



**HAL**  
open science

**DEVELOPPEMENT DE SOURCES LASERS SOLIDES  
AGILES ULTRA-STABLES POUR LA  
MANIPULATION COHERENTE DE SYSTEMES  
ATOMIQUES. APPLICATIONS AU TRAITEMENT  
OPTIQUE DE SIGNAUX RADIOFREQUENCES ET A  
L'INFORMATION QUANTIQUE.**

Vincent Crozatier

► **To cite this version:**

Vincent Crozatier. DEVELOPPEMENT DE SOURCES LASERS SOLIDES AGILES ULTRA-STABLES POUR LA MANIPULATION COHERENTE DE SYSTEMES ATOMIQUES. APPLICATIONS AU TRAITEMENT OPTIQUE DE SIGNAUX RADIOFREQUENCES ET A L'INFORMATION QUANTIQUE.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2006. Français. NNT : . tel-00097762

**HAL Id: tel-00097762**

**<https://theses.hal.science/tel-00097762>**

Submitted on 22 Sep 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY  
N° d'ordre : 8311

UNIVERSITÉ PARIS-XI  
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-XI

par

VINCENT CROZATIER

**Développement de lasers solides agiles ultra-stables  
pour la manipulation cohérente de systèmes atomiques**

**Applications au traitement optique de signaux radiofréquences  
et à l'information quantique**

Soutenue le 05 Juillet 2006 devant la commission d'examen composée de :

M. Fabien BRETENAKER	Directeur de thèse
M. Patrick GEORGES	Examineur
M. Manuel JOFFRE	Rapporteur
M. Michel LEFEBVRE	Examineur
M. Ivan LORGERÉ	Invité, co-directeur de thèse
M. Daniele ROMANINI	Rapporteur
M. Bruno VIANA	Examineur
M. Kelvin WAGNER	Invité

Laboratoire Aimé Cotton - Campus scientifique d'Orsay



# Boujoux

Cette thèse a été menée au laboratoire Aimé Cotton, dans le groupe Optique et matériaux pour le traitement de l'information, sous la direction de Fabien Bretenaker, et d'Ivan Lorgeré. Les travaux présentés dans ce manuscrit n'auraient pas pu être obtenus sans l'aide et le soutien de nombreuses personnes, que je tiens à saluer.

Pour faire une thèse, il faut un laboratoire d'accueil. Aussi, je remercie Pierre Pillet pour m'avoir offert la possibilité d'effectuer une belle thèse au laboratoire Aimé Cotton.

Ensuite, il faut un chef. Quelle n'a pas été ma chance d'en avoir deux, Fabien et Ivan, duo de choc et de charme, dont la complémentarité m'aura été plus que bénéfique. Je ne saurais les saluer assez bas pour m'avoir inculqué autant de passion pour la physique, et ce dans la joie et la bonne humeur. Grâce à leur assistance, je n'ai jamais eu à tourner ma peine vers des livres. Je tiens également à remercier chaleureusement Jean-Louis pour les bons conseils qu'il aura su me prodiguer avec une honnêteté et une simplicité remarquables. C'est également à lui que je dois mes progrès théoriques, notamment à propos de la théorie des échos de photons : on n'est jamais très fort pour ce calcul la première fois. Si mes attentes ont été comblées, c'est en grande partie grâce à vous, messieurs !

Les résultats obtenus au cours de cette thèse expérimentale sont tributaires de la qualité des services techniques du laboratoire, de leurs compétences et leur patience. Sans Patrice, Henri ou Daniel, pas de laser agile (malgré ses quelques kilos de laiton !), et pas de montures optiques. Sans Roger, Alain ou Arnaud, pas de photodiode, ni d'asservissement. Bref, merci à vous pour les réalisations, toujours parfaites, malgré l'urgence avec laquelle elles ont été demandées.

Mais sortons un peu du labo, car les collaborations entamées, poursuivies et conclues, et les soutiens financiers et scientifiques se sont révélés essentiels. Merci à Xavier Grison de la D.G.A. d'avoir cru en nous pour financer la manip ; merci à Eric Ducloux et Claude Gagnol de NetTest/Anritsu pour l'assistance technique et le prêt des golgoths utiles au montage des lasers ; merci à Daniel Dolfi, et tous ceux de Thales (et ils sont si nombreux !), pour les discussions, les bons conseils, et le matériel prêté ; merci à Wolfgang Sohler et Bijoy Krishna Das de l'Université de Paderborn pour la source de niobate de lithium ; merci à Philippe Goldner et Olivier Guillot-Noël-Cotton pour les discussions autour des cailloux.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury : Manuel Joffre et Daniele Romanini pour avoir accepté d'ingurgiter 250 pages assez rapidement pour m'offrir trois mois de

vacances ; Patrick Georges, Michel Lefebvre, Bruno Viana et Kelvin Wagner pour avoir tenu deux heures dans une salle Balmer bouillonnante. Merci à tous pour l'intérêt porté à mes travaux.

Et au-delà de considérations purement scientifiques, on peut dire que ces trois années auront été marquées par la bonne humeur et quelques franches rigolades, grâce à la masse de thésards perturbateurs !

Aux anciens, les bons qui nous ont quittés : Vince qui m'aura incité à trouver une thèse au labo à l'époque où il y avait si peu de mecs pour faire l'équipe ; salut Fred, l'amateur de mots grecs ; Nassim le Davy Crockett de la physique ; et Aurélie la belle aux santiagos.

Aux collègues de promo : Thibault, Haikel et Woualid, mais aussi Elisa (mes vœux de bonheur au futur Jean-Erbium).

Aux futurs savants : Elodie, Ghaya, Matthieu, Pierre ; et une pensée tout particulière pour Bichon, capable de résoudre des calculs avec pi connu sans compiler le C, et la grosse Guite, mon bon binôme de toujours, qui ne m'aura jamais laissé la mine piteuse, à toujours prendre les choses en riant.

Enfin il y a tous ceux qui auront tenté de comprendre ce que j'ai bien pu faire pendant trois ans (jusqu'à assister à la soutenance !), mais qui dans tous les cas m'auront supporté. Cette thèse est tout naturellement dédiée à ma famille, et surtout à Julie.

[bruit de cymbales] *“Et puis le reste on s'en fout”*  
Charles Aznavour

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
<b>1 Analyse spectrale de signaux radiofréquences</b>	<b>19</b>
1.1 Motivations . . . . .	20
1.1.1 Introduction . . . . .	20
1.1.2 Aperçu des technologies actuelles d'analyse spectrale . . . . .	20
1.1.3 Bilan . . . . .	24
1.2 Matériaux à élargissement inhomogène . . . . .	25
1.2.1 Elargissement inhomogène . . . . .	25
1.2.2 Creusement spectral . . . . .	26
1.3 Cristaux dopés aux ions de terres rares . . . . .	27
1.3.1 Structure électronique . . . . .	27
1.3.2 Largeur homogène . . . . .	28
1.3.3 Cas du $\text{Tm}^{3+}$ :YAG . . . . .	31
1.3.4 Cas du $\text{Er}^{3+}$ :YSO . . . . .	33
1.3.5 Une solution optique pour l'analyse spectrale de signaux RF . . . . .	34
1.4 Échos de photons . . . . .	35
1.4.1 Étude théorique . . . . .	35
1.4.2 Discussion . . . . .	41
1.4.3 Approche holographique . . . . .	44
1.4.4 Vers une transformation de Fourier . . . . .	47
1.5 Application à l'analyse spectrale de signaux RF . . . . .	50
1.5.1 Algorithme de chirp . . . . .	51
1.5.2 Contraintes et caractéristiques potentielles . . . . .	54
1.5.3 Contraintes expérimentales . . . . .	58
1.6 Réalisation expérimentale . . . . .	61
1.6.1 Architecture . . . . .	61
1.6.2 Cristal . . . . .	63
1.6.3 Analyse spectrale à haute résolution . . . . .	66
1.6.4 Analyse spectrale à large bande . . . . .	69
1.7 Conclusion . . . . .	78
<b>2 Echos de photons en milieu amplificateur</b>	<b>81</b>
2.1 Echo de photons et efficacité de diffraction . . . . .	82
2.1.1 Efficacité de diffraction . . . . .	82

2.1.2	Echos en milieu amplificateur . . . . .	84
2.2	Schémas de pompage . . . . .	86
2.2.1	Niveaux d'énergie de l'Er :YSO . . . . .	86
2.2.2	Vers le pompage optique . . . . .	88
2.3	Pompage optique . . . . .	90
2.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	90
2.3.2	Spectroscopie de la raie de pompage . . . . .	91
2.3.3	Pompage et inversion de population . . . . .	92
2.4	Echos de photons en milieu amplificateur . . . . .	96
2.4.1	Echo de photons et inversion de population . . . . .	96
2.4.2	Modélisation . . . . .	101
2.4.3	Simulations et ajustements . . . . .	105
2.5	Pompage et dynamique de l'écho de photons . . . . .	109
2.5.1	Effets du pompage sur le temps de cohérence . . . . .	109
2.5.2	Diffusion spectrale . . . . .	111
2.5.3	Etude expérimentale de la diffusion spectrale . . . . .	116
2.5.4	Perspectives d'études . . . . .	121
2.6	Conclusion . . . . .	122
<b>3</b>	<b>Lasers agiles en fréquence</b>	<b>125</b>
3.1	Motivations et performances visées . . . . .	126
3.1.1	Contrôle d'ions de terres rares dans les cristaux . . . . .	126
3.1.2	Performances spectrales . . . . .	126
3.2	Architecture de la source . . . . .	127
3.2.1	Diodes lasers . . . . .	127
3.2.2	Diodes lasers en cavité étendue . . . . .	130
3.2.3	Accordabilité . . . . .	133
3.3	Cavité étendue massive . . . . .	136
3.3.1	Etude de la cavité . . . . .	136
3.3.2	Conception de la cavité . . . . .	140
3.3.3	Caractérisation . . . . .	145
3.3.4	Accordabilité et agilité en fréquence . . . . .	152
3.4	Cavité étendue guidée . . . . .	157
3.4.1	Eléments de technologie . . . . .	157
3.4.2	Architecture de la cavité guidée . . . . .	160
3.4.3	Caractérisation . . . . .	165
3.4.4	Perspectives d'étude . . . . .	175
3.5	Conclusion . . . . .	175
<b>4</b>	<b>Stabilisations de fréquence</b>	<b>177</b>
4.1	Besoins en stabilité . . . . .	178
4.1.1	Besoins en précision des lasers agiles en fréquence . . . . .	178
4.1.2	Lasers ultra-stables . . . . .	178
4.1.3	Asservir le laser . . . . .	179
4.2	Asservissement de chirps . . . . .	179

4.2.1	Bruits et limitations de la source . . . . .	179
4.2.2	Asservissement en phase du chirp . . . . .	185
4.2.3	Réalisation expérimentale . . . . .	191
4.2.4	Bilan . . . . .	201
4.3	Asservissement de fréquence fixe . . . . .	201
4.3.1	Contexte . . . . .	201
4.3.2	Asservissement en fréquence du laser . . . . .	203
4.3.3	Réalisation expérimentale . . . . .	212
4.3.4	Bilan . . . . .	223
4.4	Conclusion . . . . .	224
	<b>Conclusion générale</b>	<b>225</b>
	<b>A Réponse atomique à une excitation lumineuse</b>	<b>229</b>
	<b>B Auto-hétérodynage</b>	<b>239</b>





# Table des figures

1.1	Analyseur de spectre à batterie de filtres . . . . .	21
1.2	Autocorrélateurs analogique et numérique . . . . .	22
1.3	Analyseur de spectre acousto-optique . . . . .	23
1.4	Ligne dispersive à ondes acoustiques de surface . . . . .	24
1.5	Élargissement homogène et creusement spectral . . . . .	26
1.6	Processus de couplage avec les phonons . . . . .	29
1.7	Processus de couplage ion-matrice et ion-ion par basculements de spins . .	31
1.8	Schémas de niveaux des ions $Tm^{3+}$ dans la matrice YAG et $Er^{3+}$ dans la matrice YSO . . . . .	32
1.9	Analyseur de spectre par photographie spectrale . . . . .	34
1.10	Système à deux niveaux en interaction avec un champ électrique lumineux	36
1.11	Configuration d'écho de photons non-coplanaire . . . . .	42
1.12	Transformée de Fourier spatiale d'un objet par une lentille . . . . .	51
1.13	Principe de l'algorithme de chirp . . . . .	53
1.14	Principe de l'algorithme de chirp en bande latérale unique . . . . .	56
1.15	Configurations de gravure de la ligne dispersive . . . . .	59
1.16	Analyseur de spectre par projection temporelle . . . . .	62
1.17	Dimensions du cristal de $Er : YSO$ utilisé et profil d'absorption de la transition à 1536 nm . . . . .	63
1.18	Expérience d'écho de photons : montage et mesures de $T_1$ et $T_2$ . . . . .	65
1.19	Transformée de Fourier d'une impulsion de lecture de $3 \mu s$ . . . . .	67
1.20	Spectre d'un signal RF en bande étroite . . . . .	69
1.21	Schéma expérimental du montage pour l'analyse spectrale de signaux RF à large bande . . . . .	71
1.22	Synchronisation des signaux de commande pour l'analyse spectrale de signaux RF à large bande . . . . .	72
1.23	Transformée de Fourier d'une impulsion de lecture de durée variable et profil sondé pendant l'excitation . . . . .	73
1.24	Spectres d'impulsions de lecture modulées à basse fréquence . . . . .	75
1.25	Spectre large bande d'une séquence binaire . . . . .	76
2.1	Détail des niveaux d'énergie de l'erbium . . . . .	87
2.2	Système à trois niveaux équivalent pour le pompage . . . . .	89
2.3	Schéma expérimental pour le pompage . . . . .	90
2.4	Profil d'absorption de la raie de pompage à 1526 nm . . . . .	92
2.5	Profils d'absorption et d'amplification de la transition à 1536 nm . . . . .	93

2.6	Pompage et inversion de population de la transition à 1536 nm . . . . .	95
2.7	Echos de photons en milieu amplificateur et inversion de population . . . . .	97
2.8	Spectre d'un signal RF en bande étroite obtenu par l'algorithme de chirp en milieu amplificateur . . . . .	98
2.9	Echos de photons en milieu amplificateur en régime d'accumulation . . . . .	100
2.10	Configuration d'étude pour la modélisation d'échos de photons en milieu amplificateur . . . . .	101
2.11	Modélisation et ajustement des échos de photons en milieu amplificateur . . . . .	106
2.12	Modélisation et ajustement des échos de photons en régime d'accumulation . . . . .	107
2.13	Mesures des temps $T_M$ et $T_1$ avec et sans pompage . . . . .	110
2.14	Diffusion spectrale sans pompage . . . . .	116
2.15	Diffusion spectrale pour une durée de pompage de 10 ms . . . . .	118
2.16	Diffusion spectrale pour différentes durées de pompage . . . . .	119
2.17	Mesures du temps $T_1$ pour différentes durées de pompage . . . . .	120
3.1	Structures de diodes lasers . . . . .	129
3.2	Architectures de diodes lasers en cavité étendue . . . . .	131
3.3	Eléments sélectifs en fréquence dans une cavité étendue . . . . .	134
3.4	Architectures de cavités étendues accordables par effet électro-optique . . . . .	135
3.5	Représentation géométrique de la cavité étendue avec prisme électro-optique . . . . .	137
3.6	Dimensions du prisme électro-optique intra-cavité . . . . .	143
3.7	Photographie du laser en cavité étendue massive . . . . .	144
3.8	Caractéristiques de puissance de la cavité massive . . . . .	145
3.9	Spectre de l'émission laser de la cavité massive transmis par un Fabry-Perot . . . . .	147
3.10	Spectre de l'émission laser de la cavité massive mesuré par un analyseur de spectre optique . . . . .	147
3.11	Mesure du temps de cohérence de l'émission laser de la cavité massive par auto-hétérodynage . . . . .	148
3.12	Mesure de la stabilité en fréquence de la cavité massive . . . . .	150
3.13	Réponses à des excitations cohérentes (nutration optique et transformation de Fourier par algorithme de chirp) . . . . .	151
3.14	Mesures d'accordabilité de la fréquence du laser en cavité massive . . . . .	153
3.15	Amplitude et vitesse des balayages en fréquence du laser en cavité massive . . . . .	156
3.16	Schéma de la cavité étendue guidée . . . . .	160
3.17	Dimensions du substrat de $\text{LiNbO}_3$ . . . . .	162
3.18	Photographie du laser en cavité étendue guidée . . . . .	164
3.19	Evolution de la puissance de sortie en fonction du rafraîchissement du réseau de Bragg . . . . .	166
3.20	Caractéristiques de puissance de la cavité guidée . . . . .	168
3.21	Spectre de l'émission laser de la cavité guidée transmis par un Fabry-Perot . . . . .	168
3.22	Spectre de l'émission laser de la cavité guidée mesuré par un analyseur de spectre optique . . . . .	169
3.23	Mesure du temps de cohérence de l'émission laser de la cavité guidée par auto-hétérodynage . . . . .	170
3.24	Mesure de la stabilité en fréquence de la cavité guidée . . . . .	171

3.25	Position des électrodes sur le guide d'onde . . . . .	171
3.26	Mesures d'accordabilité de la fréquence du laser en cavité guidée . . . . .	172
3.27	Spectres de balayages en fréquence du laser en cavité guidée . . . . .	174
4.1	Schéma du montage pour la caractérisation de chirps . . . . .	180
4.2	Spectres de battement modulés par une résonance piezoélectrique du cristal intra-cavité . . . . .	183
4.3	Principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase . . . . .	185
4.4	Représentation d'une boucle à verrouillage de phase en schéma bloc . . . . .	187
4.5	Schéma de la boucle d'asservissement des chirps . . . . .	190
4.6	Caractérisation du mélangeur . . . . .	192
4.7	Filtre de démodulation . . . . .	193
4.8	Signal d'erreur et spectre de battement pour un chirp non asservi . . . . .	194
4.9	Filtre de boucle . . . . .	195
4.10	Signal d'erreur et spectre de battement pour un chirp asservi . . . . .	197
4.11	Spectres de battement modulés par une résonance piezoélectrique du cristal intra-cavité avec et sans asservissement . . . . .	198
4.12	Transformation de Fourier de signaux RF avec et sans asservissement . . . . .	199
4.13	Principe de fonctionnement d'une boucle d'asservissement de fréquence de type Pound-Drever-Hall . . . . .	204
4.14	Cavité Fabry-Perot . . . . .	206
4.15	Signal d'erreur de Pound-Drever-Hall . . . . .	209
4.16	Schéma complet de la boucle d'asservissement de fréquence de type Pound- Drever-Hall . . . . .	213
4.17	Spectre transmis par la cavité Fabry-Perot de référence . . . . .	214
4.18	Mesure de la finesse de la cavité Fabry-Perot de référence . . . . .	215
4.19	Filtre de réjection . . . . .	216
4.20	Filtre de démodulation . . . . .	217
4.21	Signaux d'erreur de Pound-Drever-Hall . . . . .	218
4.22	Filtre de boucle . . . . .	219
4.23	Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence du laser avec et sans asservissement . . . . .	220
4.24	Densité spectrale de puissance du champ électrique émis par le laser asservi	222



# Introduction générale

Depuis le développement des sources lasers à semi-conducteur et des fibres optiques, les systèmes de télécommunications ont progressivement intégré des technologies optiques. Ces dernières assurent maintenant les liaisons aussi bien locales que sur de longues distances, en transmettant des données cryptées ou non, à des débits pouvant atteindre une centaine de GBit/s [1]. Ainsi les composants de ces liaisons traitent facilement des bandes passantes de plusieurs dizaines de GHz. La maturité de ces technologies permet d'envisager l'utilisation de l'optique pour générer, transporter et traiter les signaux radiofréquences (RF) analogiques, dont le spectre couvre 10 GHz typiquement [2].

Les signaux RF présentent un intérêt majeur dans les domaines de la radioastronomie et de la guerre électronique. Dans les deux cas, le traitement instantané des signaux détectés requiert des performances en termes de bande passante, de temps d'analyse et de dynamique que les technologies purement électroniques peinent à satisfaire. L'optique apparaît être une alternative de grand potentiel pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les fréquences optiques, de l'ordre de la centaine de THz, sont bien plus grandes que celles des signaux RF. La large bande dans le domaine électrique devient alors très faible dans le domaine optique. On dispose d'une forte capacité de transport et de traitement en parallèle, à laquelle s'ajoute la faible dispersion des signaux RF une fois transférés dans le domaine optique. Par ailleurs, l'optique effectue "naturellement" des opérations comme les transformations de Fourier, ou les produits de corrélations, qui sont à la base du traitement du signal. L'obtention de ces fonctions par des techniques électroniques est nettement plus complexe. Enfin, plusieurs contraintes sur l'environnement des signaux RF sont levées en transférant ces derniers sur une porteuse optique. En particulier, les signaux optiques sont insensibles aux perturbations électromagnétiques, et peuvent se propager avec de très faibles pertes sur de longues distances. De plus, l'encombrement des composants optiques est réduit.

Ces avantages ont rapidement été perçus, et ont donné naissance au domaine de l'*opto-hyperfréquence*, ou "*microwave photonics*". De nombreuses propositions pour le transport ou la génération de signaux RF ont été démontrées expérimentalement durant la dernière décennie. Le transfert d'un signal RF sur une porteuse optique nécessite un modulateur

électro-optique de type Mach-Zehnder. Les pertes entre le transfert et la détection du signal RF sont de l'ordre de 30 dB, mais elles sont rapidement compensées dès que la distance de parcours du signal dépasse la dizaine de mètres. En effet les pertes à la propagation d'une fibre optique sont de l'ordre de 0,1 dB/km, alors qu'elles atteignent le dB/m pour un câble électrique.

On distingue deux types de signaux dont la bande passante couvre le domaine RF : les signaux numériques, et analogiques de type RADAR <sup>1</sup>. Dans le premier cas, l'optique sert de vecteur pour le signal électrique. Les contraintes sur la fidélité de l'émission et de la réception sont assez faibles. Par contre, pour les applications RADAR, les performances requises pour les systèmes optiques sont très hautes. A l'émission, l'optique doit acheminer un signal RF de haute puissance. Il convient alors de travailler avec une porteuse optique de forte puissance également, ce qui amène à des problèmes de bruit d'intensité sur la source, et de bruit de grenaille à la détection. Ensuite, lorsque le signal est détecté, son spectre contient généralement l'information sur la cible. Lors du transfert du signal RF sur la porteuse, il est impératif que ce spectre ne soit pas déformé, ce qui implique de travailler avec une source dont le bruit de phase est très faible. Ces spécifications donnent lieu à des études fondamentales pour développer les sources lasers adaptées à ces besoins [3, 4].

Dans le cas plus spécifique du traitement du signal, les opérations clefs sont généralement les suivantes :

- le filtrage et la génération de retards ;
- l'analyse spectrale ;
- les opérations de corrélation.

Le filtrage de signaux large bande est intimement lié à la génération de retards. Pour un signal de 10 GHz, un retard de 50 ps induit un déphasage de  $\pi$  radians. En optique, il est très simple de générer des retards : il suffit qu'un faisceau se propage sur quelques dizaines de mètres pour créer un retard de quelques ns. De plus, le domaine optique assure une très faible dispersion à l'échelle de quelques dizaines de GHz. Ainsi, lorsqu'un signal RF module une porteuse optique, toute la bande de modulation voit le même retard. On évite ainsi les problèmes de "squint", c'est à dire de la dispersion du retard sur la bande RF. Plusieurs méthodes utilisant des fibres [5, 6] ou des composants en espace libres [7] ont été élaborées. Les retards atteignent des dizaines de ps avec une résolution de 0,5 ps, et permettent d'implanter ces systèmes pour les antennes RADAR à balayage électronique.

---

<sup>1</sup>RADAR : RAdio Detection And Ranging

---

Cependant, les retards sont discrétisés et codés sur quelques bits typiquement, et leur implémentation demeure assez délicate.

Les fibres optiques peuvent également servir pour des opérations d'analyse spectrale de signaux RF. Une méthode proposée récemment consiste à transférer le signal RF sur une impulsion lumineuse intense préalablement dispersée par une fibre optique [8]. L'impulsion ainsi dispersée et modulée se propage ensuite dans une fibre à cristaux photoniques dont la dispersion négative compense celle de la fibre standard. En sortie du système, on détecte l'impulsion brève initiale convoluée avec le spectre du signal RF. Cette méthode utilise des composants standards et la bande passante de l'analyse, limitée par celle du modulateur, est potentiellement très grande. Par contre, le nombre de canaux est faible. Ce dernier dépend des durées de l'impulsion dispersée, et recompressée. Si des facteurs de grandissement de l'ordre du millier sont disponibles, il paraît difficile d'aller au-delà. De plus, l'impulsion initiale contient une énergie importante qui est à l'origine de non-linéarités et de produits d'intermodulations. Enfin, ce système est peu flexible puisque les tronçons de fibre standard et de fibre à cristaux photoniques doivent être adaptés pour que les dispersions se compensent parfaitement.

Si l'optique offre une capacité de traitement de signaux électroniques à large bande, les architectures compétitives sont peu courantes. Pourtant, certains matériaux peuvent aussi bien générer des retards qu'effectuer les opérations complexes de transformation de Fourier et de corrélation. Ce sont les *matériaux à élargissement inhomogène*. Parmi eux, les cristaux dopés par des ions de terres rares présentent des propriétés particulièrement bien adaptées aux signaux RF. En particulier, les transitions ont une largeur inhomogène pouvant atteindre plus de 100 GHz, tandis que la largeur homogène descend largement sous le MHz lorsque le cristal est refroidi à une température de quelques K. Parallèlement à ces grandeurs spectrales, les transitions possèdent un temps de vie des populations de l'ordre de la ms, et un temps de vie des cohérences généralement de quelques dizaines de  $\mu s$ .

L'intérêt de ces matériaux a été cerné dès les années 80 [9, 10], mais ce n'est qu'au début des années 90 que les premières propositions ont été publiées pour transformer ces cristaux en processeurs optiques pour les signaux RF [11] grâce à l'utilisation de réponses cohérentes dans ces matériaux. Ensuite, d'autres pistes pour la génération de retards [12], le stockage et le routage dynamique de données [13] et l'analyse spectrale large bande [14, 15, 16] ont été suggérées. Depuis, toutes ces architectures ont été validées et présentent actuellement des caractéristiques convaincantes pour ces applications, à tel point que la société Scientific Materials<sup>2</sup> possède une division dédiée aux applications RF

---

<sup>2</sup>[www.s2corporation.com](http://www.s2corporation.com)



des cristaux dopés aux ions de terres rares.

Ainsi, des retards continûment ajustables sur des dizaines de ns avec une résolution meilleure que 60 ps ont été démontrés pour des signaux analogiques ou bien numériques (codage type BPSK <sup>3</sup>) couvrant une bande passante de l'ordre du GHz [17]. Si la précision des retards est encore loin de celle atteinte en utilisant les composants optiques conventionnels cités précédemment, cette architecture peut être étendue au stockage et à l'intégration de données sur des durées de l'ordre de la ms.

En ce qui concerne le traitement de signaux RF, des démonstrations de corrélation croisée ont été publiées pour des signaux numériques codés (type BPSK et QPSK <sup>4</sup>) [18], ou bien pour extraire une fréquence Doppler dans des signaux RADAR avec une excellente précision [19]. Dans les deux cas, le cristal est utilisé comme un corrélateur optique de signaux RF, dans lequel les signaux de référence sont enregistrés en permanence pour offrir une très bonne dynamique. Grâce à la mémoire du matériau, il est de plus possible d'avoir recours à des détecteurs de faible bande passante pour l'analyse de la corrélation. Enfin, dans le cas de l'analyse spectrale, trois architectures ont été proposées, et deux d'entre elles ont été validées sur des bandes de plusieurs GHz avec une résolution de l'ordre du MHz [16, 20, 21].

Dans toutes les applications mentionnées ci-dessus, le traitement du signal RF analogique par voie optique est direct. Aucune étape de conversion analogique-numérique, ou de conversion de fréquence n'est nécessaire. On profite ainsi d'une grande dynamique sur le signal. Par ailleurs, la majorité de ces applications exploite un type particulier de réponse cohérente du matériau : *l'écho de photons*. Cette configuration est la clef des expériences de génération de retard et de corrélation. Cependant, aucune des réalisations expérimentales basées sur cette réponse n'est parvenue à couvrir plusieurs GHz, et n'a ainsi pu profiter de tout l'élargissement inhomogène des transitions optiques. En effet, l'obtention d'une réponse cohérente "globale" sur une large bande est extrêmement difficile puisque la cohérence de l'excitation, donc de la source, doit être maintenue sur toute la bande spectrale couverte. A l'inverse, les applications profitant pleinement de toute la bande inhomogène utilisent une réponse cohérente spectrale "locale" du matériau, pour laquelle chaque classe d'ions excitée est indépendante des autres [16].

La principale barrière à un traitement cohérent sur une large bande est constituée par la source. En effet, pour obtenir une excitation cohérente sur une large bande spectrale, il faut disposer d'un laser hautement cohérent naturellement, et dont la fréquence peut être balayée rapidement sur toute la bande d'analyse avec une excellente précision, en conservant la cohérence au cours de ce balayage. Ce dernier point représente la principale

---

<sup>3</sup>BPSK : Binary Phase Shift Keying

<sup>4</sup>QPSK : Quaternary Phase Shift Keying

---

difficulté, qui jusqu'à cette thèse n'a pas été surmontée.

Ce mémoire présente la démonstration expérimentale d'un analyseur spectral de signaux radiofréquences à large bande instantanée, et haute résolution. L'architecture exploite la réponse cohérente d'un cristal dopé aux ions erbium, qui effectuent la transformation de Fourier du signal radiofréquence à analyser en temps réel. La bande passante d'analyse est de 1,5 GHz, et contient plus de 20 000 canaux spectraux indépendants. La transition optique excitée se situe à 1536 nm, c'est à dire dans la bande des télécommunications optiques. Cette méthode est sans doute celle qui présente les contraintes les plus fortes sur la source laser. Nous avons donc été amenés à développer un laser spécifique, et à l'asservir par une boucle à verrouillage de phase originale. Ainsi, cette architecture est la première à exploiter une excitation cohérente globale de toutes les classes d'ions, sur l'intégralité de la largeur inhomogène d'une transition optique.

Pour introduire les différentes étapes qui ont mené à ces résultats, ce mémoire suit le plan suivant.

La première partie est consacrée à l'étude de notre **architecture d'analyse spectrale**. Après un bref aperçu des technologies actuellement disponibles pour analyser des signaux sur une bande instantanée de quelques GHz, nous montrerons que les matériaux optiques à élargissement inhomogène possèdent un potentiel très fort pour cette analyse à large bande. Nous verrons qu'il est possible de transformer un cristal dopé aux ions de terres rares en un processeur optique qui projette dans le temps la transformée de Fourier d'un signal RF à analyser. La séquence de programmation est une excitation cohérente particulière, dérivée d'une séquence d'écho de photons. Ensuite, nous nous pencherons sur la mise en œuvre expérimentale de cette excitation avant de donner les performances de notre analyseur en bande étroite [22], puis en bande large.

Un des principaux inconvénients du régime d'écho de photons est son faible rendement énergétique. Dans notre cas où l'enveloppe temporelle de l'écho correspond au spectre du signal RF à analyser, la détection du spectre impose l'utilisation de photodiodes rapides et préamplifiées, ce qui affecte la dynamique à la détection. Pour tenter de lever cette contrainte, nous avons exploré le principe de **génération d'échos de photons dans un milieu amplificateur** [23], plutôt que dans un milieu absorbant. L'approche sera abordée dans la deuxième partie du manuscrit. Nous y détaillerons nos motivations et la méthode pour rendre notre cristal amplificateur. Les résultats préliminaires obtenus dans un régime perturbatif seront exploités et modélisés pour tenter d'extrapoler le rendement accessible par cette méthode. Par ailleurs, nous examinerons l'effet de l'inversion de population produite sur la dynamique des ions dans le processus d'échos de photons.

Les deux derniers chapitres sont consacrés aux sources lasers et à leur stabilisation

active. Dans la troisième partie, nous évoquerons des travaux de **développement de lasers agiles en fréquence**. Nous commencerons par étudier les architectures de lasers capables de répondre à nos besoins en terme d'accordabilité rapide. Ensuite, nous précisons le type de cavité retenue avant d'en présenter deux réalisations. La première est une diode laser en cavité étendue massive dans laquelle nous insérons un cristal électro-optique, conférant au laser la capacité de balayer continûment sa fréquence d'émission sur plusieurs GHz en quelques  $\mu\text{s}$ . La seconde cavité montée se fonde sur le même principe mais dans des structures d'optique guidée, augmentant ainsi la stabilité intrinsèque de la cavité, et la sensibilité électro-optique du balayage en fréquence. Dans les deux cas, nous donnerons le détail du principe d'accordabilité sans saut de mode, nous décrirons les composants en justifiant leur choix, puis nous caractériserons la source en termes de puissance et de performances spectrales.

La quatrième et dernière partie est dédiée aux travaux de **stabilisations en fréquence de diodes lasers**. Les expériences d'analyse spectrale, et plus généralement le traitement cohérent de signaux à large bande requièrent de très hautes pureté et précision spectrales qui nécessitent des efforts particuliers. Nous présenterons donc dans un premier temps l'asservissement des balayages en fréquence effectués par nos lasers, qui se base sur une boucle à verrouillage de phase optoélectronique originale. De cette manière, notre source asservie est la clef qui ouvre l'accès aux applications de traitement cohérent de signaux à large bande. Dans un second temps, nous verrons comment nous avons stabilisé au kHz la fréquence d'émission d'une diode laser en cavité étendue, grâce à la méthode de Pound-Drever-Hall [24].

En annexes sont reportés les détails de calculs concernant la réponse d'un matériau à une impulsion lumineuse, ainsi que la détection des bruits affectant une source balayée en fréquence via un interféromètre déséquilibré.

# Chapitre 1

## Analyse spectrale de signaux radiofréquences

Ce chapitre est consacré à l'étude d'une architecture d'analyse spectrale de signaux radiofréquences (RF) originale développée au cours de cette thèse. Nous commencerons par un aperçu des technologies d'analyse spectrale actuelles, donnant leurs performances générales, avant de voir comment l'optique offre de nouvelles voies de recherche à fort potentiel dans ce domaine. Nous montrerons notamment que les cristaux dopés aux ions de terres rares peuvent être utilisés comme de véritables processeurs optiques pour l'analyse de signaux RF.

Lorsque ces matériaux sont refroidis, ils présentent des propriétés spectrales remarquables, qui ouvrent la voie à des processus *cohérents*, comme par exemple l'écho de photons. Nous aborderons ce phénomène sous différentes approches, et verrons comment adapter le processus d'excitation pour effectuer des opérations de transformation de Fourier. Nous étudierons alors le principe de notre analyseur spectral qui consiste à projeter le spectre du signal RF dans le temps. Puis nous présenterons le dispositif expérimental qui nous a permis de réaliser un démonstrateur se basant sur cette approche. Enfin, nous commenterons nos résultats.

## 1.1 Motivations

### 1.1.1 Introduction

Les signaux radiofréquences (RF), c'est à dire dont le spectre couvre la bande 0,1 - 10 GHz, sont des signaux de grand intérêt pour la radioastronomie ainsi que pour la communauté du RADAR. L'analyse spectrale instantanée de ces signaux sur une large bande représente une opération clef. Dans le cas de la radioastronomie, elle permet en effet d'identifier des raies atomiques ou moléculaires, et donc d'analyser la composition de milieux galactiques ou telluriques.

Par ailleurs, l'analyse spectrale à large bande donne la possibilité d'écouter simultanément plusieurs gammes d'émission de RADARS. Ces émissions sont généralement furtives et dispersées. L'analyse instantanée d'un large spectre est donc préférable, de manière à détecter avec certitude la présence éventuelle d'un RADAR, et avec suffisamment de précision pour en mesurer la fréquence d'émission. Ensuite, des dispositifs à bande étroite peuvent se verrouiller sur la fréquence détectée.

Une étape décisive consiste à réaliser une analyse spectrale couvrant environ 10 GHz avec une résolution de l'ordre du MHz, ce qui équivaut à 10 000 canaux spectraux indépendants. De plus, cette analyse doit pouvoir être effectuée en moins d'une milliseconde typiquement, avec une probabilité d'interception de 100 %, ce qui signifie qu'aucune partie du signal détecté ne doit être perdue. Enfin, les deux applications mentionnées plus haut nécessitent un système embarqué, qui doit donc être de taille raisonnable, et consommer peu d'énergie. Comme nous allons le voir, les technologies actuelles ne peuvent pas réunir tous ces critères dans un seul système, notamment en termes de bande passante et de résolution. L'optique présente des performances potentielles qui en font une alternative technologique très intéressante.

### 1.1.2 Aperçu des technologies actuelles d'analyse spectrale

#### Batterie de filtres électroniques

Comme le montre la figure 1.1, cette architecture utilise  $N$  filtres passe-bande de largeur  $\Delta f$  mis en parallèle, couvrant la bande spectrale à analyser. Le signal détecté est séparé en  $N$  voies, filtré, puis traité numériquement. La résolution de l'analyse correspond à la largeur  $\Delta f$  d'un filtre, et le nombre de canaux spectraux correspond au nombre  $N$  de filtres mis en jeu. En conséquence, bande passante et résolution sont fixes. Enfin, la mise en parallèle est limitée à quelques dizaines de voies, sans quoi le système devient complexe, consomme beaucoup et le rapport signal à bruit devient trop faible à cause de la division de la puissance du signal. Néanmoins, cette solution présente une grande

dynamique, qui surpasse celle des autres technologies, et son temps d'accès est rapide (limité par transformée de Fourier).

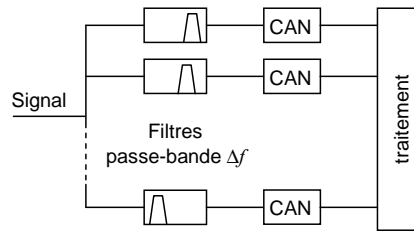


FIG. 1.1 – Principe de fonctionnement d'un analyseur de spectre à batterie de filtres (CAN : convertisseur analogique-numérique).

### Autocorrélateurs

Le spectre en puissance  $S_s(f)$  d'un signal  $s(t)$  est relié par transformée de Fourier à sa fonction d'autocorrélation  $R_s(\tau)$  :

$$R_s(\tau) = \langle s(t) \cdot s(t + \tau) \rangle \quad (1.1)$$

$$S_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_s(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \quad (1.2)$$

Les signes  $\langle \rangle$  représentent une moyenne temporelle. Une façon de remonter au spectre d'un signal  $s(t)$  consiste à réaliser l'autocorrélation de ce signal, avant d'en calculer la transformée de Fourier numérique (FFT). Pour obtenir  $R_s(\tau)$ , on multiplie le signal  $s(t)$  avec sa réplique décalée dans le temps  $s(t + \tau)$ , puis on moyenne temporellement ce produit. Cette étape d'intégration limite le temps de réponse du système, mais participe à une bonne dynamique d'analyse. Pratiquement, les valeurs de  $\tau$  sont discrétisées avec un pas  $\Delta\tau$  soit par des tronçons de ligne à retard (autocorrélateurs analogiques [25], figure 1.2(a)), soit par des registres à décalage (autocorrélateurs numériques [26], figure 1.2(b)).

**Autocorrélateur analogique** Dans un corrélateur analogique, le retard est naturellement produit par la propagation du signal  $s(t)$  sur une micro-piste. On fait circuler le signal  $s(t)$  sur deux pistes en sens contraire, et on prélève régulièrement le signal de chaque piste pour les multiplier entre eux. Le retard  $\Delta\tau$  correspond au retard induit par la propagation entre deux multiplieurs consécutifs. La multiplication se fait par l'intermédiaire d'un mélangeur, et le produit est ensuite moyenné puis numérisé. On dispose ainsi du produit d'autocorrélation  $R_s(\tau)$ , dont on peut ensuite calculer la FFT.

Le nombre de canaux spectraux  $N$  dépend du nombre d'étages de multiplication. Comme pour l'analyseur à batterie de filtres, ce nombre est limité par la mise en parallèle

(complexité, répartition de la puissance du signal d'entrée dégradant le rapport signal sur bruit). De même, le nombre de canaux et la bande passante (donnée par l'inverse du retard  $\Delta\tau$ ) sont fixes. Le grand point fort de cette architecture reste la bande passante instantanée qui peut atteindre plusieurs GHz.

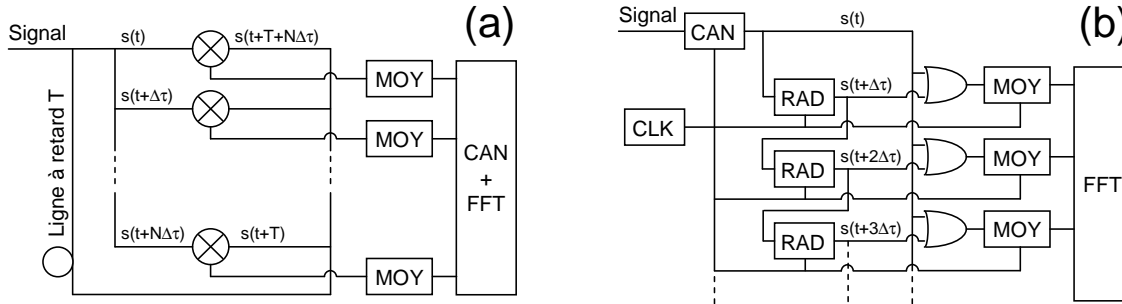


FIG. 1.2 – Principe de fonctionnement d'autocorrélateurs (a) analogique et (b) numérique (CAN : convertisseur analogique-numérique; MOY : moyennage; RAD : registre à décalage; CLK : horloge; FFT : transformée de Fourier numérique).

**Autocorrélateur numérique** Dans une architecture d'autocorrélation numérique, la première étape consiste à numériser le signal d'entrée  $s(t)$ . D'après le théorème de Shannon - Nyquist, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois plus grande que la bande passante d'analyse du système. Ensuite, une partie du signal passe par une série de  $N$  registres à décalage. À chaque coup d'horloge, un registre fournit un retard élémentaire  $\Delta\tau$ . Un composant logique effectue la multiplication entre le signal directement prélevé et le signal retardé. Puis on intègre ces produits avant de calculer la FFT.

Ce système est extrêmement flexible. Si le nombre de canaux  $N$ , qui correspond au nombre de registres à décalage, est fixe, on peut modifier la bande passante, et donc la résolution, en adaptant la fréquence de l'horloge. Il est alors possible de faire de l'analyse à large bande, ou à haute résolution. Par ailleurs, la dynamique du système peut être grande en n'utilisant que quelques bits de codage à l'entrée grâce au processus d'intégration temporelle de l'autocorrélation [27]. La principale limite réside néanmoins dans ce codage, puisque l'analyse de larges bandes passantes nécessite une fréquence d'échantillonnage élevée, et donc une consommation électrique importante. Ce critère de consommation est primordial dans les systèmes embarqués, pour lesquels la bande passante d'analyse est inférieure à 1 GHz, couvrant une centaine de canaux spectraux typiquement. Grâce à sa flexibilité, la résolution peut descendre sous le MHz.

## Systèmes acousto-optiques

Comme nous venons de le voir, l'électronique ne peut apporter un grand nombre de canaux d'analyse. Ce dernier est typiquement limité à une centaine. Pour augmenter ce nombre, certaines solutions hybrides ont été proposées. Elles se basent sur l'exploitation d'ondes acoustiques se propageant dans des cristaux. La combinaison de ces ondes au domaine de l'optique a donné naissance à plusieurs spectromètres dès les années 70 [28].

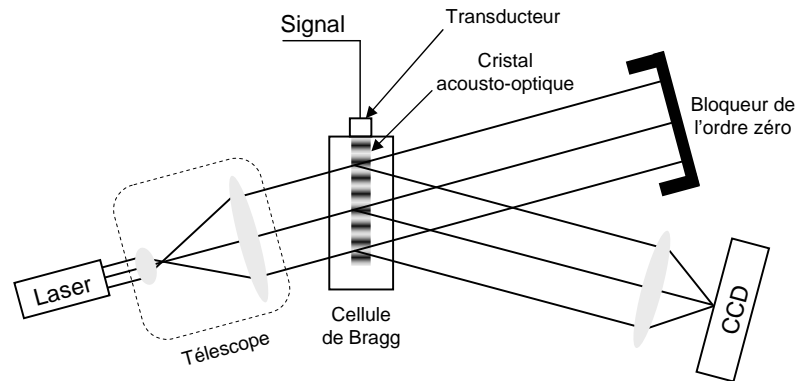


FIG. 1.3 – Principe de fonctionnement d'un analyseur de spectre acousto-optique.

La figure 1.3 présente le principe de fonctionnement d'un analyseur de spectre acousto-optique. Le signal RF est transféré dans une cellule de Bragg par un transducteur piezo-électrique. Ce dernier génère ainsi une onde acoustique qui déforme localement le cristal acousto-optique de la cellule, et crée une modulation d'indice. Lorsqu'on envoie un faisceau laser monochromatique sur cette cellule, celui-là est diffracté, associant une composante spectrale du signal RF à un angle de diffraction. On crée donc une projection spatiale du spectre RF, qu'on détecte ensuite à l'aide d'une barrette CCD.

Ce système présente d'excellentes caractéristiques spectrales. L'analyse peut couvrir une bande passante de 2 GHz environ, et le nombre de canaux dépasse le millier. Ces performances sont néanmoins limitées par le matériau, qui absorbe les ondes acoustiques de haute fréquence. La bande passante peut être augmentée en disposant plusieurs de ces dispositifs en parallèle, aux dépens de la simplicité de la conception, et de la puissance RF disponible [29]. Le détecteur CCD limite quant à lui la dynamique et le temps de réponse de l'analyse.

## Systèmes à dispersion d'ondes acoustiques de surface

D'autres systèmes utilisant des ondes acoustiques pour le traitement de signaux RF ont été développés. Ils mettent à profit la faible vitesse de propagation des ondes acoustiques dans les cristaux. En effet, une onde acoustique de surface se propage  $10^5$  fois moins



vite qu'une onde électromagnétique de même fréquence dans le vide. En choisissant un cristal piezoélectrique, il est possible de convertir le signal RF en une onde acoustique à l'aide d'électrodes implantées à la surface du matériau. On se sert de la faible vitesse de propagation de ces ondes pour créer des lignes à retard sur des composants de petite taille. Si à chaque composante spectrale on associe une distance de propagation, donc un retard spécifique, on peut disperser temporellement le spectre du signal. Grâce à ces lignes dispersives, on peut effectuer simplement l'opération de transformation de Fourier par l'algorithme de glissement de fréquence [30], et accéder ainsi au spectre du signal RF.

La figure 1.4 présente une ligne dispersive à ondes de surface. Le signal RF est transformé en une onde acoustique de surface par les électrodes interdigitées. Deux électrodes séparées par une distance  $d$  servent de résonateur pour un signal de longueur d'onde acoustique  $2d$ . La variation de  $d$  d'une paire d'électrodes à la suivante permet de générer des ondes acoustiques de longueur d'onde différentes, à différents endroits. Un jeu d'électrodes symétrique du jeu d'émission convertit les ondes de surface en signal électrique, avec la même condition de résonance. L'ensemble forme ainsi une ligne dispersive : les longueurs d'onde les plus longues parcourent une plus grande distance que les courtes longueurs d'onde [31]. Les systèmes utilisant ces lignes dispersives à ondes acoustiques de surface

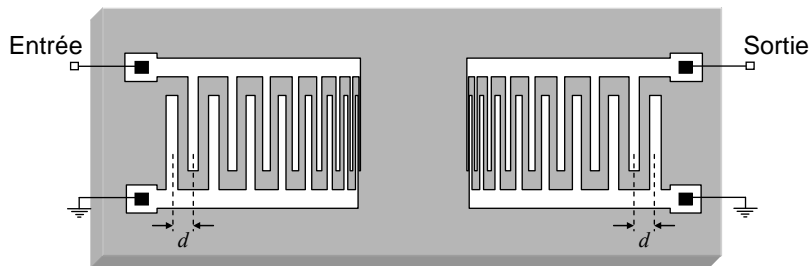


FIG. 1.4 – Principe de fonctionnement d'une ligne dispersive à ondes acoustiques de surface.

présentent de très bonnes performances, notamment en terme de nombre de canaux spectraux. La grande finesse avec laquelle on peut contrôler la dispersion donne accès à plusieurs milliers de canaux indépendants. De plus, l'opération de transformation de Fourier se fait instantanément. Mais comme pour les analyseurs acousto-optiques, l'absorption des ondes acoustiques de haute fréquence dans les matériaux limite la bande passante à quelques GHz.

### 1.1.3 Bilan

Les architectures d'analyse spectrale décrites précédemment sont limitées dans leurs performances, notamment en termes de nombre de canaux et de bande passante instan-

tanée. Les solutions électroniques offrent un nombre de canaux typiquement limité à la centaine, principalement pour des raisons technologiques. En contrepartie, la bande passante peut monter à plusieurs GHz, au détriment de la consommation, et la dynamique d'analyse dépasse généralement les 40 dB. Des spectromètres hybrides exploitant les ondes acoustiques donnent accès à plusieurs milliers de canaux spectraux, mais la bande passante est limitée à quelques GHz, à cause de l'absorption des ondes acoustiques dans les matériaux. Par ailleurs la dynamique de détection est généralement moins bonne que celle des méthodes électroniques.

Notons que les technologies présentées sont utilisées dans le domaine de la radio-astronomie. Une étude bibliographique plus complète est faite dans le manuscrit de thèse de doctorat de Vincent Lavielle [32]. En ce qui concerne les techniques d'analyse spectrale du domaine du RADAR, les documentations sont difficilement accessibles. On peut néanmoins supposer que les spectromètres embarqués possèdent des performances équivalentes. Les systèmes au sol ne sont pas limités en terme de consommation et de compacité, ce qui ouvre les portes à des technologies électroniques plus performantes.

Dans tous les cas, l'accès à des bandes passantes supérieures à 10 GHz et un nombre de canaux important passe par le développement de nouvelles architectures et de nouvelles technologies. En ce sens, l'optique présente un fort potentiel, du fait de sa capacité naturelle à traiter des signaux de large bande, ainsi qu'à effectuer des opérations complexes (transformation de Fourier, produit de corrélation...). Ainsi, certaines architectures optoélectroniques prometteuses sont en cours d'étude. Elles se basent sur les propriétés des matériaux à élargissement inhomogène, en particulier le phénomène de creusement spectral. Nous allons donc à présent introduire ces matériaux, puis nous présenterons une de ces architectures, qui fait actuellement l'objet de la thèse de Guillaume Gorju au laboratoire Aimé Cotton.

## 1.2 Matériaux à élargissement inhomogène

### 1.2.1 Elargissement inhomogène

L'élargissement inhomogène d'une transition atomique est lié à la dispersion des fréquences de résonance, sous l'effet de différents phénomènes. Dans les gaz, cet élargissement résulte principalement de l'effet Doppler ; dans les solides, il provient généralement de la présence d'impuretés et de défauts dans la structure cristalline. Ainsi, lorsqu'on vient doper une matrice par des centres absorbants, ces défauts font que chaque dopant voit un environnement légèrement différent des autres. Les inhomogénéités du champ cristallin déplacent sensiblement les niveaux d'énergie des dopants, et leur fréquence de résonance est distribuée de manière inhomogène. La distribution, souvent gaussienne, est caractérisée

par sa largeur inhomogène  $\gamma_{inh}$ .

La largeur de transition d'un centre actif individuel, appelée largeur homogène et notée par la suite  $\gamma_h$ , résulte quant à elle de différentes interactions. L'étendue de ces interactions peut être réduite par différents biais, notamment en abaissant la température du cristal. La largeur homogène s'affine alors considérablement tandis que la largeur inhomogène varie peu. Ainsi, le ratio  $\gamma_{inh}/\gamma_h$  peut atteindre plusieurs millions à la température de l'hélium liquide.

Les solides présentant des transitions à élargissement inhomogène ont des caractéristiques particulières, selon la nature de la matrice hôte et le type de centre absorbant. Nous distinguerons deux catégories, qui sont étudiées au laboratoire Aimé Cotton :

- les matrices amorphes (verres, polymères) dopées par des colorants, pour lesquels  $\gamma_h$  est de l'ordre de 100 MHz et  $\gamma_{inh}$  environ 1 THz [33],
- les cristaux inorganiques dopés par des ions, pour lesquels  $\gamma_h$  varie typiquement de 1 à 100 kHz et  $\gamma_{inh}$  de 1 à 100 GHz [34].

La seconde catégorie présente des ordres de grandeur de  $\gamma_{inh}$  et  $\gamma_h$  compatibles avec les performances recherchées pour la bande passante et la résolution d'un analyseur de spectre RF. Nous nous intéresserons par la suite à ce type de matériau.

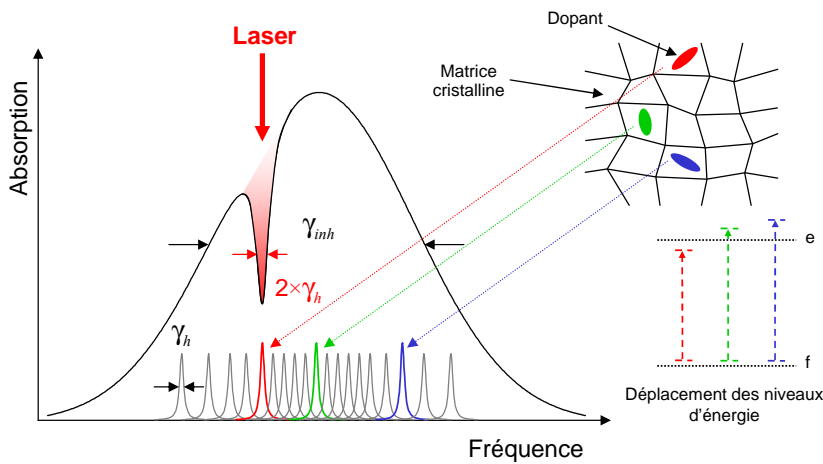


FIG. 1.5 – Élargissement inhomogène d'une transition d'un atome à deux niveaux inséré dans une matrice cristalline et creusement spectral.

### 1.2.2 Creusement spectral

L'irradiation d'un milieu à élargissement inhomogène par un rayonnement monochromatique excite sélectivement la classe de centres actifs en résonance avec la fréquence du rayonnement. Cette excitation vient transférer ces dopants vers le niveau supérieur de

la transition, indépendamment des autres dopants. Il apparaît alors dans le profil d'absorption du matériau un trou de largeur  $2\gamma_h$  à la fréquence d'excitation (voir figure 1.5) : c'est le phénomène de *creusement spectral*, ou *hole burning spectral*. En régime linéaire, la profondeur du trou, qui représente la quantité de dopants excités, est proportionnelle à l'énergie du rayonnement. Selon le système excité, le trou peut être permanent (mécanisme photochimique) ou transitoire (transfert de population).

Dans le cas d'ions dopant un cristal inorganique, c'est ce dernier mécanisme qui intervient. Le transfert de population peut être plus ou moins direct. Dans le cas simple d'un système à deux niveaux, les atomes passent de l'état fondamental à l'état excité, puis relaxent vers le niveau fondamental. La durée de vie du trou correspond alors à la durée de vie des populations dans le niveau excité. Il existe des cas plus complexes, faisant intervenir d'autres niveaux au cours de la relaxation. Considérons que l'excitation lumineuse transfère les populations vers le niveau supérieur de la transition. Ensuite, des mécanismes de relaxation peuvent transférer les ions vers un troisième niveau à la durée de vie plus longue. La durée de vie du trou correspond donc à la durée de vie de ce niveau réservoir, à partir duquel les ions relaxent finalement vers le niveau fondamental. Nous aurons l'occasion de rencontrer ces deux situations par la suite.

## 1.3 Cristaux dopés aux ions de terres rares

Du point de vue du traitement du signal, les cristaux dopés aux ions de terres rares présentent des caractéristiques spectrales particulièrement intéressantes. En effet, l'ordre de grandeur de  $\gamma_{inh}$  et  $\gamma_h$  se rapproche des performances d'analyse spectrale visées en termes de bande passante instantanée et de résolution, respectivement. Bien entendu, le choix de l'ion et de la matrice hôte influe grandement sur les performances potentielles des cristaux comme processeurs optiques.

### 1.3.1 Structure électronique

Les ions de terres rares, ou lanthanides, forment un groupe spécial d'éléments de la classification périodique, allant du cérium à l'ytterbium. Leur structure électronique commune est de la forme

$$(\text{cœur})^{46}5s^25p^64f^n5d^16s^2, \text{ avec } 1 \leq n \leq 13.$$

Les ions triplement ionisés perdent les électrons des sous-couches  $5d$  et  $6s$ . Les derniers niveaux d'énergie sont occupés par les électrons de la sous-couche  $4f$ , bien qu'elle soit plus interne que les sous-couches  $5s$  et  $5p$ . Les électrons des sous-couches  $5s$  et  $5p$  créent un écrantage pour les électrons  $4f$ , ce qui confère aux ions de terres rares triplement ionisés

des propriétés spectrales remarquables. Les transitions dipolaires électriques entre états  $4f$  sont interdites par parité pour l'ion seul. Lorsque l'ion est placé dans une matrice hôte, le champ cristallin lève partiellement cette interdiction en raison de mélanges avec les configurations  $4f^{(n-1)}5d$ , et les transitions  $4f-4f$  deviennent possibles. Ces transitions dites quasi-interdites possèdent une faible force de raie (de l'ordre de  $10^{-8}$ ) et une largeur naturelle très fine, grâce notamment à l'écrantage par les électrons des sous-couches  $5s$  et  $5p$  [35].

En considérant les interactions électroniques et le couplage spin-orbite, les états atomiques de l'ion libre sont les états propres de  $L^2$ ,  $S^2$ , et  $\vec{J}$ . Dans une configuration électronique donnée, le niveau d'énergie de l'ion libre  $^{2S+1}L_J$  est  $(2J + 1)$  fois dégénéré. En raison de l'écrantage des électrons  $4f$  par ceux des sous-couches  $5s$  et  $5p$ , le champ cristallin peut être traité comme une perturbation sur les niveaux de l'ion. Les nombres quantiques  $L$ ,  $S$  et  $J$  restent de bons nombres quantiques, et il en résulte que les spectres des ions en matrice cristalline ressemblent à ceux des ions libres. Cependant, la perturbation du champ cristallin lève la dégénérescence des multiplets  $^{2S+1}L_J$  de l'ion libre par effet Stark. Selon que l'ion possède un nombre pair ou impair d'électrons, cette levée de dégénérescence est respectivement complète ou partielle. Dans le dernier cas, les multiplets restants sont des doublets, dits doublets de Kramers, dont la dégénérescence ne peut être levée que par effet Zeeman [36]. Les exemples du thulium ( $\text{Tm}^{3+}$ ) et de l'erbium ( $\text{Er}^{3+}$ ) nous permettront d'aborder chacun des deux cas un peu plus loin.

### 1.3.2 Largeur homogène

#### Généralités

La largeur homogène d'une transition est définie par

$$\gamma_h = \frac{1}{\pi T_2}, \quad (1.3)$$

où  $T_2$  est le temps de vie des cohérences de la transition considérée. Dans le cas de nos cristaux, cette largeur dépend entre autres de processus d'interaction agissant comme des perturbations sur la phase de la polarisation atomique. On comprend alors que la durée de vie des cohérences est affectée, donc réduite, ce qui élargit  $\gamma_h$ . On dénombre généralement plusieurs contributions à cet élargissement :

$$\gamma_h = \gamma_{pop} + \gamma_{phonon} + \gamma_{ion-matrice} + \gamma_{ion-ion} + \gamma_{DS}. \quad (1.4)$$

Détaillons chacune de ces contributions.  $\gamma_{pop}$  est relié au temps de vie des populations  $T_1$  du niveau excité de la transition par

$$\gamma_{pop} = \frac{1}{2\pi T_1}. \quad (1.5)$$

Si on considère un ion complètement isolé, seule cette contribution détermine la largeur homogène. Pour avoir  $\gamma_h$  le plus petit possible, on a tout intérêt à choisir un ion pour lequel  $T_1$  est le plus grand. Les ions de terres rares, avec leurs transitions quasi-interdites, répondent favorablement à cette première condition.

### Phonons

Les phonons contribuent à l'élargissement homogène par l'intermédiaire de deux mécanismes : un processus direct à un phonon (ou processus d'Orbach) et un processus Raman à deux phonons [37]. Ces processus ont lieu principalement entre le niveau fondamental et le sous-niveau Stark immédiatement supérieur, séparés par une énergie  $\Delta E_{Stark}$ , qui est typiquement de quelques dizaines de  $\text{cm}^{-1}$ . Dans le cas du processus direct, la probabilité d'apparition varie en  $\exp(-\Delta E_{Stark}/kT)$ , où  $T$  est la température du cristal. Compte tenu du fait que les écarts entre sous-niveaux Stark dépendent de la matrice, l'importance de ce processus varie d'un matériau à l'autre pour un même ion. On peut en réduire l'impact en abaissant la température de travail : il devient généralement négligeable en dessous de 2-3 K.

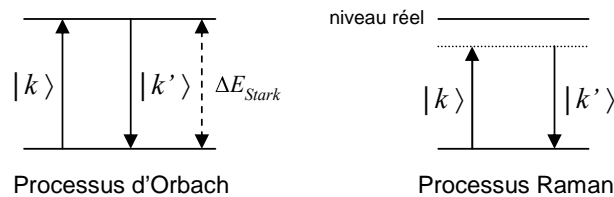


FIG. 1.6 – Schémas des processus d'Orbach et Raman de couplage par phonons entre deux sous-niveaux Stark séparés par une énergie  $\Delta E_{Stark}$ .  $|k\rangle$  et  $|k'\rangle$  représentent les vecteurs d'onde des phonons incidents et diffusés.

Dans le cas du processus Raman, la probabilité varie en  $(T/T_D)^7$  pour les ions non-Kramers et  $(T/T_D)^9$  pour les ions de Kramers, où  $T_D$  est la température de Debye (plusieurs centaines de Kelvins, variable selon les cristaux). Ce processus devient prédominant par rapport au processus direct lorsque l'écart  $\Delta E_{Stark}$  est grand (supérieur à  $100 \text{ cm}^{-1}$  typiquement). Cependant, sa forte décroissance avec la température le rend négligeable à quelques Kelvins.

### Interactions ion-matrice et ion-ion

Parmi les autres contributions à l'élargissement homogène, on retrouve les interactions entre les ions de terres rares et la matrice ( $\gamma_{ion-matrice}$ ), et entre les ions de terres rares eux-

mêmes ( $\gamma_{ion-ion}$ ). Ces deux types d'élargissement proviennent des fluctuations du champ magnétique local.

Dans le premier cas, ces fluctuations résultent des changements d'orientation des spins nucléaires des ions ligands. Le choix de la matrice hôte devient alors primordial : ses atomes doivent présenter de faibles spin et moment nucléaires ( $I$  et  $\mu$ ). Dans ce sens, les cristaux à base d'oxyde sont de meilleurs candidats que les matrices fluorées, comme le montre la table 1.1. Ainsi les matrices les plus utilisées sont  $Y_3Al_5O_{12}$  (YAG) et  $Y_2SiO_5$  (YSO). Pour plusieurs ions de terres rares, c'est dans cette dernière qu'ont été obtenues les largeurs homogènes les plus fines à basse température [38, 39].

Elément	$^{19}F$	$^{35}Cl$	$^{139}La$	$^{27}Al$	$^{29}Si$	$^{89}Y$	$^{16}O$
<b>I</b>	1/2	3/2	7/2	5/2	1/2	1/2	0
$\mu(\mu_N)$	2,63	0,82	2,78	3,64	-0,554	-0,137	0

TAB. 1.1 – Spins nucléaires  $I$  et moments magnétiques nucléaires  $\mu$  de quelques éléments intervenants comme ligands.

Les changements d'orientation des spins peuvent survenir en suivant deux processus, comme le présente la figure 1.7 :

- les basculements assistés par phonons, dans lesquels un retournement du spin s'accompagne de l'émission ou l'absorption d'un ou plusieurs phonons. La figure 1.7(a) montre le processus direct à un phonon ;
- les basculements de type *flip-flop*, où deux basculements de spins inverses et simultanés interviennent entre deux ions via interaction magnétique. Ils ont lieu à énergie constante.

En ce qui concerne les interactions ion-ion, elles proviennent principalement des basculements de spin électronique [40]. Elles sont particulièrement marquées pour les ions de Kramers, à cause de la dégénérescence des niveaux d'énergie, et élargissent dramatiquement  $\gamma_h$ . Dans ce cas, un basculement de type flip-flop peut survenir à l'intérieur du même doublet, sans déplacement des niveaux d'énergie. Afin de réduire leurs effets, il convient de travailler avec des cristaux faiblement dopés, de manière à ce que la distance d'interaction soit plus courte que la distance moyenne entre deux ions. On peut également appliquer un champ magnétique statique pour bloquer les spins électroniques des dopants, et lever la dégénérescence de Kramers par effet Zeeman. On limite alors les basculements de spin électronique.

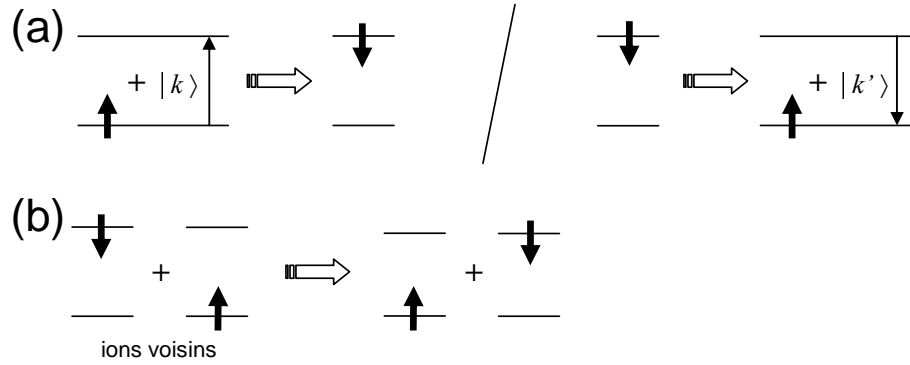


FIG. 1.7 – Schémas des processus de basculement de spins (a) assistés par un phonon (processus direct) et (b) de type flip-flop. Les flèches épaisses représentent un état de spin.  $|k\rangle$  et  $|k'\rangle$  représentent les vecteurs d'onde des phonons absorbés ou émis au cours du basculement du spin.

### Diffusion spectrale instantanée

Lorsqu'on excite des ions avec un rayonnement laser, on modifie l'interaction entre les ions et l'environnement local. Ceci contribue à un élargissement homogène induit par l'excitation elle-même. C'est ce qu'on appelle la *diffusion spectrale instantanée* ( $\gamma_{DS}$ ), également appelée "*excitation-induced spectral diffusion*" [41]. Cette diffusion intervient par couplage dipôle-dipôle entre ions. A nouveau, une faible concentration de dopants permet de limiter cette contribution. Expérimentalement, il faut également veiller à ce que les excitations lumineuses soient de faible intensité.

D'autres causes de diffusion spectrale peuvent apparaître après l'excitation optique, qui conduisent à un élargissement progressif de  $\gamma_h$ . Nous aurons l'occasion d'en reparler dans le deuxième chapitre de ce mémoire.

### 1.3.3 Cas du $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$

Le dopage d'une matrice YAG par des ions thulium  $\text{Tm}^{3+}$  se fait par substitution des ions d'yttrium  $\text{Y}^{3+}$ , dans des sites de basse symétrie  $D_{2h}$ . On dénombre six sites cristallins identiques, mais d'orientations distinctes [42]. On peut venir exciter ces sites indépendamment des autres avec une lumière polarisée linéairement orientée convenablement. Les atomes les plus proches sont les atomes d'oxygène, qui présentent un spin nucléaire nul. Les ions  $\text{Tm}^{3+}$  interagissent cependant avec l'aluminium qui possède un fort moment dipolaire magnétique, mais ces atomes sont plus éloignés dans la structure cristalline, et moins nombreux [43]. Le couplage magnétique avec la matrice reste faible.

La figure 1.8 présente un schéma des niveaux atomiques utiles du thulium. La dégéné-



rescence à l'intérieur des multiplets issus du couplage spin-orbite est entièrement levée par le champ cristallin de basse symétrie. La séparation entre les deux premiers sous-niveaux Stark est de  $27 \text{ cm}^{-1}$  et  $72 \text{ cm}^{-1}$  respectivement pour les multiplets  $^3\text{H}_6$  et  $^3\text{H}_4$  [44]. Comme nous l'avons vu, il est important que cette séparation soit aussi grande que possible de manière à limiter la densité d'états des phonons capables d'induire des transitions entre ces niveaux. Le cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  est de ce point de vue beaucoup moins favorable car le premier niveau Stark n'est qu'à quelques  $\text{cm}^{-1}$  du fondamental [45]. Grâce à ces propriétés, la transition entre les sous-niveaux Stark les plus bas des multiplets  $^3\text{H}_6$  et  $^3\text{H}_4$  pour un cristal de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  dopé à 0,5 % possède une largeur homogène d'environ  $150 \text{ kHz}$  à  $5 \text{ K}$  [46]. Cette largeur tombe dans le domaine de la dizaine de  $\text{kHz}$  à  $1,5 \text{ K}$ , et quelques  $\text{kHz}$  si le taux de dopage est en plus réduit à 0,1 % [43].

Associée à cette bonne résolution, la largeur inhomogène de la transition est de l'ordre de  $20 \text{ GHz}$ . On a donc une bande passante et une résolution très bien adaptées au traitement des signaux RF à large bande. Par ailleurs, le thulium ne possède pas de structure hyperfine dans un site de basse symétrie comme le YAG. Une telle structure est très gênante pour les applications car elle limite la bande passante effectivement disponible à la séparation entre niveaux hyperfins. En effet, dès qu'on creuse un trou dans la bande d'absorption apparaissent des trous et anti-trous latéraux à des distances correspondant à la structure hyperfine. Un ion comme le praséodyme est de ce point de vue inadapté car il possède une structure hyperfine de l'ordre du  $\text{MHz}$ .

La transition  $^3\text{H}_6 \leftrightarrow ^3\text{H}_4$  se situe à  $793 \text{ nm}$ , longueur d'onde accessible par des diodes laser. Le niveau  $^3\text{H}_4$ , dont la durée de vie est de  $500 \mu\text{s}$ , se désexcite préférentiellement vers le niveau  $^3\text{F}_4$ , en passant par le niveau  $^3\text{H}_5$  de courte durée de vie. Le niveau  $^3\text{F}_4$  relaxe ensuite par fluorescence vers le fondamental. Sa durée de vie est de l'ordre de  $10 \text{ ms}$ , ce qui permet d'allonger la durée de vie des trous d'absorption gravés.

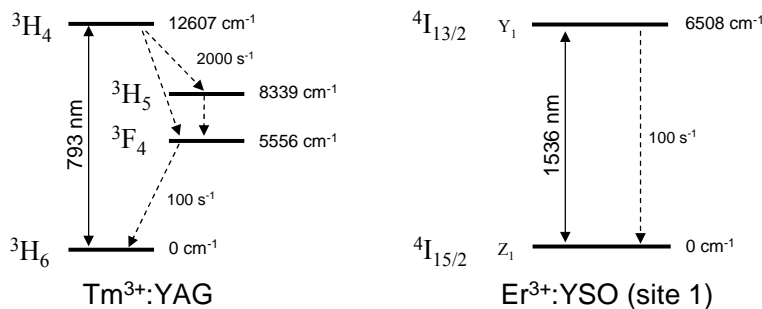


FIG. 1.8 – Schémas de niveaux des ions  $\text{Tm}^{3+}$  dans la matrice YAG et  $\text{Er}^{3+}$  dans la matrice YSO (site 1). Les flèches en pointillés indiquent les processus de relaxation.

### 1.3.4 Cas du $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$

En ce qui concerne les cristaux de  $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$ , le dopage se fait également par substitution des ions  $\text{Y}^{3+}$ , dans deux sites cristallins de symétrie  $C_1$  [47], aux propriétés cristallographiques différentes, contrairement aux sites occupés par les ions  $\text{Tm}^{3+}$  dans la matrice YAG. Les propriétés données ci-après concernent le site 1. En prenant la place des ions  $\text{Y}^{3+}$ , les atomes voisins de l'erbium sont alors l'oxygène et le silicium. Comme nous l'avons déjà vu, l'oxygène a un spin nucléaire nul, et le silicium n'a qu'un seul isotope présent à 4,6 % possédant un spin nucléaire  $I = 1/2$  et un faible moment magnétique. Les interactions magnétiques avec la matrice hôte sont donc essentiellement liées à l'yttrium [48], qui possède un moment magnétique nucléaire faible.

Cependant, l'erbium possède un nombre impair d'électrons, ce qui fait de lui un ion de Kramers. Les sous-niveaux Stark des multiplets  $^4\text{I}_{15/2}$  et  $^4\text{I}_{13/2}$  sont donc doublement dégénérés. Les écarts entre les premiers sous-niveaux Stark de ces multiplets sont de l'ordre de  $40 \text{ cm}^{-1}$  dans le YSO [49]. Dans le YAG, ces écarts sont de 22 et  $50 \text{ cm}^{-1}$  respectivement [50] : ces écarts plus faibles, les couplages ion-matrice avec l'aluminium et la dégénérescence de Kramers font que la durée de vie des cohérences  $T_2$  est très courte, 50 ns seulement (taux de dopage de 0,1 %). Dans le YSO, ce sont principalement les couplages ion-ion qui interviennent, et le temps de cohérence monte à  $3,7 \mu\text{s}$  pour un taux de dopage de 32 ppm [51]. Toutefois, ce temps de cohérence peut être considérablement augmenté par l'application d'un champ magnétique externe. Dans ce cas, la dégénérescence de Kramers est levée, et si le champ est suffisamment fort pour que la séparation entre sous-niveaux Zeeman devienne grande devant l'énergie thermique, les fluctuations de spin électronique sont gelées, et on peut atteindre des temps de cohérence très longs. Ainsi le cristal  $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  possède la largeur homogène la plus étroite jamais rapportée, avec seulement 73 Hz, à 1.5 K, un taux de dopage de 0,001 % et un champ magnétique de 7 Teslas [39].

L'énorme avantage de l'ion erbium réside dans la longueur d'onde d'excitation de la transition  $^4\text{I}_{15/2} \leftrightarrow ^4\text{I}_{13/2}$ , qui se situe autour de  $1,5 \mu\text{m}$  dans la fenêtre télécom. On dispose ainsi de toute la technologie de lasers, amplificateurs optiques, modulateurs rapides, etc., généralement développée dans des composants fibrés. Dans le YSO la transition est centrée à 1536 nm. Le niveau  $^4\text{I}_{13/2}$  relaxe radiativement vers le fondamental. C'est donc un système à deux niveaux. La durée de vie du niveau excité est de l'ordre de 10 ms [49, 52].

L'inconvénient du YSO est que la largeur inhomogène de l'ion erbium n'y est que de 0,5 GHz. Elle peut être étendue en appliquant un gradient de champ magnétique. Avec un coefficient Zeeman électronique de 20 GHz/Tesla, un gradient de 0,5 Tesla pour un champ moyen de 1,5 Tesla produirait une bande de 10 GHz. Par ailleurs, d'autres structures cristallines sont à l'étude pour élargir  $\gamma_{inh}$ . Ainsi, un co-dopage avec des ions  $\text{Eu}^{3+}$

augmente la largeur inhomogène jusqu'à 10 GHz, mais s'accompagne également d'un léger accroissement de la largeur homogène [T. Böttger, communication privée]. D'autres matrices présentent des largeurs inhomogènes plus grandes, comme le YAG ( $\gamma_{inh} \sim 30$  GHz) ou le  $\text{LiNbO}_3$  ( $\gamma_{inh} \sim 250$  GHz) [39]. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, la matrice de YAG conduit à une augmentation de  $\gamma_h$ . Le  $\text{LiNbO}_3$  a été quant à lui encore peu étudié dans ce contexte.

### 1.3.5 Une solution optique pour l'analyse spectrale de signaux RF

Comme nous venons de le voir, les propriétés spectrales des cristaux dopés aux ions de terres rares offrent un potentiel fort pour l'analyse spectrale de signaux RF. Les largeurs inhomogène et homogène peuvent être perçues comme la bande passante instantanée et la résolution du système, respectivement. A titre d'exemple, un cristal de Tm :YAG peut présenter une bande passante de 20 GHz, et plus de 10 000 canaux spectraux indépendants.

Plusieurs architectures électro-optiques se basant sur ces cristaux ont été validées [20, 22, 16]. Nous introduisons l'une d'entre elles, qui utilise un cristal de Tm :YAG comme une plaque photographique spectrale, grâce au creusement spectral. Ce projet est l'objet de la thèse de Guillaume Gorju. Si le spectre du rayonnement entre en coïncidence avec la transition d'un matériau à élargissement inhomogène, il peut être enregistré fidèlement dans le profil d'absorption, tant que l'intensité lumineuse ne sature pas la transition.

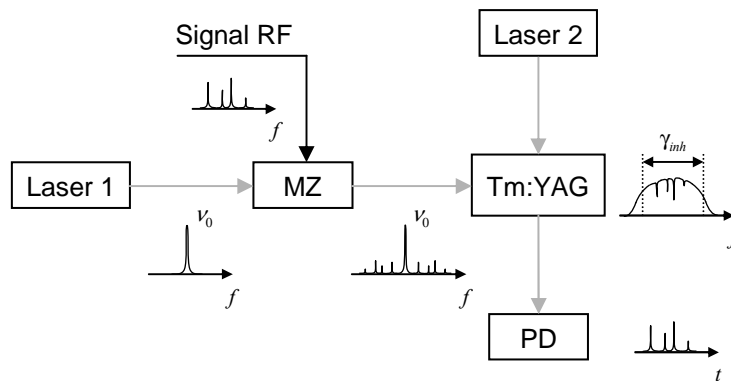


FIG. 1.9 – Principe de fonctionnement de l'analyseur spectral de signaux RF par photographie spectrale (MZ : modulateur Mach-Zehnder ; PD : photodiode).

Le principe de cet analyseur est décrit sur la figure 1.9. Supposons donc que nous éclairons un cristal de Tm :YAG avec un laser de fréquence fixe  $\nu_0$  (laser 1), modulé par un signal RF à analyser. Le spectre RF est alors transféré aux pieds de la porteuse optique. On accorde la fréquence du laser de manière à ce que le spectre RF soit dans la

bande d'absorption du cristal. On vient donc graver ce spectre dans le profil d'absorption, sur une bande passante  $\gamma_{inh}$ , et avec une résolution  $\gamma_h$ . Chaque classe d'ions va voir une composante du spectre RF et son absorption va être modifiée en fonction de la densité spectrale de puissance dans cette composante. Cet enregistrement va persister pendant un temps correspondant à la durée de vie de l'excitation du matériau. Après cette étape de gravure, on vient sonder le profil d'absorption déformé par le spectre RF à l'aide d'un laser dont la fréquence est balayée dans le temps (laser 2). Le spectre RF est finalement projeté dans le temps, et on le détecte à l'aide d'une photodiode. Un premier démonstrateur d'une bande passante de 10 GHz et d'une résolution sub-MHz a été publié [16, 21]. Il démontre bien la capacité de l'optique à traiter les signaux RF. D'autres méthodes sont en cours d'étude au laboratoire. Mon travail de thèse a porté sur le développement d'une analyse spectrale utilisant des techniques de réponses cohérentes : les échos de photons.

## 1.4 Échos de photons

Le processus d'écho de photons est un phénomène très particulier de l'interaction matière-rayonnement, caractéristique des matériaux à élargissement inhomogène possédant un long temps de vie des cohérences [53]. Après une séquence d'excitation, le milieu fournit une impulsion lumineuse décalée temporellement de l'excitation. Cette réponse cohérente est l'analogie optique de l'écho de spins [54]. Elle est la base de nouvelles méthodes de traitement optique du signal [9].

### 1.4.1 Étude théorique

#### Cadre d'étude : équations de Bloch optiques

On considère une matrice solide transparente dans laquelle sont dispersés des centres absorbants, décrits comme des systèmes à deux niveaux en interaction avec une onde lumineuse progressive (figure 1.10) représentée par son champ électrique  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  défini par

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(t) e^{i(2\pi\nu_0 t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \hat{e} + c.c. \quad (1.6)$$

$\mathcal{E}(t)$ ,  $\nu_0$  et  $\vec{k}$  sont respectivement l'amplitude complexe, la fréquence et le vecteur d'onde du champ électrique lumineux. Dans la suite, on suppose que la direction de polarisation  $\hat{e}$  est fixée : on considèrera donc des champs scalaires.

Les dopants sont supposés indépendants et sans interaction mutuelle. En l'absence d'excitation, les atomes dopants sont dans l'état fondamental  $|1\rangle$ . On définit les grandeurs suivantes :

$$\begin{cases} \Gamma_{pop} = T_1^{-1} = 2\pi\gamma_{pop} \\ \Gamma_{coh} = T_2^{-1} = \pi\gamma_h \end{cases}$$

$\Gamma_{pop}$  est le taux de relaxation des populations en  $|2\rangle$  vers  $|1\rangle$  après excitation. De même,  $\Gamma_{coh}$  est le taux de relaxation de la relation de phase entre  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . Ces taux de relaxation s'expriment en  $s^{-1}$ , et non en Hz, comme c'est le cas pour  $\gamma_{pop}$  et  $\gamma_h$  définis par les équations (1.5) et (1.3).

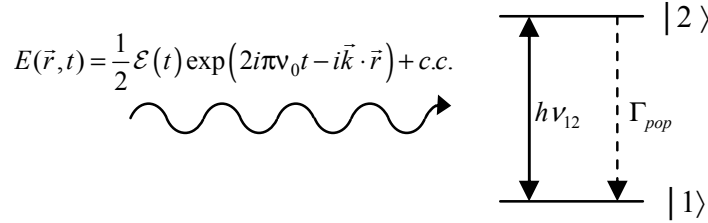


FIG. 1.10 – Système à deux niveaux en interaction avec un champ électrique lumineux.

L'état interne de l'atome est une combinaison linéaire des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . L'évolution de l'ensemble des atomes en interaction avec  $E$  est décrite par l'équation d'évolution de la matrice densité  $\rho$  [55] :

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{relax}. \quad (1.7)$$

$H$  est le hamiltonien du système donné par  $H = H_0 - \vec{D} \cdot \vec{E}$ , où  $H_0$  est l'opérateur hamiltonien de l'ion libre, et  $\vec{D}$  est le moment dipolaire électrique associé à la transition atomique. Le second terme de l'équation (1.7) regroupe phénoménologiquement les termes de relaxation associés aux populations (taux de relaxation  $\Gamma_{pop}$ ) ainsi qu'aux cohérences (taux de relaxation  $\Gamma_{coh}$ ). Dans l'approximation de l'onde tournante, le système peut se mettre sous la forme

$$\begin{cases} \dot{n}_{12} = i(\Omega(t) \tilde{\rho}_{21} - \Omega^*(t) \tilde{\rho}_{12}) - \Gamma_{pop} (n_{12} - n_{12}^{(0)}) \\ \dot{\tilde{\rho}}_{12} = -\frac{i}{2}\Omega(t) n_{12} + i(2\pi\Delta - \Gamma_{coh}) \tilde{\rho}_{12} \end{cases} \quad (1.8)$$

où \* représente le complexe conjugué, et où on a introduit les notations suivantes :

$$\begin{cases} n_{12} = \rho_{11} - \rho_{22} \\ \tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} \exp(-2\pi i\nu_0 t + i\vec{k} \cdot \vec{r}) = \tilde{\rho}_{21}^* \\ \Omega(t) = \frac{\mu_{12} \mathcal{E}(t)}{\hbar} \\ \Delta = \nu_{12} - \nu_0 \end{cases}$$

$n_{12}$  représente la différence de population entre les niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . En particulier, si  $n_{12} = +1$ , tous les atomes sont dans le niveau fondamental, si  $n_{12} = -1$ , tous les atomes sont dans l'état excité, et si  $n_{12} = 0$ , les populations sont équitablement réparties entre

les niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ .  $n_{12}^{(0)}$  représente la différence de population du cristal au repos.  $\tilde{\rho}_{12}$  correspond à l'expression des cohérences dans le référentiel tournant.  $\Omega(t)$  est la fréquence de Rabi, qui traduit le couplage de la matière avec le champ électrique, via l'élément de la matrice dipolaire électrique de la transition  $\mu_{12} = -\langle 1 | \vec{D} \cdot \hat{e} | 2 \rangle$ . Enfin,  $\Delta$  représente le désaccord entre la fréquence de transition  $\nu_{12}$  et la fréquence de l'excitation  $\nu_0$ .

L'intégration du système (1.8) à partir de l'instant  $t_0$  mène au système d'équations intégrales suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{12}(t) = n_{12}^{(0)} + \left( n_{12}(t_0) - n_{12}^{(0)} \right) e^{-\Gamma_{pop}(t-t_0)} \\ \quad + i \int_{t_0}^t (\Omega(t') \tilde{\rho}_{21}(t') - \Omega^*(t') \tilde{\rho}_{12}(t')) e^{-\Gamma_{pop}(t-t')} dt' \\ \tilde{\rho}_{12}(t) = \tilde{\rho}_{12}(t_0) e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})(t-t_0)} - \frac{i}{2} \int_{t_0}^t \Omega(t') n_{12}(t') e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})(t-t')} dt' \end{array} \right. \quad (1.9)$$

### Echo de photons

L'objectif de cette partie est la résolution du système (1.9) à l'ordre le plus bas de perturbation. De plus, nous nous plaçons en configuration d'écho de photons, c'est à dire que les impulsions excitatrices sont séparées temporellement. Plus précisément, nous étudions l'écho de photons *stimulé*, qui résulte d'une excitation cohérente par trois impulsions lumineuses de durée  $\tau_i$ , que nous décrivons par les champs  $E_i(\vec{r}, t)$  donnés par

$$E_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_i(t - t_i) e^{i(2\pi\nu_0 t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} + c.c. \quad (1.10)$$

L'indice  $i$  renvoie à la  $i$ -ème impulsion.  $\mathcal{E}_i(t - t_i)$  représente l'amplitude complexe du champ, traduisant notamment sa forme temporelle, et le début de l'interaction avec le matériau  $t_i$ . L'absence de dépendance en  $\vec{r}$  dans  $\mathcal{E}_i$  suppose que l'échantillon est optiquement mince. Chaque impulsion se propage dans la direction  $\vec{k}_i$ . Pour que le calcul soit perturbatif, on considère que le champ exciteur est faible, ce qui se traduit par la condition suivante sur l'aire des impulsions :

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_i(t) dt \right| \equiv \theta_i \ll 1. \quad (1.11)$$

Avant excitation, on suppose les atomes dans le niveau fondamental et les cohérences nulles ( $\rho_{22} = \rho_{12} = \rho_{21} = 0$ ).

À  $t = t_1$ , on applique une impulsion dans la direction  $\vec{k}_1$ . Au premier ordre, on ne s'intéresse qu'à l'équation sur  $\tilde{\rho}_{12}$ , car le terme d'intégrale dans l'équation sur les populations est nul. Pour une valeur donnée  $\Delta$  du désaccord, les cohérences évoluent selon

$$\tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\Delta, t) = -\frac{i\mu_{12}}{2\hbar} n_{12}^{(0)} \int_{t_1}^t \mathcal{E}_1(t' - t_1) e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})(t-t')} dt'. \quad (1.12)$$

L'intégrale fait penser à une expression de transformée de Fourier, mais ses bornes ne tendent pas vers l'infini. Or on considère des impulsions de durée finie  $\tau_i$ . L'amplitude du champ  $\mathcal{E}_1$  est donc nulle en dehors des bornes d'intégration, dès que  $t > \tau_1$ . Aussi peut-on étendre ces bornes de  $-\infty$  à  $+\infty$ . De plus, si on suppose que les cohérences n'évoluent pas pendant l'impulsion ( $\Gamma_{coh}\tau_1 \ll 1$ ), on a finalement

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\Delta, t) &= -\frac{i\mu_{12}n_{12}^{(0)}}{2\hbar} \tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) e^{(2\pi i\Delta - \Gamma_{coh})(t-t_1)} \\ \text{avec } \tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}_1(t) e^{-2\pi i\Delta t} dt. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Dans cette équation, on remarque que l'excitation crée des cohérences qui évoluent librement avec un facteur de phase  $e^{2\pi i\Delta t}$  dépendant du désaccord entre la fréquence excitatrice et la fréquence de résonance de la classe d'atomes considérée. Ces cohérences relaxent avec le taux  $\Gamma_{coh}$ . On note également que si  $n_{12}^{(0)}$  est nul (cas de la transition blanchie), aucune cohérence n'est créée. Ces cohérences sont responsables du rayonnement de précession libre [53], que nous n'aborderons pas ici.

À  $t = t_2$ , on envoie une deuxième impulsion dans une direction  $\vec{k}_2$ , qui peut être différente de  $\vec{k}_1$ . On définit alors la fréquence de Rabi  $\Omega_2$  de cette impulsion par

$$\Omega_2(\vec{r}, t) = \frac{\mu_{12} \mathcal{E}_2(t - t_2)}{\hbar} e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} \quad (1.14)$$

puisque le référentiel tournant est associé à la première impulsion de direction  $\vec{k}_1$ . L'ordre de perturbation le plus bas concerne maintenant les populations  $n_{12}$ . On s'intéresse ici à l'évolution  $\delta n_{12}(t) = n_{12}^{(2)}(t) - n_{12}^{(0)}$ . Puisque les populations n'ont pas été modifiées par la première impulsion ( $n_{12}(t_2) = n_{12}^{(0)}$ ), on a

$$\delta n_{12}(\vec{r}, \Delta, t) = i \int_{t_2}^t \left( \Omega_2(\vec{r}, t') \tilde{\rho}_{21}^{(1)}(\Delta, t') - \Omega_2^*(\vec{r}, t') \tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\Delta, t') \right) e^{-\Gamma_{pop}(t-t')} dt'. \quad (1.15)$$

En développant les termes  $\tilde{\rho}_{12}^{(1)}$ , et avec les approximations sur la durée des impulsions ( $\Gamma_{coh}\tau_2 \ll 1$ ), on peut sortir le terme exponentiel de l'intégrale. Après extinction de  $\mathcal{E}_2$  il vient finalement

$$\begin{aligned} \delta n_{12}(\vec{r}, \Delta, t) &= -\frac{n_{12}^{(0)} \mu_{12}^2}{2\hbar^2} e^{-\Gamma_{coh}t_2} e^{-\Gamma_{pop}(t-t_2)} \times \\ &\quad \left( \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta) e^{-2\pi i\Delta t_2} e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} + c.c. \right). \end{aligned} \quad (1.16)$$

Cette deuxième impulsion vient enregistrer le déphasage accumulé par les cohérences depuis la première impulsion sous la forme d'un réseau de population spectral et spatial, de pas respectifs  $1/t_2$  et  $2\pi/|\vec{k}_1 - \vec{k}_2|$ , où  $t_2 = t_2 - t_1$ . L'amplitude de ce réseau est déterminée

par le terme d'interférences spectrales  $\tilde{\mathcal{E}}_1^*(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta)$  entre les impulsions. Comme il s'agit d'un réseau de population, il relaxe avec un taux  $\Gamma_{pop}$ .

À  $t = t_3$ , on envoie une troisième et dernière impulsion de direction  $\vec{k}_3$  sur le milieu. Sa fréquence de Rabi  $\Omega_3$  est définie en fonction de  $\mathcal{E}_3$  comme dans l'équation (1.14). Cette impulsion vient sonder le réseau de population et se diffracter sur celui-ci. L'ordre le plus bas de perturbation concerne à nouveau les cohérences, qui deviennent

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^{(3)}(\vec{r}, \Delta, t) &= \tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\Delta, t_3) e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})(t-t_3)} \\ &\quad - \frac{i}{2} \int_{t_3}^t \Omega_3(\vec{r}, t') n_{12}^{(2)}(t') e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})(t-t')} dt'. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Le premier terme de cette équation correspond à l'évolution des cohérences créées par la première impulsion. Compte tenu de sa décroissance, on peut considérer que ce terme est négligeable dès lors que  $t_3 - t_2 > T_2$ . Ensuite, dans l'intégrale, on trouve le terme  $n_{12}^{(2)}(t)$ , que nous avons écrit sous la forme  $n_{12}^{(0)} + \delta n_{12}(t)$ . Le facteur  $n_{12}^{(0)}$  est constant, et il va générer des cohérences comme dans l'équation (1.13). On va donc s'intéresser au rôle de  $\delta n_{12}(t)$  à un instant  $t$  postérieur à l'extinction de l'impulsion  $\mathcal{E}_3$ . Par la même méthode que celle utilisée pour l'obtention de l'équation (1.13), on a

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^{(3)}(\vec{r}, \Delta, t) &= \frac{i n_{12}^{(0)} \mu_{12}^3}{4\hbar^3} e^{-\Gamma_{coh} t_{12}} e^{-\Gamma_{pop}(t_3-t_2)} e^{-\Gamma_{coh}(t-t_3)} \tilde{\mathcal{E}}_3(\Delta) e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_3) \cdot \vec{r}} \times \\ &\quad \left[ \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta) e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} e^{2\pi i \Delta(t-t_2-t_3)} + \tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2^*(\Delta) e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} e^{2\pi i \Delta(t+t_2-t_3)} \right]. \end{aligned} \quad (1.18)$$

On remarquera qu'en s'intéressant au signal obtenu *après* extinction du champ exciteur, on élimine la composante dispersive de la réponse atomique. A ces cohérences sont associées une polarisation macroscopique  $P = Tr(\mathcal{N} \mu \rho)$ , qui peut se mettre sous la forme

$$P(\vec{r}, t) = \mathcal{N} \mu_{12} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu_{12}) (\rho_{12}(\nu_{12}) + \rho_{21}(\nu_{12})) d\nu_{12}, \quad (1.19)$$

où  $\mathcal{N}$  et  $\mathcal{G}_{inh}(\nu_{12})$  représentent respectivement le nombre d'atomes excités et le profil inhomogène de la transition. Compte tenu du fait que  $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ , nous allons juste nous intéresser à  $\rho_{12}$ , et en se souvenant que  $\rho_{12} = \tilde{\rho}_{12} \exp(2\pi i \nu_0 t - i \vec{k}_1 \cdot \vec{r})$ , on obtient

$$\begin{aligned} P(\vec{r}, t) &= \mathcal{N} \frac{i \mu_{12}^4 n_{12}^{(0)}}{4\hbar^3} e^{-\Gamma_{coh} t_{12}} e^{-\Gamma_{pop} t_{23}} e^{-\Gamma_{coh}(t-t_3)} e^{2\pi i \nu_0 t - i \vec{k}_3 \cdot \vec{r}} \times \\ &\quad \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_3(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta) e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} e^{2\pi i \Delta(t-t_2-t_3)} d\Delta \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_3(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2^*(\Delta) e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} e^{2\pi i \Delta(t+t_2-t_3)} d\Delta \right] + c.c. \end{aligned} \quad (1.20)$$

On reconnaît dans les intégrales des transformées de Fourier. On suppose que le spectre des impulsions est beaucoup plus petit que la largeur inhomogène de la transition. On



peut donc négliger le profil  $\mathcal{G}_{inh}$ , et ne considérer que sa valeur à la fréquence optique  $\mathcal{G}_{inh}(\nu_0)$ . En effectuant ces transformations de Fourier, la polarisation devient

$$\begin{aligned}
 P(\vec{r}, t) &= \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4 n_{12}^{(0)}}{4\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) e^{-\Gamma_{coh} t_{12}} e^{-\Gamma_{pop} t_{23}} e^{-\Gamma_{coh}(t-t_3)} e^{2\pi i \nu_0 t - i\vec{k}_3 \cdot \vec{r}} \times \\
 &\quad \left[ \mathcal{E}_1^*(-t) \otimes \mathcal{E}_2(t) \otimes \mathcal{E}_3(t) \otimes \delta(t - t_{12} - t_3) e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} \right. \\
 &\quad \left. + \mathcal{E}_1(t) \otimes \mathcal{E}_2^*(-t) \otimes \mathcal{E}_3(t) \otimes \delta(t + t_{12} - t_3) e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} \right] + c.c.
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

où  $\otimes$  représente le produit de convolution. Les deux termes de convolutions croisées correspondent à des polarisations rayonnant autour des instants  $t = t_3 + t_{12}$  et  $t = t_3 - t_{12}$ . Or pour calculer les cohérences créées par la troisième impulsion, nous avons considéré leur évolution à partir de  $t = t_3$ . La polarisation rayonnée par le second terme apparaît donc *avant* la troisième impulsion, ce qui viole le principe de causalité et notre hypothèse d'étude (observation après la fin du champ excitateur  $\mathcal{E}_3$ ). Ce terme n'a pas de sens physique, et nous devons donc ne pas le considérer. Finalement il reste

$$\begin{aligned}
 P(\vec{r}, t) &= \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4 n_{12}^{(0)}}{4\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) e^{-\Gamma_{coh} t_{12}} e^{-\Gamma_{pop} t_{23}} e^{-\Gamma_{coh}(t-t_3)} e^{2\pi i \nu_0 t} e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \cdot \vec{r}} \times \\
 &\quad \mathcal{E}_1^*(-t) \otimes \mathcal{E}_2(t) \otimes \mathcal{E}_3(t) \otimes \delta(t - t_{12} - t_3) + c.c.
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Ce terme de polarisation joue le rôle de terme source dans l'équation d'onde du champ  $E_r$  rayonné par le matériau :

$$\Delta E_r - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_r}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \tag{1.23}$$

Nous allons nous intéresser au champ émis dans la direction  $\vec{k}_e = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ , le long de laquelle nous définissons l'axe  $Oz$ . On pose également  $t' = t - t_{12} - t_3$ , de manière à centrer le temps d'étude en  $t' = 0$ . Nous cherchons une solution à cette équation de la forme

$$E_r(z, t') = \frac{1}{2} \mathcal{E}_r(z, t') \exp(2\pi i \nu_0 t' - ik_r z) + c.c. \quad \text{avec } k_r = \frac{2\pi \nu_0}{c}. \tag{1.24}$$

De même que pour le champ  $E$ , on décompose la polarisation  $P$  en une enveloppe complexe, et un terme oscillant :

$$P(z, t') = \frac{1}{2} \mathcal{P}(t') \exp(2\pi i \nu_0 t' - ik_e z) + c.c. \tag{1.25}$$

En utilisant l'hypothèse de l'enveloppe lentement variable, et en linéarisant l'équation d'onde, on obtient

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial z} = -2\pi i \nu_0 \mu_0 c \mathcal{P}(t') e^{-i(k_e - k_r)z}. \tag{1.26}$$

Il reste à intégrer cette équation le long de l'axe  $z$ , dans le matériau. On suppose que l'amplitude de la polarisation  $\mathcal{P}$  ne dépend pas de la coordonnée  $z$  (cas de l'échantillon optiquement mince). En  $z = 0$ , le champ rayonné est nul, et on calcule le champ sur la face de sortie de l'échantillon  $\mathcal{E}_r(z = L, t')$  :

$$\mathcal{E}_r(z = L, t') = -2\pi i \nu_0 \mu_0 c \mathcal{P}(t') \int_0^L e^{-i(k_e - k_r)z} dz. \quad (1.27)$$

Après calcul de l'intégrale, et injection de la polarisation macroscopique  $P$  calculée en (1.22), on obtient finalement

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_r(z = L, t') = & 2\pi \nu_0 \mu_0 c \mathcal{N} L \frac{\mu_{12}^4 n_{12}^{(0)}}{4\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) \mathcal{E}_1^*(-t') \otimes \mathcal{E}_2(t') \otimes \mathcal{E}_3(t') \times \\ & e^{-\Gamma_{coh}(t' + 2t_{12})} e^{-\Gamma_{pop} t_{23}} \times \\ & e^{-i(k_e - k_s)\frac{L}{2}} \text{sinc}\left(\left(k_e - k_s\right)\frac{L}{2}\right) + c.c. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Ce champ rayonné est l'écho de photon, qui apparaît à un temps  $t_{12}$  après la troisième impulsion, donc *après la fin de la séquence d'excitation*. Le moment d'apparition de cet écho correspond à la remise en phase des cohérences induites par la troisième impulsion.

## 1.4.2 Discussion

### Caractéristiques de l'écho de photons

Dans l'expression (1.28), nous distinguons trois termes. La première ligne représente l'enveloppe du champ rayonné. Cette enveloppe temporelle dépend directement de celle des champs excitateurs  $\mathcal{E}_1(t)$ ,  $\mathcal{E}_2(t)$  et  $\mathcal{E}_3(t)$ . On peut donc jouer sur la forme des impulsions excitatrices pour mettre en forme l'écho de photons. En particulier, on remarque que le spectre du champ rayonné est proportionnel au produit des spectres excitateurs  $\tilde{\mathcal{E}}_1(\nu)^* \cdot \tilde{\mathcal{E}}_2(\nu) \cdot \tilde{\mathcal{E}}_3(\nu)$ . Cette propriété est essentielle du point de vue du traitement du signal : c'est notamment grâce à elle que nous pouvons réaliser des opérations de transformation de Fourier, comme nous le verrons plus tard. De plus, l'intensité détectée varie en  $\mathcal{N}^2 L^2$ , donc comme le carré du nombre d'atomes excités et de la longueur du cristal. On a donc intérêt à travailler dans un cristal long, ainsi qu'avec des faisceaux laser larges. Mais ce dernier aspect implique également une densité d'énergie plus faible par atome pour une puissance lumineuse donnée. Il y a donc un compromis concernant le choix de la taille du faisceau dans le cristal. Par ailleurs, l'hypothèse d'un cristal long sort du cadre du modèle, puisqu'on ne peut plus négliger l'absorption.

Sur la deuxième ligne, on reconnaît deux termes de relaxation : un premier en  $2\Gamma_{coh} t_{12}$ , et un second en  $\Gamma_{pop} t_{23}$ . Le premier terme provient de la relaxation des cohérences créées

par les impulsions 1 et 3. Il dépend donc du délai  $t_{12}$  entre les impulsions 1 et 2 puis entre l'impulsion 3 et l'écho, ce qui explique la présence du facteur 2. Le second terme correspond à la relaxation du réseau de population gravé par les impulsions 1 et 2. Il dépend donc du temps  $t_{23}$ . Les temps  $t_{12}$  et  $t_{23}$  sont des paramètres expérimentaux facilement ajustables. Lorsqu'on détecte l'intensité de l'écho, cette quantité varie en  $\exp(-4\Gamma_{coh}t_{12})$  et en  $\exp(-2\Gamma_{pop}t_{23})$ . On remonte ainsi facilement aux taux de relaxation des cohérences et des populations, donc aux temps  $T_2$  et  $T_1$  respectivement. L'écho de photons est une technique de spectroscopie particulièrement adaptée à la mesure de ces temps caractéristiques.

Enfin, la troisième ligne montre un terme d'accord de phase. En effet, le réseau de population inscrit par les deux premières impulsions possède une composante spatiale, de pas  $2\pi/|\vec{k}_1 - \vec{k}_2|$ . Pour que le rayonnement de l'écho soit efficace, il faut donc que le champ émis reste en phase avec les dipôles qui le génèrent tout au long de sa propagation dans le matériau. Cette condition se met sous la forme :

$$(k_e - k_s)L \ll \pi. \quad (1.29)$$

En pratique, cette propriété est particulièrement intéressante. Elle permet notamment de séparer spatialement l'écho des impulsions excitatrices en se plaçant dans des configurations d'excitation non-colinéaires, voire non-coplanaires.

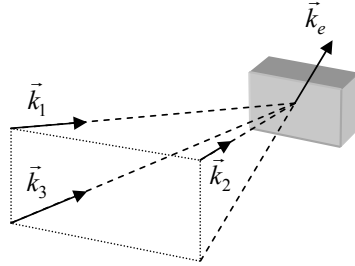


FIG. 1.11 – Direction des impulsions en configuration d'écho de photons non-coplanaire vérifiant l'accord de phase.

L'accord de phase est en effet vérifié pour les conditions suivantes, comme l'illustre la figure 1.11 :

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1, \text{ et alors } \vec{k}_e = \vec{k}_2;$$

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1, \text{ et alors } \vec{k}_e = \vec{k}_3;$$

$$(\vec{k}_3 - \vec{k}_1) \perp (\vec{k}_2 - \vec{k}_1), \text{ et alors } \vec{k}_e = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1 \text{ (configuration non-coplanaire).}$$

### Validité des hypothèses

Pour mener notre calcul et parvenir au résultat (1.28), nous avons posé plusieurs hypothèses. Tout d'abord, nous avons considéré une séparation temporelle des impulsions

excitatrices pour nous placer en configuration d'écho de photons. Cette hypothèse permet d'éliminer la composante dispersive du champ rayonné par les ions (voir annexe A). En pratique, nous verrons que nous avons été amenés à utiliser des excitations cotemporelles (partie 1.5.3). Toutefois, chaque classe d'ions est excitée trois fois, en trois instants différents : l'hypothèse reste donc vraie pour une classe d'ions donnée.

Nous avons également considéré que l'étalement spectral était plus large que  $\gamma_h$  mais moins que  $\gamma_{inh}$ . Dans le cas des cristaux dopés aux ions de terres rares, ces approximations peuvent se justifier, dans la mesure où plusieurs ordres de grandeur séparent ces deux quantités. Néanmoins, si nous envisageons d'exploiter ces matériaux pour l'analyse spectrale de signaux RF, nous souhaitons profiter au mieux de leurs propriétés spectrales, c'est à dire exciter tout le spectre d'absorption, et enregistrer des détails spectraux fins. Ces hypothèses ne sont alors plus vérifiées.

Tout d'abord, si les impulsions présentent des détails spectraux plus fins que  $\gamma_h$ , ils ne sont pas résolus. La largeur finie du profil homogène intervient à la gravure ainsi qu'à la lecture (voir équation (A.29) en annexe A). Le spectre enregistré devient le produit des deux champs de gravure *convolué* par le profil homogène lorentzien, c'est à dire  $(\tilde{\mathcal{E}}_1(\nu)^* \cdot \tilde{\mathcal{E}}_2(\nu)) \otimes \mathcal{L}_h(\nu)$ . De même à la lecture, les détails sont à nouveau limités par  $\mathcal{L}_h(\nu)$ . Dans le domaine temporel, cette double convolution par  $\mathcal{L}_h(\nu)$  déforme l'écho par une relaxation en  $\exp(-2\Gamma_{coh}t)$ .

En ce qui concerne l'élargissement inhomogène, son profil est à prendre en compte dès lors que le spectre des impulsions s'étend sur une région de l'ordre de grandeur de  $\gamma_{inh}$ . On ne peut donc plus le négliger au moment de l'intégration des cohérences pour le calcul de la polarisation macroscopique (1.19). En tenant compte des profils homogène et inhomogène de la transition, la réponse finalement rayonnée est de la forme (cf annexe A) :

$$\tilde{\mathcal{P}}(\nu) \propto \left( \left[ \left( \mathcal{G}_{inh}(\nu) \cdot \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\nu) \cdot \tilde{\mathcal{E}}_2(\nu) \right) \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right] \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right) \cdot \tilde{\mathcal{E}}_3(\nu). \quad (1.30)$$

Dans le domaine temporel, on a donc une convolution de la forme temporelle de l'écho avec la transformée de Fourier inverse de  $\mathcal{G}_{inh}(\nu)$ . La résolution temporelle sur le signal d'écho est limitée par  $\gamma_{inh}^{-1}$ .

### Régime d'accumulation

L'expression que nous venons de calculer est une réponse cohérente du matériau à trois impulsions excitatrices. Les deux premières d'entre elles gravent un réseau de populations spatial et spectral sur lequel vient se diffracter la troisième excitation. Nous avons traité la modification des populations de façon perturbative, en supposant donc  $\delta n_{12} \ll n_{12}^{(0)}$ . La modulation des populations est faible, ce qui se traduit par une efficacité

de génération d'écho de photons faible. De plus, la structure gravée dans les populations persiste après la troisième impulsion, et décroît avec un temps de l'ordre de  $T_1$ . Ainsi au fur et à mesure que les populations relaxent, la profondeur du réseau diminue, et il en va de même pour l'efficacité de l'écho. Par ailleurs, l'attente d'un retour au repos complet du système dépend également de  $T_1$ , et peut donc monter à plusieurs ms. Si nous voulons utiliser ce processus d'écho de photons pour l'analyse spectrale, nous sommes donc confrontés à deux limitations : une faible efficacité du processus, et un temps important de "remise à zéro" des populations avant de pouvoir recommencer l'excitation. Ce dernier point rend alors impossible une analyse en temps réel.

Un moyen de se soustraire à ces deux contraintes est le régime d'accumulation, dans lequel on répète la séquence d'excitation à un taux plus rapide que le taux de relaxation du niveau excité. On vient ainsi augmenter la profondeur du réseau inscrit par accumulation des gravures successives, ce qui se traduit par une meilleure efficacité de génération de l'écho, mais aussi par un rafraîchissement du réseau, qui reste inscrit de manière quasi constante dans le temps. Cependant, l'ion erbium est un système à deux niveaux (cf figure 1.10). De ce fait, une accumulation trop rapide de l'excitation a le même effet qu'un pompage optique incohérent. En régime stationnaire, les populations sont également réparties entre les niveaux fondamental et excité, et la transition est blanchie. On se ramène au cas où  $n_{12} = 0$ , pour lequel nous avons vu qu'aucun écho de photons ne pouvait être généré. Il existe donc un compromis dans la cadence de répétition de la séquence : lorsque le taux de répétition augmente, l'intensité de l'écho augmente également jusqu'à un maximum, puis chute à cause du blanchiment progressif de la transition [56].

Cette dynamique n'est pas la même dans des systèmes à trois niveaux, comme le thulium. Le régime d'accumulation avec cet ion a été largement étudié, puisqu'il présente une contrainte de blanchiment moins sévère. Si la cadence de répétition est plus grande que le taux de relaxation du niveau métastable, alors les ions excités s'accumulent dans ce niveau, et le réseau d'absorption est inscrit uniquement dans les populations du niveau fondamental avec un excellent contraste [57]. Nous aurons l'occasion d'aborder ce phénomène plus en détail dans la deuxième partie du manuscrit, traitant de la réalisation d'échos de photons en milieu amplificateur.

### 1.4.3 Approche holographique

Le résultat (1.28) fait apparaître la convolution des enveloppes temporelles des trois champs excitateurs. Cette propriété n'est pas sans rappeler l'holographie spatiale. Nous allons donc faire quelques rappels sur ce sujet, avant de comparer holographie spatiale et holographie "temporelle". Pour que cette comparaison soit la plus simple possible, on adapte l'argument de propagation du champ. Ainsi, dans le domaine temporel, nous avons

jusqu'à présent décrit la propagation en  $\exp(2\pi i\nu_0 t - i\vec{k}\cdot\vec{r})$ . Lors de descriptions dans le domaine spatial, nous inverserons le signe de l'argument et écrirons la propagation en  $\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r} - 2\pi i\nu_0 t)$ . De cette façon, la convention de signe dans les transformations de Fourier reste la même dans le domaine spatial et temporel.

### Holographie spatiale

Une expérience d'holographie classique consiste à enregistrer l'information spatiale portée par un champ objet monochromatique dans un matériau photosensible. Cet enregistrement s'opère par l'intermédiaire d'interférences avec un champ de référence. Supposons en effet que nous éclairons un matériau avec un champ objet d'amplitude  $E_O = \mathcal{E}_O(\vec{r})e^{i\vec{k}_O\cdot\vec{r}}$  et un champ de référence  $E_R = \mathcal{E}_R(\vec{r})e^{i\vec{k}_R\cdot\vec{r}}$ . Le champ incident total est  $E_{inc} = E_O + E_R$ . Le matériau est sensible à l'intensité lumineuse déposée, proportionnelle au carré du module du champ incident [58] :

$$\begin{aligned} I_{inc} &\propto |E_{inc}|^2 = |E_O|^2 + |E_R|^2 + E_O \cdot E_R^* + E_O^* \cdot E_R \\ &\propto |\mathcal{E}_O(\vec{r})|^2 + |\mathcal{E}_R(\vec{r})|^2 + \mathcal{E}_O(\vec{r}) \cdot \mathcal{E}_R^*(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}_O - \vec{k}_R)\cdot\vec{r}} + c.c. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Il y a interférence entre les deux champs dans l'échantillon, qui créent une modulation spatiale de l'intensité de période  $2\pi/|\vec{k}_O - \vec{k}_R|$ . Généralement,  $\mathcal{E}_R$  est une onde plane, et l'amplitude de la modulation est proportionnelle à  $\mathcal{E}_O(\vec{r})$ . Ces variations d'intensité codent donc l'information portée par le champ objet, en amplitude et en phase.

Ensuite, on vient sonder le matériau avec un champ de lecture  $E_L = \mathcal{E}_L(\vec{r})e^{i\vec{k}_L\cdot\vec{r}}$ . Dans la limite d'un échantillon optiquement mince, l'onde rayonnée  $\mathcal{E}_r$  s'écrit

$$\mathcal{E}_r(\vec{r}) \propto \mathcal{E}_L(\vec{r}) \cdot \mathcal{E}_O(\vec{r}) \cdot \mathcal{E}_R^*(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R)\cdot\vec{r}} + \mathcal{E}_L(\vec{r}) \cdot \mathcal{E}_O^*(\vec{r}) \cdot \mathcal{E}_R(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}_L - \vec{k}_O + \vec{k}_R)\cdot\vec{r}}. \quad (1.32)$$

Dans le cas où les champs de référence et de lecture sont des ondes planes, on retrouve l'amplitude  $\mathcal{E}_O(\vec{r})$  dans la direction  $\vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R$ , et son complexe conjugué  $\mathcal{E}_O^*(\vec{r})$  dans la direction  $\vec{k}_L - \vec{k}_O + \vec{k}_R$ . Les deux objets sont symétriques par rapport à la direction  $\vec{k}_L$ .

On s'intéresse à l'intensité lumineuse reçue par un détecteur. Il faut considérer le champ rayonné s'étant propagé depuis l'échantillon jusqu'au détecteur. Ce champ noté  $\mathcal{E}_d(\vec{r}_d)$  s'écrit comme la somme des contributions des ondelettes émises en tout point de l'échantillon. Si nous considérons que le détecteur est suffisamment loin du matériau pour remplir la condition de la diffraction de Fraunhofer, on peut écrire [59]

$$\mathcal{E}_d(\vec{r}_d) = \frac{-ie^{ik \cdot r_d}}{\lambda r_d} \int_{ech.} e^{-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} \mathcal{E}_r(\vec{r}) d^2\vec{r} \quad \text{avec } \vec{k}_d = k \frac{\vec{r}_d}{r_d}, k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1.33)$$

On différencie les coordonnées d'espace dans l'échantillon ( $\vec{r}$ ) et sur le détecteur ( $\vec{r}_d$ ). Cette expression s'assimile à la transformée de Fourier de  $\mathcal{E}_r(\vec{r})$  dans l'espace des vecteurs

d'onde  $\vec{k}$ , conjugué de l'espace des coordonnées  $\vec{r}$ . Ainsi, on a

$$\mathcal{E}_d(\vec{r}_d) \propto \tilde{\mathcal{E}}_L(\vec{k}_d) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_O(\vec{k}_d) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_R(-\vec{k}_d) \otimes \delta(\vec{k}_d - \vec{k}_L - \vec{k}_O + \vec{k}_R). \quad (1.34)$$

Ce champ a pour direction  $\vec{k}_e = \vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R$ , et on peut écrire finalement

$$\mathcal{E}_d(\vec{r}_d) \propto \tilde{\mathcal{E}}_L(\vec{k}_d - \vec{k}_e) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_O(\vec{k}_d - \vec{k}_e) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_R(-\vec{k}_d + \vec{k}_e). \quad (1.35)$$

### Holographie temporelle

On remarque une analogie entre les équations (1.34) et (1.28), ainsi que dans les processus d'excitation qui y conduisent. En holographie spatiale, deux champs présentant un écart angulaire  $\Delta\vec{k} = \vec{k}_O - \vec{k}_R$  interfèrent et créent une modulation d'intensité spatiale de pas  $2\pi/|\Delta\vec{k}|$ . La modulation peut être portée par la transmission de l'échantillon (plaque photographique, matériau à creusement spectral) ou l'indice (matériau photorefractif). L'hologramme sondé correspond à une onde image décalée de  $\pm\Delta\vec{k}$  par rapport à la direction du faisceau de lecture.

Dans le cas des échos de photons, qu'on décrit ici sous la forme d'hologrammes temporels, deux champs séparés par un temps  $t_{12} = t_2 - t_1$  interfèrent et créent une modulation spectrale de pas  $1/t_{12}$  dans la bande d'absorption du matériau. L'hologramme sondé correspond à une impulsion lumineuse qui apparaît à un temps  $t_{12}$  après l'impulsion de lecture. Notons que dans le cas des échos de photons, il est possible de combiner holographies spatiale et temporelle, en travaillant dans une configuration non-colinéaire. On bénéficie ainsi de 4 dimensions de codage indépendantes les unes des autres : 3 dimensions d'espace, et 1 dimension spectrale. Cette propriété a fait l'objet de nombreuses recherches pour le stockage de l'information. L'idée consiste à enregistrer la forme temporelle de la seconde impulsion du processus d'écho de photons dans le matériau, puis de la rappeler avec une impulsion de lecture brève. Des densités pouvant atteindre 1 gigabit/cm<sup>2</sup> ont été démontrées dans un cristal de Tm :YAG [60].

Il existe cependant des différences profondes entre ces deux types d'holographie. Tout d'abord, en holographie spatiale les coordonnées d'espace dans l'échantillon ( $\vec{r}$ ) et sur le détecteur ( $\vec{r}_d$ ) ne sont pas les mêmes. Seules les coordonnées spectrales (vecteur d'onde  $\vec{k}$ ) sont communes. Cette différence provient notamment des phénomènes de diffraction qui accompagne la propagation du champ depuis l'échantillon jusqu'au détecteur. Dans le cas de l'écho de photons, les coordonnées spectrales et temporelles sont les mêmes dans le matériau et à la détection. Par ailleurs, en holographie spatiale, le champ de lecture génère deux images, situées en  $\pm\Delta\vec{k}$  de la direction  $\vec{k}_L$ , qu'on peut interpréter comme des ordres  $\pm 1$  diffractés par le réseau spatial. En holographie temporelle, seul l'ordre +1 est restitué, par principe de causalité. L'écho apparaît à un temps  $t_{12}$  après l'impulsion de lecture, mais ne peut apparaître avant.

### 1.4.4 Vers une transformation de Fourier

#### Dualité espace-temps

L'étude de la dualité espace-temps en optique est née du constat de l'analogie entre les équations de la diffraction de Fresnel et celles de la dispersion linéaire de vitesse de groupe [61, 62]. Cette analogie peut être poussée jusqu'à l'introduction de lentilles temporelles [63, 64]. Des systèmes d'imagerie temporelle ont ensuite été proposés [65, 66]. Il devient alors possible de construire des systèmes de traitement de l'information temporelle très puissants par transposition des systèmes d'imagerie cohérente. Notons que cette analogie a été observée [67] et démontrée expérimentalement [68] par Tournois pour les signaux électriques.

#### Diffraction spatiale et dispersion temporelle

A l'approximation paraxiale (c'est à dire pour des faisceaux dont l'inclinaison par rapport à l'axe optique est petite), un champ monochromatique  $E(x, z = 0)$  après propagation sur une distance  $d$  ( $\gg \lambda$ ) devient [58]

$$E(x, d) = \sqrt{-\frac{i}{\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x', 0) \exp\left(i\pi \frac{(x - x')^2}{\lambda d}\right) dx', \quad (1.36)$$

où la racine carrée est due au fait qu'on ne considère qu'une seule dimension spatiale transverse.

Dans le domaine temporel, à l'approximation de l'enveloppe lentement variable (c'est à dire pour un champ électrique dont le spectre  $\delta\nu$  est très petit devant la fréquence centrale d'oscillation  $\nu_0$ ), une onde plane de forme temporelle  $E(t, z = 0)$ , qui s'est propagée sur une distance  $z$  dans un milieu dispersif prend la forme suivante :

$$E(t, z) = \sqrt{-\frac{i}{\beta_0'' z}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(t', 0) \exp\left(i\pi \frac{(t - t')^2}{\beta_0'' z}\right) dt', \quad (1.37)$$

où  $\beta_0''$  est la dérivée seconde du nombre d'onde  $\sqrt{\epsilon\mu\nu}/c$  prise en  $\nu_0$ , fréquence centrale de l'onde optique. L'analogie est frappante. On a la même forme pour les solutions, avec la même approximation, à savoir un spectre (spatial ou spectral) étroit. Le tableau 1.2 résume cette dualité espace-temps.

La dispersion n'est pas nécessairement due à la propagation dans un milieu dispersif. De nombreux dispositifs, appelés lignes dispersives fournissent un effet de dispersion de la vitesse de groupe. Dans le tableau 1.2, on caractérise la dispersion par la constante  $r$  dont l'inverse  $1/r = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \nu^2}$  est le taux de dispersion, c'est à dire le taux de variation du retard de groupe en fonction de la fréquence.  $\varphi(\nu)$  représente la phase de l'amplitude



spectrale du champ. La constante  $r$  prend sa signification dans le domaine temporel : la réponse percussionnelle d'une ligne dispersive est un glissement de fréquence linéaire, ou *chirp*, de taux  $r = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ , où  $\phi(t)$  est la phase du champ dans le domaine temporel.

	Optique spatiale : Diffraction	Optique temporelle : Dispersion
Espace réel	$\otimes \sqrt{-\frac{i}{\lambda d}} \exp(i\pi x^2/\lambda d)$	$\otimes \sqrt{-ir} \exp(i\phi(t)), \phi(t) = \pi r t^2$
Espace conjugué	$\times \exp(-i\pi u^2 \lambda d)$	$\times \exp(i\varphi(\nu)), \varphi(\nu) = -\pi \nu^2 / r$
Paramètre	$\lambda d$	$1/r$

TAB. 1.2 – Opérateurs et paramètres décrivant la diffraction et la dispersion.  $(x,u)$  et  $(t,\nu)$  sont les variables conjuguées d'espace et de temps respectivement.

### Lentilles spatiale et temporelle

L'intérêt pratique de la dualité intervient surtout lorsqu'on introduit les lentilles, car on peut alors construire des systèmes de traitement du signal en s'inspirant de l'analogie spatial. On se ramène à une image géométrique très utile et très puissante des systèmes de traitement du signal. En optique paraxiale, le passage par une lentille mince multiplie un champ monochromatique par une transmittance [58] :

$$t_L(x) = \exp\left(-i\pi \frac{x^2}{\lambda f}\right). \quad (1.38)$$

Le paramètre de la lentille correspond à  $1/\lambda f$ , où  $f$  est la distance focale de la lentille. Si nous reprenons l'analogie du tableau 1.2, le paramètre de la lentille temporelle est un taux de glissement en fréquence  $r$ . En d'autres termes, une lentille temporelle doit multiplier le champ par un facteur de phase quadratique  $\exp(-i\pi r t^2)$ . Le tableau 1.3 résume les fonctions qui représentent les lentilles dans les deux domaines.

D'autres caractéristiques de la lentille peuvent se déduire de ces paramètres, comme par exemple sa focale  $f_t$ , et son ouverture  $f_t^\#$  [66] :

$$\begin{cases} f_t = \nu_0 / r \\ f_t^\# = \tau / f_t \end{cases}$$

où  $\nu_0$  est la fréquence centrale optique, et  $\tau$  est la durée maximale du champ incident, ce qui représente le "diamètre" équivalent de la lentille temporelle. L'analogie peut être poussée encore plus loin, en étudiant par exemple les aberrations des lentilles temporelles, et des systèmes d'imagerie qu'on peut développer grâce à elles [69].

Notons une différence fondamentale entre les lentilles spatiales et temporelles. Si une lentille usuelle est un élément passif, une modulation de phase quadratique temporelle s'accompagne nécessairement d'une modification de l'énergie du champ électromagnétique. Comme nous allons le voir, les lentilles temporelles sont toutes basées sur des mélanges d'ondes, donc des systèmes actifs.

	Optique spatiale	Optique temporelle
Espace réel	$\times \exp(-i\pi x^2/\lambda f)$	$\times \exp(-i\pi r t^2)$
Espace conjugué	$\otimes \sqrt{-i\lambda f} \exp(i\pi u^2 \lambda f)$	$\otimes \sqrt{\frac{-i}{r}} \exp(i\pi \nu^2 / r)$
Paramètre lentille	$1/\lambda f$	$r$

TAB. 1.3 – Opérateurs et paramètres décrivant les lentilles spatiales et temporelles.

### Composants d'optique temporelle et applications

Tout comme la diffraction et les lentilles sont les deux éléments de base de l'optique spatiale cohérente, la dispersion et les lentilles temporelles ouvrent la voie à des systèmes d'imagerie temporelle cohérente. Grandissement, filtrage spectral et transformation de Fourier sont ainsi envisageables. Les applications visées par cette imagerie temporelle se divisent en plusieurs catégories, selon les propriétés des composants.

Tout d'abord, la compression et l'étirement d'impulsions brèves sont les applications les plus courantes. Elles nécessitent uniquement un composant dispersif, comme par exemple une paire de réseaux [62], des fibres optiques [70], ou des réseaux de Bragg chirpés dans des fibres [71]. La majorité des démonstrations expérimentales a été obtenue dans le domaine des impulsions pico et femtosecondes pour lequel les taux de dispersion des composants cités, allant typiquement de l'ordre de  $10^{-21} \text{s}/\text{Hz}$  à  $10^{-24} \text{s}/\text{Hz}$ , ont un effet sensible. Ce sont à présent des techniques maîtrisées, qui permettent notamment l'amplification d'impulsion brèves [72] par étirement puis compression temporels.

La réalisation de lentilles temporelles est plus délicate. Le composant le plus répandu est le modulateur de phase [73, 74]. Une autre méthode, moins courante, exploite les effets d'optique non-linéaire, comme l'automodulation de phase [75, 76] ou le mélange à deux ondes [77, 78]. Ces effets non-linéaires possèdent une large ouverture temporelle, compatible avec le traitement d'impulsions brèves, mais ils restent dépendant de l'intensité des impulsions, en particulier de leur distribution spatiale. Ainsi, on préfère appliquer cette technique en optique guidée (automodulation de phase par effet Kerr dans les fibres). Le mélange à deux ondes est difficile à mettre en œuvre expérimentalement, et le signal

général est doublé en fréquence. La présence de plusieurs lentilles temporelles sur un même montage est fortement limitée. De manière générale, le contrôle des effets non-linéaires reste délicat, ce qui restreint leur utilisation. En ce qui concerne les modulateurs de phase, leur ouverture équivalente est faible. En contrepartie, ils sont peu sensibles à la puissance incidente.

Les applications de ces systèmes d'imagerie concernent principalement la mise en forme d'impulsions brèves. L'imagerie temporelle permet en effet d'étirer des impulsions femtosecondes, dans le but de les acquérir et/ou de les traiter avec des technologies électroniques moins rapides [79]. Les domaines d'utilisation sont très vastes, allant du contrôle cohérent d'impulsions pour la spectroscopie aux télécommunications optiques. D'autres idées ont été proposées, comme par exemple l'opération de transformation de Fourier temps-fréquence [80], le filtrage temporel, et des opérations de convolution/corrélation [81]. Dans le cas des télécommunications, il est par exemple possible d'accélérer la cadence de répétition du train d'impulsions pour augmenter le débit de communications optiques au-delà de 100 Gbit/s [78] par effet Talbot temporel. A contrario, un train d'impulsions rapide peut être étiré temporellement pour être ensuite numérisé avec des convertisseurs analogiques numériques rapides [82], de la même manière que pour l'acquisition d'impulsions brèves.

Dans le domaine des bandes passantes GHz, les taux de dispersion des composants présentés ci-dessus sont incompatibles avec des opérations de filtrage cohérent de résolution inférieure au MHz. Il est en effet impossible de disperser une impulsion sur des  $\mu s$  avec des réseaux ou des fibres optiques. Les cristaux dopés par des ions de terres rares présentent les caractéristiques spectrales offrant la possibilité de disperser des bandes spectrales de largeur  $\gamma_{inh}$  (quelques GHz) sur des temps de l'ordre du temps de vie des cohérences  $T_2$  (quelques dizaines de  $\mu s$ ). Les filtres dispersifs adéquats, ainsi que les lentilles temporelles peuvent être réalisés grâce à des impulsions balayées en fréquence. Des démonstrations expérimentales de diffraction temporelle [83, 84], et de transformation de Fourier temps-fréquence [14] en configuration d'écho de photon dans ces matériaux ont été ainsi faites au laboratoire. C'est ce dernier point que nous allons développer par la suite pour analyser le spectre de signaux RF.

## 1.5 Application à l'analyse spectrale de signaux RF

En optique paraxiale, il est très simple d'effectuer la transformation de Fourier spatiale d'un objet, comme le montre la figure 1.12. Lorsqu'on place un objet contre une lentille, on observe sa transformée de Fourier dans le plan focal image de la lentille, modulée par un facteur de phase [58]. Ce dernier disparaît dès lors qu'on détecte l'intensité de l'image.

En se servant de la dualité espace-temps, une transformation de Fourier temps-fréquence s'obtient en appliquant un objet contre une lentille temporelle, puis en dispersant le champ résultant sur un temps équivalent à la focale temporelle de la lentille. Nous allons voir à présent comment adapter la configuration d'écho de photon pour réaliser ces opérations.

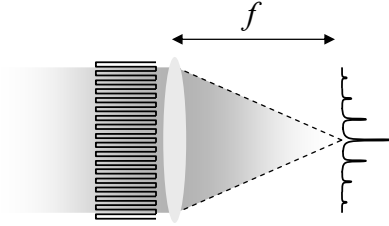


FIG. 1.12 – Transformée de Fourier spatiale d'un objet. Une lentille de focale  $f$ , suivi de la propagation sur une distance  $f$  fournit le spectre du front d'onde incident.

### 1.5.1 Algorithme de chirp

#### Ligne dispersive

L'équation (1.28) nous a indiqué que la forme temporelle de l'écho correspond à la convolution des amplitudes des trois champs excitateurs qui lui donnent naissance. Cette propriété va nous permettre d'enregistrer une ligne dispersive dans le profil d'absorption du matériau, grâce aux deux premières impulsions.

Considérons une première impulsion suffisamment brève pour que son spectre excite toute la bande d'absorption de la transition  $\gamma_{inh}$ . On peut écrire cette impulsion sous la forme d'un Dirac  $\delta(t)$ . Si le second champ  $\mathcal{E}_2$  est une impulsion balayée en fréquence avec un taux de glissement linéaire  $r_G$ , alors la convolution de ces deux champs de gravure s'écrit

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1^*(-t) \otimes \mathcal{E}_2(t) &= \delta(-t) \otimes e^{-i\pi r_G t^2} \\ &= e^{-i\pi r_G t^2}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

On grave ainsi une ligne dispersive, dont le taux de dispersion vaut  $1/r_G$ . La forme spectrale enregistrée se met sous la forme

$$\mathcal{E}_1^*(\nu) \cdot \mathcal{E}_2(\nu) = e^{-i\pi \frac{\nu^2}{r_G}}. \quad (1.40)$$

### Lentille et objet

La troisième impulsion doit contenir l'objet temporel à analyser, ainsi que la fonction lentille. Cette impulsion va venir se disperser sur le réseau gravé précédemment, et ainsi générer la transformée de Fourier de notre objet. Pour suivre l'analogie spatiale, on multiplie l'amplitude de notre impulsion par la transmittance objet, et celle de la lentille temporelle. Ces opérations peuvent être effectuées en transférant un signal objet  $s(t)$  avec un modulateur électro-optique rapide sur une impulsion balayée en fréquence, avec un taux de glissement  $-r_L$ . Le champ de lecture a donc la forme suivante :

$$\mathcal{E}_3(t) = s(t)e^{i\pi r_L t^2}. \quad (1.41)$$

### Spectre

Les expressions temporelles et spectrales de l'écho de photons sont donc de la forme

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e(t) &\propto \overbrace{[s(t)]}^{\text{objet}} \overbrace{[\exp(i\pi r_L t^2)]}^{\text{lentille}} \overbrace{[\otimes \exp(-i\pi r_G t^2)]}^{\text{dispersion}} \\ \tilde{\mathcal{E}}_e(\nu) &\propto \left[ \tilde{s}(\nu) \otimes \exp\left(i\pi \frac{\nu^2}{r_L}\right) \right] \exp\left(-i\pi \frac{\nu^2}{r_G}\right). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Pour obtenir la transformée de Fourier du signal  $s(t)$ , il faut se placer à la focale image de la lentille. On doit donc avoir  $r_L = -r_G \equiv r$ . De la seconde expression, on peut calculer la forme temporelle de l'écho par une transformation de Fourier inverse :

$$\mathcal{E}_e(t) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \left( \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu' \tilde{s}(\nu') \cdot \exp\left(i\pi \frac{(\nu - \nu')^2}{r}\right) \right] \exp\left(-i\pi \frac{\nu^2}{r}\right) \right) e^{2\pi i \nu t}. \quad (1.43)$$

En développant les termes de balayage en fréquence, on arrive à

$$\mathcal{E}_e(t) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu' \tilde{s}(\nu') \exp\left(i\pi \frac{\nu'^2}{r}\right) \delta\left(t - \frac{\nu'}{r}\right). \quad (1.44)$$

En effectuant des changements de variable, on met finalement l'écho de photons sous la forme

$$\mathcal{E}_e(t) \propto \tilde{s}(f = rt)e^{-i\pi r t^2}. \quad (1.45)$$

Si on s'intéresse à l'intensité du champ détectée par une photodiode, on a donc directement accès au carré du module de la transformée de Fourier de notre signal RF d'intérêt  $s(t)$ . Ce spectre est projeté dans le temps, et on remonte à la fréquence  $f$  par la loi biunivoque  $t = f/r$ . Cet algorithme peut se mettre sous la forme complète

$$\tilde{s}(f = rt) = \left[ \left( s(t)e^{i\pi r t^2} \right) \otimes e^{-i\pi r t^2} \right] e^{i\pi r t^2}, \quad (1.46)$$

qu'on appelle communément algorithme de transformée de chirp, ou architecture MCM, car elle fait intervenir une multiplication, puis une convolution, puis une dernière multiplication [30, 85]. Cette méthode est implémentée dans les spectromètres à ondes de surface (cf partie 1.1.2), pour lesquels le signal  $s(t)$  est filtré par les électrodes implantées en surface du matériau [31].

### Interprétation graphique

Le principe de cet algorithme est représenté sur la figure 1.13, dans les plans temps-intensité, et temps-fréquence. La ligne dispersive est gravée par deux champs : une impulsion courte couvrant une bande d'analyse de largeur  $\Delta\nu_G = \nu_2 - \nu_1$ , et une impulsion balayée en fréquence, avec un taux de glissement  $r$ . Ce balayage couvre la bande  $\Delta\nu_G$  en un temps  $T_G$ , ce qui nous donne l'expression de  $r = \Delta\nu_G/T_G$ . En se ramenant au cas d'échos de photons simples, chaque classe d'ions  $\nu$  voit un retard entre les impulsions  $t_{12}$  différent :

$$t_{12}(\nu) = t_1 + (\nu - \nu_1)/r. \quad (1.47)$$

On associe donc un retard à une classe de fréquence avec une fonction linéaire, ce qui correspond bien à un filtre dispersif, de taux  $1/r$ .

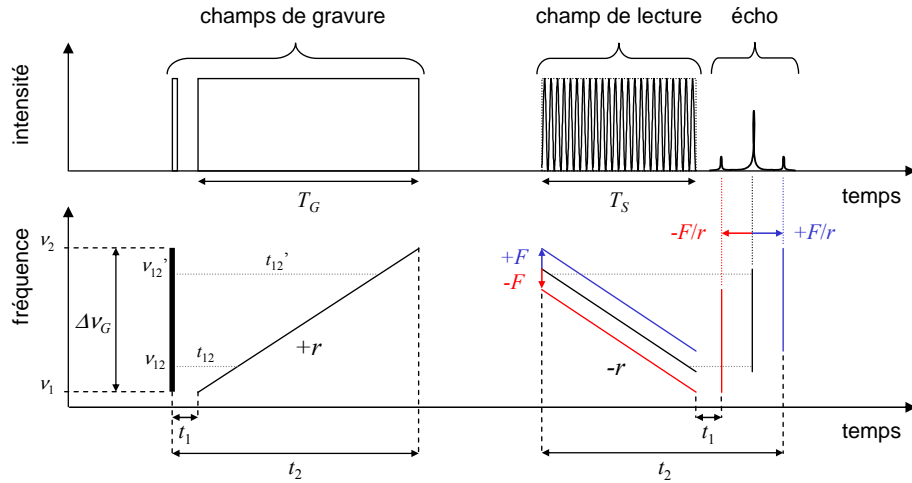


FIG. 1.13 – Principe de l'algorithme de chirp pour l'analyse d'un signal  $s(t)$  oscillant à la fréquence  $F$ .

Un champ de lecture, modulé par le signal RF  $s(t)$  à analyser et balayé en fréquence avec un taux linéaire  $-r$ , est ensuite envoyé sur ce filtre dispersif. Cette impulsion de lecture a une durée  $T_S$ . Dans un premier temps, considérons simplement la porteuse optique (trait noir sur la figure 1.13). Cette impulsion est balayée en fréquence, et ainsi

le moment d'excitation  $t_3$  vu par chaque classe de fréquence varie linéairement dans le temps avec la loi :

$$t_3(\nu) = t_3(\nu_2) - (\nu - \nu_2)/r. \quad (1.48)$$

Cette lecture séquentielle compense le retard  $t_{12}(\nu)$  gravé dans le filtre dispersif. Ainsi les différentes classes d'ions se remettent en phase au même moment, pour générer collectivement un seul écho à l'instant :

$$t_e(\nu) = t_3(\nu) + t_{12}(\nu) = t_3(\nu_1) + t_1. \quad (1.49)$$

Considérons à présent la modulation de l'impulsion de lecture par le signal  $s(t)$  que nous cherchons à analyser. Par souci de simplicité, le signal  $s(t)$  de la figure 1.13 correspond simplement à un signal sinusoïdal de fréquence  $F$ . Ce signal crée deux bandes latérales de modulation symétriques, situées à  $\pm F$  de la porteuse optique. Au même titre que la porteuse, les bandes latérales subissent le balayage en fréquence. Elles vont donc générer leur écho, à des instants  $\pm F/r$  de l'écho de la porteuse. Le signal d'écho total correspond alors au spectre de la porteuse modulée par le signal  $s(t)$ , avec deux bandes latérales. Pour un signal  $s(t)$  quelconque, l'écho reproduira la forme du spectre  $\tilde{s}(f)$  modulant la porteuse. La bijection  $t = f/r$  associe les composantes spectrales du signal  $s(t)$  à un instant de détection.

## 1.5.2 Contraintes et caractéristiques potentielles

La représentation graphique de la figure 1.13 nous donne un moyen de visualiser facilement les excitations, notamment en terme de fréquence. Nous allons donc maintenant discuter des performances potentielles offertes par cet algorithme, ainsi que de ses caractéristiques temporelles et spectrales ( $\Delta\nu_G$ ,  $T_G$  et  $T_S$ ).

### Contraintes du matériau

Tout d'abord, rappelons que nous voulons appliquer cet algorithme à un cristal dopé par des ions de terres rares, caractérisé par ses largeurs homogène et inhomogène  $\gamma_h$  et  $\gamma_{inh}$ . La première limitation induite par le matériau est la bande spectrale de gravure  $\Delta\nu_G$ , qui est nécessairement inférieure à  $\gamma_{inh}$ . Par ailleurs le temps de dispersion maximum, représenté par  $t_2$ , doit être plus court que le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition. De ces deux contraintes découlent des conditions sur les temps  $T_S$  et la bande spectrale  $\Delta\nu_S$  couverte par le signal  $s(t)$ .

### Contraintes à la lecture

Concernant la bande passante d'analyse, l'intégralité de la bande spectrale couverte par l'impulsion de lecture doit être plus faible que la largeur du filtre dispersif gravé. Cette condition s'écrit

$$2\Delta\nu_S + r.T_S \leq \Delta\nu_G. \quad (1.50)$$

$r.T_S$  représente la bande couverte par le chirp de lecture. Graphiquement, on observe que la région couverte par la porteuse optique doit être centrée par rapport à la bande couverte par le filtre dispersif.

Par ailleurs, il est impératif que le signal d'écho apparaisse après l'impulsion de lecture pour que l'écho détecté représente bien la transformée de Fourier du signal  $s(t)$ . Cette condition impose simplement  $t_1 \geq 0$ .

Pour être certain de ne rater aucun événement du signal  $s(t)$ , l'analyse doit être effectuée en continu. Pour cela, les impulsions de lecture doivent être répétées, avec des glissements de fréquences purement linéaires, et identiques d'un coup sur l'autre. Une probabilité d'interception de 100 % impose que l'écho généré par une impulsion de lecture apparaisse pendant la lecture suivante. Bien entendu, les échos ne doivent pas être superposés, ce qui s'exprime par la condition suivante :

$$2\Delta\nu_S/r \leq T_S. \quad (1.51)$$

De manière à tirer le meilleur parti de ce compromis, on considère l'expression (1.50) comme une égalité, et les conditions à la lecture deviennent finalement :

$$\begin{cases} \Delta\nu_S = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T_S}{t_2}\right) \Delta\nu_G \\ t_1 = 0 \\ T_S \geq t_2/2 \end{cases} \quad (1.52)$$

Le produit temps-bande passante  $\Delta\nu_S.T_S$  de notre analyseur est optimal pour  $\Delta\nu_S = \Delta\nu_G/4$  et  $T_S = t_2/2$ . Sachant que  $\Delta\nu_G$  et  $t_2$  sont nécessairement plus petits que  $\gamma_{inh}$  et  $T_2$  respectivement, le meilleur produit est  $\gamma_{inh}/8\gamma_h$ .

### Analyse en bande latérale unique

L'analyse des deux bandes latérales de modulation générées par le signal  $s(t)$  n'est pas nécessaire. L'information est en effet redondante, puisque chaque bande possède les mêmes composantes spectrales. Une analyse en bande latérale unique élimine cette redondance. Dans notre cas, elle permet également d'améliorer les performances de notre analyseur.



Considérons par exemple uniquement la bande latérale de modulation supérieure, comme le montre la figure 1.14.

Dans ces conditions la bande inférieure sort de la bande du filtre dispersif (zone pointillée sur la figure), mais peu importe. En revenant sur les caractéristiques de l'impulsion de lecture, le système (1.52) devient :

$$\begin{cases} \Delta\nu_S = (1 - T_S/t_2) \Delta\nu_G \\ t_1 = 0 \\ T_S \geq \frac{2}{3}t_2 \end{cases} \quad (1.53)$$

Dans ce cas, le produit temps-bande passante  $\Delta\nu_S.T_S$  maximum est obtenu pour  $\Delta\nu_S = \Delta\nu_G/3$  et  $T_S = 2t_2/3$ . Ramené aux propriétés du matériau, ce produit correspond à  $2\gamma_{inh}/9\gamma_h$ . Par une analyse en bande latérale unique, on gagne quasiment un facteur 2 sur l'exploitation des propriétés des matériaux.

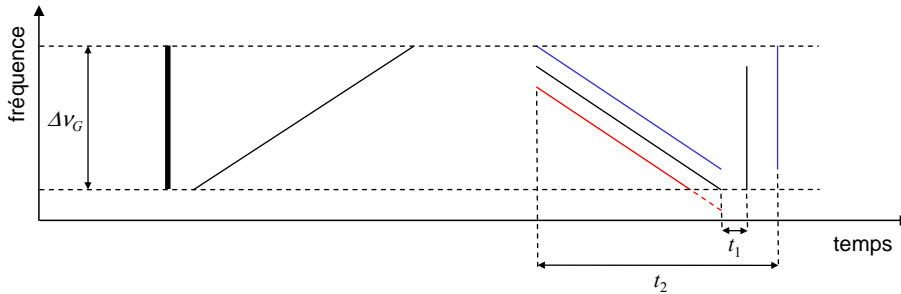


FIG. 1.14 – Principe de l'algorithme de chirp pour l'analyse d'un signal  $s(t)$  oscillant à la fréquence  $F$  en bande latérale unique. La bande d'intérêt est la bande supérieure.

Avec un cristal de Er :YSO de 500 MHz de largeur inhomogène, nous pouvons donc atteindre ultimement une bande passante instantanée de l'ordre de 200 MHz, avec un nombre de canaux supérieur au millier. Ces performances potentielles sont comparables aux solutions acousto-optiques décrites au début de ce chapitre. L'avantage de notre architecture réside dans sa flexibilité, dans la mesure où nous pouvons changer la zone d'analyse à chaque nouvelle excitation, en jouant sur la largeur et la position du filtre dispersif. L'évolution vers des bandes passantes multi-GHz passe par d'autres cristaux, présentant des largeurs inhomogènes plus grandes.

### Influence du temps de vie des cohérences

Comme nous l'avons déjà souligné, le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition excitée majore le retard maximum  $t_2$  de notre filtre dispersif. Cette limite se répercute alors sur la durée de l'impulsion de lecture  $T_S$ . D'un point de vue d'imagerie, cette durée

correspond à l'ouverture de notre lentille temporelle : elle influe donc sur les détails de l'image formée. En terme d'analyse spectrale, la résolution spectrale, donnée par  $1/T_S$ , ne peut être plus fine que  $1/T_2$ . Nous retrouvons un résultat déjà évoqué dans la description théorique des échos de photons, où nous avons dit que les détails spectraux des impulsions plus fins que la largeur homogène ne peuvent pas être résolus. Nous retrouvons cette valeur fondamentale.

Mais la durée de vie des cohérences a une autre conséquence sur notre analyseur. Dans la partie 1.4.2, nous avons souligné la variation de l'intensité de l'écho en fonction du retard  $t_{12}$  entre les impulsions 1 et 2. Or les figures 1.13 et 1.14 montrent que le retard  $t_{12}$  varie selon les classes de fréquences. C'est le principe de la dispersion : les fréquences les plus grandes voient un retard plus grand que les fréquences courtes. Conséquemment, l'enveloppe du signal d'écho varie en  $\exp(-4t/T_2)$ , et l'amplitude de l'écho formé par les composantes à haute fréquence de  $s(t)$  est plus faible que celle des composantes basse fréquence [22].

Cependant, cette variation du signal d'écho, et donc du spectre fourni par notre analyseur, est relative. La largeur homogène de nos cristaux atteint environ 10 kHz, ce qui correspond à des résolutions bien trop fines au vu de nos besoins. En nous contentant d'une résolution de  $\sim 100$  kHz, c'est à dire à un temps  $T_S$  d'une dizaine de  $\mu s$ , la décroissance exponentielle du signal est faible.

### Analyse continue

Une caractéristique fondamentale de l'analyse spectrale est la probabilité d'interception, c'est à dire le ratio entre la quantité de signal traitée par rapport à la quantité de signal détectée. Pour des applications de spectroscopie ou de traitement de signaux RADAR, cette probabilité doit être unitaire, ce qui revient à une analyse sans temps mort. Nous pouvons donc nous demander si notre architecture peut répondre à ce point.

Tout d'abord, le schéma d'excitation des figures 1.13 et 1.14 montre clairement que les étapes de gravure de la ligne dispersive, et d'analyse du signal RF sont séquentielles. Cependant, il est important de souligner que l'algorithme de chirp est un cas particulier d'écho de photons. A ce titre, il en conserve certains avantages, comme par exemple la possibilité de séparer spatialement la direction des impulsions excitatrices et de l'écho. Ainsi, il est possible de venir inscrire un nouveau filtre pendant qu'on vient sonder le précédent. La gravure et la lecture peuvent donc être rendues cotemporelles. En outre, la séparation spatiale des faisceaux nous assure de travailler sur fond noir, condition importante pour assurer une bonne dynamique en détection.

Ensuite, nous devons être capable de répéter continûment la séquence d'excitation, c'est à dire travailler en régime d'accumulation (cf partie 1.4.2). A nouveau, la configura-

tion d'écho de photon permet de remplir ce point. Il est en effet possible soit d'accumuler la gravure de la ligne dispersive, soit de sonder cette ligne avec plusieurs impulsions de lecture consécutives. Dans le premier cas, on se heurte à des contraintes sur la stabilité du laser de gravure ; dans le second cas la décroissance du signal d'écho avec le temps de vie des populations  $T_1$  diminue la dynamique de l'analyse d'une lecture à l'autre.

### 1.5.3 Contraintes expérimentales

#### Source laser

Les impulsions balayées en fréquence nous permettent d'inscrire la ligne dispersive dans la bande d'absorption, puis de réaliser la lentille temporelle pour obtenir notre transformation de Fourier. Cependant, nous allons voir que les performances requises par une source capable de fournir ces impulsions sont particulièrement exigeantes.

Imaginons en effet que nous souhaitons profiter de toute la largeur inhomogène de notre cristal. Nous devons pouvoir balayer cette bande en un temps plus court que le temps de vie des cohérences. La vitesse de balayage  $r$  nécessaire doit donc être plus grande que  $\gamma_{inh}/T_2$ . Comme nous l'avons vu, les ordres de grandeur typiques des cristaux dopés aux ions de terres rares sont  $\gamma_{inh} \sim 10$  GHz et  $T_2 \sim 10$   $\mu$ s,  $r$  doit donc être supérieur à 1 GHz/ $\mu$ s ! On ne parle plus d'accordabilité, mais plutôt d'*agilité* en fréquence.

De plus, le laser doit présenter des propriétés de pureté spectrale et de stabilité exceptionnelles, pour ne pas dégrader la gravure des lignes dispersives. Ainsi, le temps de cohérence de la source doit être bien plus grand que la durée de vie des cohérences du matériau. Ensuite, si nous voulons travailler en régime d'accumulation, la gigue en fréquence du laser sur un temps de l'ordre de  $T_1$  doit être plus petite que la résolution visée par notre analyseur. Sinon, la ligne dispersive gravée à chaque séquence ne sera pas superposée à la ligne gravée précédemment, et au lieu d'améliorer le contraste de la gravure, nous le détériorerons. Enfin, et pour les mêmes raisons, la linéarité, la précision et la répétabilité des balayages en fréquence doivent être bien meilleures que la précision d'analyse recherchée.

Bien entendu, la taille de la source laser, sa consommation, etc. sont des paramètres expérimentaux importants. Nous aurons l'occasion de reparler de ces performances dans le troisième chapitre de ce manuscrit, entièrement dédié au développement de telles sources, à la fois stables et agiles en fréquence.

#### Gravure

Les impulsions de gravure présentées dans la figure 1.14 sont difficilement exploitables expérimentalement, particulièrement la première d'entre elles. Une impulsion suf-

faisamment courte pour que son spectre soit bien plus large que  $\gamma_{inh}$ , impose en effet de travailler avec des impulsions de durée bien inférieure à la nanoseconde. Or les sources laser utilisées dans ces expériences sont à base de diodes lasers, délivrant quelques mW en continu. D'une part, le découpage d'une impulsion brève n'est pas aisé, mais quand bien même nous y arriverions, l'énergie délivrée par cette impulsion serait trop faible pour venir graver une ligne dispersive exploitable dans le matériau. Nous avons recours à d'autres méthodes d'excitation, comme celles présentées sur la figure 1.15.

La partie de gauche de la figure montre une configuration à deux impulsions de durée identique  $T_G/2$ , balayées en fréquence avec des taux de chirp  $-2r_L$  et  $+2r_L$  pour les première et deuxième impulsions respectivement.  $r_L$  représente le taux de chirp à la lecture. La loi de dispersion  $t_{12}(\nu)$  ainsi enregistrée varie en  $1/r_L$ . Elle est donc identique à celle obtenue par la configuration de gravure présentée sur la figure 1.13. Néanmoins le retard le plus long  $t_2$  doit être plus court que le temps de vie des cohérences, ce qui oblige à travailler avec des impulsions d'une durée de l'ordre de la dizaine de  $\mu s$ ; l'énergie déposée dans le matériau reste faible. En travaillant en régime d'accumulation, cette contrainte est relaxée puisqu'on peut augmenter la cadence de répétition de la séquence d'excitation, de manière à enregistrer plus efficacement la dispersion.

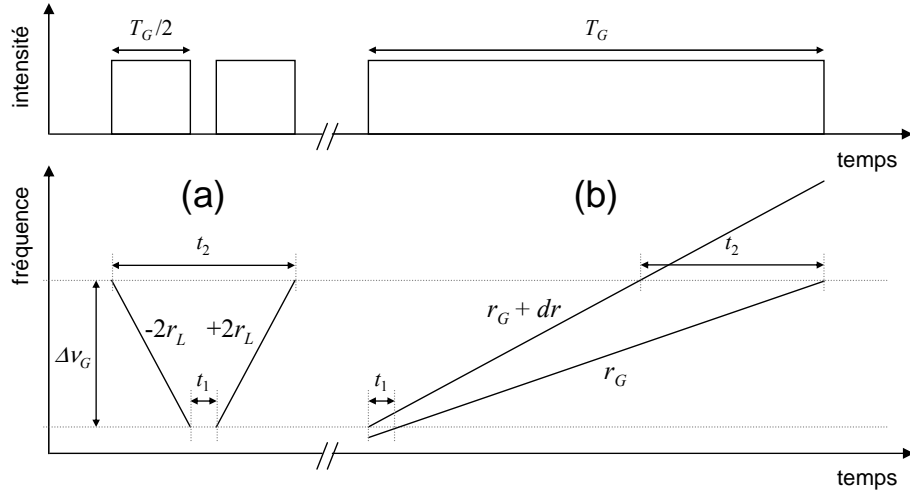


FIG. 1.15 – Configurations utilisées expérimentalement pour la gravure de la ligne dispersive avec des impulsions balayées en fréquence.

L'autre alternative, présentée sur la figure 1.15(b), consiste en une seule impulsion présentant deux balayages en fréquence co-temporels, de taux de balayage sensiblement différents  $r_G$  et  $r_G + dr$  ( $dr \ll r_G$ ). Le taux de dispersion inscrit par la ligne est alors  $dr/r_G^2$ , qu'il faut rendre égal à  $1/r_L$ . Dans cette configuration, la durée l'impulsion  $T_G$  n'est plus limitée par le temps de vie des cohérences  $T_2$ , mais par la durée de vie du

niveau excité  $T_1$ . A puissance laser constante, on dispose ainsi d'une plus grande énergie par classe d'ions. Les taux de chirp sont également moins difficiles à atteindre.

A la lecture, la vitesse de balayage  $r_L$  reste inchangée quel que soit le schéma de gravure. La source doit donc répondre aux critères d'agilité évoqués précédemment. La contrainte sur l'énergie est levée dans la mesure où la lecture ne doit pas effacer la ligne dispersive gravée au préalable.

## Cryogénie

Les performances potentielles offertes par cette architecture dépendent fondamentalement du cristal dopé aux ions de terres rares. C'est en effet grâce à ses propriétés optiques que nous pouvons l'utiliser comme un processeur à transformation de Fourier de signaux RF. En particulier, la résolution de l'analyse et le temps de traitement sont tous deux liés au temps de vie des cohérences de la transition excitée. Le prix à payer pour disposer d'un temps de cohérence suffisamment long pour être compatible avec nos besoins est la cryogénie.

Le cristal doit en effet être refroidi à l'hélium liquide pour présenter des caractéristiques exploitables. Les études spectroscopiques de Thomas Böttger sur l'Er :YSO montrent que la largeur homogène de la transition varie très rapidement avec la température [49]. Par exemple, pour un échantillon dopé à 0,005 % placé dans un champ magnétique de 2 Tesla, la largeur homogène passe de 3 kHz à plus de 150 kHz lorsque la température de l'échantillon monte de 1,5 K à 5 K. Si la largeur homogène reste suffisante pour la résolution visée, le temps de cohérence est réduit de près de deux ordres de grandeur, augmentant ainsi la vitesse des balayages en fréquence nécessaires pour les excitations de notre algorithme. Toutefois, la largeur homogène du cristal peut être de quelques kHz à une température de l'ordre de 4 K, à condition que le champ magnétique externe soit augmenté à plusieurs Tesla, pour un même taux de dopage [49]. Dans tous les cas, la température de travail doit être régulée précisément pour éviter des écarts importants de temps de cohérence.

Il est cependant important de noter que la température ne représente pas un trop gros verrou technologique pour les applications visées. Pour la radioastronomie, il ne faut pas perdre de vue que les satellites embarquent généralement plus d'azote et d'hélium liquides que d'instruments. Ce sont eux-mêmes de gros cryostats. En ce qui concerne les applications militaires, le refroidissement de matériels à des températures inférieures à 5 K peut en principe être réalisé dans des microrefroidisseurs Stirling, Joule-Thomson, ou bien utilisant des "pulse tubes".

## Détection

Enfin, la dernière contrainte expérimentale concerne la détection. La projection du spectre  $\tilde{s}(f)$  par notre analyseur se fait dans un temps inférieur à  $T_2$ . Dans cet intervalle de temps peuvent se cacher des détails spectraux fins qui, s'ils sont résolus par le cristal, doivent être résolus en temps par le détecteur. Ceci impose donc une détection rapide, dont la bande passante couvre typiquement la bande passante d'analyse. De tels détecteurs rapides sont disponibles, mais il faut également tenir compte de la dynamique de notre système à la détection.

Le processus d'écho de photons possède en effet un faible rendement énergétique. Plus précisément, l'énergie de l'écho ne représente que quelques pour cents de l'énergie des impulsions excitatrices. Sachant que les puissances disponibles par les sources sont de quelques mW, la puissance crête de l'écho est très petite. On doit donc disposer d'une détection faible bruit très sensible, ce qui est généralement peu compatible avec la grande bande passante.

S'il n'est pas à douter que les barrières technologiques seront repoussées pour offrir un tel détecteur dans un futur proche, il est pour le moment difficile de disposer de tels produits.

## 1.6 Réalisation expérimentale

La première démonstration expérimentale de la transformation de Fourier temps-fréquence par l'algorithme de chirp a été faite au laboratoire en 2001, dans un cristal de Tm :YAG. Mais les performances étaient alors peu exploitables. Un des objectifs de cette thèse a été de développer un analyseur basé sur ce même algorithme dans un cristal de Er :YSO, avec des caractéristiques spectrales intéressantes. Nous allons à présent détailler le dispositif expérimental ainsi que les résultats obtenus.

### 1.6.1 Architecture

L'architecture opto-électronique est présentée sur la figure 1.16. Le schéma introduit les éléments clefs de notre montage, à savoir des lasers pour la programmation (gravure de la ligne dispersive) et la lecture, un modulateur rapide qui transpose le signal RF sur porteuse optique, le cristal placé dans un cryostat, et un détecteur rapide.

Un des intérêts majeurs de cette expérience est de travailler dans le domaine de longueur d'onde des télécommunications optiques. En effet, la transition que nous excitons dans le cristal de Er :YSO est centrée à 1536 nm. Une grande partie des composants de notre montage sont disponibles pour un coût raisonnable dans une technologie fibrée,

c'est à dire que la lumière entre et sort du composant par une fibre optique. Le gain en place ainsi qu'en ergonomie est appréciable, ce qui rend l'expérience viable en terme d'intégration.

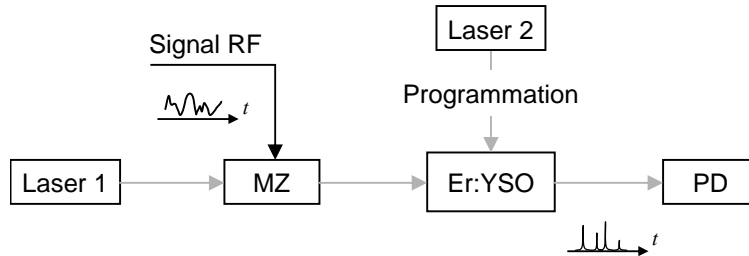


FIG. 1.16 – Architecture de l'analyseur spectral de signaux RF par projection temporelle (MZ : modulateur Mach-Zehnder ; PD : photodiode).

Pour caractériser notre cristal et réaliser les premières expériences d'analyse spectrale, nous avons travaillé avec un laser à fibre dopée erbium de type "distributed feedback" (DFB), qui présente d'excellentes qualités spectrales (Koheras Adjustik). Nous avons en effet mesuré une largeur de raie de l'émission laser inférieure au kHz par une méthode d'autohétérodynage [86]. La gigue en fréquence du laser est de quelques kHz sur une centaine de  $\mu$ s. Le faisceau de sortie de ce laser est directement injecté dans une fibre à maintien de polarisation, et peut fournir jusqu'à 6 mW de puissance optique.

Cette source s'est avérée être l'outil idéal pour des expériences d'écho de photons, compte tenu de sa très grande pureté spectrale. Par contre, ce laser ne présente aucune agilité en fréquence. La seule accordabilité possible est thermique : la longueur d'onde peut varier lentement sur 2 nm environ. Nous avons tout de même utilisé ce laser pour une démonstration d'analyse spectrale faible bande à très haute résolution, comme nous le verrons un peu plus loin, pendant que nous développons une source laser agile en fréquence, adaptée à une analyse à large bande.

En ce qui concerne la modulation, il n'a pas été difficile de trouver des modulateurs électro-optiques de type Mach-Zehnder capables de transférer des signaux RF sur des bandes passantes supérieures à 10 GHz. De même pour des modulateurs acousto-optiques, avec lesquels nous découpons des impulsions à partir du rayonnement continu de notre laser. Ainsi, tout le montage en amont du cryostat est fibré.

Enfin, notre cristal doit être refroidi. Nous le plaçons donc dans un cryostat (Janis Research Co.) refroidi à l'hélium liquide. La température de l'échantillon peut ainsi descendre jusqu'à 1,5 K. Dans nos expériences, la température de travail était généralement de 1,7 K.

## 1.6.2 Cristal

### Dopage, dimensions et absorption

Le cœur de cette expérience est le cristal dopé aux ions de terres rares. Il peut être considéré comme le processeur optique de notre analyseur, celui qui effectue la transformation de Fourier temps-fréquence. Le cristal utilisé dans ces expériences est une matrice de YSO dopée par les ions erbium  $\text{Er}^{3+}$ .

Comme nous l'avons vu plus haut, l'ion erbium est un ion de Kramers. A ce titre les matrices dopées aux ions erbium présentent un temps de cohérence très court. Pour augmenter ce dernier, il convient de placer le cristal sous un champ magnétique permanent. L'optimisation de l'orientation du champ a fait l'objet de la thèse de Thomas Böttger [49]. D'après cette étude, un champ orienté à  $135^\circ$  de l'axe  $D_1$  du cristal offre un temps de cohérence long, avec un écart Zeeman entre les niveaux de Kramers grand. Ce second aspect est important pour limiter les interactions ion-ion par des fluctuations de spin électronique (cf partie 1.3.2). Nous avons donc commandé un cristal dopé à 0,005 %, taillé perpendiculairement à l'axe  $b$ , comme le montre la figure 1.17(a). L'axe de propagation de la lumière correspond à l'axe  $b$ . Le champ magnétique est créé par deux aimants permanents en NdFeB, puis guidé par deux pièces polaires. Nous avons mesuré un champ de  $\sim 1,3$  Tesla dans l'entrefer de 2,5 mm avec une sonde à effet Hall.

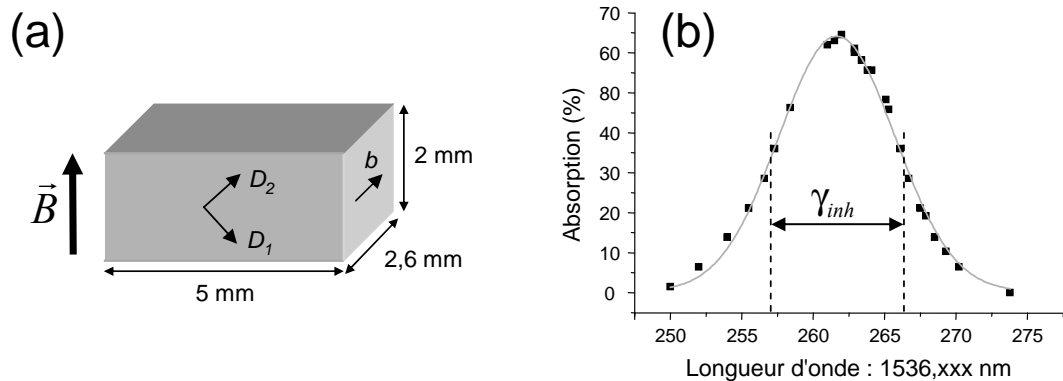


FIG. 1.17 – (a) Dimensions du cristal de Er :YSO utilisé. (b) Profil d'absorption de la transition à 1536 nm (carrés : points expérimentaux ; ligne : ajustement gaussien).

Avec un lambdamètre Burleigh 1650, nous relevons la longueur d'onde de transition pour le site 1. Sans champ magnétique, la longueur d'onde est 1536,47 nm dans le vide, qui est à comparer à des valeurs publiées de 1536,48 nm [51]. En présence du champ magnétique produit par nos aimants, la longueur d'onde entre les composantes Zeeman inférieures des sous-niveaux Stark  $^4I_{15/2} : Z_1$  et  $^4I_{13/2} : Y_1$  est décalée à 1536,26 nm. En tenant compte d'un déplacement de la raie  $0,719 \text{ cm}^{-1}/\text{Tesla}$  dans l'orientation choisie



[49], on détermine un champ magnétique de 1,3 Tesla. Ce résultat est cohérent avec celui fourni par la sonde à effet Hall. L'absorption à cette longueur d'onde est de 65 % pour une polarisation optique linéaire parallèle à l'axe  $D_2$ , ce qui correspond à une densité optique de 0,45. La transition présente une largeur inhomogène de 8,1 pm à mi-hauteur, soit 1,2 GHz (voir figure 1.17(b)). Cette valeur est deux fois plus grande que celle reportée par Thomas Böttger. Une inhomogénéité de la valeur du champ magnétique (de l'ordre de 0,02 Tesla) ou de son orientation semble être à l'origine de cet élargissement.

### Mesure de $T_1$ et $T_2$

Ensuite, nous mesurons les temps caractéristiques de notre transition : temps de vie des populations  $T_1$  et temps de vie des cohérences  $T_2$ . Pour cela, nous utilisons la spectroscopie par échos de photons (cf partie 1.4.2). Le montage est présenté sur la figure 1.18(a). Le rayonnement laser accordé sur le centre de la transition passe par un modulateur acousto-optique (AO1, modèle M080-2J-F2S de Gooch & Housego), qui découpe des impulsions de 300 ns. Le faisceau issu de la fibre est collimaté puis focalisé dans le cristal par une lentille de 125 mm de focale. Le faisceau ainsi imagé a un diamètre de 50  $\mu\text{m}$  à  $1/e^2$ . Ensuite, le faisceau est à nouveau collimaté puis passe à travers un second modulateur acousto-optique (AO2, modèle DT-80 de A&A) avant d'être focalisé sur une photodiode préamplifiée (New Focus 1811, sensibilité de  $5.10^4$  V/W, bande passante de 125 MHz). Le second modulateur sert de porte optique, qui est déclenchée pour ne laisser passer que l'écho de photons. On évite ainsi d'éclairer et de saturer le détecteur avec les impulsions excitatrices. Les impulsions de commande des modulateurs AO1 et AO2 sont synchronisées par des générateurs de retard DG 535 de Stanford Research System. La puissance optique disponible à l'entrée du cryostat est de 1,5 mW.

Pour mesurer le temps de vie des populations  $T_1$  de la transition, on envoie une séquence de trois impulsions excitatrices. Le retard  $t_{12}$  entre les deux premières impulsions est fixé à 3  $\mu\text{s}$ , et on fait varier le retard  $t_{23}$  entre les impulsions 2 et 3. L'évolution de l'amplitude de l'écho détectée en fonction de  $t_{23}$  est tracée sur la figure 1.18(b). L'échelle verticale logarithmique met clairement en évidence deux temps caractéristiques. Nous ajustons nos résultats expérimentaux par une somme de deux fonctions exponentielles. L'ajustement nous indique deux temps caractéristiques :  $\tau_1 = 19 \mu\text{s}$  et  $\tau_2 = 3 \text{ ms}$ . Le temps court, qui a déjà été observé [49, 87] provient d'interactions entre ions par basculement de spins assistés par phonons. Nous aurons l'occasion d'aborder ce point plus en détail dans le deuxième chapitre de ce manuscrit. Lorsque  $t_{23}$  est plus grand que  $\tau_1$ , les fluctuations de spins électroniques sont moins importantes, et la variation devient mono-exponentielle. Dans notre étude théorique, nous avons vu que cette variation doit être en  $\exp(-2t_{23}/T_1)$ . D'après notre ajustement, nous remontons donc à  $T_1 = 6 \text{ ms}$ . Le temps de vie  $T_1$  de

l'Er :YSO pour le site 1 a été mesuré à  $\sim 11$  ms par spectroscopie de fluorescence résolue en temps [49, 52]. La différence entre cette valeur et notre résultat semble également provenir des interactions ion-ion, qui accélèrent la relaxation. En augmentant le champ magnétique de manière à ce que la différence d'énergie entre les composantes Zeeman soit bien plus grande que l'énergie thermique, on parvient à retrouver une relaxation dont le temps se rapproche du temps de vie du niveau excité [49].

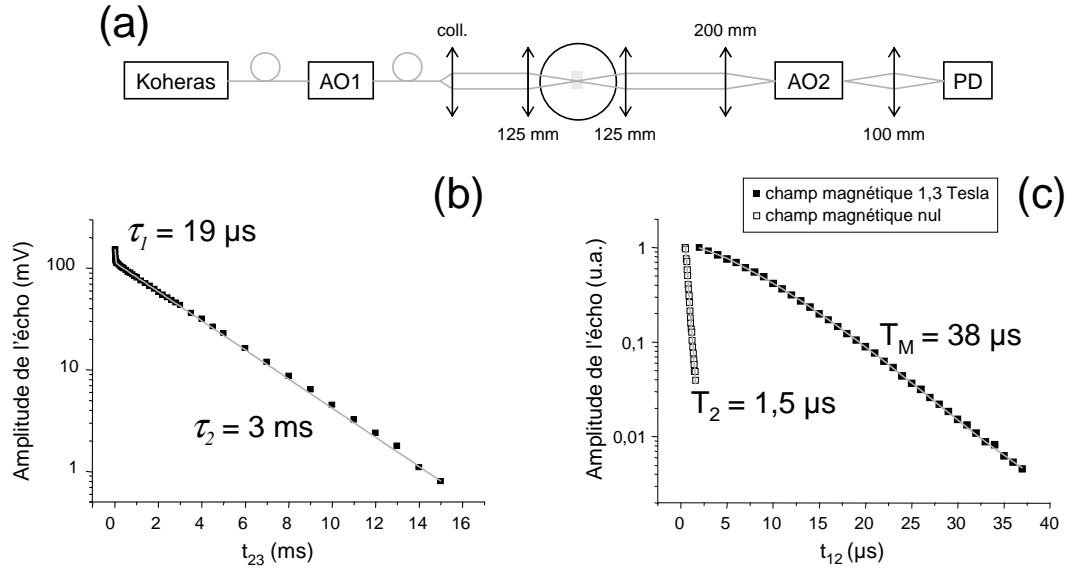


FIG. 1.18 – (a) Schéma expérimental pour la mesure d'écho de photons (AO : modulateurs acousto-optiques ; PD : photodiode). (b) Mesure du temps de vie du niveau excité  $T_1$ . (c) Mesure du temps de vie des cohérences  $T_2$  avec et sans champ magnétique appliqué à une température de 1,7 K (carrés : valeurs expérimentales ; lignes : ajustements).

Pour déterminer le temps de vie des cohérences, nous fixons le retard  $t_{23}$  à  $1 \mu$ s, et nous relevons l'intensité de l'écho en fonction du retard  $t_{12}$ . Nous effectuons ces mesures avec et sans champ magnétique, comme le montre la figure 1.18(c). Les deux séries de points ont été obtenues avec l'échantillon refroidi à 1,7 K. Pour ces expériences, nous avons vu que l'amplitude détectée de l'écho doit suivre une variation exponentielle de type  $\exp(-4t_{12}/T_2)$ . Sans champ magnétique, la variation est bien mono-exponentielle, et un ajustement nous indique un temps de vie des cohérences  $T_2 \sim 1,5 \mu$ s. Ce temps très court se rapproche de valeurs déjà publiées [51]. Lorsque nous appliquons notre champ magnétique de 1,3 Tesla, la variation n'est plus vraiment exponentielle. Elle est mieux décrite par l'expression

$$I(t) = I_0 \exp(-4t_{12}/T_M)^x \quad (1.54)$$

proposée par Mims pour les échos de spin [88], puis reprise par MacFarlane pour les échos

de photons [89]. Le temps caractéristiques  $T_M$  est appelé temps de déphasage, auquel on associe une largeur homogène “effective”  $\gamma_M$  donnée par

$$\gamma_M = \frac{1}{\pi T_M}. \quad (1.55)$$

L'exposant  $x$  ( $x \geq 1$ ) de l'expression (1.54) traduit quant à lui la présence de diffusion spectrale dans la variation de l'intensité de l'écho, c'est à dire des interactions parasites qui perturbent les cohérences à une échelle de temps de l'ordre de  $t_{12}$ . Lorsque  $x = 1$ , ces perturbations sont nulles, et le temps de déphasage  $T_M$  tend vers le temps de vie des cohérences  $T_2$ . En utilisant ce modèle, l'ajustement de nos valeurs expérimentales nous donne un temps  $T_M = 38 \mu\text{s}$ , pour un exposant  $x = 1,3$ . La largeur homogène effective de la transition  $\gamma_M$  est donc de l'ordre de 8 kHz. Ces résultats sont comparables à ceux de Thomas Böttger, dans des conditions similaires [49]. Afin de nous assurer de l'absence de diffusion spectrale instantanée liée à une excitation trop intense, nous avons repris ces mesures avec une puissance optique de  $450 \mu\text{W}$  : les résultats sont identiques.

En conclusion, notre cristal présente une transition optique à 1536,26 nm, élargie de manière inhomogène sur  $\sim 1$  GHz. Le temps de vie des populations sur l'état excité de cette transition est supérieur à 6 ms, et le temps de vie des cohérences dépasse  $40 \mu\text{s}$ , lorsque le cristal est refroidi à 1,7 K et placé sous un champ magnétique de 1,3 Tesla orienté à  $135^\circ$  de l'axe  $D_1$ .

### 1.6.3 Analyse spectrale à haute résolution

#### Excitation

La première série d'expériences visant à réaliser une transformation de Fourier temps-fréquence dans un cristal de Er :YSO a été menée au début de cette thèse. Nous ne disposions pas de laser agile en fréquence, aussi les premiers résultats ont été obtenus avec le laser Koheras introduit précédemment. Compte tenu de la grande pureté spectrale de la source, nous avons pu mettre en avant la possibilité de faire de l'analyse à haute résolution, sur une bande passante étroite. La fréquence du laser est balayée en externe par l'intermédiaire d'un modulateur acousto-optique, dont l'efficacité de diffraction est supérieure à 50 % sur une bande de  $\pm 20$  MHz. Ce modulateur est piloté par un générateur de forme arbitraire (Sony-Tektronix AWG 520). La séquence d'excitation à la gravure de la ligne dispersive est celle de la figure 1.15(b). Finalement, le montage expérimental est le même que celui utilisé pour les échos de photons (figure 1.18).

## Fonction d'appareil

Tout d'abord, nous avons relevé la réponse de notre analyseur sans modulation de la porteuse à la lecture. Dans ce cas, on s'attend à ce que l'écho de photons relatif à la porteuse soit la transformée de Fourier d'un carré, correspondant à la durée de l'impulsion de lecture. Les paramètres de la gravure sont les suivants :

$$\begin{cases} T_G = 30 \mu s \\ \Delta\nu_G = 40 \text{ MHz} \\ t_1 = 0 \mu s \\ t_2 = 12 \mu s \end{cases}$$

La lecture consiste simplement en une impulsion de  $T_S = 3 \mu s$ , dont le spectre est centré par rapport à la ligne dispersive. Le signal détecté est présenté sur la figure 1.19. La puissance optique est de 1,8 mW, et l'excitation est répétée à une cadence de 100 Hz, pour laquelle l'amplitude du signal détectée est légèrement plus grande par rapport à celle obtenue à une cadence de 10 Hz. Enfin, le résultat est moyenné sur 16 acquisitions.

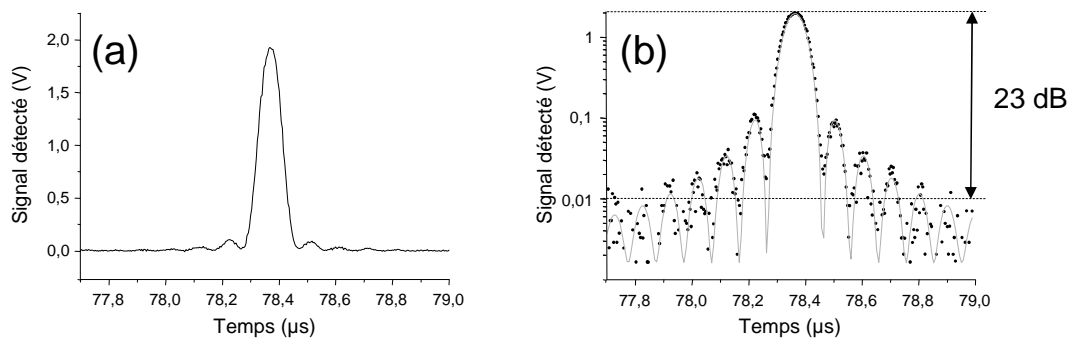


FIG. 1.19 – Transformée de Fourier d'une impulsion de lecture de  $3 \mu s$ . (a) Trace expérimentale en échelle linéaire. (b) Points expérimentaux échantillonnés par l'oscilloscope (points) et ajustement théorique (ligne) en échelle logarithmique. Moyenne sur 16 acquisitions, en régime d'accumulation cadencé à 100 Hz, pour une puissance optique de 1,8 mW.

La partie (a) de la figure représente le résultat expérimental en échelle linéaire. Sur la partie (b), on a représenté les points relevés à l'oscilloscope en échelle logarithmique, que l'on a ensuite ajustés par le carré du module d'une fonction sinus cardinal. L'accord entre la trace attendue théoriquement et les résultats expérimentaux est excellent. En effet, notre impulsion de lecture correspond à un créneau de durée  $T_S = 3 \mu s$ . Sa transformée de Fourier est donc un sinus cardinal dont l'argument est  $fT_S$ . La largeur à mi-hauteur, tout comme l'écart entre deux lobes secondaires est égal à  $1/T_S$ , c'est à dire ici 333 kHz.

De plus, le taux de dispersion inscrit est  $1/r = 12 \mu s/40 \text{ MHz}$ . L'écart temporel entre deux lobes secondaires doit donc être  $1/rT_G$ , soit 100 ns, ce que nous mesurons sur la figure 1.19(b). On note donc que la résolution de notre analyse est bien limitée par transformée de Fourier. Elle dépend de la durée de la lecture, ainsi que du taux de dispersion inscrit à la gravure.

Enfin, d'après ce résultat, on relève une dynamique linéaire en détection de 23 dB en tension, soit 46 dB en puissance électrique. Cette valeur est actuellement limitée par la détection, puisque la tension maximum de 2 V atteinte et le niveau de bruit de 10 mV correspondent respectivement à la saturation et à l'amplitude de bruit crête à crête de la photodiode.

### Bande passante et résolution

Ensuite, nous avons cherché à caractériser les performances spectrales de notre analyseur. Si la bande passante est limitée par les modulateurs acousto-optiques, nous avons voulu mettre en avant la capacité de haute résolution offerte par notre cristal. Nous avons mesuré une largeur homogène inférieure à 10 kHz par des échos de photons. Une telle résolution doit donc être accessible ultimement. Nous avons donc programmé une séquence d'excitation de manière à rapprocher la résolution à cette valeur de  $\gamma_h$ . Les caractéristiques de la gravure sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_G = 100 \mu s \\ \Delta\nu_G = 40 \text{ MHz} \\ t_1 = 0,2 \mu s \\ t_2 = 40,2 \mu s \end{array} \right.$$

La validation de cette approche haute résolution s'est donc faite en modulant la porteuse optique de lecture à l'aide du modulateur acousto-optique AO1 du montage de la figure 1.18(a). Nous simulons une série de 12 sinusoides, dont les fréquences s'étalent sur 20 MHz. La durée de la lecture est de 25  $\mu s$ , et nous nous plaçons en configuration d'analyse de bande latérale unique. Nous obtenons alors le résultat présenté sur la figure 1.20, pour lequel la puissance de gravure est de 1,8 mW, et la puissance de lecture est abaissée à 0,3 mW afin d'éviter des non-linéarités. La séquence est cyclée à 10 Hz.

Tout d'abord, nous vérifions sur le spectre de la figure 1.20(a) que les fréquences programmées sur le générateur de formes arbitraires sont aux positions attendues. La fréquence zéro est repérée par le pic le plus à gauche de la figure, qui est l'écho de la porteuse. Les sinusoides programmées ont toutes la même amplitude ; ce n'est pas le cas lors de la détection. Nous avons bien réglé les modulateurs acousto-optiques AO1 et AO2 de sorte que leur efficacité de diffraction soit bien centrée sur la bande d'analyse. La raison

de la décroissance observée provient de la relaxation de l'écho de photons, comme nous l'avons exprimée dans la partie 1.5.2. En extrapolant une décroissance exponentielle du spectre de la figure 1.20(a), on détermine un temps de cohérence de l'ordre de  $40 \mu\text{s}$ , ce qui est cohérent avec les mesures effectuées par échos de photons.

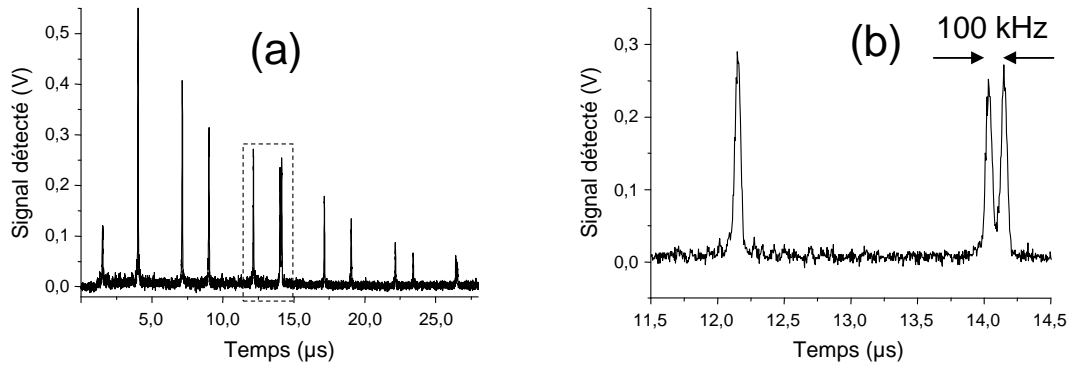


FIG. 1.20 – (a) Spectre d'une série de 12 sinusoïdes réparties sur 20 MHz. (b) Zoom autour d'un doublet séparé de 100 kHz. Acquisition unique, pour une puissance optique de 1,8 mW à la gravure et 0,3 mW à la lecture.

La figure 1.20(b) correspond à un zoom de la fenêtre en pointillés de la figure 1.20(a). Nous retrouvons un doublet de fréquences séparées par 100 kHz. Les deux pics sont parfaitement résolus, et leur largeur à mi-hauteur est de 48 ns. La durée de lecture valant  $25 \mu\text{s}$ , la résolution spectrale doit être de 40 kHz. Par ailleurs, le taux de dispersion gravé est  $1/r = 50 \mu\text{s}/40 \text{ MHz}$ . On en déduit donc une résolution temporelle équivalente de 50 ns. A nouveau, l'accord entre valeurs théoriques et expérimentales est excellent (l'écart de 2 ns correspond à la période d'échantillonnage de l'oscilloscope). Nous démontrons ainsi la capacité d'analyse à haute résolution de notre architecture à algorithme de transformée de chirp. Enfin, compte tenu de la bande analysée de 20 MHz, le nombre de canaux spectraux de notre analyseur atteint 500.

#### 1.6.4 Analyse spectrale à large bande

##### Modifications du système

Cette série de résultats a démontré la possibilité de faire de l'analyse spectrale de signaux RF par voie optique avec l'algorithme de transformée de chirp. Les caractéristiques spectrales de notre cristal ont permis de faire de l'analyse à haute résolution (40 kHz), tout en conservant un nombre de canaux important (500). Cependant, pour analyser une large bande passante plusieurs modifications ont dû être apportées.

D'une part, il a fallu développer une source agile en fréquence, capable de balayer sa fréquence d'émission sur plusieurs GHz en quelques dizaines de  $\mu s$ , avec une précision meilleure que 10 kHz. La description de cette source est donnée dans la partie 3.3, et son système d'asservissement dynamique est introduit en partie 4.2. Ce laser agile asservi est l'outil idéal et indispensable pour appliquer l'algorithme de chirp sur toute la largeur inhomogène  $\gamma_{inh}$  de notre cristal.

Pour transférer le signal RF à analyser sur la porteuse optique fournie par notre laser, nous utilisons un modulateur d'intensité électro-optique de type Mach-Zehnder, possédant une bande passante analogique de 12 GHz (modèle Avanex PowerLog AM10). Le point de fonctionnement du modulateur est ajusté entre la gravure et la lecture. Dans le premier cas, la transmission du modulateur est maximale de façon à éclairer efficacement le matériau (tension de polarisation du modulateur nulle), tandis qu'à la lecture, la transmission est optimisée pour les bandes de modulation (tension de polarisation du modulateur à  $V_\pi$ ). Enfin, on laisse un modulateur acousto-optique juste avant le cryostat pour découper les impulsions de lecture et de gravure.

Ensuite, nous avons pu constater que le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition excitée est une grandeur clef de notre architecture. Sa valeur détermine le temps de lecture, et donc la résolution de l'analyse, et elle pose également une contrainte sur les balayages en fréquence du laser. Nous avons donc intérêt à augmenter la valeur de  $T_2$ . Pour cela, nous pouvons jouer sur la température ou bien sur le champ magnétique appliqué sur le cristal. Comme nous travaillons entre 1,6 et 1,7 K, et que notre cryostat ne nous permet pas de descendre la température de l'échantillon bien en dessous, notre seul recours se reporte donc sur le champ magnétique. Nous avons utilisé un nouveau cristal, coupé selon la même orientation que le précédent, mais avec une hauteur réduite à 1 mm (au lieu de 2 mm pour le précédent). Ainsi, nous avons pu abaisser l'entrefer de nos pièces polaires à 1,1 mm. Le champ magnétique produit doit alors être plus élevé. Expérimentalement, nous avons observé un déplacement de la fréquence d'excitation à 1536,119 nm. Compte tenu du déplacement Zeeman de  $0,719 \text{ cm}^{-1}/\text{Tesla}$ , on extrait un champ de l'ordre de 2,1 Tesla. Cette augmentation du champ est corroborée par une hausse importante du temps de vie des cohérences, qui passe de 38  $\mu s$  à plus de 150  $\mu s$  dans ce cas.<sup>1</sup> On peut ainsi allonger le temps de lecture  $T_S$  pour avoir une meilleure résolution à l'analyse, sans pour autant voir la décroissance de l'amplitude de l'écho sur le spectre détecté. Notons cependant que cette valeur de champ paraît exagérée compte tenu de la saturation du fer des pièces polaires. Ce point reste à être éclairci.

Enfin, l'analyse spectrale sur large bande passante instantanée avec une bonne réso-

---

<sup>1</sup>Un calcul d'ordre de grandeurs permet de dénombrer environ  $10^{10}$  ions erbium par classe d'ions, c'est à dire dans une bande spectrale égale à la largeur homogène de la transition.

lution nécessite un détecteur rapide. Nous avons donc remplacé la photodiode par le modèle 1611 de New Focus, qui est également préamplifié, mais dont la bande passante atteint 1 GHz avec un rendement de 700 V/W. On a donc une moins bonne sensibilité à la détection que pour la première série d'expériences.

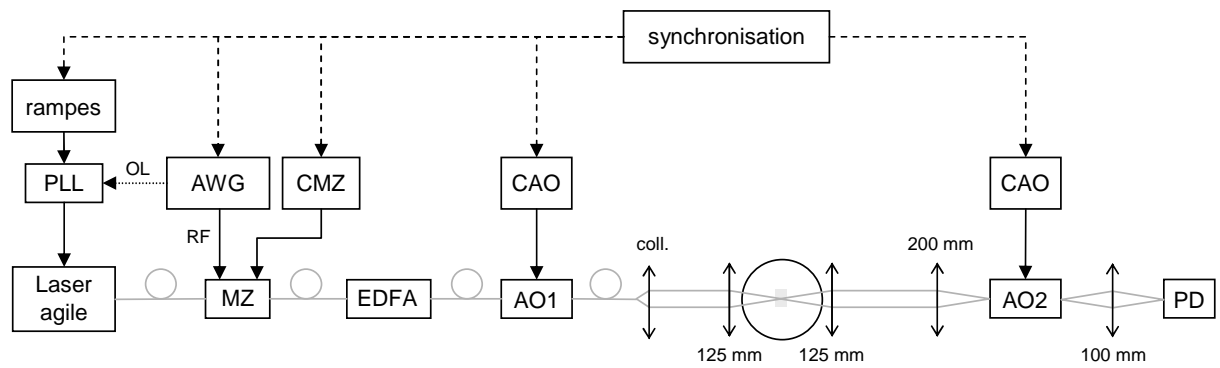


FIG. 1.21 – Schéma expérimental du montage pour l'analyse spectrale de signaux RF à large bande (MZ : modulateur électro-optique de Mach-Zehnder ; EDFA : amplificateur optique à fibre dopée erbium ; AO : modulateur acousto-optique ; PD : photodiode ; PLL : boucle à verrouillage de phase pour l'asservissement des chirps ; AWG : générateur de formes arbitraires ; CMZ : contrôleur de tension de polarisation du modulateur de Mach-Zehnder ; CAO : contrôleur des modulateurs acousto-optiques).

A cela s'ajoute une plus petite énergie déposée par classe d'ions à la gravure. En effet, il ne nous est plus possible de graver notre ligne dispersive avec les deux chirps cotemporels. On doit avoir recours à la séquence  $2r/r$  de la figure 1.15(a). Comme nous l'avons déjà évoqué, nous déposons ainsi moins d'énergie par classe d'ions. Mais en plus, la bande excitée est ici plus grande, puisqu'on passe de 20 MHz (bande passante des modulateurs acousto-optiques) à plus de 1 GHz (limité par la largeur  $\gamma_{inh}$  de la transition). Notre laser agile ne délivrant que quelques mW en continu, nous avons donc ajouté un amplificateur à fibre dopée erbium (EDFA), délivrant jusqu'à 60 mW de puissance optique. Après passage par les modulateurs électro-optique et acousto-optique, il reste finalement 15 mW de puissance optique incidente sur le cryostat.

L'ensemble du montage est représenté sur la figure 1.21. On constate que le montage expérimental s'étoffe, mais les composants ajoutés (EDFA, modulateur de Mach-Zehnder) sont fibrés, et l'encombrement reste limité. C'est finalement l'électronique (et le cryostat bien sûr !) qui occupe le plus de place.



### Séquence d'excitation

Comme nous venons de le voir, la séquence de gravure est celle de la figure 1.15(a). La ligne dispersive est enregistrée dans le matériau par deux impulsions balayées en fréquence à des taux  $2r$  et  $-2r$ , où  $r$  est le taux de balayage en fréquence à la lecture. Pendant ces impulsions, la fréquence du laser est balayée linéairement sur 3 GHz typiquement. Si la bande spectrale couverte est plus grande que la largeur inhomogène de la transition ( $\gamma_{inh} \sim 1,2$  GHz d'après la figure 1.17), nous sélectionnons ensuite une région plus étroite par l'intermédiaire du modulateur acousto-optique AO1 (voir figure 1.21) qui découpe les impulsions d'excitation. Le fait que la fréquence du laser balaye une zone plus grande que la bande utile offerte par le cristal nous permet d'attendre que la boucle d'asservissement des chirps soit bien verrouillée, et donc d'être certains que l'excitation est pure lorsqu'elle interagit avec les ions erbium. Par ailleurs, pour les deux impulsions de gravure, le modulateur de Mach-Zehnder est polarisé à une tension nulle de manière à laisser passer la porteuse optique. Enfin, le modulateur acousto-optique AO2 est fermé pour protéger la photodiode.

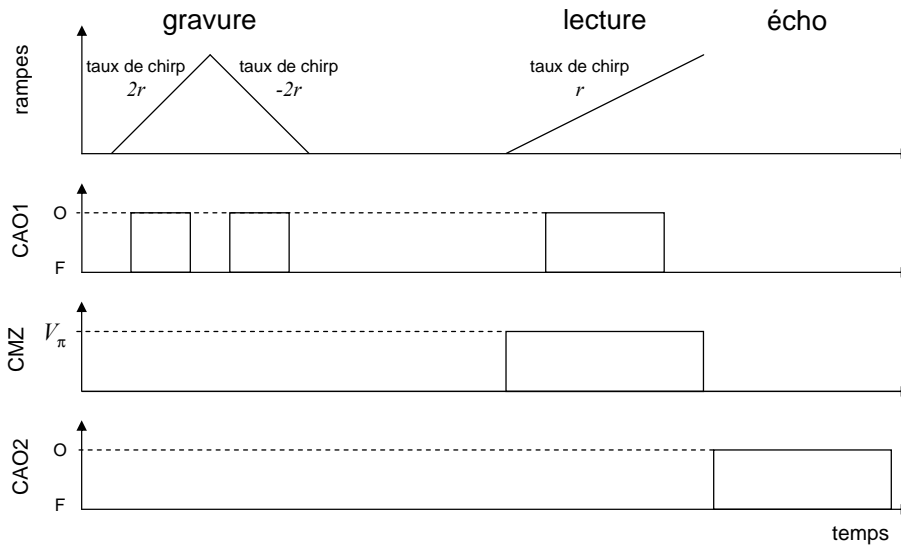


FIG. 1.22 – Synchronisation des signaux de commande pour l'analyse spectrale de signaux RF à large bande (O : modulateur ouvert ; F : modulateur fermé).

A la lecture, certains de ces paramètres changent. Tout d'abord, le taux de chirp de l'impulsion de lecture est réduit à  $r$ . Pour que la bande sondée soit toujours la même que la bande excitée, le moment et la durée d'ouverture du modulateur AO1 doivent être ajustés. Ensuite, la tension de polarisation du modulateur de Mach-Zehnder passe de 0 V à  $V_\pi$  pour atténuer la porteuse optique au profit des bandes latérales de modulation créées par le signal RF à analyser. Dans cette configuration, la tension du signal RF transféré

sur la porteuse optique est proportionnelle au champ électrique lumineux, et la puissance optique est proportionnelle au spectre RF.

Enfin, lorsque cette impulsion de lecture est terminée, le modulateur AO2 s'ouvre pour que la photodiode détecte le signal d'écho de photons généré par le cristal, qui contient le spectre du signal RF.

La séquence complète d'excitation est donc assez complexe à cause du plus grand nombre d'éléments du montage à piloter. Il faut en effet synchroniser les rampes de tension à appliquer au laser, et les commandes d'ouverture des différents modulateurs. Le chronogramme de tous ces signaux est récapitulé sur la figure 1.22.

### Fonction d'appareil

Comme dans la série d'expériences en bande étroite, on s'intéresse dans un premier temps à la fonction d'appareil. Cette étape est ici très importante compte tenu des fortes contraintes portant sur la qualité et la précision des balayages en fréquence des impulsions de l'algorithme de chirp. Les résultats présentés dans la partie 4.2 sont d'ailleurs là pour le prouver (cf figure 4.12). Nous avons donc commencé par relever la transformée de Fourier de l'impulsion de lecture pour une durée  $T_S$  variable, à un taux de chirp  $r$  fixe (2,6 GHz couverts en 50  $\mu\text{s}$ ). Comme nous l'avons déjà vu, le signal attendu est un sinus cardinal dont le lobe principal possède une largeur à mi-hauteur donnée par  $1/r.T_S$ . Cette largeur doit donc baisser au fur et à mesure que  $T_S$  augmente. Sur la figure 1.23(a), nous avons donné la réponse pour des durées de lecture de 10  $\mu\text{s}$ , 15  $\mu\text{s}$  et 20  $\mu\text{s}$ . La première observation de ces réponses montre bien l'amincissement du lobe principal.

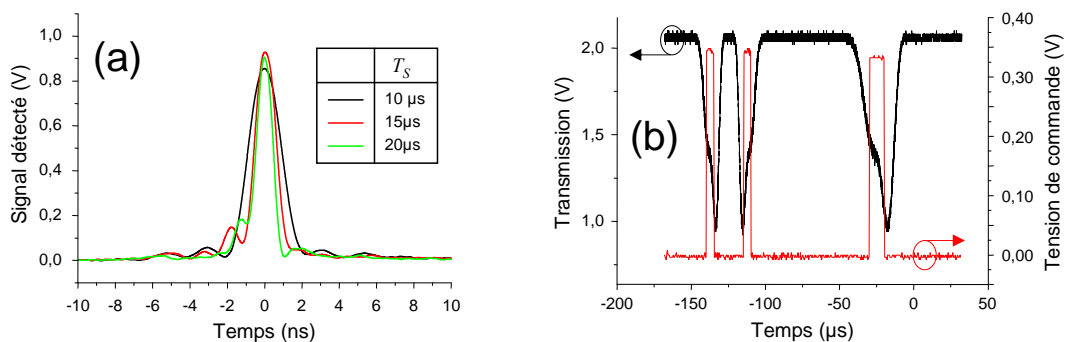


FIG. 1.23 – (a) Transformée de Fourier d'une impulsion de lecture de durée  $T_S$  variable (noir : 10  $\mu\text{s}$ ; rouge : 15  $\mu\text{s}$ ; vert : 20  $\mu\text{s}$ ). (b) Ligne noire : profils de raie transmis au cours de l'excitation; ligne rouge : signaux de commande d'ouverture du modulateur acousto-optique AO1 pour découper les impulsions d'excitation.

Pour  $T_S = 10 \mu\text{s}$ , on retrouve bien le spectre attendu théoriquement. La largeur

temporelle à mi-hauteur est de 1,9 ns, en très bon accord avec la valeur  $1/r.T_S$ . Lorsque  $T_S$  est allongé à 15  $\mu\text{s}$ , le spectre s'affine, avec une valeur de 1,3 ns toujours très proche de la valeur théorique. Par contre, la forme du spectre n'est plus symétrique. Cette dissymétrie est encore plus nette à  $T_S = 20 \mu\text{s}$ . Le lobe inférieur (situé à  $-1,5$  ns) est peu contrasté par rapport au lobe principal; le lobe supérieur est quant à lui absent. Par contre la largeur relevée (1 ns) reste en très bon accord avec la valeur théorique. Le rapport entre les valeurs mesurées de la largeur du lobe principal et celles du temps de lecture  $T_S$  reste constant.

Deux raisons peuvent être invoquées pour expliquer l'asymétrie progressive des réponses. D'une part, la bande passante de 1 GHz et le temps de montée de 400 ps de la photodiode commencent à montrer leurs limites. En effet, la largeur à mi-hauteur temporelle doit être légèrement inférieure à la ns pour la réponse à  $T_S = 20 \mu\text{s}$ . Comme nous l'avons évoqué page 61, une haute résolution spectrale requiert une grande résolution temporelle, c'est à dire une grande bande passante à la détection. De plus, la photodiode a un couplage capacitif qui crée une fréquence de coupure basse à 30 kHz. La réponse percutielle est donc affectée par ce couplage, qui crée un rebond après une décroissance rapide du signal détecté.

D'autre part, plus le temps  $T_S$  est long, plus la fréquence du laser couvre le profil inhomogène de la transition. Or, nous avons pu constater que ce dernier se répercute sur la réponse de l'analyse (équation (1.30), en partie 1.4.2). Sur la figure 1.23(b), nous avons représenté le profil de la transition balayée au cours de l'algorithme de chirp, ainsi que la partie sondée par les impulsions. On remarque que le profil de la transition est déformé, et n'est pas gaussien. Cette forme peut être due à une inhomogénéité du champ magnétique. Qui plus est, les signaux de commande d'ouverture du modulateur acousto-optique AO1 montrent que la région du profil excitée par les impulsions n'est pas plate. La réponse obtenue pour  $T_S = 20 \mu\text{s}$  sur la figure 1.23(a) doit donc correspondre à la convolution entre un sinus cardinal et le profil de la raie sondée.

Compte tenu de la faible largeur des réponses enregistrées précédemment, nous pouvons appliquer une fréquence de modulation sub-MHz pour évaluer la résolution de notre analyseur. Dans ces expériences, nous n'utilisons pas le modulateur électro-optique de Mach-Zehnder, mais le modulateur AO1. La durée de l'impulsion de lecture est fixée à 15  $\mu\text{s}$ , et le taux de chirp  $r$  est de  $6.10^{13}$  Hz/s. La configuration d'analyse est en bande latérale double (cf partie 1.5.2).

Dans un premier temps, on module l'amplitude du champ pendant l'impulsion par un signal sinusoïdal de fréquence 100 kHz. On s'attend à deux pics de même hauteur situés à  $\pm 100$  kHz de la fréquence nulle. Par contre, on ne doit pas avoir de signal pour cette fréquence nulle. Le spectre détecté est présenté sur la figure 1.24(a). Il consiste en deux

pics séparés de 200 kHz, parfaitement résolus, puisque la largeur d'un pic doit être de 66 kHz ( $1/15 \mu\text{s}$ ). Le zéro de fréquence est référencé au temps  $t = 0$ . L'amplitude détectée pour ces deux pics n'est pas égale. Cette différence peut provenir d'interférences entre les réponses en sinus cardinal des deux fréquences, ainsi que d'une modulation imparfaite de la cellule acousto-optique.

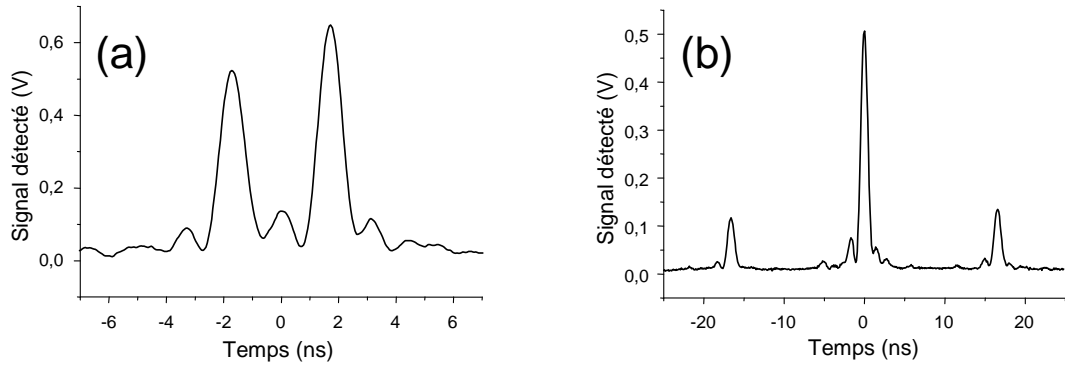


FIG. 1.24 – Spectres d'impulsions de lecture modulées à (a) 100 kHz et (b) 1 MHz. Signaux moyennés sur 16 acquisitions.

Si à présent, on module l'impulsion de lecture par un signal  $s(t)$  de type

$$s(t) = 0,2(1 + \sin(2\pi f_{mod}t)) \quad (1.56)$$

avec  $f_{mod} = 1 \text{ MHz}$ , alors on s'attend à avoir deux bandes latérales à  $\pm 1 \text{ MHz}$  de la fréquence nulle, à une hauteur relative de 0,25 fois celle du pic de fréquence nulle. Le signal relevé est présenté sur la figure 1.24(b). On retrouve bien le spectre attendu, à nouveau parfaitement résolu avec la hauteur des pics de modulation à 20 % de l'amplitude du pic central. On retrouve ici la dissymétrie de la réponse de la figure 1.23(a) sur les trois pics.

Ces premiers résultats démontrent qu'il est possible de conserver l'excellente résolution des expériences menées en bande étroite. La largeur des pics dépend de la durée de lecture  $T_S$ , et nous avons pu constater que deux pics séparés de 200 kHz pour une lecture de  $15 \mu\text{s}$  (c'est à dire une résolution de 66 kHz) sont parfaitement résolus. Ces résultats illustrent la grande pureté spectrale de notre laser, et la haute précision des balayages en fréquence. La largeur des différentes réponses indique que l'erreur accumulée par des chirps couvrant 3 GHz est contenue dans 50 kHz. De plus, la linéarité de la réponse semble bonne. Pour approfondir cette caractérisation, il peut être envisagé de moduler le signal de lecture par deux fréquences séparées de moins de 1 MHz typiquement, avec deux amplitudes très différentes. On pourrait ainsi savoir si un faible signal d'intérêt peut être extrait lorsqu'il est brouillé par une fréquence très proche de grande puissance. Ce type de démonstration est capital pour des écoutes en guerre électronique.

Par ailleurs, la présence des rebonds de la réponse en sinus cardinal de l'impulsion de lecture peut poser des problèmes de résolution. A l'image des FFT numériques, il est possible de donner à l'impulsion de lecture une forme plus arrondie de manière à apodiser la réponse percussive du système (fenêtres de Hanning, etc).

### Analyse large bande

Nous venons d'étudier la réponse de notre analyseur et d'évaluer sa résolution. Pour compléter cette caractérisation, on s'intéresse maintenant à la capacité de traitement sur une large bande spectrale. Pour cela, nous envoyons sur le modulateur de Mach-Zehnder un signal couvrant une bande de plus de 1 GHz. Ce signal de test est une séquence binaire complexe. De façon à avoir une référence, nous enregistrons ce signal sur un oscilloscope de grande profondeur mémoire, avant d'en calculer la FFT. Ensuite, on enregistre le spectre fourni par notre analyseur en configuration de bande latérale unique. La durée de la lecture est de  $15 \mu\text{s}$  et les conditions de gravure sont identiques aux précédentes. Le signal détecté est moyenné sur 62 acquisitions de  $15 \mu\text{s}$  chacune. Les excitations sont répétées à un taux de 100 Hz.

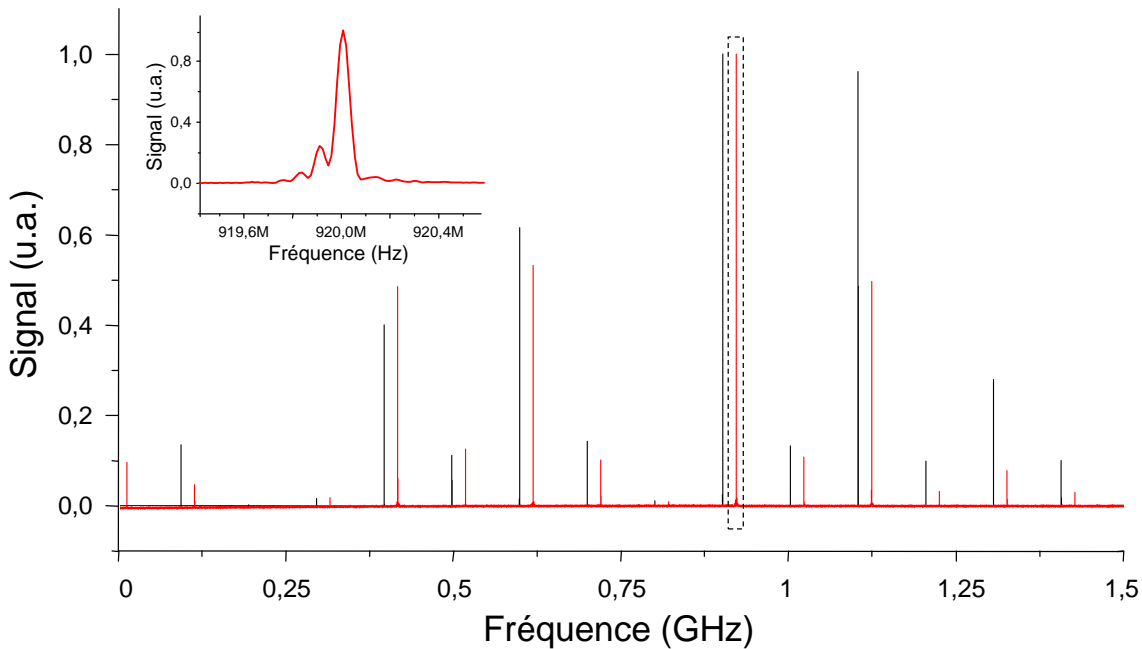


FIG. 1.25 – Spectre large bande d'une séquence binaire (fréquence d'horloge de 500 MHz) (noir : FFT du signal temporel appliqué sur le modulateur de Mach-Zehnder ; rouge : signal moyenné sur 62 acquisitions fourni par notre analyseur). Insert : zoom sur l'encadré de la figure principale.

Nous avons reproduit les deux enregistrements sur la figure 1.25. Le décalage entre les deux spectres est volontaire, pour mieux les comparer. Tout d'abord, la précision absolue des pics de fréquence est meilleure que 20 kHz (valeur limitée par la résolution temporelle de l'enregistrement). En ce qui concerne la dynamique de l'analyse, on la calcule en comparant l'amplitude du signal à 900 MHz à l'écart type du bruit de détection. Ce rapport atteint ici 32 dB lorsque le spectre est moyenné. Notons que cette valeur est atteinte à 1 MHz du pic sans traitement électronique, ce qui est très satisfaisant pour des applications de contre-détection. En coup unique, la dynamique est de 25 dB. A côté du fort signal à 900 MHz sur la figure 1.25, on détecte un pic à 800 MHz, dont l'amplitude n'est que de quelques pourcents de celle du pic à 900 MHz. Par ailleurs, le signal à 900 MHz est isolé dans l'insert de la figure 1.25. On retrouve la forme asymétrique discutée plus tôt, et la largeur à mi-hauteur de ce pic est bien de 67 kHz, limitée par transformée de Fourier. Le nombre de canaux est de l'ordre de 24 000, ce qui représente une valeur record pour une architecture optique de traitement cohérent à large bande. A titre de comparaison, on dispose de 10 fois plus de canaux qu'un spectromètre acousto-optique ou qu'une ligne dispersive à ondes acoustiques de surface à bande passante équivalente.

Si nous comparons maintenant notre spectre à la FFT du signal temporel, la fidélité est satisfaisante. On relève néanmoins quelques différences, à basse fréquence et au-delà du GHz. L'excellente répétabilité des spectres enregistrés avec notre analyseur nous indique que ces différences sont systématiques. Contrairement aux expériences d'analyse en bande étroite, le spectre est peu affecté par la décroissance du signal d'écho en fonction du temps de vie des cohérences  $T_2$ . En effet, ce dernier a été mesuré à 150  $\mu$ s, tandis que le spectre est affiché en 15  $\mu$ s. Le temps d'accès est donc de l'ordre de  $T_2/10$ .

Nous pouvons distinguer plusieurs causes pour expliquer les différences entre notre résultat et la FFT du signal appliqué. Aux basses fréquences, le modulateur électro-optique et l'EDFA peuvent induire des non-linéarités. Plus généralement, le profil de la raie d'absorption de notre cristal est une source majeure de déformation du spectre. Nous avons en effet pu constater expérimentalement que l'amplitude des raies varie selon la fréquence centrale du laser par rapport au centre de la raie d'absorption. Dans le cas de la figure 1.25(a), le spectre RF est centré par rapport à la raie d'absorption. Ainsi, entre 300 MHz et 1 GHz, les écarts relatifs des amplitudes sont limités à 10 %. Par contre, au dehors de cet intervalle, les différences sont beaucoup plus marquées.

Si l'analyse et la détection de fréquence fonctionnent sur 1,5 GHz, l'amplitude relevée n'est pas fiable dans les ailes du spectre, ou du moins doit être pondérée par le profil de la raie d'absorption. Finalement, notre bande passante d'analyse instantanée est limitée par la largeur inhomogène de notre cristal. Compte tenu de l'amplitude du balayage en fréquence de notre laser agile, la bande passante potentielle actuellement accessible est de

l'ordre de 3 GHz, avec une résolution meilleure que 50 kHz.

## 1.7 Conclusion

Au cours de ce premier chapitre, nous avons pu apprécier comment l'optique et les cristaux dopés aux ions de terres rares représentent une alternative intéressante aux solutions actuelles d'analyse spectrale de signaux RF. En effet l'élargissement inhomogène des transitions optiques de ces ions ouvre la possibilité de traitement de signaux sur une bande de plusieurs GHz, alors que la longue durée de vie des cohérences des transitions offre une grande précision de cette analyse. Ces propriétés spectrales peuvent être exploitées avec des excitations cohérentes, comme le processus d'écho de photons, pour programmer notre cristal en un processeur optique de transformation de Fourier temps-fréquence pour des signaux RF.

	Démonstrateur bande étroite	Démonstrateur large bande	Performances potentielles
<b>Bande passante</b>	20 MHz modulateur acousto-optique	1,5 GHz largeur inhomogène de la transition	3 GHz amplitudes des rampes de tension sur le laser
<b>Résolution</b>	40 kHz	50 kHz	<20 kHz
<b>Nombre de canaux</b>	500	24 000	>150 000
<b>Dynamique</b> accumulation à 100 Hz moyennage	23 dB	32 dB	

Le tableau ci-dessus présente les performances obtenues par les différents démonstrateurs à algorithme de chirp. Une première réalisation expérimentale de cette opération a mis en avant la capacité de haute résolution accessible par cette architecture (meilleure que 40 kHz). La bande passante d'analyse était alors limitée par l'utilisation d'un modulateur acousto-optique pour balayer et moduler la fréquence du laser en externe.

Dans une seconde série d'expériences, nous avons profité de toute la bande passante d'analyse de notre cristal, c'est à dire près de 1,5 GHz, tout en conservant une résolution bien meilleure que 100 kHz. Près de 30 000 canaux spectraux indépendants sont ainsi disponibles, avec une précision absolue de la position des raies détectées meilleure que

---

20 kHz. La dynamique de détection sur toute cette bande est de 32 dB après moyennage sur quelques dizaines d'acquisitions. Cette valeur est principalement limitée par le rapport signal sur bruit de la photodiode (préamplifiée sur une bande passante d'1 GHz). Il est également important de signaler qu'une dynamique d'une trentaine de dB est comparable aux solutions acousto-optiques et optiques [16, 32].

Le temps d'accès de l'analyse est limité par transformée de Fourier, ce qui représente un point fort de cette architecture. Par contre, la probabilité d'interception est très loin de l'unité, puisque nous n'analysons qu'un signal de 15  $\mu$ s toutes les 10 ms. Pour faire tendre cette probabilité vers 100 %, nous devons nous placer dans une configuration d'écho de photons non-coplanaire, et travailler en régime d'accumulation, comme nous l'avons discuté en partie 1.5.2.

Dans la dernière colonne, nous avons reporté les performances potentielles que nous pourrions obtenir. Si la bande passante actuelle est limitée par la largeur de la transition de notre cristal, notre laser peut balayer plus de 3 GHz. Cette valeur est bornée par l'amplitude des rampes de tension que nous appliquons sur le cristal intra-cavité de notre laser pour en balayer la fréquence d'émission. Par ailleurs, la résolution pourrait être meilleure que 20 kHz, grâce à la précision offerte par l'asservissement des balayages en fréquence, qui sera abordée dans le dernier chapitre de ce manuscrit. Ainsi, plus de 100 000 canaux spectraux sont potentiellement accessibles. Il est donc important de noter que l'écart entre les performances actuelles ne sont pas limitées par la source laser, mais plutôt par le cristal et la détection.

Comme nous venons de l'évoquer, le passage entre l'analyse spectrale en bande étroite et l'analyse large bande a nécessité le développement d'outils adaptés. Le cristal de Er :YSO présentant une transition optique dans le domaine des télécommunications optiques, nous pouvons profiter de modulateurs électro-optiques rapides pour le transfert de signal RF sur porteuse optique. Par contre, l'algorithme d'excitation nécessite une source laser accordable sur plusieurs GHz en quelques  $\mu$ s. L'étude de cette source et sa mise en œuvre sont présentées dans la partie 3.3 de ce manuscrit, et son système d'asservissement dynamique en section 4.2. La détection présente également des limitations, notamment en terme de dynamique. Une voie d'amélioration consiste à augmenter le rendement du processus d'écho de photons, en travaillant dans un milieu amplificateur, au lieu d'un milieu absorbant. Cette piste a également été explorée au cours de la thèse, et fait l'objet du chapitre suivant.





## Chapitre 2

# Echos de photons en milieu amplificateur

Dans ce deuxième chapitre, nous allons nous intéresser plus en détail au processus d'écho de photons et aux mécanismes qui l'affectent, dans l'optique d'améliorer le rendement énergétique de ce processus. En effet, l'énergie de l'écho représente le plus souvent 0,1 à 1 % de l'énergie des impulsions excitatrices.

Un des moyens d'améliorer ce rendement est de travailler dans un milieu *amplificateur*. Nous allons donc voir comment rendre notre cristal amplificateur, et quel gain nous obtenons sur l'énergie de l'écho. Nous donnerons également une description du processus d'amplification.

Mais ce changement d'état du milieu affecte considérablement la dynamique des interactions des ions. Nous aborderons alors la *diffusion spectrale* qui décrit ces perturbations, et nous chercherons à interpréter les résultats pour comprendre les mécanismes mis en jeu à travers l'amplification.

## 2.1 Echo de photons et efficacité de diffraction

### 2.1.1 Efficacité de diffraction

La description théorique des échos de photons que nous avons donnée dans le premier chapitre de ce manuscrit a fait apparaître des notions de diffraction et d'holographie temporelle : les deux impulsions de gravure viennent enregistrer dans le profil d'absorption une modulation sinusoïdale, dont le pas spectral est inversement proportionnel au retard temporel  $t_{12}$  qui sépare ces impulsions ; ensuite, l'écho généré par la troisième impulsion peut être vu comme la diffraction de cette dernière sur le réseau spectral préalablement gravé. Par cette approche diffractive, on peut définir une efficacité de diffraction, représentant le rapport *énergétique* entre l'écho et l'impulsion de lecture. Lorsque le processus d'écho de photon est utilisé pour le traitement et le stockage optique de signaux, il est important de maximiser ce rendement.

#### Impulsions et absorption du milieu

La préparation du milieu est primordiale. Deux impulsions intenses doivent donner un bon contraste des franges du réseau spectral. Si l'impulsion de lecture est faiblement énergétique, elle ne perturbe pas la structure gravée. Elle est alors diffractée efficacement en chaque point du matériau. Cependant des impulsions trop fortes peuvent blanchir la transition et empêcher la formation de l'écho. Notons de ce point de vue que la séquence "consacrée" de trois impulsions d'aire  $\pi/2$  [53] ne maximise l'énergie de l'écho que dans le cas d'un milieu optiquement mince. Qui plus est, sa mise œuvre expérimentale est délicate. Il faut en effet que l'aire de l'impulsion reste la même dans toute l'épaisseur du milieu, ce qui oblige à travailler avec un échantillon mince. Enfin, pour des applications de l'écho de photons, cette séquence devient vite inexploitable à cause des formes particulières que l'on doit parfois donner aux impulsions excitatrices.

Une seconde voie d'étude concerne l'absorption du milieu, notée  $\alpha L$  ( $\alpha$  est le coefficient d'absorption linéique à la fréquence d'excitation et  $L$  la longueur du milieu). Nous avons en effet pu voir que dans le cas d'un échantillon optiquement mince, l'intensité de l'écho varie avec le carré de l'absorption  $\alpha L$ . Il paraît donc intéressant d'augmenter ce paramètre pour générer un écho énergétique. Mais si  $\alpha L$  est trop grand, les impulsions excitatrices et l'écho se retrouvent absorbés au fur et à mesure de leur propagation dans l'échantillon. Depuis les premières études théoriques jusqu'à la fin des années 80, il a été considéré que le meilleur compromis se situait pour une absorption  $\alpha L \sim 1$  [90, 91]. Ces conclusions étaient confortées par des comportements caractéristiques des milieux épais, comme la modification de la forme des échos [91], la variation non-exponentielle de l'intensité de l'écho avec l'absorption  $\alpha L$  du milieu [92], et les échos multiples [93].

Ce n'est que par le traitement de l'interaction lumière-matière par les équations couplées de Maxwell-Bloch que les idées ont évolué. Des études ont été menées dans le cadre des mémoires optiques utilisant l'écho de photon [94, 95], suivies par des validations expérimentales en très bon accord avec les résultats théoriques [96, 97]. Dans ce type d'application, on vient enregistrer un signal binaire dans le matériau (deuxième impulsion de la séquence d'écho), que l'on vient ensuite relire. La première impulsion de la séquence sert à préparer la gravure, et la troisième impulsion rappelle le signal enregistré. De nombreux travaux ont porté sur la valeur optimale de l'absorption à donner au matériau, ainsi que la forme des impulsions 1 et 3 pour que la forme rappelée soit la plus intense et la plus fidèle par rapport au signal enregistré. On parle alors d'efficacité de rappel. Ainsi lorsque ces impulsions de "commande" ont une aire proche de  $\pi$ , et que l'aire totale de l'impulsion contenant les données à enregistrer est de l'ordre de  $\pi/10$ , l'efficacité de rappel atteint plus de 200 % dans un milieu dont l'absorption  $\alpha L$  vaut 4 [97].

Malgré les valeurs remarquables obtenues dans ces travaux, l'utilisation dans le cadre de traitement de signaux RF n'est pas envisageable. Tout d'abord, le contexte est radicalement différent dans la mesure où l'efficacité de rappel compare la puissance de l'écho de photons à celle de la deuxième impulsion. Dans notre cas, l'efficacité de diffraction telle que nous l'avons définie en début de chapitre met en relation l'énergie de l'écho à celle de la troisième impulsion. Or on constate sur les figures des références [96, 97] que si la puissance crête de l'écho est plus forte que celle de l'impulsion enregistrée, les formes sont différentes, et en particulier le rapport des aires paraît inférieur à 1. Finalement, l'efficacité de diffraction telle que nous l'avons définie n'atteint que quelques pour cents typiquement.

Une alternative originale aux milieux épais consiste à placer l'échantillon dans une cavité optique de type Fabry-Perot [98]. Dans cette référence par exemple, un milieu d'absorption  $\sim 10$  % dans une cavité de finesse 50 a pu être traité comme un milieu d'absorption effective  $\sim 80$  %. A nouveau, l'efficacité de rappel peut approcher l'unité, mais l'efficacité de diffraction reste limitée. Si, compte tenu de la faible absorption, des impulsions d'aire proche de  $\pi$  sont accessibles par des diodes laser, une difficulté expérimentale de cette approche réside dans l'alignement de la cavité, qui doit être placée avec l'échantillon dans le cryostat. Qui plus est, la fonction de transfert de la cavité limite la bande passante de l'expérience.

### **Amplification externe de l'écho**

Plutôt que de chercher à améliorer l'efficacité de diffraction du processus lui-même, il a été proposé d'amplifier le signal d'écho de photons dans un amplificateur optique externe. Une première tentative a été réalisée en 1994 dans un amplificateur à colorant

pompé par un laser Nd :YAG impulsionnel doublé en fréquence [99]. Les échos de photons sont générés par des ions  $\text{Pr}^{3+}$  dans une matrice  $\text{YAlO}_3$ , excités par un laser à colorant. La puissance crête des échos ne représente que 0,1 % de celle des impulsions excitatrices. Le gain en puissance délivré par la cavité amplificatrice atteint  $2,5 \cdot 10^5$  pour des impulsions de pompe issues du laser Nd :YAG de 25 mJ. Ainsi la puissance crête des échos en sortie de cette cavité atteint 17 W. Cependant, cette solution est expérimentalement lourde (laser à colorant pour les échos, laser Nd :YAG doublé pour l'amplification, alignement des cavités). Par ailleurs les échos durent 1  $\mu\text{s}$  alors que les impulsions de pompe ne durent que 5 ns. En conséquence, seule la partie centrale de l'écho est amplifiée, ce qui a pour effet de déformer l'enveloppe temporelle de l'écho, et de baisser le rendement énergétique global.

Quelques années plus tard, le même type d'amplification était démontré dans une fibre dopée (Pr :ZBLAN) [100, 101]. Dans cette expérience les échos sont également formés dans un cristal dopé au praséodyme ( $\text{Pr}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ ) excité par un laser à colorant. La fibre est quant à elle pompée par un laser à argon. Ce système d'amplification peut fournir un gain en puissance supérieur à 300 pour 300 mW de pompe dans la fibre. Cette valeur de gain est suffisante pour que l'écho amplifié soit renvoyé vers le cristal et serve d'excitation pour la génération d'un nouvel écho de photons. L'amplificateur solide représente une nette amélioration expérimentale par rapport à un milieu à colorant. Notamment, la fibre est ici pompée en continu, ainsi tout l'écho voit l'amplification. Cependant, l'utilisation de lasers à colorant et à argon demeure un équipement lourd.

Mais le problème majeur de ce principe d'amplification externe est le bruit rajouté. La fibre comme le colorant possèdent des bandes de gain très large (dizaines de THz) par rapport à la bande utile de l'écho (du MHz au GHz selon les applications). Le pompage induit inévitablement de l'émission spontanée amplifiée, qui représente une source de bruit majeure [101]. A la détection, elle ajoute un fond continu bruité et baisse le contraste des structures détectées. Son filtrage passe par des techniques plus ou moins complexes (réseau de diffraction, filtre étroit par creusement spectral). Néanmoins, l'expérimentation de cette approche avec des cristaux dopés erbium pourrait s'avérer fructueuse, grâce à la maturité des technologies disponibles à cette longueur d'onde.

## 2.1.2 Echos en milieu amplificateur

### Absorption, inversion de population et amplification

Une alternative intéressante à l'amplification externe de l'écho est la génération de l'écho de photons directement dans un milieu amplificateur, au lieu d'un milieu absorbant. Le passage de l'un à l'autre se fait en inversant les populations de la transition. En effet,

le coefficient d'absorption linéique  $\alpha$  est défini par :

$$\alpha = \sigma_{12}Nn_{12} = \alpha_{eq}n_{12}, \quad (2.1)$$

où  $\sigma_{12}$  est la section efficace d'absorption du milieu pour la transition,  $N$  est la densité volumique d'ions,  $\alpha_{eq}$  est le coefficient d'absorption pour le système à l'équilibre et  $n_{12}$  est la différence de population définie page 36. Après propagation d'un faisceau lumineux dans un milieu optiquement mince de longueur  $L$ , la transmission du milieu est donnée par  $\exp(-\alpha L)$ . Dans le cas où les populations sont au repos ( $n_{12} = 1$ ), on a  $\exp(-\alpha L) < 1$  et le système est absorbant. Par contre dès que les population sont inversées ( $n_{12} < 0$ ), alors  $\exp(-\alpha L) > 1$ , et le milieu devient amplificateur. Dans le cas idéal où toute la population est transférée dans le niveau excité ( $n_{12} = -1$ ), alors on arrive à l'amplification maximale possible dans le matériau, avec un gain donné par  $\exp(+\alpha_{eq}L)$ . Dans le cas de notre cristal, on peut atteindre un gain optique de  $\sim 3$  compte tenu de l'absorption mesurée égale à 65 % (transmission  $\exp(-\alpha L) = 35$  %).

### Réalisations expérimentales

Cette approche a été explorée très tôt dans le rubis [102], dans le cadre de l'étude des interactions électroniques dans les solides. Aussi ne trouve-t-on aucune indication sur l'amplification de l'écho elle-même, mais plus sur les effets de cette amplification sur la relaxation des cohérences.

Cette idée a ensuite été reprise dans les fibres dopées erbium [103] pour des impulsions brèves en régime d'accumulation. Un tronçon de 4 m de fibre est pompé par un laser Ti :sapphire à 810 nm. Cette expérience a clairement mis en évidence la possibilité de travailler directement dans un milieu amplificateur, même si les résultats n'étaient pas aussi impressionnants que ceux des matériaux absorbants épais. En effet, le gain sur l'intensité de l'écho reste faible (environ 2). La principale raison dégagée par les auteurs de cette expérience concerne la faible efficacité du pompage.

Une étude théorique comparable à celles développées dans les milieux absorbants épais pour le stockage de l'information a également été menée dans ce sens [104]. Elle a montré qu'un milieu épais inversé pouvait se montrer plus intéressant en termes d'efficacité de rappel et de distorsion. Pourtant aucune suite n'a été donnée à ces recherches. Les auteurs considéraient en effet que les voies offertes dans les milieux absorbants étaient encore suffisamment riches.

Pour les applications visées au cours de cette thèse, cette piste semble intéressante. Compte tenu de la faible largeur inhomogène de notre cristal, les problèmes d'émission spontanée amplifiée inhérents aux amplificateurs optiques, pourtant largement répandus dans le domaine des télécoms, sont fortement limités. De plus, le pompage permet égale-

ment d'amplifier les impulsions d'excitation. Nous allons donc étudier à présent les possibilités de pompage dans notre cristal, compte tenu de nos besoins.

## 2.2 Schémas de pompage

Le pompage optique des cristaux dopés erbium est courant dans la réalisation de lasers. En effet, le niveau excité de la transition à  $1,5 \mu\text{m}$  possède un temps de vie très long, qui rend possible l'inversion de population en pompant optiquement le milieu à des longueurs d'onde plus basses. D'ailleurs, le développement de lasers solides dopés erbium dans des cristaux Er :YSO a été envisagée [52]. Nous allons donc voir quels niveaux d'énergie peuvent être envisagés pour rendre notre milieu amplificateur.

### 2.2.1 Niveaux d'énergie de l'Er :YSO

#### Niveaux d'énergie

Comme nous l'avons déjà vu dans le premier chapitre (parties 1.3.1 et 1.3.4), les niveaux d'énergie des ions erbium se regroupent en multiplets Stark, notés  $^{2S+1}L_J$ . Le multiplet fondamental s'écrit  $^4I_{15/2}$ , et les deux premiers multiplets excités sont  $^4I_{13/2}$  et  $^4I_{11/2}$  (voir figure 2.1(a)). On retrouve les structures de niveaux utilisés pour la réalisation de lasers solides dopés erbium. Le pompage se fait généralement à 980 nm du  $^4I_{15/2}$  vers le  $^4I_{11/2}$ , ou bien à 1480 nm du  $^4I_{15/2}$  vers les sous-niveaux du haut du multiplet  $^4I_{13/2}$ . L'inversion de population a lieu grâce aux relaxations rapides vers le bas du multiplet  $^4I_{13/2}$ . L'effet laser est ensuite obtenu par émission de photons dont la longueur d'onde peut varier de  $1,53$  à  $1,64 \mu\text{m}$ .

#### Sous-niveaux Stark

Les multiplets sont séparés en sous-niveaux Stark par le potentiel cristallin (voir 2.1(b)). Comme nous l'avons vu en partie 1.3.1, ce potentiel est traité comme une perturbation sur les multiplets. En conséquence, l'écart entre sous-niveaux Stark reste petit devant la valeur moyenne des écarts entre multiplets. Chaque multiplet possède  $J + 1/2$  sous-niveaux : le multiplet fondamental  $^4I_{15/2}$  en possède 8, notés de  $Z_1$  à  $Z_8$ , et le multiplet  $^4I_{13/2}$  en possède 7, notés de  $Y_1$  à  $Y_7$ . La raie de pompage à 1480 nm correspond à la transition  $^4I_{15/2} : Z_1 \rightarrow ^4I_{13/2} : Y_7$ . Une fois portés dans cet état, les ions relaxent par des mécanismes assistés par phonons jusqu'au sous-niveau  $Y_1$ , dont la durée de vie  $T_1$  est de 10 ms. Il y a ensuite relaxation vers le multiplet fondamental  $^4I_{15/2}$  par émission radiative.

### Sous-niveaux Zeeman

Chacun des sous-niveaux Stark est en fait un doublet de Kramers à cause du nombre impair d'électrons de l'ion triplement ionisé  $\text{Er}^{3+}$ . La dégénérescence d'ordre 2 peut être levée en appliquant un champ magnétique externe d'amplitude  $B$ . Chacun des doublets de Kramers donne deux sous-niveaux Zeeman supérieur et inférieur, que nous repérerons par la suite par des indices  $+$  et  $-$  respectivement. L'éclatement Zeeman  $\Delta E_{Zeeman}$  dû au champ magnétique externe est donné par :

$$\Delta E_{Zeeman} = g\mu_B B, \quad (2.2)$$

où  $g$  est le facteur de Landé et  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr. Le facteur de Landé est en fait un tenseur, différent d'un sous-niveau Stark à l'autre (voir figure 2.1(c)). Les valeurs des facteurs  $g_{Z1}$  et  $g_{Y1}$  ont été mesurées expérimentalement par Thomas Böttger, mais pas celles de  $g_{Y2}$  [49]. De l'unique transition entre les sous-niveaux Stark  ${}^4I_{15/2} : Z_1$  et  ${}^4I_{13/2} : Y_1$  naissent 4 transitions dues à l'effet Zeeman : les raies notées **a** ( $- \rightarrow -$ ), **b** ( $- \rightarrow +$ ), **c** ( $+ \rightarrow -$ ) et **d** ( $+ \rightarrow +$ ). Pour la réalisation des échos de photons, nous utilisons la raie **a**. Par ailleurs, les raies **b** et **c** sont très peu permises.

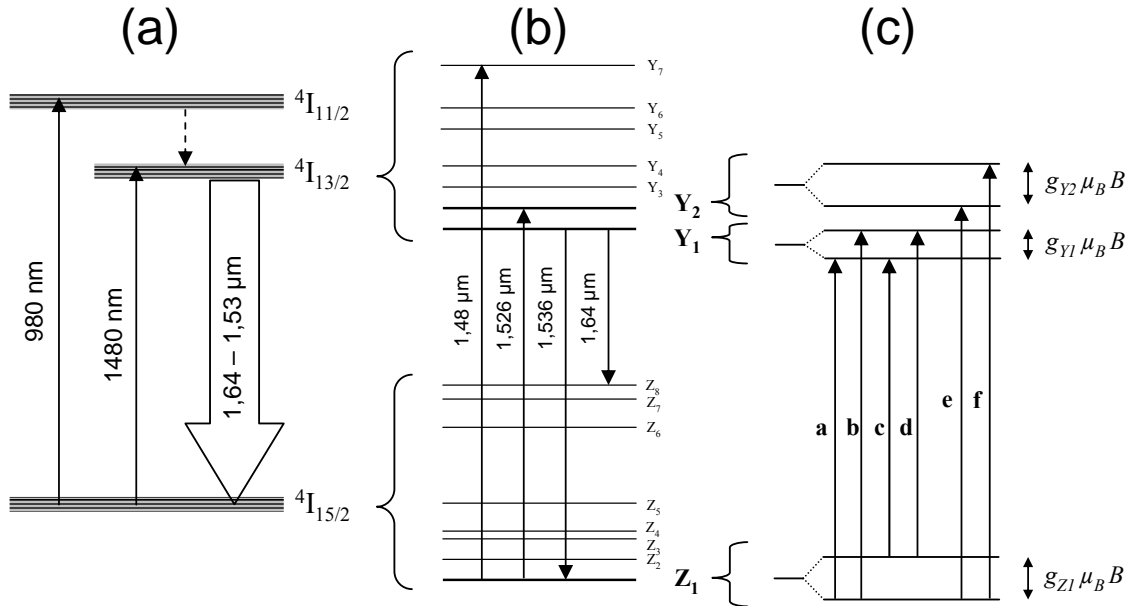


FIG. 2.1 – Détail des niveaux d'énergie de l'erbium. (a) Multiplets  ${}^{2S+1}L_J$ . (b) Sous-niveaux Stark des multiplets  ${}^4I_{15/2}$  et  ${}^4I_{13/2}$ . (c) Sous-niveaux Zeeman des niveaux Stark  ${}^4I_{15/2} : Z_1$ ,  ${}^4I_{13/2} : Y_1$  et  ${}^4I_{13/2} : Y_2$  en présence de champ magnétique  $B$ .

La répartition des populations entre les sous-niveaux Zeeman à l'équilibre suit la statistique de Boltzman, qui dépend de l'énergie thermique  $kT$  et de l'écart entre deux



sous-niveaux Zeeman  $\Delta E_{Zeeman}$ . Cette répartition influe sur l'absorption de ces raies. En présence d'un champ magnétique externe  $B$ , le niveau du bas va se diviser en deux sous-niveaux Zeeman sur lesquels les populations vont se répartir. L'absorption des raies **a** et **d** va donc dépendre de cette répartition, et sera donc moins importante que l'absorption initiale de la raie dégénérée. Si le champ  $B$  est suffisamment fort pour que  $\Delta E_{Zeeman} \gg kT$ , alors la majorité des ions est dans le sous-niveau inférieur, et l'absorption de la raie **a** tend vers l'absorption de la transition sans champ, tandis que l'absorption de la raie **d** tend vers 0.

## 2.2.2 Vers le pompage optique

### Quelle raie pomper ?

Nous cherchons à réaliser l'inversion de population sur la raie **a** utilisée lors des expériences d'écho de photons. La question est à présent de savoir quelle transition pomper pour obtenir cette inversion de population. Compte tenu de la grande durée de vie du niveau  ${}^4I_{13/2} : Y_{1-}$ , de nombreuses possibilités s'offrent à nous.

D'une part, nous abandonnons l'idée de pomper le multiplet  ${}^4I_{11/2}$ . Dans le YSO, la probabilité de relaxation vers le multiplet  ${}^4I_{13/2}$  est faible, car une grande partie relaxe de manière radiative vers le multiplet fondamental [52]. On s'intéresse donc au pompage d'un sous-niveau Stark du multiplet  ${}^4I_{13/2}$ . La raie à 1480 nm vers le sous-niveau  $Y_7$  semble séduisante pour profiter des données spectroscopiques et des technologies de pompage développées pour les lasers dopés erbium (puissance, multiplexage en longueur d'onde...). Cependant, la relaxation vers le sous-niveau  $Y_1$  se faisant par émission de phonons, ces derniers risquent d'interagir avec les ions  $Er^{3+}$  et donc de dégrader le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition **a**. Pour limiter ces effets, il convient de pomper la raie **e** de la figure 2.1 ( ${}^4I_{15/2} : Z_{1-} \rightarrow {}^4I_{13/2} : Y_{2-}$ ). De plus, le coefficient d'absorption de cette transition semble aussi fort que celui de la raie **a** [49] (dans notre cas environ 65 %), ce qui peut mener à un taux de pompage intéressant.

D'autres mécanismes mettant en jeu uniquement les doublets  ${}^4I_{15/2} : Z_1$  et  ${}^4I_{13/2} : Y_1$  sont envisageables. Comme nous l'avons au cours de la partie 1.3.2, les phonons sont responsables de l'élargissement homogène de la transition. Ils participent aux changements d'état de spin des ions erbium ainsi que des ions ligands. La présence d'un champ magnétique externe permet de fixer l'orientation des spins électroniques. Mais l'inhibition n'est pas complète. Une possibilité pour limiter les effets de ces basculements de spins consiste à vider optiquement le sous-niveau Zeeman  ${}^4I_{15/2} : Z_{1+}$  en pompant en permanence la raie **d**.

## Séquence de pompage

Le rôle du pompage optique est simple : réaliser l'inversion de population sur la transition **a**, en transférant la population du niveau fondamental vers le niveau excité, avant la séquence d'écho de photons. Le pompage est effectué par une impulsion résonante avec la raie **e** de la figure 2.1, dont la durée dépend de l'absorption de la transition, et du taux de pompage  $R_P$  (voir figure 2.2(a)). Ensuite, on suppose que le taux de relaxation  $\Gamma_{relax}$  de la transition  $Y_{2-} \rightarrow Y_{1-}$  est très grand devant le taux de relaxation des populations  $\Gamma_{pop}$  du niveau  $Y_{1-}$ . Sachant que  $T_1 \sim 10$  ms, cette condition devrait être respectée. On doit avoir ainsi une inversion de population sur la transition **a**. Ensuite, une séquence classique d'écho de photons stimulé excite le matériau inversé. La séquence d'excitation totale est donnée sur la figure 2.2(b).

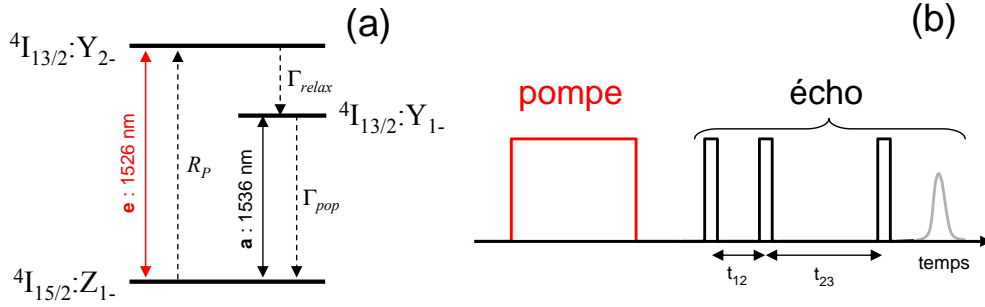


FIG. 2.2 – (a) Système à trois niveaux équivalent : pompage optique de la raie **e** réalisant l'inversion de population sur la raie **a** ( $R_P$  : taux de pompage;  $\Gamma_{relax}$ ,  $\Gamma_{pop}$  : taux de relaxation de  $Y_{2-} \rightarrow Y_{1-}$  et de  $Y_{1-} \rightarrow Z_{1-}$  respectivement). (b) Séquence temporelle d'excitation : impulsion de pompe résonante avec la raie **e** suivie de trois impulsions excitatrices résonantes avec la raie **a** pour la génération d'échos de photons.

Dans le cas où une inversion de population complète ( $n_{12} = -1$ ) est réalisée pour une impulsion de pompe, ce système ouvre une voie supplémentaire d'étude : le cyclage rapide de la séquence d'écho. En effet, supposons qu'à chaque impulsion de pompe on vienne transférer toute la population dans le niveau  $Y_{1-}$ . Ce transfert revient à "initialiser" le milieu avant chaque séquence d'écho : on efface la structure spectrale de l'excitation précédente et on peut ainsi commencer une nouvelle séquence d'excitation après chaque impulsion de pompe, comme si le système était "au repos". De cette façon, la séquence d'écho peut être répétée aussi rapidement que le taux de pompage le permet. La cadence de répétition n'est donc plus limitée par le blanchiment de la transition, mais par le taux de pompage  $R_P$  du système à trois niveaux.

## 2.3 Pompage optique

La mise en application du pompage et sa modélisation passent par des mesures expérimentales des paramètres du système à trois niveaux. Ce paragraphe va donc présenter la spectroscopie de la raie de pompage et l'étude de la dynamique de l'inversion de population.

### 2.3.1 Dispositif expérimental

#### Sources

Nous désirons pomper la raie **e** du schéma de niveau 2.2(b) située à 1526 nm. Cette longueur d'onde est accessible par des sources lasers de type diode en cavité étendue. Nous avons utilisé un laser Tunics de Nettest, dont la longueur d'onde permet de couvrir plus de 100 nm dans la zone télécom. La puissance délivrée par cette source atteint 10 mW, ce qui peut s'avérer insuffisant pour pomper une transition. Nous introduisons un amplificateur optique à fibre dopée erbium (EDFA, modèle KPS-BT-C18 de Keopsys), qui peut délivrer jusqu'à 60 mW de puissance optique. Des impulsions sont ensuite découpées à partir du rayonnement continu par un modulateur acousto-optique (Gooch & Housego). Tous ces composants sont fibrés. Le faisceau de sortie est collimaté, focalisé dans le cristal, puis à nouveau collimaté avant d'être détecté par une photodiode Thorlabs.

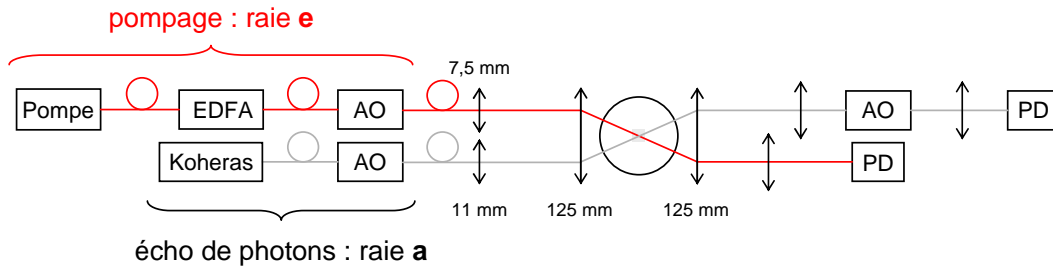


FIG. 2.3 – Schéma expérimental pour le pompage optique de la transition **e** et l'excitation d'échos de photons sur la transition **a** (EDFA : amplificateur à fibre dopée erbium ; AO : modulateur acousto-optique ; PD : photodiode).

La raie **a** est quant à elle excitée pour la réalisation d'écho de photons comme dans la partie 1.6.2. On utilise le laser Koheras, à la sortie duquel on connecte un modulateur acousto-optique. Le faisceau est ensuite imagé dans le cristal où il doit se recouvrir avec le faisceau de pompe pour bénéficier de l'amplification. La séquence d'impulsions est contrôlée par des générateurs de retard Stanford Research System DG 535.

## Géométrie des faisceaux

Les profils des faisceaux de pompe et d'écho sont gaussiens. De manière à ce que le faisceau d'écho profite d'une amplification assez homogène, on a intérêt à ce que son diamètre soit plus petit que celui du faisceau de pompe. Ce dernier doit donc être suffisamment large pour respecter ce point. Mais s'il est trop large, l'intensité lumineuse déposée ne sera pas assez importante pour pomper efficacement les ions. La taille des faisceaux est simplement déterminée par le choix du collimateur en sortie de fibre. La géométrie des faisceaux retenue est la suivante :

- faisceau de pompe focalisé à  $75 \mu\text{m}$  dans le cristal (collimateur de focale  $7,5 \text{ mm}$ ) ;
- faisceau d'écho focalisé à  $50 \mu\text{m}$  dans le cristal (collimateur de focale  $11 \text{ mm}$ ).

Ces valeurs correspondent au rayon de waist pris à  $1/e^2$ . Les distances de Rayleigh pour ces deux focalisations sont plus grandes que la longueur du cristal. Par ailleurs un recouvrement complet des deux faisceaux dans toute la longueur du cristal impose de travailler avec un écart entre eux maximum de  $2 \text{ mm}$  avant la première lentille de  $125 \text{ mm}$ . Pratiquement, cette condition est difficile à respecter, et l'écart est plutôt de l'ordre de  $5 \text{ mm}$ .

Une solution avantageuse serait de combiner les deux faisceaux à l'aide d'un composant DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*). La difficulté est de trouver un composant adéquat car nos longueurs d'onde de transitions ne se situent pas forcément sur les grilles télécoms. Enfin, une autre solution pour bénéficier d'un bon recouvrement entre les deux faisceaux tout au long du cristal est un pompage transverse. Cette solution n'est pas envisageable immédiatement dans notre cas car aucun accès optique latéral n'est possible actuellement.

### 2.3.2 Spectroscopie de la raie de pompage

La longueur d'onde de la transition  $Z_1 \rightarrow Y_2$  dans le vide mesurée par Thomas Böttger est de  $1526,76 \text{ nm}$  sans champ magnétique [49]. Expérimentalement nous avons relevé une valeur à  $1526,86 \text{ nm}$  sans champ. La différence de  $100 \text{ pm}$  peut provenir de la différence de dopage ( $50 \text{ ppm}$  dans notre échantillon contre  $2 \%$  dans le cas de la référence [49]), modifiant sensiblement l'effet Stark, et donc le déplacement des sous-niveaux. Avec notre champ statique de  $1,3 \text{ Tesla}$  orienté à  $135^\circ$  de l'axe  $D_1$ , on repère la raie **e** à  $1526,48 \text{ nm}$ . On en déduit un déplacement Zeeman de  $1,25 \text{ cm}^{-1}/\text{Tesla}$ . Ce déplacement est quasiment deux fois plus grand que celui de la raie à  $1536 \text{ nm}$ .

Le profil de la raie est donné sur la figure 2.4(a). On constate une dissymétrie dans ce profil, qui peut être due à la sensibilité de la fréquence de transition au champ magnétique. Un écart du positionnement du cristal par rapport à l'orientation du champ, ou un champ légèrement inhomogène peut provoquer un déplacement de la fréquence de transition de

la raie, ou bien en altérer le profil. La largeur à mi-hauteur du profil présenté sur la figure 2.4(a) est de 20 pm, soit 2,5 GHz. L'absorption maximum dépasse difficilement les 10 %. Elle est optimisée pour une polarisation elliptique (rapport d'ellipticité 1,7 avec l'axe principal orienté à  $\sim 20^\circ$  de l'axe  $D_2$ ). L'élargissement de la raie se révèle être homogène. En conséquence le temps de vie du sous-niveau pompé  $Y_{2-}$  est inversement proportionnel à la largeur de la raie de transition, c'est à dire dans notre cas inférieur à la ns. On valide bien le fait que  $\Gamma_{relax}$  est bien plus grand que  $\Gamma_{pop}$ .

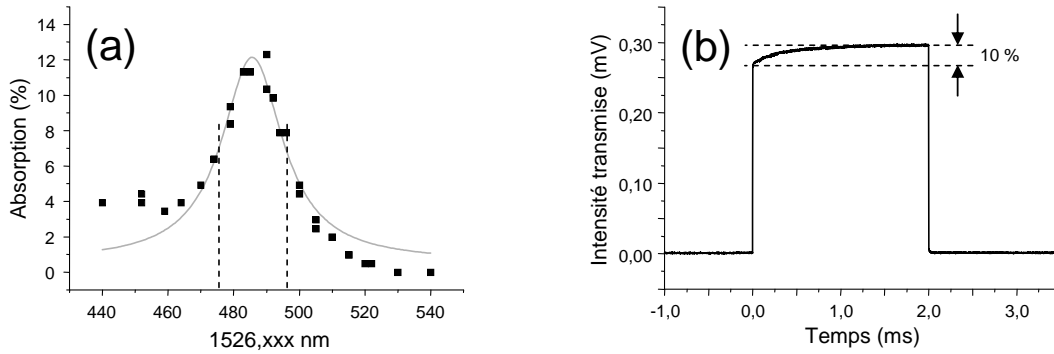


FIG. 2.4 – (a) Profil d'absorption de la raie à 1526 nm (points : valeurs expérimentales ; ligne : ajustement lorentzien). (b) Profil temporel d'une impulsion de pompe.

La figure 2.4(b) présente le blanchiment de la transition par application d'une impulsion longue, pour une puissance déposée de 35 mW en sortie de l'EDFA. On retrouve la valeur d'absorption de 10 %. On remarque que le temps de blanchiment est très long, de l'ordre de la ms. Cette observation précise le fait que la force de raie de la transition entre les niveaux  $Z_{1-}$  et  $Y_{2-}$  est faible. Or nous avons déterminé un taux de relaxation très rapide du niveau  $Y_{2-}$ . Les ions transférés dans le niveau  $Y_{2-}$  doivent donc relaxer préférentiellement vers le niveau  $Y_{1-}$  et de façon non-radiative, puisque la transition  $Z_{1-} \leftrightarrow Y_{2-}$  est très peu permise. Finalement, les hypothèses de relaxation rapide intra-bande du niveau  $Y_{2-}$  qui doivent assurer une inversion de population efficace pour la transition **a** sont vérifiées.

### 2.3.3 Pompage et inversion de population

Les premières mesures semblent indiquer la possibilité d'appliquer le schéma de pompage proposé pour réaliser une inversion de population sur la transition d'écho de photons. Nous allons à présent voir si c'est effectivement le cas.

## Milieu amplificateur

Pour vérifier l'inversion de population sur la transition d'écho **a**, nous procédons à des mesures de type pompe-sonde. On envoie d'abord une impulsion de pompe de 10 ms, d'une puissance de 35 mW. 5  $\mu$ s après, on envoie une impulsion résonante à 1536 nm pour sonder l'état du système. La figure 2.5(a) présente le profil de la transition sondée à l'aide du laser agile développé au chapitre 3. Durant l'impulsion, la fréquence du laser est balayée sur 1,8 GHz, couvrant ainsi toute la bande de la raie **a**. Lorsque la pompe est éteinte, on retrouve un profil d'absorption présenté en partie 1.6.2. Lorsque la pompe est activée, le milieu devient amplificateur. Si l'intensité transmise varie en  $\exp(-\alpha(\nu)L)$ , alors l'amplification doit varier en  $\exp(+\alpha(\nu)L)$ . Au centre de la raie, la transmission  $\exp(-\alpha L)$  est de  $\sim 0,3$ , on s'attend donc à une amplification supérieure à 3. On ne relève qu'un facteur 2.

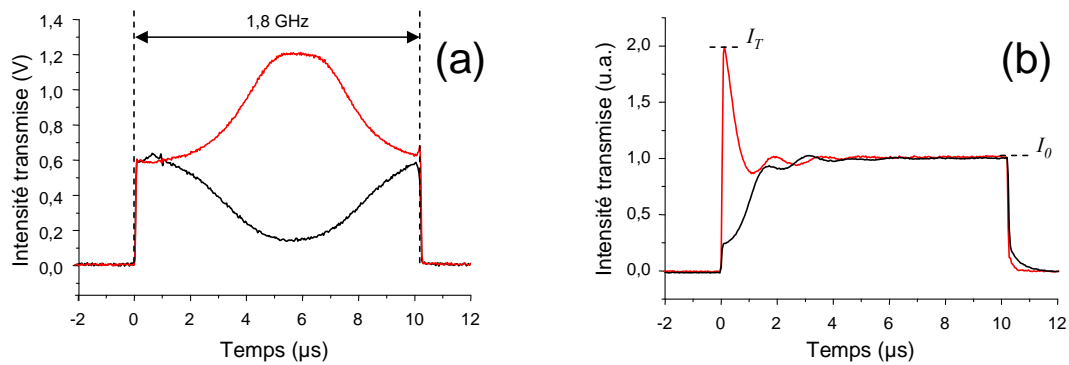


FIG. 2.5 – (a) Profils d'absorption (noir) et d'amplification (rouge) de la raie à 1536 nm (impulsion de pompe de 10 ms, 35 mW). Le laser de sonde est balayée sur 1,8 GHz en 10 ms. (b) Profil temporel d'une impulsion de sonde à 1536 nm après passage dans le milieu absorbant (noir) et amplificateur (rouge).

Ce résultat se retrouve sur la figure 2.5(b). Ici, l'impulsion de sonde n'est pas balayée en fréquence. On observe alors le blanchiment progressif de la transition. Lorsque la pompe est éteinte, l'impulsion de sonde est absorbée puis blanchit la transition, égalisant les populations des niveaux  $Z_{1-}$  et  $Y_{1-}$ . On détecte alors le niveau  $I_0$  de la figure 2.5(b). Quelques oscillations de nutation sont identifiables révélant la longue durée de cohérence du système atomique, ainsi que du laser. Quand une impulsion de pompe est appliquée, la sonde est d'abord amplifiée, puis revient au niveau de transparence  $I_0$ . On retrouve les oscillations de nutation, montrant que le système reste cohérent lorsqu'il est inversé.

### Modélisation du système

Du niveau transmis  $I_T$  en début de sonde (figure 2.5(b)), on peut déduire la quantité de population portée dans l'état excité. Le niveau  $I_0$  est détecté lorsque la transition est blanchie, et dans ce cas le milieu peut être considéré comme transparent. Les valeurs de  $I_T$  et de  $I_0$  sont donc reliées par

$$I_T = I_0 \exp(-\alpha L). \quad (2.3)$$

Or comme nous l'avons vu dans l'équation (2.1), le coefficient  $\alpha$  du milieu dépend de l'inversion de population. On suppose que le système à trois niveaux de la figure 2.2(a) est fermé. Sachant que la relaxation  $Y_{2-} \rightarrow Y_{1-}$  est très rapide, on peut considérer que la population  $n_{Y_{2-}}$  est nulle en régime stationnaire. On se ramène finalement à un système à deux niveaux, comme le montre la figure 2.6(a), avec  $n_{Y_{1-}} + n_{Z_{1-}} = 1$ . On peut donc mettre l'équation (2.3) sous la forme

$$I_T = I_0 \exp(\alpha_{eq} L (2n_{Y_{1-}} - 1)) \quad (2.4)$$

et ainsi déterminer expérimentalement la quantité de population transférée dans l'état excité de la transition **a**.

La figure 2.4(b) montre que le temps de blanchiment de la transition **e** est de l'ordre de la ms, donc de l'ordre de grandeur du temps de vie des populations du niveau  $Y_{1-}$ . Au cours d'une impulsion de pompe, il y a donc transfert des populations de  $Z_{1-}$  vers  $Y_{1-}$ , mais aussi relaxation de  $Y_{1-}$  vers  $Z_{1-}$ . Avec des équations aux populations, on décrit notre système de la façon suivante :

$$\frac{dn_{Y_{1-}}}{dt} = R_P n_{Z_{1-}}(t) - \Gamma_{pop} n_{Y_{1-}}(t) = -\frac{dn_{Z_{1-}}}{dt}. \quad (2.5)$$

Sachant que notre système est initialement au repos ( $n_{Y_{1-}}(0) = 0$ ), la solution de notre système est

$$n_{Y_{1-}}(t) = 1 - \frac{1}{R_P + \Gamma_{pop}} (\Gamma_{pop} + R_P e^{-(R_P + \Gamma_{pop})t}). \quad (2.6)$$

Avec les équations (2.4) et (2.6), on peut donc extraire le taux de pompage  $R_P$ .

### Durée de vie de l'inversion de population

Nous commençons par mesurer la durée de vie de l'inversion de population. Pour cela, nous appliquons une impulsion de pompe de 10 ms d'une puissance de 35 mW suivie d'une impulsion de sonde de 25 ns à faible puissance. On relève la valeur de l'intensité transmise en fonction du retard entre les impulsions de pompe et de sonde. Les résultats

sont présentés sur la figure 2.6(b), en échelle semi-logarithmique, de manière à observer directement l'argument  $\alpha_{eq}L(2n_{Y_{1-}} - 1)$  de l'expression (2.4).

Sur la figure 2.6(b), on remarque une décroissance exponentielle de cet argument, qui doit correspondre à la relaxation du niveau  $Y_{1-}$  avec le taux caractéristique  $\Gamma_{pop}$ . Considérons qu'à l'instant  $t = 0$ , l'impulsion de pompe est terminée. Cette dernière a porté la population  $n_{Y_{1-}}(0)$  dans le niveau excité. En prenant le système (2.5) avec  $R_P = 0$ , la solution pour  $n_{Y_{1-}}(t)$  est

$$n_{Y_{1-}}(t) = n_{Y_{1-}}(0)e^{-\Gamma_{pop}t}. \quad (2.7)$$

L'argument de l'intensité transmise doit suivre cette décroissance en fonction du retard entre la pompe et la sonde  $t$ , c'est à dire évoluer comme  $\alpha_{eq}L(2n_{Y_{1-}}(0).e^{-\Gamma_{pop}t} - 1)$ . On ajuste alors les résultats de la figure 2.6(b) par ce modèle, et on retrouve un taux de relaxation caractéristique de  $105 \text{ s}^{-1}$ , ce qui correspond à  $T_1 = 9,5 \text{ ms}$ . Ce résultat, en bon accord avec la durée de vie radiative publiée par ailleurs [52], confirme bien la relaxation rapide du niveau  $Y_{2-}$  vers le  $Y_{1-}$ , sans niveau intermédiaire.

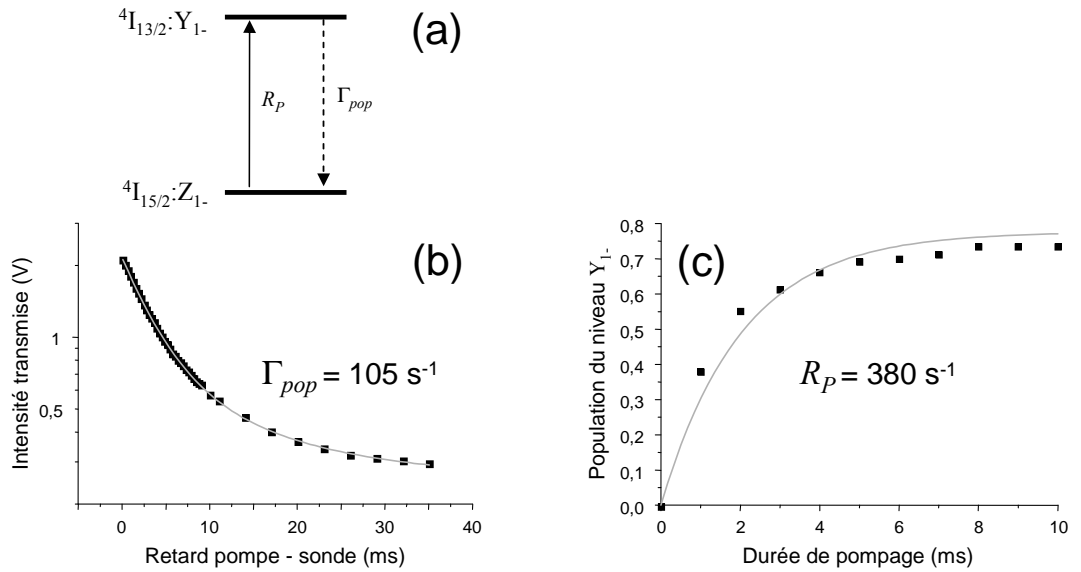


FIG. 2.6 – (a) Système à deux niveaux équivalent pour la modélisation du pompage. (b) Durée de vie de l'inversion de population. (c) Evolution de la population du niveau  $Y_{1-}$  en fonction de la durée de l'impulsion de pompage (points : résultats expérimentaux ; lignes : ajustements).

### Mesure du taux de pompage

Ensuite, nous pouvons mesurer le taux de pompage  $R_P$ . Pour cela, nous faisons varier la durée du pompage (puissance de  $35 \text{ mW}$ ), et nous appliquons après  $10 \mu\text{s}$  une impulsion



de sonde longue ( $10 \mu\text{s}$ ), comme sur la figure 2.5(b). Nous relevons la valeur de  $I_T$  et nous en déduisons  $n_{Y_{1-}}$  par l'équation (2.4). Les résultats sont présentés sur la figure 2.6(c). On remarque que le taux de pompage  $R_P$  est petit, à cause de la faible force de raie de la transition e. Le système est blanchi pour des durées de pompage de l'ordre de la ms, et la quantité de population transférée en  $Y_{1-}$  sature à  $\sim 75 \%$ .

Connaissant le taux de relaxation  $\Gamma_{pop}$ , on peut ensuite déduire la valeur de  $R_P$  avec l'équation (2.6). La ligne rouge sur la figure représente l'ajustement des résultats expérimentaux, duquel on extrait finalement la valeur du taux de pompage  $R_P = 380 \text{ s}^{-1}$ . L'accord entre le modèle à deux niveaux et les résultats est assez bon, les écarts pouvant provenir de l'épaisseur du cristal. L'impulsion de pompe est légèrement absorbée au cours de sa propagation dans le cristal, et les ions du début ne voient pas la même intensité de pompage que ceux de la fin de l'échantillon. Plus l'impulsion de pompage est longue, plus elle a le temps d'uniformiser l'inversion de population.

## 2.4 Echos de photons en milieu amplificateur

Nous avons validé et caractérisé le schéma de pompage proposé en début de chapitre. Nous allons maintenant voir les effets de l'inversion de population sur l'énergie de l'écho de photons, avant de donner un modèle du système.

### 2.4.1 Echo de photons et inversion de population

#### Approche perturbative

L'obtention d'un système inversé doit permettre la réalisation d'échos de photons plus énergétiques qu'en milieu absorbant. Nous allons donc étudier l'influence de l'inversion de population sur le rendement du processus d'écho. Pour cela, nous nous plaçons en régime perturbatif, c'est à dire que les impulsions excitatrices induisent une faible modulation des populations lors de la gravure du réseau spectral. Ce point est important à respecter car des impulsions fortes peuvent diminuer l'inversion de population au moment de la formation de l'écho. Par ailleurs, l'approche perturbative est préférable du point de vue de la modélisation du système. Un modèle de couplage fort passe par les équations de Maxwell-Bloch, dont la mise en application représente un travail considérable. Bien que le développement d'un tel modèle soit nécessaire à long terme, un modèle simple basé sur les équations de Maxwell peut s'avérer suffisant pour comprendre la validité de l'approche. Enfin, du point de vue du traitement du signal, cette approche est a priori préférable pour rester dans un domaine de filtrage linéaire, et donc éviter de déformer le spectre généré par notre algorithme de chirp.

Pour trouver un régime perturbatif, revenons à la transmission de la figure 2.5(b). Ce profil est relevé pour une puissance de sonde de 1,5 mW. On remarque que la première oscillation de Rabi est atteinte au bout de  $\sim 2 \mu\text{s}$ , ce qui doit correspondre à une impulsion d'aire  $\pi$  environ. Pour se placer en régime perturbatif, on veille à avoir une impulsion bien plus courte que la  $\mu\text{s}$  avec une puissance inférieure au mW. On réduit la durée des impulsions à 300 ns, et la puissance délivrée par le laser Koheras à  $350 \mu\text{W}$ . Pour vérifier que les excitations sont faibles, on observe le profil temporel des impulsions transmises par le cristal : la variation de l'intensité des impulsions sur leur durée est alors inférieure à 10 %.

### Observations expérimentales

La figure 2.7(a) montre un écho obtenu avec et sans pompage (impulsion de pompe de 10 ms). On constate bien que l'écho généré en milieu amplificateur est plus énergétique que celui en milieu absorbant. Par ailleurs, l'enveloppe temporelle de l'écho n'est pas déformée par l'amplification. Le gain en énergie (ici 3,2) est quasiment identique à celui en amplitude (3,5). Dans la suite, nous considérerons donc généralement l'amplitude de l'écho, plutôt que son énergie.

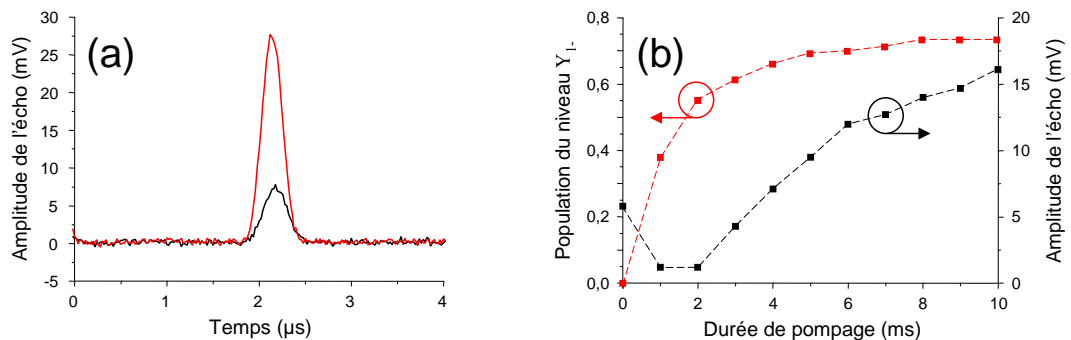


FIG. 2.7 – (a) Echos de photons obtenus en milieu absorbant (noir) et en milieu amplificateur (rouge). (b) Evolution de l'amplitude de l'écho (échelle de droite, carrés noirs) et de la population du niveau  $Y_{1-}$  (échelle de gauche, carrés rouges) en fonction de la durée de l'impulsion de pompe.

Pour étudier l'évolution de l'écho de photons en fonction de l'inversion de population, on relève l'amplitude de l'écho en faisant varier la durée de l'impulsion de pompe. Les résultats sont présentés sur la figure 2.7(b). La séquence d'excitation débute 10  $\mu\text{s}$  après l'impulsion de pompe. Elle consiste en trois impulsions de 300 ns chacune, avec des retards  $t_{12} = 4 \mu\text{s}$  et  $t_{23} = 20 \mu\text{s}$ . Au fur et à mesure que la durée de pompage augmente, on remarque d'abord que l'amplitude de l'écho chute jusqu'à zéro. Cette baisse vient du fait

que des impulsions de pompe de quelques ms blanchissent le système. On se ramène au cas  $n_{12} = 0$ , qui comme nous l'avons vu en partie 1.4.1 empêche la formation d'écho de photons. Lorsque le pompage est suffisamment long pour inverser le système ( $n_{12} < 0$ ), l'amplitude de l'écho augmente jusqu'à un maximum, correspondant à la saturation de l'inversion de population. L'amplitude est alors identique à celle obtenue avec un pompage continu. Une telle observation a également été faite dans la formation d'échos dans des fibres dopées erbium [103].

L'amplitude de l'écho généré avec une impulsion de pompe de 10 ms est trois fois plus grande que celle de l'écho sans pompe. Il en est de même pour le gain en énergie. Pour des impulsions d'excitations plus courtes, le gain est encore plus important (10 pour des impulsions de 200 ns). Ceci semble indiquer que les impulsions de 300 ns sont déjà à la limite des conditions perturbatives. Il est donc important de noter que l'efficacité de diffraction dépend des impulsions et de la séquence d'excitation. D'une part, des impulsions plus courtes ont tendance à déposer moins d'énergie par classe d'ions dans l'échantillon. D'autre part, la décroissance de l'écho avec les temps  $t_{12}$  et  $t_{23}$  fait que l'efficacité doit diminuer en conséquence. Lorsque ces retards sont courts, l'efficacité de diffraction atteint dans notre cas plusieurs pour cents pour des impulsions de 300 ns.

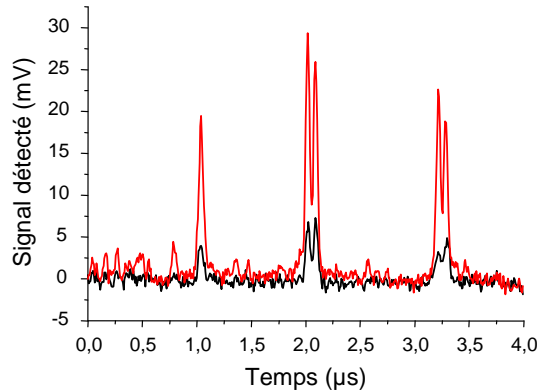


FIG. 2.8 – Spectre d'un signal RF en bande étroite obtenu par l'algorithme de chirp en milieu amplificateur (rouge) et absorbant (noir).

Enfin, comme le montre la figure 2.8 nous avons pu valider ce principe d'amplification dans le cadre de l'analyse spectrale de signaux RF. Nous avons repris l'algorithme de chirp de la figure 1.15(b), que nous avons utilisé lors des premières expériences d'analyse spectrale à haute résolution (voir partie 1.6.3). Un modulateur acousto-optique réalise les deux balayages en fréquence co-temporels ( $\Delta\nu_G = 40$  MHz,  $T_G = 50$   $\mu$ s,  $t_1 = 0,2$   $\mu$ s et  $t_2 = 5,2$   $\mu$ s) puis nous avons simulé 5 fréquences RF étalées sur 20 MHz et balayées en 2,5  $\mu$ s, avec deux doublets séparés de 400 kHz. On mesure un gain de 5 environ sur

l'amplitude des transformées de Fourier obtenues avec et sans pompe en coup unique, pour une faible puissance d'excitation ( $750 \mu\text{W}$ ). On constate également que la résolution reste limitée par transformée de Fourier, avec et sans pompe. Ce résultat montre que les échos de photons en milieu amplificateur conservent les propriétés nécessaires pour le traitement optique cohérent.

### Régime d'accumulation

Comme nous l'avons vu, l'intérêt du pompage peut aussi résider dans le régime d'accumulation, pour lequel la séquence est répétée à un taux plus rapide que le taux de relaxation du niveau  $Y_{1-}$ . Sans inversion de population, notre système atomique n'a que deux niveaux. La répétition de la séquence d'écho est équivalente à un pompage incohérent, qui blanchit progressivement la transition. En insérant une impulsion de pompage avant chaque séquence d'écho, on transfère une partie de la population vers le niveau excité, permettant d'effacer partiellement la structure spectrale gravée par la séquence précédente, sans tendre vers l'égalisation des populations. Nous étudions cette approche en régime stationnaire.

Pour cela, nous appliquons une impulsion de pompe de 1 ms, suivie d'une séquence d'écho (impulsions de 300 ns,  $350 \mu\text{W}$ ,  $t_{12} = 3 \mu\text{s}$  et  $t_{23} = 10 \mu\text{s}$ ). On peut alors répéter la séquence jusqu'à 900 Hz. Les résultats sont reportés sur la figure 2.9(a). Sans pompe, on observe effectivement le blanchiment de la transition. L'amplitude de l'écho augmente légèrement jusqu'à 200 Hz, puis décroît. Avec la pompe, l'amplitude augmente continûment. A un taux de répétition de 10 Hz, l'amplitude est quasiment nulle, car une impulsion de 1 ms blanchit quasiment la transition (voir figure 2.7(b)). Au fur et à mesure que le taux de répétition augmente, on bénéficie d'un régime d'accumulation classique d'écho de photons, associé au pompage optique d'un système à trois niveaux qui inverse la population de la transition.

La figure 2.9(b) présente l'évolution du gain en énergie et en amplitude en fonction du taux de répétition de la séquence. Comme nous l'avons déjà évoqué, l'écart entre le gain en énergie et le gain en amplitude est faible. On remarque ici que le gain en énergie varie linéairement jusqu'à 900 Hz, tandis que le gain en amplitude a tendance à diminuer pour des taux de répétition élevés. Cet écart provient d'un rétrécissement de la largeur temporelle de l'écho sans pompe. A 900 Hz, le gain en énergie entre l'écho avec pompe et l'écho sans pompe est presque de 5. De plus, le gain entre l'écho avec pompe à 900 Hz et l'écho sans pompe en coup unique est d'environ 3.

Ces résultats se retrouvent dans un cas plus extrême dans lequel l'impulsion de pompe est réduite à  $100 \mu\text{s}$ . On peut alors monter la cadence de répétition à 9 kHz (voir 2.9(c)). Sans pompe, on constate clairement le blanchiment de la transition, qui se traduit par la

chute de l'écho. A quelques kHz de répétition, l'amplitude détectée est divisée par deux par rapport à l'amplitude en coup unique ; à 9 kHz, l'amplitude est nulle. En revanche, la pompe permet de détecter du signal à des taux de répétition supérieurs au kHz. Pourtant une impulsion de pompe unique de  $100 \mu\text{s}$  ne transfère qu'une fraction de la population dans l'état excité (moins de 10 %). A  $\sim 1$  kHz, le pompage associé à l'écho blanchit la transition. Au-delà, on retrouve un transfert suffisant pour assurer la présence d'un écho. On remarque que le gain en amplitude de la figure 2.9(d) augmente largement lorsque que le taux de répétition dépasse 1 kHz. Après 6 kHz, le gain mesuré devient "infini", car l'amplitude de l'écho sans pompe est nulle. Cependant, le rendement reste assez faible puisque l'amplitude de l'écho obtenu avec la pompe à n'importe quel taux de répétition reste inférieure à celle obtenue sans pompe en coup unique.

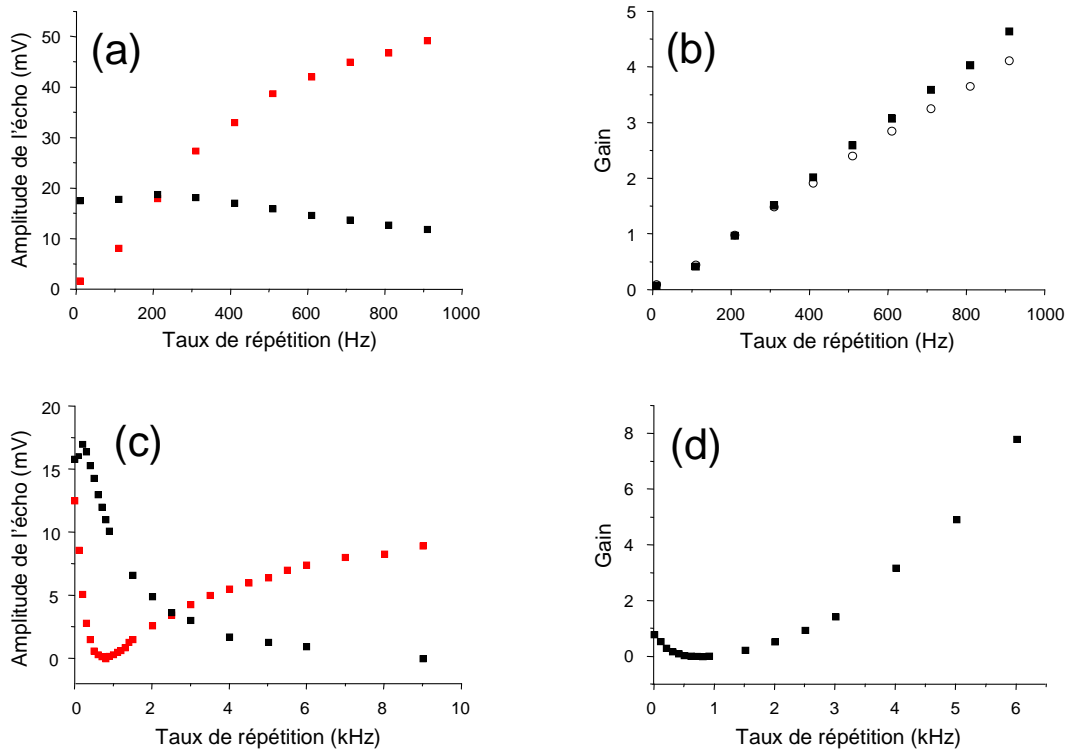


FIG. 2.9 – Echos de photons obtenus en régime d'accumulation en milieu absorbant (noir) et amplificateur (rouge). (a) et (c) Evolution de l'amplitude de l'écho en fonction du taux de répétition. (b) et (d) Evolution du gain (carré : amplitude; cercles : énergie). (a) et (b) Impulsions de pompe de 1 ms. (c) et (d) Impulsions de pompe de  $100 \mu\text{s}$ .

## 2.4.2 Modélisation

La validation expérimentale de l'approche est un premier pas vers la génération d'échos de photons énergétiques. Nous avons observé des échos avec une efficacité de diffraction de quelques % dans un régime perturbatif. La principale limite de notre système est la faible force de raie de la transition de pompage. On peut alors se demander si l'augmentation de la densité optique de notre matériau, soit par un dopage plus fort ou par une longueur plus grande, peut permettre d'atteindre un rendement meilleur. Pour cela, nous avons donc développé un modèle simple de notre système, tenant compte du taux de pompage et de la cadence de répétition de la séquence d'excitation.

### Cadre d'étude

On se base sur un modèle d'ondes couplées [105], afin d'étudier la propagation des impulsions dans le milieu. On considère la configuration schématisée sur la figure 2.10.

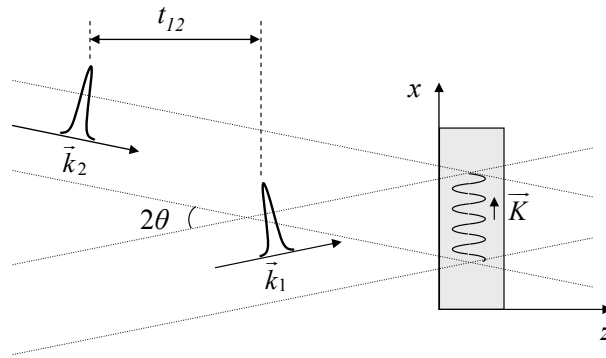


FIG. 2.10 – Configuration d'étude pour la modélisation d'échos de photons en milieu amplificateur.

Les deux impulsions de gravure sont émises dans des directions  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , à un angle  $\pm\theta$  de l'axe  $z$ , pour traiter un cas général d'excitations non-colinéaires. Le retard temporel entre les deux impulsions est  $t_{12}$ . Le réseau gravé a une composante spatiale  $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$  parallèle à l'axe  $x$ , ainsi qu'une composante spectrale de pas  $1/t_{12}$ . On suppose que ces ondes sont des ondes planes monochromatiques dont la direction de polarisation est définie et identique (ici parallèle à l'axe  $y$ ). A la lecture, on considère que l'impulsion suit la direction  $\vec{k}_1$ . Ainsi l'écho est émis dans la direction  $\vec{k}_2$  à un temps  $t_{12}$  après l'impulsion de lecture.

L'équation de propagation s'écrit simplement pour les composantes spectrales de fréquence positive

$$\Delta \tilde{E}_+ + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r \tilde{E}_+ = 0, \quad (2.8)$$

où  $\epsilon_r$  est la perméabilité relative du milieu, qui peut s'écrire en fonction de la susceptibilité  $\epsilon_r = n^2(1 + \tilde{\chi})$ , où  $n$  est l'indice moyen du matériau, regroupant la contribution des autres transitions. Ainsi, hors résonance on retrouve la relation  $\epsilon_r = n^2$ . Si nous considérons la propagation d'une onde plane, l'équation devient

$$k^2 = n^2 \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}). \quad (2.9)$$

On développe  $k$  et  $\tilde{\chi}$  sous forme complexe suivante :

$$\begin{cases} k = \beta - i\alpha/2 \\ \tilde{\chi} = \tilde{\chi}' - i\tilde{\chi}'' \end{cases}$$

En introduisant ces notations dans l'équation (2.9), on identifie parties réelles et imaginaires :

$$\begin{cases} \beta^2 - \frac{\alpha^2}{4} = n^2 \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}') \\ \alpha.\beta = n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\chi}'' \end{cases} \quad (2.10)$$

Dans la première équation, on reconnaît l'expression habituelle de la constante de propagation  $\beta = n.\omega/c$ , dès lors que  $\alpha \ll \beta$  et  $\tilde{\chi}' \ll 1$ . La première hypothèse se vérifie très généralement pour une longueur d'onde de l'ordre du  $\mu\text{m}$  et une absorption de quelques  $\text{cm}^{-1}$ . La seconde hypothèse est elle aussi validée par la définition de  $\epsilon_r$  donnée plus haut. Dans ces conditions, la seconde équation du système (2.10) se met sous la forme :

$$\tilde{\chi}'' = \frac{\alpha}{\beta} \quad (2.11)$$

et finalement, on exprime la permittivité relative :

$$\epsilon_r = 1 - i \left(1 - i\hat{H}\right) \frac{\alpha}{\beta}, \quad (2.12)$$

où  $\hat{H}$  représente la transformation de Hilbert définie par l'expression (A.15). On retrouve ainsi le coefficient d'absorption de la transition, qui est directement relié aux populations par l'équation (2.1). Or les impulsions de gravure viennent enregistrer un motif périodique dans ces populations dont l'argument est  $\phi = 2\pi\nu t_{12} + \vec{K} \cdot \vec{r}$  (équation (1.18)). Nous allons développer en série de Fourier l'absorption  $\alpha$ , ainsi que le champ se propageant dans le milieu.

### Développements en série de Fourier

Le développement en série de Fourier sur la phase spatio-temporelle  $\phi = 2\pi\nu t_{12} + \vec{K} \cdot \vec{r}$  du profil d'absorption  $\alpha$  s'écrit :

$$\alpha(\vec{r}, \nu) = \sum_p \underline{\alpha}_p(\vec{r}) e^{-ip\phi} \text{ avec } \underline{\alpha}_p(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha(\vec{r}, \nu) e^{ip\phi} d\phi. \quad (2.13)$$

Les termes  $\underline{\alpha}_0$  et  $\underline{\alpha}_1$  représentent respectivement la composante continue de l'absorption et l'amplitude de modulation du réseau inscrit par les impulsions de gravure. Les termes d'ordre  $p$  supérieurs correspondent à des non-linéarités de cette modulation.

On vient ensuite lire ce réseau avec la troisième impulsion de la séquence d'écho, de direction  $\vec{k}_1$ . L'ordre 1 de diffraction qui lui est associé est une impulsion se propageant dans la direction  $\vec{k}_2$ , retardée d'un temps  $t_{12}$ . On développe donc le champ électrique de cette troisième impulsion de la même façon que l'absorption :

$$\tilde{E}_+(\vec{r}, \nu) = \sum_p \underline{E}_p(\vec{r}) e^{-i(p\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \text{ avec } \underline{E}_p(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{E}_+(\vec{r}, \nu) e^{i(p\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} d\phi. \quad (2.14)$$

Il faut à présent introduire ces deux développements dans l'équation (2.8). Avec l'approximation de l'enveloppe lentement variable, le Laplacien de  $\tilde{E}_+$  peut se mettre sous la forme :

$$\Delta \tilde{E}_+ = \sum_p (-2ik_{pz} \frac{\partial \underline{E}_p}{\partial z} - |\underline{k}_p|^2 \underline{E}_p) e^{-i(p\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})}, \quad (2.15)$$

où  $\underline{k}_{pz}$  est la projection de  $\vec{k}_p = \vec{k}_1 + p\vec{K}$  sur l'axe  $z$ . Quant au second terme de l'équation (2.8), il s'écrit

$$\frac{\nu^2}{c^2} \epsilon_r \tilde{E}_+ = \beta^2 \sum_p \underline{E}_p e^{-i(p\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} - i\beta \sum_p \underline{E}_p e^{-i(p\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \sum_q (1 - i\hat{H}) \underline{\alpha}_q e^{-i(q\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})}. \quad (2.16)$$

En suivant le même raisonnement que celui adopté en annexe A, la transformée de Hilbert disparaît par causalité. Intéressons-nous à la somme des  $\underline{\alpha}_q$ . Par le développement en série de Fourier, les coefficients  $\underline{\alpha}_q$  sont indépendants de  $\nu$ . La transformée de Hilbert ne s'applique donc qu'au terme  $\exp(-2\pi i q \nu t_{12})$ . On a donc

$$\hat{H} (e^{-2\pi i q \nu t_{12}}) = \frac{i}{\pi} e^{-2\pi i q \nu t_{12}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\pi i q \nu' t_{12}}}{\nu'} d\nu' = \text{signe}(q t_{12}) e^{-2\pi i q \nu t_{12}}. \quad (2.17)$$

Or  $t_{12} \geq 0$ , donc  $\text{signe}(q t_{12}) = \text{signe}(q)$ , et il vient

$$(1 - i\hat{H}) \underline{\alpha}_q e^{-i(q\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} = \begin{cases} 2\underline{\alpha}_q e^{-i(q\phi + \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} & \text{si } q > 0 \\ \underline{\alpha}_0 e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} & \text{si } q = 0 \\ 0 & \text{si } q < 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

On ne garde ainsi que les termes  $q \geq 0$ , conséquence de la causalité. Finalement, l'équation initiale (2.8) devient pour chaque ordre  $p$

$$\frac{\partial \underline{E}_p}{\partial z} - i \frac{|\underline{k}_p|^2 - \beta^2}{2\underline{k}_{pz}} \underline{E}_p + \frac{\beta}{2\underline{k}_{pz}} \underline{\alpha}_0 \underline{E}_p = -\frac{\beta}{\underline{k}_{pz}} \sum_{q>0} \underline{\alpha}_q \underline{E}_{p-q}. \quad (2.19)$$



Nous pouvons formuler quelques commentaires sur cette équation. Le second terme dans le membre de gauche est un terme d'accord de phase, qui est nul lorsque les faisceaux de gravures sont colinéaires. Plus l'angle entre les faisceaux est grand, plus  $k_{pz}$  est petit et plus  $k_p$  est différent de  $\beta$ . En conséquence, la condition d'accord de phase est plus forte. Cette condition permet de supprimer rapidement les ordres élevés du champ  $\underline{E}_p$ , mais un angle trop fort affecte aussi légèrement l'ordre 1, donc la formation de l'écho. Ce terme peut s'exprimer en fonction de l'angle  $\theta$ , en remarquant que

$$\begin{cases} \beta/k_{0z} = 1/\cos\theta \\ \frac{|k_p|^2 - \beta^2}{2k_{pz}} = \frac{2\beta\sin^2\theta}{\cos\theta}p(p-1) \end{cases} \quad (2.20)$$

où on note que le désaccord est nul pour  $p = 0$  et  $p = 1$ .

Le troisième terme de l'équation (2.19) représente l'absorption de l'ordre  $p$  du champ. Il fait intervenir l'ordre 0 de  $\alpha$ , qui représente le coefficient d'absorption moyen du milieu. Enfin, le membre de droite représente le couplage entre l'ordre  $p$  et les ordres inférieurs. La condition  $q > 0$  de la somme exprime la causalité, puisque le  $p$ -ième écho ne peut se produire qu'à partir des ordres (et donc des échos) antérieurs. On retrouve le caractère asymétrique de la diffraction temporelle.

Ainsi, nous obtenons un système d'équations différentielles mêlant les différents ordres du champ électrique et de l'absorption. Pour la simulation de notre système, nous nous intéressons uniquement aux ordres 0, 1 et 2 du champ, qui nous servent à décrire la propagation des champs de gravure et de lecture. Dans le cas de la gravure, on peut considérer les deux impulsions comme l'ordre 0 et l'ordre 1 d'un seul et même champ ; dans le cas de la lecture, l'ordre 0 est bien évidemment l'impulsion sonde, et l'ordre 1 l'écho. L'ordre 2 peut être vu comme un signal de distorsion, qui devra rester très petit devant l'écho. La différenciation gravure/lecture se fait à travers la condition initiale sur  $\underline{E}_2$  (non-nul à la gravure et nul à lecture). Nous sommes donc amenés à intégrer numériquement par un algorithme de Runge-Kutta les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \underline{E}_0}{\partial z} = -\frac{\alpha_0}{2\cos\theta}\underline{E}_0 \\ \frac{\partial \underline{E}_1}{\partial z} = -\frac{\alpha_0}{2\cos\theta}\underline{E}_1 - \frac{\alpha_1}{\cos\theta}\underline{E}_0 \\ \frac{\partial \underline{E}_2}{\partial z} = -\frac{4i\beta\sin^2\theta - \alpha_0}{2\cos\theta}\underline{E}_2 - \frac{\alpha_2\underline{E}_0 - \alpha_1\underline{E}_1}{\cos\theta} \end{cases} \quad (2.21)$$

### Accumulation et pompage

Nous venons donc de modéliser la propagation des champs dans le milieu. A présent, nous allons voir comment prendre en compte la modification de l'absorption, ainsi que les

effets du régime d'accumulation et du pompage. Au paragraphe 1.4.1, nous avons décrit la modification des populations par les deux impulsions de gravure. Après la propagation de ces deux impulsions, la différence de population a changé, ainsi que l'absorption du milieu. On peut donc écrire

$$\alpha = \sigma_{12}N(n_{12}^{(0)} + \delta n_{12}) = \alpha^{(0)}(1 - 2\kappa\tilde{E}_1^*\tilde{E}_2 + c.c.). \quad (2.22)$$

$\alpha^{(0)}$  le coefficient d'absorption avant excitation, et  $\kappa$  est le coefficient de couplage à la gravure pris en  $z = 0$ . A nouveau, nous développons cette équation avec les séries de Fourier, et on a pour chaque ordre  $p$  de  $\alpha$  après chaque gravure :

$$\underline{\alpha}_p = \underline{\alpha}_p^{(0)} - 2\kappa \sum_m \sum_l \underline{\alpha}_{p-m+l} \underline{E}_m \underline{E}_l^*. \quad (2.23)$$

Entre deux séquences d'écho, nous devons prendre en compte la relaxation du niveau excité. De plus, si nous intercalons une impulsion de pompage, nous devons considérer une inversion de population partielle. Nous utilisons le modèle d'équations aux populations à deux niveaux du paragraphe 2.3.3. L'équation (2.6) s'écrit de la façon suivante pour l'absorption :

$$\underline{\alpha}_p(t) = \begin{cases} \underline{\alpha}_p^{(0)} e^{-(R_P + \Gamma_{pop})t} - \alpha_{eq} \frac{(R_P - \Gamma_{pop})}{R_P + \Gamma_{pop}} (1 - e^{-(\Gamma_{pop} + R_P)t}) & \text{si } p = 0 \\ \underline{\alpha}_p^{(0)} e^{-(R_P + \Gamma_{pop})t} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.24)$$

avec  $\alpha_{eq}$  le coefficient d'absorption du milieu à l'équilibre thermodynamique.

### 2.4.3 Simulations et ajustements

#### Echo de photons et inversion de population

Nous utilisons d'abord notre modèle numérique en coup unique (taux de répétition de 10 Hz), dans une configuration colinéaire ( $\theta = 0$ ). Nous cherchons à déterminer le coefficient de couplage  $\kappa$  associé aux échos de photons de la partie 2.4.1. Des mesures de transfert de population, nous déduisons le taux de pompage  $R_P$ . Nous pouvons ensuite ajuster les résultats de la figure 2.7(b) avec pour seul paramètre variable le coefficient  $\kappa$ . Nous obtenons alors les résultats de la figure 2.11, avec un coefficient  $\kappa = 0,2$ . On se situe donc à la limite du régime perturbatif. Avec un pompage de 10 ms et un taux de  $380 \text{ s}^{-1}$ , l'amplitude de l'écho représente 12 % de celle de l'impulsion de lecture, et l'ordre 2 seulement 0,4 %. Sans pompage, le rendement descend à 4 % pour l'écho et 0,08 % pour l'ordre 2. On retrouve bien le gain de 3, mais les valeurs d'efficacité sont plus grandes que celles mesurées expérimentalement. La raison de cet écart pourrait venir du fait que nous avons considéré dans notre modèle des ondes planes, dont la répartition de l'intensité est

uniforme. Ce n'est bien évidemment pas le cas en pratique, puisque nous travaillons avec des faisceaux gaussiens.

Néanmoins, l'évolution de l'amplitude de l'écho en fonction de la quantité de population excitée est bien ajustée par notre modèle. La figure 2.11(b) montre la bonne correspondance entre la simulation numérique et le modèle de pompage d'un côté, et les résultats expérimentaux de l'autre. Sur la figure 2.11(a), on remarque en effet que le niveau du blanchiment atteint théoriquement correspond à une durée de pompage légèrement plus longue ( $\sim 2$  ms) que la valeur relevée expérimentalement ( $\sim 1,5$  ms). On retrouve ensuite ce décalage sur le point d'inflexion de la variation de l'amplitude de l'écho. De même, pour des durées de pompage de plus de 5 ms, on constate que la quantité de population transférée est légèrement plus élevée en théorie qu'en pratique, mais la tendance est très comparable. On retrouve cette observation sur l'amplitude de l'écho.

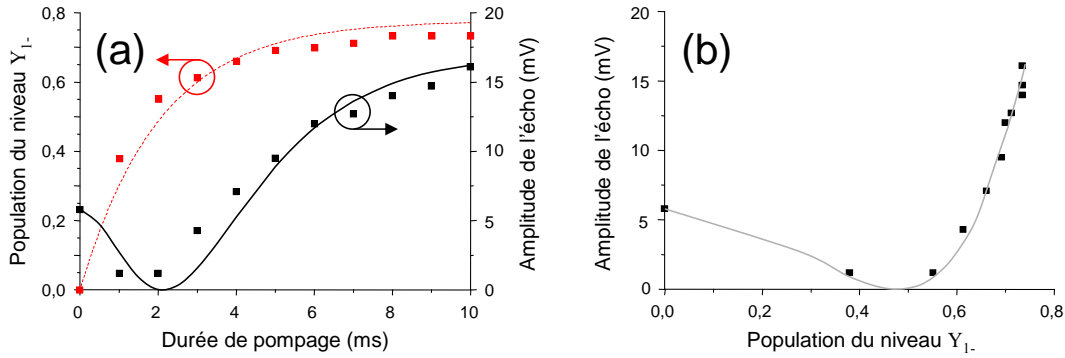


FIG. 2.11 – Comparaison entre résultats expérimentaux (points) et simulations numériques (lignes). (a) Echelle de gauche : évolution de la population du niveau  $Y_{1-}$  en fonction de la durée de l'impulsion de pompe (ligne : modèle à deux niveaux). Echelle de droite : évolution de l'amplitude de l'écho (ligne : simulation numérique). (b) Evolution de l'amplitude de l'écho de photons en fonction de la population en  $Y_{1-}$  (ligne : résultats simulés).

Les effets d'épaisseur optique de l'échantillon semblent être une cause majeure des variations entre les résultats expérimentaux et théoriques. Nous les avons déjà suspectés lors de l'ajustement du taux de pompage, et il semble qu'ils se répercutent sur la simulation de notre système. Ces effets représentent ainsi une limitation à notre modèle, qui s'ajoute à celle de l'utilisation d'ondes planes. Par ailleurs, le système d'équations de propagation se base sur un régime perturbatif, qui semble être ici en limite de validité. Un modèle plus réaliste considérerait les effets du champ sur le milieu mais aussi du milieu sur le champ au fur et à mesure de la propagation. C'est le principe des équations couplées de Maxwell-Bloch.

## Régime d'accumulation

Nous cherchons ensuite à ajuster les résultats en régime d'accumulation. Nous commençons par les résultats relevés sans pompe. Nous conservons le coefficient de couplage  $\kappa = 0,2$  extrait des résultats précédents, et nous obtenons les résultats de la figure 2.12. L'accord entre les résultats expérimentaux et théoriques est bon, sauf pour le premier point : notre simulation donne un point quasiment deux fois plus bas que celui relevé expérimentalement. Ensuite, la variation est fidèle.

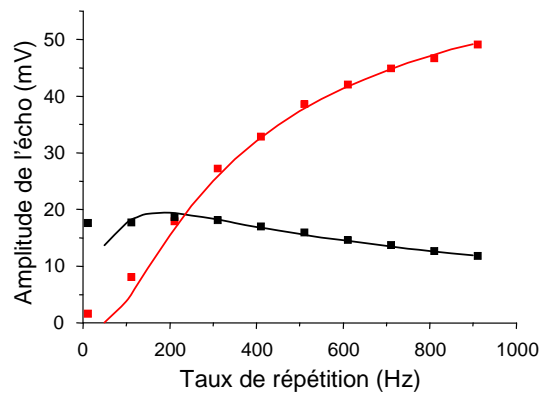


FIG. 2.12 – Comparaison entre résultats expérimentaux (points) et simulations numériques (lignes) en régime d'accumulation (Rouge : avec pompe ; noir : sans pompe).

A nouveau, l'épaisseur optique peut s'avérer être un élément d'influence. Lorsque l'on répète la séquence à un taux plus élevé que  $\Gamma_{pop}$ , le niveau moyen de l'absorption est plus uniforme tout au long de l'échantillon. Ainsi en régime stationnaire, les impulsions sont plus homogènes dans la longueur du matériau. On peut ainsi expliquer le bon accord pour des taux de répétition supérieurs à 300 Hz.

Comme nous l'avons déjà souligné, le point expérimental à 10 Hz est en désaccord avec celle issue de notre simulateur. Mais la tendance linéaire donnée par ce dernier entre 10 Hz et 100 Hz est attendue. L'accumulation doit en effet améliorer le contraste du réseau de population linéairement tant que le régime de gravure n'atteint pas la saturation. Les valeurs expérimentales sont donc étranges. La raison pourrait être le laser. Le gain apporté par le régime d'accumulation est en effet fortement relié à la stabilité à court terme du laser. Si d'une gravure à l'autre la fréquence du laser a très légèrement varié, alors le contraste du réseau est dégradé, au lieu d'être accru. A titre d'exemple, le retard  $t_{12}$  est ici de  $3 \mu s$  : le pas du réseau spectral est donc de 300 kHz environ. Pour assurer un régime d'accumulation efficace, la gigue du laser sur 1 ms doit être bien inférieure à 100 kHz. Une étude quantitative de l'effet de la stabilité du laser serait nécessaire pour conclure.

Pour étudier le cas du pompage, on ajuste les résultats théoriques par le taux de

pompage  $R_P$ . Les résultats présentés sur la figure 2.12 sont obtenus pour  $R_P = 720 \text{ s}^{-1}$ . A nouveau, on retrouve un bon accord pour des taux de répétition supérieurs à 300 Hz. La valeur extraite du taux de pompage est quasiment deux fois plus grande que celle issue de la figure 2.6(c). Cet écart peut provenir de modifications de la configuration expérimentale et la grande sensibilité des réglages (recouvrement des faisceaux, orientation des polarisations, longueur d'onde de pompe). Nous avons d'ailleurs pu constater expérimentalement des variations non négligeables de l'effet de la pompe sur l'amplification d'une journée à l'autre, et même au cours d'une même journée.

### Limites du modèle

Notre modèle présente des résultats assez satisfaisants pour simuler qualitativement nos résultats expérimentaux. Nous avons ensuite cherché à déterminer une longueur optique maximisant l'efficacité de diffraction en coup unique. Nous avons fixé les paramètres de pompe avec une impulsion de 10 ms et un taux de pompage  $R_P = 500 \text{ s}^{-1}$ . En conservant  $\kappa$  à 0,2, le rendement atteint 54 % pour une absorption  $\alpha L = 2,4$ . Le rendement peut être augmenté à 95 % en abaissant  $\kappa$  à 0,1 et en augmentant l'absorption à 3,2. Si ces résultats semblent encourageants, leur portée doit être nuancée compte tenu des limites de notre modèle, que nous avons pu apprécier.

D'une part, il semble que l'épaisseur optique ait des conséquences sur l'homogénéité du pompage. Nous avons en effet pu constater des effets sur la modélisation du pompage dès la partie 2.3.3, qui se répercutent ensuite sur notre simulation numérique. D'autre part, les approximations sur la géométrie de l'expérience (ondes planes, homogénéité des impulsions d'excitation de l'écho) ont également une influence. Par ailleurs, nous n'avons donné aucune forme temporelle à nos impulsions. Ainsi nous ne prenons en compte que l'amplitude spectrale des impulsions, que nous supposons indépendante de la fréquence : l'étalement spectral des impulsions n'est pas considéré. L'intégration de ces paramètres demande un travail important sur le code de notre simulateur. Mais surtout, le régime perturbatif est très vite dépassé dans un milieu amplificateur épais, en raison de l'amplification au cours de la propagation. Pour lever cette limite, il faut avoir recours à un modèle basé sur les équations couplées de Maxwell-Bloch. Ce développement prend une direction radicalement différente de celle du modèle actuel.

En conséquence, si les rendements peuvent être améliorés en suivant les pistes proposées, on peut douter que les valeurs puissent être aussi fortes. Des efficacités de diffraction de quelques dizaines de pour cents semblent néanmoins accessibles.

## 2.5 Pompage et dynamique de l'écho de photons

Nous avons vu comment le pompage pouvait améliorer le rendement énergétique de l'écho de photons. A présent, nous nous intéressons aux effets du pompage sur la dynamique de l'écho, et plus particulièrement sur le temps de déphasage et la largeur homogène effective de la transition.

### 2.5.1 Effets du pompage sur le temps de cohérence

#### Mesure du $T_2$

L'utilisation du schéma de pompage présente deux avantages pour l'architecture d'analyse spectrale de signaux RF que nous avons introduite au premier chapitre. Tout d'abord, l'amplification du signal d'écho de photons améliore la dynamique en détection de l'analyseur. Par ailleurs, le taux de répétition en régime d'accumulation peut être augmenté grâce au pompage. On peut ainsi cycloper plus rapidement l'algorithme de chirp, et donc se rapprocher d'une probabilité d'interception de 100 %.

Cependant, nous avons pu apprécier l'importance du temps de vie des cohérences dans cet algorithme. Un  $T_2$  long soulage la contrainte sur la vitesse des balayages en fréquence du laser, mais il permet aussi d'améliorer la résolution de l'analyse. Nous devons alors nous assurer que le pompage ne dégrade pas la cohérence du système atomique. Pour cela, nous avons effectué des mesures de  $T_2$  par échos de photons avec une pompe de 10 ms et sans pompe. Les résultats sont présentés sur la figure 2.13(b).

La séquence d'écho (voir figure 2.13(a)) consiste en trois impulsions de 300 ns chacune. La puissance continue délivrée par le laser est de 1,5 mW. Le retard  $t_{23}$  est fixé à 1  $\mu$ s. Le cristal est refroidi à 1,7 K, et placé sous un champ magnétique de 1,3 Tesla. Sans pompe, nous retrouvons les résultats de la partie 1.6.2, à savoir un temps de déphasage  $T_M = 38 \mu$ s, extrait du modèle de Mims. L'exposant  $x$ , traduisant la présence de perturbations des cohérences à des échelles de temps de l'ordre de  $T_M$ , vaut 1,3. Ensuite, on reprend les mêmes mesures avec une impulsion de pompe de 10 ms placée 5  $\mu$ s avant la séquence d'écho. L'ajustement des données par le modèle de Mims nous donne un temps de déphasage  $T_M = 53 \mu$ s, et un exposant  $x = 1,6$ . La largeur homogène semble donc légèrement s'affiner en présence de pompage (6 kHz au lieu de 8 kHz). Mais l'exposant passe de 1,3 à 1,6, ce qui semble indiquer que les perturbations qui affectent la cohérence du système sont plus importantes.

La raison pour laquelle le temps de cohérence augmente avec la pompe n'est pas encore comprise pour l'instant. Des effets similaires ont été observés dans le rubis [102, 106], mais le parallèle avec nos expériences n'est pas certain. Par contre, nous nous sommes assurés que l'allongement du temps de déphasage n'est pas un artefact de la mesure. Pour cela,

nous avons procédé aux mêmes expériences pour différentes puissances du laser Koheras qui excite la transition **a** pour effectuer des échos de photons (de  $350 \mu\text{W}$  à  $800 \mu\text{W}$ ).

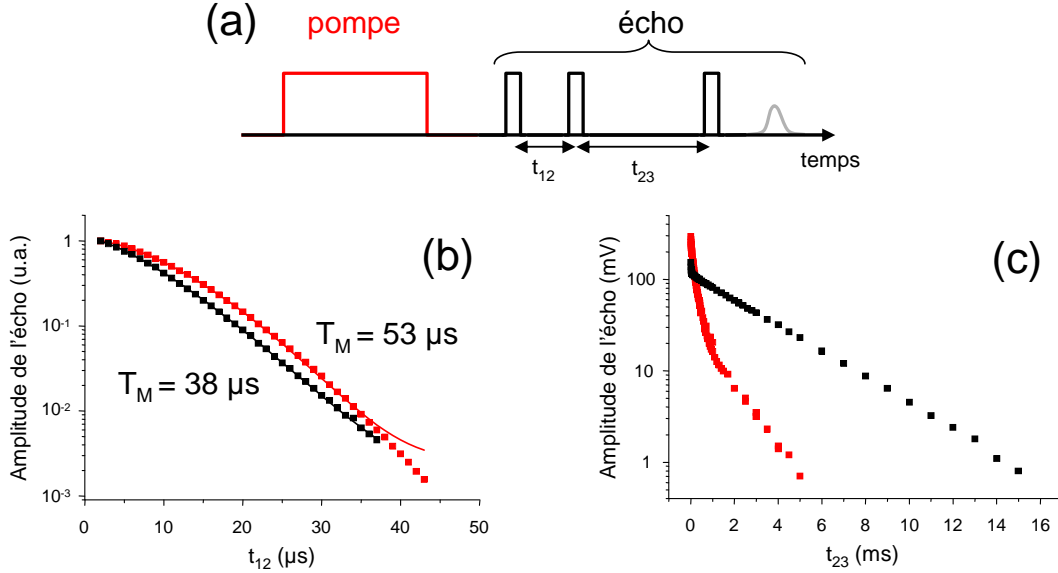


FIG. 2.13 – (a) Séquence temporelle de l’excitation d’écho de photons avec pompage. Mesures du temps de déphasage  $T_M$  (b) et du temps de vie des populations  $T_1$  (c) avec (rouge) et sans pompe (noir) (points : résultats expérimentaux ; lignes : ajustements).

### Mesure du $T_1$

On s’intéresse à la variation de l’écho de photons en fonction du retard  $t_{23}$ . A  $t_{12} = 3 \mu\text{s}$ , on obtient les résultats de la figure 2.13(c). Sans pompe, on retrouve les deux temps caractéristiques discutés en partie 1.6.2. Avec l’impulsion de pompe, la décroissance est largement perturbée, et difficilement ajustable par un modèle exponentiel. D’une part, la contribution rapide semble plus importante. D’autre part, le temps de 3 ms relevé sans pompe est ici absent. La distinction entre un temps rapide et un temps long est moins nette comme c’est le cas sans pompe, bien qu’on retrouve une décroissance de temps caractéristique  $\sim 1$  ms pour des valeurs de  $t_{23}$  au-delà de 2 ms.

L’effacement du réseau spectral gravé par la séquence d’écho de photons n’est donc pas limité par la relaxation des populations. En effet, les résultats de la figure 2.13(c) semblent confirmer la présence de mécanismes déphasants opérant sur des temps inférieurs à la ms. Ces mécanismes sont regroupés sous le terme de *diffusion spectrale*, que nous allons introduire à présent.

## 2.5.2 Diffusion spectrale

### Définition et mécanismes

La diffusion spectrale regroupe les perturbations affectant la fréquence de transition de chacun des ions. Ces perturbations proviennent de l'évolution de l'environnement des ions, comme par exemple les variations de champ magnétique dues aux basculements de spins. Les décalages en fréquence suivent une marche aléatoire en fonction du temps, et leur accumulation correspond à une diffusion dans le spectre optique. Lorsqu'on intègre cette diffusion sur l'ensemble des ions excités dans le matériau, chaque classe d'ions, dont la largeur homogène est initialement  $\gamma_h$ , apparaît comme élargie. On parlera par la suite de largeur homogène effective, notée  $\gamma_M = 1/\pi T_M$ . L'élargissement ainsi que le temps caractéristique d'évolution dépendent du mécanisme mis en jeu. Dans le domaine temporel, cette diffusion induit une décohérence de la transition, réduisant ainsi le temps de déphasage  $T_M$  au fur et à mesure que le retard  $t_{23}$  augmente.

Parmi les mécanismes les plus courants, on distingue les effets induits par l'excitation de ceux intrinsèques au matériau. Dans le premier cas, la diffusion est causée par les deux dernières impulsions de la séquence d'écho. La deuxième impulsion de la séquence transfère les ions dans l'état excité pour former le réseau spectral. La troisième impulsion doit remettre en phase les cohérences pour la formation de l'écho. Mais le changement d'état induit par la deuxième et la troisième impulsion s'accompagne d'une modification du moment dipolaire électrique permanent de l'ion. Par interaction dipolaire électrique, les ions voisins perçoivent un changement du champ électrique local, et leur niveau d'énergie se déplace légèrement. Ainsi, la remise en phase des cohérences est perturbée. Cette hypothèse de diffusion induite par l'excitation a été proposée par Taylor et Hessler [107], puis validée expérimentalement de façon non ambiguë 15 ans plus tard avec des ions  $\text{Eu}^{3+}$  [41]. De nombreuses études ont alors suivi, pour d'autres ions ( $\text{Tb}^{3+}$  [108] et  $\text{Pr}^{3+}$  [109]). L'amplitude de l'élargissement par cette diffusion est proportionnelle à la densité d'ions excités [110], et donc à l'intensité de l'excitation optique. De la même façon, la position de la fréquence d'excitation par rapport au centre de la raie d'absorption affecte le temps de déphasage de la transition, et le temps de cohérence apparaît être plus long dans les ailes du profil inhomogène, c'est à dire là où la probabilité d'exciter un ion résonant est moins grande. Ce mécanisme est souvent appelé *diffusion spectrale instantanée* car il apparaît au moment même de l'excitation. Le temps caractéristique de son évolution ultérieure est directement relié au temps de vie des populations du niveau excité  $T_1$ , qui est généralement très long devant le temps de l'expérience (écho de photons à deux impulsions, limité par  $T_2 < T_1$ ).

Les phonons représentent une deuxième source de diffusion spectrale. Nous avons vu que leur contribution pouvait être rendue négligeable en abaissant la température de



l'échantillon. Cependant, ils peuvent intervenir lorsqu'ils assistent la relaxation des ions excités [111], ou bien le basculement des spins nucléaires ou électroniques des ions du système considéré.

Enfin, une grande partie de la diffusion spectrale provient des basculements des spins nucléaires (ions ligands) ou électroniques (ions dopants). Ces basculements affectent les ions dopants par interaction dipolaire magnétique, et sont particulièrement marqués avec des ions de Kramers, comme c'est le cas de l'ion erbium. La position d'un niveau d'énergie de chaque ion dépend de l'orientation de tous les autres moments magnétiques dans le cristal. A chaque basculement de spin, électronique ou nucléaire, les ions sont perturbés. Ces basculements interviennent de manière aléatoire, et conduisent à une diffusion spectrale de distribution lorentzienne [112]. Les taux caractéristiques des basculements peuvent être plus ou moins rapides. Si ces taux sont inférieurs à  $T_M^{-1}$ , on peut observer la dynamique de la diffusion spectrale dans des séquences d'écho de photons à trois impulsions [113], en relevant la variation du temps de déphasage  $T_M$  en fonction du retard  $t_{23}$ .

### Diffusion spectrale dans Er :YSO

Nous allons à présent nous focaliser sur le cas de notre cristal. En ce qui concerne la diffusion spectrale instantanée, le taux de dopage aux ions erbium (50 ppm) limite fortement sa présence. Dans nos expériences, la faible énergie déposée par impulsion (environ 0,5 nJ) ainsi que leur largeur spectrale limitée à quelques MHz vont également dans ce sens. Nous avons d'ailleurs pu vérifier expérimentalement l'absence de ce phénomène en mesurant des valeurs de  $T_2$  identiques pour différentes puissances en sortie du laser. L'effet déphasant des phonons est quant à lui négligeable compte tenu de la température de travail, qui se situe généralement autour de 1,7 K [49, 51].

Reste la possibilité de diffusion associée aux basculements de spins. Comme nous l'avons déjà vu au premier chapitre, le choix de la matrice permet de limiter les interactions magnétiques. Dans notre cristal de Er :YSO, les seuls ions paramagnétiques sont les ions yttrium et erbium. Pour limiter les basculements, on applique généralement un champ magnétique statique permanent, de manière à figer l'orientation des spins électroniques des ions erbium. De plus, le champ magnétique lève la dégénérescence de ces ions par effet Zeeman, et si l'écart  $\Delta E_{Zeeman}$  est très grand devant l'énergie thermique  $kT$ , les basculements des spins électroniques des ions erbium sont limités. Cette "fixation" des spins est nettement moins efficace pour l'yttrium, car il s'agit d'un spin nucléaire ( $I = 1/2$ ) et l'écart entre les niveaux de cet ion ligand, de quelques MHz, reste toujours très petit devant  $kT$ . Le basculement d'un spin nucléaire de l'yttrium ou électronique de l'erbium provoque un déplacement de fréquence des ions erbium participant à l'écho de photon. On distingue alors l'ion perturbateur (yttrium ou erbium) de l'ion cible, en l'occurrence

l'ion erbium qui subit la modification d'environnement induite par ces basculements de spins. On peut alors se demander quelles sont les principales sources de diffusion spectrale dans notre cas, parmi les interactions Er-Er et Er-Y.

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.2, les basculements de spins peuvent être simultanés entre deux ions voisins (basculement flip-flop) ou assistés par l'émission ou l'absorption d'un phonon. Dans le premier cas, le processus est résonant, et il se produit à énergie constante entre deux ions de même écart Zeeman. Pour que ce processus soit efficace, il faut que le basculement de spin apporte une énergie suffisante pour pouvoir provoquer le basculement de spin de l'ion voisin. Un simple calcul d'interaction dipolaire magnétique nous permet d'estimer l'importance de cet effet. Dans le cas des basculements assistés par phonons, la probabilité des basculements peut être évaluée en suivant l'étude d'Orbach [37].

### Calculs d'ordre de grandeur

Commençons par calculer les distances typiques entre les ions erbium et yttrium. Compte tenu de la structure cristalline de la matrice, la distance moyenne entre deux ions yttrium  $r_Y$  est de 3,7 Å [47]. Connaissant le taux de dopage de 0,005 %, on en déduit une distance moyenne entre deux ions erbium  $r_{Er}$  de  $\sim 100$  Å.

Ensuite, nous calculons le champ magnétique induit par un ion perturbateur erbium sur son plus proche voisin. Pour que les basculements de spins simultanés entre deux ions soient efficaces, l'énergie d'interaction dipolaire magnétique doit être de l'ordre de grandeur de l'éclatement Zeeman  $\Delta E_{Zeeman}$  [49]. En coordonnées sphériques, le champ magnétique moyen  $B_{moy}$  rayonné à une distance  $r$  par un dipôle magnétique de moment  $m_B$  vaut

$$B_{moy} = 0,77 \cdot \frac{\mu m_B}{2\pi r^3}. \quad (2.25)$$

Le facteur 0,77 est un coefficient numérique provenant de l'intégration sur les directions de rayonnement du dipôle,  $\mu$  est la perméabilité du matériau, qu'on peut approximer à  $\mu_0$  dans notre cas, et  $m_B$  est le moment magnétique de l'ion.

Le moment magnétique d'un ion erbium est donné par

$$m_{B-Er} = \frac{1}{2} g_{Z1} \mu_B. \quad (2.26)$$

Lorsque le champ magnétique externe est aligné à  $135^\circ$  de l'axe  $D_1$ , le facteur de Landé  $g_{Z1}$  vaut 11 environ [49], et le champ moyen rayonné par un ion erbium à une distance de l'ordre de  $r_{Er}$ , donc vu par l'ion erbium le plus proche, est de  $10^{-4}$  Tesla environ. Ce champ est très petit devant le champ statique appliqué, et on peut considérer que les basculements simultanés de spin électronique entre ions erbium sont négligeables.

Pour les ions yttrium à présent, les interactions par basculement de type flip-flop de leur spin nucléaire sont très perturbées par le moment magnétique de l'erbium, par effet de "frozen core" [88]. La présence d'un ion erbium a tendance à déplacer les niveaux des ions yttrium aux alentours. Il se crée donc une distribution des niveaux des ions Y en fonction de leur position par rapport aux ions dopants. Compte tenu du dopage, la distance typique de cet effet est estimée à 10 nm [51], ce qui correspond à la distance moyenne entre deux ions erbium. Ainsi, le nombre d'ions yttrium de même éclatement Zeeman est très réduit et on s'attend donc à ce que les basculements flip-flop des spins nucléaires de ces ions soient faibles.

Nous considérons maintenant les basculements de spins électroniques des ions erbium assistés par phonons, qui semblent être la source principale de diffusion spectrale [49, 51]. Le mécanisme de diffusion par des retournements de spins perturbateurs a été étudié par Bai et Fayer [113], qui ont développé un modèle décrivant les ions perturbateurs comme un système à deux niveaux séparés par une énergie  $\Delta E$  subissant des sauts d'un niveau à l'autre ("*sudden jump*"). Dans notre cas, ce modèle peut être appliqué aux ions erbium peuplant les sous-niveaux Zeeman et subissant des basculements de spins assistés par phonons. On s'intéresse donc au système formé par deux sous-niveaux Zeeman  $Z_{1-}$  et  $Z_{1+}$ , dont les populations, notées respectivement  $n_{1-}$  et  $n_{1+}$  suivent la distribution de Boltzman. Le rapport des populations à l'équilibre entre ces deux niveaux s'écrit donc

$$\frac{n_{1+}}{n_{1-}} = \exp\left(-\frac{g_{Z1}\mu_B B}{kT}\right). \quad (2.27)$$

Avec nos paramètres expérimentaux ( $B = 1,3$  Tesla et  $T = 1,7$  K), ce rapport de population est de  $3,7 \cdot 10^{-3}$ .

Lorsque le système est légèrement écarté de l'équilibre thermodynamique, le retour à l'équilibre s'accompagne par des basculements de spins à un taux  $R$ . Si on ne s'intéresse qu'aux perturbations se produisant pendant le temps  $t_{23}$  d'une séquence d'écho de photons, l'effet sur la largeur homogène s'écrit simplement [40]

$$\gamma(t_{23}) = \gamma_h + \gamma_{DS} (1 - e^{-R \cdot t_{23}}). \quad (2.28)$$

Le taux de basculement  $R$  dépend du mécanisme qui pilote les retournements de spin. Le terme  $\gamma_{DS}$  est quant à lui associé à l'interaction entre le spin perturbateur et le spin cible, ainsi que de la répartition des populations du spin perturbateur. Dans le cas d'un système à deux niveaux  $+$  et  $-$  dont les populations sont réparties suivant la distribution de Boltzman, ce terme peut se mettre sous la forme [113]

$$\gamma_{DS}(B, T) = \gamma_{DS0} \operatorname{sech}^2\left(\frac{g_{Z1}\mu_B B}{2kT}\right). \quad (2.29)$$

La fonction sécante hyperbolique provient du produit des populations des deux niveaux de notre système. Il est maximal lorsque les niveaux sont également peuplés ( $\Delta E_{Zeeman} \ll kT$ ), et tend vers 0 lorsqu'un des deux niveaux est majoritairement peuplé.  $\gamma_{DS0}$  dépend directement de la force des interactions, c'est à dire ici de l'interaction dipolaire magnétique via la différence de champ magnétique induite par un retournement de spin. Dans le cas simple où les moments dipolaires magnétiques sont orientés de façon isotrope, on a l'expression de  $\gamma_{DS0}$  suivante [108]

$$\gamma_{DS0} = \frac{\pi}{9\sqrt{3}} \frac{\mu_0 \mu_B |g_{Z1} - g_{Y1}|}{h} g_{env} \mu_{env} n_{env}, \quad (2.30)$$

où  $g_{env}$ ,  $\mu_{env}$  et  $n_{env}$  sont le facteur de Landé, le moment magnétique et la densité volumique des ions erbium perturbateurs, respectivement. On peut considérer que  $g_{env} = g_{Z1}$  car les ions sont initialement au repos et que  $\mu_{env} = \mu_B$ . Cette expression ne tient pas compte de l'anisotropie des facteurs  $g$ , mais elle reste valable si le champ magnétique externe est orienté selon un axe principal de  $g_{env}$ . Or d'après les études de Thomas Böttger, il semble que l'un des axes principaux des tenseurs  $g_{Z1}$  et  $g_{Y1}$  soit à  $125^\circ$  de l'axe  $D_1$ . Comme nous orientons le champ magnétique à  $135^\circ$  de l'axe  $D_1$  on peut s'attendre à ce que la formule (2.30) soit valable. Dans ces conditions, on calcule  $\gamma_{DS0} = 1$  MHz, et  $\gamma_{DS} = 14$  kHz lorsque les ions perturbateurs sont dans l'état électronique fondamental  $^4I_{15/2} : Y_1$ .

Enfin, nous devons calculer le taux de basculements  $R$  de l'équation (2.28). Ce terme correspond au taux de relaxation de la différence de populations  $n_{1+} - n_{1-}$  des deux sous-niveaux Zeeman  $Z_{1+}$  et  $Z_{1-}$  vers sa valeur d'équilibre lorsque que le système en a été écarté. Dans notre cas nous considérons que les basculements de spins des ions erbium sont uniquement assistés par l'absorption ou l'émission d'un seul phonon. Dans ce cas,  $R$  prend l'expression [49]

$$R(B, T) = R_0 + \alpha_D g_{Z1}^3 B^5 \coth \left( \frac{g_{Z1} \mu_B B}{2kT} \right), \quad (2.31)$$

où  $R_0$  regroupe les autres mécanismes de basculements de spins, et  $\alpha_D$  est un coefficient de couplage avec les phonons [37]. En étudiant la variation de ce taux en fonction du champ  $B$  et de la température, Thomas Böttger a bien montré que c'était ce mécanisme qui est la principale source de diffusion spectrale. Une étude plus approfondie a permis de donner un ordre de grandeur à ce taux [48]. Avec  $R_0 = 0,14$  kHz et  $\alpha_D = 1,1 \cdot 10^{-3}$  kHz/Tesla<sup>-5</sup>, on obtient  $R = 5,5$  kHz dans nos conditions expérimentales.

### 2.5.3 Etude expérimentale de la diffusion spectrale

#### Diffusion spectrale sans pompe

L'étude expérimentale de la diffusion spectrale se fait par la mesure du temps de déphasage  $T_M$  pour différentes valeurs du retard  $t_{23}$  de la séquence d'écho. Comme nous l'avons déjà vu, le temps  $T_M$  est extrait en ajustant l'évolution de l'amplitude du signal d'écho en fonction du temps  $t_{12}$  par le modèle de Mims

$$I(t) = I_0 \exp(-4t_{12}/T_M)^x. \quad (2.32)$$

La figure 2.14(a) présente plusieurs courbes d'évolution de l'amplitude de l'écho en fonction de  $t_{12}$ , relevées pour différentes valeurs du retard  $t_{23}$ . On voit que le temps de décroissance  $T_M$  baisse au fur et à mesure que le retard  $t_{23}$  augmente. Cette baisse du temps de déphasage s'explique de la façon suivante : plus le temps  $t_{23}$  est long, plus le réseau spectral gravé par les deux premières impulsions peut être affecté par les mécanismes de diffusion spectrale.

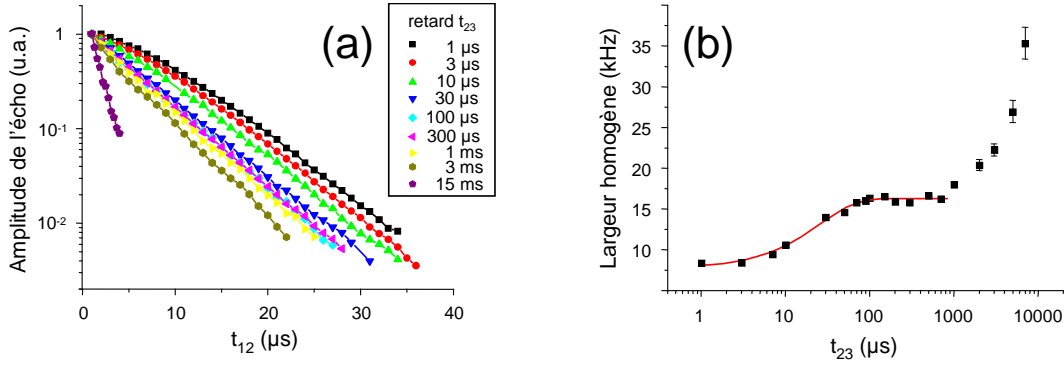


FIG. 2.14 – (a) Evolution de l'amplitude de l'écho en fonction du retard  $t_{12}$  relevée pour différentes valeurs du retard  $t_{23}$ . (b) Mesure de l'évolution de la largeur homogène effective en fonction du retard  $t_{23}$  (points : résultats expérimentaux ; ligne rouge : ajustement par le modèle de Bai-Fayer).

Sur la figure 2.14(b), on a reporté la valeur de la largeur homogène effective  $\gamma_M = 1/\pi T_M$  extraite pour chacune des courbes de la figure 2.14(a) en fonction du retard  $t_{23}$ . On remarque bien l'élargissement de  $\gamma_M$  (ou la baisse du temps de déphasage  $T_M$ ) quand le temps d'attente  $t_{23}$  augmente. Une première transition apparaît dans la décade 10  $\mu s$  - 100  $\mu s$ . Pour  $t_{23}$  variant de 100  $\mu s$  à 1 ms, la largeur homogène n'évolue plus. Ce résultat se retrouve sur la figure 2.14(a) car les points relevés pour  $t_{23}$  variant de 30  $\mu s$  à 1 ms sont superposés. Les ordres de grandeur laissent penser que ce sont les interactions Er-Er par basculement de spin électronique assisté par phonon qui sont la cause de cette

évolution. On peut alors ajuster les résultats avec le modèle de l'équation (2.31) avec pour paramètres libres et indépendants  $\gamma_{DS}$  et  $R$ . On obtient alors la courbe rouge, avec pour couple de valeurs  $\gamma_{DS} = 8,5$  kHz et  $R = 39$  kHz. La valeur à saturation  $\gamma_{DS}$  est assez proche de la valeur théorique présentée plus haut, ce qui est moins le cas de  $R$ . Les écarts peuvent provenir des modèles utilisés, qui ne considèrent pas l'anisotropie des interactions magnétiques.

Au-delà de la ms par contre, l'élargissement s'accroît de façon importante. L'ordre de grandeur du temps de démarrage laisse supposer le rôle des basculements de spins de l'ion Y. L'amplitude de la variation finale pourrait également nous renseigner sur la nature du phénomène mis en jeu ici, mais compte tenu du temps caractéristique très long, nous ne sommes pas parvenus à une saturation de l'effet. En effet, le taux de basculement des ions Y est estimé à 35 Hz [114] (sans doute réduit par effet de frozen core), et le temps de vie radiatif du niveau excité  $Y_{1-}$  de l'ion erbium est de 10 ms. Les retards maximum auxquels on peut accéder se situent donc en pleine zone d'évolution de ces deux mécanismes. Il faudrait donc aller une décade plus loin pour espérer voir leur saturation. Notons que les résultats récemment publiés [48] indiquent que ce sont bien les ions yttrium qui sont responsables de la diffusion spectrale aux temps  $t_{23}$  longs.

### Diffusion spectrale avec une pompe longue

Nous reprenons la même étude lorsque le milieu est inversé par une impulsion de pompage de 10 ms. Les résultats sont présentés sur la figure 2.15(a), sur laquelle nous avons également reporté les résultats mesurés sans pompe. On remarque alors que l'évolution de la largeur homogène est très différente dans les deux cas. Pour  $t_{23} < 100$   $\mu$ s la largeur homogène est plus fine avec pompe que sans pompe, tout en suivant la même variation (voir figure 2.15(b)). On retrouve ainsi le déphasage dû au basculement de spin des ions erbium restés dans l'état fondamental. Au-delà de 100  $\mu$ s, la largeur homogène s'élargit considérablement. Comme nous l'avons souligné sur la figure 2.15(a), on peut distinguer deux temps caractéristiques dans cet élargissement, l'un entre 100  $\mu$ s et 1 ms, l'autre entre 1 ms et 10 ms.

L'interprétation de ces résultats est délicate. Dans le cas où le système est initialement au repos, seule les interactions Er-Er semblent être prépondérantes. Ici, du fait du pompage optique, on est susceptible de retrouver des interactions Er-Er par basculements de spins assistés par phonons dans le niveau  $Z_1$ , mais aussi dans le doublet excité  $Y_1$ . Ces interactions sont de plus affectées par la relaxation progressive des ions portés dans l'état excité par le pompage. L'isolation de ces phénomènes est ici impossible, car ils semblent se succéder sans zone de saturation ; il faudrait avoir recours à d'autres conditions expérimentales (champ magnétique, dopage) pour essayer d'isoler les différentes

contributions.

En ce qui concerne les basculements de spins électroniques des ions erbium assistés par phonons dans le système Zeeman du niveau  $Y_1$ , nous pouvons reprendre les équations (2.29) et (2.31) pour en calculer les ordres de grandeur caractéristiques. On trouve alors  $\gamma'_{DS} = 54$  kHz et  $R' = 2,2$  kHz, en remplaçant le facteur de Landé  $g_{Z_1}$  du niveau fondamental par celui du niveau excité  $g_{Y_1} = 8$ . Cependant, nous avons pu constater que si le modèle de  $\gamma_{DS}$  donne une valeur proche de celle relevée expérimentalement, ce n'est pas le cas de  $R$ . De plus, on peut se demander si les constantes  $\gamma_{DS0}$ ,  $R_0$  et  $\alpha_D$  sont les mêmes pour les doublets  $Z_1$  et  $Y_1$ . On ne peut donc faire d'interprétation que qualitativement.

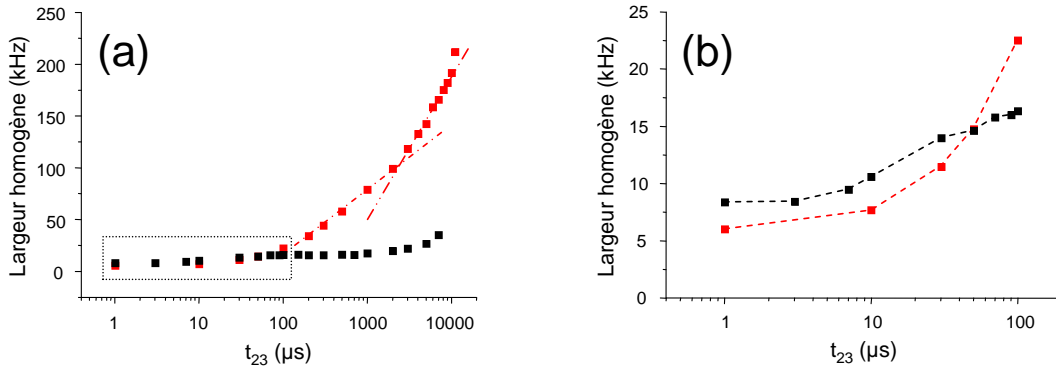


FIG. 2.15 – Mesure de l'évolution de la largeur homogène en fonction du retard  $t_{23}$  avec une impulsion de pompe de 10 ms (rouge) et sans pompe (noir). (b) Zoom sur l'encadré de la figure (a).

Ainsi, le taux de basculement de spin dans  $Y_1$  doit être plus petit que dans  $Z_1$ , ce qui signifie que la région de  $t_{23}$  dans laquelle on retrouve des basculements dans le niveau  $Y_1$  se situe après celle des basculements dans le niveau  $Z_1$ . La présence d'une forte variation de  $\gamma_M$  dans la décade  $100 \mu\text{s} - 1 \text{ ms}$  pourrait être la signature des basculements de spins dans  $Y_1$ . Cette évolution succède aux effets de basculement dans  $Z_1$ , qu'on a identifié dans la décade  $10 \mu\text{s} - 100 \mu\text{s}$ . De plus, la largeur homogène obtenue après contribution des basculements dans les niveaux  $Z_1$  et  $Y_1$  doit être de l'ordre de  $\gamma_h + \gamma_{DS} + \gamma'_{DS} = 74$  kHz. Lorsque  $t_{23}$  atteint 1 ms, on voit que la largeur homogène est proche de cette valeur. Enfin, au-delà de la ms, les interactions Er-Y, ainsi que des effets de relaxation importants doivent apparaître.

### Diffusion spectrale pour différentes durées de pompage

Lorsque l'on étudie la diffusion spectrale pour différentes durées de pompage, on voit se dessiner les différentes contributions, et plus particulièrement dans la zone où  $t_{23}$  varie

de  $100 \mu\text{s}$  à  $1 \text{ ms}$ . La figure 2.16 présente ces résultats pour différentes quantités de population transférée dans l'état excité.

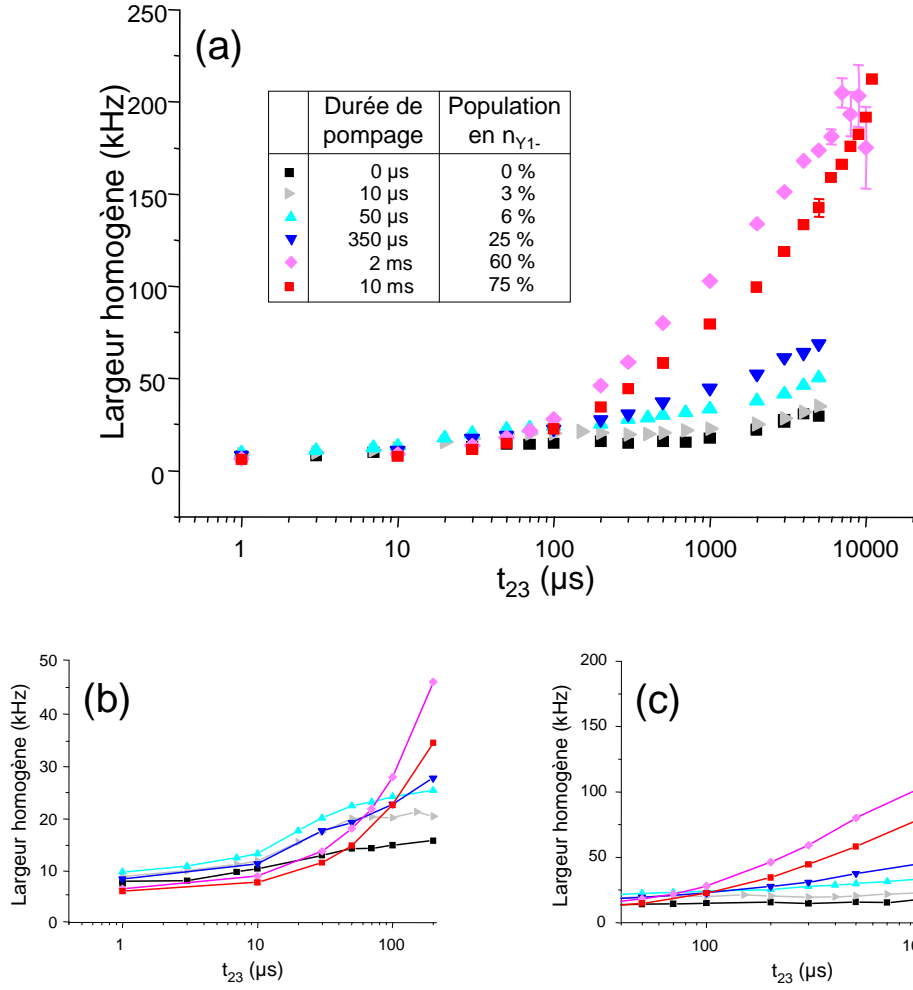


FIG. 2.16 – (a) Mesure de l'évolution de la largeur homogène en fonction du retard  $t_{23}$  pour différentes durées de pompage. (b) Zoom dans la région  $1 \mu\text{s}$  -  $200 \mu\text{s}$ . (c) Zoom dans la région  $100 \mu\text{s}$  -  $1 \text{ ms}$ .

Tout d'abord, on constate deux régimes différents selon que le milieu est globalement absorbant ou amplificateur. Dans le premier cas, la largeur homogène reste inférieure à  $100 \text{ kHz}$  quelque soit le temps  $t_{23}$ . En outre, l'évolution dans la région  $100 \mu\text{s}$  -  $1 \text{ ms}$  est très sensible à la quantité de population transférée dans  $Y_1$ , mais pour une valeur de  $t_{23}$  donnée, la largeur homogène augmente en fonction de cette quantité de population transférée. Cette observation semble confirmer l'apparition des basculements de spins dans le niveau  $Y_1$  induite par un faible transfert de population initial.

Lorsque le milieu est inversé, ces évolutions sont différentes. D'une part la variation de la largeur homogène lorsque  $t_{23}$  varie entre  $100 \mu\text{s}$  et  $1 \text{ ms}$  est très forte. Compte



tenu du fait que la contribution  $\gamma'_{DS}$  est plus grande que  $\gamma_{DS}$ , on doit s'attendre à une diffusion plus importante lorsque le milieu est inversé, ce qui est le cas ici. D'autre part, la largeur homogène semble décroître lorsque l'inversion de population à  $t_{23}$  augmente. Cette tendance serait à confirmer avec des points supplémentaires pour des inversions de populations plus fortes, mais nous n'y sommes pas parvenus. Cette observation reste inexpliquée pour l'instant.

Intéressons nous à l'évolution de la largeur effective  $\gamma_M$  à un temps  $t_{23}$  donné en fonction de l'inversion de population. En partant du cas où le milieu est absorbant, on remarque que  $\gamma_M$  augmente au fur et à mesure que la quantité de population transférée en  $Y_{1-}$  augmente. Mais lorsque le milieu devient amplificateur, c'est à dire  $n_{Y_{1-}} > 50\%$ , la largeur effective semble s'affiner. Cette variation peut être interprétée de la façon suivante. Lorsque le milieu est absorbant, la majorité des basculements de spins a lieu dans le doublet  $Z_1$ , et la contribution des basculements du doublet  $Y_1$  est faible. Lorsque le pompage augmente la quantité de population transférée dans l'état  $Y_1$ , alors la contribution à l'élargissement par basculement dans ce doublet doit également augmenter. Lorsque le milieu est amplificateur, c'est le contraire : la cause principale d'élargissement doit provenir des basculements de spins dans le doublet  $Y_1$ . Si l'inversion de population était de 100 %, on ne devrait donc plus voir d'évolution de la largeur homogène entre 10 et 100  $\mu\text{s}$ .

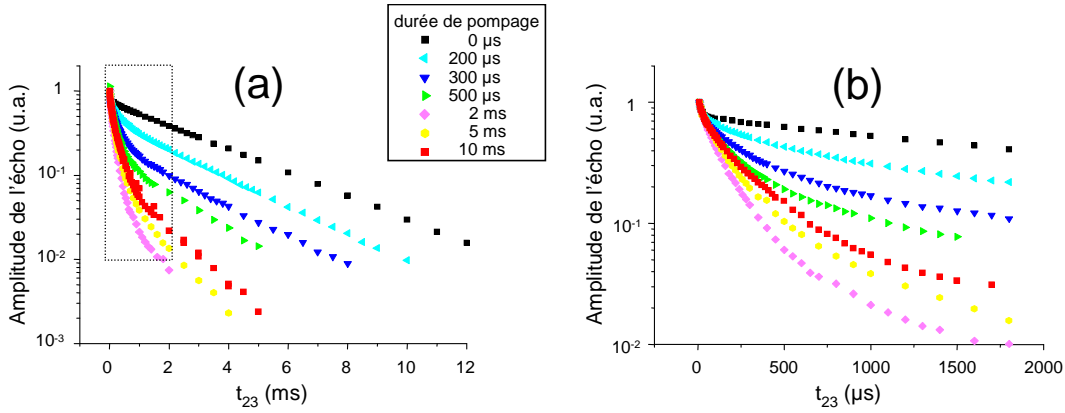


FIG. 2.17 – Mesure de l'amplitude de l'écho de photons en fonction du retard  $t_{23}$  pour différentes durées de pompage. (b) Zoom sur l'encadré de la figure (a).

Ces observations se retrouvent sur la figure 2.17, qui représente l'évolution de l'amplitude de l'écho en fonction du retard  $t_{23}$  pour différentes durées de pompage. L'amplitude de l'écho est normalisée à sa valeur en  $t_{23} = 1 \mu\text{s}$ . Comme nous l'avons déjà vu, sans pompe, nous observons la décroissance rapide de 30  $\mu\text{s}$  due aux basculement de spin dans le doublet fondamental, et la décroissance lente due à la relaxation des ions excités. Lorsqu'on applique une petite impulsion de pompage, ces deux décroissances sont

toujours présentes, mais il apparaît une contribution à des temps intermédiaires, typiquement avant la ms (voir figure 2.17(b)). Cette nouvelle contribution augmente en fonction de la durée du pompage, donc de la quantité de population transférée dans l'état excité avant la séquence d'écho. Ceci doit correspondre à l'augmentation de la contribution des basculements de spins dans le doublet excité.

La décroissance de l'écho la plus rapide est obtenue pour un pompage de 2 ms, qui correspond à un transfert de population légèrement supérieur à 50 %. Dans ce cas, on doit se situer autour d'un régime où les basculements dans les niveaux  $Z_1$  et  $Y_1$  sont tous deux très probables. Pour des durées de pompage supérieures, la décroissance se ralentit.

## 2.5.4 Perspectives d'études

### Identification des mécanismes

Si nous avons pu mettre en avant de nouveaux mécanismes de diffusion spectrale, leur compréhension et modélisation restent très délicates. Les mécanismes dominants semblent être les basculements de spins Er-Er dans les doublets  $Z_1$  et  $Y_1$ , et les couplages Er-Y à plus grande échelle de temps. La contribution de chacun de ces phénomènes est rendue difficile à cause des temps caractéristiques auxquels ils apparaissent. Ils semblent s'enchaîner sans que nous ne puissions distinguer de régime stationnaire pour chacun d'entre eux. De plus, ces mélanges sont perturbés par la relaxation des ions initialement excités. La modélisation de toutes ces interactions pour ajuster nos résultats expérimentaux semble donc difficile. Leur compréhension et quantification en termes de contribution à l'élargissement homogène et de moment d'apparition passe donc par des mesures complémentaires, voire la mise en pratique d'autres méthodes de mesure.

Tout d'abord, deux paramètres d'étude sont le champ magnétique et le taux de dopage des ions erbium. Dans le premier cas, un champ fort permet de baisser le peuplement des sous-niveaux Zeeman supérieurs. Or le facteur de Landé  $g_{Y_1}$  est moins grand que  $g_{Z_1}$ , l'éclatement du doublet  $Y_1$  est moins important que celui de  $Z_1$ . On peut ainsi espérer voir si la contribution supposée des basculements dans le doublet excité varie en fonction du champ magnétique, comme c'est le cas dans le doublet fondamental.

En ce qui concerne le taux de dopage, nous avons vu que les ions erbium créent un effet de frozen core sur les ions yttrium. En baissant le taux de dopage, on doit donc pouvoir diminuer cet effet, et peut-être augmenter les interactions Er-Y. A l'inverse, l'augmentation du taux de dopage doit augmenter les interactions Er-Er.

Un moyen d'observer uniquement les basculements dans le doublet  $Y_1$  consisterait à pomper en permanence la transition  $Z_{1+} \rightarrow Y_{1+}$ . De cette manière, on dépeuple le sous-niveau  $Z_{1+}$ , et on peuple  $Y_{1+}$ . Associé au pompage optique de la raie e, on doit transférer

une grande partie de la population dans le doublet  $Y_1$ , et ainsi augmenter la quantité de basculement de spins dans le doublet excité, tout en diminuant les basculements du doublet fondamental.

Enfin, des techniques jumelées de résonance paramagnétique électronique et d'excitation optique devraient permettre de mieux identifier les interactions.

### Impact sur l'analyse spectrale

Cette étude a initialement été menée pour évaluer l'impact du pompage sur le temps de déphasage de la transition. Ce temps est un paramètre fondamental dans les expériences d'analyse spectrale de signaux RF par algorithme de chirp car c'est lui qui fixe la durée de l'analyse. Comme nous l'avons vu, nous avons intérêt à avoir une durée de lecture la plus grande possible pour relâcher la contrainte sur les chirps, et augmenter la résolution de notre analyse.

Nous venons de voir que la pompe perturbe énormément la dynamique des ions dans la matrice. Le temps de déphasage  $T_M$  de la transition se retrouve affecté par ces modifications. Ce temps caractéristique évolue en fonction du retard  $t_{23}$  entre la gravure du réseau spectral et la lecture. Dans les expériences d'analyse spectrale présentées dans le chapitre précédent, le temps  $t_{23}$  reste inférieur à 100  $\mu s$ . Nous ne sommes donc pas sensibles à l'évolution de  $T_M$  pour des retards plus grands. Sur la figure 2.15(b), on remarque que la largeur effective  $\gamma_M$  est plus petite en présence d'une pompe longue, ou au pire du même ordre de grandeur que la largeur mesurée sans pompe. Le temps de déphasage est donc a priori plus grand, et le pompage ne doit finalement pas avoir d'influence sur les conditions de notre analyse.

Néanmoins, la bande spectrale excitée est beaucoup plus grande avec l'algorithme de chirp qu'en situation d'écho de photons "standard". Dans le premier cas, on cherche à profiter de toute la largeur inhomogène  $\gamma_{inh}$ , tandis que dans le second la bande spectrale dépend de la largeur des impulsions (ici de quelques MHz seulement). On s'attend donc à une diffusion spectrale instantanée induite par l'excitation plus importante. Il serait donc intéressant de se pencher sur l'influence de la bande d'excitation sur le temps de déphasage.

## 2.6 Conclusion

Au cours de ce deuxième chapitre, nous avons présenté la génération et la caractérisation d'échos de photons en milieu amplificateur, par l'intermédiaire d'un pompage optique. Nous avons étudié les différentes possibilités de pompage offertes par notre cristal, puis caractérisé la raie choisie. Nous avons pu constater une inversion de population sur la

---

transition d'écho de photons. Avec un transfert de population de 75 % dans l'état excité, nous avons mesuré un gain énergétique supérieur à 3 entre l'écho obtenu en milieu inversé, et celui obtenu en milieu absorbant. L'énergie de l'écho peut alors représenter plusieurs pour cents de l'énergie de l'impulsion de lecture, dans un régime perturbatif. L'intérêt de ce pompage optique a également été souligné en régime d'accumulation. La séquence d'excitation peut être répétée à quelques kHz sans que l'amplitude de l'écho ne chute en raison du blanchiment de la transition.

Nous avons également présenté les résultats simulés par un modèle numérique d'équations couplées, reproduisant qualitativement les résultats relevés expérimentalement. Une efficacité de diffraction du processus atteignant des dizaines de pour cents semble envisageable avec des épaisseurs optiques plus importantes.

Ensuite, nous avons vu comment le pompage optique affecte la dynamique des ions dans le cristal au cours de la séquence d'excitation. Notre système a mis en évidence de nouveaux mécanismes de diffusion spectrale, jusqu'ici jamais observés. Une identification précise et la caractérisation de ces phénomènes restent à être effectués, mais ces travaux permettent d'avancer dans la compréhension des interactions entre les ions et leur environnement.

Notons enfin que ces résultats ont été les premières démonstrations d'échos de photons réalisés en milieu inversé dans un cristal dopé aux ions de terres rares. S'ils ouvrent des perspectives d'étude sur la dynamique des ions dans ces cristaux, ils montrent également qu'ils peuvent être appliqués à notre architecture d'analyse spectrale. Le gain offert par cette approche doit permettre d'améliorer la dynamique en détection, mais aussi de cycloper les excitations plus rapidement, de manière à avoir une analyse continue. Dans le premier cas, l'amplification optique permet de relacher la contrainte sur la préamplification électronique à la détection du signal d'écho, qui représente une source majeure de bruit, et donc une limite importante à la dynamique. Si le gain est encore faible, il doit être possible de l'augmenter en utilisant des échantillons d'épaisseur optique plus grande. Il paraît néanmoins difficile de se complètement passer de préamplification à la détection. En ce qui concerne le régime d'accumulation, nous avons pu constater que le pompage permet d'atteindre des cadences de quelques kHz. On gagne ainsi quelques ordres de grandeur sur la probabilité d'interception de l'analyse, se rapprochant d'une analyse en continue.



# Chapitre 3

## Lasers agiles en fréquence

Dans ce troisième chapitre, nous allons présenter les travaux de développement de sources lasers adaptées au contrôle cohérent des ions de terres rares. Dans le cadre de l'analyse spectrale de signaux RF, cette source est la clef donnant accès aux performances remarquables de notre cristal dopé erbium. Elle doit en effet présenter des caractéristiques spectrales poussées en termes de pureté, de stabilité mais aussi de balayage en fréquence. Une source répondant à tous ces critères n'est pas disponible dans le commerce, ce qui ouvre une activité de recherche complémentaire.

Nous allons donc voir quelles architectures peuvent remplir notre cahier des charges. Nous présenterons ensuite deux sources qui ont été étudiées au cours de cette thèse. L'une d'elle a servi dans les expériences d'analyse spectrale à large bande présentées dans le premier chapitre de ce manuscrit. La seconde est une cavité originale utilisant des solutions technologiques d'optique intégrée. Dans les deux cas, nous détaillerons les principes de fonctionnement, et nous caractériserons en détail les performances offertes.

## 3.1 Motivations et performances visées

### 3.1.1 Contrôle d'ions de terres rares dans les cristaux

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous avons vu que les cristaux dopés aux ions de terres rares présentent des propriétés spectrales particulièrement bien adaptées au traitement optique de signaux RF. Typiquement, les transitions sont élargies de manière inhomogène sur plusieurs GHz, tout en présentant un temps de vie des cohérences  $T_2$  de plusieurs dizaines de  $\mu\text{s}$ . Cette dernière caractéristique équivaut à une largeur homogène de transition pour une classe d'ions bien inférieure au MHz. Enfin, le temps de vie des populations  $T_1$  du niveau excité atteint généralement la ms.

Ces propriétés remarquables ouvrent des perspectives d'application très vastes, allant de la manipulation cohérente de ces ions pour l'information quantique [115] à l'analyse spectrale de signaux RF [20, 22, 16], en passant par le stockage de l'information [60]. Au laboratoire, les deux premiers domaines sont actuellement étudiés, et tous deux nécessitent des sources laser adaptées. D'une manière générale, les propriétés spectrales du laser ne doivent pas être les facteurs limitants pour les expériences.

### 3.1.2 Performances spectrales

#### Pureté et stabilité

D'une part, le temps de cohérence du laser  $\tau_C$  doit être plus long que le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition. Ce critère est d'autant plus sévère lorsqu'on cherche à manipuler le vecteur de Bloch associé aux ions par exemple [24].

Ensuite, la gigue en fréquence du laser (ou *jitter* en anglais) doit être contenue dans la largeur homogène  $\gamma_h$  de la transition sur un temps de l'ordre du temps de vie des populations  $T_1$ . Cette contrainte s'applique principalement pour les excitations répétées, comme nous l'avons expliqué en partie 2.4.3. En effet, si la fréquence du laser bouge légèrement d'une excitation à l'autre, alors on n'excite plus qu'une seule classe d'ions bien déterminée, mais aussi celles qui lui sont voisines.

Ces deux points peuvent être respectés en développant des sources intrinsèquement stables, voire en les asservissant sur une référence de fréquence.

#### Agilité en fréquence

Pour les expériences d'analyse spectrale du laboratoire, que ce soit celles présentées dans ce manuscrit, ou celles de la thèse de Vincent Lavielle [32] ou de Guillaume Gorju, la fréquence de la source doit pouvoir être balayée sur toute la largeur inhomogène  $\gamma_{inh}$  de la transition excitée pendant un temps inférieur à  $T_2$  ou  $T_1$ . Compte tenu des ordres

de grandeur, la vitesse de balayage doit être de l'ordre du GHz/ $\mu$ s. On ne parle plus d'accordabilité, mais d'agilité en fréquence. Qui plus est, ces balayages doivent présenter une précision et une répétabilité bien meilleure que la résolution désirée.

Le respect de ces contraintes, en particulier celle d'agilité en fréquence représente un défi technologique. De plus, le développement d'une telle source présente un intérêt dans des domaines d'application autres que le contrôle des ions de terres rares. Bien entendu, la pureté spectrale est nécessaire dans la métrologie, l'interférométrie, et d'autres domaines. L'agilité en fréquence est quant à elle intéressante dans d'autres applications, comme la mesure de distance [116], ou le LIDAR-RADAR cohérent [117]. Des applications plus fondamentales ont également recours aux sources balayées en fréquence, comme par exemple la spectroscopie par modulation de fréquence [118], ou des expériences de physique atomique.

## 3.2 Architecture de la source

D'un point de vue expérimental, les sources lasers à base de semi-conducteurs sont simples d'emploi. En vue d'une intégration des analyseurs de spectre développés au laboratoire dans des systèmes embarqués, elles sont d'autant plus intéressantes qu'elles sont compactes, peu onéreuses et qu'elles consomment peu. Les puissances de quelques dizaines de mW délivrées sont suffisantes pour nos besoins. Enfin, l'accès à une source ultra-stable via un asservissement en fréquence est facilité par l'utilisation de diodes lasers plutôt que des sources plus lourdes (Ti :saphir, colorant).

Pour l'excitation des ions thulium, leur longueur d'onde de transition à 793 nm se situe dans la fenêtre d'émission de diodes à base d'alliage AlGaAs. Pour les ions erbium, la longueur d'onde est accessible par les technologies du domaine des télécommunications. En plus des sources à base de semi-conducteur InP ou InGaAsP, on peut également avoir recours à des lasers dopés aux ions erbium, dont la pureté spectrale intrinsèque est excellente. Enfin, les composants produits autour de ce domaine sont généralement fibrés, et on bénéficie d'un gain d'ergonomie.

### 3.2.1 Diodes lasers

#### Diode laser libre

Les diodes lasers à semi-conducteur sont les sources lasers les plus utilisées dans le monde. Elles présentent en effet une bande de gain très large (typiquement 100 nm), et le choix des alliages permet de couvrir de nombreuses gammes de longueur d'onde. La longueur  $L_d$  du composant est généralement de quelque centaines de  $\mu$ m, dans les-



quels on retrouve la zone active pompée électriquement, et la cavité. Dans les diodes en fonctionnement libre, la cavité est simplement formée par les faces clivées du composant semi-conducteur. Compte tenu du fort indice  $n_{eff} \sim 3$ , le coefficient de réflexion de Fresnel atteint 30 % sur chacune des faces, ce qui est suffisant grâce au fort gain de ces structures. On se ramène finalement à une cavité de type Fabry-Perot (voir figure 3.1(a)).

La faible taille du composant est à la base de deux caractéristiques spectrales d'importance toute particulière dans notre cas. D'une part, la longueur optique  $n_{eff}L_d$  typique d'une diode laser est de l'ordre du mm. Sachant que l'intervalle spectral libre d'une cavité linéaire est donnée par

$$\Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2n_{eff}L_d}, \quad (3.1)$$

il est de l'ordre de 15 GHz dans le cas d'une diode. Cet intervalle spectral libre est a priori la plage de fréquence sur laquelle on peut faire varier la fréquence sans saut de mode. Avec une bande spectrale de gain de plusieurs dizaines de THz, un millier de modes est susceptible d'osciller. Mais du fait de l'homogénéité du gain, l'oscillation est généralement monomode longitudinale pour des puissances d'émission raisonnables.

D'autre part, la longueur de la cavité se répercute directement sur la largeur de l'émission laser  $\Delta\nu_L$ , comme l'indique la formule de Schawlow-Townes modifiée [119] :

$$\Delta\nu_L = (1 + \alpha_H^2) \frac{h\nu \Gamma_{cav}^2}{4\pi P_s}, \quad (3.2)$$

où  $\nu$ ,  $\Gamma_{cav}$  et  $P_s$  sont la fréquence d'émission de la diode, le taux de vidage de la cavité (dans le cas où les seules pertes de la cavité sont celles du coupleur de sortie) et la puissance émise en sortie du laser, respectivement. Le facteur  $(1 + \alpha_H^2)$  est un facteur correctif propre aux semi-conducteurs, dans lequel  $\alpha_H$ , appelé communément facteur de Henry, traduit le couplage phase/amplitude de l'émission à travers des variations des parties réelles et imaginaires de la susceptibilité en fonction de la densité de porteurs  $n_p$  :

$$\alpha_H = \frac{d\chi'/dn_p}{d\chi''/dn_p}. \quad (3.3)$$

Ce facteur est généralement de quelques unités. Le terme  $\Gamma_{cav}$  est inversement proportionnel à la longueur de la cavité. L'équation (3.2) indique donc que la largeur de raie  $\Delta\nu_L$  est inversement proportionnelle au carré de la longueur optique de la cavité (toutes choses égales par ailleurs), et ainsi la largeur de raie fondamentale d'une diode est de plusieurs dizaines de MHz typiquement.

### Technologies DBR/DFB

Un critère de pureté spectrale, outre la largeur de la raie d'émission, est le taux de réjection des modes secondaires (SMSR, pour l'anglais *side mode suppression ratio*), c'est

à dire la réjection des modes proches de celui qui oscille. Dans le cas des diodes lasers libres, ce taux est généralement inférieur à 20 dB. En effet, compte tenu de la grande largeur de gain disponible, deux modes consécutifs voient quasiment le même gain. Ainsi, bien que l'émission soit monomode, les modes secondaires parviennent à osciller légèrement. Pour améliorer cette réjection et affiner la largeur de raie, des méthodes de filtrage ont été introduites par l'utilisation de réseaux de Bragg implantés dans la structure de guidage. Ces réseaux sont créés par une modulation spatiale de l'indice  $n_{eff}$ , avec un pas  $\Lambda$ . La longueur d'onde réfléchie dans la cavité respecte la condition de Bragg à l'ordre  $m$  donnée par

$$m\lambda_B = 2\Lambda n_{eff}. \quad (3.4)$$

On distingue deux types de structures [120] :

- les structures *Distributed Bragg-Reflector* (DBR) (voir figure 3.1(b)),
- les structures *Distributed FeedBack* (DFB) (voir figure 3.1(c)).

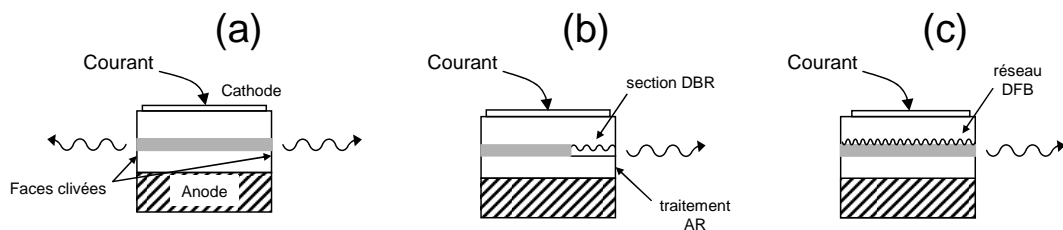


FIG. 3.1 – Structures de diodes lasers de type (a) Fabry-Perot, (b) DBR et (c) DFB.

Dans les diodes type DBR, on remplace un des miroirs (ou les deux) par un miroir de Bragg. La section de filtrage est rendue indépendante de la section de gain. Pour éviter les cavités parasites, la face clivée située après le réseau doit être traitée anti-reflet (AR). Le SMSR de ces diodes est généralement supérieur à 30 dB et la largeur de raie est affinée à quelques MHz typiquement. Le principal avantage de cette structure est la possibilité de contrôler la longueur d'onde de l'émission laser en déplaçant la longueur d'onde de Bragg, soit en chauffant la structure ou en injectant des porteurs dans la zone de Bragg [121]. La longueur d'onde peut être balayée sur plusieurs nm par saut de mode. Pour augmenter la plage d'accordabilité et rendre la variation de longueur d'onde continue, on ajoute généralement une section de phase qui offre un réglage sur la longueur de la cavité indépendant de la longueur d'onde de Bragg [122].

Cependant, les différentes sections ne sont jamais complètement indépendantes compte tenu de la faible taille du composant. Par ailleurs, les effets thermiques et électriques sont

généralement couplés, rendant l'accordabilité non-linéaire, peu reproductible d'un composant à l'autre, et souffrant d'hystérésis. Enfin, la croissance de tels composants est délicate, ce qui est une des causes de mauvaise reproductibilité des performances.

Un moyen de réduire la difficulté du processus de croissance consiste à déposer la structure de filtrage directement sur la zone active. C'est le principe des diodes DFB, qui ont été les premières diodes lasers réellement accordables et dont la longueur d'onde d'émission peut varier sur quelques nm typiquement [123]. En contrepartie, l'accordabilité est le plus souvent obtenue par effet thermique, ce qui rend le processus lent et peu précis. Le principal atout de ces diodes concerne la pureté spectrale de l'émission. Le réseau de Bragg peut être très sélectif, assurant un comportement monomode longitudinal et une réjection des modes secondaires supérieure à 40 dB. De plus, la largeur de raie d'émission peut être réduite à quelques kHz [124]. Cependant, les modèles vendus dans le commerce ont plutôt un spectre d'émission large d'une centaine de kHz, voire de quelques MHz.

Finalement, ces solutions ne sont pas satisfaisantes pour nos besoins. Elles ne permettent pas de cumuler une bonne pureté spectrale, et une accordabilité rapide, linéaire et précise. Une alternative est la diode laser en cavité étendue, comme nous allons le voir à présent.

### 3.2.2 Diodes lasers en cavité étendue

Les diodes lasers en cavité étendue sont des architectures dans lesquelles la diode laser ne tient que le rôle de milieu actif. La cavité est généralement formée par une face clivée de la diode et un composant optique externe, comme par exemple un miroir ou un réseau de diffraction. C'est ce dernier cas que nous allons à présent étudier. L'intérêt d'une telle cavité est double puisque d'une part, l'allongement de la longueur de la cavité affine drastiquement la largeur de raie de l'émission laser, et d'autre part, le réseau réduit la zone de gain "utile" (c'est à dire la région du spectre où le gain est supérieure aux pertes). En effet, la plage spectrale de réflectivité du réseau est bien plus petite que la bande de gain de la diode. Le laser fonctionne alors en régime monomode avec une réjection des modes secondaires importante. De plus ces cavités conservent le grand domaine d'accordabilité offert par la bande spectrale de gain de la diode.

#### Configurations possibles

Lorsqu'un faisceau de longueur d'onde  $\lambda$  éclaire un réseau de pas  $a$  avec un angle d'incidence  $\theta_i$ , il se diffracte en différents ordres  $m$  avec un angle  $\theta_m$  qui suit la loi

$$\sin \theta_i + \sin \theta_m = m \frac{\lambda}{\Lambda}. \quad (3.5)$$

En refermant une cavité laser avec un tel composant optique, seule la longueur d'onde vérifiant cette propriété peut osciller dans la cavité. On distingue généralement deux architectures de cavité utilisant un réseau de diffraction.

Dans la configuration de *Littrow*, la cavité est refermée sur l'ordre  $m = 1$  de diffraction. L'ordre 0 est quant à lui le faisceau de sortie de la cavité (voir figure 3.2). L'angle d'incidence est généralement appelé angle de Littrow, noté  $\theta_L$ , et la longueur d'onde de Littrow, ou longueur d'onde de moindres pertes est alors donnée par [125]

$$\lambda_L = 2\Lambda \sin \theta_L. \quad (3.6)$$

Pour accorder la longueur d'onde d'émission, on peut jouer sur l'angle  $\theta_L$ . Dans ce cas, la direction du faisceau de sortie varie avec la longueur d'onde. Mais il est également possible de collecter la lumière par la face arrière de la diode, à condition que cette face ne soit pas traitée en haute réflectivité.

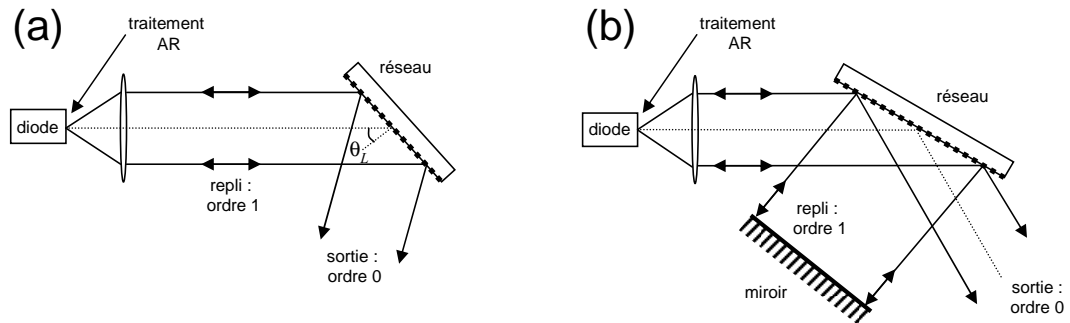


FIG. 3.2 – Architectures de diodes lasers en cavité étendue de type (a) Littrow et (b) Littman-Metcalf.

La seconde architecture, dite de *Littman-Metcalf* est un peu plus complexe, comme l'illustre la figure 3.2. L'ordre 1 est dirigé vers un miroir supplémentaire, qui referme la cavité [126]. Le faisceau réfléchi par le miroir est à nouveau diffracté par le réseau puis renvoyé vers la diode laser. Comme dans la configuration de Littrow, l'ordre 0 est le faisceau de sortie. Cette architecture possède trois avantages. Tout d'abord, la cavité peut être auto-alignée si on remplace le miroir par un dièdre. Ensuite, le double passage sur le réseau assure une très bonne sélectivité spectrale. Enfin, même si l'ordre 0 sert de sortie comme dans la configuration de Littrow, l'accordabilité ne modifie pas la direction du faisceau. En effet, pour changer la longueur d'onde, on fait tourner le miroir de fond de cavité, et seul le faisceau de l'ordre 1 pivote.

Par contre, le double passage sur le réseau et l'ajout du miroir augmentent les pertes dans la cavité, et en conséquence la puissance extraite de la cavité est plus faible que dans une configuration Littrow.

### Longueur de cavité

Comme le montre l'équation (3.2), la longueur de la cavité a une grande influence sur la largeur spectrale d'émission. Sachant que longueur d'une cavité étendue est de quelques cm, la largeur de raie est diminuée de plus de deux ordres de grandeur par rapport à une diode libre, et se situe généralement autour de quelques dizaines de kHz. Cette caractéristique des cavités étendue est un de leurs principaux attraits.

Mais l'allongement de la cavité réduit l'intervalle spectral libre, qui devient

$$\Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2(n_{eff}L_d + L_{ext})}. \quad (3.7)$$

Pour une cavité de quelques cm, la longueur optique de la diode devient négligeable, et  $\Delta\nu_{ISL}$  vaut quelques GHz.

Cependant, la densité de modes susceptibles d'osciller reste du même ordre de grandeur que pour une diode libre car la sélectivité du réseau réduit la zone de gain utile de la diode. A nouveau, seule la saturation du gain assure un régime monomode longitudinal.

La présence de deux cavités (diode et cavité étendue) peut rendre le fonctionnement du laser instable. En effet, la fréquence d'émission doit normalement être celle du mode de la cavité étendue le plus proche de la longueur d'onde de moindre perte imposée par le réseau. Mais la présence des modes de la diode peut perturber la sélection du mode d'oscillation. Cette compétition est encore plus néfaste lorsque la fréquence du laser est balayée, comme nous le verrons par la suite. Pour ne pas souffrir de ces effets d'étalon parasite, la face de la diode dans la cavité doit être traitée AR, avec une très faible réflectivité résiduelle ( $< 10^{-3}$ ).

### Rôle du réseau

Le réseau assure le fonctionnement monomode longitudinal de l'émission laser. En effet, la largeur spectrale de sa réflectivité est bien plus faible que la largeur du gain de la diode. Plus précisément, la sélectivité en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du réseau dépend du nombre de traits éclairés  $N$  par le faisceau de la diode [125] :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_L} = \frac{1}{N}. \quad (3.8)$$

Pour maximiser cette sélectivité, il faut de préférence utiliser un réseau avec un nombre de traits important, un faisceau laser large, et une inclinaison importante du réseau. Néanmoins ces critères sont généralement contraints. En ce qui concerne le nombre traits, le pas du réseau ne peut pas être plus petit que  $\lambda/2$  pour que la diffraction reste efficace. Ainsi, à  $1,5 \mu\text{m}$ , la densité de traits est généralement de 1100 par mm au maximum, soit un pas de l'ordre de 900 nm. En ce qui concerne l'inclinaison du réseau, elle est déterminée

par le pas du réseau, et par la configuration choisie. On remarque à ce sujet que la configuration de Littman-Metcalf est plus avantageuse de ce point de vue. Finalement, seule la taille du faisceau n'est pas limitée a priori.

Par ailleurs, le réseau peut également permettre de baisser le seuil d'oscillation laser de la diode. En effet, si la réflectivité du réseau est plus grande que 30 % (réflectivité typique d'une face clivée d'une diode), alors la proportion de lumière réinjectée dans la diode est plus grande en cavité étendue qu'en fonctionnement libre. Ceci est généralement vrai en configuration de Littrow, mais pas en configuration de Littman-Metcalf à cause du double passage sur le réseau. Cependant la cavité ne doit pas être trop surtendue sous peine de rendre le régime d'oscillation multimode, voire de dégrader la diode à cause du gain très élevé. A titre d'indication, une réflectivité du réseau de 10 % peut suffire pour obtenir un effet laser.

Enfin, il est important de noter que l'efficacité de diffraction d'un réseau est généralement très anisotrope, et maximale pour une polarisation perpendiculaire aux traits du réseau. Sachant que la polarisation de l'émission d'une diode est linéaire dans la majorité des cas, la direction de la polarisation doit être convenablement orientée.

### 3.2.3 Accordabilité

#### Eléments sélectifs en fréquence

Nous venons de voir quels étaient les éléments déterminant la fréquence d'oscillation du rayonnement issu de la cavité. C'est en effet le mode de la cavité étendue le plus proche de la longueur d'onde de moindres pertes  $\lambda_L$  qui est sélectionnée pour osciller dans la cavité. La figure 3.3 illustre cette sélection. Nous avons représenté les modes propres de la cavité étendue et de la diode (qui peuvent être négligés si le traitement AR est de bonne qualité), ainsi que la courbe de gain de la diode et la cloche de réflectivité du réseau.

Pour faire varier la longueur d'onde du laser, les deux éléments sur lesquels on peut agir sont la longueur de la cavité externe et l'angle d'orientation  $\theta_L$  du réseau. Dans le premier cas, on doit observer une variation linéaire de la fréquence sur un intervalle spectral libre de la cavité. Au-delà, le mode suivant se retrouve favorisé par rapport à la réflectivité du réseau, et se met à osciller.

Si on change l'angle  $\theta_L$ , la longueur d'onde sélectionnée par le réseau doit pouvoir être balayée sur une grande partie du spectre de gain de la diode. Des plages d'accordabilité de plus de 200 nm ont ainsi été publiées [127]. Mais la longueur d'onde saute d'un mode de la cavité étendue à l'autre.

Pour bénéficier d'une accordabilité continue sur une grande gamme spectrale, la variation de longueur de cavité doit être synchronisée avec celle de l'orientation du réseau pour

que le mode sélectionné reste toujours le même tout au long du balayage. Plusieurs types de synchronisation mécanique ont été proposés, dans lesquelles le réseau (ou le miroir de renvoi pour les configurations Littman-Metcalf) pivote autour d'un point convenablement choisi. La plage de variation atteint alors plusieurs dizaines de nm [128].

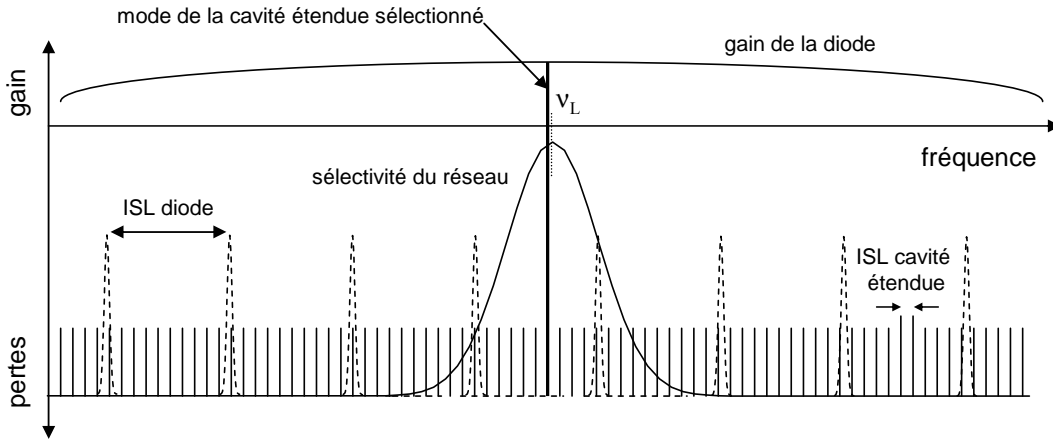


FIG. 3.3 – Éléments sélectifs en fréquence dans une cavité étendue.

Ainsi, on constate le second grand intérêt des diodes en cavité étendue : l'accordabilité est très bonne, et peut être sans saut de mode sur une grande région spectrale. Cependant, nos besoins concernant les balayages en fréquence (plage, vitesse et précision) sont très spécifiques. Les solutions présentées précédemment s'adressent généralement aux télécommunications optiques, car elles peuvent couvrir toutes les longueurs d'onde des grilles de télécommunication, et passer d'un canal à un autre avec un temps de l'ordre de la ms. Dans nos applications, nous désirons balayer linéairement la fréquence de notre laser sur des dizaines de GHz en une dizaine de  $\mu$ s avec une très grande précision. Les solutions mécaniques ne sont pas adaptées, en particulier pour la vitesse et la pureté des balayages ; nous devons nous orienter vers des solutions électriques.

### Accordabilité électrique

Pour profiter d'une entrée d'accordabilité électrique rapide, des solutions acousto-optiques et électro-optiques ont été proposées. Dans le premier cas, deux modulateurs intra-cavités sont placés en cascade, et la longueur d'onde est ajustée en faisant varier la fréquence et la phase relative des signaux électriques qui alimentent les modulateurs [129]. Cette architecture, bien qu'élégante, est lourde à réaliser et nécessite une puissance électrique importante pour piloter les modulateurs. De plus, ces derniers augmentent les pertes de la cavité.

Les méthodes électro-optiques sont plus variées. La plus simple consiste à placer un cristal électro-optique parallélépipédique dans la cavité [130]. En appliquant une tension sur ce cristal, on en modifie l'indice par effet Pockels, et donc la longueur optique de la cavité. Des vitesses de balayages de  $23 \text{ GHz}/\mu\text{s}$  ont été démontrées, mais malheureusement, la plage d'accordabilité est limitée à un intervalle spectral libre de la cavité étendue.

Récemment, l'insertion d'une cellule à cristaux liquides dans une configuration type Littman-Metcalf a été proposée [131]. La cellule se place entre le réseau et le miroir de renvoi, et se comporte comme une lame de phase variable. Cette solution offre une accordabilité de  $19 \text{ GHz}$ , mais la variation n'est pas linéaire, souffre d'hystérésis et nécessite une variation synchrone du courant de la diode. De plus, la vitesse de balayage est assez faible.

Notons que d'autres solutions électro-optiques existent. Elles utilisent la biréfringence des cristaux (par exemple [132]) mais la cavité doit être refermée par un miroir pour ne pas être perturbée par l'anisotropie de la réflectivité du réseau. On perd alors la sélectivité de ce dernier.

### Solutions électro-optiques

Parmi les solutions présentées précédemment, seule la piste électro-optique semble être intéressante en termes de vitesse de balayage. Pour que l'accordabilité dépasse un intervalle spectral libre, la variation de la longueur de la cavité doit s'accompagner de celle de l'angle d'incidence du faisceau sur le réseau de diffraction. Deux méthodes ont été démontrées, dont les principes de fonctionnement sont représentés sur la figure 3.4.

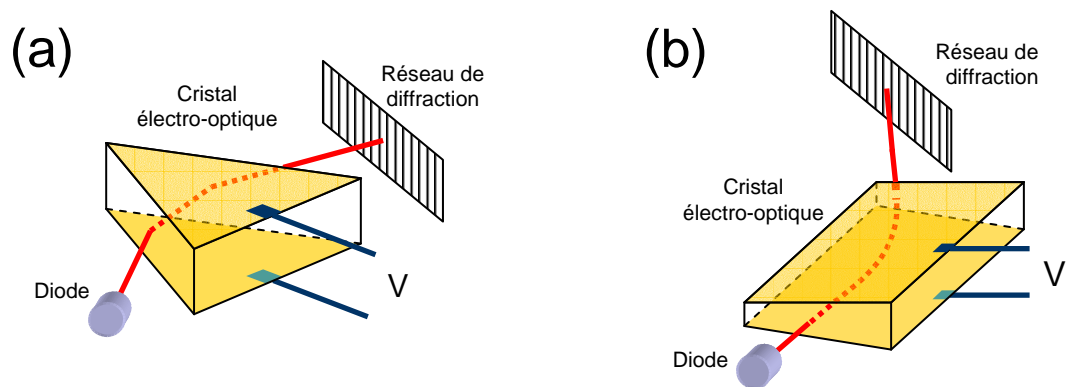


FIG. 3.4 – Architectures de cavités étendues accordables par effet électro-optique.

La première architecture utilise un cristal de forme prismatique [133], comme le montre la figure 3.4(a). En faisant varier l'indice par effet électro-optique, on modifie la longueur de la cavité comme dans la proposition de [130]. Mais ici, l'effet électro-optique modifie



également l'angle de réfraction en sortie du cristal. L'angle d'incidence sur le réseau  $\theta_L$  change ce qui fait finalement varier la longueur d'onde de moindres pertes  $\lambda_L$ .

Dans la seconde solution (la figure 3.4(b)), le cristal électro-optique a une forme transversale trapézoïdale [134]. En appliquant une tension sur les faces non parallèles entre elles, on crée un gradient de champ électrique, qui dévie la direction de propagation du faisceau laser. Il y a finalement réfraction en sortie du cristal, dont l'angle est ajusté par effet électro-optique. Et comme dans le cas de la cavité 3.4(a), l'angle de réfraction modifie l'angle  $\theta_L$  et finalement  $\lambda_L$ .

Dans ces deux architectures, le déplacement spectral de la réflectivité du réseau et celui du peigne de modes de la cavité peuvent être synchronisés en ajustant la coupe du cristal aux paramètres du réseau et de la cavité. Les performances publiées pour ces deux cavités sont comparables, et bien adaptées à nos besoins. Nous avons donc décidé d'adapter une de ces deux cavités pour réaliser le laser agile en fréquence dont nous avons besoin pour nos opérations d'analyse spectrale de signaux RF à large bande. Notre choix s'est finalement porté sur la cavité à cristal prismatique de la figure 3.4(a), principalement pour des raisons pratiques. Dans le cas du cristal trapézoïdal, l'achat de cristaux bien taillés peut se révéler hasardeux. Par ailleurs, la face de sortie de la diode est parallèle aux faces du cristal, ce qui peut provoquer des effets d'étalon parasite. La qualité des traitements AR de la diode et du cristal doit être excellente pour ne pas être gêné par cet effet.

### 3.3 Cavité étendue massive

Nous venons de donner un aperçu des architectures accordables, susceptibles de répondre à nos besoins. Notre choix s'est porté sur l'architecture de la figure 3.4(a), qui est une diode laser en cavité étendue accordable par effet électro-optique. Nous allons à présent détailler le principe de fonctionnement de cette cavité, sa conception, et ses performances.

#### 3.3.1 Etude de la cavité

La représentation géométrique de la cavité est donnée sur la figure 3.5. La diode émet un faisceau collimaté qui éclaire le prisme électro-optique avec un angle d'incidence  $i_1$ . Le faisceau subit une première réfraction à l'entrée dans le prisme, puis une seconde à la sortie. Les couples d'angles  $i_1, r_1$  et  $i_2, r_2$  sont reliés par les lois de réfraction de Descartes, et les angles  $r_1$  et  $r_2$  vérifient la simple loi  $r_1 + r_2 = \alpha$ , où  $\alpha$  est l'angle au sommet du prisme.

La variation de l'indice du prisme par effet électro-optique vient modifier la longueur de la cavité ainsi que l'angle  $i_2$  en sortie de prisme. Nous allons décomposer ces variations

et voir comment les synchroniser pour balayer la fréquence d'émission du laser sans saut de mode.

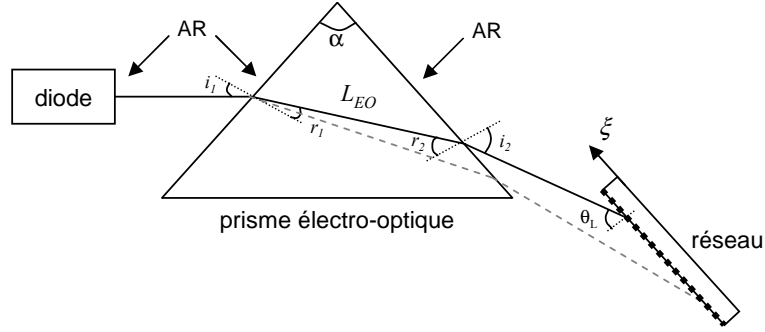


FIG. 3.5 – Représentation géométrique de la cavité étendue avec prisme électro-optique.

### Condition de variation synchrone

Pour que la fréquence d'émission du laser puisse être balayée linéairement et sans saut de mode, le mode de la cavité sélectionné doit varier en même temps que la fréquence de Littrow  $\nu_L$ . En d'autres termes, la phase accumulée par ce mode au cours d'un aller-retour dans la cavité doit rester constante. Cette phase  $\phi$  s'écrit

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2L_{cav} + \phi_r, \quad (3.9)$$

où  $L_{cav}$  est la longueur optique de la cavité et  $\phi_r$  la phase induite par la diffraction sur le réseau [135]. En adoptant une approche variationnelle, la phase  $\phi$  peut évoluer selon les moyens suivants :

- on change la longueur d'onde  $\lambda$  ;
- on change la longueur de la cavité  $L_{cav}$  ;
- on change  $\phi_r$  en déplaçant le réseau parallèlement à lui-même (axe  $\xi$ ), ou bien en changeant le point d'incidence du faisceau sur le réseau.

Examinons maintenant l'influence de chacune de ces variations sur la phase  $\phi$ . Dans le cas où on modifie la longueur d'onde sans changer la longueur  $L_{cav}$ , on a

$$d\phi_1 = -\frac{4\pi}{\lambda^2} L_{cav} d\lambda. \quad (3.10)$$

Par ailleurs, la phase  $\phi$  varie si on modifie la longueur de la cavité pour une longueur d'onde  $\lambda$  donnée. La variation s'écrit simplement

$$d\phi_2 = \frac{4\pi}{\lambda} dL_{cav}. \quad (3.11)$$

Enfin, la troisième variation de la phase globale  $\phi$  est associée à celle de  $\phi_r$ . Cette phase à la diffraction évolue de  $2\pi$  à chaque pas du réseau, c'est à dire

$$d\phi_r = \frac{2\pi}{\Lambda} d\xi, \quad (3.12)$$

où  $d\xi$  quantifie le déplacement relatif entre le réseau et le point d'impact du faisceau sur le réseau.

Dans notre architecture, les variations  $d\phi_1$ ,  $d\phi_2$  et  $d\phi_r$  sont induites par le changement de l'indice  $n$  du cristal par effet électro-optique. La longueur optique du prisme  $n.L_{EO}$  traversée est modifiée, ainsi que les angles de réfraction  $r_1$  et  $i_2$ . Cette seconde variation a trois conséquences. La première, c'est la variation de l'angle d'incidence  $\theta_L$  sur le réseau. On montre aisément que  $di_2 = d\theta_L$  par de simples considérations géométriques. La variation de l'angle  $\theta_L$  induit une modification de la longueur d'onde de Littrow (3.6) :

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{d\theta_L}{\tan \theta_L}. \quad (3.13)$$

D'autre part, suite à la variation de  $r_1$ , le chemin pris par le faisceau dans la cavité change (voir le trait gris tireté sur la figure 3.5). On peut donc écrire la variation de longueur totale de la cavité

$$d\phi_2 = \frac{4\pi}{\lambda} (L_{EO} dn + dL_{geo}). \quad (3.14)$$

où  $dL_{geo}$  est la contribution géométrique à la variation de longueur totale de la cavité.

Enfin, le point d'impact du faisceau sur le réseau bouge également, comme si le réseau était déplacé le long de l'axe  $\xi$  (voir figure 3.5). Ce déplacement fait donc varier la phase à la diffraction  $\phi_r$ . Cependant, on montre que la variation  $dL_{geo}$  compense celle de  $d\xi$  [133]. Finalement, l'expression de  $d\phi$  se réduit à

$$d\phi = -\frac{4\pi}{\lambda^2} L_{cav} d\lambda + \frac{4\pi}{\lambda} L_{EO} dn. \quad (3.15)$$

On cherche à ce que la variation de phase totale soit nulle, c'est à dire  $d\phi = 0$  : les deux contributions de l'équation précédente doivent s'annuler. On suppose que la longueur d'onde du mode reste celle de Littrow : on peut donc réinjecter la relation (3.13) dans l'expression précédente. La condition de variation synchrone pour balayer la fréquence du laser sans saut de mode peut finalement se mettre sous la forme

$$\frac{d\theta_L}{dn} = \frac{L_{EO}}{L_{cav}} \tan \theta_L. \quad (3.16)$$

La variation  $d\theta_L/dn$  dépend directement de la forme et de l'orientation du prisme électro-optique. De plus, le taux de remplissage de la cavité par le cristal  $L_{EO}/L_{cav}$  est également primordial. Le choix de ces paramètres est sujet à discussion selon les performances visées, comme nous allons le voir à présent.

### Orientation du prisme

Revenons à la figure 3.5. Lorsqu'on fait varier l'indice  $n$  du prisme électro-optique, on induit une modification des angles de réfraction  $r_1$  et  $r_2$ , qui affecte finalement  $i_2$ . Or une variation  $di_2$  entraîne directement une variation  $d\theta_L$  de l'angle d'incidence sur le réseau. L'expression de la variation  $d\theta_L$  en fonction de la variation d'indice  $dn$  du prisme est :

$$\frac{d\theta_L}{dn} = \frac{\sin \alpha}{\cos i_2 \cdot \cos(\alpha - r_2)}. \quad (3.17)$$

Dans cette équation, la variation  $dn$  est reliée à la variation des angles  $i_2$  et  $r_2$ . Par ailleurs, on remarque que la variation d'angle devient importante dès que  $i_2$  tend vers  $\pi/2$ . Cependant, le rapport des diamètres de faisceaux avant et après le prisme (notés  $w_1$  et  $w_2$  respectivement) varie comme

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1}. \quad (3.18)$$

Si on cherche à faire tendre  $i_2$  vers  $\pi/2$ , alors  $w_2$  tend vers 0 et le diamètre du faisceau sur le réseau est fortement réduit. Le nombre de traits éclairé diminue, et la sélectivité aussi. A l'inverse, si on cherche à éclairer un grand nombre de traits du réseau, alors la sensibilité de la variation  $d\theta_L/dn$  est restreinte. On se retrouve donc face à un compromis entre sélectivité du réseau et sensibilité à la variation d'indice.

Nous avons finalement choisi l'orientation du prisme à la déviation minimale. La cavité est rendue symétrique ( $r_1 = r_2 = \alpha/2$ ) et les faisceaux ont la même taille avant et après le passage du cristal électro-optique ( $w_1 = w_2$ ). L'expression (3.17) devient simplement en fonction de  $\alpha$

$$\frac{d\theta_L}{dn} = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha/2)}}. \quad (3.19)$$

### Dimensions du prisme

Nous venons de voir comment disposer le prisme électro-optique dans la cavité. Il nous reste maintenant à déterminer ses dimensions (longueur, angle au sommet et épaisseur). La variation de l'angle  $d\theta_L$  peut s'écrire en fonction de l'angle au sommet du prisme  $\alpha$  (équation (3.19)), ou bien en fonction du taux de remplissage  $L_{EO}/L_{cav}$  (équation (3.16)). Pour des raisons de conception que nous verrons un peu plus tard, il est plus simple de fixer la longueur de cavité désirée, et de chercher à maximiser le rapport des longueurs. Ensuite, on déduit l'angle  $\alpha$ . Cependant, on remarque que le taux de remplissage est limité par l'indice du cristal. En effet, la longueur  $L_{cav}$  est une longueur optique, alors que  $L_{EO}$  est une longueur géométrique. Dans le cas limite où le cristal remplit entièrement la cavité, le rapport est borné supérieurement par  $1/n$ .

Par ailleurs, nous cherchons une accordabilité par effet électro-optique. Cet effet se traduit par la variation de l'indice du cristal lorsqu'on applique un champ électrique  $E$ . Cette modification est linéaire dans le cas de l'effet Pockels, et fait intervenir les coefficients du tenseur électro-optique  $r_{ij}$ . Les valeurs de ces coefficients dépendent de la direction de polarisation de la lumière se propageant dans le cristal et de l'orientation du champ électrique appliqué. Dans notre cas, l'effet électro-optique ne doit pas faire tourner la polarisation de la lumière dans la cavité. Nous devons donc travailler avec un cristal dont l'ellipsoïde des indices se déforme mais ne tourne pas lorsqu'on applique un champ électrique externe. La direction de ce champ  $E$  appliqué et celle de la polarisation de la lumière qui se propage dans le cristal doivent être orientées le long d'un des axes propres du cristal. La variation d'indice se met alors sous la forme [136] :

$$dn_i = \frac{1}{2}n_i^3 r_{ij} E_j. \quad (3.20)$$

L'indice vu par la polarisation intervient au cube dans cette relation, ce qui constitue à nouveau un compromis avec l'optimisation du remplissage de la cavité par le cristal électro-optique. De plus, nous avons intérêt à travailler avec un coefficient  $r_{ij}$  le plus fort possible. Enfin, le champ électrique  $E_j$  vient de la tension électrique  $V$  appliquée entre deux électrodes séparées de la distance  $d$ , et on a

$$E_j = V/d. \quad (3.21)$$

Ainsi, la distance  $d$  entre les électrodes doit être la plus petite possible pour que le champ électrique, et donc le gradient d'indice produit, soit le plus fort possible à tension  $V$  fixe. Pratiquement, cette distance est limitée par le diamètre du faisceau laser dans la cavité.

Finalement, l'expression complète de la variation de fréquence en fonction de la tension  $V$  appliquée sur le prisme électro-optique est

$$K_{EO} = \frac{d\nu_L}{V} = \frac{c}{2a \sin \theta_L} \cdot \frac{L_{EO}}{L_{cav}} \cdot \frac{n_i^3 r_{ij}}{2d}. \quad (3.22)$$

### 3.3.2 Conception de la cavité

La description du fonctionnement de la cavité que nous venons de donner fait apparaître plusieurs compromis. Nous allons à présent voir quels choix et composants ont finalement été adoptés.

#### Diode laser

Pour développer cette cavité à  $1,5 \mu\text{m}$ , nous avons collaboré avec la société Net-test, anciennement Photonetics, qui possède un savoir faire incontestable dans le domaine

des sources laser à cavité étendue aux longueurs d'onde des télécommunications. Ainsi, nous avons pu partager ce savoir faire et profiter de techniques de montage industrielles, en échange des compétences acquises au laboratoire sur l'agilité en fréquence, et plus précisément sur l'accordabilité électro-optique.

Nous avons utilisé une tête optique Nettek, composée d'une diode laser avec un excellent traitement AR et d'une lentille de collimation. La longueur optique totale de la tête est de 5,76 mm. Le faisceau issu de la diode est astigmatique (divergences horizontale de  $37^\circ$  et verticale de  $20^\circ$ ). Lorsque le faisceau est collimaté par la lentille, les diamètres pris à  $1/e^2$  sont de 1,5 mm (horizontal) et 0,9 mm (vertical) à une dizaine de cm de la lentille.

L'émission de la diode seule est uniquement de l'émission spontanée amplifiée (ASE, pour *amplified spontaneous emission*) puisque la face orientée vers la cavité est traitée AR (voir figure 3.5) : il n'y a pas de résonateur autour du milieu actif. L'émission spontanée couvre une zone spectrale d'une centaine de nm typiquement, pour une puissance optique de  $150 \mu\text{W}$  à un courant de 100 mA circulant dans la diode.

### Réseau de diffraction

Pour refermer notre cavité, nous avons étudié les possibilités offertes par deux réseaux de diffraction. Le premier est un réseau "classique" de la société Jobin-Yvon, de 900 traits par mm, avec un angle de blaze de  $42^\circ$ , optimisé pour une configuration de Littrow. L'efficacité de diffraction dans le premier ordre atteint 45 % pour une polarisation orthogonale aux traits du réseau, et 17 % pour une polarisation parallèle. En configuration de Littrow, l'angle d'incidence est de  $43^\circ$  à une longueur d'onde de  $1,5 \mu\text{m}$ . Le faisceau collimaté de la diode éclaire 1800 traits environ.

Le second réseau provient de Richardson. Il ne dispose que de 52,67 traits par mm, mais fonctionne dans l'ordre 22, autour duquel se situe l'angle de blaze de  $63^\circ$ . Ainsi, la taille effective du faisceau sur le réseau est de 3,3 mm. A l'ordre de travail, le nombre de traits éclairé équivalent est de 3800. On gagne ainsi en sélectivité spectrale de plus d'un facteur 2 par rapport au réseau Jobin-Yvon. Par ailleurs, l'efficacité de diffraction à l'ordre 22 est de 75 %, indépendamment de la polarisation. En contrepartie, l'efficacité dans les autres ordres est faible (0,5 % dans l'ordre 0, avec un maximum de 10 % dans l'ordre 21). Il se pose alors le problème de la récupération d'un signal de sortie. L'efficacité dans l'ordre 0 est trop faible pour que ce faisceau soit exploitable. L'ordre 21, présentant le maximum de puissance extraite de la cavité est quant à lui difficilement accessible.

Pour avoir une sortie utile, nous devons récupérer le faisceau par la face arrière de la diode laser, qui n'est pas traitée. Cette technique présente deux avantages. Tout d'abord, la direction de propagation du faisceau de sortie de la cavité est indépendante de l'angle

d'incidence sur le réseau : elle reste la même si on balaye la fréquence d'oscillation du laser. Par ailleurs, cette solution est utilisée par Nttest dans ses produits. On peut donc profiter de leur solution technologique, qui consiste à collecter la lumière dans une fibre optique. La lumière issue de la face arrière de la diode est couplée dans la fibre par deux lentilles formant un télescope, entre lesquelles est placé un isolateur optique.

De manière à évaluer et comparer les performances de ces deux réseaux, nous refermons la cavité avec chacun d'entre eux. Avec le réseau Jobin-Yvon éclairé par une polarisation parallèle aux traits, le seuil d'émission laser est de 28 mA, et la puissance extraite dans l'ordre 0 à 100 mA de courant de la diode est de 10 mW. Avec le réseau Richardson, le seuil descend légèrement en dessous de 20 mA. Compte tenu de la meilleure réflectivité de ce réseau, on baisse les pertes dans la cavité et donc le seuil de l'effet laser. Par contre, la puissance extraite est plus faible (220  $\mu$ W dans l'ordre 0, et 7 mW après injection dans une fibre en face arrière de diode pour un courant de 100 mA).

Nous avons néanmoins retenu le réseau Richardson, notamment en raison de sa meilleure sélectivité (largeur spectrale de la réflectivité de 50 GHz à mi-hauteur pour un faisceau de largeur totale de 1,5 mm à  $1/e^2$ ). Par ailleurs la plus grande surtension de la cavité allonge le temps de vie des photons dans la cavité, ce qui doit participer à une faible largeur de raie d'émission. Enfin, la puissance disponible en sortie de fibre est suffisante pour nos applications ; à titre de comparaison, elle est aussi forte que celle fournie par le laser Koheras, utilisé dans les expériences d'écho de photons décrites aux chapitres 1 et 2.

### Cristal électro-optique

En ce qui concerne le cristal électro-optique, nous avons envisagé deux matériaux, le niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ , ou LNO) et le phosphate de rubidium et titanyle ( $\text{RbTiOPO}_4$ , ou RTP). Le premier matériau est bien connu pour la modulation électro-optique. C'est un cristal uniaxe ( $n_e = 2,14$  et  $n_o = 2,21$  à  $1,5 \mu\text{m}$ ), avec un fort coefficient électro-optique  $r_{33} = 30 \text{ pm/V}$ . Il possède également des propriétés piezoélectriques [137] qui peuvent se révéler particulièrement gênantes dans nos applications, ainsi qu'une constante diélectrique  $\epsilon$  assez forte (autour de 30). La valeur de cette constante nous est importante car elle fixe la capacité équivalente du cristal électro-optique  $C_{eq}$  par la relation

$$C_{eq} = \frac{\epsilon S}{d} \quad (3.23)$$

où  $S$  est la surface des électrodes. Si cette capacité est grande, alors la bande passante de modulation du cristal est réduite.

Le RTP est quant à lui beaucoup moins courant. Il présente pourtant un coefficient  $r_{33}$  de l'ordre de 30 pm/V vers 650 nm, une constante diélectrique inférieure à 20, et surtout

est beaucoup moins piezoélectrique que le LNO. Par contre, les indices de réfraction sont plus petits ( $n_e = 1,85$  et  $n_o = 1,77$ ).

Pour ces deux cristaux, la configuration électro-optique la plus intéressante consiste à appliquer un champ électrique le long de l'axe extraordinaire, avec une polarisation de la lumière parallèle à cet axe. La modulation d'indice du matériau est dans les deux cas proportionnelle à  $n_e^3.r_{33}$ , toutes choses égales par ailleurs. Or si les valeurs des coefficients  $r_{33}$  sont sensiblement les mêmes, l'indice extraordinaire  $n_e$  du RTP est plus faible que celui du LNO. Sachant que la valeur de l'indice intervient au cube, le produit  $n_e^3.r_{33}$  est 1,6 fois plus grand dans le LNO que dans le RTP. Nous avons finalement choisi le LNO pour cette raison, mais aussi parce qu'il est plus facile de se fournir en LNO qu'en RTP.

Il nous reste encore à déterminer les dimensions du prisme. D'une part, la dimension verticale du faisceau est 0,9 mm (largeur totale à  $1/e^2$ ). Afin de maximiser l'effet électro-optique, nous avons intérêt à minimiser la distance  $d$  entre les électrodes, comme l'indique l'équation (3.20). Nous avons donc fixé l'épaisseur de notre prisme à 1,1 mm.

Ensuite, l'indice  $n_e$  de notre cristal vaut 2,14. Le taux de remplissage  $L_{EO}/L_{cav}$  vaut donc au maximum 0,47. En tenant compte de la taille incompressible de la tête optique de 5,76 mm, et dans le but de rendre le laser le plus compact possible, nous avons fixé ce rapport à  $1/3$  et  $L_{EO}$  à 2 cm. Ainsi, il reste moins d'un cm de vide dans la cavité. En utilisant les relations (3.16) et (3.19), on en déduit l'angle au sommet du prisme  $\alpha = 31,3^\circ$ . Finalement, le prisme électro-optique a les dimensions présentées sur la figure 3.6.

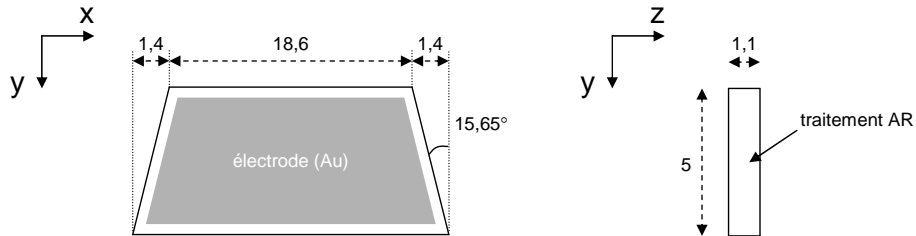


FIG. 3.6 – Dimensions (en mm) du prisme électro-optique intra-cavité. X : axe de propagation de la lumière dans la cavité ; Z : axe de modulation (pour le coefficient  $r_{33}$ ).

La cavité a donc une longueur optique de 6 cm, soit un intervalle spectral libre de 2,5 GHz. Enfin, la sensibilité électro-optique  $K_{EO}$  de la fréquence du laser calculée à partir de l'équation (3.22) est de 8,59 MHz/V.

### Cavité

Pour monter la cavité, nous avons pu profiter des solutions de collage des optiques de Nettest. La lentille de collimation, ainsi que la tête optique d'injection dans la fibre



optique de sortie (constituée de deux lentilles et d'un isolateur) ont été montées avec ce système. Le réseau est quant à lui fixé sur une cale qui peut être tournée manuellement de manière à régler grossièrement la longueur d'onde sur une large gamme. Par ailleurs, un second réglage manuel est intégré pour réajuster facilement l'alignement de la cavité en cas de nécessité. Enfin, nous avons isolé électriquement le cristal de la diode. En effet, cette dernière est alimentée en courant sous une tension assez basse tandis que le cristal doit être polarisé par des tensions allant jusqu'au kV. L'isolement électrique de ces deux éléments paraît donc raisonnable afin d'éviter tout choc électrique dans la diode, ce qui pourrait l'endommager irréversiblement, et de créer des boucles de masse.

Le laser est ensuite placé dans un boîtier en laiton, métal dont les propriétés d'isolation acoustique sont bonnes. La cavité est posée sur un élément Peltier. Ce dernier a trois rôles. Tout d'abord, il régule la température de la cavité, assurant ainsi une bonne stabilité en longueur d'onde sur le long terme. Il permet également d'ajuster la longueur d'onde finement grâce à la dilation du métal de la cavité et des propriétés thermo-optiques du cristal. Enfin, nous l'utilisons pour isoler électriquement la diode du boîtier du laser, qui est relié au cristal électro-optique.

Comme le montre la figure 3.7, L'encombrement du boîtier est réduit, et on dispose de deux sorties fibrées (répartition 95 % - 5 % de la puissance), et 3 entrées électriques (alimentation de diode laser, régulation thermique, et tension de commande du cristal électro-optique).

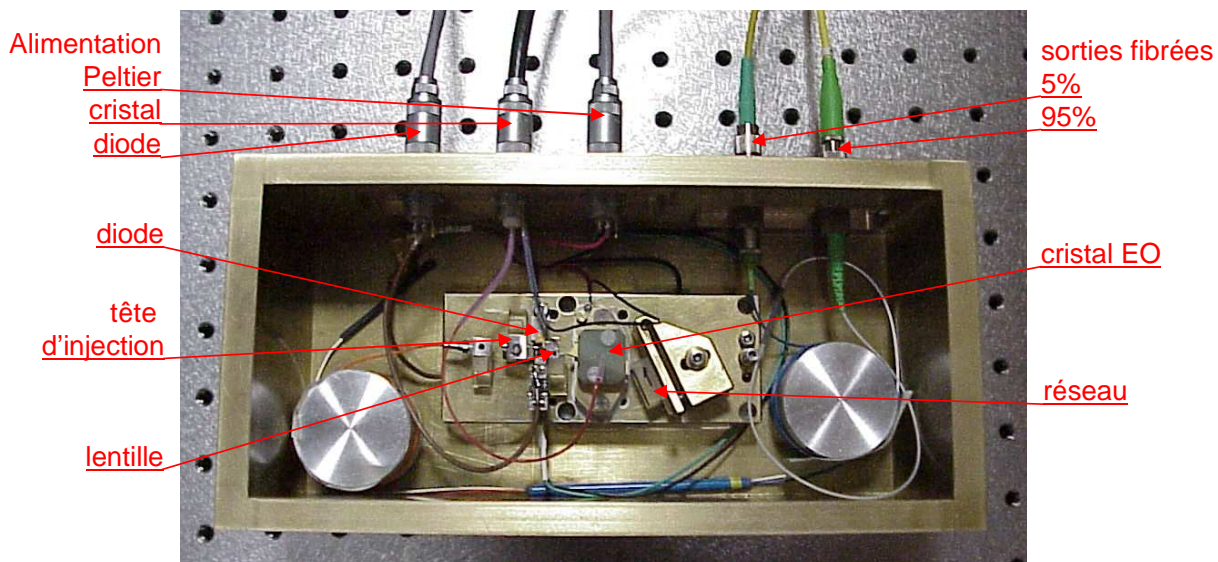


FIG. 3.7 – Photographie du laser en cavité étendue massive.

### 3.3.3 Caractérisation

Une fois le laser monté, nous pouvons commencer sa caractérisation. Nous allons ici traiter des caractéristiques générales, concernant la puissance, la pureté spectrale et la stabilité du laser.

#### Puissance

Nous commençons par étudier l'évolution de la puissance optique en fonction du courant traversant la diode laser, comme le montre la figure 3.8(a). On retrouve une caractéristique typique, avec un seuil de l'effet laser à 20 mA et une puissance extraite légèrement supérieure à 4 mW à 100 mA de courant. Cette puissance est plus faible que celle relevée au cours des premiers tests de montage (cf partie 3.3.2). La baisse s'explique par un problème rencontré lors du collage des optiques d'injection dans la fibre, qui abaisse la qualité de l'injection de près d'un facteur 2.

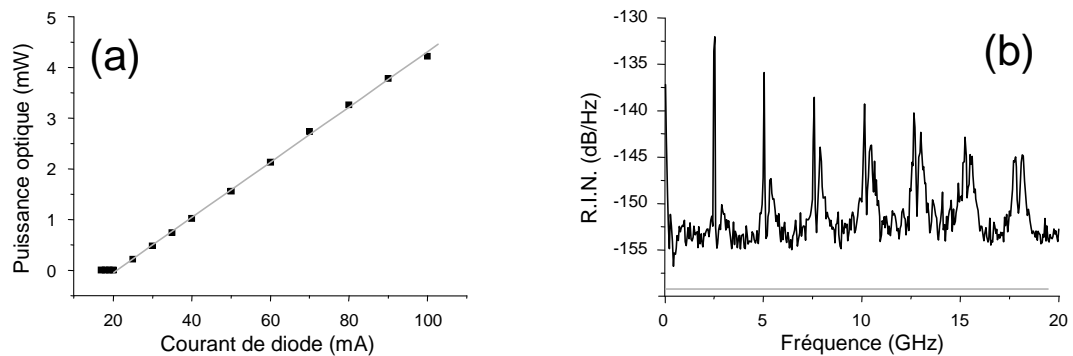


FIG. 3.8 – (a) Variation de la puissance en fonction du courant dans la diode (points : valeurs expérimentales ; ligne : ajustement linéaire). (b) Mesure du bruit d'intensité du laser (ligne noire : résultat expérimental ; ligne grise : bruit de grenaille associé à la mesure).

Pour compléter cette caractérisation en puissance nous avons mené une étude du bruit d'intensité relatif (RIN pour *Relative Intensity Noise*). Le bruit d'intensité d'une source laser est défini comme le carré du rapport des fluctuations de puissance  $\sigma_P$  dans une bande passante de 1 Hz, sur la puissance moyenne émise  $\langle P \rangle$  [136] :

$$RIN = \frac{\sigma_P^2}{\langle P \rangle^2}. \quad (3.24)$$

Pour mesurer le RIN, nous relierons la fibre optique à une photodiode rapide, qui transforme les fluctuations de puissance optique en des fluctuations de courant  $\sigma_i$ . Nous amplifions ce courant par un amplificateur de fort gain ( $G = 47$  dB sur une plage 0,1

- 20 GHz) et de faible facteur de bruit (référence Miteq AMF-6D-001200-30-8P). On connecte ensuite la sortie de l'amplificateur à un analyseur de spectre électrique, qui nous donne la puissance détectée dans une gamme de 20 GHz autour de la porteuse optique. Nous remontons ensuite au RIN, exprimé en dB/Hz de la façon suivante.

La grandeur détectée à l'analyseur de spectre est une puissance électrique  $P_e$  qui est l'intégration de la densité spectrale de puissance sur la bande passante de résolution  $\Delta f$ . L'expression de la puissance  $P_e$  en dBm est dans notre cas

$$P_e = 10 \log \left( \frac{R \cdot \sigma_i^2 \cdot \Delta f}{P_{ref}} \right) + G, \quad (3.25)$$

où  $R$  est la résistance de charge de l'analyseur de spectre (ici  $50 \Omega$ ), et  $P_{ref}$  la puissance de référence pour la définition du dBm, c'est à dire 1 mW. A partir de cette expression, on peut remonter à  $\sigma_i$ , donc au RIN. Nous obtenons alors le résultat de la figure 3.8(b). A titre de comparaison, nous avons représenté le niveau de bruit de grenaille de la détection compte tenu du photocourant généré (ligne grise). Le niveau de bruit moyen du laser est de  $-155$  dB/Hz, 5 dB au dessus du bruit de grenaille. On retrouve des pics régulièrement espacés de 2,5 GHz. Ces pics sont les modes secondaires d'émission, séparés d'un intervalle spectral libre, dont la valeur est en accord avec notre attente théorique. Leur décroissance traduit l'influence du réseau : ce dernier réfléchit moins les modes loin du mode d'émission principal, qui sont donc moins amplifiés par la diode. On remarque que ces pics sont dédoublés et que le pic de gauche est plus fin que le pic de droite. Cette observation s'interprète par une levée de dégénérescence des modes de la cavité, certainement sur les deux axes de polarisation. Compte tenu de la forte anisotropie du gain dans la diode, seul un des deux modes est amplifié (celui de gauche) l'autre est simplement filtré par la cavité, ce qui explique la différence de largeur entre les pics.

La puissance totale contenue dans ce spectre correspond à un écart type de  $7,8 \cdot 10^{-5}$  de la puissance moyenne émise. Ce très bon résultat reflète la faible puissance d'ASE de la diode, et la bonne sélectivité du réseau.

### Pureté spectrale

On s'intéresse ensuite au spectre d'émission de notre laser. Lorsqu'on injecte le faisceau laser émis dans un Fabry-Perot d'analyse, on vérifie bien que le laser est monomode longitudinal (voir figure 3.9). Le Fabry-Perot est un modèle confocal de Melles Griot (référence 13SAF048) qui possède un intervalle spectral libre de 10 GHz et une finesse de quelques centaines. Un des miroirs est monté sur une cale piezoélectrique. En appliquant une rampe de tension sur cette cale, on peut venir scanner un spectre sur un peu plus de 10 GHz. Lorsqu'on vient zoomer autour des pics principaux, on retrouve les modes

secondaires, séparés de 2,5 GHz environ (voir figure 3.9(b)). Le rapport du premier mode secondaire sur le mode principal nous indique un SMSR de l'ordre de 40 dB.

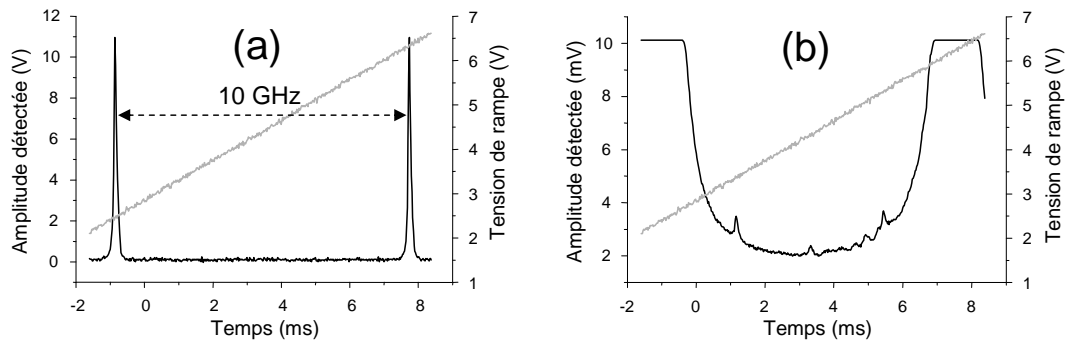


FIG. 3.9 – Lignes noires : spectres de l'émission du laser transmis par le Fabry-Perot d'analyse; lignes grises : rampes de tension des balayages en fréquence du Fabry-Perot. (b) Zoom autour des pieds des pics de (a).

Nous nous intéressons également au taux de réjection de l'ASE émise par la diode. Pour cela, nous utilisons un analyseur de spectre optique (modèle AQ6317B d'Ando). La figure 3.10 nous montre le spectre de l'émission laser sur une bande de 150 nm, avec une résolution de 500 pm. La réjection de l'ASE est supérieure à 60 dB sur tout le spectre.

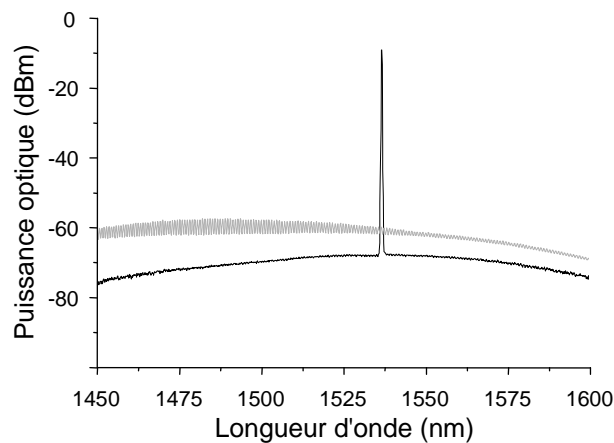


FIG. 3.10 – Ligne noire : Spectre de l'émission du laser ; ligne grise : ASE de la diode sans cavité.

A titre de comparaison, nous avons également représenté le spectre d'émission spontanée de la diode sans cavité, dans les mêmes conditions expérimentales. On observe bien la large bande de gain de la diode qui descend en dessous de 1450 nm. Les oscillations correspondent à la modulation du gain par la cavité résiduelle formée par les faces de la

diode. La profondeur de modulation de ces oscillations est de quelques dB, ce qui traduit la présence du traitement AR. Autour de 1550 nm, ces oscillations sont très faibles : c'est donc dans cette région du spectre que le traitement est le meilleur.

### Largeur de raie d'émission

Les premières mesures de pureté spectrale montrent la bonne réjection des modes secondaires de la cavité et de l'émission spontanée de la diode. Cependant, la résolution des appareils utilisés n'est pas suffisante pour déterminer avec précision la largeur de raie de l'émission  $\Delta\nu_L$  de notre source. Cette grandeur est reliée au temps de cohérence du laser  $\tau_C$  par transformée de Fourier, c'est à dire  $\Delta\nu_L = 1/2\pi\tau_C$ . Or une méthode bien connue pour évaluer le temps de cohérence est l'auto-hétérodynage [86].

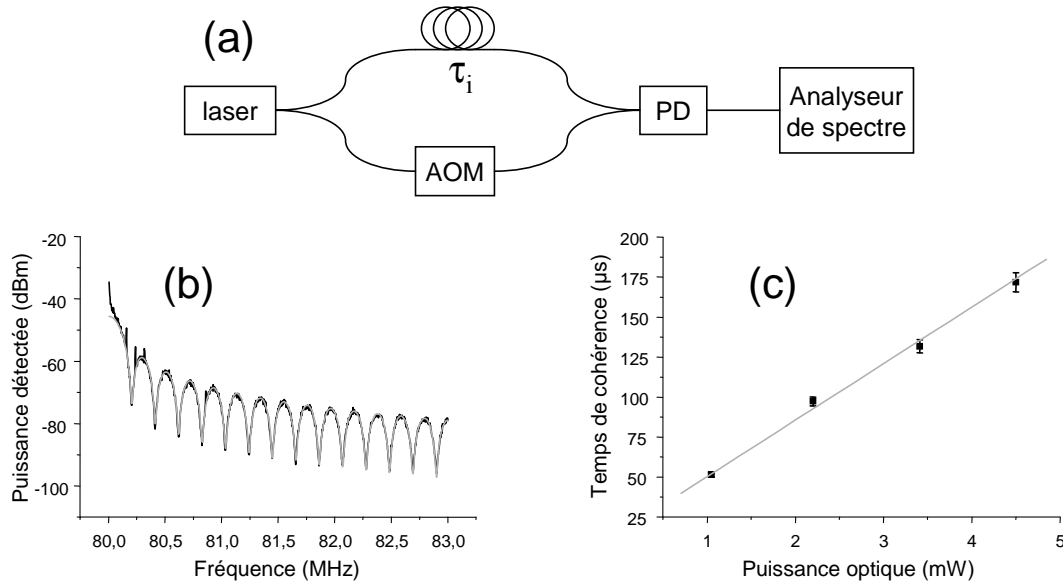


FIG. 3.11 – (a) Principe de la mesure d'auto-hétérodynage du laser (AOM : modulateur acousto-optique; PD : photodiode). (b) Spectre de battement obtenu pour un retard de 48  $\mu\text{s}$  (ligne noire : résultat expérimental; ligne grise : ajustement). (c) Evolution du temps de cohérence en fonction de la puissance émise par le laser (points : valeurs extraites des spectres de battement; ligne : ajustement linéaire).

Le principe de cette méthode est schématisé sur la figure 3.11(a). Il consiste à utiliser un interféromètre déséquilibré, qui compare la phase de l'émission à un temps  $t$  à celle à un temps  $t - \tau_i$ , où  $\tau_i$  est le retard optique introduit par la différence de chemin entre les bras de l'interféromètre. Le modulateur acousto-optique permet de décaler la fréquence centrale d'analyse pour s'affranchir des bruits techniques de détection présents à basse fréquence.

En connectant la photodiode à un analyseur de spectre électrique, on peut se renseigner sur le temps de cohérence du laser. En effet, la densité spectrale de puissance du signal  $I(t)$  a la forme suivante :

$$S_I(f) = 4I_0^2\delta(f) + I_0^2 e^{-\tau_i/\tau_C} \delta(f - f_{AO}) + I_0^2 \frac{e^{-\tau_i/\tau_C} \tau_C}{1 + (2\pi(f - f_{AO})\tau_C)^2} \times \left[ e^{\tau_i/\tau_C} - \cos(2\pi(f - f_{AO})\tau_i) - \frac{\sin(2\pi(f - f_{AO})\tau_i)}{2\pi(f - f_{AO})\tau_C} \right]. \quad (3.26)$$

Le détail du calcul est donné en annexe B. Cette relation est assez complexe. Les deux premiers termes renvoient à la composante continue et au pic centré en  $f_{AO}$  de la fréquence de battement respectivement. Le troisième terme est d'un grand intérêt. Il se compose d'une enveloppe lorentzienne centrée en  $f_{AO}$  de décroissance caractéristique  $1/\tau_C$ , modulée à une fréquence  $1/\tau_i$ . Au fur et à mesure que le retard augmente et s'approche du temps de cohérence, la profondeur de la modulation diminue jusqu'à disparaître pour ne laisser que l'enveloppe lorentzienne. Dans ce cas, les rayonnements issus des deux bras de l'interféromètre sont incohérents et ne peuvent donc plus interférer entre eux.

La réalisation expérimentale d'un interféromètre déséquilibré est très facile dans notre cas. Nous disposons en effet de composants fibrés, du laser jusqu'au détecteur (ici une photodiode New Focus 1611). Le retard est simplement ajusté avec des bobines de fibres dont la longueur peut monter à plusieurs km grâce aux faibles pertes linéiques de la silice à  $1,5 \mu\text{m}$ . De très longues bobines sont néanmoins peu recommandables car la lumière guidée est sensible aux perturbations extérieures (la fibre optique est en effet un excellent microphone!) qui dégradent le spectre. Nous avons effectué nos mesures avec une bobine de 1 km, soit un retard  $\tau_i$  de  $48 \mu\text{s}$ . La figure 3.11(b) présente un spectre obtenu avec cette configuration, pour un courant dans la diode de 100 mA. On retrouve la décroissance ainsi que la modulation périodique. La présence des oscillations avec un excellent contraste indique que le temps de cohérence du laser est plus grand que le retard  $\tau_i$ . En ajustant ce spectre avec l'expression (3.26), on extrait un temps de cohérence du laser  $\tau_C$  de  $180 \mu\text{s}$ , soit une largeur de raie d'émission inférieure à 2 kHz. Ce temps de cohérence est assez exceptionnel pour un laser en cavité étendue.

Par ailleurs, la formule de Schawlow-Townes (3.2) précise que la largeur de raie est inversement proportionnelle à la puissance émise dans le mode d'oscillation, c'est à dire que le temps de cohérence est proportionnel à cette puissance. Nous avons donc relevé les valeurs de  $\tau_C$  pour différentes puissances d'émission, dont les résultats présentés sur la figure 3.11(c) suivent bien une variation linéaire. On remarque que la pente est assez forte, puisqu'à 1 mW de puissance extraite de la cavité, le temps de cohérence n'est plus que de  $50 \mu\text{s}$ . Néanmoins, ces résultats sont excellents, rendant le laser suffisamment cohérent pour la manipulation des ions erbium.

### Stabilité

Une autre caractéristique spectrale importante est la stabilité en fréquence du laser à long terme (dérive en longueur d'onde sur plusieurs heures) et à court terme (sous la ms). Dans le premier cas, la longueur d'onde reste stable à  $\pm 1$  pm (limite de résolution de notre lambdamètre) sur plusieurs heures, grâce au système de régulation thermique composé de l'élément Peltier associé à un contrôleur de température ILX TED350.

Pour évaluer la stabilité à court terme, nous avons d'abord procédé à une mesure de battement avec un laser de référence. Ici, nous avons utilisé le laser Koheras, dont la stabilité est très bonne. Le principe consiste à rapprocher la fréquence d'émission des deux lasers pour qu'ils produisent un signal de battement détectable par une photodiode. Ensuite, on enregistre le signal temporel sur une base de temps longue, et on calcule la FFT pour remonter au spectre du battement. On observe ainsi l'élargissement dû aux instabilités à court terme.

Nous avons évalué la stabilité relative de l'émission avec un enregistrement de 10 ms. Le résultat de la FFT est présenté sur la figure 3.12(a). Le spectre est très peu élargi, malgré le grand temps d'intégration. La largeur à mi-hauteur est de l'ordre de 50 kHz, ce qui représente une excellente stabilité. Généralement, l'ordre de grandeur de la gigue en fréquence au-delà de la ms se chiffre en MHz.

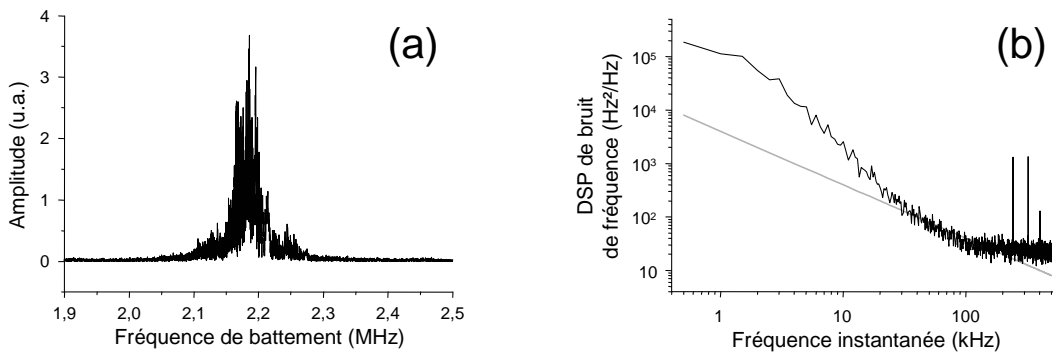


FIG. 3.12 – (a) Spectre de battement avec le laser Koheras. (b) Mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de fréquence (ligne noire : résultat expérimental; ligne grise : loi en  $1/f$ ).

Le bruit technique en fréquence est supposé suivre une loi en  $1/f$  [120]. Pour vérifier ce point, nous avons évalué la densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de fréquence. Cette grandeur peut se mesurer avec le même type d'interféromètre que celui de la figure 3.11(a), mais avec un retard  $\tau_i$  suffisamment court pour considérer que  $\phi(t - \tau_i) - \phi(t) \sim \tau_i \dot{\phi}(t)$ . Dans ce cas, le spectre au pied de la fréquence de battement peut se mettre sous

la forme

$$S_I(f) = 4I_0^2\delta(f) + I_0^2 e^{-(\tau_i\sigma_\phi)^2} \times [\delta(f - f_{AO}) + \tau_i^2 S_{\dot{\phi}}(f - f_{AO})], \quad (3.27)$$

où  $\sigma_\phi^2$  est la variance de  $\dot{\phi}(t)$ , et  $S_{\dot{\phi}}(f)$  est la densité spectrale de puissance de  $\dot{\phi}(t)$ , c'est à dire la DSP de bruit de fréquence du laser. Le détail du calcul est donné en annexe B. Pratiquement, nous avons pris un retard  $\tau_i$  de 20 ns. Nous extrayons la DSP  $S_{\dot{\phi}}(f)$  du signal de battement enregistré à l'analyseur de spectre électrique à partir de l'expression (3.27), et le résultat est présenté sur la figure 3.12(b). Pour repérer le bruit technique, nous avons tracé en gris une courbe de loi  $1/f$ . On voit alors clairement que la bande passante de bruit est de 200 kHz typiquement. Au-delà, le bruit de fréquence du laser est blanc. La variation en  $1/f$  apparaît dans la bande 10 - 200 kHz. En dessous de cette zone, le bruit semble suivre une loi en  $1/f^2$ . Si nous intégrons cette DSP entre 10 kHz et 200 kHz, on en déduit un écart-type  $\sigma_\nu$  de 10 kHz environ, c'est à dire que la largeur de raie apparente pendant quelques dizaines de  $\mu\text{s}$  est de l'ordre de 10 kHz.

Cette bonne stabilité est la traduction directe des précautions prises lors de la conception du laser. D'une part le collage des optiques et la compacité recherchée assure le monolithisme de la cavité ; de plus, le boîtier en laiton assure une bonne isolation des bruits acoustiques.

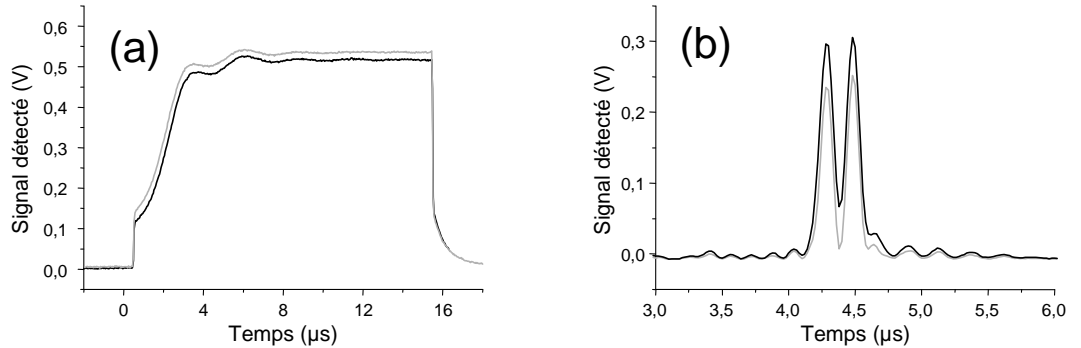


FIG. 3.13 – (a) Signaux de nutation optique moyennés sur 8 acquisitions et (b) transformations de Fourier de signaux RF obtenus avec le cristal de Er :YSO (ligne noire : laser en cavité étendue massive ; ligne grise : laser Koheras).

Un moyen de se convaincre de la haute cohérence et de la bonne stabilité du laser consiste à observer la réponse de notre cristal d'Er :YSO à une excitation cohérente, comme par exemple, un signal de nutation optique, comme le présente la figure 3.13(a). Nous distinguons les premières oscillations de Rabi, ce qui confirme que la cohérence de la transition n'est pas dégradée par celle du laser. Après quelques  $\mu\text{s}$ , on commence à voir quelques variations aléatoires du niveau transmis, qui indiquent que la fréquence du laser



fluctue autour de la classe d'ions initialement excitée. Il n'est pas possible de quantifier l'excursion en fréquence, si ce n'est qu'elle est plus grande que la largeur homogène de la transition, c'est à dire ici 8 kHz. Néanmoins, le temps au bout duquel la gigue en fréquence se manifeste est cohérent avec la bande passante de bruit mesurée sur la figure 3.12(b). Lorsque le signal est moyenné sur quelques acquisitions, comme c'est le cas sur la figure 3.13(a), le bruit de fréquence est masqué, et le signal de nutation devient identique à celui enregistré avec le laser Koheras.

Par ailleurs, nous avons également effectué des transformations de Fourier en bande étroite avec un modulateur acousto-optique. La figure 3.13(b) présente des résultats enregistrés avec le Koheras et notre laser pour un doublet de fréquences séparées de 150 kHz, avec un temps de lecture de 25  $\mu$ s. On remarque que le contraste du signal obtenu avec notre laser est légèrement moins bon que celui du spectre enregistré avec le Koheras, certainement à cause du bruit de fréquence. La résolution et la fidélité globale entre les deux signaux demeurent toutefois excellentes. La pureté spectrale de notre laser est donc suffisante pour générer des excitations cohérentes pendant au moins 25  $\mu$ s.

### 3.3.4 Accordabilité et agilité en fréquence

Les caractéristiques générales du fonctionnement du laser en font un très bon outil pour la manipulation cohérente des ions. La pureté et la stabilité de la fréquence du laser sont très bonnes, et la puissance émise en sortie de fibre est suffisante pour nos applications. Nous allons à présent étudier les capacités d'agilité en fréquence.

#### Sensibilités thermo-optique et électro-optique

La fréquence de notre laser peut être accordée par trois façons : mécanique (rotation du réseau), thermique via l'élément Peltier, ou bien encore électrique par le cristal intra-cavité. La première solution permet de balayer la longueur d'onde du laser sur plusieurs dizaines de nm (typiquement de 1500 nm à 1570 nm). Cette gamme est principalement limitée par la zone de réflectivité du réseau, mais elle est suffisante pour accéder aux transitions d'intérêt de notre cristal d'Er :YSO.

Par effet thermique, nous pouvons couvrir quelques centaines de pm avec une variation de quelques degrés de la température de la cavité. Cette accordabilité provient d'un effet cumulé des propriétés thermo-optiques du cristal intra-cavité et de la dilatation du laiton constituant la cavité. Dans le premier cas, on peut réutiliser le raisonnement de la variation synchrone par effet électro-optique en remplaçant la sensibilité électrique par la sensibilité thermique de l'indice extraordinaire du cristal. La variation de ce dernier est de  $32.10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , ce qui nous amène à une sensibilité thermo-optique liée au cristal de l'ordre

du GHz/K. Mais on doit également prendre en compte le coefficient de dilatation thermique du laiton est quant à lui de  $19.10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , ce qui entraîne une variation de fréquence due à la cavité de 3,7 GHz/K. Expérimentalement, nous relevons la variation présentée sur la figure 3.14(a). Nous observons bien une variation linéaire de la fréquence du laser de 6,6 GHz/K sur un intervalle de plus de 30 GHz environ. La variation de puissance d'émission du laser sur cette bande est de 10 % environ. On remarque également une légère hystérésis sur la figure ainsi qu'un saut de mode à basse température.

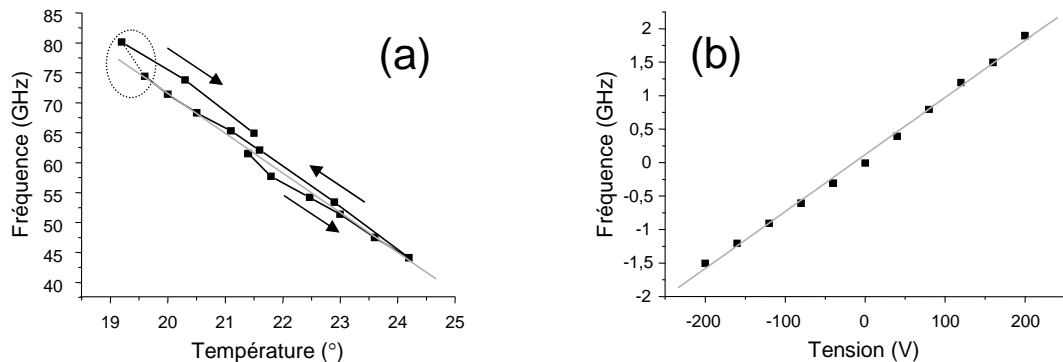


FIG. 3.14 – Mesures de l'accordabilité de la fréquence du laser par effet (a) thermo-optique et (b) électro-optique. Sur (a) les flèches indiquent le sens de variation et la zone pointillée un saut de mode (points : valeurs expérimentales ; lignes : ajustements linéaires).

Mais ce qui nous intéresse véritablement ici, c'est l'accordabilité électrique offerte par le cristal électro-optique. Nous avons donc mesuré la variation de la fréquence d'émission depuis le lambdamètre en fonction de la tension appliquée sur le cristal. Les résultats sont reportés sur la figure 3.14(b). La fréquence du laser varie bien linéairement sur plus de 3 GHz sans saut de mode. Cette plage d'accordabilité est limitée par l'amplificateur de haute tension utilisé. La valeur de sensibilité  $K_{EO}$  extraite par un ajustement linéaire est de 8,55 MHz/V, proche de la valeur attendue théoriquement par le dimensionnement de notre cavité. Les écarts peuvent provenir d'une petite variation de la longueur de la cavité par le positionnement du réseau.

### Agilité en fréquence

Nous venons de valider l'accordabilité électro-optique de la fréquence de notre laser sans saut de mode. Pour les expériences de transformée de Fourier des signaux RF, il nous faut à présent étudier l'agilité en fréquence. En particulier, nous allons nous intéresser à la plage de balayage en fréquence lorsque l'on applique une rampe de tension sur le cristal électro-optique, ainsi qu'à la bande passante de modulation de notre cristal.

Pour cela, nous reprenons notre interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré, mais sans le modulateur acousto-optique. En appliquant une rampe de tension sur le cristal électro-optique, on balaye la fréquence de notre laser avec un taux de chirp  $r$ . La fréquence instantanée de notre laser s'écrit  $\nu = \nu_0 + rt$ , où  $\nu_0$  est la fréquence d'émission au repos. Si on fait passer le faisceau dans l'interféromètre, en sortie on doit observer les interférences entre la fréquence à l'instant  $t$  et celle à l'instant  $t - \tau_i$ . Le signal détecté est donc un battement oscillant à la fréquence  $f_b = r\tau_i$  (voir annexe B). Pour vérifier la linéarité des chirps en amplitude et en vitesse, nous relevons la variation de la fréquence de battement en fonction des paramètres des rampes de tension (amplitude et fréquence) appliquées sur le cristal. Les résultats sont présentés sur la figure 3.15.

Dans un premier temps, nous générons un signal triangulaire de fréquence 1 kHz et d'amplitude variable avec un générateur Agilent 33220A. Le signal est ensuite amplifié par un amplificateur haute tension Trek 601C. Nous disposons finalement de rampes de 500  $\mu$ s de durée, dont l'amplitude varie de 100 V à 1 kV. Notre interféromètre a une différence de marche d'environ 300 m, ce qui correspond à un retard  $\tau_i \sim 1,5 \mu$ s. Comme on le constate sur la figure 3.15(a), la fréquence de battement détectée en sortie d'interféromètre varie linéairement. Le cristal électro-optique est donc capable de supporter des tensions aussi fortes que le kV. Par ailleurs, nous avons vérifié que la fréquence de battement est identique selon que la rampe de tension est croissante ou décroissante. Il n'y a donc pas d'hystérésis non plus. L'effet électro-optique nous assure de bonnes linéarité et reproductibilité des balayages en fréquence.

Ensuite, nous faisons varier la fréquence de répétition des rampes en laissant une amplitude constante. Nous utilisons un amplificateur Apex PA85, qui délivre 240 V et permet ainsi de balayer la fréquence du laser sur 2 GHz. La fréquence des rampes varie de 1 kHz à 100 kHz. Le retard  $\tau_i$  est réduit à 800 ns environ. La variation de la fréquence de battement issue de l'interféromètre est reportée sur la figure 3.15(d). La fréquence  $f_b$  relevée est bien proportionnelle à la fréquence de répétition des rampes de tension, donc inversement proportionnelle à la durée des balayages. La bande passante du cristal est donc suffisamment grande pour balayer 2 GHz en 5  $\mu$ s, ce qui correspond à des valeurs typiques pour nos expériences d'analyse spectrale de signaux RF.

### Précision des balayages

Si la linéarité et la reproductibilité des balayages en fréquence semblent bonnes, il faut à présent nous pencher sur la qualité et la précision des chirps. Ces deux caractéristiques sont très importantes car ces balayages en fréquence doivent être utilisés dans le cadre d'excitations cohérentes. Pour évaluer cette précision, nous étudions le spectre des signaux de battement détectés en sortie d'interféromètre [138].

---

La figure 3.15(b) représente la FFT du battement pour un balayage de la fréquence du laser sur 800 MHz en 500  $\mu$ s. La largeur de ce spectre est limitée par transformée de Fourier. Pour une même durée de rampe, mais avec 8 GHz d'amplitude, on a le spectre de la figure 3.15(c). Le pic est à nouveau limité par transformée de Fourier, mais on remarque la présence de modulations parasites à  $\pm 150$  kHz et  $\pm 500$  kHz de la porteuse environ. On distingue également du bruit sur une bande de 250 kHz environ. Cependant, ces perturbations ne représentent que quelques pourcents de la puissance du pic central.

Sur l'étude de la bande passante, on voit que la pureté des spectres se dégrade nettement. Les figures 3.15(e) et (f) présentent en effet les spectres obtenus pour 2 GHz balayés en 500  $\mu$ s et 5  $\mu$ s respectivement. Sur la figure (e), on retrouve un pic dont la largeur est limitée par transformée de Fourier, avec une modulation parasite à quelques kHz de la porteuse. On retrouve à peu près les spectres des figures 3.15(b) et (c). Par contre le spectre relevé à 5  $\mu$ s est très modulé par une fréquence de l'ordre du MHz. La largeur totale du spectre est de 5 MHz environ. Ainsi, malgré la capacité de balayage offerte par le cristal électro-optique, la précision semble se dégrader pour des balayages rapides. Une étude systématique montre que la forme des spectres dégradés est très répétable et dépend de la fréquence des rampes. Nous aurons l'occasion de discuter de ces observations plus tard dans le manuscrit.

Des tentatives de transformées de Fourier nous ont confirmé que la précision n'est pas suffisante pour des balayages de l'ordre du GHz/ $\mu$ s. Il nous faut donc parvenir à améliorer cette précision. Dans ce but, nous avons réalisé un asservissement en phase de ces balayages, présenté dans le chapitre suivant de ce manuscrit.

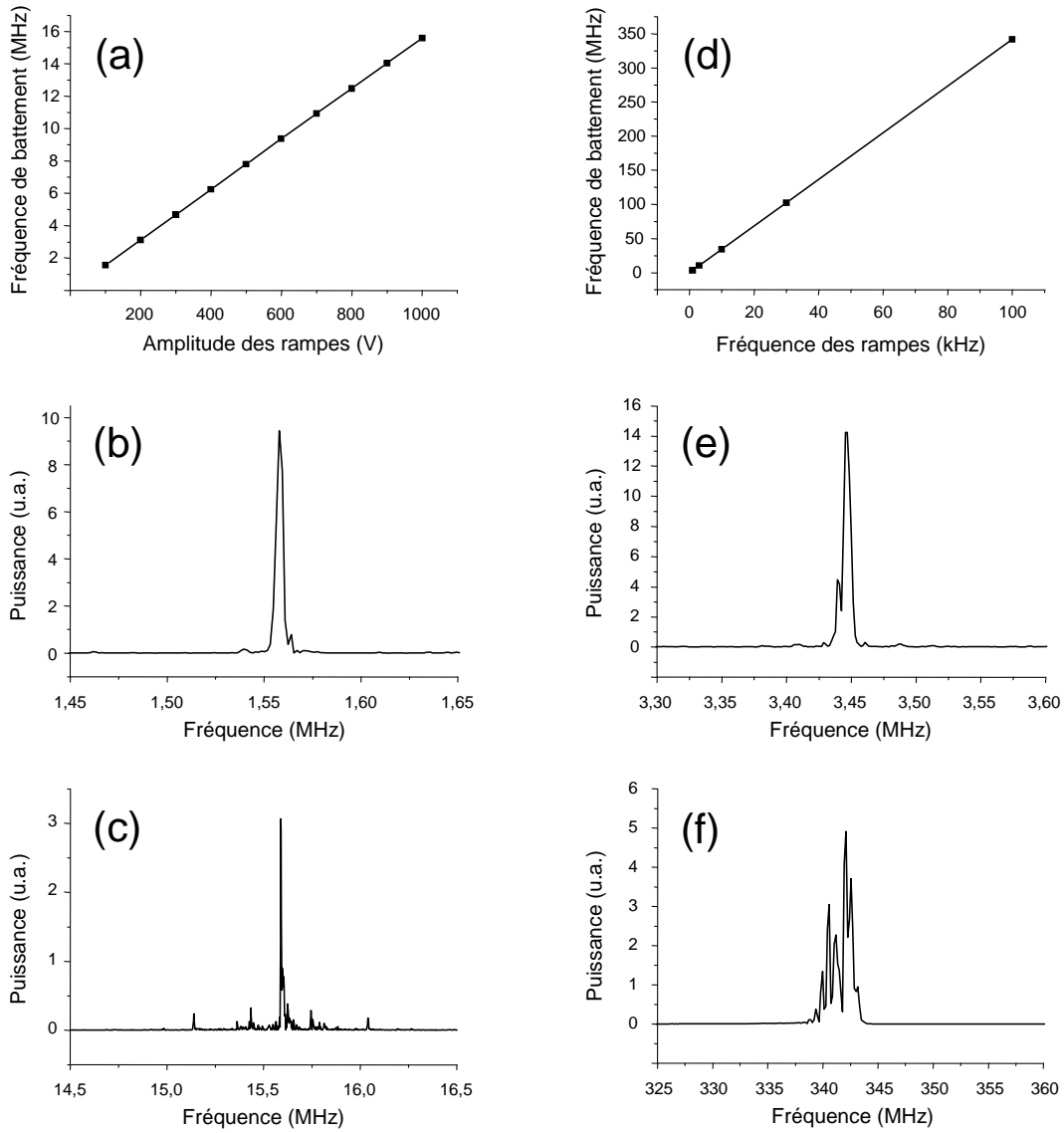


FIG. 3.15 – (a) Evolution de la fréquence de battement en fonction de l’amplitude des balayages en fréquence du laser. (b) et (c) Spectres du battement pour 800 MHz et 8 GHz balayés respectivement en  $500 \mu\text{s}$ . (d) Evolution de la fréquence de battement en fonction de la vitesse des balayages en fréquence du laser. (e) et (f) Spectres du battement pour 2 GHz balayés en  $500 \mu\text{s}$  et  $5 \mu\text{s}$  respectivement.

## 3.4 Cavité étendue guidée

Nous venons de présenter en détail la source en cavité étendue développée pour les expériences d'analyse spectrale de signaux RF. Malgré l'optimisation des paramètres de la source, la sensibilité électro-optique des balayages en fréquence n'est que de 8,5 MHz/V. Cette valeur est principalement limitée par la distance entre les électrodes du cristal intracavité. Pour baisser cette distance, nous avons utilisé des structures d'optique guidée, comme nous allons le voir à présent.

### 3.4.1 Éléments de technologie

#### Intérêts d'une structure guidée

Le laser agile en fréquence présente des performances très séduisantes, notamment en termes de pureté spectrale et de stabilité. Comme nous avons pu le constater, la sélectivité du réseau et la compacité de la cavité participent grandement à ces résultats. Mais les différentes fonctions de la cavité sont assurées par des composants optiques différents : diode pour la zone à gain, cristal électro-optique pour la zone de phase, et réseau de diffraction pour la zone de sélectivité spectrale. On peut donc imaginer que l'intégration de ces fonctions en un seul composant améliorerait encore la stabilité intrinsèque de la cavité.

De plus, la sensibilité électro-optique de notre cavité est assez faible. Pour notre application d'analyse spectrale de signaux RF, nous disposons d'une électronique permettant d'exploiter le potentiel des performances de notre cristal d'Er :YSO. Mais pour couvrir 10 GHz et plus, l'amplitude des rampes de tension doit alors dépasser le kV. Il devient très difficile de trouver un amplificateur électrique délivrant une telle amplitude avec une bande passante suffisante pour effectuer ces balayages en quelques  $\mu$ s.

Le facteur d'échelle  $K_{EO}$  est principalement limité par la distance entre les électrodes du cristal électro-optique, elle-même dépendant de la dimension du faisceau dans la cavité. Une solution pour augmenter la sensibilité électro-optique consiste à utiliser des composants d'optique guidée, dans lesquels les modes se propageant à une longueur d'onde de 1,5  $\mu$ m ont une taille de 10  $\mu$ m typiquement. On peut donc espérer gagner deux ordres de grandeur sur le facteur  $K_{EO}$  par rapport à notre cavité massive, et ramener la tension de commande à quelques dizaines de volts pour couvrir plusieurs GHz. La fréquence du laser peut alors être pilotée par une électronique rapide et faible bruit.

De plus, il est possible d'inscrire des réseaux de Bragg dans des structures guidées. Ainsi, les deux zones de phase et de sélectivité peuvent être regroupées dans un même composant. On se ramène au cas des diodes DBR, mais avec des dimensions macroscopiques. On conserve ainsi la faible largeur de raie des diodes en cavité étendue, et la bonne

linéarité et reproductibilité des balayages en fréquence offertes par l'effet électro-optique. Ensuite, on peut imaginer doper une partie du guide avec des ions erbium pour avoir une zone de gain, et même placer une seconde zone dopée erbium en dehors de la cavité pour générer des échos de photons dans un guide Er :LiNbO<sub>3</sub>. On disposerait ainsi d'un processeur optique à écho de photons intégré.

Le premier pas vers le développement d'une telle source consiste à placer une diode laser dans une cavité étendue guidée, refermée par un réseau de Bragg. Une telle source fonctionnant à 793 nm a déjà été réalisée avec des guides inscrits dans un réseau de KTP [139]. Mais la sensibilité électro-optique est tout à fait comparable à celle de cavités étendues massives fonctionnant aux mêmes longueurs d'onde [134]. Nous allons ici présenter les premiers résultats obtenus dans une architecture guidée fonctionnant à 1,5  $\mu\text{m}$ , présentant une meilleure sensibilité électro-optique que celle de la cavité massive de la partie précédente, et une grande stabilité en fréquence.

### Guides de LiNbO<sub>3</sub>

Aux longueurs d'onde des télécommunications, la grande majorité des composants actifs guidés sont fabriqués dans des substrats de LiNbO<sub>3</sub>. Ce matériau présente des caractéristiques très intéressantes pour les effets électro-optiques, acousto-optiques, non-linéaires et photoréfractifs. En outre, la fabrication de guides avec de très faibles pertes de propagation est aujourd'hui maîtrisée par de nombreuses plateformes technologiques.

Les principales méthodes pour l'implantation de guides sont la diffusion de titane [140], l'échange de protons [141] et plus récemment l'inscription directe par UV [142]. La première technique semble être la plus reproductible. Les guides inscrits supportent des modes de polarisation TE et TM, avec de faibles pertes par diffusion (généralement  $< 0,2$  dB/cm). D'autre part, la diffusion de titane ne dégrade pas les propriétés électro-optiques du substrat. Or nous devons conserver ces dernières pour maintenir l'accordabilité dans notre cavité guidée, de la même façon que pour la cavité massive.

### Réseau de Bragg

Un réseau de Bragg est une structure périodique gravée dans l'axe de propagation de la lumière. Dans ce cas, la loi des réseaux devient simplement

$$m\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda, \quad (3.28)$$

où  $m$  est l'ordre de diffraction et  $n_{eff}$  est l'indice effectif du milieu. La réflectivité du réseau est décrite par la théorie des ondes couplées [143]. Pour un réseau de longueur géométrique  $L_B$ , la réflectivité en champ électrique  $r(\lambda)$  ramenée au début de la structure

de Bragg s'exprime sous la forme

$$r(\lambda) = \frac{-2i\kappa \sinh(s_\kappa L_B/2)}{-\Delta\beta \sinh(s_\kappa L_B/2) + i s_\kappa \cosh(s_\kappa L_B/2)}, \quad (3.29)$$

avec

$$\begin{cases} \Delta\beta = \frac{\pi n_{eff}}{\lambda} - \frac{\pi}{\Lambda} \\ s_\kappa^2 = 4\kappa^2 - \Delta\beta^2 \end{cases}$$

$\kappa$  est une constante de couplage entre les modes incident et réfléchi,  $\Delta\beta$  est le désaccord par rapport à la longueur d'onde de Bragg,  $s_\kappa$  est le couplage au désaccord. A la longueur d'onde de Bragg, la réflectivité en intensité du réseau vaut

$$R = |r(\lambda = \lambda_B)|^2 = \tanh^2(\kappa L_B). \quad (3.30)$$

La gravure de réseaux de Bragg dans des guides d'onde est courante. Plusieurs méthodes ont été démontrées dans le LNO. La première consiste à tirer partie de l'effet photoréfractif pour inscrire un réseau de Bragg par des méthodes holographiques [144, 145]. De tels réseaux sont généralement inscrits dans des sections de guide dopées avec du fer, pour lesquelles la sensibilité photoréfractive du LNO est exacerbée. Le principal inconvénient de ces réseaux concerne leur volatilité, c'est à dire qu'ils doivent être fixés puis rafraîchis après inscription en présence d'un champ électrique externe. La fixation peut être thermique [144] ou électrique [146], et le champ de révélation associé à la fixation provient d'un éclairage lumineux ou d'une tension de polarisation. Dans les deux cas, la réflectivité du réseau est ajustable via l'intensité du champ appliqué. L'efficacité du rafraîchissement est très bonne avec un éclairage lumineux, et plutôt mauvaise avec une tension de polarisation. De plus, la première méthode est mieux maîtrisée. Elle offre une très bonne sélectivité spectrale (jusqu'à quelques dizaines de pm), et ne dégrade pas la qualité du guide et ses propriétés électro-optiques lors de la gravure du réseau.

Pour que le réseau de Bragg reste inscrit en permanence, il faut avoir recours à une gravure physique dans le matériau lui-même, qui peut être obtenue par ablation de surface en utilisant des impulsions laser UV [147, 148], IR [149] ou des techniques d'échange de protons [150]. Les deux premières méthodes sont directes : il suffit de déposer un masque sur le guide, et d'envoyer des impulsions laser dessus. Dans le cas de l'UV, le réseau fonctionne sur des ordres faibles, et dans l'IR avec des ordres élevés. Les réflectivités accessibles sont de quelques dizaines de pourcents, et la largeur spectrale du réseau de l'ordre du nm. Dans le cas de l'échange de protons, le réseau fonctionne sur un ordre élevé. La réflectivité peut dépasser les 90 % pour une largeur spectrale de l'ordre du nm. Mais le processus de fabrication du réseau se fait en plusieurs étapes, ce qui le rend long et peu reproductible. Enfin, toutes ces techniques d'inscription physique présentent un risque de détérioration de la qualité du guide, et la question de la conservation des propriétés électro-optiques n'a jamais été discutée.



### 3.4.2 Architecture de la cavité guidée

#### Principe

Le principe de notre cavité étendue guidée consiste à intégrer dans un même composant d'optique guidée la section de phase et la section de Bragg. La cavité est schématisée sur la figure 3.16. Le milieu à gain est une diode laser traitée AR sur une face. La lumière est couplée dans la structure guidée par une lentille.

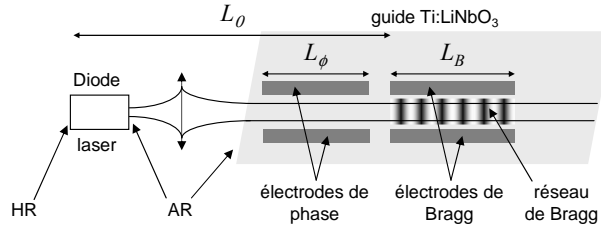


FIG. 3.16 – Schéma de la cavité étendue guidée

Comme dans le cas de la cavité massive, une accordabilité sans saut de mode requiert une variation de la longueur de la cavité en synchronisation avec celle de la longueur d'onde réfléchi par le réseau. De la même façon, la variation de la longueur de cavité est induite par une modification de l'indice du milieu. En ce qui concerne le réseau, nous utilisons ici un réseau de Bragg. L'expression (3.28) nous indique que la longueur d'onde du réseau peut également varier par effet électro-optique. Pour bénéficier d'une accordabilité électrique, il suffit donc de placer deux paires d'électrodes : une paire d'électrodes sur une zone de guide "standard" qui tient le rôle de section de phase, et une seconde paire sur la zone de Bragg. Le balayage sans saut de mode de la fréquence du laser est simplement obtenu en équilibrant les tensions appliquées sur ces deux paires d'électrodes.

#### Condition de variation synchrone

Deux paires d'électrodes sont déposées sur notre substrat pour accorder la fréquence d'émission du laser. Pour étudier la condition de variation synchrone de la cavité, nous allons reprendre l'expression (3.9), et voir comment évoluent les différents termes dans le cas de cette cavité guidée.

La longueur de la cavité peut être modifiée par effet électro-optique sur la section de phase. On a donc un premier terme :

$$d\phi_1 = \frac{4\pi}{\lambda} L_\phi dn_\phi, \quad (3.31)$$

où  $L_\phi$  et  $n_\phi$  sont la longueur des électrodes et l'indice effectif de la zone de phase.

Ensuite, la longueur d'onde d'émission peut varier indépendamment de la longueur de la cavité. Cette variation s'écrit

$$d\phi_2 = -\frac{4\pi L_0}{\lambda^2} d\lambda, \quad (3.32)$$

où  $L_0$  est la longueur optique de la cavité jusqu'à la zone de Bragg (voir figure 3.16).

Enfin, la phase accumulée par le mode peut être modifiée par la réponse de l'expression (3.29). Cette dernière induit une phase  $\phi_r$  à la diffraction, qui correspond à l'argument de la réponse (3.29). Pour déterminer la variation de phase induite par la zone de Bragg, on différencie cet argument. Lorsque la longueur d'onde qui oscille dans la cavité est égale à  $\lambda_B$ , et que le couplage est faible ( $\kappa L_B \ll 1$ ), il vient

$$d\phi_R = -\frac{2\pi L_B}{\lambda^2} n_B d\lambda + \frac{2\pi L_B}{\lambda} dn_B. \quad (3.33)$$

La variation de phase totale est la somme de ces trois contributions

$$d\phi = \frac{4\pi}{\lambda} \left( L_\phi dn_\phi + \frac{L_B}{2} dn_B \right) - \frac{4\pi}{\lambda^2} \left( L_0 + \frac{n_B L_B}{2} \right) d\lambda. \quad (3.34)$$

En comparant cette expression à celle obtenue avec la cavité massive (équation (3.15)), on constate alors que la longueur totale de la cavité  $L_{cav}$  pertinente est

$$L_{cav} = L_0 + \frac{n_B L_B}{2}, \quad (3.35)$$

c'est à dire que la cavité va de la diode au milieu de la section de Bragg, et cette dernière a une réponse équivalente à une section de phase de longueur  $L_B/2$ .

On peut définir les facteurs d'échelle  $K_\phi$  et  $K_B$  pour la réponse en phase et la réponse du réseau, respectivement. Dans le premier cas, la contribution de la section de phase et celle de la section de Bragg doivent être prises en compte. En conséquence, la réponse en phase totale est

$$K_\phi = \frac{\Delta L_{cav}}{L_{cav}} = \frac{L_\phi dn_\phi}{L_{cav}} + \frac{L_B dn_B}{2L_{cav}}. \quad (3.36)$$

En développant les variations d'indice  $dn_\phi$  et  $dn_B$  par effet électro-optique, il vient finalement

$$K_\phi = -\frac{n_{eff}^3 r}{2dL_{cav}} \Gamma \left( L_\phi V_\phi + \frac{L_B}{2} V_B \right), \quad (3.37)$$

où  $r$  est le coefficient électro-optique pertinent,  $d$  la distance entre les électrodes, et  $\Gamma$  le facteur de recouvrement entre le champ électrique et le mode optique guidé.  $V_\phi$  et  $V_B$  sont les tensions appliquées sur les électrodes de phase et de Bragg respectivement.

En ce qui concerne la réponse du réseau  $K_B$ , elle correspond à la variation relative de l'indice de la section de Bragg  $n_B$ , c'est à dire

$$K_B = \frac{\Delta n_B}{n_B} = -\frac{n_{eff}^2 r}{2d} \Gamma V_B. \quad (3.38)$$

La condition d'accord synchrone impose d'équilibrer des tensions  $V_\phi$  et  $V_B$  de manière à égaliser les réponses (3.37) et (3.38), et ainsi vérifier  $d\phi = 0$  dans l'équation (3.34).

### Substrat de $\text{LiNbO}_3$

Pour mener ce projet, nous avons amorcé une collaboration avec le groupe du Professeur Wolfgang Sohler de l'université de Paderborn en Allemagne, dont l'équipe est internationalement reconnue pour sa maîtrise des dispositifs d'optique intégrée dans le niobate de lithium [151]. Nous avons pu profiter d'un substrat de LNO dans lequel 6 familles de guide ont été obtenues par diffusion de titane. Le substrat est coupé selon l'axe X, et les guides sont inscrits le long de l'axe Z. Les dimensions du substrat sont données sur la figure 3.17. Les faces sont taillées à  $5,8^\circ$ , et la face d'entrée est traitée AR pour éviter les effets d'étalon.

Chaque famille comprend 5 guides monomodes transverses et 1 guide multimode transverse. La couche de titane déposée pour chaque guide avant diffusion est épaisse de 100 nm ; la largeur de ces couches est de  $7 \mu\text{m}$  pour les guides monomodes, et  $14 \mu\text{m}$  pour les guides multimodes. Le mode se propageant dans les guides monomodes transverses a une taille d'environ  $7,5 \times 5,0 \mu\text{m}^2$  prise à  $1/e^2$ , dont le profil est assez bien adapté à celui d'un mode d'une fibre optique standard.

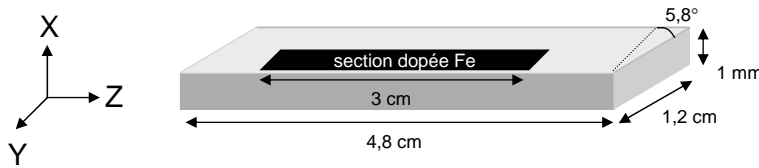


FIG. 3.17 – Dimensions du substrat de  $\text{LiNbO}_3$

### Réseau de Bragg photoréfractif

Comme le montre la figure 3.17, une partie du substrat est dopée avec du fer, de manière à y inscrire des réseaux de Bragg par effet photoréfractif. La présence d'impuretés de fer (ions  $\text{Fe}^{2+}$  et  $\text{Fe}^{3+}$ ) permet en effet d'augmenter la sensibilité photoréfractive du LNO. Sous la présence d'un champ électrique lumineux, un électron d'un ion  $\text{Fe}^{2+}$  est photo-excité vers la bande de conduction des ions  $\text{Nb}^{5+}$ , puis transporté jusqu'à un ion

$\text{Fe}^{3+}$  par effet photovoltaïque. L'énergie de photo-excitation est de 2,6 eV ( $\lambda = 477$  nm), ce qui est accessible par un laser argon par exemple. Lorsque l'intensité lumineuse déposée est modulée spatialement sous l'effet d'interférences, les électrons se répartissent dans les niveaux pièges créés par le fer en suivant cette modulation. Il apparaît alors un champ électrique de charge d'espace qui induit lui-même une modulation de l'indice effectif du matériau par effet Pockels. C'est ainsi que l'on peut créer un réseau de Bragg photoréfractif dans le  $\text{Fe}:\text{LiNbO}_3$ .

Cependant, dès que le champ lumineux de photo-excitation est coupé, les électrons retrouvent une distribution homogène. La modulation d'indice est alors perdue. Pour que le réseau perdure après extinction du champ lumineux, on peut le fixer thermiquement [152]. La température du substrat est amenée au-delà de  $100^\circ$  pendant l'illumination de façon à augmenter la mobilité des protons. Ces derniers viennent alors compenser la distribution électronique pour annuler le champ de charge d'espace. En refroidissant brutalement l'échantillon, on gèle la distribution des protons, qui conserve alors la forme du réseau de Bragg, même lorsque le champ lumineux de gravure est éteint. Pour faire apparaître le réseau électronique, on éclaire le matériau avec une illumination bleue homogène, fournie par des LEDs bleues par exemple. Si cette méthode est un peu encombrante, elle est très souple : la réflectivité du réseau peut en effet être contrôlée par l'intensité de l'illumination de rafraîchissement.

Dans notre substrat, 3 familles de guides passent par une région dopée fer de 3 cm de long. L'inscription du réseau a été obtenue par un montage holographique de Lloyd et un laser argon délivrant une intensité de  $500 \text{ mW/cm}^2$  à 488 nm. La zone de l'échantillon éclairée est longue de 1,3 cm. Le substrat est chauffé à  $180^\circ$  pendant 10 minutes, puis refroidi à température ambiante en moins de 4 minutes pour fixer le réseau thermiquement. La configuration holographique offre une longueur d'onde de Bragg autour de 1554 nm environ. Le détail du processus d'inscription est donné dans le manuscrit de thèse de Bijoy Krishna Das [153].

Le réseau est orienté selon l'axe Z du substrat afin de profiter des coefficients photovoltaïque et électro-optique les plus élevés. La profondeur de modulation de l'indice du réseau photoréfractif est ainsi maximisée dans cette direction. Le réseau se révèle par illumination du substrat avec une lumière bleue homogène, fournie par des LEDs. A une intensité des LEDs donnée, la réflectivité du réseau atteint son niveau stationnaire après 90 minutes d'exposition, et relaxe ensuite très lentement, sur plusieurs dizaines d'heures. La réflectivité peut dépasser 80 % avec un éclairage des LEDs de  $25 \text{ mW/cm}^2$  à la surface du substrat. Enfin, la réflectivité du réseau est isotrope pour les polarisations TE et TM (orientées selon les axes Y et X du substrat respectivement).

### Diode laser

Pour cette cavité, nous avons utilisé une diode laser IPAG, traitée AR sur une face (réflectivité résiduelle garantie inférieure à  $10^{-4}$ ) et haute réflectivité (HR) sur l'autre face (réflectivité supérieure à 70 %). Ces diodes sont donc spécialement conçues pour être des zones à gain dans des diodes en cavité étendue. Avec un courant de 75 mA, la diode émet 10 mW d'ASE sur une centaine de nm. En comparaison avec la diode Nettekst, la puissance d'ASE est ici plus grande de deux ordres de grandeur. Si le traitement HR en face arrière de la diode renvoie plus de lumière dans la cavité, cette puissance laisse supposer que le gain disponible dans cette diode est élevé.

Par ailleurs, l'émission en champ lointain est quasiment circulaire, avec un angle de divergence de l'ordre de  $40^\circ$ . Nous injectons le faisceau issu de la diode dans un guide avec une lentille asphérique LightPath 350200, optimisée pour imager le mode d'une diode dans une fibre optique. Cette lentille est montée sur une platine micro-contrôle 3 axes pilotée par des moteurs piezoélectriques pour injecter précisément le faisceau dans les guides. L'axe d'émission de la diode est orienté pour tenir compte de l'angle de la face d'entrée du substrat de  $5,8^\circ$ . Le substrat est quant à lui monté sur une platine micro-contrôle 3 axes qu'on déplace par rapport à la diode indépendamment de la lentille. La figure 3.18 montre le montage optique d'alignement de cette architecture.

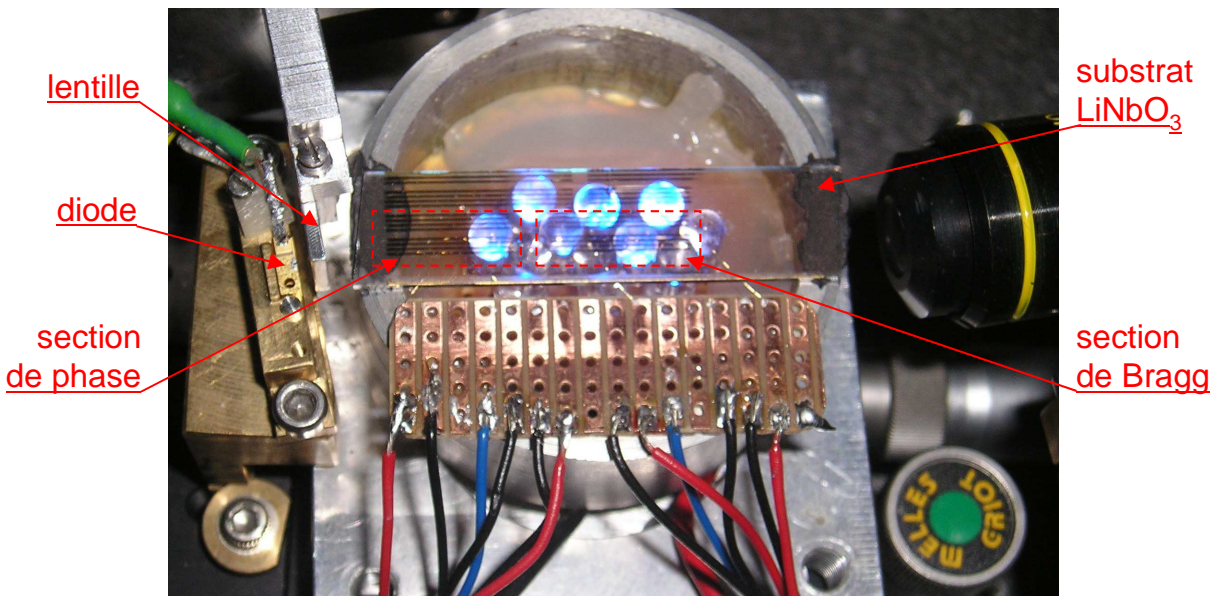


FIG. 3.18 – Photographie du laser en cavité étendue guidée.

La proportion de puissance transmise en sortie de guide après injection est de 60 %. Les pertes par propagation, estimées entre 0,1 et 0,2 dB/cm par l'équipe de Paderborn,

sont incluses. Cependant, les pertes varient d'un guide à l'autre selon sa qualité globale. Elle est toutefois la même dans les guides monomodes et multimodes transverses (pour une excitation du mode principal dans le second cas) de bonne qualité. Ainsi, l'injection dans le guide est estimée à  $\sim 75\%$ .

### 3.4.3 Caractérisation

#### Effet laser

Une fois que le faisceau issu de la diode est couplé dans un guide, on cherche à révéler le réseau de Bragg pour fermer la cavité et avoir un effet laser. Dans les cavités étendues classiques, une réflectivité de quelques pourcents peut être suffisante. Mais ici, l'injection ajoute des pertes supplémentaires, qu'il faut compenser par une réflectivité plus importante. Notons d'ailleurs que le choix d'une diode traitée HR va dans ce sens.

Pour révéler le réseau, nous disposons de 10 LEDs de faible intensité (600 mcd sous 20 mA à 470 nm). Dans un premier temps, nous éclairons le substrat avec une forte intensité des LEDs, de manière à avoir la réflectivité la plus importante possible. Dans ces conditions, nous observons bien l'effet laser dans tous les guides. Cependant, nous n'obtenons un régime monomode longitudinal que dans les guides multimodes transverses, lorsque le mode fondamental  $y$  est excité. Dans les guides monomodes transverses, le régime n'est monomode longitudinal qu'à un courant très près du seuil d'oscillation. En augmentant le courant de la diode, le laser devient multimode longitudinal, puis atteint un régime d'oscillation chaotique, de type "coherence collapse" [154]. On peut également avoir un régime monomode longitudinal en dérégulant l'injection, mais l'oscillation est instable. Ces observations suggèrent que la cavité est trop surtendue par rapport au gain offert par la diode. L'oscillation monomode n'est possible que lorsque le gain est proche du niveau de pertes de la cavité. Cependant, nous ne comprenons pas pourquoi les guides multimodes transverses fonctionnent mieux que les guides monomodes. Le fonctionnement du laser a été caractérisé avec le guide multimode transverse de meilleure qualité.

#### Réflectivité du réseau de Bragg

Une fois que le laser oscille, on cherche à optimiser la réflectivité du réseau de Bragg pour maximiser la puissance extraite de la cavité. Nous pouvons ajuster la réflectivité en jouant sur l'intensité du rafraîchissement du réseau. Nous avons donc fait varier le courant de polarisation de nos LEDs, ainsi que leur distance par rapport au substrat. La figure 3.19(a) montre l'évolution de la puissance d'émission laser en régime monomode longitudinal pour différentes configurations de rafraîchissement du réseau de Bragg (courant dans les LEDs et distance LED-substrat).

Dans la configuration (i), la puissance laser atteint près de 6 mW très rapidement, puis décroît au fur et à mesure que la réflectivité du réseau de Bragg augmente : la cavité stocke de plus en plus d'énergie, mais en laisse sortir de moins en moins. Le niveau stationnaire de la puissance de sortie, de l'ordre du mW, est atteint au bout de 40 minutes. Dans la configuration (ii) pour laquelle l'intensité des LEDs est plus faible, le meilleur compromis est atteint au bout de 5 minutes environ puis la puissance extraite décroît jusqu'à 5 mW à l'état stationnaire. Enfin, dans la configuration (iii), la puissance émise par le laser est stable tout au long du rafraîchissement du réseau. On peut alors penser que la réflectivité nécessaire pour tirer une bonne puissance est assez faible.

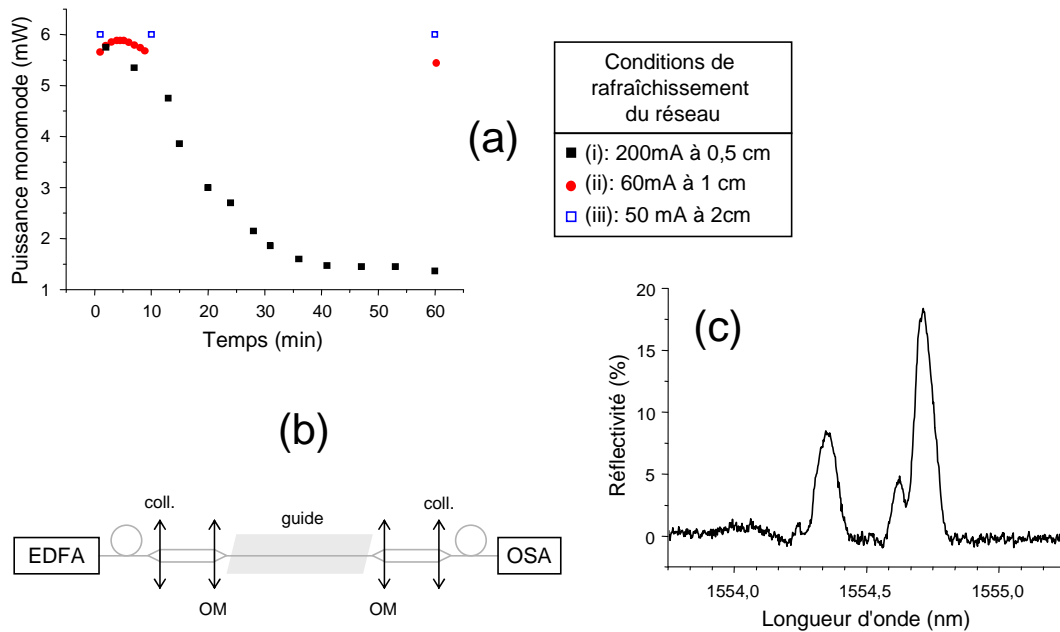


FIG. 3.19 – (a) Evolution de la puissance de sortie en fonction de la durée du rafraîchissement du réseau de Bragg pour différentes intensités de révélation. (b) Montage utilisé pour la mesure de la réflectivité du réseau de Bragg (EDFA : amplificateur à fibre dopée erbium ; coll. : collimateur ; OM : objectif de microscope ; OSA : analyseur de spectre optique). (c) Transmission du guide après rafraîchissement du réseau dans les conditions (iii) de la figure (a).

On s'intéresse donc à la réflectivité du réseau de Bragg dans cette dernière configuration. On utilise une source large bande (type EDFA) que l'on injecte dans le guide lorsque le réseau est activé, comme le montre la figure 3.19(b). On enregistre ensuite le spectre transmis avec un analyseur de spectre optique. Le spectre enregistré après rafraîchissement du réseau de Bragg dans les conditions (iii) est présenté sur la figure 3.19(c).

On remarque que le spectre de réflectivité présente deux bosses séparées de quelques

centaines de pm. Cette observation est caractéristique des guides multimodes transverses, et son origine provient des conditions d'excitation du mode du guide. En effet, la longueur d'onde de Bragg varie avec l'indice effectif  $n_{eff}$  vu par le mode se propageant dans le guide (voir équation (3.28)). Ainsi, le mode fondamental du guide voit un indice effectif plus fort que le mode d'ordre supérieur, car ce dernier s'étend plus en dehors du guide. La longueur d'onde de Bragg du mode fondamental doit donc être plus grande que celle du mode supérieur. L'écart relatif en longueur d'onde des pics est ici de  $2,2 \cdot 10^{-4}$ , ce qui paraît être un ordre de grandeur raisonnable de variation d'indice effectif entre le mode fondamental et le mode d'ordre supérieur.

La courbe de réflectivité du réseau de Bragg qui nous intéresse est donc celle de droite de la figure 3.19(c). Sa largeur spectrale est de 80 pm, c'est à dire 10 GHz. La sélectivité est donc très bonne. La longueur optique de notre cavité est estimée à 7 cm environ, et 5 modes de la cavité seulement sont contenus dans la largeur à mi-hauteur du réseau.

### Puissance

Nous réalignons la cavité, et nous cherchons à caractériser la puissance émise par notre laser avec une réflectivité du réseau de Bragg de 20 % environ. Nous relevons la variation de la puissance émise en fonction du courant traversant la diode, dont les résultats sont reportés sur la figure 3.20(a). A titre de comparaison, nous avons reporté l'évolution de la puissance de la diode seule. Lorsque la cavité est refermée, on constate que le seuil d'émission de la diode est légèrement abaissé grâce à la présence du réseau de Bragg. L'émission laser démarre pour un courant de 15 mA, et pour des réflectivités plus forte, il peut être abaissé à 10 mA environ. La puissance pour un courant de 75 mA atteint quasiment 7 mW, à comparer avec les 10 mW d'ASE de la diode seule. La variation est bien linéaire, sans saut ni hystérésis.

Nous mesurons également le bruit d'intensité relatif de l'émission, dont le spectre entre 100 MHz et 20 GHz autour de la porteuse est présenté sur la figure 3.20(b). Comme dans le cas de la cavité massive, nous retrouvons les pics des modes secondaires de la cavité, séparés de 2,1 GHz. On remarque également une variation du RIN sur une bande de 10 GHz. Au-delà, le niveau atteint est de  $-135$  dB/Hz, à quasiment 20 dB du bruit de grenaille de la détection. L'évolution de ce fond est dû au réseau de Bragg. Ce dernier offrant une très forte sélectivité, l'ASE de la diode n'est filtrée que sur une bande passante de 10 GHz. Au delà, l'émission de la diode est directement transmise par le guide, qui participe donc au RIN. Cette participation est d'autant plus forte que la puissance d'ASE de la diode seule est importante. Lorsque le filtrage du réseau de Bragg est efficace, le niveau de bruit descend à  $-145$  dB/Hz à 1 GHz autour de la porteuse. Enfin, la puissance contenue dans la bande 0,1 - 20 GHz correspond à un écart type de  $4 \cdot 10^{-4}$  de la puissance



moyenne. Notons que cette valeur est 5 fois plus élevée que dans le cas de la cavité massive.

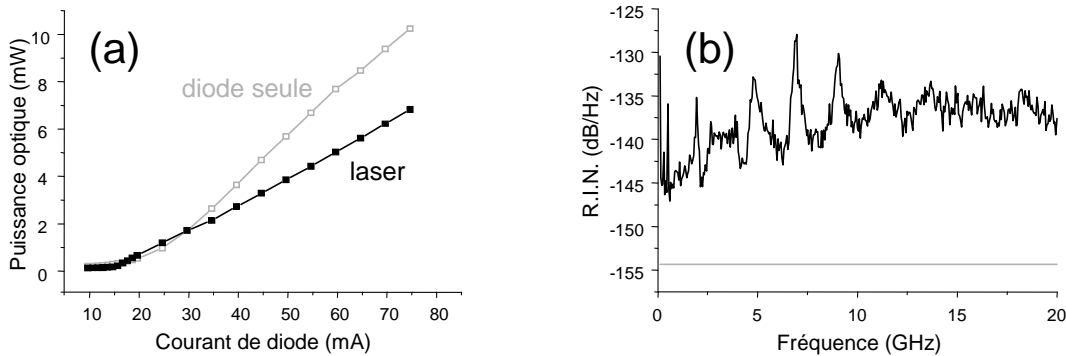


FIG. 3.20 – (a) Variation de la puissance en fonction du courant dans la diode sans cavité (gris) et en cavité étendue guidée (noir). (b) Mesure du bruit d’intensité du laser (ligne noire : résultat expérimental ; ligne grise : bruit de grenaille associé à la mesure).

### Pureté spectrale

La forte sélectivité du réseau de Bragg doit offrir une bonne pureté spectrale au laser lorsque ce dernier oscille en régime monomode longitudinal. Le spectre transmis par notre Fabry-Perot d’analyse est donné sur la figure 3.21(a). On retrouve l’intervalle spectral libre de 10 GHz de l’interféromètre. Le spectre correspond bien à une oscillation monomode. En zoomant autour des pieds des pics, on ne relève pas de modes secondaires.

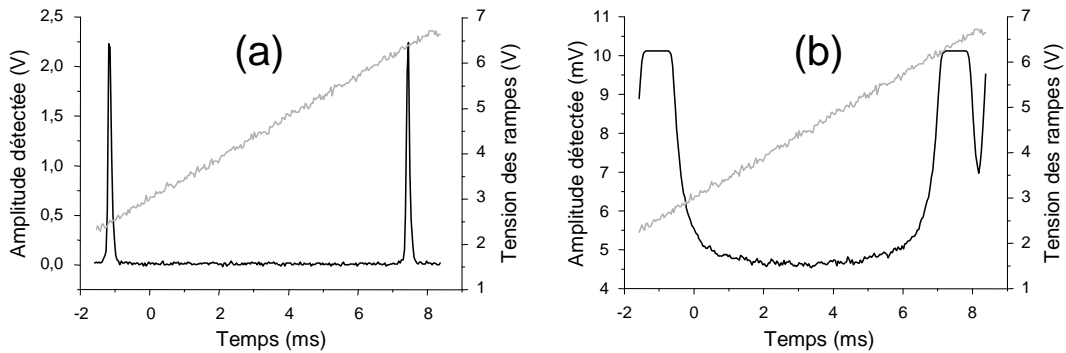


FIG. 3.21 – Lignes noires : spectres de l’émission du laser transmis par le Fabry-Perot d’analyse ; lignes grises : rampes de tension des balayages en fréquence du Fabry-Perot. (b) Zoom autour des pieds des pics de (a).

On extrait de ces mesures un SMSR supérieur à 40 dB, limite de détection du Fabry-Perot et de l’oscilloscope. Cette valeur est très bonne, et confirme bien le fort filtrage du

réseau de Bragg. On peut comparer ce résultat à celui du RIN de la figure précédente, sur laquelle on voit clairement que les modes secondaires ne sont pas amplifiés par la diode. Leur largeur correspond simplement à l'ASE de la diode filtrée par la cavité froide.

On s'intéresse ensuite au spectre optique de l'émission de la diode seule, et du laser sur une large bande pour un courant de 75 mA. La figure 3.22 présente les mesures enregistrés par l'analyseur de spectre optique avec une résolution de 100 pm. Pour la diode seule, on trouve une émission spontanée amplifiée qui couvre plus de 100 nm. On remarque que le coefficient AR est efficace à partir de 1540 nm. Pour des longueurs d'onde plus courtes, la modulation du gain par le Fabry-Perot de la diode est importante (oscillations de 40 dB d'amplitude). En comparant le spectre de cette diode avec celui de la figure 3.10, on constate que le coefficient de réflexion résiduelle de la diode n'est pas aussi faible et aussi large que celui de la diode Nettekst.

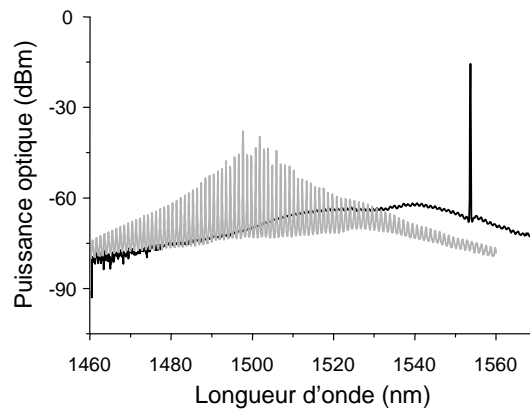


FIG. 3.22 – Ligne noire : spectre de l'émission du laser ; ligne grise : ASE de la diode sans cavité.

Lorsque la cavité est refermée par le réseau de Bragg, on a un pic d'émission laser rejetant l'ASE à 50 dB sur toute la bande, et à près de 60 dB sur une bande de quelques nm autour pic d'émission. Cette réjection est moins bonne que pour la cavité massive, car la diode IPAG émet bien plus d'ASE que la diode Nettekst.

### Largeur de raie d'émission

Si nous avons pu constater un fonctionnement monomode longitudinal, nous voulons savoir quelle est la largeur de raie de l'émission de notre laser. Nous reprenons donc le montage d'auto-hétérodynage de la figure 3.11(a) avec une bobine de fibre de 1 km. Dans le cas où le réseau de Bragg a une réflectivité optimale pour l'extraction de la puissance, le temps de cohérence monte à 18  $\mu$ s pour 6,5 mW de puissance optique, et suit une variation linéaire en fonction de la puissance émise par le laser (voir figure 3.23). La largeur de raie

obtenue dans ces conditions est inférieure à 20 kHz. Cette valeur est comparable à celles mesurées dans des cavités étendues classiques, malgré les pertes à l'injection du faisceau de la diode dans le guide. Celles-ci sont compensées par le traitement HR en face arrière de la diode. Ce temps de cohérence est cependant inférieur à celui mesuré pour la cavité massive.

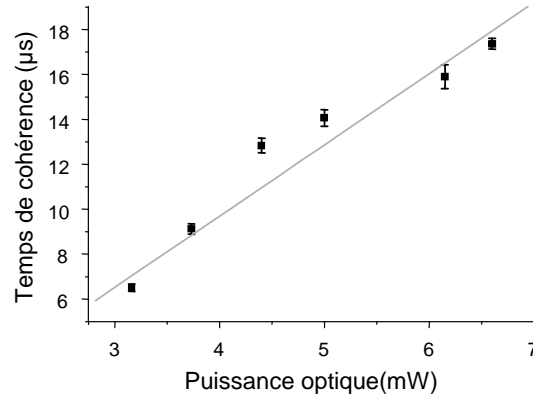


FIG. 3.23 – Evolution du temps de cohérence en fonction de la puissance émise par le laser (points : valeurs extraites des spectres de battement ; ligne : ajustement linéaire).

### Stabilité

Un des intérêts de cette cavité réside dans l'intégration des fonctions de phase et de sélectivité dans un même composant d'optique guidée. Cette intégration doit offrir une meilleure stabilité intrinsèque de la cavité. Nous avons donc mesuré la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence pour connaître la bande passante de bruit technique et la variance associée à ce bruit de fréquence. En reprenant la méthode décrite dans la partie 3.3.3, nous relevons le spectre de la figure 3.24.

La bande passante du bruit en  $1/f$  est ici de 100 kHz, ce qui est encore plus faible que la cavité massive. La majorité de ce bruit doit provenir du support de la lentille d'injection, qui est montée sur une platine mobile indépendante de celle supportant la diode et le substrat de LNO. Le collage de la lentille avec la diode devrait permettre de réduire encore cette bande passante. L'intégration de la densité spectrale de puissance sur la bande 10 kHz - 100 kHz donne un écart-type de 16 kHz uniquement. Cette valeur est légèrement plus grande que celle obtenue avec la cavité massive alors que la bande d'intégration est plus petite. L'écart provient du niveau de bruit blanc qui est ici plus haut car la largeur de raie est sensiblement plus grande.

Sur le long terme, la stabilité est également très bonne. Nous n'avons en effet pas constaté de déplacement de la longueur d'onde d'émission de plus d'un pm sur plusieurs

heures, et ceci sans stabilisation thermique de la cavité. Ce résultat révèle la très haute stabilité du réseau de Bragg, ainsi que celle de la mécanique de la cavité, malgré les différentes montures utilisées.

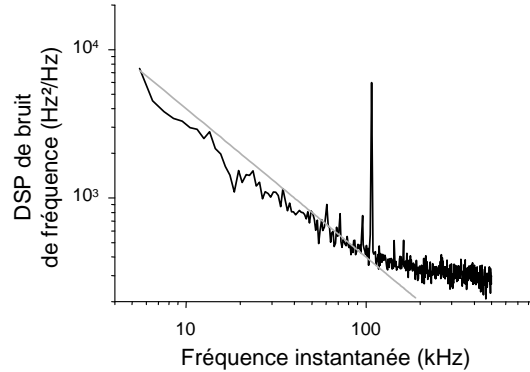


FIG. 3.24 – Mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de fréquence (ligne noire : résultat expérimental ; ligne grise : loi en  $1/f$ ).

### Accordabilité

Les résultats précédents ont validé la haute stabilité offerte par la cavité guidée. L'autre attente concerne le facteur de sensibilité électro-optique. La structure guidée doit en effet permettre de réduire la distance entre les électrodes de contrôle, qui est la principale limite dans le facteur d'échelle  $K_{EO}$ .

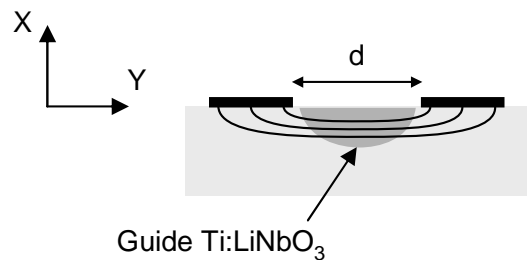


FIG. 3.25 – Position des électrodes sur le guide d'onde et orientation des lignes de champ électrique.

Deux paires d'électrodes ont été déposées sur le substrat de LNO par l'équipe de Paderborn. Les électrodes de phase et de Bragg ont une longueur  $L_\phi = 12$  mm et  $L_B = 14$  mm respectivement. Les deux électrodes de chaque paire sont espacées de  $d = 14$   $\mu$ m. La position des électrodes par rapport au guide est présenté sur la figure 3.25. Comme nous l'avons vu, le réseau de Bragg est inscrit le long de l'axe Z du substrat de manière

à profiter des forts coefficients photovoltaïque et électro-optique. Pour bénéficier d'une accordabilité électro-optique intéressante sans faire tourner la polarisation de la lumière dans le guide, nous devons exploiter le coefficient  $r_{22}$ . La polarisation de la lumière est orientée selon l'axe Y du substrat, ainsi que la direction du champ électrique fourni par les électrodes.

Le coefficient  $r_{22}$  n'est que de 6 pm/V. Avec les expressions (3.37) et (3.38), on s'attend donc à une sensibilité  $K_B = 180$  MHz/V et  $K_\phi = 103$  MHz/V, dans le cas où le recouvrement  $\Gamma$  vaut 1. Notons que si le coefficient  $r_{33}$  était utilisé ces facteurs seraient 5 fois plus grands.

Pour mesurer ces réponses, nous commençons par appliquer une tension continue sur les électrodes et nous relevons le déplacement de la fréquence au Fabry-Perot. Dans ce cas, nous voyons la fréquence se déplacer, mais elle finit par revenir à son point d'origine. Cette observation indique la présence de "DC-drift" [155], qui provient d'une conductivité non-nulle dans le matériau. Nous devons donc appliquer une tension alternative de faible fréquence (quelques dizaines de Hz).

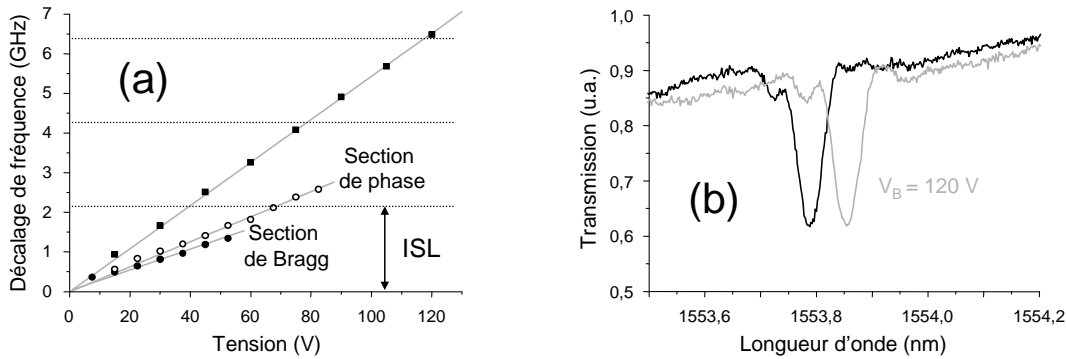


FIG. 3.26 – (a) Mesures de l'accordabilité de la fréquence d'émission par les différentes sections (cercles pleins : section de Bragg ; cercles vides : section de phase ; carrés pleins : deux sections avec la même tension ; lignes : ajustements linéaires). (b) Déplacement spectral du réseau de Bragg avec 120 V (gris) et sans tension (noir).

Avec les électrodes de phase, la fréquence d'émission varie linéairement sur un peu plus d'un intervalle spectral libre. Au-delà, la fréquence saute de mode. Par un ajustement linéaire, on extrait une sensibilité de 32 MHz/V (voir cercles vides sur la figure 3.26(a)). La valeur théorique attendue est de 65 MHz/V. La différence peut provenir de deux causes principales. Tout d'abord, ces valeurs théoriques sont calculées pour un recouvrement  $\Gamma$  égal à 1, ce qui n'est pas le cas ici : on s'attend plutôt à une valeur comprise entre 0,3 et 0,5 en pratique. Par ailleurs, les calculs supposent que la distance  $d$  correspond à la distance entre les électrodes, alors qu'elle doit correspondre à la longueur du chemin pris

par le champ électrique. Cette dernière est légèrement plus grande que la simple distance entre les électrodes.

Avec les électrodes de Bragg, on relève également une réponse de phase dont on extrait un coefficient de 22 MHz/V (voir cercles pleins sur la figure 3.26(a)). En comparant ce résultat à celui de la réponse de la section de phase, on extrait une longueur de la section de Bragg de 16,5 mm de l'équation (3.37). Cette valeur est comparable à la longueur géométrique des électrodes (14 mm). Notons que le positionnement des électrodes de Bragg par rapport au réseau est approximatif. Par ailleurs, on observe bien un déplacement spectral du réseau de Bragg (voir figure 3.26(b)) avec un facteur  $K_B = 69$  MHz/V. On retrouve la même erreur relative par rapport à la valeur théorique que celle relevée pour la section de phase.

Finalement, la réponse en phase totale de la cavité doit être de  $K_\phi = 32 + 22 = 54$  MHz/V. Lorsqu'on applique la même tension sur les deux paires d'électrodes, on relève la variation de la fréquence d'émission représentée par les carrés noirs. L'ajustement linéaire indique une sensibilité totale  $K_{EO}$  de 55,5 MHz/V, très proche de la valeur obtenue par la somme des deux réponses de phase. La fréquence du laser est balayée sur plus de 6,5 GHz avec une tension de 120 V, soit plus de trois fois la valeur de l'intervalle spectral libre de la cavité. Bien que les tensions sur les zones de phase et de Bragg ne soient pas accordées, on n'observe pas de saut de mode car la différence de fréquence entre le mode de la cavité et la longueur d'onde de Bragg reste légèrement inférieure à un intervalle spectral libre. Nous n'avons pas dépassé 120 V de tension appliquée pour ne pas endommager le substrat.

La sensibilité électro-optique  $K_{EO}$  est ici près de 7 fois supérieure à celle de la cavité massive. Pourtant ni l'orientation du substrat, ni la longueur des électrodes n'ont été optimisées. Le coefficient électro-optique  $r_{33}$  offrirait par exemple une sensibilité supérieure à 250 MHz/V toutes choses égales par ailleurs. Cependant, ceci imposerait l'utilisation du coefficient  $r_{22}$  pour le réseau photoréfractif. Mais l'effet photoréfractif nécessite un fort coefficient électro-optique pour bénéficier d'une profondeur de modulation de l'indice effectif suffisante. Nous avons vu que la réflectivité nécessaire n'est que de 20 %. Dans ces conditions, un réseau inscrit le long de l'axe Y paraît envisageable. Enfin, les méthodes d'inscription par ablation représentent une alternative intéressante puisqu'elles n'exploitent pas l'effet électro-optique.

### Précision des balayages

Grâce aux expériences précédentes, nous avons mesuré la sensibilité électro-optique  $K_{EO}$  de la cavité, et constaté de la linéarité de l'accordabilité sur plus de 6,5 GHz. Nous avons ensuite cherché à déterminer la bande passante du laser pour la modulation de

fréquence. La structure guidée doit permettre d'accéder à des vitesses de balayages très rapides. Pour cela, nous avons repris l'interféromètre de Mach-Zehnder (cf partie 3.3.4) avec une bobine de 100 m.

Nous avons réalisé des balayages de 5 GHz en 4  $\mu$ s, mais le spectre de la fréquence de battement est très élargi, comme le montre la figure 3.27(a). La largeur relative à la fréquence de battement moyenne est ici de 4 %. La forme générale de ce spectre se retrouve lorsqu'on balaye la fréquence du laser sur 2 GHz en 4 ms (voir figure 3.27(b)). Dans ce dernier cas, la largeur relative est de 40 %. Dans ces conditions il devient impossible de déterminer la fréquence de battement.

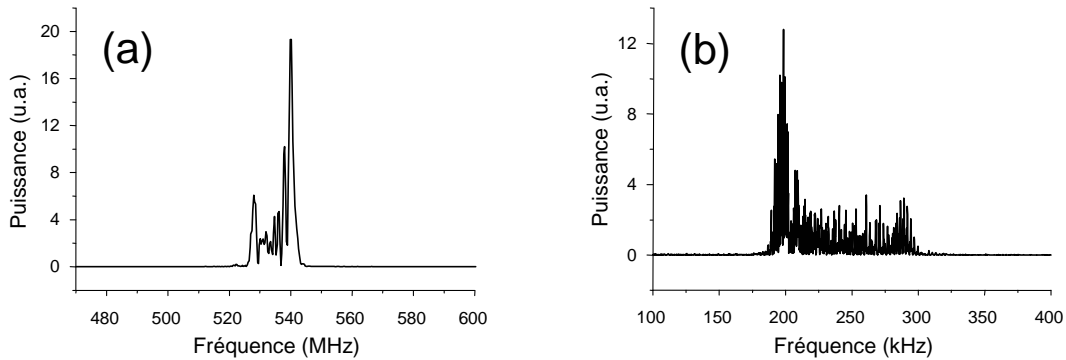


FIG. 3.27 – Spectres de battement pour un balayage en fréquence de (a) 5 GHz en 4  $\mu$ s et (b) 2 GHz en 4 ms.

La précision que l'on tire de ces résultats est peu satisfaisante. Mais la forme des spectres est très répétable d'un enregistrement à l'autre : les causes de l'élargissement semblent donc être systématiques. Parmi celles-ci, on pense à l'électronique. Tout d'abord, la bonne sensibilité électro-optique rend le laser plus sensible aux bruits électroniques, qui se retrouvent alors transformés en bruits de fréquence. Ainsi quelques dizaines de mV d'amplitude de bruit élargissent la fréquence instantanée au MHz. Cependant, la largeur relative des spectres relevés est indépendante de l'amplitude des balayages, de l'électronique, et de la section (phase, Bragg ou les deux) sur laquelle on applique la tension de balayage. Ensuite, nous avons remarqué que la fréquence de battement se déplace dans une petite région spectrale au cours de la rampe tension appliquée, ce qui indique la présence d'une non-linéarité. D'ailleurs, les spectres présentés dans la figure 3.27 rappellent celui d'un chirp. Ces fluctuations de la fréquence de battement sont très répétables, et elles se retrouvent quels que soient les paramètres du chirp (amplitude, vitesse). Des non-linéarités électro-optiques peuvent être à l'origine de ces observations compte tenu des champs électriques produits entre les électrodes (10 MV/m).

Toutefois, nous n'avons pas identifié la ou les sources de ces erreurs. Mais leur caractère

déterministe fait qu'elles doivent pouvoir être corrigées avec des techniques de stabilisation externe.

### 3.4.4 Perspectives d'étude

Les performances générales offertes par cette source valident les motivations portées dans son développement. En effet, l'intégration de la zone de phase et de la zone de sélectivité (assurée par le réseau de Bragg) dans un même composant renforce la stabilité intrinsèque de la fréquence du laser. Par ailleurs, le réseau de Bragg est très stable dans le temps, réduisant l'excursion de la longueur d'onde sur plusieurs heures à moins d'1 pm sans stabilisation externe. De plus, la structure guidée permet de réduire la distance entre les électrodes de commande de la fréquence. Ainsi, le facteur de sensibilité électro-optique est de 55 MHz/V.

Néanmoins, nous avons relevé des problèmes fondamentaux pour cette source. D'une part, le fonctionnement monofréquence est très délicat à avoir dans les guides monomodes transverses. Nous ne l'avons observé que dans un guide présentant de fortes pertes. Par contre, ce fonctionnement est obtenu dans les guides multimodes transverses lorsque le mode fondamental est excité au couplage. Pour comprendre ce point, il peut être envisagé d'utiliser une diode sans traitement HR, ou avec moins de gain pour étudier la balance entre les pertes de la cavité et le gain du milieu actif. Dans cette optique, l'implantation d'une diode Nettest, bien connue par ailleurs, doit être considérée.

D'autre part, les balayages en fréquence produits par le laser sont peu satisfaisants malgré le grand facteur d'échelle  $K_{EO}$ . L'étude des spectres révèle des non-linéarités dont les causes restent inconnues. Les erreurs semblent être systématiques et sont observables indépendamment de la section de phase et de Bragg, et de la source de tension. Elles doivent néanmoins pouvoir être corrigées.

Enfin la sensibilité électro-optique peut encore être augmentée dans une cavité optimisée. Une telle optimisation passe par une meilleure orientation du substrat pour tirer profit du coefficient électro-optique le plus fort pour l'accordabilité et non pour l'inscription du réseau de Bragg. Dans ce cas, le réseau doit être implanté par d'autres techniques.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les travaux portant sur la réalisation de sources laser adaptées aux expériences d'analyse spectrale de signaux RF par voie optique. Deux sources basées sur une architecture de diode laser en cavité étendue ont été montées et caractérisées en détail. Elles sont toutes deux parties de collaborations extérieures menées avec Nettest dans un cas, et l'université de Paderborn dans l'autre.



La première architecture est une cavité étendue dans laquelle nous plaçons un prisme électro-optique en  $\text{LiNbO}_3$ . Ce dernier offre une entrée électrique pour le contrôle de la fréquence d'émission de la source. Ce laser possède une excellente pureté spectrale (largeur de raie de l'ordre du kHz, taux de réjection de l'ASE de la diode de 60 dB) et une sensibilité électro-optique de 8,5 MHz/V. Ces performances font de cette source un bon outil pour le contrôle cohérent des ions erbium. Cependant, les propriétés piezoélectriques du prisme dégradent la pureté des chirps produits par le laser.

De plus, nous avons introduit une architecture originale de cavité étendue développée dans des structures d'optique guidée. La lumière issue de la diode est couplée dans un guide de  $\text{Ti}:\text{LiNbO}_3$ , et la cavité est refermée par un réseau de Bragg. La grande sélectivité de ce réseau et le monolithisme de la cavité assurent une grande stabilité intrinsèque de la fréquence d'émission. Le guide d'onde permet également d'augmenter la sensibilité électro-optique à 55 MHz/V, sans optimisation des paramètres de la cavité. Mais plusieurs comportements demeurent incompris. Tout d'abord, l'émission est monomode longitudinale dans les guides multimodes, ou dans les guides monomodes transverses présentant de fortes pertes. Ensuite les balayages en fréquence sont de qualité assez peu satisfaisantes. Des études plus précises sont nécessaires pour élucider ces problèmes.

L'utilisation de la première de ces sources pour les expériences de transformée de Fourier a nécessité la mise au point d'une méthode de stabilisation externe des balayages en fréquence. Par ailleurs, malgré sa bonne cohérence, la source peut se révéler insuffisante en terme de pureté spectrale pour certaines excitations, comme par exemple le passage adiabatique rapide dans le contrôle cohérent des ions de terre rare. La fréquence du laser doit être asservie sur une référence pour augmenter la cohérence du laser. Ces deux types de stabilisation ont été réalisés dans le cadre de cette thèse. Nous allons les présenter dans le chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Stabilisations de fréquence

Dans ce quatrième et dernier chapitre, nous allons présenter deux systèmes d'asservissement en fréquence pour les lasers développés au laboratoire. Ceux-ci sont en effet spécialement conçus pour le contrôle cohérent des ions de terres rares  $\text{Tm}^{3+}$  ou  $\text{Er}^{3+}$ . Si ces lasers offrent des caractéristiques spectrales intéressantes, certaines expériences sont très exigeantes en termes de précision ou de temps de cohérence. Les performances naturelles ne suffisent plus, et il faut alors avoir recours à des méthodes de stabilisation externes pour répondre à ces contraintes.

Nous allons donc voir deux méthodes qui ont été mises en place au cours de cette thèse. La première concerne la stabilisation des balayages en fréquence nécessaires pour les expériences de transformations de Fourier de signaux RF. Elle utilise une boucle à verrouillage de phase électronique qui asservit les chirps en dynamique, c'est à dire pendant que la fréquence du laser est balayée rapidement. Le second asservissement, plus classique, a permis de stabiliser la fréquence d'émission d'une diode en cavité étendue sous le kHz pour le contrôle cohérent des ions  $\text{Tm}^{3+}$ , grâce à la méthode de Pound-Drever-Hall.

## 4.1 Besoins en stabilité

Nous allons commencer ce chapitre par voir quels sont les besoins en termes de précision et de stabilité pour certaines expériences menées au laboratoire. Dans un premier temps, nous allons aborder les problèmes d'agilité en fréquence, avant de nous pencher sur la haute pureté spectrale nécessaire pour la manipulation des ions de terres rares.

### 4.1.1 Besoins en précision des lasers agiles en fréquence

Dans le chapitre précédent, nous avons développé une source laser agile en fréquence. Nous avons pu balayer sa fréquence sur plus de 2 GHz en quelques  $\mu\text{s}$  grâce à une entrée électrique offrant une sensibilité de 8,5 MHz/V. Ce contrôle de la fréquence est assuré par un cristal électro-optique de  $\text{LiNbO}_3$  intra-cavité. Mais une étude de la qualité des balayages révèle la présence de quelques perturbations (modulations parasites, élargissement) provenant de bruits déterministes et stochastiques. Dans des conditions extrêmes (2 GHz couverts en 5  $\mu\text{s}$ ), l'erreur accumulée par la fréquence du laser au cours d'un chirp peut atteindre quelques MHz. Malgré une précision relative de l'ordre de  $10^{-3}$  sur la bande couverte, ce résultat s'avère bien trop élevé pour contrôler les ions erbium de façon cohérente.

De plus, les impulsions balayées en fréquence sont destinées à être utilisées dans l'algorithme de chirp, pour l'analyse spectrale de signaux RF. Du fait que cet algorithme se base sur une réponse cohérente du matériau, la phase durant l'excitation doit être contrôlée avec précision. Sinon, de tels processus cohérents ne sont plus exploitables dans notre cristal.

Pour pouvoir profiter de la haute cohérence de la transition excitée dans notre analyseur spectral, la précision de notre balayage en fréquence doit être meilleure que la résolution recherchée, qui est inversement proportionnelle au temps de lecture. Ainsi, pour un temps d'analyse de 20  $\mu\text{s}$ , la résolution accessible est de 50 kHz. La pureté naturelle du chirp, de l'ordre du MHz, se situe deux ordres de grandeur au-dessus de la valeur nécessaire. La précision relative en fréquence doit donc être égale à l'inverse du nombre de canaux recherchés, c'est à dire ici de l'ordre de  $10^{-5}$ . Pour atteindre de telles performances, il faut avoir recours à des méthodes de stabilisation du chirp.

### 4.1.2 Lasers ultra-stables

Le contrôle cohérent de nos ions de terres rares peut aussi être obtenu en balayant la fréquence d'excitation par des composants externes à la cavité. On peut par exemple se servir de modulateurs acousto-optiques pour couvrir quelques MHz de bande avec une excellente précision. Si la bande de balayage est trop faible pour les expériences d'analyse

spectrale de signaux RF, elle peut s'avérer suffisante pour observer d'autres phénomènes cohérents, comme le passage adiabatique rapide. Cette excitation permet de contrôler le vecteur de Bloch associé à une transition, pour par exemple inverser la population en une seule impulsion lumineuse.

Dans ce cas, la cohérence de la source doit être beaucoup plus grande que celle de la transition excitée. Des expériences de pilotage du vecteur de Bloch ont été menées dans le thulium, où le temps de cohérence  $T_2$  peut atteindre  $100 \mu\text{s}$ , selon la température du cristal. En conséquence, le laser doit avoir un temps de cohérence bien supérieur à  $100 \mu\text{s}$ , c'est à dire une largeur du spectre d'émission inférieur au kHz. Là encore, on a recours à des techniques d'asservissement de la fréquence du laser pour en affiner suffisamment le spectre.

### 4.1.3 Asservir le laser

Les lasers que nous développons au laboratoire pour exciter les ions de terres rares sont des diodes en cavité étendue accordables par un cristal électro-optique. Le laser se comporte alors comme un oscillateur contrôlé en tension : le cristal électro-optique joue le rôle d'entrée de commande grâce à laquelle on peut appliquer un signal d'erreur pour des corrections de phase ou de fréquence. Une bande passante de l'ordre du MHz typiquement ainsi qu'une bonne linéarité sont assurées par l'effet électro-optique. Il est donc possible de refermer une boucle d'asservissement sur le cristal ; la boucle est ainsi indépendante de la diode laser.

## 4.2 Asservissement de chirps

Dans le chapitre précédent, nous avons pu constater la présence de perturbations affectant la pureté des balayages de la fréquence du laser. Nous allons reprendre ces résultats et les analyser plus en détail, avant de présenter le système d'asservissement mis au point pour corriger les bruits et améliorer la précision de ces chirps.

### 4.2.1 Bruits et limitations de la source

L'étude de la précision et de la pureté des chirps utilise un interféromètre déséquilibré présenté en partie 3.3.4, ainsi qu'en annexe B. Lorsque la fréquence du laser est balayée, on détecte un battement de fréquence  $f_b = r \cdot \tau_i$  en sortie de l'interféromètre. La fréquence de battement est proportionnelle au taux de chirp  $r$  de la fréquence du laser, et au retard  $\tau_i$  introduit par la différence de marche de l'interféromètre. Comme il est montré en

annexe B, les bruits qui affectent les balayages en fréquence peuvent être analysés par l'intermédiaire du spectre du signal de battement détecté [138].

Tous les résultats suivants ont été obtenus avec le montage de la figure 4.1, pour différentes valeurs de retard  $\tau_i$ , que nous indiquerons. La série de mesures de la partie 3.3.4 a mis en évidence une première tendance : les spectres de battement ne se dégradent pas de la même manière en fonction de la vitesse de balayage et de son amplitude. Nous allons reprendre cette analyse pour identifier les sources de bruit et voir quelles en sont les grandeurs caractéristiques (bande passante, amplitude)

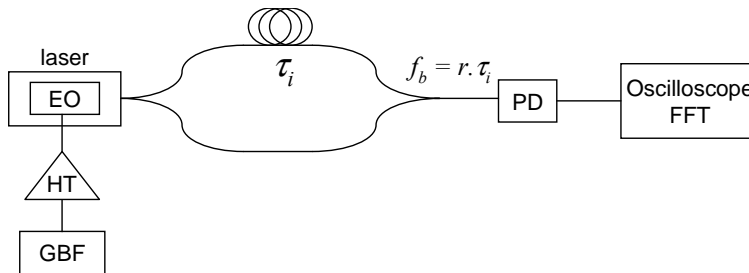


FIG. 4.1 – Schéma du montage pour la caractérisation de chirps (EO : cristal électro-optique intra-cavité du laser ; GBF : générateur basse fréquence de rampes ; HT : amplificateur haute tension ; PD : photodiode).

### Bruit technique et électronique

Lorsque l'amplitude des balayages est augmentée pour une rampe assez lente, on voit apparaître une bande de bruit de 200 kHz autour de la porteuse. La présence de ce bruit peut provenir de l'amplificateur dont le bruit électronique est converti en un bruit de fréquence par le cristal électro-optique. La bande d'observation sur les spectres de battement est cohérente avec la bande passante de l'amplificateur. Néanmoins l'amplitude du bruit ne vaut que quelques pourcents de l'amplitude du pic de battement. La largeur du pic de battement est quant à elle quasiment limitée par la résolution de la FFT.

La source de ce bruit technique, peut être acoustique ou bien provenir de l'électronique. Nous avons donc étudié la qualité des rampes de tension fournies par différents générateurs puis amplifiées, selon les critères d'intérêt suivants :

- la linéarité des rampes ;
- le bruit de sortie de l'amplificateur haute tension utilisé ;
- la répétabilité des rampes produites.

Nous disposons de trois générateurs capables de délivrer des rampes de tension : un analogique et deux numériques. Pour chacun d'entre eux, nous générons des rampes de

---

10  $\mu$ s que nous amplifions à l'aide d'un amplificateur Apex pour que l'amplitude crête à crête soit de 80 V, correspondant à un balayage de la fréquence du laser sur plus de 400 MHz. Cette valeur est limitée par la dynamique en entrée de l'oscilloscope, qui ne permet pas de visualiser plus de 80 V.

Tout d'abord, le générateur analogique souffre d'importantes non-linéarités : sur une rampe de 80 V, on relève une erreur accumulée de près de 2 V. Par ailleurs, la rampe en sortie du générateur est affectée par une modulation parasite de 5 ns de période et de 10 mV d'amplitude. Cette modulation est ensuite filtrée par la bande passante de quelques MHz de l'amplificateur Apex, mais des écarts de 200 mV typiquement (environ 1,7 MHz sur la fréquence du laser) subsistent d'une rampe à l'autre. Pour chacune des rampes le bruit est inférieur à quelques mV (bruit de quantification de l'oscilloscope). Ce générateur comporte trop de problèmes techniques pour générer des rampes de tension exploitables. Les spectres de battement obtenus en pilotant le laser avec cet appareil sont élargis à cause des non-linéarités des rampes, et peu reproductibles. En outre, il n'est ni programmable ni déclenchable par un contrôleur externe.

Les solutions numériques sont de ce point de vue beaucoup plus souples. Il est possible de les programmer pour qu'ils génèrent des rampes de pentes différentes, et ils possèdent une entrée de déclenchement. Ces fonctionnalités leur permettent d'être employés pour synthétiser les séquences d'excitation pour l'algorithme de transformée de chirp. Nous disposons de deux générateurs de fonctions arbitraires numériques (Agilent 33120A et 33220A). Le premier peut synthétiser des formes arbitraires codées avec 11 bits de résolution à 40 Méchantillon/s. Le second possède 2 bits de codage supplémentaires, ainsi qu'une cadence d'échantillonnage de 50 MHz.

L'étude du modèle 33120A montre que la numérisation introduit une modulation parasite de période 25 ns et de quelques mV pour une rampe de 2 V d'amplitude. Mais comme dans le cas du générateur analogique, cette modulation est filtrée par la bande passante de l'amplificateur haute tension. Le bruit en sortie d'amplificateur est également limité par le bruit de quantification de l'oscilloscope (de l'ordre du mV), et on n'observe plus de non-linéarité. Il reste cependant un écart d'une rampe à l'autre de 100 mV environ.

Avec le modèle 33220A, les rampes sont quasiment parfaites. Les deux bits de résolutions supplémentaires font que la quantification n'est plus appréciable à l'oscilloscope en sortie directe du générateur. De plus, la répétabilité des rampes est meilleure puisqu'elle est inférieure à 1 mV en sortie directe, et de l'ordre de 10 mV en sortie d'amplificateur. Notons que ces valeurs sont toujours limitées par le bruit de quantification de l'oscilloscope. Ainsi, l'erreur sur le balayage en fréquence du laser induit par l'électronique est contenue dans 85 kHz.

Nous avons donc utilisé ce générateur de formes arbitraires pour programmer les

rampes de tensions à appliquer sur le cristal électro-optique de notre laser pour en balayer la fréquence rapidement. Ces rampes sont amplifiées par l'amplificateur Apex PA85, qui peut délivrer jusqu'à 400 V d'amplitude avec une bande passante de quelques MHz.

### Modulations parasites

L'étude des spectres de battement montre assez nettement que les modulations parasites représentent la principale source de bruit. Nous en avons observé ponctuellement lors de l'étude de la précision du chirp en fonction de l'amplitude de balayage de la fréquence laser. Nous avons remarqué que les spectres sont modulés pour certaines valeurs de la fréquence de répétition  $f_r$  des rampes de tensions appliquées sur le cristal; de plus, la profondeur de la modulation augmente avec cette fréquence de répétition, jusqu'à un régime fort où la puissance contenue dans les bandes latérales est plus grande que celle de la porteuse.

Les rampes de tension appliquées au cristal ne présentent pas de modulation qui puisse être associée à la modulation de fréquence relevée sur les spectres de battement. L'origine semble donc venir du laser lui-même. Les deux éléments susceptibles d'introduire des modulations de fréquence sont la diode et le cristal électro-optique. La diode laser est alimentée par une source de courant stabilisée (ILX LDX3525) dont la sortie est filtrée à quelques dizaines de Hz de manière à limiter l'amplitude de bruit sur le courant de polarisation. De plus, la diode est isolée de la terre et donc de toutes les sources de bruit électriques. On peut donc éliminer cette source de bruit. Le seul suspect restant est le cristal électro-optique.

Comme nous l'avons évoqué, les modulations parasites se manifestent particulièrement pour des valeurs précises de la fréquence des rampes de tension. Après une étude systématique de ces spectres, nous nous sommes rendus compte que les fréquences de modulations étaient les mêmes (aux alentours de 150 kHz et 650 kHz). En modulant le cristal par un signal sinusoïdal proche de ces fréquences, nous avons constaté que ce dernier présente des résonances piezoélectriques à 155,8 kHz et 621,71 kHz. Nous avons également relevé d'autres résonances à 1,836 MHz et 1,842 MHz, ainsi qu'une distribution de résonances vers 3 MHz. La valeur des fréquences est très précise, mais elles peuvent varier selon la contrainte mécanique subie par le cristal dans son support. Le facteur de qualité de ces résonances est de l'ordre de  $10^3$ . Notons que la résonance à 620 kHz est la plus forte.

Ces résonances sont en fait excitées par les harmoniques de rampes, situées à des fréquences multiples de  $f_r$ . En effet, si nous développons en série de Fourier un signal triangulaire  $T(t)$  de fréquence  $f_r$  et d'amplitude 1, on a

$$T(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{(2p+1)^2} \sin(2\pi(2p+1)f_r t). \quad (4.1)$$

Un signal triangulaire est donc composé de sinusôides oscillant aux harmoniques impaires de la fréquence  $f_r$  du signal. L'amplitude de ces harmoniques est inversement proportionnelle au carré de l'ordre. Expérimentalement, on remarque effectivement que les valeurs de  $f_r$  pour lesquelles le spectre est dégradé possèdent toutes une harmonique impaire proche de 625 kHz. Plus l'harmonique est faible et plus la profondeur de modulation est importante. Pour une fréquence des rampes de 89 kHz, la septième harmonique excite la résonance piezoélectrique du cristal, et le spectre de battement est tellement modulé qu'il s'étale sur près de 20 MHz autour de  $f_b$  (voir figure 4.2(a)). A des fréquences de rampe plus faibles, la modulation de fréquence du battement est moins forte. Notons tout de même qu'une petite harmonique peut suffire à créer des problèmes. Par exemple, à  $f_r = 10,258$  kHz, l'harmonique 61 de  $f_r$  parvient à exciter la résonance de 625 kHz et module encore légèrement le spectre de battement. Enfin, compte tenu du grand facteur de qualité des résonances piezoélectriques, le spectre de battement peut changer radicalement pour une variation de  $f_r$  à 1 kHz près.

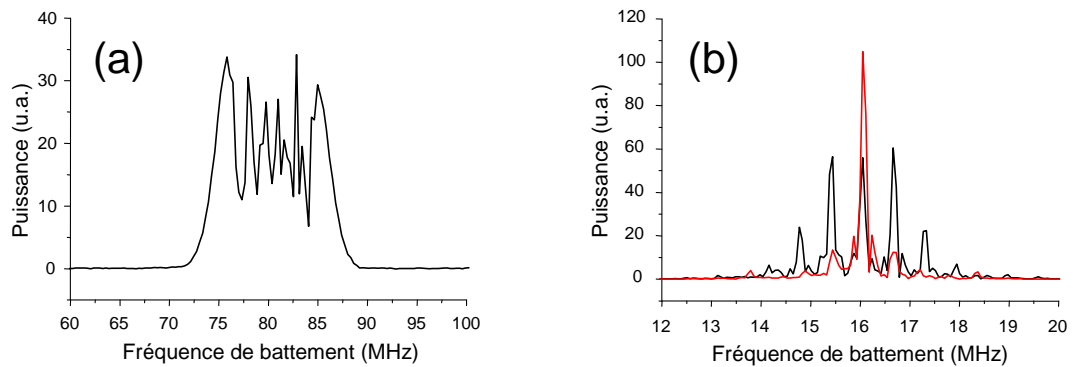


FIG. 4.2 – Spectres de battement modulés par une résonance piezoélectrique du cristal intra-cavité. (a)  $f_r = 89$  kHz : la 7<sup>e</sup> harmonique excite la résonance piezoélectrique à 625 kHz. (b)  $f_r = 17,878$  kHz. Trait noir : la 35<sup>e</sup> harmonique excite la résonance piezoélectrique à 625 kHz ; trait rouge : l'harmonique est retirée de la rampe de fréquence appliquée sur le cristal.

Puisque cette modulation parasite de la fréquence de battement est liée aux harmoniques de la fréquence de répétition  $f_r$  des rampes, nous avons essayé de corriger directement le signal électrique fourni par le générateur. Dans un premier temps, nous avons pensé à un filtre électronique anti-résonant qui rejette la fréquence autour de 625 kHz. Cependant, les résonances ont un facteur de qualité élevé. Il est très difficile de réaliser un filtre avec un tel facteur, sans pour autant distordre le signal. Ensuite, nous avons programmé un générateur de forme arbitraire (Sony-Tektronix AWG520) pour qu'il délivre des rampes de tension auxquelles nous retirons l'harmonique excitatrice. La figure 4.2(b)



présente le résultat obtenu pour  $f_r = 17,878$  kHz, qui excite la résonance par sa 35<sup>e</sup> harmonique. Si on retire cette harmonique avec le facteur d'amplitude associé  $8/(\pi^2 \cdot 35^2)$ , alors on parvient à atténuer considérablement la modulation sur le spectre de battement. La précision sur la valeur de la fréquence, de la phase et de l'amplitude de la soustraction de l'harmonique est très fine pour éliminer efficacement la modulation.

Pour quantifier cette amélioration, nous calculons l'amplitude de la modulation de fréquence parasite à 625 kHz, en utilisant le résultat de l'équation (B.20), de l'annexe B. En reprenant les notations introduites en annexe, le spectre de battement modulé peut se développer à partir des fonctions de Bessel  $J_n$  du premier type :

$$I_d(t) = 2I_0 (1 + J_0(A) \cos(2\pi f_b t + \varphi) + J_1(A) \cos(2\pi(f_b \pm F)t + \varphi \mp \pi F \tau_i) + J_2(A) \cos(2\pi(f_b \pm 2F)t + \varphi \mp \pi 2F \tau_i)). \quad (4.2)$$

Sur le spectre sans correction, on a  $J_0 \sim J_1 \sim J_2/3$ . A l'aide des tables des fonction de Bessel, on en déduit l'argument  $A = \frac{2\delta\nu_m}{F} \sin(\pi F \tau_i) \sim 1,5$ . Avec une fréquence de modulation  $F = 625$  kHz, et un retard d'interféromètre  $\tau_i \sim 250$  ns (bras de 50 m), on remonte à une amplitude de modulation  $\delta\nu_m \sim 1$  MHz. De la même manière, lorsqu'on retire l'harmonique qui excite la résonance piezoélectrique, on a simplement  $J_0 \sim J_1/10$ , c'est à dire  $A \sim 0,2$ , et l'amplitude  $\delta\nu_m$  est réduite à 130 kHz.

Cette simple expérience montre qu'il est possible de rétroagir électroniquement pour éliminer la perturbation sur la fréquence de battement.

### Autres sources de bruit

Parmi les sources de bruit qui peuvent affecter le chirp, les bruits électroniques et les modulations parasites sont les plus importants que nous ayons relevées. D'autres effets pourraient dégrader la précision des balayages, comme des non-linéarités du balayage, ou bien un élargissement du spectre d'émission du laser. Dans le premier cas, le cristal pourrait ne pas supporter les tensions délivrées par l'amplificateur. Les résultats de la partie 3.3.4 ont prouvé le contraire. De plus, nous balayons la fréquence de notre laser sur des intervalles de temps assez courts (inférieurs à 100  $\mu$ s). Durant cette période, on peut considérer que la fréquence d'émission n'a pas le temps de dériver thermiquement et sa valeur moyenne  $\nu_0$  reste fixe. Enfin, la largeur de raie d'émission de notre laser est inférieure à 2 kHz, d'après nos mesures d'auto-hétérodynage (cf partie 3.3.3). Cet élargissement provient du bruit de fréquence dû à l'émission spontanée. Or les balayages que nous réalisons avec le cristal électro-optique n'ont aucune raison d'augmenter cette émission, et donc d'élargir la raie d'émission laser [138]. Par contre, dans notre application, les balayages doivent non seulement être précis, mais la phase d'une excitation doit rester

constante. Cette condition est importante pour bénéficier d'une réponse cohérente à notre algorithme de chirp.

Pour pouvoir assurer cette stabilité en phase et corriger les bruits observés, nous avons développé une boucle à verrouillage de phase qui asservit la fréquence de battement sur un oscillateur local de grande stabilité.

### 4.2.2 Asservissement en phase du chirp

#### Principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase

Les boucles à verrouillage de phase, ou *Phase-Locked Loop* (PLL), sont des systèmes permettant entre autres d'asservir la phase d'un signal oscillant sur celle d'une référence stable. Le principe de fonctionnement peut être représenté par le schéma de la figure 4.3 [156].

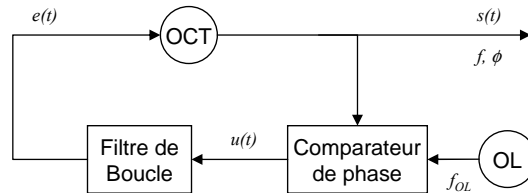


FIG. 4.3 – Principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase (OCT : oscillateur contrôlé en tension ; OL : oscillateur local de référence).

La boucle est constituée de trois éléments fondamentaux. Tout d'abord, l'oscillateur contrôlé en tension (OCT) fournit un signal d'oscillation dont la fréquence varie linéairement avec une tension de commande. C'est l'élément à asservir par rapport à la référence de stabilité (oscillateur local, OL). Le signal d'erreur pour la rétroaction est généré en comparant la phase de l'OCT à celui de l'OL. Le comparateur de phase élabore une tension  $u(t)$  dont la valeur moyenne est une fonction de la différence de phase entre les signaux appliqués. Le signal  $u(t)$  est généralement entaché par de nombreux parasites (harmoniques, fréquences composites, etc.), qu'il faut éliminer. On introduit dans la chaîne un filtre de boucle. Le choix du filtre est essentiel et complexe, il fixe les performances de la boucle. Les fréquences indésirables doivent être éliminées tout en tenant compte de critères classiques dans les systèmes bouclés (précision et stabilité).

Détaillons le principe de la boucle. Considérons les signaux issus de l'OCT et de l'OL appliqués à l'entrée du comparateur et respectivement décrits par  $s(t)$  et  $u_{OL}(t)$

$$\begin{cases} s(t) = S_0 \sin(2\pi f.t + \phi) \\ u_{OL}(t) = \sin(2\pi f_{OL}.t) \end{cases} \quad (4.3)$$

$f_{OL}$ ,  $f$  et  $\phi$  sont respectivement la fréquence de l'OL, la fréquence et la phase instantanées de l'OCT à asservir. Dans les PLL analogiques, le comparateur, également appelé mélangeur, est généralement un multiplieur analogique. Le signal de sortie  $u(t)$  est le produit des entrées, c'est à dire

$$\begin{aligned} u(t) &= 2K_C S_0 \sin(2\pi f t + \phi) \cdot \sin(2\pi f_{OL} t) \\ &= K_C S_0 [\cos(2\pi(f - f_{OL})t + \phi) - \cos(2\pi(f + f_{OL})t + \phi)]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

$K_C$  est le coefficient de pertes à la conversion du mélangeur. Initialement, l'OCT n'est pas verrouillé sur la référence. Le signal  $u(t)$  fourni par le mélangeur est composé d'un premier terme oscillant à la différence de fréquence  $f - f_{OL}$  et d'un second terme oscillant à la fréquence  $f + f_{OL}$ . Ce dernier est éliminé par filtrage, soit par le filtre de boucle, soit par un filtre de démodulation. Dans tous les cas, le signal  $u(t)$  est réduit à

$$u(t) = K_C S_0 \cos(2\pi(f - f_{OL})t + \phi). \quad (4.5)$$

Si la différence  $f - f_{OL}$  entre dans la bande passante du filtre de boucle, alors ce dernier peut élaborer un signal d'erreur  $e(t)$ . L'OCT voit sa fréquence évoluer pour tendre vers  $f_{OL}$  : la PLL est alors verrouillée. Une fois le système asservi, la différence de fréquence est nulle et le signal issu du comparateur devient

$$u(t) = K_C S_0 \cos \phi(t), \quad (4.6)$$

où  $\phi(t)$  représente la phase bruitée du signal issu de l'OCT. Pour que le système reste asservi, le signal  $u(t)$  doit rester proche de 0. D'après l'équation (4.6), les signaux de l'OCT et de l'OL sont en quadrature de phase, ce qui revient à écrire

$$u(t) = K_C S_0 \sin(\phi(t) + \pi/2) \quad (4.7)$$

Effectuons le changement de notation  $\phi(t) = \varphi(t) - \pi/2$  de manière à ramener le bruit autour de 0. On peut alors écrire

$$u(t) = K_C S_0 \sin \varphi(t) \sim K_\varphi \varphi(t) \quad (4.8)$$

Si les variations de phase  $\varphi(t)$  sont petites, ce qui doit être le cas quand l'OCT est verrouillé, alors le signal d'erreur est proportionnel à la phase  $\varphi(t)$ , via le coefficient  $K_\varphi = K_C S_0$ , appelé sensibilité et exprimé en V/rad. Cette sensibilité dépend du niveau  $S_0$  du signal issu de l'OCT. Le signal  $u(t)$  est mis en forme par le filtre de boucle qui fournit ainsi le signal d'erreur  $e(t)$  à connecter à l'entrée de modulation de l'OCT. Or cette entrée permet de modifier la fréquence instantanée  $f$  de l'OCT. Lorsque le système est verrouillé, cette fréquence s'écrit

$$f = f_{OL} + K_{OCT} \cdot e(t), \quad (4.9)$$

où  $K_{OCT}$  est la sensibilité de l'entrée de modulation de l'OCT, exprimé en Hz/V. L'application du signal  $e(t)$  crée un écart de fréquence  $\Delta f$ . Pour induire une variation de phase  $\Delta\phi_{OCT}$ , l'écart en fréquence  $\Delta f$  doit être intégré, ce qui revient à écrire, dans le cas d'un filtre de fonction de transfert unitaire

$$\Delta\phi_{OCT} = \int K_{OCT}e(t).dt = K_{\varphi}K_{OCT} \int \varphi(t)dt \quad (4.10)$$

On constate donc que l'OCT réalise l'intégration de l'erreur de phase  $\varphi(t)$ . Dans le cas où le filtre de boucle possède une réponse percussionnelle  $h(t)$ , alors on intègre le produit de convolution  $h(t) \otimes \varphi(t)$ . Finalement, le schéma de la figure 4.3 peut se mettre sous la forme du schéma bloc de la figure 4.4.

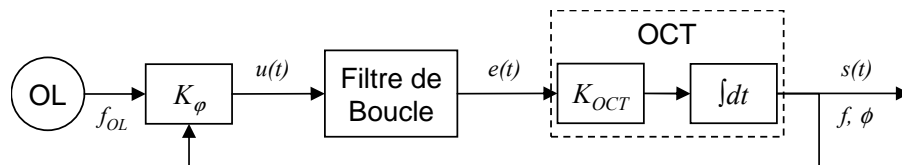


FIG. 4.4 – Représentation d'une boucle à verrouillage de phase en schéma bloc (OL : oscillateur local ; OCT : oscillateur contrôlé en tension).

## Performances

Les performances d'une boucle à verrouillage de phase concernent généralement les trois caractéristiques suivantes :

- la plage d'accrochage : lorsque la boucle est décrochée, c'est la plage autour de la fréquence de référence sur laquelle la fréquence de l'OCT peut s'accrocher ;
- le temps d'accrochage : à partir du moment où on amène la fréquence de l'OCT dans la plage d'accrochage, c'est le temps au bout duquel le système est asservi ;
- la plage de maintien : lorsque la boucle est accrochée, c'est la plage autour de la fréquence de référence sur laquelle la fréquence de l'OCT reste accrochée.

Ces performances dépendent des composants de la boucle, et tout particulièrement du filtre de boucle. Ce dernier a une fonction de transfert notée  $F(f)$ , à partir de laquelle nous allons déterminer l'expression des fonctions de transfert du système en boucle ouverte et boucle fermée, notées  $F_o(f)$  et  $F_f(f)$  respectivement.

En boucle ouverte, la fonction de transfert correspond simplement au produit de toutes les fonctions de transfert des éléments de la boucle, c'est à dire [156]

$$F_o(f) = \frac{K_{OCT} \cdot K_{\phi}}{2\pi i f} F(f), \quad (4.11)$$

en considérant que les composants de la boucle (mélangeurs et OCT) sont idéaux et qu'ils présentent une bande passante infinie. En boucle fermée, la théorie des systèmes asservis linéaires nous donne [156]

$$F_f(f) = \frac{F_o(f)}{1 + F_o(f)} = \frac{K_{OCT} \cdot K_\phi F(f)}{2\pi i f + K_{OCT} \cdot K_\phi \cdot F(f)}. \quad (4.12)$$

L'expression de ces fonctions de transfert permet de remonter à différents paramètres, comme la bande passante en boucle fermée, la stabilité de la boucle, ou le coefficient d'amortissement pour les boucles du second ordre. Ces fonctions de transfert (4.11) et (4.12) dépendent directement du choix du filtre de boucle  $F(f)$ . On peut ensuite calculer la réponse de la boucle à des perturbations typiques (saut de phase, de fréquence, etc...) ou bien les plages d'accrochage, de maintien et le temps d'accrochage.

Dans les boucles du premier ordre, c'est à dire pour lesquelles  $F(f) = 1$ , le fonctionnement est très limité, et la réponse aux perturbations est assez mauvaise. En outre, seule la bande passante est un paramètre ajustable via le gain de la boucle. Les PLL du premier ordre sont par contre inconditionnellement stables.

Lorsqu'on introduit un filtre de boucle du premier ordre (de type passe bas), alors la boucle se comporte comme un système du second ordre. Les paramètres peuvent être ajustés selon les besoins et les performances visées. Pour la réalisation de notre boucle, nous avons choisi une structure à avance de phase dont la fonction de transfert s'écrit

$$F(f) = K_F \frac{1 + 2\pi i f \tau_1}{1 + 2\pi i f \tau_2}. \quad (4.13)$$

$K_F$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  dépendent de la valeur des composants utilisés, comme nous le verrons par la suite. Les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée deviennent alors

$$\begin{cases} F_o(f) = K_T \frac{1 + 2\pi i f \tau_1}{2\pi i f (1 + 2\pi i f \tau_2)} \\ F_f(f) = \frac{1 + (2m - 2\pi f_c / K_T) f}{1 + 2m f / f_c + (f / f_c)^2} \end{cases} \quad (4.14)$$

où on a mis la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme d'un filtre du second ordre avec une fréquence de coupure  $f_c$  et un coefficient d'amortissement  $m$  donnés par

$$\begin{cases} f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_T}{\tau_1}} \\ m = \frac{1 + K_T \tau_2}{2\sqrt{K_T \tau_1}} \\ K_T = K_F \cdot K_\phi \cdot K_{OCT} \end{cases} \quad (4.15)$$

Cette structure présente plusieurs avantages. D'une part elle permet de jouer sur la réponse en phase de  $F_o(f)$  sur une gamme de fréquences comprise entre  $1/2\pi\tau_1$  et  $1/2\pi\tau_2$ .

On peut ainsi assurer un fonctionnement stable de la boucle. D'autre part, les paramètres  $f_c$  et  $m$  de la boucle sont ajustables indépendamment par les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

La valeur du coefficient  $m$  influe sur la précision de la boucle. Si  $m < \sqrt{2}/2$ , alors la boucle a un comportement quasi-résonant, caractérisé par une fréquence de résonance, et une réponse oscillante amortie à un saut de fréquence. Si  $m > \sqrt{2}/2$ , alors la réponse transitoire est amortie, ce qui rallonge le temps de réponse. La valeur exacte de  $m = \sqrt{2}/2$  correspond au cas idéal où la réponse transitoire est la plus courte, sans occasionner d'oscillation parasite.

En ce qui concerne la fréquence de coupure  $f_c$ , c'est elle qui détermine la bande passante de l'asservissement. Elle doit être suffisamment large pour couvrir la bande de bruit, mais doit également laisser une marge de phase assez grande pour que la boucle soit stable. La marge de phase correspond à la différence entre la phase en boucle ouverte lorsque le gain vaut 1, avec le point  $-\pi$ . Plus cette marge est grande, et plus la boucle est stable. Par contre, si la phase à la fréquence de gain unité est inférieure à  $-\pi$ , alors la boucle amplifie l'erreur au lieu de la corriger, et le système se met à osciller. La fréquence de gain unité est très proche de  $f_c$ .

Deux caractéristiques fondamentales de la PLL sont la plage et le temps d'accrochage. Leurs expressions avec notre filtre s'écrivent dans le cas où le gain  $K_T$  est grand [156]

$$\begin{cases} \Delta f_{acc} = 2\sqrt{\frac{K_T m f_c}{2\pi}} \\ T_{acc} = \frac{\Delta f^2}{4\pi m f_c^3} \end{cases} \quad (4.16)$$

où  $\Delta f$  est la différence de fréquence entre l'OCT et l'OL avant accrochage. Le temps d'accrochage dépend de l'écart en fréquence  $\Delta f$  à compenser. Au maximum,  $\Delta f = \Delta f_{acc}/2$ , et le temps d'accrochage maximum est

$$T_{acc} < \frac{K_T}{2(2\pi f_c)^2}. \quad (4.17)$$

Ce temps est inversement proportionnel au carré de la bande passante de la boucle.

### Dimensionnement

Le système constitué du laser balayé en fréquence et de l'interféromètre peut être considéré comme un OCT. Il délivre en effet une fréquence  $f_b$  que l'on peut contrôler à l'aide d'une tension appliquée sur le cristal. Comme nous l'avons montré en annexe B, les bruits qui affectent le balayage peuvent être regroupés dans un terme  $\Delta\phi(t)$  pouvant décrire les bruits stochastiques et déterministes [138]. Pour améliorer la précision des

chirps, on peut donc utiliser une boucle à verrouillage de phase électronique refermée sur le cristal électro-optique du laser. Notons qu'on n'asservit pas la phase absolue du laser  $\phi(t)$ , mais la différence de phase  $\Delta\phi(t) = \phi(t - \tau_i) - \phi(t)$ . Cette phase est conservée de proche en proche durant toute la rampe de balayage de fréquence, mais peut différer d'une impulsion à l'autre, selon la phase du laser au moment où l'accrochage a lieu. Le schéma complet de notre boucle pour asservir les chirps est donné sur la figure 4.5.

Il existe néanmoins deux différences notables entre notre laser et son interféromètre et un OCT classique. Tout d'abord, si nous appliquons une tension continue sur le cristal, la fréquence  $f_b$  ne change pas. Seule la fréquence moyenne du laser  $\nu_0$  évolue. En effet, pour un retard  $\tau_i$  fixé, la fréquence de battement  $f_b$  détectée en sortie d'interféromètre est proportionnelle au taux de chirp  $r$ , lui-même proportionnel à une rampe de tension. Il y a donc une dérivation qui a lieu dans notre OCT. On affecte toutefois la phase du laser à l'instant  $t$ , donc la différence de phase  $\Delta\phi(t)$ . De plus, la présence de l'interféromètre ajoute un retard de propagation à prendre en compte. La dérivation et le retard  $\tau_i$  sont deux éléments très particuliers de notre système. Nous n'avons pas encore mené la description théorique précise de ce dernier. Elle sera nécessaire pour l'optimisation de la boucle d'asservissement.

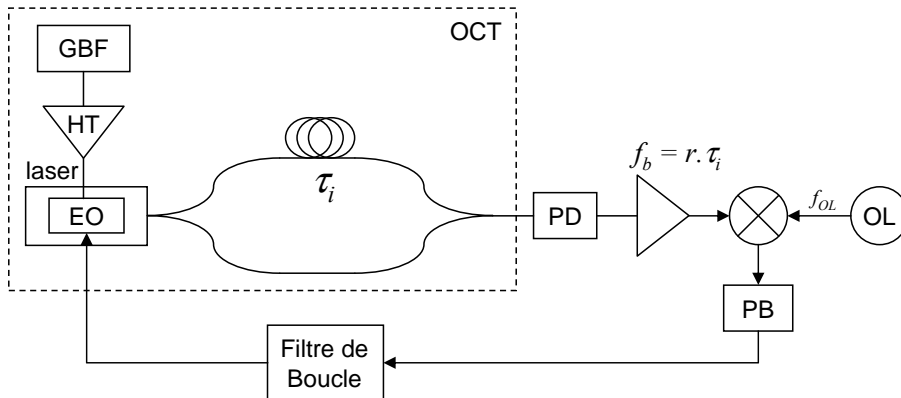


FIG. 4.5 – Schéma expérimental de la boucle à verrouillage de phase pour l'asservissement des chirps (GBF : générateur basse fréquence ; HT : amplificateur haute tension ; EO : cristal électro-optique ; OCT : oscillateur contrôlé en tension ; PD : photodiode ; OL : oscillateur local ; PB : filtre passe bas de démodulation).

L'étude de la pureté des chirps présentée en début de partie a permis d'évaluer la bande passante de bruit sur laquelle effectuer une contre-réaction. Cette dernière est inférieure au MHz, et le principal problème réside dans les modulations parasites induites par les résonances piezoélectriques du cristal électro-optique. Néanmoins, notre boucle doit avoir un temps d'accrochage très rapide. En effet, les balayages en fréquence sont réalisés

pendant une dizaine de  $\mu\text{s}$ . Il faut donc que l'accrochage ait lieu très rapidement de manière à ce que le chirp soit propre en moins d'1  $\mu\text{s}$ . Parmi les facteurs limitant ce temps d'accrochage, il y a la bande passante de la boucle, mais aussi le temps de propagation dans l'interféromètre, qu'on a intérêt à rendre le plus court possible. En effet, la bande passante de la boucle est inférieure à  $1/\tau_i$ . Mais à l'inverse, la précision sur  $r$  sera améliorée avec un retard  $\tau_i$  grand [138]. Dans ce cas également, la fréquence de battement  $f_b$  sera plus haute, ce qui offrira plus de bande passante disponible après démodulation pour la rétroaction. Le choix de  $\tau_i$  se place dans un compromis, mais le temps d'accrochage est le critère le plus important à satisfaire. En effet, un développement similaire a été initié dans l'équipe de Thomas Mossberg à l'université d'Oregon [157], mais le retard de l'interféromètre  $\tau_i$  était fixé à 11  $\mu\text{s}$  : la bande passante était limitée à quelques dizaines de kHz ce qui rendait l'accrochage de la boucle difficile, et la rétroaction peu efficace.

En première approximation, on peut considérer que le temps d'accrochage est égal à la somme du temps de propagation de la lumière dans l'interféromètre, et du temps d'accrochage d'une PLL classique, exprimé dans l'équation (4.17). Les taux de chirps sont typiquement de 3 GHz/20  $\mu\text{s}$ , c'est à dire 1,5.10<sup>14</sup>Hz/s. Pour détecter une fréquence de battement  $f_b$  de quelques dizaines de MHz,  $\tau_i$  doit être de l'ordre de 200 ns.

### 4.2.3 Réalisation expérimentale

Nous avons donné la description d'une boucle à verrouillage de phase électronique. Nous allons à présent décrire la réalisation expérimentale de la boucle d'asservissement des balayages en fréquence de notre laser.

#### Eléments de la boucle

Comme nous l'avons déjà évoqué, nous pouvons identifier l'OCT à l'ensemble constitué du laser et de l'interféromètre. Le laser possède une entrée de modulation d'une sensibilité de 8,5 MHz/V grâce au cristal électro-optique. La bande passante de cette entrée est typiquement de quelques MHz, limitée par une zone dense de résonances piezoélectriques autour de 3 MHz. Cependant, la présence de la fibre optique dans l'interféromètre rend le système différent d'une boucle classique, à cause du bras long qui introduit un temps de propagation  $\tau_i$ . Expérimentalement, il est important de connecter la sortie du laser directement à l'interféromètre de manière à limiter la durée de propagation optique inutile. Quelques mètres de fibre supplémentaires ajoutent des ns de propagation qui rallongent le retard, et donc le temps d'accrochage.

Le battement à la fréquence  $f_b$  est détecté par une photodiode rapide (Hamamatsu G9811). Elle possède un préamplificateur intégré, dont le gain s'adapte à la puissance



optique incidente. Le niveau de sortie de la photodiode maximum est de 25 mV efficace environ. Pour cet asservissement, nous nous servons de la sortie de contrôle de notre laser, dont la puissance est d'une centaine de  $\mu\text{W}$ . Nous pouvons régler l'amplitude du battement optique avec un contrôleur de polarisation fibré placé dans le bras long de l'interféromètre. Ce système offre une grande souplesse de réglage, sans avoir à passer par l'électronique. La bande passante de la photodiode est de 550 MHz. Le signal détecté est ensuite envoyé sur le mélangeur pour détecter la phase de notre battement. De manière à optimiser cette détection de phase, le niveau de puissance électrique incidente doit être le plus grand possible.

Le choix du mélangeur se base sur la puissance électrique accessible du signal, ainsi que sur les bandes passantes d'entrée et de sortie. Pour une implantation dans une PLL, la sortie du mélangeur doit notamment passer le continu. Le modèle retenu est la référence ZFM-3 de Minicircuits. Le niveau d'entrée maximum est de 1 dBm, soit un signal sinusoïdal de 250 mV efficace. Pour profiter de la gamme de puissance électrique disponible en entrée de mélangeur, et optimiser le rapport signal à bruit pour la détection de phase, nous devons amplifier le signal issu de la photodiode. Pour cela, nous insérons un amplificateur bas bruit (Miteq AU1433) entre la photodiode et le mélangeur. En outre, la bande passante de 200 MHz de cet amplificateur filtre la bande de bruit de la photodiode. Le niveau de bruit à l'entrée du mélangeur est de 2,8 mV efficace, ce qui doit nous assurer un rapport signal à bruit de 18 dB environ pour un niveau de sortie de 0 dBm.

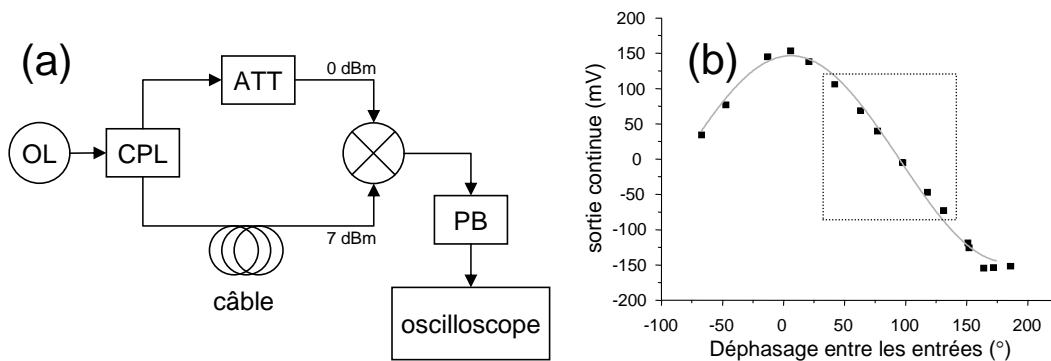


FIG. 4.6 – (a) Montage pour la caractérisation du mélangeur (OL : oscillateur local; CPL : coupleur 3 dB; ATT : atténuateur; PB : filtre passe bas). (b) Evolution du niveau de sortie du mélangeur en fonction de la différence de phase entre les entrées (points : valeurs expérimentales; ligne : ajustement sinusoïdal).

Pour la conception de notre PLL, nous devons déterminer le coefficient  $K_\phi$  du mélangeur. Nous utilisons le montage de la figure 4.6(a). Un synthétiseur RF oscillant à 80 MHz est connecté aux entrées OL et signal du mélangeur. On prend soin d'adapter les puissances

selon les spécifications (7 dBm sur l'entrée OL et 0 dBm sur l'entrée signal). En sortie du mélangeur, nous retrouvons un signal continu, et un signal oscillant à la fréquence double 160 MHz. Ce dernier est éliminé par un filtre passe bas de fréquence de coupure 5 MHz. La valeur du niveau continu dépend du déphasage entre les signaux appliqués en entrée, que nous modifions simplement à l'aide de câbles de différentes longueurs. Nous relevons les résultats de la figure 4.6(b). On constate bien une évolution du type  $\cos \phi$ . Le coefficient  $K_\phi$  est extrait par l'ajustement de la partie linéaire du cosinus par une droite (voir zone pointillée de la figure 4.6(b)). Nous obtenons alors  $K_\phi = 110$  mV/rad pour un niveau de signal de 0 dBm.

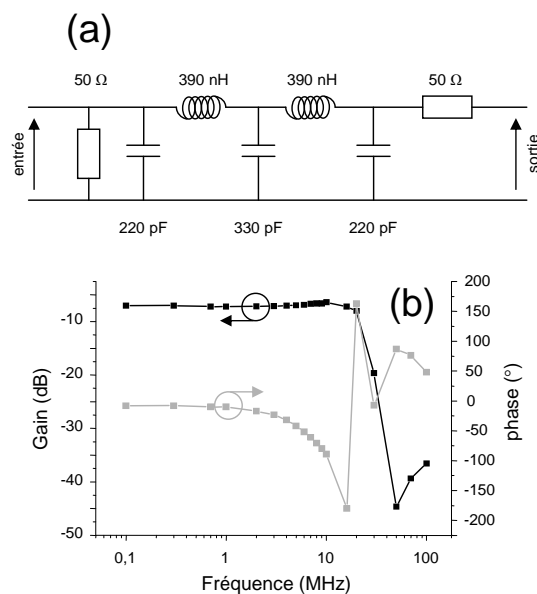


FIG. 4.7 – (a) Schéma électrique du filtre passe bas de démodulation. (b) Diagrammes de Bode du filtre (noir : gain ; gris : phase).

Comme nous venons de le dire, la sortie du mélangeur contient le signal utile pour la mesure de phase, mais présente également un signal oscillant à la somme des fréquences des signaux d'entrée. Nous devons donc filtrer la sortie pour éliminer cette oscillation parasite. Le filtrage doit couper fortement la fréquence élevée, mais doit également présenter la réponse en phase la plus plate possible sur la bande passante de notre PLL. Cette dernière doit être de quelques MHz pour assurer un accrochage rapide limité par le retard de l'interféromètre  $\tau_i$ . Nous avons réalisé un filtre passe bas de type Tchebychev d'ordre 5, avec une fréquence de coupure à 20 MHz. Le schéma électronique du filtre, ainsi que ses réponses en amplitude et en phase sont présentées sur la figure 4.7. Le filtre coupe bien à 20 MHz, et la réjection à 40 MHz est de 40 dB. Par ailleurs, la phase à 5 MHz est de  $-45^\circ$ .

### Conception du filtre de boucle

Maintenant que les composants de la boucle sont caractérisés, nous pouvons concevoir le filtre de boucle. Mais avant cela, le montage nous permet d'étudier le signal d'erreur en sortie de mélangeur lorsque nous effectuons des rampes de fréquence sur le laser. La figure 4.8(a) représente un signal typique enregistré pour un balayage de 3 GHz en 50  $\mu$ s. Ce signal peut être interprété comme l'évolution de la phase  $\Delta\phi(t)$  pendant une rampe. On remarque qu'elle couvre  $\pi$  radians, et qu'elle contient quelques parasites. Le spectre de battement enregistré pendant cette rampe est présenté sur la figure 4.8(b). Le pic de battement fait 100 kHz de large, et le bruit se trouve dans une bande spectrale inférieure au MHz. Nous retrouvons ici les observations faites sur les spectres de la partie 4.2.1. Mais ces deux constatations semblent indiquer que la principale limite des balayages pour les expériences d'analyse spectrale de signaux RF provient de la variation de la phase du signal de battement au cours du chirp, qui est reliée au bruit de fréquence du laser (voir annexe B).

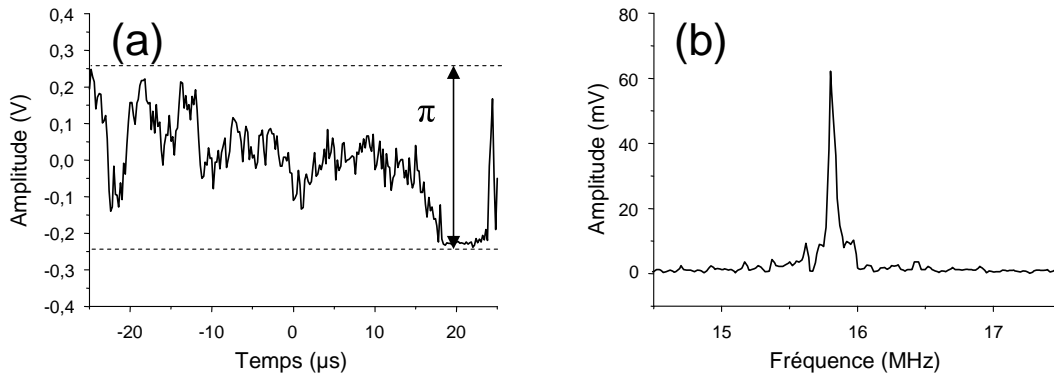


FIG. 4.8 – (a) Signal d'erreur sur la phase du battement pendant un chirp de 50  $\mu$ s. (b) Spectre du battement.

Pour la conception de notre filtre, nous avons cherché à avoir une bande passante de quelques MHz et un coefficient d'amortissement  $m$  compris entre  $\sqrt{2}/2$  et 1 pour favoriser un accrochage rapide. La bande passante de bruit étant faible, nous avons également voulu placer le maximum de gain de notre filtre à basse fréquence. La structure à avance de phase retenue se met sous la forme du schéma électrique de la figure 4.9(a). Les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  ainsi que le gain du filtre  $K_F$  sont obtenus par les relations suivantes

$$\begin{cases} \tau_1 = (R_2 + R_3)C \\ \tau_2 = R_3C \\ K_F = \frac{R_3}{R_1} \end{cases} \quad (4.18)$$

En réinjectant ces expressions dans le système (4.13), on peut trouver un ensemble de valeurs des composants  $R_1, R_2, R_3$  et  $C$  qui répondent aux performances visées. Nous avons finalement choisi les valeurs notées sur la figure 4.9(a).

Compte tenu des paramètres de la boucle, nous avons alors  $f_c = 4,4$  MHz et  $m = 0,98$ . On peut également calculer les bandes et temps d'accrochage  $\Delta f_{acc} = 300$  MHz et  $T_{acc} = 0,1$  ns pour un décalage de fréquence  $\Delta f$  de 100 kHz. Ces deux valeurs paraissent démesurées. D'une part, la plage d'accrochage de 300 MHz est plus grande que la fréquence de battement moyenne de nos expériences (quelques dizaines de MHz)! D'autre part, une excursion de 300 MHz correspond à un signal de 40 V appliqué sur le cristal électro-optique du laser. Or les amplificateurs opérationnels ne peuvent délivrer que quelques volts lorsqu'ils sont chargés sur  $50 \Omega$ . On s'attend donc plutôt à une bande d'accrochage de quelques MHz. Par ailleurs, les expressions utilisées pour calculer les paramètres ci-dessus ne tiennent pas compte du rôle de l'interféromètre dans la boucle. Ce dernier ajoute en effet un temps de propagation  $\tau_i$ , qui doit limiter le temps  $T_{acc}$  à quelques centaines de ns.

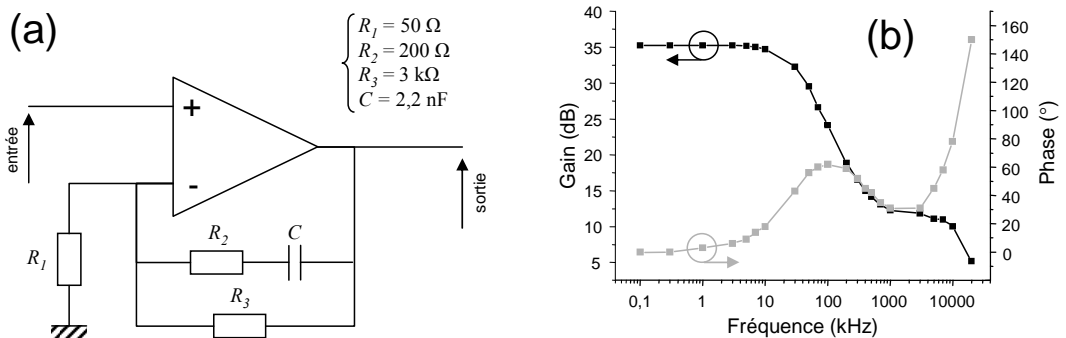


FIG. 4.9 – (a) Schéma électrique du filtre de boucle. (b) Diagrammes de Bode du filtre (noir : gain ; gris : phase)

Pour réaliser ce filtre, nous devons choisir l'amplificateur opérationnel adapté aux performances visées par notre boucle. Dans notre cas, le produit gain-bande passante est primordial. En effet, les valeurs retenues pour les composants (voir figure 4.9(a)) indiquent que le filtre doit offrir un gain statique de 60, et parallèlement, nous visons une bande passante de rétroaction de quelques MHz. Le produit gain-bande passante requis est donc élevé. Par ailleurs, l'amplificateur doit présenter un niveau de bruit très faible pour ajouter le moins de bruit dans la boucle. Pour assurer ces points, nous avons choisi le modèle AD-829 d'Analog Device. Une fois le schéma de la figure 4.9(a) monté, on peut relever les réponses du filtre en amplitude et en phase présentées sur la figure 4.9(b). Ces réponses sont cohérentes avec les attentes, et la bande passante finie de l'amplificateur se manifeste

à partir de quelques MHz. D'autre part, le niveau de bruit en sortie d'amplificateur lorsque l'entrée est court-circuitée est de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{V}$  efficace.

### Résultats

Avant de pouvoir fermer la boucle, il nous faut trouver le moyen d'ajouter notre signal d'erreur aux rampes de tension pour le balayage de la fréquence du laser. Plusieurs possibilités se présentent à nous. Tout d'abord, nous pouvons additionner ce signal aux rampes avant l'amplificateur Apex. Compte tenu du fort gain de ce dernier, l'amplitude du signal d'erreur doit être réduite, ce qui risque de baisser le rapport signal à bruit par la même occasion. Une autre solution consiste à introduire deux paires d'électrodes sur le cristal électro-optique. La sensibilité électro-optique se retrouve alors diminuée, pour les rampes comme pour le signal d'erreur. Enfin, nous pouvons simplement appliquer les rampes de tension sur une électrode du cristal électro-optique et le signal d'erreur sur l'autre, à condition de référencer les rampes de tension et le signal d'erreur à la même masse : la différence de potentiel entre les deux électrodes du cristal est alors flottante. On peut ensuite simplement ouvrir la boucle en court-circuitant l'entrée d'erreur à la masse. C'est cette dernière solution que nous avons retenue.

Lorsque nous refermons la boucle avec un signal de 0 dBm en entrée du mélangeur, la boucle oscille entre 2,5 MHz et 3 MHz. Cette fréquence correspond au début de la zone dense de résonances piezoélectriques du cristal. Pour rendre le système stable, il faut baisser le signal incident sur la photodiode en jouant sur le contrôleur de polarisation inséré dans l'interféromètre. La limite d'oscillation est obtenue pour une amplitude efficace de 100 mV (-7 dBm) en entrée de mélangeur. Le rapport signal à bruit sur la détection de phase est alors de 15 dB, ce qui est très proche des 18 dB estimés dans la partie 4.2.3.

Il est possible de jouer sur la fréquence d'oscillation de la boucle via le retard  $\tau_i$  de l'interféromètre. Cette fréquence ne varie pas continûment, mais saute d'une résonance piezoélectrique du cristal à l'autre. Compte tenu de la distribution de résonances autour de 3 MHz il paraît impossible d'augmenter la bande passante de la boucle au-delà de cette valeur. Nous avons donc fixé la longueur de fibre dans l'interféromètre à 50 m, offrant un retard  $\tau_i$  d'environ 250 ns. La plus grande bande passante accessible en boucle fermée sans oscillation se situe alors entre 2,5 et 3 MHz. Pour des valeurs de  $\tau_i$  plus grandes, la bande passante de la boucle maximum possible descend rapidement à 1,8 MHz, où se trouve la résonance piezoélectrique précédente celle à 2,5 MHz (cf partie 4.2.1).

Nous pouvons ensuite observer et quantifier les effets de la boucle sur la qualité du chirp. La figure 4.10(a) présente le signal d'erreur en boucle fermée et en boucle ouverte lorsque la fréquence du laser est balayée sur 3 GHz en 50  $\mu\text{s}$ . Tout d'abord, on remarque que la phase du battement reste en moyenne proche de 0 en boucle fermée, alors qu'elle

couvre  $180^\circ$  en boucle ouverte. Ce signal est modulé en fréquence par des oscillations parasites à 625 kHz, qui proviennent d'une excitation de la résonance piézoélectrique du cristal à cette fréquence par la boucle. L'écart-type de ce signal est de 41 mV, ce qui correspond à une variation de phase résiduelle inférieure à  $\pi/6$ .

En zoomant sur le signal d'erreur au début du chirp, on peut évaluer le temps d'accrochage pour une différence de fréquence initiale  $f_{OL} - f_b < 100$  kHz à  $\sim 500$  ns. Ce temps semble bien limité par la propagation de la lumière dans le bras long de l'interféromètre. Ensuite, la bande d'accrochage est de quelques centaines de kHz. Mais la capacité de la boucle dépend de la durée du balayage, puisque nous considérons que l'accrochage doit avoir lieu en moins d'une  $\mu s$ . Toutefois, la connaissance du retard  $\tau_i$  et des paramètres des rampes de tension (durée, amplitude) est suffisante pour accorder la fréquence de l'oscillateur local suffisamment proche de la fréquence de battement et assurer ainsi un accrochage rapide.

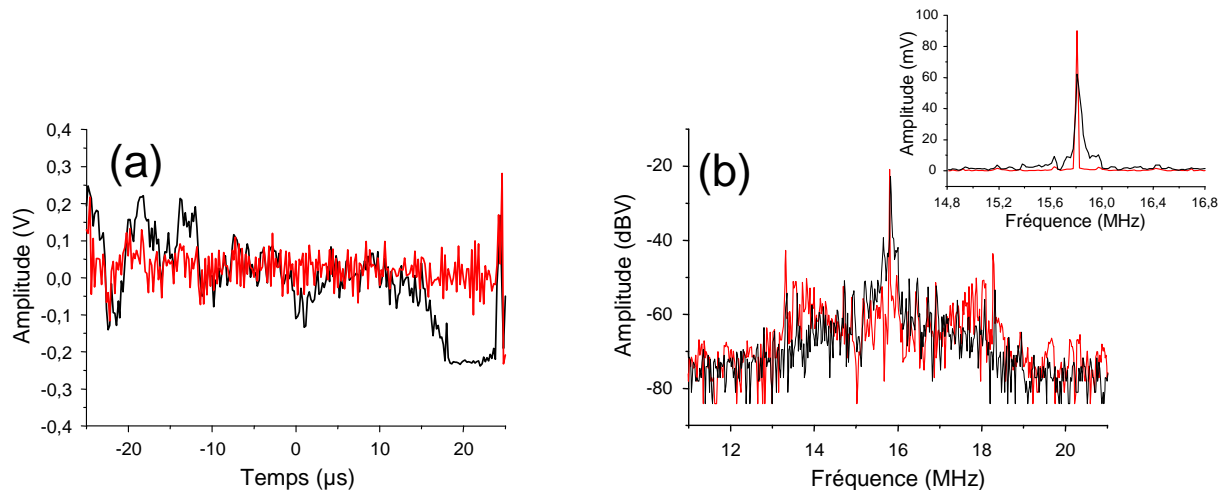


FIG. 4.10 – (a) Signal d'erreur sur la phase du battement pendant un chirp de 50  $\mu s$ . (b) Spectre du battement en dBV. Insert : spectre de battement en échelle linéaire (noir : boucle ouverte ; rouge : boucle fermée).

Penchons-nous à présent sur le spectre de battement. Pour des rampes de 50  $\mu s$ , la largeur du pic de battement est limitée par la résolution de la FFT lorsque la boucle est fermée, c'est à dire ici 20 kHz, au lieu de 100 kHz en boucle ouverte. Le pic de l'insert de la figure 4.10(b) en boucle fermée est décrit par trois points seulement. En échelle logarithmique (figure 4.10(b)) on voit que le bruit est rejeté à plus de 30 dB de la porteuse sur une bande de  $\pm 2,5$  MHz (à part quelques pics), correspondant à la bande passante du filtre. En boucle ouverte, le même spectre révèle la présence de bruit décroissant rapidement. L'écart type du bruit de fréquence calculé à partir de l'équation

(B.17) est réduit d'un facteur 5 sur une bande 10 kHz - 10 MHz en fermant la boucle.

Le principal problème que nous avons relevé au début de cette partie concerne les modulations parasites du balayage induites par les résonances piezoélectriques du cristal électro-optique du laser. Nous avons donc appliqué des rampes sur le cristal électro-optique à des fréquences qui excitent des résonances piezoélectriques. Sur la figure 4.11(a), la fréquence de répétition des rampes est de 23,4 kHz, on constate alors que la résonance de 155 kHz crée une modulation de fréquence. En utilisant la formule (4.2), on remonte à une amplitude de modulation de 800 kHz. Lorsque la boucle est fermée, la modulation est largement réduite. L'amplitude des pics n'est pas clairement mesurable compte tenu de la résolution, mais on peut tout de même majorer l'amplitude de modulation à 100 kHz lorsque le signal est asservi. Par ailleurs, on voit que la puissance présente dans les bandes de modulation se reporte dans la porteuse du battement. A nouveau, la largeur de la porteuse est limitée par la résolution de la FFT en boucle fermée.

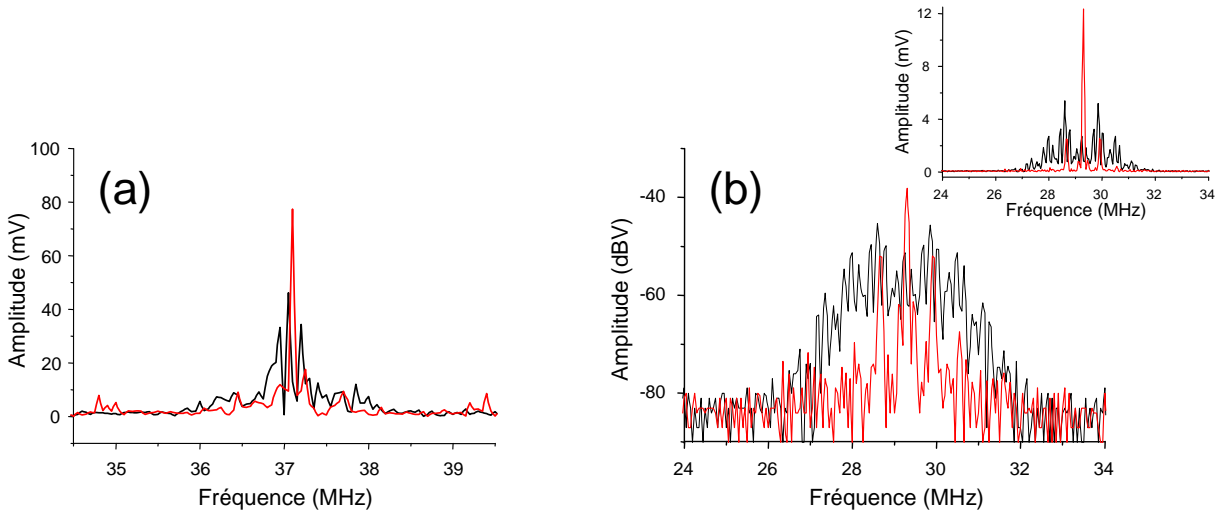


FIG. 4.11 – Spectres de battement modulés par une résonance piezoélectrique du cristal. (a) Rampes de 23,4 kHz. (b) Rampes de 25 kHz. Insert : spectre de battement en échelle linéaire. (noir : boucle ouverte ; rouge : boucle fermée).

Si les rampes de tension sont appliquées sur le cristal à une fréquence de 25 kHz, on excite à la fois la résonance de 155 kHz mais aussi celle de 625 kHz (voir figure 4.11(b)). Dans ce cas, la modulation est tellement forte qu'on parvient à identifier les harmoniques 4 de la résonance de 625 kHz ainsi que des intermodulations entre les deux résonances. Du spectre linéaire présenté en insert, on extrait une amplitude de modulation de 1,5 MHz pour la fréquence de 625 kHz et une amplitude de 500 kHz pour la fréquence de 155 kHz. En fermant la boucle, on retrouve uniquement les fréquences de 625 et 155 kHz, et un niveau de bruit du spectre plat sur la bande de rétroaction. L'amplitude de modula-

tion à 625 kHz est réduite à 150 kHz et celle à 155 kHz est quasiment négligeable. La boucle d'asservissement réduit nettement les erreurs du chirp. L'amplitude résiduelle de la modulation à 625 kHz peut provenir de la forte dispersion de la phase des résonances piezoélectriques, puisqu'elle varie de  $180^\circ$  en moins d'1 kHz. Il faut donc une excellente précision sur la phase pour pouvoir supprimer totalement cette modulation. Notre rapport signal à bruit en entrée du mélangeur est peut être un peu trop faible pour cela. Cependant, dans le cas de rampes de tension appliquées en coup unique, on n'observe quasiment plus de problème de modulation. En effet, il est important de noter que le spectre d'une rampe unique présente des harmoniques beaucoup moins piquées que celui d'un signal électrique triangulaire périodique. De ce fait, elle excite beaucoup moins les résonances piezoélectriques du cristal, et le chirp produit n'est presque plus modulé en fréquence.

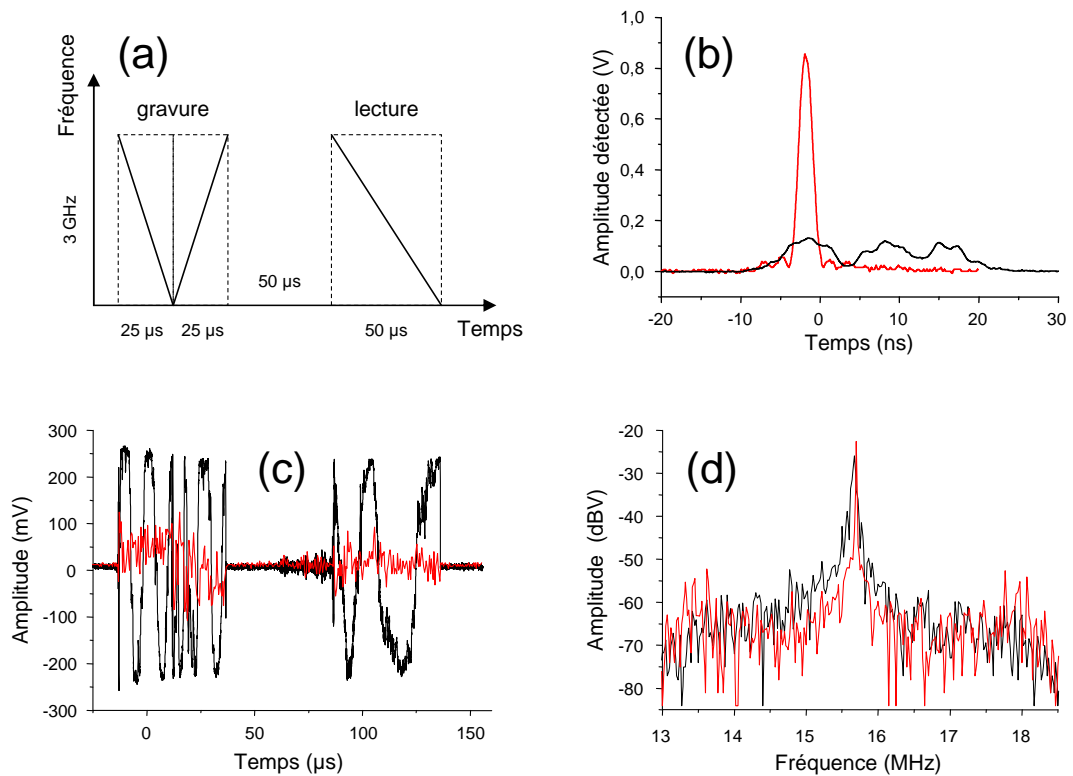


FIG. 4.12 – (a) Séquence d'excitation de l'algorithme de chirp. (b) Signaux détectés en réponse à l'excitation (a) avec et sans asservissement des chirps. (c) Signal d'erreur sur la phase du battement pendant les impulsions de l'algorithme. (d) Spectre du battement en dBV du chirp de lecture (noir : boucle ouverte ; rouge : boucle fermée).

La correction de la boucle semble donc être vraiment efficace dans le maintien de la phase au cours du chirp, ainsi que dans la suppression de parasites autour de la porteuse du



battement. Elle participe ainsi à l'amélioration de la précision du balayage en fréquence. Reste à vérifier que cette précision est suffisante pour l'algorithme de transformation de Fourier de signaux RF. On s'intéresse donc à l'effet de cette boucle dans des expériences typiques réalisées avec notre cristal de Er :YSO. Pour cela, on applique la séquence de la figure 4.12(a). On grave un filtre dispersif avec deux impulsions de  $25 \mu\text{s}$  durant lesquelles la fréquence du laser couvre 3 GHz. Ensuite, on lit ce filtre avec une impulsion de  $50 \mu\text{s}$ . La principale contrainte concerne l'oscillateur local qui doit adapter sa fréquence à la séquence. En effet, le taux de chirp des impulsions de gravure est deux fois plus grand que celui de l'impulsion de lecture (cf partie 1.5.3). La fréquence de démodulation est donc deux fois plus grande à la gravure qu'à la lecture, et la fréquence de l'oscillateur local doit être adaptée dynamiquement selon le cas. Pour cela, nous utilisons un générateur de forme arbitraire Sony-Tektronix AWG520 que nous programmons pour qu'il fournisse deux références pour l'algorithme. Les rampes de tension appliquées sur le cristal et l'AWG sont synchronisées par un générateur de retard Stanford Research System DG 535.

L'impulsion de lecture n'est pas modulée. On doit donc simplement relever la fonction d'appareil de notre analyseur, c'est à dire un sinus cardinal, dont la largeur du lobe principal est inversement proportionnel au temps de lecture. Comme le montre la figure 4.12(b), le spectre généré par notre analyseur sans asservissement ne ressemble en rien à un sinus cardinal. Lorsque la boucle est fermée par contre, le signal est bien la réponse attendue : l'effet de la boucle est indéniable. De plus, la largeur du sinus cardinal correspond à une résolution d'analyse de 20 kHz, limitée par transformée de Fourier. La précision des balayages de la fréquence du laser est donc meilleure que cette résolution. Cette observation confirme le fait que le spectre de battement lorsque la boucle est fermée est meilleur que la résolution de la FFT d'analyse, sans quoi le lobe principal du sinus cardinal obtenu serait plus large.

Si on s'intéresse au signal d'erreur de notre boucle au cours des impulsions, on remarque que la phase du battement évolue largement sur plus de  $\pi$  radians en boucle ouverte (voir figure 4.12(c)). Par contre, la phase du battement reste au voisinage de 0 au cours des trois impulsions lorsque la boucle est fermée. A la gravure, la phase semble suivre une petite variation linéaire, qui peut provenir d'un écart entre la fréquence du battement et la fréquence de référence générée par notre AWG. Néanmoins, cet écart est contenu par la boucle qui offre la précision suffisante pour notre algorithme. Enfin, la figure 4.12(d) présente le spectre de la fréquence de battement pour l'impulsion de lecture. Lorsque la boucle est fermée, le bruit est rejeté à près de 40 dB de la porteuse sur une bande de 5 MHz. Par contre, en boucle ouverte, le spectre présente plus de bruit autour de la porteuse. Le bruit de fréquence et surtout la large variation de phase au cours des chirps expliquent la déformation du spectre généré par notre analyseur sans asservissement.

## 4.2.4 Bilan

Nous venons de présenter la première réalisation expérimentale d'un asservissement de balayages en fréquence d'un laser par une boucle à verrouillage de phase optoélectronique. Cette boucle utilise un interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré qui permet d'extraire les bruits qui dégradent la précision des chirps. L'asservissement est dynamique, c'est à dire qu'il fonctionne à chaque rampe de fréquence du laser. L'accrochage de la boucle a lieu en moins d'une  $\mu s$ , et la rétroaction couvre une bande de 3 MHz, ce qui assure une correction efficace des modulations parasites (induites par les résonances piezoélectriques du cristal du laser) et du bruit technique. La pureté des balayages en fréquence est ainsi suffisamment bonne pour effectuer des transformations de Fourier de signaux RF sur 3 GHz avec une résolution de 20 kHz. La précision relative du balayage est au moins de  $10^{-5}$ , et le laser asservi devient l'outil idéal pour des opérations de traitement de signaux large bande nécessitant des excitations cohérentes.

Le comportement spécifique de notre OCT (laser + interféromètre) n'a pas été entièrement pris en compte pour le développement de notre boucle, notamment dans la conception du filtre de boucle. Pour mieux correspondre à une PLL classique, la dérivation induite par l'interféromètre devrait être compensée par un étage intégrateur sur le filtre de boucle. Ainsi, la correction des bruits techniques à basse fréquence pourrait être améliorée, et l'erreur de phase résiduelle pourrait être diminuée. Par ailleurs, la plage d'accrochage pourrait être augmentée.

Par ailleurs, si nous réussissons à asservir le chirp au cours d'une impulsion, la phase instantanée du laser varie d'une excitation à l'autre. Cette variation s'avère être une grande limite au régime d'accumulation. Pour lever cette contrainte, il faudrait être capable de verrouiller la fréquence du laser sur une référence stable entre deux excitations, à l'aide d'un trou creusé dans le spectre d'absorption du matériau par exemple.

## 4.3 Asservissement de fréquence fixe

### 4.3.1 Contexte

#### Traitement et stockage de l'information quantique

Les ions de terres rares en matrice cristalline offrent des capacités de traitement pour les signaux RF, notamment grâce à leurs propriétés spectrales et leur long temps de cohérence. Mais ces caractéristiques en font également de bons candidats pour le traitement et le stockage de l'information quantique [158]. Les ions peuvent en effet être considérés comme des bits quantiques, ou qubits, dont l'état interne code l'information. Grâce au grand élargissement inhomogène, il est en principe possible de découper de

nombreux qubits dans la bande d'absorption, et ensuite de les faire interagir par couplage dipôle-dipôle [159]. Pour manipuler l'information, le système doit posséder un temps de cohérence de la transition optique assez long. C'est bien le cas des ions de terres rares, et leur temps de vie des cohérences  $T_2$  peut être mis à profit du traitement du qubit, à condition que le laser qui pilote l'ion possède un temps de cohérence plus long que le  $T_2$  de l'ion.

Ensuite, il est possible de stocker des états quantiques de la lumière dans les cohérences Raman d'un système atomique [160]. On dispose alors de mémoires quantiques, qui constituent une brique indispensable pour le calcul, la cryptographie et les télécommunications quantiques. La durée du stockage dépend du temps de vie des cohérences Raman, qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de ms dans les cristaux dopés aux ions de terres rares [161]. Mais il faut également manipuler les cohérences atomiques avec une excellente précision, c'est à dire disposer d'une source ultra-stable.

Les ions présentant les propriétés les mieux adaptées naturellement à ces besoins sont le praséodyme ( $\text{Pr}^{3+}$ ) et l'euprimum ( $\text{Eu}^{3+}$ ). Cependant les longueurs d'onde d'absorption de ces ions se situent vers 606 nm et 580 nm respectivement, et ne sont accessibles que par des lasers à colorant. Or ces lasers ont généralement un spectre d'émission très large, notamment à cause du bruit à haute fréquence généré par le jet de colorant. Ainsi, la stabilisation de telles sources pour affiner la raie sous le kHz est un véritable tour de force, que seuls quelques groupes dans le monde ont réalisé.

Au laboratoire, nous nous sommes concentrés sur l'ion thulium  $\text{Tm}^{3+}$  dont la longueur d'onde d'absorption est à 793 nm, zone du spectre optique facilement accessible par une diode laser. Cet ion possède un temps  $T_2$  pouvant atteindre une centaine de  $\mu\text{s}$ , et offre une structure hyperfine en présence d'un champ magnétique externe, qui est bien adaptée aux mémoires quantiques [162].

### Manipulation et préparation d'un qubit

La manipulation d'un qubit nécessite le contrôle de l'état interne de l'ion. Ce contrôle cohérent passe par le développement de séquences d'excitation, comme le passage adiabatique rapide qui consiste à transférer l'intégralité des populations d'un système atomique dans son état excité avec une seule impulsion balayée en fréquence. Pour que le transfert de population induit par cette excitation soit efficace, la fréquence de Rabi  $\Omega$  de l'impulsion doit vérifier les conditions suivantes [163] :

$$|\Omega|\gamma_h \ll r \ll \frac{|\Omega|^2}{2\pi}, \quad (4.19)$$

où  $\gamma_h$  est la largeur homogène de la transition excitée et  $r$  est le taux de chirp de l'impulsion excitatrice. L'inégalité de droite représente la condition d'adiabaticité. L'expression de

gauche impose quant à elle que le temps de basculement d'un ion soit plus court que le temps de cohérence du système. Cette condition peut se mettre sous la forme

$$\frac{|\Omega|}{r} \ll T_2, \tau_C, \quad (4.20)$$

où  $\tau_C$  est le temps de cohérence de la source. Pour que la cohérence du système soit limitée par le cristal,  $\tau_C$  doit être bien plus grand que le temps de vie des cohérences  $T_2$  de la transition excitée. Dans le cas du  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , le  $T_2$  peut atteindre  $100 \mu\text{s}$  tandis que la source utilisée au laboratoire pour manipuler ces ions possède un temps de cohérence estimé à  $20 \mu\text{s}$  [138]. On constate ainsi que la limite de cohérence provient du laser.

Mais avant de manipuler un qubit, il faut le préparer, c'est à dire découper une classe d'ions dans la bande d'absorption du cristal. Pour cela, on pompe les ions proches de la classe qui nous intéresse en les excitant avec des impulsions balayées en fréquence dont le champ électrique s'annule autour de la classe d'ions que nous souhaitons préserver. Cette excitation est répétée à un taux plus rapide que le taux de relaxation de la transition de manière à blanchir la transition autour du qubit. Mais pour que cette préparation soit efficace, le laser doit être extrêmement stable. Plus précisément, sa gigue en fréquence sur une échelle de temps de l'ordre de  $T_1$  doit être plus petite que la largeur homogène de la transition. Si cette condition n'est pas respectée, alors on comprend que la région spectrale dans laquelle le champ s'annule pour la préparation du qubit change d'une impulsion à l'autre et finalement, toute la transition est blanchie.

En conséquence, la préparation et la manipulation d'un qubit nécessitent une source ultra-stable. Les premières tentatives expérimentales menées au laboratoire ont clairement démontré ce besoin [164]. Pratiquement, la source laser doit disposer d'une largeur de raie jitter inclus inférieure au kHz sur une dizaine de ms. Pour atteindre une telle stabilité, la fréquence du laser doit être asservie.

### 4.3.2 Asservissement en fréquence du laser

#### Méthode de Pound-Drever-Hall

La source laser est une diode en cavité étendue avec un cristal électro-optique de  $\text{LiTaO}_3$  intra-cavité du type de la figure 3.4(a) [134]. Le cristal offre une sensibilité électro-optique  $K_{EO}$  de  $12,5 \text{ MHz/V}$  avec une bande passante de quelques MHz. Comme pour l'asservissement des balayages en fréquence, le laser se comporte comme un oscillateur contrôlé en tension. La stabilité de la source est bien moins bonne que les performances requises pour le contrôle cohérent des ions  $\text{Tm}^{3+}$ . La largeur de raie est estimée à  $20 \text{ kHz}$  [138] et la gigue en fréquence atteint quelques MHz sur un temps de l'ordre de la ms. Le but de l'asservissement en fréquence est de ramener la largeur de raie sous le kHz.

Si de nombreuses méthodes de stabilisation de laser existent [165], la plus performante est la méthode de Pound-Drever-Hall (PDH) [166], qui utilise une cavité Fabry-Perot de haute finesse comme référence de fréquence. De nombreuses réalisations expérimentales ont démontré une largeur de raie sub-kHz, voire sub-Hz à différents types de laser, dont des diodes laser [167, 168]. Il est également possible de référencer la fréquence du laser sur une transition atomique fine, qui peut être celle d'un ion de terres rares dans une matrice cristalline [169].

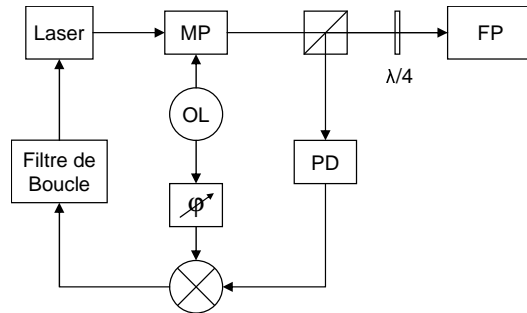


FIG. 4.13 – Principe de fonctionnement d'une boucle d'asservissement de fréquence de type Pound-Drever-Hall (MP : Modulateur de phase; FP : Fabry-Perot de référence; PD : photodiode; OL : oscillateur local).

Le schéma de principe d'une boucle d'asservissement de fréquence de PDH est donné sur la figure 4.13. Le faisceau issu du laser est modulé en phase par un oscillateur local, dont la fréquence  $f_m$  est bien plus grande que la largeur de la résonance de la cavité  $\Delta\nu_{FP}$ . La modulation de phase permet de créer deux bandes latérales autour de la porteuse optique. Lorsque le laser est à résonance avec la cavité, alors les deux bandes latérales de modulations sont directement réfléchies. Sur le détecteur, on mesure l'intensité des interférences entre les deux bandes latérales réfléchies et la porteuse optique qui se trouve réfléchiée et déphasée par la cavité. Ces interférences créent un battement optique qui oscille à la fréquence de la modulation  $f_m$ , et lorsqu'on démodule le signal détecté avec la phase adéquate, on obtient un signal d'erreur avec une plage d'accrochage déterminée par  $f_m$ , et une plage linéaire de rétroaction de l'ordre de  $\Delta\nu_{FP}$ . En choisissant une cavité de haute finesse, on peut alors avoir un discriminateur de fréquence très précis. Enfin, on filtre le signal d'erreur démodulé avant de le renvoyer sur une entrée de contrôle électrique de la fréquence du laser.

### Choix de référence

Comme nous l'avons précisé, la référence de fréquence peut être optique ou atomique. Dans le cas de la manipulation des ions de terres rares, il est possible de tirer profit des

transitions très fines de ces mêmes ions. On asservit alors le laser sur un trou creusé dans le profil d'absorption par le laser lui-même. La fréquence du laser est ainsi asservie de manière absolue par rapport au cristal employé pour les expériences de contrôle cohérent. L'avantage de cette solution par rapport à une cavité de référence est que le cristal est insensible aux perturbations acoustiques ou vibrationnelles. En outre, il est possible d'asservir le laser à une fréquence quelconque dans le spectre d'absorption du cristal. Dans le cas du  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , la largeur inhomogène de 20 GHz offre une grande gamme spectrale, sans avoir à se soucier du pré réglage de la fréquence du laser par rapport à celle de la référence.

Toutefois, le choix de cette référence atomique présente des inconvénients majeurs. Tout d'abord, toute la conception de la boucle nécessite de travailler à des températures cryogéniques pour bénéficier des fines transitions des ions. La température doit être précisément contrôlée pour que la largeur de la transition reste constante, et que l'électronique de la boucle reste bien adaptée, voire optimisée à cette largeur. De plus, il faut veiller à isoler les ions de l'asservissement de ceux de l'expérience. Deux faisceaux sont alors nécessaires, qui peuvent être soit décalés en fréquence, soit séparés spatialement. Pratiquement, cette différenciation se fait à la fois spatialement et spectralement, ce qui oblige à travailler avec deux faisceaux dans le cristal, dont un décalé par un modulateur acousto-optique. Par ailleurs, la transition doit être excitée avec une très faible énergie pour ne pas élargir la transition. La taille du faisceau dans le cristal et la puissance du laser doivent rester constantes. Ensuite, le signal d'erreur est obtenu en transmission, et la photodiode est éclairée par une composante continue importante dans laquelle est noyée la modulation. Le rapport signal à bruit de la détection se place dans un compromis entre une puissance raisonnable pour extraire le signal d'erreur, mais pas trop forte pour ne pas saturer la transition et avoir un bruit de grenaille important à la détection.

Ainsi, la cavité Fabry-Perot s'avère bien moins contraignante pour la mise en œuvre de l'asservissement, en particulier pour une première prise en main. Compte tenu de la largeur de la bande d'absorption du cristal, il est possible de trouver une cavité suffisamment longue pour offrir plusieurs résonances sous la largeur inhomogène. Quant à la stabilité de la référence, il est important de noter que nous désirons ici une stabilité à court terme (dizaine de ms), et une largeur de raie de l'émission laser inférieure au kHz. Une cavité monolithique montée dans un support robuste doit pouvoir remplir ces critères.

### **Cavité Fabry-Perot de haute finesse**

Avant d'établir le signal d'erreur fourni par la cavité et la modulation de phase, nous allons commencer par étudier le comportement d'une cavité Fabry-Perot de haute finesse en réflexion, présentée sur la figure 4.14. La cavité est constituée de deux miroirs

supposés identiques, qui sont caractérisés par leurs coefficients de réflexion  $r_M$  et  $r'_M$ , et de transmission  $t_M$  et  $t'_M$  définis pour le champ lumineux. Dans le cas idéal où les autres pertes sont négligées, et où le couplage avec le mode fondamental de la cavité est parfait, les coefficients vérifient les propriétés suivantes

$$\begin{cases} r_M^2 = r'^2_M = R e^{i\varphi} \\ t_M \cdot t'_M = T e^{i\varphi} \\ R + T = 1 \\ r_M = -r'_M \end{cases} \quad (4.21)$$

où  $\varphi/2$  est le déphasage subi par l'onde à la réflexion,  $R$  et  $T$  sont les coefficients de réflexion de transmission en intensité, respectivement. Notons que les coefficients  $r_M$ ,  $r'_M$ ,  $t_M$  et  $t'_M$  sont complexes, alors que  $R$  et  $T$  sont réels.

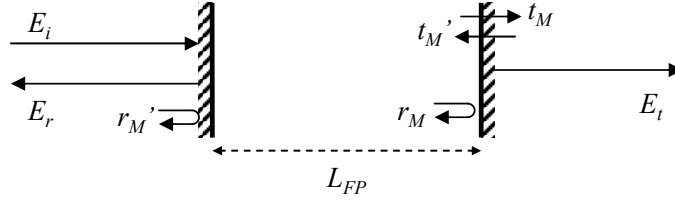


FIG. 4.14 – Cavité Fabry-Perot.

Si  $L_{FP}$  est la longueur de la cavité, alors le temps d'un aller-retour, noté  $\tau_{FP}$  est donné par

$$\tau_{FP} = \frac{2L_{FP}}{c} = \frac{1}{\Delta\nu_{ISL}}, \quad (4.22)$$

où  $\Delta\nu_{ISL}$  est l'intervalle spectral libre de la cavité. La finesse  $\mathcal{F}$  est donnée par le rapport entre  $\Delta\nu_{ISL}$  et la largeur d'une résonance  $\Delta\nu_{FP}$ . Elle peut s'exprimer en fonction du coefficient  $R$  par

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\Delta\nu_{FP}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (4.23)$$

Considérons le champ réfléchi  $E_r(t)$  par la cavité à un instant  $t$ . Ce champ est la somme du champ directement réfléchi par la cavité, et du champ couplé dans la cavité subissant de multiples réflexions, c'est à dire

$$E_r(t) = r'_M \cdot E_i(t) + t_M \cdot t'_M \sum_{n=0}^{\infty} (r_M)^{2n+1} E_i(t - (n+1)\tau_{FP}). \quad (4.24)$$

On peut développer cette expression pour faire apparaître une réponse percussive de la cavité  $R_{FP}(t)$  en réflexion

$$\begin{aligned} E_r(t) &= r_M \left[ -\delta(t) + T e^{i\varphi} \sum_{n=0}^{\infty} (R e^{i\varphi})^n \delta(t - (n+1)\tau_{FP}) \right] \otimes E_i(t) \\ &\equiv R_{FP}(t) \otimes E_i(t). \end{aligned} \quad (4.25)$$

On peut ensuite calculer la fonction de transfert de la cavité  $\tilde{R}_{FP}(f)$ , qui est la transformée de Fourier de  $R_{FP}(t)$ . Il vient alors

$$\tilde{R}_{FP}(\nu) = \sqrt{R} \left( \frac{\exp(-2\pi i \nu \tau_{FP} + i\varphi) - 1}{1 - R \exp(-2\pi i \nu \tau_{FP} + i\varphi)} \right). \quad (4.26)$$

Si on considère que la fréquence du laser  $\nu$  est proche d'une résonance  $\nu_{FP}$ , on peut écrire  $\nu = \nu_{FP} + f$ . A résonance, on a  $2\pi \nu_{FP} \tau_{FP} - \varphi = 2p\pi$  ( $p$  entier), et il reste pour la fonction de transfert  $\tilde{R}_{FP}(f)$

$$\tilde{R}_{FP}(f) = \sqrt{R} \left( \frac{\exp(-2\pi i f \tau_{FP}) - 1}{1 - R \exp(-2\pi i f \tau_{FP})} \right). \quad (4.27)$$

En supposant que les fluctuations de fréquence  $f$  restent proches de la résonance ( $f\tau_{FP} \ll 1$ ), la fonction de transfert  $\tilde{R}_{FP}(f)$  devient

$$\tilde{R}_{FP}(f) = \sqrt{R} \left( \frac{-2\pi i f \tau_{FP}}{1 - R + 2\pi i R f \tau_{FP}} \right). \quad (4.28)$$

En injectant maintenant les équations (4.22) et (4.23) pour exprimer  $\tau_{FP}$  en fonction de la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité, et en considérant que la finesse de la cavité est grande ( $R \sim 1$ ) on arrive finalement à l'expression

$$\tilde{R}_{FP}(f) = \frac{-2if/\Delta\nu_{FP}}{1 + 2if/\Delta\nu_{FP}} \quad (4.29)$$

### Signal d'erreur de Pound-Drever-Hall

Considérons à présent le laser modulé en phase incident sur la cavité Fabry-Perot. Le champ électrique lumineux modulé s'écrit

$$E_i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} \exp(2\pi i \nu_0 t + \beta \sin(2\pi f_m t)) + c.c. \quad (4.30)$$

$\beta$  est la profondeur de modulation de la phase, exprimée en radian. L'argument modulé peut se développer en une série de fonctions de Bessel du premier ordre  $J_n(\beta)$ . Si  $\beta$  est suffisamment faible pour ne garder que les ordres  $n = 0, \pm 1$ , l'expression du champ devient

$$E_i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t} (J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{2\pi i f_m t} - J_1(\beta) e^{-2\pi i f_m t}) + c.c. \quad (4.31)$$



La modulation fait donc apparaître deux bandes latérales à  $\pm f_m$  de la porteuse optique, de signes opposés. Le champ réfléchi par la cavité Fabry-Perot s'écrit alors

$$\begin{aligned}
 E_r(t) &= R_{FP}(t) \otimes E_i(t) \\
 &= \frac{\mathcal{E}_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{2\pi i \nu_0 (t-t')} \times \\
 &\quad \left( J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{2\pi i f_m (t-t')} - J_1(\beta) e^{-2\pi i f_m (t-t')} \right) dt' + c.c.
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

En développant cette expression, on se ramène à

$$\begin{aligned}
 E_r(t) &= \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t} \times \left[ J_0(\beta) \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{-2\pi i \nu_0 t'} dt' + \right. \\
 &\quad J_1(\beta) e^{2\pi i f_m t} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{-2\pi i (\nu_0 + f_m) t'} dt' - \\
 &\quad \left. J_1(\beta) e^{-2\pi i f_m t} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{-2\pi i (\nu_0 - f_m) t'} dt' \right] + c.c.
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

On reconnaît dans chacune des trois intégrales les transformées de Fourier de  $R_{FP}(t)$  prises en  $\nu_0$  et  $\nu_0 \pm f_m$ , c'est à dire les fonctions de transfert  $\tilde{R}_{FP}(\nu_0)$  et  $\tilde{R}_{FP}(\nu_0 \pm f_m)$ . Le champ  $E_r(t)$  correspond à la somme des composantes à  $\nu_0$  et  $\nu_0 \pm f_m$  pondérées par la fonction de transfert de la cavité à ces fréquences.

L'intensité détectée  $I_d(t)$  par la photodiode de la figure 4.13 est le carré du module de  $E_r(t)$ , qu'on peut mettre sous la forme

$$\begin{aligned}
 I_d(t) &= I_0 \left[ J_0(\beta)^2 \left| \tilde{R}_{FP}(\nu_0) \right|^2 + J_1(\beta)^2 \left( \left| \tilde{R}_{FP}(\nu_0 + f_m) \right|^2 + \left| \tilde{R}_{FP}(\nu_0 - f_m) \right|^2 \right) \right. \\
 &\quad + 2J_0(\beta)J_1(\beta) \Re \left( \tilde{R}_{FP}(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0 + f_m) - \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}(\nu_0 - f_m) \right) \cos 2\pi f_m t \\
 &\quad + 2J_0(\beta)J_1(\beta) \Im \left( \tilde{R}_{FP}(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0 + f_m) - \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}(\nu_0 - f_m) \right) \sin 2\pi f_m t \\
 &\quad \left. - 2J_1(\beta)^2 \Re \left( \tilde{R}_{FP}(\nu_0 + f_m) \cdot \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0 - f_m) \right) \cos 4\pi f_m t \right],
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

avec  $I_0 = |\mathcal{E}_0/2|^2$ , et où  $\Re$  et  $\Im$  représentent les parties réelle et imaginaire respectivement.

Le signal détecté se compose d'une partie continue, contenant les puissances de la porteuse et des bandes latérales, de deux signaux oscillant à  $f_m$  en quadrature de phase, et d'un signal oscillant à  $2f_m$ . Après détection, les parties continue et oscillant à  $2f_m$  sont filtrées par l'électronique de la boucle, pour ne conserver que les deux composantes à  $f_m$ . A la démodulation, on peut ne sélectionner qu'une seule des deux quadratures en ajustant la phase de l'oscillateur local. Ces deux quadratures ont une amplitude qui dépend de la fonction de transfert de la cavité. La figure 4.15 représente la variation de ces amplitudes en fonction du désaccord de la fréquence laser  $\nu_0$  par rapport à une résonance. On constate que ces deux fonctions d'amplitude sont bien différentes. En particulier, le

terme en cosinus reste quasiment nul à proximité de la résonance, tandis que le terme en sinus varie rapidement. Sur ce terme également, le signe de la correction reste le même sur une plage de  $\pm f_m$  autour de la résonance. Cette caractéristique offre une plage d'accrochage de  $2f_m$  pour la boucle d'asservissement [166].

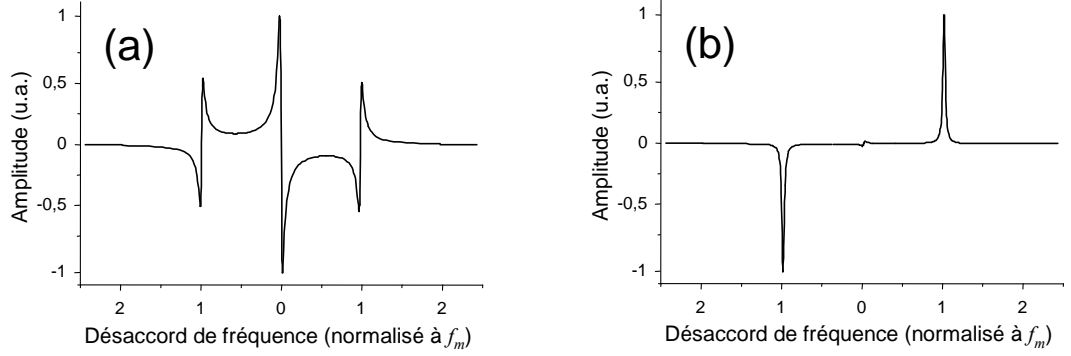


FIG. 4.15 – Variation de l'amplitude des signaux de Pound-Drever-Hall en quadrature en fonction du désaccord entre la fréquence du laser et la résonance : (a) terme en  $\sin 2\pi f_m t$  ; (b) terme en  $\cos 2\pi f_m t$ .

Intéressons-nous maintenant au cas où le laser est proche d'une résonance de la cavité. Si la fréquence de modulation vérifie  $\Delta\nu_{FP} \ll f_m \ll \Delta\nu_{ISL}$ , alors  $\tilde{R}_{FP}(\nu_0 \pm f_m) \sim -1$ . En réinjectant l'expression (4.29) de  $\tilde{R}_{FP}(\nu_0)$ , on a alors

$$\tilde{R}_{FP}(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0 + f_m) - \tilde{R}_{FP}^*(\nu_0) \cdot \tilde{R}_{FP}(\nu_0 - f_m) \sim \frac{2i\Delta\nu/\Delta\nu_{FP}}{1 + 4(\Delta\nu/\Delta\nu_{FP})^2}, \quad (4.35)$$

où  $\Delta\nu$  représente le désaccord entre la fréquence du laser et la résonance considérée. On retrouve le fait que terme en cosinus est nul lorsque le laser est proche d'une résonance. A l'inverse, le terme en sinus varie en fonction du désaccord  $\Delta\nu$ . Après filtrage de la composante continue et du signal oscillant à  $2f_m$ , il ne reste que

$$s(t) = -2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{2\Delta\nu/\Delta\nu_{FP}}{1 + 4(\Delta\nu/\Delta\nu_{FP})^2} \sin 2\pi f_m t. \quad (4.36)$$

Pour démoduler ce signal, on utilise l'oscillateur local, dont on ajuste la phase pour envoyer sur le mélangeur un signal  $u_{OL}(t) = \sin 2\pi f_m t$ . Le choix de la phase permet de sélectionner le terme en sinus dans les expressions (4.34) et (4.36). Comme dans le cas de la PLL, nous allons retrouver en sortie de mélangeur un signal continu et un signal oscillant à  $2f_m$ . Ce dernier est éliminé pour ne conserver que la composante continue et le signal d'erreur s'exprime finalement

$$u = -2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{2\Delta\nu/\Delta\nu_{FP}}{1 + 4(\Delta\nu/\Delta\nu_{FP})^2}. \quad (4.37)$$

Si le désaccord est très petit, alors on peut approximer le dénominateur à 1, et l'amplitude du signal d'erreur est proportionnel à  $\Delta\nu$ . On dispose ainsi d'un discriminateur de fréquence pour corriger les fluctuations du laser. La pente du signal dépend directement de la largeur de la résonance  $\Delta\nu_{FP}$ , que l'on a intérêt à choisir fine pour que l'asservissement soit serré. Par ailleurs, l'amplitude du signal d'erreur dépend également de la profondeur de modulation  $\beta$ . La valeur maximisant le produit  $J_0(\beta)J_1(\beta)$  est de l'ordre de 1 radian.

### Signal d'erreur et bruit de phase du laser

Les équations précédentes ont été obtenues en considérant un laser monochromatique opérant à fréquence fixe  $\nu_0$ . Nous allons reprendre ces équations dans le cas où le laser est affecté par un bruit de phase. Pour cela, nous ajoutons un terme  $\phi(t)$  dans la phase du champ incident  $E_i(t)$ . L'équation (4.31) devient alors

$$E_i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t + i \phi(t)} (J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{2\pi i f_m t} - J_1(\beta) e^{-2\pi i f_m t}) + c.c. \quad (4.38)$$

Nous considérons que la fonction  $\phi(t)$  est un processus aléatoire gaussien centré et à valeurs réelles. De plus, nous nous plaçons directement dans le cas où le laser est proche d'une résonance, et que les bandes latérales créées par la modulation de phase sont réfléchies ( $\tilde{R}_{FP}(\nu_0 \pm f_m) = -1$ ). Dans ce cas, on peut écrire le champ  $E_r(t)$  comme

$$E_r(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t + i \phi(t)} \times [J_0(\beta) \Psi(t) - J_1(\beta) e^{2\pi i f_m t} + J_1(\beta) e^{-2\pi i f_m t}] \quad (4.39)$$

avec  $\Psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{-2\pi i \nu_0 t'} e^{-i(\phi(t) - \phi(t-t'))} dt'$ .

On se ramène au cas du laser monochromatique, mais la réponse de la cavité Fabry-Perot  $R_{FP}(t)$  est remplacée par la fonction  $\Psi(t)$ . Si on considère ensuite le signal détecté, filtré puis démodulé à  $f_m$  avec la quadrature en sinus, il reste alors de la même manière que pour l'étude précédente

$$u(t) = 2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \Im(\Psi(t)). \quad (4.40)$$

Lorsque le laser est asservi, d'une part, sa fréquence est exactement à résonance avec la cavité; d'autre part, on peut considérer que le bruit de phase est petit ( $\phi(t) \ll 1$ ), ce qui revient à dire que le temps de cohérence du laser est très grand devant le temps de vie des photons de la cavité. La fonction  $\Psi(t)$  peut donc se développer ainsi :

$$\Psi(t) = (1 - i\phi(t)) \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') e^{-2\pi i \nu_0 t'} dt' + i \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FP}(t') \phi(t-t') e^{-2\pi i \nu_0 t'} dt'. \quad (4.41)$$

Le premier terme contient la réponse  $\tilde{R}_{FP}(\nu_0)$  qui est nulle puisque le laser est à résonance. Il ne reste donc que le second terme qui est le produit de convolution entre la réponse

$R_{FP}(t')e^{-2\pi i\nu_0 t'}$  et le bruit de phase  $\phi(t)$ . Pour faire apparaître la partie imaginaire de cette convolution, on écrit

$$u(t) = 2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t-t') \frac{R_{FP}(t')e^{-2\pi i\nu_0 t'} + c.c.}{2} dt'. \quad (4.42)$$

Cette convolution filtre les bruits de phase. Nous allons donc calculer la transformée de Fourier du signal d'erreur  $\tilde{u}(f)$ . Dans l'espace de Fourier, la convolution devient un produit simple, et il vient

$$\tilde{u}(f) = I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \tilde{\phi}(f) \left( \tilde{R}_{FP}(f + \nu_0) + \tilde{R}_{FP}^*(-f + \nu_0) \right). \quad (4.43)$$

Du fait que  $\phi(t)$  est réel, alors  $\tilde{\phi}(f) = \tilde{\phi}^*(-f)$ . En ce qui concerne  $\tilde{R}_{FP}(f)$ , l'expression (4.29) indique que  $\tilde{R}_{FP}^*(f) = \tilde{R}_{FP}(-f)$ . On peut donc procéder à des simplifications. Par ailleurs, pour nous intéresser aux fluctuations de la fréquence du laser plutôt qu'à celles de la phase, nous pouvons utiliser la propriété  $\tilde{\phi}(f) = \tilde{\nu}(f)/if$ . L'expression du spectre du signal d'erreur  $\tilde{u}(f)$  en fonction du spectre des variations de la fréquence du laser  $\tilde{\nu}(f)$  devient finalement

$$\tilde{u}(f) = 2I_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{2}{\Delta\nu_{FP}} \frac{1}{1 + 2if/\Delta\nu_{FP}} \tilde{\nu}(f). \quad (4.44)$$

On montre ainsi que la cavité en réflexion se comporte comme un filtre passe-bas du premier ordre pour les fluctuations de la fréquence du laser, avec une fréquence de coupure égale à  $\Delta\nu_{FP}/2$ . Ce résultat peut s'interpréter par la ressemblance entre la fonction de transfert lorentzienne d'un filtre passe-bas et la fonction d'Airy d'une résonance d'un Fabry-Perot. Cette dernière équation est obtenue au prix de nombreuses hypothèses, concernant notamment la fréquence du laser : elle doit en effet être exactement à résonance avec le Fabry-Perot, et présenter des fluctuations bien plus petites que la largeur de la résonance sur laquelle elle est asservie. Ces deux hypothèses doivent précisément être vérifiées lorsque l'asservissement fonctionne.

Le comportement équivalent que nous venons de montrer est très important pour le reste de la conception de la boucle, et plus particulièrement pour le filtre de boucle. Nous aurons l'occasion d'y revenir. Mais elle montre d'ores et déjà qu'un Fabry-Perot *en réflexion* ne limite pas la bande passante de l'asservissement, même lorsque la finesse est très grande [166]. En effet, le déphasage induit par un filtre passe-bas du premier ordre évolue entre 0 et  $-\pi/2$ . On peut donc la compenser par des cellules électroniques adaptées. Ce n'est par contre pas le cas lorsque le Fabry-Perot est utilisé en transmission car dans ce cas le filtre est du second ordre [170], et la phase descend alors à  $-\pi$ .

De plus, l'expression (4.44) nous donne un moyen précieux d'extraire la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence  $S_\nu(f)$  à partir de celle du signal d'erreur  $S_u(f)$ .

Si on écrit  $U_0 = 2I_0J_0(\beta)J_1(\beta)$ , c'est à dire l'amplitude crête à crête du signal d'erreur que nous pouvons aisément relever expérimentalement, alors on arrive à la relation

$$S_\nu(f) = \frac{\Delta\nu_{FP}^2}{4} \left( 1 + \left( \frac{2f}{\Delta\nu_{FP}} \right)^2 \right) \frac{S_u(f)}{U_0^2}. \quad (4.45)$$

Bien entendu, cette relation n'est valable qu'à condition que le bruit détecté dans le signal d'erreur ne code que le bruit de fréquence du laser, et non celui d'intensité par exemple.

### 4.3.3 Réalisation expérimentale

L'étude théorique de la méthode de Pound-Drever-Hall que nous venons de donner nous permet de mieux appréhender la conception de la boucle d'asservissement. Celle-ci doit stabiliser une diode laser en cavité étendue fonctionnant à 793 nm, dans laquelle est placé un cristal électro-optique qui rend la fréquence du laser accordable [134]. On peut donc considérer le laser comme un oscillateur contrôlé en tension avec une sensibilité de 12,5 MHz/V.

#### Composants optiques

L'étude du signal d'erreur nous a révélé des points importants pour la mise en place de la boucle. Le schéma synoptique de la figure 4.13 doit être étoffé pour sa mise en place expérimentale, comme le montre la figure 4.16. Du fait qu'on travaille avec la cavité en réflexion, le laser doit être protégé des réflexions de la cavité, pour éviter d'en perturber le fonctionnement. On place donc un isolateur optique de 60 dB (Isowave I80SD5M). A la sortie de celui-ci, on prélève une partie du faisceau par une lame séparatrice. Une dizaine de mW est dirigée vers l'expérience, tandis que quelques centaines de  $\mu$ W suffisent pour l'asservissement.

Ensuite, le faisceau passe par le modulateur de phase (New Focus 4003) qui est piloté par l'oscillateur local. Le modulateur est constitué d'un cristal électro-optique et d'un filtre électronique résonant à 20 MHz. Pour obtenir une modulation de phase pure sans modulation d'intensité résiduelle, le faisceau laser doit être polarisé linéairement, selon une direction précise. En sortie d'isolateur, la polarisation est rectiligne, et pour en régler l'orientation, on place une lame  $\lambda/2$  avant le modulateur. Comme nous l'avons vu précédemment, la profondeur de modulation  $\beta$  optimale pour le signal d'erreur est de 1 radian. Pour alimenter le modulateur avec la puissance électrique adéquate, on observe le spectre modulé à travers un Fabry-Perot d'analyse, qui présente bien deux bandes de modulation de part et d'autre de la porteuse, située à 20 MHz. On ajuste la tension de commande pour que la hauteur relative des bandes latérales corresponde à une modula-

tion de 1 radian. On relève finalement une puissance de 22 dBm, c'est à dire 8 V crête à crête.

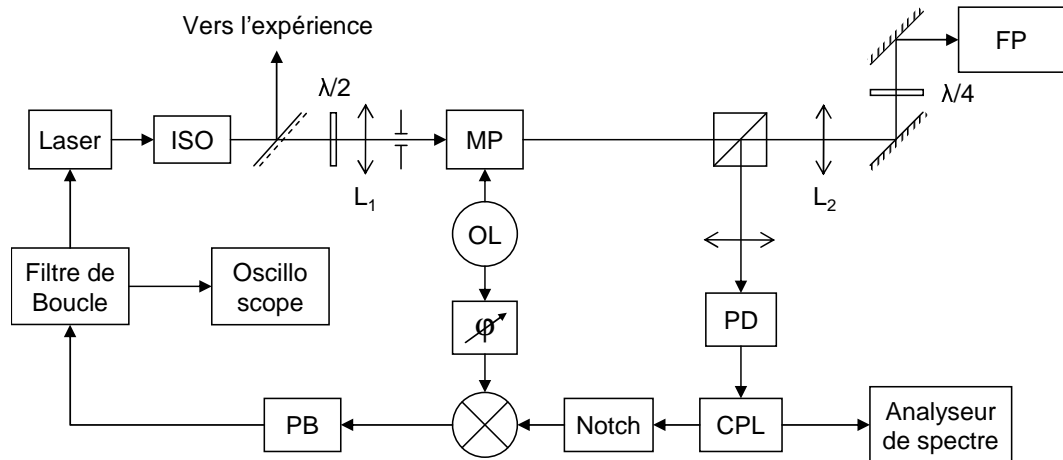


FIG. 4.16 – Schéma expérimental complet de la boucle d'asservissement de fréquence de type Pound-Drever-Hall (ISO : isolateur optique ; MP : modulateur de phase ;  $L_1$ ,  $L_2$  : lentilles d'injection ; FP : Cavité Fabry-Perot ; PD : photodiode ; CPL : coupleur RF 10 dB ; OL : oscillateur local ; PB : filtre passe bas).

On peut ensuite coupler le faisceau dans le Fabry-Perot de référence. Ce dernier est un modèle de REO qui présente un intervalle spectral libre de 1,5 GHz et une finesse de 4500 à 830 nm. La cavité est composée de deux miroirs diélectriques à très haute réflectivité, de 50 cm de rayon de courbure fixés sur un support en verre ULE (pour *Ultra-Low Expansion*) de 10 cm de long. On dispose ainsi d'une structure monolithique, très peu sensible aux variations de température (le coefficient de dilatation thermique de l'ULE est l'ordre de  $10^{-9} \text{ K}^{-1}$ ), offrant suffisamment de résonances sous la bande d'absorption du cristal de Tm :YAG ( $\gamma_{inh} \sim 20 \text{ GHz}$ ). Pour assurer une bonne isolation aux perturbations acoustiques et vibrationnelles, la cavité est posée sur des bandes de caoutchouc, dans un boîtier fermé en laiton d'un cm d'épaisseur. Un télescope constitué des deux lentilles  $L_1 = 40 \text{ cm}$  et  $L_2 = 15 \text{ cm}$  (voir figure 4.16) adapte la taille du faisceau en sortie du laser au mode fondamental de la cavité, afin d'assurer un bon couplage du faisceau dans la cavité. On place également un iris pour filtrer spatialement le faisceau laser. Enfin, l'alignement du faisceau dans la cavité est réalisé par deux miroirs placés en vis à vis.

En appliquant des rampes de tension sur le cristal électro-optique du laser, on peut étudier la réponse du Fabry-Perot. Lorsque le couplage est optimisé, on relève le spectre en transmission de la figure 4.16. En appliquant des rampes de 150 V, on balaye la fréquence du laser sur 1,9 GHz environ, ce qui permet de couvrir un intervalle spectral

libre de la cavité. On obtient bien les deux pics du mode fondamental  $TEM_{00}$ . On distingue également les deux modes pairs supérieurs. De ce spectre, on estime un couplage dans le mode fondamental supérieur à 50 %.

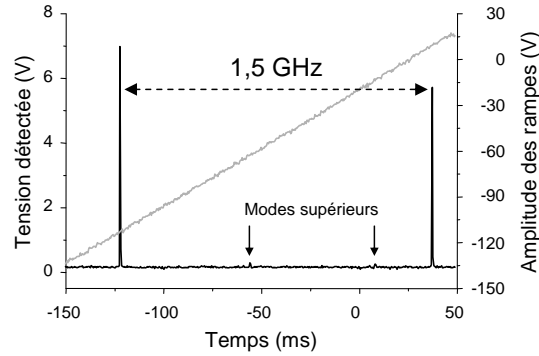


FIG. 4.17 – Spectre transmis par la cavité Fabry-Perot de référence lorsque la fréquence du laser est balayée sur 1,9 GHz en 200 ms.

Une caractéristique fondamentale de la cavité de référence à mesurer est sa finesse. Connaissant l'intervalle spectral libre de la cavité, on peut ainsi remonter à la largeur d'une résonance  $\Delta\nu_{FP}$ . Comme nous l'avons vu, le Fabry-Perot en réflexion se comporte comme un filtre passe-bas du premier ordre pour les fluctuations de fréquence du laser lorsque celui est à résonance. La fréquence de coupure équivalente est  $\Delta\nu_{FP}/2$ . Il est donc primordial d'évaluer la finesse pour la conception de l'électronique de la boucle. On utilise une méthode de réponse transitoire [171], qui consiste à éclairer le Fabry-Perot avec un laser dont la fréquence est balayée linéairement avec un taux  $r$  vérifiant  $\sqrt{r} \gg \Delta\nu_{FP}$ . On observe alors des signaux en réflexion du type de celui de la figure 4.18(a), qui correspond à des interférences entre la fréquence instantanée du laser et le faisceau stocké dans la cavité. En relevant les intensités des premières oscillations  $I_1$  et  $I_2$ , et le temps  $\Delta t$  qui les sépare, on peut remonter à la finesse de la cavité. La figure 4.18(b) présente ces résultats pour différentes vitesses de balayage  $r$ .

En comparant ces résultats à ceux d'abaques, on estime la finesse de la cavité à environ 3000. Cette valeur est sensiblement différente de celle annoncée par le constructeur. Néanmoins, le traitement haute réflectivité des miroirs est centré vers 820 nm tandis que notre longueur d'onde de travail est de 793 nm. Ainsi, la réflectivité moyenne des miroirs passe de 99,93 % à 99,9 % entre 820 nm et 793 nm d'après la documentation fournie par REO. La finesse de la cavité calculée par l'équation (4.23) passe ainsi de 4500 à 3100 environ, et ce résultat est plus cohérent avec les valeurs mesurées. Compte tenu de l'intervalle spectral libre de 1,5 GHz, on en déduit une largeur à mi-hauteur des résonances  $\Delta\nu_{FP}$  de l'ordre de 500 kHz.

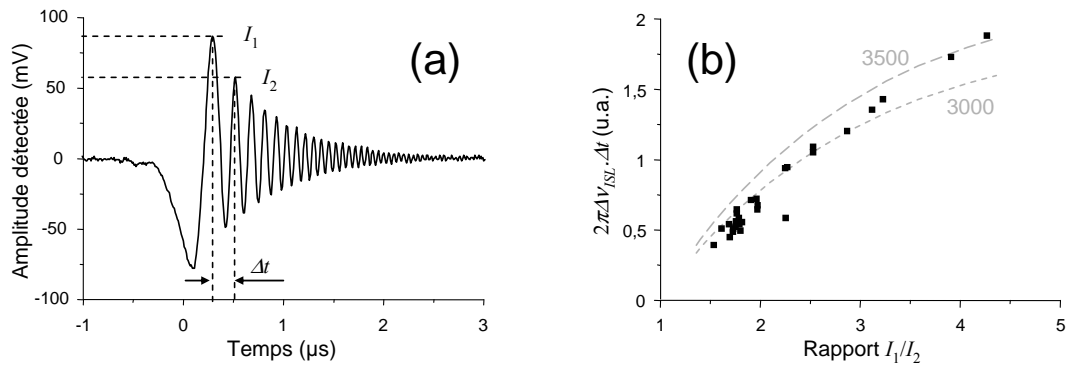


FIG. 4.18 – (a) Exemple de signal réfléchi par la cavité lorsque la fréquence du laser incident passe rapidement à résonance. (b) Mesure de la finesse de la cavité Fabry-Perot de référence (points : résultats expérimentaux ; lignes grises : abaques pour une cavité de finesse 3000 et 3500).

L'interface entre la partie optique et le traitement électronique du signal d'erreur se fait par la photodiode. Cette dernière doit avoir une bande passante suffisante pour détecter le signal oscillant à  $f_m = 20$  MHz. Mais elle doit également offrir un rendement de conversion élevé et un niveau de bruit faible. En effet, l'amplitude du signal est proche de 0 lorsque la boucle est verrouillée. La photodiode doit donc être capable de détecter de très faibles variations de puissance optique sans qu'elles soient noyées dans le bruit. Pour respecter ces critères, nous avons choisi une photodiode EOT-2030A. C'est une photodiode préamplifiée, dont la bande passante va de 75 kHz à plus d'1 GHz. Le couplage capacitif élimine directement la composante continue du signal détecté (cf équation (4.34)). Le rendement à la détection est de 500 V/W et la puissance équivalente de bruit est tellement faible que l'amplitude de bruit est inférieure au bruit de quantification de l'oscilloscope sur une bande de 300 MHz.

### Composants électroniques

Une fois le signal optique détecté et converti en signal électrique, il faut le filtrer puis le démoduler avant le filtre de boucle. Une première cellule de filtrage est placée en amont de la démodulation pour éliminer la composante oscillant à  $2f_m$ . Ce filtre doit être très piqué en amplitude et en phase de manière à rejeter efficacement le 40 MHz, sans déphaser le signal autour de la modulation à 20 MHz. La structure utilisée est un filtre anti-résonant de type notch coupant à 40 MHz dont le schéma électrique est donné sur la figure 4.19(a).

La fréquence de résonance  $f_r$  et le facteur qualité  $Q$  sont donnés par les relations



suivantes

$$\begin{cases} f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'}} \\ Q = 4R\sqrt{C'/L} \end{cases} \quad (4.46)$$

où  $C' = C + C_{var}$ . On remarque que le facteur de qualité est indépendant de la fréquence de réjection via la résistance  $R$ . On peut en théorie la choisir aussi forte que l'on souhaite, mais en pratique sa valeur doit être limitée pour ne pas avoir de résistance de charge trop forte. Avec les valeurs présentées sur la figure 4.19(a), on relève les réponses en amplitude et en phase de la figure 4.19(b). Le condensateur variable  $C_{var}$  en parallèle permet d'ajuster la fréquence de rejet à la valeur désirée. La réjection à 40 MHz est de plus de 20 dB. La réponse autour de 20 MHz est quant à elle plate en amplitude, et la variation de phase est de l'ordre de  $10^\circ$  sur  $\pm 5$  MHz.

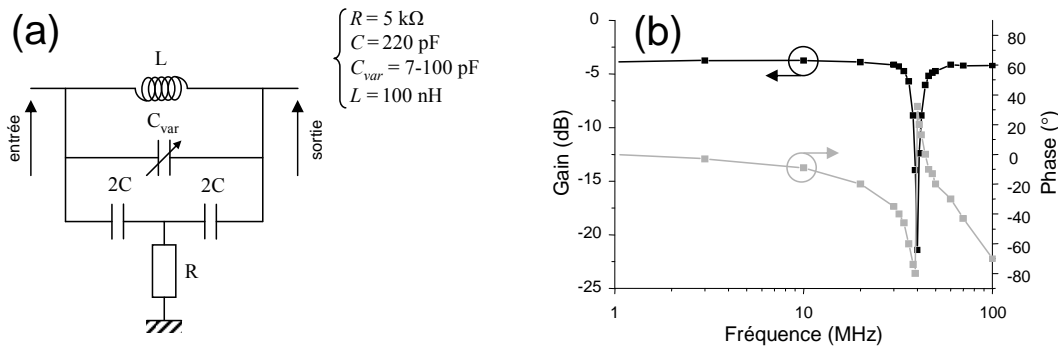


FIG. 4.19 – (a) Schéma électrique du filtre de réjection de la fréquence  $2f_m$ . (b) Diagrammes de Bode du filtre (noir : gain ; gris : phase).

Après le filtrage des composantes à  $2f_m$ , le signal détecté ne contient plus que les deux termes oscillant à  $f_m$  en quadrature. Ce signal est démodulé à l'aide de l'oscillateur local, et on ne retient que la quadrature en sinus en ajustant la phase de la démodulation. Cet ajustement est directement implanté dans l'oscillateur local que nous avons commandé à Laserlabs spécialement pour cet asservissement. On dispose donc d'un oscillateur à 20 MHz à deux sorties (l'une de puissance pour le modulateur de phase, et l'autre pour la démodulation), dont la phase relative peut être ajustée sur près de  $180^\circ$ .

Pour la démodulation on utilise un mélangeur, c'est à dire un multiplieur analogique. Contrairement au rôle qu'il tient dans une PLL, le mélangeur sert ici simplement à démoduler, et non à comparer la phase entre les deux entrées pour établir un signal d'erreur. La phase et la fréquence des entrées sont fixes. Par contre, l'amplitude du signal détecté varie en fonction du désaccord de fréquence entre le laser et la résonance sur laquelle il est asservi. Le choix du mélangeur se base donc essentiellement sur les pertes de conversion, qui doivent être les plus petites possibles. En outre, la bande passante d'entrée

doit passer la fréquence  $f_m$ , et celle de sortie ne doit pas couper le continu. Notre choix s'est porté sur le mélangeur Minicircuits ZFM-3, qui présente un facteur de pertes  $K_m$  inférieur à 5 dB.

Comme pour la PLL, la sortie du mélangeur contient le signal d'erreur en bande de base, ainsi que un signal oscillant à  $2f_m$ , qu'on élimine par un filtre passe-bas. Pour disposer d'une bonne coupure à 40 MHz, et une réponse en phase aussi plate que possible sur quelques MHz de bande, nous avons réalisé un filtre de type Tchebychev d'ordre 5 coupant à 10 MHz, dont le schéma électrique et les diagrammes de Bode sont donnés sur la figure 4.20. On constate une légère résonance de la réponse en amplitude à quelques MHz, et la phase chute de  $40^\circ$  sur 3 MHz de bande.

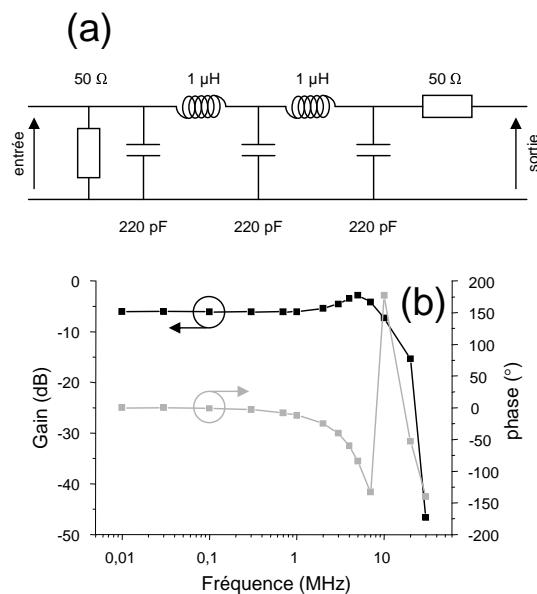


FIG. 4.20 – (a) Schéma électrique du filtre passe bas de démodulation. (b) Diagrammes de Bode du filtre (noir : gain ; gris : phase).

### Conception du filtre

A présent que le signal est démodulé, nous pouvons commencer la conception du filtre de boucle. Comme dans le cas de la PLL, ce filtre fixe les principales caractéristiques de la boucle (bande passante et stabilité). Avant cela, nous pouvons observer les signaux typiques de Pound-Drever-Hall. On applique des rampes de tension sur le cristal électro-optique du laser de manière à balayer la fréquence sur quelques dizaines de MHz. On détecte le signal réfléchi par la cavité autour d'une résonance, et on le démodule avec l'oscillateur local dont on ajuste la phase. On relève alors les signaux de la figure 4.21. On reconnaît bien les formes typiques des deux quadratures de la figure 4.15. Bien évidemment,

pour refermer la boucle, on règle la phase de la démodulation pour avoir la composante en sinus de la figure 4.21(a).

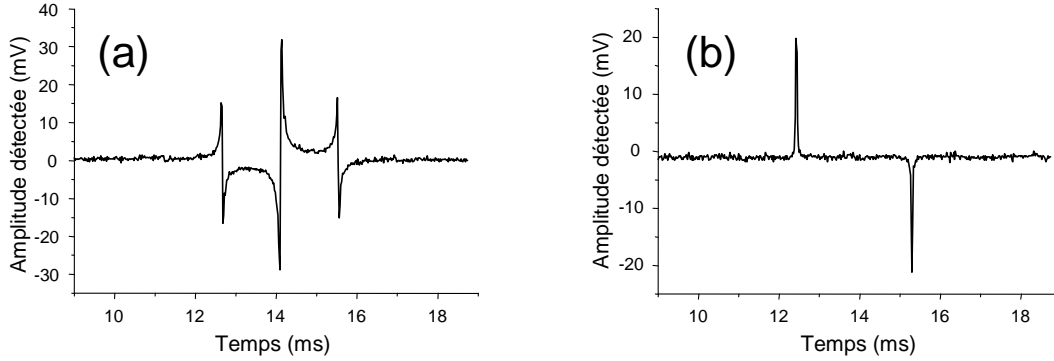


FIG. 4.21 – Signaux d’erreur démodulés. Quadratures en (a) sinus et (b) cosinus.

Les bruits de fréquence affectant le laser sont supposés suivre une loi en  $1/f$  [120]. La bande passante de bruit technique s’étend généralement sur quelques centaines de kHz, comme nous avons pu le voir dans le chapitre sur les lasers. Pour corriger efficacement ces bruits techniques, la bande passante de rétroaction doit être de l’ordre du MHz. Par ailleurs, il faut placer le maximum de gain à basse fréquence, ce qui signifie que la fonction de transfert en boucle ouverte  $F_o(f)$  doit suivre un comportement intégrateur. Comme pour la PLL, la fonction de transfert  $F_o(f)$  correspond au produit de toutes les fonctions de transfert des éléments de la boucle. Le comparateur de fréquence, composé des éléments allant de la cavité Fabry-Perot jusqu’à la démodulation, agit comme un filtre passe-bas du premier ordre avec pour fréquence de coupure  $\Delta\nu_{FP}/2$  pour le bruit de fréquence. Au-delà de cette fréquence, la cavité Fabry-Perot assure “naturellement” l’intégration. Le filtre de boucle doit donc présenter réponse d’intégration pour les fréquences inférieures à  $\Delta\nu_{FP}/2$ , puis avoir une réponse plate au-delà. La fonction de transfert du filtre  $F(f)$  doit donc être de type

$$F(f) = K_F \frac{1 + 2\pi i f \tau}{2\pi i f \tau}. \quad (4.47)$$

Pour que la réponse en boucle ouverte soit de type intégrateur pour toutes les fréquences la fréquence de coude du filtre  $1/2\pi\tau$  est accordée à  $\Delta\nu_{FP}/2$ . La structure de filtre permettant d’avoir cette réponse est présentée sur la figure 4.22(a), lorsque l’interrupteur de la résistance  $R_3$  est ouvert. Dans ce cas, les caractéristiques  $\tau$  et  $K_F$  sont données par

$$\begin{cases} \tau = R_2 C \\ K_F = \frac{R_2}{R_1} \end{cases} \quad (4.48)$$

Ensuite le gain doit être suffisamment grand pour que la bande passante de rétroaction couvre la bande de bruit. Plus le gain est fort, plus l'asservissement offre une correction efficace du bruit. Mais en pratique, ce gain ne peut être infini car la marge de phase doit être suffisante pour que la boucle reste stable et n'oscille pas. On doit donc disposer d'un ajustement du gain en cours d'expérience. Comme l'indique l'équation (4.48), on peut modifier le gain du filtre par  $R_2$ . Mais dans ce cas, on modifie également la fréquence du coude du filtre, et donc la fonction de transfert de la boucle. Pour assurer un réglage indépendant du gain, nous plaçons une simple résistance variable en sortie d'amplificateur, créant ainsi un pont diviseur de tension pour le signal de correction à appliquer sur le cristal du laser. Nous ajoutons également une résistance  $R_3$  avec un interrupteur pour ouvrir ou fermer la boucle. Lorsque l'interrupteur est fermé, la résistance annule le comportement intégrateur du filtre aux basses fréquences.

Comme pour le filtre de la PLL, le choix de l'amplificateur opérationnel est déterminant. Nous faisons ici face aux mêmes contraintes (produit gain-bande passante élevé et faible bruit), et nous choisissons à nouveau un amplificateur opérationnel AD829. Les valeurs des composants du filtre sont données sur la figure 4.22(a). On détermine le gain dont on a besoin en fonction du niveau de signal et de la fonction de transfert en boucle ouverte, pour fixer  $R_2$ , et la valeur de  $C$  dépend ensuite de la fréquence de coupure de l'intégration, donnée par  $\Delta\nu_{FP}/2$ .

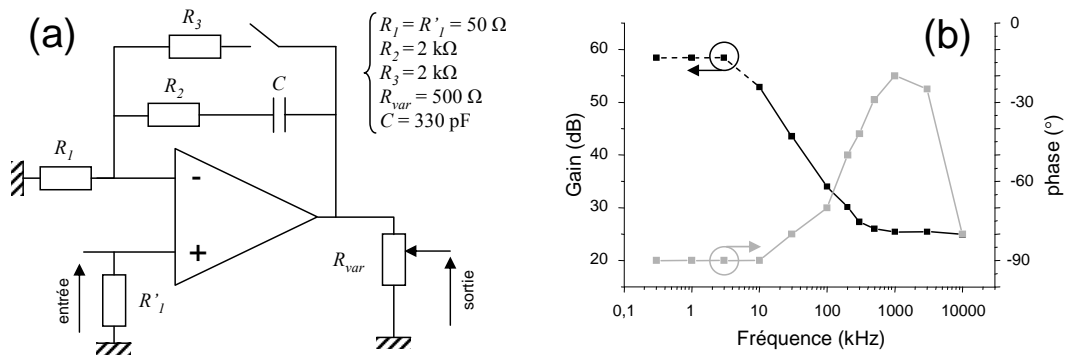


FIG. 4.22 – (a) Schéma électrique du filtre de boucle. (b) Diagrammes de Bode du filtre (noir : gain ; gris : phase)

On relève le diagramme de Bode du filtre lorsque l'interrupteur est ouvert (voir figure 4.22(b)). On observe bien un comportement intégrateur jusqu'à 200 kHz environ avant que la réponse en amplitude ne s'aplatisse. Notons que pour les fréquences inférieures à 10 kHz (zone tiretée), la réponse plate provient de la saturation de l'amplificateur. La phase quant à elle remonte vers 0°, mais chute à partir de quelques MHz à cause de la bande passante de l'amplificateur. Cette structure de filtre est extrêmement simple, et

n'utilise qu'un seul amplificateur opérationnel. On limite ainsi le bruit ajouté dans la boucle.

Pour finir, il est important de signaler que l'intégration aux basses fréquences rend la boucle très sensible aux bruits électroniques, notamment au 50 Hz du secteur. Dans ces conditions, des alimentations linéaires très bien isolées sont essentielles pour tous les éléments actifs de la boucle (photodiode, oscillateur local et filtre).

## Résultats

Nous fermons la boucle avec le gain de la boucle au maximum. Dans ce cas, la boucle oscille vers 2 MHz. Nous avons relevé un zone dense en résonances piezoélectriques du cristal de  $\text{LiTaO}_3$  du laser. Comme dans le cas de la PLL, les fortes variations de phase autour de ces résonances limitent la bande passante de la boucle. En baissant le gain par le potentiomètre  $R_{var}$  en sortie d'amplificateur, on réduit la bande passante de la boucle, qui cesse d'osciller. On constate alors que le signal d'erreur est stable autour de 0, et que le signal transmis par le Fabry-Perot est maximal. Les ajustements fins concernent la phase de démodulation, ainsi que l'offset de l'amplificateur du filtre de boucle. L'accrochage a bien lieu à  $\pm 20$  MHz de la résonance, et la fréquence du laser reste asservie plusieurs heures à condition que la température de la cavité soit régulée par un contrôleur externe (Wavelength Electronics LFI3551).

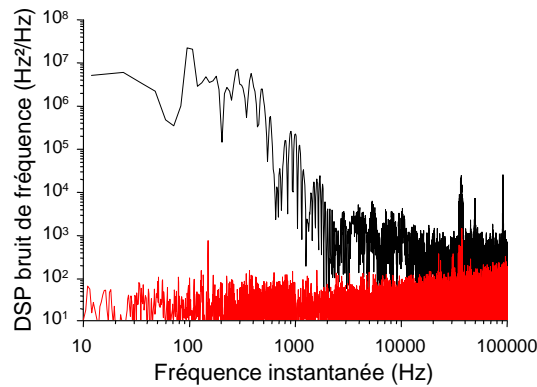


FIG. 4.23 – Densité spectrale de puissance (DSP) de bruit de fréquence du laser asservi (noir : boucle ouverte ; rouge : boucle fermée).

Pour évaluer le bruit de fréquence du laser, nous nous servons de l'équation (4.45), qui relie la densité spectrale de bruit de fréquence à celle du signal d'erreur. On enregistre à l'aide d'un oscilloscope à grande profondeur de mémoire un signal d'erreur sur 10 ms avec une résolution temporelle permettant de couvrir quelques MHz de bande passante.

On calcule ensuite la FFT de ce signal pour remonter à la densité spectrale de puissance du signal d'erreur  $S_u(f)$ .

La figure 4.23 présente les densités spectrales de puissance du bruit de fréquence en boucle ouverte et en boucle fermée. Dans le premier cas, il est important de noter que les approximations faites pour obtenir l'équation (4.45) ne sont pas nécessairement vérifiées, notamment aux très basses fréquences, où la gigue du laser fait que la fréquence balaye largement une résonance. Les mesures en boucle ouverte sont donc qualitatives. On retrouve néanmoins la décroissance du bruit en  $1/f$  avant d'atteindre un bruit blanc de fréquence. En boucle fermée par contre, le niveau de bruit reste constant à environ  $100 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  sur toute une bande de fréquence allant de 10 Hz à 100 kHz. Le bruit de fréquence est blanc, et la fréquence du laser semble bien rester à résonance avec le Fabry-Perot : on valide bien les hypothèses du calcul de la partie 4.3.2. Par rapport à la densité spectrale de puissance en boucle ouverte, le bruit aux basses fréquences est réduit de plusieurs ordres de grandeur. La boucle parvient donc à éliminer le jitter du laser.

Il nous reste à évaluer la largeur de raie de l'émission du laser. Pour cela, il faut trouver le moyen de remonter à la fonction d'autocorrélation du champ lumineux à partir de  $S_\nu(f)$ . Reprenons la notation du champ en présence de bruit de phase :

$$E(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t + i\phi(t)} + c.c. \quad (4.49)$$

En négligeant le bruit d'amplitude sur  $\mathcal{E}_0$ , la fonction d'autocorrélation du champ  $R_E(\tau)$  s'écrit dans ce cas

$$R_E(\tau) \equiv \langle E(t+\tau).E^*(t) \rangle = \left| \frac{\mathcal{E}_0}{2} \right|^2 \cos(2\pi i \nu_0 \tau) \cdot \langle \cos(\phi(t+\tau) - \phi(t)) \rangle. \quad (4.50)$$

Si on suppose que la variable  $\phi(t+\tau) - \phi(t)$  est une variable aléatoire gaussienne et centrée, alors on vérifie

$$\langle \cos(\phi(t+\tau) - \phi(t)) \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \langle (\phi(t+\tau) - \phi(t))^2 \rangle\right). \quad (4.51)$$

En développant l'argument de l'exponentielle, on fait apparaître l'autocorrélation de la phase  $R_\phi(\tau)$  :

$$\begin{aligned} \langle (\phi(t+\tau) - \phi(t))^2 \rangle &= 2(R_\phi(0) - R_\phi(\tau)) \\ &= 2R_\phi(0) - R_\phi(\tau) - R_\phi(-\tau). \end{aligned} \quad (4.52)$$

La parité de  $R_\phi(\tau)$  vient du fait que  $\phi(t+\tau) - \phi(t)$  est à valeurs réelles. Par ailleurs, on sait que la fonction d'autocorrélation est reliée à la densité spectrale de puissance par

transformation de Fourier, et il vient

$$\begin{aligned} \langle (\phi(t + \tau) - \phi(t))^2 \rangle &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_\phi(f) df - \int_{-\infty}^{+\infty} S_\phi(f) e^{2\pi i f \tau} df - \int_{-\infty}^{+\infty} S_\phi(f) e^{-2\pi i f \tau} df \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_\phi(f) (1 - \cos 2\pi i f \tau) df, \end{aligned} \quad (4.53)$$

où  $S_\phi(f)$  est la densité spectrale de bruit de la phase  $\phi(t)$ . On remonte ensuite à la densité spectrale de bruit de fréquence  $S_\nu(f)$  en utilisant le fait que la fréquence instantanée est la dérivée de la phase (à un facteur  $2\pi$  près), ce qui donne  $S_\phi(f) = S_\nu(f)/(2\pi f)^2$ . Finalement, la fonction d'autocorrélation du champ s'écrit

$$R_E(\tau) = I_0^2 \cos(2\pi i \nu_0 \tau) \cdot \exp \left( - \int_{-\infty}^{+\infty} S_\nu(f) \left( \frac{1 - \cos 2\pi i f \tau}{4\pi^2 f^2} \right) df \right). \quad (4.54)$$

En calculant numériquement cette fonction à partir de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence de la figure 4.23, puis en effectuant la FFT de  $R_E(\tau)$ , on obtient la densité spectrale de puissance du champ électrique  $S_E(f)$ , présenté sur la figure 4.24.

On retrouve un spectre lorentzien, typique d'un champ affecté par un bruit blanc de fréquence. L'ajustement de ce spectre par une lorentzienne nous indique que la largeur de la raie de  $S_E(f)$  est de 230 Hz. Comme l'enregistrement temporel du signal d'erreur initial est de 10 ms, on en déduit que la largeur de raie de l'émission laser est inférieure au kHz sur cet intervalle de temps.

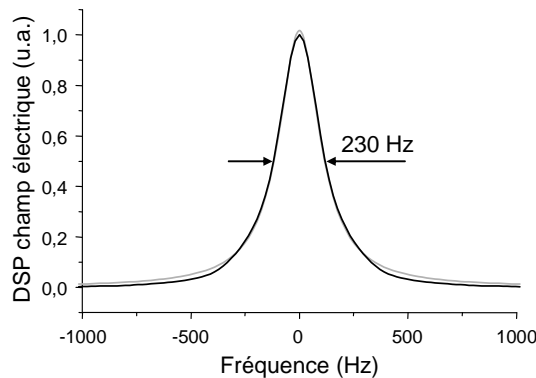


FIG. 4.24 – Densité spectrale de puissance (DSP) du champ électrique émis par le laser asservi (noir : résultat expérimental ; gris : ajustement lorentzien).

Pour conclure, il est important de remarquer que ces valeurs de stabilité ainsi que les densités spectrales de bruit de fréquences de la figure 4.23 sont des résultats *relatifs*, puisqu'ils sont évalués par rapport à la stabilité du Fabry-Perot de référence. Mais rappelons

également le but de cet asservissement est de fournir une fréquence du laser ultra-stable pendant une échelle de temps de l'ordre de la dizaine de ms. Ce temps correspond à la durée de vie des ions  $\text{Tm}^{3+}$  qui doivent être excités par ce laser. En ce sens, les résultats obtenus ici sont tout à fait pertinents.

#### 4.3.4 Bilan

Nous avons présenté l'étude et la réalisation de l'asservissement en fréquence d'une diode laser en cavité étendue. La boucle de contre-réaction utilise un cristal électro-optique intra-cavité comme unique point de fermeture, au lieu du traditionnel couple constitué de la modulation du courant de diode et d'un contrôleur piezoélectrique du réseau refermant la cavité. D'un point de vue pratique, cette méthode présente de nombreux avantages. D'une part, les corrections lentes et rapides sont appliquées sur le même composant, et il n'est pas nécessaire de séparer, d'isoler et d'adapter la fonction de transfert à celle du composant. De plus, la réponse en fréquence du cristal, bien qu'elle soit entachée de résonances piezoélectriques, est très reproductible d'un cristal à l'autre. Cette reproductibilité est beaucoup moins caractéristique des diodes laser et des transducteurs piezoélectriques, pour lesquelles la fonction de transfert est très dépendante du composant. En conséquence, cette boucle doit pouvoir être employée pour stabiliser n'importe quel laser présentant la même architecture. Seul le coefficient  $K_{EO}$  est susceptible de changer, et il suffit d'adapter le gain du filtre de boucle en conséquence. Ces points entraînent une grande simplification de la conception électronique. Enfin, la correction des erreurs de fréquence par le cristal électro-optique n'induit pas de modulation d'intensité parasite, ce qui est le cas lorsque la boucle est refermée sur l'entrée de modulation du courant de la diode laser.

Le principe de contre-réaction sur le cristal s'inscrit donc dans une volonté de simplification de la conception. Dans le même sens, le choix de la cavité Fabry-Perot comme référence au lieu d'un trou creusé dans le profil d'absorption du  $\text{Tm}:\text{YAG}$  permet d'asservir le laser rapidement, sans avoir à prendre de précaution expérimentale particulière. Enfin, l'électronique est également très dépouillée, puisque le filtre de boucle ne contient qu'un seul amplificateur opérationnel réalisant le filtrage et le réglage de gain. Les autres composants électroniques sont passifs, ce qui réduit nettement le niveau de bruit introduit par la boucle.

Finalement, la boucle d'asservissement remplit son rôle pour nous fournir une source ultra-stable qui devient l'outil idéal pour manipuler les ions  $\text{Tm}^{3+}$  avec une très grande précision. Plusieurs séries d'expériences ont pu être menées au laboratoire avec cette source stabilisée pour piloter le vecteur de Bloch associé aux ions [115]. Les expériences actuelles, qui consistent à exciter les cohérences Raman du  $\text{Tm}:\text{YAG}$ , nécessitent une



stabilité à plus long terme (de l'ordre de la minute). La cavité Fabry-Perot commence alors à montrer ses limites. Pour augmenter la stabilité du laser, il faut soit asservir la cavité sur une référence de fréquence absolue, soit verrouiller la fréquence du laser sur un trou d'absorption creusé dans le matériau.

## 4.4 Conclusion

Au cours de ce quatrième et dernier chapitre, nous avons présenté des méthodes de stabilisation actives optimisant certaines performances des sources lasers développées au laboratoire pour le contrôle cohérent des ions de terres rares. Ces boucles d'asservissement peuvent améliorer la pureté de balayages en fréquence rapides pour le traitement optique de signaux RF à large bande, ou bien rendre le laser ultra-stable en fréquence pour en affiner le spectre d'émission sous le kHz.

Le premier asservissement présenté ici utilise une boucle à verrouillage de phase électronique pour rendre des balayages en fréquence aussi purs que possible. La phase du laser est auto-référencée par l'intermédiaire d'un interféromètre déséquilibré. La recombinaison en sortie de cet interféromètre crée un battement optique que l'on peut verrouiller sur un oscillateur local RF de grande stabilité. On améliore ainsi grandement la pureté des chirps générés, en éliminant les bruits techniques à basse fréquence, ainsi que les modulations parasites. Par ailleurs, cet asservissement maintient la phase de l'excitation constante au cours d'un balayage. On dispose ainsi d'une agilité en fréquence contrôlée : la fréquence du laser peut couvrir plusieurs GHz en quelques  $\mu\text{s}$  avec une précision meilleure que 10 kHz.

Dans un deuxième temps, nous avons introduit le développement d'une boucle d'asservissement de la fréquence d'un laser par la méthode de Pound-Drever-Hall. La fréquence d'émission du laser est référencée sur la résonance d'une cavité Fabry-Perot de haute finesse ( $\sim 3000$ ). Par une boucle de rétroaction unique agissant sur un cristal électro-optique placé dans la cavité du laser, on affine le spectre d'émission du laser sous le kHz pendant une dizaine de ms.

La mise en œuvre de ces deux boucles a été motivée par les possibilités offertes par la manipulation cohérente des ions de terres rares. Ces derniers ouvrent des voies allant du traitement de signaux RF à large bande, à la manipulation et le stockage de l'information quantique. Mais ces diverses applications ont un dénominateur commun : elles nécessitent toutes une source à la cohérence plus grande que celles des systèmes atomiques excités.

# Conclusion générale

Ce manuscrit a présenté les travaux de recherche menés pour la démonstration expérimentale d'une nouvelle architecture d'analyse spectrale de signaux radiofréquences par voie optique. Cette méthode tire profit des matériaux optiques à élargissement inhomogène possédant un long temps de vie des cohérences. Nous avons obtenu la première réalisation de traitement optique de signaux à large bande par des excitations cohérentes de type écho de photons.

Pour atteindre ce résultat, nous avons été amenés à étudier en détail les propriétés du cristal de  $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ , qui joue le rôle de processeur optique de notre analyseur, ainsi que la séquence d'excitation offrant la capacité de projeter dans le temps le spectre d'un signal RF en temps réel. Nous avons pu donner une première validation expérimentale de ce principe en bande étroite [22], puis nous sommes parvenus à analyser une bande de 1,5 GHz avec plus de 20 000 canaux spectraux indépendants, grâce à la conception d'une source laser spécifique à ces besoins. Le temps d'accès est limité par transformée de Fourier, et la dynamique de la détection du spectre atteint 30 dB. Même si la bande passante instantanée est limitée à 1,5 GHz, les performances de cette architecture en font une alternative très intéressante aux meilleures solutions hybrides actuelles.

Parmi les perspectives d'amélioration, on retient d'abord la bande passante. Au terme de cette thèse, elle est limitée à 1,5 GHz par la largeur inhomogène de la transition excitée. Pour augmenter cette largeur, on peut envisager de profiter de l'effet Zeeman dans notre cristal, qui déplace la fréquence de transition avec une sensibilité de  $0,72 \text{ cm}^{-1}/\text{Tesla}$ . Ainsi, un gradient de champ magnétique de 0,5 Tesla doit agrandir la largeur inhomogène à plus de 10 GHz. Ce gradient peut néanmoins affecter le temps de vie des cohérences de notre cristal, et ainsi créer une inhomogénéité de ce temps. La seconde piste pour disposer d'une largeur inhomogène d'une dizaine de GHz consiste à changer de cristal pour le  $\text{Er}^{3+}:\text{LiNbO}_3$ , ou le  $\text{Er}^{3+}:\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ . Ces deux candidats ont en effet une largeur supérieure à 10 GHz [39]. Mais les propriétés de cohérence sont pour l'instant peu connues, et cette étude demande un effort considérable de spectroscopie.

Un autre point sensible concerne la probabilité d'interception. Si le temps d'accès au spectre est limité par transformée de Fourier, il est important de noter que notre

excitation est cyclée au mieux à quelques centaines de Hz, et nous ne disposons que d'un seul laser pour graver la ligne dispersive et amener le signal à analyser. Finalement, le spectre est affiché pendant une dizaine de  $\mu\text{s}$ , une fois toutes les 10 ms. Dans l'état actuel des choses, la probabilité d'interception est loin de l'unité. Pour se rapprocher de cette valeur, non seulement un second laser placé dans une configuration d'écho de photons non-colinéaire est nécessaire, mais il faut également étudier le régime d'accumulation, dans lequel l'excitation est répétée à un taux bien plus rapide que le taux de relaxation radiative de la transition.

Enfin, la détection limite pour l'instant la dynamique à 30 dB. Cette limite est principalement d'ordre technologique, puisque nous devons disposer d'un détecteur rapide, de grande sensibilité et avec un faible niveau de bruit. Ces demandes sont à présent peu conciliables.

Pour relâcher la contrainte de la sensibilité, nous avons considéré la génération d'échos de photons dans un milieu amplificateur, au lieu d'un milieu absorbant. Pour cela nous inversons les populations sur la transition excitée pour les échos de photons à l'aide d'une impulsion de pompe. La première réalisation expérimentale dans un cristal dopé aux ions de terres rares a montré la possibilité d'augmenter le rendement énergétique du processus jusqu'à un facteur 5 dans un régime perturbatif [23]. En outre, nous avons également mis en avant la possibilité de cycliser plus rapidement l'écho de photons, en se servant du pompage comme d'une "réinitialisation" du système atomique. Ces études doivent à présent être poussées vers un régime d'interactions fortes pour faire tendre le rendement énergétique de l'écho de photons vers l'unité.

Si le matériau représente le cœur de notre architecture, la source laser est l'outil indispensable pour l'analyse spectrale à large bande instantanée. Nous avons développé des lasers agiles en fréquence, dont la fréquence d'émission peut être balayée sur plusieurs GHz en des temps de l'ordre de la  $\mu\text{s}$ , pour générer les excitations de l'algorithme de chirp. Une première source de type diode laser en cavité étendue a spécifiquement été montée en collaboration avec la société Nettest pour l'analyse spectrale de signaux RF. Ce laser possède une largeur de raie naturelle de 2 kHz, et une sensibilité électro-optique de 8,5 MHz/V.

Nous avons également introduit une architecture de cavité originale qui profite de structures d'optique guidée pour augmenter la sensibilité électro-optique de l'accordabilité en fréquence du laser à 55 MHz/V, et offrir une haute stabilité intrinsèque. Ce travail mené en collaboration avec l'université de Paderborn s'annonce riche en perspectives, et

---

devraient notamment donner accès à des lasers rapidement accordables sur des plusieurs dizaines de GHz avec quelques dizaines de volts seulement.

Si ces lasers présentent de bonnes performances spectrales, les besoins imposés par le contrôle cohérent des ions de terres rares se révèlent très exigeants. Pour notre analyseur par exemple, le balayage de la fréquence du laser doit non seulement couvrir plusieurs GHz en une dizaine de  $\mu\text{s}$ , mais en plus la précision de ce balayage doit être bien meilleure que la résolution visée, c'est à dire de l'ordre de 10 kHz. Grâce aux travaux de Guillaume Gorju sur les études de bruit de fréquence des lasers agiles [138], nous avons mis au point un asservissement de type boucle à verrouillage de phase analogique pour contrôler la pureté du chirp de façon dynamique. Grâce à ce système original, nous accédons aux performances spectrales requises, faisant de notre laser l'outil idéal et indispensable pour les expériences d'analyse spectrale. Une boucle équivalente basée sur des technologies d'électronique numérique est en cours d'étude au laboratoire.

Finalement, ces travaux représentent la première réalisation expérimentale de traitement optique cohérent du signal exploitant aussi bien les propriétés spectrales des matériaux à élargissement inhomogène avec un grand temps de vie des cohérences. Les performances obtenues dépassent celles des technologies hybrides par exemple, puisque le nombre de canaux spectraux est 10 fois plus grand à bande passante équivalente. D'autres systèmes actuellement développés au laboratoire répondent plus simplement aux besoins de large bande (10 GHz de bande passante pour 1 MHz de résolution) [16]. Mais ce manuscrit ouvre la voie à d'autres domaines d'applications du traitement optique cohérent, pour lesquels le potentiel offert est grand, plus encore que pour l'analyse spectrale. On retiendra notamment la synthèse de formes arbitraires analogiques [172], ou bien le retournement temporel. Le traitement pour ces deux applications est très proche de celui mis en œuvre pour l'analyse spectrale, et dans ces deux cas, les alternatives électroniques ou hybrides sont très limitées.

Pour la synthèse de formes arbitraires, le principe est l'inverse de celui de notre analyseur. On modifie le profil d'absorption de notre matériau à l'aide d'une impulsion balayée en fréquence, dont l'amplitude  $\mathcal{E}(t)$  est modulée par un signal basse fréquence de bande  $\Delta$ . Une impulsion brève vient ensuite sonder toute la bande à un même instant, et le matériau répond de façon cohérente en émettant un écho de photons dont l'amplitude est le produit de la transformée de Fourier du signal de gravure  $\tilde{\mathcal{E}}^*(t)$  et d'un facteur de phase quadratique  $\exp(i\pi r t^2)$ . Finalement, la bande passante du signal généré est  $\gamma_{inh}/\Delta$  fois plus grande que celle du signal utilisé à la gravure. Ainsi en adaptant les performances démontrées avec notre analyseur, il doit être possible de générer des signaux avec une bande passante supérieure au GHz avec une très grande dynamique à partir

d'une modulation basse fréquence. L'équivalent électronique nécessite un convertisseur analogique numérique cadencé à très haute fréquence (plusieurs GHz) avec au moins 10 bits de résolution.

Le retournement temporel est quant à lui une application directe de l'écho de photon. En effet, nous avons pu voir que l'amplitude du signal d'écho est la convolution de trois champs excitateurs  $\mathcal{E}_1^*(-t) \otimes \mathcal{E}_2(t) \otimes \mathcal{E}_3(t)$ . Si les impulsions  $\mathcal{E}_2(t)$  et  $\mathcal{E}_3(t)$  sont des impulsions brèves, alors l'amplitude de l'écho est proportionnelle à  $\mathcal{E}_1^*(-t)$ . On peut alors renvoyer une impulsion au spectre large après l'avoir enregistrée dans le matériau pendant un temps de l'ordre du temps des populations  $T_1$ , c'est à dire plusieurs ms.

A l'heure actuelle, nous disposons d'une grande partie de la technologie nécessaire pour réaliser la démonstration expérimentale de ces fonctionnalités, notamment grâce à l'effort fourni sur le développement de sources lasers agiles en fréquence. Seul manque le laser à impulsions brèves. Cependant, des lasers à fibre dopés erbium à modes bloqués sont disponibles à des longueurs d'onde autour de  $1,5 \mu\text{m}$ .

Ces deux applications demeurent orientées vers des applications militaires, et plus particulièrement pour la communauté du RADAR. Elles continuent de prouver les possibilités de traitement de signal que l'optique peut apporter au profit des technologies purement électroniques.

# Annexe A

## Réponse atomique à une excitation lumineuse

La description théorique des échos de photons introduite en partie 1.4 repose sur des hypothèses qui limitent la portée de l'étude. Nous la reprenons ici en considérant l'interaction du champ lumineux avec la matière d'une manière plus générale. Nous allons d'abord étudier la réponse d'un milieu à élargissement inhomogène à une impulsion lumineuse lorsque le système est initialement au repos, ou lorsqu'il a été préalablement excité. Nous retrouverons le résultat dans la configuration particulière d'échos de photons.

### Démarche

Nous considérons le système décrit par la figure 1.10. La réponse de ce système atomique à une excitation lumineuse  $E_S(\vec{r}, t)$  est décrite par la densité de polarisation macroscopique  $P(\vec{r}, t)$ . En régime linéaire, cette réponse s'écrit dans le domaine spectral

$$\tilde{P}(\vec{r}, \nu) = \epsilon_0 \tilde{\chi}(\vec{r}, \nu) \tilde{E}_S(\vec{r}, \nu), \quad (\text{A.1})$$

où  $\chi(\vec{r}, t)$  est la susceptibilité du milieu considéré. En considérant une direction de polarisation donnée, cette expression devient dans le domaine temporel

$$P(t) = \epsilon_0 \chi(t) \otimes E_S(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(t-t') E_S(t') dt'. \quad (\text{A.2})$$

Le domaine d'intégration prend en compte tous les instants antérieurs à l'instant d'observation  $t$ . L'intégrale peut également s'écrire  $\int_0^{+\infty} \chi(\tau) E_S(t-\tau) d\tau$ , et on voit clairement apparaître la causalité dans les bornes d'intégration  $[0; +\infty[$ . Pour les étendre de  $-\infty$  à

$+\infty$ , on a recourt à l'échelon de Heaviside  $H(t)$  :

$$H(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Dans ces conditions, la polarisation macroscopique devient

$$P(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\tau) \chi(\tau) E_S(t - \tau) d\tau. \quad (\text{A.4})$$

Par ailleurs, nous pouvons exprimer cette polarisation à partir des cohérences du système excité :

$$P(t) = \mathcal{N} \mu_{12} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) (\rho_{12}(\nu, t) + \rho_{21}(\nu, t)) d\nu. \quad (\text{A.5})$$

$\mathcal{G}_{inh}(\nu)$  représente le profil inhomogène de la transition. Ce profil est réel, et n'est défini que pour  $\nu > 0$ . Sachant que  $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ , on peut écrire

$$\begin{aligned} P(t) &= \mathcal{N} \mu_{12} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) \rho_{12}(\nu, t) d\nu + c.c. \\ &\equiv \frac{P_+(t) + P_-(t)}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Pour calculer  $P(t)$ , nous allons donc résoudre le système d'équations de Bloch optiques, puis identifier le résultat pour extraire la susceptibilité  $\chi$ .

## Cas d'un milieu initialement au repos

A partir du système de Bloch, nous avons tiré le système intégral (1.9). La résolution de ce système au premier ordre de perturbation pour une excitation lumineuse nous a mené à l'expression suivante :

$$\tilde{\rho}_{12}(\Delta, t) = -\frac{i\mu_{12}}{2\hbar} \int_0^{+\infty} \mathcal{E}_S(t - \tau) e^{(2\pi i \Delta - \Gamma_{coh})\tau} d\tau \quad (\text{A.7})$$

en considérant le système initialement au repos, c'est à dire  $n_{12}^{(0)} = 1$ . En développant les notations de cette expression, elle devient

$$\rho_{12}(\nu, t) = -\frac{i\mu_{12}}{2\hbar} \int_0^{+\infty} E_{S+}(t - \tau) e^{(2\pi i \nu - \Gamma_{coh})\tau} d\tau. \quad (\text{A.8})$$

La polarisation  $P_+(t)$  s'exprime donc

$$\begin{aligned} P_+(t) &= -\mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) d\nu \int_0^{+\infty} E_{S+}(t - \tau) e^{(2\pi i \nu - \Gamma_{coh})\tau} d\tau \\ &= -\mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^2}{2\hbar} \int_0^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) e^{(2\pi i \nu - \Gamma_{coh})\tau} d\nu \right) E_{S+}(t - \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

En identifiant à l'expression (A.4), la susceptibilité se met sous la forme suivante :

$$\chi_+(\tau) = -\frac{i\mu_{12}^2}{2\hbar\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) e^{(2\pi i\nu - \Gamma_{coh})\tau} d\nu, \quad (\text{A.10})$$

où  $\tau \geq 0$ . Pour étendre à des valeurs de  $\tau$  quelconques, il faut écrire

$$\chi_+(\tau) = -\frac{i\mu_{12}^2}{2\hbar\epsilon_0} H(\tau) e^{-\Gamma_{coh}|\tau|} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) e^{2\pi i\nu\tau} d\nu. \quad (\text{A.11})$$

Si nous nous intéressons au spectre de cette susceptibilité  $\tilde{\chi}_+(\nu)$ , nous en calculons la transformée de Fourier. Mais d'abord, il est judicieux d'écrire la fonction  $H(t)$  sous la forme

$$H(\tau) = \frac{1}{2} (1 + \text{signe}(\tau)), \quad (\text{A.12})$$

où  $\text{signe}(x)$  est la fonction qui donne le signe de son argument  $x$ . Or la transformée de Fourier de cette fonction est  $1/i\pi\tilde{x}$ , où  $\tilde{x}$  est la variable conjuguée de  $x$ . Ainsi, la transformée de Fourier de l'expression (A.10) devient

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = -\frac{i\mu_{12}^2}{4\hbar\epsilon_0} \left( \mathcal{G}_{inh}(\nu) \otimes \mathcal{L}_h(\nu) - \frac{i}{\pi\nu} \otimes \mathcal{G}_{inh}(\nu) \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right), \quad (\text{A.13})$$

où  $\mathcal{L}(\nu)$  représente le profil homogène de la transition, de forme lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur est  $\Gamma_{coh}$  :

$$\mathcal{L}_h(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\Gamma_{coh}|\tau|} e^{-2\pi i\nu\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_{coh}/2\pi}{\nu^2 + (\Gamma_{coh}/2\pi)^2}. \quad (\text{A.14})$$

$\mathcal{L}_h(\nu)$  est la transformée de Fourier de  $e^{-\Gamma_{coh}|\tau|}$ . Par ailleurs, on définit la transformée de Hilbert  $\hat{H}(f(x))$  d'une fonction  $f(x)$  par

$$\hat{H}(f(x)) = \frac{1}{\pi} VP \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x')}{x-x'} dx' = \frac{1}{\pi x} \otimes f(x). \quad (\text{A.15})$$

Finalement, on peut écrire

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = -\frac{i\mu_{12}^2}{4\hbar\epsilon_0} \left( 1 - i\hat{H} \right) (\mathcal{G}_{inh}(\nu) \otimes \mathcal{L}_h(\nu)). \quad (\text{A.16})$$

En appliquant la même démarche pour les composantes de fréquence négative, on a

$$\tilde{\chi}_-(\nu) = \frac{i\mu_{12}^2}{4\hbar\epsilon_0} \left( 1 - i\hat{H} \right) (\mathcal{G}_{inh}(-\nu) \otimes \mathcal{L}_h(-\nu)) \quad (\text{A.17})$$

et la polarisation macroscopique s'exprime

$$\tilde{P}(\nu) = \frac{\epsilon_0}{2} \left[ \tilde{\chi}_+(\nu) \tilde{E}_{S+}(\nu) + \tilde{\chi}_-(\nu) \tilde{E}_{S+}^*(-\nu) \right]. \quad (\text{A.18})$$



$\tilde{E}_{S+}^*(-\nu) = \tilde{E}_{S-}(\nu)$  est la composante du champ pour les fréquences négatives. De même,  $\tilde{\chi}_+(\nu)$  est centré sur  $\mathcal{G}_{inh}(\nu)$ , non nul pour les fréquences positives, et  $\tilde{\chi}_-(\nu)$  est centré sur  $\mathcal{G}_{inh}(-\nu)$ , non nul pour les fréquences négatives. On se ramène donc à la forme de l'expression initiale (A.1) avec

$$\begin{cases} \tilde{\chi}(\nu) = \tilde{\chi}_+(\nu) + \tilde{\chi}_-(\nu) \\ \tilde{E}_S(\nu) = \frac{1}{2} \left( \tilde{E}_{S+}(\nu) + \tilde{E}_{S-}(\nu) \right) \end{cases}$$

Les susceptibilités (A.13) et (A.17) montrent deux composantes. La première est proportionnelle au spectre d'absorption  $\mathcal{G}_{inh}(\nu) \otimes \mathcal{L}_h(\nu)$ . Elle exprime les limites spectrales de la transition : le milieu ne peut pas être excité sur gamme spectrale plus grande que celle du profil inhomogène, et si l'excitation possède des détails spectraux plus fins que  $\gamma_h$ , ils ne seront pas résolus mais convolués par le profil homogène. La seconde composante des réponses, donnée par la transformée de Hilbert du profil d'absorption, correspond à la dispersion, qui traduit la causalité dans le domaine spectral. Ces deux termes représentent donc l'absorption et la dispersion du système après excitation.

## Cas d'un milieu préparé

### Préparation du milieu

Dans le contexte d'analyse spectral de signaux RF, nous excitons le cristal par une séquence d'écho de photons particulière. Deux impulsions viennent graver une ligne dispersive, lue par une troisième impulsion. Expérimentalement, la préparation du système peut se faire par une seule impulsion, durant laquelle la fréquence du laser subit deux balayages cotemporels. La description théorique développée dans la partie 1.4 n'est donc plus valable dans la mesure où nous considérons que les impulsions excitatrices ne se recouvraient pas dans le temps. Bien que cette hypothèse se vérifie pour chaque classe d'atome, nous allons voir à présent comment traiter ce problème globalement.

Supposons que nous excitions notre système par un champ  $E_G(t)$ . Comme nous l'avons déjà vu, ce champ induit des cohérences au premier ordre de perturbation (équation (A.7)). Au second ordre de perturbation, ces cohérences servent ensuite de condition initiale pour la résolution de l'équation d'évolution des populations  $n_{12}(t)$  dans le système (1.9). Cette évolution  $\delta n_{12}(t)$  peut se développer sous la forme :

$$\begin{aligned} \delta n_{12}(\Delta, t) = & -\frac{\mu_{12}^2}{2\hbar^2} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' \left( \mathcal{E}_G(t'') \mathcal{E}_G(t') e^{-2\pi i \Delta(t'-t'')} + c.c. \right) \\ & \times e^{-\Gamma_{coh}|t'-t''|} e^{-\Gamma_{pop}(t-t')}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

On remarque que la fonction à intégrer est symétrique par permutation des variables  $t'$  et  $t''$ . On peut alors écrire

$$\begin{aligned} \delta n_{12}(\Delta, t) &= -\frac{\mu_{12}^2}{4\hbar^2} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^t dt'' \left( \mathcal{E}_G(t'') \mathcal{E}_G(t') e^{-2\pi i \Delta(t'-t'')} + c.c. \right) \\ &\quad \times e^{-\Gamma_{coh}|t'-t''|} e^{-\Gamma_{pop}(t-t')}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Si on suppose que la durée de l'excitation est plus petite que le temps de relaxation des populations, on peut alors sortir le terme  $\exp(-\Gamma_{pop}t)$  de l'intégrale. De plus, on suppose que l'instant d'observation  $t$  est postérieur à la fin de l'excitation. De la sorte, on peut étendre les bornes des intégrales à  $+\infty$ . Notons que ces deux hypothèses restreignent peu le domaine de validité de notre calcul. Qui plus est, elles prennent tout leur sens expérimentalement, puisque l'observation se fait très généralement après les impulsions. Enfin, on remplace le terme de relaxation des cohérences par le profil homogène via transformation de Fourier :

$$e^{-\Gamma_{coh}|t'-t''|} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}_h(\nu') e^{2\pi i \nu'(t'-t'')} d\nu'. \quad (\text{A.21})$$

L'expression de l'évolution des populations (A.20) devient ainsi

$$\begin{aligned} \delta n_{12}(\Delta, t) &= -\frac{\mu_{12}^2}{4\hbar^2} e^{-\Gamma_{pop}t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dt'' \left( \mathcal{E}_G(t'') \mathcal{E}_G(t') e^{-2\pi i \Delta(t'-t'')} + c.c. \right) \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu' \mathcal{L}_h(\nu') e^{2\pi i \nu'(t'-t'')}. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Développons l'amplitude du champ exciteur sous la forme  $\mathcal{E}_G(t) = E_{G+} e^{-2\pi i \nu_0 t}$ . On obtient alors

$$\begin{aligned} \delta n_{12}(\nu, t) &= -\frac{\mu_{12}^2}{4\hbar^2} e^{-\Gamma_{pop}t} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}_h(\nu') d\nu' \\ &\quad \times \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} E_{G+}^*(t') e^{2\pi i(\nu+\nu')t'} dt' \int_{-\infty}^{+\infty} E_{G+}(t'') e^{-2\pi i(\nu+\nu'')t''} dt'' \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} E_{G+}(t') e^{-2\pi i(\nu-\nu')t'} dt' \int_{-\infty}^{+\infty} E_{G+}^*(t'') e^{2\pi i(\nu-\nu'')t''} dt'' \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

On reconnaît dans cette expression la transformée de Fourier de la partie analytique du champ, en différentes fréquences. Ainsi, notre expression se simplifie :

$$\delta n_{12}(\nu, t) = -\frac{\mu_{12}^2}{4\hbar^2} e^{-\Gamma_{pop}t} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}_h(\nu') \left[ \left| \tilde{E}_{G+}(\nu + \nu') \right|^2 + \left| \tilde{E}_{G+}(\nu - \nu') \right|^2 \right] d\nu'. \quad (\text{A.24})$$

L'intégrale regroupe dans l'ordre le produit de corrélation  $\mathcal{L}_h \star |\tilde{E}_{G+}|^2$  et le produit de convolution  $\mathcal{L}_h \otimes |\tilde{E}_{G+}|^2$ . Or  $\mathcal{L}_h$  est une fonction paire et réelle, et donc ces deux produits sont égaux. Finalement, les populations deviennent

$$\delta n_{12}(\nu, t) = -\frac{\mu_{12}^2}{2\hbar^2} e^{-\Gamma_{pop}t} \left[ \mathcal{L}_h(\nu) \otimes \left| \tilde{E}_{G+}(\nu) \right|^2 \right]. \quad (\text{A.25})$$

Le spectre de l'impulsion est inscrit dans les populations, avec une résolution limitée par la largeur homogène de la transition.

## Influence sur la susceptibilité

L'enregistrement du spectre des impulsions dans la distribution des populations correspond à la modification du profil d'absorption de la transition. Si on envoie un champ excitateur sur le milieu ainsi excité, la réponse calculée dans la partie A se retrouve donc changée. Dans ce cas, on ne plus considéré le système au repos ( $n_{12} \neq 0$ ). Les cohérences induites par l'excitation s'écrivent

$$\rho_{12}(\nu, t) = -\frac{i\mu_{12}}{2\hbar} \int_0^{+\infty} \left( n_{12}^{(0)} + \delta n_{12}(\nu, t) \right) E_{S+}(t - \tau) e^{(2\pi i\nu - \Gamma_{coh})\tau} d\tau. \quad (\text{A.26})$$

Si le terme  $n_{12}^{(0)}$  ne change pas le résultat, la présence du terme de perturbation  $\delta n_{12}(\nu, t)$  vient affecter localement les classes d'atomes. En négligeant le terme de la relaxation des populations, on peut sortir ces deux termes de l'intégrale sur le temps. La seule perturbation est spectrale. En reprenant la démarche de la partie A, la susceptibilité de l'équation (A.11) devient

$$\chi_+(\tau) = -\frac{i\mu_{12}^2}{2\hbar\epsilon_0} H(\tau) e^{-\Gamma_{coh}|\tau|} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{inh}(\nu) \left( n_{12}^{(0)} + \delta n_{12}(\nu) \right) e^{2\pi i\nu\tau} d\nu. \quad (\text{A.27})$$

Intéressons nous à la modification de la susceptibilité  $\delta\chi_+$  induite par le terme  $\delta n_{12}(\nu)$ . En effet, le terme constant  $n_{12}^{(0)}$  amène au résultat déjà obtenu (A.16). En injectant l'expression de  $\delta n_{12}(\nu)$  (A.25) dans (A.27), on a

$$\delta\tilde{\chi}_+(\nu) = \frac{i\mu_{12}^4}{4\hbar^3\epsilon_0} \left( 1 - i\hat{H} \right) \left( \left[ \mathcal{G}_{inh}(\nu) \left| \tilde{E}_{G+}(\nu) \right|^2 \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right] \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right). \quad (\text{A.28})$$

Cette modification de la susceptibilité induit une modification sur la polarisation macroscopique créée dans le milieu, qui s'écrit finalement

$$\delta\tilde{P}_+(\nu) = \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4}{4\hbar^3} \left( 1 - i\hat{H} \right) \left( \left[ \mathcal{G}_{inh}(\nu) \left| \tilde{E}_{G+}(\nu) \right|^2 \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right] \otimes \mathcal{L}_h(\nu) \right) \tilde{E}_{S+}(\nu). \quad (\text{A.29})$$

Le résultat de ce calcul montre que le spectre de préparation  $|\tilde{E}_{G+}(\nu)|^2$  est enregistré dans le matériau avec :

- une résolution limitée par le profil homogène (première convolution par  $\mathcal{L}_h(\nu)$ )
- sur une région spectrale limitée par le profil inhomogène de la transition (multiplication par  $\mathcal{G}_{inh}(\nu)$ )

La réponse du milieu ainsi préparé à une excitation sonde  $\tilde{E}_{S+}(\nu)$  est également résolue par la largeur homogène de la transition, qui introduit un seconde convolution par  $\mathcal{L}_h(\nu)$ . Enfin, la présence du terme  $(1 - i\hat{H})$  rappelle les termes d'absorption et de dispersion de la réponse atomique.

---

## Configuration d'écho de photons

Nous allons à présent voir comment nous placer dans la configuration d'écho de photons décrite dans la partie 1.4 du manuscrit. Tout d'abord, décomposons notre champ de gravure en deux champs  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$ . Le spectre de gravure s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \left| \tilde{E}_{G+}(\nu) \right|^2 &= \left| \tilde{E}_{1+}(\nu) + \tilde{E}_{2+}(\nu) \right|^2 \\ &= \left| \tilde{E}_{1+}(\nu) \right|^2 + \left| \tilde{E}_{2+}(\nu) \right|^2 + \tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) + c.c. \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Considérons que les spectres des champs de gravure et de lecture s'étendent sur une zone plus petite que la largeur inhomogène. Dans ce cas, on peut négliger le profil  $\mathcal{G}_{inh}(\nu)$  et le remplacer par sa valeur à la fréquence optique d'excitation  $\mathcal{G}_{inh}(\nu_0)$ . De plus, si ces champs présentent des détails spectraux plus gros que la largeur homogène, on peut faire tendre le profil  $\mathcal{L}_h(\nu)$  vers un Dirac  $\delta(\nu)$ . Ce sont là les deux hypothèses que nous avons faites au cours du calcul de la partie 1.4. Dans ce cas, la polarisation macroscopique se simplifie si on ne s'intéresse qu'aux termes croisés issus de la gravure :

$$\delta \tilde{P}_+(\nu) = \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4}{4\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) \left( 1 - i\hat{H} \right) \left( \tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) + c.c. \right) \tilde{E}_{S+}(\nu). \quad (\text{A.31})$$

On voit le produit  $\tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) \tilde{E}_{S+}(\nu)$  apparaître. Seule la composante dispersive de la réponse, correspondant à la transformée de Hilbert du spectre gravé, nous sépare de ce résultat. Expérimentalement, cette composante peut être supprimée lorsque les champs excitateurs sont copropageant. Le champ  $E_S$  joue alors le rôle de référence homodyne, ne laissant que la quadrature du signal d'absorption à la détection. En configuration non-colinéaire, il faut avoir recours à une détection hétérodyne, en ne démodulant que la quadrature d'intérêt. Cette technique est une complication expérimentale importante, car il faut que la référence de phase soit suffisamment stable pour que la démodulation reste sur la bonne quadrature. Ceci impose quasiment l'utilisation d'une boucle à verrouillage de phase.

La configuration d'écho de photons offre une alternative à ces méthodes. La décomposition du champ de gravure  $E_G$  en deux champs  $E_1$  et  $E_2$  est générale car elle peut représenter deux impulsions cotemporelles excitant le milieu. Mais ces deux impulsions peuvent également être séparées par un temps  $t_{12}$ , ce qui revient à écrire dans le domaine spectral  $\tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) e^{-2\pi i \nu t_{12}}$ . Si ce retard est ajusté de sorte que  $1/2\pi t_{12}$  soit plus petit que les variations caractéristiques de  $\tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu)$ , alors on a

$$\begin{cases} \hat{H} \left( \tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) e^{-2\pi i \nu t_{12}} \right) \sim i \tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) e^{-2\pi i \nu t_{12}} \\ \hat{H} \left( \tilde{E}_{1+}(\nu) \tilde{E}_{2+}(\nu)^* e^{2\pi i \nu t_{12}} \right) \sim -i \tilde{E}_{1+}(\nu) \tilde{E}_{2+}(\nu)^* e^{2\pi i \nu t_{12}} \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

Dans le terme de la polarisation macroscopique, le terme en  $\tilde{E}_{1+}(\nu)\tilde{E}_{2+}(\nu)^*$  s'annule, ne laissant que celui en  $\tilde{E}_{1+}(\nu)^*\tilde{E}_{2+}(\nu)$ , qui se retrouve doublé en amplitude. La polarisation devient donc

$$\delta\tilde{P}_+(\nu) = \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4}{2\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) \tilde{E}_{1+}(\nu)^* \tilde{E}_{2+}(\nu) \tilde{E}_{S+}(\nu) e^{-2\pi i\nu t_{12}} \quad (\text{A.33})$$

et dans le temps :

$$\delta P_+(t) = \mathcal{N} \frac{i\mu_{12}^4}{2\hbar^3} \mathcal{G}_{inh}(\nu_0) E_{1+}(-t)^* \otimes E_{2+}(t) \otimes E_{S+}(t) \otimes \delta(t - t_{12}). \quad (\text{A.34})$$

On retrouve bien le fait que l'écho de photons correspond au rayonnement induit par une polarisation macroscopique à un temps  $t_{12}$  après l'excitation par le signal  $E_S$ . Le terme qui disparaît dans l'expression (A.32) correspond au rayonnement de la polarisation en  $-t_{12}$ . C'est donc le terme non causal, qui disparaît ici du fait de la transformée de Hilbert, provenant de la causalité exprimée dans la réponse du milieu (équation (A.2)).

## Susceptibilité, Kramers et Krönig

Nous avons pu voir dans la première partie de cette annexe la décomposition de la susceptibilité en composantes de fréquence positives  $\tilde{\chi}_+$  et négatives  $\tilde{\chi}_-$ , tous deux complexes. Nous allons nous intéresser au terme  $\tilde{\chi}_+$ , et le décomposer en un terme réel et imaginaire de la façon suivante :

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = \tilde{\chi}'_+(\nu) - i\tilde{\chi}''_+(\nu). \quad (\text{A.35})$$

Cette notation est courante, car elle permet de distinguer une composante de dispersion ( $\tilde{\chi}'_+(\nu)$ ) et une composante d'absorption ( $\tilde{\chi}''_+(\nu)$ ).

Dans les équations (A.16) et (A.28), nous avons pu mettre  $\tilde{\chi}_+$  sous la forme

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = -i \left(1 - i\hat{H}\right) f(\nu), \quad (\text{A.36})$$

où  $f(\nu)$  est une fonction réelle. Nous allons à présent montrer que cette fonction n'est autre que la partie réelle de la susceptibilité  $\tilde{\chi}_+$ .

Revenons pour cela à la définition temporelle de la susceptibilité. Nous avons vu que par principe de causalité, l'extension de l'expression de  $\chi(t)$  pour n'importe quel instant  $t$  passait par l'utilisation de l'échelon de Heaviside. On peut alors écrire

$$\chi_+(t) = H(t) \cdot \chi_+(t), \quad (\text{A.37})$$

qui devient dans le domaine spectral

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = \tilde{H}(\nu) \otimes \tilde{\chi}_+(\nu). \quad (\text{A.38})$$

---

En développant la fonction  $H(t)$  comme dans l'expression (A.12), et en faisant la transformée de Fourier, on arrive à la relation suivante :

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = -\hat{H}(\tilde{\chi}_+(\nu)), \quad (\text{A.39})$$

relation dans laquelle on retrouve la transformée de Hilbert  $\hat{H}$ . En décomposant la susceptibilité complexe, on retrouve les relations de Kramers-Kronig :

$$\begin{cases} \tilde{\chi}'_+(\nu) = -\hat{H}(\tilde{\chi}''_+(\nu)) \\ \tilde{\chi}''_+(\nu) = \hat{H}(\tilde{\chi}'_+(\nu)) \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

Et finalement, la susceptibilité totale s'écrit en fonction de l'une des deux composantes

$$\tilde{\chi}_+(\nu) = -i(1 - i\hat{H})\tilde{\chi}''_+(\nu) = (1 - i\hat{H})\tilde{\chi}'_+(\nu). \quad (\text{A.41})$$

On peut comparer les équations précédente et (A.36), et identifier  $f(\nu)$  à  $\tilde{\chi}''_+(\nu)$ . Au vu de l'équation (A.16), on retrouve bien le fait que  $\tilde{\chi}''_+(\nu)$  s'apparente à une composante d'absorption, puisque dans ce cas,  $f(\nu)$  est proportionnelle à  $\mathcal{G}_{inh}(\nu) \otimes \mathcal{L}_h(\nu)$ , qui représente le profil d'absorption de la transition.



# Annexe B

## Auto-hétérodynage

Le montage d'auto-hétérodynage est très utile pour déterminer la largeur de raie d'une diode laser. Nous allons également voir ici qu'un tel montage permet également de remonter à la densité spectrale de puissance de bruit de fréquence d'une source laser, ou de caractériser la pureté de balayages en fréquence. Nous avons bénéficié des travaux de Guillaume Gorju [138] que nous avons appliqués au cas des lasers développés dans cette thèse.

### Montage

Nous considérons le montage de la figure 3.11(a). Selon le type de mesure qu'on souhaite réaliser, le modulateur acousto-optique est utilisé ou non. Nous commençons par écrire le champ électrique émis par le laser de la façon suivante

$$E_e(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{2\pi i \nu_0 t + i\pi r t^2 + i\phi(t)} + c.c. \quad (\text{B.1})$$

où  $r$  est le taux de chirp appliqué à la fréquence du laser et  $\phi(t)$  représente le bruit de phase de l'émission. Nous pouvons incorporer dans cette fonction les bruits associés au balayage en fréquence, l'écartant de son taux idéal  $r$ . On suppose que le laser émet en continu, sans bruit d'intensité :  $\mathcal{E}_0$  est donc un terme réel constant. L'interféromètre est constitué de deux coupleurs 50/50 (en intensité) et d'un bras long introduisant un retard  $\tau_i$ . Le champ en sortie de l'interféromètre  $E_s(t)$  s'écrit comme la somme du champ transmis et décalé en fréquence par le modulateur acousto-optique du bras court et du champ retardé par le bras long :

$$E_s(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2\sqrt{2}} \left( e^{2\pi i(\nu_0 + f_{AO})t + i\pi r t^2 + i\phi(t)} + e^{2\pi i \nu_0(t - \tau_i) + i\pi r(t - \tau_i)^2 + i\phi(t - \tau_i)} + c.c. \right). \quad (\text{B.2})$$

Le signal détecté par la photodiode est proportionnel au carré du module du champ



$E_s(t)$ . En développant cette expression, on obtient le signal détecté  $I_d(t)$

$$I_d(t) = 2I_0 [1 + \cos(2\pi f_b t + \varphi + \phi(t) - \phi(t - \tau_i))], \quad (\text{B.3})$$

avec  $I_0 = |\mathcal{E}_0/2|^2$ ,  $f_b = r\tau_i + f_{AO}$  et  $\varphi = 2\pi\nu_0\tau_i - \pi r\tau_i^2$ . Nous allons à présent étudier les cas de bruits stochastiques (bruits de fréquence blanc et en  $1/f$ ), avant d'étudier les bruits déterministes susceptibles d'affecter les balayages en fréquence.

## Bruits stochastiques

### Autocorrélation

Si on connecte la photodiode à un analyseur de spectre électrique, alors nous observerons le spectre de puissance de ce battement, qui correspond à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation  $R_I(\tau)$ . Cette dernière est définie par l'expression (1.1) du premier chapitre. Dans le cas de notre signal de battement, son autocorrélation s'écrit

$$R_I(\tau) = \langle (2I_0 [1 + \cos(2\pi f_b t + \varphi + \phi(t) - \phi(t - \tau_i))]) \times (2I_0 [1 + \cos(2\pi f_b(t + \tau) + \varphi + \phi(t + \tau) - \phi(t + \tau - \tau_i)]) \rangle. \quad (\text{B.4})$$

En développant cette expression, on fait apparaître la somme des deux cosinus ainsi que leur produit. Compte tenu de la moyenne temporelle, on ne garde que le produit. Ce produit peut être linéarisé en une somme de deux cosinus, dont un oscille à  $2f_b$ . A nouveau, la moyenne temporelle de ce cosinus est nulle, et il vient alors

$$R_I(\tau) = 2I_0^2 (2 + \cos(2\pi f_b \tau) \langle \cos(\Delta\phi(t - \tau_i, \tau) - \Delta\phi(t, \tau)) \rangle), \quad (\text{B.5})$$

où nous avons introduit la notation  $\Delta\phi(t, \tau) = \phi(t + \tau) - \phi(t)$ , qui représente la gigue de la phase du laser. Si on suppose que cette grandeur est un processus aléatoire à distribution gaussienne centrée, on vérifie alors la propriété suivante :

$$\langle \cos(\Delta\phi(t, \tau)) \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \langle \Delta\phi^2(t, \tau) \rangle\right). \quad (\text{B.6})$$

Le signal d'autocorrélation s'écrit donc

$$R_I(\tau) = 2I_0^2 \left( 2 + \cos(2\pi f_b \tau) e^{-\frac{1}{2} \langle (\Delta\phi(t - \tau_i, \tau) - \Delta\phi(t, \tau))^2 \rangle} \right). \quad (\text{B.7})$$

A partir de ce point, nous allons voir comment retrouver les spectres de mesure pour le bruit blanc de fréquence, ou le bruit technique en  $1/f$ .

---

## Bruit blanc de fréquence

On s'intéresse d'abord à l'observation du bruit blanc de fréquence. Dans ce cas, la variable de phase  $\langle \Delta\phi^2(t, \tau) \rangle$  suit la loi

$$\langle \Delta\phi^2(t, \tau) \rangle = \frac{|\tau|}{\tau_C}, \quad (\text{B.8})$$

où  $\tau_C$  est le temps de cohérence du laser. En utilisant cette propriété, la fonction  $R_I(\tau)$  devient finalement

$$R_I(\tau) = 2I_0^2 \times \begin{cases} (2 + \cos(2\pi f_b \tau) e^{-|\tau|/\tau_C}) & \text{si } |\tau| < \tau_i \\ (2 + \cos(2\pi f_b \tau) e^{-\tau_i/\tau_C}) & \text{si } |\tau| > \tau_i \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Le calcul de la transformée de Fourier de cette expression nous donne la densité spectrale de puissance du signal détecté  $S_I(f)$ , c'est à dire le signal observé à l'analyseur de spectre. Cette densité spectrale s'écrit finalement :

$$S_I(f) = 4I_0^2 \delta(f) + I_0^2 e^{-\tau_i/\tau_C} \delta(f - f_b) + I_0^2 \frac{e^{-\tau_i/\tau_C} \tau_C}{1 + (2\pi(f - f_b)\tau_C)^2} \times \left[ e^{\tau_i/\tau_C} - \cos(2\pi(f - f_b)\tau_i) - \frac{\sin(2\pi(f - f_b)\tau_i)}{2\pi(f - f_b)\tau_C} \right]. \quad (\text{B.10})$$

A première vue, ce résultat ne diffère pas des résultats classiques d'auto-hétérodynage pour la mesure du temps de cohérence à fréquence fixe. Au lieu d'observer un battement à la fréquence du modulateur acousto-optique  $f_{AO}$ , le battement oscille à  $f_{AO} + r\tau_i$ . Dans ce calcul, nous avons également regroupé toutes les sources de bruit dans le terme  $\phi(t)$ , y compris celles associées au chirp. Dans le cadre d'étude du bruit blanc de fréquence, l'unique contribution à ce bruit est l'émission spontanée de photons par le milieu amplificateur. Cette source de bruit ne doit pas être modifiée par un balayage en fréquence, aussi on n'observe pas de modification dans le spectre  $S_I(f)$  à fréquence fixe ou balayée [138].

## Bruit technique de fréquence

On s'intéresse maintenant au bruit technique de fréquence. Ce bruit se situe généralement aux basses fréquences, et suit une loi en  $1/f$ . Si on choisit un petit déséquilibre entre les bras de l'interféromètre de sorte que  $\tau_i$  soit très petit devant tous les temps caractéristiques de variation du bruit de phase, alors on peut écrire

$$\phi(t - \tau_i) - \phi(t) \sim \tau_i \dot{\phi}(t). \quad (\text{B.11})$$

Dans ce cas, l'argument du terme exponentiel de la fonction d'autocorrélation (B.7) devient

$$\langle \Delta\phi(t - \tau_i, \tau) - \Delta\phi(t, \tau) \rangle = \tau_i \langle \Delta\dot{\phi}(t, \tau) \rangle. \quad (\text{B.12})$$

Cet argument doit être élevé au carré. En décomposant le terme  $\langle \Delta\dot{\phi}^2(t, \tau) \rangle$ , il vient simplement

$$\langle \Delta\dot{\phi}^2(t, \tau) \rangle = \langle \dot{\phi}^2(t + \tau) \rangle + \langle \dot{\phi}^2(t) \rangle - 2 \langle \dot{\phi}(t + \tau) \cdot \dot{\phi}(t) \rangle. \quad (\text{B.13})$$

Or  $\langle \dot{\phi}^2(t) \rangle = \langle \dot{\phi}^2(t + \tau) \rangle = \sigma_{\dot{\phi}}^2$ , et on reconnaît l'autocorrélation de  $R_{\dot{\phi}}(\tau)$  dans le dernier terme de cette expression. Pour que notre expression ait un sens et ne diverge pas, nous devons considérer que la variance  $\sigma_{\dot{\phi}}^2$  est finie, ce qui peut être réalisé expérimentalement dès lors qu'on s'intéresse au bruit en  $1/f$  dans une bande passante finie de fréquences strictement positives. Ainsi, l'autocorrélation du signal détecté s'écrit

$$R_I(\tau) = 2I_0^2 \left( 2 + \cos(2\pi f_b \tau) e^{-\tau_i^2 \sigma_{\dot{\phi}}^2} e^{\tau_i^2 R_{\dot{\phi}}(\tau)} \right). \quad (\text{B.14})$$

Pour remonter à la fonction d'autocorrélation  $R_{\dot{\phi}}(\tau)$  analytiquement, il faut que le retard de l'interféromètre vérifie également la condition

$$|\tau_i^2 R_{\dot{\phi}}(\tau)| \leq \tau_i^2 \sigma_{\dot{\phi}}^2 \ll 1, \quad (\text{B.15})$$

c'est à dire que le retard introduit par l'interféromètre est beaucoup plus court que le temps de variation du bruit de fréquence du laser, ou encore que  $1/\tau_i$  soit bien plus grand que la bande passante de bruit technique sur la fréquence. On peut alors effectuer un développement limité dans l'expression (B.14), ce qui nous amène à écrire

$$R_I(\tau) = 2I_0^2 \left( 2 + \cos(2\pi f_b \tau) e^{-\tau_i^2 \sigma_{\dot{\phi}}^2} (1 + \tau_i^2 R_{\dot{\phi}}(\tau)) \right). \quad (\text{B.16})$$

En calculant la transformée de Fourier de cette expression, on relie directement la densité spectrale de puissance du signal détecté  $S_I(f)$  à la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence  $S_{\dot{\phi}}(f)$

$$S_I(f) = 4I_0^2 \delta(f) + I_0^2 e^{-(\tau_i \sigma_{\dot{\phi}})^2} \times [\delta(f - f_b) + \tau_i^2 S_{\dot{\phi}}(f - f_b)]. \quad (\text{B.17})$$

Le retard de l'interféromètre est difficile à quantifier sans connaître cette bande passante de bruit a priori. Il faut donc vérifier l'hypothèse (B.15) après la mesure. On a ensuite intérêt à maximiser la valeur de  $\tau_i$  pour avoir une bonne sensibilité pour extraire  $S_{\dot{\phi}}(f)$  à partir de  $S_I(f)$ .

Si dans le cas de la mesure de bruit blanc, la phase  $\phi(t)$  est non affecté par le bruit des balayages, il peut en être autrement dans le cas du bruit technique. En effet, la

---

bande passante de bruit est généralement de quelques centaines de kHz. Elle est donc accessible aux composants électroniques (générateur, amplificateur) utilisés pour fournir les rampes de tension à appliquer sur le cristal électro-optique. Pour estimer l'influence de l'électronique, on fait une mesure de bruit technique à fréquence fixe, et on recommence lorsque l'amplificateur de haute tension est allumé [138].

## Bruits déterministes

### Modulation parasite

Lorsque le laser est balayé en fréquence, deux sources d'erreur principales peuvent l'affecter : une modulation de fréquence parasite, ou bien une non-linéarité qui écarte la rampe de fréquence d'une rampe purement linéaire. Nous allons ici nous intéresser seulement à la première source, car c'est la seule que nous avons observée expérimentalement. Pour représenter cette modulation on écrit

$$\phi(t) = \frac{\delta\nu_m}{F} \sin(2\pi Ft), \quad (\text{B.18})$$

où  $\delta\nu_m$  et  $F$  représentent l'amplitude et la fréquence de modulation respectivement. L'intensité détectée en sortie d'interféromètre (B.3) devient dans ce cas

$$I_d(t) = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi f_b t + \varphi + \frac{2\delta\nu_m}{F} \sin(2\pi Ft - \pi F\tau_i) \cos(\pi F\tau_i) \right) \right]. \quad (\text{B.19})$$

On se ramène donc à un signal de battement modulé en fréquence. On peut ainsi développer le cosinus en une série de fonctions de Bessel :

$$\begin{aligned} I_d(t) = & 2I_0 (1 + J_0(A) \cos(2\pi f_b t + \varphi) + \\ & \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(A) [\cos(2\pi(f_b - 2pF)t + \varphi + \pi 2pF\tau_i) + \\ & \cos(2\pi(f_b + 2pF)t + \varphi - \pi 2pF\tau_i)] + \\ & \sum_{p=0}^{\infty} J_{2p+1}(A) [\cos(2\pi(f_b - (2p+1)F)t + \varphi + \pi(2p+1)F\tau_i) - \\ & \cos(2\pi(f_b + (2p+1)F)t + \varphi - \pi(2p+1)F\tau_i)]), \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

avec  $A = \frac{2\delta\nu_m}{F} \sin(\pi F\tau_i)$ . Le spectre de battement correspond donc à un pic à la fréquence  $f_b$  entouré de pics latéraux de modulation à des fréquences multiples de  $F$ . La hauteur de ces pics latéraux renseigne directement sur l'amplitude  $\delta\nu_m$  de la modulation de fréquence.



# Bibliographie

- [1] I. et M. Joindot, *Les télécommunications par fibres optiques* (Dunod, 1996).
- [2] A. Seeds, “Microwave photonics,” *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.* **40**, 877 (2002).
- [3] M. Brunel, F. Bretenaker, S. Blanc, V. Crozatier, J. Brisset, T. Merlet, and A. Pozevara, “High-spectral purity RF beat note generated by a two-frequency solid-state laser in a dual thermooptic and electrooptic phase-locked loop,” *IEEE Photon. Technol. Lett.* **16**, 870 (2004).
- [4] G. Baïli, M. Alouini, C. Moronvalle, D. Dolfi, and F. Bretenaker, “Broad-bandwidth shot-noise-limited class-A operation of a monomode semiconductor fiber-based ring laser,” *Opt. Lett.* **31**, 62 (2006).
- [5] W. Ng, A. Walston, G. Tangonan, J. Lee, I. Newberg, and N. Bernstein, “The first demonstration of an optically steered microwave phased array antenna using true-time delay,” *J. Lightwave Technol.* **9**, 1124 (1991).
- [6] A. Goutzoulis, K. Davies, J. Zomp, P. Hrycak, and A. Johnson, “Development and field demonstration of a hardware-compressive fiber-optic true-time-delay steering system for phased-array antennas,” *Appl. Opt.* **33**, 8173 (1994).
- [7] D. Dolfi, F. Michel-Gabriel, S. Bann, and J.-P. Huignard, “Two-dimensional optical architecture for time-delay beam forming in a phased-array antenna,” *Opt. Lett.* **16**, 255 (1991).
- [8] R. Saperstein, D. Panasenko, and Y. Fainman, “Demonstration of a microwave spectrum analyzer based on time-domain optical processing in fiber,” *Opt. Lett.* **29**, 501 (2004).
- [9] T. Mossberg, “Time-domain frequency-selective optical data storage,” *Opt. Lett.* **7**, 77 (1982).
- [10] Y. Bai, W. Babbitt, N. Carlson, and T. Mossberg, “Real-time optical waveform convolver/cross correlator,” *Appl. Phys. Lett.* **45**, 714 (1984).
- [11] W. Babbitt and J. Bell, “Coherent transient continuous optical processor,” *Appl. Opt.* **33**, 1538 (1994).

- [12] K. Merkel and W. Babbitt, "Optical coherent-transient true-time-delay regenerator," *Opt. Lett.* **21**, 1102 (1996).
- [13] W. Babbitt and T. Mossberg, "Spatial routing of optical beams through time-domain spatial-spectral filtering," *Opt. Lett.* **20**, 910 (1995).
- [14] L. Ménager, J.-L. L. Gouët, and I. Lorgeré, "Time-to-frequency Fourier transformation with photon echoes," *Opt. Lett.* **26**, 1397 (2001).
- [15] L. Ménager, I. Lorgeré, J.-L. le Gouët, D. Dolfi, and J.-P. Huignard, "Demonstration of a radio-frequency spectrum analyzer based on spectral hole burning," *Opt. Lett.* **26**, 1245 (2001).
- [16] G. Gorju, V. Crozatier, I. Lorgeré, J.-L. le Gouët, and F. Bretenaker, "10-GHz bandwidth RF spectral analyzer with MHz resolution based on spectral hole burning in  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ ," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **17**, 2385 (2005).
- [17] R. Reibel, Z. Barber, J. Fischer, M. Tian, and W. Babbitt, "Broadband demonstrations of true-time delay using linear sideband chirped programming and optical coherent transients," *J. Lumin.* **107**, 103 (2004).
- [18] T. Harris, Y. Sun, W. Babbitt, R. Cone, J. Ritcey, and R. Equall, "Spatial-spectral holographic correlator at 1536 nm using 30-symbol quadriphase- and binary-phase-shift keyed codes," *Opt. Lett.* **25**, 85 (2000).
- [19] T. Harris, K. Merkel, R. Krishna-Mohan, T. Chang, Z. Cole, A. Olson, and W. Babbitt, "Multigigahertz range-Doppler correlative signal processing in optical memory crystals," *Appl. Opt.* **45**, 343 (2006).
- [20] V. Lavielle, F. de Sèze, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët, "Wideband radio frequency spectrum analyzer : improved design and experimental results," *J. Lumin.* **107**, 75 (2004).
- [21] F. Schlottau, M. Colice, K. Wagner, and W. Babbitt, "Spectral hole burning for wideband, high-resolution radio-frequency spectrum analysis," *Opt. Lett.* **30**, 3003 (2005).
- [22] V. Crozatier, V. Lavielle, F. Bretenaker, J.-L. le Gouët, and I. Lorgeré, "High-resolution radio frequency spectral analysis with photon echo chirp transform in an  $\text{Er}:\text{YSO}$  crystal," *IEEE J. Quantum Electron.* **40**, 1450 (2004).
- [23] V. Crozatier, G. Gorju, F. Bretenaker, J.-L. le Gouët, I. Lorgeré, and E. Baldit, "Photon echoes in an amplifying rare-earth-ion-doped crystal," *Opt. Lett.* **30**, 1288 (2005).
- [24] V. Crozatier, F. de Sèze, L. Haals, F. Bretenaker, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët, "Laser diode stabilisation for coherent driving of rare earth ions," *Opt. Comm.* **241**, 203 (2004).

- [25] A. Harris and J. Zmuidzinas, “A wideband lag correlator for heterodyne spectroscopy of broad astronomical and atmospheric spectral lines,” *Rev. Sci. Instr.* **72**, 1531 (2001).
- [26] L. Ravera, M. Giard, D. Lagrange, E. Caux, A. Cros, G. Serra, J.-L. Noullet, A. Ferreira, P. Caïs, A. Baudry, J.-M. Desbat, A. Escobar, G. Montignac, M. Torres, and J.-Y. Mayvial, “Wideband digital autocorrelator for FIRST,” *Proc. SPIE of Advanced Technology MMW Radio and Terahertz Telescopes conference* **3357**, 368 (1998).
- [27] T. Cole, “Finite sample correlations of quantized Gaussians,” *Aust. J. Phys.* **21**, 273 (1968).
- [28] N. Kaifu, N. Ukita, Y. Chikada, and T. Miyaji, “A high-resolution acousto-optical radiospectrometer for millimeter-wave astronomy,” *Publ. Astron. Soc. Japan* **29**, 429 (1977).
- [29] A. Lecacheux, C. Rosolen, D. Michet, and V. Clerc, “Space qualified, wide band and ultra wide band acousto-optical spectrometers for millimeter and sub-millimeter radio astronomy,” *Proc. SPIE of Advanced Technology MMW, Radio and Terahertz Telescopes conference* **3357**, 519 (1998).
- [30] J. Klauder, A. Price, S. Darlington, and W. Albersheim, “The theory and design of chirp radars,” *Bell Syst. Tech. J.* **39**, 745 (1960).
- [31] M. Jack, P. Grant, and J. Collins, “The theory design and applications of surface acoustic wave Fourier transform processors,” *Proc. IEEE* **68**, 450 (1980).
- [32] V. Lavielle, “Processus atomiques cohérents appliqués à l’analyse spectrale très large bande de signaux radio fréquence,” Ph.D. thesis, Université Paris XI - n°7680 (2004).
- [33] W. Moerner, *Persistent spectral hole-burning : science and applications* (Springer-Verlag, 1988).
- [34] R. Macfarlane, “High-resolution spectroscopy of rare-earth doped insulators : a personal perspective,” *J. Lumin.* **13**, 1 (2002).
- [35] R. Macfarlane and R. Shelby, *Spectroscopy of solids containing rare earth ions* (North-Holland, 1987).
- [36] A. Messiah, *Mécanique quantique, tome II* (Dunod, 1964).
- [37] R. Orbach, “Linewidth and temperature shift of the R lines in Ruby,” *Proc. R. Soc. London Ser. A* **264**, 458 (1961).
- [38] R. Yano, M. Mitsunaga, and N. Uesugi, “Ultralong optical dephasing time in  $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ ,” *Opt. Lett.* **16**, 1884 (1991).



- [39] Y. Sun, C. Thiel, R. Cone, R. Equall, and R. Hutcheson, “Recent progress in developing new rare earth materials for hole burning and coherent transient applications,” *J. Lumin.* **98**, 281 (2002).
- [40] R. Yano, M. Mitsunaga, and N. Uesugi, “Stimulated-photon-echo spectroscopy. I. Spectral diffusion in  $\text{Eu}^{3+}:\text{YAlO}_3$ ,” *Phys. Rev. B* **45**, 12 752 (1992).
- [41] J. Huang, J. Zhang, A. Lezama, and T. Mossberg, “Excess dephasing in photon-echo experiments arising from excitation-induced electronic level shifts,” *Phys. Rev. Lett.* **63**, 78 (1989).
- [42] Y. Sun, G. Wang, R. Cone, R. Equall, and M. Leask, “Symmetry considerations regarding light propagation and light polarization for coherent interactions with ions in crystals,” *Phys. Rev. B* **62**, 15 443 (2000).
- [43] R. Macfarlane, “Photon-echo measurements on the trivalent thulium ion,” *Opt. Lett.* **18**, 1958 (1993).
- [44] J. Gruber, M. Hills, R. Macfarlane, C. Morrison, G. Turner, G. Quarles, G. Kintz, and L. Esterowitz, “Spectra and energy levels of  $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ,” *Phys. Rev. B* **40**, 9464 (1989).
- [45] G. Wang, R. Equall, R. Cone, M. Leask, K. Godfrey, and F. Wondre, “Optical dephasing mechanisms in  $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ,” *Opt. Lett.* **21**, 818 (1996).
- [46] L. Ménager, “Traitement optique de signaux radio-fréquence par holographie spatio-temporelle,” Ph.D. thesis, Université Paris XI - n°6401 (2000).
- [47] B. Maksimov, Y. Kharitonov, V. Ilyukhin, and N. Belov, “Crystal structure of Y-Oxysilicate  $\text{Y}_2(\text{SiO}_4)\text{O}$ ,” *Sov. Phys. Doklady* **13**, 1188 (1969).
- [48] T. Böttger, C. Thiel, Y. Sun, and R. Cone, “Optical decoherence and spectral diffusion at  $1.5 \mu\text{m}$  in  $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  versus magnetic field, temperature, and  $\text{Er}^{3+}$  concentration,” *Phys. Rev. B* **73**, 075 101 (2006).
- [49] T. Böttger, “Laser frequency stabilization to spectral hole burning frequency references in erbium-doped crystals : material and device optimization,” Ph.D. thesis, Université de Bozeman, Montana (2002).
- [50] Y. Zhang, X. Shen, and R. Kachru, “Observation of photon echo in  $\text{Er}^{3+}:\text{YAG}$  at  $1.527 \mu\text{m}$ ,” *Opt. Lett.* **22**, 1068 (1997).
- [51] R. Macfarlane, T. Harris, Y. Sun, R. Cone, and R. Equall, “Measurement of photon echoes in  $\text{Er}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  at  $1.5 \mu\text{m}$  with a diode laser and an amplifier,” *Opt. Lett.* **22**, 871 (1997).
- [52] C. Li, C. Wyon, and R. Moncorgé, “Spectroscopic properties and fluorescence dynamics of  $\text{Er}^{3+}$  and  $\text{Yb}^{3+}$  in  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$ ,” *IEEE J. Quantum Electron.* **28**, 1209 (1992).

- [53] L. Allen and J. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms* (John Wiley & sons, 1975).
- [54] E. Hahn, "Spin echoes," *Phys. Rev.* **80**, 580 (1950).
- [55] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique quantique, tome I* (Herman, 1973).
- [56] Z. Cole, T. Böttger, R. Krishna-Mohan, R. Reibel, W. Babbitt, R. Cone, and K. Merkel, "Coherent integration of 0.5 GHz spectral holograms at 1536 nm using dynamic biphasic codes," *Appl. Phys. Lett.* **81**, 3525 (2002).
- [57] M. Tian, J. Zhao, Z. Cole, R. Reibel, and W. Babbitt, "Dynamics of broadband accumulated spectral gratings in  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG," *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 673 (2001).
- [58] J. Goodman, *Introduction to Fourier optics, second edition* (McGraw-Hill, 1996).
- [59] E. Hecht, *Optics, third edition* (Addison Wesley, 1998).
- [60] H. Lin, T. Wang, and T. Mossberg, "Demonstration of 8-Gbit/in.<sup>2</sup> areal storage density based on swept-carrier frequency-selective optical memory," *Opt. Lett.* **20**, 1658 (1995).
- [61] S. Akhmanov, A. Chirkin, K. Drabovich, A. Kovrigin, R. Khokhlov, and A. Sukhorukov, "Nonstationary nonlinear optical effects and ultrashort light pulse formation," *IEEE J. Quantum Electron.* **4**, 598 (1968).
- [62] E. Treacy, "Optical pulse compression with diffraction gratings," *IEEE J. Quantum Electron.* **5**, 454 (1969).
- [63] L. Telegin and A. Chirkin, "Reversal and reconstruction of the profile of ultrashort light pulses," *Sov. J. Quantum. Electron.* **15**, 101 (1985).
- [64] S. Akhmanov, V. Vysloukh, and A. Chirkin, "Self-action of wave packets in a nonlinear medium and femtosecond laser pulse generation," *Sov. Phys. -Usp.* **29**, 642 (1987).
- [65] B. Kolner and M. Nazarathy, "Temporal imaging with a time lens," *Opt. Lett.* **14**, 630 (1989).
- [66] B. Kolner, "Space-time duality and the theory of temporal imaging," *IEEE J. Quantum Electron.* **30**, 1951 (1994).
- [67] P. Tournois, "Analogie optique de la compression d'impulsions," *C. R. Acad. Sc. Paris, Série B* **258**, 3839 (1964).
- [68] P. Tournois, J.-L. Vernet, and G. Bienvenu, "Sur l'analogie optique de certains montages électroniques : formation d'images temporelles de signaux électriques," *C. R. Acad. Sc. Paris, Série B* **267**, 375 (1968).

- [69] C. Bennett and B. Kolner, "Aberrations in temporal imaging," *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 20 (2001).
- [70] H. Winful, "Pulse compression in optical fiber filters," *Appl. Phys. Lett.* **46**, 527 (1985).
- [71] M. Muriel, J. Azaña, and A. Carballar, "Real-time Fourier transformer based on fiber gratings," *Opt. Lett.* **24**, 1 (1999).
- [72] P. Maine and G. Mourou, "Amplification of 1-nsec pulses in Nd :glass followed by compression to 1 psec," *Opt. Lett.* **13**, 467 (1988).
- [73] B. Kolner, "Active pulse compression using an integrated electro-optic phase modulator," *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1122 (1988).
- [74] D. Grischkowsky, "Optical pulse compression," *Appl. Phys. Lett.* **25**, 566 (1974).
- [75] R. Fisher, P. Kelley, and T. Gustafson, "Subpicosecond pulse generation using the optical Kerr effect," *Appl. Phys. Lett.* **14**, 140 (1969).
- [76] D. Grischkowsky and A. Balant, "Optical pulse compression based on enhanced frequency chirping," *Appl. Phys. Lett.* **41**, 1 (1982).
- [77] M. Vampouille, J. Marty, and C. Froehly, "Optical frequency intermodulation between two picosecond laser pulses," *IEEE J. Quantum Electron.* **22**, 192 (1986).
- [78] C. Bennett, R. Scott, and B. Kolner, "Temporal magnification and reversal of 100 Gb/s optical data with an up-conversion time microscope," *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2513 (1994).
- [79] C. Bennett and B. Kolner, "Upconversion time microscope demonstrating 103x magnification of femtosecond waveforms," *Opt. Lett.* **24**, 783 (1999).
- [80] T. Jansson, "Real-time Fourier transformation in dispersive optical fibers," *Opt. Lett.* **8**, 232 (1983).
- [81] A. Lohmann and D. Mendlovic, "Temporal filtering with time lenses," *Appl. Opt.* **31**, 6212 (1992).
- [82] F. Coppinger, A. Bhushan, and B. Jalali, "Photonic time stretch and its application to analog-to-digital conversion," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47**, 1309 (1999).
- [83] L. Ménager, I. Lorgeré, J.-L. le Gouët, R. Krishna-Mohan, and S. Kröll, "Time-domain Fresnel-to-Fraunhofer diffraction with photon echoes," *Opt. Lett.* **24**, 927 (1999).
- [84] L. Ménager, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët, "Fresnel diffraction on the edge of causality," *Opt. Lett.* **25**, 1316 (2000).

- [85] L. Mertz, *Transformations in optics* (John Wiley & sons, 1965).
- [86] P. Gallion and G. Debarge, “Quantum phase noise and field correlation in single frequency semiconductor laser systems,” *IEEE J. Quantum Electron.* **20**, 343 (1984).
- [87] T. Böttger, Y. Sun, G. Pryde, G. Reinemer, and R. Cone, “Diode laser frequency stabilization to transient spectral holes and spectral diffusion in  $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  at 1536 nm,” *J. Lumin.* **94-95**, 565 (2001).
- [88] W. Mims, “Phase memory in electron spin echoes, lattice relaxation effects in  $\text{CaWO}_4:\text{Er,Ce,Mn}$ ,” *Phys. Rev.* **168**, 370 (1968).
- [89] R. Macfarlane, R. Wannemacher, D. Boye, Y. Wang, and R. Meltzer, “Nonexponential photon echo decay of  $\text{Er}^{3+}$  in fluorides,” *J. Lumin.* **48-49**, 313 (1991).
- [90] R. Friedberg and S. Hartmann, “Superradiant damping and absorption,” *Phys. Lett.* **37A**, 285 (1971).
- [91] E. Hahn, N. Shiren, and S. McCall, “Application of the area theorem to photon echoes,” *Phys. Lett.* **37A**, 265 (1971).
- [92] A. Compaan and I. Abella, “Evidence of strong optical super-radiant damping in Ruby,” *Phys. Rev. Lett.* **27**, 23 (1971).
- [93] M. Broer and B. Golding, “Coherent transients in active optical fibers,” *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 523 (1986).
- [94] T. Wang, C. Greiner, and T. Mossberg, “Photon echo signals : beyond unit efficiency,” *Opt. Comm.* **153**, 309 (1998).
- [95] M. Azadeh, C. Sjaarda-Cornish, W. Babbitt, and L. Tsang, “Efficient photon echoes in optically thick media,” *Phys. Rev. A* **57**, 4662 (1998).
- [96] T. Wang, C. Greiner, J. Bochinski, and T. Mossberg, “Experimental study of photon-echo size in optically thick media,” *Phys. Rev. A* **60**, R757 (1999).
- [97] C. Sjaarda-Cornish, W. Babbitt, and L. Tsang, “Demonstration of highly efficient photon echoes,” *Opt. Lett.* **25**, 1276 (2000).
- [98] T. Wang, C. Greiner, and T. Mossberg, “Experimental observation of photon echoes and power-efficiency analysis in a cavity environment,” *Opt. Lett.* **23**, 1736 (1998).
- [99] B. Ham and M. Kim, “Photon-echo amplification by an external-cavity amplifier,” *Appl. Opt.* **33**, 4472 (1994).
- [100] B. Luo, U. Elman, S. Kröll, R. Paschotta, and A. Tropper, “Amplification of photon echo signals by use of a fiber amplifier,” *Opt. Lett.* **23**, 442 (1998).
- [101] R. Krishna-Mohan, U. Elman, M. Tian, and S. Kröll, “Regeneration of photon echoes with amplified photon echoes,” *Opt. Lett.* **24**, 37 (1999).

- [102] A. Szabo and J. Heber, “Optically induced homogeneous line narrowing,” *Phys. Rev. A* **29**, 3452 (1984).
- [103] V. da Silva and Y. Silberberg, “Photon echoes in an optical amplifier,” *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1097 (1993).
- [104] M. Azadeh and W. Babbitt, “Photon echoes in inverted media,” *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **291**, 269 (1996).
- [105] H. Sõnajalg and P. Saari, “Diffraction efficiency in space-and-time-domain holography,” *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 372 (1994).
- [106] A. Szabo, “Spin dependence of optical dephasing in ruby : the frozen core,” *Opt. Lett.* **8**, 486 (1983).
- [107] D. Taylor and J. Hessler, “Photon echo decay in ruby : electric dipole interactions and instantaneous diffusion,” *Phys. Lett.* **50A**, 205 (1974).
- [108] G. Liu and R. Cone, “Laser-induced instantaneous spectral diffusion in  $\text{Tb}^{3+}$  compounds as observed in photon-echo experiments,” *Phys. Rev. B* **41**, 6193 (1990).
- [109] S. Kröll, E. Xu, M. Kim, M. Mitsunaga, and R. Kachru, “Intensity-depedent photon-echo relaxation in rare-earth-doped crystal,” *Phys. Rev. B* **41**, 11 568 (1990).
- [110] J. Huang, J. Zhang, and T. Mossberg, “Excitation-induced frequency shifts and frequency-dependent dephasing in  $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{O}_3$ ,” *Opt. Comm.* **75**, 29 (1990).
- [111] Y. Bai and R. Kachru, “Nonequilibrium resonant-phonon-induced excess photon-echo dephasing,” *Phys. Rev. B* **46**, 13 735 (1992).
- [112] P. Hu and L. Walker, “Spectral-diffusion decay in echo experiments,” *Phys. Rev. B* **18**, 1300 (1978).
- [113] Y. Bai and M. Fayer, “Time scales and optical dephasing measurements : investigation of dynamics in complex systems,” *Phys. Rev. B* **39**, 11 066 (1989).
- [114] R. Dupree and M. Smith, “Structural influences on high-resolution yttrium-89 NMR spectra of solids,” *Chem. Phys. Lett.* **148**, 41 (1988).
- [115] F. de Sèze, F. Dahes, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, and J.-L. le Gouët, “Coherent driving of  $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$  using a complex hyperbolic secant optical field,” *Eur. Phys. J. D* **33**, 343 (2005).
- [116] W. Eickhoff and R. Ulrich, “Optical frequency domain reflectometry in single-mode fiber,” *Appl. Phys. Lett.* **39**, 693 (1991).
- [117] C. Karlsson, F. Olsson, D. Letalick, and M. Harris, “All-fiber multifunction continuous-wave coherent laser radar at  $1.55 \mu\text{m}$  for range, speed, vibration, and wind measurements,” *Appl. Opt.* **39**, 3716 (2000).

- [118] C. Tang and J. Telle, “Laser modulation spectroscopy of solids,” *J. Appl. Phys.* **45**, 4503 (1974).
- [119] C. Henry, “Theory of the linewidth of semiconductor lasers,” *IEEE J. Quantum Electron.* **18**, 259 (1982).
- [120] J. Buus, M.-C. Amann, and D. Blumenthal, *Tunable laser diodes and related optical sources, second edition* (John Wiley & sons, 2005).
- [121] T. Koch, U. Koren, and B. Miller, “High performance tunable 1.5  $\mu\text{m}$  InGaAs/InGaAsP multiple quantum well distributed Bragg reflector lasers,” *Appl. Phys. Lett.* **53**, 1036 (1988).
- [122] M. Öberg, S. Nilsson, T. Klinga, and P. Ojala, “A three-electrode distributed Bragg reflector laser with 22 nm wavelength tuning range,” *IEEE Photon. Technol. Lett.* **3**, 299 (1991).
- [123] K. Kobayashi and I. Mito, “Single frequency and tunable laser diodes,” *J. Lightwave Technol.* **6**, 1623 (1988).
- [124] M. Okai, M. Suzuki, and T. Taniwatari, “Strained multiquantum-well corrugation-pitch-modulated distributed feedback laser with ultranarrow (3.6 kHz) spectral linewidth,” *Electron. Lett.* **29**, 1696 (1993).
- [125] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics, seventh edition* (Cambridge University Press, 1999).
- [126] K. Harvey and C. Myatt, “External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating,” *Opt. Lett.* **16**, 910 (1991).
- [127] M. Bagley, R. Wyatt, D. Elton, H. Wickes, P. Spurdens, C. Seltzer, D. Cooper, and W. Devlin, “242 nm continuous tuning from a GRIN-SC-MQW-BH InGaAsP laser in an extended cavity,” *Electron. Lett.* **26**, 267 (1990).
- [128] F. Favre and D. le Guen, “82 nm of continuous tuning for an external cavity semiconductor laser,” *Electron. Lett.* **27**, 183 (1991).
- [129] G. Coquin and K. Cheung, “Electronically tunable external cavity semiconductor laser,” *Electron. Lett.* **24**, 599 (1988).
- [130] B. Boggs, C. Greiner, T. Wang, H. Lin, and T. Mossberg, “Simple high-coherence rapidly tunable external-cavity diode laser,” *Opt. Lett.* **23**, 1906 (1998).
- [131] Y.-P. Lan, R.-P. Pan, and C.-L. Pan, “Mode-hop-free fine tuning of an external-cavity diode laser with an intracavity liquid crystal cell,” *Opt. Lett.* **29**, 510 (2004).
- [132] B. Wacogne, J.-P. Goedgebuer, and H. Porte, “Single lithium niobate crystal for mode selection and phase modulation in a tunable extended-cavity laser diode,” *Opt. Lett.* **19**, 1334 (1994).

- [133] L. Ménager, L. Cabaret, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët, “Diode laser extended cavity for broad-range fast ramping,” *Opt. Lett.* **25**, 1246 (2000).
- [134] L. Levin, “Mode-hop-free electro-optically tuned diode laser,” *Opt. Lett.* **27**, 237 (2002).
- [135] M. de Labachellerie and G. Passedat, “Mode-hop suppression of Littrow grating-tuned lasers,” *Appl. Opt.* **32**, 269 (1993).
- [136] A. Yariv, *Optical electronics in modern communications, fifth edition* (Oxford University Press, 1997).
- [137] M. Abarkan, J.-P. Salvestrini, M. Fontana, and M. Aillerie, “Frequency and wavelength dependences of electro-optic coefficients in inorganic crystals,” *Appl. Phys. B* **76**, 765 (2003).
- [138] G. Gorju, V. Crozatier, V. Lavielle, I. Lorgeré, J.-L. le Gouët, and F. Bretenaker, “Experimental investigation of deterministic and stochastic frequency noises of a rapidly frequency chirped laser,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **30**, 175 (2005).
- [139] K. Repasky, J. Williams, J. Carlsten, E. Noonan, and G. Switzer, “Tunable external-cavity diode laser based on integrated waveguide structures,” *Opt. Eng.* **42**, 2229 (2003).
- [140] R. Schmidt and I. Kaminow, “Metal-diffused optical waveguides in  $\text{LiNbO}_3$ ,” *Appl. Phys. Lett.* **25**, 458 (1974).
- [141] M. de Micheli, J. Botineau, S. Neveu, P. Sibillot, D. Ostrowsky, and M. Papuchon, “Independent control of index and profiles in proton-exchanged lithium niobate guides,” *Opt. Lett.* **8**, 114 (1983).
- [142] S. Mailis, C. Riziotis, I. Wellington, P. Smith, C. Gawith, and R. Eason, “Direct ultraviolet writing of channel waveguides in congruent lithium niobate single crystals,” *Opt. Lett.* **28**, 1433 (2003).
- [143] A. Yariv, “Coupled-mode theory for guided-wave optics,” *IEEE J. Quantum Electron.* **9**, 919 (1973).
- [144] C. Becker, A. Greiner, T. Oesselke, A. Pape, W. Sohler, and H. Suche, “Integrated optical  $\text{Ti}:\text{Fe}:\text{LiNbO}_3$  distributed Bragg reflector laser with a fixed photorefractive grating,” *Opt. Lett.* **23**, 1194 (1998).
- [145] J. Hukriede, I. Nee, D. Kip, and E. Krätzig, “Thermally fixed reflection gratings for infrared light in  $\text{LiNbO}_3:\text{Ti}:\text{Fe}$  channel waveguides,” *Opt. Lett.* **23**, 1405 (1998).
- [146] H. Eggert, B. Hecking, and K. Buse, “Electrical fixing in near-stoichiometric lithium niobate crystals,” *Opt. Lett.* **29**, 2476 (2004).

- [147] K. Chen, J. Ihlemann, P. Simon, I. Baumann, and W. Sohler, "Generation of sub-micron surface gratings on LiNbO<sub>3</sub> by ultrashort UV laser pulses," *Appl. Phys. A* **65**, 517 (1997).
- [148] B. Wu, P. Chu, H. Hu, and Z. Xiong, "UV-induced surface-relief gratings on LiNbO<sub>3</sub> channel waveguides," *IEEE J. Quantum Electron.* **35**, 1369 (1999).
- [149] D. Grobnic, S. Mihailov, C. Smelser, F. Génèreux, G. Baldenberger, and R. Vallée, "Bragg gratings made in reverse proton exchange lithium niobate waveguides with a femtosecond IR laser and a phase mask," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **17**, 1453 (2005).
- [150] B.-E. Benkelfat, R. Ferrière, B. Wacogne, and P. Mollier, "Technological implementation of Bragg grating reflectors in Ti :LiNbO<sub>3</sub> waveguides by proton exchange," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **14**, 1430 (2002).
- [151] I. Baumann, S. Bosso, R. Brinkmann, R. Corsini, M. Dinand, A. Greiner, K. Schäfer, J. Söchtig, W. Sohler, H. Suche, and R. Wessel, "Er-doped integrated optical devices in LiNbO<sub>3</sub>," *IEEE J. Sel. Top. Quant. Elect.* **2**, 355 (1996).
- [152] K. Buse, S. Breer, K. Peithmann, S. Kapphan, M. Gao, and E. Krätzig, "Origin of thermal fixing in photorefractive lithium niobate crystals," *Phys. Rev. B* **56**, 1225 (1997).
- [153] B. Das, "Integrated optical distributed Bragg reflector and distributed feedback lasers in Er :LiNbO<sub>3</sub> waveguides with photorefractive gratings," Ph.D. thesis, Universität de Paderborn (2003).
- [154] K. Petermann, *Laser diode modulation and noise* (Kluwer Academic Publishers, 1991).
- [155] R. Becker, "Circuit effect in LiNbO<sub>3</sub> channel-waveguide modulators," *Opt. Lett.* **10**, 417 (1985).
- [156] A. Blanchard, *Phase-locked loops. Application to coherent receiver design* (John Wiley & sons, 1976).
- [157] C. Greiner, B. Boggs, T. Wang, and T. Mossberg, "Laser frequency stabilization by means of optical self-heterodyne beat-frequency control," *Opt. Lett.* **23**, 1280 (1998).
- [158] M. Lukin and P. Hemmer, "Quantum entanglement via optical control of atom-atom interactions," *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2818 (2000).
- [159] N. Ohlsson, R. Krishna-Mohan, and S. Kröll, "Quantum computer hardware based on rare-earth-ion-doped inorganic crystals," *Opt. Comm.* **201**, 71 (2002).



- [160] M. Lukin, S. Yelin, and M. Fleischhauer, “Entanglement of atomic ensembles by trapping correlated photon states,” *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4232 (2000).
- [161] E. Fraval, M. Sellars, and J. Longdell, “Method of extending hyperfine coherence times in  $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ ,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 77 601 (2004).
- [162] F. de Sèze, A. Louchet, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, J.-L. le Gouët, O. Guillot-Noël, and P. Goldner, “Experimental tailoring of a three-level  $\Lambda$  system in  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ ,” *Phys. Rev. B* **73**, 085 112 (2006).
- [163] V. Malinovsky and J. Krause, “General theory of population transfer by adiabatic rapid passage with intense, chirped laser pulses,” *Eur. Phys. J. D* **14**, 147 (2001).
- [164] F. de Sèze, V. Lavielle, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët, “Chirped pulse generation of a narrow absorption line in a  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  crystal,” *Opt. Comm.* **223**, 321 (2003).
- [165] M. de Labachellerie, C. Latrasse, P. Kemssu, and P. Cerez, “The frequency control of laser diodes,” *J. Phys. III France* **2**, 1557 (1992).
- [166] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).
- [167] V. Vassiliev, V. Velichansky, P. Kersten, T. Trebst, and F. Riehle, “Subkilohertz enhanced-power diode-laser spectrometer in the visible,” *Opt. Lett.* **23**, 1229 (1998).
- [168] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke, and U. Sterr, “Diode laser with 1 Hz linewidth,” *Opt. Lett.* **31**, 736 (2006).
- [169] P. Sellin, N. Strickland, J. Carlsten, and R. Cone, “Programmable frequency reference for subkilohertz laser stabilization by use of persistent spectral hole burning,” *Opt. Lett.* **24**, 1038 (1999).
- [170] N. Uehara and K. Ueda, “Accurate measurement of ultralow loss in a high-finesse Fabry-Perot interferometer using the frequency response functions,” *Appl. Phys. B* **61**, 9 (1995).
- [171] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet, and A. le Floch, “Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry-Perot cavity. Application to the measurement of high finesses,” *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 2811 (1997).
- [172] Z. Barber, M. Tian, R. Reibel, and W. Babbitt, “Optical pulse shaping using optical coherent transients,” *Opt. Exp.* **10**, 1145 (2002).



## Résumé

Dans cette thèse, nous utilisons les propriétés spectrales remarquables des cristaux dopés aux ions de terre rare pour effectuer des opérations de transformation de Fourier temps-fréquence. Nous présentons ainsi la première démonstration expérimentale de traitement cohérent de signaux radiofréquences (RF) sur une large bande. Notre système utilise une séquence d'excitation à base d'impulsions balayées en fréquence, dérivée du processus d'écho de photons. Par cet algorithme, le spectre du signal RF à analyser est projeté dans le temps. Expérimentalement, nous avons relevé d'excellentes performances dans un cristal de Er :Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>, utilisant une transition optique dans la fenêtre télécom. En effet, la bande passante instantanée atteint 1,5 GHz, avec 24 000 canaux spectraux d'analyse. La résolution peut quant à elle descendre à 50 kHz, et la dynamique d'analyse est de 32 dB.

Ces résultats ont été obtenus grâce au développement spécifique d'une source laser, dont la fréquence peut être accordée sur plusieurs GHz en quelques  $\mu$ s. Une boucle d'asservissement permet d'offrir une excellente précision de ces balayages en fréquence. D'autres sources laser ont également été mises au point. L'une d'elle utilise des structures d'optique intégrée, et une autre est asservie sur une cavité optique de référence, pour affiner sa largeur d'émission sous le kHz.

Par ailleurs, nous présentons une première étude d'échos de photons obtenus en milieu amplificateur dans un cristal de Er :Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>. Ainsi, le rendement énergétique du processus est augmenté. De nouveaux mécanismes déphasants hors équilibre sont également mis en avant lors de la génération de l'écho de photons.

## Abstract

In this thesis, we take advantage of the spectral properties of rare-earth ion-doped crystals to perform time-to-frequency Fourier transform operations. We introduce the first experimental demonstration of coherent processing of radiofrequency (RF) signals over a wide bandwidth. Our system is based on an excitation sequence using frequency-swept pulses, deriving from photon echoes. Thanks to this algorithm, the RF signal spectrum is displayed in the time domain. Experimentally, we measured impressive performances in an Er :Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> crystal, using an optical transition in the telecommunication window. Indeed, the instantaneous bandwidth reaches 1.5 GHz, together with 24,000 independent frequency channels. The resolution can be as low as 50 kHz, and the dynamic range of the process is 32 dB.

These results are obtained thanks to the development of a specific laser source, whose frequency can be tuned over several GHz in few  $\mu$ s. A servo loop ensures an excellent precision of the frequency scans. Other laser sources have also been built up : one uses waveguide structures ; another one is frequency-locked on an optical reference cavity, in order to reach a sub-kHz emission linewidth.

We also introduce a first study of photon echoes generated in an amplifying Er :Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> crystal. This way, the energy efficiency of the process is increased. New dephasing mechanisms occurring during the photon echo stimulation are highlighted.

## Mots clefs

Analyse spectrale	Transformée de Fourier
Signaux Radiofréquences	Laser
Ions de terre rare	Effet électro-optique
Echo de photons	Asservissement