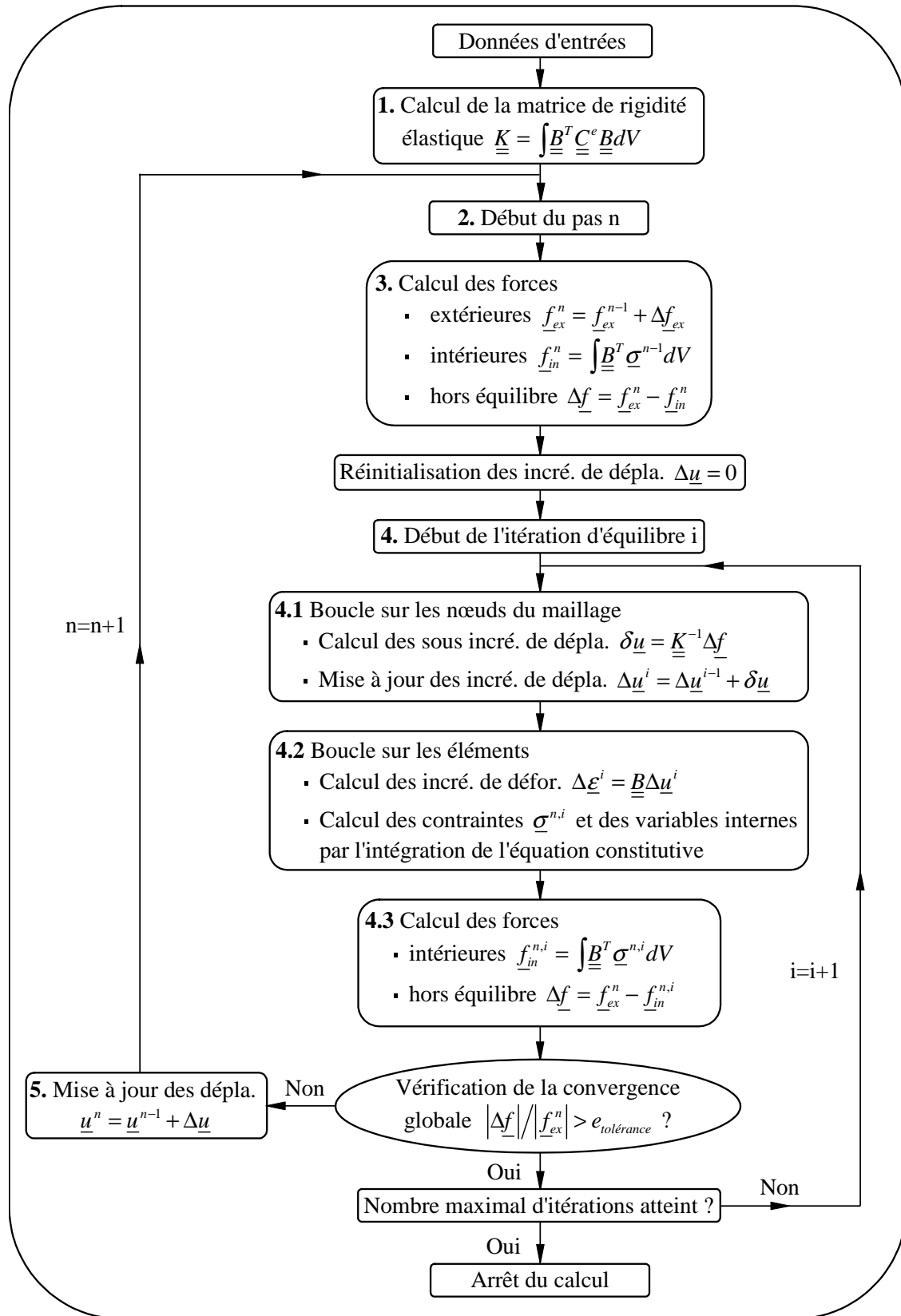


FIG. 4.37 – Algorithme de résolution générale du code PLAXIS

#### 4.3.3.1 Limite élastique

La limite élastique du modèle HSM n'est pas fixe dans l'espace des contraintes principales. De par l'écroutissage, elle peut s'étendre par suite de déformations plastiques. Elle est déterminée par deux surfaces de limite élastique. Une première surface est due à des chargements primaires déviatoriques et elle est non associée avec le potentiel plastique. La deuxième surface qui est associée avec le potentiel plastique résulte des chargements primaires de compression oedométrique et isotrope. Nous nous intéressons ici à la première qui est décrite par l'équation (4.47). Pour la deuxième expression de la surface de charge ou limite élastique, le lecteur pourra se référer aux travaux de Brinkgreve, 1994 [15]; Brinkgreve, 2002 [16].

$$f = \frac{2}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} - \frac{2q}{E_{ur}} - \gamma^p \quad (4.47)$$

où :

- .  $\gamma^p$  : déformation plastique déviatorique,
- .  $E_i$  : pente initiale de la courbe  $(q, \varepsilon_1)$  sur un chemin de chargement triaxial à partir d'un état isotrope de contrainte,
- .  $E_{ur}$  : module en décharge,
- .  $q_a$  : valeur asymptotique de la résistance au cisaillement.

La valeur  $q_a$  est définie par le rapport entre la contrainte de déviateur à la rupture  $q_f$ , donnée par le critère de Mohr-Coulomb, et le coefficient  $R_f$  (par défaut  $R_f=0.9$ ).

$$q_a = \frac{q_f}{R_f} = \frac{1}{R_f} (c \cot \varphi - \sigma_3) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.48)$$

avec :

- .  $\sigma_3$  : contrainte principale mineure,
- .  $c$  : cohésion,
- .  $\varphi$  : angle de frottement interne.

La figure 4.38(a) illustre la relation hyperbolique de contrainte déviatorique-déformation du modèle HSM pour un chemin triaxial drainé. Cette relation ressemble au modèle élastique non linéaire proposé par Duncan et Chang, 1970 [60]. Cependant, le modèle HSM est plus réaliste dans le sens où il tient compte de :

- la plasticité,
- la dilatance (dilatance tronquée) (“*dilatancy cut-off*”),
- la limitation de déformation plastique volumique dans la direction de la pression de confinement isotrope (“*yield cap*”).

Dans le cadre des modélisations en petite déformation, on utilise le module  $E_{50}$  au lieu de  $E_i$  qui est plus difficile à déterminer expérimentalement.  $E_{50}$  dépend de la contrainte principale mineure,  $\sigma_3$ , qui est la pression de confinement d'un essai triaxial drainé.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{c \cot \varphi - \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m \quad (4.49)$$

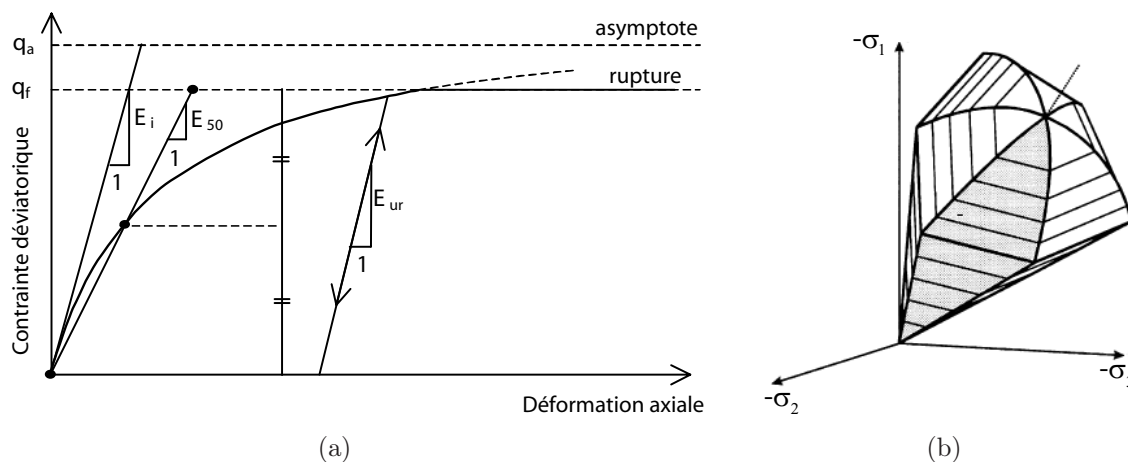


FIG. 4.38 – Représentation de la relation hyperbolique gérant l'écroutissement (a) et de la surface limite élastique totale (b) du modèle HSM

avec :

- .  $E_{50}^{ref}$  : module sécant de référence correspondant à la pression  $p^{ref}$  (par défaut  $p^{ref} = 100 \text{ kPa}$ ),
- .  $m$  : puissance (environ 0.5 pour les sables et 1.0 pour les argiles molles).

Le contour de la surface limite élastique totale qui dépend des déformations plastiques déviatoriques et volumiques est représenté dans l'espace des contraintes principales sur la figure 4.38(b).

### 4.3.3.2 Surface d'écoulement

Dans le cadre de la plasticité non associée, la surface d'écoulement est définie par la relation suivante :

$$g = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \psi_m - 2c \cos \psi_m = 0 \quad (4.50)$$

Schanz et Vermeer, 1996 [146] ont exprimé l'angle de dilatance mobilisé en s'appuyant sur la loi de dilatance de Rowe, 1962 [140] :

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}} \quad (4.51)$$

où  $\varphi_{cv}$  est l'angle de frottement caractéristique (c'est à dire la valeur de l'angle de frottement, associé au minimum de variation de volume en compression triaxial drainée),  $\varphi_m$  est l'angle de frottement mobilisé défini comme suit :

$$\sin \varphi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 - 2c \cot \varphi} \quad (4.52)$$

### 4.3.3.3 Règle d'écrouissage

Dans la formulation (4.47), nous pouvons remarquer que l'unique paramètre d'écrouissage du modèle est la déformation plastique déviatorique :

$$\gamma^p = -(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p) = -(2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p) \approx -2\varepsilon_1^p \quad (4.53)$$

où  $\varepsilon_1^p$  et  $\varepsilon_v^p$  sont respectivement la déformation plastique principale majeure et la déformation volumique plastique.

Cette approximation ( $\gamma^p \approx -2\varepsilon_1^p$ ) est acceptable particulièrement pour les sols durcissants où la déformation plastique volumique  $\varepsilon_v^p$  est négligeable par rapport à  $\varepsilon_1^p$ . La figure 4.39 montre l'évolution typique de limite élastique pour différentes valeurs du paramètre d'écrouissage  $\gamma^p$ .

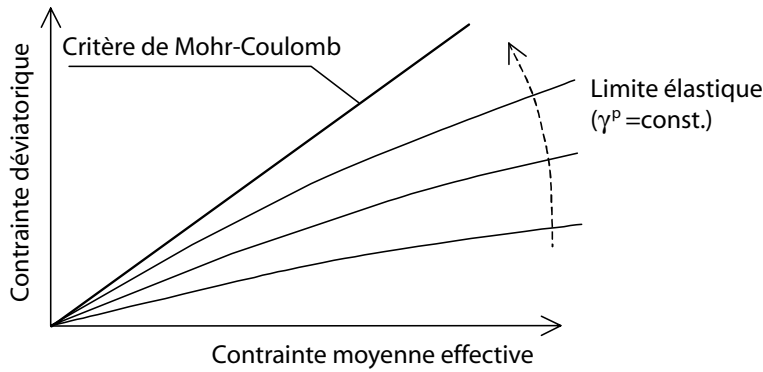


FIG. 4.39 – Surface de limite élastique pour différentes valeurs constantes de  $\gamma^p$

### 4.3.3.4 Intégration de HSM dans le code PLAXIS

Au niveau local, nous pouvons, à partir de la déformation totale et de l'histoire du matériau en chaque point d'intégration (étape 4.2 sur la figure 4.37), déterminer l'état de contrainte. Cette phase constitue l'intégration locale de la loi rhéologique HSM qui a été implémentée dans le code PLAXIS sous une forme incrémentale :

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{\underline{C}}^e (\Delta \underline{\varepsilon} - \Delta \underline{\varepsilon}^p) \quad (4.54)$$

La figure 4.40 présente le schéma d'intégration, qui est implicite, utilisé pour intégrer les différents types de modèle de comportements élastoplastiques. Rappelons que ce schéma implicite est inconditionnellement stable même pour des pas de chargement (ou de temps) importants ainsi que pour des états de contraintes proche des discontinuités de la surface de limite élastique (Vermeer, 1979 [164]; de Borst et Vermeer, 1984 [50]).

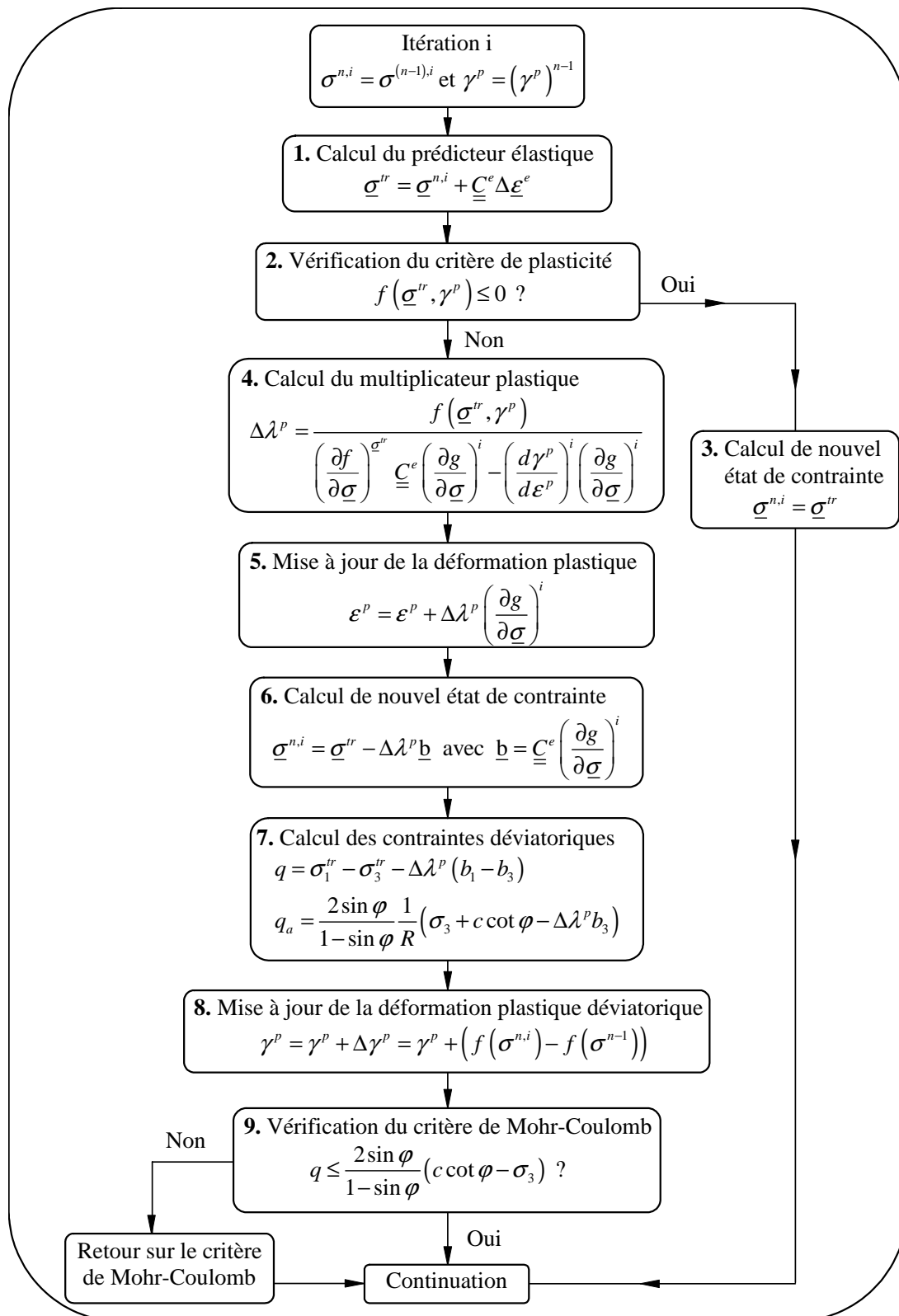


FIG. 4.40 – Algorithme d'intégration pour déterminer les nouveaux états de contraintes sur la surface d'écrouissage en cisaillement de la loi HSM



### 4.3.4 Post-traitement pour calculer le travail du second ordre

L’algorithme que nous avons conçu et mis au point pour calculer le travail du second ordre local et global est identique à celui présenté dans la section 4.1.4. Cependant, le calcul de  $d^2W$  et  $D^2W$  est réalisé une fois le calcul PLAXIS fini et en post-traitement. Ceci s’explique par le fait que nous ne pouvons pas, pour l’instant, accéder à toutes les sources de PLAXIS. La figure 4.41 montre l’algorithme du post-traitement pour calculer le travail du second ordre.

## 4.4 Quelques applications avec le modèle HSM

### 4.4.1 Introduction

Cette section présente au travers de deux modélisations numériques simples, l’application du critère de Hill que nous avons exposé dans la partie précédente. Nous allons étudier le cas d’une fondation superficielle puis d’une pente excavée. Ces deux problèmes sont traités en mécanique pure (sans couplage hydromécanique). En ce qui concerne le matériau, nous utilisons un sable d’Hostun dense donné dans le manuel d’utilisation de PLAXIS (Brinkgreve, 2002 [16]). L’ensemble de ces paramètres est présenté dans le tableau 4.4.

Caractéristiques	Désignation	Unité	Sable dense
Poids volumique	$\gamma$	kN/m <sup>3</sup>	17.5
Module sécant ( $p^{ref}=100$ kPa)	$E_{50}^{ref}$	MPa	37.0
Module tangent	$E_{oed}^{ref}$	MPa	29.6
Coefficient de Poisson	$\nu$	-	0.2
Angle de frottement	$\varphi$	°	40
Cohésion	$c$	kPa	0
Angle de dilatance	$\psi$	°	10
Module en décharge	$E_{ur}^{ref}$	MPa	90
Puissance	$m$	-	0.5
Coefficient à la rupture	$R_f$	-	0.9

TAB. 4.4 – Paramètres du modèle HSM pour le sable d’Hostun dense

Les éléments triangulaires à 15 noeuds et 12 points d’intégration sont utilisés ce qui nous permet d’obtenir des résultats en contraintes de haute qualité.

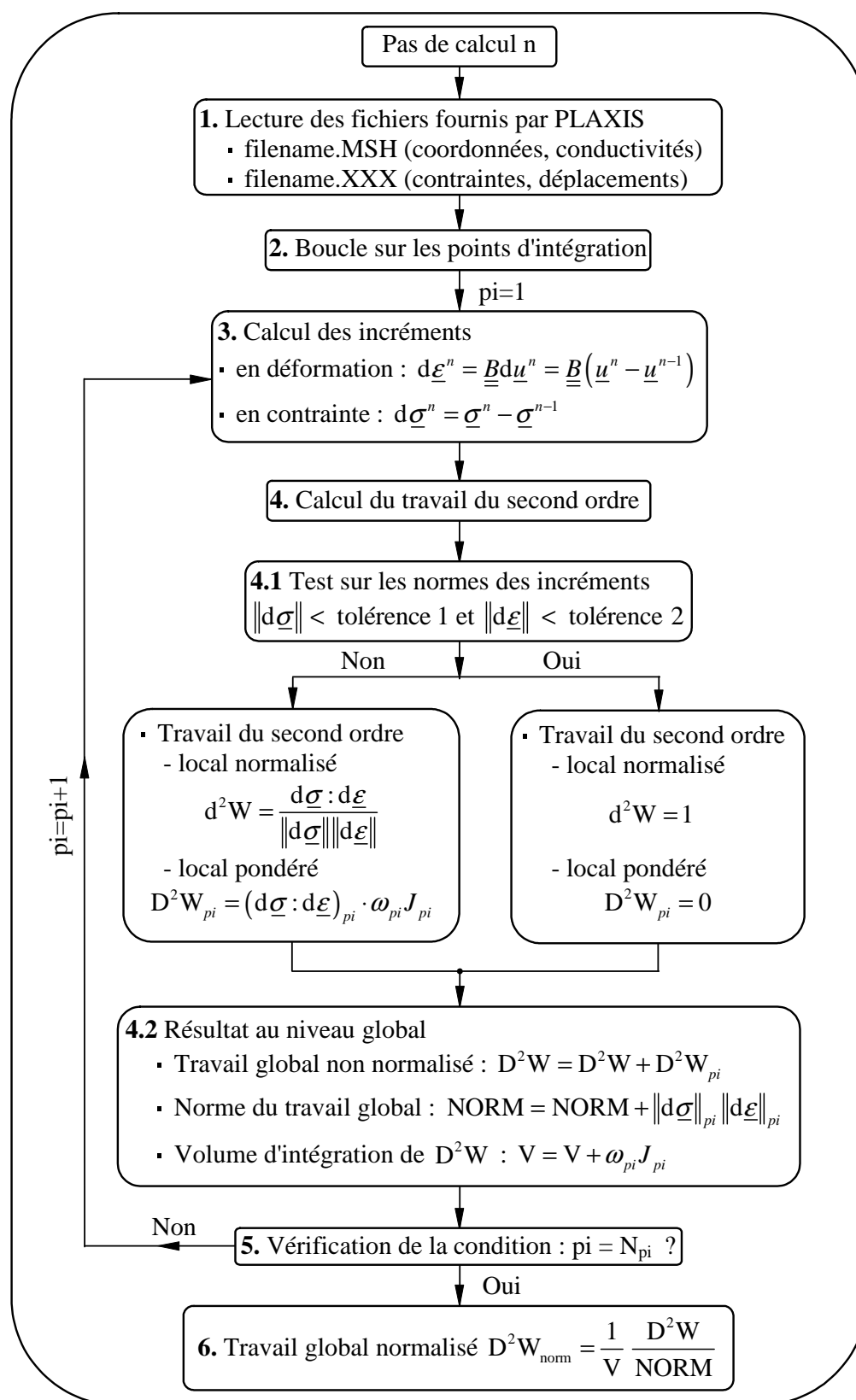


FIG. 4.41 – Algorithme du post-traitement pour calculer le travail du second ordre

## 4.4.2 Etude du cas d'une fondation superficielle circulaire

### 4.4.2.1 Motivation

Nous avons choisi de modéliser le problème de la fondation superficielle circulaire appuyée sur un sable d'Hostun dense pour les deux intérêts suivants :

- **pratique** : de nombreuses charges à base circulaire sont appliquées sur le sol comme : réservoir de pétrole ou autres liquides, radiers de silos ou de réacteurs nucléaires, semelles sous poteaux, etc.,
- **théorique** : la symétrie axiale de la distribution de la charge par rapport au centre du cercle conduit à une symétrie de révolution des champs de contraintes, de déplacements et de déformations. Ces résultats sont donc simples à représenter et souvent plus commodes à commenter et discuter que ceux obtenus dans le cas de fondations rectangulaires (notamment si le sol est hétérogène).

### 4.4.2.2 Présentation du problème aux limites

Dans la première application, nous allons étudier la stabilité d'une fondation superficielle circulaire reposant à la surface d'un massif de sable dense de 4.0 m de hauteur. Nous nous plaçons dans le cadre d'un problème axisymétrique et par conséquent, seul  $\pi$  radians de la fondation sera modélisé. Pour que le champ de déplacement ne soit pas perturbé par la condition aux limites verticale, l'extension latérale sera prise à 5 m, soit 5 fois le rayon de la fondation. La figure 4.42 présente le maillage éléments finis et les conditions aux limites cinématiques. Le massif est discrétisé par 1036 éléments triangulaires.

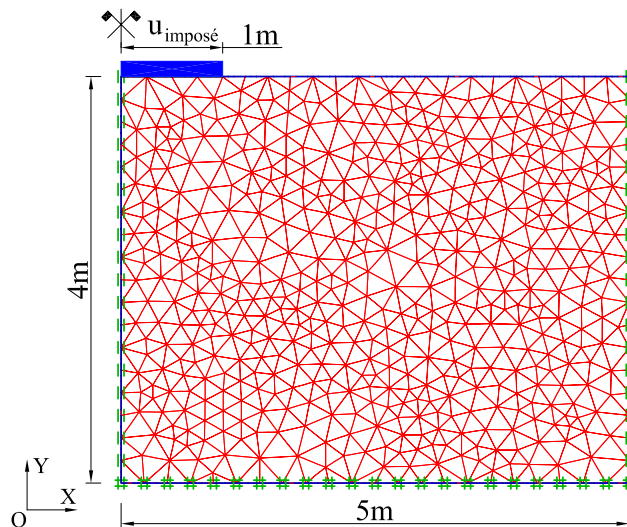


FIG. 4.42 – *Discrétisation par éléments finis et conditions aux limites*

L'erreur tolérée ( $e_{\text{tolérance}}$ ) est prise égale à 0.01. C'est un réglage standard de PLAXIS qui est acceptable dans la plupart des calculs en pratique.

### 4.4.2.3 Charge limite de la fondation superficielle

La fondation est supposée rigide, le déplacement imposé ( $u_{\text{imposé}}$ ) est uniformément réparti en surface. Nous utilisons ici la procédure de niveau final (“*Ultimate level*”) comme une méthode d’application du chargement. Cette procédure pour laquelle la taille des pas de calcul est choisie automatiquement nous permet de préciser la charge totale (i.e. le déplacement imposé sur la fondation) à appliquer en assurant un bon compromis entre la robustesse et la précision du calcul. Remarquons que le calcul sera mené jusqu’à ce que l’un des trois critères suivants soit satisfait :

- La charge totale admissible appliquée a été atteinte,
- Le nombre maximal de pas de chargement additionnel spécifié a été atteint. Dans ce cas, le calcul peut s’arrêter avant d’obtenir la charge totale,
- La charge de rupture a été atteinte. Dans ce cas, la charge totale n’a pas non plus été obtenue. La rupture est diagnostiquée lorsque la charge appliquée diminue pendant deux pas de calcul successifs.

La figure 4.43 montre la courbe de la force portante en fonction du déplacement imposé sur la fondation circulaire. Afin d’analyser le comportement et la stabilité de la fondation, nous choisissons cinq étapes de chargement : avant, pendant et après la valeur maximale de la force axiale.

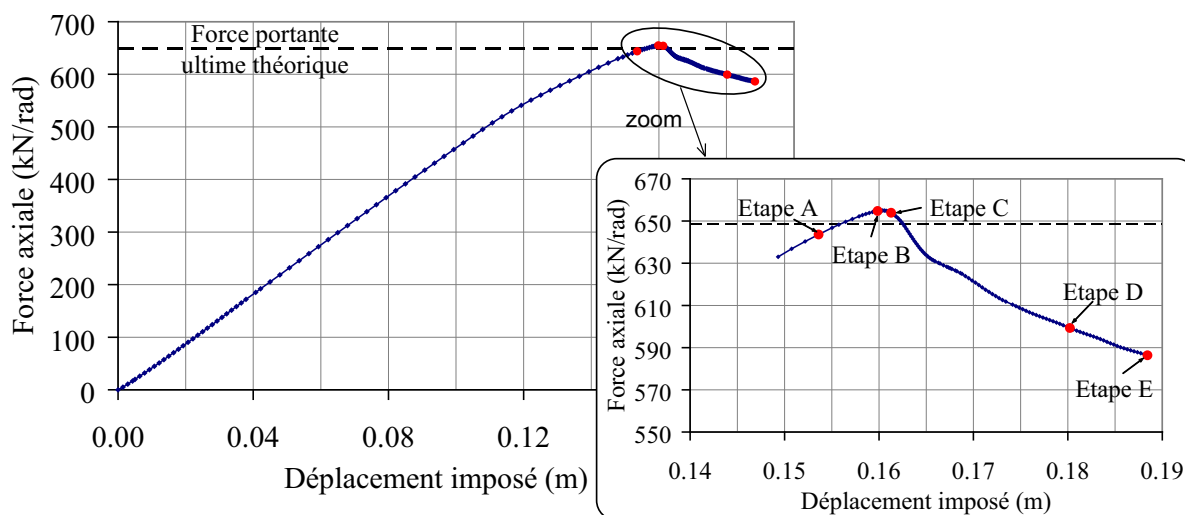


FIG. 4.43 – Force portante de la fondation en fonction du déplacement imposé

Nous limitons la durée totale de notre simulation à 180 pas de chargement additionnels ce qui correspond à une valeur du déplacement total imposé de 18.8 cm (point E). Comme le mode de sollicitation est en déplacement, cette limite nous permet d’étudier la stabilité au niveau local et global de la fondation superficielle même si la valeur maximale de la force portante de cette fondation est dépassée.

Dans le cadre de l'Eurocode 7.1, 1996 [1], la capacité portante ultime théorique en condition drainée de la fondation superficielle est déterminée de la manière suivante :

$$q_{lim} = \frac{1}{2}s_{\gamma}\gamma B N_{\gamma}(\varphi) + s_c c N_c(\varphi) + s_q q_{sc} N_q(\varphi) \quad (4.55)$$

avec :

- .  $q_{lim}$  : capacité portante par unité de surface,
- .  $\gamma$  : poids volumique du sol,
- .  $B$  : largeur (pour les semelles rectangulaire ou carrée) ou diamètre (pour les semelles circulaires),
- .  $q_{sc}$  : surcharge verticale latérale à la fondation,
- .  $c$  : cohésion du sol sous la base de la fondation,
- .  $N_{\gamma}(\varphi)$ ,  $N_c(\varphi)$ ,  $N_q(\varphi)$  : facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne  $\varphi$ ,
- .  $s_{\gamma}$ ,  $s_c$ ,  $s_q$  : coefficients multiplicateurs pour tenir compte de la forme de la fondation.

Le coefficient  $s_{\gamma}$  est égale à 0.7 pour la fondation circulaire. Comme  $q$  et  $c$  sont nuls, il suffit uniquement de déterminer le facteur  $N_{\gamma}(\varphi)$  avec  $\varphi = 40^{\circ}$  :

$$N_{\gamma}(\varphi) = 2 \left( e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(\pi/4 + \varphi/2) - 1 \right) \tan(\varphi) = 105.9 \quad (4.56)$$

Remplaçons ce résultat dans l'équations 4.55, nous obtenons la capacité portante théorique de la fondation superficielle circulaire qui vaut 1297.4 kN/m<sup>2</sup>, soit une force portante ultime de 648.7 kN/rad (i.e.  $q_{lim} \frac{\pi B^2}{4} \frac{1}{2\pi}$ ). Nous remarquons que cette valeur est quasi identique avec celle calculée par PLAXIS (Fig. 4.43).

Cependant, la forme de la courbe force-déplacement obtenue n'est révélatrice que de l'état du sol. Elle n'est pas, par contre, spécifique d'un mode de rupture. En effet, la diminution de la force portante au-delà d'un pic s'observe aussi bien pour les ruptures diffuses que pour les ruptures localisés. Les analyses du travail du second ordre local et global dans les paragraphes suivants permettront donc une mis en évidence des modes de rupture.

#### 4.4.2.4 Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

La figure 4.44(a) présente, pour cinq étapes de chargement, les points où le mécanisme d'érouissage isotrope est activé (points en bleu) et où l'asymptote du critère de Mohr-Coulomb est atteinte (points en rouge). Au début du chargement, le comportement est sensiblement linéaire, c'est-à-dire que la force portante de la fondation croît proportionnellement au déplacement imposé (voir Fig. 4.43). Puis, à l'approche de la force maximale, cette relation n'est plus proportionnelle. Nous constatons, sur la figure 4.44(a), une apparition et une extension des zones de sol plastifiées sous la fondation (étapes A et B). A partir d'un déplacement imposé de 16.1 cm (étape C), qui correspond à un état se situant juste après la capacité portante maximale, le sol n'est plus capable de supporter une force supérieure. On peut dire que l'écoulement plastique libre a été atteint. En continuant

de charger, la capacité portante diminue, les zones plastiques se développent fortement (étape D), cependant, nous ne voyons aucune perte de convergence jusqu'au dernier point considéré (étape E). Ceci s'explique par le fait que la sollicitation utilisée est contrôlée en déplacement.

Les incréments de déformation déviatorique sont donnés sur la figure 4.44(b). Nous observons clairement les zones où ces incréments sont plus importants. Elles correspondent bien avec les mécanismes de déformation du sol généralement observés sous ces types de fondation. Notons que, mis à part le cas de surfaces de rupture préexistantes, que l'on rencontre pour l'essentiel dans les pentes naturelles, toutes les ruptures débutent en général par la plastification du sol en un ou plusieurs points matériels. Puis, elles évoluent, suivant les problèmes, vers une rupture par plastification d'un certain volume de sol (ruptures diffuses) ou vers la formation d'une surface de rupture (ruptures localisées).

Intéressons nous maintenant aux isovaleurs du travail du second ordre pour les cinq étapes de chargement présentées sur la figure 4.44(c). Ces tracés nous permettent d'étudier, de manière plus claire, la stabilité de la fondation. Nous observons, sauf à l'étape A, une bonne corrélation entre les zones de points plastiques, de forts incréments de déformation déviatorique et de valeurs négatives du travail local. Nous pouvons constater que plus le déplacement imposé augmente, plus la zone de  $d^2W$  négatif s'étend au niveau de la surface libre du massif. Cette jonction ressemble à un mode de ruptures surfaciques (rupture diffuse) (étape B). A l'étape E, la rupture paraît clairement localisée. Les tracés des isovaleurs du travail montrent également que, en élasto-plasticité, la forme locale (en un point matériel) du critère de Hill peut décrire les bifurcations à l'intérieur du critère de rupture de Mohr-Coulomb. Le travail du second ordre local est ainsi négatif, alors que, le critère de Mohr-Coulomb n'est pas atteint.

Pour le cas de l'étape A, qui se situe avant la force portante maximale dans la courbe globale force-déplacement (Fig. 4.43), il est important de noter que l'indicateur de plasticité ne représente que 90 % du vrai critère de Mohr-Coulomb (Eq. (4.48)). C'est probablement pour cette raison que nous trouvons une différence, en terme de prévision de l'instabilité, entre l'indicateur de plasticité et le travail du second ordre. Par contre, les faibles valeurs de  $d^2W$  s'accordent bien avec les forts incréments de déformation déviatorique.

En se basant sur ces trois indicateurs de "rupture", nous pouvons dire que les ruptures par plastification et le glissement le long des surfaces de rupture peuvent être bien analysés dans le cas de notre simulation.

#### 4.4.2.5 Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

La partie précédente a montré l'application de la condition suffisante de stabilité définie par Hill au niveau local. Dans ce qui suit, nous nous intéresserons à la stabilité de la fondation en se basant sur le critère global.

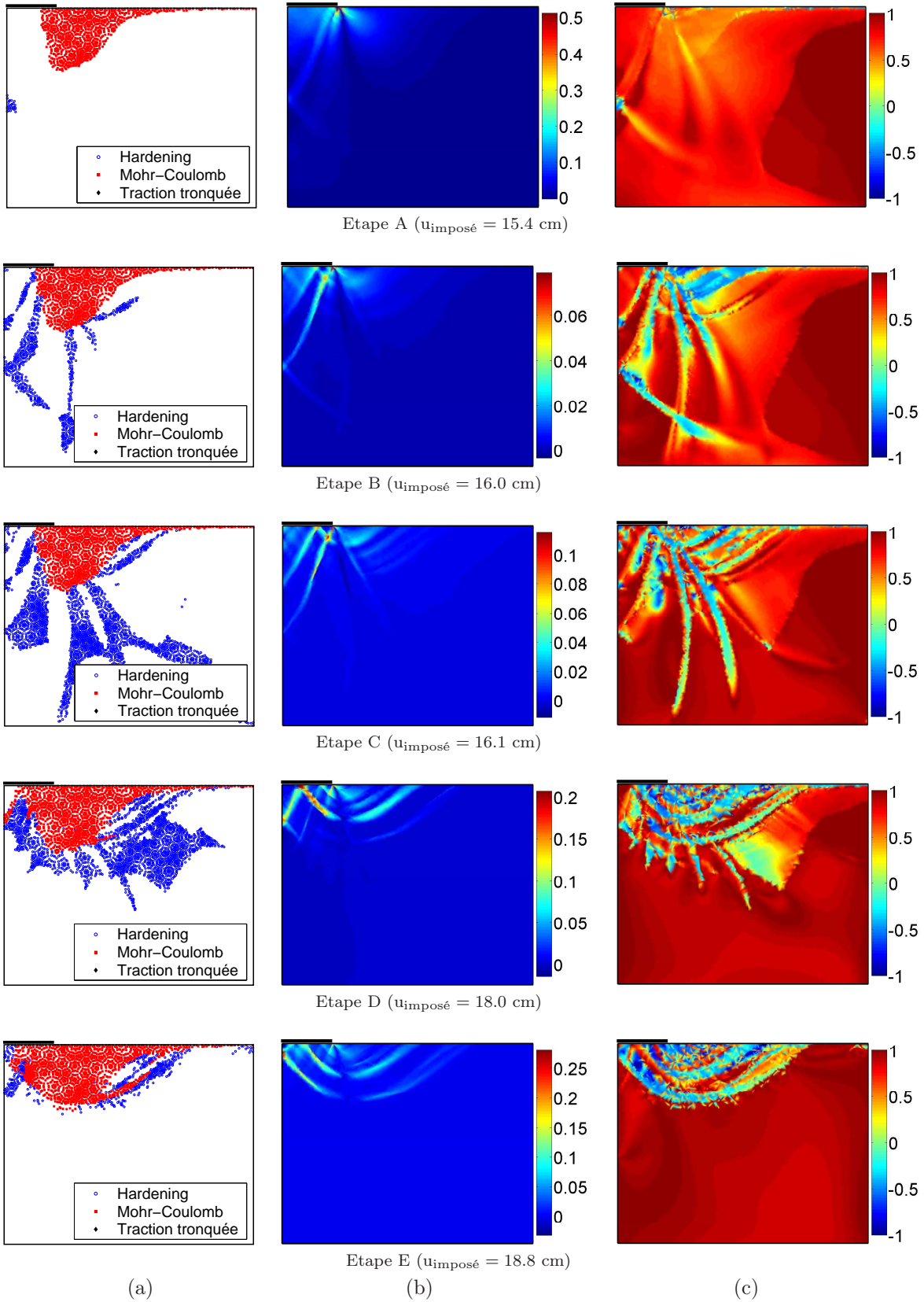
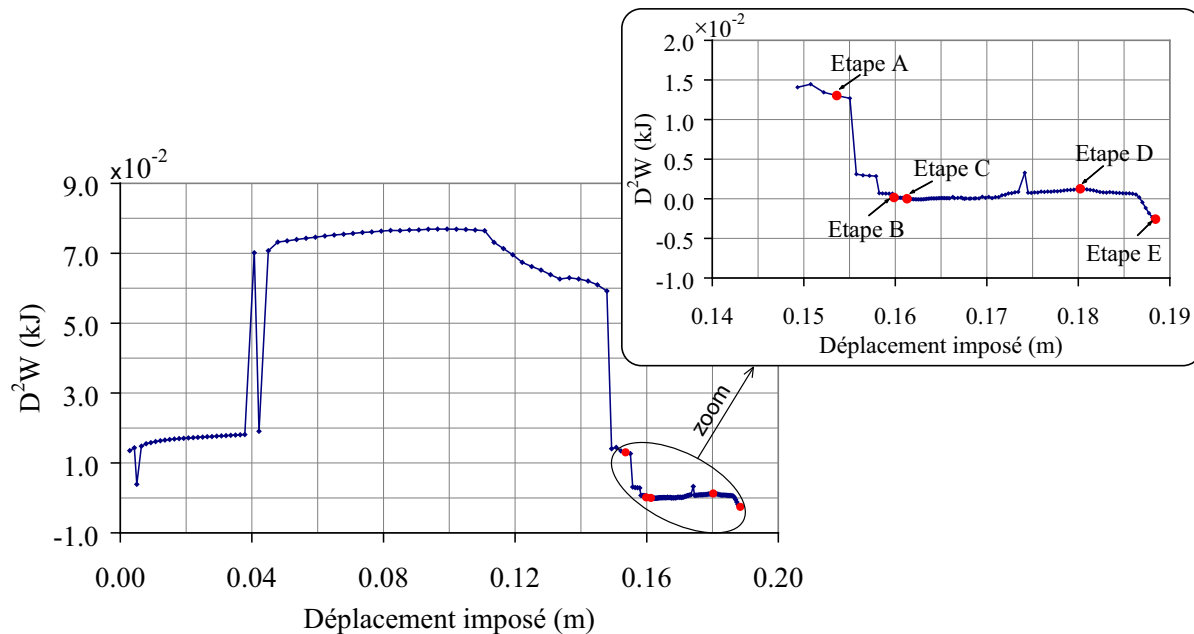
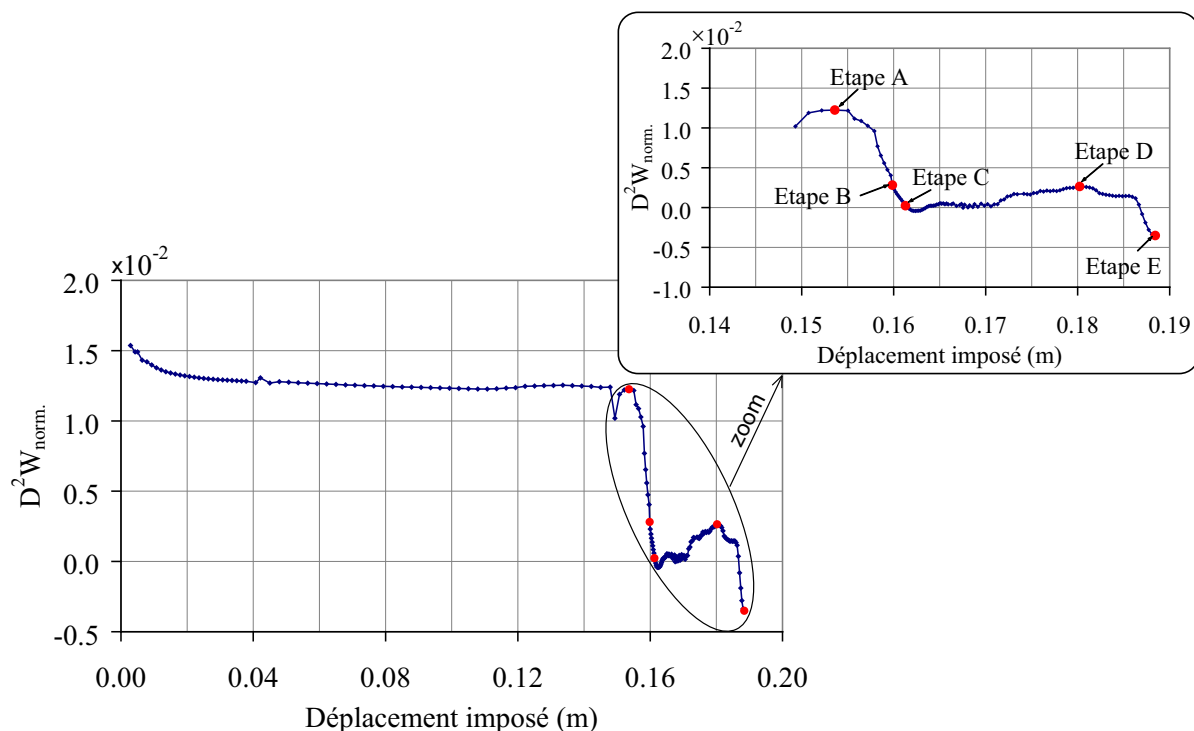


FIG. 4.44 – Présentation des points plastiques (a), des isovaleurs des incréments de déformation déviatorique (b) et des isovaleurs du travail du second ordre (c) à cinq étapes de chargement



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 4.45 – Evolutions du travail du second ordre global au cours du chargement



La figure 4.45 présente l'évolution du travail du second ordre global en fonction du déplacement imposé. Nous constatons que le  $D^2W$  non normalisé (Fig. 4.45(a)) est nécessairement difficile à interpréter lorsque la vitesse de chargement varie. En effet, les chutes autour de 0.040 m et de 0.0148 m de déplacement imposé se produisent aux moments où il y a les changements remarquables de l'incrément de déplacement imposé (voir Fig. 4.43). De ce fait, une normalisation de  $D^2W$ , illustrée sur la figure 4.45(b), permet de mieux décrire l'évolution du travail global avec une influence négligeable de la variation de la vitesse de sollicitation.

Tant que la courbe force-déplacement augmente linéairement, le travail du second ordre global normalisé reste quasiment constant, l'ouvrage se trouve donc dans un état quasiment stable dès lors que le travail est positif. A l'approche de la valeur de la capacité portante ultime (étapes A et B), une forte diminution de  $D^2W_{norm.}$  se produit et il s'anule à l'étape C ce qui confirme les interprétations précédentes quant à l'état de stabilité du massif. En poursuivant le chargement, le travail global devient négatif. Ainsi le massif est en état d'instabilité manifeste selon la condition de Hill, 1958 [83]. Il convient de noter que l'étude de la stabilité globale en s'appuyant sur ce critère de Hill a été également appliquée dans le cadre d'un milieu discret granulaire (Darve *et al.*, 2004 [49]; Lambert, 2005 [102]). Il a été également montré qu'à l'apparition d'une valeur négative de  $D^2W$ , l'instabilité du massif considéré n'est plus potentielle mais bien effective.

La légère augmentation de  $D^2W$ , clairement visible à l'étape D, est probablement attribuable à la sensibilité des points matériels sur la surface d'écrouissage en cisaillement par rapport à la vitesse de chargement. En effet, au delà de la capacité portante ultime, la vitesse de chargement en déplacement devient extrêmement faible. Les valeurs du travail du second ordre local de ces points qui étaient négatives au pas précédent sont quasiment nulles au pas courant. Par contre, le sol autour de la fondation et près de la surface continue à se plastifier jusqu'à ce que la rupture soit atteinte. Ceci explique, qu'après l'étape D, le travail global rediminue et devient considérablement négatif en fin de chargement (étape E).

### 4.4.3 Analyse de la stabilité d'une pente formée par excavation

#### 4.4.3.1 Motivation

Dans le cadre de sa thèse, Servant, 2004 [147] a utilisé deux modèles de comportement ; un modèle élastoplastique PLASOL et un modèle incrémentalement non linéaire (Darve, 1982, 1987 [32; 33]) implémentés dans le code LAGAMINE dans le but d'analyser la stabilité d'une pente, constituée d'un sable lâche, au cours de son excavation. Les simulations n'ont pas pu converger jusqu'à la dernière couche excavée (20 m en profondeur) ; elles ont divergé après 8 m d'excavation car l'angle de la pente excavée était plus grand que l'angle de frottement interne pour les deux modèles PLASOL et INL. Cependant, la zone de travail du second ordre négatif trouvée à ce stade correspond approximativement aux résultats obtenus par Darve et Laouafa, 1999 [43].

Dans notre cas, nous choisissons de modéliser le même problème aux limites mais avec un matériau dilatant (sable d'Hostun dense, tableau 4.4) et une profondeur finale de l'excavation de 30 m. Notons que l'angle de la pente étudiée ( $38.7^\circ$ ) est inférieur à l'angle de frottement interne du sable d'Hostun dense ( $40^\circ$ ).

Une comparaison vis-à-vis de la stabilité au sens de Hill, pour le même problème aux limites, entre les deux modèles de comportement élastoplastique HSM et PLASOL sera également effectuée.

#### 4.4.3.2 Présentation du problème aux limites

Les conditions aux limites sont représentées sur la figure 4.46. L'analyse est réalisée dans le cadre des déformations planes. Une génération automatique des contraintes initiales correspond à l'application du poids volumique d'un sol supposé homogène ( $\sigma_{h0} = K_0 \sigma_{v0}$  avec  $K_0 = 1 - \sin \varphi$ ;  $\sigma_{v0}(y) = \gamma(40 - y)$ : contrainte verticale;  $\sigma_{h0}$ : contrainte horizontale). La zone d'excavation se compose de 30 couches d'un mètre d'épaisseur qui seront retirées successivement de manière descendante.

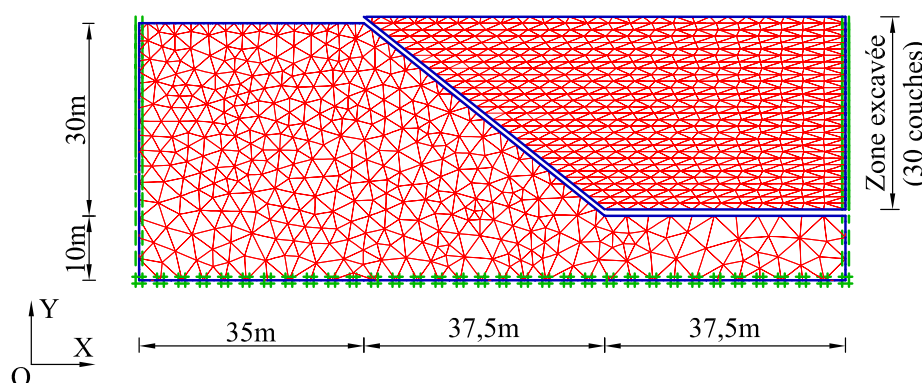


FIG. 4.46 – *Maillage et conditions aux limites*

Le maillage utilisé est composé de 1857 éléments triangulaires à 15 noeuds.

#### 4.4.3.3 Résultats de la simulation

La figure 4.47 présente le champ de déplacement et les isovaleurs de déformation déviatorique à la fin de l'excavation (30 m en profondeur).

Nous constatons sur la figure 4.47(a) que sous l'effet du déconfinement du sol, suite à l'excavation, le massif de sol se déplace dans les directions horizontale (déplacement vers l'aval) et verticale (soulèvement).

La figure 4.47(b) présente clairement la zone où les déformations déviatoriques sont les plus importantes. Cette zone ne semble pas présenter de formations de bandes de cisaillement.

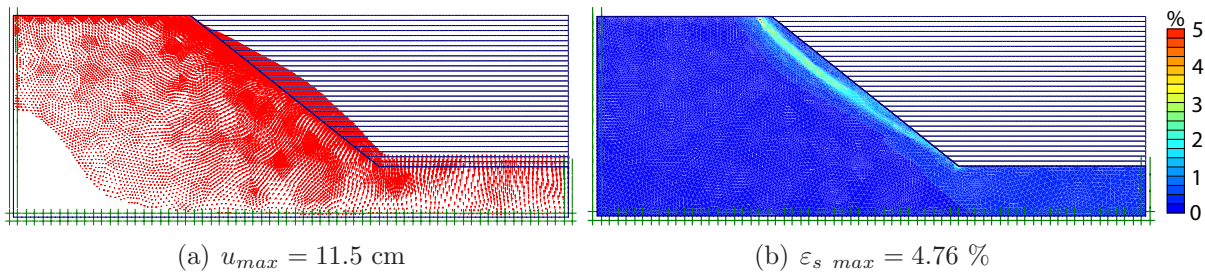


FIG. 4.47 – *Champ de déplacement total (a) et isovaleurs de la déformation déviatorique à la fin de l’excavation (b)*

D’ailleurs, elle est très superficielle ce qui nous fait penser à ce stade de l’analyse que le mode de rupture est de type surfacique, autrement dit, rupture diffuse. La partie suivante a pour but de répondre à la question concernant le mode de rupture en se basant sur les analyses du travail du second ordre.

#### 4.4.3.4 Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Les résultats en termes de plasticité et de travail du second ordre local sont présentés sur la figure 4.48 pour trois profondeurs d’excavation différentes (10 m, 20 m et 30 m).

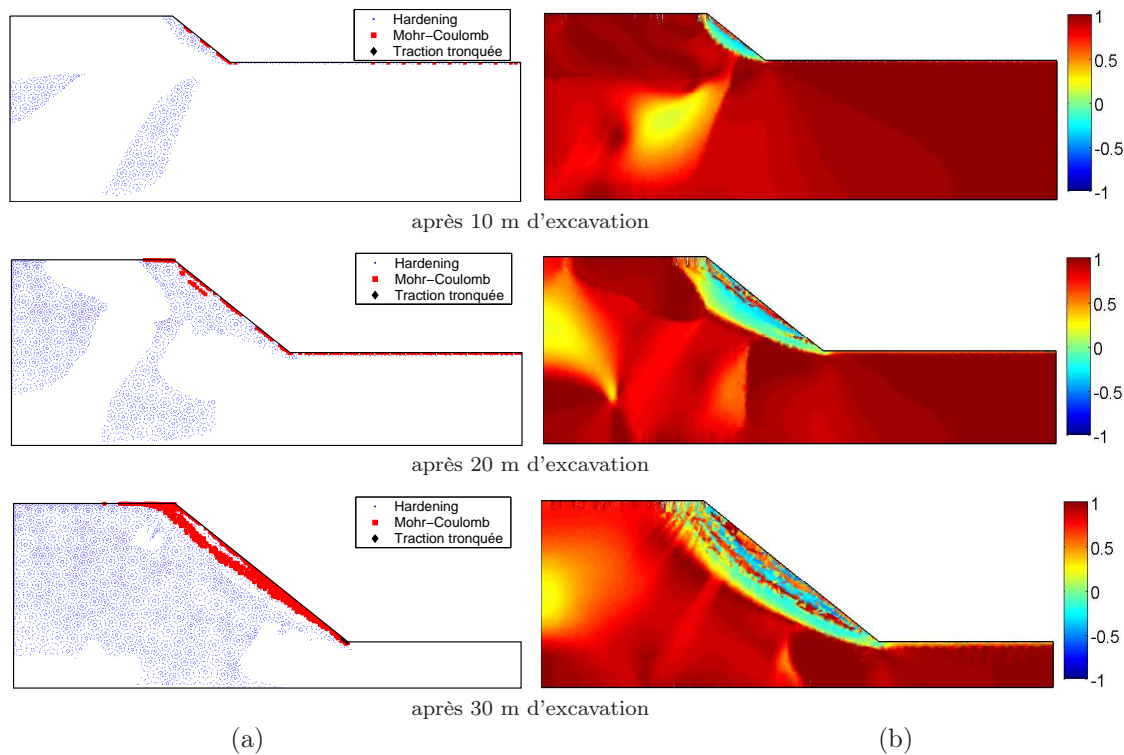


FIG. 4.48 – *Points plastiques (a) et isovaleurs du travail du second ordre (b) pour trois profondeurs d’excavation*

Rappelons que l'apparition d'un ou plusieurs points plastiques est le premier phénomène qui peut préfigurer la rupture. Nous observons sur la figure 4.48(a) l'extension de la zone plastifiée qui se situe en premier lieu superficiellement le long de la surface inclinée. En fin d'excavation, une rupture par plasticité de Mohr-Coulomb se manifeste et rejoint la surface libre du massif. Ce résultat se retrouve d'ailleurs en considérant la zone qui présente les déformations déviatoriques les plus importantes (Fig. 4.47(b)).

En traçant les isovaleurs de  $d^2W$ , nous pouvons conclure que le creusement jusqu'à 30 m de profondeur a fortement déstabilisé le massif. Les valeurs négatives de  $d^2W$  rassemblées dans une grande zone superficielle qui se développe progressivement au cours de l'excavation permet de mettre en évidence la rupture sans doute diffuse d'une partie de l'ouvrage. De plus, le tracé des isovaleurs du travail montrent également que, en élasto-plasticité, la condition de Hill peut décrire les bifurcations avant la condition de localisation et à l'intérieur strict du critère de rupture de Mohr-Coulomb.

#### 4.4.3.5 Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

Par la suite, nous allons étudier de manière globale la stabilité de la pente en cours d'excavation à travers le critère global proposé par Hill, 1958 [83].

La diminution du travail du second ordre global non normalisé, qui est présenté sur la figure 4.49(a), montre que l'excavation est défavorable vis-à-vis de la stabilité du massif. Le phénomène d'accroissement de  $D^2W$  lors des dernières étapes d'excavation, probablement attribuable à la forte variation de la surface excavée, peut être surmonté en étudiant  $D^2W_{norm.}$  (Fig. 4.49(b)). La décroissance continue de  $D^2W_{norm.}$  du début à la fin de l'excavation est un bon indicateur pour prévenir du fait que le massif tend vers un état de plus en plus instable.

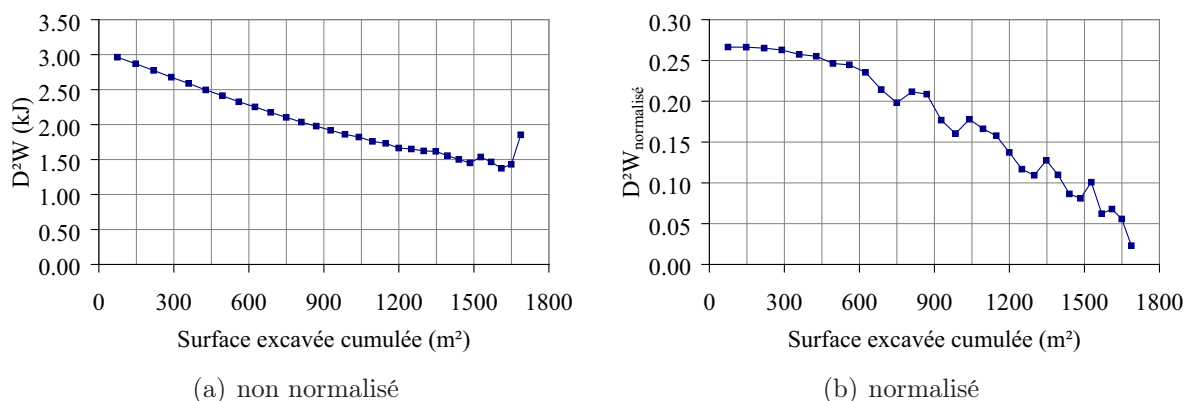


FIG. 4.49 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation

#### 4.4.3.6 Comparaison avec le modèle PLASOL

##### Calibration du modèle de comportement PLASOL sur le modèle HSM

Le tableau 4.5 présente les caractéristiques mécaniques du sable d'Hostun dense obtenues avec le modèle PLASOL en calibrant celui-ci sur les réponses obtenues avec le modèle HSM pour un essai triaxial drainé.

Caractéristiques	Désignation	Unité	Sable graveleux
Poids volumique	$\gamma$	kN/m <sup>3</sup>	17.5
Module d'Young	E	MPa	30.0
Coefficient de Poisson	$\nu$	-	0.29
Angle de frottement initial en compression	$\varphi_{c0}$	°	10.0
Angle de frottement final en compression	$\varphi_{cf}$	°	40.0
Cohésion	c	kPa	0.0
Angle de dilatance	$\psi$	°	10
Paramètre de forme	$B_p$	-	$1.0 \cdot 10^{-3}$

TAB. 4.5 – Paramètres du modèle PLASOL pour le sable d'Hostun dense

Le comportement, correspondant aux deux modèles, de ce sable d'Hostun dense constituant la pente est représenté sur la figure 4.50. A partir des deux courbes de réponse ( $q, \varepsilon_1$ ) et ( $\varepsilon_v, \varepsilon_1$ ), nous constatons que les réponses des deux lois constitutives : HSM et PLASOL sur un chemin triaxial axisymétrique sont sensiblement identiques.

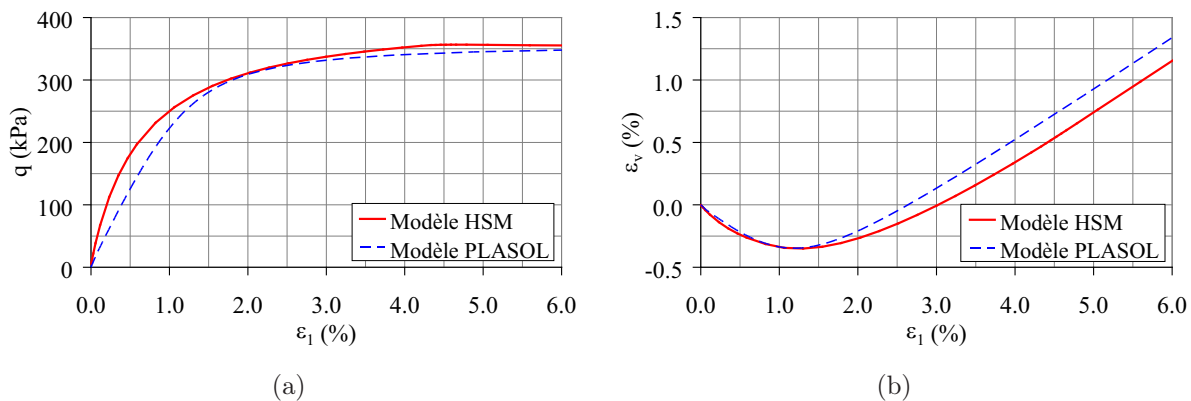


FIG. 4.50 – Comparaison des comportements du sable d'Hostun dense sous sollicitation triaxiale drainée ( $p=100$  kPa) avec les deux modèles : HSM et PLASOL

##### Comparaison en terme de contraintes

Il faut remarquer tout d'abord que notre simulation avec le modèle PLASOL n'a pas convergé jusqu'à la fin de l'excavation (30 m en profondeur). Ceci est dû au fait qu'avec

une cohésion nulle et un angle de frottement interne ( $40^\circ$ ) proche de l'angle de la pente ( $38.7^\circ$ ), il est difficile d'obtenir un creusement au delà de 18 m en profondeur, soit 18 couches excavées, avec une bonne convergence en déplacement. Certains éléments à la crête de la pente, qui sont localement trop déformés, ont empêché la convergence du calcul. Cependant, nous allons comparer les résultats obtenus entre les deux modèles HSM et PLASOL à ce même stade.

Les figures 4.51 et 4.52 présentent les comparaisons des champs de contraintes horizontales et verticales, respectivement. Les deux résultats sont quasiment identiques. En effet, nous obtenons la même répartition ainsi que le même ordre de grandeur de  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  au dernier pas convergé.

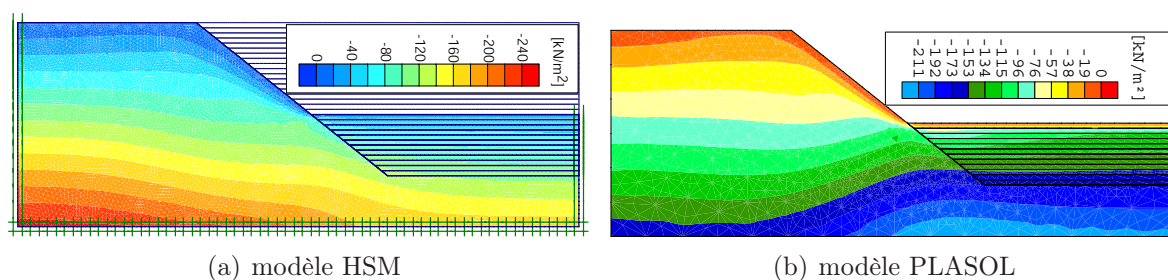


FIG. 4.51 – Comparaison des champs de contraintes horizontales  $\sigma_{xx}$  après 18 m d'excavation

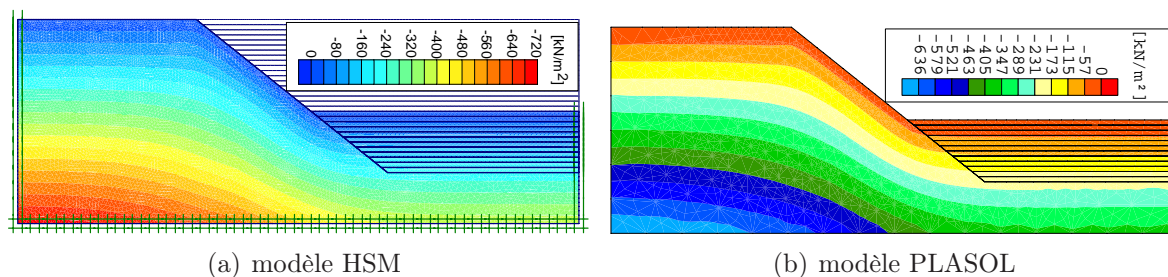


FIG. 4.52 – Comparaison des champs de contraintes verticales  $\sigma_{yy}$  après 18 m d'excavation

### Comparaison en terme de travail du second ordre local et global

La comparaison en terme de travail du second ordre local normalisé est présentée sur la figure 4.53 à la même étape d'excavation. Nous observons que, même si les deux modèles de comportement sont différents, nous obtenons une zone à peu près identique en ce qui concerne les valeurs négatives de  $d^2W$  le long de la surface inclinée. Cette zone est potentiellement instable au sens de Hill.

Il est intéressant de remarquer que, pour le cas du modèle PLASOL, le fait d'excaver jusqu'à 18 m de profondeur a fait apparaître, à la crête de la pente, des valeurs fortement négatives du travail du second ordre. Nous pensons que cet élément peut expliquer la perte de convergence du calcul à cette étape.

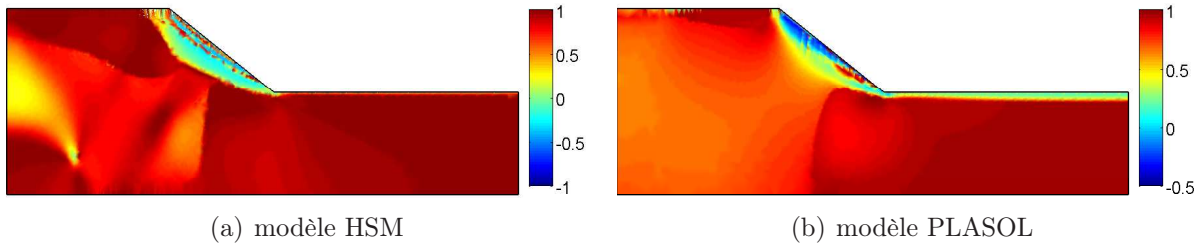


FIG. 4.53 – Comparaison des isovaleurs du travail du second ordre après 18 m d’excavation

En ce qui concerne la comparaison des évolutions du travail du second ordre global, pour que la présentation soit plus lisible, nous avons introduit les corrections sur les valeurs de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  par deux facteurs multiplicatifs  $m_1$  et  $m_2$ , respectivement.

$$(D^2W)_{HSM} := m_1 (D^2W)_{HSM} \quad \text{avec} \quad m_1 = \frac{(D^2W)_{PLA}^0}{(D^2W)_{HSM}^0} = 3.49$$

$$(D^2W_{norm.})_{HSM} := m_2 (D^2W_{norm.})_{HSM} \quad \text{avec} \quad m_2 = \frac{(D^2W_{norm.})_{PLA}^0}{(D^2W_{norm.})_{HSM}^0} = 1.17$$

où “0” dénote le première étape de l’excavation, “HSM” dénote le modèle HSM, “PLA” dénote le modèle PLASOL.

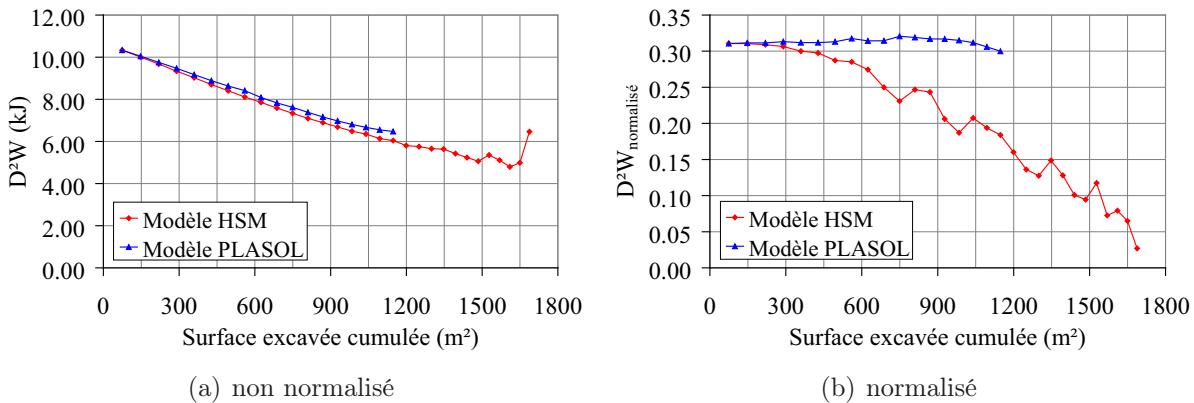


FIG. 4.54 – Comparaison des évolutions du travail du second ordre global obtenues avec deux modèles : HSM et PLASOL

La figure 4.54(a) montre que les évolutions de  $D^2W$  de deux modèles de comportement sont quasiment confondues. Ce résultat est très intéressant car il confirme que le travail du second ordre global est en partie indépendant du modèle de comportement utilisée, d’une part, et du maillage éléments finis, d’autre part, pour le même problème aux limites. Par contre, les évolutions de  $D^2W_{norm.}$  présentées sur la figure 4.54(b) sont très différentes. En fait, il est important de remarquer que la norme du travail global (voir Fig. 4.41) ne présente pas le même sens dans la combinaison entre deux ou plusieurs modèles de comportement. Elle n’a une efficacité que dans le but d’éliminer au mieux l’influence des variations de la vitesse de sollicitation sur le travail global pour chaque modélisation. C’est

pourquoi la comparaison des évolutions de  $D^2W_{norm.}$  entre les modèles HSM et PLASOL n'est pas concluante. Cependant, nous observons que  $D^2W_{norm.}$  pour les deux modèles a tendance à diminuer au cours de l'excavation.

Enfin, l'évolution de  $D^2W$  en cours d'excavation dans le cadre du modèle PLASOL confirme que globalement, le massif reste stable jusqu'à 18 m du creusement. La perte de convergence de la simulation à cette étape s'est produite simplement au niveau de quelques éléments trop déformés.

#### 4.4.3.7 Remarques

L'étude du travail du second ordre local et global dans deux problèmes aux limites simples comme la fondation circulaire et l'excavation d'une pente a été effectuée en utilisant le modèle HSM du code PLAXIS.

L'étude du travail du second ordre local dans ces deux modélisations nous a permis de détecter des zones potentiellement instables. Le mode de rupture pour la fondation superficielle est localisé et le travail du second ordre fournit les bandes de cisaillement, tandis que le mode de rupture pour la pente est diffus et le travail du second ordre fournit la zone instable.

Le tracé des évolutions du travail du second ordre global ne convient pas pour analyser des cas où la vitesse de chargement varie significativement. Pourtant, la comparaison entre les deux modèles HSM et PLASOL a prouvé, dans un cas, l'indépendance de  $D^2W$  par rapport au modèle constitutif et au maillage.

L'analyse de  $D^2W_{norm.}$  nous semble être un bon indicateur pour prévoir l'apparition de l'instabilité du massif. En effet, plus  $D^2W_{norm.}$  diminue, moins l'ouvrage est stable. Cette conclusion est confirmée pour les deux modélisations : fondation circulaire et pente excavée. Nous considérons cependant que la définition de la norme reste encore une question ouverte.

Malgré une perte de convergence, les fortes corrélations en termes de travail du second ordre local et global entre les deux modèles HSM et PLASOL nous ont permis de vérifier la qualité de l'ensemble des modifications introduites dans le code LAGAMINE et du programme de post-traitement des résultats du code PLAXIS. Par ailleurs, il est important d'indiquer que la perte de convergence s'est produite dans une zone très déformée (à la crête de la pente) où nous pouvons observer des valeurs fortement négatives de  $d^2W$ .



## 4.5 Conclusions

Les présentations succinctes de deux codes de calculs par éléments finis LAGAMINE et PLAXIS ainsi que de deux modèles de comportements (i.e. respectivement PLASOL et HSM) ont été effectuées.

Nous avons introduit un programme pour calculer le travail du second ordre dans le modèle PLASOL du code LAGAMINE. Un programme Fortran et Matlab de post-traitement des résultats du code PLAXIS et de calcul du travail du second a également été développé. Ces travaux nous ont permis d'étudier les problèmes d'instabilités, de bifurcations dans les ouvrages en se basant sur la condition de stabilité de Hill.

La modélisation en couplage hydromécanique d'un problème d'apparence simple mais en fait complexe comme le talus bordant un canal a été effectuée avec le modèle PLASOL. Cette modélisation a mis en évidence plusieurs aspects importants concernant la stabilité locale (stabilité matérielle) et globale du massif. En effet, pendant les phases d'excavation, aucune valeur négative de  $d^2W$  n'est détectée ce qui est confirmé par la stabilité du talus. Par contre, dans la phase de montée d'eau, des zones de valeurs négatives de  $d^2W$  sont observées. Nous avons montré que l'apparition et l'extension de ces zones sont un bon indicateur vis-à-vis de la prévision de l'instabilité potentielle locale au sens de Hill. Une bonne corrélation entre ces zones et la surface la plus défavorable par rapport à la stabilité du talus a été observée dans le cas de la rupture localisée par formation d'une surface de cisaillement.

Les tracés de  $d^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  permettent de clarifier les influences de la saturation résiduelle  $S_{rw}$  sur la stabilité du talus. Nous remarquons, aussi bien au cours de l'excavation que lors de la montée d'eau, que plus le degré  $S_{rw}$  est faible, moins le massif est stable et inversement (ceci jusqu'à une certaine valeur limite de  $S_{rw}$ ).

En ce qui concerne les problèmes modélisés avec le modèle HSM, nous avons étudié deux cas simples : une fondation superficielle et une pente excavée en mécanique pure (sans couplage). Les résultats obtenus confirment que la rupture en masse (rupture diffuse) peut être analysée par la condition de stabilité de Hill qui correspond à l'annulation du travail du second ordre, c'est-à-dire (dans le cas des lois incrémentalement linéaires) à l'annulation du déterminant de la partie symétrique de la matrice de rigidité globale (voir aussi chapitre 2). Rappelons que ce mode de rupture avec un champ de déplacements chaotiques peut apparaître avant la condition de localisation et à l'intérieur strict de la condition limite de plasticité.

Toutes nos modélisations ont montré que la condition globale de Hill, qui se base sur le travail du second ordre global, permettait de discuter de la stabilité du massif. Il est important de remarquer également que l'analyse de  $D^2W$  est restreinte si la vitesse ou bien l'incrément de chargement varie. Par contre, l'analyse de  $D^2W_{norm.}$  semble être une bonne orientation pour éliminer cette restriction. En effet, nous nous sommes rendus compte que plus  $D^2W_{norm.}$  diminue, moins l'ouvrage est stable.

Il est également intéressant de souligner qu'en comparant l'évolution de  $D^2W$  entre deux

modèles HSM et PLASOL pour le cas d'une pente excavée, nous avons constaté une certaine indépendance du critère de Hill par rapport au modèle constitutif utilisé et au maillage éléments finis.

Dans le chapitre suivant, nous allons aborder plusieurs aspects de la modélisation complexe d'un problème réel. Il s'agit du cas de la côte de Trévoux qui a subi, après une période de fortes précipitations, de nombreux désordres (glissements et ruptures).

4. Mise en oeuvre numérique du travail du second ordre dans deux codes de calculs par éléments finis  
124 (LAGAMINE et PLAXIS)

## CHAPITRE 5

---

## Modélisation hydromécanique couplée du glissement de la côtière de Trévoux

---

*Les résultats du chapitre 4 nous encouragent à aborder un cas réel, la côtière de Trévoux. Cette côtière, notamment son profil au niveau du parking de la Mairie de Trévoux, a présenté de nombreux désordres après une période de fortes précipitations en avril 1983. Une modélisation de ce profil sera effectuée à partir des outils développés dans les chapitres précédents.*

*Dans un premier temps, nous allons analyser la stabilité de la côtière pendant la phase d'excavation et de remblai en supposant qu'à son état originel, la côtière était remplie de matériaux et non excavée.*

*Enfin, nous nous rapprocherons des glissements de la côtière causés par des fortes précipitations en simulant la remontée progressive de la nappe phréatique jusqu'au niveau de crue dans la Saône. La stabilité du massif sera analysée à l'aide du critère de stabilité proposé par Hill.*

## 5.1 Présentation de l'ouvrage

Les données géologiques et hydrogéologiques ainsi que les descriptions des instabilités et des investigations menées in situ sont issues d'un rapport du BRGM adressé à la Mairie de Trévoux en juin 1983 [14].

Les données géotechniques sont tirées de deux rapports préliminaires élaborés par la société SAGE en 2001 [71] et en 2002 [72].

### 5.1.1 Données géologiques et hydrogéologiques

#### 5.1.1.1 Géologie régionale

La ville de Trévoux est située sur la côtière de la Saône formant la limite à l'Ouest avec le plateau des Dombes. La Saône coule à une altitude d'environ 166 m au pied d'un abrupt talus de 90 m de hauteur.

Le plateau des Dombes appartient à l'extrémité ouest de la dépression tertiaire de la Bresse. Il se situe à une altitude moyenne de 255 m au Nord-Est de Trévoux. Il est constitué de cailloutis et sables ferrugineux des Dombes reposant sur des sable pliocènes (sable de Trévoux) à l'Ouest et des argiles à l'Est. Le plateau est recouvert en maints endroits de limons et/ou d'alluvions fluviales.

#### Formations quaternaires

Le limon des Dombes est constitué par des limons, jaune ocré, non calcaire, plus ou moins argileux, d'épaisseur faible (0,5 à 3 m). Les alluvions fluviales anciennes sont des dépôts sablo-graveleux peu épais (quelques mètres) en relation avec des épisodes fluvio-glaciaires, qui reposent sur les sables de Trévoux ou les cailloutis des Dombes plus ou moins remaniés. Ces derniers sont des alluvions fluviales épaisses (environ 30 m) constituées de galets et de sables formant souvent des bancs épais ou de fortes lentilles.

#### Formations tertiaires

Les sables de Trévoux sont constitués de sables grossiers à moyens, de grès jaunâtres à niveaux irréguliers consolidés avec de rares lentilles graveleuses et de minces lits argileux discontinus. Ces dépôts sont vraisemblablement fluviales et d'origine alpine. Ils atteindraient une centaine de mètres d'épaisseur et reposent sur les marnes de Bresse imperméables, le sommet se situant vers 225 m d'altitude. Ces sables sont très perméables.

Les Marnes de Bresse sont des marnes grises d'origine fluvio-lacustre. Épaisses de plus de 100 m, elles constituent la partie terminale du remblai tertiaire du bassin bressan. Elles

n'affleurent en aucun point de façon certaine dans la région de Trévoux. Leur toit se situe entre 155 et 165 m et présente une pente générale d'Est (plateau des Dombes) en Ouest (vallée de la Saône).

## Vallée de la Saône

La Saône a constitué un drain méridien depuis le tertiaire dans la région lyonnaise. Son cours contourne le puissant delta du ruisseau de Formans avant de venir buter sur la Côtière de Trévoux, qu'elle a certainement contribué à raidir dans un passé assez récent.

### 5.1.1.2 Hydrogéologie régionale

La vallée de la Saône est le drain naturel de l'Ouest du plateau des Dombes. Les infiltrations d'eau pénètrent facilement les matériaux perméables (alluvions de surface, sable de Trévoux) et ravinent localement les marnes de Bresse. La nappe phréatique n'affleure jamais au niveau des sables de la côtière. Elle se situe certainement bien plus profondément en arrière dans le talus. Son exutoire se place en pied de talus directement dans la Saône ou à la faveur de nombreuses sources ou puits plus ou moins bien connus dans la partie basse de la ville.

Les perméabilités respectives des sables de Trévoux et des marnes de Bresse se situent dans un rapport 1000 au minimum.

## 5.1.2 Description des instabilités observées

La localisation de tous les phénomènes décrits ci-dessous est présentée sur la figure A.1.

Au matin du 27 avril 1983, la côtière de Trévoux a été le siège de nombreux désordres. La première manifestation s'est produite au niveau du n°40 de la Grand-Rue avec un effondrement d'un mur de soutènement sous la poussée du sol. A peu près simultanément, à l'Ouest, une portion du talus sablo-gréseux haut d'une trentaine de mètres s'écroulait derrière le n°52 (parcelle 140) mais sans provoquer de dégâts importants aux habitations. Ce secteur compris entre les parcelles 121 et 152 et, repéré sur la figure A.1 en annexe par le numéro 1, a été le premier affecté.

La deuxième manifestation a été enregistrée vers 13 heures dans la rue de l'Industrie où un affaissement principal de quelques décimètres accompagné de fissures de décompression a été observé. Ce secteur est numéroté 4.

Environ une heure plus tard, de nombreuses fissures successives se développaient sur la parcelle 209, au boulevard de l'Industrie. Ces fissures délimitaient un volume de terre très important, dont la rupture progressive pouvait mettre en péril la parcelle 175 jusqu'au chemin des Corbettes. Il s'agit du secteur n°3.

Du chemin des Remparts (ou du Château d'Eau) jusqu'au raccordement avec le secteur 1, un certain nombre d'indices d'instabilité ont été ensuite relevés sur l'ensemble du secteur 2.

En fin de journée, des fissures importantes sont observées sous le mur limitant le parking de la Mairie et au-dessus des quais de Saône. Elles ont été ouvertes à deux niveaux superposés : les unes au pied du mur, les autres à peu près à mi-pente. Ces fissures faisaient craindre la rupture d'une masse de terrain très importante, avec le risque que cela représente pour la circulation sur les quais de Saône. Ce secteur, qui fait l'objet de notre étude, est numéroté 5.

Au matin du 28 avril, un mur de soutènement de trois à quatre mètres de hauteur menaçait la bordure amont de la RN 433, 300 m environ à l'Ouest du secteur 4. Ce dernier secteur est dénommé secteur 6.

### 5.1.3 Investigations

Des investigations ont été immédiatement mises en oeuvre afin de préciser l'ampleur du phénomène et rechercher les causes des glissements de terrains. Deux systèmes d'auscultation très fine ont été mis en place dans le secteur n°1 jugé le plus sensible et dangereux à court terme :

- 12 nivelles pour suivre le basculement des têtes du mur,
- des dilatomètres à palpeur afin de suivre l'ouverture des fissures avec une précision de 1/100<sup>ème</sup> de mm,
- des potences constitués de cornières métalliques pour suivre d'une façon plus grossière l'évolution des fissures.

Dès le début du mois de mai 1983, un certain nombre de sondages de reconnaissance géologique ont été réalisés. Ils ont été de deux types :

- des essais pénétrométriques au pénétromètre dynamique sur le secteur 3,
- des sondages de reconnaissance géologique destinés essentiellement à la recherche du toit des marnes sous le sable de Trévoux. Sur le secteur 5 qui nous intéresse, ils ont été réalisés le long d'un même profil, l'un à mi-pente (S51), l'autre sur les berges de la Saône (S52) et le dernier en tête de mur (S53). Les résultats de ces sondages ont été synthétisés sur la figure 5.1.

Certains sondages ont été équipés d'un inclinomètre afin de suivre à long terme les zones de glissement. Les trois sondages de la zone 5 en font parti. Les mesures effectuées ne sont hélas pas disponibles mais la figure 5.1 montre les surfaces de glissement identifiées et représentées en pointillés.

En ce qui concerne la pluviométrie, la période précédant les glissements de terrain a été très chargée en intempéries. La Saône avait atteint un niveau de 171 m (niveau de crue), soit 5 m au-dessus de son niveau habituel. Ces fortes pluies ont également relevé le niveau de la nappe.

## 5.1.4 Caractéristiques hydromécaniques des matériaux de la côte

### 5.1.4.1 Première série d'essais de laboratoire en 2001

Une première investigation géotechnique a été réalisée en 2001 par la société SAGE [71] dans le cadre du projet ROMICO (réseau RGCU). Elle avait pour objectif de mieux apprécier la nature des matériaux constituant les talus analogues à ceux ayant manifesté des instabilités en 1983. Les emplacements de deux talus (1 et 2) retenus sont visibles sur la figure A.2 en annexe. Ces talus ont été choisis en raison :

- du terrassements en cours mettant à nu les terrains en place,
- de l'accessibilité des lieux.

D'après l'analyse visuelle, les résultats des essais en laboratoire et les sondages électriques, ces talus présentent trois principales couches de sols dont les caractéristiques (depuis la crête) sont les suivantes :

- des sables limoneux à blocs peu compacts sur 2,5 à 3 mètres de profondeur. Un indice des vides relativement élevé compris entre 0,52 et 0,97 (soit presque 50 % de vide par rapport au squelette du sol). La saturation varie de 25 à 35 % pour la majorité des mesures sauf pour le matériau le plus limoneux entre 2 et 2,5 mètres pour lequel le degré de saturation atteint 60 et 74%,
- des sables limoneux plus ou moins argileux entre 3 et 5 à 5,5 mètres de profondeur. Il devient micacé à partir de 5 mètres au droit du talus 1 et présente des alternances de sable micacé et de marne graveleuse entre 2,5 et 5 mètres pour le talus 2. Les indices des vides sont compris entre 0,82 et 0,97 en général et peuvent aller jusqu'à 0,99 et 1,09 pour les échantillons les plus argileux ou marneux. Le degré de saturation des sables micacés est de 16 % environ, celui des horizons les plus limoneux et argileux varie de 30 à 40 %. L'analyse granulométrique a révélé 99 % de passant à 2 mm et 14 % à 80  $\mu\text{m}$  ce qui correspond à un sable légèrement argileux et très sensible à l'eau,
- un niveau plus argileux en pied de talus 2 à une profondeur de 8 à 12 mètres. La teneur en eau atteint 22 % pour des indice des vides autour de 0,9 et une saturation de 66 %. Aucune couche équivalente n'a été recoupée en pied du talus 1 mais une chute de résistivité est remarquable entre 10 et 14 mètres. Cette zone moins résistante pourrait correspondre à la couche plus argileuse du talus 2.

Les deux premières couches appartiennent, a priori, à la formation dite des sables de Trévoux.

### 5.1.4.2 Deuxième série d'essais de laboratoire en 2002

Des essais triaxiaux drainés ont été réalisés sur des échantillons remaniés provenant des talus 1 et 2 (Fig. A.2 en annexe). Il convient de noter l'extrême fragilité des matériaux sableux. En particulier, il a été impossible de reproduire les densités en place, qui sont



trop faibles, lors de la reconstitution d'éprouvette en laboratoire. La vitesse d'écrasement des échantillons est de 300 microns/minute.

L'échantillon du talus 1 a été prélevé à 4 mètres de profondeur.

- Les pressions de confinement sont de 10 et 30 kPa. L'allure des courbes de l'essai à 10 kPa est très surprenante,
- L'essai à 30 kPa est caractéristique d'un sable lâche. On observe une contractance modérée de 0,4% jusqu'à 4% de déformation axiale puis une dilatance tout aussi modérée jusqu'à 18% de déformation axiale. Au-delà, la déformation volumique est nulle et la contrainte de cisaillement a atteint un palier. La courbe de contrainte marque un creux entre 12 et 14% de déformation axiale. Ce fait n'a pas été expliqué,
- Un angle de frottement de  $35^\circ$  et une cohésion à l'origine de 9.5 kPa ont été retenues.

L'échantillon du talus 2 a été prélevé à 2 mètres de profondeur.

- Les pressions de confinement sont de 30, 65 et 100 kPa. L'allure des courbes pour les trois pressions est tout à fait conforme à celle des essais triaxiaux habituels. En contrainte, elles présentent toutes un pic bien marqué vers 12% de déformation axiale suivi d'un radoucissement marqué qui se poursuit encore à 30% de déformation. En volume, la contractance est marquée (1 à 2%) avec un état caractéristique atteint entre 5 et 10 % de déformation axiale, suivi d'une phase de dilatance faible pour le confinement de 100 kPa et plus forte pour ceux de 30 et 65 kPa. La dilatance se poursuit à 30 % de déformation axiale,
- Un angle de frottement de  $33^\circ$  et une cohésion à l'origine de 15 kPa,
- L'angle de dilatance varie de 2,3 à  $6^\circ$ .

### 5.1.4.3 Sensibilités à l'eau

Lors des reconnaissances in situ, des échantillons de sable ont été prélevés dans un talus abrupt où affleurent différentes couches de sable. Au toucher, ils présentaient tous une certaine cohésion. Cette dernière est faible pour les couches les plus claires ; mais forte pour les couches plus cuivrées. Par exemple, il n'a pas été possible d'écraser avec la paume de la main une motte de 3 cm de côté ; mais la même motte s'est complètement désagrégée dans un verre d'eau en quelques minutes.

Cette expérience illustre l'existence d'une forte cohésion de structure capillaire qui est complètement annihilée par l'eau.

### 5.1.5 Interprétations

Les niveaux argileux pourraient jouer un rôle plancher pour de petites nappes temporaires dont le niveau d'eau peut remonter plus ou moins haut en fonction des précipitations. Si ce plancher se trouve à faible profondeur sous la surface du talus sableux, les sorties d'eau peuvent provoquer, par érosion régressive dans les sables, des surplombs et des effondrements.

Si l'eau se met en charge, l'augmentation de pression interstitielle peut être la cause de la perte de résistance mécanique. Ce phénomène peut engendrer de nombreuses manifestations d'instabilité de versants le long de la côtière qui forme le rebord du plateau des Dombes, plusieurs dizaines de mètres au-dessus de la plaine de la Saône.

Les niveaux argileux peuvent également constituer, à faible profondeur, sous les pieds de talus, des zones caractérisées par de faibles angles de frottement résiduels qui peuvent faciliter le glissement des couches sus-jacentes.

Une période de fortes précipitations et la crue de la Saône ont relevé le niveau de la nappe phréatique et par conséquent, ont pu modifier les écoulements dans le massif. De forts écoulements pendant plusieurs jours auraient détruit la cohésion de structure de certaines couches de sable entraînant les glissements.

### **5.1.6 Objet de la modélisation**

La côtière de Trévoux a présenté de nombreux désordres après une période de fortes précipitations. Cette côtière est un des ouvrages étudiés dans le cadre du projet ROMICO (réseau RGCU) qui a été mis en place dans le but d'une recherche opérationnelle sur de nouveaux mécanismes d'instabilité des terrains et sur leurs conséquences sur les ouvrages.

Nous proposons une modélisation hydromécanique couplée en milieux non saturés dans le but d'analyser les causes de la rupture, et en particulier de vérifier si la remontée de la nappe phréatique peut expliquer les différents glissements observés au niveau du parking de la Mairie de Trévoux. Une approche originale de l'étude de la stabilité en se basant sur le critère de Hill, 1958 [83], tel qu'il a été présenté et mis en oeuvre dans les chapitres précédents, sera également utilisée dans la modélisation de la côtière de Trévoux.

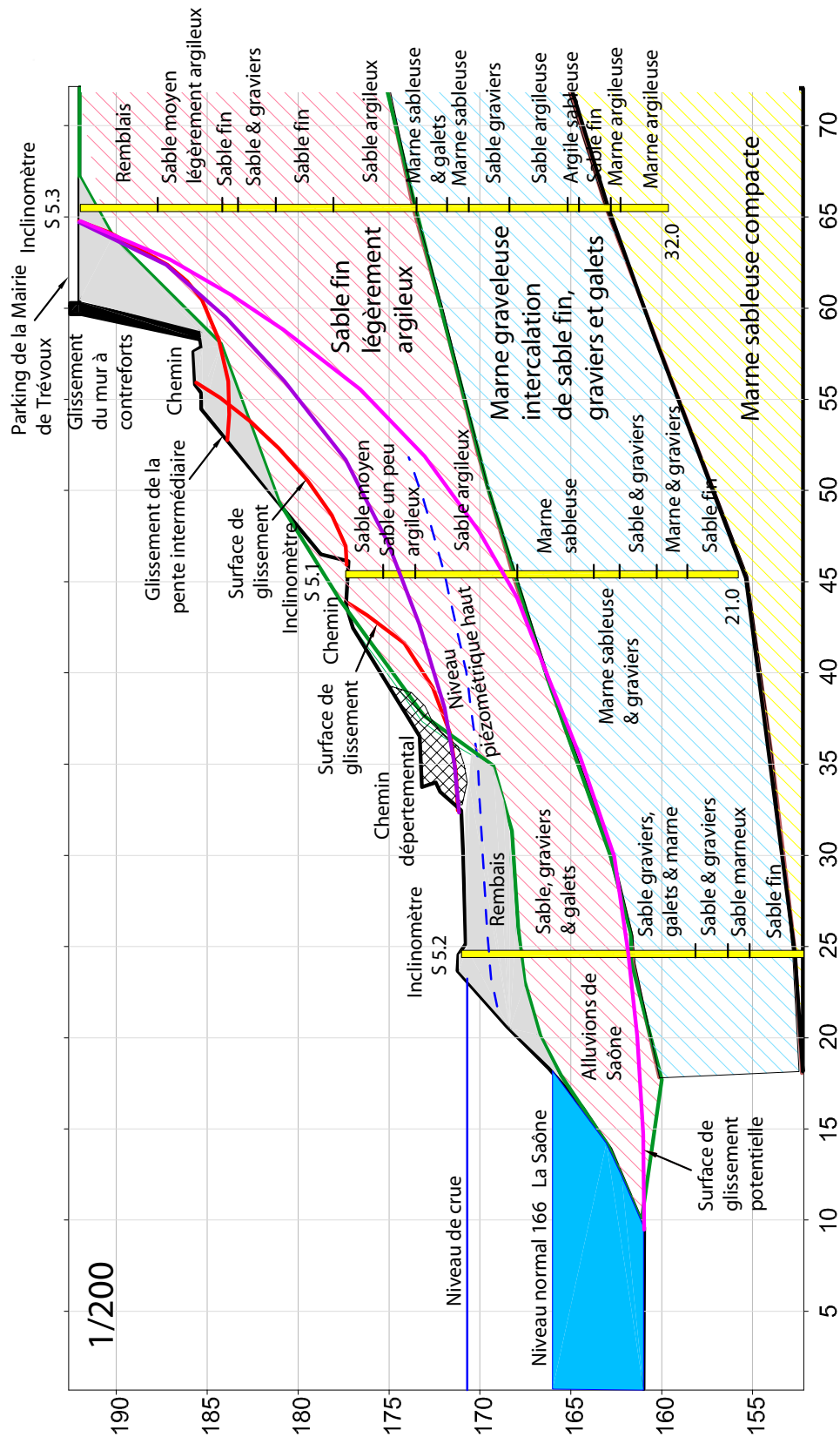


FIG. 5.1 – Reconnaissance géologique et surfaces de glissement du profil au niveau du parking de la Mairie de Trévoux sur le secteur 5 (BRGM, 1983 [14])

## 5.2 Modélisation numérique du glissement de la côtière de Trévoux

### 5.2.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons choisir la section 5 (voir Fig. A.1 en annexe) où les dégâts sont les plus importants pour étudier le phénomène d'instabilité. Son profil au niveau du parking de la Mairie de Trévoux est présenté sur la figure 5.1. Il s'étend du lit de la Saône jusqu'à une vingtaine de mètres à l'arrière du mur de soutènement (mur à contreforts) du parking de la Mairie.

L'étude de la stabilité de la côtière peut se décomposer en trois grandes phases qui sont définies dans le but de simplifier le problème sans en perdre la précision recherchée.

- dans la première phase, nous supposons qu'à son état originel, la côtière était remplie de matériaux et non excavée. Elle sera ensuite créée par un enlèvement successif de couches de terre dans la phase d'excavation. La nappe phréatique se situe au fond de la côtière pendant cette phase,
- la deuxième phase concerne la construction de la côtière (phase de confortement) par la mise en place de plusieurs couches de remblais et par la construction du mur de soutènement. Notons que le niveau d'eau reste toujours au fond de la côtière jusqu'à la fin de cette phase.
- enfin, dans la dernière phase, la nappe phréatique monte progressivement jusqu'au niveau de crue. La Saône se forme et une partie de la côtière de Trévoux se trouve complètement saturée.

Notons que la modélisation sera effectuée en condition isotherme et dans l'hypothèse de déformations planes.

Par la suite, nous allons présenter les conditions aux limites du problème étudié.

### 5.2.2 Présentation du problème aux limites

#### 5.2.2.1 Géométrie et maillage

La géométrie et le maillage du modèle numérique représentant la côtière au niveau du parking de la Mairie sont présentés sur la figure 5.2. Le maillage est composé de 2253 éléments triangulaires quadratiques (6 noeuds, 7 points d'intégration) et de 4528 noeuds.

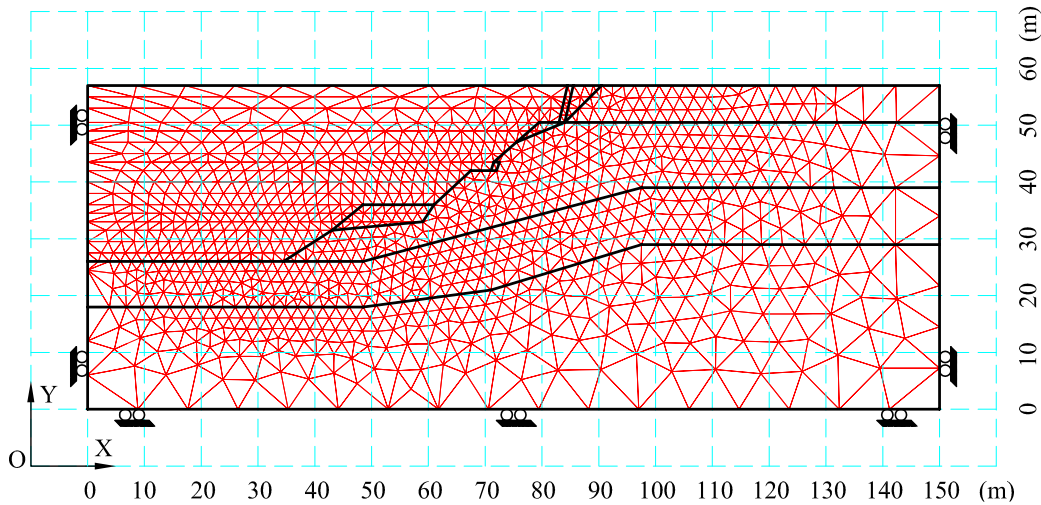


FIG. 5.2 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques par éléments finis

### 5.2.2.2 Conditions aux limites

A part les différences liées à la géométrie, les conditions aux limites que l'on trouve dans ce problème sont similaires à celles décrites dans la section 4.2.2 du chapitre 4.

Rappelons brièvement que les conditions aux limites dans un problème couplé seront qualifiées respectivement de :

- Conditions aux limites mécaniques pour celles se basant sur les équations d'équilibre mécanique,
- Conditions aux limites hydrauliques pour celles se basant sur les équations d'écoulement.

#### Conditions aux limites mécaniques

Les conditions aux limites en déplacements sont présentées sur la figure 5.2. Nous imposons des déplacements nuls selon  $\overrightarrow{OX}$  à gauche et à droite du modèle et nuls selon  $\overrightarrow{OY}$  sur le fond de l'ouvrage.

Sur la partie submergée de la côtière, un accroissement linéaire de la pression normale hydrostatique, qui intervient directement sur le tenseur des contraintes totales, correspond à la hauteur d'eau dans la rivière. La figure 5.3 illustre les options choisies pour représenter les pressions d'eau s'exerçant dans le volume submergé.

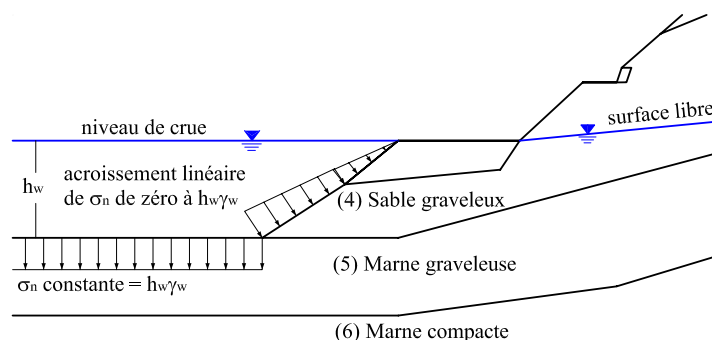


FIG. 5.3 – Pressions hydrauliques imposées, dues à la hauteur d'eau dans la rivière

### Conditions aux limites hydrauliques

La figure 5.4 présente les caractéristiques générales de la surface libre, du niveau de crue dans la Saône et de la pression d'eau hydrostatique pour la pente partiellement submergée.

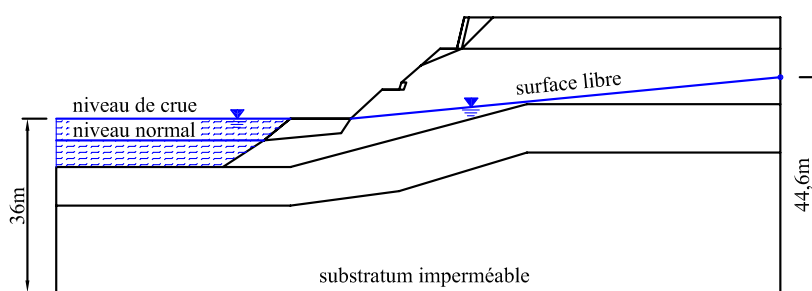


FIG. 5.4 – Nappe phréatique à la fin de la montée d'eau

Les pressions dans le fluide sont imposées sur la surface du domaine considéré en contact avec la Saône. Nous supposons que la répartition des pressions dans cette rivière suit une répartition hydrostatique, par conséquent, elle ne dépendra que de la hauteur d'eau à l'instant  $t$  considéré.

#### 5.2.2.3 Conditions initiales et scénario de chargement

La première phase est destinée à la **phase d'excavation**. Pour éviter d'avoir un état de contrainte initiale trop proche du critère de plasticité, nous imposons initialement une contrainte isotrope de 10 kPa dans tout le massif. Nous supposons que la côtière de Trévoux se forme par un creusement successif de plusieurs couches d'une épaisseur variant de 1.5 m à 2 m (Fig. 5.5(a)). Pendant cette phase, la nappe d'eau reste au niveau zéro (substratum imperméable).

La suite de la modélisation concerne la **phase de confortement** qui s'effectue graduel-

lement dès la fin de l'excavation. Des couches de remblais et un mur à contreforts vont être successivement construits. La figure 5.5(b) montre le déroulement de cette phase.

La fin de la modélisation est consacrée à **la phase de montée d'eau** qui se fait après le remblai. La vitesse d'accroissement des pressions est choisie suffisamment faible pour que les pressions d'eau aient le temps de s'équilibrer dans le massif ; l'ouvrage se trouve donc dans des conditions de régime permanent avec un champ de potentiel relativement stable dans le temps.

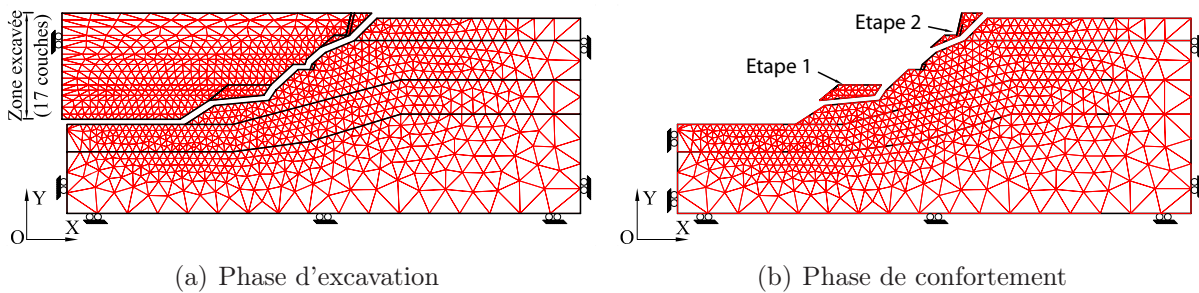


FIG. 5.5 – Volume de chargement dans la phase d'excavation et de confortement

#### 5.2.2.4 Modèle de comportement et caractéristiques hydromécaniques

La côtière de Trévoux a été modélisée à l'aide du modèle élastoplastique PLASOL (Bar-nichon, 1998 [4]) présenté dans le chapitre 4.

Les propriétés mécaniques des matériaux de la côtière sont déterminées en se référant aux essais de laboratoire obtenus par la société SAGE, 2001 [71] et 2002 [72] et au rapport interne du Centre d'Ingénierie Hydraulique d'Electricité De France (C.I.H, 2003 [29]) dans le cadre du projet ROMICO. La figure 5.6 présente la répartition des matériaux dans l'ouvrage, dont les paramètres du modèle sont donnés dans les tableaux 5.1(a) et 5.1(b).

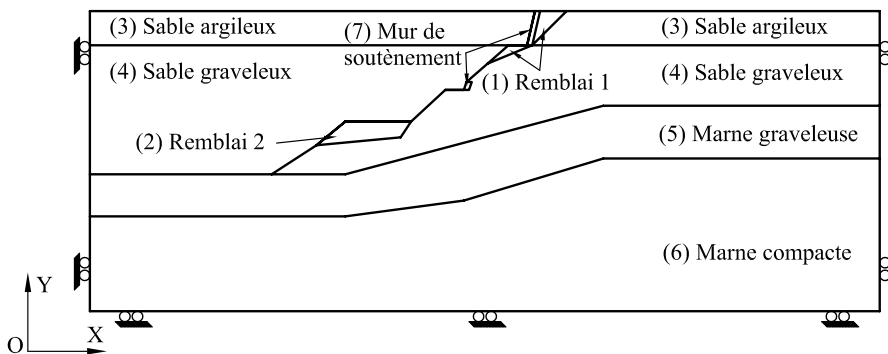


FIG. 5.6 – Répartition des matériaux de la côtière

Caractéristiques	Désignation	Unité	Remblais (haut)	Remblais (bas)	Sable argileux
Poids spécifique des grains	$\gamma_s$	kN/m <sup>3</sup>	25.71	25.71	29.00
Module d'Young	E	MPa	38.6	38.6	30.0
Coefficient de Poisson	$\nu$	-	0.29	0.29	0.29
Porosité	n	-	0.3	0.3	0.5
Perméabilité intrinsèque	$k_w$	m <sup>2</sup>	10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-10</sup>
Angle de frottement initial	$\varphi'_{c0}$	°	10.0	10.0	10.0
Angle de frottement final	$\varphi'_{cf}$	°	35.0	35.0	35.0
Cohésion	$c'$	kPa	10.0	15.0	1.0
Angle de dilatance	$\psi$	°	0	0	3.2
Paramètre de forme	$B_p$	-	8.0 10 <sup>-3</sup>	8.0 10 <sup>-3</sup>	8.0 10 <sup>-3</sup>

(a)

Désignation	Unité	Sable graveleux	Marne graveleuse	Marne compacte	Mur de soutènement
$\gamma_s$	kN/m <sup>3</sup>	28.00	27.14	28.57	37.50
E	MPa	20.0	46.3	100.0	154.0
$\nu$	-	0.29	0.29	0.29	0.27
n	-	0.5	0.3	0.3	0.5
$k_w$	m <sup>2</sup>	10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-14</sup>	10 <sup>-14</sup>	10 <sup>-17</sup>
$\varphi'_{c0}$	°	10.0	10.0	10.0	-
$\varphi'_{cf}$	°	40.0	35.0	35.0	-
$c'$	kPa	1.0	100.0	100.0	-
$\psi$	°	2.3	2.0	2.0	-
$B_p$	-	8.0 10 <sup>-3</sup>	8.0 10 <sup>-3</sup>	8.0 10 <sup>-3</sup>	-

(b)

TAB. 5.1 – *Caractéristiques mécaniques des matériaux de la côtière de Trévoux*

Les variations de saturation dépendent des variations de succion. Cette relation est établie par une courbe connue sous le nom de “courbe de rétention d’eau” qui est obtenue par des essais de drainage-humidification. Comme nous ne disposons pas de ces essais pour les matériaux de l’ouvrage, nous nous sommes basés sur des expériences réalisées par Liakopoulos, 1965 [106] sur le sable Del Monte, pour les remblais et les sables de Trévoux. En ce qui concerne les marnes de Trévoux, nous utilisons une courbe interpolée entre le sable Del Monte et l’argile classique. En s’appuyant sur le modèle analytique de la sorption de Van Genuchten (Eq. (4.44)) dont les paramètres sont donnés dans le tableau 5.2, nous obtenons les courbes de rétention qui sont présentées sur la figure 5.7.

La figure 5.8 présente six points matériels choisis A, B, C, D, E et F sur l’ensemble du massif où nous allons étudier les évolutions des contraintes effectives pendant toutes les phases de la modélisation. Ces points se situent aux environs de la zone où des glissements réels ont eu lieu et des zones potentielles où peuvent se produire des glissements.



Caractéristiques	Désignation	Unité	Remblais et sables (sable Del Monte)	Marnes de Trévoux
Saturation	$S_w$	-	1.0	1.0
Saturation résiduelle	$S_{rw}$	-	0.1	0.1
1 <sup>er</sup> paramètre de rétention	$\alpha$	$Pa^{-1}$	$6.8 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$
2 <sup>ème</sup> paramètre de rétention	$\beta$	-	4.8	2.0

TAB. 5.2 – Paramètres du modèle de Van Genuchten pour les courbes de rétention d'eau des matériaux de la côte de Trévoux

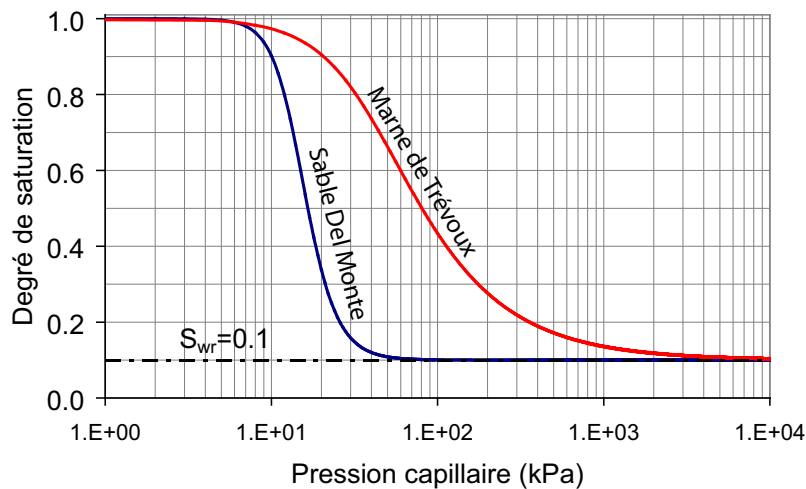


FIG. 5.7 – Courbes de rétention d'eau du sable Del Monte et des marnes de Trévoux

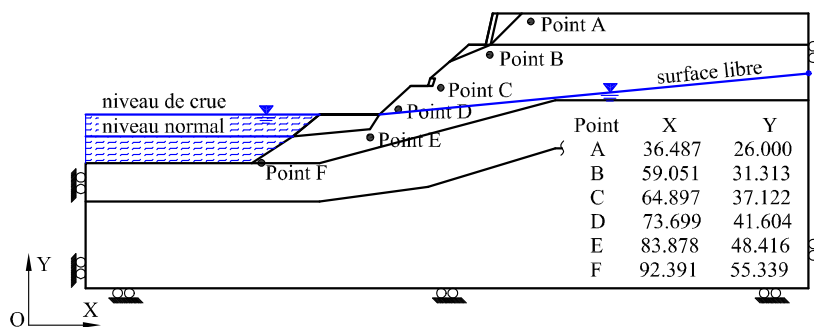


FIG. 5.8 – Présentation des points matériels choisis pour l'analyse des chemins de contrainte

## 5.2.3 Analyse de la stabilité de la côte de Trévoux en tant que milieu non saturé

### 5.2.3.1 Modélisation de la genèse de la côte : excavation et confortement

#### Champ de pressions interstitielles

Rappelons que la nappe phréatique est au niveau du substratum pendant toute la phase d'excavation ainsi que de confortement. Le massif se trouve donc en succion qui augmente

en fonction de la hauteur de la côtière. Les figures 5.9(a) et 5.9(b) montrent la répartition uniforme des valeurs de succion à la fin de l'excavation et du confortement respectivement. Nous constatons qu'il y a pas de changement important, en terme de pression interstitielle négative, entre ces deux phases.

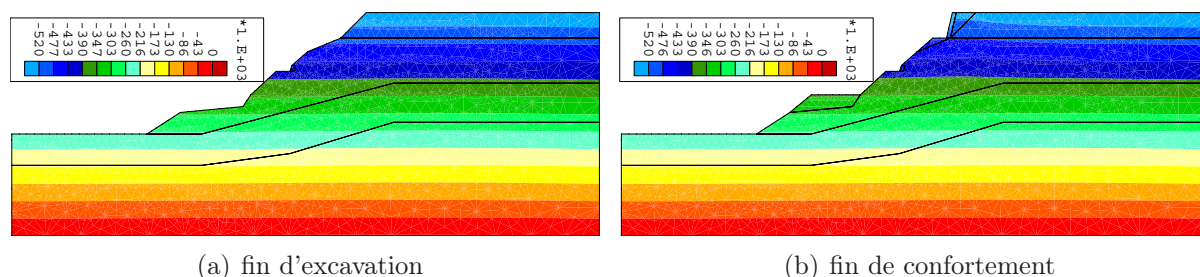


FIG. 5.9 – *Distribution des suctions, en Pa*

### Champ de déplacements

La figure 5.10(a) montre les champs de vitesses à la fin de l'excavation. Nous observons que sous l'effet du déchargement dû à la suppression du poids des terres, le massif a tendance à se déplacer vers le côté aval (côté de la Saône) et à se soulever au fond de fouille. Par contre, le remblai et la construction d'un mur de soutènement ont créé un champ de déplacements vers le bas. Cet effet est illustré sur la figure 5.10(b).

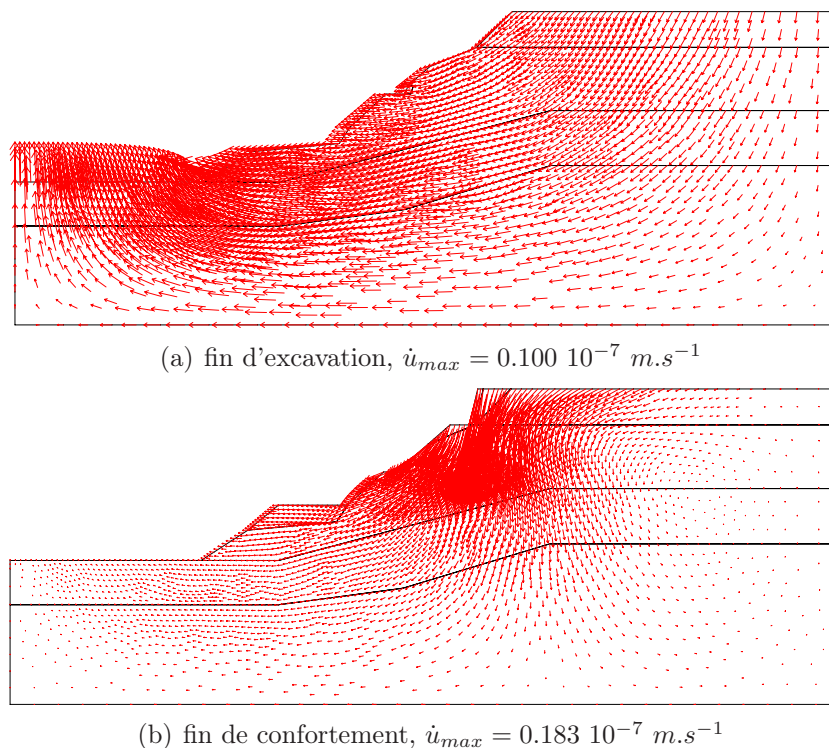


FIG. 5.10 – *Champ de vitesses de déplacement dans la côtière*

## Champ de contraintes effectives

Nous observons sur les figures 5.11 et 5.12 les champs de contraintes effectives non homogènes engendrés par l'excavation et par le confortement. A la fin de la première phase, nous constatons que les contraintes effectives augmentent graduellement de l'amont vers l'aval de la côtière (Fig. 5.11(a)); les contraintes effectives verticales diminuent à proximité de la surface libre (Fig. 5.12(a)). Nous remarquons également que la phase de confortement n'influence quasiment pas, de manière générale, le champ de contraintes effectives (Fig. 5.11(b) et 5.12(b)).

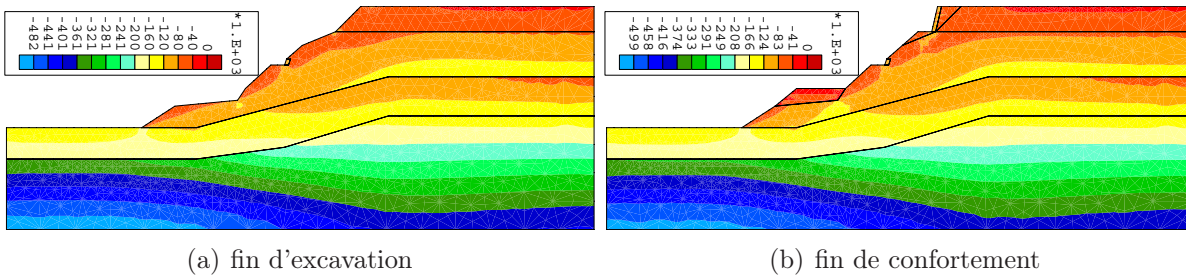


FIG. 5.11 – *Champ de contraintes effectives horizontales, en Pa*

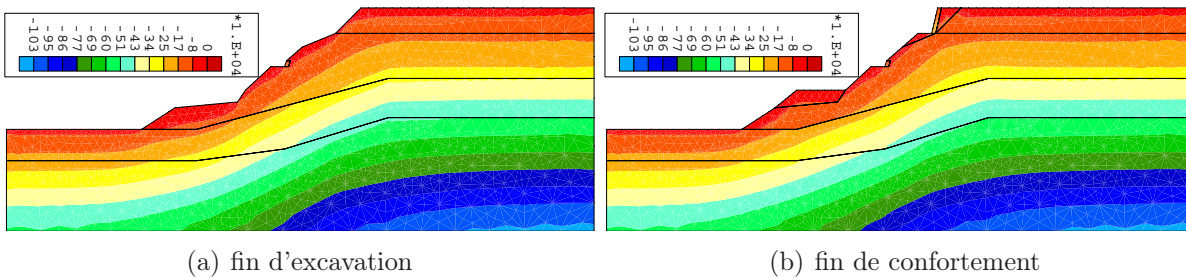


FIG. 5.12 – *Champ de contraintes effectives verticales, en Pa*

La figure 5.13 présente les évolutions des contraintes effectives aux six points matériels A, B, C, D, E et F dans le plan déviatorique ( $I_{\sigma'}, II_s$ ). Rappelons que le critère de plasticité de Van Eekelen dans le plan déviatorique des contraintes dépend de l'angle de Lode. Seule la position du critère correspondant aux valeurs maximales de cet angle est présentée ici. Nous retrouvons qualitativement à peu près les mêmes résultats qui sont obtenus dans la simulation de la phase d'excavation d'un talus bordant un canal dans la section 4.2.3.1. En effet, nous y observons que la décharge dû à l'enlèvement progressif des couches de sol dans la phase d'excavation entraîne une diminution de la contrainte moyenne effective. Le tracé des évolutions montre également la dilatation de sol (surtout en horizontal) le long de la surface libre. De ce fait, le deuxième invariant des contraintes déviatoriques augmente et le sol se plastifie.

Quant à la phase de confortement, nous constatons que :

- aux points F et D qui sont loin des zones influencées par le remblai dans cette phase, l'état de contraintes effectives ne change quasiment pas par rapport à celui obtenu en fin d'excavation,

- au point E, la construction du remblai dans l'étape 1 (Fig. 5.5(b)) de cette phase, agissant sur la contrainte totale, entraîne une légère augmentation du premier invariant des contraintes effectives,
- au point C, sous le chargement dû au poids du remblai dans l'étape 2 (Fig. 5.5(b)) de cette phase, le deuxième invariant des contraintes déviatoriques augmente remarquablement. De ce fait, l'état de contraintes effectives se rapproche du critère de plasticité,
- au point B, les constructions du remblai et un mur de soutènement créent un accroissement du premier et du deuxième invariant des contraintes,
- au point A, le fait de construire des couches de remblais et un mur fait augmenter la résistance au cisaillement du matériau. Ceci est montré par un éloignement du critère de plasticité de Van Eekelen pour l'état de contrainte effective.

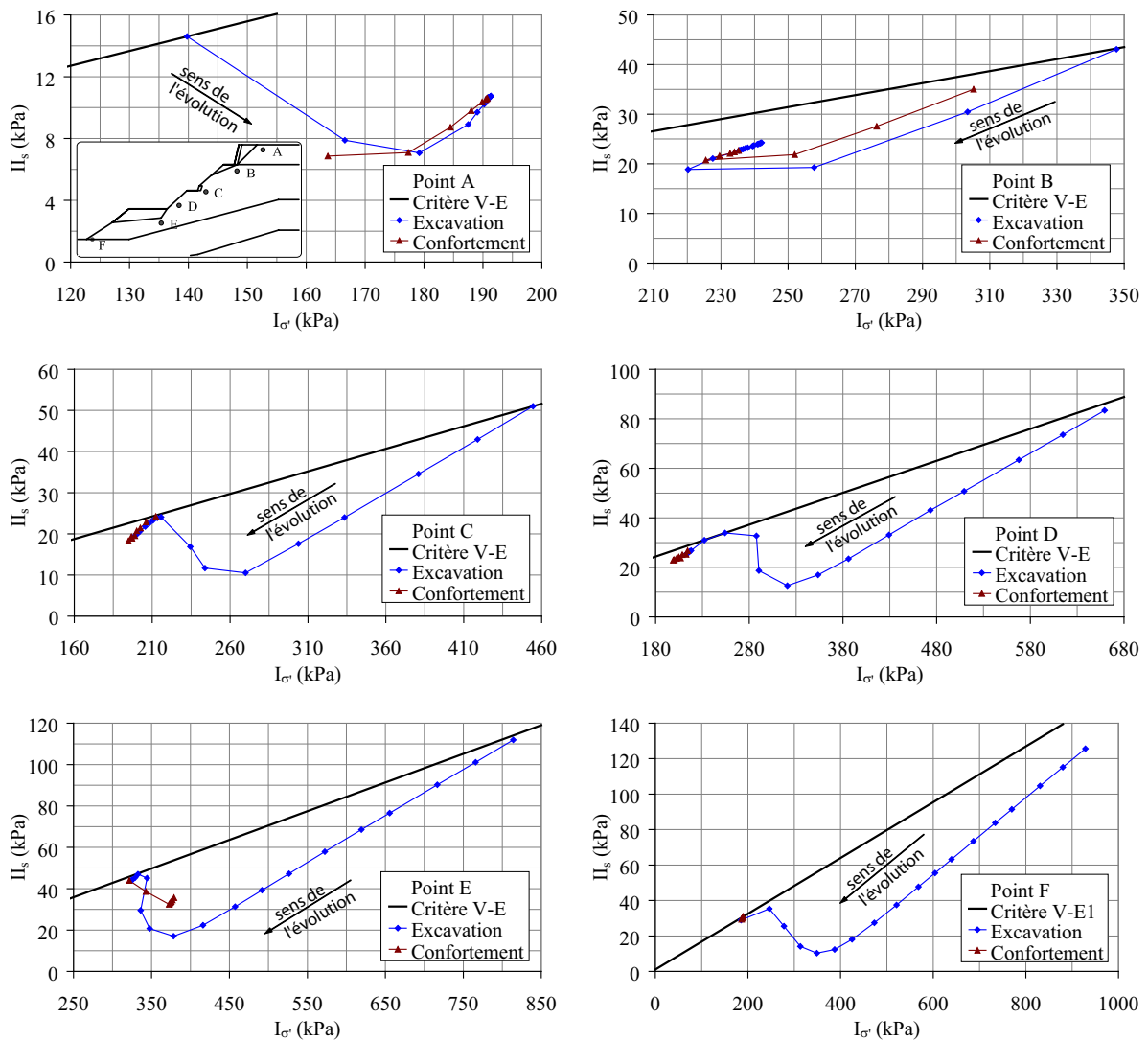


FIG. 5.13 – Evolutions des contraintes effectives au cours de l'excavation et du confortement

Le tracé des isovaleurs de l'indice de plasticité est présenté sur la figure 5.14. Notons qu'un indice de plasticité égal à 1 correspond à un état de contrainte sur le critère de plasticité. Nous observons un éloignement du critère de plasticité dans la partie avale de la côtière qui est naturellement dû au relâchement de sol pendant l'excavation. Par contre, la partie amont de la côtière reste toujours plastifiée mais l'ouvrage ne s'effondre pas car le matériau possède encore une résistance suffisante au cisaillement. Cette remarque est également confirmée par les isovaleurs de l'angle de frottement mobilisé sur la figure 5.15.

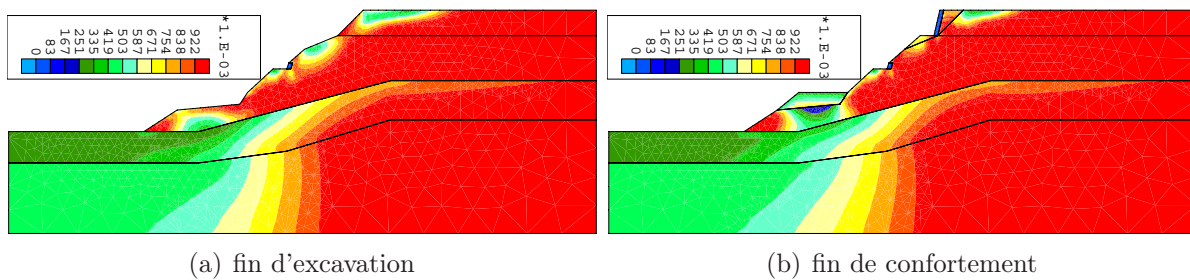


FIG. 5.14 – Résultats en termes d'indice de plasticité

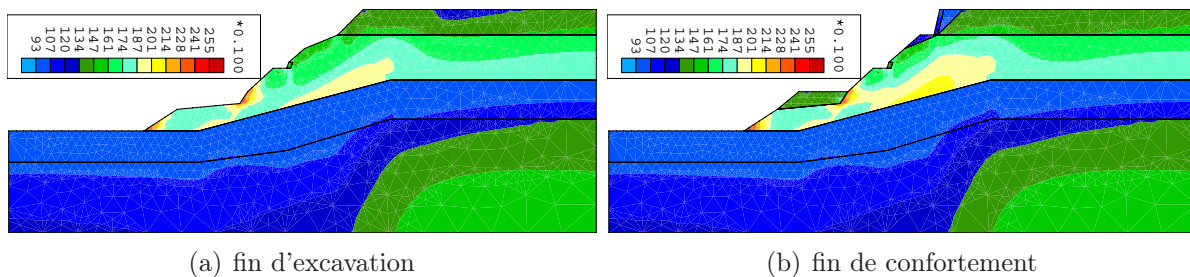


FIG. 5.15 – Résultats en termes d'angle de frottement mobilisé, en degré

### Analyse de stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Rappelons qu'en présence d'eau, les contraintes totales à elles seules ne permettent pas de décrire convenablement le comportement des sols. C'est pourquoi les contraintes effectives, propres au squelette granulaire, seront utilisées pour déterminer le travail du second ordre.

Dans la section 4.2.2, nous avons étudié l'importance de la cohésion apparente, qui est induite par une pression interstitielle moyenne inférieure à la pression d'air (une succion), vis-à-vis de la stabilité d'un talus non saturé. En effet, l'apparition de cette cohésion a renforcé la résistance au cisaillement du matériau et par conséquent, le massif devient plus stable.

La figure 5.16 présente les isovaleurs du travail du second ordre à la fin de l'excavation et du confortement. Aucune valeur négative de  $d^2W$  ou autrement dit, aucun point matériel potentiellement instable n'est trouvé dans le massif. Ce résultat exclut donc une éventuelle

bifurcation (Bigoni, 2000 [6]). L'un des facteurs importants est le degré de saturation qui, par effet capillaire, se traduit par ce phénomène de cohésion apparente.

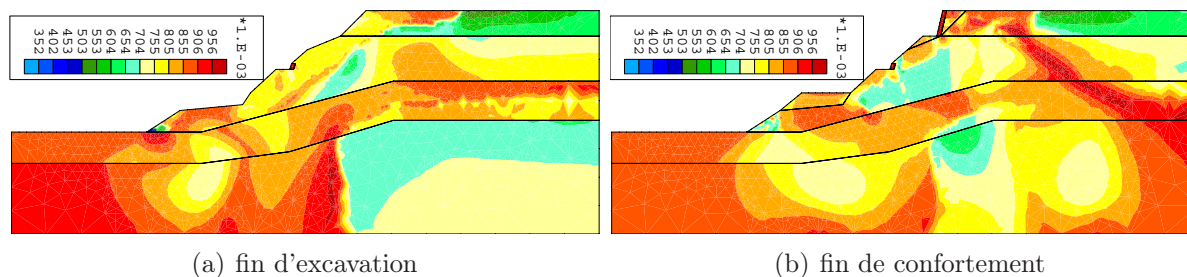


FIG. 5.16 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé

Le tracé du champ de déformations déviatoriques cumulées sur la figure 5.17 est en accord avec les conclusions fondées sur  $d^2W$ . En effet, nous observons que la déformation déviatorique est faible à la surface du côté aval de la côtière. Ceci confirme la stabilité du massif en fin d'excavation et de confortement. Remarquons également que les plus fortes déformations déviatoriques se situent à l'interface des couches de sable et de marne ainsi que des couches de sable et de remblai ou autrement dit, au passage d'un matériau de forte résistance à un matériau de faible résistance.

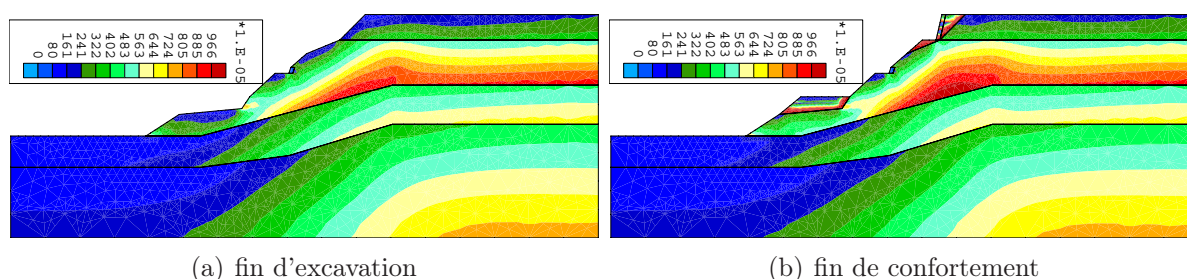


FIG. 5.17 – Déformations déviatoriques cumulées

### Analyse de stabilité globale en terme de travail du second ordre global

Les instabilités matérielles ont été étudiées dans la partie précédente en se basant sur le travail du second ordre local. Nous nous intéressons dans la suite à la stabilité définie au niveau global de la côtière de Trévoux sous les sollicitations dues à l'excavation et au confortement. Il s'agit d'une application du critère de stabilité globale proposé par Hill, 1958 [83].

Nous précisons que le travail du second ordre global est intégré sur un même domaine, qui est le domaine final obtenu une fois l'excavation terminée, pendant toutes les deux phases.

Les figures 5.18(a) et 5.18(b) présentent respectivement les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  (définis sur la figure 4.6 au chapitre 4) en fonction de la surface excavée cumulée. L'évo-

lution de manière très discontinue du travail global non normalisé peut être attribuée à la forte variation du volume des terres enlevées pendant l'excavation. En quelque sorte, la vitesse de déchargement n'est pas constante. Sa diminution peut ainsi être causée par la diminution du volume enlevé. En normalisant  $D^2W$ , nous obtenons une évolution plus continue mais il reste encore une petite influence de cette variation non uniforme dans les trois derniers pas de cette phase d'excavation. La faible décroissance de  $D^2W_{norm.}$  ne prédit aucune instabilité dans la côtière. Cette conclusion est identique à celles obtenues avec les autres indicateurs locaux précédents comme : le travail local, l'angle de frottement mobilisé, la déformation déviatorique.

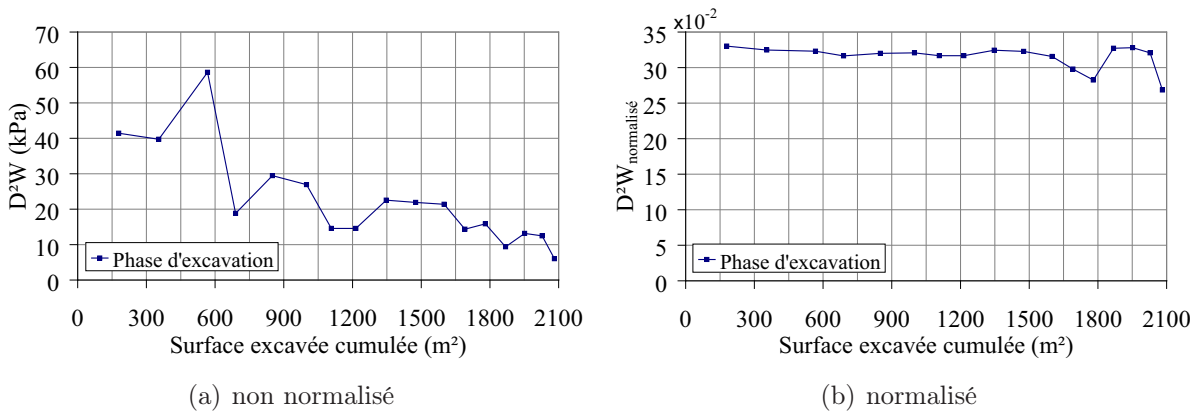


FIG. 5.18 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation

Quant à la phase de confortement (Fig. 5.5(b)), les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  sont présentées sur la figure 5.19. L'augmentation de  $D^2W_{norm.}$  confirme que, au niveau global, les constructions du remblai et d'un mur de soutènement (mur à contreforts) stabilise la côtière de Trévoux.

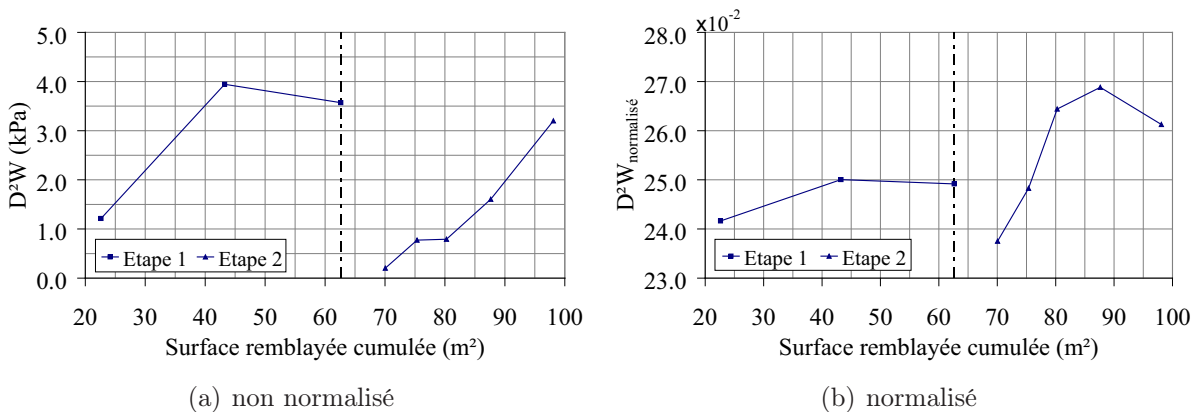


FIG. 5.19 – Evolutions du travail du second ordre global au cours du confortement

En conclusion, l'analyse des différentes variables confirme la stabilité naturelle du site sans présence d'eau.

### 5.2.3.2 Modélisation de la montée d'eau dans la côte

#### Champ de degré de saturation et de pressions interstitielles

La phase de montée d'eau s'effectue graduellement dès la fin du confortement. Le niveau initial de la nappe est à zéro (niveau du substratum) et le niveau final est obtenu après une période de fortes précipitations quand la côte a subi plusieurs désordres. Il s'agit du niveau de crue de la Saône. Cette phase se divise en 100 pas de calcul pour une durée de 32.15 ans. Notons que cette durée, qui n'est pas réaliste, a été volontairement choisie dans le but de simplifier la simulation en évitant les régimes transitoires. De ce fait, la vitesse d'accroissement des pressions d'eau est faible et l'écoulement d'eau dans le massif atteint un équilibre hydraulique en fin de chaque pas de la hausse de la nappe.

La figure 5.20 présente la distribution du degré de saturation dans la côte lorsque la nappe de la Saône est au niveau normal et au niveau de crue. Nous y observons clairement le passage de l'état non saturé à l'état saturé. Ce passage est également représenté sur la figure 5.21 avec la distinction entre les zones de pressions négatives en dessus de la nappe (succions) et positives en dessous de cette nappe.

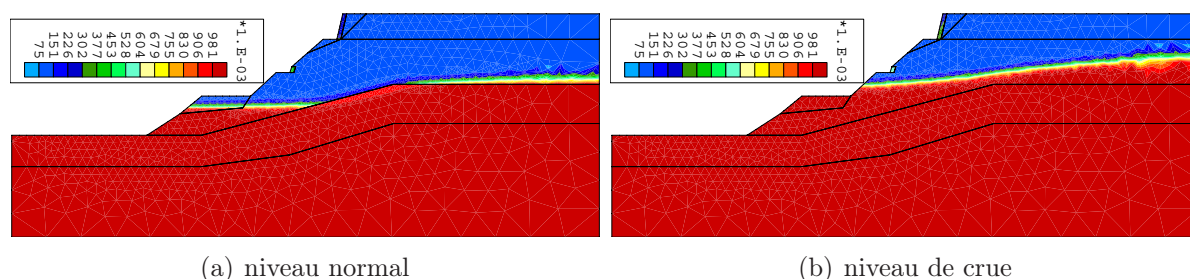


FIG. 5.20 – Distributions du degré de saturation

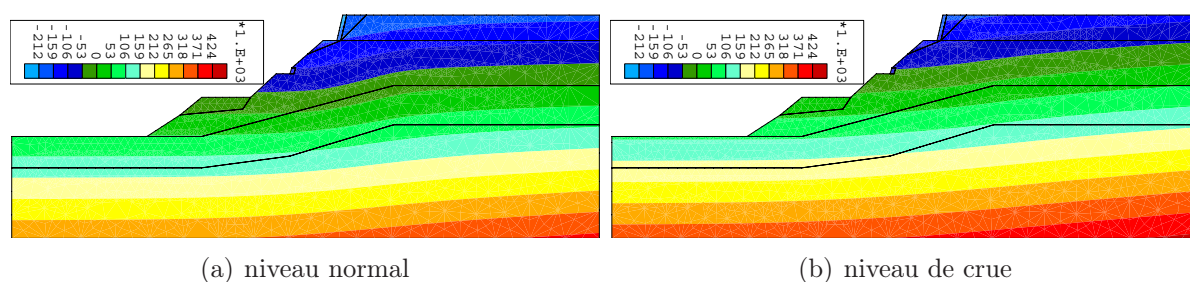


FIG. 5.21 – Distributions des pressions interstitielles

#### Champ de déplacements

Sur la figure 5.22, nous présentons un champ de vitesses de déplacement cinématique pour le niveau normal et le niveau de crue dans la Saône. Nous observons, notamment



pour le niveau de crue, des vitesses de déplacement très importantes le long de la côtière. Ceci s'explique par le fait que le relèvement de la nappe phréatique dû à une période de fortes précipitations a modifié les écoulements dans le massif (voir Fig. 5.23). Ces écoulements de l'amont vers l'aval influencent fortement la stabilité de la côtière par la pression hydrostatique développée par la nappe et les forces dues à l'écoulement : l'eau s'écoule dans le sol et ajoute son action à la gravité. De ce fait, des grands déplacements dans la zone d'émergence de l'eau se produisent. Ce phénomène peut évidemment mobiliser des volumes de terrains susceptibles de se mettre en mouvement le long de la côtière.

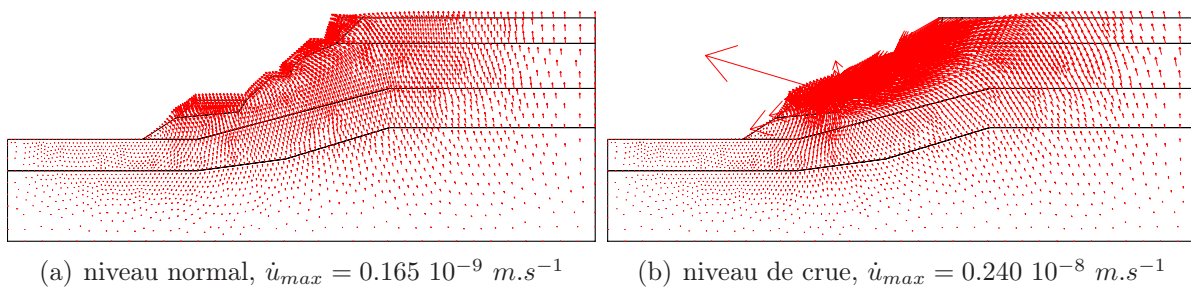


FIG. 5.22 – Champ de vitesses de déplacement suivant deux niveaux d'eau dans la Saône

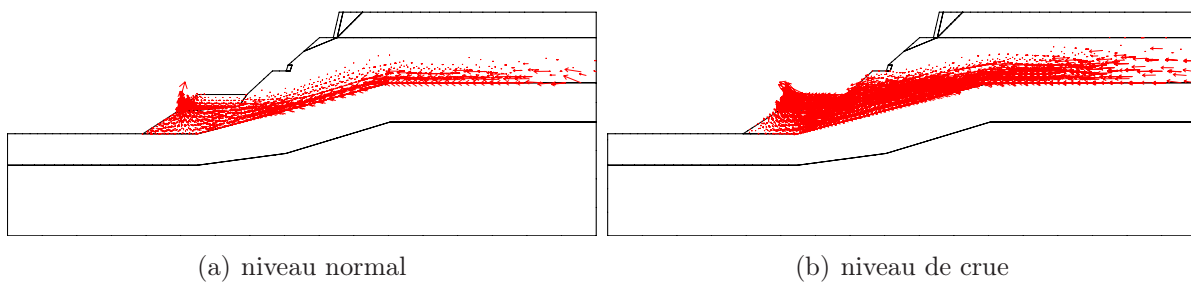


FIG. 5.23 – Champ de débit d'eau suivant deux niveaux d'eau dans la Saône

### Champ de contraintes effectives

En ce qui concerne le champ de contraintes effectives horizontales présenté sur la figure 5.24, nous observons que l'ordre de grandeur de  $\sigma_{xx}$  pour ces deux niveaux d'eau ne change quasiment pas par rapport à l'état obtenu en fin de confortement (Fig. 5.11(b)).

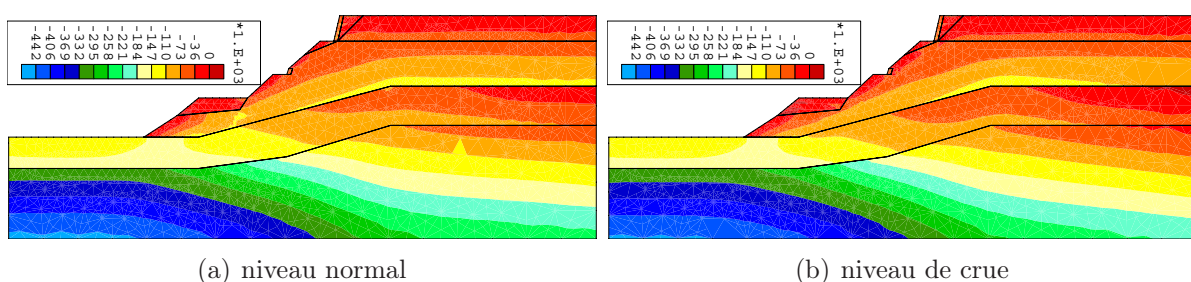


FIG. 5.24 – Champ de contraintes effectives horizontales  $\sigma_{xx}$ , en Pa

Par contre, les contraintes effectives verticales représentées sur la figure 5.25 sont beaucoup plus perturbées par rapport à celles obtenues en fin de confortement (Fig. 5.12(b)). Ceci est normal car, le fait que l'eau se met en charge entraîne une augmentation de pression interstitielle et par conséquent, une diminution de contrainte effective. Ce phénomène est fortement défavorable à la stabilité du massif du fait qu'il peut être la cause de la perte de résistance au cisaillement du matériau.

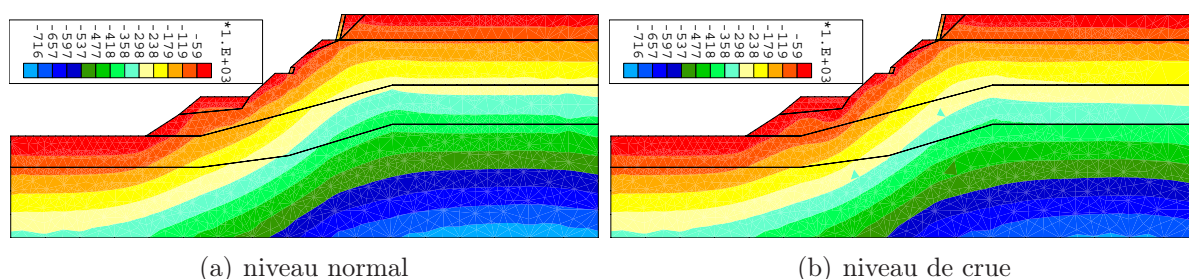


FIG. 5.25 – *Champ de contraintes effectives verticales  $\sigma_{yy}$ , en Pa*

La figure 5.26 présente les chemins de contrainte effective aux six points matériels A, B, C, D, E et F dans le plan  $(I_{\sigma'}, II_s)$ . Ces points ont été volontairement choisis dans la zone potentiellement instable.

Nous constatons que ces chemins particuliers en contrainte effective de certains points matériels de la côte de Trévoux ressemblent qualitativement à ceux obtenus et commentés pendant la phase de montée d'eau dans un talus bordant un canal (section 4.2.3.2). En effet, par une diminution de la succion lors de la montée d'eau, la pression interstitielle dans le massif augmente. Cet événement conduit les états de contraintes effectives, notamment dans les couches superficielles (comprenant les six points matériels ci-dessus) qui se trouvent en état d'équilibre limite, à s'approcher du critère de plasticité. C'est pourquoi nous observons sur la figure 5.26 une décroissance remarquable du premier invariant des contraintes effectives tandis que la variation du deuxième invariant des contraintes déviatoriques reste faible. Il est important de noter que plus la nappe s'approche du niveau de crue, plus les déplacements le long de la côte sont importants (voir Fig. 5.22). De ce fait, à la fin de la saturation, les états de contraintes aux points D, E et F se trouvent et restent sur le critère de plasticité de Van Eekelen.

Les zones plastiques présentées sur la figure 5.27 mettent en évidence les zones les plus sollicitées. Rappelons que la valeur unité correspond à un état de contrainte-déformation sur le critère de plasticité de Van Eekelen. Nous constatons que la totalité des sables de Trévoux se plastifie en fin de montée de nappe. Les zones de plasticité permettent de visualiser simplement un domaine de rupture potentielle. Cependant, les résultats montrent qu'elles ne délimitent pas une surface de glissement potentielle mais toute une zone en plasticité.

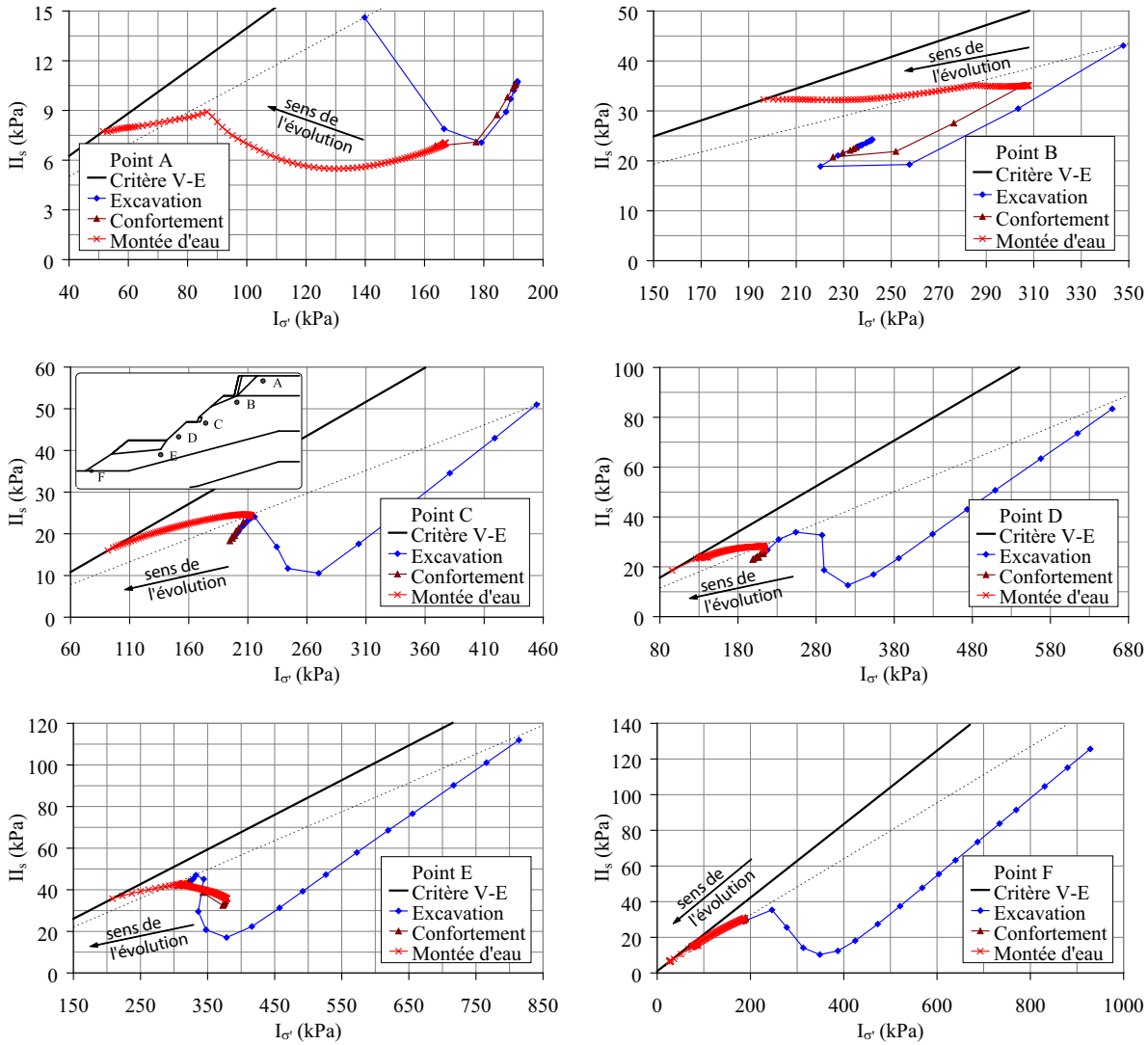


FIG. 5.26 – Evolutions des contraintes effectives au cours de la montée d'eau

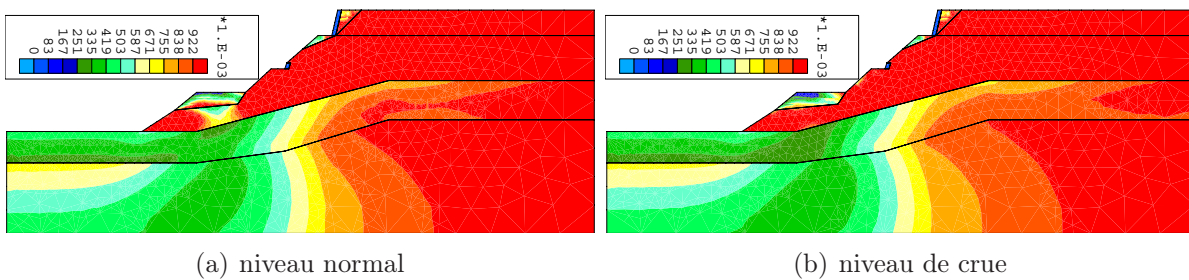


FIG. 5.27 – Résultats en termes d'indice de plasticité

La figure 5.28 peut cependant nous éclairer sur la zone la plus “dangereuse” en terme d’angle de frottement mobilisé ( $\varphi_{cm}$ ). Remarquons que dans le cadre de notre simulation, seul l’angle de frottement mobilisé est utilisé pour traduire l’écrouissage des matériaux. Plus précisément, l’écrouissage apparaît à partir d’un angle de frottement de  $10^\circ$  (voir Tab. 5.1). Nous observons effectivement, à la fin de la montée d’eau, une extension

considérable des valeurs importantes de  $(\varphi_{cm})$  le long de la côtière, notamment au pied de la pente et au croisement entre la nappe phréatique et la pente (où l'eau peut s'échapper).

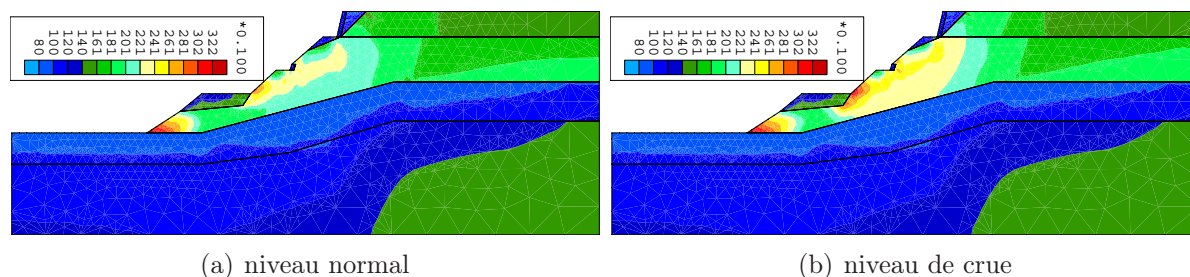


FIG. 5.28 – Résultats en termes d'angle de frottement mobilisé, en degré

Par la suite, nous allons nous intéresser à la stabilité matérielle de la côtière en appliquant la condition de Hill (localement).

### Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

La condition suffisante de stabilité de Hill, 1958 [83] a été étudiée théoriquement (cf. Chapitre 2), analytiquement (cf. Chapitre 3) et numériquement (cf. Chapitre 4). Nous avons montré que, pour des matériaux “non associés” (au sens de la théorie élastoplastique classique, la surface de limite élastique est alors distincte de la règle d'écoulement) tels que les sols, le critère de stabilité Hill permet de décrire certains modes de rupture qui peuvent précéder le critère limite de plasticité et de localisation (Khoa *et al.*, 2005 [96]). Ces conclusions ont été également montrées par Bigoni et Hueckel, 1991 [7]; Kuhl *et al.*, 2000 [98], etc. Par la suite, ce critère va être utilisé pour analyser la stabilité des glissements de terrains de la côtière de Trévoux causés par le relèvement de la nappe phréatique.

Nous ne présentons pas les calculs du travail du second ordre pour tous les pas de montée d'eau afin d'éviter simplement une surcharge du mémoire. Le tableau 5.3 ne détaille les niveaux de nappe en amont et en aval (la Saône) que pour six pas considérés.

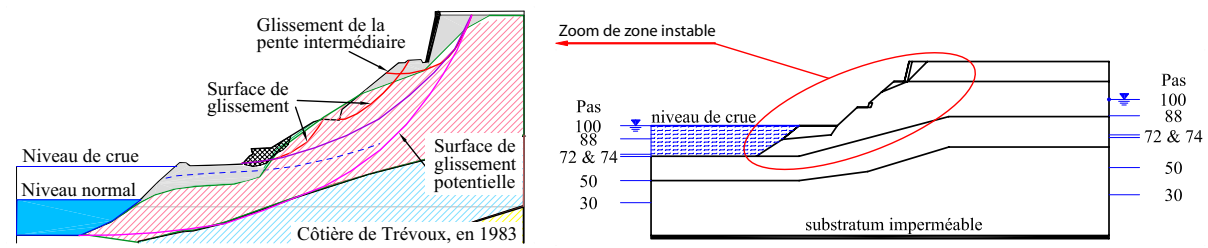
Pas de montée d'eau	Niveau en amont (m)	Niveau en aval (m)	Notes
30	13.380	10.800	-
50	22.300	18.000	-
72	32.112	25.920	pied de la pente de la côtière
74	33.004	26.640	début du remblai de la Saône
88	39.248	31.680	niveau d'eau normal de la Saône
100	44.600	36.000	niveau de crue de la Saône

TAB. 5.3 – Détails des niveaux de nappe pour six pas de montée d'eau dans la côtière

La représentation des zones, où la stabilité au sens de Hill n'est plus assurée pendant la montée d'eau, est donnée sur la figure 5.29. Notons qu'il n'y avait aucune valeur négative du travail du second ordre détectée jusqu'à la fin de construction du remblai et du mur de soutènement (Fig. 5.16(b)).

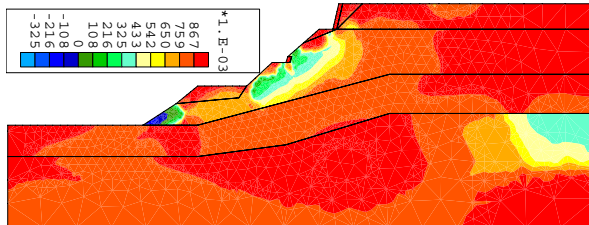
La figure 5.29(a) représentent les surfaces de glissement potentielle et réelle de la côtière de Trévoux après une période de fortes précipitations en avril 1983, telle qu'elles apparaissent dans le rapport du BRGM en juin 1983 [14]. Les niveaux d'eau des six pas, donnés sur le tableau 5.3, sont également montrés sur la figure

Nous observons, au pas 30 (Fig. 5.29(c)), une apparition de valeurs négatives de  $d^2W$  au pied de la côtière concernant la zone la plus instable quand l'eau ne remplit pas encore la Saône. Une zone très superficielle de faibles valeurs de  $d^2W$  débouche préférentiellement au pied du remblai bas mais également au pied du mur à contreforts.

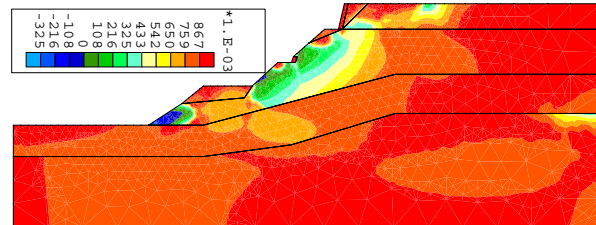


(a) surfaces de glissement potentielle et réelle

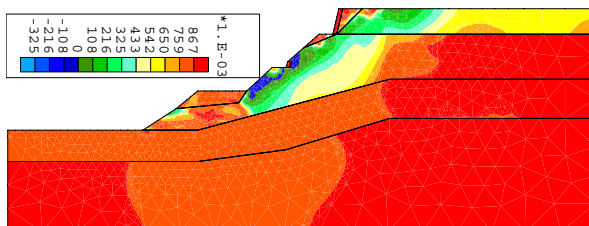
(b) niveaux d'eau des six pas considérés



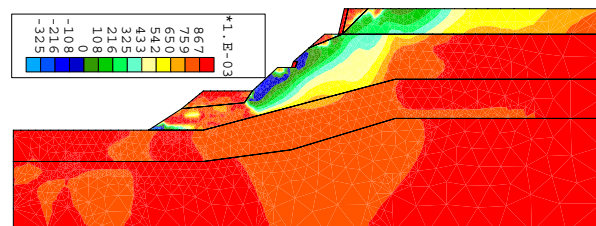
(c) pas 30



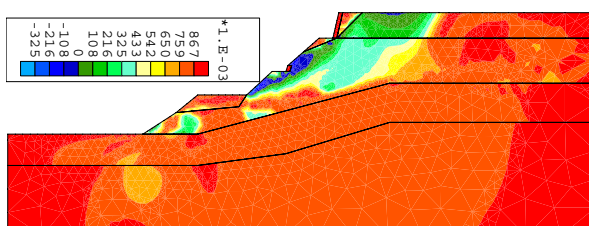
(d) pas 50



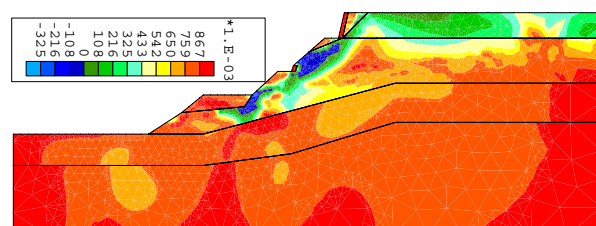
(e) pas 72



(f) pas 74



(g) pas 88



(h) pas 100

FIG. 5.29 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour six pas de montée d'eau

Quand l'eau monte jusqu'au pas 50 (Fig. 5.29(d)), la zone de  $d^2W$  négatif se développe et s'étend et celle des faibles valeurs de  $d^2W$  s'étend également et rejoint le sommet de la côtière (parking de la Mairie).

Quand la nappe s'approche du pied de la pente (pas 72 sur la figure 5.29(e)), nous constatons que la zone de  $d^2W$  négatif se déplace vers deux pentes intermédiaires qui relient les couches de remblais bas et le petit mur, et les deux murs de soutènement entre eux. La surface des très faibles valeurs du travail se propage considérablement vers le parking de la Mairie de Trévoux tout en restant très superficielle.

La figure 5.29(f) montre, quand le début du remblai de la Saône est atteint, une continuité de l'extension de la zone où la condition de stabilité de Hill n'est plus satisfaite localement.

Lorsque la nappe atteint le niveau normal (ou habituel) de la Saône (pas 88, Fig. 5.29(g)), nous observons une concentration des valeurs négatives ou nulles du travail du second ordre sur deux pentes intermédiaires.

Dès que la Saône atteint le niveau de crue (fin de la montée d'eau), une grande zone de valeurs négative ou nulle de  $d^2W$  est observée (Fig. 5.29(h)). Nous voyons que cette zone, où le critère de stabilité de Hill est violé, apparaît de manière remarquable de façon superficielle au pied des couches de remblais bas jusqu'au pied du mur de soutènement du parking. Cette zone potentiellement instable au sens de Hill coïncide tout à fait avec les zones de glissement réelles dans la côtière de Trévoux (Fig. 5.29(a)). La grande zone superficielle regroupant les valeurs négatives du travail local permet de mettre en évidence une éventuelle rupture diffuse d'une partie de la côtière. Il est également très intéressant de remarquer que la zone de faibles valeurs de  $d^2W$  correspond à celle de glissement potentielle. Il convient de rappeler qu'en avril 1983, la côtière de Trévoux a été affectée par de nombreuses manifestations d'instabilité. Les épisodes pluvieux qui ont précédé et le niveau extrêmement haut de la Saône, que l'on appelle "niveau de crue", sont couramment avancés comme la cause des désordres.

Les résultats précédents montrent que la condition suffisante de stabilité proposée par Hill, qui se base sur le signe du travail du second ordre, permet de reproduire assez fidèlement les lieux des glissements réels de la côtière de Trévoux, et d'exhiber des points matériellement instables ainsi que des zones potentiellement instables au sens large.

La figure 5.30 présente la distribution des déformations déviatoriques cumulées pour le niveau normal (pas 88) et le niveau de crue (pas 100) de la Saône. Notons que la déformation déviatorique est l'un des indicateurs principaux de rupture car elle montre bien les zones de cisaillement et explique clairement leur développement. Le tracé des isovaleurs des déformations déviatoriques permet de visualiser les mécanismes actifs dans la zone plastique. De plus, pour une étude avec des sollicitations non monotones comme dans le cas de la montée d'eau dans la côtière de Trévoux, elles peuvent renseigner sur toute l'histoire subie par le matériau jusqu'à la sollicitation actuelle. Sa représentation sur la figure 5.30 montre qu'une bonne coïncidence apparaît entre la zone de fortes déformations déviatoriques et des faibles valeurs du travail de second ordre normalisé.

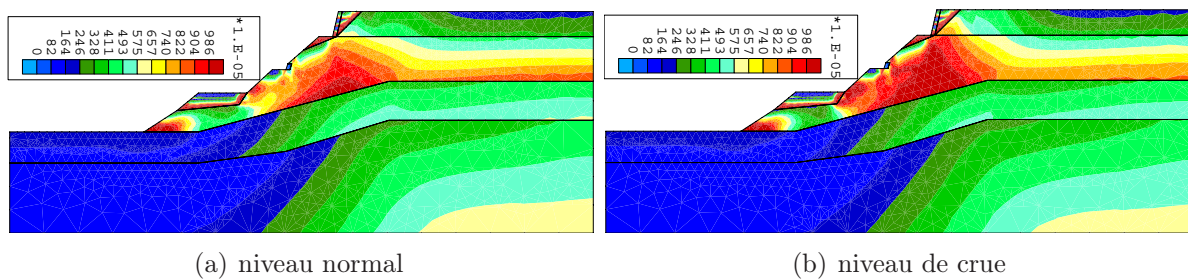


FIG. 5.30 – Déformations déviatoriques cumulées dans la côtière de Trévoux

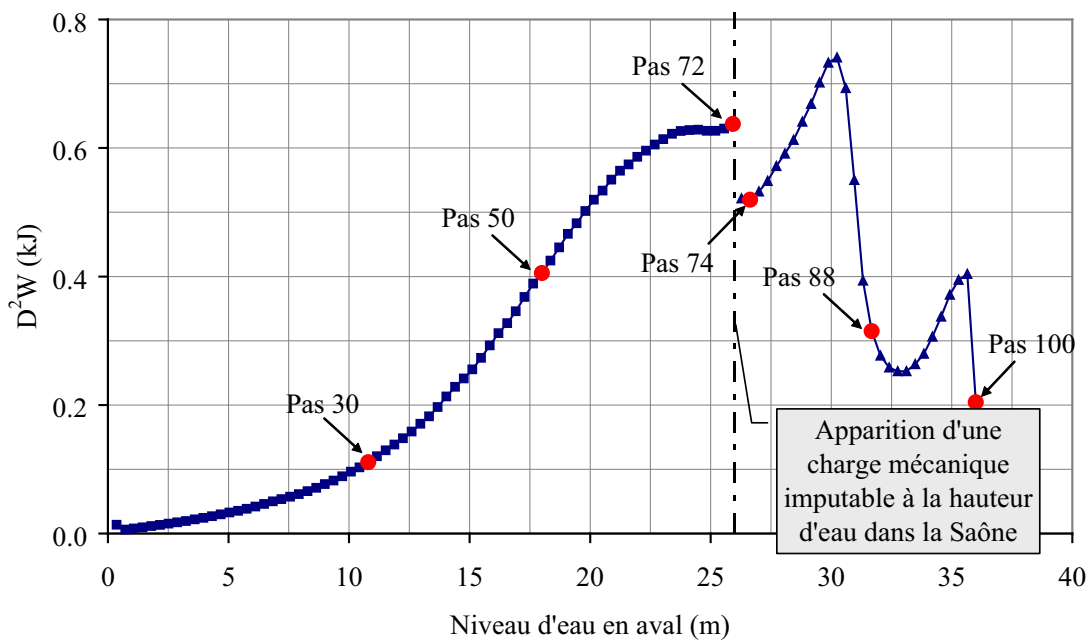
Par la suite, nous nous intéressons à la stabilité au niveau global de la côtière de Trévoux. Le travail du second ordre global, qui est proposé par Hill, sera utilisé comme un critère global de stabilité dans notre étude.

### Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

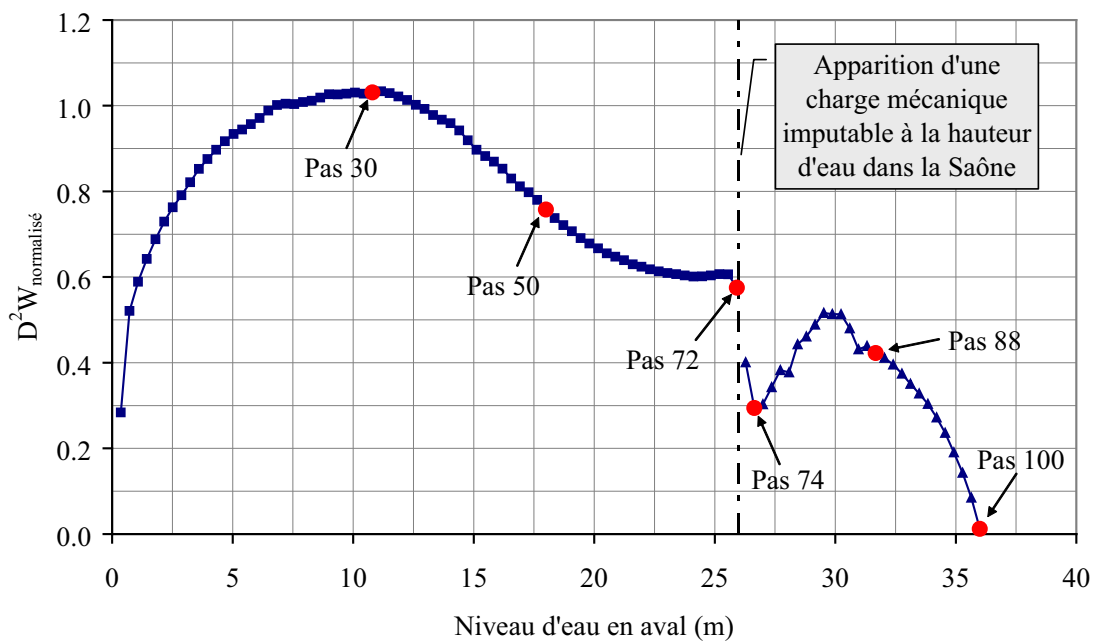
La figure 5.31 présente les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  en fonction de l'augmentation cumulée du niveau d'eau en aval (côté de la Saône). L'algorithme du calcul de  $D^2W$  a été détaillé sur la figure 4.6 du chapitre 4.

Dans une première étape, la nappe phréatique monte jusqu'au niveau du pas 72 (Tab. 5.3), i.e. au pied de la côtière. La Saône n'est pas encore remplie et par conséquent, aucune charge mécanique correspondant à la hauteur d'eau dans la rivière n'est induite sur la côtière. La figure 5.31(a) montre que, au cours de cette première étape, plus la nappe s'approche du pied de la côtière, plus le travail du second ordre global augmente. Ceci ne correspond pas aux résultats obtenus en termes de travail du second ordre local normalisé (Fig. 5.29(c), (d) et (e)). Nous retrouvons ici la dépendance de la grandeur de  $D^2W$  avec l'intensité du chargement incrémental. En réalité, dans la simulation de la remontée de la nappe, l'incrément des paramètres de chargement qui se composent des charges hydrauliques et mécaniques n'est pas constant à cause de la relation non linéaire entre la pression interstitielle et la saturation ainsi que de la variation de l'incrément du volume de sol saturé. Ce problème a déjà été mis en évidence à travers toutes les modélisations précédentes. De ce fait, nous allons exposer, maintenant, l'évolution du travail global normalisé calculé sur le massif.

En analysant l'évolution de  $D^2W_{norm.}$  présentée sur la figure 5.31(b), nous observons que, dans les premiers pas de calcul, la remontée progressive de la nappe phréatique en régime hydraulique permanent, à partir du niveau de substratum, n'engendre pas d'effets importants sur la côtière. Par contre, lorsque le niveau d'eau s'approche du pied de la côtière, l'ouvrage tend vers un état moins stable qui se traduit par une diminution de  $D^2W_{norm.}$ .



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 5.31 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau



Quand l'eau commence à remplir la Saône (deuxième étape de montée d'eau), une augmentation de la contrainte effective, qui est due à la charge mécanique, correspondant à la hauteur d'eau dans la rivière, peut naturellement comprimer le sol et provoquer un tassement en surface. Pourtant, cette charge hydrostatique a une influence par rapport à la stabilité de la côtière car elle peut empêcher la sortie d'eau jusqu'à un certain niveau d'eau. Nous observons sur la figure 5.31(b) une augmentation de  $D^2W_{norm.}$  jusqu'à 30 m de hauteur d'eau en aval. Notons que ce niveau d'eau en aval correspond à environ 37.2 m de hauteur d'eau en amont, ce qui est proche du niveau de l'interface (39 m du côté amont) entre les couches de sable graveleux (très perméable) et de marne graveleuse (moins perméable). Nous pensons que tant que le niveau d'eau en amont se situe à un niveau inférieur à cette interface, la vitesse d'écoulement, qui dépend de la conductivité hydraulique du matériau, n'est pas encore assez élevée pour déstabiliser le massif au niveau global. De ce fait, cette augmentation de  $D^2W_{norm.}$  peut s'expliquer par le fait que la charge hydrostatique due à la hauteur d'eau sur le fond de la Saône, qui engendre localement une augmentation de la contrainte effective, joue un rôle probablement plus important que l'augmentation de la pression interstitielle. En outre, il est important de remarquer que même si la normalisation permet de s'affranchir en partie de l'influence de l'intensité du chargement, la taille de l'incrément conserve malgré tout une influence sur le critère global de Hill au niveau de la grandeur de  $D^2W$ . Son signe reste par contre indépendant.

En continuant de faire monter la nappe dans la simulation, nous voyons une décroissance considérable de  $D^2W_{norm.}$ . Lorsque la Saône atteint le niveau de crue, la diminution de la résistance au cisaillement due à la réduction de la succion ainsi que la sortie d'eau en aval sont très défavorables vis-à-vis de la stabilité de la côtière. Une valeur quasiment nulle du travail du second ordre global normalisé à ce stade semble être un bon indicateur pour détecter l'instabilité globale de la côtière de Trévoux.

## 5.3 Conclusions

La première modélisation en couplage hydromécanique d'un milieu non saturé pour un cas réel tel que celui de la côtière de Trévoux a été effectuée. Une approche originale de l'étude de la stabilité à la fois locale et globale en s'appuyant sur le critère de Hill a permis de retrouver avec un certain succès les principales zones de glissement observées à la côtière de Trévoux en 1983.

Dans un premier temps nous avons étudié la stabilité de la côtière qui est supposée avoir été formée par les phase d'excavation et de confortement (i.e. constructions des couches de remblais et d'un mur de soutènement). Aucune zone dans le massif ne violait la condition suffisante de stabilité de Hill jusqu'à la fin du confortement. Nous retrouvons ici les mêmes résultats obtenus dans la phase d'excavation dans le cas de la modélisation d'un talus bordant un canal (cf. Chapitre 4). La stabilité de l'ouvrage peut s'expliquer par l'apparition d'une cohésion apparente due à la succion du milieu non saturé. L'analyse des évolutions du travail du second ordre global permet de confirmer la stabilité globale de la côtière.

La suite des simulations concerne la remontée d'eau dans la côtière. Une grande zone superficielle regroupant des valeurs négatives du travail du second ordre permet de mettre en évidence la rupture éventuellement diffuse d'une partie de la côtière. Cette partie correspond spatialement aux principales surfaces de glissement observées sur le site en réalité. Nous avons montré qu'une instabilité globale de la côtière peut être détectée par l'analyse du travail du second ordre global normalisé.

Nous avons également taché de prouver la nécessité de l'utilisation de deux critères de stabilité : locale et globale, dans la description des instabilités dans des problèmes réels qui sont souvent complexes en termes de géométrie, de conditions aux limites, de sollicitation, ainsi que de comportement des matériaux, etc. La forme globale du travail du second ordre permet de mettre en évidence l'influence des paramètres du comportement rhéologique (saturation, conductivité hydraulique, etc.) et des événements de nature hydraulique (précipitations, écoulements d'eau, etc.). Cependant, il ne convient ni pour localiser la zone de rupture, ni pour répondre aux questions concernant le mode de rupture naissant. En revanche, il semblerait que le critère local est un indicateur intéressant pour décrire certains modes de rupture (localisés ou diffus) et également la propagation des zones potentiellement instables vers la surface libre du massif conduisant probablement à sa ruine.



## CHAPITRE 6

---

## Modélisation du glissement de Santa Tecla sous séisme

---

*L'interprétation du travail du second ordre sur des chemins homogènes, pour un problème aux limites avec une géométrie simple comme celle d'un talus et sur un ouvrage réel comme celui de la côtière de Trévoux, peut être considérée maintenant comme largement éclaircie. Les sollicitations dans toutes ces modélisations sont de type statique ou quasi-statique. Dans ce chapitre nous allons nous intéresser au comportement et à la stabilité d'un problème non homogène sous tremblements de terre à l'aide d'une méthode de type pseudo-statique. Il s'agira d'une application du critère de stabilité proposé par Hill au cas réel du mouvement du versant de Las Colinas au Salvador sous le séisme du 13 janvier 2001. Cette modélisation sera effectuée en utilisant le modèle HSM du code PLAXIS.*

*Les coefficients de sécurité seront également déterminés dans ce chapitre en utilisant la méthode de diminution des propriétés mécaniques des matériaux (méthode " $\varphi - c$  réduit").*

## 6.1 Présentation générale du versant de Las Colinas au Salvador

### 6.1.1 Introduction

L'Amérique centrale est une région à haute sismicité et donc hauts risques. Le tremblement de terre de janvier 2001 qui a frappé durement le Salvador est la conséquence d'un phénomène géologique bien connu. Il s'agit de la confrontation, dans les fonds océaniques, de deux plaques tectoniques : la plaque des Caraïbes, sur laquelle est situé le Salvador, et la "plaquette" des Cocos, de moindre taille, qui lui fait face au niveau de l'océan Pacifique et plonge sous la première. Il s'agit d'une région à hauts risques car les mouvements des plaques ne se font pas régulièrement. Parfois les plaques sont bloquées, de fortes pressions s'accumulent et, quand l'obstacle cède, une violente secousse a lieu : c'est le séisme. Le Salvador a été très touché car ses côtes ne se trouvent qu'à une centaine de kilomètres de l'épicentre du séisme.

### 6.1.2 Description du glissement du versant de Las Colinas

Le 13 Janvier 2001 à 17 h, un fort séisme d'une magnitude de 7.6 sur l'échelle de Richter, a ébranlé le Salvador (région des Caraïbes). Le séisme dont l'épicentre se situait à 110 km au Sud Sud-Est de la capitale San Salvador, à une profondeur de l'ordre de 50-60 km, est associé à la subduction de la plaque Cocos. Ce tremblement de terre a entraîné également de nombreux glissements de terrain, dont celui de la localité de Las Colinas (Fig. 6.1), littéralement recouverte par une montagne de terre ayant enseveli plus de 500 habitations et 400 maisons dans la zone résidentielle de Nueva San Salvador, aussi appelée Santa Tecla (USGS, 2001 [158] ; Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107; 110]).



FIG. 6.1 – Glissements du versant de Las Colinas (USGS, 2001 [158])

### 6.1.2.1 Géométrie du versant et dimensions de la zone affectée par le glissement

Ce mouvement de versant s'est amorcé à une hauteur d'environ 1075 m d'altitude sur le flanc nord de la cordillère de Bálsamo, massif situé au sud de la ville de Santa Tecla. Une présentation de la configuration 3D du versant est donnée sur la figure B.2 en annexe. Ce versant a une hauteur totale d'environ 160 m et présente trois zones caractérisées par des pentes différentes. L'escarpement se développe à 1075 m d'altitude, dans la zone 1 avec une pente moyenne égale à  $32^\circ$  (la plus raide). La largeur de la zone affectée est de l'ordre de la centaine de mètres (80-120 m) et la distance parcourue par la masse instable est estimée à 735 m avec un volume de  $200000 \text{ m}^3$  (JSCE, 2001 [95]). La pente s'adoucit progressivement dans la zone 2 (pente moyenne égale à  $26^\circ$ ) jusqu'à atteindre une dizaine de degré dans la partie basse du versant (zone 3).

### 6.1.2.2 Contexte géologique du versant

Les travaux effectués par Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107] ont permis d'établir une coupe lithologique du site. Selon ces travaux, le versant est composé de trois unités géologiques principales :

- une couche de dépôts pyroclastiques peu consolidés et lâches dans la partie sommitale du versant et en surface du flanc sud,
- une couche de cendres volcaniques au sein de laquelle se trouve une fine couche d'environ 1.5 m d'épaisseur formée de paleosols,
- des dépôts de laves et de pyroclastes indurés (tufs et ignimbrites) qui forment la partie basse du versant.

Les matériaux sont décrits dans les sections suivantes, et leur distribution spatiale dans la zone 1, où les glissements se sont développés, est présentée sur la figure 6.2.

### 6.1.2.3 Contexte géotechnique du versant

En effectuant plusieurs essais in situ et en laboratoire, Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107; 112; 113] ont caractérisé la zone de rupture dans le versant de Las Colinas et ses environnements le long de la cordillère de Bálsamo, dans la partie méridionale de Santa Tecla. La représentation 2D des positions des investigations géotechniques et géophysiques effectuées est donnée en annexe, figure B.1.

Ils ont observé que les propriétés des matériaux pouvaient être modifiées du fait du processus de remaniement de sondage, dans le cas des dépôts pyroclastiques, des cendres volcaniques, et des paleosols intercalés dans les cendres volcaniques (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107]). Ces matériaux présentent des propriétés similaires et des variations verticales importantes.

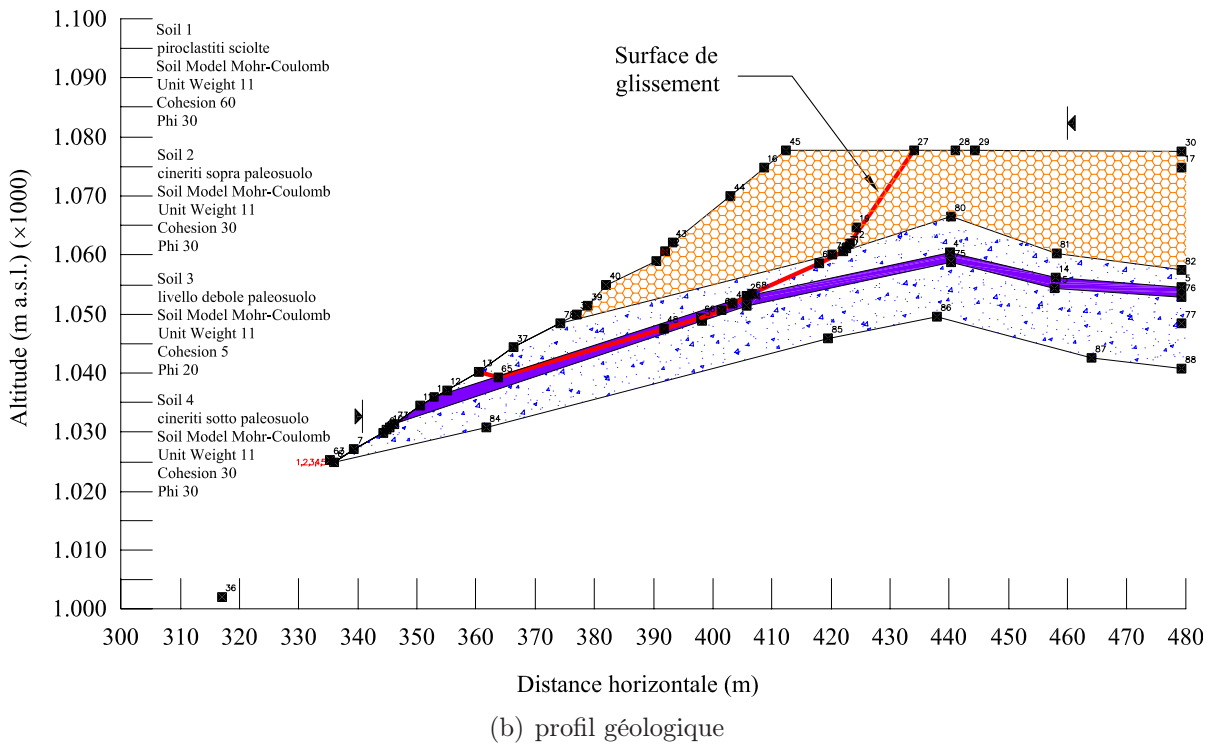
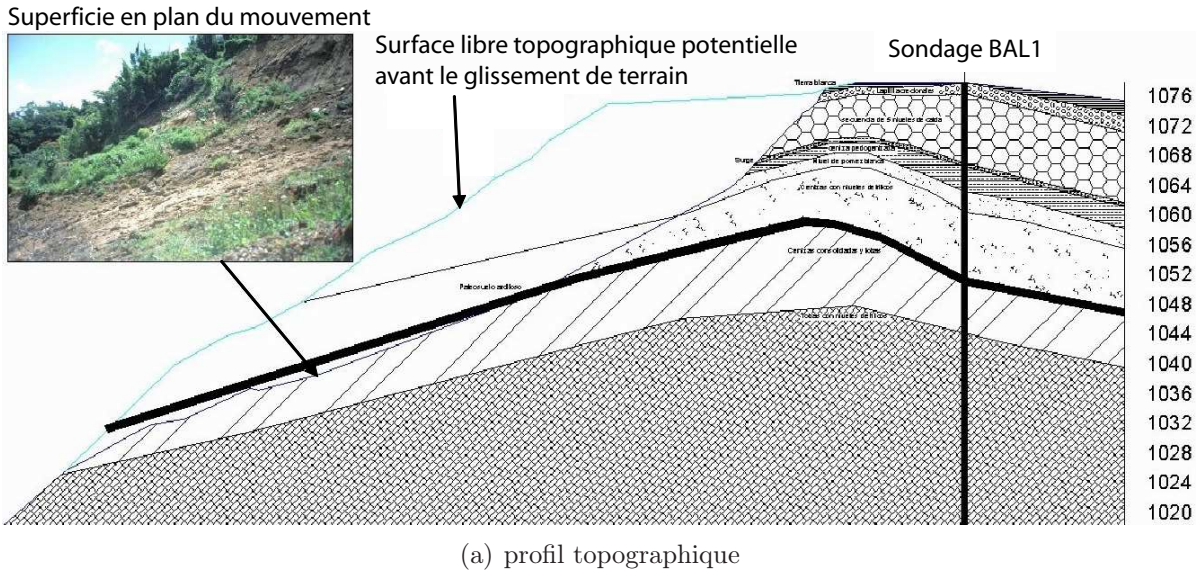


FIG. 6.2 – Profil topographique et géologique dans la zone 1 du versant de Las Colinas. La surface de glissement est représentée par la ligne continue en couleur rouge (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107])

Caractéristiques	Unité	Dépôts pyroclastiques	Cendres volcaniques	Paleosols	Dépôts de lave, de pyroclastes
Epaisseur moyenne	m	15-25	20	1.5	$\infty$
Densité	-	1.50	1.53	1.76	1.90
Poids volumique	kN/m <sup>3</sup>	11	11	11	18
Vitesses de propagation					
des ondes de compression	m/s	332	1124	1124	1938
des ondes de cisaillement	m/s	120	570	570	1000
Coefficient de Poisson	-	0.425	0.327	0.327	0.262
Module d'Young	MPa	60	360	360	3780
Module de cisaillement	MPa	20	150	150	1670
Angle de frottement	°	30	30	20	38
Cohésion	kPa	60	30	5	200

TAB. 6.1 – *Caractéristiques mécaniques des matériaux du versant de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107; 108; 112; 113])*

Le tableau 6.1 présente les propriétés principales des matériaux constituant ce versant.

#### 6.1.2.4 Comportement de la masse instable

Le glissement peut être divisé en trois zones (Fig. 6.1, B.2 et B.3). La première zone, soit la niche d'arrachement, se présente sous la forme d'une loupe circulaire d'une centaine de mètres de diamètre. La couche de paleosol intercalée dans les cendres volcaniques semble avoir eu un rôle important dans le mécanisme de déclenchement des glissements. En effet, le domaine de rupture s'est vraisemblablement développé dans la formation de cendres volcaniques au contact du paleosol qui présente des propriétés mécaniques plus faibles qui favorisent l'instabilité de la pente. Plus au nord et sous cette zone d'initiation, se trouve la zone 2. Dans cette zone, dont les altitudes sont comprises entre 960 m et 1025 m, la pente est de l'ordre de 26° alors que dans la partie basse du versant, zone 3 dont les altitudes sont comprises entre 920 m et 960 m, la pente est très faible, de l'ordre d'une dizaine de degrés seulement.

Evans et Bent, 2004 [64] rapportent que les survivants ont estimé la durée du glissement à 45 s, ce qui, compte tenu de la distance parcourue par la masse instable, 735 m, conduit à une vitesse de déplacement moyenne extrêmement rapide de l'ordre de 16 m/s ( $\simeq$  57.6 km/h). Ce glissement est donc du type "flowslide" (glissement-écoulement) : il est caractérisé par une rupture brutale et une vitesse de déplacement extrêmement rapide, sur une longue distance, le long d'une pente relativement douce.

Selon une investigation effectuée par Jibson et Vieille, 2001 [93], une fois le matériau mobilisé, il s'est "écoulé" sur la pente, parcourant ainsi plus de 700 m, sur une pente d'une dizaine de degrés seulement dans la partie basse du versant. Il est indéniable donc que le matériau a subi des changements profonds de sa structure et de ses caractéristiques au cours du mouvement (Bommer *et al.*, 2002 [12]). L'eau ne semble a priori pas avoir joué un rôle majeur dans cette instabilité dans la mesure où le mouvement de versant s'est produit durant une saison relativement sèche.



### 6.1.3 Caractéristiques sismiques

Le tremblement de terre du 13 janvier 2001 au Salvador a déclenché des milliers de glissements dévastateurs au Santa Tecla, faisant des centaines de morts et laissant des milliers de structures endommagées. Bien que cela ait été un événement de subduction profonde (70 km de profondeur), l'amplification des ondes sismiques et les destructions sont considérables. Ceci pourrait être dû aux irrégularités morphologiques et aux propriétés mécaniques, aussi bien qu'à l'arrangement géométrique des éléments géologiques.

Les données de cet événement ont été obtenues à partir des enregistrements du réseau de l'université locale, et SNET & USGS, 2002 [51]. Ce point sera discuté dans la partie suivante.

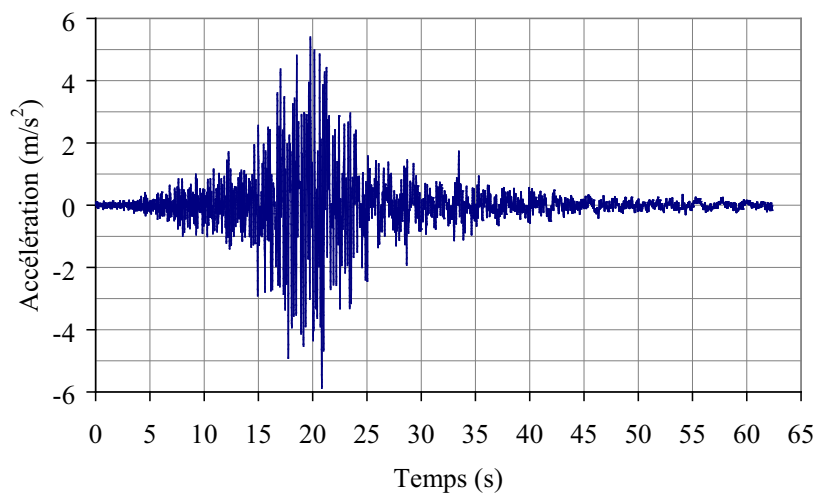
### 6.1.4 Paramètres du mouvement de sols

De violentes vibrations sismiques ont été enregistrées lors de ce séisme, et notamment sur un site de type sol à Santa Tecla, à 1.4 km seulement du glissement de Las Colinas. Les accélérations sur ce site ont atteint la valeur  $0.5g$  contre  $0.38g$  à San Salvador située à la même distance épacentrale. Les études de terrain montrent que la géologie du versant de Las Colinas est comparable à celle de ce site. De plus, selon Jibson *et al.*, 2004 [94], les accélérations le long de la cordillère de Bálsamo ont probablement dépassé ces valeurs et atteint plus de  $1g$ .

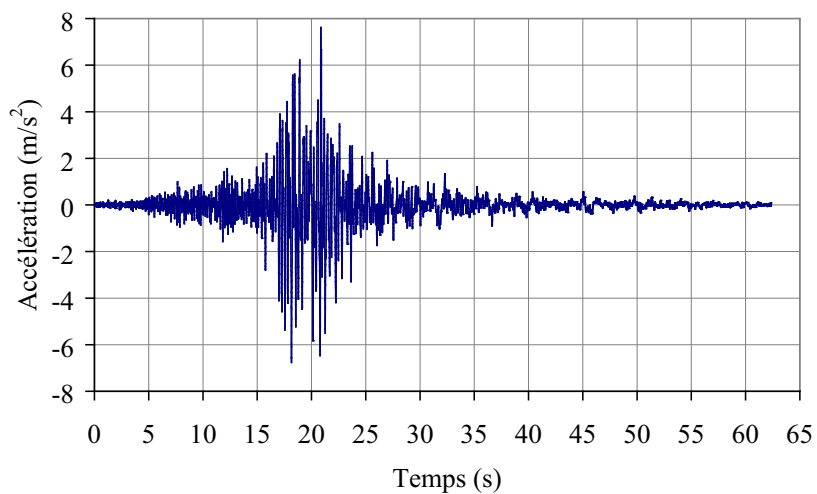
La figure 6.3 montre les accélérations enregistrées au rocher à la station Santa Tecla lors du séisme du 13 janvier 2001 (SNET & USGS, 2002 [51]). Nous observons que le pic dépasse  $0.5g$  dans la direction horizontale (composante Est-Ouest (E-O) et Nord-Sud (N-S)), tandis qu'il est de  $0.46g$  pour la composante verticale.

Les accélérations spectrales correspondant à ces enregistrements, pour un taux d'amortissement de 5 %, sont présentées sur la figure 6.4. Ces spectres montrent que des amplifications sont plus importantes dans la direction N-S que dans la direction E-O. Cependant, le spectre de réponse correspondant à la composante verticale montre que le mouvement a été désamplifié.

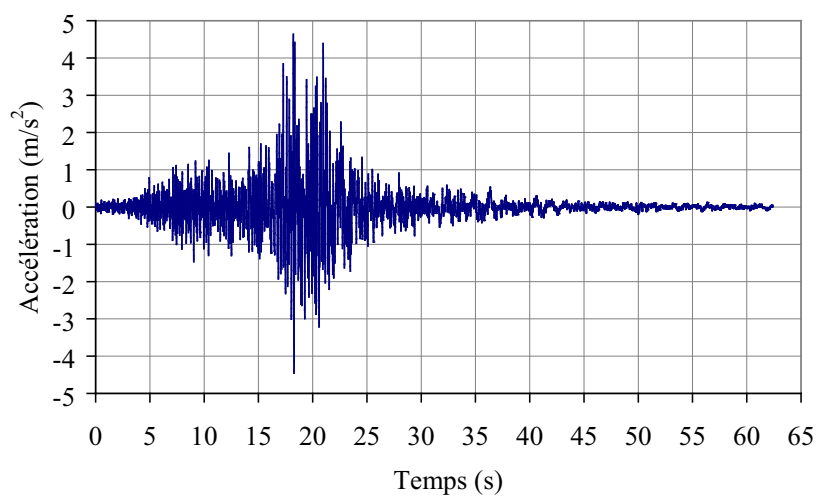
La forme de ces spectres est plus ou moins similaire. Le spectre de la composante E-O présente trois pics importants à des périodes voisines de 0.15 s, 0.22 s, 0.39 s. Le spectre correspondant à la composante N-S de l'accélérogramme présente trois autres pics remarquables pour des périodes de 0.19 s, 0.29 s, 0.51 s environ. En ce qui concerne le spectre de la composante verticale, nous observons que les pics coïncident à peu près temporellement avec ceux du spectre N-S.



(a) composante horizontale, direction E-O



(b) composante horizontale, direction N-S



(c) composante verticale

FIG. 6.3 – Accélérations enregistrées au rocher à la station Santa Tecla (SNET &amp; USGS, 2002 [51])

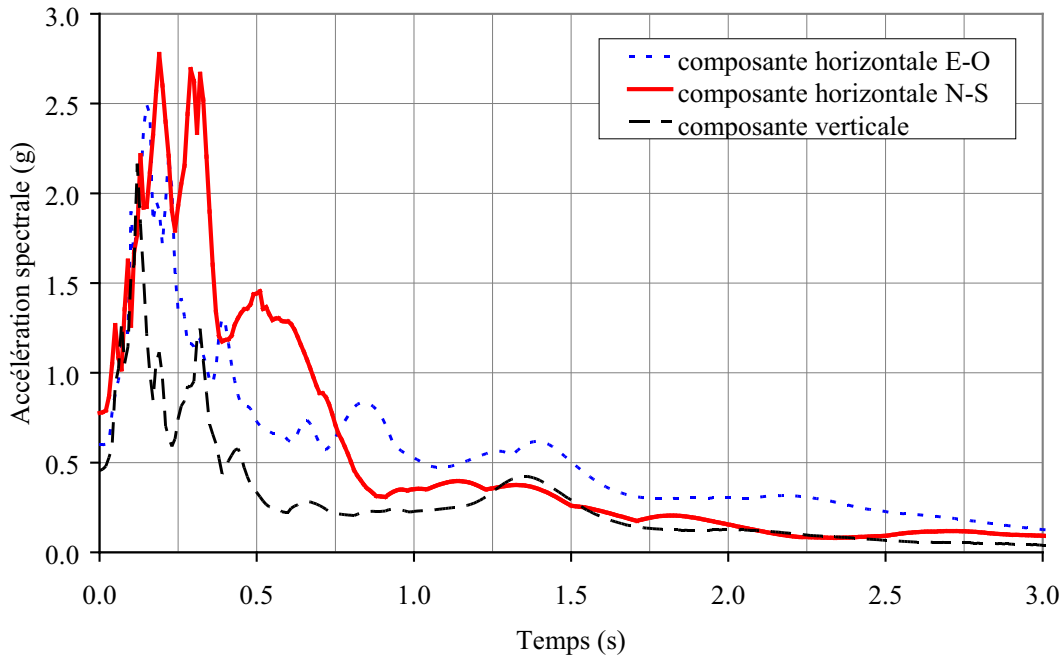


FIG. 6.4 – Spectres de réponse à 5 % d'amortissement pour les accélérogrammes

### 6.1.5 Objet de la modélisation

Ce tremblement de terre a déclenché des milliers de glissements de terrain dans des zones dispersées avec différentes caractéristiques et magnitudes. En particulier, le glissement du versant de Las Colinas fut le plus dramatique du fait de la vulnérabilité que présentait dans la petite ville de Las Colinas, le quartier de Santa Tecla, Nueva San Salvador.

La zone de glissement du versant de Las Colinas est intéressante à étudier car cette catastrophe est apparemment liée à l'amplification des ondes, probablement due à la présence des matériaux pyroclastiques aux faibles caractéristiques mécaniques, à leur géométrie, aussi bien qu'aux caractéristiques topographiques locales. Par ailleurs, toutes les analyses de stabilité effectuées par Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [109; 110; 111] assignent à cette zone des facteurs de sécurité plus élevés que pour les autres zones du même versant où il n'y a pas eu de rupture. Sur la figure B.1 en annexe, nous observons que le glissement s'est principalement produit suivant la direction Nord-Sud (N-S) (voir aussi Fig. 6.2). Ce glissement fait donc l'objet de notre simulation.

Par la suite, nous allons étudier ce glissement de Las Colinas en s'appuyant sur le critère de Hill, 1958 [83] tel qu'il a été présenté et appliqué dans les chapitres précédents. Une simulation pseudo-statique sera effectuée. Le chargement correspond à l'application d'une accélération (horizontale ou verticale) constante  $a_g = k_c g$  ( $k_c$  est le coefficient sismique et  $g$  est l'accélération gravitaire), telle qu'elle peut survenir lors d'un séisme. Il convient de remarquer ici qu'il ne s'agit pas d'un calcul dynamique au sens propre du terme. La gamme des coefficients pseudo-statiques pour la situation critique change de  $0.3g$  à  $0.45g$ . Elle est comparable aux accélérations maximales horizontales enregistrées (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [111]).

## 6.2 Modélisation numérique du glissement de Las Colinas par l'approche pseudo-statique

### 6.2.1 Introduction

Dans une approche pseudo-statique, le mouvement sismique cyclique est remplacé par une accélération constante  $a_g$ . Les composantes des forces pseudo-statiques appliquées sur le massif de sol sont égales au produit des composantes de l'accélération et du poids du matériau.

Rappelons que la section N-S du versant de Las Colinas est choisie afin d'étudier le phénomène d'instabilité. Une partie de son profil a été présentée sur la figure 6.3.

La première phase du calcul consiste en l'application de la gravité. Puis, nous allons simplement appliquer sur tout le massif les valeurs critiques de l'accélération mesurée lors du séisme survenu à la section N-S de Las Colinas le 13 Janvier 2001. Selon Lotti et Associati-Enel.Hydro, 2001 [111], la valeur de  $k_c$  est située entre 0.3 et 0.45.

### 6.2.2 Présentation du problème aux limites

#### Géométrie et maillage

L'analyse est conduite dans l'hypothèse des déformations planes. Nous reprenons la même géométrie utilisée par Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [109] pour des modélisations statique et quasi-statique. Il s'agit d'une zone contenant la rupture réelle du versant de Las Colinas (Fig. B.3 en annexe).

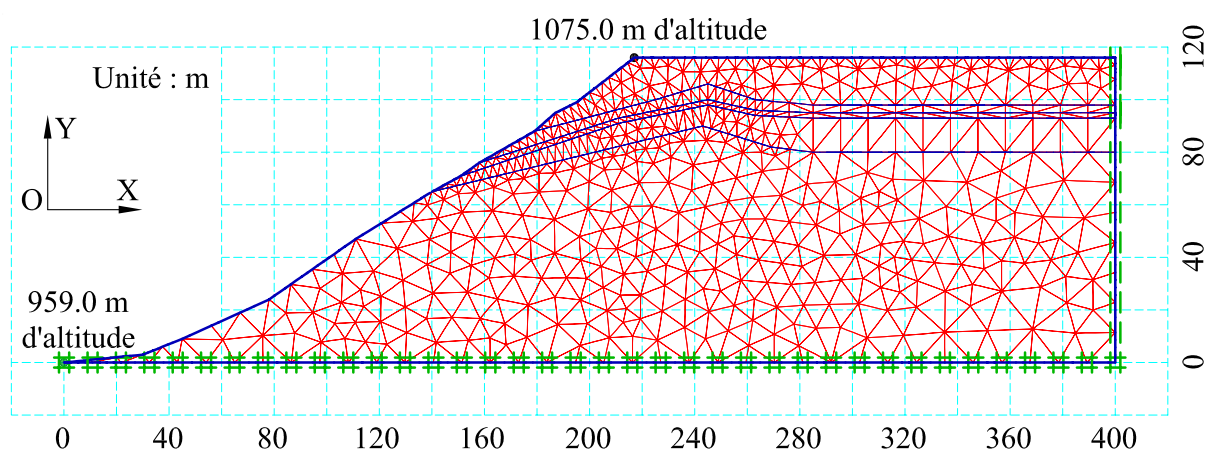


FIG. 6.5 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques

La géométrie et le maillage du modèle numérique représentant ce versant sont présentés sur la figure 6.5. Le maillage est composé de 1191 éléments triangulaires (15 noeuds, 12 points d'intégration) soit 9835 noeuds.

### Conditions aux limites

Les conditions en déplacements (cinématiques) sont également présentées sur la figure 6.5. Nous imposons des déplacements horizontaux nuls selon  $\overrightarrow{OX}$  sur les limites à gauche et à droite du problème et verticaux nuls selon  $\overrightarrow{OY}$  sur le fond du massif.

### Conditions initiales

La première phase est destinée à appliquer la gravité au versant de Las Colinas (état initial).

Dans la deuxième phase, nous allons imposer les forces pseudo-statiques à partir des composantes d'accélération constante horizontale  $a_{gh} = 0.45g$  et verticale  $a_{gv} = 0.20g$ . Cette phase est automatiquement divisée en plusieurs incréments d'accélération.

#### 6.2.2.1 Modèle de comportement et caractéristiques mécaniques

Selon une investigation effectuée par Jibson et Vieille, 2001 [93], le matériau dans la zone ayant glissée semble peu humide et plutôt sec, pourtant une fois que ce matériau est mobilisé, il se comporte comme une masse semi-liquide avec une consistance relativement épaisse; ceci aurait donc permis à la masse de continuer à se déplacer sur une longue distance au-delà du pied de la pente (Fig. B.2 en annexe). Le matériau est donc passé d'un comportement solide à quasi-fluide, ceci en l'absence de grandes quantités d'eau (qui auraient pu être apportées par des pluies importantes par exemple).

Le comportement du versant de Las Colinas est modélisé avec le modèle élastoplastique HSM du code PLAXIS (Schanz *et al.*, 1999 [145]; Brinkgreve, 2002 [16]) que nous avons par ailleurs présenté dans la section 4.3.3.

Les propriétés mécaniques des matériaux sont déterminées en se référant aux résultats de Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 [107; 108; 112; 113] (Tab. 6.1). Le tableau 6.2 résume les paramètres principaux du modèle HSM pour les quatre types de matériaux de Las Colinas.

Notons que nous avons utilisé un angle de frottement de  $25^\circ$  et une cohésion de 25 kPa, pour la couche de paleosols, qui sont plus grands que ceux dans le tableau 6.2. Ceci nous permet d'obtenir une bonne convergence de la simulation jusqu'à une certaine valeur de l'accélération désirée.

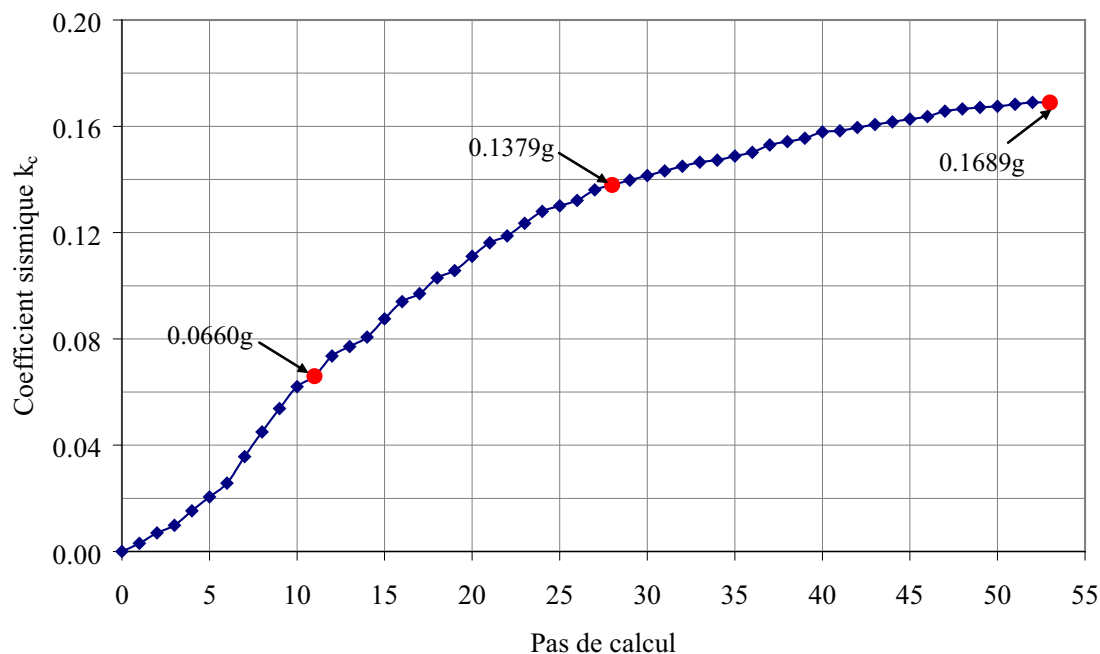
Caractéristiques	Unité	Dépôts pyroclastiques	Cendres volcaniques	Paleosols	Dépôts de lave, de pyroclastes
Poids volumique	kN/m <sup>3</sup>	11	11	11	18
Module sécant	MPa	60	360	360	3780
Module tangent	MPa	60	360	360	3780
Coefficient de Poisson	-	0.425	0.327	0.327	0.262
Angle de frottement	°	30	30	5	38
Cohésion	kPa	60	30	20	200
Angle de dilatance	°	0	0	0	0
Module en décharge	MPa	180	1080	1080	11340
Puissance	-	0.5	0.5	0.5	0.5
Coefficient à la rupture	-	0.99	0.99	0.99	0.99

TAB. 6.2 – Paramètres du modèle HSM pour les matériaux du versant de Las Colinas

### 6.2.3 Analyse de la stabilité de Las Colinas

#### 6.2.3.1 Résultats de la simulation

La figure 6.6 présente le coefficient sismique  $k_c$  déterminé automatiquement par PLAXIS. Nous observons que l'incrément de l'accélération augmente de manière non uniforme. La perte de convergence se produit après le pas 53, i.e.  $k_c = 0.1689$ .

FIG. 6.6 – Coefficient sismique  $k_c$  en fonction du pas de calcul

Sur la figure 6.7 nous observons, pour le dernier pas d'application de l'accélération ( $k_c = 0.1689$ ), une concentration de déplacements d'intensité élevée le long de la surface libre de Las Colinas.

La zone concernée par les grandes déformations déviatoriques (Fig. 6.8) et la zone plastique (Fig. 6.9) coïncident bien avec la surface de glissement réelle présentée sur la figure 6.2.

Un autre indicateur, qui peut permettre de localiser la zone instable au sens de Mohr-Coulomb, est présenté sur la figure 6.10. Il s'agit de la contrainte tangentielle relative qui permet de savoir si un état de contrainte est proche de l'enveloppe de rupture. La contrainte tangentielle relative  $\tau_{rel}$  est définie comme suit :

$$\tau_{rel} = \frac{\tau^*}{\tau_{max}} \quad (6.1)$$

où  $\tau^*$  est la valeur maximale de la contrainte tangentielle (i.e. le rayon du cercle de Mohr des contraintes). Le paramètre  $\tau_{max}$  est la valeur maximale de la contrainte tangentielle dans le cas où le cercle de Mohr deviendrait tangent à l'enveloppe de rupture de Coulomb, en gardant la contrainte principale intermédiaire constante. Plus la valeur de  $\tau_{rel}$  s'approche de 1, plus l'état de contrainte se rapproche du critère de Mohr-Coulomb et par conséquent moins le matériau est stable.

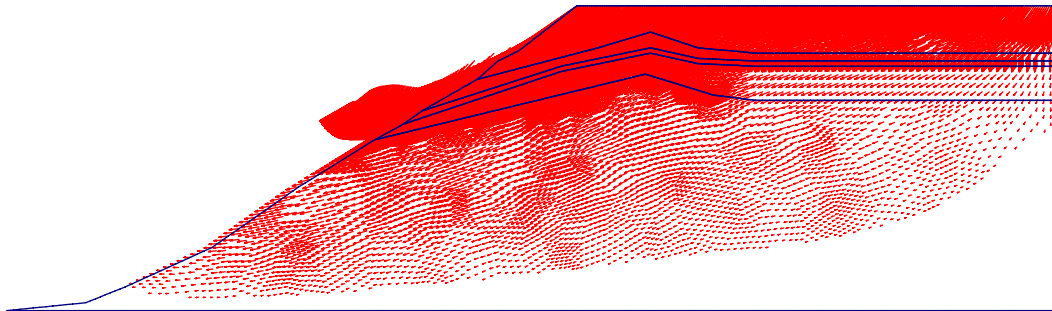


FIG. 6.7 – *Champ de déplacements totaux ( $\times 1500$ ),  $u_{max} = 54.00 \cdot 10^{-3} \text{ m}$*

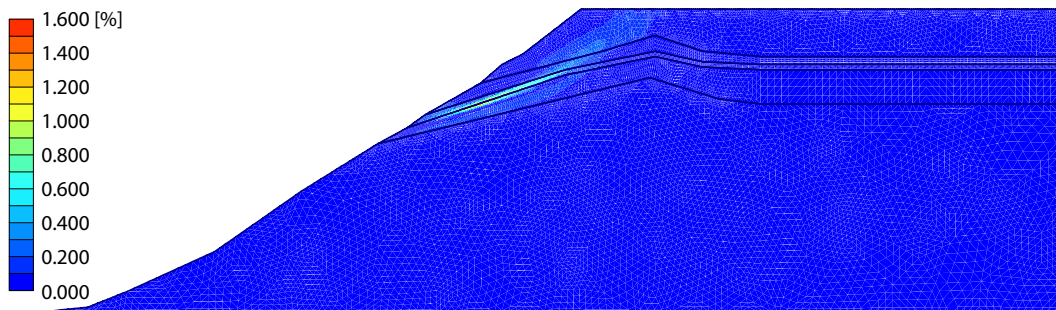


FIG. 6.8 – *Isovaleurs des déformations déviatoriques en fin d'application de l'accélération*

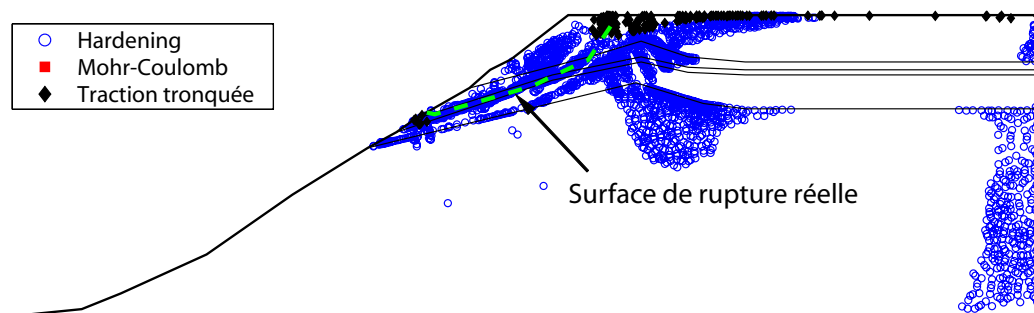


FIG. 6.9 – Présentation des points plastiques en fin d'application de l'accélération

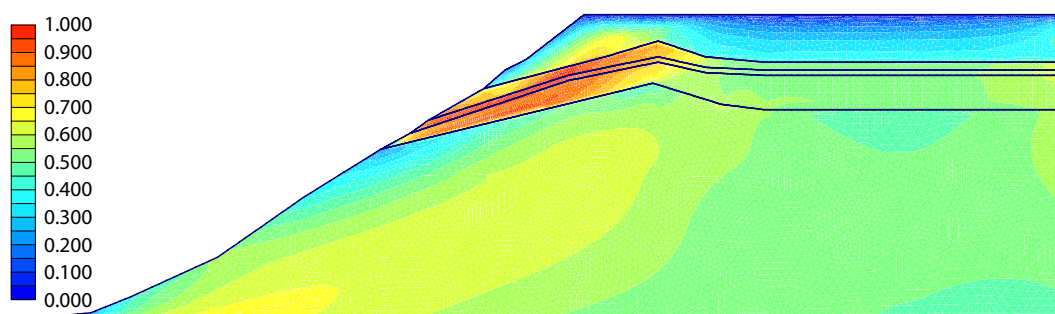


FIG. 6.10 – Isovaleurs des contraintes tangentielles relatives en fin d'application de l'accélération

### 6.2.3.2 Analyse de la stabilité matérielle en terme de travail du second ordre local

Dans ce paragraphe, nous allons analyser la stabilité du massif de Las Colinas en utilisant la condition suffisante de stabilité de Hill, 1958 [83]. Rappelons que cette condition est suffisante mais non nécessaire pour les matériaux non associés. En élasto-plasticité associée elle se traduit par la convexité de la surface de charge. Pour les matériaux non associés, qui constituent notre cas, la perte de positivité de  $d^2W$  peut se produire à l'intérieur strict du critère de rupture de Mohr-Coulomb. Elle n'est pas nécessairement synonyme de localisation en bandes de cisaillement.

La figure 6.11 présente les isovaleurs du travail du second ordre pour les trois dernières valeurs d'accélération imposée ( $0.1683g$ ,  $0.1690g$  et  $0.1689g$ ). Remarquons que cette dernière est légèrement plus petite que celle juste avant, car la taille de l'incrément de sollicitation (accélération) est très sensible dès que l'on atteint la rupture. Nous observons clairement que la zone des valeurs négatives du travail du second ordre s'étend proportionnellement avec l'augmentation de  $k_c$ . Cette zone commence initialement dans la couche de plus faible résistance qui est la couche de paleosols. Puis, elle se développe vers la surface libre. Au dernier pas ayant convergé, elle est fortement étendue et sa forme finale ressemble remarquablement à la surface de glissement de Las Colinas en réalité. Ceci est également en accord avec les autres indicateurs précédents.



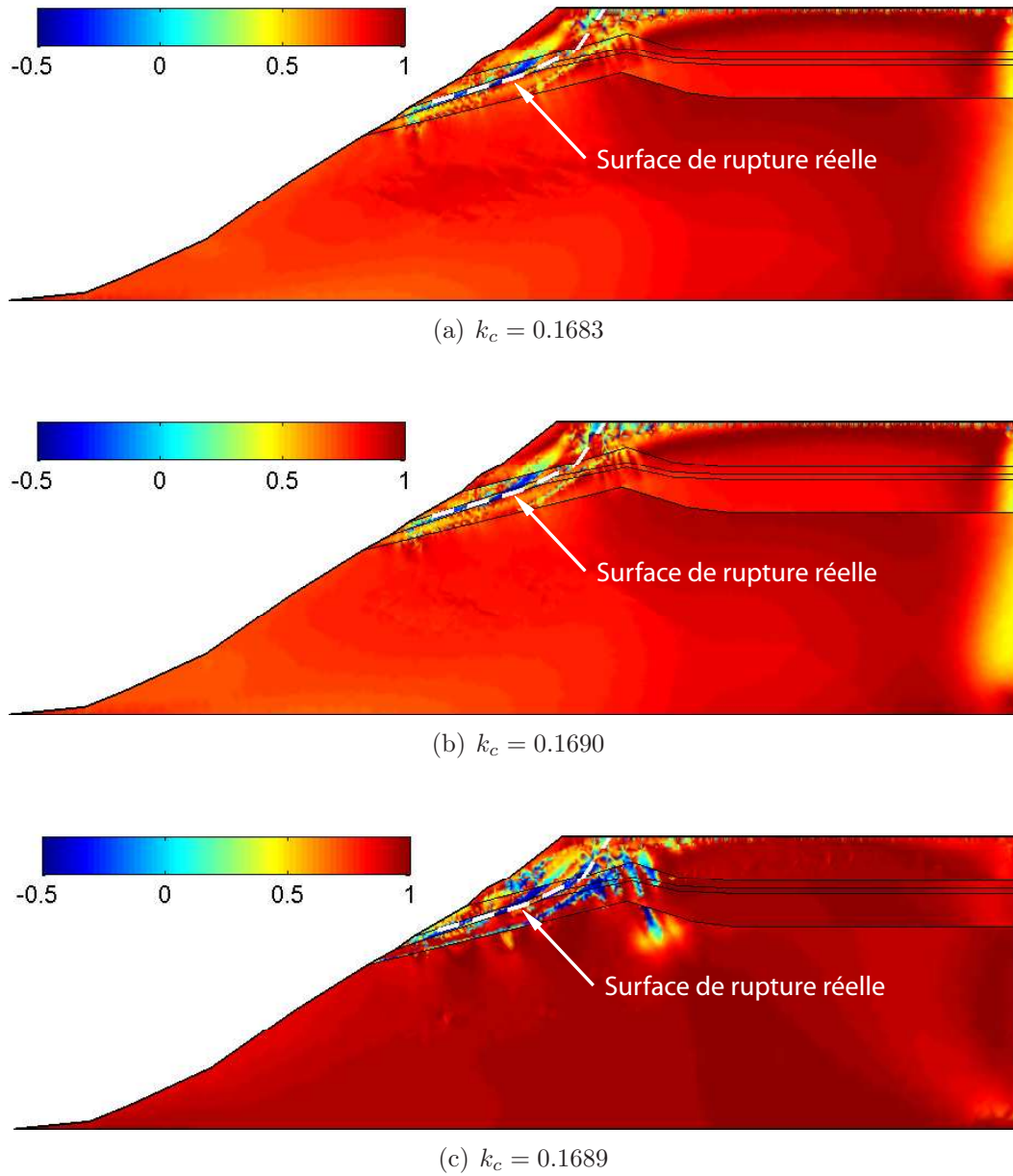


FIG. 6.11 – Isovaleurs du travail du second ordre pour trois derniers incréments de l'accélération imposées

Le critère de Hill peut donc correctement décrire les zones de glissement qui ont affectées le versant de Las Colinas sous les forces pseudo-statique dues aux accélérations.

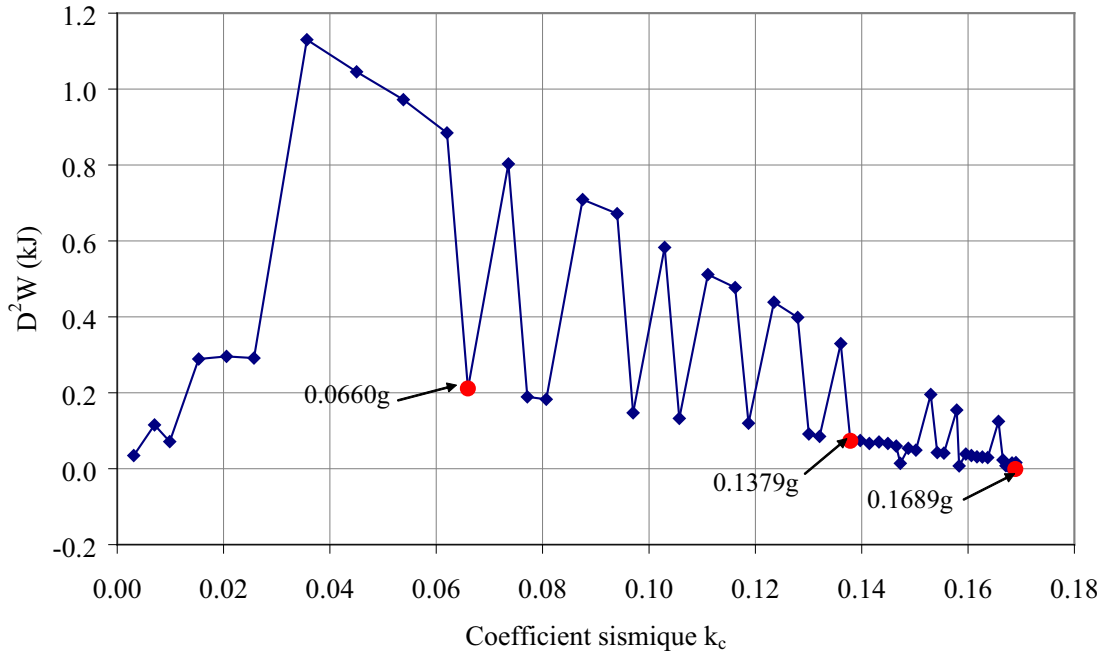
La large zone obtenue des valeurs négatives de  $d^2W$  et la sensibilité du dernier incrément de l'accélération nous font penser à une instabilité au niveau global du massif. Le paragraphe suivant a donc pour but d'étudier cette question en employant le critère global proposé par Hill.

### 6.2.3.3 Analyse de la stabilité globale en terme de travail du second ordre global

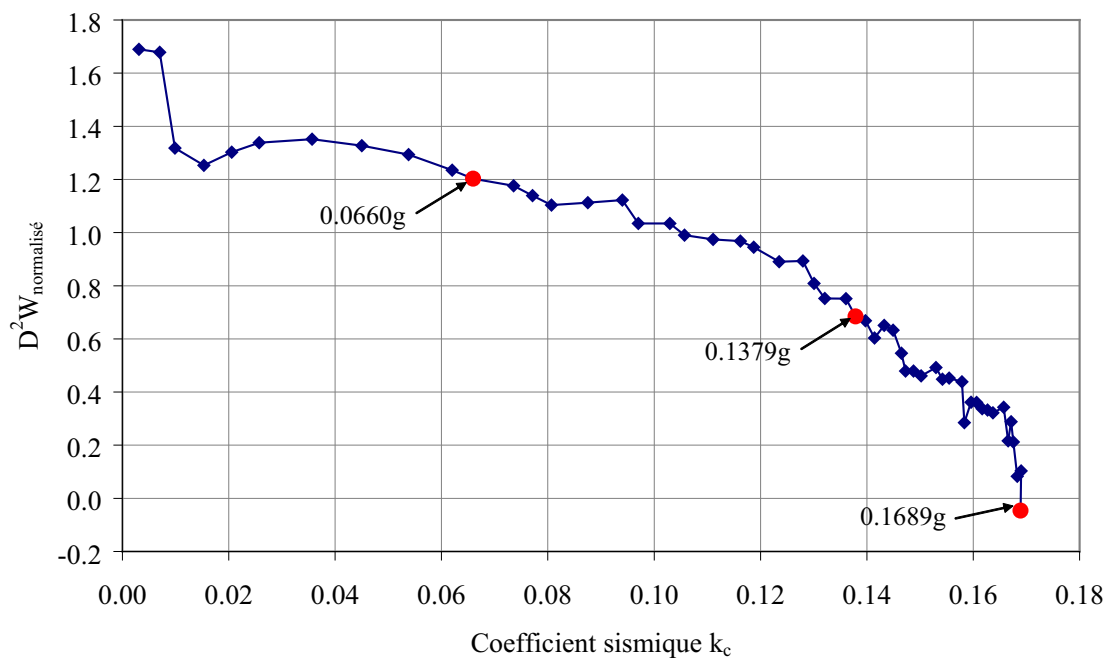
La figure 6.12 présente les évolutions de  $D^2W$  et  $D^2W_{norm.}$  en fonction de l'augmentation de l'accélération par l'intermédiaire du coefficient sismique  $k_c$ . L'algorithme du calcul de  $D^2W$  a été détaillé sur la figure 4.41 du chapitre 4.

Etant donné que le coefficient sismique, qui est automatiquement calculé par le code PLAXIS, varie de manière non uniforme, le tracé de  $D^2W$  non normalisé (Fig. 6.12(a)) ne représente pas clairement la relation entre la stabilité globale du massif et le critère global de Hill. Le tracé de  $D^2W_{norm.}$  sur la figure 6.12(b) vise à rendre secondaire (autant que faire se peut) l'influence de l'intensité du chargement sans changer le signe de  $D^2W$ .

Nous observons que  $D^2W_{norm.}$  diminue au cours de l'augmentation de l'accélération. Cette décroissance exprime bien le fait que l'augmentation des forces pseudo-statiques dues aux accélérations a déstabilisé le versant de Las Colinas. Quand l'accélération dépasse  $0.16g$ , une chute brutale de la valeur de  $D^2W_{norm.}$  se produit. La perte de positivité du travail du second ordre global au dernier pas de l'application de l'accélération dénote une perte de stabilité à l'échelle du massif au sens de Hill.



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. 6.12 – Evolutions du travail du second ordre global

### 6.2.3.4 Calcul du coefficient de sécurité

La méthode de diminution des propriétés mécaniques des matériaux (méthode “ $\varphi - c$  réduit”) permet de calculer des coefficients de sécurité. Cette méthode très approximative, utilisée dans l'étude de stabilité des pentes se base essentiellement sur le concept d'équilibre limite où ce dernier est étudié le long d'un cercle de glissement potentiel supposé (voir la section 2.1). Dans cette approche, les caractéristiques  $\tan \varphi$  et  $c$  du sol sont réduites progressivement jusqu'à l'obtention de la rupture. Le coefficient  $M_{sf}$  permet de définir la valeur des caractéristiques du sol à une étape donnée de l'analyse :

$$M_{sf} = \frac{\tan \varphi_{donnée}}{\tan \varphi_{réduit}} = \frac{c_{donnée}}{c_{réduit}} \quad (6.2)$$

où les caractéristiques notées “donnée” font référence aux valeurs initiales des propriétés des matériaux et les caractéristiques notées “réduit” se rapportent aux valeurs réduites utilisées au cours de l'analyse. Contrairement aux autres coefficients,  $M_{sf}$  vaut 1.0 au début d'un calcul pour utiliser les valeurs non réduites des caractéristiques des matériaux.

Le coefficient de sécurité global est déterminé comme suit :

$$FS = \frac{\text{résistance disponible}}{\text{résistance à la rupture}} = \text{valeur de } M_{sf} \text{ à la rupture}$$

Dans le code PLAXIS, en utilisant la méthode “ $\varphi - c$  réduit” en combinaison avec des modèles de sol avancés (comme HSM), ces modèles vont en fait se comporter selon le modèle Mohr-Coulomb standard, puisque la dépendance de la raideur avec l'état des contraintes et les effets d'écrouissage sont exclus. Le module calculé à la fin du pas de calcul précédent, pour l'état de contrainte obtenu, est utilisé comme une raideur constante durant le calcul de “ $\varphi - c$  réduit”.

L'approche “ $\varphi - c$  réduit” ressemble à la méthode de calcul des coefficients de sécurité conventionnellement adoptée dans les analyses de cercles de glissement. Pour une description détaillée de l'implémentation de cette méthode dans le code PLAXIS, le lecteur pourra se référer aux travaux de Brinkgreve et Bakker 1991 [17].

Nous choisissons quatre valeurs de l'accélération imposées pour déterminer le coefficient de sécurité :  $0.0g$  (fin d'application de la gravité, état initial),  $0.0660g$ ,  $0.1379g$  et  $0.1689g$  (dernier pas de convergence). La figure 6.13 présente les coefficients  $FS$  déterminés.

Une comparaison avec le résultat obtenu par Luo *et al.*, 2004 [115] en utilisant la méthode simplifiée de Bishop est également montrée sur la figure 6.13. Nous observons que ces deux résultats sont quasiment identiques. Les évolutions de  $k_c$  prévoient que la pente deviendra critique avec un coefficient de sécurité de 1.0 pour une valeur de l'accélération inférieure au pic de l'accélération réelle enregistrée ( $0.45g$ ).

La présentation des isovaleurs du travail du second ordre à l'état de rupture pour quatre calculs du coefficient de sécurité (Fig. 6.14) montrent bien les zones instables qui sont confondues avec la zone de glissement réelle sous le séisme de Las Colinas du 13 janvier 2001.

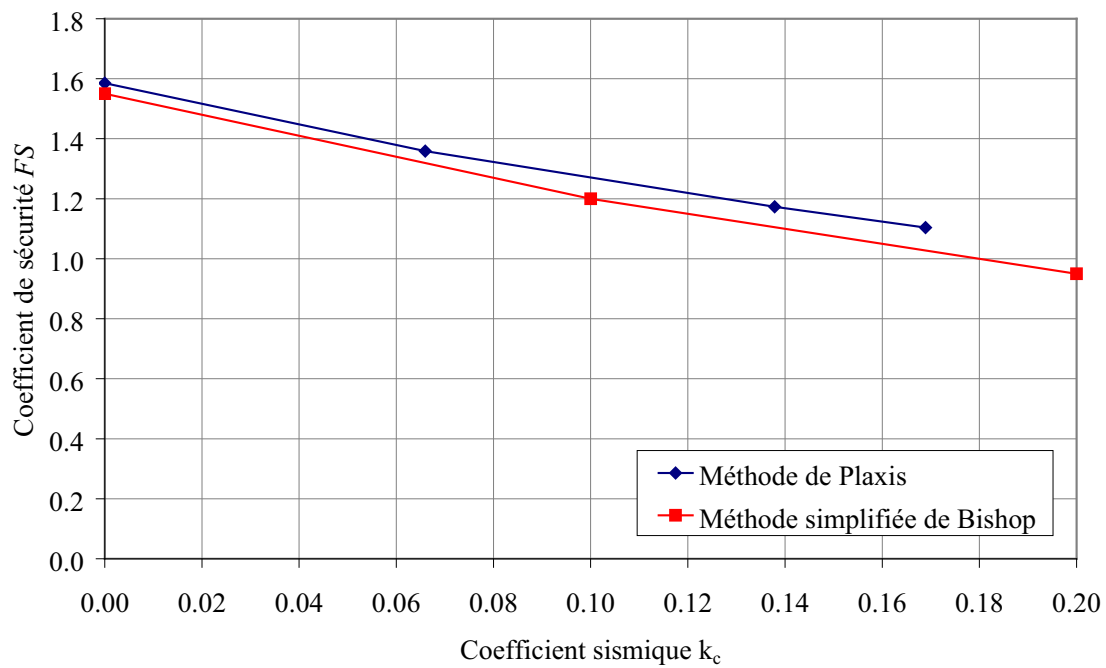


FIG. 6.13 – Coefficients de sécurité pour quatre valeurs de l'accélération (0.0g, 0.0660g, 0.1379g et 0.1689g)

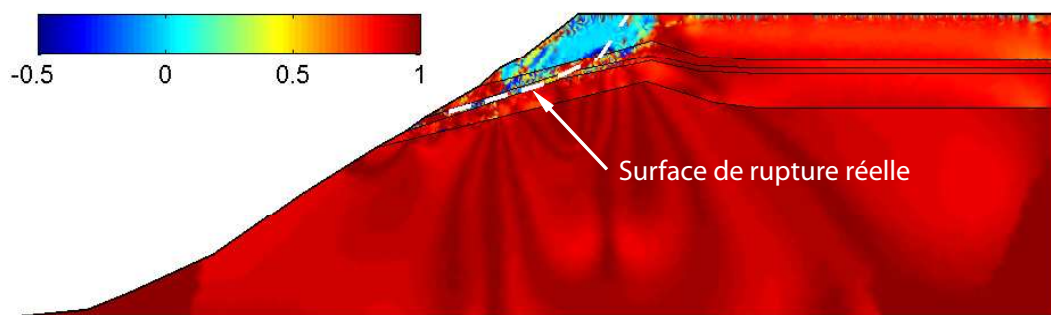
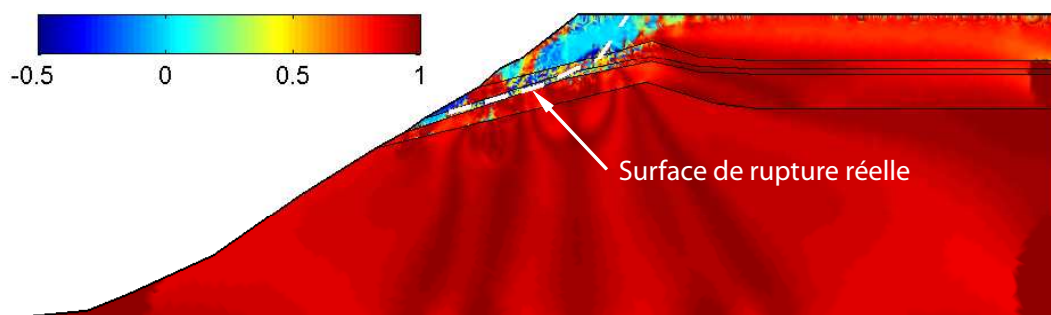
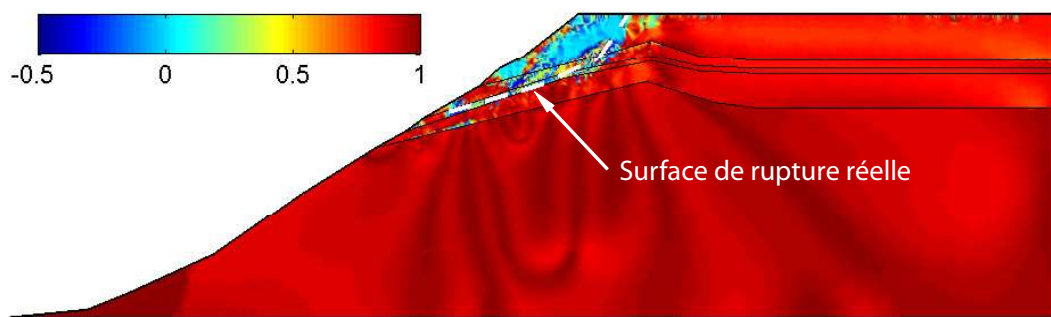
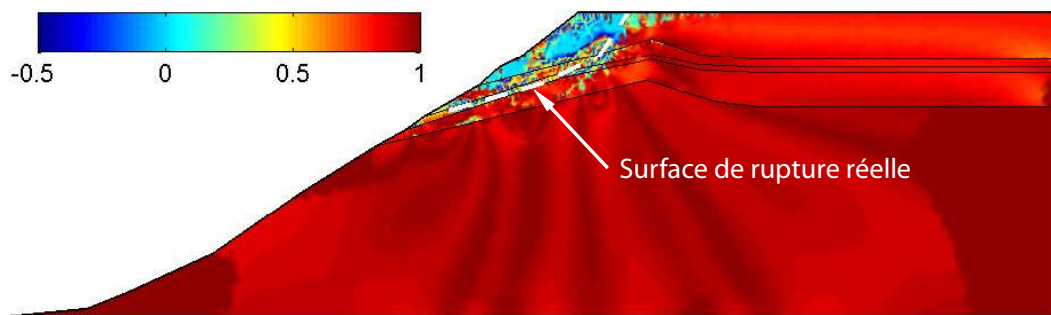


FIG. 6.14 – Isovaleurs du travail du second ordre à l'état de rupture pour quatre calculs du coefficient de sécurité et pour 1 m de déplacement maximum

### 6.3 Conclusions

Des études de stabilité du versant de Las Colinas ont été effectuées avec le modèle HSM du code PLAXIS. L'application du critère de Hill a permis de retrouver avec un certain succès le domaine de rupture observé sur ce versant lors du séisme du 13 janvier 2001 au Salvador.

Dans un premier temps, une approche pseudo-statique est utilisée. Le mouvement sismique cyclique est remplacé par une accélération constante. Les forces pseudo-statiques appliquées sur le massif du sol sont égales au produit des composantes de l'accélération et du poids du matériau. En traçant les isovaleurs de  $d^2W$ , nous avons observé une large zone de valeurs négatives du travail local coïncidant remarquablement avec le domaine de rupture réel du versant. Ceci est cohérent avec les résultats des autres indicateurs tels que les déformations déviatoriques et les contraintes tangentielles relatives. Concernant l'instabilité globale du massif, le tracé des évolutions du travail du second ordre global a permis de la détecter. En effet, la diminution de  $D^2W$  a bien exprimé le fait que l'augmentation des forces pseudo-statiques dues aux accélérations ont déstabilisé le massif de Las Colinas. La perte de positivité du travail du second ordre global à la fin du chargement dénote un état potentiel instable à l'échelle du massif au sens de Hill.

Dans un deuxième temps, des calculs du coefficient de sécurité ont été également réalisés pour quatre valeurs de l'accélération imposées. Les résultats obtenus sont quasiment identiques avec ceux de Luo *et al.*, 2004 [115] avec la méthode simplifiée de Bishop. Les évolutions du coefficient sismique prévoient que la pente deviendra critique avec un coefficient de sécurité de 1.0 pour une valeur de l'accélération inférieure au pic de l'accélération réelle enregistrée ( $0.45g$ ). Les isovaleurs de  $d^2W$  correspondant à chaque coefficient de sécurité ont clairement montré que les zones instables au sens de Hill et la rupture causée par le séisme apparaissent dans la même zone.

## CHAPITRE 7

---

### Conclusions et perspectives

---

#### Conclusions et discussions

Dans la première partie de ce mémoire, afin de mieux positionner le contexte de notre travail, nous avons commencé par réaliser une synthèse des différents modes d'instabilités des pentes ainsi que des différentes méthodes classiques et courantes utilisées pour analyser ces instabilités. Nous avons constaté que les méthodes classiques, qui envisagent la rupture par rapport à un certain critère de plasticité, et non pas à un critère d'instabilité, ne permettent ni de reproduire les phénomènes réels, ni de comprendre les mécanismes d'initiation du rupture. Les méthodes courantes basées sur la méthode de calculs par éléments finis avec l'utilisation de la théorie de plasticité et de localisation ne permettent ni de détecter, ni de décrire certains modes de rupture comme le mode diffus qui peut se manifester strictement à l'intérieur du critère de rupture, notamment dans le cadre des géomatériaux. De plus, lors du rappel des principaux critères permettant l'analyse de la perte d'unicité, de la bifurcation, nous avons montré que, selon la direction de sollicitation et le mode de chargement, et pour un problème homogène, les pertes d'unicité et/ou de stabilité peuvent se produire et se développer à l'intérieur strict de la limite de plasticité. Le critère de Hill basé sur le signe du travail du second ordre semble pouvoir décrire, dans le cadre de l'élastoplasticité non associée, la rupture diffuse précédant, si elle existe, les autres modes de rupture comme la localisation décrite par le critère de Rice. Ce critère de Hill semble donc un candidat approprié pour l'étude de la rupture diffuse des géomatériaux.

Deux formulations de ce critère de stabilité ont été utilisées tout au long de ce mémoire :

- une formulation locale, basée sur le signe du travail du second ordre local. Elle permet de localiser un point ou une zone matériel potentiellement instable,



- une formulation globale intégrant le travail local sur le volume considéré. Cet indicateur global permet de détecter l'instabilité globale, i.e. à l'échelle de l'ouvrage.

Une étude bibliographique sur le plan expérimental a permis de mettre en évidence une instabilité conduisant à une rupture diffuse des échantillons de sol, qui peut être prédite par le critère de stabilité de Hill, pour plusieurs types de chemins de sollicitation. Par rupture diffuse, nous entendons, rupture en l'absence de figure de localisation et à l'intérieur strict du critère de Mohr-Coulomb.

Dans le cadre du modèle de comportement incrémentalement linéaire par morceaux (octolinéaire), et pour une condition de sollicitation en déformation plane, nous avons établi l'équation analytique des limites du domaine de bifurcation et de la "première" direction de contrainte instable. Il est impossible de démontrer théoriquement que le domaine de bifurcation correspond à l'annulation du déterminant de la partie symétrique du tenseur constitutif tangent pour le cas du modèle incrémentalement non linéaire. Cependant, ces résultats ont été clairement démontrés pour le cas du modèle octolinéaire. Il est également intéressant de noter que, même si aucune démonstration n'a été donnée pour le modèle non linéaire, les résultats montrent une très bonne concordance. L'interprétation du signe du travail du second ordre sur des chemins homogènes a été ainsi clarifiée.

Progresser vers la formulation d'un critère de stabilité pour les problèmes aux limites, où la géométrie, les conditions limites et des conditions initiales sont prises en compte, était un autre objectif majeur de ce travail. Pour ceci, nous avons, au préalable, introduit le critère de Hill dans le code de calculs par éléments finis LAGAMINE (développé à l'Université de Liège), conçu et mis au point un programme Fortran ainsi qu'un programme Matlab de post-traitement des résultats du code de calculs par éléments finis PLAXIS.

En ce qui concerne les applications avec le code LAGAMINE, la modélisation en couplage hydromécanique d'un talus bordant un canal avec le modèle de comportement PLASOL a permis d'appliquer la condition de stabilité de Hill aux analyses de rupture et d'instabilité de ce massif. Ces instabilités ont été analysées à l'échelle du point matériel par l'approche locale et également à l'échelle du milieu par l'approche globale de Hill. Ces deux approches se sont révélées complémentaires. Le calcul du travail du second ordre local au cours de différentes phases de simulation a permis d'apprécier l'application du critère local de Hill pour la détection et la description des zones matérielles potentiellement instables.

En ce qui concerne les applications avec le code PLAXIS, deux applications simples avec le modèle HSM ont été effectuées. Il s'agit d'une fondation superficielle et d'une pente excavée en mécanique pure (sans couplage). Les résultats obtenus confirment que la rupture en masse (rupture diffuse) peut être analysée par la condition de stabilité de Hill qui correspond à l'annulation du travail du second ordre, c'est-à-dire (dans le cas des lois incrémentalement linéaires) à l'annulation du déterminant de la partie symétrique de la matrice de rigidité globale. Rappelons que ce mode de rupture avec un champ de déplacement chaotique peut apparaître avant la condition de localisation et à l'intérieur strict de la condition limite de plasticité.

L'évolution du travail du second ordre global au cours d'un programme de chargement a également été suivie pour toutes nos modélisations précédentes. Il a été montré que les diminutions brutales de ce travail global correspondaient à ce qui apparaîtrait comme des déstabilisations majeures du massif. L'utilisation du critère de stabilité global de Hill permet donc de détecter les étapes d'un trajet de chargement venant déstabiliser le massif. L'un des avantages importants du critère global est le fait qu'il permet de représenter clairement les influences de différents facteurs sur le comportement et l'évolution d'un problème aux limites. Ainsi il apparaît que cette forme globale du travail est un bon indicateur en particulier pour mettre en évidence les paramètres ayant le plus d'influence sur la stabilité du massif. Par exemple, en traçant les variations du travail du second ordre global, nous avons montré aussi bien au cours de l'excavation que lors de la montée d'eau, que plus le degré de saturation résiduelle  $S_{rw}$  est faible, moins le massif est stable et inversement (ceci jusqu'à une certaine valeur limite de  $S_{rw}$ ). Une comparaison de l'évolution du travail global entre deux modèles HSM et PLASOL pour la même pente excavée a montré une certaine indépendance du critère de Hill par rapport à la loi constitutive utilisée et par rapport à la finesse du maillage.

Toutes nos modélisations ont montré que la condition globale de Hill, qui se base sur le travail du second ordre global, permet de discuter de la stabilité du massif. Il est important de remarquer également que l'analyse du travail global  $D^2W$  est délicate ou même impossible si la vitesse ou bien l'incrément de chargement varie. L'analyse du travail global normalisé  $D^2W_{norm.}$  semble être une bonne orientation pour éliminer ces difficultés (le signe du travail global en est par contre indépendant).

L'ensemble de résultats obtenus nous a encouragé à appliquer ces critères local et global à des cas réels. La côtière de Trévoux est ainsi un massif qui a présenté de nombreux désordres (glissements et ruptures) après une période de fortes précipitations en avril 1983. Il s'agit d'une modélisation en couplage hydromécanique non saturé avec le modèle de comportement PLASOL. Dans un premier temps nous avons étudié la stabilité de la côtière dont aucune rupture n'était apparue durant la phase d'excavation et la phase de confortement (i.e. constructions des couches de remblais et d'un mur de soutènement). Aucune zone dans le massif ne violait la condition suffisante de stabilité de Hill jusqu'à la fin du confortement ce qui permet de confirmer la stabilité de la côtière quand l'eau n'avait pas encore rempli la rivière Saône. Par la suite, en simulant la montée d'eau, une grande zone superficielle rassemblant les valeurs négatives du travail du second ordre a été observée, ce qui permet de mettre en évidence la rupture diffuse d'une partie de la côtière. Cette partie correspond spatialement aux principales zones de glissement observées en réalité. L'analyse du travail du second ordre global normalisé nous a permis de décrire l'instabilité globale potentielle d'un cas réel comme la côtière de Trévoux.

Une application du critère de stabilité de Hill au cas réel du mouvement du versant de Las Colinas au Salvador sous séisme le 13 janvier 2001 a été effectuée à l'aide d'une méthode de type pseudo-statique et en utilisant le modèle HSM du code PLAXIS. Le tracé des isovaleurs de  $d^2W$  a montré une large zone de valeurs négatives du travail local qui coïncide remarquablement avec la zone de rupture réelle du versant. Au niveau global du massif, l'analyse des évolutions du travail du second ordre global a permis de décrire clairement l'instabilité du versant de Las Colinas. En effet, la diminution de  $D^2W$  a bien

exprimé le fait que l'augmentation des forces pseudo-statiques dues aux accélérations ont déstabilisé le versant. La perte de positivité du travail du second ordre global à la fin du chargement dénote un état potentiel instable à l'échelle du massif au sens de Hill.

En résumant, nous pouvons confirmer la nécessité d'utiliser les deux critères de stabilité, locale et globale, dans l'analyse des instabilités de problèmes aux limites, notamment des problèmes réels qui sont souvent complexes en termes de géométrie, de conditions aux limites, de type de sollicitation ainsi que de comportement des matériaux, etc. La forme globale du travail du second ordre permet de mettre en évidence l'influence des paramètres du comportement rhéologique (saturation, conductivité hydraulique, etc.) et des événements naturels (précipitations, écoulements d'eau, etc.) ou anthropiques (constructions, excavations, etc.). Cependant, il ne permet ni de localiser la zone de rupture, ni de répondre aux questions concernant le mode de rupture naissant. En revanche, il apparaît que le critère local est un indicateur intéressant pour décrire certains modes de rupture (localisés ou diffus) et également la propagation des zones potentiellement instables vers la surface libre du massif conduisant probablement à sa ruine.

## Perspectives

Dans le prolongement de tous ces résultats encourageants, plusieurs perspectives peuvent être envisagées pour ce travail.

D'abord, nous avons vu que la grandeur du travail du second ordre global  $D^2W$  dépend fortement de la norme de la vitesse (incrément) de sollicitation. L'utilisation du travail global normalisé  $D^2W_{norm}$  nous permet de réduire au mieux les influences d'une intensité variable de la sollicitation incrémentale. Pourtant, nous considérons que la définition de la norme reste encore une question ouverte.

Ensuite, il existe un autre facteur qui joue également un rôle crucial dans le calcul du travail du second ordre global. Il s'agit du choix du volume d'intégration du travail que nous appelons "volume critique". Nous pensons qu'une étude sur une détermination rationnelle du "volume critique" mériterait d'être approfondie.

Une comparaison approfondie, sur des problèmes aux limites bien choisis, des différents critères et des modes de rupture qui leur sont associés (critère de Rice et rupture localisée, critère de Hill et rupture diffuse, critère limite de plasticité, instabilités d'origine géométrique, ...) reste à mener. Sans doute, en pratique, différents modes de rupture peuvent-ils coexister ou se succéder dans le temps.

Par ailleurs, nous pourrions envisager de mener le même genre d'étude que celle présentée dans le chapitre 5 (en couplage hydromécanique non saturé) ainsi que dans le chapitre 6 (en pseudo-statique) sur plusieurs cas réels de versants, etc., afin de cerner le domaine d'application et également de qualifier le critère de stabilité de Hill.

Finalement, le passage de 2D à 3D, solution la plus adaptée afin de prendre en compte les caractères véritablement tridimensionnels du relief, sera souhaitable.

ANNEXE A

---

Glissement de la côtière de Trévoux

---

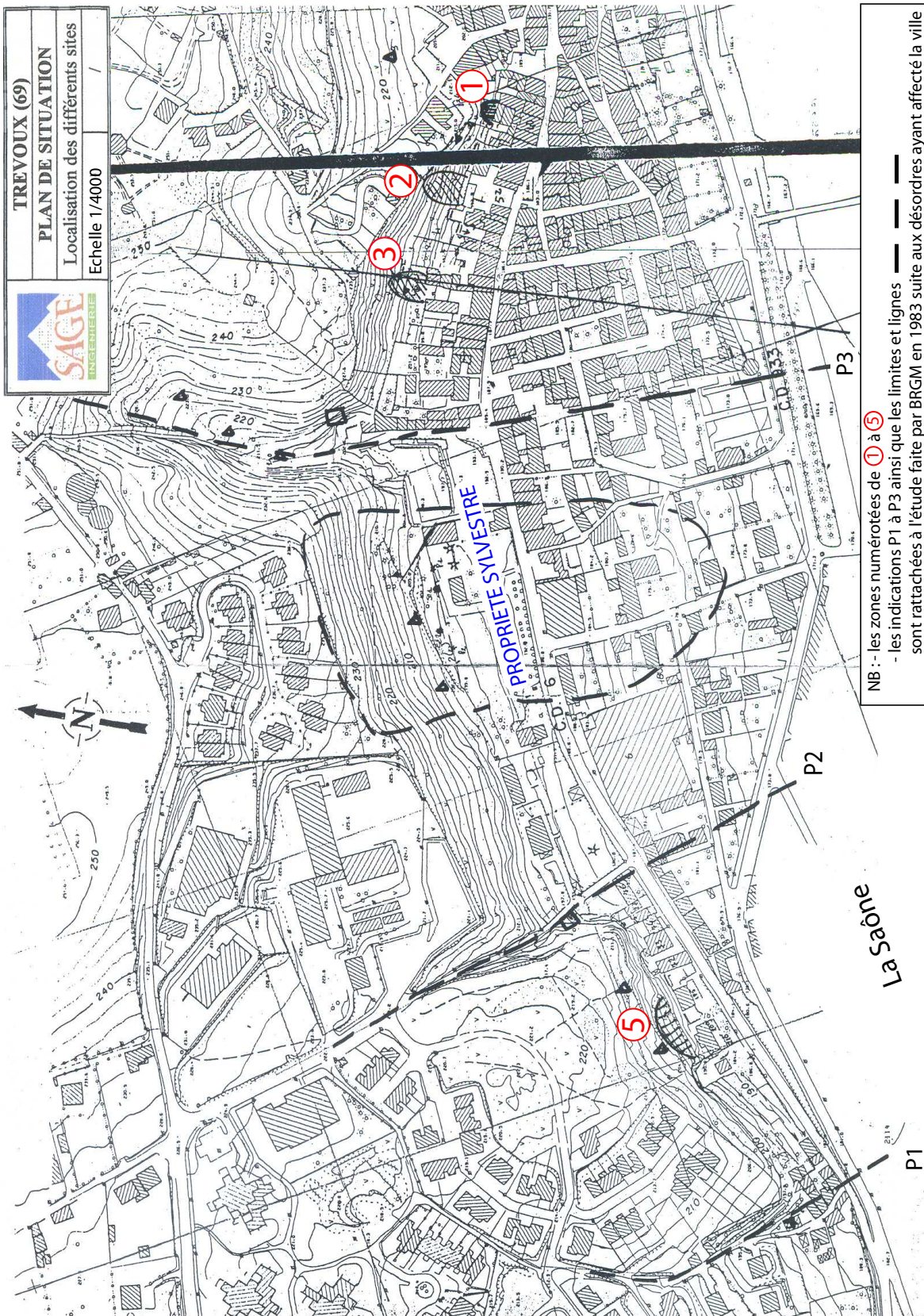


FIG. A.1 – Vue de dessus du site de Trévoux

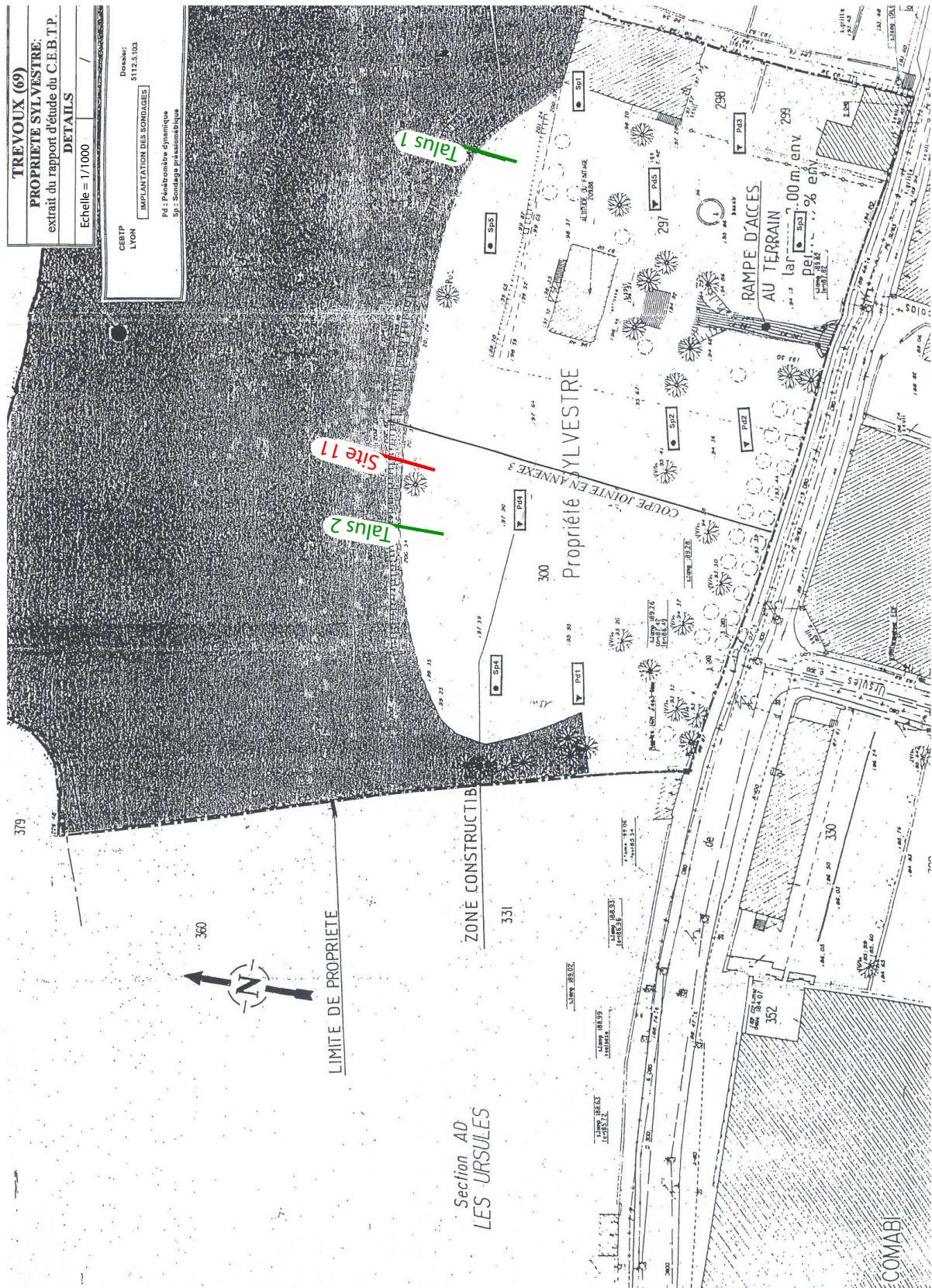


FIG. A.2 – Vue de dessus de la Propriété Sylvestre

## A.1 Influence du maillage sur la stabilité de la ctiere

### A.1.1 Introduction

Nous nous proposons d'examiner, pour le cas de la ctiere de Trévoux, l'influence du maillage éléments finis sur le critère de stabilité de Hill, 1958 [83]. Afin d'illustrer notre propos nous considérons les trois maillages suivants :

Maillage	Nombre total d'éléments ( $N^{tol}$ )	Nombre d'éléments pour l'intégration de $d^2W$ ( $N^{int}$ )	Figure
1	2253	1388	A.3(a)
2	3255	2110	A.3(b)
3	4196	2766	A.3(c)

TAB. A.1 – *Trois maillages étudiés*

Notons que le maillage est constitué d'éléments triangulaires quadratiques à 6 noeuds et 7 points d'intégration. Les propriétés mécaniques et hydrauliques associées à ces trois maillages sont données dans les tableaux 5.1 et 5.2.

### A.1.2 Résultats de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre

#### Phase de genèse de la ctiere : excavation et confortement

Les figures A.4 et A.5 présentent les isovaleurs du travail du second ordre local normalisé respectivement à la fin de l'excavation et du confortement. Les résultats montrent clairement que le travail normalisé est quasiment indépendant du maillage.

En ce qui concerne le travail du second ordre global, sur les figures A.6 et A.7, nous constatons que le maillage n'a aucune influence sur  $D^2W$  et pratiquement aucune sur  $D^2W_{norm.} * N^{int}$ . Ces résultats sont obtenus pour les deux phases de genèse de la ctiere de Trévoux : phase d'excavation et phase de confortement.

#### Phase de montée d'eau dans la ctiere

Concernant la stabilité locale (matérielle), en comparant les isovaleurs de  $d^2W$  de deux niveaux d'eau : niveau normal (Fig. A.8) et niveau de crue (Fig. A.9) pour les trois cas du maillage, nous retrouvons la même conclusion que celle obtenue précédemment.

Concernant la stabilité globale du massif, le tracé des évolutions de  $D^2W$  (Fig. A.10(a)) et de  $D^2W_{norm.} * N^{int}$  (Fig. A.10(b)) pour les trois maillages confirme clairement l'indépendance du critère de stabilité de Hill par rapport à la densité du maillage.

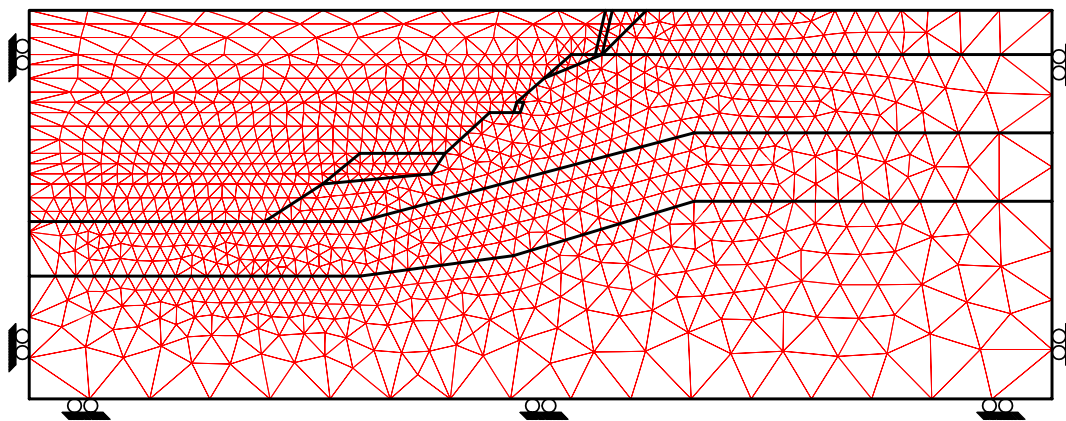
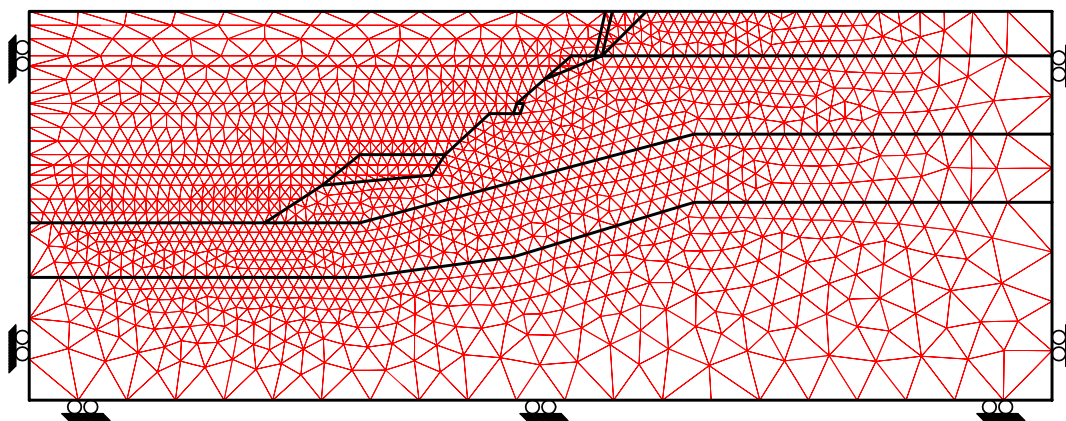
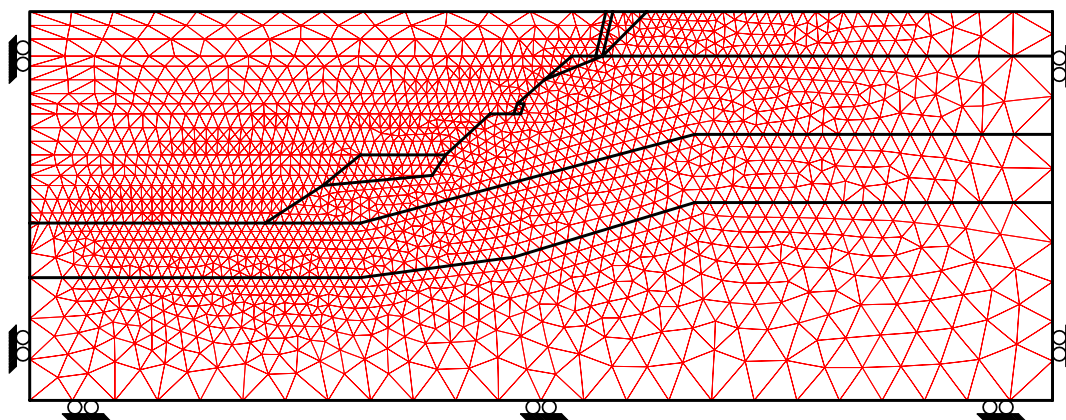
(a) Maillage 1 ( $N^{tol} = 2253$  éléments)(b) Maillage 2 ( $N^{tol} = 3255$  éléments)(c) Maillage 3 ( $N^{tol} = 4196$  éléments)

FIG. A.3 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques



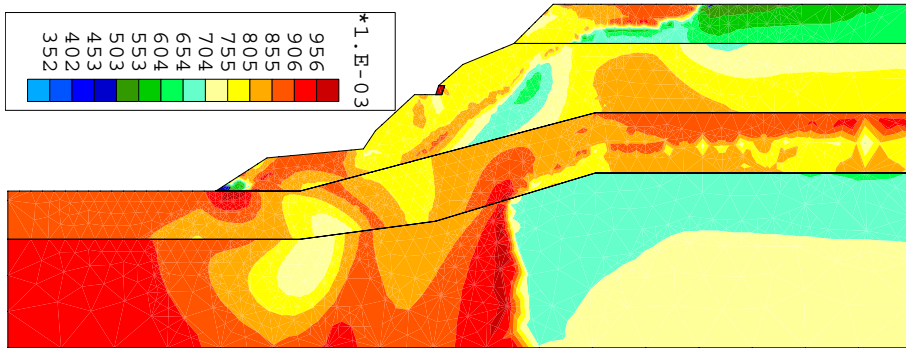
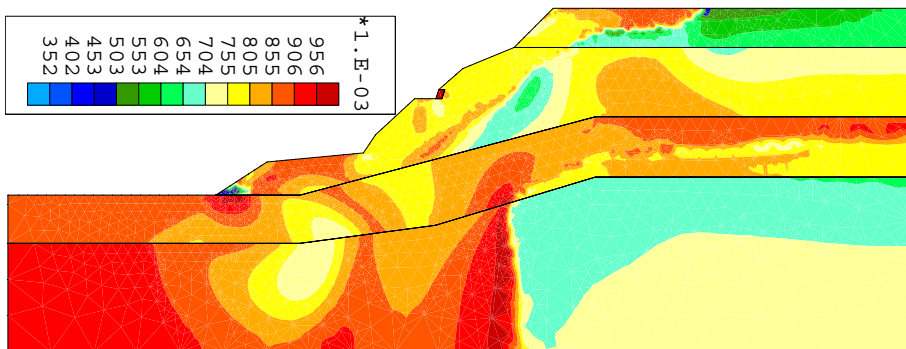
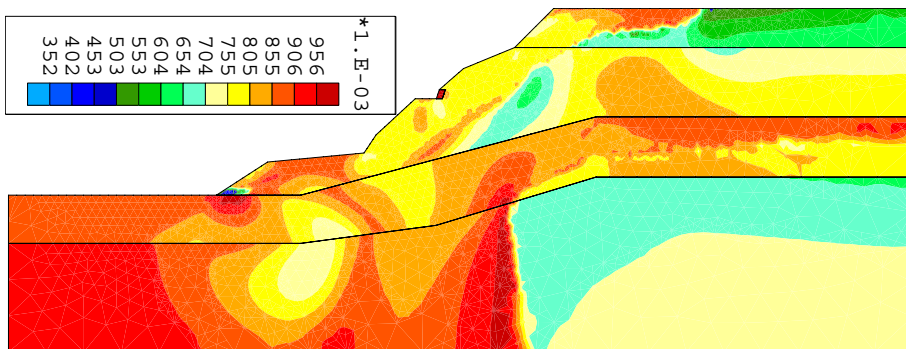
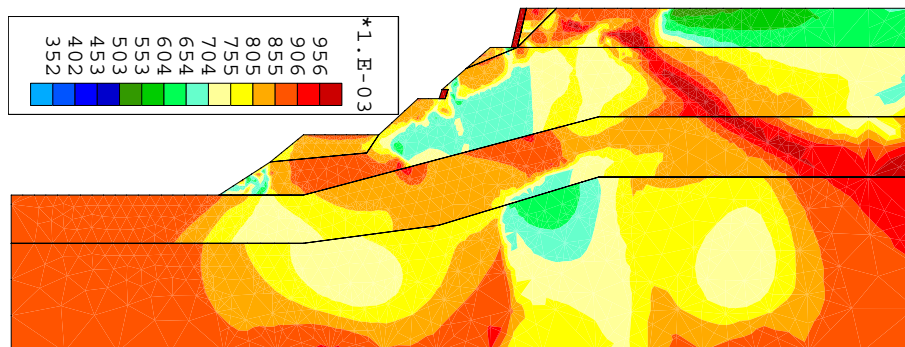
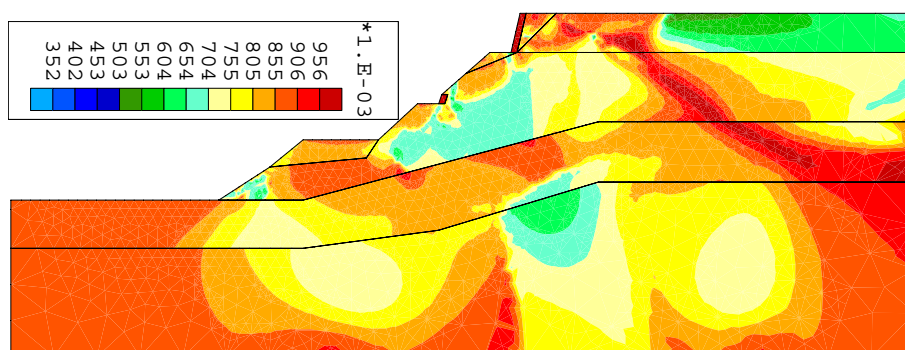
(a) Maillage 1 ( $N^{int} = 1388$  éléments)(b) Maillage 2 ( $N^{int} = 2110$  éléments)(c) Maillage 3 ( $N^{int} = 2776$  éléments)

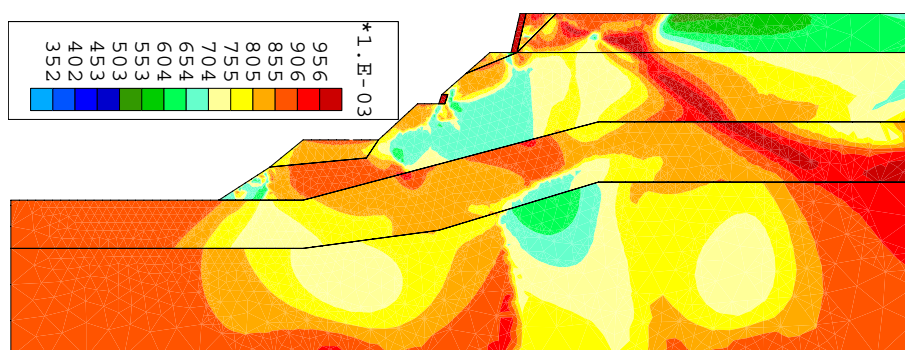
FIG. A.4 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation



(a) Maillage 1 ( $N^{int} = 1388$  éléments)

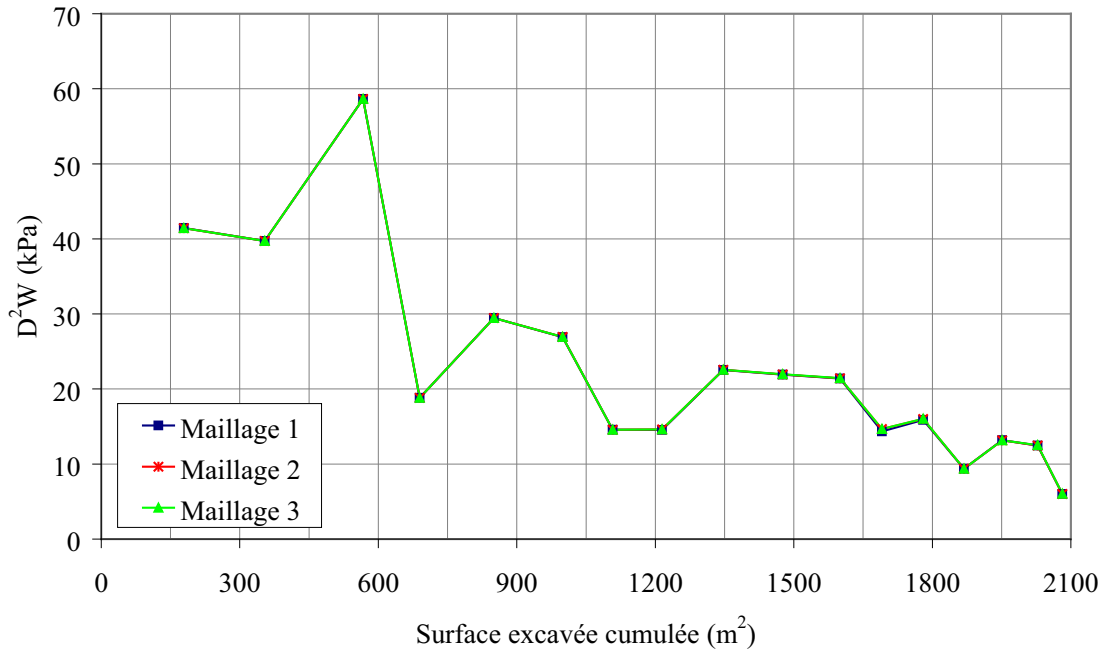


(b) Maillage 2 ( $N^{int} = 2110$  éléments)

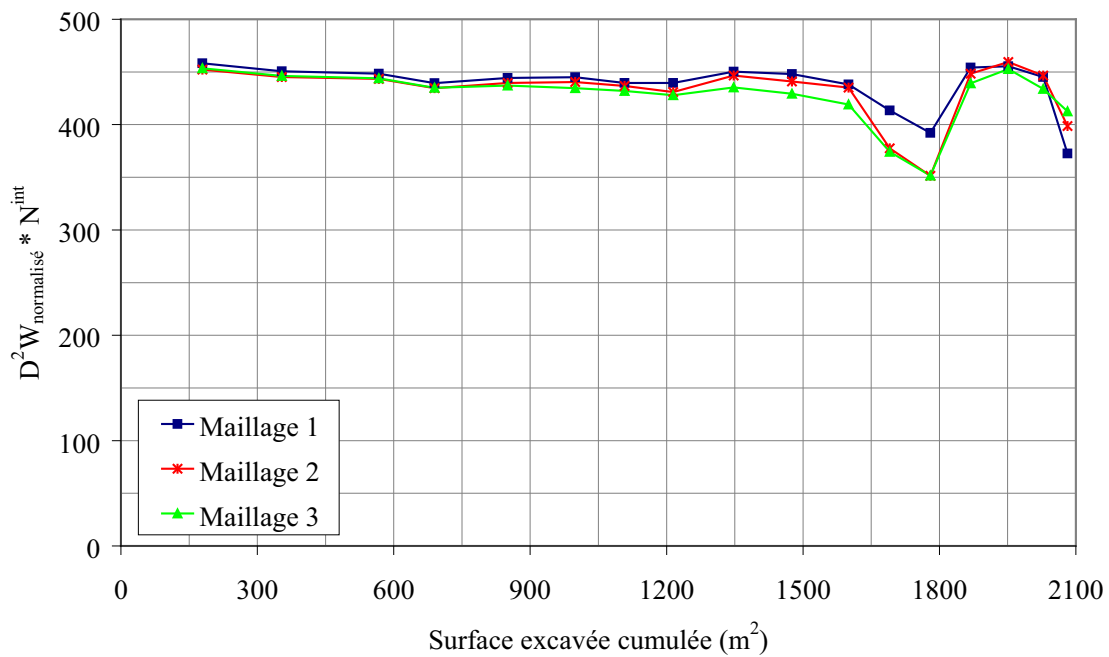


(c) Maillage 3 ( $N^{int} = 2776$  éléments)

FIG. A.5 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin du confortement

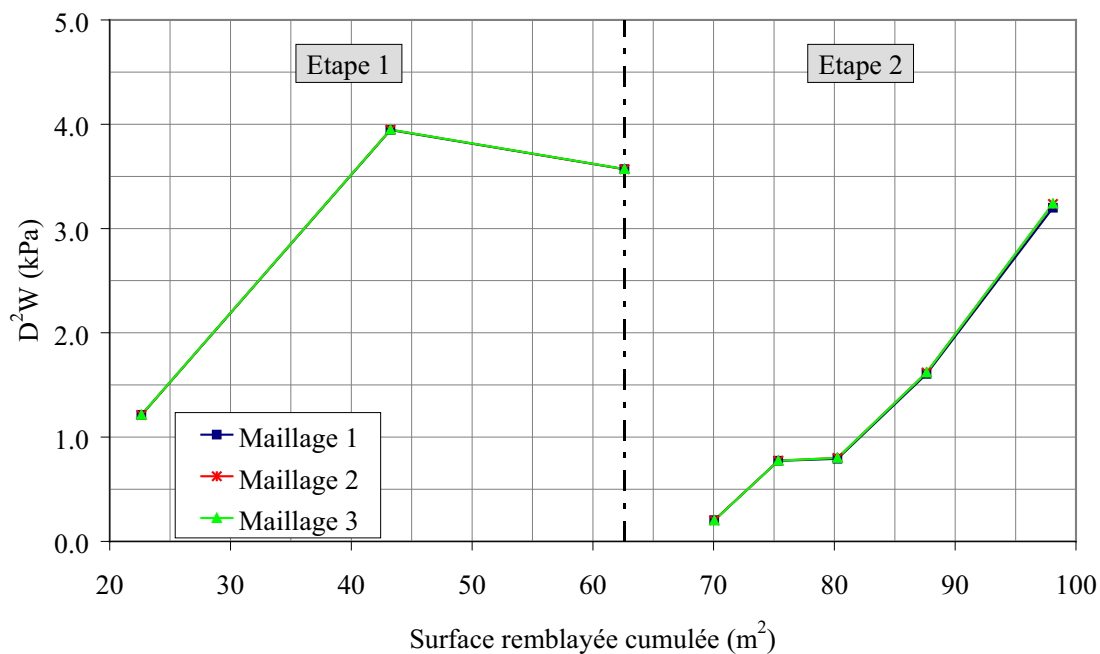


(a) non normalisé

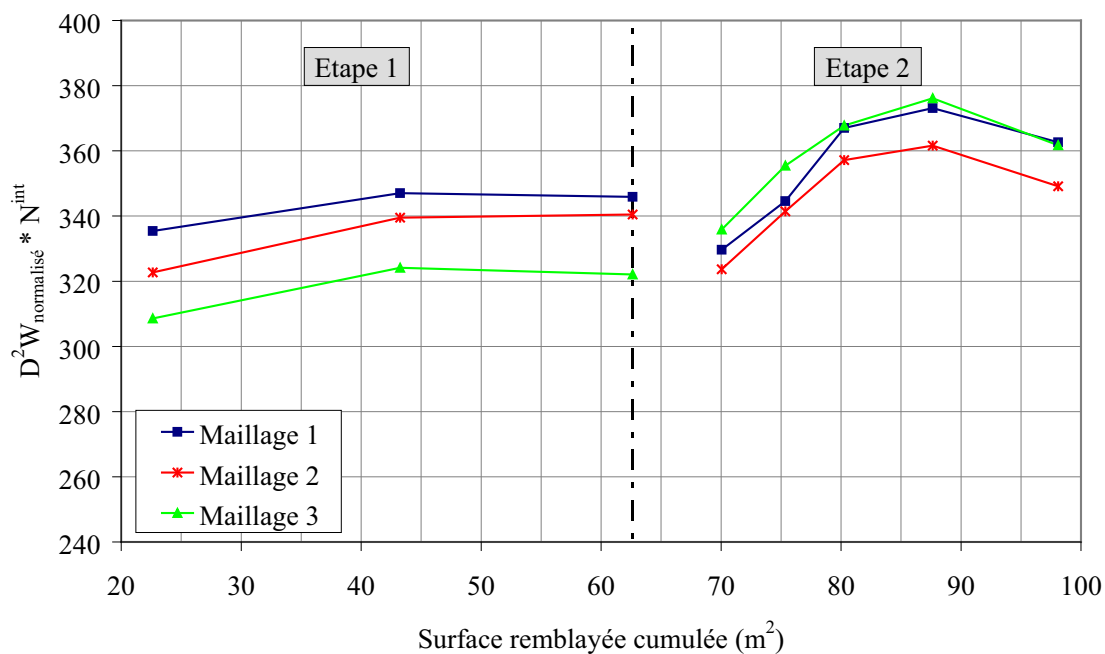


(b) normalisé

FIG. A.6 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. A.7 – Evolutions du travail du second ordre global au cours du confortement

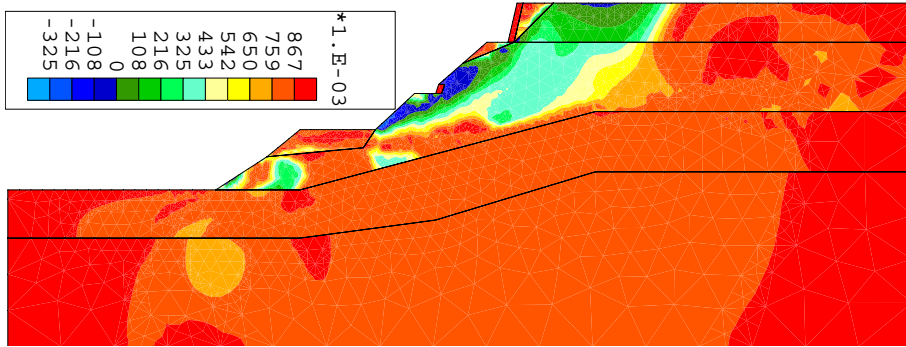
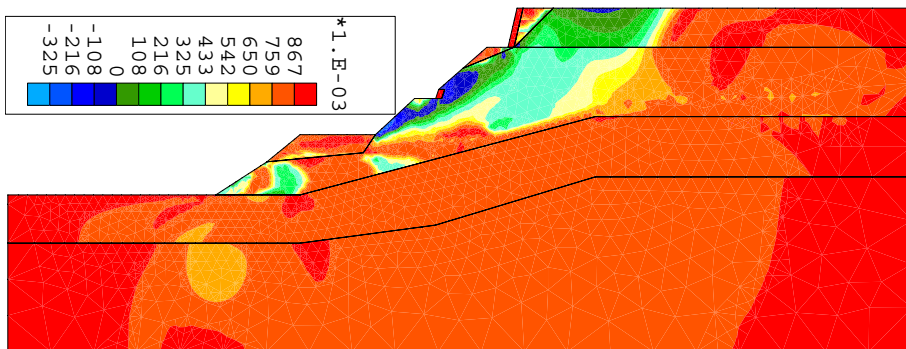
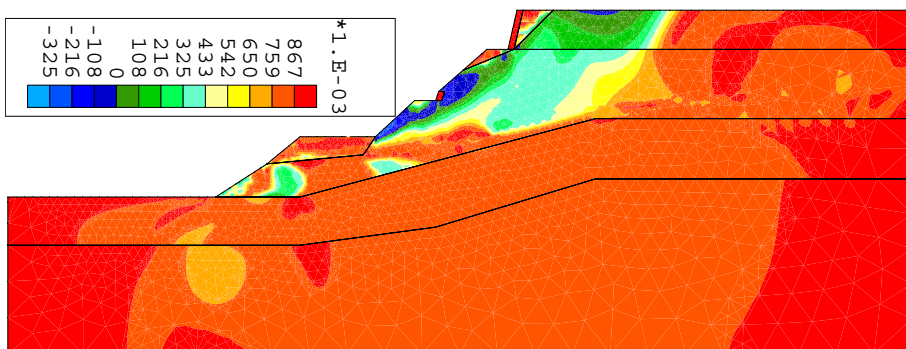
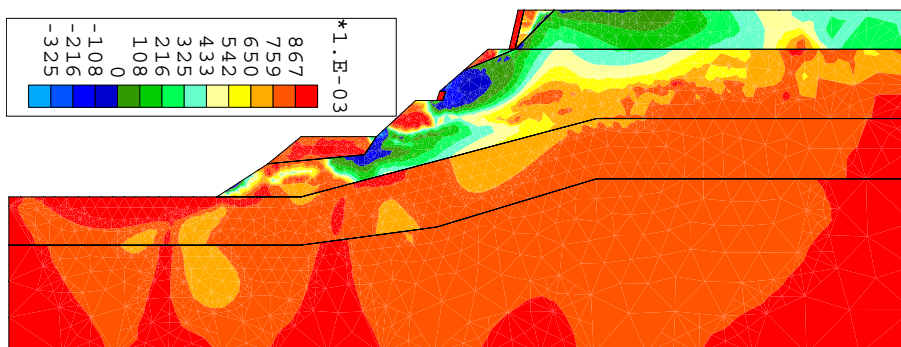
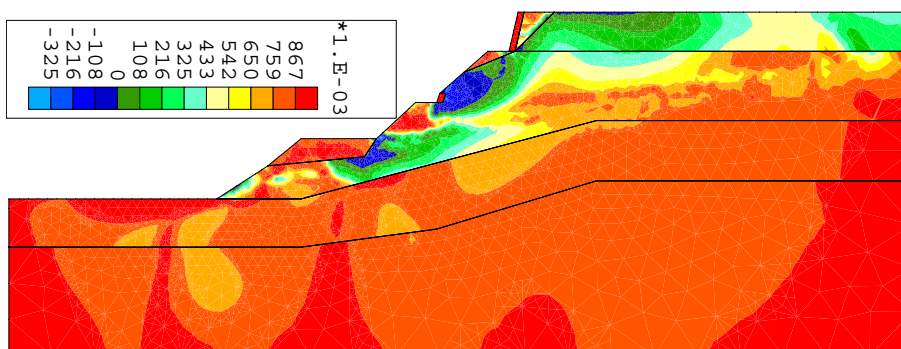
(a) Maillage 1 ( $N^{int} = 1388$  éléments)(b) Maillage 2 ( $N^{int} = 2110$  éléments)(c) Maillage 3 ( $N^{int} = 2776$  éléments)

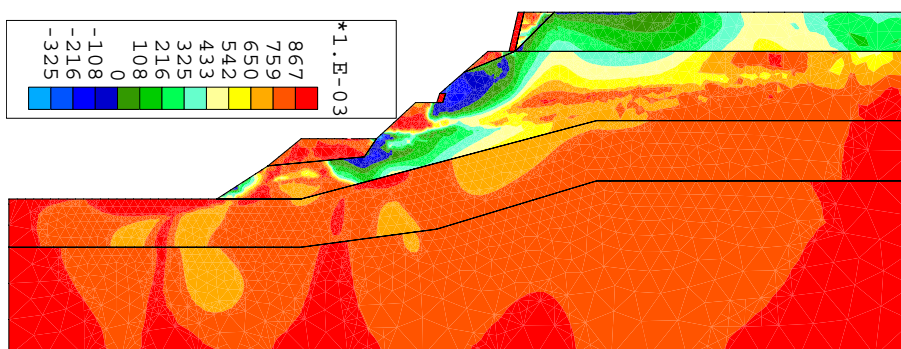
FIG. A.8 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau normal de la Saône



(a) Maillage 1 ( $N^{int} = 1388$  éléments)

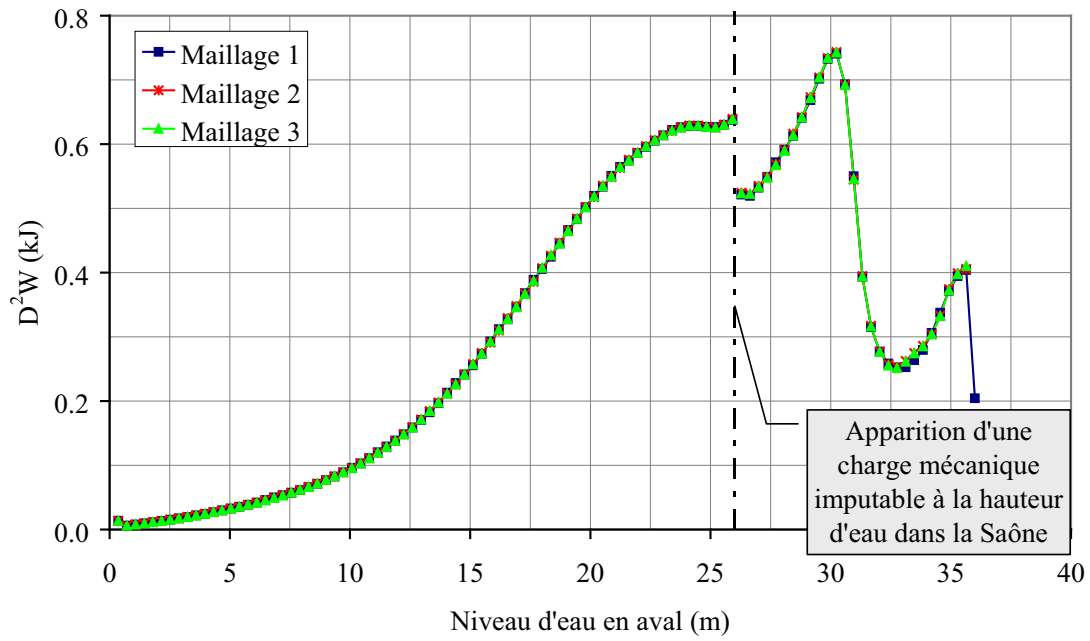


(b) Maillage 2 ( $N^{int} = 2110$  éléments)

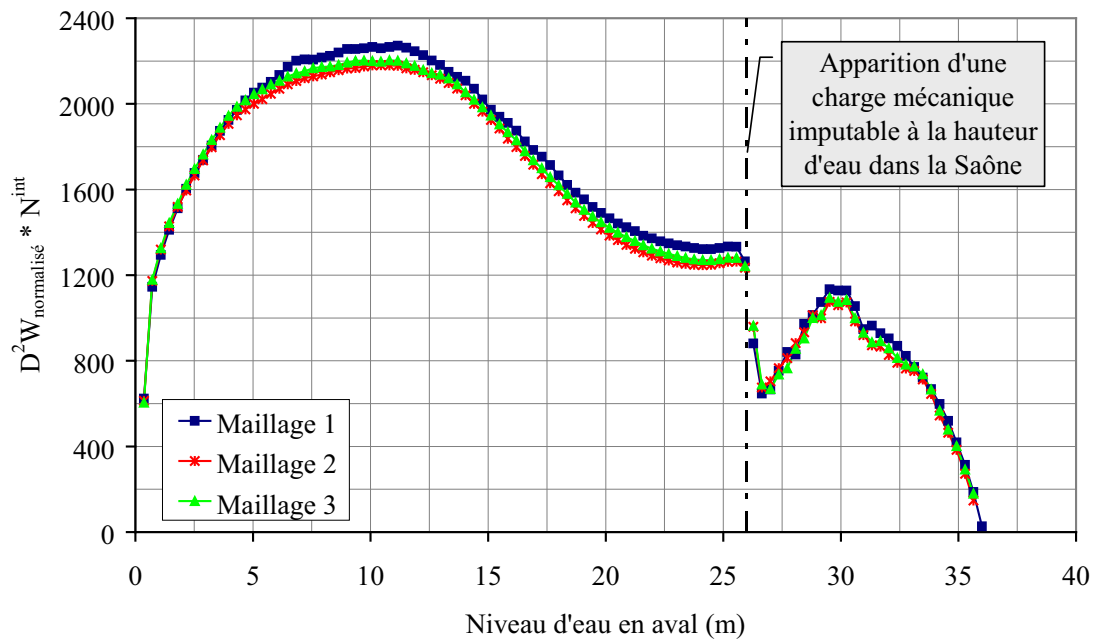


(c) Maillage 3 ( $N^{int} = 2776$  éléments)

FIG. A.9 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau de crue de la Saône



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. A.10 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau

## A.2 Influence de la vitesse d'excavation sur la stabilité de la cône

### A.2.1 Introduction

Nous nous proposons d'examiner l'influence de la vitesse d'excavation sur le critère de stabilité de Hill, 1958 [83] pour le cas de la cône de Trévoux. Afin d'illustrer notre propos nous considérons trois vitesses d'excavation : 1 couche/pas, 2 couches/pas et 3 couches/pas.

Les propriétés mécaniques et hydrauliques du maillage, associées à ces trois cas, sont données dans les tableaux 5.1 et 5.2.

La géométrie, le maillage et les conditions aux limites cinématiques du modèle numérique sont présentés sur la figure A.11. Le maillage est composé de 4678 éléments triangulaires quadratiques (6 noeuds, 7 points d'intégration) et de 9395 noeuds.

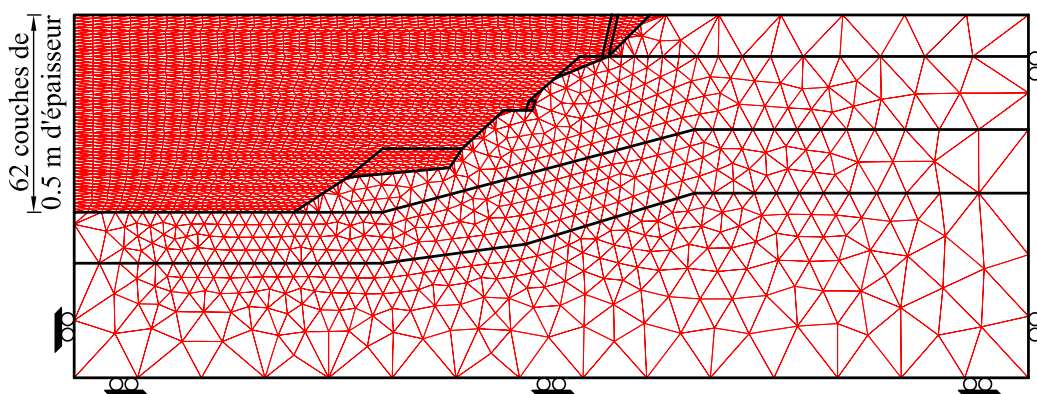


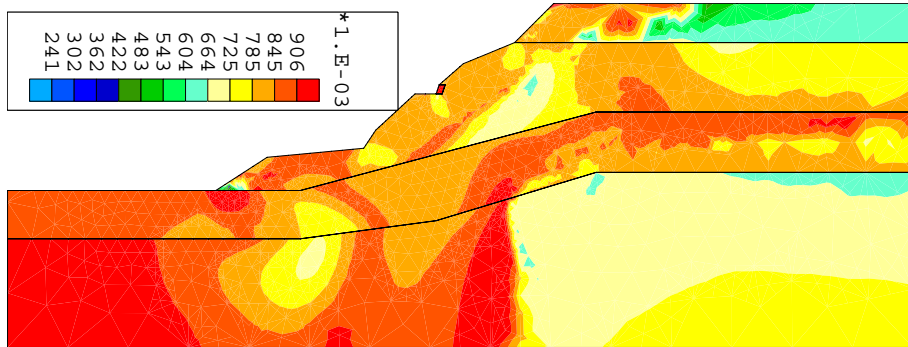
FIG. A.11 – Géométrie, maillage et conditions aux limites cinématiques

### A.2.2 Analyses de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre

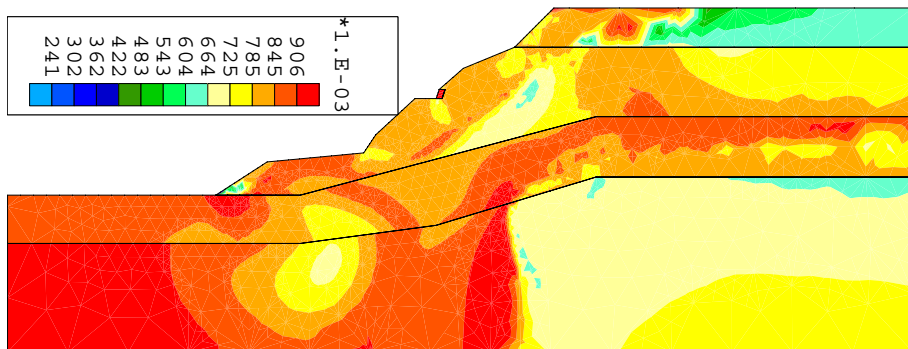
La figure A.12 présente la comparaison de la stabilité locale (matérielle) du modèle en terme de travail du second ordre local normalisé pour trois vitesses d'excavation. Les résultats montrent que pour une intensité de sollicitation suffisamment petite, le travail du second ordre local normalisé est indépendant de l'intensité de sollicitation.

Sur la figure A.13(a), nous observons que le travail du second ordre global dépend fortement de l'intensité de sollicitation, par contre, la normalisation permet d'éliminer cette influence (Fig. A.13(b)). Remarquons que le signe du travail global ne change pas du fait de la normalisation.

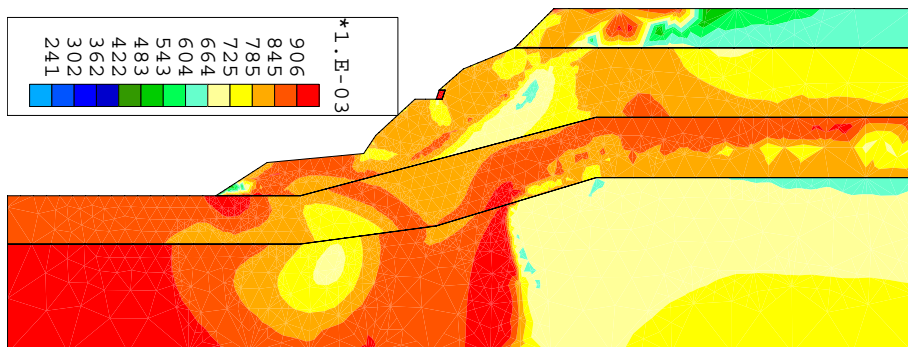




(a) Vitesse d'excavation : 1 couche/pas

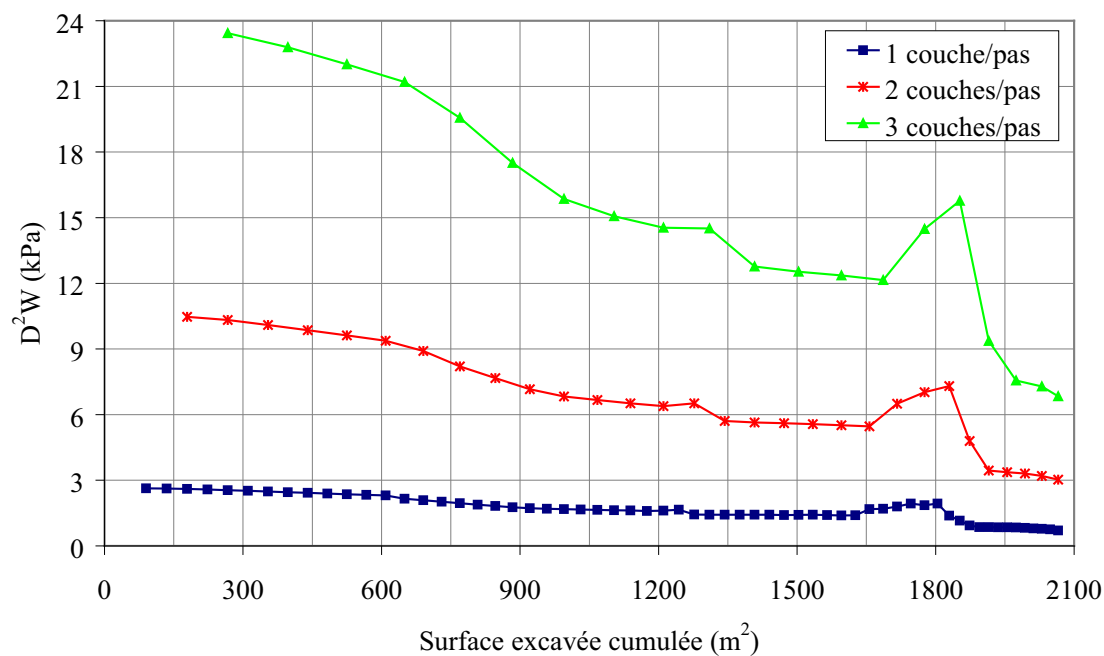


(b) Vitesse d'excavation : 2 couches/pas

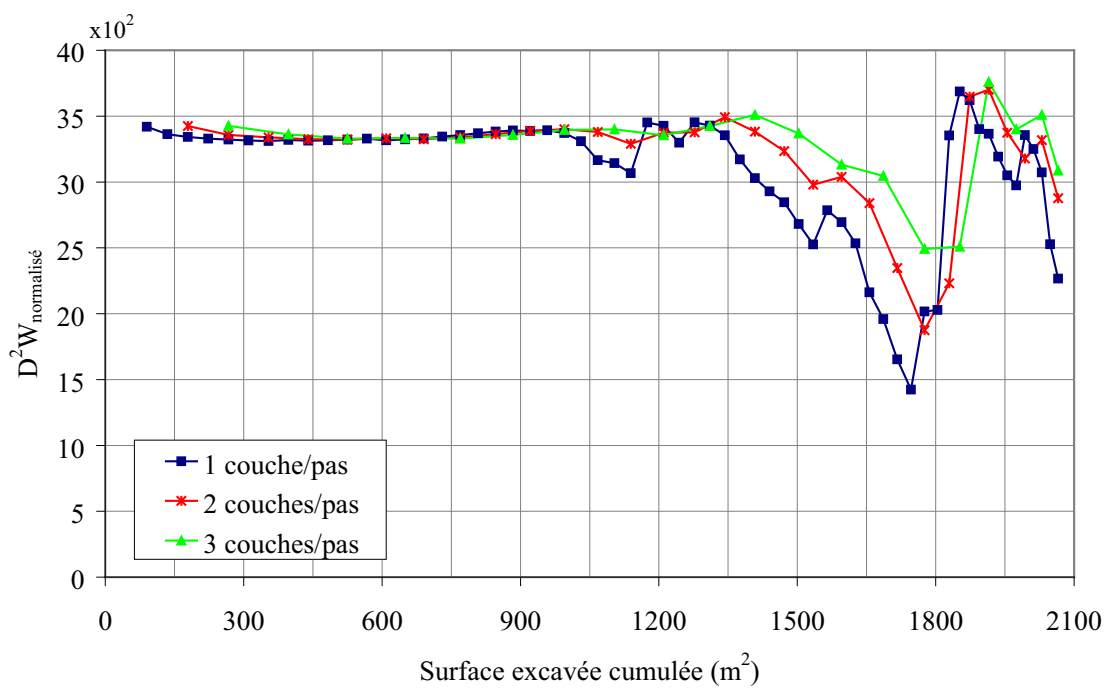


(c) Vitesse d'excavation : 3 couche/pas

FIG. A.12 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé à la fin de l'excavation



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. A.13 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de l'excavation

## A.3 Influence de la vitesse de montée d'eau sur la stabilité de la côtière

### A.3.1 Introduction

Une influence de la vitesse de montée d'eau sur le critère de stabilité de Hill, 1958 [83] sera examinée pour le cas de la côtière de Trévoux dans cette section. Nous allons donc considérer trois vitesses de montée d'eau du côté aval : 0.360 mètres/pas, 0.225 mètres/pas et 0.180 mètres/pas.

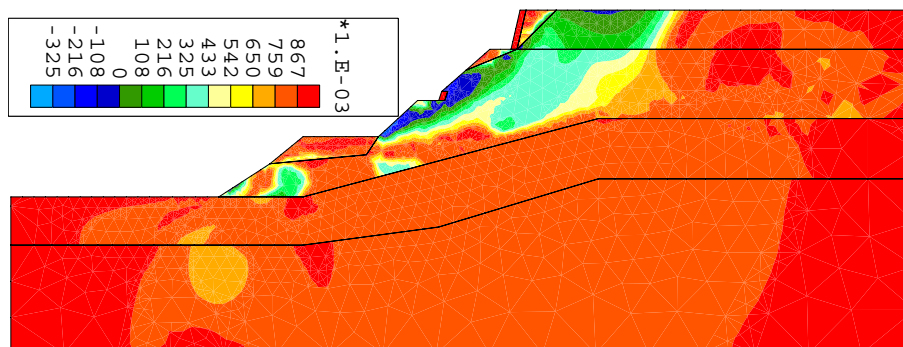
Les propriétés mécaniques et hydrauliques du maillage, associées à ces trois cas, sont données dans les tableaux 5.1 et 5.2.

La géométrie, le maillage et les conditions aux limites cinématiques du modèle numérique sont présentés sur la figure 5.2 dans le chapitre 5. Rappelons que le maillage est composé de 2253 éléments triangulaires quadratiques (6 noeuds, 7 points d'intégration) et de 4528 noeuds.

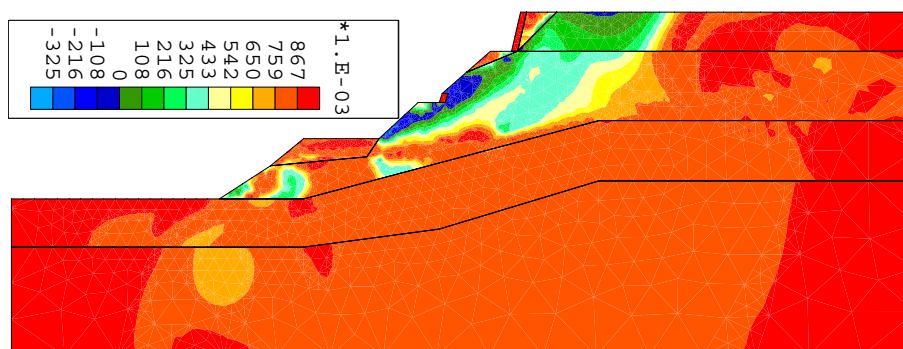
### A.3.2 Analyses de la stabilité locale et globale en termes de travail du second ordre

Les comparaisons de la stabilité locale (matérielle) du modèle en terme de travail du second ordre local normalisé sont effectuées pour deux niveaux d'eau de la Saône : niveau normal (Fig. A.14) et niveau de crue (Fig. A.15) pour les trois vitesses étudiées. Nous constatons que pour une intensité de sollicitation suffisamment petite, le travail du second ordre local normalisé est indépendant de l'intensité de sollicitation.

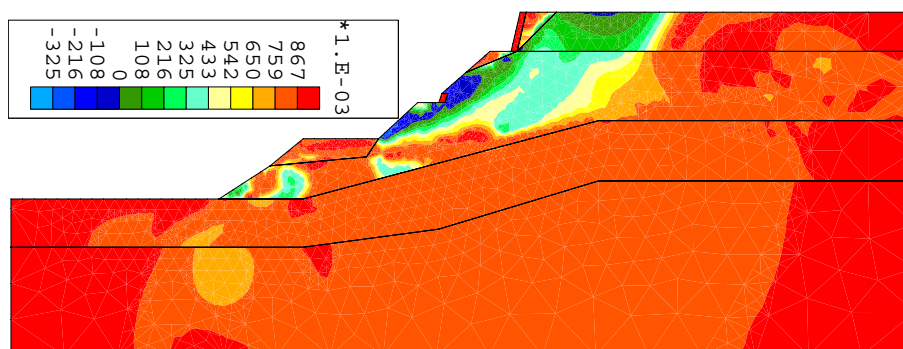
Sur la figure A.16(a), nous observons que le travail du second ordre global dépend fortement de l'intensité de sollicitation, par contre, la normalisation permet d'éliminer cette influence (Fig. A.16(b)). Remarquons que le signe du travail global ne change pas du fait de la normalisation.



(a) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.360 mètres/pas

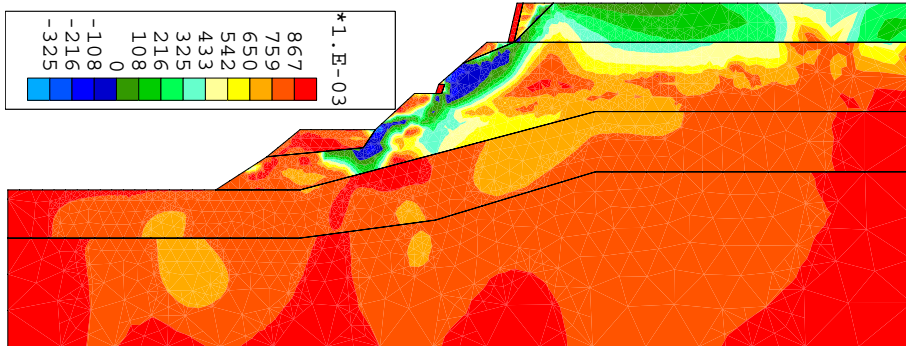


(b) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.225 mètres/pas

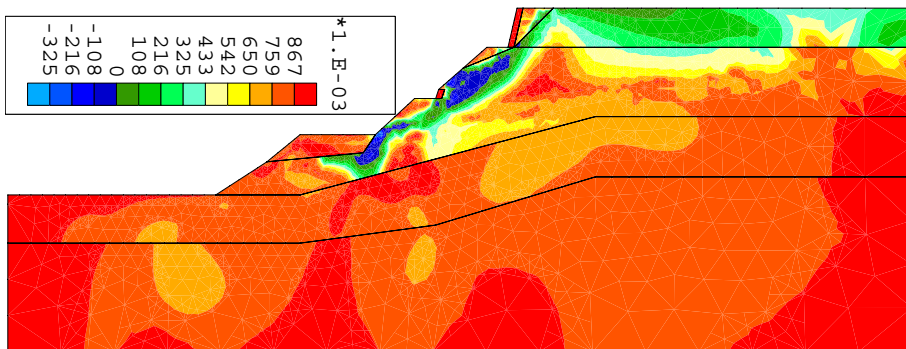


(c) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.180 mètres/pas

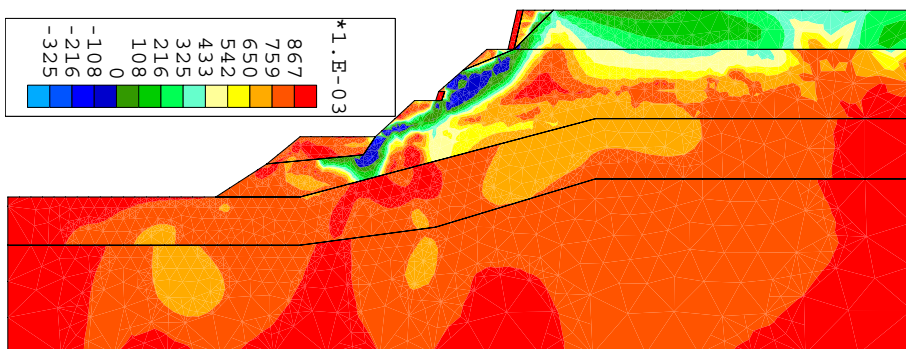
FIG. A.14 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau normal de la Saône



(a) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.360 mètres/pas

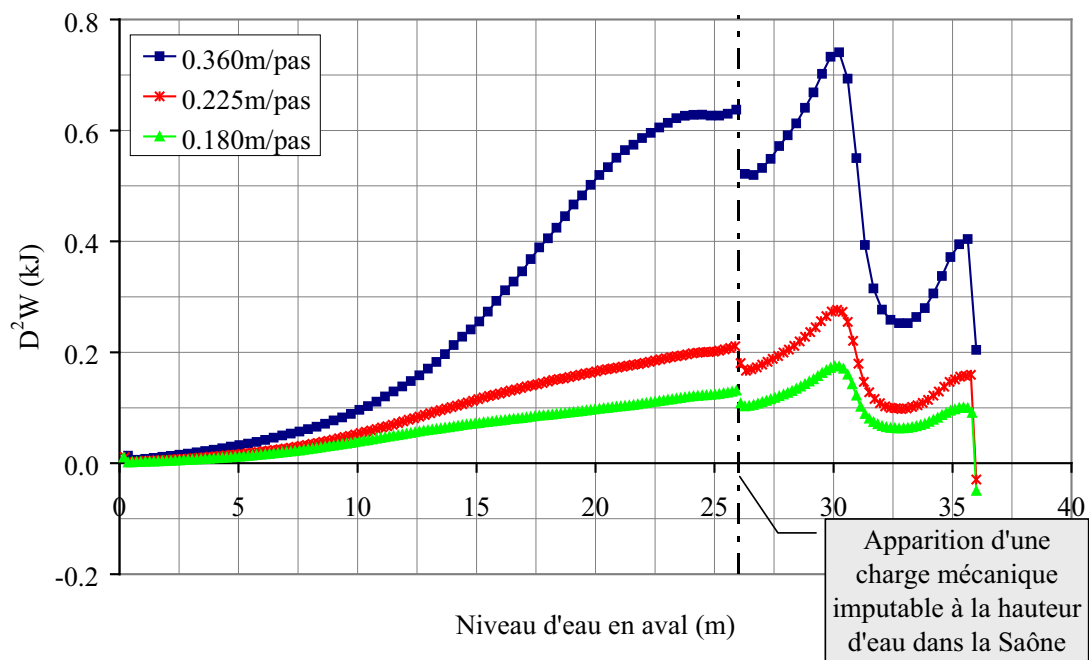


(b) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.225 mètres/pas

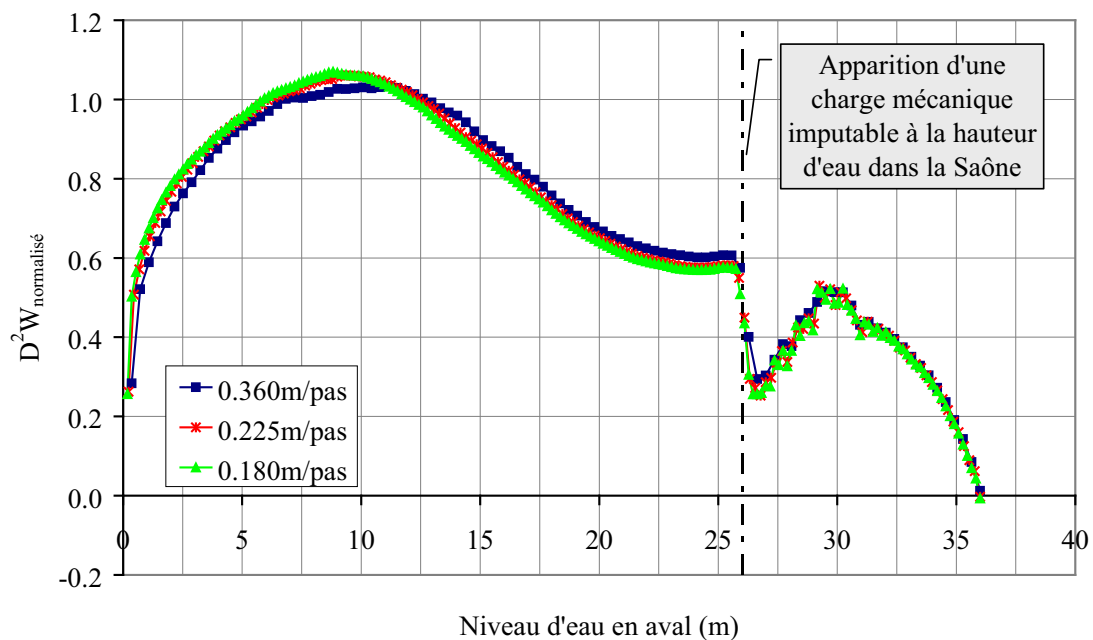


(c) Vitesse de montée d'eau du côté aval: 0.180 mètres/pas

FIG. A.15 – Isovaleurs du travail du second ordre normalisé pour le niveau de crue de la Saône



(a) non normalisé



(b) normalisé

FIG. A.16 – Evolutions du travail du second ordre global au cours de la montée d'eau



## ANNEXE B

---

Glissement du versant de Las Colinas

---



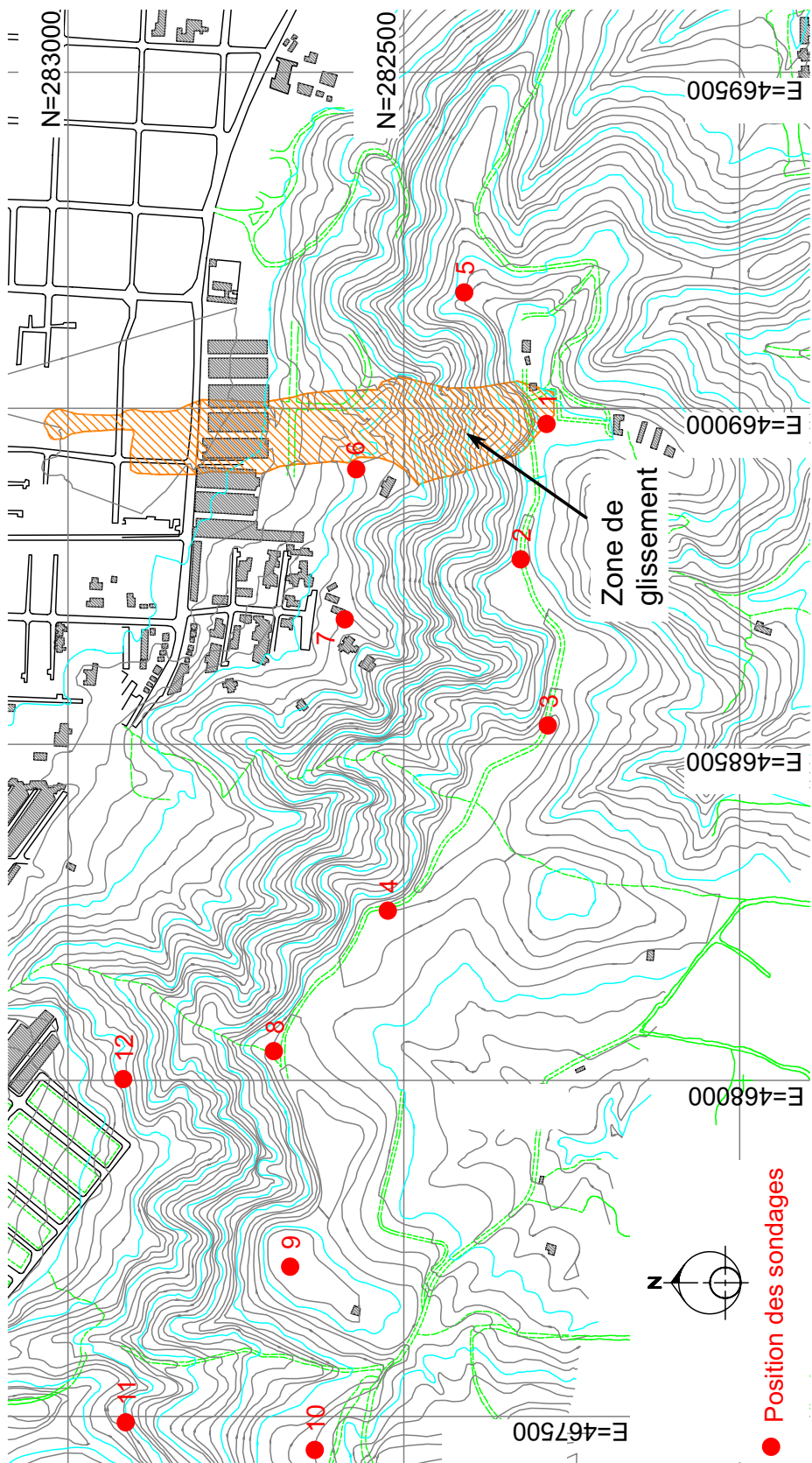


FIG. B.1 – Position des sondages, sections géophysiques expertisées et localisation du mouvement du versant de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001)

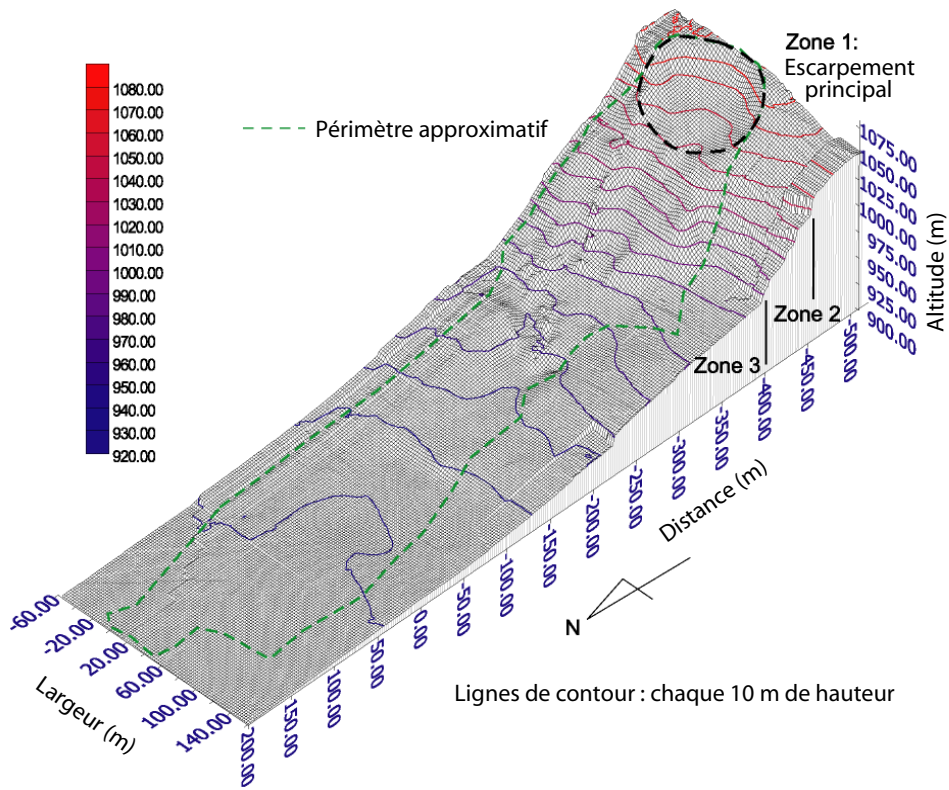


FIG. B.2 – Profil topographique 3D du versant de Las Colinas (JSCE, 2001 [95]). Les pointillés délimitent l'escarpement principal et la zone de dépôt

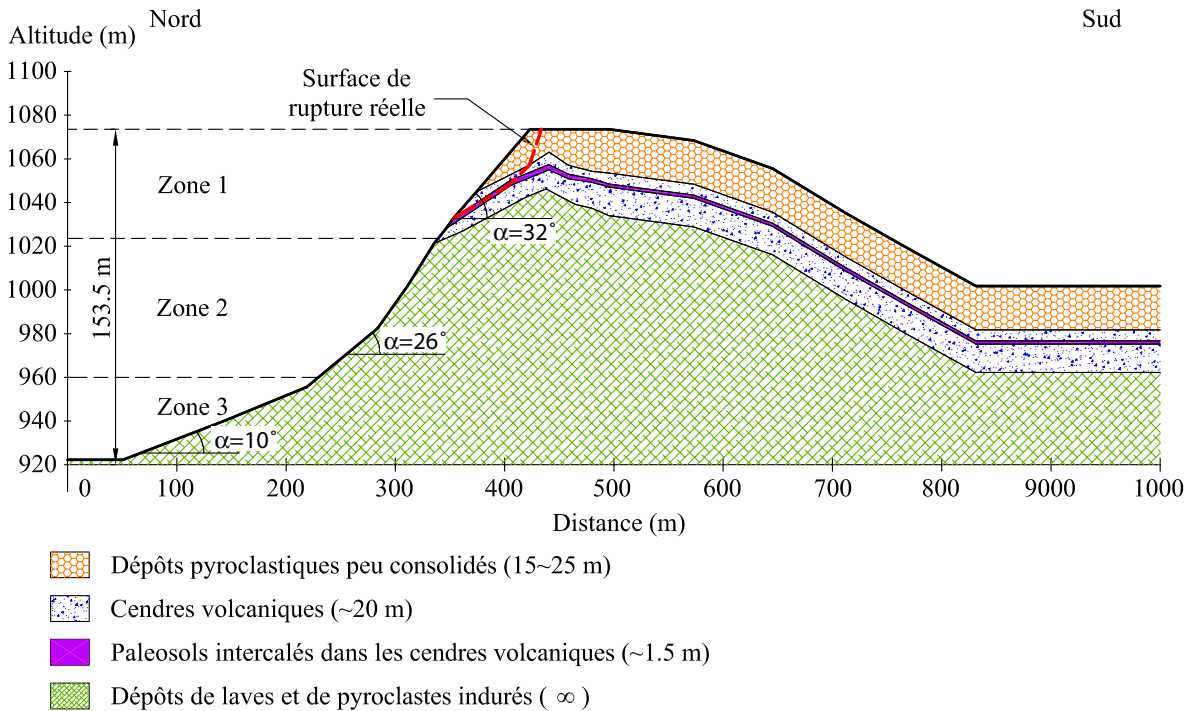


FIG. B.3 – Profil géologique 2D du versant ayant conduit à l'instabilité de Las Colinas (Lotti & Associati-Enel.Hydro, 2001 ; Bourdeau, 2005 [? ]). La surface de rupture observée sur le terrain est représentée par des pointillés



---

## Bibliographie

---

- [1] ENV 1997-1. *Eurocode 7 Geotechnical design, Part 1: General Rules*. 30 octobre 1994, doc. nr. CEN/TC 250/SC7, N 128, CEN (Comité Européen de Normalisation, Bruxelles), 123 p. Version française: *Eurocode 7 Calcul géotechnique, Partie 1: Règles générales*. XN ENV 1997-1 (P 94-250-1), décembre 1996, 112 p. AFNOR, Paris, 1996.
- [2] L.W. Abramson, T.S. Lee, S. Sharma, and G.M. Boyce. *Slope stability and stabilisation methods*. Chichester: Wiley, 1995.
- [3] G.D. Aitchinson. Relationship of moisture stress and effective stress functions in unsaturated soils. *Pore Pressure and Suction in Soils, Butterworth, Londres*, pages 47–52, 1961.
- [4] J-D. Barnichon. *Finite element modelling in structural and petroleum geology*. PhD thesis, Université de Liège, 1998.
- [5] Z.P. Bazant. Stable states and paths of structures with plasticity and damage. *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, 114:2013–2034, 1988.
- [6] D. Bigoni. *Bifurcation and instability of non-associative elastoplastic solids*, pages 1–52. Number 414. Material instabilities in elastic and plastic solids. H. Petryk Ed., CISM Courses and Lectures, Springer-Verlag, 2000.
- [7] D. Bigoni and T. Hueckel. Uniqueness and localization-I. Associative and nonassociative elastoplasticity. *Int. J. Solids Structures*, 28(2):197–213, 1991.
- [8] A.W. Bishop. The use of slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, 5:7–17, 1955.
- [9] A.W. Bishop. The principle of effective stress. *Teknisk Ukeblad*, 39:859–863, 1959.
- [10] A.W. Bishop and G.E. Blight. Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils. *Géotechnique*, 13(3):177–197, 1963.
- [11] A.W. Bishop and I.B. Donald. The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus. In *Proc. 5th Int. Conf. on Soil Mechanics and Found. Eng.*, volume 1, pages 13–21, 1961.

- [12] J.J. Bommer and C.E. Rodriguez. Earthquake-induced landslides in central america. *Engineering Geology*, 63(3-4):189–220, 2002.
- [13] M. Boulon and E. Flavigny. Quelles garanties pour les calculs éléments finis en géomécaniques. In *Recueil de communications, Geo 97*, 1997.
- [14] BRGM. Assistance technique à la mairie de trévoux pour les phénomènes à instabilité de versant affectant la commune. Technical report, BRGM : Bureau de Recherches Géologiques et Minières, 1983.
- [15] R.B.J. Brinkgreve. *Geomaterial models and numerical analysis of softening*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1994.
- [16] R.B.J. Brinkgreve. *PLAXIS Version 8 : Finite element code for soil and rock analyses*. Balkema, Rotterdam, 2002.
- [17] R.B.J. Brinkgreve and H.L. Bakker. Non-linear finite element analysis of safety factors. In *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Beer, Booker & Carter (eds), Balkema, Rotterdam, pages 1117–1122, 1991.
- [18] R.H. Brooks and A.T. Corey. *Hydraulic properties of porous media*. Hydrology Paper, Colorado State University, Fort Collins, 1964.
- [19] G.S. Campbell. A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117(6):311–314, 1974.
- [20] A. Casagrande. Liquefaction and cyclic deformation of sands - a critical review. In *Proc. 5<sup>th</sup> Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1975.
- [21] G. Castro. Liquefaction of sand. *Harvard Soil Mechanics Series*, 81, 1969. Cambridge, MA.
- [22] S. Cescotto. Simulation numérique du laminage en cannelures, essais de qualification de divers éléments. *Rapport semestriel, 3 (chap. 2)*, 1983. MSM, Université de Liège.
- [23] R. Chambon and D. Caillerie. Existence and uniqueness theorems for boundary value problems involving incrementally non-linear models. *Int. J. Solids Structures*, pages 5089–5099, 1999.
- [24] R. Chambon, J. Desrues, W. Hammad, and R. Charlier. Cloe, consistance et localisation explicite: une loi incrémentale non linéaire. *Rapport interne du laboratoire 3S, Grenoble*, 1990.
- [25] R. Charlier. *Approche unifiée de quelques problèmes non linéaires de mécanique des milieux continus par la méthode des éléments finis*. PhD thesis, Université de Liège, Faculté des sciences appliquées, 1987.
- [26] E.C. Childs and N. Collis-George. The permeability of porous materials. In *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, volume 210, pages 392–405, 1950.
- [27] J. Chu and W.K. Leong. Pre-failure strain softening and pre-failure instability of sand: a comparative study. *Géotechnique*, 51(4):311–321, 2001.
- [28] J. Chu and W.K. Leong. Recent progress in experimental studies on instability of granular soil. In Labuz & Drescher, editor, *Int. Workshop on Bifurcations and Instabilities in Geomechanics*, pages 175–192. Swets & Zeitlinger, 2003.
- [29] C.I.H. Rapport interne. *Centre d'Ingénierie Hydraulique d'Electricité de France*, 2003.

- [30] O. Coussy and J. Salençon. *Analyse de stabilité des ouvrages en terre par le calcul à la rupture*, pages 7–35. Number 12. Annales des Ponts et Chaussées, 1979.
- [31] D. Croney, J.D. Coleman, and W.P.M. Black. The movement and distribution of water in soil in relation to highway design and performance. *Highway research Board, Washington*, Special Report no 40, 1958.
- [32] F. Darve. *An incrementally non-linear constitutive law: assumptions and predictions*, pages 385–403. Gudehus, Darve & Vardoulakis eds., Publ. Balkema, 1982.
- [33] F. Darve. *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, chapter Les lois incrémentales non linéaires, pages 215–234. Presses ENPC, 1987.
- [34] F. Darve. *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, chapter L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement, pages 129–152. Presses ENPC, 1987.
- [35] F. Darve. Incrementally non-linear constitutive relationships. *Geomaterials Constitutive Equations and Modelling*, F. Darve ed., Elsevier Applied Science:213–238, 1990.
- [36] F. Darve. Stability and uniqueness in geomaterials constitutive modelling. *Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks*, Chambon, Desrues, Vardoulakis (eds), Balkema(2):73–88, 1994.
- [37] F. Darve. Liquefaction phenomenon of granular materials and constitutive instability. *Int. Journal of Engineering Computations*, 7:5–28, 1996.
- [38] F. Darve and B. Chau. Constitutive instabilities in incrementally non-linear modelling. *Constitutive Laws for Engineering Materials*, C.S. Desai (ed.):301–310, 1987.
- [39] F. Darve, E. Flavigny, and M. Méghachou. Constitutive modelling and instabilities of soil behaviour. *Computers and Geotechnics*, 17(2):203–224, 1995.
- [40] F. Darve, E. Flavigny, and M. Méghachou. Yield surfaces and principle of superposition: revisit through incrementally non-linear constitutive relations. *Int. J. Plasticity*, 11(8):927–948, 1995.
- [41] F. Darve and H.D.V. Khoa. Instability and failure in granular materials. *The 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Osaka, page 5, 2005.
- [42] F. Darve and S. Labanieh. Incremental law for sands and clays. simulations of monotonic and cyclic tests. *Int. J. Num. Anal. Meth. in Geomech.*, 6:243–275, 1982.
- [43] F. Darve and F. Laouafa. Plane strain instabilities in soil: application to slope stability. In *Proc. of VII International Symp. on Numerical Models in Geomechanics*, Pande, Pietruszczak, Schweiger (eds), Balkema, Rotterdam, pages 85–90, 1999.
- [44] F. Darve and F. Laouafa. Instabilities in granular materials and application to landslides. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 5(8):627–652, 2000.
- [45] F. Darve and O. Pal. Liquefaction: a phenomenon specific to granular media. In Berhinger & Jenkins, editor, *Proc. 3<sup>th</sup> Int. Conf on Powders & Grains*, pages 69–73. Balkema, 1997.
- [46] F. Darve and X. Roguiez. Homogeneous bifurcation in soils. In Adachi et al., editor, *Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks*, pages 43–50. Balkema, 1998.

- [47] F. Darve, G. Servant, and H.D.V. Khoa. Modelling of instabilities in natural media. *Int. Workshop on Prediction and Simulation Methods in Geomechanics*, TC34 ISSMGE, Athens, pages 33–36, 2003.
- [48] F. Darve, G. Servant, H.D.V. Khoa, and I.O. Georgopoulos. Failure condition and flow rule of granular materials. In *Numerical Models in Geomechanics*, Pande, Pietruszczak, Schweiger (eds), Balkema, pages 85–90, 2004.
- [49] F. Darve, G. Servant, F. Laouafa, and H.D.V. Khoa. Failure in geomaterials: continuous and discrete analyses. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193(27-29): 3057–3085, 2004.
- [50] R. de Borst and P.A. Vermeer. Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. *Géotechnique*, 34(2):199–210, 1984.
- [51] SNET (Servicio Nacional de Estudios Territoriales) and USGS (U.S. Geological Survey). Website: [http://nsmpr.wr.usgs.gov/data\\_sets\\_20010113\\_1.html](http://nsmpr.wr.usgs.gov/data_sets_20010113_1.html). updated on March 10, 2002.
- [52] C.S. Desai and H.J. Siriwaradane. *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. Prentice Hall, 1984.
- [53] J. Desrues. Limitations du choix de l'angle de frottement pour le critère de plasticité de drucker-prager. *Revue Française de Génie Civil*, 6:853–862, 2002.
- [54] C. di Prisco and S. Imposimato. Experimental analysis and theoretical interpretation of triaxial load controlled loose and speciemnt collapses. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 2(2):93–120, 1997.
- [55] C. di Prisco and R. Nova. Stability problems related to static liquefaction of loose sand. *Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks*, Chambon, Desrues, Vardoulakis (eds), Balkema(2):59–70, 1994.
- [56] I.B. Donald. Shear strength measurements in unsaturated non-cohesive soils with negative pore pressure. In *Proceeding of the 2nd Australia - New Zealand Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, pages 200–204, 1956.
- [57] D.C. Drucker. A definition of stable inelastic material. *J. Applied Mech.*, 26:101–186, 1959.
- [58] D.C. Drucker and W. Prager. Soil mechanics and plasticity analysis or limit design. *Quarterly Applied Mathematics*, 10(2):157–165, 1952.
- [59] J.M. Duncan. State of the art: limit equilibrium and finite element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 122(7):577–596, 1996.
- [60] J.M. Duncan and C.Y. Chang. Nonlinear analysis of stress and strain in soil. *J. of the Soil Mech. and Found. Div.*, ASCE, 96:1629–1653, 1999.
- [61] J.M. Duncan and P. Dunlop. Slopes in stiff fissured clays and soils. *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE 95, SM5(7):467–492, 1969.
- [62] V. Escario and J. Juca. Strength and deformation of partly saturated soils. In *Proceeding of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rio de Janeiro*, volume 3, pages 43–46, 1989.
- [63] R.D. Espinoza, P.C. Repetto, and B. Muhunthan. General framework for stability analysis of slopes. *Géotechnique*, 42(4):603–615, 1992.
- [64] S.G. Evans and A.L. Bent. *The Las Colinas landslide, Santa Tecla: a highly destructive flowslide triggered by the January 13, 2001, El Salvador earthquake*. Geological Society of America, special paper 375, 2004.

- [65] W. Fellenius. Calculation of the stability of earth dams. In *Proceeding of the 2nd International Congress on Large Dams*, Washington, D.C., volume 4, page 445, 1936.
- [66] R.J. Finno, W.W. Harris, G. Viggiani, and M.A. Mooney. Strain localization and undrained steady state of sand. *Journal of Geotechnical Engineering fracture mechanics*, ASCE, 122(6):462–473, 1996.
- [67] D.G. Fredlund. The 1999 R.M. Hardy Lecture: The implementation of unsaturated soil mechanics into geotechnical engineering. *Can. Geotech. J.*, 37(5):963–986, 2000.
- [68] D.G. Fredlund and H. Rahardjo. *Soil mechanics for unsaturated soils*. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, 1993.
- [69] D.G. Fredlund, S.K. Vanapalli, A. Xing, and D.E. Pufhal. Predicting the shear strength function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. In Alonso & Delage, editor, *Unsaturated Soils*, pages 63–69. Balkema, 1995.
- [70] D.G. Fredlund and A. Xing. Equations for the soil-water characteristic curve. *Can. Geotech. J.*, 31:521–532, 1994.
- [71] L. Gaden and P. Desvarreux. Trévoux: Résultats de la reconnaissance géotechnique du 29 mai 2001. Technical report, SAGE: Société Alpine de Géotechnique, 2001.
- [72] L. Gaden and P. Desvarreux. Trévoux: Identification des matériaux. résultats des essais de laboratoire. Technical report, SAGE: Société Alpine de Géotechnique, 2002.
- [73] A. Gajo, L. Piffer, and F. De Polo. Analysis of certain factors affecting the unstable behaviour of saturated loose sand. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 5:215–237, 2000.
- [74] I.O. Georgopoulos. *Mechanisms of liquefaction of granular materials and the role of fabric anisotropy*. PhD thesis, N.T.U.A., à paraître.
- [75] P. Germain. *Cours de mécanique des milieux continus*, volume 1. Masson et Cie, 1973.
- [76] D.V. Griffiths. Some theoretical observations on conical failure criteria in principal stress space. *Int. J. Solids Structures*, 22(5):553–565, 1986.
- [77] D.V. Griffiths and P.A. Lane. Slope stability analysis by finite elements. *Géotechnique*, 49(3):387–403, 1999.
- [78] G. Gudehus. A comparison of some constitutive laws for soils under radially loading symmetric loading and unloading. *Proc. 3rd Numer. Meth. in Geomechanics*, 4, A. A. Balkema(2):1309–1323, 1979.
- [79] A.M.H. Habraken. *Contribution à la méthode du formage des métaux par la méthode des éléments finis*. PhD thesis, Université de Liège, 1989.
- [80] J. Hadamard. *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique*. Hermann A., Paris, 1903.
- [81] C. Han and I. Vardoulakis. Plane strain compression experiments on water-saturated fine-grained sand. *Géotechnique*, 41(1):49–78, 1991.
- [82] A. Hazen. Discussion of dams on soil foundations. *Trans. Amer. Soc. Civil Engrs.*, 73:199, 1911.
- [83] R. Hill. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 6:236–249, 1958.
- [84] R. Hill and J.W. Hutchinson. Bifurcation phenomena in the plane tension test. *J. Mech. Phys. Solids*, 23:239–264, 1975.



- [85] T. Hueckel and G. Maier. Incremental boundary value problems in the presence of coupling of elastic and plastic deformations: a rock mechanics oriented theory. *Int. J. Solids Structures*, 13:1–15, 1977.
- [86] R.L. Huston and C.E. Passerello. Finite elements methods. *Mechanical engineering*, Faulkner and Menkes Ed., 25, 1984.
- [87] S. Imposimato and R. Nova. An investigation on the uniqueness of the incremental response of elastoplastic models for virgin sand. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 3: 65–87, 1998.
- [88] S. Imposimato and R. Nova. On the value of the second order work in homogeneous test on loose sand specimens. In Muehlhaus et al., editor, *Bifurcation and Localization Theory in Geomechanics*, pages 209–216. Zwets and Zeitlinger, 2001.
- [89] K. Ishihara. Liquefaction and flow failure during earthquakes. The 33rd Rankine Lecture. *Géotechnique*, 43(3):351–415, 1993.
- [90] N. Janbu. Slope stability computations. In *Soil Mech. and Found. Engrg. Rep.* Technical University of Norway, Trondheim, Norway, 1968.
- [91] J.E.B. Jennings. A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils. *Pore Pressure and Suction in Soils*, Butterworth, Londres, pages 26–30, 1961.
- [92] J.E.B. Jennings and J.B. Burland. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils. *Géotechnique*, 12(2):125–144, 1962.
- [93] R.W. Jibson and A.J. Crone. *Observations and recommendations regarding landslide hazards related to the January 13, 2001 M-7.6 El Salvador earthquake*. USGS Open file report 01-141, 19 pages, 2001.
- [94] R.W. Jibson, A.J. Crone, E.L. Harp, and R.L. Baum. Landslides triggered by the 13 January and 13 February 2001 earthquakes in El Salvador. *Geological Society of America*, Special paper 375, 2004.
- [95] JSCE. *The January 13, 2001, El Salvador Earthquake*. Japan Society of Civil Engineers, 112 pages, 2001.
- [96] H.D.V. Khoa, Georgopoulos I.O., F. Darve, and F. Laouafa. Diffuse failure in geomaterials: experiments and modelling. *Computers and Geotechnics*, 2005. à paraître.
- [97] W.T. Koiter. On the thermodynamic background of elastic stability theory. *Problems of Hydrodynamics and continuum Mechanics*, SIAM, Philadelphia, pages 423–433, 1969.
- [98] E. Kuhl, E. Ramm, and K. Willam. Failure analysis of elasto-plastic material models on different levels of observation. *Int. J. Solids Structures*, 37:7259–7280, 2000.
- [99] P.V. Lade. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(1):51–69, 1992.
- [100] P.V. Lade. Initiation of static instability in the submarine nerlerk berm. *Canadian Geotechnical Journal*, 30(6):895–904, 1993.
- [101] P.V. Lade and D. Pradel. Instability and plastic flow of soils. I: Experimental observations. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(11):2532–2550, 1990.
- [102] C. Lambert. *Modélisations multiéchelles des instabilités rocheuses*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2005.

- [103] L. Lancelot, I. Shahrou, and M. Al Mahmoud. Instability and static liquefaction on proportional strain paths for sand at low stresses. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 130(11):1365–1372, 2004.
- [104] Y. Leroy, M. Ortiz, and A. Needleman. A finite element method for strain localized failure analysis. *Computer Methods Appl. Mech. Eng.*, 61:189–224, 1987.
- [105] X.L. Li. *Comportement hydromécanique des sols fins: de l'état saturé à l'état non saturé*. PhD thesis, Université de Liège, 2000.
- [106] A.C. Liakopoulos. Retention and distribution of moisture in soils after infiltration has ceased. *Bull. Int. Ass. Sci. Hydrol.*, 10(2):58–69, 1965.
- [107] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Informe Ejecutivo. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 24 pp, 2001.
- [108] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Informe Final. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 30 pp, 2001.
- [109] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Informe Final, Análisis-Evaluación Modelos Numéricos: Detalle de cálculo del Análisis de Estabilidad y Modelación de la Expansión con la técnica de Elementos Finitos, Anexo 2.2.1.2. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 112 pp., 2001.
- [110] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Informe Final, Análisis-Evaluación Modelos Numéricos: Detalle de cálculo del Análisis de Estabilidad y Modelación de la Expansión con el método del Equilibrio Límite, Anexo 2.2.1.1. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 37 pp, 2001.
- [111] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Informe Final, Síntesis Geológica y Modelos Numéricos. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 27 pp, 2001.
- [112] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Segundo informe de Avance. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 18 pp, 2001.
- [113] C. Lotti and Associati-Enel.Hydro. *Segundo informe de Avance, Investigaciones - Geofísica Informe, Anexo 1.3.1. - El Salvador*. Technical Report, financed by BID, property of Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales, 15 pp, 2001.
- [114] A.E.H. Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Dover, 1927.
- [115] H.Y. Luo, W. Zhou, S.L. Huang, and G. Chen. Earthquake-induced landslide stability analysis of the las colinas landslide in el salvador. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, 41(3):2B 26, 2004.
- [116] A.M. Lyapunov. Problème général de la stabilité des mouvements. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 9:203–274, 1907.
- [117] G. Maier. A minimum principle for incremental elastoplasticity with non-associated flow laws. *J.Mech. Phys. Solids*, 18:319–330, 1970.
- [118] G. Maier and T. Hueckel. Nonassociated and coupled flow rules of elastoplasticity for rock-like materials. *Int. J. Rock Mech. Min Sci.*, 16:77–92, 1979.
- [119] J. Mandel. Conditions de stabilité et postulat de drucker. *Rheology and Soil Mechanics*, J. Kravtchenko and P. M. Sirieys (eds), Springer, Berlin:58–68, 1966.

- [120] T. Matsui and K.C San. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*, 32(1):59–70, 1992.
- [121] M. Méghachou. *Stabilité des sables lâches. Essais et modélisations*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.
- [122] A. Modaressi and J.J. Fry. *Mécanique des sols non saturés*, chapter 7, pages 275–348. MIM: Mécanique et Ingénierie des Matériaux. Hermès. Coussy, O. and Fleureau, J.M. Ed., 2002.
- [123] M. Mokni and J. Desrues. Strain localization measurements in undrained plane-strain biaxial tests on hostun rf sand. *Mech. Cohes. Frict. Mater.*, 4:419–441, 1999.
- [124] N.R. Morgenstern and V.E. Price. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Géotechnique*, 15(1):79–93, 1965.
- [125] Z. Mróz. Non-associated flow laws in plasticity. *Journal de Mécanique*, 2(1):21–42, 1963.
- [126] Y. Mualem. *Hydraulic conductivity of unsaturated soil: prediction and formulas*. In. Methods of soil analysis, pages 799–823. Number 9. Part 1. Edited by A. Klute. American Society of Agronomy, Madison, Wis., 1986.
- [127] A. Needleman. Non-normality and bifurcation in plane strain tension and compression. *J. Mech. Phys. Solids*, 27:231–254, 1979.
- [128] R. Nova. A note on sand liquefaction and soil stability. In *Third Int. Conf. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications*, pages 153–156, Tuscon, USA, 1991.
- [129] R. Nova. Controllability of the incremental response of soil specimens subjected to arbitrary loading programmes. *J. Mech. behav. Mater.*, 5(2):193–201, 1994.
- [130] V. Osinov and W. Wu. Instability and ill-posedness in the deformation of plastic solids: some correlations through simple examples. In Y. Wang and K Hutter, editor, *Trends in Applications of Mathematics to Mechanics*, pages 361–370. Shaker Verlag, 2005.
- [131] N.S. Ottosen and K. Runesson. Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity. *Int. J. Solids Struct.*, 7(54):401–421, 1991.
- [132] J. Pastor. *Application de l'analyse limite aux milieux isotrope et orthotropes de révolution. Formulation numérique de l'approche statique par la méthode des éléments finis*. PhD thesis, USMG-INPG Grenoble, 1983.
- [133] D. Pradel and P.V. Lade. Instability and plastic flow of soils. II: Analytical investigation. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(11):2551–2566, 1990.
- [134] B. Raniecki. Uniqueness criteria in solids with non-associated plastic flow laws at finite deformations. *Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Tech.*, XXVII(8-9):391, 1979.
- [135] B. Raniecki and O.T. Bruhns. Bounds to bifurcation stresses in solids with non-associated plastic flow law at finite strain. *J. Mech. Phys. Solids*, 29:153, 1981.
- [136] R.A. Regueiro and R.I. Borja. A finite element model of localized deformation in frictional materials taking a strong discontinuity approach. *Finite Elements in Analysis and Design*, 33:283–315, 1999.
- [137] J.R. Rice. The localization of plastic deformation. *Theoretical and applied mechanics*, W.T. Koiter ed, North-Holland publishing Company(8):207–220, 1976.
- [138] L.A. Richards. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1(5):318–333, 1931.

- [139] E. Rizzi, G. Maier, and K. Willam. On failure indicators in multi-dissipative materials. *Int. J. Solids Structures*, 33(20-22):3187–3214, 1996.
- [140] P.W. Rowe. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. In *Proceedings of the Royal Society of London*, volume A269, pages 500–527, 1962.
- [141] J.W. Rudnicki and J.R. Rice. Conditions for the localization of deformation in pressure sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 23:371–394, 1975.
- [142] N.S. Runesson and Z. Mróz. A note on non-associated plastic flow rules. *Int. J. Plasticity*, 7:99–121, 1989.
- [143] J. Salençon. *Calcul à la rupture et analyse limite*. Presses de l'ENPC, Paris, 1983.
- [144] S. Sasitharan, P.K. Robertson, D.C. Sego, and N.R. Morgenstern. Collapse behavior of sand. *Canadian Geotechnical Journal*, 30(4):569–577, 1993.
- [145] T. Schanz, P.A. Vermeer, and Bonnier P.G. Formulation and verification of the hardening soil model. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, Balkema, Rotterdam, pages 281–290, 1999.
- [146] T. Schanz and P. A. Vermeer. Angle of friction and dilatancy of sand. *Géotechnique*, 46(1):145–151, 1996.
- [147] G. Servant. *Modèles en risques naturels, cas des glissements de terrain*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.
- [148] G. Servant, F. Darve, J. Desrues, and I.O. Georgopoulos. Diffuse modes of failure in geomaterials. In Di Benedetto, editor, *Deformation characteristics of geomaterials*. Swets & Zeitlinger, 2004.
- [149] G. Servant, H.D.V. Khoa, and F. Darve. Rupture diffuse dans les géomatériaux: un exemple. In *XVIème Congrès Français de Mécanique, Nice, 2003*.
- [150] R.G. Shepherd. Correlations of permeability and grain size. *Ground Water*, 27: 633–638, 1989.
- [151] J.C. Simo and R.L. Taylor. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Computer Meth. in Applied Mech. and Engineering*, 48:101–118, 1985.
- [152] J.A. Sladen, R.D. D'Hollander, and J. Krahn. Back analysis of the Nerlerk berm liquefaction slides. *Can. Geotech. J.*, 22(4):579–588, 1985.
- [153] S.W. Sloan. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 12(1):61–77, 1988.
- [154] S.W. Sloan. Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 13(3):263–282, 1989.
- [155] N. Snitbhan and W.F. Chen. Elastic-plastic large deformation analysis of soil slopes. *Comput. Struct.*, 9:567–577, 1976.
- [156] E. Spencer. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Géotechnique*, 17(1):11–26, 1967.
- [157] P. Stutz. Lois de comportement: principes généraux. *Manuel de rhéologie; ENPC*, pages 103–127, 1987.
- [158] USGS (U.S. Geological Survey). Earthquake bulletin. Website: [http://neic.usgs.gov/neis/bulletin/01\\_EVENTS/010113173329/010113173329.html](http://neic.usgs.gov/neis/bulletin/01_EVENTS/010113173329/010113173329.html). 2001.

- [159] S. Turgeman. *Contribution au calcul des charges limites en milieux isotropes et orthotropes de révolution par une méthode cinématique numérique*. PhD thesis, UMG-INPG, Grenoble, 1983.
- [160] K.C. Valanis. On the uniqueness of solution of the initial value problem in softening materials. *J. Appl. Mech.*, ASME, 52:649–653, 1985.
- [161] H.A.M. Van Eekelen. Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geom.*, 4:89–101, 1980.
- [162] M.T. Van Genuchten. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *J. of Soil Sci. Soc. Am.*, 44:892–898, 1980.
- [163] I. Vardoulakis. Equilibrium theory of shear bands in plastic bodies. *Mech. Res. Commun.*, 3(3):209–214, 1976.
- [164] P.A. Vermeer. A modified initial strain method for plasticity problems. In *Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Num. Meth. Geomech.*, pages 377–387, 1979.
- [165] X.C. Wang. *Modélisation numérique des problèmes avec localisation en bandes de cisaillement*. PhD thesis, Université de Liège, 1993.
- [166] W. Wu and A. Niemunis. Beyond failure in granular materials. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 21:153–174, 1997.
- [167] M.R.J. Wyllie and G.H.F. Gardner. The generalized Kozeny-Carmen equation 11: a novel approach to problems of fluid flow. *World Oil (Production Section)*, 146: 210–228, 1985.
- [168] W. Zhu. poster. *Gordon conference on Rock deformation*, 2002.
- [169] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The finite element method*, Fourth edition, volume 1, Basic formulations and linear problems. McGraw-Hill, London, 1994.