



**HAL**  
open science

# Etude des ondes de spin dans le mélange $3\text{He}-4\text{He}$ liquide polarisé

Sorin-Mihai Perisanu

► **To cite this version:**

Sorin-Mihai Perisanu. Etude des ondes de spin dans le mélange  $3\text{He}-4\text{He}$  liquide polarisé. Matière Condensée [cond-mat]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005. Français. NNT: . tel-00113557

**HAL Id: tel-00113557**

**<https://theses.hal.science/tel-00113557>**

Submitted on 13 Nov 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1**

**THESE**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER**

**Discipline : Physique**

Présentée et soutenue publiquement par :

**Sorin-Mihai PERISANU**

Le 19 septembre 2005

**ETUDE DES ONDES DE SPIN DANS LE  
MELANGE LIQUIDE POLARISE  $^3\text{HE}$  -  $^4\text{HE}$**

Composition du jury :

B. Castaing  
R. Bowley  
P.J. Nacher  
L. Puech  
G. Vermeulen

Thèse préparée au sein du :  
**Centre de Recherche sur les Très Basses Températures  
CNRS - Grenoble**



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Dynamique de spin dans un liquide de Fermi polarisé</b>	<b>7</b>
1.1	Propriétés de transport dans les liquides de Fermi . . . . .	7
1.1.1	Gaz de fermions dégénéré . . . . .	7
1.1.2	Modèle phénoménologique de Landau . . . . .	8
1.2	Transport de spin dans l' <sup>3</sup> He liquide faiblement polarisé . . . . .	9
1.2.1	Équations hydrodynamiques . . . . .	11
1.2.2	Effet Leggett-Rice . . . . .	14
1.3	Dynamique de spin dans les liquides de Fermi dégénérés, fortement polarisés . . .	15
1.3.1	Les différentes approches théoriques . . . . .	16
1.3.2	Diffusion anisotrope : image simple . . . . .	20
1.3.2.1	Diffusion longitudinale . . . . .	20
1.3.2.2	Diffusion transverse . . . . .	20
1.3.2.3	Approche de Meyerovich/Mullin/Mineev . . . . .	20
1.3.2.4	Approche de Fomin : . . . . .	21
1.3.3	Comment avoir accès à cette anisotropie ? . . . . .	21
1.3.4	Expériences antérieures . . . . .	21
1.4	Motivation de la thèse : $\tau_{\perp}$ fini à T=0 K ? . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Le réfrigérateur-polariseur</b>	<b>29</b>
2.1	Principe du réfrigérateur-polariseur . . . . .	29
2.1.1	Évolution de la polarisation . . . . .	32
2.1.2	Construction du polariseur . . . . .	35
2.1.3	La cavité à ondes de spin . . . . .	39
2.1.4	Conclusion . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Glissement et viscosité</b>	<b>41</b>
3.1	Principe . . . . .	41
3.2	Aspects théoriques . . . . .	42
3.2.1	La force hydrodynamique . . . . .	43
3.2.1.1	Le champ de vitesse . . . . .	43
3.2.1.2	La condition limite tangentielle . . . . .	44
3.2.1.3	La condition limite radiale . . . . .	47
3.2.2	Le mouvement du fil et la tension auto-induite . . . . .	50
3.3	Dispositif expérimental . . . . .	51
3.3.1	Le schéma du dispositif . . . . .	51
3.3.2	Les fils vibrants . . . . .	53
3.3.3	Les thermomètres étalon : CBT et MCT . . . . .	53
3.3.3.1	Le thermomètre à blocage de Coulomb (CBT) . . . . .	53
3.3.3.2	Le thermomètre à courbe de fusion (MCT) . . . . .	56

3.4	Mesures . . . . .	57
3.4.1	Acquisition des données . . . . .	57
3.4.2	Exploitation des données . . . . .	59
3.4.3	Résultats . . . . .	61
3.4.3.1	Début des mesures . . . . .	61
3.4.3.2	La phase concentrée . . . . .	63
3.4.3.3	La phase diluée . . . . .	63
3.4.3.4	Influence de la rugosité de surface . . . . .	65
3.4.4	Perspectives . . . . .	68
3.4.5	Conclusion . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Mesure de la température d'anisotropie</b>	<b>75</b>
4.1	Le spectre des ondes de spin . . . . .	75
4.1.1	Équation des ondes de spin . . . . .	75
4.1.2	Calcul de la susceptibilité . . . . .	76
4.1.3	Cas unidimensionnel . . . . .	77
4.1.4	Détection des ondes de spin . . . . .	78
4.1.5	Cas 3D . . . . .	79
4.2	La RMN . . . . .	80
4.2.1	Principe de la RMN . . . . .	82
4.2.2	RMN continue et RMN pulsée . . . . .	83
4.2.3	Le gradient de champ magnétique . . . . .	83
4.2.4	Le circuit RMN . . . . .	85
4.3	Résultats : La Température d'Anisotropie . . . . .	87
4.3.1	Interpolation du spectre expérimental . . . . .	87
4.3.2	Première méthode de calcul de la température d'anisotropie . . . . .	92
4.3.3	Deuxième méthode de calcul de la température d'anisotropie . . . . .	94
4.3.4	Influence de l'interaction dipolaire . . . . .	98
4.4	Conclusion . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>

# Remerciements

Je tiens d'abord à dire un grand merci à **Gerard Vermeulen** pour sa patience et pour son aide tout le long de cette thèse. Mon travail n'aurait pas pu aboutir sans son implication constante et sans les conseils précieux qu'il m'a donnés. Il a également créé un cadre de travail performant et facile d'utilisation ; le logiciel qui contrôle presque entièrement la manip est fait maison.

Je remercie mon directeur "officiel" de thèse, **Laurent Puech**, pour m'avoir accepté comme thésard et pour son soutien en ce qui concerne les problèmes administratifs liés à ma thèse ou à mon monitorat et pour ses conseils bien-utiles.

Je tiens également à adresser un remerciement à **Pierre-Etienne Wolf** pour ses conseils le long de ma thèse.

Nous avons eu, Gerard Vermeulen et moi, une collaboration fructueuse avec **Roger Bowley**, nous le remercions pour sa gentillesse et pour avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse.

Je remercie également **Bernard Castaing** pour ses conseils et pour avoir accepté de participer dans mon jury de thèse et **Pierre-Jean Nacher** pour avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse.

Je veux adresser un grand merci à tout le personnel du **CRTBT** et notamment à **Henri Godfrin** pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et aux chercheurs et ITA de la grande salle M (**Klaus Hasselbach, Jean-Pascal Brison, Pierre Rodière, Henri Rodenas, Christopher Bauerle, Laurent Saminadayar, Gabriel Seyfarth, Voicu Dolocan, Félicien Schopfer**) pour la très bonne ambiance qui y règne.

La caractérisation des fils vibrants à température ambiante a été possible grâce à la bobine de **Daniel Bourgault**. **André Sulpice** a mesuré pour nous la susceptibilité magnétique des fils vibrants. Nous avons travaillé avec **Joël Balay** pour faire une cavité à ondes de spin en quartz. Les composantes de nos innombrables cellules ont été fabriquées par **Anne Gerardin** et les échangeurs par **Yannick Launay**. Nous avons utilisé une quantité impressionnante d'<sup>4</sup>He liquide en provenance du liquéfacteur du CNRS Grenoble, j'adresse un grand merci à **Jean-Franck Pini, Guy André** et **Johan Guilhot**.

Je remercie **Danielle Devillers** pour son aide à la mise en forme du manuscrit et **Nathalie Le Moulec, Nathalie Bourgeat-Lami, Patricia Poirier** et **Martine Pascal** pour leur soutien en ce qui concerne les problèmes administratifs.



# Introduction

La physique du transport de spin dans l' $^3\text{He}$  liquide dégénéré est beaucoup plus riche que celle du transport d'impulsion ou d'énergie car les spins peuvent tourner dans une direction perpendiculaire à leur axe de quantification. A la fin des années 50, Silin a établi une équation de Boltzmann pour ce transport. Il a démontré que la polarisation des spins nucléaires crée un champ moléculaire à l'origine de comportements collectifs de spin. A partir du travail de Silin, Leggett a dérivé les équations hydrodynamiques de spin. Les effets cohérents, comme les ondes de spin ou l'effet Leggett-Rice, sont bien décrits par ces équations. Une condition nécessaire pour observer ces effets est que le champ moléculaire soit assez fort, autrement dit que  $\omega_0\tau > 1$  où  $\omega_0$  est la fréquence de Larmor et  $\tau$  le temps de relaxation dans un liquide de Fermi ( $\tau \propto 1/T^2$ ). En pratique, cela signifie qu'il faut travailler à basse température dans de forts champs magnétiques. Les équations de Leggett sont dérivées pour de faibles polarisations. La motivation de notre travail est de répondre à la question : que se passe-t-il à forte polarisation ?

Différentes approches théoriques ont été proposées pour généraliser les équations de Leggett aux cas de fortes polarisations. Les théories de Meyerovich [Meyerovich(85)], [Meyerovich(92)], Mullin [Mullin(92)] et Mineev [Mineev(04)], donnent un temps de relaxation fini à température nulle au lieu d'un temps divergent. Autrement dit, les effets cohérents de spin doivent être amortis à  $T = 0\text{ K}$ . Cette déviation du temps de relaxation est paramétrée avec une température d'anisotropie  $T_a$  proportionnelle à la polarisation :  $\tau \propto 1/(T^2 + T_a^2)$ . Cet amortissement a été contesté par Fomin [Fomin(97)] qui a montré que  $\tau \rightarrow 0$  à  $T = 0\text{ K}$ . Plusieurs expériences ont mesuré la température d'anisotropie dans de l' $^3\text{He}$  pur et des mélanges  $^3\text{He}$  -  $^4\text{He}$  avec une technique d'échos de spin. Ces expériences ont été accueillies comme des preuves de l'amortissement à température nulle des modes collectifs de spin. Pourtant, les valeurs de température d'anisotropie mesurées sont supérieures de près d'un ordre de grandeur à celles prédites par la théorie. Récemment les résultats d'une expérience [Akimoto(03)] semblent être en accord avec les prédictions théoriques. La technique alternative aux échos de spin pour avoir accès au temps de relaxation est l'étude des ondes de spin. La méthode expérimentale a déjà été mise en oeuvre par Gerard Vermeulen [Vermeulen(01)] ; ses résultats sont compatibles avec  $T_a = 0\text{ K}$  mais ne permettent pas de conclure en faveur de la théorie de Fomin et donc d'exclure celle de Meyerovich, Mullin et Mineev.

Le but de ma thèse, est d'améliorer cette expérience en espérant pouvoir conclure en faveur de l'une ou de l'autre des théories. Dans le **premier chapitre** je présente le *cadre théorique* général et je détaille les points de vue de Meyerovich, Mullin, Fomin et Mineev. Je finis par présenter les résultats des différentes expériences en accord ou en désaccord avec ces théories.

Le **deuxième chapitre** est consacré à notre *réfrigérateur-polariseur*. Nous nous sommes fixé comme but de descendre en température sous la barre des  $10\text{ mK}$  et de polariser l' $^3\text{He}$  plus que 5 fois la polarisation d'équilibre dans le champ de  $11,3T$ . La dernière partie est consacrée à la fabrication de la *cavité demi-sphérique à ondes de spin*.

L'étude des  *fils vibrants* fait l'objet du **troisième chapitre**. Ces aspects n'étaient pas prévus initialement dans mon sujet de thèse, mais nous nous sommes rendu compte que les mesures de viscosité (et donc de température) des fils n'étaient pas très fiables ; deux viscosimètres différents



placés au même endroit peuvent donner des températures différentes de plus de 20%. Une grande partie de cette thèse est consacrée à cet aspect ; en essayant de calibrer les fils nous avons trouvé des aspects nouveaux liés au glissement de l'He sur la surface des fils. Un travail en collaboration avec le Professeur Bowley a été fait pour caractériser les phénomènes nouveaux et pour les inclure dans les mesures de température afin d'augmenter la précision.

Le **quatrième chapitre** est consacré à la mesure de la température d'anisotropie à partir du spectre des ondes de spin. J'y présente *le circuit RMN* que nous avons construit et adapté à nos conditions expérimentales d'après le schéma proposé par Akimoto *et al.* [Akimoto(00)]. Nos résultats et notamment *l'analyse du spectre des ondes de spin* avec la valeur de la *température d'anisotropie* mesurée sont présentés à la fin du chapitre.

# Chapitre 1

## Dynamique de spin dans un liquide de Fermi polarisé

Après de brefs rappels sur les liquides de Fermi et les propriétés générales de transport dans de tels systèmes, nous nous focaliserons sur le transport de spin. Silin [Silin(58)] a montré que  $^3\text{He}$  répond à l'application d'un champ magnétique par la création d'un champ moléculaire, appelé champ de Landau. L'interaction entre quasi-particules via ce champ moléculaire couple les variations de densité de spins à différents points de l'espace donnant naissance à un comportement cohérent des spins. Cette cohérence n'existe que dans un régime dit "sans collisions" pour lequel l'effet du champ moléculaire domine les effets de décohérence dus aux collisions. La dynamique de spin se manifeste sous la forme d'ondes de spin ou d'effet Leggett-Rice. Dans ce chapitre, nous présentons la théorie de ces deux effets, développée par Leggett et Rice pour des liquides de Fermi faiblement polarisés [Leggett(70)]. Dans la limite des fortes polarisations, nous discuterons le débat théorique entre Meyerovich, Mullin et Mineev d'une part et Fomin d'autre part, concernant l'effet de la polarisation sur le temps de relaxation transverse. Cet effet se manifeste entre autres par l'amortissement des ondes de spin à température nulle.

### 1.1 Propriétés de transport dans les liquides de Fermi

La théorie des liquides de Fermi a été développée par Landau en 1957 [Landau(57)]. Elle s'applique aux systèmes de fermions en forte interaction, dont le spectre des excitations est obtenu à partir de celui d'un gaz de fermions libres en branchant adiabatiquement les interactions.

Dans un premier temps, nous allons considérer le cas plus "simple" où l'axe de quantification des spins est fixe, ce qui est suffisant pour dériver la majorité des propriétés de transport. En revanche, pour le transport de spin qui sera l'objet du prochain paragraphe, nous verrons qu'il faut tenir compte du fait que l'axe de la polarisation peut tourner, ce qui complique la dérivation des équations et les notations. Mais commençons par quelques rappels sur le gaz de fermions dégénéré dans le cas simple où les spins sont quantifiés dans une seule et même direction.

#### 1.1.1 Gaz de fermions dégénéré

Chaque fermion occupe un état caractérisé par un moment  $\mathbf{p}$  et un spin  $\sigma$ . La probabilité d'occupation des états est fixée par la distribution de Fermi-Dirac :

$$n_{\mathbf{p},\sigma} = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \mu)/k_B T}}, \quad (1.1)$$

où  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \mathbf{p}^2/2m$  est l'énergie de la particule et  $\mu$  le potentiel chimique ( $\mu = \epsilon_F$  à  $T = 0K$ ).

L'état fondamental du système dans l'espace réciproque est caractérisé par une sphère de Fermi de rayon  $p_F$ . Les états  $p \leq p_F$  sont occupés et les états  $p > p_F$  sont vides. Les excitations élémentaires sont des particules à l'extérieur de la surface de Fermi et des trous à l'intérieur.

### 1.1.2 Modèle phénoménologique de Landau

Dans ce modèle, les états propres d'un liquide de Fermi sont construits de façon biunivoque à partir d'un gaz de fermions libres en "branchant" les interactions adiabatiquement. Les excitations élémentaires, appelées **quasiparticules ou quasitrous**, sont obtenues à partir de celles du gaz : elles sont caractérisées par un moment  $\mathbf{p}$  et une valeur de l'énergie  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma}$  qui tient compte de l'énergie d'interaction avec les autres particules. La probabilité d'occupation des états est toujours fixée par la distribution de Fermi-Dirac, mais maintenant l'énergie des quasiparticules dépend de la fonction de distribution des quasiparticules. Remarquons qu'avec notre définition des quasiparticules la désignation "fonction de distribution des quasiparticules" est un abus de langage puisque  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma}$  dépend de  $n_{\mathbf{p},\sigma}$  dans l'équation (1.1).

La variation d'énergie d'un état  $E$  par rapport à l'état fondamental  $E_0$  due à la variation de la fonction de distribution  $\delta n_{\mathbf{p},\sigma}$  est donnée par :

$$E - E_0 = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\sigma} \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 \delta n_{\mathbf{p},\sigma} + \frac{1}{2V^2} \sum_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} \delta n_{\mathbf{p},\sigma} \delta n_{\mathbf{p}',\sigma'} + \dots \quad (1.2)$$

où  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0$  est l'énergie de la quasiparticule  $(\mathbf{p}, \sigma)$  dans l'état fondamental.

L'énergie d'une quasiparticule  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \delta E / \delta n_{\mathbf{p},\sigma}$  s'écrit :

$$\epsilon_{\mathbf{p},\sigma} = \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}^0 + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} \delta n_{\mathbf{p}',\sigma'} + \dots \quad (1.3)$$

le terme  $f_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'}/V$  représente l'effet des interactions avec toutes les autres quasiparticules.

Le concept de quasiparticules n'a de sens que si leur énergie est bien définie, autrement dit, si leur durée de vie  $\tau$  est grande. On a :

$$\tau \propto \frac{1}{\epsilon_{\mathbf{p},\sigma} - \epsilon_F} \propto \frac{1}{T^2} \quad (1.4)$$

Cette condition est remplie quand  $k_B T \ll \epsilon_F$  (liquide dégénéré).

La théorie des liquides de Fermi n'est donc valable qu'à basse température. Ainsi, les interactions entre quasiparticules ne dépendent que de l'angle  $\theta$  entre  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$ , avec  $p = p' = p_F$ . La fonction d'interaction  $f$  peut être séparée en une partie symétrique en spin, notée  $f^s$ , et une partie antisymétrique en spin,  $f^a$ , et développée en polynômes de Legendre :

$$\begin{aligned} f^{s,a} &= \sum_l f_l^{s,a} P_l(\cos \theta) \\ &= \left( \frac{dn}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=\epsilon_F} \sum F_l^{s,a} P_l(\cos \theta), \end{aligned} \quad (1.5)$$

où  $(dn/d\epsilon)_{\epsilon=\epsilon_F}$  est la densité d'états au niveau de Fermi.

Les paramètres  $F_l^{s,a}$ , appelés paramètres de Landau, sont déterminés à l'aide des expériences (théorie phénoménologique) par la vitesse du son, la compressibilité, la chaleur spécifique, la susceptibilité magnétique, le paramètre d'interaction  $\lambda$ , les ondes de spin ou l'effet Leggett-Rice.

La majorité des propriétés de transport dans les liquides de Fermi dérivent de l'équation cinétique de Landau qui donne la dépendance en temps et en position de la fonction de distribution locale des quasiparticules,  $n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  :

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t), \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)\}_{C.P.} = I(n_{\mathbf{p}',\sigma'}) \quad (1.6)$$

où  $\{ \}_{C.P.}$  désigne le crochet de Poisson et  $I(n_{\mathbf{p}',\sigma'})$  l'intégrale des collision. La forme de cette intégrale est très compliquée, je ne vais pas la développer dans cette thèse, je vais juste utiliser le fait que lors des collisions la quantité de mouvement, l'énergie, le nombre de particules et le spin total sont conservés. L'équation (1.6) suppose que l'énergie "locale" des quasiparticules  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  joue le rôle du Hamiltonien, c'est-à-dire que :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t) &= \nabla_{\mathbf{p}} \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{f}_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla_{\mathbf{r}} \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t), \end{aligned}$$

où  $\mathbf{v}_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  est la vitesse de groupe des quasiparticules et  $\mathbf{f}_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  la force effective agissant sur les quasiparticules.

Même si l'équation (1.6) semble analogue à l'équation de Boltzmann qui décrit les gaz en interaction faible, elle est beaucoup plus riche. Par exemple, si on applique un potentiel scalaire  $U(\mathbf{r}, t)$  sur le système, on obtient un terme supplémentaire dans l'énergie :  $\int d^3r U(\mathbf{r}, t) n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$ . Comme l'énergie  $\epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  dépend de la fonction de distribution  $n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$ , un nouveau terme apparaît dans l'expression de  $\nabla_{\mathbf{r}} \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t)$  :

$$\nabla_{\mathbf{r}} \epsilon_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t) = \nabla_{\mathbf{r}} U(\mathbf{r}, t) + \sum_{\mathbf{p}',\sigma'} f_{\mathbf{p},\sigma,\mathbf{p}',\sigma'} \nabla_{\mathbf{r}} n_{\mathbf{p},\sigma}(\mathbf{r}, t) \quad (1.7)$$

Le premier terme à droite (présent aussi dans le cas d'un gaz dilué) est la force créée dans le potentiel externe. Le second terme à droite est nouveau, il représente la force exercée sur une quasiparticule par toutes celles qui l'entourent. Ce champ moléculaire est à l'origine de la richesse de comportements des propriétés de transport dans les liquides de Fermi dégénérés.

## 1.2 Transport de spin dans l<sup>3</sup>He liquide faiblement polarisé

Jusqu'à maintenant, nous avons fait l'hypothèse que toutes les quasiparticules sont dans un état propre de  $\sigma_z$  (axe de quantification du spin selon  $z$ ). Or, pour l'étude du transport de spin, il faut considérer que la direction de la polarisation peut varier dans l'espace. Par conséquent, la fonction de distribution des quasiparticules devient une matrice de densité  $2 \times 2$ ,  $(n_{\mathbf{p}\alpha\beta})^1$ . Dans ce cas, les observables sont, elles aussi, des matrices hermitiques de dimension  $2 \times 2$  dans l'espace des spins, que l'on développe dans la base des matrices de Pauli pour pouvoir séparer les parties indépendante et dépendante du spin.

Si  $(t_{i\alpha\beta})$  est la matrice de Pauli dans la direction  $i = x, y, z$ , la valeur de la polarisation de spin dans la direction  $i$  est donnée par :

<sup>1</sup>Notation : pour plus de clarté, les matrices sont notées entre parenthèses  $(n_{\mathbf{p}\alpha\beta})$ .

$$\sigma_i = \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\alpha, \beta} (\tau_{i\alpha\beta})(n_{\mathbf{p}\beta\alpha})$$

On peut écrire la matrice de densité  $(n_{\mathbf{p}\alpha\beta})$  comme une combinaison linéaire de quatre matrices,  $(I_{\alpha\beta})$  et  $(\tau_{\alpha\beta})$  :

$$(n_{\mathbf{p}\alpha\beta}) = n_{\mathbf{p}}\delta_{\alpha\beta} + \sigma_{\mathbf{p}} \cdot (\tau_{\alpha\beta}) \quad (1.8)$$

où

$$n_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} n_{\mathbf{p}\alpha\alpha} \quad (1.9)$$

$$\sigma_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\tau_{\alpha\beta})(n_{\mathbf{p}\beta\alpha}) \quad (1.10)$$

L'énergie d'une quasiparticule est elle aussi représentée par une matrice  $2 \times 2$ ,  $(\epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta})$  définie au premier ordre par la variation d'énergie  $\delta E$  due à  $\delta n_{\mathbf{p}}$  :

$$\delta E = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\alpha, \beta} (\epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta})(\delta n_{\mathbf{p}\beta\alpha}).$$

L'énergie des quasiparticules s'exprime dans la base des matrices de Pauli :

$$(\epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta}) = \epsilon_{\mathbf{p}}\delta_{\alpha\beta} + \mathbf{h}_{\mathbf{p}} \cdot (\tau_{\alpha\beta}) \quad (1.11)$$

La variation d'énergie  $\delta^2 E$  s'écrit :

$$\delta^2 E = \frac{1}{2V^2} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \sum_{\alpha, \beta, \alpha', \beta'} f_{\mathbf{p}\alpha\beta\mathbf{p}'\alpha'\beta'} (\delta n_{\mathbf{p}\alpha\beta})(\delta n_{\mathbf{p}'\alpha'\beta'})$$

Pour des raisons de symétrie, les paramètres d'interaction  $f_{\mathbf{p}\alpha\beta\mathbf{p}'\alpha'\beta'}$  ont la forme :

$$f_{\mathbf{p}\alpha\beta\mathbf{p}'\alpha'\beta'} = f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^s \delta_{\alpha\beta} \delta_{\alpha'\beta'} + f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^a \tau_{\alpha\beta} \cdot \tau_{\alpha'\beta'}$$

Au total, on peut donc écrire les quatre relations suivantes :

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \epsilon_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^s \delta n_{\mathbf{p}'} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{p}} = \mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^a \delta \sigma_{\mathbf{p}'} \quad (1.13)$$

Dans l'équation (1.13)  $\mathbf{h}_{\mathbf{p}}$  est la somme d'un terme dû au couplage avec le champ externe  $\mathbf{h}_{\mathbf{p}}^0 = -1/2\gamma\hbar\mathbf{H}_0$  et d'un terme dû à l'effet du champ moléculaire créé par les interactions entre quasiparticules (1.13 est analogue à 1.7).

Avec ces notations, il n'y a donc plus une seule équation cinétique de Landau (1.6), mais quatre : une équation pour  $n_{\mathbf{p}}$  :

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{n_{\mathbf{p}}, \epsilon_{\mathbf{p}}\}_{C.P.} + \{\sigma_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}}\}_{C.P.} = I(n_{\mathbf{p}'}, \sigma_{\mathbf{p}'}) \quad (1.14)$$

et une équation pour chacune des composantes de  $\sigma_{\mathbf{p}}$  :

$$\frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \{\sigma_{\mathbf{p}}, \epsilon_{\mathbf{p}}\}_{C.P.} + \{n_{\mathbf{p}}, \mathbf{h}_{\mathbf{p}}\}_{C.P.} + \frac{2}{\hbar} \sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}} = \left( \frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} \right)_{\text{collisions}} \quad (1.15)$$

Le terme supplémentaire  $2\sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}}/\hbar$  provient de la précession de la polarisation locale des spins autour du champ magnétique effectif (proportionnel à  $-\mathbf{h}_{\mathbf{p}}$ ). Les équations (1.14) et (1.15) s'appellent les équations de Silin.

### 1.2.1 Équations hydrodynamiques

Leggett ([Leggett(70)]) a dérivé les équations hydrodynamiques de spin à partir des équations de Silin : l'équation de continuité pour la densité de spins (ou conservation du spin) et l'équation de mouvement pour le courant de spin. Toutes deux dérivent de l'équation cinétique pour  $\sigma_{\mathbf{p}}$  (1.15). En effet, si on note  $\mathbf{M}$  la densité de spins

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \sigma_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) \quad (1.16)$$

et  $\mathbf{J}_i$  le courant de spin dans la direction  $i$

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{r}, t) = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \left[ \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}}{\partial p_i} \sigma_{\mathbf{p}} + \frac{\partial \mathbf{h}_{\mathbf{p}}}{\partial p_i} n_{\mathbf{p}} \right] \quad (1.17)$$

on obtient la loi de conservation du spin en intégrant les deux membres de l'équation (1.15) :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial r_i} - \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 = 0 \quad (1.18)$$

Remarquons qu'on ne considère que des processus d'échange, donc les collisions conservent le spin total, et le terme de collision est nul.

La dérivation de *l'équation du mouvement pour le courant de spin* est plus difficile, c'est pourquoi, comme Leggett, nous faisons certaines hypothèses simplificatrices que nous allons énumérer :

1. **La polarisation est faible** : dans cette limite, la fonction de distribution est égale à la fonction de distribution à l'équilibre, soit la distribution de Fermi-Dirac  $n_{\mathbf{p}} = n_{\mathbf{p}}^0$  ; de même, la composante indépendante du spin de l'énergie des quasiparticules est égale à sa valeur à l'équilibre,  $\epsilon_{\mathbf{p}} = \epsilon_{\mathbf{p}}^0$ . L'équation (1.15) se simplifie alors :

$$\frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{2}{\hbar} \sigma_{\mathbf{p}} \times \mathbf{h}_{\mathbf{p}} + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}^0}{\partial p_i} \frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial r_i} - \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^0}{\partial p_i} \frac{\partial \mathbf{h}_{\mathbf{p}}}{\partial r_i} \right) = \left( \frac{\partial \sigma_{\mathbf{p}}}{\partial t} \right)_{\text{collision}} \quad (1.19)$$

On rappelle l'expression de  $\mathbf{h}_p$  :

$$\mathbf{h}_p = -\frac{1}{2}\gamma\hbar\mathbf{H}_0 + 2 \underbrace{\int \frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3} f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^a \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}'}}_{\text{}} , \quad (1.20)$$

où le second terme est proportionnel au champ moléculaire créé par les interactions entre quasiparticules. La polarisation étant faible, les termes  $f_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^a$  et  $\epsilon_{\mathbf{p}}^0$  sont calculés sur la surface de Fermi. L'expression (1.17) du courant de spin devient :

$$\mathbf{J}_i = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}}^0}{\partial p_i} \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) . \quad (1.21)$$

2. **L'intégrale de collision est approximée avec un temps de relaxation spin-courant isotrope** : le temps de relaxation  $\tau_D$  ne dépend que de la température (valable quand la durée d'une collision est beaucoup plus courte que la période de précession de  $\mathbf{J}$ ). L'intégrale de collision devient :

$$I(\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{p}}) = -\frac{\mathbf{J}_i}{\tau_D} \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) . \quad (1.22)$$

3. Pour les dérivations, on se place dans **des conditions hydrodynamiques** : la densité de quasiparticules varie peu pendant un intervalle de temps  $\tau_D$  ou sur des distances  $v_f/\bar{\omega}$  (plus courtes que  $l_D = v_F\tau_D$ ) où  $\bar{\omega}$  est la fréquence de Larmor moyenne des quasiparticules proches de la surface de Fermi.

Ainsi, en combinant (1.21) et (1.19), on obtient l'équation du courant de spin :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial t} + \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) (1 + F_0^a) \frac{v_f^2}{3} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} &= \gamma \mathbf{J}_i \times \mathbf{H}_0 - \frac{2}{\hbar} (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) \mathbf{J}_i \times \mathbf{M} - \\ &- \left( 1 + \frac{F_1^a}{3} \right) \frac{\mathbf{J}_i}{\tau_D} \end{aligned} \quad (1.23)$$

où  $v_f$  est la vitesse de Fermi.

Si  $\tau_D$  est court par rapport à la durée d'une manipulation (par exemple la durée de la précession libre après un pulse ou le temps pendant lequel on branche l'excitation rf dans une expérience de RMN continue) et en sachant que les transitoires de  $\mathbf{J}_i$  disparaissent avec une constante de temps  $\tau_D$ , on peut faire l'approximation quasi-stationnaire :  $\partial \mathbf{J}_i / \partial t = 0$ . L'équation (1.23) devient dans le référentiel tournant ( $\gamma \mathbf{J}_i \times \mathbf{H}_0 = 0$ ) :

$$\mathbf{J}_i + D_0 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} + \mathbf{J}_i \times \mu \mathbf{M} = 0 , \quad (1.24)$$

où  $D_0$  est le coefficient de diffusion de spin donné par Hone [Hone(61)]

$$D_0 = \frac{1}{3} v_f^2 (1 + F_0^a) \tau_D , \quad (1.25)$$

et  $\mu$  est le paramètre de rotation de spin qui traduit la force du couplage entre spins et s'écrit en fonction des paramètres de Landau ( $\mathbf{H}_{mol} \propto \mu \mathbf{M}$ ) :

$$\mu = \frac{2\tau_D}{\hbar} \frac{f_0^a - (f_1^a/3)}{1 + (F_1^a/3)} . \quad (1.26)$$

La dynamique de spin est donc décrite par un jeu de deux équations couplées de la densité de spins  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  et du courant de spin  $\mathbf{J}_i(\mathbf{r}, t)$  :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.27)$$

$$\mathbf{J}_i + D_0 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} + \mathbf{J}_i \times \mu \mathbf{M} = 0 \quad (1.28)$$

L'équation de continuité (1.27)<sup>2</sup> relie l'évolution en temps de la densité de spins  $\mathbf{M}$  au courant de spin (2<sup>nd</sup> terme). Le champ moléculaire parallèle à  $\mathbf{M}$  n'intervient pas directement dans cette équation.

L'équation du courant de spin (éq.1.28) sans le dernier terme est simplement l'équation "classique" de la diffusion (équation de Fick). L'origine des ondes de spin se trouve dans ce dernier terme où apparaît le couple qu'exerce le champ moléculaire sur le courant de spin. Au total, l'effet du champ moléculaire n'est pas direct sur la densité de spins, il affecte le courant de spin  $\mathbf{J}$  qui agit sur  $\mathbf{M}$  via l'équation de continuité.

La solution de l'équation (1.28) est :

$$\mathbf{J}_i = -\frac{D_0}{1 + \mu^2 M^2} \left[ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} + \mu \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} \right) + \mu^2 \left( \mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} \right) \mathbf{M} \right]. \quad (1.29)$$

En substituant  $\mathbf{J}_i$  dans l'équation (1.27), on obtient l'évolution en temps de la densité de spins  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \frac{D_0}{1 + \mu^2 M^2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial r_i} \left[ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} + \mu \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} \right) + \mu^2 \left( \mathbf{M} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} \right) \mathbf{M} \right]. \quad (1.30)$$

L'équation (1.30) décrit les effets remarquables de la dynamique de spin dans les liquides de Fermi faiblement polarisés comme les ondes de spin, la précession cohérente de structures à deux domaines, ou l'effet Leggett-Rice. On peut se poser la question : quel type de gradient d'aimantation est à l'origine de ces effets ?

Si on note l'aimantation  $\mathbf{M} = M \hat{e}$  (où  $M$  est la norme et  $\hat{e}$  la direction), un gradient d'aimantation quelconque s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} = \underbrace{\frac{\partial M}{\partial r_i}}_{\parallel} \hat{e} + M \underbrace{\frac{\partial \hat{e}}{\partial r_i}}_{\perp} \quad (1.31)$$

Le 2<sup>me</sup> terme à droite correspond à un gradient d'aimantation transverse pour lequel la direction de l'aimantation locale est déviée de sa position d'équilibre (i.e. parallèle à la polarisation), mais sa norme reste constante. On parle de gradient d'aimantation longitudinal (1<sup>er</sup> terme à droite) dans le cas d'une fluctuation locale de la densité de spins. En substituant l'équation (1.31) dans l'équation (1.29), on peut séparer les termes non nuls parallèles à  $\hat{e}$ , de ceux perpendiculaires à  $\hat{e}$  :

$$\mathbf{J}_i = -D_0 \frac{\partial M}{\partial r_i} \mathbf{e} - \frac{D_0}{1 + \mu^2 M^2} \left\{ M \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial r_i} + \mu M^2 \left( \mathbf{e} \times \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial r_i} \right) \right\} \quad (1.32)$$

Pour un gradient d'aimantation longitudinal, on trouve l'équation de diffusion "classique". Par contre, les effets de *rotation de spins* sont gouvernés par les gradients d'aimantation transverse.

Dans cette thèse, nous utilisons une méthode de polarisation "hors équilibre" avec le champ magnétique externe. La question est : l'équation de la dynamique des spin de Leggett reste-t-elle valable dans le cas de polarisations "hors équilibre" (inférieures ou supérieures à la valeur

<sup>2</sup>Equation (1.18) dans le référentiel tournant,  $\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 = 0$ .



d'équilibre thermodynamique) ? Dans ce qui suit, nous verrons que c'est le cas, et, pour l'illustrer, nous présenterons le premier effet observé par une technique d'échos de spin, l'effet Leggett-Rice, où la valeur absolue de la polarisation, initialement celle de l'équilibre, change au cours de l'expérience. Nous verrons que Leggett a déjà souligné le fait que ces équations restent valables si la polarisation est à l'équilibre ou non.

### 1.2.2 Effet Leggett-Rice

Leggett et Rice ([Leggett(68)]) ont appliqué l'équation de la dynamique de spin (1.30) aux techniques d'échos de spin. Généralement, ces expériences sont réalisées en utilisant une séquence de pulses RMN  $[\phi] - t_0 - [180^\circ] - t_0 - [180^\circ] - \dots$  où  $[\phi]$  correspond à un pulse qui bascule l'aimantation d'un angle  $\phi$ , et  $t_0$  est le temps qui sépare deux pulses.

Dans tout leur développement, ils se sont placés dans le cas général où l'aimantation avant le premier pulse ( $t < 0$ ) peut être en équilibre ou non avec le champ externe (mais aligné tout de même avec le champ). En effet, le temps de relaxation dans les liquides peut être assez long pour permettre au système de rester hors équilibre. Initialement, l'axe de la densité de spins est celui du champ externe, l'axe  $z$ . Sa norme  $M_z$  est donnée par l'expression de la susceptibilité statique pour un liquide de Fermi :

$$M_z(t < 0) = \frac{1}{2} \frac{dn}{d\epsilon} \frac{1}{1 + F_0^a} \hbar\omega ,$$

où  $\omega$  est égal à la fréquence de Larmor  $\omega_0 = \gamma H_0$  pour une polarisation en équilibre avec le champ externe. Hors équilibre,  $\omega = \mathcal{A}\omega_0 = \gamma H_{\text{eff}}$ , où  $\mathcal{A}$  est le gain en polarisation par rapport à la polarisation d'équilibre et le champ effectif  $H_{\text{eff}}$  est égal au champ magnétique qu'il faudrait appliquer à l'équilibre pour obtenir la même polarisation.

À  $t = 0$ , le premier pulse ne fait que basculer l'aimantation d'un angle  $\phi$  autour de l'axe  $x$  (ou  $y$ ), sa norme reste constante. Pour  $0 < t < t_0$ ,  $\mathbf{M}$  précesse autour de l'axe  $z$ . Dans un gradient de champ, les spins précessent à des fréquences différentes selon la position, ils sont donc déphasés. À  $t = t_0$ , un pulse  $\pi$  fait tourner tous les spins de  $180^\circ$  autour du même axe  $x$  (ou  $y$ ). Les spins continuent à précesser dans la même direction par rapport au champ externe et se focalisent à nouveau au temps  $2t_0$  parce que ceux qui étaient en "retard" avant le pulse  $\pi$  sont passés "en avance" après : c'est le fameux "écho" de spins.

S'il n'y avait pas de diffusion de spin l'amplitude de tous les échos serait la même. Évidemment ce n'est pas le cas, l'amplitude des échos est de plus en plus petite, sa diminution est liée au temps de diffusion transverse. Tout au long de l'expérience, la composante de  $\mathbf{M}$  selon l'axe  $z$  reste constante (en norme, mais  $M_z \rightarrow -M_z$  après un pulse  $\pi$ ),  $M_z = M_z(t < 0)\cos\phi$ ; seule la direction de la composante de  $\mathbf{M}$  dans le plan  $xy$  change, sa norme est constante dans l'espace. Ainsi, le gradient  $\partial\mathbf{M}/\partial x_i$  est toujours perpendiculaire à  $\mathbf{M}$ . Ceci implique que le dernier terme de l'équation (1.30) est nul. Par contre, la norme de  $\mathbf{M}$  varie avec le temps (pendant les périodes de précession libre)  $|\mathbf{M}| = M(t)$ . Dans le référentiel du laboratoire, l'équation (1.30) prend alors la forme :

$$\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t} = \gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 + \frac{D_0}{1 + \mu^2 M(t)^2} [\nabla^2\mathbf{M} + \mu(\mathbf{M} \times \nabla^2\mathbf{M})] . \quad (1.33)$$

Si on note  $M^+(\mathbf{r}, t) = M_x(\mathbf{r}, t) + iM_y(\mathbf{r}, t)$ , l'équation (1.33) devient :

$$\frac{\partial M^+}{\partial t} = -i\omega_0 M^+ + \frac{D_0(1 + i\mu M_z)}{1 + \mu^2 M(t)^2} \nabla^2 M^+ . \quad (1.34)$$

De cette équation, on obtient l'expression de l'amplitude du  $n^{\text{ime}}$  écho,  $h_n$ , par rapport au signal à  $t=0$  après le pulse  $\phi$  :

$$\ln h_n - \frac{\frac{1}{2}\alpha^2 \sin^2 \phi (1 - h_n^2)}{1 + \alpha^2 \cos^2 \phi} = -\frac{1}{12} \frac{nD_0 \gamma^2 G^2 t_0^3}{1 + \alpha^2 \cos^2 \phi}, \quad (1.35)$$

où  $G$  est le gradient de champ et  $t_0$  le temps qui sépare deux pulses.  $\alpha$  traduit la force du champ moléculaire

$$\alpha = \lambda \mathcal{A} \omega_0 \tau_{\perp} = -\mu M, \quad (1.36)$$

où  $\lambda$  est le paramètre d'interaction qui s'exprime uniquement à partir des paramètres dépendant du spin de la fonction d'interaction de Landau :

$$\lambda = \frac{1}{1 + F_0^a} - \frac{1}{1 + F_1^a/3} \quad (1.37)$$

L'équation (1.35) est valable quel que soit l'angle  $\phi$  ; autrement dit, l'enveloppe des échos peut être non exponentielle en  $t_0^3$ , ce qui est le cas pour des angles  $\phi$  importants. Si l'angle  $\phi$  est faible, l'amplitude des échos décroît exponentiellement en  $t_0^3$ , l'équation (1.35) devient :

$$\ln h_n = -\frac{1}{12} \frac{nD_0 \gamma^2 G^2 t_0^3}{1 + \alpha^2 \cos^2 \phi} = -\frac{1}{12} nD_{\text{eff}} \gamma^2 G^2 t_0^3, \quad (1.38)$$

avec

$$D_{\text{eff}} = \frac{D_0}{1 + \alpha^2 \cos^2 \phi}. \quad (1.39)$$

Dans le cas classique ( $\alpha = 0$ ) [Torrey54], l'atténuation  $E$  de chaque écho de spin par rapport au précédent est donnée par l'expression :

$$E = \exp\left(-\frac{1}{12} D \gamma^2 G^2 t_0^3\right). \quad (1.40)$$

Leggett et Rice ont montré que, dans le régime sans collisions, le coefficient de diffusion  $D$  n'était pas égal à  $D_0$  mais à un coefficient de diffusion  $D_{\text{eff}} < D_0$ .

La première preuve expérimentale de l'effet Leggett-Rice, soit la réduction du coefficient de diffusion de spin, a été obtenue par Abel et Wheatley en 1968 [Wheatley(69)], des expériences plus détaillées pour vérifier l'équation (1.33) de Corruccini *et al.* ont suivi en 1972 [Corruccini(72)].

### 1.3 Dynamique de spin dans les liquides de Fermi dégénérés, fortement polarisés

Leggett a dérivé ses équations dans l'hypothèse que la polarisation est faible et que l'intégrale de collision est isotrope : elle est approximée avec un seul temps de relaxation  $\tau_D$ . La polarisation étant faible, il a pu simplifier le problème en ne considérant qu'une seule énergie de Fermi pour les quasiparticules de spin "up" ou "down". Or, dans le cas de liquides de Fermi dégénérés fortement polarisés, cette simplification n'est plus exacte. En effet, il faut considérer deux énergies de Fermi  $\epsilon_F^+$  et  $\epsilon_F^-$  ( $\epsilon_F^+ - \epsilon_F^- > k_B T$ ), pour les quasiparticules avec un spin parallèle ou anti-parallèle à la polarisation. Dans l'espace réciproque, un système polarisé est représenté par deux sphères concentriques de rayons  $p_F^+$  et  $p_F^-$  où  $p_F^+ > p_F^-$  (fig.1.1).

Meyerovich [Meyerovich(85)] a été le premier à remarquer que, pour un liquide de Fermi polarisé, l'intégrale de collision n'était pas isotrope mais que deux temps de relaxation entraient en jeu (contrairement à Leggett) :  $\tau_{\parallel}$  est le *temps de relaxation longitudinal* pour la réponse du système, suite à une variation de l'amplitude de  $\mathbf{M}$ , alors que  $\tau_{\perp}$  est le *temps de relaxation transverse* pour la réponse du système, suite à une variation de la direction de  $\mathbf{M}$ . Suivant cette approche, un gros travail théorique a été publié par Mullin *et al.* pour les mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  très dilués [Mullin(92)] et Meyerovich *et al.* pour les systèmes denses ([Meyerovich(85)],

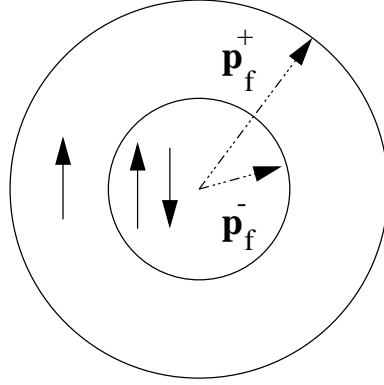


FIG. 1.1 – Dans l'espace des phases, un système polarisé est représenté par deux sphères de Fermi concentriques de rayons  $p_F^+$  et  $p_F^-$  différents. La polarisation est proportionnelle à l'espace de phase compris entre les deux niveaux de Fermi  $\epsilon_F^+$  et  $\epsilon_F^-$ .

[Meyerovich(92)]]. Ils trouvent que  $\tau_{\perp}$  tend vers une valeur finie à température nulle et donc que les effets cohérents dans le transport de spin (ondes de spin, effet Leggett-Rice) sont amortis à  $T = 0K$ . Fomin a contesté ce dernier point par une approche très différente [Fomin(97)]. Mineev [Mineev(04)] a refait les calculs pour les conditions d'une expérience à ondes de spin et il confirme le point de vue partagé par Meyerovich et Mullin.

### 1.3.1 Les différentes approches théoriques

- **Solutions  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  très diluées [Mullin(92)]** Jeon et Mullin ont établi des équations analogues à celles de Silin et les ont résolues sans faire l'approximation d'un temps de relaxation isotrope : l'intégrale de collision garde donc sa forme matricielle ( $2 \times 2$ ). Ils arrivent à une équation cinétique de la forme :

$$\frac{\partial n_{\mathbf{p}\alpha\beta}}{\partial t} - \frac{1}{i\hbar} [\epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta}, n_{\mathbf{p}\alpha\beta}] - \frac{1}{2} \sum_i \left( \left\{ \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta}}{\partial r_i}, \frac{\partial n_{\mathbf{p}\alpha\beta}}{\partial p_i} \right\} - \left\{ \frac{\partial \epsilon_{\mathbf{p}\alpha\beta}}{\partial p_i}, \frac{\partial n_{\mathbf{p}\alpha\beta}}{\partial r_i} \right\} \right) = I_{\mathbf{p}\alpha\beta} \quad (1.41)$$

avec  $[\cdot, \cdot]$  le commutateur et  $\{\cdot, \cdot\}$  l'anticommutateur. Des expressions explicites des différents termes de la matrice de collision  $I_{\mathbf{p}\alpha\beta}$  ont été dérivées dans le cas des solutions très diluées, pour lesquelles le formalisme des gaz quantiques s'applique. Les cas  $\parallel$  et  $\perp$  du transport de spin ont été traités ; le résultat est que les temps de relaxation longitudinal ( $\tau_{\parallel}$ ) et transverse ( $\tau_{\perp}$ ) sont différents. Notons que pour obtenir  $\tau_{\parallel}$ , seuls les termes diagonaux de l'intégrale de collision ( $I_{\text{collision}})_{\alpha\alpha}$  et de la matrice de densité interviennent. En revanche, ce sont les termes non diagonaux qui comptent pour le calcul du temps de relaxation transverse  $\tau_{\perp}$ . Les expressions de  $\tau_{\perp}$  et  $\tau_{\parallel}$  ont une forme compliquée, le lecteur intéressé pourra se reporter à la référence [Jeon(89)].

Ils trouvent pour le temps de relaxation longitudinal  $\tau_{\parallel}$  la dépendance standard en  $1/T^2$  dans les liquides de Fermi dégénérés ; par contre, quand  $T \rightarrow 0$  K, le temps de relaxation transverse  $\tau_{\perp}$  tend vers une valeur finie proportionnelle à la polarisation.

Pour paramétrer l'anisotropie de la diffusion de spin, on définit une température d'anisotropie  $T_a$  comme la valeur de la température pour laquelle la diffusion longitudinale  $D_{\parallel}$  est égale à la valeur de saturation de la diffusion transverse  $D_{\perp}$  ( $\tau_D \propto \frac{1}{T^2 + T_a^2}$ ). Dans le cas de solutions très diluées, Jeon et Mullin ont obtenu une expression de la température d'anisotropie  $T_a$  :

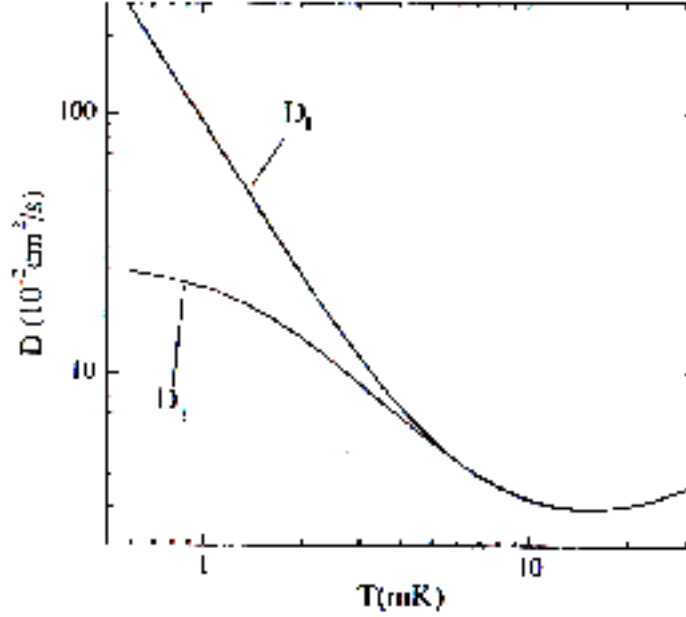


FIG. 1.2 – Comparaison entre diffusion transverse et longitudinale (calculs Mullin et Jeon[Mullin(92)]) pour une concentration  $x_3 = 1.8 \times 10^{-3}$ ,  $B = 8$  Tesla.

$$T_a = \hbar\gamma B / 2\pi k_B, \quad (1.42)$$

où  $\hbar\gamma/2$  est le moment magnétique de  ${}^3\text{He}$  et  $B$  le champ magnétique externe<sup>34</sup>. Dans cette théorie, la température d’anisotropie est indépendante de la concentration d’ ${}^3\text{He}$  et ne dépend que de la polarisation du système. Dans un champ de 8,0 Tesla,  $T_a \sim 2,3$  mK.

La figure (1.2) représente la différence de comportement en température entre la diffusion longitudinale ( $\sim T^{-2}$ ) et transverse (constante quand  $T \rightarrow 0$  K).

**- Systèmes denses : théorie microscopique** Meyerovich et Musaelian sont partis du constat que généraliser au cas des fortes polarisations la théorie de Landau pour le transport de spin transverse est impossible. En effet, si la direction de l’aimantation change, cela affecte l’état de toutes les quasiparticules comprises entre  $p_F^+$  et  $p_F^-$  qui sont alors dans un état quantique “mixte”. Si la polarisation est élevée ( $k_B T < \epsilon_F^+ - \epsilon_F^-$ ), leur durée de vie, proportionnelle à  $1/(\epsilon_F^+ - \epsilon_F^-)^2$  au lieu de  $1/(k_B T)^2$ , devient très courte : le concept de quasiparticules n’a alors plus de sens.

Pour palier à ce problème, ils ont développé une théorie microscopique à  $T = 0$  K avec de vraies particules (au lieu de quasiparticules). Le résultat de ces travaux est que le temps de relaxation transverse  $\tau_\perp$  est fini au zéro absolu ( $\tau_\parallel$  diverge). Dans la limite de faibles densités ou polarisations, ils retrouvent bien les équations de Landau-Silin-Leggett. De plus, comme pour Mullin *et al.*, ce sont les éléments non diagonaux de la matrice de densité qui interviennent

<sup>3</sup>Il apparaît explicitement dans la référence [Mullin(92)] que la théorie reste valable si la polarisation est hors équilibre. Pour tracer la figure 1.2, ils ont pris la polarisation à l’équilibre.

<sup>4</sup>Un argument naïf d’espace de phase où l’on considère  $T_a$  comme la température pour laquelle l’énergie  $\hbar\gamma B = \hbar\omega$  est égale à  $k_B T$ , mène à une estimation grossière de  $T_a$  :  $\hbar\gamma B / k_B$ . Le facteur  $2\pi$  vient des mêmes intégrales de Fermi angulaires que le  $2\pi$  qui apparaît dans l’atténuation du zéro son de Landau :  $\alpha(\omega, T) = \alpha_0(T)(1 + (\hbar\omega/2\pi k_B T)^2)$ .

dans le calcul de  $\tau_{\perp}$ . Afin de confronter leur théorie aux résultats expérimentaux ([Candela(92)], [Ager(95)]), ils l'ont étendue à des températures finies pour des mélanges à forte concentration [Meyerovich(92)].

Le résultat est que le temps de relaxation transverse "effectif" s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_{\perp\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_{\perp T}} + \frac{1}{\tau_{\perp 0}} \quad (1.43)$$

où  $\tau_{\perp T}$  est le temps de diffusion caractéristique pour des liquides de Fermi non polarisés, qui varie en  $1/T^2$  et  $\tau_{\perp 0}$  est le temps de diffusion à  $T = 0$  K, dans un liquide de Fermi faiblement polarisé. La dépendance en température du temps de relaxation effectif, et donc de la constante de diffusion de spin, peut s'écrire :

$$\tau_{\perp\text{eff}} = \frac{\tau_{\perp 0} T_a^2}{T_a^2 + T^2} \quad (1.44)$$

$$D_{\perp\text{eff}} = \frac{D_{\perp 0} T_a^2}{T_a^2 + T^2} \quad (1.45)$$

avec l'expression de la température d'anisotropie  $T_a$  :

$$T_a^2 = \frac{3\hbar^4 C_D \omega_0^2 (\gamma_0 - \gamma_1/3) (1 + 2F_0^a - F_1^a/3)}{8\pi a^{*2} p_0^2 k_B^2 (1 + F_0^a)^2 (1 + F_1^a/3)^2} \quad (1.46)$$

Pour le détail des notations utilisées, le lecteur pourra se reporter à la référence ([Meyerovich(92)], PRL 94). L'expression de  $T_a$  est très complexe par rapport au cas de solutions très diluées car, pour des mélanges concentrés, il faut tenir compte des interactions. De plus, elle ne peut être évaluée car la dépendance en concentration des coefficients  $\gamma_{0,1}$  et  $a^*$  n'est pas connue. Dans la limite des solutions très diluées (cas Mullin), l'expression de  $T_a$  devient :

$$T_a = \frac{\hbar \omega_0 \sqrt{C_D}}{\sqrt{2\pi} k_B} \quad (1.47)$$

Cette relation coïncide avec le résultat de Mullin (1.42) à un facteur  $\sqrt{2C_D} = 1,15$  près.

**- Système dense : traitement adiabatique du champ de Landau** La possibilité d'avoir  $\tau_{\perp}$  fini à  $T = 0$  K a récemment été contestée par Fomin [Fomin(97)]. Pour lui, une des lacunes de l'approche de Meyerovich et Mullin est qu'ils ne prennent pas en compte le fait que la direction du champ moléculaire (dû aux interactions) et la densité de spins locale changent ensemble. En effet, si les variations temporelles et spatiales de l'aimantation sont lentes et de faible amplitude, on peut considérer les changements en direction du champ de Landau comme une perturbation adiabatique : les quasiparticules restent dans un état propre.

À  $T=0$  K, il écrit le Lagrangien pour un liquide de Fermi polarisé, ensuite, pour traiter le cas où la polarisation tourne dans l'espace, il fait une rotation  $R(\mathbf{r}, t)$  vers un système de coordonnées où  $\mathbf{M}$  est constant. Si les variations sont lentes, ce Lagrangien se sépare en deux termes : l'un correspond à l'état fondamental d'un liquide de Fermi dans un champ uniforme et l'autre à une perturbation adiabatique. Cette perturbation dépend du temps et de l'espace et ne permet pas de transitions vers des états excités. Il obtient une relation de dispersion valable à  $T=0$  K sans terme dissipatif (où  $\chi_{\perp}^J/S$  est réel) :

$$\omega_p = \omega_0 - \frac{\chi_{\perp}^J}{S} k^2 \quad (1.48)$$

### 1.3. DYNAMIQUE DE SPIN DANS LES LIQUIDES DE FERMİ DÉGÉNÉRÉS, FORTEMENT POLARISÉS

Cette relation de dispersion obtenue sans avoir résolu l'équation de transport est identique à (4.3);  $\tau_{\perp}$  est donc infini à  $T=0$  K. Son calcul, limité à  $T=0$  K, ne donne pas la dépendance en température de la diffusion transverse. Ainsi, Fomin conteste l'amortissement des ondes de spin à  $T=0$  K (à l'ordre 2 en  $k$ ), mais n'exclut pas que  $D_{\parallel}$  et  $D_{\perp}$  puissent être différents.

Cette approche a été récemment attaquée par Mullin [Mullin(05)], qui a introduit la même rotation dans la résolution de son équation cinétique 1.41. Il trouve une solution semblable à Fomin, avec la différence que les termes dus à la rotation  $R(\mathbf{r}, t)$  créent de l'aimantation transverse hors-équilibre qui relaxe par des interactions particule-particule à l'ordre 2 en  $k$  apparaissant dans l'intégrale des collisions (cette intégrale n'existe pas dans l'approche de Fomin). Cette relaxation crée de la dissipation même à  $T = 0K$ . Compte tenu de ces arguments Fomin a commencé à avoir un doute sur l'absence de dissipation dans l'équation (1.48) [Fomin(05)].

- **Approche de Mineev [Mineev(04)]** Des équations semblables à Leggett (1.18 et 1.23) sont établies pour des liquides de Fermi polarisés ( $\hbar\gamma H_0 \simeq kT$ ) dans un champ magnétique externe uniforme et en gardant seulement l'ordre le plus bas en polarisation :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial r_i} - \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial t} + \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) (1 + F_0^a) \frac{v_f^2}{3} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} -$$

$$-\gamma \mathbf{J}_i \times \mathbf{H}_0 + \frac{2}{\hbar} (f_0^a - \frac{f_1^a}{3}) \mathbf{J}_i \times \mathbf{M}^{\parallel} = \left(1 + \frac{F_1^a}{3}\right) \int \frac{v_{Fi} d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_p}{\partial t}\right)_{coll} \quad (1.49)$$

avec

$$\mathbf{M}^{\parallel} = \frac{\hbar\gamma}{4} \mathbf{H} \left(\frac{dn}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=\epsilon_F}$$

et  $\mathbf{H}$  est le champ magnétique "effectif" créé par le champ externe  $\mathbf{H}_0$  et par la polarisation artificielle [Vermeulen(01)].

Le cas des expériences à ondes de spin, c'est-à-dire d'un grand champ uniforme  $\mathbf{H}_0$  avec un petit gradient parallèle (contribution  $\delta\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ ) et une petite composante oscillante dans la direction perpendiculaire  $\mathbf{h}(\mathbf{r}, t)$ , est également traité. Seulement la première équation de (1.49) est modifiée :

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{J}_i}{\partial r_i} - \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_0 - [\mathbf{M}^{\parallel} + \delta\mathbf{M}^{\parallel}] \times \gamma \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = 0$$

avec  $\delta\mathbf{M}^{\parallel}$  le changement de la densité de spins  $\mathbf{M}^{\parallel}$  du à  $\delta\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ .

Le traitement de l'intégrale des collisions dans (1.49) est trop long pour être fait ici, le lecteur intéressé pourra regarder la référence [Mineev(04)]. Les approximations faites dans ce calcul sont :

1.  $k_B T \ll \epsilon_F$  et  $\hbar\gamma H \ll \epsilon_F$ , ce qui permet d'avoir des probabilités de transition qui ne dépendent que des angles entre les impulsions incidentes ( $\theta$ ) et entre les plans de l'état incident et de l'état sortant ( $\phi$ )
2. Linéarisation des expressions par rapport à la déviation ( $\delta n_{\alpha\beta}$ ) de l'équilibre.

3. On garde seulement les termes de l'ordre le plus bas (2) en  $H$ .

Dans ces conditions le membre de droite de la deuxième équation de (1.49) peut s'écrire  $-\mathbf{J}_i/\tau_D$  avec  $\tau_D$  le temps caractéristique de diffusion transverse :

$$\frac{1}{\tau_D} = \frac{m^{*3}}{6(2\pi)^5} (2\bar{W}_1 + \bar{W}_2) [(2\pi k_B T)^2 + (\hbar\gamma H)^2] \quad (1.50)$$

et  $\bar{W}_i$  ( $i=1,2$ ) les intégrales angulaires des probabilités de transition  $W_i$  entre les états rentrants et sortants :

$$\bar{W}_i = \int W(\theta, \phi) \sin \frac{\theta}{2} d\theta d\phi$$

Si on fait dans l'expression (1.50) la paramétrisation avec une température d'anisotropie on retrouve pour  $T_a$  la valeur de Mullin (1.42)

### 1.3.2 Diffusion anisotrope : image simple

Le formalisme mathématique pour toutes ces théories étant très lourd, Mullin [Mullin(92)] a proposé une "image" illustrant l'anisotropie de la diffusion. Nous nous placerons dans cette image pour comparer diffusion longitudinale et transverse dans l'approche de Meyerovich/Mullin/Mineev et Fomin.

#### 1.3.2.1 Diffusion longitudinale

Pour un courant d'aimantation longitudinal, parallèle à  $\mathbf{M}$ , l'aimantation locale change d'amplitude mais pas de direction dans l'espace (1<sup>er</sup> terme de l'équation (1.31)). Dans la figure (1.3) (a), j'ai représenté les sphères de Fermi dans deux points de l'espace  $\mathbf{r}$  et  $(\mathbf{r} + d\mathbf{r})$ . L'aimantation en  $\mathbf{r}$  est supérieure à celle en  $(\mathbf{r} + d\mathbf{r})$  : l'espace de phase entre  $p_F^+$  et  $p_F^-$  est plus grand en  $\mathbf{r}$  qu'en  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ . Seules les quasiparticules comprises dans une couronne d'énergie  $k_B T$  autour du niveau de Fermi peuvent subir des collisions. La probabilité d'avoir une quasiparticule sur la surface de Fermi en  $\mathbf{r}$  et celle de trouver un état libre sur la surface de Fermi en  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  sont toutes deux proportionnelles à  $T^{-1}$ . Ainsi, dans le cas dégénéré ( $\epsilon_F^+ - \epsilon_F^- > k_B T$ ), la dépendance en température du temps de collision est  $\tau_{||} \propto 1/T^2$ . On retrouve le cas "classique" de diffusion dans un liquide de Fermi dégénéré (chapitre 1.1) où, à température nulle, la probabilité de collision est nulle, et par conséquent le temps de collision diverge,  $\tau_{||} \rightarrow \infty$ .

#### 1.3.2.2 Diffusion transverse

Dans le cas d'un courant d'aimantation perpendiculaire à  $\mathbf{M}$  (2<sup>me</sup> terme de l'équation (1.31)), la direction de l'aimantation locale est déviée par rapport à celle du champ externe, mais sa norme reste invariante dans l'espace (fig. 1.3.b). Ici, le diamètre des sphères de Fermi est constant.

#### 1.3.2.3 Approche de Meyerovich/Mullin/Mineev

Partons du fait que seules les quasiparticules entre  $p_F^+$  et  $p_F^-$  peuvent subir des collisions. En effet, une quasiparticule de spin up initialement dans un état pur  $|+\rangle$  en  $\mathbf{r}$  se retrouve dans un état quantique "mixte"  $\alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$  en  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  et peut alors subir une collision avec une quasiparticule en  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ .

### 1.3. DYNAMIQUE DE SPIN DANS LES LIQUIDES DE FERMİ DÉGÉNÉRÉS, FORTEMENT POLARISÉS

Au total, la probabilité de collision est d'autant plus importante que la couronne d'énergie comprise entre les deux niveaux de Fermi  $\epsilon_F^+$  et  $\epsilon_F^-$  est grande (i.e. que la polarisation est grande). Ainsi, même à  $T=0$  K, cette probabilité n'est pas nulle et tend vers une valeur finie qui augmente avec l'épaisseur de cette couronne.

En conclusion, l'espace de phase ouvert aux collisions étant supérieur dans le cas transverse, on a  $\tau_\perp < \tau_\parallel$ . Le coefficient de diffusion transverse tend vers une valeur finie quand  $T \rightarrow 0$  K : les effets cohérents de transport de spin sont amortis à température nulle.

#### 1.3.2.4 Approche de Fomin :

Fomin considère que la direction du champ moléculaire (dû aux interactions) et la densité de spins locale changent ensemble, adiabatiquement. Donc, une quasiparticule reste dans un état pur tout au long du parcours de  $\mathbf{r}$  à  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  : elle adapte son état quantique aux axes de quantification locaux. Par conséquent, à  $T = 0$  K, la probabilité de collision est nulle, comme pour le transport de spin longitudinal.

#### 1.3.3 Comment avoir accès à cette anisotropie ?

Tout d'abord, l'échantillon doit être dans les bonnes conditions de température et de polarisation pour que cet effet d'anisotropie soit visible. Cela nécessite l'utilisation de basses températures, pour avoir un liquide de Fermi dégénéré ( $T \ll T_F$ ), et des champs magnétiques intenses tels que  $k_B T \leq (\epsilon_F^+ - \epsilon_F^-) = 2\mu B$ .

En considérant maintenant le fait que la diffusion soit anisotrope, c'est-à-dire en séparant les termes parallèles à l'aimantation, qui vont relaxer avec un coefficient de diffusion  $D_\parallel$ , de ceux perpendiculaires à l'aimantation, qui relaxent avec un coefficient de réflexion  $\tau_\perp$ , l'équation (1.32) devient :

$$\mathbf{J}_i = \underbrace{-D_\parallel \frac{\partial M}{\partial r_i}}_{\text{longitudinal}} \mathbf{e} - \underbrace{\frac{D_\perp}{1 + \mu^2 M^2} \left\{ M \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial r_i} + \mu M^2 \left( \mathbf{e} \times \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial r_i} \right) \right\}}_{\text{transverse}} . \quad (1.51)$$

Il est clair que les effets de rotation de spins sont gouvernés par la diffusion de spin transverse. C'est pourquoi les ondes de spin et l'effet Leggett-Rice sont de bons outils pour mesurer  $\tau_\perp$ . Pour mesurer le coefficient de diffusion longitudinale, il existe une technique pour la première fois utilisée par Johnson *et al.* ([Johnson(84)]) pour de l'hydrogène polarisé. Des mesures dans l' $^3\text{He}$  polarisé ont été réalisées pour la première fois avec cette technique par [Nunes(90)]. Deux réservoirs, l'un de petite taille appelé cellule test et l'autre plus grand appelé cellule de stockage, sont reliés par un capillaire. Après l'application d'un pulse de  $180^\circ$  pour basculer les spins d' $^3\text{He}$  (l'aimantation) dans la cellule test, un gradient d'aimantation longitudinal est créé à travers le capillaire. Le temps de retour à la polarisation d'équilibre dépend du coefficient de diffusion  $D_\parallel$ .

#### 1.3.4 Expériences antérieures

Les premières expériences d'échos de spin sur un mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  polarisé (30% dans 9 Tesla) non dégénéré ont été réalisées par Gully et Mullin [Gully(84)]. Ils ont observé une diminution anormale de  $\mu$  et  $D_\perp$  quand  $T \searrow T_F$ . Même si cette anomalie n'a pas été reproduite dans les expériences ultérieures ([Candela(91)]), elle aura en tout cas suscité de l'intérêt chez les théoriciens, et déclenché une réflexion sur l'anisotropie de la diffusion de spin [Meyerovich(85)].

Par la suite, des expériences d'échos de spin ont mis en évidence l'anisotropie de diffusion prédite par Meyerovich dans de l' $^3\text{He}$  pur ainsi que dans un mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  à 3.8% par



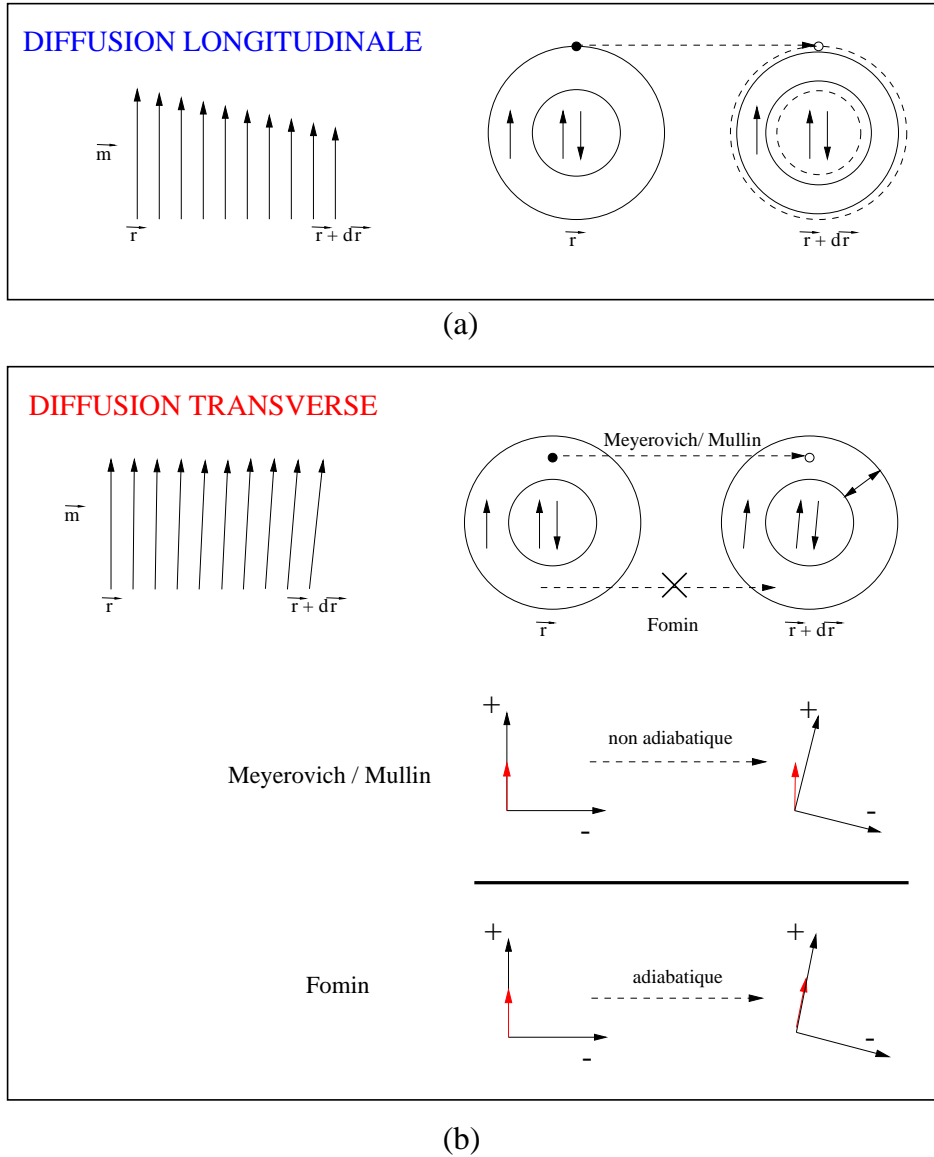


FIG. 1.3 – Les deux types de diffusion de spin :

(a) Diffusion longitudinale  $\nabla \mathbf{M} = \hat{e} \nabla M$  avec un temps de relaxation  $\tau_{\parallel} \propto 1/T^2$ .

(b) Diffusion transverse  $\nabla \mathbf{M} = M \nabla \hat{e}$  :

Dans le cadre théorique de Meyerovich et Mullin, une quasiparticule de spin “up” dans un état “pur”  $|+\rangle$  en  $\mathbf{r}$  a une probabilité non nulle de subir une collision en  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  car son état quantique n’est plus “pur” :  $\alpha |+\rangle + \beta |-\rangle$ . Cette probabilité augmente avec l’espace de phase compris entre les deux niveaux de Fermi  $\epsilon_F^+$  et  $\epsilon_F^-$ , autrement dit avec la polarisation. A  $T=0$  K,  $\tau_{\perp}$  tend vers une valeur finie.

D’après Fomin, si les variations de l’aimantation sont lentes et de faible amplitude (conditions adiabatiques), l’état quantique d’une quasiparticule reste pur ( $|+\rangle$ ) de  $\mathbf{r}$  à  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  ; on a alors  $\tau_{\perp} \rightarrow \infty$  à  $T=0$  K.

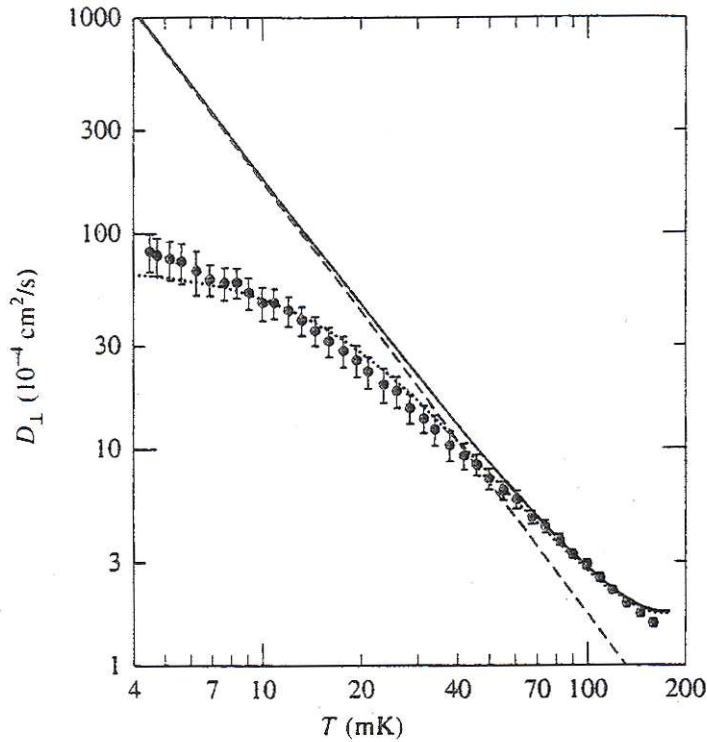


FIG. 1.4 – Mesures référence [Candela(92)] : Coefficient de diffusion de spin transverse dans de  $l^3\text{He}$  pur polarisé (1.7%) dans un champ magnétique de 8 Tesla,  $T_a = 16,4 \pm 2,2\text{mK}$ .

[Candela(92)] (fig.1.4), et pour des mélanges à 1.0%, 3.8% et 6.4% par [Ager(95)] (fig.1.5). Ils ont obtenu les températures d’anisotropie portées dans le tableau récapitulatif (1.1).

Le groupe de Nottingham a mesuré la diffusion longitudinale et transverse dans la même expérience (figure 1.5). Remarquons le fait que pour les faibles concentrations, aucune saturation de diffusion transverse n’a été observée, le système n’étant pas dégénéré ( $T_F \propto (x_3)^{2/3}$  faible).

Contrairement aux calculs de Mullin (éq. 1.42), la température d’anisotropie  $T_a$  dépend de la concentration  $x_3$  d’ $l^3\text{He}$ , et sa valeur est très supérieure à ce qui est attendu. Notons tout de même que l’expression (1.42) n’est valable que pour des mélanges très dilués.

Le groupe de l’Université du Massachusetts [Candela(92)] n’a mesuré que la diffusion transverse dans  $l^3\text{He}$  pur ; leur  $T_a$  est lui aussi supérieur à ce qui est attendu, même en prenant en compte une renormalisation due aux interactions : la valeur expérimentale de  $T_a$  reste 2.5 fois plus élevée que celle calculée.

Les deux groupes ont donné du crédit à leurs résultats en montrant que le rapport  $D_{\perp}/\lambda\omega\tau_{\perp}$  – indépendant de  $\tau_{\perp}$  – mesuré avec la technique d’échos de spin coïncide avec ce qui est attendu. Néanmoins, les valeurs de  $\tau_{\perp}$  sont 3 à 5 fois plus faibles que les prédictions théoriques.

Les mesures de diffusion transverse par ondes de spin faites par mon maître de thèse semblent indiquer une température d’anisotropie nulle [Vermeulen(01)], malheureusement les thermomètres à fil vibrant ont eu des barres d’erreur trop importantes pour pouvoir exclure la théorie de Meyerovich et Mullin. L’amélioration des mesures de température a été une de mes principales préoccupations pendant cette thèse.

Le groupe de Nottingham [Buu(02), Nyman(03)] a également mesuré une température d’anisotropie plus faible que celles mesurées antérieurement mais finie. Leurs résultats (figure 1.7)

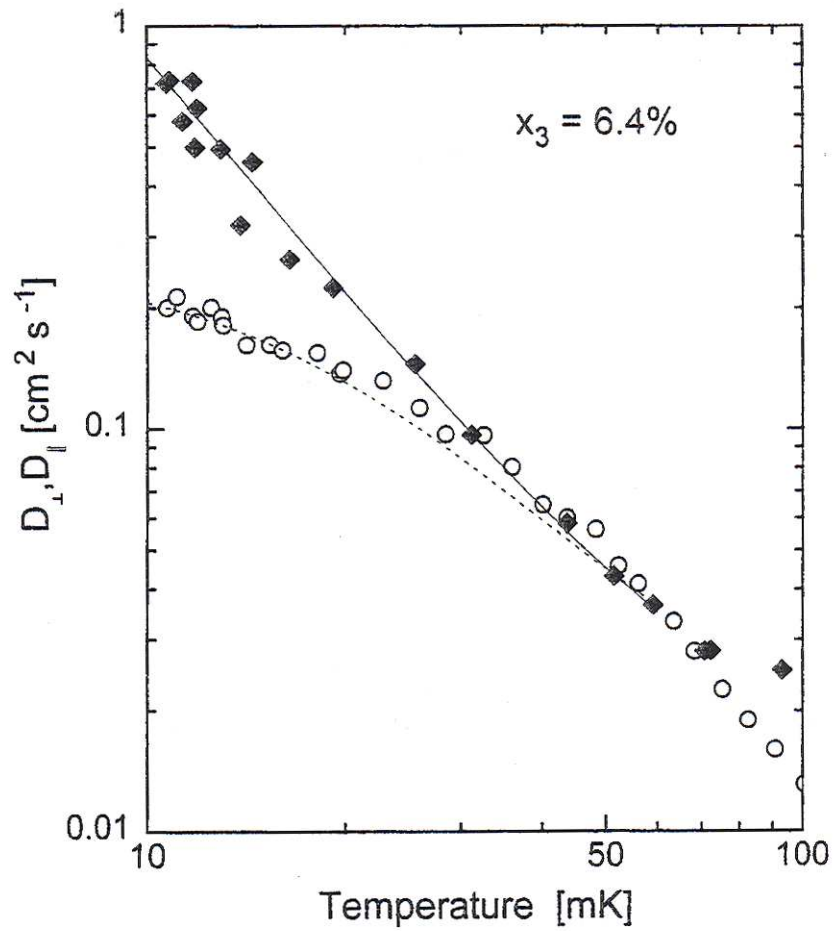


FIG. 1.5 – Mesures de l'anisotropie de la diffusion (référence [Ager(95)]) : diffusion de spin transverse ( $\circ$ ) et longitudinale ( $\diamond$ ) dans un mélange  ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$  polarisé (2,2%) dans un champ magnétique de 8,8 Tesla,  $T_a = 19 \pm 3\text{mK}$ .

1.3. DYNAMIQUE DE SPIN DANS LES LIQUIDES DE FERMI DÉGÉNÉRÉS, FORTEMENT POLARISÉS

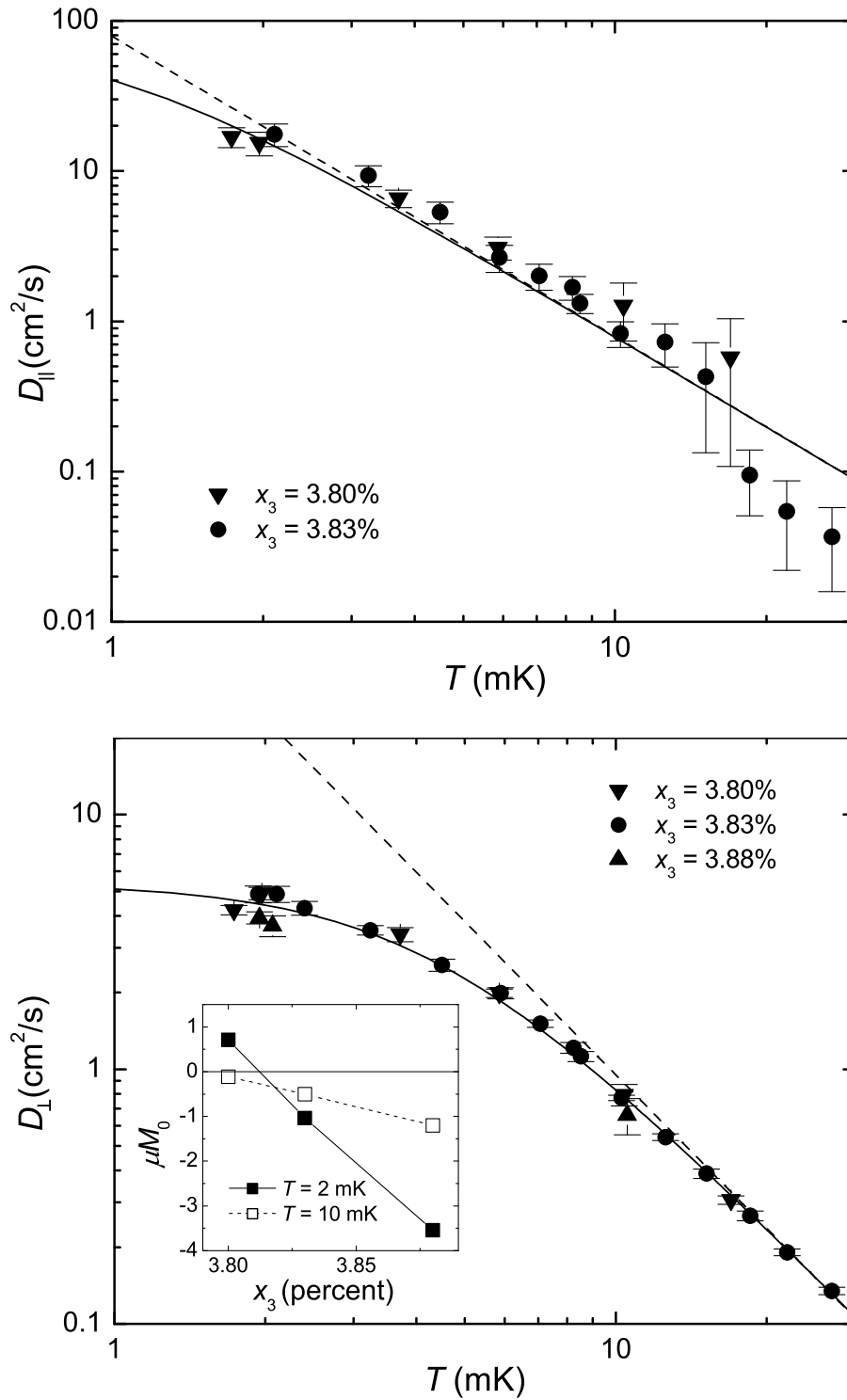


FIG. 1.6 – Coefficient de diffusion de spin parallèle (en haut) et perpendiculaire (en bas) en fonction de la température mesurés par Akimoto et al [Akimoto(03)].  $D_{\parallel}$  suit assez bien la loi de proportionalité avec  $1/T^2$ . La dépendance  $D_{\perp}$  est compatible avec une température d'anisotropie  $T_a = 4,26\text{mK}$ .

$x_3$ (%)	Polarisation (%)	$T_a$ mesuré (mK)	$T_a$ calculé (mK)	$B$ (Tesla)
100	1.7	$16.4 \pm 2.2$	6.5	8

(a)

$x_3$ (%)	$T_F$ (mK)	Polarisation (%)	$T_a$ mesuré (mK)	$T_a$ calculé (mK)	$B$ (Tesla)
0,05	16.6	-	-	2,5	8,8
0,1	26.4	-	-	2,5	8,8
0,46	73.0	-	-	2,5	8,8
1,0	122	-	$8 \pm 4$	2,5	8,8
3,8	295	-	$13 \pm 2$	2,5	8,8
6,4	417	2,2	$19 \pm 3$	2,5	8,8
9,3	535	10,24	0	10,64	10,5
6,4	417	-	$6,0 \pm 1$	3,2	11,3
3,8	295	-	$4,26^{+0.18}_{-0.44}$	4,2	14,75

(b)

TAB. 1.1 – Récapitulatif des résultats trouvés dans la littérature : (a) Référence [Candela(92)] : on peut remarquer que la valeur de  $T_a$  mesurée est supérieure à celle calculée avec la formule de Jeon et Mullin, renormalisée en tenant compte des interactions. (b) Référence [Ager(95)] : pour les faibles concentrations, aucune saturation de diffusion transverse n'a été observée, mais, à ces concentrations, les températures de Fermi sont faibles ( $T_F \propto (x_3)^{2/3}$ ) et le système n'est pas dégénéré. La solution à 6.4 % est polarisée à 2.2 %. Pour celle à 1.0%, la polarisation n'a pas dépassé 8%. Là aussi,  $T_a$  mesuré et calculé diffèrent. La mesure à 9.3% (mélange saturé) a été faite par Vermeulen et Roni [Vermeulen(01)], leurs mesures semblent confirmer la théorie de Fomin, malheureusement les barres d'erreur sont trop importantes pour exclure les prédictions de Meyerovich, Mullin et Mineev. Le dernier résultat [Akimoto(03)] a été obtenu par effet Legget-Rice, il semble confirmer les prédictions théoriques de Meyerovich.

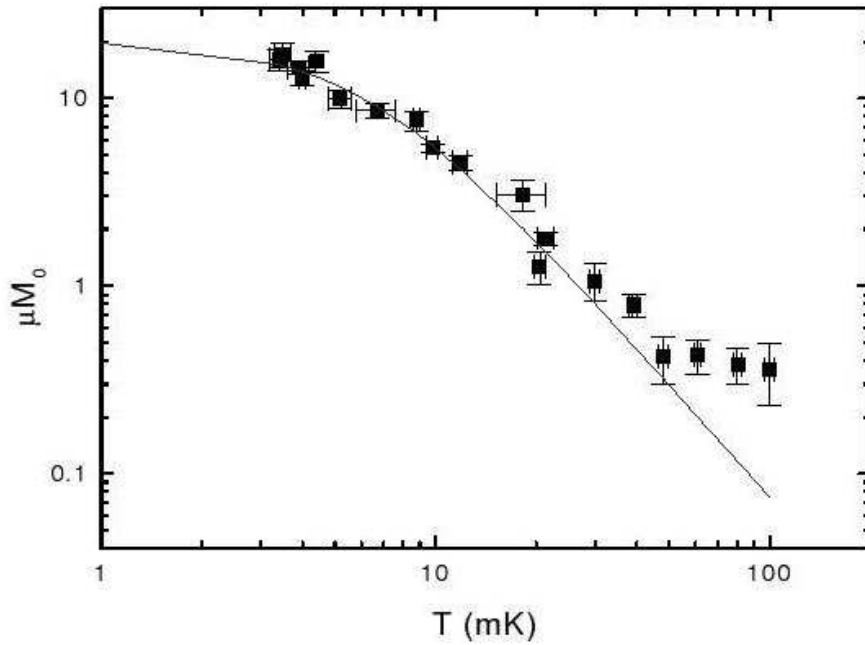
sont encore supérieurs aux prédictions de Meyerovich, Mullin et Mineev.

Le groupe de l'Université du Massachussets a refait des mesures de diffusion transverse par écho de spin [Akimoto(03)] (figure 1.6) et les résultats obtenus sont en bon accord avec les prédictions de Meyerovich (1.47). C'est la première fois que des résultats expérimentaux semblent confirmer une théorie (celle de Meyerovich, Mullin et Mineev) et exclure l'autre (celle de Fomin). Il est intéressant de remarquer que la prédiction de Mullin pour les conditions de cette expérience ( $T_a = 3,66mK$  est assez proche de la valeur inférieure compatible avec [Akimoto(03)] :  $T_a = 4,26^{+0.18}_{-0.44}mK$  .

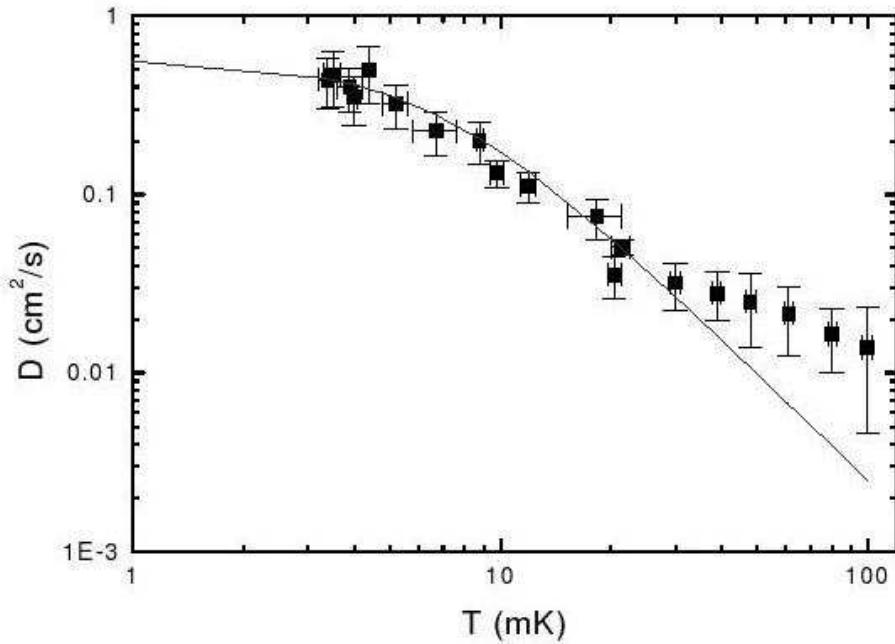
## 1.4 Motivation de la thèse : $\tau_{\perp}$ fini à $T=0$ K ?

Au vu de ces derniers résultats, la communauté de " $^3\text{He}$  polarisé" a estimé établi le fait que le temps de relaxation transverse soit fini à  $T=0$  K. Cependant, étant donné la différence entre les valeurs de  $T_a$  mesurées par les différentes expériences d'une part et calculées dans les modèles théoriques d'autre part, et suite aux discussions avec Fomin, nous nous sommes fixés comme but de faire des mesures de  $\tau_{\perp}$  en utilisant une autre méthode de détection et des polarisations plus élevées. Dans cette thèse, nous avons utilisé la méthode alternative aux échos de spin pour avoir accès à la diffusion de spin transverse : l'étude des ondes de spin.

Nous verrons dans le prochain chapitre comment relier le spectre des ondes de spin au temps de diffusion transverse. Nous tâcherons de faire apparaître l'intérêt de nos conditions expérimentales (température et polarisation), mais aussi les désavantages, par rapport aux expériences précédemment décrites.



**Figure 3.12:** Results of Spin-Echo Fitting:  $\mu M_0$  as a function of temperature. The line is a fit to the formula  $\mu M_0 = \frac{C_\mu}{T^2 + T_{a\mu}^2}$ , with  $T_{a\mu} = 6.2 \pm 0.7$  mK



**Figure 3.13:** Results of Spin-Echo Fitting:  $D_\perp$  as a function of temperature.  $D_\perp$  is derived from  $\mu M_0$  and  $b_L$  Fig. 3.11 and Fig. 3.12. The line is a fit to the formula  $D_\perp = \frac{C_D}{T^2 + T_{aD}^2}$ , with  $T_{aD} = 6.0 \pm 1.0$  mK

FIG. 1.7 – Mesures de température d’anisotropie par le groupe de Nottingham [Buu(02), Nyman(03)]. La première corbe donne la température d’anisotropie à partir de  $\mu M = \lambda A \omega \tau$ , la deuxième à partir de  $D_0$ .

## Chapitre 2

# Le réfrigérateur-polariseur

La motivation de nos expériences est de mesurer le temps de relaxation transverse pour répondre à la question : les ondes de spin sont-elles amorties à température nulle ? Pour y répondre, nous devons nous placer dans les bonnes conditions expérimentales : les échantillons doivent être *polarisés et dégénérés*, ce qui nécessite l'utilisation de *champs magnétiques intenses et de basses températures*. En plus  $^3\text{He}$  dilué est mieux adapté pour ces études que  $^3\text{He}$  concentré ou pur parce-que dans ce cas les ondes de spin de type “Silin” sont plus petites que les ondes de spin d’origine dipolaire.

Nous verrons dans ce chapitre qu’obtenir de  $^3\text{He}$  fortement polarisé est déjà une difficulté en soi. On a recours le plus souvent à des méthodes dites “hors équilibre”, autrement dit, la polarisation n’est pas en équilibre thermodynamique avec le champ externe. Nous utilisons une méthode de dilution de spin mise au point par A. Rodrigues pendant sa thèse [Rodrigues(97)]. Nous avons obtenu avec cette méthode des échantillons d’ $^3\text{He}$  concentré et dilué polarisés jusqu’à 15 % dans des champs pouvant atteindre 11,3 Tesla à des températures comprises entre 8 et 30 mK. Un des points forts de cette méthode est que la polarisation et la température sont obtenues de façon stationnaire. Pendant cette thèse, nous avons utilisé une expérience intégrée dans une bobine RMN de 12 Tesla avec :

- un réfrigérateur à dilution “standard” optimisé pour circuler  $\simeq 300 \mu\text{moles/s}$  d’ $^3\text{He}$  et descendre en dessous de  $7 \text{ mK}$  dans un champ externe de 12 Tesla dont la fonction est de pré-refroidir le polariseur
- un polariseur, qui est en fait un réfrigérateur à dilution de type Leiden, intégré dans un espace réduit (entrefer de la bobine de champ :  $\phi = 35 \text{ mm}$ ). Le polariseur nous a permis d’atteindre des polarisations de  $\simeq 12\%$  et des températures de 8 mK

Nous allons commencer par une brève revue des principales méthodes de polarisation. Nous tâcherons de faire apparaître pour chacune d’elles si les conditions d’obtention d’ $^3\text{He}$  polarisé permettent ou non d’avoir accès à la diffusion de spin transverse. Enfin, nous présentons notre réfrigérateur-polariseur, sa construction, ses performances et ses atouts.

### 2.1 Principe du réfrigérateur-polariseur

La polarisation  $P$  d’un liquide de Fermi dégénéré dans la limite des faibles polarisations est donnée par l’expression :

$$P = \frac{2\chi}{\gamma\hbar N} B = \frac{3\gamma\hbar m^*}{2(1 + F_0^a)k_B T_F} B, \quad (2.1)$$

où  $N$  est le nombre de spins,  $B$  le champ magnétique,  $\chi$  la susceptibilité magnétique et  $T_F$  la température de Fermi. La susceptibilité de  $^3\text{He}$  étant faible,  $^3\text{He}$  est peu polarisable par



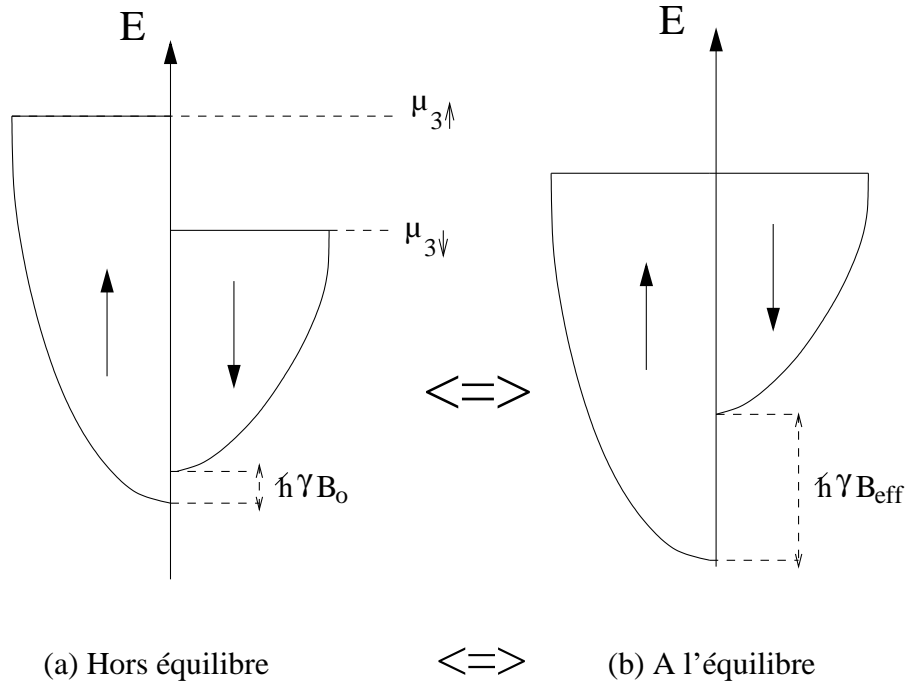


FIG. 2.1 – Mers de Fermi à  $T=0$  K pour un liquide polarisé hors équilibre (a),  $\mu_{3\uparrow} \neq \mu_{3\downarrow}$ . Le champ effectif  $B_{\text{eff}}$  est égal au champ qu'il faudrait appliquer à l'équilibre thermodynamique ( $\mu_{3\uparrow} = \mu_{3\downarrow}$ ) pour obtenir la même polarisation (b).

simple application d'un champ magnétique. Pour obtenir des polarisations élevées, nous avons donc recours à des méthodes hors équilibre.

Pour toutes les méthodes de production d' $^3\text{He}$  polarisé hors équilibre, le champ thermodynamique n'est pas le champ externe appliqué, mais un champ appelé champ effectif. A basse température, le temps de relaxation  $T_1$  ( $\propto T^{-2}$ ) est suffisamment long devant le temps de mise à l'équilibre entre les deux phases, pour que l'on considère l' $^3\text{He}$  comme un mélange de deux espèces  $^3\text{He}_\uparrow$  et  $^3\text{He}_\downarrow$  avec des potentiels chimiques  $\mu_{3\uparrow}$  et  $\mu_{3\downarrow}$  différents. Le champ effectif  $B_{\text{eff}}$  est défini comme :

$$B_{\text{eff}} = B_0 + \frac{\mu_{3\uparrow} - \mu_{3\downarrow}}{\hbar\gamma}. \quad (2.2)$$

$B_{\text{eff}}$  est le champ qu'il faudrait appliquer à l'équilibre thermodynamique pour obtenir la même polarisation "hors équilibre". Les mers de Fermi à  $T=0$  K pour un liquide de Fermi polarisé hors équilibre sont représentées dans la figure 2.1.

Plusieurs types de polariseurs hors-équilibre ont été mis au point pour obtenir de l' $^3\text{He}$  liquide polarisé hors équilibre :

1. la **fusion rapide de l' $^3\text{He}$  solide très polarisé** [Castaing(79)], [Buu(99b)], [Woerkens(96)], [Woerkens(98)]. Les polarisations obtenues sont assez importantes (70%) mais les températures de travail ( $\simeq 50$  mK) ne sont pas suffisamment basses à cause de la grande quantité de chaleur libérée au cours de ce processus.
2. la **condensation rapide d' $^3\text{He}$  gazeux très polarisé** ([Tastevin(88)], [Tastevin(92)]). Les températures atteintes sont d'environ 400 mK. P.J. Nacher [Nacher(95)] a polarisé un mélange saturé d' $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  liquide de façon stationnaire en faisant circuler en continu le gaz d' $^3\text{He}$  polarisé par pompage optique à température ambiante, à travers le liquide. Avec une

telle méthode, une polarisation maximale de 56 % a été obtenue à une température de 200 mK pour une concentration d' $^3\text{He}$  de 4 %.

3. **la distillation fractionnée** [Nacher(89)] utilise la différence de susceptibilité entre la phase concentrée d' $^3\text{He}$  (analogue de la phase liquide) et la phase diluée (analogue de la phase gazeuse). Un désavantage est que les températures de travail sont trop élevées (100 mK) parce que la chaleur nécessaire pour le fonctionnement de l'alambic n'est pas évacuée efficacement.
4. **la dilution de spin** est une variante de la distillation fractionnée [Rodrigues(Thèse95)]. La différence est que la "distillation" se fait par du travail et que ce travail est aussi utilisé pour refroidir l'échantillon. Le désavantage est que la polarisation obtenue est moins importante que pour les deux premières méthodes mais les températures de travail sont de l'ordre de 10 mK, ce qui nous permet d'avoir de l' $^3\text{He}$  dégénéré.

Dans notre réfrigérateur-polariseur, les phases concentrée et diluée sont en équilibre entre elles, c'est-à-dire que le potentiel chimique de  $^3\text{He}_{\uparrow(\text{ou}\downarrow)}$  dans la phase concentrée est égal à celui de  $^3\text{He}_{\uparrow(\text{ou}\downarrow)}$  dans la phase diluée :  $\mu_{3\uparrow c} = \mu_{3\uparrow d}$  et  $\mu_{3\downarrow c} = \mu_{3\downarrow d}$ . Les mers de Fermi pour les deux phases sont représentées sur la figure 2.2. Le point crucial est de noter que les deux phases peuvent être à l'équilibre entre elles sans pour autant être en équilibre thermodynamique avec le champ magnétique externe. Le champ effectif est identique dans les deux phases.

Le principe de fonctionnement de notre réfrigérateur-polariseur est basé sur les propriétés différentes de l' $^3\text{He}$  dans les deux phases :

- L'enthalpie de l' $^3\text{He}$  dans la phase diluée est supérieure à celle de l' $^3\text{He}$  dans la phase concentrée quelle que soit la pression,  $H_{3d} > H_{3c}$  : si on fait passer de l' $^3\text{He}$  de la phase concentrée dans la phase diluée de façon adiabatique, on refroidit le mélange. Cette différence d'enthalpie est à la base du fonctionnement de tous les réfrigérateurs à dilution.
- La susceptibilité molaire de l' $^3\text{He}$  dans la phase concentrée est différente de celle de l' $^3\text{He}$  dans la phase diluée. Si on note  $\alpha$  le rapport des susceptibilités dans les deux phases :  $\alpha = \chi_{3c}/\chi_{3d}$ ,  $\alpha < 1$  à basse pression ( $p < 2,6$  bars) et  $\alpha > 1$  à haute pression. Le rapport de polarisation entre les deux phases est celui des susceptibilités molaires (au premier ordre) :

$$\frac{P_c}{P_d} = \frac{\chi_c}{\chi_d} = \alpha \quad (2.3)$$

Ce rapport est indépendant du fait que la polarisation soit obtenue par force brute ou par une méthode hors équilibre.

Le polariseur est un réfrigérateur à dilution de type Leiden placé dans un champ magnétique externe pouvant atteindre 12 *Tesla*. A basses températures un mélange  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  peut se séparer en deux phases : une phase concentrée en  $^3\text{He}$  (presque 100% d' $^3\text{He}$ ) flotte sur une phase riche en  $^4\text{He}$  (6,6 à 10% d' $^3\text{He}$  selon la pression). Deux propriétés typiques d'un réfrigérateur à dilution de type Leiden sont nécessaires pour son fonctionnement comme polariseur :

1. la dilution est entretenue par circulation d' $^4\text{He}$  à travers des superfuites. La pression permet d'ajuster le rapport de susceptibilité entre les deux phases et ainsi de polariser la chambre de mélange en dessus de 2,6 bars et de la dépolariser en dessous.
2. Les deux phases sont en contact direct, ce qui permet l'échange de la chaleur et de la polarisation.

Le schéma de principe du polariseur est porté sur la figure 2.3. Les quantités d' $^3\text{He}$  et d' $^4\text{He}$  dans le polariseur sont ajustées pour que la séparation de phase du mélange se situe dans la chambre de démixtion (l'équivalent du bouilleur dans une dilution classique). L' $^4\text{He}$  est pompé à travers une superfuite par une pompe à pression fontaine (un simple chauffage) créant ainsi de la phase

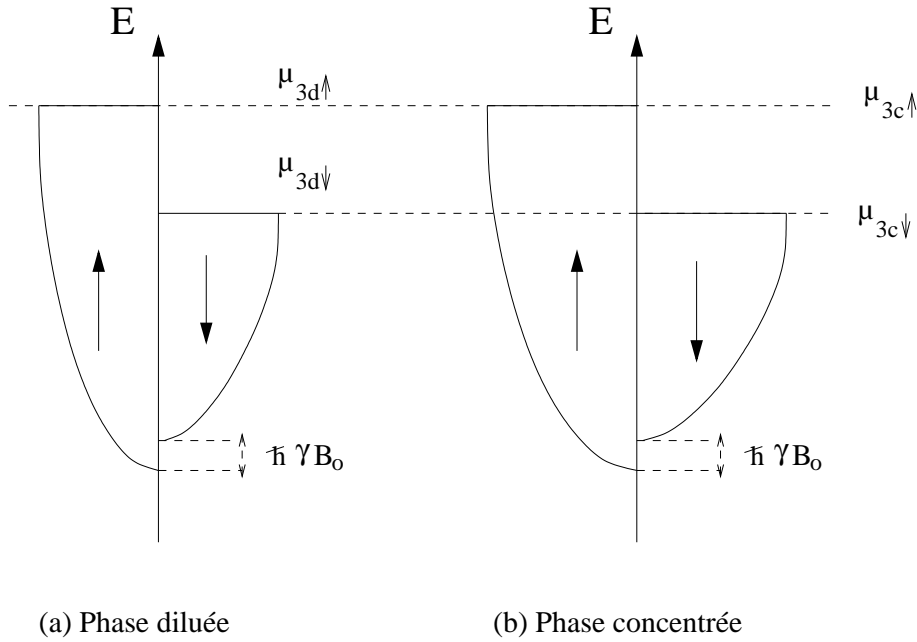


FIG. 2.2 – Mers de Fermi à  $T = 0 K$  pour les phases diluée (a) et concentrée (b). Les deux phases ont une polarisation hors équilibre  $\mu_{3\uparrow c,d} \neq \mu_{3\downarrow c,d}$ , ce qui ne les empêche pas d’être à l’équilibre entre elles :  $\mu_{3\uparrow c} = \mu_{3\uparrow d}$  et  $\mu_{3\downarrow c} = \mu_{3\downarrow d}$ . Le champ effectif est le même dans les deux phases.

concentrée, d’où le nom de boîte à “démixtion”. Cette démixtion a l’effet inverse de la dilution : elle chauffe. Cette chaleur est évacuée vers la boîte à mélange du réfrigérateur standard. A la sortie de la pompe,  $^4\text{He}$  est pré-refroidi au maximum sur le bouilleur et sur les échangeurs du réfrigérateur standard avant d’être injecté dans la boîte à mélange du polariseur, remplie de phase diluée. En sortant dans la boîte,  $^4\text{He}$  va diluer  $^3\text{He}$  et va former des gouttes de phase diluée dans le tube de sortie. Ces gouttes tombent par gravité dans un capillaire d’échange reliant les deux boîtes (BM et BD) dans un courant ascendant de phase concentrée de la BD à la BM : les deux phases sont en contact direct. Avant de rejoindre la boîte à mélange du polariseur,  $^3\text{He}$  concentré est refroidi et polarisé par échange d’enthalpie et de polarisation avec les gouttes d’ $^3\text{He}$  dilué.

Nous avons fait également un réfrigérateur avec la chambre de mélange remplie d’ $^3\text{He}$ .  $^4\text{He}$  est introduit par une superfuite en Vycor qui empêche  $^3\text{He}$  de monter plus haut que la boîte de mélange et de chauffer où dépolariser. Les gouttes sont formées sur une pointe de cette superfuite directement dans la BM, ainsi le refroidissement et la polarisation sont apportées exactement à l’endroit où nous en avons besoin. Le grand désavantage de cette méthode est que nous devons remplir la cavité de phase diluée alors que la BM est pleine de phase concentrée.

Le temps de relaxation limite les performances du polariseur. Rodrigues et Vermeulen ont obtenu  $T_1 > 5000 s$  à  $10 bars$  [Rodrigues(97)]. Pour mieux comprendre ces effets nous avons essayé plusieurs surfaces de contact avec le mélange et nous avons fait quelques simulations numériques.

### 2.1.1 Évolution de la polarisation

La polarisation finale dans la boîte à mélange est déterminée par le gain dû à la circulation et les pertes par relaxation magnétique. Les pertes par relaxation comptent deux contributions :

- les pertes par relaxation sur les parois proportionnelles à  $T^2$  : la relaxation sur les parois diminue quand la température augmente [Steenbergen(98)]. Cette partie des pertes peut

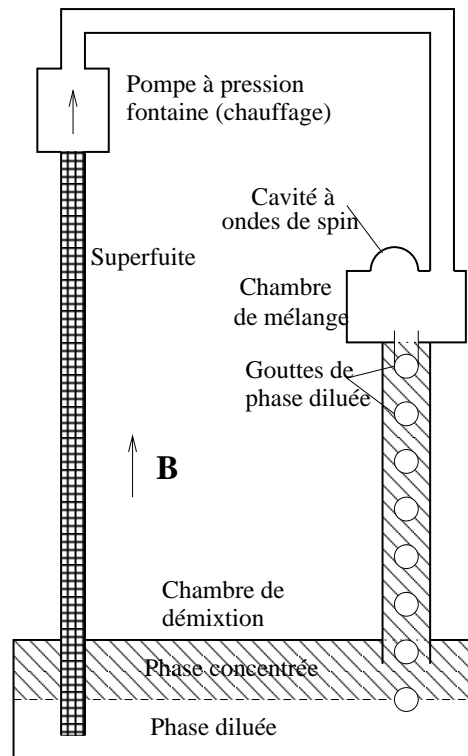


FIG. 2.3 – Réfrigérateur à dilution de type Leiden dans un champ magnétique externe  $\mathbf{B}$  :  $l^4\text{He}$  superfluide est extrait de  $BD$  à travers une superfuite puis injecté dans la Chambre de Mélange pour maintenir un débit constant de gouttes de phase diluée dans un courant ascendant de phase concentrée. Le processus de dilution refroidit à cause de la différence d'enthalpie entre les deux phases, mais aussi polarise car, à haute pression, on dilue proportionnellement plus d' $^3\text{He}_\downarrow$ . Polarisation et enthalpie sont échangées entre les deux phases dans le tube où elles sont en contact direct.

être diminuée en minimisant la surface relaxante ou en choisissant des matériaux adaptés.

- les pertes “intrinsèques” proportionnelles à l’espace de phase ouvert par la polarisation et la température ( $1/T_1 = \alpha T^2 + \beta(P - P_q)^2$ ). Ce sont ces pertes qui ultimement limitent le gain en polarisation.

L’évolution de la polarisation dans la chambre de mélange est étroitement liée à l’évolution de la polarisation dans le tube et dans la boîte de démixture. Nous allons établir un système d’équations qui va régir le comportement de la polarisation dans notre système ; pour cela nous utilisons une méthode proposée par Rodrigues et Vermeulen [Rodrigues(97)] et nous faisons quelques approximations :

- Le champ magnétique ne varie pas sur la longueur de notre système
- Les temps de relaxation  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  dans la chambre de mélange, dans la chambre de démixture et dans le tube sont indépendants de la polarisation
- La polarisation dans les deux chambres est uniforme et celle dans le tube dépend seulement de la hauteur.
- Les deux phases sont en équilibre l’une avec l’autre ( $\mu_3^c = \mu_3^d$ ), même si elles ne sont pas en équilibre avec le champ magnétique.

L’équation d’évolution de la polarisation dans le tube s’écrit :

$$\frac{\partial P_{3c}}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z^2} - \frac{\dot{n}_3}{n_x} \frac{\partial (P_{3c} - P_{3d})}{\partial z} - \frac{P_{3c} - P_{3c}^e}{T_3} \quad (2.4)$$

avec  $P_{3c(d)}$  la polarisation de la phase concentrée (diluée),  $P^e$  la polarisation à l’équilibre,  $D_s$  le coefficient de diffusion,  $\dot{n}_3$  le débit d’ $^3\text{He}$  (en moles/s) et  $n_x$  le nombre de moles d’ $^3\text{He}$  par unité de surface horizontale du tube. Pour de faibles polarisations (nous ne dépassons pas 15%) on a  $P_{3c,d} = \chi_{3c,d} B$  et donc on peut écrire  $P_{3d} = \beta P_{3c}$  avec  $\beta = T_c^*/T_d^*$  ( $\beta \simeq 0,8$  dans nos conditions expérimentales). Les conditions limite pour l’équation (5.2) sont  $P_{3c} = P_{3c}^e$  à  $t = 0$ ,  $P_{3c}(z = 0)$  égal à la polarisation de la phase concentrée dans la chambre de démixture et  $P_{3d}(z = L)$  ( $L$  est la longueur du tube) égal à la polarisation dans la chambre de mélange. L’évolution de la polarisation dans les deux chambres est régie par des équations du type :

$$\frac{\partial P_{3d}}{\partial t} = \frac{n_x}{n_m} \left[ -D_s \frac{\partial (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z} + \frac{\dot{n}_3}{n_x} (P_{3c} - P_{3d}) \right] - \frac{P_{3d} - P_{3d}^e}{T_1} \quad (2.5)$$

pour la chambre de mélange et :

$$\frac{\partial P_{3c}}{\partial t} = \frac{n_x}{n_d} \left[ D_s \frac{\partial (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z} - \frac{\dot{n}_3}{n_x} (P_{3c} - P_{3d}) \right] - \frac{P_{3c} - P_{3c}^e}{T_2} \quad (2.6)$$

pour la chambre de démixture, avec  $n_{m,d}$  le nombre de moles d’ $^3\text{He}$  dans chacune des boîtes. Pour résoudre ces équations on remplace partout  $P_{3d} = \beta P_{3c}$  et on obtient une équation aux dérivées partielles pour  $P_{3c}$ . Ce système d’équations traduit le fait qu’il y a un courant de polarisation qui circule de la boîte de démixture vers la boîte de mélange. Ce courant crée un gradient de polarisation et donc un courant de diffusion en sens inverse. Dans chacune des trois zones il y a de la relaxation sur les parois.

Pour résoudre l’équation (5.2) avec les conditions limite( 5.3) et (5.4) nous avons utilisé une méthode numérique présentée dans l’annexe C. Pour  $t \rightarrow \infty$  la polarisation atteint sa valeur d’équilibre partout dans le système, on a donc  $\partial P/\partial t = 0$ , ce qui nous permet d’avoir une solution analytique simple, avec laquelle nous avons comparé la solution numérique. Pour une discrétisation suffisante en longueur et en temps ( $dl < L/512$ ,  $dt < 1s$ ) nous trouvons des résultats en accord avec la solution exacte pour  $t \rightarrow \infty$ .

Le grand problème est que nous ne connaissons précisément ni  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ , ni le volume de phase concentrée présent dans la chambre de démixtion, ni le débit. Notre simulation n'est que qualitative, nous avons voulu savoir si un tel modèle pouvait expliquer ce que nous observons, ou s'il y a forcément d'autres phénomènes physiques qui entrent en jeu. Nous n'avons accès expérimentalement qu'à l'évolution de la polarisation dans la boîte de mélange, elle suit bien une loi exponentielle. Nous pouvons simuler cette évolution avec des valeurs raisonnables pour les paramètres inconnus :

- $T_1$  et  $T_3$  de l'ordre du temps caractéristique
- $T_2$  plus court à cause de la présence d'argent fritté dans la boîte de démixtion
- une valeur du débit extraite à partir des premiers points de la courbe  $P_{BM}(t)$  en négligeant la relaxation
- un volume d' $^3\text{He}$  dans la boîte de démixtion compatible avec la quantité que nous avons introduite

Les résultats de cette simulation sont présentés sur les figures 2.4.

Nous pensons que cette simulation décrit bien le système ; nous l'avons utilisée pour voir l'influence des tailles de la cellule et du tube sur la valeur finale de la polarisation. Nous avons simulé également le cas de la cellule remplie de phase concentrée ; la polarisation obtenue est plus faible à cause du nombre plus important de spins présents. Dans cette configuration le refroidissement se fait directement dans la cellule et non plus dans le tube, ce qui nous permet d'obtenir des températures plus basses.

### 2.1.2 Construction du polariseur

Une grande difficulté à laquelle nous nous sommes heurtés a été de concevoir un polariseur dans un espace réduit à l'intérieur d'une bobine de champ de 12 Tesla interdisant l'usage de pièces métalliques. Toutes les pièces ont donc été usinées dans de l'Araldite pure et collées avec du Stycast 1266. Le produit de remplissage utilisé est le Stycast 2850 FT.

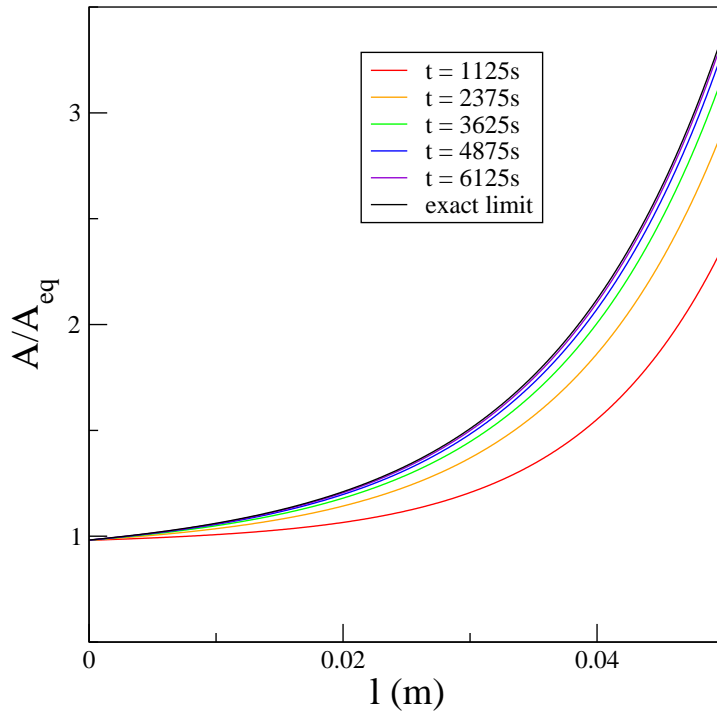
Dans le polariseur construit par A. Rodrigues pendant sa thèse, le contact thermique entre la boîte de démixtion et la boîte à mélange du réfrigérateur standard (RS) (pour évacuer la chaleur dégagée pendant le processus de démixtion) était assuré par une tige en cuivre vissée sur la boîte à mélange du RS (en dehors de la bobine de champ). Cette solution n'est pas envisageable dans le peu d'espace disponible dans l'entrefer de la bobine 12 Tesla. Il a donc fallu repenser la thermalisation du polariseur. La solution déjà utilisée par Vermeulen et Roni consiste à placer la boîte à mélange sous le polariseur dans l'entrefer de la bobine et d'intégrer la boîte à démixtion dans la boîte à mélange du RS ; nous avons gardé cette configuration. Le contact thermique est assuré par des tubes recouverts d'argent fritté à l'intérieur et à l'extérieur (figure (2.5)).

Dans cette géométrie, le polariseur étant solidaire à la boîte de mélange du réfrigérateur à dilution, nous avons imaginé un système qui nous permette de changer la cellule du polariseur sans tout reconstruire. Nous avons utilisé un joint en Indium entre deux rondelles soudées sur les deux parties du tube entre les deux chambres du LDR. Ce joint est serré par 6 vis fixées sur les rondelles. Nous gagnons beaucoup de temps quand nous changeons de cellule du LDR si nous n'avons pas à remplacer le RS également et cette méthode s'est avérée fiable ; nous n'avons eu qu'une seule fuite pour une dizaine de cellules utilisées.

Les éléments du réfrigérateur-polariseur sont apparents sur la figure (2.5) :

- Les quantités d' $^3\text{He}$  et d' $^4\text{He}$  sont ajustées afin d'avoir la séparation de phase dans la BD. Une pompe à pression fontaine (= chauffage) pompe l' $^4\text{He}$  de la phase diluée à travers une superfuite. Cette superfuite est faite de la poudre d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  tassée dans un capillaire de  $\text{CuNi}$  avec  $\emptyset = 2.6/3$  mm. On change le débit en changeant la valeur du chauffage ; la température ( $T_{pf} \sim 1.4$  K) est mesurée à l'aide d'une résistance de carbone.

## Evolution de la polarisation dans le tube



## Evolution de la polarisation dans la cellule

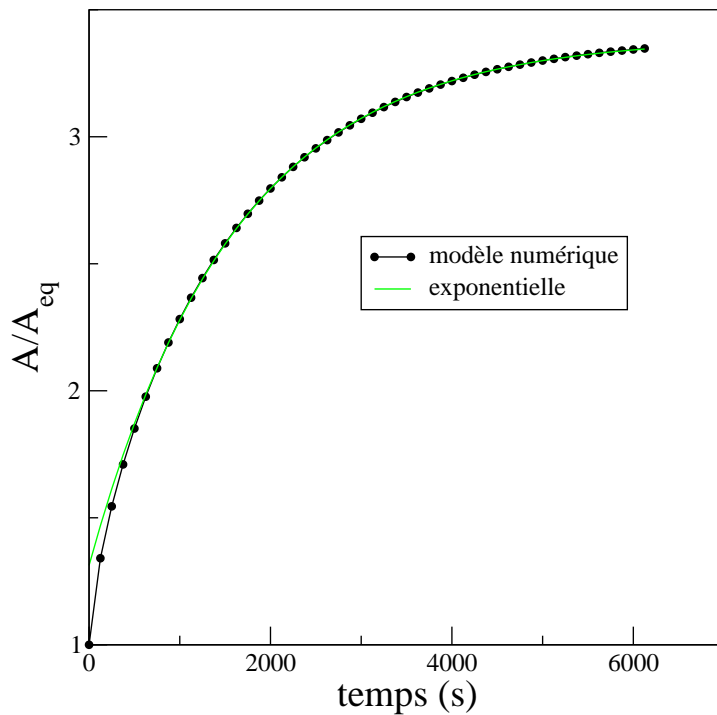


FIG. 2.4 – La polarisation dans le tube et dans la boîte de mélange pour  $T_1 = T_3 = 3600s$  et  $T_2 = 1200s$ .

- L' $^4\text{He}$  est ensuite thermalisé sur le bouilleur puis sur les échangeurs basse température du RS avant d'être injecté dans la boîte à mélange du polariseur. Le bon dimensionnement du capillaire d'injection est primordial pour un fonctionnement optimal du polariseur. En effet, le diamètre de ce capillaire doit être le plus grand possible pour éviter la friction mutuelle et donc un échauffement supplémentaire [Rodrigues(97)]. Par contre, pour que la séparation de phase se réalise dans la boîte à mélange, il faut que la circulation d' $^4\text{He}$  arrive à expulser la phase concentrée du capillaire d'injection ; pour cela, le rayon du capillaire doit être plus petit que le rayon capillaire entre les phases concentrée et diluée ( $R_c \sim 0.35$  mm). Le capillaire d'injection est un capillaire en Teflon  $\emptyset$  0.7/0.9 mm consolidé par un capillaire de CuNi de diamètre  $\emptyset$  1.0/1.5 mm.
- Les parois d'Araldite de la boîte à mélange sont peintes avec du Stycast 1266, pour limiter les pertes par relaxation. Le diamètre du capillaire d'échange doit évidemment être supérieur à celui du capillaire d'injection (et donc de la taille des gouttes). L'échangeur est un capillaire de CuNi de diamètre  $\emptyset$  2.0/2.5 mm.
- Le gain de polarisation est optimal si la polarisation de la BD est celle de l'équilibre avec le champ. Les pertes par relaxation doivent être importantes ; les frittés trouvent là une deuxième fonction : offrir une grande surface relaxante.
- Nous avons essayé de couvrir les parois du tube en cuivre avec du polystyrène mais nous n'avons pas observé d'effet notable sur la polarisation.
- Nous mesurons la température dans la boîte à mélange du RS, la BM et la BD du polariseur, à l'aide de fils vibrants. C'est pour nous le thermomètre le plus adéquat. Il présente plusieurs avantages :
  1. C'est un fil de PtRh de  $25\mu\text{m}$  qui rajoute donc peu de surface relaxante.
  2. La viscosité dépend fortement de la température (avec une bonne approximation  $\eta \propto T^{-2}$ ) et peu de la polarisation (nous négligeons cette variation). Je vais présenter en détail leur fonctionnement dans le chapitre suivant.
  3. Il fonctionne sous champ et n'interfère pas avec les mesures RMN.
- Le circuit RMN est soudé sur les tubes d'entrée et de sortie du RS ; il est entouré d'un écran pour ne pas être influencé par l'extérieur. Je vais en faire une description détaillée dans le dernier chapitre.

Ce polariseur a été moins performant que prévu. En tout cas, les performances (gain en polarisation par rapport à la polarisation d'équilibre) sont inférieures au polariseur prototype construit par Rodrigues *et al* (prototype qui ne permettait pas d'observer des ondes de spin). Nous avons espéré qu'avec un champ magnétique supérieur les pertes par relaxation sur les parois diminueraient, comme l'ont observé Steenbergen *et al*. [Steenbergen(98)]. Or, c'est le contraire, nous pensons que les pertes par relaxation sur les parois sont plus importantes que précédemment. Contrairement aux observations de Roni, la polarisation baisse quand la boîte à mélange est plus chaude, autrement dit les pertes par relaxation sur les surfaces sont plus importantes. Nous avons tout de même atteint des polarisations de 15 % dans un champ de 11.3 Tesla, à des températures comprises entre 10 et 25 mK.

Nous avons décidé de construire également un polariseur avec la cellule remplie de phase concentrée. Le gain en polarisation a été légèrement plus faible à cause du plus grand nombre de spins dans la phase concentrée par rapport à la phase diluée, mais le refroidissement obtenu est largement suffisant pour compenser. Nous sommes intéressés par le rapport  $T/P$ , beaucoup plus favorable dans cette configuration :  $T = 7\text{mK}$  et  $P = 3,8P_{eq}$  par rapport à  $T = 23\text{mK}$  et  $P = 4,5P_{eq}$  dans la cellule remplie de phase diluée. Nous sommes actuellement en train de chercher une solution pour introduire dans cette cellule une cavité qui doit être remplie de phase diluée. Nous pensons qu'en perçant un trou cylindrique suffisamment fin dans la partie haute de



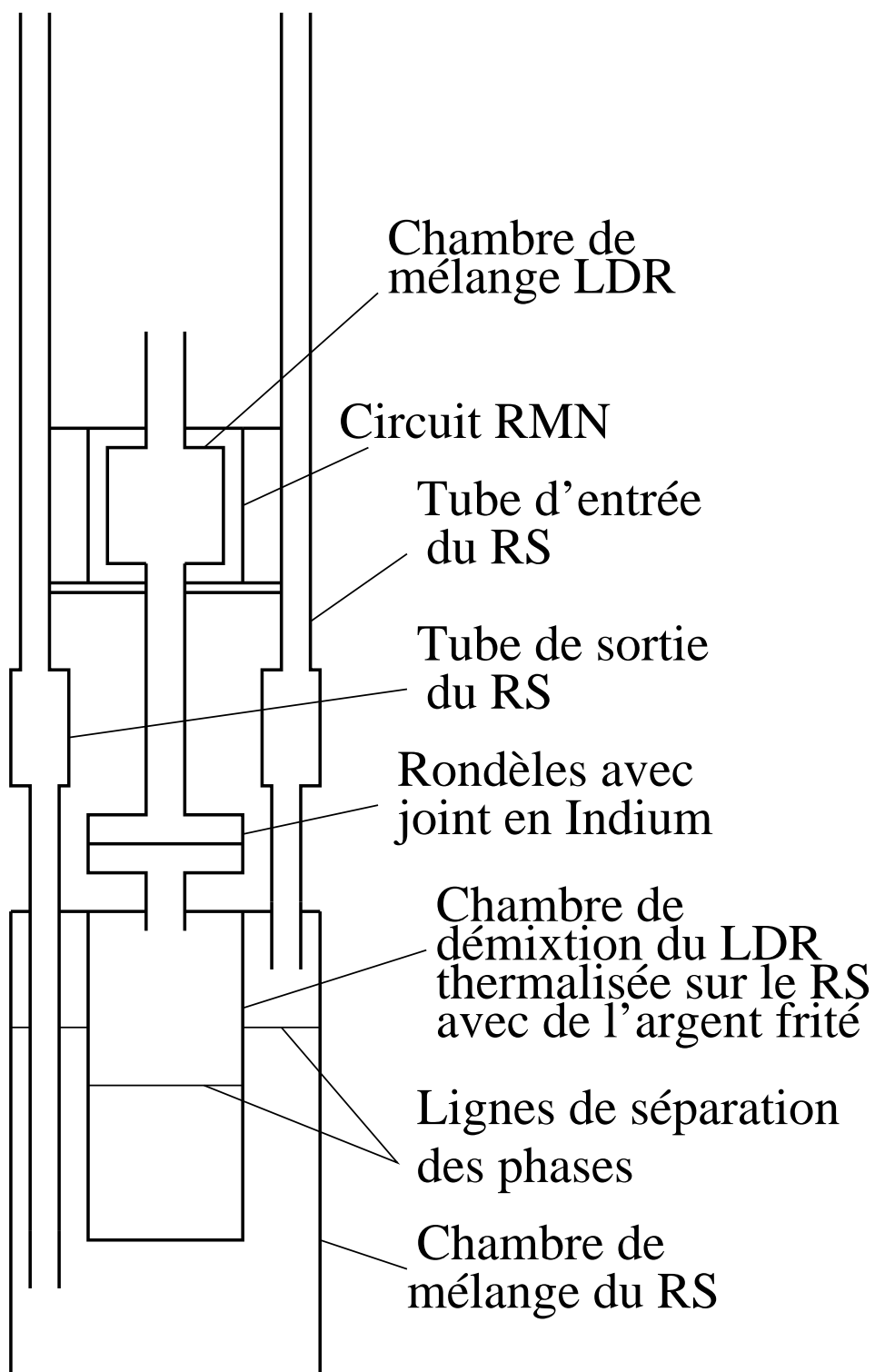


FIG. 2.5 – Schéma du dispositif de refroidissement. La superfuite et la pompe à pression fontaine (figure 2.3) sont derrière le tube avec le joint en Indium

la cellule, la phase diluée va y être attirée par capillarité. La cavité devrait se trouver au bout du cylindre. Nous avons essayé avec un trou de  $\phi = 0,5\text{ mm}$ , malheureusement il est toujours rempli de phase concentrée. Nous comptons refaire l'expérience avec un trou de  $0,4$  ou  $0,3\text{ mm}$ .

### 2.1.3 La cavité à ondes de spin

Pour avoir un bon spectre d'ondes de spin nous avons besoin d'une cavité ayant les propriétés suivantes :

- *une bonne sphéricité.* La présence d'une excentricité détruit la symétrie sphérique et conduit à l'excitation des modes avec  $m \neq 0$  (4.14) ce qui complique la structure du spectre.
- *une bonne qualité de surface.* La longueur d'onde  $\xi \simeq 50\mu\text{m}$  nous impose d'avoir une taille des rugosités n'excédant pas l'ordre du  $\mu\text{m}$ .
- *des parois inertes magnétiquement.* Pour trouver la structure du spectre nous avons posé comme condition limite un courant d'aimantation nul sur le bord de la cellule, un courant non-nul étant très difficile à caractériser expérimentalement. En plus une fuite d'aimantation dans la cavité diminuerait la polarisation de l'échantillon.

Nous avons essayé plusieurs types de cavités. Premièrement nous nous sommes dit qu'une lentille concave hémisphérique serait le meilleur choix. Malheureusement des lentilles de diamètre 1-2 mm sont très difficiles à fabriquer, nous en avons commandé une cinquantaine en PMMA et une cinquantaine en PC (le fabricant ne pouvait pas en faire en quartz ou en pyrex). Les lentilles, fabriquées par moulage, avaient un peu d'excentricité et des irrégularités de surface visibles au microscope avec une amplification  $4\times$ . Le spectre des ondes de spin présentait des défauts assez importants, nous n'avons pas pu l'analyser pour extraire la température d'anisotropie.

Un autre essai a été de fabriquer des cavités dans des lames de microscope et des plaquettes en quartz en creusant un trou hémisphérique par une machine à ultrasons avec une bille de roulement et de la poudre en carbure. Malheureusement des traces d'usinage restent toujours visibles et, même après polissage, la qualité de surface reste moins bonne que par la méthode la plus simple.

Cette méthode consiste à poser une goutte de colle sur le fond d'un trou cylindrique ayant même diamètre. La sphéricité obtenue par capillarité est très bonne si la polymérisation du Stycast 1266 se fait à température ambiante. Des photos au microscope d'une coupe de la cavité montrent que la sphéricité est très bonne. La qualité de surface est également meilleure que dans les deux autres cas ; nous ne voyons pas de rugosité au microscope et le spectre des ondes de spin montre très peu de défauts même aux polarisations les plus élevées.

### 2.1.4 Conclusion

Nous avons réussi à créer des conditions propices à l'observation des ondes de spin dans la cellule remplie de phase diluée ; nous espérons réussir également avec une cellule remplie de phase concentrée, pour laquelle le rapport  $T/P$  serait beaucoup plus favorable.



## Chapitre 3

# Glissement et viscosité

Dans ce chapitre je présente les mesures que nous avons faites pour calibrer les thermomètres à fil vibrant. Après une introduction sur le principe du dispositif j'expose la théorie qui gouverne le fonctionnement de ces viscosimètres en insistant sur les aspects nouveaux sur le glissement, à la fois tangentiel et radial. La section suivante est dédiée à la présentation du dispositif expérimental utilisé. Les mesures de glissement et de viscosité sont présentées dans la section résultats, qui se termine par des remarques sur l'influence de la rugosité de surface. Je pointe ensuite le travail qui reste à faire, notamment sur la réflexion diffusives et je finis ce chapitre avec une conclusion sur le régime dans lequel notre dispositif fonctionne et sur comment s'y prendre pour faire de bonnes mesures de viscosité.

### 3.1 Principe

Une façon de mesurer la température de l' $^3\text{He}$  liquide (soit pur soit dans un mélange avec de l' $^4\text{He}$ ) est de mesurer sa viscosité. On peut trouver dans la littérature [Zeegers(91), Carless(83)] des courbes  $\eta - T$  dans une très large gamme de températures (1mK-100mK). La viscosité d'un liquide de Fermi est donnée par la relation :

$$\eta = \frac{1}{5} l_\eta n p_F, \quad (3.1)$$

où  $l_\eta$  est le libre parcours moyen,  $n$  le nombre d'atomes par unité de volume et  $p_F$  l'impulsion de Fermi. Pour les mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$   $l_\eta$  et  $n$  se réfèrent exclusivement à l' $^3\text{He}$  ( $^3\text{He}$  est liquide normal et  $^4\text{He}$  est superfluide dans la gamme de température qui nous intéresse). Le temps moyen entre deux collisions  $\tau$  varie comme  $1/T^2$  ; si  $T \ll T_F$  alors  $\bar{v} = v_F$  ( $\bar{v}$  étant la vitesse moyenne des quasiparticules et  $v_F$  la vitesse de Fermi) et donc  $l_\eta = \bar{v}\tau$  est proportionnel à  $1/T^2$ . La masse volumique est presque constante dans notre gamme de températures (5-100mK) mais il faut prendre en compte des corrections du libre parcours moyen à température finie. Dy et Pethick [Dy(69)] ont obtenu après un calcul théorique :

$$\frac{1}{\eta T^2} = a + bT,$$

l'importance du terme  $a$  étant toujours plus grande que celle du terme  $bT$ . Les interpolations expérimentales pour les mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  [Zeegers(91)] diffèrent un peu de la théorie ; on trouve des courbes du type :

$$\eta T^2 = A + BT,$$

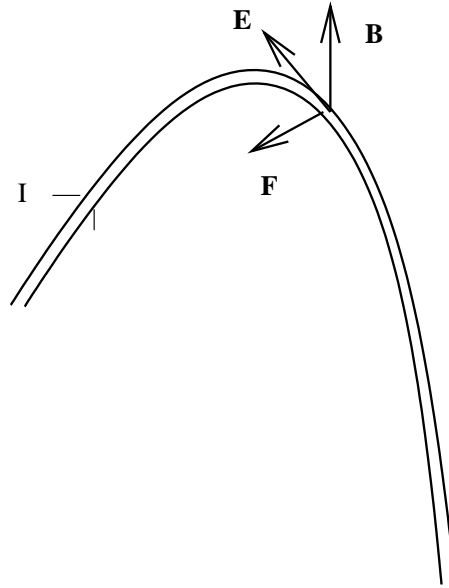


FIG. 3.1 – Schéma d'un fil vibrant. La force  $\mathbf{F}$  est la force motrice de Laplace. Le champ  $\mathbf{E}$  intégré sur la longueur du fil donne la tension auto-induite que nous mesurons.

avec une importance plus grande pour le terme  $A$  que pour le terme  $BT$ .

L'avantage des mesures de température par la viscosité est que le thermomètre sonde directement la température des quasiparticules, il n'y a pas de problèmes de contact thermique. La gamme de température est également assez importante et les dimensions petites.

Pour mesurer la viscosité d'un fluide on peut mesurer l'amortissement d'un oscillateur mécanique par la viscosité sur une de ses résonances. Les dispositifs les plus utilisés sont les oscillateurs à torsion et les fils vibrants. Ces derniers sont plus simples à réaliser en pratique : il suffit de prendre un fil et de le tordre pour former une boucle demi-circulaire. Si le fil est placé dans un champ magnétique parallèle au plan de la boucle et s'il est parcouru par un courant alternatif alors il va effectuer une oscillation forcée en dehors de son plan (figure 3.1). En effectuant ce mouvement le fil coupe les lignes du champ magnétique et une tension est induite entre ses deux extrémités. Cette tension dépend du mouvement du fil et donc de l'amortissement dû au fluide dans lequel il est placé ; elle est donc une mesure de la viscosité du milieu environnant.

Nous avons commencé à faire des expériences avec les fils vibrants pour mesurer la température dans notre cellule à ondes de spin. En faisant des calibrations nous nous sommes aperçus que les mesures étaient fausses, des fils vibrants différents placés au même endroit indiquaient des températures différentes. En analysant les courbes de résonance nous avons vu qu'il y avait un phénomène de glissement ("slip"), que nous avons essayé de caractériser par la suite. Ces expériences ont pris alors une place importante dans le déroulement de cette thèse.

## 3.2 Aspects théoriques

La méthode pour décrire théoriquement le mouvement d'un fil vibrant et la tension auto-induite est due à Carless, Hall et Hook [Carless(83)]. Je présente les principaux résultats tout en insistant sur la façon dont nous avons adapté ce modèle pour tenir compte des effets nouveaux observés dans nos expériences.

### 3.2.1 La force hydrodynamique

#### 3.2.1.1 Le champ de vitesse

Pour connaître la force avec laquelle le fluide agit sur le fil on part de l'équation de Navier-Stokes linéarisée :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} \quad (3.2)$$

(la linéarisation est possible si l'amplitude du mouvement est négligeable par rapport au rayon du fil, comme c'est le cas dans nos expériences).

Si le rayon de courbure du fil est grand par rapport à la longueur de pénétration visqueuse  $\delta = \sqrt{2\eta/(\omega\rho)}$  (avec  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $\omega$  la pulsation), alors on peut considérer le fil comme étant droit. Pour résoudre cette équation nous nous plaçons dans le référentiel du laboratoire, dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , le fil ayant une vitesse  $\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_{f0} e^{-i\omega t}$  dans la direction  $\theta = 0$ .

Si on suppose le fluide incompressible, le champ de vitesse dérive d'un potentiel :

$$\mathbf{v} = \nabla \times \chi$$

Par symétrie on peut prendre  $\chi = \chi_z \mathbf{u}_z$ . L'équation (3.2) devient alors :

$$(\Delta + i/\delta^2)\Delta\chi_z = 0,$$

avec la solution :

$$\chi_z = \chi_1 + \chi_2,$$

où

$$\begin{aligned} \Delta\chi_1 &= 0 \\ (\Delta + i/\delta^2)\chi_2 &= 0 \end{aligned}$$

Les solutions pour  $\chi_1$  et  $\chi_2$  qui s'annulent à l'infini (convenables pour un dispositif expérimental beaucoup plus grand que la longueur de pénétration visqueuse  $\delta$ , ce qui est le cas chez nous) sont :

$$\begin{aligned} \chi_1 &= A \sin \theta / r \cdot e^{-i\omega t} \\ \chi_2 &= B H_1^1(qr) \sin \theta \cdot e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

avec  $q = (1 + i)/\delta$  et  $H_n^j$  la fonction de Hankel d'ordre  $n$  et de type  $j$ . Les constantes  $A$  et  $B$  sont à calculer à partir des conditions limite du champ de vitesse du liquide sur le bord du fil. Le champ de vitesse prend la forme :

$$\begin{aligned} v_r(r, \theta) &= u_r(r) \cos \theta e^{-i\omega t} \\ v_\theta(r, \theta) &= u_\theta(r) \sin \theta e^{-i\omega t}, \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} u_r(r) &= \frac{A}{r^2} + \frac{B}{r} H_1^1(qr) \\ u_\theta(r) &= \frac{A}{r^2} + \frac{B}{r} H_1^1(qr) - qB H_0^1(qr) \end{aligned} \quad (3.4)$$

A partir de (3.2) on peut extraire la pression dans le liquide :

$$p = p_0 - i\omega\rho A \cos\theta e^{-i\omega t}/r$$

En utilisant le tenseur de transfert d'impulsion, dont les composantes intéressantes sont :

$$\begin{aligned} \Pi_{rr} &= p - 2\eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \\ \Pi_{r\theta} &= -\eta \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right), \end{aligned}$$

on peut calculer l'expression de la force hydrodynamique par unité de longueur du fil :

$$\begin{aligned} F_H &= a \int_0^{2\pi} (-\Pi_{rr} \cos\theta + \Pi_{r\theta} \sin\theta) d\theta \\ &= i\rho\omega\pi [A - BaH_1^1(qa)], \end{aligned} \quad (3.5)$$

avec  $a$  le rayon du fil. Les paramètres  $A$  et  $B$  sont forcément proportionnels à la vitesse du fil (l'équation 3.2 est linéaire). On peut donc réécrire cette formule :

$$F_H = i\rho\omega\pi a^2 u_0 e^{-i\omega t} \cdot k \quad (3.6)$$

Le paramètre de Stokes [Stokes(01)]  $k$  est complexe et il dépend des conditions limite utilisées. La partie réelle de  $k$  est liée à la masse de fluide déplacée et sa partie imaginaire à la dissipation par viscosité.

### 3.2.1.2 La condition limite tangentielle

Stokes [Stokes(01)] a proposé des conditions limite d'adhérence parfaite du liquide à la paroi ( $v_r(a) = u_f \cos\theta$  et  $v_\theta(a) = -u_f \sin\theta$ ). L'expression de  $k$  devient alors :

$$k_S = 1 - \frac{4}{qa} \frac{H_1^1(qa)}{H_0^1(qa)} \quad (3.7)$$

Hojgaard-Jensen *et al* [Jensen(80)] ont démontré que pour une surface plane il n'y a pas d'adhérence parfaite du liquide à la paroi; le libre parcours moyen non-nul génère un léger glissement ("slip") à l'interface; la vitesse relative du fluide par rapport à la paroi n'est plus nulle. Le modèle milieu continu utilisé en hydrodynamique n'est plus valable à quelques libres parcours moyens de la paroi; il faut passer à une description microscopique. La condition limite tangentielle s'écrit alors :

$$\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial x_{\perp}} = \frac{v_{\parallel}}{\zeta} \quad (3.8)$$

(Les indices  $\parallel$  et  $\perp$  indiquent la direction par rapport à la paroi, cette notation va être répétée le long de ce chapitre). Le paramètre  $\zeta$  est appelé longueur de slip. Physiquement c'est la distance derrière la paroi où le champ hydrodynamique de vitesse s'annulerait. En trouvant la solution de l'équation de Boltzmann des quasiparticules proches de la paroi Hojgaard-Jensen *et al* ont approché  $\zeta$  :

$$\zeta \simeq 0,58l_{\eta}$$

Einzel *et al* [Einzel(83)] montrent (pour une surface plane) que  $\zeta$  est amplifié si les quasiparticules sont réfléchies par la paroi de façon spéculaire :

$$\zeta \simeq 0,5819 \frac{1+s}{1-s} l_{\eta}, \quad (3.9)$$

où  $s$  est la fraction de réflexions spéculaires.

L'introduction d'une longueur de glissement modifie la valeur du paramètre  $k$  :

$$k_J = \frac{1}{(k_S - 1)^{-1} - im^2 \beta_J}, \quad (3.10)$$

avec  $m = a/(\sqrt{2}\delta)$  et  $\beta_J = \zeta/(\zeta + a)$ . Comme la courbure de la surface n'a pas été prise en compte dans le calcul, le résultat (3.10) est valable seulement si  $\xi \ll a$ .

C'est ce que nous avons trouvé dans la littérature lorsque nous avons commencé à nous intéresser au phénomène de "slip". Einzel *et al* [Einzel(90)] argumentent également en faveur d'une correction à cette formule pour les surfaces courbes :

$$\frac{1}{\zeta_c} = \frac{1}{\zeta} + \frac{1}{R}, \quad (3.11)$$

où  $R$  est le rayon de courbure de la paroi dans la direction pour laquelle le champ de vitesse est tangentiel mais l'applicabilité aux fils vibrants est assez cachée. En plus la valeur de  $\zeta_c$  n'est pas universelle, elle dépend de la géométrie du système étudié.

Le calcul pour un cylindre a été fait par Bowley *et al* [Bowley(04)] et les résultats confirment ceux de Einzel *et al*. Après ces corrections, l'expression de  $k$  reste (3.10) mais

$$\beta_B = \zeta/(2\zeta + a). \quad (3.12)$$

Des valeurs de  $\zeta \gg a$  sont désormais possibles avec  $s \simeq 1$  tout en gardant  $l_{\eta} < a$  ( $a \simeq 12,5\mu m$  et  $l_{\eta} \simeq 10\mu m$  à 6mK) ; on peut donc voir expérimentalement la différence entre  $\beta_J$  ( $0 < \beta_J < 1$ ) et  $\beta_B$  ( $0 < \beta_B < 0,5$ ). En particulier  $\zeta \rightarrow \infty$  quand  $s \rightarrow 1$  (donc quand il n'y a pas d'impulsion parallèle transmise à la paroi) ; ceci nous inspire une nouvelle définition pour  $\zeta$ , équivalente à la première, qu'on peut deviner à partir d'un article de Einzel [Einzel(90)] :

$$\zeta \Pi_{\perp\parallel} = -\eta v_{\parallel} \quad (3.13)$$



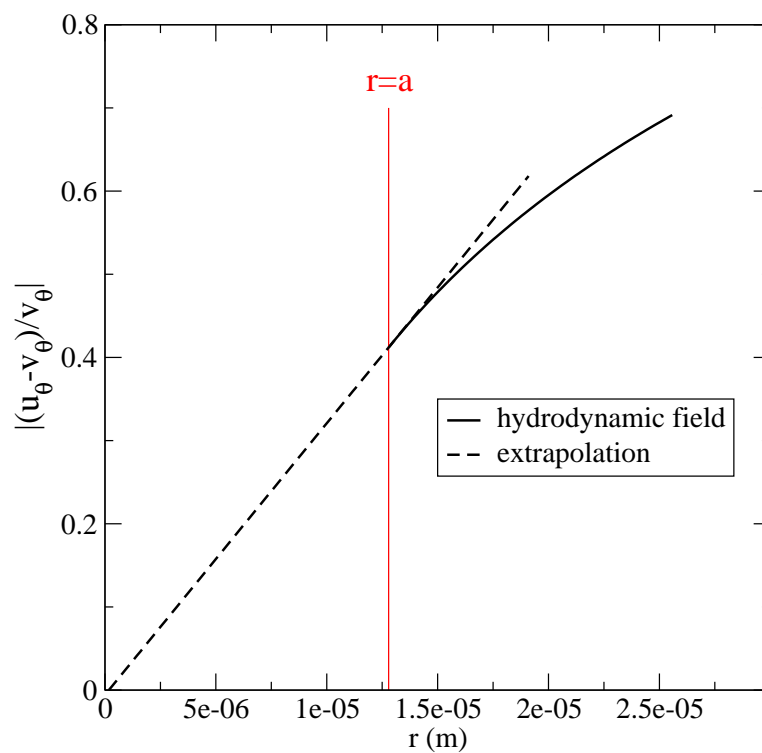


FIG. 3.2 – La vitesse tangentielle en fonction du rayon.  $v_\theta = 0$  pour une distance  $\zeta a / (\zeta + a)$  (équation 3.11) derrière la paroi. Ici  $\xi \gg a$  et donc  $\zeta a / (\zeta + a) \simeq a$ .

L'avantage de cette formule est, d'une part, le contenu physique (elle relie la longueur de glissement et la viscosité au transfert d'impulsion) et, d'autre part, la covariance. Par exemple, dans notre géométrie cylindrique on a tout de suite :

$$\zeta \Pi_{r\theta} = -\eta v_\theta \quad (3.14)$$

qui s'écrit explicitement :

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} = \frac{v_\theta}{\zeta}$$

Avec cette forme on retrouve facilement les équations (3.11) et (3.12).

### 3.2.1.3 La condition limite radiale

Le fait qu'à basse température le libre parcours moyen des quasiparticules devient comparable à l'épaisseur de notre fil vibrant pousse cette description semi-hydrodynamique un peu au-delà de ses limites. Nous commençons à voir dans nos expériences des effets ballistiques. Pour résoudre ce problème nous avons eu une collaboration avec le professeur Bowley de l'Université de Nottingham ; il nous a proposé un modèle théorique adapté à nos conditions expérimentales [Bowley(04)].

L'idée de ce modèle est que la description hydrodynamique reste valable à l'intérieur du fluide tant qu'on ne s'approche pas à moins de quelques libres parcours moyens des parois. La solution (3.3) est donc valable, il reste à trouver les bonnes conditions limite. La condition tangentielle tient compte de l'aspect microscopique de la matière ; elle a été calculée en utilisant l'équation de Boltzmann. Nous nous focalisons donc sur la condition limite radiale  $v_r(a) = 0$ .

Si on définit le champ "microscopique" des vitesses  $\mathbf{v}^m(\mathbf{r}, t)$  à partir de la fonction de distribution des quasiparticules :

$$\mathbf{v}^m(\mathbf{r}, t) = \frac{\sum_{\mathbf{p}, \sigma} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t, \sigma) \mathbf{p}}{m^* \sum_{\mathbf{p}, \sigma} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t, \sigma)}, \quad (3.15)$$

alors il est clair que  $v_r^m(r = a) = 0$  à cause de la conservation du nombre de quasiparticules lors de la collision avec le mur [Cercignani(75)] ( $m^*$  est la masse effective des quasiparticules) et du fait que pour chaque quasiparticule la vitesse radiale après la collision avec le mur est l'opposée de la vitesse radiale avant cette collision (on considère les collisions comme étant élastiques). Si  $v_r^m(r = a) \neq 0$  alors il y a un flux de quasiparticules à travers la paroi, ce qui est impossible.

Le champ *hydrodynamique* des vitesses est défini comme une moyenne de ce champ "microscopique" dans un volume s'étendant sur quelques libres parcours moyens dans toutes les directions. Il n'est plus raisonnable d'imposer  $v_r(r = a) = 0$  pour ce champ hydrodynamique parce que la moyenne est faite maintenant dans un volume qui peut dépasser les dimensions du fil (et donc la longueur caractéristique de variation de la vitesse du fluide). L'argument de conservation du nombre de quasiparticules n'est plus applicable puisque certaines d'entre-elles, qui se trouvent dans le volume de moyennage, peuvent ne pas subir de collision avec le fil, même si leur vitesse radiale est négative et elles n'ont pas de collision avec d'autres quasiparticules dans ce volume (figure 3.3). On obtient finalement sur la paroi une vitesse "hydrodynamique" non-nulle dans la

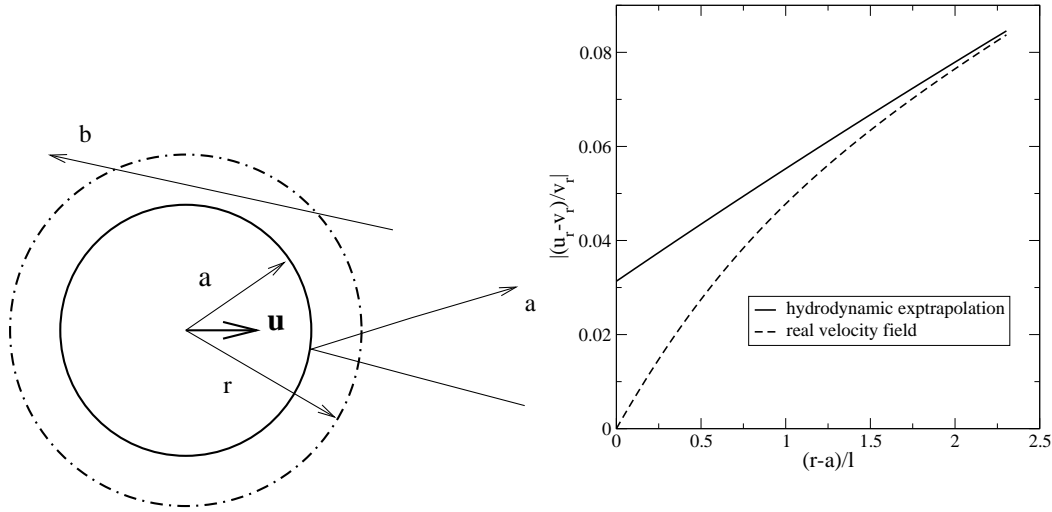


FIG. 3.3 – A gauche, les quasiparticules autour de la paroi. La moyenne, prise dans le volume entourant le cylindre, des vitesses radiales des quasiparticules de type "a" est nulle, ce qui n'est pas le cas pour les quasiparticules de type "b". La distance entre les deux cylindres ( $r - a$ ) est de quelques  $l_\eta$ . A droite, le profil des vitesses radiales quand on approche la paroi ( $v_r$  est la composante radiale de la vitesse du fil à  $\theta = 0$ ).

direction du mouvement du fil ; la composante radiale de cette vitesse dépend de l'angle  $\theta$  (figure 3.3).

L'idée de Bowley et Owers-Bradley [Bowley(04)] est d'estimer une condition limite à quelques libres parcours moyens du fil, là où les deux descriptions (microscopique et hydrodynamique) sont valables. Une autre nouveauté de ce modèle est le fait de poser la condition limite sur la force elle-même plutôt que sur la vitesse. La force définie par l'équation (3.5) :

$$F_H = i\rho\omega\pi (A - BrH_1^1(qr)),$$

exercée sur l'unité de longueur d'un cylindre de rayon  $r$  dépend très peu de  $r$  pour  $|qr| \ll 1$ . Comme dans notre expérience nous avons toujours  $l_\eta \ll \delta$  et  $\delta$  de l'ordre de  $a$  on peut estimer cette expression sur le fil et dire qu'elle ne va changer que très peu lorsqu'on s'écarte de quelques libres parcours moyens.

Le calcul de cette force peut être effectué également de façon microscopique [Bowley(04)], en trouvant la fonction de distribution des quasiparticules et les composantes du tenseur de transfert du moment :

$$\begin{aligned} \Pi_{rr} &= \sum_{\mathbf{p}, \sigma} \frac{p_r^2}{m^*} f(\mathbf{p}, \sigma) \\ \Pi_{r\theta} &= \sum_{\mathbf{p}, \sigma} \frac{p_r p_\theta}{m^*} f(\mathbf{p}, \sigma) \end{aligned}$$

et ensuite en intégrant sur la surface du fil (comme dans le cas hydrodynamique 3.5). La solution de l'équation de Boltzmann (simplifiée, comme celle utilisée par Hojgaard-Jensen *et al* [Jensen(80)]) dépend elle-même du champ hydrodynamique de vitesse, et donc des constantes  $A$  et  $B$ . Cette solution de l'équation de Boltzmann a été trouvée en faisant deux approximations :

1. Pour notre fil la collision des quasiparticules avec la paroi est très spéculaire ( $s > 0.99$ ); les contributions des réflexions non-spéculaires (qui sont d'ordre  $1 - s$ ) n'ont pas été prises en compte.
2. Les termes d'ordre supérieur à  $l_\eta/a$  ont été négligés.

On trouve pour la force microscopique :

$$F_M = \frac{3\pi a n_3 p_F}{16} [2(1+s)u_r(a) - (1-s)u_\theta(a)]; \quad (3.16)$$

les constantes A et B entrent dans les expressions de  $u_r(a)$  et de  $u_\theta(a)$  (voir annexe A). L'égalité  $F_H = F_M$  et la condition limite tangentielle (3.14) nous donnent un système de deux équations avec les inconnues A et B.

Nous avons résolu ce système (voir annexe A) et nous avons trouvé l'expression du paramètre  $k(l_\eta, s)$  [?] :

$$k = \frac{1}{\frac{1+3s}{4} - \Phi} \left\{ \frac{3+s}{4} + \frac{(1+\Xi) \left[ \frac{1+3s}{4} - \frac{1-s}{2(k_S-1)} \right]}{\frac{1}{k_S-1} - \frac{q^2 a^2 \beta_B \left( \frac{1+3s}{4} - \Phi \right)}{4 \left[ \frac{1+s}{2} + \frac{\beta_B(1-s)}{2} - \Phi \right]} - \Xi \right\}, \quad (3.17)$$

avec :

$$\Phi = \frac{4i\rho_N \omega a}{3np_F}$$

$$\Xi = \frac{\Phi(a+4\zeta)}{(3+s)\zeta + a(1+s) - 2\Phi(a+2\zeta)}$$

(on peut remarquer que, pour un fil donné,  $\Phi$  reste presque constant lorsqu'on fait varier la température, on a  $0,001 < |\Phi| < 0,01$ , en fonction du fil et du mélange  ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$  utilisé). Les deux seuls paramètres libres dans la formule (3.17) sont  $l_\eta$  et  $s$ . Le reste des paramètres ( $\eta$ ,  $\zeta$ ,  $\beta$ ,  $q$ , etc...) peuvent être calculés à partir de ces deux-là, de la fréquence et des caractéristiques connues du fil et du liquide. Même si cette formule paraît assez compliquée à première vue, elle est très pratique pour les interpolations que nous ferons par la suite, elle contient toute la physique de l'interaction fil-liquide. Je rappelle que les contributions dues à la réflexion non-spéculaire manquent dans cette formule. A la fin du chapitre j'ai présenté quelques idées sur l'incorporation de ces effets.

Nos données sont pratiquement compatibles avec  $s = 1$ , mais à haute température ( $T \simeq 100\text{mK}$ ) nous avons  $\zeta < a$  même si  $(1+s)/(1-s) \simeq 1000$ . Nous devons donc garder le vrai  $\beta_B$  et non pas le remplacer par sa valeur limite 0,5 quand  $s = 1$ . L'équation (3.17) prend alors une forme plus simple :

$$k_{spec} = \frac{1}{1-\Phi} \left( 1 + \frac{1+\Xi}{\frac{1}{k_S-1} - \frac{q^2 a^2}{4} \beta_B - \Xi} \right), \quad (3.18)$$

avec

$$\Xi = \left( \beta_B + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\Phi}{1 - \Phi}$$

Cette forme, même si elle contient des approximations, donne les bonnes limites à haute et à basse température : Lorsque  $T \rightarrow \infty$  alors  $|q^2 a^2 \beta_B| \rightarrow a\omega\rho_N/(n_3 p_F) \ll 1$  et  $k_S \rightarrow 1$ , on retrouve donc la limite purement hydrodynamique  $k_{spec} \rightarrow k_S$ . Quand  $T \rightarrow 0$  alors  $q \rightarrow 0$ ,  $\beta_B \rightarrow 0,5$  et  $\Xi \rightarrow \Phi/(1 - \Phi)$ . On a dans ce cas  $k_{spec} \rightarrow -1/\Phi$ . Cette limite est purement imaginaire et positive, ce qui veut dire qu'à  $T = 0K$  il y n'y a plus de déplacement du fluide mais seulement de la dissipation. Ceci s'explique : les quasiparticules qui subissent des collisions avec le fil créent seulement de l'amortissement, elles ne transmettent plus le mouvement au fluide parce que le libre parcours moyen est infini. Cette limite a été étudiée expérimentalement la première fois par Guénault *et al* [Guenault(83)], leur résultats montrent effectivement ce genre de comportement.

Des calculs prenant en compte les contributions d'ordre supérieur en  $l_\eta/a$  ont été faits [Bowley(QFS04)] ; pour nos conditions expérimentales les corrections sont négligeables.

### 3.2.2 Le mouvement du fil et la tension auto-induite

Pour extraire la tension auto-induite nous utilisons la méthode proposée par Carless *et al* [Carless(83)] que nous avons adaptée à notre système. Soit une portion élémentaire de fil (considéré comme droit) située à la position  $x$  et dont le déplacement est  $\mathbf{y}$ . Son équation du mouvement s'écrit :

$$i\pi a^2 \rho_w \left( \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} \right) = \mathbf{I}_0 \times \mathbf{B}' e^{-i\omega t} - \frac{\pi a^4 Y}{4} \frac{\partial^4 \mathbf{y}}{\partial x^4} + i\pi a^2 \omega (\rho_N k + \rho_S) \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} \quad (3.19)$$

Le premier terme dans le membre de gauche est le terme inertiel ( $\rho_w$  est la masse volumique du fil) ; le deuxième terme représente la dissipation, due aux courants de Foucault ou intrinsèque, responsable du facteur de qualité fini pour les mesures dans le vide. Le premier terme dans le membre de droite est la force de Laplace,  $\mathbf{I}_0$  est un vecteur orienté par le courant dans le fil  $I$  et égal en module à celui-ci et  $\mathbf{B}'(x)$  est la composante du champ à la position  $x$  qui crée une tension autoinduite. Pour prendre en compte la forme demi-circulaire du fil (figure 3.1) il est facile de prendre pour le champ magnétique :

$$\mathbf{B}'(x) = \mathbf{B} \sin \frac{\pi x}{L},$$

avec  $L$  la longueur du fil. Le deuxième terme représente la force élastique ( $Y$  est le module de Young du fil) et le troisième la force hydrodynamique pour un milieu environnant constitué d'un mélange liquide normal-superfluide. Il faut noter que pour la phase diluée  $\rho_N = m^*n$ , comme il s'agit du mouvement du fluide il faut prendre la masse effective des quasiparticules. Pour les phases concentrée et pure, la formule classique  $\rho_N = mn$  reste valable. Les masses volumiques  $\rho_N$  et  $\rho_S$  (qui dépendent surtout de la pression et très peu de la température) peuvent être trouvées dans la littérature [Greywall(86)].

Pour un mouvement  $\mathbf{y} = y_0(x)e^{-i\omega t}\mathbf{u}_y$  (avec  $\mathbf{u}_y$  perpendiculaire au fil et au champ  $\mathbf{B}$ ) on peut réécrire (3.19) sous la forme :

$$\frac{d^4 y_0}{dx^4} - \alpha^4 y_0 = \frac{4IB'}{\pi a^4 Y}$$

avec

$$\alpha^4 = \frac{4\omega^2}{Y a^2} \left[ \rho_w \left( 1 + i \frac{\gamma}{\omega} \right) + \rho_N k + \rho_S \right]$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$y_0 = A \sin \frac{\pi x}{L} + F \sin \alpha x + G \cos \alpha x + H \sinh \alpha x + J \cosh \alpha x,$$

avec :

$$A = \frac{4IBL^4}{\pi a^4 Y (\pi^4 - \alpha^4 L^4)}$$

et F,G,H et J vérifiant  $y_0, \partial y_0 / \partial x = 0$  pour  $x = 0, L$ .

La tension auto-induite peut être calculée à partir de :

$$\begin{aligned} V e^{-i\omega t} &= \int_0^L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{x} \\ &= -i\omega \int_0^L y_0 B' dx \end{aligned}$$

et on obtient l'expression :

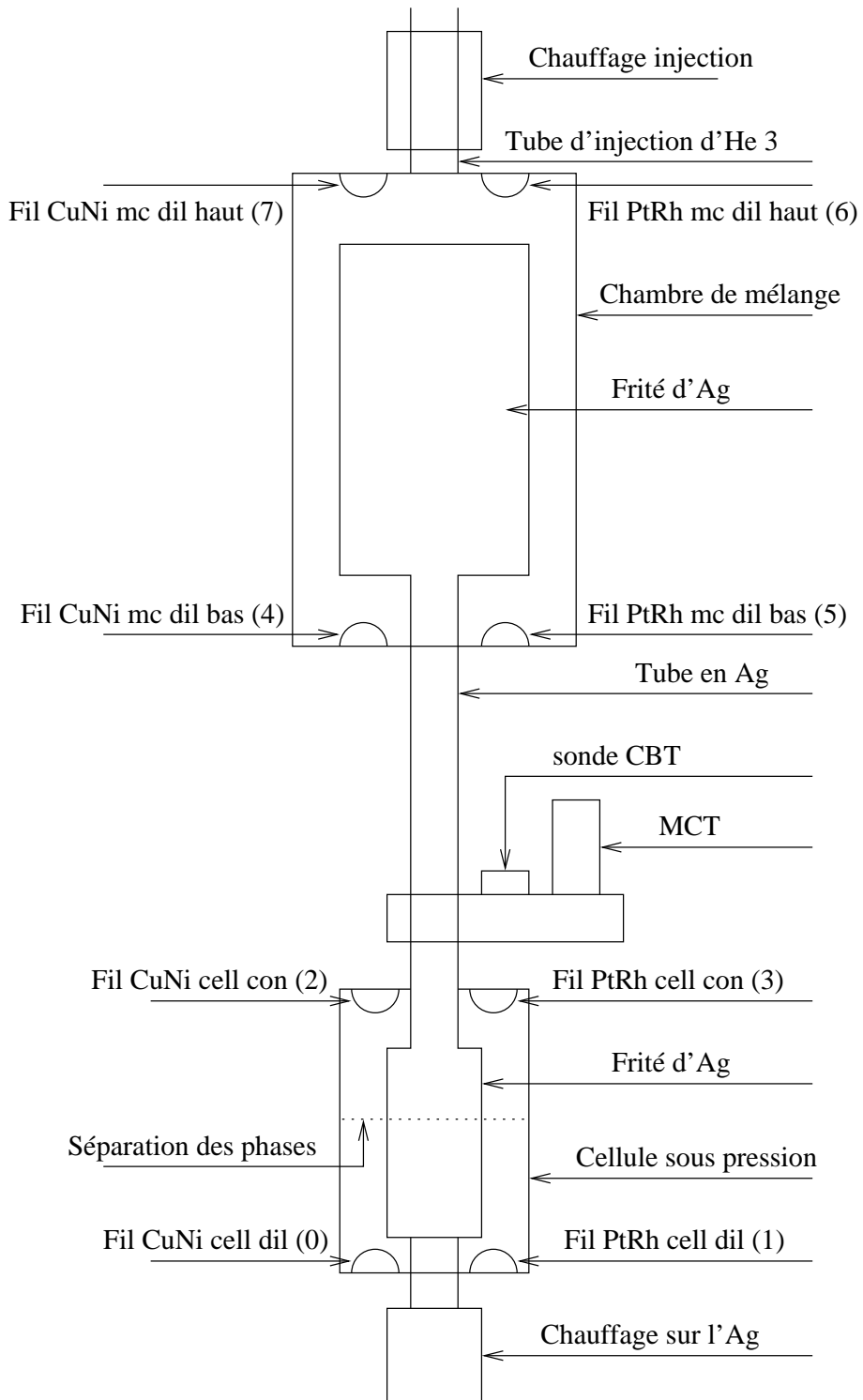
$$V = \frac{2i\omega B^2 I L^5}{\pi Y a^4 (\pi^4 - z^4)} \left[ 1 + \frac{4\pi^2 z}{\pi^4 - z^4} \frac{\sinh z (1 + \cos z) - \sin z (1 + \cosh z)}{1 - \cos z \cosh z} \right], \quad (3.20)$$

avec  $z = \alpha L$ . Ce terme  $z$  contient toute l'information qui nous intéresse, c'est-à-dire la viscosité du fluide, la longueur de glissement, etc...

### 3.3 Dispositif expérimental

#### 3.3.1 Le schéma du dispositif

La température minimale de notre réfrigérateur est d'environ  $6\text{ mK}$ . Pour polariser l' $^3\text{He}$  (pour l'expérience des ondes de spin) nous avons besoin de travailler sous une pression de 6-8 bar ; une dilution classique fonctionne à la pression de la vapeur saturante de l' $^3\text{He}$  (quelques mbar). Nous avons été obligés de construire une cellule séparée pour faire un étalonnage des fils vibrants sous pression également. La cellule est refroidie par la dilution à l'aide d'une barre en argent avec de l'argent fritté aux extrémités (dans la cellule et dans la dilution). Sur cette barre en argent nous fixons également les thermomètres étalon : le CBT et le MCT (figure 3.4). La pression dans la cellule est contrôlable depuis l'extérieur à travers le capillaire de remplissage ; un capteur nous indique en permanence sa valeur. Le mélange utilisé est tel qu'on a une séparation des phases située environ à mi-hauteur de la cellule. Pour faire varier la température nous utilisons deux chauffages (sur l'injection et sur la barre en argent), la puissance injectée étant de l'ordre de  $10^{-5} - 10^{-3}\text{W}$ . Le chauffage sur l'injection assure une répartition plus uniforme de la chaleur ; nous l'avons donc utilisé de préférence. Une fuite de chaleur non-identifiée a limité la température minimale dans la cellule à haute pression à environ  $12\text{ mK}$ . Les mesures à très basse température (jusqu'à  $6\text{ mK}$ ) ont été faites avec la cellule à ondes de spin.

FIG. 3.4 – *Le dispositif expérimental*

### 3.3.2 Les fils vibrants

Nous avons utilisé trois types de fils vibrants pour l'étalonnage : un fil en PtRh (30% de Rh) avec  $\Phi = 25.7\mu m$  et  $\rho = 17520 kg/m^3$ , un fil en CuNi avec  $\Phi = 62.5\mu m$  et  $\rho = 6658 kg/m^3$  et un autre fil en CuNi avec  $\Phi = 115\mu m$  et  $\rho = 7047 kg/m^3$ . Les fils en CuNi sont recouverts par une gaine isolante, d'où la différence de masse volumique moyenne. Nous avons mis dans la chambre de mélange et dans la cellule un fil en PtRh et un fil en CuNi fin dans chaque phase. Nous avons réalisé également des expériences avec une dilution ayant des fils de CuNi de  $115\mu m$  à la place des fils en PtRh.

Nous avons mesuré les diamètres des fils en prenant des photos avec un MEB, la précision obtenue est meilleure que 5% pour les fils en CuNi et encore meilleure pour les fils en PtRh. La différence provient de la gaine isolante des fils en CuNi qui gêne la microscopie à faisceau d'électrons. Pour déterminer la masse volumique nous avons pesé  $1m$  de fil, la précision de la balance est supérieure à 1%.

### 3.3.3 Les thermomètres étalon : CBT et MCT

#### 3.3.3.1 Le thermomètre à blocage de Coulomb (CBT)

Le CBT est basé sur le changement de conductance électrique différentielle des jonctions tunnel avec la température. Cette conductance est déterminée par 3 contributions énergétiques : l'énergie thermique  $k_B T$ , l'énergie potentielle correspondant à la tension appliquée  $eV$  et l'énergie électrostatique  $E_c = e^2/(2C_{eff})$ , où  $C_{eff}$  est la capacité effective du système.

L'exemple le plus simple de CBT est celui à un îlot (l'îlot c'est la partie entre les deux jonctions et la capacité  $C'$  sur la figure 3.6). Si le temps de relaxation électrostatique et celui de passage d'un électron par effet tunnel sont petits devant le temps moyen entre deux passages d'électrons alors l'îlot peut être considéré comme un système isolé. La charge électrique qu'il porte est donc un multiple entier de  $e$  et donc le changement en énergie électrostatique lors du passage d'un électron est un multiple entier de  $E_c = e^2/(2C_{eff})$ , avec  $C_{eff} = 2C + C'$ . Cette énergie peut être apportée soit par l'excitation  $eV$  soit par le bruit thermique sur le système  $k_B T/2$ . Ça nous donne une courbe  $I = f(V)$  à  $T = 0K$  avec deux sauts de pente (pour  $V = \pm e/C_{eff}$ ) et à  $T > 0K$  une courbe lisse, avec  $I = 0$  si et seulement si  $V = 0$  et ayant comme asymptotes la courbe à  $T = 0K$  quand  $E_c \ll eV$  (figure 3.7 à gauche).

La conductance électrique différentielle d'un système de jonctions a la formule suivante [Farhangfar(97)] :

$$\begin{aligned} \frac{G}{G_T} = & 1 - u \cdot g(v) - \frac{u^2}{4} \left[ g^{(2)}(v) \cdot h(v) + g^{(1)}(v) \cdot h^{(1)}(v) \right] - \\ & - \frac{u^3}{96} \left[ 3g^{(4)}(v) \cdot h(v)^2 + 4g^{(2)}(v) + 6g^{(3)}(v) \cdot h^{(1)}(v) \cdot h(v) \right] - \dots \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec :

- $N$  - nombre de jonctions
- $G_T$  - conductance différentielle quand  $V \rightarrow \infty$
- $u = 2(N - 1)/N \cdot e^2/(2C_{eff}k_B T)$
- $v = eV/(Nk_B T)$
- $g(x) = [x \sinh(x) - 4 \sinh^2(x/2)] / [8 \sinh^4(x/2)]$
- $h(x) = x \coth(x/2)$
- $g^{(n)}(x)$  ou  $h^{(n)}(x)$  la  $n^{ime}$  dérivée de  $g(x)$ , respectivement de  $h(x)$

C'est un développement en puissances de  $u$ , valable donc à haute température.  $u$  devient de l'ordre de l'unité autour de  $30mK$  ; c'est à peu près à cette température que le CBT sature



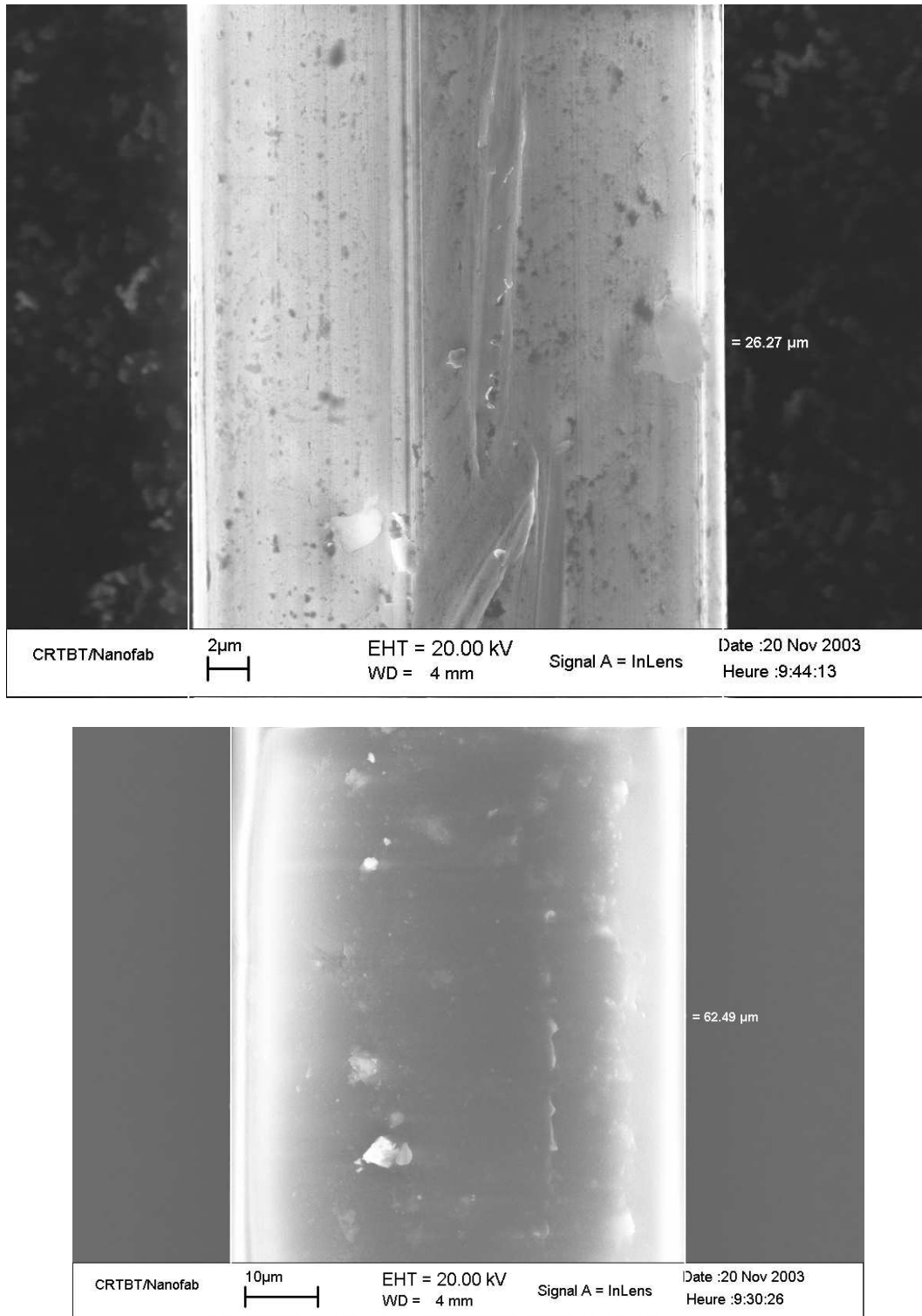


FIG. 3.5 – La mesure au MEB du diamètre des fils en PtRh et CuNi

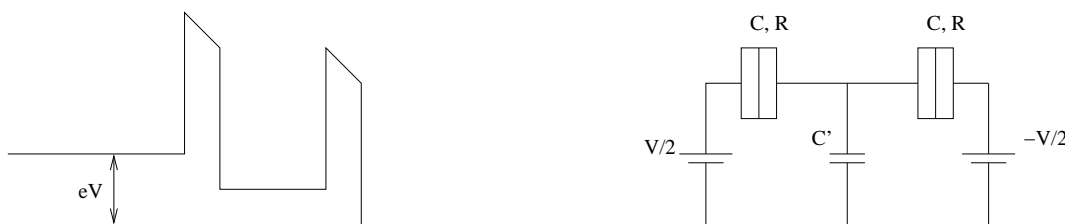


FIG. 3.6 – Le schéma du circuit du CBT à un îlot (à droite) et le potentiel vu par un électron lors du passage à travers les jonctions (à gauche)

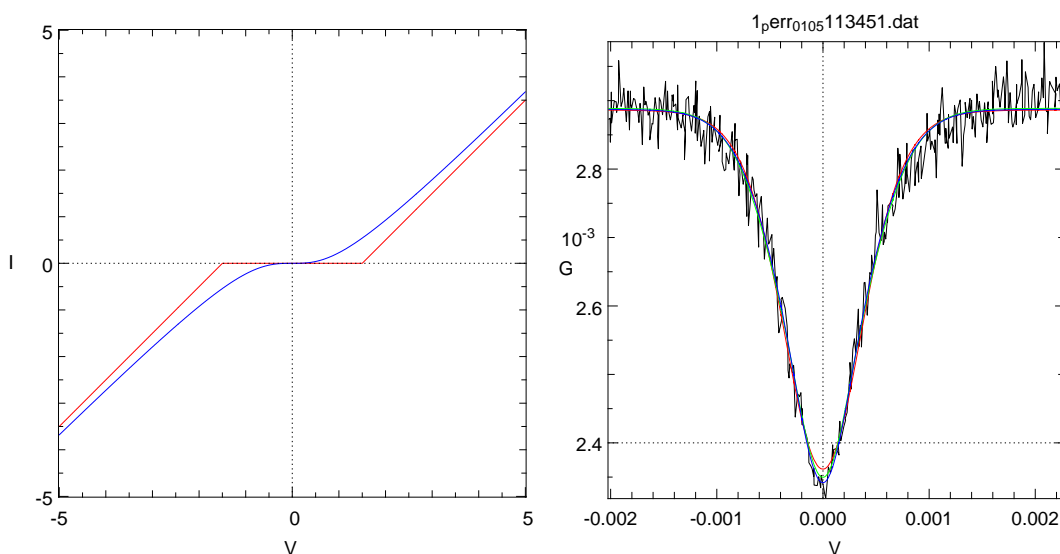


FIG. 3.7 – A gauche : Conductance électrique du CBT à  $T = 0$  (en rouge) et à  $T > 0$  (en bleu). A droite : Courbe expérimentale de la conductance électrique différentielle du CBT avec interpolations successives.

également à cause du fait que les électrons ne sont plus couplés avec les phonons. Cette fonction ressemble à une constante moins une gaussienne ; son intégrale entre  $\mp\infty$  est constante et sa largeur est proportionnelle à la température en première approximation.

Le CBT est acheté chez Nanoway, nous avons tout simplement refait l’acquisition des données sur ordinateur pour faire toutes les mesures de température en même temps et pour avoir plus de stabilité et de précision à basse température. L’appareil fait un balayage en tension superposé à une excitation en créneaux pour renvoyer la résistance différentielle mesurée. La partie la plus difficile a été l’interpolation par la fonction (3.21). Nous avons pris comme paramètres libres  $G_T$ ,  $C_{eff}$ ,  $T$  et le “zéro” de la tension qui n’est pas toujours sur l’axe de symétrie de la courbe. Les termes d’ordre supérieur en  $u$  n’apportent que de petites corrections à la température ; nous les avons pris en compte progressivement pour affiner le calcul. Sur la figure 3.7, à droite, la courbe en rouge est au premier ordre en  $u$ , celle en vert au deuxième ordre et celle en bleu au troisième ordre. Les températures calculées ainsi sont de  $46,93mK$ ,  $40,64mK$  et  $40,65mK$ . Cette méthode est plus précise que celle proposée par le vendeur (une interpolation polynomiale des différentes parties de la courbe et l’extraction de la température à partir de la largeur estimée sur la fonction d’interpolation), et elle est moins sensible au bruit sur les données.

Le CBT effectue un balayage en tension dans la zone intéressante, c’est-à-dire où  $|V|$  est de l’ordre de quelques  $Nk_B T/e$ . La conductance différentielle est mesurée à chaque fois en variant

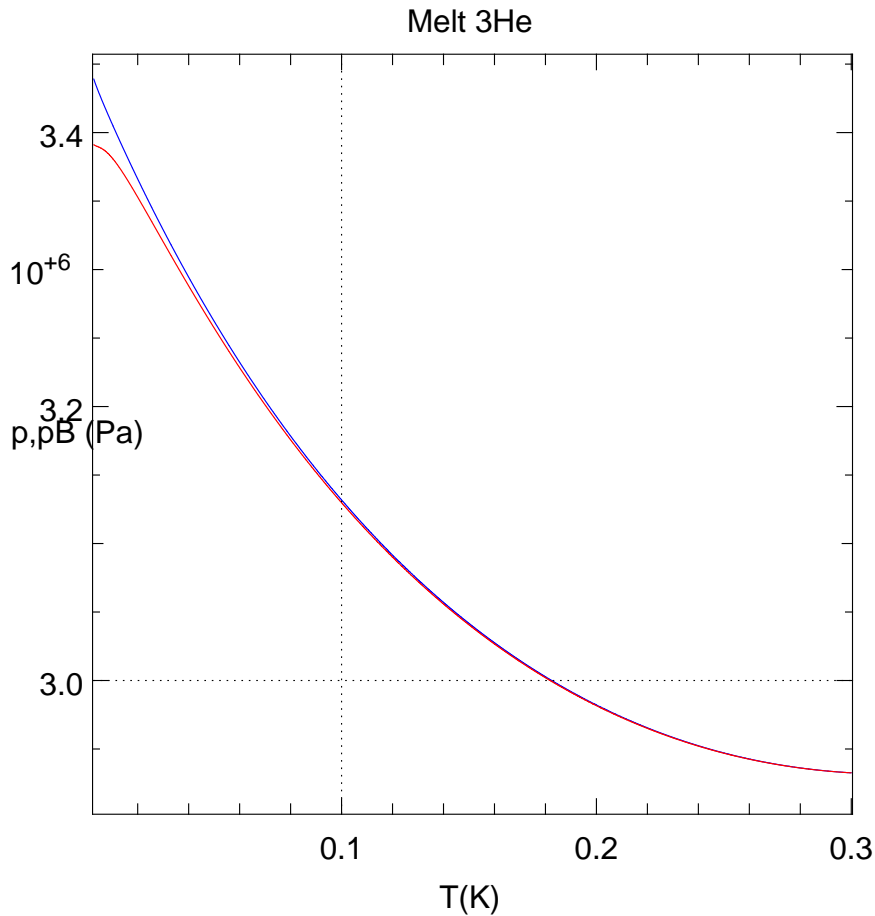


FIG. 3.8 – Courbe de fusion de  $l^3\text{He}$  en absence (en bleu) et en présence (en rouge) d'un champ magnétique

la tension en plus et en moins par rapport à la valeur de balayage et en mesurant l'intensité du courant qui parcourt les îlots. Les deux mesures sont indépendantes, le constructeur en fait la moyenne pour réduire le bruit et le décalage de la ligne de base. Comme le bruit sur les données est assez important et a toujours le même signe, l'appareil peut sortir de sa gamme de fonctionnement, pour l'une des deux mesures. Nous avons utilisé seulement les mesures avec la polarité fiable ; c'est pourquoi nous avons un léger décalage sur les courbes et plus de bruit (figure 3.7).

### 3.3.3.2 Le thermomètre à courbe de fusion (MCT)

Le principe du MCT, un autre thermomètre qu'on peut utiliser en dessous de  $317\text{mK}$  (ou de l'autre côté du minimum sur la courbe 3.8), est basé sur l'équilibre liquide-solide du  $^3\text{He}$ . Quand la température varie, la pression change également pourvu que les deux phases coexistent 3.8. Nous mesurons cette variation de pression à l'aide d'un condensateur dont une des électrodes est poussée par une membrane élastique déformée par la pression du mélange. A l'aide de la courbe d'équilibre trouvée dans la littérature, on peut remonter à la température, mais on doit d'abord étalonner la courbe de la capacité en fonction de la pression. Le montage du MCT est assez délicat, le thermomètre doit résister à des pressions jusqu'à  $40\text{bars}$  et pour des raisons d'espace nous avons besoin d'un dispositif assez petit.

Pour pouvoir utiliser ce thermomètre il faut bien sûr connaître avec précision la courbe de fusion du  $^3\text{He}$ . Des mesures ont été faites en champ magnétique nul et publiées par Rusby *et al.* [Rusby(02)], cette échelle constitue maintenant le “provisional low temperature scale from 0,9 mK to 1K”. Les données peuvent être bien décrites par la formule :

$$P = \sum_{i=-3}^9 a_i T^i,$$

avec les  $a_i$  se trouvant dans la référence [Rusby(02)].

Nous travaillons sous un champ magnétique de 11,3 T, ce qui modifie cette dépendance surtout à basse température. Pour prendre en compte cette modification on part de l'équation Clapeyron-Clausius pour un système biphasé en équilibre dans un champ magnétique :

$$\frac{dP}{dB} = \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

A cause du champ magnétique il y a une variation du moment magnétique de chaque phase, celle du solide étant relativement beaucoup plus importante. Nous avons trouvé des valeurs expérimentales pour la phase liquide dans la littérature mais nous n'avons pas vu de différence notable sur la courbe de fusion obtenue, nous l'avons donc négligée. L' $^3\text{He}$  solide est parfaitement paramagnétique à des températures supérieures à 10 mK, son aimantation est alors :

$$M_s = N\mu \tanh \frac{B\mu}{k_B T}$$

La variation du volume molaire dans la gamme 20 – 320 mK est bien décrite par la courbe expérimentale [Grilly(71)] :

$$\Delta V = 1.9044T^3 - 1.1087T^2 - 0.0548T + 1.3107$$

On obtient finalement (figure 3.8) :

$$p_B(T) = p(T) - \frac{RT}{\Delta V} \ln \cosh \frac{B\mu}{k_B T}$$

Il faut noter que l'utilisation du MCT sous champ magnétique est limitée à environ 10 mK, car, à cause de l'alignement des spins, la chaleur spécifique devient très grande et on n'arrive plus à faire des mesures proprement à cause des constantes de temps trop importantes. Le MCT donne des mesures avec moins de bruit et descend plus bas en température que le CBT ; c'est pourquoi nous avons pris ses données pour la calibration des fils vibrants. Les deux thermomètres sont en bon accord dans la gamme commune de fonctionnement.

## 3.4 Mesures

### 3.4.1 Acquisition des données

Dans le vide les fils vibrants ont des résonances à chaque fois que l'expression (3.20) possède une singularité, c'est-à-dire quand  $\cos z \cosh z \simeq 1$ , ce qui équivaut à  $\cos z \simeq 0$ . On rappelle que :

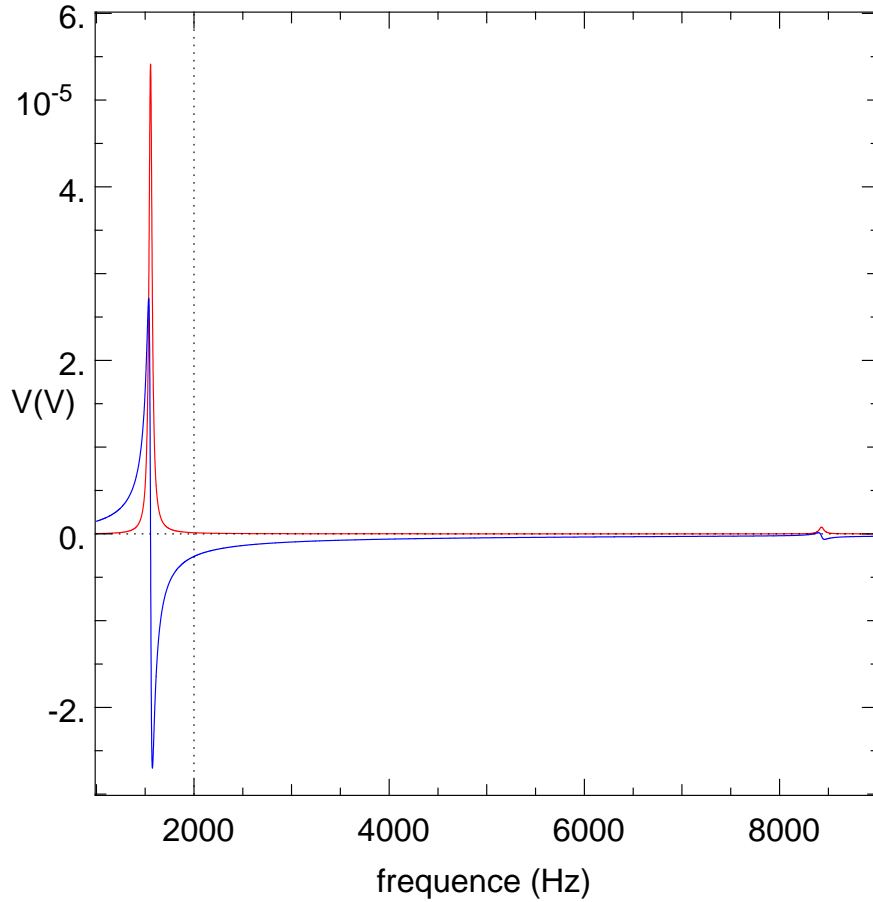


FIG. 3.9 – La première et la troisième résonance d'un fil vibrant

$$z^4 = \frac{4\omega^2 L^4}{Y a^2} \left[ \rho_w \left( 1 + i \frac{\gamma}{\omega} \right) + \rho_N k + \rho_S \right]$$

Les fréquences de résonance à vide ( $\rho_N = \rho_S = 0$ ) sont données approximativement (si  $\gamma \ll \omega$ ) par :

$$\omega_v^2 = \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \right]^4 \frac{Y a^2}{4\rho_w L^4}, \quad (3.22)$$

avec  $n \in \mathbb{N}^*$ . La tension auto-induite pour les résonances avec  $n$  pair est très faible, à cause de l'antisymétrie du mode. Expérimentalement on observe seulement les modes impairs, qui décroissent assez vite en amplitude (figure 3.9) ; c'est pourquoi nous nous plaçons sur la première résonance, pour laquelle une valeur plus exacte de  $z$  est  $z_0 = 4,73$ . L'amortissement à vide est principalement dû aux courants de Foucault ; nous observons une dépendance du facteur de qualité  $Q_v \propto 1/B^2$ .

Nous effectuons un balayage en fréquence de la première résonance sur 256 points. L'intervalle est centré sur la fréquence de résonance et il a deux fois la largeur à mi-hauteur. Nous mesurons les composantes en phase et hors phase de la tension pour chacun des fils. Si on n'a pas la même convention de  $e^{\pm i\omega t}$  dans l'électronique et dans les calculs on doit prendre le conjugué de la

tension. Les données sont stockées dans un fichier ensemble avec la capacité du condensateur du MCT, la température donnée par l'interpolation de la courbe du CBT et la pression dans la cellule mesurée par la jauge. Un programme en C++ permet de faire toute cette acquisition automatiquement et de changer et d'enregistrer les valeurs des courants dans les chauffages. Lors des variations de température les résonances des fils se déplacent, une procédure spéciale recadre l'intervalle de fréquence à chaque mesure.

### 3.4.2 Exploitation des données

Si on regarde la formule (3.20) on se rend compte qu'il y a plusieurs paramètres qu'on ne connaît pas :  $L$ ,  $\gamma$ ,  $\mathbf{B}$  (le champ n'est pas uniforme tout le long de la dilution et de la cellule),  $\beta_E$  (ou  $\zeta$ ) et, bien-sur,  $\eta$ , qui est la quantité que nous voulons mesurer. De plus, cette formule a été obtenue sans tenir compte de la résistance ohmique ( $R$ ) des fils. Les valeurs de  $Y$  qui ont été données par le fabricant des fils ne sont probablement pas trop précises. Heureusement Carless *et al* [Carless(83)] ont montré que la largeur de la courbe (et donc la viscosité mesurée) ne dépend pas du module de Young. Nous avons vérifié expérimentalement cette affirmation et elle est vraie également dans le cas où il y a du glissement. Pour arriver à déterminer tous ces paramètres, nous procédons en plusieurs étapes.

Nous commençons par faire des mesures à froid, dans le vide et à  $\mathbf{B} = 0T$  pour avoir les valeurs des résistances des fils et pour s'assurer que l'électronique et le câblage n'introduisent pas de rotation de la phase. Ensuite nous appliquons le champ et nous faisons des acquisitions sans le liquide pour obtenir la fréquence de résonance à vide  $\omega_v$  (et donc  $L$ , grâce à 3.22), l'amortissement propre du fil ( $\gamma$ ) et le champ  $\mathbf{B}$ . Il faut noter que nos courbes de résonance, qui sont proches des lorentziennes, ont quatre paramètres libres : la ligne de base de la partie réelle (donnée par  $R$ ), l'amplitude (donnée par  $\mathbf{B}$ ), le centre (donné ici par  $\omega_v$ ) et la largeur (donnée ici par  $\gamma$ ). Nous appelons largeur la différence en fréquence entre les deux points où le module de la composante hors phase de la tension est égal à la composante en phase, une fois la ligne de base soustraite. En principe on ne peut pas extraire plus d'information que ces 4 paramètres à partir de nos données. La courbe expérimentale  $V(\omega)$  (avec les composantes en phase et hors phase) est interpolée directement avec la formule (3.20). Nous utilisons le logiciel *Python* et les bibliothèques *SciPy* pour le traitement de nos données, les bibliothèques de procédures d'optimisation et de fonctions mathématiques étant très pratiques à la fois du point de vue rapidité que facilité d'utilisation.

Finalement nous mettons le liquide en place, nous commençons à circuler l' $^3\text{He}$  pour refroidir et nous varions la température avec les chauffages. Les paramètres libres sont maintenant  $\eta$ ,  $\beta$  et  $\mathbf{B}$ . Du point de vue numérique il est préférable d'utiliser  $\eta$  et  $\beta$  comme paramètres libres à la place de  $l_\eta$  et de  $s$ , qui contiennent la physique de  $k$  (eq 3.17). Nous gardons  $\mathbf{B}$  comme paramètre libre parce que à cause de la mauvaise connaissance de  $Y$  ou de la forme du fil qui n'est pas parfaitement demi-circulaire, l'amplitude de la résonance diffère un peu de celle prédite par la théorie. Les deux paramètres qui nous intéressent ( $\eta$  et  $\beta$ ) modifient chacun à la fois la partie réelle et la partie imaginaire de  $k$  et donc la fréquence et la largeur de la résonance ; la prise en compte du glissement tangentiel est absolument nécessaire pour extraire la viscosité. L'interpolation avec la formule (3.20) est clairement meilleure qu'une interpolation avec une lorentzienne, comme on peut le voir sur la figure 3.10. Les différences entre les valeurs de  $\eta$  trouvées dans les deux cas ne sont pas très grandes, par contre  $\beta$  peut varier du simple au triple (figure 3.10). Pour pouvoir comprendre et caractériser le glissement, on a donc besoin de la formule théorique (3.20), même si le temps de calcul pour l'interpolation est environ 10 fois supérieur.

Dans la littérature sur le glissement [Guenault(83), Martikainen(02)] on présente les données sous la forme d'une courbe qui lie la largeur à la fréquence de la résonance. Nous avons utilisé cette approche également et ceci nous a permis de bien voir que nous sommes dans un régime

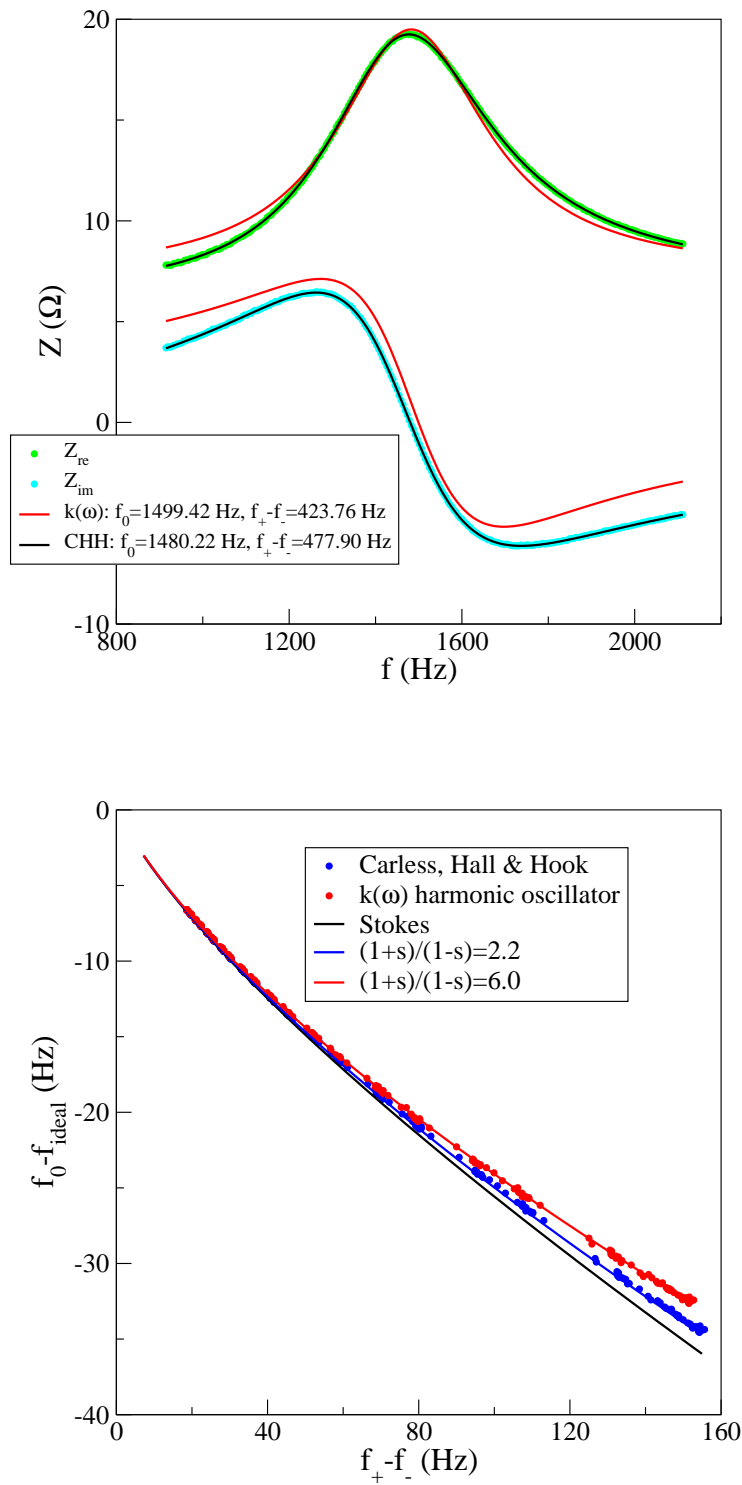


FIG. 3.10 – Comparaison entre l'interpolation avec une lorentzienne et avec l'équation 3.20. Les mesures ont été faites dans  $l^3\text{He}$  pur.

où nous avons des conditions limite presque de superfluide (très peu de transfert de quantité de mouvement à la paroi, très grande spécularité,  $s \simeq 1$ ). A basse température nous observons la transition du régime hydrodynamique vers le régime balistique. Comme cette transition est liée au libre parcours moyen des quasiparticules, on l'observe plus facilement dans la phase diluée que dans la phase concentrée.

Nous avons utilisé également des courbes  $\eta - \beta$  ou  $\nu - \beta$  (avec  $\nu = \eta/\rho_N$  la viscosité cinématique du fluide) pour mieux caractériser le glissement tangentiel. Dans la représentation fréquence-largeur on a du mal à faire la différence entre une courbe avec  $(1+s)/(1-s) \simeq 100$  et une courbe avec  $(1+s)/(1-s) \simeq 1000$ . On rappelle que :

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\zeta}{2\zeta + a} \\ \zeta &= 0,5819 \frac{1+s}{1-s} l_\eta \\ \eta &= \frac{1}{5} n p_F l_\eta\end{aligned}$$

### 3.4.3 Résultats

#### 3.4.3.1 Début des mesures

Il a été nécessaire de prendre en compte progressivement de plus en plus d'effets pour essayer de décrire ce que nous observions dans notre expérience ; lorsque nous avons commencé à faire des mesures sur les fils vibrants nous n'avions pas à disposition toute la théorie présentée précédemment. Je présente ici brièvement comment nous sommes arrivés à utiliser la théorie de Bowley.

Nous nous sommes vite rendu compte que le modèle de Stokes (utilisé par la majorité des expérimentateurs qui mesurent la température avec des fils vibrants) était insuffisant pour nous (figure 3.11), à la fois pour la phase diluée et pour la phase concentrée [Perisanu(04)]. Comme il y avait beaucoup de littérature sur des mesures dans l' $^3\text{He}$  pur, nous avons décidé de tester notre dispositif avec et nous avons trouvé un bon accord avec le modèle de Stokes et encore un meilleur accord avec le modèle de Hojgaard-Jensen avec une amplification de  $\zeta$  par un facteur  $(1+s)/(1-s) = 2,2$ . Nous avons utilisé le même fil ensuite pour faire des expériences dans la phase concentrée, qui, normalement, devrait donner les mêmes résultats, étant donné que c'est une phase presque pure en  $^3\text{He}$ .

Le même type d'analyse dans la phase concentrée donne des valeurs de la viscosité en accord avec les températures du MCT et des valeurs de  $\beta$  saturant à 0,5. La dépendance  $\eta - \beta$  ne peut pas être expliquée par la formule 3.9 quelle que soit la spécularité (figure 3.12).

La figure 3.11 montre que les résultats sont très différents. En fait, comme la phase concentrée est en contact avec la phase diluée, un film d' $^4\text{He}$  (moins que 20 couches atomiques selon [Tholen(91)]) se forme sur toutes les parois, y compris sur le fil vibrant. Ce film crée une spécularité très importante si le fil a une bonne qualité de surface, comme c'est le cas chez nous (Une analyse de l'influence de la qualité de surface sera faite dans la section sur la rugosité).

En analysant les courbes  $\eta - \beta$  (figure 3.12), à la fois dans la phase concentrée et dans la phase diluée, nous avons vu qu'il était nécessaire d'utiliser les formules pour le glissement sur les surfaces courbes. Pour la phase concentrée  $\beta$  tend vers une valeur proche de 0.5. La phase diluée commence à sentir les effets balistiques et, par conséquent, pour bien la décrire il faut utiliser la théorie de Bowley.



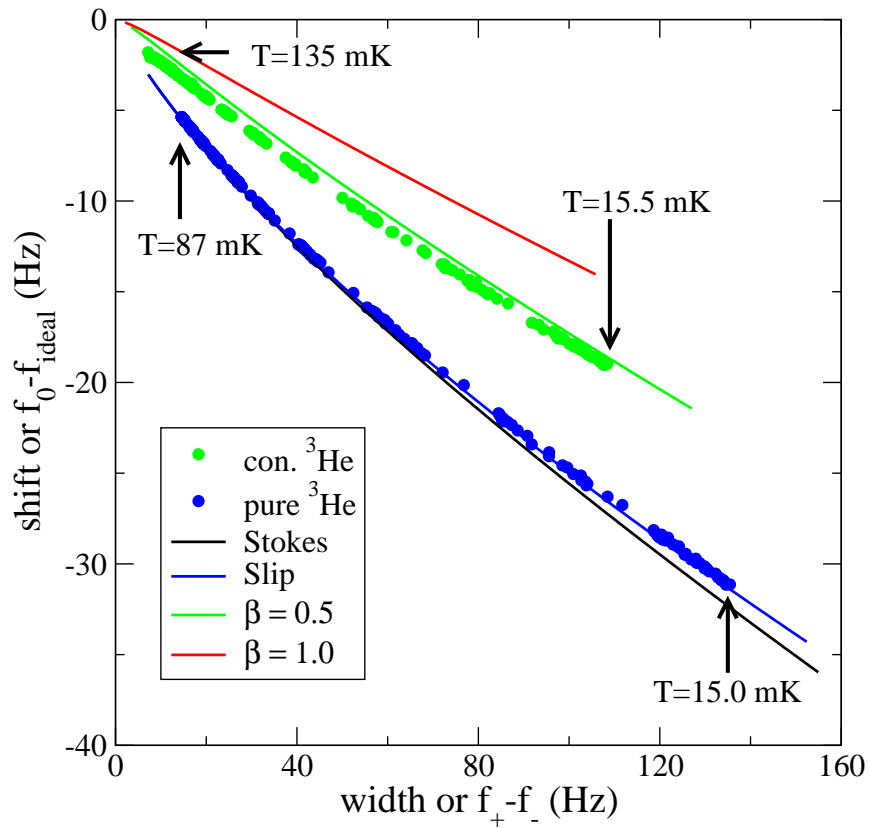


FIG. 3.11 – Courbe largeur-fréquence dans  $l^3\text{He}$  pur et concentré.  $f_{\text{ideal}}$  représente la fréquence de résonance du fil dans un superfluide avec la même masse volumique.

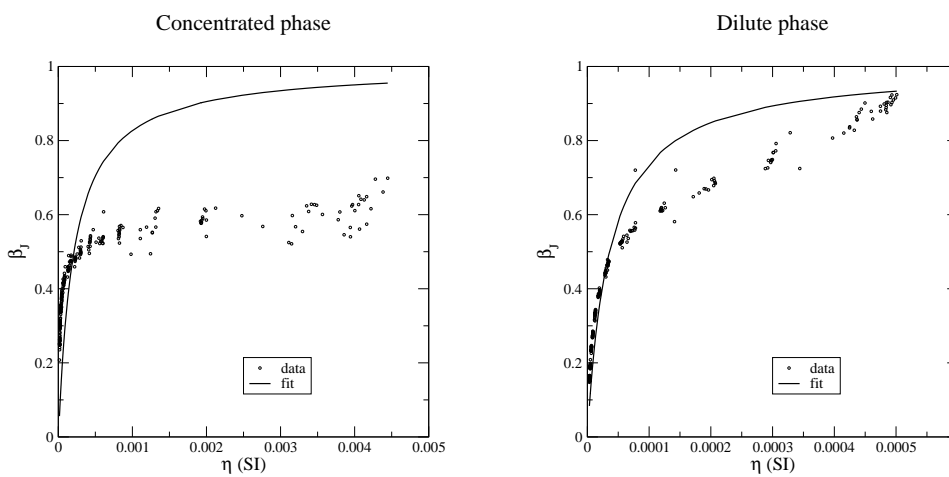


FIG. 3.12 – Courbes  $\eta - \beta$  dans le modèle de Jensen

### 3.4.3.2 La phase concentrée

Une fois que toutes les corrections décrites dans le chapitre “Aspects théoriques” ont été prises en compte, nous avons commencé à avoir des résultats satisfaisants. A basse température nous apercevons sur les deux courbes des effets balistiques (figure 3.13) ; la déviation par rapport à la courbe hydrodynamique est bien décrite par le modèle de Bowley. La courbe  $\eta - \beta$  est très sensible aux caractéristiques du fil (par exemple on voit des différences si nous bougeons la fréquence de résonance à vide de 0,05Hz).

Pour présenter les résultats sur la viscosité, nous avons choisi d'utiliser le libre parcours moyen  $l_\eta$ , à cause de sa variation linéaire avec la pression, que nous avons mesuré expérimentalement. Nous avons fait une interpolation du même type que la dépendance en température des coefficients de transport dans les liquides de Fermi [Dy(69)] :

$$\frac{1}{l_\eta T^2} = a + bT \quad (3.23)$$

Les coefficients  $a$  et  $b$  dépendent de la pression, nous les avons extraits à partir de nos mesures (figure 3.14). Les valeurs de  $l_\eta$  sont extraites à partir des valeurs de la viscosité et les valeurs de  $T$  sont données par le MCT. Si on reporte les valeurs de  $l_\eta$  trouvées dans la formule (3.1) on tombe à moins de 5% des courbes  $\eta - T$  trouvées dans la littérature, ce qui est compatible avec les barres d'erreur [Carless(83)]. Les courbes et les interpolations que nous avons présenté ici sont valables pour  $15 < T < 85mK$ , dans cette gamme de température l'équation (3.23) décrit très bien les points expérimentaux. Les données que nous avons utilisées sont présentées sur la figure 3.19.

La dispersion des points est due au MCT. Comme nous chauffons par paliers, les premiers points du MCT dans le palier ne sont pas pris à l'équilibre (voir figure 3.19). Pour avoir seulement les points mesurés à l'équilibre thermique nous éliminons tous les points où la température du MCT a varié de plus de 1% entre le point avant et le point après. On voit quand même, en dessous de  $20mK$ , un peu de déviation par rapport à la formule (3.23) (figure 3.15) ; elle est due toujours à la difficulté du MCT à atteindre l'équilibre.

Il est intéressant d'observer que le modèle de Jensen, avec  $\eta$  et  $\beta$  comme paramètres libres, est nécessaire et suffisant pour extraire les bonnes valeurs de viscosité à partir des données. L'absence du glissement  $\beta$  dans le modèle entraînerait une viscosité extraite plus faible. En ce qui concerne la suffisance, elle est due au fait que les corrections balistiques sont très petites pour la phase concentrée. Nous avons approfondi notre étude avec le modèle de Bowley seulement pour bien comprendre le phénomène de glissement.

### 3.4.3.3 La phase diluée

C'est dans l'étude de cette phase que le modèle de Bowley s'est révélé très important. Nous avons descendu en température jusqu'à  $7mK$ , où le rapport  $l_\eta/a$  est environ 0,8. Les effets balistiques sont très importants, on voit une énorme déviation par rapport au modèle hydrodynamique corrigé pour le glissement tangentiel (figure 3.16). La courbe générée à partir du modèle de Bowley suit très bien les points expérimentaux, même à basse température, où aucune valeur raisonnable de  $\beta$  ne pourrait expliquer ce qu'on observe avec le modèle de Jensen.

L'analyse des données dans le dilué est assez difficile à cause de la très grande sensibilité aux paramètres et notamment à la fréquence de résonance à vide (on voit des différences à partir de 0,01Hz). Lorsqu'on ajoute du liquide dans la cellule celle-ci peut changer légèrement de forme à cause des variations de pression et de température ; une élévation du fil de  $1\mu m$  génère plus que 0,01Hz de déplacement en fréquence (formule 3.22).

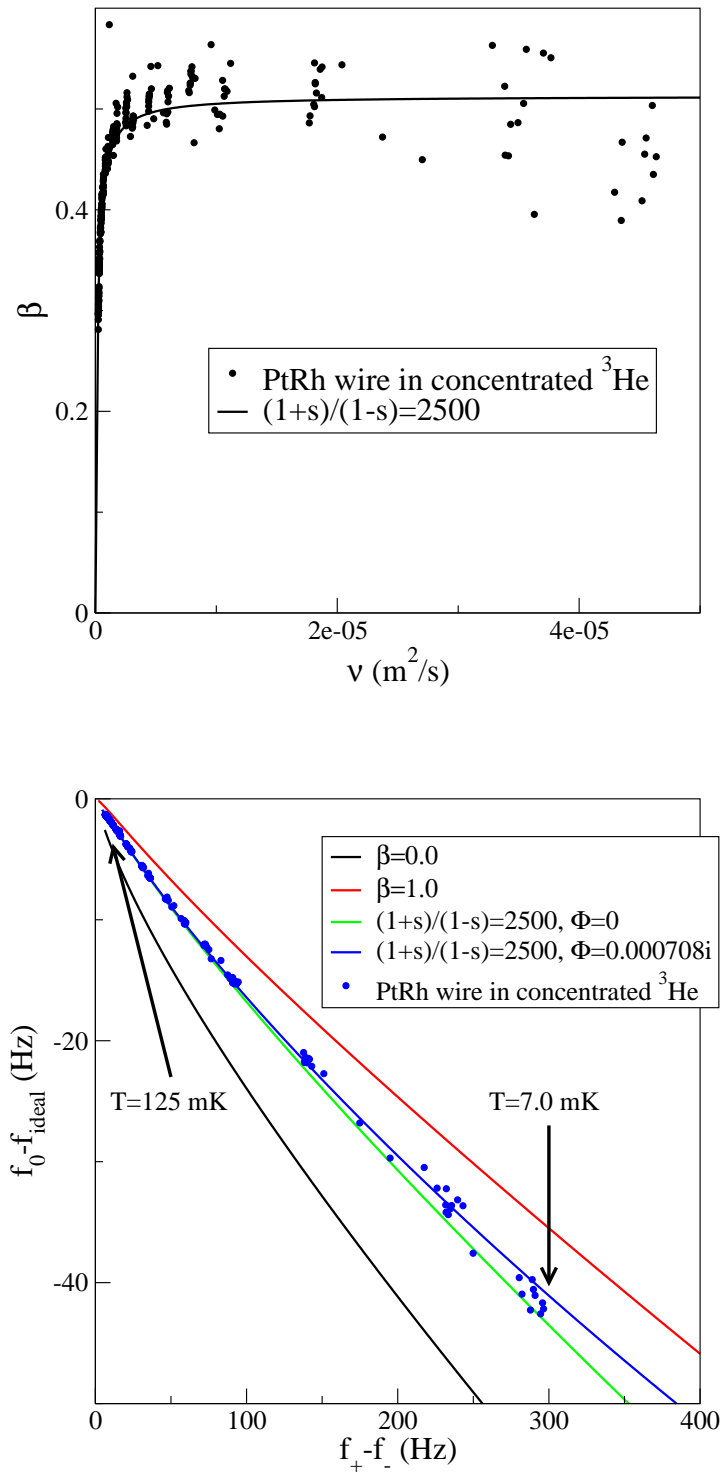


FIG. 3.13 – Courbes  $\eta - \beta$  et shift-largeur dans le modèle de Bowley.

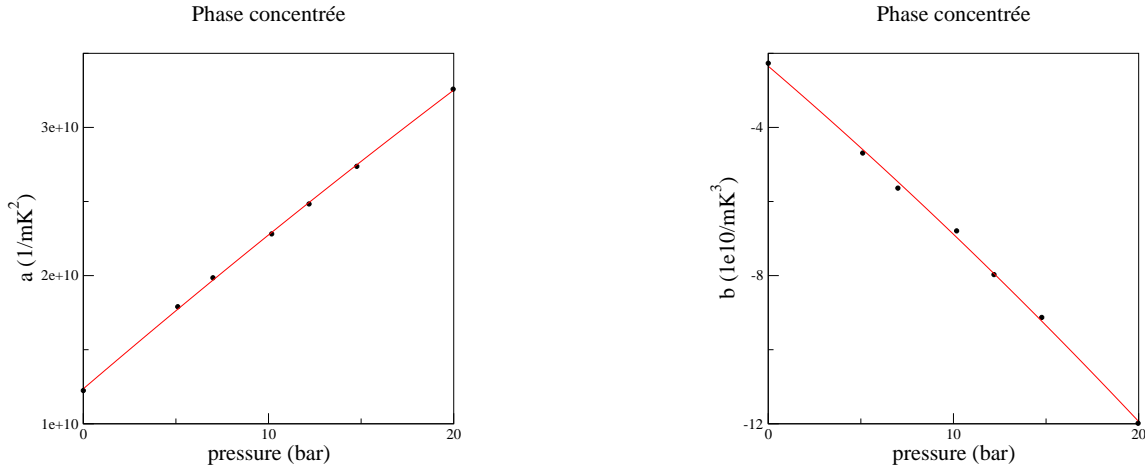


FIG. 3.14 – Les coefficients  $a$  et  $b$  en fonction de la pression. La variation de  $a$  est bien décrite par la formule  $a = -3 \cdot 10^6 p^2 + 1.07 \cdot 10^9 p + 1.24 \cdot 10^{10}$  (courbe en rouge). La variation de  $b$  est donnée par  $b = -2.6 \cdot 10^7 p^2 - 4.3 \cdot 10^9 p - 2.35 \cdot 10^{10}$  (courbe en rouge). On remarque que dans les deux cas l'influence de terme quadratique est presque négligeable.

Pour extraire les températures nous procédons de la même façon que pour la phase concentrée, nous utilisons la formule (3.23) et nous éliminons les points qui ne sont pas à l'équilibre thermique. Les coefficients  $a$  et  $b$  en fonction de la pression sont donnés dans la figure 3.17. La dépendance en température de  $1/l_\eta T^2$  est toujours “très linéaire” (figure 3.18), ce qui n'est plus le cas pour la dépendance en pression. Les données que nous avons utilisées sont présentées sur la figure 3.19.

Pour la phase diluée, nous trouvons une dépendance en température de la viscosité qui est parfois plus que 10% différente de celle trouvée dans la littérature [Zeegers(91)] (figure 3.18), nous pensons que c'est à cause du glissement tangentiel. Les autres expériences [Guenault(83), Zeegers(91), Martikainen(02)] ont eu des facteurs  $s$  beaucoup plus petits que les nôtres, mais probablement le glissement a été suffisant pour influencer les résultats sur la viscosité. Il faut dire également que nous avons trouvé peu de données dans la littérature et que parfois nous avons été obligés d'extrapoler pour couvrir les gammes de température et de pression qui nous intéressent.

#### 3.4.3.4 Influence de la rugosité de surface

Nous observons dans notre expérience beaucoup plus de glissement tangentiel que dans toutes les autres expériences à fil vibrant [Guenault(83), König(93), Martikainen(02)]; nous pensons que c'est à cause de la rugosité de surface. Un tel glissement a été observé dans une expérience à oscillateur de torsion [Tholen(91)], avec une surface spécialement polie, ayant des rugosités de l'ordre de  $10\text{nm}$ . Nous avons fait des photos au MEB de notre fil en PtRh et d'un fil  $\Phi = 125\mu\text{m}$  en tantale, similaire à celui utilisé dans d'autres expériences. On peut voir sur la figure 3.20 que notre fil, bien qu'acheté directement chez un fabricant, a une taille moyenne des rugosités qui ne dépasse pas  $100\text{nm}$ . Le fil en tantale a des rugosités de quelques microns; nous pensons que ce sont ces rugosités qui réduisent la spécularité et donc le glissement tangentiel.

La rugosité de surface a influencé peut-être certaines de nos mesures de  $\beta$ . Normalement quand  $T \rightarrow 0$  alors  $\beta \rightarrow 0,5$ . Pour certains fils nous avons vu que  $\beta$  tend vers une valeur inférieure à  $0,5$  (figure 3.21). Einzel [Einzel(90)] propose une formule pour le glissement sur une surface rugueuse :

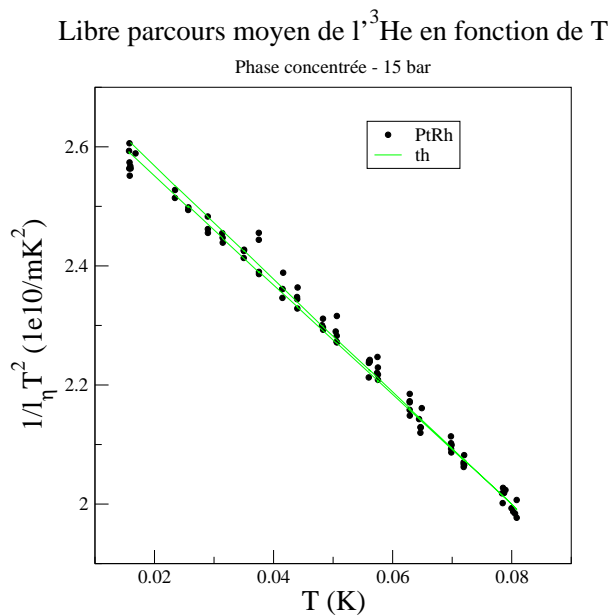
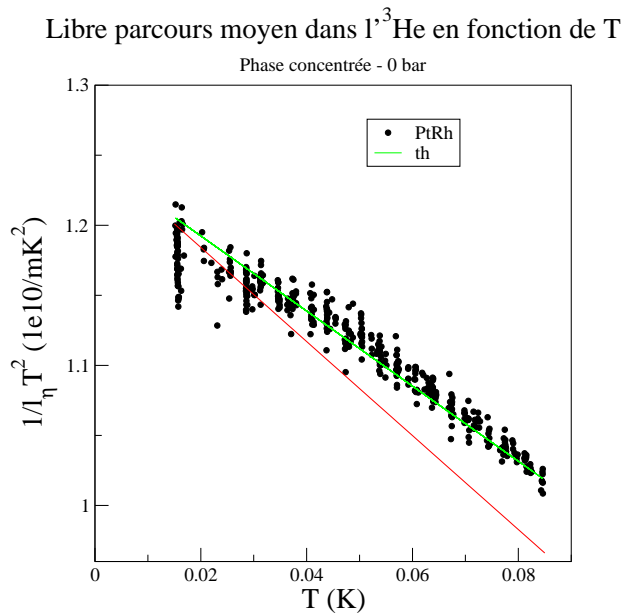


FIG. 3.15 –  $1/(l_\eta T^2)$  en fonction de  $T$  à 0 bar et à 15 bar. La courbe en vert est l'interpolation avec la formule (3.23). Pour obtenir ces courbes, nous avons commencé les mesures à basse température, nous avons chauffé et ensuite refroidi. Le long de ce cycle le niveau d'He dans le cryostat varie, ce qui fait légèrement varier la pression dans la cellule si on travaille à plus que 0 bar. Nous mesurons constamment la pression et nous en tenons compte dans l'analyse des données. La courbe en rouge est générée à partir des données trouvées dans la littérature pour  $^3\text{He}$  pur.

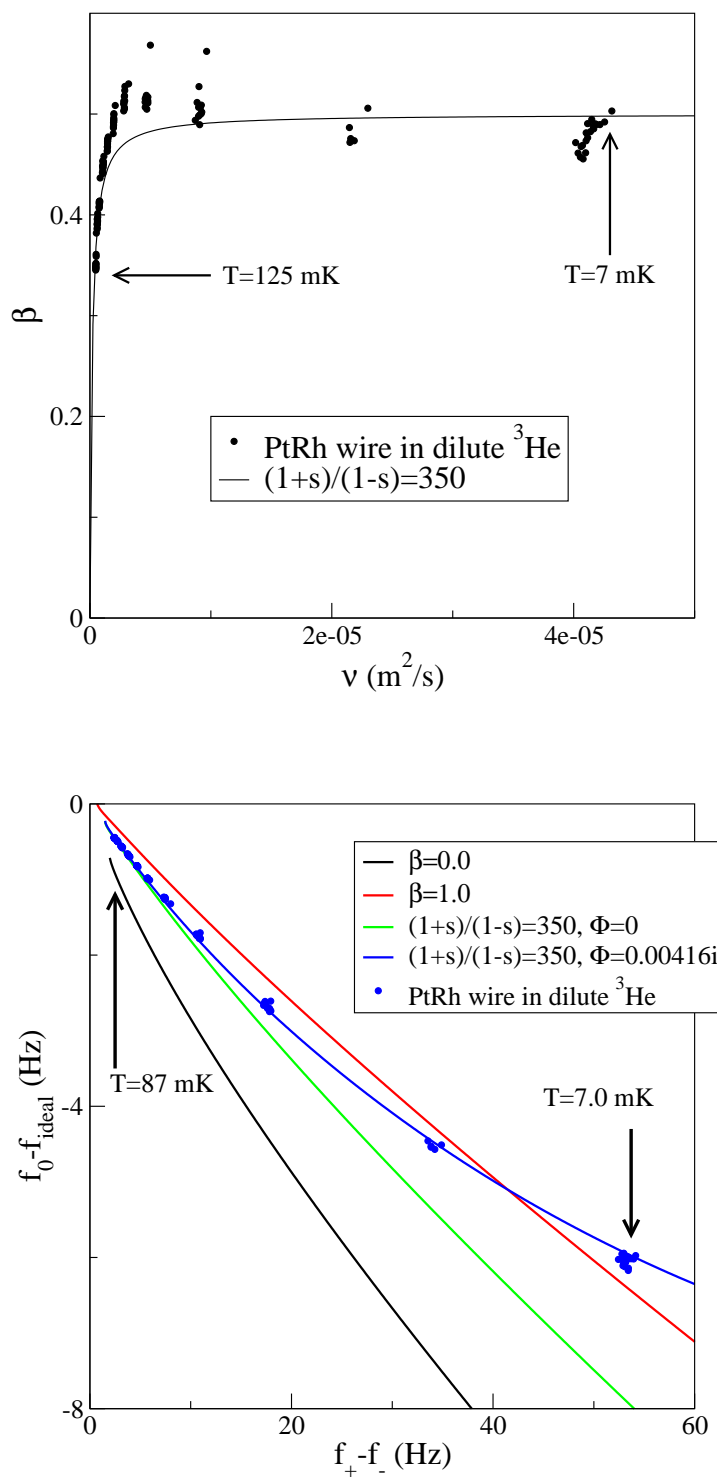


FIG. 3.16 – Les résultats pour la phase diluée. En bas, en vert, la prédiction de l'hydrodynamique corrigée pour le glissement tangentiel, en bleu la prédiction du modèle de Bowley.

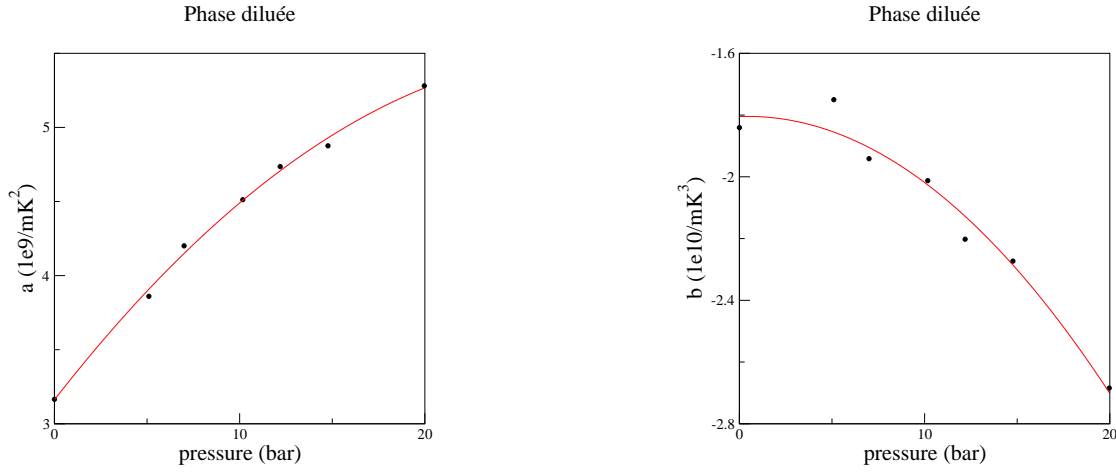


FIG. 3.17 – Les coefficients  $a$  et  $b$  en fonction de la pression. L'interpolation de  $a$  est faite avec la fonction  $-2,6 \cdot 10^6 p^2 + 1,56 \cdot 10^8 p + 3,19 \cdot 10^9$ . L'interpolation de  $b$  est faite avec la fonction  $-2,69 \cdot 10^7 p^2 + 10^8 p - 1,87 \cdot 10^{10}$ .

$$\frac{1}{\zeta_{eff}} = \frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\zeta_R} \quad (3.24)$$

avec  $\zeta_{eff}$  la longueur de glissement qu'on observe et  $\zeta_R$  une longueur qui dépend des dimensions des rugosités. Cette formule explique déjà comment les rugosités peuvent tuer le glissement ; il suffit d'avoir  $\zeta_R \ll \zeta$ . Si on remplace (3.24) dans la définition de  $\beta$ , on obtient :

$$\beta = \frac{\zeta}{\left(2 + \frac{a}{\zeta_R}\right) \zeta + a}$$

Nous avons utilisé cette formule pour les interpolations sur la figure 3.21 ; on voit qu'elle décrit assez bien les données avec  $\zeta_R \simeq 20 \mu m$ . Malheureusement cette valeur est assez loin de la prédiction de Einzel :

$$\zeta_R = \frac{1}{h^2 k_R^3}$$

avec  $h$  et  $k_R$  la hauteur et le nombre d'onde moyen des rugosités. Sur la figure 3.20 on voit que  $k \simeq 2\pi/100nm$  ; pour trouver  $\zeta_R \simeq 20 \mu m$  il faudrait  $h \simeq 0.45nm$ , ce qui est trop petit, comparé à ce qu'on voit sur la figure. Il faut dire aussi que nous ne sommes pas vraiment dans les conditions d'applicabilité de cette théorie de Einzel ( $k_R \zeta \ll 1$ ) ; nous avons été surpris de voir que la formule (3.24) décrit si bien nos données.

#### 3.4.4 Perspectives

Il reste quelques aspects sur les fils vibrants que nous n'avons pas eu le temps d'approfondir. Il faudrait faire un modèle qui tienne compte à la fois de la rugosité de surface et du caractère spéculaire ou diffusif des réflexions. Le modèle de Bowley décrit pour l'instant seulement la partie

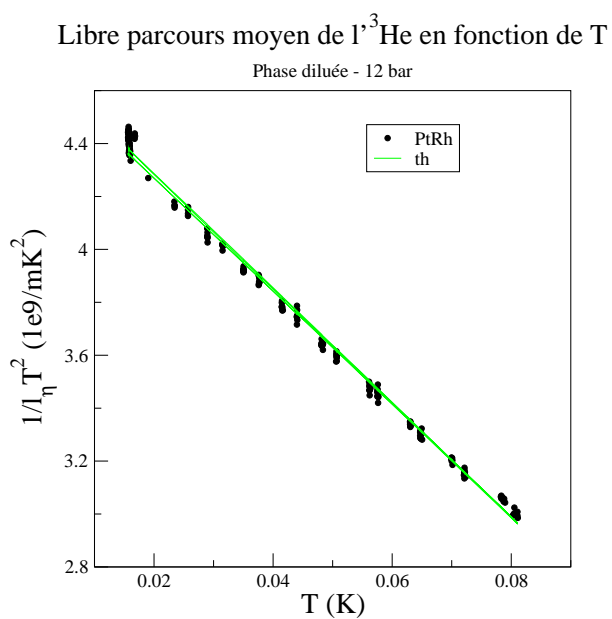
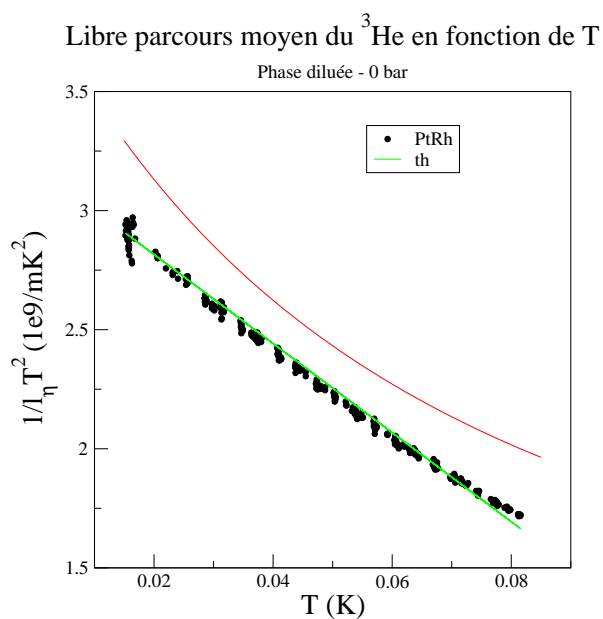


FIG. 3.18 – Le libre parcours moyen dans la phase diluée en fonction de la température. Les courbes en vert représentent l'interpolation avec la formule (3.23). La courbe en rouge est générée à partir des données trouvées dans la littérature. Comme pour la phase concentrée, la dispersion des points est due au MCT.



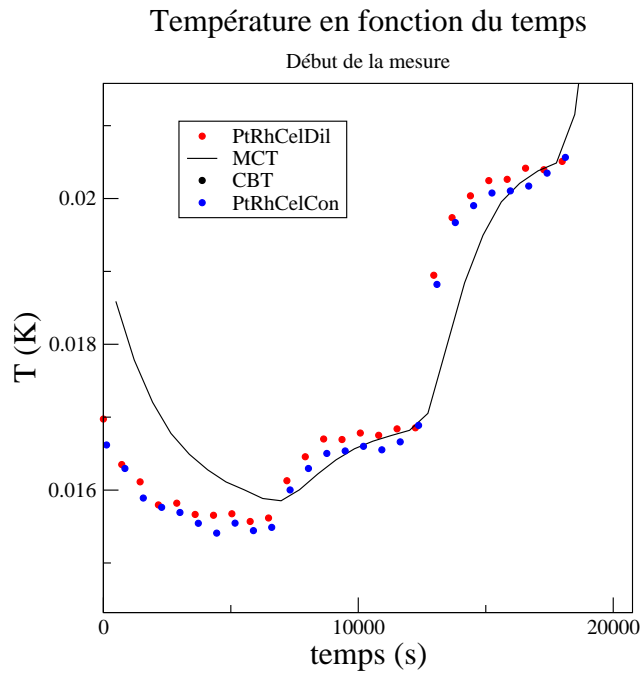
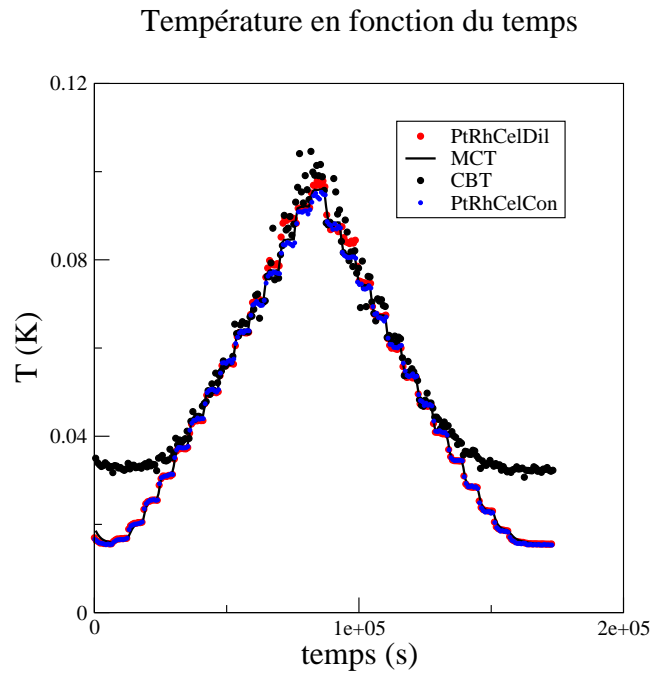


FIG. 3.19 – Les températures données par le MCT, par le CBT et par les fils vibrants dans les deux phases en fonction du temps. La deuxième courbe est un agrandissement du début de la mesure sur la première figure. On peut observer que le MCT a du mal à suivre le cycle de chauffage à basse température ; on a gardé dans cette zone seulement les quelques points qui étaient à l'équilibre thermique.

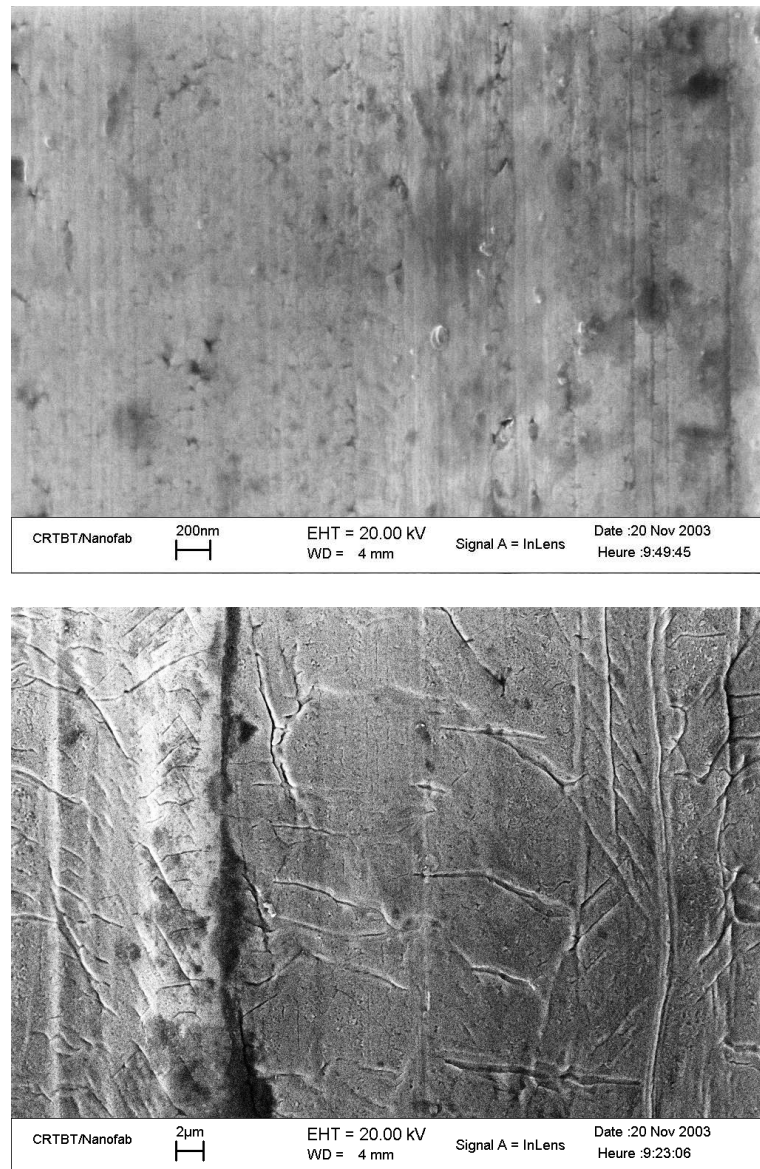


FIG. 3.20 – Notre fil de PtRh (en haut) et un fil en Tantale semblable à celui utilisé dans la majorité des expériences de fil vibrant.

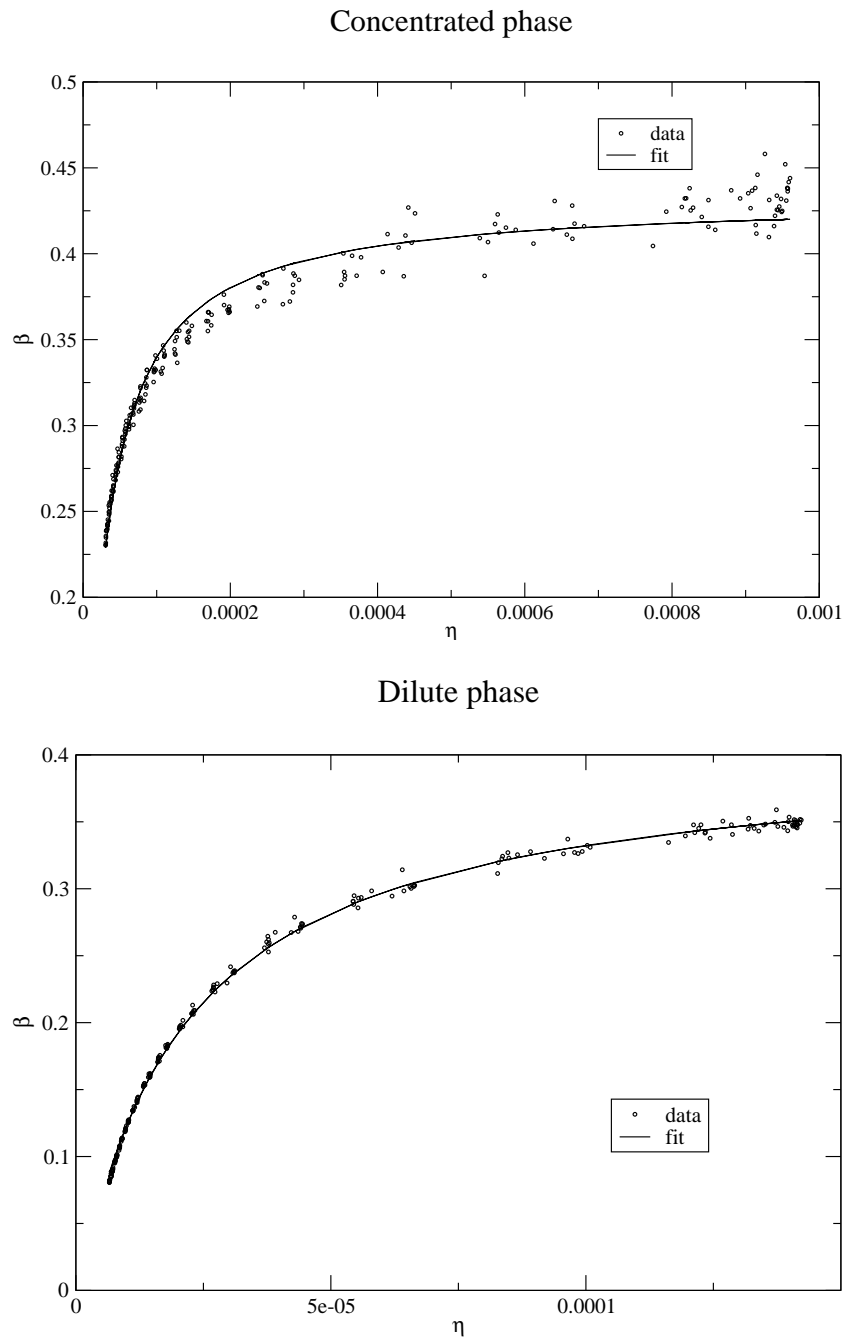


FIG. 3.21 – Fils pour lesquels  $\beta$  culmine à une valeur inférieure à 0,5.

spéculaire des réflexions, nous nous sommes demandés comment faire un modèle pour la réflexion diffuse également.

Nous avons suivi une approche de Einzel, qu'il a utilisée pour le glissement tangentiel. Soit  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')$  la densité de probabilité qu'une quasiparticule arrivant sur la paroi avec la quantité de mouvement  $\mathbf{p}'$  sort avec une quantité de mouvement  $\mathbf{p}$ . Il faut noter que cette manière d'aborder le problème n'est pas symétrique entre les états rentrants et sortants :  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')$  n'est pas la probabilité pour qu'une quasiparticule sortant avec la quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  soit rentrée avec une quantité de mouvement  $\mathbf{p}'$ . A cause de cette dissymétrie les équations de normalisation s'écrivent différemment pour les états rentrants et sortants [Einzel(83)] :

$$\begin{aligned} \int d^3\mathbf{p} \cdot (\mathbf{p}|R|\mathbf{p}') &= 1 \\ \int d^3\mathbf{p}' \cdot f_{\mathbf{p}}^< p'_z (\mathbf{p}|R|\mathbf{p}') &= -f_{\mathbf{p}}^> p_z \end{aligned} \quad (3.25)$$

avec  $p_z$  la composante de  $\mathbf{p}$  perpendiculaire à la paroi et  $f_{\mathbf{p}}^> (f_{\mathbf{p}}^<)$  les fonctions de distribution des quasiparticules sortantes (rentrantes). L'intégrale sur  $\mathbf{p}$  est prise sur le demi-espace  $p_z > 0$  et l'intégrale sur  $\mathbf{p}'$  sur le demi-espace  $p'_z < 0$ . La première équation traduit tout simplement le fait que pour toute quasiparticule rentrante, la somme des probabilités de sortie doit être égale à 1. La deuxième formule égalise le flux de quasiparticules sortantes avec une impulsion  $\mathbf{p}$  avec la somme des flux rentrants fois la probabilité de sortir avec cette impulsion  $\mathbf{p}$ .

Il s'agit maintenant de trouver  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')$  qui satisfait (3.25) à l'équilibre, pour tout  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$  sur la surface de Fermi. On a  $p_z = p_F \cos \theta$ , avec  $\theta$  l'angle d'incidence. Pour satisfaire la deuxième équation de (3.25) on a deux possibilités.

La première est d'avoir  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')$  qui dépend des angles, comme dans le cas de la réflexion spéculaire :  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')_{spec} = \delta(p'_x - p_x)\delta(p'_y - p_y)\delta(p'_z + p_z)$ , ou dans le cas d'une probabilité de sortie plus grande vers la direction normale :  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')_n = p_z \delta(p' - p) / (\pi p_F^3)$ .

La deuxième possibilité est d'avoir une distribution  $f_{\mathbf{p}}^>$  à l'équilibre qui varie comme  $1/\cos \theta$ . La réflexion diffuse se fait par définition dans tout le demi-espace  $p_z > 0$ , de façon à ce que la moyenne des quantités de mouvement des particules après la réflexion soit nulle, quelles que soient les impulsions incidentes.

On peut donc prendre soit  $p'_z(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}') \propto \cos \theta$  soit  $f_{\mathbf{p}}^> \propto 1/\cos \theta$ . Ce n'est pas réaliste de penser que la réflexion diffuse se fait de façon à ce que  $p'_z(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}') \propto \cos \theta$ ; elle doit dépendre de la taille et de la forme des rugosités de surface. Nous croyons que la distribution des quasiparticules à l'équilibre est affectée localement (sur quelques libres parcours moyens) par le type de réflexion qu'elles subissent avec la paroi, pour une réflexion diffuse équiprobable dans toutes les directions (avec  $(\mathbf{p}|R|\mathbf{p}')$  indépendant de  $\theta$ ) on doit avoir  $f_{\mathbf{p}}^> \propto 1/\cos \theta$ .

Il faudrait faire un modèle qui tienne compte de ces considérations, pour pouvoir décrire complètement le comportement des fils vibrants. Heureusement, nous avons pratiquement 100% de réflexions spéculaires, pour lesquelles la modélisation est plus simple.

### 3.4.5 Conclusion

Les phénomènes que nous observons sortent du cadre de l'hydrodynamique pure (modèle de Stokes) parce que dans nos conditions expérimentales le libre parcours moyen approche les dimensions des fils vibrants. A cause de la grande spécularité nous avons deux échelles de longueur :

- $\zeta$ , pour le glissement tangentiel
- $l_\eta$ , pour le glissement radial.

Le glissement tangentiel est très important pour les mesures de viscosité ;  $\eta$  et  $\zeta$  doivent être mesurés en même temps. Aux températures auxquelles nous travaillons le glissement radial n'a

que très peu d'influence sur les mesures de température (environ 1% dans la phase diluée et 0,1% dans la phase concentrée).

## Chapitre 4

# Mesure de la température d'anisotropie

Ce chapitre est consacré à l'étude des ondes de spin. La première section est dédiée au calcul du spectre dans une géométrie 1D et 3D à symétrie sphérique. Dans la deuxième section je décris le dispositif expérimental en détaillant les composantes sur lesquelles nous avons travaillé pendant ma thèse. La troisième section est dédiée à la présentation des résultats et la quatrième à la conclusion.

### 4.1 Le spectre des ondes de spin

#### 4.1.1 Équation des ondes de spin

Les ondes de spin sont des oscillations de l'aimantation (ou densité de spin) transverse. On obtient facilement l'équation des ondes de spin à partir de l'équation de mouvement pour la densité de spin transverse (1.34),  $M^+ = M_x + iM_y$ , que nous avons déjà vue dans le premier chapitre :

$$\frac{\partial M^+}{\partial t} = -i\omega_0(\mathbf{r})M^+ + \frac{D_0(1 + i\mu M_z)}{1 + \mu^2 M(t)^2} \nabla^2 M^+ .$$

Dans la limite où la composante transverse de la densité de spin ( $M^+$ ) est petite devant  $\mathbf{M}$  (l'aimantation est peu déviée de sa position d'équilibre), on peut faire l'approximation :

$$M_z = |\mathbf{M}(t)| = M \quad (4.1)$$

et l'équation devient :

$$\left[ \underbrace{\frac{iD_0}{1 + i\lambda\mathcal{A}\omega_0\tau_\perp}}_{E_{cintique}} \nabla^2 + \underbrace{\omega_0(\mathbf{r})}_{E_{potentielle}} \right] M^+(\mathbf{r}, t) = i \frac{\partial M^+(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (4.2)$$

Nous rappelons que le paramètre  $\mathcal{A} = M/M_0$  dans la définition  $\mu M \equiv \lambda\mathcal{A}\omega_0\tau_\perp$  tient compte du fait que  $M$  peut être plus grand ou plus petit que la valeur d'équilibre  $M_0$ .

Cette équation a la forme de l'équation de Schrödinger : le premier terme entre crochets est l'analogue de l'énergie cinétique et le second l'analogue de l'énergie potentielle. Les ondes de spin sont amorties, car la "masse" dans l'énergie cinétique est complexe.

Les solutions de cette équation dans un champ magnétique constant, ( $\omega_0(\mathbf{r}) = \omega_0$ ), sont des ondes planes,  $M^+(\mathbf{r}, t) = m^+ e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ . En substituant  $M^+$  par son expression dans l'équation

(4.2), on obtient la relation de dispersion :

$$\omega = \omega_0 - \frac{iD_0}{1 + i\lambda\mathcal{A}\omega_0\tau_\perp} k^2. \quad (4.3)$$

Le signe de  $\lambda$  détermine le signe de la partie réelle de la masse : si  $\lambda < 0$  (ou  $\lambda > 0$ ), la masse est positive (ou négative) et les ondes de spin stationnaires sont piégées dans un minimum (ou maximum) de champ magnétique.

Les valeurs du paramètre d'interaction  $\lambda$  pour de l' $^3\text{He}$  concentré ou des mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  ont été mesurées à partir du spectre des ondes de spin : références [Ishimoto(88)] et [Candela(86)]. En résumé,  $\lambda$  est toujours positif dans l' $^3\text{He}$ , sauf pour les mélanges dont la concentration  $x_3$  est inférieure à  $\sim 3\%$  (de 2,5 à 4,5% suivant la pression), où  $\lambda$  est négatif. Un tableau récapitulatif des différents résultats est donné dans l'appendice E.

La détection "classique" des ondes de spin repose sur la possibilité de piéger des ondes stationnaires par interférence constructive, dans une cavité avec des parois magnétiquement inertes, donc réfléchissantes. La brisure de symétrie des ondes stationnaires par un gradient de champ assure leur couplage avec un champ radio-fréquence homogène dans l'espace.

### 4.1.2 Calcul de la susceptibilité

Les ondes de spin sont excitées et étudiées à l'aide d'un circuit RMN qui produit un champ magnétique  $h_1^+(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$  (dans notre cas uniforme,  $h_1^+(\mathbf{r}) = h_1^+$ ) à la fréquence désirée. Écrivons l'équation des ondes de spin dans un champ magnétique statique de la forme  $\omega_0/\gamma + Gz$  (où le gradient de champ  $G$  est constant et orienté suivant l'axe  $z$ ) :

$$iD_{\text{eff}}\nabla^2 m^+(\mathbf{r}) + (\omega_0 + \gamma Gz)m^+(\mathbf{r}) = \omega m^+(\mathbf{r}) + \gamma M_z h_1^+(\mathbf{r}), \quad (4.4)$$

où  $m^+(\mathbf{r})$  est défini par  $M^+(\mathbf{r}, t) = m^+(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ ,  $D_{\text{eff}} = D_0/(1 + i\lambda\mathcal{A}\omega_0\tau_\perp)$ . Si les parois sont magnétiquement inertes, le courant d'aimantation  $y$  est nul, la condition aux limites s'écrit donc :  $dm^+/dx_\perp = 0$ , sur le bord de la cellule (avec  $x_\perp$  la coordonnée dans la direction perpendiculaire à la paroi).

Le spectre RMN est donné par la susceptibilité dynamique moyennée sur l'échantillon :

$$\bar{\chi}(\omega) \propto \frac{\int_{\text{cellule}} h_1^+(\mathbf{r})m^+(\mathbf{r})d^3r}{\int_{\text{cellule}} |h_1^+(\mathbf{r})|^2 d^3r} \quad (4.5)$$

Nous définissons  $\psi^\alpha(\mathbf{r})$  et  $\omega^\alpha$  comme les fonctions propres et les valeurs propres de l'opérateur du membre gauche de (4.4). Cet opérateur est complexe symétrique ; il n'est pas hermitique. Ses vecteurs propres correspondant à des valeurs propres non-dégénérées sont orthogonaux ; l'ensemble des  $\psi^\alpha(\mathbf{r})$  forme une base qu'il convient de normaliser [Nyman(03)] :

$$\int_V \psi^\alpha(\mathbf{r})\psi^\beta(\mathbf{r})d^3r = \delta_{\alpha\beta}$$

Il est intéressant de noter que dans cette relation on ne prend pas le complexe conjugué d'un des vecteurs, comme pour les opérateurs hermitiques.

Si les fonctions  $\psi^\alpha(\mathbf{r})$  satisfont les conditions aux limites pour  $m^+(\mathbf{r})$  et si  $h_1^+(\mathbf{r}) = \sum_\alpha h^\alpha \psi^\alpha(\mathbf{r})$ , il est facile de démontrer que :

$$m^+(\mathbf{r}) = \gamma M_z \sum_\alpha \frac{h^\alpha \psi^\alpha(\mathbf{r})}{\omega^\alpha - \omega}. \quad (4.6)$$

Ainsi, la susceptibilité moyenne devient :

$$\bar{\chi}(\omega) \propto \sum_{\alpha} \frac{C^{\alpha}}{\omega^{\alpha} - \omega}, \quad (4.7)$$

où  $C^{\alpha}$  est le poids des modes :

$$C^{\alpha} = h^{\alpha} \frac{\int_{cellule} h_1^+(\mathbf{r}) \psi^{\alpha}(\mathbf{r}) d^3r}{\int_{cellule} |h_1^+(\mathbf{r})|^2 d^3r}. \quad (4.8)$$

### 4.1.3 Cas unidimensionnel

Pour trouver le spectre des ondes de spin, il faut résoudre l'équation aux valeurs propres :

$$iD_{\text{eff}} \frac{\partial^2 m^+(z)}{\partial z^2} + (\omega_0 + \gamma G z) m^+(z) = \omega m^+(z), \quad (4.9)$$

qui est juste la partie homogène de (4.4) à une dimension. Je considère le cas d'une cellule située entre  $z = -L$  et  $z = 0$  dans un gradient  $G > 0$ . Buu *et al.* [Buu(02)] ont montré que, pour des liquides de Fermi fortement polarisés, les modes sont confinés près de  $z = 0$  si  $|\xi| \ll L$  avec

$$\xi^3 = \frac{D_0}{\gamma G (\lambda A \omega_0 \tau_{\perp} - i)} = \frac{i D_{\text{eff}}}{\gamma G} \quad (4.10)$$

(On verra que dans notre cas  $\xi \simeq 50 \mu\text{m}$  et  $L \simeq 3 \text{mm}$ ). Dans ce cas on peut prendre comme conditions aux limites  $\partial m^+ / \partial z = 0$  en  $z = 0$  et  $m^+ \rightarrow 0$  pour  $z \rightarrow -\infty$ . Dans ces conditions, la solution de (4.9) est :

$$m_n^+(z) = C \cdot Ai\left(\frac{\omega_n - \omega_0 - \gamma G z}{\gamma G \xi}\right) \quad (4.11)$$

avec  $Ai(x)$  la fonction de Airy et  $C$  une constante. Les valeurs de  $\omega_n$  qui satisfont la condition limite en  $z = 0$  sont :

$$\omega_n = \omega_0 + \gamma G \xi \alpha_n$$

où  $\alpha_n$  est le  $n^{\text{ime}}$  zéro de la dérivée de la fonction de Airy  $Ai'(x)$ . L'équation (4.10) a 3 solutions avec  $\Im(\xi^3) \ll \Re(\xi^3)$ . Expérimentalement on observe seulement les modes avec  $\Im(\xi) \ll \Re(\xi)$ , les autres étant très amortis.

Nous montrons les spectres calculés pour  $^3\text{He}$  dilué à une pression de 8 bars, une concentration  $x_3 = 8,6 \%$  [Ishimoto(88)] pour une boîte de longueur  $L = 0,05 \text{cm}$ , un gradient de champ  $G = 0$  et  $G = 2 \text{Gauss/cm}$ , un champ magnétique  $B = 10,25 \text{Tesla}$  et  $h_1^+(x) = \text{constante}$ . La figure 4.1 montre la partie réelle de la densité de spin transverse  $m^+(x)$  et la fréquence propre de plusieurs modes confinés. Les lignes noires horizontales représentent les énergies des modes et les surfaces grisées leur amplitude. Deux cas sont représentés :

- (a) Modes confinés dans une cavité avec réflexion totale sur les parois dans un gradient de champ nul. Le fait que la fréquence du premier mode est égale à  $\omega_0$  et donc  $k = 0$  (éq. 4.3) est une conséquence des conditions de bord : le courant d'aimantation est nul sur les parois, on a donc  $\partial m^+ / \partial x = 0$ . Dans le cas analogue, en mécanique quantique, les conditions limites sont  $m^+(x) = 0$  sur les parois (noeud). De plus,  $m^+(x)$  est orthonormé, donc  $k > 0$  et l'énergie du point zéro  $\neq 0$ .



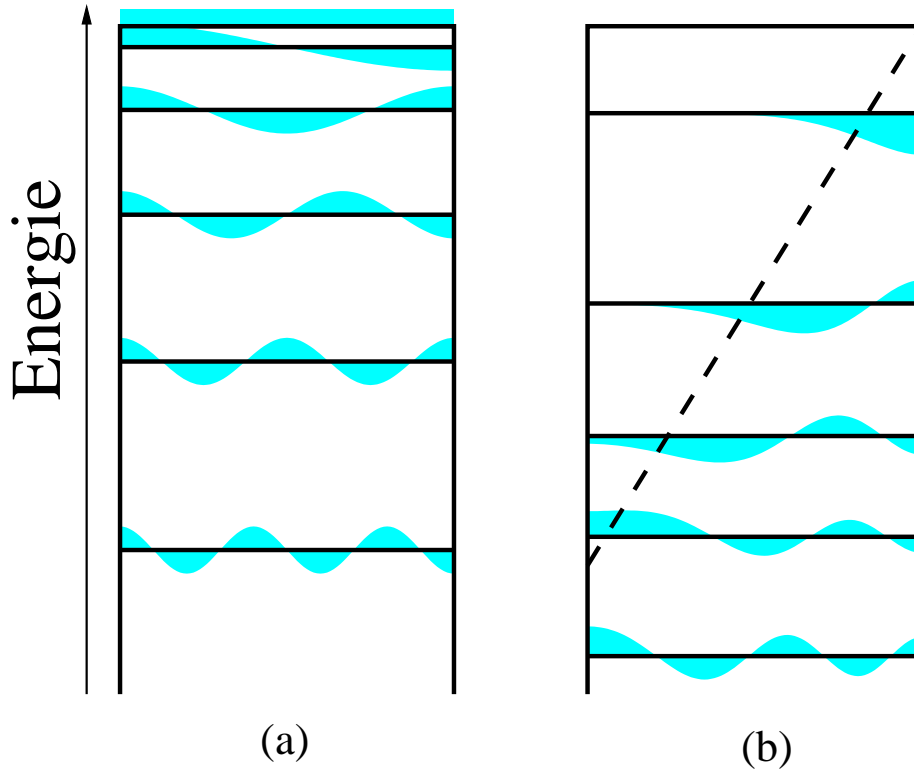


FIG. 4.1 – Les modes de la densité de spin transverse  $m^+(x)$  et leurs fréquences propres dans une cavité aux parois réfléchissantes dans deux cas : (a) sans gradient de champ et (b) avec gradient de champ. La fréquence propre de chaque mode est représentée par une ligne épaisse et la partie réelle de son amplitude par une surface grisée :

(a) Sans gradient : si on utilise une excitation homogène  $h_1^+(x) = \text{cste}$ , les modes étant symétriques, le poids des modes est nul :  $C^\alpha \propto \int_0^1 m^+(x) h_1^+ dx = 0$ , sauf pour le premier mode à la fréquence  $\omega_0$ .

(b) Avec gradient : le poids d'un mode dépend de la brisure de sa symétrie par le gradient de champ. Les quatre premiers modes contribuent au spectre de RMN.

Remarque : Si  $\lambda$  est négatif ( $\Leftrightarrow$  masse positive dans l'équation de Schrödinger (4.2)), le spectre des modes est inversé, le 1<sup>er</sup> mode est dans ce cas à basse fréquence.

- (b) Modes confinés dans une cavité et un gradient de champ, représenté par la ligne pointillée. L'énergie et la symétrie des “fonctions d'ondes”  $m^+(x)$  des modes sont affectées par le gradient du champ magnétique.

#### 4.1.4 Détection des ondes de spin

Dans une expérience de RMN, nous sommes sensibles à la susceptibilité moyenne sur l'échantillon, qui est proportionnelle au poids  $C^\alpha$  des modes (éq. 4.7). Dans le cas (a) de la figure 4.1 les modes sont symétriques. Si on les couple à un champ radio-fréquence homogène  $h_1^+(x) = \text{constante}$ , leur poids, qui est proportionnel à la surface grisée sur la figure, sera nul ( $C^\alpha \propto \int h_1^+ m^+(x) dx = 0$ ), sauf pour le mode “homogène” à la fréquence de Larmor. Ainsi, des parois seules suffisent à confiner des modes, mais pas à les détecter.

Dans le cas (b), les fonctions d'ondes de la densité de spin transverse sont dissymétriques. Le poids des modes n'est pas nul, on peut alors détecter les ondes de spin. Observons que :

1. Les modes contigus au gradient de champ (i.e. modes 1 à 4) sont les plus dissymétriques et par conséquent ont les poids les plus importants.
2. Les deux premiers modes étant localisés à droite de la boîte ne sont pas sensibles à la présence ou à l'absence de paroi à gauche.
3. Il est tout à fait possible de détecter des ondes de spin avec un gradient de champ nul, mais il faut, dans ce cas, un champ  $h_1^+$  asymétrique [Tastevin(85)].

L'expression de  $\xi$  (4.10) nous donne une estimation de la longueur d'onde des modes. Dans la pratique, il faut choisir une cavité de dimension  $L$  suffisante pour que les modes "entrent dans la cavité" :  $L > \xi$ . D'autre part, il faut optimiser  $L$  pour  $G$  donné afin de confiner un nombre fini de modes et que leur poids respectif soit non négligeable et, en plus, que le problème reste numériquement traitable (pour le cas 3D).

#### 4.1.5 Cas 3D

Les ondes de spin ont été observées pour la première fois dans des cavités rectangulaires [Candela(86)] ou cylindriques [Johnson(84)]. Si le champ statique se décompose comme :  $\Omega_0(x, y, z) = \Omega_x(x) + \Omega_y(y) + \Omega_z(z)$ , le problème 3-D d'une cavité rectangulaire est donc séparable en trois problèmes 1-D. Le spectre 3-D est obtenu à partir de toutes les combinaisons possibles entre les modes à 1-D dans les trois directions. Afin de simplifier l'analyse du spectre observé, il est préférable d'aligner le gradient de champ avec un des côtés du rectangle. Le cas d'une cavité cylindrique est encore plus compliqué, car le problème n'est pas complètement séparable (en présence d'un gradient perpendiculaire à l'axe du cylindre). D'où l'idée, pour la première fois mise en œuvre par Candela [Candela(91)], d'utiliser une cavité sphérique pour laquelle le problème d'alignement du gradient de champ n'existe plus.

Le nombre de modes confinés dans la cavité est grand (petit) si le rayon de la cavité est grand (petit) par rapport à la longueur caractéristique donnée par (4.10). Dans nos expériences, pour des raisons de commodité de construction, nous n'avons pas confiné nos ondes de spin dans une cavité sphérique, mais demi-sphérique, où nous choisissons une direction du gradient de champ qui nous permette de confiner les modes contre la paroi demi-sphérique. Si le nombre des modes dans la cavité est suffisant, on peut alors supposer que les modes piégés au "fond" de la demi-sphère sont peu sensibles au fait que la cavité ne soit "que" demi-sphérique. On peut alors analyser ces modes avec un spectre calculé pour une cavité sphérique.

L'équation aux valeurs propres à résoudre est pratiquement la même que (4.9) :

$$iD_{\text{eff}}\Delta m^+(\mathbf{r}) + (\omega_0 + \gamma Gr \cos \theta)m^+(\mathbf{r}) = \omega m^+(\mathbf{r}), \quad (4.12)$$

avec  $\theta$  l'angle polaire pris par rapport à la direction du gradient de champ.

Nous avons suivi la méthode proposée par Candela [Candela(91)] pour résoudre cette équation. Comme elle n'a pas de solution analytique, nous allons ignorer pour commencer le terme dû au gradient de champ pour obtenir une base adaptée à notre système, base dans laquelle nous allons diagonaliser numériquement l'opérateur du membre gauche de (4.12). On obtient alors une équation de la même forme que l'équation de propagation des ondes monochromatiques à 3 dimensions, mais avec des coefficients complexes :

$$iD_{\text{eff}}\Delta m^+(\mathbf{r}) + (\omega_0 - \omega)m^+(\mathbf{r}) = 0 \quad (4.13)$$

La solution de cette équation qui ne diverge pas en  $r = 0$  est de la forme :

$$m^+(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_{l,m} \cdot j_l(kr) Y_l^m(\theta, \phi) \quad (4.14)$$

avec  $C_{l,m}$  des constantes de normalisation,  $j_l(x)$  les fonctions de Bessel sphériques,  $Y_l^m(\theta, \phi)$  les harmoniques sphériques et  $k = \sqrt{(\omega_0 - \omega)/iD_{eff}}$ . Si le champ exciteur  $h_1^+$  est uniforme (comme dans notre cas), seuls les modes avec  $m = 0$  sont présents. La condition limite  $\partial m^+/\partial r = 0$  pour  $r = R$  (le rayon de la cavité) impose  $k = x_{n,l}/R$  avec  $x_{n,l}$  le  $(n+1)^{ieme}$  zéro de  $\partial j_l(x)/\partial x$  et donc :

$$\begin{aligned} \omega_{n,l} &= \omega_0 - iD_{eff} x_{n,l}^2 / R^2 \\ m_{nl}(\mathbf{r}) &= c_{nl} j_l(x_{nl}r/R) Y_l^0(\theta, \phi) \end{aligned}$$

avec  $c_{00} = 1/3$  et

$$c_{nl} = \frac{1}{2} [j_l^2(x_{nl}) - j_{l-1}(x_{nl})j_{l+1}(x_{nl})]$$

pour  $n+l > 0$ .

Maintenant il faut résoudre l'équation (4.12) dans cette base. Nous l'avons fait numériquement ; comme les calculs sont un peu techniques je les ai présentés dans l'appendice B.

Une méthode alternative pour trouver les fréquences propres des ondes de spin a été proposée par Krotkov *et al.* [Krotkov(02)]. L'idée de cette méthode est que pour des modes localisés près du fond de la sphère ( $\rho^2 \ll R\xi$  sur la figure 4.3) on peut résoudre l'équation (4.12) en coordonnées cylindriques, en considérant la courbure du fond de la sphère comme une perturbation. Pour un champ  $h^+$  uniforme ils trouvent les fréquences propres :

$$\omega_{n,l} = \omega_0 + \gamma GR + \gamma G\xi \left[ \alpha_n - \sqrt{\frac{2\xi}{R}} (2l+1) \right] \quad (4.15)$$

avec les mêmes notations que pour (4.11). Le nombre quantique principal  $n$  décrit les modes cylindriques  $1D$  et le nombre quantique  $l$  les modes angulaires. Il faut noter que  $\xi$  est un paramètre complexe, la formule (4.15) prédit donc à la fois la fréquence et la largeur des modes. Même si les approximations faites sont assez importantes, les fréquences prédites par (4.15) sont très proches de celles calculées numériquement (figure 4.2).

## 4.2 La RMN

Pour exciter et détecter les ondes de spin, nous utilisons un circuit RMN que nous avons construit d'après un schéma proposé par Akimoto *et al* [Akimoto(00)]. Un grand travail a été fait par Gerard Vermeulen et Agnès Roni pour concevoir un circuit RMN faisant des mesures reproductibles et une électronique pour le traitement de ce signal ; le lecteur intéressé pourra consulter la référence [Roni(99)]. Après une très brève introduction sur la RMN et une description du gradient de champ, je présente le travail que nous avons fait sur la fabrication du circuit et sur l'étude du spectre en RMN continue et en RMN pulsée.

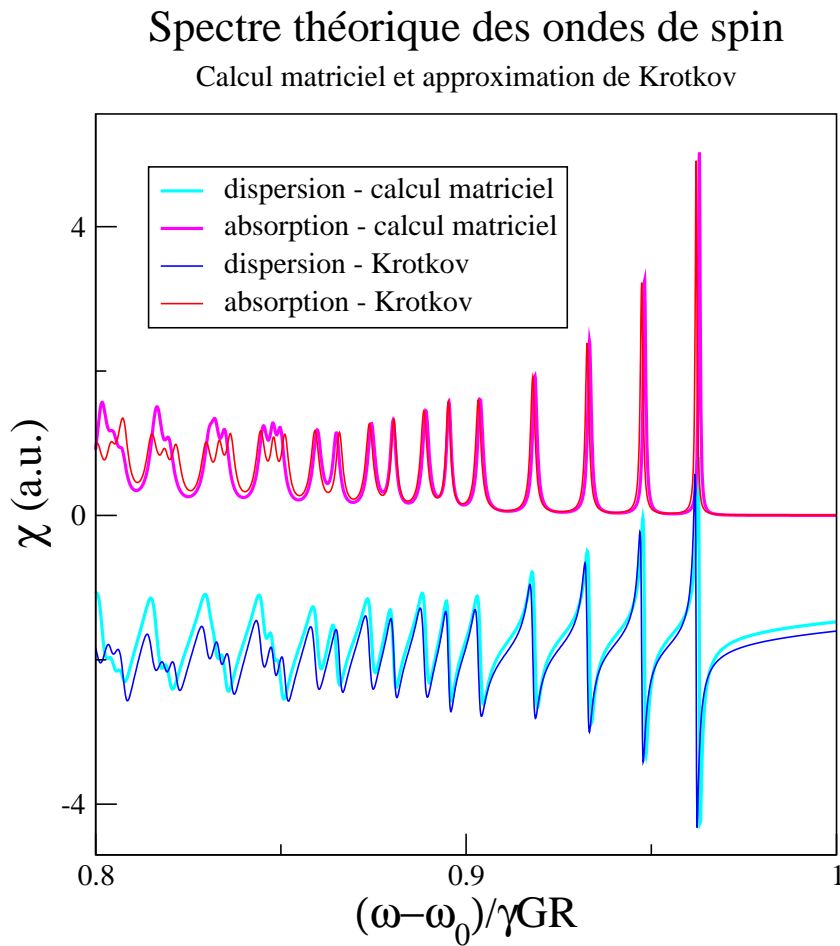


FIG. 4.2 – Spectre théorique des ondes de spin. Les courbes du calcul matriciel sont obtenues en diagonalisant (4.12) et en utilisant (4.7) pour les poids des modes. Les courbes dans l'approximation de Krotkov utilisent (4.15) et les poids donnés par le calcul matriciel. Les prévisions de Krotkov pour la position et la largeur des modes sont en très bon accord avec le calcul matriciel, on peut donc utiliser (4.15) pour interpoler les spectres expérimentaux.

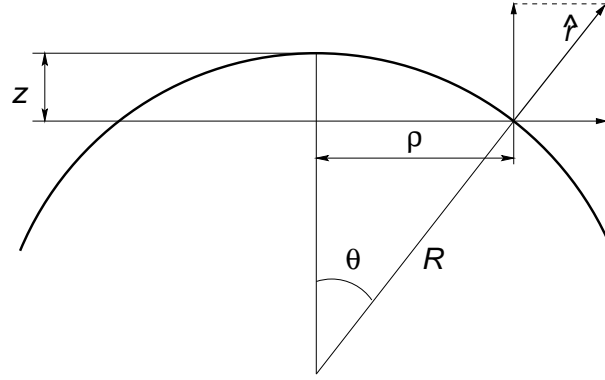


FIG. 4.3 – Notations de Krotkov

### 4.2.1 Principe de la RMN

La RMN est basée sur le fait qu'un moment magnétique placé dans un champ magnétique précesse à la fréquence de Larmor :

$$\omega_L = \frac{\mu B}{\hbar} \quad (4.16)$$

En pratique, un ensemble de spins nucléaires est placé dans un champ statique  $\mathbf{H} = (0, 0, H_0)$  et on mesure sa réponse à une excitation par un champ radio-fréquence polarisé linéairement dans la direction  $x$  :  $H_x = \text{Re}(2H_1 e^{j\omega t})$ . La fréquence  $\omega$  du champ radiofréquence est choisie proche de la fréquence de Larmor,  $\omega_0 = -H_0/\gamma$ .

Si le temps de relaxation spin-réseau  $T_1$  caractérise le retour vers l'équilibre de  $M_z$  et si le temps de relaxation spin-spin  $T_2$  caractérise celui de  $M_x$  et  $M_y$ , les équations de Bloch nous donnent les différentes composantes de l'aimantation :

$$M_z = \frac{1 + \Delta\omega^2 T_2^2}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} M_0, \quad (4.17)$$

$$M_x(t) = 2H_1 [\chi'(\omega) \cos \omega t - \chi''(\omega) \sin \omega t], \quad (4.18)$$

$$M_y(t) = 2H_1 [\chi'(\omega) \sin \omega t + \chi''(\omega) \cos \omega t], \quad (4.19)$$

où

$$\chi' = -\frac{1}{2} \frac{\gamma \Delta\omega T_2^2}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} \chi_0, \quad (4.20)$$

$$\chi'' = \frac{1}{2} \frac{\gamma T_2}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} \chi_0, \quad (4.21)$$

avec la susceptibilité statique  $\chi_0 = M_0/H_0$ ,  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  et  $\gamma$  le facteur gyromagnétique de  ${}^3\text{He}$ . Pour une saturation négligeable, i.e.  $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \ll 1$ ,  $M_z$  reste égal à  $M_0$ .

L'échantillon est placé au centre d'un circuit résonant parcouru par un courant  $I = I_0 \cos \omega t$  créant un champ radiofréquence  $2H_1 \cos \omega t$  dans la direction  $x$ . Lorsque une onde de spin est créée, la polarisation de notre échantillon change, ce qui fait varier l'inductance des bobines de notre circuit et donc son impédance  $Z$  et son facteur de qualité à la résonance  $Q$ . Le circuit est alimenté avec un câble coaxial ayant  $Z_0 = 50\Omega$ . Quand l'impédance du circuit change, le coefficient de réflexion  $\Gamma$  entre le circuit et le câble varie également, c'est en mesurant le coefficient de réflexion qu'on détecte les ondes de spin :

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

### 4.2.2 RMN continue et RMN pulsée

En **RMN continue** les mesures se font par balayage en fréquence avec le champ  $H_x$  appliqué. Nous nous fixons sur la fréquence de Larmor et nous balayons une fenêtre de quelques kHz autour, d'abord en montant la fréquence et ensuite en la descendant. La fréquence centrale, la largeur de la fenêtre, le gradient de champ et le calibre de l'appareil de mesure sont pilotés par ordinateur et stockés dans le fichier de données. Nous utilisons la RMN continue pour mesurer la polarisation (proportionnelle à l'intégrale de l'absorption sur la cellule) et pour visualiser les différents endroits de la cellule. Ensuite nous changeons légèrement la valeur du champ magnétique externe pour mesurer les caractéristiques du circuit hors résonance afin de soustraire le signal de fond.

En **RMN pulsée**, le système est excité brusquement par l'application d'un champ  $H_x$  intense, contenant toutes les fréquences intéressantes et de courte durée devant le temps de retour vers l'équilibre. On étudie ensuite le spectre du système qui relaxe librement.

Nous pouvons varier la fréquence centrale, la longueur et l'intensité du pulse, le gradient du champ magnétique, le calibre de l'appareil de mesure et le nombre de pulses. L'acquisition du signal FID se fait sur 16384 points, elle est enregistrée dans le fichier de données. Nous pouvons regarder le spectre de Fourier en temps réel pour faire des réglages.

Les limitations de notre dispositif sont : le temps de pulse, qui ne peut pas être inférieur à  $100 \mu s$  à cause de l'informatique et la puissance d'excitation, qui est très faible (quelques  $mW$ ).

### 4.2.3 Le gradient de champ magnétique

Pour pouvoir séparer sur le spectre les différents endroits de la cellule nous devons appliquer un gradient de champ magnétique dans la direction verticale. Malheureusement lorsqu'on applique un gradient de champ avec une bobine d'autres multipôles apparaissent également selon les équations de Maxwell. Dans notre cas, nous avons un dipôle, ce qui nous donne une composante  $z$  du champ magnétique de la forme :

$$B_z = B_0 + g_1 z + g_2 \left( z^2 - \frac{r^2}{2} \right) \quad (4.22)$$

Il est important que le coefficient  $g_1$  soit suffisamment grand par rapport à  $g_2$  pour que des tranches différentes de la cellule donnent des contributions au spectre à des fréquences différentes. Le calcul de l'appendice D montre que la condition s'écrit :

$$g_1 > 2g_2 H \quad (4.23)$$

avec  $H$  la demi-hauteur de la cellule. Nous avons calculé (appendice D) le spectre théorique que devrait donner notre cellule afin de s'assurer que nous avons un dipôle et que la condition (4.23) est remplie. La figure 4.4 (en haut) montre le spectre de la cellule mesuré et interpolé avec notre modèle théorique. Sur la figure 4.4 (en bas) j'ai représenté les hyperboloïdes de  $B_z$  constant, qui donnent des contributions à une même fréquence. Comme on peut le voir, la cellule n'est jamais coupée par les deux branches d'un même hyperboloïde.

Notre cavité à ondes de spin fait  $1mm$  de rayon, les modes que nous observons sont confinés au fond de la cavité sur environ un cinquième du rayon (figure 4.2). Le gradient de champ

## Spectre RMN de la cellule

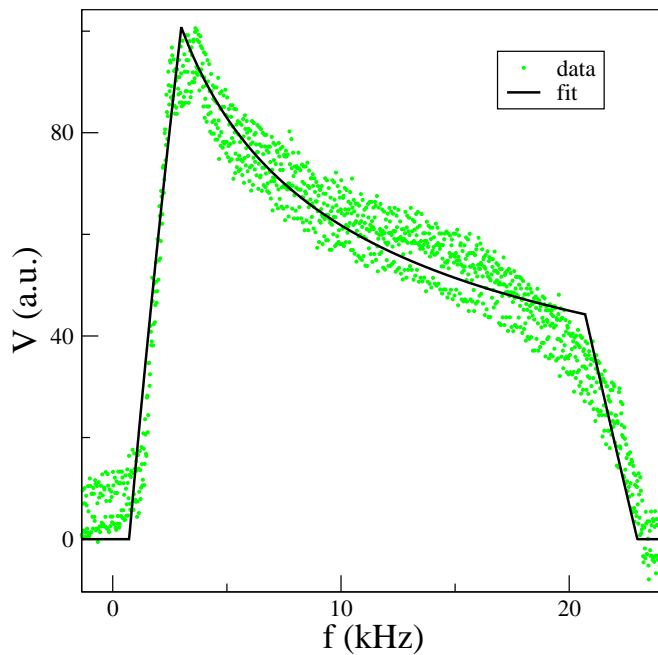
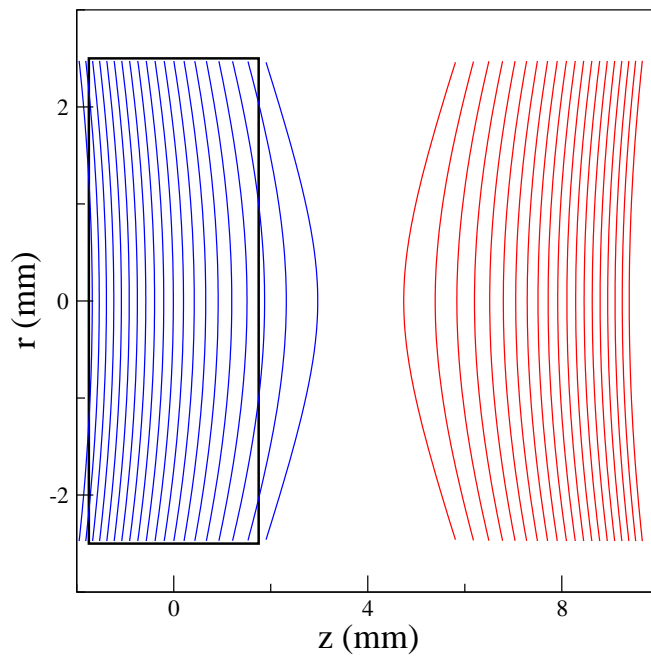
Lignes de champ  $B_z$  constant

FIG. 4.4 – Le spectre RMN de la cellule (en haut). L'interpolation donne  $g_1 = 0,174T/m$  et  $g_2 = 22,6T/m^2$ . Ces deux valeurs sont utilisées pour estimer les lignes à  $B_z$  constant (en bas). La cellule est représentée en noir, on peut voir qu'elle coupe au maximum un branche de chaque hyperboloïde donné par (4.22).

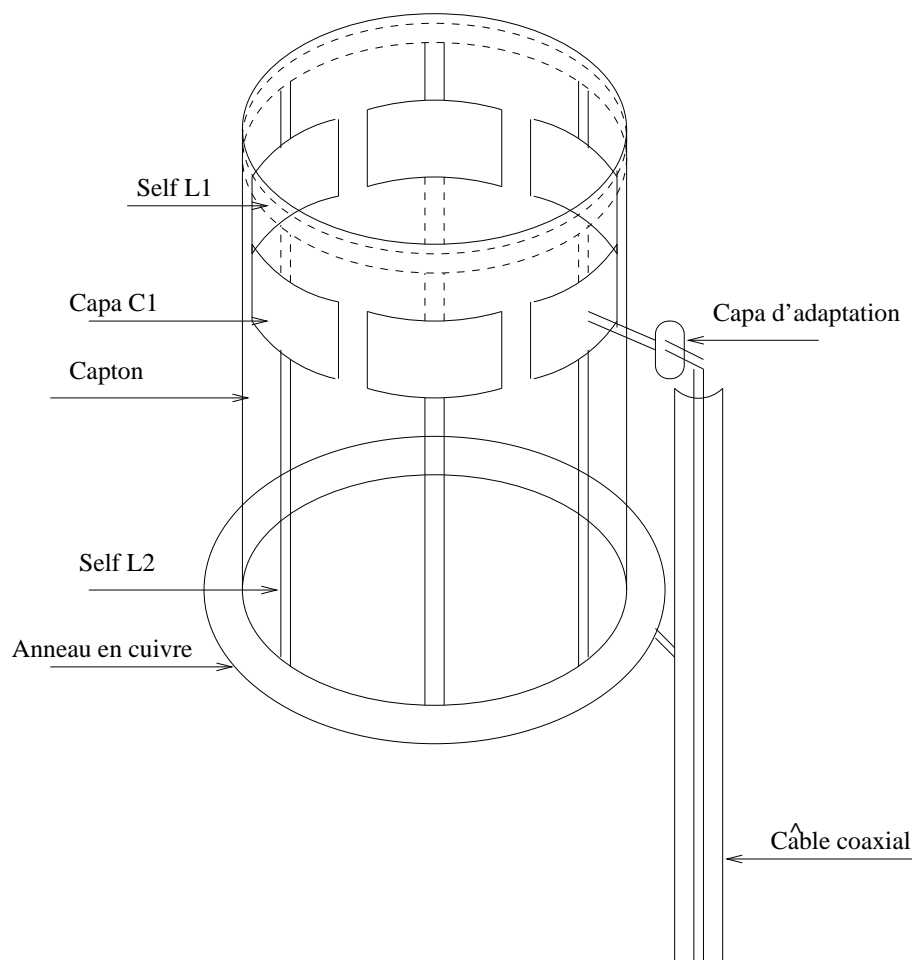


FIG. 4.5 – Le circuit RMN que nous avons utilisé.

magnétique varie donc de moins de 13% sur la longueur de la cavité et de moins de 3% sur la zone intéressante. Dans ces conditions nous nous plaçons dans l'approximation d'un gradient de champ magnétique constant.

#### 4.2.4 Le circuit RMN

La cellule où l'on produit les ondes de spin est cylindrique, avec l'axe vertical. Pour les exciter nous avons besoin d'un champ magnétique oscillant, perpendiculaire au champ polarisant, aussi uniforme que possible (nous utilisons en fait seulement une des deux polarisations circulaires). Il n'y a pas la place pour mettre une bobine horizontalement, nous utilisons donc un circuit plus spécial, proposé par Akimoto *et al* [Akimoto(00)]. Si on prend un tube métallique d'axe  $Oz$ , la distribution surfacique de courant  $\mathbf{K} = K_0 \cos \theta \mathbf{u}_z$  produit à l'intérieur du tube un champ magnétique uniforme perpendiculaire à  $Oz$ . Ne connaissant pas de méthode pour induire une telle distribution de courant dans un tube, on peut prendre  $N$  fils équidistants sur des génératrices du cylindre et s'arranger pour faire passer les bons courants dedans (si on repère les fils par les angles polaires  $\theta_i$ , alors  $I_i = I_0 \cos \theta_i$ ). Pour obtenir ces courants nous utilisons un circuit avec 6 fils (fig. 4.5), dont le schéma approximatif est présenté fig. 4.6.

Pour trouver les résonances d'un tel circuit, on le considère comme une ligne de transmission avec des conditions limite périodiques. Nous pouvons écrire les équations suivantes (notations



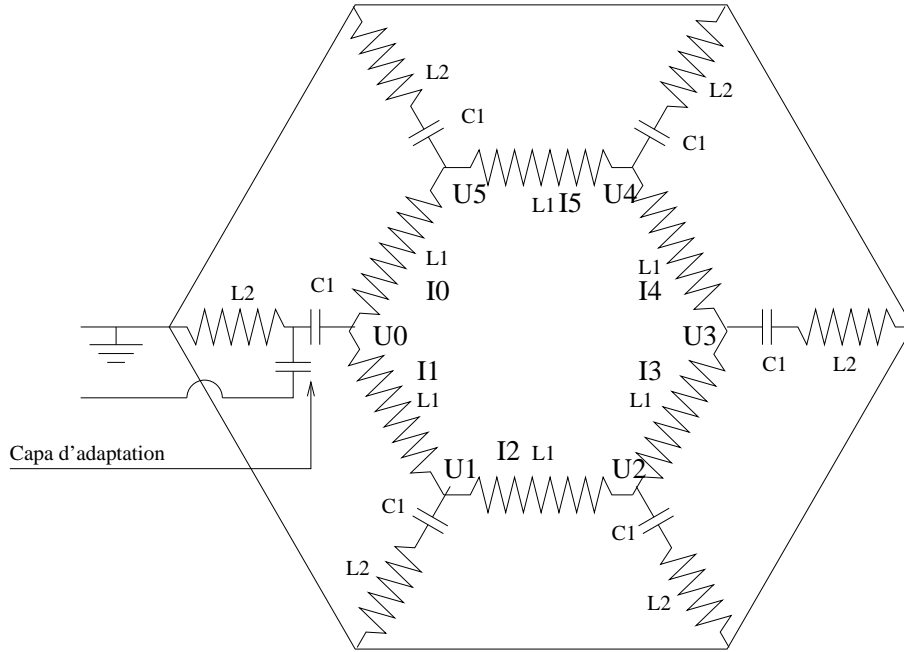


FIG. 4.6 – Le schéma approximatif du circuit RMN. Les tensions  $U_i$  sont mesurées entre le point indiqué et la masse (le fil extérieur).

sur la figure 4.6) :

$$\begin{aligned} U_{j+1} - U_j &= i\omega L_1 I_{j+1} \\ I_{j+1} - I_j &= \frac{U_j}{i\omega L_2 + \frac{1}{i\omega C_1}} \end{aligned}$$

avec  $i = \sqrt{-1}$  et  $j = 0, 5$  prix modulo 6. En combinant ces relations nous obtenons :

$$U_{j+1} - (2 + a)U_j + U_{j-1} = 0$$

avec

$$a = \frac{L_1}{L_2 - \frac{1}{\omega^2 C_1}}.$$

Le terme général de la suite  $U_i$  est de la forme :

$$U_j = K_1 r_1^j + K_2 r_2^j \quad (4.24)$$

avec  $K_{1,2}$  des constantes et  $r_{1,2}$  les racines du polynôme associé :

$$r_{1,2} = \frac{2 + a \pm \sqrt{4a + a^2}}{2}.$$

Les résonances sont les modes propres du circuit, ceux où il oscille sans excitation. On doit donc avoir  $I_{j+6} = I_j$  et donc  $r_{1,2}^6 = 1$ . Comme  $a \in \mathbb{R}$ , il faut que  $r_1 = \bar{r}_2$ , c'est-à-dire :

$$r_{1,2} = \exp\left(\pm \frac{in\pi}{3}\right)$$

avec  $n = 1, \bar{5}$  et donc :

$$a = -4 \sin^2 \frac{n\pi}{6}$$

ce qui nous donne :

$$\frac{1}{\omega_n^2} = C_1 \left( \frac{L_1}{4 \sin^2 \frac{n\pi}{6}} + L_2 \right) \quad (4.25)$$

(l'indice  $n$  indique la  $n^{ime}$  résonance)

Il y a 5 résonances, correspondant aux 5 racines non triviales d'ordre 6 de l'unité. Les résonances correspondant aux racines complexes conjuguées sont superposées. Dans la formule (4.24) le premier terme du membre de droite correspond à une onde se propageant dans un sens dans le circuit et le deuxième à une onde se propageant dans l'autre sens. Comme le circuit est excité de manière symétrique dans les deux sens,  $K_1 = K_2 = U_0/2$  et donc :

$$U_{j,n} = U_0 \cos \frac{jn\pi}{3}$$

Notre circuit a 6 fils, pour  $n = 1$  nous avons exactement la distribution de courant désirée. Nous sommes intéressés par les courants dans les fils d'inductance  $L_2$ ; ce sont eux qui créent le champ magnétique dans la région de l'échantillon. Comme notre circuit a 6 fils, pour  $n = 1$  nous avons exactement la distribution de courant désirée.

La sensibilité du  $\Gamma$  du circuit aux ondes de spin est maximale quand  $\Gamma = 0$ , c'est-à-dire quand  $Z = Z_0$ . Pour remplir cette condition, nous alimentons le circuit à travers un condensateur, ce qui ne modifie pas les fréquences de résonance mais adapte  $Z$  à  $Z_0$ . L'adaptation doit être faite à froid à cause du changement des résistances. Nous l'avons faite à  $4K$ , les variations de conductivités électriques en dessous de cette température sont négligeables.

Afin d'isoler au maximum les influences extérieures sur le circuit nous l'avons entouré d'un écran en cuivre. Cet écran crée des inductances miroir qui modifient un peu les résonances. De plus, à cause du procédé de fabrication une des inductances  $L_1$  est légèrement différente des autres, ce qui lève la dégénérescence entre les modes 1 et 5 d'une part et 2 et 4 d'autre part. L'effet sur les résonances est plus petit si cette inductance  $L_1$  est placée à  $90^\circ$  du point d'excitation, c'est ce que nous avons fait. Pour voir l'influence de toutes ces perturbations sur le champ magnétique résultant, nous avons fait une simulation numérique (figure 4.7). Le champ magnétique est calculé dans le plan médiateur des bobines  $L_2$ , là où se trouve notre échantillon.

## 4.3 Résultats : La Température d'Anisotropie

### 4.3.1 Interpolation du spectre expérimental

Nous avons obtenu les premiers spectres d'ondes de spin interprétables, avec une cellule contenant de la phase diluée. Même si la température n'est pas très basse (14-24mK) nous avons des pics très bien définis et qui sont compatibles avec les prédictions théoriques (figure 4.8), ceci nous montre que notre cavité a une bonne sphéricité et une bonne qualité de surface.

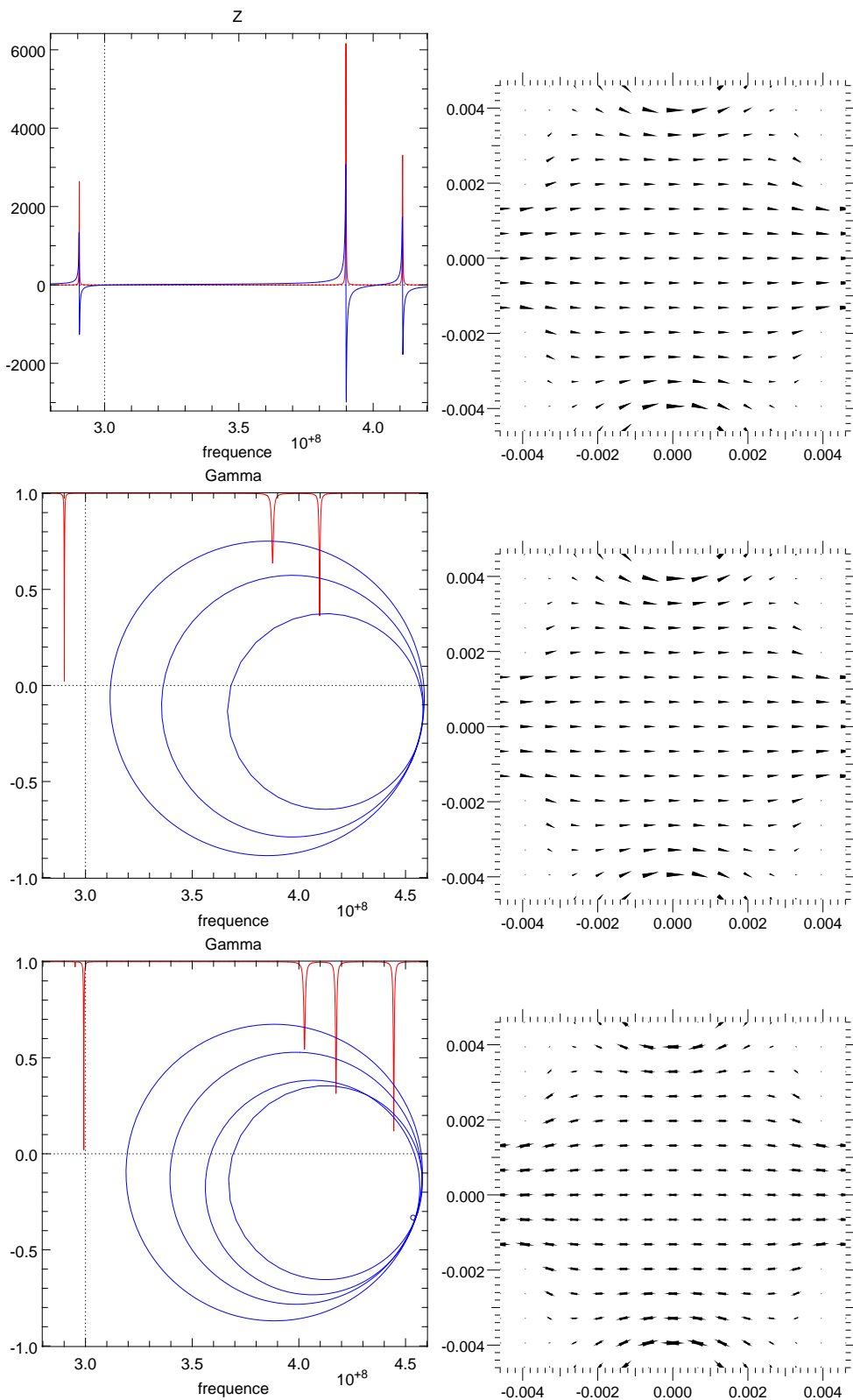


FIG. 4.7 – Le champ magnétique du circuit idéal seul (en haut), du circuit idéal adapté (au milieu) et du circuit adapté, écranté et avec un  $L_1$  légèrement différent des autres (en bas). Les figure de gauche représentent  $|Z(\omega)|$  et  $|\Gamma(\omega)|$  superposé avec une représentation de Smith,  $\Re(\Gamma)$  vs  $\Im(\Gamma)$ .

## NMR spectrum at 368 MHz

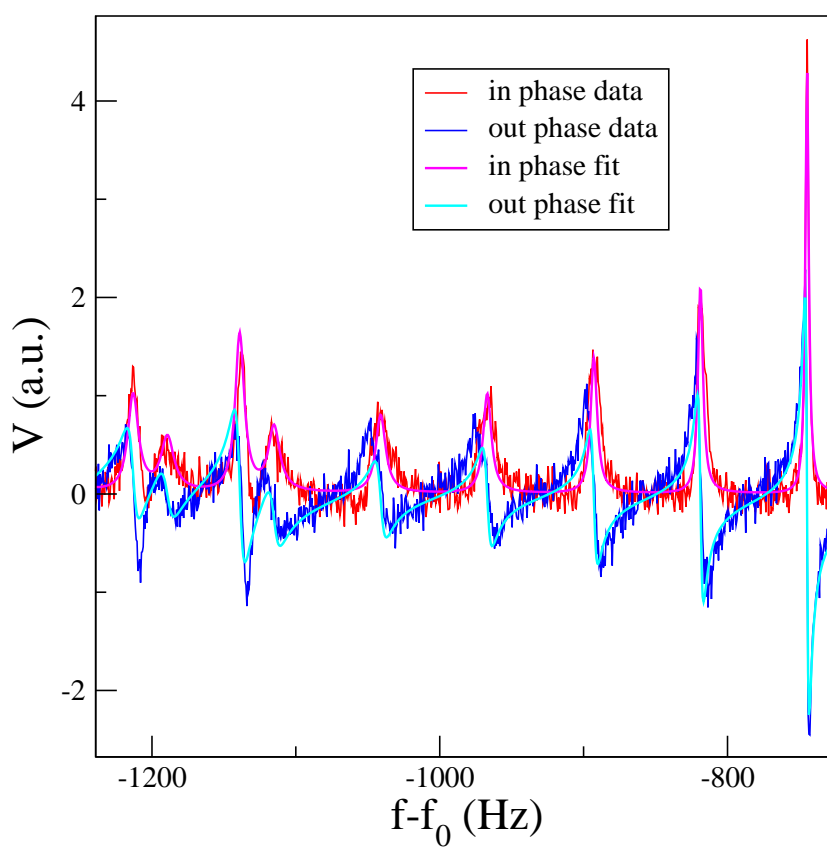


Figure 4.8: Spectre d'ondes de spin mesuré dans la cellule remplie de phase diluée et interpolé avec la formule de Krotkov 4.15.

Pour avoir accès à la température d'anisotropie nous devons trouver  $\xi$ , qu'il est plus facile d'utiliser normalisé par rapport à  $R$  :  $\Delta = \xi/R$ . Un spectre de pics successifs est assez difficile à interpoler, l'algorithme peut facilement sauter des résonances, surtout si on a plusieurs séries (indexées par  $n$ ). Nous avons comme inconnues  $\Re(\Delta)$ ,  $\Im(\Delta)$ , la fréquence au centre de la cellule et l'amplitude totale. Pour avoir une idée de leurs valeurs nous avons d'abord interpolé le spectre à l'aide formule (4.15) avec les paramètres libres suivants :

- $\Re(\Delta)$  - lié à la distance entre les pics
- $\Im(\Delta)$  - lié à la largeur des pics
- $f_{00}$  - la fréquence du premier pic (facile à identifier, c'est le maximum d'absorption). Elle fixe avec les autres paramètres la fréquence du centre de la boîte.
- $C$  - l'amplitude totale.
- $\phi$  - une phase globale due à l'électronique.

Le modèle de Krotkov ne prédit pas l'amplitude relative des pics ; nous avons observé qu'une loi de puissance décrit bien la variation de cette amplitude dans chaque série avec  $n$  constant.

Nous avons trouvé des valeurs de  $\Re(\Delta)$  dans l'intervalle 0.017–0.026. Comme l'algorithme de diagonalisation présenté dans l'appendice C est trop lent pour  $\Re(\Delta) < 0.025$ , nous n'avons pas pu l'utiliser pour analyser les données ; il n' a servi que pour vérifier les prédictions de Krotkov (4.15).

Premièrement nous nous sommes rendus compte que nous ne pouvons pas laisser  $G$  (le gradient de champ) comme paramètre libre, parce qu'il est également lié à la distance entre les pics (comme  $\Re(\Delta)$ ). Théoriquement le spectre devrait contenir suffisamment d'information pour mesurer les deux (en utilisant par exemple la distance entre les pics d'une série à  $n$  constant et la distance entre les séries) mais en pratique nous trouvons que les valeurs de  $G$  ajustées changent systématiquement de 5% avec la polarisation, pour le même gradient appliqué. Ceci affecte principalement les valeurs de  $\Re(\Delta)$  parce que la corrélation entre  $\Re(\Delta)$  et  $G$  est importante dans l'interpolation. Nous avons donc choisi  $\gamma GR = 8020 \text{ Hz}$ , compatible avec tous les spectres des ondes de spin et avec la forme de la ligne du signal de RMN continue.

Nous avons ensuite constaté que certains pics avec  $l > 0$  sont légèrement dédoublés, ce qui leur donne une largeur apparente plus grande qu'en réalité. Ce phénomène est probablement dû à un petit défaut de sphéricité de la cavité. Il est intéressant de noter que ce dédoublement n'est pas présent sur les modes avec  $l = 0$ . En plus, l'ajustement des amplitudes des pics par un modèle avec un ou deux paramètres libres n'est jamais vraiment satisfaisant ; l'algorithme d'interpolation devient instable si nous en utilisons plus de deux. Ces deux effets conduisent à une surestimation des largeurs des lignes.

Afin de palier à ces problèmes, nous avons interpolé avec la formule (4.15) une dizaine de pics d'un spectre généré en diagonalisant la matrice complexe avec  $\Delta = 0,02 + 1,4 \cdot 10^{-4}i$  (figure 4.9). Nous avons une très grande précision relative sur la valeur obtenue pour  $\Re(\Delta)$  ( $\simeq 0,1\%$ ), cette interpolation trouve les bonnes positions des résonances. La précision sur  $\Im(\Delta)$  est beaucoup moins bonne ( $\simeq 15\%$ ) à cause des erreurs sur les amplitudes des résonances. Nous avons donc décidé de garder la valeur de  $\Re(\Delta)$  fixe et de reinterpoler seulement le premier pic pour trouver  $\Im(\Delta)$ . La qualité de l'interpolation est clairement meilleure ; elle nous donne une précision relative d'environ 0,1% aussi sur  $\Im(\Delta)$ . L'application de cette méthode sur les points expérimentaux nous permet également de nous affranchir du dédoublement des pics avec  $l > 0$ .

La mesure du paramètre  $\Delta$  nous donne directement accès à la température d'anisotropie. En partant de (4.10) :

$$\Delta^3 = \frac{D_0}{\gamma GR^3(\lambda \mathcal{A} \omega_0 \tau_{\perp} - i)} \quad (4.26)$$

nous nous rendons compte qu'il y a deux façons de trouver  $T_A$  (il est contenu à la fois dans  $\tau_{\perp}$

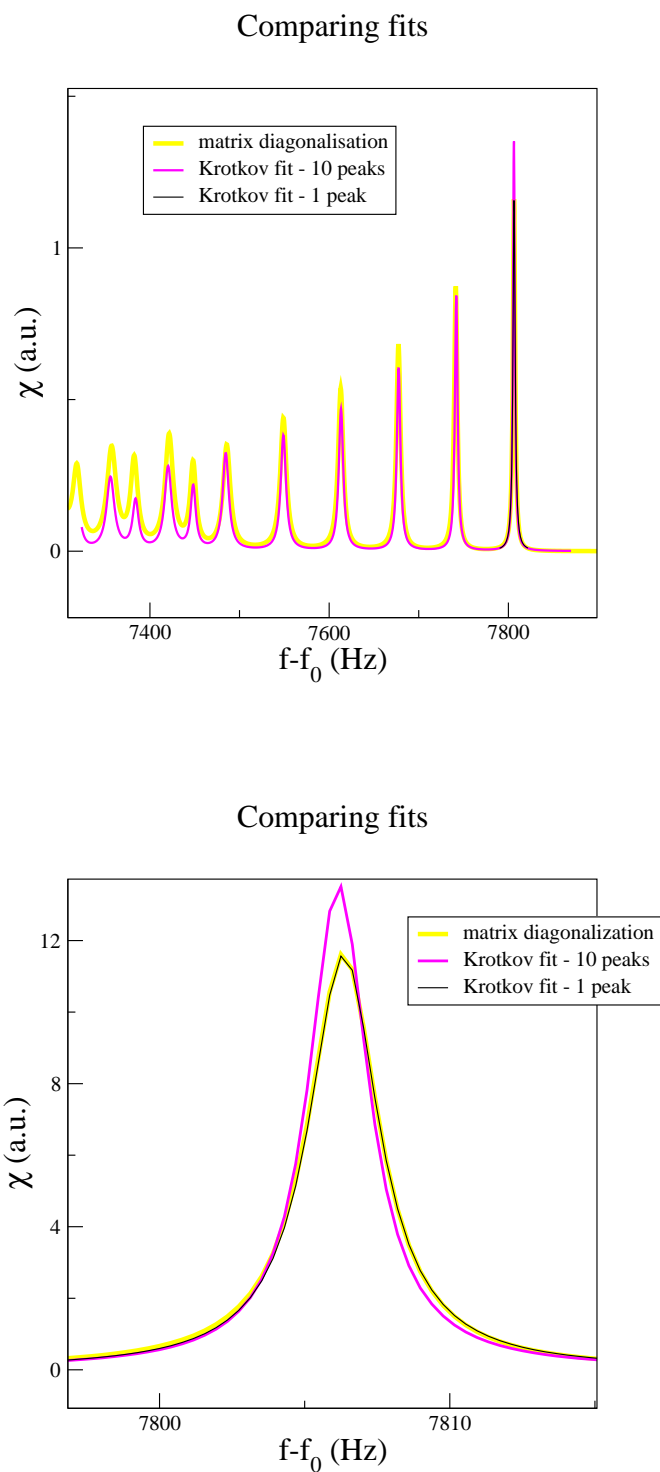


FIG. 4.9 – Interpolations avec la formule de Krotkov 4.15 d'un spectre généré par diagonalisation de matrice. La deuxième figure est un agrandissement du premier pic de la première figure.

et dans  $D_0 = v_F^2(1 + F_A^1)\tau_\perp$ .

### 4.3.2 Première méthode de calcul de la température d'anisotropie

Si nous utilisons (4.26) nous avons tout de suite :

$$\tan [3 \arg (\Delta)] = \frac{1}{\lambda \mathcal{A} \omega_0 \tau_\perp}$$

Sous l'hypothèse qu'il y a un amortissement des ondes de spin à  $T = 0 K$  nous écrivons  $\tau_\perp = C_0/(T^2 + T_A^2)$  avec  $T_A = AT_{Aeq}$  ( $T_A$  dépend de la polarisation  $A = M/M_0 = P/P_{eq}$ ) et alors :

$$\tan [3 \arg (\Delta)] = \frac{T^2 + A^2 T_{Aeq}^2}{\lambda \omega_0 C_0 A}$$

et donc :

$$\frac{\tan [3 \arg (\Delta)]}{A} = \frac{1}{\lambda \omega_0 C_0} \left( \frac{T^2}{A^2} + T_{Aeq}^2 \right) \quad (4.27)$$

Physiquement  $\tan [3 \arg (\Delta)]$  est lié à l'inverse du facteur de qualité des modes propres des ondes de spin.

Nous mesurons  $T$  avec les fils vibrants et  $A$  avec la RMN continue ; la courbe  $\tan [3 \arg (\Delta)] / A = f(T^2/A^2)$  devrait être une droite qui s'annule en  $-T_{Aeq}^2$ . Les points expérimentaux sont présentés sur la figure 4.10, ils sont assez bien alignés. Malheureusement nous n'avons pas un rapport  $T/A$  suffisamment petit pour extraire avec grande précision la température d'anisotropie. La valeur obtenue est  $T_{Aeq} = 4,2 mK$ .

Nous estimons l'erreur statistique sur  $T$  de l'ordre de 2%. Nous ne sommes pas à l'abri d'une erreur systématique sur la température, un facteur multiplicatif dans la mesure de  $T$  se retrouverait dans  $T_A$ . Nous estimons que l'erreur systématique ne devrait pas dépasser 5%, les mesures de viscosité de la phase diluée que nous avons faites (voir chapitre 3) sont environ différentes d'environ 10% des mesures trouvées dans la littérature.

Les mesures de RMN continue sont faites avec deux balayages en fréquence, un ascendant et un descendant. Nous avons donc pour chaque point deux mesures de la polarisation. Nous avons pris la différence entre ces deux mesures comme erreur absolue sur la polarisation. Nous observons parfois des variations de polarisation de quelques pourcents dans la cellule, que nous ne pouvons pas expliquer. Nous avons essayé de les éliminer, en lissant la courbe de la polarisation en fonction du temps et nous avons constaté que les points de la courbe 4.10 devenaient moins alignés ; ces variations de polarisation sont donc probablement réelles.

L'erreur sur  $\tan [3 \arg (\Delta)]$  vient principalement du fait que la courbe avec laquelle nous interpolons le premier pic ne se superpose pas parfaitement sur les points expérimentaux. Cette erreur est estimée par le programme d'interpolation et elle est de l'ordre de 3%.

La régression linéaire, en vert sur les graphiques 4.10, est de la forme  $y = a(x + b)$  avec  $y = \tan [3 \arg (\Delta)] / A$ ,  $x = T^2/A^2$ ,  $a = 1/(\lambda \omega_0 C_0)$  et  $b = T_{Aeq}^2$ . Les erreurs en  $x$  et en  $y$  sont corrélées à cause de  $A$ , ce qui veut dire que les ellipses de confiance des points, sur la deuxième courbe de 4.10, sont en fait un peu penchées. J'ai calculé la matrice de corrélation pour chaque point et elle est prise en compte dans la régression linéaire. Les erreurs sur  $a$  et sur  $b$  sont également corrélées, intuitivement on voit bien que si on "augmente" un peu la pente ( $a$ ) par rapport à la valeur trouvée alors l'inverse de la racine ( $b$ ), qui correspond le mieux, diminue.

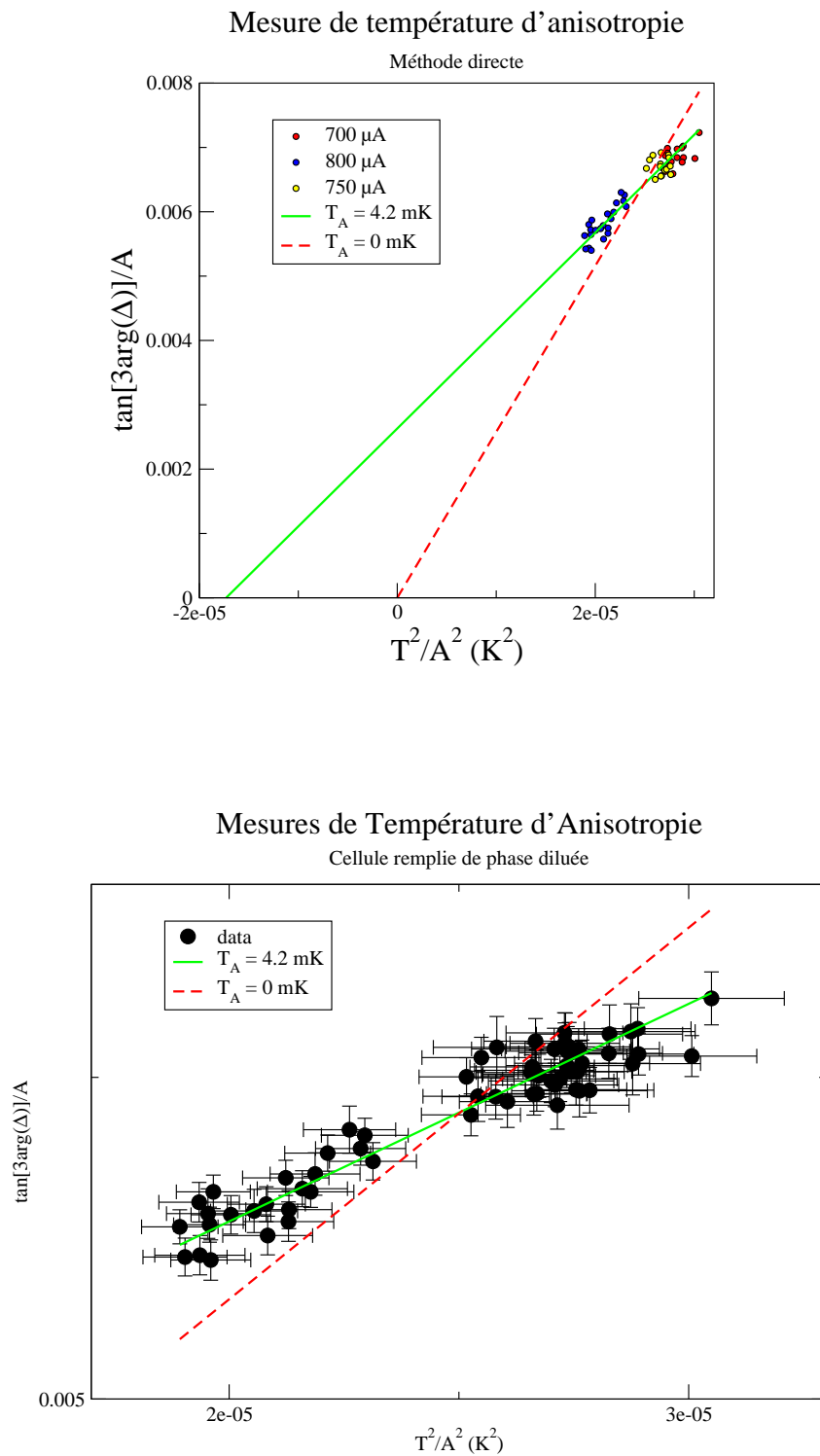


FIG. 4.10 – Mesure de température d'anisotropie (en haut). La racine de la régression linéaire donne  $T_{Aeq}^2 = 17.3 \cdot 10^{-5} mK^2$  et donc  $T_{Aeq} = 4.2 \pm 0.2 mK$ . Cette interpolation exclue la valeur  $T_{Aeq} = 0 K$ . La figure en bas est juste un zoom avec barres d'erreur de la zone couverte par notre expérience. Les différentes séries de points sont séparées sur la figure en haut. J'ai indiqué pour chaque série le courant mis dans le chauffage de la pompe à pression fontaine, qui régule le débit d' $^4He$  dans la LDR. Le débit à  $800 \mu A$  est environ 1.9 fois supérieur au débit à  $700 \mu A$ .



Pour trouver les valeurs de  $a$  et de  $b$ , qui décrivent le mieux nos données expérimentales la procédure d'interpolation ODR (Orthogonal Distance Regression) minimise la quantité :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - a(x_i + b)]^2}{\sigma_{yy}^i - 2a\sigma_{xy}^i + a^2\sigma_{xx}^i} \quad (4.28)$$

avec  $N$  le nombre de points  $\sigma^i$  la matrice de covariance entre  $x_i$  et  $y_i$ .

La statistique nous dit que la probabilité de se trouver dans une zone avec  $\chi^2 < \chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$  est  $\Gamma_{inc}(\nu/2, \Delta\chi^2/2)$  avec  $\Gamma_{inc}$  la fonction Gamma incomplète et  $\nu$  le nombre de paramètres libres (ici on regarde  $a$  et  $b$  donc  $\nu = 2$ ).

Si on regarde seulement le paramètre  $b = T_{Aeq}^2$ , on trouve une déviation standard (à 68%)  $\sigma_b = 1.6 mK^2$ , ce qui nous donne  $T_{Aeq} = 4,2 \pm 0,2 mK$ . Cette valeur exclut donc largement la théorie de Fomin, qui prédit  $T_{Aeq} = 0 K$ . Pour la pente de la droite ODR donne  $a = 152 \pm 6 K^{-2}$ .

Si on s'intéresse aux deux variables  $a$  et  $b$  conjointement, les zones de confiance sont des ellipses et elles ont des projections sur les axes un peu plus grande que les déviations standard pour le même taux de confiance. On peut voir sur la figure 4.11 que ce type d'analyse permet également d'exclure  $T_{Aeq} = 0 K$ . Les variables  $a$  et  $b$  sont très anticorrélées, si on regarde leur matrice de covariance donnée par ODR (l'inverse de la moitié de la Hessienne de  $\chi^2$  dans (4.28) prise au minimum) on trouve un coefficient de corrélation :

$$r = \frac{\sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_{aa}\sigma_{bb}}} = -0.992,$$

ce qui explique la forme penchée et allongée des zones de confiance.

### 4.3.3 Deuxième méthode de calcul de la température d'anisotropie

En partant toujours de (4.26) on peut écrire :

$$\begin{aligned} |\Delta|^3 &= \frac{D_0}{\gamma GR^3 \sqrt{(\lambda A \omega_0 \tau_{\perp})^2 + 1}} \\ &= \frac{D_0}{\gamma GR^3} \sin [3 \arg (\Delta)] \end{aligned}$$

et donc :

$$D_0 = \frac{\gamma GR^3 |\Delta|^3}{\sin [3 \arg (\Delta)]}$$

Si on écrit  $D_0 = C_D/(T^2 + T_A^2)$  alors :

$$\frac{\sin [3 \arg (\Delta)]}{\gamma GR^3 |\Delta|^3} = \frac{1}{C_D} (T^2 + T_A^2)$$

ou

$$\frac{\sin [3 \arg (\Delta)]}{\gamma GR^3 |\Delta|^3 A^2} = \frac{1}{C_D} \left( \frac{T^2}{A^2} + T_{Aeq}^2 \right) \quad (4.29)$$

## Zônes de confiance de l'interpolation

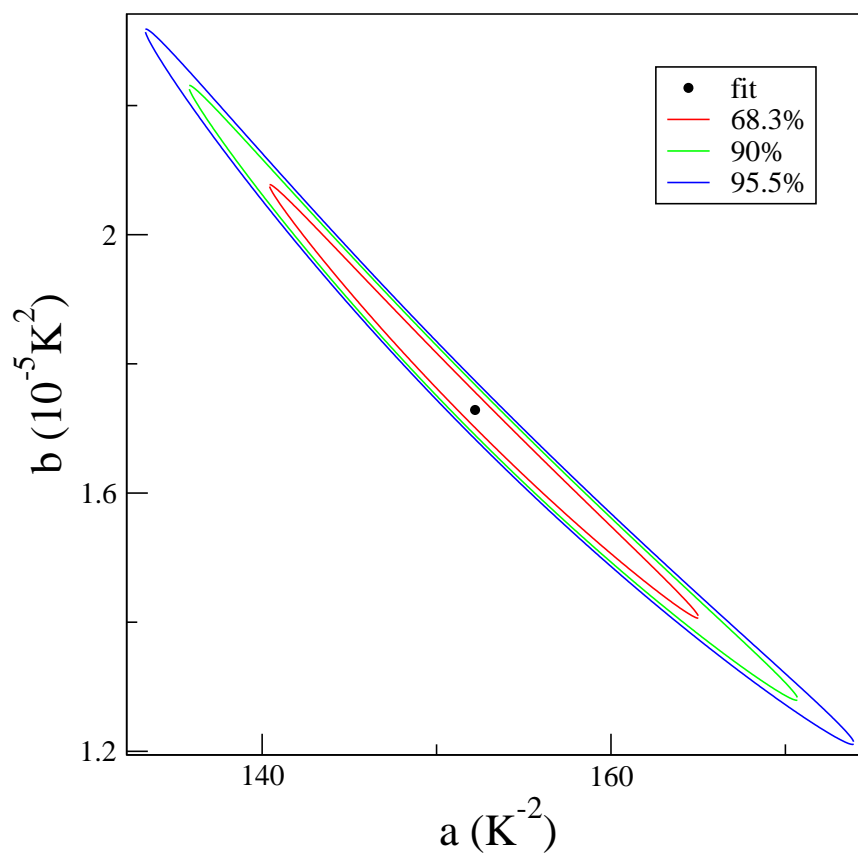


FIG. 4.11 – Zones de confiance de l'interpolation. Nos deux paramètres sont très anticorrélés, c'est pourquoi les ellipses sont penchées et allongées.

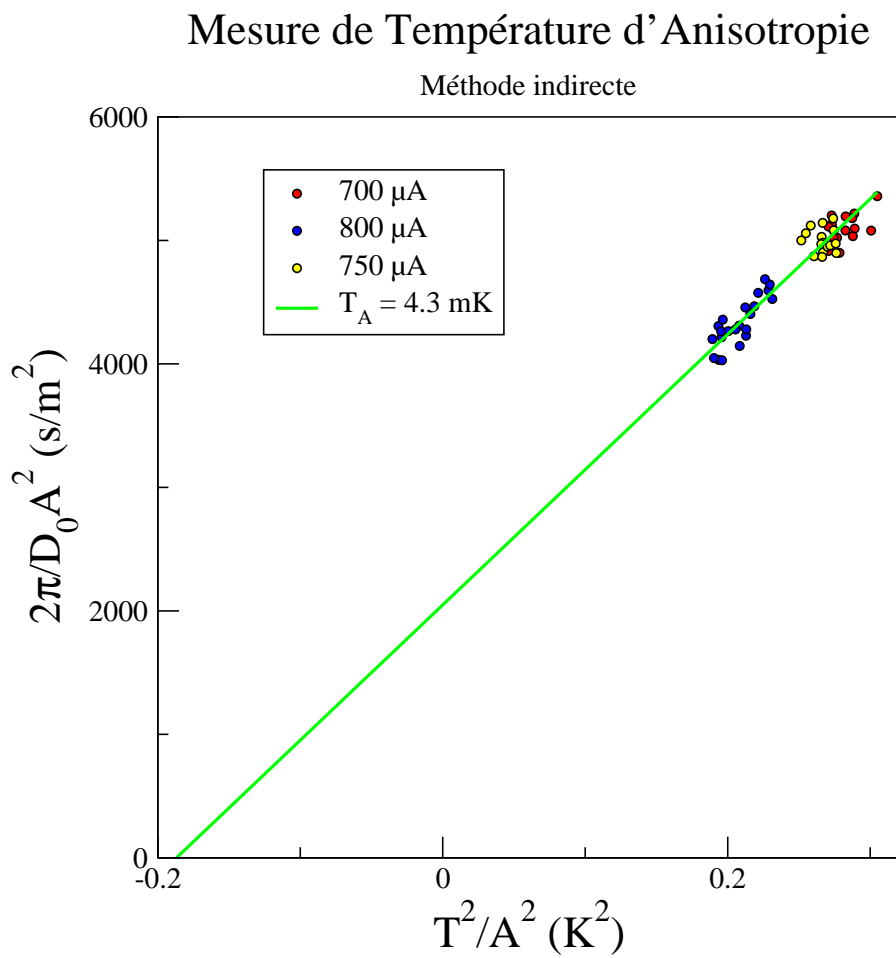


FIG. 4.12 – Mesure de la température d'anisotropie en utilisant le coefficient de diffusion.

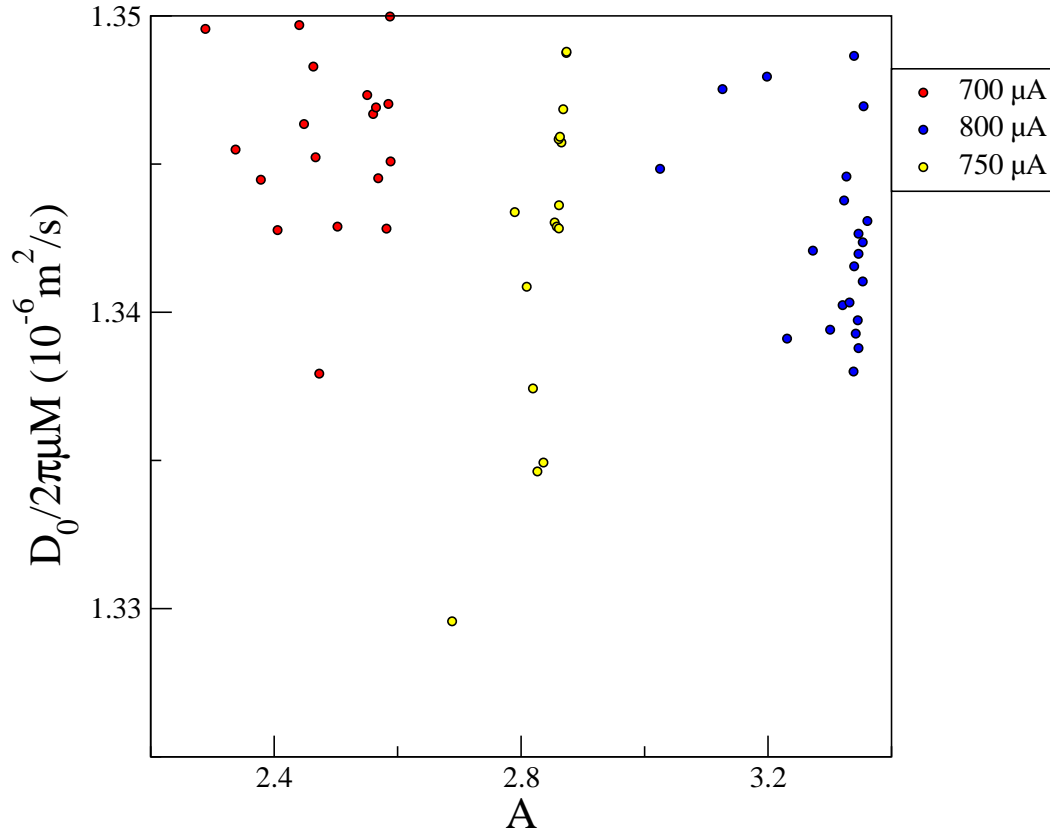


FIG. 4.13 – Le rapport  $D_0/2\pi\mu M$  pour les différentes séries de points. Cette variation d'environ 1% nous donne une idée sur l'erreur expérimentale que nous avons sur nos données.

C'est une expression très analogue à (4.27) que nous avons traitée de la même manière. Le résultat est présenté sur la figure

Nous trouvons par cette méthode  $T_{Aeq} = 4,3 \pm 0,2 \text{ mK}$ . Nous avons analysé exactement les mêmes points, l'équivalence des deux méthodes étant due au rapport constant  $D_0/\mu M$  ( $\mu M = \lambda A \omega_0 \tau_\perp$ ). Si on divise (4.27) par (4.29) on trouve :

$$\frac{\gamma GR^3 |\Delta|^3 A}{\cos [3 \arg (\Delta)]} = cte$$

Nous avons vérifié cette relation avec nos données expérimentales et nous trouvons des différences inférieures à 2% entre les points (fig. 4.13)

Les barres d'erreur pour les deux méthodes sont petites, elles correspondent aux erreurs statistiques. Comme dans notre expérience le rapport  $T/A$  est supérieur à  $4 \text{ mK}$ , une éventuelle erreur systématique peut avoir des conséquences importantes sur la valeur de  $T_A$ . Par exemple,

au début de l'analyse, le paramètre  $\gamma GR$  était libre et la largeur était extraite des 10 premiers pics lors de l'ajustement du spectre. Les conséquences d'une telle analyse dans notre gamme de polarisation sont :

- une augmentation de 5% de  $\gamma GR$
- une diminution de 5% de  $D_0/\mu M$
- $T_A^2 = 10 mK^2$  en analysant  $\mu M$  et  $T_A^2 = 25 mK^2$  en analysant  $D_0$

#### 4.3.4 Influence de l'interaction dipolaire

Lorsqu'un liquide de spins est polarisé il subit l'action d'un champ de désaimantation, qui se manifeste par des ondes magnétostatiques décrites par Kittel et Walker [Kittel(47), Walker(56)]. Ce champ augmente avec l'intensité du champ magnétique externe (ou effectif si la polarisation n'est pas celle d'équilibre) et avec le nombre de spins par unité de volume. Cet effet cache complètement les ondes de spin dans l' $^3\text{He}$  pur ; pour pouvoir les observer nous avons travaillé dans un mélange dilué saturé. Krotkov *et al.* [Krotkov(02)] ont trouvé un paramètre sans dimension qui donne l'intensité relative des effets dipolaires dans une sphère comparé aux effets des ondes de spin. Dans nos conditions expérimentales ce paramètre vaut :

$$\frac{\sqrt{\pi}\omega_M}{4\gamma GR\Delta} \sqrt[4]{\frac{\Delta}{2}} \simeq 0.08$$

avec :

$$\omega_M = \chi A \omega_L$$

Nous nous attendons donc que les effets de l'interaction dipolaire soient petits par rapport aux effets des ondes de spin. La correction sur les pulsations complexes s'écrit :

$$\delta_{dip}\omega_{n,l} = \omega_M \left( -\frac{1}{3} + \frac{\Phi_n \sqrt{\pi}}{4} \sqrt[4]{\frac{\Delta}{2}} \right) \quad (4.30)$$

Les paramètres sans dimension  $\Phi_n$  sont de l'ordre de 1 pour les premiers modes et décroissent avec  $n$ . Leurs valeurs et leur expression exacte peuvent être trouvées dans [Krotkov(02)] . L'effet le plus important de (4.30) est de déplacer le spectre en bloc, les positions relatives des pics (et donc la valeur de  $\Delta$ ) sont beaucoup moins affectées. L'expression (4.30) est seulement une approximation, elle ne dépend que de  $n$ . Pour résoudre le problème exactement il faut encore faire appel au calcul numérique, les éléments de matrice supplémentaires qu'il faut rajouter dans l'opérateur (4.12) sont donnés toujours dans [Krotkov(02)] . Comme les temps de calcul sont très longs, nous avons estimé l'influence de l'interaction dipolaire en utilisant (4.30). Nous pensons que la correction réelle due à cet effet ne devrait pas être trop différente.

Nous avons analysé nos données par les deux méthodes exposées précédemment en utilisant la correction (4.30). Les nouvelles valeurs de la température d'anisotropie sont  $T_{Aeq} = 4,12 mK$  par la méthode directe et  $T_{Aeq} = 4,24 mK$  en utilisant le coefficient de diffusion. Nous pensons donc que l'erreur introduite par les effets dipolaires n'est pas plus grande que l'erreur expérimentale.

Une étude plus approfondie est en train d'être finalisée en diagonalisant l'opérateur (4.12), les premiers résultats, que nous avons montrés, que nous avons montrés que la correction sur les fréquences dépend également du nombre quantique  $l$ .

## 4.4 Conclusion

Les théories de Mullin et Mineev (1.42), prédisent  $T_{Aeq} = 0,248 mK/T$ , comme nous travaillons à  $B = 11,3 T$  cela représente  $T_{Aeq} = 2,8 mK$ . La théorie de Meyerovich pour les solutions très diluées donne  $T_{Aeq} = 3,22 mK$ , plus proche de notre valeur. Notons que l'expérience d'échos de spins de Akimoto *et al.* donne une valeur de  $T_{Aeq}$  très proche des prédictions de Meyerovich et légèrement supérieure à celle donnée par Mullin et Mineev (1.1).

Nos valeurs de  $T_A$  ne sont pas compatibles avec la théorie de Fomin et se rapprochent des prédictions de Meyerovich, Mullin et Mineev. Même si notre rapport  $T/A$  est supérieur à celui de Akimoto *et al* nous avons une statistique plus importante et des points bien alignés. Les spectres d'ondes de spin que nous avons analysés sont propres, ils correspondent bien aux prédictions théoriques et nous pouvons facilement identifier les 10-15 premiers modes. De plus, nous avons travaillé avec des champs effectifs d'environ  $36 T$ , jamais atteints dans des expériences antérieures.

La différence entre les deux méthodes d'analyse est encore compatible avec les barres d'erreur mais elle peut indiquer également la présence d'une petite erreur systématique. En tout cas elle nous donne une indication sur l'erreur réelle que nous avons sur la valeur de  $T_A$ .

Nous avons bon espoir de pouvoir faire une cavité remplie de phase diluée dans la chambre de mélange remplie de phase concentrée et ainsi de faire des mesures avec un rapport  $T/A < 2$ , ce qui nous permettrait de baisser considérablement la barre d'erreur sur  $T_A$  (les paramètres  $a$  et  $b$  sur la figure 4.11 seraient beaucoup moins corrélés).



## Chapitre 5

# Conclusion

Le travail de ma thèse a été divisé en deux parties assez indépendantes. Même si mon sujet de thèse concerne seulement la mesure de l'amortissement des ondes de spin dans l' $^3\text{He}$  liquide polarisé, nous avons travaillé plus d'un an sur l'étalonnage viscosité-température des mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  avec des fils vibrants, que nous utilisons ensuite comme thermomètres. Nous avons approfondi ce sujet à cause du phénomène de glissement du liquide sur la surface du fil qui fausse les valeurs de la viscosité mesurée.

Le principal résultat en ce qui concerne les **calibration des viscosimètres** est la mesure de deux longueurs de glissement différentes, une pour la vitesse radiale et une pour la vitesse tangentielle. Le glissement radial est dû au fait que le libre parcours moyen des quasiparticules est de l'ordre de grandeur du rayon du fil ; on commence donc à sortir du cadre de l'hydrodynamique. Dans nos conditions expérimentales ce glissement a peu d'influence sur les mesures de viscosité, nous n'entrons que très peu dans le régime balistique.

Le glissement tangentiel a la même origine que le glissement radial mais ses effets sont amplifiés par la réflexion spéculaire des quasiparticules sur la paroi. Cette spécularité est présente lorsque la surface du fil est bien polie (nous avons une rugosité de l'ordre de  $100\text{ nm}$ ) et elle est due à la présence d'un film d' $^4\text{He}$  sur toutes les parois (y compris sur le fil). La longueur de glissement associée est jusqu'à 1000 fois plus grande que le libre parcours moyen ; elle correspond à une spécularité de plus de 99%. Ce glissement a un effet important sur les mesures de viscosité. Nos données sont en très bon accord avec la théorie de Bowley, valable pour des réflexions spéculaires.

Afin de comprendre complètement la physique des fils vibrants des efforts conjoints expérimentaux et théoriques restent à faire pour le cas des réflexions diffusives et pour la transition vers le régime balistique.

En ce qui concerne la **mesure de la température d'anisotropie**, qui détermine l'amortissement des ondes de spin dans l' $^3\text{He}$  liquide polarisé à basse température, nous avons amélioré l'expérience mise au point par Roni et Vermeulen. Le changement principal dans le dispositif expérimental est l'utilisation de RMN pulsée qui nous a permis d'obtenir des spectres d'ondes de spin beaucoup plus propres, que nous avons pu analyser quantitativement. Nous avons mis au point une technique d'analyse numérique des données, afin d'extraire une valeur de la température d'anisotropie.

Même si notre rapport température sur polarisation n'est que légèrement inférieur à celui de l'expérience de Roni et Vermeulen, notre technique d'analyse et nos mesures de température qui tiennent compte du glissement nous permettent de dire que les ondes de spin dans l' $^3\text{He}$  liquide polarisé sont amorties à température nulle et que cet amortissement se manifeste dans nos conditions expérimentales par une température d'anisotropie d'environ  $4\text{ mK}$ , valeur qui est assez proche des prédictions de Meyerovich, Mullin et Mineev.



Il reste de l'effort à faire pour baisser le rapport température sur polarisation (afin d'être moins gênés par les erreurs) et pour prendre en compte plus précisément les corrections dues à l'interaction dipolaire.

# Appendice

## Appendice A : Calcul du paramètre $k$ à partir des conditions limite

En comparant l'équation 3.5 à l'équation 3.6 on trouve facilement :

$$k = \frac{A}{a^2} - \frac{B}{a} H_1^1(z)$$

avec  $z = qa$ . Le calcul de  $k$  passe donc par le calcul des constantes A et B à partir des conditions limite, c'est ce que je vais faire par la suite.

Exprimée en fonction du champ de vitesse, l'équation 3.14 (la condition limite tangentielle) prend la forme :

$$\left[ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta + u_r}{r} - \frac{u_\theta}{\xi} \right]_{r=a} = 0$$

En remplaçant le champ de vitesse à partir de l'équation 3.4 et en utilisant 3.7 on obtient :

$$A = \frac{a}{4\xi + a} \left\{ B H_1^1(z) \left[ \xi z^2 - (4\xi + a) - \frac{4(2\xi + a)}{k_s - 1} \right] - a^2 \right\}$$

La deuxième condition limite  $F_H = F_M$  donne en utilisant 3.16 et les notations de 3.17 :

$$4\Phi \left[ \frac{A}{a^2} - \frac{B}{a} H_1^1(z) \right] = -(3+s) + \frac{A(1+3s)}{a^2} + \frac{2(1+s)B}{a} H_1^1(z) + \frac{(1-s)B}{a} (z H_0^1(z) - H_1^1(z))$$

En remplaçant A on obtient l'expression de B :

$$\begin{aligned} \frac{B}{a} H_1^1(z) &= \frac{-[(3+s)\xi + (1+s)a - a\Phi]}{\frac{1}{k_S - 1} [2\xi(3+s) + 2a(1+s) - 4\Phi(2\xi + a)] - \frac{z^2}{4} \xi(1+3s - 4\Phi) - 2\Phi(4\xi + a)} \\ &= \frac{-\frac{(3+s)\xi + (1+s)a - a\Phi}{2\xi(3+s) + 2a(1+s) - 4\Phi(2\xi + a)}}{\frac{1}{k_S - 1} - \frac{z^2}{4} \cdot \frac{\xi(1+3s - 4\Phi)}{2\xi(3+s) + 2a(1+s) - 4\Phi(2\xi + a)} - \frac{2\Phi(4\xi + a)}{2\xi(3+s) + 2a(1+s) - 4\Phi(2\xi + a)}} \\ &= \frac{-\frac{1+\Xi}{2}}{\frac{1}{k_S - 1} - \frac{z^2}{4} \cdot \frac{\beta \left( \frac{1+3s}{4} - \Phi \right)}{1 - \Phi + \frac{\beta(1-s)}{2}} - \Xi} \end{aligned}$$

avec les notations de 3.17.

En réutilisant  $F_M = F_H$  on obtient une nouvelle expression pour A :

$$\frac{A}{a^2} = \frac{1}{\frac{1+3s}{4} - \Phi} \left\{ \frac{3+s}{4} - \frac{B}{a} H_1^1(z) \left[ \frac{2(1+s)}{4} + \Phi - (1-s) \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{k_S - 1} \right) \right] \right\}$$

On peut maintenant extraire l'expression du paramètre  $k$  :

$$\begin{aligned} k &= \frac{A}{a^2} - \frac{B}{a} H_1^1(z) \\ &= \frac{1}{\frac{1+3s}{4} - \Phi} \left[ \frac{3+s}{4} - \frac{B}{a} H_1^1(z) \left( \frac{1+3s}{2} - \frac{1-s}{k_S - 1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{\frac{1+3s}{4} - \Phi} \left\{ \frac{3+s}{4} + \frac{(1+\Xi) \left[ \frac{1+3s}{4} - \frac{1-s}{2(k_S - 1)} \right]}{\frac{1}{k_S - 1} - \frac{z^2 \beta \left( \frac{1+3s}{4} - \Phi \right)}{4 \left[ \frac{1+s}{2} + \frac{\beta_E (1-s)}{2} - \Phi \right]} - \Xi \right\} \end{aligned}$$

## Appendice B : Calcul numérique du spectre des ondes de spin dans une géométrie sphérique

Pour résoudre numériquement l'équation 4.12 nous avons développé un programme basé sur la méthode proposée par Candela *et al.* [Candela(91)]. Si on remplace  $x = r/R$  et on développe  $m^+(\mathbf{r}, t)$  sur la base 4.14 alors les fréquences de résonance et les coefficients de ce développement sont donnés par la diagonalisation de la matrice :

$$H_{(nl)(n'l')} = \Omega_{(nl)(n'l')} - x_{nl}^2 \Delta^3 \delta_{nn'} \delta_{ll'} \quad (5.1)$$

avec  $\Delta = \xi/R$ . A cause du fait que 4.13 possède à la fois des modes principaux et des modes secondaires, chaque dimension des matrices a un double indice.

La deuxième partie du membre de droite dans 5.1 est déjà diagonale, c'est normal, elle correspond à l'opérateur dans le membre de gauche 4.13 et nous travaillons dans sa base propre.  $\Omega_{(nl)(n'l')}$  sont les éléments de matrice de  $x \cos \theta$  dans la base 5.1 :

$$\Omega_{(nl)(n'l')} = \int_0^1 x^3 c_{nl} c_{n'l'} j_l(x_{nl} x) j_{l'}(x_{n'l'} x) dx \cdot \int_0^\pi 2\pi \sin \theta \cos \theta Y_l^{0*}(\theta) Y_{l'}^0(\theta) d\theta$$

Si on écrit  $\cos \theta = \sqrt{4\pi/3} Y_1^0(\theta)$  et on utilise les coefficients de Clebsch-Gordon on obtient  $\Omega_{(nl)(n'l')}$  différent de zéro si et seulement si  $l' = l \pm 1$ . Nous avons alors :

$$\Omega_{(nl)(n'l')} = \frac{\lambda + 1}{\sqrt{(2\lambda + 1)(2\lambda + 3)}} \int_0^1 x^3 c_{nl} c_{n'l'} j_l(x_{nl} x) j_{l'}(x_{n'l'} x) dx$$

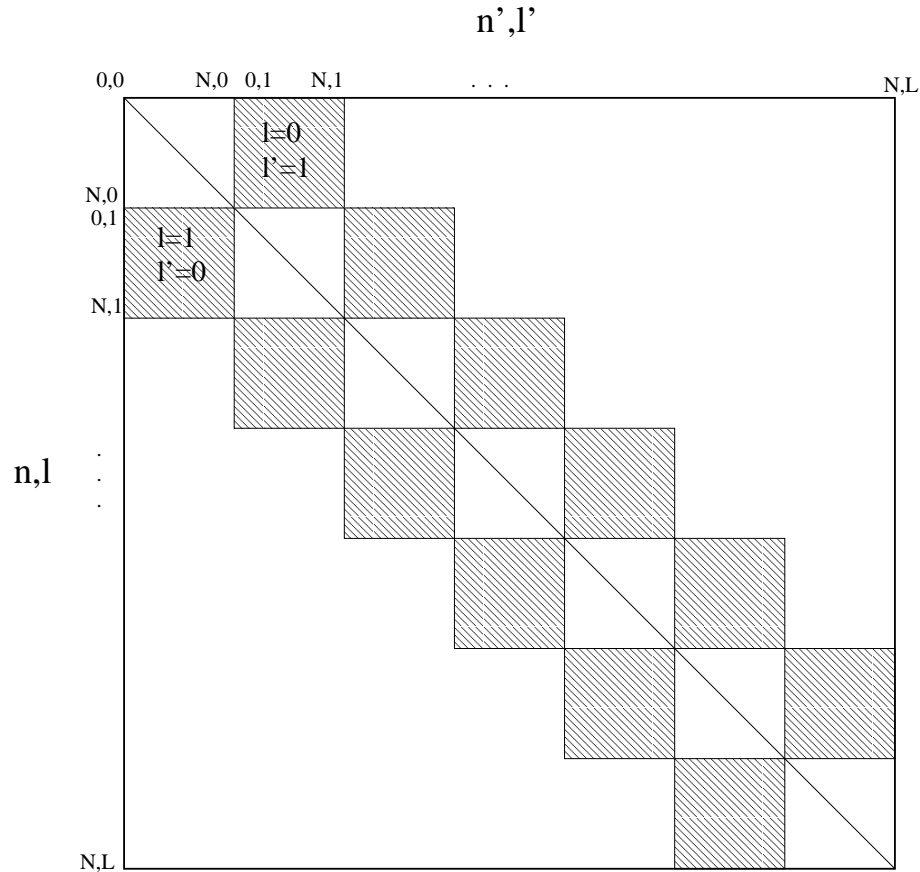


FIG. 5.1 – La structure de la matrice  $H_{(nl)(n'l')}$ . La zone hachurée indique des éléments non-nuls.

avec  $\lambda = \min(l, l')$ .

La matrice  $H_{(nl)(n'l')}$  est diagonalisée numériquement. On peut observer que plus  $\Delta$  est petit, plus l'importance relative de la perturbation  $\Omega_{(nl)(n'l')}$  est grande et il faut donc prendre des matrices plus grandes.

Comme nous avons fait des interpolations du spectre expérimental avec cette méthode pour trouver  $\Delta$ , il est essentiel d'avoir un temps de calcul aussi court que possible.

La matrice  $H_{(nl)(n'l')}$  est complexe et non-hermitique (elle est symétrique), ce qui augmente considérablement le temps de calcul (environ un facteur 3). Pour palier à ce problème nous avons utilisé le fait que la partie imaginaire de  $\Delta$  est petite devant sa partie réelle. Nous diagonalisons la partie réelle de  $H_{(nl)(n'l')}$  et nous utilisons les parties imaginaires de fréquences propres données par la formule de Krotkov 4.15. Pour les vecteurs propres, nécessaires au calcul de la susceptibilité, nous négligeons la partie imaginaire ; l'erreur est d'ordre 2 en  $\Im(\Delta)$  alors que pour les valeurs propres elle serait d'ordre 1 en  $\Im(\Delta)$ .

Les algorithmes numériques de diagonalisation sont plus rapides pour des matrices multidagonales (avec des zéros dans les coins de la diagonale secondaire). On peut observer que si nous faisons d'abord l'indexation sur  $l$  et ensuite sur  $n$ , alors la matrice  $H_{(nl)(n'l')}$  a des éléments non-nuls seulement à une distance inférieure à  $2L$  de la diagonale principale, alors que sa taille est  $N \cdot L$ , comme on peut le voir sur la figure 5.1 ( $N$  et  $L$  sont les valeurs maximales de  $n$  et de  $l$ ). L'utilisation d'une procédure spéciale pour les matrices multidagonales nous fait gagner environ un facteur 10 en temps de calcul.

La taille de la matrice  $H_{(nl)(n'l')}$  utilisée dépend de  $\Delta$ , dans nos condition expérimentales

$\Delta \simeq 0.03$ . Nous prenons alors  $N = 30$  et  $L = 108$  ce qui nous fait une matrice  $3240 \times 3240$ . Comme on peut le voir sur la figure 4.2 seulement les premiers modes des ondes de spin peuvent être résolus, nous avons donc besoin seulement du spectre au voisinage de leurs fréquences de résonance. Nous utilisons la formule de Krotkov (4.15) pour éliminer les paires  $n, l$  pour lesquelles  $\omega_{n,l} < \omega_{0,L}$ , elles n'ont que très peu d'influence sur les modes avec  $n, l$  petits et la taille de la matrice passe pour  $N = 30$  et  $L = 108$  à  $2252 \times 2252$ , le temps de calcul étant diminué d'un facteur 3 pour arriver dans ces conditions à 90s.

## Appendice C : Calcul numérique de la polarisation dans le LDR

Nous devons résoudre l'équation :

$$\frac{\partial P_{3c}}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z^2} - \frac{\dot{n}_3}{n_x} \frac{\partial (P_{3c} - P_{3d})}{\partial z} - \frac{P_{3c} - P_{3c}^e}{T_3} \quad (5.2)$$

avec les conditions limite  $P_{3c}(t=0) = P_{3c}^{eq}$  et en  $z = L$  et  $z = 0$  :

$$\frac{\partial P_{3d}}{\partial t} = \frac{n_x}{n_m} \left[ -D_s \frac{\partial (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z} + \frac{\dot{n}_3}{n_x} (P_{3c} - P_{3d}) \right] - \frac{P_{3d} - P_{3d}^e}{T_1} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial P_{3c}}{\partial t} = \frac{n_x}{n_d} \left[ D_s \frac{\partial (P_{3c} - P_{3c}^e)}{\partial z} - \frac{\dot{n}_3}{n_x} (P_{3c} - P_{3d}) \right] - \frac{P_{3c} - P_{3c}^e}{T_2} \quad (5.4)$$

Nous avons discrétisé l'espace et le temps pour trouver une solution numérique à ce problème. Le tube a été divisé en 1024 points ( $\delta l = L/1024$ ) et nous avons pris des pas  $\delta t = 1s$ . Expérimentalement nous observons que le temps caractéristique d'évolution de la polarisation dans la chambre de mélange est  $T \simeq 1h$ ; on a donc  $\delta t \ll T$ . En utilisant  $P_{3d} = \beta P_{3c}$  nous pouvons garder  $P_{3d}$  comme seule variable.

Soit  $n$  l'indice variable dans le temps et  $k$  dans l'espace, nous notons la polarisation  $P_{3c}$  avec  $P_n^k$ . La dépendance dans le temps est estimée au milieu entre les points :  $(P_{n+1}^k + P_n^k)/2$  et la dérivée par rapport au temps :  $(P_{n+1}^k - P_n^k)/\delta t$ . Pour l'espace nous prenons le point exactement à l'endroit  $k$  :  $(P_n^k)$ ; pour la première dérivée nous utilisons  $(P_n^{k+1} - P_n^{k-1})/2\delta l$  et pour la deuxième dérivée  $(P_n^{k+1} + P_n^{k-1} - 2P_n^k)/\delta l^2$ . Si on note  $P_n$  le vecteur contenant la polarisation dans tous les points considérés à l'instant  $n$ , nous pouvons condenser les équations (5.2), (5.3) et (5.4) dans une seule expression matricielle :

$$AP_{n+1} = BP_n + C \quad (5.5)$$

avec  $A$  et  $B$  des matrices tridiagonales  $1024 \times 1024$  et  $C$  un vecteur de 1024 points.

Nous avons essayé deux méthodes pour résoudre l'équation (5.5); la première, proposée par Gerard, est de faire autant de *linearsolve* que nous avons de pas de temps (ici 3600 pas  $\delta t$  pour 1h) directement sur la forme (5.5) (l'algorithme *linearsolve* est extrêmement rapide pour des matrices tridiagonales). La deuxième méthode est de trouver le terme général de la suite (5.5). Pour cela il faut d'abord faire le changement de variable  $S_n = P_n - R$  avec  $R = (A - B)^{-1}C$ . On obtient :

$$AS_{n+1} = BS_n$$

avec la solution  $S_n = (A^{-1}B)^n S_0$ . Pour calculer  $(A^{-1}B)^n$  il faut diagonaliser  $A^{-1}B$ , qui malheureusement n'est pas tridiagonale.

La première méthode est plus rapide, nous avons à faire à une discrétisation assez importante (1024 points) et *linearsolve* prend un temps proportionnel au nombre de points dans le cas tridiagonal alors que le temps nécessaire à la diagonalisation augmente plus qu'avec le nombre de points au cube. La deuxième méthode serait plus rapide pour moins de points dans l'espace et plus de pas dans le temps (Quel que soit le nombre de pas dans le temps le calcul par la deuxième méthode est le même, alors que par la première méthode il augmente linéairement).

Dans le régime stationnaire ( $t \rightarrow \infty$ ,  $\partial P_{3c}/\partial t \rightarrow 0$ ) il y a une solution analytique simple pour la polarisation dans le tube :

$$P_{3c} = P_{3c}^{eq} + Ae^{r_1 z} + Be^{r_2 z} \quad (5.6)$$

avec  $r_{1,2}$  les racines du polynôme d'ordre 2 associé :

$$D_s z^2 - \frac{\dot{n}_3}{n_x} z - \frac{1}{T_3} = 0$$

et  $A, B$  des constantes vérifiant les conditions limite (5.3) et (5.4) dans le régime stationnaire.

Comme on peut le voir sur la figure (2.4) le modèle numérique a la bonne limite quand  $t \rightarrow \infty$ . L'amplification de la polarisation en fonction du temps est proche de la forme  $1 - e^{-t/T}$ .

## Appendice D : Calcul du spectre RMN de la cellule à ondes de spin

L'amplitude du signal RMN à une fréquence donnée est proportionnelle au nombre de spins qui précessent à cette fréquence. La relation 4.16 lie bijectivement la fréquence au champ magnétique ; nous avons donc une amplitude du signal RMN proportionnelle au volume de la cellule se trouvant dans le champ magnétique correspondant à la fréquence à laquelle on regarde. Nous allons utiliser la formule (4.22) pour la forme du champ magnétique afin de calculer le spectre d'une cellule cylindrique de hauteur  $2H$  et de diamètre  $2R$ . Nous allons supposer des coefficients que  $g_1$  et  $g_2$  sont positifs ; pour une cellule symétrique sur l'axe  $Oz$  le spectre reste inchangé si  $g_1$  change de signe. Le même calcul peut être fait pour  $g_2 < 0$ .

Calculons d'abord le spectre d'une tranche de cellule d'épaisseur  $dz$  située à la position  $z$ . Nous avons négligé toutes les constantes multiplicatives

$$\begin{aligned} dA(f)df &\propto dA(f)dB \\ &\propto dA(f) \cdot g_2 r \cdot dr \end{aligned}$$

$$dA(f)df \propto 2\pi r \cdot dr \cdot dz,$$

ce qui nous donne  $dA(f)$  constant tant qu'on est à l'intérieur de la cellule. Lorsqu'on sort de la cellule  $dA(f)$  s'annule, nous avons donc :

$$dA(f) \propto \theta \left( \frac{f - f_0}{\gamma} - g_1 z - g_2 z^2 + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( g_1 z + g_2 z^2 - \frac{f - f_0}{\gamma} \right) dz$$

avec  $\theta(x)$  la fonction “marche” de Heavyside. Nous allons utiliser cette expression pour calculer le spectre de la cellule entière :

$$A(f) \propto \int_{-H}^H \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} - g_1 z - g_2 z^2 + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( g_1 z + g_2 z^2 - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) dz$$

Pour pouvoir intégrer les fonctions  $\theta$  nous allons faire le changement de variable :

$$y = g_2 \left( z + \frac{g_1}{2g_2} \right)^2$$

Si le minimum de  $y(z)$  est à l'extérieur du domaine d'intégration, c'est-à-dire si  $2g_2H < g_1$  nous avons :

$$\begin{aligned} A(f) &\propto \int_{g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} - H \right)^2}^{g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} + H \right)^2} \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} - y + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( y - \frac{g_1^2}{4g_2} - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \frac{dy}{\sqrt{y}} \\ &\propto \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} + g_1 H - g_2 H^2 + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( g_2 H^2 + g_1 H - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \sqrt{\min \left[ g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} + H \right)^2, \frac{f-f_0}{\gamma} + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right]} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\max \left[ g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} - H \right)^2, \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{f-f_0}{\gamma} \right]} \right\} \end{aligned}$$

Si le minimum  $-g_1/2g_2$  de  $y(z)$  est à l'intérieur du domaine d'intégration ce changement de variable n'est valable parce qu'il n'est plus bijectif ;  $A(f)$  peut avoir des contributions venant d'endroits différents de la cellule. Nous pouvons toujours l'utiliser à condition d'intégrer séparément de  $-H$  à  $-g_1/2g_2$  et de  $-g_1/2g_2$  à  $H$  :

$$\begin{aligned} A(f) &\propto \int_0^{g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} - H \right)^2} \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} - y + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( y - \frac{g_1^2}{4g_2} - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \frac{dy}{\sqrt{y}} + \\ &\quad + \int_0^{g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} + H \right)^2} \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} - y + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \theta \left( y - \frac{g_1^2}{4g_2} - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \frac{dy}{\sqrt{y}} \\ &\propto \theta \left( g_2 H^2 - g_1 H - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \sqrt{\min \left[ g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} - H \right)^2, \frac{f-f_0}{\gamma} + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right]} - \sqrt{\max \left[ 0, \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{f-f_0}{\gamma} \right]} \right\} + \\ &\quad + \theta \left( g_2 H^2 + g_1 H - \frac{f-f_0}{\gamma} \right) \theta \left( \frac{f-f_0}{\gamma} + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left\{ \sqrt{\min \left[ g_2 \left( \frac{g_1}{2g_2} + H \right)^2, \frac{f-f_0}{\gamma} + \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{g_2}{2} R^2 \right]} - \sqrt{\max \left[ 0, \frac{g_1^2}{4g_2} + \frac{f-f_0}{\gamma} \right]} \right\} \end{aligned}$$

$x_3$	$p$	$\lambda\tau T^2$	$\frac{D}{\lambda\tau}$
(%)	(bar)	$10^{-12}$ (sK <sup>2</sup> )	$m^2/s^2$
1,3	0	-0,657	-2616
1,3	7	-0,592	-2632
3,0	0	-0,406	-13350
3,0	7	-0,377	-13160
6,4	0	0,875	8650
6,9	7	1,071	5766
8,6	8	1,440	4279
9,3	7	1,8	3860
9,4	8	2,85	3100

TAB. 5.1 – Données du tableau I de la référence [Ishimoto(88)]. Les valeurs dans l'avant-dernière ligne du tableau sont extrapolées par Roni et Vermeulen [Roni(99)]. Les données de la dernière ligne correspondent à notre expérience. Il faut noter qu'en présence de  $T_A \neq 0$  et de  $A \neq 1$ ,  $\lambda\tau T^2$  est un abus de langage ; il faudrait plutôt l'appeler  $\lambda\tau(T^2 + T_A^2)/A$ . La valeur de  $D/\mu M$  est la même que sur la figure (4.13).

## Appendix E : Le paramètre d'interaction et le coefficient de diffusion

La pente de la droite dans l'équation 4.27 nous donne accès au paramètre d'interaction  $\lambda$ . J'ai représenté dans le tableau 5.1 quelques valeurs trouvées dans la littérature pour  $\lambda\tau T^2$ . La deuxième méthode d'analyse nous donne accès au rapport  $D/\mu M$  ; j'ai présenté les valeurs dans le même tableau.





# Bibliographie

- [Ager(95)] J.H. Ager, A. Child, R. König, J.R. Owers-Bradley, and R.M. Bowley, *J. Low Temp. Phys.* **99** (1995) 683.
- [Akimoto(99)] H. Akimoto, E.D. Adams, D. Candela, W.J. Mullin, V. Shvarts, N. S. Sullivan, and J.S. Xia, *LT22* (1999).
- [Akimoto(00)] H. Akimoto and D. Candela, *J. Low Temp. Phys.* **121** (2000) 791.
- [Akimoto(03)] H. Akimoto, D. Candela, J.S. Xia, W.J. Mullin, E.D. Adams and N.S. Sullivan, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 105301.
- [BaymPethick(78)] G. Baym and C. Pethick, *The physics of Liquid and Solid Helium, Part II*, ed. K.H. Bennemann et J.B. Ketterson (John Wiley and Sons, New York, 1978) Chap. I .
- [Bowley(04)] R.M. Bowley and J.R. Owers-Bradley, *J. Low Temp. Phys.* **136** (2004) 15.
- [Bowley(QFS04)] R.M. Bowley - Lecture at the International Quantum Fluids and Solids Conference - Trento 2004 (Italy)
- [Buu(98a)] O. Buu, *Thèse : Mesure de la Viscosité dans de  $l^3\text{He}$  liquide fortement polarisé*, Grenoble (1998).
- [Buu(98b)] O. Buu, A.C. Forbes, A.S. van Steenbergen, S.A.J. Wieggers, G. Reményi, L. Puech, and P.E. Wolf, *J. Low Temp. Phys.* **110** (1998) 311.
- [Buu(99b)] O. Buu, A. C. Forbes, L. Puech and P. E. Wolf, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 3466.
- [Buu(02)] O. Buu, R. Nyman, R.M. Bowley and J.R. Owers-Bradley, *Phys. Rev. B* **65** (2002) 134512.
- [Candela(86)] D. Candela, N. Masuhara, D.S. Sherill, and D.O. Edwards, *J. Low Temp. Phys.* **63** (1986) 369.
- [Candela(91)] D. Candela, D.R. McAllaster and L-J. Wei, *Phys. Rev. B* **44** (1991) 7510.
- [Candela(92)] D. Candela, D.R. McAllaster, L-J. Wei, and N. Kalechofsky, *J. Low Temp.*, **89** (1992) 307. L-J. Wei, N. Kalechofsky, and D. Candela *Phys. Rev. Lett.*, **71** (1993) 879.
- [Carless(83)] D.C. Carless, H.E. Hall and J.R. Hook, *J. Low Temp. Phys.* **50** (1983) 583.
- [Castaing(79)] B. Castaing and P. Nozières, *J. Phys. ( Paris)* **40** (1979) 257.
- [Cercignani(75)] C. Cercignani, *Theory and Application of the Boltzmann Equation* (Scottish Academic Press, Edimburgh, 1975)
- [Corrucini(72)] L.R. Corrucini, D.D. Osheroff, D.M. Lee, and R.C. Richardson, *J. of Low Temp. Phys.* **8** (1972) 229.
- [Deville(79)] G. Deville, M. Bernier, and J.M. Delrieux, *Phys. B* **19** (1979) 5666.

- [Dillon(56)] J.F. Dillon, Jr., *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II* **1** (1956) 125.
- [Dmitriev(95)] V.V. Dmitriev, V.V. Moroz, A.S. Visotskiy, S.R. Zakazov, *Physica B* **210** (1995) 366.
- [Dy(69)] K.S. Dy and C.J. Pethick, *Phys. Rev.* **185** (1969) 373.
- [Einzel(83)] D. Einzel, H. Hojgaard Jensen, H. Smith and P. Wölfle, *J. Low Temp. Phys.* **53** (1983) 695.
- [Einzel(84)] D. Einzel, G. Eska, Y. Hirayoshi, T. Kopp and P. Wölfle, *Phys. Rev. Lett.* **24** (1984) 2312.
- [Einzel(90)] D. Einzel, P. Panzer and M. Liu, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 2269.
- [Farhangfar(97)] Sh. Farhangfar, K.P. Hirvi, J.P. Kauppinen, J.P. Pekola, J.J. Toppari, D.V. Averin and A.N. Korotkov, *J. Low Temp. Phys.* **108** (1997) 191.
- [Fomin(97)] I.A. Fomin, *JETP Lett.* **65** (1997) 749.
- [Fomin(99)] I. Fomin, and A.I. Kouchayev, LT22 (1999).
- [Fomin(05)] I.A. Fomin - Private Communication (2005).
- [Greywall(86)] D.S. Greywall, *Phys. Rev. B* **33** (1986) 7520.
- [Grilly(71)] Grilly E. R. *J. Low Temp. Phys.* **4** (1971) 615.
- [Guenault(83)] A.M. Guénault, V. Keith, C.J. Kennedy and G.R. Pickett, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 522.
- [Gully(84)] W.J. Gully and W.J. Mullin, *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1810.
- [Heff(87)] A. Heff, D. Candela, D.O. Edwards and S. Kumar, *Europhys. Lett.* **4** (1987) 1043.
- [Hone(61)] D.Hone, *Phys. Rev.* **121** (1961) 669.
- [Ishimoto(88)] H. Ishimoto, H. Fukuyama, T. Fukuda, T. Tazaki and S. Ogawa, *Phys. Rev. B* **38** (1988) 6422.
- [Jensen(80)] H. Hojgaard Jensen, H. Smith, P. Wölfle, K. Nagai and T. Maack Bisgaard, *J. Low Temp. Phys.* **41** (1980) 473.
- [Jeon(88)] J.W. Jeon and W.J. Mullin, *J. Phys. (Paris)* **49** (1988) 1691.
- [Jeon(89)] J.W. Jeon and W.J. Mullin, *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 2691.
- [Johnson(84)] B.R. Johnson, J.S. Denker, N. Bigelow, L.P. Levy, J.H. Freed, and D.M. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1508.
- [Kittel(47)] Ch. Kittel, *Phys. Rev.* **71** (1947) 270.
- [Kittel(71)] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, Editions J. Wiley, Chap. 17 (1971) 597.
- [Konig(93)] R. König, Ph.D Thesis - Bayreuth University, Bayreuth Germany (1993).
- [Konig(94)] R. König and F. Pobell, *J. Low. Temp. Phys.* **97** (1994) 287.
- [Krotkov(02)] P.L. Krotkov, V.P. Mineev and G.A. Vermeulen, *Phys. Rev. B* **65** (2002) 054301.
- [Landau(57)] L.D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **3** (1957) 920.
- [Landau(84)] L.D. Landau, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Course of Theoretical Physics*, 2<sup>nd</sup> edition, Vol. **8**, Chap. IX (1984) 257.
- [Leggett(68)] A.J. Leggett and M.J. Rice, *Phys. Rev. Lett.* **20** (1968) 586. *Erratum Phys. Rev.* **21** (1968) 506.

- [Leggett(70)] A.J. Leggett, *J. Phys. C* **3** (1970) 448.
- [Martikainen(02)] J. Martikainen, J. Tuoriniemi, T. Knuutila and G. Pickett, *J. Low Temp. Phys.* **126** (2002) 139.
- [Merzbacher(70)] E. Merzbacher, *Quantum mechanics*, Wiley International Edition, 2<sup>nd</sup> edition (1970).
- [Meyerovich(85)] A.E. Meyerovich, *Phys. Lett.* **107A** (1985) 177.
- [Meyerovich(92)] A.E. Meyerovich and K.A. Musaelian, *J. Low Temp. Phys.* **89** (1992) 781 ; *J. Low Temp. Phys.* **94** (1994) 249 ; *J. Low Temp. Phys.* **95** (1994) 789 ; *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 1710.
- [Mineev(04)] V.P. Mineev, *Phys. Rev. B* **69** (2004) 144429.
- [Mullin(92)] W.J. Mullin and J.W. Jeon, *J. Low Temp. Phys.* **88** (1992) 433.
- [Mullin(05)] W.J. Mullin and R.J. Ragan, *J. of Low Temp. Phys.* **138** (2005) 73.
- [Nacher(89)] P.J. Nacher, I. Shinkoda, P. Schleger, and W.N. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1989) 839.
- [Nacher(95)] P.J. Nacher and E. Stoltz, *J. Low Temp. Phys.* **101** (1995) 311.
- [Nunes(90)] G. Nunes Jr, C. Jin, A.M. Putnam, D.L. Hawthorne, and D.M. Lee, *Phys. Rev. B* **46** (1992) 9082 ; *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 2149.
- [Nyman(03)] R.A. Nyman - PhD Thesis: Spin Dynamics of Polarised Fermi liquid <sup>3</sup>He - University of Nottingham - U.K. (2003)
- [Osheroff(87)] D.D. Osheroff and M.C. Cross, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 94.
- [Parks(76)] S.I. Parks and R.B. Johannesen, *J. of Magn. Resonance* **22** (1976) 265.
- [Perisanu(04)] S. Perisanu and G. Vermeulen *J. Low Temp. Phys.* **134** (2004) 701.
- [Rizzi(88)] P.A. Rizzi, *Microwave Engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1988).
- [Rodrigues(Thèse95)] A. Rodrigues, Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble (1995).
- [Rodrigues(97)] A. Rodrigues and G. Vermeulen, *J. Low Temp. Phys.* **108** (1997) 103.
- [Roni(97)] A. Roni, P. Thibault, G. Vermeulen, *J. Low Temp. Phys.* **110** (1997) 393.
- [Roni(99)] A. Roni - Ondes de spin dans l<sup>3</sup>He liquide polarisé - Thèse de Doctorat - Université Joseph Fourier Grenoble - 1999
- [Rusby(02)] R.L. Rusby, M. Durieux, A.L. Reesink, R.P. Hudson, G. Schuster, M. Kühne, W.E. Fogle, R.J. Soulen and E.D. Adams, *J. Low Temp. Phys.* **126** (2002) 633.
- [Silin(58)] V.P. Silin, *Sov. Phys. JETP* **6** (1958) 945.
- [Steenbergen(98)] A.S. van Steenbergen, S. A. J. Wieggers, J. A. A. J. Perenboom, and J. C. Maan, *J. Low Temp. Phys.* **113** (1998) 101.
- [Stokes(01)] G.G. Stokes, *Mathematical and Physical Papers* (Cambridge University Press, London, 1901), Vol.3, p. 38.
- [Tastevin(85)] G. Tastevin, *J. Phys. Lett.* **46** (1985) 249.
- [Tastevin(88)] G. Tastevin, P.J. Nacher, L. Wiensfeld, M. Leduc, and F. Laloë, *J. Phys. France* **49** (1988) 1.
- [Tastevin(92)] G. Tastevin, *J. Low Temp. Phys.* **89** (1992) 317.

- [Tholen(91)] S.M. Tholen and J.M. Parpia, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 334.
- [Torrey54] H.C. Torrey, *Phys. Rev.* **104** (1954) 563.
- [Vermeulen(01)] G.A. Vermeulen and A. Roni, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 248.
- [Walker(56)] L.R. Walker, *Phys. Rev.* **105** (1957) 390.
- [Wheatley(69)] J.C. Wheatley, *Proceedings of the Eleventh International Conference on Low Temperature Physics*, St. Andrews, Scotland 1968, vol. **1** (1969) 409.
- [White(56)] R.L. White and I.H. Solt, *Phys. Rev.* **104** (1956) 56.
- [Woerkens(96)] C.M.C.M. van Woerkens, P. Remeijer, S.C. Steel, R. Jochemsen, and G. Frossati, *Czech. J. Phys.* **46** (1996) S1-107.
- [Woerkens(98)] C.M.C.M. van Woerkens, Ph.D. Thesis (1998).
- [Zeegers(91)] J.C.H. Zeegers; A.T.A.M. de Waele and H.M. Gijnsman, *J. Low Temp. Phys.* **84** (1991) 37.

## Abstract

The exchange interaction in degenerate liquid  $^3\text{He}$  is at the origin of coherent effects like spin waves or the Leggett-Rice effect. At low polarisation these effects are well described by the Leggett equations and they are only visible at low temperature and in sufficiently high magnetic fields. The question is if at high polarisation the phase space between “up” and “down” Fermi levels is available for collisions damping the spin coherence even at zero temperature. In this case the collision time for these effects varies like  $1/(T^2+T_A^2)$  where  $T_A$  is proportional to the polarisation and induces dissipation at  $T = 0$  K. The existence of this dissipation has been subject of a theoretical and experimental debate. Until now, only the Leggett-Rice effect data by Akimoto *et al.* giving  $T_A/B \sim 0.28$  mK/Tesla agree with a theoretical prediction. Our data falls in the temperature range 10-30 mK but we are able to enhance polarisation by more than a factor 3 with respect to its equilibrium value (an effective field of more than 34 Tesla). We measure  $T_A/B_{\text{eff}} \sim 0,3$  mK/Tesla, a value compatible with the same theoretical model.

The calibration of our vibrating wire viscometers versus temperature resulted in a surprising effect. Below 100 mK and for all our wires (diameters between 25 and 115  $\mu\text{m}$ ), the  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  mixtures behave like a normal liquid in the bulk, but like a superfluid on the surface: the momentum transfer parallel to the interface between the wire and the liquid almost vanishes. The departure from hydrodynamic behaviour is parametrised by a slip length, usually of the order of the mean free path. We have seen an enhancement of this length by a factor 1000 due to the presence of a superfluid  $^4\text{He}$  film on the walls. Below 10 mK, when the mean free path becomes of order of the wire diameter we also observe slip perpendicular to the surface of the wire. The microscopic model of Bowley and Owers-Bradley agrees very well with our measurements and allows us to extract the viscosity of the mixture, which we convert into temperature for the spin waves measurement.

## Résumé

L'interaction d'échange dans l' $^3\text{He}$  liquide dégénéré est à l'origine d'effets cohérents comme les ondes de spin ou l'effet Leggett-Rice. Ces effets sont bien décrits à basse polarisation par les équations de Leggett et ne sont visibles qu'à très basse température et dans des champs magnétiques assez forts. La question se pose si à forte polarisation l'espace de phase entre les niveaux de Fermi « up » et « down » est disponible pour des collisions amortissant la cohérence de spin, même à température nulle. Dans ce cas, le temps de collision pour ces effets cohérents varie comme  $1/(T^2+T_A^2)$  où  $T_A$  est proportionnel à la polarisation et induit la dissipation à  $T = 0$  K. Il y a eu un grand débat à la fois théorique et expérimental sur l'existence de cette dissipation et, jusqu'à présent, seule l'expérience sur l'effet Leggett-Rice de Akimoto *et al.* permet de trancher en faveur d'un modèle théorique (celui qui prédit  $T_A > 0$ ). Nous avons travaillé entre 10 et 30 mK sous 11,3 Tesla, la différence par rapport aux autres groupes étant que nous travaillons hors-équilibre, avec un gain en polarisation pouvant dépasser 3 (ce qui équivaut à un champ magnétique effectif de plus de 30 Tesla). Dans ces conditions nous mesurons  $T_A/B_{\text{eff}} \sim 0,3$  mK/Tesla, ce qui est compatible avec le même modèle théorique.

L'étalonnage en température des viscosimètres à fil vibrant a mis en évidence un effet surprenant. En dessous de 100 mK et pour tous les fils étudiés (diamètres compris entre 25 et 115  $\mu\text{m}$ ), les mélanges  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  se comportent comme des liquides normaux en volume, mais comme des superfluides en surface : le transfert d'impulsion parallèle à l'interface entre le fil et le liquide est presque nul. Le départ de l'hydrodynamique est paramétré par une longueur de glissement qui est d'habitude de l'ordre du libre parcours moyen. Nous avons vu une augmentation de cette longueur d'un facteur 1000 à cause de la présence d'un film d' $^4\text{He}$  superfluide sur les parois. En dessous de 10 mK, quand le libre parcours moyen devient de l'ordre du diamètre du fil, nous observons également un glissement perpendiculaire à la surface du fil. Le modèle microscopique de Bowley et Owers-Bradley est en très bon accord avec nos données et permet d'extraire la viscosité du mélange, que nous convertissons en température pour les mesures d'ondes de spin.