HAL
open science

Attelage virtuel pour véhicules automatisés

Pierre-Frédéric Toulotte

To cite this version:

Pierre-Frédéric Toulotte. Attelage virtuel pour véhicules automatisés. Automatique / Robotique. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2006. Français. NNT : . tel-00112889v2

HAL Id: tel-00112889

https://theses.hal.science/tel-00112889v2

Submitted on 13 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 06-24

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES
ET DU HAINAUT-CAMBRESIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

spécialité

Automatique

par

Pierre-Frédéric TOULOTTE
Ingénieur-Maître

Attelage virtuel pour véhicules automatisés

soutenue le 29 septembre 2006 devant la commission d'examen :

MM.	Jacques	**BOONAERT**	Enseignant-chercheur à l'École des Mines de Douai	(co-directeur)
	Sébastien	**DELPRAT**	Maître de conférence à l'Université de Valenciennes	(co-directeur)
	Emmanuel	**DUFLOS**	Professeur à l'École Centrale de Lille	(examinateur)
	Gérard	**GISSINGER**	Professeur à l'Université de Mulhouse	(rapporteur)
	Thierry Marie	**GUERRA**	Professeur à l'Université de Valenciennes	(directeur)
	Xavier	**MOREAU**	Professeur à l'Université de Bordeaux 1	(rapporteur)

REMERCIEMENTS

Deux équipes m’ont accueilli pendant cette longue période de recherche intense de la Vérité scientifique pendant laquelle j’eus du tracas jusqu'au cou. La première est l’équipe SPI (Systèmes et Processus Industriels) de l’Ecole des Mines de Douai dirigée par monsieur le Professeur des Ecoles des Mines Philippe Desodt. Ce cher professeur, initié aux calembours et aux jeux de mots (laids la plupart du temps) et abusé par les mythes, ne manque jamais une occasion de nous envoyer dans la culture par ses histoires hallucinantes. Cette équipe m’a beaucoup apporté et je tiens tout particulièrement à remercier : Antoine Caucheteux, dit Tonio, l’ami à qui j’offre mon vin régulièrement, Jacques Boonaert, qui aime compiler le C et dont la mine vous peine lorsqu’il revient de son marathon du midi, Pierre Bedart, dit Pierrot, qui attend avec impatience une subite nouvelle de l’action, Habiboulay Amadou Boubacar Soumana Soumaila Alpha Maman Djibou Cissé, avec qui j’ai partagé mon bureau et mes stylos. Je remercie aussi tout le reste de l’équipe qui m’a toujours poussé à avoir une belle thèse.

Il y a si peu d’hommes pour faire l’équipe technique aux Mines de Douai qu’il leur faut beaucoup de courage pour parvenir au but demandé. Merci donc à Christian, Jean-Michel, Marcel, Jacques et Fabrice qui sont bien trop souvent oubliés.

Enfin, j’ai une pensée pleine d’émotion pour Daniel qui n’a pas eu le temps de m’accompagner jusqu’au bout. C’est toujours les bons qui nous quittent les premiers…

La deuxième équipe où j’ai passé une partie de mon temps est l’équipe MCS de l’UVHC se situant au mont Houy. La vie sur la butte s’organise autour du CHEF, le dénommé Thierry-Marie Guerra ou, en plus court, TMG. Le TMG aime les papiers bien condensés de maths impossibles et il incite toujours à trouver de belles formules. En dehors de changer les maths, il compte régulièrement ses points à des tas de jeux sur les sites Internet, quel beau métier, professeur ! De sa grosse voix, il jette régulièrement avec puissance des mots d’affection à la sentencieuse file d’apprentis thésards et de maîtres de conférence qui forment son équipe : Sébastien Delprat, dit Seb, qui est sur les dents quand ça barde, Laurent Vermeiren, dit lolo, le pitre qui passe souvent par la salle café, Jimmy Lauber, dit Jim, trop souvent noyé par les cours, François Delmotte, dont la particularité réside dans ses cravates en pure soie de Chine,

Jérôme Bernard, dit Djédjé, avec qui je courrais régulièrement sur le mont, Alexandre Kruszewski, qui a la particularité d'être très ferme côté sports, Djamel Khiar, dont la lutte plus ou moins passive touche à sa fin, Hakim Lamara, qui aime les verres belges et les belles frites, ….

Il faut bien admettre que sans cette équipe ma lutte m'aurait dépassé et sans avoir la pétulance du flatteur, je dois dire qu'au moins le quart de mon dû leur revient.
Les expérimentations consistaient pour Seb et moi à suivre, dans notre véhicule prototype, le véhicule personnel de Seb, une mule, dès que celle-ci était en route. Djédjé prenait alors le volant de la mule. Malheureusement, le véhicule prototype ayant ses humeurs, on appelait régulièrement à la rescousse le reste de l'équipe qui ne pouvait pas s'empêcher de se défiler. Seb en perdait sa belle mine mais il fallait savoir prendre la chose en riant et lorsque tout rentrait dans l'ordre, on riait tous les deux dans la machine.
Merci donc à tous ceux qui se sont souillés les mains pour ce projet (je pense notamment au système de fixation du moteur pilotant la colonne de direction et donc à Bruno puisque c'est lui qui l'avait conçu)
Je remercie grandement Seb avec qui j'ai partagé la plupart de mon temps pendant cette période. C'est avec lui que j'ai surmonté toutes les galères jusqu'à la rédaction qui se fit en grande partie chez lui tout en vidant sa vieille fine sans dépôt ramenée spécialement du sud.
Je ne remercierais jamais assez tous ceux qui m'ont accompagné, encouragé et supporté pendant ces quelques années : ma famille : ch'père et ch'mère, mes soeurs Delphine et Kath, mon frère Alex, mon beauf Vince, mes neveux Victor et Tom, mes grands-mères et tous ceux et celles qu'elles ont engendrés, ensuite mes amis : Seb, Fox, Sylvin, Aymeric, Faustine, Aurélie, Olivier, Ch'gros Seb, Jean-Fi, Gaëlle, Pat, John, la giclette, … et enfin celle qui me supporte ou que je supporte au quotidien : Laurence.

Il est bon de se quitter sans fâcher le lecteur et pour combler cette lacune apparaissant souvent, je remercie également tous ceux qui prennent le temps de lire ce document et si le tout est trop confus, je m'en excuse par avance.

Table des matières

TABLE DES MATIERES **1**

LISTE DES TABLEAUX **4**

LISTE DES FIGURES **5**

INTRODUCTION **9**

CHAPITRE 1 : HISTORIQUE ET ETAT DE L'ART DE LA CONDUITE AUTOMATISEE **13**

1 INTRODUCTION 13
2 LES GRANDS PROGRAMMES DE RECHERCHE SUR LA CONDUITE AUTOMATISEE 14
2.1 Etats-Unis *14*
2.2 Japon *16*
2.3 Europe *17*
3 CONTEXTE DE L'ETUDE 21
4 ETAT DE L'ART DU CONTROLE LONGITUDINAL 22
4.1 Synthèses linéaires *24*
4.2 Correcteurs non linéaires *26*
4.3 Conclusion *27*
5 ETAT DE L'ART DU CONTROLE LATERAL 28
5.1 Commande séparée des modes longitudinal et latéral *30*
5.2 Modes longitudinal et latéral couplés *32*
5.3 Conclusion *33*
6 CONCLUSION 34
7 BIBLIOGRAPHIE 35

CHAPITRE 2 : MODELISATION DES DYNAMIQUES LONGITUDINALE ET LATERALE D'UNE VOITURE ELECTRIQUE **41**

1 INTRODUCTION 41
2 NOTATIONS 42
3 MODELISATION DU CONTACT PNEU/ROUTE 44
3.1 Description des forces et des moments au niveau des roues *45*
3.2 Comportement longitudinal du pneumatique *46*
3.3 Comportement latéral du pneumatique *49*
3.4 Comportement latéral et longitudinal couplé du pneumatique *52*
4 HYPOTHESES GENERALES DE MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DU VEHICULE 54
5 MODELE DE SIMULATION 55

6 MODELES POUR LA COMMANDE 60
6.1 Modèle longitudinal et latéral *61*
6.2 Modèle longitudinal *62*
7 SIMULATION 62
7.1 Validation du modèle de simulation *63*
7.2 Comparaison entre le modèle de simulation et le modèle M_{lat}^{1} *65*
7.3 Validation du modèle longitudinal *67*
8 CONCLUSION 69
9 BIBLIOGRAPHIE 70

CHAPITRE 3 : PLACEMENT DE POLES ROBUSTES DANS DES REGIONS LMI POUR DES MODELES FLOUS DE TYPE TAKAGI-SUGENO 73

1 INTRODUCTION 73
2 PRELIMINAIRES 74
2.1 Notations *74*
2.2 Propriétés *75*
2.3 Modèles flous de type Takagi-Sugeno *75*
2.4 Stabilisation quadratique des modèles flous TS *80*
2.5 Relaxations *82*
2.6 Modèles flous TS incertains et leur stabilisation *83*
3 PLACEMENT DE POLES ROBUSTES DANS DES REGIONS LMI POUR DES MODELES FLOUS DE TYPE TAKAGI-SUGENO 87
3.1 Introduction *87*
3.2 Régions LMI et D *-stabilité* *88*
3.3 Régions LMI pour des modèles flous incertains *90*
4 CONCLUSION 97
5 BIBLIOGRAPHIE 98

CHAPITRE 4 : COMMANDE LONGITUDINALE ET LATERALE D'UN VEHICULE POUR LA REALISATION D'UN ATTELAGE VIRTUEL 101

1 INTRODUCTION 101
2 PRESENTATION DU VEHICULE PROTOTYPE 102
2.1 Modifications apportées pour la réalisation d'un attelage virtuel *103*
2.2 Estimation des paramètres du modèle de simulation *106*
3 REGULATION DU MODE LONGITUDINAL 113
3.1 Modélisation du système *115*
3.2 Synthèse de la loi de commande longitudinale *117*
3.3 Résultats de simulation *118*
3.4 Résultats expérimentaux *120*
4 REGULATION DES MODES LONGITUDINAL ET LATERAL 122
4.1 Modélisation du système *124*

4.2 Synthèse de la loi de commande longitudinale et latérale *128*
4.3 Observateur flou sous forme descripteur *129*
4.4 Résultats de simulation *135*
4.5 Résultats expérimentaux *137*
5 CONCLUSION 140
6 BIBLIOGRAPHIE 141

PERSPECTIVES : VERS UN SUIVI DE TRAJECTOIRE 143

1 INTRODUCTION 143
2 MODELISATION DU SYSTEME 143
3 SYNTHESE DE LA LOI DE COMMANDE DU SUIVI DE TRAJECTOIRE 148
3.1 Calcul des gains de commande *148*
3.2 Génération de l'état de référence *149*
4 RESULTATS DE SIMULATION 150
5 BIBLIOGRAPHIE 153

CONCLUSION 155

ANNEXE A : DETAIL DES EQUATIONS DU MODELE DU VEHICULE 157

Liste des tableaux

TABLEAU 1-1 : RECAPITULATIF DE QUELQUES LOIS DE COMMANDES LONGITUDINALES 28
TABLEAU 1-2 : RECAPITULATIF DE QUELQUES LOIS DE COMMANDES LATERALES POUR LE SUIVI DE VEHICULE 33
TABLEAU 2-1: NOTATIONS UTILISEES POUR LA MODELISATION DU VEHICULE 43
TABLEAU 2-2: NOTATIONS UTILISEES POUR LA MODELISATION DU CONTACT DES PNEUS AVEC LA ROUTE 44
TABLEAU 4-1 : PARAMETRES DU MODELE DE SIMULATION A ESTIMER 108
TABLEAU 4-2 : VALEURS INITIALES DES PARAMETRES 108
TABLEAU 4-3 : ESTIMATION DES PARAMETRES DU MODELE DE SIMULATION 109
TABLEAU 4-4 : VALEURS DES PARAMETRES DE LA CONSIGNE D'INTER-DISTANCE 114
TABLEAU 4-5 : VALEUR DES PARAMETRES DU MODELE M_{long}^{2} 118
TABLEAU 4-6 : BORNES DES NON-LINEARITES DU MODELE (4.25) 127
TABLEAU P-1 : BORNES DES NON-LINEARITES DU MODELE (P.11) 147

Liste des figures

FIGURE 1-1 : PRODUCTION MONDIALE DE VEHICULES PARTICULIERS 13
FIGURE 1-2 : MOTORISATION DE LA COLONNE DE DIRECTION D'UN CAMION (PROGRAMME PATH) /PATH/..... 15
FIGURE 1-3 : DEMONSTRATION D'UN SUIVI DE VEHICULES EN 1995 LORS DU CONGRES INTERNATIONAL ITS A YOKOHAMA /AHSRA/ 17
FIGURE 1-4 : SUIVI DE VEHICULES POIDS LOURDS (PROJET CHAUFFEUR SOUTENU PAR ADASE) /CHAUF/..... 19
FIGURE 1-5 : QUELQUES GRANDS PROGRAMMES DE RECHERCHE A TRAVERS LE MONDE 20
FIGURE 1-6 : COMMANDE LINEARISANTE 24
FIGURE 2-1: FORCES ET MOMENTS APPLIQUES AUX ROUES 45
FIGURE 2-2: DIFFERENCE ENTRE LES VITESSES CENTRALES ET RADIALES DE LA ROUE 46
FIGURE 2-3 : COEFFICIENT D'ADHERENCE LONGITUDINALE EN FONCTION DU GLISSEMENT LONGITUDINAL 47
FIGURE 2-4 : ANGLE DE DERIVE 49
FIGURE 2-5 : COEFFICIENT D'ADHERENCE LATERALE EN FONCTION DE L'ANGLE DE DERIVE 50
FIGURE 2-6 : DEFORMATION DU PNEUMATIQUE LORS DE SOLLICITATIONS DE LA COLONNE DE DIRECTION..... 51
FIGURE 2-7 : ANGLE DE CHASSE POSITIF 52
FIGURE 2-8 : COUPLAGE DES FORCES LONGITUDINALE ET LATERALE 53
FIGURE 2-9 : MODELE « BICYCLETTE » D'UN VEHICULE 56
FIGURE 2-10 : CHAINE DE TRACTION 59
FIGURE 2-11 : REPRESENTATION DU VEHICULE POUR L'OBTENTION D'UN MODELE LONGITUDINAL. 62
FIGURE 2-12 : COMMANDES ENREGISTREES ET PARCOURS REALISE LORS DE L'EXPERIMENTATION..... 63
FIGURE 2-13: ACCELERATIONS LONGITUDINALES MESUREES ET SIMULEES 64
FIGURE 2-14 : ACCELERATIONS LATERALES ET VITESSES DE LACET MESUREES ET SIMULEES..... 64
FIGURE 2-15 : VITESSE ET CAP MESUREES ET SIMULEES 65
FIGURE 2-16 : COMMANDES APPLIQUEES EN SIMULATION 66
FIGURE 2-17 : VITESSES LONGITUDINALE ET LATERALE 66
FIGURE 2-18 : VITESSE ET ANGLE DE LACET 67
FIGURE 2-19 : TRAJECTOIRE DU VEHICULE 67
FIGURE 2-20 : COMMANDES ENREGISTREES LORS DE L'ESSAI..... 68
FIGURE 2-21 : PARCOURS EFFECTUE AU COURS DE L'EXPERIMENTATION 68
FIGURE 2-22 : VITESSE ET ACCELERATION LONGITUDINALES 69
FIGURE 3-1 : STABILISATION QUADRATIQUE D'UN MODELE TS 82
FIGURE 3-2 : LOI DE COMMANDE PDC SUR UN MODELE INCERTAIN SANS PRISE EN COMPTE DE L'INCERTITUDE.... 86
FIGURE 3-3 : STABILISATION D'UN MODELE INCERTAIN 87
FIGURE 3-4 : INTERSECTION DE TROIS REGIONS LMI UTILE EN COMMANDE 89
FIGURE 3-5 : LOI DE COMMANDE PDC ROBUSTE AVEC PLACEMENT DE POLES DANS DES REGIONS LMI..... 96
FIGURE 3-6 : LOI DE COMMANDE PDC ROBUSTE..... 96

FIGURE 3-7 : EVOLUTION DES POLES DES SOUS-MODELES EN FONCTION DE VARIATIONS DES INCERTITUDES 96
FIGURE 4-1 : VEHICULE HYBRIDE REALISE AU LAMIH 102
FIGURE 4-2 : ARCHITECTURE MECANIQUE DU VEHICULE HYBRIDE /DELPRAT 2002/ 103
FIGURE 4-3 : CENTRALE INERTIELLE DE LA SOCIETE XSENS /XSENS/..... 104
FIGURE 4-4 : MODULE DE RECEPTION GPS DE LA SOCIETE GARMIN /GARMIN/..... 104
FIGURE 4-5 : EXEMPLE DE DONNEES RENVOYEES PAR LE LMS 200..... 105
FIGURE 4-6 : CAPTEUR A BALAYAGE LASER LMS200 DE LA SOCIETE SICK..... 105
FIGURE 4-7 : INSTRUMENTATION DE LA COLONNE DE DIRECTION 106
FIGURE 4-8 : POSITIONS DU VEHICULE OBTENUES PAR DOUBLE INTEGRATION..... 107
FIGURE 4-9 : ESTIMATION : COMMANDES MESUREES ET PARCOURS EFFECTUE LORS DE L'EXPERIMENTATION 109
FIGURE 4-10 : ESTIMATION : ACCELERATIONS LONGITUDINALES MESUREE ET SIMULEE 110
FIGURE 4-11 : ESTIMATION : ACCELERATIONS LATERALES MESUREE ET SIMULEE..... 110
FIGURE 4-12 : ESTIMATION : VITESSE DE LACET MESUREE ET SIMULEE 111
FIGURE 4-13 : VALIDATION : COMMANDES MESUREES ET PARCOURS EFFECTUE LORS DE L'EXPERIMENTATION.. 111
FIGURE 4-14 : VALIDATION : ACCELERATIONS LONGITUDINALES MESUREE ET SIMULEE..... 112
FIGURE 4-15 : VALIDATION : ACCELERATIONS LATERALES MESUREE ET SIMULEE 112
FIGURE 4-16 : VALIDATION : VITESSE DE LACET MESUREE ET SIMULEE..... 113
FIGURE 4-17 : CONFIGURATION DES VEHICULES..... 114
FIGURE 4-18 : INTER-DISTANCE EN FONCTION DE LA VITESSE..... 115
FIGURE 4-19 : LOI DE COMMANDE PDC AVEC UNE ACTION INTEGRALE 117
FIGURE 4-20 : EVOLUTION DES POLES DES SOUS-MODELES TS POUR DES VARIATIONS DES INCERTITUDES 119
FIGURE 4-21 : COUPLE MOTEUR DU VEHICULE SUIVEUR ET VITESSES DES DEUX VEHICULES 119
FIGURE 4-22 : CONSIGNE D'INTER-DISTANCE ET INTER-DISTANCE 120
FIGURE 4-23 : DETAIL DE LA MISE EN ŒUVRE DE L'INTEGRATEUR..... 121
FIGURE 4-24 : PARCOURS REALISE ET EVOLUTION DE L'ALTITUDE LORS DE L'EXPERIMENTATION 121
FIGURE 4-25 : COUPLE MOTEUR ET VITESSE LONGITUDINALE LORS DE L'EXPERIMENTATION..... 122
FIGURE 4-26 : CONSIGNE ET MESURE D'INTER-DISTANCE..... 122
FIGURE 4-27 : CONFIGURATION DE TYPE BARRE D'ATTELAGE..... 123
FIGURE 4-28 : CONFIGURATION DES VEHICULES EN REGIME PERMANENT 129
FIGURE 4-29 : STRUCTURE DE L'OBSERVATEUR 131
FIGURE 4-30 : PARCOURS EFFECTUE LORS DE L'EXPERIMENTATION..... 133
FIGURE 4-31 : COUPLE MOTEUR, ANGLE DE LA ROUE VIRTUELLE ET PERTURBATIONS OBSERVEES 133
FIGURE 4-32 : VITESSES LONGITUDINALE ET DE LACET MESUREES ET OBSERVEES 134
FIGURE 4-33 : VITESSE LATERALE ESTIMEE..... 134
FIGURE 4-34 : PARCOURS REALISE PAR LES DEUX VEHICULES LORS DE LA SIMULATION..... 135
FIGURE 4-35 : INTER-DISTANCE ET ANGLE DE LACET (CAP) DU VEHICULE SUIVEUR 136
FIGURE 4-36 : COMMANDES ET VITESSE DU VEHICULE SUIVEUR..... 136
FIGURE 4-37 : PARCOURS REALISE LORS DE L'EXPERIMENTATION..... 137
FIGURE 4-38 : COMMANDES ET VITESSE DU VEHICULE SUIVEUR LORS DE L'EXPERIMENTATION..... 137

FIGURE 4-39 : INTER-DISTANCE ET ANGLE DE LACET (CAP) DU VEHICULE SUIVEUR LORS DE L'EXPERIMENTATION 138
FIGURE 4-40 : DIFFERENCE DE TRAJECTOIRE ENTRE LES DEUX VEHICULES LORS D'UN VIRAGE 138
FIGURE 4-41 : PERTE DE DETECTION DU VEHICULE DE TETE DU A DES MOUVEMENTS DE TANGAGE 139
FIGURE P-1 : SUIVI DE TRAJECTOIRE 144
FIGURE P-2 : GENERATION DE L'ETAT DE REFERENCE 149
FIGURE P-3 : PARCOURS REALISE PAR LES DEUX VEHICULES LORS DE LA SIMULATION 151
FIGURE P-4 : POSITIONS DU VEHICULE SUIVEUR PAR RAPPORT AUX POSITIONS DE REFERENCE 151
FIGURE P-5 : ANGLE DE LACET (CAP) DU VEHICULE SUIVEUR PAR RAPPORT AU CAP DE REFERENCE 152
FIGURE P-6 : COMMANDES ET VITESSE DU VEHICULE SUIVEUR 152
FIGURE P-7 : PARCOURS DES VEHICULES LORS D'UN SUIVI DE TRAJECTOIRE ET D'UN SUIVI DE TYPE BARRE D'ATTELAGE 153

INTRODUCTION

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire SPI (Systèmes et Process Industriels) de l'Ecole des Mines de Douai et le LAMIH UMR CNRS 8530, Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines, de l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. Il s'inscrit dans le projet AUTORIS (AUTOmatique pour la Route Intelligente et Sûre) du CPER (Contrat de Plan Etat Région), porté par le GRAISyHM (Groupement de Recherche en Automatisation Intégrée et Systèmes Hommes-Machines), dans le cadre du programme TAT (Technologie Avancée pour les Transports) soutenu par la région Nord Pas de Calais et le FEDER (Fond Européen de DEveloppement Régional).

Le vingtième siècle a fait de l'automobile un phénomène de société à l'échelle planétaire. L'industrie automobile a été et reste encore un formidable outil d'enrichissement et d'évolution des pays industrialisés en induisant la création de nombreuses entreprises de sous-traitance et l'essor entre autres de la sidérurgie, du pétrole et des pneumatiques. Elle a également été un élément moteur du progrès scientifique et technique dans les domaines de la construction mécanique, de l'automatique, de la productique, de la robotique … C'est à la fois un facteur de développement économique, facilitant les échanges des personnes et le transport des produits, un partenaire de l'essor du tourisme et des loisirs et parfois même le signe d'une certaine réussite sociale. Cette industrie a aussi entraîné un profond changement des paysages par la multiplication des infrastructures routières ou autoroutières. Les divers salons de présentation des nouveaux modèles sont autant de célébrations consacrées à l'adoration de cette « divinité » dont peu de gens savent se passer. Mais la médaille a son revers. L'automobile est devenue la vache à lait des divers gouvernements par des taxations exorbitantes, les parkings payants, les péages autoroutiers ... Le siècle actuel aura aussi à résoudre les problèmes que le monstre tentaculaire aura générés. La surpopulation de ces « petites bêtes » à quatre roues a engendré des saturations catastrophiques et des bouchons monstrueux qu'un bison même très futé se sent bien impuissant à résorber les jours de grand départ. L'automobile est aussi un facteur important de l'épuisement des ressources énergétiques fossiles, de l'augmentation de la pollution participant à l'accroissement de l'effet de serre et aussi des risques liés à l'insécurité sous toutes ses formes.

De nombreuses études ont vu le jour depuis quelques années pour tenter d'apporter des solutions à ces graves difficultés et de nouveaux axes de recherches ont été développés. On commence à considérer que la voiture est une chose trop sérieuse pour être laissée complètement entre les mains d'un conducteur humain. L'informatique embarquée et le développement d'outils et méthodes de contrôle-commande de plus en plus efficaces et robustes peuvent rendre les véhicules de plus en plus « intelligents ». Certaines décisions sont prises à la place du conducteur et c'est dans cet esprit que s'inscrit cette étude.
Ce mémoire consacré à certains aspects de l'attelage virtuel est divisé en quatre parties.

Le premier chapitre présente un historique et un état de l'art de la conduite assistée ou automatisée, qui tend à suppléer ou même à remplacer l'activité du conducteur soit pour réguler la vitesse, soit pour assister au freinage ou encore pour contrôler la distance avec le véhicule précédent, …. Après avoir présenté les grands programmes internationaux de recherche dans ce domaine, un tour d'horizon relatif aux deux aspects essentiels de la conduite automatisée est effectué : le contrôle longitudinal qui intervient sur la vitesse du véhicule et le contrôle latéral qui permet son orientation. La conduite automatisée demande des modifications au niveau des véhicules et/ou des infrastructures routières. Cette étude tend à limiter l'importance des adjonctions fixes, comme par exemple l'ajout de repères magnétiques sur la chaussée, qui demande des investissements considérables. L'objectif est donc d'aboutir à la notion d'attelage virtuel permettant d'asservir un véhicule suiveur à un autre véhicule le précédent.

Afin d'élaborer une loi de commande pour la régulation de la position du véhicule suiveur, il est tout d'abord nécessaire de réaliser un modèle de la dynamique longitudinale et/ou latérale du véhicule. Ceci fait l'objet du deuxième chapitre de ce mémoire. Une description des forces créées à l'interface du pneu et de la chaussée ainsi que la description mécanique du comportement du véhicule sont nécessaires. En fonction des objectifs fixés, plusieurs approches sont présentées. Ce mémoire étant consacré à la réalisation d'un attelage virtuel entre deux véhicules dans des conditions « normales » de conduite et de route (pas de situation d'urgence, route goudronnée et sèche, etc.), le modèle retenu est un modèle de type « bicyclette » avec une description du pneumatique dans des conditions de faible glissement. Ce modèle est utilisé par la suite pour valider les lois de commande. Celles-ci sont synthétisées à partir de modèles simplifiés non linéaires.

Parmi les techniques de commande non linéaire envisageables, celles basées sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) ont été retenues. Le chapitre 3 présente tout d'abord les modèles flous TS : ils sont composés de modèles linéaires interconnectés par des fonctions scalaires non linéaires ayant la propriété de somme convexe. Ils permettent une représentation exacte d'un modèle non linéaire sur un domaine compact des variables d'état. L'étude de la stabilité et de la stabilisation de tels modèles se fait à l'aide de la seconde méthode de Lyapunov. Dans le souci d'adjoindre des notions de robustesses et/ou de performances, plusieurs solutions sont envisageables. Celle retenue dans ce mémoire fait appel à des modèles incertains et à une localisation des pôles des modèles linéaires dans des régions convexes pré-spécifiées du plan complexe. Le chapitre 3 propose des conditions suffisantes sous forme d'inégalités matricielles linéaires qui permettent de garantir ces propriétés dans le cas général des modèles TS.

Le 4ème chapitre permet de valider l'ensemble de l'approche proposée pour la réalisation d'un attelage virtuel. Parti sur la base d'un véhicule prototype hybride, une instrumentation spécifique est mise en place (capteurs : scanner à balayage laser, centrale inertielle, GPS et actionneurs : motorisation de la colonne de direction). Des essais temps réel couvrant une large plage de variations des signaux d'entrées/sorties permettent une identification paramétrique du modèle non linéaire proposé au chapitre 2. Les approches proposées au chapitre 3 concernant le placement de pôles dans des régions pré-spécifiées sont utilisées aussi bien pour la commande longitudinale que pour l'attelage virtuel complet. Des résultats sont proposés en simulation et en temps réel. L'expérimentation montre certaines limitations sur la qualité du suivi de véhicule liées à la stratégie de commande utilisée qui ne tient pas compte du chemin parcouru par le véhicule précédent.

Pour améliorer ces résultats, un suivi de trajectoire est proposé en perspectives. Celui-ci permet de prendre en compte l'erreur de position du véhicule suiveur par rapport au chemin du véhicule de tête dans le modèle utilisé pour synthétiser la loi de commande. Une simulation montre l'intérêt de cette nouvelle approche qui améliore nettement les résultats.

Chapitre 1 : Historique et Etat de l'art de la conduite automatisée

1 Introduction

Depuis que l'automobile s'est popularisée, le nombre mondial de véhicules ne cesse d'augmenter, facilitant le transport des personnes et des marchandises (figure 1-1) /CCFA/.

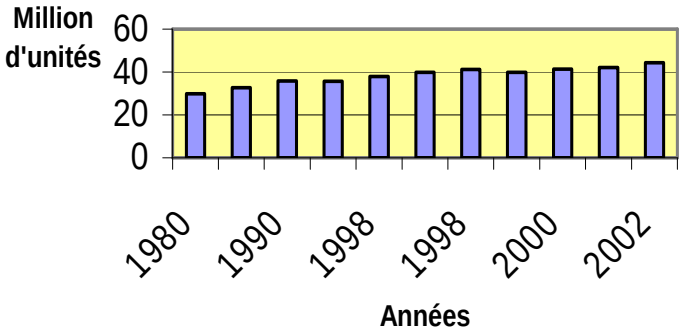

Figure 1-1 : Production mondiale de véhicules particuliers

Cette augmentation a fait apparaître de nouveaux problèmes liés notamment à la pollution, à la sécurité des personnes et aux conditions de trafic.

Grâce à l'avènement de l'informatique embarquée, la voiture devient de plus en plus « intelligente », étant ainsi capable de prendre certaines décisions à la place du conducteur. Les premières applications disponibles sur les véhicules de série, permettaient de prendre en charge la conduite pour pallier les défaillances du conducteur dans les situations d'urgence (ABS (Anti-lock Braking System), ESP (Electronic Stability Program), …). De plus en plus, l'automatisation vise à suppléer le conducteur dans son activité de conduite : les régulateurs de vitesse sont disponibles sur les véhicules de série et de nouveaux systèmes commerciaux permettent de réguler la distance avec le véhicule précédent. Les laboratoires de recherche, aussi bien publics que privés, travaillent sur des systèmes de conduite entièrement automatisée : suivi de lignes blanches /Tsugawa 1993/, convoi automatisé de véhicules /AHSRA/, etc.

On distingue généralement deux classes de régulation, le contrôle longitudinal qui n'intervient que sur la vitesse du véhicule et le contrôle latéral qui gère en plus la direction du véhicule.
Afin de positionner les travaux présentés dans ce mémoire, ce chapitre dresse tout d'abord un historique des grands programmes de recherche sur la conduite automatique de véhicules à travers le monde. Ensuite, un état de l'art de la conduite automatisée est présenté en deux parties : le contrôle longitudinal et le contrôle latéral.

2 Les grands programmes de recherche sur la conduite automatisée

2.1 Etats-Unis

Les premières recherches sur l'automatisation des véhicules ont été effectuées aux Etats-Unis par General Motors dans les années 50 et aboutissent à la création d'un des premiers véhicule prototype piloté automatiquement /Gardels 1960/.
A la suite de ces études prometteuses, un programme de recherche sur la conduite automatique débute à l'Université de l'état de l'Ohio (Ohio State University) en 1960. Un concept de conduite alternée, manuelle ou automatique sur voies réservées, est décrit par Fenton en 1968 /Fenton et al. 1968/.
Avec l'évolution rapide de l'automobile et l'apparition des problèmes de congestion autour des grandes villes, le programme PATH (Partners for Transit and Highway), qui est toujours en activité, est créé par le Caltrans (California Department of Transportation) et l'ITSUC (Institute of Transportation Studies of the University of California) à Berkeley en 1986 /PATH/. Ce programme a pour objectif le développement des projets ayant un potentiel important d'améliorations des systèmes de transport. Les thèmes de recherche abordés sont au nombre de quatre :

- L'étude du comportement des usagers
- La sécurité dans les transports
- L'amélioration du trafic
- L'optimisation d'itinéraires (véhicules commerciaux, transports en commun,…)

Ces recherches sont menées par des chercheurs de domaines très variés (mécanique, automatique, économie, recherche opérationnelle, étude comportementale, …) issus aussi bien du domaine public qu'industriel. Depuis 1989, de nombreux travaux sur l'automatisation des véhicules sont publiés régulièrement que ce soit pour le contrôle longitudinal /Sheikholeslam et Desoer 1989/ ou le contrôle latéral /Peng et Tomizuka 1990/ ou encore, plus récemment pour le contrôle latéral des véhicules poids lourds /Lu et al. 2004/. A titre d'exemple, la figure 1-2 illustre l'instrumentation de la colonne de direction d'un poids lourds dans le cadre du programme PATH.

Figure 1-2 : Motorisation de la colonne de direction d'un camion (programme PATH) /PATH/

De 1992 à 1998, parallèlement au PATH, le programme AHS (Automated Highway System) est lancé par le DOT (Department of Transportation), via son programme ITS (Intelligent Transportation Systems) créé en 1991 pour coordonner la recherche sur les transports aux Etats-Unis, en coopération avec le NHTSA (National Highway Transit and Safety Administration). Ce programme a pour but de développer une autoroute automatique où le véhicule ne serait plus guidé par le conducteur mais par la route grâce à certains capteurs et aux informations communiquées au véhicule. De ce fait, certaines erreurs de pilotage peuvent être évitées et la fluidité du trafic peut être optimisée. Ce projet a abouti à une démonstration sur une autoroute de San Diego avec une vingtaine de véhicules automatisés.

A partir de 1998, le DOT, toujours au travers du programme ITS, crée le programme IVI (Intelligent Vehicle Initiative) dont le but est la prévention des accidents afin de diminuer le nombre de morts et de blessés de la route /IVI/. Partant du constat que les accidents sont dus en majorité à des erreurs d'inattention du conducteur, IVI focalise ses recherches sur les systèmes d'aide à la conduite et l'automatisation partielle des véhicules. Le programme IVI a

aussi pour vocation de coordonner les recherches sur les transports aux Etats-Unis et rassemble aussi bien des industriels que des associations et des universités.

2.2 Japon

Au Japon, dans les années 70, le MEL (Mechanical Engineering Laboratory) du MITI (Ministry of International Trade and Industry), réalise une voiture automatisée capable d'éviter des obstacles grâce à un système optique. Ces recherches sont poursuivies dans les années 80, avec le programme SSVS (Super Smart Vehicle System), dont le but est de créer un système de communication inter-véhicule couplé avec un système de radar laser pour avertir le conducteur en cas d'obstacles sur la route. L'objectif de SSVS est d'augmenter la sécurité sur les routes en limitant la charge de travail du conducteur, en supervisant les conditions de route et de conduite et en développant la coopération inter-véhiculaire.

En 1989, le programme AHSS (Advanced Highway Safety System) du MOC (Ministry Of Construction) débute. A l'origine, ce programme est destiné à la prévention des accidents de la route. Ce n'est qu'en 1991, en s'associant avec une organisation privée HIDO (Highway Industry Development Organization) que les recherches se tournent vers une conduite automatisée. En 1994, 24 compagnies privées du domaine de l'automobile, des télécommunications et de l'électronique se joignent au programme. Les principaux résultats de ces recherches sont présentés en novembre 1995 lors du congrès mondial ITS à Yokohama (figure 1.3).

Le programme ASV (Advanced Safety Vehicle) développé par le MOT (Ministry of Transport) commence en 1991 dans le but de créer une voiture beaucoup plus sûre et plus ergonomique. Les recherches sont focalisées sur la sécurité préventive et la réduction des dommages corporels. Ainsi des projets comme un régulateur de vitesse, un système de détection de dépassement de la distance de sécurité, un système de détection et de prévention automatique de collision, un système de détection de changement de voie dangereux, un système d'avertissement en cas de dépassement de la ligne blanche et un système de détection nocturne d'objets sont présentés sur un prototype en 1996.

Un autre objectif du programme ASV a été de fournir un support aux industriels des transports pour intégrer ces nouvelles technologies dans les véhicules de série. Avant 1996, neuf constructeurs automobiles japonais suivent de près l'avancement des 88 projets. Au

final, trois projets sont commercialisés : détecteur de pression faible des pneumatiques, régulateur de vitesse intelligent, détecteur de somnolence du conducteur. Après 1996, ASV s'est étendu aux camions, aux bus et aux motos.

En 1995, afin d'unifier les recherches sur les systèmes de transports intelligents au Japon, les trois programmes gérés par les différents ministères ont été réunis avec d'autres pour créer le ITS-AHS Japonais.

Figure 1-3 : Démonstration d'un suivi de véhicules en 1995 lors du congrès international ITS à Yokohama /AHSRA/

Ce programme s'intéresse aux principaux thèmes liés aux transports, comme la détection des dangers, l'aide à la conduite ou les systèmes d'autoroute intelligente, et aussi à des thèmes plus larges comme par exemple le développement de télépéages afin de réduire les congestions, la création d'un réseau d'informations indiquant l'état du trafic (Vehicle Information and Communication System (VICS)) /VICS/, la protection des piétons et des cyclistes, l'amélioration des transports en commun ou l'aide à la gestion des réseaux routiers.

2.3 Europe

En Europe, le programme PROMETHEUS (PROgraM for an European Traffic with Highest Efficiency and Unprecedented Safety) développé entre 1986 et 1994 sous l'égide d'EUREKA (European Research Coordination Agency) a rassemblé 13 constructeurs automobiles, 80 équipementiers et 124 instituts et laboratoires. Les objectifs du programme étaient d'améliorer la sécurité et le trafic ainsi que la gestion des transports routiers. Plusieurs projets concernant la sécurité ont abouti à la réalisation de démonstrateurs.

En ce qui concerne l'automatisation des véhicules, plusieurs systèmes ont été développés :

- un système de maintien de véhicule dans sa voie, par détection des lignes blanches,
- un régulateur de vitesse et d'inter-distance automatique pour réduire le risque de collisions et améliorer les conditions de trafic,
- un système d'avertissement et d'évitement d'obstacles lorsque le risque de collision estimé est trop grand.

En parallèle à PROMETHEUS, entre 1989 et 1995, le programme DRIVE (Dedicated Road Infrastructure for Vehicle Safety in Europe), sous le contrôle du CEC (Commission of European Communities), a été créé pour limiter l'impact des réseaux routiers sur l'environnement et améliorer la sécurité routière et le trafic. Il était divisé en quatre groupes :

- modélisation et conception globale, dont le rôle est la modélisation ainsi que l'évaluation des systèmes étudiés,
- étude comportementale et sécurité routière, dont le travail a été d'étudier les nouveaux concepts d'aide à la conduite sur le comportement du conducteur afin d'éviter d'alourdir sa tâche ou de le distraire,
- régulation du trafic, pour utiliser au mieux l'espace routier en développant un système de signalisation des congestions et de détection automatique des accidents,
- télécommunications et base de données, dont le rôle est de gérer les informations pour les systèmes de localisation, les cartes routières numériques et les systèmes d'information des conducteurs.

En 1991, le consortium ERTICO-ITS Europe voit le jour pour centraliser les différents programmes déjà existants dans la recherche automobile /ERTICO/. Son objectif est surtout de favoriser la recherche, le développement et l'implémentation industrielle des systèmes de transport intelligents. ERTICO supporte de nombreux projets européens liés aux transports comme par exemple le projet AIDE (Adaptative Integrated Driver-vehicle Interface) ou le projet PReVENT (Preventive and Active Safety Applications).

En France, le programme de recherche PREDIT débute en 1990 sous l'égide des ministères de la recherche, des transports, de l'environnement et de l'industrie, ainsi que de l'ADEME (Agence gouvernementale De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie) et de l'ANVAR

(Agence Nationale de Valorisation de la Recherche) /PREDIT/. Il intègre le consortium ERTICO par la suite. Son objectif est de favoriser la coopération entre le secteur public et le secteur privé pour améliorer les systèmes de transports, d'un point de vue aussi bien technologique que social. Le PREDIT en est actuellement à sa troisième phase. La première, de 1990 à 1994, a été principalement consacrée aux innovations technologiques dans les TGV, les véhicules automobiles ou encore le métro automatique léger. La deuxième phase, de 1996 à 2000, a intègré les aspects humains et organisationnels des modes de transports. La troisième phase qui débute en 2002 et doit s'arrêter en 2006 est plus ciblée sur les transports de marchandises et les aspects environnementaux et énergétiques.

Plus récemment, en 2001, le programme ADASE (Advanced Driver Assistance Systems in Europe), sous l'égide de l'IST (Information Society Technologies), est créé dans le but d'augmenter la sécurité des routes en Europe et de favoriser les collaborations entre industriels et universitaires /ADASE/. Les grands groupes automobiles européens y participent dans une trentaine de projets. Les grands thèmes de la recherche automobile sont représentés tels que la conduite automatisée (figure 1-4), l'aide à la conduite, la sécurité passive, les nouvelles technologies de capteurs, la prévention de collision, la cartographie numérique, ...

Figure 1-4 : Suivi de véhicules poids lourds (projet CHAUFFEUR soutenu par ADASE) /CHAUF/

La figure 1-5 récapitule la chronologie de grands programmes à travers le monde qui ont contribués à structurer et initier les politiques de la recherche dans les transports.

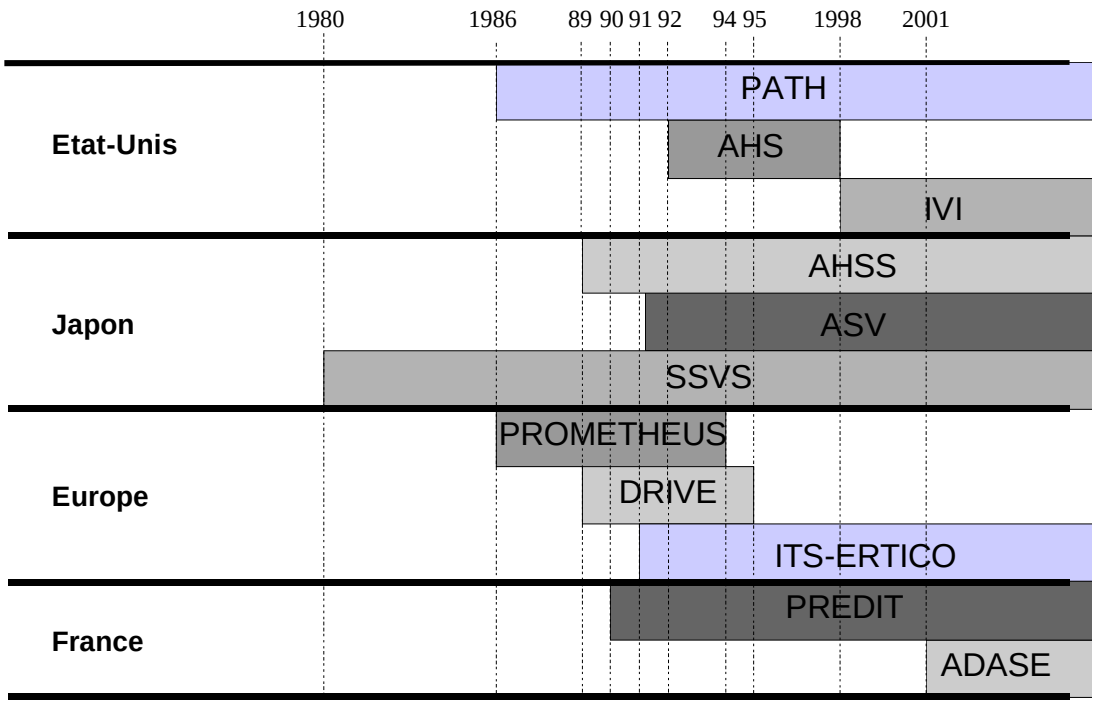

Figure 1-5 : Quelques grands programmes de recherche à travers le monde

En parallèle à ces programmes, il existe également de nombreux projets nationaux et régionaux impliquant aussi bien les industriels que les organismes de recherche publics.

Par exemple, en France, le Contrat de Plan Etat/Région Nord/Pas-de-Calais 2000-2006 comprend le programme TACT (Technologies Avancées dans le domaine de la Communication et des Transports terrestres) organisé en quatre parties :

- développement des compétences scientifiques et technologiques régionales applicables à la communication et aux transports terrestres,
- actions spécifiques dans le domaine de la communication
- actions spécifiques dans le domaine des transports terrestres
- actions de développement technologique

Dans la deuxième partie du plan (2004-2006), pour une meilleure lisibilité nationale et internationale, le programme TACT a été divisé en deux : une partie, ciblée sur les transports, appelée TAT (Technologies Avancées pour les Transports) et l'autre sur la communication appelée TAC (Technologies Avancées pour la Communication).

3 Contexte de l'étude

Dans le cadre du programme TACT, le GRRT (Groupement Régional Nord/Pas-de-Calais pour la Recherche dans les Transports) avec le concours financier de la Région Nord/Pas-de-Calais, de l'Etat et du FEDER (Fonds Européen de Développement Régional), a initié 23 projets de recherche au cours de la première partie du Contrat de Plan (2000-2003).
Parmi ces projets, AutoRIS (Automatique pour la Route Intelligente et Sûre) est porté par le GRAISyHM (Groupement de Recherche en Automatisation Intégrée et Systèmes Hommes-Machines). Ce groupement a pour vocation de fédérer la recherche en Automatisation Intégrée et Systèmes Hommes-Machines de la région Nord/Pas-de-Calais. Il regroupe les grands laboratoires de recherche de la région et plus de 200 personnes qui se répartissent dans trois groupes thématiques :

- signal et image
- commande et pilotage
- supervision et maintenance prédictive

Le projet AutoRIS, comporte trois volets qui recoupent les groupes thématiques du GRAISyHM :

- AVIVA, Attelage Virtuel pour Véhicules Autonomes, impliquant les groupes « Commande et pilotage » et « Signal et image »
- TRACTION, Modélisation et commande de machines thermiques et électriques, impliquant le groupe « Commande et pilotage ».
- SUSYH, Supervision des Systèmes Hybrides, impliquant le groupe « Supervision et maintenance prédictive »

Les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans le volet AVIVA dont l'objectif est la mise en œuvre d'un attelage virtuel (sans liaisons physiques) entre un ou plusieurs véhicules. Le problème tel qu'il est posé comporte principalement deux difficultés, à savoir la localisation du véhicule « de tête » relativement au véhicule « suiveur » et le pilotage du véhicule « suiveur » pour que celui-ci reste assujetti au véhicule « de tête » comme sous l'emprise d'une véritable liaison matérielle. Ce dernier point fait l'objet de ce mémoire.

4 Etat de l’art du contrôle longitudinal

Plusieurs objectifs peuvent être atteints par le contrôle longitudinal. Dans un but d’optimiser les flux de véhicules sur un parcours spécifique, l’étude doit se porter sur la chaîne de véhicules complète, elle est donc macroscopique. Dans ce cas, l’objectif est d’augmenter la fluidité du trafic tout en assurant la stabilité asymptotique de la chaîne de véhicule. Différentes définitions de la stabilité d’une chaîne de véhicule ont été formulées. Une des premières caractérise la capacité de la chaîne à atténuer la propagation des perturbations subies par les véhicules de la chaîne /Peppard 1974/. D’autres formulations reposent par exemple sur des notions classiques de stabilité BIBO (Bounded Input Bounded Output) /Swaroop 1994/, /Swaroop 1996/, /Yanakiev et Kanellakopoulos 1996a/.

Plus récemment, /Canudas de Wit et Brogliato 1999/ ont montré que la stabilité asymptotique de la chaîne ne permet pas d’éviter tous les risques de collision et proposent d’associer à la dynamique du système, un jeu de contraintes sur les variables d’états garantissant ainsi qu’aucune collision ne se produise y compris lors des phases transitoires.

Lorsque l’étude porte sur quelques véhicules du convoi uniquement, l’objectif de commande est de réguler la distance entre deux véhicules successifs avec un niveau de sécurité et de confort satisfaisant. Cette régulation d’inter-distance, réalisée à l’échelle microscopique, peut avoir des conséquences à l’échelle macroscopique sur la stabilité globale du convoi. Le choix des informations et de l’architecture utilisée pour déterminer la loi de commande est étroitement lié à cette stabilité /Canudas de Wit et Brogliato 1999/.

Deux types d’architectures peuvent être utilisés : synchrone ou asynchrone.

L’architecture synchrone est centralisée, c'est-à-dire qu’un superviseur est chargé de donner les consignes d’accélération ou de vitesse à chaque véhicule en fonction des informations collectées grâce aux capteurs installés dans les véhicules et sur la route. Cette structure de commande a comme avantage d’éviter les retards se propageant le long de la file de véhicules et qui sont la source d’instabilité. Certaines études ont montré la faisabilité théorique du concept /Raza et Ioannou 1996/. Néanmoins, ce genre de structure est difficilement applicable sur un réseau routier réel. En effet, tous les véhicules doivent être automatisés, et le coût des infrastructures à mettre en place s’avère prohibitif. Cependant, cette architecture a été utilisée avec succès pour des réseaux fermés de petites dimensions de type métro.

Dans le cas de l’architecture asynchrone, chaque véhicule est automatisé et dispose de différents capteurs éventuellement complétés par des moyens de communication avec

l'extérieur (infrastructure, autres véhicules, positionnement satellitaire, …). Elle permet donc d'intégrer plus facilement des véhicules conventionnels (non automatisés et non instrumentés) dans la file de véhicules. En revanche, l'étude de la stabilité du convoi s'avère plus difficile.

Outre la problématique de régulation, il est nécessaire de prendre en compte les aspects coopération entre le système automatisé et le conducteur. Par exemple, /Tricot 2005/ présente différents niveaux d'assistance allant du pilotage manuel à la conduite entièrement automatisée en passant par différents modes de sécurité.

En mode automatique, lorsque le véhicule est en tête de convoi, il est amené à effectuer certaines tâches comme la poursuite d'une vitesse désirée, l'accélération pour rejoindre une autre chaîne de véhicules, la décélération pour rompre la chaîne, le changement de voie /Varaiya 1993/. Des lois de commande développées pour chacune de ces tâches sont décrites dans /Godbole et Lygeros 1993/ et /Chien et al. 1995/.

Lorsque le véhicule est à l'intérieur du convoi, sa seule tâche est la régulation d'inter-distance avec le véhicule précédent. Préalablement à la synthèse de la loi de commande, il est nécessaire de choisir :

- le type de consigne d'inter-distance. La littérature fait état de trois classes : les inter-distances constantes, à « temps constant » qui évoluent proportionnellement avec la vitesse du véhicule et les inter-distances « avec facteur de sécurité constant » qui, en général, évoluent de façon quadratique avec la vitesse /Nouvelière 2002/.
- l'utilisation ou non d'informations provenant d'autres véhicules.

Ces deux choix influent de façon importante sur la stabilité de la chaîne de véhicules. Dans le cas d'une consigne d'inter-distance constante, pour assurer la stabilité globale de la chaîne, il est généralement nécessaire de communiquer au minimum la vitesse du véhicule de tête aux autres véhicules /Pue 1977/, /Shladover 1978/ et /Shladover 1979/. Pour plus de sécurité, l'accélération du véhicule de tête peut aussi être ajoutée /Sheikholeslam et Desoer 1990/.

L'utilisation d'une telle consigne permet d'augmenter la fluidité du trafic car l'espace entre les véhicules peut être très faible. Par contre un système de communication inter-véhiculaire doit être mis en place pour permettre la diffusion des informations du véhicule de tête. La flexibilité de la structure asynchrone en est diminuée et les problèmes inhérents aux communications, c'est-à-dire les délais de transmission et les pertes de données, doivent être pris en compte dans l'étude de la stabilité de la chaîne /Chen 1995/.

Pour les consignes « à temps constant » ou « avec facteur de sécurité constant », donc dépendantes de la vitesse, les communications inter-véhiculaires ne sont pas forcément nécessaires /Chien et Ioannou 1992/. Ces types de consigne augmentent la distance de sécurité avec la vitesse du véhicule et permettent de prendre en compte les capacités de freinage et d'accélération du véhicule et d'assurer un certain confort pour le passager dans le suivi de véhicule.

Après avoir défini la structure de commande, la consigne d'inter-distance et l'utilisation ou non d'une communication inter-véhiculaire, le développement de la loi de commande peut commencer. Plusieurs critères doivent être considérés : les aspects de performance, c'est-à-dire la dynamique de la boucle fermée, les notions de confort pour les passagers (exemple la limitation des accélérations, du jerk).

4.1 Synthèses linéaires

Les premières lois de commande utilisées sont linéaires, de type PID ou PI /Caudill et Garrard 1977/. Leurs réglages se font sur un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement du véhicule. Leurs plages de validité sont souvent limitées à des vitesses faibles.

4.1.1 Commandes linéarisantes

La figure 1-6 représente une structure classique de commande linéarisante. Lorsque le modèle s'y prête, il est possible de calculer une fonction $u(t) = f\left(t, u'(t), y(t)\right)$ telle que la relation $y(t) = g\left(u'(t)\right)$ soit une application linéaire. Il est alors possible de faire la synthèse d'un correcteur linéaire pour réguler la sortie $y(t)$. Il est à noter cependant qu'un des inconvénients majeur des commandes linéarisantes est la difficulté d'étudier leurs robustesses aux incertitudes paramétriques du modèle.

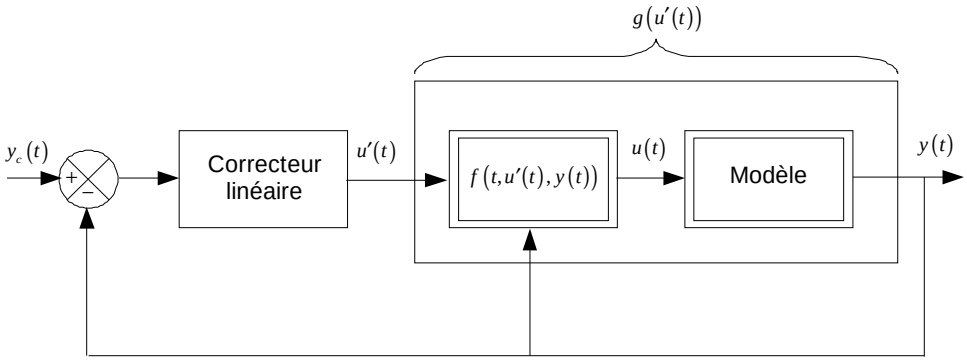

Figure 1-6 : Commande linéarisante

Par exemple, /Sheikholeslam et Desoer 1990/ ont développé une architecture de commande permettant de suivre une consigne d'inter-distance constante. Elle nécessite la communication de la vitesse et de l'accélération du véhicule de tête de convoi et du véhicule précédent ainsi que la mesure de l'inter-distance. Les auteurs ont étudié la robustesse du régulateur vis-à-vis des variations de masse des véhicules, des différences de performances de dynamique entre les véhicules du convoi, des bruits de mesures et des temps de communication.

Toujours pour une inter-distance constante avec communication de la vitesse du véhicule de tête, /Chien et al. 1995/ proposent un contrôleur dépendant de l'erreur d'inter-distance et de sa dérivée, de la différence de vitesse avec le véhicule de tête mais aussi de l'erreur d'inter-distance et de sa dérivée du véhicule de derrière.

/Godbole et Lygeros 1993/ proposent un PID pour suivre une consigne d'inter-distance à temps constant et sans communications. /Chien et Ioannou 1992/ donnent une loi de commande utilisant les mesures de l'inter-distance et de la vitesse relative et l'estimation ou la mesure de l'accélération relative entre deux véhicules consécutifs. Et plus récemment, /Swaroop et Rajagopal 2001/ se basent sur une commande de type proportionnelle dérivée. Ils étudient ensuite la robustesse de leur commande vis-à-vis des erreurs de modélisation.

4.1.2 Correcteurs avec gains programmés ou adaptatifs

Pour une consigne d'inter-distance à temps constant, une comparaison entre un PID à gains fixes, un PID à gains programmés et un PID à gains adaptatifs a été faite dans /Ioannou et Xu 1994/. Les trois contrôleurs assurent la stabilité du convoi. Le PID adaptatif semble donner de meilleures performances dynamiques tout en gardant un bon confort pour les passagers. De plus il est moins sensible aux variations paramétriques du modèle.

Une comparaison similaire, mais cette fois-ci dans le cadre d'un convoi de poids lourds a été proposé par /Yanakiev et Kanellakopoulos 1996, b/. Il s'agit de deux contrôleurs PI avec une une structure « anti-dérive de l'intégrateur » (anti-windup), l'un à gains fixes et l'autre à gains adaptatifs. La particularité des contrôleurs est l'utilisation d'un terme quadratique pour limiter les gains lors de compensation d'erreurs importantes (principalement pour des raisons de confort). Les poids lourds ayant des masses importantes, la stabilisation de la chaîne n'est garantie que pour des inter-distances très grandes. Les auteurs proposent l'ajout de

communications inter-véhiculaires pour assurer la stabilité du convoi avec des inter-distances plus petites.

4.2 Correcteurs non linéaires

/Swaroop et al. 1994/ proposent une commande par modes glissants d'ordre 1 pour maintenir une inter-distance constante. La position, la vitesse et l'accélération du véhicule précédent ainsi que celles du véhicule de tête sont utilisées dans le calcul de la loi de commande. /Bauer et Tomizuka 1996/ s'intéressent à la stabilité de la chaîne de véhicules dans des conditions extrêmes (verglas, pluie, …). Ils utilisent pour cela, une structure hiérarchisée dans laquelle le bas niveau est un contrôleur flou de type Mamdani en charge de la gestion de l'anti-glissement et l'anti-patinage des roues et le haut niveau est un contrôleur similaire à celui présenté dans /Swaroop et al. 1994/.

Un des inconvénients des commandes par modes glissants d'ordre 1 est l'apparition du broutement (« chattering ») lorsque la surface de glissement est atteinte. Afin de remédier à cet inconvénient /Gerdes et Hedrick 1997/ ont mis en œuvre une commande par modes glissants d'ordre 2.

Le signal commandé par le contrôleur est l'accélération désirée pour le véhicule. Les commandes positives (couple aux roues) étant générées par le moteur de la voiture, et celles négatives étant principalement réalisées par les freins mécaniques, les auteurs étudient les conditions de passage de l'une à l'autre.

/Hedrick et al. 1997/ proposent l'ajout d'un hystérésis qui limite les sollicitations dynamiques de chacun des actionneurs. /Huang et Ren 1999/ proposent deux régulateurs, un pour le moteur et un pour les freins, ainsi qu'un algorithme d'apprentissage permettant de sélectionner le régulateur à activer.

Plus récemment, une commande floue de type Mamdani est utilisée dans /Lee et Kim 2002/. Les informations utilisées dans la loi de commande sont l'erreur d'inter-distance, sa dérivée, la vitesse du véhicule et par communication, la vitesse et l'accélération du véhicule de tête.

Enfin, pour une consigne avec facteur de sécurité constant, une commande par modes glissants d'ordre un puis deux pour limiter les effets de broutement (« chattering ») qui donnent une grande sensation d'inconfort aux passagers a été développée par /Nouvelière 2002/. Les informations nécessaires au fonctionnement du système sont la vitesse relative et

la position relative des deux véhicules mesurées à l'aide d'un scrutateur laser (Lidar). Ces travaux serviront de référence dans les prochains chapitres.

4.3 Conclusion

La commande longitudinale est étudiée depuis les années 1970 et reste un sujet d'actualité comme en témoigne l'apparition de systèmes commerciaux sur les véhicules de série comme le système DISTRONIC PLUS de Mercedes qui régule l'inter-distance entre 0 et 200 km/h /Mercedes/. Les algorithmes proposés se distinguent par le type et le nombre de capteurs requis ainsi que par la nécessité de communiquer avec d'autres véhicules et/ou l'extérieur, tableau 1-1. Parmi la liste non exhaustive des travaux présentés, seuls ceux de /Lee et Kim 2002/, /Gerdes et Hedrick 1997/ et /Nouvelière 2002/ ont été validés par des expérimentations.

	Consigne	Mesures utilisées	Type de régulation	Informations communiquées
/Sheikholeslam et Desoer 1990/	Constante	Inter-distance		Vitesse et accélération du véhicule de tête et du véhicule précédent
/Chien et Ioannou 1992/	Temps constant	Inter-distance, vitesse et accélération du véhicule précédent		Pas de communication
/Godbole et Lygeros 1993/	Temps constant	Inter-distance,	PID	Pas de communication
/Ioannou et Xu 1994/	Temps constant	Inter-distance	PID gains adaptatifs	Pas de communication
/Swaroop et al. 1994/ et /Bauer et Tomizuka 1996/	Constante	Inter-distance	modes glissants	Vitesse et accélération du véhicule de tête et du véhicule précédent
/Chien et al. 1995/	Constante	Inter-distance, vitesse du véhicule de tête, inter-distance du véhicule de derrière		Vitesse du véhicule de tête
/Yanakiev et Kanellakopoulos 1996,a/	Temps constant	Inter-distance	PI gains adaptatifs	Pas de communication
/Gerdes et Hedrick 1997/ et /Hedrick et al. 1997/	Constante	Inter-distance	modes glissants	Vitesse et accélération du véhicule de tête et du véhicule précédent
/Swaroop et Rajagopal 2001/	Temps constant	inter-distance et sa variation ainsi que la vitesse de leur véhicule	PD	Pas de communication
/Lee et Kim 2002/	Constante	Inter-distance, vitesse du véhicule	floue de type Mamdani	Vitesse et accélération du véhicule de tête
/Nouvelière 2002/	Facteur de sécurité constant	Inter-distance, vitesse du véhicule	modes glissants	Vitesse et accélération du véhicule de tête

Tableau 1-1 : Récapitulatif de quelques lois de commandes longitudinales

5 Etat de l'art du contrôle latéral

Le contrôle latéral d'un véhicule consiste à asservir la position et le cap du véhicule sur la route. Dans ce cas, une instrumentation plus importante du véhicule est nécessaire : motorisation de la colonne de direction ou installation de systèmes de commande électrique

en lieu et place de la crémaillère de direction (système « drive by wire »), etc. Les applications sont principalement de deux types : la gestion des situations critiques comme le maintien de cap /Ackermann et Bünte 1997/, l'évitement d'obstacles, …, et l'assistance à la conduite dans des conditions usuelles avec par exemple l'automatisation des manœuvres pour parking ou encore la conduite entièrement automatique.

Une des premières applications de la conduite automatique est basée sur le concept de véhicules filoguidés : un ou deux fils électriques placés sur les trottoirs servent de trajectoire de référence à la voiture /Fenton et al. 1971/ et /Olson 1977/. Cette technique fut abandonnée car le coût d'installation et de maintenance des câbles électriques est trop élevé.

/Spangler et Snell 1962/ ont proposés par ailleurs d'utiliser des marqueurs intégrés dans le bitume ou sur les bas côtés. Plus tard, les systèmes de vision capables de détecter les lignes blanches /Tsugawa 1993/ permettent de s'affranchir de l'instrumentation de la route.

Dans le cadre d'un suivi de véhicule, la commande du mode latéral peut être réalisée en utilisant un filoguidage et/ou un suivi de ligne blanche tandis que le mode longitudinal est géré par des commandes décrites dans le paragraphe précédent. Le principal inconvénient d'un tel système est sa dépendance à l'environnement car même les systèmes de vision nécessitent la présence de lignes blanches sur la route. L'utilisation d'un dispositif de mesure des positions relatives des véhicules (vision, radars, télémètres lasers, ….) permet de s'affranchir de l'instrumentation de l'environnement.

Dans ce cadre, deux grands types d'approches sont envisagés : le suivi de véhicule et le suivi de trajectoire.

Le suivi de véhicule consiste généralement à asservir la position d'un véhicule dit « suiveur » relativement à celle d'un véhicule dit « de tête » comme si un lien physique existait entre les véhicules. L'inconvénient d'un tel système est que le véhicule suiveur a tendance à « couper » les virages, particulièrement lorsque l'espace entre les deux véhicules doit être grand (inter-distance à temps constant ou à facteur de sécurité constant).

Le suivi de trajectoire consiste à positionner le véhicule suiveur sur le chemin emprunté par le véhicule de tête. Il est alors nécessaire que le véhicule suiveur connaisse sa position dans l'espace ainsi que celle du véhicule de tête. Pour cela, un récepteur GPS (Global Positionning System) peut être rajouté au système de positionnement relatif. Les premières études dans ce domaine concernent des applications en robotique mobile /Hamel 1996/.

Les premières lois de commande qui ont été synthétisées pour le contrôle latéral sont linéaires /Shladover 1976/ et considèrent un découplage des modes longitudinal et latéral valide pour

une vitesse constante. Le développement des techniques non linéaires a permis la synthèse de lois de commande prenant en compte le couplage des deux modes /Lim et Hedrick 1999/, /Garnier et Fraichard 1997/.

5.1 Commande séparée des modes longitudinal et latéral

5.1.1 Environnement instrumenté

Lorsque l'environnement est instrumenté, le véhicule obtient sa consigne de trajectoire « en lisant » la route. L'objectif de la commande est de faire suivre cette consigne au véhicule tout en rejetant différents types de perturbations (vents, devers de la route, …).

Une comparaison entre un contrôleur PID classique et une commande optimale linéaire quadratique est proposée par /Peng et al. 1992/. L'objectif recherché est de maintenir le véhicule au centre de la route. Ces deux lois de commande sont validées expérimentalement sur une route équipée de capteurs magnétiques.

/Byrne et Abdallah 1995/ proposent un contrôleur linéaire adaptatif avec modèle de référence. Les auteurs mettent en avant la prise en compte du confort des passagers lors de la synthèse ainsi que la robustesse du contrôleur vis-à-vis des incertitudes paramétriques du modèle notamment dues au couplage des modes longitudinal et latéral initialement négligé.

Une loi de commande non linéaire floue de type PDC (Parallel Distributed Compensation) basée sur les modèles de type Takagi-Sugeno est proposée dans /Mammar 1997/ pour le maintien d'un bus dans sa voie par détection des lignes blanches. Cette technique de commande (commande floue de type Takagi-Sugeno) est également à la base des travaux présentés dans ce mémoire.

Des commandes par modes glissants sont comparées dans /Saraf 1997/. La première met en œuvre une surface de glissement linéaire. La deuxième utilise en plus des gains adaptatifs pour améliorer la robustesse vis-à-vis des perturbations paramétriques. Enfin, la dernière est synthétisée avec une surface non linéaire qui permet de réduire l'erreur de suivi tout en limitant les mouvements latéraux, sources d'inconfort pour les passagers. Les deux premiers contrôleurs ont été testés expérimentalement et les résultats ne montrent pas de différences notables.

Dans le cadre d'un suivi de véhicule, /Lee et al. 1999/ présentent deux lois de commande. La première, basée sur une commande floue de type Mamdani, permet de réguler l'inter-distance.

La deuxième est un correcteur PD flou qui guide le véhicule le long d'un câble inductif. Ces deux lois sont d'abord testées en simulation puis validées expérimentalement.

Pour maintenir un véhicule dans sa voie, /Nouvelière 2002/ utilise une loi de commande linéaire synthétisée par minimisation d'un critère H_∞ et une mise en forme de la boucle ouverte corrigée (loop-shaping). La position du véhicule par rapport au centre de la voie se fait par détection des lignes blanches.

/Raharijaona et al.2003/ s'intéressent à une aide à la conduite dont le but est d'assurer le suivi de trajectoire avec contrôle du lacet du véhicule. Cet assistance n'étant pas active tout le temps, un modèle du conducteur permet de prendre en compte le temps de réaction de l'être humain ainsi que ses capacités de prédiction. Le correcteur utilisé est basé sur la synthèse H_∞ avec des contraintes de performance et de confort. Une μ-analyse est effectuée ensuite pour étudier la robustesse du système bouclé vis-à-vis des incertitudes paramétriques.

5.1.2 Suivi de véhicule

/Fujioka et Suzuki 1994/ réalisent un système de suivi longitudinal et latéral de type barre d'attelage virtuel en utilisant une commande par modes glissants. La consigne d'inter-distance est constante, ce qui permet de maintenir en toute situation de conduite une séparation entre les véhicules assez faible et donc de limiter l'effet de coupure des virages.

/Daviet et Parent 1996/ proposent un correcteur linéaire à gains variables pour suivre une consigne d'inter-distance à temps constant et un correcteur PI pour réaliser une liaison de type barre d'attelage. Ces lois de commande ont été testées expérimentalement sur des véhicules électriques.

Un suivi de véhicule à basse vitesse est développé dans /Mammar et al. 2000/. Le mode longitudinal est régulé grâce à une commande par retour d'état. Ils considèrent un modèle de deux véhicules dans lequel la position, la vitesse et l'accélération du véhicule de tête sont considérées comme des entrées inconnues. La loi de commande latérale est similaire à celle présentée dans /Nouvelière 2002/.

5.1.3 Suivi de trajectoire

Pour réaliser un suivi de véhicule, une loi de commande prédictive est élaborée dans /Daviet et Parent 1996/. Cette loi de commande est testée en simulation et validée expérimentalement sur des véhicules électriques utilisant des caméra-vidéos pour détecter le véhicule précédent et définir la trajectoire à suivre.

Enfin, /Kato et Tsugawa 2000/ proposent un algorithme permettant de définir la trajectoire à suivre à l'aide d'un système de vision. Les lois de commande utilisées sont linéaires et ont été testées en simulation puis validées sur des robots mobiles pour être enfin appliquées sur une voiture équipée d'une caméra-video détectant le véhicule précédent.

Le suivi de trajectoire peut également s'envisager avec un véhicule seul, par exemple pour la réalisation de manœuvre particulière et préprogrammée (créneau, …). Dans ce cadre, /Tanaka et Sano 1995/ écrivent le modèle du véhicule sous la forme d'un modèle TS (Takagi-Sugeno) puis proposent d'utiliser une loi de commande floue de type PDC (Parallel Distributed Compensation). Cette loi de commande est testée en simulation sur différents modèles plus ou moins complets.

5.2 Modes longitudinal et latéral couplés

Comme précédemment, deux types de régulation sont distingués :

- Suivi de véhicule :

Afin de réaliser un suivi de véhicule avec inter-distance constante, /Pham et al. 1994/ utilisent une loi de commande par modes glissants sur un modèle prenant en compte le couplage des modes longitudinal et latéral. De manière évidente, le couplage des deux modes rend la synthèse de la loi de commande plus difficile.

/Lim et Hedrick 1999/ utilisent une commande par modes glissants pour réaliser un suivi de véhicule. Les consignes des modes longitudinal et latéral sont respectivement calculées à partir de l'erreur d'inter-distance entre les deux véhicules et la déviation avec le centre de la route du véhicule suiveur. Pour déterminer la vitesse latérale du véhicule, un observateur a été ajouté ; il nécessite la mesure de la position du véhicule par rapport au centre de la route. Pour cela, des capteurs magnétiques mesurent la distance entre le véhicule et des marqueurs implantés au centre de la route. L'ensemble de la structure a été validé de façon expérimentale et a été comparé avec un PID à gains variables.

- Suivi de trajectoire :

Une loi de commande floue de type Mamdani est proposée par /Garnier et Fraichard 1997/ afin de réaliser un suivi de trajectoire avec évitement d'obstacles. Ils proposent une méthode

d'apprentissage pour obtenir les poids de chacune des règles floues. Ces algorithmes sont testés expérimentalement sur des voitures électriques.

Enfin, /El Hajjaji et Bentalba 2003/ utilisent une commande floue de type PDC pour réaliser un suivi de trajectoire. Cependant, le système présenté concerne un véhicule seul et non un convoi de véhicule et de plus aucune incertitude paramétrique n'est prise en compte

5.3 Conclusion

Différentes techniques de commande ont été appliquées au problème de la commande latérale. Dans un premier temps, de manière à simplifier la synthèse des lois de commande, les modes longitudinal et latéral sont considérés découplés ce qui limite leur domaine de validité. Ensuite, des commandes prenant en compte ce couplage ont permis de lever cette restriction au prix d'une synthèse plus difficile.

Un récapitulatif des quelques lois de commande longitudinale et latérale évoquées précédemment pour le suivi de véhicule est donné

tableau 1-2.

	Régulateur Longitudinal	**Régulateur Latéral**	**Type de suivi**	**Couplage**
/Fujioka et Suzuki 1994/	Modes glissants	Modes glissants	Barre d'attelage	Pas de couplage
/Daviet et Parent 1996/	Linéaire gains variables	PI	Barre d'attelage	Pas de couplage
/Daviet et Parent 1996/	Commande prédictive	Commande prédictive	Suivi de trajectoire	Pas de couplage
/Lee et al. 1999/	floue de type Mamdani	PD flou	Câble inductif	Pas de couplage
/Mammar et al. 2000/	Retour d'état linéaire	H_∞ avec loop shaping	Barre d'attelage	Pas de couplage
/Kato et Tsugawa 2000/	linéaire	Linéaire	Suivi de trajectoire	Pas de couplage
	Régulateur longitudinal et latéral couplé			
/Pham et al. 1994/	Modes glissants		Centre de la route	Couplés
/Garnier et Fraichard 1997/	Flou de type Mamdani		Suivi de trajectoire	Couplés
/Lim et Hedrick 1999/	Modes glissants		Centre de la route	Couplés

Tableau 1-2 : Récapitulatif de quelques lois de commandes latérales pour le suivi de véhicule

6 Conclusion

La conduite automatisée fait l’objet de nombreuses recherches dans le monde entier. Les projets qui s’y intéressent font généralement partie de programmes nationaux et/ou internationaux dans lesquels une approche globale de la conduite est envisagée. La mise en œuvre de tels systèmes demande l’implication de domaines de recherches très variés : coopération homme-machine, optimisation du trafic routier, élaboration des lois de commande, etc.

L’élaboration des lois de commande nécessaires à la conduite automatique peut être divisée en deux grandes catégories, la première concerne le mode longitudinal et la deuxième le mode latéral. Dans les deux cas, elles sont confrontées à la variation importante des conditions d’usage des véhicules : état de la route, conditions météorologiques, nombre de passagers, etc. Les lois de commande doivent donc être robustes vis-à-vis de ces incertitudes et perturbations tout en assurant le confort des passagers.

Une instrumentation spécifique importante peut s’avérer nécessaire. En effet, il faut pouvoir piloter au minimum le moteur et/ou les freins ainsi que la direction du véhicule pour le mode latéral. De nombreux capteurs peuvent être utilisés : accéléromètres, gyroscopes, magnétomètres, GPS, systèmes de vision, Lidar, etc. L’instrumentation minimale requise dépend essentiellement du type de consigne choisie : inter-distance constante, à temps constant, à facteur de sécurité constant pour la commande longitudinale et suivi de type barre d’attelage ou suivi de trajectoire pour la commande latérale.

Le contexte général de la conduite automatisée ayant été présenté, avant de développer la synthèse des lois de commande, le chapitre suivant décrit les différents modèles de véhicules considérés.

7 Bibliographie

Ackermann J., Bunte T., Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering, Control Eng. Practice, Vol. 5, No. 8, pp. 11331-1136, 1997.

Bauer M., Tomizuka M., Fuzzy logic traction controller and their effect on longitudinal vehicle platoon systems, Vehicle System Dynamics, 25, pp. 277-303, 1996.

Byrne R. H., Abdallah C. T., Design of a model reference adaptive controller for vehicle road following, Mathl. Comput. Modelling, Vol. 22, No. 4-7, pp. 343-354, 1995.

Canudas de Wit C., Brogliato B., Stability issues for vehicle platooning in automated highway systems, IEEE Conference on Control Applications, CCA'99, Hawaii (USA), 1999.

Caudill R.J., Garrard W.L., Vehicle-Follower longitudinal control for automated transit vehicles, ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and control, Vol. 99, No. 4, pp. 241-248, Dec 1977.

Chen Y., Effect of communication delays on the performance of vehicle platoons, M.S. thesis, University of California, Berkeley, 1995.

Chien C.C., Ioannou P., Automatic vehicle following, Proceedings of the American Control Conference, pp. 1748-1752, 1992.

Chien C.-C., Zhang Y., Lai M., Regulation layer controller design for automated highway systems, Mathl. Comput. Modelling, Vol. 22, No. 4-7, pp. 305-327, 1995.

Daviet P., Parent M., Longitudinal and lateral servoing of vehicles in a platoon, IEEE Intelligent vehicles symposium, 1996.

El Hajjaji A., Bentalba S., Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles, Robotics and autonomous systems 1050, 1-11, 2003.

Fenton R.E. et al. , One approach to highway automation, IEEE Proceedings, 4(56), pp. 556-566, 1968.

Fenton R.E., Olson K.W., Bender J.G., Advances toward the automatic highway, Highway Research Record, 344, pp. 1-20, 1971.

Fujioka T., Suzuki K., Control of longitudinal and lateral Platoon using sliding mode control, Vehicle System Dynamics, Vol.23, No.8, pp. 647-664, November 1994.

Gardels K., Automatic car controls for electronic highways, General Motors Research Laboratory, General Motors Corp., Warren, MI, USA, Report GMR-276, 1960.

Gerdes J.C., Hedrick J.K., Vehicle speed and spacing control via coordinated throttle and brake actuation, IFAC, 1997.

Godbole D., Lygeros J., Longitudinal control of the lead car of a platoon, PATH Technical memorandum 93-7, University of California, Berkeley, 1993.

Hamel T., Sur la robustesse et la précision du contrôle des déplacements de robots mobiles à roues, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1996.

Hedrick J.K., Gerdes J.C., Maciuca D.B., Swaroop D., Brake system modeling, control and integrated brake/throttle switching : Phase I, UCB-ITS-PRR-97-21, California PATH Research Report, University of California, Berkeley, 1997.

Huang S., Ren W., Vehicle longitudinal control using throttles and brakes, Robotics and Autonomous Systems, Vol. 26, pp. 241-253, 1999.

Ioannou P, Xu Z. Throttle and brake control systems for automatic vehicle following. IVHS Journal, Vol. 1(4), pp. 345-377, 1994.

Kato S., Tsugawa S., Lateral and longitudinal control algorithms for visual platooning of autonomous vehicles, Proceedings of Seoul 2000 F1SITA World Automotive Congress, 2000.

Lee G.D., Yim Y.U., Oh S.H., Kim S.W., Jung J.H., Kim B.S., Longitudinal and lateral control system development for a platoon of vehicles, Proc. Of the 1999 IEEE/IEE/JSAE International Conference on Intelligent Transportation Systems, 1999.

Lee G.D., Kim S.W., A longitudinal control system for a platoon of vehicles using a fuzzy-sliding mode algorithm, Mechatronics 12, pp. 97-118, 2002.

Lim E.H.M., Hedrick J.K., Lateral and longitudinal vehicle control coupling for automated vehicle operation, American Control Conference, pp. 3676-3680, 1999.

Lu X.Y., Joo S., Hedrick J.K., Coordination Layer Control Design for Automated Trucks and Buses, Publication of PATH project, ITS, UC Berkeley, UCB-ITS-PRR-2004-35, 2004.

Mammar S., Robust Automatic Steering of a Vehicle : An LMI Approach, 8th IFAC Symposium on Transportation Systems, Ghania, Greece, 1997.

Mammar S., Nouvelière L., M'Sirdi N.K., Sainte-Marie J., Contrôle intégré d'un véhicule en automatisation basse vitesse, Congrès international Francophone d'Automatique, CIFA 2000.

Nouvelière L., Commandes robustes appliquées au contrôle assisté d'un véhicule à basse vitesse, Thèse de Doctorat, Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2002.

Olson K.W., Wire-reference configurations in vehicle lateral control, IEEE Trans. Veh. Tech., 2(26), pp. 161-172, 1977.

Peng H., Tomizuka M., Lateral control of front-wheel-steering rubber-tire vehicles, Publication of PATH project, ITS, UC Berkeley, UCB-ITS-PRR-90-5, 1990.

Peng H., Hessburg T., Tomizuka M., A theoretical and experimental study on vehicle lateral control, In Proceedings Of the ACC, pp. 1738-1742, 1992.

Peppard L.E., String stability of relative motion PID vehicle control systems, IEEE Transaction on Automatic Control, pp.579-581, 1974.

Pham H., Hedrick J.K., Tomizuka M., Combined lateral and longitudinal control of vehicles, Proc. Of the 1994 American Control Conference, Baltimore, MD, USA, vol. 2, pp. 1205-1206, 1994.

Pue A.J., A state constrained approach to vehicle follower control for short headway automated guideway transit systems, Proceedings of 1977 Joint Automatic Control Conference, San Francisco, Vol. 1, pp. 401-407, 1977.

Raharijaona T., Duc G., Mammar S., Synthèses Hinf et mu-analyse appliquées à l'assistance au contrôle latéral de véhicule routier, JDA, 2003.

Raza H., Ioannou P., Vehicle following control design for automated highway systems. IEEE Control System Mag, 16(6), pp. 43-60, 1996.

Saraf S.K., Advanced Steering Control of road vehicles, PhD thesis, University of California, Berkeley, 1997.

Sheikholeslam S., Desoer C.A., Longitudinal Control of a Platoon of Vehicles I: Linear Model, Publication of PATH project, ITS, UC Berkeley, UCB-ITS-PRR-89-03, 1989.

Sheikholeslam S., Desoer C.A., Longitudinal control of a platoon of vehicles, Proceedings of the American Control Conference, Vol.1, pp.291-297, May 1990.

Shladover S.E., Performance limits of automatic steering controllers, Institut of Technology, University of Minnesota, MN, pp. 233-245, Personal Rapid Transit III, 1976.

Shladover S.E., Longitudinal control of automated guide-way transit vehicles within platoon, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 100, 302-310, 1978.

Shladover S.E., Operation of automated guideway transit vehicles in dynamically reconfigured trains and platoons, UMTA-MA-060085-79, 1979.

Spangler R.A., Snell F.M., A new vehicle guidance and speed control system, Highway Research Record, 338, pp. 20-27, 1962.

Swaroop D., String stability of interconnected systems: an application to platooning in automated highway systems, Ph.D. thesis, University of California at Berkeley, 1994.

Swaroop D., Hedrick J.K., Chien C.C., Ioannou P., A comparison of spacing and headway control laws for automatically controlled vehicles, Vehicle system dynamics, 23, pp. 25-53, 1994.

Swaroop D., String stability of interconnected systems: An application to platooning in automated highway systems, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.41, No. 3, 1996.

Swaroop D., Rajagopal K.R., A review of constant time headway policy for automatic vehicle following, IEEE Intelligent Transportation Systems Conference, pp. 67-71, 2001.

Tanaka K., Sano M., Trajectory stabilisation of a model car via fuzzy control, Fuzzy Sets and Systems 70, pp. 155-170, 1995.

Tricot N., Conception et évaluation de systèmes coopératifs avancés d'aide à la conduite automobile, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France, 2005.

Tsugawa S., Vision-based vehicles in Japan: the machine vision systems and driving control systems, Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Budapest, Hungary, 1993.

Varaiya P., Smart Cars on smart roads: Problems of Control. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 38, No 2, 1993.

Yanakiev D., Kanellakopoulos I., A simplified Framework for string stability analysis in AHS, 13th IFAC World Congress, SanFransisco, CA, pp.177-182, 1996, a.

Yanakiev D., Kanellakopoulos I., Speed Tracking and vehicle Follower control design for heavy duty vehicles, Vehicle System Dynamics, Vol.25, pp.251-276, 1996, b.

/ADASE/: site internet du programme ADASE : http://www.adase2.net/ (consulté le 08/03/2006)

/AHSRA/: site internet de l'AHSRA (Advanced Cruise-Assist Highway System Research Association) http://www.ahsra.or.jp/eng/d01e/1998/status_plans/history_01e.htm (consulté le 08/03/2006)

/CCFA/ : site internet du Comité des Constructeurs Français d'Automobiles : http://www.ccfa.fr/ (consulté le 08/03/2006)

/CHAUF/ : site internet du projet CHAUFFEUR : http://www.chauffeur2.net/ (consulté le 08/03/2006)

/ERTICO/ : site internet du consortium ERTICO : http://www.ertico.com/ (consulté le 08/03/2006)

/IVI/ : site internet du projet IVI : http://www.its.dot.gov/ivi/ivi.htm (consulté le 08/03/2006)

/Mercedes/: site internet du constructeur Mercedes-Benz : http://www.mercedes-benz.fr/ (consulté le 08/03/2006)

/PATH/ : site internet du programme PATH de l'Université de Berkeley: http://www.path.berkeley.edu/ (consulté le 08/03/2006)

/PREDIT/ : site internet du programme PREDIT : http://www.predit.prd.fr/ (consulté le 08/03/2006)

/VICS/ : site internet du programme VICS : http://www.vics.or.jp/english/index.html (consulté le 08/03/2006)

Chapitre 2 : Modélisation des dynamiques longitudinale et latérale d'une voiture électrique

1 Introduction

Afin d'élaborer une loi de commande pour la régulation de la position du véhicule suiveur, il est tout d'abord nécessaire de réaliser un modèle de la dynamique longitudinale et/ou latérale du véhicule. Classiquement un compromis entre la précision du modèle et sa complexité doit être trouvé.

Les phénomènes intervenant dans la description de la dynamique du véhicule sont nombreux et variés. La modélisation utilisée repose essentiellement sur une description des forces créées à l'interface du pneu et de la chaussée ainsi que sur la description mécanique du comportement du véhicule.

En ce qui concerne la description du contact pneu/route, différentes approches ont déjà été étudiées. Par exemple, /Gim et Nikravesh 1990/ proposent une analyse très fine basée sur des méthodes par éléments finis, /Bakker et Pacejka 1989/ présentent une approche plus synthétique basée sur l'exploitation de données empiriques.

Afin d'obtenir les expressions décrivant la dynamique du véhicule, il est nécessaire de choisir la liste des éléments mécaniques considérés : géométrie des suspensions, du train arrière, de la direction du véhicule, barre anti-roulis, etc. La complexité et la finesse de représentation du modèle dépendent de ce choix. Par exemple, /Lowndes 1998/ propose une modélisation détaillée de chaque élément du véhicule (suspensions indépendantes, masse suspendue, roues, …) comprenant un total de 80 degrés de liberté. /El Hadri 2001/ donne un modèle moins complet du véhicule à 15 degrés de liberté comprenant notamment une modélisation simplifiée des suspensions et de la barre anti-roulis. /Gissinger et Le Fort-Piat 2002/ proposent plusieurs niveaux de modélisation et entre autres, un modèle simplifié de type « bicyclette » à 4 degrés de liberté.

Ce mémoire étant consacré à la réalisation d'un attelage virtuel entre deux véhicules dans des conditions « normales » de conduite et de route (pas de situation d'urgence, route goudronnée et sèche, etc.), le modèle considéré est un modèle de type « bicyclette » avec une description du pneumatique dans des conditions de faible glissement. Il comprend 13 paramètres et 4 degrés de libertés. Ce modèle sera utilisé par la suite pour toutes les simulations qui permettront de valider les résultats obtenus. Néanmoins, pour faire la synthèse des lois de commande, ce modèle s'avère difficile à manipuler et sera donc simplifié.

2 Notations

L'indice 1 désigne la roue avant du véhicule et l'indice 2 la roue arrière. Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, la dépendance au temps sera omise afin d'alléger les notations. Les tableaux suivants reprennent les principales notations utilisées dans ce chapitre.

$\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$	Accélération (m/s^2) et vitesse (m/s) longitudinale du véhicule
$\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$	Accélération (m/s^2) et vitesse (m/s) latérale du véhicule
$\ddot{\psi}(t)$, $\dot{\psi}(t)$, $\psi(t)$	Accélération (rad/s^2), vitesse (rad/s) et angle (rad) de lacet du véhicule
$F_A(t)$	Forces longitudinales cumulées de contact entre les pneus et la route (N)
$F_B(t)$	Forces latérales cumulées de contact entre les pneus et la route (N)
$M_c(t)$	Moment de rotation de la caisse ($N \cdot m$)
$F_{xaero}(t)$	Force d'aérodynamisme longitudinale (N)
$F_{yaero}(t)$	Force d'aérodynamisme latérale (N)
$T_b(t)$	Couple de freinage de la roue ($N \cdot m$)
$T_s(t)$	Couple de traction de la roue ($N \cdot m$)
m	Masse du véhicule (kg)
I_z	Inertie selon l'axe vertical du véhicule ($kg \cdot m^2$)
l_f	Distance entre le centre de gravité du véhicule et l'axe de l'essieu avant (m)
l_r	Distance entre le centre de gravité du véhicule et l'axe de l'essieu arrière (m)

J_r	Inertie de la roue ($kg \cdot m^2$)
J_e	Inertie du moteur ($kg \cdot m^2$)
a_x , b_x	Coefficients d'aérodynamisme longitudinal ($kg \cdot m / s$) (kg)
a_y	Coefficient d'aérodynamisme latéral ($kg \cdot m / s$)
R_g	Rapport de boîte de vitesse

Tableau 2-1: notations utilisées pour la modélisation du véhicule

$F_x(t)$	Force de traction longitudinale du contact du pneu avec la route (N)
$F_y(t)$	Force de guidage latérale du contact du pneu avec la route (N)
$F_z(t)$	Force de réaction du pneu à la charge verticale (N)
$M_z(t)$	Moment d'auto-alignement du pneumatique ($N \cdot m$)
$M_y(t)$	Moment de résistance au roulement du pneumatique ($N \cdot m$)
$S_x(t)$	Glissement longitudinal de la roue
$S_y(t)$	Glissement latéral de la roue
$S_r(t)$	Glissement suivant la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_v$
$\delta(t)$	Angle de dérive du pneumatique (rad)
$\beta(t)$	Angle de braquage de la roue (rad)
$\mu_x(t)$	Coefficient d'adhérence longitudinale de la roue
$\mu_y(t)$	Coefficient d'adhérence latérale
$\mu_r(t)$	Coefficient d'adhérence couplée
$\vec{V}_v(t)$	Vitesse du point de contact de la roue (m / s)
$V_{vx}(t)$	Projection de $\vec{V}_v$ sur l'axe longitudinal du véhicule (m / s)
$V_{vy}(t)$	Projection de $\vec{V}_v$ sur l'axe latéral du véhicule (m / s)
$\omega_r(t)$	Vitesse de rotation de la roue (rad / s)
$d_c(t)$	Déport de chasse du pneu (m)
$d_d(t)$	Déport dû à la déformation du pneu (m)

C_{px}	Coefficient de raideur du pneumatique
C_{py}	Coefficient de raideur de dérive du pneumatique
R_r	Rayon de roulement de la roue (m)

Tableau 2-2: notations utilisées pour la modélisation du contact des pneus avec la route

3 Modélisation du contact pneu/route

Les pneumatiques sont des éléments essentiels dans la dynamique d'un véhicule. Les principales interactions du véhicule avec l'extérieur se font au niveau des roues et plus particulièrement à l'interface entre le pneu et la route. La modélisation de cette interface est difficile en raison du nombre important de paramètres entrant en jeu (pression de gonflage, dimensions, état de la route, conditions météorologiques,…) et de leurs fortes variations dans le temps.

Un des modèles les plus connu est le modèle empirique de Bakker-Pacejka /Bakker et Pacejka 1989/. A partir de courbes expérimentales, ces auteurs proposent un modèle mathématique permettant de prendre en compte différents types de pneumatiques et de chaussées au moyen de quelques paramètres.

Pour utiliser le modèle, il faut estimer ces paramètres, le plus simple étant d'utiliser des données expérimentales qui ne peuvent être obtenues qu'avec une instrumentation spécifique. De plus, les essais doivent couvrir un large domaine d'utilisation du pneumatique et notamment les situations critiques (glissement important des pneumatiques).

D'autres modèles basés sur une approche mécanique microscopique de l'interaction entre le caoutchouc et le sol ont été développés dans /Gim et Nikravesh 1990/, /Gim et Nikravesh 1991a/ et /Gim et Nikravesh 1991b/. Plus récemment, un modèle valide sur un plus grand domaine et notamment à vitesse faible est présenté dans /Bliman et al. 1995/. Si ces modèles permettent une modélisation plus fine du comportement du pneumatique, ils nécessitent la prise en compte de dynamiques très rapides difficilement mesurables et/ou estimables lors d'une application temps réel.

Lorsque les sollicitations des pneumatiques restent modérées, il est possible d'utiliser un modèle simplifié. Les travaux présentés dans ce mémoire étant dédiés à la réalisation d'un attelage virtuel entre deux véhicules et dans des conditions « normales » de conduite et

d'adhérence, le modèle du comportement du contact du pneu avec la chaussée utilisé est un modèle simplifié /Wong 1993/. Les situations d'urgence pourront néanmoins être traitées de manière spécifique, par exemple en mettant en œuvre des régulations de type anti-patinage des roues (ABS), de contrôle de la trajectoire (ESP), etc.

3.1 Description des forces et des moments au niveau des roues

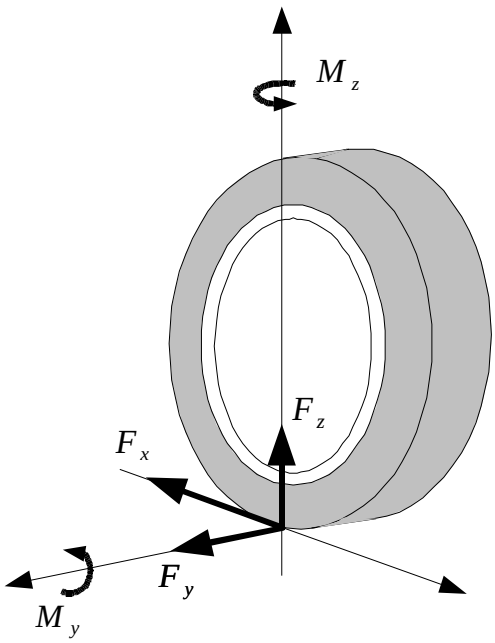

Figure 2-1: Forces et moments appliqués aux roues

Les roues sont les éléments porteurs du véhicule et lui permettent d'interagir avec son environnement au travers des suspensions et des pneumatiques. Elles transmettent les efforts de freinage, de traction et de guidage. La capacité du pneumatique à transmettre ces efforts dépend :

- de la charge verticale appliquée au pneumatique. Cette dernière résulte de la répartition dynamique du poids de la caisse sur les suspensions.
- de paramètres physiques : caractéristiques du pneu (pression, usure, géométrie,…), état de la route, etc.
- des glissements longitudinal et latéral, c'est-à-dire du déplacement relatif du pneu par rapport à la chaussée.

Les principales forces intervenant au niveau de la roue sont la force de traction longitudinale F_x qui est opposée au sens d'avancement du véhicule, la force de guidage latérale F_y qui est opposée au sens de direction de la roue et la réaction du pneu à la charge verticale F_z. A ces

forces, on peut ajouter les moments selon les axes vertical M_z et latéral M_y, le moment selon l'axe longitudinal étant généralement considéré comme négligeable, figure 2-1.

3.2 Comportement longitudinal du pneumatique

Lorsque le véhicule roule en ligne droite, la force latérale F_y est nulle ; seules les forces longitudinale F_x et verticale F_z sont considérées.

De manière schématique, le pneumatique étant élastique, il est nécessaire de mettre la bande de roulement en tension, et donc d'appliquer une force minimale avant de pouvoir déplacer le véhicule. Une fois la roue en mouvement, le principal phénomène qui intervient dans le calcul de la force longitudinale est le glissement longitudinal.

3.2.1 Glissement longitudinal

Le glissement longitudinal est dû à la différence entre la vitesse de translation du centre de la roue et de celle de son point de contact avec le sol, figure 2-2.

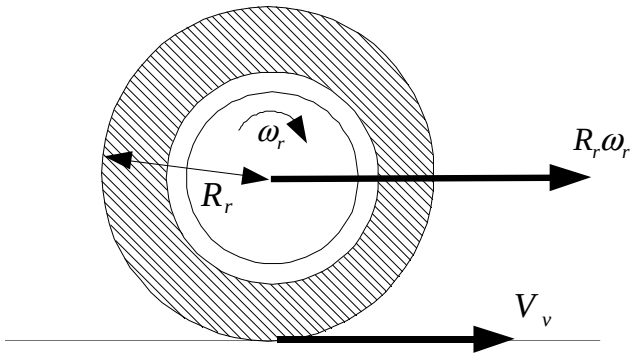

Figure 2-2: Différence entre les vitesses centrales et radiales de la roue

On note V_v la vitesse linéaire de translation du point de contact de la roue avec la route, ω_r la vitesse angulaire de rotation de la roue et R_r le rayon de roulement.

Classiquement, l'expression du glissement longitudinal est défini pour les cas suivants /El Hadri 2001/ :

- lors d'une décélération ($\omega_r \cdot R_r - V_v < 0$) :

$$S_x = \left(-1 + \frac{\omega_r \cdot R_r}{V_v} \right) * 100 \tag{2.1}$$

- lors d'une accélération ($\omega_r \cdot R_r - V_v > 0$) :

$$S_x = \left(1 - \frac{V_v}{\omega_r \cdot R_r}\right) * 100 \tag{2.2}$$

- lorsque la roue est dite « libre » ($\omega_r \cdot R_r = V_v$) :

$$S_x = 0 \tag{2.3}$$

3.2.2 Force de traction purement longitudinale

La force longitudinale F_x est le produit du coefficient d'adhérence longitudinal μ_x avec la force normale F_z : $F_x = -\mu_x \cdot F_z$. (2.4)

La caractéristique du coefficient d'adhérence longitudinal μ_x en fonction du glissement longitudinal S_x est donnée sur la figure 2-3, /Gissinger et Le Fort-Piat 2002/, /Ramirez Mendoza 1997/, /Wong 1993/.

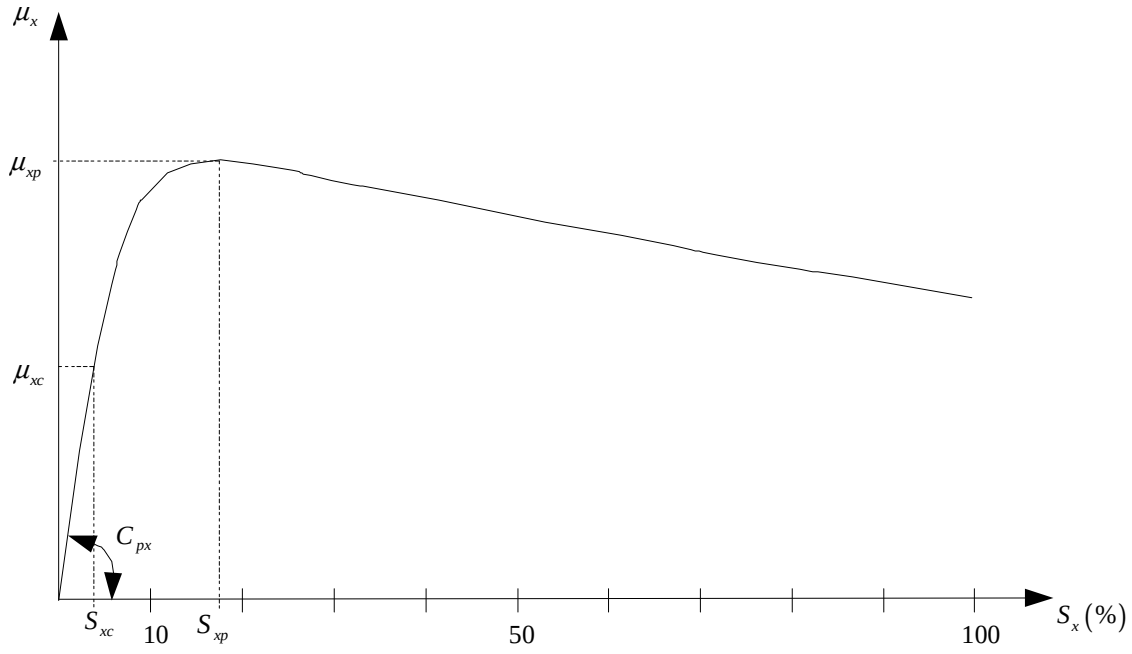

Figure 2-3 : Coefficient d'adhérence longitudinale en fonction du glissement longitudinal

Si l'allure de cette courbe est commune à de nombreux pneumatiques, les valeurs numériques dépendent évidemment du type de pneu (usure, dimension, modèle, …) et des caractéristiques de l'environnement (état de la chaussée, conditions météorologiques, …).

Différentes approches de modélisation du pneumatique ont été proposées par différents auteurs. /Lacombe 2000/ utilise une approche présentée dans /Dixon 1996/ dans laquelle le

pneumatique est modélisé par un ensemble de ressorts situés au dessus de la surface de contact. Cette surface est décomposée en deux zones: une zone dite statique dans laquelle le pneu adhère à la route et une zone dite de glissement. /Velenis et al. 2005/ proposent des modèles dans lesquels la force de traction est répartie sur toute la surface de contact. Les différents modèles se distinguent par la forme de la surface de contact et la répartition de la force de traction sur la surface. Ces modèles intègrent également des dynamiques non linéaires très rapides permettant de modéliser des phénomènes d'hystérésis.

Il est à noter que l'allure du comportement statique de ces modèles est similaire à celui représenté sur la figure 2-3.

Dans le cadre de cette étude, un modèle statique est suffisant. On considère les hypothèses sur la surface de contact proposées par /Wong 1993/. Celle-ci est supposée être rectangulaire avec une pression normale uniformément répartie. De plus, il doit être possible de la diviser en deux régions distinctes: une région d'élasticité où les forces de traction dépendent des propriétés élastiques du pneumatique et une région de glissement où les forces développées dépendent des propriétés d'adhérence de la surface de contact, figure 2-3.

En fonction du glissement longitudinal, l'importance relative des phénomènes d'élasticité et de glissement varie.

Classiquement, des mesures réalisées avec du matériel spécifique permettent de reconstruire a posteriori les caractéristiques d'adhérence du pneumatique représentées figure 2-3. Plusieurs auteurs ont modélisé ces données. Par exemple, /Wong 1993/ propose de décrire le comportement du coefficient d'adhérence comme une fonction par morceau du glissement longitudinal :

- Une première partie $0 < S_x < S_{xc}$ où la déformation élastique du pneu est prépondérante (région d'élasticité de la surface de contact uniquement). Le coefficient d'adhérence dépend linéairement de la déformation de la surface de contact. Il est donc proportionnel au glissement longitudinal pour une charge normale fixée :

  $$\mu_x = \frac{C_{px}}{F_z} \cdot S_x \tag{2.5}$$

  où C_{px} est le coefficient de raideur du pneumatique et dépend de la longueur de la zone de contact et de la raideur tangentielle de la bande de roulement.
- Une deuxième partie $S_{xc} < S_x < S_{xp}$ correspondant à un mélange des phénomènes survenant dans les deux régions de surface de contact:

$$\mu_x = \mu_{xp}\left(1 - \frac{S_{xc}}{2S_x}\right) \tag{2.6}$$

avec μ_{xp} la valeur maximale du coefficient d'adhérence longitudinal.

- Une dernière partie $S_x > S_{xp}$ pour laquelle les phénomènes de glissement sont prépondérants. Le coefficient d'adhérence longitudinal μ_x dépend alors essentiellement des caractéristiques physiques du contact du pneu avec la route. Au delà du point critique $S_x = S_{xp}$, le système devient instable et sans action correctrice (ABS, …), le glissement augmente jusqu'à la perte totale d'adhérence.

3.3 Comportement latéral du pneumatique

Le guidage du véhicule lors d'actions sur la colonne de direction est assuré par les forces et moments latéraux. Lorsque la roue est soumise à une force latérale, sa bande de roulement se déforme dans la direction opposée à la force. Cette déformation crée l'angle de dérive qui correspond à la différence entre l'axe longitudinal de la roue et la direction de son mouvement. Cet angle dépend essentiellement des propriétés élastiques du pneumatique. La force latérale développée par le pneu est fonction de l'angle de dérive /Wong 1993/.

3.3.1 Angle de dérive

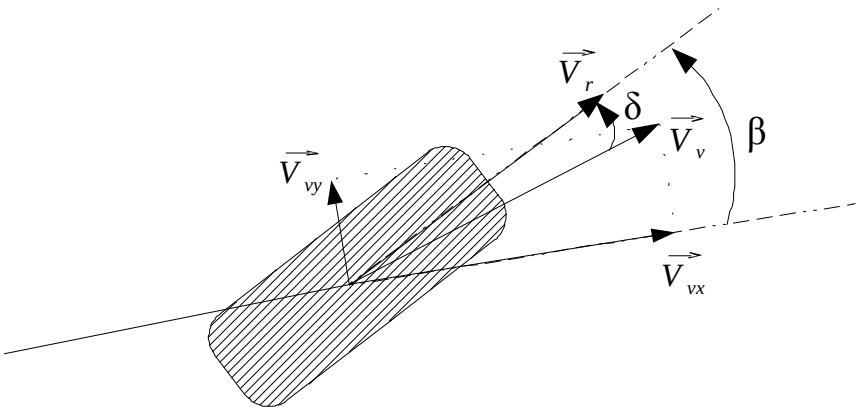

Figure 2-4 : Angle de dérive

Un pneumatique est dit en dérive si la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_r$ du centre de la roue n'est pas confondue avec celle du vecteur vitesse de son point de contact $\vec{V}_v$.

L'angle de dérive d'un pneumatique (figure 2-4) est donc l'angle formé par ces deux vecteurs vitesses, son expression est :

$$\delta = \beta - \tan^{-1}\left(\frac{V_{vy}}{V_{vx}}\right) \tag{2.7}$$

où β est l'angle de braquage de la roue, V_{vx} et V_{vy} sont les projections de la vitesse $\vec{V}_v$ respectivement selon l'axe longitudinal et latéral du véhicule.

3.3.2 Forces latérales pures

La force latérale est le produit du coefficient d'adhérence latérale μ_y et de la force normale F_z agissant sur la roue :

$$F_y = -\mu_y \cdot F_z \tag{2.8}$$

L'allure du coefficient d'adhérence latérale μ_y en fonction de l'angle de dérive est donnée figure 2-5 /Wong 1993/, /Gissinger et Le Fort-Piat 2002/.

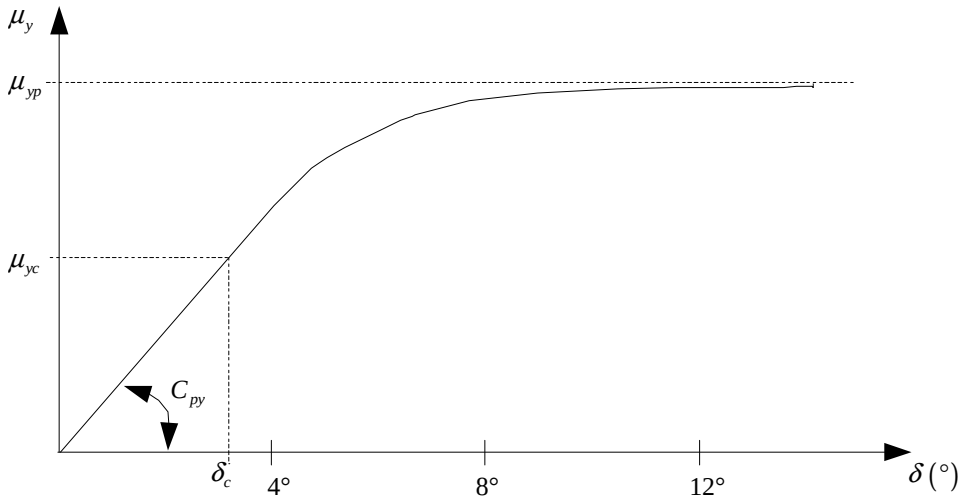

Figure 2-5 : Coefficient d'adhérence latérale en fonction de l'angle de dérive

Pour caractériser le coefficient d'adhérence latéral, les mêmes hypothèses sur la bande de roulement que pour le mode longitudinal vont être utilisées.

Sur la base de relevés expérimentaux, le coefficient d'adhérence latérale en fonction de l'angle de dérive peut donc être caractérisé par trois zones :

- La zone linéaire où l'élasticité latérale du pneu est prépondérante: $0 < \delta < \delta_c$, le coefficient d'adhérence latérale est proportionnel à l'angle de dérive pour une charge normale fixée :

$$\mu_y = \frac{C_{py}}{F_z} \cdot \delta \tag{2.9}$$

avec C_{py} le coefficient de raideur de dérive du pneumatique qui dépend de la dimension de la bande de roulement et de la raideur latérale du pneu.

- La zone mixte: $\delta_c < \delta$, où l'expression du coefficient d'adhérence latérale est :

$$\mu_y = \mu_{yp}\left(1 - \frac{\delta_c}{2\delta}\right) \tag{2.10}$$

- La zone où la force latérale est maximale, le véhicule dérape et la direction demandée par l'angle de braquage ne peut pas être respectée.

3.3.3 Moment d'auto-alignement

Le moment d'auto-alignement est dû à la déformation du pneumatique lors d'actions sur la colonne de direction et aussi à la géométrie du train avant. La surface de contact du pneu se déplace suivant une direction opposée au mouvement latéral ; la force de réaction longitudinale est donc déportée par rapport à l'axe de pivot créant ainsi un moment d'auto-alignement, figure 2-6.

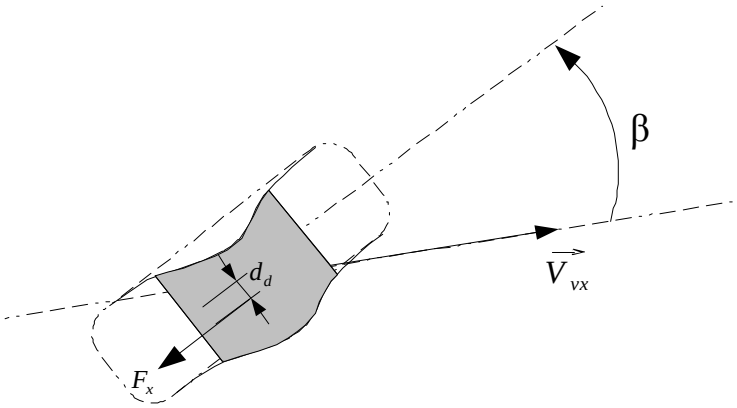

Figure 2-6 : Déformation du pneumatique lors de sollicitations de la colonne de direction

Un déport similaire apparaît aussi suivant l'axe longitudinal mais il est dû cette fois-ci à la géométrie des suspensions et principalement à l'angle de chasse qui est l'angle entre l'axe vertical et l'axe de pivot, figure 2-7.

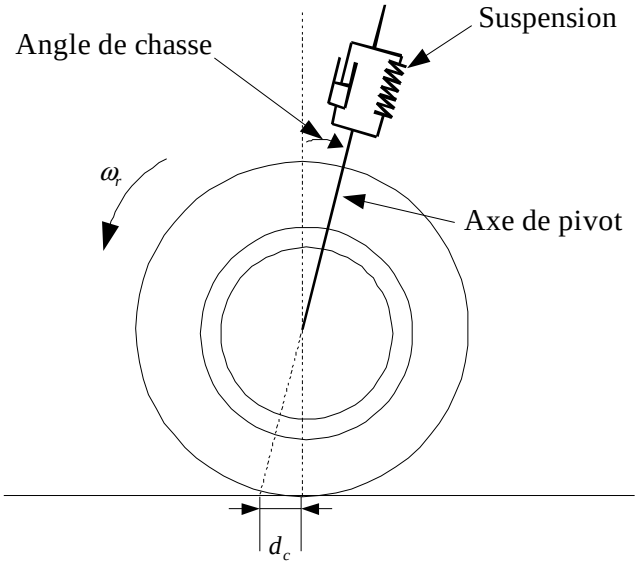

Figure 2-7 : Angle de chasse positif

L'expression du moment d'auto-alignement M_z est donc donnée par :

$$M_z = F_y \cdot d_c + F_x \cdot d_d \tag{2.11}$$

où d_d est le déport dû à la déformation du pneu et d_c le déport de chasse.

3.4 Comportement latéral et longitudinal couplé du pneumatique

Lorsqu'un véhicule est soumis à des forces longitudinales (accélération ou freinage) et des forces latérales (virage), la surface de contact du pneu avec la route se déforme suivant les deux directions. Il en résulte que ses propriétés d'élasticité et d'adhérence dans les deux directions diminuent par rapport à leurs valeurs nominales.

De la même façon, les valeurs nominales des forces longitudinales et latérales pures diminuent lors d'actions couplées.

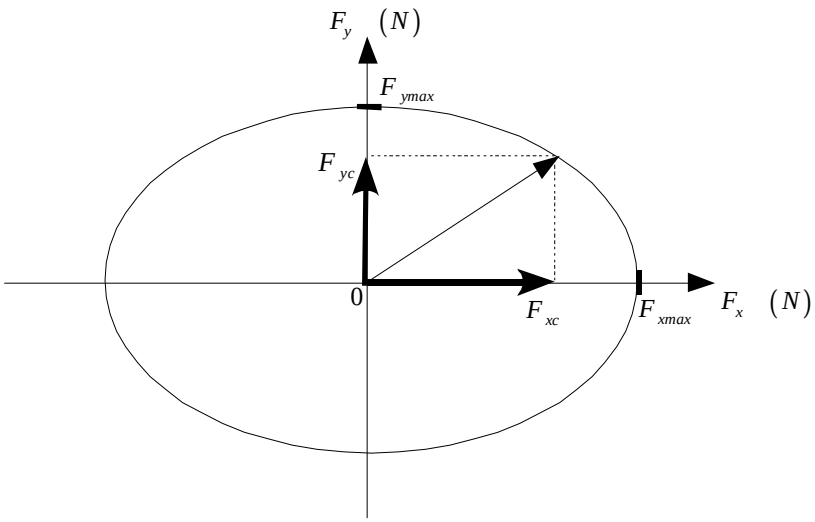

Figure 2-8 : Couplage des forces longitudinale et latérale

Pour caractériser un pneumatique, une ellipse d'adhérence peut être tracée. Celle-ci donne les valeurs maximales que peuvent atteindre les forces latérale et longitudinale couplées, figure 2-8, /Ramirez Mendoza 1997/, /Wong 1993/.

Le vecteur vitesse de translation du point de contact peut être décomposé suivant la direction longitudinale et latérale, de ce fait il est intéressant de redéfinir la notion de glissement longitudinal et latéral. En effet, d'après la figure 2-4, les expressions (2.1) et (2.2) deviennent respectivement dans le cas d'une décélération et d'une accélération :

$$S_{xc} = \frac{-V_v \cos(\delta) + \omega_r \cdot R_r}{V_v \cos(\delta)} \text{ et } S_{xc} = \frac{\omega_r \cdot R_r - V_v \cos(\delta)}{\omega_r \cdot R_r} \qquad (2.12)(2.13)$$

De la même manière, le glissement latéral est défini par :

$$S_{yc} = \frac{V_v \sin(\delta)}{V_v \cos(\delta)} = \tan(\delta) \text{ pour une décélération et par} \qquad (2.14)$$

$$S_{yc} = \frac{V_v \sin(\delta)}{\omega_r \cdot R_r} \text{ pour une accélération.} \qquad (2.15)$$

A partir de (2.12) ou (2.13) et (2.14) ou (2.15), les coefficients d'adhérence longitudinal et latéral purs μ_{xm} et μ_{ym} peuvent être calculés comme décrit précédemment.

Le glissement résultant suivant la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_v$ a pour expression:

$$S_r = \sqrt{S_{xc}^2 + S_{yc}^2} \qquad (2.16)$$

De la même manière, le coefficient d'adhérence résultant μ_r peut être défini :

$$\sqrt{\mu_{xm}^2 + \mu_{ym}^2} = \mu_r \tag{2.17}$$

ou de manière équivalente :

$$\sqrt{F_{xm}^2 + F_{ym}^2} = \mu_r \cdot F_z \tag{2.18}$$

Les coefficients d'adhérence longitudinale et latérale couplés peuvent être redéfinis de la manière suivante :

$$\mu_{xc} = \mu_r \cdot \frac{S_{xc}}{S_r} \tag{2.19}$$

et $\mu_{yc} = \mu_r \cdot \frac{S_{yc}}{S_r}$. (2.20)

Les expressions des forces longitudinale et latérale couplées deviennent donc :

$$F_{xc} = -\mu_{xc} \cdot F_z \cdot \cos(\delta) - \mu_{yc} \cdot F_z \cdot \sin(\delta) \tag{2.21}$$

$$F_{yc} = \mu_{xc} \cdot F_z \cdot \sin(\delta) - \mu_{yc} \cdot F_z \cdot \cos(\delta) \tag{2.22}$$

Différentes approches de modélisation du comportement du contact entre le pneu et la route ont été présentées. Les approches mécanique et microscopique permettent une prise en compte fine des phénomènes physiques mis en jeu. La problématique étudiée dans ce mémoire étant limitée à des glissements faibles entre le pneu et la route, ces modèles s'avèrent trop complexes. Le modèle simplifié utilisé permet un bon compromis de modélisation rendant compte du comportement du pneu dans les conditions d'usage standard.

4 Hypothèses générales de modélisation de la dynamique du véhicule

L'étude présentée dans ce mémoire s'intéresse à l'attelage virtuel entre deux véhicules dans des conditions normales de conduite. Les modèles utilisés doivent rendre compte de la dynamique du véhicule dans ces conditions, les situations dégradées de conduite pouvant être détectées et traitées de façon spécifique. Les principales hypothèses communes à tous les modèles utilisés sont les suivantes :

Hypothèse *H1* : la route est considérée plane (sans dévers) et uniforme (revêtement sans défaut). Son revêtement assure de bonnes conditions d'adhérence (goudron par temps sec).

Hypothèse *H2* : l'accélération du véhicule (en traction et en freinage) est suffisamment faible pour que les mouvements des suspensions soient supposés négligeables.

↳Les hypothèses *H1* et *H2* limitent les mouvements des suspensions. La répartition de charge sur les roues est donc supposée constante.

Hypothèse *H3* : on suppose que le comportement des roues d'un même essieu est similaire.

↳ La dynamique des roues d'un même essieu peut être décrite par une roue virtuelle située au centre de gravité de l'essieu.

Hypothèse *H4* : le couple de traction ou de freinage disponible sur l'arbre des roues avant est entièrement décrit par la dynamique de la machine électrique.

↳ Les transmissions entre la machine électrique et les roues sont supposées rigides. Notamment la dynamique des cardans est négligée. En pratique, une commande bas niveau de la machine électrique permet de réguler les torsions dans les transmissions.
Le rapport de réduction de la boîte de vitesse est supposé constant.

Hypothèse *H5* : dans les conditions « normales » considérées, les coefficients d'adhérence longitudinal et latéral évoluent de façon linéaire avec leurs glissements respectifs.

Hypothèse *H6* : le moment d'auto-alignement des pneumatiques est supposé négligeable.

↳ Cette hypothèse est réaliste lorsque la colonne de direction est régulée.

5 Modèle de simulation

L'objet de cette partie est de présenter le modèle qui servira pour les simulations dans les chapitres suivants.
A partir des hypothèses décrites précédemment, le véhicule peut être représenté de façon schématique par le modèle « bicyclette », figure 2-9 /Shladover S.E. et al. 1978/, /Gissinger et

Le Fort-Piat 2002/. On rappelle que l'indice 1 désigne la roue avant du véhicule et l'indice 2 la roue arrière.

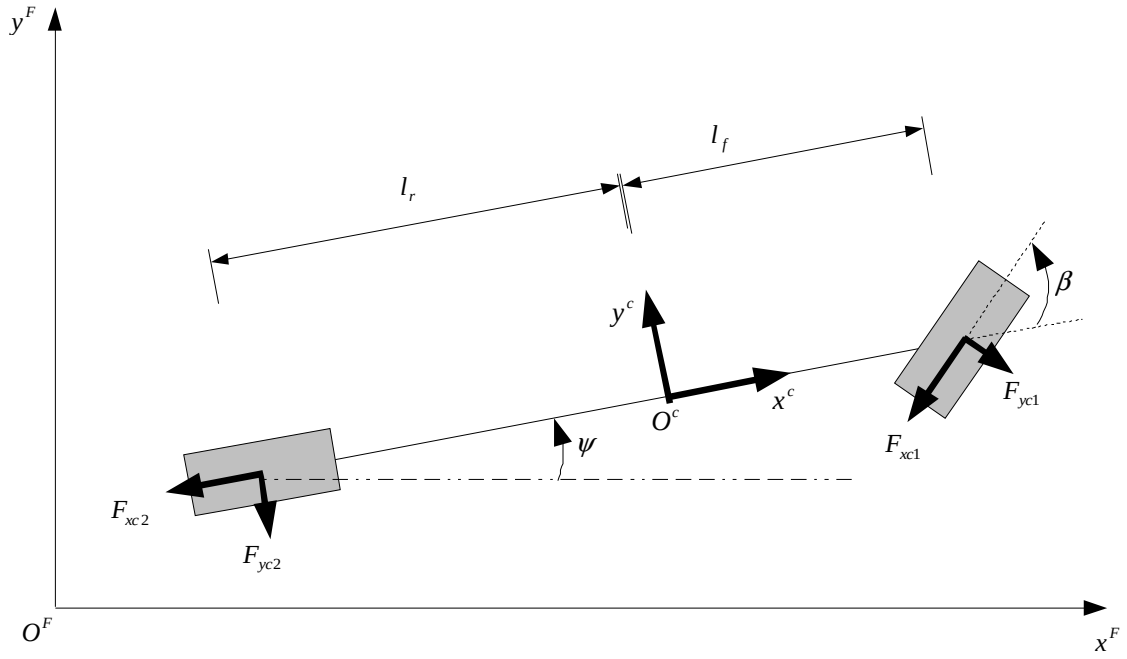

Figure 2-9 : Modèle « bicyclette » d'un véhicule

Le repère $\Re^c\left(O^c, x^c, y^c\right)$ est associé au véhicule. L'origine O^c est située en son centre de gravité ; l'axe x^c est dirigé vers l'avant du véhicule et l'axe y^c pointe perpendiculairement vers la gauche du véhicule.

Ce repère forme l'angle de lacet ψ avec le repère fixe de référence $\Re^F\left(O^F, x^F, y^F\right)$.

L'hypothèse *H1* et *H2* permettant de négliger les dynamiques verticales, l'étude du véhicule se fait donc dans le plan $\left(\overrightarrow{O^F x^F}, \overrightarrow{O^F y^F}\right)$. Les expressions des accélérations de rotation $\overrightarrow{\dot{\omega}^F}$ et de translation $\overrightarrow{\ddot{r}_O^F}$ du centre de gravité de la caisse dans le repère $\Re^F$ sont respectivement:

$$\overrightarrow{\dot{\omega}^F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\psi} \end{bmatrix}^T \tag{2.23}$$

et $$\overrightarrow{\ddot{r}_O^F} = \begin{bmatrix} \ddot{x} - \dot{y} \cdot \dot{\psi} & \ddot{y} + \dot{x} \cdot \dot{\psi} & 0 \end{bmatrix}^T \tag{2.24}$$

A partir de (2.23) et (2.24), en appliquant les équations fondamentales de la dynamique, on obtient:

$$\begin{cases} m \cdot \left(\ddot{x} - \dot{\psi} \cdot \dot{y}\right) = F_A - F_{xres} \\ m \cdot \left(\ddot{y} + \dot{\psi} \cdot \dot{x}\right) = F_B - F_{yres} \\ I_z \cdot \ddot{\psi} = M_c \end{cases} \tag{2.25}$$

où F_A et F_B sont les forces cumulées de contact entre les pneus et la route respectivement dans la direction longitudinale et latérale, m est la masse du véhicule ; I_z est l'inertie selon l'axe vertical du véhicule ; M_c est le moment de rotation de la caisse ; F_{xres} et F_{yres} correspondent aux forces de résistance au déplacement longitudinale et latérale.

Ces dernières permettent de prendre en compte les forces aérodynamiques, les frottements dans les transmissions ainsi que différents phénomènes non modélisés.

Elles sont exprimées sous la forme d'un polynôme du second ordre en fonction de la vitesse longitudinale $\dot{x}$ et latérale $\dot{y}$:

$$F_{xres} = a_x \cdot \dot{x} + b_x \cdot \dot{x}^2 \tag{2.26}$$

et $F_{yres} = a_y \cdot \dot{y}$ (2.27)

Dans le cas où seules les forces aérodynamiques étaient prisent en compte, (2.26) se résume à :

$$F_{xres} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot \dot{x}^2 \tag{A.28}$$

Avec ρ la masse volumique de l'air, C_x le coefficient de pénétration dans l'air et S la surface frontale du véhicule.

Au niveau des contacts des pneus avec la route, les forces longitudinale et latérale se décomposent de la manière suivante :

$$F_A = -F_{xc1} \cdot \cos(\beta) + F_{yc1} \cdot \sin(\beta) - F_{xc2} \tag{2.29}$$

$$F_B = -F_{xc1} \cdot \sin(\beta) - F_{yc1} \cdot \cos(\beta) - F_{yc2} \tag{2.30}$$

Et le moment de rotation de la caisse s'écrit :

$$M_c = l_f \cdot \left(-F_{xc1} \cdot \sin(\beta) - F_{yc1} \cdot \cos(\beta)\right) + l_r \cdot F_{yc2} \tag{2.31}$$

D'après l'hypothèse *H5*, les glissements longitudinaux et latéraux restent dans la zone où les coefficients d'adhérence des pneumatiques sont proportionnels au glissement. Leurs expressions sont données à partir des équations (2.5) et (2.9) :

$$\mu_{xmi} = \frac{C_{pxi}}{F_{zi}} \cdot S_{xci} \tag{2.32}$$

$$\mu_{ymi} = \frac{C_{pyi}}{F_{zi}} \cdot S_{yci} \tag{2.33}$$

A partir de (2.32), (2.33) et (2.17), on en déduit μ_{ri}.

En considérant l'hypothèse *H3*, on obtient $V_r = V_{vxi} = \dot{x}$, $V_{vy1} = \dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}$ et $V_{vy2} = \dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}$.

On en déduit l'expression des vecteurs vitesses des points de contact avant et arrière V_{vi} :

$$V_{v1} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}\right)^2} \tag{2.34}$$

$$V_{v2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}\right)^2} \tag{2.35}$$

L'expression des angles de dérive (2.7) est :

$$\delta_1 = \beta - \tan^{-1}\left(\frac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}\right) \tag{2.36}$$

et $\delta_2 = -\tan^{-1}\left(\frac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}\right)$ (2.37)

D'après l'hypothèse *H5*, l'écart entre l'angle de dérive et l'angle de braquage reste faible. On peut simplifier les expressions (2.36) et (2.37) en faisant une approximation au premier ordre de la fonction $\tan^{-1}$:

$$\delta_1 = \beta - \frac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}} \tag{2.38}$$

et $\delta_2 = -\frac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}$ (2.39)

En substituant (2.34) et (2.38) :

- dans (2.12) ou (2.13), on obtient le glissement longitudinal S_{xc1},
- dans (2.14) ou (2.15), on obtient le glissement latéral S_{yc1}.

En substituant (2.35) et (2.37) :

- dans (2.12) ou (2.13), on obtient le glissement longitudinal S_{xc2},
- dans (2.14) ou (2.15), on obtient le glissement latéral S_{yc2}.

On peut donc maintenant calculer μ_{xci} et μ_{yci} à partir de (2.19) et (2.20).

D'après l'hypothèse *H2*, la répartition des charges sur les essieux est constante $F_{zi}(t) = F_{zi}$,

Les expressions des forces longitudinale et latérale couplées sont donc déduites de (2.21) et (2.22) :

$$F_{xci} = -\mu_{xci} \cdot F_{zi} \cdot \cos(\delta_i) - \mu_{yci} \cdot F_{zi} \cdot \sin(\delta_i) \tag{2.40}$$

$$F_{yci} = \mu_{xci} \cdot F_{zi} \cdot \sin(\delta_i) - \mu_{yci} \cdot F_{zi} \cdot \cos(\delta_i) \tag{2.41}$$

La chaîne de traction est composée d'une machine électrique, d'une boîte de vitesse, d'un différentiel et de cardans, figure 2-10.

Figure 2-10 : Chaîne de traction

Cependant, en considérant les hypothèses *H3* et *H4*, le couple T_s disponible sur l'arbre de la roue avant est :

$$T_s = \frac{1}{R_g} T_e \tag{2.42}$$

où T_e est le couple fourni par la machine électrique et R_g le rapport de réduction supposé constant (hypothèse *H4*) de la boite de vitesse et du différentiel.

L'inertie équivalente de l'ensemble de la chaîne de traction peut être ramenée sur la roue avant, avec J_{r1} l'inertie de la roue avant et J_e l'inertie de la machine électrique :

$$J_1 = J_{r1} + \frac{J_e}{R_g^{\ 2}} \tag{2.43}$$

L'accélération de rotation $\dot{\omega}_{ri}$ des roues est obtenue à partir de l'équation des moments appliqués au centre de la roue :

$$J_i \cdot \dot{\omega}_{ri} = F_{xci} \cdot R_{ri} - T_{bi} + T_{si} \tag{2.44}$$

Avec J_1 défini par (2.43), $J_2 = J_{r2}$ l'inertie de la roue arrière, T_{bi} le couple délivré par les freins, $T_{s2} = 0$ et $T_{s1} = T_s$.

D'après l'hypothèse *H4*, le couple de freinage délivré par le moteur électrique est suffisant ; les freins de service ne sont donc pas utilisés: $T_{bi} = 0$.

On définit donc le modèle de simulation du véhicule par :

$$\begin{cases} m\cdot\left(\ddot{x}-\dot{\psi}\cdot\dot{y}\right)=-F_{xc1}\cdot\cos\left(\beta\right)+F_{yc1}\cdot\sin\left(\beta\right)-F_{xc2}-a_x\cdot\dot{x}-b_x\cdot\dot{x}^2 \\ m\cdot\left(\ddot{y}+\dot{\psi}\cdot\dot{x}\right)=-F_{xc1}\cdot\sin\left(\beta\right)-F_{yc1}\cdot\cos\left(\beta\right)-F_{yc2}-a_y\cdot\dot{y} \\ I_z\cdot\ddot{\psi}=l_f\cdot\left(-F_{xc1}\cdot\sin\left(\beta\right)-F_{yc1}\cdot\cos\left(\beta\right)\right)+l_r\cdot F_{yc2} \\ J_1\cdot\dot{\omega}_{r1}=F_{xc1}\cdot R_{r1}+\dfrac{1}{R_g}T_e \\ J_2\cdot\dot{\omega}_{r2}=F_{xc2}\cdot R_{r2} \end{cases} \tag{2.45}$$

avec $F_{xci}=-\dfrac{\sqrt{\left(C_{pxi}\cdot S_{xci}\right)^2+\left(C_{pyi}\cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2+S_{yci}{}^2}}\cdot\left(S_{xci}\cdot\cos\left(\delta_i\right)+S_{yci}\cdot\sin\left(\delta_i\right)\right)$,

$$F_{yci}=\frac{\sqrt{\left(C_{pxi}\cdot S_{xci}\right)^2+\left(C_{pyi}\cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2+S_{yci}{}^2}}\cdot\left(S_{xci}\cdot\sin\left(\delta_i\right)-S_{yci}\cdot\cos\left(\delta_i\right)\right),$$

$S_{xci}=\dfrac{-V_{vi}\cdot\cos\left(\delta_i\right)+\omega_{ri}\cdot R_{ri}}{V_{vi}\cdot\cos\left(\delta_i\right)}$ et $S_{yci}=\tan\left(\delta_i\right)$ si $\omega_{ri}\cdot R_{ri}-V_{vi}\cdot\cos\left(\delta_i\right)<0$

ou $S_{xci}=\dfrac{\omega_{ri}\cdot R_{ri}-V_{vi}\cdot\cos\left(\delta_i\right)}{\omega_{ri}\cdot R_{ri}}$ et $S_{yci}=\dfrac{V_{vi}\cdot\sin\left(\delta_i\right)}{\omega_{ri}\cdot R_{ri}}$ si $\omega_{ri}\cdot R_{ri}-V_{vi}\cdot\cos\left(\delta_i\right)\geq 0$

où $V_{v1}=\sqrt{\dot{x}^2+\left(\dot{y}+l_f\cdot\dot{\psi}\right)^2}$, $V_{v2}=\sqrt{\dot{x}^2+\left(\dot{y}-l_r\cdot\dot{\psi}\right)^2}$, $\delta_1=\beta-\dfrac{\dot{y}+l_f\cdot\dot{\psi}}{\dot{x}}$ et $\delta_2=-\dfrac{\dot{y}-l_r\cdot\dot{\psi}}{\dot{x}}$.

Le détail des calculs pour l'obtention du modèle (2.45) est donné Annexe A.

Le modèle (2.45) sert de base à toutes les simulations et permet le test et la validation des lois de commande synthétisées dans la suite.

La majeure partie de la dynamique de (2.45) peut être représentée par des modèles plus facilement utilisables pour réaliser une synthèse de lois de commande.

6 Modèles pour la commande

Le modèle précédent sera utilisé pour illustrer les résultats obtenus dans les chapitres suivants. Pour réaliser la synthèse des lois de commande, des modèles plus simples doivent être envisagés. Les lois de commandes synthétisées sur ces modèles simplifiés seront ensuite testées en simulation sur le modèle plus complet.

6.1 Modèle longitudinal et latéral

Si on suppose désormais que les phénomènes de glissement sont négligeables, c'est-à-dire que les contacts entre les pneus et la route sont parfaits, le couple transmis aux roues par le moteur électrique est intégralement utilisé pour tracter le véhicule.

D'où, en considérant l'hypothèse *H3*, on a :

$$R_{r1} \cdot \dot{\omega}_{r1} = \ddot{x} \cdot \cos(\beta) + \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot \sin(\beta) \tag{2.46}$$

Au rapport de réduction R_g près, les vitesses de rotation de la machine électrique et de la roue sont similaires :

$$\dot{\omega}_e = \dot{\omega}_{r1} \cdot R_g \tag{2.47}$$

De ce fait, à partir de (2.44), (2.47) et (2.46), on obtient l'expression des forces longitudinales appliquées aux deux roues :

$$F_{x1} = \left(\left(J_{r1} + \frac{J_e}{R_g^2}\right)\frac{\ddot{x} \cdot \cos(\beta) + \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot \sin(\beta)}{R_{r1}} - \frac{1}{R_g} \cdot T_e\right) \cdot \frac{1}{R_{r1}} \tag{2.48}$$

et $$F_{x2} = \left(J_{r2} \cdot \frac{\ddot{x}}{R_{r2}}\right) \cdot \frac{1}{R_{r2}} \tag{2.49}$$

En substituant (2.48) et (2.49) dans (2.29), (2.30) et (2.31) et en posant $\sin(\beta) = s\beta$ et $\cos(\beta) = c\beta$, on obtient :

$$F_A = -\ddot{x} \cdot \left(\frac{J_{r2}}{R_{r2}^2} + I_1 \cdot (\mathrm{c}\,\beta)^2\right) - \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot I_1 \cdot \mathrm{c}\,\beta \cdot \mathrm{s}\,\beta + R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{c}\,\beta - C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{s}\,\beta,$$

$$F_B = -\ddot{x} \cdot I_1 \cdot \mathrm{c}\,\beta \cdot \mathrm{s}\,\beta - \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot I_1 \cdot (\mathrm{s}\,\beta)^2 + R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{s}\,\beta + C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{c}\,\beta + C_{py2} \cdot \delta_2 \text{ et}$$

$$M_z = l_f \cdot \left(-\ddot{x} \cdot I_1 \cdot \mathrm{c}\,\beta \cdot \mathrm{s}\,\beta - \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot I_1 \cdot (\mathrm{s}\,\beta)^2 + R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{s}\,\beta + C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{c}\,\beta\right) - l_r \cdot C_{py2} \cdot \delta_2$$

avec $I_1 = \dfrac{J_{r1} \cdot R_g^2 + J_e}{R_{r1}^2 \cdot R_g^2}$ et $R_{ap} = \dfrac{1}{R_{r1} R_g}$

En posant $I_2 = \dfrac{R_g^2\left(J_{r2} + m \cdot R_{r2}^2\right)}{R_g^2 R_{r2}^2}$, le modèle simplifié de commande latéral M_{lat}^1 s'écrit finalement :

$$\begin{cases} \ddot{x}\cdot\left(I_2+I_1\cdot \mathrm{c}\,\beta\right)+\left(\ddot{y}+\ddot{\psi}\cdot l_f\right)\cdot I_1\cdot \mathrm{c}\,\beta\cdot \mathrm{s}\,\beta = R_{ap}\cdot T_e\cdot \mathrm{c}\,\beta - C_{py1}\cdot\delta_1\cdot \mathrm{s}\,\beta - a_x\cdot\dot{x} - b_x\cdot\dot{x}^2 + m\cdot\dot{\psi}\cdot\dot{y} \\ \ddot{y}\cdot m + I_1\cdot \mathrm{s}\,\beta\cdot\left(\ddot{x}\cdot \mathrm{c}\,\beta+\left(\ddot{y}+\ddot{\psi}\cdot l_f\right)\cdot \mathrm{s}\,\beta\right) = R_{ap}\cdot T_e\cdot \mathrm{s}\,\beta + C_{py1}\cdot\delta_1\cdot \mathrm{c}\,\beta + C_{py2}\cdot\delta_2 - a_y\cdot\dot{y} - m\cdot\dot{\psi}\cdot\dot{x} \\ I_z\cdot\ddot{\psi} + l_f\cdot I_1\cdot \mathrm{s}\,\beta\cdot\left(\ddot{x}\cdot \mathrm{c}\,\beta+\left(\ddot{y}+\ddot{\psi}\cdot l_f\right)\cdot \mathrm{s}\,\beta\right) = l_f\cdot R_{ap}\cdot T_e\cdot \mathrm{s}\,\beta + l_f\cdot C_{py1}\cdot\delta_1\cdot \mathrm{c}\,\beta - l_r\cdot C_{py2}\cdot\delta_2 \end{cases}$$

6.2 Modèle longitudinal

Dans le cas où on ne s'intéresse qu'à la commande du véhicule se déplaçant en ligne droite, figure 2-11, l'accélération longitudinale du véhicule se déduit simplement du modèle M_{lat}^1.

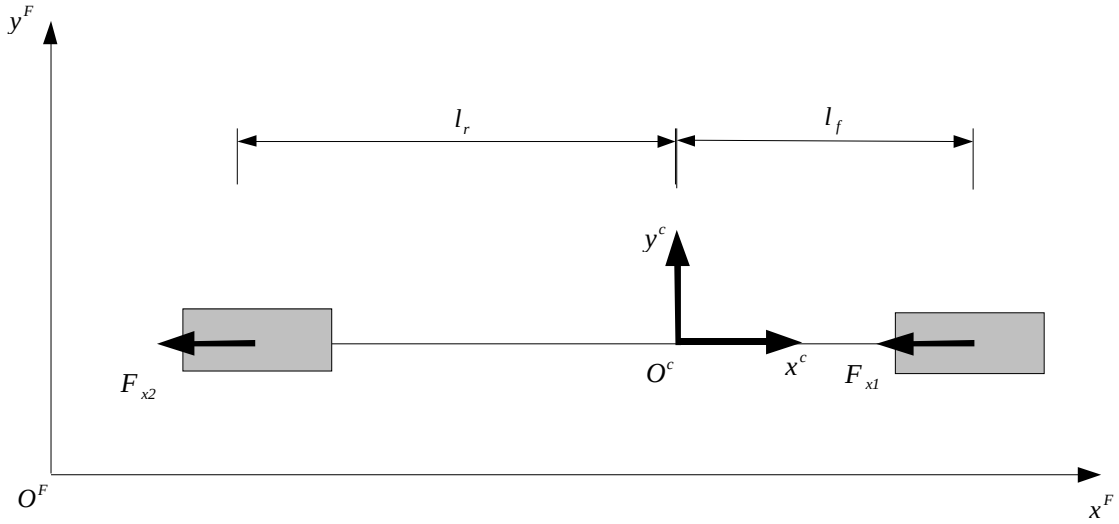

Figure 2-11 : Représentation du véhicule pour l'obtention d'un modèle longitudinal.

Le véhicule se déplaçant en ligne droite, on a donc $\dot{\psi}=0$ et $\beta=0$ et le modèle pour la commande longitudinal M_{long}^1 est :

$$\ddot{x}\cdot\left(I_2+I_1\right) = R_{ap}\cdot T_e - a_x\cdot\dot{x} - b_x\cdot\dot{x}^2 \tag{2.50}$$

7 Simulation

Toutes les simulations sont réalisées avec le logiciel MATLAB/SIMULINK. La première simulation permet de valider le modèle de simulation. Il est comparé avec des données réelles obtenues par expérimentation sur un véhicule hybride prototype du LAMIH (Laboratoire d'Automatique et de Mécanique Industrielles et Humaines). Ce véhicule sera présenté en détail dans le chapitre 4. Brièvement, les principales informations disponibles sont les

accélérations longitudinale et latérale, les vitesses de lacet et des roues. Le véhicule est conduit manuellement en mode électrique. Les paramètres du modèle ainsi que la méthode utilisée pour les obtenir sont décrits chapitre 4. L'objectif de cette partie est d'illustrer la validité des modèles proposés.

7.1 Validation du modèle de simulation

La vitesse moyenne des essais est d'environ $6\,m/s$ (figure 2-15). Le parcours, effectué figure 2-12, a la particularité de présenter des virages avec des rayons de courbures relativement différents. Les commandes enregistrées lors de l'expérimentation (figure 2-12) sont injectées dans le modèle de simulation.

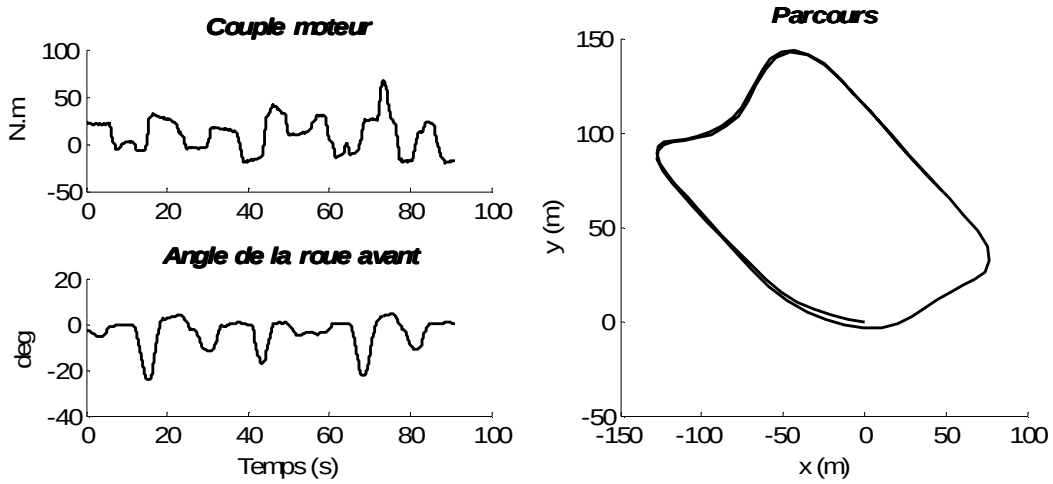

Figure 2-12 : Commandes enregistrées et parcours réalisé lors de l'expérimentation

Les mesures des accélérations longitudinales et latérales, de la vitesse et de l'angle de lacet ainsi que de la vitesse longitudinale sont comparées avec les valeurs obtenues en simulation (figure 2-13, figure 2-14 et figure 2-15). En ce qui concerne l'accélération longitudinale, l'écart faible entre les deux courbes est dû aux accélérations raisonnables imposées au véhicule figure 2-13.

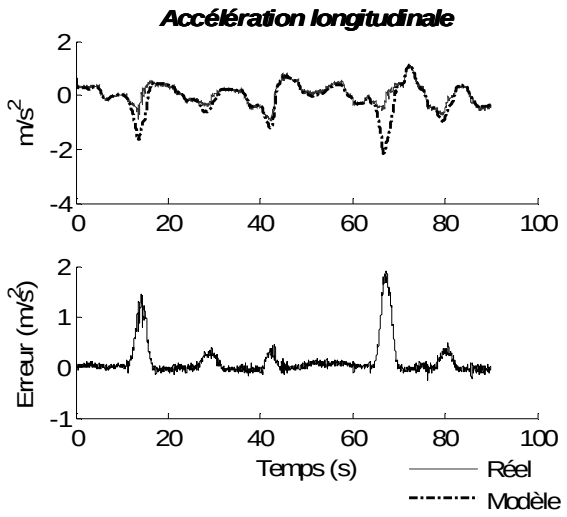

Figure 2-13: Accélérations longitudinales mesurées et simulées

Par contre, lors des virages « serrés », l'accélération latérale et la vitesse de lacet obtenues en simulation ne correspondent plus à la réalité (figure 2-14). Ces virages induisent de trop grandes valeurs de glissements latéraux qui sortent du domaine de validité du modèle.

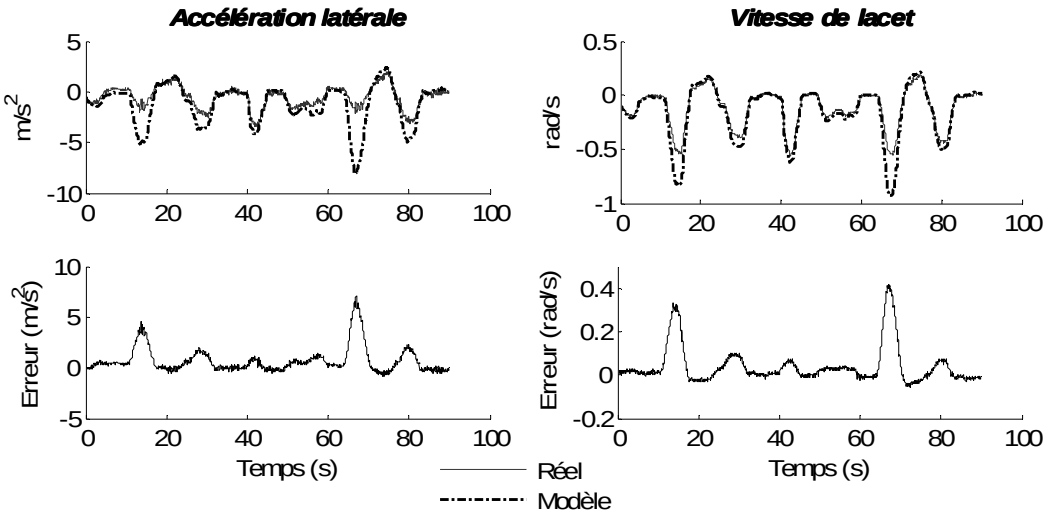

Figure 2-14 : Accélérations latérales et vitesses de lacet mesurées et simulées

Les écarts importants entre les mesures et la simulation de la vitesse longitudinale et du cap sont dus à plusieurs facteurs (figure 2-15) :

- L'intégration des erreurs sur les accélérations,
- Le bruit sur les mesures,
- Les perturbations non modélisées (principalement le profil de la route, le vent, …)

- Le modèle simplifié d'aérodynamique,

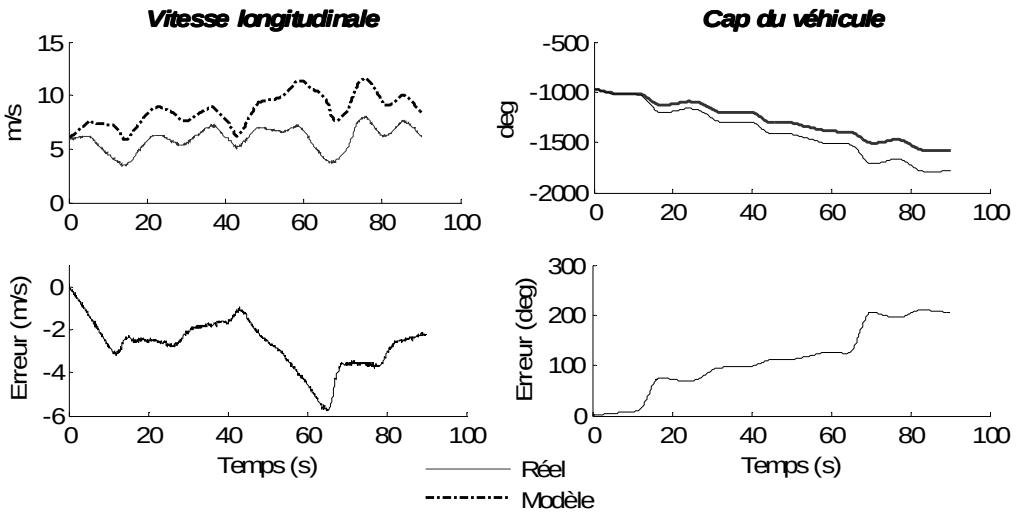

Figure 2-15 : Vitesse et cap mesurées et simulées

Les allures des accélérations du modèle de simulation sont très proches de celles mesurées. Les autres signaux (vitesse et position) sont obtenus par intégration et leurs dérives au cours du temps sont inévitables. Néanmoins, en pratique, l'utilisation d'observateurs permet de corriger ce type de défauts.

7.2 Comparaison entre le modèle de simulation et le modèle M_{lat}^{1}

La deuxième simulation compare le modèle de simulation avec le modèle M_{lat}^{1}. La figure 2-16 donne les commandes utilisées. Elles sont représentatives de manœuvres effectuées par un conducteur dans une situation normale de conduite, c'est-à-dire lorsque les glissements longitudinaux au niveau du contact des pneus avec la route et les angles de dérive restent faibles.

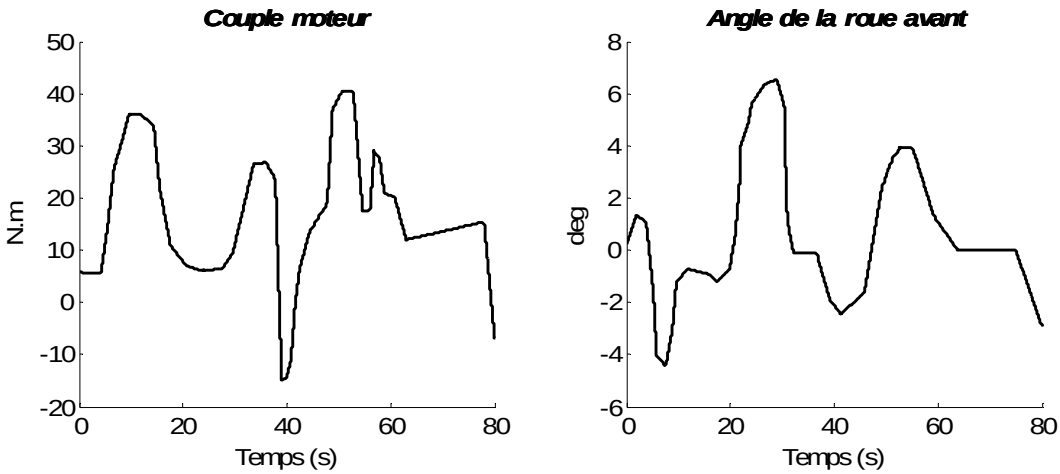

Figure 2-16 : Commandes appliquées en simulation

La figure 2-17 illustre la validité des hypothèses *H1-H6* requises pour élaborer le modèle M_{lat}^{1}. La valeur efficace de l'écart entre la vitesse longitudinale du modèle de simulation et M_{lat}^{1} est de $1,5\times10^{-1}\ m/s$ avec une valeur maximale de $2,41\times10^{-1}\ m/s$. En ce qui concerne la vitesse latérale, elle est de $3,40\times10^{-3}\ m/s$ avec une valeur maximale de $2,50\times10^{-2}\ m/s$.

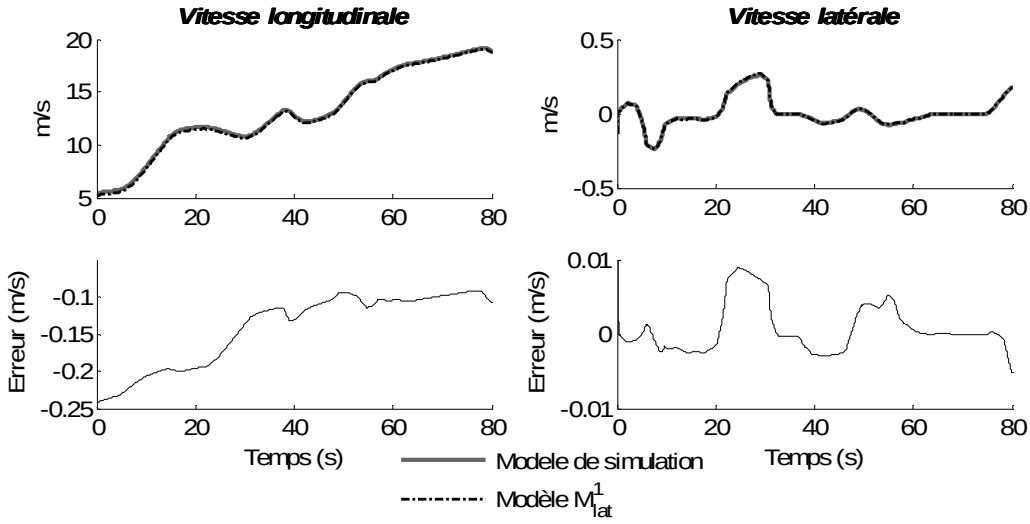

Figure 2-17 : Vitesses longitudinale et latérale

La figure 2-18 représente la vitesse de lacet et le cap du véhicule (angle de lacet). Les écarts entre les deux modèles sont relativement faibles (par exemple, la valeur efficace de l'erreur de cap est de $1,26\ \text{deg}$ avec un maximum de $2,28\ \text{deg}$).

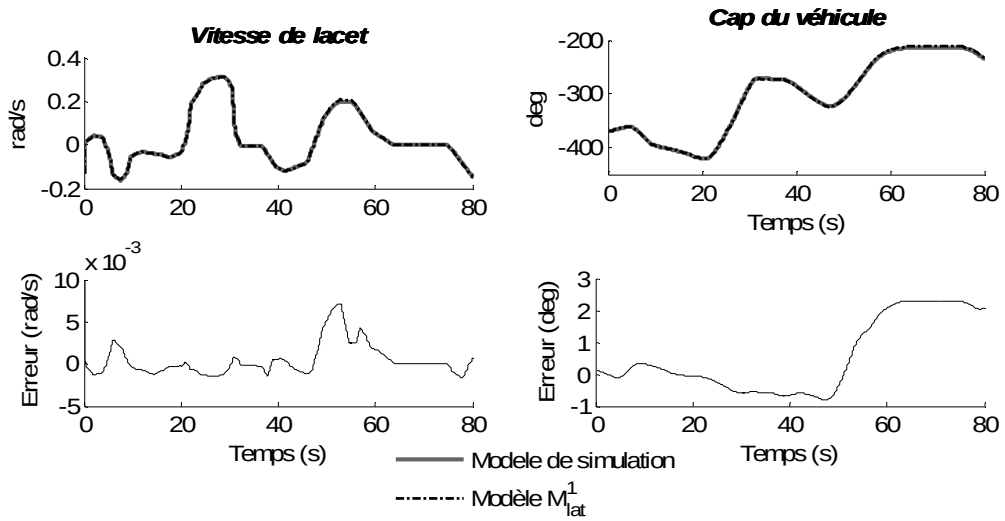

Figure 2-18 : Vitesse et angle de lacet

Les parcours effectués dans les deux simulations permettent de se rendre compte de l'écart entre les deux modèles, figure 2-19.

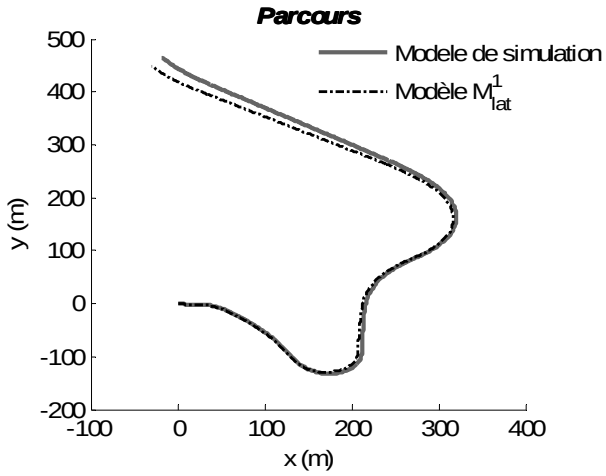

Figure 2-19 : Trajectoire du véhicule

7.3 Validation du modèle longitudinal

Comme précédemment, les résultats de simulation du modèle longitudinal M^1_{long} sont confrontés à des données expérimentales.

La figure 2-20 montre les commandes enregistrées lors de l'essai. Le couple moteur est appliqué au modèle M^1_{long} en simulation. L'angle de la roue avant reste relativement faible durant l'essai et le parcours réalisé figure 2-21 correspond à peu près à une ligne droite.

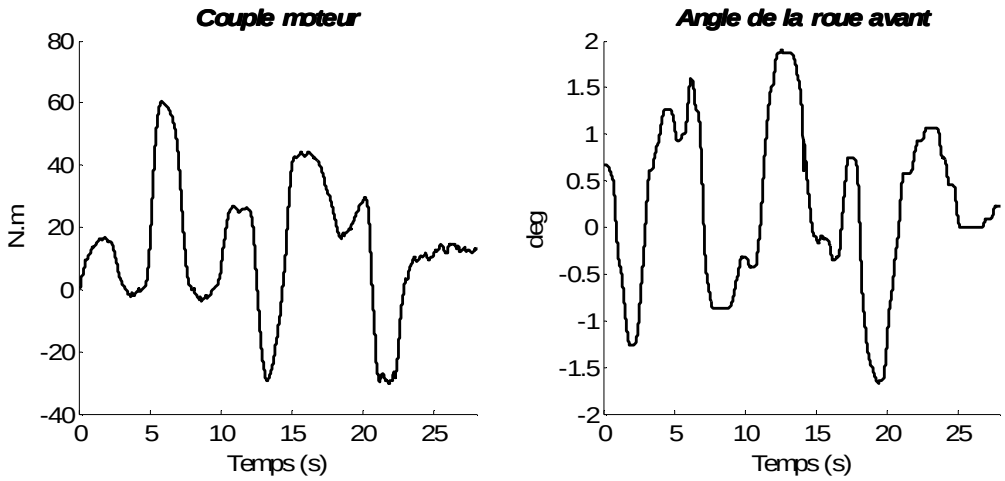

Figure 2-20 : Commandes enregistrées lors de l'essai

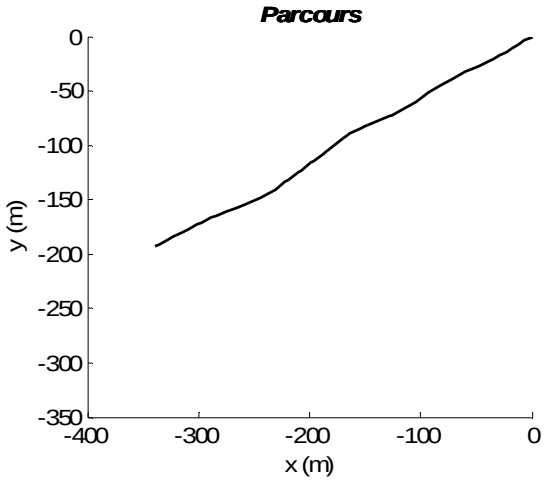

Figure 2-21 : Parcours effectué au cours de l'expérimentation

La vitesse et l'accélération longitudinales sont comparées figure 2-22. L'accélération longitudinale obtenue en simulation est très proche de celle mesurée lors de l'essai. En ce qui concerne la vitesse longitudinale, l'évolution de celle obtenue en simulation ressemble à celle mesurée, néanmoins l'écart peut-être important au cours du temps probablement en raison des variations de cap et des défauts de la route (dévers et pente).

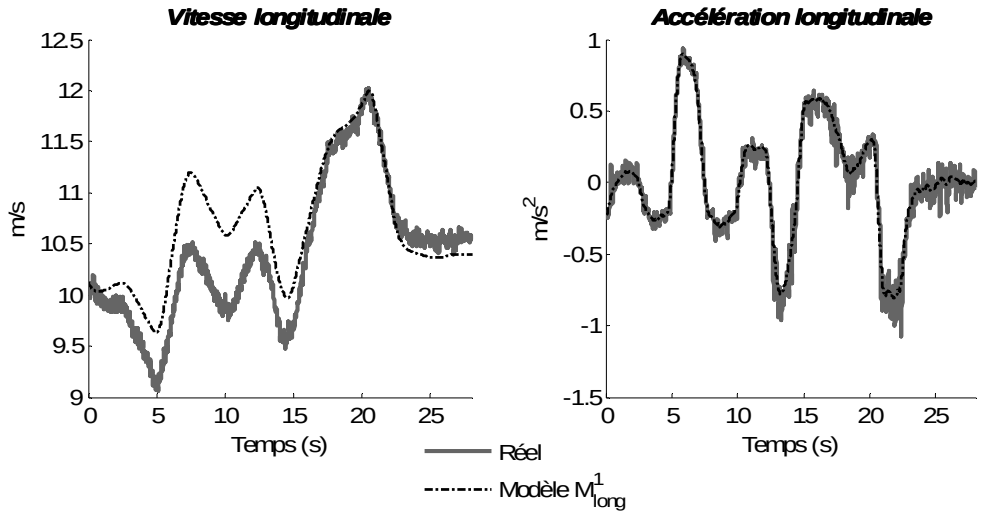

Figure 2-22 : Vitesse et accélération longitudinales

8 Conclusion

Le modèle de simulation considéré est de type « bicyclette ». Outre le nombre de roues, les principales hypothèses de modélisation sont la répartition statique de la charge suspendue, ainsi que la linéarité des coefficients d'adhérence par rapport aux glissements. Le nombre de paramètres de ce modèle reste malgré tout limité. Le chapitre 4 présentera l'estimation paramétrique et la validation du modèle à partir de données expérimentales.

Deux autres modèles simplifiés, spécifiques aux problématiques de commande, ont été proposés. En simulation, l'écart entre le comportement dynamique des modèles simplifiés et du modèle de simulation reste suffisamment faible pour des conditions « normales » de conduite et de route. Ils serviront donc à l'élaboration des lois de commande.

Les modèles M_{lat}^{1} et M_{long}^{1} étant fortement non linéaires, parmi les techniques de commande envisageables, celles basées sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno /Takagi et Sugeno 1985/ ont été retenues.

Une des caractéristiques de l'application considérée est la nécessité de prendre en compte le confort des passagers lors de la synthèse des lois de commande. Une façon de faire est de considérer la synthèse des lois de commandes floues avec des contraintes sur le placement des pôles des sous-modèles flous dans des régions convexes pré-spécifiées du plan complexe.

9 Bibliographie

Bakker E., Pacejka H.B., A new tire model with an application in vehicle dynamics studies, SAE Transactions, Journal of passenger cars, Vol. 98, N° 890087, SAE Technical Paper, 1989.

Bliman P.A., Dauron A., Sorine M., Modèles de frottements secs pour les applications embarquées. Application au contact pneu/sol, Journées Européennes du frottement, 1995.

Chamaillard Y., Modélisation et identification de systèmes complexes. Application à des véhicules routiers en vue de l'étude d'un nouveau système de freinage, thèse de doctorat, Université de Mulhouse, 1996.

Dixon J.C., Tires, suspension and handling, 2nd ed. S.A.E. Inc. Warrendale, Pa, 1996.

El Hadri A., Modélisation de véhicules, observation d'état et estimation des forces pneumatiques: Application au contrôle longitudinal, thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, 2001.

Gim G., Nikravesh P., An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips, Int. J. of Vehicle Design, 11(6), pp. 589-618, 1990.

Gim G., Nikravesh P., An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 2: Comprehensive slips, Int. J. of Vehicle Design, 12(1), pp. 19-39, 1991, a.

Gim G., Nikravesh P., An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 3: Validation against experimental data, Int. J. of Vehicle Design, 12(2), pp. 217-228, 1991, b.

Gissinger G., Le Fort-Piat N., Contrôle-commande de la voiture, édition Hermes, ISBN: 2-7462-0511-4, 255 p, 2002.

Lacombe J., Tire model for simulations of vehicle motion on high and low friction road surfaces, Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference, San Diego, 2000.

Lowndes E.M., Development of an intermediate DOF vehicle dynamics model for optimal design studies, PhD thesis, University of North Carolina, 1998.

Nouvelière L., Commandes robustes appliquées au contrôle assisté d'un véhicule à basse vitesse, thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, 2002.

Pham H.A., Combined lateral and longitudinal control of vehicles for automated highway system, PhD thesis, University of California, Berkeley, 1996.

Ramirez Mendoza R.A., Sur la modélisation et la commande des véhicules automobiles, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997.

Saraf S.K., Advanced Steering Control of road vehicles, PhD thesis, University of California, Berkeley, 1997.

Shladover S.E., Wormleey D.N., Richardson H.H., Fish R., Steering controller design for automated guideway transit vehicles, Transactions of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 100, pp. 1-8, 1978.

Takagi T., Sugeno M., Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control, IEEE transactions on SMC, Vol. 15 (1), pp. 116-132, 1985.

Velenis E., Tsiotras P., Canudas-de-Wit C., Extension of the LuGre dynamic tire friction model to 2D motion, Vehicle System Dynamics, 2005.

Wong J., Theory of ground vehicles, Wiley and Sons Inc.New York, 1993.

Chapitre 3 : Placement de pôles robustes dans des régions LMI pour des modèles flous de type Takagi-Sugeno

1 Introduction

Les modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) /Takagi et Sugeno 1985/ sont utilisés aussi bien pour la commande que pour l'observation de modèles non linéaires continus et discrets /Tanaka et Wang 2001/, /Sala et al. 2005/. Ils sont composés de modèles linéaires interconnectés par des fonctions scalaires non linéaires ayant la propriété de somme convexe. Le passage d'un modèle non linéaire à une représentation exacte (dans un domaine compact des variables d'état) sous forme TS peut se faire de façon systématique en utilisant l'approche par secteur non linéaire /Tanaka et Wang 2001/. Cette approche permet de déterminer une infinité de modèles TS d'un même modèle non linéaire /Taniguchi et al. 2001/. Les conditions de stabilité et de stabilisation de ces modèles sont généralement basées sur les fonctions de Lyapunov /Tanaka et Wang 2001/, /Sala et al. 2005/. Des algorithmes issus notamment de l'optimisation convexe sont généralement utilisés pour résoudre ces conditions dans le cas où elles sont exprimées sous la forme de LMI (Linear Matrix Inequality) /Boyd et al. 1994/.

Les premières conditions de stabilisation des modèles flous TS, basées sur les fonctions de Lyapunov quadratiques /Tanaka et Sugeno 1992/, /Wang et al. 1996/, sont données pour des lois de commande par retour d'état et sont sans contraintes de performance et/ou de robustesse. D'autres structures de commande ont ensuite été étudiées comme notamment des commandes par retour de sortie avec observateur /Tanaka et Wang 2001/, /Yoneyama et al. 2000/, /Guerra et al. 2006/ ou encore des commandes par retour de sortie dynamique /Assawinchaichote et al. 2004/. De nombreux travaux sont disponibles concernant la robustesse et/ou les performances de ces modèles bouclés. Par exemple, et sans être aucunement exhaustif, des conditions existent pour des modèles TS avec incertitudes bornées /Tong et al. 2002/, /Tanaka et Wang 2001/, avec retards /Cao et Frank 2001/, /Tian et Peng

2006/, avec la prise en compte d'une atténuation H_∞ /Liu and Zhang 2003/ ou utilisant un problème mixte H_2/H_∞ /Chen et al. 2000/, etc.

Enfin, notons que des approches utilisant des fonctions de Lyapunov plus élaborées ont été proposées. Des fonctions de Lyapunov quadratiques par morceaux /Feng 2003/ ou non quadratiques /Tanaka et al. 2001/ par exemple, mais les résultats présentés n'améliorent pas de manière significative ceux obtenus par les fonctions quadratiques. Plus récemment, une nouvelle fonction de Lyapunov /Rhee et Won 2006/ donne des résultats prometteurs mais sur une classe restreinte de modèles TS.

Il semble donc que l'approche quadratique reste valable pour ce type de modèles. C'est cette dernière qui sera utilisée dans toute la suite du mémoire. La prise en compte de la robustesse sera faite en utilisant des modèles TS avec incertitudes. Enfin dans le souci d'assurer une garantie de performances une approche par placement de pôles dans des régions LMI est proposée. Ce type de contrainte de performance a déjà été utilisé pour des modèles linéaires /Chilali et al. 1999/ et aussi pour des modèles TS /Hong et Langari 2000/, /Joh et al. 1997/. Les résultats présentés dans la 3ème partie de ce chapitre permettent d'étendre les résultats précédents aux modèles TS incertains.

2 Préliminaires

2.1 Notations

- Un astérisque $(*)$ indique la quantité transposée dans une matrice symétrique.
- L'écriture $P > 0$ indique une matrice symétrique définie positive, i.e. $P = P^T > 0$.
- La congruence d'une matrice symétrique définie positive $P = P^T > 0$ avec une matrice de rang plein Y correspond à la quantité : $YPY^T > 0$.
- En considérant les fonctions scalaires $h_i(\cdot) \geq 0$, $i \in \{1, \ldots, r\}$ satisfaisant $\sum_{i=1}^{r} h_i(\cdot) = 1$ et les matrices Y_i, les notations suivantes sont définies :

$$Y_h = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) Y_i \,, \tag{3.1}$$

pour des matrices Y_{ij}, $Y_{hh} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) h_j\left(z(t)\right) Y_{ij}$, etc.

- $\Sigma^{+}(A) = A + A^T$ et $\Sigma^{-}(A) = A^T - A$. (3.2)
- Le produit de Kronecker de deux matrices A et B est une matrice C définie par bloc telle que : $C_{ij} = A \otimes B = \left[A_{ij} B\right]_{ij}$.

2.2 Propriétés

Les deux très classiques propriétés suivantes seront utiles dans la suite. La première suppose $S > 0$ et est basée sur l'inégalité $\left(SX - Y\right)^T S^{-1}\left(SX - Y\right) \geq 0$. La seconde permet de rendre linéaire en la variable une expression quadratique.

- *Propriété 1 :* avec X, Y, $S > 0$ des matrices de dimensions appropriées l'inégalité suivante est vérifiée :

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T S X + Y^T S^{-1} Y \tag{3.3}$$

- *Propriété 2* : complément de Schur : /Boyd et al. 1994/

$$\begin{cases} R > 0 \\ Y + X^T R X < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Y & X^T \\ X & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.4}$$

2.3 Modèles flous de type Takagi-Sugeno

2.3.1 Présentation

Les modèles de type Takagi-Sugeno (TS) s'écrivent sous la forme de r règles floues telles que /Takagi et Sugeno 1985/ :

Règle i : Si $z_1(t)$ est μ_1^i, …et $z_q(t)$ est μ_q^i alors $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i \cdot x(t) + B_i \cdot u(t) \\ y(t) = C_i \cdot x(t) \end{cases} \forall i = 1 \ldots r$ (3.5)

Avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie et $z(t) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des prémisses dépendant (linéairement ou pas) du vecteur d'état. A_i, B_i et C_i sont des matrices à coefficients constants et μ_j^i la fonction d'appartenance du

sous-ensemble flou des prémisses associées à la $j^{ème}$ variable de prémisse $z_j(t)$. Les modèles linéaires des conclusions de chaque règle seront appelés « sous-modèles TS ».

Un poids déterminant la contribution de chaque sous-modèle TS à la représentation globale est attribué à chaque règle. Il dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses aux sous-ensembles flous ainsi que du choix d'interprétation de l'opérateur « et » reliant les prémisses. Pour les modèles TS, l'opérateur produit est généralement choisi :

$$w_i\left(z(t)\right)=\prod_{j=1}^{q}\mu_j^i\left(z(t)\right) \tag{3.6}$$

où $z(t)=\left[z_1(t) \quad z_2(t) \quad \cdots \quad z_q(t)\right]^T$ est le vecteur des prémisses. Comme $\mu_j^i\in[0,1]$, il vient : $w_i\left(z(t)\right)\geq 0 \ \ \forall t$.

Le modèle final s'obtient en utilisant une somme pondérée des différents sous-modèles :

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\dfrac{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)\cdot\left(A_i\cdot x(t)+B_i\cdot u(t)\right)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)} \\ y(t)=\dfrac{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)\cdot C_i\cdot x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)} \end{cases} \tag{3.7}$$

En posant $h_i\left(z(t)\right)=\dfrac{w_i\left(z(t)\right)}{\sum_{i=1}^{r} w_i\left(z(t)\right)}$, le modèle (3.7) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\cdot\left(A_i\cdot x(t)+B_i\cdot u(t)\right) \\ y(t)=\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\cdot\left(C_i\cdot x(t)\right) \end{cases} \tag{3.8}$$

Les fonctions $h_i\left(z(t)\right)$ vérifient alors une propriété de somme convexe, i.e. $h_i\left(z(t)\right)\geq 0$ et $\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)=1, \ \forall t$.

Les modèles (3.8) sont généralement écrits sous une forme plus compacte avec les notations définies précédemment :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_h \cdot x(t) + B_h \cdot u(t) \\ y(t) = C_h \cdot x(t) \end{cases} \tag{3.9}$$

Plusieurs méthodes existent pour obtenir un représentant TS d'un système :

- Dans le cas où aucun modèle de connaissance du système n'est disponible, une identification du modèle flou TS à partir de jeux de mesures entrées/sorties peut être réalisée /Takagi et Sugeno 1985/, /Sugeno et Kang 1988/, /Gasso et al. 1999/, /Gasso 2000/.

- Une deuxième méthode consiste à linéariser un modèle non linéaire ou un système (identification) autour de plusieurs points de fonctionnement /Tanaka et Sano 1994/ et de relier ces linéarisés par des fonctions non linéaires. Cette façon de faire est plus proche des approches dites multimodèles et présentent l'inconvénient de ne pas représenter exactement le modèle non linéaire.

- Dans le cas où on dispose d'un modèle non linéaire, il est possible d'obtenir un modèle TS qui le représente de manière exacte dans un compact des variables d'état /Tanaka et al. 1998/. C'est cette dernière façon de procéder qui sera utilisée dans le reste du mémoire.

Le lemme 1 permet d'obtenir un modèle TS par « découpage » des non-linéarités /Guerra et Vermeiren 2003/, /Morère 2001/. Le modèle obtenu comprend alors 2^n règles, avec n le nombre de non-linéarités considérées.

Lemme 1 :

Si $\forall x \in [-b, a]$, $a, b \in \mathbb{R}^+$, $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bornée sur $[-b, a]$, alors il existe deux fonctions $w_1(x)$ et $w_2(x)$ ainsi que deux réels α et β tels que :

$$f(x) = \alpha \cdot w_1(x) + \beta \cdot w_2(x)$$

$$w_1(x) + w_2(x) = 1,\ w_1(x) \geq 0,\ w_2(x) \geq 0$$

Preuve :

En considérant une fonction $f(x)$ bornée tel que $f_{\min} \leq f(x) \leq f_{\max}$, il est toujours possible d'écrire :

$$f(x) = \alpha \cdot w_1(x) + \beta \cdot w_2(x)$$

avec $\alpha = f_{\min}$, $\beta = f_{\max}$, $w_1(x) = \dfrac{f(x) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}$ et $w_2(x) = \dfrac{f_{\max} - f(x)}{f_{\max} - f_{\min}}$

Exemple :

Le modèle non linéaire sous forme de représentation d'état suivant est considéré :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -\dfrac{2}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} - 8 & 1 \\ -\dfrac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \cdot \left(-\dfrac{2}{1+x_1^2(t)} + 1 \right) \\ 4 \end{bmatrix} u(t) \qquad (3.10)$$

avec le vecteur d'état $x(t) = \left[x_1(t), x_2(t), x_3(t) \right]^T$. Les non-linéarités du modèle (3.10) sont :

$$f_1(x_1(t)) = \frac{1}{1+x_1^2(t)} \in]0,1] \text{ et } f_2(x_1(t), x_2(t)) = \frac{1}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} \in]0,1]$$

Ces non-linéarités étant bornées pour tout $x_1(t), x_2(t) \in \mathbb{R}$, on peut appliquer le lemme 1 et le représentant TS obtenu sera valable dans tout l'espace des variables d'état, i.e. $\mathbb{R}^3$:

$$f_1(x_1(t)) = 0 \cdot \underbrace{\frac{1}{1+x_1^2(t)}}_{\mu_1^1(x_1(t))} + 1 \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{1}{1+x_1^2(t)} \right)}_{\mu_1^2(x_1(t))}$$

$$f_2(x_1(t), x_2(t)) = 0 \cdot \underbrace{\frac{1}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)}}_{\mu_2^1(x_1(t),x_2(t))} + 1. \underbrace{\left(1 - \frac{1}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)} \right)}_{\mu_2^2(x_1(t),x_2(t))}$$

Un modèle flou TS représentant exactement le modèle non linéaire (3.10) est ainsi composé de $r = 4$ règles :

Si $x_1(t)$ est 0 et $x_2(t)$ est 0 alors : $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -10 & 1 \\ -1 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} u(t)$

Si $x_1(t)$ est 0 et $x_2(t)$ est ∞ alors : $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -9 & -12 & 0 \\ 0 & -8 & 1 \\ -1 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} u(t)$

Si $x_1(t)$ est ∞ et $x_2(t)$ est 0 alors : $\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-9 & -12 & 0\\ 0 & -8 & 1\\ 1 & 0 & -5\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}3\\ -3\\ 4\end{bmatrix}u(t)$

Si $x_1(t)$ est ∞ et $x_2(t)$ est ∞ alors : $\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-9 & -12 & 0\\ 0 & -8 & 1\\ 1 & 0 & -5\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}3\\ -3\\ 4\end{bmatrix}u(t)$

2.3.2 Stabilité des modèles TS

Soient le modèle flou TS autonome suivant :

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)\cdot A_i\cdot x(t)=A_h\cdot x(t) \tag{3.11}$$

et la condition initiale : $x(0)=x_0$

Le théorème 1 donne des conditions suffisantes permettant d'assurer la convergence asymptotique des solutions de (3.11) vers 0.

Théorème 1 /Tanaka et Sano 1994/ :

Le modèle flou continu décrit par (3.11) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice $P>0$ telle que :

$$\forall i\in\{1,\ldots,r\},\ A_i^T\cdot P+P\cdot A_i<0 \tag{3.12}$$

Preuve :

De manière classique, la fonction de Lyapunov quadratique suivante est considérée :

$$V\left(x(t)\right)=x(t)^T\cdot P\cdot x(t),\ P>0 \tag{3.13}$$

Le second théorème de Lyapunov précise que la solution converge asymptotiquement vers 0 si :

$$\dot{V}\left(x(t)\right)<0 \tag{3.14}$$

$$\dot{V}\left(x(t)\right)<0\Leftrightarrow\sum_{i=1}^{r}h_i\left(z(t)\right)\cdot\left(A_i^T\cdot P+P\cdot A_i\right)<0 \tag{3.15}$$

avec $h_i\left(z(t)\right)\geq 0$ cette dernière somme est vérifiée si les conditions suivantes sont vraies :

$$A_i^T\cdot P+P\cdot A_i<0\quad\forall i=1..r \tag{3.16}$$

□

2.4 Stabilisation quadratique des modèles flous TS

Dans le cas où les variables d'état sont disponibles, une loi de commande par retour d'état de type PDC (Parallel Distributed Compensation) est généralement utilisée pour stabiliser les modèles TS /Wang et al. 1996/. Elle correspond à :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right) \cdot F_i \cdot x(t) = -F_h \cdot x(t) \tag{3.17}$$

Cette loi de commande partageant les mêmes règles floues que le modèle (3.9), la boucle fermée s'écrit :

$$\dot{x}(t) = \left(A_h - B_h \cdot F_h\right) \cdot x(t) \tag{3.18}$$

L'étude de la stabilité de la boucle fermée peut être effectuée en utilisant une fonction candidate de Lyapunov quadratique :

$$V\left(x(t)\right) = x(t)^T \cdot P \cdot x(t),\ P > 0 \tag{3.19}$$

La dérivée de (3.19) le long des trajectoires de (3.18) est :

$$\dot{V}\left(x(t)\right) = x(t)^T \cdot \left(\left(A_h - B_h \cdot F_h\right)^T \cdot P + P \cdot \left(A_h - B_h \cdot F_h\right)\right) \cdot x(t) = x(t)^T \cdot \Upsilon_{hh} \cdot x(t) \tag{3.20}$$

Derrière (3.20) se « cache » la double somme $\Upsilon_{hh} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z) h_j(z) \Upsilon_{ij}$ avec :

$$\Upsilon_{ij} = \left(A_i - B_i \cdot F_j\right)^T \cdot P + P \cdot \left(A_i - B_i \cdot F_j\right) \tag{3.21}$$

En notant que $h_i(z) h_j(z) = h_j(z) h_i(z)$, le théorème suivant donne les conditions de base pour assurer que $\Upsilon_{hh} < 0$.

Théorème 2 /Tanaka et Sano 1994/ :

Avec les Υ_{ij} définis en (3.21), la boucle fermée décrite par (3.18) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice $P > 0$ telle que :

$$\forall i \in \{1, \ldots, r\},\ \Upsilon_{ii} < 0 \tag{3.22}$$

$$\forall i, j \in \{1, \ldots, r\},\ j > i,\ \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} < 0 \tag{3.23}$$

Afin de résoudre les conditions (3.22) et (3.23), les outils issus de l'optimisation convexe, et plus particulièrement les LMI (Linear Matrix Inequalities) /El Ghaoui 1997/ peuvent être utilisés.

La stabilisation du modèle flou (3.9) nécessite de rechercher en plus de la matrice $P > 0$, les gains F_i de la loi de commande PDC (3.17). Les conditions (3.22) et (3.23) ne sont alors plus linéaires en les variables recherchées puisque apparaît par exemple dans (3.21) l'expression $P \cdot B_i \cdot F_j$. Néanmoins en effectuant la congruence de (3.22) et (3.23) avec $X = P^{-1}$ puis en effectuant le changement de variables $M_i = F_i \cdot X$, on obtient les conditions de stabilisation LMI suivantes :

Théorème 3 /Tanaka et Sano 1994/ :

La loi de commande PDC (3.17) stabilise le modèle flou (3.9) s'il existe une matrice $X > 0$ et les matrices M_i telles que :

$$\forall i \in \{1,\ldots,r\},\ \Upsilon_{ii} < 0 \tag{3.24}$$

$$\forall i, j \in \{1,\ldots,r\},\ j > i,\ \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} < 0 \tag{3.25}$$

avec $\Upsilon_{ij} = A_i \cdot X + X \cdot A_i^T - B_i \cdot M_j - M_j^T \cdot B_i^T$

De plus si ces conditions ont une solution alors les gains de commande de la loi PDC sont donnés par $F_i = M_i \cdot X^{-1}$.

Exemple :

Une loi de commande PDC (3.17) est calculée pour le modèle flou (3.10). Les conditions de stabilisation du théorème 3 sont résolues grâce aux outils de la « LMI control toolbox » de Matlab /Gahinet et al. 1995/ :

$$P = \begin{bmatrix} 4{,}06 & 2{,}72 & -0{,}843 \\ 2{,}72 & 8{,}71 & -1{,}04 \\ -0{,}843 & -1{,}04 & 2{,}44 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

$$F_1 = [-0{,}233 \quad 0{,}771 \quad -0{,}580],\ F_2 = [-0{,}281 \quad 0{,}723 \quad -0{,}562],$$

$$F_3 = [-0{,}780 \quad -1{,}26 \quad -0{,}268] \text{ et } F_4 = [-0{,}790 \quad -1{,}36 \quad -0{,}268]. \tag{3.26}$$

La

figure 3-1 montre la stabilisation du modèle par la loi de commande PDC avec les conditions initiales : $x_0 = [10 \quad 10 \quad 10]^T$.

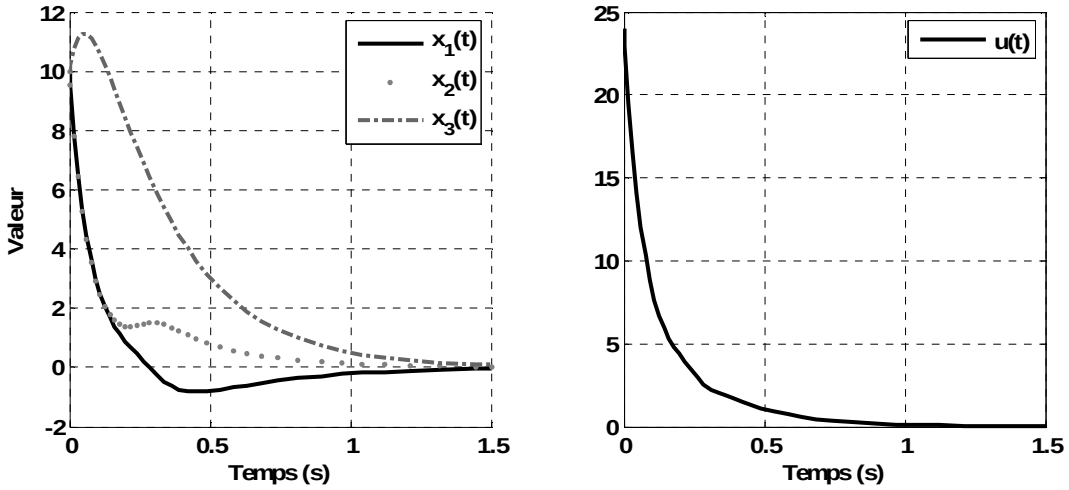

Figure 3-1 : Stabilisation quadratique d'un modèle TS

2.5 Relaxations

Le passage de l'expression (3.15) à l'expression (3.16) (stabilité) ou de l'expression (3.20) aux expressions (3.24) et (3.25) (stabilisation) permet d'obtenir des conditions indépendantes des fonctions non linéaires $h_i\left(z(t)\right)$. Il s'agit donc seulement de conditions suffisantes qui peuvent se révéler conservatives. Un modèle TS peut être globalement asymptotiquement stable sans qu'il soit quadratiquement stable, i.e. sans qu'aucune fonction de Lyapunov quadratique puisse vérifier les conditions.

La double somme $\Upsilon_{hh} < 0$ est rendue négative en imposant chacun de ses termes négatifs. Cette approche peut s'avérer très conservative.

Cette conservativité peut-être réduite de plusieurs manières /Tuan et al. 2001/, /Liu and Zhang 2003/. On rappelle que l'expression de la double somme s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\cdot h_j\left(z(t)\right)\cdot \Upsilon_{ij} < 0 \tag{3.27}$$

Avec Υ_{ij} des expressions linéaires en les variables recherchées. Relâcher (3.22) et (3.23) est aisé, et plusieurs auteurs ont proposé des solutions /Tanaka et al. 1998/ /Kim et Lee 2000/ /Liu et Zhang 2003/ /Tuan et al. 2001/. Parmi l'ensemble des propositions faites, les deux suivantes paraissent les plus intéressantes. Elles incluent toutes les deux les conditions précédentes et celles proposées dans /Tanaka et al. 1998/.

Lorsque le nombre de variables impliquées dans le problème LMI initial est important, /Tuan et al. 2001/ proposent une relaxation qui n'introduit pas de variables supplémentaires et reste

donc compatible avec les solvers actuels. Elle est basée sur le fait que $h_i\left(z(t)\right) \geq 0$. (3.27) est satisfaite si les conditions suivantes sont vraies :

$$\begin{cases} \forall i \in \{1,\ldots,r\} & \Upsilon_{ii} < 0 \\ \forall i, j \in \{1,\ldots,r\} \quad i < j & \dfrac{1}{r-1}\Upsilon_{ii} + \dfrac{1}{2}\left(\Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji}\right) < 0 \end{cases} \tag{3.28}$$

La deuxième approche est proposée par /Liu et Zhang 2003/ et correspond à une extension de /Kim et Lee 2000/. Elle nécessite l'ajout de variables supplémentaires $Q_{ii} > 0$, $i \in \{1,\ldots,r\}$ et $Q_{ij} = Q_{ji}^T \;\; i, j \in \{1,\ldots,r\}, i < j$ et peut donc poser rapidement des problèmes aux solvers de LMI dans le cas où le nombre de sous-modèles TS augmente. (3.27) est satisfaite si les conditions suivantes sont vraies :

$$\begin{cases} \Upsilon_{ii} + Q_{ii} < 0 & \forall i \in \{1,\ldots,r\} \\ \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} + Q_{ij} + Q_{ji} < 0 & \forall i, j \in \{1,\ldots,r\} \quad i < j \\ Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} & \cdots & Q_{r1} \\ Q_{12} & Q_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Q_{1r} & & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix} > 0 \end{cases} \tag{3.29}$$

Dans la suite, à partir du moment où le problème de stabilisation s'écrit sous la forme d'une double somme (3.27) les deux relaxations pourront être utilisées.

2.6 Modèles flous TS incertains et leur stabilisation

La stabilisation du modèle nominal présentée précédemment ne répond évidemment pas à des problématiques de robustesse et/ou de performances. La suite de ce chapitre est consacrée à la stabilisation des modèles flous TS incertains en essayant de garantir des performances au travers du placement des pôles des sous-modèles linéaires bouclés.

Classiquement les incertitudes de modélisation sont prises en compte de la manière suivante /Taniguchi et al. 2001/ :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \left(A_h + \Delta A_h\right) \cdot x(t) + \left(B_h + \Delta B_h\right) \cdot u(t) \\ y(t) = \left(C_h + \Delta C_h\right) \cdot x(t) \end{cases} \tag{3.30}$$

Les termes incertains sont supposés bornés en norme et s'écrivent :

$$\Delta A_h = Ha \cdot \Delta a(t) \cdot Ea_h \,,\; \Delta B_h = Hb \cdot \Delta b(t) \cdot Eb_h \;\text{ et }\; \Delta C_h = Hc \cdot \Delta c(t) \cdot Ec_h \tag{3.31}$$

où Ha, Hb, Hc, Ea_i, Eb_i, Ec_i sont des matrices constantes.

Les incertitudes $\Delta a(t)$, $\Delta b(t)$ et $\Delta c(t)$ vérifient les conditions suivantes :

$$\Delta a^T(t)\cdot\Delta a(t)\le I\ ,\ \Delta b^T(t)\cdot\Delta b(t)\le I \text{ et } \Delta c^T(t)\cdot\Delta c(t)\le I \tag{3.32}$$

En utilisant une loi de commande floue de type PDC (3.17), la boucle fermée du système devient :

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=(A_h-B_h\cdot F_h)\cdot x(t)+(\Delta A_h-\Delta B_h\cdot F_h)\cdot x(t)\\ y(t)=(C_h+\Delta C_h)\cdot x(t)\end{cases} \tag{3.33}$$

Théorème 4 /Lauber 2003/ :

Le modèle flou robuste (3.33) est quadratiquement stable s'il existe des matrices $X>0$, M_i, et des scalaires $\tau a_{ij}>0$ et $\tau b_{ij}>0$ tels que :

$$\forall i\in\{1,\dots,r\},\ \Upsilon_{ii}<0 \tag{3.34}$$

$$\forall i,j\in\{1,\dots,r\},\ j>i,\ \Upsilon_{ij}+\Upsilon_{ji}<0 \tag{3.35}$$

avec :

$$\Upsilon_{ij}=\begin{bmatrix}\Sigma^+\left(X\cdot A_i^T-M_j^T\cdot B_i^T\right)+\tau a_{ij}\cdot Ha\cdot Ha^T+\tau b_{ij}\cdot Hb\cdot Hb^T & (*) & (*)\\ Ea_i\cdot X & -\tau a_{ij}\cdot I & 0\\ Eb_i\cdot M_j & 0 & -\tau b_{ij}\cdot I\end{bmatrix}$$

De plus si les conditions sont vérifiées les gains de la loi de commande PDC sont donnés par : $F_i=M_i\cdot X^{-1}$.

Preuve :

En considérant une fonction candidate de Lyapunov quadratique $V(x)=x^T(t)\cdot P\cdot x(t)$, la stabilité de la boucle fermée est assurée si sa dérivée le long des trajectoires du modèle TS incertain (3.33) est strictement négative. Ce qui revient à vérifier que :

$$\left(A_h-B_h\cdot F_h+\Delta A_h-\Delta B_h\cdot F_h\right)^T P+P\left(A_h-B_h\cdot F_h+\Delta A_h-\Delta B_h\cdot F_h\right)<0 \tag{3.36}$$

Après une congruence par $X=P^{-1}$ et en posant $M_i=F_i\cdot X$, (3.36) s'écrit :

$$X\cdot A_h^T-M_h^T\cdot B_h^T+A_h\cdot X-B_h\cdot M_h+X\cdot\Delta A_h^T-M_h^T\cdot\Delta B_h^T+\Delta A_h\cdot X-\Delta B_h\cdot M_h<0$$

ou avec les notations (3.2) de façon plus compacte :

$$\Sigma^+\left(X\cdot A_h^T-M_h^T\cdot B_h^T\right)+\Sigma^+\left(X\cdot\Delta A_h^T-M_h^T\cdot\Delta B_h^T\right)<0 \tag{3.37}$$

En appliquant la propriété 1 (3.3) une condition suffisante pour que (3.37) soit vérifiée est :

$$\begin{aligned}\Sigma^{+}\left(X\cdot A_h^{\ T}-M_h^{\ T}\cdot B_h^{\ T}\right)+\tau a_{hh}\cdot Ha\cdot\Delta a(t)\cdot\Delta a(t)\cdot Ha^T+\tau a_{hh}^{-1}\cdot X\cdot Ea_h^{\ T}\cdot Ea_h\cdot X\\ +\tau b_{hh}\cdot Hb\cdot\Delta b(t)\cdot\Delta b(t)\cdot Hb^T+\tau b_{hh}^{-1}\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T}\cdot Eb_h\cdot M_h<0\end{aligned} \tag{3.38}$$

En considérant les bornes des incertitudes (3.32) ainsi que le complément de Schur (3.4), (3.38) est vérifiée si l'on a :

$$\begin{bmatrix}\Sigma^{+}\left(X\cdot A_h^{\ T}-M_h^{\ T}\cdot B_h^{\ T}\right)+\tau a_{hh}\cdot Ha\cdot Ha^T+\tau b_{hh}\cdot Hb\cdot Hb^T & (*) & (*)\\ Ea_h\cdot X & -\tau a_{hh}\cdot I & 0\\ Eb_h\cdot M_h & 0 & -\tau b_{hh}\cdot I\end{bmatrix}<0 \tag{3.39}$$

qui est la double somme $\Upsilon_{hh}<0$ avec les $\Upsilon_{ij}<0$ définis dans le théorème 2.

□

Remarque : comme explicité plus avant, pour relâcher les conditions (3.34) et (3.35) on peut utiliser une des deux relaxations, (3.28) ou (3.29).

Exemple :

L'exemple présenté précédemment (3.10) est repris. On ajoute des incertitudes bornées : $\Delta_1(t)$, $\Delta_2(t)$ et $\Delta_3(t)\in[-1,1]$ dans la matrice d'état seulement :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)=&\begin{bmatrix}-9+2\cdot\Delta_3(t) & -12 & 2\cdot\Delta_1(t)\\ 0 & -\dfrac{2}{1+x_1^2(t)+x_2^2(t)}-8 & 1\\ -\dfrac{2}{1+x_1^2(t)}+1+2\cdot\Delta_3(t) & 0 & -5+2\cdot\Delta_1(t)+\Delta_2(t)\end{bmatrix}x(t)\\ &+\begin{bmatrix}3\\ -3\cdot\left(-\dfrac{2}{1+x_1^2(t)}+1\right)\\ 4\end{bmatrix}u(t)\end{aligned} \tag{3.40}$$

Pour simplifier, on suppose ces incertitudes identiques pour tous les sous-modèles TS, i.e. :

$$\Delta A=Ha\cdot\Delta a(t)\cdot Ea=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta_1(t)&0&0\\0&\Delta_2(t)&0\\0&0&\Delta_3(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&2\\0&0&1\\2&0&0\end{bmatrix}.$$

Afin d'illustrer l'intérêt de la prise en compte de ces incertitudes dans la synthèse de la loi de commande, on utilise la loi de commande précédente (3.26) synthétisée sans incertitude à l'aide du théorème 1. Il en résulte que certaines incertitudes peuvent amener à faire diverger le modèle en boucle fermée, figure 3-2.

Les conditions LMI (3.34) et (3.35) sont donc utilisées afin de prendre en compte les incertitudes du modèle dans la synthèse de la loi de commande. Les gains obtenus en utilisant ces conditions sont :

$$P = \begin{bmatrix} 2{,}11 & -1{,}47 & 0{,}209 \\ -1{,}47 & 3{,}23 & -0{,}114 \\ 0{,}209 & -0{,}114 & 2{,}92 \end{bmatrix} \times 10^{-11}$$

$F_1 = [-0{,}086 \quad -1{,}50 \quad 2{,}18]$, $F_2 = [0{,}055 \quad -1{,}47 \quad 2{,}17]$, $F_3 = [1{,}49 \quad 2{,}30 \quad 1{,}96]$ et $F_4 = [1{,}38 \quad 1{,}93 \quad 1{,}94]$. (3.41)

Les résultats de simulation avec les mêmes conditions initiales que précédemment sont donnés figure 3-2 et figure 3-3 respectivement avec les gains de commande (3.26) et (3.41). Les incertitudes sont constantes pendant toute la simulation : $\Delta_1(t) = 1$, $\Delta_2(t) = 0{,}1$ et $\Delta_3(t) = 0{,}9$.

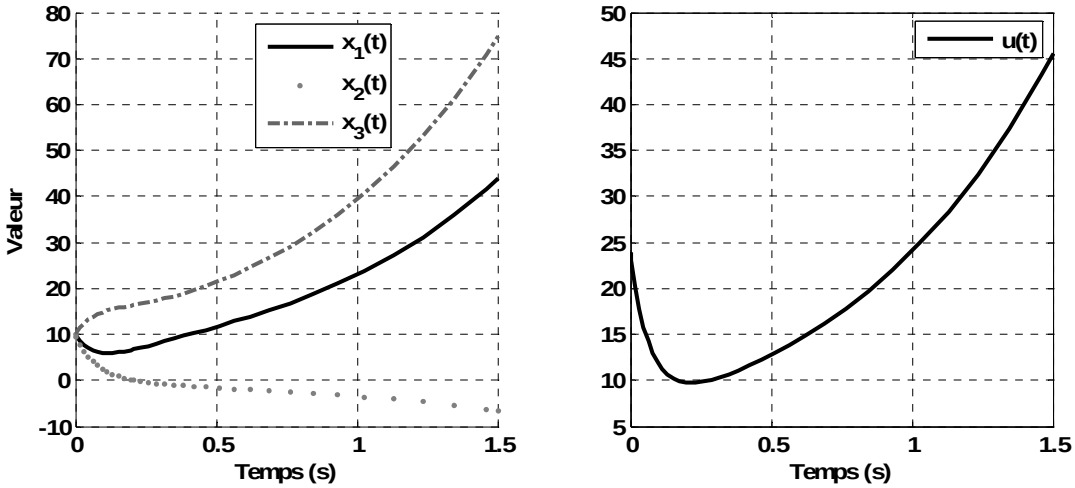

Figure 3-2 : loi de commande PDC sur un modèle incertain sans prise en compte de l'incertitude

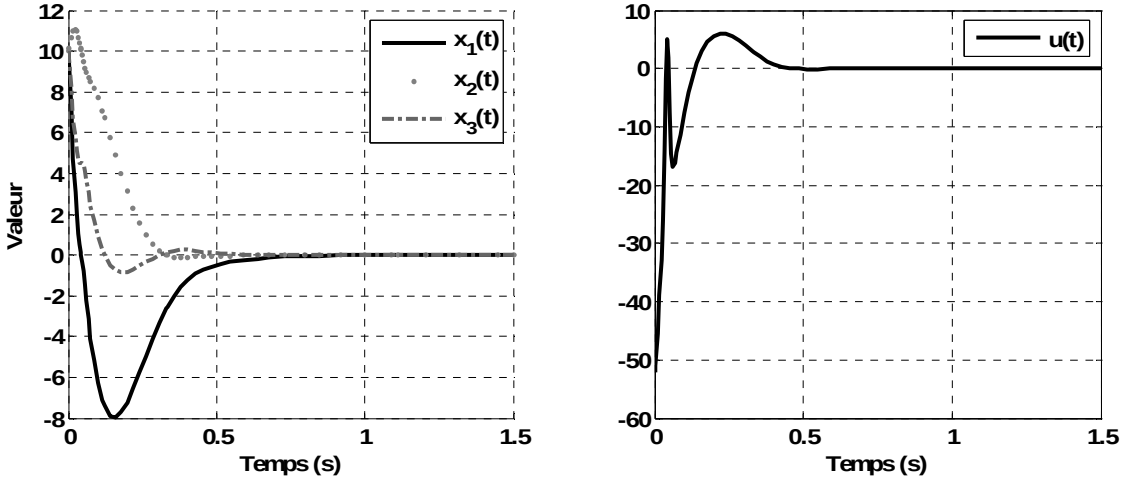

Figure 3-3 : Stabilisation d'un modèle incertain

La stabilisation du modèle incertain est illustrée figure 3-3 et évidemment, la stabilisation du modèle est assurée sur toute la plage d'erreur liée aux incertitudes.

3 Placement de pôles robustes dans des régions LMI pour des modèles flous de type Takagi-Sugeno

3.1 Introduction

Les conditions de stabilisation du **théorème 4** permettent de prendre en compte certains types d'incertitudes intervenant sur les modèles. Cependant aucune performance de la boucle fermée n'est prise en compte dans la synthèse de la loi de commande. A cet effet, plusieurs solutions sont possibles comme par exemple l'utilisation d'un taux de décroissance, l'ajout d'atténuation de type H_∞ /Liu and Zhang 2003/ ou des problèmes mixtes de type H_2/H_∞ /Chen et al. 2000/ ou encore l'utilisation d'un modèle de référence. Une autre solution est de contraindre les pôles des sous-modèles TS dans des régions LMI du plan complexe.

Cette approche est proposée par /Chilali et al. 1999/, /Chilali et Gahinet 1996/ dans le cas de systèmes linéaires afin d'assurer une certaine dynamique de la boucle fermée en présence d'incertitudes.

L'utilisation des régions LMI pour des modèles flous TS a notamment été présentée dans /Palacios-Hernandez 2004/ ou encore dans /Hong et Langari 2000/ avec en plus une atténuation des perturbations. Ces approches ne permettent pas de traiter les modèles incertains. Notons cependant que si l'approche est certes intéressante, on ne garantit pas toutes les propriétés du cas linéaire. Effectivement, les modèles TS étant non linéaires, on ne peut pas parler de pôles. L'idée est d'imposer aux sous modèles linéaires des propriétés « communes » en spécifiant leurs pôles dans une même région, on s'attend alors à ce que, si tous les sous modèles linéaires ont des caractéristiques temporelles « proches » (dynamique, dépassement, temps de montée, …) alors il en sera de même pour le modèle TS. Néanmoins, il n'y a pas de garantie absolue que les fonctions non linéaires $h_i\left(z(t)\right),\ i\in\{1,\ldots,r\}$ qui interconnectent les modèles linéaires permettent de conserver ces performances.

L'objectif de cette partie est d'obtenir des conditions LMI de stabilisation d'un modèle flou incertain avec placement de pôles des sous-modèles TS dans des régions LMI. Une première partie présente les régions LMI et la D-stabilité /Chilali et Gahinet 1996/. La deuxième partie donne les conditions obtenues pour les modèles flous TS incertains ainsi que leur mise sous forme LMI.

3.2 Régions LMI et D-stabilité

L'idée est de pouvoir construire de façon systématique n'importe qu'elle région convexe du plan complexe à partir de l'intersection de régions convexes élémentaires (demi-plan, bandes, cercles, cônes …) appelées régions LMI. Une région du plan complexe D est appelé région LMI lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme /Chilali et Gahinet 1996/ :

$$D=\left\{z\in\mathbb{C}:\quad L+z\cdot M+\overline{z}\cdot M^T<0\right\} \tag{3.42}$$

Avec $L=L^T$ et M des matrices réelles. La fonction $f_D\left(z\right)=L+z\cdot M+\overline{z}\cdot M^T$ est appelée la fonction caractéristique de la région LMI D.

Une région LMI a la propriété d'être convexe et symétrique par rapport à l'axe des abscisses. De plus, l'intersection de régions LMI est une région LMI. Certaines régions LMI intéressantes pour la commande de systèmes peuvent être définies /Chilali et al. 1999/ :

- Le demi-plan $\Re e\left(z\right)<-\dfrac{\lambda}{2}$:

$$f_D\left(z\right)=\lambda+z+\overline{z}<0 \tag{3.43}$$

- Le cercle de rayon ρ centré en $(0,0)$:

$$f_D(z) = \begin{bmatrix} -\rho & z \\ \overline{z} & -\rho \end{bmatrix} < 0 \tag{3.44}$$

- Le cône issu de l'origine et d'angle 2ϑ :

$$f_D(z) = \begin{bmatrix} (z+\overline{z})\cdot\sin(\vartheta) & (z-\overline{z})\cdot\cos(\vartheta) \\ (\overline{z}-z)\cdot\cos(\vartheta) & (z+\overline{z})\cdot\sin(\vartheta) \end{bmatrix} < 0 \tag{3.45}$$

A titre d'illustration, l'intersection de ces trois régions définit la région $\Re$ représentée sur la figure 3-4 :

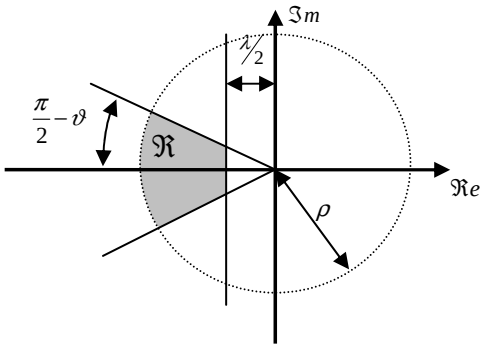

Figure 3-4 : Intersection de trois régions LMI utile en commande

Un modèle linéaire autonome sous forme de représentation d'état est maintenant considéré :

$$\dot{x}(t) = A\cdot x(t) \tag{3.46}$$

Théorème 5 /Chilali et Gahinet 1996/ :

(3.46) est D-stable, c'est-à-dire a tous ses pôles situés dans la région LMI D si et seulement si, il existe une matrice $P>0$ telle que :

$$M_D(A,P) = L\otimes P + M\otimes(P\cdot A) + M^T\otimes\left(A^T\cdot P\right) < 0 \tag{3.47}$$

Par exemple, l'application du théorème 3 sur (3.43), (3.44) et (3.45) donne les contraintes LMI suivantes :

$$A^T\cdot P + P\cdot A + \lambda\cdot P < 0 \tag{3.48}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\cdot P & A^T\cdot P \\ P\cdot A & -\rho\cdot P \end{bmatrix} < 0 \tag{3.49}$$

$$\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\left(A^T\cdot P + P\cdot A\right) & s\vartheta\cdot\left(-A^T\cdot P + P\cdot A\right) \\ s\vartheta\cdot\left(A^T\cdot P - P\cdot A\right) & c\vartheta\cdot\left(A^T\cdot P + P\cdot A\right) \end{bmatrix} < 0 \tag{3.50}$$

Avec pour simplifier les écritures : $s\vartheta = \sin(\vartheta)$ et $c\vartheta = \cos(\vartheta)$.

3.3 Régions LMI pour des modèles flous incertains

L'extension de ce résultat de base à des modèles TS se fait de façon directe en « remplaçant » le modèle linéaire (3.46) par celui de (3.9) /Hong et Langari 2000/. Le but est alors de pouvoir en extraire des conditions de type LMI. Dans notre cas, l'extension de ce résultat est réalisée pour pouvoir obtenir des LMI qui garantissent la *D*-stabilité pour le modèle incertain. L'application directe des inégalités (3.48), (3.49) et (3.50) sur la boucle fermée (3.33) donne, avec les notations (3.2) :

$$\Sigma^{+}\left(P\cdot A_h - P\cdot B_h\cdot F_h\right) + \Sigma^{+}\left(P\cdot \Delta A_h - P\cdot \Delta B_h\cdot F_h\right) + \lambda\cdot P < 0 \tag{3.51}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\cdot P & (*) \\ P\cdot\left(A_h - B_h\cdot F_h\right) & -\rho\cdot P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (*) \\ P\cdot\left(\Delta A_h - \Delta B_h\cdot F_h\right) & 0 \end{bmatrix} < 0 \tag{3.52}$$

$$\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(P\cdot A_h - P\cdot B_h\cdot F_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(P\cdot A_h - P\cdot B_h\cdot F_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(P\cdot A_h - P\cdot B_h\cdot F_h\right) \end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(P\cdot \Delta A_h - P\cdot \Delta B_h\cdot F_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(P\cdot \Delta A_h - P\cdot \Delta B_h\cdot F_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(P\cdot \Delta A_h - P\cdot \Delta B_h\cdot F_h\right) \end{bmatrix} < 0 \tag{3.53}$$

Le but est comme précédemment de pouvoir déterminer l'existence d'une matrice $P > 0$ et de gains de commande F_i, $i \in \{1,\ldots,r\}$ tels que (3.51), (3.52) et (3.53) soient satisfaites. Pour résoudre ce problème, une mise sous forme LMI est effectuée.

De façon classique, une première congruence par $X = P^{-1}$ pour (3.51) et par $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$ pour (3.52) et (3.53) permet d'effectuer le changement de variable $M_h = F_h\cdot X$ qui rend linéaire la partie sans incertitude de ces expressions :

$$\Sigma^{+}\left(A_h\cdot X - B_h\cdot M_h\right) + \Sigma^{+}\left(\Delta A_h\cdot X - \Delta B_h\cdot M_h\right) + \lambda\cdot X < 0 \tag{3.54}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\cdot X & (*) \\ \left(A_h\cdot X - B_h\cdot M_h + \Delta A_h\cdot X - \Delta B_h\cdot M_h\right) & -\rho\cdot X \end{bmatrix} < 0 \tag{3.55}$$

$$\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(A_h\cdot X - B_h\cdot M_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(A_h\cdot X - B_h\cdot M_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(A_h\cdot X - B_h\cdot M_h\right) \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(\Delta A_h\cdot X-\Delta B_h\cdot M_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(\Delta A_h\cdot X-\Delta B_h\cdot M_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(\Delta A_h\cdot X-\Delta B_h\cdot M_h\right)\end{bmatrix}<0 \tag{3.56}$$

Les équations (3.55) et (3.56) peuvent être écrites :

$$\begin{bmatrix} -\rho\cdot X & (*) \\ A_h\cdot X-B_h\cdot M_h & -\rho\cdot X\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & (*) \\ \Delta A_h\cdot X & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & (*) \\ -\Delta B_h\cdot M_h & 0\end{bmatrix}<0 \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(A_h\cdot X-B_h\cdot M_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(A_h\cdot X-B_h\cdot M_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(A_h\cdot X-B_h\cdot M_h\right)\end{bmatrix}+\\ &\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(\Delta A_h\cdot X\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(\Delta A_h\cdot X\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(\Delta A_h\cdot X\right)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(-\Delta B_h\cdot M_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(-\Delta B_h\cdot M_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(-\Delta B_h\cdot M_h\right)\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{3.58}$$

Les premières parties sans incertitude sont donc LMI en $X=P^{-1}$ et $M_i \quad i\in\{1,\ldots,r\}$ et sont notées dans la suite $(.)$. Il reste donc à traiter les parties incertaines. En utilisant l'expression des incertitudes (3.31), (3.54), (3.57) et (3.58) s'écrivent :

$$(.)+\Sigma^{+}\left(Ha\cdot\Delta a\cdot Ea_h\cdot X-Hb\cdot\Delta b\cdot Eb_h\cdot M_h\right)<0 \tag{3.59}$$

$$(.)+\Sigma^{+}\left(\begin{bmatrix}0\\ Ha\cdot\Delta a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Ea_h\cdot X & 0\end{bmatrix}\right)+\Sigma^{+}\left(\begin{bmatrix}0\\ Hb\cdot\Delta b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-Eb_h\cdot M_h & 0\end{bmatrix}\right)<0 \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}&(.)+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(Ha\cdot\Delta a\cdot Ea_h\cdot X\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(Ha\cdot\Delta a\cdot Ea_h\cdot X\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(Ha\cdot\Delta a\cdot Ea_h\cdot X\right)\end{bmatrix}\\ &+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(-Hb\cdot\Delta b\cdot Eb_h\cdot M_h\right) & (*) \\ s\vartheta\cdot\Sigma^{-}\left(-Hb\cdot\Delta b\cdot Eb_h\cdot M_h\right) & c\vartheta\cdot\Sigma^{+}\left(-Hb\cdot\Delta b\cdot Eb_h\cdot M_h\right)\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{3.61}$$

- <u>Mise sous forme LMI de l'inégalité (3.59) :</u>

L'utilisation de la *propriété 1* permet de majorer l'expression (3.59) par :

$$\begin{aligned}&(.)+\frac{1}{\tau a_{hh}}\cdot X\cdot Ea_h^{\,T}\cdot Ea_h\cdot X+\tau a_{hh}\cdot Ha\cdot\Delta a\cdot\Delta a^T\cdot Ha^T\\ &+\frac{1}{\tau b_{hh}}\cdot M_h^{\,T}\cdot Eb_h^{\,T}\cdot Eb_h\cdot M_h+\tau b_{hh}\cdot Hb\cdot\Delta b\cdot\Delta b^T\cdot Hb^T<0\end{aligned} \tag{3.62}$$

Les incertitudes étant bornées en norme, $\Delta a^T(t)\cdot\Delta a(t)\le I$ et $\Delta b^T(t)\cdot\Delta b(t)\le I$, (3.62) devient :

$$(.)+\tau a_{hh}^{-1}\cdot X\cdot Ea_h^{\,T}Ea_h\cdot X+\tau a_{hh}\cdot HaHa^T+\tau b_{hh}^{-1}\cdot M_h^{\,T}\cdot Eb_h^{\,T}Eb_h\cdot M_h+\tau b_{hh}\cdot HbHb^T<0 \tag{3.63}$$

L'utilisation de la *propriété 2* (Complément de Schur) permet d'obtenir une formulation linéaire en les variables recherchées (3.63) :

$$\begin{bmatrix} \Sigma^{+}\left(A_h \cdot X - B_h \cdot M_h\right) + \lambda \cdot X + \tau a_{hh} \cdot HaHa^T + \tau b_{hh} \cdot HbHb^T & (*) & (*) \\ Ea_h \cdot X^T & -\tau a_{hh} \cdot I & 0 \\ Eb_h \cdot M_h & 0 & -\tau b_{hh} \cdot I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.64)$$

Remarquons que (3.64) s'interprète comme une condition de stabilité avec taux de décroissance pour des modèles flous incertains /Tanaka et Wang 2001/.

- <u>Mise sous forme LMI de l'inégalité (3.60) :</u>

En utilisant la *propriété 1*, (3.60) devient :

$$\begin{aligned} &(.) + \tau a_{hh}' \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Ha \cdot \Delta a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta a^T \cdot Ha^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\tau a_{hh}'} \cdot \begin{bmatrix} X \cdot Ea_h^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ea_h \cdot X & 0 \end{bmatrix} \\ &+ \tau b_{hh}' \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ Hb \cdot \Delta b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Delta b^T \cdot Hb^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\tau b_{hh}'} \cdot \begin{bmatrix} -M_h \cdot Eb_h^T \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Eb_h \cdot M_h & 0 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (3.65)$$

Les incertitudes étant bornées en norme, $\Delta a^T(t) \cdot \Delta a(t) \le I$ et $\Delta b^T(t) \cdot \Delta b(t) \le I$, (3.65) devient :

$$\begin{bmatrix} (.) + \frac{1}{\tau a_{hh}'} X \cdot Ea_h^T Ea_h \cdot X + \frac{1}{\tau b_{hh}'} M_h \cdot Eb_h^T \cdot Eb_h \cdot M_h & 0 \\ 0 & \begin{pmatrix} \tau a_{hh}' \cdot Ha \cdot Ha^T + \\ \tau b_{hh}' \cdot Hb \cdot Hb^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.66)$$

La *propriété 2* (Complément de Schur) permet d'obtenir une expression linéaire en les variables recherchées à partir de (3.66) :

$$\begin{bmatrix} -\rho \cdot X & (*) & (*) & (*) \\ A_h \cdot X - B_h \cdot M_h & -\rho \cdot X + \tau a_{hh}' \cdot Ha \cdot Ha^T + \tau b_{hh}' \cdot Hb \cdot Hb^T & 0 & 0 \\ Ea_h \cdot X & 0 & -\tau a_{hh}' \cdot I & 0 \\ Eb_h \cdot M_h & 0 & 0 & -\tau b_{hh}' \cdot I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.67)$$

- <u>Mise sous forme LMI de l'inégalité (3.61) :</u>

L'expression (3.61) peut être écrite de la façon suivante :

$$
\begin{aligned}
&(.)+\begin{bmatrix} Ha\cdot\Delta a & 0 \\ 0 & Ha\cdot\Delta a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot Ea_h\cdot X & s\vartheta\cdot Ea_h\cdot X \\ -s\vartheta\cdot Ea_h\cdot X & c\vartheta\cdot Ea_h\cdot X \end{bmatrix} \\
&+\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} & s\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} \\ s\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} & c\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta a^T Ha^T & 0 \\ 0 & \Delta a^T Ha^T \end{bmatrix} \\
&+\begin{bmatrix} Hb\cdot\Delta b & 0 \\ 0 & Hb\cdot\Delta b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -c\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h & -s\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h \\ s\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h & -c\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h \end{bmatrix} \\
&+\begin{bmatrix} -c\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} & s\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} \\ -s\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} & -c\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta b^T\cdot Hb^T & 0 \\ 0 & \Delta b^T\cdot Hb^T \end{bmatrix}<0
\end{aligned}
\tag{3.68}
$$

L'utilisation de la *propriété 1* permet de majorer (3.68) par :

$$
\begin{aligned}
&(.)+\tau a_{hh}''\begin{bmatrix} Ha\cdot\Delta a & 0 \\ 0 & Ha\cdot\Delta a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta a^T\cdot Ha^T & 0 \\ 0 & \Delta a^T\cdot Ha^T \end{bmatrix} \\
&+\frac{1}{\tau a_{hh}''}\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} & -s\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} \\ s\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} & c\vartheta\cdot X\cdot Ea_h^{\ T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c\vartheta\cdot Ea_h\cdot X & s\vartheta\cdot Ea_h\cdot X \\ -s\vartheta\cdot Ea_h\cdot X & c\vartheta\cdot Ea_h\cdot X \end{bmatrix} \\
&+\tau b_{hh}''\begin{bmatrix} Hb\cdot\Delta b & 0 \\ 0 & Hb\cdot\Delta b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta b^T\cdot Hb^T & 0 \\ 0 & \Delta b^T\cdot Hb^T \end{bmatrix} \\
&+\frac{1}{\tau b_{hh}''}\begin{bmatrix} -c\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} & s\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} \\ -s\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} & -c\vartheta\cdot M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -c\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h & -s\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h \\ s\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h & -c\vartheta\cdot Eb_h\cdot M_h \end{bmatrix}<0
\end{aligned}
\tag{3.69}
$$

L'expression (3.69) peut se simplifier par :

$$
\begin{aligned}
&(.)+\tau a_{hh}''\begin{bmatrix} Ha\cdot\Delta a\cdot\Delta a^T\cdot Ha^T & 0 \\ 0 & Ha\cdot\Delta a\cdot\Delta a^T\cdot Ha^T \end{bmatrix} \\
&+\frac{1}{\tau a_{hh}''}\begin{bmatrix} X\cdot Ea_h^{\ T}\cdot Ea_h\cdot X & 0 \\ 0 & X\cdot Ea_h^{\ T}\cdot Ea_h\cdot X \end{bmatrix} \\
&+\tau b_{hh}''\begin{bmatrix} Hb\cdot\Delta b\cdot\Delta b^T\cdot Hb^T & 0 \\ 0 & Hb\cdot\Delta b\cdot\Delta b^T\cdot Hb^T \end{bmatrix} \\
&+\frac{1}{\tau b_{hh}''}\begin{bmatrix} M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T}\cdot Eb_h\cdot M_h & 0 \\ 0 & M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T}\cdot Eb_h\cdot M_h \end{bmatrix}<0
\end{aligned}
\tag{3.70}
$$

Les incertitudes étant bornées en norme (3.70) devient :

$$
\begin{aligned}
&(.)+\tau a_{hh}''\begin{bmatrix} Ha\cdot Ha^T & 0 \\ 0 & Ha\cdot Ha^T \end{bmatrix}+\frac{1}{\tau a_{hh}''}\begin{bmatrix} X\cdot Ea_h^{\ T}\cdot Ea_h\cdot X & 0 \\ 0 & X\cdot Ea_h^{\ T}\cdot Ea_h\cdot X \end{bmatrix} \\
&+\tau b_{hh}''\begin{bmatrix} Hb\cdot Hb^T & 0 \\ 0 & Hb\cdot Hb^T \end{bmatrix}+\frac{1}{\tau b_{hh}''}\begin{bmatrix} M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T}\cdot Eb_h\cdot M_h & 0 \\ 0 & M_h^{\ T}\cdot Eb_h^{\ T}\cdot Eb_h\cdot M_h \end{bmatrix}<0
\end{aligned}
\tag{3.71}
$$

L'utilisation de la *propriété 2* (Complément de Schur) permet d'obtenir :

$$\begin{bmatrix} \Omega_{hh}^{1} & (*) \\ \Omega_{hh}^{2} & \Omega_{hh}^{1} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.72}$$

avec $\Omega_{hh}^{1} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} c\vartheta \cdot \Sigma^{+}\left(A_h \cdot X - B_h \cdot M_h\right) + \\ \tau a_{hh}'' \cdot Ha \cdot Ha^T + \tau b_{hh}'' \cdot Hb \cdot Hb^T \end{pmatrix} & (*) & (*) \\ Ea_h \cdot X & -\tau a_{hh}'' \cdot I & 0 \\ Eb_h \cdot M_h & 0 & -\tau b_{hh}'' \cdot I \end{bmatrix}$

et $\Omega_{hh}^{2} = \begin{bmatrix} s\vartheta \cdot \Sigma^{-}\left(A_h \cdot X - B_h \cdot M_h\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Afin d'écrire des conditions LMI (3.64), (3.67) et (3.72), les matrices suivantes sont définies :

$$\Upsilon_{ij}^{(1)} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \Sigma^{+}\left(A_i \cdot X - B_i \cdot M_j\right) + \lambda \cdot X \\ + \tau a_{ij}^{(1)} \cdot Ha \cdot Ha^T + \tau b_{ij}^{(1)} \cdot Hb \cdot Hb^T \end{matrix} & (*) & (*) \\ Ea_i \cdot X^T & -\tau a_{ij}^{(1)} \cdot I & 0 \\ Eb_i \cdot M_j & 0 & -\tau b_{ij}^{(1)} \cdot I \end{bmatrix}, \tag{3.73}$$

$$\Upsilon_{ij}^{(2)} = \begin{bmatrix} -\rho \cdot X & (*) & (*) & (*) \\ A_i \cdot X - B_i \cdot M_j & -\rho \cdot X + \tau a_{ij}^{(2)} \cdot Ha \cdot Ha^T + \tau b_{ij}^{(2)} \cdot Hb \cdot Hb^T & 0 & 0 \\ Ea_i \cdot X & 0 & -\tau a_{ij}^{(2)} \cdot I & 0 \\ Eb_i \cdot M_j & 0 & 0 & -\tau b_{ij}^{(2)} \cdot I \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

Et $\Upsilon_{ij}^{(3)} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{1} & (*) \\ \Omega_{ij}^{2} & \Omega_{ij}^{1} \end{bmatrix} < 0$ (3.75)

avec : $\Omega_{ij}^{2} = \begin{bmatrix} s\vartheta \cdot \Sigma^{-}\left(A_i \cdot X - B_i \cdot M_j\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ et

$$\Omega_{ij}^{1} = \begin{bmatrix} c\vartheta \cdot \Sigma^{+}\left(A_i \cdot X - B_i \cdot M_j\right) + \tau a_{ij}^{(3)} \cdot Ha \cdot Ha^T + \tau b_{ij}^{(3)} \cdot Hb \cdot Hb^T & (*) & (*) \\ Ea_i \cdot X & -\tau a_{ij}^{(3)} \cdot I & 0 \\ Eb_i \cdot M_j & 0 & -\tau b_{ij}^{(3)} \cdot I \end{bmatrix}$$

Théorème 6 /Toulotte et al. 2004/ *:*

Avec les $\Upsilon_{ij}^{(k)}$ $i, j \in \{1,\ldots,r\}$, $j > i$, $k \in \{1,2,3\}$ définis en (3.73), (3.74) et (3.75), le modèle flou robuste (3.33) est quadratiquement stable et a tous les pôles des sous-modèles TS situés dans la région LMI $\Re$ s'il existe des matrices $X = X^T > 0$, M_i, des scalaires $\tau a_{ij}^{(k)}$, et $\tau b_{ij}^{(k)}$ $i, j \in \{1,\ldots,r\}$, $j > i$, $k \in \{1,2,3\}$ tels que :

$$\forall i \in \{1,\ldots,r\},\ \Upsilon_{ii}^{(k)} < 0 \tag{3.76}$$

$$\forall i, j \in \{1,\ldots,r\},\ j > i,\ \Upsilon_{ij}^{(k)} + \Upsilon_{ji}^{(k)} < 0 \tag{3.77}$$

De plus si les conditions sont vérifiées les gains de la loi de commande PDC sont donnés par : $F_i = M_i \cdot X^{-1}$.

Dans le cas de la stabilisation d'un modèle TS, les paramètres ρ, ϑ et λ permettent de spécifier respectivement la dynamique la plus lente, la dynamique la plus rapide et l'amortissement maximal des sous-modèle TS linéaires de la boucle fermée (3.33).

Exemple :

Le modèle incertain sous forme de représentation d'état (3.40) est repris. Une loi de commande PDC avec placement de pôles dans des régions LMI est comparée avec les conditions de stabilisation robuste du **théorème 4.**

Les paramètres définissant la région LMI sont : $\lambda = 3$, $\rho = 20$ et $\vartheta = 0,92\,rad$ et les résultats obtenus avec le **théorème 6** sont :

$$P = \begin{bmatrix} 9,71 & 3,10 & -0,356 \\ 3,10 & 33,9 & -2,50 \\ -0,356 & -2,50 & 14,2 \end{bmatrix} \times 10^{-8}$$

$F_1 = [0,1 \quad -0,095 \quad 0,891]$, $F_2 = [0,170 \quad 0,073 \quad 0,799]$, $F_3 = [0,917 \quad -0,891 \quad 0,751]$ et $F_4 = [1,12 \quad -0,816 \quad 0,644]$.

Les conditions initiales ainsi que les valeurs des incertitudes sont les mêmes que précédemment. Les résultats de simulation sont montrés figure 3-5. La figure 3-6 rappelle les résultats obtenus précédemment avec une loi de commande de type PDC robuste.

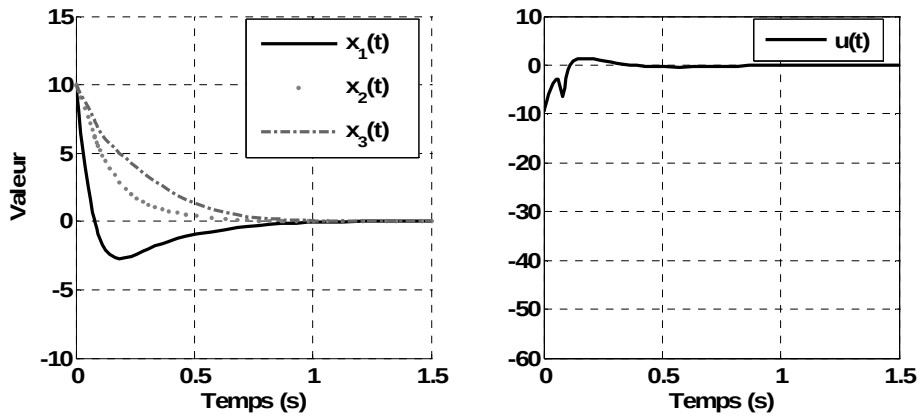

Figure 3-5 : Loi de commande PDC robuste avec placement de pôles dans des régions LMI

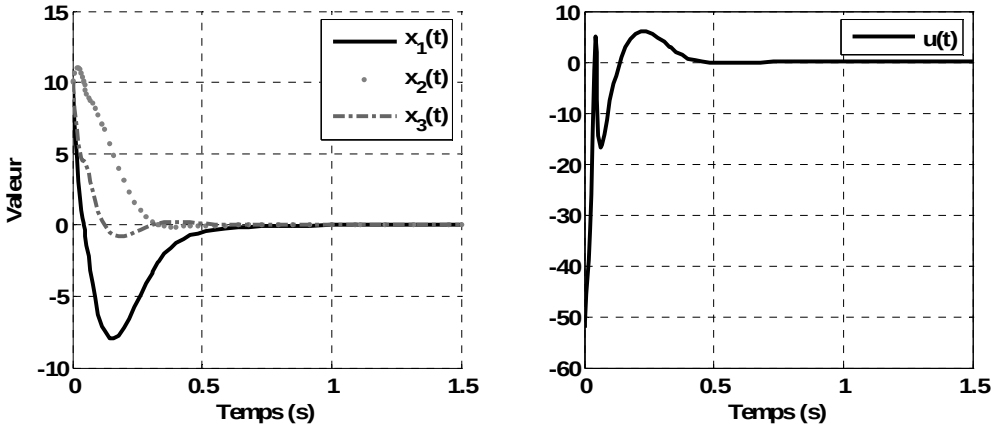

Figure 3-6 : Loi de commande PDC robuste

La figure 3-7 illustre la position des pôles des sous-modèles TS pour différentes valeurs des incertitudes.

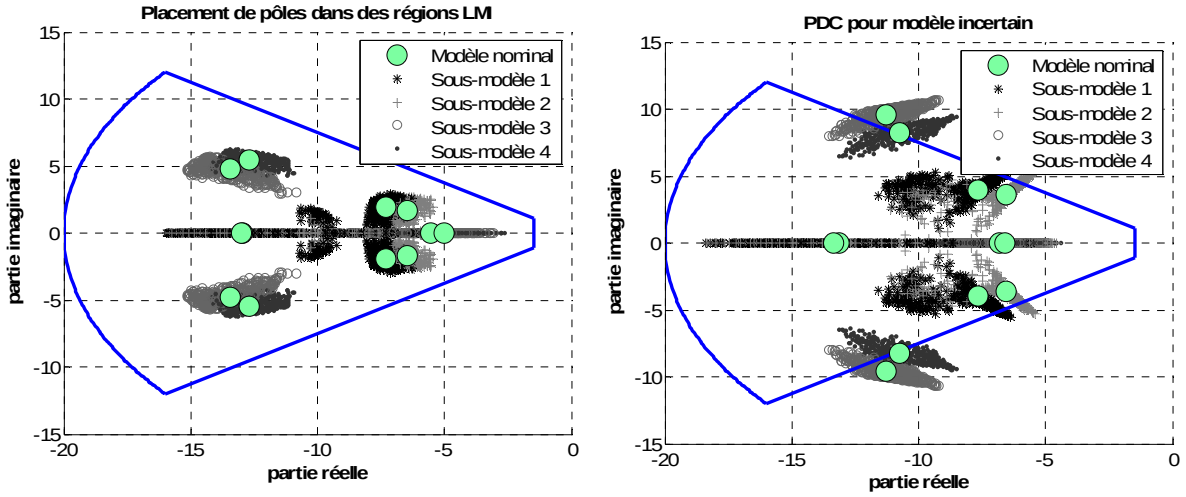

Figure 3-7 : Evolution des pôles des sous-modèles en fonction de variations des incertitudes

4 Conclusion

Ce chapitre a rappelé la stabilisation des modèles flous TS certains et incertains. A partir de résultats sur la D-stabilité, l'extension de la synthèse de lois de commande prenant en compte des contraintes de placement de pôles des sous-modèles TS dans des régions LMI au cas incertain a été présentée. Les conditions obtenues sont LMI et peuvent donc être résolues en utilisant les outils classiques de l'optimisation convexe.

Cette approche permet d'effectuer la synthèse de lois de commande robustes à partir de trois paramètres de « haut niveau » : le taux de décroissance λ, qui permet de jouer sur la rapidité de la boucle fermée, ρ qui permet de limiter la rapidité des « pôles dominés des sous-modèles TS » et ϑ qui permet d'ajuster l'amortissement des « pôles des sous-modèles TS ».

Il est à noter qu'en toute rigueur, le placement de pôles des sous-modèles TS dans des régions LMI ne permet pas dans le cas général de garantir a priori des performances pour la boucle fermée car il faut pour cela prendre en compte les fonctions non linéaires $h_i\left(z(t)\right)$. Néanmoins, pour beaucoup de systèmes non linéaires, cette approche reste très intéressante.

5 Bibliographie

Assawinchaichote W., Nguang S.K., Shi P., H_∞ output feedback control design for uncertain singularly perturbed systems: an LMI approach. Automatica, Vol. 40 (12), pp. 2147-2152, 2004.

Boyd S., El Ghaoui L., Féron E., Balakrishnan V., Linear matrix inequalities in system and control theory, Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

Cao Y.Y., Frank P.M., Stability analysis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models, Fuzzy Sets & Systems, Vol. 124, pp. 213-229, 2001.

Chen B.S., Tseng C.S., Uang H.J., Mixed H_2/H_∞ fuzzy output feedback control design for nonlinear dynamic systems: an LMI approach. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 8 (3), pp. 249-265, 2000.

Chilali M., Gahinet P., H_∞ design with Pole Placement Constraints: an LMI approach, IEEE Trans. Aut. Contr., pages 358-367, 1996.

Chilali M., Gahinet P., Apkarian P., Robust pole placement in LMI Regions, IEEE Trans. Automatic Control, vol. 44, no. 12, pp. 2257-2270, 1999.

El Ghaoui L., Approche LMI pour la commande : une introduction, Ecole d'été d'Automatique de Grenoble, identification et commande robustes : approche LMI, 1997.

Gahinet P., Nemirovski A., Laub A., Chilali M., LMI Control Toolbox, The Mathworks Inc., Natick, MA, 1995.

Gasso K., Mourot G., Boukhriss A., Ragot J., Optimisation de la structure d'un modèle de Takagi-Sugeno, Actes des rencontres francophones LFA'99, Valenciennes, France, pp.233-240, 1999.

Gasso K., Identification des systèmes dynamiques non linéaires : approche multi-modèles, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Loraine, 2000.

Guerra T.M., Kruszewski A., Vermeiren L., Tirmant H., Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form - Fuzzy Sets & Systems (to appear, available online), 2006.

Guerra T.M., Vermeiren L., Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous, Commande flou 1 : « de la stabilisation à la supervision », sous la direction de Foulloy L., Galichet S. et Titli A., IC2 Hermes, pp. 59-98, 2003.

Hong S.K., Langari R., An LMI-based H_∞ fuzzy control system design with TS framework, Information Sciences, Vol. 123, pp. 163-179, 2000.

Joh J., Langari R., Jeung E.T., Chung W.J., A new design method for continuous Takagi-Sugeno fuzzy controller with pole placement constraints: an LMI approach, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 7 (3), pp. 72-79, 1997.

Kim E. & Lee H. New Approaches to Relaxed Quadratic Stability Condition of Fuzzy Control Systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 8, n°5, pp. 523-533, 2000.

Lauber J., Moteur à allumage commandé avec EGR: modélisation et commande non linéaires, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.

Liu X., Zhang O., New approaches to H_∞ controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI, Automatica, Vol. 39 (9), pp. 1571-1582, 2003.

Morère Y., Mise en œuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001.

Palacios-Hernandez E.R., Contribution à la commande floue de type Takagi-Sugeno des systèmes non linéaires, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2004.

Sala A., Guerra T.M., Babuska R., Perspectives of fuzzy systems and control, Fuzzy Sets and Systems (Special Issue: 40th Anniversary of Fuzzy Sets), Vol. 153 (3), pp. 432-444, 2005.

Sugeno M., Kang G.T., Structure identification of fuzzy mode, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.

Takagi T., Sugeno M., Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control, IEEE transactions on SMC, Vol. 15 (1), pp. 116-132, 1985.

Tanaka K., Sugeno M., Stability analysis and design of fuzzy control systems, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 45 (2), pp. 135-156, 1992.

Tanaka K., Hori T., Wang H., A fuzzy Lyapunov approach to fuzzy control system design, in American Control Conference, vol. 6, pp. 4790-4795, Arlington, VA, 2001.

Tanaka K., Sano M., A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 2, pp. 119-134, 1994.

Tanaka K., Ikeda T., Wang H.O., Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6 (2), pp. 1-16, 1998.

Tanaka K., Wang H.O., Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach, John Wiley & Son Eds, New York, Wiley-Interscience ISBN 0-471-32324-190000, 2001.

Taniguchi T., Tanaka K., Ohtake H., Wang H.O., Model construction, rule reduction and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 9 (4), pp. 525-537, 2001.

Tian E., Peng C., Delay-dependent stability analysis and synthesis of uncertain TS fuzzy systems with time-varying delay. Fuzzy Sets and Systems Vol. 157 (4), pp. 544-559, 2006.

Tong S., Wang T., Li H.X., Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear systems, International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 30, pp. 73-90, 2002.

Toulotte P.F., Delprat S., Guerra T.M., Boonaert J., Robust fuzzy control with pole placement in LMI region: application to an automated vehicle, IEEE VTS-Vehicular Power & Propulsion 2004, Paris, 2004.

Tuan H.D., Apkarian P., Narikiyo T., Yamamoto Y., Parametrized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 9, 324-332, 2001.

Wang H.O., Tanaka K., Griffin M., An approach to fuzzy control of non linear systems: Stability and design issues, IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 4 (1), pp. 14-23, 1996.

Yoneyama J., Nishikawa M., Katayama H., Ichikawa A., Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 111, p.253-266, 2000.

Chapitre 4 : Commande longitudinale et latérale d'un véhicule pour la réalisation d'un attelage virtuel

1 Introduction

Ce chapitre est dédié à l'application des lois de commande floues décrites chapitre 3 pour réaliser un attelage virtuel entre deux véhicules. Le premier véhicule, appelé véhicule de tête, est autonome et piloté manuellement. Le deuxième véhicule, appelé véhicule suiveur, est piloté automatiquement grâce à une instrumentation spécifique. Des capteurs permettent de mesurer une partie de l'état du véhicule : centrale inertielle, capteur GPS (Global Positionning System), …. La position du véhicule de tête est mesurée avec un capteur à balayage laser. Enfin, en plus de la commande du groupe moto-propulseur, un moteur électrique permet d'actionner la colonne de direction.

La première partie de ce chapitre détaille cette instrumentation ainsi que son utilisation pour l'estimation des paramètres des modèles décrits chapitre 2.

La deuxième partie est dédiée au contrôle du mode longitudinal seul à l'aide d'une loi de commande floue. L'objectif est de suivre un véhicule en conservant une inter-distance avec facteur de sécurité constant (cf. Chapitre 1). Cette loi de commande est tout d'abord testée en simulation puis validée de façon expérimentale.

La troisième partie présente la commande des modes longitudinal et latéral couplés du véhicule. Le suivi de véhicule est réalisé grâce à une stratégie de type barre d'attelage. Une loi de commande floue est élaborée à partir des conditions décrites chapitre 3. Les résultats en simulation sont confirmés par des essais expérimentaux sur le véhicule.

2 Présentation du véhicule prototype

Le véhicule hybride prototype figure 4-1 utilisé pour la réalisation de l'attelage virtuel a été réalisé durant la thèse de Gino Paganelli /Paganelli 1999/ dans le cadre d'une coopération entre PSA Peugeot Citroën et le LAMIH, avec le soutien financier du fond Européen pour le Développement Régional (FEDER) et de l'Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie (ADEME), figure 4-1.

Figure 4-1 : Véhicule hybride réalisé au LAMIH

Il s'agit d'un véhicule de type Citroën Berlingo équipé d'un groupe motopropulseur hybride parallèle. Ce dernier est composé d'un moteur thermique de puissance maximale de 75ch (55kW) à 5800 tr/min et d'un moteur électrique à courant continu à excitation séparée alimenté en 240V et de puissance maximale de 43kW. 20 batteries de 12V-26Ah assurent l'alimentation du moteur électrique et des différents organes de contrôle (vérins, calculateurs, …). Le moteur thermique peut être désaccouplé du groupe motopropulseur grâce à un embrayage. Un réducteur assure la transmission du couple du moteur électrique sur l'arbre primaire d'une boîte de vitesses à deux rapports /Paganelli 1999/, figure 4-2.

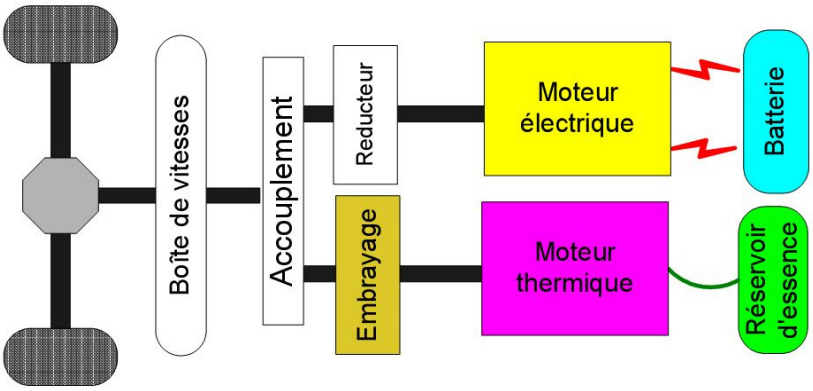

Figure 4-2 : Architecture mécanique du véhicule hybride /Delprat 2002/

Dans le cadre de cette étude, le véhicule est utilisé uniquement en mode électrique avec un rapport de boîte constant.

Un système modulaire de la société D-Space /DSpace/ centralise les informations des différents capteurs. Il est composé d'une carte processeur autonome, de différentes cartes d'acquisition (Tout Ou Rien (TOR), analogiques, voies série, réseau CAN, …) ainsi que d'une carte de communication réseau permettant de superviser en temps réel l'état des signaux du système via un PC. L'intérêt d'un tel système est qu'il est entièrement compatible avec le logiciel Matlab/Simulink et permet d'écrire les programmes sous forme de schémas blocs. Les programmes s'exécutent en temps réel, les modèles continus étant simulés avec les algorithmes adéquats (solveur ODE5 Dormand-Prince). Cet outil permet la récupération et la modification des signaux en temps réel.

2.1 Modifications apportées pour la réalisation d'un attelage virtuel

La réalisation d'un attelage virtuel demande une instrumentation spécifique (cf. chapitre 1). Elle a comme objectifs :

- d'obtenir suffisamment d'informations sur les mouvements du véhicule dans son environnement,
- de détecter les mouvements relatifs du véhicule précédent,
- de pouvoir commander le groupe motopropulseur ainsi que la direction.

Les capteurs ajoutés au véhicule hybride pour la détection de ses mouvements sont :

- une centrale inertielle MT9-B de la société Xsens /Xsens/ permettant de mesurer les accélérations longitudinale, latérale et verticale sur une plage de $\pm 20\ m \cdot s^{-2}$ ainsi que les vitesses de rotation selon les mêmes axes sur une plage de $\pm 900\ \text{deg} \cdot s^{-1}$. Il fonctionne à une fréquence de $100\ Hz$ (figure 4-3),

Figure 4-3 : Centrale inertielle de la société Xsens /Xsens/

- un capteur GPS (Global Positioning System) permettant de mesurer la position du véhicule à une fréquence de $1\ Hz$ et avec une erreur inférieure à $3\ m$, figure 4-4.

Figure 4-4 : Module de réception GPS de la société Garmin /GARMIN/

Ces deux capteurs sont reliés par voie série au système D-Space du véhicule hybride. Le protocole de communication ainsi que la mise en forme des données sont écrits en langage C et sont intégrés dans Matlab/Simulink via une S-Function.

En ce qui concerne la détection du véhicule de tête, un capteur à balayage laser a été fixé sur le pare-choc avant du véhicule, figure 4-6. Il s'agit du LMS 200 de la société SICK /SICK/. Le LMS 200 effectue une mesure de distance tous les degrés, sur une plage de 100°. Il mesure des distances jusqu'à $80\ m$ avec une précision de l'ordre du centimètre suivant la réflectivité

des objets. La figure 4-5 présente des données mesurées lors d'un seul balayage correspondant au temps $t = 20\,s$ (partie gauche de la figure) de l'historique de mesures obtenu lorsqu'un véhicule s'éloigne du LMS 200 (partie droite de la figure).

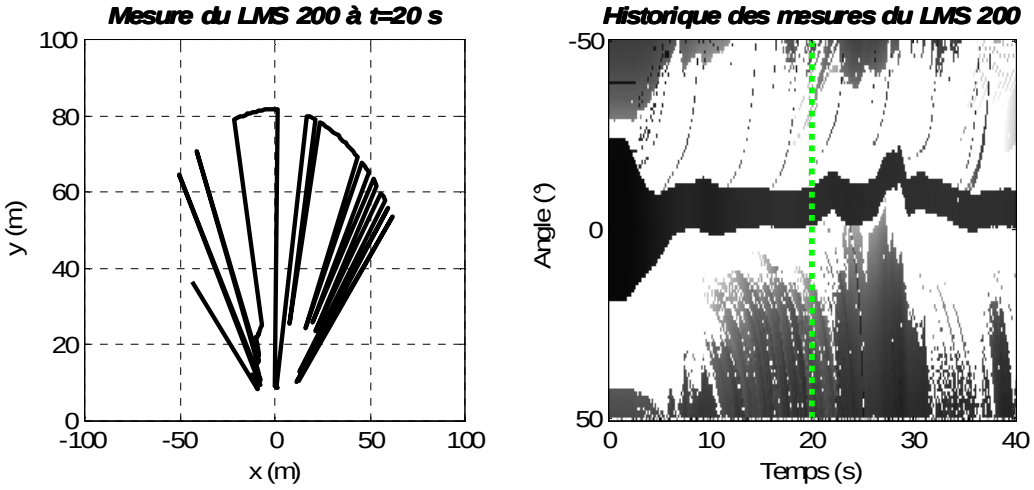

Figure 4-5 : Exemple de données renvoyées par le LMS 200

La détection du véhicule est illustrée par la traînée noire au centre de la partie droite de la figure 4-5.

Le LMS 200 est alimenté en 24V via un convertisseur 12V-24V. Les mesures renvoyées par le LMS 200 sont communiquées par liaison série RS422 à 500kbps. Un algorithme développé en langage C et inséré dans Matlab/Simulink via une S-Function permet la détection de la position du véhicule de tête relativement au véhicule hybride.

Figure 4-6 : Capteur à balayage laser LMS200 de la société SICK

En ce qui concerne les actionneurs, le véhicule hybride est déjà instrumenté pour la commande du moteur électrique. Par contre, le système de direction est celui d'origine. Il est composé d'une colonne de direction à crémaillère et d'un système d'assistance électrique.

Pour des raisons de coût et de simplicité de mise en œuvre, un moteur électrique à courant continu est placé parallèlement à la colonne de direction (figure 4-7).

Figure 4-7 : Instrumentation de la colonne de direction

Le couple du moteur est transmis à la colonne de direction par une chaîne au travers d'un réducteur. Le moteur est alimenté en 24V par deux batteries au plomb. Un codeur incrémental placé directement sur l'arbre moteur permet de mesurer l'angle du volant. Une carte d'interface réalisée à partir d'un micro-contrôleur PIC 16F84 de la société Microchip /Microchip/ permet de mettre en forme les signaux en quadrature de phase issus du codeur pour les transmettre par voie série au système D-Space du véhicule hybride.

2.2 Estimation des paramètres du modèle de simulation

La première étape de l'étude est évidemment l'estimation paramétrique du modèle présenté au chapitre 2. Celle-ci est réalisée à partir de mesures relevées lors d'expérimentations effectuées sur le campus de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis (UVHC).

On rappelle que les principales sorties du modèle de simulation sont les accélérations, les vitesses et les positions longitudinale et latérale et la vitesse et l'angle de lacet. Les mesures disponibles sont les accélérations longitudinale et latérale ainsi que la vitesse de lacet. Les positions sont obtenues dans le modèle de simulation par double intégration des accélérations, figure 4-8.

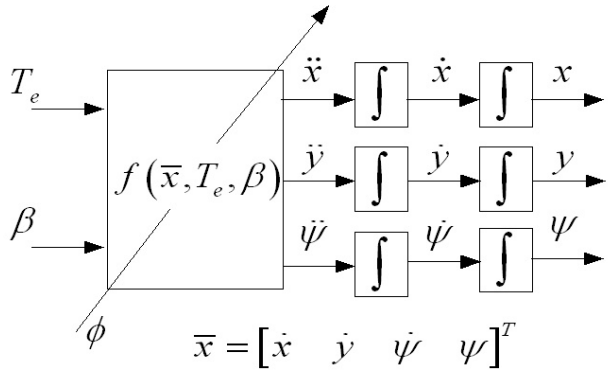

Figure 4-8 : Positions du véhicule obtenues par double intégration

Les routes du campus présentent, même s'ils restent relativement faibles, des pentes et des dévers. L'hypothèse *H1* (cf chapitre 2, *la route est considérée plane (sans dévers) et uniforme*) n'est donc pas respectée. De façon évidente, la double intégration des accélérations introduit une dérive importante des positions et dans une moindre mesure, des vitesses. En conséquence, pour éviter ce biais, le critère à minimiser ne dépend que des accélérations longitudinale $\ddot{x}_{sim}$ et latérale $\ddot{y}_{sim}$ ainsi que de la vitesse de lacet $\dot{\psi}_{sim}$. Il correspond donc à la somme quadratique des écarts pondérés entre les sorties du modèle et les mesures :

$$J = \sum_{k=1}^{N} \left(\left(\ddot{x}_{mes}(t_k) - \ddot{x}_{sim}(t_k) \right)^2 + \lambda_{\ddot{y}} \cdot \left(\ddot{y}_{mes}(t_k) - \ddot{y}_{sim}(t_k) \right)^2 + \lambda_{\dot{\psi}} \cdot \left(\dot{\psi}_{mes}(t_k) - \dot{\psi}_{sim}(t_k) \right)^2 \right) \tag{4.1}$$

Avec $\lambda_{\ddot{y}}$ et $\lambda_{\dot{\psi}}$ des coefficients de pondérations et t_k les instants pris en compte tels que : $t_k = k \cdot \Delta$, $\forall k = 1 \ldots N$, avec Δ la période d'échantillonnage et N le nombre d'échantillons considérés.

Il s'agit dans notre cas d'une identification à structure de sortie ou parallèle de paramètres d'un modèle de connaissance non linéaire. L'objectif est donc de trouver les paramètres du modèle de simulation qui minimisent le critère (4.1). De nombreux algorithmes ont été développés pour résoudre ce genre de problème /Nocedal et Wright 1999/, /Conn et Al. 2000/, etc. Néanmoins, dans notre cas, les données constructeur du véhicule permettent de construire une « bonne » solution initiale du problème d'optimisation ce qui permet de restreindre le domaine de recherche paramétrique. Un algorithme de type SQP (Sequential Quadratic Programming) /Schittkowski 1985/ de la boîte à outil « Optimisation » de Matlab est utilisé pour affiner les paramètres initiaux. Le vecteur des paramètres à estimer est :

$$\Phi = \begin{pmatrix} m & I_z & l_f & J_r & J_e & a_x & b_x & a_y & C_{px} & C_{py} & R_r \end{pmatrix}^T \tag{4.2}$$

avec

m	Masse du véhicule (kg)
I_z	Inertie selon l'axe vertical du véhicule ($kg \cdot m^2$)
l_f	Distance entre le centre de gravité du véhicule et l'axe de l'essieu avant (m)
$J_r = J_{r1} = J_{r2}$	Inertie de la roue ($kg \cdot m^2$)
J_e	Inertie du moteur ($kg \cdot m^2$)
a_x , b_x	Coefficients de résistance au déplacement longitudinal ($kg \cdot m / s$) (kg)
a_y	Coefficient de résistance au déplacement latéral ($kg \cdot m / s$)
$C_{px} = C_{px1} = C_{px2}$	Coefficient de raideur du pneumatique
$C_{py} = C_{py1} = C_{py2}$	Coefficient de raideur de dérive du pneumatique
$R_r = R_{r1} = R_{r2}$	Rayon de roulement de la roue (m)

Tableau 4-1 : Paramètres du modèle de simulation à estimer

Le rapport de la boîte de vitesse R_g est quant à lui connu par construction mécanique et la distance entre le centre de gravité du véhicule et l'axe de l'essieu arrière l_r est déduite de la distance entre le centre de gravité et l'axe de l'essieu avant l_f et l'empattement l_e du véhicule : $l_r = l_e - l_f$. Les roues sont supposées identiques.

Les valeurs initiales des paramètres du modèle de simulation sont données tableau 4-2.

Paramètres à estimer						Paramètres connus	
a_y	$31{,}43\ kg \cdot s^{-1}$	m	$1690\ kg$	J_e	$0{,}14\ kg.m^2$	l_e	$2{,}69\ m$
C_{px}	50000	I_z	$300\ kg.m^2$	a_x	$7{,}35\ kg \cdot s^{-1}$	R_g	0,1043
C_{py}	55000	J_r	$0{,}65\ kg.m^2$	b_x	$0{,}19\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$	l_r	$1{,}54\ m$
R_r	$0{,}28\ m$	l_f	$1{,}15\ m$				

Tableau 4-2 : Valeurs initiales des paramètres

Afin de réaliser l'affinage des paramètres initiaux plusieurs essais réels ont été réalisés et enregistrés. Ils couvrent l'ensemble de la plage admissible des signaux d'entrées/sorties du

modèle. A titre d'illustration, un parcours est représenté figure 4-9. Il sert de base d'apprentissage pour l'optimisation des paramètres.

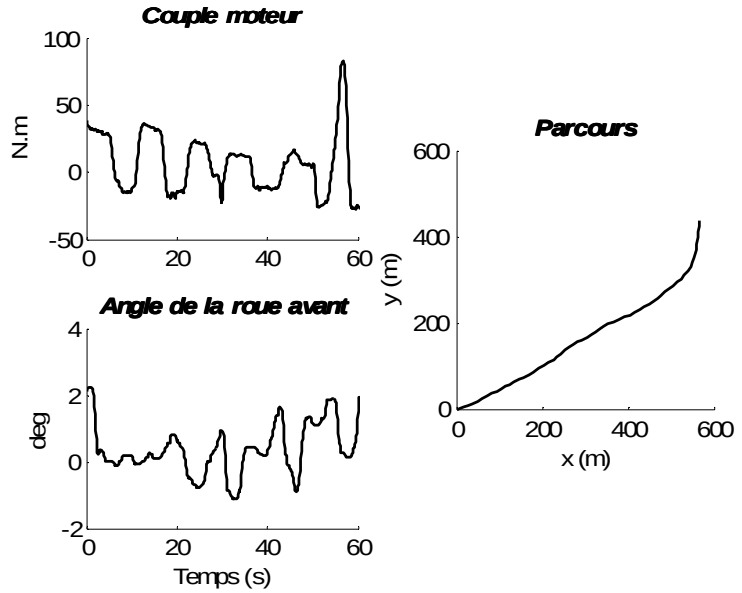

Figure 4-9 : Estimation : commandes mesurées et parcours effectué lors de l'expérimentation

Le tableau 4-3 présente les résultats obtenus à la fin de l'optimisation.

Paramètres estimés						Paramètres connus	
a_y	$26{,}55\ kg \cdot s^{-1}$	m	$1724\ kg$	J_e	$0{,}14\ kg.m^2$	l_e	$2{,}69\ m$
C_{px}	59319	I_z	$320\ kg.m^2$	a_x	$7{,}35\ kg \cdot s^{-1}$	R_g	0,1043
C_{py}	61682	J_r	$0{,}748\ kg.m^2$	b_x	$0{,}19\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$	l_r	$1{,}54\ m$
R_r	$0{,}276\ m$	l_f	$0{,}83\ m$				

Tableau 4-3 : Estimation des paramètres du modèle de simulation

En ce qui concerne l'accélération longitudinale, figure 4-10, la valeur efficace de l'erreur est de $55{,}3 \times 10^{-3}\ m.s^{-2}$ pour un maximum de $0{,}310\ m.s^{-2}$.

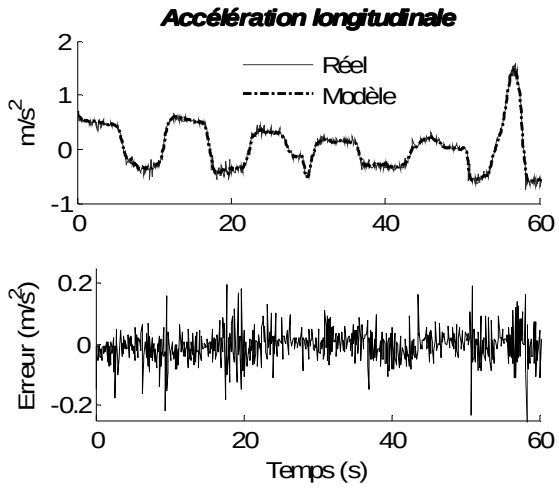

Figure 4-10 : Estimation : accélérations longitudinales mesurée et simulée

La valeur efficace de l'erreur pour l'accélération latérale est un peu plus élevée : $0{,}143\, m.s^{-2}$ pour une valeur maximale de $0{,}746\, m.s^{-2}$. Ce résultat est évidemment attendu dans la mesure où le modèle en latéral fait intervenir un ensemble de facteurs physiques plus complexes et que des simplifications de modélisation ont été faites. Notons que l'allure reste fidèle en dynamique et que ces résultats ont servi de base à la synthèse des lois de commande, figure 4-11.

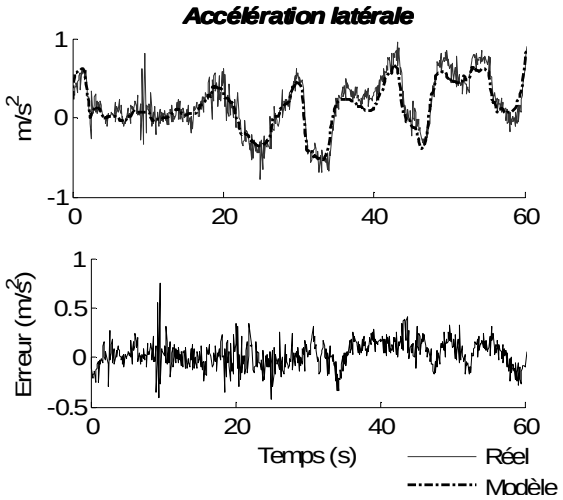

Figure 4-11 : Estimation : accélérations latérales mesurée et simulée

La vitesse de lacet simulée est très proche de celle mesurée puisque la valeur efficace de l'erreur est de $5{,}42\times10^{-3}\ rad\cdot s^{-1}$ pour une valeur maximale de $2{,}21\times10^{-2}\ rad\cdot s^{-1}$.

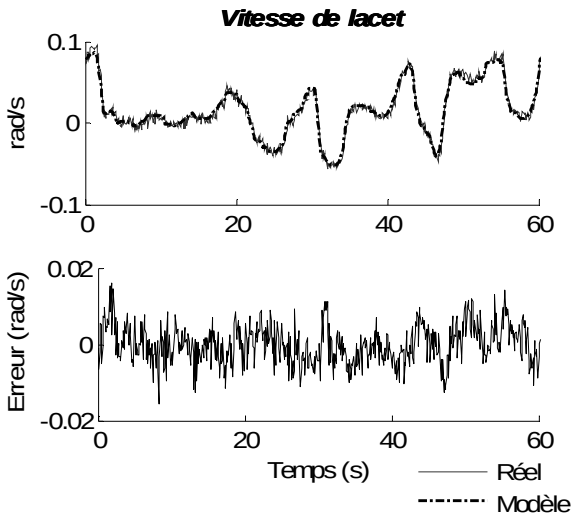

Figure 4-12 : Estimation : vitesse de lacet mesurée et simulée

D'autres parcours sont alors considérés comme bases de validation, la figure 4-13 en montre un exemple.

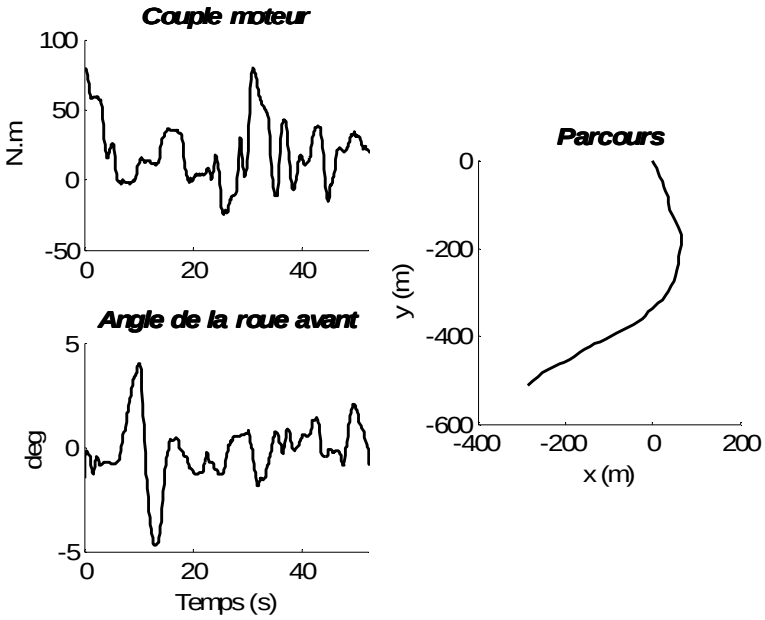

Figure 4-13 : Validation : commandes mesurées et parcours effectué lors de l'expérimentation

Les résultats obtenus en simulation sont comparés avec les mesures effectuées. La valeur efficace de l'erreur pour l'accélération longitudinale est très proche de celle obtenue précédemment : $5{,}58\times10^{-2}\ m.s^{-2}$ pour un maximum de $0{,}244\ m.s^{-2}$, figure 4-14.

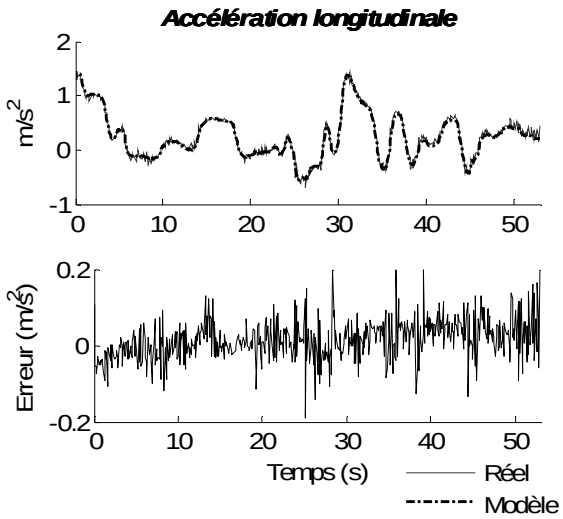

Figure 4-14 : Validation : accélérations longitudinales mesurée et simulée

En ce qui concerne l'accélération latérale figure 4-15, l'allure de la courbe simulée ressemble à celle mesurée et la valeur efficace de l'erreur est aussi très proche de celle précédente : $0{,}204\, m.s^{-2}$ pour une valeur maximale de $0{,}751\, m.s^{-2}$.

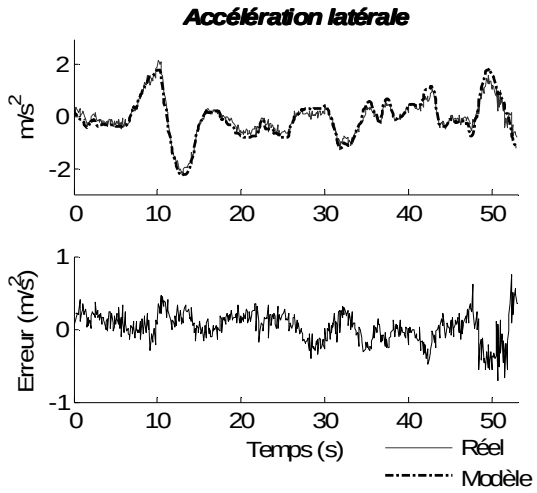

Figure 4-15 : Validation : accélérations latérales mesurée et simulée

La faible différence entre la vitesse de lacet mesurée et simulée confirme la validité des paramètres : $8{,}87\times10^{-3}\, rad\cdot s^{-1}$ pour une valeur maximale de $2{,}53\times10^{-2}\, rad\cdot s^{-1}$, figure 4-16.

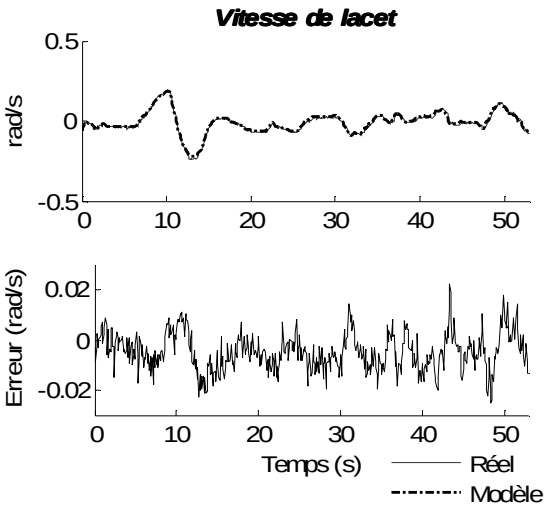

Figure 4-16 : Validation : vitesse de lacet mesurée et simulée

Ces différents résultats se retrouvent sur l'ensemble des fichiers de validation à notre disposition, ce qui montre le bon comportement du modèle dans des conditions où les hypothèses faites sont réalistes (coefficients d'adhérence évoluant linéairement avec les glissements et mouvements des suspensions négligeables). Le modèle utilisé, même simplifié, est donc apte à rendre compte des dynamiques réelles du véhicule et peut servir de base à la synthèse de lois de commande.

3 Régulation du mode longitudinal

Le système considéré est constitué de deux véhicules supposés rouler en ligne droite. Le premier véhicule, désigné comme le véhicule de tête, est autonome. Il est suivi d'un véhicule électrique, désigné comme le véhicule suiveur, qui est entièrement automatisé. L'objectif du véhicule suiveur est de maintenir une distance de sécurité désirée $dist$ avec le véhicule de tête (figure 4-17). Les deux véhicules étant indépendant en terme de lien mécanique et de communications, le véhicule suiveur doit être capable de détecter les mouvements du véhicule de tête.

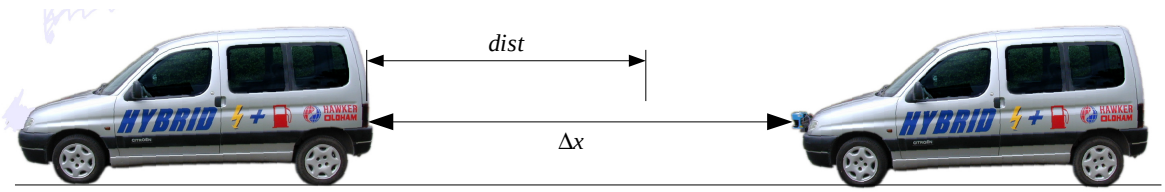

Figure 4-17 : Configuration des véhicules

Dans le premier chapitre, plusieurs choix possibles pour la distance de sécurité ont été décrits. Sans communications inter-véhiculaires, une consigne d'inter-distance dépendante de la vitesse est généralement conseillée et une consigne avec facteur de sécurité constant, évoluant de façon quadratique avec la vitesse, permet de garantir un maximum de sécurité /Nouvelière 2002/. La consigne d'inter-distance est donc de la forme :

$$dist(t) = d + e \cdot \dot{x}(t) + f \cdot \dot{x}(t)^2 \tag{4.3}$$

Où d est la distance minimale entre les deux véhicules, e peut être interprété comme étant le temps de réaction et f permet de prendre en compte les effets inertiels et les capacités de freinage du véhicule.

Outre les aspects sécurité, les limitations techniques du capteur doivent également être pris en compte. En pratique, la détection du véhicule de tête peut être réalisée jusqu'à une distance de $25\,m$, au-delà, les mouvements de tangage du véhicule font sortir le véhicule de tête du champ de visée du LMS 200. Le choix des coefficients est alors un compromis entre consigne d'inter-distance et limitation technique du capteur, tableau 4-4.

e	$0,7\,s$	f	$0,021\,s^2 \cdot m^{-1}$	d	$2\,m$

Tableau 4-4 : Valeurs des paramètres de la consigne d'inter-distance

La figure 4-18 présente l'évolution de la consigne d'inter-distance en fonction de la vitesse du véhicule.

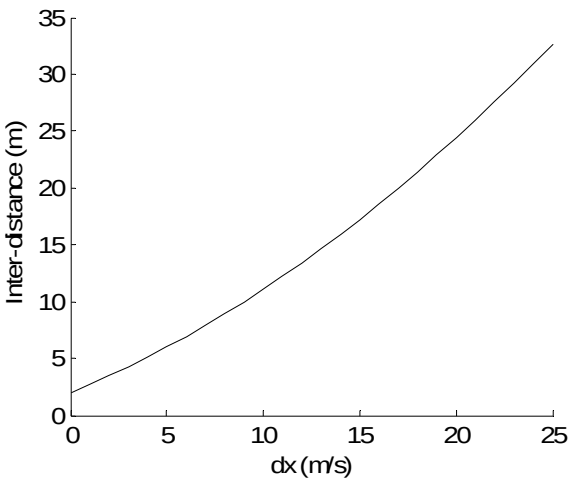

Figure 4-18 : Inter-distance en fonction de la vitesse

3.1 Modélisation du système

Le véhicule étant supposé rouler uniquement en ligne droite, le modèle M_{long}^{1}, décrit au chapitre 2, est considéré. Son équation est :

$$\ddot{x} \cdot \left(I_2 + I_1 \right) = R_{ap} \cdot T_e - a_x \cdot \dot{x} - b_x \cdot \dot{x}^2 \tag{4.4}$$

avec T_e le couple fourni par la machine électrique, $\ddot{x}$ et $\dot{x}$ l'accélération et la vitesse longitudinale.

La machine électrique est asservie en couple, la boucle fermée se comporte approximativement comme un modèle du premier ordre /Paganelli 1999/ :

$$\dot{T}_e(t) = \frac{1}{\tau_e} \cdot \left(-T_e(t) + u_e(t) \right) \tag{4.5}$$

Où $u_e(t)$ est la consigne de couple et τ_e sa constante de temps.

La sortie considérée est $y(t) = dist(t) - d$, d'où avec le vecteur d'état $\overline{x}(t) = \left[\dot{x}(t) \quad T_e(t) \right]^T$, le modèle M_{long}^{2}, sous forme de représentation d'état, est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{a_x + b_x \cdot \dot{x}}{\alpha} & \dfrac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\dfrac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \overline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} u_e \\ y = \left[e + f \cdot \dot{x}(t) \quad 0 \right] \overline{x} \end{cases} \tag{4.6}$$

où $\alpha = I_2 + I_1$.

L'objectif de commande est d'assurer la convergence de la mesure d'inter-distance Δx vers la consigne générée par $dist(t) = d + e \cdot \dot{x}(t) + f \cdot \dot{x}(t)^2$. Cela revient à amener la sortie y du modèle (4.6) vers $\Delta x - d$.

Le passage du modèle sous forme de représentation d'état à un modèle flou TS se fait par l'application directe du *lemme 1* (cf. Chapitre 3). En effet les non-linéarités du modèle dépendent de la vitesse du véhicule qui est une variable bornée dont les minimum et maximum sont définis :

$$\dot{x}(t) \in [\underline{v}, \overline{v}] \tag{4.7}$$

Une représentation floue de type TS de (4.6) composée de 2 règles est :

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}} = \sum_{i=1}^{2} h_i(\dot{x}) \cdot \left(A_i' \cdot \overline{x} + B_i' \cdot u_e \right) = A_h' \cdot \overline{x} + B_h' \cdot u_e \\ y = \sum_{i=1}^{2} h_i(\dot{x}) \cdot C_i' \cdot \overline{x} = C_h' \cdot \overline{x} \end{cases} \tag{4.8}$$

Avec $h_1(\dot{x}) = \dfrac{\overline{v} - \dot{x}}{\overline{v} - \underline{v}}$, $h_2(\dot{x}) = \dfrac{\dot{x} - \underline{v}}{\overline{v} - \underline{v}}$, $A_1' = \begin{bmatrix} -\dfrac{a_x + b_x \cdot \underline{v}}{\alpha} & \dfrac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\dfrac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}$, $A_2' = \begin{bmatrix} -\dfrac{a_x + b_x \cdot \overline{v}}{\alpha} & \dfrac{R_{ap}}{\alpha} \\ 0 & -\dfrac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}$,

$B_i' = B' = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}$, $C_1' = \begin{bmatrix} e & 0 \end{bmatrix}$ et $C_2' = \begin{bmatrix} e + f \cdot \overline{v} & 0 \end{bmatrix}$.

Les paramètres du modèle flou (4.8) peuvent varier de façon significative avec le temps. En effet, la masse et les inerties du véhicule dépendent du nombre de passagers et de bagages, des caractéristiques des pneumatiques et des conditions de la route, les coefficients d'aérodynamisme sont soumis à des perturbations dues aux conditions météorologiques (rafales de vent, température, …).

Pour prendre en compte ces variations, des incertitudes sont ajoutées au modèle (4.8) :

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}} = \left(A_h' + \Delta A_h' \right) \cdot \overline{x} + \left(B_h' + \Delta B_h' \right) \cdot u_e \\ y = \left(C_h' + \Delta C_h' \right) \cdot \overline{x} \end{cases} \tag{4.9}$$

avec $\Delta A_h' = \Delta A' = \begin{bmatrix} \Delta_1(t) & \Delta_2(t) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\Delta B_h' = 0$ et $\Delta C_h' = 0$ où $\Delta_1(t)$ et $\Delta_2(t)$ représente des incertitudes sur les termes d'aérodynamisme et sur les termes de masse et d'inertie.

3.2 Synthèse de la loi de commande longitudinale

La structure de commande choisie est schématisée figure 4-19 /Guerra et Vermeiren 2003/. Elle est composée d'une commande de type PDC à laquelle est ajoutée « une structure intégrale », il s'agit en fait d'un correcteur PI flou :

$$u(t) = -F_h' \cdot \bar{x}(t) + M_h \cdot \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot d\tau \tag{4.10}$$

Pour une consigne y_c constante, elle permet d'assurer la convergence de l'erreur $\varepsilon = \dot{x}_I = y_c - y$ vers 0 et de rejeter les perturbations « faiblement » variables dans le temps.

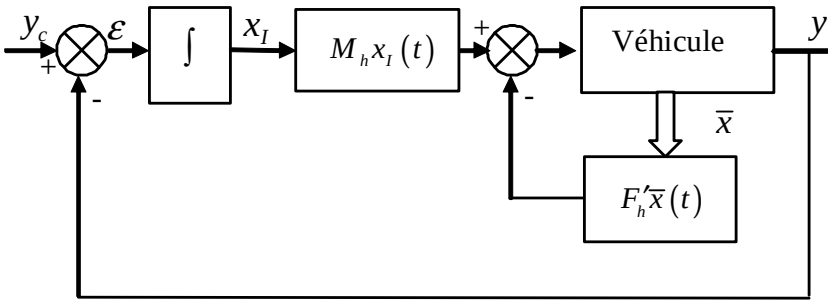

Figure 4-19 : Loi de commande PDC avec une action intégrale

La synthèse de cette loi de commande avec action intégrale se fait en considérant le vecteur d'état augmenté $\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix}$. Le modèle (4.9), figure 4-19, devient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = (A_h + \Delta A_h) \cdot \bar{X}(t) + (B_h + \Delta B_h) \cdot u_e(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \cdot y_c(t) \\ y(t) = (C_h + \Delta C_h) \cdot \bar{X}(t) \end{cases} \tag{4.11}$$

Où $A_h = \begin{bmatrix} A_h' & 0 \\ -C_h' & 0 \end{bmatrix}$, $B = B_h = \begin{bmatrix} B' \\ 0 \end{bmatrix}$, $C_h = \begin{bmatrix} C_h' & 0 \end{bmatrix}$, $\Delta A_h = \begin{bmatrix} \Delta A_h' & 0 \\ -\Delta C_h' & 0 \end{bmatrix} = \Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$\Delta B = \Delta B_h = \begin{bmatrix} \Delta B' \\ 0 \end{bmatrix} = 0$ et $\Delta C_h = \begin{bmatrix} \Delta C_h' & 0 \end{bmatrix} = 0$. Les 0 sont soit scalaires soit vectoriels soit matriciels et de taille appropriée.

La loi de commande de type PDC s'écrit :

$$u_e(t) = -\begin{bmatrix} F_h' & -M_h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} = -F_h \cdot \bar{X}(t) \tag{4.12}$$

Et la boucle fermée du modèle (4.11) avec la loi de commande (4.12) :

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = (A_h - B_h \cdot F_h) \cdot \bar{X}(t) + \Delta A \cdot \bar{X}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \cdot y_c(t) \\ y(t) = C_h \cdot \bar{X}(t) \end{cases} \tag{4.13}$$

La matrice d'incertitude ΔA est décomposée tel que décrit dans le chapitre 3 :

$$\Delta A(t) = Ha \cdot \Delta a(t) \cdot Ea = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_1(t) & 0 \\ 0 & \Delta v_2(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Delta}_2 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

Avec $\Delta v_i(t) \in [-1,1]$ et $\bar{\Delta}_i$ les bornes maximum des incertitudes $i \in \{1,2\}$.

On se ramène donc dans le cas d'une synthèse de loi PDC sur un modèle TS incertain, tous les résultats décrits précédemment sont applicables dans ce contexte. Une loi de commande de type PDC avec placement de pôles dans des régions LMI est alors appliquée.

3.3 Résultats de simulation

Les paramètres du modèle de commande M_{long}^2 sont déduits du tableau 4-3 et sont présentés tableau 4-5 :

α	$1860\ kg$	R_{ap}	$34{,}73\ m^{-1}$	a_x	$14{,}55\ kg \cdot s^{-1}$	b_x	$0{,}055\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
e	$0{,}7\ s$	f	$0{,}021\ s^2 \cdot m^{-1}$	d	$2\ m$	τ_e	$0{,}05\ s$
$\underline{v}$	$2\ m.s^{-1}$	$\bar{v}$	$25\ m.s^{-1}$	$\bar{\Delta}_1$	$34{,}25 \times 10^{-4}\ m.s^{-2}$	$\bar{\Delta}_2$	$76{,}49\ m.s^{-2}$

Tableau 4-5 : Valeur des paramètres du modèle M_{long}^2

Les valeurs de $\bar{\Delta}_1$ et $\bar{\Delta}_2$ permettent, par exemple, de faire varier la masse nominale du véhicule de 40% ou encore de faire varier les coefficients d'aérodynamisme de 58%.

L'utilisation du **théorème 6** présenté dans le chapitre 3 avec la région LMI définie par $\lambda = 8$, $\rho = 45$ et $\theta = 0{,}77\ rad$ sur le modèle (4.13) avec les valeurs des paramètres définis dans le tableau 4-5 donne les résultats suivants :

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}324\times10^3 & 1.74 & -10{,}504\times10^3 \\ 2{,}316\times10^3 & 1.76 & -7{,}663\times10^3 \end{bmatrix}.$$

La position des pôles des sous-modèles linéaires du modèle flou (4.13) pour différentes valeurs des incertitudes est représentée figure 4-20.

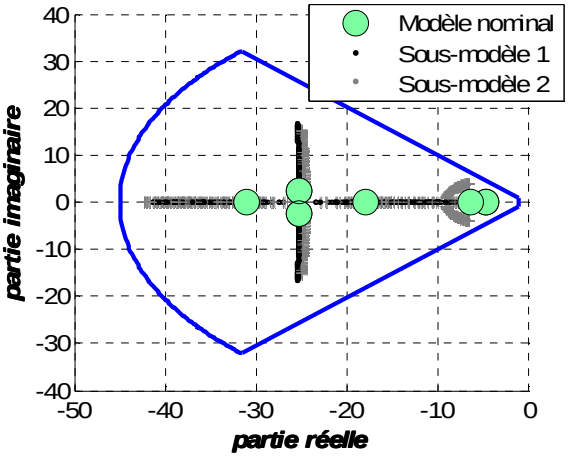

Figure 4-20 : Evolution des pôles des sous-modèles TS pour des variations des incertitudes

La simulation est effectuée avec le modèle décrit au chapitre 2. Les deux véhicules sont identiques. La vitesse initiale des deux véhicules est de $5\,m\cdot s^{-1}$ et la distance les séparant est de $6\,m$. Le couple moteur est borné entre $-130\,N\cdot m$ et $130\,N\cdot m$. Afin d'illustrer la robustesse de la loi de commande, la masse du véhicule suiveur est augmentée de 40% au temps $t = 80\,s$.

La vitesse du véhicule de tête n'est pas réaliste mais permet d'illustrer en simulation les performances dynamiques de la loi de commande, figure 4-21.

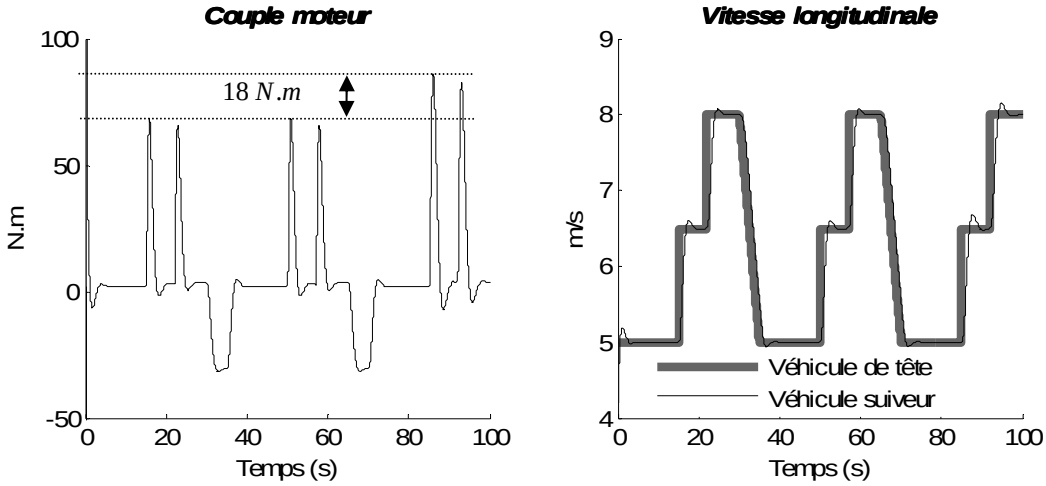

Figure 4-21 : Couple moteur du véhicule suiveur et vitesses des deux véhicules

Le couple moteur du véhicule suiveur est représenté figure 4-21. L'augmentation de la masse du véhicule suiveur au temps $t = 80\ s$ implique une augmentation du couple de $18\ N.m$ pour assurer un comportement dynamique similaire.

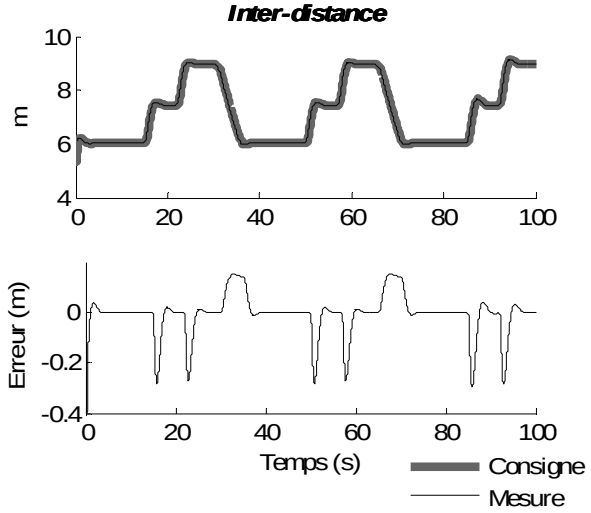

Figure 4-22 : Consigne d'inter-distance et inter-distance

Malgré la variation exagérée de la vitesse du véhicule de tête ainsi que la variation de la masse du véhicule suiveur au temps $t = 80\ s$, l'erreur d'inter-distance reste inférieure à $30\ cm$, figure 4-22. L'inter-distance variant entre $6\ m$ et $9\ m$, l'erreur est donc inférieure à 5%.

3.4 Résultats expérimentaux

Les gains de commande obtenus précédemment sont appliqués en temps réel lors d'une expérimentation effectuée avec le véhicule hybride en tant que véhicule suiveur. De manière classique, il convient de prendre quelques précautions lors de la mise en oeuvre de cette structure de commande. En effet, il convient d'utiliser une structure de type anti-dérive de l'intégrateur (« Anti-Windup ») /Aström et Wittenmark 1985/, figure 4-23.

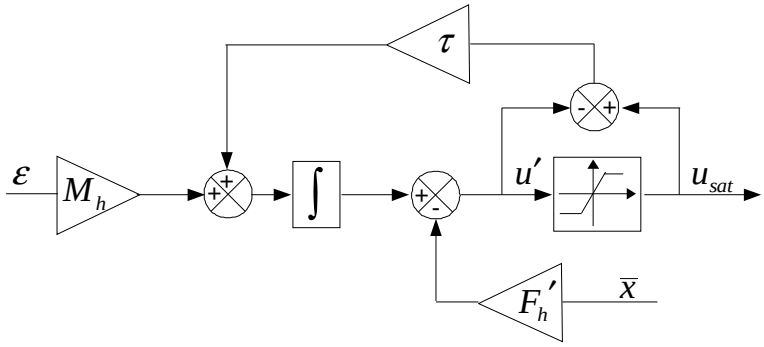

Figure 4-23 : Détail de la mise en œuvre de l'intégrateur

Cette structure permet d'éviter la dérive de l'intégrateur lorsque la commande $u'(t)$ atteint une des bornes de la saturation. Le gain τ permet d'ajuster la dynamique du retour de la commande $u'(t)$ vers la commande saturée $u_{sat}(t)$

Le véhicule de tête est une voiture pilotée manuellement. L'inter-distance est mesurée par le capteur à balayage laser LMS 200. Le parcours effectué par les véhicules est représenté figure 4-24. De manière évidente, il ne s'agit pas d'une ligne droite et de plus il comporte une montée et une descente relativement importantes, figure 4-24.

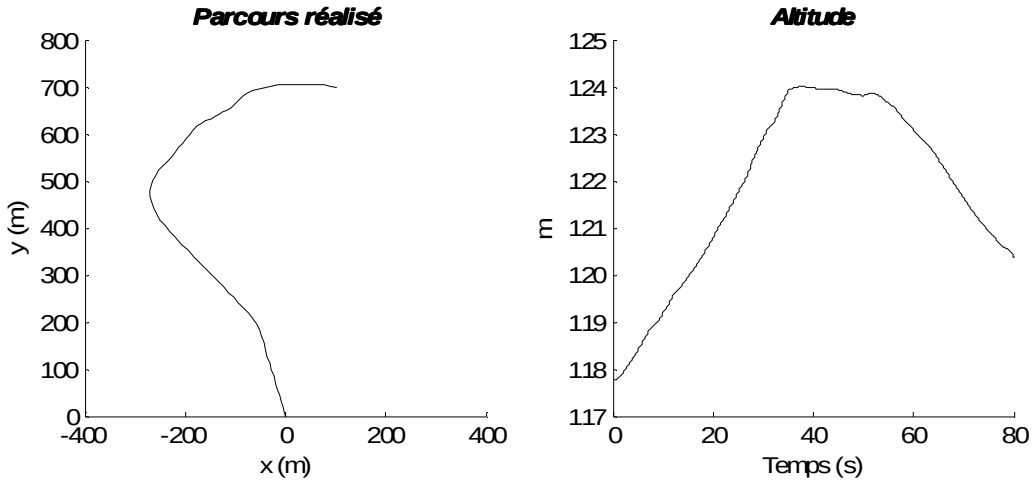

Figure 4-24 : Parcours réalisé et évolution de l'altitude lors de l'expérimentation

Le couple moteur généré par la commande est donné figure 4-25. Il reste entre les seuils de saturation et son évolution est suffisamment douce pour garantir le confort des passagers.

La vitesse du véhicule suiveur est représentée figure 4-25. Elle est comprise entre $6,4\, m \cdot s^{-1}$ et $10,1\, m \cdot s^{-1}$. Son évolution comporte des variations relativement importantes dues aux accélérations et décélérations du véhicule de tête.

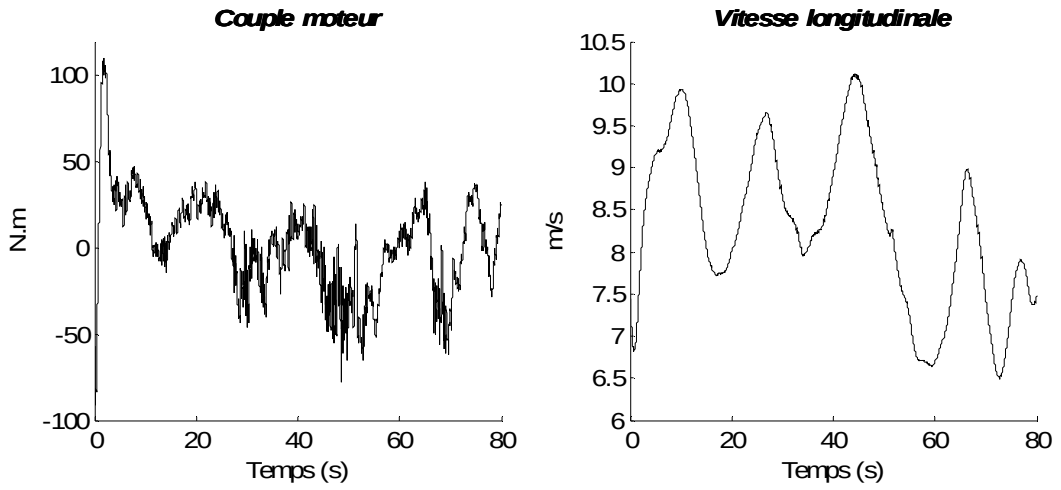

Figure 4-25 : Couple moteur et vitesse longitudinale lors de l'expérimentation

La consigne et la mesure d'inter-distance sont représentées figure 4-26. La valeur efficace de l'erreur est de $8{,}0\times10^{-2}$ m pour une valeur maximale de $3{,}23\times10^{-1}$ m . L'erreur inférieure à 4% est conforme aux résultats de simulation.

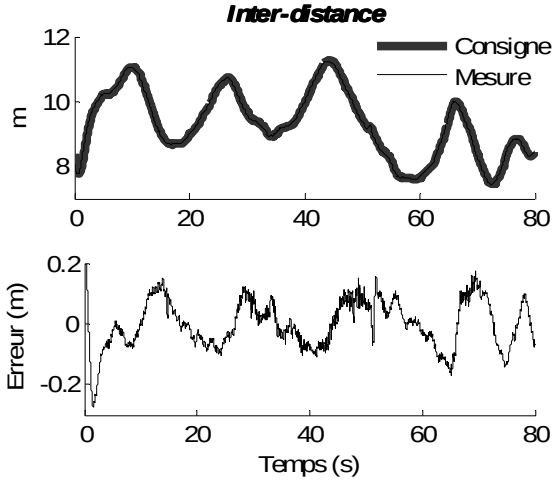

Figure 4-26 : Consigne et mesure d'inter-distance

4 Régulation des modes longitudinal et latéral

Lors de l'application précédente, la direction du véhicule était pilotée manuellement. Il s'agit maintenant d'étudier un pilotage du véhicule suiveur entièrement automatique.

Dans le système de type barre d'attelage (figure 4-27), le véhicule suiveur doit rester assujetti au véhicule de tête comme sous l'emprise d'une barre d'attelage dont la dimension varie en fonction de la vitesse.

On rappelle que $\Delta x(t)$ est la mesure d'inter-distance, $dist(t)$ la consigne d'inter-distance, $\psi(t)$ le cap du véhicule suiveur. On définit $\theta(t)$ l'erreur de cap entre les deux véhicules.

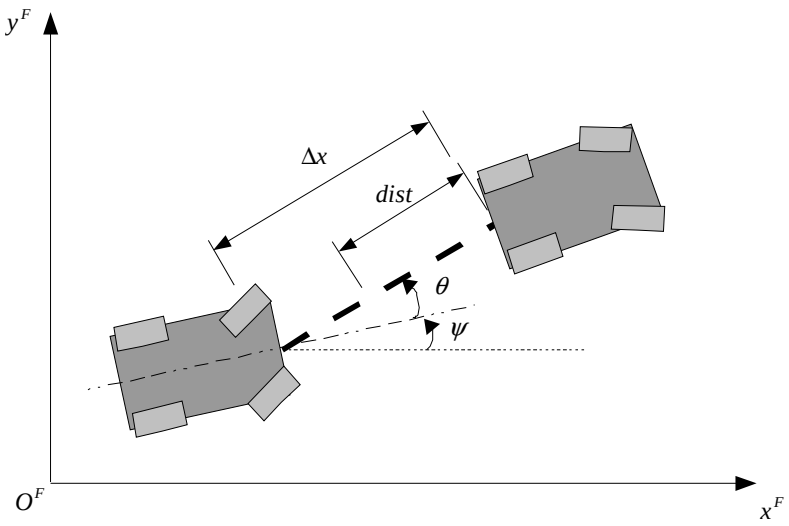

Figure 4-27 : Configuration de type barre d'attelage

Deux objectifs de commande sont définis :

- Le suivi d'une consigne d'inter-distance du même type que pour le mode longitudinal pur :

$$\Delta x(t) - dist(t) \to 0 \text{ avec } dist(t) = d + e \cdot \dot{x}(t) + f \cdot \dot{x}(t)^2 \tag{4.15}$$

- Le maintien de l'alignement du cap avec le véhicule de tête :

$$\theta(t) \to 0 \tag{4.16}$$

Cette stratégie de commande de type barre d'attelage ne tient pas compte de la trajectoire passée du véhicule de tête et peut donc amener à des écarts latéraux importants, notamment dans le cadre de faibles rayons de courbure.

4.1 Modélisation du système

Le modèle du véhicule utilisé pour la synthèse de la loi de commande est le modèle M_{lat}^{1} présenté au chapitre 2, en supposant $\dot{x} \geq \underline{v} > 0$:

$$\begin{cases} \ddot{x} \cdot \left(I_2 + I_1 \cdot \mathrm{c}\beta\right) + \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot I_1 \cdot \mathrm{c}\beta \cdot \mathrm{s}\beta = R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{c}\beta - C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{s}\beta - a_x \cdot \dot{x} - b_x \cdot \dot{x}^2 + m \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{y} \\ \ddot{y} \cdot m + I_1 \cdot \mathrm{s}\beta \cdot \left(\ddot{x} \cdot \mathrm{c}\beta + \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot \mathrm{s}\beta\right) = R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{s}\beta + C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{c}\beta + C_{py2} \cdot \delta_2 - a_y \cdot \dot{y} - m \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{x} \\ I_z \cdot \ddot{\psi} + l_f \cdot I_1 \cdot \mathrm{s}\beta \cdot \left(\ddot{x} \cdot \mathrm{c}\beta + \left(\ddot{y} + \ddot{\psi} \cdot l_f\right) \cdot \mathrm{s}\beta\right) = l_f \cdot R_{ap} \cdot T_e \cdot \mathrm{s}\beta + l_f \cdot C_{py1} \cdot \delta_1 \cdot \mathrm{c}\beta - l_r \cdot C_{py2} \cdot \delta_2 \end{cases} \tag{4.17}$$

où $\delta_1 = \beta - \dfrac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}$ et $\delta_2 = -\dfrac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}$

avec T_e le couple fourni par la machine électrique, β l'angle de la roue virtuelle, $\ddot{x}$ et $\dot{x}$ l'accélération et la vitesse longitudinale, $\ddot{y}$ et $\dot{y}$ l'accélération et la vitesse latérale, $\ddot{\psi}$, $\dot{\psi}$ et ψ l'accélération, la vitesse et l'angle de lacet et $c\beta = \cos(\beta)$, $s\beta = \sin(\beta)$.

La colonne de direction et la machine électrique étant asservies respectivement en position et en couple, leurs boucles fermées peuvent s'assimiler à des modèles du premier ordre :

$$\dot{T}_e(t) = \frac{1}{\tau_e} \cdot \left(-T_e(t) + u_e(t)\right) \tag{4.18}$$

$$\dot{\beta}(t) = \frac{1}{\tau_w} \cdot \left(-\beta(t) + u_w(t)\right) \tag{4.19}$$

A partir des équations (4.17), (4.18) et (4.19), le modèle M_{lat}^{2} sous forme de descripteur d'état peut être défini :

$$\begin{cases} \overline{E}(\overline{x}) \cdot \dot{\overline{x}}(t) = \overline{A}(\overline{x}) \cdot \overline{x}(t) + \overline{B} \cdot u(t) \\ y(t) = \overline{C} \cdot \overline{x}(t) \end{cases} \tag{4.20}$$

avec $\overline{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) & \dot{y}(t) & \dot{\psi}(t) & \beta(t) & T_e(t) & \psi(t) \end{bmatrix}^T$.

Par souci de lisibilité, les matrices sont représentées par bloc :

$$\bar{B}=\begin{bmatrix} 0_{3\times2} \\ \hline 0 & \frac{1}{\tau_w} \\ \frac{1}{\tau_e} & 0 \\ \hline 0_{1\times2} \end{bmatrix},\ \bar{E}(\bar{x})=\left[\begin{array}{ccc|c} I_2+I_1\cdot c\beta & I_1\cdot c\beta\cdot s\beta & l_f\cdot I_1\cdot c\beta\cdot s\beta & \\ I_1\cdot c\beta\cdot \mathrm{s}\beta & m+I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & l_f\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & 0_{3\times3} \\ l_f\cdot I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta & l_f\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & I_z+l_f{}^2\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & \\ \hline & 0_{3\times3} & & I_{3\times3} \end{array}\right],$$

$$\bar{A}(\bar{x})=\begin{bmatrix} -a_x-b_x\cdot\dot{x} & m\cdot\dot{\psi}+C_y\cdot\frac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} & C_y\cdot l_f\cdot\frac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} & -C_y\cdot\mathrm{s}\beta & R_{ap}\cdot\mathrm{c}\beta & 0 \\ -m\cdot\dot{\psi} & -a_y-C_y\cdot\frac{\mathrm{c}\beta+1}{\dot{x}} & -C_y\cdot\frac{l_f\cdot\mathrm{c}\beta-l_r}{\dot{x}} & C_y\cdot\mathrm{c}\beta & R_{ap}\cdot\mathrm{s}\beta & 0 \\ 0 & -C_y\cdot\frac{l_f\cdot\mathrm{c}\beta-l_r}{\dot{x}} & -C_y\cdot\frac{l_f^2\cdot\mathrm{c}\beta+l_r^2}{\dot{x}} & l_f\cdot C_y\cdot\mathrm{c}\beta & l_f\cdot R_{ap}\cdot\mathrm{s}\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_w} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$\bar{C}=\left[\begin{array}{c|c|c} 1 & & 1 \\ 0 & 0_{2\times4} & 0 \end{array}\right]$$

Notons que le modèle est toujours bien posé i.e. $\bar{E}(\bar{x})^{-1}$ existe toujours.

Une manière de synthétiser les lois de commande est de conserver cette forme descripteur et d'utiliser les résultats /Taniguchi et al. 2000/ /Guerra et al. 2005/. Cette façon de faire se justifie principalement s'il y a beaucoup de non-linéarités dans $\bar{E}(\bar{x})$. Effectivement le passage de la forme TS descripteur (4.20) à la forme TS classique se fait en multipliant par $\bar{E}(\bar{x})^{-1}$, (4.21). Cela revient à « distribuer » les non linérarités de $\bar{E}(\bar{x})^{-1}$ dans $\bar{A}(\bar{x})$ et $\bar{B}(\bar{x})$, ce qui peut aboutir à un nombre de règles relativement important.

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t)=\bar{E}(\bar{x})^{-1}\cdot\bar{A}(\bar{x})\cdot\bar{x}(t)+\bar{E}(\bar{x})^{-1}\cdot\bar{B}\cdot u(t) \\ y(t)=\bar{C}\cdot\bar{x}(t) \end{cases} \tag{4.21}$$

$$\text{avec } \bar{E}(\bar{x})^{-1} \simeq \left[\begin{array}{ccc|c} \dfrac{1}{I_2+I_1} & (*) & (*) & \\ -\dfrac{I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta}{m\cdot(I_2+I_1)} & \dfrac{1}{m} & (*) & 0_{3\times3} \\ \dfrac{-l_f\cdot I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta}{(I_2+I_1)\cdot I_z} & \dfrac{-l_f\cdot I_1\cdot I_2\cdot(\mathrm{s}\beta)^2}{m\cdot(I_2+I_1)\cdot I_z} & \dfrac{1}{I_z} & \\ \hline & 0_{3\times3} & & I_{3\times3} \end{array}\right] \tag{4.22}$$

Les valeurs des paramètres du modèle permettent l'approximation de la matrice $\bar{E}(\bar{x})^{-1}$ donnée ci-dessus puisque l'erreur maximale est toujours inférieure à 5%.

Dans ce cas, la structure particulière de $\bar{E}(\bar{x})^{-1}$ permet une réécriture d'un modèle TS classique par l'introduction d'incertitudes paramétriques. Effectivement, en posant :

$$\bar{E}(\bar{x})^{-1} = \bar{E}_n + \Delta\bar{E}(\bar{x}), \tag{4.23}$$

$$\text{où } \bar{E}_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \dfrac{1}{I_2+I_1} & 0 & 0 & \\ 0 & \dfrac{1}{m} & 0 & 0_{3\times3} \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{I_z} & \\ \hline & 0_{3\times3} & & I_{3\times3} \end{array}\right],\ \Delta\bar{E}(\bar{x}) = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & (*) & (*) & \\ -\dfrac{I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta}{m\cdot(I_2+I_1)} & 0 & (*) & 0_{3\times3} \\ -\dfrac{l_f\cdot I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta}{(I_2+I_1)\cdot I_z} & -\dfrac{l_f\cdot I_1\cdot I_2\cdot(\mathrm{s}\beta)^2}{m\cdot(I_2+I_1)\cdot I_z} & 0 & \\ \hline & 0_{3\times3} & & 0_{3\times3} \end{array}\right],$$

le modèle M_{lat}^2 devient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{E}_n\cdot\bar{A}(\bar{x})\cdot\bar{x}(t) + \bar{E}_n\cdot\bar{B}\cdot u(t) + \Delta\bar{E}(\bar{x})\cdot\bar{A}(\bar{x})\cdot\bar{x}(t) \\ y(t) = \bar{C}\cdot\bar{x}(t) \end{cases} \tag{4.24}$$

En posant $A'(\bar{x}) = \bar{E}_n\cdot\bar{A}(\bar{x})$, $B' = \bar{E}_n\cdot\bar{B}$, $\Delta A'(\bar{x}) = \Delta\bar{E}(\bar{x})\cdot\bar{A}(\bar{x})$ et $C' = \bar{C}$, le modèle (4.24) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(A'(\bar{x}) + \Delta A'(\bar{x})\right)\cdot\bar{x}(t) + B'\cdot u(t) \\ y(t) = C'\cdot\bar{x}(t) \end{cases} \tag{4.25}$$

Le modèle (4.25) est de la même forme que les modèles incertains présentés chapitre 2.

La matrice d'incertitude $\Delta A'(\bar{x})$ est décomposée tel que décrit dans le chapitre 3 :

$$\Delta A'(\bar{x}) = Ha\cdot\Delta a(t)\cdot Ea(\bar{x}) \tag{4.26}$$

avec $Ha = \begin{bmatrix} -\dfrac{I_1}{2\cdot(I_1+I_2)} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{I_1}{2\cdot(I_1+I_2)} & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{l_f\cdot I_1}{2\cdot(I_1+I_2)} \\ \hline & 0_{3\times3} & \end{bmatrix}$, $\Delta a(t) = \begin{bmatrix} 2\cdot s\beta & 0 & 0 \\ 0 & 2\cdot s\beta & 0 \\ 0 & 0 & 2\cdot s\beta \end{bmatrix}$ et

$$Ea(\overline{x}) = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & \dfrac{c\beta}{m} & \dfrac{l_f\cdot c\beta}{I_z} & \\ \dfrac{c\beta}{m} & 0 & \dfrac{l_f\cdot I_2\cdot s\beta}{m\cdot I_z} & 0_{3\times4} \\ \dfrac{c\beta}{I_z} & \dfrac{I_2\cdot s\beta}{m\cdot I_z} & 0 & \end{array}\right]\cdot\overline{A}(\overline{x}).$$

Il est à noter que la propriété $\Delta a^T(t)\cdot\Delta a(t)\le I$ est vérifiée puisque $-0.5<s\beta<0.5$ pour $-\dfrac{\pi}{7}\le\beta\le\dfrac{\pi}{7}$.

Les non-linéarités du modèle (4.25) sont toutes bornées :

$\dot{x}(t)\in[\underline{v},\overline{v}]$, $\dot{\psi}(t)\in[\underline{w},\overline{w}]$, $\dfrac{1}{\dot{x}(t)}\in[\overline{v}^{-1},\underline{v}^{-1}]$, $s\beta\in[\underline{s},\overline{s}]$, $c\beta\in[\underline{c},\overline{c}]$.

Les valeurs des bornes des non-linéarités sont données tableau 4-6.

$\underline{w}$	$-1,5\ rad.s^{-1}$	$\underline{c}$	$0,90$	$\underline{s}$	$-0,43$	$\underline{v}$	$2,8\ m.s^{-1}$
$\overline{w}$	$1,5\ rad.s^{-1}$	$\overline{c}$	1	$\overline{s}$	$0,43$	$\overline{v}$	$25\ m.s^{-1}$

Tableau 4-6 : Bornes des non-linéarités du modèle (4.25)

L'utilisation du *lemme 1* permet donc d'obtenir directement un modèle flou TS incertain composé de 32 règles :

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}}(t) = \left(A_h' + \Delta A_h'\right)\cdot\overline{x}(t) + B'\cdot u(t) \\ y(t) = C'\cdot\overline{x}(t) \end{cases} \tag{4.27}$$

Le modèle (4.27) à la particularité d'avoir les matrices d'entrées de tous ses sous-modèles communes : $B_h' = B'$.

Le but comme décrit par (4.15) et (4.16) est de ramener la sortie $y(t)=\left[\dot{x}(t) \quad \psi(t)\right]^T$ du système vers une consigne $y_c(t)=\left[\dot{x}_c(t) \quad \psi_c(t)\right]^T$, ce qui revient à réguler l'inter-distance et l'erreur de cap. De manière à travailler avec des consignes de vitesse, $\Delta x(t)-dist(t)\rightarrow 0$ est remplacé par :

$$\dot{x}_c=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-e}{f}+\sqrt{\frac{e^2}{f^2}-\frac{4}{f}\left(d-\Delta x(t)\right)}\right) \tag{4.28}$$

et le but devient une régulation du cap $\psi(t)$ et de la vitesse $\dot{x}(t)$ du véhicule suiveur.

4.2 Synthèse de la loi de commande longitudinale et latérale

La loi de commande PDC suivante est donc considérée /Lauber 2003/ :

$$u(t)=G\cdot y_c(t)-F_h'\cdot\overline{x}(t) \tag{4.29}$$

Notons que le fait d'utiliser la seconde méthode de Lyapunov ne permet de déduire que des conditions suffisantes de stabilité par rapport aux conditions initiales et pour une régulation autour de 0, i.e. si les conditions sont vérifiées, les gains F_i' stabilisent le modèle (4.27) autour de 0. Pour garantir une stabilisation sur d'autres points de consigne, la preuve fait appel à l'ISS /Sontag et Wang 1995/ (Input to State Stability) /Lauber 2003/.

Si la stabilité est garantie alors, avec la notation $Y_\infty=\lim_{t\rightarrow\infty}\sum_{i=1}^{n}h_i\left(z(t)\right)\cdot Y_i$ et la condition $rang\left(B_\infty'\right)=rang\left(C_\infty'\right)$, la valeur suivante du gain G assure la convergence de la sortie vers la consigne /Lauber 2003/ :

$$G=-\left(C_\infty'\cdot\left(A_\infty'-B_\infty'\cdot F_\infty'\right)^{-1}\cdot B_\infty'\right)^{-1} \tag{4.30}$$

Afin de calculer A_∞', B_∞', C_∞' et F_∞', il est nécessaire de calculer la valeur z_∞ des prémisses $z(t)$ en régime établi. Dans ce cas, $\dot{\overline{x}}(t)=0$ et donc $\dot{\psi}(t)=0$, le véhicule suiveur est donc supposé rouler en ligne droite, figure 4-28.

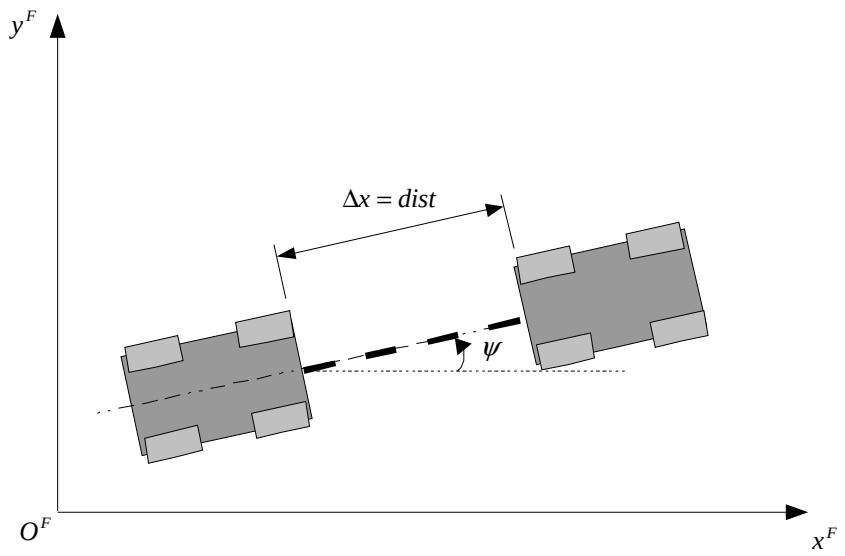

Figure 4-28 : Configuration des véhicules en Régime permanent

D'où : $z(t) = z_\infty = [\dot{x}_\infty \quad \dot{\psi}_\infty \quad \beta_\infty]^T$ avec :

- $\dot{x}_\infty = \dot{x}_c$ (4.31)
- $\dot{\psi}_\infty = 0$
- $\beta_\infty = 0$ car $\dot{\psi}_\infty = 0$.

La mise en œuvre de la loi de commande floue de type PDC nécessite la connaissance de toutes les variables d'état. Or sur le véhicule prototype, la vitesse latérale $\dot{y}(t)$ n'est pas accessible par la mesure. Un observateur d'état a été adjoint à la loi de commande afin d'estimer cette variable.

4.3 Observateur flou sous forme descripteur

Le modèle de véhicule M_{lat}^1 sous forme de descripteur d'état est considéré :

$$\begin{cases} \widehat{E}(\tilde{x}) \cdot \dot{\hat{x}}(t) = \widehat{A}(\hat{x}) \cdot \hat{x}(t) + \widehat{B}(\hat{x}) \cdot u(t) \\ y(t) = \widehat{C} \cdot \hat{x}(t) \end{cases} \tag{4.32}$$

avec $c\beta = \cos(\beta)$, $s\beta = \sin(\beta)$, $\widehat{B}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} -C_y \cdot \mathrm{s}\beta & R_{ap} \cdot \mathrm{c}\beta \\ C_y \cdot \mathrm{c}\beta & R_{ap} \cdot \mathrm{s}\beta \\ l_f \cdot C_y \cdot \mathrm{c}\beta & l_f \cdot R_{ap} \cdot \mathrm{s}\beta \end{bmatrix}, \widehat{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$\hat{x}(t)=\begin{bmatrix}\dot{x}(t) & \dot{y}(t) & \dot{\psi}(t)\end{bmatrix}^T,\ \hat{E}(\hat{x})=\begin{bmatrix} I_2+I_1\cdot c\beta & I_1\cdot c\beta\cdot s\beta & l_f\cdot I_1\cdot c\beta\cdot s\beta \\ I_1\cdot c\beta\cdot \mathrm{s}\beta & m+I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & l_f\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 \\ l_f\cdot I_1\cdot \mathrm{s}\beta\cdot c\beta & l_f\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 & I_z+l_f{}^2\cdot I_1\cdot(\mathrm{s}\beta)^2 \end{bmatrix} \quad \text{et}$$

$$\hat{A}(\hat{x})=\begin{bmatrix} -a_x-b_x\cdot\dot{x} & m\cdot\dot{\psi}+C_y\cdot\dfrac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} & C_y\cdot l_f\cdot\dfrac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} \\ -m\cdot\dot{\psi} & -a_y-C_y\cdot\dfrac{\mathrm{c}\beta+1}{\dot{x}} & -C_y\cdot\dfrac{l_f\cdot\mathrm{c}\beta-l_r}{\dot{x}} \\ 0 & -C_y\cdot\dfrac{l_f\cdot\mathrm{c}\beta-l_r}{\dot{x}} & -C_y\cdot\dfrac{l_f^2\cdot\mathrm{c}\beta+l_r^2}{\dot{x}} \end{bmatrix}$$

Notons que le modèle est toujours bien posé i.e. $\hat{E}(\hat{x})^{-1}$ existe toujours.

Une représentation plus féconde, permettant de prendre en compte des perturbations (mesure de l'angle de la roue virtuelle par la position du volant, variations de la route …) est mise en œuvre. Elle suppose que les perturbations affectent principalement les entrées et qu'elles sont lentement variables dans le temps. La structure suivante est donc proposée avec $p(t)$ le vecteur des perturbations :

$$\begin{cases}\hat{E}(\hat{x})\cdot\dot{\hat{x}}(t)=\hat{A}(\hat{x})\cdot\hat{x}(t)+\hat{B}(\hat{x})\cdot\big(u(t)+p(t)\big)\\ y(t)=\hat{C}\cdot\hat{x}(t)\end{cases} \tag{4.33}$$

$$\dot{p}(t)\approx 0 \tag{4.34}$$

De manière à éviter un nombre important de modèles linéaires, la forme descripteur est conservée pour le modèle TS. Elle correspond à :

$$\begin{cases}\hat{E}_v\cdot\dot{\hat{x}}(t)=\hat{A}_h\cdot\hat{x}(t)+\hat{B}_h\cdot\big(u(t)+p(t)\big)\\ y(t)=\hat{C}\cdot\hat{x}(t)\end{cases} \tag{4.35}$$

En posant $x(t)=\begin{bmatrix}\hat{x}(t) & p(t)\end{bmatrix}^T$ le vecteur d'état étendu, le modèle (4.35) devient :

$$\begin{cases}E_v\cdot\dot{x}(t)=A_h\cdot x(t)+B_h\cdot u(t)\\ y(t)=C\cdot x(t)\end{cases} \tag{4.36}$$

avec $E_v=\begin{bmatrix}\hat{E}_v & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}$, $A_h=\begin{bmatrix}\hat{A}_h & \hat{B}_h\\ 0 & 0\end{bmatrix}$, $B_h=\begin{bmatrix}\hat{B}_h\\ 0\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}\hat{C} & 0\end{bmatrix}$.

ou encore avec le vecteur d'état augmenté $x^*(t)=\begin{bmatrix}x(t) & \dot{x}(t)\end{bmatrix}^T$:

$$\begin{cases} E^* \cdot \dot{x}^*(t) = A_{hv}^* \cdot x^*(t) + B_h^* \cdot u(t) \\ y(t) = C^* \cdot x^*(t) \end{cases} \tag{4.37}$$

où $E^* = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A_{hv}^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_h & -E_v \end{bmatrix}$, $B_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_h \end{bmatrix}$ et $C^* = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$.

L'observateur flou sous forme descripteur avec estimation des perturbations s'écrit alors /Guelton 2003/, figure 4-29 :

$$\begin{cases} E_v \cdot \dot{\hat{x}}(t) = A_h \cdot \hat{x}(t) + B_h \cdot u(t) + K_{hv} \cdot \left(y(t) - \hat{y}(t) \right) \\ \hat{y}(t) = C \cdot \hat{x}(t) \end{cases} \tag{4.38}$$

avec K_{ij} les gains de l'observateur.

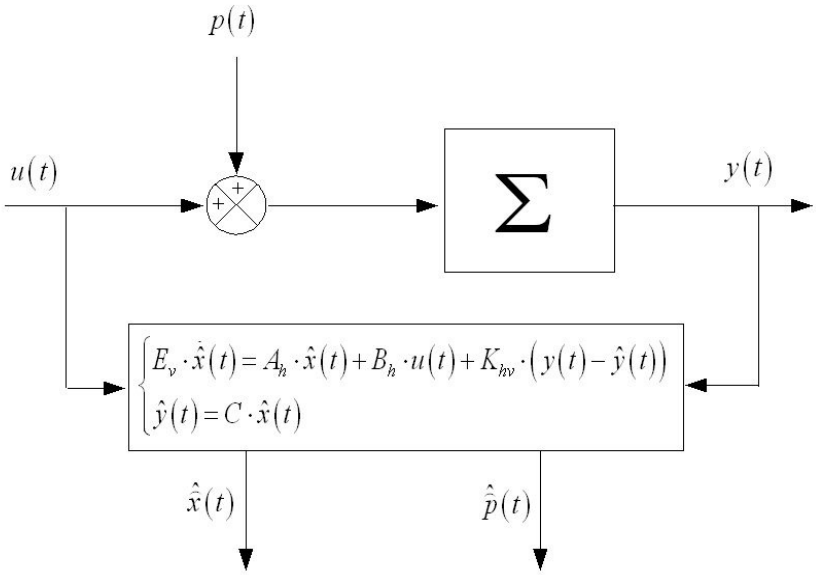

Figure 4-29 : Structure de l'observateur

Avec le vecteur d'état augmenté $\hat{x}^*(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) & \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix}^T$, (4.38) devient :

$$\begin{cases} E^* \cdot \dot{\hat{x}}^*(t) = A_{hv}^* \cdot \hat{x}^*(t) + B_h^* \cdot u(t) + K_{hv}^* \cdot \left(y(t) - \hat{y}(t) \right) \\ \hat{y}(t) = C^* \cdot \hat{x}^*(t) \end{cases} \tag{4.39}$$

où $K_{hv}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ K_{hv} \end{bmatrix}$.

L'erreur d'estimation augmentée est alors définie par $\tilde{x}^*(t) = x^*(t) - \hat{x}^*(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) & \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix}^T$ et la soustraction de (4.37) par (4.39) donne de manière directe :

$$E^* \cdot \dot{\tilde{x}}^*(t) = \left(A_{hv}^* - K_{hv}^* \cdot C^* \right) \cdot \tilde{x}^*(t) \tag{4.40}$$

La convergence de l'erreur d'estimation d'état de cet observateur revient donc à chercher la stabilité de la forme descripteur (4.40). En s'inspirant des travaux sur la commande de /Taniguchi et al. 2001/, le théorème suivant donne des conditions de stabilité de cette forme.

Théorème 7 /Guelton 2003/ :

Le modèle descripteur flou (4.40) est quadratiquement stable s'il existe une matrice P telle que :

$$E^* \cdot P = P^T \cdot E^* \geq 0 \tag{4.41}$$

$$\left(A_{hv}^* - K_{hv}^* \cdot C^*\right)^T \cdot P + P^T \cdot \left(A_{hv}^* - K_{hv}^* \cdot C^*\right) < 0 \tag{4.42}$$

Sans entrer dans les détails, le lecteur peut se référer à /Guelton 2003/ /Guerra et al. 2005/ pour avoir plus d'informations, cette forme n'est pas strictement LMI. Néanmoins en choisissant les gains K_{ij} a priori et en testant l'existence d'une matrice P a posteriori vérifiant (4.41) et (4.42) est suffisant dans notre cas.

Les gains K_{ij} ont été choisis par minimisation d'un critère quadratique $J = \int_0^{+\infty} \left(\tilde{x}(t)^T \cdot Q \cdot \tilde{x}(t)^T + \tilde{y}(t)^T \cdot R \cdot \tilde{y}(t)\right) \cdot dt$ pour chacun des sous-modèles du modèle TS (4.38). Après quelques essais les matrices de pondération choisies sont : $Q = diag\left(\begin{bmatrix}1 & 100 & 100 & 0,01 & 100\end{bmatrix}\right)$ et $R = diag\left(\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\right)$.

Les résultats de simulation ayant montré la pertinence de la solution retenue, l'essai temps réel suivant est présenté à titre d'illustration. La figure 4-30 présente le parcours effectué lors de l'expérimentation.

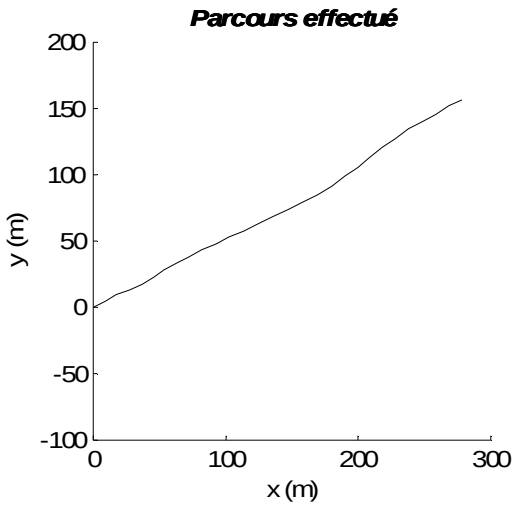

Figure 4-30 : Parcours effectué lors de l'expérimentation

Les variations du couple moteur et de la position de la roue virtuelle sont représentées figure 4-31. Les perturbations reconstruites par l'observateur sont aussi données figure 4-31.

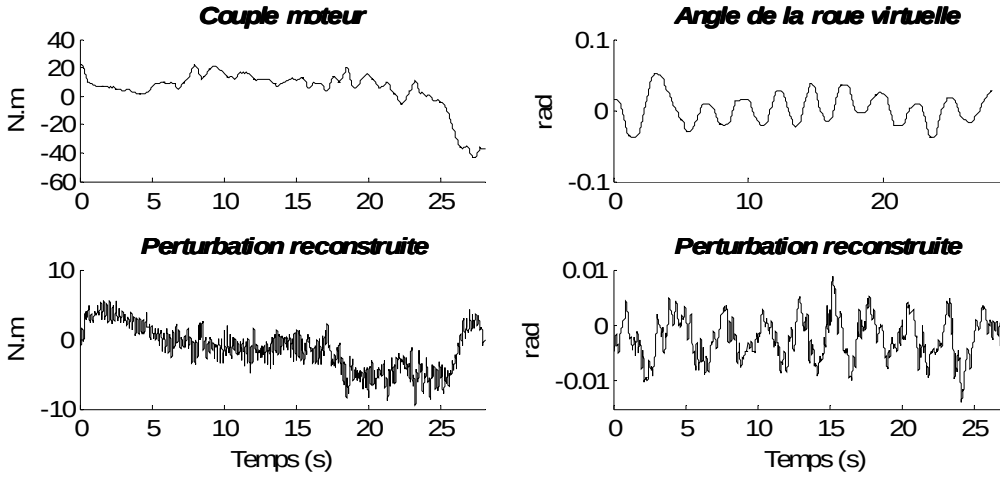

Figure 4-31 : Couple moteur, angle de la roue virtuelle et perturbations observées

Les variables d'état mesurées et observées sont données figure 4-32. L'erreur entre la vitesse longitudinale mesurée et observée à une valeur efficace de $4{,}05\times10^{-2}\ m\cdot s^{-1}$ pour une valeur maximum de $1{,}33\times10^{-1}\ m\cdot s^{-1}$. En ce qui concerne l'erreur entre la vitesse de lacet mesurée et observée, elle a une valeur efficace de $8{,}14\times10^{-3}\ rad$ pour une valeur maximum de $2{,}47\times10^{-2}\ rad$.

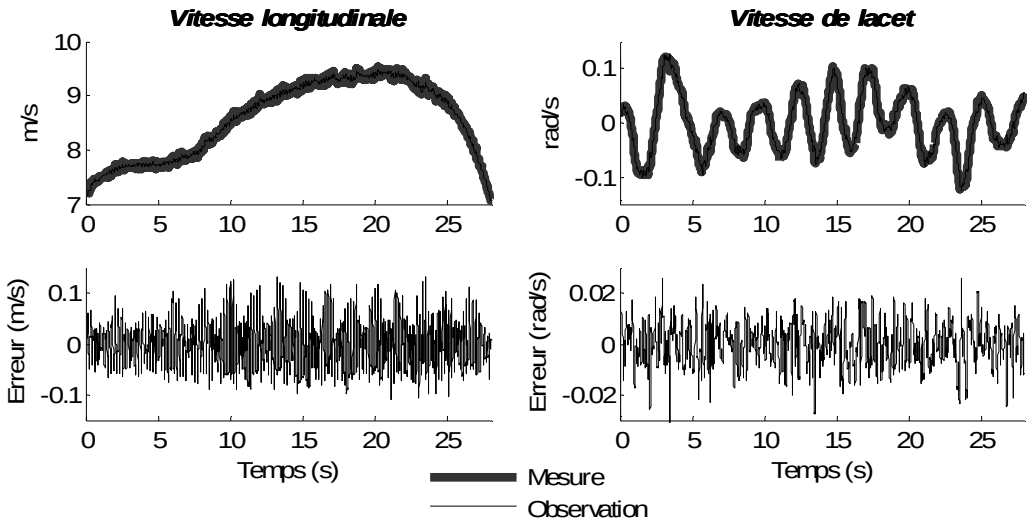

Figure 4-32 : Vitesses longitudinale et de lacet mesurées et observées

La vitesse latérale estimée par l'observateur est représentée figure 4-33. Son allure et son amplitude sont compatibles avec la vitesse de lacet mesurée. Il est difficile de valider expérimentalement ces résultats, néanmoins les simulations ont tout de même permis de confirmer l'allure de la vitesse latérale.

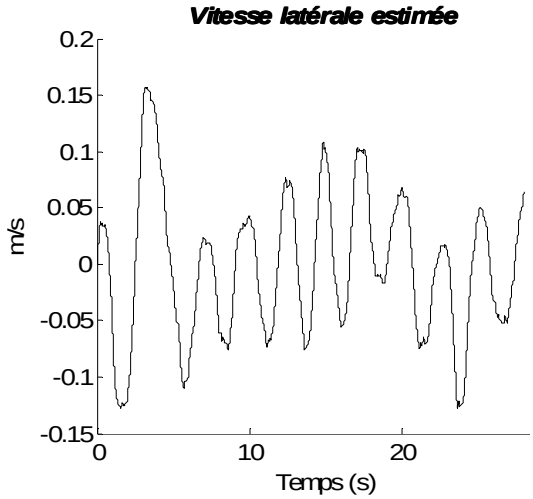

Figure 4-33 : Vitesse latérale estimée

Enfin, notons qu'en toute rigueur la stabilité globale entrées/sorties (modèle TS, loi de commande et observateur sous forme descripteur) du modèle n'a pas été prouvée. Il ne semble pas possible aujourd'hui d'écrire des conditions de stabilité pour la boucle globale, en tout cas sous forme LMI, ce problème restant largement ouvert. Une solution dans un contexte plus simple est proposée dans /Guerra et al. 2006/ mais n'est pas directement transposable à l'application considérée.

L'hypothèse sous-jacente à la suite est donc que la stabilité de la commande par retour d'état d'une part, et la convergence de l'erreur d'estimation d'état d'autre part, sont suffisantes pour garantir la stabilité et des performances acceptables à l'ensemble de la boucle. Cette hypothèse ayant été vérifiée sur les simulations et pour les essais temps réel sans avoir été prouvée formellement.

4.4 Résultats de simulation

La synthèse d'une loi de commande floue de type PDC avec placement de pôles dans la région LMI définie par $\lambda = 0,2$, $\rho = 300$ et $\theta = 0,77\,rad$ sur le modèle (4.13) avec les valeurs des paramètres définis dans le tableau 4-5 donne les résultats suivants :

$$F_1' = \begin{bmatrix} 501,27 & -17,03 & -16,24 & 66,74 & 5,19 & -7,90 \\ 2,74\times10^{-3} & 2,42\times10^{-1} & 1,18\times10^{-1} & 1,14 & -3,58\times10^{-4} & 9,49\times10^{-1} \end{bmatrix}, \ldots,$$

$$F_{16}' = \begin{bmatrix} 500,08 & 55,03 & 17,95 & -59,49 & 5,21 & 24,17 \\ -1,31\times10^{-2} & 12,36\times10^{-2} & 20,17\times10^{-2} & 1.333 & -1,15\times10^{-4} & 1.317 \end{bmatrix}, \text{ etc.}$$

La simulation est effectuée avec le modèle décrit au chapitre 2. Les conditions initiales des deux véhicules sont $\dot{x}(0) = 5\,m\cdot s^{-1}$, $\dot{y}(0) = 0$, $\dot{\psi}(0) = 0$, $\beta(0) = 0$, $T_e(0) = -25\,N.m$ et $\psi(0) = 0$. L'inter-distance initiale est de $8\,m$.

Le parcours effectué par les deux véhicules est représenté figure 4-34. Afin d'illustrer le suivi de véhicule, les véhicules sont aussi représentés à plusieurs instants de la simulation.

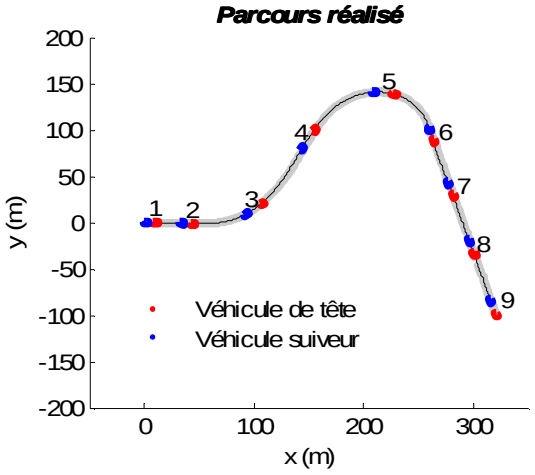

Figure 4-34 : Parcours réalisé par les deux véhicules lors de la simulation

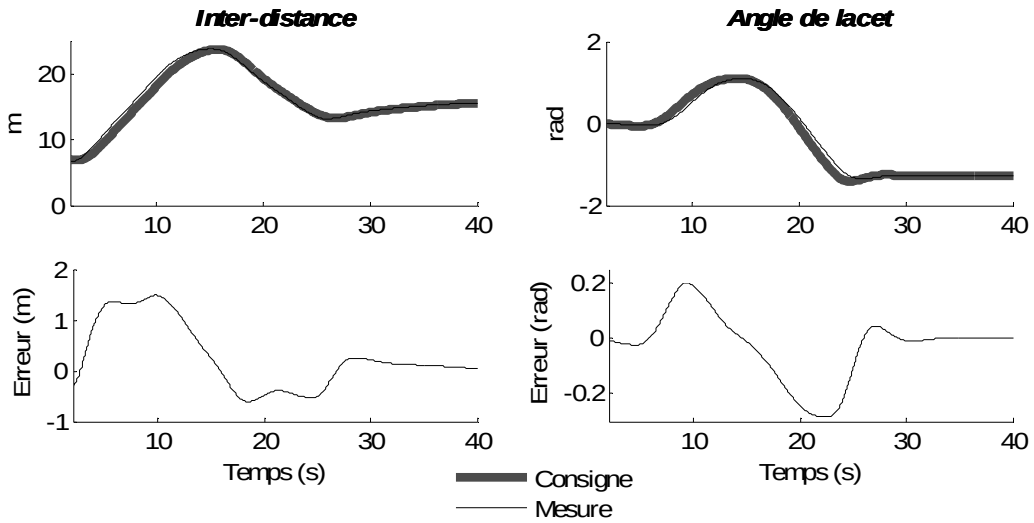

Figure 4-35 : Inter-distance et angle de lacet (cap) du véhicule suiveur

Les consignes et les mesures d'inter-distance et de cap sont représentées figure 4-35. En ce qui concerne l'erreur d'inter-distance, elle reste inférieure à 15% lors des phases « d'accostage » du véhicule de tête et elle est inférieure à 5% lorsque le suivi est engagé.
L'erreur de cap peut atteindre 30% lors des phases transitoires, principalement en raison de la stratégie de type barre d'attelage utilisée.

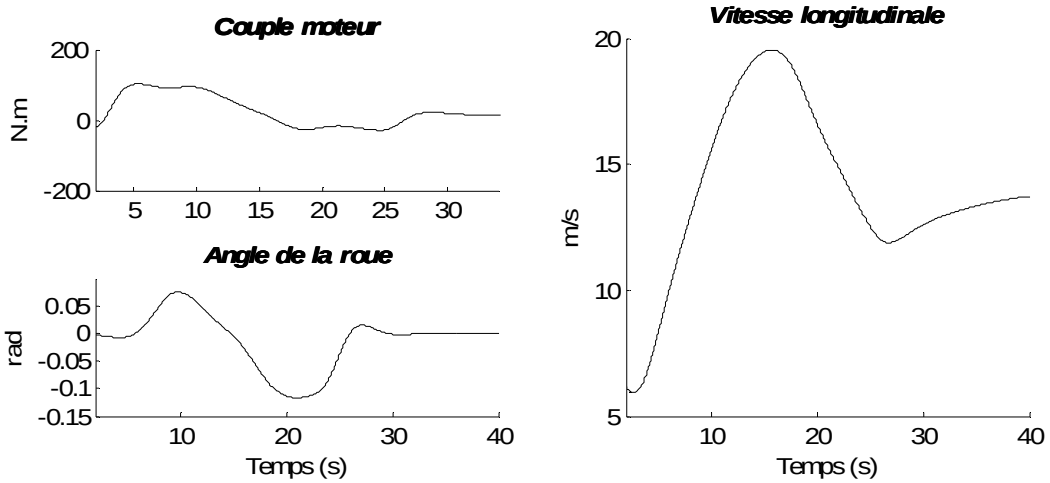

Figure 4-36 : Commandes et vitesse du véhicule suiveur

Les commandes appliquées au véhicule suiveur ainsi que sa vitesse longitudinale sont présentées figure 4-36. Les commandes ne sont jamais saturées malgré une augmentation importante de la vitesse longitudinale au début de la simulation.

4.5 Résultats expérimentaux

La loi de commande synthétisée précédemment est mise en oeuvre en temps réel. L'inter-distance ainsi que l'erreur de cap sont directement mesurées par le capteur à balayage laser LMS 200. Le parcours effectué par les véhicules est représenté figure 4-37. Il s'agit approximativement du même parcours que celui utilisé pour illustrer la commande longitudinale, figure 4-37, présentant donc des pentes variables.

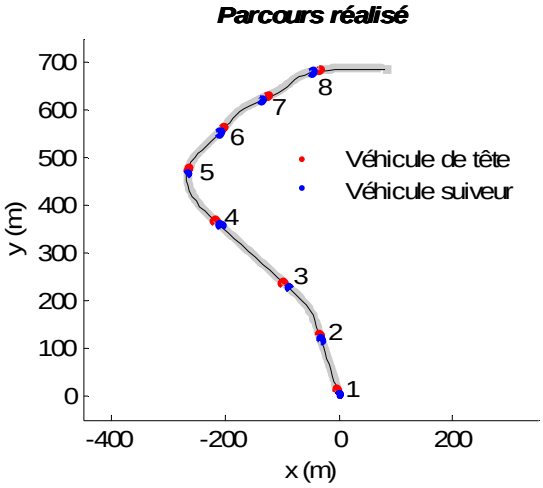

Figure 4-37 : Parcours réalisé lors de l'expérimentation

Les différents résultats sont présentés sur la figure 4-38 et la figure 4-39. Le suivi longitudinal et latéral donne des résultats comparables avec ce qui était obtenu en simulation. Les allures des commandes (couple moteur et angle de la roue virtuelle) et de la vitesse, figure 4-38, montrent qu'elles sont compatibles avec le confort de conduite.

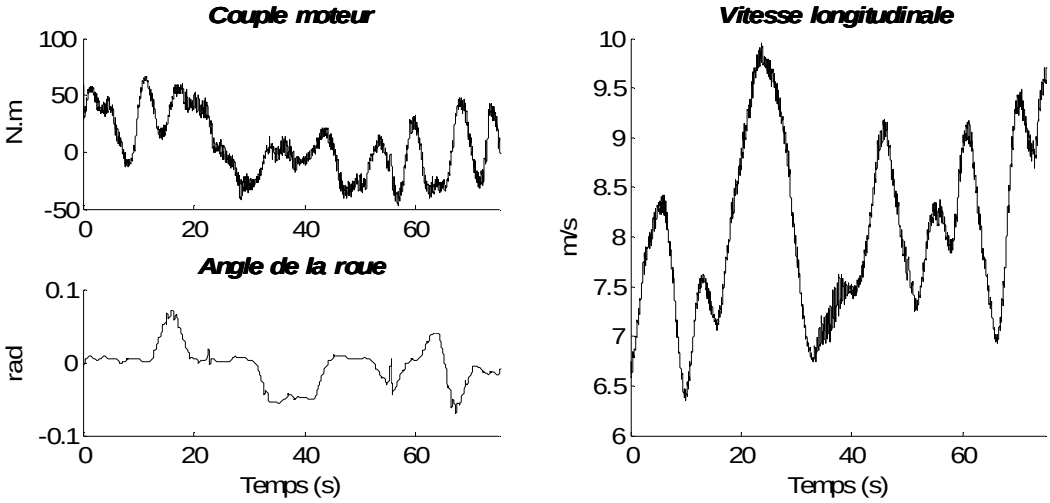

Figure 4-38 : Commandes et vitesse du véhicule suiveur lors de l'expérimentation

Les erreurs d'inter-distance et de cap sont représentées figure 4-39. En terme de performances, la valeur efficace de l'erreur d'inter-distance est de $3{,}58\times10^{-1}$ m pour une valeur maximale de $7{,}91\times10^{-1}$ m.

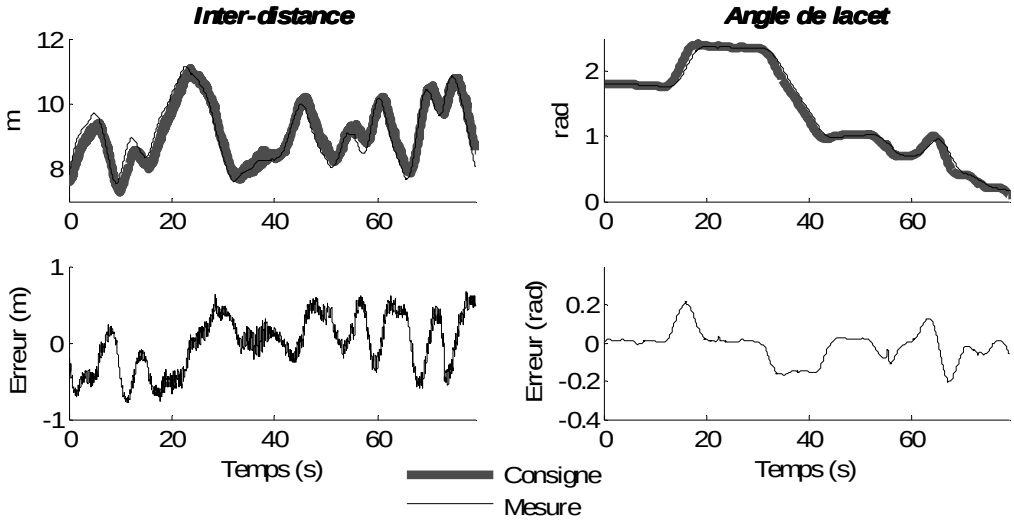

Figure 4-39 : Inter-distance et angle de lacet (cap) du véhicule suiveur lors de l'expérimentation

Les performances sont moins bonnes que celles obtenues avec une commande longitudinale seule puisqu'elles peuvent dépasser les 10%. Elles restent néanmoins suffisantes pour assurer la sécurité du suivi de véhicule. En ce qui concerne l'erreur de cap, sa valeur efficace est de $8{,}36\times10^{-2}$ rad pour une valeur maximale de $2{,}16\times10^{-1}$ rad. Cette erreur est relativement importante puisqu'elle fait dévier le véhicule jusqu'à $2{,}5\,m$ par rapport à la trajectoire du véhicule de tête, figure 4-40.

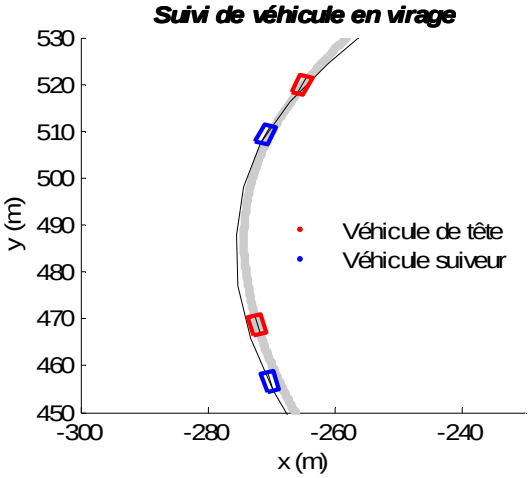

Figure 4-40 : Différence de trajectoire entre les deux véhicules lors d'un virage

Elle est en grande partie due à la stratégie de commande de type barre d'attelage dans laquelle la direction du véhicule suiveur est régulée en fonction de la position actuelle du véhicule de tête sans tenir compte de sa trajectoire passée. Pour remédier à ces inconvénients, il est possible d'adapter des lois de commande généralement utilisées en robotique mobile pour le suivi de trajectoire au problème de l'attelage virtuel.

Les figures présentées ici ne représentent qu'une petite partie de l'ensemble des expérimentations qui ont été menées. Il ressort de ces dernières une très bonne reproductibilité des essais à condition qu'il n'y ait pas de défaillances liées au capteur LMS 200. Effectivement, la détection du véhicule de tête dépend des conditions initiales des deux véhicules et est sensible aux mouvements de tangage du véhicule suiveur, figure 4-41 (entre le temps $t = 37\,s$ et $t = 61\,s$). Il arrive donc que la détection du véhicule de tête soit interrompue en cours d'essai.

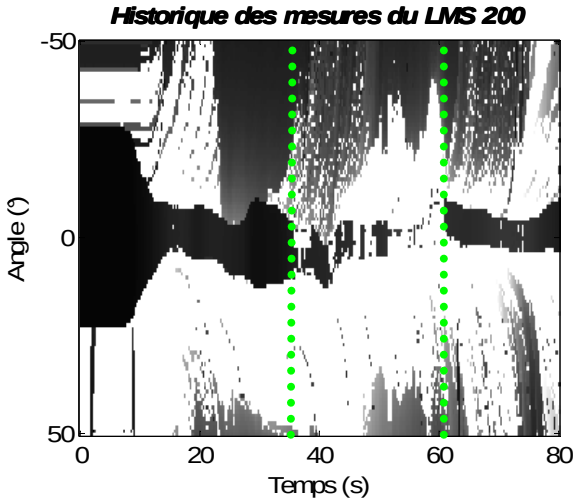

Figure 4-41 : Perte de détection du véhicule de tête dû à des mouvements de tangage

Pour fiabiliser ce genre de procédé, il semble donc nécessaire d'avoir recours à plusieurs sources d'information (redondance de capteurs).

5 Conclusion

Ce chapitre a permis de valider l’ensemble de l’approche proposée pour la réalisation d’un attelage virtuel. Parti sur la base d’un véhicule prototype hybride, une instrumentation spécifique a été mise en place (capteurs : LMS 200, centrale inertielle, GPS et actionneurs : motorisation de la colonne de direction). Des essais temps réel couvrant une large plage de variations des signaux d’entrées/sorties ont permis une identification paramétrique du modèle non linéaire proposé au chapitre 2.

Ce modèle validé a servi de base à la synthèse de lois de commande floues utilisant des modèles de type Takagi-Sugeno. Les approches proposées au chapitre 3 concernant le placement de pôles dans des régions LMI ont pu être utilisées aussi bien pour la commande longitudinale que pour l’attelage virtuel complet.

Des résultats ont été proposés en simulation et en temps réel. Ils permettent de montrer la pertinence de l’approche.

Un des inconvénients du type de suivi utilisé est l’écart latéral important qui peut apparaître entre la trajectoire du véhicule suiveur et celle du véhicule de tête. Cela est dû principalement à l’objectif de régulation fixé, c'est-à-dire l’alignement du cap du véhicule suiveur.

Une piste intéressante pour diminuer ces erreurs consiste à prendre en compte la trajectoire du véhicule de tête. Néanmoins, une des difficultés à lever est la reconstruction de la trajectoire du véhicule de tête sachant que le seul moyen disponible actuellement pour positionner le véhicule piloté est un récepteur GPS fonctionnant seulement à $1\ Hz$.

6 Bibliographie

Aström K.J., Wittenmark B., Computer-controlled systems: Theory and design, Automatica, Vol. 21 (6), pp. 746-748, 1985.

Conn N.R., Gould N.I.M., Toint Ph.L., Trust-Region Methods, MPS/SIAM Series on Optimization, SIAM and MPS, 2000.

Delprat S., Evaluation de stratégies de commande pour véhicules hybrides parallèles, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2002.

Guelton K., Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.

Guerra T.M., Delprat S., Labiod S., Stabilization of fuzzy Takagi-Sugeno descriptot models. Application to a double inverted pendulum. Advanced Robotic Systems Scientific Book, 2005, pp. 331-347, 2005.

Guerra T.M., Kruszewski A., Vermeiren L., Tirmant H., Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form, Fuzzy Sets & Systems, Vol. 157 (9), pp. 1248-1259, 2006.

Guerra T.M., Vermeiren L., Stabilité et stabilisation à partir de modèles flous, Commande floue 1 : « de la stabilisation à la supervision », eds L. Foulloy, S. Galichet & A. Titli, IC2 Hermès, pp. 59-98, 2003.

Lauber J., Moteur à allumage commandé avec EGR: modélisation et commande non linéaires, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.

Nocedal J., Wright S.J., Numerical Optimization, Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 1999.

Nouvelière L., Commandes robustes appliquées au contrôle assisté d'un véhicule à basse vitesse, Thèse de Doctorat, Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2002.

Paganelli G., Conception et commande d'une chaîne de traction optimisée pour véhicule hybride parallèle thermique et électrique, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1999.

Schittkowski K., NLQPL: A FORTRAN-Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems, Annals of Operations Research, Vol. 5, pp. 485-500, 1985.

Sontag E.D., Wang Y., On characterizations of the input-to-state stability property, Systems and Control Letters, Vol. 24, pp. 351-359, 1995.

Tanaka K., Wang H.O., Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach, John Wiley & Son Eds, New York, Wiley-Interscience ISBN 0-471-32324-190000, 2001.

Taniguchi T., Tanaka K., Wang H.O., Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following controls, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 8 (4), pp. 442-452, 2000.

Taniguchi T., Tanaka K., Ohtake H., Wang H.O., Model construction, rule reduction and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 9 (4), pp. 525-537, 2001.

/DSpace /: site internet de la société Dspace : http://www.dspace.fr (consulté le 08/03/2006)

/Garmin /: site internet de la société Garmin : http://www.garmin.ch/ (consulté le 08/03/2006)

/Microchip/: site internet de la société Microchip : http://www.microchip.com/ (consulté le 08/03/2006)

/SICK /: site internet de la société SICK : http://www.sick.fr/ (consulté le 08/03/2006)

/Xsens/: site internet de la société Xsens : http://www.xsens.com/ (consulté le 08/03/2006)

Perspectives : vers un suivi de trajectoire

1 Introduction

Comme il a été noté au chapitre précédent, le principal inconvénient d'un suivi de véhicule de type barre d'attelage est l'écart latéral important qui peut apparaître. Ce dernier chapitre propose d'y remédier en prenant en compte la trajectoire du véhicule de tête.

Le suivi de trajectoire consiste à réaliser un suivi de chemin en imposant, en plus de la position, les vitesses du véhicule piloté, /Hamel 1996/. Ce suivi de trajectoire est proposé à partir des mêmes outils qui ont été présentés dans ce mémoire. La principale différence théorique est l'apparition d'une entrée externe et la nécessité de démontrer la stabilité des modèles TS dans ce cas.

Les résultats obtenus n'ont été validés qu'en simulation pour le moment.

2 Modélisation du système

Le modèle du véhicule M_{lat}^{1} décrit dans le chapitre 2 est repris. Notons qu'une étude similaire concernant la modélisation a été réalisée par /El Hajjaji et Bentalba 2003/ mais en utilisant des hypothèses simplificatrices (pas d'incertitude paramétrique, …).

Le problème du suivi de trajectoire classique est considéré. Il s'agit donc d'amener l'état $\overline{x}(t)$ d'un véhicule vers un état $\overline{x}_r(t)$ de référence donnée.

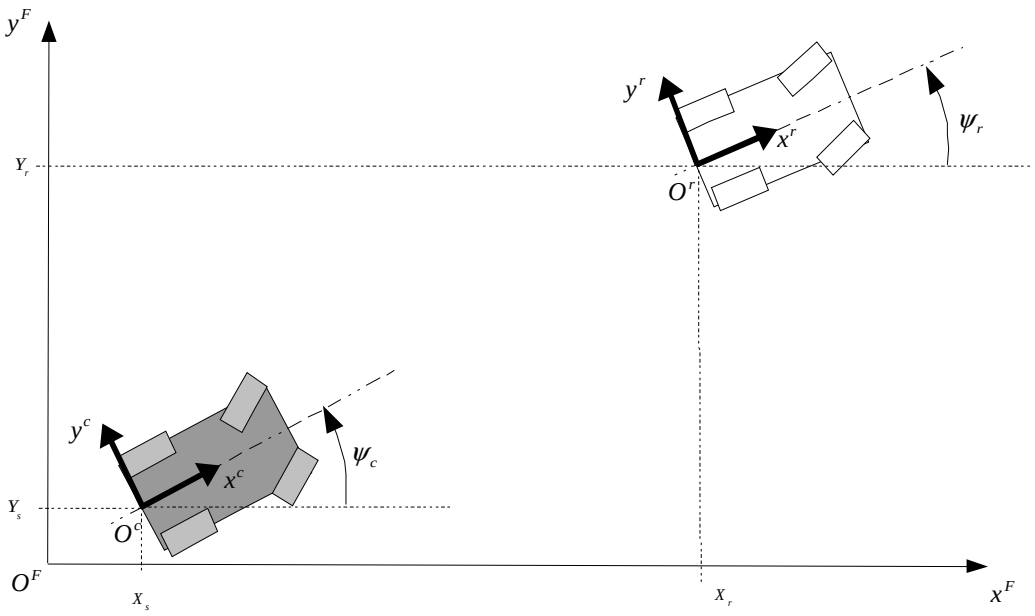

Figure p-1 : Suivi de trajectoire

Une des difficultés propre au contexte de l'étude est que la dynamique du véhicule piloté est exprimée dans un repère local qui lui est attaché et que les positions sont exprimées dans un repère fixe de référence. Les trois repères suivant sont donc définis, figure p-1 :

- Le repère fixe $\Re^F\left(O^F, x^F, y^F\right)$
- Le repère lié au véhicule contrôlé $\Re^c\left(O^c, x^c, y^c\right)$
- Le repère lié au véhicule dans sa position de référence $\Re^r\left(O^r, x^r, y^r\right)$

L'état $\overline{x}(t)$ du véhicule contrôlé, exprimé dans son repère $\Re^c$, est :

$$\overline{x}_c = \left[\dot{x}_c \quad \dot{y}_c \quad \dot{\psi}_c\right]^T \tag{P.1}$$

avec $\dot{x}_c$, $\dot{y}_c$ et $\dot{\psi}_c$ les vitesses longitudinale, latérale et de lacet.

L'état de référence $\overline{x}_r(t)$, exprimé dans son repère $\Re^r$ est :

$$\overline{x}_r = \left[\dot{x}_r \quad \dot{y}_r \quad \dot{\psi}_r\right]^T \tag{P.2}$$

avec $\dot{x}_r$, $\dot{y}_r$ et $\dot{\psi}_r$ les vitesses longitudinale, latérale et de lacet.

Dans le repère fixe $\Re^F$, la position du véhicule contrôlé et de référence ont pour coordonnées respectives $\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ \psi_c \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ \psi_r \end{bmatrix}$, figure p-1.

Dans le repère du véhicule contrôlé $\Re^c$, l'expression q_e de l'erreur entre les vecteurs positions s'écrit :

$$q_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \psi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (X_r - X_c)\cdot\cos(\psi_c) + (Y_r - Y_c)\cdot\sin(\psi_c) \\ -(X_r - X_c)\cdot\sin(\psi_c) + (Y_r - Y_c)\cdot\cos(\psi_c) \\ \psi_r - \psi_c \end{bmatrix} \tag{P.3}$$

La dérivée de q_e a pour expression :

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \left(\dot{X}_r - \dot{X}_c + \dot{\psi}_c\cdot(Y_r - Y_c)\right)\cdot\cos(\psi_c) + \left(\dot{Y}_r - \dot{Y}_c - \dot{\psi}_c\cdot(X_r - X_c)\right)\cdot\sin(\psi_c) \\ \left(\dot{Y}_r - \dot{Y}_c - \dot{\psi}_c\cdot(X_r - X_c)\right)\cdot\cos(\psi_c) - \left(\dot{X}_r - \dot{X}_c + \dot{\psi}_c\cdot(Y_r - Y_c)\right)\cdot\sin(\psi_c) \\ \dot{\psi}_r - \dot{\psi}_c \end{bmatrix} \tag{P.4}$$

Dans le repère $\Re^F$, la dérivée des vecteurs positions s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \\ \dot{\psi}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c\cdot\cos(\psi_c) - \dot{y}_c\cdot\sin(\psi_c) \\ \dot{x}_c\cdot\sin(\psi_c) + \dot{y}_c\cdot\cos(\psi_c) \\ \dot{\psi}_c \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_r\cdot\cos(\psi_r) - \dot{y}_r\cdot\sin(\psi_r) \\ \dot{x}_r\cdot\sin(\psi_r) + \dot{y}_r\cdot\cos(\psi_r) \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix} \tag{P.5}$$

En substituant (P.5) dans (P.4) et en utilisant les formules trigonométriques, l'expression de $\dot{q}_e$ devient :

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\psi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_c\cdot y_e - \dot{x}_c + \dot{x}_r\cdot\cos(\psi_e) - \dot{y}_r\cdot\sin(\psi_e) \\ -\dot{\psi}_c\cdot x_e - \dot{y}_c + \dot{x}_r\cdot\sin(\psi_e) + \dot{y}_r\cdot\cos(\psi_e) \\ \dot{\psi}_r - \dot{\psi}_c \end{bmatrix} \tag{P.6}$$

L'objectif est donc d'annuler q_e (P.3). Dans la pratique, l'évolution $\dot{q}_e$ de cette erreur peut être supposée suffisamment lente pour appliquer l'hypothèse de faible valeur pour ψ_e. Dans ce cas, l'équation (P.6) devient :

$$\dot{q}_e \simeq \begin{bmatrix} \dot{\psi}_c\cdot y_e - \dot{x}_c + \dot{x}_r - \dot{y}_r\cdot\psi_e \\ -\dot{\psi}_c\cdot x_e - \dot{y}_c + \dot{x}_r\cdot\psi_e + \dot{y}_r \\ \dot{\psi}_r - \dot{\psi}_c \end{bmatrix} \tag{P.7}$$

Afin de conserver un modèle similaire au modèle du véhicule M_{lat}^{1} décrit chapitre 2, notamment en terme de nombre de règles, les non-linéarités $\dot{y}_r \cdot \psi_e$ et $\dot{x}_r \cdot \psi_e$ seront prisent en compte par le biais des incertitudes. Pour ce faire, en posant $\dot{x}_r = \dot{x}_c + \Delta_1$ et $\Delta_2 = -\dot{y}_r$, ce qui revient à supposer que les véhicules roulent plus souvent en ligne droite qu'en virage et que l'erreur sur la vitesse longitudinale est faible, l'équation (P.7) s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\psi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_c \cdot y_e - \dot{x}_c \\ -\dot{\psi}_c \cdot x_e - \dot{y}_c + \dot{x}_c \cdot \psi_e \\ -\dot{\psi}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_2 \cdot \psi_e \\ \Delta_1 \cdot \psi_e \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\psi}_r \end{bmatrix} \tag{P.8}$$

L'équation (P.8) est ajoutée au modèle du véhicule M_{lat}^{1} décrit chapitre 2.

En posant $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) & \dot{y}(t) & \dot{\psi}(t) & \beta(t) & T_e(t) & x_e(t) & y_e(t) & \psi_e(t) \end{bmatrix}^T$ et $y_r(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_r & \dot{y}_r & \dot{\psi}_r \end{bmatrix}^T$, le modèle du système peut s'écrire sous forme de descripteur d'état :

$$\begin{cases} \bar{E}(\bar{x}(t)) \cdot \dot{\bar{x}}(t) = \left(\bar{A}(\bar{x}(t)) + \Delta\bar{A}(\bar{x}(t))\right) \cdot \bar{x}(t) + \bar{B} \cdot u(t) + \bar{D} \cdot y_r(t) \\ y(\bar{x}(t)) = \bar{C} \cdot \bar{x}(t) \end{cases} \tag{P.9}$$

avec $c\beta = \cos(\beta)$, $s\beta = \sin(\beta)$,

$$\bar{E}(\bar{x}(t)) = \left[\begin{array}{ccc|c} I_2 + I_1 \cdot c\beta & I_1 \cdot c\beta \cdot s\beta & l_f \cdot I_1 \cdot c\beta \cdot s\beta & \\ I_1 \cdot c\beta \cdot \mathrm{s}\beta & m + I_1 \cdot (\mathrm{s}\beta)^2 & l_f \cdot I_1 \cdot (\mathrm{s}\beta)^2 & 0_{3\times5} \\ l_f \cdot I_1 \cdot \mathrm{s}\beta \cdot c\beta & l_f \cdot I_1 \cdot (\mathrm{s}\beta)^2 & I_z + l_f^{\,2} \cdot I_1 \cdot (\mathrm{s}\beta)^2 & \\ \hline & 0_{5\times3} & & I_{5\times5} \end{array}\right], \quad \bar{B} = \left[\begin{array}{c} 0_{3\times2} \\ \hline \begin{matrix} 0 & \dfrac{1}{\tau_w} \\ \dfrac{1}{\tau_e} & 0 \end{matrix} \\ \hline 0_{3\times2} \end{array}\right],$$

$$\Delta\bar{A}(\bar{x}(t)) = \left[\begin{array}{c|c} 0_{5\times7} & 0_{5\times1} \\ \hline 0_{3\times7} & \begin{matrix} \Delta_2 \\ \Delta_1 \\ 0 \end{matrix} \end{array}\right], \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{D} = \begin{bmatrix} 0_{5\times3} \\ I_{3\times3} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}\left(\bar{x}(t)\right)=$$

$$\begin{bmatrix} -a_x - b_x \cdot \dot{x} & m\cdot\dot{\psi} + C_y \cdot \frac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} & C_y \cdot l_f \cdot \frac{\mathrm{s}\beta}{\dot{x}} & -C_y \cdot \mathrm{s}\beta & R_{ap}\cdot \mathrm{c}\beta & 0 & 0 & 0 \\ -m\cdot\dot{\psi} & -a_y - C_y \cdot \frac{\mathrm{c}\beta+1}{\dot{x}} & -C_y \cdot \frac{l_f \cdot \mathrm{c}\beta - l_r}{\dot{x}} & C_y \cdot \mathrm{c}\beta & R_{ap}\cdot \mathrm{s}\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_y \cdot \frac{l_f \cdot \mathrm{c}\beta - l_r}{\dot{x}} & -C_y \cdot \frac{l_f^2 \cdot \mathrm{c}\beta + l_r^2}{\dot{x}} & l_f \cdot C_y \cdot \mathrm{c}\beta & l_f \cdot R_{ap}\cdot \mathrm{s}\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_w} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{\psi} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\dot{\psi} & 0 & \dot{x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Comme décrit dans le chapitre 4, la matrice $\bar{E}\left(\bar{x}(t)\right)^{-1}$ est décomposée en :

$$\bar{E}\left(\bar{x}(t)\right)^{-1} = \bar{E}_n + \Delta\bar{E}\left(\bar{x}(t)\right) \tag{P.10}$$

En posant $A'(\bar{x}) = \bar{E}_n \cdot \bar{A}(\bar{x})$, $\Delta A'(\bar{x}) = \Delta\bar{E}(\bar{x})\cdot\left(\bar{A}(\bar{x}) + \Delta\bar{A}(\bar{x})\right) + \bar{E}_n \cdot \Delta\bar{A}(\bar{x})$, $B' = \bar{E}_n \cdot \bar{B}$, $D' = \bar{E}_n \cdot \bar{D}$ et $C' = \bar{C}$, le modèle (P.9) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(A'(\bar{x}) + \Delta A'(\bar{x})\right)\cdot \bar{x}(t) + B'\cdot u(t) + D'\cdot y_r(t) \\ y(t) = C'\cdot \bar{x}(t) \end{cases} \tag{P.11}$$

Les différentes variables $\dot{x}(t) \in [\underline{v}, \bar{v}]$, $\dot{\psi}(t) \in [\underline{w}, \bar{w}]$, $\frac{1}{\dot{x}(t)} \in [\bar{v}^{-1}, \underline{v}^{-1}]$, $c\beta \in [\underline{c}, \bar{c}]$ intervenant dans les non-linéarités du modèle (P.11) sont bornées et les valeurs de leurs bornes sont données tableau p-1.

$\underline{w}$	$-1,5\ rad.s^{-1}$	$\underline{c}$	$0,90$	$\underline{s}$	$-0,43$	$\underline{v}$	$2,8\ m.s^{-1}$
$\bar{w}$	$1,5\ rad.s^{-1}$	$\bar{c}$	1	$\bar{s}$	$0,43$	$\bar{v}$	$25\ m.s^{-1}$

Tableau p-1 : Bornes des non-linéarités du modèle (P.11)

L'utilisation du *lemme 1* permet d'obtenir directement un modèle flou TS incertain composé de 32 règles :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(A_h' + \Delta A_h'\right) \cdot \bar{x}(t) + B' \cdot u(t) + D' \cdot y_r(t) \\ y(t) = C' \cdot \bar{x}(t) \end{cases} \tag{P.12}$$

Remarquons que le modèle (P.12) correspond au cas particulier où les matrices d'entrée et de sortie sont constantes ($B_h' = B'$ et $C_h' = C'$).

3 Synthèse de la loi de commande du suivi de trajectoire

3.1 Calcul des gains de commande

L'objectif de la loi de commande est d'amener l'état $\bar{x}(t)$ du système à un état de référence $\bar{x}_r(t) = [\dot{x}_r \quad \dot{y}_r \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$.

La loi de commande PDC suivante est donc considérée :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{32} h_i(\bar{x}) \cdot F_i' \cdot \left(\bar{x}(t) - \bar{x}_r(t)\right) = -F_h' \cdot \left(\bar{x}(t) - \bar{x}_r(t)\right) \tag{P.13}$$

La boucle fermée du modèle (P.12) avec la loi de commande (P.13) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(A_h' + \Delta A_h' - B' \cdot F_h'\right) \cdot \bar{x}(t) + B' \cdot F_h' \cdot \bar{x}_r(t) + D' \cdot y_r(t) \\ y(t) = C' \cdot \bar{x}(t) \end{cases} \tag{P.14}$$

ou encore, en définissant $F_{h|(2\times2)}'$ la restriction de F_h' aux éléments des deux premières colonnes :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(A_h' + \Delta A_h' - B' \cdot F_h'\right) \cdot \bar{x}(t) + H_h' \cdot y_r(t) \\ y(t) = C' \cdot \bar{x}(t) \end{cases} \tag{P.15}$$

avec $H_h' \cdot y_r(t) = B' \cdot F_h' \cdot \bar{x}_r(t) + D' \cdot y_r(t) = \left[\begin{array}{c:c} \begin{matrix} 0_{3\times2} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1/\tau_w \\ 1/\tau_e & 0 \end{bmatrix} F_{h|(2\times2)}' \end{matrix} & 0_{5\times1} \\ \hdashline I_3 & \end{array}\right] \cdot y_r(t)$.

Lorsque $y_r(t)=0$, le modèle est en régime libre, ce qui correspond au modèle TS étudié chapitre 3 (équation 3.33). Les résultats classiques (stabilité, région LMI, …) peuvent donc être appliqués pour obtenir les gains de commande F_i', $i \in \{1 \cdots 32\}$. Ce type de modèle étant non linéaire, l'étude de la stabilité en régime libre ne permet de conclure sur la stabilité que par rapport aux conditions initiales. Il est donc indispensable d'étudier également la stabilité du modèle (P.15) par rapport à l'entrée $y_r(t)$. Pour ce faire, le concept d' ISS (Input to State Stability) /Sontag et Wang 1995/ peut être utilisé.

Les gains de commande sont donc obtenus en étudiant le régime libre. Comme la matrice H_h' est bornée, cela nous ramène dans un cas déjà étudié par /Lauber 2003/ qui permet de prouver que s'il y a stabilité par rapport aux conditions initiales, il y a également stabilité par rapport à des entrées bornées.

3.2 Génération de l'état de référence

Pour réaliser un suivi de trajectoire, il est nécessaire de choisir comme consigne de position du véhicule suiveur un point du parcours réalisé par le véhicule de tête. Le vecteur $\bar{x}_r(t)$ nécessite également de pouvoir spécifier les vitesses longitudinale et latérale de référence.

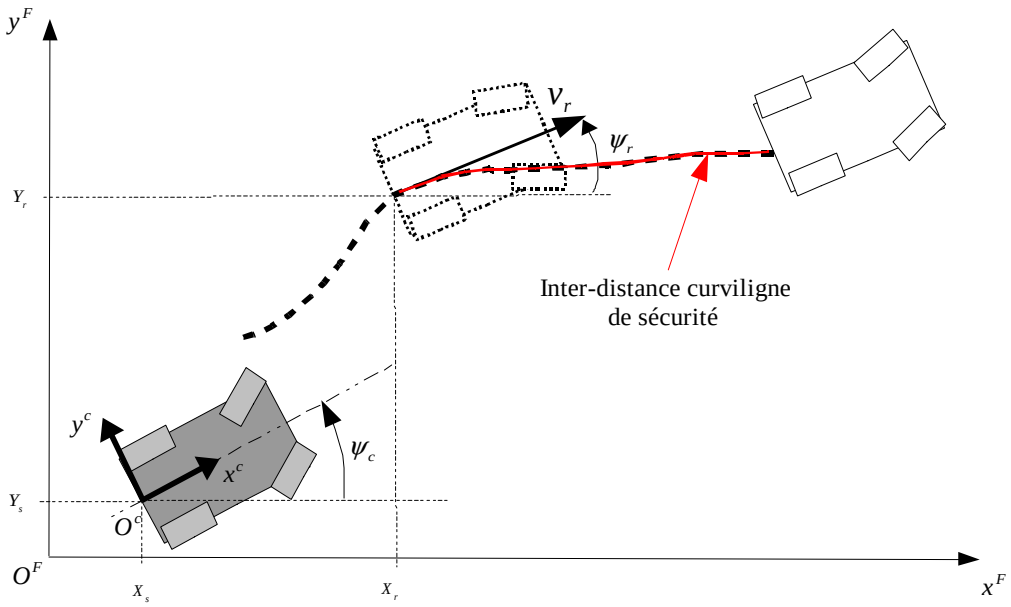

Figure p-2 : Génération de l'état de référence

- Obtention de la position de référence :

Les mesures de la position relative entre les deux véhicules et de la position globale du véhicule suiveur, obtenues respectivement grâce au capteur LMS 200 et au capteur GPS, permettent de reconstruire ponctuellement la trajectoire du véhicule de tête. Les données manquantes sont obtenues par interpolation à l'ordre deux. La position du véhicule de référence est obtenue en imposant une inter-distance curviligne de sécurité sur le parcours emprunté par le véhicule de tête. Le cap de référence est obtenu en calculant la tangente à la trajectoire, figure p-2.

- Obtention des vitesses de référence :

La vitesse $v_r(t)$ de déplacement du véhicule de référence suivant son axe longitudinal est déterminée à partir de l'expression de l'inter-distance de sécurité $dist(t) = d + e \cdot v_r(t) + f \cdot v_r(t)^2$, figure p-2 :

$$v_r(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-e}{f} + \sqrt{\frac{e^2}{f^2} - \frac{4}{f}\left(d - \Delta x_c(t)\right)} \right) \tag{P.16}$$

avec $\Delta x_c(t)$ l'inter-distance curviligne.

La projection de la vitesse $v_r(t)$ sur l'axe longitudinal et latéral du véhicule suiveur permet d'obtenir les vitesses de référence $\dot{x}_r(t)$ et $\dot{y}_r(t)$:

$$\dot{x}_r(t) = v_r(t) \cdot \cos\left(\psi_e(t)\right) \tag{P.17}$$

et $$\dot{y}_r(t) = v_r(t) \cdot \sin\left(\psi_e(t)\right) \tag{P.18}$$

4 Résultats de simulation

La synthèse d'une loi de commande floue de type PDC avec placement de pôles dans la région LMI définie par $\lambda = 0{,}1$, $\rho = 500$ et $\theta = 0{,}1 rad$ sur le modèle (P.12) est appliquée. Les valeurs des incertitudes sont $\Delta_1 = 1\ m \cdot s^{-1}$ et $\Delta_2 = 0{,}5 \cdot \dot{x}_c\ m \cdot s^{-1}$. Les résultats obtenus sont les suivants :

$$F_1' = \begin{bmatrix} 1030{,}67 & -8{,}13 & -12{,}08 & 132{,}59 & 5{,}61 & -1486{,}62 & -16{,}08 & -192{,}59 \\ 0{,}19 & 2{,}20 & 1{,}99 & 1{,}94 & -3{,}41\times10^{-4} & -0{,}136 & -5{,}85 & -45{,}74 \end{bmatrix}, \ldots,$$

$$F'_{16} = \begin{bmatrix} 1041,54 & 9,09 & 38,17 & -139,0 & 5,66 & -1500,59 & 17,93 & 205,83 \\ -0,18 & 2,06 & 1,61 & 2,31 & 4,5\times10^{-4} & 0,112 & -6,67 & -52,21 \end{bmatrix}, \text{ etc.}$$

La simulation est effectuée avec le modèle décrit au chapitre 2. Les conditions initiales des deux véhicules sont $\dot{x}(0) = 6\,m\cdot s^{-1}$, $\dot{y}(0) = 0$, $\dot{\psi}(0) = 0$, $\beta(0) = 0$, $T_e(0) = 25\,N.m$ et $\psi(0) = 0$. L'inter-distance initiale est de $8\,m$.

La figure p-3 représente le parcours effectué par les deux véhicules. Ils sont aussi représentés à plusieurs instants de la simulation.

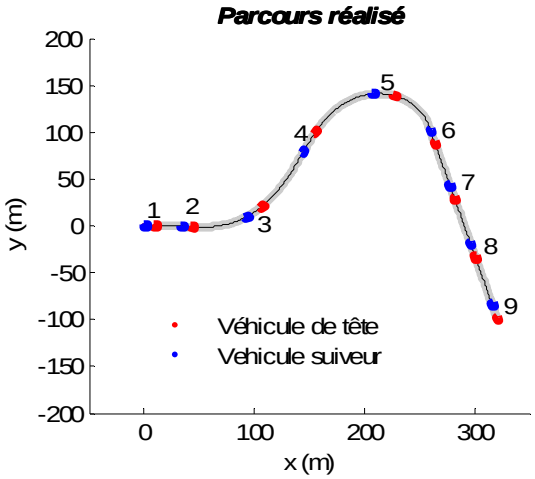

Figure p-3 : Parcours réalisé par les deux véhicules lors de la simulation

Les positions de référence ainsi que les positions du véhicule suiveur selon l'axe x^F et y^F du repère fixe $\Re^F$ sont représentées figure p-4. Les erreurs de position sont faibles puisqu'elles ne dépassent pas $30\,cm$ pour la position selon l'axe x^F et $20\,cm$ selon l'axe y^F.

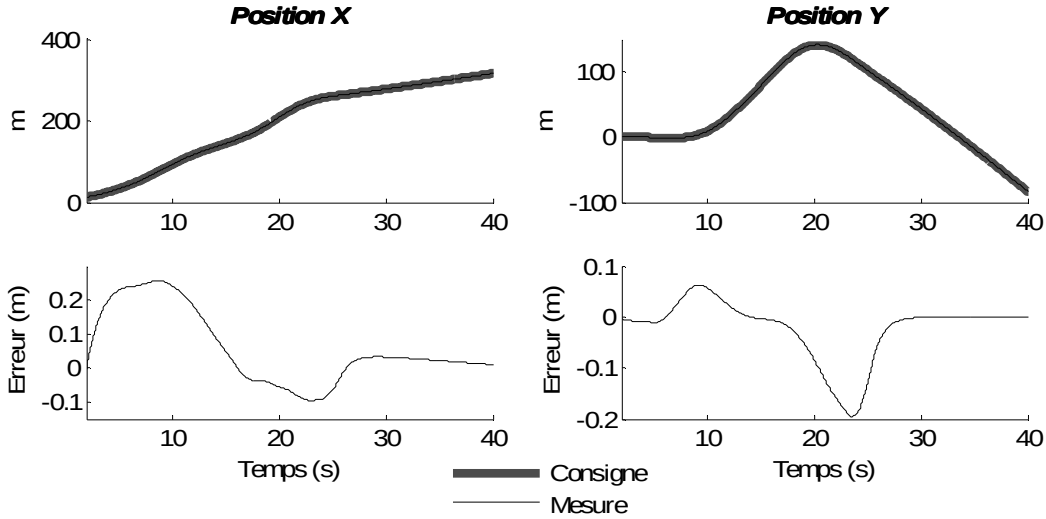

Figure p-4 : Positions du véhicule suiveur par rapport aux positions de référence

La figure p-5 représente la consigne et la mesure de cap du véhicule suiveur. La valeur efficace de l'erreur est de $1,98\times10^{-3}\ rad$ pour une valeur maximale de $7,53\times10^{-3}\ rad$.

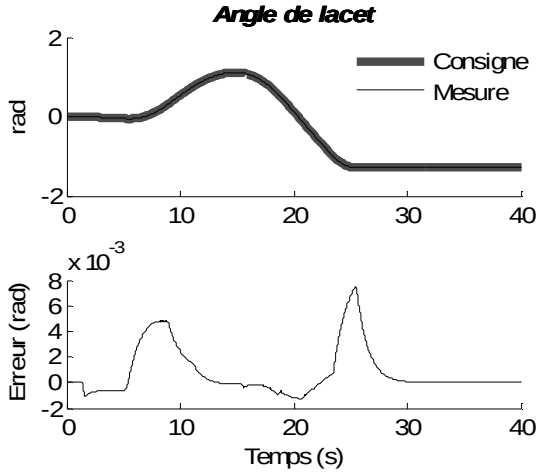

Figure p-5 : Angle de lacet (cap) du véhicule suiveur par rapport au cap de référence

Les commandes appliquées au véhicule suiveur ainsi que sa vitesse longitudinale sont présentées figure p-6.

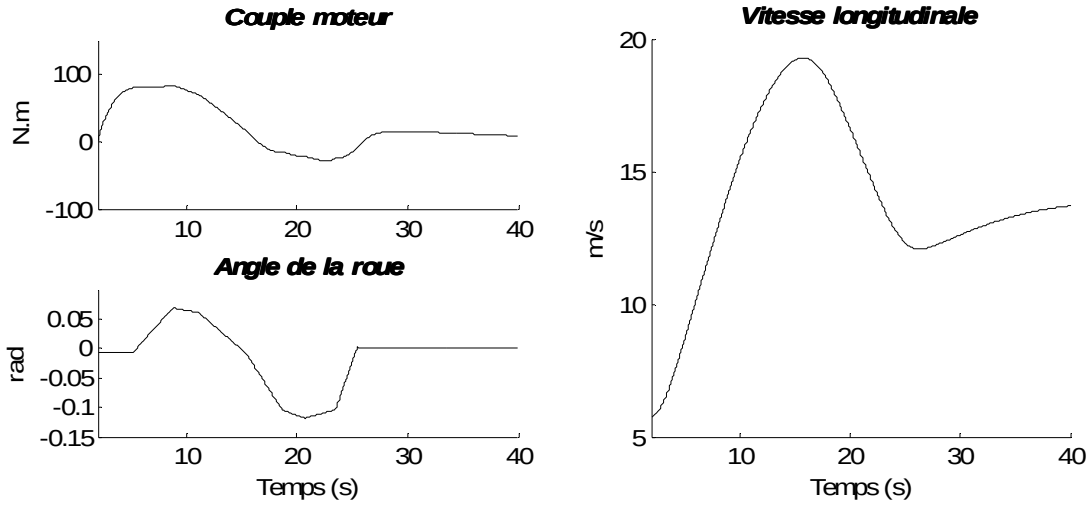

Figure p-6 : Commandes et vitesse du véhicule suiveur

La figure p-7 permet de comparer les trajectoires obtenues respectivement lors d'un suivi de trajectoire et un suivi de type barre d'attelage. Le parcours du véhicule de tête est identique dans les deux cas. L'erreur de position entre les deux trajectoires ne dépasse pas $10\ cm$ lors d'un suivi de trajectoire tandis que lors d'un suivi de type barre d'attelage, elle dépasse $1\ m$.

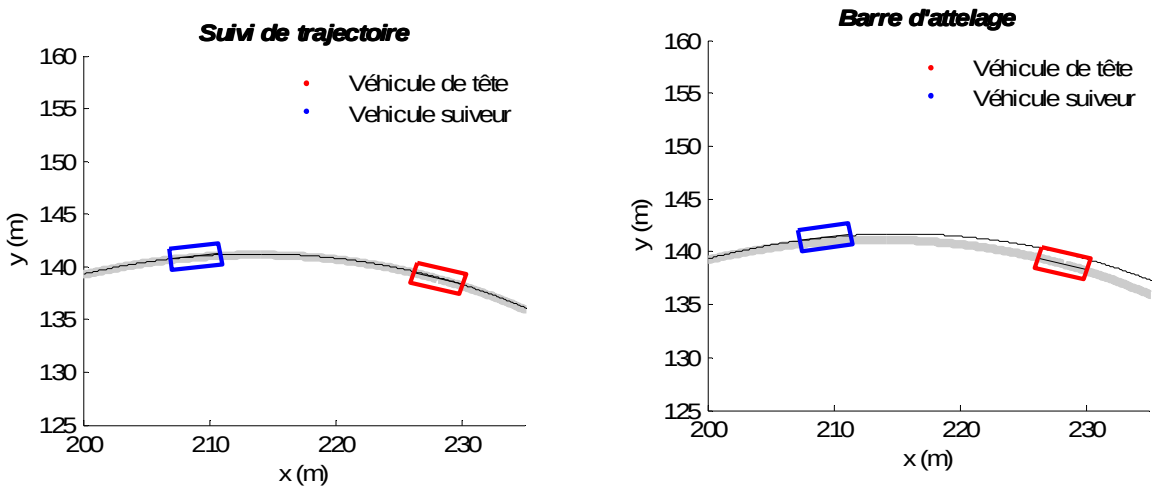

Figure p-7 : Parcours des véhicules lors d'un suivi de trajectoire et d'un suivi de type barre d'attelage

Ces résultats de ces simulations permettent de conclure à l'intérêt de la démarche suivie puisque les erreurs importantes de trajectoire ont été largement réduites. Ceux-ci restent à valider expérimentalement sur le véhicule prototype. La principale difficulté est de reconstituer la trajectoire du véhicule de tête sachant que le récepteur GPS utilisé fonctionne à une fréquence maximale de 1Hz.

5 Bibliographie

El Hajjaji A., Bentalba S., Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles, Robotics and autonomous systems 1050, 1-11, 2003.

Hamel T., Sur la robustesse et la précision du contrôle des déplacements de robots mobiles à roues, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1996.

Lauber J., Moteur à allumage commandé avec EGR: modélisation et commande non linéaires, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.

Sontag E.D., Wang Y., On characterizations of the input-to-state stability property, Systems and Control Letters, Vol. 24, pp. 351-359, 1995.

CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire tente de résoudre une partie des problèmes liés à la « surpopulation » automobile, en suppléant en partie l'activité du conducteur. La conduite automatisée est un secteur de recherche en plein essor. L'une de ses composantes concerne la notion d'attelage virtuel auquel ce mémoire est consacré. L'objectif de ce système est de diminuer l'inter-distance entre les véhicules tout en maintenant un taux de sécurité élevé. Il permet de diminuer l'influence des perturbations liées au conducteur ou à l'état de la route (fatigue, alcoolémie, conditions météorologiques, …) et d'augmenter la capacité de trafic. Les contraintes adoptées dans cette étude tendent à limiter au maximum l'usage d'informations extérieures de façon à diminuer le coût des investissements nécessaires sur chaque véhicule et sur l'infrastructure routière.

Une partie du travail a été consacrée à l'étude de la dynamique des véhicules et a abouti à la formulation d'un « modèle de simulation » qui permet de tester et de valider les lois de commande synthétisées à partir de modèles simplifiés.

Les lois de commande présentées sont non linéaires et ont été synthétisées à partir de modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS). Pour prendre en compte certaines contraintes liées notamment au confort des passagers, de nouvelles conditions de stabilisation de modèles flous incertains ont été définies. Elles considèrent le placement des pôles des sous-modèles TS dans une région convexe pré-spécifiée du plan complexe.

Une estimation des paramètres des modèles a été effectuée à partir de mesures enregistrées sur un véhicule prototype spécialement instrumenté pour la réalisation d'un attelage virtuel.

Les résultats théoriques proposés ont été appliqués en simulation et en temps réel aussi bien pour le mode longitudinal seul que pour les modes longitudinal et latéral couplés. Dans ce dernier cas, il a été nécessaire de rajouter un observateur permettant d'estimer la vitesse latérale du véhicule. Des essais sur le prototype ont permis de valider les approches retenues. Toutefois, la stratégie de commande utilisée de type barre d'attelage laisse apparaître des écarts importants entre les trajectoires des deux véhicules. Une nouvelle approche est donc proposée en perspectives. Elle tient compte de l'évolution de la position du véhicule précédent. Sa validité est démontrée en simulation. Une expérimentation sur le véhicule prototype reste encore à effectuer.

Par ailleurs, d’un point de vue théorique, dans le cas de deux véhicules, il reste tout d’abord à prouver la stabilité globale, c'est-à-dire incluant la commande par retour d’état et la convergence de l’estimation d’état. Ensuite, il faut trouver des conditions, de préférence sous forme LMI, qui permettent de garantir un certain niveau de performances. Dans le contexte non linéaire en général ou celui plus particulier des modèles TS, ce problème reste ouvert. Dans le cas d’un attelage de plusieurs véhicules, des conditions de stabilité de la chaîne complète restent également à déterminer.

En ce qui concerne l’application en elle-même, l’étude proposée s’est placée dans des conditions normales de conduite. Il est bien évident que pour aller vers un produit fini et sûr, il est indispensable d’étudier des conditions dégradées. Ces dernières peuvent être dues à des conditions extérieures (pluie, état de la chaussée, …) à des conditions de roulage (pneus usés, freins défaillants, variation de la masse, …), à des défaillances de capteurs et/ou actionneurs (scanner à balayage, colonne de direction, …). Il convient donc de mettre en place des modes dégradés de fonctionnement, ceci peut être fait par exemple en utilisant des observateurs non linéaires, en utilisant des informations redondantes (multi sources), ….

ANNEXE A : Détail des équations du modèle du véhicule

Le modèle du véhicule considéré est de type de « bicyclette »,

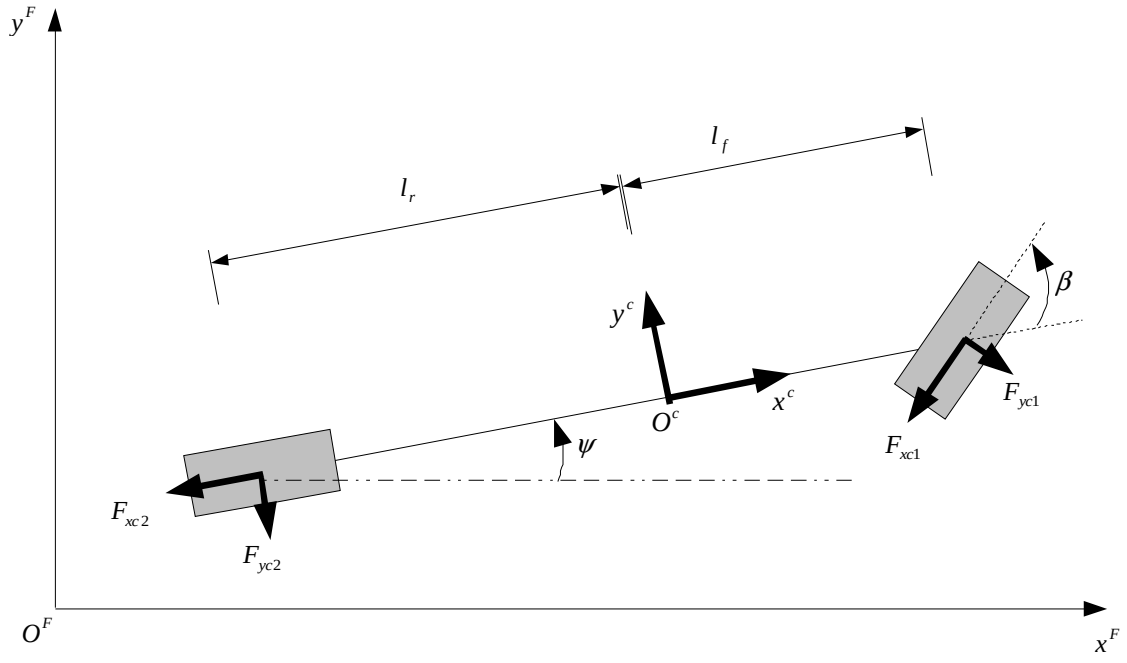

Figure A-1 : Modèle « bicyclette »

Les hypothèses de modélisation décrites dans le chapitre 2 sont rappelées ci-dessous :

Hypothèse *H1* : *la route est considérée plane (sans dévers) et uniforme (revêtement sans défaut). Son revêtement assure de bonnes conditions d'adhérence (goudron par temps sec).*

Hypothèse *H2* : *l'accélération du véhicule (en traction et en freinage) est suffisamment faible pour que les mouvements des suspensions soient supposés négligeables.*

Hypothèse *H3* : *on suppose que le comportement des roues d'un même essieu est similaire.*

Hypothèse *H4 : le couple de traction ou de freinage disponible sur l'arbre des roues avant est entièrement décrit par la dynamique de la machine électrique.*

Hypothèse *H5* : *dans les conditions « normales » considérées, les coefficients d'adhérence longitudinal et latéral évoluent de façon linéaire avec leurs glissements respectifs.*

Hypothèse *H6* : *le moment d'auto-alignement des pneumatiques est supposé négligeable.*

Les équations fondamentales de la dynamique appliquées au modèle schématisé figure A-1 donnent :

$$\begin{cases} m \cdot \left(\ddot{x} - \dot{\psi} \cdot \dot{y} \right) = F_A - F_{xaero} \\ m \cdot \left(\ddot{y} + \dot{\psi} \cdot \dot{x} \right) = F_B - F_{yaero} \\ I_z \cdot \ddot{\psi} = M_c \end{cases} \tag{A.1}$$

avec $\ddot{x}$ et $\dot{x}$ l'accélération et la vitesse longitudinale, $\ddot{y}$ et $\dot{y}$ l'accélération et la vitesse latérale, $\ddot{\psi}$, $\dot{\psi}$ l'accélération et la vitesse de lacet et où F_A et F_B sont les forces cumulées de contact entre les pneus et la route respectivement dans la direction longitudinale et latérale, m est la masse du véhicule ; I_z est l'inertie selon l'axe vertical du véhicule ; M_c est le moment de rotation de la caisse ; F_{xres} et F_{yres} correspondent aux forces de résistance au déplacement longitudinale et latérale.

Ces dernières permettent de prendre en compte les forces aérodynamiques, les frottements dans les transmissions ainsi que différents phénomènes non modélisés.

Elles sont exprimées sous la forme d'un polynôme du second ordre en fonction de la vitesse longitudinale $\dot{x}$ et latérale $\dot{y}$:

$$F_{xres} = a_x \cdot \dot{x} + b_x \cdot \dot{x}^2 \tag{A.2}$$

et $F_{yres} = a_y \cdot \dot{y}$ (A.3)

Au niveau des contacts des pneus avec la route, les forces longitudinale et latérale se décomposent de la manière suivante :

$$F_A = -F_{xc1} \cdot \cos(\beta) + F_{yc1} \cdot \sin(\beta) - F_{xc2} \tag{A.4}$$

$$F_B = -F_{xc1} \cdot \sin(\beta) - F_{yc1} \cdot \cos(\beta) - F_{yc2} \tag{A.5}$$

Et le moment de rotation de la caisse s'écrit :

$$M_c = l_f \cdot \left(-F_{xc1} \cdot \sin(\beta) - F_{yc1} \cdot \cos(\beta) \right) + l_r \cdot F_{yc2} \tag{A.6}$$

avec F_{xci} et F_{yci} les forces longitudinale et latérale couplés développées au niveau du contact des pneus avec la route.

La chaîne de traction est composée d'une machine électrique, d'une boîte de vitesse, d'un différentiel et de cardans, figure A-2.

Figure A-2 : Chaîne de traction

Cependant, en considérant les hypothèses *H3* et *H4*, le couple T_s disponible sur l'arbre de la roue avant est :

$$T_s = \frac{1}{R_g} T_e \tag{A.7}$$

où T_e est le couple fourni par la machine électrique et R_g le rapport de réduction supposé constant (hypothèse *H4*) de la boite de vitesse et du différentiel.

L'inertie équivalente de l'ensemble de la chaîne de traction peut être ramenée sur la roue avant, avec J_{r1} l'inertie de la roue avant et J_e l'inertie de la machine électrique :

$$J_1 = J_{r1} + \frac{J_e}{R_g{}^2} \tag{A.8}$$

L'accélération de rotation $\dot{\omega}_{ri}$ des roues est obtenue à partir de l'équation des moments appliqués au centre de la roue :

$$J_i \cdot \dot{\omega}_{ri} = F_{xci} \cdot R_{ri} - T_{bi} + T_{si} \tag{A.9}$$

Avec J_1 défini par (2.43), $J_2 = J_{r2}$ l'inertie de la roue arrière, T_{bi} le couple délivré par les freins, $T_{s2} = 0$ et $T_{s1} = T_s$.

D'après l'hypothèse *H4*, le couple de freinage délivré par le moteur électrique est suffisant ; les freins de service ne sont donc pas utilisés: $T_{bi} = 0$, l'équation (2.44) devient donc :

$$J_i \cdot \dot{\omega}_{ri} = F_{xci} \cdot R_{ri} + T_{si} \tag{A.10}$$

Pour obtenir le modèle du véhicule, les forces F_{xci} et F_{yci} doivent maintenant être calculées.

D'après l'hypothèse *H2*, la répartition des charges sur les essieux est constante $F_{zi}(t) = F_{zi}$, d'où à partir des expressions générales des forces longitudinale et latérale couplées décrites dans le chapitre 2 :

$$F_{xci} = -\mu_{xci} \cdot F_{zi} \cdot \cos(\delta_i) - \mu_{yci} \cdot F_{zi} \cdot \sin(\delta_i) \tag{A.11}$$

$$F_{yci} = \mu_{xci} \cdot F_{zi} \cdot \sin(\delta_i) - \mu_{yci} \cdot F_{zi} \cdot \cos(\delta_i) \tag{A.12}$$

avec δ_i les angles de dérive des pneumatiques, μ_{xci} et μ_{yci} les coefficients d'adhérence longitudinaux et latéraux couplés.

Les expressions des coefficients d'adhérence couplés longitudinaux μ_{xci} et latéraux μ_{yci} sont données au chapitre 2 :

$$\mu_{xci} = \mu_{ri} \cdot \frac{S_{xci}}{S_{ri}} \tag{A.13}$$

et $\mu_{yci} = \mu_{ri} \cdot \dfrac{S_{yci}}{S_{ri}}$. (A.14)

avec S_{xci} et S_{yci} les glissements longitudinaux et latéraux couplés, $S_{ri} = \sqrt{S_{xci}^2 + S_{yci}^2}$ les glissements résultants suivant la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_{vi}$ des points de contact des pneumatiques avec la route, $\mu_{ri} = \sqrt{\mu_{xmi}^2 + \mu_{ymi}^2}$ les coefficients d'adhérence couplés qui dépendent des coefficients longitudinaux μ_{xmi} et latéraux μ_{ymi} purs.

D'après l'hypothèse *H5* donnée au chapitre 2, les glissements longitudinaux S_{xci} et latéraux S_{yci} restent dans la zone où les coefficients d'adhérence des pneumatiques sont proportionnels au glissement. Leurs expressions sont donc :

$$\mu_{xmi} = \frac{C_{pxi}}{F_{zi}} \cdot S_{xci} \tag{A.15}$$

et $\mu_{ymi} = \dfrac{C_{pyi}}{F_{zi}} \cdot S_{yci}$ (A.16)

où C_{pxi} et C_{pyi} sont les coefficients de raideur et de dérive du pneumatique et F_{zi} sont les forces normales..

Les glissements longitudinaux et latéraux couplés ont pour expression :

$$S_{xci} = \frac{-V_{vi} \cdot \cos(\delta_i) + \omega_{ri} \cdot R_{ri}}{V_{vi} \cdot \cos(\delta_i)} \text{ et } S_{yci} = \tan(\delta_i) \text{ si } \omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos(\delta_i) < 0 \tag{A.17}$$

$$\text{ou } S_{xci} = \frac{\omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos(\delta_i)}{\omega_{ri} \cdot R_{ri}} \text{ et } S_{yci} = \frac{V_{vi} \cdot \sin(\delta_i)}{\omega_{ri} \cdot R_{ri}} \text{ si } \omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos(\delta_i) \geq 0 \tag{A.18}$$

En considérant l'hypothèse *H3* décrite au chapitre 2, on a $V_{vxi} = \dot{x}$, $V_{vy1} = \dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}$ et $V_{vy2} = \dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}$ où V_{vx} et V_{vy} sont les projections de la vitesse linéaire de translation du point de contact de la roue avec la route V_v respectivement sur l'axe longitudinal et latéral du véhicule. On en déduit l'expression des vecteurs vitesses des points de contact avant et arrière V_{vi} :

$$V_{v1} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}\right)^2} \tag{A.19}$$

$$V_{v2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}\right)^2} \tag{A.20}$$

Les expressions des angles de dérives δ_i données dans le chapitre 2 deviennent :

$$\delta_1 = \beta - \tan^{-1}\left(\frac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}\right) \tag{A.21}$$

$$\delta_2 = -\tan^{-1}\left(\frac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}\right) \tag{A.22}$$

D'après l'hypothèse *H5*, l'écart entre l'angle de dérive et l'angle de braquage reste faible. On peut simplifier les expressions (A.21) et (A.22) en faisant une approximation au premier ordre de la fonction $\tan^{-1}$:

$$\delta_1 = \beta - \frac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}} \tag{A.23}$$

$$\text{et } \delta_2 = -\frac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}} \tag{A.24}$$

Les équations (2.21) et (2.22) peuvent maintenant être réécrites :

$$F_{xci} = -\frac{\sqrt{\left(C_{pxi} \cdot S_{xci}\right)^2 + \left(C_{pyi} \cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2 + S_{yci}{}^2}} \cdot \left(S_{xci} \cdot \cos(\delta_i) + S_{yci} \cdot \sin(\delta_i)\right) \tag{A.25}$$

et $F_{yci} = \dfrac{\sqrt{\left(C_{pxi} \cdot S_{xci}\right)^2 + \left(C_{pyi} \cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2 + S_{yci}{}^2}} \cdot \left(S_{xci} \cdot \sin\left(\delta_i\right) - S_{yci} \cdot \cos\left(\delta_i\right)\right)$ (A.26)

Toutes les équations données précédemment sont regroupées pour obtenir le modèle de simulation du véhicule suivant :

$$\begin{cases} m \cdot \left(\ddot{x} - \dot{\psi} \cdot \dot{y}\right) = -F_{xc1} \cdot \cos\left(\beta\right) + F_{yc1} \cdot \sin\left(\beta\right) - F_{xc2} - a_x \cdot \dot{x} - b_x \cdot \dot{x}^2 \\ m \cdot \left(\ddot{y} + \dot{\psi} \cdot \dot{x}\right) = -F_{xc1} \cdot \sin\left(\beta\right) - F_{yc1} \cdot \cos\left(\beta\right) - F_{yc2} - a_y \cdot \dot{y} \\ I_z \cdot \ddot{\psi} = l_f \cdot \left(-F_{xc1} \cdot \sin\left(\beta\right) - F_{yc1} \cdot \cos\left(\beta\right)\right) + l_r \cdot F_{yc2} \\ J_1 \cdot \dot{\omega}_{r1} = F_{xc1} \cdot R_{r1} + \dfrac{1}{R_g} T_e \\ J_2 \cdot \dot{\omega}_{r2} = F_{xc2} \cdot R_{r2} \end{cases} \quad \text{(A.27)}$$

avec $F_{xci} = -\dfrac{\sqrt{\left(C_{pxi} \cdot S_{xci}\right)^2 + \left(C_{pyi} \cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2 + S_{yci}{}^2}} \cdot \left(S_{xci} \cdot \cos\left(\delta_i\right) + S_{yci} \cdot \sin\left(\delta_i\right)\right)$,

$$F_{yci} = \frac{\sqrt{\left(C_{pxi} \cdot S_{xci}\right)^2 + \left(C_{pyi} \cdot S_{yci}\right)^2}}{\sqrt{S_{xci}{}^2 + S_{yci}{}^2}} \cdot \left(S_{xci} \cdot \sin\left(\delta_i\right) - S_{yci} \cdot \cos\left(\delta_i\right)\right),$$

$S_{xci} = \dfrac{-V_{vi} \cdot \cos\left(\delta_i\right) + \omega_{ri} \cdot R_{ri}}{V_{vi} \cdot \cos\left(\delta_i\right)}$ et $S_{yci} = \tan\left(\delta_i\right)$ si $\omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos\left(\delta_i\right) < 0$

ou $S_{xci} = \dfrac{\omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos\left(\delta_i\right)}{\omega_{ri} \cdot R_{ri}}$ et $S_{yci} = \dfrac{V_{vi} \cdot \sin\left(\delta_i\right)}{\omega_{ri} \cdot R_{ri}}$ si $\omega_{ri} \cdot R_{ri} - V_{vi} \cdot \cos\left(\delta_i\right) \geq 0$

où $V_{v1} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}\right)^2}$, $V_{v2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \left(\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}\right)^2}$, $\delta_1 = \beta - \dfrac{\dot{y} + l_f \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}$ et $\delta_2 = -\dfrac{\dot{y} - l_r \cdot \dot{\psi}}{\dot{x}}$.

Attelage virtuel pour véhicules automatisés

Ce mémoire est consacré à la réalisation d'un attelage virtuel entre deux véhicules dans des conditions « normales » de conduite et de route (pas de situation d'urgence, route goudronnée et sèche, etc.). Après une présentation de l'historique et de l'état de l'art de la conduite assistée ou automatisée, un modèle de la dynamique longitudinale et/ou latérale du véhicule est détaillé. C'est un modèle de type « bicyclette » avec une description du pneumatique dans des conditions de faibles glissements.
Parmi les techniques de commande non linéaire envisageables, celles basées sur les modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) ont été retenues. Ils sont composés de modèles linéaires interconnectés par des fonctions scalaires non linéaires ayant la propriété de somme convexe.
L'étude de la stabilité et de la stabilisation de tels modèles se fait à l'aide de la seconde méthode de Lyapunov. Dans le souci d'adjoindre des notions de robustesses et/ou de performances, plusieurs solutions sont envisageables. Celle retenue dans ce mémoire fait appel à des modèles incertains et à un placement des pôles des modèles linéaires dans des régions convexes pré-spécifiées du plan complexe. Des conditions suffisantes sous forme d'inégalités matricielles linéaires qui permettent de garantir ces propriétés dans le cas général des modèles TS sont proposées. Elles sont ensuite aussi bien utilisées dans le cas d'une régulation d'inter-distance seule que pour l'attelage virtuel complet. Les résultats obtenus sont proposés en simulation et en temps réel sur un véhicule prototype spécialement instrumenté.

Automatic control of two vehicles virtually linked

This document is devoted to the study of vehicle platooning in "normal" driving conditions and roads (without emergency situations, on dry road, etc.). After a review of the different existing aided or automated driving systems, a model of the longitudinal and/or lateral dynamics of the vehicle is given. It corresponds to a "bicycle" model with a description of the tyre and road contact limited to small sliding conditions. Among the nonlinear control technics, the chosen one is based on the Takagi-Sugeno's (TS) models. They correspond to a collection of linear models blended together with scalar positive nonlinear functions satisfying a convex sum property.
The way to cope with stability and stabilization of such models is based on Lyapunov's direct method. To take into account some robustness and/or performances, this thesis focus on uncertain models and on closed loop poles placement of the linear models of the TS nonlinear model in specified convex regions of the complex plane. New conditions are given in a Linear Matrix Inequality form.
They are then applied to vehicle spacing policy and to achieve a virtual link between two vehicles, considering both longitudinal and lateral aspects. Simulation and real time results are presented for a prototype especially equipped for these experiments.