



**HAL**  
open science

# ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS DE MOUSSE AUTOUR D'OBSTACLES

Benjamin Dollet

► **To cite this version:**

Benjamin Dollet. ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS DE MOUSSE AUTOUR D'OBSTACLES. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005. Français. NNT: . tel-00119699

**HAL Id: tel-00119699**

**<https://theses.hal.science/tel-00119699>**

Submitted on 11 Dec 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I

N attribué par la bibliothèque  
-----

**THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UJF**

**Spécialité : Physique**

préparée au Laboratoire de Spectrométrie Physique

dans le cadre de l'École Doctorale de Physique

par

**Benjamin DOLLET**

soutenance le 16 septembre 2005

**ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS  
DE MOUSSE  
AUTOUR D'OBSTACLES  
CONTRIBUTION À L'ÉTUDE MÉCANIQUE DES MOUSSES  
LIQUIDES**

-----  
**Directeur de thèse :**

François GRANER  
-----

**JURY**

M.	Paul MANNEVILLE	, Président
Mme	Sylvie COHEN-ADDAD	, Rapporteur
M.	Philippe COUSSOT	, Rapporteur
M.	François GRANER	, Directeur de Thèse
M.	Claude VERDIER	, Examineur
M.	Renaud DELANNAY	, Examineur



# Remerciements

Voici enfin l'occasion de se retourner sur trois ans de thèse; que serait-elle sans la présence et l'aide de tous ceux que j'ai côtoyés ?

Ces remerciements s'adressent en premier lieu à mon directeur de thèse, François Graner. Notre relation de travail, entamée dès 2001 et mon stage de petit jeunot, a été à mon sens exemplaire. Son enthousiasme contre mon pessimisme, ses intuitions et sa réflexion fulgurantes contre mon approche plus tâcheronne (mais plus approfondie?), et nos autres différences auront été complémentaires pour bien faire avancer le sujet de recherche. Son encadrement parfaitement dosé, plus directif au début, plus informel à la fin, a fortement contribué à me faire mûrir en tant que scientifique. Son activité débordante dans le domaine de la vulgarisation m'a aussi permis de découvrir une autre facette du métier. Que soit aussi remercié Miguel Aubouy, coencadrant au début de ma thèse, qui m'a transmis son exigence scientifique et dont l'approche plus singulière et conceptuelle de la physique m'a également enrichi. Merci aussi aux collègues aphrodynamiens du groupe, Catherine Quilliet et Philippe Marmottant, qui m'ont toujours considéré en égal. Merci encore à tous les collègues du troisième de Spectro, notamment à mon cobureau Bahram pour l'ambiance studieuse que nous avons su tacitement préserver.

Je remercie les membres du jury, en premier lieu les rapporteurs Sylvie Cohen-Addad et Philippe Coussot, pour leur jugement approfondi et sans complaisance de ce manuscrit, ainsi que Claude Verdier, Renaud Delannay, et Paul Manneville, mon modèle de rigueur et d'exigence scientifique depuis notre stage de DEA en 2002.

Grâce aux multiples échanges et collaborations initiés par François, véritable homme de réseau, j'ai profité d'interactions scientifiques enrichissantes comme peu de thésards en ont la chance. Merci tout d'abord à Florence Élias, grâce à tes visites régulières et à tes talents d'expérimentatrice, j'ai pu démarrer ma thèse dans les meilleures conditions. Merci ensuite à Simon Cox, le Mr. Evolver des mousses, avec qui nous avons entretenu une collaboration toujours fructueuse; merci aussi, Simon, pour le formidable esprit du congrès FRIT à Aberystwyth. Merci aussi à Isabelle Cantat; sans avoir de collaboration formelle, nous avons toujours eu des discussions en toute transparence, et mutuellement enrichissantes. Merci à tous les autres collaborateurs, dont Éric Janiaud (merci



FIG. 1 – La petite communauté de rhéologie 2D des mousses, réunie au congrès FRIT.

pour ton enthousiasme et tes conseils sur l'analyse d'images), les Irlandais de Dublin (et spécialement l'incomparable Wiebke Drenckhan), Yi Jiang à Los Alamos, les physiciens de Porto Alegre et leur accueil typiquement brésilien, Arnaud Saint-Jalmes et son équipe pour leur aide et leur sympathie ; merci aux dizaines d'autres que j'ai rencontrés (photo 1), et que je ne peux tous citer !

Un aussi piètre bricoleur que moi doit tout à l'aide (voire à l'assistance) de bien des personnes : en premier lieu, Patrice Ballet, notre barbu rebelle de technicien, pour ses compétences électroniques, informatiques et mécaniques ; Dédé Carminati, que je salue dans sa retraite active, pour toute la mécanique et pour ton accueil à Autrans ; Richard Perli, qui m'a appris à tourner et à fraiser, et à qui je dois toujours un tour à Chichilianne ; Ralph Gros, David Terrier et tous les autres de l'atelier, pour l'aventure farfelue des ailes d'avion. Merci à tous les stagiaires qui ont mis la main à la pâte : dans l'ordre chronologique, Franck, Kamaal, Julien, Arnaud et Mélanie, votre aide aura été infiniment précieuse. . . Merci enfin aux secrétaires souriantes et dévouées du labo, que serions-nous sans vous ?

Tout ceci est bien beau, mais quel triste sacerdoce serait une thèse sans une ambiance de travail agréable et décontractée comme celle du labo ! Ici aussi, qu'en soit remerciés François, et Catherine Quilliet, dont les concours de rires entretiennent la bonne humeur. Merci à tous les thésards du troisième ! Les anciens, Sébastien Courty, Sébastien Almagro, Hélène et Marguerite ; les « camarades de promotion », Cyril et ta spontanéité, B. J. et ta sérénité, Julien et ton esprit de décision ; et les formidables petits nouveaux : Cyrille, Maud et Malika, que je suis

« dèg » de quitter, Christophe et Jan Paul, irremplaçables compagnons de bonne humeur, de tarot et de baby-foot... Merci à tous les autres thésards et stagiaires qui ont égayé les pauses diverses et variées, à coups d'éclats de rires retentissants, de jets d'eau ou de frisbee plus ou moins précis : merci Philippe, Stéphane, trop tôt partis, Max, Isabelle, Pascale et les autres... Grâce à vous, je peux dire que les pauses et la bonne humeur sont un moteur indispensable dans le travail de recherche !

Mais enfin, il ne suffit pas de travailler avec plaisir pour bien vivre une thèse, et j'ai pu équilibrer ma vie pendant trois ans grâce au fantastique environnement de Grenoble, et ce qui au départ n'était qu'un plus est devenu une véritable passion : combien de dizaines, voire de centaines, de fois ai-je pu arpenter la montagne, tout simplement heureux dans l'instant présent ? Vercors, Chartreuse, Belledonne, Oisans, Écrins, Dévoluy, Grandes Rousses, Mont Blanc, Aiguilles Rouges, Vanoise, Beaufortain, Bauges, Haute-Maurienne, Queyras, Champsaur, vous me manquerez l'an prochain, mais ce n'est qu'un au revoir ; quelles heures inoubliables j'ai passées dans ces massifs aux beautés si variées, en randonnée pédestre ou à raquettes, en escalade ou en alpi ! Que soient remerciées ici les dizaines de personnes ayant partagé de tels instants privilégiés, et notamment ceux qui m'ont fait découvrir cet amour de la montagne : Alex et le groupe des Alpipathes. Travail motivant, bonne ambiance et évasion à deux pas du labo (photo 2) : que souhaiter de mieux pour passer une thèse formidable ?



FIG. 2 – L'auteur de ces lignes à l'Aiguille Orientale du Soreiller, 9 août 2005.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
1.1	Généralités sur les mousses . . . . .	11
1.2	Brève revue de la rhéologie des mousses . . . . .	13
1.2.1	La mousse, fluide complexe . . . . .	13
1.2.2	Modèles . . . . .	14
1.2.3	Mesures . . . . .	17
1.3	Introduction spécifique à cette thèse . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Matériels et méthodes</b>	<b>23</b>
2.1	Dispositif expérimental . . . . .	23
2.1.1	Cuve et bullage . . . . .	23
2.1.2	Flotteur . . . . .	25
2.1.3	Obstacles . . . . .	31
2.1.4	Solution . . . . .	34
2.1.5	Visualisation . . . . .	38
2.2	Déroulement d'une expérience . . . . .	39
2.2.1	Préparation . . . . .	39
2.2.2	Suppression . . . . .	40
2.2.3	Contrôle de la taille des bulles . . . . .	42
2.2.4	Mesure de force . . . . .	42
2.3	Exploitation des mesures . . . . .	44
2.3.1	Mesures globales . . . . .	44
2.3.2	Pré-traitement des images . . . . .	44
2.3.3	Analyse d'images . . . . .	47
2.3.4	Représentation des données . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Résultats : mesures globales</b>	<b>63</b>
3.1	Mesures de force . . . . .	63
3.1.1	Viscosité de la solution . . . . .	63
3.1.2	Aire des bulles . . . . .	66
3.1.3	Épaisseur de la mousse . . . . .	66
3.1.4	Surfactants . . . . .	73
3.1.5	Obstacle . . . . .	74



3.2	Mesures de perte de charge . . . . .	80
3.2.1	Absence d'effet de l'obstacle . . . . .	80
3.2.2	Viscosité de la solution . . . . .	81
3.2.3	Aire des bulles . . . . .	82
3.2.4	Épaisseur de la mousse . . . . .	84
3.2.5	Surfactants . . . . .	84
3.2.6	Récapitulatif des mesures de perte de charge . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Résultats : mesures locales</b>	<b>89</b>
4.1	Moyennes et fluctuations . . . . .	89
4.2	Champs autour d'un obstacle circulaire . . . . .	92
4.2.1	Vitesse . . . . .	93
4.2.2	Pression . . . . .	94
4.2.3	Déformation statistique . . . . .	96
4.2.4	Contraintes élastiques . . . . .	99
4.2.5	Gradients de vitesse . . . . .	99
4.2.6	Champ de T1 . . . . .	104
4.2.7	Tenseur $\bar{\bar{G}}$ . . . . .	107
4.3	Corrélations entre T1, déformations et gradients de vitesse . . . . .	107
4.4	Influence des paramètres . . . . .	110
4.4.1	Débit . . . . .	112
4.4.2	Aire des bulles . . . . .	112
4.4.3	Épaisseur de la mousse . . . . .	116
4.4.4	Viscosité de la solution . . . . .	120
4.5	Étude des différents obstacles . . . . .	120
4.5.1	Comparaison des obstacles circulaires . . . . .	120
4.5.2	Carré . . . . .	125
4.5.3	Aile cambrée . . . . .	125
4.6	Récapitulatif . . . . .	131
<b>5</b>	<b>Discussion des résultats</b>	<b>133</b>
5.1	Origine de la force subie par l'obstacle . . . . .	133
5.1.1	Contributions hors mousse . . . . .	133
5.1.2	Contributions de la mousse . . . . .	134
5.2	Discussion des mesures globales . . . . .	136
5.2.1	Comparaison avec les travaux précédents . . . . .	136
5.2.2	Influence de la viscosité de la solution . . . . .	137
5.2.3	Influence de l'aire des bulles . . . . .	138
5.2.4	Influence des surfactants . . . . .	139
5.2.5	Influence de la géométrie de l'obstacle . . . . .	141
5.2.6	Influence de l'épaisseur de la mousse . . . . .	142
5.3	Discussion des mesures locales . . . . .	143
5.3.1	Champ des vitesses . . . . .	143

5.3.2	Champ de pression . . . . .	146
5.3.3	Répartition des T1 . . . . .	147
5.4	Comparaison des traînées seuil . . . . .	148
5.4.1	Mesure de force à partir des images . . . . .	148
5.4.2	Comparaison de nos deux mesures . . . . .	152
5.4.3	Comparaison expérience–simulations et rôle de la fraction fluide . . . . .	154
<b>6</b>	<b>Modélisation théorique</b>	<b>161</b>
6.1	Objectifs . . . . .	161
6.2	Conservation du tenseur de texture . . . . .	162
6.2.1	Formulation lissée . . . . .	162
6.2.2	Dérivée temporelle du tenseur de texture . . . . .	163
6.2.3	Relation plastique . . . . .	165
6.3	Dissipation dans les mousses en écoulement . . . . .	166
6.3.1	Localisation de la dissipation . . . . .	166
6.3.2	Dissipation extrinsèque et loi de Bernoulli modifiée . . . . .	168
6.4	Questions ouvertes . . . . .	170
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>173</b>
7.1	Résumé . . . . .	173
7.2	Perspectives . . . . .	175
<b>A</b>	<b>Annexes</b>	<b>177</b>
A.1	Tenseurs de texture . . . . .	177
A.1.1	Modèle de Princen . . . . .	177
A.1.2	Comparaison des deux réseaux . . . . .	180
A.2	Relation aire-pression dans une bulle . . . . .	183
A.3	Perte de charge avec et sans obstacle . . . . .	185
A.4	Influence de la perte de charge sur la forme des bulles . . . . .	186



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Généralités sur les mousses

Existe-t-il un matériau à la fois aussi commun et aussi mystérieux que les mousses liquides ? Commun, car on les côtoie de manière quotidienne et car elles sont largement utilisées dans l'industrie [60, 137] : industrie agroalimentaire et cosmétique, extraction pétrolière, lutte contre les incendies, flottation de minerais. Mystérieux, car cet assemblage de bulles de gaz enchâssées dans un réseau de parois liquides présente une variété surprenante de comportements, pas encore tous compris [141].

#### Gaz, liquide et savon

Une mousse liquide est constituée de bulles de gaz emprisonnées dans un réseau continu de liquide. Suivant le rapport entre la quantité de liquide et de gaz, appelé fraction fluide, l'aspect de la mousse est très différent : avec peu d'eau (fraction fluide de l'ordre de 1%), une mousse est formée de bulles polyédrales, séparées par des parois très fines ; au contraire, avec beaucoup d'eau (fraction fluide de 10 à 30% environ), la mousse est formée de bulles arrondies séparées par des films épais.

Chaque interface entre le gaz et le liquide coûte une certaine énergie par unité de surface, appelée tension de surface. Ceci détermine la forme des bulles, qui tendent à minimiser leur énergie, donc leur surface, à volume donné. Ainsi, une bulle isolée a la forme d'une sphère. Dans une mousse, chaque bulle est frustrée dans sa relaxation vers l'état d'équilibre sphérique par la présence de ses voisines : dans ce cas, deux bulles voisines ont intérêt à adopter une face commune la plus plate possible, ce qui explique l'aspect polyédral des bulles en mousse sèche.

Dans une mousse sèche, les bulles sont séparées par des faces (ou films), qui se rencontrent par trois en une ligne commune appelée bord de Plateau, et quatre bords de Plateau se rejoignent en un sommet (ou un vertex). La tension de surface détermine l'équilibre de la structure des bulles : trois faces se rencontrent à  $120^\circ$ ,

et quatre bords de Plateau se rejoignent à l'angle tétraédrique  $\arccos(-1/3) \simeq 109,5^\circ$ . Ceci est dû au fait que chaque film est tendu avec la même tension. Ces règles d'équilibre constituent les lois de Plateau [111].

La stabilité des mousses est garantie par la présence de molécules amphiphiles (encore appelées tensioactifs ou surfactants), constituées d'une partie polaire hydrophile, généralement chargée, et d'une partie apolaire hydrophobe. Ces molécules se disposent naturellement aux interfaces gaz/liquide, et abaissent la tension de surface du liquide par rapport à celle de l'eau pure. Au-dessus d'une certaine concentration, appelée concentration micellaire critique [72, 18], les interfaces sont saturées de tensioactifs, et la tension de surface ne varie plus. Deux interfaces couvertes de telles molécules ont tendance à se repousser, le plus souvent du fait de la charge des têtes polaires, ce qui stabilise les films liquides. De plus, la monocouche de surfactants couvrant les interfaces a des propriétés mécaniques [89] qui influencent celles de la mousse.

Même si les films sont stabilisés par les surfactants, la mousse liquide est un matériau évolutif à la durée de vie limitée. Deux phénomènes pilotent cette évolution : le drainage et le vieillissement. Le drainage est l'écoulement, sous l'effet de la gravité, du liquide présent dans les films ; il tend à assécher et à fragiliser la mousse par le haut. Par ailleurs, les bulles dont la pression est élevée se vident dans leurs voisines, par diffusion du gaz à travers les films liquides : c'est le phénomène de vieillissement.

## Les systèmes expérimentaux dits 2D

La mousse liquide est facile à produire, par exemple en faisant buller du gaz dans une solution savonneuse. Son observation dans l'espace est par contre difficile : les bulles diffusent fortement la lumière, et les techniques employées sont souvent sophistiquées (spectroscopie par diffusion de lumière [67], ou tomographie soit optique [105], soit par rayons X [85]).

Les mousses peuvent être confinées suivant une dimension pour ne plus avoir qu'une bulle d'épaisseur, ce qui permet de les imager facilement. En effet, les bulles elles-mêmes servent de traceur non invasif, au contraire des particules utilisées en Vélométrie à Images de Particules [62]. Cependant, il n'existe qu'un vrai système 2D : les mousses de Langmuir, formées par la coexistence d'une phase gazeuse et d'une phase liquide dans les monocouches de tensioactifs insolubles formées à l'interface air/eau, donc d'épaisseur moléculaire (voir par exemple [64] et les références incluses). Les autres systèmes ont toujours une extension finie dans la troisième dimension, de l'ordre du millimètre. Le premier de ces systèmes est le radeau de bulles [14, 1] (figure 1.1i), pour lequel les bulles flottent librement sur une surface liquide. Le deuxième système (figure 1.1ii) consiste à confiner les bulles entre une solution et une plaque supérieure [128, 135]. Enfin, on peut aussi confiner les bulles entre deux plaques (figure 1.1iii), pour constituer une cellule de Hele-Shaw [128]. L'écoulement des mousses dans ces systèmes est 2D, à condition

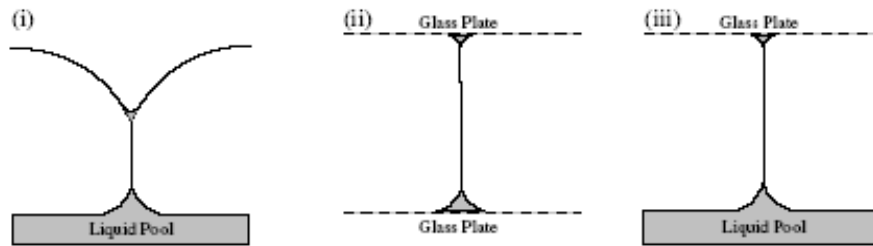


FIG. 1.1 – Figure 6 de [36] : présentation des systèmes à une bulle d'épaisseur. (i) Radeau de bulles, (ii) système entre eau et plaque, (iii) cellule de Hele-Shaw limitée par deux plaques. Voir aussi [136] pour une comparaison détaillée de ces trois systèmes.

que les bulles ne soient bien confinées que sur une seule couche : nous parlerons d'écoulement 2D et pas de mousse 2D. Par contre, la géométrie 3D des bulles est complexe, et nous verrons qu'elle joue un rôle important dans la mécanique des mousses. Un autre avantage de ces systèmes « quasi-2D » est qu'ils sont beaucoup moins influencés par le drainage quand ils sont placés horizontalement.

## 1.2 Brève revue de la rhéologie des mousses

La mousse est un système modèle pour les fluides complexes, car l'échelle de ses constituants élémentaires (les bulles) est accessible à l'œil nu, contrairement aux polymères, par exemple. Son comportement rhéologique encore mal compris motive une recherche très active dont nous allons tenter de présenter l'état de l'art. L'enjeu est de décrire le comportement élastique, le seuil, et le comportement fluide sous cisaillement et sous élongation.

Dans l'esprit des articles de revue [65, 84] ou des ouvrages [141] existants, nous essayons de décrire les résultats existants suivant certains thèmes. Nous commençons par décrire qualitativement les différents comportements adoptés par la mousse. Puis, après avoir présenté brièvement les modèles rhéologiques généraux puis spécifiques, nous présenterons les résultats des mesures quantitatives, aussi bien expérimentales que numériques, et les prédictions théoriques. Nous décrirons successivement les mesures faites plutôt dans le domaine élastique, plastique, puis fluide, avant d'évoquer les études rhéologiques plus générales.

### 1.2.1 La mousse, fluide complexe

Prenons de la mousse à raser ; constituée de gaz et de liquide, elle tient pourtant dans la main sans s'écouler sous son propre poids : c'est une propriété solide, élastique. Si on applique le doigt dedans, la mousse en garde la forme : c'est une

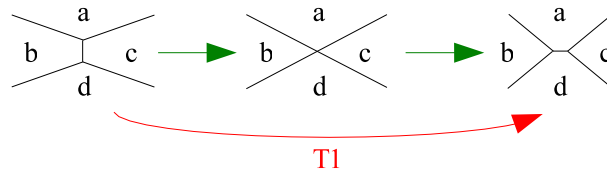


FIG. 1.2 – Schéma d'un T1. Les bulles  $b$  et  $c$  perdent un côté, les bulles  $a$  et  $d$  en gagnent un.

propriété plastique. Sous le fort cisaillement de la lame du rasoir, elle s'écoule. Plus précisément, son élasticité provient du blocage des bulles serrées les unes les autres, dans un minimum d'énergie local. Les bulles étant déformables, elles peuvent bouger les unes par rapport aux autres, via un changement de voisinage : c'est un mécanisme appelé réarrangement topologique ou T1 (figure 1.2). C'est l'événement élémentaire de la plasticité dans les mousses : au premier T1 accompli, on perd la mémoire de la configuration initiale des bulles. Ce mécanisme présente une certaine énergie d'activation, qui se traduit au niveau macroscopique par un seuil en contrainte ou en déformation appliqué à la mousse pour passer du régime élastique au régime plastique. Le régime fluide correspond à la superposition des T1 (écoulement plastique), qui permet aux bulles de s'écouler les unes par rapport aux autres.

## 1.2.2 Modèles

### Viscoélasticité et viscoplasticité : modèles phénoménologiques classiques

Entre les deux limites bien connues que sont l'élasticité classique [86] et l'hydrodynamique des fluides newtoniens [87, 8], existe une large gamme de matériaux aux propriétés mécaniques mixtes : les fluides complexes. La rhéologie, littéralement science de l'écoulement, se focalise principalement sur les propriétés mécaniques de ces matériaux [109, 99, 133, 10, 91]. Le cadre minimal modélisant les propriétés des fluides complexes est la viscoélasticité linéaire : un matériau est alors décrit par un module élastique  $G$  et une viscosité  $\eta$ , et son équation constitutive peut par exemple s'écrire (modèle de Maxwell à 1D) :  $\lambda\dot{\tau} + \tau = \eta\dot{\gamma}$ , où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement et  $\dot{\gamma}$  le taux de cisaillement. Il existe d'autres modèles, comme celui de Kelvin-Voigt, et ces équations peuvent être étendues à 3D. Le comportement du matériau viscoélastique dépend du temps pendant lequel il est sollicité mécaniquement : pour des temps courts devant le temps caractéristique  $\lambda = \eta/G$ , il apparaît élastique, alors qu'il s'écoule aux temps supérieurs.

Ces modèles ne rendent pas compte de la plasticité, et ne décrivent pas les fluides à seuil, dont font partie les mousses, et qui ne s'écoulent qu'à partir d'une contrainte

seuil  $\tau_s$ . Pour décrire de tels fluides, on peut citer deux lois de comportement phénoménologiques, dites viscoplastiques, fréquemment utilisées : la loi de Bingham, pour laquelle la relation entre contrainte et taux de cisaillement s'écrit : pour  $\tau \leq \tau_s$ ,  $\dot{\gamma} = 0$  ou  $\tau = G\gamma$ , et pour  $\tau \geq \tau_s$ ,  $\tau = \tau_s + \eta\dot{\gamma}$  (où  $\eta$  est souvent appelée la viscosité plastique), relation pouvant être écrite avec une loi en puissance (loi de Herschel-Bulkley) :  $\tau = \tau_s + m\dot{\gamma}^\alpha$ .

Ces quelques modèles restent très généraux et phénoménologiques ; nous présentons maintenant des modèles plus adaptés à la description de la plasticité.

### Modèles généraux

Le comportement plastique, à l'inverse du comportement élastique, se traduit par le fait que le matériau considéré subit une déformation irréversible après une sollicitation mécanique. Cette irréversibilité traduit des changements structuraux au cours de la sollicitation. Dans les matériaux cristallins, ce comportement est décrit par les dislocations induites dans le réseau, mais son origine dans les matériaux amorphes est moins évidente à modéliser de façon universelle. Parmi d'autres approches constituant une littérature foisonnante, on peut citer les théories SGR [129] (Soft Glassy Rheology) et STZ [52] (Shear Transformation Zone).

La théorie SGR (et son extension tensorielle [25]) décrit l'évolution d'un système générique décrit par une distribution d'énergie interne. Soumis à un taux de cisaillement, ce système stocke de l'énergie élastique, et peut transiter dans un nouvel état, avec une probabilité en  $e^{-(E-E_{el})/x}$ , où  $E$  est l'énergie interne,  $E_{el}$  l'énergie élastique stockée, et  $x$  une température effective reliée au désordre du système. Cette théorie contient donc deux ingrédients essentiels : charge élastique et décharge de l'énergie stockée activée par une température effective. Cette théorie permet de reproduire une grande variété de comportements rhéologiques : fluide Newtoniens ou à loi de puissance, et fluides à seuil ; ses auteurs ont affirmé qu'elle était un bon candidat à la description de la rhéologie des mousses [24]. Cependant, de récents travaux expérimentaux basés sur des mesures rhéologiques sur sept ordres de grandeur en fréquence [59, 27] ont montré la nécessité de corriger la théorie SGR pour décrire l'ensemble de la relaxation dans les mousses.

La théorie STZ est basée sur l'évolution de la population de zones plastiques (Shear Transformation Zones) dans un matériau soumis à un taux de cisaillement. Ces zones plastiques sont supposées avoir deux états possibles : fluide et bloqué. Elles sont créées, annihilées et transitent irréversiblement d'un état à l'autre sous l'effet du travail plastique appliqué, avec des taux dépendant de la contrainte, de la densité locale du matériau et du taux de cisaillement. Comme la théorie SGR, cette théorie reproduit une grande variété de comportements rhéologiques ; elle n'a pas, à notre connaissance, été quantitativement testée dans le cas des mousses, alors que ses prédictions à contrainte appliquée constante (creep test)



[94] pourraient être comparées aux expériences [27]. Cette théorie est scalaire, et ne tient pas compte des corrélations spatiales des zones plastiques, ce qui est susceptible de limiter son apport à la compréhension de la rhéologie des mousses.

D'autres approches plus microscopiques cherchent plus à décrire l'événement plastique en lui-même et ses conséquences sur l'ensemble du milieu [7, 78, 110]. Dans ces études, l'événement plastique redistribue la contrainte élastique dans le milieu environnant, le chargeant ou le déchargeant suivant sa position angulaire par rapport à la direction de l'événement. Cette redistribution anisotrope induite par les réarrangements a été mise en évidence en simulation [88]. Les simulations basées sur cette description reproduisent, contrairement aux théories SGR ou STZ, des corrélations de réarrangements plastiques (avalanches) [7, 78].

### Modèles spécifiques aux mousses

Les modèles généraux exposés ci-dessus ne constituent pas la seule approche pour une prédiction quantitative de la rhéologie des mousses. Des modèles microstructuraux spécifiques ont aussi été construits, notamment à partir des travaux de Princen [113] et de Khan et Armstrong [80, 81]. Ces études partent d'une mousse 2D parfaitement ordonnée, donc hexagonale, sèche ou humide ; cela permet de dériver des expressions analytiques pour la contrainte seuil et le module de cisaillement, proportionnels à la tension de surface et inversement proportionnels à la longueur du côté des bulles, et décroissants avec la fraction fluide. Nous verrons que ces travaux, malgré la simplicité des hypothèses de départ, sont le plus souvent en bon accord avec les mesures expérimentales.

Des approches théoriques plus macroscopiques ont aussi été proposées. Citons le modèle de fluide à films [90] et des études en élasticité non-linéaire [68]. Ces études ont ainsi montré un aspect très particulier des mousses, à savoir que la seconde différence de contraintes normales est du même ordre de grandeur que la première (voir la littérature standard de rhéologie [109, 99, 133, 10, 91] pour la définition de ces quantités).

Cependant, ces approches théoriques restent strictement limitées à la description du domaine élastique. Des approches plus phénoménologiques employées en simulation permettent de prendre en compte les réarrangements plastiques. Le « modèle bulle » de Durian [50] modélise les bulles comme des sphères molles, qui, au contact, se repoussent avec une force modélisée par un ressort, et inclut une dissipation proportionnelle à la différence de vitesse des bulles voisines. Ce modèle est adapté à l'étude des mousses humides. Le « modèle vertex » [107] se base sur le mouvement des vertex (sommets où se rejoignent les côtés des bulles), avec des ingrédients similaires au modèle bulle : l'énergie est interfaciale et la dissipation est reliée à la différence de vitesse de deux vertex voisins. Ce modèle et ses extensions [22] restent plutôt adaptés aux mousses sèches.

Citons deux autres types de simulations répandus pour étudier la rhéologie des mousses. Le modèle de Potts [144, 75] consiste à considérer une grille de sites, à

numéroter chaque site en fonction de son appartenance à une bulle, et à minimiser une énergie interfaciale avec une contrainte d'aire pour chaque bulle. L'écoulement est simulé en imposant un terme supplémentaire de force extérieure. La simulation est alors de type Monte Carlo : à chaque pas de temps, on change le numéro des sites interfaciaux si et seulement si c'est favorable énergétiquement (condition de température nulle, réaliste pour une mousse). Le modèle de Potts a l'avantage d'être rapide en temps de calcul. Le logiciel Surface Evolver [15] est également utilisé : à partir d'une topologie initiale, il minimise la surface (à 3D) ou la longueur (à 2D) interfaciale totale, à aire de bulles fixée. L'écoulement est simulé en imposant le déplacement d'une rangée (à 2D) de bulles. Ce logiciel donne des résultats plus précis que le modèle de Potts pour un petit nombre de bulles ; il permet notamment le calcul des courbures des interfaces, donc de la pression de chaque bulle. Contrairement aux modèles bulle et vertex, le modèle de Potts et Surface Evolver sont quasistatiques. Cependant, une extension récente, la « mousse visqueuse » [79], permet d'inclure une friction externe dans les simulations 2D avec Surface Evolver.

### 1.2.3 Mesures

#### Mesures élastiques

Le domaine élastique des mousses est sans doute le plus facile à appréhender, puisque dès 1933 Derjaguin [44] a proposé une évaluation du module de cisaillement 2D des mousses liquides ordonnées, reprise cinquante ans plus tard par Princen [113] et Khan et Armstrong [80, 81] notamment, et étendue à 3D par Stamenović [130, 131, 132, 140] pour une mousse désordonnée (avec une théorie de champ moyen tenant compte des corrélations entre premiers voisins). Ces estimations théoriques partent soit d'un modèle hexagonal, soit d'une distribution d'orientation des films [130, 55]. Les mesures expérimentales [115, 29] confirment les prédictions du module de cisaillement, en montrant cependant des écarts dus à la polydispersité des mousses ; la prédiction du module de cisaillement pour une mousse polydisperse reste d'ailleurs un problème ouvert, malgré les résultats de quelques simulations [12, 13, 141]. D'autres mesures [5, 32] montrent que la description de la mousse comme un milieu élastique linéaire reste valable sur une large gamme de déformation.

Cependant, la description de l'élasticité des mousses en terme du module de cisaillement est insuffisante : il existe un domaine d'élasticité non-linéaire [67], et d'autres phénomènes plus subtils comme la dilatance [142], qui consiste en l'augmentation de la fraction fluide sous cisaillement pour une mousse à pression osmotique constante.

## Mesures plastiques

Beaucoup d'études se sont focalisées sur le rôle des réarrangements plastiques (T1) dans la réponse de la mousse. À part quelques études en élongation [122, 54], nous présentons les travaux menés en cisaillement simple, qui ont soulevé des questions aux réponses parfois contradictoires.

Une mousse 2D cisailée subit-elle une localisation sous forme de bande de cisaillement ? Le groupe de Debrégeas a étudié expérimentalement le cisaillement d'une mousse désordonnée et humide cisailée en géométrie de Couette circulaire en cellule de Hele-Shaw, et a mis en évidence une localisation [39]. Ce résultat est reproduit en simulation par Evolver en géométrie de Couette linéaire [78]. Cependant, le même type d'expérience réalisée avec un radeau de bulles désordonné, avec la même fraction fluide, ne montre aucune localisation [93] ; des quantités comme la contrainte élastique ou la déformation dans l'expérience de Debrégeas ne localisent pas non plus [74]. Enfin, des simulations de mousse ordonnée sous Evolver [37] montrent de la localisation en géométrie de Couette circulaire, mais pas en géométrie de Couette linéaire. L'ensemble de ces résultats montrent l'influence du désordre et du mode de dissipation.

À quel degré les T1 sont-ils corrélés ? Certaines études montrent que des avalanches de T1 d'ampleur arbitrairement grande peuvent se produire. Cela est prédit par le modèle vertex [107], par des simulations sous Evolver en mousse 3D ordonnée [119] et par le modèle de Potts en mousse désordonnée et à fort taux de cisaillement [75]. Au contraire, les simulations basées sur le modèle bulle mettent en évidence une échelle de coupure (spatiale, temporelle ou énergétique) aux corrélations de T1 [51], tout comme les expériences en mousse de Langmuir [42] ou en radeau de bulles [92] désordonnés. Ici aussi, le comportement collectif des réarrangements dépend à la fois du désordre et du taux de cisaillement (donc implicitement du mode de dissipation) : les avalanches se produisent pour des mousses ordonnées et à faible taux de cisaillement. D'autres études ont d'ailleurs mis en évidence un changement de comportement à un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}_c \approx 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  sur des grandeurs telles que la contrainte élastique [112, 134] (augmentation de la contrainte élastique moyenne pour  $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ ), la déformation seuil [123] (augmentation de la déformation seuil pour  $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ ) ou les fluctuations de vitesse [106] (distribution de vitesses devenant gaussienne pour  $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ ). Ce changement correspond à une transition entre un comportement essentiellement élastique (ou quasistatique) à bas taux de cisaillement, et fluide à haut taux de cisaillement, et a été rapproché de modèles phénoménologiques comme le fluide d'Herschel-Bulkley.

D'autres phénomènes ont été mis en évidence, comme la coexistence entre un état bloqué et un état fluide en-dessous d'un certain taux de cisaillement [33, 43, 93] ou encore l'ordonnement de mousse désordonnée sous cisaillement [1, 116]. À l'évidence, la panoplie de comportement des mousses liquides est riche et encore mal comprise, cette richesse étant souvent liée aux réarrangements

plastiques.

### Mesures fluides et dissipation

Depuis le travail pionnier de Bretherton [16] sur la dissipation visqueuse d'une bulle confinée dans un capillaire, bien des études se sont attachées à quantifier la dissipation d'une mousse en écoulement. Certains travaux ont cherché à quantifier la dissipation entre bulles [17], mais dans le cas d'une mousse 2D ou d'une mousse 3D suffisamment confinée, c'est la dissipation bulle/paroi qui domine. Dans la lignée de Bretherton, de nombreux travaux [66, 117, 143, 82, 83] ont poursuivi l'étude de la dissipation de bulles confinées dans des capillaires, mettant en évidence l'importance du nombre capillaire  $Ca = \eta V / \gamma$ , où  $\eta$  est la viscosité de la phase liquide,  $V$  la vitesse des bulles et  $\gamma$  la tension de surface, comme quantificateur de la dissipation. Nous aurons l'occasion de mettre en évidence les limites de ces études, qui ne prennent pas en compte de manière détaillée la rhéologie interfaciale. Citons deux approches récentes pour étudier la dissipation dans les mousses : l'étude du mouvement d'une grosse bulle dans une mousse constituée de petites bulles [20, 21, 22], et également l'introduction d'un paramètre de dissipation linéique entre un bord de Plateau et une paroi [79], qui semble introduire de manière satisfaisante la dissipation dans les simulations (modèle de « mousse visqueuse » déjà évoqué précédemment) [37].

### Études rhéologiques

Nous nous concentrons ici sur les études de rhéologie classique d'émulsions et de mousses sous cisaillement, exploitant les modules de stockage  $G'$  et de perte  $G''$  (voir la littérature générale de rhéologie [109, 99, 133, 10, 91] pour la définition de ces quantités), et également la pression osmotique, en fonction de l'amplitude et de la fréquence du déplacement appliqué. L'allure générale de ces courbes est représentée en figure 1.3. Pour des émulsions monodisperses concentrées, Mason et collaborateurs ont étudié en détail cette réponse rhéologique, notamment en fonction de la fraction fluide [101, 102, 103]. Parmi les résultats, on notera la mesure de la fraction fluide à laquelle la contrainte seuil de la mousse s'annule :  $\phi_c = 36\%$  à 3D, et  $16\%$  à 2D [12], correspondant à l'empilement dense aléatoire de sphères. Cette fraction fluide correspond également au minimum de la déformation seuil [102]. Les lois d'échelle suivantes ont été prédites :  $G' \propto \phi(\phi - \phi_c)$  pour le module élastique, et  $\sigma_y \propto (\phi - \phi_c)^2$  pour la contrainte seuil. Le comportement du module de perte  $G'' \propto \sqrt{\omega}$ , visible sur la figure 1.3 pour des fréquences supérieures à  $1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ , a aussi été étudié par ce groupe [96]. Des simulations d'émulsions monodisperses concentrées ont également mis en évidence le comportement rhéofluidifiant et la grande valeur du rapport des différences de contraintes normales [97].

Excepté à très fort taux de cisaillement [71], les mousses se comportent qua-

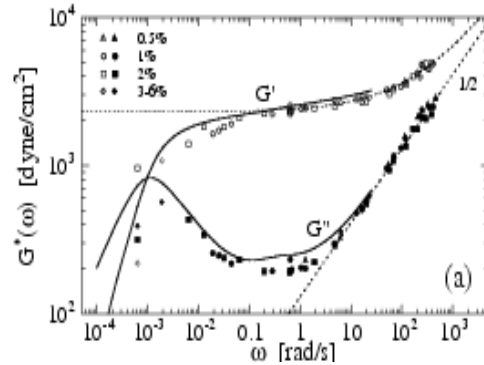


FIG. 1.3 – Figure 1(a) de la référence [59] : allure générale des modules de stockage ( $G'$ ) et de perte ( $G''$ ) d'une mousse ou d'une émulsion, en fonction de la fréquence appliquée.

litativement comme les émulsions, ainsi que l'ont montré Saint-Jalmes et Durian [124], qui ont également montré que la polydispersité ne jouait pas un rôle marquant sur les modules  $G'$  et  $G''$ . Plus récemment, des études sur de grandes gammes de fréquences [59] et des études de relaxation [27] ont montré que la mousse flue à temps et à cisaillement suffisamment grands, respectivement en raison du vieillissement [141] et de l'énergie injectée dans le système.

### 1.3 Introduction spécifique à cette thèse

Cette thèse s'inscrit dans cette recherche sur la rhéologie des mousses, dont l'objectif est l'écriture d'une équation constitutive la plus réaliste possible, donc si possible dérivée d'une étude microstructurale. Nous avons présenté en section 1.2 les succès mais aussi les limites d'une approche rhéologique classique, pour laquelle le lien microscopique-macroscopique est difficile à établir.

Pour tenter de mieux cerner ce lien, nous avons décidé d'étudier l'écoulement à 2D et à bas débit d'une mousse autour d'un obstacle dans un canal. Nous employons le système quasi-2D de la cuve à eau (figure 1.1ii). Le lecteur intéressé pourra visualiser le film réalisé à l'adresse <http://www.ujf-grenoble.fr/PHY/FOREXPER/>, et consulter le site du laboratoire <http://www-lsp.ujf-grenoble.fr>. Ce travail s'inspire de celui de Sébastien Courty à Grenoble, notamment de ses études de cisaillement d'une mousse de Langmuir [30, 32] : Sébastien a établi dans un cas la correspondance entre une force mesurée directement et l'analyse d'images, mais son système était trop sensible pour permettre des études systématiques. Nous nous sommes également inspirés des expériences d'écoulement 2D de mousse dans une constriction et autour d'un obstacle circulaire réalisées par Marius Asipauskas à Notre Dame (États-Unis), qui a analysé en détail les champs locaux pour

une expérience, mais sans mesurer directement la force.

Le but de cette expérience était de réunir les avantages des dispositifs de Sébastien et de Marius, en étendant cette correspondance entre mesures locales et globales à plusieurs paramètres de contrôle. Ainsi, le but expérimental de cette thèse est d'accumuler des données précises et systématiques pour contraindre le plus possible les modèles rhéologiques. Dans cet esprit, notre expérience a plusieurs avantages, dont ceux déjà cités en section 1.1 pour tous les systèmes quasi-2D, et nécessairement quelques limitations :

- Le canal permet, dans la gamme de débits étudiée, d'établir un écoulement de base bien caractérisé, l'écoulement bouchon.
- Ce dispositif donne accès à une mesure de la dissipation de la mousse en écoulement.
- La présence de l'obstacle perturbe l'écoulement en bloc de la mousse, en imposant aussi bien du cisaillement que de l'élongation.
- En retour, la mousse exerce sur l'obstacle une force que l'on peut mesurer.
- L'imagerie et la mesure de forces simultanées est un intérêt essentiel de ce type d'expérience, car cela permet de jeter un pont entre les échelles microscopique et macroscopique. Par exemple, on peut relier la force mesurée sur l'obstacle au champ des contraintes obtenu sur les images.
- Le bas débit a deux avantages : un avantage expérimental, car il est plus facile de contrôler l'écoulement, et un avantage conceptuel, car on part du régime quasistatique mieux connu. Malgré les faibles débits étudiés, le vieillissement reste négligeable, car nos mousses sont humides et car le gaz employé est l'azote, qui diffuse lentement dans l'eau. Plus précisément, nous observons que le temps typique du vieillissement dans notre expérience est de l'ordre de la journée, alors que le temps maximal de transit d'une bulle est d'une heure le long du canal, et de 10 minutes à travers le champ de la caméra.
- L'emploi de la cuve à eau, au lieu d'autres systèmes 2D comme la cellule de Hele-Shaw ou le radeau de bulles (figure 1.1), facilite la mesure de force (en réduisant les frottement obstacle/paroi) et la mesure du champ de pression (voir section 2.3.4 pour plus de détails). De plus, le réservoir d'eau permet de bloquer le drainage. Ce système obéit aux lois de Plateau 2D [111]; les inconvénients de la cuve à eau sont la complexité de la structure 3D d'une bulle, ainsi que l'impossibilité de créer des mousses de fraction fluide inférieure à quelques %.

L'ensemble de cette thèse va donc s'appuyer sur cette *soufflerie aphrodynamique*. Pourquoi ces termes ? Il s'agit réellement d'une soufflerie, car on étudie l'écoulement d'un fluide (certes complexe) autour d'un profil, en mesurant l'interaction fluide/obstacle. Le terme « aphrodynamique » est un clin d'œil à l'Antiquité que ne renierait pas Denis Weaire. En effet, *ο αφρός* signifie en grec la mousse, ou l'écume. Cette racine a donné son nom à Aphrodite, version grecque de Vénus : selon la mythologie, la déesse de l'amour est « née de l'écume » (figure

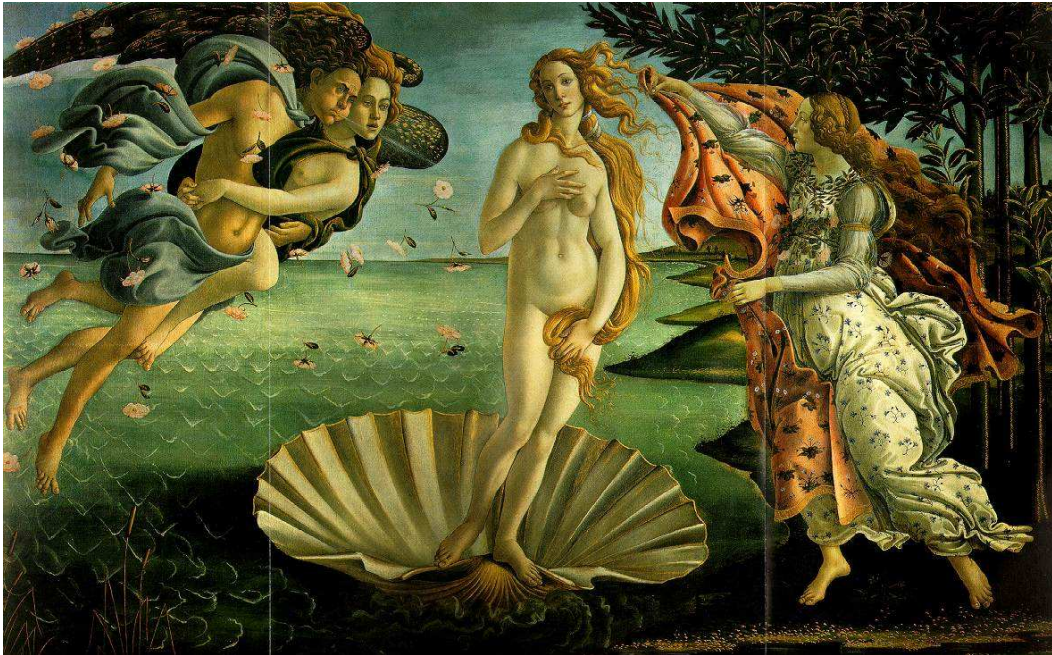


FIG. 1.4 – « La Naissance de Vénus », Botticelli (1486), ou pourquoi la mousse humide attire tous les chercheurs.

1.4) sur une plage chypriote.

Au cours de ce manuscrit, nous détaillons l'ensemble du dispositif expérimental, ainsi que les méthodes mises en œuvre pour extraire les résultats pertinents (chapitre 2). Nous présentons ensuite les mesures effectuées à l'échelle macroscopique (force subie par l'obstacle, perte de charge) au chapitre 3, puis l'ensemble des champs décrivant le comportement microscopique de la mousse au chapitre 4. Ces résultats sont discutés et comparés au chapitre 5, puis nous présentons nos tentatives de modélisation au chapitre 6 avant de conclure l'étude au chapitre 7.

# Chapitre 2

## Matériels et méthodes

Dans ce chapitre, nous allons décrire l'ensemble des techniques expérimentales employées pour étudier l'écoulement de mousses autour d'obstacles.

Nous présentons d'abord le matériel proprement dit, en décrivant successivement la cuve où l'écoulement est créé et la génération de la mousse, les méthodes liées à l'utilisation de l'obstacle, la solution employée et les techniques de visualisation. Dans un deuxième temps, nous décrivons le déroulement usuel des expériences, en détaillant les étapes préliminaires, les réglages nécessaires en cours d'expérience (surpression, taille de bulles), les mesures et enfin leur exploitation.

Nous nous attachons à justifier l'ensemble de nos choix. Nous soulignons les limites de l'expérience, en expliquant les moyens mis en œuvre pour optimiser les mesures.

### 2.1 Dispositif expérimental

#### 2.1.1 Cuve et bullage

##### Cuve

Les expériences sont réalisées dans un canal (figure 2.1) de dimensions : 1,10 m de long, 10,0 cm de large et 10,0 cm de haut. La base et les bords latéraux sont fixés ensemble une fois pour toutes. La plaque supérieure, ou couvercle, est au contraire mobile et apposée au coup par coup. Elle est à la fois plus large (14,0 cm), pour favoriser l'étanchéité par rapport aux bords latéraux, et plus courte (95 cm), pour l'accès des tuyaux en amont, et pour l'évacuation de la mousse en aval. Le matériau utilisé pour ces pièces est le verre, choisi pour sa planéité, sa faible rugosité et sa résistance aux rayures. L'épaisseur des plaques de verre utilisées est  $5,9 \pm 0,1$  mm.

Pour garantir l'étanchéité à ces deux extrémités, nous avons également fabriqué deux pièces en plexiglas (pompeusement appelées les châteaux). Le château amont (de hauteur 3,5 cm) est collé sur la plaque supérieure, tandis que le château



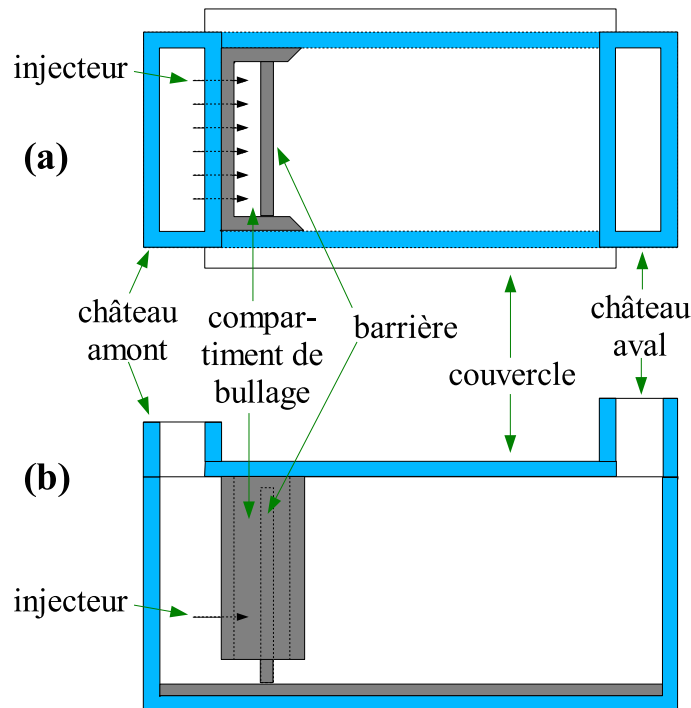


FIG. 2.1 – Schéma de l'ensemble du canal. (a) Vue en coupe de dessus, (b) vue en coupe de côté. La couleur bleue symbolise les sections des plaques de verre, et la couleur grise les pièces de plastique (plaque inférieure et compartiment de bullage). L'échelle n'est pas respectée (voir le texte pour les dimensions réelles). Les tuyaux sortant de la vanne et alimentant les injecteurs en passant par le château amont ne sont pas représentés.

aval (de hauteur 12 cm) est simplement posé sur le reste du canal. Pour améliorer la visualisation, une plaque de plastique noir (POM) est posée sur le fond du canal. Les autres pièces seront décrites au prochain paragraphe.

Le fait de pouvoir retirer le couvercle et les châteaux procure beaucoup de souplesse d'utilisation, mais l'étanchéité, à refaire à chaque fois, devient problématique. Il faut répondre aux critères suivants : étanchéité à une surpression jusqu'à  $2 \times 10^2$  Pa (maximum mesuré au cours des expériences, voir section 3.2), joint facile à mettre et à enlever, d'épaisseur négligeable, et ne laissant pas de trace pour permettre l'observation latérale. Nous avons finalement choisi la graisse à vide, à apposer soigneusement sur tout le bord du canal, sans déborder à l'intérieur (la graisse étant hydrophobe, elle dégrade la mousse en contact). En effet, la graisse est transparente, et une faible quantité garantit une étanchéité suffisante.

La cuve repose sur un banc d'optique en marbre monté sur trois vis. Deux de ces vis sont situées au niveau du château amont, de part et d'autre du banc, et la troisième est située au niveau du château aval. Cette vis, contrairement aux

deux autres, est équipée d'une butée. On a réglé les deux vis amont une fois pour toutes pour garantir une horizontalité optimale de la cuve (en l'occurrence à  $0,05^\circ$  près), à la fois longitudinalement et transversalement, quand la troisième vis est en butée, à l'aide d'un niveau numérique. En revanche, la vis aval reste réglable ; elle permet la compensation et la mesure de la perte de charge de la mousse en écoulement (voir section 2.2).

## Bullage

Pour fabriquer la mousse, il suffit de faire buller du gaz dans une solution de tensioactifs, qui sera décrite en section 2.1.4. Nous avons utilisé de l'azote pour rendre négligeable le mûrissement pendant la durée de l'expérience : les bulles ont en effet une durée de vie dans le canal de 30 secondes à une heure selon le débit. Le débit d'azote est contrôlé par deux débitmètres asservis par ordinateur (Brooks), qui fournissent un débit précis et constant. Chaque débitmètre est caractérisé par sa pleine échelle (le débit maximal qu'il peut fournir), et est précis jusqu'à un débit 50 fois inférieur à la pleine échelle. Pour faire varier précisément le débit sur trois décades, nous avons utilisé deux débitmètres à pleine échelle décalée :  $100 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$  et  $2000 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ . Ces débitmètres ont été interfacés par Patrice Ballet au laboratoire. En sortie des débitmètres, l'azote est dirigé sur une vanne constituée de six robinets qui permet de distribuer le gaz dans plusieurs injecteurs simultanément. Ces injecteurs bullent dans un compartiment de bullage, fermé sur trois côtés par une pièce de plastique collée sur la plaque supérieure, et sur le quatrième par une barrière qui ne laisse passer qu'une monocouche de bulles (figure 2.1).

Il est bien connu qu'à injecteur donné, le volume d'une bulle augmente avec le débit de gaz [26]. Pour pouvoir contrôler indépendamment le débit de gaz et le volume des bulles, il faut donc utiliser différents injecteurs. Par exemple, si on veut travailler à volume de bulle constant, il faut utiliser soit des embouts de diamètres différents, soit plusieurs injecteurs de même taille à la fois. Cela crée de fait une discrétisation des débits possibles. Nous avons ainsi utilisé des seringues, de diamètre extérieur 0,7 ou 1,1 mm, ainsi que différents embouts de tuyaux, de diamètre intérieur 2,4, 3,0, 3,2, 3,6, 5,5 et 8,0 mm. Les seringues sont laissées à demeure sur le compartiment de bullage (figure 2.1), alors que les embouts de tuyaux sont simplement ajoutés aux tuyaux sortant des vannes et introduits par-dessous le compartiment de bullage.

### 2.1.2 Flotteur

#### Principe

Chaque profil d'obstacle est ajusté sur un même élément de base : le flotteur. C'est un cylindre de diamètre 30 mm, de hauteur totale 23 mm, fabriqué en

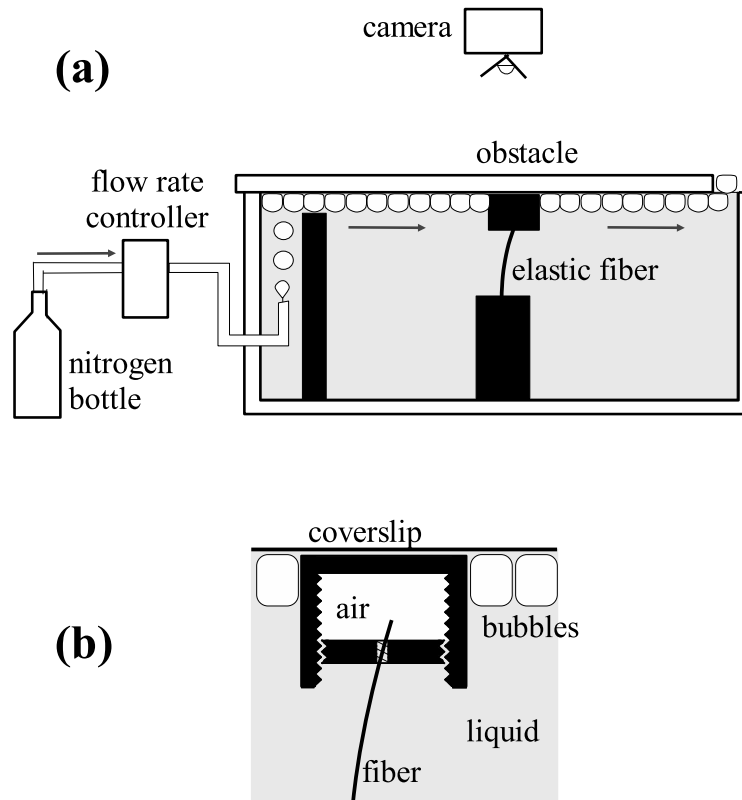


FIG. 2.2 – Schéma de l'obstacle. (a) Vue de côté schématisant le principe de la mesure de force, (b) vue détaillée du flotteur.

plastique noir. L'ajustement entre le flotteur et le profil ajouté est décrit à la section 2.1.3. L'obstacle doit impérativement respecter deux critères : la mousse doit couler autour, ni par-dessus ni par-dessous, et il doit permettre une mesure fiable de la force exercée par la mousse sur le profil.

Nous avons choisi une méthode de mesure de force simple dans son principe [30] (figure 2.2a) : le flotteur est mobile, mais il est relié à une partie fixe par une fibre élastique. Quand l'obstacle subit une force exercée par la mousse, il a tendance à se déplacer ; il subit alors une force de rappel de la part de la fibre défléchie. Quand l'équilibre entre la force de la mousse et la force de rappel est atteint, la force de la mousse se déduit de la mesure du déplacement de l'obstacle par rapport à sa position au repos.

### Frottements

Pour que la mousse coule autour de l'obstacle et non par-dessus, l'obstacle et le couvercle supérieur doivent être en contact. Cela induit inévitablement des

frottements, qu'il faut minimiser jusqu'à atteindre la précision recherchée sur la mesure de force. Une première façon d'abaisser les frottements consiste à minimiser la surface de contact entre l'obstacle et le couvercle : la surface supérieure de chaque profil est creusée pour ne laisser qu'une fine collerette externe par laquelle s'effectue le contact obstacle/couvercle (cette collerette est le bord extérieur noir visible sur les photographies des obstacles en figure 2.6). Il reste alors une poche d'air emprisonnée à l'intérieur du profil par la collerette.

Les frottements sont alors minimisés quand l'obstacle flotte juste assez pour être presque en contact avec le couvercle. Le contact s'effectue alors par le biais d'un film de lubrification (pont capillaire) : l'obstacle ne subit aucun frottement solide, et réagit à la moindre force horizontale. S'il flotte trop, il appuie sur le couvercle. Si au contraire il ne flotte pas assez, il faut une force supplémentaire pour le faire adhérer au couvercle ; en l'occurrence, la poche d'air à l'intérieur du profil joue le rôle d'une ventouse. Dans ces deux cas, on observe que l'obstacle ne bouge pas en-dessous d'une force de l'ordre de quelques mN, du même ordre que les forces à mesurer : c'est un frottement de type « solide » car existant même dans la limite de vitesse nulle. Ce type de frottement empêchant toute mesure fiable, il faut ajuster finement la flottabilité de l'obstacle. Or les différents profils n'ont pas tous le même volume ni le même poids, il faut donc ajuster la flottabilité du flotteur lui-même.

Pour ce faire, le flotteur est lui-même constitué de deux éléments : une partie creuse, et une vis étanche qui vient la fermer et emprisonner ainsi un volume d'air réglable (figure 2.2b). Le réglage s'effectue, en fonction du profil choisi, avant chaque expérience. En cours d'expérience, on vérifie qu'on est dans le cas optimal en regardant si la position de l'obstacle fluctue.

Notons pour terminer qu'il est impossible d'éviter le frottement fluide, lié à l'écoulement dans le pont capillaire quand l'obstacle est en mouvement. Ceci induit un temps de réponse de l'obstacle de l'ordre de plusieurs secondes, qui interdit l'étude des régimes transitoires plus rapides et l'analyse détaillée des fluctuations de position rapides de l'obstacle en régime permanent (voir section 2.2.4).

### **Partie fixe et fibre**

Le contact entre l'obstacle précédemment décrit et la fibre élastique s'effectue par un trou de diamètre 0,5 mm au centre de la vis (figure 2.2b) dans lequel la fibre élastique, une fois introduite, vient coulisser. À l'autre extrémité, la fibre est encastrée dans un cylindre de plastique noir, appelé le socle. Nous avons utilisé de la fibre optique préalablement dénudée, en conservant le cœur de verre, car son diamètre et ses propriétés élastiques sont bien définies (voir calibration).

La raideur de la fibre doit être ajustée : si elle est trop rigide, la déflexion de la fibre est faible et la précision relative de la mesure de force n'est pas optimale. Si elle est trop souple, la fibre est trop défléchie et elle peut

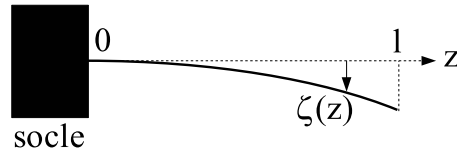


FIG. 2.3 – Schéma et notations pour la calibration de la fibre sous son propre poids.

sortir de l'obstacle. La déflexion optimale est de l'ordre de 1 cm ; la mesure du déplacement de l'obstacle est alors précise à mieux que 1% près (voir section 2.2.4 pour la précision absolue sur la position de l'obstacle). On peut jouer sur deux paramètres de la fibre : son diamètre et sa longueur. Nous avons choisi une fibre dont le cœur a un diamètre  $D = 240 \pm 6 \mu\text{m}$ . Pour faire varier la longueur, nous avons utilisé quatre socles de hauteur différente, correspondant à des longueurs de fibre de 2,5 à 5 cm, dépendant du réglage. La raideur de la fibre varie ainsi de 0,3 à  $2 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ .

Pour pouvoir déduire de la déflexion de la fibre une mesure précise de la force, il faut à la fois connaître précisément les propriétés élastiques de la fibre, en l'occurrence son module d'Young, par calibration, et la relation force-déplacement. Nous allons maintenant détailler successivement ces deux points.

### Calibration de la fibre

Nous avons choisi de calibrer la fibre sous son propre poids. Le principe de cette calibration est simple : il faut ajuster la forme affectée par la fibre défléchie sous l'effet de son propre poids par l'expression théorique de cette forme, bien connue si la fibre est encastree horizontalement à l'une de ses extrémités. Dans ce cas, la forme est décrite par l'équation [86] :

$$\zeta(z) = \frac{qz^2}{24EI}(z^2 - 4lz + 6l^2),$$

où  $q = mg/\ell$  est le poids de la fibre par unité de longueur,  $I = \pi D^4/64$  son moment d'inertie par rapport à son axe, et  $\ell$  sa longueur projetée sur un axe horizontal (figure 2.3). On a donc :

$$\zeta(z) = \frac{8mgz^2}{3\pi\ell ED^4}(z^2 - 4lz + 6l^2). \quad (2.1)$$

On mesure  $\ell = 17,4 \pm 0,05 \text{ cm}$  au réglet gradué, et  $m = 19,56 \pm 0,01 \text{ mg}$  à la balance de précision. Le paramètre ajustable restant est  $ED^4$ .

Expérimentalement, nous avons procédé de la façon suivante : à partir du zéro (position d'encastrement), nous avons relevé les coordonnées de la fibre à intervalles réguliers. Si l'encastrement était parfait, il suffirait d'ajuster l'ensemble

des données avec la formule (2.1). Dans la pratique, cette condition n'est pas parfaitement respectée : pour encastrer la fibre dans le socle, il faut y forer un trou de même diamètre. Or non seulement il n'existe pas de forêt de 0,24 mm de diamètre, mais en plus le forêt le plus proche en diamètre (0,3 mm) est trop fragile pour être utilisé directement. Nous avons donc utilisé un forêt de 0,5 mm pour forer un premier trou dans le socle, puis nous avons prolongé ce trou avec le forêt de 0,3 mm. Nous avons supposé que ceci revenait, pour l'ajustement de la forme de la fibre à l'expression théorique, à décaler l'abscisse de la position d'encastrement, c'est-à-dire à remplacer  $z$  par  $z + z_0$  dans la formule (2.1), ce qui est pleinement justifié par la précision dudit ajustement (figure 2.4). On tire de l'ajustement des données expérimentales la valeur suivante :  $8mg/3\pi\ell ED^4 = (4,23 \pm 0,03) \times 10^{-9} \text{ mm}^{-3}$ , d'où on déduit, avec l'imprécision sur  $\ell$  :

$$ED^4 = (2,21 \pm 0,02) \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{m}^4.$$

On peut en déduire la valeur de  $E$  :  $E = (6,7 \pm 0,7) \times 10^{10} \text{ Pa}$ , ce qui est compatible avec les valeurs connues du module d'Young du verre [98].

### Relation force-déplacement

L'obstacle applique à la fibre, par ailleurs encastrée dans le socle, une force ponctuelle au niveau du trou dans la vis (figure 2.2). La relation entre cette force  $\vec{F}$  et la déflexion  $\vec{X}$  de la fibre est un résultat classique en élasticité [86], et on utilise en général la relation linéaire :  $\vec{F} = 3\pi ED^4 \vec{X} / 64\ell^3$ . Cependant, dans nos expériences, la déflexion de la fibre est souvent non négligeable devant sa longueur : elle peut atteindre jusqu'à 2 cm, pour une longueur de 4 à 5 cm suivant les socles utilisés. Pour une précision meilleure que 10%, il faut donc aller au-delà de la formule linéaire.

En adimensionnant toutes les longueurs par la quantité  $\sqrt{IE/2F}$ , où  $I = \pi D^4/64$  est le moment d'inertie, la formule exacte s'écrit :

$$\begin{cases} L = 2\sqrt{\sin \alpha_0} \\ X = \int_0^{\alpha_0} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\sin \alpha_0 - \sin \alpha}} d\alpha \end{cases} \implies X = \int_0^{\arcsin L^2/4} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{L^2/4 - \sin \alpha}} d\alpha, \quad (2.2)$$

où  $\alpha$  désigne l'angle de la fibre par rapport à la verticale à une position donnée, et  $L$  est la hauteur de la fibre entre les positions d'encastrement et d'application de la force (figure 2.5). Cette expression est exacte mais difficile à utiliser : c'est une relation implicite entre la force et le déplacement impliquant une fonction elliptique, ce qui est impossible à implémenter dans le logiciel d'analyse de données employé.

Le meilleur compromis consiste donc à développer la formule (2.2) en puissances de  $L$  au-delà de l'ordre le plus bas, ce qui est facile avec un logiciel de

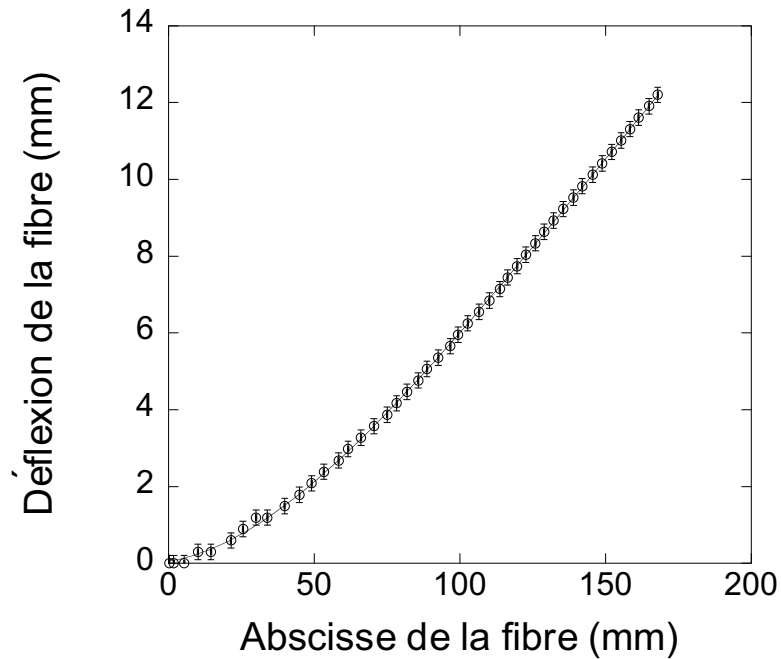


FIG. 2.4 – Calibration de la fibre sous son propre poids : les points expérimentaux sont représentés par les cercles. Les barres d'erreur représentent la précision de 0,5 pixel sur l'image, soit 0,2 mm en réalité (négligeable en ordonnée : remarquer la différence d'échelle). La courbe provient de la formule (2.1). La précision atteinte sur le paramètre  $ED^4$  est meilleure que 1%. L'ajustement donne  $z_0 = 8$  mm : la valeur et le signe de ce paramètre sont compatibles avec un encastrement décalé à l'intérieur du socle (voir texte).

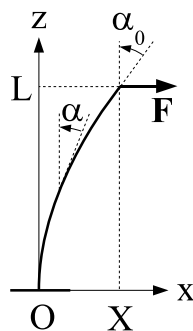


FIG. 2.5 – Schéma et notations pour l'établissement de la relation force-déplacement.

calcul formel (Mathematica). En exprimant les trois premiers ordres, et en redimensionnant les longueurs, on a ainsi :

$$\frac{X}{L} = \frac{\xi}{6} + \frac{\xi^3}{280} + \frac{\xi^5}{7392} + \mathcal{O}(\xi^7),$$

où  $\xi = 2FL^2/IE = 128FL^2/\pi ED^4$ . L'inversion de ce développement donne :

$$\xi = \frac{6X}{L} - \frac{162}{35} \left(\frac{X}{L}\right)^3 + \frac{59292}{13475} \left(\frac{X}{L}\right)^5 + \mathcal{O}\left(\frac{X}{L}\right)^7,$$

d'où la relation force-déplacement que nous utiliserons par la suite :

$$F = \frac{\pi ED^4}{64L^2} \left[ \frac{3X}{L} - \frac{81}{35} \left(\frac{X}{L}\right)^3 + \frac{29646}{13475} \left(\frac{X}{L}\right)^5 + \mathcal{O}\left(\frac{X}{L}\right)^7 \right]. \quad (2.3)$$

On retrouve à l'ordre le plus bas la formule linéarisée. La déflexion relative maximale dans nos expériences atteint  $X/L = 0,345$ . Pour une telle valeur, en se basant sur la formule au septième ordre, la formule (2.3) donne une erreur de 0,3% sur la mesure de force, alors que la formule linéarisée donne déjà 9% d'erreur. Rappelons que c'est le paramètre  $ED^4$  qui est pertinent, plutôt que le module d'Young.

### 2.1.3 Obstacles

#### Formes simples

L'obstacle de base de notre expérience de Stokes est le cercle. Le plus simple consiste à utiliser le flotteur nu, sans profil ajouté : cela donne un cercle de diamètre 30,0 mm (figure 2.6a). À partir de ce profil de base, on peut étudier plusieurs paramètres : pour commencer, la taille de l'obstacle, en utilisant un cercle plus grand, de diamètre 48,0 mm (figure 2.6b). Autour de ces obstacles, comme de tous les profils lisses, la mousse glisse en s'écoulant. En gardant une symétrie circulaire, on peut modifier cette condition aux limites en une condition de non-glissement en accrochant les bulles à la surface de l'obstacle : nous avons ainsi réalisé une roue dentée, obtenue à partir d'un cercle de diamètre 43,5 mm dans lequel ont été creusées des dents en forme de demi-cercle de diamètre 4,0 mm (figure 2.6c).

On peut ensuite abaisser progressivement la symétrie de l'obstacle. Nous avons construit un carré de côté 33,9 mm, donc de diagonale 48 mm égale au diamètre du grand cercle (figure 2.6d). Alors que le cercle ne permet de mesurer qu'une traînée, le carré nous permet déjà d'envisager l'étude d'effets supplémentaires, comme des effets d'orientation dans l'écoulement.



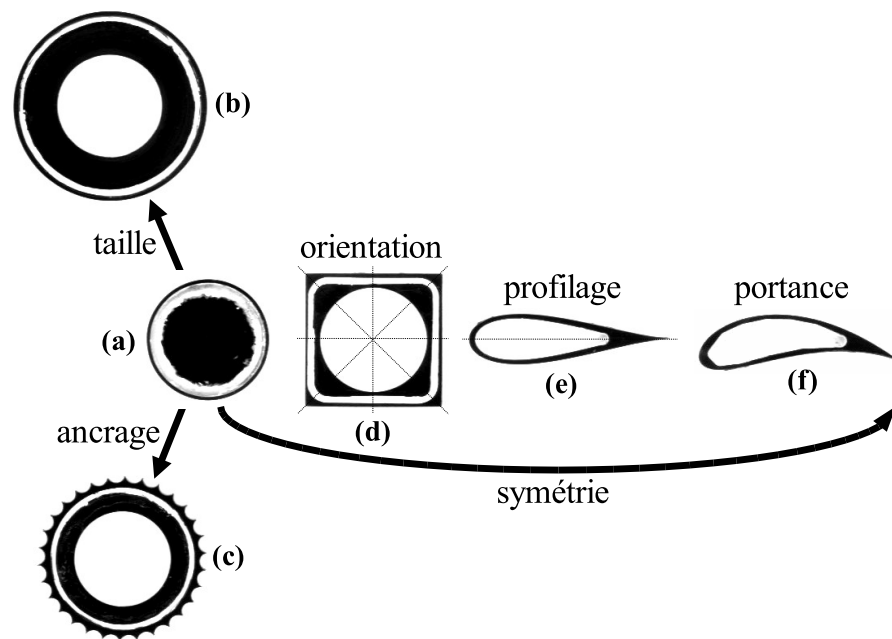


FIG. 2.6 – Schéma de l'ensemble des obstacles utilisés. À chaque profil est associé la caractéristique qu'il permet d'étudier (voir texte). (a) Petit cercle, (b) grand cercle, (c) roue dentée, (d) carré, (e) aile droite, (f) aile cambrée. L'ensemble de ces obstacles a été fabriqué au laboratoire, au tour et à la fraise (de a à d) ou à la fraiseuse numérique (e et f).

### Profils d'aile

L'étape suivante est de construire des formes moins symétriques, comme les profils d'aile. L'étude de ces formes est dans l'esprit de notre expérience, qui est une soufflerie aéro-dynamique, à utiliser de façon aussi systématique que pour les fluides newtoniens. Transposer l'étude des ailes à notre soufflerie a ainsi plusieurs avantages : le profil comme l'écoulement de fluide parfait sont connus analytiquement, on peut étudier si la traînée est optimisée, et ces formes permettent l'étude du couple et de la portance. Nous avons pu construire des formes aussi complexes car l'atelier du laboratoire possède une fraiseuse numérique capable d'usiner n'importe quel profil bidimensionnel rentré sous forme de courbe paramétrée. Or les profils d'aile classiques, les profils de Joukovski [62], sont faciles à exprimer d'une telle manière. Tout profil de Joukovski est l'image d'un cercle par la transformation conforme de Joukovski :  $z = Z + \frac{c^2}{Z}$ , où  $c$  est un réel. Plus précisément, pour obtenir un profil d'aile avec un bord de fuite pointu, le cercle doit passer par le point  $Z = c$  (condition de Kutta). À partir du cercle  $|Z| = c$ , qui se transforme en segment  $-2c \leq z \leq 2c$ , on peut décentrer le cercle. Un décentrage suivant l'axe réel permet d'augmenter progressivement l'épaisseur du profil (images des cercles  $Z + a = (c+a)e^{i\theta}$  avec  $a \leq 0$ ), alors qu'un décentrage suivant l'axe imaginaire engendre un profil cambré (images des cercles  $Z - ib = e^{i\theta}\sqrt{a^2 + b^2}$  avec  $b \geq 0$ ). La combinaison des deux types de décentrage donne un profil d'aile réaliste, proche des ailes d'avion réelles, à la fois épais et asymétrique [70].

L'atelier du laboratoire a ainsi fabriqué un profil d'aile symétrique, d'épaisseur égale à 25% de sa longueur totale (il s'agit du profil NACA0025 bien connu des aérodynamiciens [108], figure 2.6e). Après quelques calculs, on peut montrer que le profil de Joukovski correspondant s'écrit de façon paramétrée :

$$\begin{cases} x(t) = 25 \sin t \\ y(t) = 4,811(1 + \cos t) \sin t, \end{cases}$$

avec  $-\pi \leq t \leq \pi$ , pour une aile longue de 50 mm et large au maximum de 12,5 mm.

De même, en combinant asymétrie et cambrure, nous avons construit un profil d'aile asymétrique (figure 2.6f) d'équation paramétrée suivante :

$$\begin{cases} x(t) = 12,5a_+(t)(0,1682 + \cos t) \\ y(t) = 12,5a_-(t)(0,25 + \sin t) \end{cases}, \quad (2.4)$$

où  $a_{\pm}(t) = 1,25 \pm \{1,25[(0,1682 + \cos t)^2 + (0,25 + \sin t)^2]\}^{-1}$ .

Ces profils permettent d'étendre la gamme de phénomènes étudiés. L'aile symétrique permet, tout comme le carré, d'étudier des effets d'orientation, et de couple. Enfin, l'aile asymétrique subit une portance qu'il sera également très intéressant d'étudier. Par contre, il n'est pas possible d'étudier la portance subie par l'aile symétrique placée en incidence non nulle dans l'écoulement : comme elle

glycérol (% massique)	viscosité ( $\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ )	masse volumique ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	tension de surface ( $\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$ )	élasticité de surface ( $\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$ )	viscosité de surface ( $\text{Pa} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ )
0	$1,06 \pm 0,01$	$998 \pm 6$	$26,13 \pm 0,14$	$8,3 \pm 0,8$	$1,1 \pm 0,6$
20	$1,56 \pm 0,01$	$1040 \pm 6$	—	—	—
30	$2,26 \pm 0,02$	$1065 \pm 6$	—	—	—
40	$3,76 \pm 0,04$	$1094 \pm 6$	—	—	—
50	$9,33 \pm 0,07$	$1116 \pm 6$	$24,24 \pm 0,04$	$14 \pm 3$	$2 \pm 2$

TAB. 2.1 – Propriétés des différentes solutions utilisées.

peut tourner librement dans son plan, nous verrons qu'elle s'aligne spontanément avec la direction de l'écoulement. On peut envisager de forcer son orientation de manière intrusive en la bloquant avec un objet en contact, mais les forces de contact fausseraient la mesure de force.

### 2.1.4 Solution

#### Description de la solution de base

La solution de base utilisée est une solution de surfactant et d'eau désionisée. Nous avons utilisé le savon disponible au laboratoire : il s'agit du détergent Taci (Henkel, Ecolab), constitué majoritairement du surfactant anionique Teepol. Nous l'avons toujours utilisé dilué à 1% en volume, ce qui nous place très au-dessus de la concentration micellaire critique. Par ailleurs, l'emploi d'eau désionisée est préférable pour la stabilité des bulles, car sinon des cations écranteraient la répulsion électrostatique des deux monocouches de surfactants anioniques en regard dans les films entre deux bulles (voir la section 1.1).

#### Viscosité de la solution

Nous avons fait varier la viscosité de la solution en ajoutant du glycérol (Sigma, pureté 99%) à la solution précédemment décrite. Nous avons utilisé les concentrations suivantes en masse : 20, 30, 40 et 50%. En raison de la quantité de glycérol mise en jeu (5 l), nous avons fabriqué ces solutions à la suite, la première en ajoutant la quantité nécessaire de glycérol à la solution de surfactant pour atteindre les 20% de pourcentage massique, les suivantes en rajoutant progressivement du glycérol à la solution précédente. Le glycérol est miscible avec l'eau mais plus dense (masse volumique  $1,26 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ), il faut donc bien le mélanger.

Cette méthode n'est pas très précise en termes de concentration massique, mais c'est la mesure précise a posteriori de la viscosité qui compte. Nous avons mesuré la viscosité d'un échantillon pour chaque concentration, à l'aide d'un

viscosimètre à capillaire, ou viscosimètre de Ubbelohde (Schott-Geräte). Cet appareil mesure la durée d'écoulement  $t$  du liquide dans un capillaire entre deux diodes photoélectriques, d'où on peut déduire la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide étudié par la formule :  $\nu = K(t - \vartheta)$ , où  $\vartheta$  est une correction tabulée par le constructeur. Pour chaque échantillon, nous avons effectué cinq mesures successives, dans un bain thermostaté à 20°C. Les viscosités mesurées sont reportées à la table 2.1, l'incertitude venant de la dispersion statistique des temps successivement mesurés. En outre, la viscosité est connue pour varier significativement avec la température : une variation de 1°C fait varier la viscosité de l'eau de 2% [98]. En estimant à 2°C la variation de température dans la salle pendant les expériences, nous en déduisons que la viscosité est connue à 4% près. Notons par ailleurs que la masse volumique des solutions augmente avec la concentration de glycérol, comme indiqué à la table 2.1.

### Propriétés de surface

Nous avons mesuré la tension et la viscoélasticité de surface des deux solutions extrêmes (0 et 50% de glycérol) au Laboratoire de Physique des Solides d'Orsay. Cette mesure a été faite sur un appareil fabriqué par IT Concept qui analyse la forme d'une bulle d'air formée au bout d'une seringue dans la solution étudiée. La tension de surface se déduit de la forme de la bulle à l'équilibre, alors que la viscoélasticité de compression de surface est déduite de la réponse de la bulle à une oscillation imposée de son volume (méthode de la bulle oscillante), cette réponse étant exprimée comme un module de compression viscoélastique complexe :  $G = G' + iG'' = \varepsilon + i\omega\kappa$ , où  $\varepsilon$  est le module élastique de compression de surface, et  $\kappa$  la viscosité de compression de surface. Nous avons effectué cette mesure du module viscoélastique pour une période d'oscillation de 5 s. La mesure de tension de surface est précise à mieux que 1% près, et montre que la solution avec glycérol a une tension de surface moindre que celle sans glycérol. Cette diminution de la tension de surface avec la concentration en glycérol est également observée dans le cas des solutions eau-glycérol sans surfactant [98]. La mesure de viscoélasticité de compression est moins nettement moins précise que celle de la tension de surface, surtout pour  $\kappa$  (table 2.1).

### Tension de ligne

Une propriété importante d'une mousse bidimensionnelle est sa tension de ligne, définie comme l'énergie par unité de longueur de chaque film séparant deux bulles. Dans notre système, même si la mousse n'est pas strictement 2D, nous pouvons définir et mesurer une tension de ligne effective comme étant la force exercée sur une paroi par un film unique (insert de la figure 2.7). Nous avons mesuré cette force par la méthode décrite en section 2.1.2. Cette expérience est difficile et aléatoire, la durée de vie d'un film unique étant très courte; nous

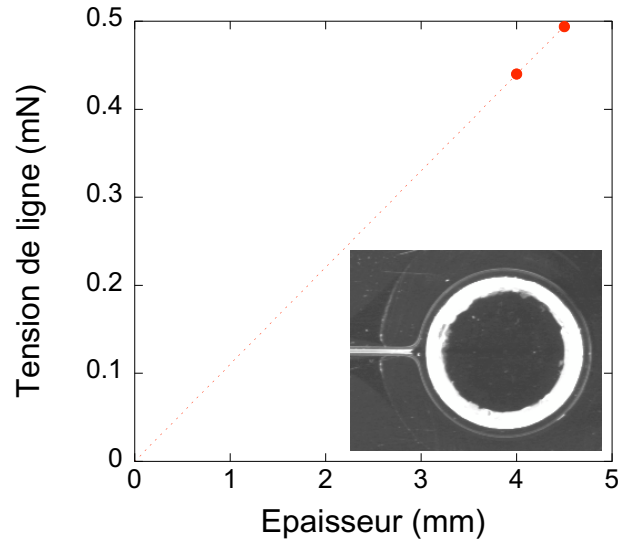


FIG. 2.7 – Tension de ligne en fonction de l'épaisseur entre le couvercle supérieur et la surface de la solution. La pente de l'ajustement linéaire vaut  $0,110 \text{ mN/mm}$ . Insert : photo d'un film unique en contact avec un obstacle circulaire.

n'avons pu mesurer que deux différentes épaisseurs entre le couvercle supérieur et la surface de la solution :  $0,44 \text{ mN}$  pour une épaisseur de  $4 \text{ mm}$ , et  $0,49 \text{ mN}$  pour une épaisseur de  $4,5 \text{ mm}$ . Ces deux points sont compatibles avec une dépendance  $\lambda/h = 0,110 \text{ mN}\cdot\text{mm}^{-1}$  (figure 2.7), d'où on déduit une tension de ligne de  $0,38 \text{ mN}$  pour l'épaisseur de  $3,5 \text{ mm}$ , qui sera notre épaisseur de référence, comme nous le verrons au chapitre 3.

Il faut noter qu'un film séparant deux bulles, s'il est vertical de hauteur  $h$ , exerce une force égale à  $2\gamma h$  puisqu'il comporte deux interfaces gaz/liquide. Or pour une hauteur  $h = 3,5 \text{ mm}$  correspondant à notre épaisseur de référence,  $2\gamma h = 0,18 \text{ mN}$ , ce qui est environ deux fois inférieur à la valeur effectivement mesurée. Cette différence vient du fait que vu de côté, le film n'est pas purement vertical, mais qu'il se raccorde de façon complexe au couvercle par le haut, et à la solution par le bas. Ceci illustre l'influence de la géométrie 3D des bulles en mousse quasi-2D (figures 1.1)

On peut expliquer plus quantitativement cette différence dans un cas simple, le cas où le film a une courbure constante (figure 2.8). C'est le cas quand la dimension caractéristique  $h$  du lien est très petite devant la longueur capillaire  $\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho_s g} = 1,6 \text{ mm}$ ; en fait, ici, le lien a une géométrie plus complexe. Cependant, le petit calcul que nous proposons a pour but de montrer comment la tension de ligne peut excéder la valeur  $2\gamma h$  à cause de la géométrie 3D du film.

La tension de ligne  $\lambda$  exercée par le film sur la paroi, dirigée selon la normale sortante de la paroi, a deux contributions : une de tension  $\lambda_T$ , liée à l'excès de surface en présence du film, et une de pression  $\lambda_P$ , liée à la pression inférieure dans le liquide

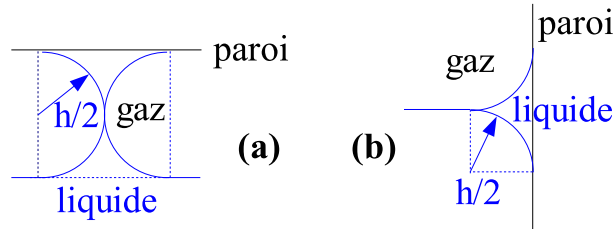


FIG. 2.8 – Schéma du film de hauteur  $h$  et de rayon de courbure constant  $h/2$ . (a) Vue de côté : le carré de côté  $h$  limité par les hachures est la surface de la paroi sur laquelle s'exerce la pression du liquide dans le film ; (b) vue de dessus.

contenu dans le film. Puisque  $\lambda_T$  est dirigée perpendiculairement à la paroi,  $F_T = \gamma L_{\text{exc}}$ , où  $L_{\text{exc}}$  est, en projection sur la paroi (figure 2.8b), la longueur en excès due à la présence du film :  $L_{\text{exc}} = (\pi - 2)h$ , donc  $\lambda_T = \gamma(\pi - 2)h$ . Par ailleurs,  $\lambda_P = \Delta P \times S_P$ , où  $\Delta P = 2\gamma/(h/2) = 4\gamma/h$  est, d'après la loi de Laplace, la différence de pression entre l'air et le liquide dans le film, et  $S_P = h^2$  est la surface en contact avec le liquide dans le film (figure 2.8a). Donc  $\lambda_P = 4\gamma h$ , et  $\lambda = \lambda_T + \lambda_P = \gamma(\pi + 2)h$ , donc  $\lambda/2\gamma h = \frac{\pi}{2} + 1 \simeq 2,57$ . Avec ce modèle très grossier, on justifie donc que la tension de ligne peut significativement excéder l'ordre de grandeur naïf (car négligeant tout effet 3D)  $2\gamma h$ .

### Autres surfactants

À la fin de cette thèse, nous avons utilisé deux autres surfactants : le TTAB, surfactant cationique [9], et la caséine, protéine du lait. L'intérêt de ces deux surfactants est qu'ils représentent deux extrêmes en termes de rhéologie interfaciale : le TTAB donne des interfaces fluides, alors que la caséine donne des interfaces rigides [125]. Ces deux surfactants ont été achetés chez Sigma sous forme de poudre.

La concentration micellaire critique (CMC) du TTAB valant 4 mM [9], nous avons préparé une solution de TTAB à concentration 10 mM (concentration massique  $3,36 \text{ g}\cdot\text{l}^{-1}$ ) en mélangeant simplement la poudre avec de l'eau désionisée, la dissolution étant facile. La tension de surface de cette solution vaut  $38 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , sa viscosité est égale à celle de l'eau ( $1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ), et son élasticité de Gibbs est négligeable au-dessus de la CMC [9].

Pour préparer la solution de caséine, nous nous sommes inspirés du protocole d'Arnaud Saint-Jalmes [125] : nous avons préparé une solution à concentration massique  $1,5 \text{ g}\cdot\text{l}^{-1}$  en dissolvant 15 g de caséine dans 1 l de tampon phosphate (PBS), en passant 45 minutes la solution obtenue sous ultrasons pour la dissolution, en diluant en plusieurs fois dans 10 l d'eau désionisée, et en repassant 10 minutes sous ultrasons, ce qui finit par bien dissoudre la caséine. La viscosité de cette solution vaut  $1,1 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  [125], sa tension de surface diminue lentement

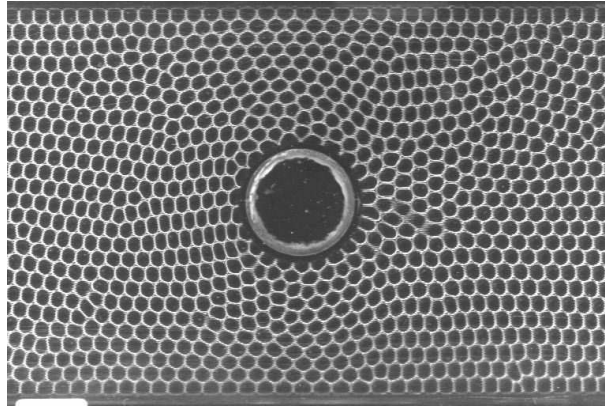


FIG. 2.9 – Image typique d’une expérience en cours. Le champ d’observation est de  $15,4 \times 10,2 \text{ cm}^2$ , pour une image de  $768 \times 512$  pixels. Un millimètre vaut 4,95 pixels en échelle horizontale, et 4,85 pixels en échelle verticale (2% d’anisotropie de la caméra). Noter l’homogénéité de l’éclairage, et la présence discrète de la pastille en bas à gauche.

dans le temps [100] pour se stabiliser à  $45 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$  [126]. De même, l’élasticité de compression augmente lentement dans le temps, pour atteindre  $20 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$  au bout de 1,7 heure [100] et  $40 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$  au bout de quelques heures [126].

### 2.1.5 Visualisation

La caméra sert à observer et à imager l’expérience, mais elle est aussi un instrument de mesure : en effet, c’est la mesure du déplacement de l’obstacle par rapport à sa position de repos qui donne la force subie par cet obstacle. Nous avons utilisé une simple caméra CCD de résolution  $768 \times 512$  pixels placée à 1 m au-dessus de l’expérience. La caméra est montée sur un support attaché au banc. Pour corriger des écarts indésirables dus à d’éventuelles vibrations, nous avons collé une pastille blanche sur le côté du couvercle, dans le champ d’observation mais en dehors du canal d’écoulement proprement dit, et nous avons rapporté les positions de l’obstacle par rapport à ce repère fixe.

Un autre point primordial est d’avoir un éclairage suffisamment uniforme sur le champ d’observation, pour avoir des images faciles à traiter ultérieurement. Notre dispositif n’est pas compatible avec l’utilisation d’une table diffusante, car nous avons besoin d’imager par-dessus et car la cuve repose par-dessus sur un banc. Nous avons eu recours à un néon circulaire de grand diamètre (37 cm) plaqué sur le couvercle. Notre zone d’observation étant de taille  $15,4 \times 10,2 \text{ cm}^2$ , les effets de bord sont faibles et l’homogénéité de l’éclairage suffisante (figures 2.9 et 2.13).

L’acquisition s’effectue à la fois sur magnétoscope (pour la sécurité), et sur

ordinateur : pour chaque expérience, nous avons enregistré 30 secondes de régime permanent à 25 images par seconde (sauf pour les débits les plus lents), ce qui représente un film de 280 Mo à traiter ultérieurement.

## 2.2 Déroulement d'une expérience

Nous allons à présent décrire le déroulement typique d'une expérience, en examinant successivement la préparation requise, le contrôle et la mesure de la surpression et de l'aire des bulles, la mesure de force et l'exploitation des mesures de force et de surpression. Avant de commencer, il est bien important d'avoir en tête les paramètres de contrôle :

- le débit de gaz,
- la viscosité de la solution,
- l'aire des bulles,
- l'épaisseur de la mousse,
- l'obstacle,
- le surfactant.

Alors que la viscosité de la solution et l'obstacle sont choisis avant l'expérience, l'aire des bulles et l'épaisseur de la mousse sont ajustées en temps réel, comme nous le verrons. Le débit est alors asservi aux valeurs cibles d'épaisseur et d'aire, et seul un nombre fini de valeurs de débits sont possibles en fonction des injecteurs dont on dispose, comme évoqué en section 2.1.1.

### 2.2.1 Préparation

Avant chaque expérience, il faut nettoyer soigneusement la cuve. Le plus difficile est d'enlever les traces de graisse : celle-ci est d'abord essuyée à sec, et les traces restantes sont éliminées à l'alcool, voire au chloroforme si nécessaire. L'ensemble des pièces est rincé et nettoyé à l'alcool.

Une fois la cuve mise en place, le protocole de préparation de la solution est simple : on remplit la cuve de 10 l d'eau désionisée (à l'aide de bouteilles de 1 l), puis on ajoute 100 ml de détergent à la burette en répartissant le savon à la surface de la cuve, mais sans mélanger, pour éviter l'apparition prématurée de mousse non contrôlée, et car le savon se répartit naturellement dans la solution. Quand il ne reste plus que quelques millimètres à remplir, on introduit le socle au milieu de la cuve, en le calant dans une butée pour qu'il reste toujours au même endroit. On introduit la fibre dans le flotteur en prenant garde d'éliminer toute bulle d'air sous la vis. On procède alors à la mesure de la position de repos de l'obstacle : pour ce faire, chaque profil est colorié en blanc dans sa partie intérieure (figures 2.6 et 2.9) : cette tache blanche sur fond noir est très facilement identifiée par seuillage, et on note ainsi les coordonnées du centre de l'obstacle



au repos<sup>1</sup>. Ensuite, la graisse est soigneusement apposée sur les côtés de la cuve et le couvercle est délicatement posé.

La dernière étape consiste à introduire la bonne quantité de solution. L'important est de contrôler l'épaisseur de la couche d'air restante entre la solution et le couvercle. Une façon simple et précise de mesurer l'épaisseur d'air est de poser un pied à coulisse numérique sur le bord aval du couvercle, et de l'ouvrir jusqu'à ce que sa partie basse vienne au contact de l'eau (visualisable par le ménisque créé). Cette méthode est reproductible à 0,02 mm près. Après cette mesure d'épaisseur, on ajuste la quantité de solution présente dans la cuve en ajoutant le volume nécessaire (sachant que la section disponible pour la solution vaut 0,1052 m<sup>2</sup>). La solution est utilisable pendant deux à trois semaines ; au-delà elle a tendance à s'empoussiérer et sa viscosité augmente alors de manière incontrôlée.

### 2.2.2 Surpression

Dès qu'un débit d'azote est imposé, les bulles s'agrègent peu à peu à la surface de la solution pour former une mousse qui va avancer le long du canal par conservation du débit (la sortie est libre). Le mouvement relatif des bulles par rapport au couvercle engendre une dissipation visqueuse dans le film, qui se traduit par une perte de pression dans les bulles : c'est la classique perte de charge hydraulique [62]. Plus précisément, comme ici l'écoulement est horizontal et à vitesse constante (sauf à proximité de l'obstacle), il existe un gradient de pression constant le long de l'écoulement. Or nous verrons que la pression dans les bulles s'équilibre principalement avec la pression hydrostatique du réservoir de solution : si le banc est maintenu horizontal, la perte de charge se manifeste donc par un gradient d'épaisseur (figure 2.10).

Cette perte de charge se compense en inclinant l'ensemble du banc grâce à la vis aval. Pour vérifier que la couche de bulles est à nouveau d'épaisseur constante, nous ne pouvons plus utiliser le pied à coulisse, car la couche d'air est remplie de bulles et il n'y a donc plus de ménisque visible. Nous utilisons une technique des plus rustiques : nous mesurons l'épaisseur de la couche de bulles en amont et en aval de l'écoulement à l'aide d'un simple réglet apposé contre le bord latéral. Une mesure soignée permet de repérer des différences d'épaisseur de 0,1 à 0,2 mm, ce qui correspond à des précisions de 1 à 2 Pa, ce qui est meilleur que nos essais au manomètre. En pratique, cet ajustement n'est pas aussi simple, car une inclinaison du banc se traduit par un transfert de solution dans le château amont (voir figure 2.1) : pour conserver la quantité totale de solution (et d'air) dans le canal d'écoulement proprement dit, il faut rajouter la bonne quantité de solution, refaire une mesure d'épaisseur, et itérer (en général deux ou trois fois) le processus jusqu'à atteindre la bonne inclinaison. Nous estimons notre précision

---

<sup>1</sup>Pour les cercles, la roue dentée et le carré, le centre de la tache blanche coïncide avec celui de l'obstacle. Pour les ailes, nous effectuons une correction systématique qui dépend de leur angle d'incidence.

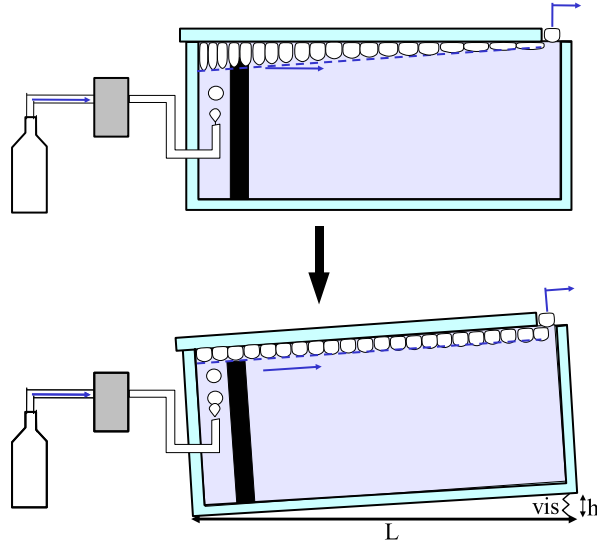


FIG. 2.10 – Manifestation et mesure de la surpression. En haut, avec une cuve horizontale, l'épaisseur de la couche de bulles diminue le long du canal, traduisant la dissipation au cours de l'écoulement. En bas, l'inclinaison du banc compense cette dissipation.

sur l'épaisseur de la mousse à 0,05 mm. Nous nous donnons une précision sur l'inclinaison d'un quart de tour de vis si celle-ci est supérieure à 4 tours, et d'un dixième sinon.

Cette opération permet non seulement de récupérer une mousse d'épaisseur constante, mais en plus elle constitue une mesure simple du gradient de pression : en supposant que le réservoir de solution reste au repos, on a alors :

$$\nabla P = \frac{\rho_s g h_i}{L}, \quad (2.5)$$

où  $\nabla P$  représente le gradient de pression dans le canal (dirigé vers l'amont),  $\rho_s$  est la masse volumique de la solution (voir section 2.1.4 pour la valeur de ce paramètre),  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  l'accélération de la pesanteur,  $h_i$  l'inclinaison imposée par la vis aval et  $L = 84 \text{ cm}$  la distance entre la vis aval et les vis amont (figure 2.10).

En toute rigueur, la solution n'est pas au repos et peut être entraînée par la mousse en écoulement (ce qui peut se voir par exemple avec des poussières en suspension). Nous justifions dès maintenant que la contribution de la vitesse à la pression est négligeable. En ordre de grandeur, la pression cinétique vaut  $\rho_s v^2/2$ . Comme nous le verrons, le gradient de vitesse évolue moins rapidement avec la vitesse d'écoulement, donc c'est aux plus hauts débits que la pression cinétique compte le plus. Le plus haut débit utilisé dans nos expériences vaut 840 mL/min, ce qui correspond à une vitesse de  $4 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , donc à une pression cinétique de 0,8

Pa. Le gradient de pression mesuré vaut  $170 \text{ Pa}\cdot\text{m}^{-1}$  (figure 3.21), donc la perte de charge de la mousse vaut  $153 \text{ Pa}$  (la longueur totale de l'écoulement de mousse valant  $90 \text{ cm}$ ), ce qui est très supérieur à la pression cinétique.

### 2.2.3 Contrôle de la taille des bulles

#### Monocouche

Dans nos expériences, il faut tout d'abord s'assurer que les bulles s'arrangent effectivement en une monocouche : cela est nécessaire pour pouvoir tout imager par-dessus. On a effectivement une monocouche quand le rapport entre la hauteur de la bulle et la racine carrée de son aire projetée sur le couvercle (appelée désormais simplement aire de la bulle) est inférieur à une certaine valeur (d'ordre 2 pour une mousse sèche [35], mais inférieure dans notre cas, sans doute à cause de l'humidité de la mousse), ce qui impose en pratique une borne inférieure à l'aire des bulles.

#### Aire des bulles

Une fois cette précaution prise, il faut contrôler l'aire des bulles. Nous avons choisi dans la mesure du possible de créer des mousses monodisperses ; c'est le cas dans l'ensemble de nos expériences, sauf pour les aires de bulles et les débits les plus élevés. En pratique, l'aire des bulles est mesurée par analyse d'images : la mesure s'effectue sur cinq images successives, à intervalles de quelques secondes (le temps que les bulles se renouvellent), à l'extrémité gauche du champ d'observation (là où les bulles sont peu perturbées par la présence de l'obstacle : voir le chapitre 4). Le nombre de bulles comptabilisé donne une densité surfacique de bulles, d'où on déduit l'aire moyenne des bulles par inversion. Ce n'est pas une mesure de l'aire occupée par le gaz, mais de l'aire totale par bulle, qui inclut également les films et les vertex entre bulles.

Si l'aire mesurée n'est pas satisfaisante, on ajuste le débit pour se rapprocher de l'aire voulue (on rappelle que l'aire des bulles augmente avec le débit). En général, ce réajustement va de pair avec un réajustement de la surpression. Ce processus est itéré (de une à cinq fois en général) jusqu'à atteindre l'aire voulue avec une précision de 3%.

### 2.2.4 Mesure de force

#### Mesure de la position de l'obstacle

Quand à la fois la surpression et l'aire des bulles sont bien réglées, on peut mesurer la force de la mousse sur l'obstacle. Pour ce faire, on enregistre 50 fois la position de l'obstacle, toutes les 2 secondes. Cela nous permet de vérifier que

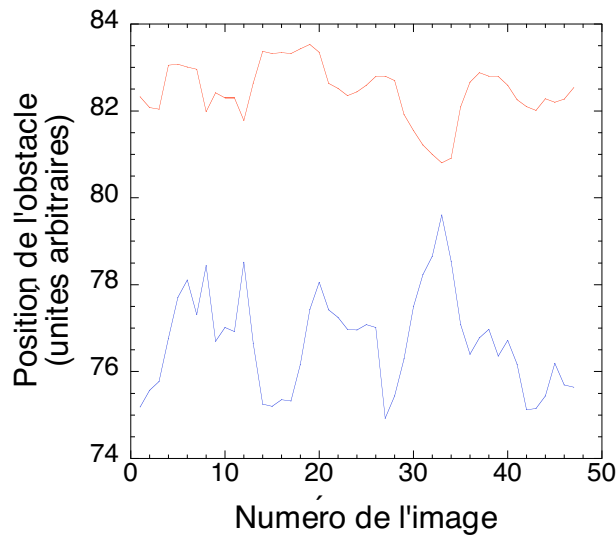


FIG. 2.11 – Exemple typique de mesure de position de l'obstacle (en rouge : abscisse, en bleu : ordonnée). L'origine des coordonnées est arbitraire, et l'unité est le pixel. On n'observe des fluctuations significatives : le frottement solide a bien été éliminé, et pas de dérive : le régime est donc bien stationnaire.

la position ne dérive pas, signe que l'écoulement a atteint un régime stationnaire, toutes nos mesures étant effectuées dans ce régime. De plus, la mesure de fluctuations est un contrôle du bon glissement de l'obstacle sur la paroi : tout frottement solide résiduel se traduit par l'absence de fluctuations (figure 2.11). Nous n'exploiterons pas plus la mesure des fluctuations, car le temps de réponse de l'obstacle est trop long pour que celles-ci soient directement corrélées aux fluctuations de la mousse (par exemple l'attachement ou le détachement de bulles). La mesure de la position de l'obstacle par seuillage est très précise, car la tache blanche repérant chaque obstacle (figure 2.6) a une taille de plusieurs milliers de pixels, donc la précision sur la mesure du centre est bien inférieure au côté du pixel (de valeur 0,2 mm), donc meilleure que 0,1 mm.

### Position de référence

Pour tirer de la position de l'obstacle un déplacement, il faut une mesure de référence fiable. En principe, il suffit de repérer le centre du socle et de l'identifier à celui de l'obstacle. En pratique, comme évoqué précédemment (section 2.1.2), la fibre n'est pas précisément encastrée dans le socle. Cela se traduit par un léger écart à la verticalité pour la fibre<sup>2</sup>, donc le centre du flotteur et celui du socle

<sup>2</sup>En toute rigueur, cet écart à la verticalité fausse la formule (2.3) qui relie la déflexion de la fibre à la force ; mais la correction en force est d'ordre  $10^{-3}$  mN donc négligeable par rapport aux forces mesurées.

sont décalés de quelques pixels.

Pour que cet écart soit constant, nous plaçons le socle toujours à la même position angulaire, à l'aide d'une marque. Nous avons alors quantifié l'écart entre le centre du socle et celui du flotteur sur dix essais ; ce moyennage est nécessaire, car comme la fibre de diamètre 0,24 mm peut coulisser dans un trou de diamètre 0,5 mm au niveau du flotteur (section 2.1.2), la position d'équilibre du flotteur est déterminée à 0,26 mm près.

Avant l'expérience, nous repérons donc le centre du socle, et nous ajoutons l'écart : cela nous donne la position de référence de l'obstacle. En cours d'expérience, une fois la mesure de la position actuelle de l'obstacle effectuée, on retranche la position de référence pour en déduire le déplacement, donc la force.

## 2.3 Exploitation des mesures

Une fois l'expérience effectuée, il reste à exploiter les mesures, qui sont essentiellement de deux types :

- les mesures globales, ou macroscopiques : force et surpression,
- les mesures locales, ou microscopiques, statiques : contraintes, déformations, ou cinétiques : vitesse, T1.

### 2.3.1 Mesures globales

Les mesures globales sont faciles et rapides à exploiter. Pour la surpression, il suffit de transcrire en gradient de pression l'inclinaison donnée au banc par l'équation (2.5). Pour la mesure de force, nous analysons la séquence des 50 images de l'obstacle (section 2.2.4) avec le logiciel d'analyse d'images NIH Image sous Mac OS 9, à l'aide d'une macro maison. Nous en déduisons la moyenne et l'écart-type de la position de l'obstacle. Nous tenons ensuite compte de la position de la pastille, et nous retranchons la référence, pour obtenir le déplacement. Toutes ces données sont reportées dans le tableur KaleidaGraph, où l'on applique la formule (2.3) pour obtenir la force. Il faut noter que l'écart-type des fluctuations de position est de l'ordre d'un pixel, ce qui fixe la borne inférieure de la dispersion de la mesure de force (de l'ordre de 0,1 mN).

### 2.3.2 Pré-traitement des images

Comme évoqué dans la section 2.1.5, pour chaque expérience, un film de 30 s est enregistré sous l'ordinateur. La première étape du traitement consiste à traiter les images pour qu'elles soient exploitables par la suite.

Plus précisément, on veut extraire de l'image le réseau des côtés des bulles, sur lequel on pourra par la suite calculer les contraintes élastiques. Cette opération est la squelettisation. Elle consiste, à partir d'une image en noir et blanc, à

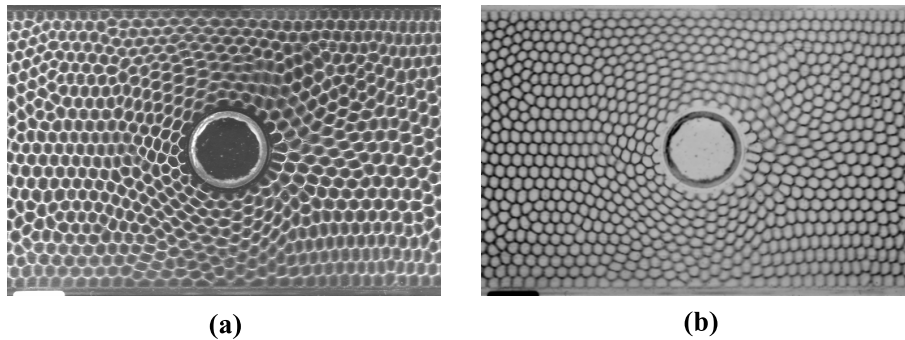


FIG. 2.12 – Effet du floutage et de l'inversion (b) sur une image brute (a). L'image montrée ici correspond à l'un des pires exemples : un haut débit, pour lequel le contraste est visiblement dégradé par la persistance de la caméra (cet effet peut être compensé en désinterlaçant les deux trames de l'acquisition vidéo au prix d'une réduction de moitié de la résolution verticale, mais nous n'avons pas jugé utile d'y recourir).

rognier l'ensemble des zones noires à partir des zones blanches jusqu'à réduire leur épaisseur à un pixel. La squelettisation offre un autre avantage : elle donne une mesure de l'aire individuelle par bulle, alors que la méthode exposée en section 2.2.3 ne donne qu'une valeur moyenne.

Cette opération est menée sous le logiciel NIH Image. En pratique, chaque image est floutée (fonction **Smooth**), ce qui gomme les défauts de petite taille sans détériorer significativement le contraste, puis inversée par la fonction **Invert** (figure 2.12). Il faut ensuite choisir un niveau de seuillage adapté ; en pratique, un seuillage uniforme sur toute l'image donne rarement un bon résultat, il faut plutôt adapter le niveau de seuillage sur plusieurs zones (figure 2.13). On applique ensuite la procédure prédéfinie **Skeletonize** pour obtenir l'image squelettisée. Cette procédure a un défaut : elle n'est pas isotrope. En effet, elle privilégie les directions verticale et horizontale, et tend à aplatir les côtés (figure 2.13). Comme nous le verrons, ce défaut se répercute sur les mesures déduites directement du réseau, comme les contraintes élastiques (section 4.2.4 et annexe A.1). Il existe des procédures élaborées de squelettisation qui respectent les angles donc l'isotropie globale [11], mais nous ne les avons pas implémentées faute de temps.

La procédure décrite est adaptée aux bulles en volume, mais pas aux frontières : obstacle et bords du canal, car ceux-ci disparaissent au cours du seuillage. Il faut donc les réintroduire à la main en indiquant leurs coordonnées. Par ailleurs, les côtés des bulles en contact avec l'obstacle et les bords forment à la squelettisation des côtés pendants, qui sont rognés au cours de la squelettisation. Les bulles aux frontières ne sont donc plus fermées, et on les perd. En pratique, on définit des bords et des obstacles un peu plus grands que la réalité pour refermer les bulles en contact (figure 2.14) : cela permet de récupérer une partie de l'information

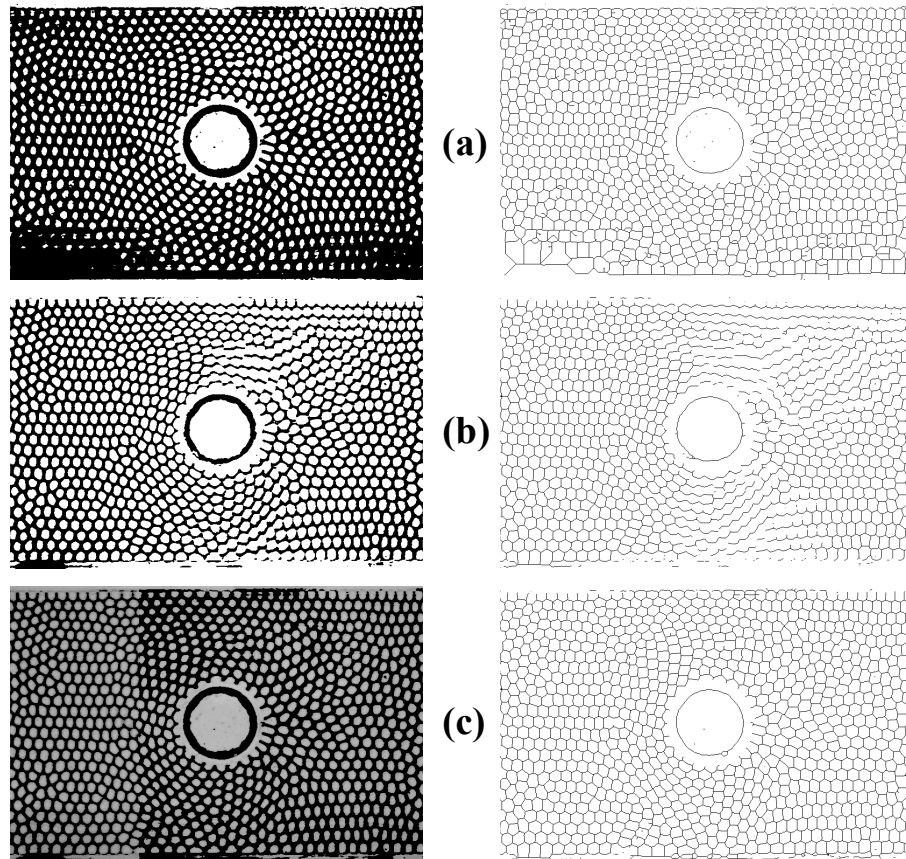


FIG. 2.13 – Illustration de la nécessité d'un seuillage sur plusieurs zones. Les images de gauche sont obtenues après seuillage de l'image 2.12b, et celles de droite après squelettisation. (a) Seuillage uniforme trop fort : les bulles en bas à gauche disparaissent complètement, et beaucoup de bulles sont complètement déformées. (b) Seuillage uniforme trop faible : les côtés au centre de l'image ont disparu. (c) Seuillage par zones : on conserve presque tous les côtés sans trop déformer les bulles. La gestion des défauts restants (côtés rompus, barbules) est détaillée dans la section 2.3.3.

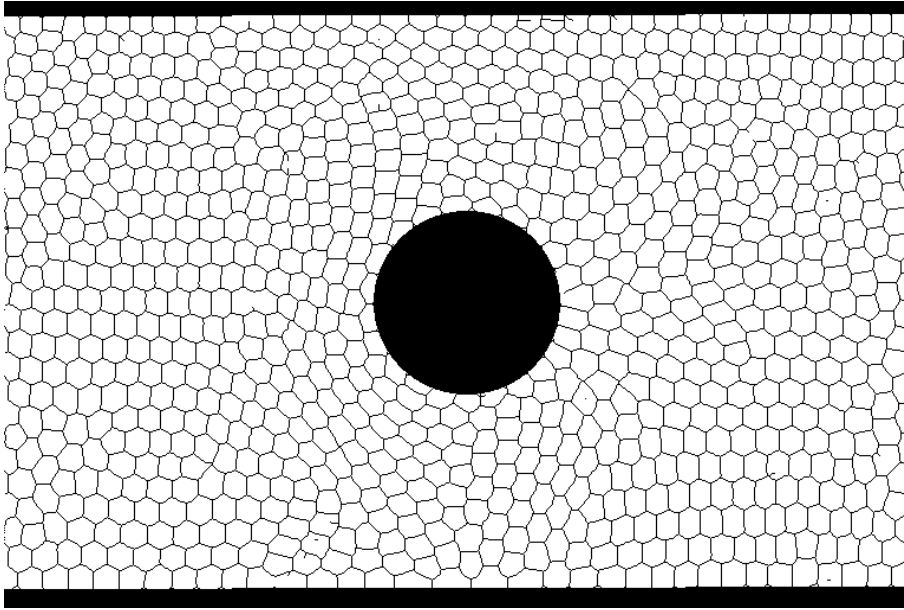


FIG. 2.14 – Image squelettisée après inclusion des frontières. Les défauts restant sont détaillés en figure 2.18.

(vitesse et T1, mais pas contraintes, déformations ni pression).

Ce traitement est automatisé grâce à une macro maison. En sortie, on récupère 750 images en format TIFF, que l'on convertit ensuite au format BMP pour la suite du traitement.

### 2.3.3 Analyse d'images

Une fois les images squelettisées, on veut en déduire deux types d'informations :

- des informations statiques, que l'on peut avoir sur chaque image indépendamment : il s'agit du champ des contraintes, de déformation, de pression.
- des informations cinétiques, pour lesquelles il faut corrélérer des images successives : il s'agit du champ des vitesses et des réarrangements topologiques (T1).

Les logiciels commerciaux étant coûteux et ne répondant pas à nos besoins spécifiques, il a fallu développer un outil d'analyse personnalisé. Éric Janiaud a écrit avant nous un programme adapté à l'analyse des informations statiques [73, 74]. Notre idée première était de réutiliser son programme en l'adaptant à nos besoins, mais après discussion il nous a paru plus judicieux (et plus formateur) de réécrire entièrement un code.

Nous avons choisi d'utiliser le logiciel Delphi pour écrire ce programme. Ce logiciel, plutôt adapté à l'instrumentation, a été choisi pour pouvoir bénéficier de



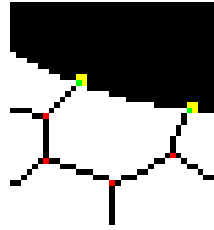


FIG. 2.15 – Exemples de vertex. En rouge sont figurés les vertex séparant trois bulles différentes ; en vert, les vertex de frontière (un point appartenant à une frontière est un point noir qui a trois voisins noirs consécutifs non alignés : en effet, l'ensemble de ces quatre points forme un carré noir, qui ne peut pas appartenir à un côté après squelettisation. Les points jaunes sont les trois points consécutifs non alignés permettant de caractériser les points de frontière).

l'expertise de notre technicien, Patrice Ballet.

### Algorithmique du programme

Les images squelettisées sont constituées de bulles (points blancs, numérotés 1, alors que les points noirs sont numérotés 0), limitées par des côtés, dont les extrémités sont des vertex. Cette description très générale en termes de bulles, côtés et vertex sert de base à notre programme.

Concrètement, sur chaque image, le programme commence par assigner à chaque bulle un numéro : chaque pixel d'une même bulle a le même numéro. Pour ce faire, nous avons implémenté un algorithme de remplissage standard d'un ensemble connexe. Le programme construit alors une liste descriptive des bulles : à chaque bulle est associé son numéro, son aire (le nombre de pixels qu'elle contient) et les coordonnées de son barycentre (la moyenne des coordonnées de l'ensemble de ses pixels).

L'étape suivante consiste à repérer l'ensemble des vertex, que l'on peut définir de façon non ambiguë sur une image squelettisée : un vertex est un point noir qui a soit trois bulles voisines différentes, soit appartenant à une frontière et qui a deux bulles différentes voisines (figure 2.15). À chaque vertex est alors associé six éléments : un numéro, ses deux coordonnées, et le numéro de ses trois bulles voisines (le troisième numéro vaut 0 si c'est un vertex de frontière). On en profite pour ajouter un sixième élément descriptif des bulles : leur nombre de vertex, égal à leur nombre de côtés, la frontière comptant pour un côté. L'ensemble des informations est alors inclus dans la liste des bulles et dans celle des vertex : on s'affranchit complètement de l'image sous-jacente, ce qui accélère considérablement le calcul.

On construit la liste des côtés à partir des deux premières listes : un côté est défini comme un couple de vertex ayant deux bulles voisines en commun. Cette

définition est topologique et non géométrique (car elle assimile chaque côté à un trait droit). Elle contient l'information nécessaire pour la suite ; la prise en compte de la géométrie complète du côté nécessiterait de revenir à l'image et alourdirait beaucoup le calcul. D'autre part, nous verrons que l'information de courbure n'est pas nécessaire dans notre cas particulier pour calculer la pression ; de toute façon, cette information est extrêmement dégradée par la squelettisation. À chaque côté est associé cinq éléments : un numéro en propre, celui de ses deux vertex et celui de ses deux bulles.

Nous allons maintenant décrire le calcul des informations statiques et cinétiques à partir des listes des bulles et des côtés.

### Définition d'une échelle mésoscopique

Dans une approche de mécanique des milieux continus, l'échelle pertinente d'évaluation des champs est l'échelle mésoscopique [70] : elle doit être assez grande pour inclure un nombre suffisant d'éléments constitutifs, et assez petite pour que les variations significatives à l'échelle macroscopique soient prises en compte. Plus précisément, il faut que les fluctuations soient inférieures à la précision souhaitée. Dans le cas de la mousse, l'élément est la bulle ; c'est un avantage car son échelle est accessible à l'œil nu, contrairement à la plupart des fluides complexes (colloïdes, polymères. . .). Cependant, on n'a pas une séparation franche avec l'échelle macroscopique : ici, la largeur du canal correspond typiquement à une trentaine de bulles. La mousse peut-elle donc être traitée comme un milieu continu ? La réponse dépend de la rapidité de la variation temporelle : en régime permanent ou lentement variable, on peut moyennner sur un grand nombre d'images successives. On peut alors choisir une échelle beaucoup plus petite que l'échelle macroscopique (et même descendre au-dessous de l'échelle de la bulle) dans laquelle seront comptabilisés suffisamment d'éléments au cours du temps d'observation : l'approche continue redevient alors valable [5].

Dans notre cas, nous avons choisi de paver le champ d'observation par des boîtes mésoscopiques rectangulaires, sans recouvrement entre boîtes (figure 2.16a). Le nombre de boîtes est un argument d'entrée du programme qui peut être modifié aisément par l'utilisateur ; dans la suite, nous utiliserons surtout un nombre égal à  $I \times J = 26 \times 17$  ( $I$  étant le nombre de boîtes en largeur, et  $J$  en hauteur, voir figure 2.16a), soit des boîtes approximativement carrées de taille  $30 \times 30$  pixels. Cette échelle a l'avantage de bien capturer les variations à l'échelle macroscopique et de contenir suffisamment d'éléments (de l'ordre de  $2 \times 10^3$  bulles par boîte au cours des 750 images). Chaque bulle est attribuée à une seule boîte, sans fractionnement, suivant la position de son barycentre. Il ne nous a pas paru nécessaire d'implémenter la méthode des boîtes glissantes [5], qui permet de résoudre encore mieux les champs.

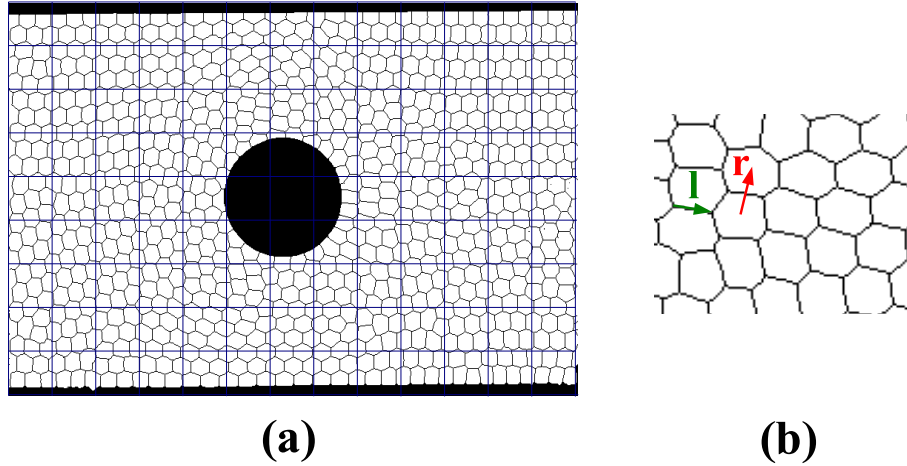


FIG. 2.16 – (a) Pavage de l'image par des boîtes rectangulaires sans recouvrement. Ici,  $I = 13$  et  $J = 9$ . (b) Illustration des deux réseaux possibles : celui des côtés  $\vec{\ell}$  (réseau figuré par les traits noirs), et celui des centres de bulles en contact  $\vec{r}$  (seul un vecteur est ici représenté).

### Calcul des informations statiques

Le principe de ce calcul est de sortir un fichier contenant toutes les informations utiles boîte par boîte : en pratique, il s'agit d'un tableau `Boite` de taille  $I \times J \times 34$ , où les données suivantes sont calculées :

- le tenseur  $\langle \hat{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle = \begin{pmatrix} \langle \ell_x \ell_x / \ell \rangle & \langle \ell_x \ell_y / \ell \rangle \\ \langle \ell_y \ell_x / \ell \rangle & \langle \ell_y \ell_y / \ell \rangle \end{pmatrix}$ , calculé sur le réseau des côtés des bulles (figure 2.16b) génériquement notés  $\vec{\ell}$  et de vecteurs unitaires associés  $\hat{\ell} = \vec{\ell} / \ell$ . Ce tenseur servira à calculer ultérieurement les contraintes élastiques ;
- le tenseur de texture, défini par [6] :

$$\begin{cases} \bar{\bar{M}} = \langle \vec{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle \\ \bar{\bar{M}} = \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle, \end{cases} \quad (2.6)$$

où deux choix de réseaux sont possibles (figure 2.16b) : soit celui des côtés des bulles (notés  $\vec{\ell}$ ), soit celui des liens (notés  $\vec{r}$ ) entre centres de bulles en contact (appelé désormais réseau des centres). Nous calculons les deux tenseurs correspondants, mais en pratique, nous utiliserons toujours  $\bar{\bar{M}} = \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$ , dont nous discutons les avantages en annexe A.1 ;

- l'aire  $A$  par bulle ;
- le nombre de bulles et de côtés traités ;
- d'autres informations non discutées ici (longueur des côtés, périmètre  $P$  des bulles et paramètre  $P/\sqrt{A}$ ).

Pour chaque boîte, et pour chacune de ces quantités (sauf le nombre total de côtés et de bulles), on calcule une moyenne et un écart-type. La moyenne est calculée sur l'ensemble des événements se produisant dans la boîte considérée au cours de toute la séquence des 750 images. Au contraire, l'écart-type que nous calculons provient de la dispersion statistique observée sur les 750 images : pour l'évaluer, nous définissons un tableau `BoiteImage` de taille  $I \times J \times 34 \times 750$ , où un moyennage partiel est effectué par boîte et par image (alors que la moyenne est effectuée par boîte mais sur toutes les images), et c'est sur les 750 données obtenues que nous évaluons l'écart-type.

Concrètement, sur chaque image, le tableau des côtés est parcouru. Chaque côté  $\vec{\ell}$  est assigné non pas à sa boîte d'appartenance (comme l'avait fait Éric Janiaud), mais à celles de ses deux bulles (ou de sa bulle si c'est un côté de frontière). Ce choix peut paraître surprenant, car un côté peut ainsi être assigné à une boîte à laquelle il n'appartient pas. Nous avons procédé ainsi car cela limite les artefacts liés aux mousses ordonnées : dans ce cas, ce sont souvent des côtés de même orientation qui passent par une boîte donnée, ce qui biaise le calcul. Au contraire, notre choix prend en compte à poids égal tous les côtés d'une bulle dans une boîte. Nous calculons alors les tenseurs  $\vec{\ell} \otimes \vec{\ell}$  et  $\vec{r} \otimes \vec{r}$  (pour le tenseur de texture) et  $\hat{\ell} \otimes \vec{\ell}$  (pour les contraintes élastiques). Ces quantités remplissent progressivement les tableaux `Boite` et `BoiteImage`. Pour calculer le tenseur  $\vec{r} \otimes \vec{r}$ , on utilise le numéro des deux bulles délimitées par chaque côté (quatrième et cinquième éléments associés à un côté). Le tableau des bulles est également parcouru : il permet le calcul de l'aire des bulles.

### Calcul des informations cinétiques

Pour le calcul de la vitesse ou des T1, il est nécessaire de corrélérer deux images successives. Comme pour les informations statiques, ce calcul donne au final un tableau `BoiteVitesse` de taille  $I \times J \times 38$  comportant :

- le champ des vitesses ;
- le champ des T1 ;
- le tenseur  $\langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$ , dont nous discuterons l'utilité en section 6.2.

Le principe de la corrélation est simple. Dans notre gamme de débits, une bulle bouge peu d'une image à l'autre ; on est donc quasiment certain que le centre d'une bulle donnée de l'image  $t + 1$  est plus proche du centre de cette même bulle à l'image  $t$  que de toutes les autres bulles (figure 2.17). On améliore encore cette corrélation en tenant compte de la vitesse moyenne d'écoulement, ce qui est utile pour les plus hauts débits étudiés. En pratique, pour chaque bulle de l'image  $t$ , on calcule la distance à l'ensemble des bulles de l'image  $t + 1$ , et on conserve la bulle la plus proche. Par cette méthode, il existe des bulles de l'image  $t + 1$  célibataires : ce sont les bulles qui viennent d'apparaître à gauche du champ d'observation ; il existe également des bulles de l'image  $t + 1$  qui sont appariées à au moins deux bulles de l'image  $t$ . On ne conserve alors que la bulle la plus proche :

les bulles célibataires de l'image  $t$  sont les bulles qui vont disparaître à droite du champ d'observation. Pour les paires restantes, on calcule le déplacement du centre de la bulle, et on l'attribue à la boîte d'appartenance du centre à l'image  $t$ . Ceci constitue notre mesure du champ des vitesses.

Le calcul des T1 est également basé sur la corrélation d'une image à l'autre. Par définition, le T1 est un changement de voisinage de bulles [141] : un côté disparaît, un autre apparaît, ainsi deux bulles perdent un côté tandis que deux autres en gagnent un (figure 1.2). Il suffit donc de localiser les côtés qui disparaissent et de les corréler avec les côtés qui apparaissent. Dans la pratique, le programme parcourt la liste des côtés de l'image  $t$ , et teste si un côté est conservé dans l'image  $t + 1$  en regardant si les bulles du côté à l'image  $t$  restent en contact à l'image  $t + 1$ . Tout côté ayant disparu est ainsi comptabilisé. La recherche des côtés nouvellement créés est menée séparément, mais selon le même principe. Il convient de noter que le calcul des T1 est beaucoup plus sensible aux artefacts que celui des autres données. En effet, au moment des T1, la squelettisation génère souvent des défauts (voir ci-dessous), et dès qu'elle n'est pas suffisamment propre, le résultat est dominé par les artefacts et inutilisable.

Dès qu'un côté disparu est repéré, on calcule le lien entre les centres des deux bulles qui se sont détachées. Ce lien est affecté à la boîte d'appartenance de son milieu. On en déduit les tenseurs  $\hat{r} \otimes \hat{r}$  et  $\vec{r} \otimes \vec{r}$  sur ce lien. Nous verrons que cela fournit un bon descripteur du T1, alors que l'information déduite d'un côté qui tend vers zéro au moment de sa disparition est très imprécise. Le même calcul est effectué sur un côté apparu. Au final, on calcule les tenseurs moyens  $\langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle$  et  $\langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$ , leur écart-type, ainsi que le nombre de côtés disparus et apparus, boîte par boîte, de la même façon que pour les informations statiques. Il faut remarquer que le calcul des côtés disparus et apparus est complètement décorrélé, contrairement au processus physique : une façon de valider notre approche, et de repérer les artefacts, consiste à vérifier à la fin que le nombre de côtés disparus et apparus dans chaque boîte est quasiment égal.

Enfin, si un lien  $\vec{r}$  est conservé entre l'image  $t$  et  $t + 1$ , c'est-à-dire si deux bulles en contact sur l'image  $t$  le restent sur l'image  $t + 1$ , on calcule  $\dot{\vec{r}} = \vec{r}(t + 1) - \vec{r}(t)$ , on l'attribue à la boîte à laquelle appartient le milieu du vecteur  $\vec{r}$ , puis on calcule le tenseur  $\dot{\vec{r}} \otimes \vec{r}$ . On en déduit à la fin le tenseur  $\langle \dot{\vec{r}} \otimes \vec{r} \rangle$  boîte par boîte.

### Gestion des défauts, robustesse du programme

Comme nous l'avons vu, la squelettisation n'est pas parfaite et elle génère différents types de défauts : de petites barbules (figure 2.18a), des bulles non re-fermées (figure 2.18b), ou des bulles parasites inexistantes en réalité (figure 2.18c). Ces défauts sont particulièrement fréquents au moment des réarrangements.

Les barbules sont les défauts les plus faciles à traiter. On peut facilement les éliminer en partant de leur extrémité, qui est un point noir relié à un seul autre point noir. Nous avons implémenté une procédure qui peut ainsi les faire régresser

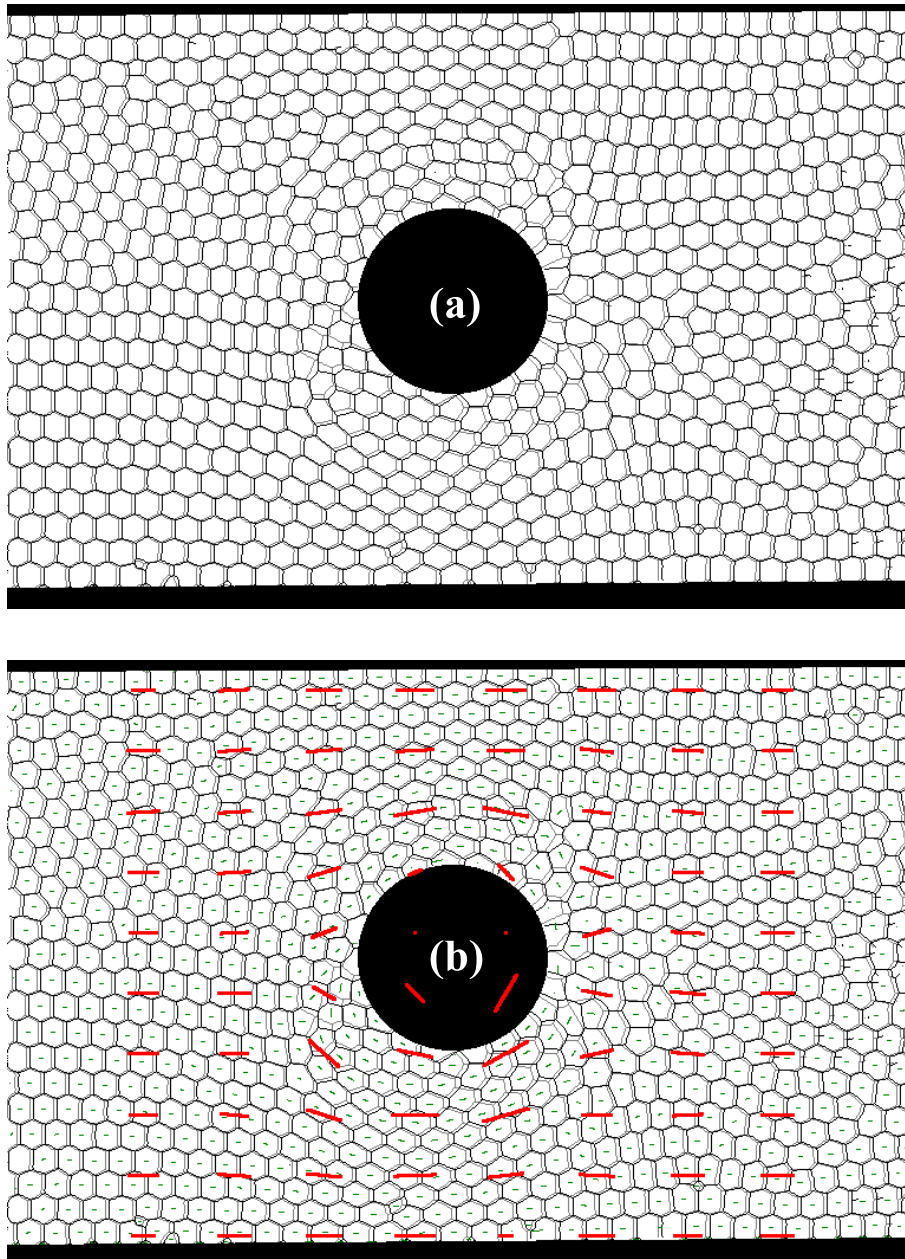


FIG. 2.17 – Illustration de la corrélation de deux images successives. (a) En gris, l'image à l'instant  $t$ ; en noir, l'image à l'instant  $t+1$  : la corrélation est immédiate (b), même pour les bulles ayant subi un T1 et qui se sont plus déplacées que les autres. Les traits verts représentent le déplacement des centres entre  $t$  et  $t+1$ , et les traits rouges symbolisent de la moyenne de ces déplacements dans une certaine boîte (échelle agrandie) : c'est un champ de vitesse calculé sur deux images successives (d'où son aspect bruité : il faut moyenner sur beaucoup plus d'images pour récupérer un champ lisse).

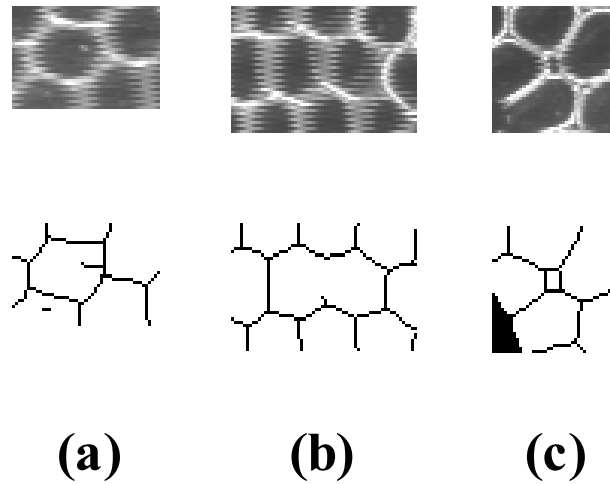


FIG. 2.18 – Exemples de défauts générés par la squelettisation (voir figure 2.14). En haut : image de départ, en bas : image squelettisée. (a) barbule (ou bord pendant) et trace d’une poussière; (b) bulles non refermées, à cause d’un bord trop flou; (c) bulle parasite, résultant de l’ouverture d’un bord de Plateau lors d’un réarrangement.

jusqu’à disparaître.

Les bulles non refermées, ou parasites, sont plus difficiles à traiter car rien ne permet a priori de les distinguer de bulles normales. En mousse monodisperse, on s’en affranchit en filtrant la taille des bulles : une taille minimale et maximale est rentrée par l’utilisateur, et seules les bulles de la bonne taille sont prises en compte. Cependant, il reste un problème avec les bulles de frontière, qui sont rognées par la définition choisie pour les frontières (section 2.3.2) : leur taille est artificiellement diminuée (figure 2.14), mais pas assez pour les sortir du filtre. Cela fausse l’ensemble des résultats au contact des frontières, et nous éliminerons systématiquement ces informations : c’est une limitation de notre programme.

En revanche, la définition des bulles, vertex et côtés est extrêmement robuste à l’implémentation : une fois optimisé, le programme n’a jamais « planté ». Il s’est avéré également très souple d’utilisation : l’analyse d’un film de 30 secondes (280 Mo d’information, et environ  $2 \times 10^6$  bulles à traiter) prend entre une heure et une heure et demie (sur un ordinateur 1 GHz, 256 Mo RAM), pendant laquelle on peut continuer à travailler sur d’autres applications. Cela a permis l’analyse extensive des expériences.

### 2.3.4 Représentation des données

Le programme décrit en section 2.3.3 sort deux fichiers de données : un fichier `StressStrain` qui retranscrit les informations du tableau `Boite`, et un

fichier `Vitesse` pour celles du tableau `BoiteVitesse`. Il faut encore travailler ces données pour en sortir des informations mécaniques comme la pression, les contraintes élastiques ou encore les gradients de vitesse, et il faut un outil adapté à leur représentation graphique. Nous avons choisi d'utiliser le logiciel Mathematica pour cette étape.

Nous allons détailler les grandeurs dont on peut extraire les champs : tout d'abord les grandeurs scalaires (aire des bulles, pression), puis vectorielle (champ des vitesses), et enfin tensorielles (tenseur de texture, de déformation statistique, T1, tenseur des contraintes élastiques, et tenseur  $\bar{G}$ ).

### Aire des bulles et pression

La représentation du champ des aires moyennes des bulles par boîte est facile : puisqu'il s'agit d'un scalaire positif, la représentation la plus claire est la représentation en lignes de niveau (fonction `ListContourPlot` de Mathematica). On en montre un exemple en figure 2.19, en insistant sur l'importance du traitement des artefacts de frontière évoqués en section 2.3.2.

Sur la figure 2.19b, on observe une asymétrie avant/arrière très significative, difficilement décelable à l'œil nu (la différence est d'environ 10%). Physiquement, on a donc affaire à une mousse compressible dans le plan d'observation, alors même que les bulles restent quasiment incompressibles : en effet, même en tenant compte du gradient de pression décrit en section 2.2.2, les différences de pression ne dépassent pas  $2 \times 10^2$  Pa le long du canal, alors que la compressibilité 3D des bulles s'observerait sur une échelle de l'ordre de la pression atmosphérique  $10^5$  Pa. Cette compressibilité effective 2D est due à la liberté laissée aux bulles d'ajuster leur profondeur en réponse à une variation de pression : c'est une propriété intrinsèque à notre système, qu'on ne peut pas retrouver en cellule de Hele-Shaw, par exemple. On peut être plus quantitatif et établir la relation entre les variations d'aire et de pression (voir annexe A.2) :

$$P - P_0(x) = \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A} + 2\gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}}. \quad (2.7)$$

### Champ des vitesses et ses dérivées

Le champ des vitesses est immédiat à représenter comme un champ de vecteurs. L'évaluation de son gradient est également facile en différences finies. Concrètement, on évalue ce gradient au milieu de quatre boîtes  $(i, j)$ ,  $(i, j + 1)$ ,  $(i + 1, j)$  et  $(i + 1, j + 1)$  par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial x} \left( i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) &= \frac{v_i(i + 1, j) + v_i(i + 1, j + 1) - v_i(i, j) - v_i(i, j + 1)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial v_i}{\partial y} \left( i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) &= \frac{v_i(i, j + 1) + v_i(i + 1, j + 1) - v_i(i, j) - v_i(i + 1, j)}{2\Delta y}, \end{aligned}$$



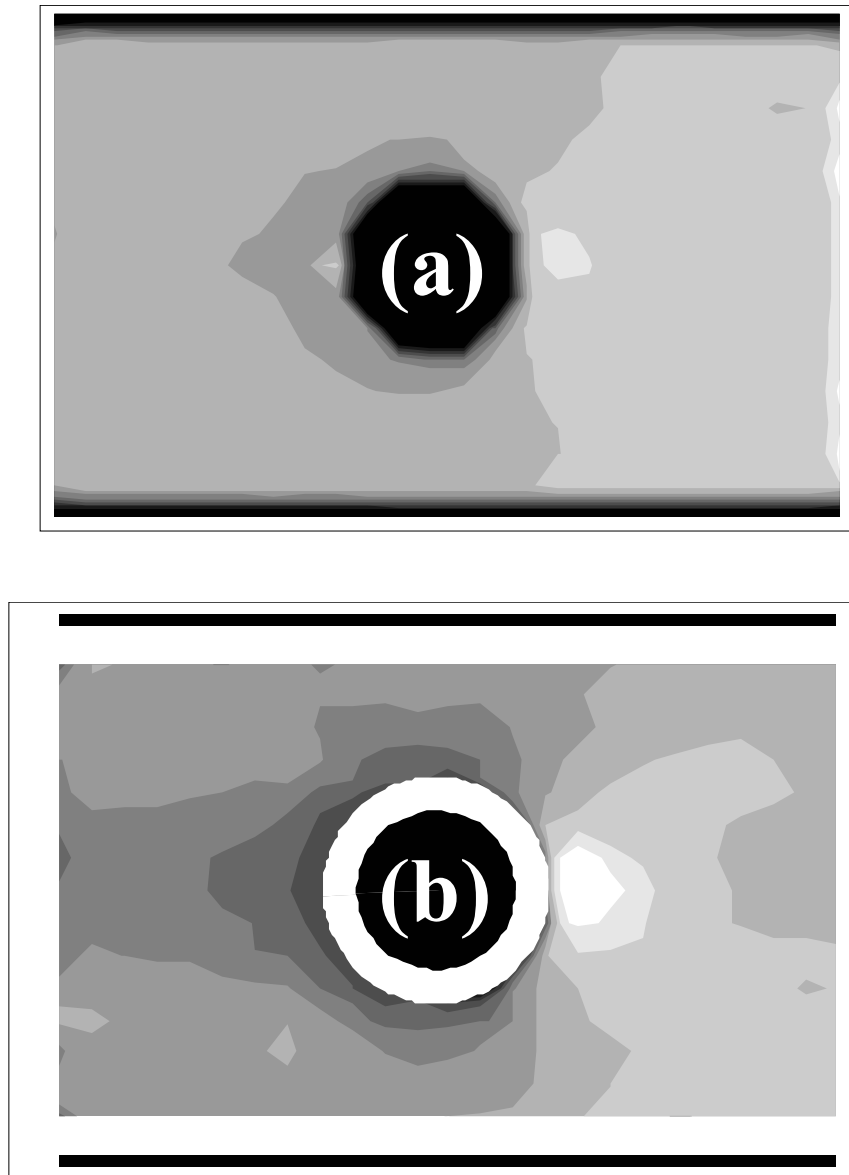


FIG. 2.19 – Représentation du champ des aires. (a) Champ brut : on est clairement dominé par les artefacts, aux bords de l'image et sur l'obstacle. (b) Champ traité : les aires mal évaluées ont été éliminées (zones en blanc), et l'obstacle est figuré en noir. L'information pertinente ressort beaucoup mieux. Comme indiqué dans le texte, cette figure représente également le champ de pression. La différence entre deux lignes de niveau séparant des niveaux de gris successifs vaut environ 2,5% en aire, et 1 Pa en pression.

où  $\Delta x$  et  $\Delta y$  désignent les deux côtés des boîtes. Il convient de noter que ces mesures amplifient le bruit, comme toutes les évaluations numériques de dérivées.

En général, on n'utilisera pas le gradient de vitesse, mais plutôt sa partie symétrique  $\bar{e} = (\overline{\nabla v} + {}^t\overline{\nabla v})/2$ , le taux de déformation, et sa partie antisymétrique, le rotationnel, qui se réduit pour nos écoulements bidimensionnels à un scalaire  $\omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}$ , que l'on représente en lignes de niveau. Nous précisons la représentation du taux de déformation (et des autres grandeurs tensorielles) dans les paragraphes suivants. On peut également définir la fonction de dissipation [62] :

$$\|\bar{e}\|_2 = \sqrt{\bar{e} : \bar{e}} = \sqrt{e_{xx}^2 + 2e_{xy}^2 + e_{yy}^2}, \quad (2.8)$$

et la représenter en contour. Cette fonction localise les zones de forte variation du champ de vitesse, ce qui, pour un fluide newtonien, est associé à une forte dissipation volumique d'énergie [62].

De manière plus inattendue, le champ des vitesses nous donne une mesure de la fraction fluide. Puisqu'on mesure de façon précise le champ des vitesses, basé sur le déplacement des bulles, et qu'on contrôle que la quantité totale d'air reste fixée au cours d'une expérience, on a une mesure précise du débit de la mousse :  $Q_{\text{mousse}} = ed\langle v_x \rangle_1$ , où  $e$  est l'épaisseur de la couche d'air imposée au début,  $d = 10,0$  cm la largeur de la cuve, et  $\langle v_x \rangle_1$  la moyenne de la vitesse dans la direction de l'écoulement, calculée sur la boîte la plus à gauche ( $i = 1$ ) pour minimiser l'influence de l'obstacle. Il suffit alors de comparer ce débit au débit d'air  $Q$  imposé pour en déduire la fraction fluide :

$$\phi = 1 - \frac{Q}{Q_{\text{mousse}}}. \quad (2.9)$$

En pratique, cette méthode fonctionne bien pour l'épaisseur de mousse de référence 3,5 mm, mais est trop sensible dans d'autres conditions.

Une méthode alternative est basée sur la mesure directe de la proportion occupée par les films liquides sur une image. Cette proportion dépend du seuillage utilisé pour distinguer les bulles et les films liquides. En effet, comme on l'a déjà vu à la figure 2.13, un seuillage trop fort rogne les bulles, alors qu'un seuillage trop faible rogne les côtés des bulles. Or si des côtés sont coupés, le programme comptera moins de bulles qu'il n'en existe en réalité. En pratique, nous testons différents niveaux de seuillage, et nous retenons le premier pour lequel le nombre de bulles comptées devient constant. Cette méthode donne une valeur absolue fautive pour la fraction fluide, car elle occulte la structure tridimensionnelle des bulles, mais elle donne un bon ordre de grandeur des variations relatives.

Nous nous fions donc à la méthode du champ des vitesses pour obtenir une valeur exacte de la fraction fluide à l'épaisseur 3,5 mm, et pour obtenir des fractions fluides pour d'autres épaisseurs, nous utilisons les variations relatives de fraction fluide prévue par la méthode du seuillage. Cette approche composite combine

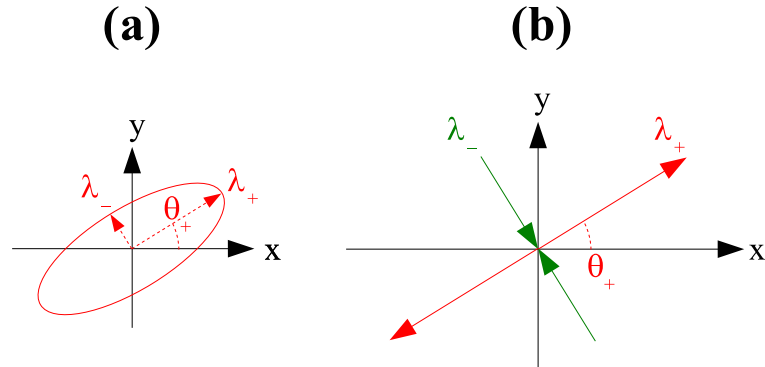


FIG. 2.20 – Représentation de tenseurs symétriques : (a) représentation elliptique d'un tenseur symétrique défini positif (c'est-à-dire dont les deux valeurs propres sont strictement positives) ; (b) représentation « double trait » d'un tenseur symétrique dont une des deux valeurs propres est négative.

les avantages des deux méthodes pour obtenir une fraction fluide dont l'erreur absolue varie entre 2 et 3%.

### Tenseur de texture

Le tenseur de texture (équation (2.6)) est par définition un tenseur symétrique, défini et positif. Il est donc diagonalisable en base orthonormée, et ses deux valeurs propres sont positives. Une représentation elliptique, où le vecteur propre associé à la plus grande, respectivement la plus petite, valeur propre correspond au grand, respectivement petit, axe, est donc particulièrement adaptée à sa représentation [5]. Cette ellipse est la courbe paramétrée d'équation :

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \bar{\bar{M}} \cdot \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{xx} \cos t + M_{xy} \sin t \\ M_{xy} \cos t + M_{yy} \sin t \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Un exemple d'une telle représentation est la figure 2.20a.

### Tenseur de déformation statistique

Nous utilisons également le tenseur de déformation statistique, défini par [6] :

$$\bar{\bar{U}} = \frac{1}{2}(\ln \bar{\bar{M}} - \ln \bar{\bar{M}}_0), \quad (2.11)$$

où le logarithme est pris au sens des matrices, et où  $\bar{\bar{M}}_0$  est une valeur de référence du tenseur de texture. Ce tenseur s'identifie à la notion classique de déformation dans le domaine de validité de l'élasticité classique [6] (en particulier,  $\bar{\bar{U}}$  s'annule à déformation nulle, et est compatible avec les mesures ou les prédictions des

modules élastiques de la mousse, voir [5, 32] et l'annexe A.1), et l'étend au-delà du premier réarrangement topologique, y compris en situation d'écoulement.

Le logarithme de  $\bar{M}$  est défini par :

$$\ln \bar{M} \equiv \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\bar{M}^k}{k},$$

si cette série est convergente. En pratique, pour des matrices symétriques définies positives donc de valeurs propres toutes strictement positives, il est équivalent et plus simple de passer par la forme diagonalisée : en notant  $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  le spectre d'une matrice symétrique définie positive  $\bar{M}$ , il existe une matrice de rotation  $\bar{R}$  ( ${}^t\bar{R} = \bar{R}$ ) telle que :

$$\bar{M} = {}^t\bar{R} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{pmatrix} \cdot \bar{R},$$

et le logarithme est simplement calculé par :

$$\ln \bar{M} = {}^t\bar{R} \cdot \begin{pmatrix} \ln \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \ln \lambda_n \end{pmatrix} \cdot \bar{R}.$$

Dans le cas du tenseur de texture, le calcul du logarithme est simplement implémenté à l'aide de la fonction `Eigensystem` de Mathematica qui calcule les éléments propres.

Il reste à définir une valeur de référence  $\bar{M}_0$ . En pratique, on la définit le plus loin possible de l'obstacle. La mousse pouvant être légèrement hors d'équilibre même aux extrémités du champ d'observation, on définit  $\bar{M}_0$  en moyennant la valeur de  $\bar{M}$  calculée sur les deux boîtes les plus à gauche et à droite. De plus, nous verrons que dans certains cas il existe un léger gradient vertical de taille de bulles dû à la préparation de la mousse. On tient compte de ce gradient en définissant un  $\bar{M}_0$  dépendant de l'ordonnée. Ainsi, pour un quadrillage de taille  $I \times J$ , on a :  $\bar{M}_0(i, j) = \bar{M}_0(j) = [\bar{M}(1, j) + \bar{M}(I, j)]/2$ . Si  $\bar{M}_0$  est isotrope ( $\bar{M}_0 = \lambda_0 \bar{I}$ ), alors on a, d'après (2.11),

$$\bar{M} = \frac{1}{2} {}^t\bar{R} \cdot \begin{pmatrix} \ln \lambda_1/\lambda_0 & & \\ & \ddots & \\ & & \ln \lambda_n/\lambda_0 \end{pmatrix} \cdot \bar{R}.$$

Défini par (2.11), le tenseur de déformation statistique est un tenseur symétrique dont la trace est proche de zéro, car elle quantifie la compressibilité 2D des bulles, qui reste faible. Ce tenseur possède donc en général une valeur propre positive et une négative. Au lieu de la représentation elliptique, nous avons choisi pour

ce type de tenseur une représentation avec deux traits orthogonaux, de longueur proportionnelle à la valeur absolue des valeurs propres et de direction celle des vecteurs propres, et de couleur rouge, respectivement verte, si la valeur propre est positive, respectivement négative (figure 2.20b). Dans le cas du tenseur de déformation statistique, le trait rouge (respectivement vert) représente la direction et l'amplitude de la traction (respectivement compression) maximale. Le taux de déformation défini plus haut étant lui aussi un tenseur symétrique de trace proche de zéro, on utilise la même représentation, le trait rouge (respectivement vert) représentant la direction et l'amplitude du taux d'élongation (respectivement de contraction) maximal.

### Champ de T1

Le programme décrit en section 2.3.3 calcule le nombre  $N$  de réarrangements par boîtes, ainsi que les tenseurs  $\langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle$  et  $\langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$  pour les côtés disparus et apparus. On peut utiliser plusieurs types de représentation; tout d'abord, la représentation elliptique du tenseur  $N\langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle$  (ou  $N\langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$ ) pour les côtés disparus et apparus, qui fait clairement apparaître la direction préférentielle des T1 [78] (figure 4.15). On peut également rassembler les disparitions et apparitions de côtés en un unique tenseur :

$$\bar{\bar{T}} = N_a \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_a - N_d \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_d, \quad (2.12)$$

ou  $\bar{\bar{T}} = N_a \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_a - N_d \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_d$ . Ce tenseur peut se représenter comme la déformation statistique (figure 2.20b), car la somme de ses deux valeurs propres est proche de zéro (car  $N_a \simeq N_d$  pour un T1). On peut estimer la fréquence des T1 en évaluant la norme quadratique de  $\bar{\bar{T}}$  comme en (2.8), et en la représentant en contour. Cette représentation a l'avantage d'atténuer les artefacts (figure 4.17).

### Tenseur des contraintes élastiques

La définition du tenseur des contraintes d'origine interfaciale, que nous appellerons dans cette thèse tenseur des contraintes élastiques, dépend de l'humidité de la mousse et est différente en 2D et en 3D (voir [74] et les références de cet article pour une discussion approfondie). Bien que nos mousses soient plutôt humides, nous prendrons comme définition celle de la mousse sèche 2D, qui se calcule sur le réseau des côtés des bulles :

$$\bar{\sigma}^{\text{él}} = \lambda \rho \langle \hat{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle, \quad (2.13)$$

où  $\lambda$  désigne la tension de ligne (en N),  $\rho$  la densité surfacique (en  $\text{m}^{-2}$ ) des côtés des bulles génériquement notés  $\vec{\ell}$  et de vecteurs unitaires associés  $\hat{\ell} = \vec{\ell}/\ell$ . La moyenne est calculée sur le réseau des côtés des bulles. Chaque côté étant partagé entre deux bulles et une bulle ayant en moyenne six côtés, on a simplement :  $\rho = 3/A$ . D'après (2.13), il suffit donc de calculer  $3\langle \hat{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle/A$  pour avoir les contraintes élastiques en unités de  $\lambda$ , ce qui est immédiat.

**Tenseur  $\bar{\bar{G}}$** 

Pour terminer cette partie, nous avons défini le tenseur suivant :

$$\bar{\bar{G}} = \langle \dot{\vec{r}} \otimes \vec{r} \rangle \cdot \bar{\bar{M}}^{-1}, \quad (2.14)$$

où ici  $\bar{\bar{M}} = \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$ . On verra que  $\bar{\bar{G}}$  intervient dans l'étude théorique que nous avons menée sur la mécanique des mousses (section 6.2). Le calcul du tenseur  $\langle \dot{\vec{r}} \otimes \vec{r} \rangle$  ayant été effectué par le programme, il est simple d'implémenter le calcul de  $\bar{\bar{G}}$  en inversant  $\bar{\bar{M}}$  par la fonction `Inverse` de Mathematica. On représentera essentiellement le tenseur symétrique  $(\bar{\bar{G}} + {}^t\bar{\bar{G}})/2$  en représentation double trait (figure 2.20b).



# Chapitre 3

## Résultats : mesures globales

Au cours de ce chapitre, nous présentons les mesures globales, ou macroscopiques, traduisant la réponse de la mousse en écoulement dans son ensemble : la force exercée sur un obstacle (section 3.1) puis la perte de charge (section 3.2).

L'esprit de ces mesures est le suivant : nous partons d'une situation de référence dont les conditions sont choisies pour que l'expérience soit la plus facile possible : épaisseur de mousse 3,5 mm, aire des bulles 16,0 mm<sup>2</sup>, solution sans glycérol et flotteur nu, sans profil ajouté. À partir de cette référence, nous faisons varier un paramètre à la fois : viscosité de la solution, aire des bulles, épaisseur de mousse, surfactant, ainsi que l'obstacle pour les mesures de force. Comme nous l'avons précisé en section 2.2, le débit est asservi aux autres paramètres de contrôle, et pour chaque valeur de ces paramètres, nous avons accès à environ une dizaine de débits différents, couvrant une gamme d'une à deux décades, pour fixer une tendance.

Les résultats de ce chapitre seront spécifiquement discutés en section 5.2.

### 3.1 Mesures de force

Nous reprenons essentiellement les mesures présentées dans [45], les sections 3.1.3 et 3.1.4 étant nouvelles.

#### 3.1.1 Viscosité de la solution

Nous étudions l'influence de la viscosité de la solution (section 2.1.4) sur les mesures de force (figure 3.1). Ces données sont bien ajustées par une loi affine :

$$F = F_0 + mQ. \quad (3.1)$$

Nous appellerons désormais  $F_0$  la traînée seuil, car elle peut être interprétée comme la force minimale à appliquer à l'obstacle pour le mettre en mouvement



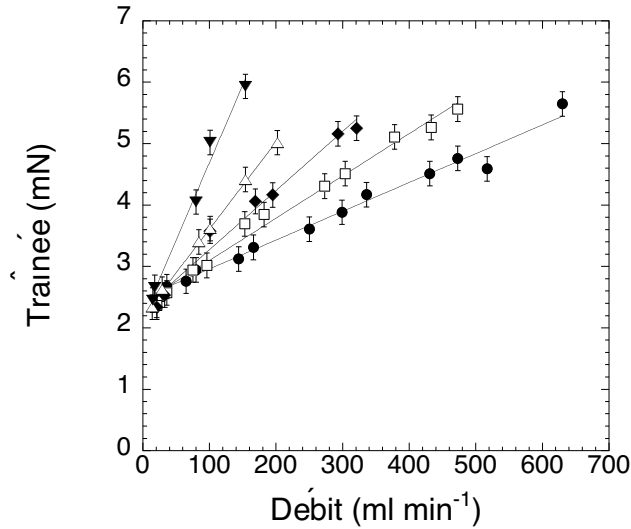


FIG. 3.1 – Traînée en fonction du débit, pour une viscosité de la solution égale à 1,06 (●), 1,6 (□), 2,3 (◆), 3,8 (△) et 9,3 mm<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup> (▼). Les lignes droites résultent de l'ajustement affine des données. L'obstacle est le flotteur nu, l'épaisseur de mousse vaut 3,5 mm et l'aire de bulles 20,0 mm<sup>2</sup> (ce choix de l'aire de bulles diffère de l'aire de référence de 16,0 mm<sup>2</sup> pour des raisons de chronologie : ces mesures ont été effectuées avant l'utilisation de la roue dentée, voir section 3.1.5).

relatif par rapport à la mousse. Le paramètre  $m$  sera appelé le coefficient visqueux, car on peut lui associer dimensionnellement une viscosité effective 3D de la mousse :  $\mu \approx mS/R$ , où  $S$  est la section transversale de la mousse et  $R$  une dimension caractéristique de l'obstacle. On reporte la traînée seuil et le coefficient visqueux en fonction de la viscosité en figure 3.2.

On observe deux tendances générales sur la figure 3.1 : la traînée tend vers une valeur non nulle à débit tendant vers zéro, et elle augmente avec le débit. La première observation est la signature du caractère élastique de la mousse, et la deuxième est relative à ses propriétés de type fluide. La figure 3.2a montre que la traînée seuil est très peu dépendante de la viscosité de la solution. Plus précisément, on peut bien corréliser la légère décroissance observée à celle de la tension de surface mesurée (figure 3.2a) : entre les deux viscosités extrêmes, la traînée seuil diminue de  $13 \pm 7\%$  tandis que la tension de surface diminue de  $7 \pm 1\%$  (section 2.1.4).

La figure 3.2b montre que le coefficient visqueux augmente avec la viscosité de la solution, avec une dépendance en loi de puissance sur la gamme de viscosité étudiée :  $m \propto \nu^{0,77 \pm 0,05}$ . On peut d'ores et déjà noter que cet exposant est significativement inférieur à 1 : la viscosité effective de la mousse n'est donc pas proportionnelle à la viscosité de la solution.

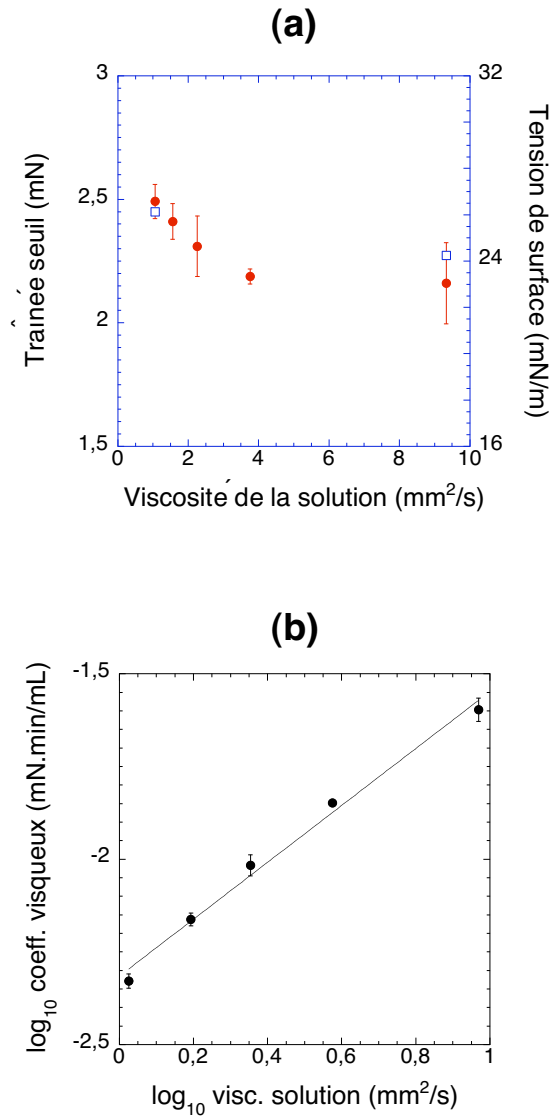


FIG. 3.2 – Données de la figure 3.1 : (a) traînée seuil ( $\bullet$ ) et tension de surface ( $\square$ ), (b) logarithme du coefficient visqueux en fonction du logarithme de la viscosité de la solution, dont les points sont ajustés par une droite de pente  $0,77 \pm 0,05$ . Les barres d'erreur représentent les incertitudes sur les paramètres  $F_0$  et  $m$  résultant de la dispersion statistique des données.

### 3.1.2 Aire des bulles

Nous étudions à présent l'aire des bulles, de 12,1 à 39,3 mm<sup>2</sup> (figure 3.3). Cela correspond à la gamme utilisable de monocouche de bulles raisonnablement monodisperses. Pour une aire plus petite, le rapport entre la hauteur des bulles et leur aire devient trop grand pour que la monocouche de bulles soit stable, et on transite vers une mousse 3D [35]. Pour une aire plus grande, les mousses deviennent très polydisperses ; d'ailleurs, les mousses à 31,7 et 39,3 mm<sup>2</sup> contiennent déjà des inclusions de bulles plus petites qui induisent un peu de désordre. Nous avons choisi de garder ces points car la proportion de petites bulles reste faible (inférieure en nombre à 10%). Nous verrons que cette légère polydispersité n'induit que des conséquences mineures sur les mesures.

Les mesures de traînée (figure 3.4) montrent encore le caractère viscoélastique de la mousse, avec une traînée seuil et une augmentation avec le débit. On ajuste ici aussi les données linéairement grâce à la formule (3.1), bien que les deux plus grandes aires de bulles ont tendance à montrer une certaine concavité. Cette simplification nous permettra de discuter plus facilement les résultats ; de plus, un ajustement plus complexe du type  $F = F_0 + m'Q^\alpha$  (voir section 3.1.3) donne des résultats quelque peu dispersés : nos mesures ne sont pas assez précises pour étudier une variation éventuelle de l'exposant  $\alpha$  avec l'aire des bulles. La traînée seuil et le coefficient visqueux sont représentés en figure 3.5.

La figure 3.5a montre que la traînée seuil décroît avec l'aire des bulles. Cette diminution est compatible avec les prédictions [113] et les mesures [114, 101, 102] du module de cisaillement et de la contrainte seuil d'une mousse. L'étude plus fine de cette dépendance est compliquée et nous la discuterons ultérieurement. La figure 3.5b montre que le coefficient visqueux décroît également avec l'aire des bulles, excepté pour le dernier point.

### 3.1.3 Épaisseur de la mousse

Passons maintenant à l'influence de l'épaisseur de la mousse. Nous avons étudié six épaisseurs de 2,0 à 4,5 mm (figure 3.6). Cela correspond à la gamme utilisable de monocouche de bulles avec l'aire choisie. Pour une épaisseur supérieure, la mousse devient 3D pour les raisons évoquées à la section 3.1.2. Pour une épaisseur inférieure, il devient difficile de contrôler la planéité de la monocouche de bulles (figure 2.10) sans avoir des fuites de solution à l'extrémité aval du canal. On peut noter l'assèchement progressif de la mousse quand l'épaisseur augmente : elle est très humide pour les épaisseurs les plus faibles, et même complètement décompactée dans le sillage de l'obstacle pour l'épaisseur de 2,0 mm, alors que les bulles deviennent de plus en plus polygonales pour les plus grandes épaisseurs.

Contrairement aux autres sections de ce chapitre, nous présentons la traînée en fonction de la vitesse effective  $V_{\text{eff}} = Q/ed$  et non pas du débit.  $V_{\text{eff}}$  n'est pas la vitesse de la mousse, mais une vitesse rapportée au débit d'air imposé.

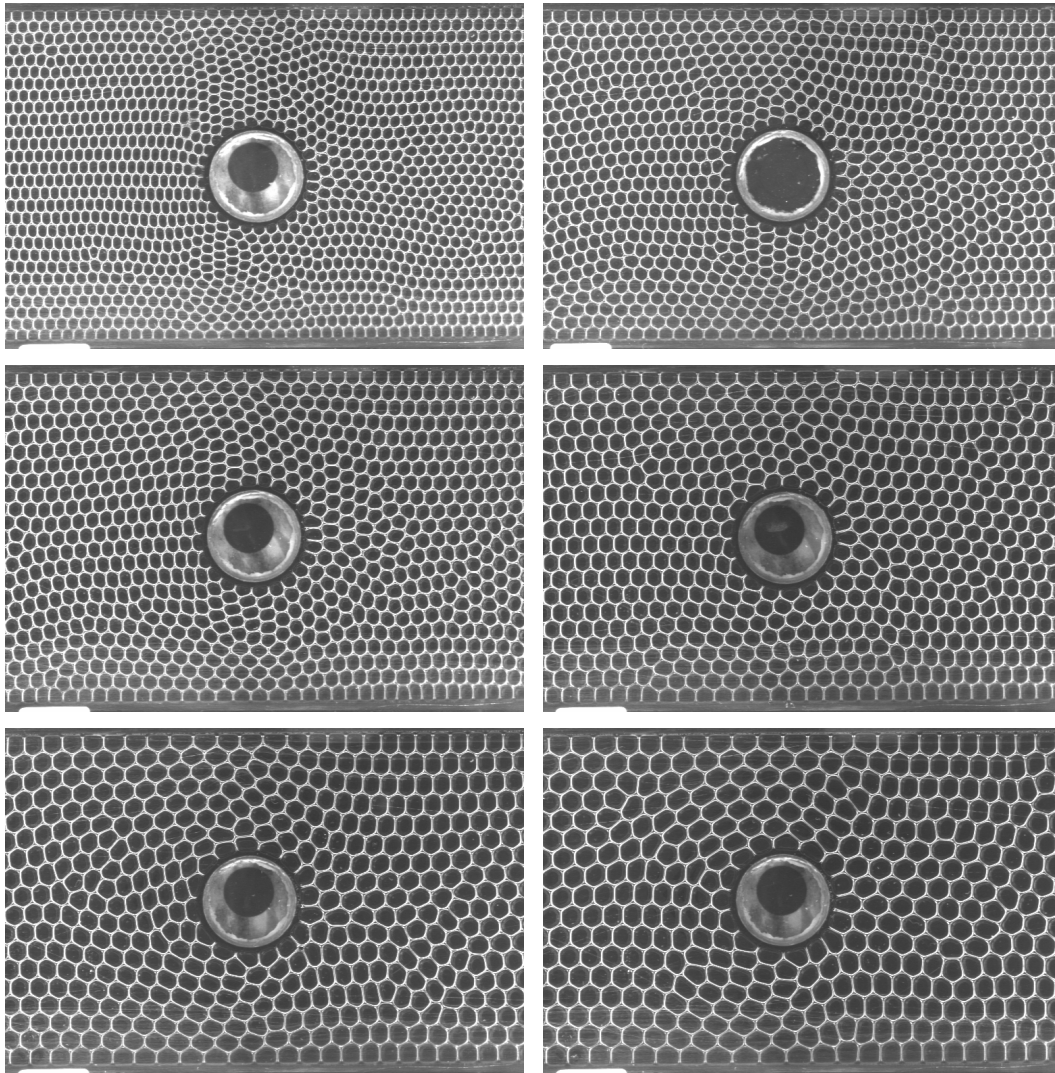


FIG. 3.3 – Images de mousse avec les six aires utilisées, en ordre croissant de haut en bas et de gauche à droite : 12,1, 16,0, 20,0, 25,7, 31,7 et 39,3 mm<sup>2</sup>.

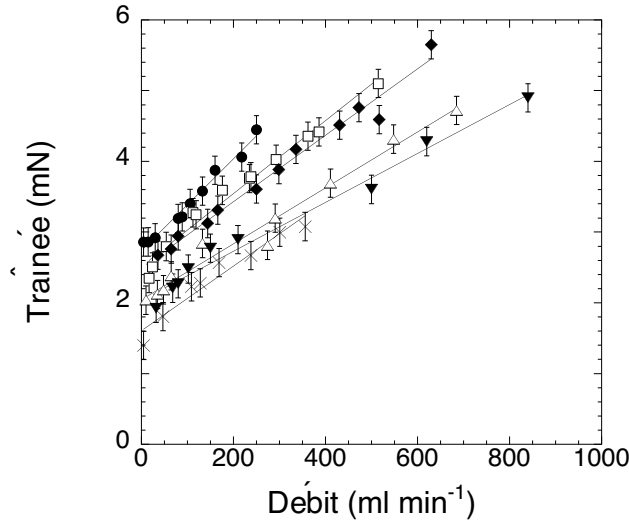


FIG. 3.4 – Trainée en fonction du débit, pour une aire des bulles égale à 12,1 (●), 16,0 (□), 20,0 (◆), 25,7 (△), 31,7 (▼) et 39,3 mm<sup>2</sup> (×) : voir les photos de la figure 3.3. Les lignes droites résultent de l’ajustement affine des données. L’obstacle est le flotteur nu, l’épaisseur de mousse vaut 3,5 mm et la viscosité de la solution 1,06 mm<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>.

La différence provient de l’eau transportée dans les films et quantifie la fraction fluide, comme décrit en section 2.3.4.

Les mesures de trainée en fonction de la vitesse apparaissent en figure 3.7. À débit donné, la trainée augmente avec l’épaisseur de mousse. Il est intéressant de noter également un changement de concavité quand l’épaisseur varie : ce changement est mis en évidence par l’ajustement

$$F = F_0 + m_2 \left( \frac{V_{\text{eff}}}{V_0} \right)^\alpha, \quad (3.2)$$

où  $V_0 = 1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , dont les trois paramètres  $F_0$ ,  $m_2$  et  $\alpha$  (que nous appelons exposant rhéologique) sont tracés en fonction de l’épaisseur en figure 3.8. Cet ajustement pose cependant problème pour l’épaisseur de 2,0 mm, car il est incompatible avec les données. Nous avons alors effectué l’ajustement (3.2) en fixant arbitrairement la valeur  $m_2 = 1,57$ , valeur moyenne des coefficients  $m_2$  obtenus pour les cinq autres épaisseurs (en effet, la figure 3.8b montre que ce coefficient ne dépend pas significativement de l’épaisseur). Physiquement,  $F_0$  est une définition alternative (par rapport à l’ajustement linéaire) de la trainée seuil, le coefficient  $m_2$ , qui a la dimension d’une force, quantifie l’ordre de grandeur de la contribution dynamique (purement dépendante de la vitesse) à la trainée, et l’exposant rhéologique distingue un comportement de type fluidifiant ( $\alpha < 1$ ) ou épaississant ( $\alpha > 1$ ). Il convient néanmoins de rester prudent quant à l’utilisa-

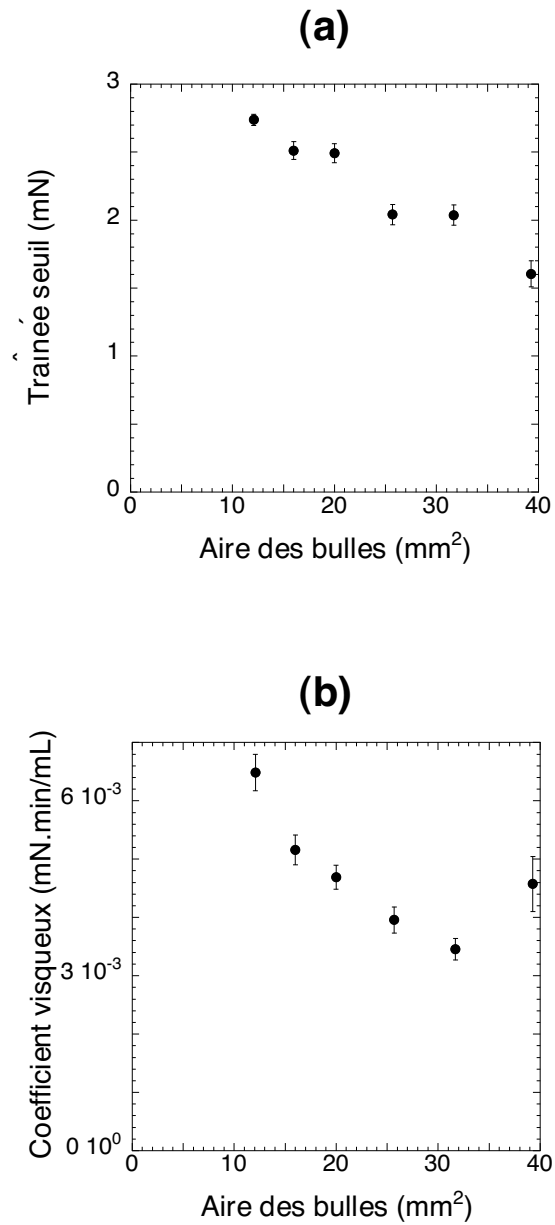


FIG. 3.5 – Données de la figure 3.4 : (a) traînée seuil, (b) coefficient visqueux en fonction de l'aire des bulles.

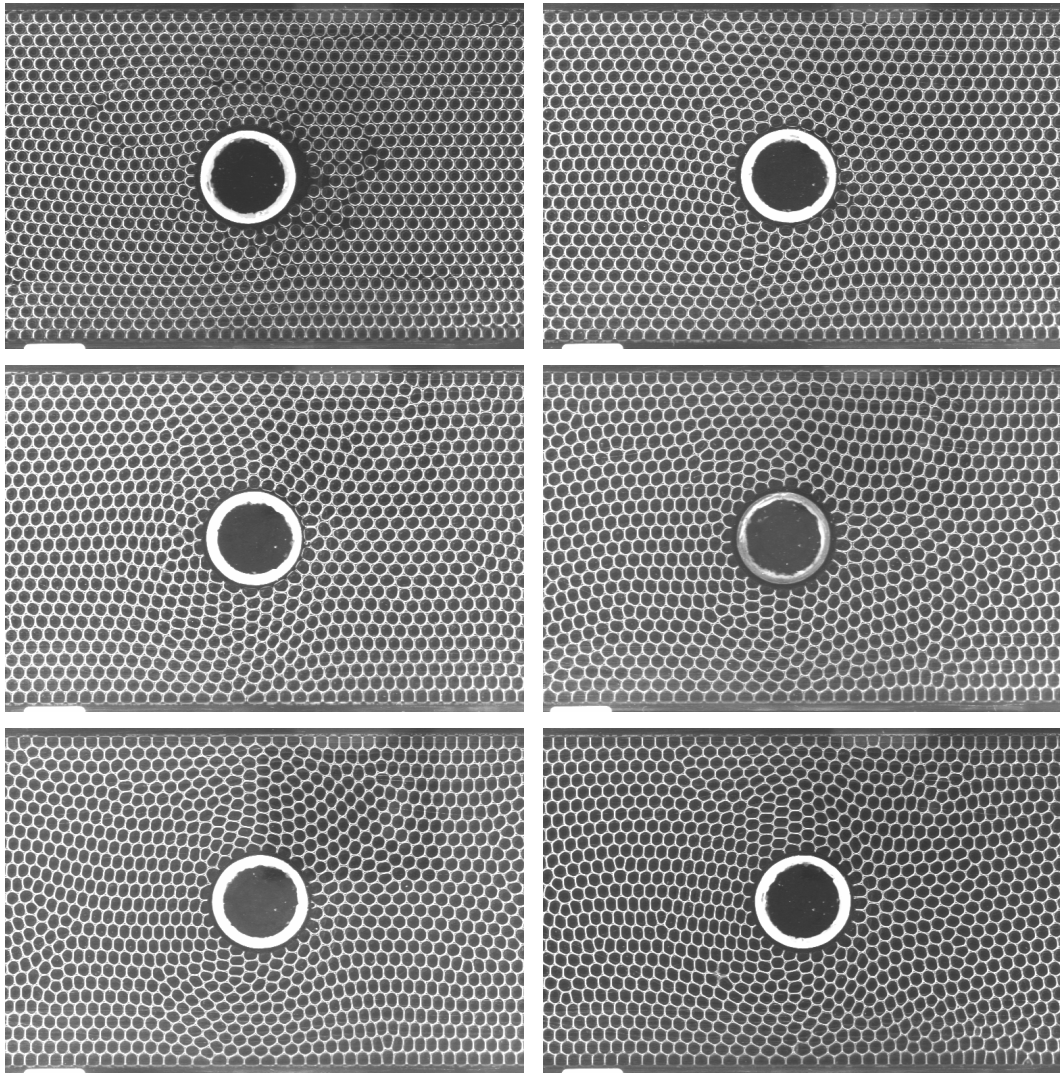


FIG. 3.6 – Images de mousse avec les six épaisseurs utilisées, en ordre croissant de haut en bas et de gauche à droite : 2,0, 2,5, 3,0, 3,5, 4,0 et 4,5 mm.

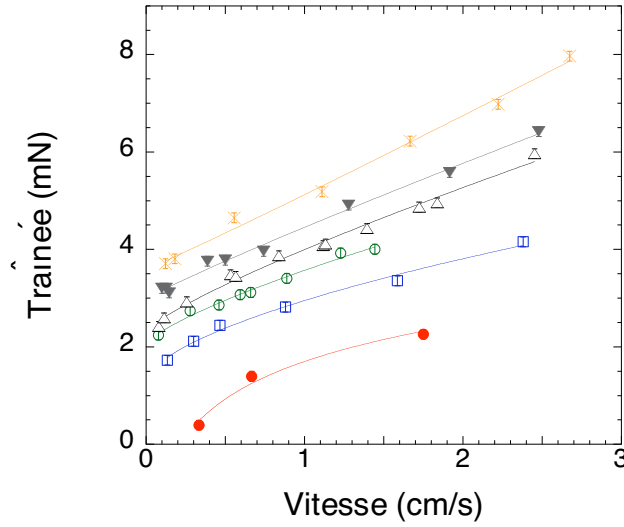


FIG. 3.7 – Trainée en fonction de la vitesse effective  $V_{\text{eff}}$ , pour une épaisseur de mousse égale à 2,0 (●), 2,5 (□), 3,0 (○), 3,5 (△), 4,0 (▼) et 4,5 mm (×) : voir les photos de la figure 3.6. Les courbes résultent de l’ajustement des données par la formule (3.2).

tion de ces termes, normalement réservés aux lois de comportement reliant des grandeurs locales : contraintes et taux de déformations, alors qu’ici on parle de grandeurs globales : forces et vitesses.

La figure 3.8a montre que la traînée seuil  $F_0$  augmente avec l’épaisseur à partir d’une valeur nulle pour une épaisseur non nulle, comprise entre 2,0 et 2,5 mm. Cette épaisseur est celle pour laquelle la contrainte seuil s’annule (perte de rigidité). La figure 3.8b montre que le coefficient  $m_2$  est quasiment constant, et la figure 3.8c souligne le changement de concavité des mesures : les épaisseurs les plus basses (de 2,0 à 3,5 mm) montrent un comportement fluidifiant, tandis que les plus hautes (4,0 et 4,5 mm) sont compatibles avec un comportement affine de la traînée.

La fraction fluide est évaluée par la méthode composite décrite en section 2.3.4. On a mesuré cette quantité par la méthode du champ des vitesses à épaisseur 3,5 mm, pour cinq différents débits. Les cinq valeurs obtenues sont sensiblement égales, et leur moyenne vaut  $11,0 \pm 1,0\%$ , où la dispersion vient des cinq évaluations. Nous prenons cette fraction fluide comme référence, et nous évaluons les fractions fluides pour les autres épaisseurs par la méthode du seuillage. Ces données sont représentées en figure 3.9 : la fraction fluide décroît avec l’épaisseur de la mousse, ce qui quantifie l’impression visuelle de la figure 3.6.



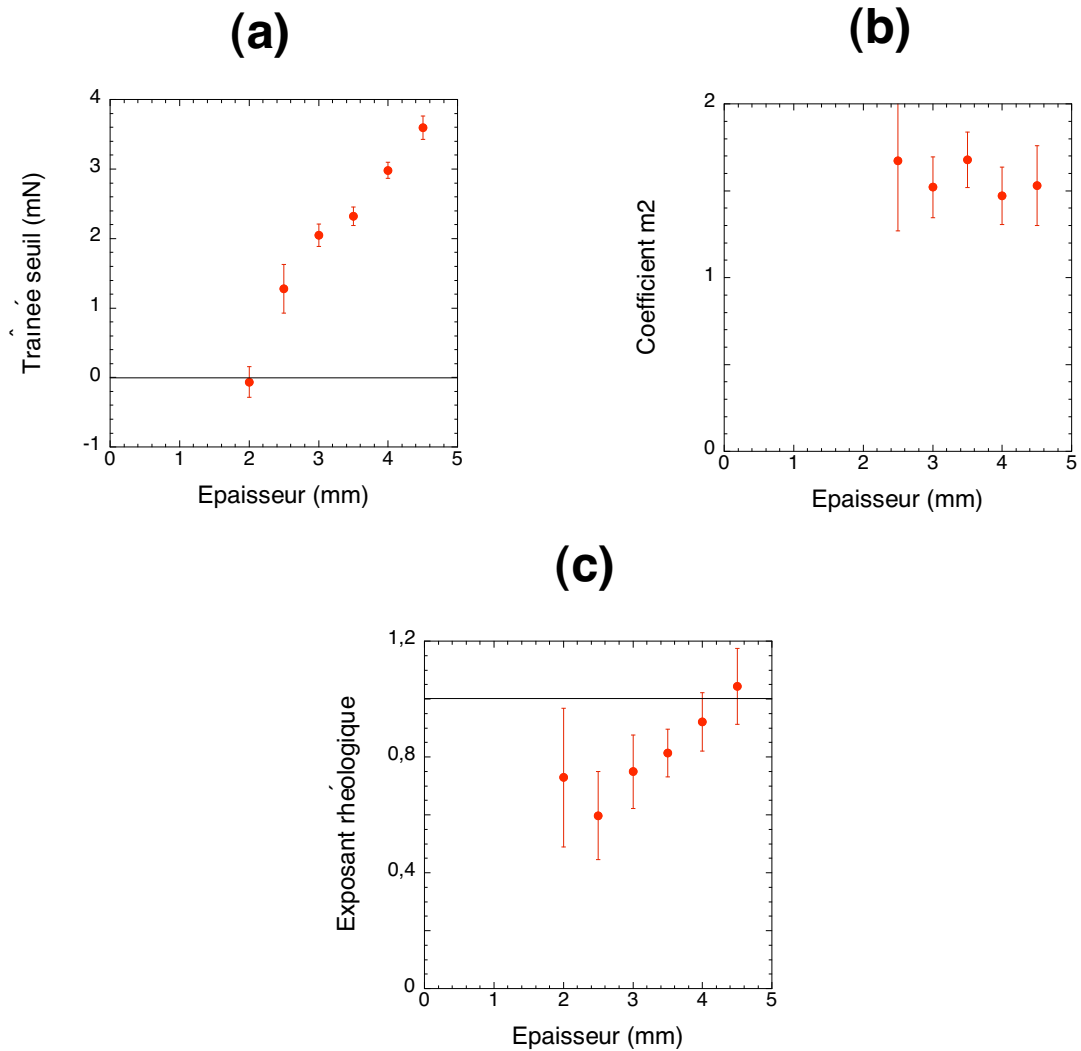


FIG. 3.8 – Paramètres de l’ajustement (3.2) à partir des données de la figure 3.7 : (a) traînée seuil  $F_0$ , (b) coefficient  $m_2$ , (c) exposant rhéologique  $\alpha$ , en fonction de l’épaisseur de mousse. L’ajustement est différent pour l’épaisseur de 2,0 mm (voir le texte). L’obstacle est le flotteur nu, l’aire des bulles vaut  $16,0 \text{ mm}^2$  et la viscosité de la solution  $1,06 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

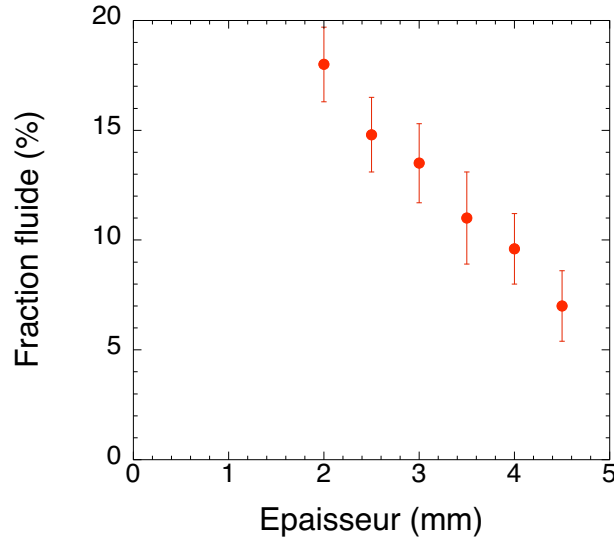


FIG. 3.9 – Fraction fluide en fonction de l'épaisseur.

Surfactant	Teepol	TTAB	caséine
Paramètre $F_0\sqrt{A}$ (mN·mm)	$10,0 \pm 0,2$	$11,3 \pm 0,6$	$10,6 \pm 4,1$
Paramètre $m\sqrt{A}$ (mN·mm)	$21 \pm 1$	$15 \pm 2$	$190 \pm 35$

TAB. 3.1 – Paramètres  $F_0\sqrt{A}$  et  $m\sqrt{A}$  pour chaque solution.

### 3.1.4 Surfactants

Dans la démarche systématique utilisée jusqu'à présent, il faudrait fixer une épaisseur de mousse de 3,5 mm et une aire de bulles de 16,0 mm<sup>2</sup> pour faire varier uniquement le paramètre surfactant. Cela a été possible pour la solution de TTAB, mais pas pour celle de caséine, qui s'est avérée très difficile à utiliser (perte de charge importante et stabilité de la mousse réduite) ; nous n'avons atteint, avec cette solution, que quatre débits pour lesquels la mousse était raisonnablement monodisperse à épaisseur 3,5 mm, avec des aires de bulles  $A$  différentes à chaque fois.

Nous présentons donc non pas directement la traînée  $F$ , mais la quantité  $F\sqrt{A}$ , en fonction du débit (la loi d'échelle implicite ici  $F \propto 1/\sqrt{A}$  est discutée en section 5.2), sur la figure 3.10. Cette figure montre que le TTAB et le Teepol donnent des résultats comparables ; au contraire, à débit donné, la quantité  $F\sqrt{A}$  est supérieure pour la caséine. Les ajustements linéaires inspirés de (3.1) montrent que cette augmentation joue sur le coefficient visqueux, mais pas sur la traînée seuil, sensiblement égale pour les trois surfactants (table 3.1).

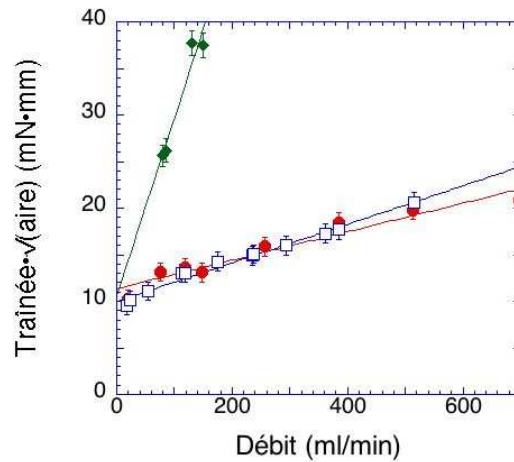


FIG. 3.10 – Paramètre  $F\sqrt{A}$  en fonction du débit, pour une solution de Teepol (●), de TTAB (□) et de caséine (◆). Les lignes droites résultent de l'ajustement linéaire des données.

### 3.1.5 Obstacle

Cette fois, nous allons fixer les propriétés intrinsèques à la mousse et changer l'obstacle. La taille des bulles est fixée par la roue dentée : nous avons choisi l'aire de  $16,0 \text{ mm}^2$ , qui permet aux bulles de se fixer de façon optimale dans les dents de diamètre  $4,0 \text{ mm}$ . La mousse est d'épaisseur fixée  $3,5 \text{ mm}$  et la solution est sans glycérol. Nous allons étudier les obstacles de la figure 2.6. Nous commencerons par étudier l'obstacle carré, et l'influence de son orientation dans l'écoulement. Ensuite, la comparaison des mesures de trainée des différents obstacles nous montrera l'influence de la taille, des conditions d'ancrage et de la forme. Nous conclurons cette section en parlant des mesures de portance sur l'obstacle asymétrique : l'aile cambrée.

#### Orientation

Du fait de leur symétrie circulaire, les cercles et la roue dentée n'ont aucune orientation préférentielle en écoulement. Nous nous concentrons ici sur les mesures sur l'obstacle carré.

Le premier résultat à souligner est que comme les obstacles circulaires, le carré n'a pas d'orientation préférentielle. Nous le montrons ici sur un exemple : l'évolution de l'orientation d'un carré placé initialement à  $22,5^\circ$  d'inclinaison par rapport à un écoulement de débit  $294 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ , étudiée sur une durée de 75 minutes, est reportée en figure 3.11. Cette figure montre que la dérive orienta-

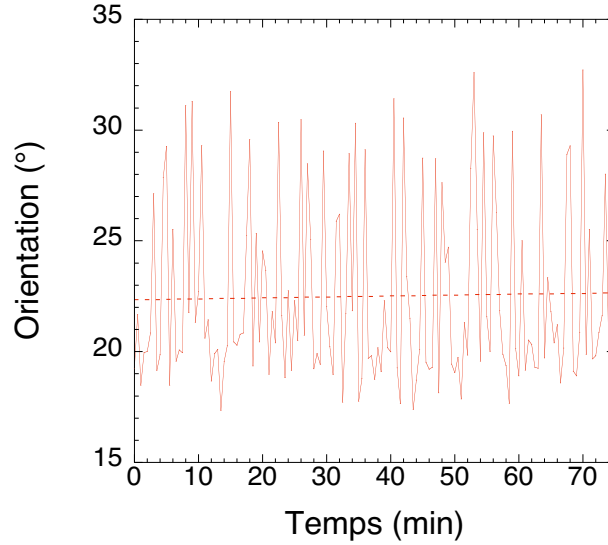


FIG. 3.11 – Évolution temporelle de l’orientation de l’obstacle carré pendant 75 minutes. L’écart-type des fluctuations d’orientation vaut  $4,2^\circ$ . La ligne pointillée représente l’ajustement linéaire des données : elle montre l’absence de dérive et donc la stabilité de l’orientation étudiée. Noter également l’asymétrie des fluctuations.

tionnelle est négligeable devant les fluctuations.

Nous avons étudié trois orientations du carré : les deux orientations particulières  $0^\circ$  et  $45^\circ$ , et l’orientation intermédiaire  $22,5^\circ$ . La mesure de la traînée exercée par la mousse sur la carré apparaît en figure 3.12. Cette figure montre que la traînée ne dépend pas de l’orientation du carré par rapport à l’écoulement. Ce résultat est intéressant par comparaison avec la mécanique des fluides newtoniens : on retrouve une telle invariance de la force avec l’orientation dans le régime des bas nombres de Reynolds [62], où cette invariance est due à la linéarité de l’équation de mouvement (équation de Stokes) combinée à la haute symétrie du carré. Au contraire, dans la limite des fluides parfaits ( $Re \rightarrow \infty$ ), la traînée dépend de l’orientation pour un obstacle carré [28]. Par la suite, quand nous comparerons les différents obstacles entre eux, nous moyennerons ces trois valeurs pour évoquer le carré sans référence d’orientation.

Contrairement au carré, l’aile droite possède seulement deux orientations stables, alignées avec l’écoulement. La configuration la plus stable est la configuration habituelle en aérodynamique, avec le bord d’attaque arrondi et le bord de fuite pointu. Nous n’avons cependant pas procédé à une étude quantitative de ces stabilités. Nous reviendrons sur la stabilité de l’aile cambrée dans le paragraphe spécifique à cet obstacle.

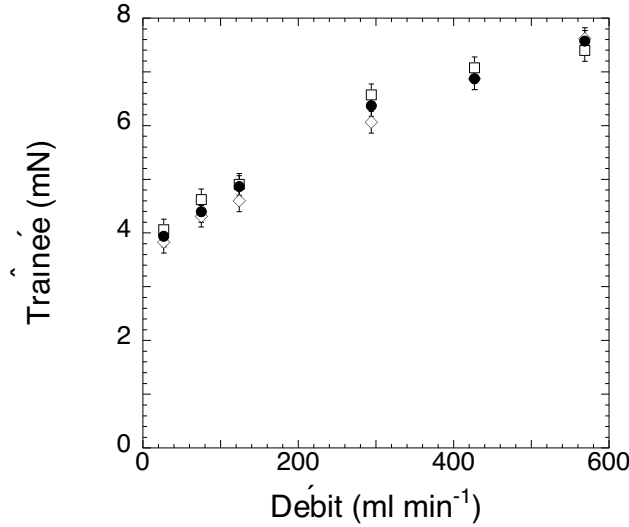


FIG. 3.12 – Trainée subie par l’obstacle carré en fonction du débit, pour une orientation de  $0^\circ$  (●),  $22,5^\circ$  (□) et  $45^\circ$  (◇).

### Trainée : comparaison des différents obstacles

Une fois effectué le moyennage sur les trois orientations du carré, nous présentons les mesures de trainée sur les différents obstacles en figure 3.13. Comme on s’y attend, la trainée augmente avec la taille de l’obstacle ; mais la comparaison d’obstacles de tailles, de formes et de conditions d’ancrage différentes n’est pas directe.

La figure 3.13 montre que la trainée seuil et le coefficient visqueux tendent à varier dans le même sens, ce qui est confirmé quand on trace l’un en fonction de l’autre (figure 3.14). Plus précisément, le paramètre  $m/F_0$  reste sensiblement égal à  $1,9 \text{ min}\cdot\text{l}^{-1}$  pour les cercles, la roue dentée et le carré, et est supérieur pour les ailes (table 3.2). Qualitativement, cela peut s’expliquer par le fait que les ailes sont plus allongées sur les côtés de l’écoulement, là où le frottement visqueux intervient, alors qu’elles présentent une section d’attaque beaucoup plus petite. L’ajustement linéaire effectué sur la figure 3.14 donne une pente de  $A = 1,81 \pm 0,08 \text{ min}\cdot\text{l}^{-1}$  ; cette valeur est l’inverse d’un débit caractéristique  $A^{-1} = (5,5 \pm 0,2) \times 10^2 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$  pour lequel les contributions élastique  $F_0$  et visqueuse  $mQ$  sont du même ordre de grandeur.

Pour exploiter le fait que les contributions élastique et visqueuse à la trainée sont du même ordre de grandeur dans la gamme de débit étudiée, on définit une trainée effective  $F_{\text{eff}}$ , mêlant la trainée seuil et le coefficient visqueux, comme la projection orthogonale des points de données sur la droite d’ajustement linéaire de la figure 3.14 : ainsi  $F_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \left( F_0 + \frac{m}{A} \right)$ . On en déduit un coefficient de trainée effectif (et dimensionné)  $C_{\text{eff}}$  comme le rapport de cette trainée effective et de

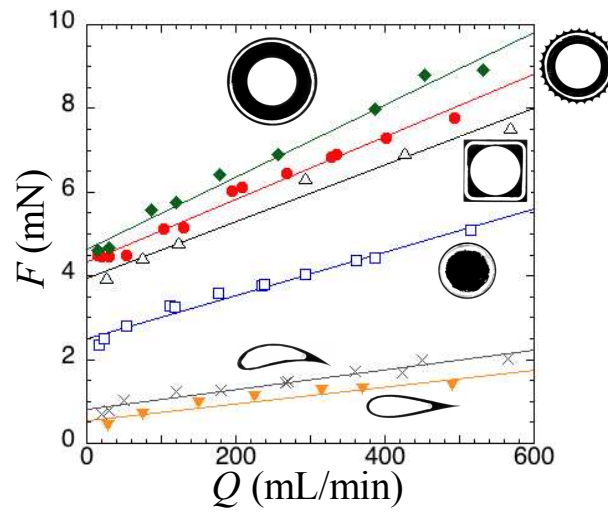


FIG. 3.13 – Traînée en fonction du débit pour les différents obstacles.

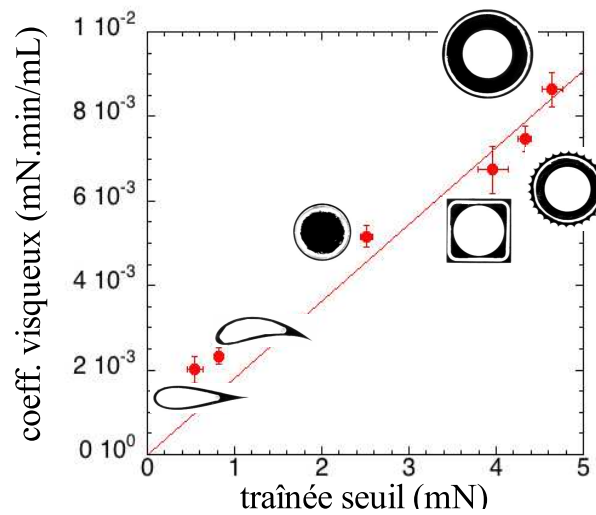


FIG. 3.14 – Coefficient visqueux en fonction de la traînée seuil pour chaque obstacle. La ligne droite est un ajustement linéaire des données.

obstacle	$F_0$ (mN)	$m$ (mN·min·l <sup>-1</sup> )	$m/F_0$ (min·l <sup>-1</sup> )	$C_{\text{eff}}$ (mN·m <sup>-1</sup> )
cercle $\varnothing$ 30 mm	2,5 ± 0,1	5,2 ± 0,3	2,1 ± 0,2	89 ± 6
cercle $\varnothing$ 48 mm	4,6 ± 0,1	8,6 ± 0,4	1,9 ± 0,1	98 ± 6
roue dentée	4,3 ± 0,1	7,5 ± 0,3	1,7 ± 0,1	97 ± 5
carré	4,0 ± 0,2	6,7 ± 0,5	1,7 ± 0,2	113 ± 10 (0°) 87 ± 10 (22,5°) 80 ± 5 (45°)
aile droite	0,5 ± 0,1	2,0 ± 0,3	3,7 ± 0,2	66 ± 13
aile cambrée	0,8 ± 0,1	2,3 ± 0,2	2,9 ± 0,4	70 ± 8

TAB. 3.2 – Traînée seuil  $F_0$ , coefficient visqueux  $m$ , rapport  $m/F_0$  et coefficient de traînée effectif  $C_{\text{eff}}$  pour chaque obstacle.

la longueur d'attaque des obstacles (par analogie avec le coefficient de traînée adimensionné  $C_x$  défini en aérodynamique [28], et proportionnel au rapport entre la traînée et la section d'attaque d'un obstacle sous écoulement). Ce coefficient de traînée effectif permet la comparaison des différents obstacles (figure 3.15).

Il est intéressant de constater que les coefficients de traînée varient assez peu avec la taille et avec les conditions d'ancrage. Par contre, on observe bien une variation avec l'orientation du carré, qui n'a guère d'intérêt car elle est bien sûr due à la variation de la longueur d'attaque. Enfin, notons que les deux ailes présentent des coefficients de traînée sensiblement inférieurs aux autres obstacles, ce qui est intéressant car cela montre un effet de profilage aphrodynamique, dans un régime totalement différent de l'aérodynamique.

### Aile cambrée : orientation et portance

Comme chaque obstacle, l'aile cambrée est libre de tourner autour de son point de contact avec la fibre : elle adopte donc son orientation préférentielle dans l'écoulement. On quantifie cette orientation stable par l'angle d'attaque, défini pour le profil de Joukowski considéré comme l'angle entre l'axe passant par les points  $x = \pm 25$ ,  $y = 0$  dans l'équation (2.4) et la direction de l'écoulement [70]. Cet angle (qui dépend du point de contact et qui est donc spécifique à notre obstacle) est légèrement négatif, et il décroît de  $-1^\circ$  à  $-4^\circ$  dans la gamme de débit étudié (figure 3.16) : c'est une première différence par rapport à l'aile droite, dont les configurations stables sont alignées avec l'écoulement indépendamment du débit.

Du fait de son asymétrie, l'aile cambrée subit une portance sous l'écoulement. La figure 3.17 montre un résultat frappant de prime abord : la portance est dirigée vers le bas, contrairement à la portance aérodynamique ! À notre connaissance, c'est la première mise en évidence expérimentale d'une telle portance inverse.

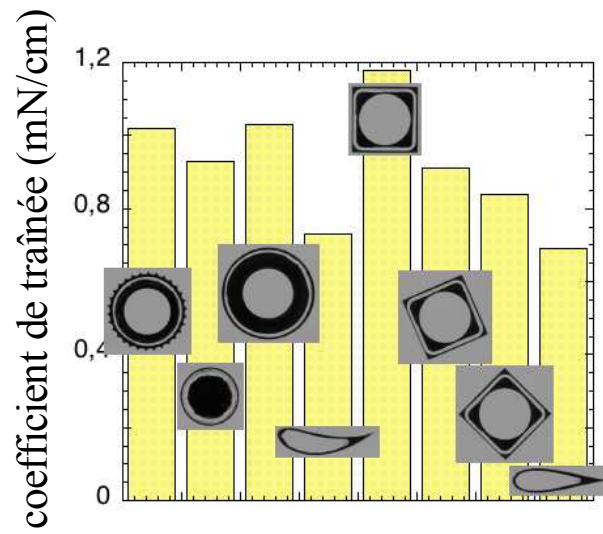


FIG. 3.15 – Coefficient de traînée pour chaque obstacle.

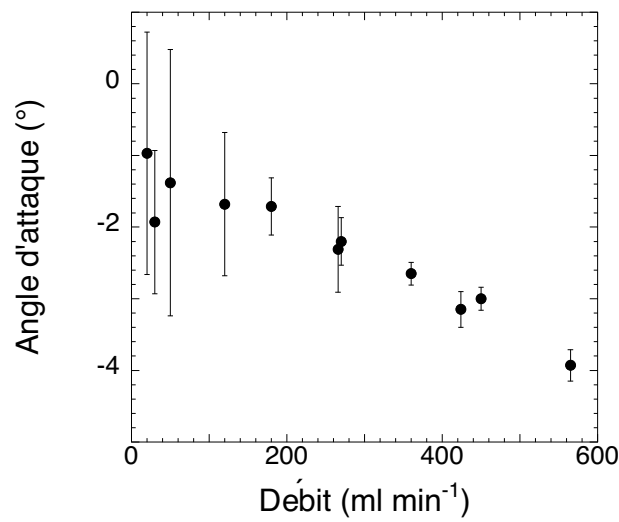


FIG. 3.16 – Angle d'attaque de l'aile cambrée en fonction du débit (les barres d'erreur représentent les fluctuations temporelles de cet angle).



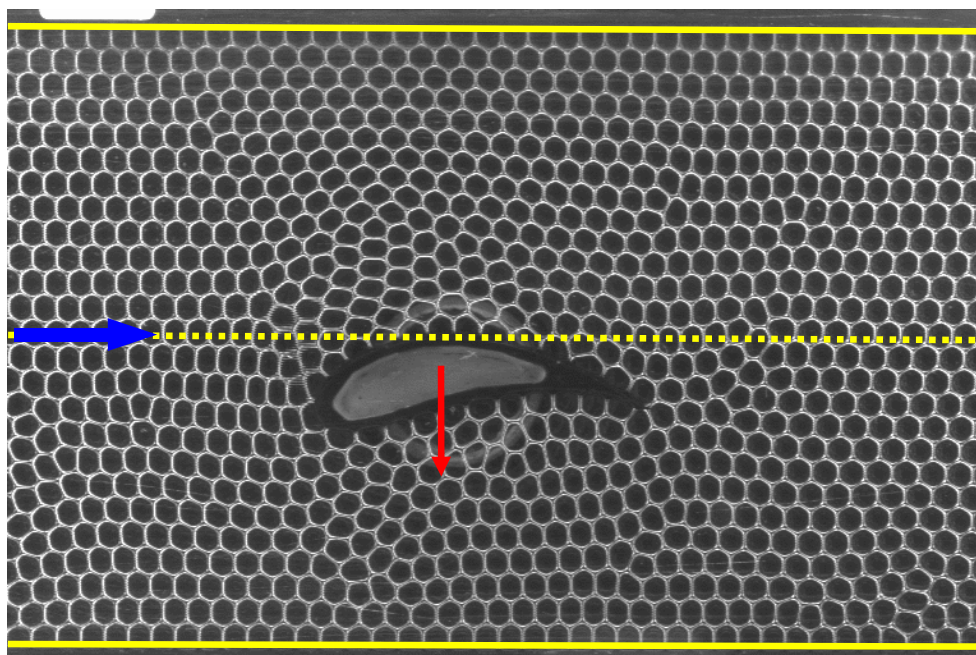


FIG. 3.17 – Illustration de la portance inverse. Les bords du canal sont représentés en traits pleins, et la ligne en pointillés représente la position d'équilibre de l'obstacle. L'aile s'est décentrée vers le bas sous écoulement (flèche bleue), ce qui traduit la portance vers le bas (flèche rouge).

De plus, contrairement à toutes les mesures de traînée présentées jusqu'ici, la portance augmente très peu avec le débit (figure 3.18). On peut donc d'ores et déjà suspecter une origine essentiellement élastique à cet intéressant phénomène, qui sera expliqué en détail par la suite.

## 3.2 Mesures de perte de charge

Nous présentons à présent les mesures de perte de charge, qui quantifient la dissipation de la mousse en écoulement. Nous commençons par justifier que la présence d'un obstacle n'affecte pas ces mesures, puis nous passons en revue l'influence des mêmes paramètres que pour les mesures de forces. Ces mesures sont publiées dans [46], sauf les résultats des sections 3.2.4 et 3.2.5.

### 3.2.1 Absence d'effet de l'obstacle

Comme nous l'avons évoqué dans la section 2.2.2, la perte de charge est une conséquence de l'écoulement de la mousse, que nous n'avions au départ prévu que de compenser, pas de mesurer. Nous n'avons donc jamais mené d'expériences

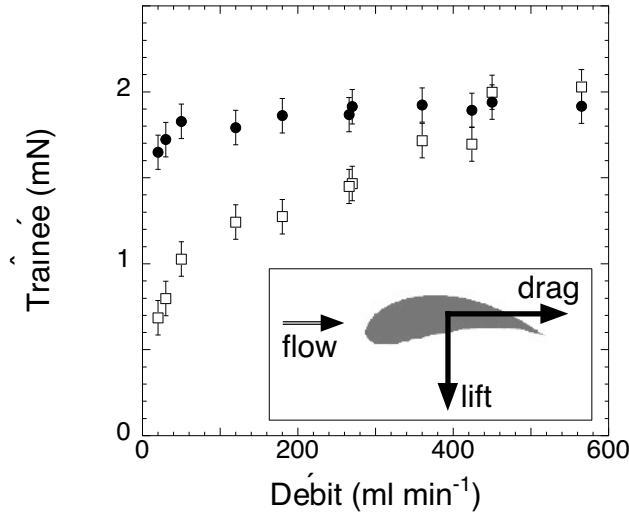


FIG. 3.18 – Forces exercées par la mousse en écoulement sur l’aile cambrée en fonction du débit : traînée (□) et portance (●).

dévolues uniquement à la perte de charge ; nous l’avons toujours mesurée comme un sous-produit des expériences d’écoulements autour d’obstacles présentées dans la section précédente.

Notre chance est que dans notre gamme de paramètres explorés, la perte de charge ne dépend pas significativement de la présence d’un obstacle ; nous l’avons vérifié proprement en comparant une mesure de perte de charge avec et sans obstacle (figure 3.19). Les deux séries sont parfaitement compatibles ; de plus, chaque série est bien ajustée par une loi de puissance :

$$\nabla P = \nabla P_0 \left( \frac{Q}{Q_0} \right)^\alpha, \quad (3.3)$$

où  $Q_0 = 1 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ , dont les deux paramètres  $\nabla P_0$  et  $\alpha$  ont des valeurs significativement égales avec et sans obstacle. Cela est particulièrement important pour l’exposant  $\alpha$ , qui sera la quantité la plus importante discutée dans cette section. Nous présentons en annexe A.3 un calcul d’ordre de grandeur qui confirme que la perte de charge est indépendante de la présence d’un obstacle.

### 3.2.2 Viscosité de la solution

Les mesures de gradient de pression en fonction du débit, pour les cinq différentes viscosités de la solution étudiées, sont présentées en figure 3.20a. On observe, ce qui paraît normal, que le gradient de pression augmente à la fois avec le débit et avec la viscosité de la solution. Plus précisément, les données logarithmiques sont bien alignées, ce qui suggère une dépendance en loi de puissance du

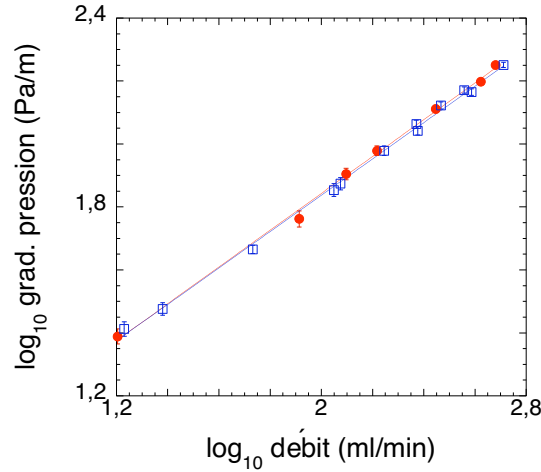


FIG. 3.19 – Logarithme du gradient de pression en fonction du logarithme du débit (solution sans glycérol, épaisseur de mousse 3,5 mm, aire des bulles 16,0 mm<sup>2</sup>). Les cercles rouges représentent les mesures effectuées en l’absence d’obstacle, et les carrés bleus celles effectuées en présence d’un obstacle (en l’occurrence le flotteur nu). Les deux séries sont compatibles, y compris sur l’ajustement des données.

gradient de pression en fonction du débit. De plus, les droites d’ajustement sont toutes quasiment parallèles ; cet exposant est donc indépendant de la viscosité de la solution, et la moyenne des cinq pentes donne sa valeur :  $0,62 \pm 0,03$ . Pour quantifier la dépendance du gradient de pression en fonction de la viscosité de la solution, on utilise donc l’ajustement :

$$\log \nabla P = 0,62 \log Q + m_2, \quad (3.4)$$

et on trace le coefficient  $m_2$  en fonction du logarithme de la viscosité de la solution (figure 3.20b). Ces données sont elles aussi bien ajustées linéairement, suggérant une deuxième loi de puissance reliant le gradient de pression à la viscosité de la solution, avec un exposant  $0,41 \pm 0,04$ .

### 3.2.3 Aire des bulles

On passe maintenant à l’influence de l’aire des bulles sur le gradient de pression. On étudie les six différentes aires de bulles déjà évoquées. On observe encore que le gradient de pression augmente avec le débit, et qu’il diminue avec l’aire des bulles (figure 3.21a). Pour chaque aire de bulles, les données logarithmiques sont encore bien ajustées par des droites quasiment parallèles, dont la moyenne des pentes donne un exposant  $0,58 \pm 0,04$ , compatible avec celui trouvé dans la section 3.2.2 aux erreurs expérimentales près. Pour quantifier la dépendance du

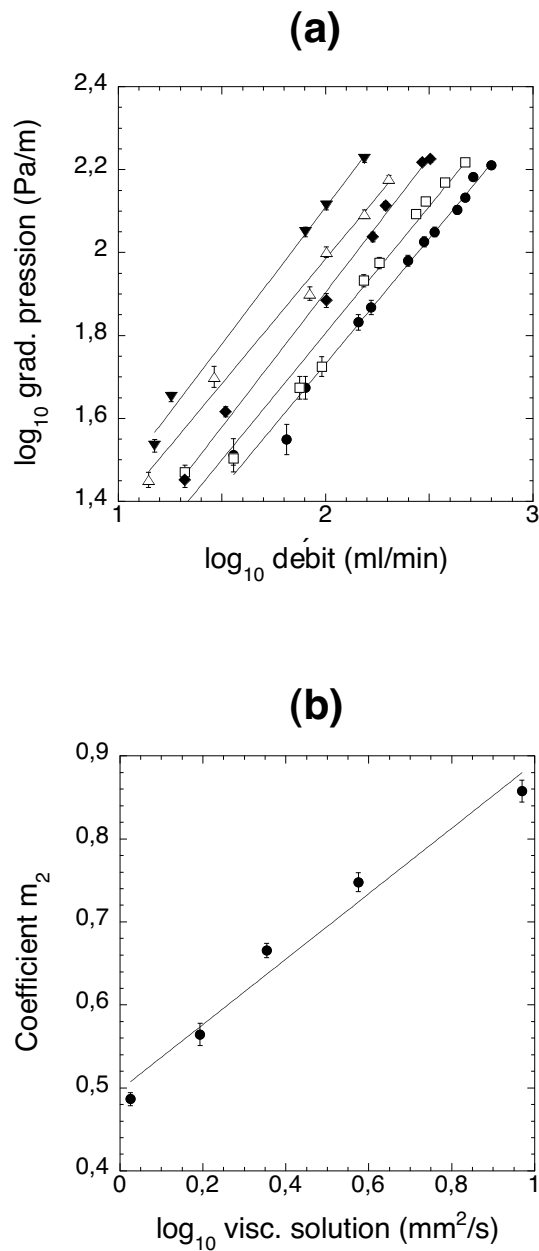


FIG. 3.20 – (a) Logarithme du gradient de pression en fonction du logarithme du débit, pour une viscosité de la solution égale à 1,06 ( $\bullet$ ), 1,6 ( $\square$ ), 2,3 ( $\blacklozenge$ ), 3,8 ( $\triangle$ ) et 9,3  $\text{mm}^2\cdot\text{s}^{-1}$  ( $\blacktriangledown$ ). Les lignes droites résultent de l'ajustement affine de chaque série de données. (b) Coefficient  $m_2$  de l'ajustement (3.4) en fonction du logarithme de la viscosité de la solution. L'obstacle est le flotteur nu, l'épaisseur de mousse vaut 3,5 mm et l'aire de bulles 20,0  $\text{mm}^2$ .

gradient de pression en fonction de l'aire des bulles, on utilise l'ajustement :

$$\log \nabla P = 0,58 \log Q + m_2, \quad (3.5)$$

et on trace le coefficient  $m_2$  en fonction du logarithme de l'aire des bulles (figure 3.21b). Ces données sont remarquablement bien linéairement ajustées, indiquant une troisième loi de puissance du gradient de pression en fonction de l'aire des bulles, avec un exposant de  $-0,33 \pm 0,01$ .

### 3.2.4 Épaisseur de la mousse

On étudie maintenant l'influence de l'épaisseur de la mousse sur la perte de charge, à aire des bulles ( $16,0 \text{ mm}^2$ ) et viscosité de la solution ( $1,06 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) fixées, avec les six différentes épaisseurs de 2,0 à 4,5 mm. Cette fois, on représente le gradient de pression en fonction de la vitesse  $V_{\text{eff}}$  (figure 3.22a), qui est un paramètre plus pertinent que le débit quand l'épaisseur varie (voir section 3.1.3).

On observe une fois de plus l'augmentation du gradient de pression avec la vitesse avec une loi de puissance, mais il n'apparaît pas de hiérarchie nette entre les différentes épaisseurs, excepté peut-être pour l'épaisseur de 4,5 mm. Cette tendance est confirmée par les ajustements de chaque série sous la forme :

$$\log \nabla P = A + \beta \log \frac{V}{V_0}, \quad (3.6)$$

où  $V_0 = 1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , qui donnent des résultats très dispersés pour les épaisseurs de 2,0 à 4,0 mm (figure 3.22b). L'ajustement de l'ensemble des données (et non pas de chaque série comme en figure 3.22b) par l'équation (3.6) donne pour valeur de l'exposant  $\beta : 0,56 \pm 0,04$ , compatible avec les valeurs obtenues en sections 3.2.2 et 3.2.3.

### 3.2.5 Surfactants

Comme nous l'avons expliqué en section 3.1.4, il faut tracer le gradient de pression rescalé par l'aire pour pouvoir comparer les trois solutions employées. Or d'après la section 3.2.3, on a  $\nabla P \propto A^{-0,33}$ , donc on trace la quantité  $\log \nabla P + 0,33 \log A$  en fonction du logarithme du débit, en figure 3.23

Une fois de plus, les résultats sont compatibles avec une loi de puissance (bien que les données sur la caséine soient dispersées). On ajuste donc les données par la formule :

$$\log \nabla P + 0,33 \log A = m_1 \log Q + m_2, \quad (3.7)$$

les coefficients  $m_1$  et  $m_2$  étant reportés en table .

On observe que le TTAB et le Teepol donnent des résultats significativement égaux. La perte de charge est considérablement augmentée dans le cas de la caséine, mais la dispersion des données nous empêche d'être plus quantitatifs.

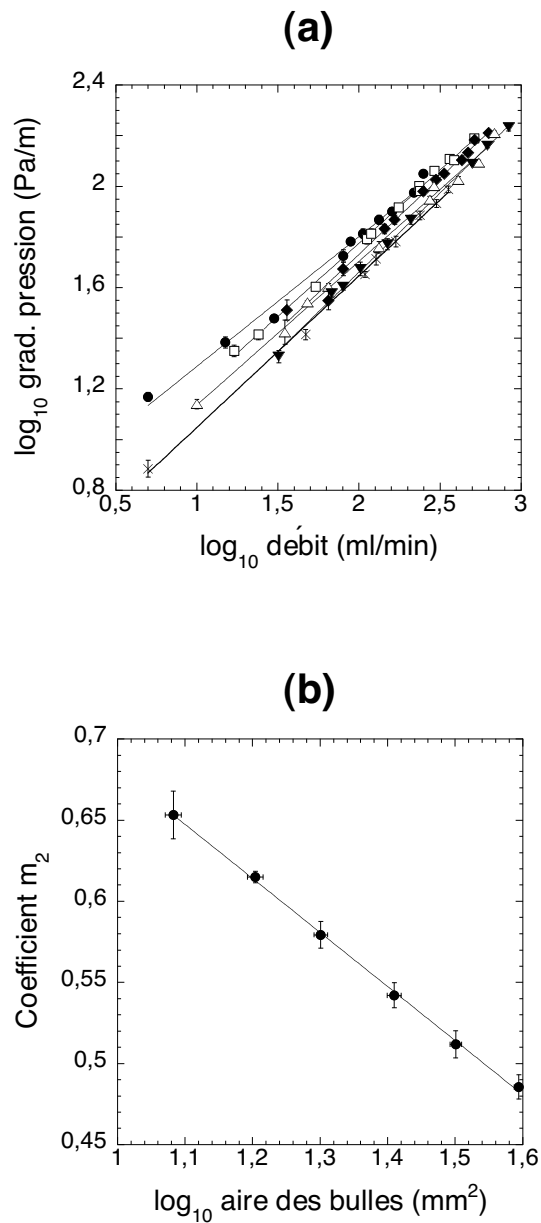


FIG. 3.21 – (a) Logarithme du gradient de pression en fonction du logarithme du débit, pour une aire des bulles égale à 12,1 (●), 16,0 (□), 20,0 (◆), 25,7 (△), 31,7 (▼) et 39,3 mm<sup>2</sup> (×). Les lignes droites résultent de l'ajustement affine de chaque série de données. (b) Coefficient  $m_2$  de l'ajustement (3.5) en fonction du logarithme de l'aire des bulles. L'obstacle est le flotteur nu, l'épaisseur de mousse vaut 3,5 mm et la viscosité de la solution 1,06 mm<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>.

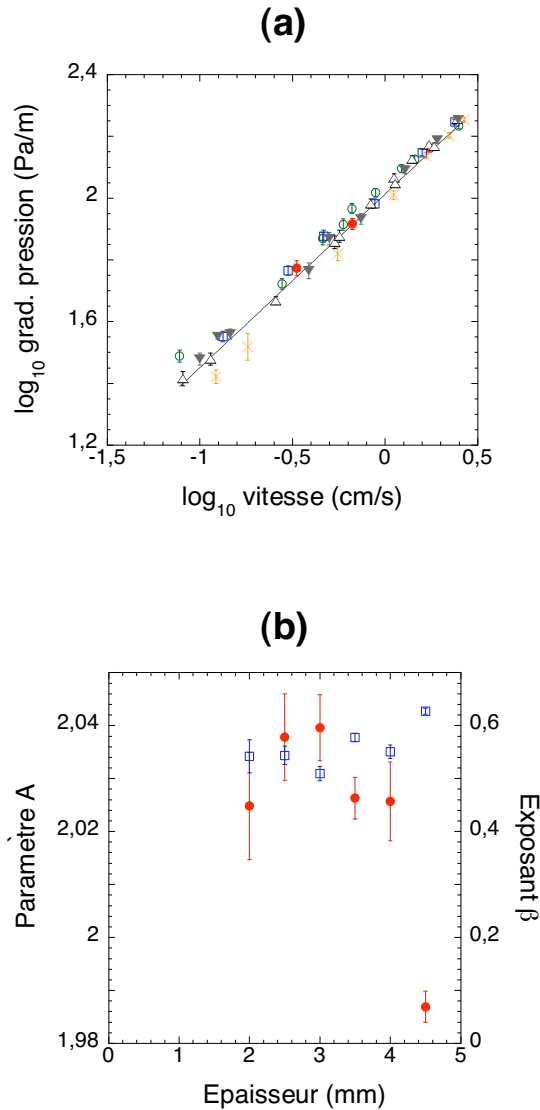


FIG. 3.22 – (a) Logarithme du gradient de pression en fonction du logarithme de la vitesse, pour une épaisseur de mousse égale à 2,0 (●), 2,5 (□), 3,0 (○), 3,5 (Δ), 4,0 (▼) et 4,5 mm (×). La droite résulte de l’ajustement affine de l’ensemble des données. (b) Coefficients de l’ajustement (3.6) : coefficient  $A$  (●) et exposant  $\beta$  (□). L’obstacle est le flotteur nu, l’aire des bulles vaut  $16,0 \text{ mm}^2$  et la viscosité de la solution  $1,06 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Surfactant	Teepol	TTAB	caséine
Paramètre $m_1$	$0,58 \pm 0,01$	$0,57 \pm 0,02$	$0,42 \pm 0,15$
Paramètre $m_2$	$1,10 \pm 0,02$	$1,07 \pm 0,04$	$1,79 \pm 0,31$

TAB. 3.3 – Paramètres  $m_1$  et  $m_2$  de l’ajustement (3.7) pour chaque solution.

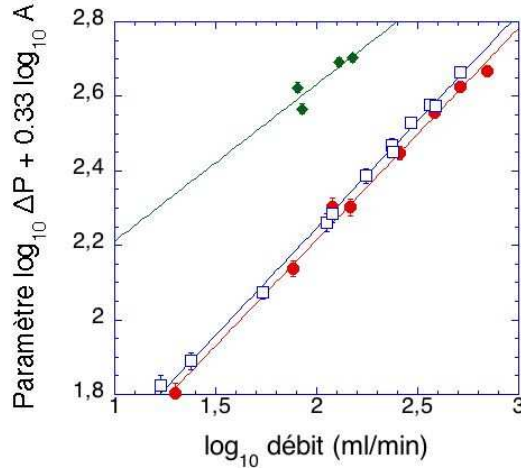


FIG. 3.23 – Paramètre  $\log \nabla P + 0,33 \log A$  en fonction du logarithme du débit, pour une solution de Teepol ( $\bullet$ ), de TTAB ( $\square$ ) et de caséine ( $\blacklozenge$ ). Les lignes droites résultent de l'ajustement linéaire des données.

### 3.2.6 Récapitulatif des mesures de perte de charge

Pour récapituler cette section consacrée à la perte de charge, nous avons montré que le gradient de pression présente une dépendance en loi de puissance avec trois paramètres de contrôle : débit, viscosité de la solution et aire des bulles, avec trois exposants indépendants :  $\nabla P \propto Q^\alpha \nu^\beta A^\delta$ . Cependant, les valeurs obtenues pour  $\beta$  et  $\delta$  dépendent de deux valeurs de  $\alpha$  arbitrairement fixées, et légèrement différentes, dans les ajustements (3.4) et (3.5) : ces valeurs sont donc biaisées. Pour obtenir des valeurs non biaisées, nous procédons à l'ajustement des l'ensemble des données (hors surfactants) par la formule à quatre paramètres :  $\log \nabla P = A + \alpha \log \frac{Q}{Q_0} + \beta \log \frac{\nu}{\nu_0} + \delta \log \frac{A}{A_0}$ , ce qui donne finalement :

$$\nabla P (\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}) = (10,0 \pm 0,4) \left( \frac{Q}{Q_0} \right)^{0,59 \pm 0,01} \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^{0,46 \pm 0,02} \left( \frac{A}{A_0} \right)^{-0,34 \pm 0,03}, \quad (3.8)$$

avec  $Q_0 = 1 \text{ mL} \cdot \text{min}^{-1}$ ,  $\nu_0 = 1 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et  $A_0 = 1 \text{ mm}^2$ . La précision sur les exposants est d'autant meilleure que la gamme de variation du paramètre associé est grande. Nous insistons bien sur le fait que cette loi de puissance n'est sans doute valide que dans la gamme étudiée.





# Chapitre 4

## Résultats : mesures locales

Dans ce chapitre, nous présentons l'ensemble des mesures locales pour une mousse en écoulement autour d'un obstacle. Nous commençons par étudier les fluctuations des champs, pour justifier la pertinence de l'étude de la mousse comme milieu continu (section 4.1). Dans le même esprit que dans le chapitre précédent, nous présentons ensuite l'ensemble des champs étudiés pour l'expérience de référence (section 4.2) et leur couplage (section 4.3), puis nous quantifions l'influence de chaque paramètre de contrôle : débit, aire des bulles, épaisseur de mousse et viscosité de la solution (section 4.4). Enfin, l'influence de la forme de l'obstacle est discutée (section 4.5). Les principaux résultats sont résumés en section 4.6.

Insistons sur l'esprit de ce chapitre, essentiellement descriptif : il sert à contraindre, valider ou justifier les modèles rhéologiques développés pour décrire ou prédire la mécanique des mousses.

### 4.1 Moyennes et fluctuations

Notre approche consiste fondamentalement à voir si l'on peut considérer la mousse comme un milieu continu, notamment en calculant les quantités locales comme des moyennes sur des boîtes mésoscopiques. Ceci n'a rien d'évident a priori pour une mousse, dont l'écoulement stationnaire résulte d'un équilibre entre la charge imposée par l'avancée des bulles autour de l'obstacle, et la relaxation due aux T1 [88] : les quantités locales comme les contraintes élastiques ou le tenseur de texture fluctuent autour d'une valeur moyenne. Il convient de s'interroger sur l'influence de ces fluctuations : plusieurs études ont montré l'importance des corrélations de ces fluctuations, notamment par l'occurrence d'avalanches de T1 [39, 78] conduisant à de fortes chutes de contraintes [92, 112].

Nous allons donc analyser les fluctuations temporelles d'une quantité définie à l'échelle locale. Nous avons choisi le tenseur de texture [74], mais l'analyse serait similaire sur les contraintes élastiques, le champ de vitesse ou la pression. Nous

nous sommes limités à l'expérience de référence : épaisseur de mousse 3,5 mm, aire de bulles 16,0 mm<sup>2</sup>, solution sans glycérol, flotteur nu, et un débit lent : 24 ml·min<sup>-1</sup>, pour permettre de bien résoudre les T1. Nous avons analysé les fluctuations dans une boîte placée juste en aval de l'obstacle (insert de la figure 4.1a), là où les fluctuations sont susceptibles d'être les plus larges ; comme nous le verrons plus tard, c'est une région où les T1 sont nombreux. L'analyse porte sur une séquence de 30 s et de 750 images. Nous commençons par analyser les variations temporelles des trois composantes du tenseur de texture (figure 4.1a). Qualitativement, on n'observe pas un comportement du type charge lente-décharge rapide par une avalanche de T1 ; ce scénario correspondrait à une succession d'augmentations lentes et de décroissances rapides de la différence  $M_{xx} - M_{yy}$ . Quantitativement, nous analysons les incréments  $\bar{M}(t + \delta t) - \bar{M}(t)$ , où  $\delta t = 0,04$  s est l'incrément temporel entre deux images successives (figure 4.2). Les histogrammes sont bien ajustés par des gaussiennes, et on n'observe pas d'asymétrie marquée qui serait la signature des avalanches. Plus précisément, le coefficient d'asymétrie<sup>1</sup> vaut respectivement  $-0,14$ ,  $-0,15$  et  $-0,07$  pour les incréments de  $M_{xx}$ ,  $M_{xy}$  et  $M_{yy}$ , ce qui reste petit devant 1.

Cependant, la boîte utilisée est petite ; en moyenne seules 7 bulles y résident à un instant donné. Les fluctuations sont donc dominées par l'advection, pas par d'éventuelles avalanches de T1 susceptibles de se produire à plus grande échelle. Nous analysons donc à nouveau les fluctuations, sur une échelle plus large, choisissant une boîte 18 fois plus grande et centrée derrière l'obstacle (insert de la figure 4.1b). On observe des fluctuations beaucoup plus petites en taille relative, donc les incréments sont eux aussi bien ajustés par des gaussiennes (figure 4.2). Ici encore, le coefficient d'asymétrie reste en valeur absolue petit devant 1 : il vaut  $-0,13$ ,  $0,12$  et  $0,08$  respectivement pour les incréments de  $M_{xx}$ ,  $M_{xy}$  et  $M_{yy}$ .

Cette analyse des fluctuations valide donc notre approche en termes de quantités moyennées. En fait, alors que le cisaillement a plutôt tendance à favoriser les avalanches de T1 [39, 92, 112], nous pensons que dans notre expérience, l'élongation joue un rôle important et atténue beaucoup les corrélations de T1, quand bien même nous avons souvent des mousses très ordonnées. La seule exception se produit avec des mousses très humides et très ordonnées, où l'on observe effectivement des déplacements en bloc de grains de mousse les uns par rapport aux autres. Ce cas est rare dans les expériences présentées ici (il se produit seulement à l'épaisseur minimale, 2 mm) ; nous ne l'analyserons pas en détail.

---

<sup>1</sup>Ce coefficient, également appelé skewness, est le rapport  $\mu_3/\mu_2^{3/2}$ , où  $\mu_i = \langle (X - \langle X \rangle)^i \rangle$  est le moment d'ordre  $i$  de la distribution  $X$  considérée. Il est positif si la queue de distribution est plus large aux grandes valeurs de la distribution, comme par exemple pour la distribution de Poisson. De plus, il est normalisé, donc une valeur très inférieure à 1 correspond à une asymétrie négligeable.

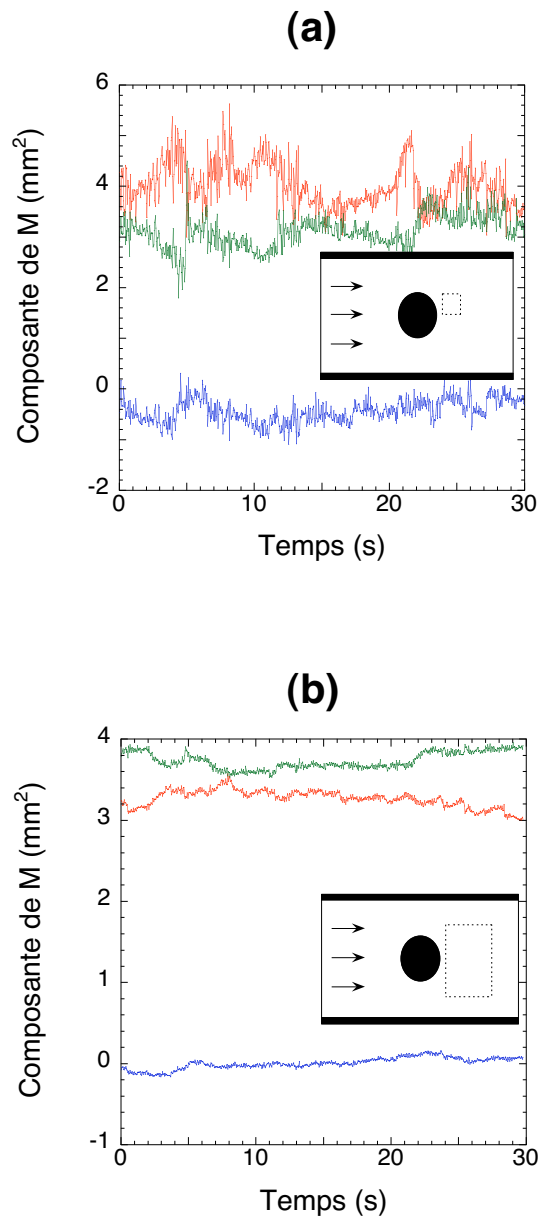


FIG. 4.1 – Évolution temporelle du tenseur de texture (rouge : composante  $M_{xx}$ , bleu : composante  $M_{xy}$ , vert : composante  $M_{yy}$ ). (a) Calculs sur une boîte de taille  $1,2 \times 1,1 \text{ cm}^2$  figurée en insert. Les statistiques sur les 750 images donnent :  $M_{xx} = 4,0 \pm 0,4$ ,  $M_{xy} = -0,4 \pm 0,2$  et  $M_{yy} = 3,1 \pm 0,3 \text{ mm}^2$ . (b) Calculs sur une boîte de taille  $3,6 \times 6,2 \text{ cm}^2$  figurée en insert. Les statistiques sur les 750 images donnent :  $M_{xx} = 3,3 \pm 0,1$ ,  $M_{xy} = 0,0 \pm 0,1$  et  $M_{yy} = 3,7 \pm 0,1 \text{ mm}^2$ .

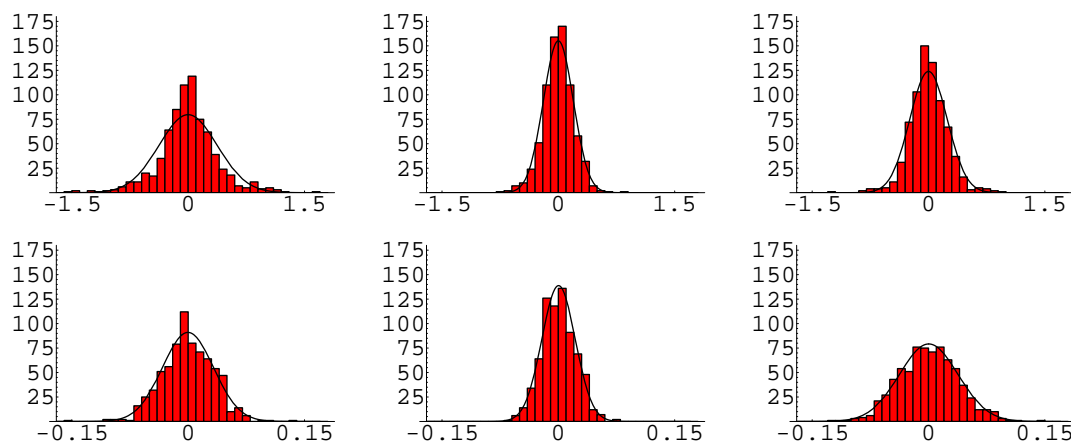


FIG. 4.2 – Histogramme des incréments du tenseur de texture. De gauche à droite, composantes  $xx$ ,  $xy$  et  $yy$ . En haut : calculs sur la petite boîte, en bas : calculs sur la grande boîte. Les gaussiennes superposées ont la même moyenne et le même l'écart-type que les incréments.

## 4.2 Écoulement autour d'un obstacle circulaire : étude des champs

Dans cette section, nous allons nous attacher à décrire le plus complètement possible l'écoulement de la mousse dans notre cas de référence : écoulement autour du cercle de diamètre 30 mm (flotteur nu), pour une solution sans glycérol, une aire de bulles de  $16,0 \text{ mm}^2$ , et à un débit modéré de  $176 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ . Ce débit, différent de celui de la section précédente, est celui pour lequel l'analyse d'images est la moins entachée d'artefacts (notamment pour les T1). La variation de l'écoulement avec les différents paramètres de contrôle sera discutée en section 4.4.

Pour chaque champ étudié, nous procéderons comme suit : nous présenterons d'abord une carte globale sur le champ d'observation, puis nous étudierons les variations des composantes des champs selon différentes lignes représentatives (figure 4.3) : sur l'axe de l'obstacle parallèlement et perpendiculairement à l'écoulement, sur les côtés, en amont et en aval de l'obstacle. Ce choix nous permet de capturer l'ensemble des variations significatives des champs. La distance à l'axe pour les lignes 3, 4 et 5, un peu supérieure au rayon de l'obstacle, a été choisie pour limiter les artefacts liés à la proximité immédiate de l'obstacle (voir section 2.3.2) tout en gardant une amplitude des variations suffisante.

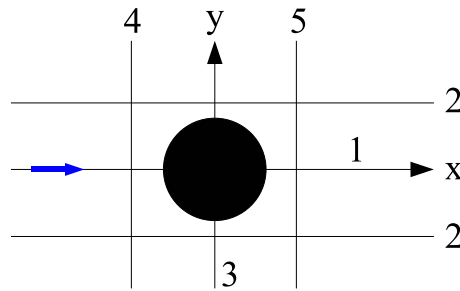


FIG. 4.3 – Schéma des cinq lignes représentatives de l'écoulement : dans l'axe de l'obstacle parallèlement (1) et perpendiculairement (3) à l'écoulement (symbolisé par la flèche bleue), sur les côtés (2), en amont (4) et en aval (5) de l'obstacle. L'échelle relative est respectée : la ligne 2 est décalée de 1,29 fois le rayon de l'obstacle par rapport à la ligne 1, et les lignes 4 et 5 sont décalées de 1,59 fois le rayon par rapport à la ligne 3. Les données correspondant à la ligne 2 correspondent à un moyennage sur les deux lignes en haut et en bas de l'obstacle.

### 4.2.1 Vitesse

Nous présentons une carte du champ des vitesses en figure 4.4. Qualitativement, l'obstacle perturbe l'écoulement de base (écoulement bouchon) en imposant deux points d'arrêt pour l'écoulement en ses points amont et aval, et une accélération sur les côtés. Pour étudier quantitativement les variations spatiales du champ des vitesses, nous l'adimensionnons par la vitesse effective  $V_{\text{eff}} = Q/ed$  introduite en section 3.1.3, et nous traçons (figure 4.5) les composantes  $v_x$  et  $v_y$  adimensionnées sur les cinq lignes précisées en figure 4.3.

Le résultat le plus frappant est l'asymétrie significative amont/aval, qui transparaît sur les tracés de  $v_x$  sur les lignes 1 et 2, et qui était presque indécélable sur le tracé direct du champ des vitesses (figure 4.4). Dans l'axe de l'obstacle (ligne 1), alors que la vitesse  $v_x$  décroît doucement en amont de l'obstacle, elle augmente abruptement en aval et passe par un maximum avant de décroître. Sur les côtés de l'obstacle (ligne 2), la composante  $v_x$  a un comportement complexe et également asymétrique : si elle passe par un maximum à proximité de  $x = 0$ , on note deux minima secondaires non égaux à  $x = \pm 2,5$  cm, et même un maximum peu marqué vers  $x = 5$  cm. Quant à la composante  $v_y$ , elle montre elle aussi une asymétrie : son minimum en aval de l'obstacle en  $x = 2$  cm est plus marqué que son maximum en amont, et on observe également un maximum secondaire peu marqué vers  $x = 6$  cm. Une dernière manifestation de cette asymétrie est la différence d'amplitude de  $v_x$  en amont et en aval du canal (lignes 4 et 5) : à la même distance de l'obstacle, le profil montre une variation transversale bien plus marquée en amont qu'en aval.

On peut également noter que, comme attendu, la composante  $v_y$  sur l'axe

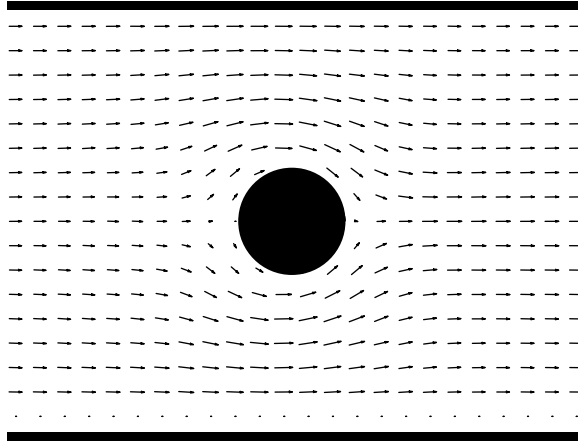


FIG. 4.4 – Champ des vitesses autour du flotteur nu (débit :  $176 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ ).

de l'obstacle (ligne 1) reste proche de zéro, ce qui est attendu par symétrie. Par contre, on peut observer une légère asymétrie par rapport à cet axe (lignes 3, 4 et 5). Ceci est probablement la trace d'un léger défaut expérimental (obstacle légèrement décentré).

## 4.2.2 Pression

Nous allons maintenant étudier le comportement de la pression. Nous avons vu que sa variation provient de deux contributions : un gradient de pression global et constant le long du canal, et des variations locales induites par la présence de l'obstacle. Ce sont ces variations qui nous intéressent : d'après (2.7), elles valent :

$$\begin{aligned} p(A) &= \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A} + 2\gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}} \\ &\simeq p(A_0) - \left( \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A_0} + \gamma \sqrt{\frac{\pi}{A_0}} \right) \left( \frac{A}{A_0} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Si la variation relative d'aire n'est pas trop grande, elle représente donc la variation absolue de pression des bulles par rapport à un écoulement sans obstacle, adimensionnée par la pression  $\frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A_0} + \gamma \sqrt{\frac{\pi}{A_0}} = 47 \text{ Pa}$  pour  $A_0 = 16,0 \text{ mm}^2$ . Nous

noterons désormais pression réduite  $P$  la quantité  $1 - \frac{A}{A_0}$ . Nous définissons l'aire de référence  $A_0$  comme à la section 2.3.4 :  $A_0(j) = [A_0(1, j) + A_0(I, j)]/2$ .

La carte de la pression réduite est présentée en figure 4.6. On note un maximum de pression en amont de l'obstacle, et un minimum en aval. La pression réduite est tracée en figure 4.5, en fonction de la coordonnée adéquate, pour les

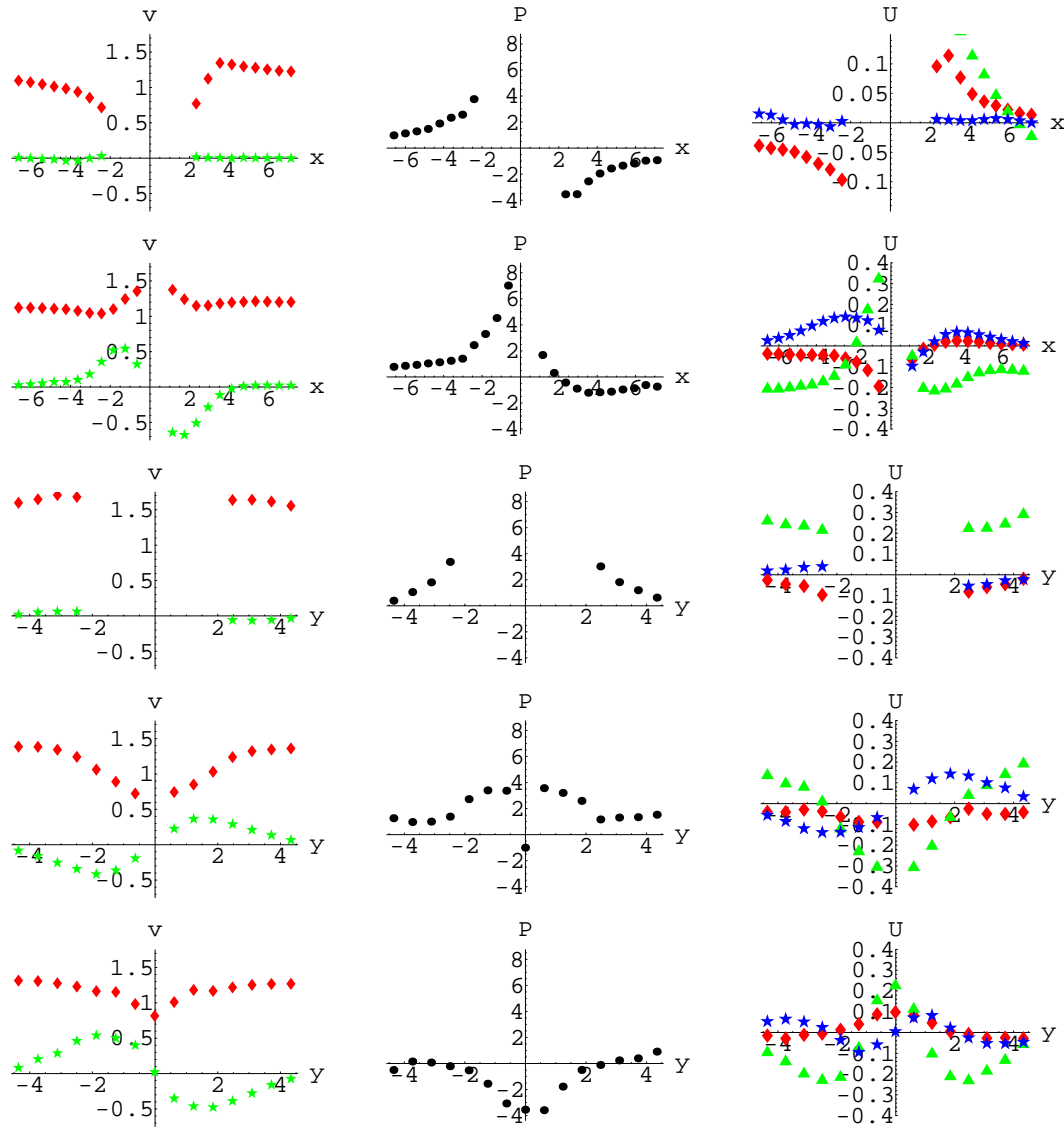


FIG. 4.5 – Vitesse (gauche), pression (milieu) et déformation statistique (droite) sur les cinq lignes choisies pour être représentatives de l'écoulement : lignes de 1 à 5 de haut en bas (voir figure 4.3 pour la définition des lignes). À gauche : composantes  $v_x$  (◆ rouge) et  $v_y$  (★ vert) du champ des vitesses, adimensionnées par la vitesse effective  $Q/ed$ . Au milieu : pression réduite  $1 - \frac{A}{A_0}$ . À droite : composantes  $U_{xx} + U_{yy}$  (◆ rouge),  $U_{xx} - U_{yy}$  (▲ vert) et  $U_{xy}$  (★ bleu) du champ de déformation statistique. Les points manquant correspondent soit à l'obstacle (lignes 1 et 3), soit à des régions où les quantités évaluées sont biaisées (lignes 2 et 4).



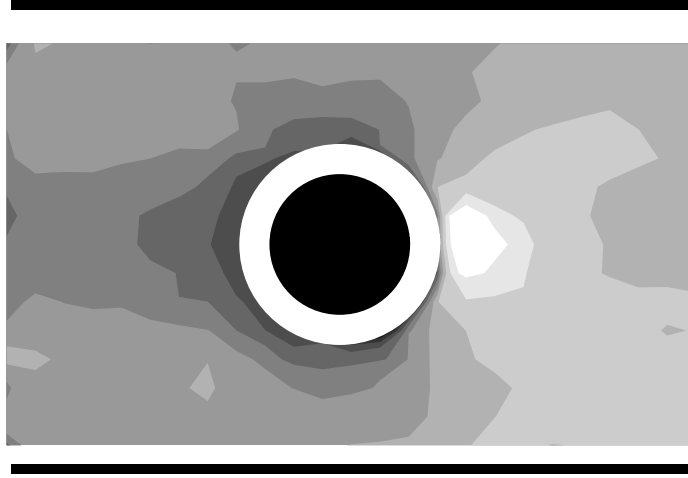


FIG. 4.6 – Champ de pression autour du flotteur nu. Les zones sombres, respectivement claires, correspondent à des pressions élevées, respectivement faibles.

cinq lignes étudiées. Ces tracés confirment que la tendance générale est une surpression en amont de l'obstacle, et une dépression en aval, qui s'atténuent loin de l'obstacle (ligne 1). La ligne 2 montre que sur les côtés de l'obstacle, la transition entre surpression et dépression s'effectue après l'obstacle, en  $x = 2$  cm environ, ce qui est confirmé par la ligne 5 : en aval de l'obstacle, alors qu'on observe bien la dépression dans le sillage (près de  $y = 0$ ), les points près du bord réagissent avec du retard.

### 4.2.3 Déformation statistique

Nous passons à présent à l'étude du champ du tenseur de déformation statistique  $\bar{\bar{U}}$ . Il n'est pas inutile pour commencer de rappeler sa définition :  $\bar{\bar{U}} = (\ln \bar{\bar{M}} - \ln \bar{\bar{M}}_0)/2$ , où  $\bar{\bar{M}} = \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle$  est le tenseur de texture (nous choisissons désormais le réseau des liens  $\vec{r}$  entre centres de bulles voisines pour les calculs). Comme évoqué en section 2.3.4, ce champ tensoriel peut se représenter sous la forme de « double trait » (figure 4.7).

#### Choix des composantes

Le tenseur  $\bar{\bar{U}}$  étant symétrique, il possède trois composantes indépendantes  $U_{xx}$ ,  $U_{xy}$  et  $U_{yy}$ . Plutôt que ces trois composantes, nous avons choisi de tracer les combinaisons  $U_{xx} + U_{yy}$ ,  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$ , utilisées en rhéologie. La trace  $U_{xx} + U_{yy}$  donne une information de dilatation, tandis que la différence  $U_{xx} - U_{yy}$  compare la déformation des bulles dans les directions parallèle et perpendiculaire à l'écoulement et que  $U_{xy}$  indique la déviation de la déformation par rapport aux

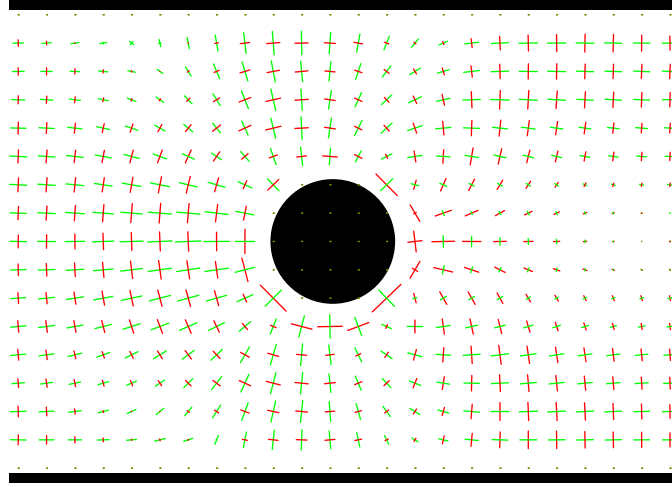


FIG. 4.7 – Champ du tenseur de déformation statistique autour du flotteur nu. Les traits rouges, respectivement verts, correspondent aux directions de plus grand étirement, respectivement de plus grande contraction, et leur longueur est proportionnelle à l'amplitude de la déformation considérée.

axes  $x$  et  $y$ . Au lieu de représenter  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$ , on peut représenter l'amplitude de la déformation, définie comme la différence des deux valeurs propres de  $\bar{\bar{U}}$ , et la direction de plus grande élévation (figure 2.20a). Le calcul des valeurs propres  $\lambda_+(\bar{\bar{U}})$  et  $\lambda_-(\bar{\bar{U}})$  donne la valeur de l'amplitude :

$$\lambda_+(\bar{\bar{U}}) - \lambda_-(\bar{\bar{U}}) = \sqrt{(U_{xx} + U_{yy})^2 - 4(U_{xx}U_{yy} - U_{xy}^2)}. \quad (4.2)$$

Pour représenter la direction de plus grande élévation, il faut une mesure de l'angle  $\theta_+$  par rapport à  $x$  du vecteur propre associé à la plus grande valeur propre. On a choisi de représenter  $\cos^2 \theta_+$ , tel que :

$$\frac{1}{\cos^2 \theta_+} = 1 + \frac{4}{U_{xy}^2} \left[ U_{yy} - U_{xx} + \sqrt{(U_{xx} + U_{yy})^2 - 4(U_{xx}U_{yy} - U_{xy}^2)} \right], \quad (4.3)$$

la quantité  $\cos^2 \theta_+$  valant 0 si la plus grande élévation est perpendiculaire à l'écoulement et 1 si elle est parallèle à l'écoulement. L'amplitude et la direction de plus grande élévation ont l'avantage d'être déduites des invariants de  $\bar{\bar{U}}$ , contrairement à  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$ .

### Composantes $U_{xx} + U_{yy}$ , $U_{xx} - U_{yy}$ et $U_{xy}$

On commence par représenter les composantes  $U_{xx} + U_{yy}$ ,  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$  en fonction de la coordonnée adéquate pour les cinq lignes étudiées (figure 4.5).

Les variations de la trace  $U_{xx} + U_{yy}$  et de la pression sont corrélées, ce que nous pouvons justifier : on verra que l'amplitude de la déformation n'est pas très grande (inférieure à 0,6), donc approximativement  $\bar{U} \simeq (\bar{M} - \bar{M}_0)/2M_0$ , d'où  $U_{xx} + U_{yy} \simeq (\langle \bar{r}^2 \rangle - \langle \bar{r}^2 \rangle_0)/2\langle \bar{r}^2 \rangle_0$ . Or la pression réduite vaut  $P = (A - A_0)/A_0$ , et en petite déformation,  $A$  et  $\langle \bar{r}^2 \rangle$  sont proportionnels, ce qui explique la corrélation observée entre la pression réduite et la trace de  $\bar{U}$ . Cela signifie que dans la gamme de déformations mesurées, la composante  $U_{xx} + U_{yy}$  n'apporte pas d'information supplémentaire par rapport à la pression, et que nous pouvons ne pas la considérer.

L'étude de  $U_{xx} - U_{yy}$  est plus riche. Tout d'abord, il faut noter que cette quantité tend vers une valeur négative loin de l'obstacle (lignes 1 et 2) : les bulles sont donc légèrement prédéformées, allongées perpendiculairement. Cela peut sembler surprenant de prime abord, car on pourrait s'attendre à avoir une mousse isotrope. En amont, cet état prédéformé est partiellement dû à la génération de la mousse dans la chambre de bullage : comme le montre la figure 2.1, à la sortie de cette chambre, la mousse subit un léger élargissement, qui étire légèrement les bulles, mais pas assez pour déclencher des réarrangements. Cependant, cette explication n'est pas suffisante, car en aval de l'obstacle, les bulles ont perdu la mémoire de leur sortie de la chambre de bullage, ce qui n'empêche pas la quantité  $U_{xx} - U_{yy}$  de tendre vers une valeur négative. Cette anisotropie est probablement une conséquence de la perte de charge  $\nabla P$  (donc du frottement bulle/paroi), comme nous le justifions en annexe A.4. Par ailleurs, les lignes 1 et 2 montrent que la présence de l'obstacle modifie fortement la déformation des bulles en aval : les bulles sont allongées dans la direction  $x$  dans l'axe de l'obstacle, et dans la direction  $y$  sur les côtés. Ceci est confirmé par la ligne 5, qui montre que la transition a lieu à environ 1,5 cm de l'axe. Cette différence illustre le fait que derrière l'obstacle, l'écoulement est convergent près de l'axe et divergent sur les côtés. Enfin, la ligne 4 montre bien que les bulles près de l'axe tendent à s'écraser sur l'obstacle, alors que sur les côtés elles s'étirent dans le sens de l'écoulement pour pouvoir passer, la transition s'effectuant environ à 2 cm de l'axe. La comparaison amont/aval (lignes 4 et 5) confirme nettement l'asymétrie déjà relevée à propos du champ des vitesses. Concernant la composante  $U_{xy}$ , on observe qu'elle s'annule sur la ligne 1 à quelques déviations près, ce qui est attendu par symétrie. Son comportement sur les côtés (ligne 2) est plus complexe : elle change deux fois de signe, environ en  $x = 0$  et  $x = 2$  cm. On observe par ailleurs, comme pour la composante  $U_{xx} - U_{yy}$ , que la composante  $U_{xy}$  se comporte qualitativement différemment en amont et en aval (lignes 4 et 5), et que cette composante ne s'annule pas exactement en  $x = 0$  sur les côtés (ligne 3).

### Amplitude et direction d'élongation maximale

En comparaison, nous reportons les mesures d'amplitude de déformation et de direction de plus grande élongation en figure 4.8. Cette figure montre que la

région de plus grande déformation se situe immédiatement en aval et sur les côtés de l'obstacle (lignes 1 et 3). On retrouve également le fait que les bulles arrivent prédéformées; de plus, on observe qu'à l'extrémité aval de notre champ d'observation, elles sont moins déformées. On retrouve également l'asymétrie amont/aval sur les lignes 4 et 5. Concernant les mesures d'angle, les bulles qui arrivent allongées suivant  $y$  (ligne 1) se déforment suivant  $x$  sur les côtés (lignes 2 et 3) et dans le sillage (ligne 1) de l'obstacle. Cependant, on note (ligne 1) que le paramètre  $\cos^2 \theta_+$  retransite de 1 à 0 à une certaine distance en aval de l'obstacle, environ en  $x = 6$  cm. On retrouve donc un état globalement déformé dans la direction  $y$  qui n'est pas dû à la génération de la mousse, mais à la perte de charge, comme nous l'avons déjà souligné ci-dessus. Pour conclure, si cette représentation amplitude/angle est intéressante et plus robuste d'un point de vue mathématique, elle n'apporte pas d'information nouvelle par rapport à la représentation  $(U_{xx} + U_{yy}, U_{xx} - U_{yy}, U_{xy})$  et elle est plus lourde à implémenter; par la suite, nous préférons donc la représentation  $(U_{xx} + U_{yy}, U_{xx} - U_{yy}, U_{xy})$ .

#### 4.2.4 Contraintes élastiques

Nous représentons à présent la carte du tenseur des contraintes élastiques, en figure 4.9. Cette carte montre que les contraintes élastiques sont bien corrélées avec la déformation statistique (figure 4.7), comme cela a déjà été montré dans différents cas [5, 32, 74]. En principe, on pourrait aller plus loin, et comparer les composantes  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $U_{xx} - U_{yy}$  d'une part,  $\sigma_{xy}^{\text{él}}$  et  $U_{xy}$  d'autre part, ce qui donnerait d'après la loi de Hooke [86] une mesure du module de cisaillement  $\mu$ . Malheureusement, une telle comparaison n'est pas ici possible en raison de l'artefact de squelettisation déjà évoqué en section 2.3.2, et nous l'illustrons en figure 4.10 par la comparaison des composantes  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $M_{xx} - M_{yy}$  (ce qui équivaut à comparer  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $U_{xx} - U_{yy}$  en régime linéaire [6]). Certes les deux composantes sont linéairement corrélées, mais la droite d'ajustement a une ordonnée à l'origine significativement non nulle (elle vaut  $0,51 \pm 0,04$  avec les unités arbitraires de la figure 4.10), ce qui est contraire à la loi de Hooke, qui exprime la linéarité  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}} = 2\mu(U_{xx} - U_{yy})$ . Nous expliquons cette ordonnée à l'origine positive en annexe A.1, ainsi que l'avantage du tenseur de déformation statistique défini à partir du réseau des centres, peu sensible à l'artefact de squelettisation. C'est pour cette raison que, par la suite, nous privilégions le champ de déformation statistique par rapport à celui des contraintes élastiques.

#### 4.2.5 Gradients de vitesse

Nous passons à présent à l'étude des gradients de vitesse. Comme évoqué dans la section 2.3.4, au lieu de représenter directement le gradient de vitesse  $\overline{\nabla v}$ , il est plus judicieux d'étudier sa partie symétrique  $\bar{e}$ , le taux de déformation, et sa partie antisymétrique  $\omega$ , le rotationnel, réductible à un scalaire en 2D.

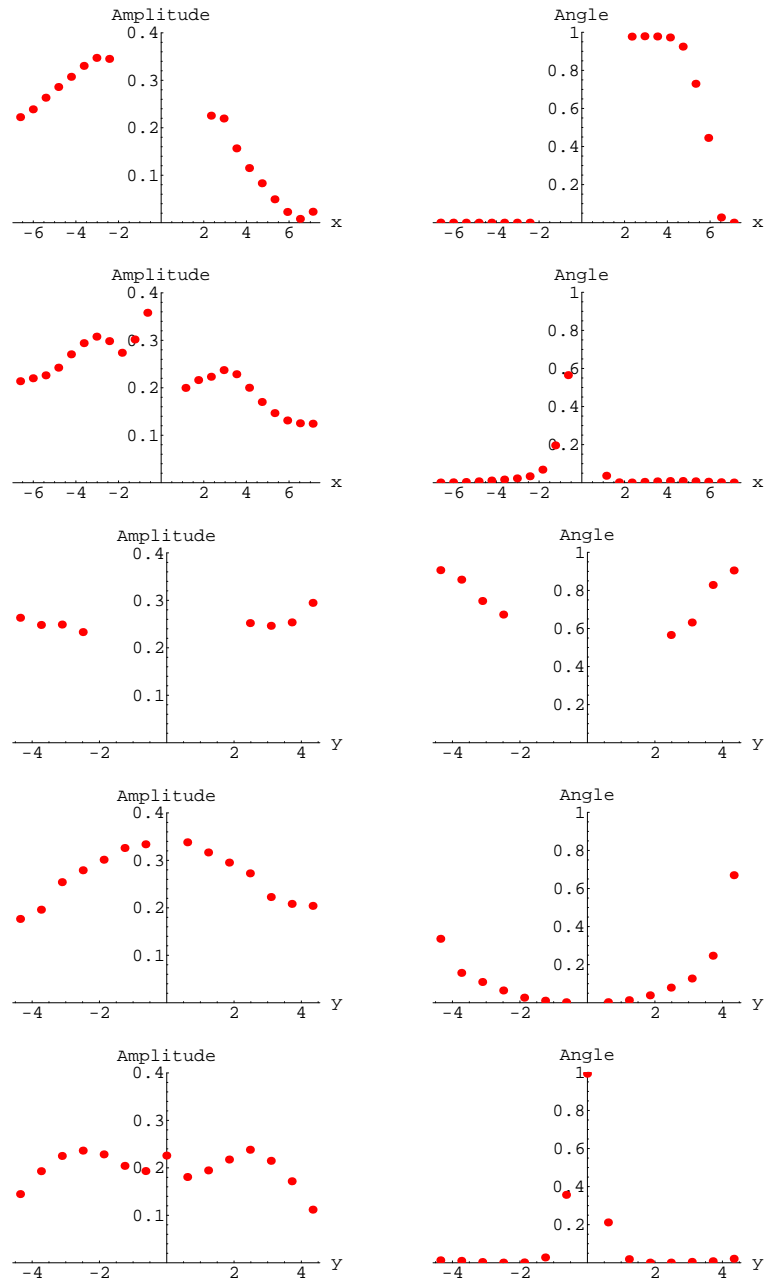


FIG. 4.8 – À gauche : amplitude de déformation (équation (4.2)), à droite :  $\cos^2 \theta_+$  (équation (4.3)), avec  $\theta_+$  l'angle de plus grande élongation par rapport à  $x$ . De haut en bas : les cinq lignes 1 à 5.

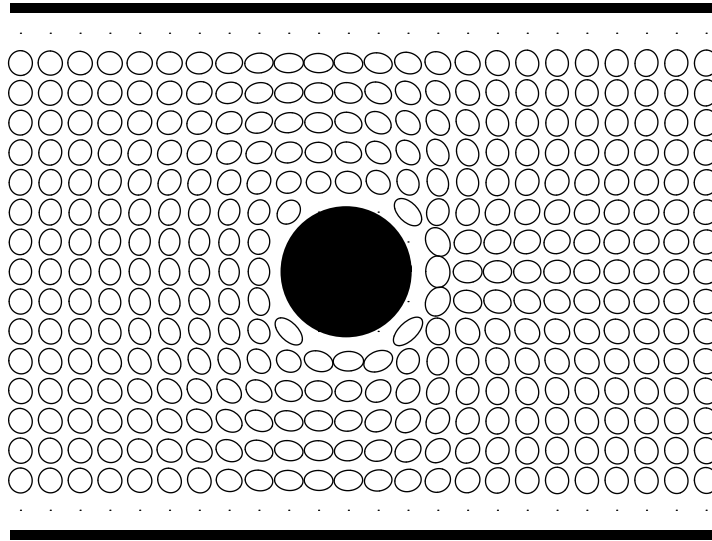


FIG. 4.9 – Champ du tenseur des contraintes élastiques autour du flotteur nu.

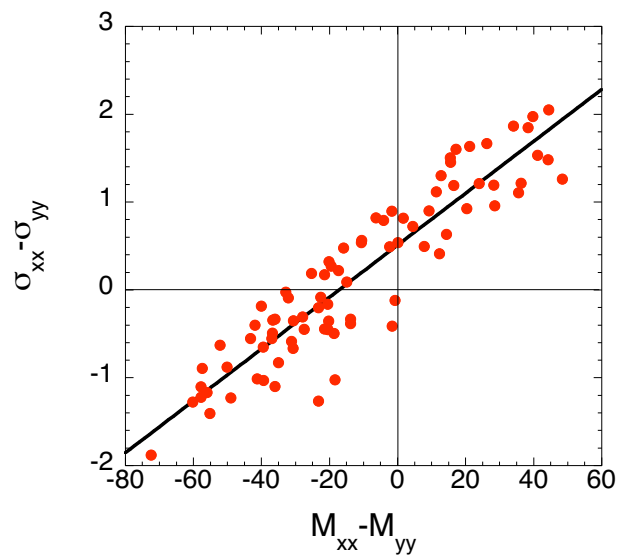


FIG. 4.10 – Comparaison de la composante  $\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el}$  et de la composante  $M_{xx} - M_{yy}$  (toutes deux ici en unités arbitraires : le seul point important est l'ordonnée à l'origine significativement positive).

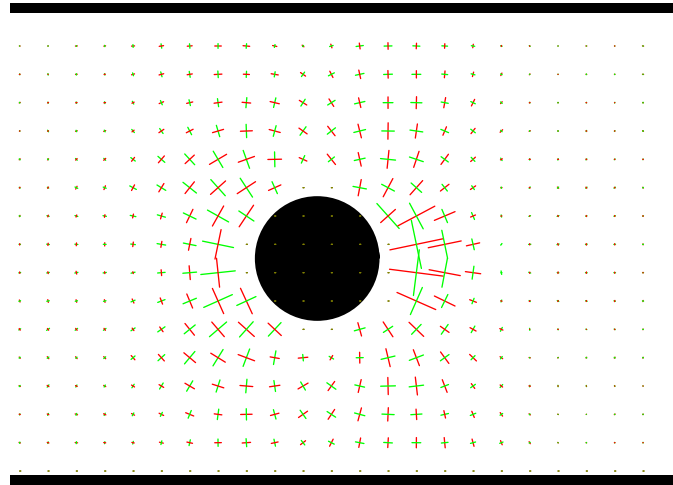


FIG. 4.11 – Champ de taux de déformation pour un écoulement autour du flotteur nu. Nous employons ici la représentation « double trait » (section 2.3.4) : un trait rouge, respectivement vert, représente la direction propre correspondant à la valeur propre positive, respectivement négative, de  $\bar{\epsilon}$ .

### Taux de déformation et fonction de dissipation

Nous représentons le champ de taux de déformation en figure 4.11. Malgré la compressibilité de l'écoulement, on remarque sur la figure que les deux valeurs propres de  $\bar{\epsilon}$  sont de signe opposé (ce qui valide notre représentation « double trait »), et de valeur absolue très proche : l'écoulement est donc bien dominé en tout point par l'élongation, et pas par la compression. Nous considérerons donc celle-ci comme un marqueur passif des variations locales de pression, et nous négligerons sa rétroaction sur l'écoulement.

On voit aussi sur la figure 4.11 que l'amplitude du taux de déformation décroît avec la distance à l'obstacle et semble devenir négligeable, en amont et en aval de l'obstacle, à une distance de l'ordre d'un diamètre de l'obstacle. Pour étudier plus quantitativement la variation spatiale du taux de déformation, nous avons choisi de représenter en contour le logarithme décimal de la fonction de dissipation (équation (2.8)), en figure 4.12, et de tracer ce logarithme décimal sur les deux axes  $x = 0$  et  $y = 0$  (figure 4.13). La variation de la fonction de dissipation avec la distance à l'obstacle est complexe : elle n'est compatible ni avec une variation en loi de puissance (à cause de la décroissance très rapide en aval de l'obstacle, et de la décroissance exponentielle sur les côtés), ni avec une décroissance exponentielle (la décroissance en aval est plus lente). Par ailleurs, il n'apparaît pas de seuil bien défini entre un écoulement en bloc et une région seuillée. En effet, s'il existait une région d'écoulement en bloc, le gradient de vitesse, donc la fonc-

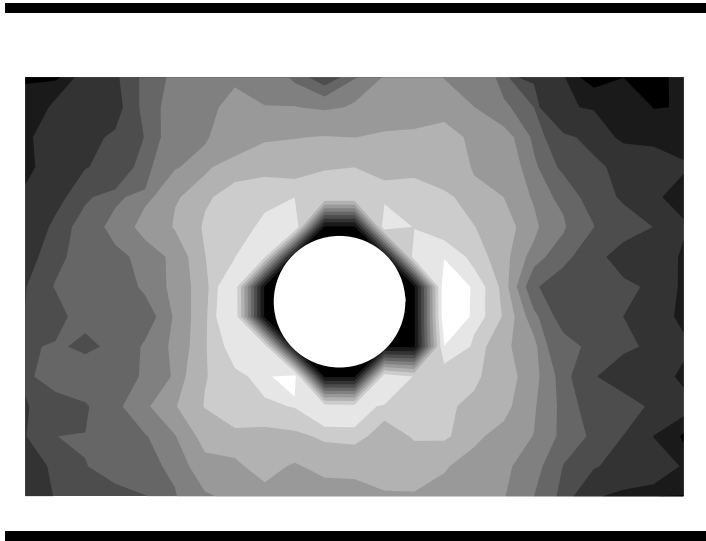


FIG. 4.12 – Champ du logarithme décimal de la fonction de dissipation autour du flotteur nu (la partie noire autour de l’obstacle, figuré ici en blanc, est artificielle).

tion de dissipation, s’annulerait, donc le logarithme de la fonction de dissipation chuterait brutalement (en réalité, la décroissance de ce logarithme serait saturée à un niveau minimum, correspondant à l’amplitude des incertitudes de mesures résiduelles). Or la figure 4.13 montre que le logarithme de la fonction de dissipation décroît régulièrement : il n’y a donc pas de zone d’écoulement en bloc dans notre champ d’observation.

Il est intéressant de comparer ce résultat aux régimes connus : pour un écoulement potentiel, respectivement de Stokes, la vitesse décroît en  $1/r^2$ , respectivement  $1/r$ , avec la distance à un obstacle circulaire<sup>2</sup> [62], donc l’amplitude du taux de déformation décroît en  $1/r^3$ , respectivement  $1/r^2$ . Le comportement de la fonction de dissipation est incompatible avec une telle décroissance en loi de puissance. Dans le cas opposé du plastique de Bingham ou du fluide d’Herschel-Bulkley, modèles de fluide à seuil, le taux de déformation n’est non nul quand dans une région finie autour de l’obstacle [2, 145, 121, 104]. Notre résultat n’est certes pas incompatible avec l’existence d’un seuil si la frontière entre régions seuillée et non seuillée est repoussée au-delà de notre champ d’observation, ce qui peut arriver notamment si le comportement de la mousse est dominée par la viscosité [104]. Cependant, nous n’avons pas effectué de mesures plus loin de l’obstacle pour trancher cette question. Par contre, l’asymétrie amont/aval encore observée sur la figure 4.13 est incompatible avec le modèle de Bingham ou d’Herschel-Bulkley pour décrire la mousse.

<sup>2</sup>En toute rigueur, ces résultats ne sont valables qu’en l’absence de bords.



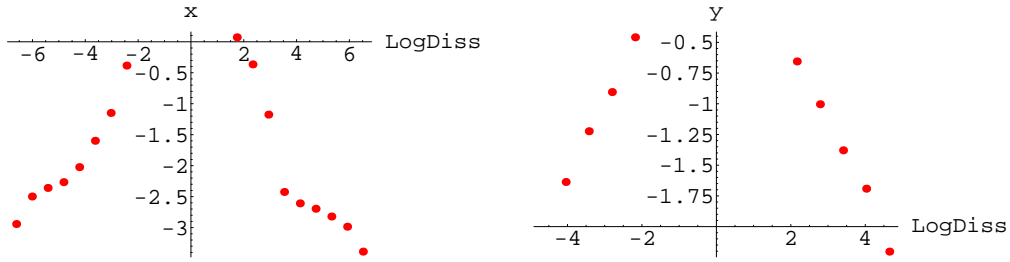


FIG. 4.13 – Logarithme décimal de la fonction de dissipation en fonction  $x$  sur l'axe de symétrie de l'écoulement  $y = 0$  (gauche), et en fonction de  $y$  sur l'axe  $x = 0$  (droite). La constante additive est ici arbitraire.

### Rotationnel

Nous traçons à présent le rotationnel du champ des vitesses, le scalaire  $\omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}$  (figure 4.14). Remarquons d'emblée que le rotationnel présente des variations significatives, ce qui exclut l'écoulement potentiel pour modéliser le champ des vitesses. Le rotationnel est impair par rapport à l'axe de l'écoulement, et il est principalement actif dans deux zones : sur les côtés de l'obstacle (où il est négatif au-dessus de l'obstacle), et en aval de l'obstacle (où il est positif). Noter également une petite zone de rotationnel positif en amont (positif au-dessus de l'obstacle), d'étendue et d'amplitude très petites cependant par rapport à la zone aval. L'asymétrie amont/aval de ce champ est flagrante, donc le rotationnel est principalement un effet élastique, absent aussi bien dans les fluides newtoniens que dans les fluides de Bingham.

### 4.2.6 Champ de T1

Nous avons décrit en section 2.3.4 comment nous quantifions les T1 ; au lieu de décrire un T1 en tant que tel, nous calculons deux tenseurs :  $N_a \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_a$  et  $N_d \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_d$ , où  $a$  désigne les côtés apparus et  $d$  les côtés disparus,  $N$  le nombre d'événements (plus précisément, leur nombre par unité de surface et de temps) et où les vecteurs unitaires sont calculés sur le réseau des centres. Nous rassemblons les apparitions et disparitions de côtés en définissant le tenseur  $\bar{T}$  par l'équation (2.12). La première chose à faire est de tester la fiabilité de cette méthode, qui est nouvelle. Rappelons entre autres que le calcul de  $N_a$  et de  $N_d$  est décorrélé, et que nous avons souligné combien le calcul des T1 est sensible aux artefacts. Nous

calculons la quantité  $\sum_{i=1}^{IJ} |N_a - N_d|_i \bigg/ \sum_{i=1}^{IJ} (N_a + N_d)_i = 7,0\%$ , ce qui quantifie bien l'imprécision de notre méthode, car cette quantité devrait s'annuler si on ne

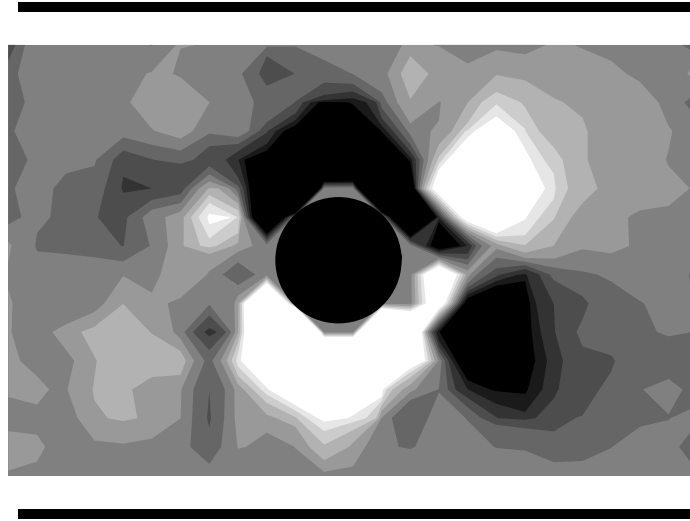


FIG. 4.14 – Rotationnel du champ des vitesses autour du flotteur nu. Les zones claires, respectivement sombres, sont les zones de rotationnel positif, respectivement négatif.

comptait que des T1. Gardons en tête les deux sources d'imprécision :

- la décorrélation du calcul de  $N_a$  et de  $N_d$ , intrinsèque à la méthode choisie, qui n'interdit pas, pour un T1 donné, l'attribution de la disparition d'un côté dans une boîte et celle de l'apparition dans une autre boîte (notamment à cause de l'advection ;
- les artefacts de l'analyse d'images (figure 2.18).

Une fois l'imprécision de notre méthode évaluée, nous cartographions les T1 en figure 4.15.

Les avantages découlant de la représentation tensorielle choisie sautent aux yeux. Elle contient non seulement le nombre de T1, mais surtout elle illustre leur directionnalité. On remarque ainsi tout d'abord que les côtés disparus et apparus semblent orthogonaux ; pour quantifier ceci, nous calculons boîte par boîte la quantité  $\hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d$ , où  $\hat{r}_+$  est la direction propre correspondant à la plus grande valeur propre du tenseur  $\langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle$ . Nous reportons l'histogramme non pondéré (c'est-à-dire que chaque boîte a le même poids, quel que soit le nombre de T1 comptabilisés) en figure 4.16. La distribution est très piquée en 0, ce qui illustre l'orthogonalité des côtés disparus et apparus. Pour être plus quantitatif, nous calculons la moyenne et l'écart-type de la distribution de  $\hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d$ , cette fois pondérée par le nombre de

T1. Ainsi,  $\langle \hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{IJ} (N_a + N_d)_i (\hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d)_i}{\sum_{i=1}^{IJ} (N_a + N_d)_i}$ , où  $(N_a + N_d)_i$

est le nombre total d'événements (apparitions et disparitions) comptabilisés dans la boîte  $i$ , et l'écart-type est calculé avec la même pondération. On trouve ainsi

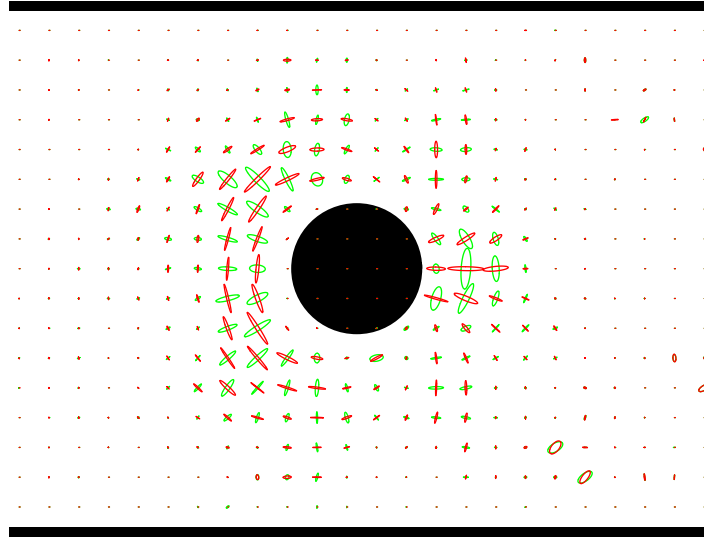


FIG. 4.15 – Représentation elliptique des T1 : en rouge, représentation du tenseur  $N_a \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_a$ ; en vert, représentation du tenseur  $N_d \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_d$ . La directionnalité des T1, qui sort naturellement de la représentation tensorielle adoptée, est flagrante. Noter les quelques artefacts restants, par exemple les deux ellipses en bas à droite.

$\langle \hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d \rangle = 7,6 \times 10^{-5}$ , et  $\delta(\hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d) = 1,4 \times 10^{-2} \ll 1$ , ce qui achève de prouver l'orthogonalité des côtés disparus et apparus.

La figure 4.15 montre que les T1 sont concentrés à proximité de l'obstacle, mais là encore avec une asymétrie amont/aval marquée : en amont, les T1 sont plus délocalisés et se prolongent largement sur les côtés de l'obstacle, alors qu'en aval ils sont plus concentrés sur l'axe de l'écoulement. La direction des T1 semble également corrélée à celle de la déformation (figure 4.7) et du gradient de vitesse (figure 4.11) ; nous reviendrons ultérieurement sur cette importante corrélation.

Revenons sur la distribution spatiale du nombre de T1. Pour quantifier cette information, il suffirait de tracer la quantité  $(N_a + N_d)/2$ . Nous avons plutôt choisi de tracer  $\|\bar{\bar{T}}\|$  (équation (2.12)), qui est égale au nombre de T1 quand côtés apparus et disparus sont orthogonaux, et qui a l'avantage d'atténuer les artefacts, souvent reconnaissables par l'alignement des ellipses de disparition et d'apparition (figure 4.15). Cette quantité  $\|\bar{\bar{T}}\|$  est cartographiée en figure 4.17. On retrouve l'asymétrie amont/aval, ainsi que des informations supplémentaires, comme le décalage sur les côtés du maximum de densité des T1 en amont. Pour préciser ces informations, on trace  $\|\bar{\bar{T}}\|$  sur un cercle centré sur l'obstacle et situé à 1,5 cm du bord de celui-ci, en fonction de l'angle (figure 4.18). La dépendance angulaire est assez complexe, avec deux maxima marqués en  $0^\circ$  et à environ  $135^\circ$ , un minimum marqué en  $180^\circ$ , mais également un maximum secondaire à environ  $45^\circ$ . Notons par ailleurs que  $\bar{\bar{T}}$  est de trace négligeable devant sa norme, car

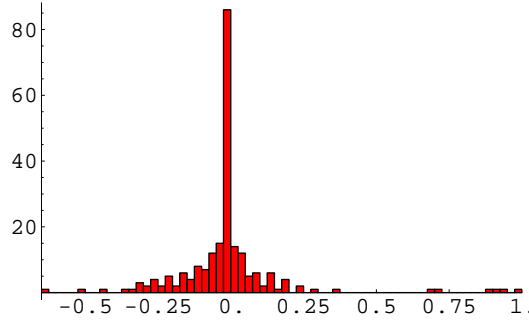


FIG. 4.16 – Histogramme de répartition de la quantité  $\hat{r}_+^a \cdot \hat{r}_+^d$  boîte par boîte.

puisque les côtés apparus et disparus sont orthogonaux, alors  $\text{tr} \bar{\bar{T}} \simeq N_a - N_d$ , et  $\|\bar{\bar{T}}\| \simeq N_a + N_d \gg |N_a - N_d|$ .

#### 4.2.7 Tenseur $\bar{\bar{G}}$

Nous reportons à présent les résultats de mesure du tenseur  $\bar{\bar{G}}$  symétrisé, défini par l'équation (2.14), en figure 4.19. On note que ce champ ressemble beaucoup au champ de taux de déformation représenté en figure 4.11, moyennant le décalage de réseau dû à notre procédure de calcul des gradients de vitesse (section 2.3.4). Pour être plus quantitatif, on trace la norme de  $\bar{\bar{G}}$  en fonction de celle de  $\bar{\bar{e}}$ , boîte par boîte, en figure 4.20. Si cette figure confirme que les deux normes sont très proches, on observe tout de même que dans les zones de plus fort gradient de vitesse,  $\|\bar{\bar{G}}\|$  devient légèrement inférieur à  $\|\bar{\bar{e}}\|$ .

### 4.3 Corrélations entre T1, déformations et gradients de vitesse

Dans cette section, nous allons quantifier la corrélation apparente entre les trois tenseurs suivants : le tenseur  $\bar{\bar{T}}$ , descripteur des T1 (figure 4.15), le tenseur de déformation statistique  $\bar{\bar{U}}$  (figure 4.7) et les gradients de vitesse. Pour des raisons théoriques exposées en section 6.2, nous utiliserons non pas le tenseur  $\bar{\bar{e}}$ , mais le tenseur  $\bar{\bar{G}}$  symétrisé (figure 4.19), noté aussi  $\bar{\bar{G}}$ , pour simplifier, dans cette section.

Comment quantifier les corrélations entre tenseurs ? Ici, l'analyse est simplifiée du fait que les trois tenseurs considérés sont symétriques. Dans ce cas, une analyse de corrélation complète requiert la comparaison de trois invariants scalaires : la norme  $\|\bar{\bar{T}}\| = \sqrt{\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{T}}} = \sqrt{T_{xx}^2 + 2T_{xy}^2 + T_{yy}^2}$ , la trace  $\text{tr} \bar{\bar{T}} = \bar{\bar{T}} : \bar{\bar{I}} = T_{xx} + T_{yy}$ , et également une corrélation angulaire. En considérant que la compressibilité de la mousse est une correction, la trace de  $\bar{\bar{U}}$  et de  $\bar{\bar{G}}$  est en générale négligeable devant

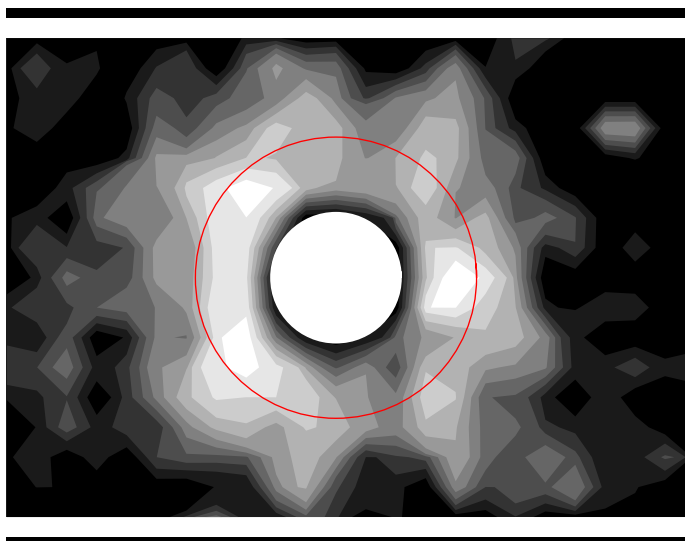


FIG. 4.17 – Carte de  $\|\bar{T}\|$ . Noter l'atténuation des artefacts. Le cercle rouge correspond au tracé de la figure 4.18.

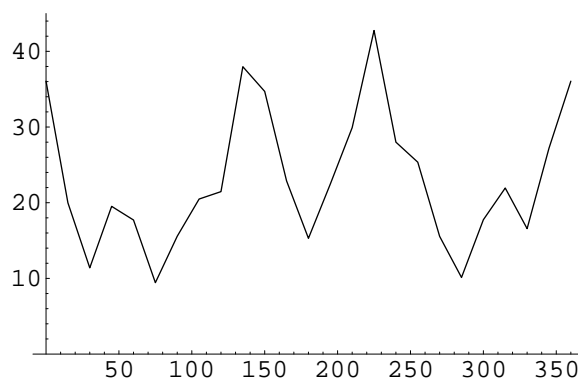


FIG. 4.18 – Tracé de  $\|\bar{T}\|$  en fonction de l'angle ( $0^\circ$  correspond à l'aval) sur le cercle centré sur l'obstacle et situé à 1,5 cm du bord de celui-ci (cercle représenté en rouge sur la figure 4.17). La quantité représentée est à peu près (voir texte) le nombre de T1 comptabilisé par boîte pendant 30 s.

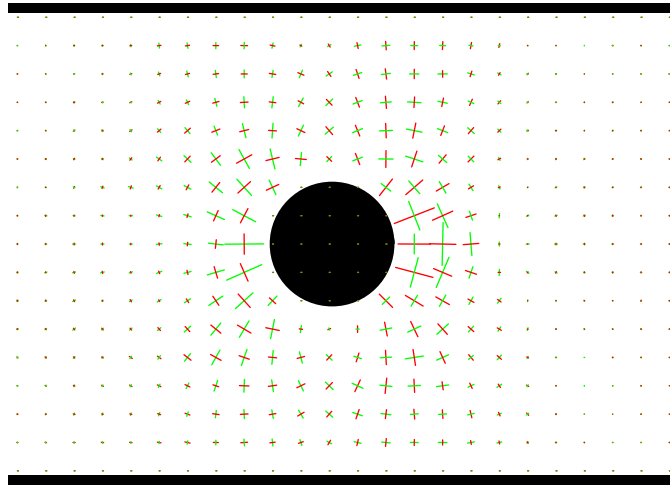


FIG. 4.19 – Champ du tenseur  $\bar{\bar{G}}$  symétrisé autour du flotteur nu.

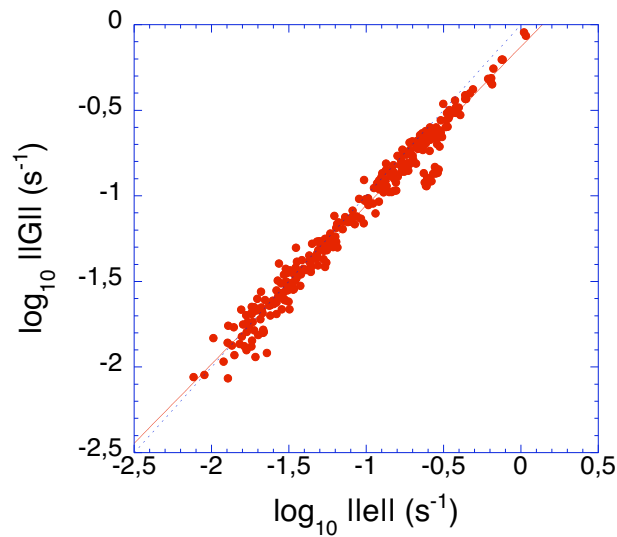


FIG. 4.20 – Tracé du logarithme de la norme de  $\bar{\bar{G}}$  en fonction du logarithme de la norme de  $\bar{e}$ . La droite bleue correspond à l'égalité des normes et la droite rouge est un ajustement linéaire des données ; sa pente vaut  $0,92 \pm 0,01$ .

leur norme (voir sections 4.2.3 et 4.2.7), tout comme celle de  $\bar{\bar{T}}$  (section 4.2.6). On peut donc se contenter d'étudier la corrélation de la norme et la corrélation angulaire, étudiée via la grandeur  $\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{G}} / \|\bar{\bar{T}}\| \|\bar{\bar{G}}\| = \cos 2\theta$  si  $\text{tr} \bar{\bar{T}} = \text{tr} \bar{\bar{G}} = 0$ , où  $\theta$  est l'angle entre les deux directions propres positives de  $\bar{\bar{T}}$  et  $\bar{\bar{G}}$ . Cette grandeur vaut 1 si les deux tenseurs sont alignés et  $-1$  s'ils sont orthogonaux.

Commençons par comparer les normes des tenseurs  $\bar{\bar{T}}$ ,  $\bar{\bar{U}}$  et  $\bar{\bar{G}}$  entre elles (figure 4.21). On constate pour commencer que l'amplitude des gradients de vitesse et des déformations est peu corrélée. On peut s'en convaincre sur les cartes des champs (figures 4.7 et 4.19) : il existe des zones de fort gradient de vitesse et de faible déformation (en aval de l'obstacle) et inversement (sur les côtés). De même, l'amplitude de la déformation et la fréquence des T1 est peu corrélée, ce qui est moins évident a priori car un T1 se déclenche entre bulles déformées ; c'est entre l'amplitude des gradients de vitesses et la fréquence des T1 que la corrélation est la meilleure.

Pour étudier la corrélation angulaire des trois tenseurs  $\bar{\bar{T}}$ ,  $\bar{\bar{U}}$  et  $\bar{\bar{G}}$ , nous avons calculé la quantité :

$$\left\langle \frac{\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{G}}}{\|\bar{\bar{T}}\| \|\bar{\bar{G}}\|} \right\rangle = \sum_{i=1}^{IJ} \left( \frac{\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{G}}}{\|\bar{\bar{T}}\| \|\bar{\bar{G}}\|} \right)_i \|\bar{\bar{T}}\|_i / \sum_{i=1}^{IJ} \|\bar{\bar{T}}\|_i,$$

qui est une moyenne pondérée par la fréquence des T1, et la même quantité entre  $\bar{\bar{T}}$  et  $\bar{\bar{U}}$ , ainsi que les écarts-types correspondants. On trouve les valeurs suivantes :  $\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{G}} / \|\bar{\bar{T}}\| \|\bar{\bar{G}}\| = 0,69 \pm 0,30$ , et  $\bar{\bar{T}} : \bar{\bar{U}} / \|\bar{\bar{T}}\| \|\bar{\bar{U}}\| = 0,89 \pm 0,17$ . Ces valeurs montrent que la direction des T1 est très corrélée avec la direction de déformation, plus qu'avec celle des gradients de vitesse.

Cette étude de corrélation, quoique préliminaire, montre deux résultats intéressants : la fréquence des T1 est corrélée plutôt avec l'amplitude des gradients de vitesse, alors que la direction de T1 correspond davantage à celle de la déformation. Cela montre qu'on ne peut pas simplement corréler les T1 soit à la déformation, soit aux gradients de vitesse. Or puisque les T1 redistribuent la contrainte de façon anisotrope dans la mousse [7, 78, 110], il faut tenir compte de cette triple corrélation pour espérer écrire une équation constitutive réaliste pour les mousses.

## 4.4 Influence des paramètres

Nous allons, dans cette partie, poursuivre la démarche systématique adoptée dans le chapitre 3 et étudier successivement l'influence des différents paramètres de contrôle : débit, aire des bulles, épaisseur de la mousse et viscosité de la solution, sur le comportement local de la mousse en écoulement autour du flotteur nu. Nous nous concentrons sur trois champs : la pression, la vitesse, et la déformation statistique ; ces champs sont évalués selon une grille de  $26 \times 17$  boîtes sur le champ d'observation (côté d'une boîte : 6 mm). Nous allons montrer que toutes

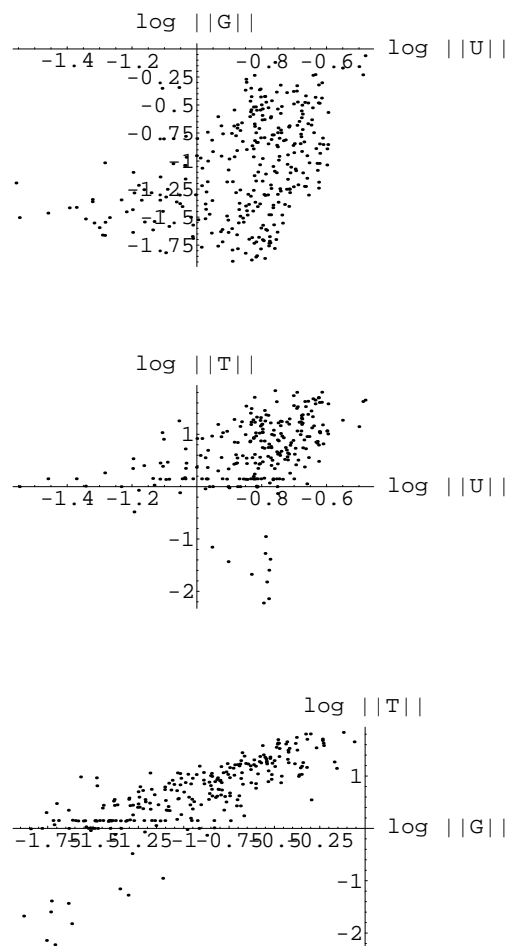


FIG. 4.21 – Comparaisons des logarithmes des normes de  $\bar{T}$ ,  $\bar{U}$  et  $\bar{G}$ . De haut en bas, comparaison entre  $\bar{U}$  et  $\bar{G}$ ,  $\bar{U}$  et  $\bar{T}$ , et  $\bar{G}$  et  $\bar{T}$ .



débit (ml·min <sup>-1</sup> )	24	54	176	293	515
fraction fluide (%)	12 ± 3	10 ± 4	12 ± 3	12 ± 2	9 ± 2

TAB. 4.1 – Fraction fluide pour chaque débit analysé.

les mesures mettent en évidence un régime unique dans la gamme de paramètres étudiés, dominé par l'élasticité de la mousse : c'est ce que nous appellerons le régime quasistatique.

#### 4.4.1 Débit

Nous étudions cinq débits d'azote  $Q$  : 24, 54, 176, 293 et 515 ml·min<sup>-1</sup>. Nous commençons par tracer la vitesse, adimensionnée par la vitesse effective  $Q/ed$ , sur les cinq directions représentatives (figure 4.3), en fonction de la coordonnée correspondante : abscisse  $x$  le long de l'écoulement pour les lignes 1 et 2, ordonnée  $y$  perpendiculaire à l'écoulement pour les lignes 3, 4 et 5 (figure 4.22). Bien qu'il y ait un facteur supérieur à 20 entre les débits extrêmes, on remarque immédiatement que tous les points s'ajustent sur une même tendance, et ce pour toutes les lignes étudiées. Les seules différences mineures observées apparaissent sur les composantes  $v_y$  :  $|v_y|$  augmente avec le débit en amont et au niveau de l'obstacle (lignes 3 et 4) mais diminue en aval (ligne 5). Ces petites différences mises à part, on obtient un régime unique pour tous les débits. Notons également que la vitesse loin de l'obstacle ne tend pas vers la vitesse effective, mais vers une vitesse légèrement supérieure. Ceci est la manifestation de la fraction fluide, comme le montre la formule (2.9). La table 4.1 nous montre que la fraction fluide ne dépend pas significativement du débit, la barre d'erreur étant due à la dispersion statistique des données permettant le calcul de  $\langle v_x \rangle_1$  (voir le paragraphe de la section 2.3.4 consacré à la vitesse).

La pression réduite  $P$  (voir section 4.2.2) est tracée en figure 4.23, en fonction de la coordonnée adéquate, pour les cinq débits et les cinq lignes étudiés. Comme pour la vitesse, les différents débits donnent significativement les mêmes valeurs de pression, sans aucun ajustement. Par ailleurs, les composantes du champ du tenseur de déformation statistique  $U_{xx} + U_{yy}$ ,  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$  sont représentées en figure 4.24. Comme pour la vitesse et la pression, l'alignement des différents débits sur une même courbe maîtresse est remarquable.

Au final, les différents champs étudiés ne dépendent pas qualitativement du débit considéré, dans la gamme de paramètres de contrôle étudiée.

#### 4.4.2 Aire des bulles

Pour étudier l'influence de l'aire des bulles, on ne peut pas imposer un même débit pour différentes aires, car le débit est ajusté au cas par cas pour atteindre

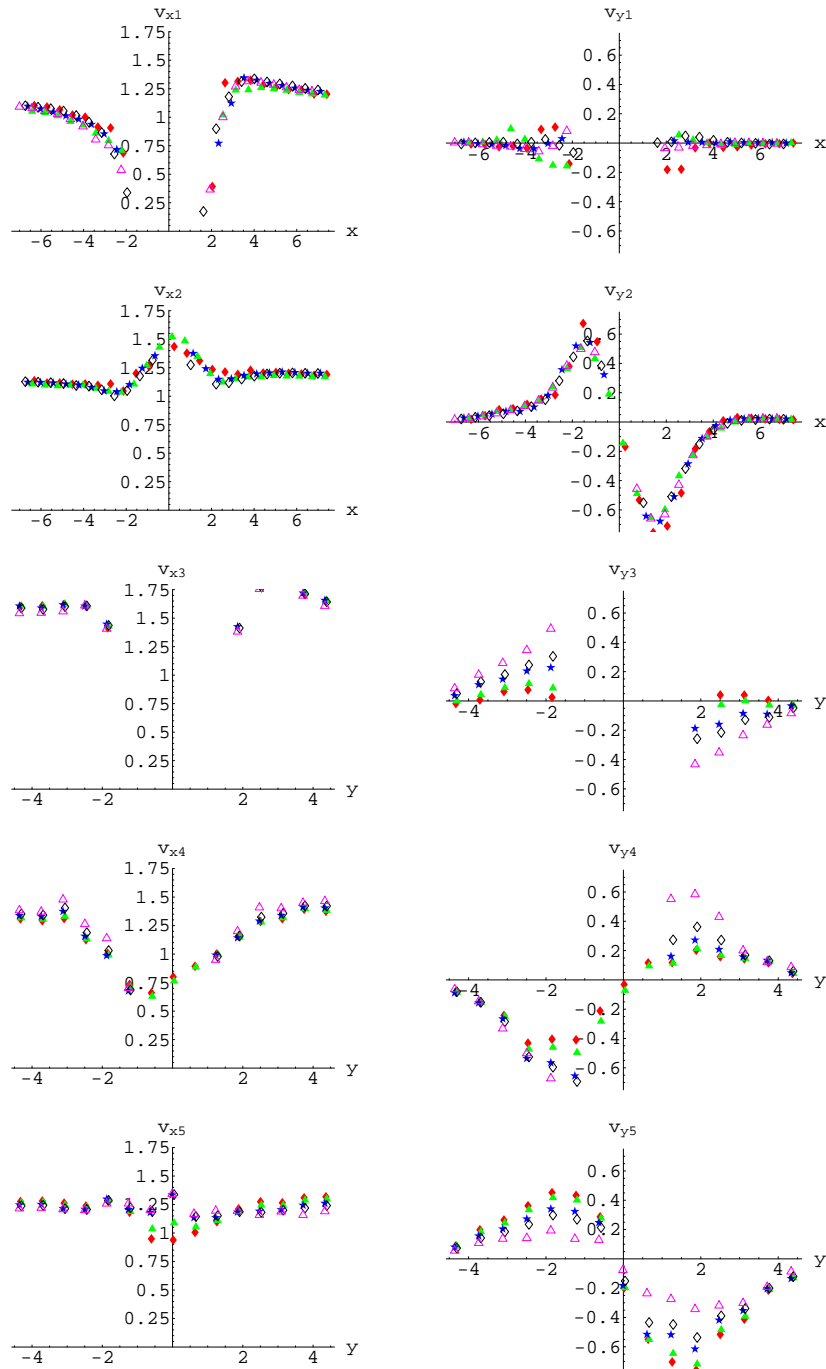


FIG. 4.22 – Vitesse réduite  $edV/Q$  en fonction de la coordonnée, pour cinq différents débits : 24 ( $\blacklozenge$  rouge), 54 ( $\blacktriangle$  vert), 176 ( $\blackstar$  bleu), 293 ( $\blacklozenge$  noir) et 515  $\text{ml}\cdot\text{min}^{-1}$  ( $\blacktriangle$  violet). À gauche : composante  $v_x$ , à droite : composante  $v_y$ . De haut en bas, les cinq lignes 1 à 5. Les points manquants correspondent à l'obstacle ou à sa proximité immédiate.

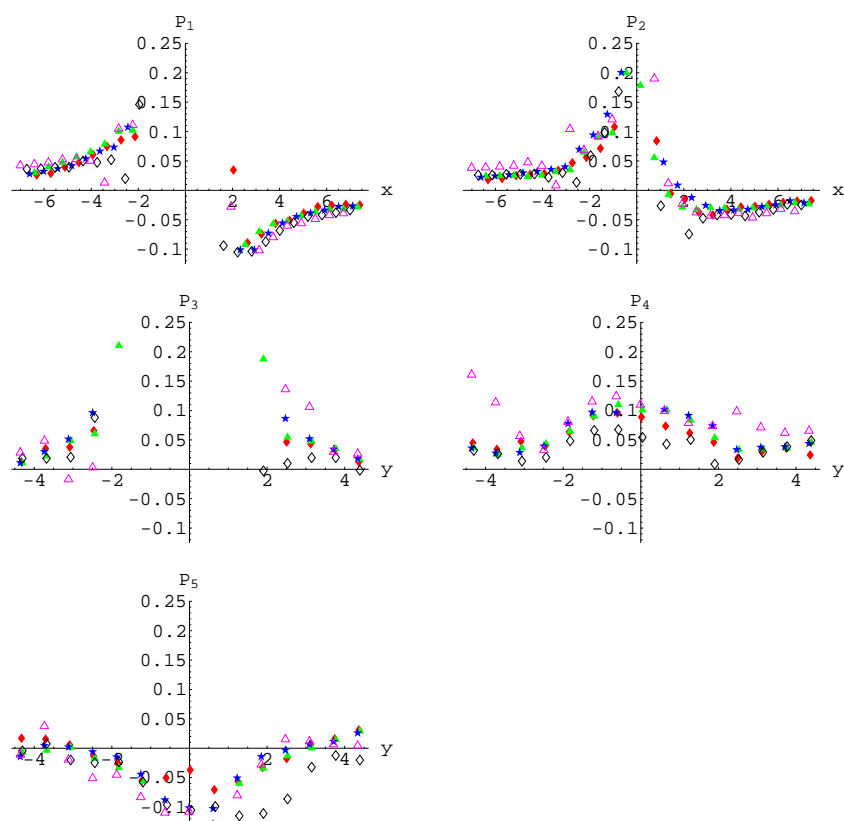


FIG. 4.23 – Pression réduite  $P$  en fonction de la coordonnée, pour cinq différents débits : 24 ( $\blacklozenge$  rouge), 54 ( $\blacktriangle$  jaune), 176 ( $\star$  bleu), 293 ( $\diamond$  noir) et 515  $\text{ml}\cdot\text{min}^{-1}$  ( $\triangle$  violet). De haut en bas et de gauche à droite : les cinq lignes 1 à 5. Les points à pression nulle correspondent à l'obstacle ou à sa proximité immédiate.

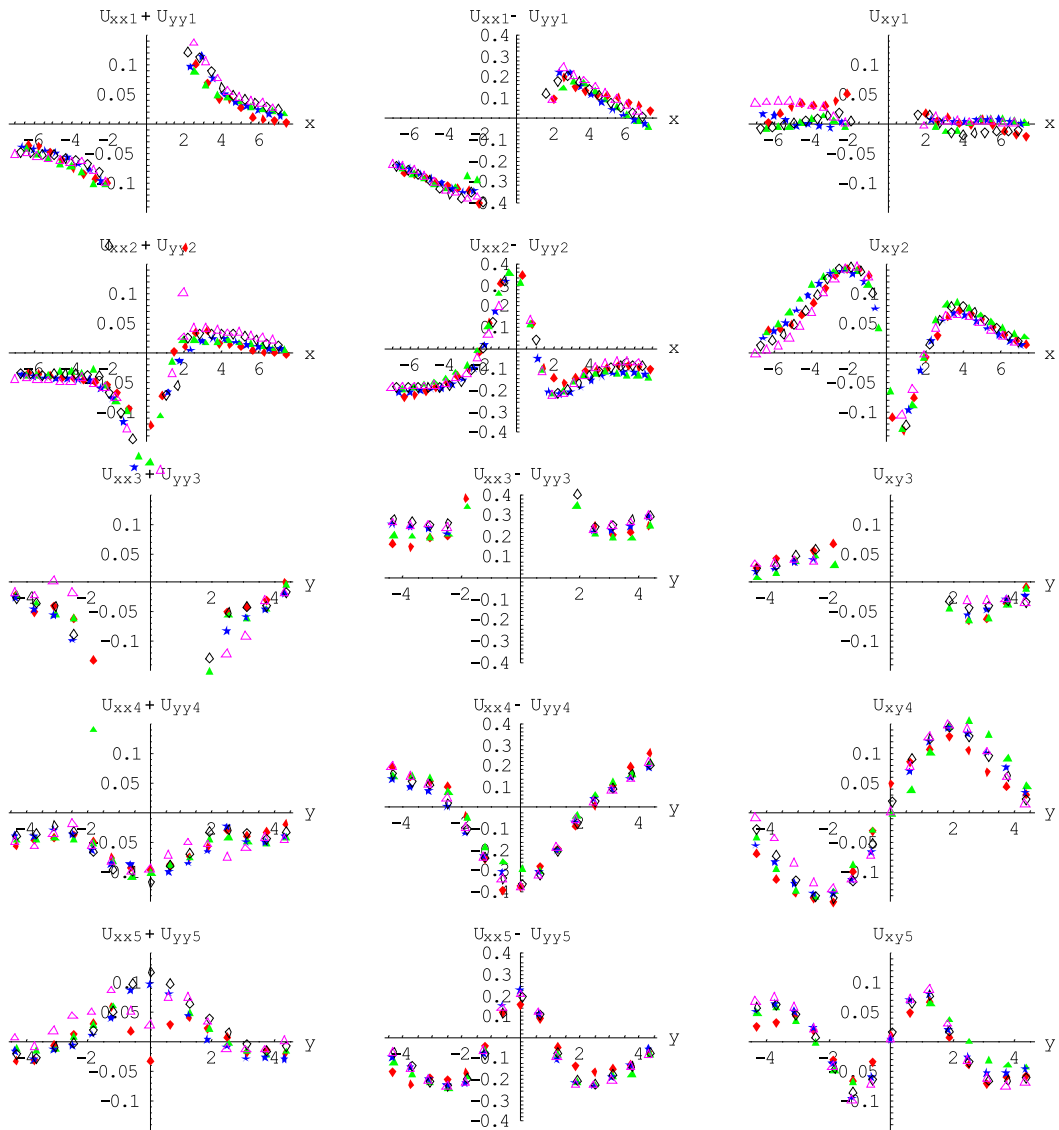


FIG. 4.24 – Tenseur de déformation statistique  $\bar{U}$  en fonction de la coordonnée, pour cinq différents débits : 24 (◆ rouge), 54 (▲ jaune), 176 (★ bleu), 293 (◇ noir) et 515 ml·min<sup>-1</sup> (△ violet). De gauche à droite : composantes  $U_{xx} + U_{yy}$ ,  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$ . De haut en bas et de gauche à droite : les cinq lignes 1 à 5.

aire des bulles ( $\text{mm}^2$ )	12,1	16,0	20,0	25,7	31,7	39,3
débit ( $\text{ml}\cdot\text{min}^{-1}$ )	160	176	166	133	150	169
fraction fluide (%)	$7 \pm 1$	$12 \pm 3$	$13 \pm 2$	$4 \pm 3$	$8 \pm 2$	$9 \pm 3$

TAB. 4.2 – Débit choisi pour l’analyse et fraction fluide pour chaque aire de bulles.

l’aire des bulles voulue (voir section 2.2.3). Cependant, comme l’a vu dans la section précédente, les quantités mesurées dépendent très peu du débit, ce qui nous autorise une certaine souplesse dans son choix. Nous avons décidé de garder, pour l’aire de  $16,0 \text{ mm}^2$ , le débit de  $176 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ , et nous avons choisi un débit le plus proche possible pour chaque taille de bulles (table 4.2). Contrairement à la figure 4.22, nous n’adimensionnons pas ici les vitesses par la vitesse effective  $Q/ed$ , mais directement par  $\langle v_x \rangle_1$ , la vitesse moyenne à l’entrée de la zone d’observation. Comme on l’a montré en section 4.4.1, la comparaison de ces deux vitesses donne une mesure de la fraction fluide (table 4.2).

L’analyse détaillée des champs de vitesse, de pression et de déformation sur les cinq lignes montre que les variations d’aire ne changent pas significativement l’allure des champs, et que cette allure est exactement la même que celle déjà observée pour les différents débits (figure 4.22). Ceci renforce l’idée d’un régime unique dans notre gamme de paramètres étudiés. Pour simplifier, nous ne montrons ici que les résultats le long de la ligne  $y = 0$  (ligne 1 sur la figure 4.3) pour les scalaires  $v_x$ ,  $P$  et  $U_{xx} - U_{yy}$  (figure 4.25). Les résultats sur la pression et la déformation sont plus bruités que ceux concernant la vitesse, ainsi que ceux obtenus pour différents débits (figure 4.23), ce qui provient peut-être de la petite polydispersité déjà évoquée en section 3.1.2 pour les deux plus grandes aires analysées. La tendance globale est l’indépendance des champs par rapport à l’aire, et on retrouve les mêmes variations que celles déjà observées en figure 4.23. La seule variation significative est la décroissance avec l’aire du minimum de pression dans le sillage de l’obstacle.

### 4.4.3 Épaisseur de la mousse

Nous avons vu dans les deux sections précédentes que ni le débit, ni l’aire des bulles n’affectaient le profil général des vitesses, de la pression et des déformations de la mousse. Nous passons à présent à l’étude de l’influence de l’épaisseur de la mousse, qui permet de faire varier la fraction fluide. Plusieurs travaux théoriques [113, 81] et expérimentaux [114, 101, 102, 124] ont montré que ce paramètre joue un rôle essentiel dans la rhéologie des mousses, mais à notre connaissance il n’y a pas eu de mesures locales systématiques en fonction de ce paramètre.

Jusqu’à présent, la fraction fluide ne variait pas significativement d’un cas étudié à l’autre. La variation d’épaisseur permet une telle variation, comme le montre la figure 3.9. L’expérience de référence correspond à une vitesse effective

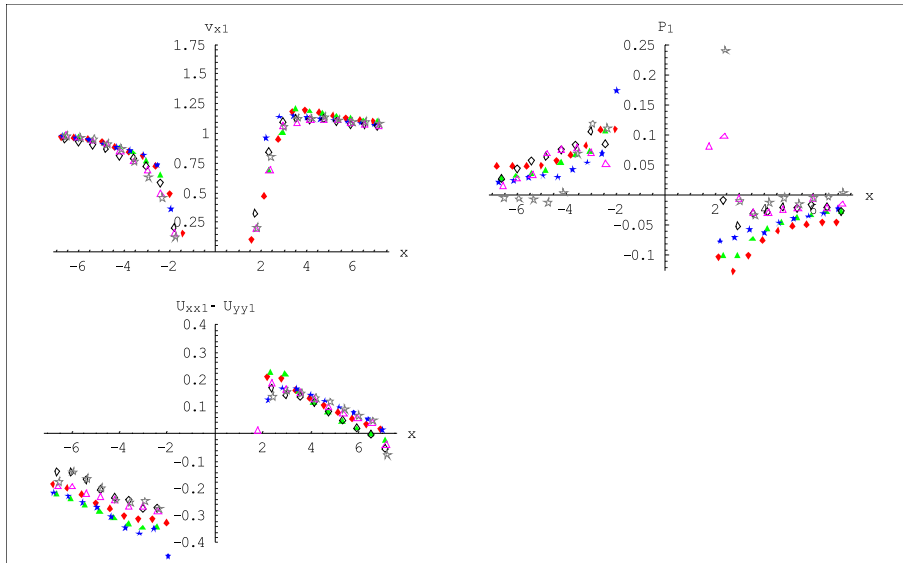


FIG. 4.25 – Vitesse réduite  $V/\langle v_x \rangle_1$ , pression réduite  $P$  et composante  $U_{xx} - U_{yy}$ , en fonction de  $x$  le long de l'axe  $y = 0$ , pour six différentes aires : 12,1 (◆ rouge), 16,0 (▲ jaune), 20,0 (★ bleu), 25,7 (◇ noir), 31,7  $\text{ml}\cdot\text{min}^{-1}$  (△ violet) et 39,3  $\text{mm}^2$  (★ ouverte grise).

épaisseur de mousse (mm)	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
vitesse effective ( $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ )	0,67	0,88	0,89	0,84	0,74	0,56

TAB. 4.3 – Vitesses effectives choisies pour l'analyse pour chaque épaisseur de mousse.

$Q/ed = 0,84 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Comme évoqué en section 3.1.3, c'est cette vitesse qui est le paramètre pertinent quand on varie l'épaisseur. Nous avons donc, comme expliqué en section 4.4.2, choisi des vitesses effectives les plus proches possibles les unes des autres pour les différentes épaisseurs (table 4.3).

Le champ des vitesses (adimensionnées par  $\langle v_x \rangle_1$  comme en section 4.4.2) est représenté en figure 4.26. On observe cette fois des changements significatifs en fonction de l'épaisseur, contrairement aux paramètres débit et aire. Pour les épaisseurs les plus petites (2,5 et surtout 2 mm), on observe une disparition du maximum de  $v_x$  en fonction de  $x$  en aval de l'obstacle (ligne 1) et en fonction de  $y$  sur les côtés (ligne 3), ainsi qu'une augmentation du maximum de  $v_x$  en fonction de  $x$  sur les côtés (ligne 2). Plus généralement, on observe une diminution (mais pas une disparition) de l'asymétrie amont/aval quand l'épaisseur diminue. Les plus grandes épaisseurs (4 et 4,5 mm) ne montrent par contre que de faibles variations quantitatives par rapport à l'épaisseur de référence 3,5 mm étudiée jusqu'à présent.

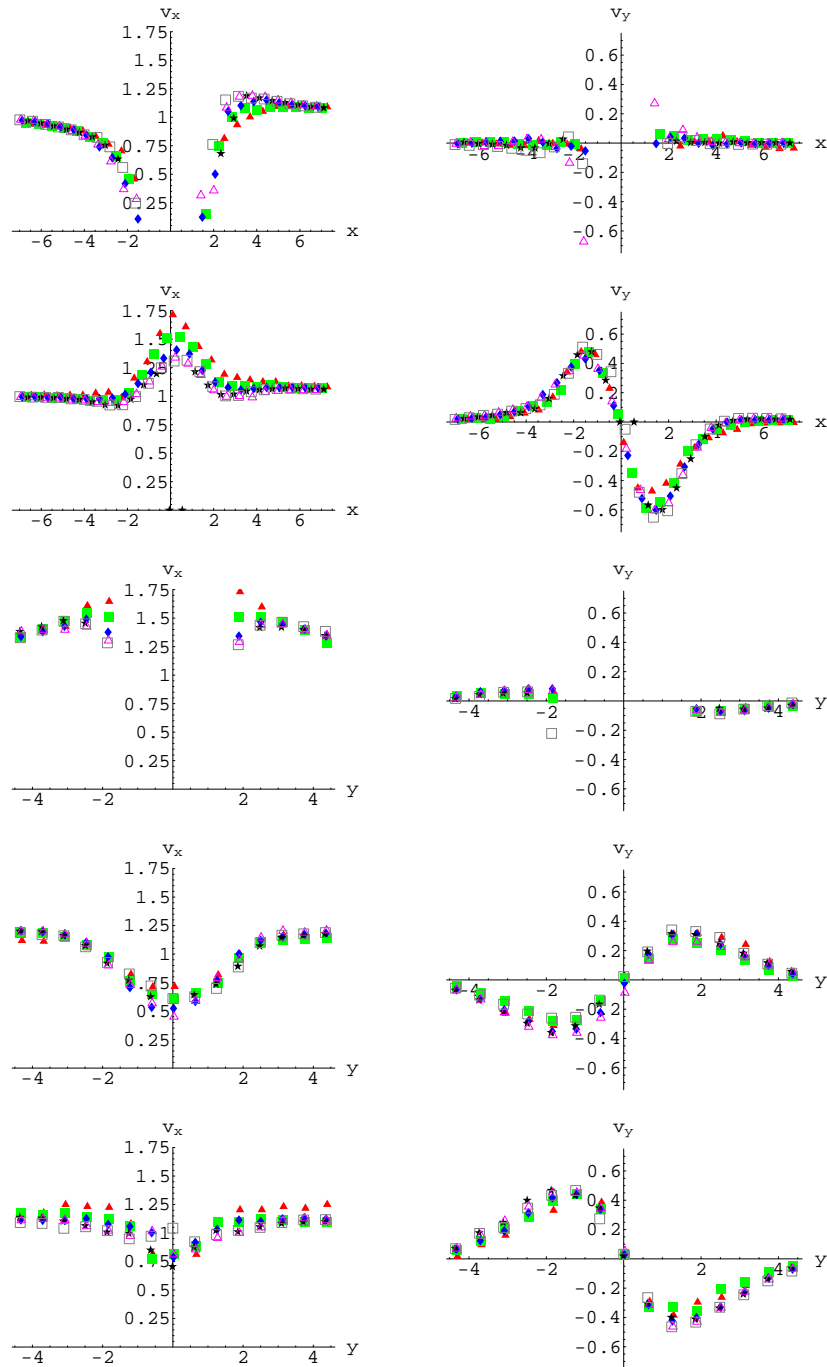


FIG. 4.26 – Vitesse réduite  $V/\langle v_x \rangle_1$  en fonction de la coordonnée, pour six différentes épaisseurs : 2 (▲), 2,5 (■), 3 (◆), 3,5 (★), 4 (△) et 4,5 mm (□). À gauche : composante  $v_x$ , à droite : composante  $v_y$ . De haut en bas, les cinq lignes 1 à 5.

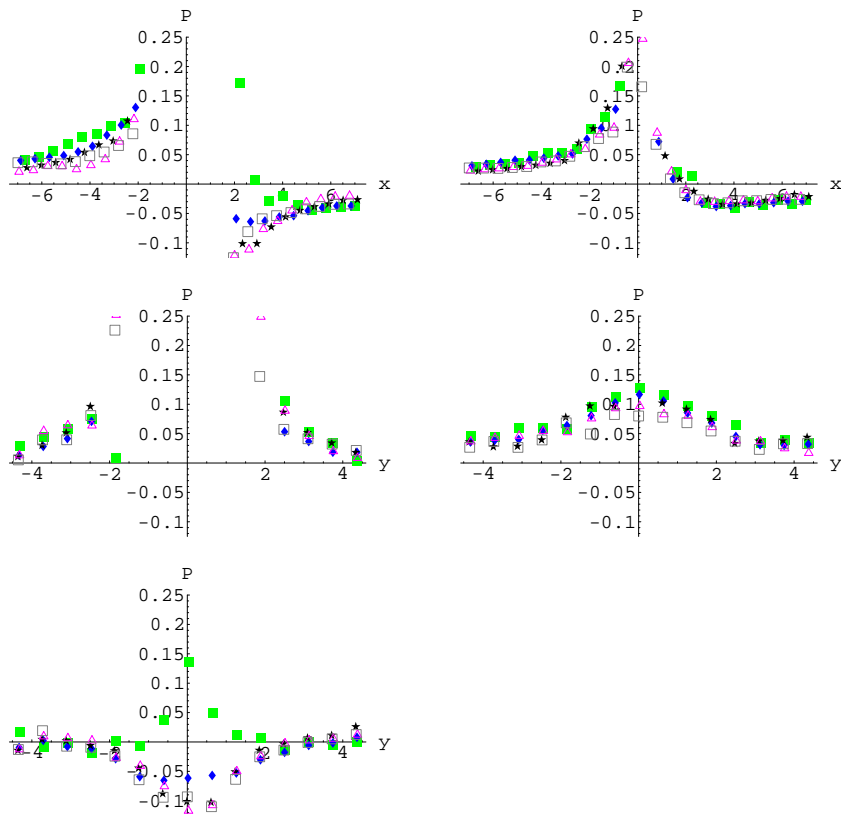


FIG. 4.27 – Pression réduite  $P$  en fonction de la coordonnée, pour cinq différentes épaisseurs : 2,5 (■), 3 (◆), 3,5 (★), 4 (△) et 4,5 mm (□). De haut en bas et de gauche à droite : les cinq lignes 1 à 5.

On passe maintenant à l'étude de la pression. Nous n'avons pas accès à une bonne mesure de cette quantité pour l'épaisseur de 2 mm ; en effet, comme le montre la photographie 3.6, les bulles sont suffisamment séparées par endroits pour que notre programme ne puisse plus faire la différence entre les bulles et les interstices, alors que cette distinction est possible pour toutes les autres épaisseurs, car le filtre sur les aires inclus dans le programme (section 2.3.3) permet d'éliminer les interstices suffisamment petits. Pour les cinq autres épaisseurs, la pression est représentée en figure 4.27. On observe un changement intéressant avec l'épaisseur la plus petite : l'inversion du signe de la pression derrière l'obstacle (ligne 5). Pour le reste, la tendance générale reste conforme aux champs de pression déjà mesurés (figures 4.23 et 4.25).

Enfin, les variations du tenseur de déformation statistique sont reportées en figure 4.28. Cette fois, on note des variations quantitatives très systématiques avec l'épaisseur, et notamment une diminution de l'amplitude de toutes les com-



posantes avec l'épaisseur. Ainsi, les bulles sont beaucoup moins prédéformées loin de l'obstacle quand l'épaisseur diminue. Il convient de noter également que la déformation s'annule quasiment pour l'épaisseur de 2 mm dans le sillage de l'obstacle (ligne 5), ce qui correspond à la zone décompactée où les bulles peuvent librement adopter la forme circulaire (photo 3.6).

#### 4.4.4 Viscosité de la solution

Comme nous l'avons vu dans les trois sections précédentes, les profils de vitesse, de pression et de déformation dépendent de la fraction fluide, mais pas des autres paramètres. N'attendant pas de résultats bouleversants de l'étude de la viscosité de la solution, car elle ne change pas la fraction fluide, nous n'avons étudié que les deux viscosités extrêmes, pour une solution sans glycérol (viscosité  $1,06 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) et avec 50% de glycérol (viscosité  $9,33 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ). Les débits choisis valent respectivement  $166$  et  $154 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$  pour ces deux viscosités, et les fractions fluides  $12 \pm 3$  et  $(9 \pm 1)\%$ . Comme à la section 4.4.2, nous ne reportons que les mesures de  $v_x$ ,  $P$  et  $U_{xx} - U_{yy}$  en fonction de  $x$  le long de l'axe  $y = 0$  (figure 4.29). Ces mesures ne montrent aucune variation qualitative avec la viscosité. On observe une augmentation de l'amplitude de déformation pour la plus grande viscosité, mais pas de tendances significatives en ce qui concerne les mesures de vitesse et de pression.

## 4.5 Étude des différents obstacles

Dans cette section, nous avons choisi d'être moins systématique que dans la section précédente, pour nous concentrer sur quelques aspects spécifiques. Nous allons commencer par comparer les trois obstacles circulaires (cercles de diamètre 30 et 48 mm, roue dentée); nous étudierons ensuite les différences entre un obstacle circulaire et un obstacle carré. Enfin, nous présenterons un scénario basé sur les mesures locales pour expliquer la portance inverse de l'aile cambrée.

### 4.5.1 Comparaison des obstacles circulaires

#### Problématique

Nous avons vu en section 3.1.5 que la traînée subie par les trois obstacles circulaires étudiés (cercles de diamètre 30 et 48 mm, roue dentée) varie en gros proportionnellement à leur taille, avec une faible sensibilité des conditions d'ancrage (roue dentée) et de la distance des bords du canal (cercle de diamètre 48 mm). Or la force exercée sur l'obstacle dépend a priori des contraintes, élastiques et de pression (en ce qui concerne la traînée seuil), et de la vitesse. On peut donc se demander comment la dépendance spatiale de ces trois champs varie entre ces trois obstacles.

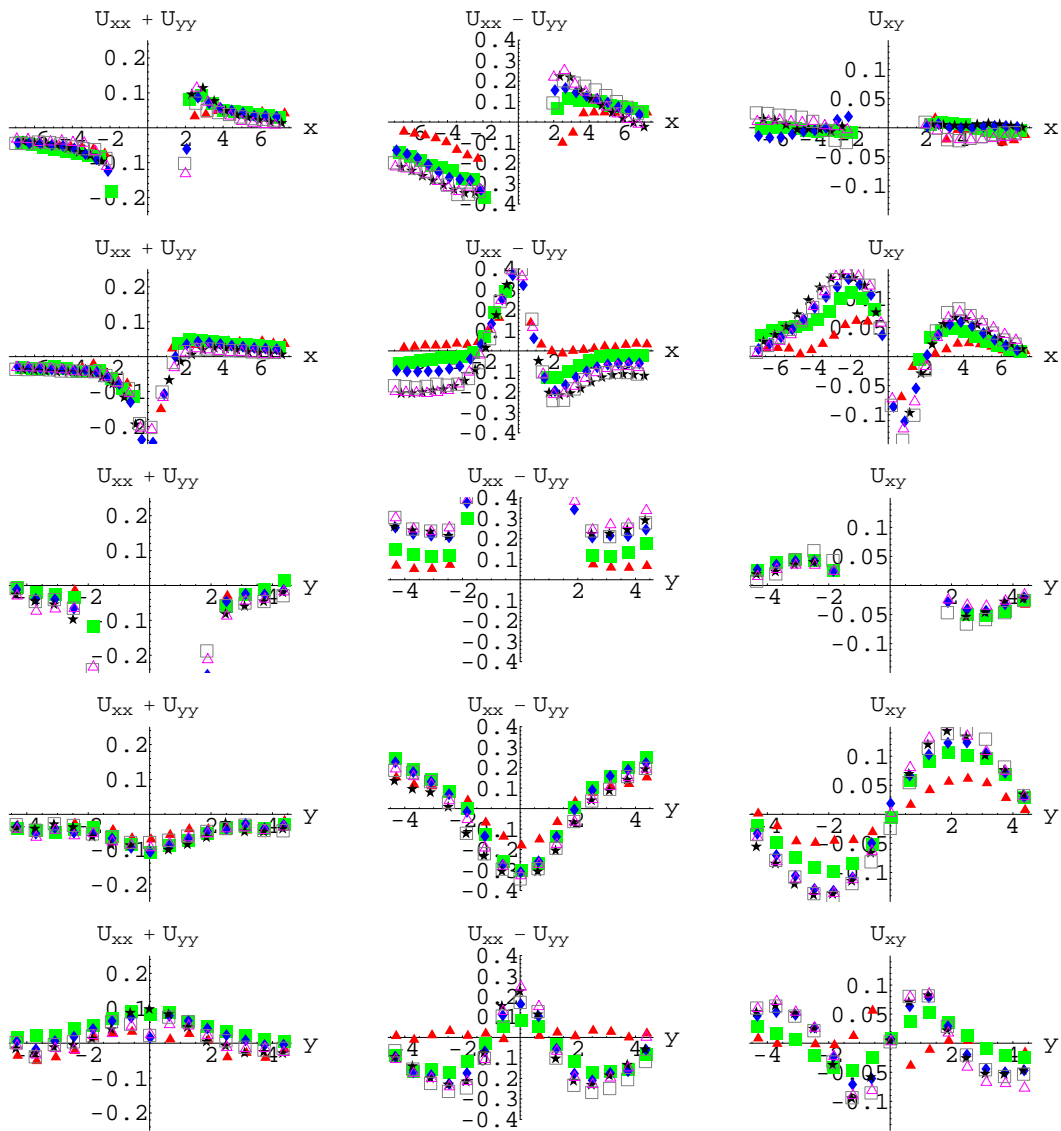


FIG. 4.28 – Tenseur de déformation statistique  $\bar{U}$  en fonction de la coordonnée, pour six différentes épaisseurs : 2 (▲), 2,5 (■), 3 (◆), 3,5 (★), 4 (△) et 4,5 mm (□). De gauche à droite : composantes  $U_{xx} + U_{yy}$ ,  $U_{xx} - U_{yy}$  et  $U_{xy}$ . De haut en bas : les cinq lignes 1 à 5.

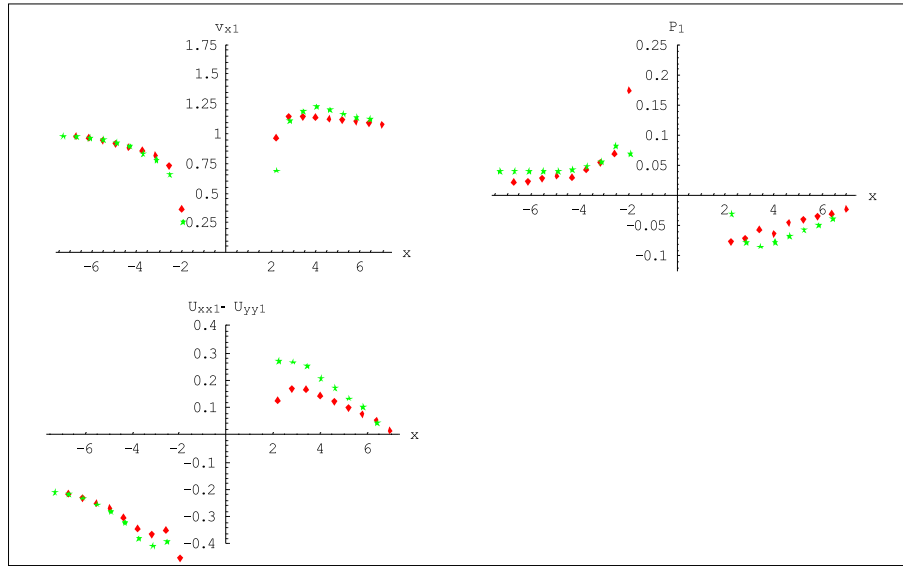


FIG. 4.29 – Vitesse réduite  $V/\langle v_x \rangle_1$ , pression réduite  $P$  et composante  $U_{xx} - U_{yy}$ , en fonction de  $x$  le long de l'axe  $y = 0$ , pour les deux viscosités extrêmes : 1,06 ( $\blacklozenge$ ) et 9,33 ( $\star$ )  $\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

### Comparaison

Les cartes de ces trois champs sont à première vue assez similaires, et nous choisissons de ne pas les représenter. Au lieu de cela, pour comparer ces obstacles circulaires, nous choisissons d'étudier la dépendance angulaire des contraintes élastiques, de la pression et de la vitesse, sur un cercle centré sur les obstacles et situé à 1,5 cm du bord de l'obstacle : un tel choix permet de capturer l'ensemble des variations significatives déjà étudiées en section 4.4 pour le cercle de diamètre 30 mm. L'idéal serait d'étudier les variations à la frontière de l'obstacle, mais cela n'est pas possible vu les erreurs liées à la présence des parois (voir section 2.3.2).

Les contraintes élastiques n'ont pas été étudiées en détail jusqu'à présent ; rappelons qu'elles sont définies par l'équation (2.13). En pratique, puisque chaque bulle a en moyenne six côtés et que chaque côté sépare deux bulles, nous prendrons comme valeur de densité surfacique de côtés :  $\rho = 3/A$ , et nous calculerons la quantité  $\bar{\sigma}^{\text{él}}/\lambda = 3\langle \hat{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle/A$ , qui a les dimensions de l'inverse d'une longueur. En ce qui concerne la pression, nous calculons ici directement la quantité  $p(A) - p(A_0)$  (équation (4.1)), qui représente la variation de pression induite par la présence de l'obstacle. Nous représentons en fonction de l'angle la quantité  $\bar{\sigma}^{\text{él}}/\lambda$  (composantes  $\sigma_{xx}^{\text{él}} + \sigma_{yy}^{\text{él}}$ ,  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $\sigma_{xy}^{\text{él}}$  comme en section 4.4), la pression, et la vitesse réduite, en figure 4.30.

D'après cette figure, la variation angulaire des contraintes élastiques est qualitativement la même pour les trois obstacles. La composante  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  est positive

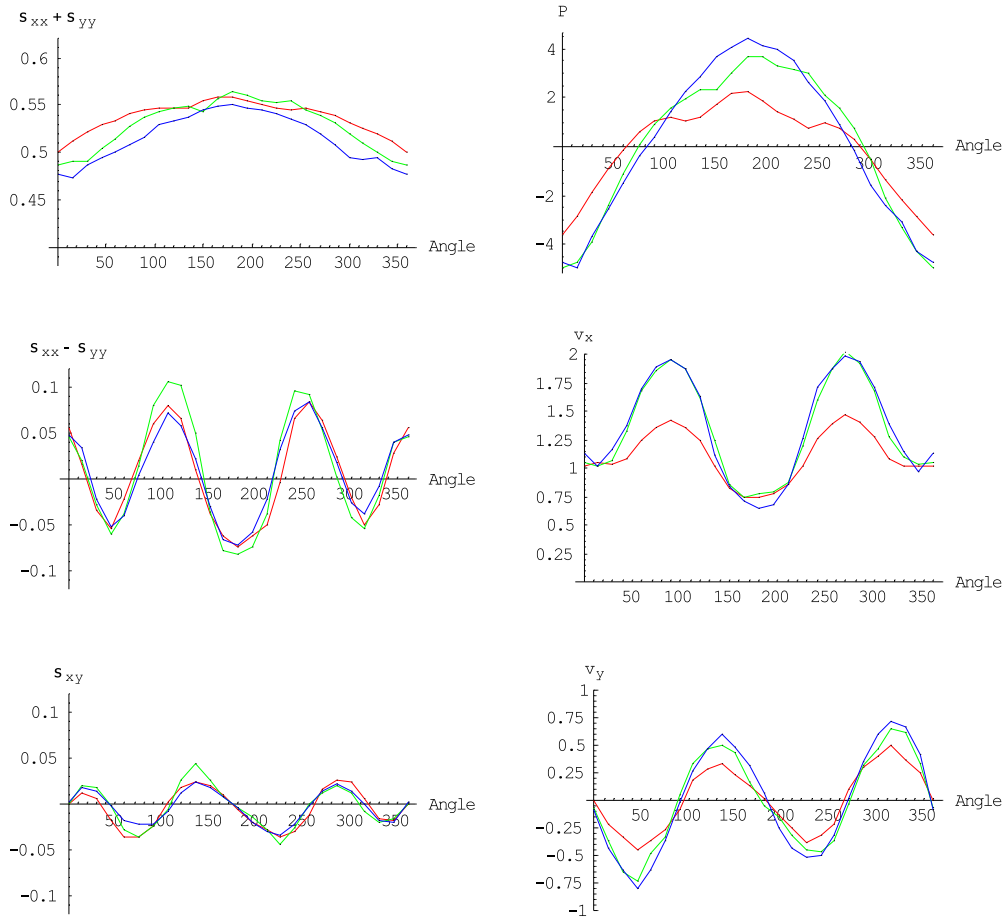


FIG. 4.30 – Comparaison des champs pour les obstacles circulaires en fonction de l'angle : à gauche, la quantité  $\bar{\sigma}^{el}/\lambda$  (en  $\text{mm}^{-1}$ ) (de haut en bas, composantes  $(\sigma_{xx}^{el} + \sigma_{yy}^{el})/\lambda$ ,  $(\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el})/\lambda$  et  $(\sigma_{xy}^{el})/\lambda$ ). À droite, pression  $p(A) - p(A_0)$  (en Pa, et en haut), puis vitesse réduite  $V/\langle v_x \rangle_1$  (au milieu : composante  $v_x/\langle v_x \rangle_1$ , en bas : composante  $v_y/\langle v_x \rangle_1$ ). Rouge : cercle de diamètre 30 mm, vert : cercle de diamètre 48 mm, bleu : roue dentée.

obstacle	cercle $\varnothing$ 30 mm	cercle $\varnothing$ 48 mm	roue dentée
$\delta(\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}})$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	0,051	0,062	0,048
$\delta\sigma_{xy}^{\text{él}}$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	0,021	0,023	0,018
$\delta P$ (Pa)	1,7	2,9	3,1
$v_x^{\text{max}}/\langle v_x \rangle_1$	1,44	1,99	1,97
$h/(h - D)$	1,43	1,92	1,90

TAB. 4.4 – Écarts-types  $\delta(\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}})$ ,  $\delta\sigma_{xy}^{\text{él}}$  et  $\delta P$ , et paramètres  $v_x^{\text{max}}/\langle v_x \rangle_1$  et  $h/(h - D)$ , pour les trois obstacles circulaires.

pour des angles proches de  $0^\circ$  (aval) et  $90^\circ$  (côtés de l'obstacle), et négative pour des angles proches de  $180^\circ$  (amont) et aux alentours de  $45^\circ$ . La composante  $\sigma_{xy}^{\text{él}}$  varie de façon très corrélée avec  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$ , l'une s'annulant quand l'autre atteint son maximum d'amplitude. Quantitativement, l'écart-type des composantes  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $\sigma_{xy}^{\text{él}}$ , calculé sur 24 positions angulaires espacées de  $15^\circ$ , est plus grande pour le cercle de diamètre 48 mm, et plus petit pour la roue dentée (table 4.4) : cette variation n'est donc pas directement corrélée à la taille de l'obstacle (rappelons que le diamètre de la roue dentée vaut 43,5 mm).

La pression et la composante  $\sigma_{xx}^{\text{él}} + \sigma_{yy}^{\text{él}}$  sont fortement corrélées, ce qu'on peut justifier comme à la section 4.4.1. Ces quantités sont maximales en amont, et minimales en aval de l'obstacle. L'amplitude de leurs variations dépend plus de l'obstacle que celle des composantes  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}}$  et  $\sigma_{xy}^{\text{él}}$ , et elle est cette fois maximale pour la roue dentée et minimale pour le cercle de diamètre 30 mm (table 4.4).

Quant à la vitesse, on voit sur la figure 4.30 que si les variations qualitatives sont les mêmes pour les trois obstacles, on observe des amplitudes nettement plus fortes pour le cercle de diamètre 48 mm et pour la roue dentée que pour le cercle de diamètre 30 mm. Ceci est principalement dû à la constriction imposée par l'obstacle : en effet, la vitesse selon l'écoulement est bien maximale pour un angle de  $90^\circ$ , là où l'obstacle bouche le plus le passage, et la valeur de ce maximum par rapport à la vitesse moyenne est égale au rapport d'aspect  $h/(h - D)$ , où  $h$  désigne la largeur du canal et  $D$  le diamètre de l'obstacle (table 4.4). Il faut préciser que pour la roue dentée, il faut prendre ici  $D = 47,5$  mm pour inclure la couche de bulles piégées dans les dents.

## Discussion

Nous avons vu que si la taille et les conditions d'ancrage de l'obstacle circulaire considéré ne modifient pas les caractéristiques locales de l'écoulement, elles influencent l'amplitude de variation des contraintes et de la vitesse. En ce qui concerne la vitesse, l'effet principal est la constriction imposée par l'obstacle. L'effet de la taille est beaucoup moins évident sur les contraintes élastiques et de pression ; dans ce cas, l'ancrage joue un rôle complexe, en ayant tendance à

diminuer les variations des contraintes élastiques tout en augmentant celles de la pression.

Pour en revenir à la problématique initiale, cette compensation contribue à expliquer le faible effet de l'ancrage ; il est par contre difficile d'expliquer la faible dépendance avec la taille, car les variations angulaires des contraintes et de la vitesse augmentent plus avec la taille de l'obstacle que le coefficient de traînée (figure 3.15). Bornons-nous à constater que la faible dépendance du coefficient de traînée avec la taille de l'obstacle est compatible avec d'autres études pour des mousses [40] et pour des fluides de Bingham (qui ont une traînée seuil et une variation affine de la contrainte en fonction du taux de déformation) [145, 104]. En effet, ces études montrent que les effets de bord, attendus quand la taille de l'obstacle augmente et devient du même ordre de grandeur que la largeur du canal, ne sont en fait significatifs que quand le rapport d'aspect  $D/h$  est bien supérieur à  $1/2$ .

### 4.5.2 Carré

Dans cette section, nous décrivons qualitativement l'écoulement autour du carré parallèle à l'écoulement, et nous le comparons à un obstacle circulaire. Le champ des vitesses est représenté en figure 4.31. La géométrie du carré rend l'écoulement plus parallèle sur les côtés, ce qui est quantifié sur la figure 4.32 : on voit que  $v_x$  est quasiment constant sur les côtés du carré, contrairement au cercle. De même, sur les côtés,  $v_y$  est inférieur dans le cas du carré (mais pas négligeable, car la composante est évaluée à 1,2 cm du côté supérieur du carré, ce qui n'est pas une distance négligeable devant le côté du carré, 3,4 cm). La différence la plus importante par rapport à l'écoulement autour d'un cercle est l'existence de deux zones « mortes », où l'écoulement est très lent, en aval et surtout en amont du carré. Cette différence est mise en évidence sur la figure 4.33, où la composante  $v_x$ , adimensionnée comme d'habitude par la vitesse à l'entrée  $\langle v_x \rangle_1$ , est tracée en fonction de  $x$  sur l'axe de symétrie  $y = 0$  de l'écoulement : la zone morte amont est clairement mise en évidence, alors que l'existence de la zone morte aval est plus difficile à détecter, notamment à cause des limitations du programme d'analyse à proximité de l'obstacle.

### 4.5.3 Aile cambrée

#### Explication de la portance inverse

Nous reprenons ici la discussion menée dans [47]. Nous avons vu en section 3.1.5 que la mousse en écoulement autour d'une aile cambrée exerce une portance de sens opposé à l'aérodynamique. Nous allons ici montrer comment l'analyse locale des champs permet d'expliquer cet intéressant phénomène. Pour ce faire, nous reportons ensemble les champs de vitesse, d'aire des bulles et de tenseur

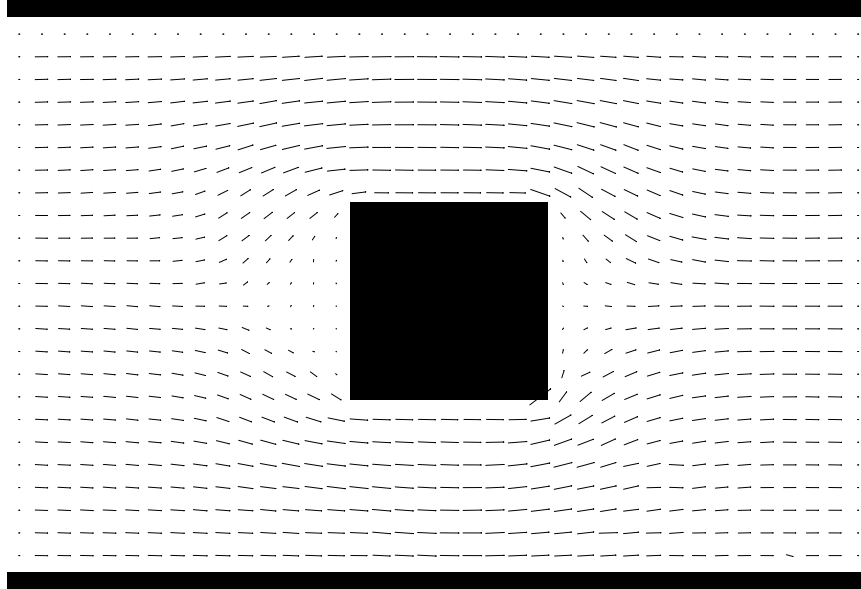
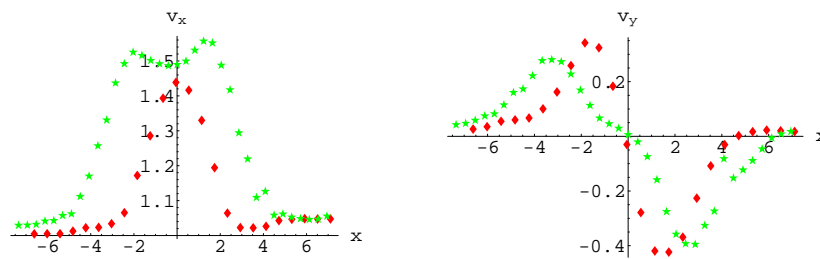


FIG. 4.31 – Champ des vitesses autour du carré.

FIG. 4.32 – Tracé de  $v_x/\langle v_x \rangle_1$  (gauche) et de  $v_y/\langle v_x \rangle_1$  (droite) en fonction de  $x$ , sur un axe situé à 1,2 au-dessus du sommet de l'obstacle, pour le cercle de diamètre 30 mm ( $\blacklozenge$  rouge), et pour le carré ( $\star$  verte).

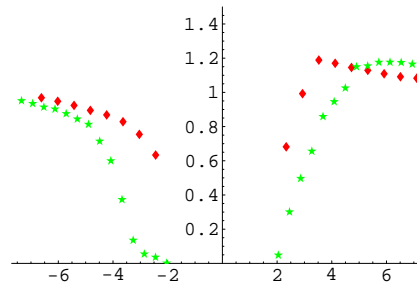


FIG. 4.33 – Tracé de  $v_x / \langle v_x \rangle_1$  en fonction de  $x$  sur l’axe de symétrie de l’écoulement, pour le cercle de diamètre 30 mm (◆ rouge), et pour le carré (★ verte).

de texture autour de l’aile en figure 4.34, et nous traçons leurs variations 1 cm au-dessus et en-dessous de l’aile en figure 4.35.

Le champ de vitesse montre que les parties convexes de l’aile imposent une constriction à l’écoulement. Au bord de fuite pointu, le champ de vitesse est régulier, ce qui rappelle la condition de continuité de Kutta en aérodynamique [8, 70]. La figure 4.34 montre la déformation des bulles des deux côtés de l’aile : étirement vertical dans la région concave (sous le bord de fuite) et horizontal dans les régions convexes (au-dessus de l’aile et sous le bord d’attaque). Ce comportement qualitativement différent transparaît clairement sur le tracé de  $M_{xx}$  (figure 4.35).

Les corrélations visibles en figure 4.34 et 4.35 nous permettent d’expliquer le sens de la portance. Dans les régions convexes, au-dessus de l’aile et en-dessous dans l’intervalle  $0 < x < 1,8$  cm, l’écoulement se resserre et s’accélère, et les bulles sont étirées dans la direction de l’écoulement. D’après (2.13), la contrainte élastique principale est donc horizontale. Dans la région concave, en-dessous de l’aile pour  $x > 1,8$  cm, le scénario s’inverse, et la contrainte élastique principale est verticale. La résultante verticale des contraintes élastiques est donc bien dirigée vers le bas. Par ailleurs, l’aire des bulles diminue dans les régions convexes et augmente dans la région concave, et vice-versa pour la pression d’après l’équation (2.7). La résultante de pression verticale est donc également dirigée vers le bas. Plus quantitativement, nous avons calculé la contribution de tension des liens et de pression à la traînée et à la portance en intégrant les champs de contraintes élastiques et de pression au plus près possible de l’aile (voir section 5.4.1 pour la méthode). La contribution de tension vaut ainsi 0,11 mN en traînée, et 0,48 mN en portance (vers le bas), et celle de pression vaut 0,40 mN en traînée et 1,32 mN en portance. Additionnant ces deux contributions, on trouve des valeurs remarquablement proches des traînée et portance seuil effectivement mesurées (figure 3.18) : 0,51 mN en traînée, et 1,80 mN en portance.



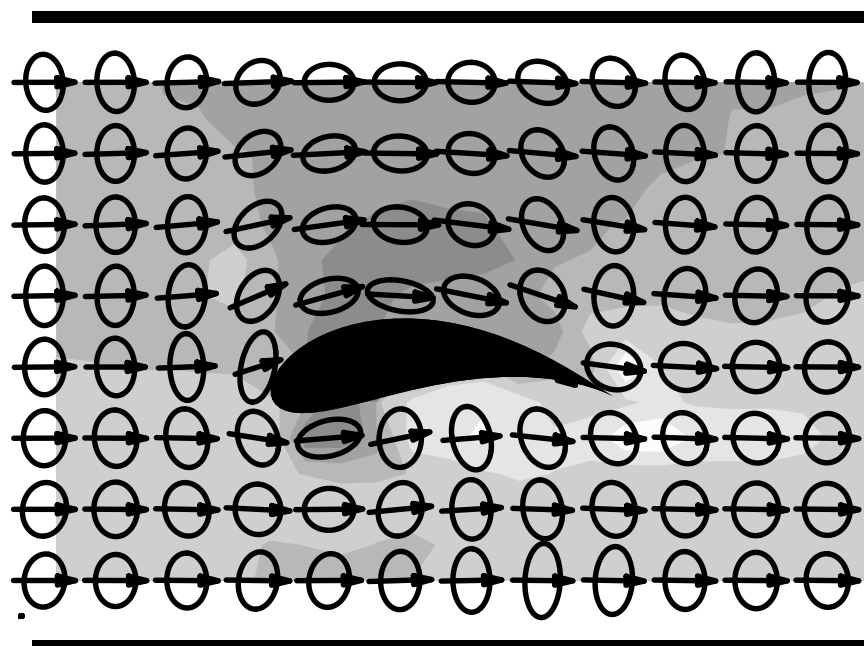


FIG. 4.34 – Champs de vitesse (flèches), de pression (niveaux de gris) et de tenseur de texture (ellipses) autour de l’aile.

### Discussion et validité de notre explication

Ce scénario explicatif n’est en principe valide qu’en régime quasistatique. Cependant, on a montré en section 4.4 que dans la gamme de débits étudiés, les champs sont indépendants du débit (au rescaling de la vitesse près), donc qu’on reste dans ce régime ; d’ailleurs, la portance augmente très peu avec le débit (figure 3.18). La portance inverse apparaît donc comme un effet élastique, signature des propriétés de seuil de la mousse.

Cet effet est-il générique ou spécifique ? Écartons d’autres contributions possibles. Tout d’abord, pour exclure de possible artefacts spécifiques à notre système expérimental, Simon Cox a simulé (Surface Evolver [15]) une mousse 2D incompressible autour d’un obstacle asymétrique, et a observé la même déformation des bulles, dans le sens de l’écoulement dans les régions convexes et perpendiculairement à l’écoulement dans les régions concaves, ainsi que la même portance (du côté convexe vers le côté concave). Ensuite, on peut se demander si les bords du canal jouent un rôle. En fait, le scénario proposé est qualitativement indépendant de la présence de bords ; c’est l’asymétrie de l’obstacle qui est essentielle. On n’attend donc qu’une faible variation quantitative de la portance avec le rapport entre la largeur de l’aile et du canal, et pas un changement de signe. Enfin, la perte de charge contribue à la traînée (numériquement, elle contribue pour 0,11 mN à 50

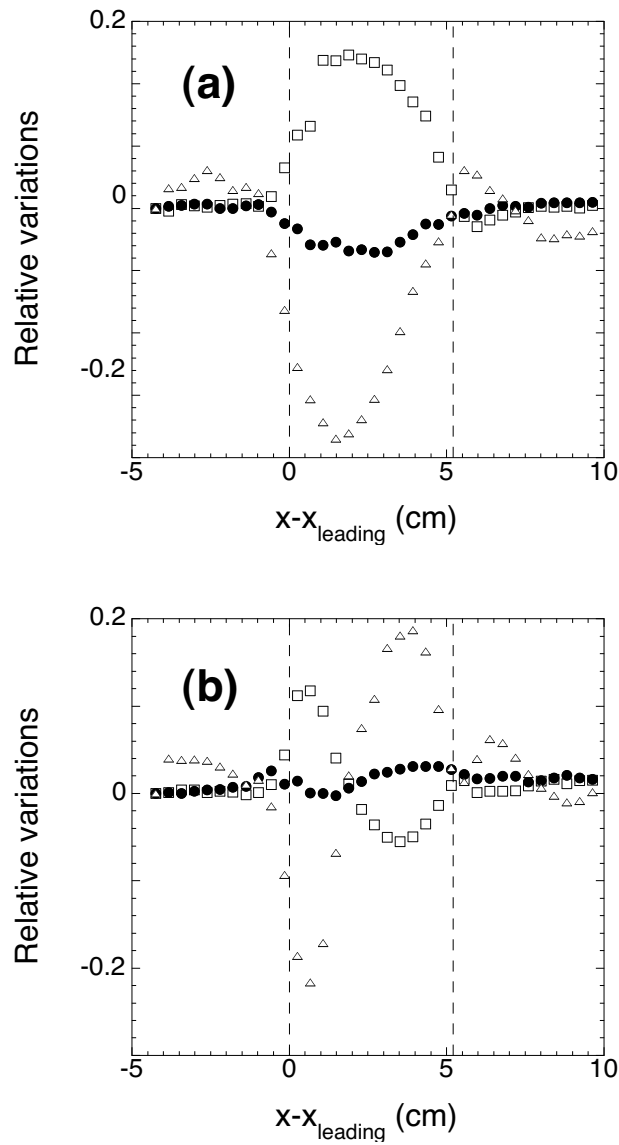


FIG. 4.35 – Vitesse, aire des bulles et déformation statistique (a) 1 cm au-dessus et (b) 1 cm en-dessous de l’aile (mêmes données que la figure 4.34). La composante  $v_x$  de la vitesse (□), l’aire des bulles (●) et la composante  $M_{yy}$  du tenseur de texture (△) sont adimensionnées par leur valeur à l’entrée ( $2,7 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $16 \text{ mm}^2$  and  $3,5 \text{ mm}^2$ , respectivement), et nous représentons leur variation en fonction de  $x$  par rapport au bord d’attaque. Les lignes pointillées verticales symbolisent les bords d’attaque et de fuite. Noter l’inversion à 1,8 cm après le bord d’attaque.

ml·min<sup>-1</sup> et jusqu'à 0,46 mN pour le débit maximal de 565 ml·min<sup>-1</sup>), mais pas à la portance.

Plus généralement, notre scénario explicatif n'invoque que l'élasticité de la mousse, et est donc probablement généralisable à tous les fluides viscoélastiques. En effet, il est compatible avec d'autres phénomènes (comme par exemple l'effet Weissenberg, le gonflement des polymères en extrusion [109, 99, 133, 10], la sédimentation des particules [69] ou encore l'effet Magnus inverse [138]) observés ou prédits, pour lesquels les fluides non-newtoniens agissent à l'opposé des fluides newtoniens en régime inertiel. Plus précisément, les contraintes normales présentes dans les fluides viscoélastiques agissent en sens inverse de la pression dans le régime inertiel [76, 77]. D'ailleurs, une étude de l'écoulement d'un fluide du second ordre autour du même profil montre la même portance inverse de façon non ambiguë [139]. Toutefois, il convient de noter que contrairement au cas des mousses, fluides à seuil, la portance inverse devrait s'annuler à débit tendant vers zéro, et qu'elle devrait croître avec le débit avec une pente proportionnelle aux contraintes normales. Ce cas est différent du nôtre, où l'on mesure essentiellement une portance seuil. Tous ces arguments suggèrent donc que la portance inverse est un effet générique des fluides élastiques.

Nous avons parlé de portance inverse en référence à l'aérodynamique, qui est un régime très éloigné du nôtre. On peut se demander ce qu'il en est pour un fluide newtonien soumis à un écoulement à bas nombre de Reynolds, cas plus proche du nôtre. Curieusement, à notre connaissance il n'existe pas d'étude théorique, numérique ou expérimentale ayant traité d'un problème aussi saugrenu. Nous avons donc cherché des éléments de réponse dans un cas où une approche théorique est possible : l'écoulement autour d'une sphère légèrement déformée [63]. En effet, la surface d'un tel objet est décrite par l'équation  $r = a \left[ 1 + \varepsilon \sum_{k=0}^{+\infty} f_k(\theta, \varphi) \right]$ , où les  $f_k$  sont les combinaisons linéaires des harmoniques sphériques d'ordre  $k$ , et où  $\varepsilon$  est supposé être un petit paramètre. Il est alors possible de développer une approche en perturbations régulières et de montrer qu'au premier ordre, cet objet, placé dans un écoulement de vitesse à l'infini  $\vec{U}$ , subit une force [63] :

$$\vec{F} = 6\pi\eta a \left\{ \vec{U} + \varepsilon \left[ \vec{U} f_0 - \frac{1}{10} (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} (r^2 f_2) \right] \right\}.$$

À cet ordre, une portance éventuelle est donc liée aux harmoniques sphériques d'ordre 2. Or ces harmoniques ne capturent pas l'asymétrie éventuelle d'un profil :  $Y_{20} \propto 3\cos^2\theta - 1$  ne dépend pas de  $\varphi$ ,  $Y_{22} \propto \sin^2\theta e^{2i\varphi}$  reste symétrique dans les plans  $\varphi = 0$  et  $\varphi = \pi/2$ , et  $Y_{21} \propto \sin\theta \cos\theta e^{i\varphi}$  est orthogonal à toute puissance impaire de  $\cos\varphi$ , nécessaire à décrire cette asymétrie (exemple :  $r = a(1 + \varepsilon \cos\varphi)$ ). Donc au premier ordre, une sphère asymétriquement déformée ne subit aucune portance de la part d'un fluide newtonien à bas nombre de Reynolds. Il serait intéressant d'étendre la théorie au second ordre pour voir si l'on prédit alors une portance ; cependant, à notre connaissance, cette extension n'a jamais été réalisée.

## 4.6 Récapitulatif

Nous résumons à présent les résultats de ce chapitre, qui rassemble les mesures locales. Nous avons commencé par justifier l'étude de la mousse comme un milieu continu dans le cadre de nos expériences (section 4.1).

Dans la section 4.2, consacrée au comportement de la mousse autour d'un obstacle circulaire, nous avons quantifié l'ensemble des champs à l'échelle locale. Nous avons ainsi mis en évidence l'asymétrie amont/aval de l'écoulement sur le champ des vitesses, sur celui du tenseur de déformation statistique, ainsi que la répartition spatiale des T1. Nous avons pu quantifier les variations du champ de pression, en quantifiant la surpression en amont et la dépression en aval de l'obstacle. L'étude des gradients de vitesse a fait ressortir la décroissance complexe de la fonction de dissipation avec la distance à l'obstacle, ainsi que l'existence d'un rotationnel significatif, ces deux quantités étant elles aussi asymétriques amont/aval. Nous avons pu décrire et quantifier tensoriellement les T1, et montrer leur couplage avec la déformations et avec le gradient de vitesse (section 4.3).

La section 4.4 a permis de montrer que dans la gamme de paramètres étudiée, les grandeurs locales décrivant l'écoulement sont qualitativement indépendantes aussi bien du débit, de l'aire de bulles que de la viscosité de la solution ; seule la fraction fluide influe quantitativement sur les champs étudiés, notamment en réduisant l'asymétrie amont/aval. Nous avons donc mis en évidence un régime quasistatique, dominé par l'élasticité.

L'influence de quelques obstacles a été passée en revue dans la section 4.5 ; nous avons ainsi montré que l'ancrage des bulles à l'obstacle joue un rôle mineur sur les champs (comme sur la traînée), et nous avons quantifié l'effet de la constriction sur les côtés des obstacles circulaires. Nous avons aussi évoqué le développement de zones de stagnation en amont et en aval du carré parallèle à l'écoulement. Enfin, nous avons pu expliquer quantitativement la portance inverse subie par l'aile cambrée grâce à l'analyse des vitesses, de la pression et des déformations autour de cet obstacle.

Nous espérons ainsi avoir accumulé suffisamment de données pour permettre de contraindre sévèrement les modèles rhéologiques locaux, ce qui est le but principal de ce chapitre descriptif.



# Chapitre 5

## Discussion des résultats

Nous allons maintenant discuter les résultats présentés au cours des deux derniers chapitres et tenter de les comparer aux résultats existants. Nous commençons (section 5.1) par identifier les contributions à la force subie sur l'obstacle, reliant la traînée seuil à la distribution anisotrope de des côtés de bulles en contact avec l'obstacle (contribution de tension) et à celle de la pression (contribution de pression), et la composante dynamique de la force comme la perte de charge au frottement bulle/paroi. La section 5.2 est consacrée à la discussion des résultats des mesures globales, force et perte de charge. Nous discutons ensuite nos mesures locales (section 5.3). Enfin, dans la section 5.4, nous comparons mesures globales, locales et simulations par le biais d'une même grandeur : la traînée seuil.

### 5.1 Origine de la force subie par l'obstacle

Avant de discuter les résultats des mesures de force, il convient de comprendre l'origine physique de la force subie par l'obstacle.

#### 5.1.1 Contributions hors mousse

Rappelons en préliminaire que l'obstacle est en contact avec le couvercle via un pont capillaire, et qu'il est partiellement immergé dans la solution. On a soigneusement écarté les frottements solides entre l'obstacle et le couvercle, les frottements fluides résiduels ne contribuent pas à la force mesurée en régime permanent (section 2.1.2). Par contre, la solution est partiellement entraînée par la mousse en écoulement, donc elle exerce une force visqueuse supplémentaire sur la partie immergée du flotteur.

On peut estimer un majorant de cette contribution. Nous n'avons pas mesuré à quelle vitesse la solution est entraînée, mais au maximum elle atteint la vitesse de la mousse en écoulement  $V$ . La partie immergée du flotteur a un rayon  $R = 15$  mm ; la hauteur totale du flotteur étant 23 mm, sa hauteur immergée vaut, pour

une épaisseur de mousse de référence 3,5 mm,  $h_{\text{imm}} = 19,5$  mm. La force exercée par la solution sur cette partie immergée vaut donc [53] :

$$F \simeq \frac{4\pi h_{\text{imm}} \eta V}{\ln D/R - 0,91}, \quad (5.1)$$

où  $D = 10$  cm est la largeur du canal. Un majorant de cette force s'obtient donc en prenant la vitesse  $V = 3 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$  et la viscosité de la solution  $\eta = 1,04 \times 10^{-2}$  Pa·s maximales atteintes :  $F \simeq 0,2$  mN, ce qui est comparable aux autres sources d'incertitudes expérimentales et bien inférieur aux forces effectivement mesurées. Nous mesurons donc bien la force de la mousse sur l'obstacle.

### 5.1.2 Contributions de la mousse

Nous avons vu au chapitre 3 que de façon générale, la force exercée par la mousse en écoulement se décompose en une force seuil à débit tendant vers zéro, et en une contribution dynamique qui augmente avec la vitesse d'écoulement.

#### Trainée seuil

Qualitativement, la trainée seuil vient des propriétés solides de la mousse, notamment de sa contrainte seuil. On peut l'interpréter comme la force minimale à exercer sur un obstacle initialement immobile pour le mettre en mouvement dans la mousse. Pour une force inférieure, la mousse encaisse sans broncher, en stockant de l'énergie élastique : la manifestation la plus visible de ce stockage est la déformation réversible des bulles autour de l'obstacle. Quand la trainée seuil est atteinte, le seuil de déformation est atteint, des réarrangements de bulles se déclenchent et l'obstacle peut se mettre en mouvement. Pour être rigoureux, cette image est partiellement fautive : quand on travaille à force imposée, il existe une gamme de forces pour lequel on observe plutôt un régime intermittent, avec des situations de blocage alternant avec des situations d'écoulements. Ceci a par exemple été observé lors de la chute d'une sphère dans une mousse 3D au repos [34].

Pour être plus précis, la trainée seuil vient de deux contributions. La première est la conséquence la plus visible de la déformation des bulles autour de l'obstacle : les bulles étant plus étirées en aval, la densité linéique de côtés de bulles le long de l'obstacle est maximale en aval et minimale en amont. Or chaque côté de bulle en contact avec l'obstacle exerce une force de tension  $\lambda \hat{\ell}$ , où  $\lambda$  est la tension de ligne effective de la mousse<sup>1</sup> et où  $\hat{\ell}$  est le vecteur unitaire du lien pointant vers l'extérieur de l'obstacle. Donc la dissymétrie de distribution des côtés apporte à

<sup>1</sup>Cette grandeur reste pertinente tant que la mousse est bien constituée d'une monocouche de bulles, et ce même si la structure 3D des bulles a un rôle prépondérant sur sa valeur (voir section 2.1.4).

la force seuil une contribution de tension égale à :

$$\vec{F}_T = \lambda \sum_i \hat{\ell}_i, \quad (5.2)$$

où la somme porte sur les côtés  $i$  en contact avec l'obstacle. Par ailleurs, la pression dans les bulles est également modifiée : comme le montre la figure 4.6, elle est maximale en amont de l'obstacle et minimale en aval. On aura donc une contribution de pression des bulles à la force seuil, égale à :

$$\vec{F}_P = - \sum_b P_b \iint_{S_b} \hat{n} \cdot \hat{e}_x dS, \quad (5.3)$$

où la somme porte sur les bulles  $b$  en contact avec l'obstacle et l'intégrale sur la surface  $S_b$  de contact entre la bulle  $b$  et l'obstacle,  $\hat{n}$  désignant la normale sortante à l'obstacle et  $P_b$  la pression dans la bulle  $b$ , supposée uniforme car l'équilibre mécanique est atteint quasiment instantanément.

### Composante dynamique

La composante dynamique est plus subtile à interpréter. Elle n'est pas reliée à la viscosité intrinsèque de la mousse, mais d'une part au frottement dans les films de lubrification entre l'obstacle et les bulles en contact, et d'autre part à la perte de charge, qui elle-même est une conséquence du frottement entre les bulles et le couvercle supérieur.

Le frottement dans les films entre l'obstacle et les bulles est extrêmement difficile à quantifier. En effet, on ne connaît pas l'épaisseur de ces films ; mais même si cette épaisseur était parfaitement connue, le calcul du frottement dans le film constitue en lui-même un sujet de recherche ouvert et ardu [83, 20, 41], où le rôle de la rhéologie interfaciale reste à préciser.

Par contre, il est facile de quantifier l'effet de la perte de charge. Placé dans un gradient de pression constant  $\vec{\nabla}P$ , l'obstacle subit une poussée d'Archimède effective  $\Pi_A = -Sh\vec{\nabla}P$ , où  $S$  est sa section et  $h$  sa hauteur de contact avec la mousse. Pour le flotteur nu,  $\nabla P$  vaut au maximum  $2 \times 10^2$  Pa (chapitre 3.2), donc la poussée d'Archimède vaut au maximum 0,5 mN, à comparer à l'ordre de grandeur de la composante dynamique (3 mN d'après le chapitre 3.1) : la poussée d'Archimède est donc une contribution non négligeable, mais minoritaire, à la composante dynamique de la traînée. Pour être précis, l'obstacle subit aussi la vraie poussée d'Archimède, exercée par la solution sur la partie immergée. Cela ajoute à la traînée une contribution  $\Pi'_A = \rho_s g \pi R^2 h_{\text{imm}} \sin \alpha$ , où  $\alpha$  est l'inclinaison du banc (figure 2.10). Mais cette inclinaison reste faible ; au maximum,  $\alpha = 1,1^\circ$ , donc  $\Pi'_A \leq 0,06$  mN, ce qui est négligeable.



## 5.2 Discussion des mesures globales

Dans cette section, nous discutons spécifiquement les mesures de force et de gradient de pression exposés au chapitre 3. Cette discussion sera proche de celles déjà menées dans [45, 46].

### 5.2.1 Comparaison avec les travaux précédents

#### Comparaison avec des mousses

Les travaux les plus proches des nôtres, c'est-à-dire portant sur des expériences de Stokes avec de la mousse, sont ceux d'Alonso [34] et de de Bruyn [40]. Citons également les travaux non publiés d'Asipauskas, dans la même géométrie que la nôtre.

Alonso [34] a étudié la vitesse de chute d'une sphère dans un récipient rempli de mousse. Aux temps courts, la sphère tombe lentement, ce qui est attribué à de lents réarrangements locaux (« creep »), et de façon intermittente, ce que les auteurs attribuent aux inhomogénéités de la mousse. Aux temps longs, lorsque le drainage dégrade la mousse, la sphère tombe beaucoup plus vite (figure 2 de [34]). Le manque de contrôle des propriétés de la mousse empêche les auteurs de déduire de leurs expériences des mesures rhéologiques précises de la mousse : leurs résultats sont compatibles avec une modélisation en fluide d'Herschel-Bulkley, mais avec une gamme beaucoup trop large pour l'exposant (de  $2/3$  à  $2$ ) pour contraindre les modèles.

De Bruyn [40] a mesuré la traînée subie par une sphère entraînée à vitesse constante dans une mousse. Ces mesures montrent (moyennant une grande dispersion) que, comme dans notre cas, la traînée présente une variation affine avec la vitesse de la sphère (figure 3 de [40]). De Bruyn relie ensuite la traînée seuil à la contrainte seuil par un modèle de plastique de Bingham. Une partie très intéressante de cette étude provient de l'étude de l'évolution temporelle de la traînée (figure 1) : de Bruyn déduit indirectement du comportement de la traînée aux temps courts une mesure de la contrainte en fonction du taux de cisaillement (figure 4), ce qui lui permet de caractériser la mousse comme un fluide d'Herschel-Bulkley avec un exposant  $0,58 \pm 0,09$ . Retenons ce résultat important : il n'y a pas d'incompatibilité entre une loi d'Herschel-Bulkley avec un exposant significativement différent de 1 et une variation affine de la traînée avec la vitesse. Dans notre contexte, cela signifie que nos mesures de force ne suffisent pas à caractériser la rhéologie de la mousse, d'où l'intérêt des mesures locales !

#### Comparaison avec d'autres matériaux

Nous comparons maintenant nos résultats aux simulations de Zisis et Mitsoulis [145, 104], qui ont calculé la traînée exercée par un fluide de Bingham en écoulement autour d'un cylindre en présence de bord, donc dans la même

géométrie que nous. Pour résumer, Zisis et Mitsoulis ont montré que la traînée dépend essentiellement du nombre de Bingham  $Bn = 2R\tau_y/\mu V$  (notations :  $R$ ,  $\tau_y$ ,  $\mu$  et  $V$  désignent respectivement le rayon du cylindre, la contrainte seuil, la viscosité plastique et la vitesse d'écoulement) comparant les contributions élastique et visqueuse : pour un nombre de Bingham d'ordre 1, ils ont mis en évidence un croisement entre un régime essentiellement newtonien (pour  $Bn \ll 1$ ), où la traînée suit la loi de Faxén (5.1), à un régime de type élastique (pour  $Bn \gg 1$ ) où la traînée ne dépend plus de la vitesse et est approximativement proportionnelle au diamètre du cylindre.

Bien que le modèle de Bingham soit insuffisant pour décrire nos résultats, comme l'a montré le chapitre 4, il est intéressant de calculer avec nos données un nombre de Bingham typique pour comparer la contribution de l'élasticité et de la viscosité. La contrainte est d'ordre [113]  $0,5\gamma/a$ , où l'on estime la longueur typique d'un côté  $a$  pour l'aire de référence  $16,0 \text{ mm}^2$  et pour une bulle hexagonale :  $a \approx \sqrt{16/(3^{3/2}/2)} \approx 2,5 \text{ mm}$ , ce qui donne  $\tau_y \approx 5 \text{ Pa}$  (pour être précis, cela représente une surestimation pour une mousse humide). De plus, on peut déduire de la valeur du coefficient visqueux ( $m = 5 \times 10^{-6} \text{ N}\cdot\text{min}\cdot\text{ml}^{-1}$  d'après la figure 3.5(b)) un ordre de grandeur de la viscosité plastique : dimensionnellement,  $\mu \approx mS/R$  où  $S$  est la section transverse, donc le nombre de Bingham vaut  $Bn \approx 2R^2\tau_y/mQ$ . Le débit typique de nos expériences est  $Q = 10^2 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ , donc le nombre de Bingham typique vaut  $Bn \approx (2 \times 0,015^2 \times 5)/(5 \times 10^{-6} \times 10^2) \approx 5$ . Bien que notre estimation soit grossière, elle est cohérente avec l'estimation indépendante du débit caractéristique  $A^{-1} = 5,5 \times 10^2 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$  pour lequel les contributions élastique et dynamique sont du même ordre de grandeur (section 3.1.5). Cela corrobore nos mesures de traînée des figures 3.1, 3.4 et 3.7 pour laquelle la traînée seuil et la partie dépendante de la vitesse restent comparables.

### 5.2.2 Influence de la viscosité de la solution

Nos mesures de traînée et de perte de charge en fonction du débit et de la viscosité de la solution ont donné les lois d'échelle suivantes (section 3.1.1) :

$$F(Q, \nu) = F_0 + \text{cste} \times \nu^{0,77 \pm 0,05} Q, \quad (5.4)$$

et (équation (3.8)) :

$$\nabla P(Q, \nu) = \text{cste} \times \nu^{0,46 \pm 0,02} Q^{0,59 \pm 0,01}. \quad (5.5)$$

À notre connaissance, c'est la première fois qu'une telle loi d'échelle est proposée pour quantifier le régime dynamique des écoulements de mousse. Jusqu'à maintenant, ce régime a été principalement quantifié par la perte de charge de mousses en écoulement très confiné dans des capillaires. Bretherton [16] fut le premier à étudier la friction entre une bulle infiniment longue et un mur dans un capillaire, en prédisant une variation  $\nabla P \propto Ca^{2/3}$ , où le nombre capillaire vaut  $Ca = \eta V/\gamma$ .

Bien des études [66, 117, 143, 82, 83, 20] ont depuis évoqué et quantifié des écarts à la théorie de Bretherton pour des bulles et des mousses dans des capillaires (voir [83] pour une revue); elles considèrent cependant toujours le nombre capillaire comme le paramètre essentiel.

Ici, le nombre capillaire est proportionnel au produit  $\nu Q$ . Nos lois d'échelle (5.4) et (5.5) montrent donc que le nombre capillaire n'est pas suffisant pour interpréter nos mesures : des ingrédients physiques supplémentaires sont nécessaires, comme par exemple la forme détaillée des bulles ou la rhéologie interfaciale, ce que nous projetons d'étudier plus en détail. Par ailleurs, il faut noter que d'après (5.4) et (5.5), la quantité  $[F(Q, \nu) - F_0]^{0,59} / \nabla P(Q, \nu)$  ne dépend significativement ni du débit, ni de la viscosité de la solution. Cela tend à confirmer que la dissipation et la contribution dynamique à la traînée proviennent d'un mécanisme commun : le frottement visqueux entre les bulles et les parois.

### 5.2.3 Influence de l'aire des bulles

#### Traînée seuil

On pourrait s'attendre à une variation simple de la traînée seuil en fonction de l'aire des bulles. En effet, pour une mousse 2D monodisperse, la contrainte seuil vérifie [113, 80, 81]  $\tau_y = \gamma f(\phi) / \sqrt{A}$ , où  $f$  est une fonction décroissante de la fraction fluide  $\phi$ , valant environ 0,5 à  $\phi = 0$  et s'annulant en  $\phi = 9\%$ . Un argument naïf donne comme ordre de grandeur de la traînée seuil le produit de la contrainte seuil par la surface de l'obstacle en contact :  $2\pi e R \tau_y = 2\pi e R \gamma f(\phi) / \sqrt{A}$ ; on s'attend donc à ce que la traînée seuil soit inversement proportionnelle à la racine carrée de l'aire des bulles. Cependant, cette estimation sous-estime la traînée seuil réelle (voir la figure 7b de [45]). Nous montrerons qu'en fait, la pression dans les bulles joue également un rôle significatif (section 5.4). Une autre difficulté provient de la variation de fraction fluide avec l'aire des bulles. Cela complique nettement l'interprétation de la dépendance de la traînée seuil avec l'aire des bulles, car beaucoup d'études ont montré que la rhéologie des mousses dépend fortement de la fraction fluide [101, 102, 124]. Nous reviendrons en détail sur le rôle de la fraction fluide en section 5.4.3.

#### Coefficient visqueux

Nous proposons un argument qualitatif, basé sur le modèle de dissipation de Cantat, Kern et Delannay [20], pour expliquer pourquoi le coefficient visqueux diminue avec l'aire des bulles. Ces auteurs supposent que la dissipation dans une mousse 2D en écoulement est localisée dans les bords de Plateau entre les bulles et les parois. La dissipation, donc le coefficient visqueux, devrait donc croître avec le nombre de bulles en contact avec l'obstacle et donc décroître avec l'aire des bulles, ce qui est bien observé en figure 3.5b. Ce modèle n'explique pas la

remontée observée pour les bulles de  $39,3 \text{ mm}^2$ , mais comme on l'a vu en figure 3.4, la traînée ne dépend alors plus affinement du débit, donc le coefficient visqueux n'est probablement plus pertinent.

### Perte de charge

La loi d'échelle  $\nabla P \propto A^{-0,34 \pm 0,03}$  exprime la décroissance de la perte de charge avec l'aire des bulles ; il est donc compatible avec le modèle de Cantat, Kern et Delannay [20]. Cependant, dans ce modèle, le gradient de pression devrait être proportionnel à la longueur totale des bords de Plateau par unité de surface. Puisque les mousses sont monodisperses dans notre cas, on s'attendrait donc naïvement à  $\nabla P \propto 1/\sqrt{A}$ . Cependant, cet argument correspond à une mousse très sèche, alors que dans nos expériences, l'espace occupé par les vertex est non négligeable, surtout pour les bulles les plus petites (photos 3.3). Or les vertex sont des zones où la courbure de l'interface, donc la dissipation, est moindre. Cet effet a donc tendance à compenser celui des bords de Plateau, ce qui explique qualitativement qu'on trouve un exposant plus grand que  $-1/2$ . On peut proposer un modèle simple un peu plus quantitatif, en supposant que la dissipation est négligeable dans les vertex par rapport aux bords de Plateau, et en supposant que les vertex ont un rayon  $R$  (figure 5.9i) ne dépendant pas de la taille des bulles (ce qui semble raisonnable au vu des photos 3.3. Les bords de Plateau d'une bulle hexagonale d'aire  $A = 3a^2\sqrt{3}/2$  occupent alors une longueur totale  $2(3a - 2R\sqrt{3})$ , donc d'après ce qui précède, le gradient de pression doit vérifier :

$$\nabla P \propto \frac{2(3a - 2R\sqrt{3})}{A} = \frac{2(\sqrt{2A\sqrt{3}} - 2R\sqrt{3})}{A}. \quad (5.6)$$

Nous ajustons avec cette formule le coefficient  $m_2$  de l'ajustement (3.5), qui concentre la variation du gradient de pression avec l'aire (figure 5.1). S'il reste moins bon que la loi de puissance d'exposant  $-0,34$ , l'accord avec les données expérimentales est très nettement amélioré par rapport à la loi d'échelle naïve  $\nabla P \propto 1/\sqrt{A}$ . Le rayon des vertex, paramètre ajustable déduit de cet ajustement, vaut  $0,61 \pm 0,04 \text{ mm}$ , ce qui est le bon ordre de grandeur (photos 3.3).

### 5.2.4 Influence des surfactants

Il est reconnu que les surfactants affectent qualitativement le comportement de la mousse, que ce soit pour le drainage (voir [125] et les références incluses) ou pour la rhéologie [41]. Ainsi, l'exposant prédit du gradient de pression en fonction du débit vaut  $2/3$  pour des interfaces parfaitement fluides [16] et  $1/2$  pour des interfaces parfaitement rigides [41]. Avec le Teepol, nous obtenons un exposant significativement différent de ces deux extrêmes (équation (3.8)); mais la solution employée est de composition complexe et présente une rhéologie interfaciale

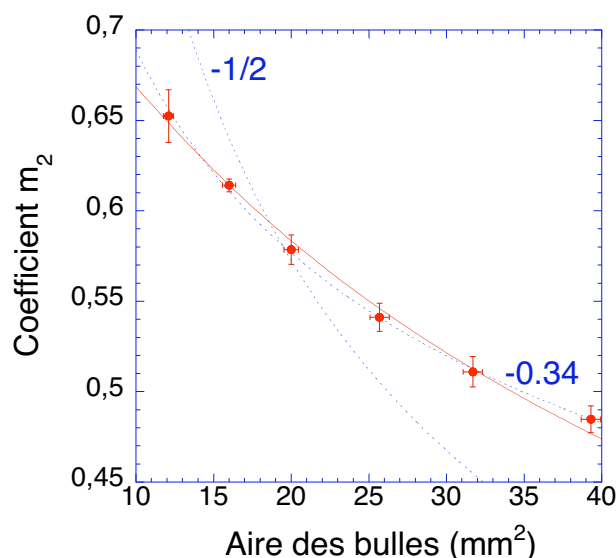


FIG. 5.1 – Coefficient  $m_2$  de l’ajustement (3.5) en fonction de l’aire des bulles, ajusté par la loi (5.6) (courbe rouge), et par les lois de puissance (pointillés bleus)  $1/\sqrt{A}$  et  $A^{-0.34}$  (exposants rappelés à côté de chaque courbe).

mixte (par exemple, en comparant l’élasticité de surface avec les surfactants bien contrôlés utilisés dans [41]). C’est ce qui nous a amenés, à la fin de cette thèse, à utiliser deux surfactants bien caractérisés, le TTAB pour donner des interfaces fluides, et la caséine pour des interfaces rigides.

Les mesures de perte de charge (table 3.3) montrent que si l’exposant de la caséine est effectivement compatible avec  $1/2$  (moyennant une forte imprécision), celui du TTAB est égal à celui du Teepol et significativement inférieur à  $2/3$ . L’explication de cette différence est sans doute difficile, et nous ne pouvons qu’évoquer certaines pistes, comme la géométrie 3D complexe des bulles (contrairement aux hypothèses des études théoriques, les bords de Plateau sont dans notre cas d’extension non négligeable devant la taille des bulles). Par contre, aussi bien les mesures de traînée (figure 3.10) que de perte de charge (figure 3.23) montrent que la rhéologie interfaciale affecte quantitativement la rhéologie de la mousse : ainsi, la dissipation augmente significativement avec l’élasticité de surface.

Enfin, un autre résultat est inattendu : alors que la tension de surface diffère pour les solutions employées (voir section 2.1.4 : elle vaut 26, 38 et 45  $\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$  respectivement pour le Teepol, le TTAB et la caséine), la traînée seuil est sensiblement égale dans les trois cas, alors que l’on s’attendrait à ce qu’elle soit proportionnelle à la tension de surface, comme le module de cisaillement ou la contrainte seuil [113, 114, 101, 102]. Une hypothèse possible, mais non encore testée, est que la déformation des bulles autour de l’obstacle est moindre quand la tension de surface augmente. Quoiqu’il en soit, cette étude préliminaire des surfactants

soulève de nouvelles questions difficiles. . .

### 5.2.5 Influence de la géométrie de l'obstacle

#### Orientation

Nous avons montré (figure 3.12) que la traînée exercée sur un obstacle carré ne dépend pas significativement de son orientation. Le même résultat s'applique en hydrodynamique à bas nombre de Reynolds, à cause de la linéarité de l'équation de Stokes et de la grande symétrie du carré [63, 62]. Par contre, la traînée dépend de l'orientation à haut nombre de Reynolds [28]. Nous pensons donc que ce résultat fournit un bon test aux modèles rhéologiques, indiquant peut-être une linéarité sous-jacente dans la gamme de paramètres étudiés.

#### Taille

Nous avons choisi de comparer les différents obstacles à travers une traînée effective et un rapport coefficient visqueux/traînée seuil (section 3.1.5). Nous pensons que cela est pertinent étant donné que cette méthode implique à la fois les contributions élastique et visqueuse à la traînée, qui ont un poids comparable dans la gamme de débits étudiés. De plus, cela permet de comparer des obstacles de différentes formes.

La figure 3.15 montre que le coefficient de traînée ne varie pas énormément avec l'obstacle considéré, sauf pour les ailes. Bien que la longueur d'attaque ne soit pas l'unique longueur caractéristique, cela tend à montrer que la traînée est approximativement proportionnelle à la taille de l'obstacle. Ceci n'a rien d'évident a priori : en considérant un fluide newtonien s'écoulant dans la même géométrie à bas nombre de Reynolds, et en définissant comme nous un coefficient de traînée comme le rapport entre la traînée (5.1) et le rayon du cylindre, on montre que ce coefficient augmente considérablement avec le rayon : on a une augmentation d'un facteur 2,6 entre un diamètre de 30 et de 48 mm, tandis que les valeurs de la table 3.2 montrent que le coefficient de traînée des deux cercles sont comparables. Cette nouvelle manifestation des effets élastiques est qualitativement en accord avec les résultats de de Bruyn [40] et Mitsoulis [104].

#### Forme

Le rapport coefficient visqueux/traînée seuil, tabulé en table 3.2, reste comparable pour les cercles, la roue dentée et le carré, alors qu'il augmente significativement pour les ailes. C'est un effet de la forme : intuitivement, l'obstacle est poussé selon sa longueur d'attaque par les effets élastiques, alors que le coefficient visqueux provient de la friction latérale dans les films de lubrification, donc dépend de la longueur transverse. Cela explique l'augmentation du rapport coefficient visqueux/traînée seuil pour les ailes, très profilées. De plus, la réduction

du coefficient de traînée pour les ailes par rapport à des obstacles moins élancés met en évidence un profilage aéro-dynamique : comme en aérodynamique, mais dans un régime totalement différent, on observe une réduction de traînée sur des obstacles bien profilés.

### Conditions aux limites

Les valeurs de la table 3.2 montrent que les conditions d’ancrage affectent peu la traînée : le coefficient de traînée est comparable pour la roue dentée et pour les deux cercles, alors que le rapport coefficient visqueux/traînée seuil est légèrement inférieur pour la roue dentée. En fait, la roue dentée et la couche de bulles piégées agissent comme un obstacle effectif : une fois piégées, les bulles ne bougent plus. Ceci est confirmé par les mesures des champs (section 4.5.1). Cependant, cet obstacle effectif a une frontière fluide et non pas une paroi, ce qui pourrait expliquer la légère diminution du rapport coefficient visqueux/traînée seuil. Il serait intéressant, pour être plus quantitatif, d’étudier l’effet de la rhéologie interfaciale sur cette friction.

### 5.2.6 Influence de l’épaisseur de la mousse

Nous avons vu que la traînée seuil augmente avec l’épaisseur de la mousse (figure 3.8a), donc diminue avec la fraction fluide, ce qui est en accord avec la variation connue de la contrainte seuil avec la fraction fluide [113, 81]. Plus précisément, on a vu que la traînée seuil s’annule entre les épaisseurs de 2 et de 2,5 mm, correspondant à une fraction fluide respective de 15% et 18% (figure 3.9). Cela est compatible aussi bien avec les simulations de Bolton et Weaire menées en mousse 2D désordonnée [12], qui prédisent une perte de rigidité à 16%, qu’avec notre propre modèle, développé ultérieurement en section 5.4.3, qui prédit le même phénomène à 15,8%. L’évolution plus précise de la traînée seuil avec la fraction fluide est modélisée en détail, et avec quelque succès, en section 5.4.3. Nous avons également mis en évidence une tendance à un comportement de plus en plus fluidifiant de la mousse quand l’épaisseur diminue (figure 3.8c). Nous n’avons pas d’explication précise à ce phénomène, mais il est compatible avec les simulations de Loewenberg et Hinch [97], qui observent exactement le même comportement avec des émulsions concentrées.

## 5.3 Discussion des mesures locales

### 5.3.1 Champ des vitesses

#### Problématique

Nous avons décrit en section 4.2.1 le champ des vitesses autour d'un obstacle circulaire, en mettant en évidence une asymétrie amont/aval. Cette asymétrie contraint fortement les modèles rhéologiques non-newtoniens : elle est incompatible avec l'hypothèse d'écoulement potentiel utilisée pour étudier l'écoulement bi-dimensionnel de fluides du second ordre autour d'obstacles [77, 138]. Elle n'est pas non plus décrite par le modèle de Bingham, qui prédit également un écoulement symétrique autour d'un obstacle circulaire [145, 121, 104]. Par contre, elle est observée ou prédite pour des écoulements de fluides viscoélastiques [4]. On peut donc intrinsèquement associer l'asymétrie du champ des vitesses à une élasticité de la mousse. Malheureusement, il est difficile de comparer directement nos champs de vitesses avec ceux des fluides viscoélastiques, qui vérifient une condition de non-glissement aux parois, contrairement aux mousses.

Nous avons décidé de nous inspirer d'une autre approche : partir d'un écoulement de base connu, et introduire perturbativement un terme élastique. C'est l'approche développée par Renardy pour le modèle de Maxwell [120], qui, partant d'un fluide newtonien, perturbe la contrainte par un terme élastique de Maxwell. Dans notre cas, ceci n'est pas possible car on ne connaît justement pas le champ de contrainte total de la mousse (notamment la partie dissipative).

Nous nous sommes contentés du modèle suivant : nous sommes partis de l'écoulement de base potentiel, qui est compatible avec le glissement aux parois observé dans notre cas, et nous avons perturbé le champ des vitesses par un terme de retard élastique. Cela n'est pas très satisfaisant, car la réponse retardée porte normalement sur la contrainte, mais cela permet un calcul analytique avec lequel nous comparerons nos résultats.

#### Modèle

L'ingrédient minimal pour décrire l'élasticité, par rapport aux modèles instantanés<sup>2</sup> (fluides newtoniens, modèle de Bingham) est un temps de réponse ou de retard  $\lambda$ . À partir d'un écoulement de base  $\vec{v}_0$ , le champ perturbé s'écrit [120] :

$$\vec{v}(\vec{r}) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{+\infty} e^{-t/\lambda} \vec{v}_0[\vec{y}(\vec{r}, -t)] dt,$$

où  $\vec{y}(\vec{r}, t)$  est la position à l'instant  $t$  de la particule fluide passée par  $\vec{r}$  à l'instant 0. Notant  $U$  la vitesse de base de l'écoulement potentiel et  $R$  le rayon de l'obstacle,

---

<sup>2</sup>Notons maintenant que la compressibilité de la mousse ne peut pas expliquer l'asymétrie : les modèles instantanés sont insuffisants, et la compressibilité est elle-même un effet instantané dans l'équation de continuité.



$\tilde{v} = \vec{v}/U$ ,  $\tilde{r} = \vec{r}/R$  et  $\tilde{t} = Ut/R$  désignent les variables adimensionnées, qui vérifient l'équation :

$$\tilde{v}(\tilde{r}) = \int_0^{+\infty} e^{-\tilde{t}} \tilde{v}_0[\tilde{y}(\tilde{r}, -W\tilde{t})] d\tilde{t},$$

où le nombre de Weissenberg  $W = \lambda U/R$  compare le temps élastique au temps typique d'écoulement autour de l'obstacle. Désormais, notons sans tilde les variables adimensionnées. Supposons que  $W \ll 1$  (faible élasticité); on a alors :  $\tilde{y}(\tilde{r}, -Wt) = \tilde{y}(\tilde{r}, 0) - Wt \frac{\partial \tilde{y}}{\partial t}(\tilde{r}, 0) + \mathcal{O}(W^2 t^2) = \tilde{r} - Wt \vec{v}_0(\tilde{r}) + \mathcal{O}(W^2 t^2)$ , par définition de  $\tilde{y}$ . Donc :

$$\begin{aligned} \vec{v}(\vec{r}) &= \int_0^{+\infty} e^{-t} \vec{v}_0[\vec{r} - Wt \vec{v}_0(\vec{r}) + \mathcal{O}(W^2 t^2)] dt \\ &= \int_0^{+\infty} e^{-t} [\vec{v}_0(\vec{r}) - Wt \vec{v}_0(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{v}_0(\vec{r}) + \mathcal{O}(W^2 t^2)] dt \\ &= \vec{v}_0(\vec{r}) - Wt \vec{v}_0(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{v}_0(\vec{r}) + \mathcal{O}(W^2 t^2). \end{aligned}$$

Nous allons retenir le premier ordre dans le développement :  $\vec{v} \simeq \vec{v}_0 + W \vec{v}_1$ , avec :

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{v}_0. \quad (5.7)$$

Cette expression est valable quelque soit l'écoulement de base.

### Écoulement potentiel perturbé

Le champ des vitesses adimensionné de l'écoulement potentiel est donné par (6.11) :  $\vec{v}_0(r, \theta) = \left[ \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) \cos \theta \vec{e}_r - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) \sin \theta \vec{e}_\theta \right]$ . D'après (5.7), on en déduit :

$$\begin{aligned} \vec{v}_1(r, \theta) &= \frac{2r(1-r^2) \cos^2 \theta + 2(1+r^2) \sin^2 \theta}{r^6} \vec{e}_r \\ &\quad - \frac{(1-r+2r^2+2r^3+r^4-r^5) \cos \theta \sin \theta}{r^5} \vec{e}_\theta. \end{aligned}$$

Ce champ est rotationnel, et on calcule :  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{v}_1) \cdot \vec{e}_z = (-4 + 8r - 7r^2 + 2r^4 + r^6) \cos \theta \sin \theta / r^7$ . On représente le rotationnel en figure 5.2. Il comporte les deux lobes principaux observés expérimentalement, mais il est centré sur l'obstacle, contrairement au rotationnel expérimental (figure 4.14). Comme autre test, nous traçons la composante  $v_x$  de la vitesse totale en fonction de  $x$ , sur les axes  $y = 0$  et  $|y| = 1$  (figure 5.3). Sur l'axe  $|y| = 1$ , l'accord est qualitatif avec les données expérimentales, notamment car le minimum local en  $x < 0$  est plus bas que celui en  $x > 0$ , comme en figure 4.22, mais sur l'axe  $y = 0$  il y a désaccord avec les

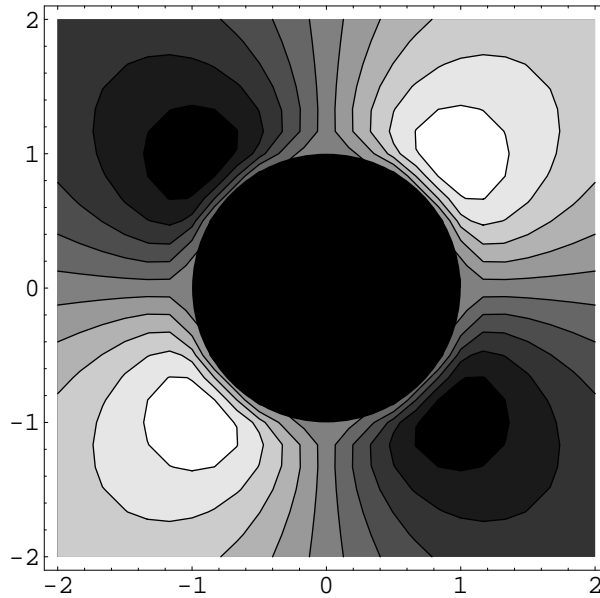


FIG. 5.2 – Rotationnel du champ perturbé  $\vec{v}_1$ . Les zones claires, respectivement sombres, sont les zones de rotationnel positif, respectivement négatif.

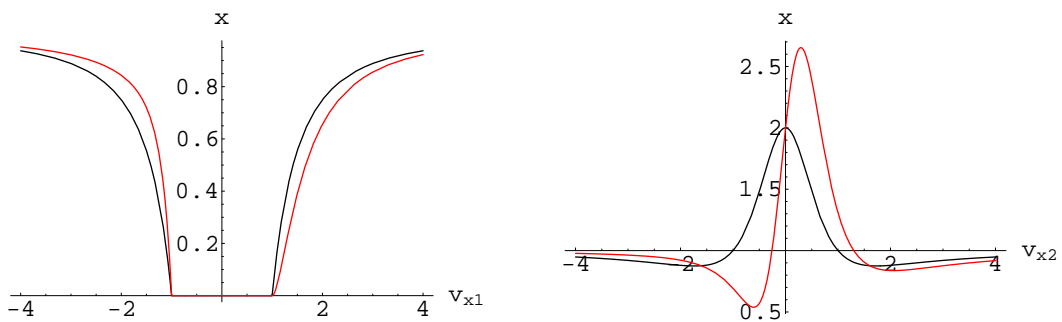


FIG. 5.3 – Composante  $v_x$  de la vitesse en fonction de  $x$  sur les axes  $y = 0$  (à gauche), et  $|y| = 1$  (à droite). Le champ potentiel est en noir et le champ perturbé en rouge.

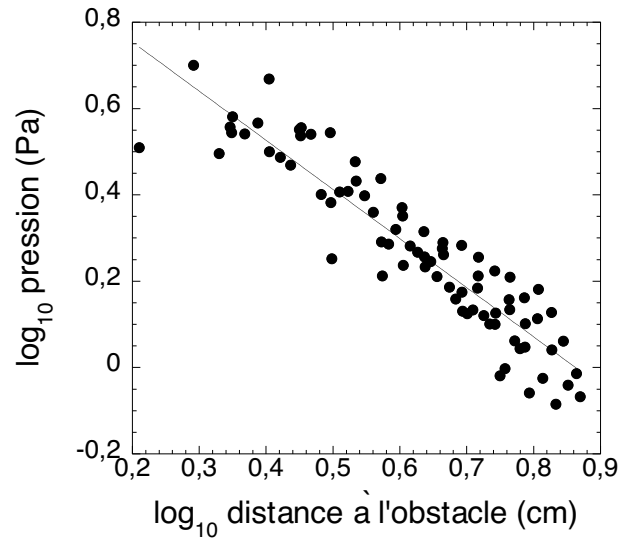


FIG. 5.4 – Logarithme de la pression en fonction du logarithme de la distance à l'obstacle, tous débits confondus. La ligne droite résulte de l'ajustement linéaire des données.

données expérimentales, pour lesquelles à  $|x|$  donné,  $v_x$  est supérieur en  $x$  qu'en  $-x$  (figure 4.22).

S'il prédit un rotationnel et une asymétrie, le modèle proposé est trop simple pour capturer finement les caractéristiques du champ des vitesses. Nous n'irons donc pas plus loin : il faut vraisemblablement développer un modèle rhéologique complet, incluant à la fois élasticité, plasticité et dissipation pour espérer expliquer le champ des vitesses.

### 5.3.2 Champ de pression

Nous avons vu en section 4.4 que le champ de pression était essentiellement caractérisé par une surpression en amont de l'obstacle et par une dépression en aval, et que les variations de pression ne dépendaient pas significativement du débit. Nous avons aussi montré en section 4.5.3 que pour l'aile cambrée, le comportement de la pression est opposé au cas newtonien. Ceci semble montrer que cette distribution de pression a une origine purement élastique, ce que nous allons maintenant discuter.

Nous nous concentrons sur les variations de la pression le long de l'axe de l'écoulement (figure 4.23), qui suggèrent une variation régulière avec la distance au centre de l'obstacle. Plus quantitativement, nous avons tracé pour les différents débits le logarithme de la pression en fonction du logarithme de la distance à l'obstacle (figure 5.4). Ces données s'ajustent bien sur une loi de puissance :  $\log P(x) = (0,98 \pm 0,03) - (1,13 \pm 0,05) \log x$ . L'exposant est proche de  $-1$ .

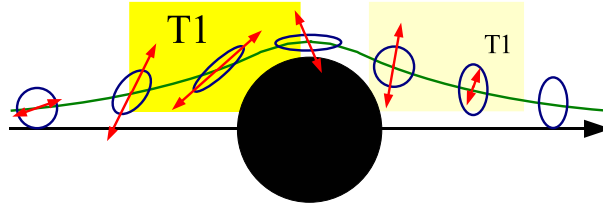


FIG. 5.5 – Schéma explicatif de la répartition des T1 sur un côté de l'obstacle. La ligne verte désigne une ligne de courant, les ellipses bleues la déformation locale des bulles, et les biflèches rouges la direction de plus grande élongation du gradient de vitesse.

Cette étude est à rapprocher de celle de Cantat et Delannay [19], qui prédit le champ de pression 2D dans une mousse monodisperse autour d'une bulle plus grosse, dans un régime visqueux (expression (10) de la référence [19]) :  $P(\vec{r}) = -\nabla Px + \frac{\lambda v_0 D^2}{2\pi d} \frac{x}{r^2}$ . Ici,  $\lambda$  est un coefficient de viscosité décrivant le frottement bulle/paroi, de valeur 0,18 Pa·s (voir section 6.3.2),  $v_0$  est la vitesse de l'écoulement,  $D$  est le diamètre de la grosse bulle et  $d$  celui des petites bulles. Le premier terme est exactement l'analogue de notre perte de charge, et le second présente une décroissance en  $1/x$  le long de l'axe  $x$ . Cette étude peut-elle se comparer avec la nôtre ? Il peut paraître hardi de comparer une grosse bulle et un obstacle fixe, mais cela donne au moins un ordre de grandeur de la pression visqueuse dans notre cas :  $P_{\text{visq}} \approx \lambda v_0 R / 2\pi e d$ , où l'épaisseur de la mousse  $e$  est introduite pour passer d'une pression 2D à une pression 3D. Pour le débit maximal de  $515 \text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$ , on calcule :  $P_{\text{visq}} \approx 1 \text{ Pa}$ .

L'amplitude de la pression mesurée vaut 4 Pa (figure 4.6). Cette valeur est nettement plus grande que la pression visqueuse, même si celle-ci devient non négligeable aux plus forts débits. On en déduit que dans notre gamme de débits, la pression est essentiellement d'origine élastique, ce que conforte le fait que la pression ne varie pas significativement avec le débit (figure 4.23).

### 5.3.3 Répartition des T1

Nous avons vu en section 4.2.6 que la répartition des T1, comme d'autres quantités, est asymétrique amont/aval (figures 4.15 et 4.17). La même asymétrie est observée dans des expériences de Stokes 3D en cours, effectuées par Olivier Pitois et Isabelle Cantat [23]. Nous proposons ici un scénario explicatif simple de cette asymétrie, qui éclaire la corrélation entre T1, déformations et gradients de vitesse.

Considérons une ligne de courant passant sur un côté de l'obstacle (figure 5.5). Supposons les bulles initialement isotropes. Subissant une élongation dans

le sens de l'écoulement vu la constriction imposée par la présence de l'obstacle, les bulles s'allongent de plus en plus dans ce sens, ce qui favorise les T1 dans la zone en amont et sur les côtés de l'obstacle (zone encadrée en jaune sur la figure 5.5). Les bulles arrivent ainsi sur le côté de l'obstacle déformées dans le sens de l'écoulement, et elles subissent ensuite une élongation perpendiculaire à la direction du flot du fait de l'élargissement. Dans un premier temps après leur passage par le côté de l'obstacle, la déformation des bulles et l'élongation jouent en sens inverse ; les bulles réagissent ainsi en redevenant isotropes, mais sans subir de T1. Quand de nouveau leur déformation et l'élongation deviennent de même sens, le gradient de vitesse décroît et le nombre de T1 n'est plus aussi important qu'en amont (zone encadrée en jaune pâle sur la figure 5.5).

Ce scénario simple est en bon accord avec les données de la figure 4.17 et le graphique 4.18, qui montrent que le maximum des T1 est effectivement bien plus prononcé en amont qu'en aval, et que le nombre des T1 sur les côtés de l'obstacle passe par un minimum immédiatement en aval. Il suggère que le mécanisme de déclenchement des T1 passe essentiellement par un couplage entre déformation et élongation, justifiant notre étude de corrélation effectuée en section 4.3. Il reste maintenant à quantifier cette corrélation, dans un formalisme nécessairement tensoriel. Notons que la légère prédéformation existant dans nos expériences ne fera qu'amplifier le phénomène expliqué, sans l'affecter qualitativement.

## 5.4 Comparaison des traînées seuil

Dans cette section, nous nous proposons de jeter un lien entre le chapitre 3 et le chapitre 4, en comparant les forces mesurées dans l'expérience et celles déduites de l'analyse d'images. Il s'agit de généraliser la démarche entreprise en [47] (section 4.5.3). Nous nous focaliserons sur le cercle de diamètre 30 mm.

### 5.4.1 Mesure de force à partir des images

Nous avons identifié en section 5.1.2 les contributions à la force subie par l'obstacle : la traînée seuil et une composante dynamique. Notons d'emblée que dans l'impossibilité de quantifier précisément la dissipation dans la mousse (cet aspect sera discuté plus en détail en section 6.3), il n'est pas possible de mesurer la composante dynamique sur les images ; nous nous contenterons donc de comparer les traînées seuil.

D'après la section 5.1.2, la traînée seuil provient de deux contributions : une de tension (5.2), et une de pression (5.3). La première requiert le comptage des côtés de bulles en contact avec l'obstacle, ce qui est facile à faire sur une image. La deuxième nécessite de connaître la pression dans les bulles ; comme nous l'avons montré en section 2.3.4, notre système nous donne une mesure de ce champ. Nous sommes donc en mesure de mesurer une traînée seuil à partir des images.

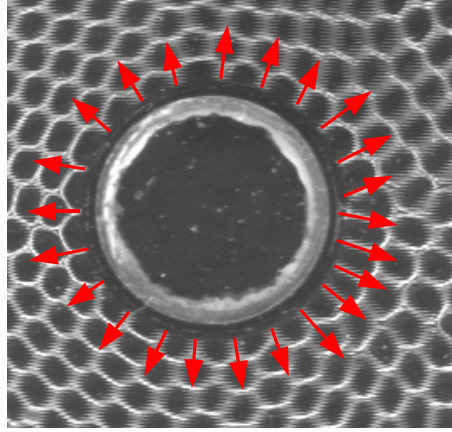


FIG. 5.6 – Principe de comptage des côtés en contact avec un obstacle, symbolisés par les flèches rouges : la somme des vecteurs unitaires correspondant donne la contribution de tension.

### Contribution de tension

La formule (5.2) nous donne un moyen simple de mesurer la contribution de tension sur un obstacle : il suffit de comptabiliser les côtés, avec leur orientation, en contact avec un obstacle (figure 5.6). Dans le cas considéré d'un obstacle circulaire, et dans notre gamme de débits quasistatiques, c'est encore plus simple car les côtés en contact avec un obstacle sont dirigés suivant la normale locale ; il suffit donc de repérer leur position angulaire  $\theta_i$  le long du cercle. On a alors, d'après (5.2) :

$$\vec{F}_T = \lambda \sum_i (\cos \theta_i \hat{e}_x + \sin \theta_i \hat{e}_y). \quad (5.8)$$

Une façon équivalente de mesurer la contribution de tension consiste à intégrer le champ des contraintes élastiques le long du cercle. Cependant, comme on l'a vu en section 4.2.4, notre mesure des contraintes élastiques est entachée d'erreurs systématiques qui faussent cette évaluation. Nous avons donc choisi la méthode de comptage des liens en contact avec l'obstacle.

Comme nous l'avons vu en section 2.3.2, notre programme maltraite les côtés en contact avec les parois ; nous avons donc choisi une méthode manuelle pour mesurer  $\vec{F}_T$ . Pour chaque expérience analysée, nous avons traité 7 images séparées de 4 secondes chacune. Pour chaque image, nous avons repéré à la main la position des côtés en contact ; la statistique sur ces 7 images donne alors une estimation déjà correcte de la moyenne et de l'écart-type de  $\vec{F}_T$ .

### Contribution de pression

La formule (5.3) nous montre que pour calculer la contribution de pression, il faut a priori connaître la pression dans chaque bulle en contact avec l'obstacle, et la surface en contact. La version continue de (5.3) s'écrit :  $\vec{F}_P = - \iint P d\vec{S}$ , où la pression contient uniquement le terme de variation locale donné par (2.7), car considérant la traînée seuil, on ne tient pas compte du gradient de pression dynamique, qui s'annule à vitesse nulle ; donc  $\vec{F}_P = - \iint \left( \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A} + 2\gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}} \right) d\vec{S}$ . Il est difficile d'estimer la surface de contact (figure A.5) : nous prendrons simplement  $dS = h dl = \mathcal{V} dl / A$ . Nous allons donc utiliser la formule :

$$\vec{F}_P = -\rho_s g \mathcal{V}^2 \oint \frac{dl \hat{n}}{A^2} - 2\gamma \mathcal{V} \sqrt{\pi} \oint \frac{dl \hat{n}}{A^{3/2}},$$

où l'intégration porte sur le contour de l'obstacle.

En pratique, nous ne pouvons pas estimer la pression sur le contour de l'obstacle, comme expliqué en section 2.3.2. Pour simplifier, nous choisissons un contour rectangulaire délimitant les boîtes  $i_- \leq i \leq i_+$ ,  $j_- \leq j \leq j_+$  (figure 5.7), le plus près possible de l'obstacle, et nous calculons :

$$\begin{aligned} \vec{F}_P = & -\rho_s g \mathcal{V}^2 \left\{ \ell_j \sum_{j=j_-}^{j_+-1} \left[ \frac{2}{A(i_+, j)^2 + A(i_+, j+1)^2} - \frac{2}{A(i_-, j)^2 + A(i_-, j+1)^2} \right] \hat{e}_x \right. \\ & \left. + \ell_i \sum_{i=i_-}^{i_+-1} \left[ \frac{2}{A(i, j_+)^2 + A(i+1, j_+)^2} - \frac{2}{A(i, j_-)^2 + A(i+1, j_-)^2} \right] \hat{e}_y \right\} \\ & - 2\gamma \mathcal{V} \sqrt{\pi} \left\{ \ell_j \sum_{j=j_-}^{j_+-1} \left[ \frac{2}{A(i_+, j)^{3/2} + A(i_+, j+1)^{3/2}} - \frac{2}{A(i_-, j)^{3/2} + A(i_-, j+1)^{3/2}} \right] \hat{e}_x \right. \\ & \left. + \ell_i \sum_{i=i_-}^{i_+-1} \left[ \frac{2}{A(i, j_+)^{3/2} + A(i+1, j_+)^{3/2}} - \frac{2}{A(i, j_-)^{3/2} + A(i+1, j_-)^{3/2}} \right] \hat{e}_y \right\}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

où  $\ell_i$  et  $\ell_j$  désignent les côtés horizontal et vertical des boîtes individuelles.

### Incertitudes

La contribution  $\vec{F}_T(t)$  est intrinsèquement très fluctuante, suivant les bulles se collant ou se détachant de l'obstacle. Nous prendrons comme écart-type celui calculé à partir des 7 images analysées.

L'évaluation de l'incertitude de  $\vec{F}_P$  est délicate. Nous avons vu que la formule reliant l'aire à la pression est précise à 1% dans le cas de référence (annexe A.2),

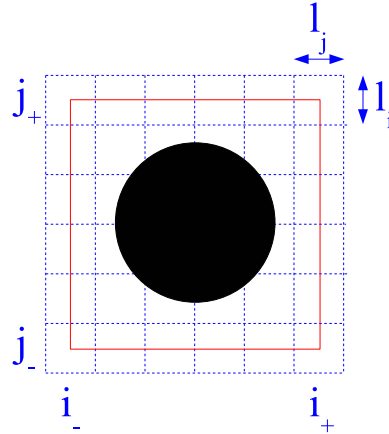


FIG. 5.7 – Principe de calcul de  $\vec{F}_P$  : tracé du contour rectangulaire sur lequel l'opération (5.10) est effectuée.

et les préfacteurs  $\rho_s$ ,  $\gamma$  et  $g$  sont connus à mieux que 1% près. Restent deux principales sources d'erreur : les variations d'aire non régulières et le contour choisi. Les variations d'aire non régulières sont des plus difficiles à estimer : il ne s'agit pas simplement de l'écart-type de l'aire par rapport à sa moyenne, car l'aire présente des variations naturelles significatives autour de l'obstacle, traduisant les variations de pression induites par la présence de l'obstacle. Les variations d'aire non régulières quantifient plutôt les écarts à la tendance naturelle de variation de l'aire, qui n'est pas connue dans notre cas. D'après la figure 4.35, on peut les estimer grossièrement à :  $\delta A/A \approx 0,5\%$ . Or d'après (2.7),  $\delta P = \left( \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A} + \gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}} \right) \delta A$ , donc  $\delta P/P \lesssim \delta A/A$  et nous prendrons pour simplifier  $\delta P/P = \delta A/A$ . On en déduit que l'erreur sur  $F_P$  vaut :  $\delta F_P \approx \bar{P} h L_c \delta A/A$ , où  $\bar{P} = \rho_s g h + \gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}}$  est la pression caractéristique, égale à 47 Pa dans les conditions de référence :  $h = 3,5$  mm, et  $A = 16$  mm<sup>2</sup>,  $L_c$  est la longueur du contour choisi pour le calcul. Dans les cas considérés ici, le contour a une longueur de 19,5 cm : on en déduit  $\delta F_P = 0,16$  mN. L'arbitraire sur le contour choisi a été estimé dans un cas ; l'erreur en découlant a été évaluée à 0,15 mN. Au final, on prendra 0,3 mN comme valeur de l'incertitude sur  $F_P$ .

Les incertitudes sur  $\vec{F}_T$  et sur  $\vec{F}_P$  étant indépendantes, nous prendrons finalement comme incertitude sur la force totale  $\sqrt{\delta F_T^2 + \delta F_P^2}$ .



## 5.4.2 Comparaison de nos deux mesures

### Expériences analysées

Nous avons choisi d'analyser deux séries d'expériences : à partir de l'expérience de référence (flotteur nu, solution sans glycérol, aire  $16,0 \text{ mm}^2$ , épaisseur  $3,5 \text{ mm}$ ), nous avons étudié l'influence du changement d'aire de bulles et d'épaisseur. L'obstacle étant symétrique, nous nous sommes focalisés sur la traînée. La contribution de tension est évaluée avec la formule (5.8) ; pour évaluer la tension de ligne à différentes épaisseurs, nous avons utilisé l'extrapolation linéaire de la figure 2.7. La contribution de pression utilise la formule (5.10), dans laquelle le volume des bulles est simplement estimé à  $\mathcal{V} = A_0 h_0$ , avec  $A_0$  l'aire moyenne des bulles et  $h_0$  l'épaisseur de la mousse. Nous avons vérifié si la portance est négligeable : cela est toujours vrai pour  $\vec{F}_T$ , et c'est vérifié pour  $\vec{F}_P$  sauf pour les aires de  $31,7$  et de  $39,3 \text{ mm}^2$ . Dans ce cas, il existe une portance résiduelle à cause d'un petit gradient transverse d'aire, dû aux différences de bullage entre les différentes seringues employées. Cependant, ce gradient transverse n'affecte pas a priori les mesures de traînée. Cette portance indésirable n'affecte pas non plus les mesures de portance autour de l'aile cambrée (figure 3.18), pour lesquelles nous avons évité ce gradient transverse d'aire (photo 3.17).

### Résultats proprement dits

Nous présentons à présent les comparaisons des mesures de force en table 5.1. On constate que la contribution de pression est systématiquement supérieure à celle de tension ; cela n'avait rien d'évident a priori, car la contribution de tension est la plus facile à appréhender, du fait de l'anisotropie de distribution des liens autour de l'obstacle immédiatement visible sur les images (figure 5.6). On constate également que la force mesurée expérimentalement et celle déduite de l'analyse d'images sont bien du même ordre de grandeur, et que leurs variations avec l'aire et l'épaisseur sont corrélées ; cependant, nous n'avons pas d'accord quantitatif global (figure 5.8). Plus précisément, la traînée mesurée sur les images est sous-évaluée à basse traînée, et surévaluée à haute traînée, l'accord étant quantitatif entre 2 et  $2,5 \text{ mN}$  environ.

À quoi est dû cet écart ? En supposant que la mesure expérimentale est fiable, ce qui est vraisemblable (calibration propre de la fibre, relation force-déplacement précise), il vient probablement d'une évaluation erronée des contributions de tension ou de pression. Il est difficile de l'attribuer à la contribution de tension, car c'est la plus faible, que la mesure pédestre des positions des vertex est fiable et que ces mesures sont en accord avec les simulations (section 5.4.3) ; seule la valeur de la tension de ligne est discutable pour les plus faibles épaisseurs, car elle résulte d'une extrapolation à partir des deux plus grandes épaisseurs. C'est donc sans doute la contribution de pression qui pose problème. Comme on l'a vu en section 2.3.4, l'évaluation de la pression elle-même est précise au

aire (mm <sup>2</sup> )	épaisseur (mm)	$F_T$ (mN)	$F_P$ (mN)	$F_{\text{image}}$ (mN)	$F_{\text{exp}}$ (mN)
12,1	3,5	$0,80 \pm 0,21$	3,0	$3,8 \pm 0,4$	$2,74 \pm 0,04$
16,0	3,5	$0,52 \pm 0,20$	2,6	$3,1 \pm 0,4$	$2,51 \pm 0,07$
20,0	3,5	$0,50 \pm 0,22$	1,8	$2,4 \pm 0,4$	$2,49 \pm 0,07$
25,7	3,5	$0,65 \pm 0,22$	1,8	$2,5 \pm 0,4$	$2,04 \pm 0,07$
31,7	3,5	$0,42 \pm 0,40$	1,2	$1,6 \pm 0,5$	$2,04 \pm 0,07$
39,3	3,5	$0,53 \pm 0,14$	0,9	$1,5 \pm 0,3$	$1,60 \pm 0,10$
16,0	2,0	—	—	—	$-0,07 \pm 0,22$
16,0	2,5	$0,10 \pm 0,19$	0,5	$0,6 \pm 0,4$	$1,81 \pm 0,10$
16,0	3,0	$0,48 \pm 0,16$	2,0	$2,5 \pm 0,3$	$2,27 \pm 0,06$
16,0	4,0	$0,75 \pm 0,39$	3,2	$4,0 \pm 0,5$	$3,05 \pm 0,05$
16,0	4,5	$1,35 \pm 0,18$	3,6	$5,2 \pm 0,4$	$3,55 \pm 0,09$

TAB. 5.1 – Comparaison des traînées seuil : la somme des contributions de tension  $F_T$  et de pression  $F_P$  donne la valeur  $F_{\text{image}}$ , qui est comparée avec la valeur expérimentale  $F_{\text{exp}}$  issue des figures 3.5a et 3.8a. L'analyse d'images ne fonctionne pas à épaisseur 2,0 mm, la mousse étant trop humide et décompactée.

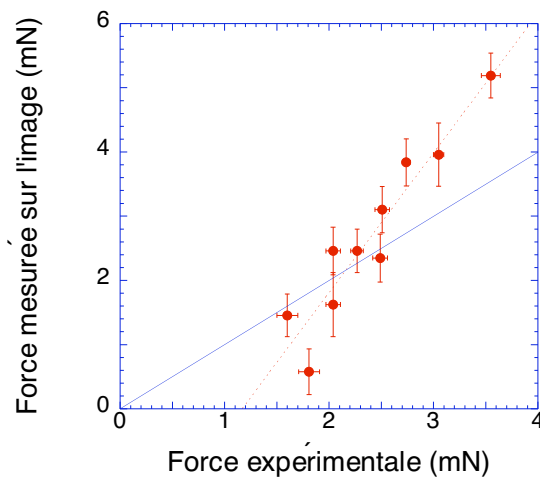


FIG. 5.8 – Comparaison de  $F_{\text{image}}$  et de  $F_{\text{exp}}$  (données tirées de la table 5.1). La droite bleue est la droite  $F_{\text{image}} = F_{\text{exp}}$ , alors que la droite en pointillés rouge résulte de l'ajustement linéaire des données.

moins dans le cas de référence (aire  $16,0 \text{ mm}^2$ , épaisseur  $3,5 \text{ mm}$ ), et la table 5.1 nous montre effectivement un accord quantitatif dans ce cas. Ce n'est peut-être plus le cas dans d'autres conditions ; il est sans doute abusif, quand le rapport aire/épaisseur devient suffisamment grand, d'assimiler le bas de la bulle à une calotte hémisphérique. L'autre problème provient de la section de contact entre les bulles et l'obstacle. En posant  $dS = h d\ell$ , nous avons surestimé cette section en supposant que l'obstacle était en contact uniquement avec les bulles sur toute l'épaisseur de la mousse, ce qui tendrait à surestimer la contribution de pression. Malheureusement, en l'absence d'une connaissance précise de la forme des bulles, il est difficile de raffiner le modèle adopté pour calculer cette contribution : on touche aux limites de nos méthodes.

Dans la suite de cette section, nous nous concentrons sur la composante  $F_T$ , et nous comparons cette quantité avec des résultats de simulations : nous verrons que la fraction fluide joue un rôle essentiel.

### 5.4.3 Comparaison expérience–simulations et rôle de la fraction fluide

#### Contexte [118]

Pour compléter les résultats expérimentaux, Simon Cox et Christophe Raufaste ont mené des simulations d'écoulement de mousse dans la même géométrie : écoulement dans un canal autour d'un obstacle circulaire, avec le même rapport d'aspect que les expériences (largeur du canal :  $10 \text{ cm}$ , diamètre de l'obstacle :  $3 \text{ cm}$ ).

Toute la réflexion exposée dans cette section est en fait née des résultats apparemment contradictoires entre expériences et simulations : ainsi, la traînée seuil ne semblait pas dépendre de l'aire des bulles en simulation alors qu'elle en dépend expérimentalement (section 3.1.2). C'est pour réconcilier tous les résultats que nous avons été amenés à réfléchir au rôle de la fraction fluide.

En effet, de nombreuses études théoriques [113, 81] et expérimentales [114, 101, 102, 124] ont montré l'importance de la fraction fluide sur des quantités comme la contrainte seuil ou le module de cisaillement. L'étude menée à la section 3.1.3 montre qu'il en va de même avec la traînée seuil (figure 3.8a). Nous présentons à présent un modèle simple purement bidimensionnel pour estimer un ordre de grandeur de l'influence de la fraction fluide sur la traînée seuil. Malgré sa simplicité, nous verrons que ce modèle rend bien compte des mesures expérimentales et de simulation, sur une gamme de fraction fluide assez large.

#### Une bulle en contact avec un mur

Nous ne considérons que la couche de bulles en contact avec l'obstacle [114]. Nous supposons que la mousse est monodisperse et que les bulles sont incom-

pressibles, donc chaque bulle a une même aire  $A$ . Nous nous plaçons dans une situation d'équilibre; chaque côté de bulle en contact avec l'obstacle est donc à angle  $\pi/2$  avec celui-ci, alors que les lois d'équilibre de Plateau [111] stipulent que trois côtés se rencontrent à angle  $2\pi/3$ . La configuration d'équilibre d'une bulle en contact avec un mur droit est donc pentagonale (figure 5.9i), avec deux côtés de longueur  $a$  perpendiculaires à l'obstacle, deux côtés de longueur  $b$  en contact avec les bulles extérieures, et un côté en contact avec l'obstacle, de longueur  $b\sqrt{3}$ . À fraction fluide  $\phi$  nulle, les côtés sont infiniment fins et la bulle parfaitement polyédrique. Il est facile de calculer sa configuration d'équilibre, car son énergie  $E$  est proportionnelle à son périmètre  $\mathcal{P}$  :  $E = \lambda\mathcal{P}$ , où  $\lambda$  désigne la tension de ligne. Il faut donc minimiser  $\mathcal{P} = 2a + (2 + \sqrt{3})b$ , sous la contrainte de conservation de l'aire :

$$A = ab\sqrt{3} + b^2 \frac{\sqrt{3}}{4}. \quad (5.10)$$

À aire donnée, il n'existe donc qu'un seul paramètre libre, par exemple  $b$ , et on a :

$$\mathcal{P}(b) = \frac{2A}{b\sqrt{3}} + \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)b.$$

Cette fonction possède un minimum unique, atteint en :

$$b_0 = 2\sqrt{\frac{A}{3(2 + \sqrt{3})}} \simeq 0,598\sqrt{A}. \quad (5.11)$$

On en déduit la valeur d'équilibre de la longueur  $a$  à partir de la conservation de l'aire (5.10) :  $a_0 = (1 + \sqrt{3})\sqrt{A} / 2\sqrt{3(2 + \sqrt{3})} \simeq 0,816\sqrt{A}$ . C'est précisément cette configuration d'équilibre qui est représentée en figure 5.9i.

Pour étudier une mousse humide, nous appliquons le théorème de décoration [13] : nous supposons que la phase liquide se rassemble au niveau des vertex pour former des bords de Plateau de taille non nulle. Pour respecter l'uniformité de la pression dans la bulle, l'équilibre mécanique du gaz étant supposé immédiatement établi, l'interface liquide-gaz doit être circulaire d'après la loi de Laplace. Puisque nous nous limitons à la contribution de tension, nous allons supposer que la pression est la même dans toutes les bulles; ainsi, toutes les courbures d'interface sont égales, et caractérisées par un rayon de courbure  $R$  (figure 5.9). L'aire occupée par la phase liquide est alors facile à calculer, et elle vaut :  $A' = (2 + \sqrt{3} - \pi)R^2$ . Or la fraction fluide vaut  $\phi = A'/A$ , ce qui donne une relation entre aire de la bulle, fraction fluide et rayon de courbure :

$$R = \sqrt{\frac{A\phi}{2 + \sqrt{3} - \pi}}. \quad (5.12)$$

Une fois décorée, le périmètre de la bulle devient  $\mathcal{P} = 2a + (2 + \sqrt{3})b - 2(4 - \pi)R$ , ce qui ne change pas la configuration d'équilibre car à fraction fluide donnée,  $R$

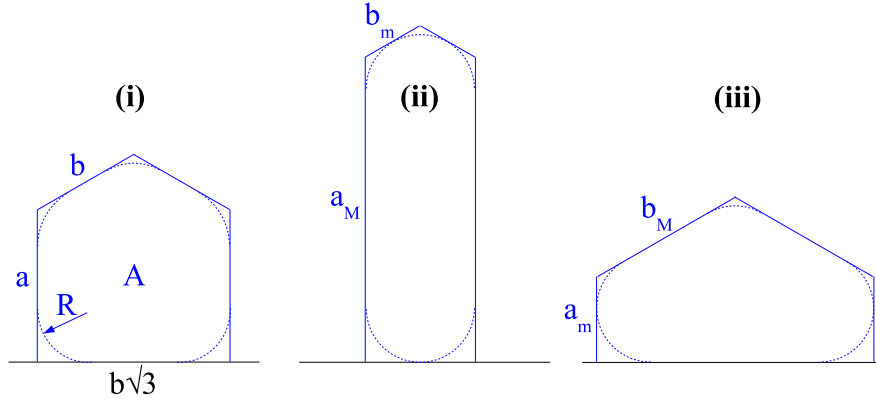


FIG. 5.9 – Schéma et notations pour la bulle pentagonale. (i) Situation d'équilibre, (ii) étirement maximal (condition (5.13)), (iii) écrasement maximal (condition (5.14)).

ne dépend que de  $A$ , et pas de  $a$  ni de  $b$ . Cette représentation n'est valable que si deux bords de Plateau ne se touchent pas, donc tant que :

$$b\sqrt{3} > 2R \quad (5.13)$$

(côté en contact avec l'obstacle, et on montre facilement que la même condition s'applique aux côtés de longueur  $b$ , figure 5.9ii) et :

$$a > \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) R. \quad (5.14)$$

(figure 5.9iii). Dans la configuration d'équilibre, les deux conditions sont équivalentes et définissent une fraction fluide maximale pour laquelle la bulle devient parfaitement circulaire ; d'après (5.11), (5.12) et (5.13), cette fraction fluide maximale vaut  $\phi_{\max} = (2 + \sqrt{3} - \pi)/(2 + \sqrt{3}) \simeq 15,8\%$ .

### Estimation de la contribution de tension à la traînée seuil

Nous allons maintenant utiliser la description d'une bulle en contact avec un mur pour estimer la contribution de tension à la traînée seuil sur un obstacle circulaire de rayon  $\rho$ , en supposant que la courbure de l'obstacle est négligeable à l'échelle d'une bulle, donc que  $b \ll \rho$ . Nous modélisons donc cette déformation par une fonction continue  $e(\theta) = b(\theta)\sqrt{3}$  représentant la distance entre deux côtés de bulles successifs,  $\theta$  étant l'angle par rapport au sens de l'écoulement moyen (figure 5.10). La précision de l'estimation de la traînée seuil dépend du choix de la fonction  $e(\theta)$ . Expérimentalement, on peut observer (voir les figures 2.9, 3.3 et 3.6) que les bulles sont écrasées contre l'obstacle dans la gamme  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ , alors

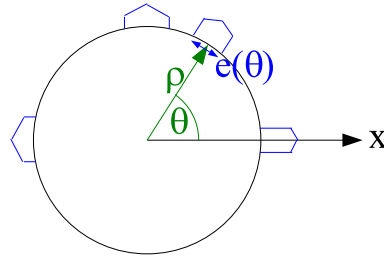


FIG. 5.10 – Schéma et notations pour l'estimation de la traînée seuil. L'axe  $x$  est dirigé dans le sens de l'écoulement.

qu'elles sont étirées parallèlement à l'écoulement au bord de fuite  $\theta = 0$ . Nous supposons que les bulles sont écrasées au maximum dans la gamme  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  :  $e(\theta) = b_M\sqrt{3}$  (figure 5.9iii), et qu'elles sont au contraire en limite de détachement au bord de fuite :  $e(0) = b_m\sqrt{3}$  (figure 5.9ii). Pour raccorder ces deux extrêmes, on impose finalement le profil :

$$e(\theta) = \begin{cases} [b_M - (b_M - b_m) \cos 2\theta]\sqrt{3}, & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ b_M\sqrt{3}, & \pi/2 \leq \theta \leq \pi \end{cases} . \quad (5.15)$$

Dans la réalité, les bulles ne sont jamais exactement en limite de détachement ou d'écrasement, ces configurations étant instables, mais elles n'en sont jamais très loin. Cette hypothèse revient à estimer un majorant de la traînée seuil réelle.

Chaque côté exerce sur l'obstacle une force égale à la tension de ligne et dirigée vers l'extérieur de l'obstacle selon la direction du lien, donc perpendiculairement à l'obstacle dans le régime quasistatique considéré. Puisque  $e(\theta)$  est la distance entre deux côtés de bulles successifs,  $\cos \theta/e(\theta)$  est la résultante selon  $x$  de la densité linéique de forces. Par symétrie du profil (5.15), la portance résultante sur l'obstacle est nulle. La traînée due à la tension des liens s'écrit donc :

$$F = 2\lambda\rho \int_0^\pi \frac{\cos \theta}{e(\theta)} d\theta. \quad (5.16)$$

L'évaluation de l'intégrale avec le profil (5.15) donne :

$$F = \frac{2\lambda\rho}{b_M\sqrt{3}} \left[ -1 + \frac{b_M}{\sqrt{2b_m(b_M - b_m)}} \arctan \sqrt{2 \left( \frac{b_M}{b_m} - 1 \right)} \right]. \quad (5.17)$$

Pour obtenir  $F$  en fonction de la fraction fluide, il suffit d'explicitier les valeurs de  $b_m$  et  $b_M$ , en combinant (5.10), (5.12), (5.13) et (5.14) :

$$b_m(\phi) = \sqrt{\frac{4A\phi}{3(2 + \sqrt{3} - \pi)}},$$

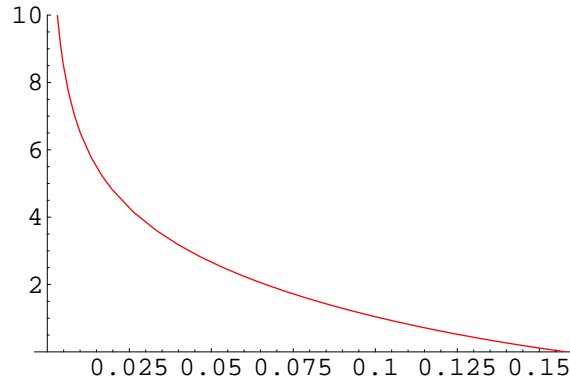


FIG. 5.11 – Tracé de  $F/\lambda$  en fonction de  $\phi$  pour  $0 < \phi \leq \phi_{\max}$  (et  $\rho/\sqrt{A} = 3,75$ ).

et :

$$b_M(\phi) = 2\sqrt{\frac{A}{3}} \left[ -(1 + \sqrt{3})\sqrt{\frac{\phi}{2 + \sqrt{3} - \pi}} + \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2 \frac{\phi}{2 + \sqrt{3} - \pi} + \sqrt{3}} \right].$$

On a donc la simple loi d'échelle suivante :  $F = (\lambda\rho/\sqrt{A})\tilde{F}(\phi)$ . Revenant aux conditions expérimentales de référence, on trace  $F/\lambda$  pour  $A = 16,0 \text{ mm}^2$  et  $\rho = 15 \text{ mm}$  (donc  $\rho/\sqrt{A} = 3,75$ ) en figure 5.11.

La fonction  $\tilde{F}(\phi)$  est décroissante avec la fraction fluide. Elle s'annule en  $\phi = \phi_{\max}$  (perte de rigidité); plus précisément,  $\tilde{F}(\phi) \sim 3,52(\phi_{\max} - \phi)$ , et diverge en  $\phi \rightarrow 0$ , mais avec un exposant faible :  $\phi \sim 0,85\phi^{-1/4}$ . Cette divergence vient du fait que la séparation entre deux bulles s'annule à fraction fluide nulle; cependant, cette singularité n'est atteinte ni en expérience, ni en simulation, où une longueur de coupure est généralement intégrée pour simuler les T1 de façon réaliste. La divergence étant lente, on peut s'attendre à ce que notre estimation soit raisonnable jusqu'à des fractions fluides très faibles (de l'ordre de 0,2% comme nous le verrons sur la figure 5.12).

Dans la limite inverse, il est intéressant de noter que la fraction fluide  $\phi_{\max} \simeq 15,8\%$  pour laquelle la traînée seuil s'annule est comprise entre les fractions fluides mesurées pour les deux épaisseurs de 2 et 2,5 mm (section 3.1.3). Or c'est précisément entre ces deux épaisseurs qu'on observe une perte de rigidité de la mousse (figure 3.8a). Même si ce modèle est purement bidimensionnel alors que la fraction fluide mesurée expérimentalement prend partiellement en compte les effets 3D, cela tend à valider notre mesure de fraction fluide.

### Confrontation entre le modèle, les expériences et les simulations

Nous avons tracé la quantité sans dimension  $\tilde{F} = F\lambda\sqrt{A}/R$  en fonction de la fraction fluide sur la figure 5.12. Malgré sa simplicité, notre modèle reproduit

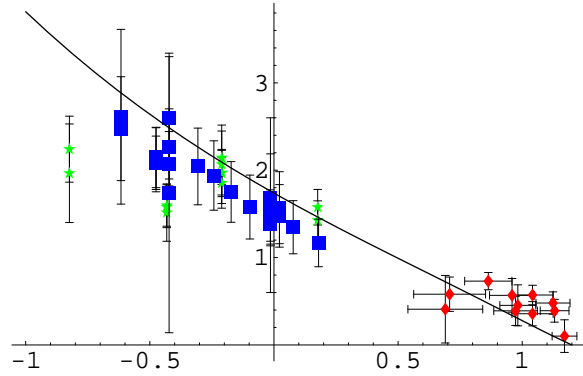


FIG. 5.12 – Tracé de  $\tilde{F}$  en fonction de  $\phi$ , avec les données des expériences (rouge), et des simulations sur Evolver (vert) et sur modèle de Potts (bleu). La courbe vient de l'équation (5.17). La grande dispersion statistique montre que la traînée seuil est une quantité intrinsèquement très fluctuante dans la gamme taille d'obstacle/taille de bulles étudiée.

quantitativement tous les résultats. Il tend légèrement à surestimer les résultats des simulations et à sous-estimer ceux des expériences.

Notons les gammes de fraction fluide bien différentes entre expériences et simulations. En expérience, nous sommes limités par la transition 2D/3D, qui nous empêche d'avoir des mousses plus sèches. L'origine de la fraction fluide en simulation est plus subtile : aussi bien sur Evolver qu'avec le modèle de Potts, les simulations imposent une longueur de coupure pour déclencher les T1. Cette longueur, qui peut apparaître quelque peu arbitraire, est en fait l'analogue du rayon des bords de Plateau, car le T1 se déclenche quand deux bords de Plateau viennent en contact. Or c'est en général une longueur choisie une fois pour toutes, et prise petite devant la taille des bulles, ce qui explique que la fraction fluide effective soit aussi faible en simulation. Si le simulateur fait varier l'aire de ses bulles sans changer cette longueur de coupure, il change implicitement la fraction fluide, ce qui influence ses résultats : c'est ainsi que nous avons expliqué l'apparente invariance de la traînée seuil en fonction de l'aire en simulation.





# Chapitre 6

## Modélisation théorique

### 6.1 Objectifs

Nous avons constaté au chapitre précédent les limites des modèles rhéologiques classiques pour expliquer l'ensemble de nos mesures. Pour tenter de dépasser ces insuffisances, on peut soit tenter de raffiner les modèles existants et de tester un modèle véritablement viscoélastoplastique, soit adopter une démarche plus microstructurale en partant des constituants élémentaires de la mousse, les bulles, et de leurs interactions, pour essayer de dériver une équation constitutive.

Comme évoqué en introduction, cette démarche a été adoptée par différents auteurs avec un succès certain dans le domaine de l'élasticité linéaire [113, 80] et non-linéaire [68]. Cependant, ces études ne s'appliquent que jusqu'au premier réarrangement topologique. Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'ébaucher une possible extension au domaine plastique et fluide, en nous basant sur un descripteur de la déformation de la mousse à la validité beaucoup plus large que la déformation classique : le tenseur de déformation statistique [6].

Notre hypothèse de base est que la mousse peut être décrite comme un milieu continu ; nous ne nous préoccupons pas ici, par exemple, des problèmes de localisation évoqués en introduction. Dans ce cadre classique, on définit des champs de masse volumique  $\rho$ , de vitesse  $\vec{v}$ , et de contraintes  $\vec{\sigma}$  [109, 99, 133, 10, 91, 127, 70] vérifiant les équations de conservation fondamentales :

- conservation de la masse :  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ ,
- conservation de la quantité de mouvement :  $\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{f}$ ,  
 $\vec{f}$  étant la densité volumique des forces extérieures,
- conservation de l'énergie.

Il faut ensuite spécifier une équation constitutive (ainsi que des conditions aux limites), exprimant une relation entre les contraintes et un ou plusieurs descripteur(s) pertinent de l'état du système (déformation classique en élasticité, taux de déformation en mécanique des fluides newtoniens). Dans le cas de la mousse,

la contrainte dépend de la déformation des bulles, et les gradients de vitesse induisent une dissipation dans les films entre bulles induisant une contrainte dissipative intrinsèque à la mousse  $\bar{\sigma}^v$ . Guidés par plusieurs études [5, 32, 74], nous postulons que le tenseur de déformation statistique est un bon descripteur des contraintes élastiques. Nous posons donc :

$$\bar{\sigma} = \bar{\bar{E}} : \bar{U} + \bar{\sigma}^v, \quad (6.1)$$

où  $\bar{\bar{E}}$  est un tenseur élastique réductible à deux scalaires dans le cas isotrope (par exemple, modules de cisaillement et de Poisson). Rien n'empêche a priori de postuler une relation plus complexe pour décrire les grandes déformations [68].

Ce faisant, il reste à relier  $\bar{U}$  et  $\bar{\sigma}^v$  avec l'état de la mousse. C'est ce que nous allons tenter à présent : dans un premier temps (section 6.2), nous allons établir une équation de conservation de  $\bar{U}$  via le tenseur  $\bar{M}$  (rappelons que les deux tenseurs sont reliés par l'équation (2.11)). Dans un deuxième temps (section 6.3), nous étudierons le régime dissipatif dans le cas simplifié, mais important en pratique, où la dissipation interne est négligeable devant un frottement externe.

Que l'on ne s'y méprenne pas ! Nous n'avons pas la prétention de dériver ab initio la mécanique des mousses, mais de proposer quelques pistes nouvelles, très préliminaires, pour nourrir la réflexion théorique sur la rhéologie des mousses.

## 6.2 Conservation du tenseur de texture

Nous proposons, dans cette section, un calcul ayant l'avantage de bien séparer les trois contributions à l'évolution temporelle du tenseur de texture : un terme de flux, un terme de dérivée de Maxwell et un terme plastique. Ce calcul justifie notre définition du tenseur  $\bar{T}$  descripteur des T1 (équation (2.12)), et fait naturellement apparaître le tenseur  $\bar{G}$  (équation (2.14)) comme descripteur des gradients de vitesse.

### 6.2.1 Formulation lissée

Soit un système de particules, soumises à des interactions de paires. On suppose connu à tout instant le réseau des particules interagissant, et on note génériquement  $c$  une interaction (ou lien) entre deux particules  $i$  et  $j$  (figure 6.1). Ce réseau est celui des centres de bulles en contact dans une mousse dans le cadre de cette thèse, mais plus généralement il est adapté à la description mécanique des milieux amorphes [3]. Le tenseur de texture s'écrit alors :

$$\bar{M}(V) = \frac{1}{V} \sum_{c \in V} \vec{r}_c \otimes \vec{r}_c, \quad (6.2)$$

où  $V$  désigne un volume sur lequel on choisit de calculer le tenseur de texture.

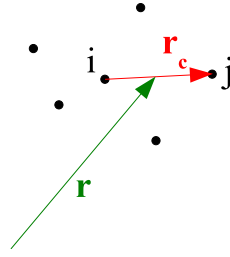


FIG. 6.1 – Notations pour le calcul cinétique.

Dans le même esprit que Goldhirsch et Goldenberg [58], au lieu de spécifier le volume, nous spécifions une échelle mésoscopique  $w$ , grande devant les dimensions des particules, et petite devant les dimensions caractéristiques du milieu. Nous définissons une fonction de lissage mésoscopique  $\phi$  ayant les propriétés suivantes :

- $\phi$  est positive ou nulle, et maximale en  $\vec{0}$  ;
- $\phi$  est normalisée :  $\int \phi(\vec{r}) d^d \vec{r} = 1$ , où  $d$  est la dimension de l'espace. La fonction  $\phi$  a donc la dimension de l'inverse d'un volume ;
- $\phi$  est de carré intégrable, et l'échelle de lissage vérifie :  $w^2 = \int \vec{r}^2 \phi(\vec{r}) d^d \vec{r}$ .

Un exemple simple de fonction de lissage est la gaussienne :  $\phi(\vec{r}) = e^{-\vec{r}^2/2w^2} / (2\pi)^{d/2} w^d$ , et l'expression (6.2) correspond au choix  $\phi(\vec{r}) = 1_{\vec{r} \in \mathcal{V}} / \mathcal{V}$ , avec  $w \approx \mathcal{V}^{1/d}$ . On définit le tenseur de texture à l'échelle  $w$  par :

$$\bar{M}(\vec{r}, w) = \sum_c \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) \vec{r}_c \otimes \vec{r}_c 1_c, \quad (6.3)$$

où  $1_c$  désigne la fonction d'existence de  $c$  égale à 1 si l'interaction  $c$  existe et 0 sinon. La mousse peut être décrite comme un milieu continu si et seulement s'il existe des échelles (mésoscopiques) distinctes telles que le tenseur de texture ne dépende pas de l'échelle choisie pour l'évaluer.

### 6.2.2 Dérivée temporelle du tenseur de texture

Nous calculons à présent la dérivée temporelle de l'expression lissée du tenseur de texture (6.3) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{M}}{\partial t}(\vec{r}, t) &= - \sum_c \dot{\vec{r}}_c \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) \vec{r}_c \otimes \vec{r}_c 1_c \\ &\quad + \sum_c \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) (\dot{\vec{r}}_c \otimes \vec{r}_c + \vec{r}_c \otimes \dot{\vec{r}}_c) 1_c \\ &\quad + \sum_c \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) \vec{r}_c \otimes \dot{\vec{r}}_c 1_c. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Cette dérivée fait apparaître trois termes successifs, que nous appelons respectivement terme de flux, terme de Maxwell et terme plastique, et que nous allons maintenant interpréter.

### Terme de flux

Le terme de flux peut se réécrire, en sortant le gradient, comme  $-\vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{J}}$ , où :

$$\bar{\bar{J}} = \sum_c \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) \dot{\vec{r}}_c \otimes \vec{r}_c \otimes \vec{r}_c 1_c$$

est le flux du tenseur de texture.

En supposant l'écoulement assez régulier, ce que nous pourrions justifier ici car les irrégularités locales liées aux réarrangements seront prises en compte dans le troisième terme de (6.4), on a  $\dot{\vec{r}}_c \simeq \vec{v}(\vec{r}_c)$ , où le champ de vitesse  $\vec{v}$  est supposé défini par ailleurs (par exemple comme dans [58]), et le flux s'écrit alors simplement :  $\bar{\bar{J}} \simeq \vec{v} \otimes \bar{\bar{M}}$ , ce qui est bien l'expression classique d'un flux en mécanique des milieux continus [87, 127, 70].

### Terme de Maxwell

Par définition, le tenseur de texture est inversible. On peut donc définir :

$$\bar{\bar{G}} = \left[ \sum_c \phi(\vec{r} - \vec{r}_c) \dot{\vec{r}}_c \otimes \vec{r}_c 1_c \right] \cdot \bar{\bar{M}}^{-1}.$$

Il est alors immédiat de montrer que le deuxième terme de (6.4) s'écrit  $\bar{\bar{G}} \cdot \bar{\bar{M}} + \bar{\bar{M}} \cdot {}^t\bar{\bar{G}}$ , ce qui rappelle formellement une dérivée de Maxwell. De plus, si la microstructure se déforme quasiment affinement, on a alors :  $\dot{\vec{r}}_c \simeq \overline{\overline{\nabla v}} \cdot \vec{r}_c$ , et par définition de  $\bar{\bar{G}}$  on a alors :  $\bar{\bar{G}} \simeq \overline{\overline{\nabla v}}$ . Nous avons vérifié en section 4.2.7 cette correspondance entre le tenseur  $\bar{\bar{G}}$  et le gradient de vitesse. Le tenseur  $\bar{\bar{G}}$  a l'avantage d'être défini sans dérivation spatiale et d'être basé sur la structure de la mousse elle-même : c'est une définition statistique et non continue.

### Terme plastique

L'hypothèse fondamentale de l'élasticité classique est la conservation de la topologie du réseau au cours de la déformation [86], c'est-à-dire que les relations de voisinage entre atomes sont conservées. Le troisième terme de (6.4) comptabilise toute variation de topologie, c'est donc intrinsèquement un terme plastique.

Plus précisément, ce terme tient compte de la création et de l'annihilation de liens. On suppose qu'il s'agit d'événements instantanés, ponctuels dans le temps. Si l'on veut faire de la mécanique de la mousse comme un milieu continu, on aura intérêt à décrire ces événements comme un continuum temporel. Nous allons donc

introduire un lissage temporel [57], décrit par une fonction  $F$  ayant les propriétés suivantes, analogues à  $\phi$  :

- $F$  a les dimensions de l'inverse d'un temps (en  $s^{-1}$ ) ;
- $F$  est positive ou nulle, et maximale en 0 ;
- $F$  est normalisée :  $\int F(t)dt = 1$ .

On appelle échelle temporelle de lissage la quantité :  $\tau = \sqrt{\int t^2 F(t)dt}$ .

Nous allons désormais considérer le terme lissé :

$$\bar{\bar{T}}(\vec{r}, t) \equiv \int dt' F(t-t') \sum_c \phi[\vec{r} - \vec{r}_c(t')] [\vec{r}_c(t') \otimes \vec{r}_c(t')] \dot{1}_c(t'). \quad (6.5)$$

Comme ci-dessus, cette définition fournit un critère de continuité : la mousse peut être décrite comme un milieu continu s'il existe une gamme d'échelles de lissage spatial et temporel telle que  $\bar{\bar{T}}$  ne dépende pas des échelles choisies pour l'évaluer.

Notons  $\{t_+\}$  et  $\{t_-\}$  l'ensemble des instants de création et d'annihilation de liens, et  $\{\vec{r}_+, \vec{x}_+\}$ ,  $\{\vec{r}_-, \vec{x}_-\}$  les liens créés et annihilés, et leurs positions à l'instant de l'événement. On a alors  $\dot{1}_c(t) = \sum_{\{t_+\}} \delta(t-t_+) - \sum_{\{t_-\}} \delta(t-t_-)$ . Donc, d'après

(6.5),

$$\begin{aligned} \bar{\bar{T}}(\vec{r}, t) &= \int dt' F(t-t') \sum_c \phi[\vec{r} - \vec{x}_c(t')] [\vec{r}_c(t') \otimes \vec{r}_c(t')] \\ &\quad \times \left[ \sum_{\{t_+\}} \delta(t-t_+) - \sum_{\{t_-\}} \delta(t-t_-) \right] \\ &= \sum_{\{t_+\}} F(t-t_+) \phi(\vec{r} - \vec{x}_+) \vec{r}_+ \otimes \vec{r}_+ - \sum_{\{t_-\}} F(t-t_-) \phi(\vec{r} - \vec{x}_-) \vec{r}_- \otimes \vec{r}_-. \end{aligned}$$

Cette expression est formellement équivalente au tenseur  $\bar{\bar{T}}$  défini par l'équation (2.12), en identifiant les deux termes ci-dessus respectivement à  $N_a \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_a$  et à  $N_d \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_d$ . Historiquement, c'est d'ailleurs ce calcul qui nous a conduit à la définition (2.12) de  $\bar{\bar{T}}$ . Rappelons que nous avons choisi de représenter les tenseurs  $N_a \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_a$  et à  $N_d \langle \hat{r} \otimes \hat{r} \rangle_d$  pour bien représenter la direction des T1 et parce que la norme du tenseur  $\bar{\bar{T}}$  donne alors le nombre de T1, mais le calcul en cours montre que  $N_a \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_a$  et à  $N_d \langle \vec{r} \otimes \vec{r} \rangle_d$  ont plus de fondements théoriques.

### 6.2.3 Relation plastique

Nous calcul fournit une équation d'évolution (via le tenseur de texture) de  $\bar{\bar{U}}$ , qui s'écrit formellement :

$$\frac{\partial \bar{\bar{M}}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{J}} + \bar{\bar{G}} \cdot \bar{\bar{M}} + \bar{\bar{M}} \cdot {}^t \bar{\bar{G}} + \bar{\bar{T}},$$

où nous postulons que  $\bar{T}$  est une fonction (à déterminer) de  $\bar{U}$  et de  $\bar{G}$ . Cette expression se simplifie si le mouvement est quasiment affine ; dans ce cas, on a  $\bar{J} \simeq \bar{v} \otimes \bar{M}$ , et  $\bar{G} \simeq \bar{\nabla}v$  d'après la section 6.2.2, et l'équation d'évolution se transforme formellement en :

$$\frac{D\bar{M}}{Dt} = \bar{\nabla}v \cdot \bar{M} + \bar{M} \cdot {}^t\bar{\nabla}v + \bar{T}(\bar{\nabla}v, \bar{M}). \quad (6.6)$$

Si l'on parvient à prédire la dépendance du tenseur topologique  $\bar{T}$  en fonction du gradient de vitesse et de la déformation, nous aurons trois équations permettant en principe la détermination complète du champ de vitesse et des contraintes élastiques (via la déformation statistique, équation (6.1)) dans le régime où la dissipation est négligeable : d'une part, les classiques équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, d'autre part, l'équation de conservation du tenseur de texture (6.6) dans laquelle on injecte la relation constitutive  $\bar{T}(\bar{\nabla}v, \bar{M})$ .

## 6.3 Dissipation dans les mousses en écoulement

Nous avons évoqué dans la section 5.1 que la dissipation pour une mousse 2D confinée par une ou deux plaques provient essentiellement du frottement bulle/paroi [20]. Ce cas est intéressant, car il s'applique à un grand nombre d'études expérimentales de rhéologie 2D des mousses (excepté le radeau de bulles ; voir la figure 1.1 pour se remémorer les systèmes quasi-2D), et car il permet de négliger la dissipation intrinsèque de la mousse, dont l'expression exacte reste un problème ouvert, devant un frottement externe bien connu. Nous nous proposons maintenant de réfléchir aux implications de cette dissipation d'origine extrinsèque.

### 6.3.1 Localisation de la dissipation

Il convient dans un premier temps de localiser les zones de forte dissipation. Cantat, Kern et Delannay [20] proposent que ces zones sont les bords de Plateau (figure 6.2a), étant donné que ces zones sont des zones de fort gradient de vitesse. Nous avons utilisé ce modèle pour décrire de manière correcte la variation de perte de charge en fonction de l'aire des bulles (section 5.2.3). Allons un peu plus loin ; l'hypothèse principale, et implicite, de ce modèle, est l'hypothèse d'interface fluide : cela transparaît sur la figure 6.2a, par les commentaires  $V = 0$  dans le film entre la paroi et les bulles. Comme les bulles d'air avancent à vitesse non nulle, il existe donc une discontinuité de vitesse à l'interface, que celle-ci subit sans réagir si et seulement si elle est parfaitement fluide, notamment si sa viscosité de cisaillement est négligeable.

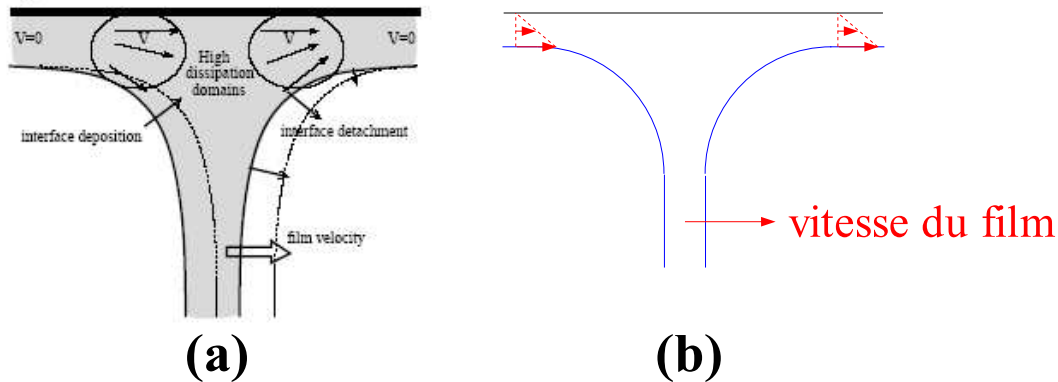


FIG. 6.2 – (a) Figure 1(a) de [20] : localisation des zones de forte dissipation dans le régime d'interface fluide. (b) Interfaces rigides : développement de gradients de vitesse dans les films entre bulles et paroi (voir aussi [41]).

Dans la pratique, si certains surfactants forment une interface assez fluide pour que le modèle précédent fonctionne, cela n'est pas vrai pour tous les surfactants. Par exemple, les protéines forment aux interfaces des milieux pouvant être cristallins ou amorphes, avec des propriétés élastiques ou plastiques (voir par exemple [31]). Dans ce cas, l'interface elle-même a tendance à résister aux gradients de vitesse, et on aura alors un gradient de vitesse dans les films entre les bulles et la paroi ; ce film étant très fin, le gradient sera fort, et on peut alors s'attendre que les zones de films fins contribuent de façon significative, si ce n'est prépondérante, à la dissipation de la mousse 2D (figure 6.2(b)).

Peut-on mesurer les conséquences de ces deux modes de dissipation à l'échelle de la mousse entière ? Dans le cas des interfaces fluides, ce sont les bords de Plateau qui dissipent, alors que dans le cas des interfaces rigides, ce sont aussi (et surtout ?) les films bulle/paroi. Or l'importance des bords de Plateau est crucialement modifiée par la fraction fluide : ainsi, pour des mousses très humides comme celle d'épaisseur 2 mm (photos 3.6), les bords de Plateau sont des zones de transition beaucoup plus douces, donc de gradient de vitesse beaucoup plus faibles. Dans l'hypothèse d'interfaces fluides, on s'attend donc à une chute notable de la dissipation, donc du gradient de pression. La figure 3.22 montre qu'il n'en est rien : on en déduit que nos interfaces sont au moins partiellement rigides, et qu'une partie prépondérante de la dissipation s'opère bien entre les bulles et la paroi. Cela corrobore la mesure de l'exposant du gradient de pression en fonction du débit (section 5.2.2).

Selon la rhéologie des interfaces, un écoulement de mousse quasi-2D confinée par une (ou deux) plaques va donc dissiper majoritairement soit dans les bords de Plateau, soit dans les films minces entre bulles et paroi. Ceci dit, dans ce cas, la dissipation dans les films entre bulles elles-mêmes reste négligeable, car



les gradients de vitesse y sont beaucoup plus faibles ; c'est donc une dissipation externe (car liée à la présence des parois) qui prédomine.

### 6.3.2 Dissipation extrinsèque et loi de Bernoulli modifiée

#### Équation du mouvement avec une dissipation purement extrinsèque

La dissipation extrinsèque agit comme une force extérieure sur la mousse, et non pas comme une contrainte. La densité de force associée peut s'écrire :

$$\vec{f} = -\kappa v^\alpha \hat{v}, \quad (6.7)$$

où  $\hat{v} = \vec{v}/v$ , et où  $\kappa$  est le coefficient de dissipation extrinsèque. Nous avons vu que l'exposant  $\alpha$  était en général compris entre 1/2 (interfaces rigides) et 2/3 (interfaces fluides). Cette densité peut être interprétée comme une conséquence du modèle de la « mousse visqueuse » [79], qui décrit localement la dissipation extrinsèque pour l'inclure dans les simulations [79, 22]. Plus précisément, dans ce modèle, un bord de Plateau orthogonal à l'écoulement subit une force par unité de longueur<sup>1</sup>  $\mu v^\alpha \hat{v}$ . Dans notre cas, on passe à une dissipation volumique par la relation :  $\kappa = \rho\mu/e$ , où  $e$  est l'épaisseur de la mousse et  $\rho$  est la longueur moyenne des liens par unité de surface ; grossièrement,  $\rho \approx 1/\sqrt{A}$  et  $\kappa \approx \mu/e\sqrt{A}$ .

Ici, nous allons considérer un milieu continu 2D en écoulement, pour lequel la dissipation est d'origine purement extrinsèque. Pour simplifier l'étude, et découpler l'influence de l'élasticité et de la dissipation, nous ne prenons pas non plus en compte de contraintes élastiques. Dans ce cas, l'équation de quantité de mouvement est simplement l'équation d'Euler [8, 62, 70] avec la force (6.7) :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} P - \kappa v^\alpha \hat{v}. \quad (6.8)$$

Si la vitesse caractéristique de l'écoulement est  $U$  et sa dimension caractéristique (à tout hasard, la taille d'un obstacle, par exemple)  $L$ , le rapport entre le terme inertiel et le terme de dissipation est un nombre de Reynolds extrinsèque  $\text{Re}_{\text{ext}} = \kappa L / \rho U^{2-\alpha}$ . Si  $\text{Re}_{\text{ext}} \ll 1$ , l'équation (6.8) devient simplement :

$$\vec{\nabla} P = -\kappa v^\alpha \hat{v}. \quad (6.9)$$

Cette équation est celle qui régit l'écoulement stationnaire de mousse dans le canal sans obstacle ; indépendamment de la valeur de  $\text{Re}_{\text{ext}}$ , le terme  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$  s'annule alors pour des raisons purement géométriques (écoulement parallèle).

<sup>1</sup>Notre préfacteur  $\mu$  est généralement noté  $\lambda$  dans la littérature associée [79, 37, 22]. Nous préférons réserver la notation  $\lambda$  à la tension de ligne.

### Loi de Bernoulli modifiée

L'étude générale de l'équation (6.8) sort du cadre de cette thèse, mais cette équation est simplifiée si on suppose<sup>2</sup>  $\alpha = 1$ . En effet, on peut alors appliquer la théorie des écoulements potentiels : pour un champ de vitesse irrotationnel, il existe un potentiel des vitesses  $\Phi$  tel que  $\vec{v} = \vec{\nabla}\Phi$ , et la dissipation extrinsèque s'écrit alors  $\vec{f} = -\kappa\vec{\nabla}\Phi$  d'après (6.7). Puisque par ailleurs  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) - \vec{v} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{v}) = \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right)$ , (6.8) se réarrange en  $\rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla}\Phi + \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) \right] = -\vec{\nabla}(P + \kappa\Phi)$ , d'où on tire l'équation de Bernoulli modifiée :

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\rho v^2}{2} + P + \kappa\Phi = \text{cste.} \quad (6.10)$$

### Écoulement autour d'un cercle

Étudions les conséquences de l'équation (6.10) dans le cas de l'écoulement autour d'un cercle. Pour une vitesse à l'infini  $U$  et un rayon du cercle  $R$ , le potentiel des vitesses s'écrit [8, 62, 70] :  $\Phi(r, \theta) = Ur \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \cos \theta$ . On en déduit le champ des vitesses :

$$\vec{v}(r, \theta) = U \left[ \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \cos \theta \vec{e}_r - \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sin \theta \vec{e}_\theta \right], \quad (6.11)$$

d'où l'expression de la pression, d'après (6.10) :

$$P(r, \theta) = \text{cste} - \kappa Ur \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \cos \theta - \frac{\rho U^2}{2} \left[ \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)^2 \cos^2 \theta + \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right)^2 \sin^2 \theta \right], \quad (6.12)$$

qui nous permet de calculer la force exercée sur le cercle (par unité de longueur) :

$$\vec{F} = -R \int_0^{2\pi} P(R, \theta) d\theta = 2\pi\kappa R^2 U \vec{e}_x. \quad (6.13)$$

Il est intéressant de constater que la loi de Bernoulli modifiée (6.10) lève le paradoxe de d'Alembert (un obstacle placé dans un écoulement potentiel de fluide parfait ne subit aucune traînée), en prédisant bien une traînée d'origine dissipative. Si on repasse dans le contexte de notre étude, toutes précautions prises par ailleurs, cette traînée peut correspondre à la contribution dynamique mesurée.

<sup>2</sup>Cette approximation peut paraître approximative et grossière, mais elle est pratique et déjà employée avec succès dans les simulations du modèle de la « mousse visqueuse » [79, 37]

### Ordres de grandeur

Pour aller plus loin et tester la pertinence de ce modèle, il convient d'estimer l'ordre de grandeur du paramètre  $\kappa$ . Si la dissipation extrinsèque est en  $\vec{f} = -\kappa v^\alpha \hat{v}$ , alors d'après (6.9),  $\kappa = \nabla P / v^\alpha$ . Pour nos expériences, d'après (3.8),  $\nabla P \propto v^{0,59}$ . Or dans le modèle,  $\alpha$  est égal à 1, donc nous prendrons  $\kappa = \nabla P / (v^{0,59} U^{0,41})$ , où  $U$  est la vitesse typique de nos expériences. Nous considérons les conditions de référence suivantes :  $\nu = 1,06 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $A = 16 \text{ mm}^2$ , et un débit  $Q = 10^2 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ ; d'après la loi d'échelle (3.8), on calcule  $\kappa = 1,3 \times 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$ , donc  $\mu \approx e\kappa\sqrt{A} = 0,2 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  pour l'épaisseur de référence  $e = 3,5 \text{ mm}$ .

Cela nous permet de comparer le coefficient visqueux à la force (6.13) : on a  $F/Q = 2\pi\kappa e R^2 U / Q = 2\pi\kappa R^2 / d$ . On en déduit  $F/Q = 1,8 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$ , ou  $F/Q = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mN} \cdot \text{min} \cdot \text{ml}^{-1}$ , ce qui est de l'ordre de grandeur du coefficient visqueux directement mesuré ( $5 \times 10^{-3} \text{ mN} \cdot \text{min} \cdot \text{ml}^{-1}$  d'après la figure 3.5b).

On peut également mener une comparaison avec les mesures du champ de pression. En effet, d'après (6.12), la pression provenant de la dissipation extrinsèque vaut  $-\kappa U r \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \cos \theta$ . Cette pression a la bonne dépendance angulaire (surpression en amont, dépression en aval de l'obstacle), et l'ordre de grandeur de son amplitude est  $2\kappa U R$ . Pour le débit maximal étudié en section 4.4.1 ( $515 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$ ), on a  $U = 2,5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . On calcule alors  $2\kappa U R = 9 \text{ Pa}$ . Cette échelle de pression est du même ordre, et même légèrement supérieure, aux variations de pression observées autour de l'obstacle circulaire (figure 4.5). Cela contredit le fait que la pression ne dépend pas significativement du débit observé en section 4.4.1.

On touche donc les limites de la modélisation proposée dans cette section. Entre autres simplifications, il est probable que l'hypothèse d'écoulement potentiel est abusive ici, car nous avons vu que dans le cas des mousses, le rotationnel du champ des vitesses est significativement non nul (figure 4.14).

## 6.4 Questions ouvertes

L'approche menée dans ce chapitre nous paraît une piste intéressante pour formaliser la mécanique des mousses, mais elle est encore très préliminaire et soulève de nombreuses questions.

Il reste ainsi à déterminer le domaine de validité des nouveaux descripteurs que nous utilisons, tenseurs de texture et de déformation statistique, et de l'équation (6.1). Il reste aussi à préciser la relation constitutive  $\bar{\bar{T}}(\bar{\bar{\nabla}}v, \bar{\bar{M}})$  quantifiant la corrélation entre réarrangements, déformations et gradients de vitesse, en s'appuyant sur des résultats expérimentaux (section 4.3). La question du seuil reste un problème important : pour en tenir compte, faut-il rajouter explicitement un terme dans l'expression (6.1) des contraintes, ou est-ce une conséquence naturelle

de notre formalisme ? Pour l'instant, cette question est ouverte.

Il reste par ailleurs beaucoup à faire pour décrire les contraintes visqueuses. Cependant,  $\bar{G}$  étant le gradient de vitesse qui sort naturellement du calcul cinétique, une piste possible (mais non encore testée) serait d'écrire, par analogie avec l'hydrodynamique,  $\bar{\sigma}^{\text{visq}} = \bar{\eta} : (\bar{G} + {}^t\bar{G})/2$ . Par ailleurs, il existe probablement une différence fondamentale dans le mode de dissipation entre les mousses 2D et 3D ; dans le cas des mousses 2D, il est probable que la dissipation extrinsèque décrite en section 6.3 domine les contraintes visqueuses internes à la mousse. Si c'est le cas, la dissipation extrinsèque s'insère naturellement comme une densité surfacique de force extérieure dans l'équation de quantité de mouvement (équation (6.8)). Mais pour les mousses 3D non confinées, on s'attend à ce que les contraintes visqueuses internes finissent par l'emporter.

Enfin, il convient de savoir si les différentes contraintes, élastique, visqueuse et de pression sont additives. Cette question n'est pas tranchée, même si l'indépendance des champs locaux avec le débit (section 4.4.1) est plutôt compatible avec un découplage des effets élastiques et dynamiques.



# Chapitre 7

## Conclusion

### 7.1 Résumé

Ce travail, réalisé dans le contexte de la recherche sur la rhéologie des mousses, s'appuie principalement sur une expérience modèle : l'écoulement 2D d'une mousse liquide dans un canal autour d'un obstacle.

Après l'introduction situant ce travail par rapport aux questions d'actualité parmi la communauté de la rhéologie des mousses (chapitre 1), nous avons développé les matériels et méthodes mis en œuvre pour réaliser l'expérience (chapitre 2). Nous avons insisté sur les avantages de cette expérience : la mesure simultanée de la force exercée par la mousse en écoulement sur l'obstacle (grâce à un senseur élastique) et de la perte de charge, et la réponse de la mousse à la présence dudit obstacle (grâce à de l'analyse d'images adaptée au cas des mousses en écoulement), ainsi que le grand nombre de paramètres de contrôle (débit, aire des bulles, épaisseur de la mousse, viscosité de la solution, forme de l'obstacle). Nous décrivons les nombreux champs qui peuvent être mesurés : vitesse et gradients de vitesse, pression, déformations, contraintes élastiques, ainsi qu'un nouveau descripteur tensoriel des réarrangements topologiques.

Nous avons ensuite présenté les mesures globales : force et perte de charge (chapitre 3). De façon générale, la force subie par l'obstacle se décompose en une force seuil, provenant des propriétés élastiques de la mousse, et en une composante dynamique croissant avec la vitesse d'écoulement. Nous avons montré que la force seuil est indépendante de la viscosité de la solution, qu'elle décroît avec l'aire des bulles et qu'elle décroît avec l'épaisseur de la mousse. Nous avons le plus souvent ajusté linéairement la composante dynamique, définissant ainsi un coefficient visqueux augmentant non-linéairement avec la viscosité de la solution, et diminuant avec l'aire des bulles. En définissant un coefficient de traînée, nous avons montré que la force augmente de façon quasiment linéaire avec la taille de l'obstacle à forme donnée, et que les obstacles en forme d'aile subissent une traînée moindre. Nous avons montré que la traînée subie par un carré est indépendante de

son orientation, et qu'un obstacle asymétrique (aile cambrée) subit une portance en sens inverse de l'aérodynamique. La perte de charge, quantifiée par un gradient de pression longitudinal, varie avec le débit, la viscosité de la solution et l'aire des bulles avec trois lois de puissance indépendantes. On montre également que les surfactants ont un effet significatif aussi bien sur la traînée que sur la perte de charge.

Dans le chapitre 4 consacré aux mesures locales, nous avons justifié l'intérêt de la description de la mousse en termes de milieu continu. Nous avons ensuite décrit la dépendance spatiale d'un grand nombre de champs (vitesse et gradients de vitesse, pression, déformation, réarrangements topologiques) pour un écoulement autour d'un obstacle circulaire, en soulignant les différences avec les modèles connus (fluide newtonien, de Bingham ou d'Herschel-Bulkley) : nous avons en particulier mis en évidence et quantifié une asymétrie amont/aval. Nous avons ébauché une étude de corrélation entre les réarrangements, la déformation et les gradients de vitesse. En outre, l'étude systématique de l'influence des paramètres de contrôle sur le champ nous a permis d'identifier un régime unique, quasistatique : en effet, ni le débit, ni l'aire des bulles, ni la viscosité de la solution ne changent qualitativement l'allure des champs ; seule l'épaisseur de la mousse joue un rôle, ce qui montre l'importance de la fraction fluide. L'étude des différents obstacles circulaires et du carré montre l'influence de la forme de l'obstacle sur les champs. Enfin, l'étude de la vitesse, de la pression et de la déformation autour de l'aile cambrée nous a permis de développer un scénario explicatif de la portance inverse, généralisable à tous les fluides viscoélastiques.

Le chapitre 5 est consacré à la discussion des mesures expérimentales. Nous commençons par identifier les contributions à la force subie par l'obstacle ; la traînée seuil provient de la distribution anisotrope des côtés en contact avec l'obstacle ainsi que du champ de pression, alors que la composante dynamique naît du frottement bulle/paroi. Les résultats des mesures globales sont ensuite resitués dans la littérature proche, puis discutés : nous montrons notamment l'insuffisance du seul nombre capillaire comme descripteur de la dissipation. Nous discutons quelques mesures locales, attribuant qualitativement l'asymétrie amont/aval du champ de vitesse et la répartition du champ de pression à l'élasticité de la mousse. Enfin, nous comparons différentes mesures de traînée seuil : entre les mesures directes et celles déduites de l'analyse d'images, l'accord est quantitatif pour une certaine gamme de traînée seuil, mais pas partout, l'écart étant attribué à la forme complexe des bulles, difficile à quantifier. Par ailleurs, un modèle simple permet de concilier avec succès les résultats des expériences et des simulations, en mettant l'accent sur le rôle crucial de la fraction fluide.

Enfin, nous ébauchons une approche théorique microstructurale nouvelle dans le chapitre 6, basée sur de nouveaux descripteurs de la déformation des bulles : les tenseurs de texture et de déformation statistique. Nous montrons que l'évolution temporelle du tenseur de texture s'interprète comme une nouvelle équation de conservation, comprenant notamment un terme de relaxation plastique. La prise

en compte des corrélations entre ce terme, les déformations et les gradients de vitesse est, dans ce contexte, une piste prometteuse pour décrire le régime non dissipatif. À l’opposé, nous étudions un cas où seule une dissipation extérieure agit, ce qui donne une équation de Bernoulli modifiée qui prédit correctement la composante dynamique de la traînée sur un cercle.

## 7.2 Perspectives

Cette thèse ouvre de nombreuses perspectives. À la date de remise de ce manuscrit, nous développons l’étude de stabilité orientationnelle et de couple sur un obstacle elliptique. Les résultats intéressants qui en découlent sont encore trop récents pour être insérés de ce manuscrit [48]. Avec Philippe Marmottant, nous abordons plus en détail les problèmes posés par l’écriture d’une équation constitutive, en particulier la prédiction des T1.

Ce travail inspire également de nombreuses autres études, en cours ou en projet à court terme. Dans notre équipe, la thèse de Christophe Raufaste s’inscrit directement dans la lignée de ces expériences. Christophe s’attelle actuellement à construire une expérience similaire à la nôtre à haut débit, à la recherche de nouveaux régimes et phénomènes, comme la turbulence élastique [61]. D’un point de vue plus microfluidique [49], Jan-Paul Raven commence à étudier les écoulement de mousse dans les microcanaux, et un écoulement autour d’un obstacle à une échelle cent fois plus petite que la nôtre est envisageable, pour approfondir notamment le couplage entre dissipation à l’échelle du film et à l’échelle de la mousse tout entière. Citons également le travail de stage de mastère de Steven Thomas sur les écoulements autour d’un obstacle décentré ; ses simulations en modèle de Potts partent de nos expériences sur ce même sujet (non présentées dans ce manuscrit ; voir aussi [38]). Toujours dans un cadre grenoblois, nos données locales stimulent la recherche de modèles rhéologiques élastoviscoplastiques adaptés à la description des mousses par des mathématiciens appliqués comme Pierre Saramito (Institut de Mathématiques Appliquées de Grenoble) ; une thèse de mathématiques appliquées doit commencer à l’automne sur ce thème.

Plus largement, ce travail s’insère dans un large réseau d’interactions et de collaborations scientifiques. Après les échanges fructueux que nous avons pu avoir avec Simon Cox à Dublin puis à Aberystwyth (sections 5.1 et 5.4.3), une demande de financement pour un projet d’échange est en cours pour concrétiser cette collaboration, et Simon propose une thèse sur les simulations d’écoulements autour d’obstacles. Ce travail fait aussi écho aux travaux d’autres équipes de recherche. Nos études sur l’aile cambrée ont ainsi motivé une étude similaire par Jimmy Wang (Université du Minnesota, États-Unis) pour un écoulement potentiel de fluide de second ordre [139]. Par ailleurs, nos réflexions théoriques sur le tenseur de texture font écho aux travaux de Niels Kruyt (Université de Twente, Pays-Bas) sur le module de cisaillement de matériaux granulaires, et plus largement



sur la prédiction des propriétés élastiques des matériaux amorphes connaissant le réseau des particules interagissant ; Niels vient travailler un mois avec nous en septembre sur ce sujet.

Trois ans de travail très ciblé (figure 7.1) à partir d'une expérience modèle nous ont donc permis, nous l'espérons, de fournir des éléments nouveaux à la recherche sur la rhéologie des mousses, et plus largement peut-être sur le comportement de ces matériaux aux propriétés bizarres, ni franchement solides, ni franchement fluides, qui peuplent notre quotidien en restant largement insaisissables à la compréhension des chercheurs. . .



\* *He hates easy success*

FIG. 7.1 – Ne croyez pas Quino : les bulles sont un sujet assez difficile pour s'y intéresser pendant trois ans. . .

# Annexe A

## Annexes

### A.1 Tenseurs de texture

#### A.1.1 Modèle de Princen

Dans la section 2.3.3, nous avons défini un tenseur de texture par l'équation :  $\bar{M} = \langle \vec{\ell} \otimes \vec{\ell} \rangle$  d'après (2.6), où deux réseaux de vecteurs  $\vec{\ell}$  sont envisageables (figure 2.16b). Le réseau le plus visuel est celui des bords de bulles, et les premiers calculs du tenseur de texture ont été menés sur ce réseau [5, 32, 74] ; mais si l'on considère les bulles comme les objets de base de la mousse, qui se conservent au cours de l'écoulement<sup>1</sup>, le réseau construit entre les centres des bulles semble plus pertinent. Nous allons montrer que ces deux tenseurs sont équivalents entre eux dans la limite des faibles déformations, et qu'ils prédisent correctement le module de cisaillement, dans le modèle de Princen, qui a l'avantage d'être analytique.

Dans ce modèle [113], on considère la mousse bidimensionnelle parfaitement ordonnée : le réseau hexagonal (figure A.1). Ce réseau est cisailé parallèlement à l'axe  $x$  selon le tenseur de déformation imposé :  $\bar{F} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Au cours de cette déformation, le réseau se distord et devient instable pour  $\gamma = 2\sqrt{3}/3$  où un réarrangement intervient. La déformation de l'ensemble du réseau se ramène à celle de la cellule ABC, où A, B et C sont les milieux de trois différents types de côtés adjacents (figure A.1). En supposant que ces trois points subissent un déplacement affine régi par  $\bar{F}$ , leur position s'écrit en fonction de  $\gamma$  :  $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = a \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $C = a\sqrt{3}/4 \begin{pmatrix} 1 + \gamma\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ , où  $a$  désigne la longueur d'un côté de l'hexagone. La position du vertex O se déduit alors des lois de Plateau, qui stipulent que les trois côtés doivent se rencontrer à angle égal à  $2\pi/3$  : ainsi,

---

<sup>1</sup>Cela suppose l'absence de processus T2, de coalescence et de séparation de bulles ; en pratique, nous n'observons jamais de tels événements.

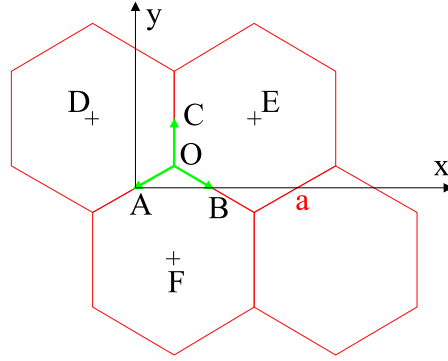


FIG. A.1 – Réseau hexagonal : schéma et notations.

$O = \frac{(2 + \gamma\sqrt{3})a}{4(4 + \gamma^2)} \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} + \gamma \\ 2 - \gamma\sqrt{3} \end{pmatrix}$ . On peut alors calculer le tenseur de texture défini sur les côtés des bulles : d'après (2.6),  $\bar{\bar{M}} = 4(\overrightarrow{OA} \otimes \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \otimes \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \otimes \overrightarrow{OC})/3$ , ce qui donne :

$$\bar{\bar{M}} = \frac{a^2}{4(4 + \gamma^2)} \begin{pmatrix} 32 + 64\gamma^2 + 10\gamma^4 + 3\gamma^6 & 2\gamma(16 + 3\gamma^4) \\ 2\gamma(16 + 3\gamma^4) & 2(16 + 8\gamma^2 + 9\gamma^4) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Calculons maintenant  $\bar{\bar{M}}$  sur le réseau des centres. Comme précédemment, il suffit de considérer trois centres, appartenant à bulles adjacentes, notés D, E et F (figure A.1). D'après (2.6), le tenseur de texture s'écrit alors :  $\bar{\bar{M}} = (\overrightarrow{DE} \otimes \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} \otimes \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD} \otimes \overrightarrow{FD})/3$ . Or les positions de D, E et F se déduisent de celles de A, B et C car  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$ , d'où :  $D = a\sqrt{3}/4 \begin{pmatrix} -1 + \gamma\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ,  $E = 3a/4 \begin{pmatrix} \sqrt{3} + \gamma \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $F = a\sqrt{3}/4 \begin{pmatrix} 1 - \gamma\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ . On calcule alors :

$$\bar{\bar{M}} = \frac{3a^2}{2} \begin{pmatrix} 1 + \gamma^2 & \gamma \\ \gamma & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Les expressions du tenseur de texture sur le réseau des côtés (A.1) et sur celui des centres (A.2) diffèrent. Pour quantifier précisément cette différence, il vaut mieux calculer le tenseur de déformation statistique dans les deux cas. On rappelle que d'après (2.11),  $\bar{\bar{U}} = (\ln \bar{\bar{M}} - \ln \bar{\bar{M}}_0)/2$ , et ici la référence est  $\bar{\bar{M}}_0 = \bar{\bar{M}}(\gamma = 0)$ . Le calcul du logarithme matriciel reste analytique même si l'expression finale est

lourde :

$$\begin{aligned}
U_{xx} &= \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4(4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}} \times \\
&\quad \left\{ [-48\gamma + 8\gamma^3 - 3\gamma^5 + (4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}] \right. \\
&\quad \times \ln \frac{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 - \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}}{8(4 + \gamma^2)} \\
&\quad + [48\gamma - 8\gamma^3 + 3\gamma^5 + (4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}] \\
&\quad \left. \times \ln \frac{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 + \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}}{8(4 + \gamma^2)} \right\} \\
U_{xy} &= \frac{16 + 3\gamma^4}{(4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}} \\
&\quad \times \ln \frac{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 + \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}}{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 - \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}} \\
U_{yy} &= \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4(4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}} \times \\
&\quad \left\{ [-48\gamma + 8\gamma^3 - 3\gamma^5 + (4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}] \right. \\
&\quad \times \ln \frac{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 + \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}}{8(4 + \gamma^2)} \\
&\quad + [48\gamma - 8\gamma^3 + 3\gamma^5 + (4 + \gamma^2)\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}] \\
&\quad \left. \times \ln \frac{16 + 16\gamma^2 + 3\gamma^4 - \gamma\sqrt{256 + 16\gamma^2 + 24\gamma^4 + 9\gamma^6}}{8(4 + \gamma^2)} \right\} \quad (A.3)
\end{aligned}$$

pour le réseau des côtés, et :

$$\begin{aligned}
U_{xx} &= -\frac{1}{4\sqrt{4 + \gamma^2}} [2\sqrt{4 + \gamma^2} \ln 2 + (-\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2}) \ln(2 + \gamma^2 - \gamma\sqrt{4 + \gamma^2}) \\
&\quad + (\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2}) \ln(2 + \gamma^2 + \gamma\sqrt{4 + \gamma^2})] \\
U_{xy} &= \frac{1}{2\sqrt{4 + \gamma^2}} \ln \frac{2 + \gamma^2 + \gamma\sqrt{4 + \gamma^2}}{2 + \gamma^2 - \gamma\sqrt{4 + \gamma^2}} \\
U_{yy} &= -\frac{1}{4\sqrt{4 + \gamma^2}} [2\sqrt{4 + \gamma^2} \ln 2 + (\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2}) \ln(2 + \gamma^2 - \gamma\sqrt{4 + \gamma^2}) \\
&\quad + (-\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2}) \ln(2 + \gamma^2 + \gamma\sqrt{4 + \gamma^2})], \quad (A.4)
\end{aligned}$$

pour le réseau des centres.

Le développement de ces tenseurs à l'ordre 2 en  $\gamma$ , donc à faible déformation,

donne :

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} \gamma^2/4 & \gamma/2 \\ \gamma/2 & -\gamma^2/4 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\gamma^3), \quad (\text{A.5})$$

sur le réseau des centres, et :

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} \gamma^2/2 & \gamma/2 \\ \gamma/2 & -\gamma^2/4 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\gamma^3), \quad (\text{A.6})$$

sur celui des côtés. On a donc la même limite à l'ordre dominant  $\gamma$ , mais pas à l'ordre suivant  $\gamma^2$ . On peut se demander si cette limite est bien la limite élastique de la mousse. Pour ce faire, il faut calculer le tenseur des contraintes élastiques. L'aire d'une bulle hexagonale vaut  $3a^2\sqrt{3}/2$ , quantité conservée au cours du cisaillement, et chaque bulle possède en propre un exemplaire de chaque côté. On a donc, d'après (2.13),  $\bar{\sigma}^{\text{él}} = \frac{4\lambda}{3a^2\sqrt{3}} \left( \frac{\overrightarrow{\text{OA}} \otimes \overrightarrow{\text{OA}}}{\text{OA}} + \frac{\overrightarrow{\text{OB}} \otimes \overrightarrow{\text{OB}}}{\text{OB}} + \frac{\overrightarrow{\text{OC}} \otimes \overrightarrow{\text{OC}}}{\text{OC}} \right)$ , ce qui donne explicitement :

$$\bar{\sigma}^{\text{él}} = \frac{\lambda\sqrt{3}}{3a(4+\gamma^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} 8+6\gamma^2+\gamma^4 & \gamma(4+\gamma^2) \\ \gamma(4+\gamma^2) & 2(4+\gamma^2) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

À l'ordre 2 en  $\gamma$ , on a donc :

$$\bar{\sigma}^{\text{él}} = \frac{\lambda\sqrt{3}}{a} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \frac{\gamma^2}{8} & \frac{\gamma}{6} \\ \frac{\gamma}{6} & \frac{1}{3} - \frac{\gamma^2}{24} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\gamma^3). \quad (\text{A.8})$$

Les résultats précédents nous permettent de tester quantitativement la validité des tenseurs de déformation statistique. Au premier ordre en  $\gamma$ , d'après (A.5) et (A.6), on a l'équivalent commun pour les deux réseaux :  $\bar{U} \sim \begin{pmatrix} 0 & \gamma/2 \\ \gamma/2 & 0 \end{pmatrix}$ . Or d'après (A.8),  $\bar{\sigma}_{xy}^{\text{él}} \sim \lambda\sqrt{3}\gamma/6a$ . Sachant qu'en élasticité classique linéaire, la loi de Hooke s'écrit [86]  $\sigma_{xy}^{\text{él}} = 2\mu U_{xy}$  avec  $\mu$  le module de cisaillement, on détermine ici  $\mu = \lambda\sqrt{3}\gamma/6a$ . Cette valeur correspond bien à celle prédite par le modèle de Princen [113], ce qui confirme la validité du tenseur de déformation statistique. Pour finir, le tracé des différents tenseurs en fonction de  $\gamma$  apparaît en figure A.2.

### A.1.2 Comparaison des deux réseaux

Historiquement, nous avons d'abord défini le tenseur de texture sur les réseaux des côtés. Ce réseau est plus intuitif en mousse sèche 2D, car il apparaît directement sur les images, et car le tenseur des contraintes élastiques est également défini sur ce réseau. Cependant, nous allons maintenant discuter plusieurs aspects montrant qu'il est plus adapté de définir le tenseur de texture sur le réseau des centres.

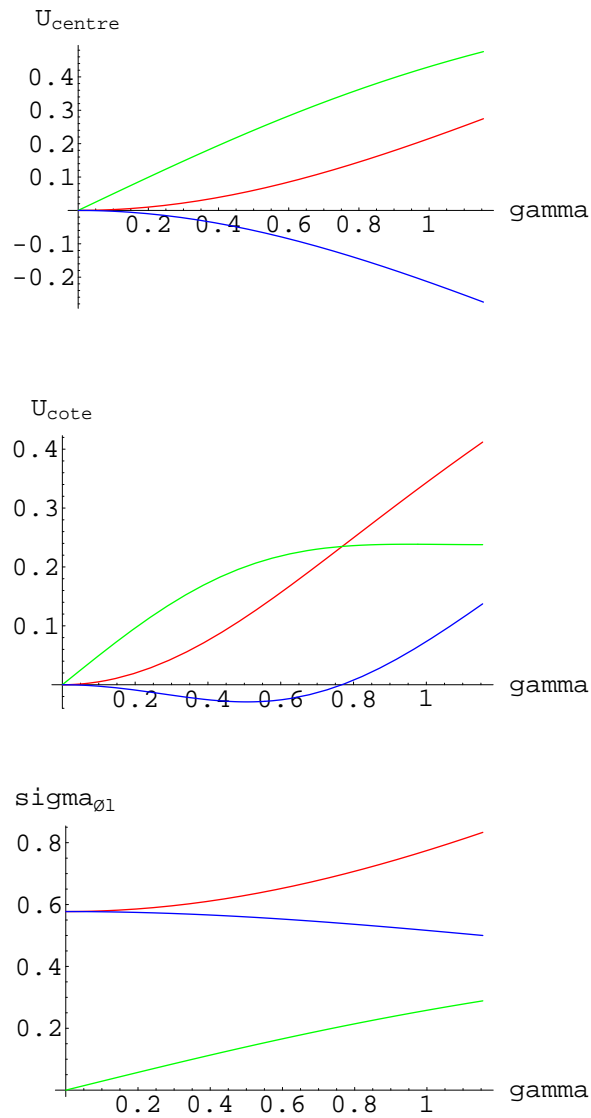


FIG. A.2 – De haut en bas, tracé en fonction du cisaillement  $\gamma$  du tenseur de déformation statistique calculé sur le réseau des centres et sur celui des côtés, et du tenseur des contraintes (en unités de  $\lambda/a$ ). Le cisaillement varie entre 0 (réseau hexagonal non déformé) et  $2\sqrt{3}/3$  (premier réarrangement). Les composantes  $xx$ ,  $xy$  et  $yy$  sont figurées respectivement en rouge, vert et bleu.

### Prédictions élastiques

Nous approfondissons ici l'étude de la section A.1.1. Pour tenter de discriminer les deux tenseurs (A.5) et (A.6), il faut aller à l'ordre 2 en  $\gamma$ , où l'on calcule :  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}} \sim \lambda\sqrt{3}\gamma^2/6a$ ,  $U_{xx} - U_{yy} \sim \gamma^2/2$  sur le réseau des centres, et  $U_{xx} - U_{yy} \sim 3\gamma^2/4$  sur celui des côtés. Or d'après la loi de Hooke,  $\sigma_{xx}^{\text{él}} - \sigma_{yy}^{\text{él}} = 2\mu(U_{xx} - U_{yy})$ . On voit alors que le réseau des centres donne le bon résultat pour le module de cisaillement à cet ordre, et pas celui sur les côtés. Notons également que  $U_{xx} + U_{yy}$  est d'ordre 2 sur le réseau des côtés et d'ordre 4 sur celui des centres : cela montre que le tenseur de déformation statistique respecte mieux la condition d'incompressibilité sur le réseau des centres<sup>2</sup>. Le tenseur de texture défini sur le réseau des centres est donc un meilleur descripteur de l'élasticité des mousses que celui défini sur le réseau des côtés.

### Mousses humides et mousses 3D

Le réseau des côtés n'est bien défini que sur des mousses sèches et à 2D. En effet, pour des mousses humides comme dans nos expériences, les vertex ne sont plus ponctuels et il devient moins facile et moins précis de définir un côté. Ceci devient impossible à 3D, car les bulles sont séparées par des surfaces. Au contraire, il est toujours possible en mousse humide et/ou 3D de définir les barycentres de chaque bulle, et de spécifier les bulles en contact, donc la définition du réseau des centres reste possible et non ambiguë. Le tenseur de texture défini sur le réseau des centres a donc une validité plus large.

### Sensibilité aux artefacts de squelettisation

Dans ce paragraphe, nous discutons la sensibilité des tenseurs de texture et des contraintes élastiques à l'artefact de squelettisation évoqué en section 2.3.2. Commençons par caractériser cet artefact : on peut voir sur la photo 2.9 que la mousse est le plus souvent disposée en hexagones avec des bords verticaux, ce qui est une conséquence des bords du canal horizontaux et de la monodispersité de la mousse. Dans ce cas-là, comme on peut le voir sur la figure 2.13, les angles des hexagones ne sont pas respectés à la squelettisation (figure A.3a). Dans le modèle simple de la figure A.3a, on peut quantifier par l'angle  $\alpha$  l'artefact que cela implique : une bulle a alors en propre trois côtés, de vecteurs  $b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  (un côté vertical), et  $c \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \pm \sin \alpha \end{pmatrix}$  (deux côtés non verticaux). Par ailleurs, de la géométrie élémentaire donne  $c = a\sqrt{3}/2 \cos \alpha$  et  $b = a \left( \frac{3}{2} - \sin \alpha \right)$ . Le tenseur des contraintes se calcule par la formule (2.13), et on en déduit :

<sup>2</sup>On peut être plus précis en calculant le module de Poisson  $\nu$ , qui vaut 1/2 pour le réseau des côtés et 1 pour celui des centres.

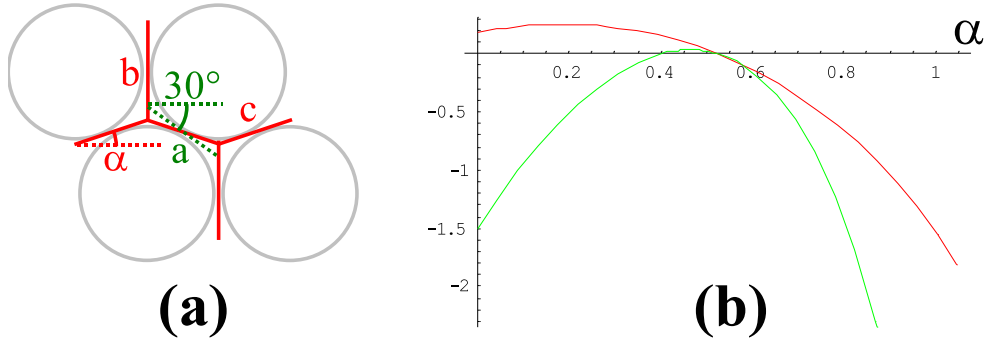


FIG. A.3 – Illustration de la non-conservation des angles au cours de la squelettisation. (a) À partir d’une mousse hexagonale humide (bulles symbolisées par les cercles gris), le réseau squelettisé est représenté en rouge : l’angle  $\alpha$  que font les côtés non verticaux avec l’horizontale est devenu inférieur à  $\pi/6$ , et chaque côté n’a plus la longueur normale  $a$  (pointillés verts), mais les côtés verticaux ont une longueur  $b > a$  et les côtés non verticaux une longueur  $c < a$ . (b) À partir de la configuration (a), tracé des quantités  $a(\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el})/\lambda$  (rouge) et  $(M_{xx} - M_{yy})/a^2$  (vert) en fonction de l’angle  $\alpha$ . Ces deux quantités s’annulent bien toutes deux en  $\alpha = \pi/6$ .

$\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el} = \frac{4\lambda}{3a\sqrt{3}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \frac{3}{2} + \sin \alpha \right]$ . De même, le tenseur de texture défini sur le réseau des côtés se déduit de la formule (2.6) pour donner finalement :  $M_{xx} - M_{yy} = 2a^2 \left( -\frac{3}{2} + 6 \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha - 3 \tan^2 \alpha \right)$ . Enfin, la position du centre de chaque bulle ne varie pas en fonction de l’angle  $\alpha$ , donc le tenseur de texture défini sur les réseaux des centres est insensible à l’artefact. On trace les deux quantités  $\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el}$  et  $M_{xx} - M_{yy}$  en fonction de  $\alpha$  en figure A.3b : elles sont non nulles dès que  $\alpha$  s’écarte de  $\pi/6$ . Plus précisément, pour  $\alpha \lesssim \pi/6$ , on voit que  $\sigma_{xx}^{el} - \sigma_{yy}^{el}$  est surestimé, et  $M_{xx} - M_{yy}$  sous-estimé : ceci est compatible avec l’ordonnée à l’origine positive de la figure 4.10. Au final, seul le tenseur de texture défini sur le réseau des centres est insensible à l’artefact de squelettisation.

## A.2 Relation aire-pression dans une bulle

On se propose ici d’établir la relation entre les variations d’aire et de pression dans une bulle. Comme évoqué en section 2.3.2, les bulles peuvent ajuster leur profondeur en réponse à une variation de pression (figure A.4). La pression  $P$  dans la bulle est uniforme, et en supposant que celle régnant dans la solution est



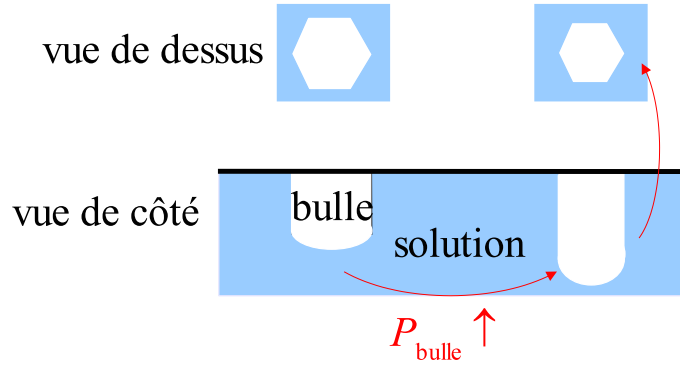


FIG. A.4 – Principe de la mesure de pression à partir de la mesure d’aire. La bulle augmente sa hauteur en réponse à une augmentation de pression, donc son aire diminue.

hydrostatique, on a au bas de la bulle :  $P = P_0(x) + \rho_s g h + \gamma \mathcal{C}$ , où  $P_0$  est une pression de référence, et  $\mathcal{C}$  la courbure au bas de la bulle. La pression de référence prend en compte la perte de charge :  $P_0(x) = P_{\text{atm}} + |\nabla P|(L - x)$ , si  $0 \leq x \leq L$  est l’abscisse le long du canal. La courbure  $\mathcal{C}$  résulte de la forme complexe de la bulle ; elle est majorée en assimilant le bas de la bulle à une calotte hémisphérique de rayon  $a$  relié à l’aire  $A$  observée :  $\mathcal{C} \gtrsim 2/a$ . Pour une bulle de section circulaire,  $A = \pi a^2$ , donc on prendra comme ordre de grandeur :  $\mathcal{C} \approx 2\sqrt{\pi/A}$ . Comme on l’a justifié, la bulle est incompressible, donc son volume  $\mathcal{V}$  est conservé. Or  $\mathcal{V} \approx Ah$ , d’où l’expression approchée de la pression en fonction de  $A$  :

$$P - P_0(x) = \frac{\rho_s g \mathcal{V}}{A} + 2\gamma \sqrt{\frac{\pi}{A}}. \quad (\text{A.9})$$

Cette formule, qui est aussi l’équation (2.7), sera utilisée par la suite dans le chapitre 4 pour calculer le champ de pression.

Pour valider cette approche, nous avons comparé les prédictions de cette formule et l’évaluation par le logiciel Surface Evolver [15], effectuée par Simon Cox. Cela permet le calcul complet de la forme 3D d’une bulle de symétrie d’ordre six par rapport à un axe vertical, en incluant les effets de gravité. Le raccord entre les bords latéraux et la plaque supérieure est supposé orthogonal pour simplifier, mais la forme inférieure de la bulle est réaliste (figure A.5). Partant d’une bulle de volume fixé  $16 \times 3,5 \text{ mm}^3$ , correspondant à nos aire et épaisseur de référence, Simon Cox a pu faire varier l’aire de 13 à 19  $\text{mm}^2$ , soit une variation de plus ou moins 19% par rapport à l’aire moyenne qui couvre la variation expérimentale, et calculer la pression interne de la bulle en fonction de l’aire. Le résultat de ces calculs et la comparaison avec la formule (2.7) est reporté en figure A.6. L’accord est excellent, puisque la différence est de 2% seulement. De plus, cet écart ne varie pas avec l’aire, ce qui est encore mieux car seules les variations relatives

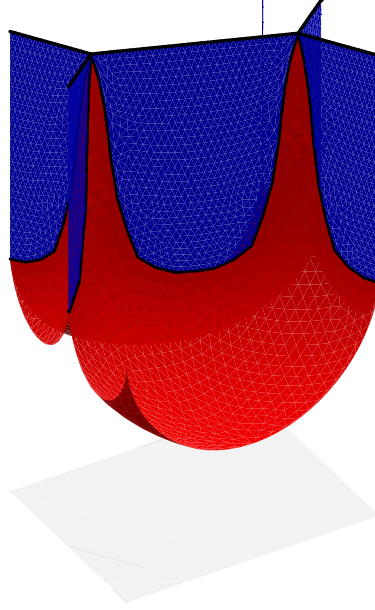


FIG. A.5 – Forme d’une bulle d’aire  $16 \text{ mm}^2$  (aire de contact avec la plaque supérieure) et de volume  $16 \times 3,5 \text{ mm}^3$  (simulation par Simon Cox avec Surface Evolver).

de pression sont importantes. Cette comparaison avec Evolver valide donc notre évaluation du champ de pression.

### A.3 Perte de charge avec et sans obstacle

Nous pouvons justifier par un simple calcul d’ordre de grandeur l’indépendance de la perte de charge de la présence d’un obstacle évoquée en section 3.2.1. La perte de charge résulte du frottement entre les bulles et le couvercle, ce qui se traduit par une dissipation surfacique dépendante de la norme de la vitesse locale  $e[V(\vec{r})]$ . Or les modèles et les mesures de dissipation [16, 66, 117, 143, 82, 83, 20] tendent à montrer que la dissipation est une loi de puissance :  $e[V(\vec{r})] \propto V(\vec{r})^\alpha$ . Le gradient de pression moyen, traduisant la dissipation sur tout le couvercle, est donc proportionnel à  $\iint V(\vec{r})^\alpha d^2\vec{r}$ . Or, comme illustré à la section 4.2.1, l’obstacle ne perturbe sensiblement le champ de vitesse qu’en son voisinage proche. On peut en déduire un calcul de l’ordre de grandeur de la perturbation sur la perte de charge induite par un obstacle de taille caractéristique  $L_{\text{obs}}$  (figure A.7). Sans obstacle, la perte de charge  $\nabla P_0$  serait proportionnelle à  $LdV_0^\alpha$  ; avec l’obstacle, ce terme devient  $d(L - L_{\text{obs}})V_0^\alpha + L_{\text{obs}}(d - L_{\text{obs}})V_{\text{obs}}^\alpha$ . En supposant le débit conservé, ce qui est correctement justifié comme nous le verrons, on a :  $V_{\text{obs}} \simeq V_0 d / (d - L_{\text{obs}})$ ,

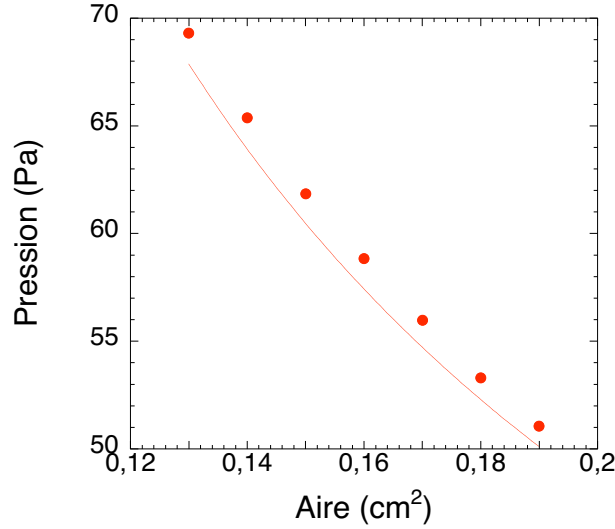


FIG. A.6 – Pression  $P - P_0$  dans une bulle en fonction de son aire. Les points proviennent du calcul par Surface Evolver (figure A.5), la courbe vient de l'équation (A.9), sans paramètre ajustable.

donc  $\nabla P \propto [d(L - L_{\text{obs}}) + L_{\text{obs}}(d - L_{\text{obs}})^{1-\alpha}d^\alpha]V_0^\alpha$ . La variation relative de perte de charge vaut donc :

$$\frac{\nabla P - \nabla P_0}{\nabla P_0} = \frac{L_{\text{obs}}}{L} \left[ \left( 1 - \frac{L_{\text{obs}}}{d} \right)^{1-\alpha} - 1 \right],$$

dont nous évaluons un majorant avec le diamètre du plus grand cercle  $L_{\text{obs}} = 4,8$  cm, un exposant  $\alpha = 1/2$  réaliste [41], et les dimensions du canal  $L = 110$  cm et  $d = 10$  cm :  $|(\nabla P - \nabla P_0)/\nabla P_0| = 1,2\%$ , ce qui confirme le faible impact de la présence d'un obstacle.

## A.4 Influence de la perte de charge sur la forme des bulles

Nous étudions ici l'influence du gradient de pression longitudinal  $\nabla P$  sur la forme des bulles loin de l'obstacle. Nous avons observé un aplatissement de bulles uniques dans un tel gradient de pression (photo A.8a) d'autant plus fort que la bulle est grosse. Nous quantifions théoriquement cet aplatissement dans un modèle purement 2D.

Nous allons supposer que la bulle est en mouvement à vitesse  $\vec{U}$ , dans un gradient de pression bidimensionnel  $\vec{\nabla} P = -\nabla P \hat{U}$ . L'équilibre des forces agissant sur un élément d'interface (figure A.8b) s'exprime par la loi de Laplace :  $P_{\text{in}} - P_{\text{out}} = \lambda \mathcal{C}$ , où  $\lambda$  est la tension de ligne et  $\mathcal{C}$  la courbure.

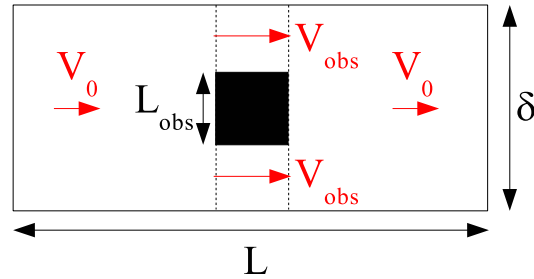


FIG. A.7 – Modélisation simple de l’influence de l’obstacle sur la perte de charge. Pour simplifier, on prendra un obstacle carré qui ne modifie la vitesse de l’écoulement que sur ses côtés.

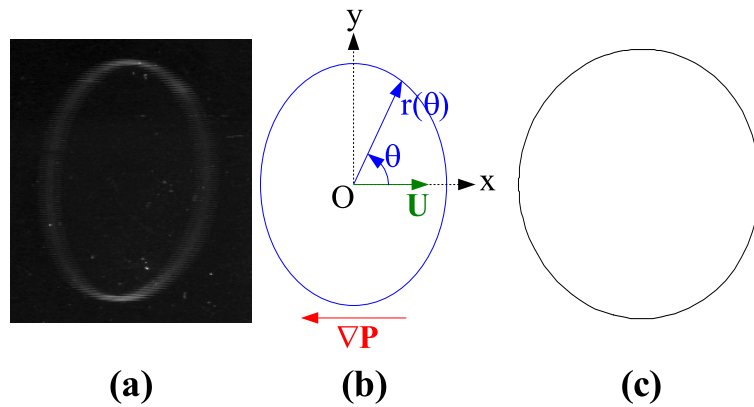


FIG. A.8 – (a) Allure d’une bulle de rayon 3 cm (bien plus grosse que celles des mousses évoquées dans ce manuscrit) dans un gradient de pression égal à  $10^2 \text{ Pa}\cdot\text{m}^{-1}$  : noter l’important aplatissement. (b) Schéma et notations pour le calcul de la dissipation sur la bulle. (c) Allure de la bulle pour  $\widetilde{\nabla P} = 0,3$ .

On cherche la forme de la bulle  $r(\theta)$  vérifiant cette équation. La courbure associée vaut  $\mathcal{C} = \sqrt{r^2 + r'^2}/(r^2 + 2r'^2 - rr'')$ , et  $P_{\text{out}}(x) = P_0 - \nabla P x$ . L'équation de Laplace devient donc :

$$P_{\text{in}} - P_0 + \nabla P r(\theta) \cos \theta = \frac{\lambda \sqrt{r^2 + r'^2}}{r^2 + 2r'^2 - rr''}.$$

Soit  $r_0 = (P_{\text{in}} - P_0)/\lambda$ , et  $\tilde{r} = r/r_0$ . Cette équation se transforme en l'équation différentielle du second ordre :

$$1 + \widetilde{\nabla P} \tilde{r}(\theta) \cos \theta = \frac{\lambda \sqrt{\tilde{r}^2 + \tilde{r}'^2}}{\tilde{r}^2 + 2\tilde{r}'^2 - \tilde{r}\tilde{r}''}, \quad (\text{A.10})$$

où le paramètre adimensionné  $\widetilde{\nabla P} = r_0^2 \nabla P / \lambda$  mesure l'amplitude du gradient de pression par rapport à la pression de Laplace. Les conditions aux limites de cette équation sont simplement  $r(0) = r(2\pi)$  et  $r'(0) = 0$  car la bulle est fermée. On peut résoudre cette équation numériquement ; cependant, avec les valeurs standard  $r_0 \approx 2$  mm,  $\nabla P \approx 0,35$  Pa (obtenu dimensionnellement en multipliant l'ordre de grandeur du gradient de pression 3D,  $10^2$  Pa·m<sup>-1</sup> (section 3.2) par l'épaisseur de référence 3,5 mm),  $\lambda = 0,4$  mN (section 2.1.4), on calcule  $\widetilde{\nabla P} \approx 5 \times 10^{-3} \ll 1$  : une approche perturbative est donc suffisante ici.

Plus précisément, nous allons poser  $\widetilde{\nabla P} = \varepsilon$ , où  $\varepsilon \ll 1$  d'après ce qui précède, et nous développons  $r$  en série :  $r \sim r_0 + \varepsilon r_1 + \dots$ . À l'ordre 0, l'équation (A.10) donne simplement l'équation de Laplace :  $r_0 = 1$ . À l'ordre 1, on trouve tous calculs faits :  $r_1''(\theta) - r_1(\theta) = \cos \theta$ . L'équation homogène n'admet pas d'autre solution périodique que la fonction nulle, et on retient donc uniquement la solution particulière :  $r_1(\theta) = -\cos \theta / 2$ . À l'ordre 1, la forme de la bulle est donc régie par l'équation :  $r(\theta) = r_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \widetilde{\nabla P} \cos \theta \right)$ . Cette formule permet d'expliquer qualitativement la légère déformation des bulles en écoulement loin de l'obstacle, constatée en section 4.2.3 : l'étude de la fonction  $r(\theta)$  montre que la largeur transverse des bulles vaut  $2r_0 \left( 1 + \frac{\widetilde{\nabla P}^2}{8} \right)$ , alors que leur largeur longitudinale vaut  $2r_0$ . Les bulles sont donc plus allongées transversalement au gradient de pression. Cependant, cette différence est minime (figure A.8c), car du deuxième ordre sur un paramètre  $\widetilde{\nabla P}$  déjà très petit pour notre taille usuelle de bulles, alors que l'anisotropie observée dans nos mousses est en réalité bien plus grande, ce qui limite l'intérêt de ce calcul 2D sur une bulle unique.

# Bibliographie

- [1] A. Abd el Kader, J. C. Earnshaw. Shear-induced changes in two-dimensional foam, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2610–2613 (1999).
- [2] K. Adachi, N. Yoshioka. On creeping flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder, *Chem. Eng. Sci.* **28**, 215–226 (1973).
- [3] S. Alexander. Amorphous solids : their structure, lattice dynamics and elasticity, *Phys. Reports* **296**, 65–236 (1998).
- [4] M. A. Alves, F. T. Pinho, P. J. Oliveira. The flow of viscoelastic fluids past a cylinder : finite-volume high-resolution methods, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **97**, 207–232 (2001).
- [5] M. Asipauskas, M. Aubouy, J. A. Glazier, F. Graner, Y. Jiang. A texture tensor to quantify deformations : The example of two-dimensional flowing foams, *Granular Matt.* **5**, 71–74 (2003).
- [6] M. Aubouy, Y. Jiang, J. A. Glazier, F. Graner. A texture tensor to quantify deformations, *Granular Matt.* **5**, 67–70 (2003).
- [7] J.-C. Baret, D. Vandembroucq, S. Roux. Extremal model for amorphous media plasticity, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 195506 (2002).
- [8] G. K. Batchelor, *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- [9] V. Bergeron. Disjoining pressures and film stability of alkylmethylammonium bromide foam films, *Langmuir* **13**, 3474–3482 (1997).
- [10] R. B. Bird, R. C. Armstrong. *Dynamic of polymeric liquids. Volume 1 : fluid mechanics*, Wiley, New York (1987).
- [11] S. Bohn, B. Andreotti, S. Douady, J. Munzinger, Y. Couder. Constitutive property of the local organization of leaf venation networks, *Phys. Rev. E* **65**, 061914 (2002).
- [12] F. Bolton, D. Weaire. Rigidity loss transition in a disordered 2D froth, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3449–3451 (1990).
- [13] F. Bolton, D. Weaire. *Phil. Mag. B* **63**, 795 (1991).
- [14] L. Bragg, J. F. Nye, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **190**, 474 (1947).
- [15] K. Brakke. The Surface Evolver, *Exp. Math.* **1**, 141–165 (1992).

- [16] F. B. Bretherton. The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.* **10**, 166–188 (1961).
- [17] D. M. A. Buzza, C. Y. D. Lu, M. E. Cates. Linear shear rheology of incompressible foams, *J. Phys. II France* **5**, 37–52 (1995).
- [18] B. Cabane, S. Hénon, *Liquides : solutions, dispersions, émulsions, gels*, Belin, Paris (2003).
- [19] I. Cantat, R. Delannay. Dynamical transition induced by large bubbles in two-dimensional foam flows, *Phys. Rev. E* **67**, 031501 (2003).
- [20] I. Cantat, N. Kern, R. Delannay. Dissipation in foam flowing through narrow channels, *Europhys. Lett.* **65**, 726–732 (2004).
- [21] I. Cantat, R. Delannay. Experimental evidence of foam flow destabilization due to polydispersity, soumis à *Phys. Rev. Lett.*
- [22] I. Cantat, R. Delannay. Dissipative flows of 2D foams, soumis.
- [23] I. Cantat, O. Pitois. Stokes experiment in a liquid foam, en préparation.
- [24] M. E. Cates, P. Sollich. Rheology and glassy dynamics of foams, in *Foams and emulsions*, Éd. J.-F. Sadoc, N. Rivier, Kluwer Academic Publishers, 207–236 (1999).
- [25] M. E. Cates, P. Sollich. Tensorial constitutive models for disordered foams, dense emulsions, and other soft nonergodic materials. *J. Rheol.* **48**, 193–207 (2004).
- [26] R. Clift, J. R. Grace, M. E. Weber, *Bubbles, drops and particles*, Academic Press, New York (1978).
- [27] S. Cohen-Addad, R. Höhler, Y. Khidas. Origin of the slow linear viscoelastic response of aqueous foams, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 028302 (2004).
- [28] R. Comolet, *Mécanique expérimentale des fluides, Tome II*, Masson, Paris (1976).
- [29] M. F. Coughlin, E. P. Ingenito, D. Stamenović. Static shear modulus of gas-liquid foam determined by the punch indentation test. *J. Coll. Int. Sci.* **181**, 661–666 (1996).
- [30] S. Courty, *Solides bidimensionnels à l'interface air-eau : mesures mécaniques et optiques*, thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, non publié, lien Internet <http://www-lsp.ujf-grenoble.fr/link/courty.htm> (2001).
- [31] S. Courty, B. Dollet, K. Kassner, A. Renault, F. Graner. Elasticity and plasticity of two-dimensional amorphous solid layers of  $\beta$ -lactoglobulin, *Eur. Phys. J. E* **11**, 53–59 (2003).
- [32] S. Courty, B. Dollet, F. Elias, P. Heinig, F. Graner. Two-dimensional shear modulus of a Langmuir foam, *Europhys. Lett.* **64**, 709–715 (2003).

- [33] P. Coussot, J. S. Raynaud, F. Bertrand, P. Moucheront, J. P. Guilbaud, H. T. Huynh, S. Jarny, D. Lesueur. Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 218301 (2002).
- [34] S. J. Cox, M. D. Alonso, S. Hutzler, D. Weaire. The Stokes experiment in a foam, in *Proceedings of the 3rd Euroconference on Foams, Emulsions and their Applications*, Ed. P. L. J. Zitha, J. Banhart, G. L. M. M. Verbist, Verl. MIT, Bremen, 282–289 (2000).
- [35] S. J. Cox, D. Weaire, M. F. Vaz. The transition from two-dimensional to three-dimensional foam structures, *Eur. Phys. J. E* **7**, 311–315 (2002).
- [36] S. J. Cox, M. F. Vaz, D. Weaire. Topological changes in a two-dimensional foam cluster, *Eur. Phys. J. E* **11**, 29–35 (2003).
- [37] S. J. Cox, D. Weaire, J. A. Glazier. The rheology of two-dimensional foams, *Rheol. Acta* **43**, 442–448 (2004).
- [38] S. J. Cox, B. Dollet, F. Graner. Foam flow around an obstacle : obstacle-wall interaction, soumis à *Rheol. Acta*.
- [39] G. Debrégeas, H. Tabuteau, J.-M. di Meglio. Deformation and flow of a two-dimensional foam under continuous shear, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 178305 (2001).
- [40] J. R. de Bruyn. Transient and steady-state drag in foam, *Rheol. Acta* **44**, 150–159 (2004).
- [41] N. D. Denkov, V. Subramanian, D. Gurovich, A. Lips. Wall slip and viscous dissipation in sheared foams : Effect of surface mobility, *Coll. Surf. A* **263**, 129–145 (2005).
- [42] M. Dennin, C. M. Knobler. Experimental studies of bubble dynamics in a slowly driven monolayer foam, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2485–2488 (1997).
- [43] M. Dennin. Statistics of bubble rearrangements in a slowly sheared two-dimensional foam, *Phys. Rev. E* **70**, 041406–1 à 11 (2004).
- [44] B. Derjaguin, *Kolloid Z.* **64**, 1 (1933).
- [45] B. Dollet, F. Elias, C. Quilliet, C. Raufaste, M. Aubouy, F. Graner. Two-dimensional flow of foam around an obstacle : Force measurements, *Phys. Rev. E* **71**, 031403 (2005).
- [46] B. Dollet, F. Elias, C. Quilliet, A. Huillier, M. Aubouy, F. Graner. Two-dimensional flows of foam : Drag exerted on circular obstacles and dissipation, *Coll. Surf. A* **273**, 101–110 (2005).
- [47] B. Dollet, M. Aubouy, F. Graner. Anti-inertial lift in foams : a signature of the elasticity of complex fluids, à paraître dans *Phys. Rev. Lett.*, [cond-mat/0411632](#).
- [48] B. Dollet, M. Durth, F. Graner. Flow of foam past an elliptical obstacle : drag, lift and torque, en préparation.



- [49] W. Drenckhan, S. J. Cox, G. Delaney, D. Weaire. Rheology of ordered foams – on the way to discrete microfluidics, *Coll. Surf. A* **263**, 52–64 (2005).
- [50] D. J. Durian. Foam mechanics at the bubble scale, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4780–4783 (1995).
- [51] D. J. Durian. Bubble-scale model of foam mechanics : Melting, nonlinear behavior, and avalanches, *Phys. Rev. E* **55**, 1739–1751 (1997).
- [52] M. L. Falk, J. S. Langer. Dynamics of viscoplastic deformation in amorphous solids, *Phys. Rev. E* **57**, 7192–7205 (1998).
- [53] O. H. Faxén. Forces exerted on a rigid cylinder in a viscous fluid between two parallel fixed planes, *Proc. Roy. Swed. Acad. Eng. Sci.* **187**, 1–13 (1946).
- [54] M. A. Fortes, M. E. Rosa. Uniaxial deformation of 2D polydisperse froths, *J. Phys. Cond. Matt.* **11**, 7947–7957 (1999).
- [55] M. A. Fortes, P. I. C. Teixeira, M. F. Vaz. Distribution of film orientations in free and strained foams, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 278302 (2002).
- [56] B. S. Gardiner, B. Z. Dlugogorski, G. J. Jameson. The steady shear of three-dimensional wet polydisperse foams, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **92**, 151–166 (2000).
- [57] B. J. Glasser, I. Goldhirsch. Scale dependence, correlations, and fluctuations of stresses in rapid granular flows, *Phys. Fluids* **13**, 407–420 (2001).
- [58] I. Goldhirsch, C. Goldenberg. On the microscopic foundations of elasticity, *Eur. Phys. J. E* **9**, 245–251 (2002).
- [59] A. D. Gopal, D. J. Durian. Relaxing in foam, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 188303 (2003).
- [60] F. Graner. La mousse, *La Recherche* **345**, 46–49 (2001).
- [61] A. Groisman, V. Steinberg. Elastic turbulence in a polymer solution flow, *Nature* **405**, 53–55 (2000).
- [62] É. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit, *Hydrodynamique physique*, EDP Sciences/CNRS Éditions, Paris (2001).
- [63] J. Happel, H. Brenner. *Low Reynolds number hydrodynamics*, Martinus Nijhoff Publishers, Den Haag (1983).
- [64] P. Heinig, T. M. Fischer. Dipolar foams in Langmuir monolayers dry at low bubble fraction, *J. Phys. Chem. B* **107**, 11757–11762 (2003).
- [65] J. P. Heller, M. S. Kuntamukkula. Critical review of the foam rheology literature, *End. Ing. Chem. Res.* **26**, 318–325 (1987).
- [66] G. Hirasaki, J. B. Lawson. Mechanisms of foam flow in porous media : Apparent viscosity in smooth capillaries, *Soc. Pet. Eng. J.*, April issue, 176–190 (1985).

- [67] R. Höhler, S. Cohen-Addad, H. Hoballah. Periodic nonlinear bubble motion in aqueous foam under oscillating shear strain, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1154–1157 (1997).
- [68] R. Höhler, S. Cohen-Addad, V. Labiausse. Constitutive equation to describe the nonlinear elastic response of aqueous foams and concentrated emulsions, *J. Rheol.* **48**, 679–690 (2004).
- [69] P. Y. Huang, H. H. Hu, D. D. Joseph. Direct simulation of the sedimentation of elliptic particles in Oldroyd-B fluids, *J. Fluid Mech.* **362**, 297–325 (1998).
- [70] P. Huerre, *Mécanique des fluides*, Éditions de l'École polytechnique, Palaiseau (1998).
- [71] S. Hutzler, N. Péron, D. Weaire, W. Drenckhan. The foam/emulsion analogy in structure and drainage, *Eur. Phys. J. E* **14**, 381–386 (2004).
- [72] J. Israelachvili. *Intermolecular and Surface Forces*, Academic Press, London (1992).
- [73] É. Janiaud, *Élasticité, morphologie et drainage magnétique dans les mousses liquides*, thèse de doctorat de l'Université Paris VII, Paris, non publié, lien Internet <http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/77/40/tel-00007740-01/tel-00007740.pdf> (2004).
- [74] É. Janiaud, F. Graner. Foam in a two-dimensional Couette shear : a local measurement of bubble deformation, *J. Fluid Mech.* **532**, 243–267 (2005).
- [75] Y. Jiang, P. J. Swart, A. Saxena, M. Asipauskas, J. A. Glazier. Hysteresis and avalanches in two-dimensional foam rheology simulations, *Phys. Rev. E* **59**, 5819–5832 (1999).
- [76] D. D. Joseph. Bernoulli equation and the competition of elastic and inertial pressures in the potential flow of a second-order fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **42**, 385–389 (1992).
- [77] D. D. Joseph, T. Y. Liao. Potential flows of viscous and viscoelastic fluids, *J. Fluid Mech.* **265**, 1–23 (1994).
- [78] A. Kabla, G. Debrégeas. Local stress relaxation and shear-banding in a dry foam under shear, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 258303 (2003).
- [79] N. Kern, D. Weaire, A. Martin, S. Hutzler, S. J. Cox. Two-dimensional viscous froth model for foam dynamics, *Phys. Rev. E* **70**, 041411 (2004).
- [80] S. A. Khan, R. C. Armstrong. Rheology of foams. I. Theory for dry foams, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **22**, 1–22 (1986).
- [81] S. A. Khan, R. C. Armstrong. Rheology of foams. IV. Effect of gas volume fraction, *J. Rheol.* **33**, 881–911 (1989).
- [82] K. Kornev, G. Shugai. Thermodynamic and hydrodynamic peculiarities of a foam lamella confined in a cylindrical pore, *Phys. Rev. E* **58**, 7606–7619 (1998).

- [83] K. G. Kornev, A. V. Neimark, A. N. Rozhkov. Physical mechanisms of foam flow in porous media, *Adv. Coll. Int. Sci.* **82**, 127–187 (1999).
- [84] A. M. Kraynik. Foam flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 325–357 (1998).
- [85] J. Lambert, I. Cantat, R. Delannay, G. Le Caër, A. Renault, S. Ruellan, F. Graner, S. Jurine, P. Cloetens, J. A. Glazier. Extraction of relevant physical parameters from 3D images of foams obtained by X-ray tomography, *Coll. Surf. A* **263**, 295–302 (2005).
- [86] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Theory of elasticity*, 3rd edition, Reed, Oxford (1986).
- [87] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Mécanique des fluides*, 2ème édition, Mir, Moscou (1989).
- [88] S. A. Langer, A. J. Liu. Effect of random packing on stress relaxation in foam, *J. Phys. Chem. B* **101**, 8667–8671 (1997).
- [89] D. Langevin, Viscosity of monolayers, 5584–5599, in *Encyclopedia of Surface and Colloid Science*, Marcel Dekker (2002).
- [90] R. G. Larson. The elastic stress in "film fluids", *J. Rheol.* **41**, 365–372 (1997).
- [91] R. G. Larson. *The structure and rheology of complex fluids*, Oxford University Press, New York (1999).
- [92] J. Lauridsen, M. Twardos, M. Dennin. Shear-induced stress relaxation in a two-dimensional wet foam, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 098303 (2002).
- [93] J. Lauridsen, G. Chanan, M. Dennin. Velocity profiles in slowly sheared bubble rafts, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 018303 (2004).
- [94] A. Lemaître. Rearrangements and dilatancy for sheared dense materials, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 195503 (2002).
- [95] X. Li, H. Zhou, C. Pozrikidis. A numerical study of the shearing motion of emulsions and foams, *J. Fluid Mech.* **286**, 379–404 (1995).
- [96] A. J. Liu, S. Ramaswamy, T. G. Mason, H. Gang, D. A. Weitz. Anomalous viscous loss in emulsions, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3017–3020 (1996).
- [97] M. Loewenberg, E. J. Hinch. Numerical simulation of a concentrated emulsion in shear flow, *J. Fluid Mech.* **321**, 395–419 (1996).
- [98] D. R. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 84th Ed., CRC Press, Boca Raton (2003).
- [99] C. W. Macosko. *Rheology : principles, measurements, and applications*, Wiley-VCH, New York (1994).
- [100] A. H. Martin, K. Grolle, M. A. Bos, M. A. Cohen Stuart, T. van Vliet. Network forming properties of various proteins adsorbed at the air/water interface in relation to foam stability, *J. Coll. Int. Sci.* **254**, 175–183 (2002).

- [101] T. G. Mason, J. Bibette, D. A. Weitz. Elasticity of compressed emulsions, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2051–2054 (1995).
- [102] T. G. Mason, J. Bibette, D. A. Weitz. Yielding and flow of monodisperse emulsions, *J. Coll. Int. Sci.* **179**, 439–448 (1996).
- [103] T. G. Mason, M. D. Lacasse, G. S. Grest, D. Levine, J. Bibette, D. A. Weitz. Osmotic pressure and viscoelastic shear moduli of concentrated emulsions, *Phys. Rev. E* **56**, 3150–3166 (1997).
- [104] E. Mitsoulis. On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder : wall effects, *Chem. Eng. Sci.* **59**, 789–800 (2004).
- [105] C. Monnereau, M. Vignes-Adler, dans *Foams and Emulsions*, Éd. J.-F. Sadoc, N. Rivier, *NATO Advanced Study Institute, Series E : Applied Sciences*, **354**, 359, Kluwer, Dordrecht (1999).
- [106] I. K. Ono, S. Tewari, S. A. Langer, A. J. Liu. Velocity fluctuations in a steadily sheared model foam, *Phys. Rev. E* **67**, 061503 (2003).
- [107] T. Okuzono, K. Kawasaki. Intermittent flow behavior of random foams : A computer experiment on foam rheology, *Phys. Rev. E* **51**, 1246–1253 (1995).
- [108] I. Paraschivoiu, *Aérodynamique subsonique*, Éditions de l'École polytechnique de Montréal, Montréal (1998).
- [109] N. Phan-Thien. *Understanding viscoelasticity*, Springer-Verlag, Berlin (2002).
- [110] G. Picard, A. Adjari, F. Lequeux, L. Bocquet. Elastic consequences of a single plastic event : A step towards the microscopic modeling of the flow of yield stress fluid. *Eur. Phys. J. E* **15**, 371–381 (2004).
- [111] J. A. F. Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Gauthier-Villard, Paris (1873).
- [112] E. Pratt, M. Dennin. Nonlinear stress and fluctuation dynamics of sheared disordered wet foam, *Phys. Rev. E* **67**, 054102 (2003).
- [113] H. M. Princen. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. I. Elastic properties and yield stress of a cylindrical model system, *J. Coll. Int. Sci.* **91**, 160–175 (1983).
- [114] H. M. Princen. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. II. Experimental study of the yield stress and wall effects for concentrated oil-in-water emulsions, *J. Coll. Int. Sci.* **105**, 150–171 (1985).
- [115] H. M. Princen, A. D. Kiss. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. III. Static shear modulus, *J. Coll. Int. Sci.* **112**, 427–437 (1986).
- [116] C. Quilliet, M. A. P. Idiart, B. Dollet, L. Berthier, A. Yekini. Bubbles in sheared two-dimensional foams, *Coll. Surf. A* **263**, 95–100 (2005).

- [117] J. Ratulowski, H.-C. Chang. Transport of gas bubbles in capillaries, *Phys. Fluids A* **10**, 1642–1655 (1989).
- [118] C. Raufaste, S. Cox, B. Dollet, F. Graner, Y. Jiang. Yield drag in a two-dimensional foam around a circular obstacle : the role of fluid fraction, en préparation.
- [119] D. A. Reinelt, A. Kraynik. Simple shearing flow of dry soap films with tetrahedrally close-packed structure, *J. Rheol.* **44**, 453–471 (2000).
- [120] M. Renardy. Asymptotic structure of the stress field in flow past a cylinder at high Weissenberg number, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **90**, 13–23 (2000).
- [121] N. Roquet, P. Saramito. An adaptive finite element method for Bingham fluid flows around a cylinder, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **192**, 3317–3341 (2003).
- [122] M. E. Rosa, M. A. Fortes. Nucleation and glide of dislocations in a mono-disperse two-dimensional foam under uniaxial deformation, *Phil. Mag. A* **77**, 1423–1446 (1998).
- [123] F. Rouyer, S. Cohen-Addad, M. Vignes-Adler, R. Höhler. Dynamics of yielding observed in a three-dimensional aqueous dry foam, *Phys. Rev. E* **67**, 021405 (2003).
- [124] A. Saint-Jalmes, D. J. Durian. Vanishing elasticity for wet foams : Equivalence with emulsions and role of polydispersity, *J. Rheol.* **43**, 1411–1422 (1999).
- [125] A. Saint-Jalmes, Y. Zhang, D. Langevin. Quantitative description of foam drainage : Transitions with surface mobility, *Eur. Phys. J. E* **15**, 53–60 (2004).
- [126] A. Saint-Jalmes, communication personnelle (2005).
- [127] J. Salençon. *Mécanique des milieux continus. Tome 1 : concepts généraux*, Éditions de l'École polytechnique, Palaiseau (1999).
- [128] C. S. Smith. Grain shapes and other metallurgical applications of topology, dans *Metal Interfaces*, American Society for Metals, Cleveland, Ohio (1952).
- [129] P. Sollich, F. Lequeux, P. Hébraud, M. E. Cates. Rheology of soft glassy materials. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2020–2023 (1997).
- [130] D. Stamenović, T. A. Wilson. The shear modulus of liquid foam, *J. Appl. Mech.* **51**, 229–231 (1984).
- [131] D. Stamenović. The shear modulus of foamlike structures, *J. Appl. Mech.* **58**, 288–290 (1991).
- [132] D. Stamenović. A model of foam elasticity based upon the laws of Plateau, *J. Coll. Int. Sci.* **145**, 255–259 (1991).

- [133] R. I. Tanner. *Engineering Rheology*, Oxford University Press, Oxford (2000).
- [134] M. Twardos, M. Dennin. Comparison between step strains and slow steady shear in a bubble raft, *Phys. Rev. E* **71**, 061401 (2005).
- [135] M. F. Vaz, M. A. Fortes. Experiments of defect spreading in hexagonal foams, *J. Phys. Cond. Matt.* **9**, 8921–8935 (1997).
- [136] M. F. Vaz, S. J. Cox. Two-bubble instabilities in quasi-two-dimensional foams, à paraître dans *Phil. Mag. Lett.* (2005).
- [137] M. Vignes-Adler, F. Graner. La vie éphémère des mousses, *Pour la Science* **293**, 48–55 (2002).
- [138] J. Wang, D. D. Joseph. Potential flow of a second-order fluid over a sphere or an ellipse, *J. Fluid Mech.* **511**, 201–215 (2004).
- [139] J. Wang, D. D. Joseph. The lift, drag and torque on an airfoil in foam modelled by the potential flow of a second-order fluid, soumis à *J. Fluid Mech.*
- [140] D. Weaire. On the Kelvin-Stamenovic estimate of the shear modulus of a foam, *Phil. Mag. Lett.* **77**, 257–260 (1998).
- [141] D. Weaire, S. Hutzler, *The physics of foams*, Oxford University Press, Oxford (1999).
- [142] D. Weaire, S. Hutzler. Dilatancy in liquid foams, *Phil. Mag.* **83**, 2747–2760 (2003).
- [143] H. Wong, C. J. Radke, S. Morris. The motion of long bubbles in polygonal capillaries. Part 1. Thin films, *J. Fluid Mech.* **292**, 71–94 (1995).
- [144] F. Y. Wu. The Potts model, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 235–268 (1982).
- [145] T. Zisis, E. Mitsoulis. Viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **105**, 1–20 (2002).

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans la recherche sur la rhéologie des mousses en étudiant les écoulements de mousse à 2D autour d'un obstacle. Après un rappel de l'état de l'art du domaine, on présente l'ensemble des techniques expérimentales, permettant de créer ces écoulements, et de simultanément mesurer la force exercée par la mousse sur un obstacle et d'imager la réponse de la mousse à la présence de l'obstacle. Les mesures de force et de perte de charge sont ensuite présentées en fonction de nombreux paramètres de contrôle (débit, viscosité de la solution moussante, taille des bulles, fraction fluide, surfactants, forme de l'obstacle). On met en évidence une force seuil et une composante dynamique traduisant une réponse viscoélastique de la mousse, et on quantifie l'influence de chaque paramètre de contrôle. Les mesures locales, notamment les champs de vitesse, pression et déformations, montrent un régime quasistatique complexe, où les corrélations entre plasticité, déformations et gradients de vitesse jouent un rôle essentiel. Ces mesures contraignent fortement les modèles rhéologiques. L'ensemble de ces résultats est ensuite discuté dans le contexte de la littérature existante. Finalement, nous ébauchons une approche microstructurale nouvelle, dans laquelle nous examinons successivement un régime élastoplastique et un régime dominé par une dissipation externe.

## Abstract

This thesis, in the research context of the foam rheology, studies the 2D flows of foam around an obstacle. After recalling the literature, we present the experimental techniques which enable to generate such flows, and to simultaneously measure the force exerted by the foam on an obstacle and to image the response of the foam around the obstacle. Force and pressure drop measurements are then presented, *versus* numerous control parameters (flow rate, bulk viscosity of the soap solution, bubble size, fluid fraction, surfactants, obstacle shape). We evidence a yield force and a dynamic component, which illustrate a viscoelastic response of the foam, and we quantify the influence of each control parameter. The local measurements, especially the velocity, pressure and deformation fields, show a complex quasistatic regime, where correlations between plasticity, deformations and velocity gradients are essential. These measurements strongly constrain the rheological models. All these results are then discussed in the frame of the existing literature. We eventually suggest a new microstructural approach, within which we examine an elastoplastic regime and another one dominated by external dissipation.