Contrôle expérimental de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile delta

Florent Renac

▶ **To cite this version:**

Florent Renac. Contrôle expérimental de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile delta. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT : . tel-00119173

HAL Id: tel-00119173
https://theses.hal.science/tel-00119173

Submitted on 7 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

présentée par

Florent Renac

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Paris VI

Spécialité : Mécanique

Contrôle expérimental de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile delta

soutenue le premier mars 2004

devant le jury composé de :

M.	J. P. Bonnet	Rapporteur
M.	I. Gursul	
M.	P. Huerre	Directeur
M.	L. Jacquin	
M.	P. Sagaut	
M.	A. Verga	Rapporteur
M.	J. E. Wesfreid	

Table des matières

Remerciements vii

Notations ix

1 Introduction 1

I Configuration nominale 3

2 Moyens et méthodes de mesure 5
2.1 La soufflerie F2 du Fauga-Mauzac . . . 5
2.1.1 Présentation de la soufflerie . . . 5
2.1.2 Montage en veine . . . 5
2.2 Les maquettes utilisées . . . 6
2.2.1 Maquette mannequin . . . 6
2.2.2 Maquette modulaire . . . 7
2.2.3 Dispositif de génération des jets pulsés . . . 7
2.3 Méthodes d'essais . . . 9
2.3.1 Vélocimétrie laser à franges . . . 10
2.3.2 Balance dynamométrique . . . 13
2.3.3 Capteurs de pression instationnaire . . . 14
2.3.4 Tomoscopies laser . . . 15
2.3.5 Visualisations par enduit visqueux . . . 15
2.3.6 Visualisations par enduit sublimant . . . 16

3 Efforts aérodynamiques sur une aile delta 17
3.1 Généralités . . . 17
3.2 Prévision théorique . . . 18
3.2.1 Effort potentiel . . . 18
3.2.2 Effort tourbillonnaire . . . 20
3.2.3 Prévision de la circulation . . . 22
3.2.4 Position des tourbillons . . . 23
3.3 Mesures des efforts aérodynamiques . . . 24
3.3.1 Effet de l'incidence et du nombre de Reynolds . . . 24
3.3.2 Effet de la géométrie . . . 25
3.4 Mesures de la distribution des pressions pariétales . . . 27
3.5 Conclusions . . . 27

4 Propriétés de la couche limite **31**
4.1 Visualisations par enduit visqueux . . . 31
4.2 Relaminarisation des écoulements pariétaux . . . 32
4.3 Transition forcée de la couche limite au bord d'attaque . . . 35
4.4 Fluctuations des pressions pariétales . . . 35
4.5 Conclusions . . . 38

5 Champs de vitesses **39**
5.1 Sondages et formules statistiques . . . 39
5.2 Position du point d'éclatement tourbillonnaire . . . 40
5.3 Vitesses moyennes . . . 42
5.4 Fluctuations . . . 43
5.5 Caractérisation de la couche de mélange . . . 43
5.5.1 Mesures moyennes . . . 43
5.5.2 Mesures instationnaires . . . 49
5.6 Mesures en deux points . . . 52
5.6.1 Préliminaires . . . 53
5.6.2 Recherche des centres tourbillonnaires . . . 54
5.6.3 Acquisition et traitement des données . . . 54
5.6.4 Coefficients de corrélation . . . 57
5.6.5 Densités spectrales de puissance . . . 60
5.7 Bilan . . . 60

6 Stabilité temporelle des tourbillons primaires **65**
6.1 Développement en série de Fourier des champs de vitesse expérimentaux 65
6.2 Modèles théoriques de tourbillon axisymétrique . . . 68
6.3 Analyse de stabilité des profils expérimentaux . . . 73
6.3.1 Présentation de la méthode de collocation spectrale . . . 76
6.3.2 Application des critères analytiques et de la méthode numérique . 76
6.3.3 Discussion sur la nature des instabilités . . . 79
6.3.4 Instabilité elliptique . . . 82
6.4 Comparaison avec les sous-structures tourbillonnaires dans la couche cisaillée 84
6.4.1 Préliminaires . . . 85
6.4.2 Analyse de stabilité temporelle . . . 85
6.4.3 Remarques . . . 88
6.5 Conclusions de l'étude de stabilité temporelle . . . 89

7 Théorie de l'éclatement : dynamique des modes neutres **91**
7.1 Préliminaires . . . 91
7.1.1 Ondes de Kelvin . . . 91
7.1.2 Théorie des états conjugués de Benjamin . . . 93
7.2 Criticité des écoulements d'aile delta . . . 94
7.2.1 Criticité des profils expérimentaux . . . 94
7.2.2 Criticité du modèle d'écoulement axisymétrique . . . 95
7.3 Conclusions . . . 99

8 Bilan de l'étude de l'écoulement en configuration nominale **101**

II Application d'un contrôle fluidique au bord d'attaque 103

9 Le contrôle actif de l'écoulement sur une aile delta : généralités 105
9.1 Préliminaires . . . 105
9.1.1 Terminologie . . . 105
9.1.2 Paramètres définissant le contrôle . . . 105
9.2 Le contrôle fluidique : revue des études précédentes . . . 106
9.3 Présentation de la deuxième partie . . . 107

10 Mesures des jets de contrôle 109
10.1 Description de l'expérience . . . 109
10.1.1 Mesure du débit par un col sonique . . . 109
10.1.2 Méthodes de mesure . . . 110
10.2 Soufflages pulsé et continu . . . 113
10.2.1 Préliminaires . . . 114
10.2.2 Mesures des pressions moyennes . . . 114
10.2.3 Mesures des débits moyens . . . 116
10.2.4 Mesure des débits instantanés . . . 116
10.2.5 Propriétés turbulentes des jets . . . 121
10.3 Bilan de la caractérisation du contrôle . . . 122

11 Application du soufflage : premiers résultats 127
11.1 Structure de l'écoulement contrôlé . . . 127
11.2 Champs de vitesses . . . 128
11.2.1 Mesures des vitesses . . . 128
11.2.2 Analyse de stabilité linéaire temporelle des tourbillons . . . 131
11.2.3 Dynamique des modes neutres . . . 137
11.3 Mesures en deux points . . . 138
11.3.1 Coefficients de corrélation . . . 138
11.3.2 Densités spectrales de puissance . . . 139
11.4 Conclusions . . . 140

12 Pressions pariétales et efforts aérodynamiques 143
12.1 Mesures des pressions pariétales moyennes . . . 143
12.1.1 Soufflage continu . . . 143
12.1.2 Soufflage pulsé . . . 144
12.2 Mesures instationnaires de la pression pariétale . . . 145
12.3 Pesées des efforts aérodynamiques . . . 146
12.3.1 Soufflage continu . . . 146
12.3.2 Soufflage pulsé . . . 147
12.4 Bilan . . . 147

13 Bilan de l'application d'un contrôle fluidique 151

14 Perspectives 153

III Annexes **155**

A Visualisations par tomoscopie laser **157**
A.1 Présentation de la méthode 157
A.2 Position du point d'éclatement en configuration nominale 157
A.3 Position du point d'éclatement en présence de contrôle 158
A.3.1 Configuration de référence 159
A.3.2 Effet des paramètres de contrôle 159
A.4 Bilan de cette étude 160

B Stabilité linéaire d'une nappe de vorticité et d'une couche de mélange 163
B.1 Stabilité linéaire d'une nappe de vorticité 163
B.1.1 Nappe de vorticité plane 163
B.1.2 Effet de l'étirement d'une nappe de vorticité sur sa stabilité . . . 163
B.1.3 Effet de la viscosité 164
B.2 Conclusions 166

C Lois de comportement dans un tourbillon axisymétrique **167**
C.1 Équations quasi cylindriques et tourbillon de Batchelor 167
C.2 Le modèle de tourbillon q-vortex 168
C.3 Équilibre centrifuge et distribution de pression 169
C.4 Conclusions 170

D Stabilité linéaire des profils axisymétriques de vitesses **171**
D.1 Critères d'instabilités centrifuge et inflexionnelle 171
D.1.1 Instabilité centrifuge d'un tourbillon seul 171
D.1.2 Condition nécessaire de Howard & Gupta (1962) 172
D.1.3 Instabilités d'un jet ou d'un tourbillon seul 173
D.1.4 Condition suffisante d'instabilité centrifuge de Leibovich & Stewartson (1983) 174
D.2 Application des critères d'instabilité au modèle à deux échelles pour la vitesse azimutale 178
D.2.1 Instabilité centrifuge 178
D.2.2 Instabilité inflexionnelle 178
D.3 Application des critères d'instabilité à la loi gaussienne modifiée pour la vitesse axiale 178
D.3.1 Instabilité de cisaillement axial 179
D.4 Étude des solutions stationnaires de Leibovich & Stewartson (1983) . . . 180
D.5 Bilan de cette étude analytique 182

E Propriétés des instabilités hélicoïdales **183**
E.1 Angle d'hélice, β, et rayon critique, r_0, de la perturbation 183
E.2 Maximum global pour le taux d'amplification 184

Bibliographie **185**

Cette thèse a été effectuée au sein du Département d'Aérodynamique Fondamentale et Expérimentale de l'Onera grâce aux soutiens financiers du Ministère de la Défense et de l'Onera. Cette étude s'insert dans le cadre du Projet de Recherches Fondamentales *Mécanique du vol des avions de combat*, en collaboration avec les aérodynamiciens de Dassault Aviation et les laboratoires universitaires LadhyX (Laboratoire d'Études Hydrodynamiques de l'École Polytechnique, Palaiseau) et Irphe (Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Équilibre, Marseille).

Je souhaite tout d'abord remercier M. Jean Délery de m'avoir accueilli au sein de son département et M. Patrick Huerre d'avoir accepté d'être mon directeur de thèse.

Mes vifs remerciements vont à Laurent Jacquin, qui a encadré ce travail, pour son enthousiasme, ses conseils et ses encouragements. Je dois beaucoup aux soutiens de Patrick Huerre et Laurent Jacquin qui ont su donner un second souffle à mon travail.

Ma profonde gratitude va à Pascal Molton, je salue sa disponibilité, sa bonne humeur sans faille, sa franchise et l'amitié qu'il m'a fait partager.

Merci à Didier Barberis pour ses conseils et les discussions que nous avons pu avoir et également à toute l'équipe de la soufflerie F2 pour son rôle majeur dans ce travail avant tout expérimental.

Je remercie également David Fabre qui a eu la gentillesse de mettre à disposition son code de calcul de stabilité linéaire, Denis Sipp pour ses conseils avisés et Philippe Geffroy avec qui j'ai réalisé certaines expériences. Merci à toute l'équipe du bâtiment I pour son accueil et la bonne humeur de chacun. Une pensée toute particulière à Arnaud, Benjamin, David, Hervé, Ludovic et Stéphane pour leur chaleur et le mérite de m'avoir supporté pendant ces années.

Ce travail a pu se dérouler dans des conditions optimales grâce au concours de plusieurs membres de l'Onera, dont Guy Rancarani et son équipe. Un clin d'œil aux membres des ateliers de Meudon et de la soufflerie S5 qui m'ont beaucoup appris.

a	Rapport des rayons du profil de vitesse axiale.
AR	Rapport d'aspect de l'aile.
b	Envergure de l'aile, rapport des rayons du profil de vitesse azimutale.
c	Longueur de corde de l'aile.
C_l	Coefficient de moment de roulis.
C_M	Coefficient de moment de tangage.
C_N	Coefficient d'effort normal.
C_p	Coefficient de pression.
C_μ	Coefficient de flux de quantité de mouvement.
f	Fréquence.
i	Constante imaginaire pure.
k	Nombre d'onde axial d'une instabilité linéaire, taux de fluctuations des vitesses.
m	Nombre d'onde azimutal d'une instabilité linéaire.
p	Pression.
q	Nombre de swirl.
R	Paramètre de vitesse d'une couche de mélange.
r_c	Rayon de vitesse tangentielle maximale.
r_v	Rapport de rayons.
r_0	Rayon critique d'une perturbation.
Re	Nombre de Reynolds.
Re_c	Nombre de Reynolds de l'écoulement.
Re_{δ_w}	Nombre de Reynolds d'une couche de mélange.
S_{aile}	Surface alaire de la maquette.
St	Fréquence adimensionnelle.
T	Température, période.
U, V, W	Composantes cartésiennes du champ de vitesse.
U_x, V_r, W_θ	Composantes cylindriques du champ de vitesse.
U_0	Vitesse nominale de l'écoulement.
u	Paramètre d'écoulement extérieur.
VR	Rapport de vitesse de jet.
X, Y, Z	Coordonnées cartésiennes liées à la maquette.
X_0, Y_0, Z_0	Coordonnées cartésiennes liées à la soufflerie.
x, r, θ	Coordonnées cylindriques liées au tourbillon.
X_b	Abscisse du point d'éclatement dans le repère lié à la maquette.
α	Incidence de l'aile.
α_c	Angle entre l'axe du tourbillon primaire et l'extrados de la maquette.
β	Angle d'hélice d'une perturbation.
γ	Fréquence relative d'un mode linéaire par rapport au champ de base.
Γ	Moment cinétique d'un tourbillon.
Γ_0	Circulation d'un tourbillon.
δ	Paramètre d'écart à la loi de distribution gaussienne.
δ_w	Épaisseur de vorticité d'une couche de mélange.
ε	Excentricité d'une ellipse.
λ	Longueur d'onde d'une instabilité linéaire.
Λ	Demi-angle d'apex de l'aile.
ρ	Masse volumique.

φ	Angle de flèche de l'aile.
ω_i	Taux d'amplification d'une instabilité linéaire.
ω_r	Fréquence d'une instabilité linéaire.
$\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z$	Composantes cartésiennes du champ de vorticité.
$\Omega_x, \Omega_r, \Omega_\theta$	Composantes cylindriques du champ de vorticité.
Ω	Taux de rotation d'un tourbillon.
Ω_0	Taux de rotation d'un tourbillon sur son axe.

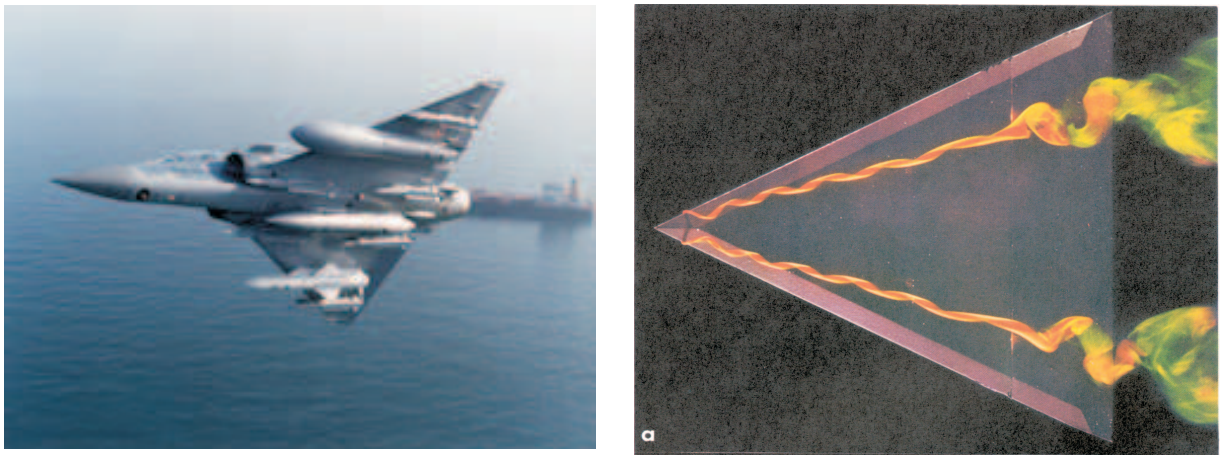
1 Introduction

Certains avions de combat ou l'avion de ligne supersonique Concorde possèdent une voilure en forme de delta (figure ($1.1a$)). Cette géométrie leur confère plusieurs avantages dont une structure plus rigide et une traînée d'onde réduite par rapport à des ailes de grand allongement. D'un point de vue aérodynamique, il existe un troisième avantage lié à la formation de deux structures tourbillonnaires cohérentes et symétriques par rapport au plan de corde de l'aile. Ces tourbillons dominent l'écoulement d'extrados et sont à l'origine d'un gain significatif de portance qui favorise l'extension du domaine de vol aux hautes incidences. Ces structures résultent du décollement au bord d'attaque de la couche limite d'intrados et de son enroulement en une structure conique et hélicoïdale illustrée sur la figure ($1.1b$). Ces tourbillons sont intenses, la vitesse de rotation autour de l'axe du tourbillon étant du même ordre que la vitesse longitudinale. Leur développement est limité par l'apparition d'une désorganisation spontanée et brutale appelée *éclatement tourbillonnaire*. Ce phénomène est visible sur la figure ($1.1b$) à l'endroit où les filets colorés s'évasent rapidement. L'éclatement remonte vers l'apex de l'aile le long de l'axe du tourbillon à mesure que l'incidence de l'aile augmente. Il est pénalisant puisqu'il annule la contribution bénéfique des tourbillons à la portance. Il provoque par ailleurs des moments de roulis déstabilisateurs dans la mesure où ce phénomène se développe de manière dissymétrique et instationnaire.

Le problème de l'éclatement tourbillonnaire est étudié depuis plusieurs décennies. Les premières observations et les premières tentatives de contrôle de l'éclatement tourbillonnaire sur une aile delta, par injection ou aspiration de fluide, sont dues à Henri Werlé (1953, 1960). Le contrôle de l'éclatement tourbillonnaire, c'est-à-dire la maîtrise de son occurrence, représente un enjeu considérable pour les performances aérodynamiques des avions de ce type. En général, ce contrôle vise à évacuer l'éclatement vers l'aval. En revanche, un contrôle dissymétrique est aussi recherché dans le cadre des développements actuels, en favorisant l'avancée d'un des deux éclatements, afin de piloter l'avion sans utiliser de gouvernes mécaniques. L'éclatement tourbillonnaire et son contrôle ne concernent pas que les ailes delta : des tourbillons se forment aussi sur le fuselage des avions et des missiles, les performances des moteurs aéronautiques peuvent être altérées par l'éclatement de tourbillons qui se forment dans les entrées d'air (Mitchell & Délery 2001) et dans les écoulements de jeu des étages de compresseurs. L'éclatement peut par contre être volontairement provoqué pour augmenter le mélange air/combustible dans une chambre de combustion ou dans des procédés de fabrication de pâte à papier qui utilisent l'éclatement dans le sillage d'une demi-aile delta.

Cette thèse est dédiée à la caractérisation et au contrôle de l'écoulement tourbillonnaire sur une maquette d'aile delta. Le manuscrit est structuré en deux parties.

La première partie est consacrée à la présentation des dispositifs expérimentaux, maquette, soufflerie et moyens d'investigation, puis à l'analyse de l'écoulement en configuration nominale, c'est à dire sans contrôle. Par rapport à d'autres études de même



(a) (b)

FIG. 1.1 – Avion Dassault Mirage 2000 (a). Visualisation au tunnel hydrodynamique des tourbillons d'aile delta et de leur éclatement par injection de liquide coloré à proximité de l'apex (d'après Werlé 1971)(b)

type effectuées par le passé (voir par exemple Mitchell 2000), ce travail se distingue par le choix d'une maquette particulière qui est plus proche des formes réelles des avions de chasse. Le bord d'attaque est arrondi et remplace un bord aigu préférentiellement choisi pour les études antérieures de manière à fixer le décollement de la couche limite. L'aile est en outre moins élancée que les ailes académiques et possède un angle de flèche égal à celui d'un avion de chasse Mirage. Cette orientation de l'étude vers une configuration mieux représentative de l'application a été définie en concertation avec les aérodynamiciens de Dassault Aviation. Cet écoulement a été caractérisé par des visualisations et par des mesures du champ aérodynamique aussi complètes que possible. L'application d'outils théoriques à l'analyse de ces résultats, la comparaison des mesures et des observations aux écoulements d'ailes delta différentes nous permettent de caractériser alors l'influence de ces modifications de formes géométriques. Ces expériences nous ont permis également de constituer une nouvelle banque de données expérimentales qui sert de référence pour l'application du contrôle.

Dans la deuxième partie du document, nous appliquons un système de contrôle fluidique pour tenter de manipuler l'écoulement nominal défini précédemment. Pour cela, des fentes ont été disposées le long du bord d'attaque de la maquette pour produire des jets continus ou pulsés. L'objectif est de modifier les propriétés de l'écoulement tourbillonnaire en appliquant un soufflage local et aussi faible que possible. Cette perspective nécessite au préalable de définir précisément l'action de notre contrôle. Ensuite, les études en soufflerie, basées sur les mêmes méthodes de mesure et d'analyse que celles utilisées en configuration nominale, permettent de définir l'influence du contrôle sur l'écoulement. Une étude paramétrique des conditions de soufflage a été effectuée afin de déterminer la perturbation optimale qui modifie le plus significativement l'écoulement. Ces résultats sont regroupés dans la deuxième partie en suivant l'ordre logique du déroulement des expériences.

Première partie

Configuration nominale

2 Moyens et méthodes de mesure

Ce chapitre présente la soufflerie, les maquettes ainsi que les moyens d'investigation utilisés pour les expériences.

2.1 La soufflerie F2 du Fauga-Mauzac

2.1.1 Présentation de la soufflerie

Les essais nécessaires à l'étude de l'écoulement autour de l'aile delta ont été effectués dans la soufflerie subsonique F2 du centre du Fauga-Mauzac de l'Onera. Il s'agit d'une soufflerie à retour fonctionnant dans les conditions de température et de pression atmosphériques. Un schéma est présenté sur la figure (2.1) où l'on peut distinguer les différents organes de la soufflerie. Dans le sens de l'écoulement, le circuit comporte : la chambre de tranquilisation, le convergent, la veine d'essais, le premier diffuseur, le ventilateur, un second diffuseur et un réfrigérant. Les principales caractéristiques de cette soufflerie, identifiées ci-dessous, sont tirées de la publication de Afchain *et al.* (1983).

La chambre de tranquilisation contient un nid d'abeille sous-expansé, d'une section de $5,5 \times 5,5$ m^2, précédé d'un grillage métallique et suivi de trois grillages de mailles de plus en plus petites. Le premier grillage évite la dégradation de l'écoulement dans la zone d'expansion rapide, le nid d'abeille ainsi que les trois grillages en aval servent à réduire la turbulence transversale. Les quatre coudes du circuit sont équipés d'aubes directrices à profils identiques. Le convergent possède un rapport de contraction de 12. La veine d'essais a une section rectangulaire de 1,4 m de large sur 1,8 m de hauteur et s'étend sur une longueur de 5 m. Elle est pourvue de parois en verre offrant des zones d'observation étendues avec différents angles de vue. Cette souplesse d'emploi permet une excellente visualisation de la maquette pendant les essais et est conçue pour la mise en œuvre de la vélocimétrie laser sur un grand volume d'exploration.

La vitesse maximale réalisable est de 100 m/s avec une précision relative de la vitesse amont, $\Delta U_0/U_0 = 1\%$. L'intensité moyenne de turbulence est égale à $0,1$ %.

Le groupe moto-ventilateur est de type axial à vitesse variable, entrainé par un moteur à courant continu d'une puissance éléctrique de 638 kW. Il est équipé de douze pales et produit un débit volumique nominal de 252 m^3/s et une surpression nominale de 2250 Pa. Il est dissocié du reste du circuit par une fondation isolée. Un système de réfrigération à eau est installé en aval du ventilateur et maintient la température de l'air à une valeur inférieure à 40°C.

2.1.2 Montage en veine

Le montage utilisé dans la soufflerie F2 est représenté sur la figure (2.2). La maquette est maintenue à dérapage nul au moyen d'un support cylindrique fixé sur un dard hori-

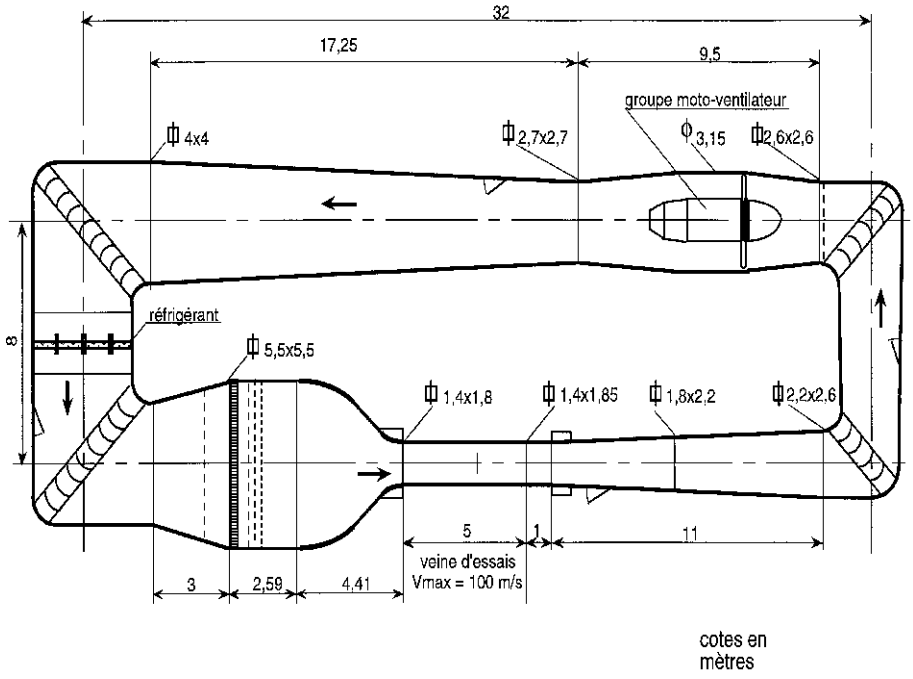


FIG. 2.1 – Schéma de la soufflerie F2 (dimensions en m)

zontal par l'intermédiaire d'une rotule. La commande d'une biellette permet le réglage en incidence de l'aile sur une plage de 50°. Le callage est motorisé par un vérin électrique.

La mesure de l'angle d'incidence est effectuée au moyen d'un potentiomètre rotatif situé dans l'articulation du support et d'un étalonnage préalable référencé par rapport à l'indication d'un clinomètre posé sur l'extrados de l'aile. En essai, l'angle d'incidence est recalé sous charge aérodynamique selon l'indication du potentiomètre après validation par une visée cathétomètre. Les précisions de mesure des angles d'incidence et de dérapage sont respectivement de $\pm 0,05°$ et $\pm 0,1°$ (Afchain *et al.* 1983).

La ligne de dard est montée sur un mât vertical traversant la veine. La position de fixation du dard est réglable en hauteur ce qui permet de placer la maquette au centre de la veine quelle que soit la valeur de l'incidence.

2.2 Les maquettes utilisées

Deux maquettes, de mêmes dimensions, ont été conçues et utilisées pour les essais en soufflerie. Une première maquette dite, *mannequin*, sans dispositif de contrôle, a permis l'étude de l'écoulement en configuration nominale. Une seconde maquette, dite *modulaire*, contient le dispositif de soufflage des jets de contrôle. Elle a permis le forçage de l'écoulement tourbillonnaire.

2.2.1 Maquette mannequin

Le modèle est une aile delta de $c = 690$ mm de corde avec un angle de flèche $\varphi = 60°$ et un bord d'attaque arrondi, d'un rayon de courbure $r_{BA} = 6,9$ mm, dont le rapport à la longueur de corde est $r_{BA}/c = 10^{-2}$ (figure (2.3)). L'envergure totale correspondante est $b = 804,7$ mm et l'épaisseur est $e = 40$ mm.

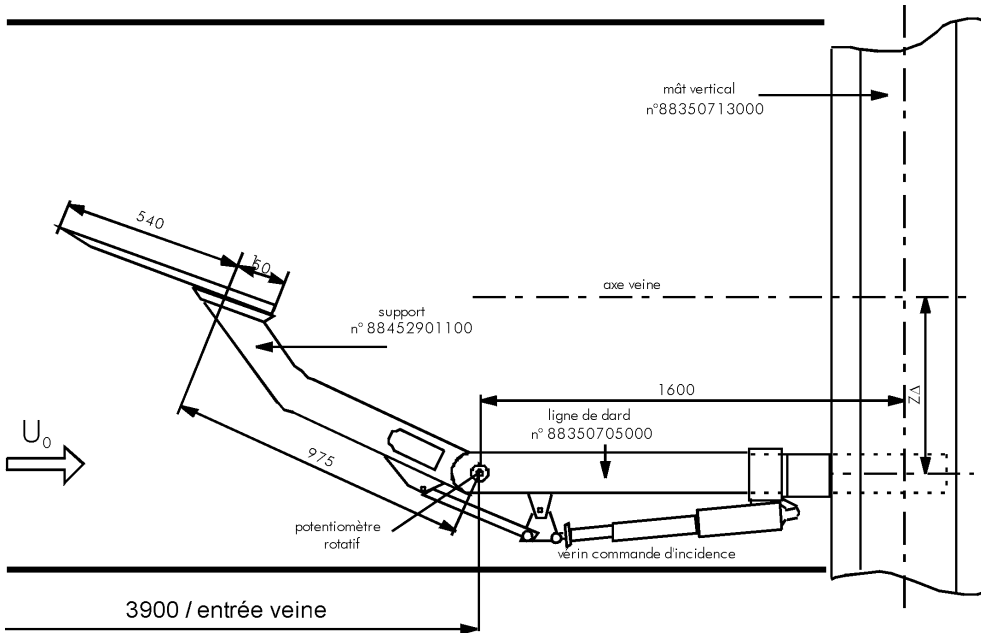


FIG. 2.2 – Schéma du montage en veine de la maquette mannequin (dimensions en mm)

Le matériau utilisé est de l'acier recouvert d'une peinture époxy noire mate pour éviter les réflexions des faisceaux laser pendant les expériences. La fixation de la maquette au dard se situe à 150 mm du bord de fuite dans le plan de symétrie de l'aile (figure (2.2)).

2.2.2 Maquette modulaire

Ses caractéristiques géométriques sont identiques à celles de l'aile mannequin ($c = 690$ mm ; $\varphi = 60°$; $r_{BA} = 6,9$ mm ; $b = 804,7$ mm ; $e = 40$ mm). La maquette a été réalisée en acier, sauf le capot à l'extrados qui est en alliage léger (dural).

Elle est équipée d'un support pour balance dynamométrique, situé sous l'extrados et le long de la corde de l'aile. 17 prises de pressions instationnaires, du côté gauche sens pilote, sont disposées sur l'extrados et sous l'axe du tourbillon (figure ($2.4a$)). Leur distribution est centrée sur la position d'éclatement dans une configuration de référence ($\alpha = 18^{\circ}$, $U_0 = 50$ m/s) mais couvre la majeure partie de la corde. Le tableau (2.1) indique leurs coordonnées dans le repère lié à la maquette. Le dispositif de fixation de la maquette au dard est identique à celui de l'aile mannequin mais situé à 185 mm du bord de fuite.

Le dispositif de contrôle est situé sur la partie gauche sens pilote de l'aile. Il est constitué de quatre fentes de soufflage rectangulaires, de largeur $l = 0,25$ mm et de longueur $L = 50$ mm, disposées le long du bord d'attaque. Le mode de soufflage est normal (figure ($2.4b$)) : le jet sort perpendiculairement au bord d'attaque et parallèlement au plan de l'extrados.

2.2.3 Dispositif de génération des jets pulsés

L'appareil est présenté sur la figure (2.5), il a été mis au point par l'unité STIR du département DAFE de l'Onera. Il est constitué d'un rotor muni de quatre admissions situées sur sa périphérie et d'une sortie axiale débouchant en son centre.

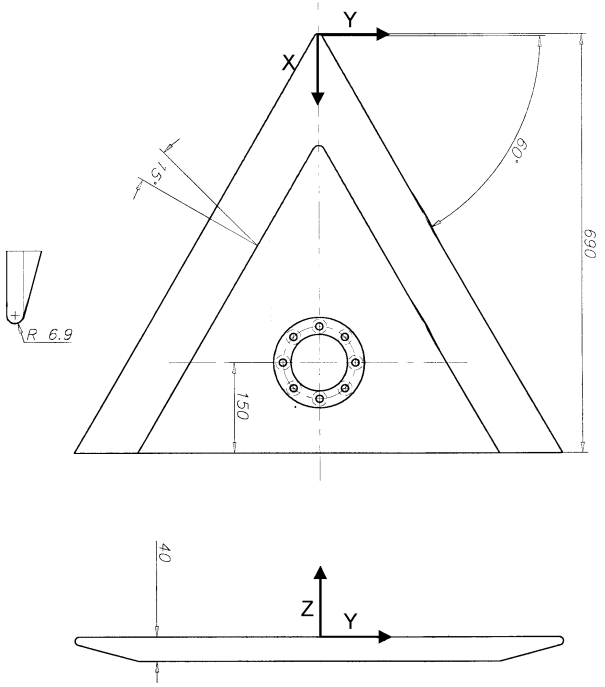
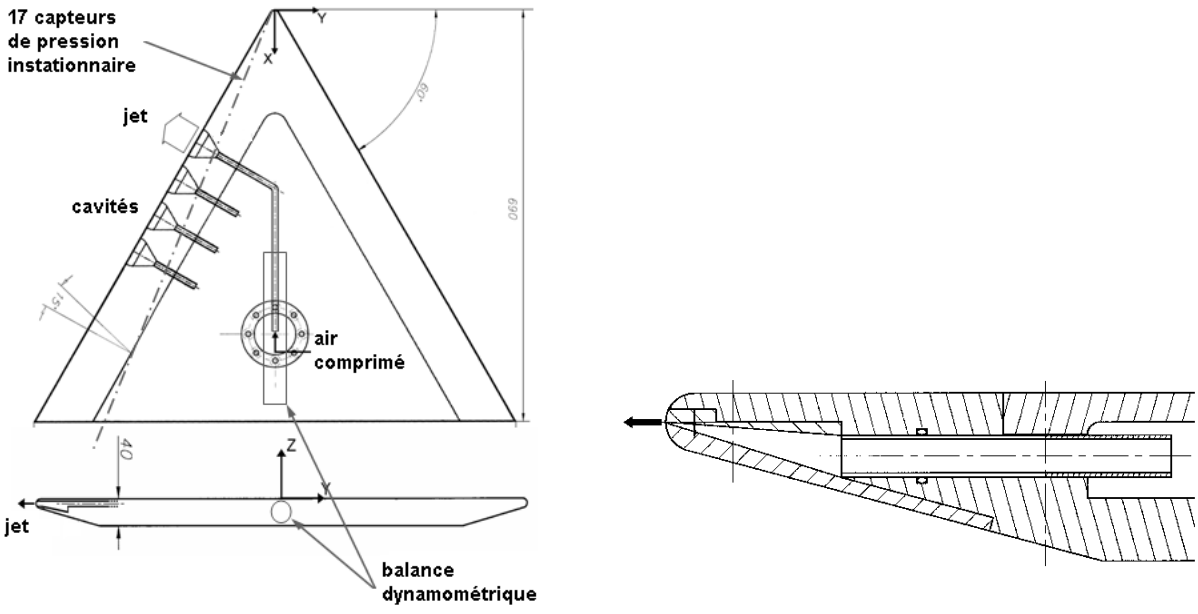


FIG. 2.3 – Définition de la maquette mannequin (dimensions en mm) et repère (X, Y, Z) lié à la maquette



(a) (b)

FIG. 2.4 – Vue d'ensemble des moyens de contrôle et de mesure sur la maquette modulaire (a) et vue en coupe d'une cavité de soufflage (b)

$N°$ Kulite	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
1	100	-44	0
2	185	-81	0
3	220	-96	0
4	256	-112	0
5	273	-119	0
6	291	-127	0
7	324	-141	0
8	356	-155	0
9	382	-166	0
10	398	-173	0
11	424	-185	0
12	452	-197	0
13	478	-208	0
14	505	-219	0
15	554	-241	0
16	603	-263	0
17	677	-295	0

TAB. 2.1 – Positions des capteurs de pression instationnaires dans le repère (X, Y, Z) lié à la maquette

Le stator contient quatre lumières alimentées en air comprimé par le réseau de service. Chaque tour de rotor correspond donc à quatre cycles d'admission du générateur. Le stator est également équipé de quatre autres lumières débouchant sur l'air ambiant et permettant une détente plus rapide du gaz propulsé vers les jets de contrôle.

Le rotor est entraîné par un moteur électrique synchrone, asservi en vitesse et en couple, de marque RAGONOT, de type SR 2100S-0001 et équipé d'un variateur de vitesse. Sa vitesse nominale de rotation est de 11000 tr/min pour un couple nominal de 0,5 Nm.

Pour accroître la fréquence maximale de rotation du rotor, un système de roues dentées, entraîné par une courroie, permet un rapport de multiplication de 3. La fréquence maximale de pulsation est donc égale à 12 fois la fréquence maximale de rotation du moteur (soit $f_{max} \simeq 1000$ Hz en considérant les limitations de vitesse imposées par la courroie). La lecture de la fréquence de rotation se fait à l'aide d'un fréquencemètre, de marque NEWPORT, qui reçoit l'information du variateur.

Un système de graissage continu SMC EAW 2000-F01, alimenté en air comprimé par le réseau, assure la lubrification permanente des pièces en frottement.

2.3 Méthodes d'essais

Différents moyens de mesure ont été utilisés pour caractériser l'écoulement.

– Des mesures quantitatives : vélocimétrie laser à franges, pesées dynamométriques, mesures de pression instationnaire.

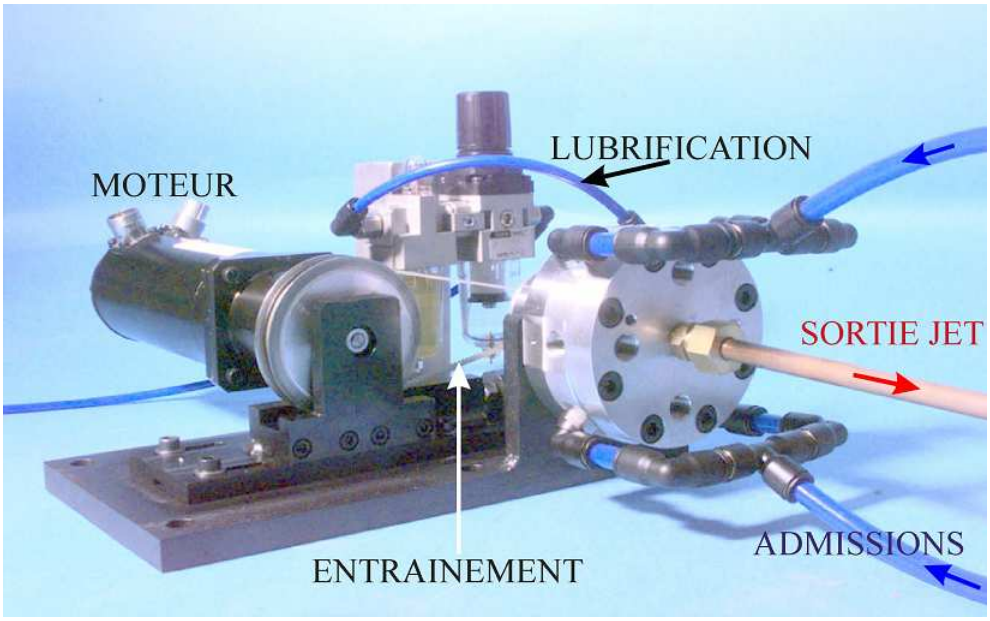


FIG. 2.5 – Vue du dispositif de génération de jets pulsés

– Ainsi que des visualisations par : tomoscopie laser, enduit visqueux et enduit sublimant.

Ce paragraphe est consacré à la description des principes de ces techniques et des conditions de leurs utilisations.

2.3.1 Vélocimétrie laser à franges

Présentation du système

La vélocimétrie laser à franges (VLF) est une méthode non intrusive de mesure des vitesses et de leurs fluctuations en utilisant de fines particules comme traceurs de l'écoulement. Une source laser est divisée en deux faisceaux de lumière cohérente qui se croisent pour former le volume de mesure. La rencontre de ces faisceaux engendre un réseau de franges d'interférence contenu dans un plan perpendiculaire aux faisceaux et parallèle à leur bissectrice intérieure. Lorsqu'une particule traverse ce réseau, de bandes alternativement sombres et brillantes, elle émet un signal lumineux modulé en ampltitude, la bouffée Doppler plus communément appelée "burst". Un photomultiplicateur mesure le temps de parcours de cette particule entre deux franges, Δt. Connaissant la distance d'interfrange, i, il est possible d'en déduire la composante de la vitesse perpendiculaire aux franges, $C = i/\Delta t$. $f = 1/\Delta t$ est appelée fréquence Doppler et C est la composante couleur de la vitesse dans un repère lié aux franges.

Cette méthode ne pouvant que mesurer les valeurs absolues des vitesses, un défilement artificiel des franges permet de déterminer le signe de cette composante en décallant la fréquence optique du burst d'une fréquence connue, la fréquence Bragg f_B. Ce système est répété pour chaque composante de la vitesse à mesurer. Un rack de coïncidence assure que chaque composante est acquise dans un intervalle de temps suffisamment petit, appelé fenêtre de coïncidence. Le but est ici de garantir que chaque composante provient de la même particule et ainsi d'éviter les biais de particules virtuelles.

Deux utilisations différentes de ce système ont permis des analyses par VLF tridimensionnelle (campagnes mai 2000 et mars 2003) ainsi que des mesures simultanées

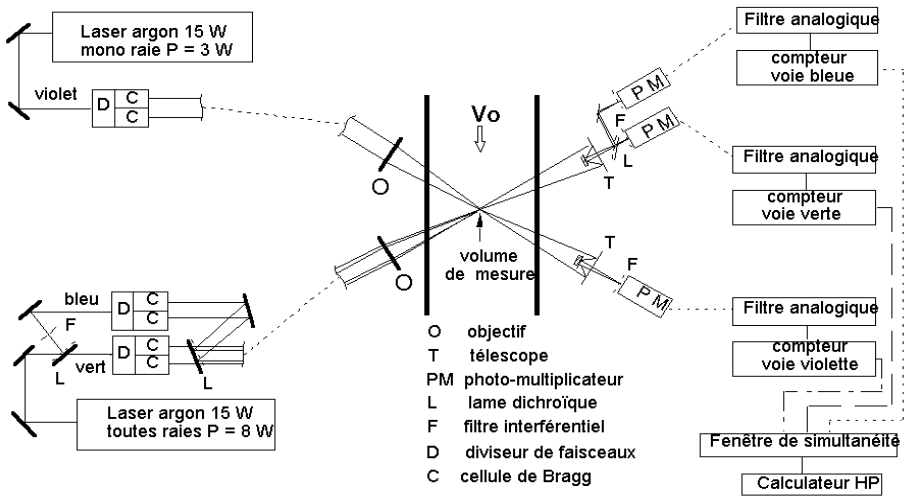


FIG. 2.6 – Système d'acquisition du vélocimètre laser (configuration 3D)

monocomposantes en deux points de l'écoulement (campagne juillet 2002). Les principales caractéristiques de ces deux systèmes sont rappelées dans le tableau (2.2). La figure (2.6) présente la partie optique ainsi que le système d'acquisition du vélocimètre en mode tridimensionnel.

Le principal inconvénient lié à la vélocimétrie laser est que l'on ne mesure pas directement la vitesse du fluide, mais celle des particules de l'ensemencement. Le traceur utilisé est de la fumée d'encens dont les particules sont très fines et légères : un diamètre moyen $d_p = 0,5\ \mu m$ et une densité $\rho_p = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Le nombre de Stokes, défini par le rapport entre l'échelle de temps du mouvement de la particule et l'échelle convective de l'écoulement, est de $St = (\rho_p d_p^2/18\mu)/(c/U_0)$. Nous pouvons également définir un nombre de Stokes adapté au tourbillon, l'échelle de temps de l'écoulement devient $2\pi/\Omega_0$, où Ω_0 est le taux de rotation du tourbillon sur son axe. Dans les deux cas, ce nombre vérifie $St < 5 \times 10^{-3}$, il est inférieur à la valeur limite, $St < 10^{-2}$, communément admise pour négliger les effets de traînage des particules dans l'écoulement.

De même, une attention particulière a été apportée à l'angle entre les faisceaux pour éviter les biais de particules virtuelles sur la troisième composante. En VLF tridimensionnelle, ce phénomène est susceptible d'intervenir quand deux particules sont présentes simultanément dans le volume de mesure avec des vitesses différentes. Le compteur peut alors interpréter une vitesse globale avec des composantes déterminées à partir des vitesses des deux particules conduisant à une valeur irréelle de la composante transversale (Boutier *et al.* 1985). Des analyses de cette source d'erreur montrent qu'il est possible d'éviter ce phénomène avec des faisceaux laser calés à angle droit (Micheli *et al.* 2002), ce qui est délicat au regard des difficultés d'accès optiques d'une soufflerie. L'angle maximal réalisable pour notre montage est de $76,5°$ et minimise le risque de biais dû aux particules virtuelles. Le biais résiduel est difficilement quantifiable et son influence est contenue dans la variance mesurée en chaque point, elle s'ajoute à la turbulence naturelle de l'écoulement.

Nous nous attachons maintenant à quantifier les bruits induits par les incertitudes sur les paramètres d'étalonnage, les seuls qui peuvent être évalués de manière consistante en VLF. Pour une revue des différents problèmes et biais liés à l'utilisation de la VLF, le lecteur peut se référer aux ouvrages de Boutier (1991) ou Edwards & Meyers (1984).

	VLF 3D	VLF en 2 points
Taille de l'échantillon	2000	400000
Sources laser	argon 2,5 W argon 8 W	argon 10 W
Réception	diffusion avant	
Mode d'acquisition	aléatoire	aléatoire
Focale	1750 mm	1000 mm
Système optique :		
- fréquence Bragg	5 MHz	5 MHz
- orientation des plans des franges		
- Diamètre du volume de mesure :	350 μm	260 μm
- Longueurs d'onde	0,5145 μm (vert) 0,488 μm (bleu) 0,4756 μm (violet)	

TAB. 2.2 – Caractéristiques des vélocimètres laser

Incertitudes dues à l'étalonnage

Nous nous basons sur un raisonnement dû à Micheli (2003) pour exprimer la variance des estimateurs des vitesses moyennes. L'étalonnage consiste à mesurer les distances d'interfrange, la fréquence de Bragg et à déterminer la position des différents réseaux de franges dans un repère lié à la soufflerie. L'utilisation d'un théodolite permet de déterminer la direction dans l'espace des faisceaux laser. Il est ainsi possible d'évaluer l'angle θ entre ces faisceaux et, connaissant la longueur d'onde du laser λ, d'en déduire l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}. \tag{2.1}$$

La précision relative obtenue sur les valeurs d'interfrange est $\sigma_i/i = \pm 0,3\%$. Cette technique permet aussi de déterminer la position dans l'espace des franges par rapport à la soufflerie et donc d'exprimer la composante mesurée dans un repère lié à la soufflerie. On obtient finalement la matrice d'étalonnage, M, qui est la matrice de passage du vecteur des composantes couleurs, $\mathbf{C}$, vers le vecteur vitesse exprimé dans un repère lié à la soufflerie, $\mathbf{V} = M\mathbf{C}$. Les coefficients de cette matrice sont connus avec une incertitude relative, $\sigma_M/M = \pm 0,1\%$. La valeur instantanée d'une composante couleur de la vitesse d'une particule à travers le réseau de franges est donnée par la relation

$$C = i(f - f_B). \tag{2.2}$$

L'incertitude sur la valeur de la fréquence de Bragg est $\sigma_{f_B}/f_B = \pm 5 \times 10^{-3}\%$. L'incertitude de mesure des compteurs, σ_f/f, augmente avec la fréquence mesurée et a été estimée expérimentalement en leur soumettant une sinusoïde de fréquence et amplitude connues (Micheli *et al.* 2002). En supposant que les sources d'erreurs commises sur ces grandeurs sont indépendantes entre elles, il vient finalement pour l'incertitude σ_C sur la composante C :

$$\sigma_C^2 = \sigma_i^2 (f - f_B)^2 + i^2 (\sigma_f^2 + \sigma_{f_B}^2). \tag{2.3}$$

Cette équation tient compte des erreurs sur les mesures de l'interfrange, de la fréquence de burst et de la fréquence Doppler qui peuvent être assimilées à un bruit s'additionnant aux variances des vitesses. Micheli *et al.* (2002) ont montré que ces sources de bruit sont décorrélées de l'écoulement, elles s'additionnent ainsi à la variance naturelle de l'écoulement. Nous notons $v_k'^2$, la variance de l'échantillon de mesure de la composante de vitesse selon la direction $\mathbf{e_k}$.

Pour tenir compte de l'incertitude sur les coefficients de la matrice d'étalonnage, il nous faut appliquer le changement de base. L'incertitude sur la composante moyenne $V_k = M_{k,j} C_j$ est égale à la somme de la variance exprimée dans le repère de la soufflerie et d'un terme estimant l'incertitude sur les coefficients de la matrice. Il vient finalement pour l'incertitude totale sur l'estimateur de la composante, selon $\mathbf{e_k}$, de la vitesse moyenne :

$$\sigma_{V_k}^2 = v_k'^2 + \sum_{j=1}^{3} M_{kj}^2 \left(\sigma_{C_j}^2 + \left(\frac{\sigma_M}{M} \right)^2 C_j^2 \right). \tag{2.4}$$

Le tableau (2.3) présente les calculs d'incertitudes maximales sur les trois composantes moyennes de la vitesse lors des campagnes de VLF 3D (effectuées en mai 2000 et en mars 2003) en fonction du plan de mesure, ainsi que celles concernant la campagne d'essais de septembre 1999 sur une aile delta à bord d'attaque aigu et d'angle de flèche $\varphi = 70°$ et dont nous utiliserons les résultats aux chapitres 5 à 7.

Il est également possible de donner une estimation des incertitudes sur les composantes du vecteur rotationnel. En négligeant l'erreur de positionnement des volumes de mesure et en supposant que les sources d'erreurs sur les vitesses sont découplées, il vient pour l'incertitude sur la composante longitudinale par exemple

$$\sigma_{\Omega_X} = \sqrt{\frac{\sigma_V^2}{\Delta Z^2} + \frac{\sigma_W^2}{\Delta Y^2}}. \tag{2.5}$$

Une formule analogue est utilisée pour estimer l'incertitude de mesure sur la composante verticale, σ_{Ω_Z}. Les résultats figurent dans le tableau (2.3), leurs valeurs restent en accord avec des estimations similaires (Shah *et al.* 1999).

On retiendra une incertitude moyenne d'environ 3% sur les trois composantes moyennes de la vitesse et une assez forte indétermination, de l'ordre de 10 à 20%, sur la vorticité. Notons cependant que cette dernière valeur est élevée par le choix des échelles de vitesse et de longueur. L'incertitude sur la vorticité (2.5) reste petite devant l'échelle de rotation du tourbillon, Ω_0.

2.3.2 Balance dynamométrique

Nous mesurons les forces et moments aérodynamiques globaux, imposés à l'aile par l'écoulement, à l'aide d'une balance dynamométrique 5 composantes. Celle-ci détermine les trois moments ainsi que l'effort normal au plan de la maquette et l'effort appliqué transversalement. La balance utilisée pour les essais a été conçue à la Direction des Grands Moyens d'Essais de l'Onera. Son diamètre est de 30 mm et sa longueur de 310 mm. Son principe de fonctionnement repose sur la mesure des déformations d'un barreau d'acier qui constitue la liaison mécanique entre la maquette et son support. Les efforts appliqués à la maquette induisent donc des contraintes dans la structure du barreau. Des

	$\varphi = 60°$ mai 2000					mars 2003	$\varphi = 70°$ sept. 1999				
X/c	0,22	0,36	0,47	0,51	long.	0,36	0,32	0,45	0,53	0,84	long.
σ_U/U_0 [%]	2,90	2,76	3,25	3,01	1,94	3,42	3,46	2,98	4,41	3,15	3,97
σ_V/U_0 [%]	3,45	3,25	3,60	3,41	1,69	3,60	2,60	2,19	2,98	2,46	1,58
σ_W/U_0 [%]	3,53	3,39	3,38	3,65	1,29	2,14	4,27	3,70	4,17	3,77	1,98
$\sigma_{\Omega_X} c/U_0$ [%]	34,06	16,20	17,04	17,23	-	28,90	9,50	8,17	9,74	8,55	-
$\sigma_{\Omega_Z} c/U_0$ [%]	-	-	-	-	13,39	-	-	-	-	-	7,57

TAB. 2.3 – Incertitudes relatives maximales sur les composantes moyennes de la vitesse et de la vorticité dans chaque plan de mesure sur l'aile delta $\varphi = 60°$ (campagnes mai 2000 et mars 2003 ; $Re = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$) et sur l'aile $\varphi = 70°$ (septembre 1999 ; $Re = 1,5 \times 10^6$; $\alpha = 30°$). Les valeurs sont adimensionnées par la vitesse en veine, U_0, et par la corde de l'aile, c, et sont exprimées en %. 'long.' se rapporte à un plan longitudinal

jauges extensométriques collées sur le métal et branchées en pont de Wheastone assurent la fonction de transfert des variations physiques d'allongement en variations de résistance électrique. La précision de mesure des efforts par les balances réalisées à l'Onera est de l'ordre du millième de Newton.

En cours d'essais, la balance mesure les efforts bruts qui sont la somme des efforts aérodynamiques et des effets de poids morts de la maquette. Pour retirer la contribution due à ces derniers, il est nécessaire de mesurer les efforts appliqués au barreau par la maquette sans vent et aux différentes positions d'incidence. Les mesures obtenues sont alors exprimées dans un repère lié à la balance. Il convient ensuite d'appliquer une matrice de changement de base pour exprimer les efforts dans le repère lié à la maquette. Des mesures in situ sont aussi nécessaires pour évaluer d'éventuels dérapages ou rotations de la maquette. Le centre de réduction des moments est situé au niveau du support de la maquette (de coordonnées $(X = 505, 0, 0)$ [mm]).

Les acquisitions et le traitement des mesures sont effectués sur PC à l'aide du logiciel Labview. Chaque point de mesure est établi à partir de la moyenne arithmétique sur 1000 échantillons à la cadence de 500 acquisition par voie et par seconde. Les informations mesurées sont les tensions provenant des ponts ainsi que les conditions d'essais et l'incidence de l'aile.

2.3.3 Capteurs de pression instationnaire

Les capteurs de pression, de marque Kulite et de type XCQ-093-2D (dimensions : $\phi = 2,36$ mm ; $L = 9,5$ mm), sont différentiels et reliés à un tube de contre-pression commun et placé à l'intérieur de la maquette. D'une manière générale, les capteurs de pression stationnaire ou instationnaire fonctionnent sur le même principe. Un corps d'épreuve est une membrane qui transforme la pression en une grandeur mécanique, une contrainte, une déformation ou un déplacement. Ensuite, un transducteur électrique - ici du silicium -, basé sur une résistance variable, convertit cette grandeur mécanique en signal électrique qui est analysé et traité par un circuit électronique.

17 capteurs sont placés sur l'extrados au droit du cœur du tourbillon (voir figure (2.4) et tableau (2.1)) et permettent d'enregistrer les variations temporelles de la pression

pariétale. Chaque point de mesure contient 20002 acquisitions à la cadence de 5 kHz dont on prélève 39 échantillons de 512 acquisitions pour déterminer les spectres de puissance par une transformée de Fourier rapide (FFT) avec le logiciel de calcul Matlab.

2.3.4 Tomoscopies laser

La méthode de visualisation du champ aérodynamique par tomoscopie laser permet une analyse qualitative directe du mouvement du point d'éclatement et de la position de l'axe du tourbillon.

Une source laser argon, de puissance toutes raies 12W, éclaire un plan de coupe de l'écoulement. Un barreau transparent, placé perpendiculairement au faisceau laser, disperse celui-ci (figure (2.7)). Un injecteur de fumées de spectacle (P/Smog FS25) est ensuite placé dans le convergent de la soufflerie en amont de la veine d'essais. Il est utilisé comme traceur pour rendre visible la zone de l'écoulement en diffusant la lumière projetée. Enfin, une caméra vidéo et un appareil photographique permettent l'acquisition de films ou d'images instantanées.

Deux phénomènes sont observés sur ces visualisations. Premièrement, une ligne sombre matérialise l'axe du tourbillon, les particules étant éjectées du centre vers la périphérie du tourbillon sous l'action de la force centrifuge. Deuxièmement, un élargissement de cette région et un éclairement progressif marquent l'occurrence de l'éclatement et la dilatation du cœur tourbillonnaire (deux exemples sont illustrés sur la figure (A.1) en annexe A).

Pour quantifier la position du point d'éclatement sur l'aile, ainsi que son niveau de fluctuation, il est nécessaire de repérer l'abscisse de ce changement de forme et de contraste par rapport à la corde de l'aile sur un grand nombre d'images et de configurations. Une méthode d'analyse systématique des séquences vidéo a été mise au point à l'aide du logiciel de traitement d'images Afix, élaboré par l'unité IMOS du département DAFE de l'Onera (Le Sant *et al.* 1997). La précision de ce type d'analyse dépend de plusieurs critères :

- la qualité de l'image : la précision du logiciel est d'un pixel, avec une résolution d'image de 38 pixels/cm, ce qui génére une incertitude relative égale à l'inverse de la longueur de corde mesurée en pixels, $1/c$;
- de l'appareil d'enregistrement vidéo, cette incertitude n'est pas comptabilisée ;
- des biais générés par l'observateur, ceux-ci sont contenus dans la variance de l'échantillon.

Nous supposons ces erreurs élémentaires indépendantes et additives, l'incertitude de mesure de l'abscisse relative du point d'éclatement, X_b/c, peut ainsi être estimée. Une valeur moyenne pour l'ensemble des mesures est $\sigma_{X_b}/c = 2,5\%$.

2.3.5 Visualisations par enduit visqueux

Ces visualisations pariétales permettent de définir le spectre de frottement pariétal en identifiant les lignes de séparation ou d'attachement de l'écoulement. Ces lignes particulières sont les traces, sur la surface de la maquette, des décollements et réattachements des couches limites ainsi que des enroulements des tourbillons.

Avant chaque essai, la maquette est recouverte d'une fine couche uniforme d'un liquide visqueux composé d'un mélange d'huile de parafine, d'oxyde de titane et d'acide oléique. Les frottements de l'écoulement sur la paroi forcent l'enduit à s'accumuler dans certaines régions et à "fluer" dans d'autres. L'évolution de ces phénomènes est enregistrée au

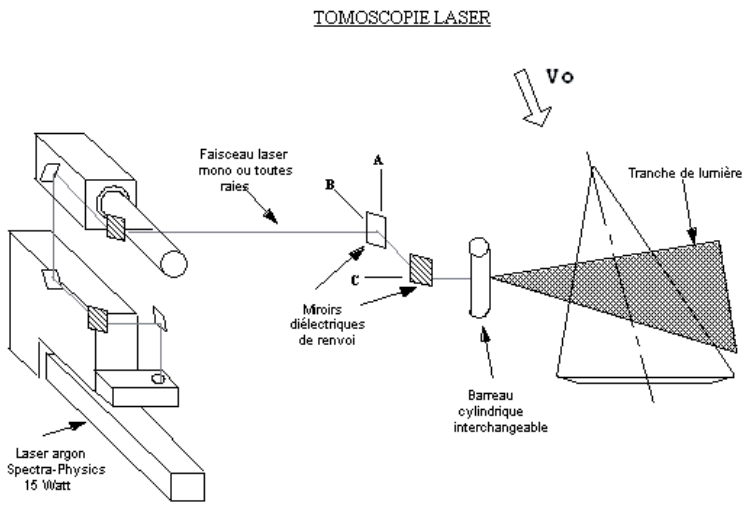


FIG. 2.7 – Schéma de principe du banc de tomoscopie laser

moyen d'une caméra et des photographies des spectres de frottements sont prises à la fin de l'essai. Il s'agit de résultats qualitatifs pour lesquels il n'y a donc pas d'incertitudes.

2.3.6 Visualisations par enduit sublimant

L'acénaphtène est un mélange d'acétone et de naphtalène, de couleur blanche. La surface à observer est recouverte d'une fine couche de ce produit volatile. Pendant l'exposition à un écoulement, des zones se développent dans lesquelles le produit se sublime plus rapidement sous l'action de contraintes de cisaillement ou de frottements plus intenses caractéristiques d'un régime turbulent. La pression de vapeur saturante étant liée directement à la température locale, c'est la chaleur induite par ces frottements qui constitue le moteur de la sublimation. La disparition du produit permet d'identifier les zones de transition et d'état turbulent.

Selon Obara (1988), l'interprétation des formes de ces zones permet de déterminer le mode de transition. Une ligne droite et nette indique un décollement laminaire tandis qu'une ligne inégale est caractéristique d'une instabilité de Tollmien-Schlichting. La présence de stries dans le sens de l'écoulement suivie d'une ligne de transition dentelée est due à une instabilité transversale (*crossflow instability*) ou à une instabilité de Görtler. Enfin, des aspérités présentes sur la paroi provoquent un déclenchement de la couche limite selon une ligne mince en aval suivie d'un élargissement rapide de la zone turbulente. Les méthodes et moyens d'enregistrement sont identiques à ceux employés pour les visualisations par enduit visqueux.

3 Efforts aérodynamiques sur une aile delta

3.1 Généralités

Dans ce chapitre, nous utilisons des raisonnements simples pour caractériser l'écoulement sur une aile delta en incidence et plongée dans un écoulement permanent de fluide uniforme et incompressible. La forme de la maquette est un triangle équilatéral. Sa longueur selon sa corde est $c = 690$ mm (figure (3.1)) et le rayon de son bord d'attaque est noté r_{BA}. Le bord d'attaque fait un angle $\varphi = 2\pi/3 = 60°$ avec le bord de fuite dont la longueur est égale à $b = 2c/\sqrt{3}$. Notons U_0, p_0 et ρ_0 les vitesse, pression et masse volumique de l'écoulement loin de la maquette et α l'incidence définie comme l'angle entre la direction de l'écoulement, $\mathbf{U_0}$, et la corde de l'aile. La similitude dynamique entre l'écoulement en soufflerie et l'écoulement en situation réelle repose sur quatre paramètres adimensionnels :

$$Re_c = \frac{U_0 c}{\nu}, \quad AR = \frac{b^2}{S_{aile}} = \frac{4}{\tan\varphi}, \quad \alpha, \quad \frac{r_{BA}}{c}. \tag{3.1}$$

Re_c est le nombre de Reynolds de l'écoulement. Une valeur de $Re_c = 6 \times 10^7$ est caractéristique des conditions de vol réelles. AR est le rapport d'aspect de la maquette. $AR \simeq 10$ est une valeur typique pour une aile d'avion de transport civil et $AR = 2$ à 3 pour un avion de chasse tel que le Mirage 2000. L'allongement de notre aile delta est $AR = 2,3$. S_{aile} est la surface alaire. Le rapport entre le rayon du bord d'attaque et la corde de l'aile est égal à $r_{BA}/c = 10^{-2}$ pour notre maquette. Cette valeur est identique à celle du Mirage.

Notre objectif est ici de déterminer analytiquement certaines propriétés dynamiques de l'écoulement autour d'une aile delta en incidence en fonction des paramètres α, U_0 et AR, par le biais de φ (équation (3.1)). Ces analyses permettent d'estimer les efforts et moment aérodynamiques de portance, traînée et tangage, la circulation et la position spatiale des tourbillons. Ces résultats sont ensuite comparés à des mesures directes effectuées avec une balance dynamométrique et par VLF.

Il est commode d'utiliser deux repères cartésiens différents (figure (3.1)). Nous définissons un premier repère terrestre fixe (X_0, Y_0, Z_0) où l'axe X_0 est parallèle à la direction de l'écoulement $\mathbf{U_0}$ et l'axe Z_0 est dirigé selon l'altitude et vers le haut. Un second repère (X, Y, Z) est lié à la maquette, l'axe X étant dirigé selon la corde de l'aile et vers l'aval et l'axe Z étant perpendiculaire à l'extrados de la maquette et vers le haut. Ici, on néglige les effets visqueux ($Re_c \to \infty$) et on néglige l'influence de l'épaisseur de l'aile ($r_{BA}/c = 0$).

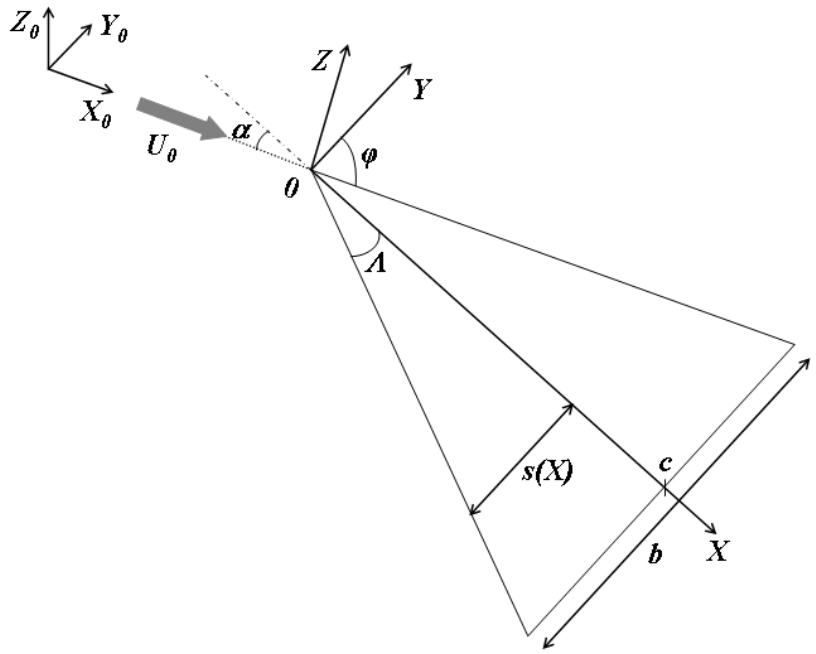


FIG. 3.1 – Paramètres définissant la géométrie d'une aile delta et repères cartésiens utilisés : repère terrestre fixe (X_0, Y_0, Z_0) et repère lié à la maquette (X, Y, Z)

3.2 Prévision théorique

La résultante des efforts appliqués à l'aile admet une composante selon l'altitude Z_0, la portance, et une selon la direction de l'écoulement X_0, la traînée. La composante perpendiculaire à l'extrados est appelée effort normal. Nous supposons l'écoulement symétrique, de sorte qu'il n'y ait pas d'effort selon la direction transversale. Si le centre d'application de l'effort résultant est différent du centre de gravité de l'aile, un moment de tangage est créé autour de l'axe transversal, Y_0.

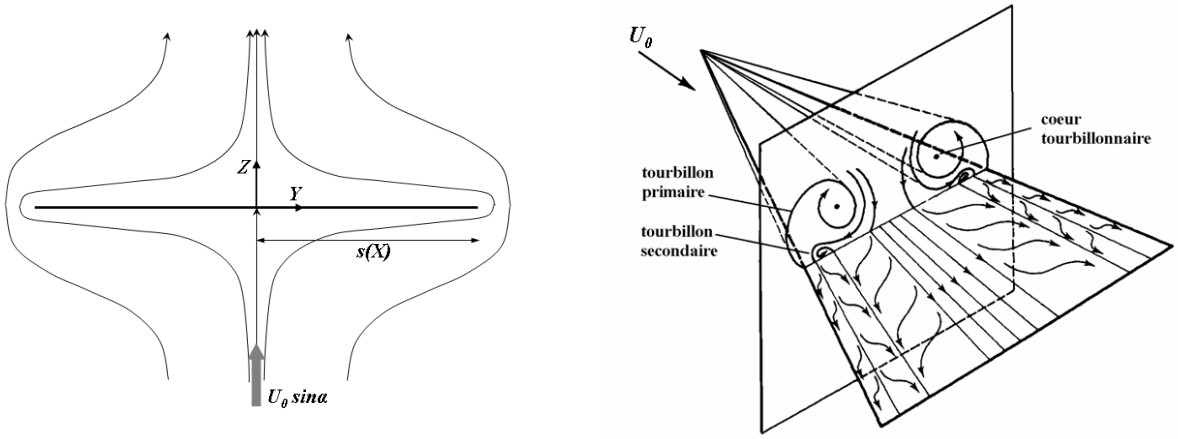
Les coefficients adimensionnels d'effort normal, C_N, et de moment de tangage, C_M, sont définis par

$$\begin{aligned} C_N &= \frac{N}{\frac{1}{2}\rho_0 U_0^2 S_{aile}}, \\ C_M &= \frac{|M|}{\frac{1}{2}\rho_0 U_0^2 S_{aile} c}, \end{aligned} \tag{3.2}$$

où $\rho_0 U_0^2 S_{aile}/2$ est une mesure du flux de quantité de mouvement disponible dans l'écoulement. Par la suite, nous présentons une estimation de ces coefficients au moyen d'une approche potentielle où l'on suppose que l'écoulement est bidimensionnel dans chaque section transversale de l'écoulement. Il existe également une contribution des tourbillons primaires non négligeable aux efforts globaux. Nous nous inspirons des travaux de Polhamus (1966, 1968) pour estimer cette contribution.

3.2.1 Effort potentiel

On se place dans le cadre de la théorie des corps élancés. Cela suppose une aile de faible rapport d'aspect ($AR \ll 1$) et de négliger les dérivées longitudinales par rapport aux dérivées transversales ($\partial/\partial X \ll \partial/\partial Y, \partial/\partial Z$). On considère donc l'écoulement bidimensionnel dans chaque section perpendiculaire à la corde de l'aile (fi-



(a) (b)

FIG. 3.2 – Schémas topologiques de l'écoulement autour d'une aile delta : (a) écoulement non décollé en approximation bidimensionnelle dans un plan transversal, (b) écoulement décollé tridimensionnel, d'après Houghton & Carpenter (1993)

gure (3.2a)). Signalons que l'aile delta que nous utilisons n'est pas strictement élancée ($AR = 4/\sqrt{3} = O(1)$), mais cette hypothèse permet d'obtenir une première approximation des efforts. Dans le repère lié à l'aile, le champ de vitesse total est la somme du champ moyen et du champ perturbé, soit $(U_0 \cos\alpha + u', v', U_0 \sin\alpha + w')$. En supposant l'écoulement irrotationnel, le potentiel des vitesses associé au champ perturbé, φ', vérifie l'équation de Laplace dans chaque section droite de l'aile :

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial Z^2} = 0, \tag{3.3}$$

avec les conditions limites de parois imperméables et de repos à l'infini :

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{en} & Z = 0, \\ \lim\limits_{\|\mathbf{X}\| \to \infty} \varphi'(\mathbf{X}) = \varphi_0 & \text{en} & \|\mathbf{X}\| \to \infty. \end{array} \tag{3.4}$$

Nous avons défini un problème de Neumann pour φ', il existe donc un unique potentiel des vitesses, à une constante additive près, solution de ce problème et vérifiant les conditions aux limites. La première condition pour (3.4) implique :

$$w' + U_0 \sin\alpha = 0 \quad \text{en} \quad Z = 0. \tag{3.5}$$

Dans chaque section droite (Y, Z), l'écoulement peut être considéré analogue à celui autour d'une plaque plane d'épaisseur nulle et de largeur $2s(X)$ dans un écoulement transversal uniforme d'intensité $U_0 \sin\alpha$. Une solution exacte de cet écoulement est obtenue au moyen d'une transformation de Joukowski. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage de Katz & Plotkin (1991) pour une analyse plus détaillée. L'expression du potentiel des vitesses à l'abscisse X et sur la paroi de l'aile est alors

$$\varphi' = \pm U_0 \sin\alpha \sqrt{s^2(X) - Y^2}, \tag{3.6}$$

où les signes '+' et '−' désignent respectivement l'extrados et l'intrados de l'aile. L'équation de Bernoulli nous permet d'exprimer le saut de pression induit entre l'intrados et l'extrados de l'aile. En ne conservant que les termes au premier ordre, il vient

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_i - p_e, \\ &= \tfrac{2}{\tan\varphi}\rho_0 U_0^2 \cos\alpha \sin\alpha \tfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{Y}{s(X)}\right)^2}}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

L'effort normal, N_p, est obtenu en intégrant le champ de pression sur la surface de l'aile. Remarquons que la différence de pression est proportionnelle à $ds/dX = 1/\tan\varphi$, autrement dit, le développement de la portance sur une aile delta dépend de l'expansion de son envergure dans la direction longitudinale. Il suffit alors d'exprimer cet effort dans un repère lié à la soufflerie (X_0, Y_0, Z_0) pour obtenir la portance L_p et la traînée D_p ainsi que le moment de tangage par rapport à l'apex, $M_{X=0,p}$:

$$\begin{aligned} N_p &= \iint_{S_{aile}} \Delta p \, dS, \\ M_{X=0,p} &= -\iint_{S_{aile}} X \Delta p \, dS, \\ L_p &= N_p \cos\alpha, \\ D_p &= N_p \sin\alpha. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Les coefficients aérodynamiques se déduisent alors des relations suivantes :

$$\begin{aligned} C_{N,p} &= \tfrac{2\pi}{\tan\varphi} \cos\alpha \sin\alpha, \\ C_{M_{X=0},p} &= \tfrac{4\pi}{3\tan\varphi} \cos^2\alpha \sin\alpha. \end{aligned} \tag{3.9}$$

3.2.2 Effort tourbillonnaire

Méthode de Polhamus

Dans une série d'articles, Polhamus (1966, 1968) propose d'estimer l'effort normal à l'aide de la superposition d'une contribution potentielle et d'une contribution tourbillonnaire, $C_N = C_{N,p} + C_{N,v}$.

Le premier terme est estimé en appliquant le théorème de Kutta-Joukowski avec la composante de la vitesse parallèle à la corde de l'aile. La circulation est imposée par la condition limite (3.5). Elle est supposée dépendre de la géométrie de la maquette par l'intermédiaire d'un coefficient de proportionnalité, K_p. Cette approche est différente de celle utilisée précédemment, car on considère que l'écoulement est bidimensionnel dans chaque section parallèle au plan de symétrie de la maquette. Le coefficient d'effort normal potentiel est ainsi déterminé par :

$$C_{N,p} = K_p \cos\alpha \sin\alpha. \tag{3.10}$$

Le coefficient K_p a été tabulé par Polhamus à partir d'une série de calculs potentiels basés sur la méthode des panneaux.

Le second terme tient compte de la contribution des tourbillons primaires à la portance (figure (3.2*b*)). Polhamus détermine cette force en la reliant à la poussée de bord d'attaque. Cette idée, détaillée dans le paragraphe suivant, aboutit à l'expression ci-dessous :

$$C_{N,v} = K_v \sin^2\alpha. \tag{3.11}$$

Remarques

La méthode semi-empirique de Polhamus fournit une estimation fiable des efforts. Notons qu'il n'y a pas de justification théorique au principe de cette décomposition et que son ajustement s'appuie sur un calcul numérique. Nous nous proposons maintenant d'établir une expression analytique pour la contribution tourbillonnaire à l'effort normal en conservant l'idée de base de Polhamus qui est que cette contribution est égale à la poussée de bord d'attaque de l'aile.

Rappelons tout d'abord que la théorie potentielle suppose que le fluide ne décolle pas au niveau du bord d'attaque de la plaque. Dans le cas d'une plaque infiniment mince, la pression tend alors localement vers l'infini. Pour évaluer la contribution de cette singularité aux efforts aérodynamiques, on peut appliquer la formule de Blasius sur un contour entourant le bord d'attaque en utilisant le théorème des résidus. On calcule la vitesse complexe sur un cylindre, transformée conforme de la plaque (voir par exemple Katz & Plotkin 1991), et l'on obtient :

$$\begin{aligned} F_Y - iF_Z &= \tfrac{i\rho_0}{2} \oint [W'(Z')]^2 \, dZ', \\ &= \tfrac{\pi}{2}\rho_0 s(X)(U_0 \sin\alpha)^2. \end{aligned} \tag{3.12}$$

où $W'(Z')$ désigne la vitesse complexe autour du cylindre en fonction de la coordonnée $Z' = X + iY$. Cette force est appelée aspiration au bord d'attaque. Elle agit dans le plan de la plaque et elle est dirigée vers l'extérieur. Par symétrie, une force de même direction, mais de sens opposé, agît sur l'autre bord d'attaque. Polhamus (1966) stipule que cette force contre-balance les efforts centrifuges créés lors du contournement du bord d'attaque par la nappe.

À ce stade, si la nappe reste attachée au bord d'attaque, la force est orientée dans le plan de l'aile et elle est dirigée vers l'extérieur. Lorsque la nappe décolle, Polhamus suppose que cette force s'oriente perpendiculairement au plan de l'aile et vers le haut. C'est la clé de sa théorie. L'intégration des efforts mène à :

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^c \frac{2F_Y(X)}{\sin\varphi} \, dX, \\ &= \tfrac{1}{2}\rho_0 U_0^2 S_{aile} \tfrac{\pi}{\sin\varphi} \sin^2\alpha. \end{aligned}$$

Le coefficient d'effort normal total est donc :

$$\begin{aligned} C_N &= C_{N,p} + C_{N,v}, \\ &= \tfrac{2\pi}{\tan\varphi} \cos\alpha \sin\alpha + \tfrac{\pi}{\sin\varphi} \sin^2\alpha. \end{aligned} \tag{3.13}$$

C'est une fonction décroissante de l'angle de flèche, φ. Aux faibles incidences, la portance potentielle varie linéairement avec l'incidence, α, et la portance tourbillonnaire est négligeable. On peut comparer les résultats de cette formulation théorique à ceux de Polhamus en posant :

$$K_p = \frac{2\pi}{\tan\varphi}, \quad K_v = \frac{\pi}{\sin\varphi}. \tag{3.14}$$

La figure (3.3) présente l'évolution de ces facteurs en fonction de l'angle de flèche. Pour les ailes élancées, les résultats des deux approches convergent. Ils s'écartent lorsque l'angle de flèche diminue. Dans ce cas, l'hypothèse d'écoulement bidimensionnel dans un plan perpendiculaire n'est en effet plus tenable. Notons également que la contribution

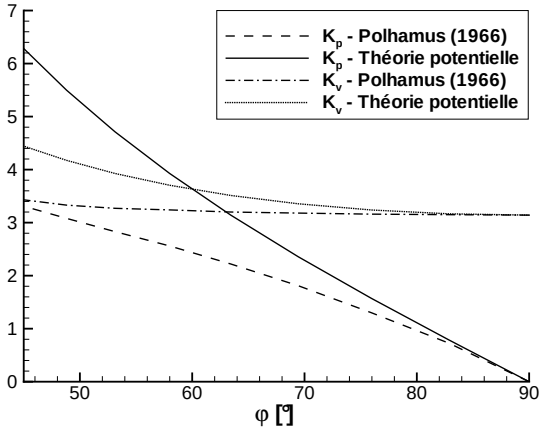


FIG. 3.3 – Évolution des facteurs de portance potentielle, $K_p = 2\pi/\tan\varphi$, et tourbillonnaire, $K_v = \pi/\sin\varphi$, en fonction de l'angle de flèche et comparaison avec les paramètres équivalents issus des calculs de Polhamus (1968)

tourbillonnaire dépend peu de la géométrie de la maquette et qu'elle devient majoritaire pour les ailes élancées où la portance potentielle chute.

Le modèle que nous venons de développer ne rejoint donc les résultats de Polhamus que sous l'hypothèse d'une aile élancée. Il permet cependant d'appréhender les principes de la théorie de cet auteur qui fait toujours autorité à l'heure actuelle. La figure (3.3) permet d'évaluer l'apport des corrections effectuées, par Polhamus, au moyen d'une approche numérique.

3.2.3 Prévision de la circulation

Ainsi, une contribution à l'effort normal provient de l'intensité des tourbillons. Nous tentons ici d'évaluer cette intensité en déterminant analytiquement la circulation d'un tourbillon. Pour cela, nous remplaçons l'aile à une abscisse X par une nappe de vorticité. Nous appliquons ici le modèle de la ligne portante de Prandtl, la circulation à l'abscisse X est égale à la contribution de la nappe en X. L'intensité γ de cette nappe est définie par le saut de vitesse tangentielle, soit d'après (3.6) :

$$\gamma(X,Y) = \left[\partial\varphi'/\partial Y\right]_{Z=\pm 0} = \frac{2U_0 \sin\alpha Y}{\sqrt{s^2(X) - Y^2}}. \tag{3.15}$$

La circulation des tourbillons est alors obtenue en intégrant cette distribution de vorticité sur une demi-envergure :

$$\frac{\Gamma(X)}{cU_0} = \frac{1}{cU_0}\int_0^{s(X)} \gamma(X,Y)dY = \frac{2\sin\alpha}{\tan\varphi}\frac{X}{c}. \tag{3.16}$$

L'intensité des tourbillons croît linéairement avec X. Hall (1961) obtient ce résultat en étudiant l'enroulement d'une nappe de vorticité de géométrie conique. L'équation (3.16) montre également que l'intensité des tourbillons augmente avec la vitesse et l'incidence et diminue avec l'angle de flèche.

3.2.4 Position des tourbillons

Nous adaptons ici une méthode utilisée par Saffman (1992) pour prévoir l'écartement des tourbillons de sillage d'un profil d'aile d'envergure finie. Le repère choisi est le repère terrestre (X_0, Y_0, Z_0) (figure (3.1)). On considère les équations d'Euler pour un écoulement stationnaire de fluide incompressible.

On définit un volume de contrôle contenant l'aile et se déplaçant en translation rectiligne uniforme à la vitesse $\mathbf{U_0}$. L'écoulement amont est supposé uniforme de vitesse $(U_0, 0, 0)$ et de pression p_0. En sortie, la vitesse est $(U_0 + U, V, W)$ et la pression est $p_0 + p$. La forme intégrale de l'équation bilan de quantité de mouvement dans le repère terrestre s'écrit :

$$\rho_0 U_0 \iint U dY_0 dZ_0 = \iint -p dY_0 dZ_0 - N \sin\alpha, \tag{3.17a}$$

$$\rho_0 U_0 \iint V dY_0 dZ_0 = 0, \tag{3.17b}$$

$$\rho_0 U_0 \iint W dY_0 dZ_0 = -N \cos\alpha. \tag{3.17c}$$

Par intégration par partie, on transforme les intégrales de vitesse en moments d'ordre 1 de la vorticité. La vorticité des tourbillons étant confinée sur leur axe. La circulation des tourbillons est donnée par (3.16) et l'effort normal par sa contribution potentielle (3.9). Dans ces conditions, les équations (3.17b) et (3.17c) se réduisent à

$$\begin{aligned} Z_{0,c} - Z_{0,c} &= 0, \\ \tfrac{2Y_{0,c}}{b} &= \tfrac{\pi}{4}\cos^2\alpha, \end{aligned} \tag{3.18}$$

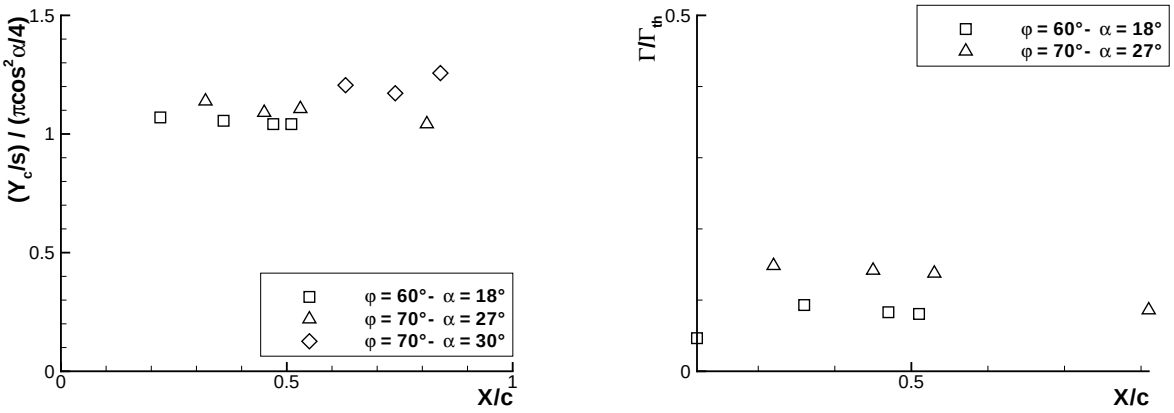
où $(Y_{0,c}, Z_{0,c})$ est la position des tourbillons dans le plan vertical passant par le bord de fuite de la maquette. Ce bilan ne permet pas d'estimer l'altitude des tourbillons. Dans le repère (X, Y, Z) lié à la maquette, leur écartement est conservé : $Y_c = Y_{0,c}$.

Ainsi, l'écartement transversal des tourbillons est inférieur à l'envergure de l'aile : $2Y_c/b < 1$. Il diminue quand l'incidence de la maquette augmente. Lorsque $\alpha = 0$, nous retrouvons le résultat $Y_c/s = \pi/4$, obtenu par Saffman (1992) pour une aile d'envergure finie.

La figure (3.4) présente une comparaison de ces résultats théoriques avec des mesures relatives à deux ailes delta, d'angles de flèche $\varphi = 60°$ et $\varphi = 70°$, et pour plusieurs incidences. Les résultats sont issus de mesures VLF. Ceux concernant l'aile $\varphi = 60°$ seront détaillés au chapitre 5 et ceux concernant l'aile $\varphi = 70°$ proviennent des travaux de Mitchell (2000). La méthode de recherche des centres tourbillonnaires, qui s'appuie sur la transformation des champs de vitesses cartésiens en champs de vitesses cylindriques, sera présentée au chapitre 5. La circulation est obtenue en intégrant sur un contour circulaire le produit du rayon par la vitesse azimutale : $\Gamma = \lim_{r\to\infty} \int_0^{2\pi} r W_\theta(r,\theta) d\theta$.

L'analyse théorique prédit correctement l'espacement des tourbillons, mais la circulation est surestimée d'un facteur 10. Notons que les contours d'intégration pour le calcul asymptotique de la circulation sont limités par la taille des maillages de mesure VLF et ne permettent pas de prendre en compte la singularité au bord d'attaque. Les valeurs expérimentales sont inadaptées pour cette comparaison, mais la circulation mesurée est bien proportionnelle à X et rejoint sur ce point les prévisions théoriques.

La théorie proposée n'est donc pas adaptée. L'un des objectifs de ces résultats était précisément de souligner les insuffisances des éléments de modélisation analytique pour



(a) (b)

FIG. 3.4 – (*a*) Écartements relatifs des tourbillons, $Y_c/s(X)$, et (*b*) circulation, $\Gamma(X)/cU_0$, divisés par les valeurs théoriques définies en (3.18) et (3.16).

une aile delta. Le sujet, a priori classique, doit être remis à l'ouvrage à la lumière des travaux accumulés depuis les travaux de Polhamus.

3.3 Mesures des efforts aérodynamiques

Sur la figure (3.5), nos mesures d'efforts sont comparées à celles obtenues par Wentz & Kohlman (1971) sur deux ailes delta d'angles de flèche $\varphi = 60°$ et $\varphi = 70°$ et possédant un bord d'attaque aigu. Les trois maquettes possèdent un angle de biseau à l'intrados égal à 15°. La courbe d'effort normal concernant l'aile $\varphi = 70°$ n'est présentée qu'à titre indicatif. Elle est en effet déduite des mesures de portance seule, en posant $C_N = C_L/\cos\alpha$. D'après les résultats de Wentz & Kohlman (1971), cette transformation donne exactement les mêmes valeurs que les mesures d'effort normal pour leur aile $\varphi = 60°$. Mais leurs résultats concernant l'aile $\varphi = 70°$ ne contiennent pas de mesures de traînée et ne permettent donc pas de tester cette transformation sur ce cas.

3.3.1 Effet de l'incidence et du nombre de Reynolds

Sur les figures (3.5*a*,*b*), on note que, pour une incidence nulle, les coefficients ne s'annulent pas : $C_N(0) = 0,05$ et $C_{M_{X=0}}(0) = 0,07$. Cela résulte de la dissymétrie de la maquette (présence du support à l'intrados) par rapport à un plan horizontal.

Pour de faibles incidences ($\alpha < 10°$), les coefficients d'effort normal et de moment de tangage évoluent de façon sensiblement linéaire. Ces comportements sont en accord avec la théorie potentielle, mais les valeurs sont légèrement supérieures. À partir de $\alpha = 12°$, les valeurs expérimentales s'écartent de la théorie et exhibent un léger changement de pente. Ce phénomène peut être relié à l'apparition de l'éclatement tourbillonnaire (figure (3.5*d*)) qui induit une recompression de l'écoulement et donc une diminution de la portance tourbillonnaire. Le coefficient de tangage ne suit plus l'évolution potentielle linéaire à partir d'une incidence plus faible, $\alpha = 8°$. Le modèle théorique simplifié (3.13)

n'est pas représenté ici, car il surestime fortement le coefficient d'effort normal (figure (3.3)).

La chute brutale des efforts au-delà de $\alpha = 32°$ correspond au décrochage. Le décrochage sur une aile delta est souvent attribué à l'éclatement et à la surpression qui en résulte. Plus l'aile est élancée, plus la contribution tourbillonnaire aux efforts aérodynamiques est importante (voir la figure (3.3) du paragraphe 3.2). L'éclatement peut donc jouer un rôle sur le décrochage si l'angle de flèche est suffisant. Wentz & Kohlman (1971) montrent en effet que le décrochage d'ailes $\varphi \geq 70°$ est directement lié à l'apparition de l'éclatement au bord de fuite.

Cependant, sur une aile de flèche $\varphi = 60°$ la migration de l'éclatement tourbillonnaire en fonction de α est très progressive alors que le décrochage est lui brutal. Il survient lorsque l'éclatement a déjà atteint l'apex (figures ($3.5c,d$)). Dans ce cas, le décrochage n'est donc pas lié au phénomène d'éclatement.

Pour $\varphi = 60°$, la part de portance potentielle est accrue d'environ 40% par rapport à une aile $\varphi = 70°$ et devient une source importante de la portance. À ce propos, les visualisations par enduit visqueux (paragraphe 4.1) ont mis en évidence l'existence d'une large zone d'écoulement pariétal approximativement bidimensionnelle autour de la corde de l'aile et schématisée sur la figure ($3.2b$). Cette zone n'existe pas sur des ailes plus élancées et son comportement doit jouer un rôle dans l'apparition du décrochage.

On s'intéresse maintenant à l'effet du nombre de Reynolds sur les coefficients aérodynamiques. Trois vitesses, $U_0 = 25$, 50 et 75m/s, ont été considérées (figures ($3.5a,b$)). Elles correspondent à $Re_c = 1,2$; 2,3 et $3,5 \times 10^6$. On voit que cette variation du nombre de Reynolds a peu d'effets, puisque $\Delta C_N/C_N < 3,65\%$ et $\Delta C_M/C_M < 2,4\%$. Beaucoup d'expériences dans la littérature confirment cette propriété d'indépendance des efforts globaux vis-à-vis de Re_c, tant pour les ailes delta à bord d'attaque aigu (Lee *et al.* 1987) que pour celles à bord d'attaque arrondi (Fink & Taylor 1966).

3.3.2 Effet de la géométrie

D'après les figures ($3.5c,d$), il apparaît que le décrochage est plus précoce pour un bord d'attaque arrondi, le niveau maximal de portance étant par ailleurs moins élevé. Ces résultats sont conformes à ceux de Barlett & Vidal (1955). On peut noter que la contribution potentielle à l'effort normal, visible aux faibles incidences (figure ($3.5c$)), est identique pour les deux ailes de flèche $\varphi = 60°$. La théorie potentielle ne tenant pas compte de la forme du bord d'attaque, c'est la contribution des tourbillons qui est donc altérée. La forme du bord d'attaque peut effectivement influencer la distribution de vorticité dans la couche de mélange et ainsi avoir un impact sur la distribution radiale de pression dans le tourbillon.

La position moyenne du point d'éclatement est elle aussi modifiée par la forme du bord d'attaque (figure ($3.5d$), Kegelman & Roos 1989), son évolution avec α étant moins rapide dans le cas d'un bord d'attaque arrondi (voir annexe A).

L'influence de l'angle de flèche, φ, sur le C_N dépend de α : pour $\alpha < 22°$, ce coefficient diminue quand φ augmente conformément aux prédicitions théoriques (3.13) (figure (3.3)) ; en revanche, C_N augmente avec φ pour $\alpha > 22°$. C'est probablement la présence de l'éclatement tourbillonnaire qui inverse cette tendance aux hautes incidences en altérant la part de portance tourbillonnaire. En effet, une augmentation de φ retarde l'éclatement en le décalant vers le bord de fuite pour une même valeur de α (annexe A).

Le décrochage aérodynamique est en outre plus tardif pour les ailes élancées.

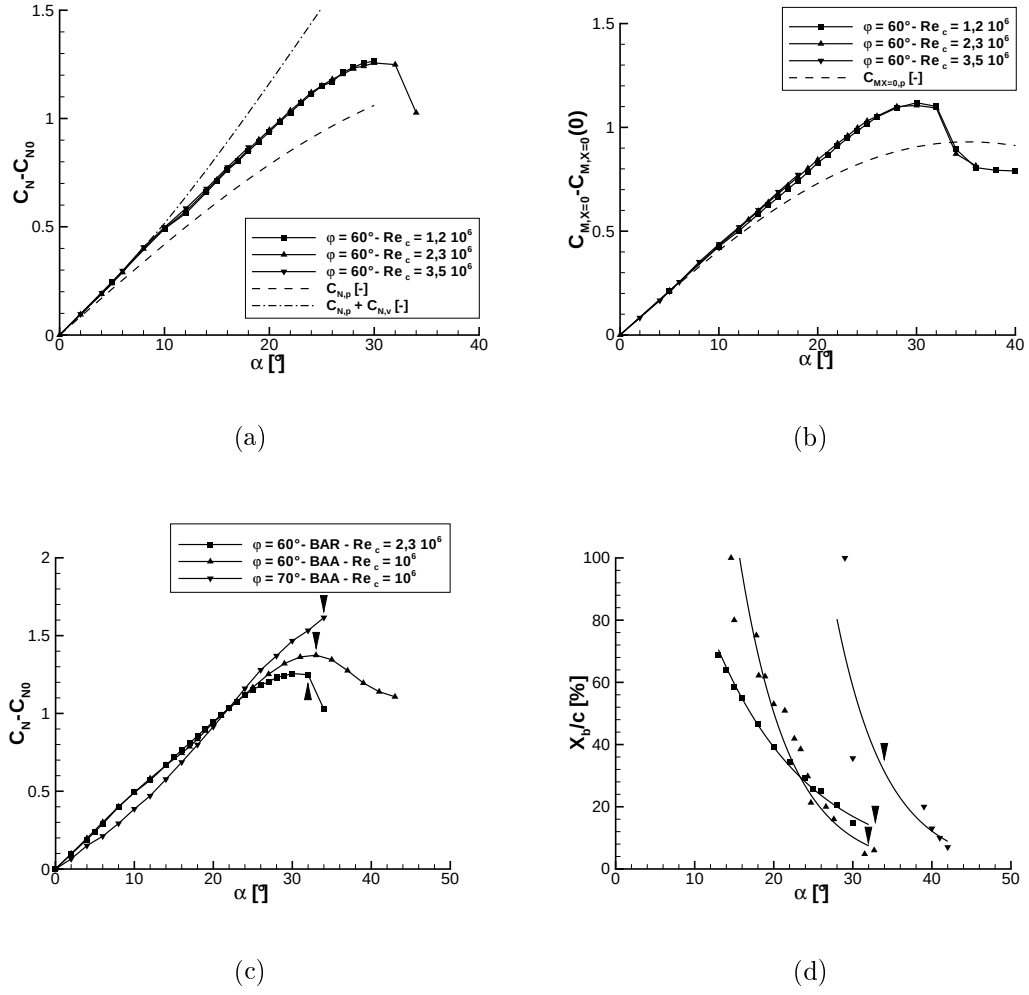


FIG. 3.5 – Évolutions (a) des coefficients d'effort normal, $C_N - C_N(0)$, et (b) de moment de tangage à l'apex, $C_{M_{X=0}} - C_{M_{X=0}}(0)$, en fonction de α et Re_c. Comparaison avec la théorie potentielle et les calculs de Polhamus (1966, 1968). Comparaison (c) des évolutions de $C_N - C_N(0)$ et (d) de la position relative du point d'éclatement, X_b/c, avec des cas d'ailes delta à bord d'attaque aigu et d'angle de flèche $\varphi = 60°$ et $\varphi = 70°$ (d'après Wentz & Kohlman 1971). BAR : bord d'attaque arrondi, BAA : bord d'attaque aigu. Les flèches noires indiquent les incidences de décrochage

La figure (3.5*c*) montre également que φ ne modifie pas l'évolution du point d'éclatement en fonction de α, les pentes des deux courbes restant identiques, contrairement au bord d'attaque arrondi qui freine son évolution.

3.4 Mesures de la distribution des pressions pariétales

La figure (3.6*a*) présente une visualisation surfacique du champ moyen de pressions pariétales à l'extrados par application d'une technique de peinture sensible à la pression (PSP). Ces mesures ont été effectuées par l'unité IMOS du département DAFE (Mérienne *et al.* 2000). On représente le coefficient de pression :

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho_0 U_0^2}. \tag{3.19}$$

Les dépressions maximales sont situées sous les axes des tourbillons primaires, matérialisés à gauche par une ligne continue. La position de ces lignes est conforme à celle obtenue par des mesures de pression stationnaire (Fink & Taylor 1966). Cette ligne s'arrête au niveau de la position moyenne du point d'éclatement, évaluée à partir des tomoscopies laser (voir annexe A). En aval de ce point, les niveaux de pression augmentent progressivement avec X/c.

La figure (3.6*b*) montre l'évolution des coefficients moyens, C_p, mesurés sous l'axe du tourbillon primaire au moyen de capteurs instationnaires en fonction de leur abscisse relative, X/c, et de l'incidence de la maquette, α. L'intensité globale de la dépression augmente avec α.

Les niveaux de C_p augmentent globalement vers le bord de fuite mais leur variation n'est pas régulière et peut être divisée en deux régions. L'abscisse de la frontière entre ces régions dépend de α et est identifiée sur la figure (3.6*b*) par une flèche oblique. L'incidence de la maquette influence ce coefficient de la manière suivante :

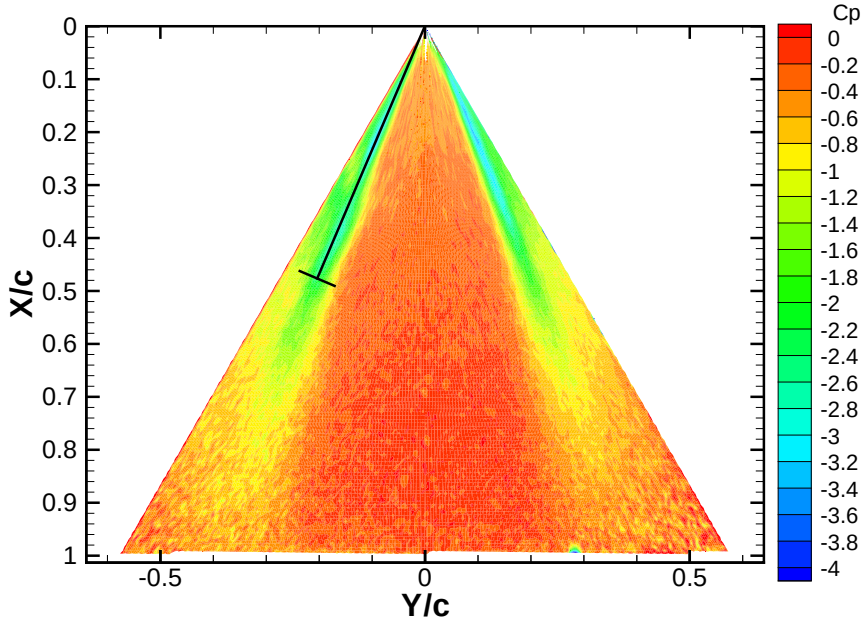
- Dans la première région proche de l'apex, où l'effet des tourbillons est sensible, le C_p diminue avec X/c aux petites incidences ($\alpha \leq 10°$) et augmente faiblement aux grandes incidences ($\alpha \geq 15°$).
- Dans la région aval, le C_p diminue rapidement vers l'apex.

Selon Zohar & Er-El (1988), la séparation entre ces zones est la conséquence de l'éclatement qui recomprime l'écoulement en aval. Elle ne correspond cependant pas exactement à la position de l'éclatement évaluée par tomoscopie laser. Celle-ci est indiquée par des flèches verticales. Ce point est discuté en annnexe C du document.

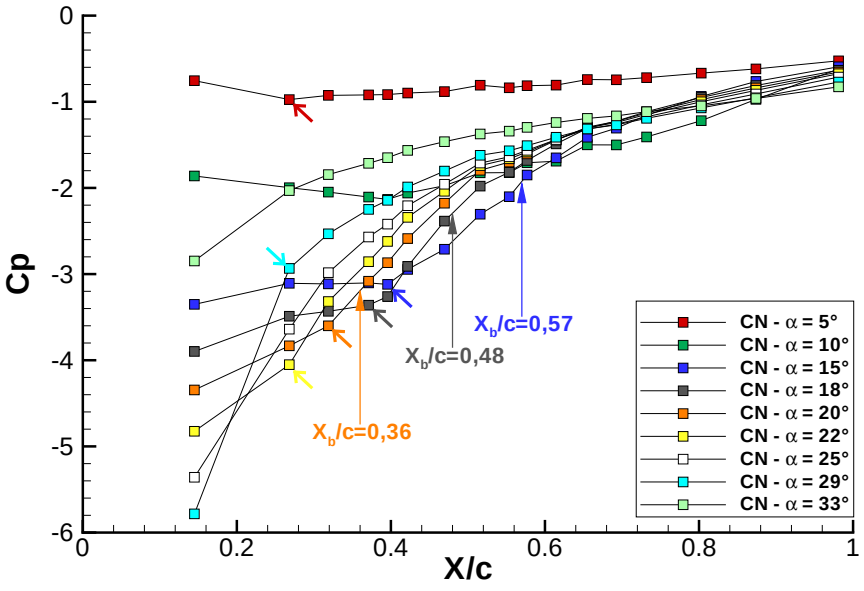
Pour $\alpha = 33°$, les niveaux sont inférieurs à ceux obtenus pour une incidence $\alpha = 10°$ sur la majeure partie de la corde. Les mesures d'efforts globaux ont montré que le décrochage aérodynamique de l'aile correspond à $\alpha = 32°$.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons discuté de certaines approches théoriques utilisées pour représenter l'écoulement sur une aile delta. Ces résultats ont été comparés aux mesures expérimentales en vue d'évaluer leur potentiel. Concernant l'influence du nombre de Reynolds, de l'incidence et de la géométrie de la maquette sur l'écoulement à l'extrados, les conclusions sont :



(a)



(b)

FIG. 3.6 – (*a*) Champ de pression pariétale obtenu par PSP ($\alpha = 18°$; $Re_c = 2,3 \times 10^6$). La ligne continue indique la position de l'axe du tourbillon primaire gauche et s'arrête au niveau de son point d'éclatement. (*b*) Valeurs moyennes des coefficients de la pression pariétale sous l'axe du tourbillon primaire en fonction de l'incidence ($Re_c = 2,3 \times 10^6$)

- La dépression potentielle de l'écoulement à l'extrados et l'aspiration des tourbillons contribuent bien toutes deux à la génération d'efforts aérodynamiques sur l'aile delta.
- L'influence des efforts d'origine tourbillonnaire est d'autant plus importante que l'incidence de l'aile est grande et son angle de flèche est élevé. L'apparition de l'éclatement sur l'extrados conduit au décrochage d'une aile très élancée ($\varphi \geq 70°$) mais ne dégrade que faiblement l'évolution des coefficients aérodynamiques sur notre maquette, qui est moins élancée ($\varphi = 60°$).
- L'intensité des tourbillons croît linéairement vers l'aval. Elle augmente avec l'incidence et avec le nombre de Reynolds et elle diminue avec l'angle de flèche. L'écartement des tourbillons ne dépend que de α, les tourbillons se rapprochant à mesure que l'incidence de l'aile augmente.
- La prévision théorique des efforts aérodynamiques globaux par les méthodes simples disponibles est invalidée par l'expérience quand l'incidence devient grande : la théorie linéaire potentielle n'est valable qu'aux très petites incidences et la prise en compte d'une contribution des tourbillons surestime les valeurs des coefficients aérodynamiques. Le modèle de Polhamus n'améliore les prédictions que pour des incidences légèrement supérieures ($\alpha \leq 12°$).
- Le principe d'une contribution des tourbillons primaires à l'effort normal, sur lequel se basent ces modèles, est correct, mais sa prévision n'est pas efficace (position, intensité des tourbillons, etc.).

Toutes les mesures présentées au cours de ce chapitre viennent enrichir l'ensemble des données disponibles sur le sujet. Sur le plan théorique, il semble évident que de nouveaux travaux doivent être entrepris pour réactualiser les éléments trop anciens qui servent encore aujourd'hui de référence.

4 Propriétés de la couche limite

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'expériences visant à caractériser l'écoulement sur la surface de la maquette. Il s'agit, d'une part, de visualisations des lignes de frottement par enduit visqueux et, d'autre part, de caractérisation de la transition laminaire/turbulente par acénaphtène. Nous analysons également l'influence d'une fine couche de carborundum, collée à l'intrados de la maquette et le long du bord d'attaque, visant à forcer la transition de la couche limite. Enfin, dans le dernier paragraphe, nous nous intéressons aux fluctuations de pression pariétale, obtenues au moyen de capteurs disposés sous l'axe du tourbillon primaire, dans le but de tester la possibilité de détecter la signature de la dynamique de ces tourbillons.

4.1 Visualisations par enduit visqueux

Ce procédé permet de visualiser les lignes de frottement pariétal sur la paroi de la maquette. L'application de cette méthode a été réalisée simultanément avec des visualisations par tomoscopie laser, présentées en annexe A, qui permettent de connaître la position des tourbillons et de leur éclatement. Ces visualisations ont été exécutées pour cinq incidences $\alpha = 15, 18, 20, 25$ et $30°$ à la vitesse nominale $U_0 = 50$ m/s ($Re_c = 2,3 \times 10^6$), puis pour trois vitesses $U_0 = 25$, 50 et 75 m/s ($Re_c = 1,2; 2,3$ et $3,5 \times 10^6$) à l'incidence $\alpha = 20°$.

La figure (4.1) présente une vue d'ensemble du spectre pariétal à l'extrados ainsi qu'une vue détaillée au bord d'attaque pour $\alpha = 20°$ et $Re_c = 2,3 \times 10^6$. Pour les deux images, on a schématisé les lignes de séparation et d'attachement de la couche limite.

Contrairement au cas d'une aile à bord d'attaque aigu, la ligne de séparation primaire (S_1), de la couche limite issue de l'intrados, ne suit pas une ligne droite le long du bord d'attaque. Sa position est proche de l'extrados à l'apex et se déplace vers l'intrados en s'éloignant vers le bord de fuite. Ce résultat rejoint les mesures que Jiang *et al.* (2000) ont effectuées au moyen de capteurs de frottement, sur une aile delta de flèche $\varphi = 56,5°$ à bord d'attaque arrondi, et qui montrent que la position de la ligne (S_1) décrit une ligne courbe le long du bord d'attaque. Cette position est en outre sensible au nombre de Reynolds de l'écoulement et se déplace vers l'intrados quand on augmente Re_c.

La couche limite décollée se réattache à l'extrados et forme la ligne d'attachement primaire (A_1). Cette ligne marque la frontière entre deux zones d'écoulements différents. La première est située entre (A_1) et la corde de l'aile et correspond à une région où l'écoulement est aligné avec la corde. Cette zone est inexistante dans le cas d'ailes de plus forte flèche et, en particulier, elle n'est pas observée pour des maquettes $\varphi = 70°$ (Mitchell, 2000). Dans la seconde zone, les traces convergent vers la ligne de séparation secondaire (S_2) qui alimente le tourbillon secondaire localisé entre le tourbillon primaire et le bord d'attaque. De même, une partie de l'écoulement décollé se réattache à la maquette et détermine une ligne d'attachement secondaire (A_2). Les lignes de frottement

entre (S_2) et (A_2) sont orientées vers (S_2) et illustrent la rotation inverse du tourbillon secondaire par rapport au tourbillon primaire.

L'existence d'une ligne supplémentaire (S_3), observée sur la partie supérieure de l'extrados et schématisée sur la figure (4.2), peut être attribuée à un troisième décollement de la couche limite et à la formation d'un tourbillon supplémentaire entre (S_2) et (A_2). Ce tourbillon doit être corotatif par rapport au premier, son étendue reste cependant fortement limitée par la présence des plus grosses structures.

Ces visualisations permettent en outre d'établir l'influence des paramètres aérodynamiques sur le spectre pariétal. Les principaux résultats de cet examen sont les suivants :

- Les spectres pariétaux ne présentent aucune trace de l'éclatement tourbillonnaire quelles que soient les conditions aérodynamiques. Cela confirme les résultats obtenus par Mitchell (2000) qui montrent que cette méthode de visualisation n'est pas apte à identifier la position moyenne du point d'éclatement.
- Lorsque l'incidence augmente, la ligne d'attachement (A_1) se rapproche de la corde de l'aile et correspond à un développement spatial du tourbillon primaire.
- Le spectre pariétal est sensible au nombre de Reynolds de l'écoulement, Re_c. Aux faibles Reynolds ($Re_c = 1,2 \times 10^6$), le développement du troisième tourbillon est plus important est peut être clairement identifié jusqu'à l'abscisse $X = 400$ mm ($X/c = 0,58$). Cette zone est réduite aux plus grands Reynolds et devient difficilement observable.

On trouvera plus de détails sur ces résultats dans un rapport de Molton, Barberis & Renac (2000).

4.2 Relaminarisation des écoulements pariétaux

La variabilité des spectres pariétaux vis-à-vis du nombre de Reynolds suggère la possibilité d'un impact de la nature laminaire ou turbulente des couches limites. Il existe beaucoup de résultats concernant les couches limites sur des profils d'aile en flèche. Nous disposons par ailleurs de certains critères empiriques. Mais dans la mesure où nous ne possédons pas de résultats de sondages de la couche limite[1], nous sommes limités à l'utilisation des formes les plus simples de ces critères. Nous analyserons ensuite la nature laminaire/turbulente de la totalité de l'écoulement pariétal à l'extrados au moyen de visualisations par acénaphtène.

Poll (1978) propose un critère de relaminarisation basé sur un nombre de Reynolds $\overline{R}$ défini par l'échelle de longueur $\sqrt{\nu/(dU_e/d\varsigma)}$ et par la composante de la vitesse parallèle au bord d'attaque, $U_0 \sin\varphi$. Ici $dU_e/d\varsigma$ désigne le gradient de vitesse le long d'une ligne de courant extérieure et ς est l'abscisse curviligne le long de cette ligne.

Sur le bord d'attaque, assimilé à un cylindre de rayon r_{BA}, l'échelle de longueur est proportionnelle à l'épaisseur de quantité de mouvement d'une couche limite laminaire, θ. La recherche de profils semblables mène à : $\theta = 0,404\sqrt{(\nu/dU_e/d\varsigma)}$. Le gradient de vitesse peut être estimé au moyen de la relation $dU_e/d\varsigma = U_0 \cos\varphi / r_{BA}$, où $U_0 \cos\varphi$ est la composante de la vitesse perpendiculaire au bord d'attaque.

Les expériences montrent que pour des valeurs $\overline{R} < 245$, les perturbations sont amorties (Poll 1978, Arnal & Juillen 1989). Cet effet est dû au gradient de pression favorable qui stabilise la couche limite en l'accélérant. Ce paramètre montre également que l'augmentation de φ ou de r_{BA} a un effet destabilisant.

[1] Un sondage précis de la couche limite sur notre aile aurait nécessité une mise en œuvre très élaborée de la VLF

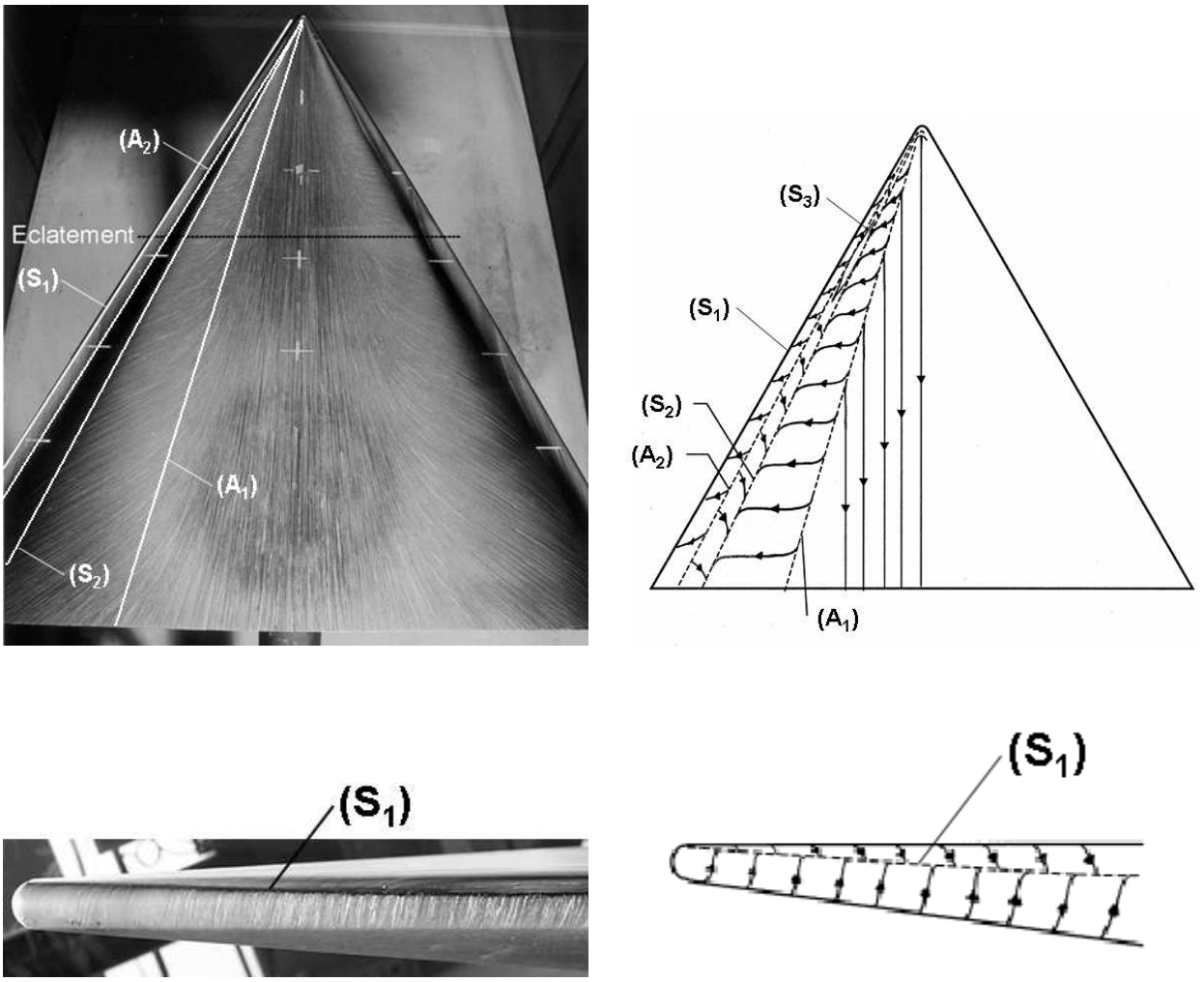


FIG. 4.1 – Visualisations pariétales par enduit visqueux ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$) et schémas interprétatifs des spectres de lignes de frottement. Vue de l'extrados (haut) et détail au bord d'attaque (bas). Des marques blanches, régulièrement espacées de $\Delta X =$ 100 mm, sont représentées sur la corde de la maquette

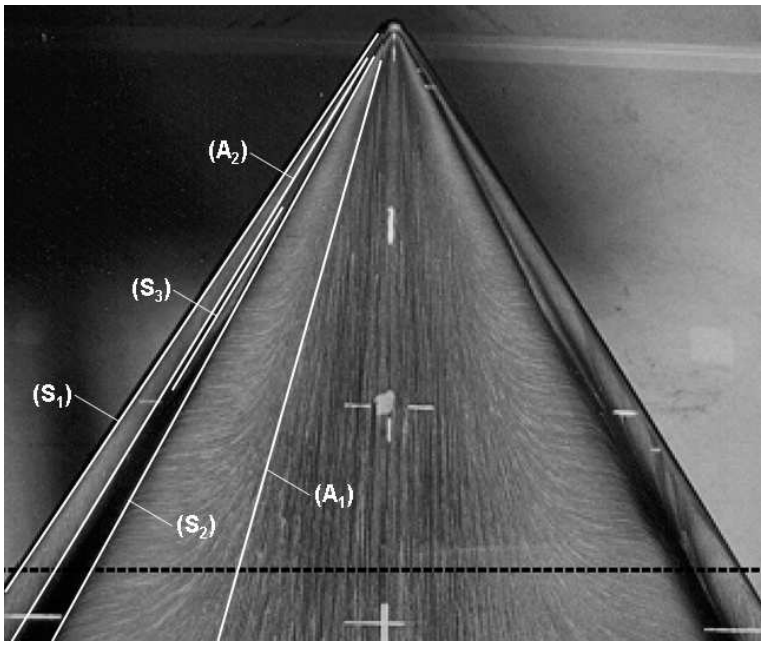


FIG. 4.2 – Visualisation pariétale par enduit visqueux ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$), agrandissement à l'apex de la figure (4.1)

U_0	25	50	75
$10^{-6}Re_c$	1,2	2,3	3,4
$\overline{R}$	131,3	185,7	225,5

TAB. 4.1 – Valeurs du critère de relaminarisation, $\overline{R} = \sqrt{U_0 r_{BA}/\nu}\sin\varphi/\sqrt{\cos\varphi}$, sur notre maquette ($r_{BA} = 6,9$ mm ; $\varphi = 60°$) en fonction du nombre de Reynolds Re_c

Le tableau (4.1) présente les valeurs de ce paramètre obtenues pour différents nombres de Reynolds, Re_c, et pour le rayon du bord d'attaque de notre maquette, r_{BA}. Pour chaque valeur de Re_c, le critère indique que la couche limite au bord d'attaque se relaminarise dans nos expériences.

La détection de la transition par acénaphtène permet de confirmer les résultats de cette analyse. Un exemple est présenté sur la figure (4.3). Les zones sombres sont des régions turbulentes où le frottement plus intense sublime le produit. Les zones claires sont des régions laminaires.

La couche limite au bord d'attaque reste laminaire jusqu'à son décollement ainsi que sur la majeure partie de l'extrados. Les zones de transition, marquées par des lignes droites et nettes, indiquent la présence d'un décollement laminaire et correspondent aux lignes (S_1) et (S_2) sur la figure (4.1). Les lignes plus diffuses correspondent aux lignes d'attachement (A_1) et (A_2), la couche limite semble se relaminariser ensuite sous les tourbillons primaire et secondaire.

L'interprétation de ces résultats se heurte à une difficulté liée au produit utilisé. En effet, l'acénaphtène se sublime et disparaît si l'essai dure trop longtemps. L'observation

de zones sombres peut alors résulter d'un échange par convection de longue durée avec un écoulement laminaire et ne pas correspondre à des régions turbulentes.

4.3 Transition forcée de la couche limite au bord d'attaque

La transposition des essais en soufflerie aux écoulements réels nécessite de vérifier que l'écoulement étudié est peu sensible au nombre de Reynolds. Une tentative de déclenchement de la couche limite a été effectuée par l'ajout d'une bande rugueuse sur la paroi de l'écoulement pour forcer la transition turbulente. On a utilisé des grains de carborundum, de diamètre moyen de $0,31$ mm, répartis à l'intrados de l'aile et le long du bord d'attaque (figure ($4.3a$)). La figure (4.3) permet d'évaluer l'effet obtenu.

On constate que l'ajout de rugosité ne modifie pas l'état laminaire, ceci confirme le rôle prépondérant de la courbure du bord d'attaque dans le processus de relaminarisation. Le décollement primaire (S_1), caractérisé par une ligne noire, se rapproche légèrement de l'intrados en présence du carborundum.

Des mesures de vitesses par VLF tridimensionnelle moyenne, avec transitions naturelle et forcée, ont été effectuées pour analyser l'influence du carborundum sur les champs de vitesse. Les résultats montrent qu'il n'y a pas d'effets notables (Molton *et al.* 2000). Une méthode décrite au paragraphe 5.2 permet de déterminer la position du point d'éclatement à partir des champs moyens. Celle-ci montre que l'éclatement est légèrement décalé vers l'aval à l'abscisse relative $X_b/c = 0,47$ en présence de carborundum contre $X_b/c = 0,46$ en transition naturelle.

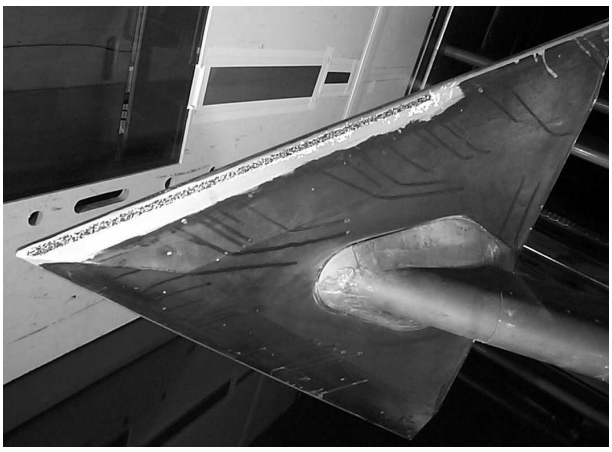
La figure (4.4) compare les taux de turbulence, $\sqrt{k}/U_0$ (k est la trace du tenseur de Reynolds), entre les deux configurations. On observe que l'écoulement autour de l'axe est légèrement plus fluctuant lorsque la couche limite est déclenchée mais les différences sont faibles. En dehors de l'éclatement, ces fluctuations très intenses caractérisent un flottement général du tourbillon. Nous analyserons cet aspect dans le paragraphe 5.6.

Retenons que la transition de la couche limite d'intrados a peu d'effet sur l'écoulement d'extrados.

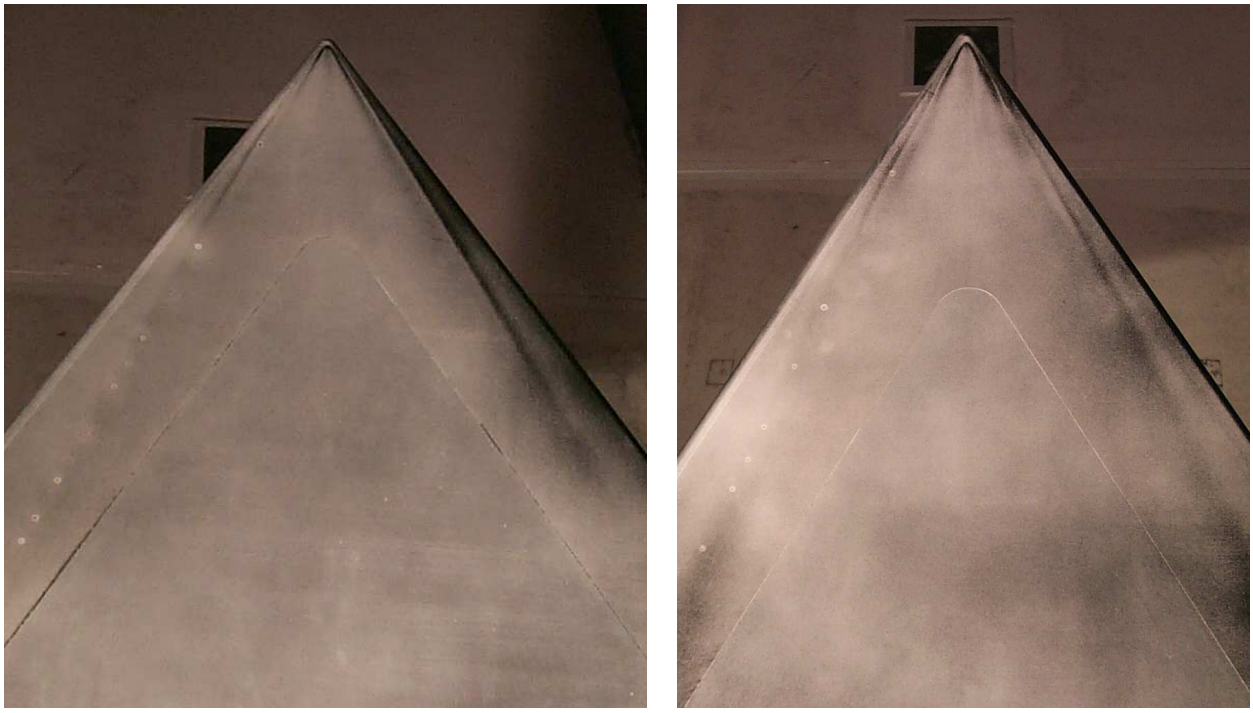
4.4 Fluctuations des pressions pariétales

Les acquisitions de pression pariétale, présentées au chapitre 3, permettent d'évaluer les densités spectrales de puissance du coefficient de pression dans la couche limite. La figure (4.5) présente quelques résultats significatifs obtenus en configuration nominale à partir de cinq capteurs différents.

L'énergie des fluctuations est contenue dans une gamme de fréquences relativement large dont l'étendue diminue vers l'aval de l'écoulement. Le capteur 8, juste en aval du point d'éclatement ($X_8/c = 0,52$), ne montre rien de particulier. Mais les spectres obtenus à partir des capteurs suivants exhibent une bosse centrée sur la fréquence $f = 200$ Hz pour le capteur 13 et $f = 150$ Hz pour le capteur 15. Selon Gursul (1994), l'origine de cette bosse peut être attribuée aux instabilités centrifuges hélicoïdales. Ce point sera traité au chapitre 6.



(a)



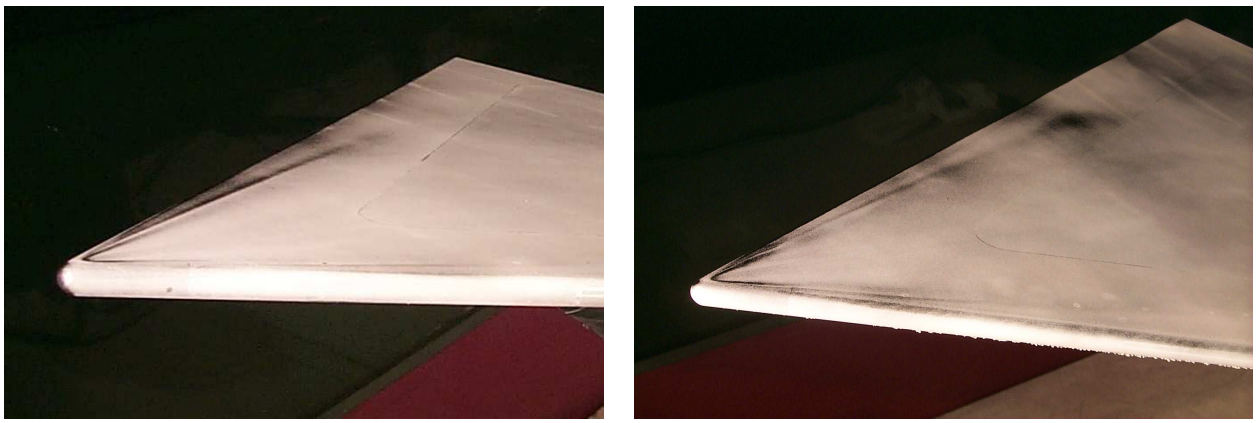
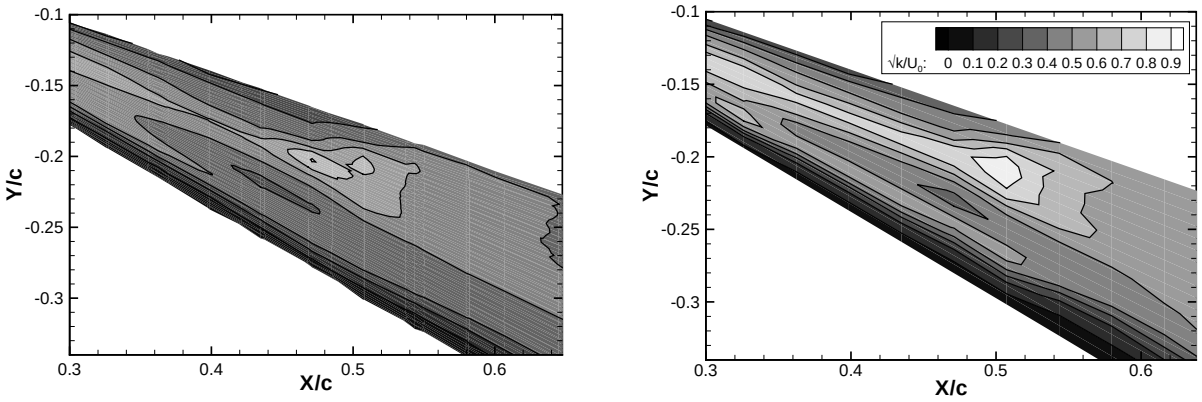


FIG. 4.3 – (*a*) Détail de la bande de carborundum à l'intrados et le long du bord d'attaque. Visualisations pariétales de l'état laminaire/turbulent de la couche limite à l'extrados de la maquette par acénaphtène ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$) en transition naturelle (gauche) et en transition déclenchée (droite)



(a) (b)

FIG. 4.4 – Mesure VLF des taux de turbulence, $\sqrt{k}/U_0$, dans un plan longitudinal coupant l'axe du tourbillon primaire ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$) en transition naturelle (a) et en transition déclenchée (b)

En chaque point de mesure, il existe une cascade d'énergie vers les petites échelles[2]. Si l'on suppose une turbulence homogène isotrope avec un taux de dissipation ϵ constant, une analyse dimensionnelle montre que l'énergie des fluctuations de pression suit une loi proportionnelle à $\rho_0^2 \epsilon^{4/3} k^{-7/3}$ dans le régime inertiel. En supposant l'existence d'une turbulence homogène dans une couche cisaillée libre, George *et al.* (1984) montrent qu'il existe des contributions supplémentaires dues à la présence du cisaillement. Leur raisonnement est basé sur l'analyse des solutions de l'équation de Poisson pour le champ de pression d'un écoulement stationnaire, incompressible et non visqueux. En supposant que l'écoulement moyen est celui d'un cisaillement unidirectionnel et uniforme d'intensité C, l'analyse dimensionnelle montre qu'un terme supplémentaire de source isotrope est apporté qui provient de l'interaction entre la turbulence et le cisaillement et qui est proportionnel à $\rho_0^2 C^2 \epsilon^{2/3} k^{-11/3}$. Cette loi est représentée sur la figure (4.5) en trait noir.

Pour déterminer si ces fluctuations de pression sont significatives, nous évaluons le rapport entre leur écart type et la contrainte pariétale : p'/σ_w, où $\sigma_w = \rho_0 u_\tau^2$ et u_τ est la vitesse de frottement. Selon Hinze (1975), les mesures expérimentales montrent que ce rapport dépasse généralement 5 dans une couche limite turbulente. Nos mesures donnent $C'_p = p'/(\rho_0 U_0^2/2) \in [0,16; 0,36]$ pour l'ensemble des capteurs. En estimant la vitesse de frottement par $u_\tau = U_e/20$ et la vitesse extérieure par $U_e = 2U_0$, on obtient $8 < p'/\sigma_w < 16$.

Ces résultats tendraient donc à montrer que la couche limite sous le tourbillon primaire est turbulente et non laminaire comme le laissent penser les visualisations par acénaphtène.

[2]Ici et dans la suite de ce document, nous relions les spectres temporels et les spectres spatiaux par l'hypothèse de Taylor qui suppose que le module de la vitesse est grand devant la vitesse quadratique. Les fluctuations temporelles ont alors les mêmes caractéristiques que les fluctuations spatiales observées dans un repère en translation à la vitesse $\mathbf{U}$. Cela permet d'associer à chaque fréquence f un nombre d'onde $k = 2\pi f/U$ et de parler de façon univoque de basses fréquences et grandes échelles

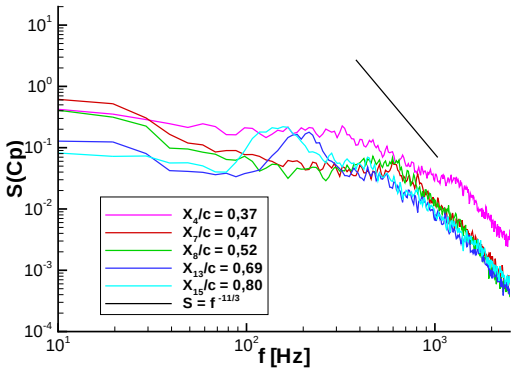


FIG. 4.5 – Densités spectrales de puissance des coefficients de pression pariétale sous l'axe du tourbillon primaire ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$; $X_b/c = 0,48 \pm 0,025$)

4.5 Conclusions

La couche limite qui se développe sur l'aile delta présente les propriétés suivantes :

- Ele décolle au bord d'attaque en décrivant une ligne courbe qui est proche de l'extrados à l'apex et qui se déplace vers l'intrados plus en aval.
- Elle se réattache en dehors du plan de symétrie de l'aile et il existe une région où l'écoulement présente une orientation purement longitudinale.
- Elle est laminaire sur le bord d'attaque arrondi.
- À l'extrados et sous l'axe du tourbillon primaire, les résultats des visualisations par acénaphtène et des mesures des pressions pariétales sont contradictoires. Une analyse plus rigoureuse semble nécessaire pour déterminer l'état de la couche limite. Les sondages par VLF présentés au chapitre 5 plaident nettement en faveur d'un régime turbulent sur l'extrados.
- La transition forcée à l'intrados de la maquette n'a pas d'effet sur la couche limite au bord d'attaque. Celle-ci reste laminaire. Les champs de vitesses moyenne et fluctuante sont peu modifiés par cette transition.
- Notre dispositif ne permet pas d'analyser un régime dans lequel la couche limite est turbulente au niveau de son décollement comme dans le cas d'un avion de combat ($\overline{R} \simeq 900$ pour $r_{BA} = 8$ cm, $U_0 = 100$ m/s et $\varphi = 60°$). Toutefois, l'impact que cela peut avoir sur l'écoulement d'extrados ne peut être évalué.

5 Champs de vitesses

L'objectif de ce chapitre est de caractériser la structure des champs moyens de vitesse et de vorticité à l'extrados de notre maquette ainsi que ses propriétés instationnaires. Nous utilisons la vélocimétrie laser à franges (VLF) et l'anémométrie fil chaud.

5.1 Sondages et formules statistiques

Les mesures VLF des composantes de la vitesse moyenne et du tenseur de Reynolds ont été effectuées dans cinq plans de sondage sur la maquette mannequin. Nous utilisons le repère cartésien lié à la maquette (X, Y, Z) défini sur la figure (3.1).

Quatre plans sont perpendiculaires à la corde de l'aile et localisés aux abscisses $X =$ 150, 250, 325 et 350 mm ($X/c = 0{,}22$; 0,36 ; 0,47 et 0,51). Chaque maillage est constitué d'environ 1200 points régulièrement espacés de $\Delta Y = \Delta Z = 1$ mm pour le premier plan ($X/c = 0{,}22$) et de $\Delta Y = \Delta Z = 2$ mm pour les trois suivants.

Un cinquième plan coupe l'axe du tourbillon primaire gauche parallèlement au plan de la maquette. Il est situé entre les abscisses $X = 125$ et 500 mm ($X/c = 0{,}18$ et 0,72) et contient 535 points. Les points sont séparés de $\Delta X = 25$ mm dans la direction longitudinale et de $\Delta Y = 2$ mm dans la direction transversale.

La finesse des sondages peut être évaluée par comparaison à l'épaisseur du tourbillon (distance entre les maxima de vitesse azimutale). Celle-ci vaut 22 mm dans le premier plan $X/c = 0,22$ et atteint 56 mm dans le plan $X/c = 0,51$. Toutes les mesures concernent le demi-espace gauche de la maquette, $Y \leq 0$. L'incidence de l'aile est fixée à $\alpha = 18°$ et le nombre de Reynolds est $Re_c = 2,3 \times 10^6$.

Nos résultats seront comparés à des mesures similaires, effectuées sur une aile à bord d'attaque aigu et de $\varphi = 70°$ de flèche (Mitchell, 2000), dans quatre plans perpendiculaires à la corde de l'aile de part et d'autre du point d'éclatement ($X/c = 0{,}32$; 0,45 ; 0,53 et 0,84 ; $\Delta Y = \Delta Z = 5$ mm). On dispose également pour cette aile d'un plan de sondage longitudinal entre les abscisses $X = 300$ et 600 mm ($X/c = 0,32$ et $0,63$; $\Delta X = 25$ mm ; $\Delta Y = 5$ mm ; 292 points). Le nombre de Reynolds de cet écoulement est $Re_c = 1,5 \times 10^6$ et l'incidence est $\alpha = 30°$.

Les valeurs moyennes des vitesses et des composantes du tenseur de Reynolds sont estimées, à partir d'échantillons de $N = 2000$ particules, au moyen des formules classiques suivantes :

$$\begin{aligned} U(\mathbf{X}) &= \tfrac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} u_k(\mathbf{X}), \\ u'^2(\mathbf{X}) &= \tfrac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} (u_k(\mathbf{X}) - U(\mathbf{X}))^2, \\ u'v'(\mathbf{X}) &= \tfrac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} (u_k(\mathbf{X}) - U(\mathbf{X}))(v_k(\mathbf{X}) - V(\mathbf{X})). \end{aligned} \tag{5.1}$$

Une estimation des incertitudes sur les valeurs moyennes des composantes de la vitesse et de la vorticité est présentée au paragraphe 2.3.1. En plus du repère cartésien, il est commode d'utiliser un repère cylindrique (x, r, θ) centré sur l'axe du tourbillon et d'exprimer le champ de vitesse (U_x, V_r, W_θ) dans ce repère.

Les plans de mesure sont perpendiculaires à la corde de l'aile et l'axe du tourbillon fait un angle β_1 avec l'extrados et un angle β_2 avec le plan de symétrie de la maquette. Il est donc nécessaire d'effectuer deux rotations d'angles β_1 et β_2 dans les plans (OX, OZ) et (OX, OY) avant d'appliquer la matrice de passage des coordonnées cartésiennes vers les coordonnées cylindriques. Les champs de vitesses sont obtenus par la transformation suivante :

$$\begin{pmatrix} U_x \\ V_r \\ W_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta_2 & \sin\beta_2 & 0 \\ -\sin\beta_2 & \cos\beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta_1 & 0 & \sin\beta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \tag{5.2}$$

La même transformation est appliquée aux coordonnées cartésiennes pour obtenir les coordonnées cylindriques.

5.2 Position du point d'éclatement tourbillonnaire

Les visualisations par tomoscopie laser (annexe A) nous permettent de localiser le point d'éclatement (à l'évasement du cœur du tourbillon). À partir des mesures de VLF, il est possible de définir plus précisément ce point comme le lieu où les profils de vitesse, initialement de type jet, deviennent déficitaires (de type sillage). Dans un écoulement axisymétrique sans vitesse radiale, ce point est caractérisé par un changement de signe de la vorticité azimutale associée au cisaillement axial, $\Omega_\theta = -dU_x/dr$. En suivant Rockwell (1993), nous définissons donc ce point comme le lieu sur l'axe du tourbillon où la vorticité azimutale change de signe.

La figure (5.1) présente les valeurs de la composante verticale du vecteur vorticité, $\Omega_Z = \partial V/\partial X - \partial U/\partial Y$, dans le plan longitudinal coupant l'axe du tourbillon principal. Ces valeurs sont obtenues à partir des valeurs moyennes de la vitesse. On utilise un schéma aux différences finies centrées pour estimer les dérivées.

La variation et le changement de signe selon $\mathbf{e_X}$ de la vorticité verticale résultent du ralentissement de l'écoulement. Remarquons qu'en aval du point d'éclatement, la zone de vorticité verticale positive - *ie.* de vorticité azimutale négative - est entourée à l'extérieur d'une zone de signe opposé. Nous reviendrons sur cette propriété qui semble avoir une influence sur la stabilité linéaire de l'écoulement.

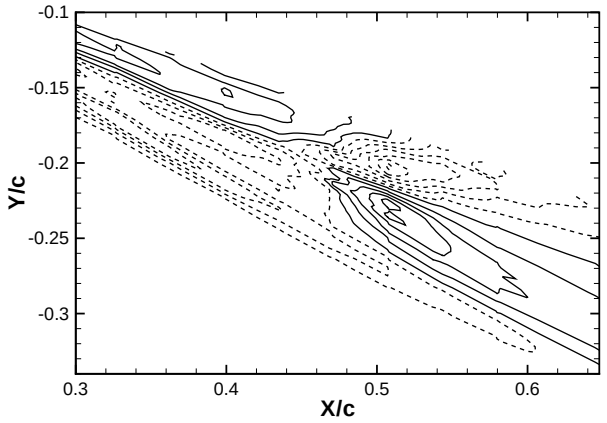


FIG. 5.1 – Iso-contours de la composante, selon $\mathbf{e_Z}$, de la vorticité adimensionnelle, $\Omega_Z c/U_0$. Les lignes continues représentent des valeurs positives et les tirets des valeurs négatives

Le changement de signe de la vorticité sur l'axe survient à l'abscisse relative $X_b/c = 0,46 \pm 0,05$[1]. Une procédure identique appliquée aux résultats de Mitchell (2000) (aile delta à bord d'attaque aigu, $\varphi = 70°$, $\alpha = 30°$) donne $X_b/c = 0,50 \pm 0,05$. Ces valeurs sont proches de celles obtenues à partir des visualisations par tomoscopies laser, soit : $X_b/c = 0,46 \pm 0,02$ pour l'aile $\varphi = 60°$ et $X_b/c = 0,48$ pour l'aile $\varphi = 70°$.

Notons qu'il existe d'autres critères d'identification du point d'éclatement. Parmi ceux-ci, on peut évoquer celui de Lopez (1990) et Brown & Lopez (1990) qui ont étudié les liens entre la vorticité et la vitesse dans l'éclatement d'un écoulement tournant confiné. Ils notent tout d'abord qu'un point d'arrêt sur l'axe du tourbillon implique un changement de signe de la vorticité azimutale. Sachant que la composante azimutale du rotationnel ne s'annule sur une certaine surface de courant que lorsque l'angle d'hélice de la vitesse est supérieur à celui de la vorticité, une condition nécessaire pour l'apparition de l'éclatement est qu'il existe un point amont dans l'écoulement, $\mathbf{x_0}$, où

$$\frac{W_\theta(\mathbf{x_0})}{U_x(\mathbf{x_0})} > \frac{\Omega_\theta(\mathbf{x_0})}{\Omega_x(\mathbf{x_0})}. \tag{5.3}$$

Cette inégalité traduit un défaut dans l'équilibre entre le gradient de pression radial et l'accélération centrifuge qui fait diverger les surfaces de courant. Par conservation du moment cinétique, la vitesse orthoradiale diminue et contribue ainsi à diminuer la vorticité azimutale dans son mouvement et donc à ralentir la vitesse axiale. Ce phénomène s'entretient, puisqu'une diminution de la vitesse axiale conduit à un élargissement du tube de courant par continuité.

Dans le cas d'écoulements qui sont axisymétriques en amont de l'éclatement, l'équilibre centrifuge est vérifié et les surfaces de courant ne divergent pas. C'est la diffusion

[1]L'incertitude sur la position du point d'éclatement est due d'une part au pas longitudinal du maillage de mesures, ΔX, et d'autre part à l'incertitude sur la vorticité verticale, σ_{Ω_Z}. Les valeurs de la vorticité sont interpolées linéairement entre chaque point de maillage. Nous utilisons la relation $\sigma_{X_b}/c = \sqrt{1/4 + (\sigma_{\Omega_Z}/\Delta\Omega_Z)^2}(\Delta X/c)$ pour estimer l'incertitude sur l'abscisse du point d'éclatement. $\Delta\Omega_Z$ est la variation de vorticité verticale correspondant à la variation ΔX. L'incertitude sur la vorticité σ_{Ω_Z} est évaluée au paragraphe 2.3.1

visqueuse qui déclenche l'éclatement des tubes de courants en réduisant la vorticité azimutale.

Darmofal (1993) a approfondi l'analyse de Brown & Lopez à partir de l'examen des équations de la vorticité et d'une simulation numérique. Il confirme que l'éclatement est un phénomène essentiellement non visqueux. Il remarque cependant que la condition nécessaire (5.3) est insuffisante puisqu'elle est vérifiée dans bon nombre de configurations sans qu'il y ait pour autant d'éclatement.

Quoi qu'il en soit, ces analyses sont difficiles à appliquer pour nous puisqu'elles nécessitent de connaître simultanément les composantes axiale et azimutale de la vorticité et donc le champ de vitesse complet.

5.3 Vitesses moyennes

Les figures (5.2) à (5.5) présentent, pour chaque plan, les cartographies des composantes cylindriques moyennes de la vitesse et de la vorticité axiale, adimensionnées par U_0 et c. Les coordonnées transversales sont centrées sur le cœur du tourbillon et sont adimensionnées par la demi-envergure locale de la maquette, $s(X)$. L'inclinaison des maillages, visible dans certains plans, résulte des rotations du repère cartésien, par rapport aux angles β_1 et β_2, définies par l'équation (5.2).

La figure (5.2) montre les iso-contours de la vitesse axiale adimensionnelle. Ils sont conformes à la phénoménologie classique d'un tourbillon décrite en annexe C. En amont de l'éclatement ($X/c = 0,22$ et $0,36$), l'écoulement présente une distribution de vitesse axiale de type jet avec une forte survitesse sur l'axe ($U_x/U_0 = 2,0$ à $X/c = 0,22$ et $U_x/U_0 = 2,2$ à $X/c = 0,36$; figure (5.2)). L'écoulement est quasi cylindrique dans cette région. Par contre, loin de l'axe cette distribution est perturbée par la présence de la paroi de la maquette, par la nappe de vorticité issue du bord d'attaque et par le tourbillon secondaire. En aval, la zone de survitesse est localisée autour d'un rayon fini non nul (zone blanche sur la figure (5.2*d*)). Pour les plus grands rayons, U_x/U_0 diminue avec r et est associée à des valeurs négatives de la composante verticale de la vorticité, Ω_Z (figure (5.1)).

La figure (5.3) présente les iso-valeurs de la vitesse radiale. Les distributions sont caractérisées par une structure quadripolaire centrée sur l'axe : l'écoulement est soumis à un champ de déformation dans le plan transversal qui contracte le tourbillon selon un axe et qui l'étire selon un autre. Il est connu que cette déformation est à l'origine d'une instabilité elliptique. Ce point sera repris au paragraphe 6.3.4.

Sur la figure (5.4), la vitesse azimutale présente vers le centre du tourbillon une distribution qui, comme nous le verrons, est proche d'une rotation de corps solide. La zone de vitesse azimutale positive à proximité de la paroi de la maquette correspond au tourbillon secondaire. Le mouvement loin de l'axe est accéléré au-dessus du tourbillon dans la zone libre et près de l'aile.

Sur la figure (5.5), les champs de vorticité axiale sont dominés par les trois structures rotationnelles déjà identifiées : le tourbillon primaire, la nappe de vorticité et le tourbillon secondaire.

À l'approche du point d'éclatement, les vitesses axiale et azimutale diminuent et l'écoulement diverge (figures (5.2*b*) et (5.4*b*)). Conformément aux figures (5.5*a*,*b*), les niveaux de vorticité axiale dans le cœur diminuent entre le premier et le deuxième plan de sondage. Toutefois, le maillage est moins resserré dans le deuxième plan ce qui rend difficile la capture précise du maximum de vorticité.

L'écoulement sur l'aile delta $\varphi = 70°$ à bord d'attaque aigu présente certaines différences par rapport à celui sur l'aile delta $\varphi = 60°$ à bord d'attaque arrondi, notamment :

- Les survitesses axiales atteignent en amont de l'éclatement des valeurs plus importantes ($U_x/U_0 = 3,8$ contre $U_x/U_0 = 2,2$ sur notre maquette).
- Le sillage du point d'éclatement contient une zone de recirculation.
- Les maxima de vorticité axiale en amont de l'éclatement sont plus importants.

5.4 Fluctuations

Les taux de turbulence, $\sqrt{k}/U_0 = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}/U_0$, sur la figure (5.6) montrent que les fluctuations sont concentrées dans le cœur du tourbillon et dans la nappe. Les niveaux sont très élevés : on obtient $\sqrt{k}/U_0 \simeq 0,65$ dans la nappe et $\sqrt{k}/U_0 \simeq 1$ dans le cœur. La turbulence ne peut pas expliquer de telles valeurs. Le phénomène de flottement du tourbillon ("*vortex meandering*") en est certainement la cause. Les analyses spectrales, présentées au paragraphe 5.6, vont nous permettre de discuter de ce point.

5.5 Caractérisation de la couche de mélange

Nous présentons ici les résultats de mesures de la couche de mélange au bord d'attaque schématisée sur la figure (5.7). En plus des sondages VLF, nous disposons de mesures de vitesse par sonde fil chaud. Dans un premier paragraphe, nous décrivons les profils de vitesse moyenne mesurés au début du développement de la nappe. Les propriétés de stabilité linéaire de ces profils sont ensuite discutées. Dans un second paragraphe, nous présentons les mesures instationnaires et les comparons aux propriétés de stabilité linéaire. Soulignons les deux points suivants :

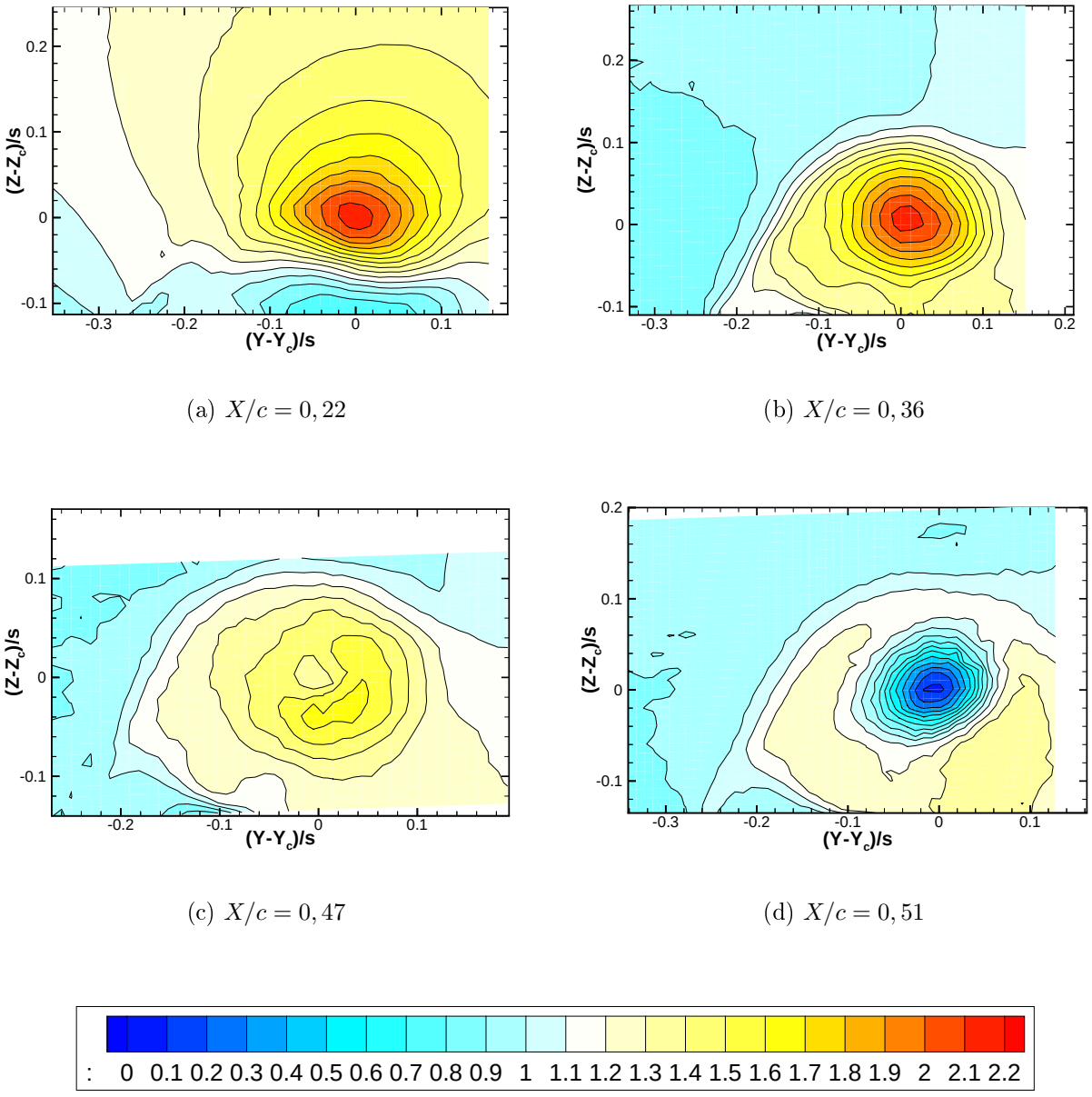
Une couche de mélange monomensionnelle, $W = W(Y)$, se caractérise par :

- son épaisseur de vorticité, $\delta_\omega = \Delta W/(dW/dY)_{max}$, où $\Delta W = W_{max} - W_{min}$ est la différence entre les extrema de la vitesse et $(dW/dY)_{max}$ est le maximum du gradient de vitesse ;
- le rapport de vitesse, $R = \Delta W/2\overline{W}$, où $\overline{W} = (W_{max} + W_{min})/2$ est la vitesse moyenne de convection ;
- le nombre de Reynolds, $Re_{\delta_w} = \Delta W \delta_\omega/\nu$.

Pour un profil tangente-hyperbolique, $W(Y) = 1 + R\tanh(Y)$, si $R < 1,315$ une instabilité linéaire convective se développe dans l'écoulement de base (Huerre & Monkewitz 1985). Une analyse de stabilité spatiale montre alors que la fréquence des perturbations les plus amplifiées vaut $f_{lin}\delta_\omega/4\overline{W} = 0,032$ et qu'elle dépend peu de R (Monkewitz & Huerre 1982). Pour $R > 1,315$, les instabilités sont absolues et envahissent l'écoulement.

5.5.1 Mesures moyennes

La figure (5.8) présente les profils de vitesse verticale, $W(Y)$, de vitesse axiale, $U(Y)$, de vorticité axiale, $\Omega_X(Y)$, et les écarts types de la vitesse verticale, $w'(Y)$, mesurés près du bord d'attaque. Les valeurs présentées résultent de l'interpolation linéaire des champs de mesure VLF selon des droites parallèles à l'axe transversal, Y. Ces grandeurs sont adimensionnées par la vitesse moyenne de convection, $\overline{W}$ (basée sur les valeurs maximale et minimale de W mesurées), et par la demi-épaisseur de vorticité, $\delta_\omega/2$. Nous définissons ici δ_ω comme la distance selon Y entre les extrema de W.



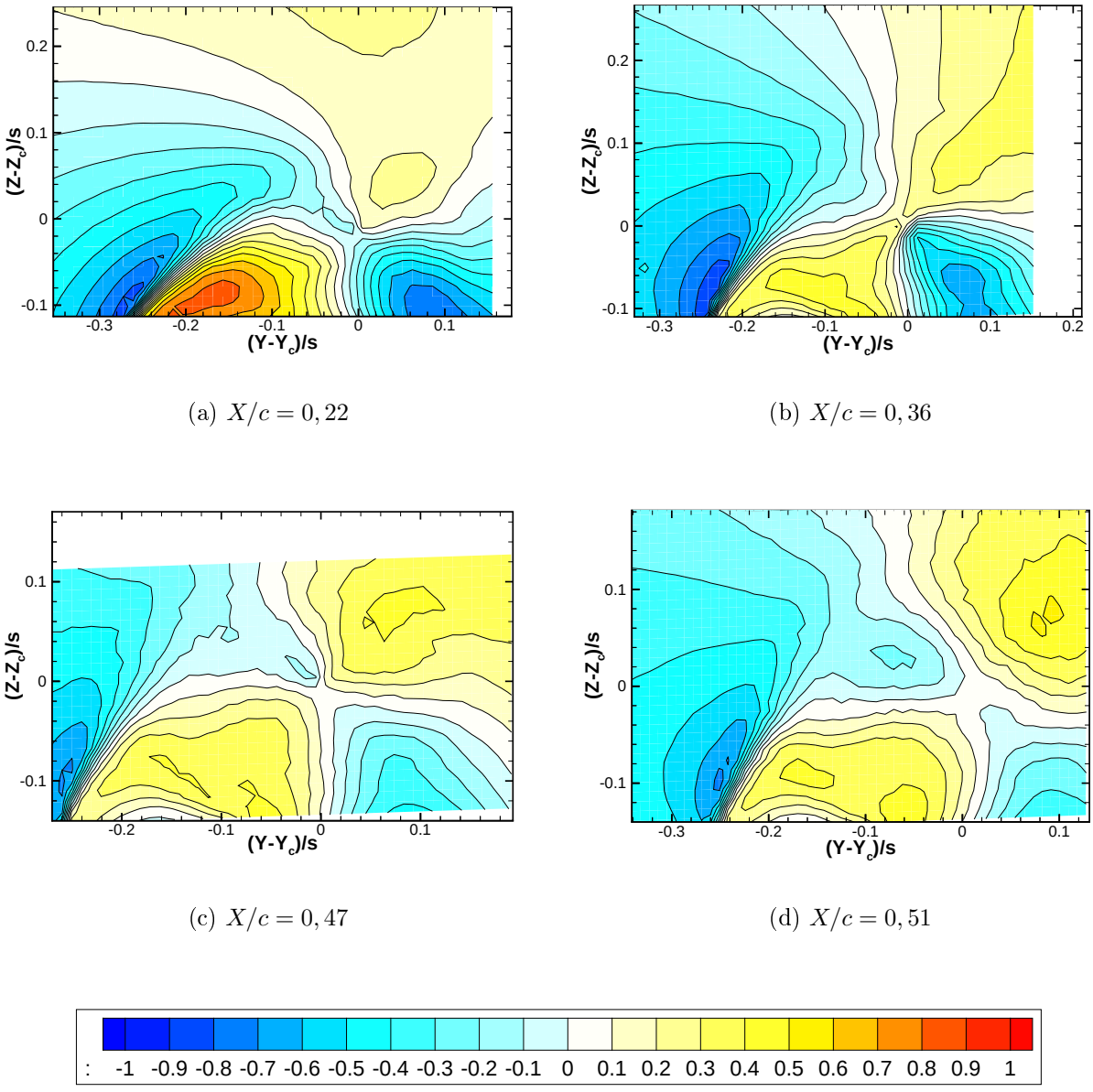
(a) $X/c = 0,22$

(b) $X/c = 0,36$

(c) $X/c = 0,47$

(d) $X/c = 0,51$

FIG. 5.2 – Iso-contours de la composante de vitesse axiale adimensionnelle U_x/U_0 dans chaque plan transversal ($Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$)



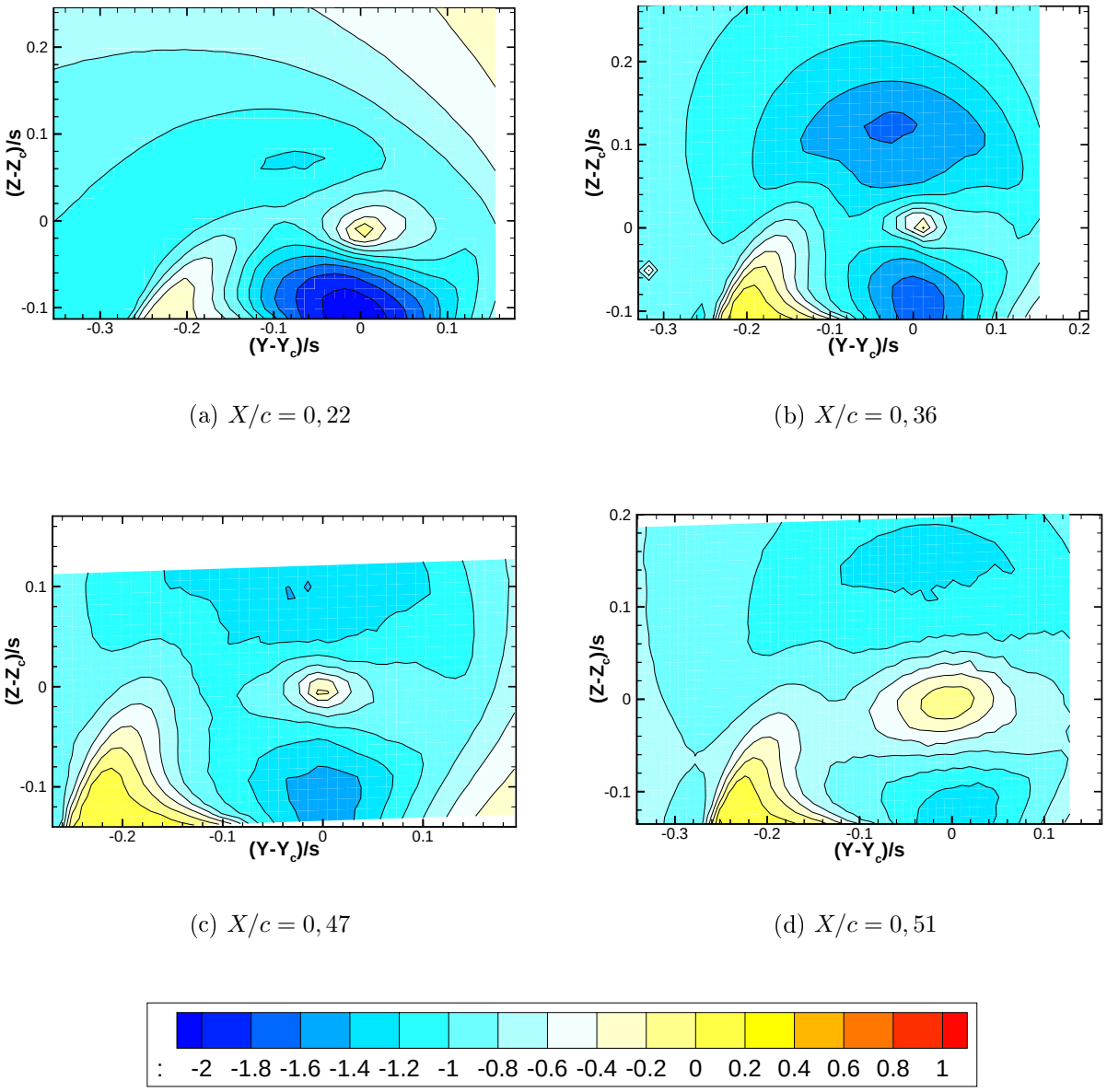
(a) $X/c = 0,22$

(b) $X/c = 0,36$

(c) $X/c = 0,47$

(d) $X/c = 0,51$

FIG. 5.3 – Iso-contours de la composante de vitesse radiale adimensionnelle V_r/U_0 dans chaque plan transversal ($Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$)



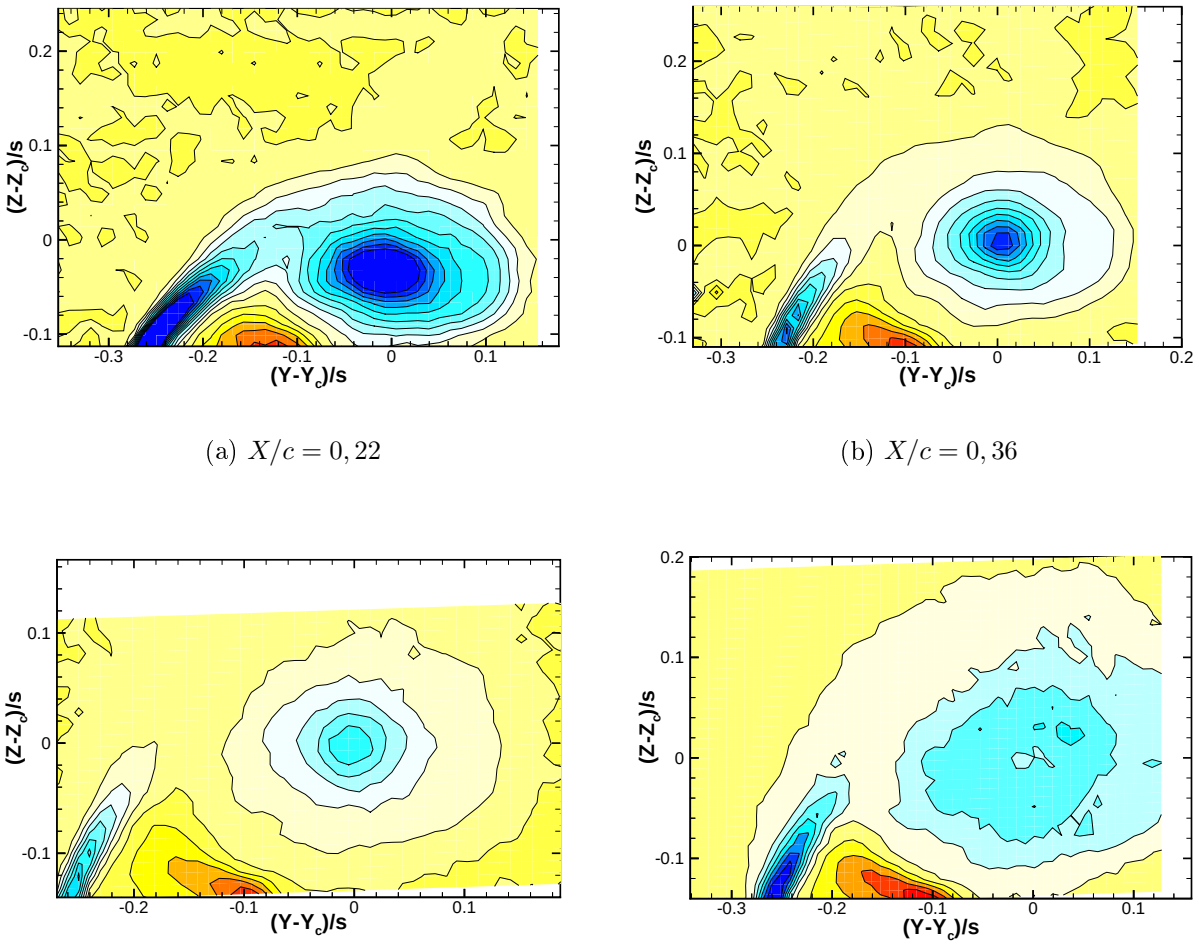
(a) $X/c = 0,22$

(b) $X/c = 0,36$

(c) $X/c = 0,47$

(d) $X/c = 0,51$

FIG. 5.4 – Iso-contours de la composante de vitesse azimutale adimensionnelle W_θ/U_0 dans chaque plan transversal ($Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$)



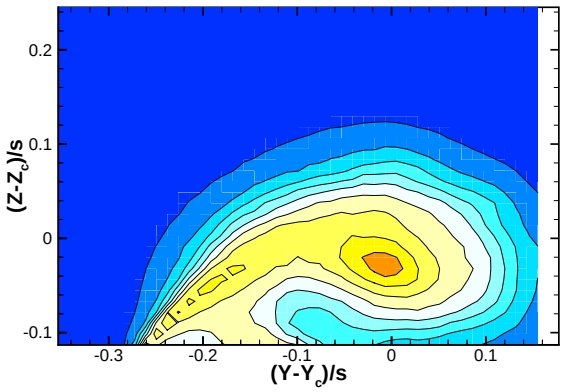
(a) $X/c = 0,22$

(b) $X/c = 0,36$

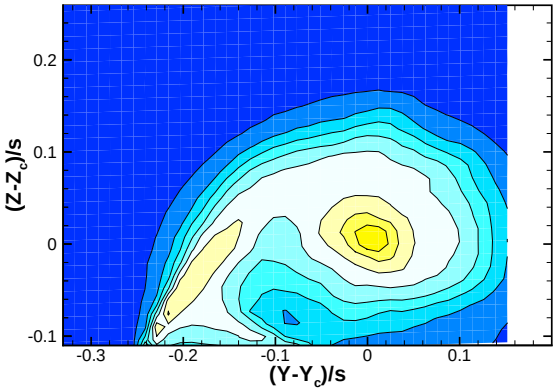
(c) $X/c = 0,47$

(d) $X/c = 0,51$

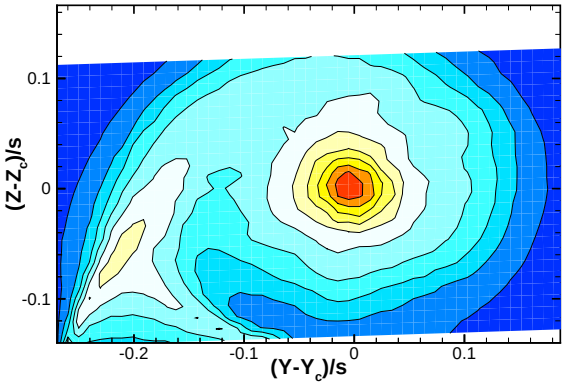
FIG. 5.5 – Iso-contours de la composante de la vorticité axiale adimensionnelle $\Omega_x c/U_0$ dans chaque plan transversal ($Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$)



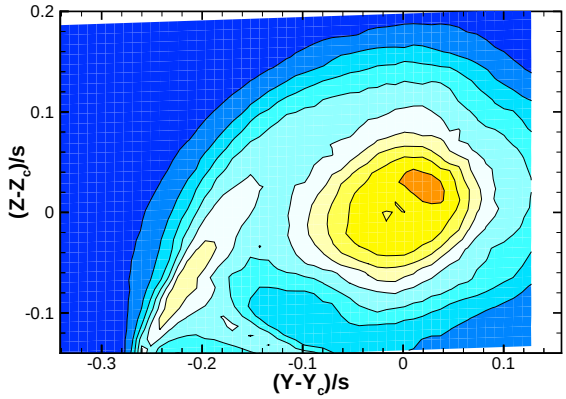
(a) $X/c = 0,22$



(b) $X/c = 0,36$



(c) $X/c = 0,47$



(d) $X/c = 0,51$

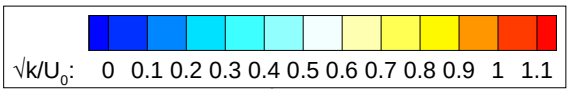


FIG. 5.6 – Iso-contours des fluctuations de vitesse adimensionnelle $\sqrt{k}/U_0$ dans chaque plan transversal ($Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$)

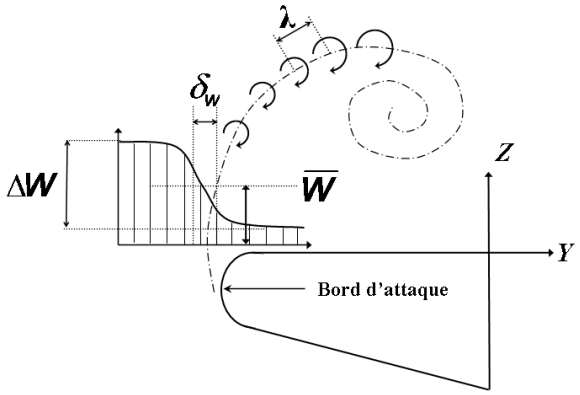


FIG. 5.7 – Représentation schématique de l'écoulement dans la couche de mélange

Le tourbillon secondaire crée un contre-courant. Les distributions de W et w' sont qualitativement conformes à celles d'une couche de mélange. Notamment, la vorticité et le taux de fluctuations sont maximums au point d'inflexion de W. On peut noter toutefois que les fluctuations conservent un niveau élevé vers l'intérieur de l'aile ($Y - s > 0$).

La vitesse axiale augmente au dessus de l'aile, dans le tourbillon secondaire.

Sur la figure (5.9), on présente les valeurs du rapport de vitesse, R, et du nombre de Reynolds, Re_{δ_ω}, pour les deux maquettes. Dans notre application, l'enroulement de la couche de mélange provoque une décroissance de R avec l'altitude, Z/s. Quelques tendances peuvent être discernées :

- Pour l'aile $\varphi = 60°$, les maxima de R sont toujours inférieurs au seuil $R = 1,315$, les instabilités linéaires sont donc convectives. Dans le prochain paragraphe, nous comparerons ces résultats aux mesures par sonde fil chaud. En revanche, pour l'aile $\varphi = 70°$ les maxima vérifient $R > 1,315$ ce qui indiquerait que les instabilités sont absolues. Des mesures instationnaires, dans la couche de mélange, sont nécessaires sur cette maquette pour être comparées à notre analyse.
- Dans chaque plan, les écoulements deviennent cocourants quand l'altitude Z/s augmente. On note qu'il existe une similitude pour R selon la variable Z/s sur l'aile $\varphi = 60°$ contrairement à l'aile $\varphi = 70°$.
- R décroît avec l'incidence, α. $\overline{W}$ est en effet proportionnel à $U_0 \sin\alpha$.
- La comparaison entre les écoulements des deux maquettes est plus délicate du fait du manque de correspondance entre les données. Les données comparables ($\varphi = 60°$; $X/c = 0,51$; $\alpha = 18°$ et $\varphi = 70°$; $X/c = 0,53$; $\alpha = 30°$) fournissent des valeurs de R proches.
- Le nombre de Reynolds, $Re_{\delta_\omega} = \Delta W \delta_\omega / \nu$, diminue avec Z/s. Ainsi, le rapport entre la convection et la diffusion visqueuse décroît pendant le développement spatial de la couche de mélange. Les profils $Re_{\delta_\omega}(Z/s)$ sont également similaires sur l'aile $\varphi = 60°$ et ne le sont pas sur l'aile $\varphi = 70°$.

5.5.2 Mesures instationnaires

La figure (5.10a) présente les densités spectrales de puissance mesurées au centre des trois derniers profils représentés sur la figure (5.8a).

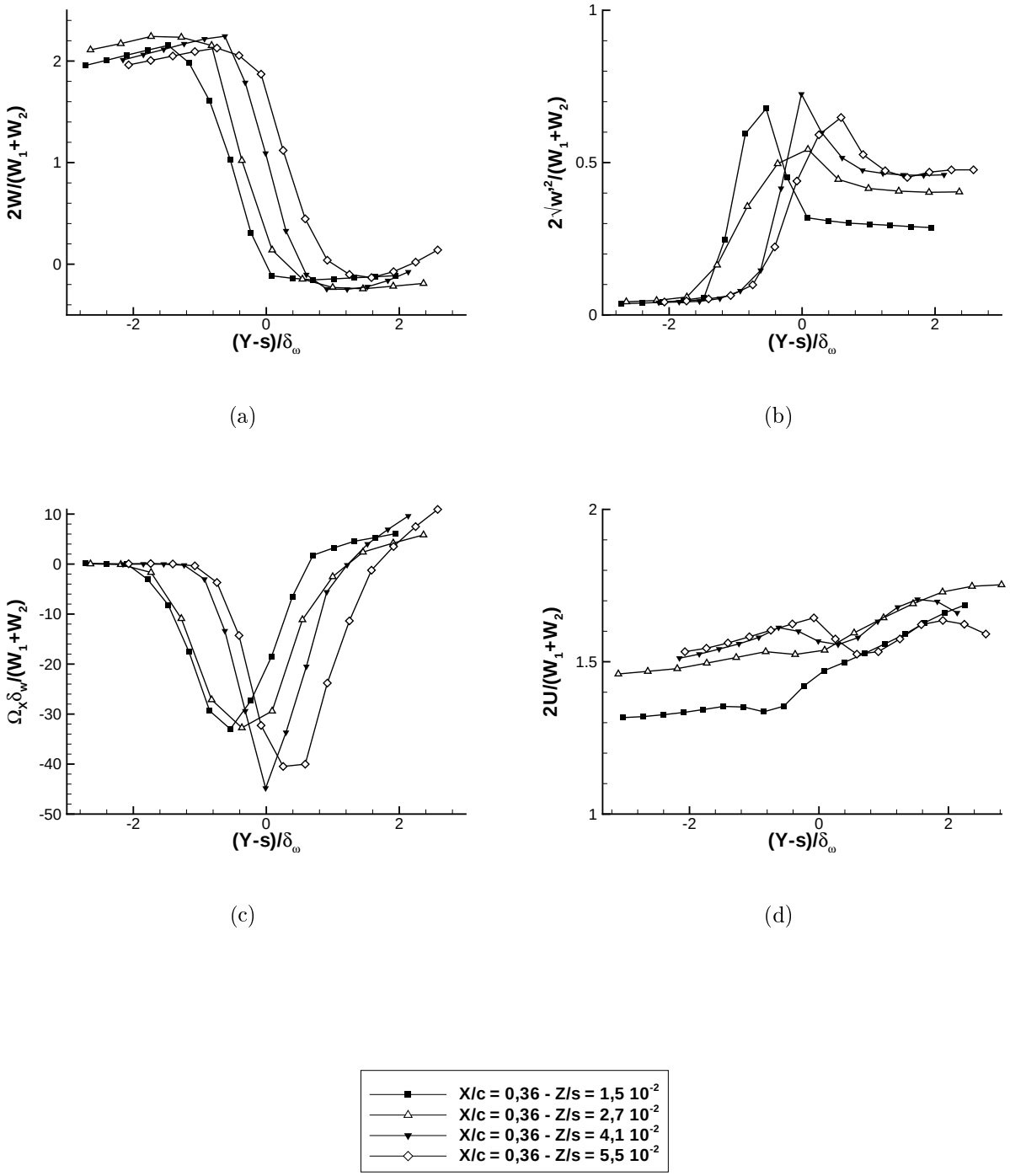
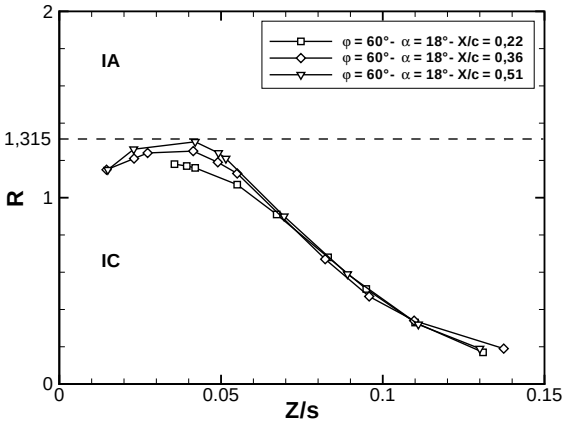
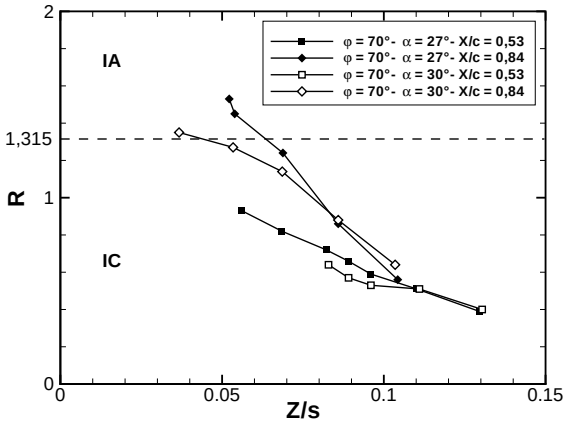


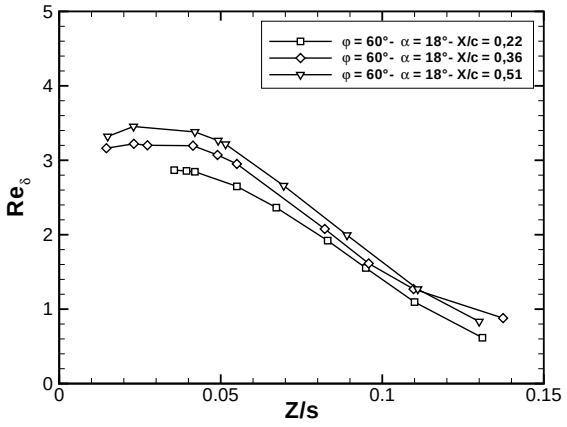
FIG. 5.8 – Caractérisation de la couche de mélange au bord d'attaque dans le plan $X/c = 0,36$: (a) vitesse verticale moyenne, (b) taux de fluctuations de la vitesse verticale, (c) vorticité axiale moyenne et (d) vitesse axiale moyenne. Les autres grandeurs sont définies dans le texte



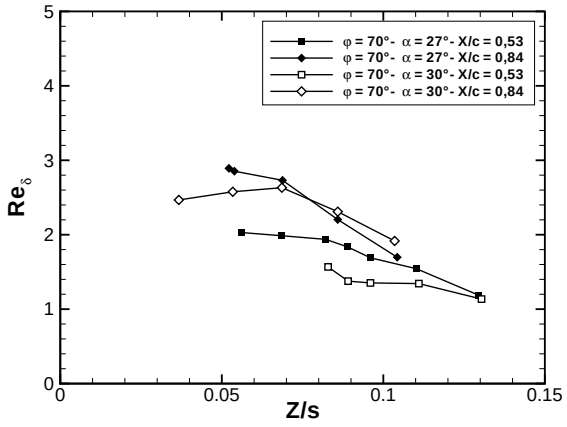
(a) R ($\varphi = 60°$)



(b) R ($\varphi = 70°$)

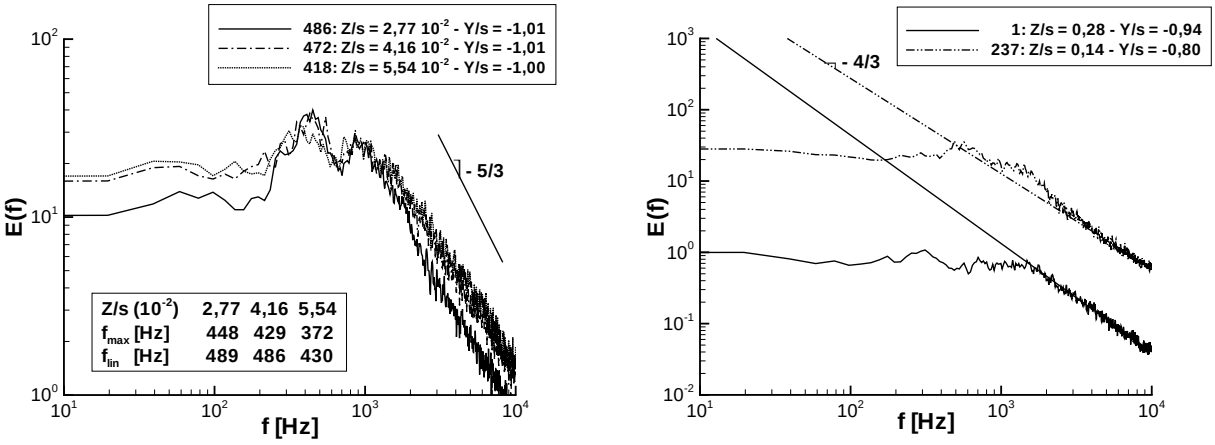


(c) Re_{δ_ω} ($\varphi = 60°$)



(d) Re_{δ_ω} ($\varphi = 70°$)

FIG. 5.9 – Rapport de vitesse, $R = \Delta W / 2\overline{W}$ (haut), et nombre de Reynolds, $Re_{\delta_\omega} = \Delta W \delta_\omega / \nu$ (bas), des profils de vitesse verticale au bord d'attaque en fonction de l'altitude : $\varphi = 60°$ (gauche), $\varphi = 70°$ (droite). Les symboles IA et IC correspondent aux zones d'instabilité absolue et convective d'un profil de type tangente-hyperbolique.



(a) (b)

FIG. 5.10 – Densités spectrales de puissance de la vitesse mesurées par une sonde fil chaud droit dont l'élément sensible est placé parallèlement à Y ($X/c = 0,36$; $Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $\alpha = 18°$) : au bord d'attaque de la maquette pour trois altitudes Z/s différentes (a), puis au cœur et à l'extérieur du tourbillon (b)

Chaque spectre présente une bosse centrée autour d'une fréquence f_{max} et une deuxième autour de sa première harmonique. Cette propriété peut être attribuée au mécanisme de transition vers la turbulence, décrit par Winant & Browand (1974), où la majeure partie de l'énergie est contenue dans une bande de fréquences correspondant à la convection des grandes structures et une deuxième correspondant à l'interaction et à l'appariement de ces grandes échelles. Néanmoins, ces trois profils sont déjà turbulents (cascade inertielle en $-5/3$). La couche limite laminaire qui décolle au bord d'attaque (paragraphe 4.2) a subi rapidement une transition.

La fréquence f_{max} peut être comparée aux résultats de stabilité linéaire. Le tableau contenu dans la figure ($5.10a$) indique la valeur de cette fréquence et celle de la fréquence la plus amplifiée, $f_{lin} = 0,032(4\overline{W}/\delta_\omega)$, déterminée par l'étude de stabilité linéaire spatiale des profils tangente-hyperbolique. f_{lin} est fonction des paramètres R et δ_ω et ceux-ci sont déterminés d'après les mesures VLF correspondantes (figure (5.9)). Nous utilisons les résultats de stabilité spatiale puisque les profils vérifient $R < 1,315$ sur notre maquette. Les valeurs théoriques et expérimentales sont très proches, confirmant ainsi que la fréquence naturelle de la couche de mélange correspond à l'instabilité linéaire la plus amplifiée.

5.6 Mesures en deux points

Nous nous intéressons maintenant aux propriétés instationnaires et turbulentes du tourbillon primaire ainsi qu'au transport des instationnarités dans le cœur tourbillonnaire et dans la couche de mélange. Notre objectif est de mieux caractériser les fluctuations, mises en évidence au paragraphe 5.4, et d'identifier d'éventuelles relations entre les fluctuations présentes dans les tourbillons gauche et droit et/ou celles de la couche de mélange.

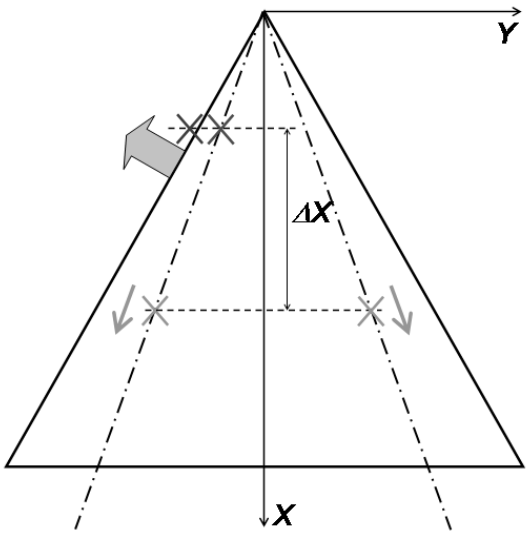


FIG. 5.11 – Positions des volumes de mesure pour les différentes configurations étudiées : les traits en tiret-pointillés matérialisent les axes des tourbillons primaires droit et gauche. Les volumes de mesure fixes sont indiqués par des croix sur l'axe du tourbillon et dans la couche de mélange. Les croix accompagnées d'une flèche représentent le point mobile situé à une distance ΔX du point fixe. La flèche épaisse matérialise le soufflage par la fente 1 en configuration de contrôle (paragraphe 11.3)

Nous utilisons pour cela une méthode originale mise au point au département DAFE de l'Onera qui consiste à mesurer la corrélation entre les fluctuations de vitesse en deux points distincts de l'écoulement au moyen de VLF.

Les mesures sont effectuées entre un point fixe, localisé dans le cœur du tourbillon ou dans la couche de mélange, et un point mobile. Un schéma de principe, indiquant les positions des volumes de mesure, est donné sur la figure (5.11). Ces mesures ont été effectuées sur la maquette modulaire qui permet de comparer les résultats avec et sans contrôle appliqué à la fente 1 (ces résultats seront présentés au paragraphe 11.3).

Nous justifions au préalable le choix de cette méthode. Nous décrivons ensuite les étapes du protocole expérimental : recherche des centres tourbillonnaires et traitement des données. Les paragraphes suivants présentent les caractéristiques spectrales mesurées pour chaque configuration.

5.6.1 Préliminaires

On utilise la méthode de mesure en deux points adaptée par Jacquin *et al.* (2001) pour caractériser le "flottement" des tourbillons d'ailes de fort allongement. Ce flottement correspond à des perturbations basses fréquences, énergétiques et dont l'origine reste encore mystérieuse (voir Jacquin *et al.* 2003).

Ce phénomène de "flottement" est aussi associé à une modification de la cascade d'énergie aux hautes fréquences différente de celle d'une turbulence usuelle. La figure (5.10*b*) illustre cela en présentant deux spectres de vitesse, issus des mesures fil chaud, en deux points distincts dans le plan $X/c = 0,36$. Le point 1 est situé à l'extérieur du tourbillon tandis que le point 237 se trouve dans le cœur du tourbillon. Les perturbations dans le cœur présentent un niveau constant et élevé de fluctuations basses fréquences ($f <$ 300 Hz) et une cascade d'énergie vers les hautes fréquences de pente $-4/3$. Les grosses

structures sont beaucoup moins énergétiques pour le point à l'extérieur du tourbillon et la cascade vers les petites échelles est plus rapide et proche de la loi inertielle en $-5/3$ caractérisant une turbulence homogène isotrope.

5.6.2 Recherche des centres tourbillonnaires

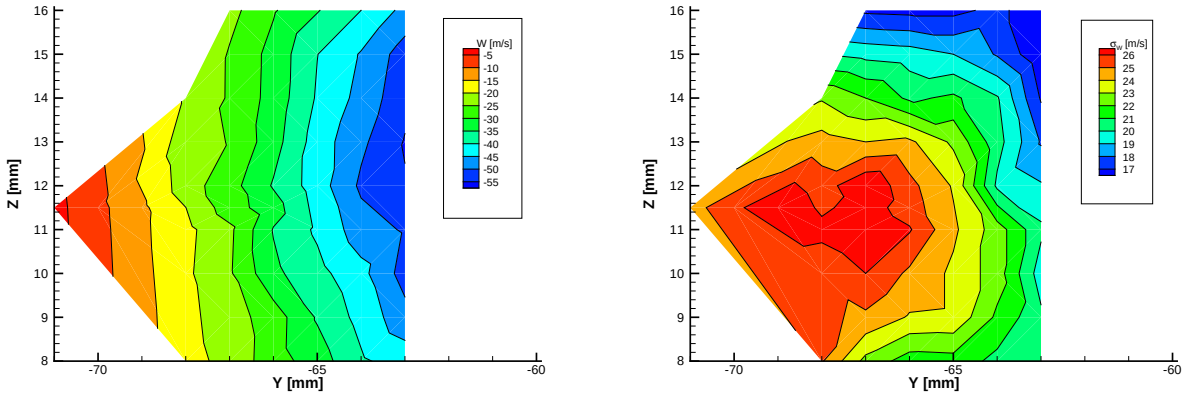
Cette recherche s'effectue en deux étapes :

1. Dans un premier temps, des sondages perpendiculaires à la corde de l'aile permettent de déterminer la position du tourbillon et de placer le point de mesure fixe. Ces sondages consistent en des cartographies de la moyenne et de l'écart type de la composante de la vitesse mesurée. La figure (5.12) montre les résultats d'un sondage effectué autour du tourbillon gauche et dans un plan perpendiculaire à la corde de l'aile ($X/c = 0,22$). Le volume de mesure enregistre alors une gamme étendue de vitesses qui se caractérise par un pic de l'écart type centré sur l'axe. Cette première étape permet une localisation grossière du point fixe qui dépend de la précision du maillage. Les positions des points mobiles sont ensuite estimées d'après leurs abscisses, X, et l'axe théorique du tourbillon passant par le point fixe et l'apex de l'aile.
2. Dans un second temps, il est nécessaire de localiser plus précisément la position réelle du centre. La méthode utilisée consiste à rechercher un histogramme des vitesses présentant deux pics équilibrés et centrés autour de la vitesse nulle (Jacquin *et al* 2001). Cet histogramme est représenté sur la figure (5.13) en trait continu. Cette forme particulière provient d'une part de la taille relativement large du volume de mesure ($\phi = 260$ μm, $L = 3$ à 5 mm) qui autorise l'acquisition de particules de part et d'autre de l'axe du tourbillon. Des vitesses positives et négatives sont ainsi mesurées qui correspondent à un mouvement de rotation autour de l'axe. D'autre part, la force d'entraînement vers l'extérieur du tourbillon provoque une expulsion des particules les plus lourdes, mais qui sont aussi les plus lentes. Cette ségrégation des faibles vitesses provoque un creux au milieu de l'histogramme. Il existe enfin une contribution possible du phénomène de flottement par le mouvement aléatoire du centre tourbillonnaire autour de sa position moyenne. Sur la figure (5.13), nous avons représenté un histogramme déséquilibré en trait discontinu avec un pic plus élevé qui indique un décentrage par rapport à l'axe du tourbillon. Un déplacement du volume de mesure permet alors d'affiner le réglage de sa position.

5.6.3 Acquisition et traitement des données

Un échantillon de $N = 400000$ particules est acquis en chaque point de mesure pour la composante verticale de la vitesse. L'acquisition est aléatoire, elle dépend du passage des particules dans le volume de mesure. La fréquence moyenne d'acquisition varie entre 30 et 70 kHz selon les essais ce qui autorise des durées d'acquisition très courtes.

L'analyse statistique de ces échantillons consiste en la détermination des moyennes, écarts types, corrélations et spectres des vitesses. Elle est effectuée au moyen d'un logiciel de dépouillement des données mis au point au sein de l'unité IMOS du département DAFE à l'Onera. Nous utilisons les formules définies par l'équation (5.1) pour déterminer la moyenne, W, et la variance, w'^2, de chaque échantillon. Lors des acquisitions en deux



(a) W (b) w'

FIG. 5.12 – Mesure de la composante verticale de la vitesse dans le plan perpendiculaire à la corde de l'aile $X/c = 0,22$: (a) moyenne W et (b) écart type w'

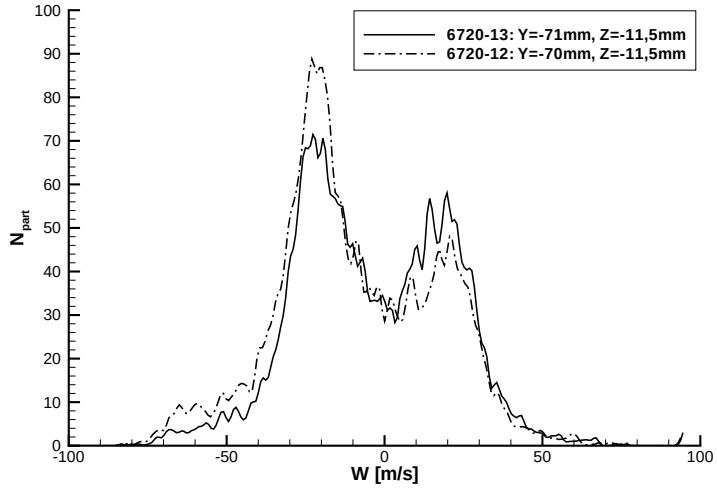


FIG. 5.13 – Influence de la position du volume de mesure sur les histogrammes des vitesses : histogramme équilibré (trait continu) et histogramme déséquilibré (trait discontinu). Le centre du tourbillon se trouve aux coordonnées relatives $X/c = 0,22$; $Y/s = -0,82$ et $Z/s = 0,13$

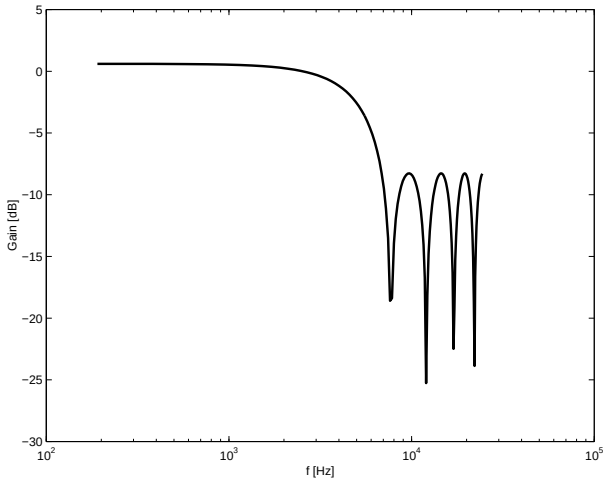


FIG. 5.14 – Exemple de fonction de transfert d'un filtre numérique de type Remez en mode passe bas à la fréquence de coupure $f_c = 1$ kHz

points, pour mesurer le degré de similitude entre deux signaux on utilise le coefficient de corrélation spatio-temporel défini par

$$C_{ww}(\mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, \tau) = \frac{w'(\mathbf{X_1}, t)w'(\mathbf{X_2}, t+\tau)}{\sqrt{w'^2(\mathbf{X_1}, t) \times w'^2(\mathbf{X_2}, t)}}, \tag{5.4}$$

où le numérateur désigne la corrélation spatio-temporelle. Ce coefficient prend la valeur 1 pour deux signaux identiques, 0 pour deux signaux complètement décorrélés et -1 pour deux signaux en quadrature.

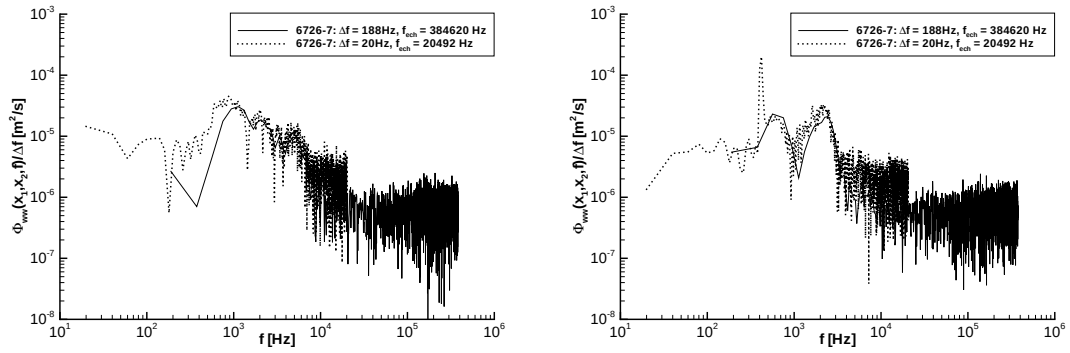
L'échantillonnage étant aléatoire, le choix du retard, τ, entre les deux signaux n'est rendu possible qu'en l'associant à un intervalle de temps $[\tau - \tau_{max}/2N_\tau, \tau + \tau_{max}/2N_\tau]$ appelé classe temporelle. N_τ est le nombre de points de calcul désirés et τ_{max} est le temps de retard maximal. On définit également $\Delta\tau = \tau_{max}/N_\tau$ qui est la largeur de cette classe. On choisit $N_\tau = 2^n$ comme une puissance de deux pour simplifier les algorithmes de calcul des transformées de Fourier rapides (FFT).

La densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation spatio-temporelle. Une FFT appliquée aux auto- et intercorrélations permet alors d'accéder aux spectres et interspectres :

$$\Phi_{ww}(\mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}) = \frac{1}{N_\tau} \sum_{n=1}^{N_\tau} C_{ww}(\mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, n) e^{-2i\pi \frac{n-1}{N_\tau}}. \tag{5.5}$$

Un filtre numérique est ensuite appliqué aux spectres obtenus puis une FFT inverse permet d'obtenir les distributions des corrélations filtrées. Ces opérations sont effectuées avec le logiciel de calcul Matlab et des routines standards de traitement du signal. Le filtre appliqué est de type Remez dont un exemple de fonction de transfert est représenté sur la figure (5.14).

Les conditions d'échantillonnage des spectres sont affectées par le calcul des corrélations. La fréquence d'échantillonnage, $f_{éch} = 1/\Delta\tau$, et la taille de la fenêtre spectrale, $\Delta f = 1/\tau_{max}$, sont déterminantes pour l'analyse des spectres. La figure (5.15) représente l'allure des densités spectrales de puissance des intercorrélations de la vitesse verticale pour deux choix différents d'échantillonnage.



(a) (b)

FIG. 5.15 – Effet de la fréquence d'échantillonnage, $f_{éch} = 1/\Delta\tau$, et de la largeur de fenêtre, $\Delta f = 1/\tau_{max}$, sur les densités spectrales de puissance : (a) interspectres pour un écartement axial $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-2}$ le long du tourbillon puis (b) entre la nappe et le cœur tourbillonnaire avec contrôle par soufflage pulsé à la fente 1 ($f = 200$ Hz ; $p_{i,col} = 7,2$ bar ; $\Delta X/c = 1,4 \times 10^{-1}$)

Aux hautes fréquences, $f \geq 8000$ Hz, l'énergie du premier signal (courbe continue : $f_{éch} = 384620$ Hz, $\Delta f = 188$ Hz) contient principalement le bruit de la chaîne de mesure du vélocimètre laser. En outre, ce signal manque de résolution aux basses fréquences, le pic autour de la fréquence $f = 420$ Hz visible sur la figure (5.15b) étant lissé.

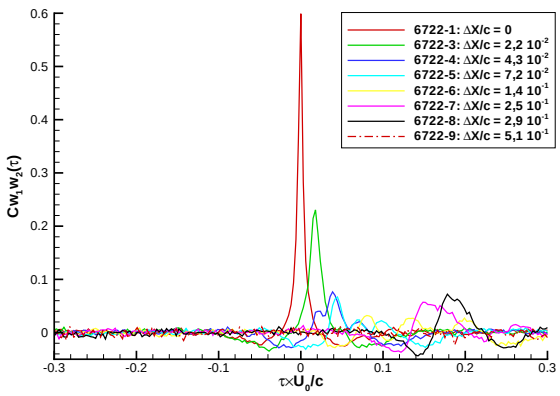
L'échantillonnage correspondant au deuxième signal (pointillés : $f_{éch} = 20492$ Hz, $\Delta f = 20$ Hz) permet de mieux discerner les phénomènes basses fréquences. On observe une légère surestimation de la puissance du signal hautes fréquences ($f \geq 10000$ Hz) caractéristique du repliement spectral.

Notre choix s'est finalement porté sur le second réglage.

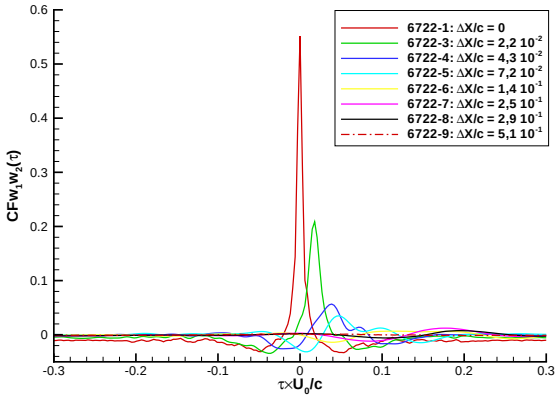
5.6.4 Coefficients de corrélation

Ces coefficients nous renseignent sur la dynamique du transport des perturbations. Le filtrage des corrélations permet d'identifier les contributions des fréquences aux phénomènes observés.

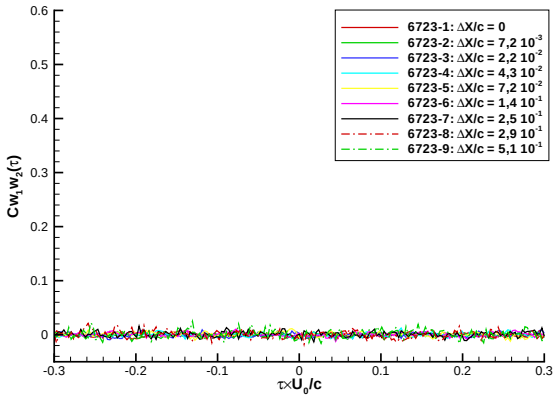
Les résultats concernent quatre configurations différentes. Dans les deux premières, le point fixe est situé dans le cœur du tourbillon gauche à l'abscisse $X/c = 0,22$ et le point mobile est déplacé le long du cœur gauche, puis le long du cœur droit aux abscisses $X/c = 0,22$; 0,23 ; 0,24 ; 0,26 ; 0,29 ; 0,36 ; 0,47 ; 0, 51; et 0, 72 (soit $X = 150$, 155, 165, 180, 200, 250, 325, 350 et 500 mm). Dans les deux dernières configurations, le point fixe est situé dans la couche de mélange au point de coordonnées relatives $(X/c = 0,22; Y/s = -1,03 ; Z/s = 0,03)$. Le volume de mesure mobile est déplacé le long du tourbillon gauche aux mêmes points que les essais précédents. Les résultats obtenus pour les coefficients de corrélations sont rassemblés dans les figures (5.16) et (5.17). On définit l'écart temporel optimal, τ_{opt}, comme étant celui pour lequel le coefficient de corrélation atteint sa valeur maximale.



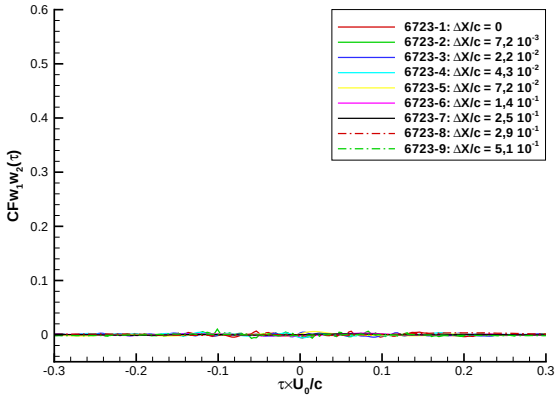
(a) tourbillon gauche, $f_c = \infty$



(b) tourbillon gauche, $f_c = U_0/\Delta X$

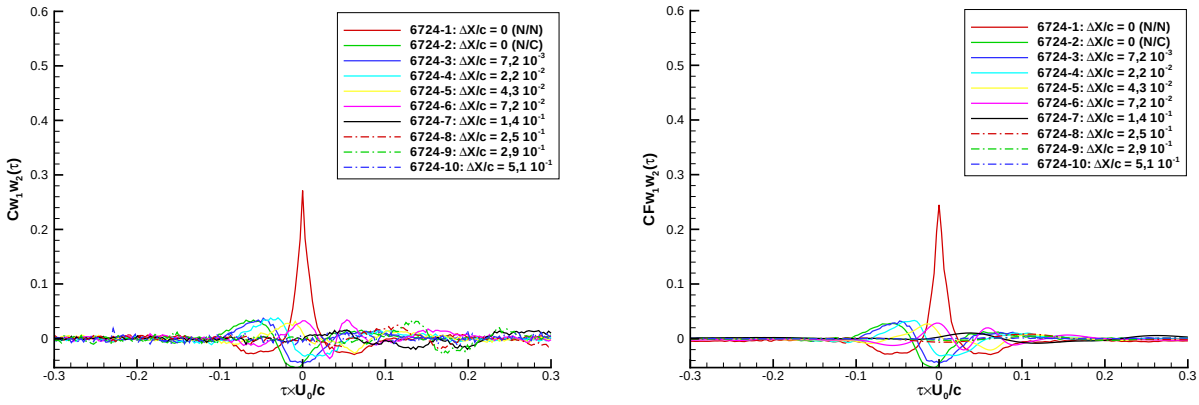


(c) tourbillons gauche et droit, $f_c = \infty$



(d) tourbillons gauche et droit, $f_c = U_0/\Delta X$

FIG. 5.16 – Évolution du coefficient de corrélation en fonction d'un déplacement du volume de mesure mobile le long de l'axe du tourbillon gauche (a,b) ou droit (c,d), le volume de mesure fixe étant situé dans le cœur du tourbillon gauche $(X/c = 0,22)$: (a,c) corrélations non filtrées, puis (b,d) corrélations après filtrage passe-bas à la fréquence $f_c = U_0/\Delta X$



(a) $f_c = \infty$ (b) $f_c = U_0/\Delta X$

FIG. 5.17 – Évolution du coefficient de corrélation en fonction d'un déplacement du volume de mesure mobile le long de l'axe du tourbillon gauche, le volume de mesure fixe étant situé dans la couche de mélange ($X/c = 0,22$; $Y/s = -1,03$ et $Z/s = 0,03$) : (a) corrélations non filtrées, puis (b) corrélations après filtrage passe-bas à la fréquence $f_c = U_0/\Delta X$. N/N : corrélations nappe-nappe, N/C : corrélations nappe-cœur

Notons tout d'abord que les valeurs maximales des coefficients de corrélation restent inférieures à la valeur théorique de 1 lorsque les deux volumes de mesure sont centrés sur le même point. Il existe trois raisons majeures à ce phénomène :

1. Ces deux volumes de mesure ne sont pas exactement superposés car ils sont créés par le croisement de faisceaux laser différents issus de sources décalées. Les réseaux de franges sont alors également décalés et ne mesurent pas la composante de la vitesse selon la même direction.
2. Le calculateur considère que les mesures issues des deux capteurs sont simultanées lorsqu'elles sont acquises dans un intervalle de temps défini appelé fenêtre de simultanéité. Il enregistre donc des couples de vitesses décalées dans le temps qui contribuent à diminuer la corrélation des signaux.
3. Nous avons vu que le coefficient de corrélation est calculé en regroupant les particules appartenant à une même classe temporelle. Diminuer la largeur $\Delta\tau$ de cette classe permet d'augmenter la résolution et de mieux décrire des pics étroits. Mais les temps de calcul deviennent plus importants. En outre, une largeur $\Delta\tau$ trop petite peut conduire à des classes temporelles vides de particules autour des pics de corrélation. Un compromis est donc nécessaire qui altère la qualité d'estimation des pics de corrélation.

Les principales remarques sur ces corrélations sont les suivantes :

– Une corrélation non négligeable est conservée le long du cœur tourbillonnaire, sa vitesse de propagation relative est de $\Delta X/\tau_{opt}U_0 = 1,65$, inférieure à la vitesse axiale dans le cœur tourbillonnaire ($U_x/U_0 \geq 2$, voir paragraphe 5.3) et supérieure à la vitesse en veine, U_0. Son niveau diminue rapidement pendant son transport vers l'aval et ne vaut plus que 10% de la corrélation initiale pour un écartement

$\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-2}$. Un deuxième pic apparaît aux distances supérieures et se propage à une vitesse inférieure à celle du pic principal.
- Les niveaux de corrélation sont quasi nuls au point $\Delta X/c = 0,51$ contenu dans une large zone de stagnation en aval de l'éclatement ($X_b/c = 0,48$ ou $\Delta X_b/c = 0,26$, annexe A). Dans cette zone, l'écoulement a perdu toute sa cohérence.
- L'application d'un filtrage passe bas à la fréquence basée sur l'échelle de convection, $f_c = U_0/\Delta X$, diminue faiblement les maxima des coefficients de corrélation. Ce résultat montre que les perturbations concernées sont basses fréquences.
- Les niveaux de corrélation entre les cœurs des deux tourbillons primaires restent toujours inférieurs à $2,5 \times 10^{-2}$. Il n'existe donc aucune interaction entre ces deux tourbillons, leurs développements étant indépendants. Ce résultat diffère de celui obtenu sur des ailes de plus forte flèche où les tourbillons possèdent des mouvements relatifs cohérents et en opposition de phase (Menke *et al.* 1999).
- Les niveaux de corrélation entre la couche de mélange et le tourbillon sont faibles et inférieurs à 4×10^{-2}. Il est cependant possible de discerner l'évolution d'un maximum convecté le long de l'axe du tourbillon et vers l'aval à la vitesse relative $\Delta X/\tau_{opt}U_0 = 1,7$. Cette vitesse est sensiblement identique à celle identifiée lors des mesures de corrélations le long de l'axe tourbillonnaire.

5.6.5 Densités spectrales de puissance

Ces densités nous renseignent sur le contenu spectral des fluctuations de vitesse observées par les mesures moyennes. Les distributions fréquentielles des fonctions d'auto- et intercorrélations, évaluées à partir de l'équation (5.5), sont représentées sur les figures (5.18) et (5.19). Nous présentons ici les résultats concernant les mesures de corrélation entre deux points sur l'axe d'un même tourbillon (figure (5.18)) puis entre la couche de mélange et le tourbillon (figure (5.19)). Dans tous les cas, les courbes bleue et verte correspondent aux autospectres des points fixe et mobile respectivement. La courbe rouge correspond à l'interspectre obtenu entre ces deux points.

Les autospectres des points mobiles sur l'axe tourbillonnaire en amont du point d'éclatement présentent des caractéristiques similaires aux mesures fil chaud effectuées à $X/c = 0,36$ (figure (5.10*b*)) : l'énergie des basses fréquences est élevée et répartie uniformément et la cascade inertielle vers les hautes fréquences est différente de celle d'une turbulence homogène isotrope. Cette dernière possède une loi en puissance proche de $-4/3$, plus faible que dans le sillage du point d'éclatement.

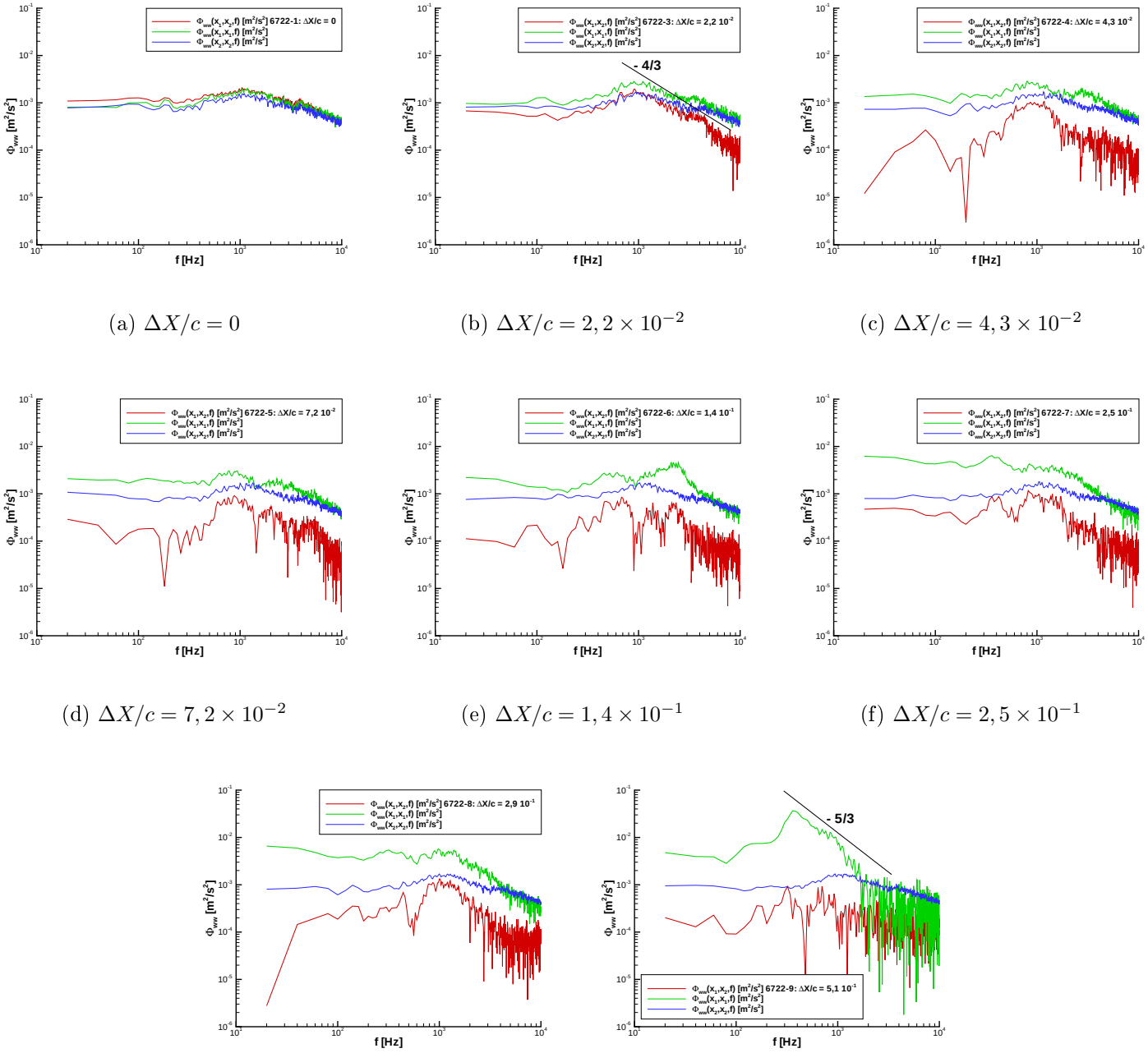
Chaque autospectre présente une bosse centrée autour d'une fréquence contenue entre 1000 et 2000 Hz. Dans le chapitre suivant, nous tenterons d'apporter des éléments de réponse pour l'origine de cette bosse par des considérations sur les instabilités linéaires centrifuges et elliptiques des tourbillons.

Les niveaux des spectres d'intercorrélations diminuent progressivement lorsque les points de mesures s'écartent. Cette baisse correspond à la perte de cohérence entre les signaux.

5.7 Bilan

Ce chapitre a permis de déterminer la structure et certaines propriétés des champs de vitesse à l'extrados de notre maquette, les principales conclusions sont :

- Des mesures par VLF tridimensionnelle ont mis en évidence les structures tourbillonnaires de l'écoulement : la couche de mélange, les tourbillons primaire et secondaire.
- Les niveaux de vitesse et de vorticité axiales sont moins élevés sur ce type d'aile que sur une maquette plus élancée. L'éclatement est en outre marqué par une décélération plus douce de la vitesse axiale et par un sillage contenant une zone de ralentissement sans recirculation.
- La position du point d'éclatement peut être déterminée par une méthode basée sur le signe de la vorticité azimutale. En amont de l'éclatement, la vitesse axiale possède un profil de type jet associé, à proximité de l'axe, à une composante azimutale positive de la vorticité, $\Omega_\theta > 0$. En aval, le profil est de type sillage et $\Omega_\theta < 0$. En appliquant cette méthode à proximité de l'axe du tourbillon, nous avons observé une bonne correspondance entre la position obtenue et celle déterminée par tomoscopie laser (annexe A).
- Nous avons aussi exploré les champs de vitesse aux premiers stades du développement de la couche de mélange. Des mesures fil chaud montrent que celle-ci est turbulente. Une comparaison a été effectuée avec des profils de vitesse concernant une aile de flèche $\varphi = 70°$ à bord d'attaque aigu. Celle-ci montre que les caractéristiques des profils moyens sont proches sur les deux maquettes.
- Des mesures de la composante de la vitesse verticale en deux points ont montré que, comme dans le cas des ailes de fort allongement, le cœur du tourbillon est soumis à un phénomène de flottement, caractérisé par des mouvements de basses fréquences très énergétiques. Ces fluctuations de vitesse sont convectées le long du tourbillon à une vitesse proche de la vitesse axiale dans le cœur du tourbillon. Ce phénomène ne semble pas prendre son origine dans la couche de mélange qui alimente les tourbillons. En outre, il n'existe aucune cohérence entre les cœurs des deux tourbillons primaires, leurs mouvements étant parfaitement décorrélés.



(a) $\Delta X/c = 0$

(b) $\Delta X/c = 2,2 \times 10^{-2}$

(c) $\Delta X/c = 4,3 \times 10^{-2}$

(d) $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-2}$

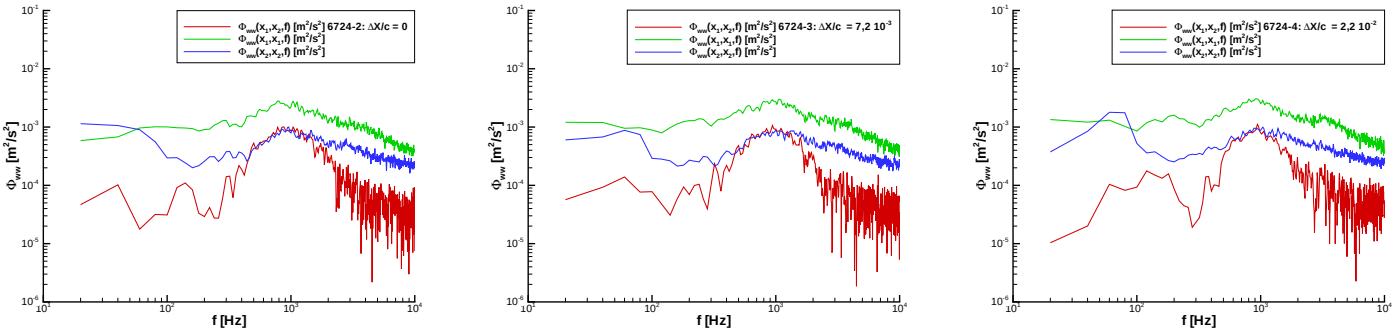
(e) $\Delta X/c = 1,4 \times 10^{-1}$

(f) $\Delta X/c = 2,5 \times 10^{-1}$

(g) $\Delta X/c = 2,9 \times 10^{-1}$

(h) $\Delta X/c = 5,1 \times 10^{-1}$

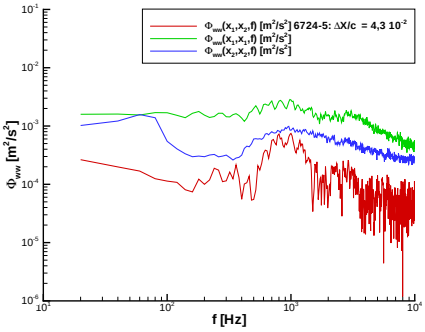
FIG. 5.18 – Spectres des auto- et intercorrélations pour des écartements axiaux le long du cœur tourbillonnaire gauche. Courbe bleue : point fixe ; courbe verte : point mobile ; courbe rouge : intercorrélations. La position du point d'éclatement est estimée à $\Delta X_b/c = 0,26 \pm 0,05$



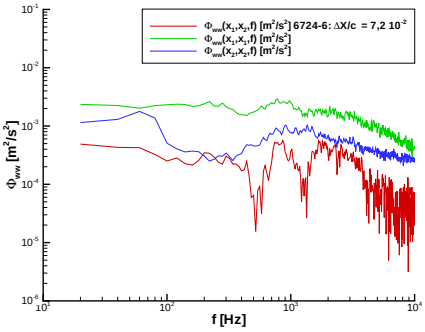
(a) $\Delta X/c = 0$

(b) $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-3}$

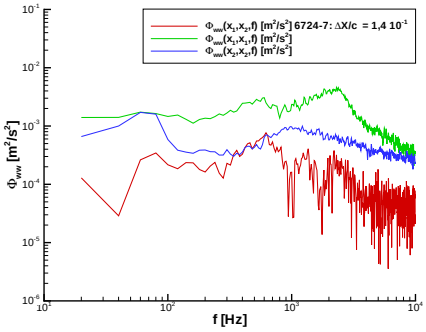
(c) $\Delta X/c = 2,2 \times 10^{-2}$



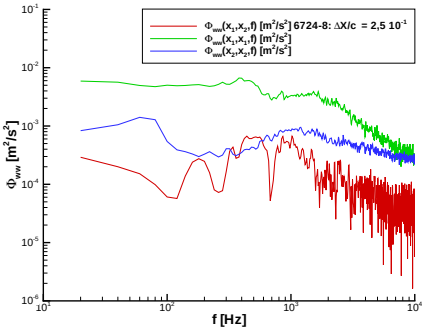
(d) $\Delta X/c = 4,3 \times 10^{-2}$



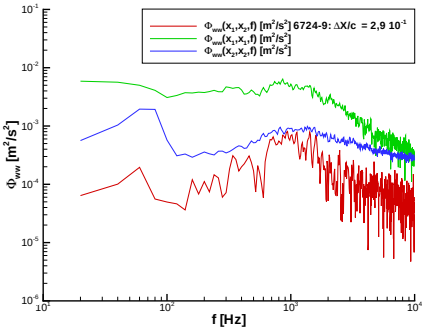
(e) $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-2}$



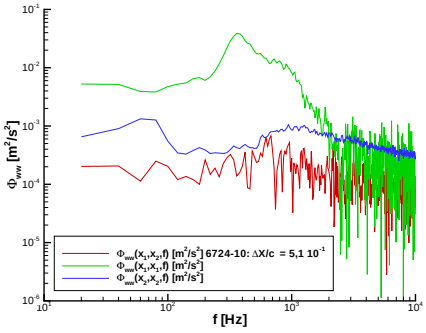
(f) $\Delta X/c = 1,4 \times 10^{-1}$



(g) $\Delta X/c = 2,5 \times 10^{-1}$



(h) $\Delta X/c = 2,9 \times 10^{-1}$



(i) $\Delta X/c = 5,1 \times 10^{-1}$

FIG. 5.19 – Spectres des auto- et intercorrélations entre un point fixe situé dans la couche de mélange et un point mobile se déplaçant sur l'axe tourbillonnaire. Courbe bleue : point fixe ; courbe verte : point mobile ; courbe rouge : intercorrélations. Les pentes indicatives des lois de puissance sont représentées sur les figures (5.18*b*) et (5.18*h*). La position du point d'éclatement est estimée à $\Delta X_b/c = 0,26 \pm 0,05$

6 Stabilité temporelle des tourbillons primaires

Dans ce chapitre, nous nous proposons de modéliser les champs de vitesses du tourbillon primaire à partir de modèles axisymétriques et parallèles de manière à effectuer une analyse de stabilité linéaire temporelle. Les lois théoriques d'écoulement sont obtenues par ajustement des mesures de VLF présentées au chapitre 5. Un développement en série de Fourier des champs expérimentaux nous permet de quantifier ces approximations. Une étude de stabilité de ces modèles est ensuite menée au moyen des critères analytiques issus de la littérature et d'une méthode de collocation spectrale. Signalons que l'hypothèse d'écoulement parallèle est très forte mais aussi simplificatrice. Cet aspect aurait néanmoins pu être pris en compte en introduisant une échelle de longueur qui évalue la variation axiale de l'écoulement de base. Si cette échelle est grande devant les longueurs d'onde des instabilités, elle autorise alors un développement asymptotique des équations de conservation (approche faiblement parallèle).

Cette analyse met en évidence la dynamique de l'écoulement en amont et en aval de l'éclatement tourbillonnaire et fournit ainsi des éléments théoriques pour l'interprétation des mesures instationnaires présentées au chapitre précédent. Elle nous permet également de proposer une interprétation de la formation des sous-structures hélicoïdales et stationnaires observées sur une maquette de géométrie différente et à une certaine incidence (Mitchell, 2000).

6.1 Développement en série de Fourier des champs de vitesse expérimentaux

Dans un écoulement d'aile delta, l'obstruction de la maquette, ainsi que la présence du tourbillon secondaire et de la couche de mélange, modifient le développement radial du tourbillon primaire. Les champs de vitesse sont alors dissymétriques. Nous quantifions cet écart à l'axisymétrie par un développement en série de Fourier des champs des vitesses axiale et tangentielle par rapport à la coordonnée azimutale, θ.

Au paragraphe 5.1, nous avons calculé les composantes cylindriques de la vitesse (U_x, V_r, W_θ) en fonction des coordonnées (x, r, θ) centrées sur l'axe du tourbillon. Il est possible d'appliquer une transformée de Fourier, car ces champs sont périodiques par rapport à θ, de période 2π, continus et au moins dérivables par morceaux sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Le théorème de Dirichlet nous indique alors que la série de Fourier d'une fonction u possédant ces propriétés, converge simplement vers cette fonction en tout point de l'intervalle considéré, soit :

$$\begin{array}{rrcl} \forall\theta\in[0,2\pi], & u(r,\theta) & = & \displaystyle\sum_{m=0}^{+\infty} c_m(r)e^{im\theta}+c_{-m}(r)e^{-im\theta}, \\ \text{où} \qquad \forall m\in\mathbb{Z}, & c_m(r) & = & \frac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} u(r,\theta)e^{-im\theta}d\theta. \end{array} \tag{6.1}$$

Le théorème de Parseval nous permet de quantifier l'énergie associée à u :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u^2(r,\theta)d\theta \;=\; |c_0|^2+\sum_{m=1}^{+\infty}(|c_m|^2+|c_{-m}|^2).$$

Dans la pratique, nous interpolons les données sur N points régulièrement espacés sur des cercles de rayon r autour de l'axe du tourbillon. Nous utilisons la transformée de Fourier discrète d'un échantillon de N valeurs, $[u(1),\ldots,u(N)]$, du champ de vitesse expérimental. Les calculs sont effectués au moyen du logiciel Matlab©. Les coefficients c_m de cette transformation, ainsi que le signal reconstitué à partir de ces coefficients sont calculés à partir des formules suivantes :

$$\begin{array}{rcl} c_m & = & \displaystyle\sum_{n=1}^{N} u(n)e^{-2i\pi m(\frac{n-1}{N})}, \quad 0\le m\le N-1, \\ u(n) & = & \frac{1}{N}\displaystyle\sum_{m=0}^{N-1} c_m e^{2i\pi m(\frac{n-1}{N})}, \quad 1\le n\le N, \end{array}$$

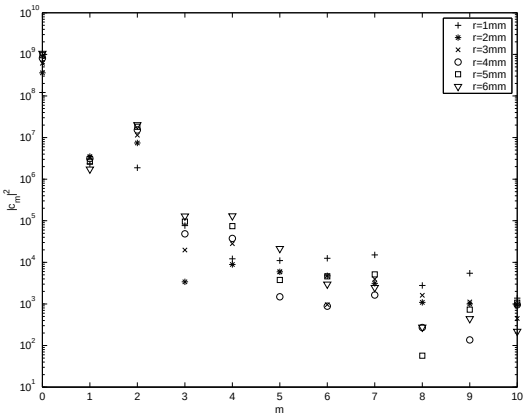
où $n/N=\theta/2\pi$. Nous nous basons sur l'énergie cumulée des modes pour tronquer les ordres supérieurs à partir d'un certain rang et quantifier l'erreur commise. Les coefficients c_m représentant les ordres retenus ne sont fonctions que du rayon r et peuvent alors être comparés à des modèles axisymétriques. Cette étape sera effectuée au paragraphe 6.2 pour le premier ordre de ce modèle.

Résultats

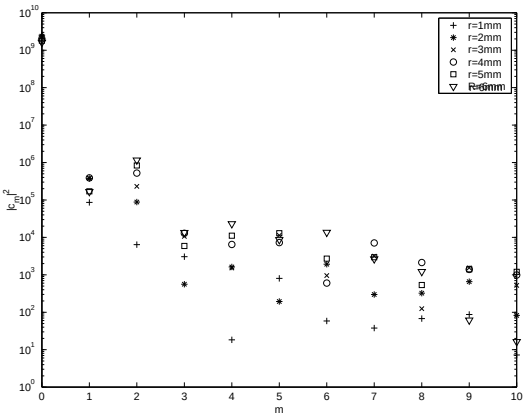
Nous nous focalisons sur les données obtenues dans les deux premiers plans $X/c=0,22$ et 0,36 situés en amont de l'éclatement. Nous analyserons également deux autres plans $X/c=0,32$ et 0,45 sur la maquette $\varphi=70°$.

La figure (6.1) présente, pour U_x et W_θ, les valeurs des carrés des modules des coefficients, $|c_m|^2$, pour les dix premiers modes m en fonction du rayon. L'énergie du mode $m=0$ correspond à $|c_0|^2=\sum_{n=1}^{N}u(n)^2$ où u désigne arbitrairement U_x ou W_θ. Ces valeurs ne varient pas en fonction de r pour la vitesse axiale, alors qu'elles ont tendance à augmenter pour la vitesse azimutale et pour les petits rayons. Sur l'axe, nous avons en effet $(dU_x/dr)_{r=0}=0$, alors que $W_\theta\sim_{r=0}\Omega_0 r$ où Ω_0 est le taux de rotation du tourbillon sur son axe (voir annexe C). Autour de $r=0$, les coefficients $|c_0|^2$ sont donc indépendants de r pour la vitesse axiale et évoluent proportionnellement à r^2 pour la vitesse tangentielle.

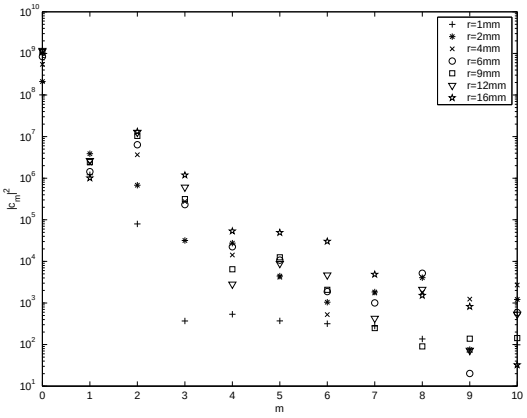
Les modes suivants possèdent une énergie faible devant le premier mode. Le mode $m=1$ évolue peu suivant r par rapport aux modes d'ordre supérieur. Il représente le décalage du centre de symétrie des vitesses par rapport à l'axe du tourbillon.



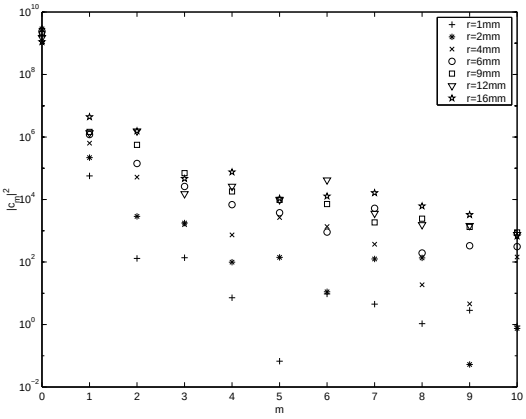
(a) W_θ, $X/c = 0,22$



(b) U_x, $X/c = 0,22$



(c) W_θ, $X/c = 0,36$



(d) U_x, $X/c = 0,36$

FIG. 6.1 – Énergie des coefficients de Fourier des dix premiers modes pour $N = 512$ et pour les vitesses axiale, U_x, et azimutale, W_θ, dans les plans $X/c = 0,22$ et $0,36$ ($\varphi = 60°$)

L'énergie du mode $m = 2$ augmente avec le rayon. Ce mode évalue le caractère elliptique du champ de vitesse.

Les résultats montrent que les modes supérieurs contribuent de manière négligeable à l'énergie globale : $\forall m > 2$, $|c_m|^2 / \sum_{k=0}^{N-1} |c_k|^2 < 1,3 \times 10^{-3}$. Il paraît donc suffisant de se limiter aux trois premiers modes pour modéliser le champ total. Le champ de vitesse ainsi modélisé s'exprime, en fonction de son indice n dans l'échantillon de longueur N, sous la forme :

$$u(n) = \frac{c_0}{N} + \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{2} \Re\Big(c_m e^{2i\pi m(\frac{n-1}{N})} \Big). \tag{6.2}$$

Les figures (6.2) et (6.3) comparent les champs de vitesse ainsi modélisés aux valeurs expérimentales. L'étendue radiale de ces données est limitée par les frontières des domaines de mesure de la VLF. Ces courbes illustrent le caractère non axisymétrique de l'écoulement, celui-ci étant d'autant plus important que l'on s'éloigne de l'axe du tourbillon.

L'écoulement sur la deuxième maquette présente les mêmes propriétés. L'évolution radiale des vitesses tangentielle et axiale est perturbée par la présence de la couche de mélange, du tourbillon secondaire et de la maquette.

Sur la figure (6.4), on quantifie la distribution d'erreur commise avec notre modèle en fonction de son ordre. On représente l'écart type, adimensionné par la vitesse U_0, entre les lois théoriques et les N valeurs expérimentales et défini, pour une composante u, par :

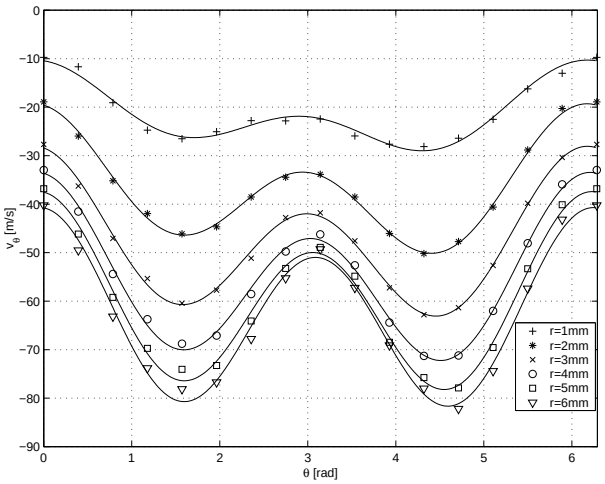
$$\frac{\sigma_u}{U_0} = \frac{1}{U_0} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \big(u_{xp}(r_i) - u_{th}(r_i) \big)^2}. \tag{6.3}$$

La distribution selon θ de la vitesse axiale étant moins irrégulière que celle de la vitesse azimutale, l'erreur du modèle est moins importante. Pour l'aile $\varphi = 60°$, il apparaît également que l'erreur est plus grande dans le plan $X/c = 0,36$ où le maillage est plus relâché (voir paragraphe 5.1). D'une manière générale, le modèle converge rapidement vers les valeurs expérimentales lorsque son ordre augmente.

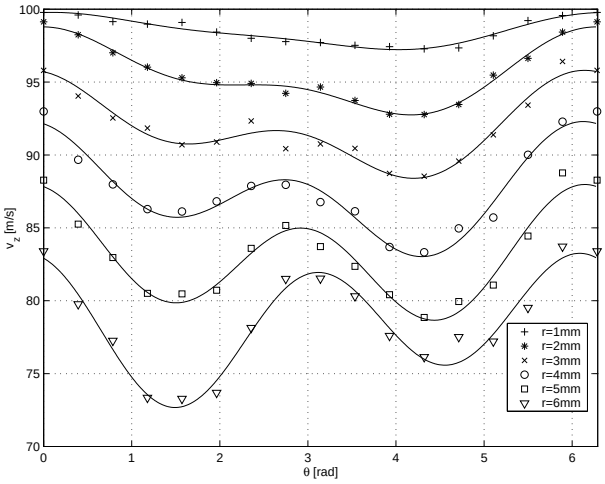
Dans la suite de cette étude, nous utilisons un modèle axisymétrique analytique qui reproduit les valeurs expérimentales du premier ordre ($m = 0$) de (6.2). L'erreur engendrée par ce modèle est non négligeable aux grandes valeurs du rayon. Ce modèle n'est donc admissible que dans le cœur tourbillonnaire (le rayon du cœur d'un tourbillon, r_c, est défini comme le rayon de vitesse tangentielle maximale ; sa valeur est indiquée en légende des figures (6.2) et (6.3)). Lors de l'analyse des résultats, nous devrons tenir compte de l'erreur résultant de notre hypothèse.

6.2 Modèles théoriques de tourbillon axisymétrique

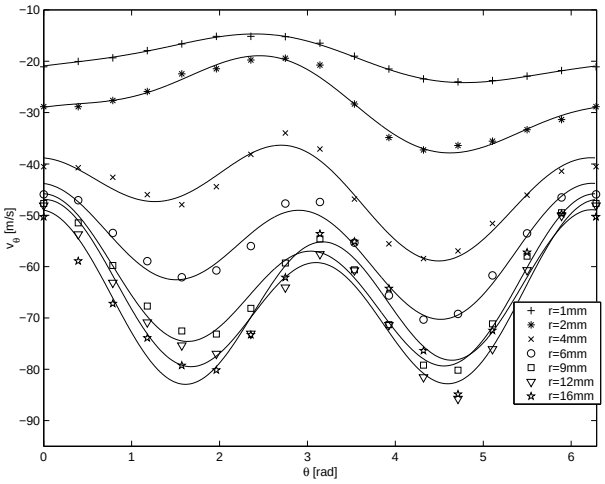
Nous présentons ici les lois analytiques utilisées pour représenter les profils moyens des vitesses axiale et azimutale obtenus par le premier ordre du modèle (6.2). Les mesures VLF concernant chaque plan transversal X/c sont considérées séparément. L'écoulement est supposé axisymétrique ($\partial \cdot / \partial\theta = 0$) et invariant par translation ou parallèle ($\partial \cdot / \partial x = 0$), de la forme $(U_x(r), 0, W_\theta(r))$. Ces modèles sont solutions des équations d'Euler incompressibles en régime permanent établi, le champ de pression résultant étant donné par



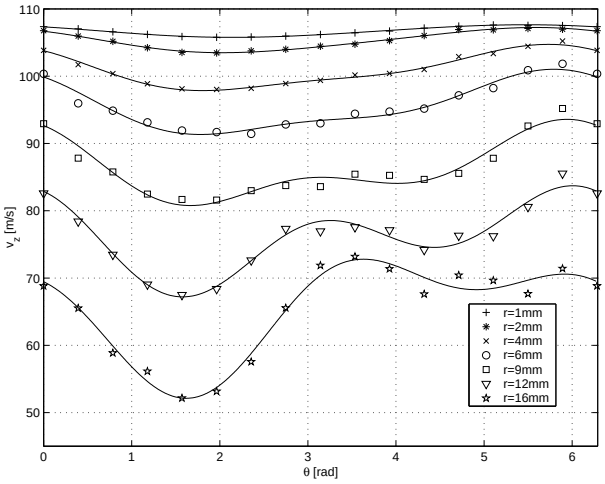
(a) W_θ, $X/c = 0,22$, $r_c = 9,0$ mm



(b) U_x, $X/c = 0,22$, $r_c = 9,0$ mm

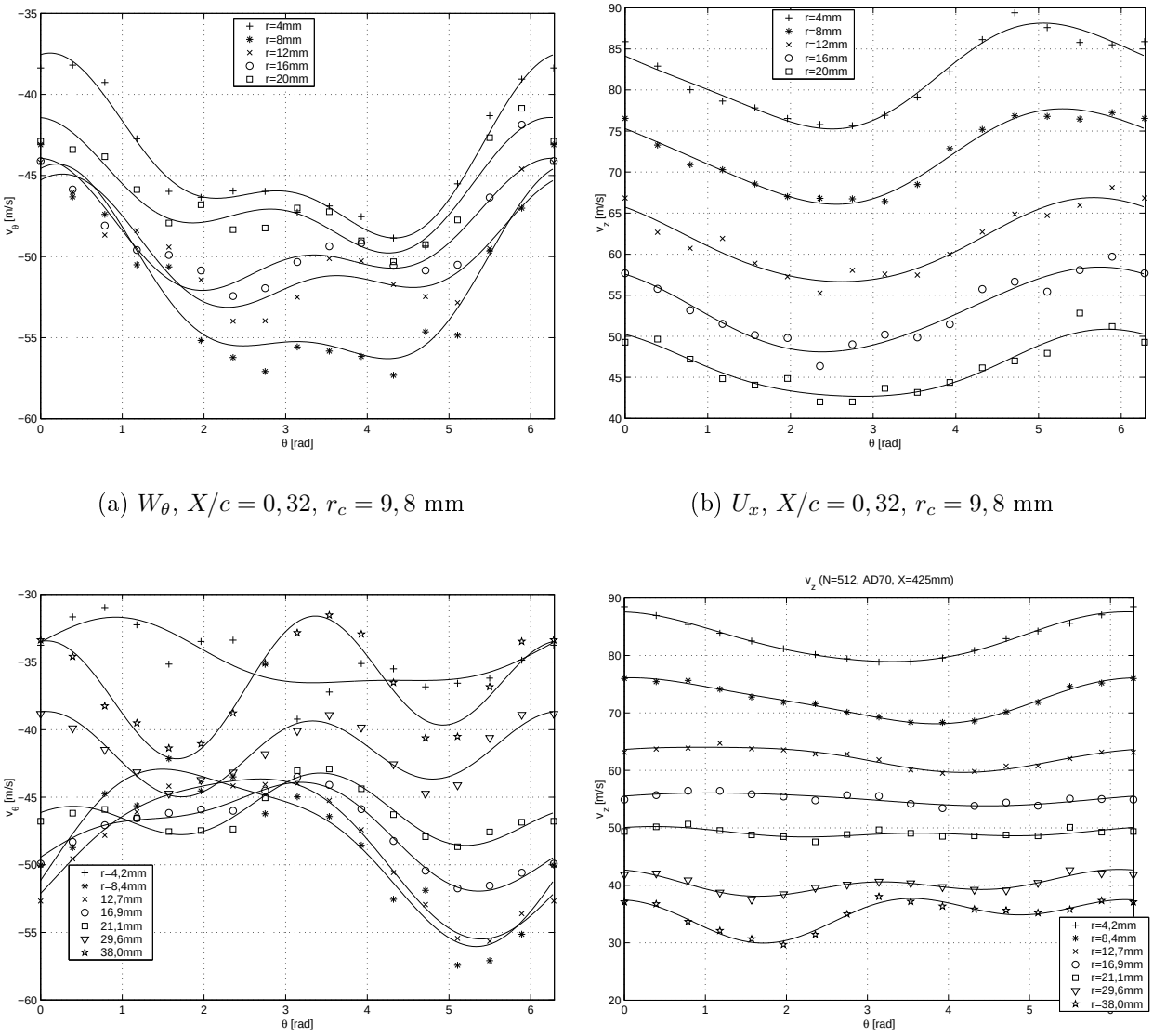


(c) W_θ, $X/c = 0,36$, $r_c = 12,7$ mm



(d) U_x, $X/c = 0,36$, $r_c = 12,7$ mm

FIG. 6.2 – Comparaisons des modèles de vitesses axiale et azimutale (traits continus) aux données expérimentales (symboles) dans les plans $X/c = 0,22$ et $0,36$ ($\varphi = 60°$)



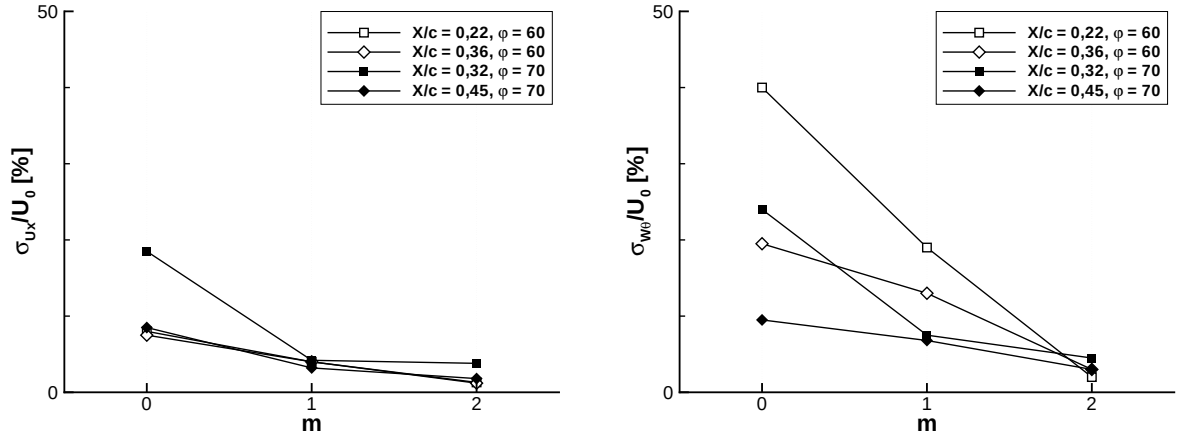
(a) W_θ, $X/c = 0,32$, $r_c = 9,8$ mm

(b) U_x, $X/c = 0,32$, $r_c = 9,8$ mm

(c) W_θ, $X/c = 0,45$, $r_c = 11,6$ mm

(d) U_x, $X/c = 0,45$, $r_c = 11,6$ mm

FIG. 6.3 – Comparaisons des modèles de vitesses axiale et azimutale (traits continus) aux données expérimentales (symboles) dans les plans $X/c = 0,32$ et $0,45$ ($\varphi = 70°$)



(a) U_x (b) W_θ

FIG. 6.4 – Écarts types (6.3) des modèles des vitesses axiale (a) et azimutale (b) par rapport aux données expérimentales en fonction de l'ordre du modèle (6.2). Valeurs en [%]

$$p(r) = p_0 - \rho_0 \int_r^{+\infty} \frac{W_\theta^2}{r} dr. \tag{6.4}$$

Le premier modèle analytique qui devait être considéré est le q-vortex. Ce modèle classique est rappelé en annexe C (équation (C.11)). C'est une simplification du tourbillon de Batchelor qui a été utilisée dans un grand nombre d'études théoriques sur la stabilité. Ce modèle est souvent employé pour modéliser les tourbillons de bout d'aile des avions de transport civils (citons entre autres références : Batchelor 1964, Lessen *et al.* 1974a-b, Olendraru *et al.* 1999, Jacquin & Pantano 2002), mais aussi les écoulements tournants dans des tubes (Garg & Leibovich 1979).

Néanmoins, comme nous le verrons par la suite, ce modèle représente assez mal les profils de vitesse des tourbillons d'aile delta. Une autre modélisation est adoptée ici qui s'appuie sur les principes suivants :

1. La vitesse axiale est considérée sous la forme :

$$U_x(r) = U_0 \cos\alpha_c + Ae^{-(r/a_1)^2} + Be^{-(r/a_2)^3}. \tag{6.5}$$

Dans cette expression, a_1 et a_2 sont des échelles caractéristiques de l'épaisseur du jet. Les coefficients A et B sont tels que $A+B = U_x(0) - U_x(r \to \infty)$ qui représente la survitesse sur l'axe par rapport à l'infini. Cette loi à deux échelles est appelée "loi gaussienne modifiée", car lorsque $B = 0$ on retrouve l'expression du modèle gaussien de vitesse utilisé dans le q-vortex. Cette loi vérifie : $(dU_x/dr)_{r=0} = 0$ et $\lim_{r\to\infty} U_x = U_0 \cos\alpha_c$. $U_0 \cos\alpha_c$ représente la composante de la vitesse infinie amont selon l'axe du tourbillon et α_c est l'incidence de l'axe du tourbillon par rapport à l'écoulement amont.

2. La vitesse azimutale peut être représentée par une "loi à deux échelles" dérivée d'un modèle de tourbillons de sillage (Fabre, 2002) :

$$W_\theta(r) = \frac{\Omega_0 r}{\left[1+(r/b_1)^2\right]^{\left(\frac{1+N_w}{2}\right)} \times \left[1+(r/b_2)^2\right]^{\left(\frac{1-N_w}{2}\right)}}. \tag{6.6}$$

Cette loi correspond à la superposition d'une zone de rotation solide, d'une zone rotationnelle et d'une zone potentielle à l'infini. Ω_0 représente le taux de rotation du tourbillon sur son axe et b_1 et b_2 sont des mesures des rayons interne et externe du tourbillon. Elle vérifie $W_\theta(0) = 0$ et $\lim_{r\to\infty} W_\theta = 0$.

En choisissant ΔU comme échelle de vitesse et a_1 comme échelle de longueur, et en conservant les mêmes notations pour les valeurs sans dimension, les profils de vitesse (6.5) et (6.6) s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcl} U_x(r) & = & u + \delta e^{-r^2} + (1-\delta)e^{-(ar)^3}, \\ V_r(r) & = & 0, \\ W_\theta(r) & = & \dfrac{qr}{\left[1+(r_v r)^2\right]^{\left(\frac{1+N_w}{2}\right)} \times \left[1+(r_v b r)^2\right]^{\left(\frac{1-N_w}{2}\right)}}, \end{array}\right. \tag{6.7}$$

avec

$$q = \frac{\Omega_0 a_1}{\Delta U}, \quad u = \frac{U_0 \cos\alpha_c}{\Delta U}, \quad r_v = \frac{a_1}{b_1}, \quad \delta = \frac{A}{\Delta U}, \quad a = \frac{a_1}{a_2}, \quad b = \frac{b_1}{b_2}. \tag{6.8}$$

q désigne le nombre de swirl, il caractérise l'intensité relative de la rotation par rapport à l'advection. u est le paramètre d'écoulement extérieur, il mesure l'amplitude relative de l'écoulement extérieur par rapport à la survitesse sur l'axe. $u > 0$ correspond à un jet cocourant et $u < -1$, à un sillage cocourant. Les valeurs $-1 < u < 0$ correspondent à un jet ou un sillage à contre-courant. La valeur du paramètre δ quantifie l'écart du modèle de vitesse axiale par rapport à une distribution gaussienne. Lorsque $\delta = 1$, le profil de vitesse axiale rejoint la loi gaussienne. Le nombre de Reynolds, basé sur ces échelles de vitesse et de longueur, s'écrit $Re = \Delta U a_1/\nu$.

La figure (6.5) compare ces lois théoriques (lignes) aux valeurs expérimentales (symboles) dans chaque plan étudié. Les profils expérimentaux sont obtenus en moyennant par rapport à θ les profils cylindriques des vitesses obtenus par la transformation (5.2). Ils correspondent au premier ordre du modèle (6.2) et sont limités par l'étendue des maillages de mesure.

Ces comparaisons sont concluantes. On retrouve les principales propriétés des tourbillons d'aile delta autour de leur axe, à savoir :

- La vitesse axiale évolue d'un profil de type jet en amont de l'éclatement vers un profil de type sillage en aval. Ce dernier posséde un extremum de vitesse situé en un rayon fini non nul. Ce rayon sépare deux zones de vorticité azimutale, négative à l'intérieur et positive à l'extérieur.
- La vitesse azimutale présente un comportement de type rotation solide en amont de l'éclatement et au voisinage de l'axe. Dans le sillage de l'éclatement, le taux de rotation du tourbillon sur son axe diminue vers l'aval et le cœur s'évase.

Les valeurs des paramètres adimensionnels caractérisant les profils des vitesses figurent dans le tableau (6.1). Nous présentons également les valeurs correspondantes des écarts types définis précédemment (équation (6.3)).

Ces résultats confirment que le q-vortex est un mauvais candidat pour représenter l'écoulement étudié. En revanche, les profils des vitesses moyennes dans le tourbillon

primaire peuvent être fidèlement représentés par une loi à deux échelles pour W_θ et une loi gaussienne modifiée pour U_x.

La lecture des valeurs de ces paramètres met en évidence d'autres propriétés des tourbillons d'aile delta :

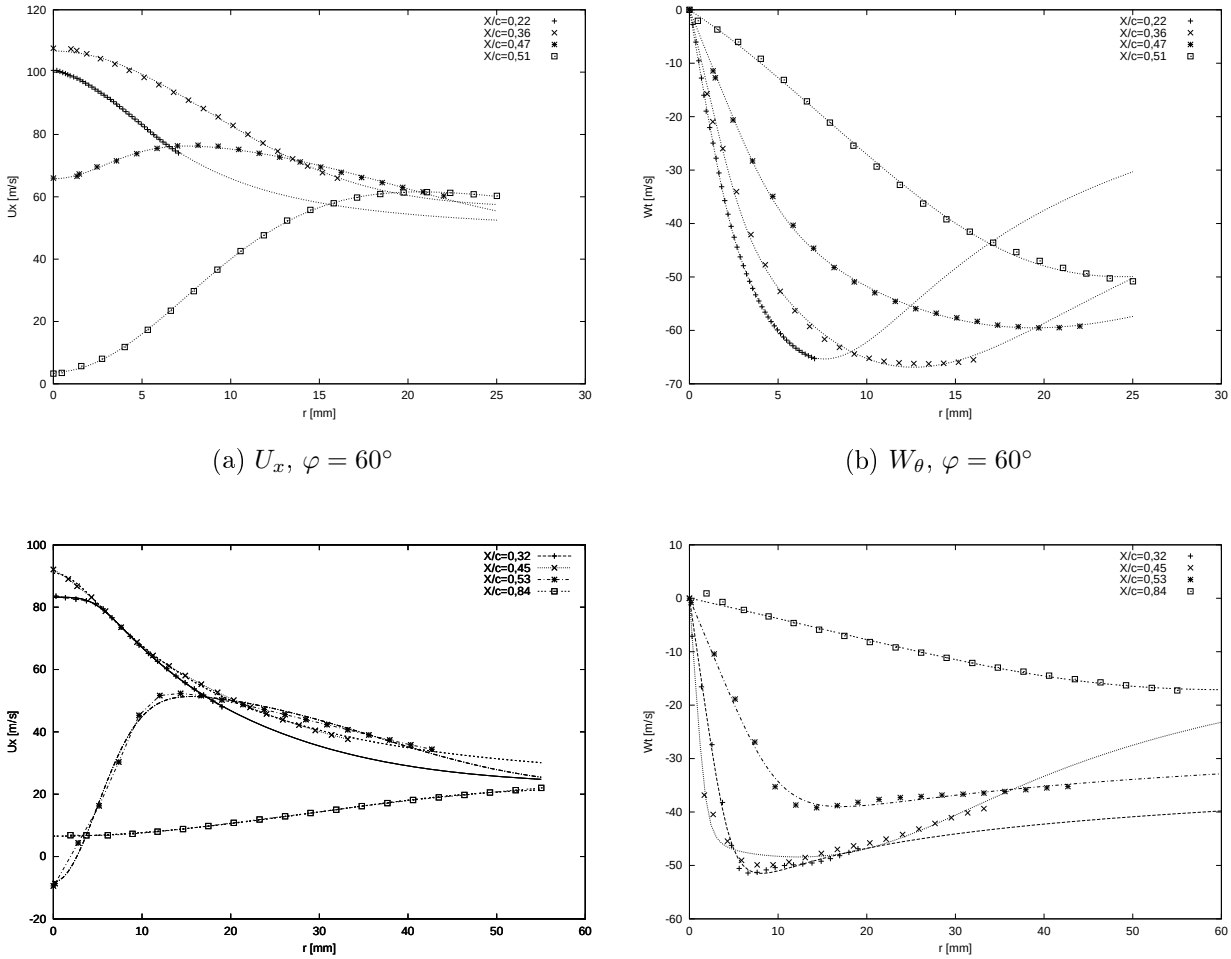
- En amont de l'éclatement, les valeurs $u > 0$ et δ proche de 1 indiquent que les jets sont cocourants et que la vitesse axiale suit une loi de distribution quasi gaussienne. Les valeurs du nombre de swirl sont élevées caractérisant un mouvement prépondérant de la rotation par rapport à la vitesse axiale.
- En aval, on observe l'effondrement de la rotation (nombre de swirl). La vitesse axiale s'écarte du modèle gaussien, elle est de type sillage cocourant ($u < -1$) ou à contre-courant ($-1 < u < 0$). Cependant, le plan $X/c = 0,47$ dans le sillage de l'aile $\varphi = 60°$ ne vérifie pas ces propriétés et présente un déficit de vitesse ΔU positif et faible relativement à la vitesse sur l'axe.
- La comparaison entre les écoulements de chaque aile est également intéressante. Nous avons vu au paragraphe 5.3 que la vorticité axiale, $\Omega_x c/U_0$, au centre du tourbillon est plus élevée sur l'aile $\varphi = 70°$ que sur l'aile $\varphi = 60°$. Cette tendance s'inverse si l'on compare les niveaux de swirl qui sont supérieurs sur l'aile $\varphi = 60°$, en amont de l'éclatement et pour des abscisses relatives X/c comparables.

	$\varphi = 60°$				$\varphi = 70°$			
X/c	0,22	0,36	0,47	0,51	0,32	0,45	0,53	0,84
$10^{-4} \times Re$	3,0	5,8	0,5	3,2	5,7	4,4	1,4	1,8
q	3,4	3,9	2,2	-0,5	3,0	4,8	-1,1	-0,5
u	1,0	0,9	2,8	-1,1	0,4	0,4	-0,7	-1,5
δ	0,95	0,95	-0,71	1,43	0,68	0,49	2,02	0,22
σ_{U_x}/U_0 [%]								
q-vortex	1,42	1,60	7,40	17,1	5,88	21,1	82,5	1,79
gaussienne modifiée	**0,52**	**0,53**	**0,77**	**0,52**	**2,82**	**3,95**	**6,46**	**0,91**
σ_{W_θ}/U_0 [%]								
q-vortex	2,70	7,48	6,00	2,66	18,1	4,03	14,8	1,92
2 échelles	**0,75**	**1,04**	**0,26**	**0,66**	**6,85**	**3,05**	**6,48**	**2,07**

TAB. 6.1 – Nombre de Reynolds Re, paramètre de swirl q, paramètre d'écoulement extérieur u et paramètre δ des profils utilisés. Écarts types moyens adimensionnels σ_u/U_0 - exprimés en [%] - des résidus des modèles théoriques d'ajustement des profils expérimentaux. Les traits pointillés verticaux indiquent la position du point d'éclatement tourbillonnaire par rapport aux plans considérés

6.3 Analyse de stabilité des profils expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous analysons les propriétés de stabilité linéaire temporelle des champs modélisés présentés ci-dessus. Nous utilisons pour cela des critères d'insta-



(a) U_x, $\varphi = 60°$

(b) W_θ, $\varphi = 60°$

(c) U_x, $\varphi = 70°$

(d) W_θ, $\varphi = 70°$

FIG. 6.5 – Profils expérimentaux (symboles) et lois théoriques d'ajustement (traits continus) des vitesses axiale et azimutale dans le tourbillon primaire sur les maquettes $\varphi = 60°$ et $\varphi = 70°$

bilité issus de la littérature ainsi qu'une méthode numérique de collocation spectrale. La méthode numérique est présentée au premier paragraphe, les critères analytiques sont décrits dans l'annexe D.

Le champ de base des vitesses est donné par les lois théoriques (6.7) issues de l'ajustement des profils expérimentaux. La distribution radiale de pression est déterminée par l'équation (6.4). L'écoulement est incompressible et stationnaire. Il est en outre supposé parallèle et axisymétrique. Il est possible de superposer à cet écoulement un champ perturbé d'amplitude infinitésimale, exprimé sous la forme de modes normaux :

$$(\widehat{u}_x, \widehat{v}_r, \widehat{w}_\theta, \widehat{p}) = \Re\{F(r), iG(r), H(r), P(r)\} \times e^{i(kx+m\theta-\omega t)}, \tag{6.9}$$

où $k = 2\pi/\lambda$ et m sont les nombres d'onde axial et azimutal et ω désigne la pulsation. Une étude de stabilité temporelle consiste, pour m entier relatif et k réel donnés, à rechercher des solutions ω complexes qui sont les valeurs propres du système linéarisé. D'après l'expression des profils des vitesses (6.7), les valeurs propres sont fonction de

$$\omega = \omega(m, k; Re, q, u, \delta, r_v, a, b). \tag{6.10}$$

$\omega_r = \Re(\omega)$ désigne la pulsation réelle de la perturbation, associée à la fréquence $f = \omega_r/2\pi$, et $\omega_i = \Im(\omega)$ est son taux d'amplification. Lorsque $\omega_i = 0$, l'état de base est neutre vis-à-vis des perturbations temporelles linéaires. Il est linéairement stable vis-à-vis de ces perturbations si $\omega_i < 0$ et linéairement instable si $\omega_i > 0$. Comme le champ perturbé (6.9) vérifie la symétrie $(k, m, \omega) \mapsto (-k^*, -m, -\omega^*)$, cette étude peut être restreinte aux nombres d'onde k positifs.

Le sens d'enroulement spatial de l'écoulement de base est défini d'après l'orientation des trajectoires dont l'équation vérifie

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{W_\theta}{rU_x}. \tag{6.11}$$

Si cette quantité est positive, les trajectoires s'enroulent dans le sens trigonométrique dans la direction des x croissants. Le sens d'enroulement spatial des instabilités est évalué à partir de l'orientation des surfaces de phase, d'équation $kx + m\theta - \omega_r t = \text{cste}$, soit :

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{k}{m}. \tag{6.12}$$

Si les quantités (6.11) et (6.12) sont de mêmes signes, les instabilités sont dites corotatives, elles s'enroulent dans le même sens que le tourbillon. Elles sont contrarotatives dans le cas contraire. Si $m = 0$, l'onde est axisymétrique et ne tourne pas. La terminologie d'hélice positive ou négative est également utilisée pour qualifier une perturbation hélicoïdale contrarotative ou corotative. Enfin, les instabilités tournent temporellement dans le sens trigonométrique si $\omega_r/m > 0$ et dans le sens horaire si $\omega_r/m < 0$.

La résolution d'un système homogène des équations d'Euler ou de Navier-Stokes, associées aux conditions aux limites, permet de déterminer les modes propres de l'écoulement qui sont fonctions de m, k et ω. Les conditions aux limites imposent la symétrie et la régularité des fonctions inconnues sur l'axe du tourbillon ainsi qu'une condition de repos à l'infini.

Pour comparer nos résultats théoriques aux mesures expérimentales, il nous faut évaluer le comportement des instabilités lorsqu'elles sont advectées par l'écoulement. Cela revient à relier notre approche temporelle à une approche spatiale. Gaster (1962)

montre qu'au voisinage de la stabilité marginale, les taux d'amplification temporel et spatial sont liés par la vitesse de groupe, v_g : $-k_i = \omega_i/(\partial\omega_r/\partial k_r) = \omega_i/v_g$, si $\omega_i \ll 1$.

Il est, en outre, nécessaire que les instabilités puissent se développer sur une échelle caractéristique de notre écoulement, la corde de l'aile par exemple. Dans nos comparaisons, nous utiliserons donc la relation ci-dessus en évaluant la vitesse de groupe d'après les échelles de vitesse et de temps de l'écoulement.

6.3.1 Présentation de la méthode de collocation spectrale

La méthode numérique utilisée est celle développée par D. Fabre. Pour une présentation plus complète, le lecteur pourra se référer aux ouvrages de Fabre (2002) et Fabre & Jacquin (2002).

Les fonctions F, G, H et P sont exprimées sous la forme de séries de polynômes de Chebyshev en fonction d'une variable réduite ξ dans l'intervalle $[-1, 1]$ qui est reliée à la variable physique r par une transformation algébrique, $r = H_r\xi/(1-\xi^2)$ ($r \in [-\infty, +\infty]$), et un paramètre H_r permettant d'en contrôler l'étalement. Les fonctions inconnues sont ensuite interpolées en $N_r + 1$ points de collocation qui sont les racines positives du polynôme de Chebyshev d'ordre $N_r + 1$. Cette étape autorise une détermination analytique des inconnues et de leur dérivées. Le passage de l'espace physique vers l'espace spectral permet donc de simplifier la résolution du système. La précision des calculs dépend du choix des paramètres N_r et H_r. La convergence des résultats est appréciée à partir d'un critère basé sur le résidu spectral, R_s. Typiquement, une valeur de ce résidu inférieure à 10^{-8} arrête le calcul, il est défini par

$$R_s = \frac{\sum_{j=N-N/10}^{N} |a_j|^2}{\sum_{j=1}^{N} |a_j|^2}. \tag{6.13}$$

6.3.2 Application des critères analytiques et de la méthode numérique

Préliminaires

Nous montrons, en annexe D, que les profils théoriques (6.7) utilisés dans cette section peuvent vérifier, localement et sous certaines conditions, les critères d'instabilités classiques d'un jet ou d'un tourbillon plan.

Ainsi, le profil de vitesse azimutale peut amplifier des perturbations axisymétriques, ($m = 0$) via un mécanisme de centrifugation, et des perturbations bidimensionnelles ($k = 0$) par le cisaillement azimutal qu'il produit. Ces perturbations, ainsi que les perturbations hélicoïdales ($m \neq 0$), sont susceptibles d'être amplifiées par le cisaillement axial du jet via une instabilité inflexionnelle.

Les critères de Howard & Gupta (1962) et de Leibovitch & Stewartson (1983) permettent de prendre en compte la superposition du jet et du tourbillon. Le critère de Howard & Gupta ne considère que les modes axisymétriques (voir annexe D). Le critère de Leibovich & Stewartson est une condition suffisante d'apparition d'instabilités hélicoïdales négatives. Selon ce critère, l'écoulement est instable si

$$W_\theta D\Omega \left[D\Gamma D\Omega + (DU_x)^2\right] < 0 \tag{6.14}$$

en un point au moins de l'écoulement. $D\cdot = d\cdot/dr$ désigne l'opérateur de dérivation. Dans ce cas, le taux d'amplification de ces instabilités tend vers une limite asymptotique, lorsque $|m| \to \infty$, donnée par

$$\omega_{i\infty}^2(r) = \lim_{|m|\to\infty} \omega_i^2 = \frac{2W_\theta\big(rDW_\theta - W_\theta\big)\Big(\big(\frac{W_\theta}{r}\big)^2 - \big(DW_\theta\big)^2 - \big(DU_x\big)^2\Big)}{\big(rDW_\theta - W_\theta\big)^2 + r^2\big(DU_x\big)^2}. \tag{6.15}$$

Les auteurs montrent également que l'énergie des instabilités est concentrée autour d'un rayon r_0, qu'ils nomment "rayon critique", et qui leur donne le nom de "modes en anneau". Enfin, ces instabilités suivent des trajectoires dont l'orientation est définie par leur angle d'hélice, $\beta = -k/m$, qui tend également vers une limite asymptotique définie par

$$\beta(r_0) = \left(\frac{D(W_\theta/r)}{DU_x}\right)_{r=r_0}. \tag{6.16}$$

Ce critère ne permet pas d'identifier un éventuel mode dominant. La méthode de collocation spectrale permet, quant à elle, de déterminer les taux d'amplification et les fréquences de chaque couple de modes (k, m). Elle représente donc un excellent outil d'analyse de la dynamique temporelle de l'écoulement. Les équations d'Euler et de Navier-Stokes sont résolues pour qualifier la nature visqueuse ou non des modes destabilisés.

Application des critères analytiques

Le tableau (6.2) présente les résultats des critères d'instabilité, évoqués ci-dessus, appliqués dans chaque plan de mesure et pour les deux ailes delta. L'instabilité centrifuge est amplifiée dans les plans les plus avals de chaque écoulement. Le critère inflexionnel n'est lui vérifié dans aucun des plans considérés. La vorticité axiale est en effet dans chaque plan une fonction monotone décroissante du rayon.

Nous considérons également le critère de stabilité de Howard & Gupta défini par l'équation (D.5), ainsi que le taux d'amplification maximal et le rayon critique prévus par l'analyse asymptotique de Leibovich & Stewartson (6.15). Le critère de Howard & Gupta est vérifié seulement dans le dernier plan, $X/c = 0,84$, de l'aile $\varphi = 70°$. Cette condition est nécessaire pour que l'écoulement moyen puisse amplifier des instabilités axisymétriques, mais non suffisante. Elle ne permet donc pas de prévoir l'apparition de telles perturbations mais permet d'établir l'absence d'un tel mécanisme lorsque ce critère n'est pas vérifié.

Le critère de Leibovich & Stewartson est vérifié dans le dernier plan de l'aile $\varphi = 60°$ et dans chacun des plans, excepté le premier, sur l'aile $\varphi = 70°$. Notons que, dans le plan $X/c = 0,53$, il existe un deuxième rayon pour lequel le taux d'amplification admet un maximum local positif. Ce rayon est plus grand que le premier et indique une perturbation moins amplifiée.

Application de la méthode numérique

Les figures (6.6) et (6.7) présentent l'évolution des taux d'amplification et des pulsations associées en fonction du nombre d'onde pour les quinze premiers modes m. Sur

		$\varphi = 60°$				$\varphi = 70°$			
X/c		0,22	0,36	0,47	0,51	0,32	0,45	0,53	0,84
centrifuge		-	-	-	oui	-	-	-	oui
inflexionnel		-	-	-	-	-	-	-	-
H&G		-	-	-	-	-	-	-	oui
L&S	$\omega_{i,\infty}/\Omega_0$	-	-	-	0,62	-	0,015	0,59/0,05	0,46
	r_0/r_c	-	-	-	0,49	-	3,59	0,36/2,15	0,38

TAB. 6.2 – Application des critères d'instabilité centrifuge et inflexionnelle d'un tourbillon plan, puis des critères de Howard & Gupta (H&G) et Leibovich & Stewartson (L&S). Le symbôle '-' indique que le critère n'est pas vérifié. Pour le critère de Leibovich & Stewartson, nous indiquons les valeurs du taux d'amplification et du rayon critique, adimensionnées par Ω_0 et par le rayon du cœur tourbillonnaire r_c. Les traits pointillés verticaux séparent les plans en amont du point d'éclatement du tourbillon des plans en aval

chaque figure, nous indiquons, par un trait discontinu, les valeurs relatives des taux d'amplification, $\omega_{i\infty}/\Omega_0$, calculées d'après l'équation (6.15) issues de la théorie asymptotique de Leibovich & Stewartson.

Sur l'aile $\varphi = 60°$, les plans situés en amont du point d'éclatement sont linéairement stables. Le premier plan situé en aval est également stable. En revanche, le dernier plan, $X/c = 0,51$, exhibe une infinité de modes perturbés, non visqueux et contrarotatifs. Le mode $m = 2$ est le plus amplifié, pour un nombre d'onde $kr_c = 1,19$. Les maxima des taux d'amplification des modes supérieurs diminuent jusqu'à $m = 5$ puis augmentent vers la limite prédite par l'analyse asymptotique. Tous les modes ont des vitesses de phase azimutale, ω_r/m, positives et tournent temporellement dans le même sens que le tourbillon. Le mode $m = 1$ possède une vitesse de groupe, $v_g = d\omega/dk$, négative, pour des nombres d'onde $2,16 < kr_c < 2,71$, et peut donc remonter l'écoulement. Les autres modes destabilisés ont des vitesses de groupe positives et sont advectés vers l'aval par l'écoulement. La figure (6.8) présente les niveaux de vorticité axiale du mode hélicoïdal $m = 2$ le plus amplifié. Sa structure est confinée autour d'un certain rayon contenu dans le cœur du tourbillon et présente une forme quadripolaire caractéristique. Remarquons que, dans la limite des grandes longueurs d'ondes, les perturbations deviennent neutres avec des fréquences correspondant aux fréquences propres d'une colonne tourbillonnaire : $\lim_{kr_c \to 0} \omega_i(m,k)/\Omega_0 = 0$ et $\lim_{kr_c \to 0} \omega_r(m,k)/\Omega_0 = m$, $\forall m$. Cela signifie également que des problèmes numériques de couche critique apparaissent. Ces problèmes ne sont pas traités dans cette étude. Enfin, aucune perturbation bidimensionnelle ($k = 0$) ou axisymétrique ($m = 0$) n'est amplifiée dans les plans considérés.

Les résultats de l'analyse concernant l'aile $\varphi = 70°$ présentent quelques différences. L'écoulement est linéairement stable dans le premier plan, $X/c = 0,32$. Par contre, les trois plans suivants, dont le plan $X/c = 0,45$ situé en amont du point d'éclatement, présentent une infinité de modes destabilisés, non visqueux. Leur taux d'amplification maximal tend vers la limite asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983) lorsque $|m| \to \infty$. Dans le plan $X/c = 0,45$, les perturbations s'enroulement spatialement dans le même sens que l'état de base, elles sont corotatives, tandis que dans le plan $X/c =$

$0,84$, les hélices sont contrarotatives. Dans le premier plan du sillage de l'éclatement $X/c = 0,53$, coexistent des modes contrarotatifs ($m > 0$) et corotatifs ($m < 0$). Ces derniers possédent des taux d'amplification beaucoup plus faibles, une vitesse de groupe qui ne dépend ni de k ni de m, et des vitesses de phase qui s'annulent pour un certain nombre d'onde axial. Dans chaque plan, les maxima des taux d'amplification augmentent avec $|m|$ vers la limite asymptotique. Tous les modes ont des vitesses de groupe positives, excepté dans le plan $X/c = 0,53$ où le mode $m = 1$ remonte l'écoulement (pour $kr_c < 0,26$ ou $kr_c > 1,77$). Ici aussi, quel que soit le mode m considéré, les perturbations bidimensionnelles ou axisymétriques ne sont pas amplifiées. Cependant, excepté pour les petits nombres d'onde azimutaux dans les plans $X/c = 0,53$ et $0,84$, les modes deviennent neutres pour des nombres d'onde axiaux non nuls et ne correspondent donc pas aux ondes inertielles d'un milieu en rotation solide.

Comparaison avec l'expérience

Nous pouvons comparer ces résultats aux mesures instationnaires obtenues par VLF en deux points. Le mode $m = 2$, le plus amplifié dans le plan $X/c = 0,51$ sur l'aile $\varphi = 60°$, possède une fréquence $f = \omega_r/2\pi = 1096$ Hz qui est centrée sur une bosse des densités spectrales de puissance de la vitesse verticale W (figure (5.18g) du paragraphe 5.6, courbe verte). Les iso-contours des fonctions propres (figure (6.8)) montrent que l'énergie de ce mode est concentrée au voisinage d'un certain rayon, $r(m = 2)/r_c = 0,27$, proche du centre du tourbillon où les mesures ont été effectuées.

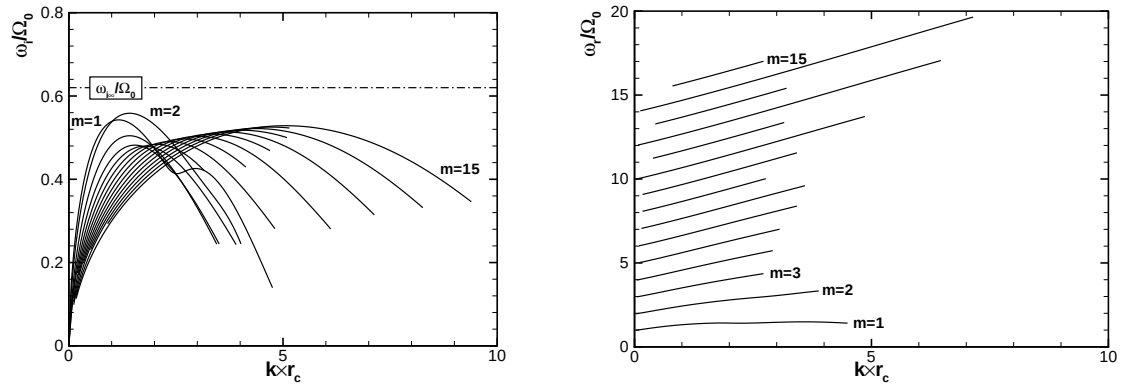
Néanmoins, ces résultats théoriques supposent un comportement linéaire des instabilités. Le tableau (6.3) donne les amplifications $e^{\omega_{i\infty}T}$ des fonctions propres évaluées à partir du taux d'amplification, $\omega_{i\infty}$, déterminé par l'équation (6.15) et de la période de retournement du tourbillon, $T = 2\pi/\Omega_0$. Les facteurs d'amplification sont élevés. Les fonctions propres doivent rapidement atteindre un état saturé où les effets non linéaires deviennent prépondérants, ce qui rend leur activité difficilement observable. Par contre, en amont du point d'éclatement, les instabilités sont peu amplifiées. C'est le cas également pour les hélices négatives ($m < 0$) dans le plan $X/c = 0,53$.

En revanche, la comparaison des résultats avec les spectres de pression pariétale, présentés au paragraphe 4.4, est plus délicate. Les instabilités identifiées dans notre écoulement se développent à l'intérieur du cœur tourbillonnaire et sont donc éloignées de l'extrados où ces mesures sont effectuées. En outre, la fréquence du mode $m = 2$ n'est pas identifiée sur la figure (4.5).

6.3.3 Discussion sur la nature des instabilités

Lesen *et al.* (1974a,b) montrent que des instabilités hélicoïdales négatives peuvent être amplifiées dans un écoulement non visqueux de type q-vortex. Elles possédent un taux d'amplification qui augmente avec $|m|$ et qui diminue en présence de viscosité. Delbende *et al.* (1998) montrent qu'en présence de viscosité, les grands nombres d'onde azimutaux sont stabilisés et leur taux d'amplification diminuent par rapport au cas non visqueux. Leibovich & Stewartson (1983) établissent leurs propriétés asymptotiques pour les grands nombres azimutaux. Remarquons que Ludwieg (1960,1961) avait déjà montré l'existence de telles instabilités en généralisant la condition d'instabilité centrifuge de Rayleigh à la présence d'un écoulement axial.

Les instabilités identifiées ici sont de nature non visqueuse, elles sont hélicoïdales et possèdent un taux d'amplification qui augmente avec $|m|$ vers une valeur finie. Aux



(a) (b)

FIG. 6.6 – Évolution des taux d'amplification $\omega_i(m,k)/\Omega_0$ (a) et des pulsations $\omega_r(m,k)/\Omega_0$ (b), en fonction du nombre d'onde axial kr_c et du mode azimutal m, dans le plan $X/c = 0,51$ ($\varphi = 60°$). Calculs non visqueux

	$\varphi = 60°$			$\varphi = 70°$			
X/c	.	0,51		0,45	.	0,53	0,53	0,84
	.	+		−	.	+	−	+
$\omega_{i,\infty}/\Omega_0$	.	0,620		0,015	.	0,590	0,05	0,460
$e^{\omega_{i\infty}T}$	.	49,2		1,0	.	40,2	1,4	18,0

TAB. 6.3 – Taux et facteurs d'amplification des fonctions propres pendant une période de retournement du tourbillon, $T = 2\pi/\Omega_0$, dans chaque plan destabilisé. Les traits pointillés verticaux indiquent la position de l'éclatement tourbillonnaire par rapport aux plans considérés. Les symboles '+' indiquent des hélices contrarotatives (ou positives) et les symboles '−' indiquent des hélices corotatives (ou négatives)

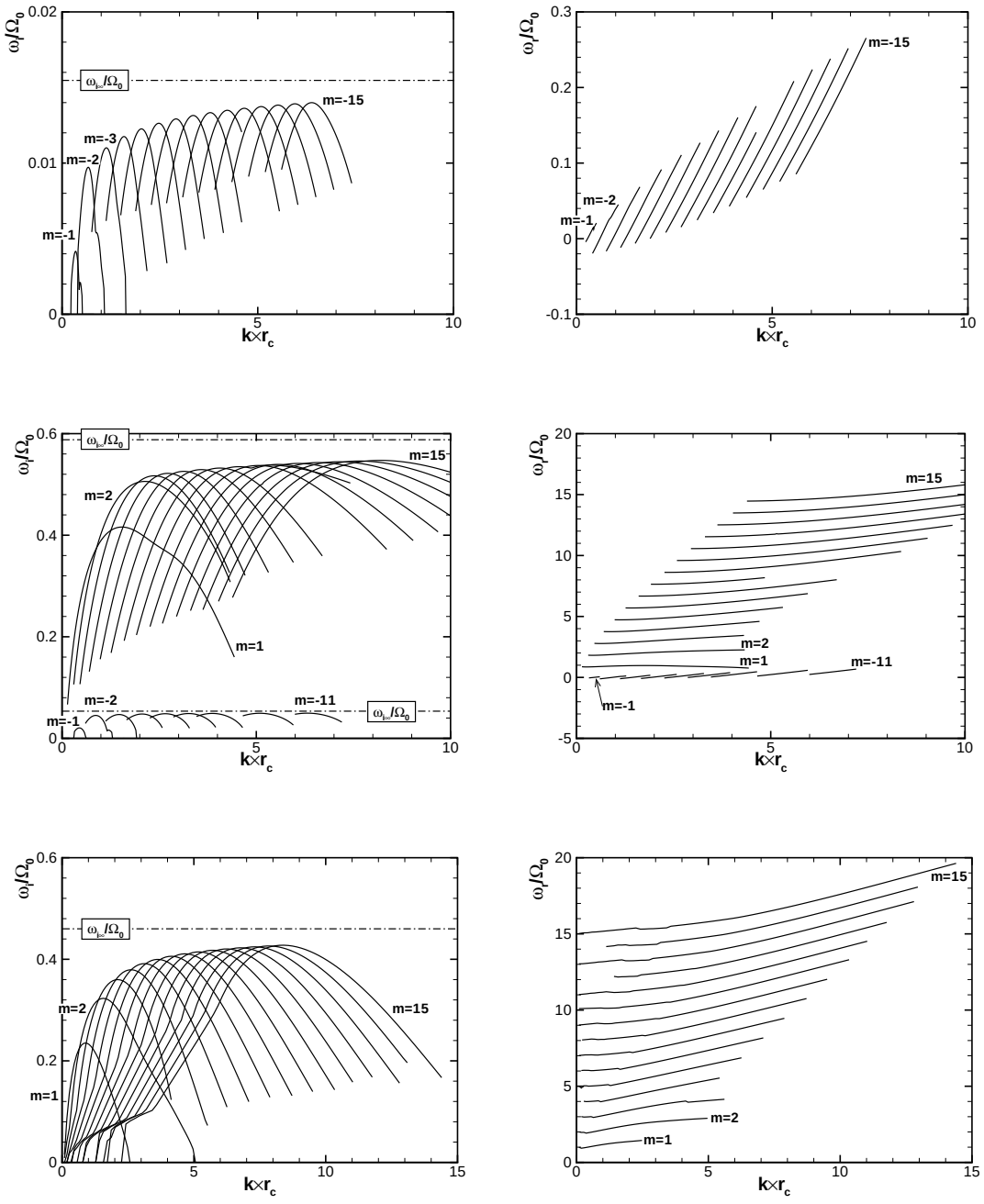


FIG. 6.7 – Évolution des taux d'amplification $\omega_i(m,k)/\Omega_0$ (gauche) et des pulsations $\omega_r(m,k)/\Omega_0$ (droite), en fonction du nombre d'onde axial kr_c et du mode azimutal m, dans chaque section transversale du tourbillon ($\varphi = 70°$) : $X/c = 0,45$ (haut), $X/c = 0,53$ (milieu) et $X/c = 0,84$ (bas). Calculs non visqueux

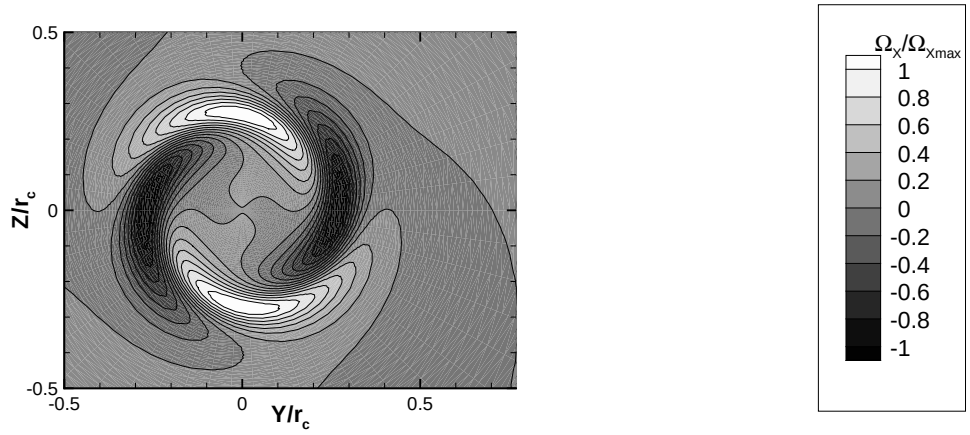


FIG. 6.8 – Iso-contours de la vorticité axiale du mode $m = 2$ le plus amplifié dans le plan $X/c = 0,51$ ($\varphi = 60°$). Les valeurs sont divisées par leur maximum. Les coordonnées cartésiennes sont adimensionnées par le rayon de vitesse tangentielle maximale

nombres de Reynolds considérés (voir tableau (6.1)), la viscosité affecte peu les perturbations qui conservent des caractéristiques proches des résultats non visqueux.

Les taux de croissance des perturbations corotatives ($m < 0$, plans $X/c = 0,45$ et $0,53$) sont faibles par rapport au taux de rotation du tourbillon sur son axe.

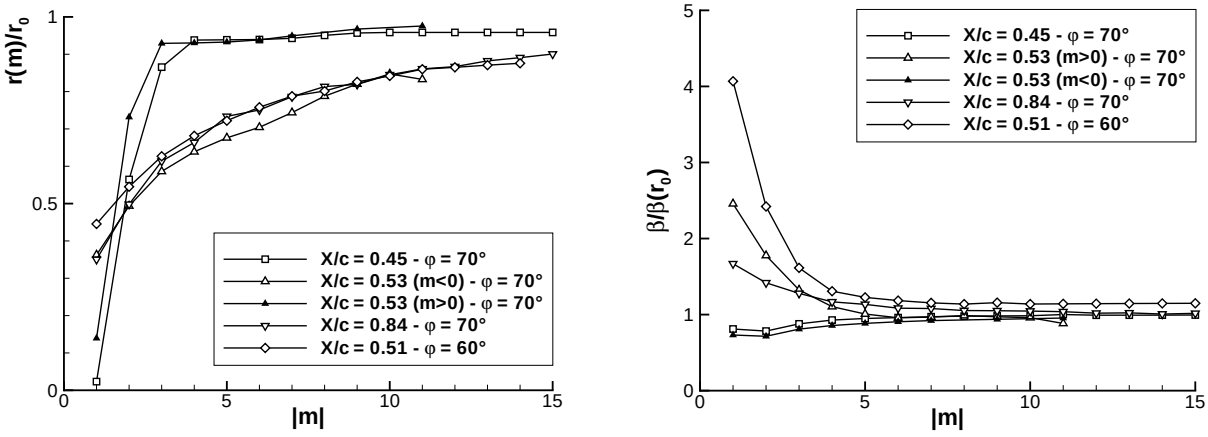
Sur les figures (6.9*a*,*b*), nous traçons les évolutions, en fonction de m, du rayon $r(m)/r_0$ et de l'angle d'hélice $\beta/\beta(r_0)$, divisés par leur valeurs asymptotiques. L'angle d'hélice est égal à $\beta = -k/m$, $\beta(r_0)$ est défini en (6.16). Le rayon $r(m)$ est déterminé en mesurant le rayon autour duquel se développent les fonctions propres d'après examen de leurs distributions transversales.

Ces deux grandeurs tendent vers la valeur prédite par l'analyse asymptotique pour les grands nombres d'onde azimutaux. Pour les hélices corotatives du plan $X/c = 0,53$, les instabilités sont également similaires aux modes en anneau et en particulier se concentrent sur le deuxième rayon prédit par l'analyse asymptotique (tableau (6.2)). Comme les instabilités du plan $X/c = 0,45$, elles se développent dans une région de gradient de vitesse axiale négatif, $DU_x < 0$ ($\beta > 0$). Alors que les autres instabilités sont associées à une zone de gradient positif, $DU_x > 0$ ($\beta < 0$), et sont orientées selon des hélices contrarotatives.

Toutes les instabilités identifiées dans cette analyse correspondent à des modes en anneau, elles sont amplifiées par la force centrifuge et le cisaillement axial de l'écoulement de base.

6.3.4 Instabilité elliptique

Les mesures de vitesse moyenne, effectuées au chapitre 5, ont montré que le tourbillon était soumis à un champ de déformation dans le plan transversal donnant lieu à une forme quadripolaire des contours de vitesse radiale (figure (5.3)). Cette déformation se caractérise par une forme elliptique des contours de vitesse, mise en évidence au paragraphe 6.1, qui est à l'origine de l'instabilité elliptique. Ce phénomène est écarté des modèles axisymétriques et nous tentons, dans ce paragraphe, d'évaluer son importance dans nos écoulements d'aile delta.



(a) (b)

FIG. 6.9 – Rayon critique (a) et angle d'hélice (b) adimensionnés par les valeurs obtenues d'après la théorie asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983)

Cette instabilité tridimensionnelle et linéaire tend à faire éclater les lignes de courant elliptiques dans un écoulement en rotation. Elle a été décrite par un mécanisme de résonance entre des ondes de Kelvin du tourbillon qui interagissent alors avec le champ de déformation (Moore & Saffman 1975, Tsai & Widnall 1976). Waleffe (1990), ou Eloy & Le Dizès (2001), montrent que les modes les plus instables sont ceux pour lesquels l'alignement entre la projection du vecteur vorticité dans un plan transversal et la direction d'étirement est maximal.

L'objectif de ce paragraphe est d'estimer les taux d'amplification des instabilités elliptiques dans chaque plan de mesure VLF en considérant les profils expérimentaux. Nous utilisons des résultats basés sur une analyse de stabilité linéaire des points de stagnation de l'écoulement. Cette analyse est issue de la théorie de l'optique géométrique et est résumée dans la thèse de D. Sipp (1999). Nous supposons l'écoulement parallèle ($\partial\cdot/\partial X = 0$) et considérons la région centrée autour de l'axe du tourbillon, de coordonnées (Y_c, Z_c), où la vorticité axiale est égale à Ω_0. Le tenseur des taux de déformation s'écrit

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial Y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y}\right) & \frac{\partial W}{\partial Z} \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Ce tenseur peut être diagonalisé dans une base constituée des vecteurs propres. Les valeurs propres $(\epsilon, -\epsilon)$ sont évaluées au point de stagnation, elles représentent le taux de cisaillement transversal du tourbillon. Si $|2\epsilon/\Omega_0| < 1$, le point est dit elliptique et hyperbolique dans le cas contraire. Dans le cas d'un point elliptique, l'écoulement est instable et les perturbations se développent avec un taux d'amplification $\omega_{i,E} = \epsilon f(|2\epsilon/\Omega_0|)$. Les valeurs de la fonction f sont déterminées numériquement, nous utilisons sa valeur maximale $f = 9/16$ obtenue dans la limite asymptotique $\epsilon/\Omega_0 \to 0$.

Le tableau (6.4) présente les valeurs des taux d'amplification obtenues pour chaque plan de mesure VLF sur les deux maquettes et adimensionnées par la vorticité axiale des points stationnaires. Les instabilités elliptiques sont plus amplifiées sur notre maquette que sur la maquette $\varphi = 70°$, les champs de vitesse y étant plus excentrés et la rotation des tourbillons moins intense. Une comparaison avec les taux d'amplification des instabilités

centrifuges hélicoïdales (tableau (6.2)) montre que les instabilités elliptiques sont moins amplifiées. En revanche, ces dernières existent dans tous les plans, même ceux qui sont linéairement stables dans une configuration axisymétrique.

	$\varphi = 60°$					$\varphi = 70°$				
X/c	0,22	0,36	.	0,47	0,51	0,32	0,45	.	0,53	0,84
			.					.		
$\omega_{i,E}/\Omega_0$ [-]	0,112	0,032	.	0,058	0,104	0,002	0,003	.	0,007	0,008
$kU_x(0)/2\pi$ [Hz]	3270	2270	.	1040	52	1640	1160	.	83	51
ε [-]	0,73	0,62	.	0,44	0,66	0,40	0,68	.	0,37	0,57
AR [-]	0,68	0,78	.	0,90	0,75	0,92	0,73	.	0,93	0,82

TAB. 6.4 – Évaluation des taux d'amplification adimensionnés par le taux de rotation du tourbillon, $\omega_{i,E}/\Omega_0$, et des fréquences de l'instabilité elliptique, $kU_x(0)/2\pi$, dans chaque plan de mesure VLF. Excentricité, ε, et rapport d'aspect, AR, des contours de vitesse dans ces plans. Les traits pointillés verticaux séparent les plans en amont du point d'éclatement des plans en aval

Ces instabilités sont convectées par l'écoulement, elles sont stationnaires dans un référentiel en translation uniforme à la vitesse locale de l'écoulement. Il est possible d'estimer leur fréquence par le terme $kU_x(0)$ où $U_x(0)$ est la composante axiale de la vitesse de convection du point de stagnation et k est le nombre d'onde associé à l'instabilité. Nous appliquons le résultat $kr_b = 2,26$ (Sipp & Jacquin 2003), qui détermine le nombre d'onde de l'instabilité de Widnall. Celle-ci est caractérisée par un mécanisme de résonance entre deux ondes de Kelvin $m = \pm 1$ dans le cas d'un modèle de Lamb-Oseen soumis à un champ d'étirement. Le rayon r_b est défini à partir du moment d'ordre deux de la vorticité, soit :

$$r_b^2 = \frac{1}{\Gamma_0} \iint \Omega_X [(Y - Y_c)^2 + (Z - Z_c)^2] dS. \tag{6.18}$$

où $\Gamma_0 = \lim_{r \to \infty} 2\pi\Gamma$ désigne la circulation totale du tourbillon. Le tableau (6.4) présente les valeurs des fréquences obtenues. Ces valeurs peuvent éventuellement expliquer l'existence d'une bosse observée lors des mesures de VLF en deux points dans le plan $X/c = 0,36$ (figure (5.18*e*), courbe verte). Les autres fréquences ne sont pas identifiées dans nos mesures instationnaires.

6.4 Comparaison avec les sous-structures tourbillonnaires dans la couche cisaillée

Dans ce paragraphe, nous proposons une étude des sous-structures stationnaires mises en évidence par Mitchell (2000) sur l'aile $\varphi = 70°$. Nous effectuons pour cela une analyse d'instabilité linéaire temporelle qui peut contribuer à leur formation.

6.4.1 Préliminaires

Nous avons vu que des modes contrarotatifs ($m > 0$) et corotatifs ($m < 0$) sont amplifiés dans le plan $X/c = 0,53$ ($\varphi = 70°$). Ces instabilités possèdent les propriétés des modes en anneau de Leibovich & Stewartson (1983). Les instabilités corotatives sont beaucoup moins amplifiées et se développent sur un rayon plus grand, situé à l'extérieur du cœur tourbillonnaire, que les instabilités contrarotatives. Elles s'enroulent spatialement dans le même sens que le tourbillon et sont peu dispersives avec une vitesse de groupe unique et proche de zéro. Pour chaque valeur de m, il existe un mode k stationnaire possédant une vitesse de phase nulle, qui ne tourne pas temporellement par rapport au repère fixe lié à la maquette.

Ces considérations nous rappellent les sous-structures rotationnelles qui s'enroulent selon des spirales stationnaires autour du tourbillon primaire. Ces structures ont été plusieurs fois mises en évidence par des mesures VLF moyennes (Mitchell, 2000) ou de sonde de pression (Washburn & Visser 1994) ou encore visualisées par des caméras d'acquisition rapide (Payne *et al.* 1988). Leur formation a été observée pour une large gamme d'angles de flèche $55° \leq \varphi \leq 85°$ (Reynolds & Abtahi 1989, Payne *et al.* 1988) et de vitesses dans les domaines sub- et supersonique (Squire *et al.* 1963). Notons que de telles structures n'ont encore jamais été observées sur une aile delta à bord d'attaque arrondi. Leur structure spatiale dépend de φ et de α mais peu du nombre de Reynolds (Washburn & Visser 1994).

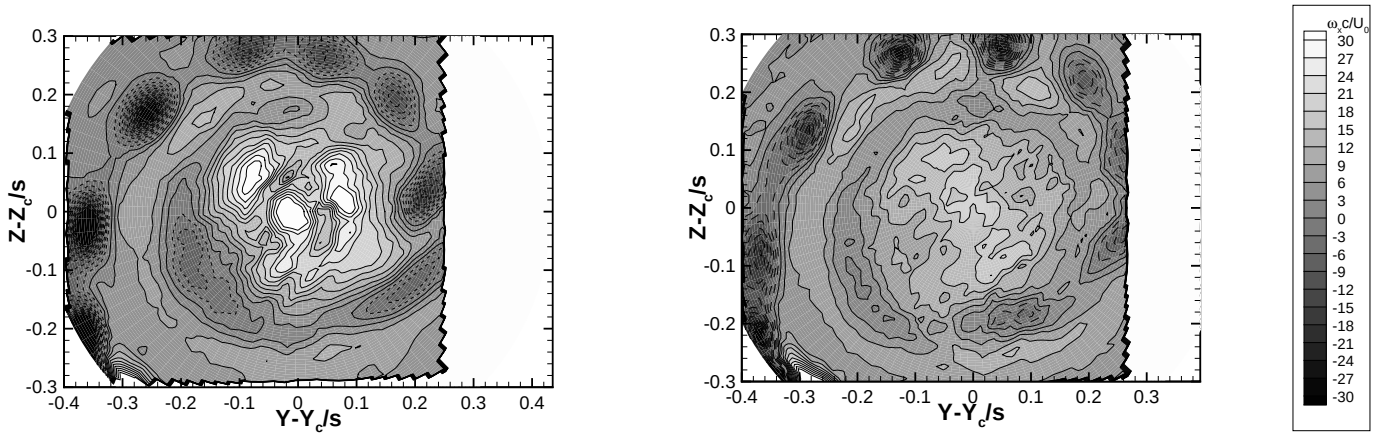
La figure (6.10) présente une illustration de ces sous-structures. Nous traçons les niveaux de fluctuations de la vorticité, ω'_x, mesurés dans deux plans $X/c = 0,74$ et $0,84$ sur l'aile $\varphi = 70°$ à une incidence $\alpha = 27°$ où ces sous-structures sont observées (Mitchell, 2000). Ces niveaux sont obtenus en retranchant au champ total de vorticité axiale, Ω_x, le champ de base obtenu à partir de l'expression de la vitesse azimutale (6.6), ajustée aux mesures expérimentales, et de $\overline{\Omega}_x = D(rW_\theta)/r$, soit : $\omega'_x = \Omega_x - \overline{\Omega}_x$.

Les sous-structures apparaissent plus distinctement, elles s'enroulent vers l'axe du tourbillon et perdent de leur énergie cinétique sous l'effet du champ d'étirement que subit la nappe en s'enroulant. Il est également possible de distinguer la présence de structures possédant une vorticité de signe opposé (figure (6.10*b*)), également stationnaires et qui se trouvent dans la nappe légèrement décalées par rapport à la trajectoire des sous-structures négatives et également de plus faible intensité.

6.4.2 Analyse de stabilité temporelle

Nous avons appliqué l'analyse de stabilité linéaire temporelle aux deux plans de mesure présentés en figure (6.10) pour identifier si d'éventuels mécanismes d'instabilités sont activés. La méthode utilisée est identique à celle utilisée précédemment et les résultats peuvent être résumés ainsi :

- Dans les deux plans, le critère de Leibovich & Stewartson (6.15) montre l'existence de modes en anneau, hélicoïdaux, contrarotatifs et se développant autour d'un rayon compris dans le cœur du tourbillon.
- Le calcul de stabilité linéaire temporel confirme l'existence de ces instabilités caractérisées par une famille constituée d'une infinité de modes hélicoïdaux positifs dont le taux d'amplification, le rayon critique et l'angle d'hélice tendent vers les prédictions asymptotiques de Leibovich & Stewartson (1983) quand $m \to +\infty$ (résultats non présentés dans ce document). Les modes axisymétriques ($m = 0$) sont stabilisés.

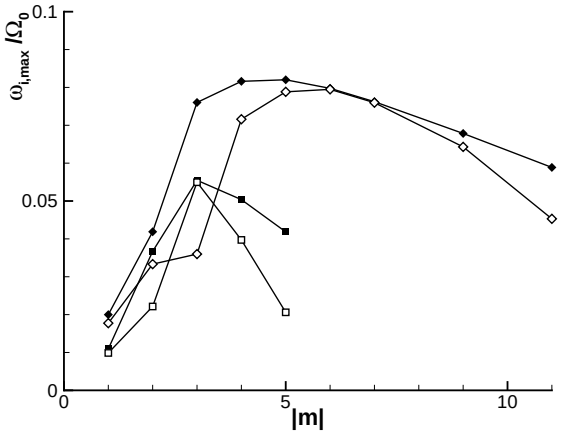


(a) $X/c = 0,74$ (b) $X/c = 0,84$

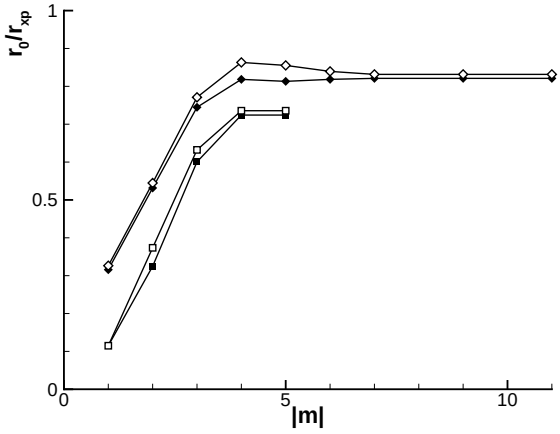
FIG. 6.10 – Champ fluctuant de vorticité axiale, $\omega'_x = \Omega_x - \overline{\Omega}_x$. Ω_x est la composante axiale de la vorticité totale dans le repère cylindrique lié au tourbillon. $\overline{\Omega}_x$ est obtenu à partir du champ axisymétrique d'interpolation (6.6). Plans $X/c = 0,74$ et $0,84$ ($\varphi = 70°$, $\alpha = 27°$). Les traits continus indiquent des valeurs positives et les pointillés des valeurs négatives de ω'_x

- Le calcul met également en évidence l'existence de modes destabilisés non visqueux, hélicoïdaux, corotatifs ($m < 0$) et dont les fonctions propres sont concentrées autour d'un certain rayon r_0 où $(DU_x)_{r=r_0} < 0$. Ces modes sont beaucoup moins amplifiés que leurs homologues positifs et sont structurés autour d'un plus grand rayon, à l'extérieur du cœur tourbillonnaire. Ils rappellent les modes négatifs identifiés au plan $X/c = 0,53$ (figures (6.7) et (6.9)). Ils possèdent eux aussi une vitesse de groupe quasi nulle et, pour tout m, il existe un nombre d'onde axial, $k(m)$, tel que la perturbation soit stationnaire : $\omega_r(m, k(m)) = 0$. Les figures (6.11*a,b*) présentent les caractéristiques temporelles de chaque mode stationnaire destabilisé ($\omega_r = 0$) et de chaque mode le plus amplifié ($\omega_r \neq 0$) en fonction de $|m|$. Le mode stationnaire le plus amplifié est atteint pour $m = -3$ ($m = -6$) dans le plan $X/c = 0,74$ ($X/c = 0,84$). Ces résultats diffèrent des propriétés des modes en anneau où tous les nombres d'ondes de même signe sont amplifiés en l'absence de viscosité. Enfin, les instabilités se développent autour d'un certain rayon noté r_0.
- Les figures (6.11*b,c*) présentent une comparaison des résultats numériques avec les valeurs observées expérimentalement pour les sous-structures (Mitchell, 2000). La tangente de l'angle entre la trajectoire spatiale de l'hélice et un plan transversal, $-m/kr_0$[1], est divisée par la valeur observée, $\tan\beta_{xp}$. Le rayon r_0 est divisé par la moyenne des rayons des centres de chaque sous-structure par rapport à l'axe du tourbillon, r_{xp}. Les valeurs numériques et expérimentales convergent effectivement quand $|m|$ augmente.

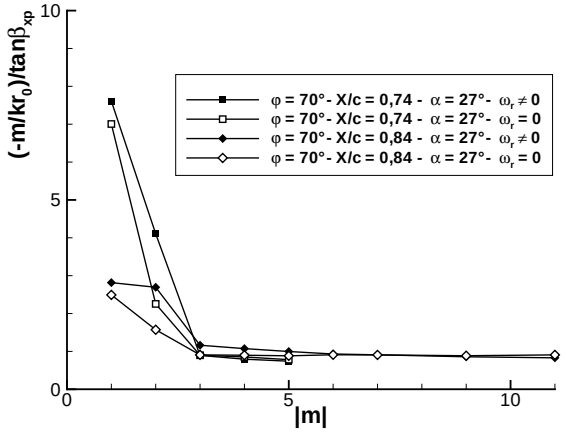
[1]Dans l'écoulement de base, les isophases sont dirigées le long du vecteur unitaire $\mathbf{e}^{\perp}_{\mathbf{k},\mathbf{m}}(r) = (-m/r, 0, k)/\sqrt{(m/r)^2 + k^2}$, orthogonal au vecteur d'onde $\mathbf{e}_{\mathbf{k},\mathbf{m}}(r)$ (voir annexe E)



(a)

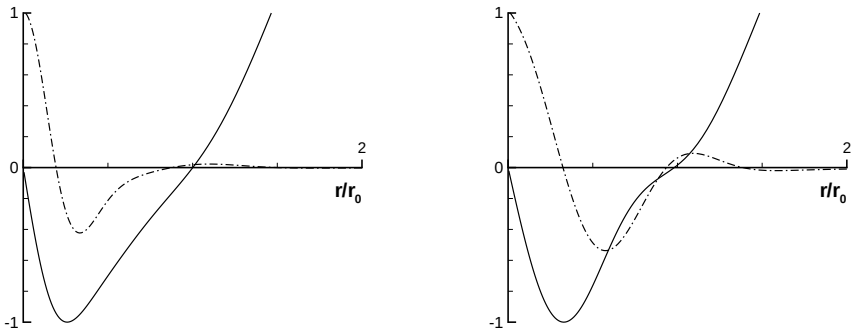


(b)



(c)

FIG. 6.11 – Caractéristiques linéaires temporelles des modes en hélice corotatifs dans les plans $X/c = 0,74$ et $0,84$ ($\varphi = 70°$, $\alpha = 27°$), en fonction de $|m|$, pour chaque mode stationnaire destabilisé ($\omega_r = 0$) et pour chaque mode le plus amplifié ($\omega_r \neq 0$) : (a) taux d'amplification, $\omega_{i,max}/\Omega_0$, (b) rayon de développement des fonctions propres, r_0, et (c) tangente de l'angle entre la trajectoire de l'instabilité et un plan transversal, $-m/kr_0$, de chaque mode divisés par les observations expérimentales (Mitchell, 2000). La légende figure en (c)



(a) $X/c = 0,74$ (b) $X/c = 0,84$

FIG. 6.12 – Évolutions radiales de la composante de vitesse longitudinale (lignes continues) et dérivée radiale seconde de la composante transversale (lignes discontinues), par rapport aux trajectoires, des champs de base $X/c = 0,74$ et $0,84$ ($\varphi = 70°$, $\alpha = 27°$). Les valeurs sont divisées par leur maxima pour plus de clarté

Riley & Lowson (1998) proposent un scénario basé sur un mécanisme local d'instabilité de Kelvin-Helmholtz tridimensionnel pour la formation des sous-structures. En se basant sur les travaux théoriques de Stuart (1952), les auteurs montrent que ce mécanisme est similaire à l'instabilité transversale d'une couche limite tridimensionnelle.

Il est possible de vérifier si la condition nécessaire de Stuart s'applique aux modes stationnaires ($\omega_r = 0$). Celle-ci dit : "une instabilité transversale peut être amplifiée le long d'une certaine trajectoire si, par rapport à celle-ci, le profil transversal de l'écoulement de base admet un point d'inflexion et si le profil longitudinal admet une vitesse nulle au niveau de la trajectoire".

Sur la figure (6.12), nous avons tracé l'évolution radiale des composantes de vitesse du champ de base le long et perpendiculaire à la direction de propagation des deux modes stationnaires les plus amplifiés dans chacun des plans. Le rayon r_0 est effectivement proche du point d'inflexion de la vitesse transversale et possède une vitesse longitudinale nulle. L'écoulement de base autorise donc l'existence de telles instabilités inflexionnelles stationnaires au rayon r_0.

Il apparaît donc que, sur l'aile $\varphi = 70°$, les instabilités stationnaires identifiées dans le plan $X/c = 0,51$ à $\alpha = 30°$ sont d'origine centrifuge. Ces instabilités ne sont pas observées dans les expériences. En revanche, celles identifiées dans les plans $X/c = 0,74$ et $0,84$ à $\alpha = 27°$ sont d'origine inflexionnelle et de caractéristiques proches des observations.

Par rapport à un mécanisme centrifuge, le mécanisme d'instabilité tridimensionnelle de cisaillement est mieux adapté pour expliquer l'existence des sous-structures stationnaires. Ce scénario reste hypothétique dans la mesure où les instabilités stationnaires se développent sur de grands rayons où le modèle axisymétrique que nous avons utilisé est mis en défaut.

6.4.3 Remarques

Notre analyse se heurte à deux critiques.

X/c	$e^{2\pi\omega_{i,max}/\Omega(r_0)}$	$e^{\omega_{i,max}c/U_0}$
0,74	4,482	8,208
0,84	3,823	6,550

TAB. 6.5 – Facteurs d'amplification des fonctions propres des modes stationnaires les plus amplifiés, $m = -3$ ($X/c = 0.74$) et $m = -5$ ($X/c = 0.84$), pendant une période de révolution de l'écoulement de base, $2\pi/\Omega(r_0)$, et pendant l'échelle de temps de convection longitudinale d'une aile delta, c/U_0

Premièrement, le concept d'instabilité exponentiellement amplifiée semble en désaccord avec la persistance des sous-structures. Le tableau (6.5) présente une estimation du facteur d'amplification des fonctions propres pendant une période de révolution du champ de base, $2\pi/\Omega(r_0)$, et pendant l'échelle de temps convective, c/U_0. Les taux d'amplification de ces modes sont négligeables devant les valeurs des modes centrifuges précédemment identifiés (tableau (6.3)). Les instabilités inflexionnelles agissent comme des modes quasi neutres. L'énergie de l'écoulement de base disponible est très inférieure dans cette région par rapport à celle disponible dans le cœur tourbillonnaire où le cisaillement axial et la rotation sont plus intenses (ce point est détaillé en annexe E).

Deuxièmement, Riley & Lowson (1998) réfutaient le concept d'instabilités d'une couche de mélange bidimensionnelle et courbe (Liou, 1994), comme origine à ces sous-structures, car ces modes exhibaient alternativement des foyers de vorticité positive puis négative. Les modes que nous considérons ici possèdent également cette caractéristique. Ce résultat est cependant inhérent à des perturbations développées en modes normaux de la forme $\Re\{f(r,x,t) \times \exp(im\theta)\}$ qui changent de signe par une transformation $\theta \mapsto \theta + \pi/m$. La présence de ces structures de signe contraire peut ne pas avoir de réalité physique. Elle est en outre une conséquence de la conservation de la vorticité dans un plan transversal imposée par le théorème de Kelvin. Dans l'écoulement sur une aile delta, cette conservation est assurée par la symétrie par rapport au plan de corde. L'existence de ces pôles de vorticité négative, illustrés sur la figure (6.8), et présents également dans les distributions des fonctions propres de ces modes stationnaires ne remet pas en cause leur comparaison aux sous-structures d'aile delta.

6.5 Conclusions de l'étude de stabilité temporelle

Nous avons proposé un modèle axisymétrique théorique représentatif de l'écoulement moyen d'aile delta mesuré dans nos expériences. Ce modèle s'applique aux vitesses axiale et azimutale dans des plans transversaux en amont et en aval du point d'éclatement. Le caractère non axisymétrique des profils expérimentaux est quantifié au moyen d'une méthode de transformée de Fourier rapide.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude de stabilité linéaire temporelle de ces écoulements dans le cadre de deux tourbillons primaires formés sur une aile delta à bord d'attaque arrondi ($\varphi = 60°$) et sur une aile plus élancée à bord d'attaque aigu ($\varphi = 70°$). Plusieurs outils d'analyse sont utilisés pour cette étude : des critères analytiques

d'instabilité centrifuge et inflexionnelle ainsi qu'un code de calcul basé sur l'analyse de stabilité linéaire par une méthode de collocation spectrale.

Le principal résultat concerne la caractérisation des instabilités dans les états pré-éclaté et éclaté. Les perturbations sont amorties ou faiblement amplifiées en amont de l'éclatement où le niveau de swirl est élevé. En aval, l'écoulement est caractérisé par un plus faible niveau de swirl, les instabilités se manifestant sous la forme de modes en anneau ("ring mode", Leibovich & Stewartson 1983) prenant la forme d'hélices de courtes longueurs d'onde. Il est montré en annexe D que, comme dans le cas du q-vortex, ce type d'écoulement possède un nombre de swirl de coupure au delà duquel les perturbations ne sont plus amplifiées. Leurs taux d'amplification élevés permettent de penser que ces instabilités atteignent rapidement un état saturé, produisant un écoulement à petites échelles dans le sillage de l'éclatement et sur la maquette. Deux mécanismes physiques sont responsables de ces instabilités : le cisaillement axial et la force centrifuge de l'écoulement de base. Les prédictions du critère de Leibovich & Stewartson sont confirmées par les résultats du code de calcul de stabilité.

Les formes elliptiques des contours de vitesse observées par les mesures VLF sont à l'origine d'une instabilité elliptique qui se développe dans tous les plans considérés. Néanmoins, les mécanismes d'instabilité centrifuge sont plus puissants lorsqu'ils sont présents.

Nous avons également mis en évidence des instabilités de Kelvin-Helmholtz tridimensionnelles se développant sur de grands rayons dans l'écoulement sur l'aile $\varphi = 70°$ à une certaine incidence $\alpha = 27°$. Ces instabilités sont constituées de modes hélicoïdaux amortis aux petites longueurs d'onde azimutales et axiales. Certains modes sont stationnaires et présentent des propriétés remarquablement proches des sous-structures observées sur cette maquette (Mitchell, 2000). En se référant aux travaux expérimentaux de Riley & Lowson (1998) et aux travaux théoriques de Stuart (1952), nous avons mis en évidence un mécanisme d'instabilité transversale basé sur le cisaillement transversal associé à une vitesse nulle dans la direction de propagation de ces instabilités. L'amplification de ces instabilités est faible devant celle des modes en anneau, ces modes sont quasi neutres.

L'analyse de stabilité temporelle linéaire possède toutefois ses limites. Premièrement, elle ne s'applique qu'à des modèles axisymétriques et parallèles qui ne sont qu'une approximation des écoulements réels. Deuxièmement, l'analyse temporelle ne permet pas d'établir quel mode sera sélectionné par l'écoulement. Pour cela, une étude spatio-temporelle est nécessaire afin de caractériser la nature absolue/convective de la perturbation et déterminer si celle-ci s'étend à la totalité de l'écoulement ou si elle est advectée vers l'aval. Troisièmement, cette étude ne tient pas compte des effets d'amplitude finie des perturbations qui conduisent aux non linéarités. Dans notre cas, l'hypothèse de linéarité des instabilités est, dans certains cas, rapidement mise en défaut, dans les plans en aval de l'éclatement, par la présence de mécanismes de diffusion aux faibles swirls.

7 Théorie de l'éclatement : dynamique des modes neutres

Dans ce chapitre, nous proposons un modèle de criticité de l'écoulement en nous basant sur la théorie des écoulements conjugués développée par Benjamin (1962).

Nous considérons ici le cas d'un écoulement soumis à des perturbations infinitésimales neutres vis-à-vis de la stabilité linéaire temporelle ($\omega_i = 0$). Notre objectif est d'établir dans quelle mesure le champ de base étudié (6.7) autorise la propagation de ces ondes neutres. En considérant les paramètres caractéristiques de l'écoulement moyen, on veut savoir si ces perturbations sont advectées vers l'aval ou si elles peuvent remonter l'écoulement.

7.1 Préliminaires

7.1.1 Ondes de Kelvin

Rappelons tout d'abord quelques fondements de la théorie des ondes d'inertie qui sont les ondes caractéristiques d'un écoulement en rotation. On considère pour cela un état de base cylindrique défini par une famille de solutions stationnaires, de la forme $(U_x(r),0,W_\theta(r),p(r))$, auquel on superpose un champ de perturbation infinitésimal. Les invariances par rotation et translation permettent de développer les perturbations en modes normaux : $(u_x(r), v_r(r), w_\theta(r), \delta p(r)) \times \exp\{i(kx + m\theta - \omega t)\}$ où ω est réel. Les équations du mouvement sont ensuite linéarisées. Nous posons $\varpi = \delta p(r)/\rho_0$ et $\Omega = W_\theta(r)/r$. À partir de l'équation de continuité et des trois équations de conservation de la quantité de mouvement, il vient :

$$\begin{array}{rcl} i\gamma v_r - 2\Omega w_\theta &=& -D\varpi, \\ \big(D(r\Omega) + \Omega\big)v_r + i\gamma w_\theta &=& -\frac{im}{r}\varpi, \\ \big(DU_x\big)v_r + i\gamma u_x &=& -ik\varpi, \\ Dv_r + \frac{v_r}{r} + \frac{im}{r}w_\theta + iku_x &=& 0, \end{array} \tag{7.1}$$

où $\gamma = m\Omega + kU_x - \omega$ est, au signe près, la fréquence dans le référentiel embarqué dans l'écoulement. Nous imposons une condition sur l'axe : $v_r = w_\theta = 0$ en $r = 0$. On peut se ramener à un système de deux équations à deux inconnues en utilisant un formalisme lagrangien. On applique la transformation

$$u_x = i\gamma\xi_x, \quad v_r = i\gamma\xi_r, \quad w_\theta = i\gamma\xi_\theta - r(D\Omega)\xi_r. \tag{7.2}$$

En effectuant ce changement de variable et en éliminant successivement ξ_θ et ξ_x, nous obtenons

$$\begin{aligned} \left(D\xi_r + \tfrac{\xi_r}{r}\right) - \tfrac{1}{\gamma}\left(\tfrac{2\Omega m}{r} - kDU_x\right)\xi_r &= \tfrac{1}{\gamma^2}\left(\tfrac{m^2}{r^2} + k^2\right)\varpi, \\ (\gamma^2 - 4\Omega^2 - 2r\Omega D\Omega)\xi_r &= D\varpi + \tfrac{2\Omega m}{\gamma r}\varpi, \\ \xi_r(r=0) &= 0. \end{aligned} \tag{7.3}$$

La résolution de ce système permet de déterminer ξ_r et ϖ, puis ξ_θ et ξ_x. Le champ de vitesse est finalement obtenu par la transformation (7.2).

Intéressons nous au cas d'un écoulement de base en rotation solide superposé à une advection constante $(0, \Omega_0 r, U_0)$ et confiné dans un tube de rayon R_0. Dans ce cas, le système (7.3) peut être résolu analytiquement. En effet, on a $\gamma = m\Omega_0 + kU_0 - \omega$ et le système (7.3) se ramène à une équation pour ϖ en fonction de la variable $\tilde{r} = \beta r$ ($\beta = k\sqrt{4\Omega_0^2/\gamma^2 - 1}$) avec les conditions limites sur l'axe et en périphérie :

$$\begin{aligned} \tilde{r}^2\tilde{D}^2\varpi + \tilde{r}\tilde{D}\varpi + (\tilde{r}^2 - m^2)\varpi &= 0, \\ \tilde{D}\varpi + \tfrac{2m\Omega_0}{\sigma}\tfrac{\varpi}{\tilde{r}} &= 0 \quad \text{pour} \quad \tilde{r} = 0, \tilde{R}_0. \end{aligned} \tag{7.4}$$

où $\tilde{D} = d/d\tilde{r}$. C'est une équation de Bessel dont la solution générale est de la forme $\varpi = AJ_m(\tilde{r}) + BY_m(\tilde{r})$ où A et B sont des constantes par rapport à $\tilde{r}$. J_m et Y_m désignent les fonctions de Bessel de première et deuxième espèce respectivement (Spiegel, 1974). En raison du comportement singulier de $Y_m(\tilde{r})$ en $\tilde{r} = 0$, la condition limite sur l'axe permet d'imposer $B = 0$ et la condition au bord mène à la relation de dispersion

$$2m\Omega_0 + \beta R_0 \frac{\tilde{D}J_m(\beta R_0)}{J_m(\beta R_0)} = 0. \tag{7.5}$$

Cette équation détermine la valeur de βR_0 ce qui nous permet d'établir directement la relation reliant ω, k et m :

$$\omega = \pm \frac{2\Omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta R_0}{kR_0}\right)^2}} + m\Omega_0 + kU_0. \tag{7.6}$$

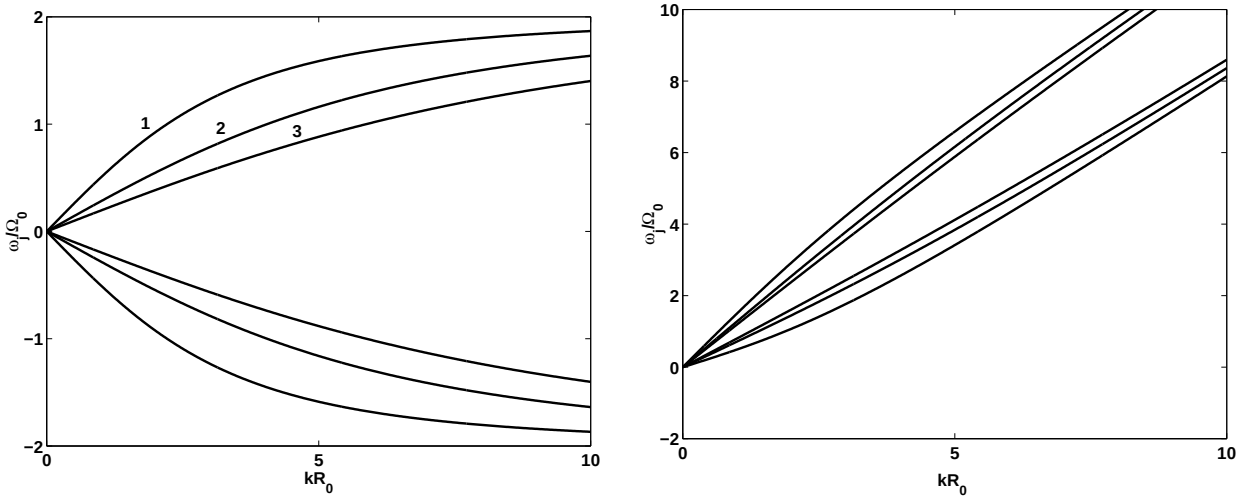
Ces ondes sont appelées ondes d'inertie. Selon Saffman (1992) elles peuvent être classées suivant leur fréquence dans le référentiel embarqué dans le cœur de l'écoulement : elles sont dites *rétrogrades* lorsque $\omega - m\Omega_0 - kU_0 < 0$ et *cogrades* sinon. L'application d'un écoulement uniforme modifie la fréquence percue dans un repère immobile selon le principe de l'effet Doppler. La figure (7.1) illustre cet effet en présentant les branches de solutions axisymétriques, correspondant aux trois premiers zéros de (7.5), dans le cas d'un écoulement en rotation uniforme superposé ou non à une advection constante.

De plus, pour m et k donnés, il existe une infinité dénombrable de solutions possédant des fréquences comprises dans un intervalle ouvert, de largeur $4\Omega_0$ et centré sur $m\Omega_0 + kU_0$. La condition extérieure discrétise le spectre des valeurs propres du système de départ.

Dans le cas de perturbations axisymétriques ($m = 0$), la relation (7.6) devient

$$\omega_n = \pm \frac{2\Omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{j_{1,n}}{kR_0}\right)^2}} + kU_0, \tag{7.7}$$

où $j_{1,n}$ désigne le $n$ième zéro de la fonction de Bessel J_1 et constitue une suite strictement croissante de n. L'expression de la vitesse de groupe minimale des perturbations axisymétriques est alors établie pour $n = 1$:



(a) (b)

FIG. 7.1 – Fréquences des ondes de Kelvin axisymétriques dans un écoulement en rotation solide seul (a) puis superposé à une advection constante $U_0 = \Omega_0 R_0$ (b)

$$\min\left\{\frac{\partial \omega_n}{\partial k}| \quad k \geq 0, n \in \mathbb{N}^*\right\} = -\frac{2\Omega_0 R_0}{j_{1,1}} + U_0. \tag{7.8}$$

Un écoulement en rotation solide comporte donc une infinité d'ondes d'inertie axisymétriques ou hélicoïdales. Ces ondes peuvent être observées dans une cuve en rotation (Harvey 1962, Hopfinger *et al.* 1982, Maxworthy *et al.* 1985, Pritchard 1970). Dans un tourbillon, ces ondes, appelées ondes de Kelvin, se propagent le long de l'axe. Le cas d'un tourbillon plus réaliste, représenté par une loi de Lamb-Oseen, a été traité par D. Fabre (2002). Dans certains cas, ces ondes peuvent être décrites par la théorie des solitons de Hasimoto (1972) qui montre leur existence dans un filament tourbillonnaire en écoulement incompressible, non visqueux et irrotationnel.

7.1.2 Théorie des états conjugués de Benjamin

Plusieurs articles de Benjamin (1962, 1965, 1967a) sont à l'origine d'une théorie expliquant le phénomène d'éclatement tourbillonnaire non comme la conséquence d'amplifications d'instabilité infinitésimales qui atteignent un état saturé sous l'action des non linéarités (Ludwieg, 1960-1961) mais plutôt comme une transition finie entre deux états conjugués d'un écoulement axisymétrique. Cette transition est analogue au ressaut hydraulique d'un écoulement de canal ouvert ou au choc dans un écoulement supersonique. Un état dit supercritique, où toutes les perturbations infinitésimales sont propagées vers l'aval, est susceptible de subir une transition spontanée vers un état sous-critique pouvant supporter l'existence d'ondes stationnaires infinitésimales qui remontent l'écoulement (Benjamin, 1962).

Pritchard (1970) a mesuré la vitesse de phase des ondes solitaires dans deux expériences, un écoulement de type Rankine dans une large cuve en rotation et un écoulement tourbillonnaire confiné dans un tube de grande longueur. La comparaison de ces résultats

avec la théorie de Benjamin est satisfaisante. En particulier, les ondes longues observées dans la cuve en rotation sont l'équivalent des ondes d'un écoulement de grande profondeur (Benjamin, 1967b) et les ondes d'un tourbillon confiné sont l'équivalent des ondes solitaires d'un écoulement de canal ouvert (Benjamin, 1967a).

Des études ultérieures (voir F. Gallaire 2002 pour une revue) présentent l'apparition de l'éclatement au point où l'écoulement est localement critique. Les ondes de Kelvin s'accumulent en ce point et l'éclatement est la conséquence de la rencontre d'ondes qui descendent et d'ondes qui remontent provoquant un changement de stabilité de la structure de l'écoulement via une bifurcation (entre un état colonne stable et un état éclaté). Le paramètre de contrôle est ici le swirl de l'écoulement. Des ondes de Kelvin stationnaires ont été observées expérimentalement en aval du bulbe d'éclatement d'un tourbillon dans un tube (Harvey, 1962). Selon Benjamin (1967a), dans le cas de l'éclatement des tourbillons d'aile delta, où le changement d'état est brusque, l'état de base décrit par cette théorie est noyé par des effets secondaires d'instabilités.

Par analogie au nombre de Froude déterminant la criticité d'un écoulement de canal ouvert[1], Benjamin (1962) établit un paramètre $N = (c_+ + c_-)/(c_+ - c_-)$ (c_- et c_+ désignent les vitesses minimales et maximales des ondes axisymétriques et infiniment longues). $N > 1$ indique un écoulement supercritique et $N < 1$ un écoulement sous-critique, ces caractéristiques étant déterminées par le signe de c_-. Plus tard, Leibovich (1984) suggère que comme le milieu est dispersif - *ie.* la vitesse des ondes dépend de leur fréquence - c'est la vitesse de groupe du paquet d'ondes qui transporte l'énergie et qu'il faut donc considérer. Comme Benjamin considère des modes de grande longueur d'onde, les vitesses de phase et de groupe coïncident et la classification de Benjamin reste valide.

L'étude du comportement des ondes de Kelvin dans un écoulement réel et sa comparaison à la théorie des états conjugués revêt donc un intérêt important. Il s'agit pour nous de vérifier l'application de cette théorie aux résultats expérimentaux. L'évaluation de la vitesse de groupe des ondes de Kelvin axisymétriques nous permet de déterminer la criticité locale de l'écoulement. Nous tenterons ensuite de mettre en évidence quelques propriétés des ondes de Kelvin en fonction des paramètres déterminant l'écoulement moyen d'un tourbillon d'aile delta représenté par notre modèle (6.8).

7.2 Criticité des écoulements d'aile delta

7.2.1 Criticité des profils expérimentaux

La figure (7.2) présente l'évolution des pulsations, ω_r/Ω_0, des modes neutres axisymétriques, en fonction du nombre d'onde axial, kr_c. Ces résultats sont obtenus au moyen d'une analyse temporelle des équations d'Euler appliquée aux modèles de vitesse axisymétriques (6.7). Pour les deux maquettes, nous présentons les résultats concernant un plan en amont, un plan à proximité et un plan en aval du point d'éclatement.

Pour les courtes longueurs d'onde ($kr_c \gg 1$), la pulsation augmente linéairement en fonction du nombre d'onde axial. Ce comportement est analogue à celui des ondes inertielles d'un cœur en rotation solide superposé à un écoulement uniforme (équation (7.7) et figure (7.1*b*)). Dans cette limite, les vitesses de phase axiale et de groupe de chaque onde sont positives.

[1]Plus tard, Leibovich (1984) comparera les états super- et sous-critique aux écoulements super- et subsonique et le paramètre N au nombre de Mach. En particulier, les instabilités ne peuvent pas remonter un écoulement supersonique

Dans la limite des grandes longueurs d'onde ($kr_c \ll 1$), certaines branches de solutions sont croissantes et positives en fonction de kr_c tandis que d'autres sont négatives sur une certaine gamme $k \in [0, k_0]$, k_0 étant fonction de X/c.

Toutes les branches temporelles obtenues pour les deux plans situés en amont du point d'éclatement ($X/c = 0,36$ et $0,32$) sont positives et croissantes par rapport à kr_c. Leurs vitesses de phase et de groupe sont toutes positives.

Dans les plans suivants, situés à proximité du point d'éclatement ($X/c = 0,47$ et $0,45$), la plus petite pente à l'origine des branches de solution obtenues, qui correspond à la vitesse de groupe minimale, est plus faible que pour les plans amont. Néanmoins, les fréquences restent positives et augmentent avec kr_c indiquant des vitesses de groupe positives.

Les deux plans post-éclatement ($X/c = 0,51$ et $0,53$) présentent chacun une branche de fréquences négatives. Dans le plan $X/c = 0,51$, ces fréquences passent par un minimum en $k_{min}r_c = 1,46$ puis augmentent vers des valeurs positives pour $k_0 r_c > 7,15$. Dans le plan $X/c = 0,53$, les fréquences diminuent pour la gamme de nombres d'onde explorée. Dans les deux cas, la vitesse de groupe minimale est obtenue en $kr_c = 0$, elle est négative indiquant que ces ondes remontent l'écoulement. Les vitesses de phase correspondant à ces branches sont également négatives.

Ainsi, en amont du point d'éclatement, où l'écoulement est stable dans sa globalité, les ondes de Kelvin sont advectées vers l'aval. Dans l'état éclaté, qualifié de globalement instable car l'écoulement est détérioré dans sa totalité, certaines ondes possèdent des vitesses de groupe négatives et remontent l'écoulement. Il semble de plus que la vitesse de groupe minimale diminue de manière continue à partir de valeurs positives lorsque l'on observe leur comportement d'un état pré- vers un état post-éclaté. Ces résultats sont encourageants puisqu'il sont conformes à la théorie de transition finie de Benjamin (1962) rapellée précédemment. L'écoulement complet présente un état pré-éclaté supercritique et un état post-éclaté sous-critique, la transition entre ces deux états se manifestant à proximité du point d'éclatement tourbillonnaire.

Dans le paragraphe suivant, nous appliquons la théorie des états conjugués au modèle de tourbillon axisymétrique (6.7).

7.2.2 Criticité du modèle d'écoulement axisymétrique

Adaptation d'un modèle de criticité

Rappelons que la théorie de Benjamin est une théorie linéaire qui permet d'évaluer, à partir des profils de vitesse, l'apparition de l'éclatement tourbillonnaire au point où l'écoulement devient localement critique.

Dans le modèle générique d'écoulement (6.7) que nous analysons, il est intéressant de considérer l'influence des paramètres définissant ce modèle puisqu'ils peuvent être reliés aux paramètres géométriques de l'aile (angle de flèche, forme du bord d'attaque, incidence, etc.) et parce que c'est l'écoulement moyen qui détermine sa criticité.

Nous utilisons pour cela le modèle d'écoulement dans un tube de rayon R_0, défini au paragraphe 7.1, par un mouvement de rotation solide superposé à une vitesse axiale constante :

$$\left\{ \begin{array}{lcll} U_x(r) & = & U_x(0) & \forall r \in [0, R_0], \\ W_\theta(r) & = & \Omega_0 r & \forall r \in [0, R_0]. \end{array} \right. \tag{7.9}$$

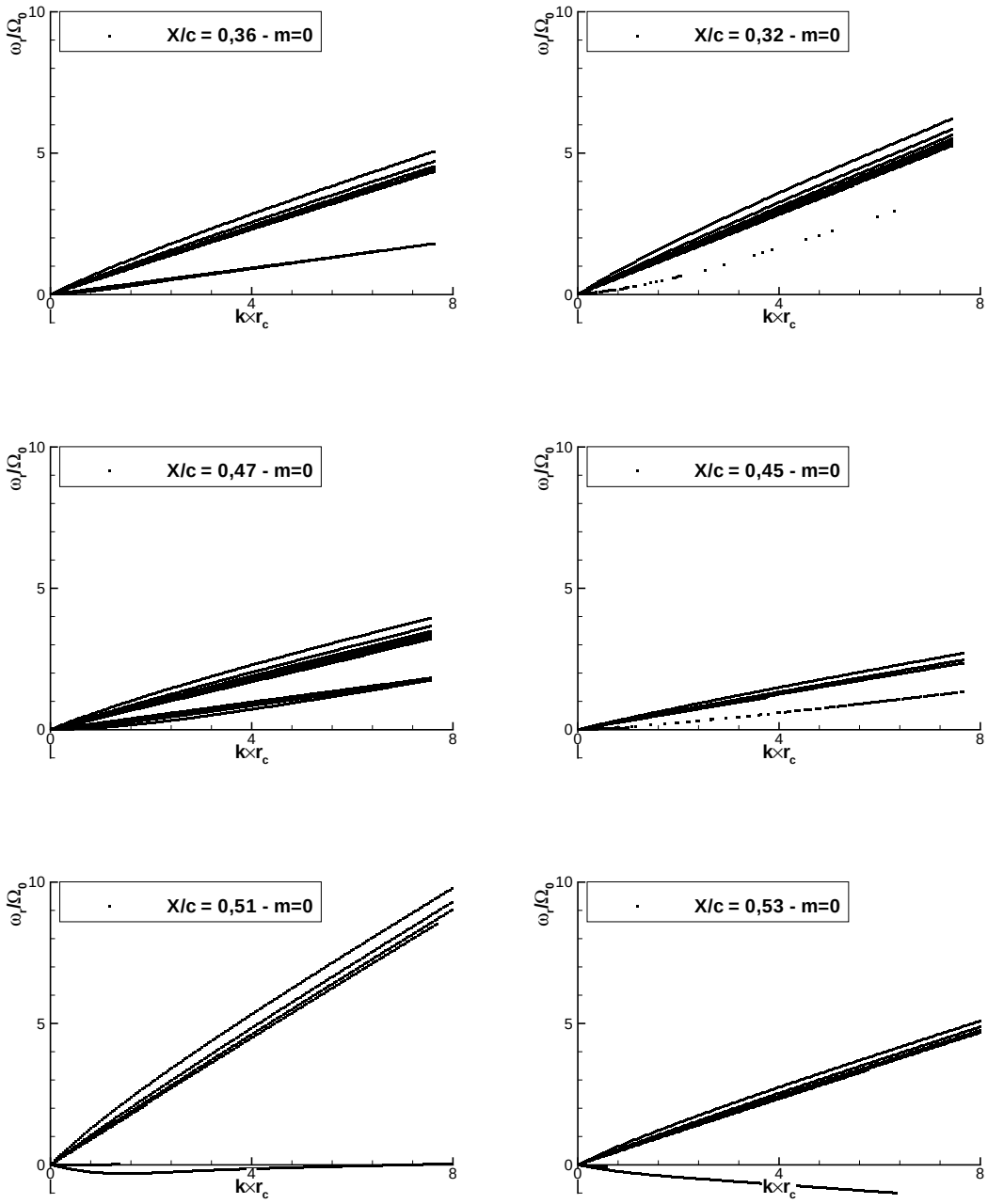


FIG. 7.2 – Pulsations des ondes de Kelvin axisymétriques ($m = 0$) dans trois plans situés en amont (haut), à proximité (milieu) et en aval (bas) du point d'éclatement et pour les deux ailes delta $\varphi = 60°$ (colonne de gauche) et $\varphi = 70°$ (colonne de droite)

La vitesse de phase minimale des ondes de Kelvin axisymétriques et infinitésimales est, d'après l'équation (7.7), égale à $c_- = -2q_0/j_{1,1} + 1$. Rappelons que $j_{1,1}$ désigne le premier zéro de la fonction de Bessel de première espèce J_1. La valeur du nombre de swirl $q_0 = \Omega_0 R_0/U_x(0)$ détermine seule la criticité de l'écoulement. L'écoulement est supercritique si $q_0 < j_{1,1}/2$ et sous-critique si $q_0 > j_{1,1}/2$.

Les tourbillons que nous considérons possèdent une zone de rotation solide autour de leur axe qui permet l'existence d'ondes de Kelvin caractérisées par une gamme continue et finie de fréquences. L'application d'une condition externe, qu'elle soit d'imperméabilité sur les parois du tube ou de raccord avec l'écoulement extérieur, discrétise le spectre continu d'ondes en sélectionnant celles pouvant se développer dans ce milieu (paragraphe 7.1). Dans les tourbillons libres réalistes, la zone de rotation solide est entourée, au loin, par une zone d'écoulement potentiel et une zone cisaillée sépare ces deux régions. Des arguments physiques imposent aux vitesses et pressions de ces ondes de décroître exponentiellement avec le rayon r dans la zone potentielle. Ainsi, les ondes de Kelvin restent confinées à l'intérieur et dans le voisinage du cœur tourbillonnaire. Nous allons tirer avantage de cette propriété pour éviter d'effectuer une résolution analytique des ondes de Kelvin dans le modèle (6.7) complet. Par la suite, nous comparons les propriétés de criticité de notre modèle à un simple critère dérivé du modèle d'écoulement dans un tube (7.9).

Pour pouvoir les comparer, il est nécessaire de relier les échelles de longueur et de vitesse des deux modèles :

- Dans le modèle (7.9), l'échelle de vitesse est fixée par la vitesse axiale et peut être reliée à l'échelle du modèle (6.7) par la transformation $U_x(0) = (1+u)\Delta U$.
- Le rayon du tube R_0 détermine l'échelle de longueur et doit être relié à l'échelle a_1 pour notre modèle (6.7). Ce lien est plus délicat à établir. Dans le modèle (7.9), le rayon du tube délimite la zone de rotation solide et fixe ainsi l'intensité du mouvement azimutal avec le taux de rotation Ω_0. Pour le modèle (6.7), nous choisissons alors le rayon du cœur, $R_c = a_1 r_c$ (où la vitesse tangentielle est maximale), qui constitue une approximation correcte de l'étendue de la zone de rotation solide d'un tourbillon libre. Notons dès à présent que ce rayon fait directement intervenir les paramètres N, b, et r_v définissant la loi de vitesse azimutale à deux échelles, sous sa forme adimensionnelle suivante :

$$r_c = \frac{\sqrt{\sqrt{N^2(1-b^2)^2 + 4b^2} - N(1-b^2)}}{\sqrt{2}br_v}.$$

Une correspondance entre les deux écoulements est ainsi établie et nous obtenons un critère basé sur un nouveau nombre de swirl q_0 : l'écoulement est supercritique si

$$q_0 = \frac{qr_c}{(1+u)} < \frac{j_{1,1}}{2} \tag{7.10}$$

et sous-critique sinon.

Application du modèle de criticité

Dans ce paragraphe, nous appliquons le modèle de criticité (7.10) à notre modèle de tourbillon (6.7) puis aux profils expérimentaux.

La figure (7.3) présente les zones de criticité dans un écoulement de q-vortex et dans notre écoulement ($a = b = r_v = 1$) en fonction des paramètres de swirl, q, et

d'écoulement extérieur, u, pour plusieurs valeurs de δ. La criticité de l'écoulement est déterminée numériquement en évaluant le signe de la vitesse de phase minimale des ondes neutres axisymétriques et infiniment longues ($kr_c \to 0$). Leibovitch (1984) a mené cette analyse dans le cas d'un modèle de q-vortex (équation (C.11)), celle-ci est reproduite sur la figure (7.3a).

Sur la figure (7.3b), nous représentons également les zones critiques d'un écoulement de rotation solide avec advection constante. Seules les valeurs positives de swirl sont considérées puisque le comportement des ondes axisymétriques est indépendant du sens de rotation du tourbillon. Remarquons que les problèmes numériques de couche critique sont ici aussi évités. Un mode neutre possède une couche critique lorsque $kU(r)+m\Omega(r) = \omega_r$ en un rayon r au moins de l'écoulement. Dans le cas des modes de Kelvin axisymétriques, cette propriété apparaît si la vitesse de phase vérifie $c_r \in [u - \varepsilon_{\delta,a}, u + 1 + \varepsilon_{\delta,a}]$ et pose, dans ce cas, des problèmes de résolution numérique puisque les dénominateurs des deux derniers coefficients de l'équation de perturbation (D.6) s'annulent. $\varepsilon_{\delta,a}$ est introduit pour déterminer les valeurs minimale et maximale de la vitesse axiale. Dans notre modèle, ce paramètre est petit ($\varepsilon_{(\delta,1)} = 0$ pour $\delta = 0,1$ et 2 ; $\varepsilon_{(-1,1)} = 0,033$ et $\varepsilon_{(-2,1)} = 0,110$) et les problèmes de couches critiques n'apparaissent que pour de faibles valeurs de swirl. Les résultats correspondant à ces valeurs ne sont pas pris en compte.

Logiquement, une augmentation de q a pour effet de diminuer la vitesse minimale des ondes et de précipiter l'écoulement vers un état sous-critique. Une augmentation de $|u|$ accroît, quant à lui, l'influence de l'écoulement extérieur et convecte les ondes vers l'aval. Dans ce cas, l'état supercritique est favorisé. Pour les grands nombres de swirl, les courbes de criticité des jets et sillages cocourants sont proches de celle d'un écoulement en rotation solide avec advection constante. Les longueurs d'onde sont très grandes devant les dimensions transversales du tourbillon qui agit alors comme un guide d'ondes. Aux faibles nombres de swirl, les conditions critiques s'écartent du modèle d'écoulement dans un tube (7.9). L'effet Doppler devient prépondérant dans cette région et seul le paramètre d'écoulement extérieur pilote la vitesse de phase des ondes. Ce comportement est plus marqué pour les jets cocourants que pour les sillages dont la courbe de criticité reste proche des prédictions du modèle (7.9).

Les jets et sillages à contre-courants ($-1 < u < 0$) qui présentent une zone de recirculation sont toujours sous-critiques. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Leibovich (1984) pour le q-vortex (figure (7.3a)) mais les courbes critiques de ce modèle présentent des asymptotes avec des pentes plus faibles pour les grands nombres de swirl.

Le modèle de tourbillon q-vortex, qui est moins sensible aux perturbations locales et infinitésimales, est néanmoins globalement instable au sens de Benjamin pour une gamme plus étendue de paramètres de swirl et d'écoulement extérieur.

Comportement autour de l'axe tourbillonnaire

La figure (7.3b) montre que le paramètre δ a une faible influence sur la frontière entre les états super- et sous-critique. Nous avons vu que les ondes de Kelvin se propagent au voisinage du cœur en rotation solide, le long de l'axe du tourbillon. Il est intéressant de décrire l'évolution de ces ondes autour de l'axe, dans le cadre du modèle que nous étudions.

Pour cela, nous partons des équations linéarisées décrivant le mouvement des ondes neutres et établies en (7.3). Dans le cas d'ondes axisymétriques ($m = 0$), ces équations s'écrivent

	$\varphi = 60°$					$\varphi = 70°$				
X/c	0,22	0,36	.	0,47	0,51	0,32	0,45	.	0,53	0,84
			.					.		
$2q_0/j_{1,1}$	0,80	0,98	.	1,55	12,8	0,69	0,72	.	4,82	3,04

TAB. 7.1 – Nombre de swirl, $q_0 = \Omega_0 R_c/U_x(0)$, comparé à la valeur critique, $j_{1,1}/2$. Les pointillés séparent les plans en amont et en aval du point d'éclatement

$$\begin{aligned} \big(D\xi_r + \tfrac{\xi_r}{r}\big) + \tfrac{k}{\gamma}\big(DU_x\big)\xi_r &= \tfrac{k^2}{\gamma^2}\varpi, \\ (\gamma^2 - 4\Omega^2 - 2r\Omega D\Omega)\xi_r &= D\varpi, \\ \xi_r(r=0) &= 0. \end{aligned}$$

Effectuons un développement limité de ces équations, en fonction du rayon r autour de l'axe $r = 0$, dans le cas de notre modèle (6.7). En tronquant les termes supérieurs à l'ordre $O(r^2)$ et en supposant que les paramètres adimensionnels définissant le profil de base sont $O(1)$, les coefficients intervenant dans les équations s'écrivent

$$\begin{aligned} \tfrac{k}{\gamma}DU_x &= \tfrac{-2\delta}{\zeta_0}r - \tfrac{3(1-\delta)a^3}{\zeta_0}r^2 + O(r^3), \\ \tfrac{k^2}{\gamma^2} &= \tfrac{1}{\zeta_0^2} + \tfrac{2\delta}{\zeta_0^3}r^2 + O(r^3), \\ \gamma^2 - 4\Omega^2 - 2r\Omega D\Omega &= [k^2\zeta_0^2 - 4q^2] + \cdots \\ &\quad \cdots + \big[-2\delta k^2\zeta_0 + 6q^2r_v^2[1 + N + (1-N)b^2]\big]r^2 + O(r^3), \end{aligned} \tag{7.11}$$

où $\zeta_0 = 1 + u - c_r$. Ainsi, le système (7.11) au premier ordre $O(1)$ est équivalent à celui d'ondes inertielles dans un milieu en rotation solide, d'intensité relative q, et soumis à une advection constante $1+u$. À l'ordre supérieur $O(r)$, seul le paramètre supplémentaire δ apparaît par le biais du terme $-2\delta/\zeta_0$, les autres termes intervenant à l'ordre suivant $O(r^2)$.

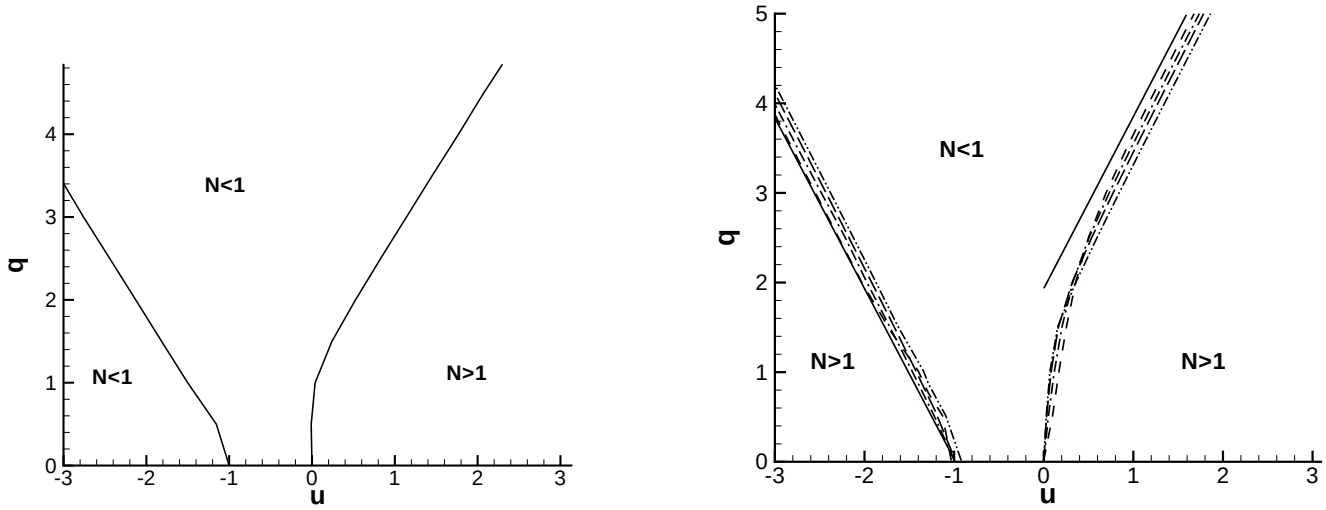
Le nombre de swirl q, le paramètre d'écoulement extérieur u ainsi que le rayon visqueux $r_c = r_c(N, b, r_v)$ sont donc des paramètres pertinents pour décrire la criticité de notre écoulement. Le paramètre δ influe sur la stabilité locale du tourbillon, mais n'est pas décisif dans cette analyse.

Application du modèle de criticité aux mesures par VLF

Il est également possible d'appliquer le critère (7.10) à nos mesures, à condition d'évaluer précisément les échelles de longueur et de vitesse. Le tableau (7.1) présente les valeurs du rapport $2q_0/j_{1,1}$ dans chaque plan de mesure sur les deux maquettes. Dans chaque cas, le critère prédit un écoulement supercritique en amont du point d'éclatement et sous-critique en aval.

7.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons analysé la criticité au sens de Benjamin (1962) de nos profils expérimentaux, d'une part, et celle du modèle théorique de tourbillons d'aile delta



(a) (b)

FIG. 7.3 – (*a*) Criticité d'un écoulement de q-vortex (C.11) d'après Leibovich (1984). (*b*) Criticité d'un écoulement du type (6.7) - traits discontinus - et d'un écoulement de rotation solide avec advection constante - trait continu - en fonction du paramètre de swirl q et du paramètre d'écoulement extérieur u et pour plusieurs valeurs du paramètre δ ($\cdots : \delta = -2$, $--: \delta = -1$, $-\cdot-\cdot : \delta = 0$, $\text{—}\,\text{—} : \delta = +1$, $-\cdot\cdot-\cdot\cdot : \delta = +2$)

(6.7), d'autre part. Nous avons pour cela élaboré un modèle simple basé sur un nombre de swirl q_0 valable dans la zone de rotation solide et d'advection constante des tourbillons.

Conformément à ce que l'on attendait, en amont de l'éclatement, les vitesses de phase et de groupe des ondes neutres axisymétriques sont positives, l'écoulement est donc supercritique ; en aval, ces ondes peuvent transférer leur énergie vers l'amont avec des vitesses de phase négatives. L'écoulement est alors sous-critique.

Nous avons analysé le rôle du paramètre de swirl q et du paramètre d'écoulement extérieur u sur la criticité de ce type d'écoulement. Comme attendu, une augmentation du swirl q diminue la vitesse de phase minimale des ondes de Kelvin axisymétriques et favorise ainsi l'état sous-critique. Une augmentation du paramètre d'écoulement extérieur u favorise l'état supercritique en advectant les ondes vers l'aval de l'écoulement. Le rôle du paramètre δ est moins marqué. Les ondes inertielles axisymétriques et infinitésimales responsables de la criticité de l'écoulement sont confinées dans le cœur en rotation solide où l'écoulement axial est localement uniforme et ne sont pas sensibles à la condition de raccord entre le cœur et l'écoulement potentiel extérieur ni à l'écoulement extérieur lui-même.

8 Bilan de l'étude de l'écoulement en configuration nominale

Cette première partie était consacrée à la caractérisation expérimentale de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile delta d'une géométrie atypique, plus proche de celle des avions de combat que les maquettes habituelles. Ces dernières sont généralement plus élancées et possèdent un bord d'attaque aigu. Un angle de flèche réduit, $\varphi = 60°$, ainsi qu'un bord d'attaque arrondi ont été choisis en accord avec les aérodynamiciens de Dassault Aviation. L'objectif de cette première partie était de déterminer les effets de ces changements géométriques sur les propriétés de l'écoulement.

Nous avons analysé l'écoulement pariétal à l'extrados de notre maquette, les principales conclusions sont :

- La couche limite issue de l'intrados est laminarisée par la courbure du bord d'attaque et devient probablement turbulente au recollement sur l'extrados.
- Sur le dernier point toutefois, l'analyse de l'état de la couche limite à l'extrados, par deux techniques différentes, donne des résultats contradictoires : la technique d'enduit d'acénaphtène prédit un état laminaire tandis que les pressions pariétales présentent toutes les caractéristiques d'un état turbulent. Une seconde campagne d'étude est nécessaire pour corroborer la première.
- La position de la ligne de décollement varie le long du bord d'attaque arrondi.
- La transition forcée de la couche limite à l'intrados n'a pas d'effet significatif sur les fluctuations de vitesse dans le champ extrados.
- L'analyse des écoulements réels à plus grands nombres de Reynolds, où la couche limite est turbulente au niveau de son décollement, n'est pas applicable sur notre maquette.

Des visualisations par tomoscopie laser nous ont permis de détecter la position moyenne de l'éclatement tourbillonnaire, retenons que :

- À une incidence fixe, celui-ci remonte vers l'apex lorsque l'angle de flèche diminue.
- Pour un même angle de flèche, le bord d'attaque arrondi ralentit son évolution vers l'apex avec l'incidence.

Les mesures d'efforts aérodynamiques varient de la façon suivante :

- Aux faibles incidences, les contributions potentielle et tourbillonnaire, au sens de Polhamus, augmentent avec l'élancement de l'aile.
- Aux hautes incidences, la portance tourbillonnaire domine. Le coefficient d'effort normal à la maquette augmente avec l'angle de flèche et le décrochage est retardé.
- Le bord d'attaque arrondi ne modifie pas les efforts potentiels, mais réduit la contribution des tourbillons.

Des mesures des champs de vitesse et de vorticité, par vélocimétrie laser, nous ont permis de caractériser les tourbillons. On observe les faits suivants :

- Une diminution de l'angle de flèche réduit l'intensité des tourbillons primaires (les vitesses et taux de rotation dans le cœur du tourbillon pré-éclaté sont moins importantes). En conséquence, l'éclatement des tourbillons primaires est moins prononcé sur notre maquette. Notamment, on n'observe plus la zone de recirculation qui caractérise le champ à l'aval de l'éclatement sur une aile de $\varphi = 70°$ d'angle de flèche à bord d'attaque aigu.
- Des rouleaux de Kelvin-Helmholtz sont amplifiés, via un mécanisme d'instabilité inflexionnelle, dans la couche de mélange qui se développe au bord d'attaque.
- Le cœur tourbillonnaire est sujet à des phénomènes de flottement caractérisés par des fluctuations basses fréquences qui se propagent le long de celui-ci. La vorticité de la couche limite issue de l'intrados ne semble pas participer à ces instationnarités. Mais le lien entre le transport de ces fluctuations et les propriétés des ondes de Kelvin dans le cœur doit être approfondi.

Une analyse des mécanismes physiques d'instabilité locale a été effectuée à partir d'un modèle d'ajustement des profils des vitesses représentatif des écoulements en amont et en aval de l'éclatement sur les deux maquettes. On obtient les résultats suivants :

- Des mécanismes d'instabilité centrifuge et de cisaillement de vitesse axiale sont présents en aval de l'éclatement. Ils peuvent également exister en amont ou être inhibés en aval. Ceci semble confirmer que l'éclatement n'est pas le résultat de l'amplification d'instabilités locales.
- Les sous-structures stationnaires, observées dans l'écoulement de l'aile à bord d'attaque aigu (Mitchell, 2000), peuvent être interprétées comme le résultat d'une instabilité inflexionnelle transversale tridimensionnelle.

Enfin, le critère de stabilité globale de Benjamin a été testé. Il s'applique avec succès aux résultats expérimentaux. On a montré, ce faisant, quelles sont les contributions respectives du nombre de swirl, du taux de rotation et du rayon du cœur tourbillonnaire.

Ces résultats montrent comment l'écoulement est modifié par les transformations géométriques apportées à la maquette par rapport à une aile delta de $\varphi = 70°$ d'angle de flèche et à bord d'attaque aigu. Ils enrichissent la banque de données disponible sur le sujet.

À ce titre, le modèle théorique d'écoulement moyen des tourbillons primaires proposé permet de modéliser les écoulements en amont et en aval de l'éclatement tourbillonnaire et sur plusieurs géométries de maquette. Il constitue donc un outil utile à la compréhension des mécanismes physiques d'instabilité, mais aussi à la comparaison d'écoulements issus de maquettes différentes ou d'écoulements en présence de contrôle. C'est dans cet objectif que ce modèle a été introduit.

Deuxième partie

Application d'un contrôle fluidique au bord d'attaque

9 Le contrôle actif de l'écoulement sur une aile delta : généralités

L'étape suivante de notre étude consiste à appliquer une méthode de contrôle par soufflage continu ou pulsé au moyen de fines fentes situées au bord d'attaque gauche de la maquette. L'écoulement nominal, caractérisé dans la première partie du mémoire, constitue la configuration de référence. Notre objectif est de modifier les propriétés globales des tourbillons en produisant une perturbation localisée et de faible énergie.

L'objet de ce premier chapitre est de situer notre choix de contrôle dans le contexte des travaux existants et d'en présenter le principe.

9.1 Préliminaires

9.1.1 Terminologie

Le contrôle se divise en plusieurs catégories :

- le contrôle *passif* où l'on modifie l'écoulement sans appport d'énergie extérieure, à l'aide de dispositifs mécaniques fixes (volets, virures, riblets).
- le contrôle *actif en boucle ouverte* où l'on manipule l'écoulement en lui apportant de l'énergie, sans modification de la loi de contrôle par rétroaction en fonction de l'état de l'écoulement.
- Le contrôle *en boucle fermée*, en présence de capteurs renseignant sur les propriétés locales ou globales de l'écoulement et pilotant la loi de contrôle pour atteindre l'objectif souhaité.

Le contrôle mis en œuvre ici est un contrôle actif en boucle ouverte. Notre système mécanique est constitué par l'écoulement à l'extrados de la maquette, les jets de contrôle étant extérieurs à ce système.

9.1.2 Paramètres définissant le contrôle

Le dispositif de forçage est représenté sur la figure (2.4) du paragraphe 2.2.2. Il consiste en quatre fentes minces, de section S_j, disposées le long du bord d'attaque gauche. Des jets d'air sont soufflés par ces fentes. Une analyse dimensionnelle introduit alors trois paramètres supplémentaires à ceux définis dans l'équation (3.1) lors de l'analyse de l'écoulement nominal effectuée au chapitre 3 :

$$C_\mu = \frac{\rho_j U_j^2 S_j}{\frac{1}{2}\rho_0 U_0^2 S_{aile}}, \quad VR = \frac{U_j}{U_0}, \quad St = \frac{fc}{U_0}. \tag{9.1}$$

où ρ_j et U_j désignent respectivement la masse volumique et la vitesse dans la section de sortie des jets de soufflage. Ceux-ci sont soit continus, soit pulsés à la fréquence f. c est la corde de l'aile et S_{aile} sa surface.

Le premier paramètre est appelé coefficient de quantité de mouvement. Il évalue le rapport entre le flux de quantité de mouvement du jet de contrôle, $\rho_j U_j^2 S_j$, et le flux de l'écoulement incident à contrôler, $\rho_0 U_0^2 S_{aile}/2$. Dans le cas d'un soufflage par plusieurs fentes, ce coefficient est la somme des coefficients obtenus pour chaque fente.

Le deuxième terme est le rapport entre la vitesse du jet et la vitesse incidente. Le jet est dit pénétrant ou non selon que $VR \gg 1$ ou $VR \ll 1$. Nous utilisons la moyenne des rapports de vitesse lorsque plusieurs jets sont actionnés.

Le dernier terme est un nombre de Strouhal du jet définit par le rapport entre l'échelle temporelle de convection de l'écoulement, c/U_0, et la période du contrôle, $T = 1/f$. $St = 0$ correspond au cas d'un jet permanent. Si $St \gg 1$, l'action est rapide devant les phénomènes convectifs de l'écoulement.

L'objectif de notre travail est de valider un dispositif dont on peut envisager l'implantation sur un avion réel à basse vitesse et haute incidence. Dans ce cas, le nombre de Mach de l'écoulement est approximativement $M \simeq 0,3$. À ce titre, les valeurs $0,07 < M < 0,22$, qui caractérisent nos expériences, sont représentatives puisque les effets de compressibilité ne sont pas pertinents. La surface alaire typique d'un avion de combat est de $S_{aile} = 40$ m^2 et un ordre de grandeur du débit massique de la tuyère à ce régime de vol est $q_{m_{tuy}} = 50$ kg/s. Une partie de ce débit peut être utilisée pour alimenter les jets de contrôle et il convient de se limiter à une fraction ne dépassant pas $(\rho US)_j/(\rho US)_{tuy} = 4\%$. Cette condition fixe le paramètre de débit à une valeur $Q = (\rho US)_j/\rho_0 U_0 S_{aile} = 4 \times 10^{-4}$.

En supposant que le jet est sonique en sortie de la fente, le coefficient de contrôle et le rapport de vitesse peuvent être estimés à :

$$C_\mu = 5 \times 10^{-3}; \quad VR = 6,2. \tag{9.2}$$

La similitude dynamique entre l'écoulement réel et le modèle étudié en soufflerie nous impose de respecter l'ordre de grandeur de ces valeurs. Dans le prochain paragraphe, nous présentons une revue des études précédentes. Elle montre qu'un effet sensible sur l'écoulement ne peut pas être atteint avec un coefficient C_μ si faible, aussi de plus grandes valeurs seront testées.

9.2 Le contrôle fluidique : revue des études précédentes

Le contrôle par soufflage ou aspiration est couramment employé pour manipuler les écoulements en aéronautique, pour inhiber ou forcer la turbulence, pour retarder le décollement des couches limites, etc. Dans le tableau (9.1), nous donnons un rapide aperçu des méthodes de contrôle actif fluidique sur les ailes delta. Le lecteur peut lire la récente revue de Mitchell & Délery (2001) consacrée aux méthodes de contrôles actif et passif des écoulements tourbillonnaires.

Les principaux objectifs de ces études sont de forcer le point d'éclatement à reculer vers l'aval de la maquette. On espère que cela engendre une modification des efforts et moments aérodynamiques. À ce titre, le contrôle dissymétrique de l'écoulement génère un moment de roulis et permet donc d'assister le pilotage (Hong *et al.* 1996). Ces méthodes sont totalement empiriques et leurs résultats restent pour la plupart encore incompris.

Deux résultats saillants doivent néanmoins retenir l'attention :

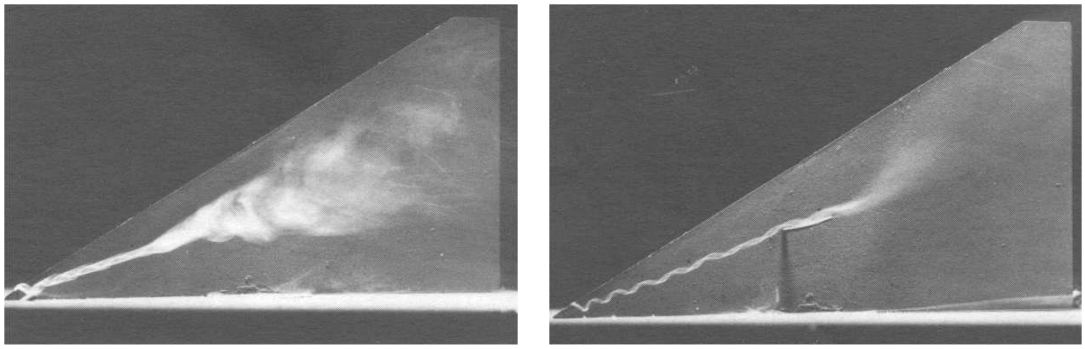


FIG. 9.1 – Contrôle de la position de l'éclatement tourbillonnaire (Werlé, 1971) sur une aile delta d'angle de flèche $\varphi = 60°$ à $\alpha = 25°$ d'incidence : (a) configuration nominale et (b) soufflage le long du cœur du tourbillon pour un coefficient de contrôle $C_\mu = 0,5$

1. Le soufflage le long de l'axe du tourbillon permet d'accroître sa quantité de mouvement axiale. L'écoulement peut ainsi mieux combattre le gradient de pression adverse engendré par le bord de fuite, ce qui retarde son éclatement (figure (9.1)). Cette méthode nécessite cependant un apport important de quantité de mouvement. Les débits consommés sont rédhibitoires et les applications concrètes paraissent peu envisageables.
2. Certains résultats (Alaxander 1963, Trebble 1966, Guy *et al.* 1999) suggèrent que le soufflage au bord d'attaque est une technique plus efficace. Cette méthode agit sur la séparation de la couche limite au bord d'attaque, tout en injectant de la quantité de mouvement. Des méthodes d'aspiration et soufflage périodiques ou de soufflage pulsé permettent une diminution des débits consommés.

9.3 Présentation de la deuxième partie

Dans cette partie, nous présentons la conception, la mise en œuvre et l'application d'un contrôle par soufflage pulsé ou continu au bord d'attaque. Les mesures expérimentales qui sont décrites par la suite visent à évaluer la sensibilité de l'écoulement vis-à-vis de cette action qu'il est possible de modifier.

Dans le chapitre 10, nous caractérisons le dispositif de contrôle en évaluant les paramètres du contrôle (9.1) à l'aide de mesures dans les jets de soufflage.

Nous présentons ensuite les résultats des mesures effectuées dans l'écoulement d'extrados en suivant les protocoles expérimentaux utilisés dans la première partie de cette étude. Dans le chapitre 11, nous exposons certaines propriétés des champs de vitesses du tourbillon contrôlé. Dans un premier temps, nous décrivons les champs moyens de vitesse dans le tourbillon pré-éclaté et analysons ses propriétés de stabilité locale et globale. Dans un second temps, nous analysons les instationnarités des tourbillons à l'aide de mesures instantanées en deux points. Dans le chapitre 12, nous analysons, d'une part, les mesures des pressions pariétales sous l'axe du tourbillon contrôlé et, d'autre part, les mesures des efforts aérodynamiques appliqués à la maquette.

Dans chaque cas, nous utilisons notre connaissance de l'écoulement nominal (première partie) et les mesures des paramètres de contrôle (chapitre 10) pour évaluer l'effet des perturbations sur les propriétés de l'écoulement tourbillonnaire.

Auteurs	dispositif	position	mode	C_μ	VR	St	résultats
Werlé (1960)	longitudinal	apex BF	SC AC	-	-	0	éclatement recule ($\alpha = 20°$) idem
Lambourn & Bryer (1961)	longitudinal	BF	AC	-	-	0	idem
Alexander (1963)	fente, normal	BA	SC	3×10^{-2}	-	0	$\Delta C_N/C_N = +14\%$ ($\alpha = 20°$)
Trebble (1966)	fente, normal	BA	SC	0,2	-	0	$\Delta C_L/C_L = +20\%$ ($\alpha = 20°$)
Seginer & Salomon (1986)	ponctuel, transversal	extrados	SC	5×10^{-2}	-	0	$\Delta C_{L,max}/C_{L,max} = +22\%$ décrochage recule de $\alpha = 34°$ à $35°$
Gad-El-Hak & Blackwelder (1987)	ponctuel, transversal	extrados	SC	3×10^{-2}	9	0	$\Delta X_b/c = +16\%$
Wood & Roberts (1988)	fente, tangentiel	BA	SC	5×10^{-2}	-	0	$\Delta C_{N,max}/C_{N,max} = +20\%$ décrochage recule de $\alpha = 34°$ à $45°$
Hong *et al.* (1996)	fente, normal	BA	SC	3×10^{-2}	-	0	$\Delta C_{N,max} = 0,06$ ($\alpha = 10°$) $\Delta C_{l,max} = 0,07$ ($\alpha = 20°$)
Gu *et al.* (1993)	fente, tangentiel	BA	SP	10^{-2}	48	1,3	$\Delta X_b/c = +43\%$ ($\alpha = 54°$)
Johari & Moreira (1996)	ponctuel, transversal	extrados	SC	3×10^{-2}	9	0	$\Delta X_b/c = +16\%$
Mc Cormick & Gursul (1996)	-	BA	AC	-	-	0	retarde éclatement
Shi & Ding (1996)	longitudinal	BF	SC	2,2	7,3	0	$\Delta X_b/c = +55\%$ ($\alpha = 20°$)
Guillot *et al.* (1998)	ponctuel, longitudinal	extrados	SC	7×10^{-3}	-	0	$\Delta X_b/c = +38\%$ ($\alpha = 15°$)
Guy *et al.* (1999)	fente, normal	BA	SP	$1,2 \times 10^{-2}$	1,73	1,5	$\Delta X_b/c \simeq +20\%$ ($28° < \alpha < 42°$)
Mitchell *et al.* (2000)	ponctuel, axial	extrados	SC	9×10^{-3}	13,1	0	$\Delta X_b/c = +20\%$ ($\alpha = 27°$) réduit valeurs C_p vers aval
Mitchell *et al.* (2002)	ponctuel, longitudinal	BF	SC	1,3	15	0	$\Delta X_b/c = +8\%$ ($\alpha = 27°$)
Watson *et al.* (2003)	ponctuel, normal	BA	SP	0	0,33	40,6	diminue instationnarités dans sillage éclatement ($\alpha = 29°$)
Parekh *et al.* (2003)	ponctuel, normal	BA	SP	0	1,1	5	génère roulis $C_L = -0,017$ ($\alpha = 23°$)

TAB. 9.1 – Exemples de contrôles fluidiques sur une aile delta définis par un jet *ponctuel* ou issu d'une *fente*, et par sa position au bord d'attaque (BA), au bord de fuite (BF) ou sur l'*extrados* et sous l'axe du tourbillon primaire. Le jet souffle (S) ou aspire (A) de façon continue (C) ou périodique (P). S'il est placé au bord d'attaque, il peut être *tangentiel* ou *normal*, autrement il est injecté dans une direction *transversale* ou *longitudinale* à l'écoulement. Le symbole '-' indique que les données ne sont pas connues

10 Mesures des jets de contrôle

Dans ce chapitre, nous présentons les mesures de pression moyenne et de vitesse instantanée effectuées dans les jets de contrôle. Ces mesures ont été réalisées en dehors de la soufflerie. Elles visent à caractériser l'écoulement issu du roto-pulsateur lorsque l'on fait varier les deux paramètres que nous voulons imposer, la fréquence f et le débit massique q_m.

Le premier paragraphe décrit la méthode expérimentale. Le paragraphe suivant présente les résultats des mesures (soufflages continu et pulsé). Enfin, le dernier paragraphe dresse un bilan de ces mesures en indiquant les valeurs des paramètres de contrôle C_μ et VR, définis en (9.1), obtenues dans des configurations analogues aux conditions expérimentales.

10.1 Description de l'expérience

10.1.1 Mesure du débit par un col sonique

La mesure du débit massique moyen d'alimentation, q_m, est effectuée au moyen d'un col sonique (figure (10.1)). Nous mesurons plus exactement la pression d'arrêt et la température génératrice en amont du col : $p_{i,col}$ et $T_{i,col}$. Une mesure de la pression statique permet de vérifier que l'écoulement est sonique. La mesure de q_m s'appuie alors sur les principes suivants.

Supposons un écoulement monodimensionnel, non visqueux de gaz parfait dans une tuyère convergente de rayon au niveau du col h_c et de rayon de courbure R_c. Dans le cas d'un écoulement isentropique, le débit massique théorique est :

$$q_{m,th} \quad = \quad \Sigma(M)\frac{p_i}{\sqrt{T_i}}S, \tag{10.1}$$

où $\Sigma(M)$ est une fonction du nombre de Mach de l'écoulement dans la section transversale considérée, S :

$$\Sigma(M) = \sqrt{\frac{\gamma}{r}}M\Big(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\Big)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}. \tag{10.2}$$

Pour calculer le débit traversant le col, on pose $M=1$ et $S=\pi h_{col}^2$. Des coefficients de correction peuvent être appliqués pour préciser les valeurs réelles du débit. Masure *et al.* (1971) proposent trois corrections différentes en écrivant :

$$q_m = C_{D\delta}C_{DV}C_{DK}q_{m,th}. \tag{10.3}$$

Le coefficient $C_{D\delta}$ prend en compte l'existence de couches limites sur les parois du col qui diminuent la section de passage ; C_{DV} tient compte d'éventuels effets de gaz réel (sensibles surtout aux hautes pressions) ; le dernier coefficient, C_{DK}, permet de corriger

l'approximation d'écoulement monodimensionnel qui suppose un écoulement uniforme dans chaque section droite du col. Ces coefficients s'expriment sous la forme suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcl} C_{D\delta} & = & 1-(2,3\times10^{-2}+1,65\times10^{-2}\chi^2-5,5\times10^{-3}\chi)\,Re^{-\frac{1}{6}} \\ C_{DV} & = & 1+3,454\times10^{-2}\frac{10^{-5}p_{i,col}}{T_{i,col}-273} \\ C_{DK} & = & 1+1,8\times10^{-4}\chi-6\times10^{-3}\chi^2 \end{array}\right. \tag{10.4}$$

où $Re=\rho_{i,col}c_{i,col}h_{col}/\mu$, $\chi=h_{col}/R_{col}$ et R_{col} est le rayon de courbure des parois du col. Le tableau (10.1) montre les valeurs obtenues pour ces corrections en fonction de la pression génératrice au col. Ces corrections restent faibles, elle diminuent quand la pression augmente du fait de l'amincissement des couches limites.

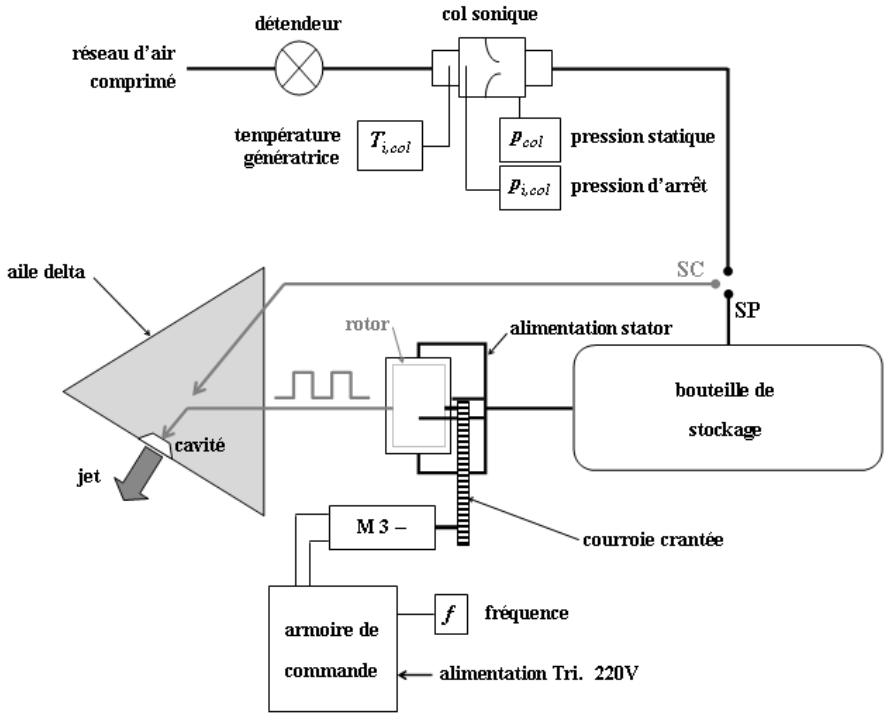


FIG. 10.1 – Circuit d'alimentation des jets en mode de soufflage continu (SC) ou en mode de soufflage pulsé (SP)

$p_{i,col}$ [bar]	2	3	4	5	6	6,5
$1-C_{D\delta}C_{DV}C_{DK}$ [%]	3,22	2,98	2,76	2,55	2,36	2,26

TAB. 10.1 – Corrections du débit théorique du col sonique en fonction de la pression d'arrêt ($T_{i,col}=293$ K, $\chi=2$)

10.1.2 Méthodes de mesure

Pour caractériser l'écoulement du jet, nous mesurons la pression d'arrêt moyenne en sortie de buse, $p_{i,j}$, à l'aide d'une sonde de pression. Des mesures par anémométrie

fil chaud permettent alors d'évaluer la vitesse du jet. Le choix de capteurs de pression instationnaire (de type Kulite) n'a pas été retenu à cause de leur trop grande taille par rapport à la largeur des fentes.

Mesures moyennes

Les mesures de la pression d'arrêt moyenne en sortie de jets, $p_{i,j}$, sont effectuées par une sonde de type couche limite. Le trou de la sonde est de section rectangulaire, de dimensions $0,2\times2$ mm^2. Elle est reliée à un capteur différentiel Statham PM6TC (étendue de mesure : 50 psid soit $3,45$ bar) par un tube en vinyle qui transmet les variations de pression à une fine membrane en silicium. Les déformations de la membrane imposent des contraintes à une résistance variable montée dans un pont de Wheastone. L'information est transmise à un amplificateur conditionneur (ANS modèle E300) puis enregistrée sur PC au moyen d'une carte d'acquisition 16 voies National Instrument EISA 2000 (figure (10.2)).

Le capteur utilisé pour la pression génératrice du col est un modèle différentiel Statham PG731TC qui possède une plus grande étendue de mesure : 150 psig soit 10 bar. Un thermocouple de type K (conducteurs : Ni-Cr (+) et Ni-Al (−), sensibilité : 40 μV/K) permet la mesure de la température génératrice en amont du col. À partir de ces grandeurs, nous déduisons le débit au col, q_m, en appliquant (10.1), et donc le débit massique moyen du jet : $q_{m,j} = q_m$.

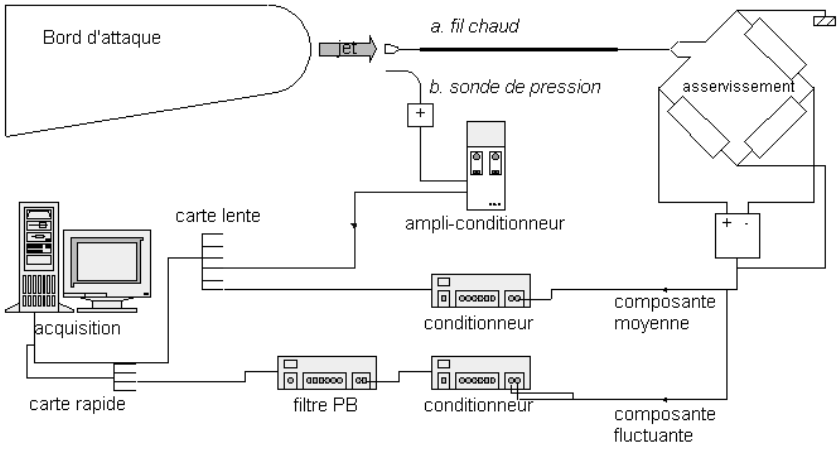


FIG. 10.2 – Schéma d'acquisition de la pression et des composantes moyenne et fluctuante de la vitesse des jets de contrôle

Mesure instantanées

Nous utilisons des sondes fil chaud pour mesurer la vitesse, $U_j(t)$, ou la quantité de mouvement, $\rho_j U_j(t)$, des jets. Connaissant la section des jets, $S_j = l \times L \simeq 0,25 \times 50$ mm^2, le débit massique est alors déterminé : $q_{m,j}(t) = \rho_j U_j(t) S_j$.

Dans un premier temps, des sondes monofil Dantec de types P11 ($\phi_{fil} = 5$ μm) ont été utilisées, mais elles ne supportaient pas les forts cisaillements de vitesse, ni les impuretés contenues dans l'écoulement, et se cassaient rapidement. Une sonde plus robuste a été adoptée. Il s'agit d'une sonde R11, dont l'élément sensible est un film cylindrique de 50 μm de diamètre, utilisée pour substituer au fil chaud dans des applications en milieux réactifs ou dans l'eau.

On utilise une carte d'acquisition 4 voies National Instrument EISA 2000 pour l'acquisition des données sur PC. La cadence d'échantillonnage est de $f_{ac} = 50$ kHz et on applique un filtrage passe-bas (Wavetek modèle 432) à la fréquence de coupure $f_{ac}/2,5 = 20$ kHz. Cette limite est inférieure à celle imposée par le fil chaud (la résolution de la sonde est $f < 30$ kHz selon le constructeur). Afin de conserver une résolution spectrale suffisante aux basses fréquences, l'acquisition est effectuée sur 20 blocs de N=16384 points chacun. Les capacités de mémoire du PC limitent la taille des échantillons et nous empêchent d'acquérir les blocs de manière continue. Le nombre limité de ces blocs nous oblige à ne considérer que des phénomènes de périodes plus courtes que la longueur d'un seul échantillon. Nous nous restreignons donc à des fréquences dépassant la limite basse imposée par le système :

$$f > \frac{f_{ac}}{N} = 3,05 \text{ Hz}.$$

Les résultats obtenus aux basses fréquences de soufflage doivent donc être analysés avec précautions.

Les sondes sont associées à un anémomètre Dantec 55M01 dont le coefficient de surchauffe est fixé à 1,8. Avant de procéder à l'acquisition, les signaux de tension mesurés sont conditionnés : le signal est séparé en une composante moyenne et une composante fluctuante au moyen d'un conditionneur de signal Disa 55D26. Cet appareil peut également servir à soustraire une tension fixe connue à la composante moyenne pour ne pas dépasser les limites de la carte d'acquisition moyenne ($\pm$ 10 V).

Étalonnage des fils chauds

L'étalonnage consiste à déterminer la vitesse, U, et la quantité de mouvement, ρU, que mesure le fil chaud en fonction de la tension à ses bornes. Le fil chaud est sensible à un échange d'énergie, il donne donc une information sur le produit ρU au point de mesure. Pour évaluer la vitesse, des hypothèses sont nécessaires. Nous détaillons maintenant les procédures utilisées suivant les gammes de vitesses considérées.

En régime subsonique ($M \leq 0,3$), nous considérons que l'écoulement est incompressible. Dans cette gamme de vitesses, les calibrages du fil sont effectués sur un banc d'étalonnage classique qui produit un jet rond dont la température génératrice, T_i, et les pressions d'arrêt, p_i, et statique, p, sont connues. Le fil est placé dans le cône potentiel d'un jet. En supposant que l'écoulement de jet est monodimensionnel, permanent, de gaz parfait, il vient :

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\gamma r T_i} \times \sqrt{\left(\tfrac{2}{\gamma-1}\right)\left[1-\left(\tfrac{p_i}{p}\right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}, \\ \rho U &= \sqrt{\tfrac{\gamma}{r}}\tfrac{p_i}{\sqrt{T_i}}\sqrt{\left(\tfrac{2}{\gamma-1}\right)\left[\left(\tfrac{p_i}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]\left(\tfrac{p_i}{p}\right)^{-\frac{\gamma+1}{\gamma}}}. \end{aligned} \tag{10.5}$$

La vitesse maximale du banc d'étalonnage est limitée à environ 100 m/s par la taille des convergents et par la pression du réseau.

Nous complétons la courbe d'étalonnage aux plus hautes vitesses en utilisant les fentes de soufflage pour lesquelles nous pouvons mesurer la vitesse dans la section de sortie. La pression d'arrêt est mesurée au moyen de la sonde de couche limite. Mais la pression statique et la température du jet ne sont pas directement mesurables. Pour évaluer la pression statique du jet, nous la supposons égale à la pression statique du milieu ambiant dans lequel le jet débouche : $p_j = p_a$. La température génératrice est mesurée au col sonique, en supposant l'écoulement isentropique : $T_{i,j} = T_{i,col}$. Il est alors possible d'appliquer les équations (10.5) pour déterminer les caractéristiques du jet en fonction de la tension mesurée.

La figure (10.3) présente un exemple de courbes d'étalonnage obtenues pour la sonde R11. Les données obtenues sur le banc d'étalonnage sont interpolées par une loi polynomiale du troisième degré puis extrapolées aux valeurs supérieures. L'étalonnage effectué à la fente 2 permet de vérifier si l'extrapolation de ces valeurs et les mesures correspondent.

Par la suite, nous utilisons la loi théorique d'interpolation pour dépouiller les fichiers de mesures. L'écart type entre les mesures réelles et leurs approximations donne une estimation de l'incertitude sur les grandeurs U et ρU présentées par la suite. Cette incertitude n'est significative que pour les points de fonctionnement en dehors de la gamme de vitesses du banc d'étalonnage. Notons à ce propos que les différences entre ces mesures et les courbes interpolées sont plus marquées sur U que sur ρU. Ceci est conforme à la physique des échanges qui détermine le refroidissement d'un fil chaud. Celui-ci dépend en effet directement du débit massique, pas de la vitesse.

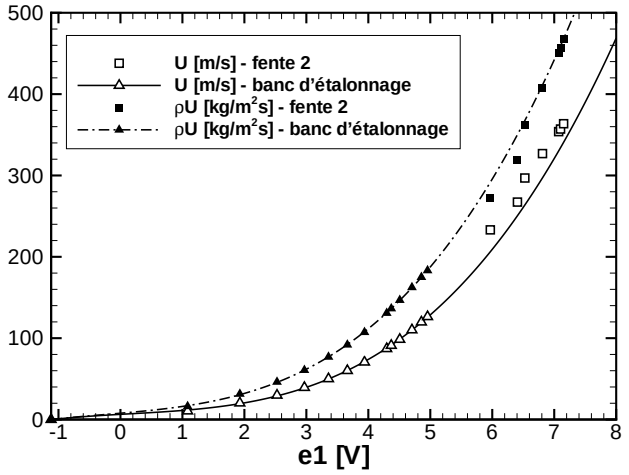


FIG. 10.3 – Courbes d'étalonnage en vitesse (symboles ouverts) et en quantité de mouvement (symboles fermés) en fonction de la tension aux bornes du fil chaud

10.2 Soufflages pulsé et continu

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats des mesures de pression et de débit des jets. Notre but est d'évaluer l'effet des variations de la pression d'alimentation du col, $p_{i,col}$, et de la fréquence de pulsation du roto-pulsateur, f, sur les caractéristiques physiques des jets.

10.2.1 Préliminaires

Nous utilisons un repère cartésien orienté comme indiqué sur la figure (10.4) et dont l'origine est placée au centre de la section de sortie des fentes.

Pour l'ensemble des configurations testées, chaque fente a été explorée lorsqu'elle est alimentée seule ou lorsque les quatre fentes sont alimentées simultanément. Les mesures de pression moyenne et de débit instantané sont effectuées sur l'axe de la fente ($y = z = 0$) et dans des conditions identiques de soufflage, température et pression.

Une table de déplacement Microcontrôle permet une exploration sur la profondeur du jet à partir du centre de la fente. Les fentes sont de très petit rapport d'aspect ($l/L \simeq 1/200$) et nous pouvons considérer que l'écoulement est localement plan, c'est-à-dire indépendant de la coordonnée transversale, y (figure (10.4)). Les coordonnées spatiales des points sondés sont adimensionnées par l'épaisseur de la fente, l, et représentées dans le tableau (10.2). Le premier point de mesure est situé à environ $x/l = 2 \pm 1$ de la fente. Cette première position est réglée au moyen d'un cathétomètre. L'incertitude de déplacement de la table Microcontrôle est négligeable.

x/l	2	2,2	3,2	4	5,2	6	14	20	40	80	120	160	200

TAB. 10.2 – Abscisses relatives des points sondés pour chaque configuration ($y = z = 0$)

L'épaisseur des fentes de soufflage, $l \simeq 0,25$ mm, est mesurée au moyen de cales d'épaisseur avec une précision de 10^{-5} m. La largeur des fentes est $L = 5 \times 10^{-2}$ m avec une incertitude d'environ 10^{-5} m imposant une précision $\sigma_{S_j}/S_j = 4\%$ sur chaque section de fente. La maquette est démontée entre chaque campagne d'essais pour nettoyer les cavités de soufflage et l'épaisseur des fentes est systématiquement contrôlée à cette occasion.

Il est également important de noter que les résultats présentés ont été effectués dans des conditions particulières. Nous ne bénéficions notamment pas d'une pression d'alimentation du réseau de service suffisante pour caractériser toutes les configurations analysées lors des expériences en soufflerie. Ces résultats permettent néanmoins d'effectuer une bonne caractérisation du fonctionnement de notre système de contrôle. Des mesures complémentaires aux hautes pressions ont été accomplies lors des expériences en suivant des méthodes identiques à celles présentées ici.

10.2.2 Mesures des pressions moyennes

La figure (10.5) présente la pression d'arrêt mesurée dans le jet de soufflage, en mode continu ou en mode pulsé, lorsqu'une fente seule ou bien les quatre fentes sont alimentées. Pour faciliter l'analyse des résultats, nous conservons les hypothèses d'écoulement monodimensionnel de fluide parfait en régime permanent. Le rapport des pressions d'arrêt et statique est alors déterminé par la relation

$$\frac{p_{i,j}}{p_j} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \tag{10.6}$$

où M_j désigne le nombre de Mach local. Pour un écoulement sonique, ce rapport prend la valeur $p_{i,j}/p_j = ((\gamma + 1)/2)^{\gamma/(\gamma-1)} \simeq 1,89$. Cette valeur est reportée sur la figure (10.5*a*).

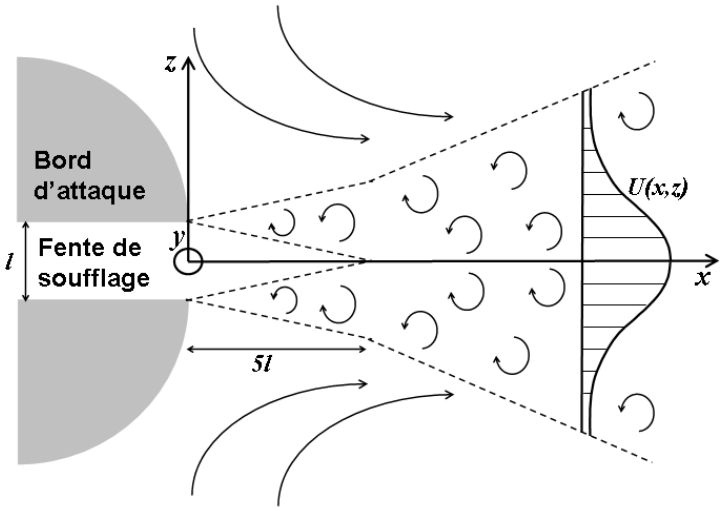


FIG. 10.4 – Schéma de l'écoulement d'un jet plan en sortie d'une fente de soufflage : cône potentiel, entraînement du fluide ambiant, système de coordonnées (x, y, z) et distribution verticale type de la vitesse axiale

La variation de $p_{i,j}$ en fonction de $p_{i,col}$ dépend du nombre de Mach M_j. Si $M_j \ll 1$, on a $p_{i,j} \sim p_{i,col}^2$. Si $M_j \simeq 1$, on a $p_{i,j} \sim p_{i,col}$. En effet, lorsque l'écoulement est incompressible, la relation (10.6) est équivalente à l'expression de l'énergie mécanique, $p_{i,j} = p_j + \rho_j U_j^2/2$. D'après (10.1) et (10.2), la vitesse du jet incompressible évolue proportionnellement à la pression d'arrêt du col amorcé, donc $p_{i,j} \sim p_{i,col}^2$. Lorsque le jet est sonique, un développement limité du coefficient $\sum(M_j)$, défini en (10.2), autour de $M_j = 1$ montre que $p_{i,j}$ varie linéairement avec $p_{i,col}$. Finalement, on obtient :

$$p_{i,j} \sim \quad p_j + \frac{1}{2\rho_j}\left(\frac{\Sigma(1)}{\sqrt{T_{i,col}}}\frac{S_{col}}{S_j}\right)^2 p_{i,col}^2, \quad M_j << 1 \tag{10.7a}$$

$$p_{i,j} \sim \quad \sqrt{\frac{T_{i,j}}{T_{i,col}}}\frac{S_{col}}{S_j} p_{i,col}, \quad M_j = O(1) \tag{10.7b}$$

Ces deux comportements asymptotiques sont représentés sur les figures (10.5a,b), pour une fente d'épaisseur $l = 0,25$ mm (épaisseur de la fente 2). Lorsque le col n'est pas amorcé ($p_{i,col} < 1,9$ bar), le modèle (10.7a) ne s'applique pas et les prédictions divergent. Pour les pressions supérieures ($2 < p_{i,col} < 3$ bar), le modèle prédit correctement la $p_{i,j}$ du jet issu de la fente 2, mais surestime les autres qui possèdent une fente plus large. Les résultats justifient cependant que l'on néglige, aux basses vitesses, les pertes d'énergie mécanique entre le col sonique et le jet.

En revanche, aux grandes pressions ($p_{i,col} > 4$ bar) le modèle sous-estime la valeur mesurée à la fente 2. Nous avons jusqu'ici négligé les pertes d'énergie totale entre les sections du col et du jet. La prise en compte des pertes mécaniques dans les tuyaux reviendrait à accroître la différence observée. Des transferts de chaleur entre le système et l'extérieur peuvent alors expliquer ces différences. Les conduits d'alimentation des jets, en cuivre, ne sont pas calorifugés et, au cours des expériences, nous avons constaté une condensation systématique sur la surface de ces tuyaux. Cela correspond à un réchauffement de l'air à l'intérieur des tuyaux. C'est donc l'augmentation consécutive de la température génératrice du jet, $T_{i,j}$, qui explique celle de la pression d'arrêt, $p_{i,j}$.

Lorsque les quatre fentes sont alimentées simultanément, les conditions pour obtenir un jet continu sonique sont difficiles à atteindre. Les niveaux de pression sont considérablement réduits, le débit d'alimentation étant partagé entre chaque fente. Les vitesses sont faibles également et (10.7b) n'est ici plus applicable. En revanche, (10.7a) donne des résultats très proches des valeurs de la pression génératrice de la fente 2.

Dans le cas d'un soufflage pulsé (figures (10.5*c*,*d*)), les fuites provoquées au niveau du roto-pulsateur diminuent fortement les débits des fentes et donc les niveaux de pression mesurés (voir ci-dessous). La complexité du circuit d'alimentation rend difficile l'analyse de ces données. Néanmoins, deux caractéristiques sont communes à l'ensemble des résultats :

- Une augmentation de la fréquence de pulsation tend à diminuer légèrement la pression d'arrêt de façon monotone pour $f > 250$ Hz.
- Certaines fréquences particulières semblent augmenter cette pression. C'est le cas des fréquences $f = 150$ Hz et $f = 250$ Hz dans le cas d'un soufflage par une fente seule, ou $f = 150$ Hz dans le cas d'un soufflage par les quatre fentes. Remarquons que dans le cas d'un soufflage par une fente seule, ces fréquences sont des multiples du mode propre du tuyau d'alimentation des cavités de soufflage : $f = c/4L_t = 50,4$ Hz où $L_t = 1,70$ m désigne la longueur du tuyau.

10.2.3 Mesures des débits moyens

Le système de génération des jets pulsés, présenté au paragraphe 2.2.3 (figure (2.5)), possède quatre lumières d'échappement qui permettent d'accélérer le retour au niveau bas de la pression. Cela permet de maintenir la modulation du débit des jets lorsqu'on augmente la cadence de rotation. Ces lumières provoquent cependant une perte de débit massique.

La figure (10.6) présente l'effet de la fréquence de pulsation sur le rapport entre le débit injecté au col et celui récupéré à la sortie des fentes. Les pertes de débit de ce dispositif sont très importantes. Elles peuvent représenter jusqu'à 75% du débit massique traversant le col sonique. Ces pertes se répercutent directement sur les valeurs du coefficient de contrôle, C_μ, et sur le rapport de vitesse, VR.

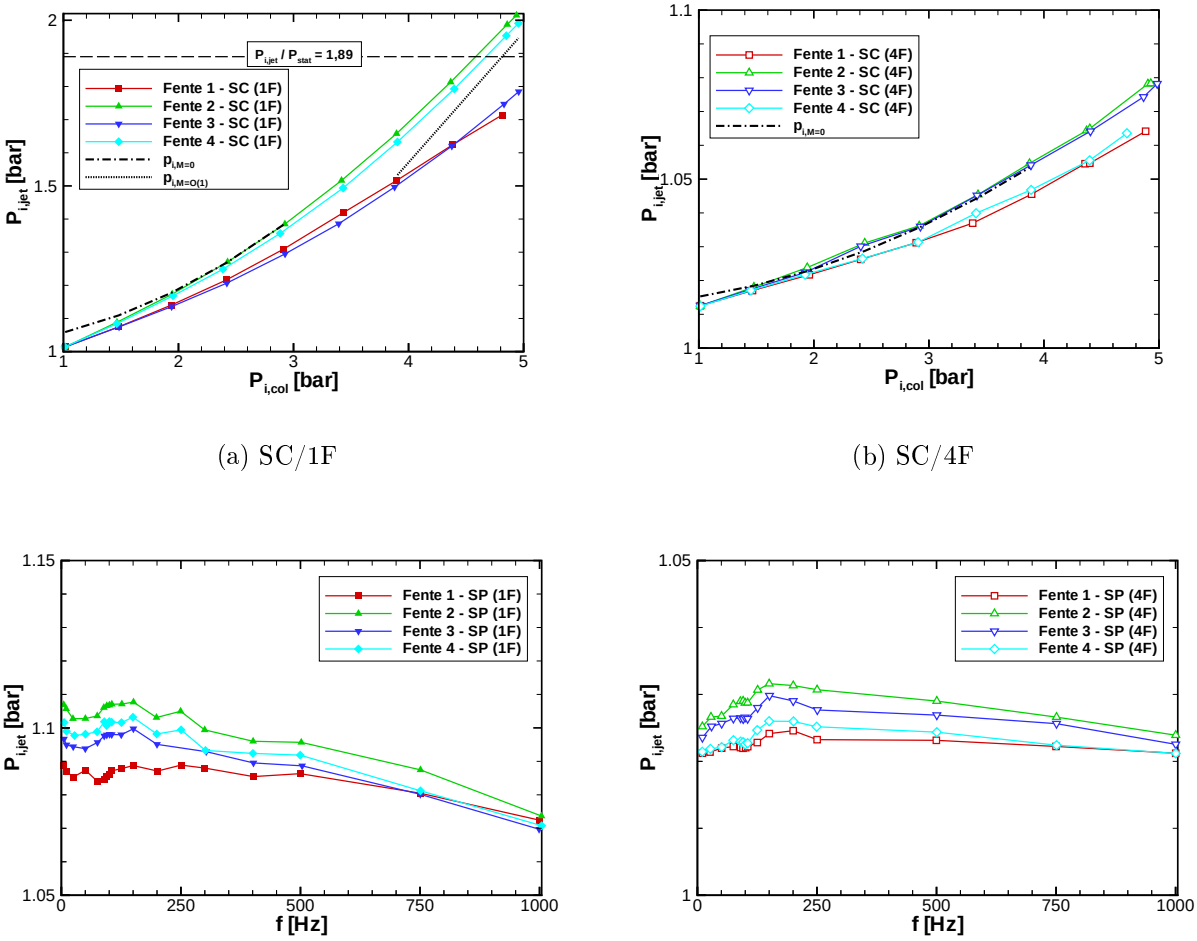
10.2.4 Mesure des débits instantanés

Évolutions temporelles

La figure (10.7) présente l'évolution temporelle de la quantité de mouvement du jet, $\rho U(t)$, adimensionnée par sa moyenne temporelle, ρU. Le temps est adimensionné par la période du contrôle, $T = 1/f$. Ces résultats concernent le cas d'un soufflage par la fente 1 seule pour $p_{i,col} = 4,37$ bar et pour différentes fréquences de contrôle, f. Les résultats obtenus pour les autres fentes sont similaires et ne sont pas présentés ici.

Ces comportements sont typiques de ceux observés dans les échappements de moteurs (voir Jenny 1950). Nous nous limitons ici à décrire qualitativement certains des phénomènes observés en suivant chronologiquement l'évolution du signal sur une période $\tau \in [0,1]$:

- La montée en débit est rapide, de pente très forte qui ne dépend pas de la fréquence, f, et correspond à l'arrivée des premières ondes de compression à la vitesse $U + c$, somme de la vitesse débitante dans le tube et de la vitesse de propagation des ondes de pression.



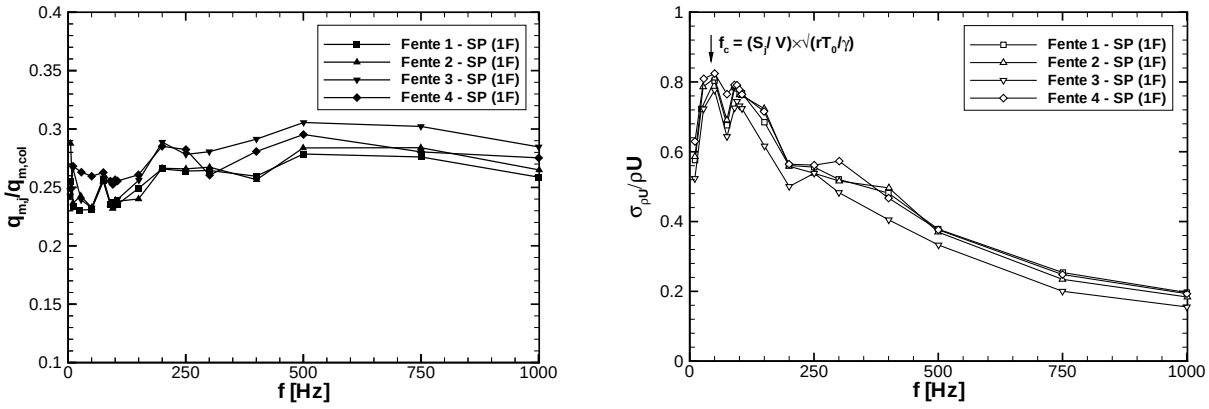
(a) SC/1F

(b) SC/4F

(c) SP/1F

(d) SP/4F

FIG. 10.5 – Évolution de la pression d'arrêt du jet en fonction de la pression d'arrêt au col en soufflage continu par une fente seule (a) et quatre fentes (b), puis en fonction de la fréquence de contrôle en soufflage pulsé ($p_{i,col} = 4,37$ bar) par une fente seule (c) et quatre fentes (d)



(a) (b)

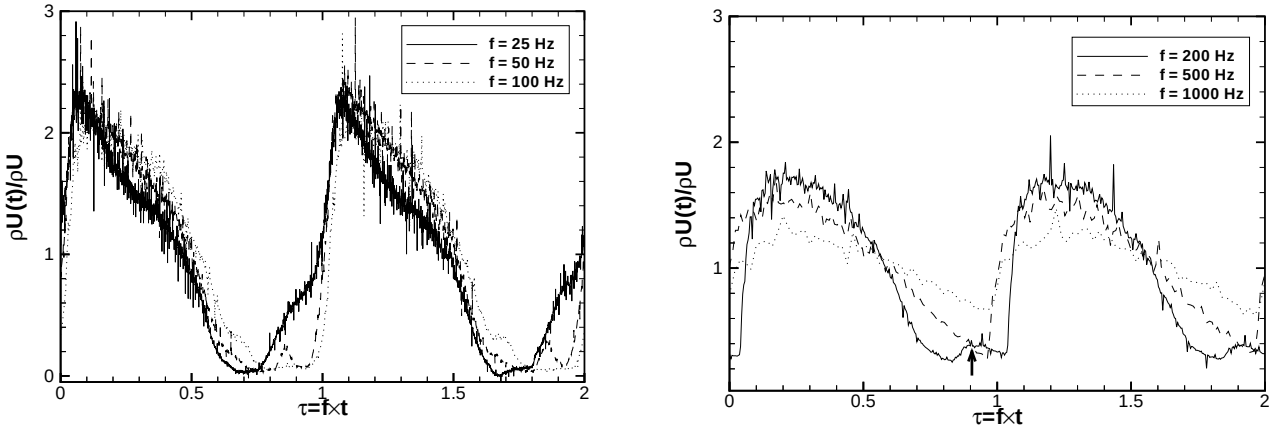
FIG. 10.6 – Effet de la fréquence de contrôle, f, en soufflage pulsé ($p_{i,col} = 4,37$ bar) sur le rapport entre le débit injecté au col et le débit du jet (a) et sur le taux de fluctuations de la quantité de mouvement du jet, $\sigma_{\rho U}/\rho U$, en sortie de fente 1 (b)

- Les ondes de compression arrivent jusqu'à la cavité puis sont réfléchies vers l'intérieur en ondes de raréfaction produisant une aspiration locale qui accentue la baisse du débit. Cette baisse s'effectue en deux temps caractérisés par des pentes différentes.
- Cette dépression peut éventuellement conduire à une aspiration du fluide extérieur. Celle-ci est matérialisée sur les mesures par une petite bosse (indiquée par une flèche sur la figure (10.7b)) qui est la manifestation d'un écoulement de retour, dans la cavité du jet, compté positivement par le fil chaud. Ces retours sont toujours brefs et de faible amplitude.

Effet de la fréquence

Les signaux temporels de la figure (10.7) montrent également que l'amplitude des fluctuations du débit diminue par rapport au débit moyen à mesure que la fréquence augmente. Cet effet est quantifié sur la figure (10.6b) qui présente l'évolution des taux de fluctuation de la quantité de mouvement des jets en fonction de f. Il existe une fréquence critique au-delà de laquelle l'écart type diminue avec f. Pour tenter de comprendre cette limite en fréquence, il est nécessaire d'estimer le temps de vidange du circuit, τ_c.

La figure (10.8) présente le schéma de principe du roto-pulsateur. On considère une enceinte de volume V en surpression, $p_0 - p_a$, par rapport à la pression extérieure, p_a. À l'instant $t = 0$, on perce un orifice de section S_j qui libère le fluide contenu dans l'enceinte à la température T_0. Nous nous intéressons au régime transitoire et l'on suppose que la pression initiale est suffisamment grande pour que le jet issu de la section de sortie soit sonique : $p_0/p_a > ((\gamma+1)/2)^{\gamma/(\gamma-1)}$. L'écoulement qui en résulte est supposé isentropique. La vitesse est supposée nulle dans l'enceinte. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et l'équation d'état liant la pression et la masse volumique s'écrivent



(a) (b)

FIG. 10.7 – Évolutions temporelles de la quantité de mouvement du jet, $\rho U(t)$, divisée par sa moyenne temporelle, ρU, en fonction de $\tau = f \times t$. Soufflage par la fente 1 seule ($p_{i,col} = 4,37$ bar) pour les basses (a) et hautes fréquences de rotation (b)

$$\begin{aligned} V\dot{\rho} + (\rho u S)_j &= 0, \\ (\rho u^2 S)_j &= (p - p_a) S_j, \\ c^2 &= \tfrac{\gamma p}{\rho}. \end{aligned} \tag{10.8}$$

L'écoulement est initialement au repos à la pression p_0, la condition limite est appliquée à la section de sortie, elle suppose que le jet est sonique et que sa pression statique s'adapte à la pression extérieure :

$$\begin{aligned} p(0) &= p_0, \qquad \text{à } t = 0, \\ p_j(t) &= p_a, \qquad \forall t > 0, \\ u_j(t) &= c, \qquad \forall t > 0. \end{aligned} \tag{10.9}$$

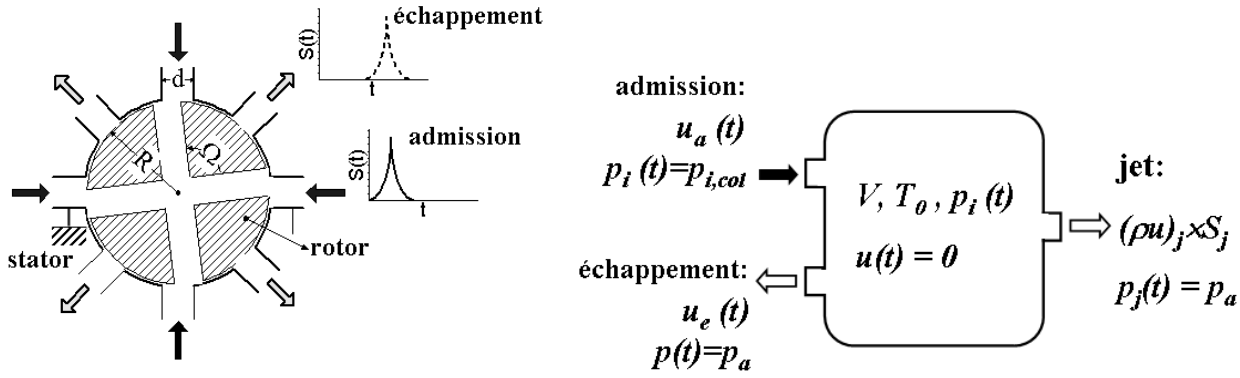
Tant que le jet reste sonique, on obtient pour la pression, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique :

$$\begin{aligned} p(t) &= (p_0 - p_a) e^{-\frac{t}{\tau_c}} + p_a, \\ (\rho u)_j(t) &= \tfrac{p_0 - p_a}{c_0} e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \\ (\rho u^2)_j(t) &= (p_0 - p_a) e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \\ \tau_c &= \tfrac{V}{S_j} \sqrt{\tfrac{\gamma}{r T_0}}. \end{aligned} \tag{10.10}$$

Ainsi, la vidange du réservoir est d'autant plus rapide que la section de sortie est grande, que le volume de l'enceinte est petit ou que sa température est grande, c'est-à-dire que la célérité des ondes de pression est élevée.

La valeur estimée de la fréquence caractéristique, $f_c = 1/\tau_c = 43$ Hz, est reportée sur la figure (10.6b) pour le volume total du circuit dans les conditions de fonctionnement ($S_j = 12,5$ mm^2, $T_0 = 293$ K, $V = 72$ cm^3).

Si la période de forçage, $T = 1/f$, imposée est plus petite que le temps de relaxation τ_c du système ($f > f_c$), l'évacuation ne peut se faire complètement et un nouveau cycle



(a) (b)

FIG. 10.8 – (*a*) Schéma de principe des phases d'admission (flèches pleines) et d'échappement (flèches vides) au niveau du roto-pulsateur et (*b*) modèle utilisé pour le circuit de soufflage en mode pulsé

commence avant que le débit n'atteigne son minimum. Pour des cycles de contrôle plus lents ($f < f_c$), la modulation du débit est complète et l'écart type doit être maximal. Le premier point de mesure indique néanmoins un taux de fluctuation faible. Ce point est obtenu pour une fréquence $f = 10,7$ Hz qui n'est pas grande comparée à la limite basse $f > 3,05$ Hz imposée par le système d'acquisition (voir paragraphe 10.1.2). Cette valeur doit donc être considérée avec précaution.

Effet de la pression d'arrêt au col

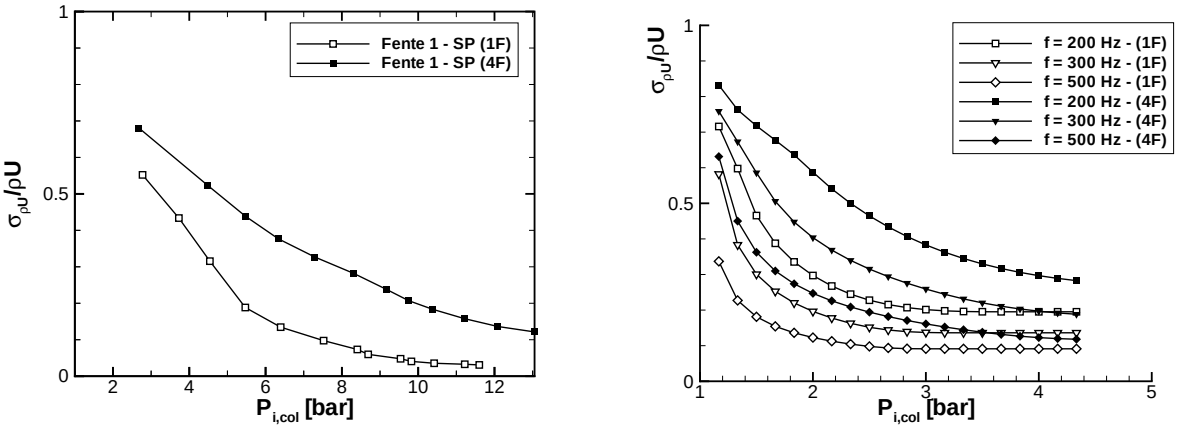
Selon (10.10), les variations de débit augmentent avec la différence de pression, $p(t) - p_a$. Néanmoins, le jet ne reste pas sonique en permanence et le système voit sa pression varier suivant les phases d'admission et de refoulement du roto-pulsateur. Ces phases sont illustrées sur la figure (10.8).

Pour tenir compte de ces variations, nous avons modélisé l'écoulement en sortie d'une enceinte de volume V soumise périodiquement à une phase d'alimentation, à la pression constante $p_{i,col}$, suivie d'une phase de refoulement vers l'extérieur à la pression atmosphérique, p_a. La section de passage $S(t)$ est celle du roto-pulsateur dont le rotor tourne à la fréquence $\Omega/2\pi$. Elle est déterminée par la rencontre de sections circulaires de diamètre d en déplacement relatif uniforme à la vitesse $R\Omega$, soit :

$$\begin{array}{rcll} S(t) & = & 2d^2\Big[\arcsin\sqrt{\frac{2a}{d}\big(1-\frac{a}{2d}\big)} - \big(1-\frac{a}{d}\big)\sqrt{\frac{2a}{d}\big(1-\frac{a}{2d}\big)}\Big] & \forall t \in [0, \frac{T}{2}], \\ S(\frac{T}{2}+t) & = & S(t) & \forall t \in [\frac{T}{2}, T], \\ a(t) & = & \Omega R t. & \end{array} \qquad (10.11)$$

Les phases d'admission et de refoulement se succèdent sans recouvrement. L'air est au repos dans l'enceinte, à la température constante T_0. L'écoulement est isentropique et monodimensionnel dans chaque section.

La figure (10.9*b*) présente les fluctuations de débit du jet, en fonction de la pression au col pour diverses fréquences, obtenues en résolvant les équations de conservation (10.8) et en tenant compte de la présence de chaque section et des phases d'admission et de



(a) (b)

FIG. 10.9 – (a) Mesures du taux de fluctuations de la quantité de mouvement du jet, $\sigma_{\rho U}/\rho U$, en sortie de fente 1 en fonction de la pression d'arrêt, $p_{i,col}$. (b) Calculs de $\sigma_{\rho U}/\rho U$ en sortie de circuit en fonction de $p_{i,col}$ et de la fréquence $f = 2\Omega/\pi$

refoulement (figure (10.8b)). Les dérivées temporelles sont modélisées par un schéma aux différences finies d'ordre 1.

On retrouve qualitativement les résultats des figures (10.6b) et (10.9a) : la fréquence f limite l'amplitude des fluctuations de débit du jet et l'accroissement de la pression $p_{i,col}$ amortit ces fluctuations.

L'augmentation de $p_{i,col}$ a donc un effet négatif sur la modulation du signal. Le débit d'alimentation traversant la section de jet est en effet amorti lorsque l'écoulement est sonique (équation (10.7)). Cet effet de saturation intervient aussi dans les sections d'admission et d'échappement. Il peut néanmoins être repoussé en multipliant le nombre de jets pour augmenter la section de passage.

10.2.5 Propriétés turbulentes des jets

Vitesse axiale du jet

Les figures (10.10a,c) montrent les évolutions longitudinales, de la vitesse axiale et du taux de turbulence, mesurées sur l'axe x de la fente. La vitesse est divisée par sa valeur en sortie. Les résultats sont présentés pour des soufflages continu et pulsé à la fréquence $f = 100$ Hz par une fente seule avec un même débit d'alimentation au col sonique.

En soufflage continu, la vitesse axiale remonte légèrement en sortie de jet indiquant que le jet est sous-détendu. L'hypothèse de jet adapté est ici fausse, car la pression statique du jet est supérieure à la pression extérieure. Le nombre de Mach augmente alors pour diminuer le niveau de pression statique.

Les fluctuations de vitesse sont faibles avec des taux de turbulence ne dépassant pas 2% sur une longueur d'environ trois à quatre fois l'épaisseur de la fente, l (figures (10.10b,d)). À partir de $x/l = 20$ à 30, la vitesse diminue fortement puis suit une loi $U \sim_x 1/\sqrt{x}$ typique d'un jet développé. Les fluctuations augmentent et atteignent un niveau constant dans cette région, de l'ordre de 20% à 40%.

En soufflage pulsé, la vitesse moyenne reste plus élevée en aval. Les fluctuations sont très intenses en sortie et d'un ordre de grandeur comparable à la vitesse moyenne du fait de la modulation. Leur niveau aval est légèrement supérieur à celui du cas non pulsé du fait de la modulation.

Sur la figure (10.11), nous traçons les facteurs de dissymétrie, $u'^3/(u'^2)^{3/2}$, et d'aplatissement, $u'^4/(u'^2)^2$. Ces grandeurs servent à mettre en évidence la présence de phénomènes intermittents dans un écoulement. Lorsque l'écoulement est turbulent et suit une loi de distribution gaussienne, elles prennent respectivement les valeurs 0 et 3.

Nous retrouvons ces valeurs pour l'écoulement en sortie de jet continu. En soufflage pulsé, le facteur de dissymétrie est également nul en sortie, indiquant que les histogrammes des vitesses restent équilibrés autour de la valeur moyenne. En revanche, le facteur d'aplatissement est plus faible que pour une distribution gaussienne. Pour $x/l < 6$, il prend une valeur $u'^4/(u'^2)^2 \simeq 1,3$ comprise entre celle d'un signal carré, $u'^4/(u'^2)^2 = 1$, et celle d'une sinusoïde, $u'^4/(u'^2)^2 = 1,5$.

Ces critères permettent de s'assurer que la sonde est placée au milieu de la fente et confortent ainsi notre protocole expérimental.

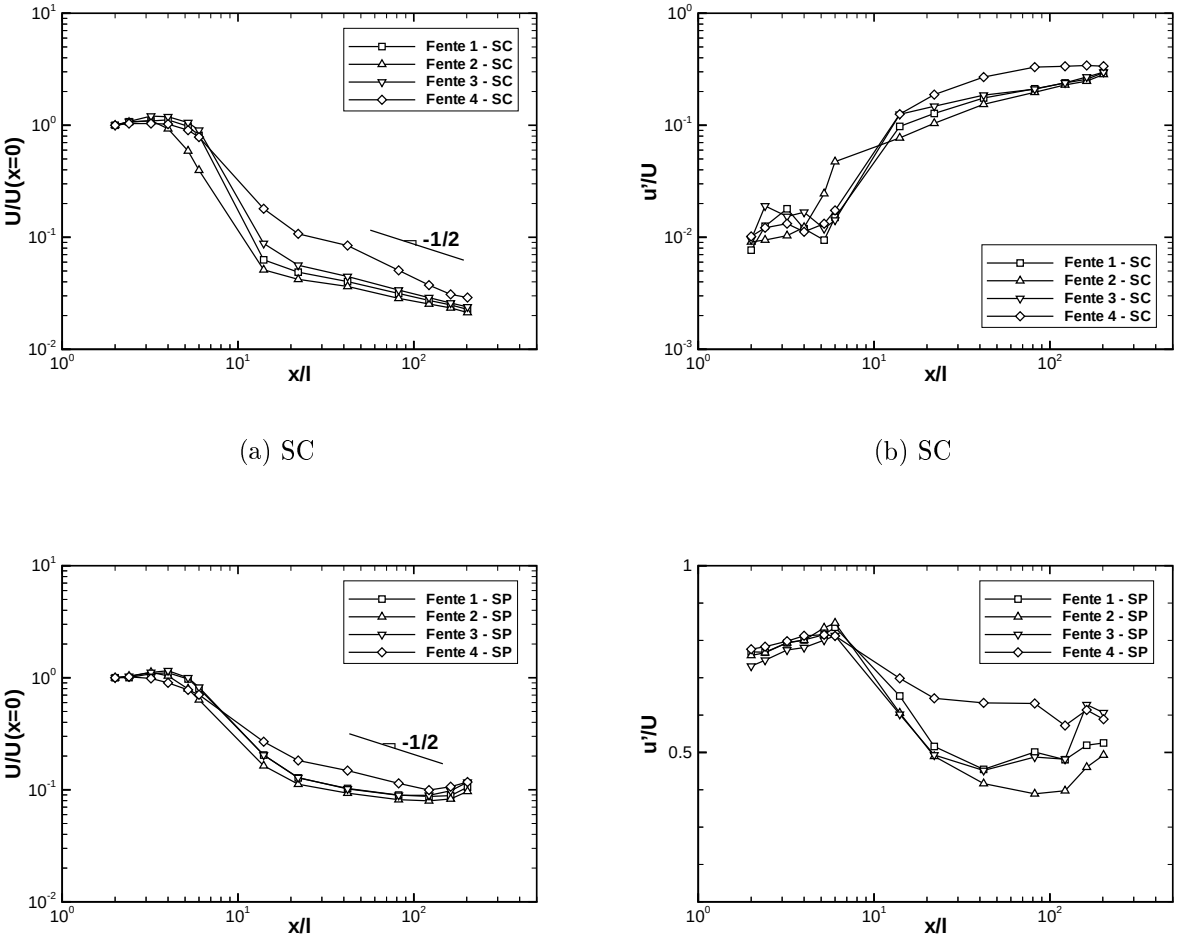
Spectres de vitesse

La figure (10.12) présente des spectres de vitesse axiale obtenus en trois abscisses relatives différentes. En mode de soufflage continu (figure (10.12a)), les niveaux sont constants aux basses fréquences. Aux hautes fréquences, la diminution des niveaux pour $x/l = 2,2$ et 20 correspond à la coupure du filtre passe bas ($f_{ac}/2,5 = 20$ kHz). Au point le plus éloigné $x/l = 160$, le niveau des basses fréquences est relevé. Aux petites échelles, apparaît une décroissance en puissance -3, dont l'origine est inconnue. On sait que dans la région turbulente d'un jet plan, une cascade inertielle de turbulence est alimentée par des macrostructures caractérisées par des nombres de Strouhal $St = 2fl/U(x,0,0) < 0,3$ (Bradbury, 1965). Cela correspond à une fréquence $f < 4,4$ kHz pour $x/l = 160$, située dans la gamme de décroissance d'énergie. Les spectres obtenus pour le soufflage pulsé sont dominés par la fréquence de forçage et par ses harmoniques.

10.3 Bilan de la caractérisation du contrôle

Cette étude expérimentale nous a permis de qualifier notre système d'injection. Nous résumons ici les principaux effets des grandeurs de commande sur la moyenne et les variations du débit des jets de contrôle :

- L'augmentation de la pression d'alimentation, $p_{i,col}$, contribue à accroître le débit moyen des jets continus. En mode de soufflage pulsé, l'accroissement de $p_{i,col}$ amortit le taux de fluctuations principalement parce que le débit d'injection dans le circuit d'alimentation des jets et le débit du jet sont limités par des phénomènes de col sonique.
- Il existe une fréquence critique, $f_c = 1/\tau_c$, au-delà de laquelle les fluctuations du débit sont atténuées. Cette fréquence est basée sur le temps de vidange du circuit, τ_c, qui dépend des dimensions géométriques de notre système et de la température. Dans notre application, cette fréquence vaut environ $f_c = 43$ Hz.
- Utiliser plusieurs fentes permet d'augmenter l'amplitude des fluctuations des jets de contrôle en diminuant le temps de vidange.



(a) SC

(b) SC

(c) SP

(d) SP

FIG. 10.10 – Évolutions de la vitesse axiale (droite) et du taux de turbulence (gauche) sur l'axe de la fente ($y = z = 0$) en modes de soufflage continu (SC) et de soufflage pulsé à la fréquence $f = 100$ Hz (SP). $p_{i,col} = 4,37$ bar

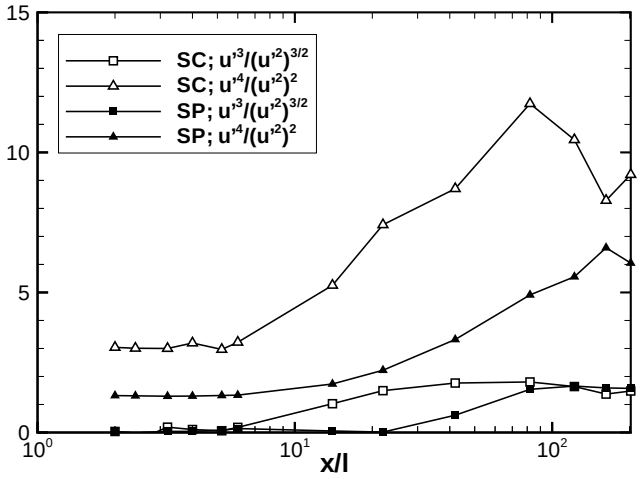
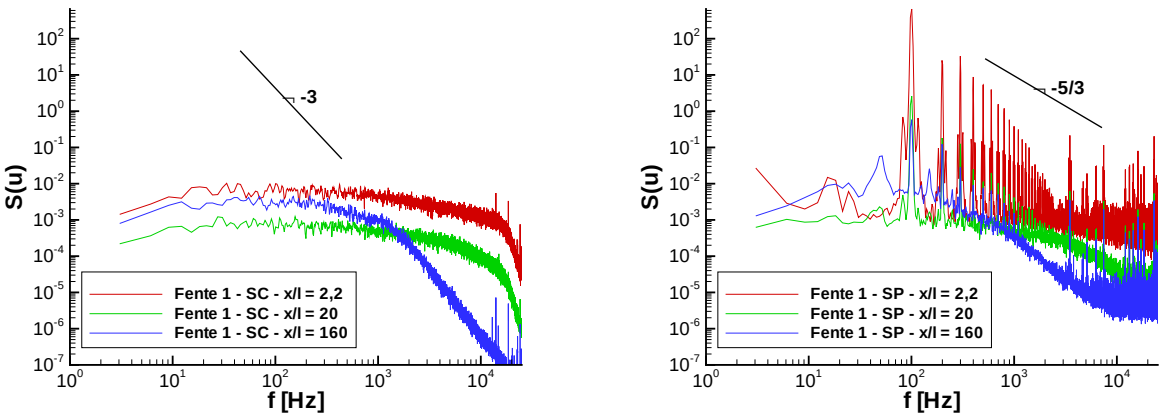


FIG. 10.11 – Facteurs de dissymétrie (symboles carrés) et d'aplatissement (triangles) de la composante axiale de la quantité de mouvement sur l'axe de la fente 1 ($y = z = 0$) en modes de soufflage continu (SC) et de soufflage pulsé à la fréquence $f = 100$ Hz (SP). $p_{i,col} = 4,37$ bar



(a) SC

(b) SP

FIG. 10.12 – Distributions fréquencielles de l'énergie des fluctuations de vitesse axiale sur l'axe du jet ($y = z = 0$) en modes de soufflage continu (SC) et de soufflage pulsé à la fréquence $f = 100$ Hz (SP). $p_{i,col} = 4,37$ bar

L'objectif final est de déterminer les valeurs du coefficient de contrôle, C_μ, et du rapport de vitesse, VR, en fonction des paramètres de commande. Ces deux paramètres sont définis en (9.1). Les abaques de la figure (10.13) résument les résultats concernant les différents points de contrôle testés au cours de cette étude. D'autres points ont été mesurés a posteriori pendant les expériences en soufflerie en conservant les méthodes décrites dans ce chapitre. Remarquons que notre dispositif de soufflage ne nous permet pas de faire varier les paramètres C_μ et VR séparément.

Les valeurs du paramètre C_μ sont très faibles en soufflage pulsé, elles ne dépassent pas $C_\mu = 4 \times 10^{-4}$ alors que notre objectif était d'atteindre $C_\mu = 5 \times 10^{-3}$ (chapitre 9). En outre, nous avons montré que les fluctuations de débit des jets pulsés étaient fortement atténuées au delà de la fréquence critique, f_c. Ces résultats auront des conséquences sur l'application du contrôle à notre écoulement et devront être pris en compte lors de l'analyse des résultats.

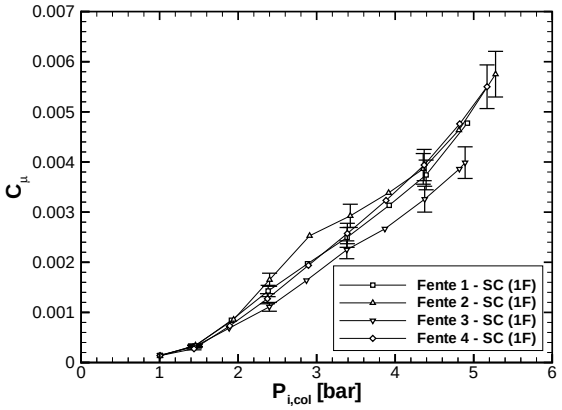
Ces valeurs expérimentales sont entachées d'incertitudes caractérisées par les barres d'erreur sur la figure (10.13). Ces incertitudes proviennent :

- de la mesure de la vitesse en veine ($\sigma_{U_0}/U_0 = 1\%$, Afchain *et al.* 1983),
- en soufflage continu, de la mesure du débit au col : $\sigma_{q_m}/q_m = 1 - C_{D\delta}C_{DV}C_{DK}$ (équations (10.3),(10.4)),
- en soufflage pulsé, de la mesure de la quantité de mouvement moyenne du jet, $\rho_j U_j$, par fil chaud et de la mesure de la section du jet, S_j ($\sigma_{S_j}/S_j = 4\%$),
- de la mesure de la vitesse moyenne du jet, U_j, par fil chaud. Cette incertitude et celle de la quantité de mouvement sont estimées d'après l'écart type entre les lois d'étalonnage et les mesures effectuées pendant l'étalonnage (figure (10.3)) .

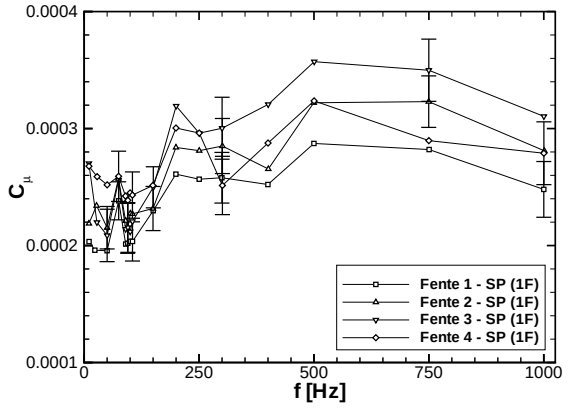
Les incertitudes sont alors calculées en supposant que ces sources d'erreur sont indépendantes. Le même principe est appliqué pour le calcul de l'incertitude sur VR en fonction de U_j et U_0. Nous utilisons les formules suivantes :

$$\begin{array}{rcll}
\left(\frac{\sigma_{C_\mu}}{C_\mu}\right)^2 & = & \left(\frac{\sigma_{q_m}}{q_m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_j}}{U_j}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_{U_0}}{U_0}\right)^2, & SC, \\
\left(\frac{\sigma_{C_\mu}}{C_\mu}\right)^2 & = & \left(\frac{\sigma_{(\rho U)_j}}{(\rho U)_j}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{S_j}}{S_j}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_j}}{U_j}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_{U_0}}{U_0}\right)^2, & SP, \\
\left(\frac{\sigma_{VR}}{VR}\right)^2 & = & \left(\frac{\sigma_{U_j}}{U_j}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_0}}{U_0}\right)^2, & SC\&SP.
\end{array} \qquad (10.12)$$

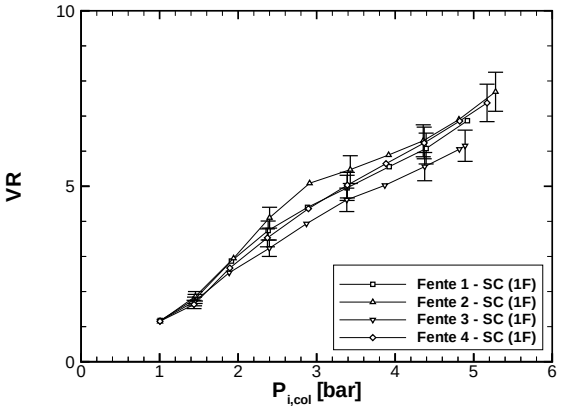
Dans la suite, nous donnons pour chaque essai les valeurs des paramètres de contrôle C_μ, VR et St. Un ordre de grandeur des incertitudes pour toute la campagne d'essais est $\sigma_{C_\mu}/C_\mu = 8,3\%$ en soufflage pulsé, $\sigma_{C_\mu}/C_\mu = 7,9\%$ en soufflage continu et $\sigma_{VR}/VR = 7,2\%$ pour les deux modes.



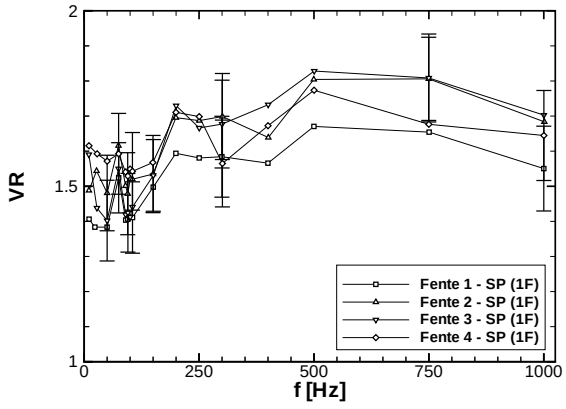
(a) C_μ, SC



(b) C_μ, SP



(c) VR, SC



(d) VR, SP

FIG. 10.13 – Résultats des mesures du coefficient de flux de quantité de mouvement, C_μ, et du rapport de vitesse, VR ($\rho_0 = 1,2$ kg/m^3, $U_0 = 50$ m/s), en fonction de la pression d'arrêt au col en mode de soufflage continu (SC) et de la fréquence de pulsation des jets en mode de soufflage pulsé (SP)

11 Application du soufflage : premiers résultats

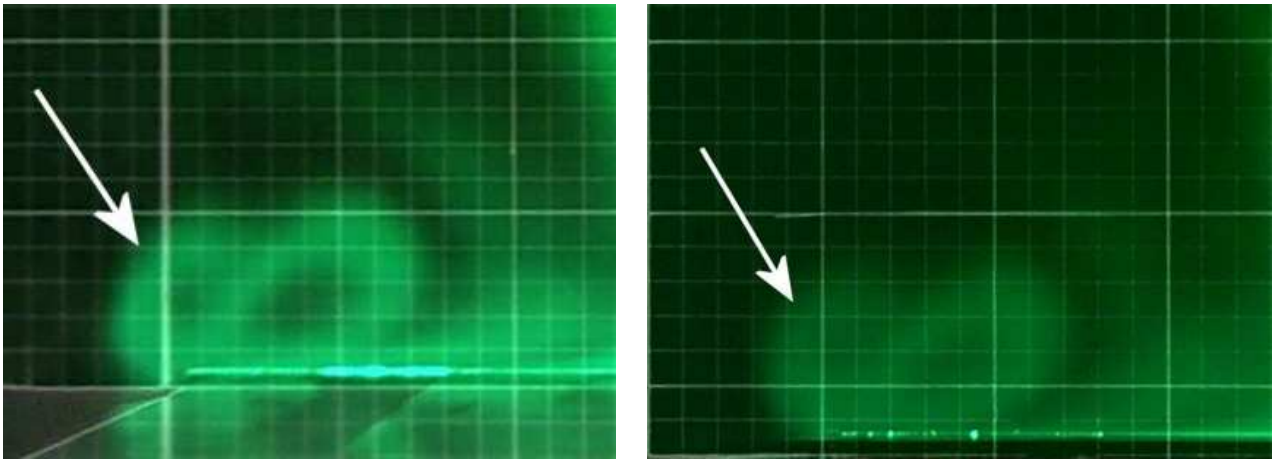
Dans ce chapitre, nous analysons l'influence du soufflage sur notre écoulement telle qu'elle apparaît dans les premiers tests que nous avons pu réaliser au cours de cette étude. D'une part, des visualisations par tomoscopie laser et par enduit visqueux permettent d'identifier les différentes structures. D'autre part, nous présentons des mesures de vitesses, par VLF tridimensionnelle et par VLF en deux points, effectuées en présence de contrôle et dans les mêmes conditions que les mesures nominales du chapitre 5 : un nombre de Reynolds $Re_c = 2,3 \times 10^6$ et une incidence $\alpha = 18°$.

11.1 Structure de l'écoulement contrôlé

La figure (11.1) présente deux visualisations par tomoscopie laser lorsqu'on applique un soufflage continu ou pulsé. Elles montrent la formation d'un tourbillon à proximité du bord d'attaque, indiqué par une flèche. Les mesures des champs de vitesse par VLF, présentées au paragraphe 11.2, vont nous permettre de confirmer ce point.

Cette structure apparaît dans toutes les visualisations mettant en œuvre un contrôle par soufflage pulsé ou continu, quels que soient les paramètres. Lorsque plusieurs fentes sont actionnées, ce phénomène se retrouve pour chaque fente (figure (11.2a)). D'après les lignes de frottement pariétal sur la figure (11.2b), le tourbillon prend naissance au début de la fente de soufflage et perturbe les lignes de séparation (S_2) et de réattachement (A_2). Sa trace décrit une poche qui disparaît ensuite. Dans cette poche, les lignes de frottement, parallèles et dirigées vers l'aval et le bord d'attaque, indiquent que ce tourbillon tourne dans le même sens que le tourbillon primaire.

L'effet du soufflage peut se ramener à l'interaction entre un écoulement transversal et un jet plan mis en dérapage (figure (11.3)). Lorsque le jet est issu d'une fente placée perpendiculairement à la direction de l'écoulement incident (cas a), deux structures contrarotatives dominent le sillage. Selon Haven & Kurosaka (1997), la vorticité, initiallement contenue dans le plan du jet et du côté amont, $\Omega'_{Y'_0} < 0$, est réorientée selon l'écoulement incident par le terme de gauchissement $\Omega'_{X'} = (\partial U'/\partial Y')\Omega'_{Y'_0}$ (cas b). Si le jet est mis en dérapage (cas c), la vorticité initiale possède une composante selon X', $\Omega'_{X'_0} > 0$. Le ralentissement de la vitesse longitudinale de l'écoulement amont à l'approche du jet, $\partial U'/\partial X' < 0$, engendre un terme d'étirement, $\Omega'_{X'} = (\partial U'/\partial X')\Omega'_{X'_0}$, qui étire la vorticité axiale du côté amont et la comprime du côté aval (cas d). Les deux tourbillons sont alors déséquilibrés. C'est ce procédé qui explique la présence d'une seule structure initiée au bord bord amont de la fente (figure (11.2b)) et possédant une vorticité $\Omega'_{X'} < 0$ (cas e). Cette vorticité est ensuite réorientée le long de l'écoulement par des mécanismes tridimensionnels.



(a) $C_\mu = 10^{-2}$; $VR = 8,3$; $St = 0$

(b) $C_\mu = 2,6 \times 10^{-4}$; $VR = 1,6$; $St = 2,8$

FIG. 11.1 – Visualisations transversales par tomoscopie laser : (a) soufflage continu aux fentes 1 & 2 ; (b) soufflage pulsé à la fente 1. ($X/c = 0,36$; $\alpha = 18°$ et $Re_c = 2,3 \times 10^6$). L'unité de mesure de la mire est le cm

Zhang & Collins (1997) ont effectué des mesures de vitesse dans le sillage de ce type d'écoulement. Le flux incident contourne le jet puis est dévié latéralement et verticalement provoquant l'inclinaison du jet vers l'aval et l'intérieur de la maquette. L'écoulement se sépare ensuite en créant une zone de recirculation en aval du jet, suivie du développement d'un tourbillon de sillage longitudinal.

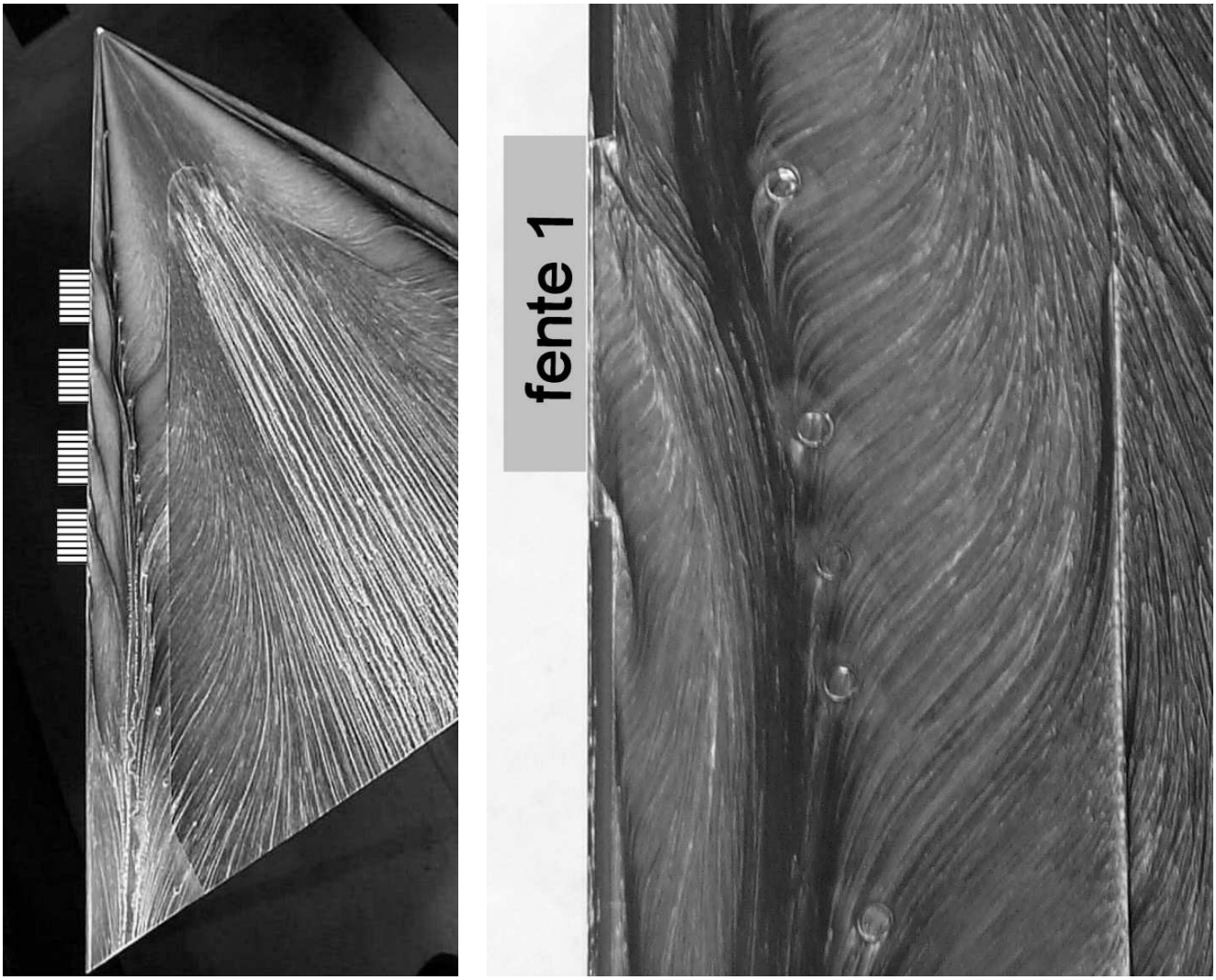
11.2 Champs de vitesses

Le premier paragraphe est consacré à la description des champs moyens de vitesse et de vorticité et à leur analyse par une étude de stabilité linéaire temporelle. Dans le second paragraphe, nous étudions les caractéristiques instationnaires du cœur tourbillonnaire à partir de mesures effectuées en deux points.

11.2.1 Mesures des vitesses

En configuration de contrôle, des mesures par VLF tridimensionnelle ont été effectuées dans un plan transversal à l'abscisse relative $X/c = 0,36$. Un contrôle par soufflage continu était appliqué aux fentes 1 & 2 avec un coefficient de flux de quantité de mouvement total $C_\mu = C_{\mu_1} + C_{\mu_2} = 10^{-2}$ et un rapport de vitesses moyen $VR = (VR_1 + VR_2)/2 = 8,3$. Ces fentes se situent entre les abscisses relatives $X/c = 0,29$ et $X/c = 0,44$, la fente 1 étant située en amont du plan de mesure VLF et la fente 2 en aval. Cette configuration nous permet de créer un tourbillon au bord d'attaque d'une grande étendue spatiale qui facilite les explorations.

Deux maillages de mesure permettent d'explorer le même plan. Un premier maillage large est constitué de 170 points espacés de $\Delta Y = \Delta Z = 5$ mm. Il est d'une taille comparable à celui utilisé dans le plan $X/c = 0,36$ durant la campagne d'analyse de la configuration nominale (paragraphe 5.1). Un deuxième maillage raffiné est concentré sur la structure identifiée dans la région du bord d'attaque (figure (11.1)). Il contient 342



(a) $C_\mu = 6,7 \times 10^{-4}$; $VR = 1,8$; $St = 0$

(b) $C_\mu = 1,1 \times 10^{-4}$; $VR = 0,9$; $St = 1,4$

FIG. 11.2 – Visualisations pariétales par enduit visqueux en présence de soufflage aux quatre fentes en mode continu (a) puis à la fente 1 en mode pulsé (b) ($\alpha = 16°$ et $Re_c = 2,3 \times 10^6$)

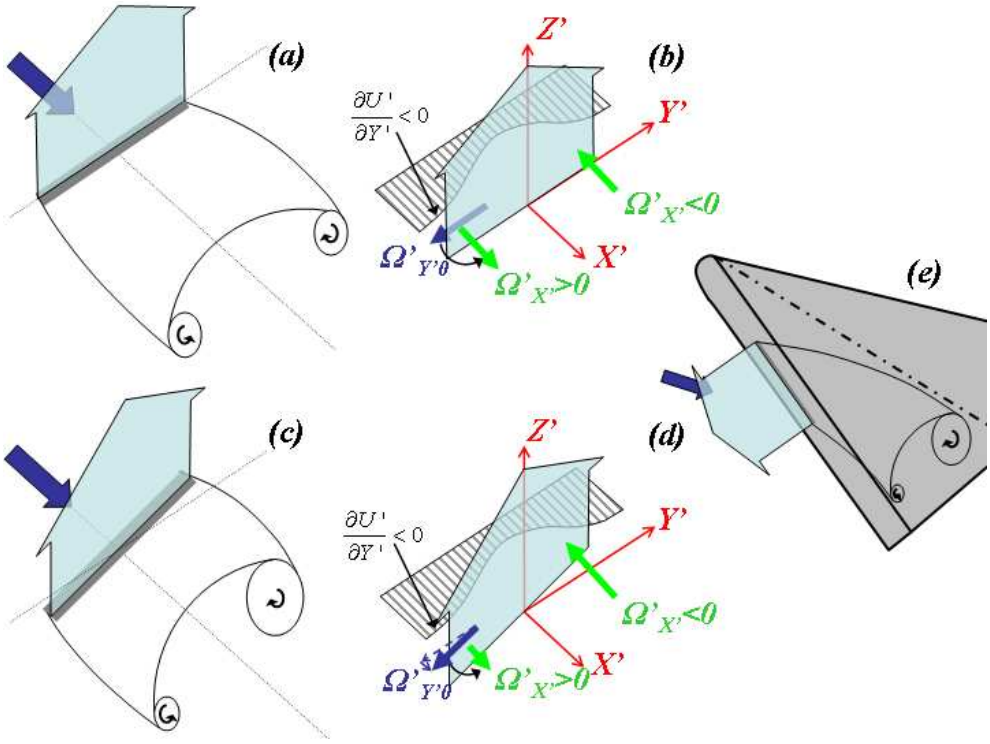


FIG. 11.3 – Schéma interprétatif d'un jet de contrôle défléchi par l'écoulement incident et formation du tourbillon au bord d'attaque

points espacés d'environ $\Delta Y = \Delta Z = 1,67$ mm. Une estimation des incertitudes sur les valeurs moyennes de la vitesse et de la vorticité est présentée au paragraphe 2.3.1.

En comparant ces mesures à celles concernant le même plan en configuration nominale, nous pouvons analyser l'effet du contrôle sur les champs moyens de vitesse et de vorticité et sur la stabilité linéaire de l'écoulement. Néanmoins, le maillage entourant le tourbillon primaire est moins resserré que celui utilisé en configuration nominale ($\Delta Y = \Delta Z = 2$ mm). La comparaison des résultats doit donc s'entourer de précautions.

Dans cette partie, nous adoptons la même démarche d'analyse des résultats expérimentaux que celle présentée en première partie aux chapitres 5 et 6. Nous calculons tout d'abord les champs de vitesses en coordonnées cylindriques (U_x, V_r, W_θ) en nous plaçant dans un repère (x, r, θ) d'axe coïncidant avec celui du tourbillon par la transformation (5.2). Cette étape est appliquée aux deux tourbillons et nous permet d'obtenir les champs de vitesse concernant le tourbillon de bord d'attaque dans un repère centré sur son axe. Sur chaque figure, un cadre délimite le maillage raffiné dans lequel sont tracées les vitesses dans le repère lié à la structure du bord d'attaque.

Ensuite, nous appliquons à ces champs cylindriques les critères analytiques d'instabilité linéaire temporelle et la méthode numérique de collocation spectrale. La méthode numérique nous permet également d'évaluer la dynamique des modes neutres axisymétriques et d'appliquer le critère de stabilité globale de Benjamin (1962).

Vitesses moyennes

La figure (11.4) présente les champs de vitesses (U_x, V_r, W_θ), de vorticité axiale Ω_x et de fluctuations des vitesses, $k = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}$. Ces grandeurs sont adimensionnées

par la vitesse en veine, U_0, et par la corde de l'aile, c. Les coordonnées transversales sont centrées sur le cœur du tourbillon primaire et divisées par la demi-envergure locale de la maquette, $s(X)$. Les visualisations par tomoscopie laser montrent que ce plan est en amont du point d'éclatement ($X_b/c = 0,41 \pm 0,025$).

Ces champs indiquent qu'à cette abscisse l'écoulement est fortement perturbé par l'application du soufflage continu aux fentes 1 & 2. Le champ de vorticité axiale (figure (11.4*d*)) confirme l'existence d'un tourbillon stationnaire, identifié par les visualisations (figure (11.1)), qui remplace la couche de mélange. Il s'agit d'une structure cohérente, de taille importante et dont les niveaux de vorticité atteignent $\Omega_x c/U_0 = -265$ contre $\Omega_x c/U_0 = -185$ pour le tourbillon primaire. La rotation de ce dernier est drastiquement atténuée par rapport à son niveau nominal dépassant $\Omega_x c/U_0 = -350$ (figure (5.5*b*)). Le calcul de la circulation sur un contour rectangulaire maximal, mais identique aux deux plans de mesure, indique $(\iint \Omega_X dY dZ)/cU_0 = -3,5 \times 10^{-3}$ en configuration nominale et $-3,9 \times 10^{-3}$ en présence de soufflage. Ces résultats sont proches, la forte diminution de vorticité du tourbillon primaire contrôlé correspond à la formation de la structure corotative au bord d'attaque. Il y a eu une redistribution de la vorticité vers le bord d'attaque due au mécanisme d'interaction du jet de contrôle et de l'écoulement incident.

Dans le maillage cartésien, la position du centre du tourbillon primaire est évaluée aux coordonnées $Y_c/s = -0,75$ et $Z_c/s = 0,13$. Elle est proche de la position nominale : $Y_c/s = -0,76$ et $Z_c/s = 0,13$. La présence du second tourbillon ne déplace pas l'axe tourbillonnaire.

La couche de mélange qui naît au bord d'attaque et qui alimente le tourbillon primaire est absente. La présence des jets perturbe localement cette région en désorganisant le cisaillement transversal de la vitesse.

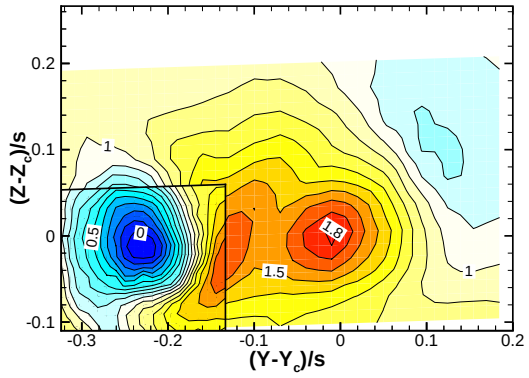
Sur la figure (11.4*a*), la vitesse axiale au centre du tourbillon primaire est inférieure à celle du cas sans contrôle ($U_x/U_0 = 1,8$ et 2,2 respectivement). Le second tourbillon est de type sillage avec une vitesse axiale nulle au centre. Une zone de forts gradients de vitesse existe entre les deux tourbillons. Ces gradients sont également observés dans les champs de vitesses radiale et azimutale (figures (11.4*b*,*c*)). La vitesse azimutale conserve une symétrie axiale dans chaque tourbillon.

Sur la figure (11.4*e*), les fluctuations de vitesse sont concentrées dans les cœurs tourbillonnaires. Les taux de turbulence atteignent $k/U_0 = 0,7$ et $k/U_0 = 1$ sur les axes du tourbillon primaire et du second tourbillon respectivement. Cela indique que le flottement affecte les deux tourbillons.

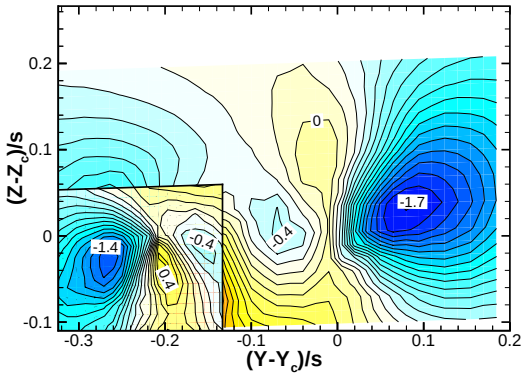
11.2.2 Analyse de stabilité linéaire temporelle des tourbillons

Modélisation des profils expérimentaux

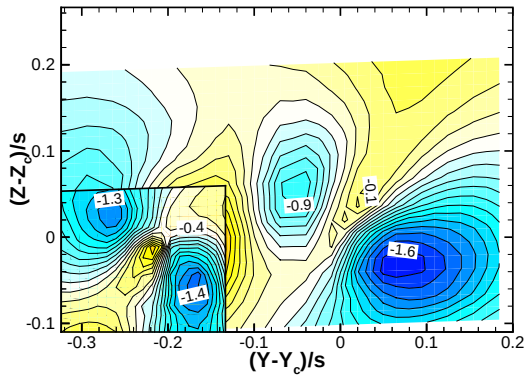
Les modèles d'ajustement des profils de vitesses axiale et azimutale sont définis par l'équation (6.7). Les paramètres adimensionnels de ces modèles, définis en (6.8), sont indiqués dans le tableau (11.1). Les écarts types entre ces lois théoriques et les valeurs expérimentales sont définis en (6.3). Pour faciliter la comparaison, nous avons également indiqué les résultats concernant le tourbillon primaire nominal à la même abscisse (voir chapitre 6). La figure (11.5) compare les lois des vitesses et du moment cinétique, $\Gamma = rW_\theta$, obtenues dans les cas avec et sans contrôle. Les principales remarques sont les suivantes :



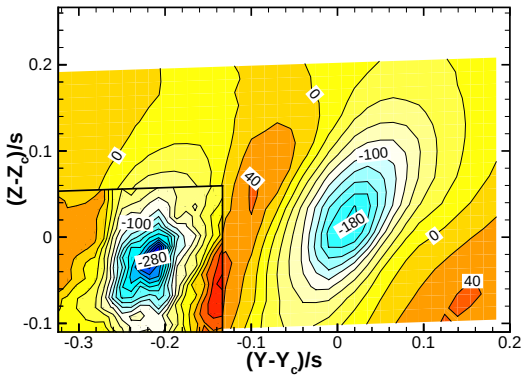
(a) U_x/U_0



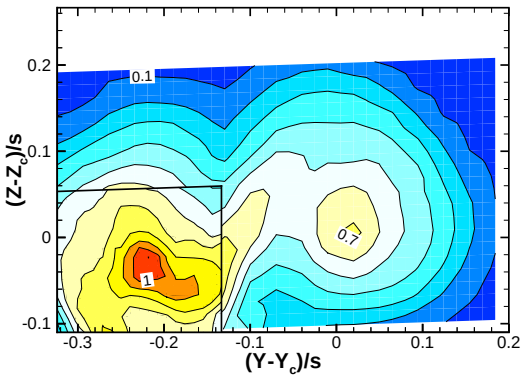
(b) V_r/U_0



(c) W_θ/U_0



(d) $\Omega_x c/U_0$



(e) k/U_0

FIG. 11.4 – Iso-contours des vitesses adimensionnelles en coordonnées cylindriques (a-c), de la vorticité axiale adimensionnelle (d) et du taux de turbulence (e) dans le plan $X/c = 0,36$ en présence de soufflage continu aux fentes 1 & 2 ($C_\mu = 10^{-2}$; VR=8,3)

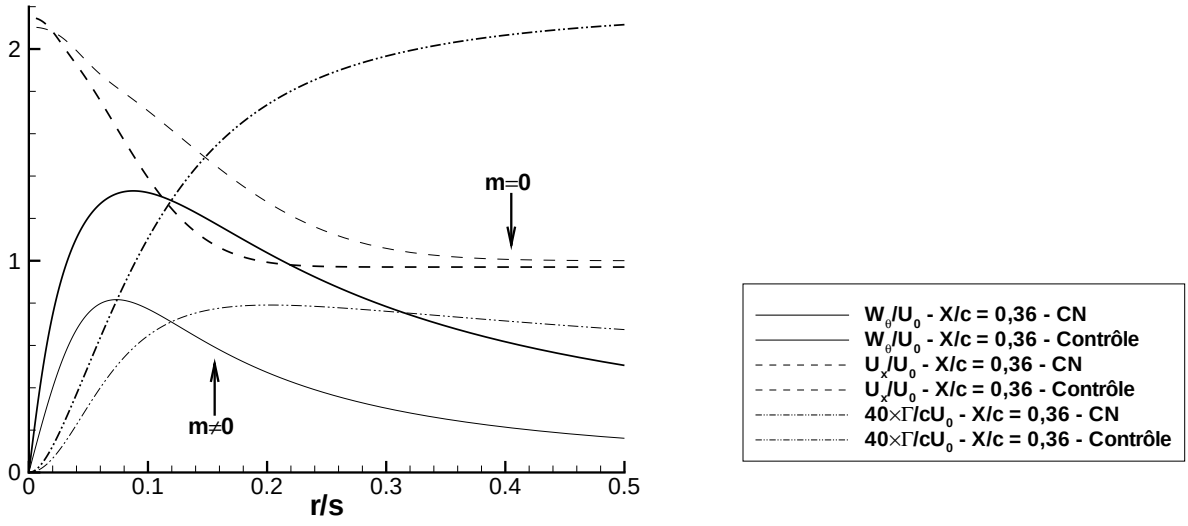


FIG. 11.5 – Champs de base, des vitesses axiale et azimutale et du moment cinétique, dans le tourbillon primaire avec et sans contrôle ($X/c = 0,36$)

- Le nombre de swirl du tourbillon primaire est supérieur en présence de contrôle, par rapport à la configuration nominale, bien que le niveau de rotation sur l'axe soit inférieur.
- Le rapport entre la vitesse externe et la survitesse sur l'axe, représenté par le paramètre u, est légèrement diminué contrastant ainsi avec les gradients de vitesse axiale plus importants du tourbillon primaire nominal.
- Le paramètre δ est proche de 1, indiquant une distribution quasi gaussienne de la vitesse axiale.
- Le tourbillon au bord d'attaque est caractérisé par un nombre de swirl élevé, associé à un taux de rotation important. La distribution de vitesse axiale n'est pas gaussienne, car elle est soumise à des cisaillements plus intenses par rapport au tourbillon primaire.

Application des critères analytiques

En configuration nominale, l'analyse de stabilité temporelle linéaire montre que les mécanismes physiques pouvant amplifier des perturbations infinitésimales sont inhibés dans le plan $X/c = 0,36$. En présence de contrôle, les résultats des critères, présentés dans le tableau (11.1), indiquent au contraire que certains mécanismes sont actifs et peuvent déstabiliser l'écoulement à cette abscisse. Ainsi, le critère d'instabilité centrifuge de Rayleigh et celui de Leibovich & Stewartson (1983) sont vérifiés dans le tourbillon primaire et dans le tourbillon de bord d'attaque. Ces résultats suggèrent l'existence d'un mécanisme d'instabilité centrifuge généralisée (voir annexe D) dans le cœur du tourbillon de bord d'attaque et dans la zone périphérique du tourbillon primaire. Ce mécanisme est absent du tourbillon primaire en configuration nominale où le niveau de swirl, connu pour jouer un rôle stabilisant, est plus élevé.

Les iso-contours de la vitesse radiale (figure (11.4d)) montrent qu'il existe une déformation transversale du tourbillon primaire. Nous pouvons évaluer le taux d'amplification

des instabilités elliptiques générées par cette déformation (le calcul de $\omega_{i,E}/\Omega_0$ est détaillé au paragraphe 6.3.4). Cette estimation montre que le mécanisme centrifuge domine : $\omega_{i,\infty}/\omega_{i,E} \simeq 5,2$ ($\omega_{i,\infty}$ est déterminé d'après l'équation (6.15)). En outre, les valeurs de $\omega_{i,E}/\Omega_0$ dans le tourbillon nominal et dans le tourbillon contrôlé sont très proches. Les excentricités des lignes de courant sont identiques à proximité de l'axe, indiquant que celles-ci ne sont pas perturbées par le contrôle.

La condition nécessaire de Batchelor & Gill (1962) et le critère de Howard & Gupta (1962) sont vérifiés : les instabilités axisymétriques ($m = 0$) peuvent être amplifiées par des mécanismes de centrifugation ou par le cisaillement de vitesse axiale.

La condition nécessaire d'instabilité inflexionnelle de Rayleigh n'est vérifiée dans aucun des deux tourbillons indiquant que les perturbations bidimensionnelles ($k = 0$) ne sont pas amplifiées par le cisaillement de vitesse azimutale.

En conclusion, ces critères montrent que le contrôle déstabilise le tourbillon primaire en activant des mécanismes de centrifugation et de cisaillement axial. L'étude numérique de stabilité va nous permettre de valider ce résultat.

Application de la méthode numérique

La figure (11.6) présente les résultats de la méthode numérique de collocation spectrale. Les taux d'amplification, ω_i, et les pulsations, ω_r, sont adimensionnés par le taux de rotation du tourbillon sur son axe, Ω_0. Ces grandeurs sont représentées en fonction du nombre d'onde axial adimensionnel de la perturbation, kr_c. La ligne horizontale en tiret-pointillés indique la valeur relative du taux d'amplification estimée à partir de l'analyse de Leibovich & Stewartson (1983), $\omega_{i\infty}/\Omega_0$.

Les écoulements de base des deux tourbillons amplifient donc une famille de modes hélicoïdaux. Les hélices sont corotatives dans le tourbillon primaire et contrarotatives dans celui de bord d'attaque. Pour chaque mode m, il existe un nombre d'onde axial, $k_{max}(m)$, pour lequel le taux d'amplification est maximal. Ce maximum augmente avec $|m|$ vers la limite asymptotique $\omega_{i\infty}$ lorsque $|m| \to \infty$. Tous les modes tournent temporellement dans le même sens que l'écoulement de base ($\omega_r/k > 0$). De même toutes les vitesses de groupe, $v_g = d\omega_r/dk$, sont positives. Elles conservent la même valeur pour chaque mode, excepté le mode $m = 3$ amplifié dans le tourbillon de bord d'attaque qui possède une vitesse de groupe plus élevée. Les perturbations sont peu dispersives et advectées vers l'aval du tourbillon à la vitesse v_g.

La figure (11.6) présente également les taux d'amplification des modes hélicoïdaux en fonction du pas d'hélice de la perturbation, $\beta = -k/m$, divisé par la valeur théorique prédite par l'analyse asymptotique et définie dans l'équation (6.16), $\beta(r_0)$. À mesure que $|m|$ augmente, le pas d'hélice de la perturbation la plus amplifiée, $-k_{max}(m)/m$, tend vers la valeur $\beta(r_0)$.

Sur la figure (11.7*b*), sont tracées les fonctions propres des vitesses de la perturbation pour le nombre d'onde $k_{max}r_c = 2,65$ le plus amplifié du mode $m = -4$ dans le tourbillon primaire. Ces fonctions sont concentrées autour du rayon $r_0/r_c = 2,13$ évalué d'après l'analyse asymptotique. On retrouve la structure caractéristique des modes en anneau.

Nous sommes donc en présence d'une instabilité centrifuge généralisée. Le champ moyen cède localement son énergie aux perturbations via un équilibre centrifuge instable. La particule fluide perturbée acquiert un moment cinétique qui ne peut être contrebalancé par le gradient de pression stabilisateur.

Les perturbations bidimensionnelles ($k = 0$) sont amorties, mais les perturbations axisymétriques ($m = 0$) sont amplifiées sur une grande plage de nombres d'ondes, confir-

		tourbillon primaire nominal	tourbillon primaire contrôlé	tourbillon de bord d'attaque
$10^{-4}Re$		5,8	11,2	8,1
q		3,9	2,9	-5,2
u		0,9	0,8	-1,0
δ		0,95	0,82	5×10^{-3}
$2q_0/j_{1,1}$		0,98	0,35	-
σ_{U_x}/U_0	[%]	0,53	1,02	4,76
σ_{W_θ}/U_0	[%]	1,04	1,01	2,58
elliptique	$\omega_{i,E}/\Omega_0$	0,03	0,03	-
excentricité	ε	0,62	0,61	-
centrifuge	$\omega_{i,max}/\Omega_0$	-	0,03	0,02
	r/r_c	-	3,40	3,15
inflexionnelle		-	-	-
B&G	r/r_c	-	0,43	0,61 ; 2,13
H&G ($m = 0$)	$\omega_{i,max}/\Omega_0$	-	0,09	0,02
	r/r_c	-	2,60	3,15
L&S	$\omega_{i,\infty}/\Omega_0$	-	0,17	0,43
	r_0/r_c	-	2,13	0,84

TAB. 11.1 – Résultats d'interpolation des profils expérimentaux par des lois théoriques des vitesses axiale et azimutale définies en (6.7) : nombre de Reynolds Re, paramètres de swirl q, d'écoulement extérieur u et paramètre δ des profils utilisés. Écarts types moyens adimensionnels, σ_U/U_0, - exprimés en % - des résidus des modèles théoriques d'ajustement. Évaluation des taux d'amplification de l'instabilité elliptique, $\omega_{i,E}/\Omega_0$, et excentricité des lignes de courant à proximité de l'axe tourbillonnaire, ε. Application des critères d'instabilité centrifuge et inflexionnelle d'un tourbillon seul, de la condition d'instabilité de Batchelor & Gill (D.10) pour $m = 0$ (B&G), de la condition nécessaire de Howard & Gupta (D.5) (H&G) et de la condition suffisante de Leibovich & Stewartson (6.15) (L&S). Pour chaque critère, nous indiquons les taux d'amplification maximaux et les rayons correspondants (les formules utilisées sont définies au chapitre D.1 de l'annexe D)

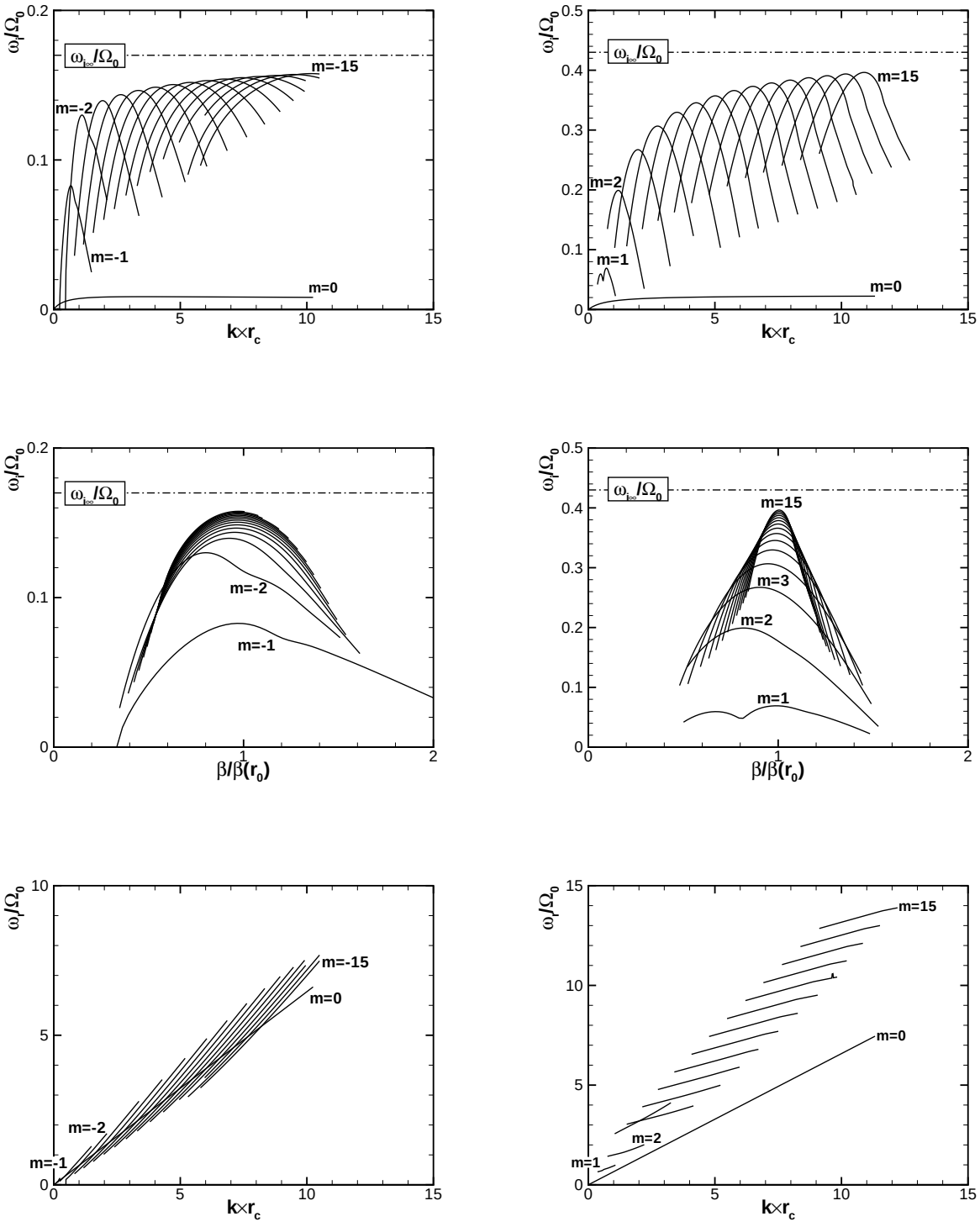
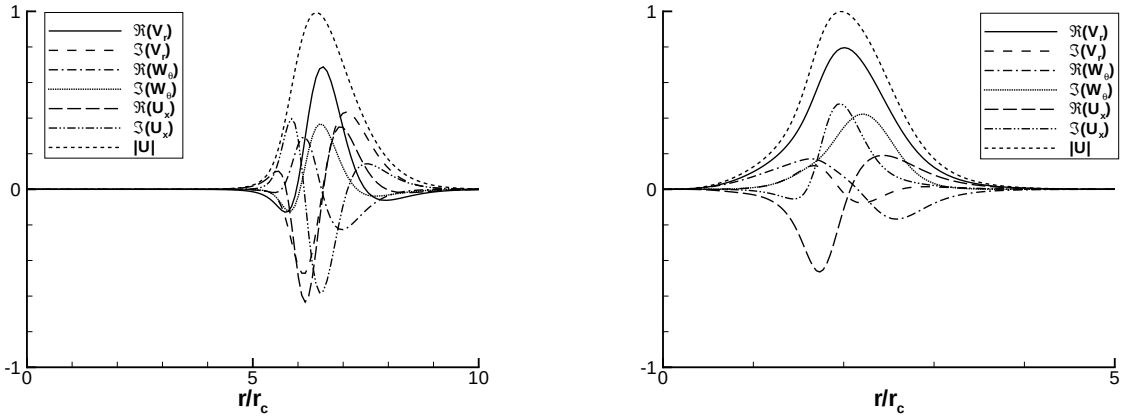


FIG. 11.6 – Évolutions des taux d'amplification, $\omega_i(m,k)/\Omega_0$, des modes perturbés en fonction du nombre d'onde axial, kr_c, (haut) et en fonction du pas d'hélice, $\beta = -k/m$, adimensionné par la valeur théorique, $\beta(r_0)$, (milieu). Évolution des pulsations, $\omega_r(m,k)/\Omega_0$, en fonction de kr_c (bas). Écoulement en présence de contrôle : tourbillon primaire (gauche) et tourbillon de bord d'attaque (droite) ($X/c = 0,36$)



(a) $m = 0$; $k_{max} r_c = 3,58$

(b) $m = -4$; $k_{max} r_c = 2,65$

FIG. 11.7 – Structure radiale des parties réelle et imaginaire des fonctions propres des composantes et du module de la vitesse de perturbation dans le tourbillon primaire : (a) mode axisymétrique et (b) mode hélicoïdal

mant les prédictions des critères de Howard & Gupta, de Rayleigh et de Batchelor & Gill résumées dans le tableau (11.1). Le taux d'amplification maximal est obtenu pour $k_{max} r_c = 3,58$. Le mécanisme déstabilisant peut être l'accélération centrifuge ou le cisaillement de la vitesse axiale, ou encore une combinaison de ces deux mécanismes.

Dans la limite des grandes longueurs d'onde, les taux d'amplification n'évoluent pas proportionnellement au nombre d'onde. Ce comportement n'est pas conforme à celui des instabilités d'une nappe de vorticité cylindrique. En outre, la figure (11.7a) présente l'évolution radiale des fonctions propres des vitesses de la perturbation axisymétrique la plus amplifiée dans le tourbillon primaire. Ces fonctions sont concentrées au voisinage d'un rayon, $r/r_c \simeq 6,5$. Ce rayon est reporté sur la figure (11.5) par une flèche verticale annotée $m = 0$. Il indique que, localement, la vitesse axiale est uniforme et égale à la vitesse extérieure, le cisaillement axial y est insignifiant. En revanche, la circulation décroît avec le rayon, l'écoulement est donc localement instable centrifuge. Une estimation du taux d'amplification local donne alors $(-D\Gamma^2/r^3)^{1/2}/\Omega_0 = 1,2 \times 10^{-2}$, proche de la valeur numérique $\omega_i/\Omega_0 = 8,6 \times 10^{-3}$ (voir paragraphe D.1). L'accélération centrifuge apparaît donc comme le mécanisme amplifiant les perturbations axisymétriques.

La fréquence des ondes est positive et proportionnelle à kr_c : ces ondes sont non dispersives. Tous les nombres d'onde tournent dans le même sens que le tourbillon et sont advectés vers l'aval avec une même vitesse de groupe.

11.2.3 Dynamique des modes neutres

L'analyse de la dynamique des modes neutres axisymétriques, dans notre modèle de tourbillon (6.7), avait permis d'établir que la comparaison du nombre de swirl, $q_0 = \Omega_0 R_c / U_x(0)$, à la valeur critique $q_0 = j_{1,1}/2$ suffisait à déterminer la criticité de l'écoulement (chapitre 7).

Cette comparaison est effectuée dans le tableau (11.1). Elle indique que l'écoulement dans le tourbillon primaire est supercritique à cette abscisse. Le plan de mesure $X/c =$

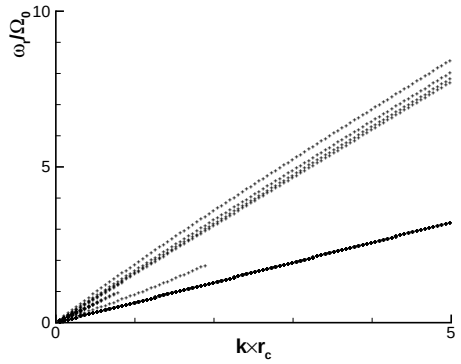


FIG. 11.8 – Fréquences des ondes neutres axisymétriques dans le tourbillon primaire

$0,36$ est en effet en amont du point d'éclatement tourbillonnaire et les ondes de Kelvin axisymétriques possèdent toutes des vitesses de groupe positives et sont advectées vers l'aval de l'écoulement (figure (11.8)). Ainsi, la stabilité globale au sens de Benjamin n'est, à cette abscisse, pas modifiée par la présence du tourbillon de bord d'attaque.

11.3 Mesures en deux points

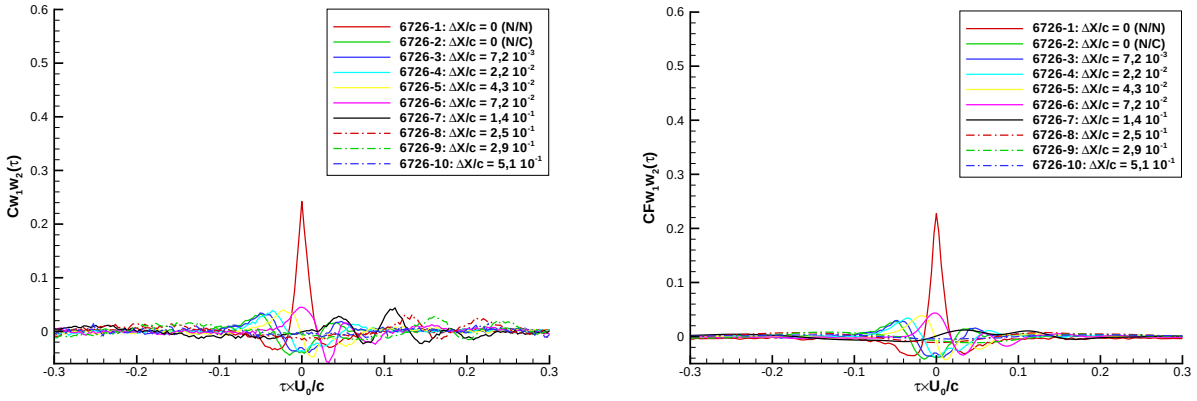
Des mesures en deux points de la vitesse verticale, W, par VLF ont été effectuées simultanément au centre du tourbillon primaire et à proximité du lieu d'application du contrôle. Le contrôle mis en œuvre est un soufflage pulsé par la fente 1, à la fréquence $f = 200$ Hz ($St = 2,8$). Le coefficient de flux de quantité de mouvement est fixé à $C_\mu = 5 \times 10^{-4}$, imposant un rapport de vitesse $VR = 2,4$. En présence de ce type de contrôle, le point d'éclatement tourbillonnaire apparaît à l'abscisse relative $X_b/c = 0,43 \pm 0,025$ d'après les visualisations par tomoscopie laser (annexe A). L'objectif est ici de déterminer si le soufflage pulsé modifie, et de quelle manière, les propriétés instationnaires et turbulentes du cœur tourbillonnaire.

La méthode d'analyse a été présentée au paragraphe 5.6 (recherche du centre du tourbillon primaire par la méthode des histogrammes, calcul des valeurs moyenne et fluctuante de W par (5.1), calcul des coefficients de corrélation spatio-temporels par (5.4) et des spectres et interspectres par (5.5)). Le point de mesure fixe est situé aux coordonnées ($X/c = 0,22$; $Y/s = -1,03$; $Z/s = 0,03$) à proximité de la fente 1 qui se situe entre les abscisses relatives $0,29 < X/c < 0,36$. Le point mobile est déplacé le long de l'axe du tourbillon primaire gauche, du même côté que le contrôle, aux abscisses $X/c = 0,22; 0,23; 0,24; 0,26; 0,29; 0,36; 0,47; 0,51$ et $0,72$.

11.3.1 Coefficients de corrélation

La figure ($11.9a$) présente l'évolution des coefficients de corrélation entre les points fixe et mobile en fonction du temps de retard adimensionné par U_0 et c. La figure ($11.9b$) présente les niveaux de ces mêmes corrélations lorsqu'on a filtré les contributions des fréquences supérieures à la fréquence $f_c = U_0/\Delta X$.

Ces niveaux doivent être comparés à celui de la corrélation obtenue lorsque les deux volumes de mesure sont placés au même point à proximité de la fente (référencé par les



(a) $f_c = \infty$ (b) $f_c = U_0/\Delta X$

FIG. 11.9 – Soufflage pulsé à la fente 1 ($St = 2,8$; $C_\mu = 5 \times 10^{-4}$; $VR = 2,4$) : évolution du coefficient de corrélation en fonction d'un déplacement du volume de mesure mobile le long de l'axe du tourbillon gauche, le volume de mesure fixe étant situé dans la couche de mélange ($X/c = 0,22$; $Y/s = -1,03$; $Z/s = 0,03$). Corrélations non filtrées (a) et corrélations après filtrage passe-bas à la fréquence $f_c = U_0/\Delta X$ (b). N/N : corrélations nappe-nappe, N/C : corrélations nappe-cœur

lettres N/N sur la figure). Ce coefficient prend théoriquement la valeur de 1 pour un temps de retard nul, $\tau = 0$, la valeur mesurée étant $C_{ww}(0) = 0,24$, donc bien en deçà de la valeur attendue. Ce comportement a été expliqué au paragraphe 5.6. Les difficultés d'accessibilité à proximité du bord d'attaque rendent la mesure encore plus délicate et contribuent à cette perte de cohérence en obligeant à décaler les volumes de mesure.

Par rapport à la configuration nominale, l'application du soufflage pulsé ne modifie pas les distributions des coefficients de corrélation lorsque les écartements axiaux des points de mesures sont faibles, $\Delta X/c \leq 0,25$. Les mouvements restent peu cohérents avec des maxima de corrélation relativement faibles qui voyagent vers l'aval à une vitesse moyenne, $\Delta X/\tau_{opt}U_0 = 1,7$, sensiblement identique à celle obtenue en configuration sans contrôle. Dans le dernier plan, $\Delta X/c = 0,51$, situé en aval de l'éclatement ($X_b/c = 0,43$ soit $\Delta X_b/c = 0,21$), les corrélations n'existent plus.

L'application d'un filtrage passe-bas, à la fréquence de coupure $f_c = U_0/\Delta X$, n'affaiblit que très légèrement les niveaux de corrélations entre des points situés en amont de l'éclatement. Les contributions à ces corrélations sont donc majoritairement basées sur des phénomènes de basses fréquences, comme celles qui contribuent au flottement du tourbillon décrit au paragraphe 5.6. En aval ($\Delta X/c \geq 0,25$), l'effet du filtrage est plus sensible : les maxima de corrélation disparaissent si on enlève les contributions plus rapides que l'échelle de convection.

11.3.2 Densités spectrales de puissance

La figure (11.10) présente les distributions des spectres et interspectres en fonction de la fréquence. Le point fixe est situé en amont de la fente 1 et ne présente pas de pics à la fréquence de contrôle ni à ses harmoniques. Par contre, le point mobile est sensible au contrôle et exhibe un pic à une fréquence proche de la première harmonique, $2f = 400$ Hz,

quelle que soit sa position axiale. En amont de la fente 1 ($\Delta X/c \leq 7,2 \times 10^{-2}$), l'énergie de ce pic est faible. En aval, les points de mesure présentent un pic très énergétique à la fréquence $2f$ avec éventuellement un second pic moins marqué à la fréquence $4f$ (figures (11.10*g,h*)), en aval du point d'éclatement ($\Delta X/c \geq 2 \times 10^{-1}$).

A l'exception de ces pics, les spectres dans le cœur ne sont pas modifiés par le contrôle :

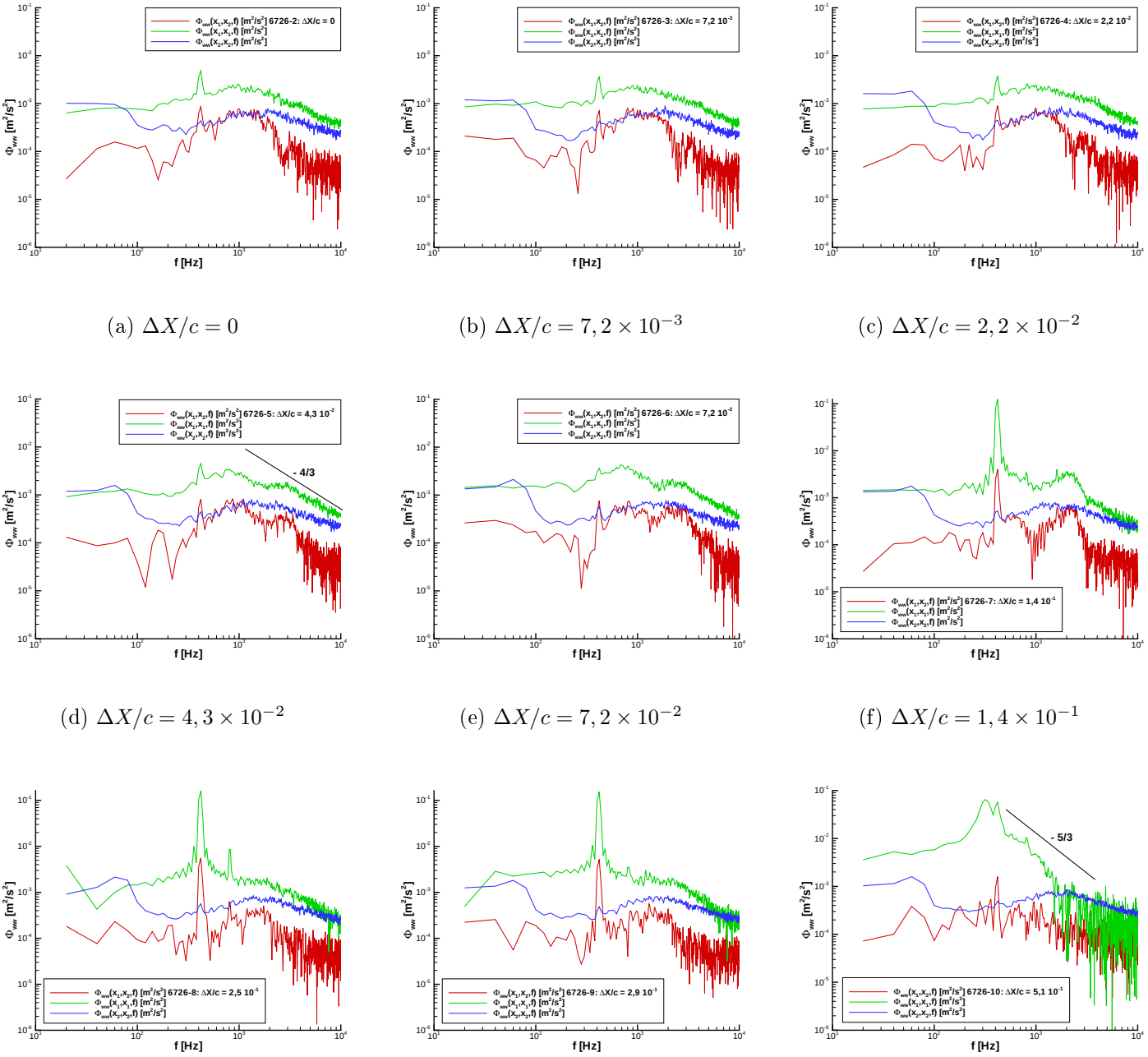
- Les mouvements basses fréquences ($f < 200$ Hz) ont une amplitude élevée, attribuée au phénomène de flottement (voir paragraphe 5.6).
- L'énergie des mouvements hautes fréquences suit une loi en puissance $-4/3$ qui s'étend vers les grandes échelles quand le point de mesure est déplacé vers l'aval. Par exemple, cette zone débute à $f = 4$ kHz au plan $\Delta X/c = 2,2 \times 10^{-2}$ puis à $f = 2$ kHz au plan $\Delta X/c = 2,5 \times 10^{-1}$.
- L'écoulement est turbulent (loi en puissance $-5/3$) aux deux derniers points de mesure (figures (11.10*h*-*i*)).

Les interspectres présentent également un pic à une fréquence proche de $2f$, la distribution fréquentielle étant par ailleurs similaire à celle du cas de référence. Ce pic est néanmoins très marqué à partir de $\Delta X/c = 0,14$ et disparaît au dernier point de mesure $\Delta X/c = 0,51$. C'est certainement cette contribution cohérente entre le bord d'attaque et le cœur tourbillonnaire qui explique la bosse de corrélation visualisée sur la figure (11.9*a*) et qui disparaît sur la figure (11.9*b*). Cela indique un mouvement cohérent, entre le tourbillon et l'écoulement au bord d'attaque, basé sur la fréquence de soufflage.

11.4 Conclusions

L'effet du soufflage sur la structure et les propriétés des champs de vitesses, tel qu'il a été observé et décrit ci-dessus, peut être résumé de la façon suivante :

- L'application d'un soufflage continu au bord d'attaque de la maquette provoque la formation d'une structure tourbillonnaire stationnaire, corotative vis-à-vis du tourbillon primaire et possédant une distribution de vitesse axiale de type sillage. Ce tourbillon résulte de l'interaction entre le jet de soufflage et l'écoulement amont.
- La présence de cette structure perturbe l'écoulement au dessus de l'extrados. La couche de mélange disparaît localement. Les niveaux de vitesse et de vorticité axiales du tourbillon primaire sont réduits.
- Les propriétés de stabilité temporelle sont également modifiées : le tourbillon primaire, linéairement stable sans contrôle, amplifie des perturbations axisymétriques et hélicoïdales par des mécanismes centrifuges et de cisaillement. Le tourbillon reste néanmoins globalement stable à cette abscisse, située en amont de l'éclatement tourbillonnaire. L'application de la théorie des états conjugués montre que le tourbillon conserve un état supercritique et s'éloigne de la criticité par rapport au cas nominal.
- Les mesures en deux points de la composante verticale de la vitesse montrent que l'écoulement est sensible à un contrôle par soufflage pulsé. Les spectres exhibent des pics au double de la fréquence de contrôle. Ces fluctuations sont très marquées en aval du soufflage, mais sont présentes également en amont. Elles participent faiblement à un mouvement cohérent, entre l'écoulement au bord d'attaque et celui sur l'axe du tourbillon, de basse fréquence et voyageant à une vitesse proche des vitesses dans le cœur tourbillonnaire.



(a) $\Delta X/c = 0$ (b) $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-3}$ (c) $\Delta X/c = 2,2 \times 10^{-2}$

(d) $\Delta X/c = 4,3 \times 10^{-2}$ (e) $\Delta X/c = 7,2 \times 10^{-2}$ (f) $\Delta X/c = 1,4 \times 10^{-1}$

(g) $\Delta X/c = 2,5 \times 10^{-1}$ (h) $\Delta X/c = 2,9 \times 10^{-1}$ (i) $\Delta X/c = 5,1 \times 10^{-1}$

FIG. 11.10 – Spectres des auto- et intercorrélations nappe-coeur en présence de contrôle par soufflage pulsé à la fente 1 ($St = 2,8$; $C_\mu = 5{\times}10^{-4}$; $VR = 2,4$). Courbe bleue : point fixe ; courbe verte : point mobile ; courbe rouge : intercorrélations. La position du point d'éclatement est estimée à $\Delta X_b/c = 0,21$ et la fente de soufflage à $0,07 < \Delta X_1/c < 0,12$

12 Pressions pariétales et efforts aérodynamiques

Dans ce chapitre, nous présentons des mesures de pression moyenne sur l'extrados de la maquette, ainsi que des mesures des efforts aérodynamiques, effectuées en présence de contrôle. Ces résultats sont comparés aux valeurs obtenues en configuration nominale (chapitre 3). Les méthodes utilisées ont été décrites au paragraphe 2.3 et les coordonnées des capteurs de pression sont indiquées dans le tableau (2.1). L'effort normal et les moments de tangage et de roulis sont mesurés au moyen de la balance dynamométrique.

Toutefois, la portée de ces résultats est limitée puisqu'ils n'ont pas été obtenus dans des conditions de contrôle souhaitées. Au chapitre 10, nous avons en effet montré les limites de notre actionneur : en soufflage pulsé, les fluctuations de débit des jets s'amortissent quand on augmente la fréquence de pulsation. Aux hautes fréquences, les valeurs moyennes des débits et des flux de quantité de mouvement sont alors fortement réduites. En outre, en mode de soufflage continu, l'actionneur ne permet pas d'atteindre des valeurs de C_μ comparables à celles utilisées dans de précédentes expériences (chapitre 9).

12.1 Mesures des pressions pariétales moyennes

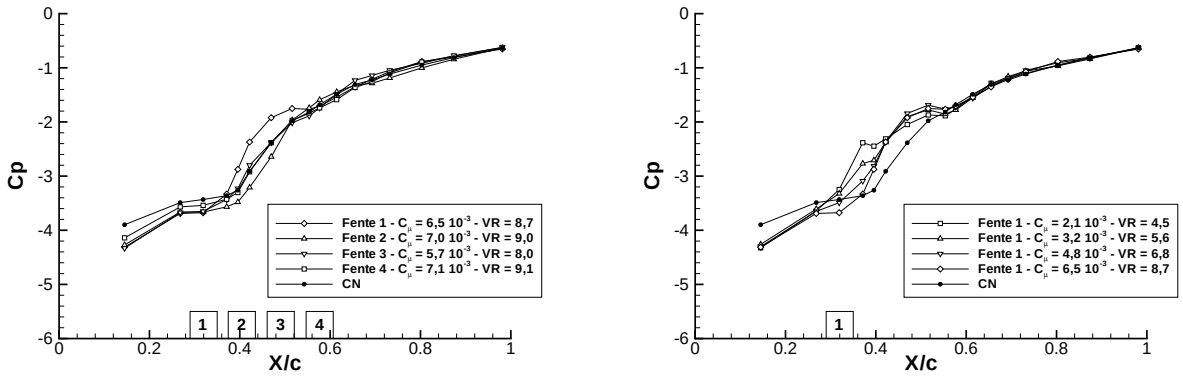
Dans ce paragraphe, nous évaluons l'effet des paramètres de contrôle sur les caractéristiques moyennes des distributions de pression pariétale sous l'axe du tourbillon, en présence de contrôle par soufflage continu ou pulsé. Les mesures présentées dans ce paragraphe sont toutes effectuées à l'incidence $\alpha = 18°$ et au nombre de Reynolds $Re_c = 2,3 \times 10^6$.

12.1.1 Soufflage continu

Les effets de la position du soufflage et du coefficient de flux de quantité de mouvement, C_μ, sont évalués sur la figure (12.1). Les positions des fentes sont indiquées sur l'axe des abscisses.

L'examen des résultats montre que le contrôle continu a surtout une influence locale. En effet, la pression pariétale sous l'axe du tourbillon reste invariante au delà du neuvième capteur ($X_9/c = 0,55$). En amont du deuxième capteur ($X_2/c = 0,27$), les coefficients de pression sont légèrement diminués par rapport à la configuration nominale, mais dépendent peu des conditions de contrôle.

Seul un soufflage par les fentes 1 et 2 modifie les pressions pariétales moyennes, mais son effet reste local et limité. Les visualisations par tomoscopie laser (annexe A) ont montré que le soufflage continu par la fente 1 ou 2 déplace le point d'éclatement vers l'amont. Cet effet peut correspondre à la recompression observée sur la figure (12.1) pour un soufflage par la fente 1 (capteurs 4 à 8). Mais on observe une tendance inverse pour



(a) (b)

FIG. 12.1 – Valeurs moyennes des coefficients de pression pariétale sous l'axe du tourbillon primaire, en présence de soufflage continu, en fonction de la position (a) et de la valeur de C_μ (b)

la fente 2. Le soufflage par les fentes 3 et 4 a peu d'effet sur l'éclatement ainsi que sur les pressions moyennes.

L'effet du C_μ est sensible dans le voisinage immédiat du point de contrôle. Les capteurs 3 à 5 enregistrent une diminution des dépressions à mesure que C_μ croît. Cet effet disparaît au niveau des capteurs suivants.

12.1.2 Soufflage pulsé

La figure (12.2a) présente les valeurs moyennes des coefficients de pression mesurées par les capteurs en présence d'un soufflage pulsé à la fente 1, à différentes fréquences adimensionnelles, $St = fc/U_0$, et pour $C_\mu = 2,4 \times 10^{-4}$.

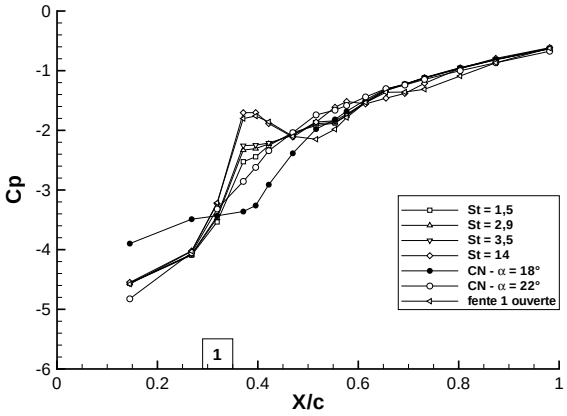
Nous présentons également les mesures obtenues lorsque la fente 1 reste ouverte sans soufflage, qui sont très proches de celles obtenues pour une fréquence maximale $St = 14$. Il est remarquable de constater que c'est ce type de contrôle qui perturbe le plus les pressions pariétales malgré la faible valeur de C_μ obtenue en régime pulsé.

L'effet du soufflage instationnaire sur les pressions moyennes à l'extrados est comparable à celui du contrôle continu. On note cependant les différences suivantes :

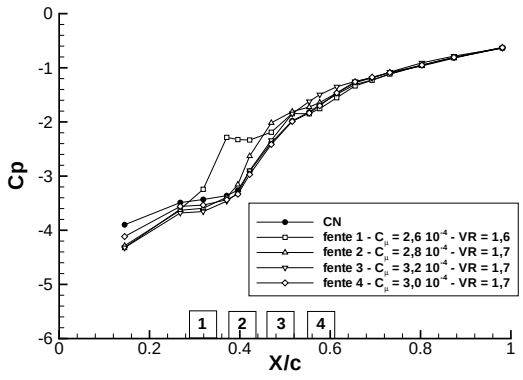
- La dépression entre l'apex et la fente de soufflage est plus prononcée ($X/c < 0,27$) et ne semble pas dépendre de la fréquence.
- Les pressions pariétales sont modifiées sur une plus grande partie de l'extrados. Cet effet correspond à une diminution des dépressions et s'accentue avec St ($X/c > 0,4$).

L'effet de la position du contrôle est analysé sur la figure (12.2b) où l'on montre les distributions du coefficient de pression, C_p, pour $St = 2,8$ en fonction de la fente de soufflage. Ces résultats confirment qu'à cette incidence le contrôle par la fente 2 a peu d'effet. Le soufflage par les fentes 3 et 4 sont quant à eux inefficaces.

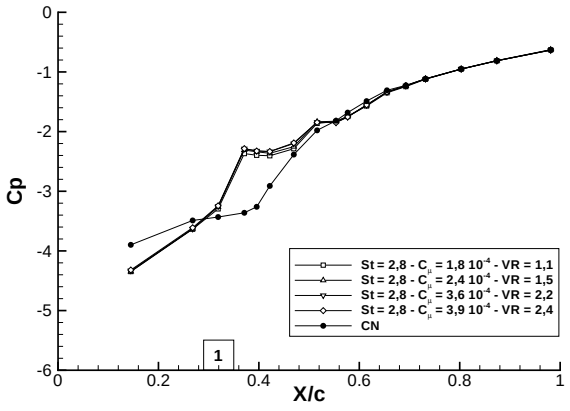
L'influence du coefficient C_μ est analysée sur la figure (12.2c) pour un soufflage à la fente 1 et pour $St = 2,8$. Les pressions sont identiques quelles que soient les conditions



(a) $C_\mu \simeq 2,4 \times 10^{-4}$, $VR \simeq 1,7$



(b) $St = 2,8$



(c) $St = 2,8$

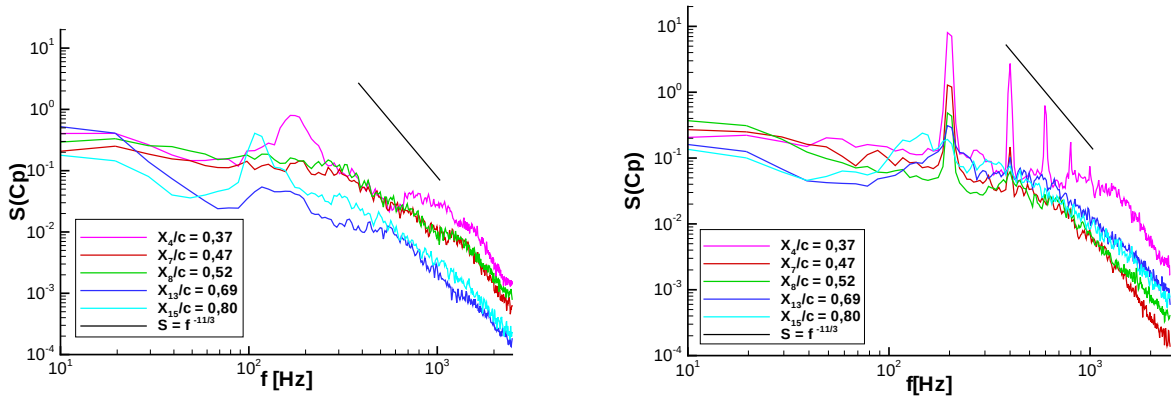
FIG. 12.2 – Valeurs moyennes des coefficients de pression pariétale sous l'axe du tourbillon primaire en fonction : de la fréquence adimensionnelle pour un soufflage par la fente 1 (a), de la position du contrôle (b), et du coefficient C_μ (c)

de soufflage. Ainsi, la modification des pressions pariétales ne semble pas dépendre de la quantité de mouvement injectée.

12.2 Mesures instationnaires de la pression pariétale

La figure (12.3) présente les densités spectrales de puissance des fluctuations de pression en présence de soufflages continu et pulsé à la fente 1. Ces mesures correspondent à $\alpha = 18°$ et $Re_c = 2,3 \times 10^6$.

L'activité des petites échelles se caractérise encore par une loi en puissance $-11/3$. En utilisant l'approche présentée au paragraphe 4.4, une estimation du rapport entre l'écart type des fluctuations de pression et la contrainte pariétale donne $5 < p'/\sigma_w < 11,5$ (soit $0,1 < C'_p = p'/(\rho_0 U_0^2/2) < 0,23$) pour le soufflage continu et $7 < p'/\sigma_w < 21$ (soit $0,14 < C'_p < 0,42$) pour le soufflage pulsé. Ainsi, si l'on suit le critère empirique de Hinze (1975), la couche limite est turbulente.



(a) $C_\mu = 4,7 \times 10^{-3}$; $VR = 6,7$; $St = 0$

(b) $C_\mu = 2,6 \times 10^{-4}$; $VR = 1,6$; $St = 2,8$

FIG. 12.3 – Spectres de fréquence des coefficients de pression pariétale sous l'axe du tourbillon primaire en présence de soufflage continu (a) ou pulsé (b) à la fente 1

Notons que les maxima de ces écarts types sont obtenus pour les capteurs 4 et 5 ($(p'/\sigma_w)_{4-5} \simeq 29$) les plus proches du point d'application du contrôle. Localement, le soufflage pulsé accroît les fluctuations de pression pariétales par rapport au cas nominal ($(p'/\sigma_w)_{4-5} \simeq 12$) et au soufflage continu ($(p'/\sigma_w)_{4-5} \simeq 10$).

L'énergie des basses fréquences est plus forte en présence de soufflage continu (capteurs 4, 7 et 8) par rapport au cas nominal (figure (4.5)). En soufflage pulsé, elle est dominée par la présence de pics à la fréquence de contrôle et à ses harmoniques.

12.3 Pesées des efforts aérodynamiques

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que le contrôle a une influence locale sur les pressions pariétales à l'extrados. Nous analysons maintenant l'effet des paramètres de contrôle sur les efforts globaux mesurés par la balance dynamométrique.

Les mesures présentées dans ce paragraphe sont effectuées pour deux nombres de Reynolds, $Re_c = 2,3 \times 10^6$ et $Re_c = 1,6 \times 10^6$. La diminution de ce paramètre vise à obtenir des valeurs de C_μ plus élevées. L'analyse des efforts en configuration nominale ayant montré qu'il n'existait pas d'effet du nombre de Reynolds sur les efforts globaux dans une gamme $1,2 \times 10^6 < Re_c < 3,5 \times 10^6$ (chapitre 3), nous ne précisons pas sa valeur dans la suite de ce paragraphe.

12.3.1 Soufflage continu

La figure (12.4) présente l'évolution des coefficients d'effort et de moments aérodynamiques suivant le point d'application du soufflage.

Les coefficients d'effort normal, C_N, et de moment de tangage, C_M, sont peu modifiés par rapport au cas nominal. Les effets les plus sensibles apparaissent aux grandes incidences ($\alpha > 30°$) où l'effort normal maximal, $C_{N,max}$, est atteint. Tous les modes de contrôle étendent les performances de l'aile en augmentant C_N et C_M et en retardant le décrochage. L'effet du soufflage par la fente 2 est le plus clair : il augmente le $C_{N,max}$ de

4,7%, le $C_{M,max}$ de 3,9% et retarde le décrochage aérodynamique de $\Delta\alpha = 2°$, étendant ainsi les capacités de vol de la maquette jusqu'à $\alpha = 34°$.

L'évolution du coefficient de roulis, C_l, avec α est irrégulière (valeurs positives puis négatives). La valeur de ce moment est théoriquement nulle quelle que soit l'incidence si l'écoulement est rigoureusement symétrique par rapport au plan de corde de la maquette. Or, en configuration nominale, le roulis atteint la valeur $C_l = 3,5 \times 10^{-3}$ pour une incidence $\alpha = 30°$.

En présence de contrôle, le roulis maximal est atteint juste avant l'incidence de décrochage. Ce maximum, $C_l = 1,1 \times 10^{-2}$, est obtenu pour un soufflage à la fente 2. À l'incidence $\alpha = 18°$, le roulis présente un maximum local en présence de soufflage à la fente 2 tandis qu'un soufflage à la fente 1 a peu d'effet.

12.3.2 Soufflage pulsé

Les résultats sont présentés pour une fréquence adimensionnelle $St = 0,5$, qui correspond à une fréquence $f = 35$ Hz, inférieure à la limite $f_c = 43$ Hz pour obtenir les fluctuations de débit les plus grandes (voir chapitre 10).

L'effort normal est peu modifié, les effets les plus sensibles sont obtenus aux hautes incidences et correspondent à une augmentation du C_N de 1% pour un soufflage à la fente 2 et à une diminution de 2% pour un soufflage à la fente 1. Les deux contrôles retardent le décrochage de l'aile de $\Delta\alpha = 1°$.

Le moment de tangage est légèrement plus sensible à ce mode de soufflage. Le $C_{M,X=0}$ est augmenté dès les faibles incidences et son maximum est accru de 1,5% par le soufflage par la fente 1 et de 2,5% par la fente 2.

Par contre, le moment de roulis est indifférent à ce type de contrôle. Aucun roulis n'est généré à $\alpha = 18°$ et sur la majeure partie de la gamme d'incidences étudiée. Il est légèrement modifié aux hautes incidences et un faible moment est conservé jusqu'au décrochage de la maquette.

Ces variations sont différentes de celles obtenues par les mesures de C_p pour $\alpha = 18°$ (paragraphe 12.1.2). Ces dernières montrent en effet que le soufflage pulsé perturbe davantage les pressions pariétales que le soufflage continu. Ces modifications locales des pressions sous l'axe du tourbillon primaire n'ont qu'un faible effet global sur les efforts aérodynamiques.

12.4 Bilan

Ce chapitre a permis de caractériser, d'une part, les pressions moyennes à l'extrados et sous l'axe du tourbillon primaire contrôlé et, d'autre part, les efforts aérodynamiques appliqués à la maquette. Ces mesures ont été effectuées en présence de différents contrôles, par soufflages continus et pulsés, puis ont été comparées aux mesures nominales.

Les mesures des effort et moments globaux donnent quelques indications sur la capacité de notre système de contrôle fluidique à "piloter" l'aile. Cette capacité est évaluée par le moment de roulis. Une valeur $C_l = 10^{-2}$ est suffisante pour modifier la trajectoire d'un avion de chasse en vol à grande incidence. Il est également important d'étendre le régime de vol aux très grandes incidences et d'augmenter l'effort normal.

Nos résultats, bien que partiels, indiquent que le soufflage pulsé est inefficace dans la gamme de C_μ que nous avons pu atteindre. Il n'améliore pas les performances aérodynamiques de notre maquette. Ses contributions à modifier l'effort normal et le moment de

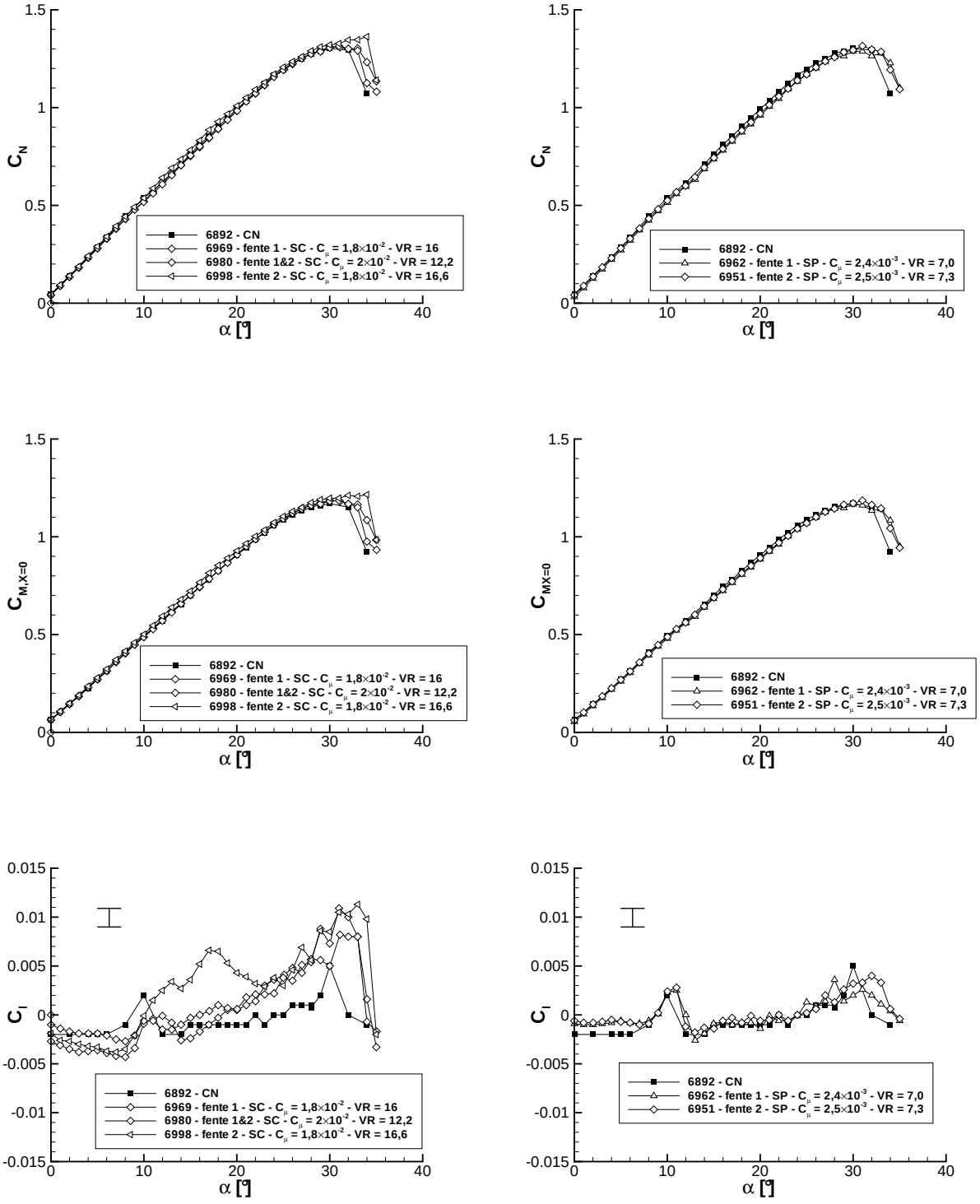


FIG. 12.4 – Coefficients d'effort normal, C_N, de moments de tangage, $C_{M,X=0}$, et de roulis, C_l, en fonction de l'incidence de la maquette, α. Comparaison entre la configuration nominale et un contrôle par soufflage à la fente 1, à la fente 2 puis aux fentes 1 & 2 simultanément (mode continu seulement). Soufflage continu (gauche) et soufflage pulsé à une fréquence adimensionnelle $St = 0,5$ (droite)

tangage sont inférieures à celles d'un contrôle continu dans le domaine complet de fonctionnement du roto-pulsateur. En outre, le moment de roulis est insensible au soufflage pulsé. Toutefois, il serait nécessaire de pouvoir augmenter le coefficient de quantité de mouvement, C_μ, pour pouvoir conclure.

L'écoulement pariétal est cependant réceptif à ce type de contrôle. Les pressions moyennes, à une incidence $\alpha = 18°$, sont perturbées sur la première moitié de la corde ($X/c < 0,5$).

Le soufflage continu testé est plus efficace. L'effort normal et le moment de tangage peuvent être augmentés d'environ 5% et le décrochage aérodynamique reculé de 2° d'incidence. Mais pour cela, le coefficient de flux de quantité de mouvement doit être porté à $C_\mu = 1,8 \times 10^{-2}$. Un moment de roulis conséquent peut être généré aux incidences précédant le décrochage, mais également autour de $\alpha = 18°$. Le soufflage à la fente 2 permet en particulier d'atteindre un coefficient de moment de roulis $C_l = 1,1 \times 10^{-2}$ pour $\alpha = 33°$ et une valeur $C_l = 6,5 \times 10^{-3}$ pour $\alpha = 18°$. Une comparaison avec des résultats similaires, issus de la littérature (tableau (9.1)), montre que les performances de notre dispositif sont encourageantes. En effet, des résultats significatifs ne sont généralement obtenus qu'à des valeurs $C_\mu \geq 3 \times 10^{-2}$. En particulier, aucune amélioration des performances aérodynamiques n'est atteinte pour une valeur aussi faible que $C_\mu = 5 \times 10^{-3}$. Notre dispositif produit donc un effet au moins comparable à ceux répertoriés dans la littérature.

13 Bilan de l'application d'un contrôle fluidique

Cette seconde partie de notre travail porte sur la mise en œuvre d'un premier dispositif de contrôle fluidique destiné à perturber l'écoulement tourbillonnaire de façon dissymétrique.

Le procédé adopté est basé sur l'injection au bord d'attaque de jets de faible rapport d'aspect, dont la fréquence et le débit massique sont modulables. Il est constitué de quatre fentes rectangulaires disposées le long du bord d'attaque gauche de la maquette. Des travaux préliminaires ont consisté à qualifier les jets de soufflage. Nous avons ainsi mis en évidence les limites de notre système en mode pulsé :

- L'amplitude des variations temporelles du débit massique des jets diminue drastiquement lorsque la période du pulsateur dépasse une échelle de temps caractéristique qui est inhérente au dispositif. Cette échelle correspond au temps nécessaire pour vidanger le système. Cet effet a été atténué en créant volontairement des fuites qui accélèrent la vidange.
- Ces fuites sont néanmoins considérables puisqu'elles représentent environ 75% du débit massique injecté en amont. Les moyennes temporelles du flux de quantité de mouvement et du débit massique apportés à l'écoulement sont alors très affaiblies.

Lors de l'application du contrôle, nous avons observé certaines différences par rapport au cas de référence sans soufflage :

- Les visualisations montrent que le soufflage continu provoque la formation d'un tourbillon localisé à proximité du bord d'attaque et de la fente de soufflage.
- Des mesures des champs moyens de vitesse établissent qu'il s'agit d'un sillage tourbillonnaire intense et stationnaire qui résulte de l'interaction entre le jet de soufflage et l'écoulement incident.
- Sa présence active des mécanismes d'instabilité centrifuge et de cisaillement dans le tourbillon avant l'éclatement. Elle impose en outre l'apparition de l'éclatement directement en aval du point de contrôle : elle modifie donc sa stabilité globale.

Nous avons ensuite mesuré les efforts aérodynamiques et la distribution des pressions pariétales moyennes sous l'axe du tourbillon contrôlé. Le soufflage perturbe localement les pressions pariétales : il intensifie les dépressions en amont du point de contrôle et les atténue sur une distance aval réduite. Cette action locale affecte peu les efforts globaux. L'effort normal et le moment de tangage ne sont en effet modifiés que pour des incidences proches du décrochage de la maquette. Il existe toutefois une influence du mode de contrôle :

- En soufflage continu, les valeurs d'effort normal et de moment de tangage sont légèrement augmentées et le décrochage est retardé. Le contrôle améliore donc les performances aérodynamiques de l'aile.

- Le contrôle continu et dissymétrique permet de générer un moment de roulis conséquent autour de deux incidences particulières $\alpha = 18°$ et $\alpha = 32°$. De même, le coefficient de flux de quantité de mouvement ne dépasse pas la valeur de $C_\mu = 2 \times 10^{-2}$, inférieure à celles recensées dans la littérature.
- Le contrôle par soufflage pulsé est, par contre, incapable de modifier significativement les performances aérodynamiques de la maquette, du moins pour les valeurs de C_μ que nous avons pu tester compte tenu des limitations de notre système.

14 Perspectives

Le travail présenté dans cette thèse était centré autour de deux objectifs principaux. Le premier objectif visait à définir, par des mesures expérimentales en soufflerie, l'écoulement autour d'une aile delta dont les caractéristiques géométriques sont proches de celles des avions de combat. Le second objectif était de concevoir un dispositif de contrôle fluidique, de le caractériser et d'évaluer son effet sur l'écoulement tourbillonnaire.

Les résultats de ces travaux sont rappelés dans deux bilans aux chapitres 8 et 13. Plusieurs perspectives se présentent pour prolonger cette étude :

- Le modèle d'écoulement des tourbillons primaires (6.7) représente un outil théorique permettant de modéliser les champs de vitesse en amont et en aval de l'éclatement et sur diverses géométries d'ailes delta, pour lesquelles des analyses de stabilité pourraient être effectuées, comme ce qui a été fait dans le présent mémoire.
- Par ailleurs, l'étude de stabilité pourrait être poursuivie vers l'examen des perturbations de Kelvin-Helmholtz tridimensionnelles stationnaires, en relation avec les sous-structures discutées au paragraphe 6.4. Rappelons, en particulier, que ces sous-structures ont été observées sur diverses maquettes d'aile delta sauf dans le cas d'un bord d'attaque arrondi. Ce point doit être élucidé.
- Nous avons montré que les instationnarités dans le coeur tourbillonnaire, connues sous le nom de "flottement", sont bien présentes dans notre écoulement comme dans les tourbillons d'ailes de fort allongement. L'examen plus précis des tourbillons d'aile delta, en regard de ce problème, peut aider à approfondir les connaissances sur ce point.
- Notre travail sur le contrôle ne constitue qu'une première tentative. Des modifications de l'équilibre global de la maquette ont été mises en évidence et ouvrent des perspectives d'amélioration de notre système. Il s'agira notamment de poursuivre l'examen de l'injection pulsée pour des coefficients de quantité de mouvement supérieurs à ceux auxquels nous avons pu accéder. Pour cela, la technologie du roto-pulsateur doit être abandonnée, une autre technique doit la remplacer.

Troisième partie

Annexes

A Visualisations par tomoscopie laser

Dans cette annexe, nous présentons les résultats de visualisations de la position moyenne du point d'éclatement par tomoscopie laser. Cette technique a été appliquée à l'écoulement en configuration nominale (paragraphe A.2) puis en présence de contrôle (paragraphe A.3).

A.1 Présentation de la méthode

Ce type de visualisation permet de déterminer les positions dans l'espace des axes des tourbillons primaires et des points d'éclatement. Une série d'images est obtenue pour des incidences $10° \leq \alpha \leq 30°$, et des vitesses en veine $U_0 = 25$, 50 et 75 m/s ($Re_c = 1,2; 2,3$ et $3,5 \times 10^6$). Les barres verticales, indiquées sur les figures, quantifient les incertitudes, σ_{X_b}/c, estimées pour chaque valeur par la méthode décrite au paragraphe 2.3.4.

La figure (A.1) montre un exemple de ce type de visualisation où l'on distingue le cœur du tourbillon, matérialisé par une ligne sombre vide de particules, suivi d'un élargissement brusque correspondant à l'éclatement tourbillonnaire (figure A.1*a*). On définit le point d'éclatement comme le point de transition entre cette ligne et l'évasement brusque. En aval de ce point, les forces centrifuges sont réduites et les particules de l'ensemencement apparaissent uniformément dispersées.

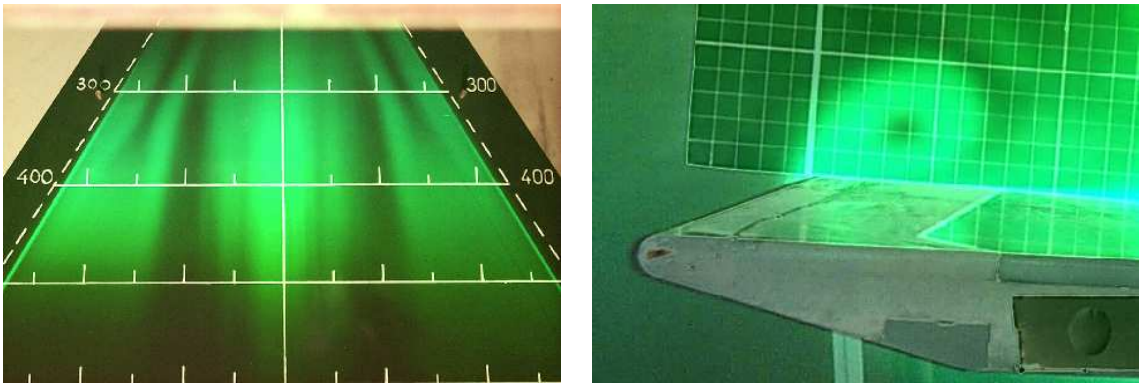
Pour chaque configuration, les résultats de 80 photographies instantanées sont analysés pour déterminer la position moyenne du point d'éclatement.

A.2 Position du point d'éclatement en configuration nominale

Chaque cœur tourbillonnaire suit une ligne débutant à l'apex de la maquette et faisant un angle de flèche d'environ 66° avant d'atteindre le bord de fuite et de s'aligner dans la direction de l'écoulement.

La figure (A.2*b*) résume l'effet de l'incidence, α, sur l'abscisse moyenne du point d'éclatement, X_b/c, pour une nombre de Reynolds fixe, $Re_c = 2,3 \times 10^6$. Ces résultats sont comparés à ceux concernant deux ailes possédant un bord d'attaque aigu, mais un angle de flèche différent : une aile de flèche $\varphi = 70°$ (Mitchell, 2000) et une aile de flèche $\varphi = 60°$ (Wentz & Kohlman 1971). Les trois maquettes possèdent un angle de biseau à l'intrados de 15°.

Notons tout d'abord que les résultats concernant notre maquette sont issus de la moyenne des positions des tourbillons droit et gauche et cachent une différence systématique entre les deux valeurs. L'éclatement a tendance à survenir plus tôt du côté gauche ($(X_{b,d} - X_{b,g})/c = 1,6\%$ en moyenne), ce qui peut être attribué à des erreurs sur la position en lacet et en roulis de la maquette.



(a) (b)

FIG. A.1 – Exemples de visualisations longitudinale (a) et transversale (b) par tomoscopie laser ($Re_c = 2,3 \times 10^6$; $\alpha = 18°$)

Aux petites incidences ($\alpha \leq 10°$), le point d'éclatement est au-delà du bord de fuite de notre maquette. À partir de $\alpha = 12°$, l'éclatement est visible au dessus de l'extrados et se rapproche de l'apex à mesure que l'incidence de l'aile augmente. Son évolution est d'abord sensiblement linéaire ($\alpha < 25°$) puis est fortement ralentie en approchant de l'apex ($\alpha > 25°$).

La position du point d'éclatement est en revanche peu sensible au nombre de Reynolds de l'écoulement, comme illustré sur la figure (A.2a) pour trois incidences différentes.

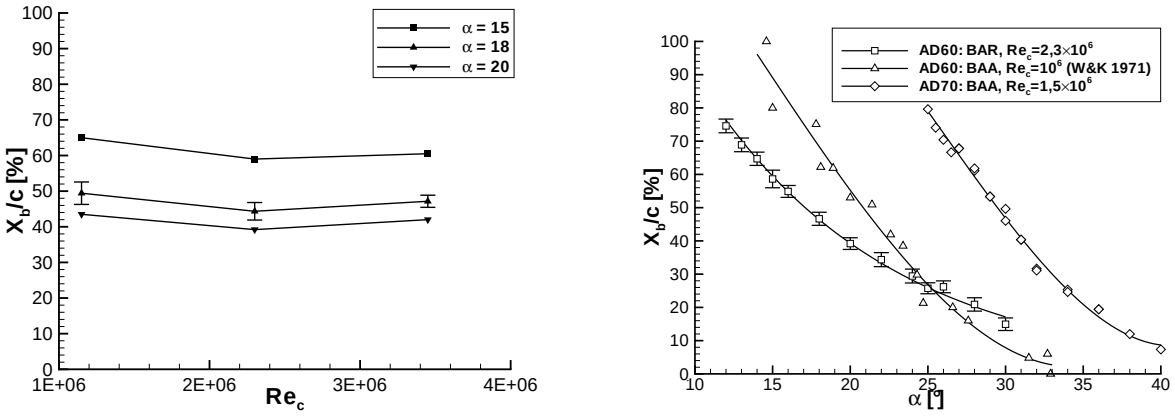
La comparaison aux résultats concernant les deux autres maquettes permet de distinguer les effets des paramètres géométriques :

- Pour un même angle d'incidence et une aile à bord d'attaque aigu, l'abscisse relative moyenne du point d'éclatement est supérieure sur une aile plus élancée : l'éclatement évolue vers l'apex quand φ diminue. Ce résultat est connu depuis les visualisations de Elle (1961) et Earnshaw (1965). En revanche, l'évolution du point d'éclatement avec α ne semble pas affectée par l'angle de flèche : les pentes des courbes $(X_b/c, \alpha)$ sont identiques pour $\varphi = 60°$ et $\varphi = 70°$.
- La forme du bord d'attaque modifie la position et l'évolution de l'éclatement. Comparée à un bord d'attaque arrondi, le bord d'attaque aigu accélère l'évolution de l'éclatement vers l'apex : pour $\alpha < 25°$, l'éclatement est en retrait pour une aile à bord d'attaque aigu tandis qu'il est en avance pour les hautes incidences, $\alpha > 25°$.

A.3 Position du point d'éclatement en présence de contrôle

Chaque configuration est définie par les conditions aérodynamiques, α et Re_c, et les conditions de contrôle, C_μ, VR et St.

Dans un premier paragraphe, nous établissons une configuration de référence, c'est-à-dire sans contrôle, sur la maquette modulaire. Dans un second paragraphe, nous analysons l'effet des paramètres de contrôle sur la position moyenne de l'éclatement.



(a) (b)

FIG. A.2 – Effet des paramètres aérodynamiques sur l'abscisse relative moyenne du point d'éclatement , X_b/c : (a) influence du nombre de Reynolds pour $\alpha = 15$, 18 et 20°. (b) Influence de l'incidence de la maquette pour $Re_c = 2,3 \times 10^6$. *AD70* : d'après Mitchell (2000). *W&K* : d'après Wentz & Kohlman (1971)

A.3.1 Configuration de référence

Le bord d'attaque de la maquette modulaire a été légèrement modifié par rapport à celui de la maquette mannequin. Cette variation géométrique peut avoir des effets sur la couche de mélange au bord d'attaque qui alimente le tourbillon en vorticité. Des tomoscopies ont donc été effectuées sans contrôle, un scotch recouvrant les fentes, pour caractériser une nouvelle configuration de référence.

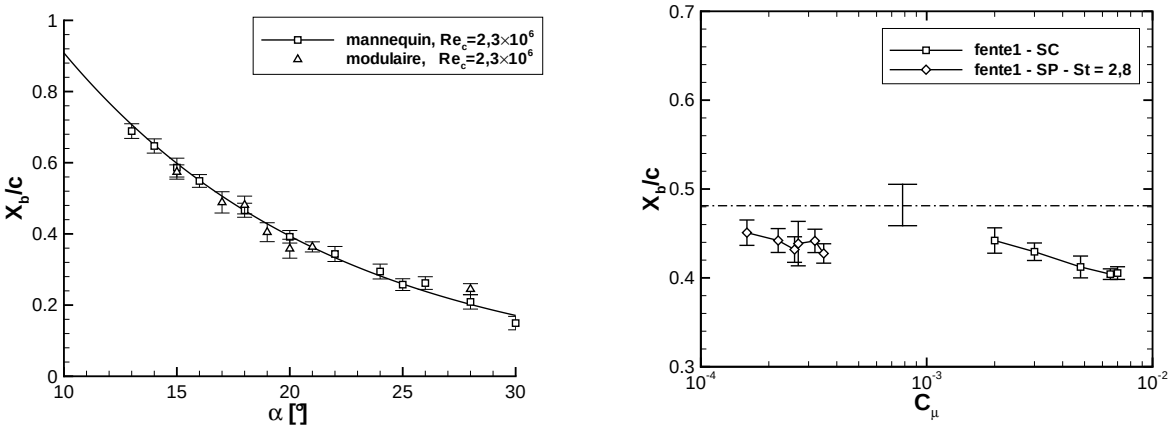
Sur la figure (A.3a), nous avons représenté l'abscisse relative moyenne du point d'éclatement, en fonction de l'incidence, pour les maquettes mannequin et modulaire et pour un nombre de Reynolds identique. Il apparaît que la présence de ce scotch a peu d'effet sur la position moyenne du point d'éclatement, les écarts restant confinés dans les intervalles de confiance.

Nous pouvons donc comparer les résultats obtenus en présence de contrôle par rapport à une configuration de référence obtenue indifféremment sur les maquettes mannequin ou modulaire.

A.3.2 Effet des paramètres de contrôle

Le tableau (A.1) analyse l'effet de la position du contrôle. Il présente les positions moyennes de l'éclatement tourbillonnaire en présence d'un soufflage continu par une fente seule et pour chaque fente. En configuration nominale et dans ces conditions aérodynamiques, les deux premières fentes sont situées en amont et les deux dernières en aval du point d'éclatement. L'application d'un soufflage continu anticipe l'éclatement du tourbillon lorsqu'il est appliqué en amont de sa position nominale. En revanche, un contrôle en aval de cette position a peu d'effet (fente 3 ou 4).

La figure (A.3b) présente l'effet du coefficient de contrôle, C_μ. L'éclatement tourbillonnaire avance vers l'apex à mesure que le contrôle s'intensifie. Le déplacement maximal,



(a) (b)

FIG. A.3 – Position moyenne du point d'éclatement : (a) configurations nominales sur les maquettes mannequin et modulaire - sans contrôle et avec un scotch recouvrant les fentes ; (b) contrôle à la fente 1 par soufflages continu (SC) puis pulsé à $St = 2,8$ (SP). $Re_c = 2,3 \times 10^6$

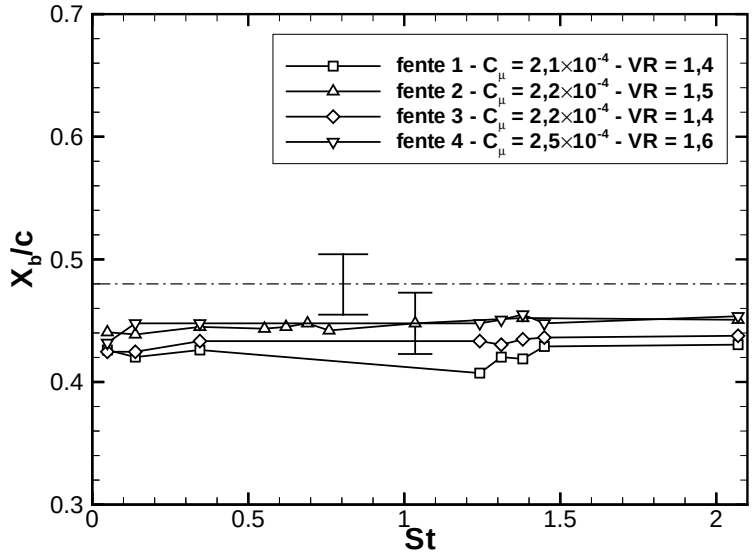
par rapport à la configuration nominale, est d'environ $\Delta X_b/c = 8\%$. Il a été obtenu pour un coefficient $C_\mu = 6,5 \times 10^{-3}$ en mode de soufflage continu. Pour de plus grandes valeurs du C_μ, cet effet semble stagner. En présence de soufflage pulsé, l'éclatement est sensible à une intensification du soufflage pour des petites valeurs $C_\mu < 3 \times 10^{-3}$, mais au-delà il n'existe pas de tendance certaine, les variations restant inférieures aux incertitudes de mesure. La variation de X_b/c est néanmoins comparable à celle obtenue par un soufflage continu, bien que les valeurs de C_μ soient beaucoup moins grandes.

Les résultats pour un contrôle par une fente seule, en mode de soufflage pulsé et pour plusieurs fréquences, sont présentés sur la figure (A.4). Le trait horizontal discontinu indique la position moyenne du point d'éclatement sur la maquette modulaire dans les mêmes conditions aérodynamiques et sans contrôle. Notons que la qualité des visualisations est altérée par la présence du tourbillon au bord d'attaque mis en évidence précédemment (chapitre 11). L'examen attentif de ces résultats montre que globalement l'application du contrôle anticipe légèrement l'éclatement par rapport à la configuration nominale. Il est en outre difficile de mettre en évidence un certain effet de fréquence ou de position du contrôle.

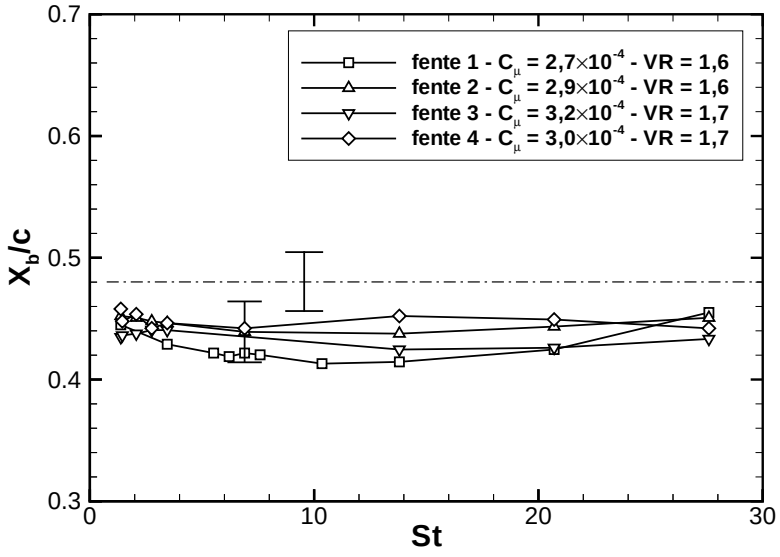
A.4 Bilan de cette étude

Ces visualisations permettent une approche quantitative de l'écoulement en déterminant la position moyenne du point d'éclatement tourbillonnaire. Les principaux résultats sont :

- En l'absence de contrôle, les visualisations soulignent l'incidence de la maquette comme étant le paramètre prédominant pour l'évolution longitudinale de l'éclatement. L'effet du nombre de Reynolds est beaucoup moins prononcé.



(a)



(b)

FIG. A.4 – Position relative moyenne du point d'éclatement en présence d'un contrôle par soufflage pulsé par une fente seule en fonction de la fréquence de pulsation et de la fente de soufflage ($\alpha = 18°$ et $Re_c = 2,3 \times 10^6$) : basses (a) et hautes fréquences (b)

	configurations nominales		configurations de contrôle			
	maquette mannequin	maquette modulaire	fentes 1	2	3	4
X_b/c	0,46	0,48	0,41	0,42	0,46	0,46
σ_{X_b}/c	0,01	0,025	0,01	0,03	0,02	0,03
$C_\mu \times 10^3$	-	-	4,7	4,8	4,1	4,0
VR	-	-	6,8	7,0	7,2	6,3

TAB. A.1 – Abscisses relatives moyennes, X_b/c, et incertitudes, σ_{X_b}/c, du point d'éclatement en configuration nominale, pour les deux maquettes, et en configurations de contrôle par soufflage continu par une fente seule ($\alpha = 18°$; $Re_c = 2,3 \times 10^6$)

- La comparaison entre ces résultats et ceux existant pour des maquettes de géométries différentes confirme qu'une augmentation de l'angle de flèche fait reculer le point d'éclatement vers le bord de fuite pour une même incidence. En outre, un bord d'attaque arrondi retarde l'évolution de l'éclatement vers l'apex par rapport à un bord d'attaque aigu.
- L'application d'un soufflage au bord d'attaque anticipe l'éclatement tourbillonnaire, mais son effet est globalement faible. L'augmentation du coefficient de flux de quantité de mouvement tend à faire avancer l'éclatement vers l'apex. En revanche, il n'existe pas d'effet de fréquence.
- Le soufflage pulsé apparaît moins efficace que le soufflage continu à modifier la position d'éclatement. Rappelons néanmoins que les gammes de valeurs de C_μ testées ne sont pas comparables.

B Stabilité linéaire d'une nappe de vorticité et d'une couche de mélange

Cette annexe est tout d'abord consacrée à des rappels sur les propriétés de stabilité linéaire, temporelle et spatiale, d'une nappe de vorticité. Nous examinons ensuite l'influence que peut avoir un étirement sur ces propriétés. Enfin, nous rappelons les résultats de stabilité linéaire d'une couche de mélange qui prend en compte l'existence d'une zone de cisaillement entre les deux écoulements.

B.1 Stabilité linéaire d'une nappe de vorticité

B.1.1 Nappe de vorticité plane

Supposons une nappe de vorticité, $W(Y < 0) = W_{min}$ et $W(Y > 0) = W_{max}$, incompressible, non visqueuse et irrotationnelle. Cet écoulement, qui ne possède pas d'échelle de longueur définie, est toujours instable. Quelle que soit la longueur d'onde de la perturbation, celle-ci est amplifiée temporellement, avec un taux proportionnel à $\Delta W = W_{max} - W_{min}$, et se propage vers l'aval à la vitesse $\overline{W} = (W_{max} + W_{min})/2$. La vitesse de phase complexe s'écrit

$$c = \overline{W}(1 \pm iR), \tag{B.1}$$

où $R = \Delta W/2\overline{W}$. Ces perturbations sont exponentiellement amorties selon la direction transversale à l'écoulement de base et ne sont ressenties que sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde.

De la même manière, toutes les perturbations sont amplifiées spatialement, quelle que soit leur fréquence, avec un taux d'amplification $-k_i = \omega R/(1 + R^2)\overline{W}$ et une vitesse de phase constante $c = (1 + R^2)\overline{W}$. Notons également que les ondes se propagent dans la direction de l'écoulement et prennent la forme de rouleaux perpendiculaires à celle-ci (voir Batchelor 1967 pour une interprétation physique simple de ce mécanisme).

B.1.2 Effet de l'étirement d'une nappe de vorticité sur sa stabilité

L'étirement tend à stabiliser les perturbations de Kelvin-Helmholtz d'une nappe. Ce mécanisme est expliqué par Saffman (1974) de la manière suivante. Supposons que notre nappe de vorticité soit plongée dans un champ d'étirement, incompressible et irrotationnel, d'intensité $\beta(t)$ ($W = \beta(t)Z$, $V = -\beta(t)Y$). Le champ de base dépend du temps et nous cherchons des solutions pour la fonction de courant développées en modes normaux, $\phi = \widehat{\phi}(Y,t) \times \exp\{-ikX\}$. Les deux écoulements sont régis par l'équation de Rayleigh.

En appliquant les conditions d'interface et les conditions à l'infini, on obtient pour le nombre d'onde de l'instabilité :

$$\frac{dk}{dt} = -\beta(t)k. \tag{B.2}$$

Dans ce modèle, la vitesse de phase complexe est celle d'une nappe de vorticité. D'après (B.1), le taux d'amplification temporel des instabilités est proportionnel au nombre d'onde, $\omega_i = \pm k\Delta W/2$. Il suffit donc que la nappe soit étirée ($\beta > 0$) pour que les perturbations soient exponentiellement amorties.

L'enroulement de la nappe, au cours de la formation des tourbillons d'extrados, s'accompagne d'un étirement (voir par exemple [Saffman, P. G. (1992) Vortex Dynamics : 147-159]) qui tend à stabiliser le développement d'instabilités de cisaillement. Ce mécanisme peut éventuellement expliquer l'affaiblissement, pendant leur enroulement, des sous-structures observées sur l'aile delta $\varphi = 70°$ à bord d'attaque aigu (Mitchell, 2000) et représentées sur la figure (6.10).

B.1.3 Effet de la viscosité

Le modèle de nappe de vorticité suppose une discontinuité de vitesse à l'interface qui n'a pas de réalité physique. Dans ce paragraphe, nous rappelons les propriétés de stabilité linéaire de deux modèles de couche de mélange qui considèrent l'existence d'une zone cisaillée au centre. Nous considérons comme état de base un écoulement monodimensionnel, $\mathbf{W} = W(Y)\mathbf{e_Z}$, de fluide incompressible et non visqueux[1].

Profil en ligne brisée

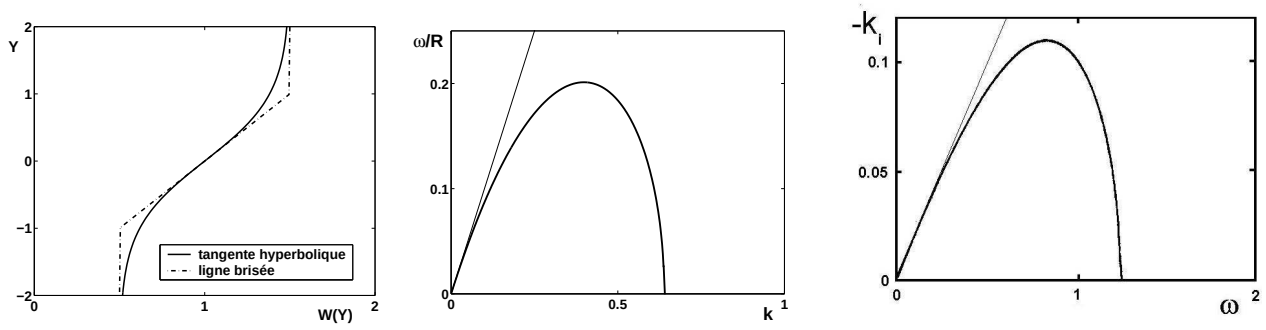
L'écoulement peut être représenté par un profil de ligne brisée qui ajoute simplement la présence d'une couche de mélange d'épaisseur finie au modèle de nappe de vorticité. Ce modèle idéalisé permet une résolution analytique simple (voir par exemple Huerre & Rossi 1998).

Ce type de profil est caractérisé par deux écoulements, de vitesses constantes, séparés par une zone de cisaillement constant (figure (B.1a)). Nous choisissons la vitesse moyenne, $\overline{W}$, et la demi-épaisseur de vorticité, $\delta_\omega/2$, comme échelles de vitesse et de longueur. En conservant les mêmes notations pour les variables avec et sans dimensions, la loi de distribution de vitesse adimensionnelle dans la couche de mélange s'écrit

$$W(Y) = \begin{cases} 1+R & Y > 1 \\ 1+RY, \quad \text{pour} & Y \in [-1,1] \\ 1-R & Y < -1 \end{cases} . \tag{B.3}$$

Nous étudions l'évolution des perturbations qui sont solutions des équations d'Euler linéarisées. L'invariance de l'écoulement de base par translations selon X, Z et t permet de considérer des perturbations développées en modes normaux de la forme $(\widehat{u}(Y), \widehat{v}(Y), \widehat{w}(Y), \widehat{p}(Y)) \times \exp\{i(k_x X + k_z Z - \omega t)\}$. L'analyse peut être restreinte à un problème bidimensionnel ($k_z = 0$, $\widehat{w} \equiv 0$) par une transformation de Squire. L'introduction de la fonction de courant et de la vorticité conduisent à l'équation de Rayleigh, pour l'amplitude de perturbation, qui traduit la conservation de la vorticité dans un écoulement bidimensionnel et non visqueux.

[1] Ce type d'écoulement, avec W fonction arbitraire de Y, est solution des équations d'Euler est peut donc être légitimement choisi comme état de base pour une étude de stabilité



(a) (b) (c)

FIG. B.1 – (a) profils adimensionnels en ligne brisée (B.3) et tangente hyperbolique (B.5) ($R = 0,5$). Comparaison aux propriétés de stabilité linéaire de la nappe de vorticité : (b) taux d'amplification temporel des perturbations linéaires en fonction du nombre d'onde, (c) taux d'amplification spatial (d'après Balsa 1987). Trait fin : nappe de vorticité ; trait gras : modèle de ligne brisée

Dans le cadre d'une étude de stabilité temporelle, pour $k = k_x$ réel donné il existe toujours deux solutions, nulles ou complexes conjuguées :

$$c = 1 \pm i\frac{R}{2k}\sqrt{e^{-4k} - (2k-1)^2}. \tag{B.4}$$

où $c = \omega/k$ désigne la vitesse de phase. La figure (B.1b) représente, en variables adimensionnées et pour le mode déstabilisé, le taux d'amplification, ω_i, divisé par R, en fonction du nombre d'onde. Pour $k \geq k_{max}$ ($k_{max} \simeq 0,64$), les perturbations sont neutres ce qui signifie que les petites longueurs d'onde n'interagissent pas avec l'écoulement. Pour $k < k_{max}$, les perturbations sont destabilisées et se comportent, aux grandes longueurs d'onde, comme les modes d'une nappe de vorticité ($c_i = \pm R\overline{W}$). Leur vitesse de phase est constante et égale à la vitesse moyenne de l'écoulement de base ($c_r = 1$), ces ondes sont non dispersives. La perturbation optimale est obtenue pour $k_{opt} = 0,4$ avec un taux d'amplification $\omega_i/R = 0,2$.

La nature des instabilités est fonction du paramètre de vitesse R. Une analyse de stabilité absolue/convective de ce profil montre que l'écoulement est absolument instable pour deux écoulements à contre-courant ($|R| > 1$) et convectivement instable si les écoulements sont cocourants ($|R| < 1$) (Huerre & Rossi 1998).

Dans le premier cas, les instabilités envahissent tout l'écoulement, l'analyse de stabilité spatiale qui consiste à imposer localement un forçage harmonique (*signaling problem*) n'est plus applicable, car la réponse de l'écoulement n'est plus observable. En fait, la généralisation des branches spatiales, dans le plan complexe, ne peut plus se faire sans violer le principe de causalité. L'analyse de stabilité temporelle reste applicable en imposant initialement une perturbation modulée en espace (*initial value problem*).

Lorsque l'écoulement est convectivement instable, les perturbations se développent pendant leur transport dans l'écoulement de base et correspondent au point de vue spatial.

Dans le cas d'écoulements à contre-courant, la théorie temporelle permet de décrire l'évolution linéaire dans les premiers stades de développement des instabilités. Pour les écoulements cocourants, c'est une approche spatiale qui est mieux adaptée.

Profil tangente-hyperbolique

Le profil tangente-hyperbolique est plus proche des écoulements réels (figure (B.1a)), il s'écrit sous sa forme adimensionnelle

$$W(Y) = 1 + R\tanh(Y). \tag{B.5}$$

Ce profil est régulier et utilisé pour représenter la couche de mélange qui se forme par la rencontre de deux écoulements séparés par une plaque. Son analyse de stabilité linéaire s'effectue de la même manière que pour le profil en ligne brisée, les principaux résultats sont :

- L'analyse de stabilité temporelle linéaire montre que les ondes longues sont destabilisées, jusqu'au nombre d'onde de coupure $k = 1$, avec un taux d'amplification maximal proportionnel à R. Ces ondes sont non dispersives et voyagent à la vitesse moyenne de l'écoulement, $c_r = 1$. Dans la limite des petits nombres d'onde, ces instabilités sont insensibles à la présence de la couche de mélange et se comportent comme des modes de nappe de vorticité.
- Les instabilités sont de nature convective pour les écoulements cocourants et faiblement contre-courants ($R < 1,315$; Huerre & Monkewitz 1985) et absolue pour $R > 1,315$.
- Dans une approche de stabilité linéaire spatiale, les perturbations sont amplifiées dans une certaine gamme de fréquences, $0 < \omega_r < 1$, et possèdent un taux d'amplification maximal qui augmente à peu près proportionnellement avec R pour un nombre de Strouhal, basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement, $\delta^{\star\star}$, et la vitesse moyenne de convection $\overline{W}$, $St = f\delta^{\star\star}/\overline{W} = 0,032$ indépendant de R (Monkewitz & Huerre 1982). Dans le cas présent $\delta^{\star\star} = \delta_w/4$. Ces ondes sont dispersives pour des fréquences inférieures à cette fréquence naturelle et peu dispersives au-delà.

B.2 Conclusions

Dans cette annexe, nous avons abordé les mécanismes physiques d'instabilité d'une couche de mélange, retenons que :

- Les perturbations infinitésimales de grande longueur d'onde sont amplifiées par le cisaillement de vitesse via une instabilité de Kelvin-Helmholtz.
- La nappe s'étire en s'enroulant vers le centre du tourbillon. Ce processus stabilise les perturbations.
- C'est l'épaisseur de la couche cisaillée qui introduit un nombre d'onde de coupure et stabilise les perturbations de petite longueur d'onde.

Nous disposons également des caractéristiques de stabilité linéaire de couches de mélange réalistes. Ces données nous sont utiles pour analyser les propriétés instationnaires de la couche de mélange qui se développe au bord d'attaque de notre maquette (paragraphe 5.5).

C Lois de comportement dans un tourbillon axisymétrique

Dans un premier paragraphe, nous présentons les équations quasi cylindriques, établies par Batchelor (1964), qui nous permettent de souligner quelques aspects des écoulements tourbillonnaires, en particulier l'équilibre centrifuge. Dans un deuxième paragraphe, nous présentons le modèle de tourbillon q-vortex dont nous comparons, en annexe D, les propriétés à celles de notre modèle tourbillonnaire (6.7). Enfin, dans un troisième paragraphe, nous discutons de l'application de l'équilibre entre les distributions de pression et la force centrifuge à des modèles théoriques d'écoulement.

C.1 Équations quasi cylindriques et tourbillon de Batchelor

Nous supposons un écoulement stationnaire, axisymétrique, de fluide incompressible. En utilisant les coordonnées cylindriques (x, r, θ) et les composantes de la vitesse correspondantes (U_x, V_r, W_θ), les équations de Navier-Stokes s'écrivent

$$U_x\frac{\partial U_x}{\partial x} + V_r\frac{\partial U_x}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 U_x, \tag{C.1}$$

$$U_x\frac{\partial V_r}{\partial x} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{W_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\Big(\nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2}\Big), \tag{C.2}$$

$$U_x\frac{\partial W_\theta}{\partial x} + V_r\frac{\partial W_\theta}{\partial r} + \frac{V_r W_\theta}{r} = \nu\Big(\nabla^2 W_\theta - \frac{W_\theta}{r^2}\Big), \tag{C.3}$$

$$\nabla^2 \cdot = \frac{\partial^2 \cdot}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \cdot}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \cdot}{\partial r}. \tag{C.4}$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial U_x}{\partial x} = 0. \tag{C.5}$$

Il est possible de simplifier ces équations dans l'hypothèse d'un écoulement quasi parallèle ($\partial\cdot/\partial x \ll \partial\cdot/\partial r$, $V_r \ll U_x$) et en supposant de petites variations de la vitesse axiale par rapport à la vitesse extérieure ($|U_x - U_0| \ll U_0$). Les équations de Navier-Stokes ainsi linéarisées deviennent

$$U_0\frac{\partial U_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\Big(\frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_x}{\partial r}\Big), \tag{C.6}$$

$$\frac{W_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{C.7}$$

$$U_0\frac{\partial W_\theta}{\partial x} = \nu\Big(\frac{\partial^2 W_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial W_\theta}{\partial r}-\frac{W_\theta}{r^2}\Big). \tag{C.8}$$

L'équation (C.7) montre qu'en régime permanent, le gradient de pression compense la force centrifuge. Seule l'action de la viscosité freîne le mouvement azimutal, équation (C.8). L'augmentation de pression qui en résulte conduit alors à un ralentissement de la vitesse sur l'axe, équation (C.6).

L'équation (C.8) pour la vitesse azimutale peut être réécrite en fonction du moment cinétique, $\Gamma = rW_\theta$:

$$U_0\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \nu r\frac{\partial}{\partial r}\Big(\frac{1}{r}\frac{\partial \Gamma}{\partial r}\Big).$$

Cette équation est analogue à l'équation de la conduction radiale de la chaleur dans un milieu et admet une solution semblable (Batchelor, 1964) :

$$\Gamma = \frac{\Gamma_0}{2\pi}(1-e^{-\eta}), \quad \eta = \frac{U_0 r^2}{4\nu x}, \tag{C.9}$$

où Γ_0 désigne la circulation totale, $\Gamma_0 = \lim_{r\to+\infty} 2\pi\Gamma(r)$. Les équations (C.6) et (C.7) permettent de déterminer la vitesse axiale :

$$\begin{array}{rcl} U_x &=& U_0 - \frac{\Gamma_0^2}{32\pi^2\nu x}\big[\ln(\frac{xU_0}{\nu})e^{-\eta} - Q(\eta) + Le^{-\eta}\big], \\ &=& U_0 - U_s, \\ \text{où} \quad Q(\eta) &=& e^{-\eta}\big[\ln\eta + Ei(\eta) - 0,807\big] + Ei(\eta) - 2Ei(2\eta), \\ \text{et} \quad Ei(x) &=& \int_x^\infty \frac{e^{-\xi}}{\xi}d\xi. \end{array} \tag{C.10}$$

$Ei(x)$ désigne l'intégrale exponentielle. Le modèle de distribution de vitesses, défini par (C.9) et (C.10), est appelé tourbillon de Batchelor. Lorsque le nombre de Reynolds $Re_x = U_0 x/\nu$ est grand, la fonction $Q(\eta)$ est négligeable devant les autres termes. Le défaut de vitesse axiale sur l'axe varie alors comme $\frac{1}{x}\ln x$. D'après (C.9), l'écoulement admet un mouvement de rotation solide au voisinage de l'axe ($W_\theta \underset{r=0}{\sim} U_0 r/4\nu x$) dont l'intensité est déterminée par la viscosité. L'échelle de longueur radiale varie comme $r_s = \sqrt{4\nu x/U_0}$.

La diffusion visqueuse, qui amortit les gradients de vitesse et de pression, agît le long de l'axe en ralentissant le fluide de manière à satisfaire la conservation de la masse.

Dans les écoulements d'aile delta, ce modèle paraît inadapté : dans sa majeure partie, l'écoulement est peu influencé par la viscosité et les survitesses ne sont pas petites devant U_0. Il nous permet néanmoins d'introduire le modèle de q-vortex que nous utilisons en annexe D.

C.2 Le modèle de tourbillon q-vortex

Lesen *et al.* (1974a) utilisent la classe de solutions semblables de Batchelor (équations (C.9) et (C.10)). Les grandeurs sont adimensionnées en choisissant comme échelles de

longueur r_s et de vitesse U_s, définies dans le paragraphe précédent. r_s est une mesure locale du cœur tourbillonnaire et U_s représente le défaut de vitesse axiale sur l'axe du tourbillon. Les profils de vitesse s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} U_x(r) &= u + e^{-r^2}, \\ V_r(r) &= 0, \\ W_\theta(r) &= q\big(\frac{1-e^{-r^2}}{r}\big), \end{cases} \tag{C.11}$$

où $u = U_0/U_s$ et $q = \Gamma_0/U_s r_s$ sont respectivement le paramètre d'écoulement extérieur et le nombre de swirl, définis au chapitre 6.

Ce modèle de tourbillon est appelé q-vortex, il est couramment utilisé pour modéliser les tourbillons de sillage et a fait l'objet de nombreuses études de stabilité. La figure (C.1*a*) présente l'évolution des profils de vitesse pour des valeurs de q et u représentatives.

Il est également possible de déterminer le champ de vorticité :

$$(\Omega_x, \Omega_r, \Omega_\theta) = (q, 0, r) \times 2e^{-r^2}. \tag{C.12}$$

C.3 Équilibre centrifuge et distribution de pression

L'équation (C.7) montre que la distribution de pression radiale est équilibrée par la force centrifuge. En supposant la pression uniforme loin de l'axe, on obtient

$$\frac{p_0 - p}{\rho} = \int_r^{+\infty} \frac{W_\theta^2}{r} dr. \tag{C.13}$$

La figure (C.1*b*) montre la dépression induite par la présence d'un tourbillon au dessus d'une plaque pour plusieurs lois théoriques de vitesse azimutale. Il s'agit d'un modèle de Rankine ($W_\theta = \Gamma_0 r/2\pi r_c^2$ si $r < r_c$ et $W_\theta = \Gamma_0/2\pi r$ si $r > r_c$), du modèle de Lamb-Oseen, qui définit la loi de vitesse azimutale du q-vortex (équation (C.11)), et du modèle à deux échelles présenté au paragraphe 6.2 (pour $b = r_v = 1$). La fonction f, en ordonnée, est définie ci-dessous.

Dans chaque cas, le champ de pression peut s'écrire sous la forme

$$\frac{p_0 - p}{\rho} = \frac{\Gamma_0^2}{8\pi^2 r^2} f(r/r_c). \tag{C.14}$$

Ainsi, la dépression en un point est d'autant plus forte que l'intensité du tourbillon est élevée et le rayon faible, f étant une fonction décroissante du rayon (figure (C.1*c*)).

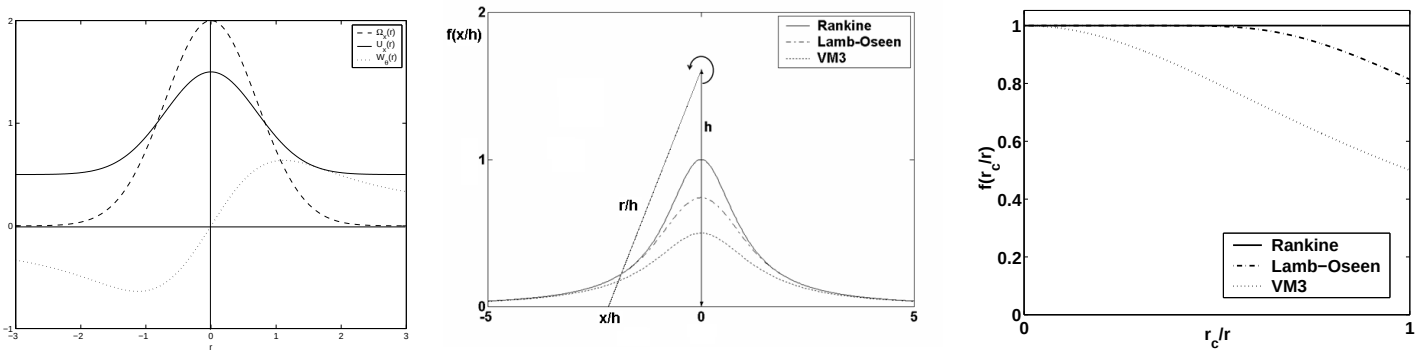
Un autre aspect intéressant est l'influence du rayon de vitesse tangentielle maximale, r_c, sur la distribution de pression en un point fixe. En un certain rayon, r, à l'extérieur du cœur du tourbillon, comment évolue la pression si celui-ci se dilate ? Cette question peut nous aider à comprendre comment varie la pression à l'extrados d'une aile quand apparaît l'éclatement du tourbillon associé à une divergence brusque des surfaces de courant.

Dans le modèle de Rankine, $f \equiv 1$: la pression à l'extérieur du cœur est indépendante de sa taille, r_c. Pour le modèle de Lamb-Oseen, et pour la loi à deux échelles (6.6), la distribution de pression dépend de r_c (tableau (C.1)).

La figure (C.1*c*) présente l'évolution de f en fonction du rapport r_c/r. Lorsque $r_c/r = 0$, l'observateur est situé loin du cœur tourbillonnaire. À mesure que r_c/r augmente, le rayon du cœur se dilate et atteint l'observateur en $r_c/r = 1$.

modèle	f	
Rankine	1	
Lamb-Oseen	$(1-e^{-(r/a)^2})^2+2(r/a)^2[Ei((r/a)^2)-Ei(2(r/a)^2)]$,	$a\simeq 1,1209r_c$
Deux échelles	$[1+(r_c/r)^2]^{-1}$,	$(b=r_v=1)$

TAB. C.1 – Définitions de la fonction f pour trois modèles de tourbillon



(a) (b) (c)

FIG. C.1 – (a) Profils moyens des vitesses axiale, U_x, et tangentielle, W_θ, et de la vorticité axiale, Ω_x, dans le tourbillon q-vortex ($u=0,5$; $q=1$). (b) Distributions de la pression induite sur une plaque par la présence d'un tourbillon situé à une hauteur h et (c) évolution de la fonction f, définie au tableau (C.1), en fonction de r_c/r pour plusieurs lois de vitesse azimutale

La pression dépend peu de l'augmentation de la taille du cœur et elle est quasi indépendante de r_c si celui-ci est faible. Loin de l'axe, l'écoulement est potentiel et la distribution de vitesse n'est fonction que du rayon, r, et de la pression à l'infini, p_0.

Ce mécanisme peut éventuellement expliquer l'écart observé entre l'abscisse d'éclatement et la recompression des pressions pariétales sous l'axe (figure (3.6b)). Ainsi, l'effet de l'éclatement tourbillonnaire sur les pressions pariétales ne peut être senti à la même abscisse, mais plus en aval où les surfaces de courant ont suffisamment divergé.

C.4 Conclusions

L'hypothèse d'écoulement quasi cylindrique nous permet d'établir l'équilibre entre le gradient radial de pression et l'accélération centrifuge. Cette relation est appelée équilibre centrifuge.

L'application de cet équilibre à différents modèles théoriques d'écoulement tourbillonnaire montre que le champ de pression dépend peu du rayon de vitesse tangentielle maximale, r_c. Cette propriété peut expliquer pourquoi la distribution de pression pariétale sous l'axe des tourbillons d'aile delta n'est pas directement affectée par l'éclatement (chapitre 3).

D Stabilité linéaire des profils axisymétriques de vitesses

Cette annexe présente l'application de différents critères d'instabilité, issus de la littérature, aux modèles théoriques de vitesses $(U_x(r), 0, W_\theta(r))$ utilisés dans le chapitre 6 (équations (6.7)). Ces critères sont introduits dans le premier paragraphe. Notons dès à présent que les lois de vitesses axiale et azimutale utilisées sont infiniment différentiables sur $\mathbb{R}^+$ par rapport au rayon r, de sorte que nous puissions appliquer les théorèmes analytiques classiques. L'écoulement est en outre permanent ($\partial \cdot / \partial t = 0$), axisymétrique ($\partial \cdot / \partial \theta = 0$) et parallèle ($\partial \cdot / \partial x = 0$). Ces hypothèses autorisent la recherche des inconnues du problème sous la forme de modes propres proportionnels à $\exp\{i(kx + m\theta - \omega t)\}$, où k et m sont les nombres d'onde axial et azimutal et ω la pulsation. L'écoulement est également supposé incompressible et non visqueux.

Les critères analytiques sont présentés au paragraphe D.1 et appliqués dans la suite. Il est notamment montré que la condition nécessaire d'instabilité due au cisaillement axial est systématiquement vérifiée dans le sillage du point d'éclatement tourbillonnaire (paragraphe D.3) et que, au-delà d'une certaine valeur du nombre de swirl, les instabilités centrifuges en anneau ne peuvent exister (paragraphe D.4).

D.1 Critères d'instabilités centrifuge et inflexionnelle

D.1.1 Instabilité centrifuge d'un tourbillon seul

Lord Rayleigh est le premier à établir un critère d'instabilité centrifuge d'un écoulement de swirl seul $(0, 0, W_\theta(r))$. Une condition nécessaire et suffisante d'instabilité d'un tel écoulement vis-à-vis des perturbations axisymétriques ($m = 0$) est que le carré du moment cinétique décroisse en fonction du rayon en un point de l'écoulement, soit :

$$\exists r | \quad D(\Gamma^2) \leq 0, \tag{D.1}$$

où $D = d/dr$ désigne l'opérateur de dérivation. Le carré du taux d'amplification de ces perturbations est alors $\omega_i^2 = -D(\Gamma^2)/r^3$. Ce critère résulte de l'examen des équations de conservation que nous allons maintenant présenter (Chandrasekhar, 1961).

L'équation de conservation de la quantité de mouvement, selon la coordonnée azimutale, peut s'écrire

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0. \tag{D.2}$$

Ainsi, le moment cinétique se conserve lorsqu'il est suivi dans son mouvement. C'est la forme locale du théorème de conservation de la circulation de Kelvin. Supposons maintenant un échange de fluide entre deux anneaux de rayons r_1 et $r_2 > r_1$, de sections

transversales dS_1 et dS_2. Lors de ce processus, les masses échangées se conservent et les moments cinétiques de chaque anneau restent constants :

$$\begin{array}{rcccl} dm & = & \rho_0(2\pi r_1 dS_1) & = & \rho_0(2\pi r_2 dS_2), \\ \Gamma_1 & = & r_1 W_\theta(r_1) & = & \text{cste}, \\ \Gamma_2 & = & r_2 W_\theta(r_2) & = & \text{cste}. \end{array} \tag{D.3}$$

Le système est conservatif, évaluons la variation d'énergie cinétique du système entier durant cet échange pour déterminer sa stabilité :

$$\begin{array}{rcl} \Delta Ec & = & \frac{1}{2} dm \big[\big(\frac{\Gamma_1^2}{r_2^2} + \frac{\Gamma_2^2}{r_1^2} \big) - \big(\frac{\Gamma_1^2}{r_1^2} + \frac{\Gamma_1^2}{r_2^2} \big) \big], \\ & = & \frac{1}{2} dm [\Gamma_2^2 - \Gamma_1^2] \big(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \big). \end{array} \tag{D.4}$$

Cette variation est du signe de $\Gamma_2 - \Gamma_1$. Si $\Gamma_2 > \Gamma_1$, cet échange de fluide nécessite un apport d'énergie extérieure pour être acompli : le système n'évolue pas, il est stable. Par contre, si $\Gamma_2 \leq \Gamma_1$ cet échange est possible et libère de l'énergie : le système est instable. Plus tard, Von Kàrmàn établit le critère de Rayleigh en terme de force centrifuge et de gradient de pression : une instabilité ne peut se développer qu'à la condition que la particule de fluide acquiert un moment cinétique suffisant pour vaincre le gradient de pression antagoniste (Drazin & Reid 1981).

D.1.2 Condition nécessaire de Howard & Gupta (1962)

Rayleigh notait également qu'il existe une analogie entre ce problème et celui de la stabilité d'un écoulement stratifié au repos : le gradient de densité selon l'altitude, moteur de l'instabilité, joue le rôle de $D\Gamma$. Howard & Gupta (1962) ont utilisé cette analogie pour étudier la stabilité d'un écoulement de swirl superposé à un écoulement axial $(U_x(r), 0, W_\theta(r))$ par rapport à des perturbations axisymétriques. Ils proposent une condition nécessaire d'instabilité : le nombre de Richardson local, $J(r)$, doit être inférieur à $1/4$ en un point au moins, soit :

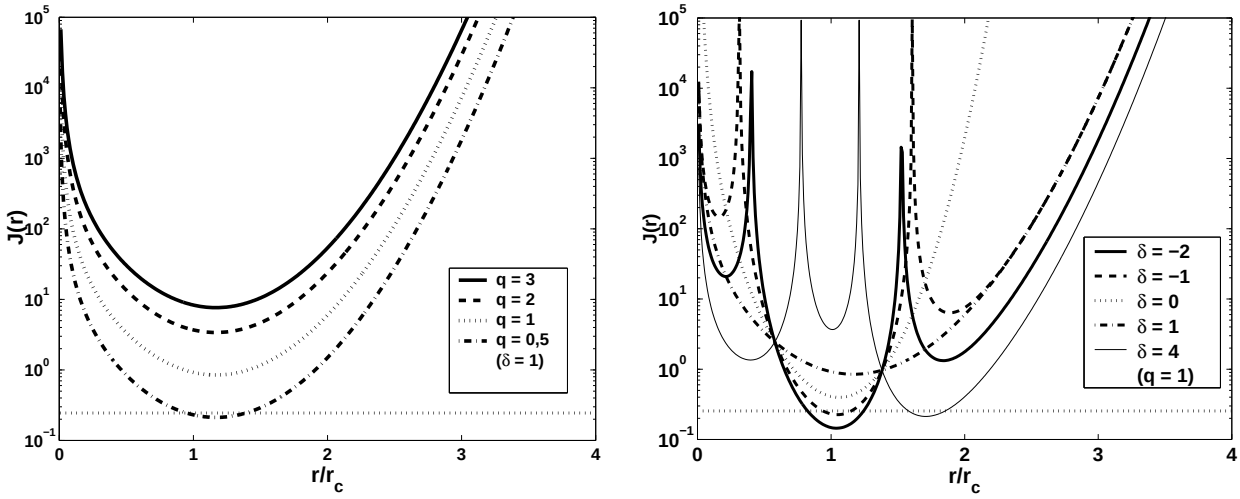
$$\exists\ r \mid \qquad J(r) = \Big(\frac{D\Gamma^2}{r^3} \Big) \Big/ (DU_x)^2 < \frac{1}{4}. \tag{D.5}$$

Ce critère illustre l'effet destabilisant du cisaillement axial. Celui-ci peut éventuellement être stabilisé si le moment cinétique croît strictement avec r.

La figure (D.1a) illustre l'effet stabilisant du swirl dans notre écoulement (6.7) ($\delta = 1$: profil axial gaussien ; $a = b = r_v = 1$). L'écoulement est stable vis-à-vis des perturbations axisymétriques pour $q_0 > 0,543$, comparé à $q_0 > 0,403$ dans le cas du q-vortex présentant une même vitesse axiale mais une loi azimutale différente.

En utilisant le théorème du demi-cercle, les auteurs montrent également que le taux d'amplification de ces instabilités est borné par la valeur $\omega_i^2 < \max_r\{(DU_x)^2(1/4 - J(r))\}$.

La figure (D.1b) montre l'effet du paramètre δ. Le minimum de $J(r)$ diminue quand δ s'écarte de la valeur unité, indiquant que les champs de vitesse sont plus sensibles aux instabilités axisymétriques dans un état éclaté présentant une distribution non gaussienne de la vitesse axiale.



(a) $\delta = 1$ (b) $q = 1$

FIG. D.1 – Influence des paramètres (a) de swirl, q, et (b) de profil axial, δ, sur l'évolution radiale du critère de Howard & Gupta (1962). Le trait pointillé horizontal indique la valeur critique, $J_c = 1/4$

D.1.3 Instabilités d'un jet ou d'un tourbillon seul

Howard & Gupta (1962) se sont également intéressés aux perturbations non axisymétriques sans toutefois établir de critère général. Néanmoins, leur étude est générale et nous permet d'introduire les critères de stabilité de jet et de tourbillon seuls. Le système des équations d'Euler peut être réduit à une équation pour la perturbation de vitesse radiale, $\widehat{v}_r \times \exp\{i(kx + m\theta - \omega t)\}$:

$$D[SD_*\widehat{v}_r] - \left[1 + \frac{r}{\gamma}D\left(S\left(\frac{D\gamma}{r} + 2m\frac{W_\theta}{r^3}\right)\right) - \frac{2kSW_\theta}{r^2\gamma^2}\Big(krD_*W_\theta - mDU_x\Big)\right]\widehat{v}_r = 0, \quad \text{(D.6)}$$

où $D_* = d/dr + 1/r$ et $S = r^2/(m^2 + k^2r^2)$. $\gamma = mW_\theta/r + kU_x - \omega$ représente, au signe près, la pulsation des perturbations dans un référentiel transporté dans l'écoulement de base. Les auteurs considèrent le cas général d'un écoulement entre deux cylindres de rayons R_1 et $R_2 > R_1$. En multipliant l'équation (D.6) par $r\widehat{v}_r^*$ (l'exposant $*$ désigne le complexe conjugué) puis en intégrant le produit entre R_1 et R_2, il vient

$$\int_{R_1}^{R_2} rS|D_*\widehat{v}_r|^2 + \left[1 + \frac{1}{\gamma}\left(2mrD\Big(S\frac{W_\theta}{r^3}\Big) + rD\Big(\frac{S}{r}D\gamma\Big)\right)\cdots\right.$$

$$\left.\cdots - \tfrac{2kSW_\theta}{r^2\gamma^2}\Big(krD_*W_\theta - mDU_x\Big)\right]|\widehat{v}_r|^2 rdr = 0. \quad \text{(D.7)}$$

Par analogie aux travaux de Rayleigh sur le théorème du point d'inflexion, les auteurs s'intéressent aux cas pour lesquels l'intégrale du dernier terme est nul. Il résulte nécessairement que le coefficient devant $1/\gamma$ s'annule en un point au moins de l'écoulement pour que (D.7) soit vérifiée :

$$\exists\ r \in [R_1, R_2]\ |\qquad 2mrD\Big(S\frac{W_\theta}{r^3}\Big) + rD\Big(\frac{S}{r}D\gamma\Big) = 0. \tag{D.8}$$

Nous pouvons alors distinguer trois cas :

1. **perturbations bidimensionnelles** ($k = 0$)
   Il vient $S = r^2/m^2$ et $\gamma = mW_\theta/r - \omega t$. En introduisant $\Omega_x = D(rW_\theta)/r$, (D.8) s'écrit
   $$\exists\ r \in [R_1, R_2]\ |\qquad D\Omega_x = 0. \tag{D.9}$$
   Ce résultat rappelle la condition nécessaire et suffisante d'instabilité de cisaillement azimutal de Rayleigh (théorème du point d'inflexion). La condition nécessaire reste vraie en présence d'un écoulement axial.

2. **instabilités d'un écoulement de jet seul** ($W_\theta \equiv 0$)
   Alors $\gamma = kU_x - \omega t$ et il vient
   $$\exists\ r \in [R_1, R_2]\ |\qquad DQ(m,k) = D\Big(\frac{rDU_x}{m^2 + k^2r^2}\Big) = 0, \tag{D.10}$$
   qui correspond à la condition nécessaire d'instabilité de Kelvin-Helmholtz axiale d'un mode (m, k) dans les jets et sillages (Batchelor & Gill 1962).

3. **perturbations axisymétriques** ($m = 0$) **d'un jet superposé à un tourbillon irrotationnel** ($D_*W_\theta = 0$)
   $S = 1/k^2$ et $\gamma = kU_x - \omega t$, on obtient
   $$\exists\ r \in [R_1, R_2]\ |\qquad D\Big(\frac{DU_x}{r}\Big) = 0. \tag{D.11}$$
   Pour un jet superposé à un tourbillon irrotationnel, la condition (D.10) reste vraie pour les perturbations axisymétriques.

L'application de ces critères à notre modèle (6.7) sera effectuée aux paragraphes D.2 et D.3. Elle est possible puisque l'intégrale (D.7) converge lorsque ses bornes s'étendent à l'écoulement tout entier : $R_1 \to 0$, $R_2 \to +\infty$.

D.1.4 Condition suffisante d'instabilité centrifuge de Leibovich & Stewartson (1983)

Ce critère de stabilité est général. Le nombre d'onde azimutal m est supposé grand, ce qui permet de développer une théorie asymptotique et d'étudier le comportement des modes les plus instables lorsque $m \to -\infty$ (et $k \geq 0$). Le but est ici d'analyser le developpement de perturbations tridimensionnelles superposées à un écoulement de base $(U_x(r), 0, W_\theta(r))$, où W_θ est supposée positive.

L'équation de Howard & Gupta (D.6) pour la perturbation de vitesse radiale peut être réécrite sous la forme :

$$D^2\phi = K\phi; \tag{D.12}$$

où

$$K = m^2\frac{1+\beta^2r^2}{r^2}\Big(1 + \frac{a}{|m|\gamma} + \frac{b}{\gamma^2} - \frac{1 + 10\beta^2r^2 - 3\beta^4r^4}{4m^2(1+\beta^2r^2)^3}\Big), \tag{D.13}$$

$$\beta = \frac{k}{|m|}, \qquad \phi = \sqrt{\frac{r^3}{1+\beta^2 r^2}}\widehat{v}_r, \tag{D.14}$$

$$\begin{array}{rcl} \gamma & = & |m|(\beta U_x(r) - W_\theta(r)/r) - \omega = |m|\Lambda(r) - \omega, \\ a & = & rD\Big(\frac{(\beta r^2 + q|m|)DU_x}{r(1+\beta^2 r^2)}\Big), \\ b & = & \frac{\beta r^2 \Phi}{q(1+\beta^2 r^2)}(1-\beta q), \end{array} \tag{D.15}$$

$$\Phi = \frac{D\Gamma^2}{r^3}, \qquad q = -\frac{D\Gamma}{DU_x}, \tag{D.16}$$

avec les conditions aux limites :

$$\phi(0) = 0, \qquad \lim_{r\to\infty} \phi(r) = 0. \tag{D.17}$$

En supposant que $k = O(|m|)$ lorsque $|m| \gg 1$ et que a et b sont indépendants de m, il vient

$$\beta = O(1), \quad \tfrac{a}{|m|\gamma} = O(\tfrac{1}{|m|}), \quad \tfrac{b}{\gamma^2} = O(1), \quad \tfrac{1+10\beta^2 r^2 - 3\beta^4 r^4}{4m^2(1+\beta^2 r^2)^3} = O(\tfrac{1}{m^2}). \tag{D.18}$$

L'équation (D.12), avec les conditions limites (D.17), admet des solutions non triviales seulement si $\Re(K) < 0$. On montre également que $\Re(K)$ doit s'annuler en deux points non nuls, $0 < r_1 < r_2$, et que $r_2 \to r_1$ quand $|m| \to \infty$. La recherche d'un minimum stationnaire de $\Re(K)$ revient à chercher un zéro double r_0. En ne conservant que les termes au premier ordre, on obtient :

$$\begin{array}{rcl} K(r_0) = 0 & \Longleftrightarrow & m^2\Big(1 + \frac{b}{\gamma^2}\Big)\frac{1+\beta^2 r^2}{r2} = 0, \\ & \Longleftrightarrow & \omega_i^2 = -\frac{2kW_\theta}{m^2+k^2r^2}\Big[k\Big(rDW_\theta + W_\theta\Big) + |m|DU_x\Big], \end{array} \tag{D.19}$$

où ω_i est le taux de croissance de l'instabilité. Cette condition impose également que $\gamma(r_0) = -i\sqrt{b(r_0)}$ et donc, d'après (D.15), que $(D\Lambda)_{r=r_0} = 0$ en supposant $b(r_0) \neq 0$. Ce résultat peut s'écrire

$$\left(\frac{D(W_\theta/r)}{DU_x}\right)_{r=r_0} = \beta \Longleftrightarrow e^{r_0^2} = 1 + r_0^2 + \frac{\beta r_0^4}{q}. \tag{D.20}$$

Cette équation n'admet de solutions réelles non nulles que si $\beta > q/2$ et n'en admet qu'une unique. De plus, le cas $\beta q = 1$ ne nous intéresse pas ici, puisque b s'annule d'après (D.15). L'analyse de stabilité est donc appliquée à des profils vérifiant la condition

$$\frac{q}{2} < \beta < \frac{1}{q}. \tag{D.21}$$

En injectant le résultat (D.20) dans l'expression (D.19) pour ω_i, il vient

$$\omega_{i\infty}^2(r) = \lim_{|m|\to\infty} \omega_i^2 = \frac{2W_\theta\big(rDW_\theta - W_\theta\big)\Big(\big(\frac{W_\theta}{r}\big)^2 - \big(DW_\theta\big)^2 - \big(DU_x\big)^2\Big)}{\big(rDW_\theta - W_\theta\big)^2 + r^2\big(DU_x\big)^2}. \tag{D.22}$$

Il suffit que cette quantité soit positive pour qu'une instabilité puisse se développer. La figure (D.2) présente l'influence de q et de δ sur l'évolution du carré du taux d'amplification maximal, $\omega_{i\infty}^2$. L'écoulement est stable pour un niveau de swirl suffisant et illustre l'effet stabilisant de la rotation du tourbillon.

Les zones destabilisées sont entourées de zones où $\omega_{i\infty} < 0$, indiquant que les perturbations sont amorties. Jacquin & Pantano (2002) identifient une zone équivalente dans le q-vortex. Par des simulations numériques directes, ils montrent que $\omega_{i\infty}$ décroît rapidement vers zéro dans la région périphérique. Cette zone protège la région centrale en transformant les instabilités en ondes neutres inertielles. Les auteurs identifient par ce procédé un mécanisme expliquant la persistance des tourbillons de sillage dont le centre reste laminaire et résistant aux perturbations infinitésimales.

L'effet du paramètre δ est plus complexe mais, lorsqu'il s'écarte de la valeur unité, il privilégie la destabilisation du tourbillon en augmentant la valeur maximale de $\omega_{i\infty}(r)$ ou en élargissant la zone destabilisée.

Dans l'expression (D.22), le dénominateur étant positif, en posant $\Gamma = W_\theta r$ et $\Omega = W_\theta / r$ le taux de rotation du tourbillon, Leibovich & Stewartson (1983) proposent une condition suffisante d'instabilité : "l'écoulement est instable si :

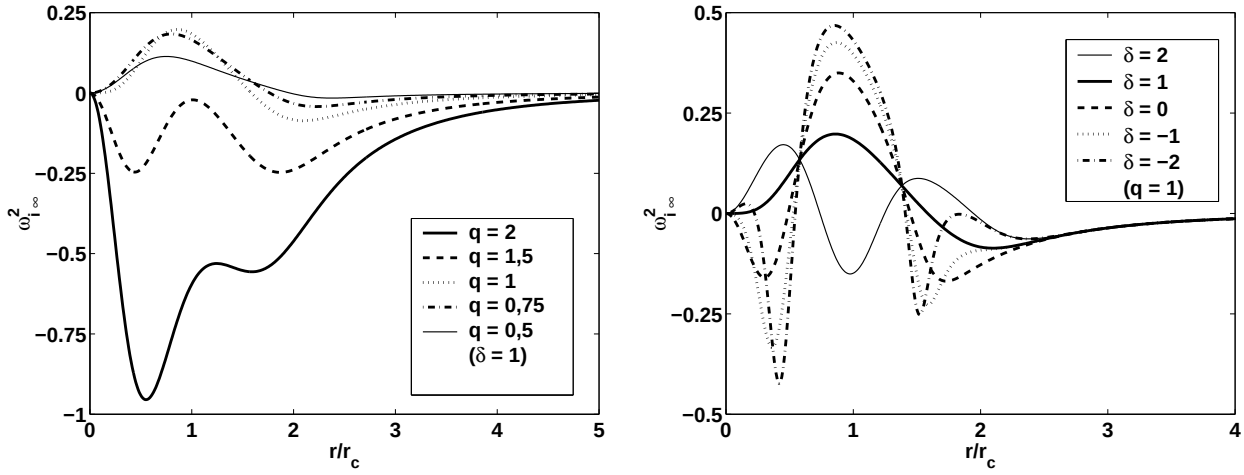
$$W_\theta D\Omega \left[D\Gamma D\Omega + (DU_x)^2 \right] < 0 \tag{D.23}$$

en un point au moins de l'écoulement."

En l'absence de cisaillement axial, on retrouve le critère d'instabilité centrifuge de Rayleigh. Cette formulation met également en évidence le caractère destabilisant du cisaillement axial dans un écoulement où le taux de rotation diminue selon r, ce qui est le cas des tourbillons d'aile delta ou des tourbillons de sillage d'ailes de grande envergure. Les auteurs ont appliqué cette étude asymptotique à un q-vortex (équation (C.11) avec $u = 0$) et pour plusieurs valeurs du nombre d'onde azimutal, $m = -1, \ldots, -6$. Ils ont mis en évidence l'existence d'une classe de perturbations dont le taux de croissance maximal augmente de façon monotone avec $|m|$ et approche une limite lorsque $m \to -\infty$. Cette théorie permet, en outre, de prédire $\omega_{i\infty}$ avec une bonne précision pour de grandes valeurs de $|m|$. Ces perturbations sont associées à un ou deux seuils critiques qui, pour $|m| \gg 1$, sont concentrés dans le voisinage d'une valeur particulière r_0. Cette propriété les fait appeler modes en anneau ("ring mode").

L'équation (D.20) qui détermine la valeur de l'angle d'hélice, β, montre que la perturbation se comporte de telle façon qu'elle ne subisse pas le cisaillement imposé par les déformations du champ moyen. Cette propriété est détaillée en annexe E de ce document. De plus, la dissipation de l'énergie cinétique de la perturbation dans l'écoulement de base limite le taux d'amplification maximal par une borne supérieure (voir annexe E également).

L'évolution de $\omega_{i\infty}$ en fonction du swirl a été calculée pour le modèle (6.7) pour plusieurs valeurs du paramètre δ. Elle est tracée sur la figure (D.3) et comparée au cas du q-vortex (C.11). Dans chaque cas, le taux d'amplification augmente pour des faibles nombres de swirl puis atteint un maximum global et diminue jusqu'à s'annuler. Stewartson & Leibovich (1987) ont analysé plus en détails cette valeur de coupure dans le cas du q-vortex : $q_{max} \sim_{m\to-\infty} \sqrt{2}(1 + (\sqrt{6}|m|)^{-1})$. Cette propriété reste vraie dans le cas de notre modèle (6.7) et est démontrée analytiquement au paragraphe D.4. Cependant, par rapport au q-vortex, les perturbations peuvent exister sur des gammes de swirl beaucoup plus larges et atteindre des taux d'amplification plus élevés.



(a) $\delta = 1$ (b) $q = 1$

FIG. D.2 – Influence des paramètres (a) de swirl, q, et (b) de profil axial, δ, sur l'évolution radiale du carré du taux d'amplification maximal prévu par l'analyse asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983) pour le modèle théorique (6.7)

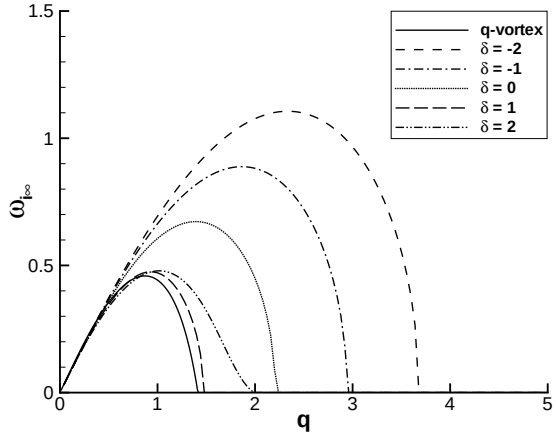


FIG. D.3 – Évolution du taux d'amplification pour le modèle (6.7) en fonction du swirl et pour plusieurs valeurs de δ. Pour comparaison, nous présentons l'évolution $\omega_{i\infty}(q)$ pour le q-vortex

D.2 Application des critères d'instabilité au modèle à deux échelles pour la vitesse azimutale

Le modèle pour la vitesse tangentielle est une loi à deux échelles dont l'expression adimensionnelle, définie au paragraphe 6.2, s'écrit

$$\boxed{W_\theta(r) = \frac{qr}{\left[1+(r_v r)^2\right]^{\frac{1+N}{2}}\left[1+(br_v r)^2\right]^{\frac{1-N}{2}}}} \tag{D.24}$$

D.2.1 Instabilité centrifuge

Le critère d'instabilité centrifuge (D.1) est vérifié si le carré du moment cinétique, Γ^2, diminue en un point au moins de l'écoulement :

$$\begin{aligned} D\Gamma^2 &= D\left[\frac{q^2r^4}{\left[1+(r_v r)^2\right]^{1+N}\left[1+(br_v r)^2\right]^{1-N}}\right], \\ &= \frac{2q^2r^3}{\left[1+(r_v r)^2\right]^{1+N}\left[1+(br_v r)^2\right]^{1-N}}\left[2-\frac{(1+N)(r_v r)^2}{1+(r_v r)^2}-\frac{(1-N)(br_v r)^2}{1+(br_v r)^2}\right]. \end{aligned}$$

L'application du critère donne alors :

$$D\Gamma^2 \leq 0 \iff \left\langle \begin{array}{rcl} r & = & 0, \\ 2+2(1+b^2)(r_v r)^2 & \leq & \left[(1+N)+(1-N)b^2\right](r_v r)^2. \end{array} \right.$$

Une instabilité centrifuge ne peut se développer qu'à la condition que $N \geq (1+b^2)/(1-b^2)$.

D.2.2 Instabilité inflexionnelle

L'application du critère d'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans un tourbillon seul (D.9) nécessite de connaître l'expression de la vorticité axiale, $\Omega_x(r) = (D\Gamma/r)$:

$$\Omega_x(r) = \frac{q}{\left[1+(r_v r)^2\right]^{\frac{1+N}{2}}\left[1+(br_v r)^2\right]^{\frac{1-N}{2}}}\left[2-\frac{(1+N)(r_v r)^2}{1+(r_v r)^2}-\frac{(1-N)(br_v r)^2}{1+(br_v r)^2}\right].$$

Cette quantité possède un extremum en un point de l'écoulement si et seulement si

$$(N^2-1)\left[(N^2-1)(1+b^4)+2b^2(17-N^2)\right] \geq 0. \tag{D.25}$$

D.3 Application des critères d'instabilité à la loi gaussienne modifiée pour la vitesse axiale

Cette loi est également définie au paragraphe 6.2, elle apporte un terme supplémentaire à la distribution gaussienne de vitesse :

$$\boxed{U_x(r) = u + \delta e^{-r^2} + (1-\delta)e^{-(ar)^3}} \tag{D.26}$$

D.3.1 Instabilité de cisaillement axial

Le cisaillement axial est associé à de la vorticité azimutale, $\Omega_\theta(r) = -DU_x$:

$$\Omega_\theta(r) = 2r\delta\left(e^{-r^2} + \frac{3a^3}{2}\left(\frac{1}{\delta} - 1\right)re^{-(ar)^3}\right),$$

qui est susceptible d'amplifier une instabilité de Kelvin-Helmholtz, de nombres d'onde k et m, si la quantité $Q(m,k)$ possède un extremum en un point au moins de l'écoulement (équation (D.10)). Cette condition peut s'écrire sous une forme alternative :

$$\exists\ r > 0 \mid \qquad f(r) = g(r), \tag{D.27}$$

où les fonctions f et g, continues et dérivables sur $\mathbb{R}^+$, sont définies par

$$\left\{\begin{array}{rcl} f(r) & = & -\Omega_\theta(m^2 - k^2r^2), \\ g(r) & = & rD\Omega_\theta(m^2 + k^2r^2). \end{array}\right. \tag{D.28}$$

Dans le sillage du point d'éclatement tourbillonnaire, les profils de vitesse axiale sont caractérisés par un maximum situé en un point distinct de l'axe tourbillonnaire, $r_1 > 0$. En considérant les conditions limites, $DU_x(0) = 0$ et $\lim_{r\to+\infty} DU_x(r) = 0$, le profil de vitesse axiale admet au moins un point d'inflexion de chaque côté de r_1. Posons $r_+ = \max\{r > 0 \mid D^2U_x(r) = 0\}$ et $r_- = \min\{r > 0 \mid D^2U_x(r) = 0\}$ qui sont respectivement le plus grand et le plus petit rayon de ces points d'inflexion (figure (D.4)). Nous pouvons alors résumer certaines propriétés des fonctions f et g :

r	0		r_-		r_1		r_+		$+\infty$
DU_x	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0^-
Ω_θ	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	0^+
$D\Omega_\theta$	<0	$-$	0		>0		0	$-$	<0

(D.29)

Nous supposons provisoirement $k \neq 0$ et $m \neq 0$ et définissons la fonction $h \equiv f - g$ qui vérifie alors $h(r_1) < 0$. En remarquant que $\min\{r_-; |m/k|\}$ et $\max\{r_+; |m/k|\}$ sont tous deux finis et non nuls, nous pouvons définir deux rayons $0 < r_{min} < \min\{r_-; |m/k|\} < r_1$ et $r_{max} > \max\{r_+; |m/k|\} > r_1$ tels que

$$\left\{\begin{array}{lllll} h(r_{min}) > 0 \ \text{ et } \ h(r_1) < 0 & \Rightarrow & \exists\ r \in]r_{min}, r_1[& \mid & h(r) = 0 \\ h(r_1) < 0 \ \text{ et } \ h(r_{max}) > 0 & \Rightarrow & \exists\ r \in]r_1, r_{max}[& \mid & h(r) = 0 \end{array}\right. \tag{D.30}$$

Ce qu'il fallait démontrer. Les cas $k = 0$ et $m = 0$ se traitent d'après le même raisonnement. L'équation (D.27) admet au moins une solution dans l'intervalle $]r_1, r_+[$ pour $m = 0$ et dans $]r_-, r_1[$ pour $k = 0$.

Cette condition ne s'applique que pour un jet seul. Rappelons néanmoins qu'elle reste valable pour $m = 0$ dans la zone potentielle du tourbillon (équation (D.11)). La condition nécessaire de Bachelor & Gill (1962) est donc vérifiée dans la zone externe où la vorticité axiale est positive. Le cisaillement axial est donc un mécanisme potentiellement déstabilisant des modes axisymétriques en aval du point d'éclatement tourbillonnaire.

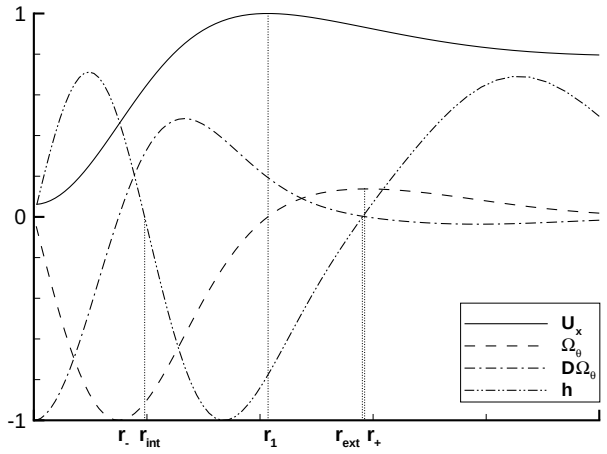


FIG. D.4 – Évolutions radiales des différentes grandeurs utilisées pour la caractérisation des instabilités de cisaillement axial (plan $X/c = 0,51$, $\varphi = 60°$), et illustration des différents rayons. r_{int} et r_{ext} désignent les solutions interne et externe de l'équation (D.27). Chaque grandeur est ici adimensionnée par une échelle arbitraire

D.4 Étude des solutions stationnaires de Leibovich & Stewartson (1983)

Intéressons-nous maintenant à la superposition des profils de jet (D.26) et de tourbillon (D.24) et à l'étude asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983) pour $|m|$ grand et $\beta = k/|m|$ constant. Nous suivons ici un raisonnement analogue à celui des auteurs qui a permis d'établir l'existence d'une valeur limite du nombre de swirl, $q < \sqrt{2}$, pour le q-vortex, au-delà de laquelle les modes en anneau ne sont plus amplifiés.

La recherche des solutions du problème (D.12) avec les conditions aux limites impose que la quantité $\Lambda = \beta U_x - W_\theta/r$ admette un extremum en un point au moins de l'écoulement. Le cas $r = 0$ ne nous intéresse pas ici puisque alors K est un réel positif dans l'équation (D.12) et que nous recherchons un minimum négatif de $\Re(K)$. L'étude des extrema de Λ peut donc se ramener à égaliser deux fonctions f et g définies par

$$\left\{ \begin{array}{rcccl} f(r) & = & \beta D U_x(r) & = & A(e^{-r^2} + Bre^{-(ar)^3}), \\ g(r) & = & D\Omega & = & \left[\frac{(1+N)}{1+(r_v r)^2} + \frac{(1-N)b^2}{1+(br_v r)^2}\right] \times \frac{1}{[1+(r_v r)^2]^{\frac{1+N}{2}}[1+(br_v r)^2]^{\frac{1-N}{2}}}, \end{array} \right. \tag{D.31}$$

où $A = 2\delta\beta/qr_v^2$ et $B = 3a^3(1-\delta)/2\delta$. Comme q et β sont supposés positifs, le signe de A et B ne dépend que du signe de δ. Le tableau (D.1) résume ces tendances.

Nous supposons maintenant que $0 \leq N < 1$, une propriété qui est vérifiée pour les tourbillons que nous considérons et qui impose au taux de rotation du tourbillon, ainsi qu'à la fonction g, de décroître de façon monotone avec le rayon. g possède alors un maximum global sur l'axe, $g(0) = 1 + N + (1-N)b^2$. Comme les fonctions f et g décroissent respectivement exponentiellement et algébriquement vers 0 quand $r \to \infty$, il existe donc un rayon R au-delà duquel f est toujours inférieure à g :

$$\exists\, R > 0 \mid \qquad \forall r \geq R,\ f(r) \leq g(r). \tag{D.32}$$

δ	$-\infty$	0	1	$+\infty$
A	-	+	+	
B	-	+	-	
$f(0)$	-	+	+	
$Df(0)$	+	+	-	

TAB. D.1 – Signes des coefficients A et B, de $f(0)$ et $Df(0)$ en fonction de la valeur de δ

La fonction f étant bornée sur $\mathbb{R}^+$, une condition suffisante pour qu'il n'existe pas de solutions r telles que $f(r) = g(r)$ est que

$$\max\{f(r) \mid r > 0\} < g(R). \tag{D.33}$$

Cette condition est restrictive mais nous permet de montrer sans ambiguïtés qu'il est nécessaire que $q < q_{max}$ pour que des solutions de l'équation $f(r) = g(r)$ existent. Nous allons détailler cette condition en considérant les signes de A et B. Nous distinguons trois cas suivant le signe de δ :

1. $\delta < 0$:
   Considérant les signes de A et B, f vérifie : $\forall r > 0,\ f(r) \leq ABre^{-(ar)^3} \leq AB/a$. Ainsi, la condition (D.33) peut être réécrite

   $$M_1 = \frac{3a^2(1-\delta)}{r_v^2 g(R)} < \frac{q}{\beta}.$$

   Ces considérations sont valables pour les autres cas et nous résumons ici la condition résultante sur q/β.
2. $\delta \in [0, 1]$:

   $$M_2 = \frac{2\delta + 3a^2(1-\delta)}{r_v^2 g(R)} < \frac{q}{\beta}.$$

3. $\delta > 1$:

   $$M_3 = \frac{2\delta}{r_v^2 g(R)} < \frac{q}{\beta}.$$

Ces bornes pour q/β sont strictement positives. Une condition nécessaire pour que la condition de Leibovich & Stewartson soit vérifiée est que la quantité q/β soit majorée par M_1, M_2 ou M_3 suivant la valeur de δ.

Leibovich & Stewartson (1983) remarquaient, en outre, que les solutions n'existent qu'à la condition que $\beta \times |D\Gamma/DU_x| < 1$. Dans le cas de notre modèle de tourbillon, nous savons que DU_x décroît exponentiellement à l'infini et il est aisé de montrer que la quantité $DU_x/D\Gamma$ est majorée par une certaine valeur N/q.

Nous obtenons ainsi une condition analogue à celle obtenue pour q-vortex par Leibovich & Stewartson (1983) qui est : "des modes en anneau existent dans le modèle (6.7) seulement si

$$\frac{q}{M} < \beta < \frac{N}{q}." \tag{D.34}$$

Ces deux inégalités imposent que le nombre de swirl, q, admette une valeur maximale limite, $q_{max} = \sqrt{N/M}$, pour que des modes en anneau puissent exister. La rotation du tourbillon a un effet stabilisant sur ces instabilités.

D.5 Bilan de cette étude analytique

L'application des critères d'instabilité temporelle linéaire, issus de la littérature, nous renseigne sur les mécanismes physiques d'instabilité présents dans notre modèle d'écoulement des tourbillons d'aile delta :

- La loi de vitesse azimutale à deux rayons (D.24) peut amplifier des perturbations axisymétriques ($m = 0$) par les effets centrifuges et des perturbations bidimensionnelles ($k = 0$) par le cisaillement.
- Les résultats de l'analyse de stabilité de Batchelor & Gill (1962) montrent que le profil de loi gaussienne modifiée pour la vitesse axiale (D.26) peut vérifier, sous certaines conditions, la condition nécessaire pour que le cisaillement axial amplifie les perturbations infinitesimales. Ces conditions sont réunies en aval du point d'éclatement tourbillonnaire pour l'existence d'instabilités axisymétriques ($m = 0$). En amont, les valeurs du paramètre δ sont proches de l'unité indiquant que les profils axiaux sont proches d'une distribution gaussienne qui exclue l'existence de telles instabilités.
- L'application du critère d'instabilité centrifuge généralisée de Leibovich & Stewartson (1983) montre que des instabilités hélicoïdales en anneau sont amplifiées par notre modèle tourbillonnaire (D.24) et (D.26) dans une certaine gamme de nombres de swirl $[0, q_{max}]$. En particulier, la rotation a un effet stabilisant sur ces perturbations.

E Propriétés des instabilités hélicoïdales

Ce paragraphe est consacré aux démonstrations de quelques propriétés des instabilités en anneau. L'analyse asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983) montre en effet qu'il existe une classe d'instabilités hélicoïdales s'enroulant selon une certaine direction par rapport à l'écoulement de base et dont le taux d'amplification tend vers une limite supérieure pour les grands nombres d'onde azimutaux ($|m| \to \infty$). Nous nous intéressons, dans un premier temps, à l'interprétation physique de la valeur de cet angle, puis à l'existence d'une borne supérieure pour le taux d'amplification des instabilités.

E.1 Angle d'hélice, β, et rayon critique, r_0, de la perturbation

En coordonnées cylindriques (x, r, θ) et dans l'hypothèse d'un écoulement axisymétrique, parallèle et incompressible, le tenseur des taux de déformations s'écrit

$$\mathbf{D}(r) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & DU_x & 0 \\ DU_x & 0 & rD\Omega \\ 0 & rD\Omega & 0 \end{pmatrix}.$$

Ce tenseur possède trois valeurs propres distinctes, $\{0, \pm(1/2)\sqrt{(DU_x)^2 + (rD\Omega)^2}\}$, il est donc diagonalisable (dans une base définie par les vecteurs propres associés). En particulier, selon la direction principale associée à la valeur propre nulle, $\mathbf{e_0} = (-rD\Omega, 0, DU_x)/\sqrt{(DU_x)^2 + (rD\Omega)^2}$, le taux de déformations est nul. L'analyse asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983) montre que des instabilités sont possibles dans un écoulement en rotation superposé à un écoulement axial s'il existe un rayon r_0 tel que

$$-\tfrac{k}{m} = \left(\tfrac{D\Omega}{DU_x}\right)_{r=r_0}.$$

Ces perturbations sont proportionnelles à $\exp\{i(kx + m\theta - \omega t)\}$ et se propagent le long du vecteur d'onde unitaire $\mathbf{e_{k,m}} = (k, 0, m/r_0)/\sqrt{(m/r_0)^2 + k^2}$, colinéaire au vecteur principal de déformation nulle, $\mathbf{e_0}$. Les instabilités se développent en un certain rayon r_0 et se déplacent de manière à ne pas subir l'étirement de l'écoulement de base. Selon Stewartson & Leibovich (1987), à proximité de ces trajectoires, l'écoulement est localement un tourbillon pur et vérifie la condition nécessaire et suffisante d'instabilité centrifuge de Rayleigh. De la même façon, Emanuel (1984) redérive la condition suffisante d'instabilité ainsi que le taux d'amplification maximal, prévus par l'analyse asymptotique de Leibovich & Stewartson (1983), en se rapportant à un problème d'instabilité localement bidimensionnel. Enfin, ce résultat prouve également que les hélices négatives sont les plus destabilisées comme l'ont constaté numériquement Lessen *et al.* (1974).

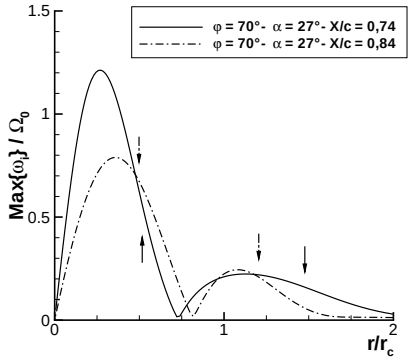


FIG. E.1 – Évolution radiale de la borne supérieure (E.3) pour le taux d'amplification. Les flèches verticales indiquent les rayons de développement des instabilités mises en évidence lors de l'analyse de stabilité temporelle au chapitre 6

E.2 Maximum global pour le taux d'amplification

Le raisonnement que nous suivons est dû à Joseph (1976). Nous considérons un écoulement de base $\mathbf{U}$ incompressible, non visqueux, sans forces de volume et de densité constante, soumis à un champ de perturbation, $\mathbf{u}$. En supposant l'écoulement borné ou spatialement périodique, l'équation pour l'énergie cinétique de la perturbation, $E = (1/2V)\int_V \rho|\mathbf{u}|^2 dV$, est obtenue en intégrant l'équation locale pour la perturbation sur le volume complet ou sur une période. Il vient

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\rho}{V}\int_V \mathbf{u}\cdot\mathbf{D}(\mathbf{U})\cdot\mathbf{u}\; dV, \tag{E.1}$$

où $\mathbf{u}\cdot\mathbf{D}(\mathbf{U})\cdot\mathbf{u} = u_i D_{ij} u_j \geq |\mathbf{u}|^2 \times \min[D_{11}, D_{22}, D_{33}]$. $\mathbf{D}(\mathbf{U})$ désigne le tenseur des taux de déformations précédemment cité et D_{ii} ses valeurs propres connues en tout point. En remplaçant ce résultat dans l'équation (E.1), il vient

$$\frac{dE}{dt} \leq \frac{\rho}{V}\int_V |\mathbf{u}|^2 dV \times \max_V\{\min[D_{11}, D_{22}, D_{33}]\} \leq 2E \times \max_{r\geq 0}\{\frac{1}{2}\sqrt{(DU_x)^2 + (rD\Omega)^2}\}. \tag{E.2}$$

Cette inégalité nous permet d'établir un maximum global pour le taux de croissance de la perturbation :

$$(dE/dt)/E \leq \max_{r\geq 0}\{\sqrt{(DU_x)^2 + (rD\Omega)^2}\}. \tag{E.3}$$

En appliquant le même raisonnement à une particule fluide, située en un rayon r, ce résultat permet de montrer que l'énergie du champ moyen disponible localement pour la perturbation, par le cisaillement et la centrifugation, est maximale dans le cœur du tourbillon et tend vers zéro à l'extérieur où le fluide est au repos. En particulier, les instabilités hélicoïdales, qui se développent dans la région externe des tourbillons de l'aile $\varphi = 70°$, possèdent des taux d'amplification petits devant ceux des instabilités présentes dans le cœur (chapitre 6). La figure (E.1) illustre ce propos en représentant l'évolution radiale de la borne supérieure (E.3) pour les plans $X/c = 0,74$ et $0,84$ ($\varphi = 70°$, $\alpha = 27°$) où l'on observe des instabilités fortement amplifiées dans le cœur et faiblement amplifiées à l'extérieur.

Bibliographie

AFCHAIN, D., BROUSSAUD, P., FRUGIER, M., and RANCARANI, G. (1983). La soufflerie F2 du centre du Fauga-Mauzac. TP 193880, ONERA.

ALEXANDER, A. J. (1963). Experiments on a delta wing using leading edge blowing to remove the secondary separation. *CoA Report*, (161).

ARNAL, D. and JUILLEN, J. C. (1989). Leading edge contamination and relaminarisation on a swept wing at incidence. *4th symposium on numerical and physical aspects of aerodynamics flows, January, 16-19, California State University, Long Beach.*

BALSA, T. F. (1987). On the spatial instability of piecewise linear free shear layers. *J. Fluid Mech.*, **174** :553–563.

BARLETT, G. E. and VIDAL, R. J. (1955). Experimental investigation of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low aspect ratio wings at low speeds. *J. Aero. Sci.*, **22**(8) :517–533.

BATCHELOR, G. K. (1964). Axial flow in trailing line vortices. *J. Fluid Mech.*, **20**(4) :645–658.

BATCHELOR, G. K. (1967). *An introduction to fluid dynamics.* Cambridge University Press.

BATCHELOR, G. K. and GILL, A. E. (1962). Analysis of the stability of axisymmetric jets. *J. Fluid Mech.*, **14**(4) :529–551.

BENJAMIN, T. B. (1962). Theory of the vortex breakdown phenomenon. *J. Fluid Mech.*, **14**(4) :593–629.

BENJAMIN, T. B. (1965). Signifiance of the vortex breakdown phenomenon. *Trans. ASME, J. Basic Engng.*, **87**.

BENJAMIN, T. B. (1967a). Some developments in the theory of vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **28**(1) :65–84.

BENJAMIN, T. B. (1967b). Internal waves of permanent form in fluids of great depth. *J. Fluid Mech.*, **29**(3) :551.

BOUTIER, A. (1991). Accuracy of laser velocimetry. ONERA TP 1991-98, Lectures Series VKI on Laser Velocimetry, Rhôde-Saint-Genèse (Belgium), June 10-14.

BOUTIER, A., PAGAN, D., and SOULEVANT, D. (1985). Measurements accuracy with 3D laser velocimetry. Technical report, International Conference on Laser Anemometry ; Advances and application, Manchester.

BRADBURY, L. J. S. (1965). The structure of a self-preserving turbulent plane jet. *J. Fluid Mech.*, **23**(1) :31–64.

BROWN, G. L. and LOPEZ, J. M. (1990). Axisymmetric vortex breakdown. Part 2. Physical mechanisms. *J. Fluid Mech.*, **221** :553–576.

CHANDRASEKHAR, S. (1961). *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford At The Clarendon Press.

DARMOFAL, D. L. (1993). The role of vorticity dynamics in vortex breakdown. *AIAA Paper, 24th Fluid Dynamics Conference, Orlando, July 6-9*, (93-3036).

DELBENDE, I., CHOMAZ, J. M., and HUERRE, P. (1998). Absolute/convective instabilities in the Batchelor vortex : a numerical study of the linear impulse response. *J. Fluid Mech.*, **355** :229–254.

DRAZIN, P. and REID, W. (1981). *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press.

EARNSHAW, P. (1965). Measurements of vortex breakdown position at low speed on a series of sharp-edged symmetrical models. *ARC R&M*, (64047).

EDWARDS, R. V. and MEYERS, J. F. (1984). An overview of particle sampling bias. *Second International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics*.

ELLE, B. J. (1961). An investigation at low speed of the flow near the apex of thin delta wings with sharp leading edges. *ARC R&M*, (3176).

ELOY, C. and LE DIZÈS, S. (2001). Stability of the Rankine vortex in a multipolar strain field. *Phys. Fluids*, **13**(3) :660–675.

EMANUEL, K. A. (1984). A note on the stability of columnar vortices. *J. Fluid Mech.*, **145** :235–238.

FABRE, D. (2002). *Instabilités et instationnarités dans les tourbillons : Application aux sillages d'avions*. PhD thesis, Université Paris VI.

FABRE, D. and JACQUIN, L. (2002). Viscous instabilities in trailing vortices at large swirl numbers. *Submitted to J. Fluid Mech.*

FINK, P. T. and TAYLOR, J. (1966). Some early experiments on vortex separation. *ARC R&M*, (3489).

GAD-EL-HAK, M. and BLACKWELDER, R. F. (1987). Control of the discrete vortices from a delta wing. *AIAA Journal*, **25**(8) :1042–1049.

GALLAIRE, D. (2002). *Instabilités dans les jets tournants et contrôle de l'éclatement tourbillonnaire*. PhD thesis, École Polytechnique.

GARG, A. K. and LEIBOVICH, S. (1979). Spectral characteristics of vortex breakdown flowfields. *Phys. Fluids*, **22**(11) :2053–2064.

GASTER, M. (1962). A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, **14** :222–224.

GEORGE, W. K., BEUTHER, P. D., and ARNDT, R. E. A. (1984). Pressure spectra in turbulent free shear flows. *J. Fluid Mech.*, **148** :155–191.

GU, W., ROBINSON, O., and ROCKWELL, D. (1993). Control of vortices on a delta wing by leading-edge injection. *AIAA Journal*, **31**(7) :1177–1186.

GUILLOT, S., GUTMARK, E. J., and GARRISON, T. J. (1998). Delay of vortex breakdown over a delta wing via near-core blowing. *AIAA Paper*, 98-0315.

GURSUL, I. (1994). Unsteady flow phenomena over delta wings at high angle of attack. *AIAA Journal*, **32**(2) :225–231.

GUY, Y., MORROW, J. A., and MC-LAUGHLIN, T. E. (1999). Pressure measurements and flow field visualization on a delta wing with periodic blowing and suction. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, August 9-11, Portland, OR*, 99-4178.

HALL, M. G. (1961). A theory for the core of a leading-edge vortex. *J. Fluid Mech.*, **11** :209–228.

HARVEY, J. K. (1962). Some observations of the vortex breakdown phenomenon. *J. Fluid Mech.*, **14**(4) :585–592.

HASIMOTO, H. (1972). A soliton on a vortex filament. *J. Fluid Mech.*, **51**(3) :477–485.

HAVEN, B. A. and KUROSAKA, M. (1997). Kidney and anti-kidney vortices in cross-flow jets. *J. Fluid Mech.*, **352** :27–64.

HINZE, J. O. (1975). *Turbulence*. Mc Graw-Hill.

HONG, J. S., ÇELIK, Z. Z., and ROBERTS, L. (1996). Effects of leading-edge lateral blowing on delta wing aerodynamics. *AIAA Journal*, **34**(12) :2471–2478.

HOPFINGER, E. J., BROWAND, F. K., and GAGNE, Y. (1982). Turbulence and waves in a rotating tank. *J. Fluid Mech.*, **125** :505–534.

HOUGHTON, E. L. and CARPENTER, P. W. (1993). *Aerodynamics for engineering students*. Edward Arnold.

HOWARD, L. N. and GUPTA, A. S. (1962). On the hydrodynamic and hydromagnetic stability of swirling flows. *J. Fluid Mech.*, **14**(4) :463–476.

HUERRE, P. and MONKEWITZ, P. (1985). Absolute and convective instabilities in free shear layers. *J. Fluid Mech.*, **159** :151–168.

HUERRE, P. and ROSSI, M. (1998). *Hydrodynamic and nonlinear instabilities*. Cambridge University Press, C. Godrèche & P. Manneville edition.

JACQUIN, L., FABRE, D., and GEFFROY, P. (2001). The properties of a transport aircraft wake in the extended near field : an experimental study. *AIAA Paper, 39th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 8-11 January 2001, Reno, NV*, (2001-1038).

JACQUIN, L., FABRE, D., SIPP, D., THEOFILIS, V., and VOLLMERS, H. (2003). Instability and unsteadiness of aircraft wake vortices. *AST*, (in press).

JACQUIN, L. and PANTANO, C. (2002). Turbulence in trailing vortices. *J. Fluid Mech.*, **471** :159–168.

JENNY, E. (1950). Unidimensional transient flow with consideration of friction, heat transfert, and change of section. *The Brown Bovery Rev.*, pages 447–461.

JIANG, F., LEE, G. B., TAI, Y. C., and HO, C. M. (2000). A flexible micromachine-based shear-stress sensor array and its application to separation point detection. *Sensors and Actuators*, **79** :194–203.

JOHARI, H. and MOREIRA, J. (1996). Delta wing vortex manipulation using pulsed and steady blowing during ramp-pitching. *J. Aircraft*, **33**(2) :304–309.

JOSEPH, D. D. (1976). *Stability of fluid motions*. Springer-Verlag.

KADEN, H. (1931). Aufwicklung einer unstabilen Unstätigkeitfläche. *Ing. Arch.*, **2** :140–168.

KATZ, J. and PLOTKIN, A. (1991). *Low speed aerodynamics - from wing theory to panel methods*. Mc Graw-Hill.

KEGELMAN, J. and ROOS, F. (1989). Effects of leading-edge shape and vortex burst on the flowfield of a 70 degree sweep delta-wing. *AIAA Paper, 27th Aerospace Sciences Meeting, January 9-12, Reno, NV*, (89-0086).

LAMBOURNE, N. C. and BRYER, D. W. (1961). The bursting of leading edge vortices - some observations and discussion of the phenomenon. *ARC R&M*, (3282).

LE SANT, Y., DELÉGLISE, B., and MÉBARKI, Y. (1997). An automatic alignment method applied to pressure sensitive paint measurements. *17th International Congres on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, Monterey, USA.*

LEE, M., SHIH, C., and HO, C. (1987). Response of a delta wing in steady and unsteady flow. *Proc. forum on unsteady flow separation, ASME Fluids Engineering Conference*, **52** :19–24.

LEIBOVICH, S. (1984). Vortex stability and breakdown : survey and extension. *AIAA J.*, **22**(9) :1192–1206.

LEIBOVICH, S. and STEWARTSON, K. (1983). A sufficient condition for the instability of columnar vortices. *J. Fluid Mech.*, **126** :335–356.

LESEN, M., SINGH, P. J., and PAILLET, F. (1974a). The stability of a trailing line vortex. part 1. inviscid theory. *J. Fluid Mech.*, **63**(4) :753–763.

LESEN, M., SINGH, P. J., and PAILLET, F. (1974b). The stability of a trailing line vortex. part 2. viscous theory. *J. Fluid Mech.*, **63**(4) :769–779.

LIOU, W. W. (1994). Linear stability of curved free shear layer. *Phys. Fluids*, **6**(2) :541–549.

LOPEZ, J. M. (1990). Axisymmetric vortex breakdown. Part 1. Confined swirling flow. *J. Fluid Mech.*, **221** :533–552.

LUDWIEG, H. (1960). Stabilität der Strömung in einem zylindrischen Ringraum. *Z. Flugwiss.*, **8**(5) :135–140.

LUDWIEG, H. (1961). Ergängzung zur "Stabilität der Strömung in einem zylindrischen Ringraum". *Z. Flugwiss.*, **9**(11) :359–361.

MASURE, B., SOLIGNAC, J. L., and LAVAL, P. (1971). Mass flow rate measurement by means of a sonic throat. *ONERA TP*, (956).

MAXWORTHY, T., HOPFINGER, E., and REDEKOPP, L. G. (1985). Wave motions on vortex cores. *J. Fluid Mech.*, **151** :141–165.

Mc CORMICK, S. and GURSUL, I. (1996). Effect of shear layer-control on leading-edge vortices. *J. Aircraft*, **33**(6) :1087–1093.

MENKE, M., YANG, H., and GURSUL, I. (1999). Experiments on the unsteady nature of vortex breakdown over delta wings. *Experiments in Fluids*, **27** :262–272.

MERIENNE, M. C., BOUVIER, F., and PERON, J. L. (2000). Application de la PSP sur une aile delta à bord d'attaque arrondi dans la soufflerie subsonique F2. RT 204/03592 DAFE, ONERA.

MICHELI, F. (2003). Communication personnelle.

MICHELI, F., LOSFELD, G., and GIRARDOT, L. (2002). Incertitudes de mesures sur la variance de la troisième composante. *10ème congrés francophone de vélocimétrie laser, Orsay, France.*

MITCHELL, A. M. (2000). *Caractérisation et contrôle de l'éclatement tourbillonnaire sur une aile delta aux hautes incidences.* PhD thesis, Université Paris VI, France.

MITCHELL, A. M., BARBERIS, D., MOLTON, P., and DÉLERY, J. (2000). Oscillation of vortex breakdown location and blowing control of time-averaged location. *AIAA Journal*, **38**(5) :793–802.

MITCHELL, A. M., BARBERIS, D., MOLTON, P., and DÉLERY, J. (2002). Control of leading-edge vortex breakdown by trailing edge injection. *J. Aircraft*, **39**(2) :221–226.

MITCHELL, A. M. and DÉLERY, J. (2001). Research into vortex breakdown control. *Prog. in Aero. Sciences*, **379** :385–418.

MOLTON, P., BARBERIS, D., and RENAC, F. (2000). Étude expérimentale de l'éclatement tourbillonnaire sur une aile delta de 60° de flèche à bord d'attaque arrondi en écoulement incompressible. RT 02/03113 DAFE, ONERA.

MONKEWITZ, P. and HUERRE, P. (1982). Influence on the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers. *Phys. Fluids*, **25** :151–168.

MOORE, D. W. and SAFFMAN, P. G. (1975). The instability of a straight vortex filament in a strain field. *Proc. R. Soc. London*, A **346** :413.

OBARA, C. J. (1988). Sublimating chemical technique for boundary-layer flow visualization in flight testing. *J. Aircraft*, **25**(6) :493–498.

OLENDRARU, C., SELLIER, A., ROSSI, M., and HUERRE, P. (1999). Inviscid instability of the batchelor vortex : Absolute-convective transition and spatial branches. *Phys. Fluids*, **11**(7) :1805–1820.

PAREKH, D. E., WILLIAMS, S. P., AMITAY, M., and GLEZER, A. (2003). Active flow control on the Stingray UAV : aerodynamic forces and moments. *AIAA Paper*, (2003-4002).

PAYNE, F. M., NG, T. T., NELSON, R. C., and SCHIFF, L. B. (1988). Visualization and wake surveys of vortical flow over a delta wing. *AIAA Journal*, **26**(2) :137–143.

POLHAMUS, E. C. (1966). A concept of the vortex lift of sharp-edged delta wings based on a leading-edge-suction analogy. *NASA TN D-3767*.

POLHAMUS, E. C. (1968). Application of the leading-edge-suction analogy of vortex lift to the drag due to lift of sharp-edge delta wings. *NASA TN D-4739*.

POLL, D. I. A. (1978). Some aspects of the flow near a swept attachment line with particular reference to boundary layer transition. *Cranfield Institute of Technology, CoA Report*, 7805.

PRITCHARD, W. G. (1970). Solitary waves in rotating fluids. *J. Fluid Mech.*, **42**(1) :61–83.

REYNOLDS, G. A. and ABTAHI, . (1989). Three-dimensional vortex development, breakdown and control. *AIAA Paper*, (89-0998).

RILEY, A. J. and LOWSON, M. V. (1998). Development of a three-dimensional free shear layer. *J. Fluid Mech.*, **369** :49–90.

ROCKWELL, D. (1993). Three-dimensional flow structure on delta wings at high angle-of-attack : experimental concepts and issues. *AIAA Paper, 31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibits, Reno, NV*, (93-0550).

SAFFMAN, P. G. (1974). The structure and decay of trailing vortices. *Archive of Mechanics*, **26** :423–439.

SAFFMAN, P. G. (1992). *Vortex Dynamics*. Cambridge University Press.

SEGINER, A. and SALOMON, M. (1986). Performance augmentation of a 60-degree delta aircraft configuration by spanwise blowing. *J. Aircraft*, **23**(11) :801–807.

SHAH, P. N., ATSAVAPRANEE, P., HSU, T. Y., WEI, T., and McHUGH, J. (1999). Turbulent transport in the core of a trailing half-delta-wing vortex. *J. Fluid Mech.*, **387** :151–175.

SHIH, C. and DING, Z. (1996). Trailing-edge jet control of leading-edge vortices of a delta wing. *AIAA Journal*, **34**(12) :2642–2644.

SIPP, D. (1999). *Instabilités dans les écoulements tourbillonnaires.* PhD thesis, École Polytechnique.

SIPP, D. and JACQUIN, L. (2003). Widnall instabilities in vortex pairs. *Phys. Fluids*, **15**(7) :1861–1874.

SPIEGEL, M. R. (1974). *Formules et tables de mathématiques.* Série SCHAUM.

SQUIRE, L. C., JONES, J. G., and STANBROOK, A. (1963). An experimental investigation of the characteristics of some plane and cambered 65° delta wings at Mach numbers from 0.7 to 2.0. *ARC R&M*, (3305).

STEWARTSON, K. and LEIBOVICH, S. (1987). On the stability of a columnar vortex to disturbances with large azimuthal wavenumber : the lower neutral point. *J. Fluid Mech.*, **178** :549–566.

STUART, J. T. (1952). An interim note on the stability of the boundary layer on a swept wing. Technical Report 14-991, ARC R&M.

TREBBLE, W. J. G. (1966). Exploratory investigation of the effects of blowing from the leading edge of a delta wing. *ARC R&M*, (3518).

TSAI, C. Y. and WIDNALL, S. E. (1976). The stability of short waves on a straight vortex filament in a weak externally imposed strain field. *J. Fluid Mech.*, **73**(4) :721–733.

WALEFFE, F. (1990). On the three-dimensional instability of strained vortices. *Phys. Fluids*, **A**(2(1)) :76–80.

WASHBURN, A. E. and VISSER, K. D. (1994). Evolution of vortical structures in the shear layer of delta wings. 25^{th} *AIAA Fluid Dynamics Conference. June 20-23, 1994, Colorado Springs, CO.*

WATSON, M., JAWORSKI, A. J., and WOOD, N. J. (2003). The development of synthetic jets for enhanced control of separated flows. *AIAA Paper*, (2003-3716).

WENTZ, W. H. and KOHLMAN, D. L. (1971). Vortex breakdown on slender sharp-edged wings. *J. Aircraft*, **8**(3) :156–161.

WERLÉ, H. (1953). Visualisations en tunnel hydrodynamique. *La Rech. Aéro.*, **33**.

WERLÉ, H. (1960). Sur l'éclatement des tourbillons d'apex d'une aile delta aux faibles vitesses. *La Rech. Aéro.*, **74**.

WERLÉ, H. (1971). Sur l'éclatement des tourbillons. *ONERA NT*, **175**.

WINANT, C. D. and BROWAND, F. K. (1974). Vortex pairing : the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, **63**(2) :237–255.

WOOD, N. J. and ROBERTS, L. (1988). Control of vortical lift on delta wings by tangential leading-edge blowing. *J. Aircraft*, **25**(3) :236–243.

ZHANG, X. and COLLINS, M. W. (1997). Measurements of a longitudinal vortex generated by a rectangular jet in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids*, **9**(6) :1665–1673.

ZOHAR, Y. and ER-EL, J. (1988). Influence of the aspect ratio on the aerodynamics of the delta wing at high angle of attack. *J. Aircraft*, **25**(3) :200–205.

Contrôle expérimental de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile delta

Résumé : On présente une étude expérimentale du contrôle de l'écoulement tourbillonnaire à l'extrados d'une aile delta de 60° de flèche et possédant un bord d'attaque arrondi. Dans une première partie, on analyse les effets des paramètres géométriques sur les propriétés de l'écoulement. La mesure des vitesses moyennes permet en outre de caractériser les propriétés de stabilité linéaire des tourbillons. La seconde partie concerne l'application d'un contrôle basé sur l'injection de jets dont la fréquence et le débit massique sont modulables. Quatre fentes rectangulaires sont disposées le long du bord d'attaque et alimentées par un système rotatif sous pression. Le soufflage pulsé est inefficace à contrôler les propriétés globales de l'écoulement. En revanche, le forçage continu déplace l'éclatement vers l'amont et permet d'augmenter les maxima de l'effort normal et du moment de tangage. De plus, le soufflage dissymétrique génère un moment de roulis conséquent autour d'incidences particulières.

Mots clé : TOURBILLONS, AILE DELTA, ÉCLATEMENT TOURBILLONNAIRE, VÉLOCIMETRIE LASER A FRANGES, PRESSION INSTATIONNAIRE, STABILITÉ HYDRODYNAMIQUE, MODES EN ANNEAU, ONDES DE KELVIN, CONTROLE ACTIF

Experimental control of vortex dynamics on a delta wing

Abstract : This study concerns the fluidic control of the leading-edge vortices over a 60° sweep angle delta wing with a rounded leading-edge. Firstly, we report experimental measurements on the flow field to characterize the effects of the geometry. Laser Doppler Velocimetry allows us to analyse the linear stability of the vortices. The results of the nominal test conditions establish a basis for studying the influence of the flow control. Secondly, we apply a pulsed or steady blowing at the leading-edge through four thin slots whose frequency and momentum flux are variable. Pulsed blowing is not effective to affect the global characteristics of the flow field. However, the steady control results in the upstream shift of the breakdown location and increases the maximum normal force and pitching moment. An asymmetric control produces a significant rolling moment around certain incidence angles.

Keywords : VORTICES, DELTA WING, VORTEX BREAKDOWN, LASER DOPPLER VELOCIMETRY, UNSTEADY PRESSURE, HYDRODYNAMIC STABILITY, RING MODES, KELVIN WAVES, ACTIVE CONTROL