



**HAL**  
open science

# Propagation acoustique en conduit traité: influence de l'écoulement sur la propagation acoustique avec impédance de paroi.

Maud Leroux

## ► To cite this version:

Maud Leroux. Propagation acoustique en conduit traité: influence de l'écoulement sur la propagation acoustique avec impédance de paroi.. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2006. Français. NNT: . tel-00106271

**HAL Id: tel-00106271**

**<https://theses.hal.science/tel-00106271>**

Submitted on 13 Oct 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Académie de Nantes*

ECOLE DOCTORALE DE L'UNIVERSITÉ DU MAINE  
LE MANS, FRANCE

THÈSE DE DOCTORAT  
*Spécialité : ACOUSTIQUE*

présentée par

**Maud LEROUX**

pour obtenir le titre de Docteur d'Université

---

PROPAGATION ACOUSTIQUE EN CONDUIT TRAITÉ :  
INFLUENCE DE L'ÉCOULEMENT SUR LA PROPAGATION AVEC  
IMPÉDANCE DE PAROI

---

Soutenue le 19 septembre 2005

devant le jury composé de :

<b>Y. AURÉGAN</b>	Chargé de recherche, LAUM, Le Mans	directeur de thèse
<b>H. BATARD</b>	Ingénieur Docteur, Airbus France, Toulouse	examineur
<b>M-A. GALLAND</b>	Maître de conférences, ECL, Lyon	rapporteur
<b>J. GILBERT</b>	Chargé de recherche, LAUM, Le Mans	examineur
<b>A. HIRSCHBERG</b>	Professeur, TU/e, Eindhoven (PAYS-BAS)	rapporteur
<b>J-C. VALIERE</b>	Professeur, LEA, Poitiers	président de jury



Cette thèse n'aurait pas eu lieu sans l'encadrement scientifique de M. Yves Aurégan, à l'origine de ce travail. Je le remercie de s'être investi dans la partie expérimentale, m'aidant à surmonter les nombreuses embûches rencontrées, et pour sa contribution théorique.

Je remercie les membres du jury Messieurs Batard, Valière et Gilbert, qui ont accepté d'évaluer le travail effectué lors de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils y ont porté. En particulier, je remercie M. Hirschberg et Mme Galland qui ont accepté d'être rapporteurs et se sont investis dans la lecture de ce mémoire avec un regard critique et constructif.

Une thèse expérimentale nécessite du matériel technique, mais aussi un potentiel humain qualifié. Je remercie de ce fait les membres du personnel technique pour leur aide et leur soutien précieux, ainsi que pour tous les "petits dépannages" du moment.

La vie menée au laboratoire a été facilitée par la gentillesse de l'ensemble de ses membres à mon égard, qui m'ont permis de travailler au sein d'une ambiance conviviale. Je remercie l'ensemble de ces personnes pour leur disponibilité et le partage de leur expérience.

Merci aux doctorants et autres compères (commères), qui ont su de près comme de loin être présents, et partager les joies et autres tracasseries du doctorat : MHM, Sophie, Marie, Sylvie, Cyrille, Stéphane, Vincent, Anne, Sandrine, Vincent G., Simon, Benoît, et autres caféinomanes...

Merci infiniment à Cel, Lolo, Manue, Dave, Aurélie, Rénald, Orane, mais tout particulièrement à mes parents et mon frère, pour leur amour et leur soutien de tous les jours.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Propagation acoustique dans les guides d'onde avec écoulement</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Exposition du problème . . . . .	5
1.3 Méthode multimodale . . . . .	6
1.4 Condition d'admittance . . . . .	10
1.4.1 Condition d'admittance en paroi . . . . .	10
1.4.2 Variation de l'admittance suivant $x$ . . . . .	11
1.5 Analyse des discontinuités . . . . .	12
1.6 Méthode à 3 zones . . . . .	13
<b>2 Comportement acoustique avec écoulement de tubes localement traités</b>	<b>17</b>
2.1 Préambule . . . . .	17
2.2 Modèle discret . . . . .	18
2.2.1 Introduction . . . . .	18
2.2.2 Experiments . . . . .	18
2.2.3 Segmentation Model . . . . .	22
2.2.4 Conclusion . . . . .	27
2.2.5 Supplementary : the theory of Dokumaci . . . . .	28
2.3 Modèle Continu . . . . .	30
2.3.1 Introduction . . . . .	30
2.3.2 Expériences . . . . .	30
2.3.3 Modèle Continu . . . . .	33
2.3.4 Conclusion . . . . .	49
2.4 Conclusion . . . . .	53
<b>3 Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method</b>	<b>55</b>
3.1 Introduction . . . . .	55
3.2 Multimodal Method . . . . .	56
3.2.1 Formulation of the problem . . . . .	56
3.2.2 3 zones method . . . . .	57
3.2.3 Validation of the method . . . . .	59

3.3	Experiment . . . . .	60
3.3.1	Experimental set-up . . . . .	60
3.3.2	Measurement Method . . . . .	62
3.4	Inverse Method . . . . .	63
3.4.1	Principle . . . . .	63
3.4.2	Tested Liners . . . . .	63
3.4.3	Results for the Ceramic Liner . . . . .	65
3.4.4	Results for the aluminium liner . . . . .	69
3.4.5	Results for the SDOF Liner . . . . .	71
3.5	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Comportement particulier d'un traitement acoustique avec écoulement</b>	<b>77</b>
4.1	Introduction . . . . .	77
4.2	Mise en évidence du comportement de l'élément en céramique . . . . .	78
4.2.1	Montage expérimental . . . . .	78
4.2.2	Comportement particulier de l'élément en céramique . . . . .	79
4.3	Pertes de charge . . . . .	82
4.3.1	Rappels théoriques sur les pertes de charge régulières . . . . .	82
4.3.2	Mesures . . . . .	82
4.4	Influence de l'épaisseur du matériau . . . . .	85
4.5	Influence de la résistivité du matériau . . . . .	87
4.6	Modèle théorique . . . . .	91
4.7	Résultats . . . . .	96
4.7.1	Traitement en céramique . . . . .	96
4.7.2	Bloc d'aluminium . . . . .	99
4.8	Conclusion . . . . .	101
	<b>Conclusion générale</b>	<b>103</b>
<b>A</b>	<b>Calibration des microphones</b>	<b>105</b>
A.1	Banc à section circulaire . . . . .	105
A.2	Banc à section rectangulaire . . . . .	107
<b>B</b>	<b>Compléments techniques sur les montages expérimentaux</b>	<b>109</b>
B.1	Banc à section circulaire . . . . .	109
B.2	Banc à section rectangulaire . . . . .	110
<b>C</b>	<b>Programmes</b>	<b>113</b>
<b>D</b>	<b>Pertes de charge</b>	<b>123</b>

# Introduction

Le contexte général de cette thèse s'inscrit dans une volonté de la société actuelle de réduire les nuisances sonores de plus en plus présentes dans le domaine des transports, notamment le trafic automobile et aérien. Les lignes d'échappement automobile, ainsi que les réacteurs d'avion, font l'objet d'études sur des guides d'onde, dans lesquels se superposent propagation acoustique et écoulement. Les phénomènes d'interaction entre acoustique et écoulement sont complexes, et le couplage induit de nombreux effets mal connus (génération de bruit par turbulence, effets de l'écoulement sur l'absorption de matériaux acoustiques, apparition de sifflements,...). Des recherches sont menées afin d'essayer de mieux comprendre et de prévoir les effets de ce couplage et de l'écoulement sur l'absorption de matériaux acoustiques, lorsque ces derniers sont appliqués en paroi de guides.

De nombreuses études ont été développées au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine sur la propagation acoustique dans des systèmes soumis à un écoulement et les conduits traités (travaux de V. Pagneux 1996 [1], G. Ajello [2], S. Felix 2002 [3], V. Gareton 2003 [4]). Dans le cadre de l'étude de l'acoustique dans les guides d'onde, le laboratoire travaille en collaboration avec d'autres universités comme l'Université Technique d'Eindhoven (S. Dequand 2001 [5]), l'Université Louis Pasteur de Strasbourg (M. Haberkorn 2004 [6]), le Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques de l'Université de Poitiers, et participe à des contrats de recherche européens (FLODAC, SILENCER et SUPERSONIQUE).

Afin de diminuer les bruits occasionnés dans des guides d'onde soumis à un écoulement, les conduits voient leurs parois modifiées par l'application de traitements locaux visant à effectuer un contrôle passif du bruit généré. Les traitements appliqués se composent généralement d'une plaque perforée affleurante, dans la continuité de la section du conduit, derrière laquelle une cavité close par une paroi rigide est positionnée. Cette cavité peut être partitionnée en différentes cellules, par l'intermédiaire de plaques séparatrices perpendiculaires à l'axe du tube pour donner une structure en nids d'abeille par exemple, ou remplie de matériau poreux (figure 1).

Ces types de traitements passifs sont classés en deux catégories : traitements à réaction locale ou réaction non locale. Un traitement à réaction locale n'admet pas de propagation du son parallèlement à l'axe du tube à travers le traitement lui-même. Parmi ces traitements, on compte donc les structures en nids d'abeille (*SDOF* ou Single Degree Of Freedom liner), les chambres partitionnées, les structures en céramique formant un réseau de résonateurs, qui seront étudiées au long de ce rapport (figure 2).

Les traitements appliqués ont des propriétés d'atténuation fréquemment inhomogènes. Les applications envisagées (pots d'échappement, réacteurs d'avion, ou encore conduites d'aération ou de gaz) préconisent donc un traitement adapté à la gamme de fréquence intéressée.



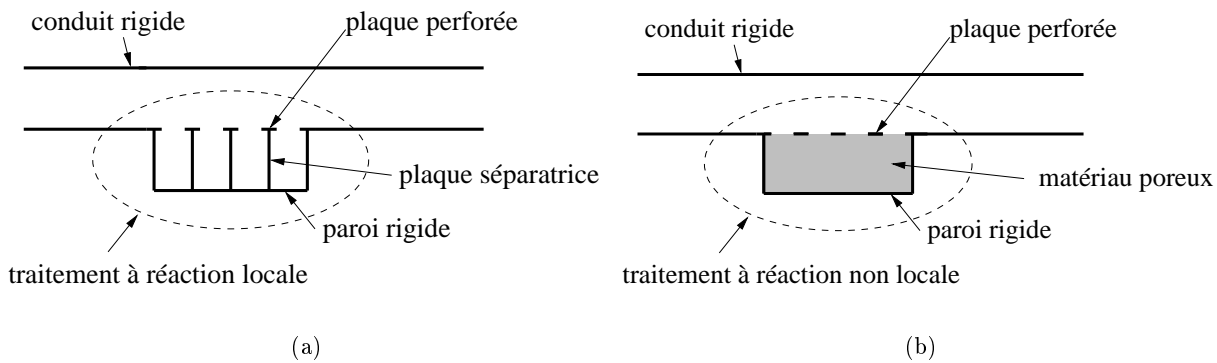


FIG. 1 – *Traitements passifs à réaction locale (a) ou non locale (b).*

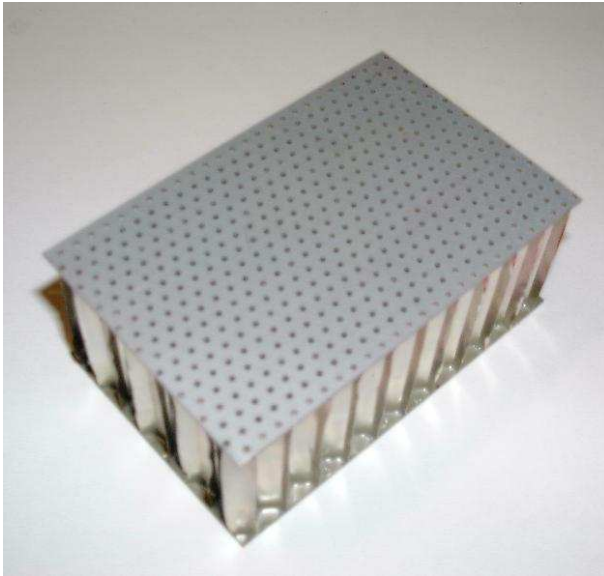
Les traitements locaux appliqués en paroi sont associés à une grandeur caractéristique : leur impédance, qui permet d'accéder à l'atténuation sonore effective et la propagation dans le conduit soumis à ces traitements. L'impédance acoustique des matériaux est donc le paramètre clé qui intéresse la communauté cherchant à limiter les nuisances sonores dans les guides d'onde. Différentes façons de déterminer cette impédance ont vu le jour, par mesure directe (tube d'impédance [7], technique à 2 microphones [8],[9], mesure in situ [10],[11]) ou par calcul (Finite Element Method [12], Education Method [13],[14], méthodes inverses [15]).

Le travail exposé dans ce rapport traite de la propagation acoustique superposée à un écoulement rasant dans un guide d'onde dont les parois sont traitées localement par des traitements passifs à réaction locale.

Dans un premier temps, des généralités sur la propagation acoustique dans des conduits avec écoulement sont exposées et une méthode basée sur la décomposition modale de la pression est présentée. La modélisation est adaptée aux différents traitements pariétaux étudiés et permet d'obtenir les caractéristiques de la transmission d'une onde acoustique. Cette méthode sera adaptée par la suite à des cas "simples" : description simple du champ acoustique (pression moyenne), ou à des cas plus complexes (guides à 2 dimensions, écoulement non uniforme).

Dans le chapitre 2, la méthode multimodale est utilisée dans l'hypothèse où l'écoulement est uniforme dans le conduit, et où seul le mode plan est considéré (modèle continu). Le modèle est confronté aux résultats expérimentaux issus de mesures réalisées sur un banc de mesure mis en place et développé au laboratoire [2]. Les mesures sont au préalable comparées à un modèle discret de la littérature afin d'estimer la validité des hypothèses classiques utilisées. La faible concordance entre théorie et mesures implique une remise en question des hypothèses pour la prédiction de la propagation en conduit traité avec écoulement par ces modèles.

Les modèles discret et continu du chapitre 2 ne sont pas toujours adéquats pour décrire le comportement d'éléments industriels de type nids d'abeille par exemple. Il existe des méthodes



(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 2 – Photos de traitements passifs appliqués en paroi : (a) structure en nids d'abeille avec plaque perforée, (b) structure en céramique, (c) chambre partitionnée avec plaque perforée, (d) chambre partitionnée avec matériau poreux.

classiques qui permettent de décrire le comportement de tels éléments, comme la méthode numérique appelée "education method" développée à la *NASA*, mais ces méthodes restent très coûteuse en terme de temps de calcul. Afin de déterminer les phénomènes prenant place dans les guides de façon efficace et rapide, la méthode mutlimodale est reprise au chapitre 3 dans le cas où plusieurs modes sont considérés. Cette méthode est associée à une méthode inverse afin de déterminer l'impédance du traitement appliqué en paroi. La méthode inverse est basée sur la minimisation de la différence entre les coefficients de la matrice de diffusion faisant état de la propagation dans le conduit traité (via les coefficients de transmission et de réflexion de part et d'autre de la zone traitée) mesurés expérimentalement et calculés par la méthode multimodale. La validité du modèle sera éprouvée en comparant les coefficients de la matrice de diffusion expérimentaux et calculés à partir de l'impédance retrouvée.

Afin de faciliter l'application des traitements industriels étudiés, un second banc de section rectangulaire a été mis en place au cours de ce travail.

Les résultats expérimentaux obtenus mettent en évidence un comportement particulier de certains traitements. Ce comportement étant inexpliqué par la méthode multimodale développée au chapitre 3, les traitements font l'objet au chapitre 4 d'une étude plus approfondie. Des mesures de pertes de charges régulières mettent en avant la dépendance à l'écoulement de ce comportement, et les modèles sont donc revus afin de prendre en compte le profil de l'écoulement et les modes générés par ces géométries.

Le travail effectué au cours de cette thèse est étroitement lié à des publications, de ce fait des redondances apparaissent au fil de ce mémoire. Je prie le lecteur de bien vouloir les excuser.

# Chapitre 1

## Propagation acoustique dans les guides d'onde avec écoulement

### 1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, les principes d'une méthode basée sur la décomposition modale de la pression dans un conduit droit sont présentés. La propagation sonore dans le conduit à deux dimensions considéré s'accompagne d'un écoulement supposé uniforme. Le conduit est localement traité par l'application d'un traitement à réaction locale en paroi, de longueur finie, caractérisé par son admittance.

L'équation de propagation est projetée sur la base des fonctions propres du conduit rigide. La pression dans le conduit est alors exprimée en fonction de la condition en paroi (conduit rigide ou traitement). La discontinuité d'impédance à la jonction conduit rigide - conduit traité entraîne une discontinuité des projections de la pression sur les modes du conduit rigide. Une méthode à 3 zones est alors introduite : la propagation est indépendamment exprimée dans chaque partie du conduit, rigide ou traitée. Deux relations de continuité permettent d'effectuer la jonction entre les différentes parties du conduit considérées.

### 1.2 Exposition du problème

Nous nous intéressons à la propagation du son avec écoulement uniforme de nombre de Mach  $M$  dans un canal plan (voir figure 1.1). Le tube est traité en paroi sur une distance  $L$ . La paroi du tube est décrite par une admittance  $Y(x)$ , telle que  $Y(x) = Y_w$  pour  $0 < x < L$  et  $y = 0$ , et  $Y(x) = 0$  ailleurs (tube rigide).

Les variables considérées sont adimensionnées : la pression  $p$  est adimensionnée par  $\rho_0 c_0^2$  ( $c_0$  étant la vitesse du son et  $\rho_0$  la masse volumique du fluide), les vitesses  $\mathbf{v}$  sont adimensionnées par  $c_0$ , les longueurs sont normalisées par la hauteur du canal  $H$  et le temps est adimensionné par  $H/c_0$ .

L'équation de propagation pour la pression  $p$  dans le tube s'écrit :

$$\frac{D^2 p}{Dt^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \quad (1.1)$$

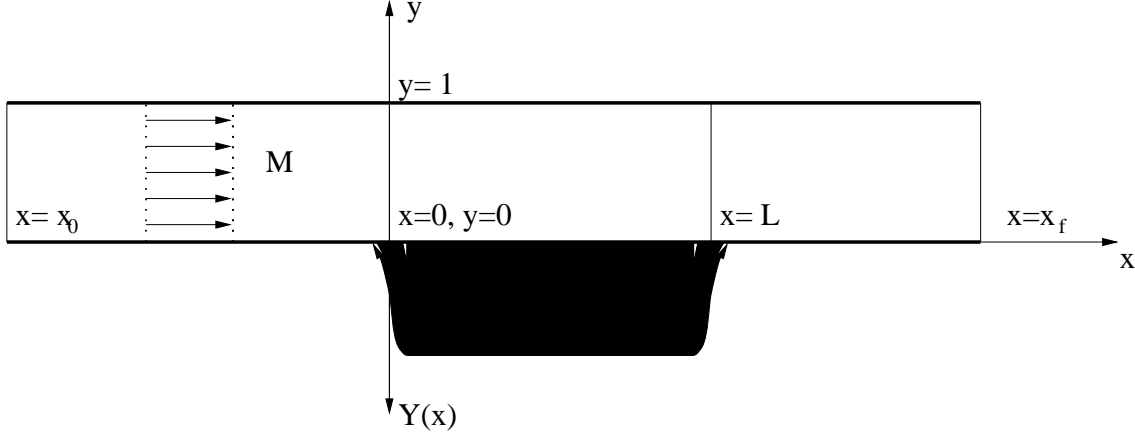


FIG. 1.1 – Géométrie du problème.

où la dérivée convective s'écrit :

$$\frac{D^2}{Dt^2} = \left( j\Omega + M \frac{\partial}{\partial x} \right)^2, \quad (1.2)$$

avec  $\Omega = 2\pi fH/c_0$ ,  $f$  étant la fréquence. La dépendance temporelle est exprimée en  $\exp(j\Omega t)$ .

Les conditions en paroi sont exprimées en fonction de l'admittance. Sur la partie traitée du conduit ( $0 < x < L$  en  $y = 0$ ), la condition d'admittance provenant de la continuité de la pression et du déplacement s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{D^2}{Dt^2} \left( \frac{-Y(x) p(x,0)}{j\Omega} \right), \quad (1.3)$$

avec  $Y(x)$ , l'admittance du traitement appliqué réduite par  $\rho_0 c_0$ . En l'absence d'écoulement, l'admittance à la paroi s'exprime en fonction de la pression et de la composante de vitesse  $v_y$  portée par  $y$  :  $Y(x) = -v_y(x,0)/p(x,0)$ .

La condition de rigidité ( $\forall x$  en  $y = 1$ ) s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=1} = 0. \quad (1.4)$$

### 1.3 Méthode Multimodale

La pression  $p$  est projetée sur la base complète des fonctions propres du conduit rigide  $\Psi_n(y)$  :  $p(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(y) P_n(x)$ , ou en notation vectorielle  $p(x,y) = \mathbf{\Psi}(y) \mathbf{P}(x)$ . Les fonctions  $\Psi_n(y)$ , solutions de l'équation 1.1 dans le canal plan rigide, sont données par :

$$\Psi_n(y) = \Lambda_n \cos(\alpha_n y) \quad (1.5)$$

où  $\alpha_n = n\pi$  pour  $n \in \mathbf{N}$  et  $\Lambda_n = \sqrt{2}$  pour  $n \neq 0$ ,  $\Lambda_0 = 1$ .

La base des fonctions  $\Psi_n(y)$  est orthonormée :

$$\int_0^1 \Psi_n(y) \Psi_m(y) dy = \delta_{n,m}, \quad (1.6)$$

avec  $\delta_{n,m}$  le symbole de Kronecker.

L'équation de propagation 1.1 est alors projetée sur la même base des fonctions  $\Psi_n(y)$  :

$$\int_0^1 \frac{D^2 p}{Dt^2} \Psi_n(y) dy - \int_0^1 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \Psi_n(y) dy - \int_0^1 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \Psi_n(y) dy = 0. \quad (1.7)$$

L'équation 1.7 est estimée en ré-écrivant chaque terme intégrale. La première intégrale de l'équation 1.7 s'écrit :

$$\int_0^1 \frac{D^2 p}{Dt^2} \Psi_n(y) dy = -\Omega^2 \mathbf{P} + 2j\Omega M \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + M^2 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2}. \quad (1.8)$$

La deuxième intégrale de l'équation 1.7 s'écrit :

$$\int_0^1 \left( \frac{-\partial^2 p}{\partial x^2} \right) \Psi_n(y) dy = -\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2}. \quad (1.9)$$

La troisième intégrale de l'équation 1.7 est décomposée par parties :

$$-\int_0^1 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \Psi_n(y) dy = -\left[ \Psi_n(y) \frac{\partial p}{\partial y} \right]_0^1 + \int_0^1 \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y} dy. \quad (1.10)$$

Le premier terme de droite de l'équation 1.10 est donné par les conditions en paroi :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=1} &= 0 \text{ pour le conduit rigide,} \\ \Psi_n \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=0} &= \Psi_n(0) \frac{\partial p(0)}{\partial y} \text{ pour le conduit traité.} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le deuxième terme de droite de l'équation 1.10 est décomposé par parties :

$$\int_0^1 \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y} dy = \left[ \frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y} p \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\partial^2 \Psi_n(y)}{\partial y^2} p dy. \quad (1.12)$$

La fonction  $\Psi_n(y) = \Lambda_n \cos(\alpha_n y)$  a pour dérivée première par rapport à  $y$  :

$$\frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y} = \alpha_n \sin(\alpha_n y),$$

avec  $\alpha_n = n\pi$  et  $n$  entier. En  $y = 0$ , la dérivée partielle de  $\Psi_n(y)$  par rapport à  $y$  est donc nulle ( $\sin(0) = 0$ ). De même, la dérivée partielle  $\frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y}$  est nulle en  $y = 1$  ( $\sin(n\pi) = 0$ ). Le premier terme de droite de l'équation 1.12 est donc nul.

La dérivée seconde de la fonction  $\Psi_n(y)$  s'écrit

$$\frac{\partial^2 \Psi_n(y)}{\partial y^2} = -\alpha_n^2 \cos(\alpha_n y) = -\alpha_n^2 \Psi_n(y).$$

Le deuxième terme de droite de l'équation 1.12 s'écrit donc

$$- \int_0^1 \frac{\partial^2 \Psi_n(y)}{\partial y^2} p dy = -\alpha_n^2 \mathbf{P}.$$

L'équation 1.12 devient alors :

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \frac{\partial \Psi_n(y)}{\partial y} dy = 0 - \alpha_n^2 \mathbf{P}. \quad (1.13)$$

L'équation 1.10 s'écrit comme la somme des équations 1.11 et 1.13 :

$$- \int_0^1 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \Psi_n(y) dy = -\Psi_n(0) \frac{\partial p(0)}{\partial y} - \alpha_n^2 \mathbf{P}. \quad (1.14)$$

Les termes de droite des équations 1.8, 1.9, 1.14 sont additionnés et l'équation 1.7 devient alors :

$$-\Omega^2 \mathbf{P} + 2j\Omega M \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + M^2 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2} + [\alpha^2] \mathbf{P} - \Psi_n(0) \frac{\partial p(0)}{\partial y} = 0. \quad (1.15)$$

Il reste maintenant à déterminer le dernier terme dérivé de l'équation 1.15. Ce terme est exprimé en fonction de la compliance  $C = Y(x)/j\Omega$ , et la dérivée suivant  $y$  est remplacée par son expression donnée dans l'équation 1.3 :

$$\begin{aligned} \Psi_n(0) \frac{\partial p(0)}{\partial y} &= \Psi_n(0) \left[ -C \frac{D^2 p(0)}{Dt^2} \right] \\ &= -\Psi_n(0) C \left[ -\Omega^2 p(0) + 2j\Omega M \frac{\partial p(0)}{\partial x} + M^2 \frac{\partial^2 p(0)}{\partial x^2} \right]. \end{aligned} \quad (1.16)$$

L'équation 1.16 est développée et les termes en  $\Psi_n(0) \partial_x^i p(0)$ ,  $i = 0$  à  $2$ , sont remplacés par leurs expressions respectives :

$$\begin{aligned} \Psi_n(0) p(0) &= C_L \mathbf{P}, \\ \Psi_n(0) \frac{\partial p(0)}{\partial x} &= C_L \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x}, \\ \Psi_n(0) \frac{\partial^2 p(0)}{\partial x^2} &= C_L \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

En notation vectorielle, l'équation 1.7 se ré-écrit finalement

$$D_t^2 \mathbf{P} + \frac{Y(x)}{j\Omega} C_L D_t^2 \mathbf{P} - \frac{d^2 \mathbf{P}}{dx^2} + \mathbf{A} \mathbf{P} = 0, \quad (1.18)$$

où les matrices  $C_L$  et  $\mathbf{A}$  sont données par les expressions suivantes :

$$C_L = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & \dots \\ \sqrt{2} & 2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_0^2 & 0 & \dots \\ 0 & \alpha_1^2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

L'équation différentielle 1.18 suivant  $x$  d'ordre 2 est équivalente à l'équation 1.1 associée aux conditions aux limites 1.3 et 1.4.

L'équation 1.18 s'écrit alors

$$M_1 \frac{d^2 \mathbf{P}}{dx^2} = M_2 \frac{d\mathbf{P}}{dx} + M_3 \mathbf{P} \quad (1.20)$$

avec  $\mathbf{I}$  la matrice unité, et

$$M_1 = (1 - M^2)\mathbf{I} - \frac{YM^2}{j\Omega} \mathbf{C}_L, \quad (1.21)$$

$$M_2 = 2j\Omega M\mathbf{I} + \left( 2MY + \frac{2M^2}{j\Omega} \frac{dY}{dx} \right) \mathbf{C}_L, \quad (1.22)$$

$$M_3 = \mathbf{A} - \Omega^2 \mathbf{I} + \left( j\Omega Y + 2M \frac{dY}{dx} + \frac{M^2}{j\Omega} \frac{d^2 Y}{dx^2} \right) \mathbf{C}_L. \quad (1.23)$$

L'équation 1.20 est écrite sous forme matricielle en prenant en compte la relation  $\mathbf{Q} = d\mathbf{P}/dx$  :

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ M_1^{-1}M_3 & M_1^{-1}M_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

Afin de s'affranchir des divergences qui peuvent apparaître en intégrant directement l'équation 1.24, une matrice impédance  $\mathbf{Z}$  est introduite, telle que  $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{Q}$ .

En dérivant  $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{Q}$  suivant  $x$ , il vient :

$$\frac{d\mathbf{Z}}{dx} = \mathbf{I} - \mathbf{Z}M_1^{-1}M_2 - \mathbf{Z}M_1^{-1}M_3\mathbf{Z}. \quad (1.25)$$

Pour intégrer cette équation de Ricatti (1.25) suivant  $x$ , il faut maintenant exprimer la matrice impédance en  $x = x_f$  (voir figure 1.1).

Dans le conduit rigide, la pression projetée sur le mode  $n$  s'écrit :

$$P_n(x) = A_n e^{-jk_{0n}^+ x} + B_n e^{-jk_{0n}^- x}, \quad (1.26)$$

et en supposant la sortie anéchoïque ( $B_n = 0, \forall n$ ) :

$$Q_n(x) = -jk_{0n}^+ P_n(x). \quad (1.27)$$

Les nombres d'onde axiaux  $k_{0n}^\pm$  dans le conduit rigide sont donnés par

$$k_{0n}^+ = \frac{-\Omega M + \sqrt{\Omega^2 - (1 - M^2)\alpha_n^2}}{1 - M^2}$$

et  $k_{0n}^- = \frac{-\Omega M - \sqrt{\Omega^2 - (1 - M^2)\alpha_n^2}}{1 - M^2}.$  (1.28)

La matrice impédance en  $x = x_f$  est donc une matrice diagonale, dont les termes sont égaux à  $Z_{nn}(x_f) = 1/(-jk_{0n}^+)$ .

L'intégration de l'équation de Riccati (1.25) permet de trouver la matrice  $\mathbf{Z}$  en tout point.



En  $x = x_0$  (voir figure 1.1), les ondes aller sont imposées ( $A_n$  fixés,  $\forall n$ ) et la sortie est supposée anéchoïque ( $B_n = 0, \forall n$ ). Les amplitudes des ondes aller et retour de part et d'autre de la zone traitée sont reliées par une matrice de diffusion  $S$  :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \text{ avec } S = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix}, \tag{1.29}$$

dont les termes  $T$  et  $R$  sont respectivement les coefficients de transmission et de réflexion, et où l'exposant  $\pm$  précise le sens de propagation.

Connaissant  $A_1$  et  $B_4 = 0$ , les amplitudes  $A_4$  et  $B_1$  sont alors déterminées. Les  $A_n$  et  $B_n$  en  $x = x_0$  étant connus, la pression projetée sur le mode  $n$  est déterminée (équation 1.26) et la projection de la pression  $\mathbf{P}$  en tout point peut alors être trouvée par l'intégration de

$$\frac{d\mathbf{P}}{dx} = Z^{-1}\mathbf{P}. \tag{1.30}$$

## 1.4 Condition d'admittance

### 1.4.1 Condition d'admittance en paroi

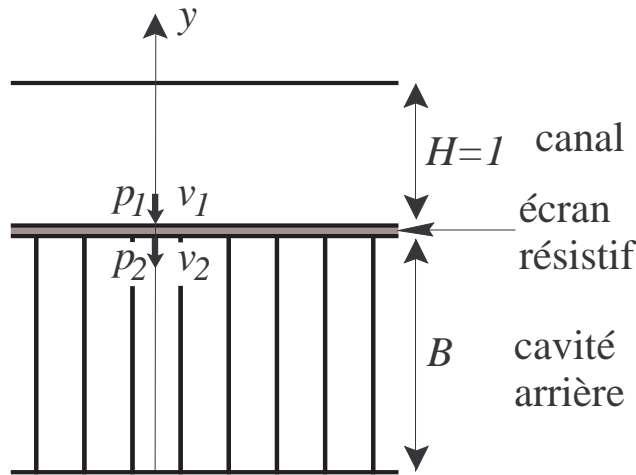


FIG. 1.2 – Géométrie du traitement.

Le traitement appliqué en paroi est constitué d'une cavité arrière surmontée d'un écran résistif fin de résistance  $R$  (figure 1.2). Les vitesses transverses de part et d'autre de l'écran sont égales ( $v_1 = v_2$ ), et les pressions dans le tube et dans la cavité sont reliées par  $p_1 = p_2 + Rv_1$ .

Si l'impédance de la cavité arrière est donnée par

$$Z_2 = \frac{p_2}{v_2} = \frac{1}{j \tan(\Omega B)} \tag{1.31}$$

avec  $\Omega = \omega/c_0$ , il en résulte pour l'impédance du traitement :

$$Z_1 = \frac{p_1}{v_1} = R + \frac{1}{j \tan(\Omega B)}. \quad (1.32)$$

L'admittance du traitement appliqué en paroi  $Y_w = 1/Z_1$  est donnée figure 1.3 en fonction de la fréquence réduite  $\Omega$  pour des valeurs  $R = 0.5$  et  $B = 1.5$ .

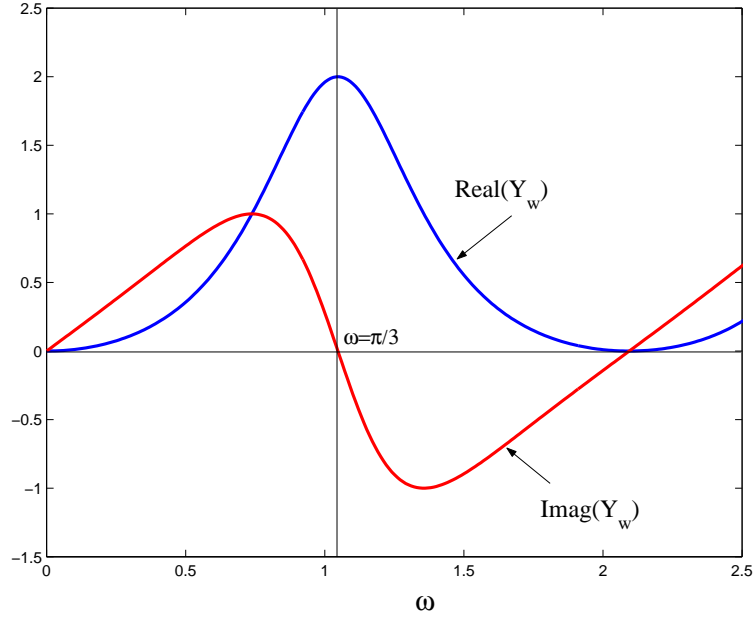


FIG. 1.3 – Valeur de l'admittance pour  $R = 0.5$  et  $B = 1.5$ .

### 1.4.2 Variation de l'admittance suivant $x$

L'admittance de la paroi inférieure  $Y(x,0)$  passe d'une valeur  $Y(x) = 0$  pour le tube rigide à une valeur  $Y(x) = Y_w$  pour la partie traitée ( $0 < x < L$ ). Afin de traduire cette variation d'admittance, une fonction  $g(x)$  peut être introduite, telle que  $Y(x) = g(x)Y_w$  :

$$g(x) = \frac{1}{2} (\tanh(bx) - \tanh(b(x-L))). \quad (1.33)$$

Le paramètre  $b$  permet de rendre le passage continu de 0 à 1 de façon plus ou moins rapide.

Les dérivées première et seconde de la fonction  $g(x)$  sont exprimées équations 1.34 et 1.35, et un exemple est représenté au voisinage de  $x = 0$  en figure 1.4 pour un paramètre  $b = 50$  :

$$\frac{dg}{dx} = \frac{b}{2} \left( \frac{1}{\cosh(bx)^2} - \frac{1}{\cosh(b(x-L))^2} \right), \quad (1.34)$$

$$\frac{d^2g}{dx^2} = -b^2 \left( \frac{\sinh(bx)}{\cosh(bx)^3} - \frac{\sinh(b(x-L))}{\cosh(b(x-L))^3} \right). \quad (1.35)$$

Par la suite, la fonction décrivant la variation d'admittance dans l'axe du conduit traduira un changement brusque de condition en paroi à l'application du traitement.

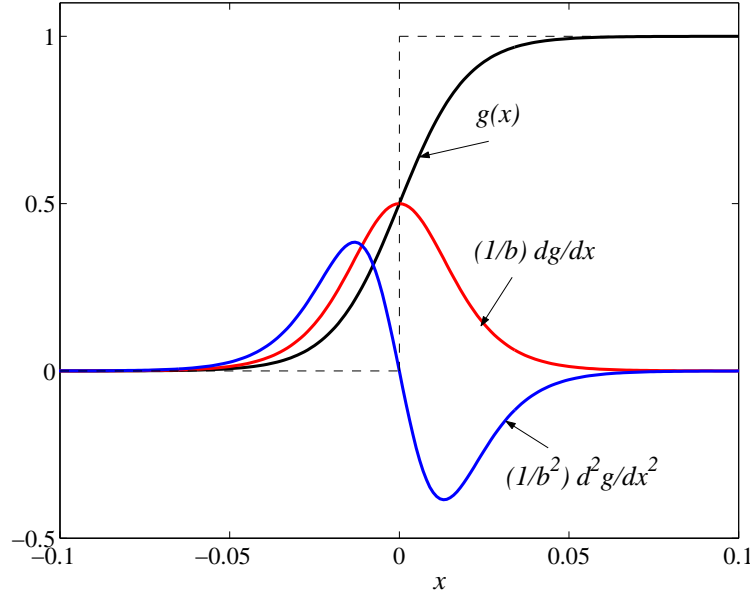


FIG. 1.4 – Valeur de la fonction de lissage de l'admittance pour  $b = 50$ .

## 1.5 Analyse des discontinuités

Au voisinage de la discontinuité d'impédance, les projections  $\mathbf{P}$  de la pression sur les modes sont discontinues, de même que le vecteur  $\mathbf{Q}$ , et un Dirac apparaît au niveau de la discontinuité.

L'équation 1.18 se réécrit

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( -(1 - M^2)\mathbf{P} + M^2 \frac{Y C_L}{j\Omega} \mathbf{P} \right) + \frac{d}{dx} \left( 2j\Omega M \left( \mathbf{P} + \frac{Y C_L}{j\Omega} \mathbf{P} \right) \right) + \left( -\Omega^2 \left( 1 + \frac{Y C_L}{j\Omega} \right) + A \right) \mathbf{P} = 0. \quad (1.36)$$

L'admittance  $Y(x)$  est prise sous la forme d'un échelon de Heavyside qui passe de la valeur  $Y = 0$  (paroi rigide) à  $Y = Y_w$  (traitement en paroi). Le vecteur  $\mathbf{P}$  doit aussi être pris sous la forme d'un échelon de Heavyside. Le troisième terme (terme non dérivé) de l'équation 1.36 est celui qui fait apparaître cet échelon; le deuxième terme (terme en  $d/dx$ ) est alors un Dirac. Il en résulte que le premier terme de l'équation (terme en  $d^2/dx^2$ ) doit être continu.

La première relation de continuité s'écrit alors :

$$\left[ \left[ (1 - M^2)\mathbf{P} - M^2 \frac{Y C_L}{j\Omega} \mathbf{P} \right] \right] = 0 \quad (1.37)$$

où  $\llbracket \cdot \rrbracket$  désigne le saut au niveau de la discontinuité d'admittance.

Les deuxième et troisième termes de l'équation 1.36 permettent d'obtenir une deuxième relation de continuité :

$$\left[ \left[ (1 - M^2) \frac{d\mathbf{P}}{dx} - M^2 \frac{Y C_L}{j\Omega} \frac{d\mathbf{P}}{dx} - 2j\Omega M \left( \mathbf{P} + \frac{Y C_L}{j\Omega} \mathbf{P} \right) \right] \right] = 0. \quad (1.38)$$

Ces deux relations permettent d'effectuer le lien entre les vecteurs  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  de part et d'autre de la discontinuité.

L'utilisation du potentiel de déplacement  $\phi$  à la place de la pression  $\mathbf{P}$  ( $P = -D_t^2 \phi$ ) rend cette méthode plus conviviale (voir la Méthode Multimodale au chapitre 3).

## 1.6 Méthode à 3 zones

Le tube est maintenant séparé en trois zones distinctes en considérant la propagation dans les zones en amont, en aval, et dans la partie traitée (figure 1.5).

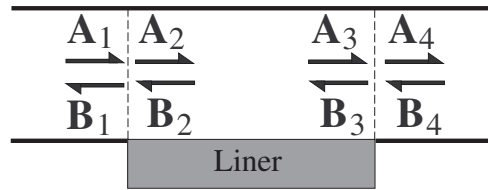


FIG. 1.5 – Notations pour la méthode à 3 zones.

Le vecteur  $\mathbf{P}$  est exprimé respectivement en amont et en aval de la partie traitée de la façon suivante :

$$\mathbf{P}_n(x) = A_{1n} e^{-jK_{0n}^+ \Omega x} + B_{1n} e^{-jK_{0n}^- \Omega x}$$

et

$$\mathbf{P}_n(x') = A_{4n} e^{-jK_{0n}^+ \Omega x'} + B_{4n} e^{-jK_{0n}^- \Omega x'}$$

où  $x = x' + L$ .

Dans la suite du problème, on considérera la sortie anéchoïque ( $B_{4n} = 0, \forall n$ ).

Dans la zone traitée ( $0 < x < L$ ), l'équation 1.20 s'écrit pour une impédance uniforme :

$$M_1 \frac{d^2 \mathbf{P}}{dx^2} = M_2^* \frac{d\mathbf{P}}{dx} + M_3^* \mathbf{P} \quad (1.39)$$

avec

$$\begin{aligned} M_1 &= (1 - M^2)l - (M^2 Y / j\Omega) C_L, \\ M_2^* &= 2j\Omega M l + 2M Y C_L, \\ M_3^* &= A - \Omega^2 l + j\Omega Y C_L. \end{aligned}$$

L'équation reliant  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  s'écrit alors sous forme vectorielle :

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_1^{-1} M_3^* & M_1^{-1} M_2^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Les valeurs propres  $\lambda_m$  et les vecteurs propres  $X_m$  de la matrice de l'équation 1.40 sont calculés. Suivant le signe de leur partie imaginaire, les nombres d'onde  $K_{Ym} = j\lambda_m$  sont classés en deux groupes : ils sont affectés d'un exposant "+" ( $K_{Ym}^+$ ) pour le sens des  $x$  croissants quand  $\Im(K_{Ym}) < 0$ , et d'un

exposant "-" pour le sens des  $x$  décroissants quand  $\Im(K_{Ym}) > 0$ . Les nombres d'onde sont regroupés suivant leur signe dans les matrices diagonales  $\mathbf{E}^\pm(x)$ , dont les termes sont égaux à  $\exp(-jK_{Ym}^\pm x)$ .

Il est à noter que le classement des modes peut parfois être délicat et engendrer des problèmes de calcul (chapitre 4).

Les vecteurs propres constituent les termes des matrices  $\mathbf{X}_m^\pm$ , les exposants "+" et "-" étant associés aux modes se propageant respectivement dans le sens des  $x$  croissants et des  $x$  décroissants, de la même façon que pour les nombres d'onde.

Le vecteur  $\mathbf{P}$  est alors exprimé dans la zone traitée en fonction des matrices  $\mathbf{X}^\pm$  et  $\mathbf{E}^\pm$  :

$$\mathbf{P}(x) = \mathbf{X}^+ \mathbf{E}^+(x) \mathbf{A}_2 + \mathbf{X}^- \mathbf{E}^-(x) \mathbf{B}_2. \quad (1.41)$$

Dans la zone traitée, le vecteur  $\mathbf{Q}$  s'écrit

$$\mathbf{Q}(x) = -j\mathbf{X}^+ \mathbf{K}_Y^+ \mathbf{E}^+(x) \mathbf{A}_2 - j\mathbf{X}^- \mathbf{K}_Y^- \mathbf{E}^-(x) \mathbf{B}_2. \quad (1.42)$$

$\mathbf{K}_Y^\pm$  sont des matrices diagonales, dont les termes diagonaux sont égaux à  $K_{Ym}^\pm$ .

Les amplitudes des ondes aller et retour en  $x = L$  sont  $\mathbf{A}_3 = \mathbf{E}_L^+ \mathbf{A}_2$  où  $\mathbf{E}_L^+ = \mathbf{E}^+(L)$ , et  $\mathbf{B}_3 = \mathbf{E}_L^- \mathbf{B}_2$  où  $\mathbf{E}_L^- = \mathbf{E}^-(L)$ .

Afin de s'affranchir des problèmes de divergence relatifs aux modes évanescents, la propagation dans la zone traitée est exprimée à l'aide des vecteurs  $\mathbf{A}_2$  et  $\mathbf{B}_3$ .

Les relations de continuité 1.37 et 1.38 sont alors utilisées pour raccorder les solutions en  $x = 0$  :

$$\begin{bmatrix} | & | \\ -j\mathbf{K}_0^+ + N_{P1} & -j\mathbf{K}_0^- + N_{P1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^+ M_{P2} & \mathbf{X}^- M_{P2} (\mathbf{E}_L^-)^{-1} \\ -jM_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{K}_Y^+ + N_{P2} \mathbf{X}^+ & -jM_{P2} \mathbf{X}^- \mathbf{K}_Y^- (\mathbf{E}_L^-)^{-1} + N_{P2} \mathbf{X}^- (\mathbf{E}_L^-)^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

et en  $x = L$  :

$$\begin{bmatrix} | & | \\ -j\mathbf{K}_0^+ + N_{P1} & -j\mathbf{K}_0^- + N_{P1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^+ M_{P2} \mathbf{E}_L^+ & \mathbf{X}^- M_{P2} \\ -jM_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{K}_Y^+ \mathbf{E}_L^+ + N_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{E}_L^+ & -jM_{P2} \mathbf{X}^- \mathbf{K}_Y^- + N_{P2} \mathbf{X}^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix}, \quad (1.44)$$

où  $N_{P1} = -2j\Omega M/(1 - M^2)$ ,  $N_{P2} = -2j\Omega M/(1 - M^2) + 2MYC_L/(1 - M^2)$  et  $M_{P2} = 1 + M^2 YC_L/(j\Omega(1 - M^2))$ .

Les amplitudes des ondes aller  $\mathbf{A}_1$  et  $\mathbf{B}_4$ , projetées sur la base des vecteurs propres de la paroi rigide, sont reliées aux amplitudes des ondes retour  $\mathbf{A}_4$  et  $\mathbf{B}_1$  par une matrice de diffusion  $\mathbf{S}$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \text{ avec } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

déterminée à l'aide des équations 1.43 et 1.44. Les coefficients  $T$  et  $R$  de la matrice de diffusion sont respectivement les coefficients de transmission et de réflexion, et l'exposant  $\pm$  précise le sens de propagation.

---

Connaissant le vecteur  $\mathbf{A}_1$  (onde incidente imposée) et en supposant une condition d'anéchoïcité en sortie ( $\mathbf{B}_4 = 0$ ), les amplitudes  $\mathbf{A}_4$  et  $\mathbf{B}_1$  sont connues, et le champ de pression peut alors être déterminé en tout point.



---

## Chapitre 2

# Défaut de modèles classiques discrets et continus à prédire le comportement acoustique avec écoulement de tubes localement traités : une étude expérimentale

### 2.1 Préambule

Ce chapitre, dont la première partie est présentée sous la forme d'un article <sup>1</sup>, traitera de la propagation dans un conduit traité à section circulaire, avec écoulement. Des mesures acoustiques sont réalisées à basse fréquence sur un tube perforé couplé avec des cavités arrières, au moyen d'une méthode à deux sources avec écoulement. Les résultats sont comparés à des modèles classiques de la littérature, qui relient la pression sonore et la vitesse axiale de part et d'autre de la zone traitée. L'objet de ce chapitre est de développer un nouveau modèle à partir des observations expérimentales, afin de palier les divergences observées entre les modèles existants et les résultats expérimentaux.

Le modèle décrit en première partie, basé sur le partitionnement en différentes cellules de la partie traitée, permet de retrouver les coefficients de la matrice de diffusion obtenus expérimentalement avec une bonne adéquation. Dans un premier temps, le montage expérimental et la méthode de mesure utilisés sont décrits. Le modèle discret est ensuite exposé, avec les résultats obtenus sous forme des coefficients de la matrice de diffusion comparés aux résultats expérimentaux.

Dans la seconde partie de ce chapitre qui traitera de l'approche continue du problème, le modèle utilisé est basé sur l'équation de dispersion dans la zone traitée du tube. Le traitement est considéré comme une impédance répartie et les différentes conditions à la jonction entre le tube rigide et la partie traitée que sont la continuité de vitesse et de déplacement sont éprouvées. Les résultats sont à nouveau

---

1. Cette première partie de chapitre est présentée sous la forme d'un article publié dans le *Journal of Sound and Vibration* en 2003 : "Failures in the Discrete Models for Flow Duct with Perforations: An Experimental Investigation", Y. Aurégan, M. Leroux, *JSV* **265** (2003), 109–121.



comparés aux expériences sous forme des coefficients de transmission et de réflexion de l'élément étudié.

## 2.2 Failures in the Discrete Models for Flow Duct with Perforations : An Experimental Investigation

### 2.2.1 Introduction

Perforated plates or tubes with back cavities are widely used to attenuate sound. Two different approaches can be used to model the perforations. In the continuous approach, the perforated plate is seen as a continuous media, and the local pressure difference on both sides of the plate is linearly dependent on the local transverse velocity going through the plate. This approach can be found at low frequencies in engine exhaust systems (see for example [16], [17], [18]), but also at higher frequencies in aircraft engine liners (see for example [19]). Another approach is the discrete one, known as the segmentation model [20]. In this approach each row of perforations is considered separately. This kind of modeling has proved to be useful without flow [21], [22]. The segmentation model has also been used with flow [20], [23], [24], but there is no experimental evidence of the accuracy of the model in this case.

This paper examines experimentally the underlying assumptions of the segmentation model with flow. The comparison between the experimental and theoretical results shows that the current model does not correctly describe the effect of mean flow.

The experimental apparatus is described in Sec. 2. The investigated devices are perforated tubes surrounded with a partitioned chamber. In the low frequencies limit (the reduced frequency range  $ka$  is 0.008 to 0.3, with  $a$  the radius of the tube and  $k$  the wavenumber), this lined duct is described by a  $2 \times 2$  transfer matrix, connecting two acoustical variables at the inlet to two acoustical variables at the outlet. Measurements of the four elements of this matrix are performed with our experimental apparatus.

The investigated duct reacts locally. Thus, using the segmentation model, the four matrix elements as a function of the perforation impedance are known. Therefore, three compatibility relations exist independently of the value of the perforation impedance. Sect. 3 shows that these three relations are not experimentally verified and an empirically modified segmentation model is given.

### 2.2.2 Experiments

#### 2.2.2.1 Measuring technique

The aim of the experimental apparatus is to measure the transfer matrix or the scattering matrix of an element in the presence of a mean flow. The scattering matrix  $[\mathbf{S}]$  relates the scattered pressure amplitudes  $p_1^-$  and  $p_2^+$  to the incident pressure amplitudes  $p_1^+$  and  $p_2^-$  as follows :

$$\begin{pmatrix} p_1^- \\ p_2^+ \end{pmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R^+ & T^- \\ T^+ & R^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

where  $T^+$  and  $T^-$  are the anechoic transmission coefficients,  $R^+$  and  $R^-$  are the anechoic reflection coefficients, and the subscripts  $i = 1,2$  indicate the inlet and the outlet respectively (see figure 2.1). Åbom [25] reviews the ways of measuring these matrices.

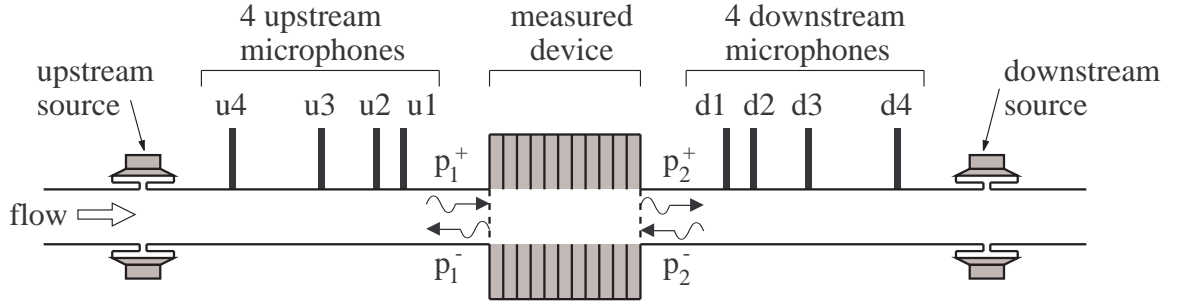


FIG. 2.1 – General view of the experimental apparatus.

The transfer matrix  $[\mathbf{T}]$  is defined by

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

where  $p_i = p_i^+ + p_i^-$  and  $u_i = p_i^+ - p_i^-$  ( $i = 1$  at the inlet and  $i = 2$  at the outlet). The transfer matrix elements are found by

$$\begin{aligned} A &= (T^+T^- + (1 - R^+)(1 + R^-)) / 2T^-; \\ B &= (T^+T^- - (1 + R^+)(1 + R^-)) / 2T^-; \\ C &= (T^+T^- - (1 - R^+)(1 - R^-)) / 2T^-; \\ D &= (T^+T^- + (1 + R^+)(1 - R^-)) / 2T^-. \end{aligned}$$

The method of measurement used in the present paper is called the “2 sources method”. Experiments are carried out for two different states of the system. The first state is obtained by switching on the upstream source, while the downstream source is switched off, and the second state by switching on the downstream source, while the upstream source is switched off.

The scattering matrix is calculated from the two measurements with the following relation :

$$\begin{bmatrix} (p_1^-/p_1^+)^I & (p_1^-/p_2^-)^{II} \\ (p_2^+/p_1^+)^I & (p_2^+/p_2^-)^{II} \end{bmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{bmatrix} 1 & (p_1^+/p_2^-)^{II} \\ (p_2^-/p_1^+)^I & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

where the superscripts indicate the measurement. This calculation is meaningful only if the two measurements are independent, i.e. if the determinant of the second right hand side matrix does not vanish:  $(p_2^-/p_1^+)^I \neq (p_1^+/p_2^-)^{II}$ .

The coefficients of the matrix in equation (2.3) are found from the transfer functions between the different microphones as follows :

$$(p_1^-/p_1^+)^I = \frac{H_{u_j u_i}^I e^{-jk^+ x_{u_i}} - e^{-jk^+ x_{u_j}}}{e^{jk^- x_{u_j}} - H_{u_j u_i}^I e^{jk^- x_{u_i}}} \quad (2.4)$$

where  $H_{u_j u_i}^I$  is the transfer function between the microphones  $u_j$  and  $u_i$  obtained in the measurement  $I$ ,  $k^+$  and  $k^-$  are the wavenumbers in the pipe in the direction of the flow and in the reverse direction

respectively, and  $x_{u_i}$  is the position of the microphone  $u_i$  relative to the inlet of the measured element. All the other matrix elements can be deduced the same way (see Ajello [2] for details). The key point here is that the wavenumbers  $k^+$  and  $k^-$  have to be known in order to calculate the scattering matrix. The wavenumbers in the tube on both sides of the measured device are given by the quasilaminar theory of Ronneberger [26] corrected by the turbulence-acoustic boundary layer interaction at low frequency [27], [28], [29].

**2.2.2.2 Experimental set-up**

Two measuring pipes are fitted to the inlet and the outlet of the device being measured. The inner diameter of these steel pipes is  $a = 30$  mm and their wall thickness is 4 mm. The pipes have a smooth inner wall with a roughness of less than  $0.1 \mu\text{m}$ .

Four microphones (B&K 4136 and 2670 with Nexus 2690 amplifier) are used on each side of the measured device. The method of the transfer functions is known [25] to give poor results when the wavelength  $\lambda$  is close to twice the distance between the microphones. The use of four microphones avoids this problem. The distances between the microphones are  $x_{u_1} - x_{u_2} = x_{d_2} - x_{d_1} = 0.1$  m,  $x_{u_1} - x_{u_3} = x_{d_3} - x_{d_1} = 0.475$  m, and  $x_{u_1} - x_{u_4} = x_{d_4} - x_{d_1} = 1.0715$  m. Calibration of the operating microphones <sup>2</sup> involves a reference pressure gauge (PCB 116B) mounted flush in a cap (see figure 2.2).

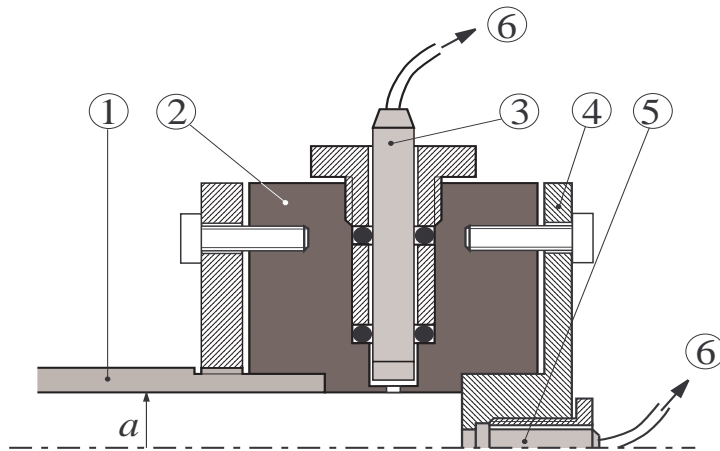


FIG. 2.2 – Schematic view of the microphone setting. 1: pipe, 2: microphone support, 3: B&K microphone, 4: calibration cap, 5: PCB pressure gauge, 6: to the analyzer.

The signal from the microphones is transferred to an HP 3565 data acquisition system. This system is used in the sine sweep mode and an average over 300 cycles is used at each frequency step. The HP 3565 system provides the output signal to drive the sources. Each source is composed of four loudspeakers specially chosen to generate a sound pressure level reaching  $140\text{dB}$  in the pipe over the frequency range  $30 - 1000\text{Hz}$ . To avoid standing waves, weakly reflective terminations are used on both sides of the measuring pipes.

<sup>2</sup> The principle of the calibration is presented in Appendix A, and the associated program in Appendix C.

The mean flow in the pipe comes from a compressor (Aerzen Delta blower GM10S) which can supply a flow rate up to  $0.15 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . The air flow is cooled before measurement in an ITT Barton 7445 flowmeter. The temperature in the pipe is evaluated by means of two temperature sensors located on the wall, one on each side of the measured device the transfer matrix of which is to be determined. The use of four microphones gives rise to an overestimation of the data. A correction of the effects of the temperature on the wavenumbers is then applied.

### 2.2.2.3 Measured devices

Experiments were carried out on a partitioned chamber <sup>3</sup> with a perforated tube (figure 2.3(a)).

To obtain as local a reaction as possible, the back cavity (inner radius = 16 mm, outer radius  $b = 50$  mm) is divided into  $N_c$  cells by  $N_c - 1$  separating disks. These disks have a thickness of 0.5 mm and the distance between two disks is 7 mm.

The wall of the lined section consists of a copper tube of inner radius  $a = 15$  mm and of thickness = 1 mm. The characteristics of the different devices used for the measurements are given in table 2.1:  $N_c$  is the number of cells,  $L_c$  is the length of one cell,  $L_r$  is the distance between two rows of perforations,  $n_p$  is the number of perforations per row, and  $D$  is the diameter of the perforations (figure 2.3b and c).

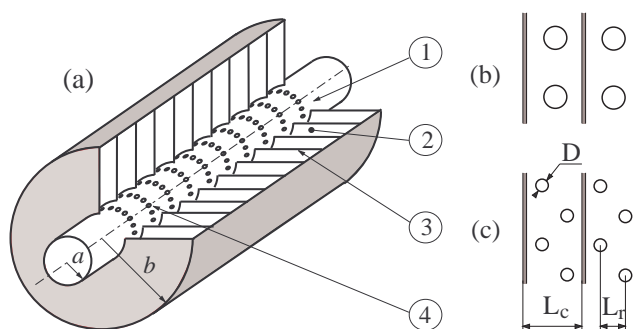


FIG. 2.3 – (a) schematic view of the partitioned chamber with perforated tube. 1 : perforated tube, 2 : back cavity, 3 : dividing disk, 4 : row of perforations, (b) perforations for devices 1 and 2, (c) perforations for devices 3 and 4.

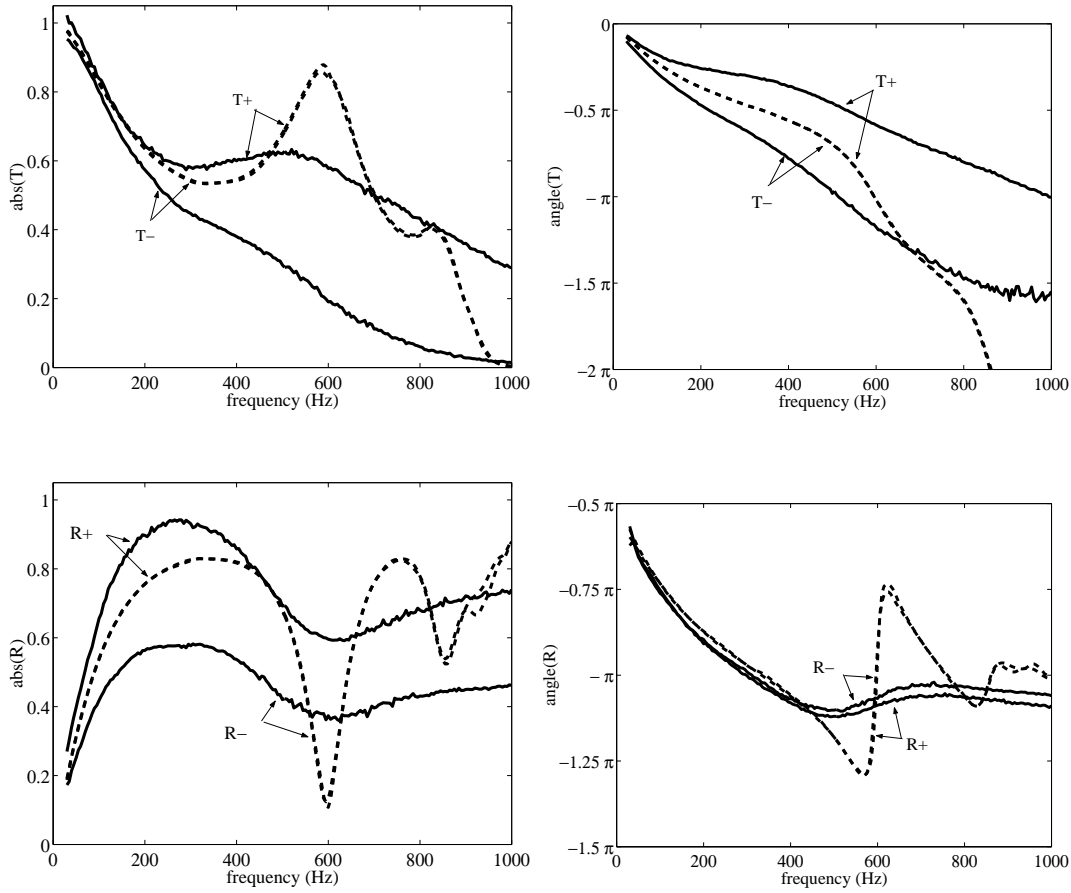
Thus, each cell is composed of a tube of length  $L_c$  coupled by one or two rows of perforations to a back cavity. The resonance frequency ( $\sim 1100$  Hz) of the cells is chosen outside of the frequency range being tested (30–1000 Hz) to avoid nonlinearities in the perforations.

The measured reflection and transmission coefficients of device 1 are plotted as a function of the frequency in figure 2.4. Without flow (dashed line), the chamber is exactly symmetric :  $R^+ = R^-$  and reciprocal :  $T^+ = T^-$ . With flow (solid line), symmetry and reciprocity are broken. Similar observations are made for the other devices described in table 2.1.

<sup>3</sup> The assembly of the partitioned chamber is presented in Appendix B.

TAB. 2.1 – Characteristics of the 4 devices used for the measurements. The distances are in mm.

Device	$N_c$	$L_c$	$L_r$	$n_p$	$D$
1	10	7.5	7.5	12	3
2	6	7.5	7.5	12	3
3	10	7.5	3.25	24	1.5
4	6	7.5	3.25	24	1.5

FIG. 2.4 – Device 1: Reflection and Transmission coefficients of the partitioned chamber with a perforated tube. - - - :  $M = 0$ ; — :  $M = 0.143$ .

## 2.2.3 Segmentation Model

### 2.2.3.1 Discrete model for perforation with flow

The segmentation model was developed by Sullivan [20] to analyze perforated mufflers. This model has been generalized by Kergomard *et al.* [21] without flow, and recently used by Dokumaci [24]. In

this paper, the perforated tube is divided into segments containing only one cell.

In the tube the convected equations for mass and momentum are used. A lumped model is deduced from integrated mass and momentum equations for a perfect fluid in the perforations region. This lumped model relates the acoustical pressure and the axial velocity on both sides of the perforations. To our knowledge, this lumped model for perforation with flow has never been validated experimentally.

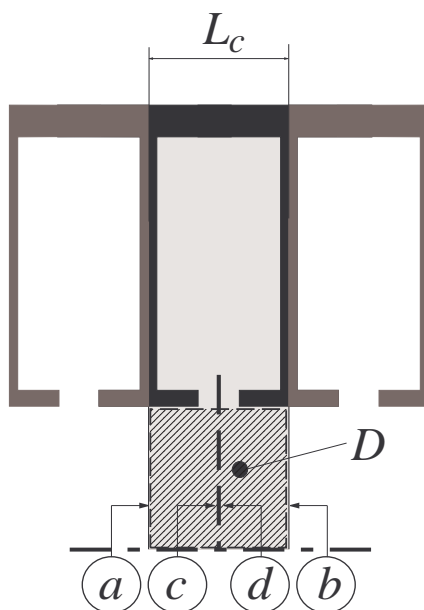


FIG. 2.5 – Schematic view of one cell.

From the experimental data on the partitioned chamber with a perforated tube, it is easy to find the transfer matrix of one cell because the system is assumed to be periodic. Then, the transfer matrix of one cell  $[\mathbf{T}_c]$ , relating pressure and velocity in section  $a$  and  $b$  (see figure 2.5), is deduced from the transfer matrix of the chamber  $[\mathbf{T}]$  by

$$[\mathbf{T}_c] = [\mathbf{T}]^{1/N_c} \quad (2.5)$$

where  $N_c$  is the number of cells. The transfer matrix of one cell may be written as follows :

$$[\mathbf{T}_c] = [\mathbf{T}_t] [\mathbf{T}_p] [\mathbf{T}_t] \quad (2.6)$$

where  $[\mathbf{T}_t]$  is the classical transfer matrix of a tube of length  $L_c/2$  with a uniform flow of Mach number  $M$ , and  $[\mathbf{T}_p]$  is the transfer matrix of the perforations relating pressure and velocity in section  $c$  and  $d$  (see figure 2.5) :

$$\begin{pmatrix} p_d \\ u_d \end{pmatrix} = [\mathbf{T}_p] \begin{pmatrix} p_c \\ u_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ u_c \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

According to the lumped model of Sullivan [20], [24], the reduced pressure and the reduced velocity (made dimensionless by  $\rho_0 c_0^2$  and  $c_0$ , respectively) on both sides of the perforations are related by

$$p_d + M u_d = p_c + M u_c \quad (2.8)$$

$$u_d + M p_d = u_c + M p_c + Y_s(p_c + M u_c) \quad (2.9)$$

where  $Y_s$  is the reduced admittance of the perforations plus the back cavity. This is equivalent to

$$\begin{pmatrix} p_d \\ u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - Y_s M / (1 - M^2) & -Y_s M^2 / (1 - M^2) \\ Y_s / (1 - M^2) & 1 + Y_s M / (1 - M^2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ u_c \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Comparing equation (2.7) and equation (2.10), the admittance used in the lumped model can be deduced from the measured coefficient  $C_p$  by  $Y_s = (1 - M^2)C_p$ . Introducing this value in equation (2.10), the theoretical value of the transfer matrix is calculated using equations (2.5) and (2.6).

Without flow, the agreement is perfect between the theoretical value of the transfer matrix obtained in this way and the experimental value.

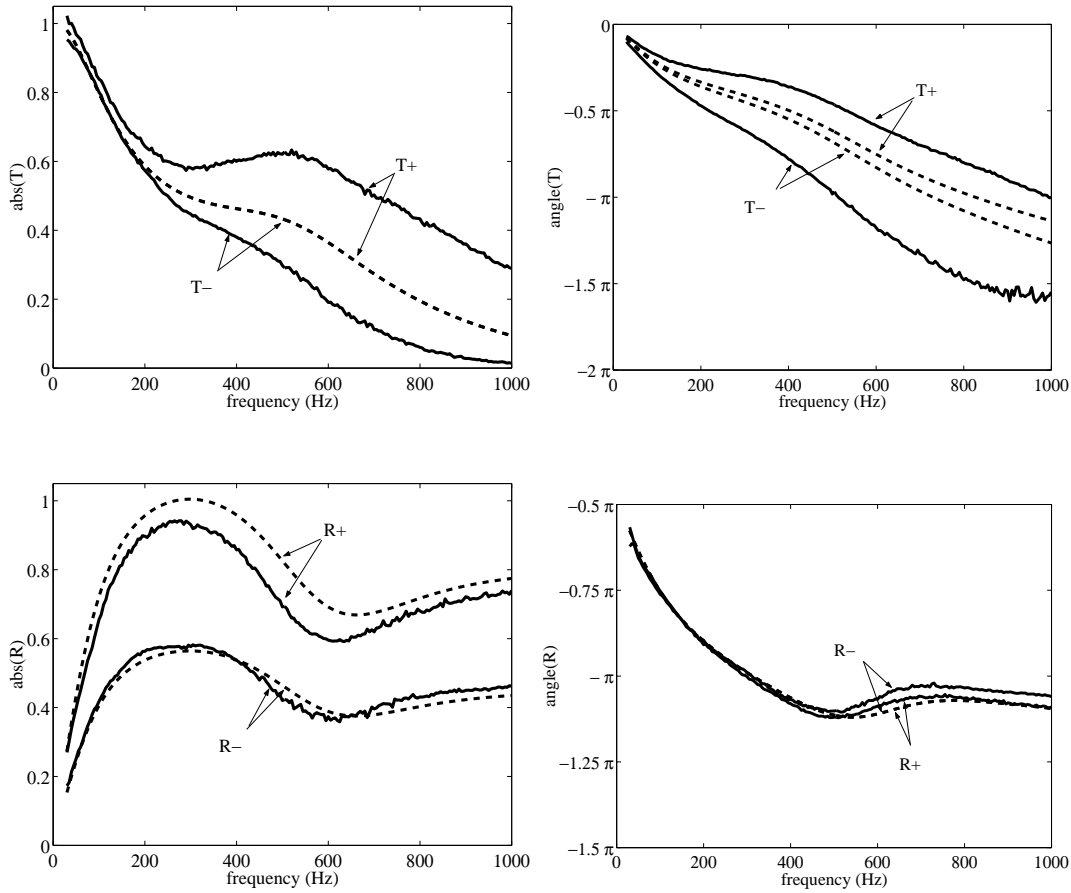


FIG. 2.6 – *Device 1: Comparison between the reflection and transmission coefficients measured for  $M = 0.143$  (—) and predicted with the lumped model defined by Eq.(2.10) (— —).*

With flow, this theoretical value of the scattering coefficients is compared in figure 2.6 to the experimental results for device 1. The agreement is poor. The most striking point is that the model predicts the same absolute value of the transmission coefficient with and against the flow. In the experimental results, they are quite different: for example, the transmission coefficient with the flow  $T^+$  is about 20 times as great as the transmission coefficient against the flow  $T^-$  at 1000 Hz for a Mach

number  $M = 0.143$ . In the same way, the curves giving the angle of  $T$  are much farther apart in the experimental results than in the theory, in which only the effects of the convection along the chamber are taken into account. Similar results are observed for all devices described in table 2.1.

There are two main assumptions in the segmentation model used. The first assumption states that the system can be considered as periodic; some couplings between the cells with flow can break the periodicity. The second assumption states that the lumped model is given by equations (2.8) and (2.9). This model oversimplifies the complex interactions between the sound and the flow in the shear layer over the perforations. These assumptions are tested in the following sections.

### 2.2.3.2 Independence of cell

The independence of the cells can be tested by computing the transfer matrix of one cell from two devices which only differ by the number of cells. If the system is periodic the two results are identical.

In table 2.1, it can be seen that devices 1 and 2, and devices 3 and 4 only differ by the number of cells. Thus,

$$[\mathbf{T}_{c1}] = [\mathbf{T}]_{\text{device 1}}^{1/10} = [\mathbf{T}]_{\text{device 2}}^{1/6} \quad \text{and} \quad [\mathbf{T}_{c2}] = [\mathbf{T}]_{\text{device 3}}^{1/10} = [\mathbf{T}]_{\text{device 4}}^{1/6}. \quad (2.11)$$

Figure 2.7 shows the transmission coefficients  $T_p$  and  $T_m$  of devices 1 and 3 measured for  $M = 0.143$ , and deduced from the transfer matrices of one cell of devices 2 and 4 respectively. The results for devices 1 and 2, and for devices 3 and 4 are, respectively, very close. Similar results can be found for the other coefficients whatever the Mach number. Thus the assumption of independence of the cells is realistic.

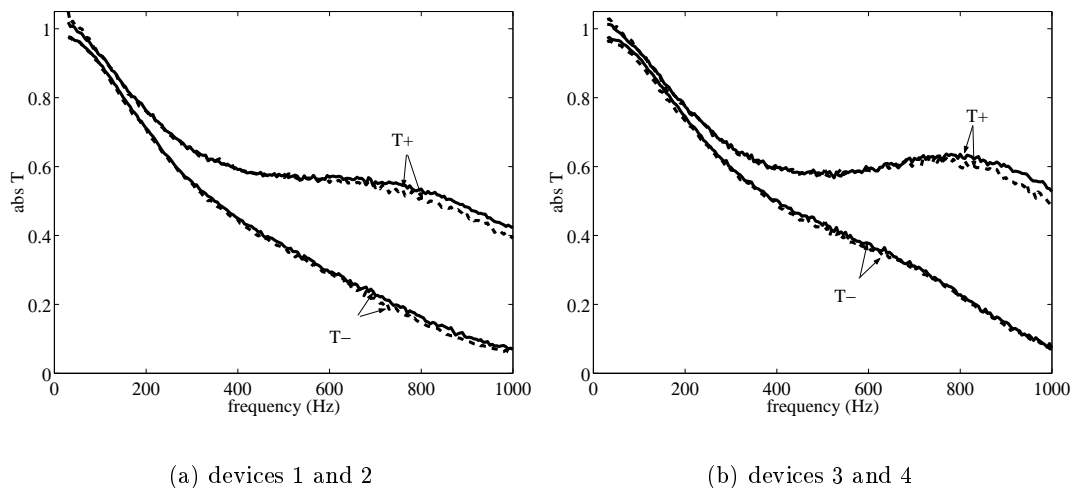


FIG. 2.7 – Comparison of  $T$  measured for devices with 10 cells (—) and of  $T$  deduced from devices with 6 cells (---) ( $M=0.143$ ). (a): devices 1 and 2, (b): devices 3 and 4.

### 2.2.3.3 Momentum conservation

In the perforation region, one could assume that there is no dissipation inside the region  $D$  (figure 2.5). This assumption leads to the conservation of the exergy  $p + Mu$  [30] across the row of perforations.



This assumption is the basis of Sullivan’s theory [20] and leads to equation (2.8). One could as an alternative assume that there is no transfer of axial momentum through the perforations. This assumption leads to the conservation of  $p + 2Mu$  across the row of perforations.

To see which of the two assumptions is the most realistic, the scattering coefficients of the perforations row deduced from the matrix  $[\mathbf{T}_p]$  are used. The value  $(T_p^+ - 1)/R_p^+$  is equal to  $(1 - M)/(1 + M)$  if the conservation of the exergy is applied and is equal to  $(1 - 2M)/(1 + 2M)$  if the conservation of the axial momentum is applied. In the same way,  $(T_p^- - 1)/R_p^-$  can be equal to  $(1 + M)/(1 - M)$  (conservation of the exergy) or to  $(1 + 2M)/(1 - 2M)$  (conservation of the axial momentum). The value  $(T_p^\pm - 1)/R_p^\pm$  is experimentally found to be a real number. Figure 2.8(a) (device 1 and 3) shows that this value is independent of the frequency at a given Mach number. Figure 2.8(b) depicts the variation of this value as a function of the Mach number. The best fit of the experimental value is obtained by considering that

$$\frac{T_p^\pm - 1}{R_p^\pm} = \frac{1 \mp 1.5M}{1 \pm 1.5M}.$$

It means that none of the above assumptions can be considered as valid.

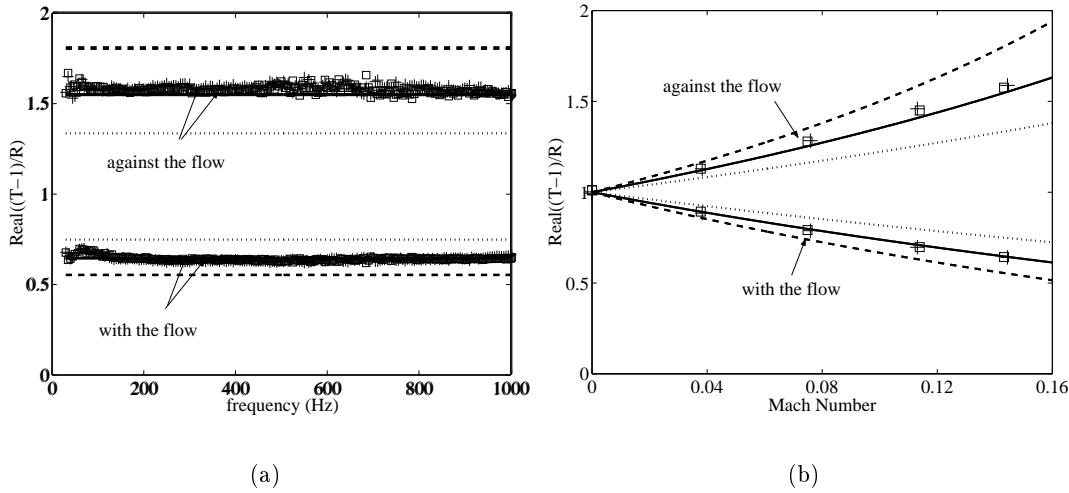


FIG. 2.8 – Evolution of  $real((T_p - 1)/R_p)$  for  $M = 0.143$  as a function of the frequency  $f$  (a), and of the Mach Number  $M$  (b). Solid symbols: measurements in the flow direction; empty symbols: measurement against the flow.  $\square$ : device 1;  $+++$ : device 3. — :  $(1 \pm 1.5M)/(1 \mp 1.5M)$ ; - - - :  $(1 \pm 2M)/(1 \mp 2M)$ ;  $\cdots$  :  $(1 \pm M)/(1 \mp M)$ .

Then Eq.(2.8) has to be replaced by

$$p_d + 1.5Mu_d = p_c + 1.5Mu_c. \tag{2.12}$$

### 2.2.3.4 Mass conservation

A close examination of the experimental data shows that the coefficient  $D_p$  is equal to 1, whatever the device and the Mach number. Thus, relating velocity on both sides of the perforations row leads

to:

$$u_d = u_c + C_p p_c. \quad (2.13)$$

It is amazing that this empirical equation is the same as the equation without flow. Together with equation (2.12), this equation implies that the best fit of the transfer matrix of a perforations row is

$$\begin{pmatrix} p_d \\ u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1.5MC_p & 0 \\ C_p & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ u_c \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

The coefficient  $C_p$  is linked to the admittance of the perforations plus the back cavity. By mass conservation in the region  $D$  (figure 2.5), the velocity  $v_p$  going through the perforations is equal to

$$v_p = \frac{S_t}{S_p} (u_c + Mp_c - (u_d + Mp_d)) = \frac{-S_t C_p (1 - 1.5M^2)}{S_p} p_c, \quad (2.15)$$

where  $S_t$  and  $S_p$  are the areas of the perforated tube and of the row of perforations. Then, the coefficient  $C_p$  is proportional to the admittance of the perforations plus the back cavity defined by  $Y_c = v_p/p_c$ . It could be noted that this definition of the admittance is not the only one. The admittance can also be defined by  $Y_c = v_p/p_d$  which leads to a different value.

In the same way as in section 3.1., the scattering coefficients of the partitioned chamber with a perforated tube are calculated using equation (2.14), equation (2.5) and equation (2.6). These coefficients are compared in figure 2.9 to the measured value for device 1. The agreement is good. Thus a segmentation method can be used to make a model of the acoustical behavior of a perforated tube if a correct lumped model is used.

## 2.2.4 Conclusion

Experiments were performed at low frequencies on a perforated tube with a partitioned chamber. Four different configurations were studied and the results lead us to a revision of the classical segmentation model. The assumption of independence of the cells is validated by the experimental results. The classical lumped model of Sullivan [20] based on the conservation of exergy of the flow through the perforations does not agree with the experimental data. The assumption that there is no axial momentum transfer to the wall, as a result of the flow through the perforations, also fails to explain the experimental results. An empirical model which fits the data is proposed.

The assumptions of exergy conservation and axial momentum conservation fail to explain the experimental results. Some momentum is transferred into the perforations and some energy is lost. A similar behavior was found in the continuous description of lined wall with flow. The classical condition is the continuity of the acoustic radial displacement at the wall [31]. It was experimentally demonstrated that a more realistic condition is between displacement and velocity continuities [32]. This new condition can be explained by considering the effect of the viscosity in the acoustic and hydrodynamic boundary layers [33]. One of the effects of viscosity is to transfer some momentum from the main flow to the wall. The same type of effect seems to appear here. Thus, it could be worthwhile to analyze the effect of flow on the acoustical behavior of a perforation in a viscous fluid.

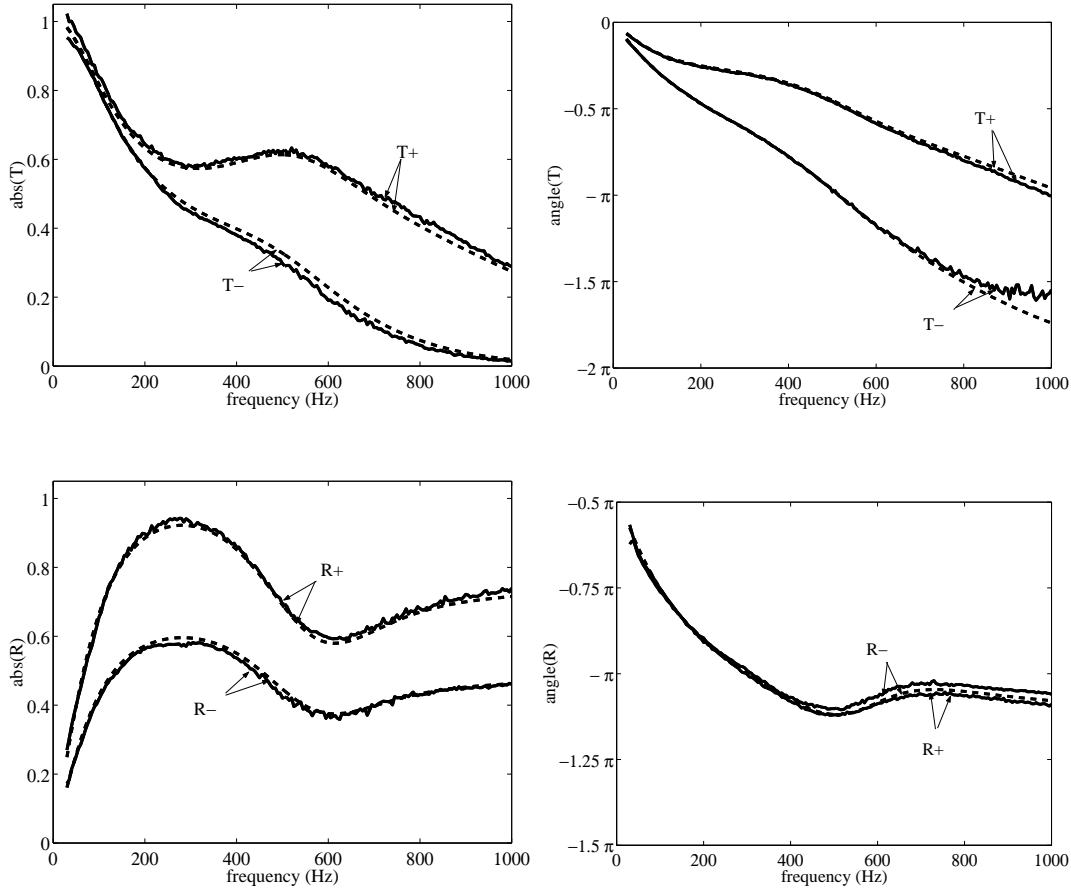


FIG. 2.9 – *Device 1* : comparison between the reflection and transmission coefficients measured for  $M = 0.143$  (solid lines), and predicted with the lumped model defined by Eq.(2.14) (dash lines).

### 2.2.5 Supplementary : the theory of Dokumaci

In a recent paper [34], Dokumaci has expressed the matrix that links the acoustic perturbations of the pressure  $p'$  and the velocity  $v'$  on each side of a perforate row (section  $c$  and  $d$  referenced in figure 2.5) as follows :

$$\begin{pmatrix} p_d \\ z_e u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A'_p & B'_p \\ C'_p & D'_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ z_e u_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - (2 - \eta)M_e C'_p & 0 \\ (1 + (1 - \eta)M_e^2)C'_p & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ z_e u_c \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

where  $M_e$  and  $z_e$  are the effective Mach number and the effective characteristic impedance:  $M_e = M/\alpha$  and  $z_e = \rho_0 c/\alpha$ . The  $\alpha$  term is defined as  $\alpha = 1 + \beta M^2$ , with  $\beta$  an arbitrary term that accounts for the effect of the mean flow velocity profile ( $(1 + \beta)\bar{v}_0^2 = \frac{1}{S} \int_S v_0 dS$ ). The parameter  $\eta$  is defined as the ratio of a slip velocity  $w_0$  to the mean flow averaged velocity  $\bar{v}_0$ .

Dokumaci states that

$$C_p' = \frac{z_e}{z_p} AS \frac{1}{1 - M_e^2} = \frac{Y_S'}{1 - M_e^2} \quad (2.17)$$

where  $z_p$  is the combined impedance of the perforate row plus its back cavity,  $A$  is the total open area of the row, and  $S$  is the cross section of the duct.

In case of a uniform velocity profile, it comes  $\beta = 0$  and  $\eta = 1$ , thus  $\alpha = 1$  and equation 2.16 is written

$$\begin{pmatrix} p_d \\ \rho_0 c u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - M C_p & 0 \\ C_p & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ \rho_0 c u_c \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

When  $D_p'$  is equal to 1, as experimentally observed in the present report, the lumped model of Sullivan is indeed reduced to equation 2.18. It has however been observed that neither the exergy conservation nor the axial momentum conservation gives results that fit the experimental data. A more appropriate condition is found in between the two assumptions, that leads to equation 2.14.

In a wish to find theoretically equation 2.14, Dokumaci states  $\eta$  to be equal to 0.5. Equation 2.16 then becomes

$$\begin{pmatrix} p_d \\ z_e u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1.5 M_e C_p' & 0 \\ (1 + 0.5 M_e^2) C_p' & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ z_e u_c \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

or

$$\begin{pmatrix} p_d \\ \rho_0 c u_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1.5 M_e C_p' & 0 \\ (1 + 0.5 M_e^2) C_p' \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_c \\ \rho_0 c u_c \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

One has to be careful however introducing a parameter  $\eta$ , as no slip velocity is clearly established. This remains a heuristic parameter.

For  $\eta = 0.5$ , the assumption of uniform flow is not valid anymore, and  $\beta$  is no more equal to 0. The point is that no relation is defined between  $\eta$  and  $\beta$  (and consequently  $\alpha$ ), which both depend on the flow profile (or slip velocity), so that no direct comparison of equation 2.20 is possible with 2.14.

Furthermore, if the Mach number  $M = 0.143$  is considered small enough to get  $\alpha \approx 1$  with a maximum of 1% error, by computing equation 2.20 for  $\eta = 0.5$  and  $\alpha = 1 \pm 0.005$ , the 0.5% gap on  $\alpha$  leads to a 6.5% error on the transmission coefficient  $T^+$ . The assumption that for such low Mach numbers the error is negligible is to be taken carefully.  $\beta$  and  $\eta$  remains heuristic parameters and should be handled with care, and  $\beta$  would need a more precise definition, at least a using range to estimate its impact on  $\alpha$ . No physical meaning shore up either the necessity of introducing a slip velocity.

## 2.3 Modèle Continu

### 2.3.1 Introduction

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté une approche discrète du calcul de l'impédance par un modèle de segmentation. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous abordons une approche continue du problème, avec un modèle basé sur l'équation de dispersion dans la zone traitée. Le traitement appliqué est alors considéré comme une impédance répartie.

Dans la limite basses fréquences (le domaine d'étude expérimental exprimé en fréquence réduite  $ka$  s'étend de 0.008 à 0.3, avec  $a$  le rayon du tube et  $k$  le nombre d'onde), seul le mode plan est propagatif. La partie traitée du tube est décrite par une matrice de transfert  $2 \times 2$ , reliant deux grandeurs acoustiques en entrée et deux grandeurs acoustiques en sortie du système.

Les expériences réalisées ont été menées sur le banc à écoulement décrit dans la première partie de ce chapitre. Deux éléments sont étudiés expérimentalement: une chambre partitionnée montée sur un tube de section cylindrique perforé, et une chambre partitionnée dont les cellules sont emplies de matériau poreux.

### 2.3.2 Expériences

La technique de mesure employée dans cette partie, ainsi que le banc à écoulement utilisé pour la réalisation des mesures sont identiques à ceux utilisés en première partie de ce chapitre.

Les expériences sont réalisées dans un premier temps sur une chambre partitionnée, montée sur un tube perforé d'épaisseur  $1\text{mm}$  et de rayon interne  $15\text{mm}$  (figure 2.10(a)). La cavité arrière (rayon interne  $a = 16\text{mm}$ , rayon externe  $b = 50\text{mm}$ ) est divisée en 10 cellules par des disques d'épaisseur  $0.5\text{mm}$ , séparés d'une distance de  $7\text{mm}$ , de telle sorte que la longueur d'une cellule est  $L_c = 7.5\text{mm}$ .

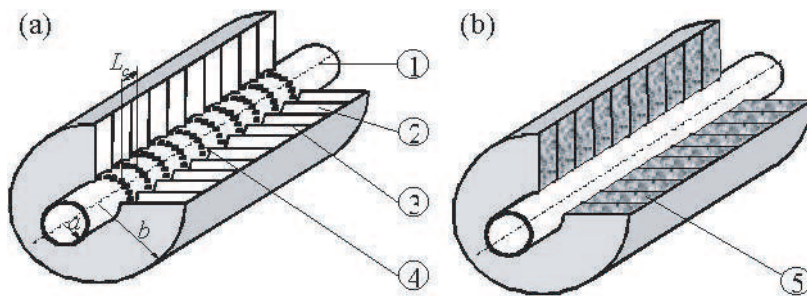


FIG. 2.10 – Vues schématiques de la chambre partitionnée avec tube perforé (a) et de la chambre partitionnée avec matériau poreux (b). 1: tube perforé, 2: cavité arrière, 3: disque séparateur, 4: rangée de perforations, 5: matériau poreux.

Le second élément testé est une chambre partitionnée, dont les dimensions sont identiques à la chambre précédente, et dont les cellules sont emplies de matériau poreux (figure 2.10(b)).

Les coefficients de transmission  $T^\pm$  et de réflexion  $R^\pm$  de la matrice de diffusion sont représentés en figure 2.11 (tube perforé) et en figure 2.12 (matériau poreux).

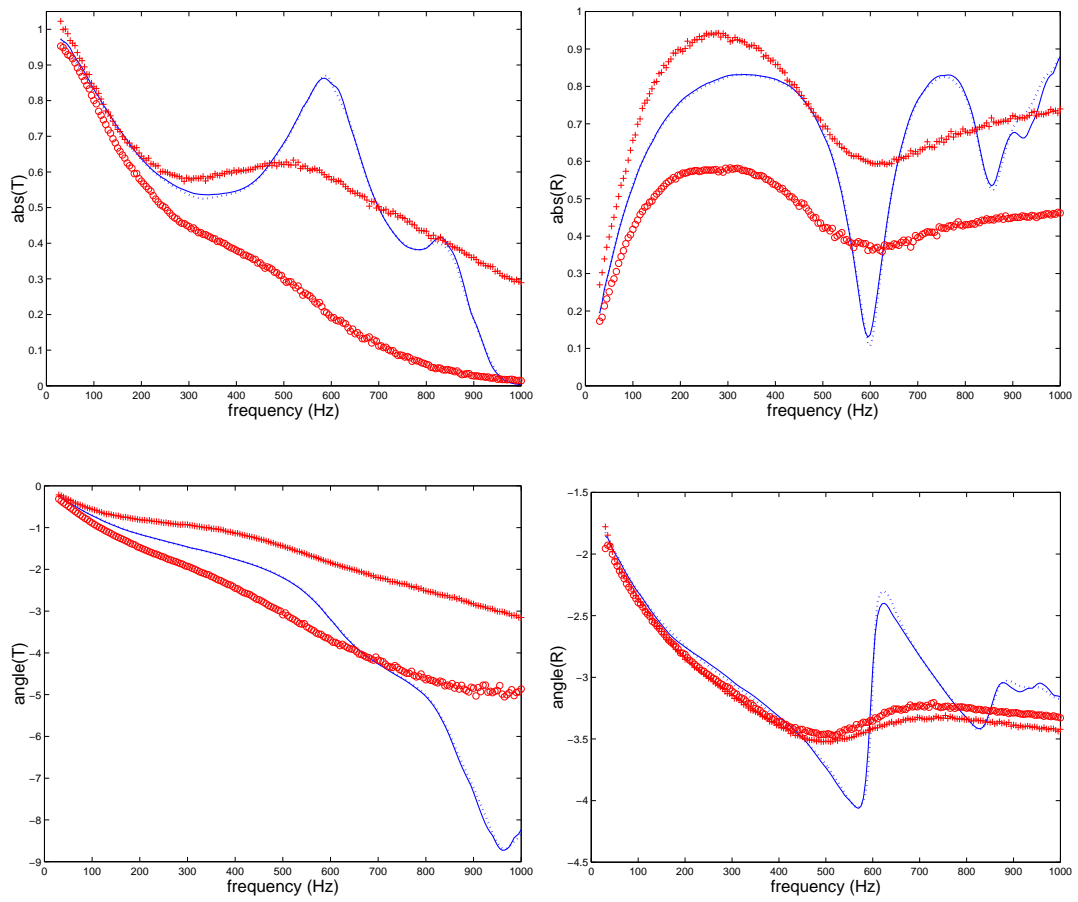


FIG. 2.11 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0$  (lignes) et  $M = 0.143$  (symboles). +++ et — :  $T^+$ ,  $R^+$ . ooo et --- :  $T^-$ ,  $R^-$ .*

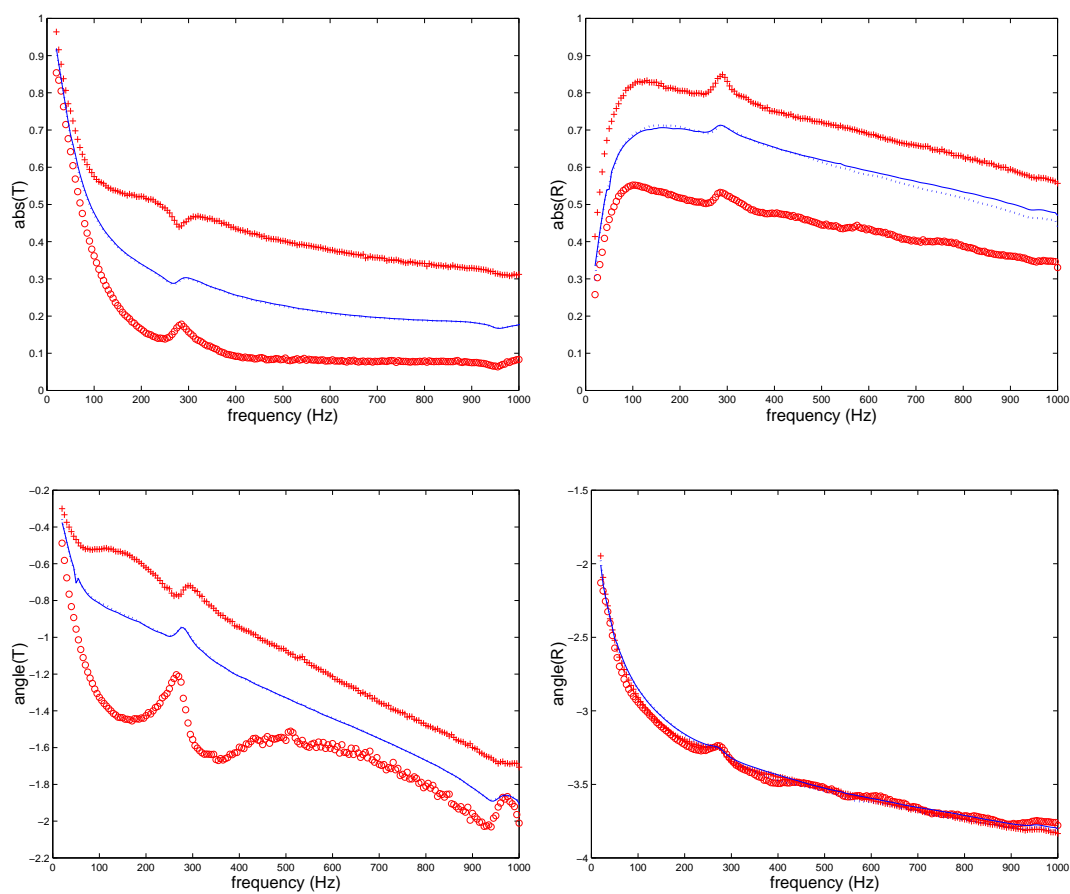


FIG. 2.12 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0$  (lignes) et  $M = 0.142$  (symboles). +++ et — :  $T^+$ ,  $R^+$ . ooo et --- :  $T^-$ ,  $R^-$ .*

### 2.3.3 Modèle Continu

#### 2.3.3.1 Expression générale

Dans un tube circulaire de rayon  $a$ , avec écoulement uniforme de nombre de Mach  $M$ , l'équation de propagation pour la pression moyenne  $P$  ( $P = \int_S p dS$  avec  $p$  la pression dans le tube de section  $S$ ) s'écrit à partir de l'équation de propagation moyennée sur la section du tube (voir par exemple [18]):

$$\left[ jk_0 + M \frac{d}{dx} \right]^2 P - \frac{d^2 P}{dx^2} = \frac{2}{a} \left[ jk_0 + M \frac{d}{dx} \right] V_a \quad (2.21)$$

où  $P(x)$  est la pression moyenne réduite ( $P = \int_S p dS / \rho_0 c_0^2$  avec  $p$  la pression,  $\rho_0$  la densité et  $c_0$  la vitesse du son) moyennée sur la section du tube,  $V_a$  est la vitesse radiale réduite à la paroi (vitesse divisée par la vitesse du son  $c_0$ ),  $k_0 = \omega / c_0$  et  $\omega$  est la fréquence.

La vitesse radiale à la paroi est reliée à la pression par l'admittance  $Y_w$  à la paroi :

$$V_a = \frac{1}{jk_0} \left[ jk_0 + (1 - B_v) M \frac{d}{dx} \right] (Y_w P_w) \quad (2.22)$$

où  $B_v$  est égal à 0 quand la continuité du déplacement acoustique radial s'applique à la paroi, et  $B_v$  est égal à 1 quand la continuité de la vitesse acoustique radiale s'applique à la paroi [33]. Afin d'obtenir une équation de propagation sur  $P$ , il faut relier la pression moyenne  $P$  à la pression à la paroi  $P_w$ . Les modèles les plus simples considèrent [18] que la pression à la paroi est égale à la pression moyenne :  $P_w = P$ .

Dans la partie traitée du tube, la pression moyenne réduite est exprimée sous la forme  $P(x) = P_i \exp(-j\beta_i x)$ , ce qui conduit à l'équation de dispersion :

$$\left( 1 - M^2 (1 + (1 - B_v) Y_0) \right) \beta_i^2 + k_0 M (2 + (2 - B_v) Y_0) \beta_i - k_0^2 (1 + Y_0) = 0 \quad (2.23)$$

avec  $Y_0 = 2jY_w / k_0 a$ .

Les solutions de cette équation sont notées  $\beta_a$  et  $\beta_b$  qui correspondent aux ondes se propageant vers l'aval et vers l'amont du système. La pression et la vitesse axiale moyennes dans la partie traitée sont alors écrites respectivement sous la forme  $P(x) = P_a \exp(-j\beta_a x) + P_b \exp(-j\beta_b x)$  et  $U(x) = Z_a P_a \exp(-j\beta_a x) + Z_b P_b \exp(-j\beta_b x)$  où  $Z_{a,b}$  sont les impédances caractéristiques des ondes aval et amont.

En  $x = 0$ , pression et vitesse axiale moyennes s'écrivent :

$$P(x = 0) = p_1 = p_1^+ + p_1^- = P_a + P_b,$$

$$U(x = 0) = u_1 = p_1^+ - p_1^- = Z_a P_a + Z_b P_b.$$

En  $x = L$ , pression et vitesse axiale moyennes s'écrivent :

$$P(x = L) = p_2 = p_2^+ + p_2^- = P_a E_a + P_b E_b,$$

$$U(x = L) = u_2 = p_2^+ - p_2^- = Z_a P_a E_a + Z_b P_b E_b.$$

où  $E_{a,b} = \exp(-j\beta_{a,b} L)$ , et  $L$  est la longueur de tube sur laquelle le traitement est appliqué.

La matrice de transfert de la partie traitée s'écrit alors :



$$\begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_a - Z_b} \begin{bmatrix} Z_a E_b - Z_b E_a & E_a - E_b \\ -Z_a Z_b (E_a - E_b) & Z_a E_a - Z_b E_b \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Les coefficients de la matrice de transfert  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont définis à partir des coefficients de la matrice de diffusion (voir section 2.2.2) :

$$\begin{aligned} A &= (T^+ T^- + (1 - R^+)(1 + R^-)) / 2T^-; \\ B &= (T^+ T^- - (1 + R^+)(1 + R^-)) / 2T^-; \\ C &= (T^+ T^- - (1 - R^+)(1 - R^-)) / 2T^-; \\ D &= (T^+ T^- + (1 + R^+)(1 - R^-)) / 2T^-. \end{aligned}$$

Les nombres d'onde  $\beta_{a,b}$  et les impédances caractéristiques  $Z_{a,b}$  sont alors déterminés à partir des relations résultantes de l'équation 2.24:  $E_{a,b} = D - Z_{a,b}B$ , et  $Z_{a,b} = (D - A \pm \Delta) / 2B$  avec  $\Delta = ((D - A)^2 + 4BC)^{1/2}$ .

### 2.3.3.2 Nombres d'onde

Afin de comparer directement les valeurs des nombres d'onde déduites expérimentalement aux valeurs obtenues par le calcul théorique (équation 2.23), l'admittance à la paroi doit être connue. Il existe quatre moyens d'obtenir cette admittance à partir des mesures effectuées (voir par exemple la méthode multimodale pour le calcul d'admittance dans un tube de section rectangulaire présentée dans le chapitre 3, adaptable au cas d'un tube cylindrique). Nous avons choisi ici de déduire  $Y_0$  de la mesure du produit  $\Pi = \beta_a \beta_b$ .

En remaniant l'équation 2.23, l'admittance est formulée de la façon suivante :

$$Y_0 = \frac{k_0^2 + (1 - M^2)\Pi}{-k_0^2 + (1 - B_v)M^2\Pi}. \quad (2.25)$$

Cette expression est alors ré-introduite dans l'équation 2.23, et les valeurs théoriques ainsi obtenues des  $\beta_i$  sont comparées aux valeurs expérimentales en figure 2.13 pour la chambre avec tube perforé et en figure 2.14 pour la chambre partitionnée avec matériau poreux . L'adéquation des courbes théoriques avec les résultats expérimentaux est plus appropriée quand la valeur  $B_v = 0.6$  est utilisée. Les conditions de continuité de vitesse et de continuité de déplacement sont trop "extrêmes" pour prédire des résultats adéquats, et une condition intermédiaire doit être envisagée.

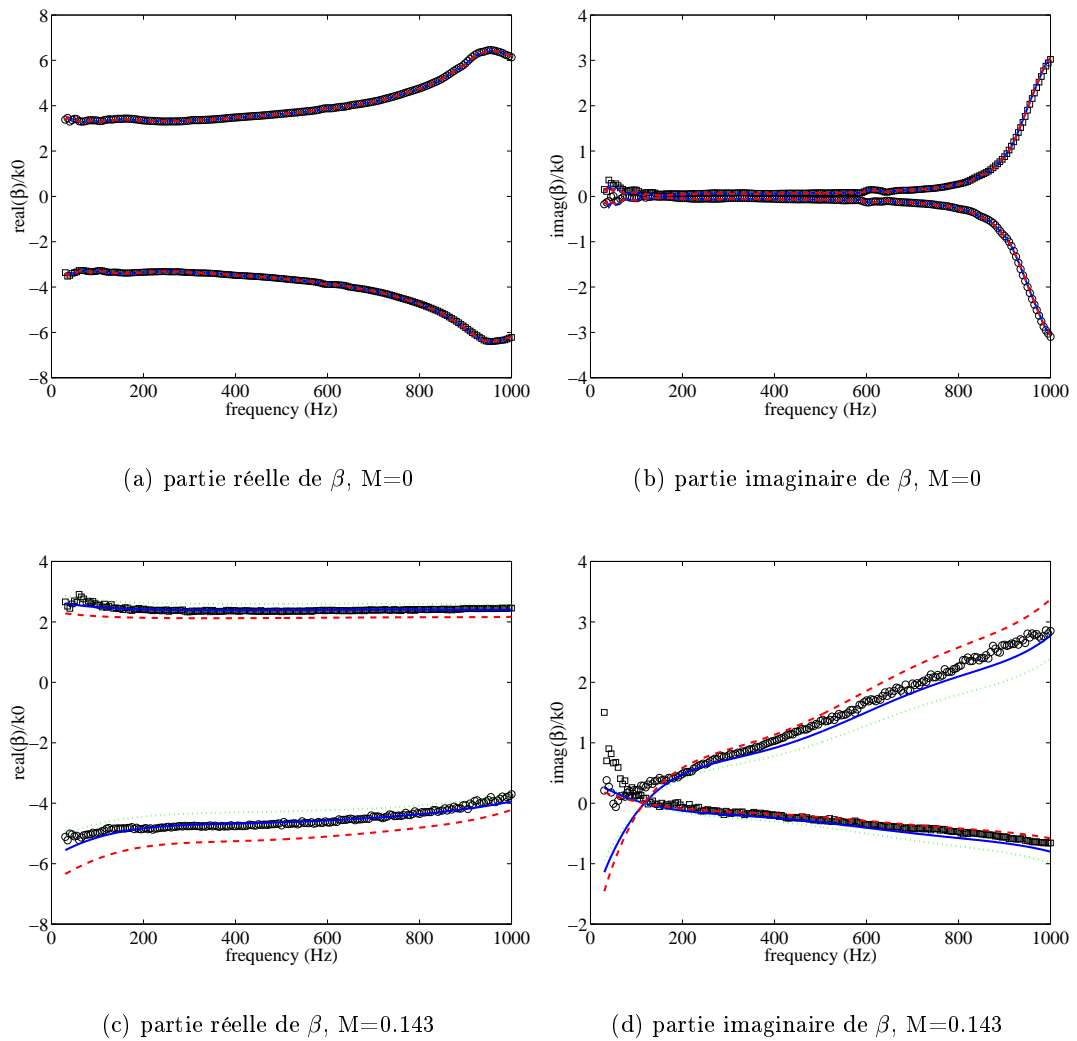


FIG. 2.13 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les nombres d'onde réduits déduits des mesures (symboles) pour  $M = 0$  et  $M = 0.142$ , et prédits à partir des relations Eq. 2.23 (lignes). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\cdots$  ( $B_v = 1$ ).*

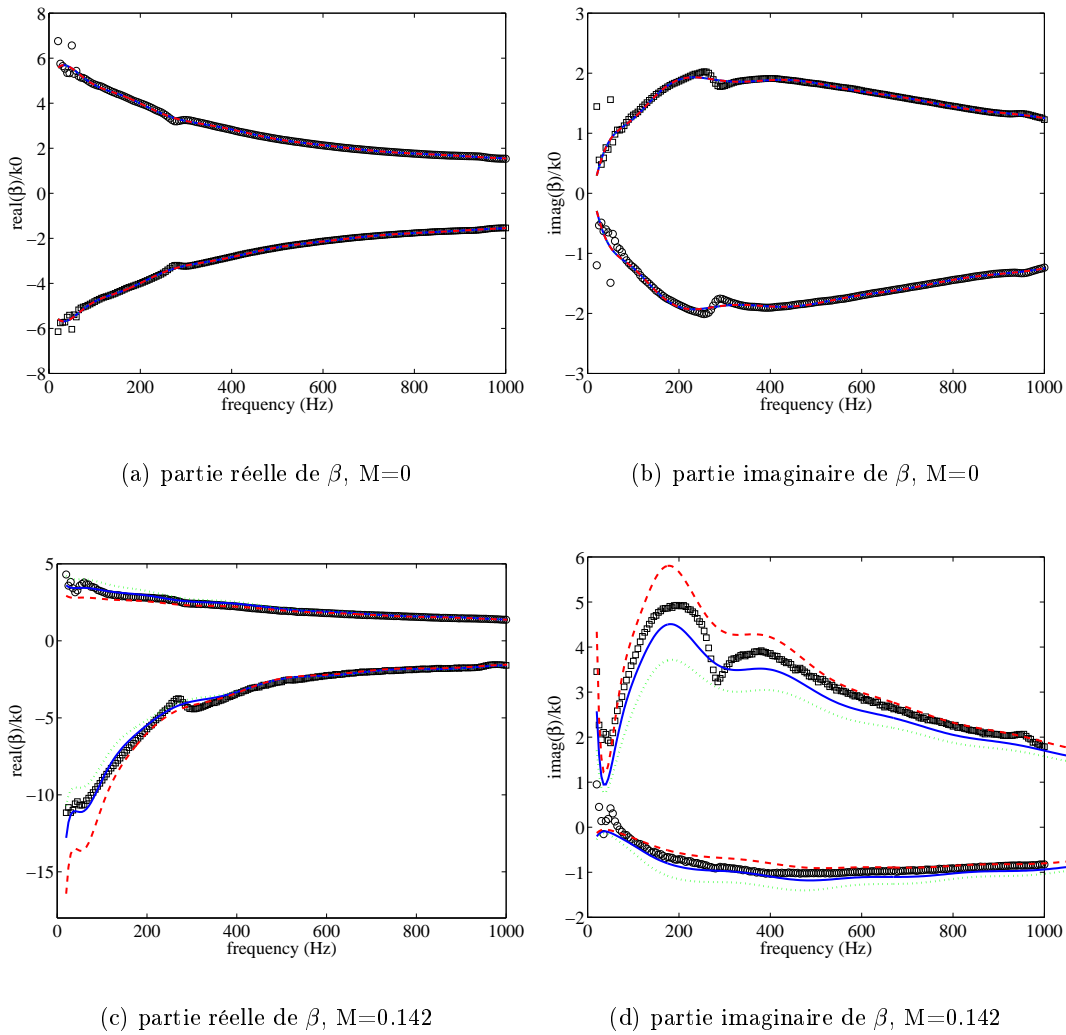


FIG. 2.14 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les nombres d’onde réduits déduits des mesures (symboles) pour  $M = 0$  et  $M = 0.142$ , et prédits à partir des relations Eq. 2.23 (lignes). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\cdots$  ( $B_v = 1$ ).*

## 2.3.3.3 Condition à la jonction

En utilisant l'équation d'Euler, les impédances caractéristiques sont telles que :

$$Z_{a,b} = \frac{\beta_{a,b}}{k_0 - M\beta_{a,b}}. \quad (2.26)$$

Ces valeurs sont comparées en figure 2.15 (tube perforé) et en figure 2.16 (matériau poreux) aux valeurs obtenues expérimentalement. L'accord entre les courbes est faible avec écoulement, quelque soit  $B_v$ .

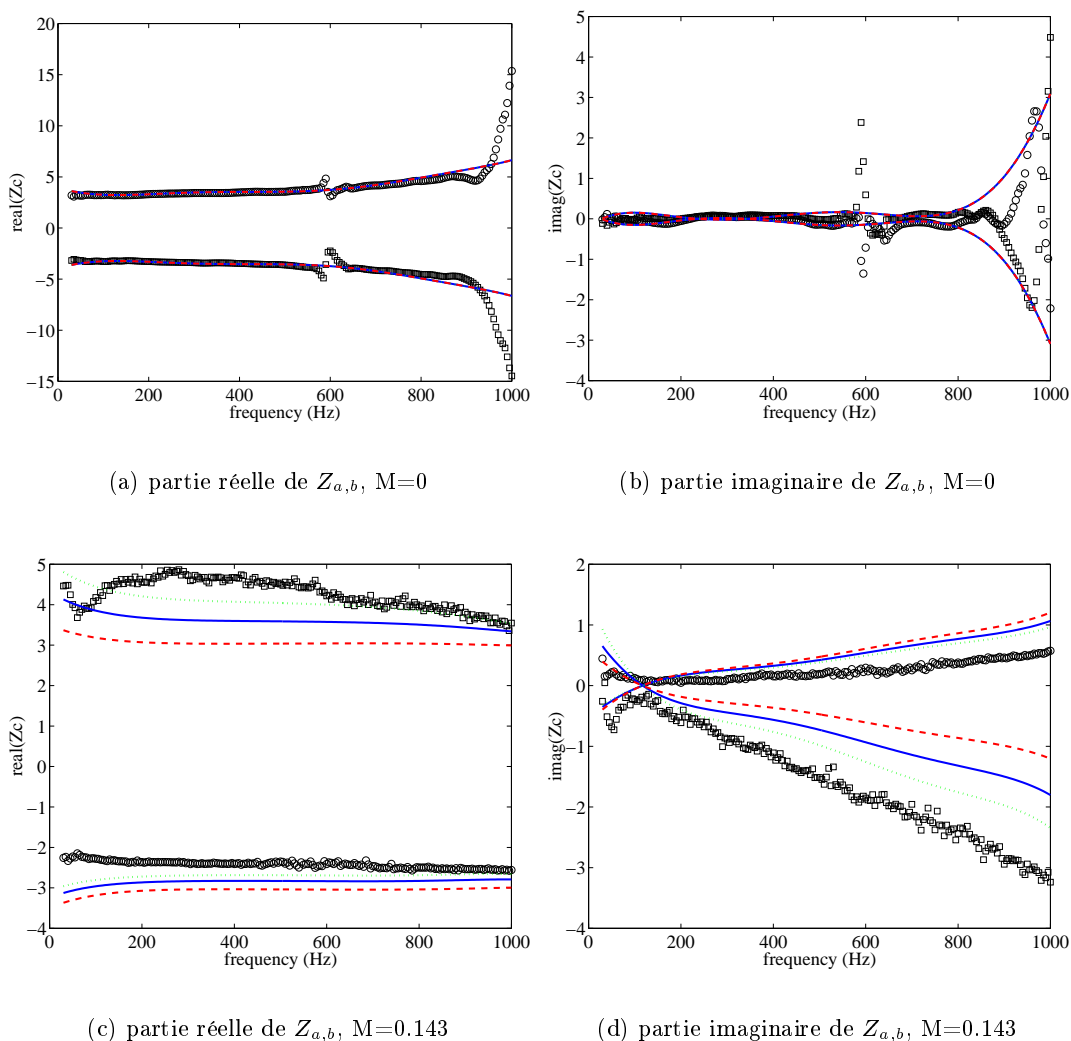


FIG. 2.15 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0$  et  $M = 0.143$ , et prédites à partir des relations Eq. 2.26 (lignes). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\cdots$  ( $B_v = 1$ ).*

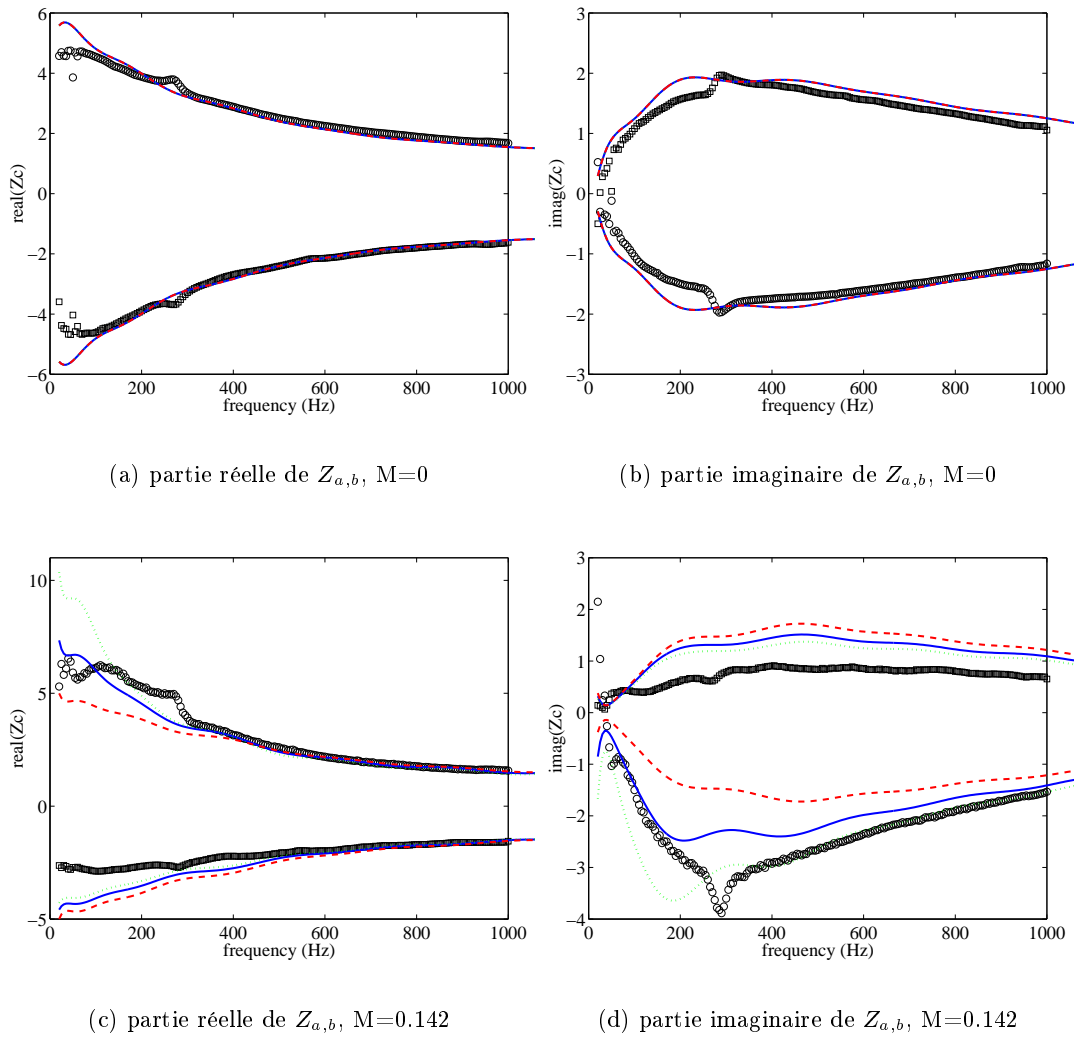


FIG. 2.16 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0$  et  $M = 0.142$ , et prédites à partir des relations Eq. 2.26 (lignes). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\cdots$  ( $B_v = 1$ ).*

La connaissance des valeurs des impédances  $Z_{a,b}$  est nécessaire uniquement à la jonction entre la paroi du tube et la partie traitée afin d'y appliquer la continuité de vitesse. Une condition plus appropriée à cette interface est exprimée de façon exacte et unique à partir des équations 2.21 et 2.22. Si l'admittance à la paroi passe de la valeur 0 pour le tube rigide ( $x < 0$ ) à la valeur  $Y_w$  pour la partie traitée, le saut  $dP/dx$  est déterminé en intégrant l'équation 2.21 autour de la discontinuité d'admittance dans l'hypothèse de la continuité de pression.

La vitesse radiale réduite à la paroi  $V_a$  est remplacée dans l'équation 2.21 par son expression donnée par l'équation 2.22, alors :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( -(1 - M^2)P + M^2 \frac{Y(1 - B_v)}{jk_0} P \right) + \frac{d}{dx} \left( 2jk_0 M \left( P + \frac{Y(1 - B_v)}{jk_0} P \right) \right) + \left( -k_0^2 \left( 1 + \frac{Y}{jk_0} \right) \right) P = 0. \quad (2.27)$$

L'admittance  $Y(x)$  est prise sous la forme d'un échelon de Heavyside qui passe de la valeur  $Y = 0$  en  $x = 0^-$  (paroi rigide) à  $Y = Y_w$  en  $x = 0^+$  (traitement en paroi). La fonction  $P$  est aussi prise sous la forme d'un échelon de Heavyside. Le troisième terme (terme non dérivé) de l'équation 2.27 est celui qui fait apparaître cet échelon; le deuxième terme (terme en  $d/dx$ ) est alors un Dirac, et le premier terme (terme en  $d^2/dx^2$ ) est une dérivée de Dirac. Il en résulte que le premier terme doit être continu. La première relation de continuité s'écrit alors :

$$\left[ \left[ (1 - M^2)P - M^2 \frac{Y(1 - B_v)P}{jk_0} \right] \right] = 0 \quad (2.28)$$

où  $\left[ \right]$  désigne le saut au niveau de la discontinuité d'admittance.

Les deuxième et troisième termes de l'équation 2.27 permettent d'obtenir une deuxième relation de continuité :

$$\left[ \left[ (1 - M^2) \frac{dP}{dx} - M^2 \frac{Y(1 - B_v)}{jk_0} \frac{dP}{dx} - 2jk_0 M \left( P + \frac{Y(1 - B_v)P}{jk_0} \right) \right] \right] = 0. \quad (2.29)$$

Ces deux relations permettent d'établir le lien de part et d'autre de la discontinuité d'impédance, et du saut de pression.

Le saut  $dP/dx$  est alors donné par :

$$(1 - M^2) \frac{dP}{dx}(x = 0^-) = (1 - M^2 (1 + (1 - B_v)Y_0)) \frac{dP}{dx}(x = 0^+) - jk_0 M (2 - B_v) Y_0 P(x = 0). \quad (2.30)$$

A partir de cette relation, il est possible de relier la vitesse axiale à la paroi rigide aux amplitudes des ondes amont et aval dans la partie traitée par  $u_1 = p_1^+ - p_1^- = Z_a P_a + Z_b P_b$  où les impédances  $Z_{a,b}$  sont données par

$$Z_{a,b} = \left( 1 - M^2 (1 + (1 - B_v)Y_0) \right) \frac{\beta_{a,b}}{k_0} + M(2 - B_v)Y_0 + M. \quad (2.31)$$

Les nouvelles valeurs des impédances  $Z_{a,b}$  avec écoulement sont alors présentées figure 2.17 (tube perforé) et figure 2.18 (matériau poreux). L'expression de  $Z_{a,b}$  dans l'équation 2.31 étant identique à celle obtenue par l'équation 2.26 sans écoulement ( $M = 0$ ), les courbes sans écoulement ne sont pas représentées à nouveau.

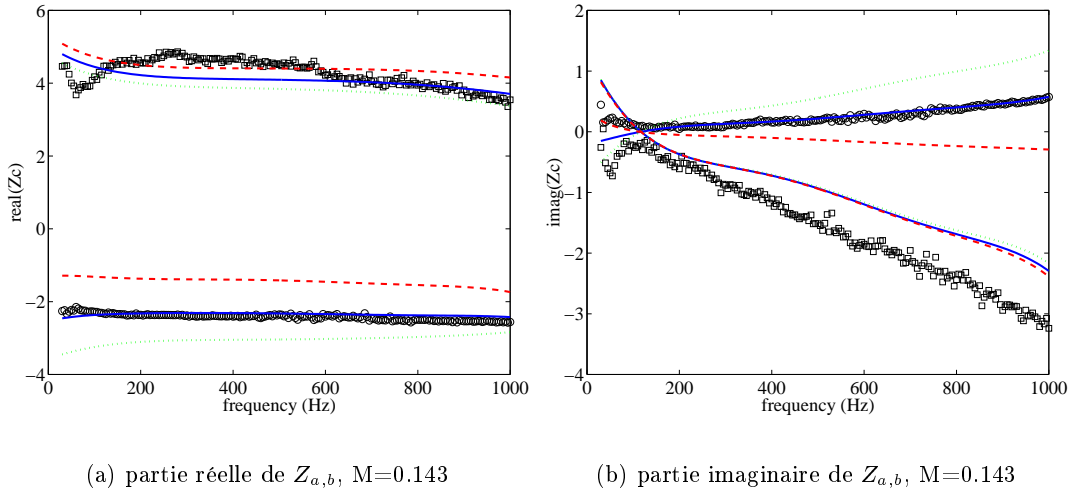


FIG. 2.17 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0.143$ , et prédites à partir des relations Eq. (2.31) (lines). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\dots$  ( $B_v = 1$ ).*

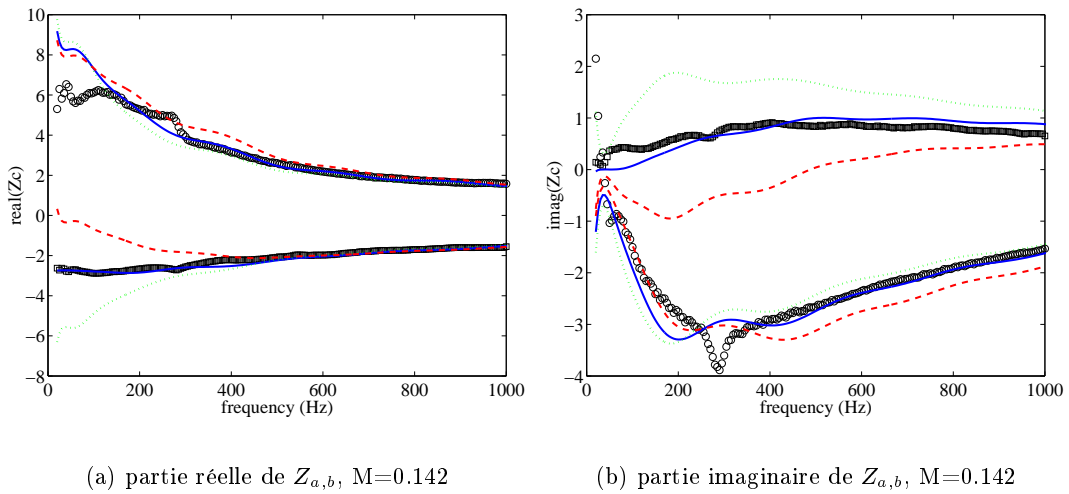


FIG. 2.18 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0.142$ , et prédites à partir des relations Eq. 2.31 (lines). — ( $B_v = 0.6$ ), - - - ( $B_v = 0$ ) et  $\dots$  ( $B_v = 1$ ).*

Afin d'estimer la validité des hypothèses émises pour le calcul des impédances  $Z_{a,b}$  et des nombres d'onde  $\beta_i$ , les coefficients de transmission et de réflexion sont recalculés à partir des valeurs de  $\beta_i$  et  $Z_{a,b}$  obtenues précédemment. Les coefficients de la matrice de diffusion sont comparés aux valeurs expérimentales en figures 2.19 (tube perforé sans écoulement), 2.20 (tube perforé avec écoulement), 2.21 (matériau poreux sans écoulement), 2.22 (matériau poreux avec écoulement) pour  $B_v = 1$  (continuité

de vitesse) et  $B_v = 0$  (continuité de déplacement), et en figures 2.23 (tube perforé avec écoulement) et 2.24 (matériau poreux avec écoulement) pour  $B_v = 0.6$ . Les courbes pour  $B_v = 0.6$  sans écoulement ( $M = 0$ ) ne sont pas présentées, ces dernières étant identiques à celles obtenues pour  $B_v = 0$  et  $B_v = 1$ .

En comparant les courbes expérimentales et théoriques, il semble qu'aucune des hypothèses classiques (continuité de déplacement ou de vitesse) n'explique les mesures. Un facteur  $B_v \sim 0.6$  semble plus approprié à décrire les résultats. Ce facteur prend un sens physique en considérant l'effet de la viscosité dans les couches limites [33]. La continuité de vitesse moyenne ou de pression moyenne ne s'appliquent pas.

Les matrices de diffusion de la chambre partitionnée avec tube perforé, et de la chambre partitionnée avec matériau poreux sont décrites de façon plus appropriée avec le facteur  $B_v$  prenant la valeur 0.6.

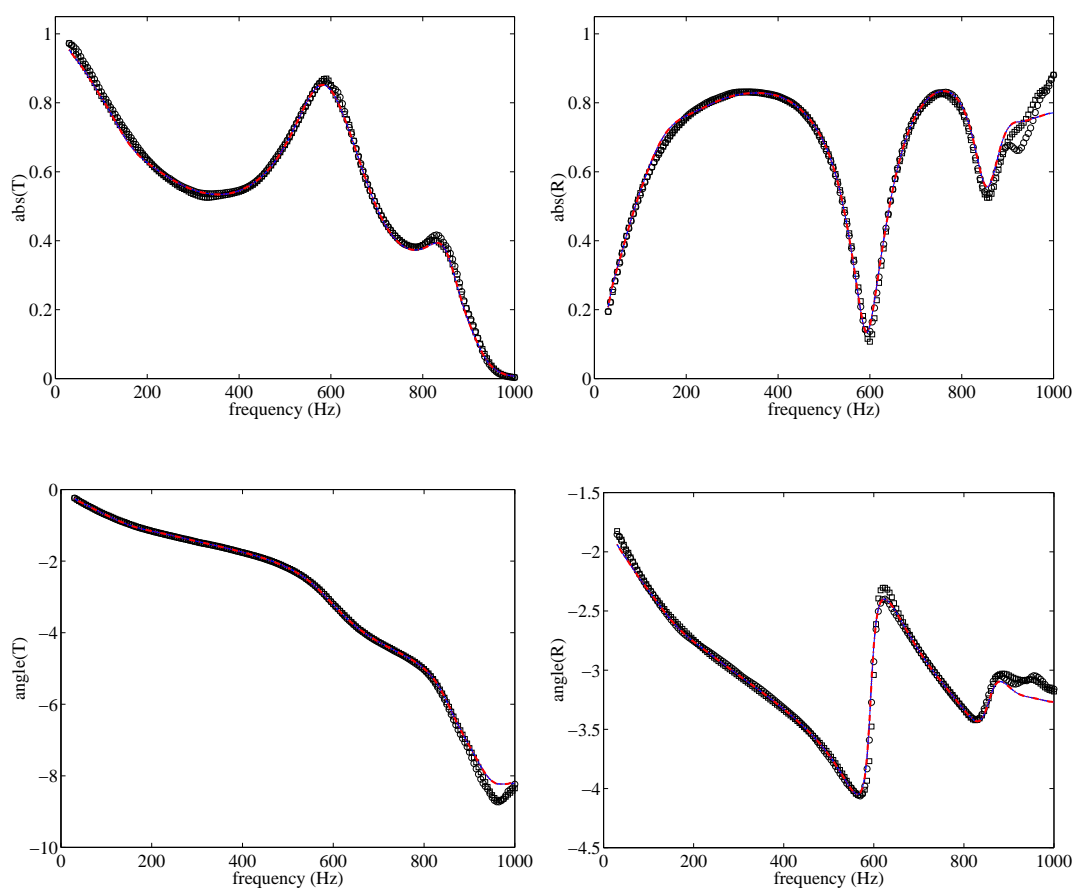


FIG. 2.19 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0$  (symboles) et prédits avec le modèle continu (lignes). Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement:  $\circ$  expériences, — continuité de vitesse et .... continuité de déplacement. Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement:  $\square$  expériences, - - - continuité de vitesse et - . - . continuité de déplacement.*



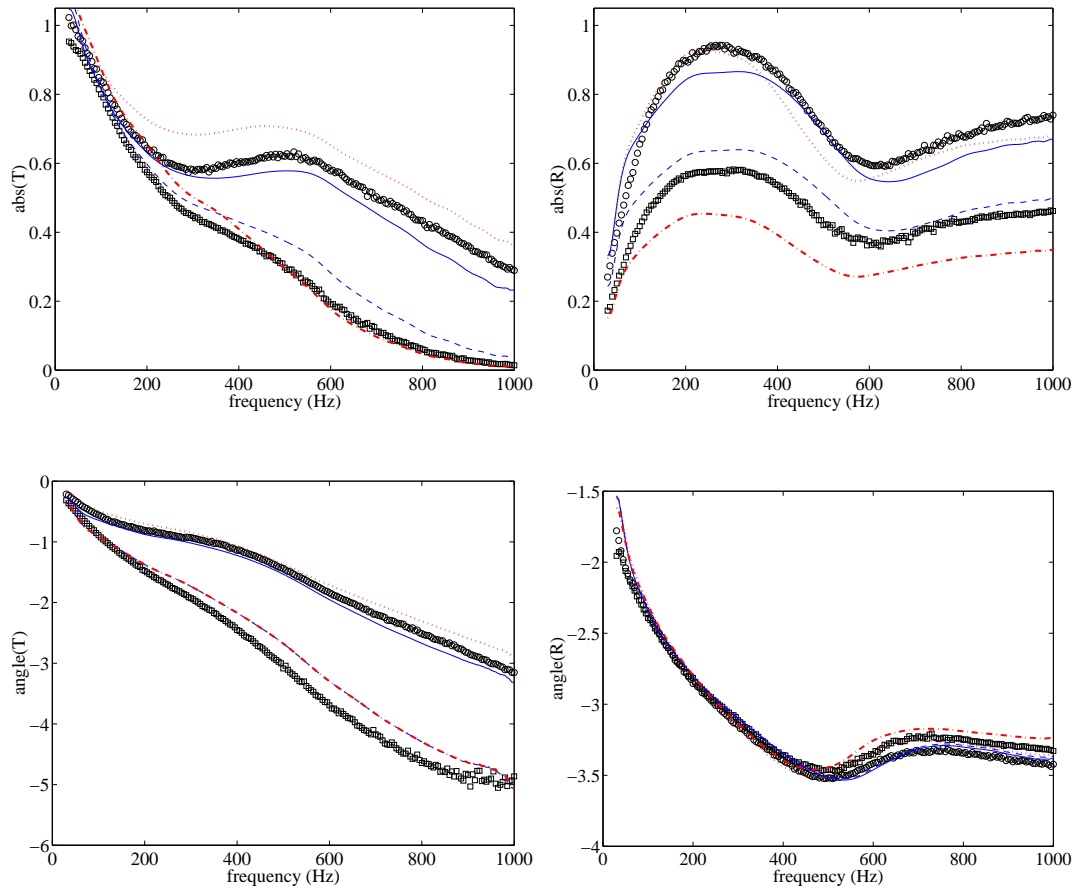


FIG. 2.20 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.143$  (symboles) et prédits avec le modèle continu (lignes). Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement :  $\circ$  expériences, — continuité de vitesse et .... continuité de déplacement. Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement :  $\square$  expériences, - - - continuité de vitesse et . . . . continuité de déplacement.*

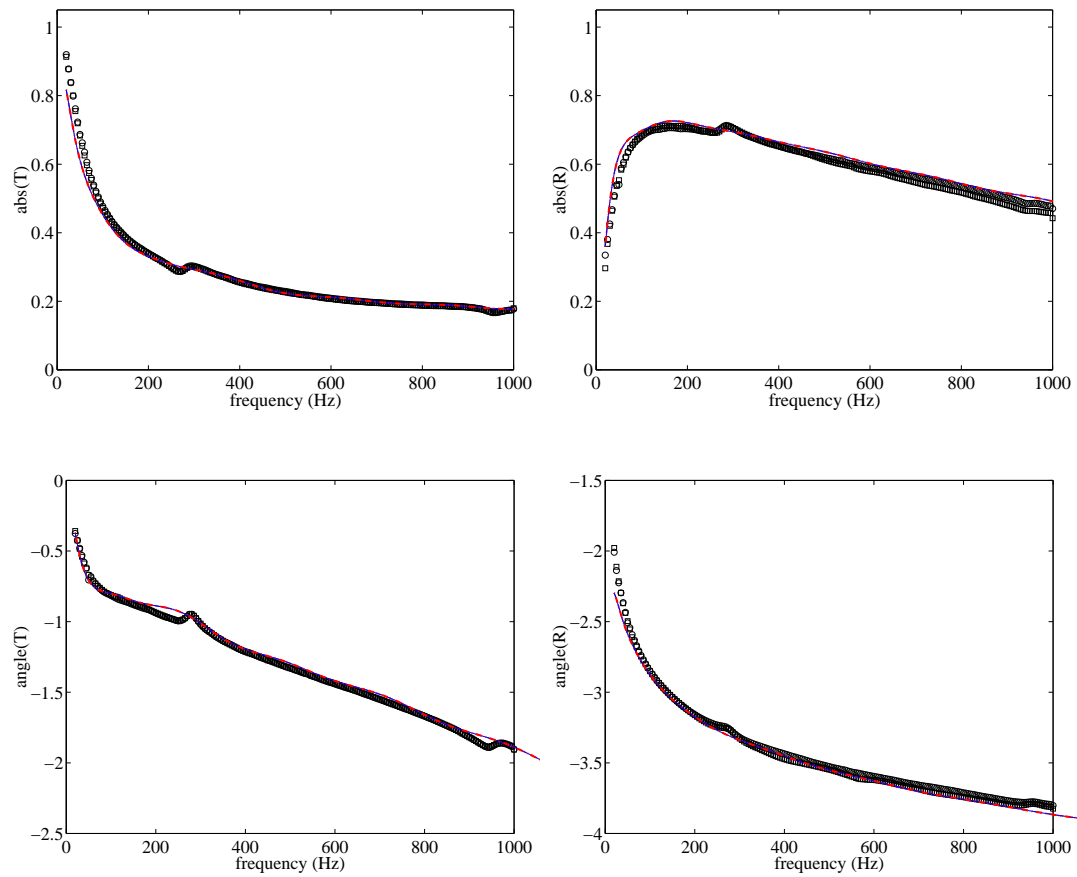


FIG. 2.21 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux: comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0$  (symboles) et prédits avec le modèle continu (lignes). Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement:  $\circ$  expériences, — continuité de vitesse et .... continuité de déplacement. Transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement:  $\square$  expériences, - - - continuité de vitesse et - . - . - . continuité de déplacement.*

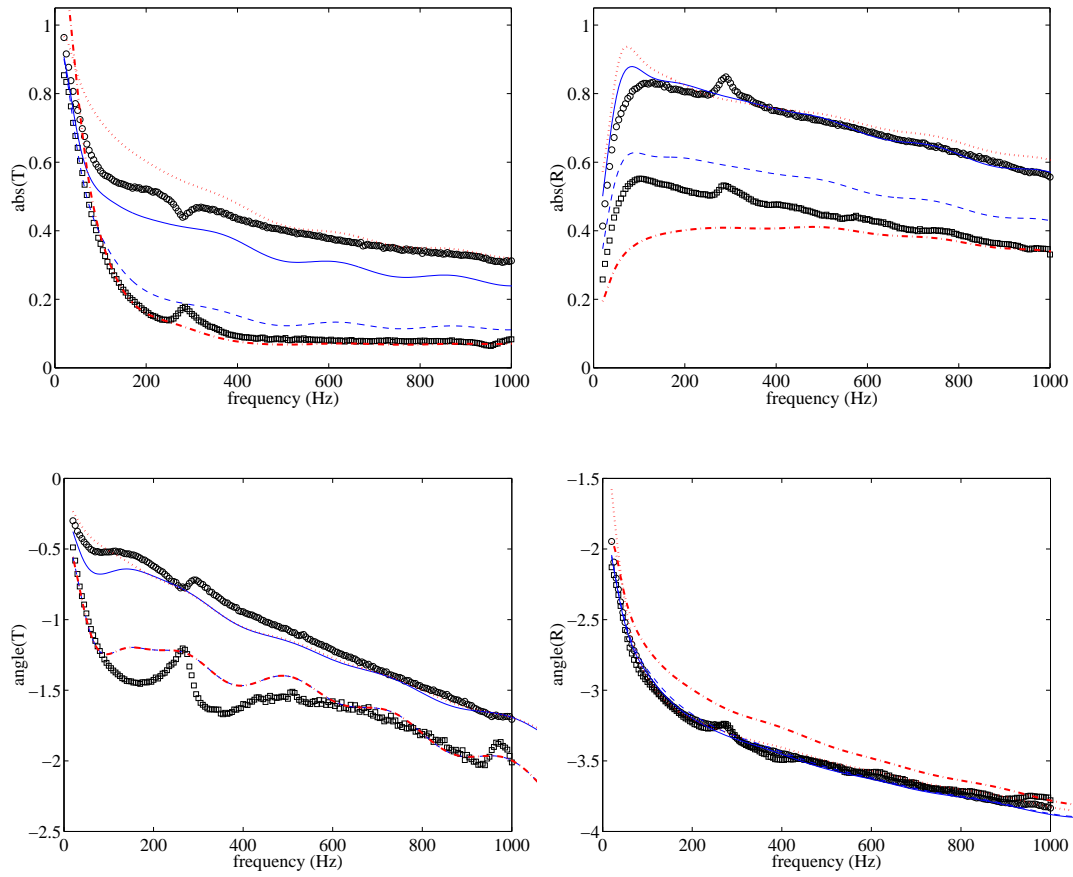


FIG. 2.22 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.142$  (symboles) et prédits avec le modèle continu (lignes). transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement :  $\circ$  expériences, — continuité de vitesse et .... continuité de déplacement. transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement :  $\square$  expériences, - - - continuité de vitesse et . . . . continuité de déplacement.*

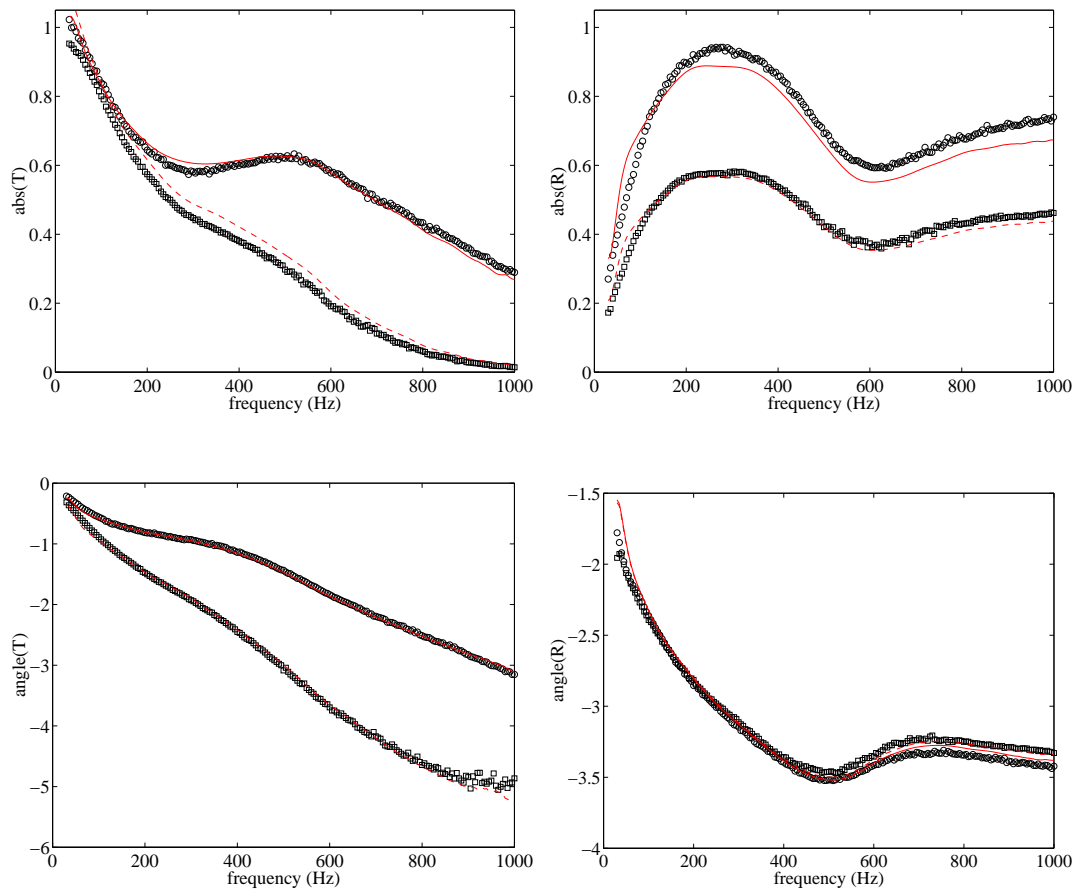


FIG. 2.23 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.143$  (symboles) et prédits avec le modèle continu ( $B_v = 0.6$ ) (lignes).  $\circ$  et — : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement.  $\square$  et - - - : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement.*

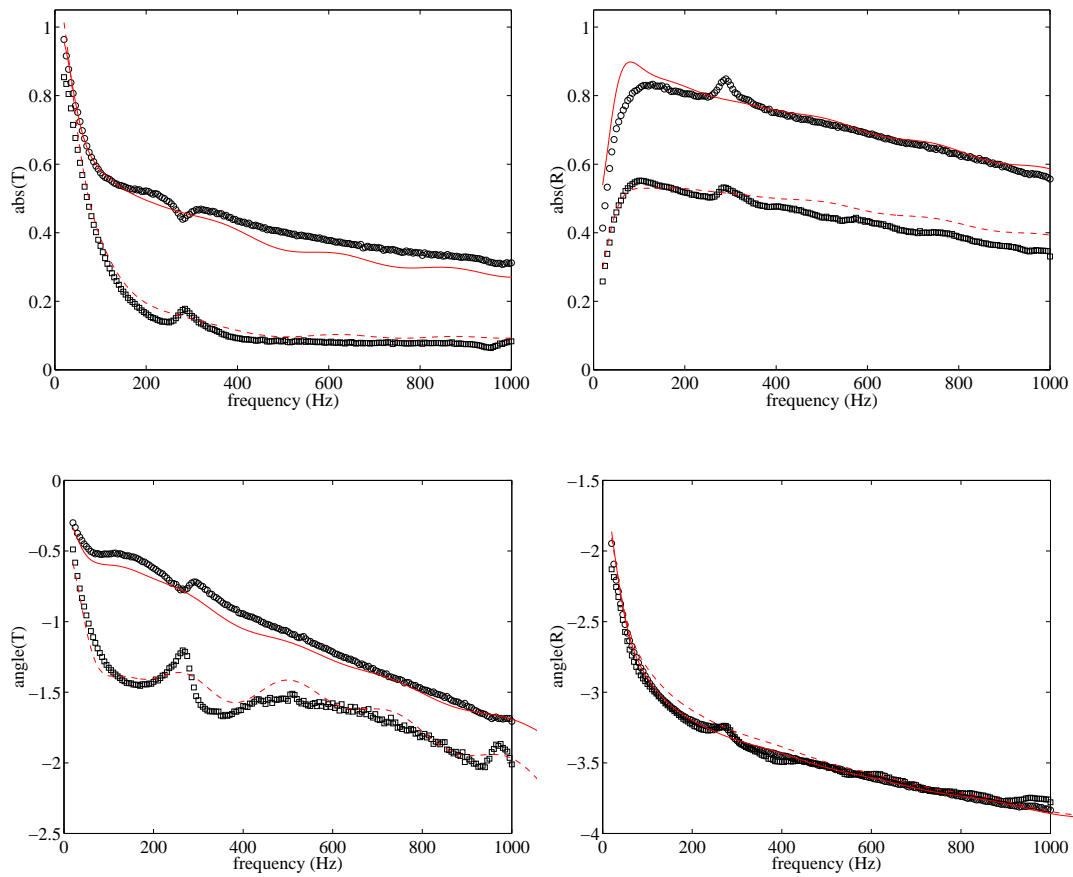


FIG. 2.24 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.142$  (symboles) et prédits avec le modèle continu ( $B_v = 0.6$ ) (lignes).  $\circ$  et — : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement.  $\square$  et - - - : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement.*

2.3.3.4 Facteur  $B_v$ 

La valeur du facteur  $B_v$  qui semble au mieux correspondre au calcul des matrices de diffusion décrit une condition intermédiaire entre la continuité de vitesse et la continuité de pression. Il est possible de remanier l'équation 2.23 et d'exprimer l'admittance  $Y_0$  ainsi que le facteur  $B_v$  en fonction des solutions  $\beta_i$  de cette équation. Il vient alors :

$$Y_0 = -\frac{\Pi(1 + M^2) - \Sigma M + 1}{\Pi M^2 - \Sigma M + 1} \quad (2.32)$$

et

$$B_v = -\frac{-2\Pi M + \Sigma}{(\Pi(1 + M^2) - \Sigma M + 1)M} \quad (2.33)$$

où  $\Pi = \beta_a \beta_b$  et  $\Sigma = \beta_a + \beta_b$ .

Les parties réelles et imaginaires de  $B_v$  ainsi obtenues pour un écoulement  $M = 0.142$  sont présentées en figure 2.25 pour les deux chambres partitionnées étudiées. Les courbes mettent en évidence la dépendance du facteur  $B_v$  à l'élément étudié, et son comportement est bien compris entre les deux cas limites de la continuité de vitesse et la continuité du déplacement. La valeur obtenue pour la chambre sur tube perforée est conforme à celle utilisée précédemment  $B_v \sim 0.6$ . Le facteur  $B_v$  obtenu pour la chambre avec matériau poreux semble plus faible, mais surtout plus fluctuant en fonction de la fréquence.

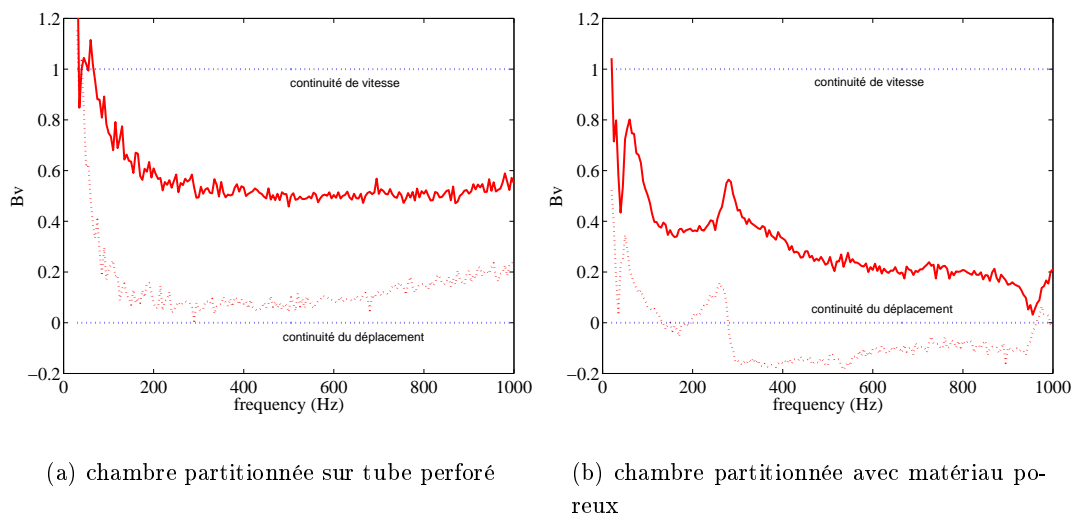


FIG. 2.25 – Partie réelle et imaginaire du facteur  $B_v$  obtenu avec l'équation 2.33 avec un écoulement  $M = 0.142$  pour la chambre partitionnée montée sur tube perforé et pour la chambre partitionnée avec matériau poreux. — : partie réelle de  $B_v$ , - - - : partie imaginaire de  $B_v$ .

Les valeurs ainsi obtenues de  $Y_0$  et  $B_v$  sont réinjectées dans l'équation 2.23 et les nombres d'onde  $\beta_i$  recalculés correspondent donc parfaitement aux résultats expérimentaux (figures 2.26 et 2.27).

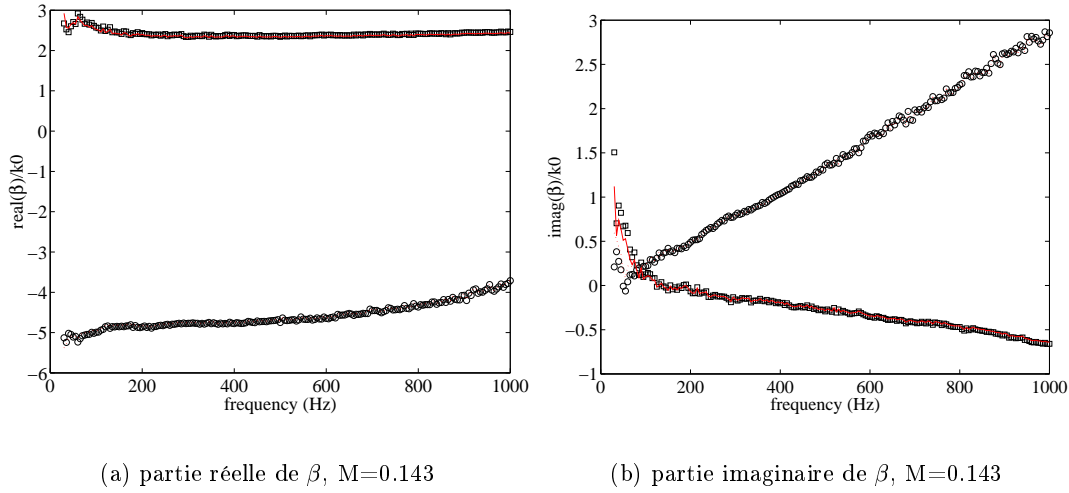


FIG. 2.26 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les nombres d'onde réduits déduits des mesures (symboles) pour  $M = 0.143$ , et prédits à partir des relations Eq. 2.23 (lignes) pour  $B_v$  calculé (Eq. 2.33).*

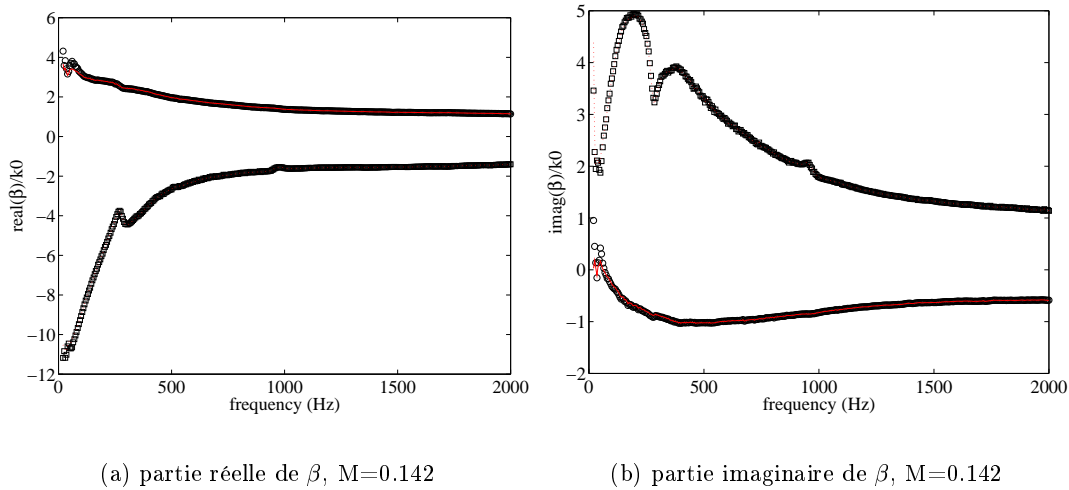


FIG. 2.27 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les nombres d'onde réduits déduits des mesures (symboles) pour  $M = 0.142$ , et prédits à partir des relations Eq. 2.23 (lignes) pour  $B_v$  calculé (Eq. 2.33).*

Les impédances caractéristiques sont présentées pour la chambre partitionnée sur tube perforé et la chambre partitionnée avec matériau poreux respectivement figures 2.28 et 2.29, et les coefficients de la matrice de diffusion en figures 2.30 et 2.31.

Les résultats obtenus sont conformes aux calculs effectués pour une valeur de  $B_v$  imposée. Peu de différences apparaissent pour la chambre avec matériau poreux quand  $B_v$  est imposé ( $B_v = 0.6$ ) ou calculé (figure 2.25 (b)).

Les différences occasionnées pour un changement de la valeur de  $B_v$  semblent moins importantes pour le cas avec matériau poreux que pour le cas de la chambre partitionnée montée sur tube perforé. L'hypothèse d'une condition intermédiaire entre la continuité de vitesse et la continuité de déplacement est cependant établie.

### 2.3.4 Conclusion

Des expériences ont été menées sur deux types de chambre partitionnée: l'une d'elle étant montée sur un tube perforé, l'autre étant emplie de matériau poreux. Les résultats expérimentaux sont comparés aux modèles classiques.

Une hypothèse courante est d'appliquer une condition de continuité du déplacement acoustique radial à la paroi [31]. Il est démontré expérimentalement qu'une condition plus réaliste se trouve entre les continuités de déplacement et de vitesse [32]. Cette nouvelle condition pourrait à nouveau être expliquée en considérant l'effet de la viscosité dans les couches limites acoustique et hydrodynamique, comme nous avons pu le constater dans la première partie de ce chapitre.



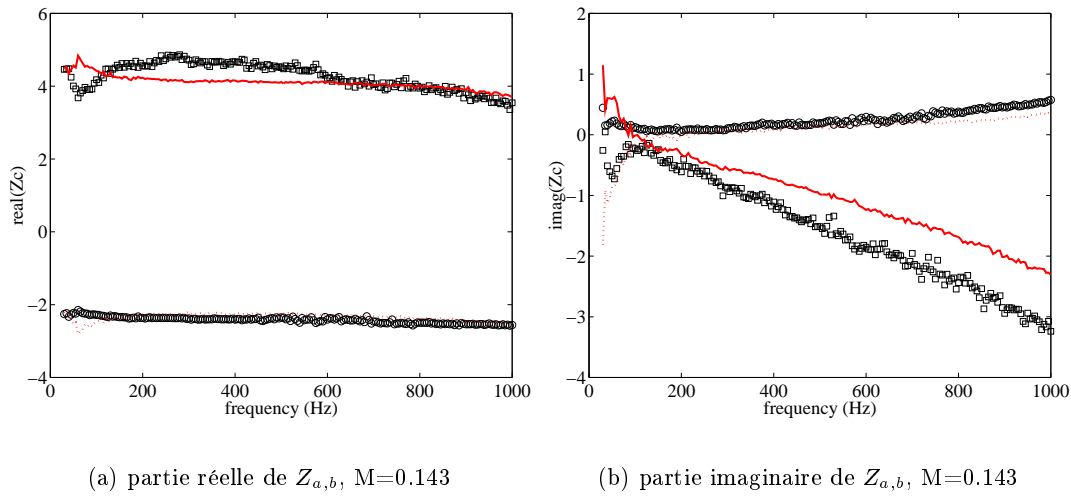


FIG. 2.28 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0.143$ , et prédites à partir des relations Eq. 2.23 (lignes) pour  $B_v$  calculé (Eq. 2.33).*

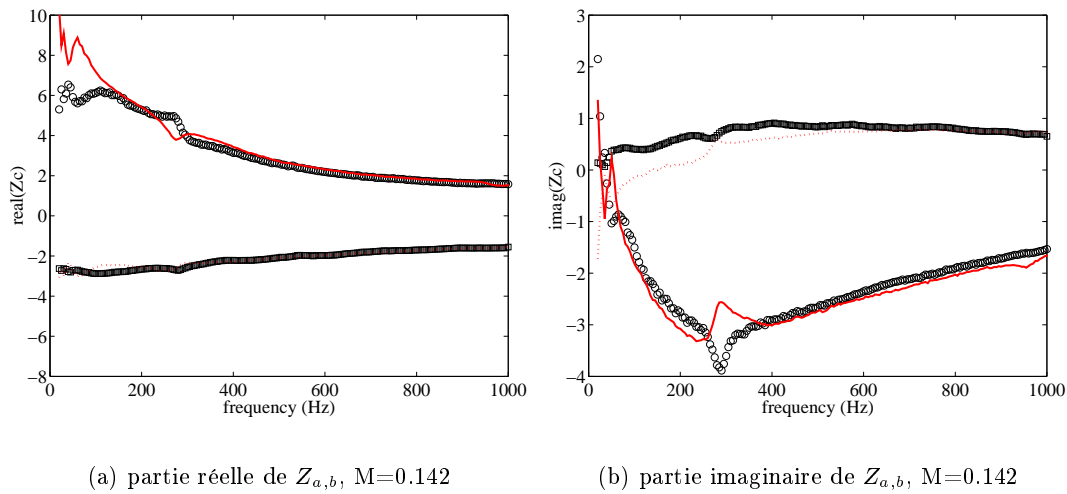


FIG. 2.29 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les impédances déduites des mesures (symboles) pour  $M = 0.142$ , et prédites à partir des relations Eq. 2.23 (lignes) pour  $B_v$  calculé (Eq. 2.33).*

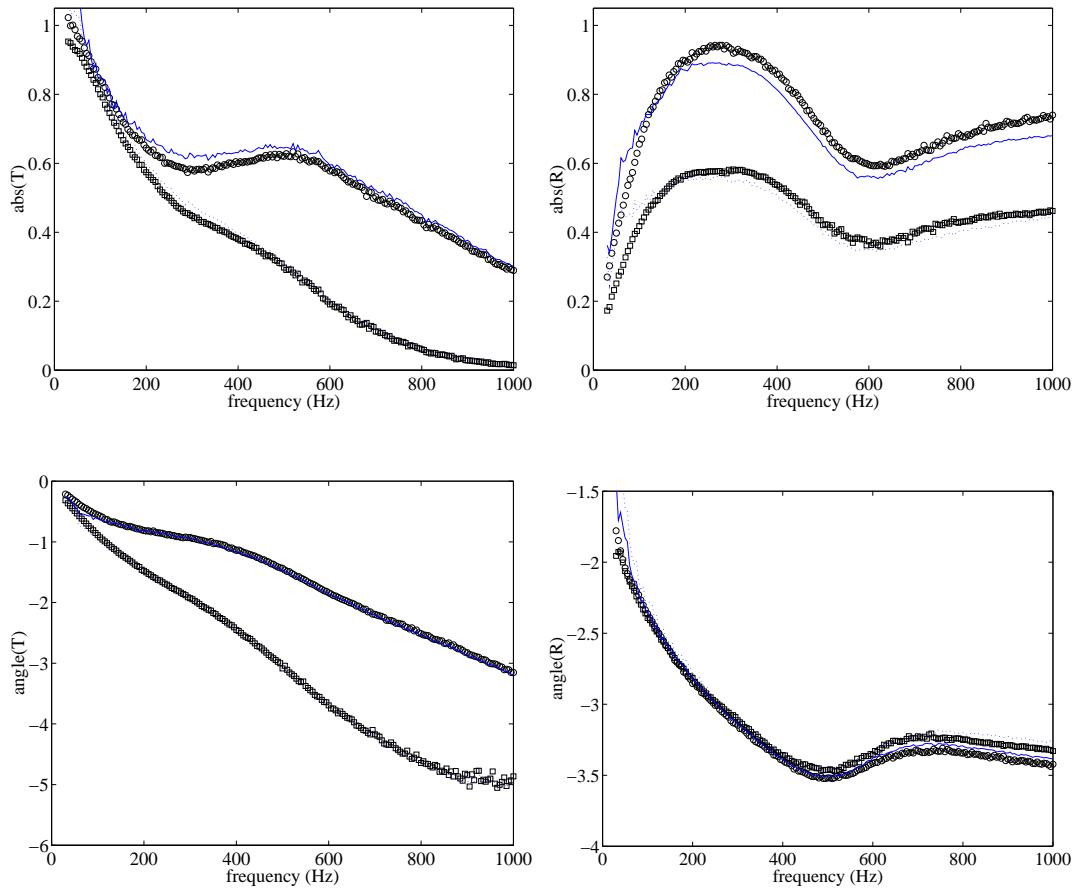


FIG. 2.30 – *Chambre partitionnée avec tube perforé : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.143$  (symboles) et prédits avec le modèle continu ( $B_v$  calculé) (lignes).  $\circ$  et — : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement.  $\square$  et - - - : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement.*

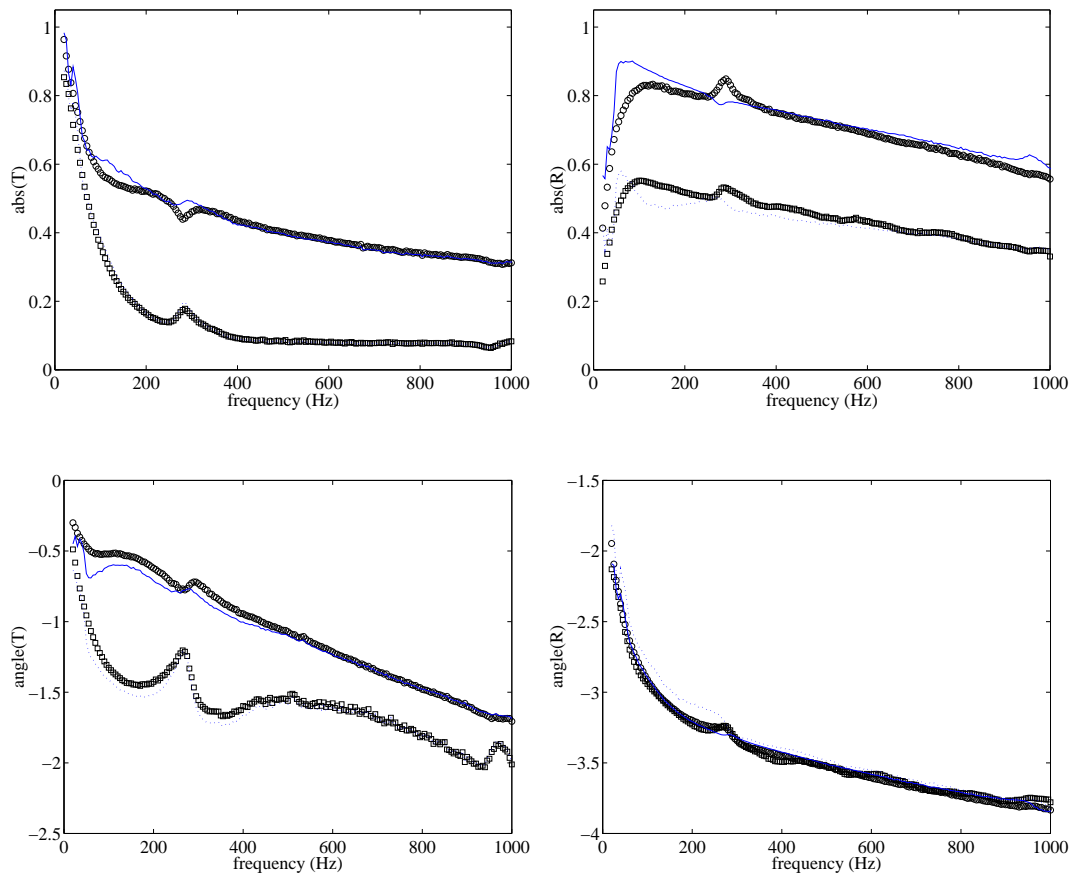


FIG. 2.31 – *Chambre partitionnée avec matériau poreux : comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission mesurés pour  $M = 0.142$  (symboles) et prédits avec le modèle continu ( $B_v$  calculé) (lignes).  $\circ$  et — : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens de l'écoulement.  $\square$  et - - - : transmission et réflexion pour une propagation sonore dans le sens opposé à l'écoulement.*

## 2.4 Conclusion

Deux modèles ont été présentés et évalués dans ce chapitre pour deux approches différentes : un approche discrète et une approche continue du problème. Les modèles de la littérature semblent incomplets ou inadéquats pour prédire avec précision les résultats obtenus expérimentalement. Dans les deux cas considérés, il semble que l'effet de la viscosité dans les couches limites acoustiques et hydrodynamiques ait été négligé à tort. La discontinuité de jonction entre le tube rigide et l'élément à caractériser répond mieux à une condition qui se situe entre la continuité de vitesse et la continuité de déplacement. Les modifications apportées aux modèles issues des observations expérimentales semblent satisfaisantes pour l'ensemble des différents éléments étudiés : chambres partitionnées montées sur des tubes perforés, avec un nombre de cellules et de perforations du tube variables, et chambre partitionnée emplie de matériau poreux.



---

## Chapitre 3

# Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method

Il est d'autres éléments que les chambres partitionnées qui soient utilisés afin d'atténuer la propagation sonore superposée à un écoulement. Il n'est pas toujours possible sur des éléments industriels notamment d'appliquer la méthode discrète ou la méthode continue décrites au chapitre précédent. Afin de déterminer les caractéristiques d'éléments de type nid d'abeille ou encore des structures en céramique comme étudiées dans ce chapitre, une méthode numérique appelée "education method" a été développée à la *NASA*. Nous traiterons d'une méthode continue dont les coûts en terme de temps de calcul sont inférieurs aux méthodes "classiques".

Les caractéristiques d'un élément sont supposées connues et entièrement décrites lorsque l'impédance de cet élément est connue. La méthode multimodale développée ici est basée sur l'hypothèse de continuité du déplacement acoustique au changement brusque de condition d'impédance en paroi. La méthode à 2 microphones décrite dans le chapitre précédent est brièvement rappelée; elle nous permet de déterminer expérimentalement les coefficients de la matrice de diffusion de l'élément étudié. Les coefficients de transmission et de réflexion de cette matrice sont évalués à l'aide de la méthode multimodale présentée dans ce chapitre. Par minimisation de la différence entre ces coefficients théoriques et expérimentaux, il est alors possible de déterminer l'impédance du matériau étudié par une méthode inverse. Fort de cette valeur de l'impédance calculée, les coefficients de la matrice de diffusion sont ré-évalués et comparés aux résultats expérimentaux afin d'estimer la justesse de cette méthode.

Un second montage expérimental a été développé sous forme d'un tube à section rectangulaire et non plus circulaire afin de faciliter l'adaptation des matériaux étudiés en paroi.

Ce chapitre est lui aussi présenté sous la forme d'un article <sup>1</sup>.

### 3.1 Introduction

Several methods are available to measure the acoustical impedance of a liner with flow. The more commonly used is the so called "two microphones method" [11]. This method can be used when a

---

1. Ce travail a donné lieu à une publication dans un congrès : *Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method*. Y. Aurégan, M. Leroux and V. Pagneux, in **10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.**, Paper AIAA 2004-2838, Manchester, Mai 2004.

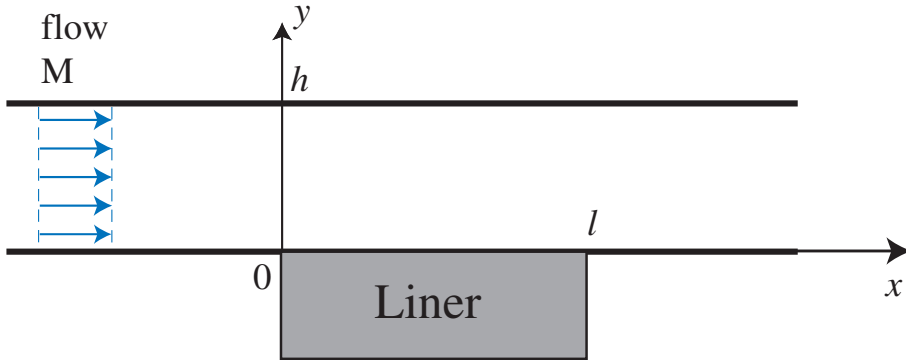


FIG. 3.1 – Schematic description of the problem.

resistive layer is backed by a cavity usually filled with honeycomb. But when the liner is not a SDOF liner and especially when there is some porous material inside the liner this method is difficult to apply.

To bypass the problem of knowing the acoustical propagation inside the liner, a method called "eduction method" has been developed at NASA [35]. The propagation of sound inside a 2D lined duct is computed through a finite elements method, with the assumptions of uniform flow and of acoustical displacement continuity over the lined section. An inverse method is then used to determine a value of the impedance that minimizes the discrepancy between predicted and measured acoustical pressure at some characteristic points. The measurement method implies the use of a traveling microphone on the wall opposite to liner.

The method developed in this paper is based on the same approach of indirect measurement but the propagation is computed by a multimodal method (MM) where the acoustic field is projected on a complete basis of functions: the hard wall eigenfunctions. For the measurement, the scattering matrix of the lining wall is measured and the wall impedance is deduced by an inverse method from the calculation of this matrix by the MM.

## 3.2 Multimodal Method

### 3.2.1 Formulation of the problem

The problem of the acoustical propagation in a 2D lined duct with uniform flow is considered (see figure 3.1).

The multimodal method (MM) is based on the assumption of acoustical displacement continuity over the lined section. The propagation will not be studied using the pressure  $p$ , but as a function of the displacement potential  $\phi$ . This variable is related to the displacement  $\xi$  as follows:  $\xi = \nabla \phi$ .

Then the pressure is written:

$$p = -\frac{D^2 \phi}{Dt^2}. \quad (3.1)$$

The use of the displacement potential  $\phi$  instead of the pressure will avoid singularities in the vicinity of the abrupt change in the wall admittance  $Y$ .

Without incident vorticity, the displacement potential  $\phi$  obeys to a convective wave equation

$$D_t^2 \phi - \nabla^2 \phi = 0 \quad (3.2)$$

where the convective derivative is :

$$D_t = (j\Omega + M\partial_x) \quad (3.3)$$

with  $\Omega = 2\pi fH/c_0$ ,  $f$  being the frequency,  $H$  the height of the channel and  $x$  and  $y$  are made dimensionless by  $H$ . The boundary condition on the rigid walls (on each side of the lined part) is written  $\partial_y \phi = 0$ . The continuity of the transverse acoustical displacement at the wall gives the boundary condition on the lined wall ([31]) :

$$\partial_y \phi = -(Y/j\Omega)D_t^2 \phi. \quad (3.4)$$

The potential  $\phi$  is then projected on the complete basis of functions  $\Psi_n(y)$  which are solutions of the equation (3.2) in the rigid channel.

Thus,  $\phi$  can be written :

$$\phi(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n^t(y) \Phi_n(x)$$

or, in vectorial notation,  $\phi(x,y) = \Psi^t(y)\Phi(x)$ . The modes  $\Psi_n(y)$  of the rigid duct are given by

$$\Psi_n(y) = \Lambda_n \cos(\alpha_n y) \quad (3.5)$$

where  $\alpha_n = n\pi$  for  $n \in \mathbf{N}$  and  $\Lambda_n = \sqrt{2}$  for  $n \neq 0$ ,  $\Lambda_0 = 1$ . The  $\Psi_n(y)$  basis is then orthonormal. Projecting now equation (3.2) on the same basis of functions  $\Psi_n(y)$  leads to

$$D_t^2 \Phi + \frac{Y(x)}{j\Omega} C_L D_t^2 \Phi - \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + A \Phi = 0. \quad (3.6)$$

The matrices  $C_L$  and  $A$  are given by

$$C_L = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & \dots \\ \sqrt{2} & 2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad A = \begin{pmatrix} \alpha_0^2 & 0 & \dots \\ 0 & \alpha_1^2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}.$$

### 3.2.2 3 zones method

The duct is divided into 3 zones (see figure 3.2): hard wall - lining - hard wall.

The vector  $\Phi$  is expressed respectively upstream ( $x < 0$ ) and downstream ( $x > L$ ) of the lining as follows :

$$\Phi_n(x) = A_{1n} e^{-jK_{0n}^+ \Omega x} + B_{1n} e^{-jK_{0n}^- \Omega x}$$

and

$$\Phi_n(x') = A_{4n} e^{-jK_{0n}^+ \Omega x'} + B_{4n} e^{-jK_{0n}^- \Omega x'}$$

where  $x = x' + L$ .

The axial wavenumbers in the rigid channel ( $\Phi_n(x) = e^{-K_{0n} \Omega x}$ ) are :



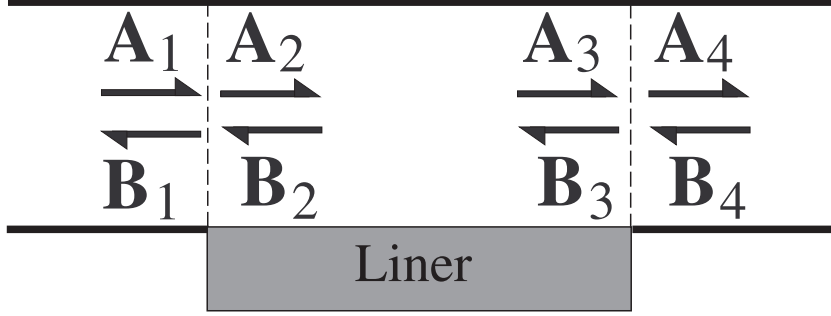


FIG. 3.2 – Notations in the 3 zones method.

$$K_{0n}^+ = \frac{-M + \sqrt{1 - (1 - M^2)\alpha_n^2/\Omega^2}}{1 - M^2}$$

and

$$K_{0n}^- = \frac{-M - \sqrt{1 - (1 - M^2)\alpha_n^2/\Omega^2}}{1 - M^2}.$$

In the lined part ( $0 < x < L$ ), equation (3.6) becomes :

$$M_1 \frac{d^2 \Phi}{dx^2} = M_2 \frac{d\Phi}{dx} + M_3 \Phi \quad (3.7)$$

with

$$\begin{aligned} M_1 &= (1 - M^2)I - (M^2 Y / j\Omega) C_L, \\ M_2 &= 2j\Omega M I + 2MY C_L, \\ M_3 &= A - \Omega^2 I + j\Omega Y C_L, \end{aligned}$$

A and  $C_L$  having been defined in the previous section, and I being the identity matrix.

Equation (3.7) can be rewritten as

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \Phi \\ \mathbf{\Pi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_1^{-1} M_3 & M_1^{-1} M_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Phi \\ \mathbf{\Pi} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

where  $\mathbf{\Pi} = d\Phi/dx$  and 0 is the null matrix.

By computing the eigenvalues  $\lambda_m$  and the eigenvectors  $X_m$  of the matrix in Eq.(3.8), the wavenumbers  $K_{Ym}$  are found by  $K_{Ym} = j\lambda_m/\Omega$ . Those wavenumbers and eigenvectors are split in two sets:  $K_{Ym}^+$  and  $\mathbf{X}^+$  when  $\Im(K_{Ym}) < 0$  and  $K_{Ym}^-$  and  $\mathbf{X}^-$  when  $\Im(K_{Ym}) > 0$ . Care had to be taken for this splitting if some hydrodynamic instable modes exist [36].

The vector  $\Phi$  in the lining can be written :

$$\Phi(x) = X^+ E^+(x) A_2 + X^- E^-(x) B_2$$

where  $X^\pm$  is the matrix composed of the part of  $\mathbf{X}^\pm$  related to  $\Phi$  and  $E^\pm(x)$  is the matrix which diagonal terms are  $\exp(-jK_{Ym}^\pm \Omega x)$ .

The vector  $\mathbf{\Pi}$  is :

$$\mathbf{\Pi}(x) = -j\Omega X^+ K_{\bar{Y}}^+ E^+(x) \mathbf{A}_2 - j\Omega X^- K_{\bar{Y}}^- E^-(x) \mathbf{B}_2$$

where  $K_{\bar{Y}}^{\pm}$  is the matrix whose diagonal terms are  $K_{Ym}^{\pm}$ .

The amplitude of the incoming and outgoing waves at  $x = L$  are  $\mathbf{A}_3 = E_L^+ \mathbf{A}_2$  where  $E_L^+ = E^+(L)$ , and  $\mathbf{B}_3 = E_L^- \mathbf{B}_2$  where  $E_L^- = E^-(L)$ . To avoid divergence problems related to evanescent modes, the propagation in the lined zone is described with  $\mathbf{A}_2$  and  $\mathbf{B}_3$ .

The continuity of  $\mathbf{\Phi}$  and  $\mathbf{\Pi}$  at  $x = O$  and  $x = L$  leads to

$$\begin{bmatrix} | & | \\ K_0^+ & K_0^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X^+ & X^-(E_L^-)^{-1} \\ X^+ K_{\bar{Y}}^+ & X^- K_{\bar{Y}}^- (E_L^-)^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

and

$$\begin{bmatrix} | & | \\ K_0^+ & K_0^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X^+ E_L^+ & X^- \\ X^+ K_{\bar{Y}}^+ E_L^+ & X^- K_{\bar{Y}}^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

The amplitude of incoming waves projected on the rigid wall eigenfunction basis  $\mathbf{A}_1$  and  $\mathbf{B}_4$  are linked to the amplitude of outgoing waves  $\mathbf{A}_4$  and  $\mathbf{B}_1$  by a scattering matrix defined by :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \text{ where } S = \begin{bmatrix} T & r \\ R & t \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

which can be found from equations (3.9) and (3.10).

The transmission and reflection coefficients  $T^{\pm}$  and  $R^{\pm}$  are obtained from equations (3.9), (3.10) and (3.11).

By knowing the matrix  $S$  and the acoustical loads of the system (typically the impedance downstream and the acoustical source upstream) the entire acoustical field could be easily computed. As an example, a calculation of the pressure field is made for the following parameters :  $H = 15$  mm,  $L = 100$  mm,  $f = 700$  Hz,  $M = 0.3$ , impedance of the wall  $0.5 - 1.035j$ , 100 modes are taken into account, amplitude of the incoming wave is 1. Some discontinuities in the pressure field occurs near the abrupt impedance change at the wall. Such discontinuities do not appear in the field of displacement potential.

### 3.2.3 Validation of the method

The Multimodal Method has been compared to the numerical results of Zheng and Zhuang and to the experimental data from the Flow-Impedance Test Laboratory of NASA Langley Research Center [37].

For this calculation the height of the channel  $H$  is equal to 2 inches and the length of the lined zone is equal to 16 inches. The impedance of the wall is equal to  $0.41 - 1.56j$  at 500 Hz and to  $0.69 - 0.24j$  at 3000 Hz. The absolute value of the pressure on the hard wall opposite to the liner is computed and compared to the result of Zheng and Zhuang on figure 3.4. Without flow (figure 3.4(a)), the two computations give nearly the same results. With flow (figure 3.4(b)), some discrepancies occur between

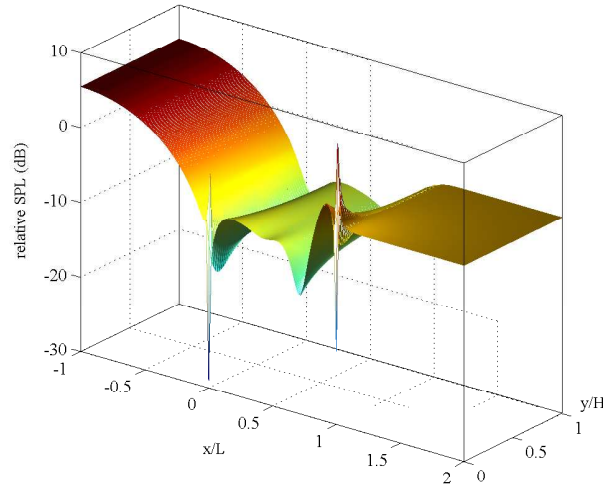


FIG. 3.3 – Pressure field computed by the Multimodal Method.

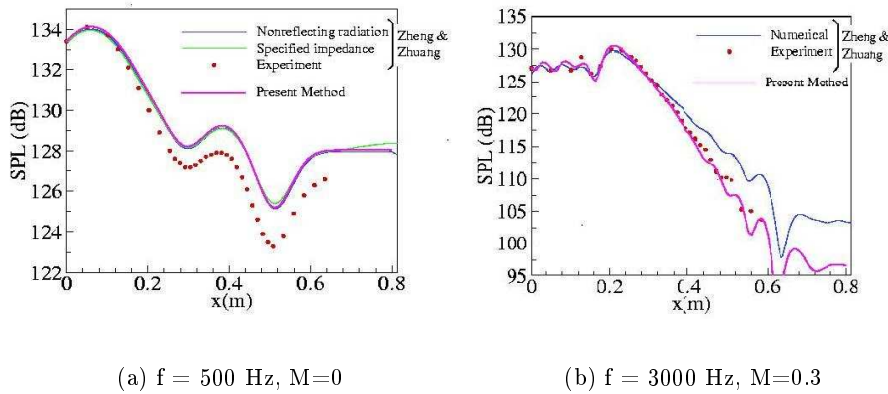


FIG. 3.4 – Comparison between the present method, the numerical results of Zheng and Zhuang and the experimental data from the Flow-Impedance Test Laboratory of NASA Langley Research Center[37].

the two calculations but it appears that the Multimodal Method results are closer to the experimental results.

It could be concluded that the Multimodal Method gives good results and is much more quicker than other methods which need a discretization in  $y$  direction but also in the  $x$  direction.

### 3.3 Experiment

#### 3.3.1 Experimental set-up

Indirect measurements of the propagation of sound inside a lined duct are performed. Figure 3.5 gives a schematic description of the experimental set-up.

A compressor *Aerzen Delta blower GM10S* provides a flow rate (up to  $0.15 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ) in the duct,

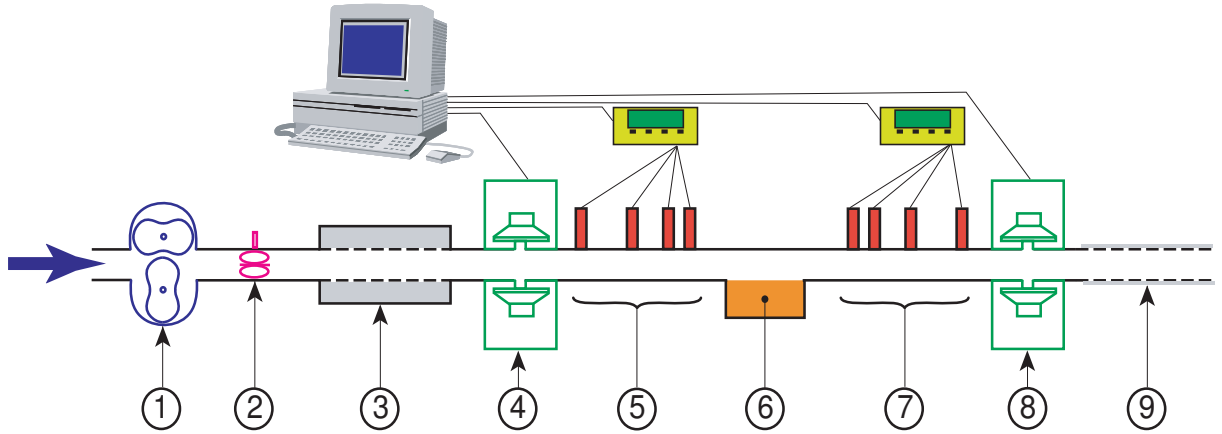


FIG. 3.5 – Schematic description of the experimental setup. **1**: Compressor, **2**: Flowmeter, **3**: Upstream anechoic termination, **4**: Upstream source, **5**: 4 upstream microphones, **6**: Lined wall, **7**: 4 downstream microphones, **8**: Downstream source, **9**: Downstream anechoic termination.

which is measured with a flowmeter *ITT Barton 7402*. The linear range of this device is  $0.03$  to  $0.157 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , and this measure is associated with a measurement of the temperature and the absolute pressure, in order to get the mass flow rate. To get a fully developed turbulent flow, the duct is  $2 \text{ m}$  long upstream of the measurement zone, and the roughness of the channel is very small.

A sound wave is superposed to the air flow in the duct by mean of a source made with two loudspeakers and two compression chambers, allowing a level of  $140 \text{ dB}$  in the measurement zone, over a wide frequency range ( $30 - 3000 \text{ Hz}$ ). Two identical sources are mounted on the set-up, upstream and downstream of the measurement zone, in order to make some measurements with the acoustical propagation respectively with and against the flow (switching on one source at a time).

On each part of the measurement zone, four microphones (microphones *B&K 4938, 1/4"*, preamplifiers *B&K 2670* with Nexus)<sup>2</sup> allow an overestimation of the transmitted and reflected waves on both side of the device. The distances between the microphones are chosen to avoid the problems in the measurement precision when the distance between two of them is close to half the acoustical wavelength. They are located at positions:  $x_{u_1} - x_{u_2} = x_{d_2} - x_{d_1} = 63.5 \text{ mm}$ ,  $x_{u_1} - x_{u_3} = x_{d_3} - x_{d_1} = 211.5 \text{ mm}$ , and  $x_{u_1} - x_{u_4} = x_{d_4} - x_{d_1} = 700 \text{ mm}$ , and mounted flush in the wall.

An *Agilent* acquisition system with *Vee pro 6.2* is used to drive each source in a swept sine mode, and provides an average over 1000 cycles of the signal.

In order to prevent reflections of the waves coming from the measurement zone at each extremity of the duct, anechoic terminations are included in the set-up. They are made of a copper tube perforated in a non uniform way, covered with a resistive screen, and enclosed in a volume to avoid any leakage.

Two sensors of temperature are located on both side of the measured device.

<sup>2</sup> The microphones have been calibrated in a coupler. For details, the reader may refer to Appendix A.

### 3.3.2 Measurement Method

The aim of this experimental apparatus is to measure the scattering matrix in pressure for the plane waves of the lined wall with mean flow [38]. By the mean of the microphones used on the set-up, the transmitted and reflected waves are measured in pressure. The propagation of these waves will then not anymore be expressed as a function of the displacement potential  $\phi$ , but as a function of the pressure  $p$ . The four coefficients of the scattering matrix calculated by the multimodal method will be compared to the experimental coefficients described in this section.

The scattering matrix for the plane waves  $\mathbf{S}^*$  relates the scattered pressure amplitudes  $p_4^+$  and  $p_1^-$  to the incident pressure amplitudes  $p_1^+$  and  $p_4^-$  by

$$\begin{pmatrix} p_4^+ \\ p_1^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_4^- \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

where  $T^+$  and  $T^-$  are the anechoic transmission coefficients,  $R^+$  and  $R^-$  are the anechoic reflection coefficients, and the subscripts  $i = 1, 4$  indicate the inlet and the outlet respectively and the superscripts  $\pm$  indicate the direction of propagation along the  $x$  axis. Åbom [25] reviews the ways of measuring these matrices.

The method of measurement used in the present study is called "the 2 sources method". Two measurements are made in two different states of the system. These different states are obtained by switching on the upstream source, the downstream source being switched off (measurement  $I$ ), and then by switching on the downstream source, the upstream source being switched off (measurement  $II$ ).

When the two measurements are done, the scattering matrix can be obtained with

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{p_1^-}{p_1^+}\right)^I & \left(\frac{p_1^-}{p_4^-}\right)^{II} \\ \left(\frac{p_4^+}{p_1^+}\right)^I & \left(\frac{p_4^+}{p_4^-}\right)^{II} \end{bmatrix} = \mathbf{S}^* \begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{p_1^+}{p_4^-}\right)^{II} \\ \left(\frac{p_4^-}{p_1^+}\right)^I & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

if the determinant of the right hand side matrix does not vanish (the superscripts  $I$  and  $II$  indicate whether the quantity has been determined during the measurements  $I$  or  $II$ ). This condition  $(p_4^-/p_1^+)^I \neq (p_1^+/p_4^-)^{II}$  is the condition of independence of the two measurements.

The coefficients of the matrix in Eq. (3.13) can be found from the transfer functions between the different microphones by a relation of the type :

$$\left(\frac{p_1^-}{p_1^+}\right)^I = \frac{H_{u_j u_i}^I e^{-jk^+ x_{u_i}} - e^{-jk^+ x_{u_j}}}{e^{jk^- x_{u_j}} - H_{u_j u_i}^I e^{jk^- x_{u_i}}} \quad (3.14)$$

where  $H_{u_j u_i}^I$  is the transfer function between the microphones  $u_j$  and  $u_i$  obtained in the measurement  $I$ ,  $k^+$  and  $k^-$  are the wavenumbers in the duct in the direction of the flow and in the reverse direction and  $x_{u_i}$  is the position of the microphone  $u_i$  relatively to the inlet of the measured element. All the other matrix elements can be found on the same way (see Ajello [2] for details). Thus, the wavenumbers  $k^+$  and  $k^-$  have to be known to calculate the scattering matrix.

## 3.4 Inverse Method

### 3.4.1 Principle

For a given geometry, the four coefficients of the scattering matrix in pressure for the plane waves of the lined wall with mean flow depend only of the admittance of the lined part of the wall. Thus, the admittance can be obtained by minimizing the absolute value of the difference between the computed and the measured coefficients:  $a_{T+} | T_{exp}^+ - T_{comp}^+ | + a_{T-} | T_{exp}^- - T_{comp}^- | + a_{R+} | R_{exp}^+ - R_{comp}^+ | + a_{R-} | R_{exp}^- - R_{comp}^- |$ , where  $a_i = 0$  or  $1$  is a ponderation coefficient depending on which coefficients are used for the calculation. As it may be difficult to obtain a good estimation of the admittance with flow by minimizing the error on all the coefficients, the  $a_i$  are arbitrary chosen in the computations with flow to minimize the error on one coefficient. The minimization is made with the function *FMINSEARCH* (using the Nelder-Mead simplex method) of MATLAB<sup>®</sup>.

As the solution of the minimization is not unique, the choice of the starting point for the minimization is important. For the case without flow, the starting admittance is the admittance measured by a classical impedance tube of the sample. For the case with flow, the starting admittance is the admittance without flow.

### 3.4.2 Tested Liners

The lined zone <sup>3</sup> has a rectangular section: its height is  $100\text{mm}$ , and its length depends of the liner's one.

Three liners have been tested. The first one is a structure of parallel and square channels (figure 3.6(a)) which is supposed to be insensitive to nonlinear effects. The second liner (figure 3.6(c)) is a block of aluminium with holes, on which a resistive screen is glued. The third one is a Single Degree of Freedom liner (SDOF) with a perforated plate (figure 3.6(b)) which is an industrial liner.

The detailed characteristic of the liners are :

- a) The ceramic liner consists of a ceramic structure of parallel square channels:  $1.43\text{ mm} \times 1.43\text{ mm}$ ,  $306.25\text{ channels/inch}^2$  (this element is a part of a catalytic converter). The channels are rigidly terminated and ensure a locally reacting structure. The depth of the channels is  $65\text{ mm}$ . The length of the lined zone is  $98\text{ mm}$ .
- b) The second liner is a block of aluminium perforated with holes of diameter  $9\text{ mm}$ , and a density of  $1\text{ hole/cm}^2$  ( $0.155\text{ hole/inch}^2$ ). The holes are perforated all through the depth of the block which is equal to  $65\text{ mm}$ . The wiremesh, first plate glued on the block, consist of a perforated plate of thickness  $1.2\text{ mm}$  perforated with holes of diameter  $1.3\text{ mm}$  with a Percent Open Area of  $18.6\%$ . As it is stuck together with a thin porous layer, this plate has a highly resistive screen. This resistive screen is replaced with a thin grid of thickness  $0.05\text{mm}$ , and the stitches are such as there is a density of  $25\text{ holes/mm}^2$ . The length of the lined zone is  $100\text{ mm}$ .
- c) The SDOF liner consists of a plate of thickness  $1.2\text{ mm}$  perforated with holes of diameter  $1.3\text{ mm}$  with a Percent Open Area of  $10.5\%$  glued on to a honeycomb structure with a depth of  $37.5\text{ mm}$  (size of the cells  $\approx 10\text{ mm}$ ). The length of the lined zone is  $65\text{ mm}$ .

---

3. The device is presented in Appendix B.

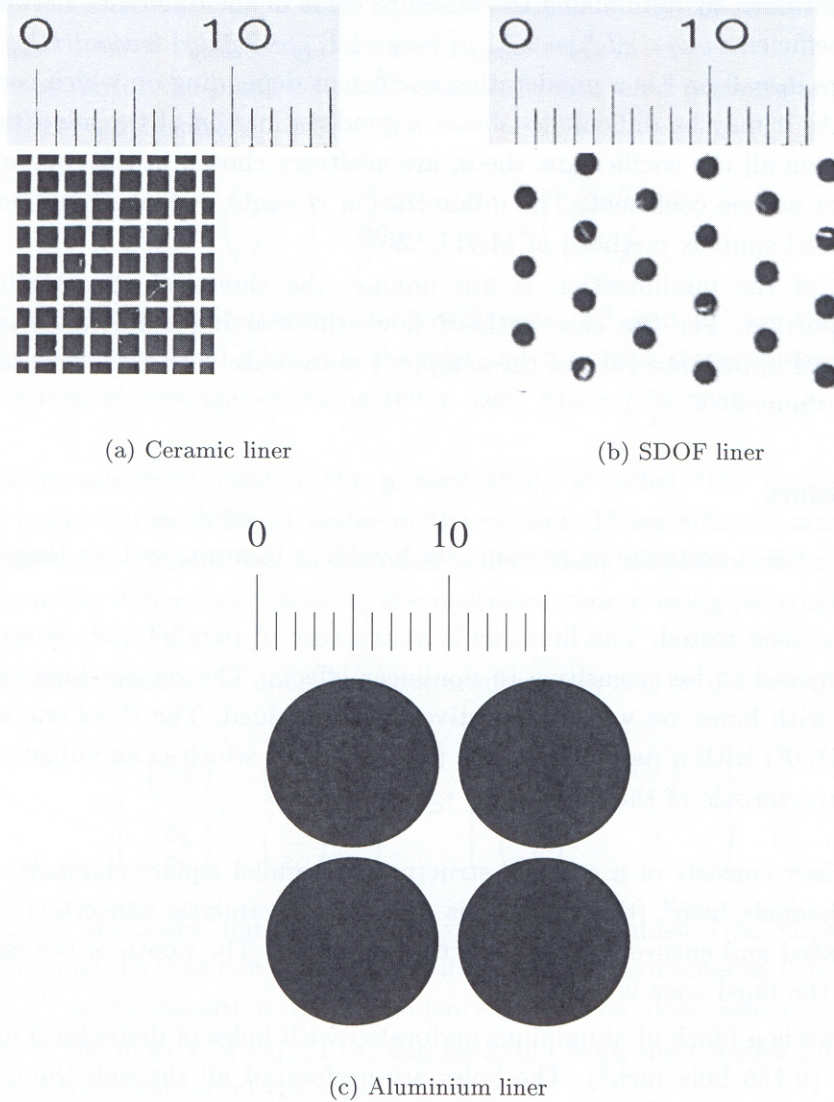


FIG. 3.6 – Photographies of the pores of the ceramic liner, the SDOF liner and the Aluminium liner without any resistive screen (ruler units is mm).

### 3.4.3 Results for the Ceramic Liner

The admittance of the ceramic liner was measured in a conventional normal incidence impedance tube. By varying the level during these impedance measurements, the linearity of the ceramic liner was verified. The reduced impedance of the ceramic liner is displayed in figure 3.7. The impedance measured with the impedance tube is plotted in continuous line. The impedance deduced by the inverse method without flow is plotted in circle and the impedance deduced by the inverse method for a Mach number  $M = 0.19$  is plotted in cross.

The impedance without flow is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$  and  $R^-$  by the mean of the *FMINSEARCH* function. With flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^-$  by the mean of the *FMINUNC* function. The choice of this function is motivated by the fact that when using the *FMINSEARCH* function, some incomprehensible jumps occur in the minimization with flow.

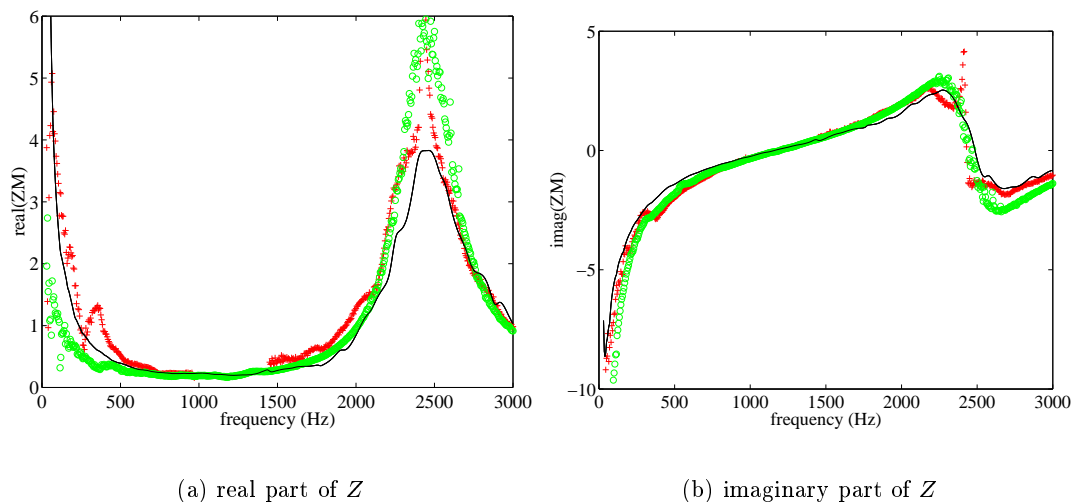


FIG. 3.7 – *Reduced impedance of the ceramic liner. The continuous line is the value measured with the impedance tube. The symbols represent the impedance deduced by the inverse method at  $M = 0$  (circles) and at  $M = 0.19$  (cross). Without flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ . With flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^-$ .*

The value of the impedance around the first resonance frequency of the liner ( $\sim 1150$  Hz) is well described. A general agreement in the behaviour of the curves is found between the impedance measured on the impedance tube and the impedances calculated with the inverse method (for  $M = 0$  and  $M = 0.19$ ), despite some discrepancies at low and high frequencies.

The transmission and reflection coefficients of the ceramic liner are displayed in figure 3.8.

Without flow, the values of the coefficients of the transfer matrix computed by the *MM* fit rather well the experimental results. With flow, it is more difficult to predict the coefficients with the same accuracy. The four coefficients of the transfer matrix can not be determined with the same impedance value by the Multimodal Method. The transmission coefficients are rather well described but more discrepancies occur for the reflexion coefficients. Some doubts on the validity of the assumptions used



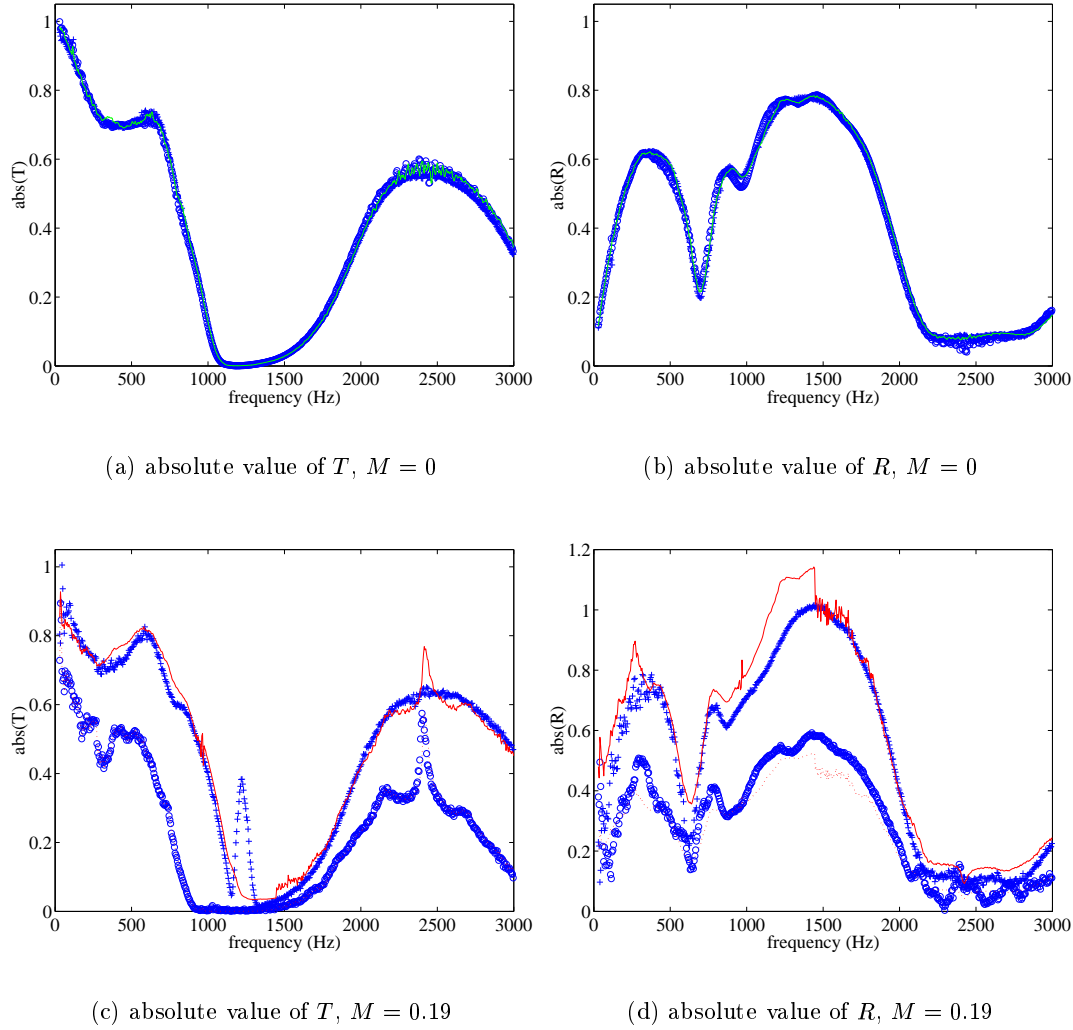


FIG. 3.8 – Transmission and reflection coefficients of the ceramic liner at  $M = 0$  and  $M = 0.19$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method (respectively cross and continuous lines when the propagation is in the same direction of the flow, circles and dashed lines when the propagation is in the reverse direction of the flow). Without flow, the impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method. With flow, the impedance was calculated by minimizing the error on  $T^-$ .

in the calculation with uniform flow may be advanced. It can be noticed however that the general behaviour of the coefficients is obtained by the *MM*.

Looking more precisely to the transmission coefficient  $T^+$  with flow, when the sound propagates in the same direction of the flow, one can see a peak at  $f \sim 1300\text{Hz}$ . This peak appears only when some amount of flow is superposed to the acoustical propagation, and grows with the flow. The transmission coefficients for a lower Mach number ( $M = 0.15$ ) are displayed in figure 3.9: the peak is still observed for  $T^+$  but its amplitude is smaller.

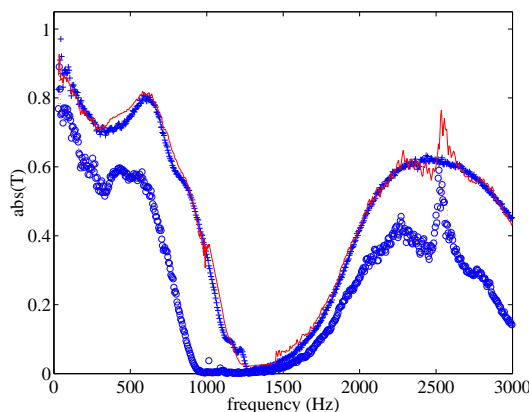


FIG. 3.9 – *Transmission coefficients of the ceramic liner at  $M = 0.15$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method. The impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method.*

This strange behaviour is not commonly observed, and no explanation is yet advanced. It is neither described by the classical models. Nevertheless, this kind of behaviour has already been observed for liners such as partitionned chambers (resonators separated by dividing plates) for a circular and rectangular geometry of the channel ([39], [40]). This particular behaviour of the ceramic liner will be the subject of a study in next chapter.

In order to check the accuracy of the inverse method, the impedance has been calculated with applying a random error on the coefficients of the transfer matrix. The error on the coefficients provided by the mean of the *RAND* function of MATLAB<sup>®</sup> is up to 10% maximum, and the mean value of the error is  $\sim 5\%$  over the frequency range.

The impedances calculated by the inverse method with those new values of the coefficients of the transfer matrix are displayed in figure 3.10 and compared to the impedances calculated for the "real" values of the coefficients. When a mean random error of  $\sim 5\%$  is applied on each of the four coefficients, the impedance without flow is affected with a mean value above the frequency range of  $\sim 1.68\%$  with a maximum of 19.66%. The frequency range of interest is not much affected and the discrepancies appear at low and high frequencies, where a disagreement was already noted between the impedance measured on the impedance tube and the impedances calculated with the inverse method.

With flow, a mean random error of  $\sim 5\%$  on the transmission coefficient  $T^-$  result in an error of

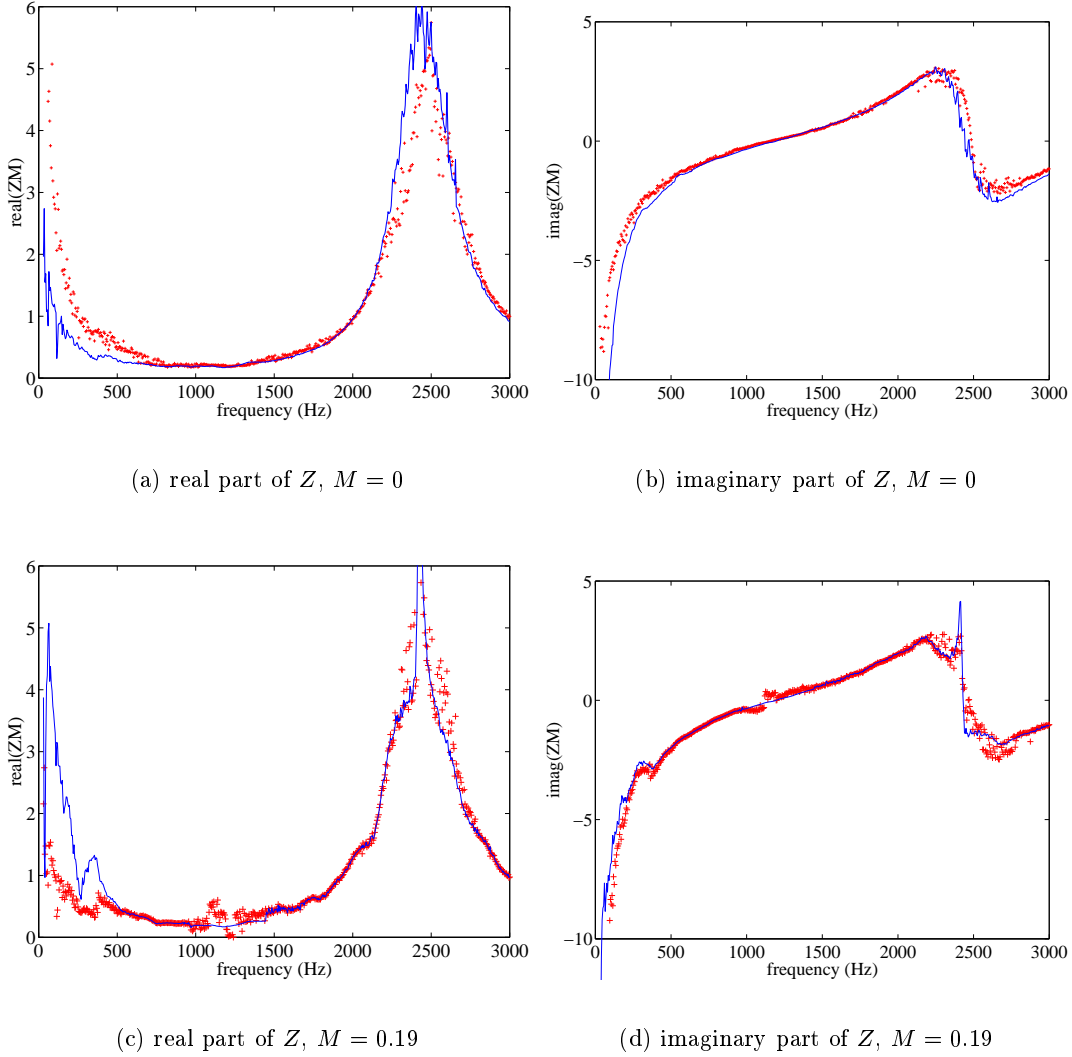


FIG. 3.10 – Impedance of the ceramic liner at  $M = 0$  and  $M = 0.19$ . The lines represent the values computed with the Inverse Method for the coefficients found by the Multimodal method  $T_{MM}^{\pm}$ ,  $R_{MM}^{\pm}$ . The symbols represent the values computed with the Inverse Method for coefficients values randomly contained between  $T_{MM}^{\pm}$ ,  $R_{MM}^{\pm}$  and  $1.1 \times T_{MM}^{\pm}$ ,  $1.1 \times R_{MM}^{\pm}$ . Without flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ . With flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^-$ .

mean value 0.83% on the impedance and is up to a 1.44% maximum value. The discrepancies are once more localised in the low and high frequency regions, but for frequencies around  $f \sim 1250\text{Hz}$  too.

The inverse method is an efficient tool to get an estimation of the impedance value over the frequency range of interest.

### 3.4.4 Results for the aluminium liner

#### 3.4.4.1 Wiremesh

As the screen glued on the block is highly resistive, the initial impedance value for the calculation is taken in a first approximation as  $Z = R + j\text{tan}(k \times \text{depth})$ , with  $R$  the resistance, and the inductance (reactance) is a fonction of the wavenumber  $k = \omega/c_0$  and the depth of the block. The impedance is calculated from the minimization of the error on  $T^\pm$  and  $R^\pm$  for  $M = 0$  and of the error on  $T^-$  for  $M = 0.19$ , and it is presented in figure 3.11.

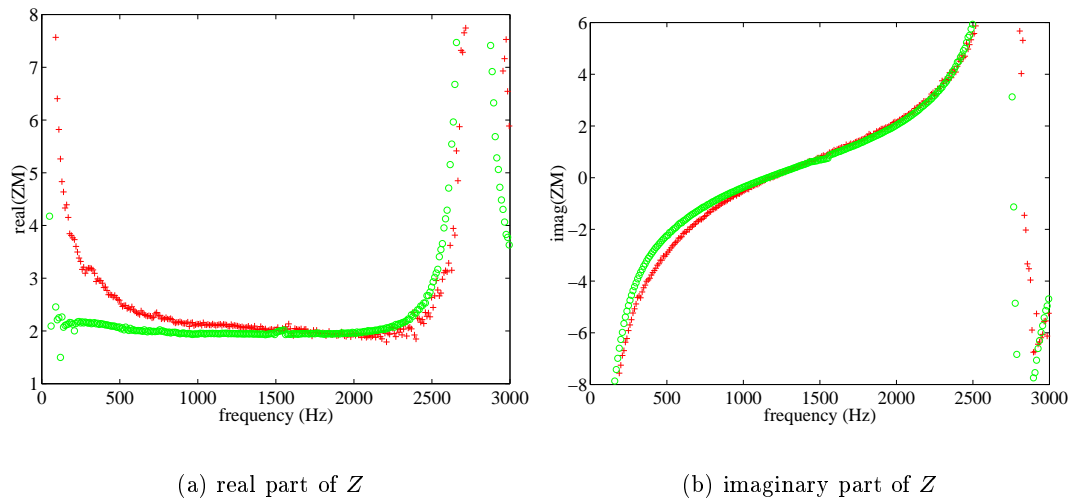


FIG. 3.11 – Impedance of the aluminium liner with the wiremesh. The symbols represent the impedance deduced by the inverse method at  $M = 0$  (circles) and at  $M = 0.19$  (cross). Without flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ . With flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^-$ .

The transmission and reflection coefficients of the liner with the wiremesh are plotted in figure 3.12 for different Mach numbers ( $M = 0$ , and  $M = 0.19$ ). The behaviour of this liner is not sensitive to the effect of the flow.

The coefficients of the scattering matrix have a good agreement without flow, but one can still notice some discrepancies for the calculation with flow. The transmission coefficient  $T^-$  calculated from the new impedance determined with flow is well described, but the four coefficients can't be determined with the same impedance with a good accuracy with flow. The four coefficients of the scattering matrix are however better estimated for the aluminium device with the wiremesh than for the SDOF liner. The aluminium block with the wiremesh has a highly resistive screen and its behaviour seems easier

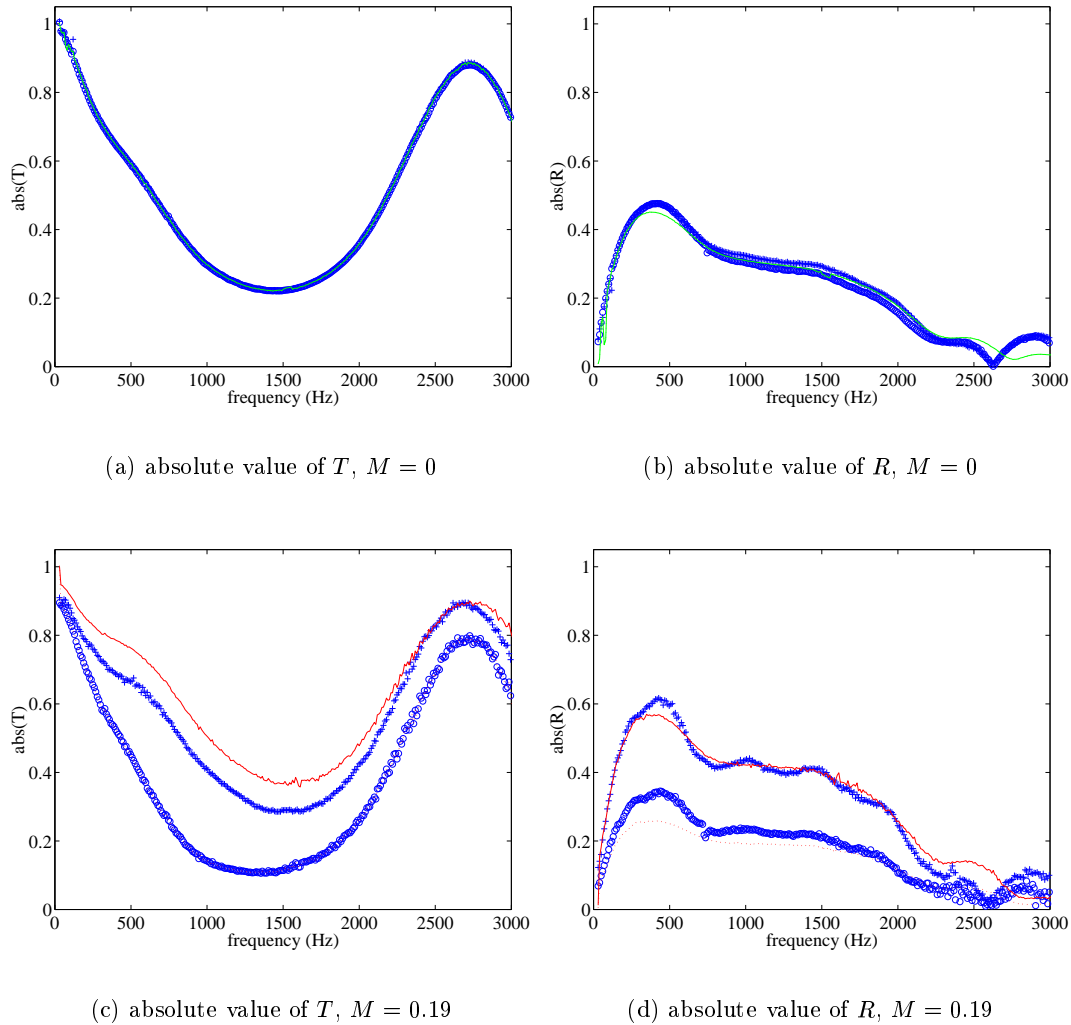


FIG. 3.12 – Transmission and reflection coefficients of the aluminium liner with the wiremesh at  $M = 0$  and  $M = 0.19$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method (respectively cross and continuous lines when the propagation is in the same direction of the flow, circles and dashed lines when the propagation is in the reverse direction of the flow). Without flow, the impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method. With flow, the impedance was calculated by minimizing the error on  $T^-$ .

to predict than the other devices.

### 3.4.4.2 Metal grid

The impedance of the aluminium block with the grid is presented in figure 3.13, and the coefficients of the scattering matrix in figure 3.14.

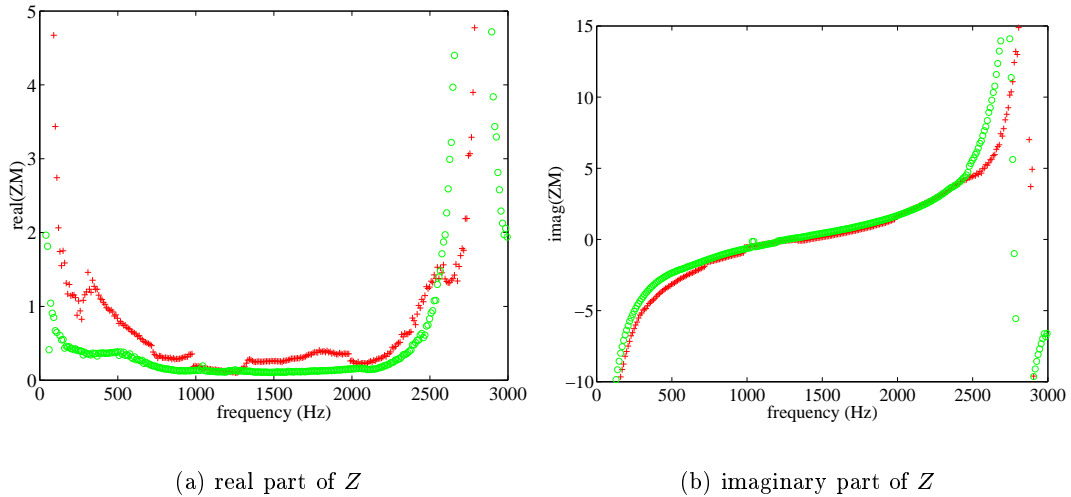


FIG. 3.13 – Impedance of the aluminium liner with the grid. The symbols represent the impedance deduced by the inverse method at  $M = 0$  (circles) and at  $M = 0.19$  (cross). With and without flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ .

Without flow, the model is still valid. As the resistivity of the liner decreases, one can notice that the computation is more difficult with flow. Furthermore, the resistivity of the liner decreasing, the peak already observed for the ceramic liner appears at  $f \sim 1400\text{Hz}$  for the transmission coefficient  $T^+$ , while it didn't with the wiremesh. This behaviour will be studied moreover in next chapter.

### 3.4.5 Results for the SDOF Liner

The reduced impedance of the SDOF liner is displayed in figure 3.15. The impedance measured with the same impedance tube as previously is plotted in continuous line. The impedance deduced by the inverse method without flow is plotted in circle, and the impedance deduced by the inverse method for a Mach number  $M = 0.19$  is plotted in cross.

The impedances with and without flow are calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$  and  $R^-$ . A general agreement in the behaviour of the curves is found between the impedance measured on the impedance tube and the impedance calculated with the inverse method for  $M = 0$ , despite some discrepancies at low frequencies. With flow, the impedance calculated is farther from the impedance measured on the impedance tube, and is less regular. With the assumption that the four coefficients can't be calculated with the same impedance value, by minimizing the error on the four coefficients,

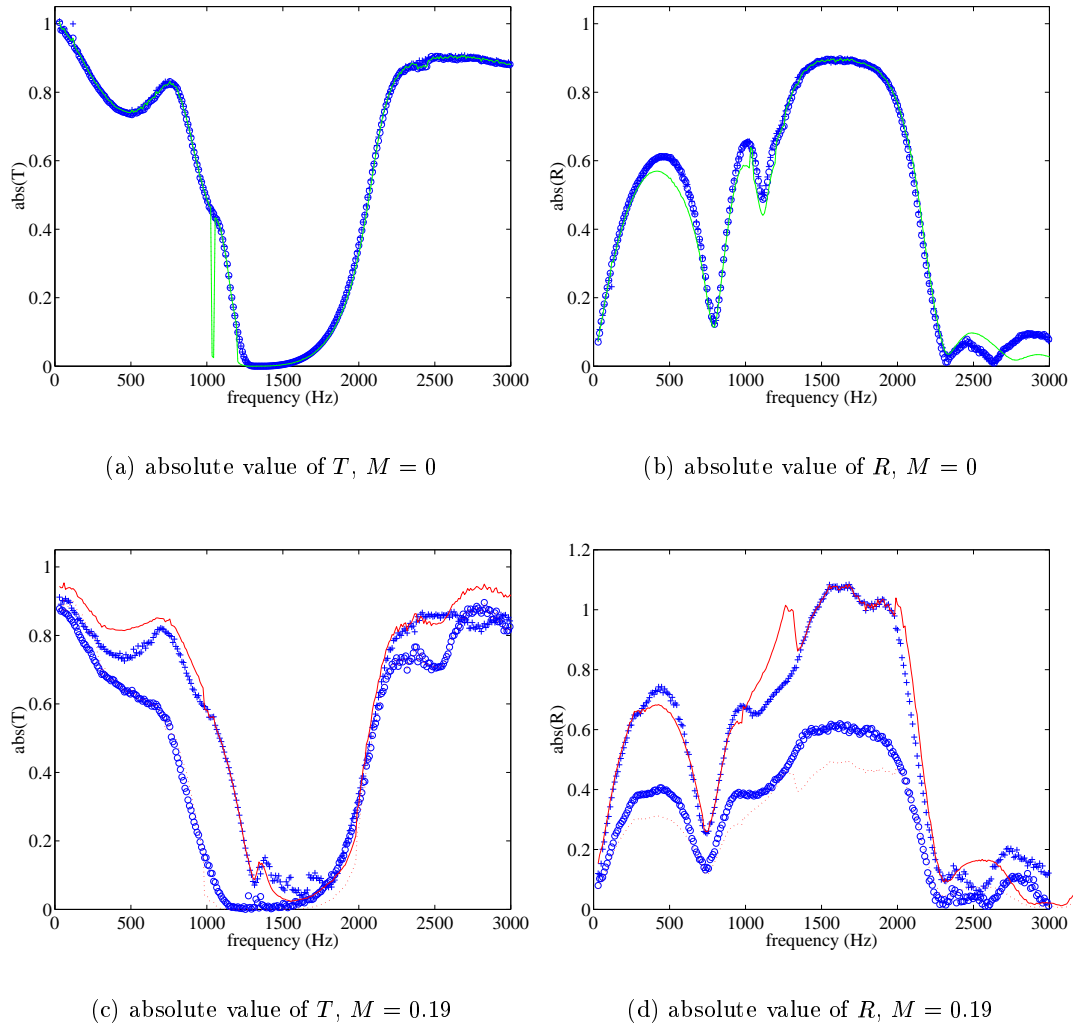


FIG. 3.14 – Transmission and reflection coefficients of the aluminium liner with the grid at  $M = 0$  and  $M = 0.19$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method (respectively cross and continuous lines when the propagation is in the same direction of the flow, circles and dashed lines when the propagation is in the reverse direction of the flow). With and without flow, the impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method.

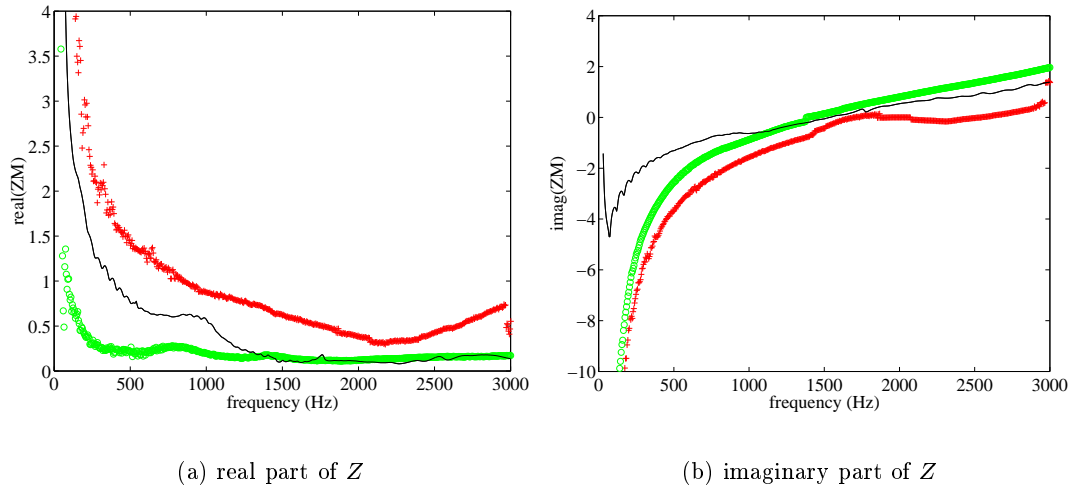


FIG. 3.15 – *Impedance of the SDOF liner. The continuous black line is the value measured with the impedance tube. The symbols represent the impedance deduced by the inverse method at  $M = 0$  (circles) and at  $M = 0.19$  (cross). With and without flow, the impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ .*

the impedance result in a compromise between the values obtained for minimizing the error on each coefficient.

The transmission and reflection coefficients of the SDOF liner are displayed in figure 3.16. Without flow, the values of the coefficients of the transfer matrix computed by the  $MM$  fit rather well the experimental results. The calculation by the multimodal method is more difficult with flow, and all the coefficients of the scattering matrix cannot be predicted with a good accuracy with the same impedance. The behaviour is however globally described, and the impedance gives an estimation of the resistance of the SDOF liner with flow.

As noticed for the ceramic liner, the calculation by the multimodal method is more difficult with flow. From the measurements performed for different Mach numbers ( $M = 0.05$ ,  $M = 0.10$ ,  $M = 0.15$ ), one can observe the discrepancies between computed and experimental results growing with the Mach number (figure 3.17). The evolution of the impedance deduced by the inverse method for those different flow states is presented in figure 3.18. Further studies should be conducted to get better estimations of the impedance whatever the flow state.



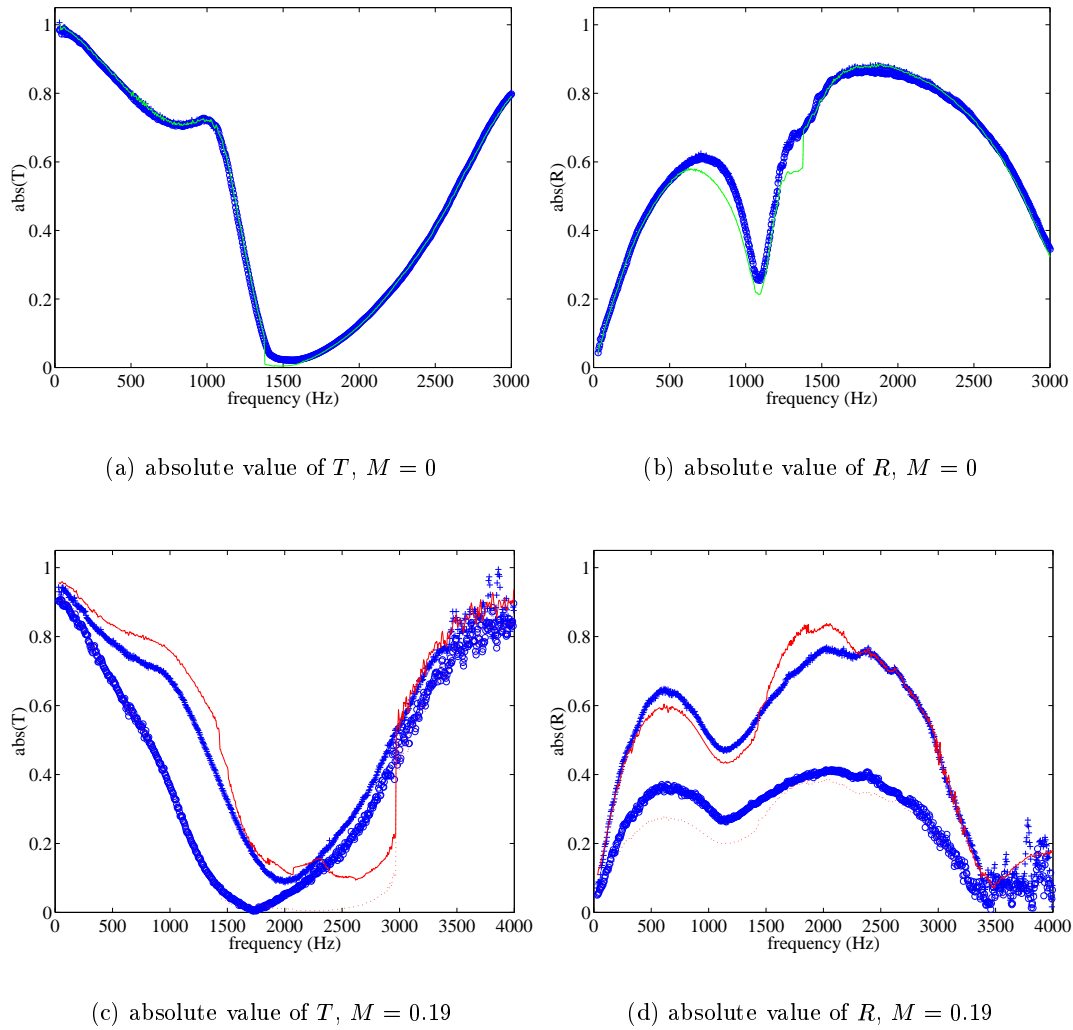


FIG. 3.16 – Transmission and reflection coefficients of the SDOF liner at  $M = 0$  and  $M = 0.19$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method (respectively cross and continuous lines when the propagation is in the same direction of the flow, circles and dashed lines when the propagation is in the reverse direction of the flow). With and without flow, the impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method.

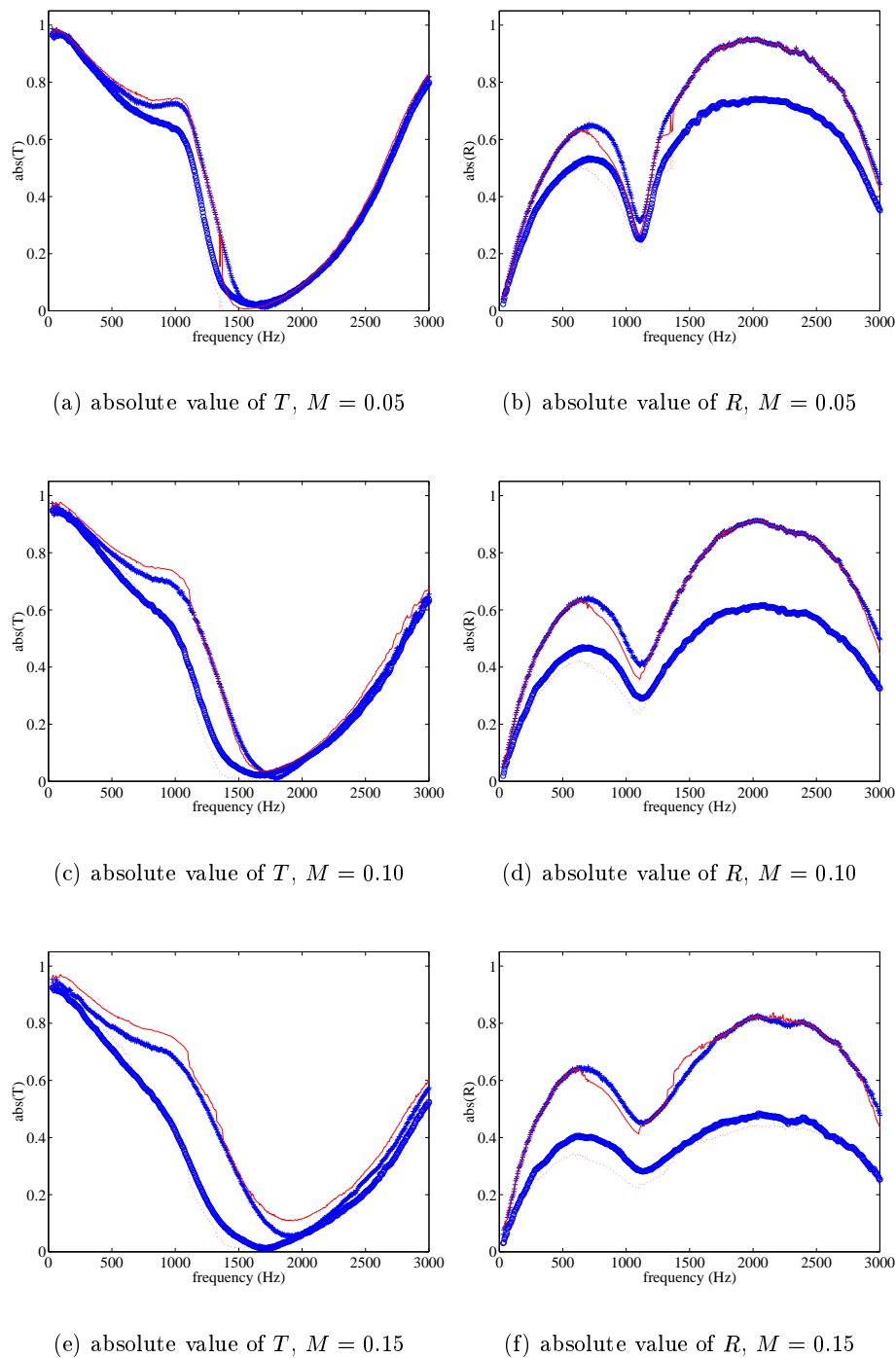


FIG. 3.17 – Transmission and reflection coefficients of the SDOF liner at  $M = 0.05$ ,  $M = 0.10$  and  $M = 0.15$ . The symbols are the experimental values, and the lines represent the values computed with the Multimodal Method (respectively cross and continuous lines when the propagation is in the same direction of the flow, circles and dashed lines when the propagation is in the reverse direction of the flow). The impedance used to compute the coefficients by the MM was calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$  in the inverse method, whatever the flow state.

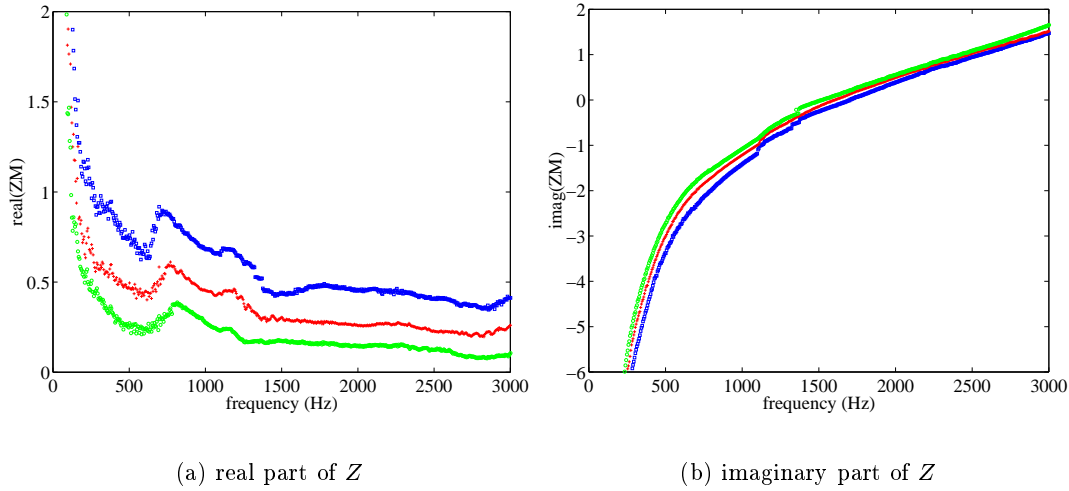


FIG. 3.18 – Impedance of the SDOF liner deduced by the inverse method at  $M = 0.05$  (circles),  $M = 0.10$  (cross), and  $M = 0.15$  (squares). The impedance is calculated by minimizing the error on  $T^+$ ,  $T^-$ ,  $R^+$ , and  $R^-$ , whatever the flow state.

### 3.5 Conclusion

The multimodal method presented in this chapter appears to be an efficient alternative to the usual direct numerical methods such as FEM for instance, since it necessitates less unknowns and thus less CPU time. That enables us to use it in a "naive" inverse method to obtain the impedance of the liner. The agreement between the computed and experimental results is good without flow, but when grazing flow is superposed to the acoustical propagation, the computed results present some shift in the amplitude in comparison with the experiments. Furthermore, the multimodal method seems less efficient when a low resistive screen is mounted on the liner. Thus, the same method should be implemented with a parallel shear flow but necessitates further works to study the importance of the shear flow on the values of the obtained impedance. Further studies need to be conducted too in order to optimize the minimization of the error on the coefficients.

---

## Chapitre 4

# Comportement particulier d'un traitement acoustique avec écoulement

### 4.1 Introduction

Les traitements acoustiques sont très utilisés dans les conduits avec écoulement pour réduire le bruit émis. Les calculs de la propagation acoustique sont cependant rendus difficiles du fait de l'interaction acoustique - écoulement. Le couplage induit entre acoustique et écoulement peut en effet prendre des proportions importantes dans la zone traitée.

Les mesures effectuées dans le chapitre précédent mettent en évidence ce couplage pour l'élément en céramique. L'écoulement affecte en effet la propagation sonore de telle sorte que le niveau acoustique généré est plus important que le niveau incident, faisant apparaître une "bosse" sur le coefficient de transmission.

Nous nous attacherons dans ce chapitre, à tenter d'expliquer la présence de la bosse observée. Cette particularité apparaît avec l'écoulement, la fréquence à laquelle apparaît cette bosse et son amplitude variant en fonction de l'écoulement auquel est superposée la propagation acoustique. Les théories classiques ne permettent pas de prédire cet effet, cependant, ce comportement hors du commun a déjà été observé par Ronneberger *et al.* [41] dans des conduits cylindriques.

Le comportement inhabituel de cet élément est dans un premier temps mis en évidence expérimentalement. L'étude de cet élément fera l'objet de mesures de pertes de charge, afin d'en observer l'augmentation substantielle induite par une onde acoustique quand un écoulement suffisant est imposé.

Les mesures effectuées sur la pièce en céramique au chapitre 3 sont complétées par des mesures des coefficients de la matrice de diffusion pour le même élément mais d'épaisseur différente, afin d'étudier l'influence de la géométrie de l'objet (de ses dimensions) sur la fréquence de résonance. Enfin, une structure avec un réseau régulier de perforations (bloc d'aluminium décrit au chapitre 3) est associée à différents écrans résistifs afin de mettre en évidence l'influence de la résistivité de l'élément sur le phénomène observé.

Les mesures des coefficients de réflexion et de transmission expérimentaux seront comparées à des calculs des coefficients de la matrice de diffusion, non plus par la méthode multimodale décrite précédemment, qui fait l'impasse sur les effets de ce couplage particulier, mais par une méthode prenant

en compte le profil de l'écoulement dans le tube, et qui laisse apparaître une augmentation notable de l'amplitude pour la même fréquence qu'expérimentalement. Cette méthode de traitement prend en compte l'impédance du matériau mesurée sur tube d'impédance ou calculée à l'aide de la méthode inverse décrite au chapitre précédent.

## 4.2 Mise en évidence du comportement de l'élément en céramique

### 4.2.1 Montage expérimental

Afin de caractériser les propriétés acoustiques d'un élément, celui-ci est placé en paroi d'un tube de section rectangulaire. Un écoulement d'air est superposé à la propagation acoustique dans le tube. A l'aide de la méthode dite "à deux sources", des mesures en pression sont effectuées au moyen de microphones *B&K* 1/4" en amont et en aval du système étudié (figure 4.1).

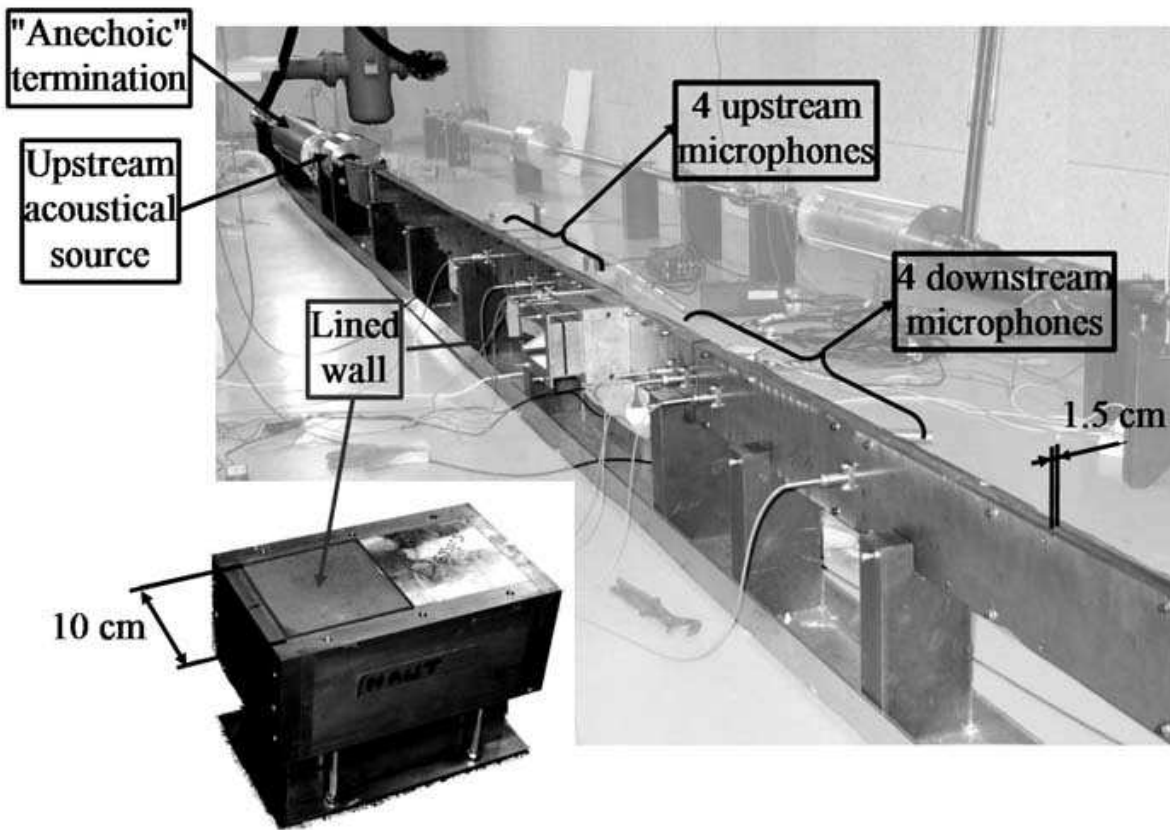


FIG. 4.1 – Montage expérimental.

La connaissance des fonctions de transfert mesurées entre les couples de microphones permet d'accéder aux coefficients de la matrice de diffusion  $[S]$  de l'élément étudié :

$$\begin{pmatrix} p_2^+ \\ p_1^- \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

où  $p_1^+$  et  $p_2^-$  représentent les ondes aller, et  $p_1^-$  et  $p_2^+$  les ondes retour; les indices  $i = 1, 2$  indiquent respectivement l'entrée et la sortie du système. Les coefficients de la matrice de diffusion  $T^+$  et  $T^-$ ,  $R^+$  et  $R^-$  sont respectivement les coefficients de transmission et de réflexion anéchoïques, dont les exposants  $\pm$  précisent le sens de propagation le long du tube.

Les détails concernant le montage expérimental et les calculs des coefficients de la matrice de diffusion ayant déjà fait l'objet d'une présentation dans les chapitres précédents, ils ne seront pas détaillés dans ce chapitre.

### 4.2.2 Comportement particulier de l'élément en céramique

Le premier élément étudié dans ce chapitre est une structure en céramique (figure 4.2) composée de tubes de section rectangulaire parallèles entre eux (de section  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$  et de densité 400 tubes / pouce<sup>2</sup>), dont on suppose qu'elle est insensible aux effets non linéaires. L'épaisseur du matériau est  $D = 65\text{mm}$  et la longueur de traitement est  $L = 0.098\text{m}$ .

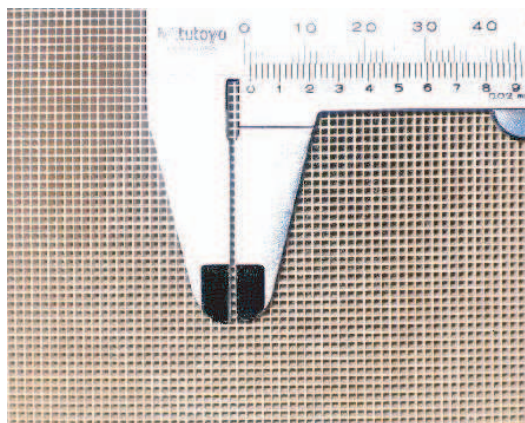


FIG. 4.2 – Structure en céramique.

Les coefficients de transmission et de réflexion expérimentaux mesurés sans écoulement et pour un écoulement  $M = 0.3$  sont présentés figure 4.3. Sans écoulement, le comportement de la structure en céramique est conforme à celui d'un traitement à réaction locale, où une forte baisse du coefficient de transmission est observée au voisinage du zéro d'impédance (figure 4.3(a)). Avec écoulement, l'allure générale du coefficient de transmission n'est pas fortement affectée, excepté au voisinage de la fréquence de résonance du traitement (figure 4.3(c)). L'écoulement affecte en effet la propagation sonore de telle sorte que le niveau acoustique transmis est plus important que le niveau incident : "effet bosse". Cette amplification sonore n'est pas prédite par les modèles classiques, mais a cependant été observée auparavant [41] pour des traitements constitués d'une séquence périodique de résonateurs sur un tube cylindrique.

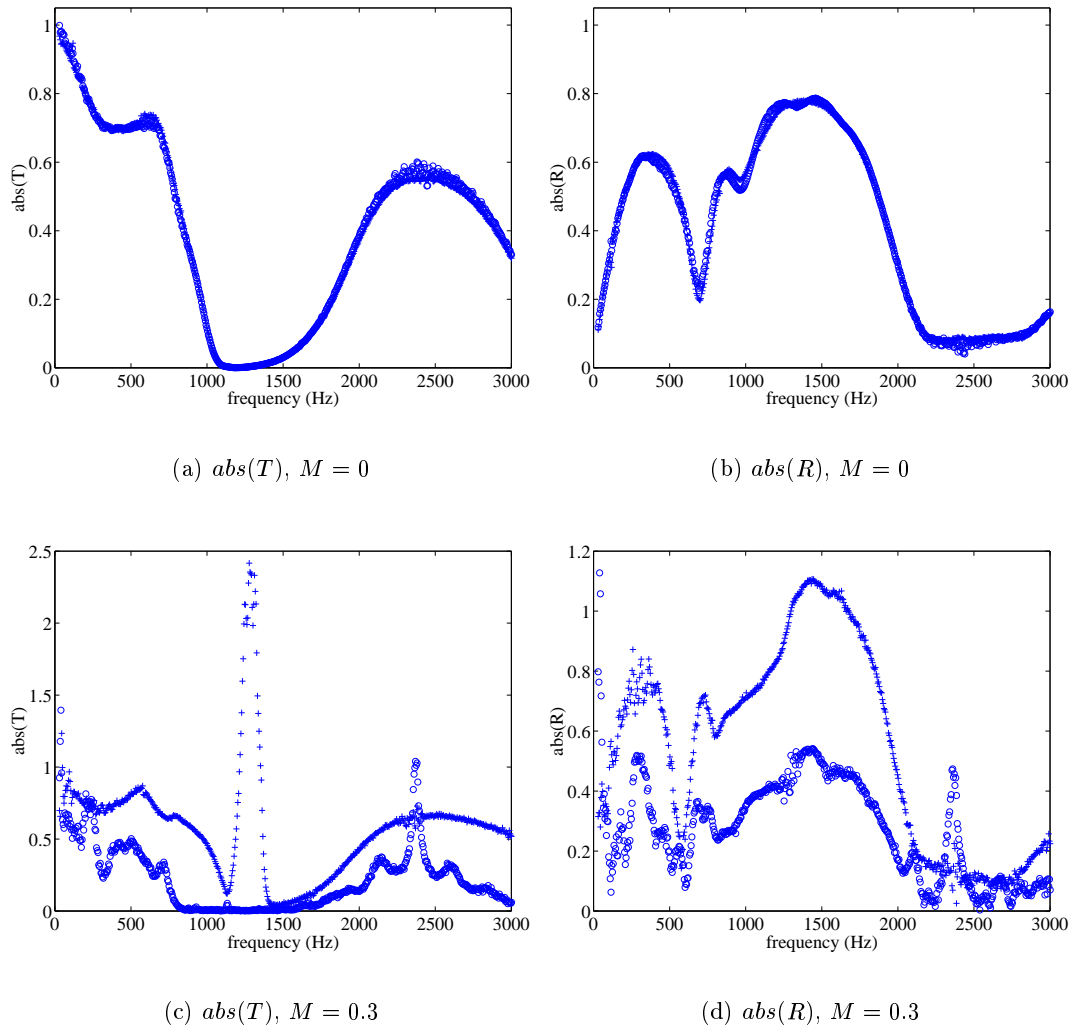


FIG. 4.3 – Coefficients de transmission et de réflexion pour la structure en céramique pour  $M = 0$  et  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ .

L'évolution de la bosse observée sur le coefficient  $T^+$  avec l'écoulement est mise en évidence figure 4.4 pour le même élément, soumis à une même propagation sonore pour un écoulement variable de nombre de Mach  $M = 0$  à  $M = 0.3$ .

La figure 4.5 présente l'évolution du maximum d'amplitude de la bosse, mesuré pour le traitement en céramique soumis à différents écoulements, en fonction de la pression induite dans le tube.

Les courbes laissent apparaître un comportement non linéaire de l'évolution de la bosse avec l'écoulement et l'acoustique. Ce phénomène non linéaire s'accompagne d'une forte augmentation des pertes de charge stationnaires de l'écoulement.

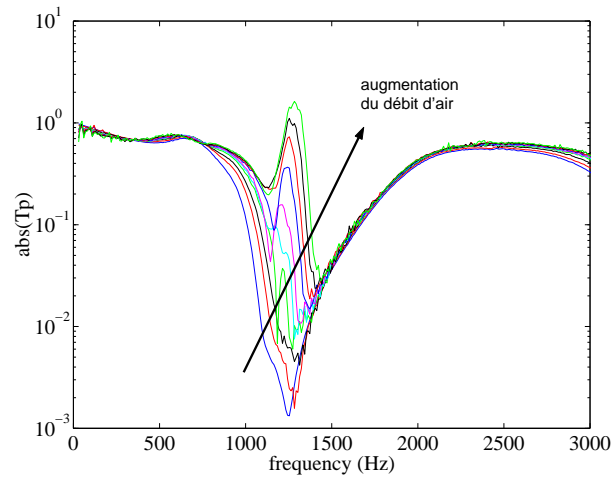


FIG. 4.4 – Coefficient de transmission  $T^+$  en échelle logarithmique pour la structure en céramique pour différents écoulements ( $M = 0$ ,  $M = 0.058$ ,  $M = 0.101$ ,  $M = 0.155$ ,  $M = 0.175$ ,  $M = 0.194$ ,  $M = 0.233$ ,  $M = 0.262$ ,  $M = 0.286$ ,  $M = 0.311$ ) et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ .

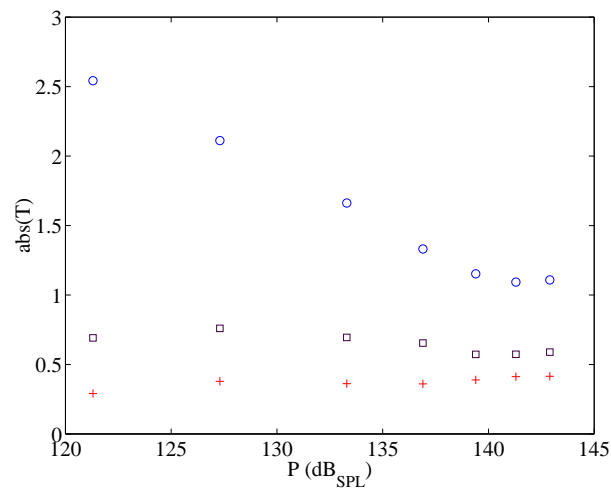


FIG. 4.5 – Evolution du maximum d'amplitude de la bosse apparaissant sur le coefficient de transmission  $T^+$  en fonction du niveau acoustique induit dans le tube ( $dB_{SPL}$ ) pour différents écoulements. + :  $M = 0.23$ ,  $\square$  :  $M = 0.26$ ,  $\circ$  :  $M = 0.31$ .



### 4.3 Pertes de charge

#### 4.3.1 Rappels théoriques sur les pertes de charge régulières

Les pertes de charge dans un conduit lisse pour un régime d'écoulement turbulent (nombre de Reynolds  $Re = U \times D_{eq}/\nu > 2000$ , où  $U$  est la vitesse d'écoulement,  $D_{eq}$  le diamètre hydraulique équivalent pour un tube à section rectangulaire, et  $\nu$  la viscosité cinématique), sont exprimées en théorie suivant la formule de Blasius :

$$\Delta P = \xi \frac{\rho_0 \times U^2}{2} \frac{L}{D_{eq}} \tag{4.2}$$

avec  $\xi = 0.316Re^{-1/4}$ , le coefficient de pertes de charge,  $\rho_0$  la masse volumique de l'air, et  $L$  la longueur sur laquelle le traitement est appliqué. Pour un conduit rugueux, l'expression des pertes de charge reste identique et seule la valeur du coefficient  $\xi$  est modifiée. Cette dernière peut être obtenue par les abaques des diagrammes de Moody.

Les pertes de charge sont proportionnelles à l'écoulement et dépendent des dimensions du système ainsi que de la condition de surface de l'élément étudié.

#### 4.3.2 Mesures

Des mesures de perte de charge sont effectuées à l'aide d'un capteur différentiel de pression EFFA GA064A5-20 fonctionnant sur une gamme de pression 0-20 mbars avec une erreur inférieure à 0.25% sur l'étendue de mesure, en prenant en compte les erreurs dues à la non linéarité, l'hystérésis et la répétabilité (voir Annexe D).

Le capteur délivre au multimètre une tension proportionnelle à la différence de pression entre deux points de mesure situés sur la paroi opposée au traitement. Les points de mesure (figure 4.6), numérotés de I à VI, sont séparés par les distances  $d_{I-II} = d_{II-III} = d_{III-IV} = d_{V-VI} = 6$  cm et  $d_{IV-V} = 17$  cm. Les projections sur l'axe  $x$  des points de mesure III et IV en vis à vis du traitement sont situés à 2 cm des projections de chaque extrémité du traitement.

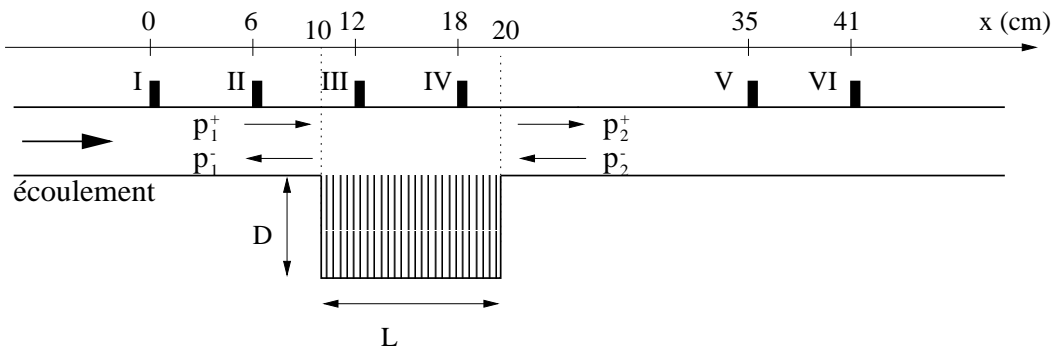


FIG. 4.6 – Points de mesure de pertes de charge numérotés de I à VI. Les positions sont reportées sur l'axe  $x$  (en cm).

La figure 4.7(b) présente les pertes de charge  $\Delta P_{III-IV}$  entre les points *III* et *IV*, mesurées en fonction de la fréquence pour un écoulement de nombre de Mach  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ . L'onde acoustique induit un changement important dans les pertes de charge. Cet effet non linéaire a aussi été observé par Brandes et Ronneberger [41]. L'effet observé sur les pertes de charge est lié à la bosse apparaissant sur le coefficient de transmission dans la direction de l'écoulement  $T^+$  (figure 4.7(a)).

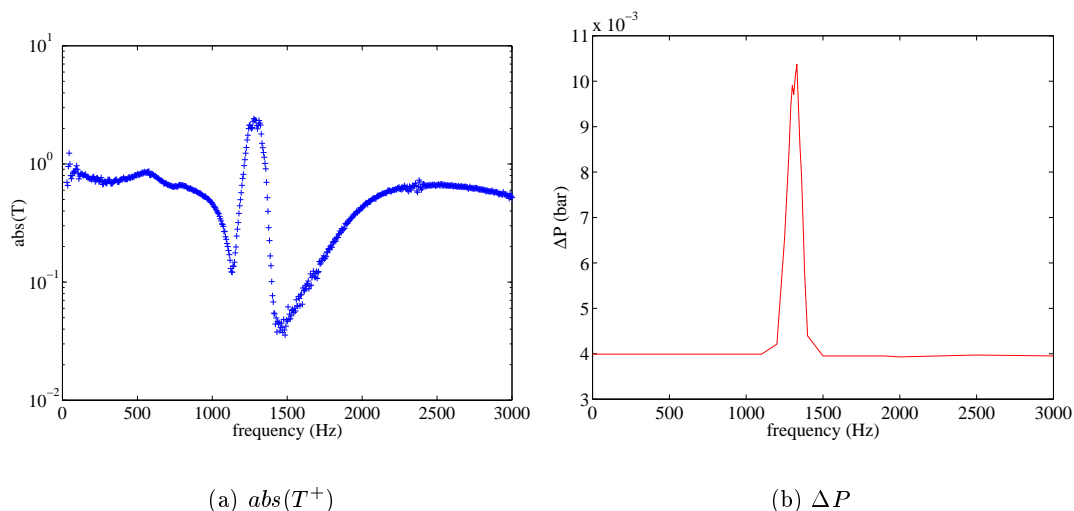


FIG. 4.7 – *Élément en céramique pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission  $T^+$  et (b) pertes de charge  $\Delta P$  en fonction de la fréquence.*

La figure 4.8 présente les pertes de charge  $\Delta P_{I-i}$  entre les points de mesure *I* et *i*,  $i = II$  à *VI*, pour un écoulement de Mach  $M = 0.3$ , une pression induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  et différentes fréquences. L'origine 0 de l'axe des abscisses est prise au premier point de mesure *I*. Les traits verticaux délimitent la position de l'élément en céramique. Le capteur utilisé fonctionnant dans la gamme 0-20mbars, les résultats présentés pour les mesures *I-V* et *I-VI* sont issus de combinaisons des mesures entre les points *I-IV*, *IV-VI*, et *V-VI*.

Quand les mesures sont effectuées suffisamment en amont ou en aval du traitement (points *I-II* et *V-VI*), les pentes sont identiques quelle que soit la fréquence. Les courbes pour lesquelles la fréquence se situe hors de la zone fréquentielle intéressée sont identiques quelle que soit la condition en paroi (courbes pour  $f = 500Hz$ ,  $f = 1600Hz$  et  $f = 2500Hz$  confondues sur la figure 4.8). Quand les fréquences sont situées dans la zone fréquentielle où la bosse apparaît, l'effet du traitement en céramique se traduit par des pertes de charge plus importantes entre les points *III* et *IV*.

Enfin, l'amplitude des pertes de charge croît avec l'écoulement (figure 4.9) proportionnellement au carré de la vitesse comme prédit par la théorie, ainsi qu'avec le niveau acoustique induit, mesuré dans le tube amont (figure 4.10).

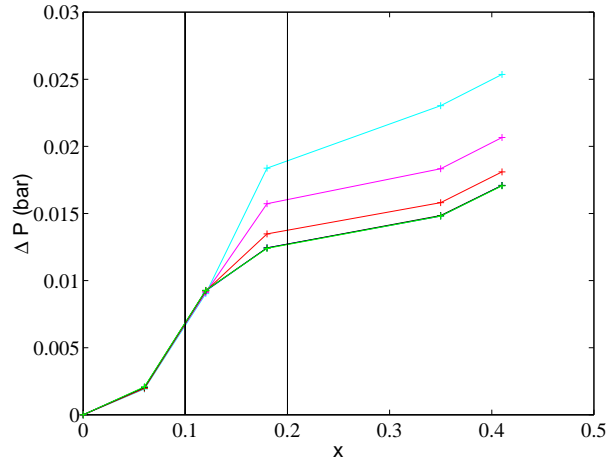


FIG. 4.8 – Pertes de charge  $\Delta P_{I-i}$  en fonction de la distance entre les points de mesure. Les mesures sont réalisées entre les points I et  $i$ ,  $i = II$  à  $VI$ , pour un nombre de Mach  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ ; les différentes courbes de la figure (du haut vers le bas) présentent les résultats pour des fréquences  $f = 1300Hz$ ,  $f = 1380Hz$ ,  $f = 1250Hz$ ,  $f = 750Hz$ ,  $f = 1600Hz$  et  $f = 2500Hz$  (les 3 dernières courbes étant confondues). L'origine 0 de l'axe des abscisses est prise au premier point de mesure I. Les traits verticaux délimitent la position de l'élément en céramique.

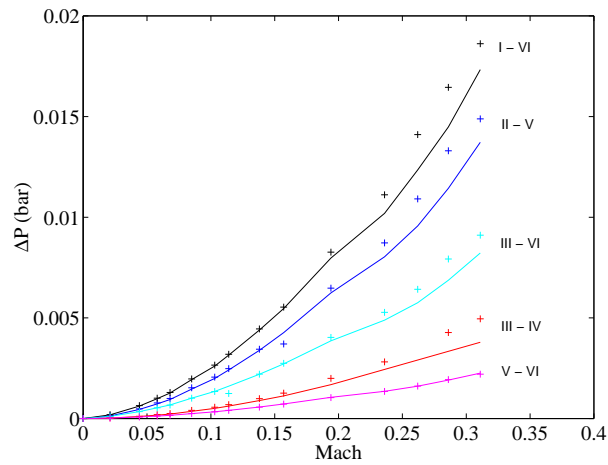


FIG. 4.9 – Pertes de charge  $\Delta P$  en fonction de l'écoulement pour différentes positions de mesure sur le tube (voir figure 4.6). — : écoulement seul, + + + : écoulement associé à une source acoustique d'amplitude constante générant une pression  $P = 133dB_{SPL}$  dans le tube et de fréquence  $f = 1330Hz$ .

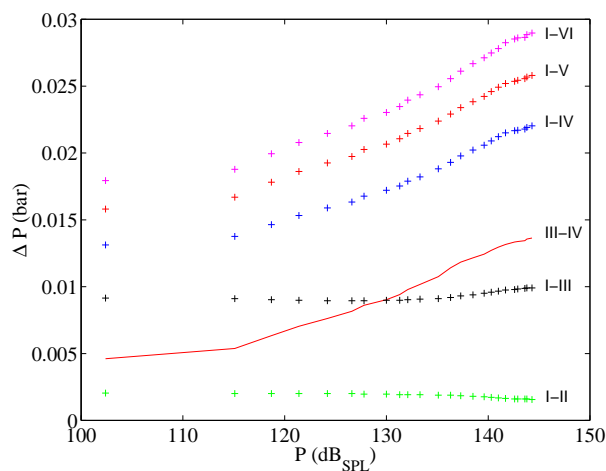


FIG. 4.10 – Pertes de charge  $\Delta P$  en fonction du niveau acoustique induit pour  $f = 1330\text{Hz}$  et  $M = 0.3$ .

L'ensemble des mesures de pertes de charge présentées dans ce rapport ne saurait donner qu'une approche qualitative du comportement observé pour le traitement appliqué. Des mesures complémentaires pour valider les mesures de façon quantitative sont envisagées dans un avenir proche<sup>1</sup>.

#### 4.4 Influence de l'épaisseur du matériau

Des mesures complémentaires ont été effectuées dans les mêmes conditions sur un élément en céramique similaire d'épaisseur  $D/2$  (figure 4.11 (b)). Les résultats présentés en figures 4.12 ne laissent pas apparaître de pic, quel que soit l'écoulement imposé.

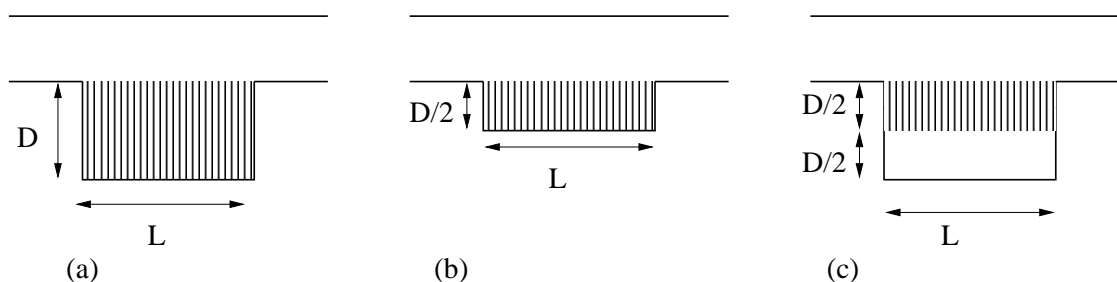


FIG. 4.11 – Traitements en céramique (a) d'épaisseur  $D$ , (b) d'épaisseur  $D/2$ , et (c) d'épaisseur  $D/2$  avec cavité.

1. L'endommagement de l'échantillon de mesure ainsi que des problèmes de calibration du capteur utilisé n'ont pas permis d'effectuer des mesures de répétibilité fiables.

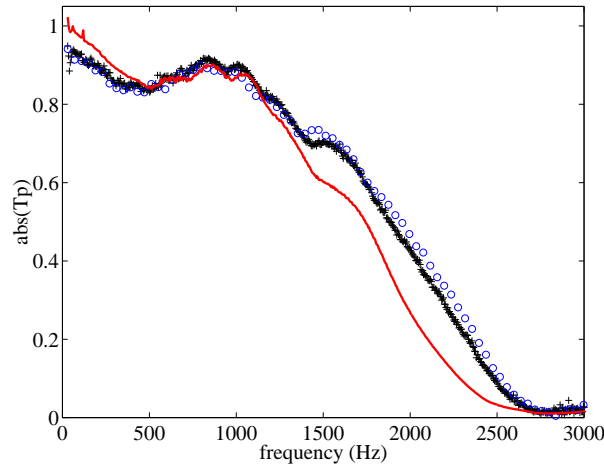


FIG. 4.12 – Coefficient de transmission  $T^+$  de l'élément en céramique d'épaisseur  $D/2$ . — :  $M = 0$ , + + + :  $M = 0.2$  et ooo :  $M = 0.3$ . La pression acoustique induite dans le tube est  $P = 133dB_{SPL}$ .

Les mesures sont réitérées pour un traitement d'épaisseur  $D/2$  et une cavité arrière de profondeur  $D/2$  (figure 4.11 (c)) de telle sorte que le traitement total ait une hauteur équivalente à celle de l'élément étudié en 1<sup>ère</sup> partie  $D_{total} = 65mm$  (figure 4.11 (a)). Le coefficient de transmission est présenté figure 4.13.

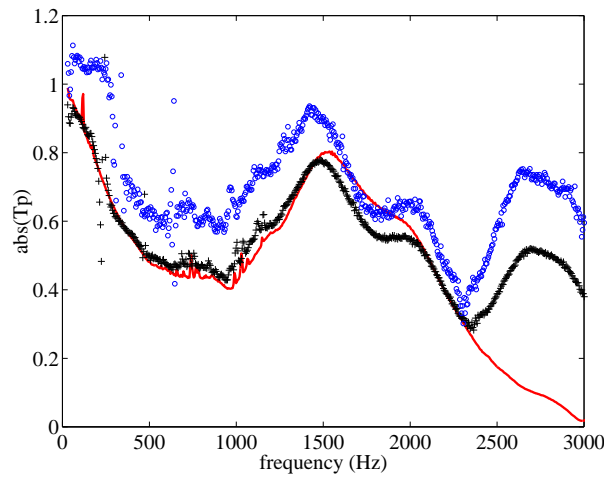
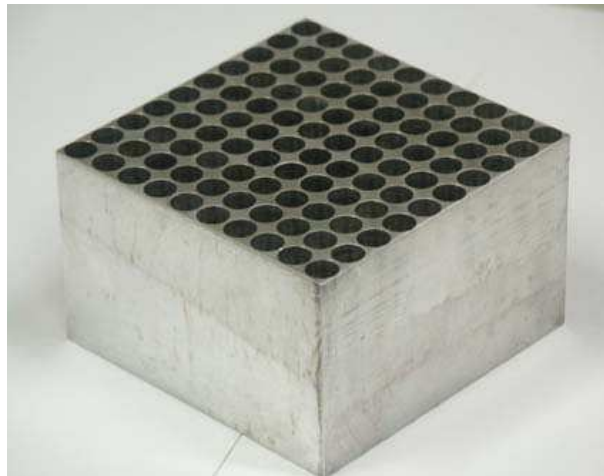


FIG. 4.13 – Coefficient de transmission  $T^+$  de l'élément en céramique d'épaisseur  $D/2$  avec cavité. — :  $M = 0$ , + + + :  $M = 0.2$  et ooo :  $M = 0.3$ . La pression acoustique induite dans le tube est  $P = 133dB_{SPL}$ .

L'hypothèse pour laquelle un pic de résonance en  $\lambda/4$  pourrait être retrouvé de façon atténuée par rapport au gros bloc de céramic est donc invalidée.

## 4.5 Influence de la résistivité du matériau

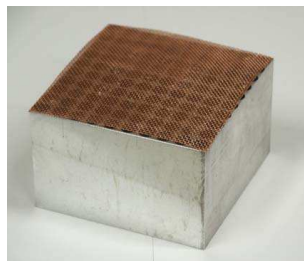
Un bloc d'aluminium perforé d'épaisseur  $D = 65\text{mm}$  est associé à des écrans de résistance différente (figure 4.14).



(a)



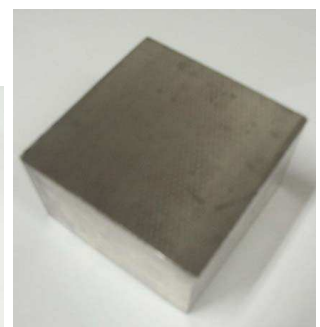
(b)



(c)



(d)



(e)

FIG. 4.14 – Bloc d'aluminium et ses différents écrans résistifs. (a) : bloc d'aluminium sans écran, (b) : bloc d'aluminium avec grille métallique GR1, (c) : bloc d'aluminium avec grille métallique GR2, (d) : bloc d'aluminium avec collant, (e) : bloc d'aluminium avec wiremesh.

La pièce est dans un premier temps testée sans ajouter d'écran devant les perforations, puis les mesures sont reconduites pour des écrans de plus en plus résistifs. Les résistances sont estimées à partir des mesures sans écoulement par méthode inverse (chapitre 3). Sans écran, la résistance du bloc est  $R = 0.10$ . Les écrans appliqués au matériau sont les suivants :

- a) une grille métallique (*GR1*) d'épaisseur  $0.06\text{mm}$ , dont le réseau tissé a une densité de 25 trous  $/\text{mm}^2$ , et de résistance  $R = 0.12$ ,
- b) une seconde grille métallique (*GR2*) d'épaisseur  $0.3\text{mm}$ , dont le réseau tissé a une densité de 6.25 trous  $/\text{mm}^2$ , et de résistance  $R = 0.14$ ,
- c) un collant fin tendu sur le bloc, de résistance  $R = 0.15$ ,
- d) une plaque perforée d'épaisseur  $1.2\text{mm}$  et dont les trous ont un diamètre  $1.3\text{mm}$ , solidaire d'une fine couche de matériau poreux (wiremesh). La surface d'ouverture représente 18.6 %; la couche de matériau poreux qui surmonte cette plaque rend cet écran très résistif ( $R = 1.95$ ).

La différence de comportement pour le même élément associé à des écrans de résistivités différentes est triviale, et l'effet de la résistance sur l'augmentation des pertes de charges est mis en évidence, et associé à la présence du pic sur le coefficient de transmission  $T^+$ .

Le coefficient de transmission  $T^+$  est présenté pour chaque configuration du bloc d'aluminium dans les figures 4.15 à 4.19, en vis à vis avec les pertes de charge  $\Delta P$  mesurées en fonction de la fréquence pour un écoulement constant  $M \approx 0.3$  et pour un niveau acoustique induit identique ( $\sim 133\text{dB}_{SPL}$  dans le tube amont). L'amplitude de la bosse du coefficient de transmission ainsi que celle relevée sur les pertes de charge diminuent avec l'augmentation de la résistivité de l'écran.

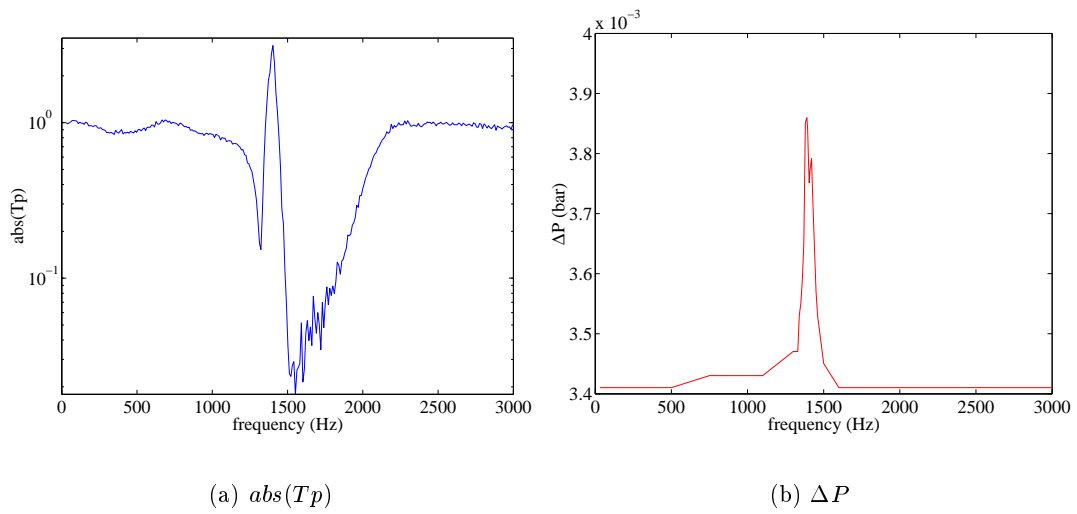


FIG. 4.15 – *Élément en aluminium sans écran pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission et (b) pertes de charge.*

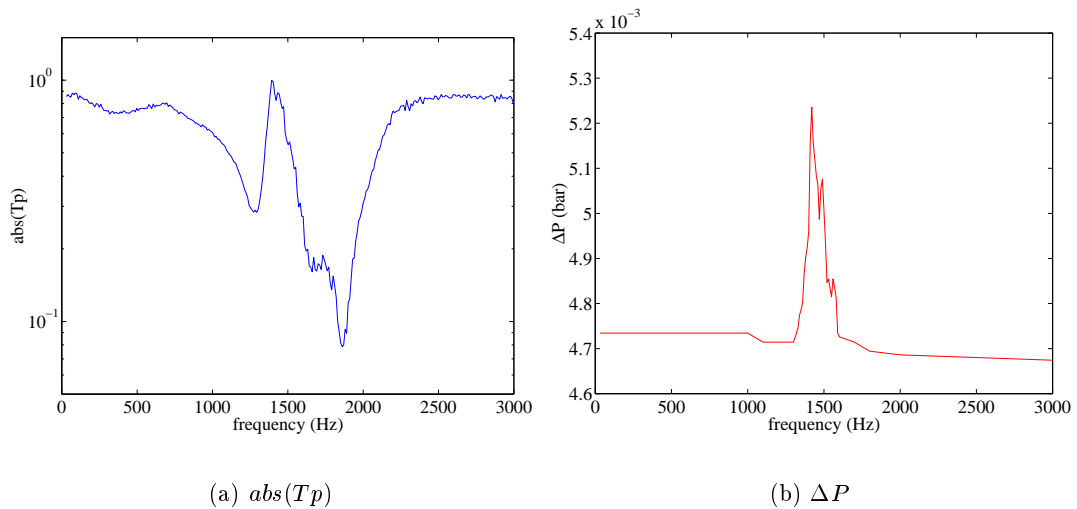


FIG. 4.16 – *Élément en aluminium avec grille métallique (GR1) pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission et (b) pertes de charge.*



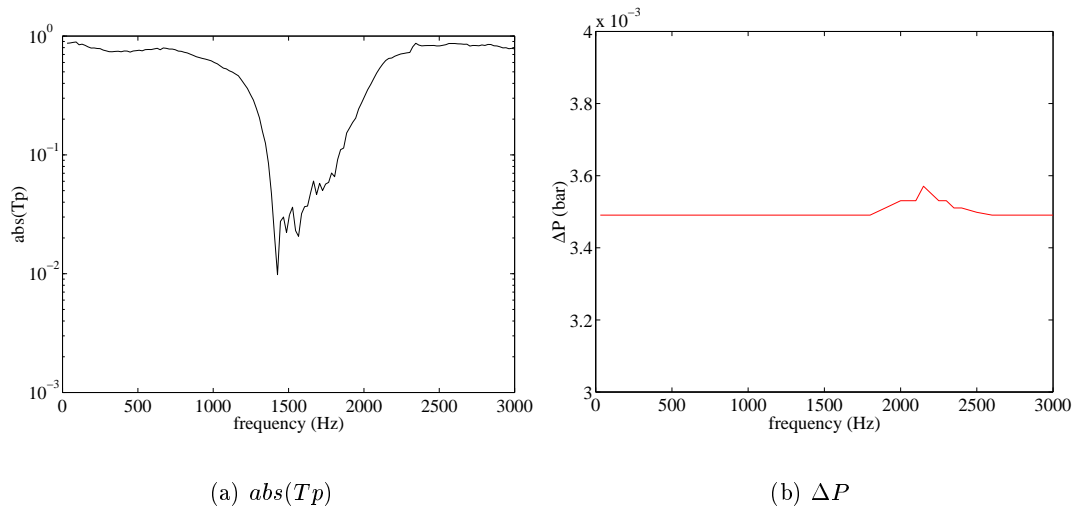


FIG. 4.17 – *Elément en aluminium avec grille métallique plus épaisse (GR2) pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission et (b) pertes de charge.*

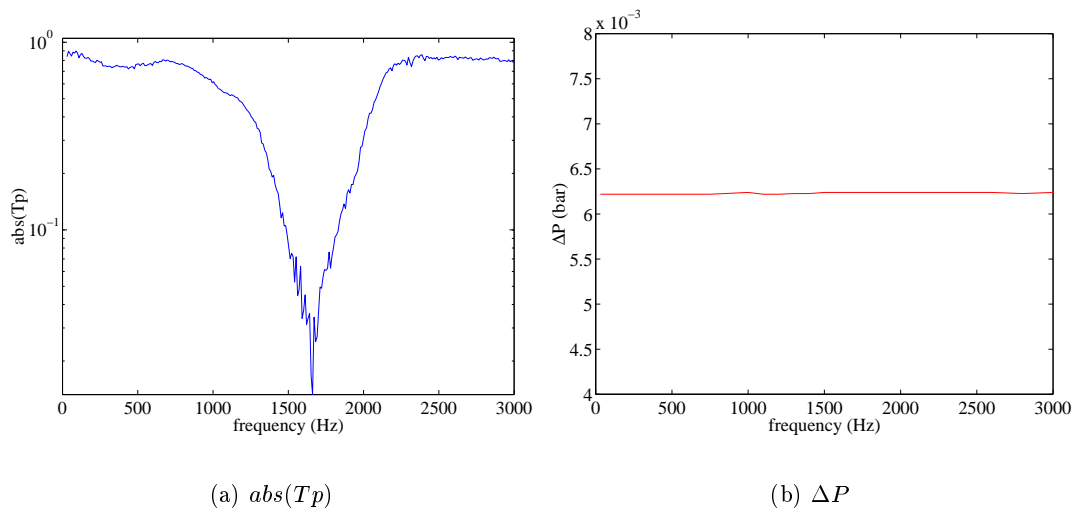


FIG. 4.18 – *Elément en aluminium avec collant pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission et (b) pertes de charge.*

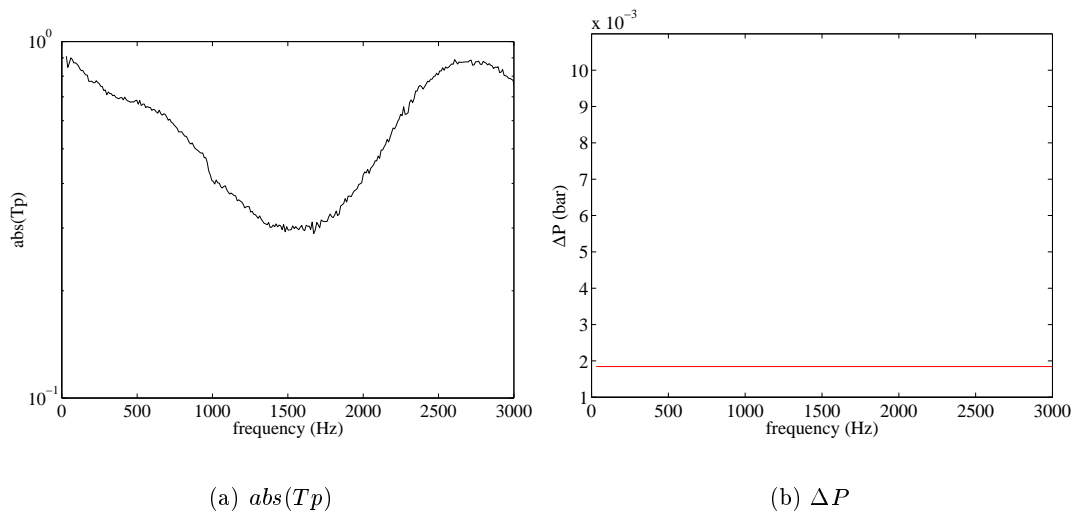


FIG. 4.19 – *Elément en aluminium avec wiremesh pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : (a) coefficient de transmission et (b) pertes de charge.*

## 4.6 Modèle théorique

Les modèles classiques font défaut à expliquer le comportement apparaissant avec l'écoulement. Le coefficient de transmission calculé à partir d'une méthode multimodale dans l'hypothèse d'un écoulement uniforme est en effet en accord avec la mesure, excepté dans la gamme de fréquences où la bosse est observée (figure 4.20).

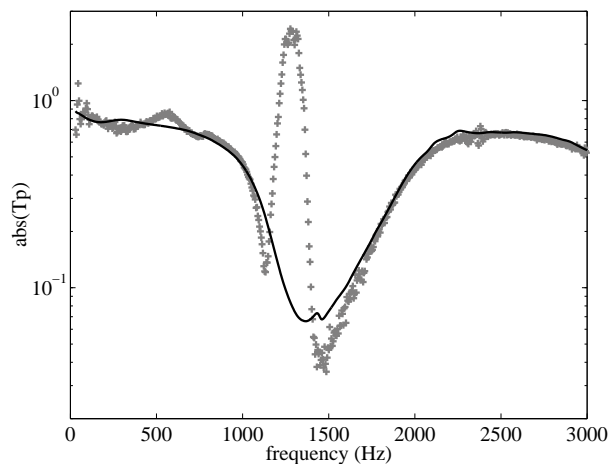


FIG. 4.20 – *Coefficient de transmission  $T^+$  pour la structure en céramique pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  : mesuré (symboles) et calculé pour une impédance mesurée sur tube d'impédance (lignes).*

L'"effet bosse" est associé à l'effet de modes hydrodynamiques sur la propagation acoustique.

Dans la méthode multimodale employée au chapitre 3, l'équation de propagation pour le potentiel de déplacement  $\phi$  associé à la pression  $p$  dans le tube ( $p = -D_t^2 \phi$ ), est projetée sur la base des fonctions  $\Psi_n(y)$ , solutions de l'équation. En écriture matricielle, l'équation de propagation est alors exprimée sous la forme de l'équation (3.8) du chapitre 3 :

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \Phi \\ \Pi \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ M_1^{-1}M_3 & M_1^{-1}M_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Phi \\ \Pi \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Les matrices  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  sont fonction de l'impédance du traitement pariétal. Le calcul est mené pour une impédance de la structure en céramique dépendant de la fréquence, telle que  $Z = R + j \tan(\frac{D}{H} \times \omega)$ . La partie résistive  $R = 0.2$  est obtenue par la mesure de la partie réelle de l'impédance sur tube d'impédance. La partie inductive est fonction de l'épaisseur  $D$  du traitement adimensionnée par la hauteur  $H$  du conduit, et de la fréquence angulaire réduite  $\omega = 2\pi f H / c_0$ .

Les nombres d'onde associés aux valeurs propres de la matrice de l'équation 4.3 sont présentés dans le plan complexe de la figure 4.21 pour différentes valeurs de la fréquence (variation de  $f$  de  $1000Hz$  à  $2000Hz$ ).

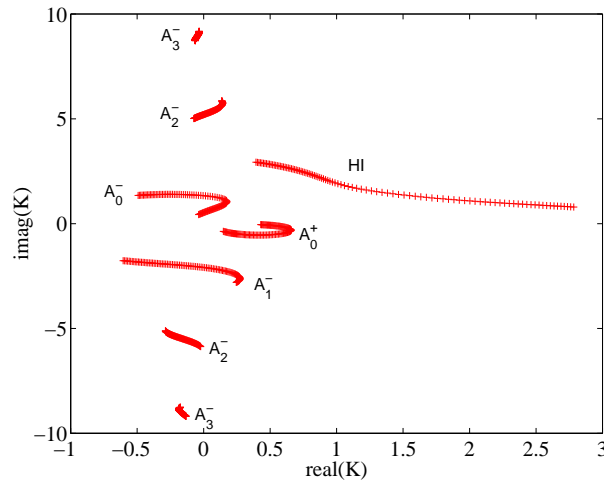


FIG. 4.21 – Evolution des modes avec la fréquence ( $f \in [1000 - 2000]Hz$ ) dans le plan complexe  $K$  ( $M = 0.3$ , pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ ).  $A_n^\pm$  : modes acoustiques,  $HI$  : mode hydrodynamique instable.

Les modes relevés sont en partie des modes acoustiques se propageant vers l'aval ( $A_n^+$  sur la figure 4.21) et vers l'amont du système ( $A_n^-$  sur la figure 4.21). Le mode noté  $HI$  est un mode hydrodynamique instable.

Le système ne remplit pas les conditions nécessaires pour employer la méthode de Briggs-Bers [42]. Le formalisme de Crighton-leppington peut cependant être appliqué afin de vérifier l'instabilité du mode hydrodynamique. La fréquence angulaire est alors exprimée en fonction de sa valeur absolue et de son argument  $\phi$  :  $\omega = |\omega| \exp(i\phi)$ . La valeur absolue est maintenue constante (dans le cas présent  $|\omega| = 0.36$ , fréquence pour laquelle le maximum d'amplitude de la bosse est relevé) et  $\phi$  varie de  $0$  à  $-\frac{1}{2}\pi$ .

Les modes sont tracés dans le plan complexe  $K$  sur la figure 4.22. Le critère de Crighton-leppington stipule l'instabilité d'un mode lorsque sa représentation dans le plan complexe croise l'axe des réels pour une variation de l'argument de la fréquence angulaire de 0 à  $-\frac{1}{2}\pi$  (typiquement, le mode se situe dans le demi plan inférieur pour  $\phi = -\frac{1}{2}\pi$  et passe dans le demi-plan supérieur pour  $\phi = 0$ ). L'instabilité d'un mode hydrodynamique pariétal est établie.

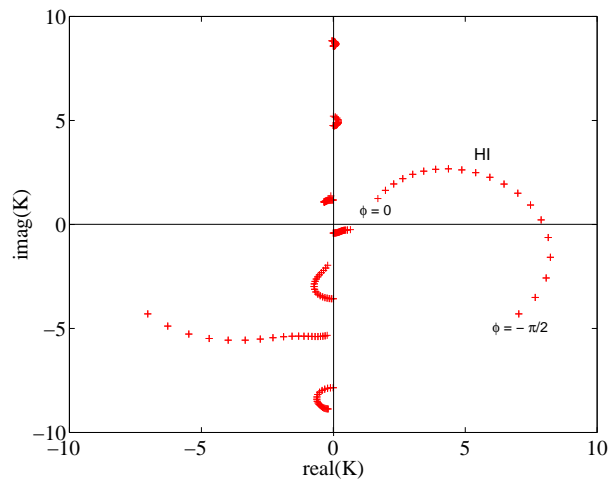


FIG. 4.22 – Evolution des modes dans le plan complexe  $K$  pour  $|\omega| = 0.36$  et  $\arg(\omega)$  variant de 0 à  $-\frac{1}{2}\pi$ .  $M = 0.3$ , pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ .

Dans la suite, une méthode permettant d'effectuer un calcul en écoulement cisailé est présentée pour calculer les coefficients de transmission et de réflexion, prenant en compte l'impédance du matériau en fonction de la fréquence, et le profil de l'écoulement.

Le problème est décrit figure 4.23: la propagation sonore avec écoulement cisailé dans un conduit 2D est considérée en fonction du traitement appliqué en paroi d'admittance  $Y_w$ .

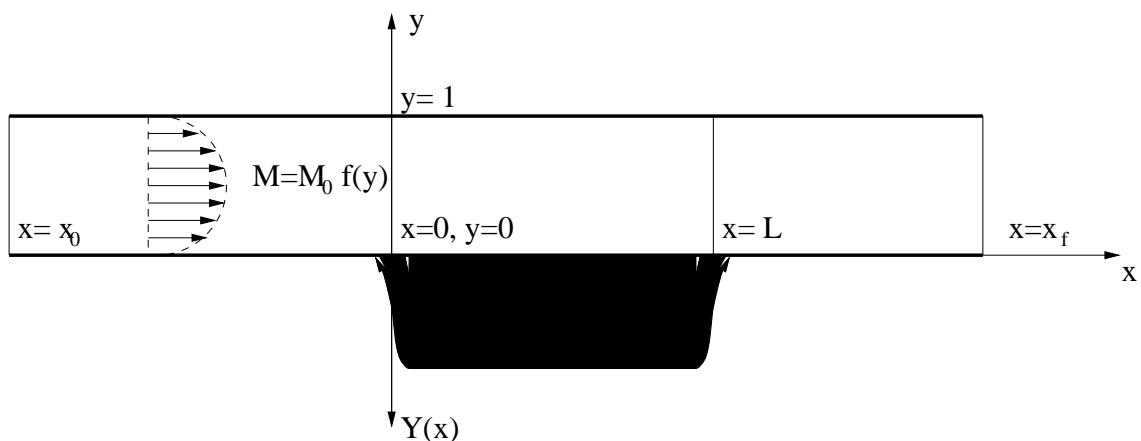


FIG. 4.23 – Géométrie du problème.

Le tube est décrit par son admittance  $Y(x) = g(x)Y_w$  telle que la fonction  $g(x)$  assure le passage continu de 0 (condition de tube rigide,  $Y(x) = 0$ ) à 1 (admittance du traitement,  $Y(x) = Y_w$ ). La valeur de l'admittance  $Y_w$  utilisée pour l'élément en céramique est celle déduite précédemment par la méthode inverse (chapitre 3).

Le problème est décrit par l'équation d'Euler adimensionnée projetée sur  $x$  (équation 4.4) et sur  $y$  (équation 4.5), et l'équation de continuité adimensionnée (équation 4.6) :

$$ju + M \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} v = -\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{4.4}$$

$$jv + M \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{4.5}$$

$$jp + M \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}. \tag{4.6}$$

Les vitesses  $u$  et  $v$ , et la pression  $p$  sont projetées sur la base des fonctions  $\Psi_n$  avec  $\Psi_n = 1$  si  $n = 1$ ,  $\Psi_n = \sqrt{2} \cos(\frac{\alpha_n y}{A})$  si  $n > 1$ , et  $\phi_n = \sqrt{2} \sin(\frac{\alpha_n y}{A})$  :

$$u = \sum U_n(x) \Psi_n(y),$$

$$v = \sum V_n(x) \phi_n(y),$$

$$p = \sum P_n(x) \Psi_n(y).$$

Les fonctions  $\Psi_n$  sont normalisées :  $\int \Psi_n \Psi_m dy = \delta_{n,m}$ , où  $\delta_{n,m} = 1$  si  $n = m$  et  $\delta_{n,m} = 0$  si  $n \neq m$ .

En notation vectorielle, les équations 4.4, 4.5 et 4.6 deviennent alors :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dx} + M_0 \mathbf{MP} \frac{d\mathbf{U}}{dx} = -j\mathbf{U} - M_0 d\mathbf{MV}, \tag{4.7}$$

$$j\mathbf{V} + M_0 \mathbf{MV} \frac{d\mathbf{V}}{dx} = \mathbf{PVP}, \tag{4.8}$$

$$j\mathbf{P} + M_0 \mathbf{MP} \frac{d\mathbf{P}}{dx} = -\frac{d\mathbf{U}}{dx} - Y\mathbf{CLP} + \mathbf{VUV}, \tag{4.9}$$

avec  $M_0$  le nombre de Mach moyen tel que  $M = M_0 f(y)$ , où la fonction  $f(y)$  détermine le profil de l'écoulement.

Les matrices  $\mathbf{MP}$ ,  $d\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{MV}$ ,  $\mathbf{PV}$ ,  $\mathbf{CL}$ , et  $\mathbf{VU}$  sont définies de la façon suivante :

$$\mathbf{MP} = \int_0^A f(y) \Psi_n(y) \Psi_m(y) dy;$$

$$d\mathbf{M} = \int_0^A \frac{df(y)}{dy} \phi_n(y) \Psi_m(y) dy;$$

$$\mathbf{MV} = \int_0^A f(y) \phi_n(y) \phi_m(y) dy;$$

$$\mathbf{PV} = \int_0^A \Psi_n(y) \frac{d\phi_m(y)}{dy} dy;$$

$$\begin{aligned} \text{CL} &= \frac{1}{A} [\Psi_n(A) \Psi_m(A)]; \\ \text{VU} &= \int_0^A \phi_n(y) \frac{d\Psi_m(y)}{dy} dy. \end{aligned}$$

Les équations 4.7, 4.8 et 4.9 sont combinées sous forme matricielle :

$$\text{MB} \begin{pmatrix} d\mathbf{U}/dx \\ d\mathbf{V}/dx \\ d\mathbf{P}/dx \end{pmatrix} = \text{MA} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

Pour  $M_0$  non nul, la matrice MB est inversible, et en notant  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix}$ , il vient

$$\begin{pmatrix} d\mathbf{X}/dx \\ d\mathbf{P}/dx \end{pmatrix} = \text{M} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\text{où } \text{M} = \text{MB}^{-1}\text{MA} = \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{pmatrix}.$$

En posant la matrice impédance  $\mathbf{Z}$  telle que  $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{X}$ , il est possible d'exprimer cette matrice en fonction de sa dérivée première suivant  $x$  et des coefficients de la matrice  $\text{M}$  :

$$\frac{d\mathbf{Z}}{dx} = M_3 + M_4\mathbf{Z} - \mathbf{Z}M_1 - \mathbf{Z}M_2\mathbf{Z}. \quad (4.12)$$

A l'aide d'une impédance itérative  $Z_0$  et en intégrant l'équation 4.13, la matrice  $\mathbf{Z}$  est déterminée. Les ondes sont ensuite décomposées en ondes aller et ondes retour. L'équation 4.11 permet de trouver les vecteurs propres et les valeurs propres ( $N, \Lambda$ ) de la matrice  $\text{M}$  avec la relation  $\text{MN} = N\Lambda$ .

Le vecteur  $\begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix}$  se décompose sur la base des vecteurs propres

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P} \end{pmatrix} = \text{N} \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

où les vecteurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  représentent respectivement les ondes aller et retour, et  $\text{N} = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_3 & N_4 \end{pmatrix}$ .

Quand les ondes retour sont nulles (dans l'hypothèse d'une sortie anéchoïque), alors la relation  $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{X}$  s'écrit  $\mathbf{P}_0 = N_3 N_1^{-1} \mathbf{X}_0$ , et  $Z_0 = N_3 N_1^{-1}$  est l'impédance itérative qui va permettre le calcul de  $\mathbf{Z}$ . Le vecteur  $\mathbf{X}$  est alors déduit en intégrant l'équation 4.14, avec  $\mathbf{X}_0 = N_1 \mathbf{A}_0$  :

$$\frac{d\mathbf{X}}{dx} = (M_1 + M_2\mathbf{Z})\mathbf{X}. \quad (4.14)$$

Les ondes aller (onde plane  $A_0$ ) sont imposées dans le conduit et la matrice  $\mathbf{Z}$  est maintenant supposée connue.

A l'aide des relations données par l'équation matricielle 4.13, les vecteurs  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{P}$  sont remplacés par leurs expressions

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= N_1 \mathbf{A} + N_2 \mathbf{B}, \\ \mathbf{P} &= N_3 \mathbf{A} + N_4 \mathbf{B}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

dans la relation  $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{X}$ . Les ondes retour sont ainsi déterminées en fonction des ondes aller  $A$  prenant en compte tous les autres modes par

$$\mathbf{B} = [N_4 - \mathbf{Z}N_2]^{-1}[\mathbf{Z}N_1 - N_3]\mathbf{A}. \quad (4.16)$$

Le système donné par l'équation 4.15 est donc entièrement déterminé pour une onde aller imposée  $A_0$ , et les vecteurs  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{P}$  sont connus sur l'ensemble du tube traité.

## 4.7 Résultats

Les coefficients de transmission sont calculés pour les traitements en céramique et en aluminium appliqués à la paroi. La longueur sur laquelle le traitement est appliqué est  $L = 0.1m$ ; l'admittance du traitement  $Y_w$  est mesurée sur un tube d'impédance ou déterminée à l'aide de la méthode inverse exploitée au chapitre 3.

### 4.7.1 Traitement en céramique

Le coefficient de transmission de l'élément en céramique pour un écoulement rasant, parallèle à la propagation sonore, est présenté en figure 4.24 pour les nombres de Mach  $M = 0.2$  et  $M = 0.3$ .

Les paramètres de calcul sont tels que:

- le nombre de modes utilisés est égal à 7 pour un écoulement  $M = 0.2$ , et est égal à 6 pour  $M = 0.3$ ,
- le paramètre déterminant le profil de l'écoulement<sup>2</sup> est  $n_M = 2$ ,
- l'impédance utilisée dans le calcul est mesurée sur un tube d'impédance.

Le calcul donne l'allure générale du coefficient de transmission avec une bonne adéquation dans les deux cas. La bosse observée est retrouvée qualitativement. Cependant, si les paramètres du calcul déterminant le nombre de modes  $p$  et le profil  $n_M$  sont modifiés, l'amplitude maximale atteinte par la bosse du coefficient de transmission calculé diverge fortement de l'amplitude mesurée. L'influence de ces paramètres sur le calcul est brièvement présentée.

#### 4.7.1.1 Influence du nombre de modes utilisés

La figure 4.25 présente l'évolution des coefficients calculés pour un nombre de modes croissant. Un nombre trop faible de modes employé dans le calcul ( $p = 2$ ) ne permet pas de voir apparaître la bosse. L'amplitude de la bosse s'accroît au fur et à mesure que le nombre de modes augmente mais ne converge pas vers la valeur expérimentale. Si la présence de la bosse est mise en évidence, son amplitude n'est en aucun cas estimée de façon rigoureuse.

---

<sup>2</sup>. voir le paragraphe sur l'influence du profil de l'écoulement

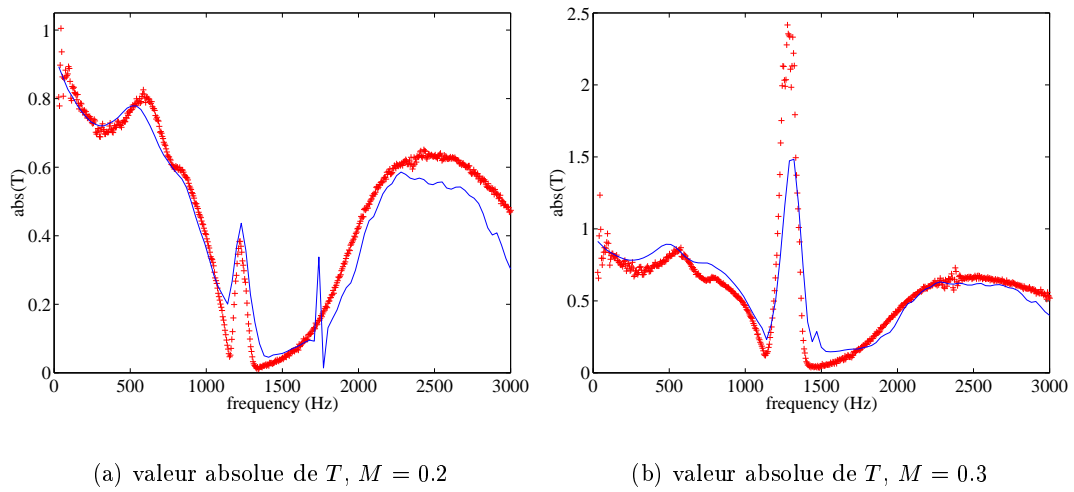


FIG. 4.24 – Coefficient de transmission pour l'élément en céramique pour  $M = 0.2$  et  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$ , mesurés (symboles) et calculés (lignes) pour un nombre de modes respectivement  $p = 7$  et  $p = 6$ , un paramètre de profil  $n_M = 2$ , et l'impédance mesurée sur tube d'impédance.

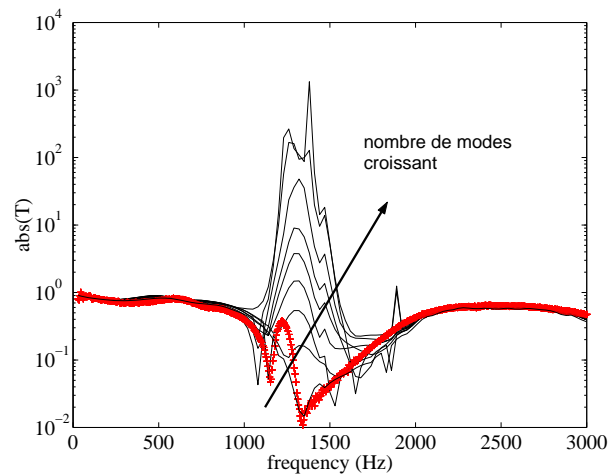


FIG. 4.25 – Coefficient de transmission en échelle logarithmique de l'élément en céramique pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$  mesuré (symboles) et calculé avec  $n_M = 2$  et l'impédance mesurée sur tube d'impédance pour un nombre de modes croissant (lignes) : 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 15 et 20 modes.



4.7.1.2 Influence du profil choisi

Le profil est déterminé par la fonction  $f = \frac{2n_M+1}{2n_M}(1 - y^{2n_M})$ ,  $y$  étant la hauteur adimensionnée du conduit (de 0 à 1). La valeur du paramètre  $n_M$  contrôle la forme du profil de l'écoulement (en agissant sur l'épaisseur de la couche limite), qui évolue d'un profil parabolique pour  $n_M = 1$  à un profil plat avec une couche limite fine pour  $n_m$  grand (voir exemples en figure 4.26).

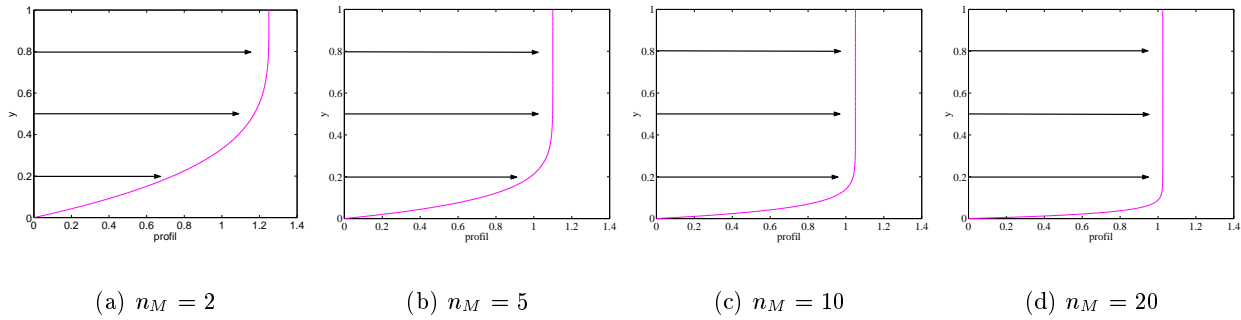


FIG. 4.26 – Allure du profil de l'écoulement pour différentes valeurs du paramètre  $n_M$ .

Le coefficient de transmission pour un écoulement  $M = 0.3$  est calculé avec un nombre de modes  $p = 6$  pour différentes valeurs du paramètre  $n_M$  (figure 4.27).

Le changement de profil s'accompagne d'une évolution différente du pic avec le nombre de modes.

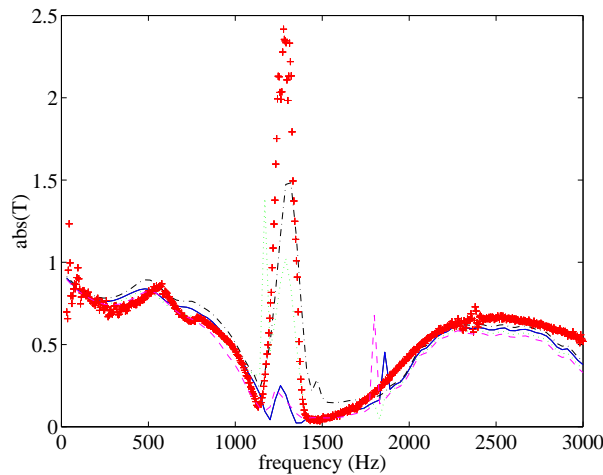


FIG. 4.27 – Coefficient de transmission pour l'élément en céramique pour un écoulement  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$  mesuré (symboles) et calculé pour différentes valeurs du paramètre  $nM$  (lignes).  $\cdots$  :  $n_M = 2$ ,  $\text{—}$  :  $n_M = 5$ ,  $\cdots$  :  $n_M = 10$ ,  $\text{---}$  :  $n_M = 20$ .

### 4.7.2 Bloc d'aluminium

Les calculs du coefficient de transmission  $T^+$  pour le bloc d'aluminium associé aux différents écrans résistifs sont effectués pour un paramètre de profil  $n_M$  et un nombre de modes  $p$  arbitraires. Les résultats sont présentés sur les figures 4.28 à 4.32.

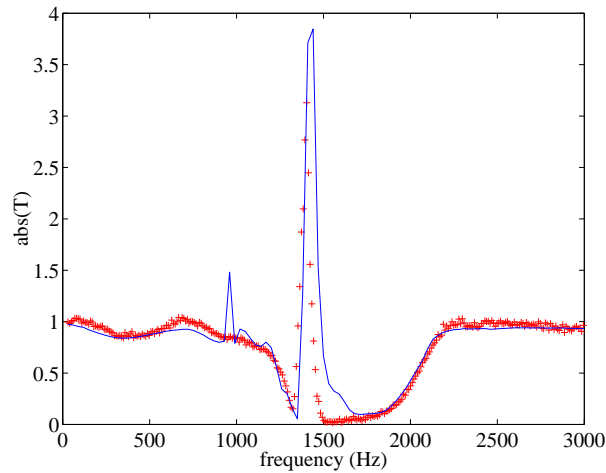


FIG. 4.28 – Coefficient de transmission pour l'élément en aluminium sans écran pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$ , mesuré (symboles) et calculé (lignes) pour un nombre de modes  $p = 6$ , et un paramètre de profil  $n_M = 2$ .

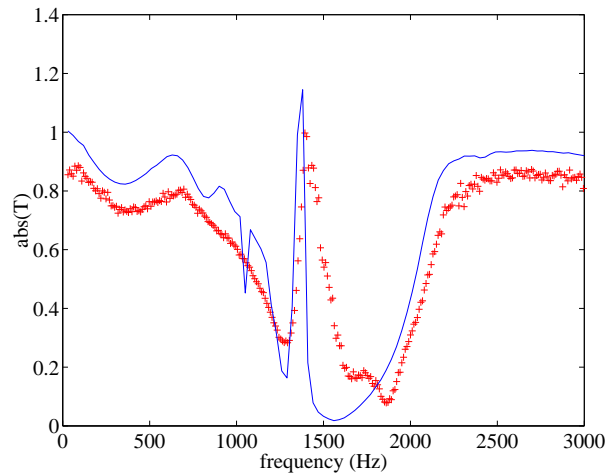


FIG. 4.29 – Coefficient de transmission pour l'élément en aluminium avec grille métallique (GR1) pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$ , mesuré (symboles) et calculé (lignes) pour un nombre de modes  $p = 6$ , et un paramètre de profil  $n_M = 5$ .

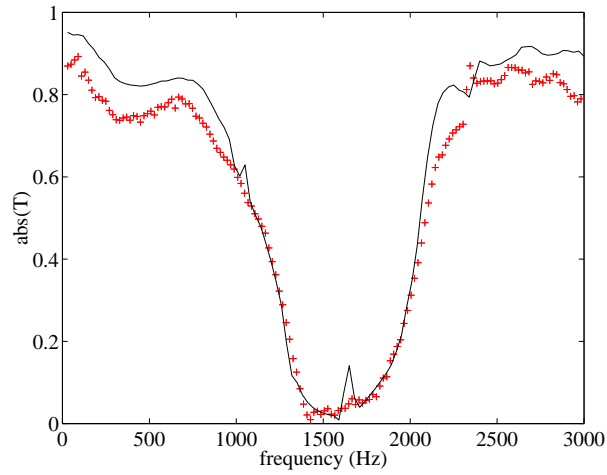


FIG. 4.30 – Coefficient de transmission pour l'élément en aluminium avec grille métallique plus épaisse (GR2) pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$ , mesuré (symboles) et calculé (lignes) pour un nombre de modes  $p = 2$ , et un paramètre de profil  $n_M = 10$ .

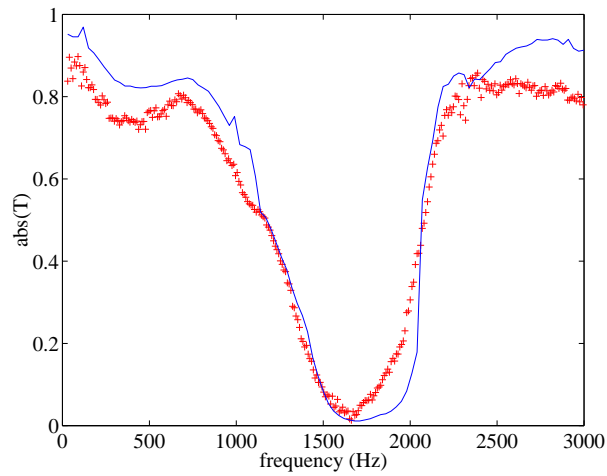


FIG. 4.31 – Coefficient de transmission pour l'élément en aluminium avec collant pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133\text{dB}_{SPL}$ , mesuré (symboles) et calculé (lignes) pour un nombre de modes  $p = 2$ , et un paramètre de profil  $n_M = 10$ .

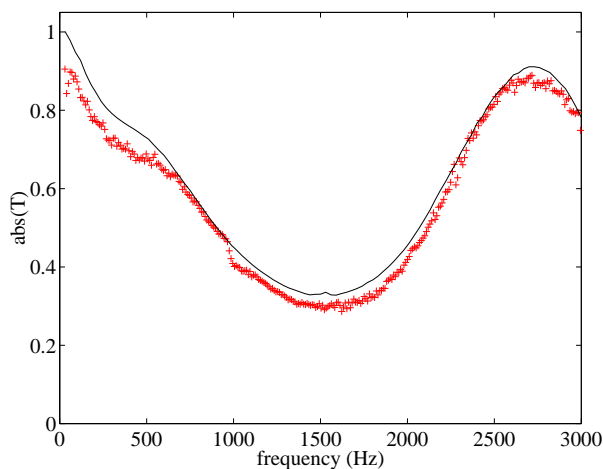


FIG. 4.32 – Coefficient de transmission pour l'élément en aluminium avec wiremesh pour  $M = 0.3$  et une pression acoustique induite dans le tube  $P = 133dB_{SPL}$ , mesuré (symboles) et calculé (lignes) pour un nombre de modes  $p = 2$ , et un paramètre de profil  $n_M = 10$ .

L'allure générale des coefficients pour les différents traitements est retrouvée avec une relativement bonne adéquation, dans la limite où l'impédance du traitement est bien déterminée. Celle-ci peut être estimée à l'aide de la méthode inverse présentée au chapitre 3.

Le phénomène non linéaire observé expérimentalement pour des écrans de faible résistance est qualitativement déterminé par le calcul, mais reste lié à un choix arbitraire des paramètres  $n_M$  et  $p$ , indépendamment de toute rigueur scientifique. Le manque de convergence du maximum calculé vers la valeur expérimentale ne permet pas de résultat quantitatif.

## 4.8 Conclusion

Les traitements acoustiques appliqués en paroi d'un tube droit de section rectangulaire étudiés dans ce chapitre sont formés de tubes parallèles entre eux, formant un réseau de résonateurs. Que ces résonateurs soient de section rectangulaire ou circulaire, les structures ont un comportement conforme à celui d'un traitement à réaction locale sans écoulement, avec une forte atténuation de la transmission au voisinage du zéro d'impédance.

Avec écoulement, la propagation acoustique est influencée par le couplage acoustique-écoulement. L'effet de ce couplage résulte en un comportement particulier lorsque ce type de traitements est appliqué en paroi du conduit, avec l'apparition d'une bosse sur le coefficient de transmission, qui voit son amplitude augmenter jusqu'à des valeurs supérieures à 1. Le niveau acoustique généré lorsque de tels traitements pariétaux sont appliqués devient alors plus important que le niveau induit dans le tube rigide droit en amont de la partie traitée pour un écoulement de nombre de Mach  $M = 0.3$ . L'apparition d'un pic sur les mesures de pertes de charge effectuées est liée à cet effet non linéaire, et les résultats indiquent clairement une forte influence de l'acoustique sur les pertes de charge liées à l'écoulement principal.

Les observations effectuées pour différents écrans résistifs montés sur le bloc d'aluminium, les

résultats pour des traitements en céramique d'épaisseurs différentes, ainsi que les différences entre le bloc en aluminium seul et le traitement en céramique impliquent l'influence de caractères géométriques particuliers sur l'"effet bosse". Dans un avenir proche, il serait intéressant de reconduire les mesures pour différentes géométries du traitement, en modifiant les dimensions extérieures du traitement appliqué, ainsi que la structure du réseau (géométrie des perces, dimensions et densité des résonateurs, épaisseur des parois séparatrices, ...), afin de parvenir à déterminer et isoler les propriétés du traitement induisant ce comportement peu banal.

Des mesures en pression complémentaires pourraient de même être effectuées en plaçant un microphone au fond de la cavité. De telles mesures acoustiques ainsi que des visualisations de l'écoulement ont déjà été implémentées sur une jonction en  $T$  [43], et en croix [5], et comparées à des simulations numériques. En itérant le nombre de jonctions sur la hauteur et la longueur de traitement appliqué en paroi, ce type de configurations et l'apparition du phénomène induit pourraient représenter un cas test intéressant pour les codes numériques de propagation acoustique avec écoulement.

Le comportement observé n'étant pas prévisible par les théories classiques dans l'hypothèse d'un écoulement uniforme, une méthode prenant en compte le profil d'un écoulement cisailé a été utilisée afin de retrouver la présence de cette bosse par le calcul. Cette méthode est efficace pour déterminer l'allure générale des coefficients de transmission et de réflexion, quel que soit le traitement appliqué. La présence de la bosse observée expérimentalement est bien retrouvée qualitativement. Néanmoins, cette méthode reste à un stade intuitif quant au choix des paramètres utilisés et une forte limite à cette méthode est mise en évidence par le manque de convergence du calcul vers l'amplitude mesurée. L'amplitude maximum de la bosse retrouvée par le calcul augmente en effet drastiquement lorsque le nombre de modes et le paramètre déterminant le profil croissent.

Une étude plus approfondie sur l'instabilité des modes hydrodynamiques semble nécessaire afin de mieux appréhender le phénomène non linéaire induit pour un traitement pariétal formé d'un réseau de résonateurs, résultant de l'interaction acoustique-écoulement.

## Conclusion générale

Le travail effectué au cours de cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une thématique développée au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine sur la propagation acoustique avec écoulement en conduit traité. Cette étude à caractère expérimental a été l'occasion de mener des campagnes de mesure sur des guides d'onde droits dont l'impédance en paroi a été modifiée par l'application de traitements acoustiques passifs à réaction locale.

Les résultats des expériences menées sur un tube cylindrique pour différentes chambres partitionnées, montées sur tube perforé ou emplies de matériau poreux, ont été comparés à des modèles classiques de la littérature. Le modèle discret de Sullivan, comme le modèle continu basé sur l'équation de dispersion dans la zone traitée, alors considérée comme une impédance répartie, présentent une faible concordance avec les résultats expérimentaux. Ces modèles ont été révisés à l'aide d'observations expérimentales. Dans le modèle de segmentation révisé, une condition empirique simple, intermédiaire entre les hypothèses de la conservation de l'exergie et de la conservation de la quantité de mouvement axiale, est proposée. Une condition au changement d'impédance à la jonction entre le tube rigide et le traitement appliqué est établie entre les continuités de vitesse et de déplacement utilisées dans la littérature pour le modèle continu. Les résultats ainsi obtenus s'approchent de façon plus réaliste des mesures effectuées pour l'ensemble des traitements testés.

L'effet de la viscosité dans les couches limites acoustique et hydrodynamique, imposant la formation d'un écoulement pariétal non uniforme, a cependant été négligé dans les deux modèles considérés. Une étude prenant en compte l'effet de l'écoulement sur le comportement acoustique des perforations permettrait de réviser les modèles classiques pour mieux prévoir les propriétés de tels éléments.

Afin de faciliter l'application de traitements industriels en paroi (plaques planes), un second banc à écoulement de section rectangulaire a vu le jour au cours de ce travail.

Les caractéristiques des matériaux étudiés sur ce banc ne peuvent pas toujours être déterminées à l'aide de la méthode de segmentation ou de la méthode continue présentées au chapitre 2. Les coefficients de la matrice de diffusion sont alors déterminés par une méthode multimodale, qui présente des avantages en terme de temps de calcul, par rapport aux méthodes numériques directes usuelles. Fort de ces coefficients, l'impédance des matériaux testés a pu être estimée par méthode inverse. Sans écoulement, la méthode est efficace et bon marché. Avec écoulement, si les résultats sont encourageants il semble toutefois difficile d'obtenir une bonne estimation de l'impédance. Cette méthode nécessite des remaniements afin d'estimer l'influence d'écoulements non uniformes sur l'impédance de traitements à réaction locale. Afin de s'affranchir des sauts discontinus résultants du calcul, la minimisation pourrait

de plus être effectuée sur d'autres paramètres que les coefficients de la matrice de diffusion, puisqu'ils ne sont pas tous déterminés de façon optimale pour une même impédance donnée avec écoulement.

Cette méthode représente un gain en terme de temps et du nombre de paramètres nécessaires au calcul et donne des résultats exploitables pour une application industrielle. Il serait cependant intéressant d'étudier les problèmes induits par l'écoulement.

La méthode multimodale ne permet pas, en effet, de déterminer complètement le comportement de traitements du type réseau de résonateurs dans l'hypothèse d'un écoulement uniforme. Le coefficient de transmission expérimental de traitements de type réseau de résonateurs laisse apparaître une bosse dont l'amplitude augmente avec l'écoulement et atteint des valeurs jusqu'à trois fois supérieures à 1 pour un écoulement de nombre de Mach  $M = 0.3$ . Cet effet non linéaire lié à une forte augmentation des pertes de charge dans le conduit résulte de l'interaction acoustique - écoulement, et semble lié à la présence d'un mode hydrodynamique instable.

Il serait intéressant de pouvoir déterminer les caractéristiques géométriques à l'origine de cet "effet bosse". Des mesures complémentaires sur des traitements équivalents de dimensions et de perces différentes devront être effectuées.

Une méthode de calcul prenant en compte la forme du profil d'un écoulement non uniforme est utilisée pour décrire cet effet, mais le choix des paramètres utilisés dans le calcul reste aléatoire et le manque de convergence de l'amplitude de la bosse vers la valeur expérimentale demeure un problème non résolu. Cette étude pourra être approfondie afin d'évaluer l'influence de l'instabilité des modes hydrodynamiques, et faire l'objet de calculs pour un écoulement turbulent développé.

Les mesures effectuées ont permis d'évaluer l'efficacité de modèles de la littérature à décrire les comportements de traitements pariétaux appliqués sur un guide d'onde droit. La révision de ces modèles a permis d'obtenir des résultats applicables dans le domaine industriel. Une étude théorique plus approfondie devra cependant être effectuée afin de mieux appréhender l'influence de l'interaction acoustique-écoulement, et les phénomènes prenant place dans les couches limites et dans le cas d'écoulements turbulents.

## Annexe A

# Calibration des microphones

Les fonctions de transfert mesurées entre les microphones 1/4" des bancs à écoulement ont été corrigées par des fonctions de transfert issues de l'étalonnage de ces microphones sur l'ensemble de la gamme de fréquence étudiée. Les calibrations ont été effectuées régulièrement, pour chaque campagne d'expérimentation. Ces microphones à membrane sont en effet sensibles aux conditions environnementales (poussière, humidité) et les mesures de fonctions de transfert effectuées en sont affectées.

Deux procédés distincts ont été utilisés pour le banc à section circulaire et le banc à section rectangulaire, ils sont tous deux exposés.

### A.1 Banc à section circulaire

Les microphones du banc à section circulaire ont été étalonnés in situ, par un microphone de référence en pression *PCB116B*.

L'étalonnage des microphones est réalisé au fur et à mesure du montage du banc (figure A.1) : le microphone en amont (microphone  $u_4$ ) est dans un premier temps étalonné en tronquant le tube à hauteur de ce microphone. Le tube est alors clos par une paroi rigide dans laquelle est encapsulé le microphone de référence *PCB*. La distance séparant le microphone  $u_4$  et le microphone de référence, inférieure au *cm*, est prise en compte dans la calibration, de même que la température relevée lors de l'étalonnage (voir programmes *CAL\_CYL.M* et *GEOT\_CYL.M* de l'Annexe C).

Une fois la mesure effectuée sur le microphone  $u_4$ , le banc est allongé d'un tube (voir jonction figure A.2) à l'extrémité duquel est monté le microphone  $u_3$  qui est à son tour étalonné par le même procédé. L'opération est répétée jusqu'à calibration de tous les microphones, respectivement  $u_4, u_3, u_2, u_1, d_1, d_2, d_3, d_4$ .

Une courbe de réponse en fréquence ( $f \in [30-1000]Hz$ )  $et_{x_i}$  est obtenue pour chaque microphone  $x_i$  par rapport à un même microphone de référence. La courbe d'étalonnage relative entre deux microphones du banc est notée  $et_{x_i x_j} = et_{x_i} / et_{x_j}$ .

La mesure brute  $mH_{x_i x_j}$  de la fonction de transfert entre les microphones  $x_i$  et  $x_j$  sur le tube est ainsi corrigée par la fonction  $et_{x_i x_j}$  :

$$H_{x_i x_j} = \frac{mH_{x_i x_j}}{et_{x_i x_j}}.$$



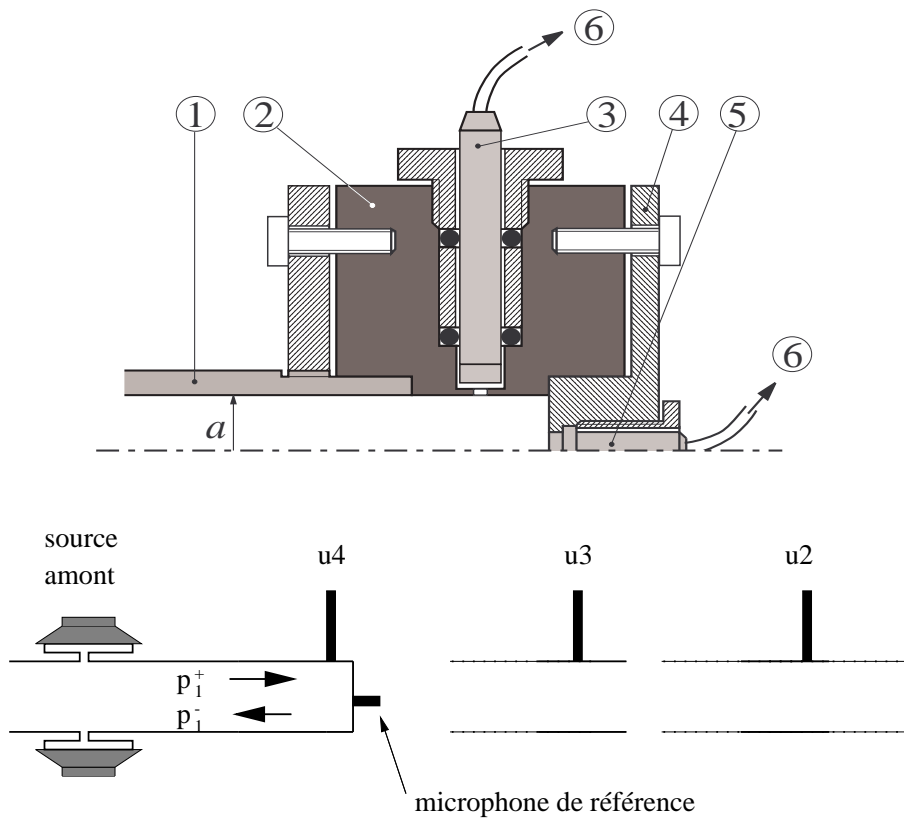


FIG. A.1 – Schéma du dispositif expérimental pour la calibration sur tube cylindrique de rayon  $a$  et schéma de principe.

1 : tube, 2 : support microphonique, 3 : microphone B&K, 4 : bouchon de calibration, 5 : microphone de référence PCB, 6 : vers l'analyseur.

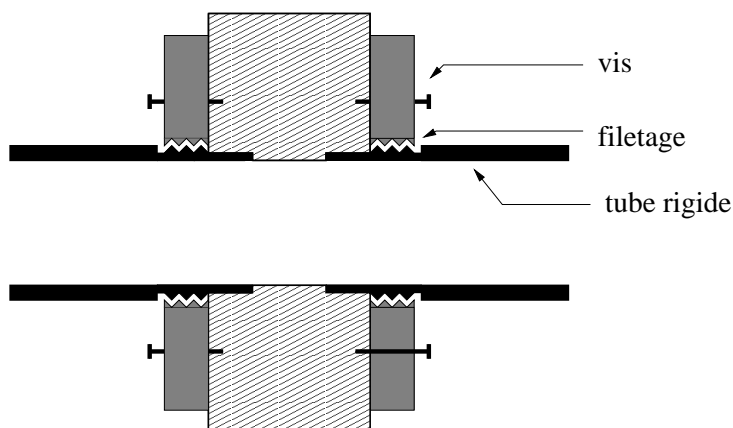


FIG. A.2 – Schéma de la jonction entre deux tubes cylindriques.

## A.2 Banc à section rectangulaire

Les microphones *B&K* du banc à section rectangulaire ont subi un étalonnage relatif dans un coupleur par rapport au microphone  $u_1$ , microphone en amont du traitement acoustique. Les autres microphones  $x_i$  sont placés successivement en vis à vis du microphone de référence  $u_1$  dans une petite cavité (distance entre les microphones = 1mm) à l'intérieur de laquelle la pression fournie par la source (haut-parleur muni de son pré-amplificateur) est supposée uniforme. Le coupleur dans lequel sont insérés les microphones est en laiton.

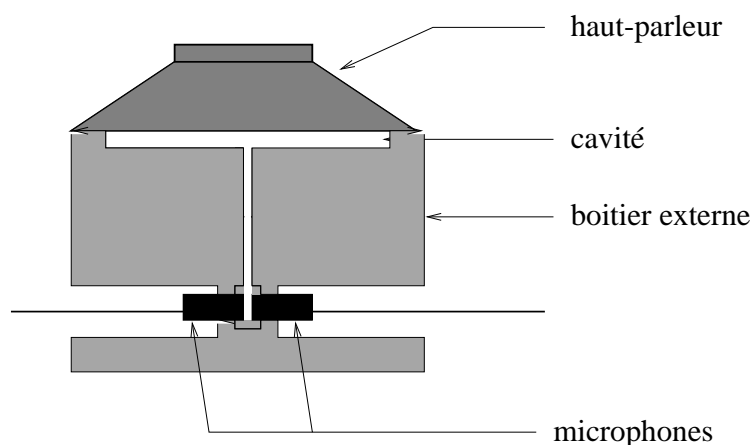


FIG. A.3 – Schéma du montage expérimental pour la calibration des microphones dans un coupleur.

Les réponses en fréquences  $et_{x_i u_1}$  entre les microphones  $x_i$  et  $u_1$ , mesurées sur l'étendue de la gamme de fréquences utile aux mesures ( $f \in [30 - 3000]Hz$ ), permettent donc de corriger les fonctions de transfert expérimentales  $mH_{x_i u_1}$  de la même façon que pour le tube cylindrique :

$$H_{x_i u_1} = \frac{mH_{x_i u_1}}{et_{x_i u_1}}.$$

Les fonctions de transfert  $H_{x_i x_j}$ ,  $j \neq 1$  sont telles que :

$$H_{x_i x_j} = \frac{H_{x_i u_1}}{H_{x_j u_1}}.$$



## Annexe B

# Compléments techniques sur les montages expérimentaux

### B.1 Banc à section circulaire

Les chambres partitionnées montées sur le banc à section circulaire (diamètre interne  $30\text{mm}$ , diamètre externe  $40\text{mm}$ ) sont composées de deux cylindres creux encastrés à leurs extrémités dans des flasques (figure B.1).

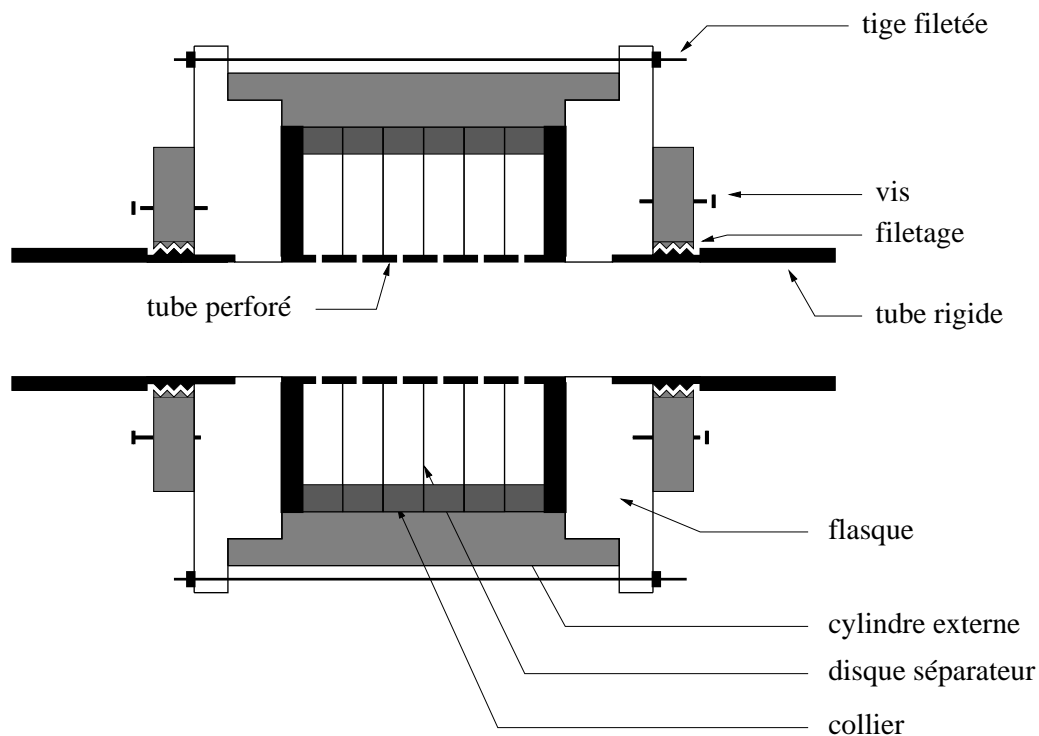


FIG. B.1 – Schéma du montage expérimental d'une chambre partitionnée sur tube cylindrique.

Le cylindre de petit diamètre est un tube perforé en cuivre d'épaisseur  $1\text{mm}$  et de diamètre interne

30mm, égal à celui du tube rigide. Le cylindre de grand diamètre a un diamètre interne de 150mm et un diamètre externe de 170mm.

L'espace entre les deux cylindres est partitionné en cellules par des disques séparateurs (plaques cylindriques d'épaisseur 0.5mm, diamètre interne 32mm, diamètre externe 150mm) ajustés sur le tube perforé. Des "colliers" de diamètre interne 100mm et de diamètre externe 150mm sont intercalés entre les disques. Leur épaisseur est égale à la longueur des cellules (7mm). L'ensemble est maintenu par serrage externe au moyen de tiges filetées réparties sur la circonférence des flasques. Afin de palier au mieux tout mouvement des disques séparateurs et d'assurer l'étanchéité entre les cellules, la base des disques est fixée au tube perforé au moyen de vernis à ongle.

## B.2 Banc à section rectangulaire

Les traitements acoustiques montés sur le tube à section rectangulaire (section interne  $100 \times 15mm$ , section externe  $140 \times 35mm$ ) sont encastrés dans un bloc de dimensions internes  $100 \times 100mm$  (figure B.2). Ce bloc est composé de 4 plaques d'épaisseur 15mm fixées à l'équerre et est fermé par un piston qui permet d'ajuster la dimension du bloc à l'épaisseur du traitement pariétal. Lorsque le traitement a une longueur inférieure à 100mm, le "vide" du boîtier est comblé par une pièce usinée en aluminium permettant une jonction neutre entre le traitement et le tube rigide. Un joint est inséré entre le piston et le traitement afin d'assurer l'étanchéité, et maintenu au piston par du scotch double face. Le traitement est fixé au joint par du scotch double face.

Une encoche est pratiquée dans le piston afin d'y placer un joint assurant le maintien du piston dans le boîtier. Le piston est fixé à l'aide de vis sur le boîtier, et un jeu de cales adaptées aux différentes épaisseurs de traitement est disponible, suivant l'enfoncement du piston.

A la jonction entre le traitement pariétal et le boîtier, une fine couche de vernis (dans le cas du bloc d'aluminium ou du traitement en nid d'abeille) ou un joint silicone (cas du céramique, le vernis pouvant endommager la structure) est appliqué; ce joint permet le maintien du traitement et assure l'étanchéité. L'ensemble est ensuite poli pour obtenir une surface plane.

L'ensemble du bloc est ajusté dans la continuité du guide entre 2 plaques (figure B.3) et fixé par des vis sur la plaque située en vis-à-vis (à travers les deux tiges centrales du banc).

Les plaques sont vissées sur les tiges centrales et afin d'assurer l'étanchéité du montage, les jonctions sont enduites de graisse à vide. L'ensemble du banc est isolé du sol et de ses vibrations, en étant surélevé et encastré dans des blocs rigides placés dans un rail fixé au sol.

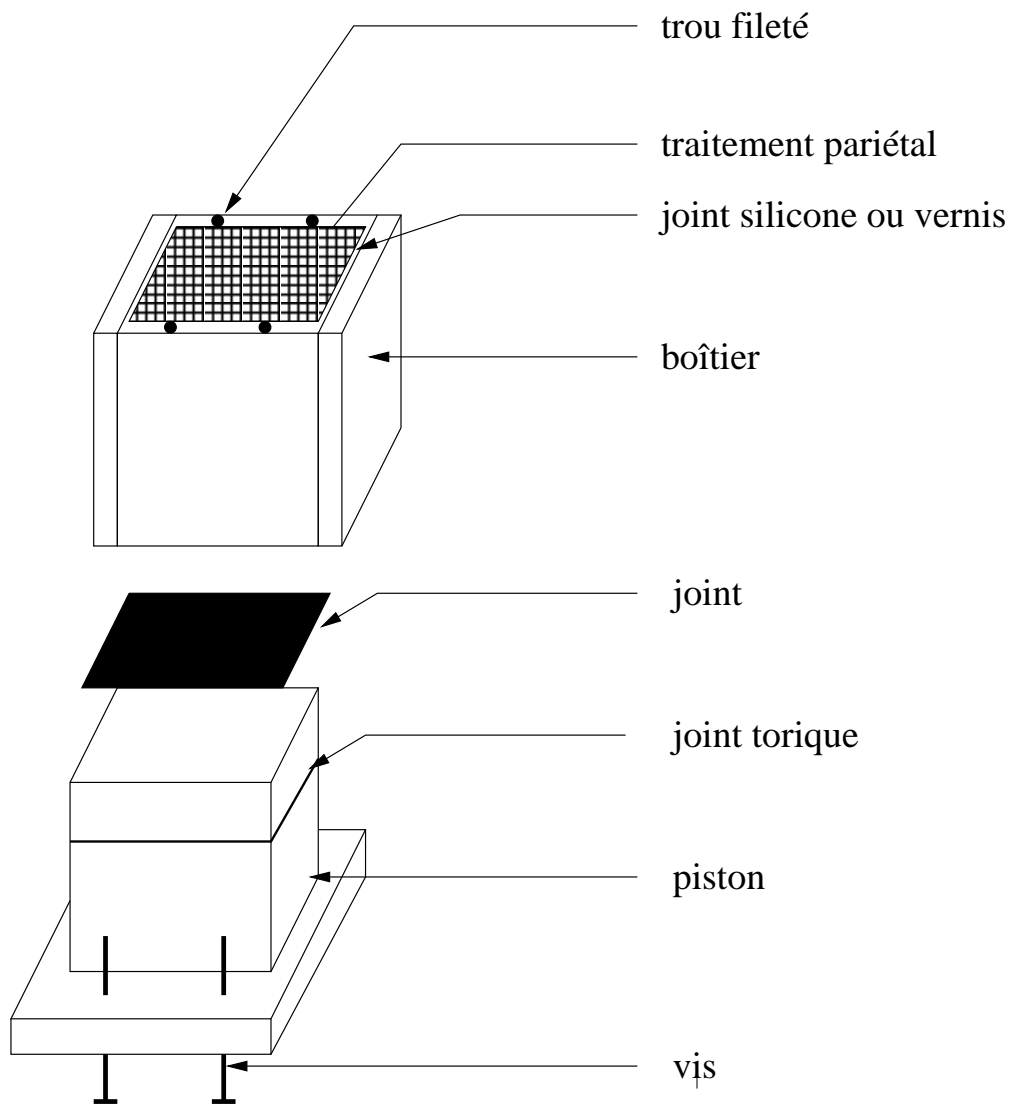


FIG. B.2 – Schéma du boîtier dans lequel les traitements pariétaux sont insérés.

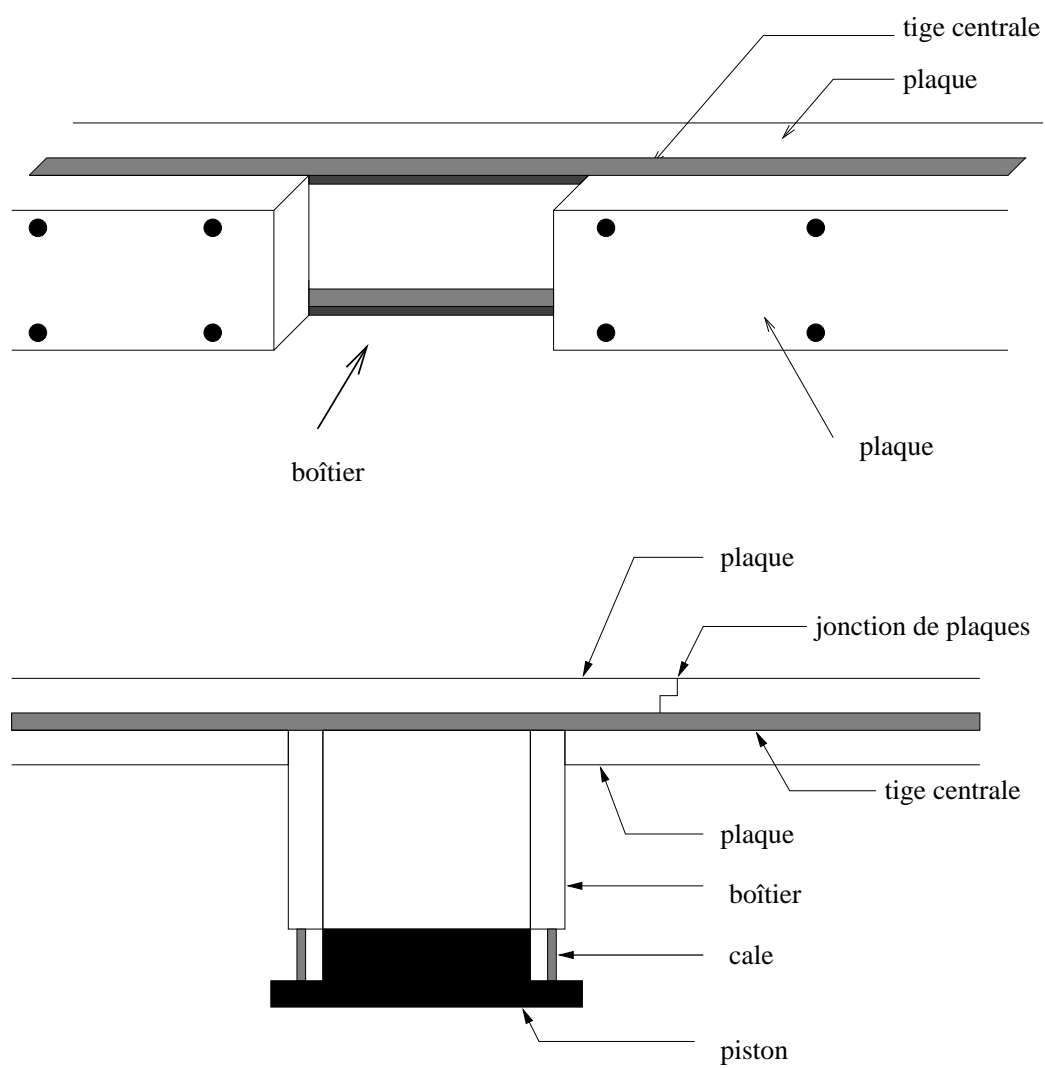


FIG. B.3 – Schémas du montage expérimental des traitements pariétaux sur tube rectangulaire.

## Annexe C

# Programmes

Le programme CAL\_CYL.M permet d'obtenir les courbes de réponse en fréquence pour les microphones montés sur le tube cylindrique afin de corriger les fonctions de transfert mesurées lors des expériences. Ce programme prend en compte la température mesurée lors des calibrations, ainsi que les dimensions des tubes et supports utilisés, répertoriées dans le programme GEOT\_CYL.M.

Un programme semblable mettant directement en relation les microphones  $u_i$  et  $d_j$  ( $i=2$  à  $4$  et  $j=1$  à  $4$ ) avec le microphone  $u_1$  est utilisé pour la calibration des microphones utilisés pour les mesures sur le tube à section rectangulaire, dont les dimensions sont répertoriées dans le programme GEO\_RECT.M.

### CAL\_CYL.M

```
% résultat de la calibration du xx/xx/xxxx
% mesure par rapport à un micro de référence en fin de tube SN 4884
% dimension des tuyaux et supports utilisés dans le fichier geot_cyl.m
geot_cyl
Pr=0.71;
ga=1.402;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO u1 %
% support NS10 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=20.1; %température
h=45; %humidité
load ca81u1 -ascii
f=ca81u1(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0; %micro ref
x2=-s10; %micro u1
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
```



```

c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1).*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))./(sqrt(2.)*Sh);
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81u1(:,2)+i*ca81u1(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
eu1=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO u2 %
% support S7 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=20.3; %température
h=45; %humidité
load ca81u2 -ascii
f=ca81u2(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-ns7;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1).*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))./(sqrt(2.)*Sh);
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81u2(:,2)+i*ca81u2(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta

```

```
eu2=H./Ht;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO u3 %
% support S5 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=19.7; %température
h=45; %humidité
load ca81u3 -ascii
f=ca81u3(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-ns5;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1.)*(1+((ga-1.)/sqrt(Pr)))/((sqrt(2.)*Sh);
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81u3(:,2)+i*ca81u3(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
eu3=H./Ht;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO u4 %
% support S6 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=19.3; %température
h=45; %humidité
load ca81u4 -ascii
f=ca81u4(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-ns6;
```

```

nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11))))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1.)*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))/sqrt(2.)*Sh;
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81u4(:,2)+i*ca81u4(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
eu4=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO d1 %
% support NS4 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=18.6; %température
h=45; %humidité
load ca81d1 -ascii
f=ca81d1(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-s4;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11))))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1.)*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))/sqrt(2.)*Sh;
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81d1(:,2)+i*ca81d1(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);

```

```

% définition de eta
ed1=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO d2 %
% support NS1 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=20.2; %température
h=45; %humidité
load ca81d2 -ascii
f=ca81d2(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-s1;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1.+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1.)*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))./(sqrt(2.)*Sh);
B=-(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81d2(:,2)+i*ca81d2(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
ed2=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO d3 %
% support NS2 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=19.4; %température
h=45; %humidité
load ca81d3 -ascii
f=ca81d3(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;

```

```

x2=-s2;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1).*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))/(sqrt(2.)*Sh);
B=(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81d3(:,2)+i*ca81d3(:,3);
% fonction de transfert théorique
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
ed3=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALIBRATION DU MICRO d4 %
% support NS3 %
% micro ref en voie 1 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=19.2; %température
h=45; %humidité
load ca81d4 -ascii
f=ca81d4(:,1);
% positions micros (négative)
x1=0;
x2=-s3;
nu=1.51D-5+9.2e-8*(t-20);
c0=sqrt((t+273.15)/293.15)*343.5611;
ch=c0.*(1+(h/100).*(9.66e-4+t.*(7.2e-5+t.*(1.8e-6+t.*(7.2e-8+t.*6.5e-11)))));
omega=2.*pi*f;
Sh=ray*sqrt(omega./nu);
% nombre d'onde
A=(-i+1).*(1.+((ga-1.)/sqrt(Pr)))/(sqrt(2.)*Sh);
B=(i./Sh.^2) * (1. + ((ga - 1.)/sqrt(Pr)) - 0.5 * ga * ((ga - 1.)/Pr));
D=omega./ch;
k=D.*(1. + A + B);
% fonction de transfert mesurée
H=ca81d4(:,2)+i*ca81d4(:,3);
% fonction de transfert théorique

```

```
Ht=cos(k*x2)./cos(k*x1);
% définition de eta
ed4=H./Ht;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% mise en ref /u1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% micro de référence en voie 1
etau2=eu2./eu1;
etau3=eu3./eu1;
etau4=eu4./eu1;
etad1=ed1./eu1;
etad2=ed2./eu1;
etad3=ed3./eu1;
etad4=ed4./eu1;
au2=polyfit(f,abs(etau2),4);
pu2=polyfit(f,angle(etau2),4);
au3=polyfit(f,abs(etau3),4);
pu3=polyfit(f,angle(etau3),4);
au4=polyfit(f,abs(etau4),4);
pu4=polyfit(f,angle(etau4),4);
ad1=polyfit(f,abs(etad1),4);
pd1=polyfit(f,angle(etad1),4);
ad2=polyfit(f,abs(etad2),4);
pd2=polyfit(f,angle(etad2),4);
ad3=polyfit(f,abs(etad3),4);
pd3=polyfit(f,angle(etad3),4);
ad4=polyfit(f,abs(etad4),4);
pd4=polyfit(f,angle(etad4),4);
```

### GEOT\_CYL.M

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% rayon du tube
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ray=15e-3;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%longueur des supports
% si = côté marqué
% nsi = côté non marqué
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
s1=7.485e-3;
ns1=7.495e-3;
s2=7.395e-3;
ns2=7.565e-3;
s3=7.495e-3;
ns3=7.505e-3;
s4=7.565e-3;
ns4=7.475e-3;
s5=7.545e-3;
ns5=7.425e-3;
s6=7.515e-3;
ns6=7.465e-3;
s7=7.455e-3;
ns7=7.545e-3;
s8=7.555e-3;
ns8=7.425e-3;
s9=7.505e-3;
ns9=7.485e-3;
s10=7.555e-3;
ns10=7.465e-3;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% longueur des tubes
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
lt1=69.86e-3;
lt2=129.88e-3;
lt3=189.84e-3;
lt4=269.92e-3;
lt5=430.12e-3;
ltr=266.5e-3;
ll1=85.02e-3;

```

ll2=85.08e-3;  
ll3=85.00e-3;  
ll4=85.06e-3;  
ll5=137.02e-3;  
ll6=222.06e-3;  
ll7=360.00e-3;  
ll8=581.84e-3;  
ll9=941.96e-3;  
ll10=1525.e-3;  
lp1=359.78e-3;  
lp2=359.64e-3;  
lp3=581.57e-3;  
lp4=581.82e-3;



**GEOT\_RECT.M**

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% dimensions du tube à section rectangulaire
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Lx=15e-3; %largeur
Ly=100e-3; %hauteur
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% longueurs inter-micros
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
u1_u2 = 63.509e-3;
u1_u3 = u1_u2+148.021e-3;
u1_u4 = u1_u3+488.595e-3;
u1_d1 = 24.992e-3+740.543e-3+25.016e-3;
d1_d2 = 63.539e-3;
d1_d3 = d1_d2+148.005e-3;
d1_d4 = d1_d3+488.430e-3;
u1_d2 = u1_d1 + d1_d2;
u1_d3 = u1_d1 + d1_d3;
u1_d4 = u1_d1 + d1_d4;
```

## Annexe D

# Pertes de charge

Le capteur différentiel de pression *EFFA GA064A5 – 20* employé pour les mesures de pertes de charge fonctionne dans la gamme de pression 0 – 20 *mbars* (figure D.1). Les résultats de la calibration donnent une erreur inférieure à 0.25% sur l'étendue de mesure, en prenant en compte les erreurs dues à la non linéarité, l'hystérésis et la répétabilité.

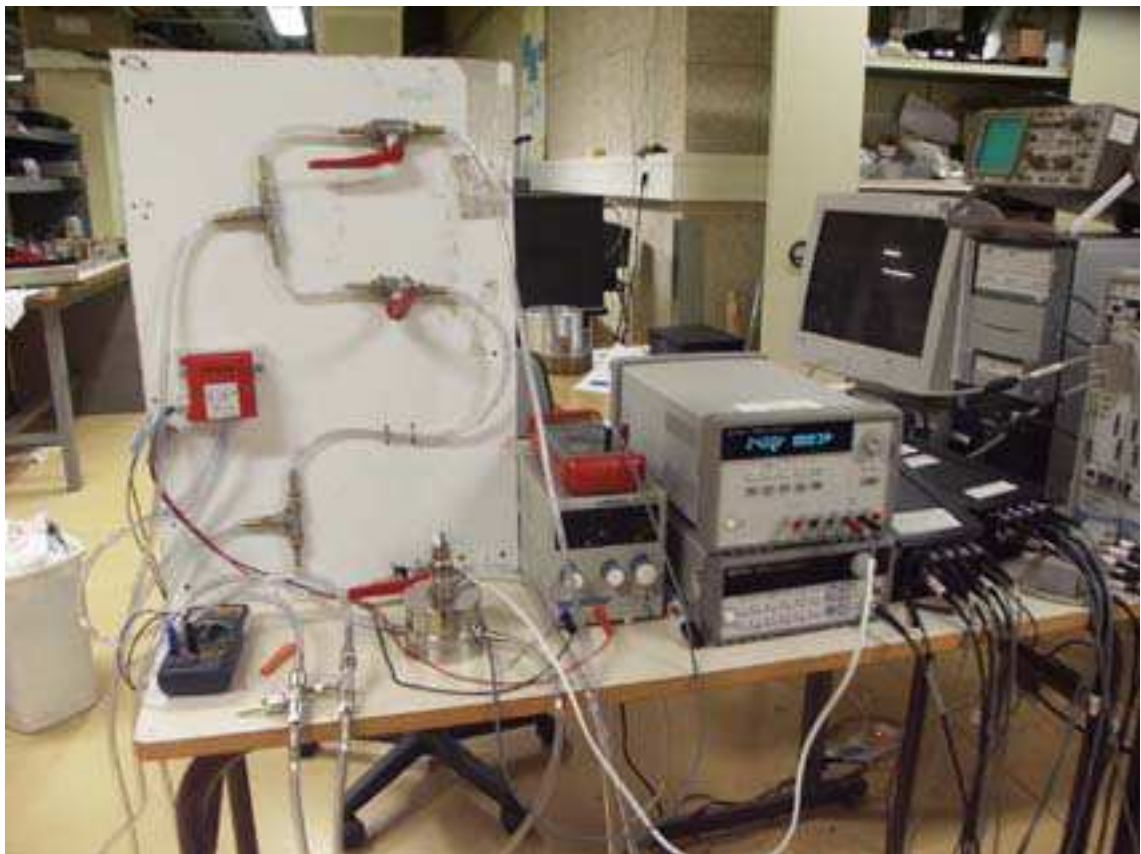


FIG. D.1 – Photo du montage expérimental pour la mesure des pertes de charge.

Le capteur est alimenté par une source continue de tension 24V, et délivre une tension lue au multimètre qui est proportionnelle à la différence de pression entre les deux points de mesure (tableau D.1). Le capteur a donc deux entrées : une pression haute, une pression basse qui sont liées au montage expérimental au moyen de tubeclair.

TAB. D.1 – *Tableau des équivalences tension-pression du capteur différentiel de pression EFFA GA064A5 – 20.*

Tension (mV)	Pression (mbar)
0	0
993	4
1987.2	8
2987.6	12
3988.2	16
5002.6	20

Différentes positions de mesure des pertes de charge sont prévues sur le conduit en amont, en aval et à hauteur du traitement pariétal (figure D.2). Les mesures s'effectuant par paires, les trous inusités sont obstrués par des bouchons ajustés sur le conduit de telle sorte que la jonction à l'intérieur du conduit soit invisible (continuité du conduit rigide).

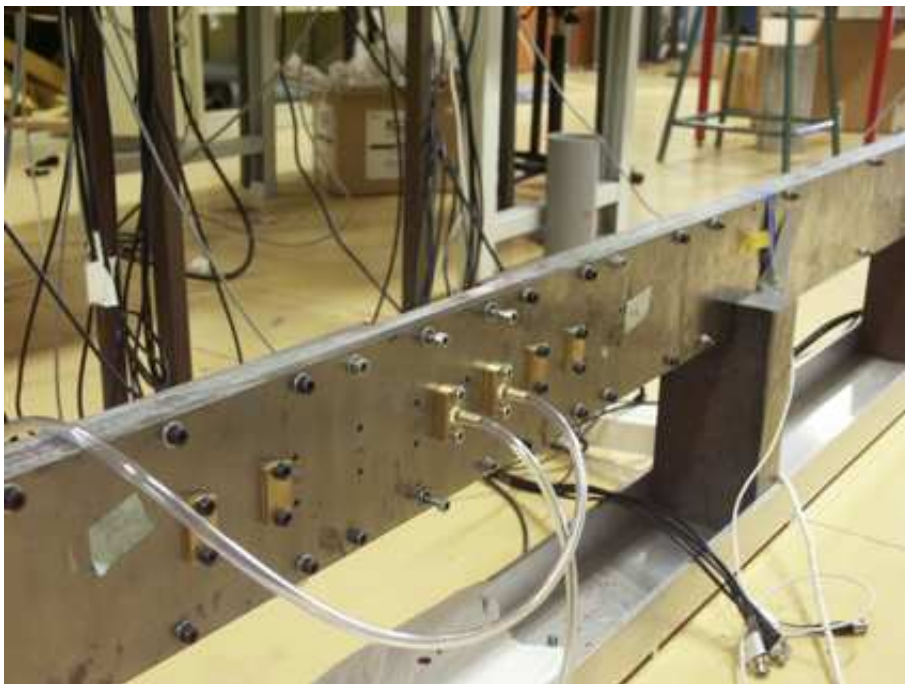


FIG. D.2 – *Photo du conduit avec emplacement des trous pour la mesure des pertes de charge.*

Le zéro est réglé au moyen d'une vis située sur le haut du capteur avant chaque mesure. La différence de pression nulle est assurée au moyen d'un système de vannes de telle sorte que les deux entrées du système sont bouclées en circuit fermé.



# Bibliographie

- [1] Pagneux, V., *Propagation acoustique dans les guides à section variable et effets d'écoulement*, Ph.D. thesis, Université du Maine, 1996.
- [2] Ajello, G., *Mesures acoustiques dans les guides d'ondes en présence d'écoulement: mise au point d'un banc de mesure, application à des discontinuités*, Ph.D. thesis, Université du Maine, 1997.
- [3] Felix, S., *Propagation acoustique dans les guides d'ondes courbes et problème avec source dans un écoulement cisailé*, Ph.D. thesis, Université du Maine, 2002.
- [4] Gareton, V., *Contribution à l'acoustique de conduits traités avec un matériau poreux. Mesures de constantes élastiques et effets de la température*, Ph.D. thesis, Université du Maine, 2003.
- [5] Dequand, S., *Duct aeroacoustics: from technological applications to the flute*, Ph.D. thesis, co-tutelle Université du Maine et Université Technique d'Eindhoven, 2001.
- [6] Harberkorn, M., *Simulation des grandes échelles en canal plan turbulent: effets de compressibilité et propagation acoustique*, Ph.D. thesis, co-tutelle Université Louis Pasteur de Strasbourg et Université du Maine, 2004.
- [7] ISO10534-1, *Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance tubes, Part I: Method using standing wave ratio*, 1996.
- [8] Bodén, H. and Åbom, M., "Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts," *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 79(2), 1986, pp. 541–549.
- [9] Åbom, M. and Bodén, H., "Errors analysis of two-microphone measurements in ducts with flow," *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 83(6), 1988, pp. 2429–2438.
- [10] Dean, P., "An in situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 34, 1974, pp. 97–130.
- [11] Malmay, C., Carbonne, S., Aurégan, Y., and Pagneux, V., "Acoustic impedance measurement with grazing flow," AIAA Paper 2001–2193, 2001, In 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [12] Watson, W. R., Jones, M. G., Tanner, S. E., and Parrott, T. L., "A finite element propagation model for extracting normal incidence impedance in nonprogressive acoustic wave fields," *Journal of computational Physics*, Vol. 125, 1996.
- [13] Watson, W. R., Jones, M. G., Tanner, S. E., and Parrott, T. L., "Validation of a numerical method for extracting liner impedance," *AIAA Journal*, Vol. 34(3), 1996, pp. 548–554.
- [14] Watson, W. R., Jones, M. G., and Parrott, T. L., "Validation of an impedance eduction method in flow," AIAA Paper 98–2279, 1998, In 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.

- [15] Aurégan, Y., Leroux, M., and Pagneux, V., "Measurement of Liner Impedance with Flow by an Inverse Method." *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, No. AIAA 2004-2838, Manchester, 2004.
- [16] Peat, K., "A numerical decoupling analysis of perforated pipe silencer elements," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 123, No. 2, 1988, pp. 199–212.
- [17] Dokumaci, E., "Matrizant approach to acoustic analysis of perforated multiple pipe mufflers carrying mean flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191, No. 4, 1996, pp. 505–518.
- [18] Davies, P., Harrison, M., and Collins, H., "Acoustic modelling of multipath silencers with experimental validations," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, No. 2, 1997, pp. 195–225.
- [19] A. H. Nayfeh, J. E. Kaiser, and D. P. Telionis, "Acoustics of aircraft engine-duct systems," *AIAA Journal*, Vol. 13, No. 2, 1975, pp. 130–153.
- [20] Sullivan, J. W., "A method for modelling perforated tube muffler components. I. Theory," *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 66(3), 1979, pp. 772–778.
- [21] J.Kergomard, A. and X.MoutonJ, "Propagation of acoustic waves in two waveguides coupled by perforations. i. theory." *Acta Acustica*, Vol. 2, 1994, pp. 1–16.
- [22] M.Pachebat and J.Kergomard, "Interferences of two propagating modes at low frequencies in ducts coupled by periodic perforations." *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Series IIB*, Vol. 326, 1998, pp. 881–886.
- [23] G.Brzózka, "Acoustic filters with two perforated tubes," *Archives of Acoustics*, Vol. 16, 1991, pp. 461–474.
- [24] Dokumaci, E., "A discrete approach for analysis of sound transmission in pipes coupled with compact communicating devices. doi:10.1006/jsvi.2000.3126," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, 2001, pp. 679–693.
- [25] Åbom, M., "Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-port," *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 5, 1991, pp. 89–104.
- [26] Ronneberger, D., "Genaue Messung der Schalldämpfung und der Phasengeschwindigkeit in durchstromten Rohren im Hinblick auf die Wechselwirkung zwischen Schall und Turbulenz," Habilitationsschrift Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Universität Göttingen.
- [27] Ronneberger, D. and Ahrens, C., "Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent boundary-layer flow: an experimental investigation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 83(3), 1977, pp. 433–464.
- [28] Peters, M., Hirschberg, A., Reijnen, A., and Wijnands, A., "Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 256, 1993, pp. 499–534.
- [29] Howe, M. S., "The damping of sound by wall turbulent shear layers," *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 98, No. 3, 1995, pp. 1723–1730.
- [30] Starobinski, R. and Aurégan, Y., "Fluctuations of vorticity and entropy as sources of fluctuating exergy," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216(3), 1998, pp. 521–527.
- [31] Myers, M., "On the acoustic boundary condition in presence of flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 71(3), 1980, pp. 429–434.

- [32] Aurégan, Y. and Leroux, M., “Experimental investigations of the wall condition in lined ducts with flow,” *5th CEAS-ASC Workshop on Turbomachinery Noise and Duct Acoustics*, Eindhoven, 2001.
- [33] Aurégan, Y., Starobinski, R., and Pagneux, V., “Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall,” *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 109, No. 1, 2001, pp. 59–64.
- [34] Dokumaci, E., “Effect of sheared grazing mean flow on acoustic transmission in perforated pipe mufflers. doi:10.1006/j.jsv.2004.05.018,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 283, 2005, pp. 645–663.
- [35] Jones, M. G., Tracy, M. B., Watson, W. R., and Parrott, T. L., “Effects of liner geometry on acoustic impedance,” AIAA Paper 2002–2446, 2002, In 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [36] Rienstra, S., “A classification of duct modes based on surface waves,” AIAA Paper 2001–2180, 2001, In 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [37] Zheng, S. and Zhuang, M., “A Computational Aeroacoustics Prediction Tool for Duct Acoustics with Analytical and Experimental Validations,” AIAA Paper 2003–3248, 2003, In 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [38] Aurégan, Y. and Leroux, M., “Failures in the discrete models for flow duct with perforations: an experimental investigation,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 265, 2003, pp. 109–121.
- [39] Juschke, M. and Ronneberger, D., “Control of pipe flow resistance by sound,” Tech. rep., Strasbourg, France, 2004, In joint 7ème Congrès Français d’Acoustique CFA and 30. Deutsche Jahrestagung für Akustik DAGA.
- [40] Großer, J., *Modellbildung für die Schallverstärkung in nachgiebig ausgekleideten Strömungskanälen*, Ph.D. thesis, Göttingen Universität, 2003.
- [41] Ronneberger, D. and Brandes, M., “Sound amplification in flow ducts lined with a periodic sequence of resonators,” *AIAA/CEAS Aeroacoustics conference*, Vol. number AIAA 95-126, 1995, pp. 893–901.
- [42] Rienstra, S. and Peake, N., “Modal scattering at an impedance transition in a lined flow duct,” AIAA Paper 2005–2852, 2005, In 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference.
- [43] Peters, M., *Aeroacoustic sources in internal flows*, Ph.D. thesis, Technische Universiteit of Eindhoven, 1993.