



HAL
open science

Étude de fonctions actives et/ou passives à base demicro-résonateurs à modes de galerie

Carole Arnaud

► **To cite this version:**

Carole Arnaud. Étude de fonctions actives et/ou passives à base demicro-résonateurs à modes de galerie. Physique [physics]. Université Rennes 1, 2004. Français. NNT: . tel-00121317

HAL Id: tel-00121317

<https://theses.hal.science/tel-00121317>

Submitted on 20 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée devant

L'UNIVERSITÉ DE RENNES I

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Rennes I

Mention : SCIENCES PHYSIQUES

par

CAROLE ARNAUD

Équipe d'accueil: LABORATOIRE D'OPTRONIQUE
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE SCIENCES APPLIQUÉES ET DE TECHNOLOGIE

École Doctorale: PHYSIQUE ET MATÉRIAU
U.F.R. S.P.M.

**ÉTUDE DE FONCTIONS ACTIVES ET/OU PASSIVES À BASE DE
MICRO-RÉSONATEURS À MODES DE GALERIE**

Soutenue le 15 Decembre 2004 devant la Commission d'Examen :

P. Féron	Maître de Conférence à l'Uni. de Rennes I	Directeur de thèse
P. Grosso	Chercheur GET ENST-Bretagne	Co-encadrant
J. Bodon	Professeur à l'Uni. Paris XIII	Rapporteur
M. Mortier	Chercheur CNRS	Rapporteur
G.C. Righini	Professeur CNR-IFAC Fierenze, Italy	Examineur
P. Guignard	Ingénieur R&D	Examineur

*A Gautier sans
pour son soutien*

es.

A Eloane qui m'

A ma famille.



Remerciements

Je voudrais tout d'abord témoigner ma gratitude aux deux personnes qui m'ont encadrées durant cette thèse, me permettant de terminer ce travail dans les meilleures conditions qui soient :

Merci à Patrice Féron qui m'a permis d'essayer les plâtres de sa toute fraîche HDR. Merci d'avoir pris cette année de disponibilité et d'avoir tenté d'arrêter de fumer. Merci de m'avoir guidé et encouragé.

Merci également à Philippe Grosso pour ses conseils, sa gentillesse et sa totale disponibilité durant ces trois années.

Je voudrais ensuite remercier Pascal Besnard qui, à un moment où, découragée, j'envisageait de ne pas terminer cette thèse, a su trouver les mots pour me redonner la foi.

Je tiens enfin à remercier les membres du jury, et parmi eux, Messieurs Jacques Baudon et Michel Mortier qui m'ont fait l'honneur de rapporter mon travail. Je remercie M. Giancarlo Rigini d'avoir accepté de faire le déplacement depuis Florence pour participer à ma soutenance. Je remercie M. Philippe Guignard, et par son intermédiaire France télécom qui a financé ma thèse.

Table des matières

Introduction	1
1 Introduction aux modes de galerie et à leurs domaines d'application	3
1.1 Présentation des WGMs par l'optique géométrique	4
1.2 Applications aux fonctions passives de filtrage et d'extraction	7
1.2.1 Les réseaux optique WDM (Wavelength Division Multiplexing)	7
1.2.2 Intérêt des résonateurs à modes de galerie	10
1.2.3 Réalisations à base de sphères	11
1.2.4 Réalisation en technologie planaire : disques et anneaux	13
1.3 Application aux fonctions actives à modes de galerie	16
2 Eléments de théorie des WGMs	19
2.1 Solutions de l'équation Eikonale	19
2.2 Solutions du problème électromagnétique exact	22
2.3 Propriétés des résonances	25
2.3.1 Positions	25
2.3.2 Facteur de qualité	27
2.4 Micro-résonateurs planaires : modes de galeries ou modes guidés	29
3 Fonctions passives : de la modélisation à la réalisation	33
3.1 Problème de la modélisation analytique exacte	33
3.2 La méthode FDTD (Finite Difference Time Domain)	34
3.2.1 Méthode des différences finies : exemple à une dimension	34
3.2.2 Les bases de l'algorithme de Yee	35
3.2.3 Les équations de Maxwell discrétisées	37
3.2.4 Limitation de la méthode	38
3.3 Application à l'étude des micro-résonateurs planaires	40
3.3.1 Les contraintes fonctionnelles et structurelles	40
3.3.2 Le problème de la grille	42
3.3.3 Etude complète d'une structure à base d'anneau	43
3.4 Mise en place d'un modèle matriciel simplifié	45
3.4.1 Le modèle	45
3.4.2 Complémentarité avec la FDTD	47
3.5 Application à l'étude de la bistabilité dans un micro-anneau en polymère	54
3.5.1 Utilisation de la FDTD pour l'étude de la bistabilité dispersive dans un micro-anneau	54
3.5.2 Comparaison des résultats avec ceux donnés par le modèle analytique	58
3.5.3 Etude du seuil de bistabilité	60
3.5.4 Les résultats dynamiques	62

3.6	Utilisation des résultats de simulation pour la réalisation de structures . . .	63
3.6.1	La conception du masque	64
3.6.2	La technologie adoptée	72
3.6.3	La réalisation	74
4	Fonctions actives : lasers micro-sphériques et contre réaction optique	77
4.1	Fabrication et manipulation des micro-sphères	77
4.1.1	Processus de fabrication	77
4.1.2	Manipulation	78
4.2	Le dispositif expérimental	79
4.2.1	L'excitation des modes de galerie : couplage par demi-taper	79
4.2.2	Le montage expérimental de caractérisation des sphères	83
4.2.3	Les différents verres étudiés	84
4.3	Etude de l'influence d'un miroir métallique sur les modes de galerie et sur les raies laser	93
4.3.1	Position du problème	93
4.3.2	Objectifs de l'étude et principe expérimental	98
4.3.3	Effet du miroir sur l'ensemble du spectre de modes de galerie	100
4.3.4	Influence du choix du miroir sur le blue shift	103
4.3.5	Effet du miroir sur les modes lasers	104
	Conclusion	107
	ANNEXES	108
A	Théorie des modes couplés dans le cas d'un guide droit et d'un guide courbe	111
B	le masque	115
	Bibliographie	119

Table des figures

1.1	4
1.2	Propagation par réflexion totale interne d'un rayon lumineux dont l'angle d'incidence est supérieur à i_c et qui interfère constructivement avec lui-même après un tour (le cercle en pointillés correspond à la caustique interne. . . .	5
1.3	représentation du moment angulaire d'un photon du mode le plus confiné .	6
1.4	spectre de modes de galeries attendu	6
1.5	spectre d'absorption des fibres silice utilisées dans les réseaux télécom . . .	8
1.6	spectre d'un signal WDM à $100GHz$	8
1.7	Illustration de la fonction de filtrage dans le cas d'un filtre passe bande . . .	8
1.8	Illustration de la fonction d'extraction (a) et de la fonction d'insertion (b) d'un OADM	9
1.9	Représentation schématique d'un réseau optique	9
1.10	Spectre de fluorescence dans une sphère dopée mettant en évidence la densité de résonances autorisées dans une sphère	10
1.11	Exemples de fonctions passives utilisant les micro-résonateurs	11
1.12	Couplage de sphère à l'aide d'une fibre biseautée	12
1.13	Illustration des deux types de couplage possible en optique planaire : (a) couplage latéral, (b) couplage vertical	13
1.14	Exemple de réalisation	14
1.15	Réponse spectrale d'un filtre constitué de deux micro-anneaux couplés (extrait de [1])	16
1.16	Représentation schématique (a) et photographie par microscopie électronique (b) du laser "microgear" (extrait de [2])	17
2.1	Représentation du moment angulaire L d'un mode de galerie dans le cas où il forme un angle α avec l'axe de référence	20
2.2	Représentation du trajet d'un rayon lumineux lors d'une réflexion sur la paroi extérieur d'une sphère	21
2.3	Profil du potentiel d'une sphère isolée pour $n=1$ et $x=74,4064$	24
2.4	Distribution radiale du champs dans le cas particulier où $N=1,45$ et $\ell=100$ (extrait de [3])	24
2.5	Visualisation des nombres quantiques m et n	30
2.6	Effet de la transformation conforme sur la géométrie des résonateurs plan .	30
3.1	Schéma de base d'un filtre à base de micro-résonateur	34
3.2	Illustration de l'implémentation de l'algorithme	36
3.3	Position des vecteurs champs électrique et magnétique sur une cellule unitaire de l'échantillonnage selon Yee	36

3.4	Echantillonnage temporel de l'algorithme de yee	37
3.5	Mise en évidence de la rugosité introduite par une grille orthogonale pour échantillonner une ligne courbe	39
3.6	Grille hexahédrale adaptée au cas d'un anneau	39
3.7	Mesure de pertes dans le PVCi	40
3.8	Pertes de courbures	41
3.9	Structure répondant au cahier des charges donné au début de l'étude	42
3.10	Influence du pas de la grille sur les caractéristiques du filtre	43
3.11	43
3.12	Influence du gap sur les caractéristiques du filtre	44
3.13	Définition des grandeurs prises en compte dans le modèle	45
3.14	Résultats obtenus avec le modèle	47
3.15	Influence des pertes sur la fonction de filtrage	47
3.16	Position des lignes d'intégration permettant le calcul du coefficient de couplage en utilisant le logiciel OptiFDTD	48
3.17	Modèle modifié afin de pouvoir utiliser les coefficients calculé avec la FDTD	48
3.18	Résultat du calcul du coefficient de couplage en énergie pour la structure étudiée dans le paragraphe 3.3.3	49
3.19	50
3.20	Guide droit et guide courbe dans leurs systèmes de coordonnées respectifs .	51
3.21	Définition des différents paramètres utiles pour l'expression de la matrice de diffusion D	52
3.22	Résultat obtenu avec le modèle pour un gap de $0,15\mu m$	52
3.23	Comparaison des résultats obtenus avec la méthode FDTD exclusivement et en combinant le modèle avec la FDTD pour le calcul des coefficients de couplage (pour la résonance située à $\lambda = 1,558\mu m$)	53
3.24	Résultat obtenu avec le modèle en lissant les erreurs commises par le calcul FDTD des coefficients de couplage	54
3.25	Transmission d'un Fabry Perot	55
3.26	Bistabilité dans un Fabry Perot	56
3.27	Définition de la longueur d'onde de travail λ_0	57
3.28	Exemple de réponse du résonateur à une consigne dans la zone bistable . . .	57
3.29	Evolution de l'intensité en sortie de la structure en fonction de l'intensité en entrée; en continu : courbes obtenues avec le modèle; en discontinu : points obtenus avec la méthode NFDTD	59
3.30	Exemple de bistabilité	60
3.31	Evolution de l'intensité au seuil de bistabilité en fonction du gap	61
3.32	Définitions des différents paramètres utiles à l'écriture de l'équation d'évolution de l'énergie w	62
3.33	Comparaison des comportements temporels obtenus avec la méthode des modes couplés et avec la NFDTD	64
3.34	Illustration des 4 configurations retenues	65
3.35	Définition des paramètre du guide	66
3.36	Définition des paramètres d'un guide rectiligne symétrique	68
3.37	Définitions des paramètres d'un guide courbe	69
3.38	Illustration de la signification de Z_c	70
3.39	Evolution des pertes en fonction du rayon de courbure pour les trois configuration de l'étude	71

3.40	Schéma d'un taper combiné segmenté/éfilé	72
3.41	Photo-lithographie indirecte / 1ere phase : le dépôt a) de polymère; b) d'or; c) du matériau photo-resist. 2eme phase d) insolation UV à travers le masque. 3eme phase : la gravure e) humide du photo-resist; f) humide de l'or; g) sèche du photo-resist restant et du PMMA; h) humide de l'or	73
3.42	photographie des motifs d'un taper séquentiel transféré du masque sur la résine	74
3.43	photographie des micro-résonateurs gravés	75
4.1	Photo et schéma de principe de la torche plasma du laboratoire	78
4.2	Phases successives du montage d'une sphère (à gauche la micro-pipette, à droite la fibre amincie et entre les deux, la sphère	79
4.3	Différentes technique de couplage de la lumière dans une micro-sphère	79
4.4	Répartition de l'intensité le long d'une pointe éfilée (maximum d'intensité en rouge, minimum en bleu foncé)	80
4.5	Profil de l'intensité lumineuse à l'extrémité de la pointe (en rouge section du taper)	81
4.6	Evolution de la constante de propagation des modes de galerie d'une sphère de silice en fonction de son rayon et de l'ordre radiale du mode	81
4.7	Evolution de la constante de propagation du mode fondamental d'une fibre silice en fonction de son rayon	82
4.8	Photo de la pointe éfilée utilisée lors des expériences	82
4.9	Montage expérimental	83
4.10	Niveaux d'énergie de l'ion Erbium	84
4.11	Décomposition des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$ en sous niveau Stark	85
4.12	Caractéristiques spectrales du verre ZBLALiP dopé à 0,05mol%	86
4.13	Emission du ZBLALiP	87
4.14	Emission laser multimode autour de 1550nm obtenu avec une sphère ZBLA-LiP 0,05mol% de diamètre 60 μm	88
4.15	Influence du taux de dopage sur l'émission laser	88
4.16	Caractéristiques spectrales du verre IOG2	89
4.17	Spectre de fluorescence d'une sphère en IOG2 de 60 μm de diamètre	89
4.18	Première fenêtre spectrale où des effet laser peuvent apparaître	90
4.19	Deuxième fenêtre spectrale	90
4.20	Définition des paramètres influençant le couplage taper/sphère	91
4.21	(a) Photoluminescence et (b) temps de vie pour le verre B02	91
4.22	(a) Photoluminescence et (b) temps de vie pour le verre B05	92
4.23	Emission d'une sphère de B05	92
4.24	Evolution de la constante de propagation en fonction du rayon de la structure	93
4.25	Evolution d'un mode TE en fonction de la distance sphère-miroir. Suivant les notations de Johnson $\delta = (d + a)/a$ (extrait de [4])	95
4.26	Illustration du potentiel effectif dans le cas du système bi-sphère	96
4.27	Représentation des deux modes propres Φ_s et Φ_a	96
4.28	Orientations possibles d'un champ électrique d'un mode TE	97
4.29	Orientations possibles d'un champ électrique d'un mode TM	98
4.30	Etudes d'interaction entre deux particules	99
4.31	Montage expérimental	99
4.32	Spectre de fluorescence d'une sphère ZBLALiP	100
4.33	Mesure du blue shift pour le verre phosphate IOG2 ($D \simeq 50\mu m$)	101

4.34	Mesure du blue shift pour le verre ZBLALiP dopé à 0,08% ($D \simeq 120\mu m$) . .	101
4.35	Résultats pour les verres Baccara	102
4.36	Spectre de fluorescence d'une sphère d'IOG2 pour deux positions du miroir ($D \simeq 50\mu m$)	102
4.37	Comparaison de l'effet obtenu avec deux miroirs différents sur le spectre de fluorescence d'une sphère d'IOG2	103
4.38	Influence du miroir sur les effets lasers autour de $1,56\mu m$ obtenu avec le verre IOG2 ($D \simeq 70\mu m$)	104
4.39	Influence du miroir sur la puissance des effets lasers autour de $1,6\mu m$ obtenu avec le verre IOG2 ($D \simeq 70\mu m$)	105
4.40	Illustration de l'effet du miroir suivant les polarisations	105
4.41	106
A.1	zone de couplage entre un anneau et un guide droit	111

Liste des tableaux

1.1	Récapitulatif des réalisations de fonctions passives à base de sphères (à $1,55\mu m$)	12
1.2	Récapitulatif des réalisations de fonctions passives à base d'anneaux et de disques (à $1,55\mu m$)	15
3.1	valeurs des épaisseurs maximales pour que les guides soient monomodes pour les 3 configurations d'indice retenues	66
3.2	Paramètres géométriques pour les 4 configurations retenues	71
4.1	effet de la concentration d'Erbium sur les propriétés laser du ZBLALiP . . .	87

Introduction

La transmission simultanée de plusieurs flux de données sur des longueurs d'onde différentes, au sein d'une même fibre, a permis d'augmenter considérablement la capacité des systèmes de télécommunications optiques. D'abord réservée au réseau de transport, puis au réseau métropolitain, l'utilisation de cette technologie de multiplexage, appelée WDM (Wavelength Division Multiplexing) est aussi envisagée maintenant pour les réseaux d'accès. La recherche permanente de la baisse des coûts dans ce contexte pousse à mutualiser au maximum l'infrastructure mise en place, en la partageant entre plusieurs clients, plusieurs services, voire plusieurs opérateurs. Les technologies WDM apportent une solution efficace à cette mutualisation, en permettant la séparation des différents flux de trafic sur les longueurs d'onde disponibles. Par contre, les contextes très différents d'utilisation du WDM impliquent des solutions technologiques également différentes. Dans le domaine du transport, par exemple, on cherche à réaliser généralement une liaison à très haut débit et à grande distance entre deux points situés dans des locaux appartenant à l'opérateur, donc sécurisés et à contraintes environnementales stables (température, humidité ...). Même si le niveau élevé de performances des fonctions WDM mises en œuvre se traduisent par un coût élevé, ce coût ramené au taux d'information transmis est largement plus acceptable. Ceci n'est plus vrai dans le cas du réseau d'accès avec, d'une part, les distances et les débits bien plus faibles et, d'autre part un nombre de fonctions à installer en cas de déploiement très important. Les fonctions doivent donc être réalisées à bas coût. De plus, les contraintes d'environnement sont plus sévères que pour le réseau de transport, puisque les fonctions peuvent être installées dans des locaux sans régulation thermique pour répondre aux exigences économiques. Les dérives fréquentielles qui peuvent en résulter conduisent à opter pour un espacement plus grand entre canaux. D'un autre côté, certains paramètres peuvent être relâchés, compte tenu des portées et des débits rencontrés dans l'accès. Les différences entre les contextes d'utilisation de ces techniques justifient la nécessité de rechercher de nouveaux procédés de réalisation de fonctions prenant en compte les caractéristiques propres à l'accès.

Une autre solution permettant le partage d'une infrastructure optique passive entre différents services ou clients est le multiplexage de codes, CDMA (Code Division Multiple Access) ou OCDMA (Optical CDMA). Si cette technique est bien plus éloignée de la ma-

turité que la technologie WDM, malgré des annonces de développement imminent de la part d'équipementiers, elle fait l'objet néanmoins de nombreuses études. Cette solution implique la mise en oeuvre de nombreux filtres en longueur d'onde tant à l'émission qu'à la réception, afin de générer ou de détecter le code, ou signature, désiré. Elle nécessite en pratique la mise en cascade de nombreux filtres, ce qui implique l'étude de structures adaptées à une telle application, avec des caractéristiques particulières (intégration, stabilité, coût...).

C'est dans ce cadre qu'une collaboration entre France Telecom RTA/OAB (aujourd'hui RESA/GHOA), le CCLO (Centre Commun Lannionnais d'Optique) et le laboratoire d'Optronique de l'ENSSAT à vu le jour. En effet, depuis plusieurs années, le Laboratoire d'Optronique de l'ENSSAT étudie des microrésonateurs sphériques actifs. Les travaux effectués ont montrés que l'étude des structures reposant sur les modes de galerie pouvaient permettre : la réalisation de fonctions optiques de filtrage, multiplexage, routage et régénération. une intégration importante avec une technologie relativement simple. Le coût des composants pourrait alors être réduit par rapport à des solutions faisant appel à des technologies plus complexes ou délicates (réseaux de Bragg).

Ainsi, le but de ces travaux de thèse était, tout d'abord de modéliser le couplage guide-résonateur (pour des structures planaires), ensuite de modéliser le fonctionnement complet des microrésonateurs planaires avant une réalisation et une caractérisation de ces microstructures planaires à destination du réseau d'accès.

Le premier chapitre constitue une rapide présentation des modes de galerie et de leurs principales propriétés, puis, dans un deuxième chapitre, nous verrons quelques éléments de théorie concernant ces modes particuliers de propagation. Le chapitre trois est consacré à l'étude des fonctions passives à base de micro-résonateurs passif. Nous y présentons une modélisation totalement numérique dont les résultats sont ensuite comparés à ceux obtenus avec un modèle analytique. Nous verrons également l'utilisation de ce modèle pour l'étude de la bistabilité dans un micro-anneau. Enfin, nous aborderons une partie plus technologique pour donner l'état d'avancement de la réalisation d'une fonction.

Parallèlement à ces travaux purement télécom, nous avons souhaité poursuivre l'étude des lasers micro-sphériques entamée au sein du laboratoire depuis 1996 en nous penchant plus particulièrement sur le couplage de deux micro-sphères. Le dernier chapitre présente donc l'étude expérimentale de l'interaction de micro-sphères dopées Erbium avec une miroir métallique.

Chapitre 1

Introduction aux modes de galerie et à leurs domaines d'application

La tendance actuelle étant à la miniaturisation des fonctions optiques, de nombreuses équipes travaillent sur ce qui est appelé d'une façon générale "les micro-cavités". Or ce terme regroupe deux familles de résonateurs distincts par le mode de stockage de l'énergie.

La première famille correspond aux cavités de type Fabry Perot, c'est à dire constitués de deux surfaces réfléchissantes parallèles. Le seul moyen de stocker de l'énergie dans ce type de cavité est l'établissement d'ondes stationnaires (issues des interférences entre l'onde aller et l'onde retour). L'énergie a donc une répartition irrégulière, avec des nœuds et des ventres, à l'intérieur de la cavité car elle est associée à un mouvement vibratoire.

La deuxième famille, quand à elle, correspond aux cavités dites cycliques à l'intérieur desquelles une seule onde progressive permet le stockage de l'énergie qui, par le fait, a une égale répartition le long du trajet de l'onde. Dans ces résonateurs, les conditions de phase ne sont pas imposées par des interférences avec l'onde contra-propagative mais par l'onde propagative qui reboucle sur elle même. Bien sur, rien n'empêche l'existence d'une onde contra-propagative dans de telles cavités, cependant elle n'est pas indispensable au stockage de l'énergie comme c'est le cas des cavités Fabry Perot. Ainsi on ne peut pas à proprement parler d'onde stationnaire dans ce type de cavité, mais on parle de modes de galeries.

Un mode de galerie est donc une onde qui, en se propageant le long d'une surface fermée (résonateur) revient périodiquement à son point de départ et interfère avec elle même ce qui lui donne des propriétés de phase particulières.

Ces modes de propagation particuliers ont d'abord été observés dans le domaine acoustique, et ce, dans différentes constructions humaines : par exemple, dans "l'enclos du temple du ciel" à Pekin ou encore sous le dôme de la cathédrale St Paul à Londres où quelqu'un chuchotant d'un côté du dôme peut être entendu par une personne située à l'opposé. Cette observation est à l'origine du nom anglais du phénomène : "Whispering Gallery Modes" (WGM). L'interprétation en fut donnée par Lord Rayleigh en 1877 comme étant une propa-



(a) Gustave Mie (1868-1957)



(b) Lord Rayleigh (1842-1919)

FIG. 1.1 –

gation des ondes acoustiques par réflexions successives le long du mur incurvé. Mais c'est en 1910, juste après que Gustave Mie ait développé sa théorie de la diffusion par les particules de grande taille (supérieure à la longueur d'onde), que parut l'article "*The problem of Whispering Gallery*" où Lord Rayleigh suggérait qu'une onde lumineuse pouvait se propager à l'intérieur d'une sphère en matériau diélectrique par réflexions totales internes.

1.1 Présentation des WGMs par l'optique géométrique

Le problème de la propagation d'une onde lumineuse le long de la paroi d'une cavité cyclique n'est pas simple. Nous verrons dans le chapitre 2 la résolution du problème électromagnétique, mais, dans un premier temps, de simples considérations d'optique géométrique peuvent permettre de comprendre l'origine de ces modes de galerie et d'en déduire quelques propriétés fondamentales.

Considérons une sphère de rayon a , d'indice de réfraction N , entourée d'air, et un rayon lumineux se propageant à l'intérieur formant un angle i avec la normale à la surface (figure 1.2). Pour des sphères de taille beaucoup plus grande que la longueur d'onde, c'est à dire pour des paramètres de taille $x = 2\pi a/\lambda$ largement supérieur à 50, l'approximation géométrique est justifiée. Dans ce cas, si l'angle d'incidence i est supérieur à l'angle critique $i_c = \arcsin(1/N)$ il y a réflexion totale. Du fait de la symétrie sphérique, tous les angles subséquents sont identiques et le rayon lumineux est piégé à l'intérieur de la sphère. Ainsi, tous les rayons dont l'angle d'incidence sera compris entre $\pi/2$ et i_c resteront piégés dans la cavité ce qui implique que le champ électromagnétique sera confiné entre la paroi externe de la sphère et la caustique interne (en pointillé sur la figure 1.2) de rayon $r_1 = a \cos(i)$.

L'extension radiale du mode résonant n'excédera donc pas $a(1 - 1/N)$.

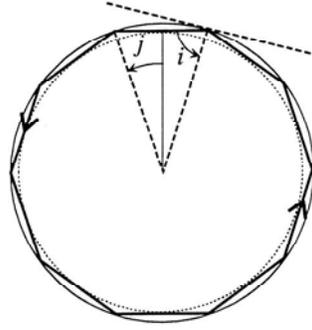


FIG. 1.2 – Propagation par réflexion totale interne d'un rayon lumineux dont l'angle d'incidence est supérieur à i_c et qui interfère constructivement avec lui-même après un tour (le cercle en pointillés correspond à la caustique interne).

À présent, considérons un rayon lumineux piégé à l'intérieur de notre résonateur dont l'incidence est quasi-rasante. On peut estimer qu'il va parcourir en un tour une distance environ égale au périmètre. Il y aura interférence constructive si, après un tour, le chemin optique est égal à un nombre entier de longueurs d'onde dans le milieu soit :

$$2\pi a \simeq \ell \lambda \quad (1.1)$$

avec ℓ un nombre entier qui correspond au nombre de côtés du polygone formé par la trajectoire du rayon lumineux dans le résonateur et $\lambda = \lambda_0/N$.

Cette équation s'exprime en fonction du paramètre de taille x de la façon suivante :

$$Nx \simeq \ell \quad (1.2)$$

Ainsi, pour les longueurs d'onde vérifiant cette relation il y aura résonance. Les autres subiront des interférences destructives et ne subsisteront donc pas dans la cavité.

Si, à présent, nous considérons un photon d'un mode très confiné ($i = \pi/2$), ce photon suit une trajectoire circulaire à une distance a de son centre de rotation. Son moment angulaire \vec{L} est tangent à la surface (figure 1.3) et sa norme vaut $|\vec{L}| \simeq \hbar \ell'$.

Or on sait que pour un tel photon, ce même moment angulaire s'exprime comme le produit du rayon a par son impulsion $p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda_0/N}$.

Ainsi :

$$|\vec{L}| \simeq \hbar \frac{2\pi Na}{\lambda_0} \quad (1.3)$$

ce qui donne, en terme de paramètre de taille :

$$Nx \simeq \ell' \quad (1.4)$$

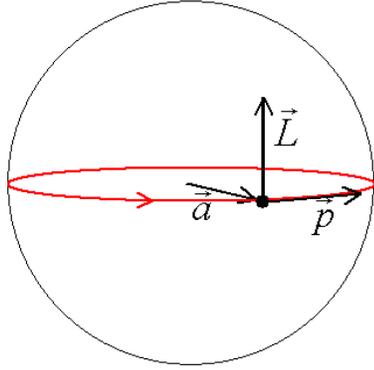


FIG. 1.3 – représentation du moment angulaire d'un photon du mode le plus confiné

Par identification avec la relation 1.2 on voit que le nombre ℓ n'est pas simplement le nombre de réflexions du faisceau dans la cavité (interprétation géométrique). Il peut également être interprété comme étant la norme du moment angulaire \vec{L} du photon (interprétation angulaire).

Avec ce modèle simple il est déjà possible de noter quelques propriétés importantes de ces modes de galerie :

- les modes dans ces cavités sont très confinés spatialement.
- d'après la relation 1.1 le spectre de transmission de ces cavités sera un peigne de résonances dont l'espacement entre les fréquences optiques ($\nu_0 = c/\lambda_0$) vaudra environ $c/2\pi Na$.
- le phénomène de réflexion total interne étant à l'origine du confinement de ces modes de propagation, on peut d'ores et déjà dire que, dans le cas idéal d'un matériau sans perte et d'une sphère sans irrégularité de surface, la durée de vie de la lumière dans cette cavité sera limitée uniquement par les pertes de diffraction (très faibles) et tendra donc vers l'infini. On peut donc s'attendre à ce que les résonances soient très fines spectralement.
- la condition de retour en phase dépendant du déphasage à chaque réflexion, et donc de l'état de polarisation de la lumière, on peut pressentir que les deux modes de polarisation TE et TM formeront deux familles de résonance distinctes (ce qui sera détaillé dans le chapitre 2).

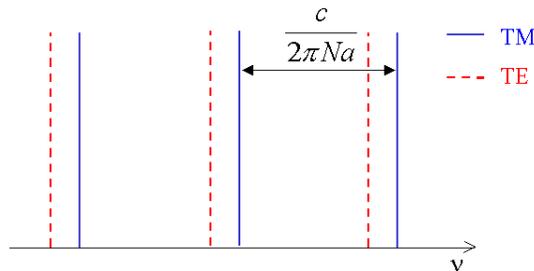


FIG. 1.4 – spectre de modes de galeries attendu

Une question découle de ces propriétés : ces modes étant très confinés, comment peut-on les exciter ? La méthode de couplage la plus simple consisterait à illuminer le résonateur avec une onde plane. On peut également focaliser un faisceau gaussien à la surface du résonateur. Ce sont des moyens utilisés par les équipes qui travaillent sur des micro-gouttelettes en suspension, cependant, ces modes d'excitation ne permettent pas d'exciter efficacement les modes les plus confinés. Le phénomène à l'origine des modes de galerie étant une succession de réflexions totales internes, le fait d'approcher un objet suffisamment près du résonateur (à une distance inférieure à l'épaisseur de peau c'est à dire là où le champ est évanescent) engendre une frustration de la réflexion qui est à l'origine d'une fuite de la lumière vers l'extérieur. Cette méthode n'est rien d'autre que le couplage par effet tunnel optique et elle permet symétriquement de faire pénétrer de la lumière à l'intérieur de la sphère et d'en extraire une partie.

Une fois le problème de l'injection résolu, il est naturel d'envisager des applications pour ces structures (constituée de la cavité associée à un mode de couplage) aux propriétés particulières et c'est ainsi qu'un bon nombre d'équipes scientifiques de part le monde ce sont penchées sur des utilisations dans des fonctions passives pour les réseaux télécom, ou bien actives (laser, effet non linéaire...)

1.2 Applications aux fonctions passives de filtrage et d'extraction

1.2.1 Les réseaux optique WDM (Wavelength Division Multiplexing)

Un réseau WDM transporte et distribue l'information par une onde optique confinée dans une fibre optique. Chaque fibre est parcourue par plusieurs longueurs d'onde (appelées canaux) situées dans une fenêtre de transparence infrarouge entre 1,3 et 1,6 μm . La largeur de cette fenêtre est limitée vers les basses longueurs d'onde par la diffusion Rayleigh ($\sim 0,2$ dB/km) et vers les hautes longueurs d'onde par l'absorption infrarouge. Entre les deux, l'atténuation est limitée par le pic d'absorption des ions OH^- (figure 1.5).

A l'intérieur de cette fenêtre de transparence, deux bandes de 40 nm sont particulièrement utilisées : la bande C (1525-1565 nm) et la bande L (1565-1605 nm). Dans ces fenêtres, le positionnement et l'espacement des canaux sont normalisés par l'ITU (International Telecommunication Union) : une transmission WDM courante se fait à une fréquence de 100 GHz ce qui correspond à un espacement entre canaux de 0,8 nm (figure 2.1). Il arrive également qu'on cherche à augmenter la quantité d'informations et donc à densifier le spectre en divisant cet espacement par deux : on parle de transmission DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexing).

Un réseau est constitué d'un boîtier source qui émet les longueurs d'onde porteuses de l'information, d'un canal de transmission (fibre optique) qui transporte toutes ces longueurs d'onde et d'un boîtier détecteur qui reçoit l'information. Cependant, une transmission op-

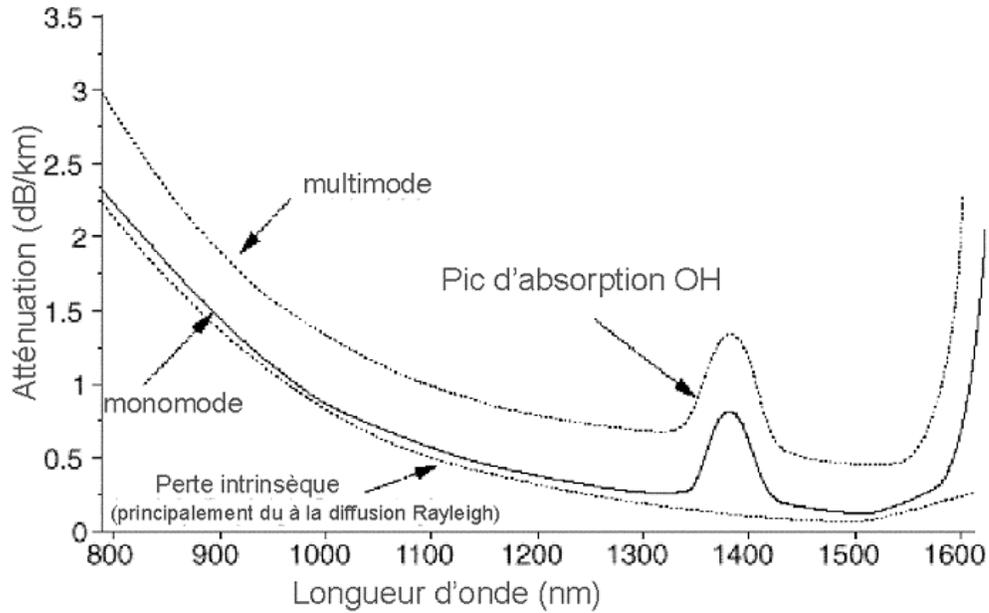


FIG. 1.5 – spectre d'absorption des fibres silice utilisées dans les réseaux télécom

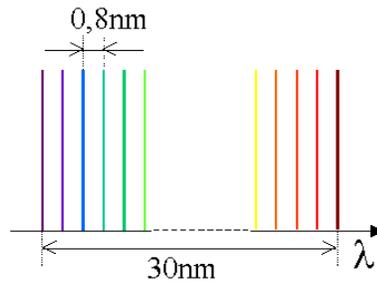


FIG. 1.6 – spectre d'un signal WDM à 100GHz

tique nécessitant un certain nombre de traitement du signal optique, d'autres composants sont placés le long de la fibre. Un composant est dit "actif" lorsqu'il nécessite un apport d'énergie pour fonctionner (comme un laser par exemple) et "passif" quand ce n'est pas le cas. Parmi les composants passifs indispensables à une transmission optique WDM on peut noter la fonction de filtrage : celle-ci a pour but de ne laisser passer qu'une certaine fenêtre de longueur d'onde (figure 1.7). Elle peut être utilisée pour sélectionner toute une bande



FIG. 1.7 – Illustration de la fonction de filtrage dans le cas d'un filtre passe bande

spectrale, ou bien un unique canal (longueur d'onde), ou bien encore pour réduire le spectre d'un signal optique.

Outre les filtres, on peut également citer les Modules d'Insertion Extraction (MIE) ou Optical Add Drop Multiplexer en anglais (OADM) qui permettent d'extraire une longueur

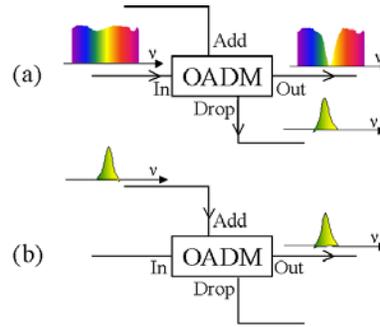


FIG. 1.8 – Illustration de la fonction d'extraction (a) et de la fonction d'insertion (b) d'un OADM

d'onde sans modifier le reste du spectre, et également de réinjecter un signal à cette même longueur d'onde sur la ligne de transmission (figure 1.8 et figure 1.9)). Une telle fonction

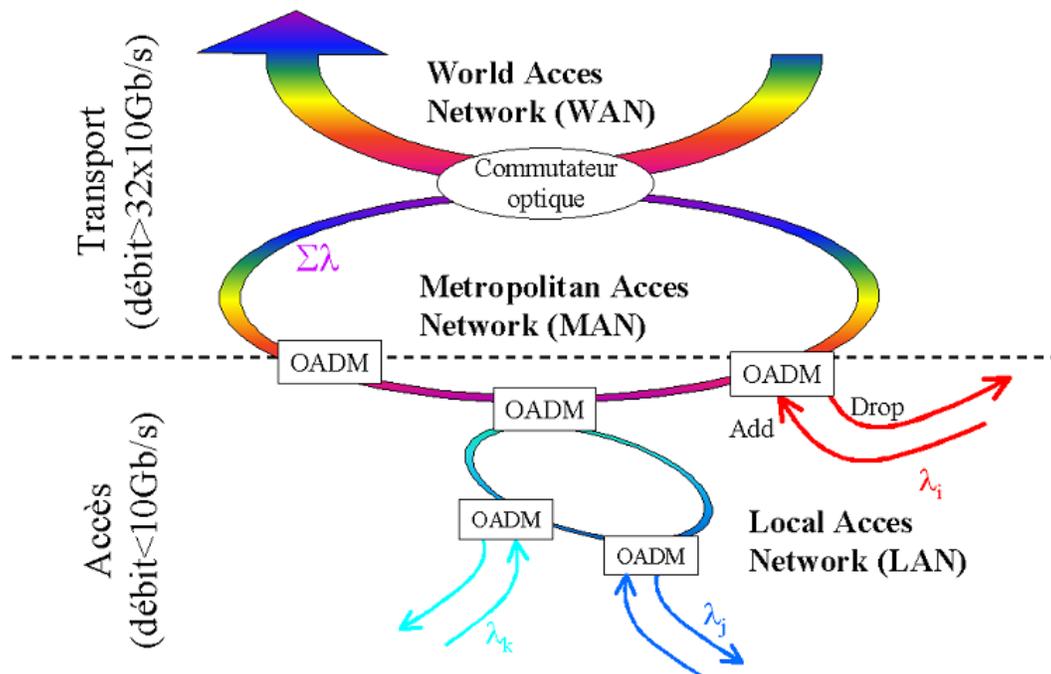


FIG. 1.9 – Représentation schématique d'un réseau optique

sera caractérisée par sa sélectivité en longueur d'onde, sa bande passante optique ainsi que par son efficacité d'extraction et son Cross-Talk. En effet, dans le cas idéal, à la longueur d'onde caractéristique de l'OADM, 100% de l'énergie incidente devrait sortir par le port DROP et rien par les autres ports or, en pratique, ce n'est pas le cas. L'efficacité d'extraction correspond donc à la fraction de l'intensité lumineuse incidente I_i qui sort par le port DROP (I_d/I_i), le Cross-Talk à ce qui sort par les ports OUT ($CT_t = I_t/I_i$) et ADD ($CT_a = I_a/I_i$). Quand à la fraction de l'intensité qui revient vers l'entrée on la nomme Return Loss ($RL = I_i^-/I_i$). La structure sera également caractérisée par son atténuation pour les longueurs d'onde non caractéristiques de l'OADM.

Ce type de fonction trouve des applications au niveau du réseau d'accès (figure 1.9) c'est à dire en bout de chaîne de transmission et permet d'aiguiller les informations vers les usagers.

1.2.2 Intérêt des résonateurs à modes de galerie

Les propriétés de filtrage de structures à base de micro-résonateurs ainsi que leur petite taille ont justifié de nombreuses études de fonctions passives pour le réseau optique WDM. Dans un premier temps, si on considère une cavité cyclique couplée à deux guides, un signal incident (avec une certaine largeur spectrale) va être couplé dans le résonateur *via* le premier guide, et, si le signal est centré sur une longueur d'onde de résonance de la cavité, le signal extrait par le deuxième guide aura la finesse spectrale du mode de galerie excité (figure 1.11 (a)). On réalise ainsi un filtre optique dont la finesse sera fixée par le facteur de qualité Q de la résonance ($Q = \lambda_0/\Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda$ la largeur spectral de la résonance). Or, il a été vu dans le paragraphe 1.1 que $\Delta\lambda$ étaient potentiellement (dans un cas idéal) extrêmement faible ce qui signifie que Q serait très élevé. En réalité, des pertes existent et sont par ailleurs plus importantes pour les structures planaires que pour les micro-sphères (en raison d'une plus grande surface de contact avec l'extérieur). Néanmoins, les valeurs de facteurs de qualité obtenus avec ce type de cavité (cf. §2.3.2) restent largement supérieur à ce que l'on peut obtenir avec n'importe quel autre type résonateur et si l'application visée nécessite un très grand facteur Q , on optera plutôt pour l'utilisation d'une sphère.

La géométrie sphérique permet l'existence de nombreuses familles de résonances (comme nous le verrons dans le chapitre 2) et cela se traduit par une forte densité de raies qui réduit la sélectivité en longueur d'onde (figure 1.10). Suivant la méthode de couplage choisie (par

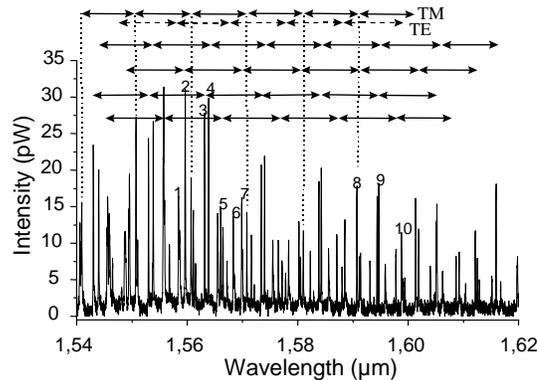


FIG. 1.10 – Spectre de fluorescence dans une sphère dopée mettant en évidence la densité de résonances autorisées dans une sphère

prisme par exemple) il est possible d'exciter de façon sélective une seule famille de mode et donc d'obtenir un spectre plus clair. Cependant, ces modes de couplage ne sont pas aisément intégrables et, dans le cadre d'applications télécom, ce paramètre peut être critique. Une autre façon de "nettoyer" le spectre de résonances est le passage en technologie planaire qui

permet, dans un premier temps, de limiter l'extension verticale du mode ce qui a pour effet de supprimer quelques familles de résonances mais qui, dans le même temps, augmente la largeur spectrale des modes (diminue Q). Ensuite, en limitant l'extension radiale des modes, c'est à dire en passant du disque à l'anneau, on fini d'épurer le spectre mais au détriment, une fois encore, du facteur de qualité. Il s'agit là d'une image simpliste mais elle permet de sentir les effets du passage en planaire, voire même du passage à l'anneau, sur le fonctionnement de la structure.

Quel que soit le résonateur utilisé, des fonctions d'insertion-extraction ont déjà été réalisées. Dans le principe, on injecte un signal incident par le port IN (cf. figure 1.11 (b)) qui comporte plusieurs longueurs d'onde dont une seule correspond à une résonance de la cavité. Seule cette partie du signal sera extraite et couplée au deuxième guide (port DROP). La

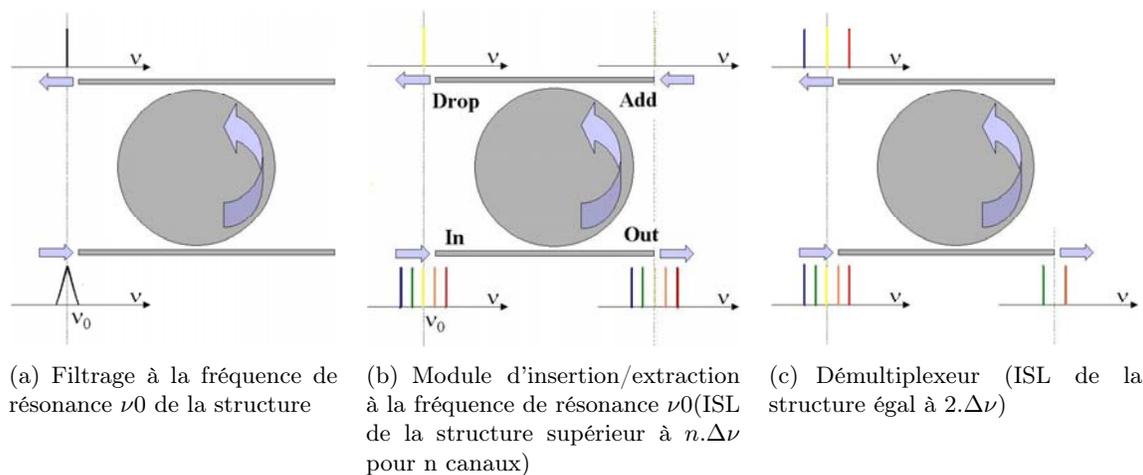


FIG. 1.11 – Exemples de fonctions passives utilisant les micro-résonateurs

structure étant symétrique on peut faire transiter cette même longueur d'onde du deuxième (port ADD) au premier guide (port OUT) et ainsi la réinjecter dans le signal WDM incident. Utilisant la même idée, si on considère des structures plus grandes (donc avec un espacement entre les résonances plus petit) on peut s'arranger pour qu'une longueur d'onde du signal WDM sur deux corresponde à une résonance de la cavité et donc extraire une longueur d'onde parmi deux (figure 1.11(c)). On réalise ainsi une fonction de démultiplexage.

1.2.3 Réalisations à base de sphères

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que, pour pouvoir utiliser des sphères dans les fonctions passives de type filtrage, il est indispensable d'utiliser un couplage permettant une excitation sélective des modes de galerie. Durant sa thèse, Françoise Lissillour a montré que le couplage par prisme était beaucoup plus sélectif que le couplage par fibre amincie [5]. Parmi les travaux publiés, on trouve également une techniques de couplage mise au point

par Ilchenko [6] qui utilise des fibres bizeautées (figure 1.12) et qui permettent de conserver la sélectivité du couplage par prisme tout en ayant les avantages de l'optique guidée.

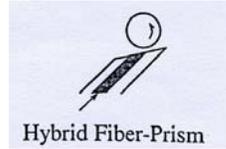


FIG. 1.12 – Couplage de sphère à l'aide d'une fibre bizeautée

réf.	matériau	\varnothing (μm)	Guide optique	ISL (nm/GHz)	$\Delta\nu$ (pm/GHz)	$Extract.$ (%/dB)	$Trans.$ (%/dB)	Q
[7]	silice	300	Fibres SMF $3\mu\text{m}$	0,01/1,3	1,6/0,02	50/-3	1/-20	7.10^6
[6]	silice	405	Fibres SMF bi- zeautées	0,02/2,6	0,05/0,007	23,5/-6,3	<i>nc</i>	3.10^7
[8]	silice	68	Fibres $3\mu\text{m}$	7,8/950	120/15	<i>nc</i>	0,16/-28	<i>nc</i>

TAB. 1.1 – Récapitulatif des réalisations de fonctions passives à base de sphères (à $1,55\mu\text{m}$)

le principal intérêt des sphères est leur haut facteur de qualité dont la principal utilisation passive serait un filtrage "ultime" (le plus fin que l'on puisse envisager). Cependant, il est rare que l'on ai besoin de propriétés aussi extrêmes dans les réseaux télécom. Malgré cela, quelques équipes travaillent sur l'utilisation des micro-sphères (de diamètre \varnothing variable couplées avec des fibres amincies ou bien bizeautées) pour la réalisation de fonctions passives dont les caractéristiques de filtrage sont regroupées dans le tableau 1.1.

ISL correspond à la distance entre deux résonances (en nm et en GHz), $\Delta\nu$ correspond à la largeur des résonances (en pm et en GHz) qui est liée au facteur de qualité par la relation $Q = \nu/\Delta\nu$. Les colonnes $Extract.$ et $Trans.$ correspondent à l'efficacité d'extraction et au Cross-Talk CT_t définies dans le paragraphe 1.2.1 (en % et en dB).

Les articles ne précisant pas tous les caractéristiques de leurs fonctions (nc = non communiqué) il n'est pas aisé de comparer les données du tableau. Cependant on peut voir que si une structure a un meilleur facteur de qualité, la puissance extraite par le port drop est plus faible, phénomène qui s'explique très bien de façon intuitive. En effet, si Q est élevé, cela signifie que les pertes de la cavité sont très faibles, et donc que le champ à l'intérieur est très peu couplé vers l'extérieur (donc l'extraction sera faible). On peut également noter que les micro-résonateurs sphériques sont de relativement grandes tailles (\varnothing =diamètre). Ceci s'explique en partie pour des raisons de fabrication et de manipulation.

1.2.4 Réalisation en technologie planaire : disques et anneaux

Ainsi, quelques travaux on pu montrer la faisabilité de fonctions passives utilisant des micro-sphères. Comme nous avons pu le voir dans le paragraphe précédent, ces résonateurs sont caractérisés par un très haut facteur de surtention ($Q = 10^7$). Ce paramètre est lié à la durée de vie τ du mode à l'intérieur de la cavité : plus Q est grand, plus τ est important (résonance fine) mais réciproquement, plus le temps pour coupler l'énergie à l'intérieur du mode va être long. Or, les fonctions télécom doivent traiter des impulsions d'autant plus courtes que le débit d'informations est élevé. Donc, seuls les modes ayant les moins bon facteurs de qualité (résonances plus larges) auront le temps d'être couplé, supprimant ainsi le principal avantage des micro-sphères vis à vis des structures planaires. De plus, l'assemblage de la structure (sphère et coupleur) pouvant difficilement être automatisé le coût de réalisation de la fonction sera élevé.

L'utilisation des technologies planaires permet d'envisager l'intégration de nombreuses fonctions sur une petite surface [9] et laisse présager un composant bas coût. De plus, les différents éléments de la structure étant gravés sur un même substrat, le système ne sera pas sensible aux vibrations comme cela peut être le cas pour une sphère couplée à une fibre.

En optique intégrée les ports d'entrée/sortie ne peuvent être que des guides carrés (ou rectangulaires). Il existe deux moyens de coupler le champ évanescent au micro-résonateur : soit en plaçant de guide de chaque côté du résonateur ("couplage latéral" figure 1.13 (a)), soit en plaçant les guides au-dessus ou en dessous de résonateur ("couplage vertical" figure 1.13 (b)). Le couplage vertical présente la particularité d'offrir une plus grande surface d'in-

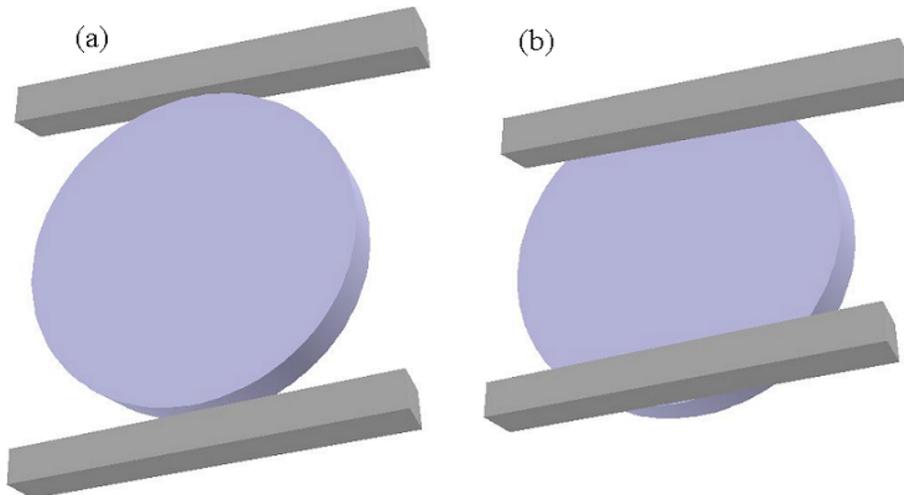


FIG. 1.13 – Illustration des deux types de couplage possible en optique planaire : (a) couplage latéral, (b) couplage vertical

teraction entre le guide et l'anneau et, si la technologie multicouches est bien maîtrisée, il est aisé de contrôler de façon très précise l'épaisseur de la couche tampon entre le résonateur et le guide avec un bon état de surface et ainsi, de maîtriser la valeur du coefficient de couplage. Cependant, cette technologie implique l'utilisation de plusieurs masques (augmentation du coût) et elle nécessite une très grande précision sur l'alignement de ces derniers. De son côté, le couplage latéral est beaucoup plus simple et moins onéreux à mettre en œuvre, mais la surface d'interaction entre le résonateur et le guide étant faible (contact quasi-ponctuel), les distances de couplage se trouvent extrêmement réduites si l'on souhaite un couplage aussi important qu'avec un couplage vertical. Cependant, cette technique permet la réalisation de guides amincies qui ont la particularité de déconfiner le champ et donc d'en faciliter le couplage avec le résonateur. Elle permet également de réaliser des résonateurs planaires en forme d'hippodrome [10] et ainsi d'augmenter la surface de couplage entre les guides et la structure résonante. Ainsi, le couplage latéral permet une bonne maîtrise du couplage (à condition de disposer d'une technique de lithographie d'assez bonne résolution) tout en ayant un coup de mise en œuvre relativement réduit.

Parallèlement aux études utilisant des micro-sphères, de nombreuses équipes ont travaillé sur les micro-disques et micro-anneaux avec l'objectif de réaliser des fonctions passives pour les réseaux télécom. Un échantillon de ces travaux sont regroupés dans le tableau 1.2.

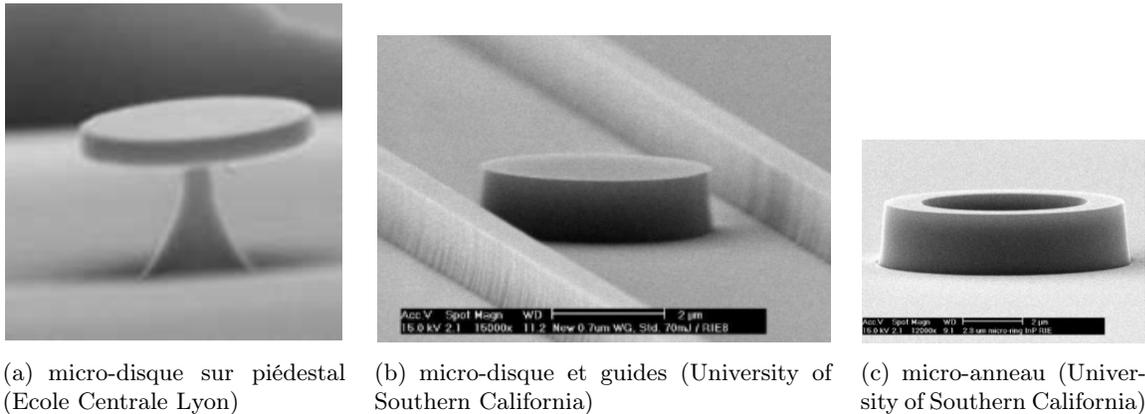


FIG. 1.14 – Exemple de réalisation

On peut tout d'abord constater une grande diversité de taille de résonateur corrélée avec une diversité des matériaux. Ceci s'explique par le fait que l'origine des modes de galerie est le phénomène de réflexion totale interne. Plus on va chercher à faire de petites structures, plus un fort contraste d'indice sera nécessaire afin de minimiser les pertes. C'est la raison pour laquelle seules les structures en matériaux semi-conducteurs ($N_{GaAs} = 3, 5$ et $N_{Si} = 3, 47$) ont des rayons de courbure inférieurs à 10λ .

Cependant, suivant les applications visées, d'aussi petites tailles de résonateurs ne sont pas forcément nécessaires et d'autres matériaux peuvent tout de même être utilisés. En par-

Réf.	Matériau	Résonateur	\varnothing (μm)	Couplage	ISL (nm/GHz)	$\Delta\nu$ (pm/GHz)	Extract. (%/dB)	Trans. (%/dB)	Q
[11]	Silice	Anneau	3000	Vertical	0,17/0,016	0,3/37,2	<i>nc</i>	<i>nc</i>	10^4
[12]	GaAs	disque anneau	10,5	Latéral	21,6/2,7 20,6/2,5	0,18/22,3 0,43/53,3	50/-3	<i>nc</i> <i>nc</i>	8500 <i>nc</i>
[13]	Silicium	Anneau	10	Latéral	20/2,5	<i>nc</i>	<i>nc</i>	<i>nc</i>	250
[14]	Silice- Polymère	Anneau	38	Vertical	10/1,25	1,2/148,8	«très faible»	<i>nc</i>	800
[15]	Polymère	Disque	156	Latéral	3/0,35	<i>nc</i>	<i>nc</i>	<i>nc</i>	<i>nc</i>
[16]	Si_3N_4	Anneau Disque	50 30	Latéral Vertical	<i>nc</i>	<i>nc</i> <i>nc</i>	1,7/-17,7 <i>nc</i>	70/-1,5 <i>nc</i>	<i>nc</i> <i>nc</i>
[17]	Polymère	Anneau	64	Vertical	8/1	<i>nc</i>	1/-20	<i>nc</i>	<i>nc</i>

TAB. 1.2 – Récapitulatif des réalisations de fonctions passives à base d'anneaux et de disques (à $1,55\mu m$)

ticulier, des équipes se sont intéressées à des structures réalisées à base de polymères en raison des propriétés optiques de ces matériaux, du faible coût de la matière première (en comparaison aux semi-conducteurs) et d'une relative facilité de mise en œuvre. Cependant, les résultats obtenus jusqu'à présent ne sont pas à la hauteur des possibilités des polymères ce qui justifie des travaux supplémentaires.

Ainsi, on trouve dans la littérature des réalisations de résonateurs planaires avec des tailles variant de $10\mu m$ à $3mm$.

Dans les articles, les efficacités d'extraction n'étant pas toujours stipulées il n'est pas facile de tirer des conclusions des données du tableau 1.2. Cependant, on peut noter qu'il semble que les 50% d'extraction obtenu avec le *GaAs* [12] soit le meilleur résultat obtenu (contre moins de 2% pour les autres). De plus, cette structure a un relativement haut facteur de qualité (inférieur d'un facteur 10^3 par rapport aux structures à base de micro-sphères du tableau 1.1) en raison de la technologie de gravure des semi-conducteurs qui est bien au point et qui permet de bons états de surface.

Le tableau 1.2 regroupe différentes réalisations à base d'un unique micro-résonateur couplé par guide dans un but d'application télécoms ($\lambda = 1,55\mu m$). Cependant d'autres études ont été menées pour des combinaisons de résonateurs ainsi que pour d'autres longueurs d'onde (en particulier $\lambda = 1,3\mu m$). Ainsi, la multiplication du nombre de structures couplées entre elles (en série ou en parallèle) permet de diminuer le cross talk et de réaliser des filtres large-bande [18], [19], [1] : le passage d'un anneau à deux permet de diminuer le cross-talk de 20dB, et également d'obtenir un filtre "carré" avec un facteur de forme (rapport de la largeur de bande à 1dB sur la bande à 10dB) qui passe de 0,17 pour un unique anneau à 0,4 pour deux (figure 1.15).

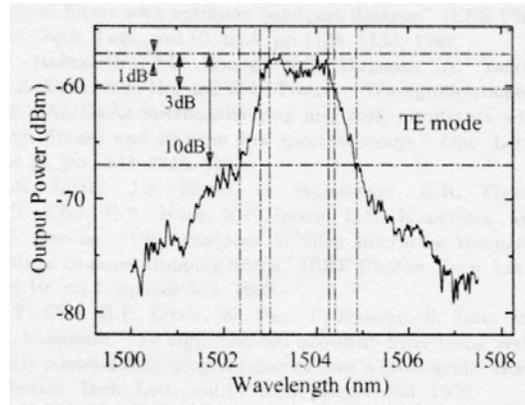


FIG. 1.15 – Réponse spectrale d'un filtre constitué de deux micro-anneaux couplés (extrait de [1])

On peut également, en choisissant le matériau de fabrication approprié, rendre ces filtres accordables [20] (accordabilité sur 9,4nm d'un filtre en anneau polymère) ou encore les utiliser comme des modulateurs [17] (en utilisant des polymères électro-optiques on peut obtenir une bande passante supérieure à 2GHz avec une tension de commande de 16V).

Enfin, les structures planaires peuvent permettre de s'affranchir du problème de la dépendance en polarisation. En ayant en tête la fonction de transfert d'une fonction à base de micro-résonateur (figure 1.4), on comprend qu'en utilisant une telle fonction pour filtrer un signal non polarisé (c'est à dire que tous les états de polarisation sont équiprobables) on perdra 3dB de base. En effet, à la longueur d'onde de résonance d'un mode TE par exemple, la structure agira sur le signal incident comme un polariseur, filtrant ainsi 50% de l'intensité lumineuse. Ceci vient du fait que chaque polarisation voit un indice de réfraction différent. L'utilisation des matériaux fortement biréfringents peut permettre de résoudre ce problème : par exemple, Kokobun recouvre son anneau par une couche de "florinated polyimide" dont l'épaisseur est calculée de façon à ce que l'indice effectif vu par chacune des polarisations soient les mêmes [21].

1.3 Application aux fonctions actives à modes de galerie

La propriété la plus intéressante des modes de galerie dans les micro-sphères est probablement leur très haut facteur Q , or nous avons vu qu'un fonctionnement impulsionnel ne permettait pas d'en tirer avantage. Ces structures sont donc plus adaptées à des applications actives continues.

Les travaux sur les applications passives des micro-sphères ont vu le jour au début des années 1990, mais ces études avaient été précédées par des travaux sur les micro-lasers. Dans les années 80, des études expérimentales utilisant les micro-gouttelettes de Rhodamine 6G ont montré l'existence d'effets laser dans de telles cavités [22], [23]. Cependant, en raison de

leur faible transparence et de leur courte durée de vie, l'utilisation de ces micro-gouttelettes étaient limitée. A la fin des années 80, Baer a réalisé le premier laser solide utilisant une sphère de $Nd - YAG$ de 5mm de diamètre [24] dont le seuil était de 100 mW . Vers la moitié des années 90 des recherches sur le couplage d'un champ avec les modes de galeries de sphères de silice par effet tunnel optique ont permis de rendre le pompage efficace et de tendre vers l'effet laser sans seuil : en utilisant le couplage par prisme, l'équipe de l'ENS a réussi à obtenir un seuil de 200 nW [25].

Les lasers micro-sphériques ont ensuite trouvé des applications pour l'étude des verres [26], pour l'obtention de lasers extrêmement fin (injection d'un laser esclave [27]) ou bien pour obtenir une source à photon unique (couplage avec des puits quantiques [28] ou de nanocristaux [29]) .

Il est également possible d'exploiter les propriétés des modes de galeries pour réaliser des lasers en fabriquant des micro-résonateurs à partir de matériaux semi-conducteurs. Cependant, en raison de leur mode de fabrication (épitaxie) ceci ne peut s'appliquer qu'à des résonateurs planaires (disques, anneaux). Dès 1991, Krauss rapportait avoir réalisé un laser à partir d'un disque de $84\mu m$ de diamètre en GaAs sur AlGaAs pompé électriquement, dont il espérait pouvoir abaisser le seuil jusqu'à 10mA [30]. En 2001 on a vu apparaître des structures plus exotiques comme le "Microgear laser" : il s'agit d'un disque de GaInAsP dont la courbure extérieure est gravée avec un réseau (de pas et de profondeur variable cf. figure 1.16). Fujita rapporte une émission laser dans la bande $1,6 - 1,67\mu m$ avec des seuils qui

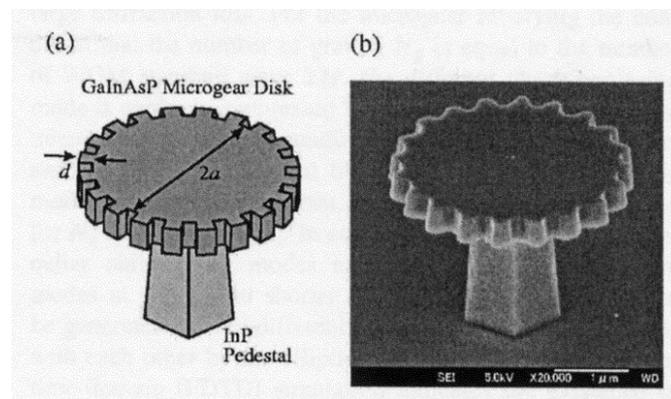


FIG. 1.16 – Représentation schématique (a) et photographie par microscopie électronique (b) du laser "microgear" (extrait de [2])

descendent jusqu'à $17\mu W$ (pompage optique par illumination directe de la face supérieure) [2].

Outre les applications laser, des travaux ont été effectués sur l'étude des non-linéarités dans les micro-résonateurs [31].

Chapitre 2

Eléments de théorie des WGMs

Dans le chapitre précédent, nous avons fait une présentation rapide et vulgarisée des modes de galerie qui avait pour but de faciliter la représentation physique de ces modes particuliers de propagation d'onde lumineuse. Cependant, cette représentation n'est scientifiquement pas satisfaisante d'un point de vue théorique. Pour être tout à fait rigoureux, il faut résoudre le problème électromagnétique exact en partant des équations de Maxwell. Ceci dit, les résultats obtenus de cette façon sont très complexes et nécessitent des approximations ultérieures pour pouvoir être exploités. Pour une première étude théorique des modes de galeries, on a donc recourt à une autre méthode qui consiste à résoudre l'équation Eikonale (équation sur la phase du champ).

2.1 Solutions de l'équation Eikonale

L'équation Eikonale est une équation sur la phase du champ que l'on obtient en cherchant des solutions scalaires de la forme $\Phi \propto \exp(iS)$ à l'équation d'Helmoltz :

$$\Delta\Phi + N(r)^2 k_0^2 \Phi = 0 \quad (2.1)$$

En faisant l'approximation de l'optique géométrique, également appelée approximation des "petites longueurs d'onde" car on suppose que la sphère est très grande par rapport à λ (ce qui revient à considérer que l'onde est localement plane) le Laplacien de Φ s'écrit :

$$\Delta\Phi \propto (-\nabla S)^2 + i \Delta S e^{iS} \quad (2.2)$$

Utilisant cette relation et séparant la partie réelle de l'équation 2.46 de la partie imaginaire on aboutit à l'équation Eikonale :

$$(\nabla S)^2 = N^2 k_0^2 \quad (2.3)$$

Dans le cadre d'un problème à une dimension la résolution de l'équation 2.4 aboutit au résultat connu, à savoir que quelle que soit l'onde sinusoïdale considérée, si deux points M_0 et M_1 sont sur un même trajet optique, le déphasage accumulé lors de la propagation entre

ses deux points s'exprime comme l'intégrale curviligne $S = \int_{M_0}^{M_1} N(s)k_0 ds$.

Dans le cas qui nous concerne, à savoir un problème à symétrie sphérique, l'équation 2.4 devient :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 = N^2 k_0^2 \quad (2.4)$$

Si on considère le moment angulaire déjà introduit dans le chapitre précédent, mais sans dimension ($\hbar = 1$) on a $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ avec $\vec{p} = \vec{\nabla} S$ soit :

$$\begin{cases} L_r = 0 \\ L_\theta = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial S}{\partial \varphi} \\ L_\varphi = \frac{\partial S}{\partial \theta} \end{cases} \quad (2.5)$$

En raison de la symétrie sphérique, il y a conservation de L. Si on pose $M = L_z$ on a alors $M = \partial S / \partial \varphi$. Ceci implique que $S = M\varphi$ et donc que le champ sera donc de la forme $e^{iM\varphi}$, or φ étant une variable cyclique ($\varphi = \varphi + \pi/2$), M est nécessairement un nombre entier noté m .

De plus, la norme de L vérifie :

$$L^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{M^2}{\sin^2 \theta} \quad (2.6)$$

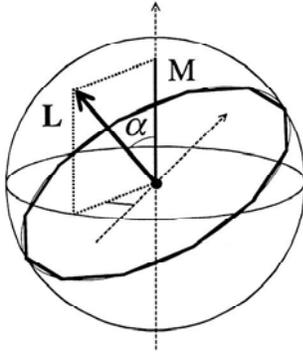


FIG. 2.1 – Représentation du moment angulaire L d'un mode de galerie dans le cas où il forme un angle α avec l'axe de référence

Il est possible d'appliquer la méthode de la séparation des variables, soit $\Phi(r, \theta, \varphi) = \Phi_1(r)\Phi_2(\theta)\Phi_3(\varphi)$ avec $\Phi_i(u_i) \propto e^{iS(u_i)}$ ce qui revient à exprimer la phase S comme la somme $S_1(r) + S_2(\theta) + S_3(\varphi)$ [32]. On obtient ainsi le système d'équation :

$$\begin{cases} \frac{dS_3}{d\varphi} = M & (a) \\ \left(\frac{dS_2}{d\theta}\right)^2 + \frac{M^2}{\sin^2 \theta} = L^2 & (b) \\ \left(\frac{dS_1}{dr}\right)^2 + \frac{L^2}{r^2} = N^2 k_0^2 & (c) \end{cases} \quad (2.7)$$

Le mouvement angulaire se compose d'une précession uniforme selon φ et d'une oscillation selon θ entre les deux valeurs $\theta = \pi/2 \pm \alpha$ avec $\alpha = \arccos |M|/L$. Ensuite, si on prend en compte l'effet Goos-Hänchen, il y aura une réflexion totale interne en $a_{eff} = a + \delta_p$ (voir figure 2.2), l'épaisseur de peau δ_p dépendant de la polarisation. Les sphères considérées étant de grandes tailles on peut l'approximer grâce à la formule de Fresnel : $r_p = e^{-2i\theta_p}$ avec $\tan \theta_p = \frac{\sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}}{P \cos i}$ et $P = N$ pour les modes TE (onde H) ou $P = 1/N$ pour les modes TM (onde E). En effet $Nk_o\delta_p \cos i = \pi/2 - \theta_p$. Ainsi, le mouvement radiale peut être perçu comme une oscillation entre la caustique interne définie par $r_1 = L/k_oN$ et le rayon externe a_{eff} .

Sur chaque période, chaque composante de la phase S_i accumule un déphasage ΔS_i . De plus,

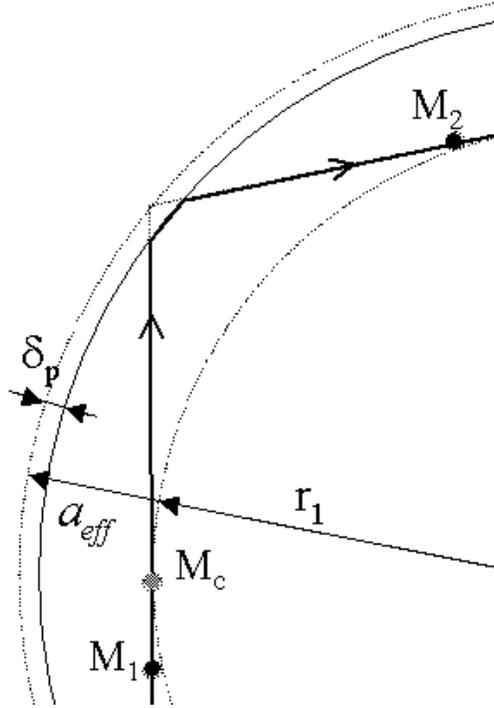


FIG. 2.2 – Représentation du trajet d'un rayon lumineux lors d'une réflexion sur la paroi extérieure d'une sphère

il faut prendre en compte les déphasages qui s'ajoutent lors des réflexions. Tout d'abord, lorsque l'onde se réfléchit sur chaque caustique, elle accumule un déphasage de $\Delta\Phi_c = -\pi/2$ [33]. Ceci se produit deux fois pour le mouvement angulaire (en $\theta = \pi/2 + \alpha$ et en $\theta = \pi/2 - \alpha$) et une fois pour le mouvement radiale (en r_1). Ensuite, à chaque réflexion totale interne, un déphasage dépendant de la polarisation s'ajoute. Ce déphasage vaut : $\Delta\Phi_p = 2\theta_p$ et est automatiquement pris en compte si on calcule le déphasage accumulé entre r_1 et a_{eff} . si on reprend l'équation 2.7(c) et qu'on calcule le déphasage accumulé entre M_1 et M_2 (définis dans la figure 2.2) on obtient $2 \int_{r_1}^{a_{eff}} \sqrt{(Nk_o)^2 - (L/r)^2} dr$.

Or, entre M_1 et M_2 le déphasage peut s'exprimer facilement comme un déphasage global dû à la réflexion totale interne qui vaut $n \times 2\pi$ auquel s'ajoute le déphasage en M_c qui vaut

$-\pi/2$.

Ainsi, en introduisant la fonction f telle que $f(x) = \int_0^x \sqrt{1-1/y^2} dy$ ¹, on arrive à la relation :

$$\frac{L}{\pi} f\left(\frac{Nk_0 a_{eff}}{L}\right) = n - \frac{1}{4} \quad (2.8)$$

Les modes de galeries étant soumis à un retour en phase après un tour, chaque composantes du déphasage ΔS_i doit être un multiple de 2π . On obtient une quantification tout d'abord azimuthale avec $M = m$ et une quantification angulaire avec $L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \simeq \ell + 1/2$ (en effet, si on reprend la relation 1.1 dans le cadre de l'approximation géométrique, à savoir $\lambda_0 \ll a$, elle impose forcément $\ell \gg 1$) et une quantification radial avec n .

Ainsi, pour une polarisation donnée, chaque résonance sera définie par 3 nombres n, ℓ, m dont on peut encadrer les valeurs possibles. Tout d'abord, on a : $-\ell < m < \ell$. Ensuite, en prenant en compte l'effet Goos-Hänchen et la condition $i > i_c$ avec $\sin i_c = 1/N$ on obtient la relation d'ordre : $a_{eff}/N < r_1 < a_{eff}$. En remplaçant r_1 par sa valeur cette relation devient $x_{eff} < L < Nx_{eff}$ (avec $L = \ell + 1/2$ d'où un encadrement des valeurs de ℓ) en fonction du paramètre de taille effectif $x_{eff} = 2\pi a_{eff}/\lambda$. Cette relation est équivalente à $1 < Nk_0 a_{eff}/L < N$. De plus, la fonction f est croissante et $f(1) = 0$, d'où l'encadrement des valeurs de n :

$$0 < n - \frac{1}{4} < \frac{L}{\pi} \left(\sqrt{N^2 - 1} - \arccos \frac{1}{N} \right) \quad (2.9)$$

Ainsi, la résolution de l'équation Eikonale, qui ne donne pas de solution exacte mais une bonne approximation, nous permet d'aboutir à un encadrement des variables quantiques m et n , ayant déjà obtenu une relation nous permettant d'estimer la valeur de ℓ (équation 1.1) en fonction des caractéristiques physiques du résonateur (indice de réfraction et taille).

Si on considère une sphère en silice ($N \simeq 1,45$) de $50 \mu m$ de diamètre les valeurs de ℓ sont comprise entre 102 et 146. Pour une valeur de ℓ moyenne et égale à 120 on trouve que l'ordre radiale n peut atteindre 9. Cette valeur est à comparer à celle obtenu par les équipes qui étudient et modélisent des structures de petite taille ($a=5 \mu m$) en semi-conducteur ($N=3$) avec des ordre ℓ égaux à 25 ce qui donne un ordre n maximal égal à 13.

Tous ces ordres étant susceptible d'exister dans la cavité, cela aboutit à une forte densité de pic dans le spectre de modes de galerie. Pour limiter cela, il est possible de tenter de n'exciter qu'un ordre n en particulier lors du couplage ce qui peut se faire en utilisant un prisme par exemple qui a la particularité de permettre de maîtriser l'accord de phase ("phase matching") entre le mode incident et le mode que l'on souhaite exciter.

2.2 Solutions du problème électromagnétique exact

Pour décrire rigoureusement les modes de galeries dans les sphères, il faut résoudre les équations de Maxwell en prenant en compte les conditions aux limites imposées à l'interface sphère/milieu extérieur. Pour ce faire, on utilise la méthode d'Hansen qui permet d'obtenir

¹ $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - \arccos(1/x)$ donc $f(1) = 0$

4 solutions à l'équation d'Helmoltz $\Delta\vec{E} + N^2(r)k_0^2\vec{E} = 0$ avec $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$.

Les solutions vectorielles sont obtenues à partir de l'équation scalaire :

$$\Delta\psi(r) + N^2(r)k_0^2\psi(r) = 0 \quad (2.10)$$

avec $N(r)$ qui vaut N à l'intérieur de la sphère ($r < a$) et 1 à l'extérieur (si on considère que la sphère est entourée d'air).

La dépendance angulaire du champ étant naturellement décrite par les harmoniques sphériques, deux nombres quantiques ℓ et $m = -\ell, \dots, 0, \dots, \ell$ doivent être introduits (le signe de m correspondant au sens de circulation de l'onde autour du centre de la sphère). Ainsi $\psi(r) = \frac{f(r)}{r}Y_\ell^m(\hat{r})$ avec \hat{r} le vecteur unitaire et Y_ℓ^m les harmoniques sphériques.

Pour une solution ψ de cette forme, on trouve que $f(r)$ doit être solution de l'équation :

$$f''(r) + \left(N^2(r)k_0^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right) f(r) = 0 \quad (2.11)$$

On reconnaît l'équation Riccati-Bessel. Ainsi la dépendance radiale du champ s'exprimera de la façon suivante :

$f_\ell(r) = \psi_\ell(Nk_0r)$ pour $r < a$ et $f_\ell(r) = \alpha\psi_\ell(k_0r) + \beta\chi_\ell(k_0r)$ pour $r > a$ où ψ_ℓ est une solution régulière de l'équation telle que $\psi_\ell(0) = 0$ et χ_ℓ une solution irrégulière c'est à dire $\chi_\ell(\rho) \xrightarrow{\rho \rightarrow 0} -\infty$. Ainsi $\psi_\ell(\rho) = \rho j_\ell(\rho) = \sqrt{\pi\rho/2}J_{\ell+1/2}(\rho)$ et $\chi_\ell(\rho) = \rho n_\ell(\rho) = \sqrt{\pi\rho/2}N_{\ell+1/2}(\rho)$ (où j_ℓ et n_ℓ sont les fonctions de Bessel et de Neumann sphériques et $J_{\ell+1/2}$ et $N_{\ell+1/2}$ sont les fonctions cylindriques).

On peut constater que l'équation radiale 2.11 est très proche de l'équation de Schrödinger (équation 2.12) avec un pseudo-potentiel en cuvette (équation 2.13) du à la discontinuité de l'indice de réfraction à la surface de la sphère (figure 2.3)

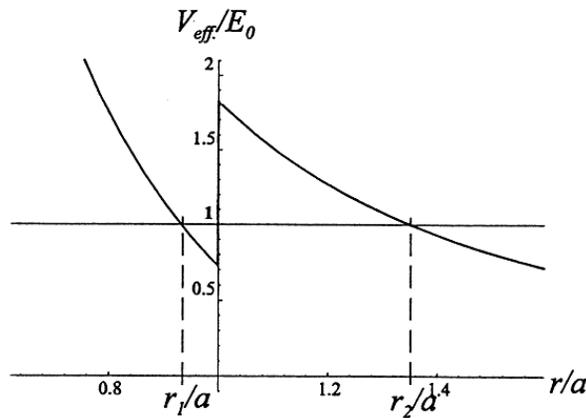
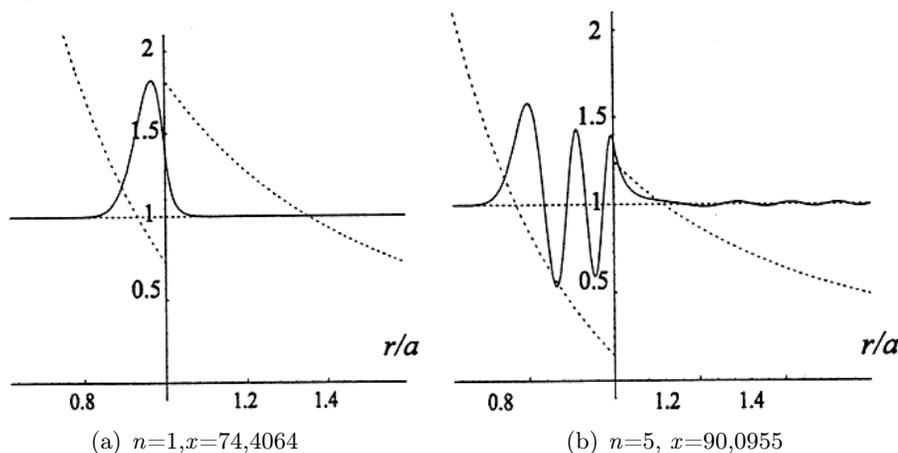
$$-f''(r) + V_{eff}(r)f(r) = Ef(r) \quad (2.12)$$

$$\text{avec } V_{eff}(r) = k_0^2(1 - N^2(r)) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \quad (2.13)$$

$$\text{et } E = k_0^2 \quad (2.14)$$

Cette approche, développée par Nussenveig [34], nous permet d'avoir une compréhension plus aisée des propriétés des modes de galerie qui nous apparaissent ainsi comme des états quasi-fondamentaux de la lumière. Comme on peut le constater sur la figure 2.4, le nombre quantique n qui correspondait au nombre d'oscillation entre la caustique interne et la surface de la sphère dans le cas de l'approche Eikonale, correspond également au nombre de lobes de la distribution radiale du champs dans la sphère.

À l'intérieur de la barrière de potentiel, le champ est évanescents. La lumière, prisonnière de ces modes, ne pourra s'échapper que par effet tunnel : en effet, au delà de cette barrière, le champ redevient radiatif et une petite partie de l'énergie peut donc sortir de la sphère. Ainsi, ces modes de galerie sont, par définition, des modes à fuites. Cependant, pour les modes les

FIG. 2.3 – Profil du potentiel d'une sphère isolée pour $n=1$ et $x=74,4064$ FIG. 2.4 – Distribution radiale du champ dans le cas particulier où $N=1,45$ et $\ell=100$ (extrait de [3])

plus confinés (n faible et ℓ maximal), cette partie radiative est extrêmement faible, ce qui implique que les facteurs de qualité de ces modes soient très grands (cf. §2.3.2)

En utilisant la méthode de Hansen [35], les solutions de l'équation d'Helmholtz vectorielle sont déterminées à partir de la solution scalaire $\psi(r)$ en posant les vecteurs :

$$\begin{cases} \vec{L} = \overrightarrow{\text{grad}}\psi \\ \vec{M} = \overrightarrow{\text{Rot}}(\hat{r}\psi) \text{ où } \hat{r} \text{ est le vecteur radial unitaire} \\ \vec{N} = \frac{1}{k} \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{M} \end{cases} \quad (2.15)$$

les deux derniers vecteurs vérifient bien $\text{div}\vec{M} = 0$, $\text{div}\vec{N} = 0$ et $\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{M} = -\frac{\partial\vec{N}}{\partial t}$ et sont solutions de l'équation d'Helmholtz vectorielle. Le champ \vec{M} étant orthoradial, il représentera le champ électrique des modes TE dont le champ magnétique variera comme \vec{N} (et

inversement pour les modes TM). Ses solutions peuvent se décomposer dans la base des harmoniques sphériques vectorielles décrites par Jackson [36] :

$$\begin{cases} \vec{Y}_{\ell m}^{(m)} = \frac{\overrightarrow{\text{grad}} Y_{\ell}^m \wedge \hat{r}}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} & : \text{noté } \vec{X}_{\ell}^m \\ \vec{Y}_{\ell m}^{(e)} = \frac{r \text{grad} Y_{\ell}^m}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} & : \text{noté } \vec{Y}_{\ell}^m \\ \vec{Y}_{\ell m}^{(o)} = Y_{\ell}^m \hat{r} & : \text{noté } \vec{Z}_{\ell}^m \end{cases} \quad (2.16)$$

On obtient donc les solutions exactes suivantes :

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{TE}(\vec{r}) = E_0 \frac{f_{\ell}(r)}{k_0 r} \vec{X}_{\ell}^m \\ \vec{B}_{\ell m}^{TE}(\vec{r}) = -\frac{iE_0}{c} \left(\frac{f'_{\ell}(r)}{k_0^2 r} \vec{Y}_{\ell}^m + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_{\ell}(r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_{\ell}^m \right) \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{TM}(\vec{r}) = \frac{E_0}{N} \left(\frac{f'_{\ell}(r)}{k_0^2 r} \vec{Y}_{\ell}^m + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_{\ell}(r)}{k_0^2 r^2} \vec{Z}_{\ell}^m \right) \\ \vec{B}_{\ell m}^{TM}(\vec{r}) = -\frac{iE_0}{c} \frac{f_{\ell}(r)}{k_0 r} \vec{X}_{\ell}^m \end{cases} \quad (2.18)$$

2.3 Propriétés des résonances

2.3.1 Positions

La continuité des composantes tangentielles du champ à la surface de la sphère impose les relations suivantes :

$$\begin{cases} \psi_{\ell}(Nk_0 a) = \alpha \psi_{\ell}(k_0 a) + \beta \chi_{\ell}(k_0 a) \\ P \psi'_{\ell}(Nk_0 a) = \alpha \psi'_{\ell}(k_0 a) + \beta \chi'_{\ell}(k_0 a) \end{cases} \quad (2.19)$$

avec $P = N$ pour les modes TE et $P = N^{-1}$ pour les modes TM.

L'expression exacte de ces solutions qui passe par la détermination des deux constantes α et β n'est pas aisée. On procède donc à une première approximation qui consiste à supposer la partie radiative externe du champ nulle, soit $\alpha = 0$. Il s'agit là bien d'une approximation car, comme on l'a vu précédemment (cf. paragraphe 2.2) et comme on le verra dans le chapitre concernant les résultats expérimentaux sur les lasers micro-sphériques couplés à un miroir, cette partie radiative existe et est non négligeable compte tenu des effets observés.

Avec cette approximation la condition de résonance, en fonction du paramètre de taille, peut s'écrire :

$$P \frac{\psi'_{\ell}(Nx)}{\psi_{\ell}(Nx)} = \frac{\chi'_{\ell}(x)}{\chi_{\ell}(x)} \quad (2.20)$$

ou bien en utilisant les fonctions de Bessel et de Neumann introduites dans le paragraphe 2.2 :

$$P \frac{J'_{\nu}(Nx)}{J_{\nu}(Nx)} = \frac{N'_{\nu}(x)}{N_{\nu}(x)} \quad (2.21)$$

où $\nu = \ell + 1/2$.

Cependant, cette équation qui relie les valeurs de x (donc les positions des résonances) aux caractéristiques physiques du résonateur (N et a) est toujours compliquée et ne peut être résolue que de façon numérique. Or, pour la suite, il est indispensable de disposer d'une relation analytique nous donnant accès à ces positions, on a donc recouru à une approximation supplémentaire développée par Lam . *et al.* [37] qui consiste à se placer dans le cadre de sphères assez grandes et à faire des développements limités suivant ν .

Si on cherche à donner une interprétation physique à cette grandeur ν , on peut voir qu'elle correspond au moment angulaire et vaut donc $\nu = Nx \sin i$. L'angle i étant borné en raison des conditions de réflexions totales internes (cf. partie 1) on a donc $x \leq \nu \leq Nx$. Ainsi, pour des sphères de grande taille, ν est de l'ordre de grandeur de x et il peut donc être utile de définir la variable $\mu = \nu/x$. De plus, pour des rayons très confinés à la surface de la sphère l'angle $i \simeq \pi/2$ on s'attend à ce que $|Nx - \nu|$ soit faible. En pratique, cette différence s'exprime en $\nu^{1/3}$. On peut définir la variable t ($t = O(1)$) par :

$$Nx = \nu + t\nu^{1/3} \quad (2.22)$$

Il est ensuite possible de développer les quantités qui apparaissent dans la relation 2.21 en série de puissance $-1/3$ de ν (cf. page 367 de la référence [38]) :

$$J_\nu(Nx) \sim \frac{2^{1/3}}{\nu^{1/3}} Ai(-2^{1/3}t) \left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} f_j(t)/\nu^{2j/3} \right] + \frac{2^{2/3}}{\nu} Ai'(-2^{1/3}t) \sum_{j=0}^{\infty} g_j(t)/\nu^{2j/3} \quad (2.23)$$

$$N_\nu(x) \sim -\frac{e^{\nu(\beta - \tanh \beta)}}{(\pi \nu \tanh \beta/2)^{1/2}} \left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{u_j(\coth \beta)}{\nu^j} \right] \quad (2.24)$$

et de même pour les dérivées.

Dans les expressions précédentes, Ai est la fonction d'Airy définie page 446 de la référence [38], f_j, g_j (cf. page 367) et u_j (cf. page 366) sont des polynômes connus et $\cosh \beta = \mu$.

Les quantités de chaque coté du signe égal de la relation 2.21 valent donc :

$$\frac{PJ'_\nu(Nx)}{J_\nu(Nx)} \sim -P \frac{2^{1/3}}{\nu^{1/3}} \frac{Ai'(-2^{1/3}t)}{Ai(-2^{1/3}t)} \quad (2.25)$$

$$\frac{N'_\nu(x)}{N_\nu(x)} \sim -|\sinh \beta| = -\sqrt{\mu^2 - 1} \quad (2.26)$$

On peut constater en regardant l'équation 2.25 que, quand $\nu \rightarrow \infty$ la puissance $1/3$ de ν ne peut être compensée que si $Ai(-2^{1/3}t) = O(\nu^{-1/3}) \rightarrow \infty$ ce qui veut dire que $2^{1/3}t$ doit être très proche d'une racine α_i de $Ai(-z)$:

$$2^{1/3}t = \alpha_i + O(\nu^{-1/3}) \quad (2.27)$$

Ainsi, si on utilise ce résultat dans la relation 2.22 on obtient une relation donnant la position des résonances au 1er ordre, à savoir :

$$Nx_{\ell,i} = \nu + 2^{-1/3} \alpha_i \nu^{1/3} + O(1) \text{ avec } \nu = \ell + \frac{1}{2} \quad (2.28)$$

Il est possible de pousser ce développement plus loin et de limiter ainsi les approximations :

$$Nx = \nu + a_1\nu^{1/3} + a_0\nu^0 + a_{-1}\nu^{-1/3} + \dots \quad (2.29)$$

$$\text{avec } a_1 = 2^{-1/3}\alpha_i, a_0 = -\frac{P}{\sqrt{N^2-1}} \text{ et } a_{-1} = \frac{3}{10}2^{-2/3}\alpha_i^2 \quad (2.30)$$

A partir de cette relation, on peut exprimer les écarts fréquentiels entre modes d'une même famille, c'est à dire dont seul l'indice ℓ diffère ou bien uniquement la polarisation.

$$\Delta\nu_{n,\ell}^{\Delta\ell} \simeq \frac{c}{2\pi Na} \quad (2.31)$$

où $\Delta\nu_{n,\ell}^{\Delta\ell} = c(x_{n,\ell+1} - x_{n,\ell})/2\pi a$.

Par analogie avec les modes d'un Fabry-Pérot, cet écart est dénommé "pseudo Intervalle Spectral Libre" (pseudo ISL).

$$\Delta x_{n,\ell}^{TE,TM} \simeq \frac{c}{2\pi Na} \frac{\sqrt{N^2-1}}{N} \quad (2.32)$$

L'expression 2.29 nous montre que tout changement d'indice ou de rayon entraînera un changement dans la position des résonances. Par exemple, les variations thermiques, qui gènèrent une dilatation ou une modification de l'indice, entraîneront un déplacement des résonances.

2.3.2 Facteur de qualité

Comme nous l'avons introduit dans le paragraphe 1.1, la durée de vie τ des photons à l'intérieur du micro-résonateur est très élevée. Cette durée de vie est liée à la notion de facteur de qualité Q de la cavité par la relation $Q = \omega\tau$ avec ω la pulsation du champ considéré. Une interprétation énergétique de Q est également possible : il s'agit du rapport entre l'énergie moyenne E dans le mode résonant et de l'énergie ΔE dissipée dans ce même mode sur une période d'oscillation à 2π près :

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} \quad (2.33)$$

ce qui s'écrit également :

$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} \quad (2.34)$$

avec $\Delta\omega$ la largeur de la résonance. Cette interprétation énergétique nous permet de définir τ comme étant la durée caractéristique d'amortissement de l'énergie à l'intérieur de la cavité. Toujours dans le paragraphe 1.1, nous avons suggéré que, dans le cas idéal d'un micro-résonateur sans perte, la durée de vie et par conséquent Q seraient infini. Ceci correspondrait à une résonance infiniment fine. Dans le cas réel d'une sphère isolée, des pertes existent et c'est la somme de tous les différents termes de perte qui définit le coefficient de qualité de la résonance :

$$Q^{-1} = Q_{diff}^{-1} + Q_{att}^{-1} + Q_{surf}^{-1} \quad (2.35)$$

Le premier terme correspond aux pertes dues à la diffraction de l'onde à la surface du résonateur. Il s'agit là de perte intrinsèque à la cavité dont la valeur ne dépend que de la taille du résonateur et de la résonance considérée.

Le deuxième terme représente les pertes de propagation dues au fait que les matériaux utilisés ne sont pas totalement transparent.

Le dernier terme provient de la diffusion par les irrégularités de la surface du résonateur

En pratique, les sphères qui sont étudiés ne sont pas isolées, car il est nécessaire d'exciter les modes de galerie et d'en coupler une partie vers l'extérieur afin pouvoir les caractériser. Aux termes de la relation 2.35 il faut donc ajouter un terme $1/Q_{coupl}$ qui correspond aux pertes dues au mode de couplage. Si le couplage avec l'extérieur est faible, ce dernier terme ne sera pas prépondérant sur la valeur de Q mesurée, mais plus le couplage va augmenter, plus ce terme va prendre de l'importance. On présente bien l'effet primordial de ces pertes sur la détermination du facteur de qualité, il n'est cependant pas aisé d'en définir rigoureusement l'influence. Par contre, il est possible d'évaluer les valeurs numériques des autres termes de la relations 2.35 :

Les pertes par diffraction : Comme il a été vu dans le paragraphe 2.2, au delà d'une certaine distance à l'extérieur du résonateur ($r > r_2$), le champ redevient radiatif. Cela se traduit par une perte d'énergie pour le mode considéré par effet tunnel optique. La barrière étant moins haute pour les modes d'ordre n élevé, leur partie radiative à l'extérieur de la sphère est plus importante que pour les modes les moins confinés. Ils subiront donc plus de pertes.

Pour estimer ces pertes il faut comparer la partie du champ oscillant à l'extérieur de la sphère par rapport au champ à l'intérieur. Dans sa thèse, Francois Treussard en a donné une expression approchée :

$$Q_{diff} \simeq x e^{2(\ell+1/2)g\left(\frac{x}{\ell+1/2}\right)} \quad (2.36)$$

avec $g(y) = -\sqrt{1-y^2} + \arg \cosh(1/y)$ et x le paramètre de taille, fonction de l'ordre n et de la polarisation (cf. relation 2.29).

Cette équation permet de vérifier que Q_{diff} décroît bien lorsque n augmente. Elle permet également de dire que pour un mode donné, le facteur de qualité de la polarisation TE est légèrement plus grand que celui de la polarisation TM.

Ce facteur de qualité peut atteindre des valeurs de l'ordre de 10^{40} pour les modes le plus confiné ($n = 1$) d'une sphère silice de $50 \mu m$ de diamètre. Les pertes par diffraction restent négligeables face aux pertes par absorption tant que l'on considère des modes assez confinés (jusqu'à $n = 10$ pour l'exemple précédent) et des résonateurs de tailles supérieures à la dizaine de micron.

Les pertes par absorption et par diffusion : le choix d'un matériau très transparent et le soin apporté à la fabrication du micro-résonateur sont déterminant pour minimiser les

pertes par absorption. Celles ci s'expriment à partir de la relation :

$$Q_{att} \simeq \frac{4,3}{\alpha} \frac{2\pi N}{\lambda} \quad (2.37)$$

avec α le coefficient d'atténuation en dB/m.

Dans le cas de la silice ($\alpha=0,17$ dB/km à $1,55 \mu m$) on trouve $Q_{att} \simeq 10^{11}$.

L'état de surface peut également influencer le coefficient de qualité. En effet une rugosité entraîne de la diffusion qui s'ajoute aux pertes par absorption.

$$Q_{surf} = \frac{3\lambda^2 \ell^{10/3}}{16\pi^5 \sigma^2 N^2 n^{5/2}} \quad (2.38)$$

avec σ l'inhomogénéité de surface. Si on cherche à évaluer l'ordre de grandeur de ce facteur de qualité dans le cas d'une sphère de silice de $50 \mu m$ de diamètre ($\ell = 120$) pour le mode le plus confiné ($n = 1$) et une inhomogénéité de surface de $50 nm$ on trouve $Q_{diff} \simeq 10^6$.

2.4 Micro-résonateurs planaires : modes de galeries ou modes guidés

Comme il a pu être constaté dans le premier chapitre, les applications passives des modes de galeries se font, dans la majorité des cas, par le biais de structures planaires telles que le disque ou l'anneau. Cependant, le confinement horizontal et éventuellement latéral des modes de propagation qui est introduit par l'utilisation de ces géométries nous amène à nous demander s'il s'agit toujours de modes de galerie tels qu'ils ont été définis dans ce qui précède ou bien s'il s'agit de modes guidés. En effet, si on visualise la distribution des modes de galerie dans une sphère (figure 1.9) on retrouve bien que la quantification m définit l'extension azimutale du champs et n l'extension radiale. Si on passe d'une sphère à un disque, suivant l'épaisseur choisie tous les ordres m ne pourront plus exister librement. De même, dans le cas d'un anneau, suivant son rayon interne on va interdire l'existence de certains modes d'ordre $n > 1$. On voit bien que ces structures introduisent un confinement qui n'existe pas dans les sphères et qu'on ne peut plus parler dans ce cas de modes de galerie.

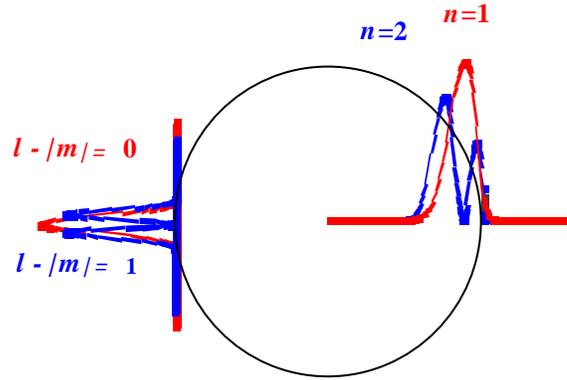
Cette première approche visuelle permet de comprendre la différence qui existe entre les modes dans une sphère et les modes dans des structures planes, cependant, pour être tout a fait rigoureux, il convient de résoudre le problème planaire de façon indépendante.

Il s'agit de résoudre l'équation de propagation dans le cas d'un disque ou d'un anneau et, pour ce faire il nous faut passer d'une symétrie cylindrique à une symétrie cartésienne par une transformation conforme [39].

L'équation de propagation en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 \phi} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k_i^2 \Psi = 0 \quad (2.39)$$

avec $k_i = n_i k_0$ et n_i l'indice dans le milieu i

FIG. 2.5 – Visualisation des nombres quantiques m et n

Si on cherche des solutions de la forme $\Psi(r, \phi, z) = F(r, \phi)H(z)$ avec $H(z) \propto e^{jk_z z}$ l'équation de propagation devient :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} + (k_i^2 - k_z^2)F = 0 \quad (2.40)$$

Pour faire la transformation conforme on pose : $u = R \ln \frac{r}{R}$ et $v = R\phi$ et l'équation devient :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial v^2} + q_i^2 e^{2u/R} F = 0 \quad (2.41)$$

avec $q_i^2 = k_i^2 - k_z^2$

Ainsi, traiter le cas d'un disque dans le système de coordonnées (r, ϕ) revient à traiter la propagation dans un demi-plan dans le système (u, v) (avec des indices de réfraction qui évoluent de façon exponentielle suivant u comme on le voit sur la figure 2.6(a)) et le cas de l'anneau se ramène à un guide droit (figure 2.6(b)).

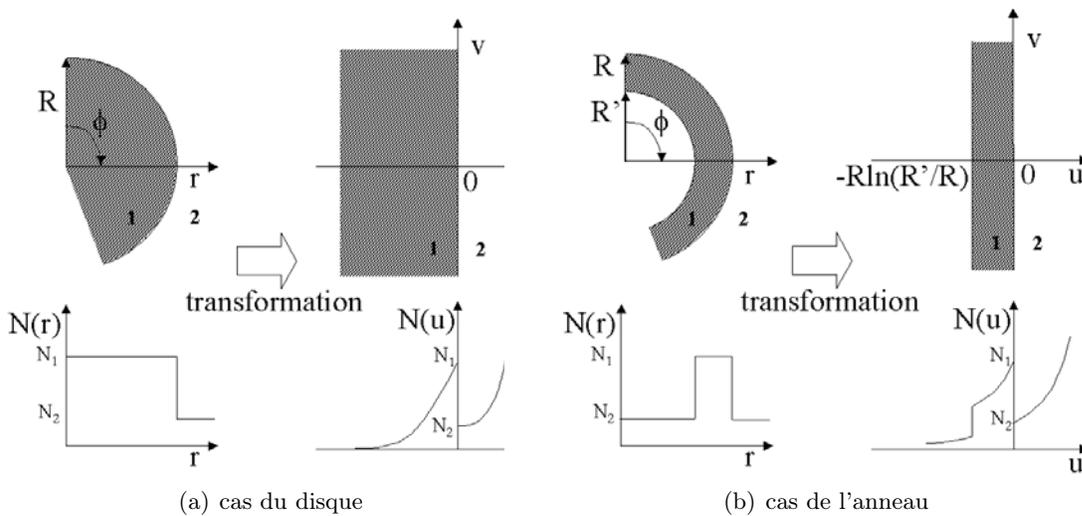


FIG. 2.6 – Effet de la transformation conforme sur la géométrie des résonateurs plan

Dans le cas du disque, aux vues de l'évolution des indices de réfraction, on retrouve les mêmes formes de potentiel que pour les sphères (cf. §2.2) ce qui nous donne des modes de propagation assez proches de modes de galerie obtenus en 3D, au confinement azimuthal près. L'ajout des deux surfaces (supérieure et inférieure) aura cependant un effet sur les résonances des modes de propagation car elles introduisent des pertes supplémentaires qui dégraderont inévitablement les facteurs de qualité.

Pour l'anneau, le problème se ramenant à un guide droit (dont le profil d'indice est particulier), les modes que l'on trouve correspondront donc à des modes guidés.

Pour résoudre l'équation 2.41 on cherche des solutions sous la forme :

$$F(u, v) = \tilde{F}(u)e^{jk_v v} \quad (2.42)$$

ce qui donne l'équation :

$$\frac{d^2 \tilde{F}}{du^2} = -k_u(u)\tilde{F}(u) \quad (2.43)$$

avec $k_u = q^2 e^{2u/R} - k_v^2$ que l'on peut approximer par l'équation d'une droite pour u petit (ce qui est le cas si $R \gg (R - R')$). L'équation 2.43 devient donc :

$$\frac{d^2 \tilde{F}}{du^2} + (2q^2 \frac{u}{R} + q^2 - k_v^2)\tilde{F}(u) = 0 \quad (2.44)$$

Un dernier changement de variable ($U = -(2q^2/R)^{-2/3}(2q^2/R u + q^2 - k_v^2)$) permet de mettre cette équation sous une forme connue :

$$\frac{d^2 \tilde{F}}{dU^2} + U\tilde{F}(U) = 0 \quad (2.45)$$

dont les solutions s'expriment comme une combinaison linéaire de fonctions d'Airy. Ainsi :

$$\tilde{F} = aA_i(U) + bB_i(U) \quad (2.46)$$

où A_i et B_i sont les fonctions définies page 446 de la référence [38]. Les coefficients a et b dépendent de la zone d'espace considérée et ils sont déterminé à partir des conditions de continuité aux interfaces qui peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = M_n \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

où M_n s'exprime en fonction des fonctions d'Airy A_i , B_i ainsi que de leur dérivées exprimées aux interfaces [40]. La résolution de ce système ne peut être fait qu'en utilisant des méthodes numériques qui permettent de calculer les modes qui se propagent dans les disques [41] ou les anneaux [42].

Chapitre 3

Fonctions passives : de la modélisation à la réalisation

Le but de ces travaux de thèse était, tout d'abord de modéliser le couplage guide-résonateur (pour des structures planaires), ensuite de modéliser le fonctionnement complet des micro-résonateurs planaires avant une réalisation et une caractérisation de ces micro-structures planaires destinées au réseau d'accès.

3.1 Problème de la modélisation analytique exacte

Nous avons vu dans le premier chapitre que les micro-résonateurs passifs motivaient de nombreuses études débouchant sur la réalisation de fonctions telles que celles présentées dans ce même chapitre. Mais pour pouvoir optimiser ces fonctions et les adapter aux applications visées, il est indispensable de disposer d'un outil de modélisation.

Dans le chapitre 2, nous avons vu que l'utilisation de transformation conforme [42] permettait d'obtenir l'expression des modes de propagation dans un anneau ou un disque. Cependant, pour avoir une modélisation du problème dans son ensemble il est nécessaire de prendre en compte le couplage de la lumière à l'intérieur de nos structures. En effet, pour obtenir une fonction de filtrage notre micro-résonateur doit être couplé à deux guides (figure 3.1) :

- le premier servant à injecter le signal d'un côté et à transmettre le signal après filtrage de l'autre.
- le deuxième permettant de récupérer le signal extrait par le résonateur.

Les propriétés finales de filtrage de la structures ainsi réalisée étant fonction du couplage entre les guides et l'anneau (ou le disque) c'est à dire du recouvrement des modes du résonateur et de ceux du guide, il est primordial de prendre en compte cette donnée dans le cadre d'une modélisation. Cependant, les modes du résonateur s'exprimant dans un système de coordonnées cylindriques et ceux des guides dans un système de coordonnées cartésiennes,

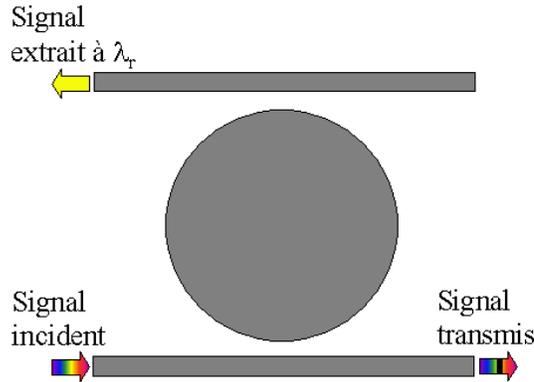


FIG. 3.1 – Schéma de base d'un filtre à base de micro-résonateur

le problème du couplage de ces modes entre eux ne peut pas se résoudre de façon totalement analytique.

Des méthodes utilisant par exemple la théorie des modes couplés peuvent être développées mais aboutissent à des calculs d'intégrales et à des résolutions d'équations différentielles qui nécessitent une implémentation numérique[43] comme le montre l'annexe A. En faisant des approximations (en posant entre autre que la courbure est une parabole) le problème se simplifie et on aboutit à une expression du coefficient de couplage similaire à celle obtenu pour deux guides rectilignes mais dont la longueur de couplage est une longueur effective qui dépend du rayon du résonateur [44], [16]. Enfin, il est possible d'utiliser une méthode totalement numérique comme la FDTD (Finite Difference Time Domain) pour traiter le problème [45]. Notre but étant la modélisation complète d'une structure composée d'un micro-résonateur planaire couplé à deux guides nous avons opté dans un premier temps pour l'utilisation de cet outil numérique.

3.2 La méthode FDTD (Finite Difference Time Domain)

Présentée par Kane Yee en 1966 [46], la méthode FDTD est basée sur une résolution numérique (vectorielle) directe des équations de Maxwell dans le domaine temporel, employant la technique des différences-finies. Cette méthode numérique est présentée d'une part comme suffisamment précise (au minimum du second ordre en temps et en espace), et ensuite comme permettant de vérifier systématiquement les conditions aux limites.

3.2.1 Méthode des différences finies : exemple à une dimension

Imaginons que nous souhaitions étudier la propagation suivant x d'une onde lumineuse dans un milieu linéaire, homogène et isotrope, nous aurions à résoudre l'équation de propagation à une dimension suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

Si on considère les développements en série de Taylor de $u(x, t)$ autour d'un point de l'espace x_i à un instant t_n fixé :

$$\begin{cases} u(x_i + \Delta x) = u(x_i) + \Delta x \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x_i} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x_i} + O[(\Delta x)^2] \\ u(x_i - \Delta x) = u(x_i) - \Delta x \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x_i} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x_i} + O[(\Delta x)^2] \end{cases} \quad (3.2)$$

on obtient la relation suivante :

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x_i} = \frac{u(x_i + \Delta x) - 2u(x_i) + u(x_i - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + O[(\Delta x)^2] \quad (3.3)$$

Il est possible d'utiliser l'intervalle Δx pour définir un pas d'échantillonnage et décrire l'espace comme une suite de points $x_n = x_0 + n\Delta x$. La relation 3.3 étant exacte en tout point de l'espace c'est en particulier le cas si x_i est un point de cette suite et dans ce cas $x_i + \Delta x$ s'exprime comme x_{i+1} .

Ainsi, en utilisant la notation u_i^n pour représenter le champ u exprimé en x_i et en t_n , l'équation 3.3 devient :

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x_i} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} + O[(\Delta x)^2] \quad (3.4)$$

En procédant de la même façon pour le membre de gauche de l'équation 3.1 c'est à dire en réalisant un échantillonnage temporel et en décrivant l'espace temps comme une suite $t_n = t_0 + n\Delta t$ la dérivée temporelle s'écrit :

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{t_n} = \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{(\Delta t)^2} + O[(\Delta t)^2] \quad (3.5)$$

En substituant les expressions 3.4 et 3.5 dans l'équation 3.1 on obtient :

$$u_i^{n+1} = (c\Delta t)^2 \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} + 2u_i^n - u_i^{n-1} + O[(\Delta t)^2] + O[(\Delta x)^2] \quad (3.6)$$

Ainsi, il est possible de calculer u_i^{n+1} avec une précision d'ordre 2 à partir du moment où sont connues les valeurs de u pour les points encadrant x_i aux instants antérieurs (figure 3.2). Il est donc possible, en utilisant cet algorithme de calculer la valeur du champ en tout point de l'espace (en incrémentant i) mais également de prévoir son évolution future (en incrémentant n).

La même méthode peut être appliquée pour résoudre une équation de propagation à 3 dimensions. L'algorithme de Yee utilise ce principe pour résoudre directement les équations de Maxwell.

3.2.2 Les bases de l'algorithme de Yee

1. L'algorithme de Yee ne se limite pas à résoudre l'équation de propagation pour le champ électrique \vec{E} (ou le champ magnétique \vec{H}). Il résout les équations de Maxwell en

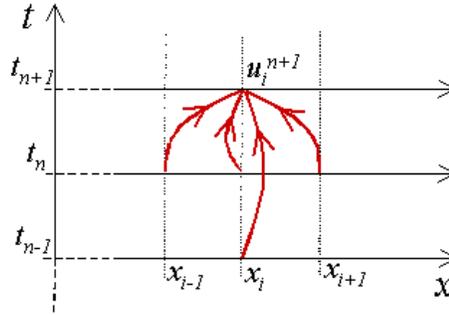


FIG. 3.2 – Illustration de l'implémentation de l'algorithme

temps et en espace de façon simultanée pour \vec{E} et pour \vec{H} en prenant en compte leurs conditions aux limites.

2. L'algorithme de Yee centre les composantes de \vec{E} et de \vec{H} dans l'espace tridimensionnel de sorte que chaque composante de \vec{E} soit entourée par des composantes de \vec{H} et vice versa (figure 3.3). Ceci aboutit à un enchevêtrement de contours selon la loi de Faraday et la loi d'Ampère, à savoir que chaque composante de \vec{E} (respectivement \vec{H}) dans l'arrangement de Yee est reliée à une boucle sur \vec{H} (respectivement \vec{E}). Ainsi, l'algorithme de Yee résout à la fois la forme différentielle des équations de Maxwell mais également leurs formes intégrales macroscopiques.

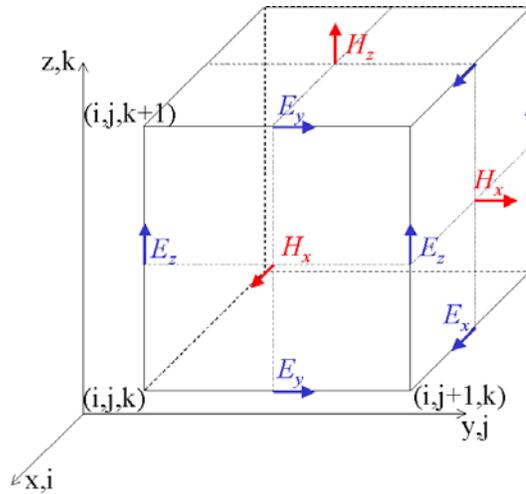


FIG. 3.3 – Position des vecteurs champs électrique et magnétique sur une cellule unitaire de l'échantillonnage selon Yee

3. L'algorithme de Yee centre également les composantes de \vec{E} et \vec{H} dans le temps suivant un schéma "saute-mouton" (*leap-frog arrangement* en anglais). Plus précisément, les composantes du champ électrique sont calculées à des instants multiples pairs du pas de discrétisation temporel Δt tandis que les composantes du champ magnétique sont calculées

à des instants multiples impairs de Δt (figure 3.4). Ainsi, on sépare les phases de calcul qui aboutissent à la détermination des composantes de \vec{E} de celles qui donnent les composantes de \vec{H} ce qui permet de s'affranchir des problèmes inhérents à une résolution simultanée des deux champs.

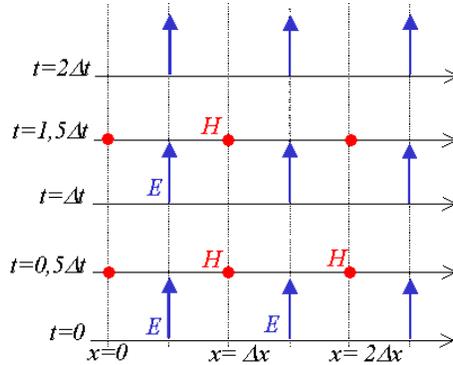


FIG. 3.4 – Echantillonnage temporel de l'algorithme de yee

Ainsi, les données du champ \vec{E} , en tout point de l'espace considéré sont calculées à un instant donné à partir du champs \vec{H} qui l'entoure calculé précédemment, puis enregistrées. Ensuite, c'est à \vec{H} d'être calculé à l'instant suivant à partir des données de \vec{E} qu'on vient d'enregistrer, et ce, jusqu'à ce que l'on ait atteint la durée de simulation fixée.

3.2.3 Les équations de Maxwell discrétisées

Considérons un milieu linéaire (nous verrons dans le paragraphe 3.5 l'application au cas d'un milieu non linéaire), localement homogène et isotrope. On peut appliquer cette technique particulière d'échantillonnage, dans un repère de coordonnées cartésiennes, pour une discrétisation temporelle régulière, afin d'obtenir une approximation numérique des équations de Maxwell :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.7)$$

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{H}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (3.8)$$

$$div \vec{B} = 0 \quad (3.9)$$

$$div \vec{D} = \rho \quad (3.10)$$

avec $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (μ perméabilité magnétique), $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ (ϵ permittivité diélectrique), et $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (σ conductivité électrique)

Si on développe l'équation 3.7 pour la composante x de \vec{H} on obtient :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (3.11)$$

De la même façon, l'équation 3.8 nous donne la relation suivante pour E_x :

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.12)$$

Pour un problème à 3 dimensions, on peut définir une grille spatiale de pas $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ et une grille temporelle Δt , et alors, en tout point de l'espace et du temps, chaque composante du champ (E ou H) s'exprime de la façon suivante : $u(x, y, z, t) = u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u_{i,j,k}^n$.

Les équations de Maxwell aux différences finies s'écrivent donc, par exemple pour ces deux composantes :

$$\begin{aligned} (H_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} &= (H_x)_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} \\ &+ \frac{1}{\mu} \left[\left((E_y)_{i,j+1/2,k+1}^n - (E_y)_{i,j+1/2,k}^n \right) \right. \\ &\quad \left. + \left((E_z)_{i,j,k+1/2}^n - (E_z)_{i,j+1,k+1/2}^n \right) \right] \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} (E_x)_{i+1/2,j,k}^{n+1} &= (E_x)_{i+1/2,j,k}^n \\ &+ \frac{1}{\varepsilon} \left[\left((H_z)_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - (H_z)_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left((H_y)_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2} - (H_y)_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

On obtient des relations similaires pour les composantes suivant y et z . Le problème peut bien évidemment se simplifier si on se limite à une étude à 2 dimensions (dépend de la symétrie du problème à traiter) ou si on se place dans le cas particulier d'une onde TE (ou TM).

3.2.4 Limitation de la méthode

Comme on l'a vu dans ce qui précède, cette méthode nécessite un échantillonnage de l'espace. Le choix de la taille et de la géométrie de la grille ne peut pas se faire à la légère. En effet, celle-ci doit être adaptée au problème à traiter. Tout d'abord, en ce qui concerne le pas d'échantillonnage spatial, on pressent aisément que plus il sera petit, plus le résultat obtenu sera proche de la réalité. On pourrait donc être tenté de définir une grille la plus serrée possible.

Cependant, il existe une relation entre le pas spatial et le pas temporel si l'on veut que le modèle numérique ne diverge pas. La condition nécessaire de stabilité du schéma numérique "saute-mouton" est analogue au critère de stabilité de Courant-Friedrichs et Lewy, qui dit que le pas d'échantillonnage temporel doit être inférieur au temps mis par une action pour se produire. Dans notre cas, cela revient à dire que Δt doit être plus petit que le temps mis par la lumière pour passer d'un point de la grille au suivant ce qui s'écrit :

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (3.15)$$

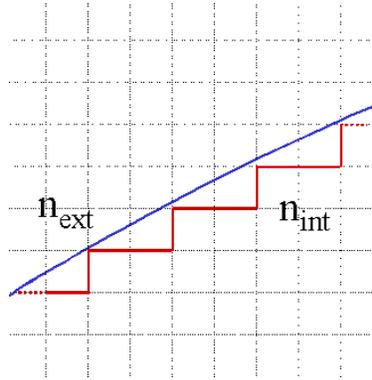
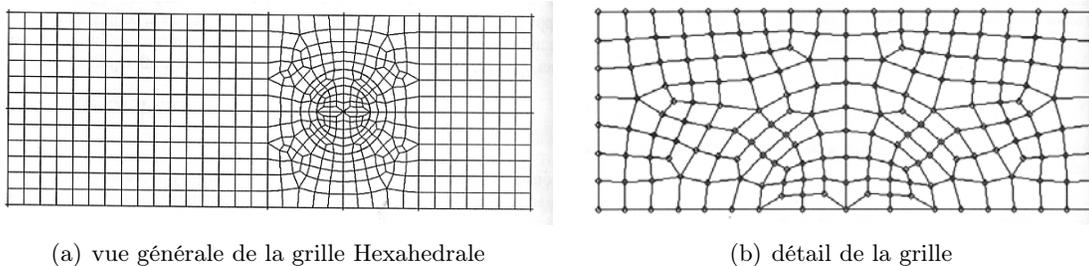


FIG. 3.5 – Mise en évidence de la rugosité introduite par une grille orthogonale pour échantillonner une ligne courbe

Ainsi, on constate que plus on va chercher à diminuer le pas de la grille, plus le pas temporel de calcul va devenir faible entraînant, pour une durée de simulation donnée, une augmentation du temps de calcul global.

Une recherche d'optimisation de la taille de la grille est donc indispensable. La taille minimale du pas de la grille est donc déterminée par le temps maximal que l'on est prêt à laisser à la simulation. Sa taille maximale sera, quand à elle, déterminée à partir de la taille des objets qui constituent le système à étudier, mais elle dépendra également de la longueur d'onde du signal qu'on souhaite considérer. Ainsi, le pas d'échantillonnage spatial ne devra pas excéder $\frac{\lambda_0}{10 \cdot N_{max}}$ (N_{max} correspondant à l'indice de réfraction le plus élevé pour le système considéré) si cette valeur est inférieure à la plus petite dimension du système. Dans le cas contraire, ce sera cette dimension qui fixera la limite à ne pas dépasser. Dans le cas de systèmes à géométrie rectangulaire, ces critères sont suffisants, mais ce n'est plus le cas lorsqu'on considère des objets courbés par exemple. En effet, l'utilisation d'une grille cartésienne pour échantillonner de tels objets introduit une rugosité numérique artificielle (figure 3.5) qui influence de façon inévitable les résultats de calcul. Pour éviter cela, soit on définit une grille de géométrie particulière (qui suit la géométrie des objets à modéliser : grille irrégulière et non orthogonales), soit on réduit la limite supérieure du pas d'échantillonnage en se fixant un seuil acceptable pour l'erreur introduite par cette rugosité. Dans son livre



(a) vue générale de la grille Hexahedrale

(b) détail de la grille

FIG. 3.6 – Grille hexahédrale adaptée au cas d'un anneau

sur la FDTD, A. Taflove présente la solution d'un maillage qu'il appelle "conforme" [47] et qui aboutit à une "grille hexahedrale" dans le cas d'un anneau (cf. figure 3.6).

3.3 Application à l'étude des micro-résonateurs planaires

3.3.1 Les contraintes fonctionnelles et structurelles

Au début de ces travaux nous avons dû nous fixer un cahier des charges pour l'application visée (filtrage dans le réseau d'accès) ainsi qu'une orientation sur les matériaux et la technologie dont on pouvait raisonnablement prévoir l'utilisation. Ainsi, le CCLO ayant orienté ses travaux sur l'étude des matériaux polymères, et plus particulièrement sur le PVCi (PolyVinylCinnamate) dont l'indice de réfraction vaut 1,58 à 1,55 μm et dont les pertes sont raisonnables pour des applications en optique guidées (figure 3.7), nous avons débuté l'étude de fonction de filtrage à base de micro-résonateurs planaires faisant le choix d'utiliser ce matériau.

Pour le cahier des charges, nous avons commencé par nous fixer une bande passante de 100

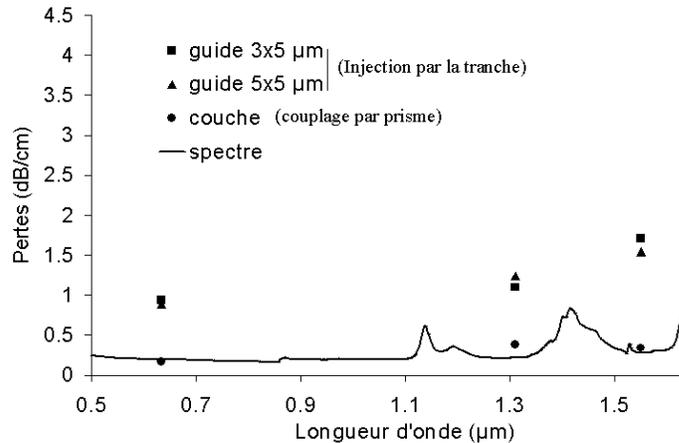


FIG. 3.7 – Mesure de pertes dans le PVCi

$Gbit/s$ (soit une impulsion toutes les 100 ps) ce qui imposait la longueur temporelle des impulsions à 40 ps . Ensuite, un spectre WDM étant constitué d'un peigne de longueurs d'onde réparties tous les 0,8 nm (cf. paragraphe 1.2.1) sur une bande d'environ 30 nm de large, nous nous sommes fixé une largeur de filtrage maximale de 1,4 nm (de façon à extraire une longueur d'onde sans toucher à ses voisines) ainsi qu'un ISL minimal de 15 nm (de façon à n'extraire qu'une longueur d'onde sur une fenêtre de 30 nm).

Or si on reprend la relation 2.31, l'ISL et le rayon de la structure sont liés de la façon suivante :

$$ISL_{Hz} \sim \frac{c}{2\pi NR} \text{ avec } N \text{ l'indice du matériau dans lequel se propage le mode} \quad (3.16)$$

Ainsi, une estimation grossière pour un indice $N = 1,6$ aboutit à ce que le rayon de la

structure ne doit pas dépasser $15 \mu m$.

Après avoir fixé la taille du résonateur de façon à ce que son ISL convienne à l'application visée, il est nécessaire, pour pouvoir modéliser le comportement de la structure, de fixer les indices de réfractifs qui interviennent. Comme je le disais précédemment, il était prévu d'utiliser le PVCi. Ce polymère a la particularité de voir son indice de réfraction diminuer sous illumination UV et il était donc envisagé de photo-inscrire nos guides de cette manière. Malheureusement, les contrastes d'indices obtenus par la suite ne dépassant pas les 10^{-2} [48] nous avons renoncé à utiliser cette méthode pour réaliser des structures de $30 \mu m$ de diamètre en raison de pertes de courbures beaucoup trop importantes comme le montre le figure 3.8 (a) (le mode de calcul qui permet d'obtenir ces courbes est détaillé dans le paragraphe 3.6.1.2). Pour pouvoir obtenir des contrastes d'indice plus important autorisant

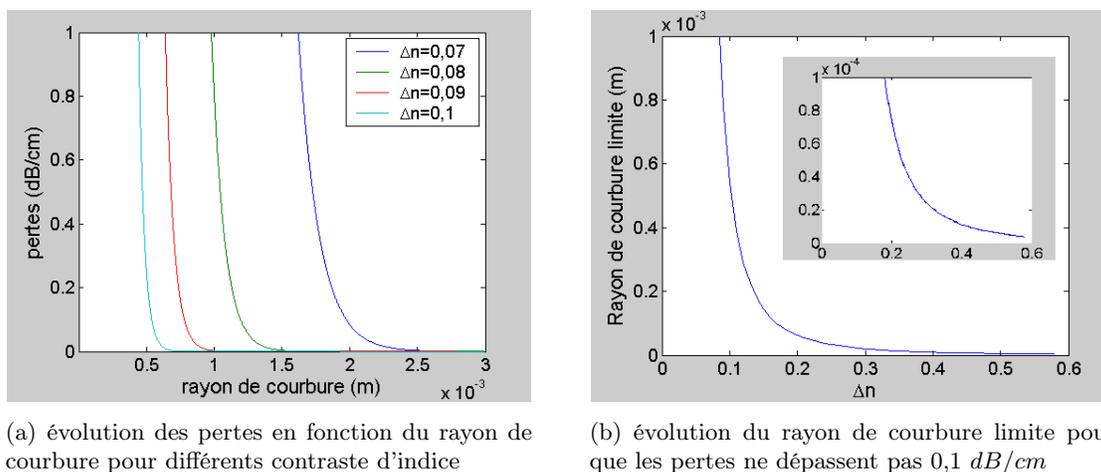


FIG. 3.8 – Pertes de courbures

des courbures de $15 \mu m$ nous avons décidé d'utiliser une autre méthode de fabrication : la photolithographie [49] qui, suivant le choix du superstrat déposé sur les guides nous permet d'obtenir une large gamme de contrastes d'indice pouvant atteindre 0,58 si on laisse le guide de PVCi dans l'air. On peut voir sur la figure 3.8 (b) qu'avec un tel contraste, on peut réaliser une structure de la taille souhaitée avec des pertes négligeables ($< 0,1 \text{ dB/cm}$).

Une fois ce contraste d'indice fixé, nous avons pu déterminer les derniers paramètres géométriques de la structure à étudier, à savoir les largeurs de guides. Pour un Δn de 0,6, il aurait fallu que nos guides fassent moins d' $1 \mu m$ de large pour qu'ils soient monomodes, or cela nous faisait passer en dessous de la résolution attendue de la technologie dont nous disposions à l'époque. Nous avons donc pris la décision de faire cette étude préalable avec des guides multimodes de $1 \mu m$. Le figure 3.9 récapitule l'ensemble des choix structurels (indice de réfraction, géométrie...) explicité précédemment.

Ainsi, notre cahier des charges nous donne des contraintes sur la largeur spectrale de notre filtre. Il nous impose également d'avoir une efficacité d'extraction (rapport de la puissance

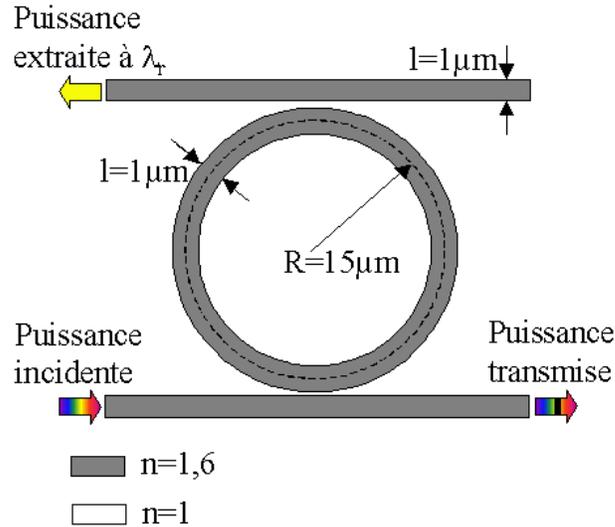


FIG. 3.9 – Structure répondant au cahier des charges donné au début de l'étude

extraite à la longueur d'onde de résonance λ_r sur la puissance incidente à cette même longueur d'onde) maximal et un Cross Talk, noté CT dans la suite, (rapport de la puissance transmise à λ_r sur la puissance incidente) minimal. L'étude consiste donc à trouver un compromis entre largeur spectrale de filtrage et efficacité d'extraction.

3.3.2 Le problème de la grille

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.3.2, le choix de l'échantillonnage spatial doit être adapté au problème à traiter, or dans notre cas, nous souhaitons étudier des structures à symétrie cylindrique de relativement grandes tailles (temps de calcul important). Pour l'étude de nos structures, nous avons opté pour une grille orthogonale dont le pas sera adapté au problème à traiter de façon à ce que l'erreur numérique introduite et le temps de calcul restent raisonnables. Nous avons choisi d'utiliser le programme développé et commercialisé par la société Optiwave (OptiFDTD). Il a donc fallu faire une étude de l'influence du pas d'échantillonnage spatial sur les résultats des simulations numériques afin de fixer la valeur à partir de laquelle l'erreur introduite par la rugosité "numérique" était acceptable.

La relation du paragraphe 3.3.2 donnant la limite supérieure du pas d'échantillonnage spatial impose, avec les valeurs d'indice que nous avons choisit, que Δx (respectivement y et z) soit inférieur à $\lambda_0 / (10 \times 1,6)$ soit $\Delta x < 0,097 \mu\text{m}$. La figure 3.10 (a) illustre bien que cette valeur représente un seuil critique : en effet, nous pouvons voir que, pour une grille de $0,1 \mu\text{m}$ l'efficacité d'extraction calculée est beaucoup plus faible que pour une grille de $0,09 \mu\text{m}$.

Nous pouvons ensuite constater, en particulier en ce qui concerne la longueur d'onde de résonance (figure 3.10 (b)), que, plus le pas de la grille s'approche de la valeur $0,05 \mu\text{m}$, moins l'effet de la rugosité numérique est important, bien que toujours présent. Il est cependant difficile de passer en dessous de cette valeur bien que l'on puisse s'attendre à obtenir des résultats plus justes, car, avec la taille de résonateur qui nous concerne les temps de calcul

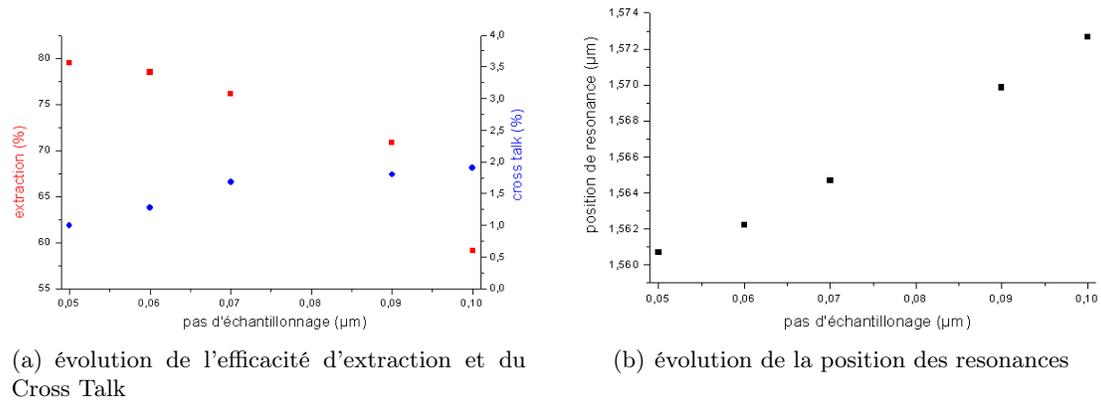


FIG. 3.10 – Influence du pas de la grille sur les caractéristiques du filtre

deviennent beaucoup trop importants : en passant de $0,1\mu\text{m}$ à $0,05\mu\text{m}$ on a déjà remplacé un points de calcul par quatre dans le cas d'un calcul en deux dimensions (par huit pour un calcul 3D) et multiplié par deux le pas de calcul (cf. équation 3.15).

3.3.3 Etude complète d'une structure à base d'anneau

Dans le paragraphe 3.3.1 nous avons défini les paramètres optogéométriques d'une structure à base d'un anneau et de deux guides susceptibles de respecter notre cahier des charges (figure 3.9). Cependant, une caractéristique géométrique de notre structure n'a pu être fixée lors de cette étude préalable : il s'agit de la distance entre les guides et l'anneau (appelée gap dans la suite). Utilisant le logiciel de simulation OptiFDTD en 2 dimensions nous avons cherché à évaluer l'influence de ce paramètre sur les propriétés de filtrage de la structure et ainsi en déterminer la valeur donnant un fonctionnement optimal. Pour ce faire il nous a

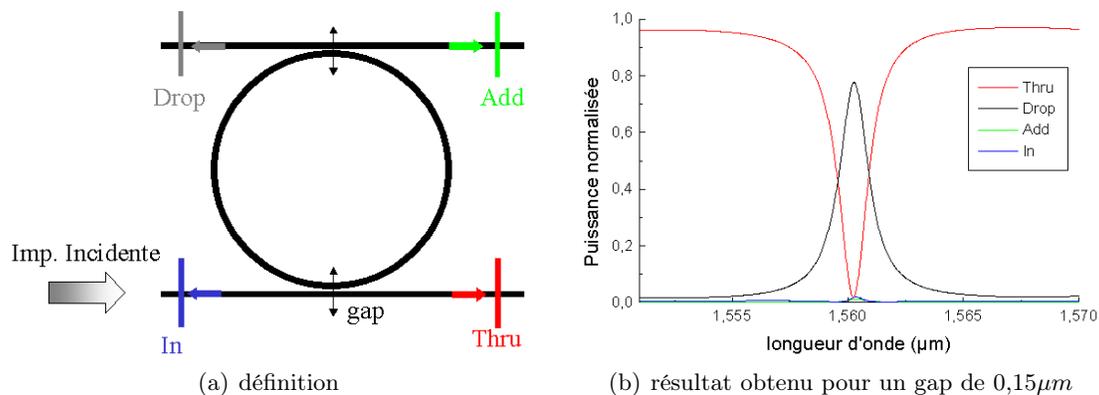


FIG. 3.11 –

fallu définir les grandeurs caractéristiques de notre filtre, à savoir son efficacité d'extraction, son cross talk et le return loss. Pour calculer l'efficacité d'extraction on calcule le rapport de la puissance qui traverse la ligne "Drop" définie sur la figure 3.11 (a) par la puissance incidente.

On fait de même pour les 3 autres ports d'entrée/sortie et ce pour différentes valeurs du gap et on obtient des réponses spectrales telles que celle représentée sur la figure 3.11 (b). A partir des résultats de cette étude récapitulés sur les figures 3.12 (a) et (b) on peut déterminer que le gap permettant de vérifier les conditions imposées par le cahier des charges défini dans la partie 3.3.1 vaut $0,15\mu\text{m}$. Le fait que la puissance extraite soit plus faible

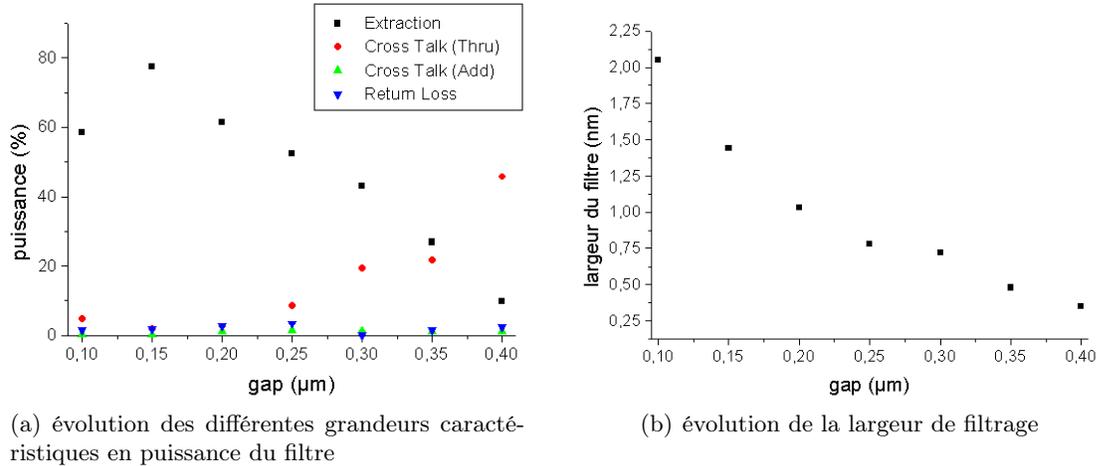


FIG. 3.12 – Influence du gap sur les caractéristiques du filtre

pour le gap de $0,1\mu\text{m}$ que pour $0,15\mu\text{m}$ n'a pas de justification physique ce qui laisse penser que, pour d'aussi faibles distances, on est en limite d'utilisation de la FDTD (comme nous le verrons dans le paragraphe 3.4.2). Pour les très faibles distances guide-anneau ($< 0,15\mu\text{m}$), on ne peut donc pas se fier aux résultats de calcul pour faire le choix du gap optimal. Cependant, pour un gap inférieur à $0,15\mu\text{m}$ la largeur du filtre dépasse le seuil de $1,4\text{nm}$ que nous nous sommes fixé.

D'un autre côté, pour un gap plus grand la puissance extraite devient trop faible ($< 70\%$) et le cross talk en transmission augmente.

La réponse spectrale du filtre idéal ainsi défini est représentée sur la figure 3.11 (b). Dans le cas réel, il y aura des pertes supplémentaires (intrinsèques au matériau, dues à la précision de la gravure...) dont l'effet sur les propriétés de filtrage sera développé dans le paragraphe suivant, cependant cette étude d'un cas idéal nous montre que l'on peut espérer réaliser des filtres à base d'anneaux en polymère (d'indice beaucoup plus faible que pour les semi-conducteurs), de relativement grande taille ($> 10\lambda$) et d'efficacité supérieure à 70% (à comparer avec le maximum de 50% obtenu dans le cas d'un anneau de GaAs vu dans le chapitre 1) avec une largeur spectrale assez faible pour une utilisation dans le réseau d'accès.

Cette étude montrant un comportement théorique très prometteur il serait intéressant de réaliser cette structure afin d'en évaluer le comportement expérimental. Malheureusement, la technologie dont nous disposons pour le moment n'a pas une résolution suffisante pour

graver un gap de $0,15\mu m$ de large. Or, on peut voir sur les figures 3.12 qu'un écart de $0,05\mu m$ par rapport à cette valeur optimal dégrade très fortement les caractéristiques du filtre. Nous n'avons donc pas pu réaliser cette structure.

3.4 Mise en place d'un modèle matriciel simplifié

3.4.1 Le modèle

Les simulations du comportement de structures de plusieurs dizaines de microns utilisant la FDTD étant relativement longues (la figure 3.23 a été obtenue au bout de trois jours de calcul) il semble difficile d'utiliser cet outil pour entamer une étude systématique. En effet, si on souhaite étudier l'influence d'un paramètre (géométrie, caractéristiques du matériaux) sur les propriétés de la structure dans le but d'optimiser la fonction, le temps de calcul global pour une telle étude ne sera pas acceptable. De plus, le fait que nous utilisons un logiciel commercial nous donne l'impression de manipuler une boîte noire qui ne nous permet pas de comprendre, entre autre, le comportement surprenant obtenu avec la FDTD pour des gaps inférieurs à $0,15\mu m$. Il était donc utile de trouver une autre méthode, plus rapide, qui donnerait également accès aux caractéristiques de filtrage des structures à base de micro-anneaux. J'ai donc repris la méthode des matrices de diffusion développée par A. Yariv [50] en l'adaptant à notre problème.

L'idée est d'exprimer le champ en entrée (E_i) et en sortie (E_d) de la structure en fonction des

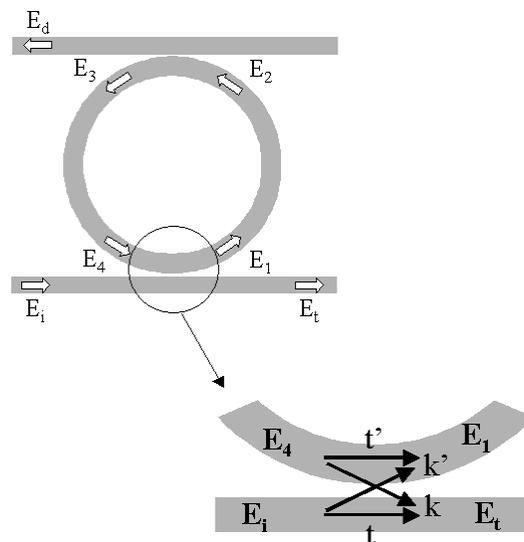


FIG. 3.13 – Définition des grandeurs prises en compte dans le modèle

coefficients de couplage (k et k') et de transmission (t et t') (cf. figure 3.13). Dans un premier temps, une approche simplifiée consiste à ne pas considérer les champs contra-propagatifs. Cette approximation ne semble pas déraisonnable, car les effets donnant lieu à ces champs sont minoritaires (réflexion dans la zone de couplage, diffusion dans l'anneau due à l'état de

surface). Par exemple la FDTD donnait un Cross talk par le port Add et un Return Loss, tous deux issus de l'existence d'une onde contra-propagative dans l'anneau, de l'ordre du pourcent. Néanmoins, ces deux grandeurs n'évoluant pas de façon significative en fonction du taux de couplage, on peut raisonnablement penser que cette onde contra-propagative provient de la rugosité numérique.

Tout d'abord, aux points de couplage guide-anneau on a la matrice de transfert suivantes :

$$\begin{pmatrix} t & jk' \\ jk & t' \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

avec $k^2 + t^2 + \epsilon = 1$ (respectivement k', t' et ϵ') ou ϵ représente les pertes de couplage, ce qui nous donne les relations :

$$E_t = tE_i + jk'E_4 \quad (3.18)$$

$$E_1 = t'E_4 + jkE_i \quad (3.19)$$

et

$$E_d = jk'E_2 \quad (3.20)$$

$$E_3 = t'E_2 \quad (3.21)$$

Considérant, sur un demi tour de propagation, le déphasage accumulé $\Phi = \frac{2\pi n_{eff}L}{\lambda_0}$ et le coefficient d'atténuation $a = e^{\alpha L}$ (avec α les pertes linéiques en intensité et L la longueur effective de propagation du mode sur un demi tour d'anneau), il est possible d'exprimer les champs E_2 et E_4 :

$$\begin{aligned} E_2 &= \sqrt{a}e^{j\Phi}E_1 \\ E_4 &= \sqrt{a}e^{j\Phi}E_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

En procédant aux substitutions qui s'imposent on aboutit aux deux fonctions de transfert de notre structure :

$$\frac{E_d}{E_i} = -\frac{kk'\sqrt{a}e^{j\Phi}}{1 - t'^2ae^{2j\Phi}} \quad (3.23)$$

$$\frac{E_t}{E_i} = t - \frac{kk't'ae^{j\Phi}}{1 - t'^2ae^{2j\Phi}} \quad (3.24)$$

En implémentant ce modèle simple (avec Matlab par exemple) il est possible d'obtenir de façon instantanée la largeur spectrale des résonances, l'ISL, l'efficacité d'extraction ainsi que le cross-talk. On peut facilement étudier l'influence des différents paramètres : taille, indice, coefficients de couplage, pertes de couplage, pertes de propagation...

Si, dans un premier temps, on simplifie de problème en supposant que le couplage de la lumière du guide vers l'anneau est identique au couplage de l'anneau vers le guide alors on a $k = k'$ et on peut reprendre le modèle en faisant varier $K = k^2$, le coefficient de couplage en intensité. La figure 3.14 montre l'influence de K sur l'efficacité d'extraction et sur la finesse du filtre ($ISL/\Delta\nu$). On constate que si le couplage est faible ($< 10\%$) on extrait moins de

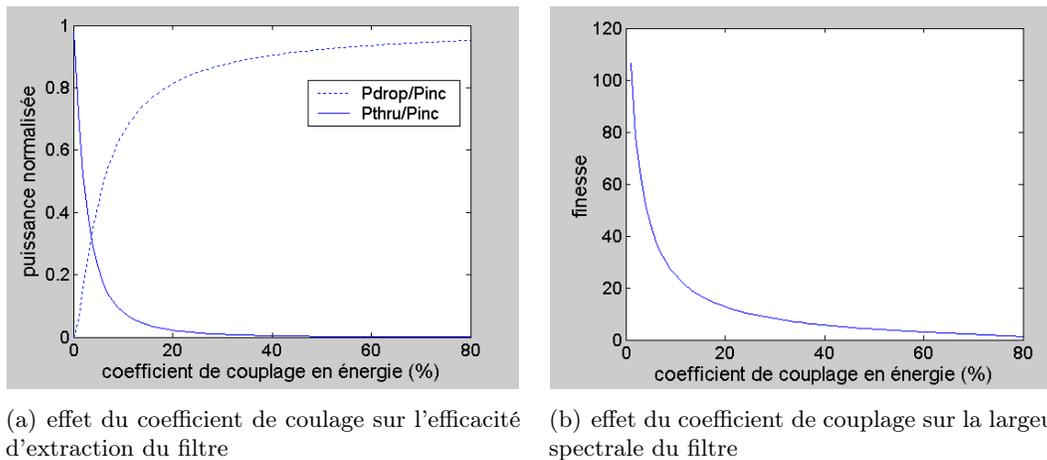


FIG. 3.14 – Résultats obtenus avec le modèle

60% de la puissance incidente, mais on dispose d'un filtre très sélectif en longueur d'onde. Si à présent on considère un coefficient de couplage supérieur à 30% on voit que l'on peut extraire plus de 90% de la puissance incidente mais avec une largeur spectrale de filtrage élevée.

Pour un anneau tel que celui défini dans le paragraphe 3.3.1 et pour un couplage symétrique de 22%, le modèle montre que des pertes de $0,1 \text{ cm}^{-1}$ (ce qui revient à $a = 0,99$ soit une variation de 1% par rapport au cas idéal d'un matériau sans pertes) font passer l'extraction de 79,2% à 74,2% (soit une baisse des performances de 6 % toujours par rapport au cas idéal), le cross talk de 0,9% à 1,5% et la largeur spectrale de $1,7 \text{ nm}$ à $1,76 \text{ nm}$ (soit un élargissement de 3%).

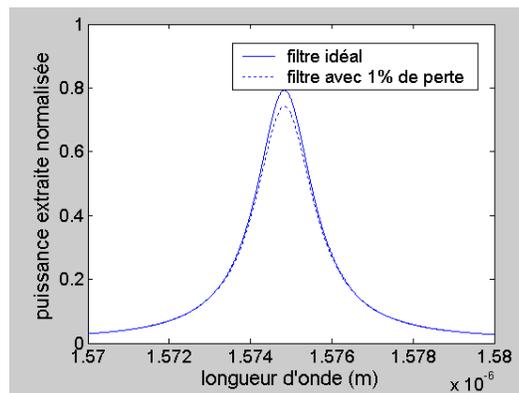


FIG. 3.15 – Influence des pertes sur la fonction de filtrage

3.4.2 Complémentarité avec la FDTD

Le problème à ce niveau est la détermination de k (k') et t (t') car il n'existe pas de méthode analytique exacte pour les calculer (cf. §3.1).

Or, si on simule la propagation d'une impulsion d'un guide à un anneau avec la méthode FDTD on peut estimer les valeurs de ces coefficients et ce très rapidement (temps que met l'impulsion pour faire un tour d'anneau) pour ensuite les utiliser dans les formules 3.23 et 3.24. Cependant, l'outil numérique ne nous permet pas d'obtenir les valeurs des coefficients de couplage ponctuellement. En effet, il ne nous est pas possible de calculer la puissance optique en tout point de l'anneau : en raison de la géométrie de la grille (rectangulaire), on ne peut définir des lignes d'intégration que de façon horizontale ou verticale comme le montre la figure 3.16. Si on fait le rapport de Σ_{coupl} (intégrale du champ électrique couplé à

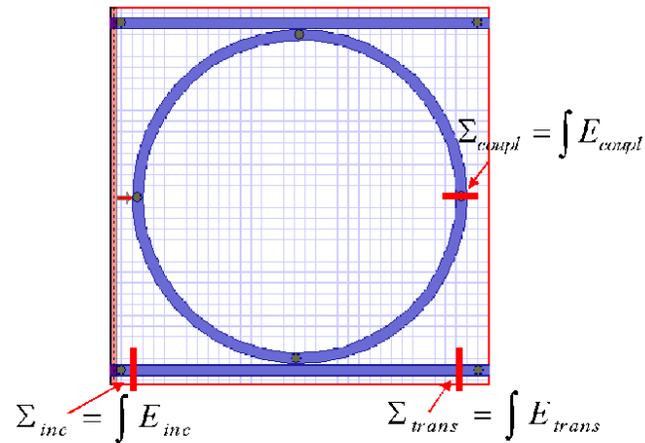


FIG. 3.16 – Position des lignes d'intégration permettant le calcul du coefficient de couplage en utilisant le logiciel OptiFDTD

l'intérieur de l'anneau E_{coupl} sur la section du guide, cf. figure 3.16) par Σ_{inc} (intégrale du champ électrique incident E_{inc}) on obtient un coefficient de couplage qui prend en compte une partie des pertes de propagation dans l'anneau, il ne correspond donc pas au coefficient k défini dans le paragraphe précédent. Il convient donc d'apporter quelques modifications au modèle (cf. figure 4.39) ce qui revient à poser :

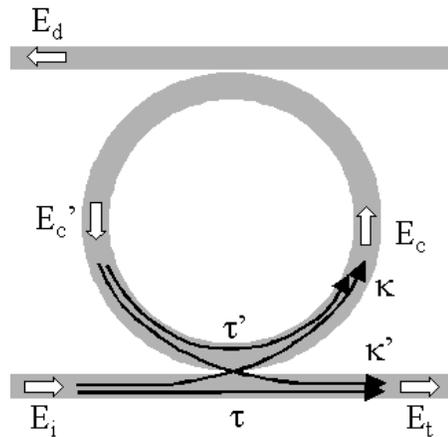


FIG. 3.17 – Modèle modifié afin de pouvoir utiliser les coefficients calculé avec la FDTD

$$\kappa = a^{1/4}k \quad (3.25)$$

$$\kappa' = a^{1/4}k' \quad (3.26)$$

$$\tau = t \quad (3.27)$$

$$\tau' = a^{1/2}t \quad (3.28)$$

$$(3.29)$$

On utilise donc la méthode FDTD pour calculer le coefficient de couplage en énergie K (respectivement K') en intégrant le vecteur de Poynting qui traverse les lignes définies dans la figure 3.16 et en faisant les rapports de l'énergie couplée dans l'anneau par l'énergie incidente. On calcule ensuite κ (respectivement κ') en prenant la racine carrée de K . De la même façon on détermine τ et τ' . Ceci peut être fait pour différentes valeurs de gap et pour différentes longueurs d'onde comme le montre les figures 3.18 (a) et (b).

Ainsi, il est possible de reprendre l'étude développée dans le paragraphe 3.3.3 en utilisant

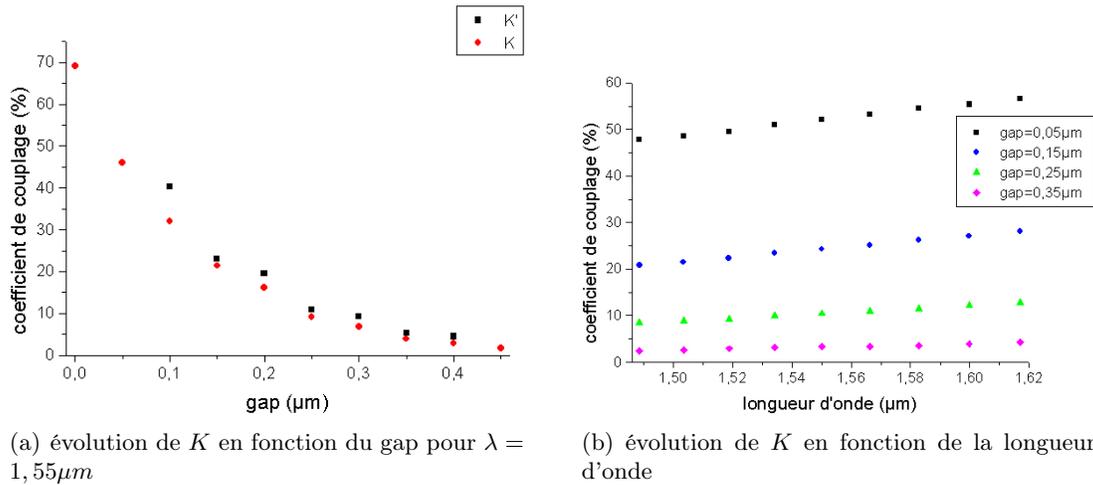


FIG. 3.18 – Résultat du calcul du coefficient de couplage en énergie pour la structure étudiée dans le paragraphe 3.3.3

l'outil numérique (FDTD) uniquement pour calculer la valeur du coefficient de couplage et le modèle analytique pour déterminer les caractéristiques du filtre ce qui divise le temps de calcul quasiment par 100.

Sur la figure 3.18 (b) on peut constater que le coefficient K' n'est pas rigoureusement égale à K . Ces résultats peuvent paraître surprenant au premier abord et nous faire douter de leurs exactitudes. Cependant ceci s'explique aisément, d'une façon intuitive tout d'abord mais également par le calcul.

Soit $\{|\alpha_j\rangle\}$ l'ensemble des modes propres de l'anneau, $\{|\beta_i\rangle\}$ ceux du guides ($|\alpha_l\rangle \neq |\beta_l\rangle$) et E_i un champ incident ($E_i \propto |\beta_0\rangle$). Après couplage dans le résonateur, le champ se décompose

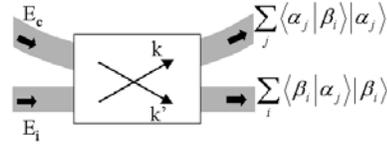


FIG. 3.19 –

sur tous les états de l'anneau suivant les coefficients de recouvrement $a_j = \langle \alpha_j | \beta_0 \rangle$ ce qui s'écrit :

$$\begin{aligned} E_i &= \sum_j a_j |\alpha_j\rangle \\ &= a_0 |\alpha_0\rangle + \sum_{j \neq 0} a_j |\alpha_j\rangle \end{aligned} \quad (3.30)$$

où $|\alpha_0\rangle$ est le seul état correspondant à un mode guidé (cf. figure 3.19). Pour le couplage inverse, le champ couplé ($E_c \propto |\alpha_0\rangle$) se décompose sur tous les états du guide suivant les coefficients $b_i = \langle \beta_i | \alpha_0 \rangle$ soit :

$$\begin{aligned} E_c &= \sum_i b_i |\beta_i\rangle \\ &= b_0 |\beta_0\rangle + \sum_{i \neq 0} b_i |\beta_i\rangle \end{aligned} \quad (3.31)$$

où $|\beta_0\rangle$ est le seul état correspondant à un mode guidé et $b_0 = a_0$. On peut constater que si le couplage n'est pas parfait, c'est à dire qu'il y a des pertes ($\sum_{j \neq 0} a_j |\alpha_j\rangle \neq 0$ et $\sum_{i \neq 0} b_i |\beta_i\rangle \neq 0$), alors en raison de la dissymétrie des facteurs de recouvrement on peut affirmer que $k \neq k'$. Si par contre on suppose que le couplage est sans pertes (seuls les modes guidés $|\alpha_0\rangle$ et $|\beta_0\rangle$ ont un facteur de recouvrement non nul) alors on se retrouve avec un couplage symétrique.

Ce résultat ce retrouve également en résolvant le problème par la théorie de modes couplés (cf. annexe A). Soit \vec{E}_1 et \vec{H}_1 le champs dans l'anneau (de constante de propagation $\gamma_1 = \beta_1 - i\alpha_1$) qui s'exprime à partir des fonctions d'Airy (cf. chapitre 2) dans le système de coordonnées cylindrique (r, y, θ) . Il est possible d'exprimer ce champ dans le système de coordonnées cartésiennes en utilisant la matrice de rotation :

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

définie par $\vec{A}_{x,y,z} = T\vec{A}_{r,y,\theta}$.

Soit \vec{E}_2 et \vec{H}_2 le champ dans le guide (de constante de propagation β_2) qui s'exprime simplement dans le système de coordonnées cartésiennes.

La matrice de diffusion D qui lie les amplitudes des champs électrique en entrée (e_1, e_2) et

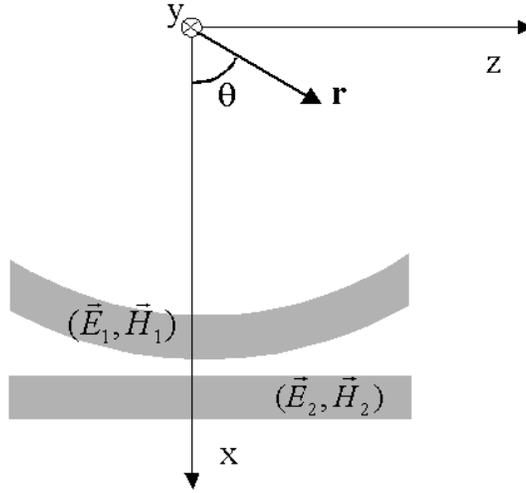


FIG. 3.20 – Guide droit et guide courbe dans leurs systèmes de coordonnées respectifs

en sortie $(\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2)$ s'écrit :

$$D = \begin{pmatrix} t' & k \\ k' & t \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

dont les coefficients s'expriment en fonction des coefficients de la matrice de propagation P de la façon suivante :

$$t' = P_{11} e^{i\gamma_1 R(\theta_{in} - \theta_{out})} \quad (3.34)$$

$$k = P_{12} e^{i(\beta_2 z_{in} - \gamma_1 R \theta_{out})} \quad (3.35)$$

$$k' = P_{21} e^{i(\gamma_1 R \theta_{in} - \beta_2 z_{out})} \quad (3.36)$$

$$t = P_{22} e^{i\beta_2(z_{in} - z_{out})} \quad (3.37)$$

où les variables θ et z sont définies sur la figure 3.21.

Il n'est pas possible d'exprimer les coefficient P_{ij} de façon analytique, cependant, si l'on prend en compte la méthode de calcul numérique de la matrice P détaillée dans l'annexe A, on peut affirmer que, dans la mesure où $E_1 \neq E_2$ et $H_1 \neq H_2$, on a forcément $P_{11} \neq P_{22}$ et $P_{12} \neq P_{21}$. Il n'y a donc aucune raison pour que le coefficient de couplage du guide vers l'anneau (k) soit égal au coefficient de couplage de l'anneau vers le guide (k'). Si, à présent on approxime localement la fonction d'Airy par le mode fondamental d'un guide rectiligne alors on a $E_1 \simeq E_2$ et $H_1 \sim H_2$. On se retrouve donc avec un coupleur symétrique c'est à dire :

$$k \approx k' \quad (3.38)$$

$$|k|^2 + |t|^2 \approx 1 \quad (3.39)$$

Cette dissymétrie de couplage a été vérifiée par le calcul dans la thèse de K. Hiremath [43]. Dans son rapport il montre que, si le guide et l'anneau son suffisamment éloignés (couplage sans pertes) alors les valeurs calculées de k et k' (respectivement t et t') sont très proches,

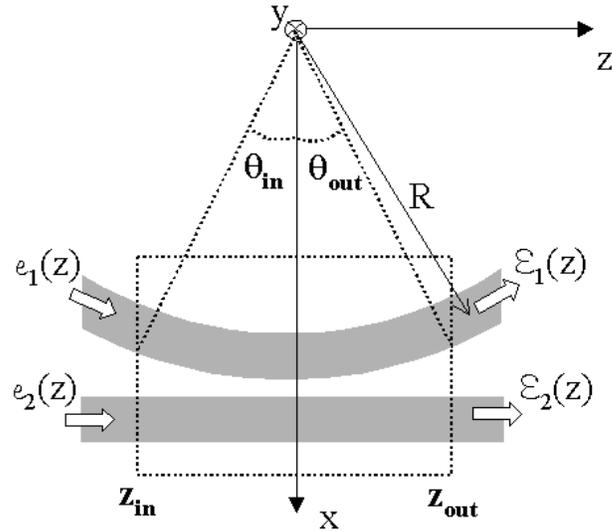


FIG. 3.21 – Définition des différents paramètres utiles pour l’expression de la matrice de diffusion D

mais plus la distance guide anneau se réduit, plus l’écart entre les valeurs augmente (de façon plus importante pour le coefficient de couplage que pour le coefficient de transmission).

En utilisant, dans le modèle, les coefficients de couplage calculés avec la méthode FDTD dont l’évolution en fonction de la longueur d’onde est représentée sur les figures 3.18 (b) on obtient la fonction de transfert de la structure (figure 3.22).

On peut, tout d’abord, constater que la position des résonances obtenues avec le modèle

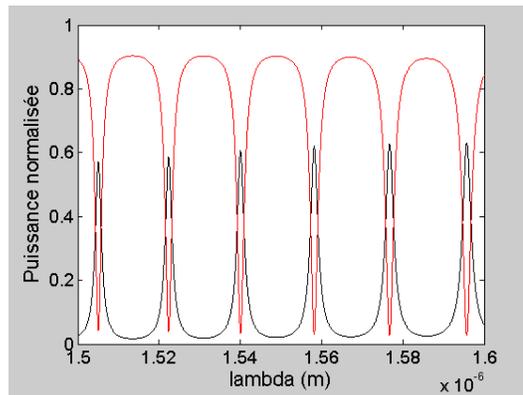


FIG. 3.22 – Résultat obtenu avec le modèle pour un gap de $0,15\mu m$

ne correspond pas avec celle obtenues en utilisant la FDTD. Cette différence est en partie due à l’erreur commise par la méthode FDTD en raison de la grille cartésienne (cf. paragraphe 3.3.2) car, en voyant l’évolution de la courbe 4.37 (b), on peut raisonnablement penser que pour une grille plus fine ($\Delta x < 0,05\mu m$) la position de la résonance tendrait vers celle obtenue avec le modèle c’est à dire $1,558\mu m$. Cependant, cette valeur non plus n’est

pas rigoureusement exacte car, dans notre modèle on approxime l'indice effectif n_{eff} dans l'anneau par celui d'un guide rectiligne équivalent et la longueur effective de propagation L par me périmètre moyen, or en raison de l'effet centrifuge le mode qui se propage dans l'anneau n'est pas centré au milieu du guide mais plus proche de la parois extérieure. Le mode parcourt donc une distance plus importante et "voit" un indice plus faible. Etant donnée l'expression de la phase $\Phi = 2\pi n_{eff}L/\lambda_0$, les erreurs commises sur n_{eff} et sur L tendent à se compenser, cependant on ne peut pas dire que les positions des résonances obtenues avec le modèle soient précises.

Si ensuite on choisit d'étudier l'évolution d'une résonance en fonction du gap et que l'on compare ces résultats avec ceux obtenus en utilisant exclusivement la méthode FDTD on obtient les figures 3.23 (a) et (b). On peut constater que pour les plus faibles gaps (plus

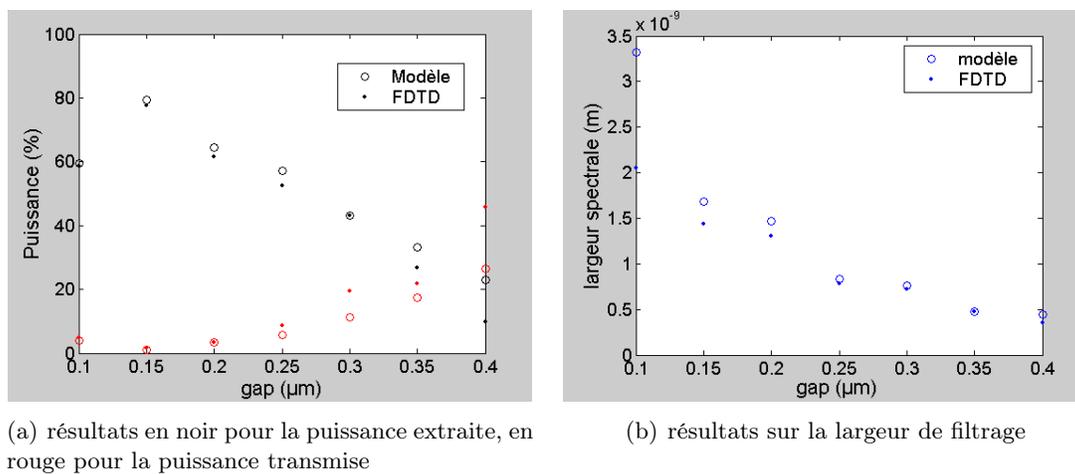


FIG. 3.23 – Comparaison des résultats obtenus avec la méthode FDTD exclusivement et en combinant le modèle avec la FDTD pour le calcul des coefficients de couplage (pour la résonance située à $\lambda = 1,558\mu\text{m}$)

grand coefficient de couplage et pertes plus élevées) le modèle donne des résultats en puissance assez proches de ceux obtenus avec la FDTD. En particulier, on retrouve bien le comportement surprenant qui voudrait que pour un gap de $0,1\mu\text{m}$ la puissance extraite soit plus faible que pour un gap de $0,15\mu$ alors que le coefficient de couplage est plus important. Si on reprend le modèle en définissant les coefficients de couplage et de transmission par leur interpolation exponentielle on ne retrouve plus ce comportement (figure 3.24).

Par contre, toujours pour les faibles gaps, il y a un écart important entre les résultats du modèles et ceux de la FDTD en ce qui concerne la largeur spectrale.

Pour les gaps plus grands ($> 0,25\mu\text{m}$) c'est l'inverse qui se produit.

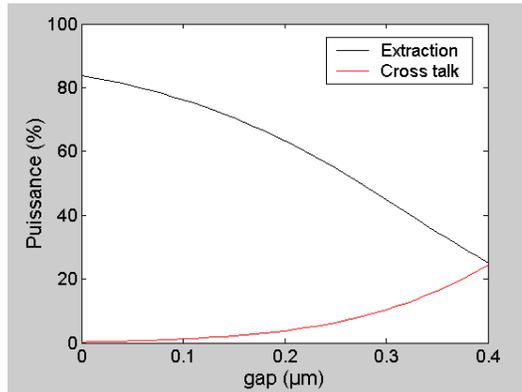


FIG. 3.24 – Résultat obtenu avec le modèle en lissant les erreurs commises par le calcul FDTD des coefficients de couplage

3.5 Application à l'étude de la bistabilité dans un micro-anneau en polymère

Récemment, il a été observé qu'une bistabilité optique pouvait exister dans les micro-anneaux en semi-conducteur [51] et des applications en logique tout optique ont déjà été trouvées et testées [52]. D'autres applications pour le routage tout optique peuvent également être envisagées ce qui justifie une étude de ce phénomène.

Une structure en polymère est, a priori, susceptible d'avoir le même comportement, il est donc intéressant d'étudier les effets non linéaires qui peuvent apparaître dans un micro-anneau tel que celui décrit dans le paragraphe 3.3.3 et pour ce faire, nous disposons à présent de deux outils :

- La méthode FDTD exclusive
- Le modèle analytique associé à la FDTD pour le calcul des coefficients de couplage.

3.5.1 Utilisation de la FDTD pour l'étude de la bistabilité dispersive dans un micro-anneau

Un système est dit bistable si il peut avoir deux réponses différentes à une même excitation. Les propriétés non linéaires (effet Kerr) d'un matériaux mis en cavité peut être à l'origine d'une telle bistabilité. Ce phénomène est en particulier bien connu dans les cavités Fabry Perot [53] et peut se comprendre aisément à partir de la fonction d'Airy (fonction de transfert d'une telle cavité) comme nous allons le voir.

Considérant un matériaux d'indice $n = n_0 + n_2|E|^2$ placé entre deux miroirs de réflectivité R ($\simeq 100\%$) et de transmission T (figure 3.25 (a)), la fonction d'Airy s'écrit :

$$I_{out} = \frac{I_{inc}}{1 + \frac{4R}{T^2} \left(\sin \frac{\phi}{2} \right)^2} \quad (3.40)$$

avec ϕ la phase qui s'écrit comme la somme de la phase linéaire à la résonance $\phi_0 = \frac{2\pi n_0 L}{\lambda_0}$ (figure 3.21 (b)) et d'un désaccord de phase $\delta\phi$. Autour d'une résonance, la fonction de

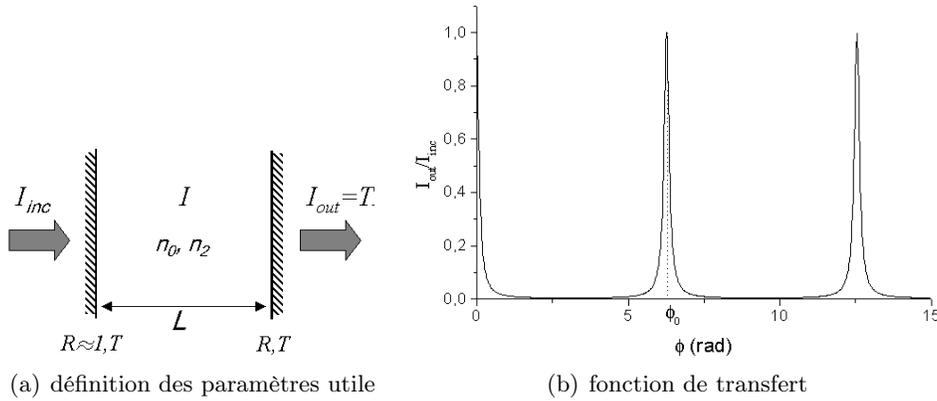


FIG. 3.25 – Transmission d'un Fabry Perot

transfert de la cavité peut donc se ramener à :

$$\frac{I_{out}}{I_{inc}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta\phi}{T}\right)^2} \quad (3.41)$$

Si à présent on considère le régime non linéaire, le désaccord devient dépendant de l'intensité lumineuse suivant la relation $\delta\phi = \delta\phi_0 + gI$ et la fonction de transfert devient une fonction de $I_{out} = TI$:

$$\frac{I_{out}}{I_{inc}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta\phi_0}{T} + g\frac{I_{out}}{T^2}\right)^2} \quad (3.42)$$

L'évolution de cette expression est représentée sur la figure 3.26 (a) pour un désaccord de phase linéaire $\delta\phi_0$ par rapport à la résonance. Suivant cette représentation, faire varier l'intensité incidente revient à parcourir le cadre avec des droites dont le coefficient directeur est inversement proportionnel à I_{inc} (pour $I_{inc} = 0$, la droite correspond à l'axe des ordonnées puis, plus I_{inc} augmente, plus la droite se rapproche de l'axe des abscisses) et à suivre le déplacement des points d'intersection des ces droites avec la fonction de transfert.

En augmentant progressivement l'intensité incidente, on va donc parcourir la courbe de gauche à droite en suivant les intersections représentées par des points noir sur la figure 3.26 (a). Lorsque l'on va atteindre la valeur seuil qui correspond à la droite bleue numérotée 1, I_{out} va brusquement dépasser la résonance en passant du rond au carré numéroté 1 (comme le montre la figure 3.26 (b)). Si, à présent l'intensité incidente décroît, I_{out} ne va pas suivre tout à fait le même "chemin" qu'à l'aller : il va parcourir la courbe 3.26 (a) de droite à gauche en suivant les intersections représentées par les carrés jusqu'à ce que I_{inc} atteigne la valeur seuil (différente du seuil précédent) associée à la droite rouge numérotée 2. Au delà de cette valeur, I_{out} va chuter brutalement comme le montre la figure 3.26 (b).

La zone bistable est définie par l'ensemble des droites ayant plus d'une intersection avec la courbe et elle n'existe que pour un désaccord $\delta\phi_0$ supérieur à $\sqrt{3}$ fois la largeur à mi-hauteur

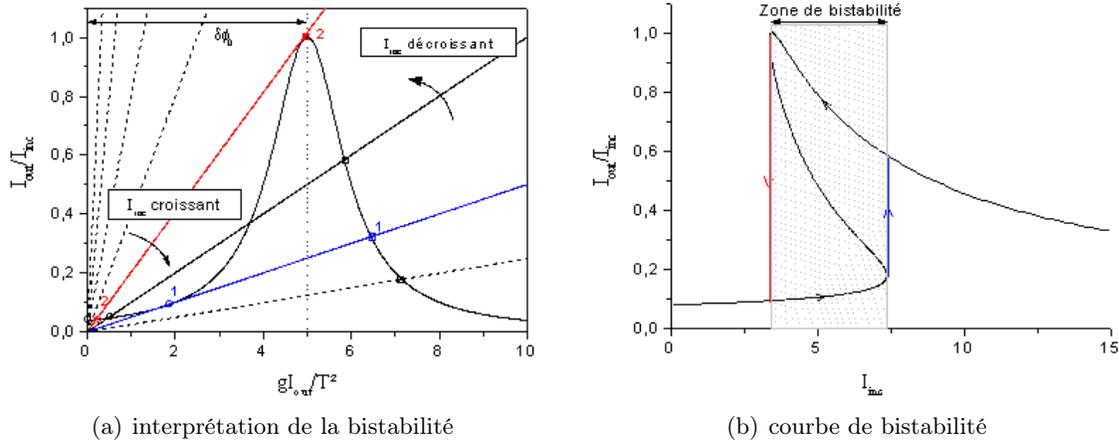


FIG. 3.26 – Bistabilité dans un Fabry Perot

de la fonction de transfert 3.25 (b).

Ayant cela en tête, on peut naturellement penser qu'une cavité cyclique telle que le micro-anneau défini dans le paragraphe 3.3.1 peut avoir le même comportement bistable. En utilisant la méthode FDTD, il est possible de prendre en compte la susceptibilité non linéaire du troisième ordre instantanée du matériau polymère en propageant non pas le champ électrique \vec{E} mais le vecteur déplacement \vec{D} . Cette méthode de calcul est appelée NFDTD pour "Nonlinear FDTD" [54]. A chaque itération, on résout les équations de Maxwell 3.8 et 3.9 en suivant la méthode développée dans le paragraphe 3.2.3 avec $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ et :

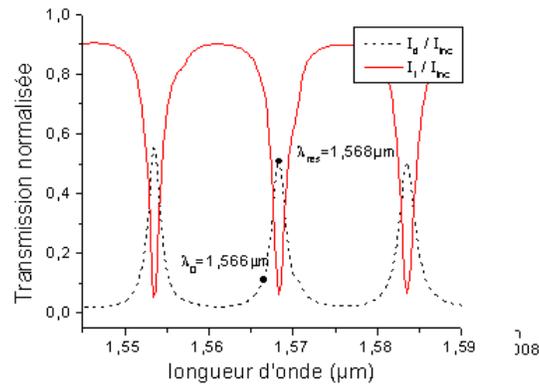
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_R(x, y) \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)}(x, y) \vec{E}^3 \quad (3.43)$$

où ϵ_R est la constante diélectrique relative au point de calcul considéré et $\chi^{(3)}$ la susceptibilité non linéaire d'ordre 3 du matériau.

Le champ électrique est ensuite calculé en résolvant l'équation 3.43 à l'aide de la méthode du point fixe. On obtient ainsi la réponse temporelle de la structure à un champ électromagnétique incident. Contrairement à l'étude rapportée dans le paragraphe 3.3.3, cette fois-ci le champ incident (E_i) n'est pas une impulsion mais un champ continu dont la longueur d'onde est choisie de façon à ce que la bistabilité existe (pour une longueur d'onde résonante $\lambda_{res} = 1,568 \mu m$ on travaille à $\lambda_0 = 1,566 \mu m$, cf. figure 3.27) et le comportement de la structure est observé en régime stationnaire.

Pour déterminer le champ transmis (E_t) et le champ extrait (E_d) en fonction de E_i plusieurs rampes dont l'amplitude de saturation varie, sont envoyées en entrée de la structure et on regarde l'amplitude en sortie. De cette manière on décrit la courbe $E_t = f(E_i)$ (respectivement E_d) dans le sens des E_i croissants (courbe verte de la figure 3.28 (a)).

Si à présent, on part d'une amplitude de E_i élevée et qu'elle est abaissée de façon à atteindre les mêmes valeurs que précédemment, la courbe $E_t = f(E_i)$ sera parcourue dans le sens des E_i décroissants (courbes rouge de la figure 3.28 (a)).

FIG. 3.27 – Définition de la longueur d'onde de travail λ_0

Lorsque l'on se trouve dans la zone bistable, on peut constater que l'amplitude E_t obtenue,

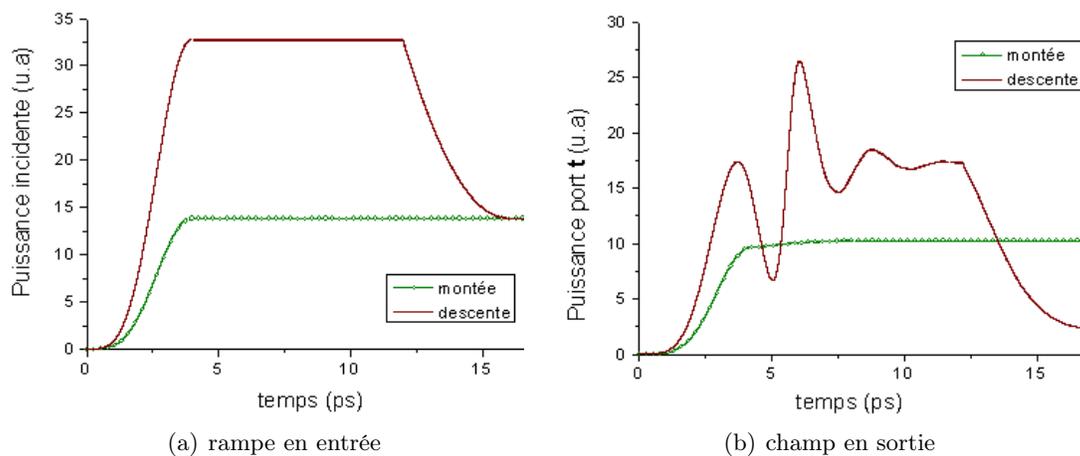


FIG. 3.28 – Exemple de réponse du résonateur à une consigne dans la zone bistable

une fois le régime établi, pour une même valeur du champ incident, est différente suivant qu'on atteigne E_i par une rampe croissante ou décroissante. Par exemple, sur les figures 3.28, on peut voir qu'une même consigne ($E_i = 13(u.a.)$ pour $t > 15ps$) donne deux valeurs du champ transmis ($E_t = 11$ et $E_t = 2$).

La méthode NFDTD permet, outre cette étude en régime établi, d'observer le comportement de la structure en régime transitoire. Sur la figure 3.28 (b) on constate que le temps de réponse du système peut être quasi-nul (c'est le cas de la courbe verte anotée "montée") mais, pour certaines valeurs de consigne, le système oscille un certain temps avant d'atteindre le régime stationnaire (courbe rouge "descente"). La période de ces oscillations ne correspond à aucun temps caractéristique de la cavité et pourrait laisser croire à un artefact numérique. Nous verrons dans le paragraphe 3.5.4 qu'il n'en est rien et que ce temps de réponse est directement fonction du facteur de qualité Q du résonateur.

3.5.2 Comparaison des résultats avec ceux donnés par le modèle analytique

Cette méthode est très efficace pour traiter ce type de problème, mais les calculs sont toujours extrêmement longs et dans ce cas également, l'utilisation du modèle analytique peut être avantageux. Pour ce faire, il suffit de reprendre le modèle tel qu'il a été présenté dans la paragraphe 3.4.1 et de prendre en compte l'indice non linéaire du matériaux.

3.5.2.1 le modèle paramétrique

Lors de la propagation dans l'anneau, le champ électromagnétique va subir un déphasage qui est fonction de l'indice du matériau. Or, si celui-ci à un indice non linéaire d'ordre 2 non nul (c'est à dire que $n = n_{eff} + n_2|E|^2$) le déphasage ne va pas se limiter au terme $\Phi = \frac{2\pi n_{eff}L}{\lambda_{res}}$ mais va prendre en compte n_2 [55]. En résolvant l'équation de propagation non linéaire (issue de l'approximation des enveloppes lentement variables) :

$$\frac{dE}{dz} = i \frac{2\pi n_2}{\lambda_{res}} |E|^2 E - \frac{1}{2} \alpha E \quad (3.44)$$

où z représente la direction de propagation, α le coefficient d'atténuation en intensité, on trouve les expressions suivantes pour les déphasages non linéaires :

$$\begin{aligned} \Phi_{NL1 \rightarrow 2} &= \frac{2\pi n_2}{\lambda_{res}} |E_1|^2 \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} = f |E_1|^2 \\ \Phi_{NL3 \rightarrow 4} &= \frac{2\pi n_2}{\lambda_{res}} |E_3|^2 \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} = f |E_3|^2 \end{aligned} \quad (3.45)$$

avec n_2 lié à la susceptibilité non linéaire $\chi^{(3)}$ par :

$$\chi^{(3)} = \epsilon_0 c n_0^2 n_2 \quad (3.46)$$

En conservant les paramètres a et Φ introduits dans le paragraphe 3.4.1, on peut réexprimer les relations 3.22 :

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 \sqrt{a} e^{j\Phi_{NL1 \rightarrow 2}} e^{j\Phi} \\ E_4 &= E_3 \sqrt{a} e^{j\Phi_{NL3 \rightarrow 4}} e^{j\Phi} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Si on choisit comme paramètre $p = |E_1|^2$ [55] et que l'on pose $\Phi_L = 2\Phi$ le déphasage linéaire sur un tour d'anneau et $\Psi = \Phi_L + \Phi_{NL1 \rightarrow 2} + \Phi_{NL3 \rightarrow 4} = \Phi_L + f(1 + a^2 t'^2)p$ le déphasage non linéaire total, on obtient les expressions des champs électrique en fonction de p suivantes :

$$|E_d|^2 = a |k'|^2 p \quad (3.48)$$

$$|E_t|^2 = \frac{p}{k^2} [t^2 + t'^2 a^2 (tt' + kk')^2 - 2tt' a (tt' + kk') \cos \Psi] \quad (3.49)$$

et :

$$\begin{aligned} |E_i|^2 &= \frac{p}{k^2} [1 + t'^4 a^2 - 2t'^2 a \cos \Psi] \\ &= \frac{p}{k^2} [1 + t'^4 a^2 - 2t'^2 a \cos(\Phi_L + f(1 + t'^2 a)p)] \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ces relations nous permettent d'obtenir l'évolution des intensités en sortie de la structure ($I_d \propto |E_d|^2$ et $I_t \propto |E_t|^2$) en fonction de l'intensité en entrée ($I_i \propto |E_i|^2$) et donc d'étudier les effets non linéaires qui se produisent dans l'anneau. Comme c'était déjà le cas pour le calcul des caractéristiques linéaires du filtre, le problème à ce niveau est la détermination de k , k' , t et t' , mais, comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la FDTD nous permet d'avoir accès à ces coefficients assez rapidement.

3.5.2.2 les résultats de l'étude stationnaire

Les valeurs des coefficients de couplage ayant été calculées pour étudier le comportement linéaire de la structure définie dans le paragraphe 3.3.3, ils sont aisément réutilisables afin d'évaluer son comportement non linéaire. En se plaçant dans la configuration donnant le fonctionnement optimal, c'est à dire pour un gap de $0,15\mu m$ il est possible de tracer la caractéristique non linéaire statique de la structure.

Pour prendre en compte la forme transverse du mode [56] on doit définir un indice non linéaire effectif :

$$N_2 = \frac{\int n_2^I(r) |E(r)|^4 dr}{E_{max}^2 \int |E(r)|^2 dr} \quad (3.51)$$

puis on trace l'intensité normalisée $|N_2|I$ en sortie de la structure en fonction de l'intensité incidente $|N_2|I_{inc}$ (figure 3.29). On peut constater qu'une fois encore, les résultats obtenus

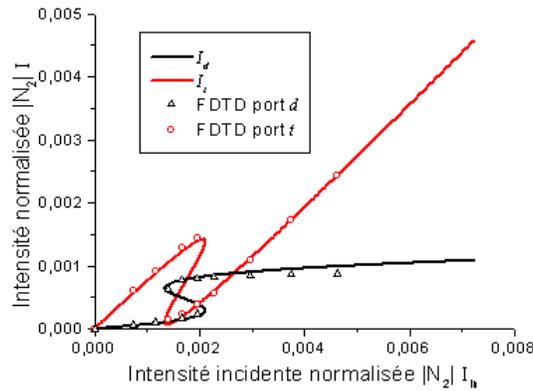


FIG. 3.29 – Evolution de l'intensité en sortie de la structure en fonction de l'intensité en entrée; en continu : courbes obtenues avec le modèle; en discontinu : points obtenus avec la méthode NFDTD

en combinant le modèle et la méthode FDTD sont très proches de ceux obtenus en utilisant la méthode NFDTD exclusivement, le modèle présentant l'avantage de permettre une étude en continu suivant les valeurs de E_i alors que la méthode NFDTD ne permet qu'une étude discrète et longue.

3.5.3 Etude du seuil de bistabilité

A présent que la pertinence du modèle a été démontrée pour étudier le comportement non linéaire de nos structures, on peut l'utiliser pour évaluer l'influence des différents paramètres géométrique (tel que le gap) ou bien des caractéristiques du matériaux (telles que les pertes) sur la bistabilité.

Au seuil de bistabilité on a un point d'inflexion (figure 3.30), ce qui s'exprime par l'annu-

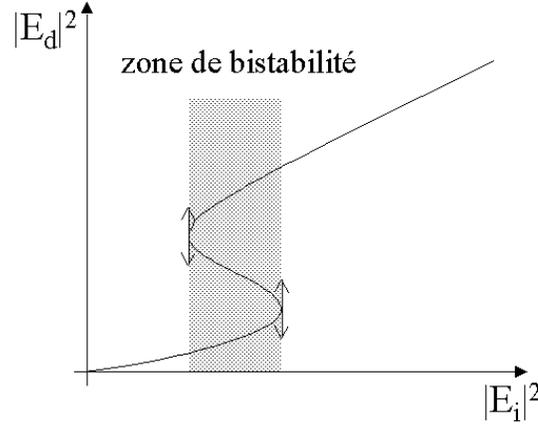


FIG. 3.30 – Exemple de bistabilité

lation de la dérivée première et de la dérivée seconde. On est donc amené dans un premier temps à résoudre :

$$\frac{d|E_i|^2}{d|E_d|^2} = 0 \quad (3.52)$$

or :

$$\frac{d|E_i|^2}{d|E_d|^2} = \frac{d|E_i|^2}{dp} \cdot \frac{dp}{d|E_d|^2} \quad (3.53)$$

on va donc chercher les solutions $|E_i|_s$ de l'équation :

$$\frac{d|E_i|^2}{dp} = 0 \quad (3.54)$$

en utilisant la relation 3.50, ce qui revient à résoudre :

$$1 - t'^4 a^2 + 2at'^2 [pf(1 - at'^2) \sin(\Phi + f(1 + at'^2)) - \cos(\Phi + f(1 + at'^2))] = 0 \quad (3.55)$$

A partir de l'équation 3.55 en faisant l'approximation que la cavité est de grande finesse ($\Phi_l = 2n\pi + \delta\phi$ avec $\delta\phi$ le désaccord de phase à partir duquel la bistabilité peut être observée) on trouve que p au seuil vaut :

$$p_s = -\frac{2(1 - at'^2)}{\sqrt{3at'f(1 + at'^2)}} \quad (3.56)$$

Ce qui permet d'exprimer le champ électrique incident au seuil de bistabilité :

$$|E_i|_s^2 = -\frac{8(1 - at'^2)^3}{3\sqrt{3at'k^2f(1 + at'^2)}} \quad (3.57)$$

L'intensité au seuil s'écrit donc :

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c n_{eff} |E_i|_s^2 \\ &= -\frac{1}{2} \epsilon_0 c n_{eff} \frac{8(1 - at'^2)^3}{3\sqrt{3at'k^2} f(1 + at'^2)} \end{aligned} \quad (3.58)$$

avec $f = \frac{2\pi n_2 L(a-1)}{\lambda_{res} \ln a}$ (cf. équations 3.45).

On peut remplacer n_2 qui est l'indice non-linéaire en champ par l'indice non-linéaire en intensité qui est la grandeur habituellement fournie (en cm^2/W). En effet si on a :

$$\begin{aligned} n &= n_0 + n_2 |E|^2 \\ &= n_0 + n_2^I I \end{aligned} \quad (3.59)$$

on en déduit que $n_2^I = 2n_2/\epsilon_0 c n_{eff}$ et donc que $f = \frac{\pi n_2^I \epsilon_0 c n_{eff} L(a-1)}{\lambda \ln a}$.

On obtient l'expression de l'intensité au seuil en fonction de l'atténuation a et des coefficients de couplage k et t' :

$$n_2^I I_s = -\frac{4\lambda \ln a (1 - at'^2)^3}{3\pi L \sqrt{3at'k^2} (1 - at'^2)(a - 1)} \quad (3.60)$$

En cherchant à annuler la dérivée seconde on retrouve la même expression de l'intensité au seuil.

La figure 3.31 illustre l'influence du gap (qui joue sur les coefficients k et t') et de l'atténuation sur le seuil de bistabilité de l'anneau polymère défini dans le paragraphe 3.3.1 (en prenant en compte l'indice non linéaire intrinsèque du chromophore DR1 greffé sur du PMMA par exemple dont l'indice non linéaire vaut $n_2^I = -6, 2 \cdot 10^{-13} cm^2/W$ ce qui est 10^4 fois plus élevé que celui de la silice).

On peut constater que, comme pour l'évolution du coefficient de couplage guide-anneau,

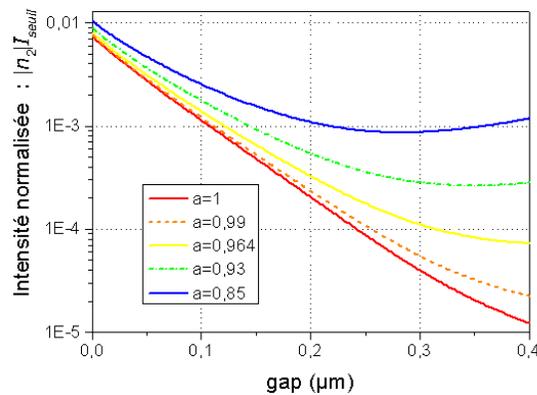


FIG. 3.31 – Evolution de l'intensité au seuil de bistabilité en fonction du gap

l'évolution du seuil de bistabilité est elle aussi quasi exponentielle en fonction du gap. Néanmoins, suivant la valeur des pertes, on voit qu'il est possible de trouver une configuration qui offre une grande tolérance vis à vis de la valeur du gap. C'est le cas, par exemple, pour un coefficient d'atténuation $a = 0,85$ et un $gap \simeq 0,3 \mu m$. Cette configuration ne sera

évidemment pas adaptée à une utilisation comme filtre passif. En effet, nous avons vu que dans le cas d'un matériau sans perte, un gap aussi important ne permettait pas à l'efficacité d'extraction d'atteindre les 50%. de plus, nous avons pu évaluer l'influence désastreuse des pertes sur les propriétés d'extraction des filtres à base de micro-anneau. Toutefois, une utilisation pour du routage [57] ou bien comme mémoire optique peut être envisagée. En effet dans la zone bistable, ces structures ont deux états distincts : un état bas qui peut être associé à un "0" numérique et qui est atteint par les valeurs inférieures de E_i et un état haut ("1") qui est atteint par les valeurs supérieures.

3.5.4 Les résultats dynamiques

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.5.1, les résultats obtenus avec la méthode NFDTD font état d'un régime transitoire oscillant pour certains points de fonctionnement du système. Le modèle analytique exposé dans ce qui précède ne permet pas de connaître le comportement temporel de la structure. Il existe néanmoins une méthode dite "des modes couplés" mise au point par H. Haus [56] qui permet, en connaissant la longueur d'onde $\lambda_{res} = 2\pi c/\omega_{res}$ et le facteur de qualité Q d'une résonance en régime linéaire, d'étudier le comportement dynamique d'une cavité autour de cette résonance. Cette méthode n'étudie pas la propagation d'un champ électromagnétique, mais l'évolution temporelle de l'amplitude de l'énergie w stockée à l'intérieur d'une cavité autour de λ_{res} . Celle-ci est fonction de

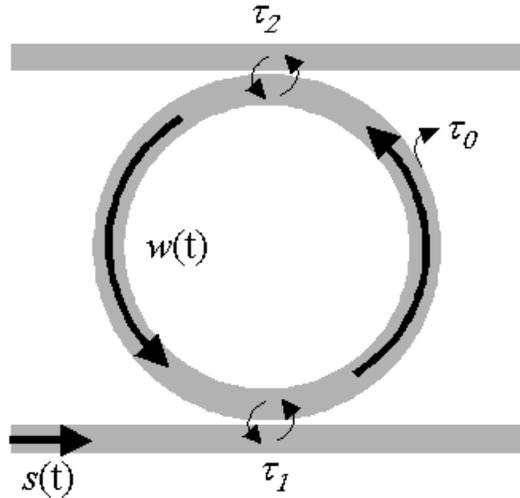


FIG. 3.32 – Définitions des différents paramètres utiles à l'écriture de l'équation d'évolution de l'énergie w

l'énergie apportée (terme source $s(t)$) mais également des pertes de la cavité ($1/\tau$ qui est la somme de pertes par couplage $1/\tau_1$, $1/\tau_2$ et des pertes par courbure $1/\tau_0$). Par analogie avec un circuit électronique RLC on peut écrire :

$$\frac{dw}{dt} = j\omega_{res}w - \frac{1}{\tau}w + \kappa s \quad (3.61)$$

où $|s(t)|^2$ est la puissance optique portée par l'onde incidente et κ un coefficient qui exprime le degré de couplage entre le guide et le résonateur qui vaut arbitrairement $\sqrt{2/\tau_1}$ [56]. les pertes $1/\tau$ peuvent être déterminées grâce au facteur de qualité qui vaut $Q = \omega_{res}\tau$.

En régime non linéaire, la pulsation de résonance va devenir fonction de l'intensité lumineuse $I \simeq \frac{c}{n_0} \frac{|w|^2}{\mathcal{A}_{eff}L}$ (\mathcal{A}_{eff} l'aire effective du mode). En effet $\omega_0 = 2\pi c/nL$ avec $n = n_0 + n_2^I I$. Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{2\pi c}{\left(n_0 + n_2^I \frac{c|w|^2}{\mathcal{A}_{eff}n_0L}\right) L} \\ &\simeq \frac{2\pi c}{n_0 L} \left(1 - n_2^I \frac{c|w|^2}{\mathcal{A}_{eff}n_0^2 L}\right) \\ &\simeq \omega_{res} \left(1 - \left|\frac{w(t)}{w_0}\right|^2\right) \end{aligned} \quad (3.62)$$

avec $w_0 = n_0 \sqrt{\mathcal{A}_{eff}L/n_2^I c}$.

Cette méthode permet d'étudier l'aspect dynamique de l'établissement du régime bistable via la résolution de l'équation :

$$\frac{dw}{dt} = j\omega_{res} \left(1 - \left|\frac{w(t)}{w_0}\right|^2\right) w(t) - \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right) w(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_1}} s(t) \quad (3.63)$$

Sur les figures 3.33 (a) et (b) on peut constater que les résultats obtenus avec la NFDTD et la méthode des modes couplés sont très similaires. Le comportement temporel est globalement le même malgré quelques légères différences au niveau de l'amplitude des oscillations. Ceci peut s'expliquer par la non prise en compte de l'aspect propagatif dans le cas de la méthode des modes couplés, autant que par un échantillonnage grossier ($\delta x = 0,08\mu m$) lors du calcul FDTD. Cela dit, cette méthode qui ne nécessite que la connaissance de l'évolution temporelle de la consigne et les caractéristiques linéaires du filtre permet bien de retrouver le comportement temporel de la bistabilité qui pouvait sembler surprenant au premier abord. D'autres méthodes numériques, plus lourdes, telle que celle développée par Bischofberger et Shen [58] qui prend en compte l'aspect propagatif du champ donne le même comportement oscillatoire dans le cas de résonateurs fibrés en anneau.

3.6 Utilisation des résultats de simulation pour la réalisation de structures

La modélisation linéaire de structures plane à base de micro-résonateurs avait pour finalité la réalisation de fonctions passives destinées au réseau WDM. Ces études préalables nous ont donc permis de mieux appréhender le comportement de ces structures et de pouvoir en optimiser les différents paramètres avant d'entamer l'expérimentation.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.3.3 la structure étudiée a un comportement théorique très encourageant mais n'est pas réalisable dans l'état actuel de nos capacités

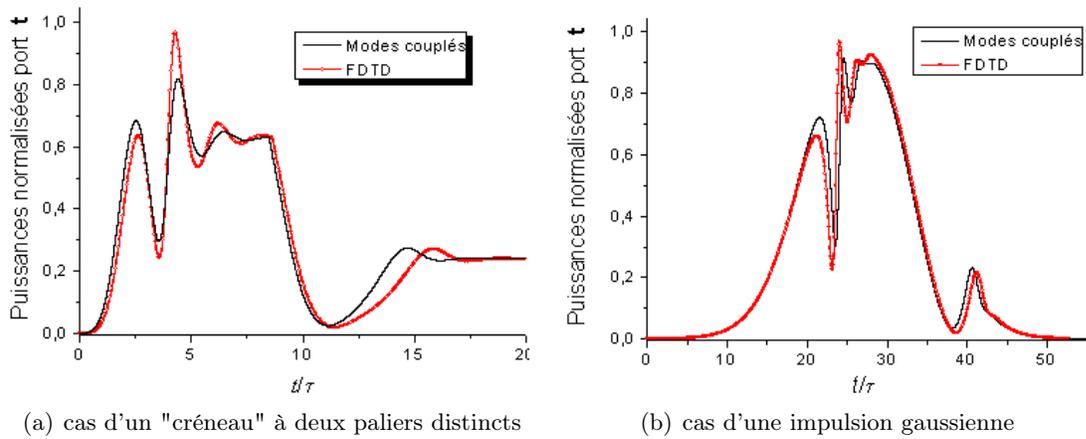


FIG. 3.33 – Comparaison des comportements temporels obtenus avec la méthode des modes couplés et avec la NFDTD

technologiques. Nous avons donc cherché à relâcher les contraintes sur la réalisation, en particulier nous avons cherché des structures qui augmenteraient les tolérances au niveau du gap. Pour pouvoir augmenter la distance anneau-guide tout en gardant un taux de couplage identique, il faut augmenter simultanément la longueur de couplage. Pour faire cela nous avons plusieurs possibilités :

- l'utilisation du couplage vertical présenté dans le chapitre 1, mais comme nous l'avons vu, ce type de couplage est plus délicate à mettre en oeuvre et plus coûteuse.
- le résonateur en forme d'hippodrome mais, plus on va augmenter la longueur de couplage, plus il va falloir réduire le rayon de courbure pour avoir une longueur de propagation (et donc un ISL) équivalente. Or, plus on augmente la courbure, plus on augmente les pertes (ce qui dégrade le facteur de qualité). De plus, l'évolution du coefficient de couplage en fonction du gap, dans le cas d'un coupleur linéaire, étant exponentielle, nous serons confrontés au même soucis de précision lors de la réalisation.
- déconfinement du champ dans la zone de couplage par le biais de tapers. Nous verrons dans le paragraphe 3.6.1.3 les solutions que nous avons retenues.

La structure étudié utilisait des guides de PVCi dans l'air de $1 \mu m$ de large, or pour un tel contraste d'indice ce guide est multimode. Comme nous ne pouvons pas raisonnablement espérer réaliser des guides de taille inférieure, il est nécessaire de diminuer le contraste d'indice ce qui a orienté vers un choix de nouveau matériaux comme nous allons le voir dans la suite, choix qui va imposer la taille des guides et des anneaux à réaliser.

3.6.1 La conception du masque

La première phase pour réaliser de telles structures est la conception d'un masque. Sur celui-ci, on dessine les différents motifs qui seront ensuite reproduits par gravure sur le wafer (plaque sur laquelle est déposée une couche de polymère dans notre cas).

Nous avons pour but de réaliser et de tester plusieurs configurations de contraste d'indice. Après avoir discuter de l'ensemble des matériaux polymères que nous pouvions envisager d'utiliser pour le cœur ainsi que pour la gaine, nous sommes arrivés à la conclusion que nous pouvions balayer une large gamme de Δn (contraste d'indice cœur/gaine) en nous fixant quatre configurations numérotées de 1 à 4 suivant les contrastes d'indice croissants (tableau 3.2). Les configurations 1) et 4) seront réalisée à partir d'un cœur de PMMA (Poly Méthyl Méthacrylate) et d'une gaine choisie de façon à avoir le contraste d'indice désiré : PMATRIFE (Polyméthacrylate de TriFluoro Ethyle), ou ridge dans l'air. Les contrastes d'indice souhaités pour les configurations 2) et 3) ne pouvant pas être obtenus à partir de PMMA, on prévoit d'utiliser du KAMAX (nom commercial du Polyméthacrylate de Méthyle Immidisé) et du PVCi.

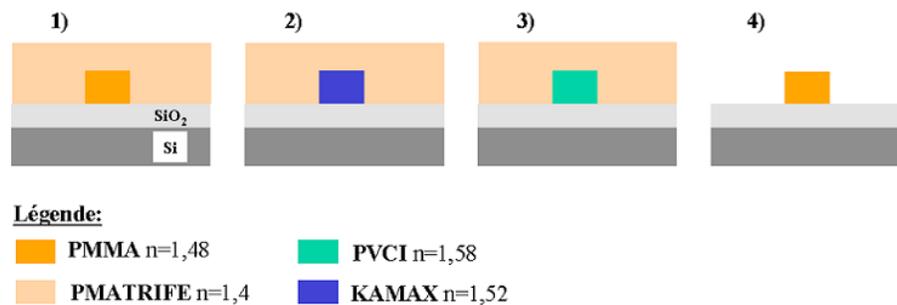


FIG. 3.34 – Illustration des 4 configurations retenues

Une fois le contraste d'indice fixé, il a ensuite fallu déterminer toutes les caractéristiques géométriques des structures que nous allons réaliser : l'épaisseur et la largeur des guides pour qu'ils soient monomodes, puis le rayon de courbure minimal pour que les pertes soient négligeables et enfin les géométries de couplage guide-résonateur.

3.6.1.1 Taille des guides

On souhaite réaliser des guides ridges (section carrée) à partir de plusieurs matériaux polymères avec des indices de réfraction différents. Un calcul préalable des tailles de guide (section) est indispensable pour s'assurer de leur caractère monomode aux longueurs d'onde télécom ($1,3\mu m$ et $1,55\mu m$).

pré-requis d'optique guidée Si on considère un guide plan tel que celui représenté sur la figure 3.35, les relations d'optique guidée nous disent que sa fréquence réduite V s'exprime en fonction de la taille du guide l , de ses différents indices et de la longueur d'onde de la façon suivante :

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} l \sqrt{n_c^2 - n_s^2} \quad (3.64)$$

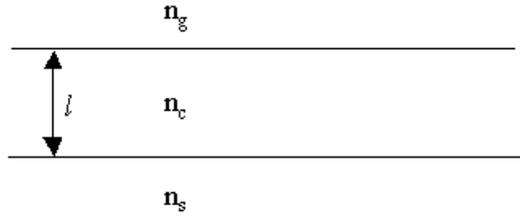


FIG. 3.35 – Définition des paramètres du guide

avec n_c l'indice du cœur, n_s l'indice du substrat.

De plus, la fréquence de coupure d'un mode d'ordre m dans ce guide s'écrit :

$$V_c^m = m\pi + \arctan(\sqrt{a}) \quad (3.65)$$

où a est le coefficient d'asymétrie défini par :

$$a = \frac{n_s^2 - n_g^2}{n_c^2 - n_s^2} \quad (3.66)$$

avec n_g l'indice du superstrat (gaine).

V_c^m correspond à la fréquence à partir de laquelle le mode d'ordre m peut exister. Un guide étant monomode si seul le mode d'ordre 0 peut se propager, on va donc chercher à déterminer l'expression de la fréquence réduite V de notre guide en fonction de sa taille l afin de la situer par rapport à la fréquence de coupure V_c^1 .

calcul de l'épaisseur Soit $l = e$ l'épaisseur du guide que l'on cherche à déterminer. Pour que le guide soit monomode, il faut que e soit inférieure à l'épaisseur de coupure e_c^1 qui, d'après la relation 3.64 s'écrit :

$$e_c^1 = \frac{\lambda V_c^1}{2\pi\sqrt{n_c^2 - n_s^2}} \quad (3.67)$$

Le substrat est constitué d'une couche tampon de silice d'indice 1,43.

Si, dans un premier temps, on considère les configurations notées 1) et 4) (figure 3.34) qui ont toutes les deux le même polymère pour cœur, à savoir le PMMA d'indice 1,48 à 1,55 μm on peut déterminer les épaisseurs limites pour que le guide plan soit monomode aux deux longueurs d'onde 1,55 μm et 1,3 μm .

configurations	1)	2)	3)	4)
n_c	1,48	1,52	1,58	1,48
n_g	1,4	1,4	1,4	1
e_{max} en μm (@1,55 μm)	3	1,9	1,4	3,4
e_{max} en μm (@1,3 μm)	2,5	1,6	1,1	2,8

TAB. 3.1 – valeurs des épaisseurs maximales pour que les guides soient monomodes pour les 3 configurations d'indice retenues

L'étude suivant la longueur d'onde montre qu'un guide monomode à $1,3\mu m$ est forcément monomode à $1,55\mu m$. Cependant les tailles imposées par le choix de la longueur d'onde $1,3\mu m$ sont très réduites et la technologie dont nous disposons pour réaliser ces guides ne nous permet pas d'envisager de trop petites tailles. Ainsi, on a renoncé à ce que nos guides soient monomodes aux deux longueurs d'onde télécom.

La première et la dernière colonne du tableau 3.1 concernent le même polymère de coeur, à savoir le PMMA. On peut constater que la condition de la première configuration est la plus contraignante. En effet, un guide de $3\mu m$ d'épaisseur est forcément monomode dans les deux configurations. On peut donc choisir cette épaisseur pour la couche de PMMA à déposer. Cette remarque nous permettra par la suite d'utiliser un même wafer de PMMA pour graver nos guides dans les deux configurations (avec et sans superstrat).

On procède de la même façon pour la configuration notée 2) et 3) et on trouve les résultats regroupés dans le tableau 3.1.

calcul de la largeur Pour le calcul de la largeur des guides on procède de la même façon à la différence que l'indice de coeur est remplacé par l'indice effectif qui prend en compte l'épaisseur de la couche qui constitue le coeur ainsi que les indices de réfraction dans la direction y . Ne pas faire cela reviendrait à considérer que notre guide est de dimension infinie suivant y .

L'indice effectif représente l'indice vu par le mode ($n_{eff} = \beta/k_0$ où β est la constante de propagation du mode) se calcule en résolvant numériquement l'équation de dispersion du guide (qui découle des conditions de continuité entre le coeur et la gaine cf. §3.6.1.2) :

$$V\sqrt{1-b} = \arctan \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \arctan \sqrt{\frac{b+a}{1-b}} \quad (3.68)$$

avec a définit par la relation 3.66, V par la relation 3.64 et où b s'exprime en fonction de n_{eff} d'après la relation :

$$b = \frac{n_{eff}^2 - n_s^2}{n_g^2 - n_s^2} \quad (3.69)$$

A partir des relations 3.64, 3.65 et 3.66 en posant $l = w$ on peut déterminer l'expression de la largeur de "coupure" (largeur maximale pour que le guide reste monomode) :

$$w_c^1 = \frac{\lambda}{2\sqrt{n_{eff}^2 - n_g^2}} \quad (3.70)$$

On trouve ainsi les largeurs w_{max} données dans le tableau 3.2.

3.6.1.2 Rayon de courbure limite

pré-requis d'optique guidée La figure 3.36 représente un guide de largeur w et de direction de propagation z . Les modes qui peuvent se propager dans un tel guide doivent

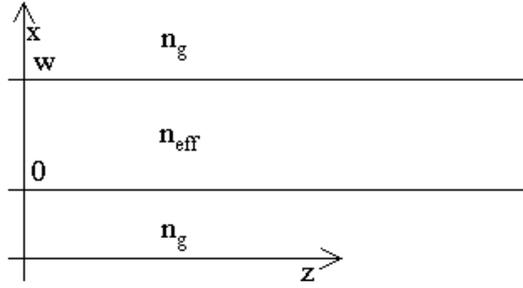


FIG. 3.36 – Définition des paramètres d'un guide rectiligne symétrique

être solution de l'équation de propagation suivante :

$$\frac{\partial^2 E_y(x)}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2) E_y(x) = 0 \quad (3.71)$$

avec :

$$n(x) = \begin{cases} n_g & \text{si } x \leq 0 \text{ et si } d \leq x \\ n_{eff} & \text{si } 0 \leq x \leq d \end{cases} \quad (3.72)$$

Le champ solution de cette équation doit être propagatif à l'intérieur du guide et évanescent dans la gaine et le substrat. Ceci implique que $n_{eff}^2 k_0^2 - \beta^2$ est positif et donc que la constante de propagation est réelle (champ oscillant) mais également que $n_g^2 k_0^2 - \beta^2$ soit négatif et donc que la constante de propagation à l'extérieur du cœur est imaginaire. Ainsi, les solutions s'écrivent :

$$\text{pour } x \leq 0 \text{ et } d \leq x \quad E_y(x) = E_g e^{\kappa_g(d-x)} \quad -\kappa_g^2 = n_g^2 k_0^2 - \beta^2 < 0 \quad (3.73)$$

$$\text{pour } 0 \leq x \leq d \quad E_y(x) = E_c \cos(\sigma x - \phi_g) \quad \sigma^2 = n_{eff}^2 k_0^2 - \beta^2 > 0 \quad (3.74)$$

En appliquant les conditions de continuité en $x = 0$ et $x = d$ on trouve la relation de dispersion :

$$\sigma w - 2 \arctan \frac{\kappa_g}{\sigma} = m\pi \quad (3.75)$$

Si on introduit les variables normalisées suivantes :

- l'indice apparent $n_a = \frac{\beta}{k_0}$

- l'indice normalisé $b = \frac{n_a^2 - n_g^2}{n_{eff}^2 - n_g^2}$

- la fréquence réduite $V = k_0 w \sqrt{n_{eff}^2 - n_g^2}$

alors la relation de dispersion 3.75 devient :

$$V \sqrt{1-b} = m\pi + \arctan \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \arctan \sqrt{\frac{b+a}{1-b}} \quad (3.76)$$

Si on connaît la géométrie de notre guide, il est possible de calculer la fréquence réduite et, par une résolution numérique de l'équation de dispersion 3.76, d'obtenir l'indice normaliser pour en déduire l'indice apparent. On dispose ainsi de l'expression de la norme du vecteur d'onde $\beta = n_a k_0$, ce qui nous permet ensuite de calculer les constantes σ et κ_g nécessaires au calcul des pertes de courbure.

méthode de Marcatilli pour le calcul des pertes de courbure Le processus de perte de radiation par courbure peut être perçu de la façon suivante : les photons du mode optique localisé à une distance supérieure à $R + X_r$ du centre de courbure ne peuvent pas se déplacer assez vite pour suivre le reste du mode. Ils s'en séparent donc et sont perdus dans la gaine. Si on essaye d'exprimer cela de façon plus rigoureuse, au delà du rayon $R + X_r$ la vitesse de groupe devrait dépasser la vitesse de la lumière dans la gaine pour pouvoir préserver le front d'onde, or ce n'est pas possible, donc cette partie du mode est perdue. Comme $d\theta/dt$ doit être le même sur tout le front d'onde on peut en déduire :

$$(R + X_r) \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{\beta_g} \quad (3.77)$$

et

$$R \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{\beta_c} \quad (3.78)$$

ou β_g correspond à la constante de propagation dans la gaine et β_c dans le guide à une distance R du centre de courbure (cf. figure 3.37).

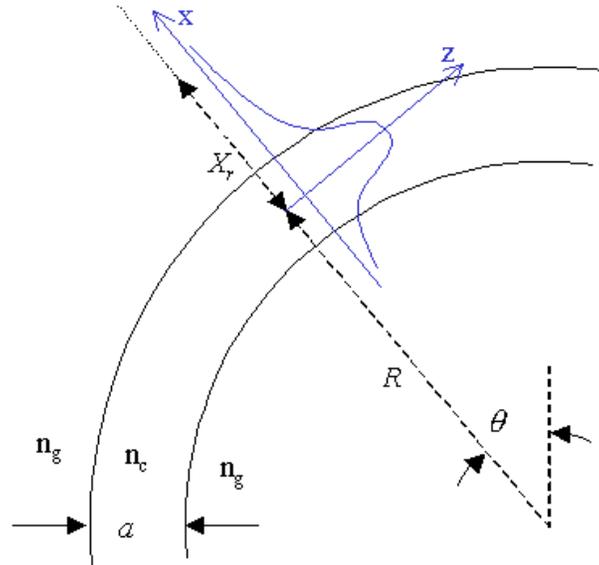


FIG. 3.37 – Définitions des paramètres d'un guide courbe

En combinant les relations 3.87 et 3.88 on obtient l'expression de X_r :

$$X_r = \frac{\beta_c - \beta_g}{\beta_g} R \quad (3.79)$$

Si on définit P_r comme étant la puissance contenue dans la queue du mode après la distance X_r (c'est à dire la puissance qui sera perdue par radiation) et P_t comme étant la puissance totale du mode, le coefficient d'atténuation vaut :

$$\alpha \simeq \frac{P_r}{P_t Z_c} \quad (3.80)$$

ou Z_c représente la longueur durant laquelle un faisceau reste collimaté après être sorti du guide (cf. figure 3.38) et vaut :

$$\begin{aligned} Z_c &= \frac{a}{\varphi} \text{ si } a > \lambda_g \\ &= \frac{a^2}{2\lambda_g} \end{aligned} \quad (3.81)$$

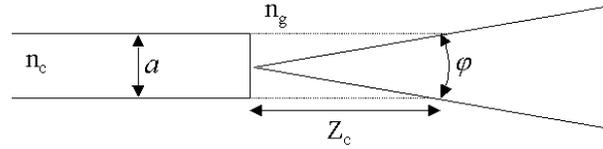


FIG. 3.38 – Illustration de la signification de Z_c

Si on admet que le champ qui se propage dans ce guide s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E(x) &= C \cos(\sigma x) && \text{pour } -a/2 \leq x \leq a/2 \\ E(x) &= C \cos\left(\frac{\sigma a}{2}\right) e^{-\kappa_g(|x| - \frac{a}{2})} && \text{pour } |x| \geq a/2 \end{aligned} \quad (3.82)$$

ou σ et κ_g sont les constantes définies dans le paragraphe précédent, on peut alors en déduire :

$$P_r = \int_{X_r}^{\infty} E^2(x) dx = C^2 \frac{1}{2\kappa_g} \cos^2\left(\frac{\sigma a}{2}\right) e^{-2\kappa_g(X_r - \frac{a}{2})} \quad (3.83)$$

et :

$$P_t = \int_{-\infty}^{\infty} E^2(x) dx = C^2 \left[\frac{a}{2} + \frac{1}{2\sigma} \sin(\sigma a) + \frac{1}{\kappa_g} \cos^2\left(\frac{\sigma a}{2}\right) \right] \quad (3.84)$$

En substituant les expressions 3.81, 3.83, 3.84 et 3.79 dans 3.80 on obtient :

$$\alpha = C_1 e^{-C_2 R} \quad (3.85)$$

avec

$$C_1 = \frac{\lambda_g \cos^2\left(\frac{\sigma a}{2}\right) e^{\kappa_g a}}{\kappa_g a^2 \left[\frac{a}{2} + \frac{1}{2\sigma} \sin(\sigma a) + \frac{1}{\kappa_g} \cos^2\left(\frac{\sigma a}{2}\right) \right]} \quad (3.86)$$

et

$$C_2 = -\frac{2\kappa_g(\beta_c - \beta_g)}{\beta_g} \quad (3.87)$$

Ainsi, on voit que les pertes de radiation dépendent exponentiellement du rayon de courbure. L'expression 3.85 est en m^{-1} , or il est plus courant d'exprimer les pertes en dB/cm. dans ce cas, l'atténuation vaut :

$$\alpha_{dB/cm} = 10 \log(e^{0,01\alpha_{m^{-1}}}) \quad (3.88)$$

On obtient l'allure représentée sur la figure 3.39. On peut tout d'abord constater que, à niveau d'atténuation constant, plus le contraste d'indice est élevé plus les courbures peuvent être importantes (rayons petits). On peut ensuite remarquer que pour un contraste d'indice donné, une fois en deçà d'un rayon limite les pertes de courbures augmentent exponentiellement. Nous nous sommes fixé un seuil de $0,01 dB/cm$ d'atténuation maximale (pertes négligeables) ce qui nous a permis de déterminer, pour chacune des quatre configurations, les rayons de courbure minimal R_{min} regroupés dans le tableau 3.2.

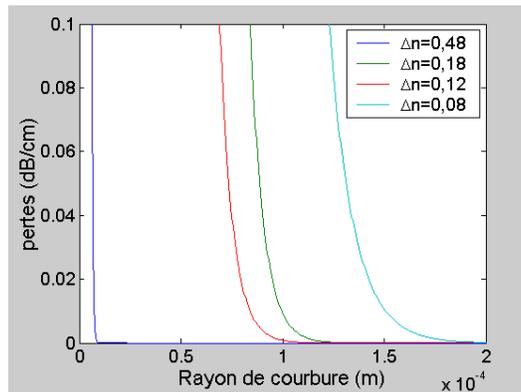


FIG. 3.39 – Evolution des pertes en fonction du rayon de courbure pour les trois configuration de l'étude

Configurations	1)	2)	3)	4)
Δn	0,08	0,12	0,18	0,48
$w_{max}(\mu m)$	1,8	1,4	1,2	0,7
$R_{min}(\mu m)$	155	94	54	7

TAB. 3.2 – Paramètres géométriques pour les 4 configurations retenues

3.6.1.3 Couplage guide-résonateur

Le modèle analytique nous a permis de déterminer la valeur du coefficient de couplage donnant le fonctionnement optimal au vue de notre cahier des charges, à savoir entre 20 et 25% de l'intensité incidente. Dans le cas de l'anneau de $30\mu m$ de diamètre, on a vu que pour obtenir ce taux de couplage il fallait graver un guide à une distance de $0,15\mu m$ du bord de l'anneau avec une résolution inférieur à $50nm$, ce que la technologie dont nous disposons ne permet pas. Il a donc fallu trouver d'autres méthodes de couplage, moins contraignantes.

Comme nous l'avons déjà précisé précédemment dans ce rapport, pour avoir une excitation sélective des modes les plus confinés, le couplage de la lumière d'un guide vers un micro-résonateur doit se faire par le biais d'une onde évanescente. Dans le cas du couplage utilisé dans l'étude du paragraphe 3.3.3, on dispose d'un mode confiné dans un guide. Une partie de l'énergie de celui-ci se propage sous forme d'onde évanescente à l'extérieur du guide, mais cette énergie est faible et décroît très vite quand on s'éloigne du guide. C'est cette partie évanescente que l'on cherche à coupler aux modes du résonateur ce qui explique que le gap doit être très faible pour que le couplage soit suffisant. Pour pouvoir augmenter cette distance ainsi que la tolérance sur le positionnement des guides par rapport à l'anneau, il suffit de déconfiner le champ. De la même façon qu'il est possible d'utiliser des fibres amincies avec des sphères (cf. paragraphe 1.2.3) on peut réduire la dimension transverse du guide. Une réduction de la dimension du guide dans le plan du wafer est facilement réalisable au moment de la gravure des guide, par contre il n'est pas simple de jouer sur la dimension

verticale du guide. En optique guidée, cette méthode n'est donc pas adaptée pour réaliser un déconfinement dans les deux directions.

Une autre façon de déconfiner le champ consiste à réaliser un taper indiciel (également appelé segmenté) : une modulation de l'indice va entraîner une modification du plan de phase et pouvoir déconfiner ou bien confiner un mode guidé. Cette dernière solution a donc été choisie pour l'adaptation du mode en provenance de la fibre d'entrée. En ce qui concerne le couplage vers l'anneau, seul un déconfinement latéral étant nécessaire (un déconfinement dans l'autre direction occasionnerait des pertes supplémentaires), l'utilisation d'un taper géométrique (effilé) est préférable (cf. figure 3.40)

Une étude réalisée au sein du CCLO a permis de déterminer les paramètres géométriques et indiciels des différents tapers à réaliser. On trouve, par exemple, que pour la configuration

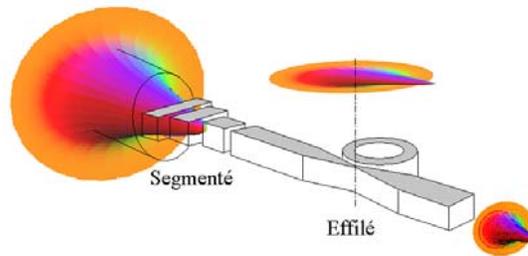


FIG. 3.40 – Schéma d'un taper combiné segmenté/effilé

(1) qui correspond à un contraste d'indice de 0,08 si on souhaite coupler une fibre à l'entrée de la structure à un guide de $2,2 \mu\text{m}$ de large (multimode) on va devoir passer d'un mode de $10,5 \mu\text{m}$ de diamètre à un mode de $2,5 \mu\text{m}$. Sans taper on va perdre 5,4 dB alors que si on utilise un taper adapté à la taille du mode considéré on peut diminuer ces pertes jusqu'à 0,9 dB. Toujours en ce qui concerne la première configuration on va devoir coupler un guide à un anneau de $170 \mu\text{m}$. Si notre guide fait $1,8 \mu\text{m}$ de large on trouve que pour obtenir un taux de couplage de 23% il faut que le gap mesure $1 \mu\text{m}$, en réduisant la largeur du guide au niveau du point de couplage à $1 \mu\text{m}$ on arrive à augmenter le gap jusqu'à $1,5 \mu\text{m}$. Cependant, plus le contraste d'indice va diminuer, plus les guides vont devenir étroits ainsi que les gaps. Ainsi, pour la troisième configuration ($\Delta n = 0,18$) le guide fait $1,2 \mu\text{m}$ de large et pour que le couplage avec un anneau de $40 \mu\text{m}$ de diamètre atteigne les 23% il faut que le gap atteigne $0,7 \mu\text{m}$, or pour réaliser un taper adapté à ce cas, il faudrait réduire la largeur du guide en dessous du micron ce qui devient délicat à réaliser pour passer à un gap de $0,75 \mu\text{m}$ seulement.

3.6.2 La technologie adoptée

Les contrastes d'indice obtenus par la photo-inscription du PVCi, technologie initialement envisagée, n'étant pas suffisamment élevés pour combiner structures de tailles raisonnables et pertes de courbures négligeables ($\Delta n \simeq 10^{-2}$), Nous avons dû renoncer à ce choix

technologique pourtant le plus simple à mettre en pratique. Nous avons plutôt retenu le principe de la photo-lithographie du cœur suivit d'un dépôt de superstrat. Cette méthode peut s'appliquer à n'importe quel polymère, contrairement à la photo-inscription qui impose que le polymère soit photo-sensible. Elle permet également de disposer d'une large gamme d'indice pour la gaine et donc de pouvoir permettre la réalisation des quatre configurations que nous envisageons de tester.

Le wafer sur lequel sera déposé le polymère destiné à former le cœur est un disque de 4 pouces en silicium sur lequel a été déposé une couche de $12\mu m$ de silice (figure 3.34). Cette couche d'indice beaucoup plus faible que le silicium ($n = 1,445$ à $1,55\mu m$) sert de buffer entre le cœur et le substrat et empêche le mode de fuir directement dans le silicium ($n > 3$ à $1,55\mu m$).

Le polymère qui formera le cœur est déposé en solution à l'aide d'une tournette (figure 3.41 a)). Son épaisseur est fonction de la concentration des molécules le constituant ainsi que des paramètres de vitesse et d'accélération de la tournette. On procède ensuite à un recuit de façon à se débarrasser du solvant et d'éliminer les contraintes internes.

Le PMMA et le KAMAX n'étant pas photo-sensibles, il est nécessaire d'utiliser la photo-

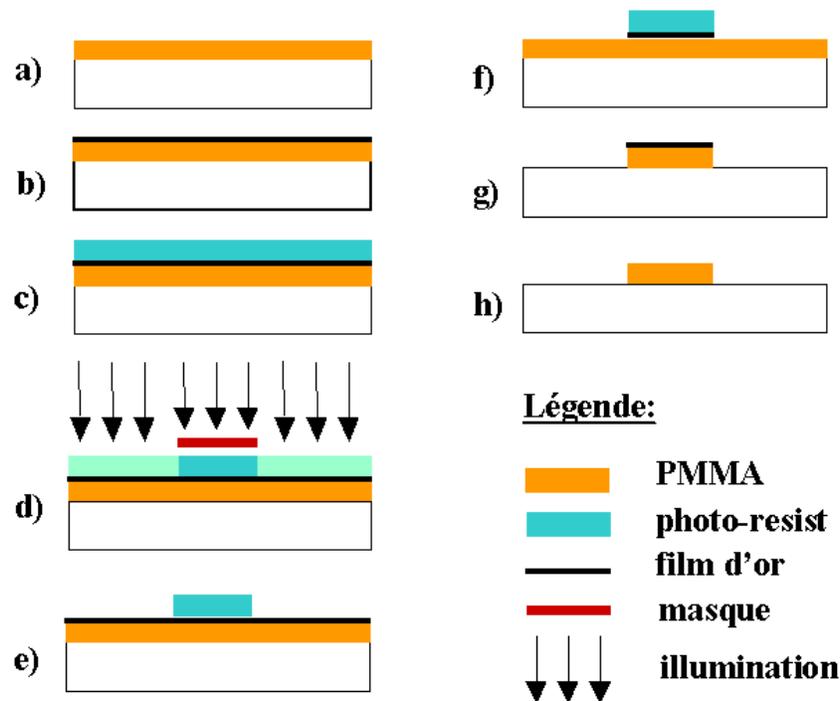


FIG. 3.41 – Photo-lithographie indirecte / 1ere phase : le dépôt a) de polymère ; b) d'or ; c) du matériau photo-resist. 2eme phase d) insolation UV à travers le masque. 3eme phase : la gravure e) humide du photo-resist ; f) humide de l'or ; g) sèche du photo-resist restant et du PMMA ; h) humide de l'or

lithographie indirecte pour réaliser le motif géodésique à partir du masque. Dans notre cas,

on protège le polymère par une couche d'or pour des raison d'incompatibilité des matériaux (figure 3.41 b)) sur laquelle on applique un dépôt de photo-resist (résine SPR qui, elle, est photo-sensible) (figure 3.41 c)). La résine est insolée dans le proche UV à travers le masque (figure 3.41 d)). Ce dernier est orienté de telle sorte que les axes de clivages du silicium soient respectivement parallèles et perpendiculaires aux guides. Après développement du photo-resist sur les zones à graver (figure 3.41 e)), la structure est révélée par gravure humide pour l'or dans une solution de $KI/I_2/H_2ODI$ (figure 3.41 f)) et par gravure sèche dans un plasma d'oxygène pour la résine SPR et le polymère optique (figure 3.41 g)).

3.6.3 La réalisation

Cette technologie est délicate à maîtriser, et la compatibilité des polymères pas toujours simple à gérer. La réalisation de fonctions passives à base de micro-résonateurs polymère a pris du retard par rapport aux plans de début de thèse et n'a donc, à l'heure actuelle, pas aboutit. Néanmoins, nous sommes proche du but : le masque a été réalisé (annexe B), la technologie éprouvée, un premier essai de transfert du masque sur la résine photo-sensible a déjà eu lieu afin d'éprouver la résolution de la photolithographie.

On peut voir sur les photographies 3.42 que les motifs des tapers segmentés dont l'espace-

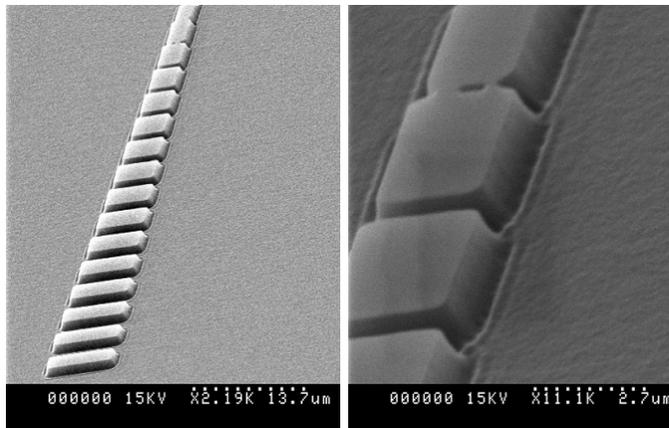


FIG. 3.42 – photographie des motifs d'un taper séquentiel transféré du masque sur la résine

ment minimal est inférieur à $1 \mu m$ sont bien retranscrit. Cependant, et comme on pouvait s'y attendre, on peut également voir sur les photos 3.43 que la résolution n'est pas suffisante pour graver deux anneaux avec un gap nul. En effet, on se retrouve avec une zone de couplage en Y et non un couplage ponctuel.

A l'heure actuelle, la réalisation n'ayant pas encore aboutit, aucune caractérisation n'est possible. Il s'agit la d'une prochaine étape que j'espère avoir franchit d'ici la soutenance de cette thèse.

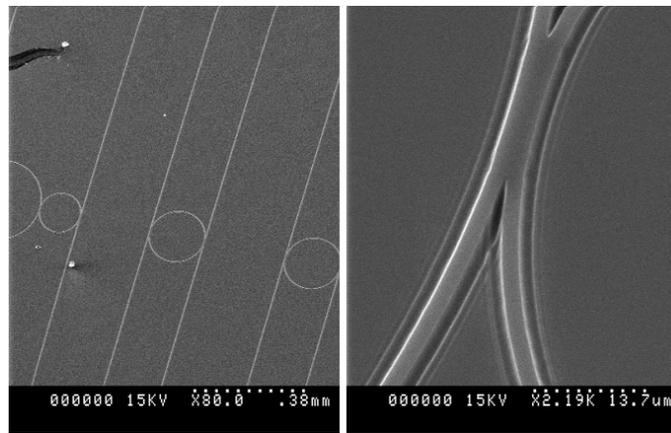


FIG. 3.43 – photographie des micro-résonateurs gravés

Chapitre 4

Fonctions actives : lasers micro-sphériques et contre réaction optique

Beaucoup de choses ont été écrites sur les WGM (Whispering Gallery Modes), les MDR (Morphology-Dependent Resonances) et les QNM (Quasi Normal Modes) depuis le début des travaux sur ces sujets mais, dans la plupart des cas, on ne s'intéressait qu'au cas de sphères isolées, c'est à dire qu'elles ne subissaient aucune perturbation d'autres particules ou surfaces à proximité. L'étude de l'interaction des modes le galeries d'une sphère avec une surface ou avec une autre sphère présente malgré tout un intérêt théorique et pratique et certains chercheurs ont d'ailleurs considéré ce problème. Les quelques publications qui existent sur le sujet semblant contradictoires il nous a semblé intéressant d'utiliser le montage expérimental de caractérisation des micro-sphères dont nous disposons afin d'étudier l'effet d'un miroir métallique sur le spectre de fluorescence de sphères dopées Erbium, mais également sur les modes laser.

4.1 Fabrication et manipulation des micro-sphères

4.1.1 Processus de fabrication

La méthode utilisée au laboratoire consiste à fabriquer les sphères à partir de poudres (que l'on obtient en concassant un morceau de verre). En portant les poudres à leur température de fusion sur une courte durée, les tensions superficielles de surface vont leur donner la forme de sphères avant qu'elle ne soit figées par la trempe à température ambiante. Pour ce faire nous utilisons une torche plasma micro-onde (figure 4.1). Une fois produites dans le générateur, les micro-ondes sont guidées dans un tronçon de guide d'onde rectangulaire métallique, fermé à l'autre coté par un cour circuit. Le guide est traversé perpendiculairement par un tube à décharge dans lequel va être excité une onde de surface qui va se

propager à partir de ce point le long de la colonne plasma. Cette colonne est constituée d'un tube diélectrique (du quartz pour résister aux hautes températures, et pour protéger des micro-ondes) qui contient l'argon. Celui ci sera ionisé pour créer le plasma et sera ensuite injecté par la buse ou il sera amorcé par un arc électrique. enfin, l'oxygène sert à envelopper et à guider le plasma.

Il est possible de régler la puissance micro-onde ainsi que le débit des gaz et ainsi d'atteindre les températures de fusion des différents verres que l'on souhaite étudier (2300°C pour les verres silice et 800-900°C pour les verres fluorés). Ainsi notre méthode de fabrication de sphères peut s'adapter à tous types de verres et permet d'obtenir des sphères avec une bonne sphéricité, cependant elle présente l'inconvénient de produire des sphères libres qui ne peuvent pas être manipulées aisément.

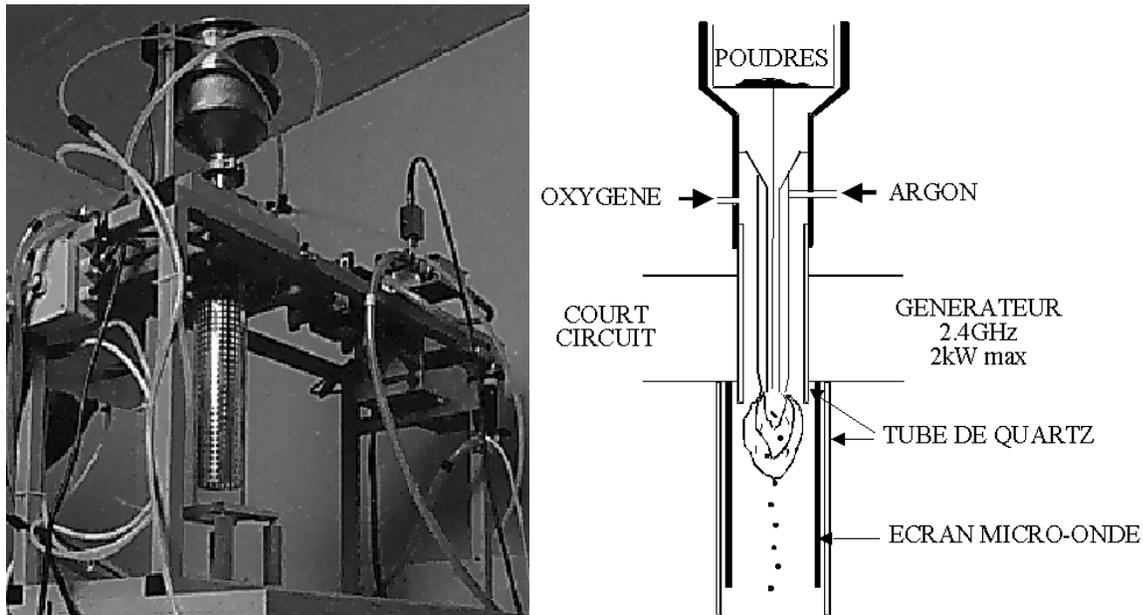


FIG. 4.1 – Photo et schéma de principe de la torche plasma du laboratoire

4.1.2 Manipulation

Les sphères sont recueillies dans des boîtes de pétri après leur traversée de la torche, puis elles sont placées sous un microscope pour pouvoir faire une sélection suivant leur état de surface et leur taille. Les sphères ainsi choisies sont ensuite prélevées à l'aide d'une micro-pipette, montée sur un bras manipulateur, et reliée à une pompe à vide. Une fois sous aspiration, la sphère peut être déplacée et collée à l'extrémité d'une fibre amincie (elle même fixée sur un support métallique conçu pour s'intégrer à notre montage) comme le montrent les photos 4.2. Il s'agit là du protocole que Françoise Lissillour a détaillé dans sa thèse [5].

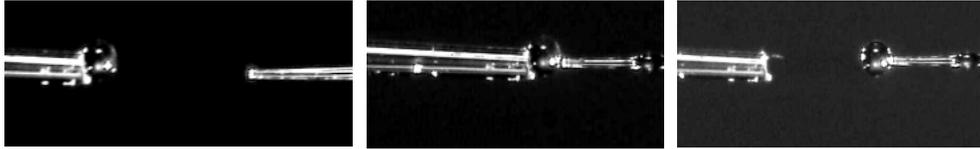


FIG. 4.2 – Phases successives du montage d’une sphère (à gauche la micro-pipette, à droite la fibre amincie et entre les deux, la sphère)

4.2 Le dispositif expérimental

4.2.1 L’excitation des modes de galerie : couplage par demi-taper

En raison de leur propriété de fort confinement, le couplage le plus efficace pour exciter les modes de galerie très confinés doit se faire par effet tunnel optique. On peut par exemple utiliser une interface prisme-air que l’on vient éclairer avec une onde plane dans les conditions de réflexion totale. Ainsi, on génère une onde évanescente, qui, si on vient la frustrer en approchant une micro-sphère, va permettre le transfert d’une partie de l’énergie aux modes de galerie. Inversement, si l’on vient frustrer la réflexion totale des modes de la sphère, il est possible d’extraire l’énergie contenue dans le résonateur. Ce principe est le même que celui qui est utilisé pour coupler un faisceau optique à l’intérieur d’un guide plan par sa face supérieur (M-lines). Braginsky *et al* ont été les premiers à réaliser des excitation efficaces à l’aide d’un prisme [59] et des taux de couplage de plus de 80% ont été obtenu.

Une autre méthode de couplage consiste à utiliser les modes de propagation dans un guide

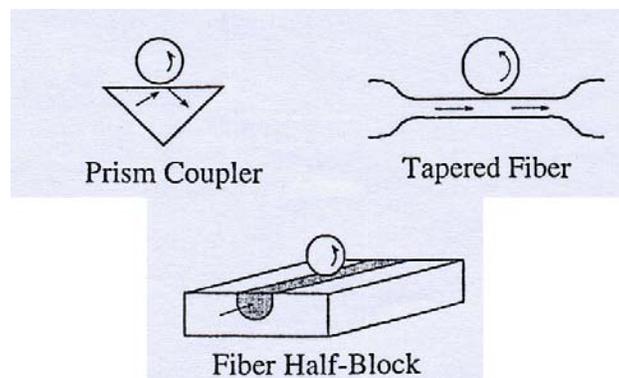


FIG. 4.3 – Différentes technique de couplage de la lumière dans une micro-sphère

d’onde optique (fibre par exemple) qui présentent une partie évanescente à l’extérieur du cœur. Pour avoir accès à ce champ évanescent il faut, soit supprimer la gaine du guide (par attaque chimique ou abrasion), soit amincir la fibre (par fusion étirage) [60]. Les premières expériences utilisant le couplage par fibre érodée avec des sphères passives de silice ont été réalisées par N. Dubreuil [61] et le taux de couplage obtenu était de l’ordre de 10% avec des sphères se diamètre supérieur à $250 \mu m$.

La méthode de fabrication des fibres amincies (également appelée taper) qui consiste en un

chauffage accompagné d'un étirage, permet de passer d'un diamètre de $128\mu m$, pour une fibre standard, à quelque microns sur une longueur d'une centaine de microns en conservant le rapport homothétique entre le diamètre du cœur et celui de la gaine. Le mode initialement guidé dans le cœur est convertit, au cours de sa propagation dans la partie effilée, en mode de gaine et c'est grâce à ce fort déconfinement du champ qu'il est possible de le coupler aux modes des micro-sphères. Le premier couplage d'une micro-sphère de silice non dopée avec une fibre de ce type a été effectué par J.C. Knight [60] et il a montré que l'efficacité de couplage avec des sphères de $85\mu m$ pouvait atteindre 70% (à $1,55\mu m$).

En suivant le principe précédent, si une fibre est étirée jusqu'à sa rupture nous obtenons des pointes effilées (demi-taper). Pour nos études nous avons opté plutôt pour l'utilisation de ce mode de couplage car la technique de fabrication était maîtrisée au sein du laboratoire. En fractionnant grossièrement le taper en tronçon conique et en utilisant un logiciel de BPM (Beam Propagation Methode) il est possible de calculer la répartition de l'intensité lumineuse dans de tels guides (figures 4.4) et de connaître l'évanescence de l'onde à l'extrémité du taper (figure 4.5). Plus la pointe sera fine à son extrémité, plus le mode aura tendance

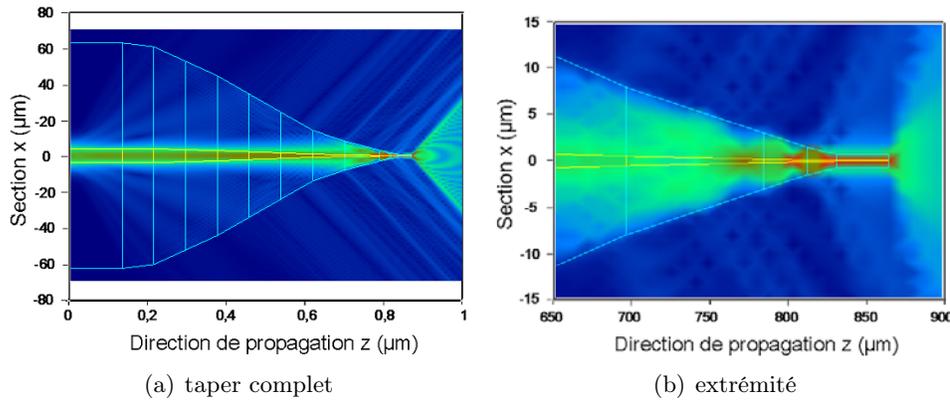


FIG. 4.4 – Répartition de l'intensité le long d'une pointe éfilée (maximum d'intensité en rouge, minimum en bleu foncé)

à fuir mais une évanescence trop longue aura une plus grande pénétration à l'intérieur de la sphère et donc un recouvrement non négligeable avec les modes les moins confinés. Pour avoir une excitation sélective, il faut que la taille de la pointe à son extrémité permette une adaptation des constantes de propagation du champ dans la fibre et du modes de galerie que l'on souhaite coupler préférentiellement. Un fois ce paramètre déterminé, la géométrie globale du taper doit permettre le passage d'un diamètre de fibre standard à cette taille optimal en minimisant les pertes : on dit que le taper doit être adiabatique.

En première approximation, et en reprenant les grandeurs introduites dans le chapitre 2, la constante de propagation β_s d'un mode d'ordre (n, ℓ, m) dans une micro-sphère de rayon

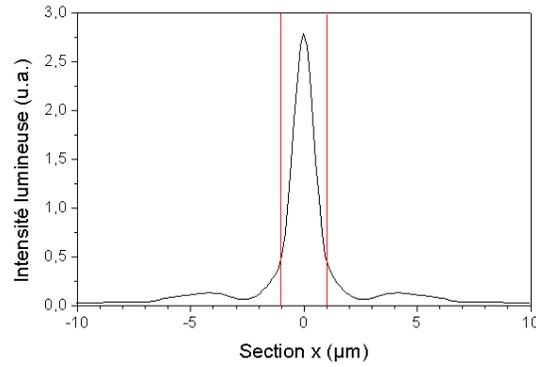


FIG. 4.5 – Profil de l'intensité lumineuse à l'extrémité de la pointe (en rouge section du taper)

a est donné par :

$$\beta_s = \frac{k\ell}{x_{n,\ell,m}} \quad (4.1)$$

$$\simeq \ell/a$$

où ℓ peut être obtenu en résolvant l'équation :

$$Nx_{n,\ell,m} = \ell + \frac{1}{2} - \left(\frac{\ell + \frac{1}{2}}{2}\right)^{1/3} \alpha_n - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} \quad (4.2)$$

(qui découle de la relation 2.29).

La relation 4.1 permet de tracer l'évolution de la constante de propagation d'un mode de galerie en fonction de son ordre radiale (n), du rayon de la sphère (a), de la longueur d'onde (figure 4.6) mais également de l'indice de la sphère (N) et de la polarisation du mode ($P = N$ pour les modes TE et $1/N$ pour les modes TM).

Pour ce qui est de la constante de propagation du mode fondamental de la fibre elle se

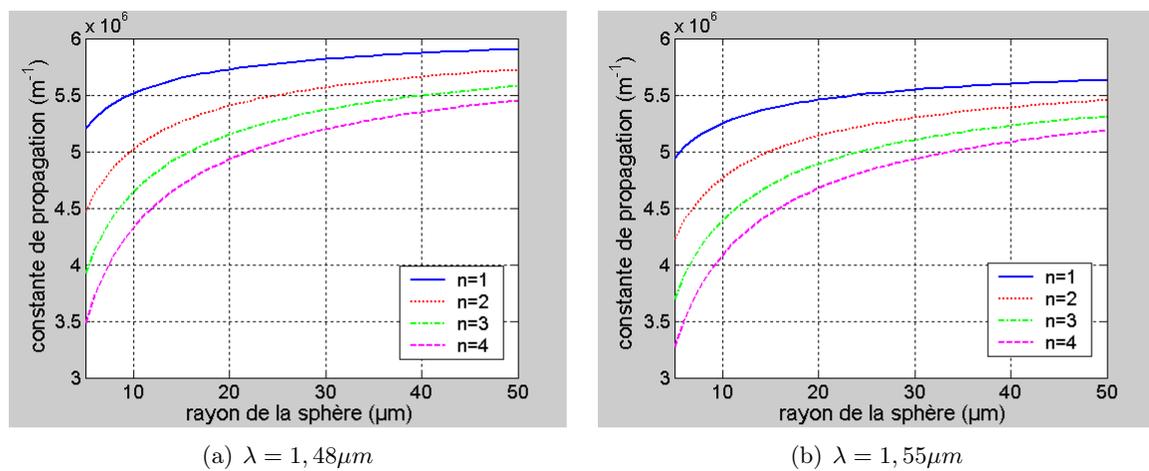


FIG. 4.6 – Evolution de la constante de propagation des modes de galerie d'une sphère de silice en fonction de son rayon et de l'ordre radiale du mode

calcule avec la relation :

$$\beta_f^2 = k^2 N_{silice}^2 - \left(\frac{2,405}{r} \right)^2 \quad (4.3)$$

où r est le rayon de la fibre.

Ainsi, il est possible de déterminer la section finale du taper qui permettra l'accord de phase

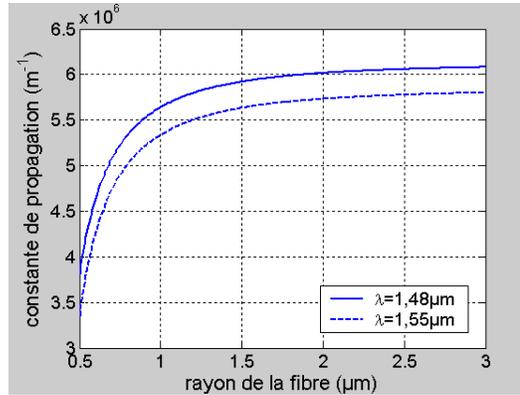


FIG. 4.7 – Evolution de la constante de propagation du mode fondamental d'une fibre silice en fonction de son rayon

entre la pompe et le monde que l'on souhaite exciter. Cependant, comme nous le verrons dans la suite, nous avons été amené à étudier de nombreuses sphères de tailles variables et d'indices de réfraction différents. L'adaptation des constantes de propagation étant fonction de l'indice et du rayon de la sphère il aurait fallu concevoir un taper par sphère si nous souhaitions choisir précisément l'ordre du mode que nous voulions exciter. La manipulation de ces petits objets étant délicate, nous avons opté pour l'utilisation d'un taper unique ayant un diamètre de $2 \mu m$ à son extrémité ce qui nous permet d'avoir accès à des diamètres plus grand si on couple plus haut sur le taper. La figure 4.8 est une photographie du taper avec lequel nous avons obtenus la majorité des résultats présentés dans ce chapitre. Avec

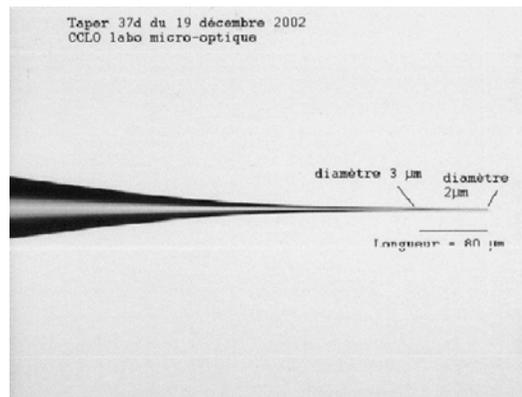


FIG. 4.8 – Photo de la pointe effilée utilisée lors des expériences

cette pointe dont le rayon minimal vaut $1 \mu m$ une excitation à $1,48 \mu m$ a une constante

de propagation à l'extrémité qui vaut $5,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ (figure 4.7). Si on souhaite exciter le mode le plus confiner ($n = 1$) d'une sphère de silice dopée Erbium il faut que celle-ci ait un rayon de $14,5 \text{ }\mu\text{m}$ (figure 4.6 (a)). Ce mode de pompe va générer une émission à $1,55 \text{ }\mu\text{m}$ (cf paragraphe 4.2.3) dans le mode d'ordre $n = 1$ dont la constante de propagation, qui vaut $5,37 \cdot 10^{-6}$ (figure 4.6 (b)), est adaptée au mode fondamental du taper à cette longueur d'onde. Ceci se vérifie également pour le mode d'ordre $n = 2$ d'une sphère dont le rayon vaudrait $37,5 \text{ }\mu\text{m}$, ce qui correspond plus aux cas rencontrés lors de notre étude.

4.2.2 Le montage expérimental de caractérisation des sphères

Les verres étudiés au cours de ces travaux étant tous dopés à l'Erbium (cf. § 4.2.3), parmi les différentes longueurs d'onde de pompage possible (810 nm , 975 nm et 1480 nm) nous avons choisis 1480 nm car, comme nous venons de le voir, elle permet un recouvrement optimal entre les modes de pompe et les modes laser de la micro-sphère. De plus, la longueur d'onde de pompe et la longueur d'onde laser (autour de 1550 nm) sont suffisamment proches pour que l'adaptation des constantes de propagation (condition indispensable pour qu'il y ai couplage du taper à la sphère) soit respectée pour ces deux longueurs d'onde et ainsi on peut utiliser la même fibre effilée pour coupler la pompe aux modes de galerie et extraire les modes à $1,55 \text{ }\mu\text{m}$.

Le montage expérimental (figure 4.9) utilise des fibres standards soudées ou bien connectées avec des connecteurs APC.

Les sphère étudiées, une fois fixées à leur support, sont montées sur des platines de transla-

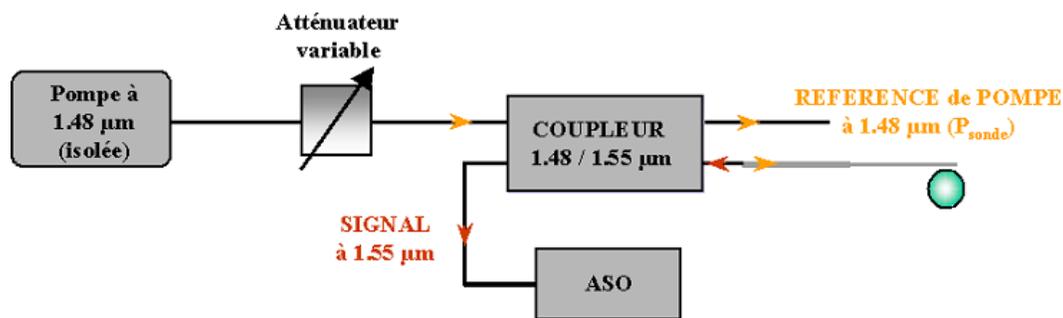


FIG. 4.9 – Montage expérimental

tion 3 axes afin de pouvoir faire varier la position de la sphère par rapport au taper et donc optimiser le couplage.

On utilise un coupleur Multiplexeur/Demultiplexeur qui permet d'obtenir une référence de pompe (sortie 10 % du coupleur) et également d'utiliser la même fibre pour amener le signal de pompe au demi-taper et pour collecter le signal de fluorescence ou le signal laser (figure 4.9). Le coupleur permet ensuite de séparer le signal à $1,55 \text{ }\mu\text{m}$ qui est enfin acheminé jusqu'à un analyseur de spectre optique.

4.2.3 Les différents verres étudiés

Les trois types de verres que nous avons étudié étaient tous dopés avec des ions Er^{3+} qui possède une bande d'émission autour de $1,55\mu m$ (correspond à la bande C utilisée pour les transmissions optiques). La figure 4.10 représente le diagramme d'énergie de l'ion Erbium ainsi que les principales transitions mises en jeu dans le cas d'un pompage à $1,48\mu m$. On

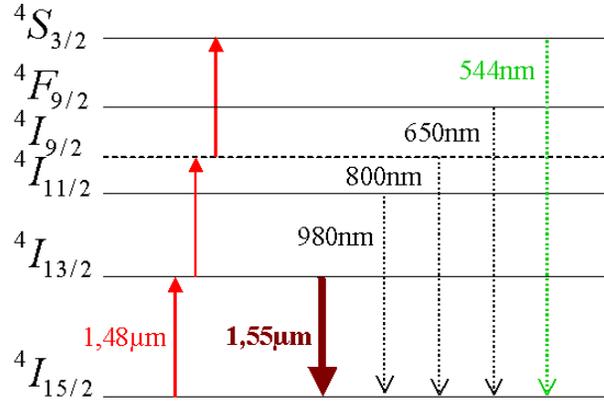


FIG. 4.10 – Niveaux d'énergie de l'ion Erbium

constate que c'est la transition ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ qui est à l'origine de l'émission dans la bande télécom. Ces deux niveaux sont en réalité dégénérés comme le montre la figure 4.11 et se décomposent en sous-niveaux Stark. D'après la statistique de Boltzmann, les niveaux les plus bas sont les plus peuplés, on peut donc dire que la transition radiative a lieu à partir de ces deux sous-niveaux. Ainsi, on peut parler d'un système à 3 niveaux : l'absorption à $1,48\mu m$ permet d'exciter les électrons de l'Erbium de leur niveau fondamental (bas du niveau ${}^4I_{15/2}$) vers le haut du niveau ${}^4I_{13/2}$. La vitesse de relaxation entre sous-niveaux Stark d'un même niveau étant très rapide ($\approx 10^{-9}s$) par rapport à la durée de vie du niveau ($\approx 10^{-2}ms$), les électrons se désexcitent rapidement de façon non radiative pour retomber en bas du niveau ${}^4I_{13/2}$ (métastable) et c'est entre ce niveau et le niveau fondamental que se produit l'émission laser à $1,55\mu m$.

Pour pouvoir interpréter les effets observés avec ces différents verres il était indispensable de disposer de certaines de leurs caractéristiques, dont, entre autre, leur gain spectral. Pour ce faire, on utilise la théorie de McCumber [62] qui permet de déterminer la section efficace d'émission à partir d'un spectre d'absorption. En effet, les surfaces efficaces d'absorption et d'émission sont reliées l'une à l'autre par la relation :

$$\sigma_a(\lambda) = \sigma_e(\lambda) \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \exp\left[\frac{hc}{k_B T} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)\right] \quad (4.4)$$

où Z_1 , Z_2 les fonctions de partition du niveau haut et du niveau bas et λ_0 est la longueur d'onde qui correspond au deux niveaux Stark les plus bas des niveaux ${}^4I_{13/2}$ et ${}^4I_{15/2}$ (figure 4.11). h est la constante de Planck, c la vitesse de la lumière, k_B la constante de Boltzmann and T la température en Kelvin.

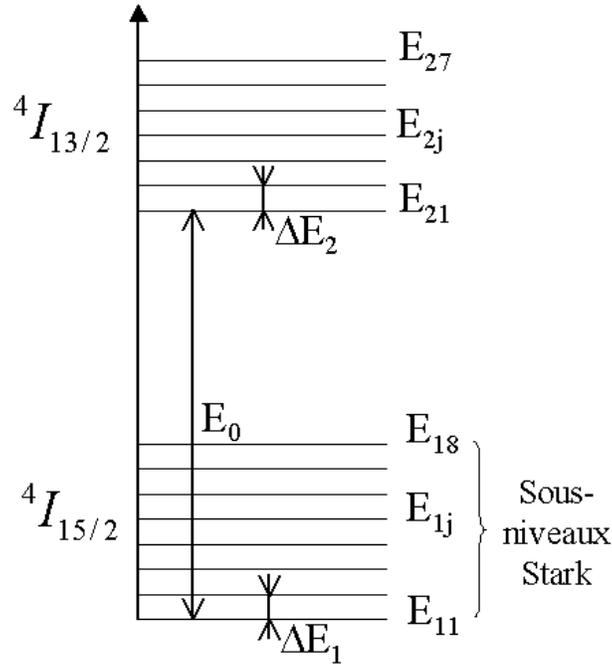


FIG. 4.11 – Décomposition des niveaux ${}^4I_{13/2}$ et ${}^4I_{15/2}$ en sous niveau Stark

La détermination de la section efficace d'absorption se fait à partir de la densité optique ($DO = \ln(I/I_0)$ avec I_0 l'intensité incidente sur l'échantillon et I l'intensité transmise) suivant la relation :

$$\sigma_{abs} = \frac{\ln(10)DO}{n_{Er}l} \quad (4.5)$$

avec n_{Er} la concentration en erbium (ions/cm³) et l l'épaisseur de l'échantillon (cm).

Le calcul de Z_1 et Z_2 nécessite la connaissance des données spectroscopiques de l'ion Erbium (cf. figure 4.11) qui peuvent être déterminées à partir des spectres d'émission et d'absorption à basse température [63]. D'après le loi de répartition de Boltzmann, si N_1 et N_2 représentent les populations des niveaux ${}^4I_{15/2}$ et ${}^4I_{13/2}$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{Z_1}{Z_2} &= \frac{N_1}{N_2} e^{-\frac{E_0}{k_B T}} \\ &= \frac{1 + \sum_{j=2}^8 e^{-\frac{E_{1j}}{k_B T}}}{1 + \sum_{j=2}^7 e^{-\frac{E_{2j}}{k_B T}}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Soit on connaît les valeurs E_{ij} soit on les calcule en faisant l'approximation que les sous-niveaux Stark sont régulièrement espacé de ΔE_i (figure 4.11) avec :

$$\Delta E_1 = \frac{E_0 - (E_{21} - E_{18})}{7} \quad (4.7)$$

$$\Delta E_2 = \frac{E_{27} - E_{21}}{6} \quad (4.8)$$

Le gain spectral $G(\lambda, p)$ peut ensuite être déterminé en utilisant la relation suivante :

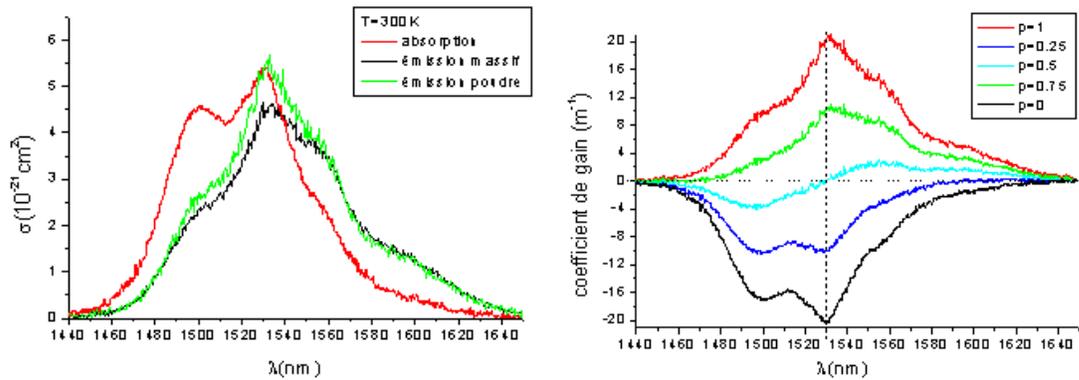
$$G(\lambda, p) = n_{Er} \cdot [p\sigma_e(\lambda) - (1 - p)\sigma_a(\lambda)] \quad (4.9)$$

où p est la fraction d'ion Erbium excité sur le niveau métastable ${}^4I_{13/3}$.

4.2.3.1 Les verres Er : ZBLALiP

Monsieur M. Mortier du *LCHAS-ENSCP* (Paris) nous a fournis un grand nombre d'échantillons des verres fluorés dopés Erbium de composition (en mol%) 51ZrF₄, 16BaF₂, 5LaF₃, 3AlF₃, 20LiF, 5PbF₂ avec différents taux de dopage (de 0,01mol% à 6mol% d'*ErF₃*). Une première caractérisation de ces verres ZBLALiP par une mesure d'absorption a été faite à l'aide d'un spectromètre à double faisceau Cary 17 et une résolution de 0,1nm. A partir de ce spectre d'absorption (figure 4.12 (b)) et en utilisant la théorie de Mc Cumber exposé plus haut, il est possible d'obtenir le spectre de gain de ces verres. Par exemple, dans le cas du verre à 0,05 mol% d'Erbium (ce qui correspond à 0,945 10¹⁹ ions/cm³) l'étalement du niveau excité ${}^4I_{13/2}$ vaut 327,3 cm⁻¹. Si on considère les sous niveaux Stark régulièrement espacés on obtient $\Delta E_1=54,6$ cm⁻¹. De même, l'étalement du niveau fondamental ${}^4I_{15/2}$ valant 411 cm⁻¹, on trouve $\Delta E_2=58,8$ cm⁻¹. Enfin l'écart entre ces deux niveaux vaut $E_0=6531,7$ cm⁻¹, ce qui donne le spectre de gain représenté sur la figure 4.12(b).

Ces spectres nous donnent une indication quand à la fenêtre spectrale où les effets lasers sont susceptible d'apparaître (à savoir quand le gain dépasse les pertes).



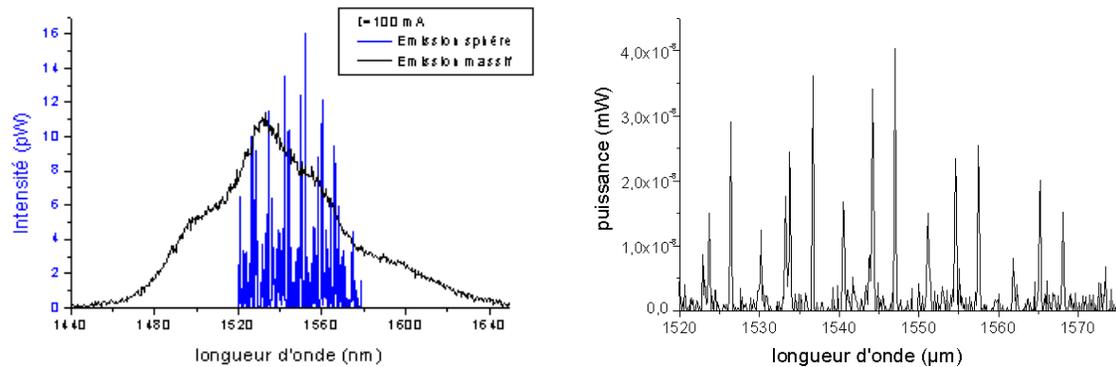
(a) section efficace d'absorption $\sigma_a(\lambda)$ (noir) et section efficace d'émission $\sigma_e(\lambda)$ (gris) pour la transition ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (b) Gain spectral pour différents coefficients de pompage

FIG. 4.12 – Caractéristiques spectrales du verre ZBLALiP dopé à 0,05mol%

Des mesures de temps de vie ont également été faite sur ces différents verres massif et après la mise en forme sphéroïdale et, pour des taux d'Erbium inférieur à 2 mol%,

aucune différence significative n'a pu être détectée [64]. Ainsi, malgré les fortes variations de température que le passage à travers la torche fait subir aux verres, l'introduction d'Erbium dans le ZBLALiP n'altère en rien sa stabilité.

Une étude effectuée au laboratoire en utilisant ces différents verres pour fabriquer des micro-



(a) comparaison entre l'émission d'un échantillon massif de ZBLALiP à 0,05mol% d'Erbium et celle d'une micro-sphère

(b) spectre de fluorescence d'une sphère de ZBLALiP à 0,08 mol% d'Erbium et de diamètre 50 μm

FIG. 4.13 – Emission du ZBLALiP

sphères a montré que seules certaines concentrations d'Erbium permettaient d'obtenir un effet laser. Utilisant le montage expérimental décrit dans le paragraphe 4.2.2 on commence par observer la fluorescence du verre échantillonné par les modes de galerie de la sphère dans la zone spectrale où la courbe de gain est maximal c'est à dire entre 1520 et 1575 nm (figure 4.13). Puis, en augmentant progressivement le pompage on observe l'apparition ou non de pics laser. Pour le verre dopé à 0,05 mol% par exemple, une oscillation laser apparaît à 1550,2 nm (ce qui correspond au maximum du spectre de gain cf. figure 4.12 (b)) pour un courant d'alimentation de la diode de pompe de 110 mA, puis, au fur et à mesure qu'on augmente le pompage le spectre laser devient multimode (figure 4.14) et des pics apparaissent en dessous de 1540 nm (ce qui s'explique par le déplacement du maximum du spectre de gain vers les plus courtes longueur d'onde). L'intensité laser maximale obtenu avec ce verre pour un pompage donné vaut 50 nW.

Il a donc été constaté que, suivant son taux de dopage en Erbium, le ZBLALiP donnaient un effet laser plus ou moins facilement et de façon plus ou moins efficace (tableau 4.1). On

concentration d'Er (mol%)	0,03	0,05	0,08	0,1	0,2
I_{diode} au seuil (mA)	380	110	200	250	410
I_{laser} émise (nW)	0,5	50	50	30	30
Domaine laser (nm)	1531/1560	1534/1569	1534/1568	1545/1568	1542/1568

TAB. 4.1 – effet de la concentration d'Erbium sur les propriétés laser du ZBLALiP

peut retenir que, sans surprise, un trop faible taux de dopage ($< 0,03 \text{ mol}\%$) ne permet pas d'obtenir d'effet laser et qu'inversement, un taux de dopage trop important ($> 0,2 \text{ mol}\%$)

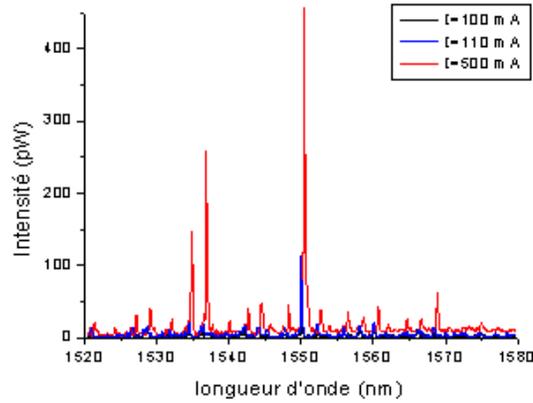


FIG. 4.14 – Emission laser multimode autour de 1550nm obtenu avec une sphère ZBLALiP 0,05mol% de diamètre 60 μm

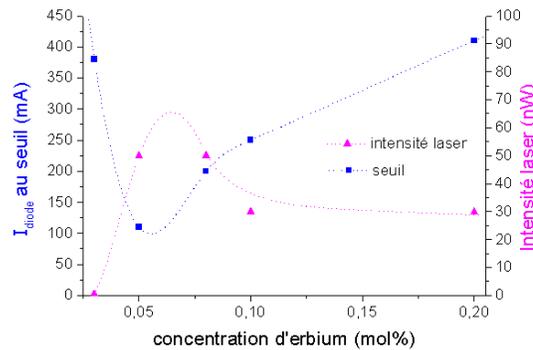


FIG. 4.15 – Influence du taux de dopage sur l'émission laser

occasionnant trop de pertes ne permet pas non plus l'apparition d'effet laser.

Les taux de 0,05 et 0,08 $\text{mol}\%$ donne l'intensité laser maximal sur la fenêtre spectrale la plus large et avec le seuil le plus bas (figure 4.15).

4.2.3.2 Les verres Er/Yb Phosphate

Outre des verres fluorés, nous disposons également de deux échantillons de verre phosphate co-dopés $\text{Er}^{3+}/\text{Yb}^{3+}$ suivant des concentrations différentes (Schott IOG-2 et IOG-10), tous deux en provenance du centre *CNR-IFAC* de Florence (Italie).

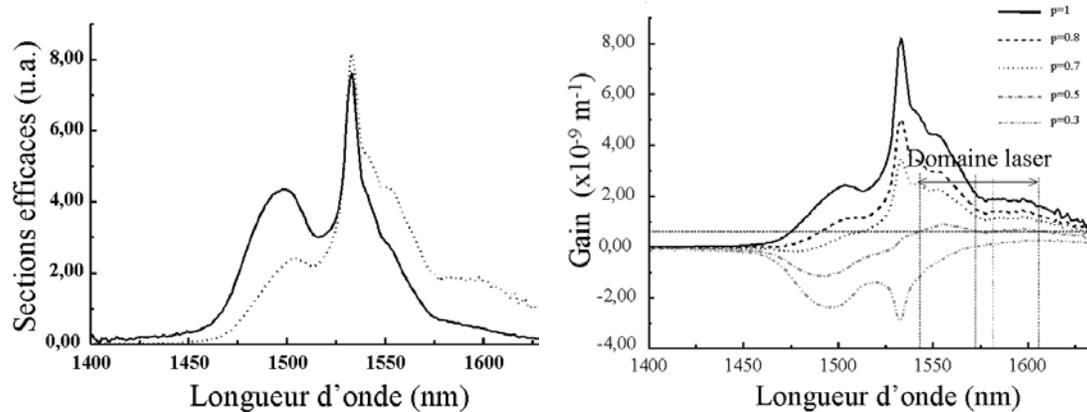
Le taux de dopage de l'IOG10 (10% en masse) ne pouvant pas permettre l'apparition d'effet laser nous avons rapidement écarté ce verre du cadre de l'étude. Pour l'IOG-2, le taux de dopage (en masse) est de 2% d' Er_2O_3 et 3% d' Yb_2O_3 ce qui correspond à un $n_{Er} = 1,7 \cdot 10^{20}$ ions/ cm^3 et $n_{Yb} = 2,5 \cdot 10^{20}$ ions/ cm^3 . Il s'agit là d'un fort dopage qui va être à l'origine de pertes importantes : le seuil laser avec ce verre sera donc élevé mais, une fois la puissance de pompe suffisante (on utilisera un laser Raman), on peut prévoir atteindre des puissances laser supérieures à celle obtenue avec le ZBLALiP par exemple.

Pour ce verre, la relation 4.4 s'écrit :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_a}{0,93148} e^{-4,883.10^{-3} \left(\frac{10^7}{\lambda} - \frac{10^4}{1,533} \right)} \quad (4.10)$$

La section efficace d'absorption, mesurée avec un spectromètre Cary 9000 et une résolution meilleure que 0.1 nm , ainsi que la surface efficace d'émission et le gain spectral calculés sont représentés figure 4.16.

On peut remarquer sur la figure 4.16 (b) que, pour ce verre, la zone spectrale dans laquelle



(a) section efficace d'absorption $\sigma_a(\lambda)$ (ligne continue) et section efficace d'émission $\sigma_e(\lambda)$ (ligne pointillée) pour la transition ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (b) Gain spectral pour différents coefficients de pompage

FIG. 4.16 – Caractéristiques spectrales du verre IOG2

les effet laser peuvent apparaître s'étend de 1542nm jusqu'à 1605nm. Pour être plus précis, suivant le taux de pompage, ce verre dispose de deux fenêtres spectrales où des effets laser peuvent se produire. Si on augmente progressivement la puissance de la pompe, on devrait

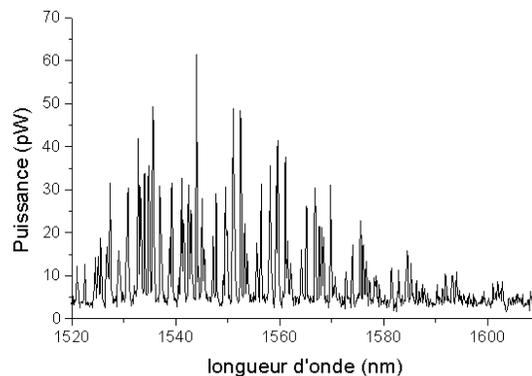


FIG. 4.17 – Spectre de fluorescence d'une sphère en IOG2 de $60 \mu\text{m}$ de diamètre

tout d'abord observer des effets laser autour de $1,6 \mu\text{m}$. Lorsqu'on va atteindre un pompage tel que $p = 0,5$ un deuxième domaine laser va apparaître entre 1542 nm et 1521 nm où le gain est plus important. La sphère devrait donc laser préférentiellement dans cette fenêtre

spectrale.

On observe bien ce phénomène en pratique : dans un premier temps, on règle le couplage de

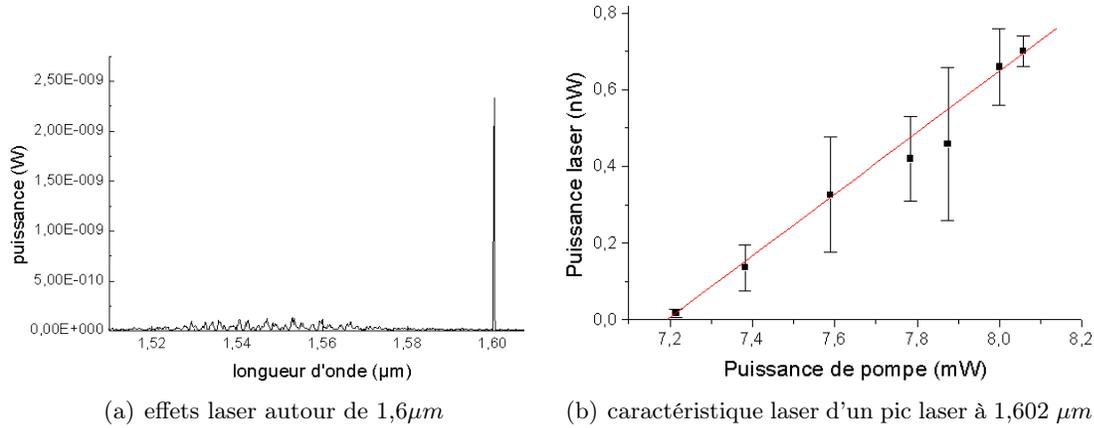


FIG. 4.18 – Première fenêtre spectrale où des effet laser peuvent apparaître

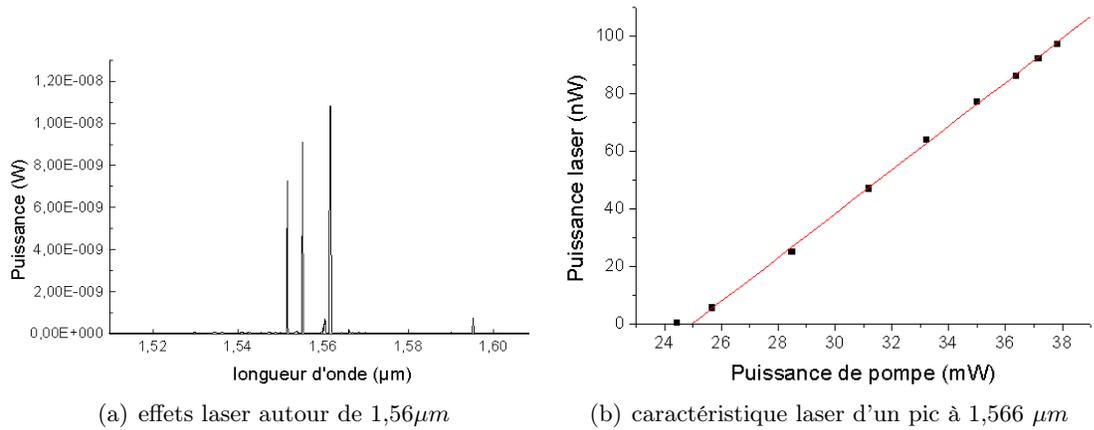


FIG. 4.19 – Deuxième fenêtre spectrale

façon à avoir le maximum de fluorescence. On obtient des spectres tels que celui représenté par la figure 4.17 puis au augmente le pompage. On retrouve que, pour observer un mode laser autour de $1,55\mu m$ (figure 4.19) il faut une puissance de pompe plus élevé que pour une oscillation laser autour de $1,6\mu m$ (figure 4.18) avec la même sphère. La puissance de pompe qui est donnée sur les figures 4.19 et 4.18 (b) correspond à la puissance qui arrive à l'entrée du taper et comme on ne sais pas quelle fraction est couplée à la sphère on ne peut pas déterminer le seuil de nos lasers. On peut cependant constater que le seuil des modes lasers dans la deuxième fenêtre spectrale est notablement plus élevé que pour la première fenêtre. Outre l'importance de la puissance de pompe, les conditions de couplage ont également une importance dans l'apparition ou non de raies lasers. Pour obtenir des modes lasers dans la première fenêtre spectrale il faut se placer à l'extrémité du taper alors que les raies laser autour de $1,55\mu m$ n'apparaissent que pour un couplage plus fort, c'est à dire pour une sphère placée plus haut sur le taper (l plus grand cf. figure 4.20) et plus proche (g plus

petit).

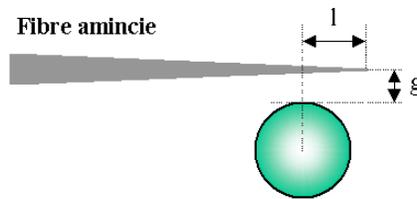


FIG. 4.20 – Définition des paramètres influençant le couplage taper/sphère

4.2.3.3 Les verres Baccarat dopé Erbium

Il s'agit, là encore, de verre dopé avec de l'Erbium mais dont la matrice vitreuse (SiO_2) a été modifiée par l'ajout de plomb. Nous ne connaissons pas sa composition exacte car il s'agit d'un verre commercial. Nous disposons de 3 échantillons fournis par le groupe *CSMFO* du *CNR-IFN* de Trento (Italie), à savoir le B02, le B05 et le B15 dont les concentrations d'Erbium valent respectivement 0,2, 0,5 et 1,5 mol%. Malheureusement, les données spectroscopiques de ce type de verres n'étant pas connues et ne possédant pas un montage expérimental à basse température permettant la détermination des sous-niveaux Stark, nous ne pouvons donc pas calculer les spectres de gain pour ces trois verres.

Cependant, des mesures de photoluminescence et de temps de vie ont été effectuées sur des sphères à l'aide d'un monochromateur de 2 nm de résolution en utilisant une pompe à 980,8 nm dont la puissance arrivant sur l'échantillon valait 450 nW. Ces résultats ont été comparés à ceux obtenus pour du verre massif. On peut constater sur les figures 4.21 et 4.22

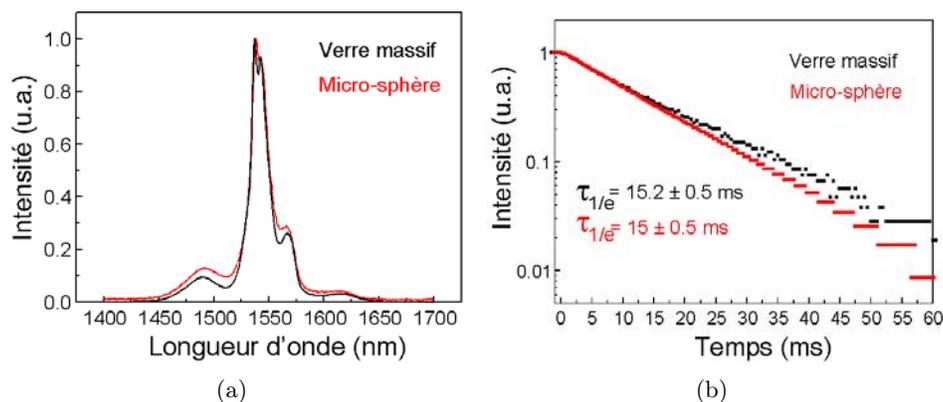


FIG. 4.21 – (a) Photoluminescence et (b) temps de vie pour le verre B02

que contrairement aux verres ZBLALiP qui sont particulièrement stables, la mise en forme des verres baccarat modifie leurs propriétés d'émission. On observe tout d'abord un élargissement de la bande d'émission (de façon plus nette pour le verre B05) accompagné par une diminution du temps de vie (synonyme d'une relaxation plus rapide). Il semble donc que la transformation du verre en sphère modifie l'environnement des ions Erbium à l'intérieur de

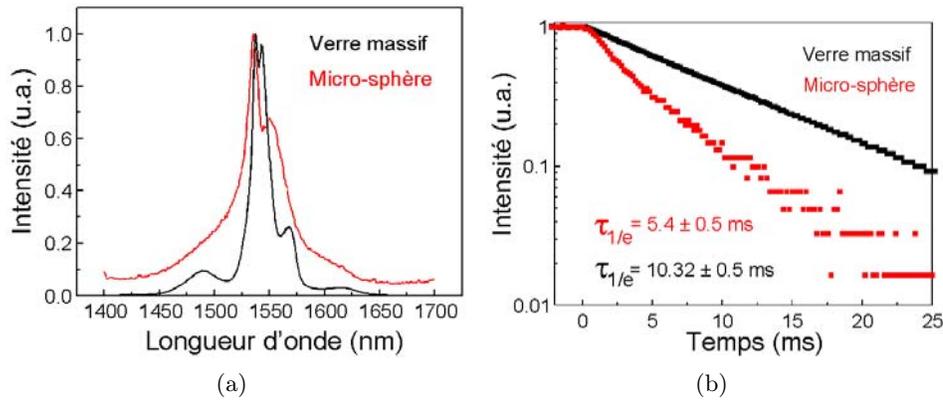


FIG. 4.22 – (a) Photoluminescence et (b) temps de vie pour le verre B05

la matrice vitreuse. Aucune explication plus précise n'a pour l'instant été donnée mais des études restent en court en Italie évaluant l'influence de la concentration d'Erbium ainsi que de la température de fabrication des sphères sur ce phénomène.

De notre coté, nous avons étudié la fluorescence de sphères fabriquées à partir ce ces verres.

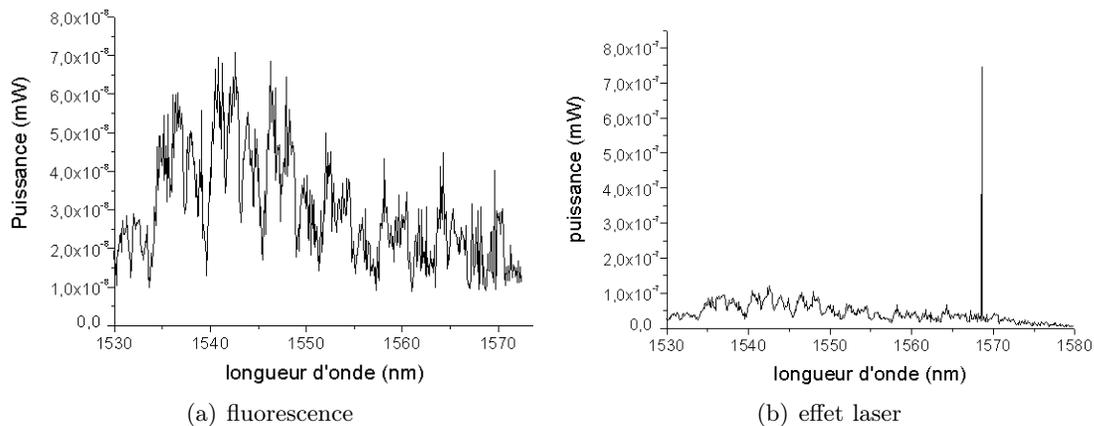
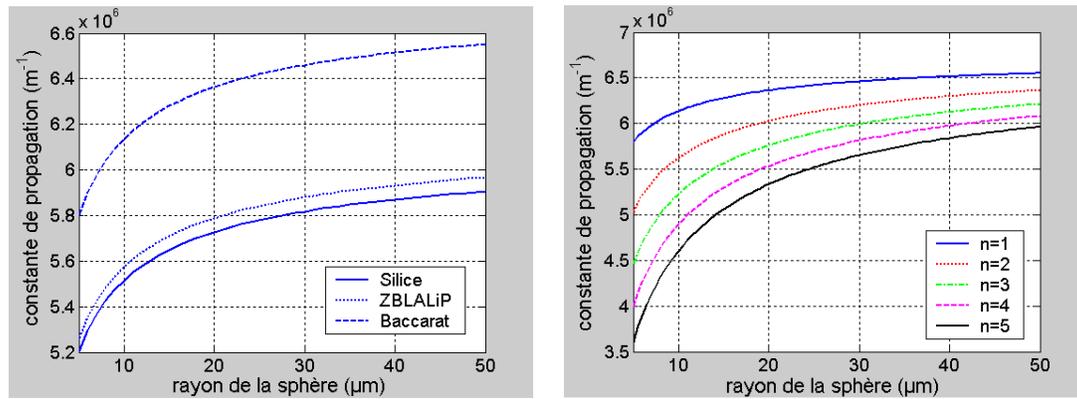


FIG. 4.23 – Emission d'une sphère de B05

Les spectres obtenus sont particulièrement dense et donne une impression de continuité (figure 4.23 (a)). Ceci peut s'expliquer en partie par le fait que nous utilisons un taper non adapté à ce verre. En effet, l'ajout de plomb à la silice en élève l'indice : un calcul approximatif (équation 4.20) donne un indice de 1,6 pour le verre B05. Or, si on trace l'évolution de la constante de propagation (β) des modes de la sphère avec cet indice de réfraction on constate que tout le réseaux de courbe est décalé vers les constantes plus élevées (figure 4.24).

Si on considère une sphère de $60 \mu\text{m}$ de diamètre, on trouve $\beta=6,46 \text{ m}^{-1}$ pour $n = 1$ et $\lambda = 1,48 \mu\text{m}$, $6,2 \text{ m}^{-1}$ pour $n = 2$, $5,99 \text{ m}^{-1}$ pour $n = 3$, $5,81 \text{ m}^{-1}$ pour $n = 4$. La constante de propagation du mode à l'extrémité du taper étant égale à $5,64 \text{ m}^{-1}$, on va donc avoir tendance à excite préférentiellement les modes d'ordre $n=5$ dont le facteur de qualité est



(a) influence de l'indice sur la constante de propagation du mode le plus confiné ($n = 1$)

(b) influence de l'ordre radial n sur la constante de propagation

FIG. 4.24 – Evolution de la constante de propagation en fonction du rayon de la structure

faible et qui sont donc larges spectralement, mais on couplera également une petite partie de l'énergie aux modes d'ordre plus faible ce qui aboutit à une surmodulation plus fine des modes d'ordre élevé.

Un mode d'ordre $n = 5$ subissant plus de perte qu'un mode plus confiné on ne devrait pas pouvoir obtenir d'effet laser avec ces verres. Lors de nos expérimentations nous n'avons en effet pas réussi faire osciller de mode laser avec le verre B02 qui était pourtant le plus susceptible de le permettre en raison de son taux de dopage . Cependant, et contre toute attente, un effet laser a été obtenu avec une sphère de B05 (figure 4.23 (b)). Il est important de préciser qu'il s'agissait là d'une sphère fabriquée 4 mois plus tôt et stockée à l'air libre dans l'enceinte du laboratoire (donc soumise à l'humidité et aux polluants ambiant). Pour un verre comme le ZBLALiP par exemple, il été constater qu'au delà de 3 mois d'existence, une sphère de bonne qualité ne permettait plus d'obtenir d'effet. Ce phénomène s'expliquerait par l'apparition d'une couche polluée à la surface des sphères. Or, dans le cas du B05, cette couche aurait pu agir comme adaptation d'indice et permettre l'excitation préférentielle de modes d'ordres moins élevés et donc plus susceptibles d'osciller.

4.3 Etude de l'influence d'un miroir métallique sur les modes de galerie et sur les raies laser

4.3.1 Position du problème

Quelques chercheurs se sont donc posé le problème du couplage de deux sphères ou bien de l'interaction d'une sphère avec son reflet dans un miroir et on obtenu des résultats plus ou moins concordants.

- Fuller [65, 66] a étudié la diffusion par un système constitué de deux particules sphériques.
- Schlicht [67] a mesurer la diffusion et les MDR d'une fibre en verre à proximité d'un mi-

roir.

- Hill [68] a observé l'influence d'un substrat d'argent sur le spectre de résonances d'une sphère fluorescente et l'a comparé au résultats théoriques d'une sphère isolée.
- Johnson [4] a fait un calcul théorique des MDR d'une sphère diélectrique à proximité d'un plan de conductivité infinie (miroir parfait) et a regardé l'influence de ce miroir parfait sur les positions et largeurs des résonances.

Pour faire son calcul, Johnson a remplacé le système constitué de la sphère et du miroir (séparé d'une distance d et illuminé par une onde plane polarisée circulairement) par un système formé de la sphère et de son image (séparées d'une distance $2d$ et illuminé par deux ondes plane, propagative et conta-propagative). En faisant cela, il supprime les conditions aux limites imposées au champ électromagnétique par le plan conducteur (il suppose que ces conditions sont automatiquement satisfaites dans le cas du problème à deux particules en raison de la symétrisation du système). Ensuite, il considère une des deux particules, exprime le champ total auquel elle est soumise (somme du champ d'illumination et du champ diffusé par l'autre particule). Il en déduit le champ diffusé par cette particule et, en imposant la condition de continuité à sa surface, il détermine le champ à l'intérieur de la sphère. Tous ces calculs ne peuvent se résoudre analytiquement, mais en les implémentant numériquement ils lui permettent d'étudier l'évolution des modes de galerie en fonction de la distance d . Ainsi, il détermine 3 régions de couplage entre les deux particules :

- la zone lointaine où le champ diffusé par une sphère est trop faible pour interagir avec la deuxième
- la zone intermédiaire où le champ diffusé n'est pas complètement négligeable mais où son effet est minime (on peut dire que les résonances auront la même position et la même largeur que dans le cas d'une sphère isolée)
- la zone proche où le champ diffusé augmente rapidement au fur et à mesure que la distance d diminue et tend même à devenir dominant. Johnson exprime la frontière entre les deux dernières régions par une relation empirique qui, suivant nos notations, prend la forme :

$$d/D = (n + 1/2)/2x - 1/2 \quad (4.11)$$

avec n l'ordre du mode et x le paramètre de taille ce qui donne, pour $n = 20$ et $x \simeq 15$, $d \simeq D/6$. Si d passe sous ce seuil alors il y aura une modification du spectre de résonances. Les modes TE vont se déplacer vers les plus grands paramètres de taille x (shift vers les plus courtes longueurs d'onde) alors que les modes TM iront vers les x plus petit (shift vers les plus grandes longueurs d'onde), décalage des résonances s'accompagnant d'un accroissement des largeurs de raies pour chacune des deux polarisations (figure 4.30(b)). Plus la distance d diminue, plus le décalage en longueur d'onde des modes de galerie tend à suivre une évolution exponentielle ce qui aboutit au fait que, pour Johnson, 90% de l'effet du plan conducteur se fait sentir quand la distance est inférieure à $0,05D$ (shift maximal $\Delta x = 0,1$). Johnson prédit également une diminution de la puissance des modes TE (qu'il explique par l'élargissement

spectral de la raie, cf. figure 4.25) alors que pour les modes TM, certains voient leur puissance augmenter, d'autres décroître.

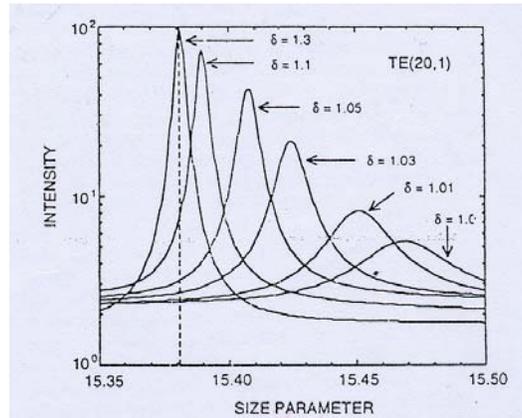


FIG. 4.25 – Evolution d'un mode TE en fonction de la distance sphère-miroir. Suivant les notations de Johnson $\delta = (d + a)/a$ (extrait de [4])

Ces résultats sont en contradiction avec les observation faites par Hill *et al.* qui a étudié le spectre de fluorescence d'une sphère en polystyrène posée sur un substrat d'argent. Ce dernier avait observé une diminution de l'amplitude des modes TM mais aucune pour les modes TE. De plus, il n'a pas mesuré de déplacement spectrale des résonances.

Le système de bi-sphère étudié par Fuller est assez semblable au système traité par Johnson : il considère deux sphères identiques illuminées par une onde plane polarisée linéairement. Il implémente la méthode OS ("Order-of-Scattering"), c'est à dire qu'il calcule le champ diffusé par une sphère soumise à l'onde plane incidente, puis calcule la réponse de la deuxième sphère à ce champ diffusé et ainsi de suite, puis il additionne toutes ses contributions. Enfin, comme Johnson, il applique la condition de continuité à la surface des sphères pour obtenir le spectre de MDRs. Grâce à ses calculs, Fuller prédit un dédoublement des résonances (figure 4.30 (a)) associé à un élargissement de chacune des raies.

Ces résultats, issus de calculs numériques, proviennent de la théorie de la diffusion de Mie [69] et les auteurs ne savent pas en expliquer l'origine physiques. Il est cependant possible d'avoir une autre approche de ce problème et de considérer les potentiels effectifs du système ce qui nous donne une meilleur compréhension physique de ce qui se passe (cf. chapitre 2, paragraphe 2.2) : si on fait intervenir un miroir à proximité de cette sphère, la réflexion qu'il va engendrer sera à l'origine d'une symétrisation du problème et ainsi le potentiel du système sphère-image résultant se ramène à celui représenté par la figure 4.26.

Considérons les modes d'ordre $n = 1$ et d'énergie E_0 (associée à la longueur d'onde λ_0) des deux sphères isolée. Par analogie avec la physique atomique nous les noterons $|\Phi_I\rangle$ et $|\Phi_{II}\rangle$.

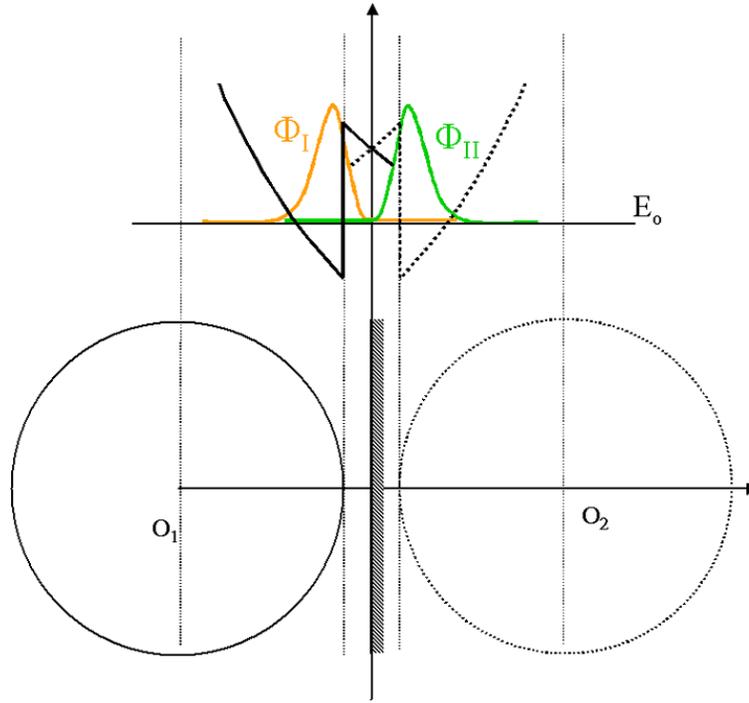


FIG. 4.26 – Illustration du potentiel effectif dans le cas du système bi-sphère

Dans la base $\{|\Phi_I\rangle, |\Phi_{II}\rangle\}$, l'Hamiltonien du système s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} E_0 & \alpha \\ \alpha^* & E_0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

avec $\alpha = \langle \Phi_I | H | \Phi_{II} \rangle$.

Ce système possède deux modes propres :

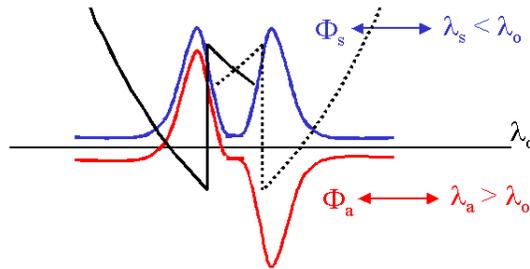


FIG. 4.27 – Représentation des deux modes propres Φ_s et Φ_a

- le premier Φ_s , dit symétrique, s'écrit :

$$|\Phi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_I\rangle + |\Phi_{II}\rangle) \quad (4.13)$$

associé à la valeur propre $E_0 + \alpha$ ce qui implique que $\lambda_s < \lambda_0$ et donc que ce mode subit un décalage vers les plus courtes longueurs d'onde ("blue-shift")

- le second Φ_a , état antisymétrique, s'écrit :

$$|\Phi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_I\rangle - |\Phi_{II}\rangle) \quad (4.14)$$

associé à la valeur propre $E_0 - \alpha$ et donc à un "red-shift" en longueur d'onde.

Si à présent on prend en compte l'aspect vectoriel des modes TE à savoir que, pour des sphères de grande taille ($D > 20\lambda$) le champ électrique de la sphère isolée est quasi tangentiel, deux orientations peuvent exister comme le montre la figure 4.28 avec le champ $\vec{E}' = -\vec{E}''$. Si on couple les deux sphères, le champ électrique résultant sera la somme

Mode TE

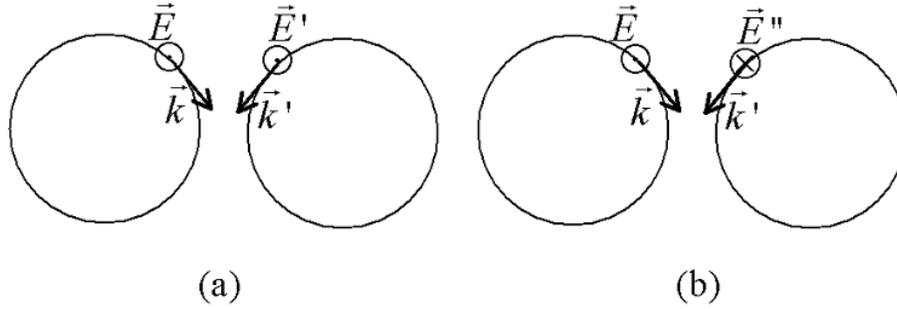


FIG. 4.28 – Orientations possibles d'un champ électrique d'un mode TE

$\vec{E} + \vec{E}'$ et $\vec{E} + \vec{E}''$. Dans le cas de l'étude de l'interaction de deux particules entre elles, rien n'empêche l'existence de ces deux modes (c'est le cadre de la théorie de Fuller), mais si on considère l'interaction d'une particule avec son reflet dans un miroir, on doit prendre en compte la présence du métal qui impose qu'à sa surface, la composante tangentielle du champ électrique soit nulle (ce qui correspond au cadre de la théorie de Johnson) et donc seule la solution $\vec{E} + \vec{E}''$ peut exister. Par rapport au sens de propagation de l'onde, les champs \vec{E} et \vec{E}'' sont en phase, ce qui n'est pas le cas de \vec{E} et \vec{E}' qui sont déphasé de π , ce qui permet d'écrire que :

$$\begin{aligned} |\phi^{E+E''}\rangle_{TE} &\propto |\phi_I\rangle + |\phi_{II}\rangle \\ &\propto |\phi_s\rangle \end{aligned} \quad (4.15)$$

et que

$$\begin{aligned} |\phi^{E+E'}\rangle_{TE} &\propto |\phi_I\rangle - |\phi_{II}\rangle \\ &\propto |\phi_a\rangle \end{aligned} \quad (4.16)$$

(le signe $-$ provenant du déphasage).

On peut procéder de la même façon pour les modes TM dont le champ électrique est quasi-radiale. Comme précédemment on voit que l'étude de Fuller autorise l'existence des deux champs résultant $\vec{E} + \vec{E}'$ et $\vec{E} + \vec{E}''$, alors que pour Johnson seul le champ $\vec{E} + \vec{E}''$

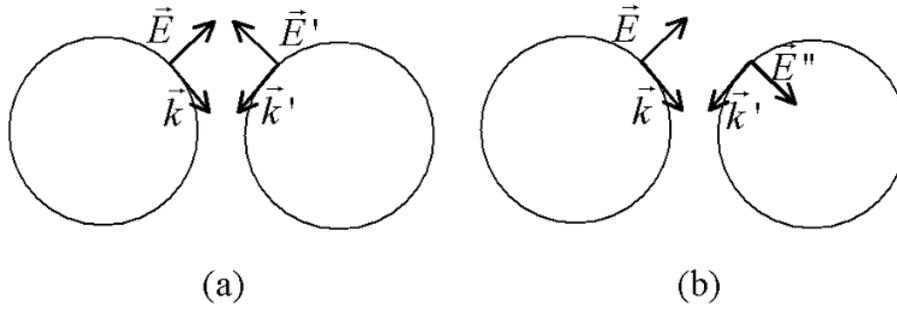
Mode TM

FIG. 4.29 – Orientations possibles d'un champ électrique d'un mode TM

donne une solution non identiquement nulle au problème. Cette fois ci, par rapport à la direction de propagation, ce sont les champs \vec{E} et \vec{E}' qui sont en phase et \vec{E} et \vec{E}'' sont déphasé de π . On a donc :

$$\begin{aligned} |\phi^{E+E'}\rangle_{TM} &\propto |\phi_I\rangle + |\phi_{II}\rangle \\ &\propto |\phi_s\rangle \end{aligned} \quad (4.17)$$

et

$$\begin{aligned} |\phi^{E+E''}\rangle_{TM} &\propto |\phi_I\rangle - |\phi_{II}\rangle \\ &\propto |\phi_a\rangle \end{aligned} \quad (4.18)$$

Cette approche purement phénoménologique permet d'expliquer les différences de prévisions faites par Fuller et Johnson (cf. figure 4.30). En effet, le problème étudié par Fuller autorisant l'existence des modes symétrique (décalage du mode vers les plus courtes longueur d'onde) et antisymétrique (décalage vers les plus grande longueur d'onde) aussi bien pour les modes TE que pour les modes TM, il est logique d'attendre un dédoublement de toutes les résonances. Les considération de Johnson quand à elles, imposent que les modes TE soient forcément associés à des états symétriques (qui subiront un "blue shift") et les modes TM à des états antisymétriques (associés à un "red shift").

Enfin, on peut constater que ce modèle simplifié ne prend pas en compte les propriétés métalliques du miroir. Cependant, il peut naturellement être amené à penser que les modes TM (dont le champ électrique est normal à la surface) seront couplés aux ondes de surface du miroir, ce qui expliquerait l'extinction de ces modes observé par Hill.

4.3.2 Objectifs de l'étude et principe expérimental

Comme nous venons de le voir, des études numériques on été faite en ce qui concerne l'interaction de deux micro-sphères entre elles, cependant il n'y a eu pour l'instant aucune vérification expérimentale des phénomènes prédit par la théorie de Johnson ou bien encore

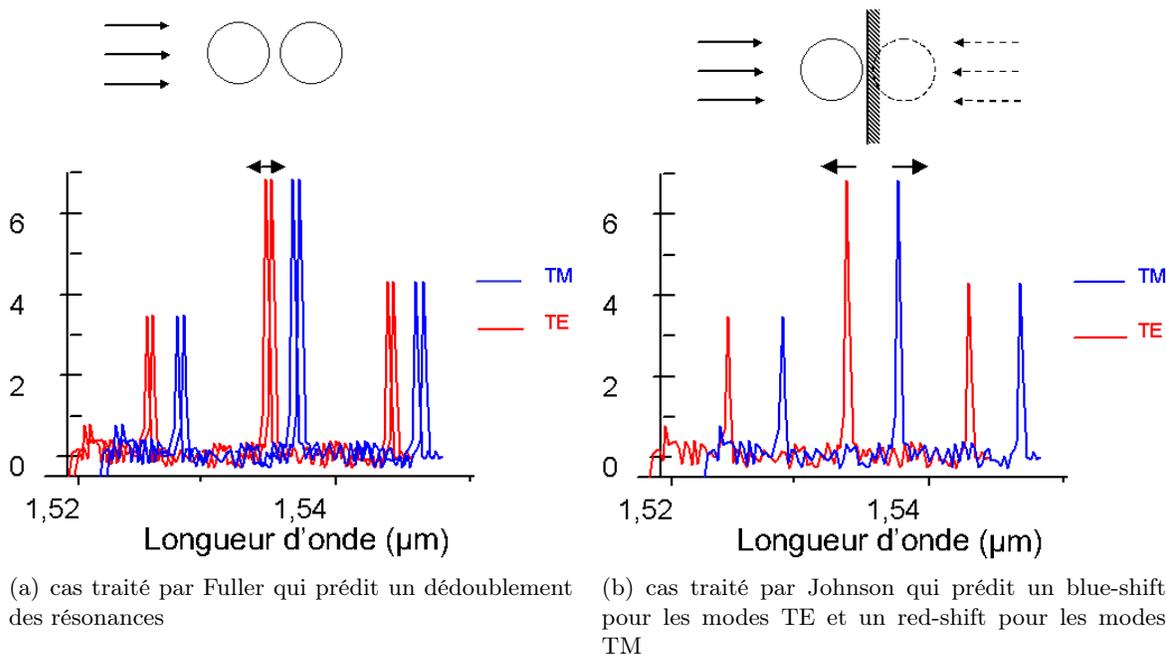


FIG. 4.30 – Etudes d'interaction entre deux particules

celle de Fuller. Nous avons donc modifié légèrement notre montage expérimental de façon à y introduire un miroir métallique (en argent dans un premier temps) mobile de façon à en étudier l'influence sur les modes de galerie de nos sphères, notre but étant d'essayer d'observer, pour des distance sphère-miroir (d) inférieure à la longueur d'onde, une extinction des modes TM ainsi qu'un "blue shift" et un élargissement des modes TE. De plus, comme nous disposons de sphères actives, nous souhaitons prolonger ces travaux par l'étude du couplage de deux oscillateurs identiques.

Le montage expérimental est identique à celui présenté dans le paragraphe 4.2.2 à ceci près que l'on place un miroir à proximité de la sphère. Celui-ci est fixé sur une platine de translation de façon à pouvoir faire varier la distance d (figure 4.31) et l'on étudie l'influence de ce paramètre sur les spectres observés à l'analyseur de spectre.

Pour étudier l'influence de la position du miroir sur les modes de galeries de nos sphères

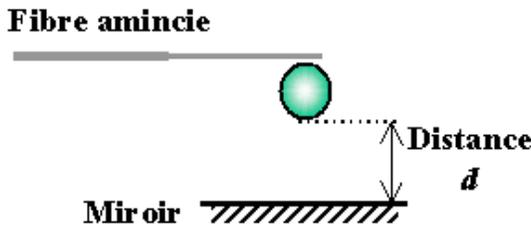


FIG. 4.31 – Montage expérimental

il est indispensable de pouvoir mesurer d . Pour ce faire, nous utilisons les graduations du vernier associé au déplacement vertical de la platine sur laquelle est montée le miroir. Cela

nous donne accès au déplacement relatif dont la précision est inférieure à quelques μm . On estime que la distance minimal entre la sphère et le miroir en dessous de laquelle on ne peut pas descendre sous peine de modifier le couplage entre la sphère et le taper est de l'ordre de $3,5\mu m$.

Afin de pouvoir comparer tous nos résultats obtenu avec des sphères de tailles différentes il est intéressant de normaliser la distance sphère-miroir au diamètre de la sphère (formalisme utilisé par Johnson et Fuller). Pour déterminer cette grandeur nous utilisons leur spectre de fluorescence (figure 4.32) et les relations liant les positions des résonance (équations 2.31 et 2.32). Ainsi, le rayon de la sphère s'écrit :

$$a = \frac{c}{2\pi N \cdot ISL_\nu} \quad (4.19)$$

avec N l'indice du verre qui vaut :

$$N = \frac{ISL_\nu}{\sqrt{ISL_\nu^2 - \Delta\nu_{TM-TE}^2}} \quad (4.20)$$

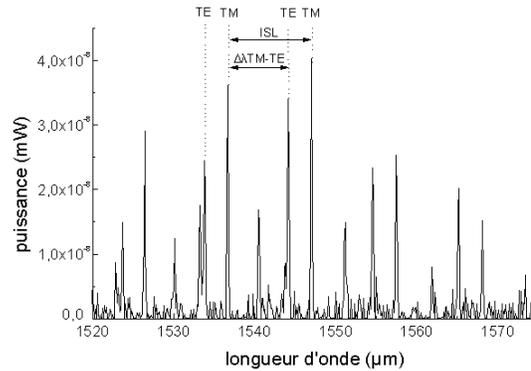


FIG. 4.32 – Spectre de fluorescence d'une sphère ZBLALiP

4.3.3 Effet du miroir sur l'ensemble du spectre de modes de galerie

Dans un premier temps nous avons utilisé un miroir d'argent sans revêtement de protection diélectrique ce qui ne nous écarte pas trop du cas idéal d'un miroir parfait de conductivité infinie. Comme je le disais dans le paragraphe 4.2.2 il n'est pas possible d'approcher le miroir de la sphère à moins de $3,5\mu m$, ce qui nous donne, pour des sphère de diamètre D inférieur à $80\mu m$, un rapport $d/D > 0,04$. Ceci ne nous permet donc pas d'explorer la gamme de distance où Johnson prédit 90% de l'effet. Cependant, nous avons cherché à voir si, pour des distances supérieures, le miroir avait une influence sur les modes de galerie de nos sphères. Pour ce faire, nous avons fait varier la position du miroir et, pour chaque distance d , nous avons fait une acquisition du spectre de fluorescence de nos micro-sphères dopées erbium. Nous avons donc ainsi pu observé l'évolution de l'intensité des modes mais également leur positionnement et nous avons constaté que ceux ci subissait un décalage vers les plus courte longueur d'onde au fur et à mesure que d diminuait.

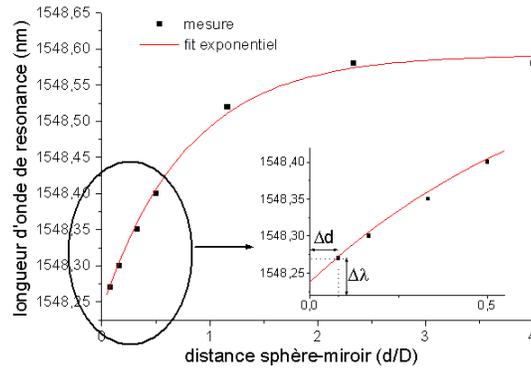


FIG. 4.33 – Mesure du blue shift pour le verre phosphate IOG2 ($D \simeq 50\mu m$)

verre phosphate IOG2 Pour les différentes sphères que nous avons étudié (dont les diamètres variaient de 50 à 80 μm), les déplacements du spectre de fluorescence mesurés allaient de $\Delta\lambda \simeq 0,24nm$ à $0,32nm$. Ces écarts peuvent en partie s'expliquer par l'incertitude sur les mesures dues à la lecture sur le vernier. En effet, étant donné la pente de la courbe pour les faibles distances d/D (cf. figure 4.33), on comprend aisément qu'une erreur sur la mesure de d dans la zone des courtes distance ait une grande influence sur la mesure de $\Delta\lambda$. Par exemple, dans le cas de la figure 4.33, la mesure donne un blue shift de $0,31 nm$. Mais si on extrapole les points de mesure par un fit exponentiel jusqu'en $d/D = 0$ on trouve un $\Delta\lambda = 0,34 nm$. De plus, une erreur de mesure Δd de $2\mu m$ entraîne une erreur de $30nm$ sur la mesure du blue shift (ce qui, rapporté à un $\Delta\lambda = 0,31$, donne 10% d'erreur).

verre fluoré ZBLALiP dopé à 0,08% Pour les sphères de ZBLALiP que nous avons étudié (dont les diamètres variaient de 50 à 120 μm), les mêmes ordres de grandeur de blue shift ont été mesuré, à savoir $\Delta\lambda \sim 0,26 nm$ à $0,36 nm$

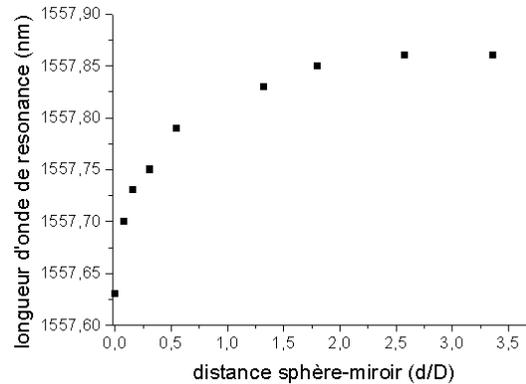
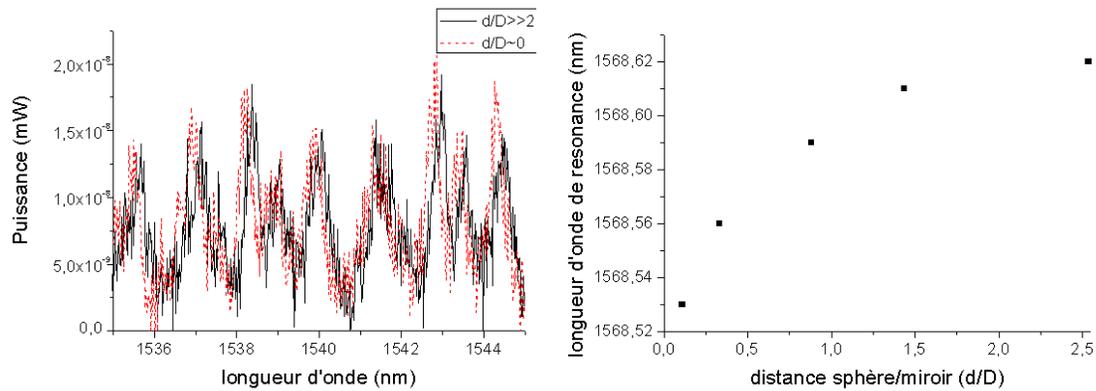


FIG. 4.34 – Mesure du blue shift pour le verre ZBLALiP dopé à 0,08% ($D \simeq 120\mu m$)

verres Baccarat Enfin, pour les sphères en verre baccarat le décalage en longueur d'onde du à l'approche du miroir a bien été observé mais il était plus difficilement quantifiable en raison, tout d'abord, de sa faible amplitude mais également à cause du spectre de fluorescence

particulièrement dense (donne un impression de continuité) et peu puissant de ces verres (figure 4.18 (a)).



(a) déplacement du spectre de fluorescence d'une sphère de diamètre $70\mu m$ en verre BO2 sous l'effet du miroir

(b) mesure du blue shift pour le verre Baccara BO5 ($D \simeq 85\mu m$)

FIG. 4.35 – Résultats pour les verres Baccara

Pour le verre BO5 un blue shift de $\Delta\lambda \simeq 0,1nm$ a pu être mesuré. Cependant, la résolution de notre analyseur de spectre étant de $70 nm$, l'incertitude sur cette valeur est importante. Malgré cela, on retrouve bien toujours la même allure pour l'évolution du blue shift en fonction de la position du miroir (figure 4.18 (b)).

Pour le verre BO2, le déplacement du spectre est plus sensible : $\Delta\lambda \simeq 0,2nm$.

Ainsi, pour tous les verres dont nous disposons (cf. partie 4.2.3) et pour différentes tailles de sphères nous avons pu constater qu'à l'approche du miroir l'ensemble du spectre de fluorescence se déplace vers les plus courtes longueurs d'onde (blue shift), déplacement associé à une diminution du niveau général de la fluorescence (figure 4.36). Ce décalage

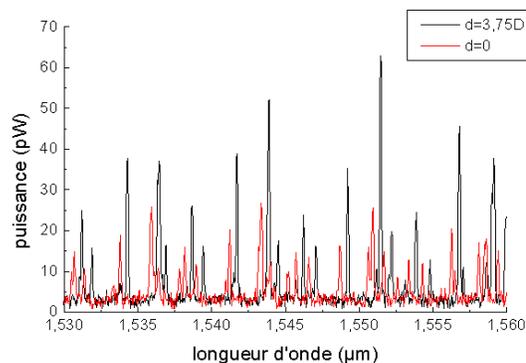


FIG. 4.36 – Spectre de fluorescence d'une sphère d'IOG2 pour deux positions du miroir ($D \simeq 50\mu m$)

devient perceptible pour des distances d inférieur à deux fois le diamètre des sphères (D) et, de cette position du miroir jusqu'au contact, il suit une évolution exponentielle (figures

4.33, 4.34 et 4.35).

Etant donné l'ordre de grandeur de la distance sphère-miroir à partir de laquelle l'effet se fait sentir on peut affirmer qu'il ne s'agit pas d'une interaction par onde évanescente. Nous avons vu dans le chapitre 2 que les modes de galerie étaient des modes à fuites. En effet, si on reprend l'image de la barrière de potentiel de Nussenveig on voit qu'à l'extérieur de la sphère, au delà de la barrière, le champ redevient radiatif, et, plus l'ordre radiale n est élevé, moins l'épaisseur de la barrière est importante. Ainsi, les modes d'ordre $n = 1$ subissent le moins de pertes et sont les plus confinés (haut facteur de qualité). Cependant, quel que soit leur ordre radiale, tous les modes de galerie possèdent cette partie radiative. Celle ci peut se réfléchir sur le miroir qui agira comme une cavité externe. Quand le miroir est au delà d'une distance égale à deux fois le diamètre de la sphère la partie radiative du champ est peu puissante et l'effet de la contre réaction optique est quasiment inexistant, mais plus le miroir va se rapprocher plus l'énergie radiative est importante et, par conséquent, l'énergie recouplée au résonateur augmente d'où l'évolution exponentielle du blue shift.

4.3.4 Influence du choix du miroir sur le blue shift

Toutes les observations décrites si dessus ont été faites en utilisant un miroir d'argent. Pour tenter de déterminer une éventuelle influence du choix du métal sur l'effet obtenu nous avons repris nos caractérisations avec un miroir d'or recouvert d'une couche isolante de diélectrique d'environ $8\mu m$ d'épaisseur. Nous avons obtenu les même comportements aussi bien en puissance qu'en longueur d'onde (cf. figure 4.37) ce qui nous permet d'affirmer que l'effet observé provient uniquement des propriétés réfléchissantes du miroir et non de ses propriétés de métal (conducteur).

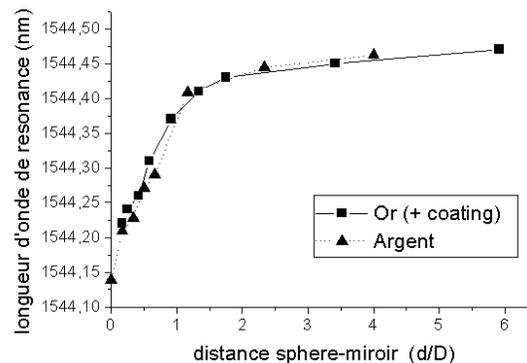


FIG. 4.37 – Comparaison de l'effet obtenu avec deux miroirs différents sur le spectre de fluorescence d'une sphère d'IQG2

4.3.5 Effet du miroir sur les modes lasers

En optimisant les conditions de couplage de la pompe à l'intérieur de nos différentes sphères nous avons pu obtenir des effets laser et étudier leur comportement à l'approche du miroir d'argent.

IOG2 Comme on l'a vu dans le paragraphe 4.2.3.2, suivant la puissance de pompe, le verre phosphate IOG2 possède deux fenêtres spectrales où les modes lasers peuvent apparaître : autour de $1,6\mu m$ pour les plus faibles pompages et vers $1,56\mu m$ pour des taux de pompage élevé (cf. figure 4.9).

Les figures 4.18 (a) et (b) représentent les spectres laser obtenus avec la même sphère pour deux configurations de couplage et de pompage différentes. Nous avons étudié l'effet du miroir sur les pics lasers de chacune de ces zones spectrales.

Nous avons constaté que les raies lasers situés autour de $1,56\mu m$ voient leurs puissances

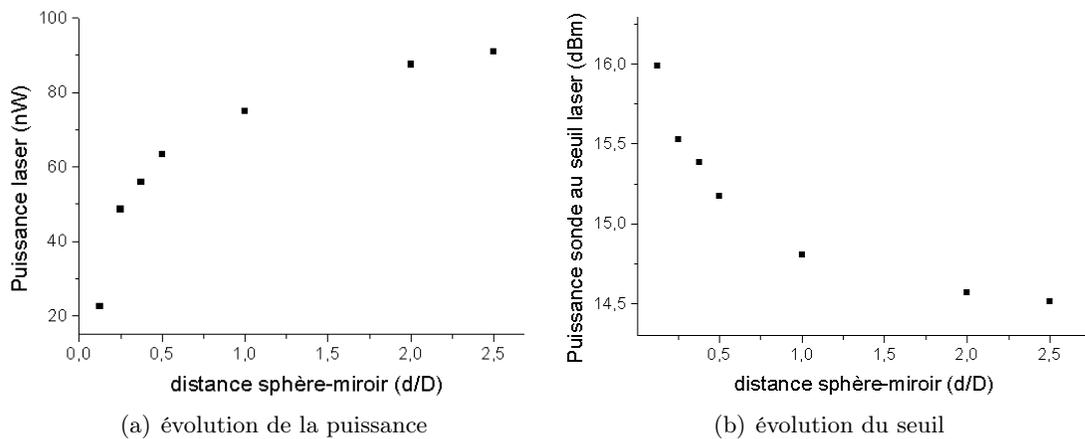


FIG. 4.38 – Influence du miroir sur les effets lasers autour de $1,56\mu m$ obtenu avec le verre IOG2 ($D \simeq 70\mu m$)

décroître jusqu'à l'extinction et leur seuil augmenter à l'approche du miroir (figure 4.38) alors que les pics à $1,6\mu m$ s'amplifient (figure 4.39).

Cette différence de comportement peut s'expliquer par une différence de polarisation des modes lasers dans les deux fenêtres spectrales distinctes. En effet, des observations ont été faites par d'autres équipes avec d'autres verres et différentes méthode de couplage [1] et il a été montré que les modes TE ont tendance à laser pour de plus grandes longueur d'onde que les modes TM. Ainsi, ces derniers sont les premiers à laser autour de $1,55\mu m$ alors que pour de plus grandes longueurs d'onde ($\sim 1,6\mu m$), les modes TE lasent plus facilement.

Grâce au schéma 4.40 on peut sentir qu'une partie des modes TM (projection sur la normal au plan du miroir) va avoir tendance à fuir par le miroir, la puissance de ces modes va donc décroître, alors que les modes TE vont être réfléchit et ils vont ce recoupler avec les modes de galerie. Ils verront donc leur puissance augmenter.

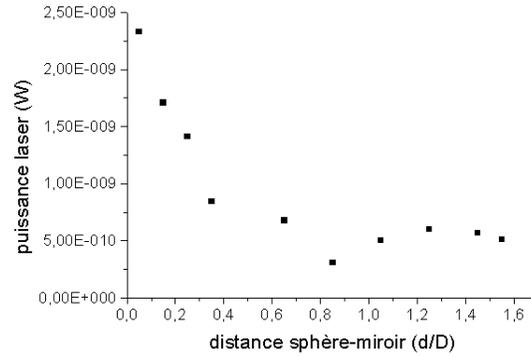


FIG. 4.39 – Influence du miroir sur la puissance des effets lasers autour de $1,6\mu m$ obtenu avec le verre IOG2 ($D \simeq 70\mu m$)

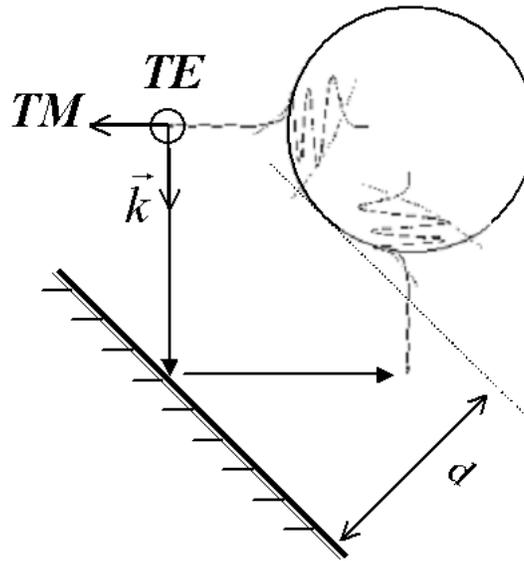
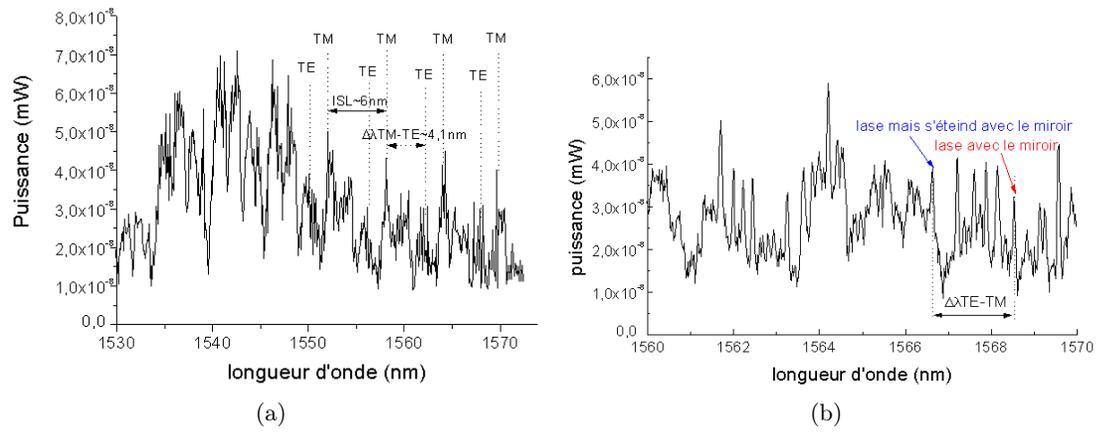


FIG. 4.40 – Illustration de l'effet du miroir suivant les polarisations

Baccarat Le premier pic à laser s'éteint quand on approche le miroir alors qu'un autre s'allume et voit sa puissance augmenter au fur et à mesure que la distance d se réduit. Comme je le disais plus haut, les modes TM sont ceux qui lasent en premier. On peut donc supposer que le pic laser qui s'éteint à l'approche du miroir est un mode TM, ce qui correspond aux observations faites avec le verre IOG2.

Pour l'ensemble des verres étudiés, nous avons observé une extinction dans certains cas et une exaltation dans d'autres. Ces phénomènes sont accompagnés du même blue shift que pour le reste du spectre de fluorescence et se font sentir à partir de la même distance du miroir, à savoir $d \simeq 2D$.



Conclusion

ANNEXES

Annexe A

Théorie des modes couplés dans le cas d'un guide droit et d'un guide courbe

Soit \vec{E}_1 et \vec{H}_1 les champs électrique et magnétique dans le guide courbe, et \vec{E}_2 et \vec{H}_2 dans le guide droit, sur l'ensemble des

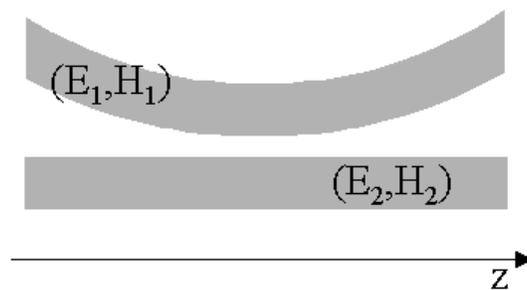


FIG. A.1 – zone de couplage entre un anneau et un guide droit

deux guides couplés, les champs électrique et magnétique s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= A(z)\vec{E}_1 + B(z)\vec{E}_2 \\ \vec{H} &= A(z)\vec{H}_1 + B(z)\vec{H}_2\end{aligned}\tag{A.1}$$

avec $A(z)$ et $B(z)$ les coefficients de couplage en amplitude. \vec{E} et \vec{H} doivent également vérifier les équations de Maxwell.

Remarque :

$|A(z)|^2$ (respectivement $|B(z)|^2$) ne peut pas être interprété comme étant la puissance dans le guide courbe (respectivement le guide droit). En effet, si on calcule la puissance totale dans la structure couplée on a :

$$P_z = \frac{1}{2} \Re \left[\int \left(\vec{E} \wedge \vec{H}^* \right) \cdot \vec{u}_z dx \right]\tag{A.2}$$

Si on normalise, elle s'exprime de la façon suivante :

$$P_z = |A(z)|^2 + |B(z)|^2 + \Delta P \quad (\text{A.3})$$

avec $\Delta P = A(z)^* B(z) \Re \int (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1^*) \cdot \vec{u}_z dx + A(z) B(z)^* \Re \int (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2^*) \cdot \vec{u}_z dx$.

Dans le cas d'un couplage faible et sans perte ΔP peut être négligé, mais dans notre cas, en raison des pertes de courbure, ce n'est pas le cas.

Pour deux champs électromagnétiques $(\vec{E}_p, \vec{H}_p, \epsilon_p)$ et $(\vec{E}_q, \vec{H}_q, \epsilon_q)$ vérifiant les équations de Maxwell, le théorème de réciprocité de Lorentz donne :

$$\int \nabla \cdot (\vec{E}_p \wedge \vec{H}_q^* + \vec{E}_q^* \wedge \vec{H}_p) dx = -i\omega\epsilon_0 \int (\epsilon_p - \epsilon_q) \vec{E}_p \cdot \vec{E}_q^* dx \quad (\text{A.4})$$

En l'appliquant à $(\vec{E}, \vec{H}, \epsilon)$ et $(\vec{E}_1, \vec{H}_1, \epsilon_1)$ dans un premier temps ainsi qu'à $(\vec{E}, \vec{H}, \epsilon)$ et $(\vec{E}_2, \vec{H}_2, \epsilon_2)$ dans un deuxième temps, en remplaçant \vec{E} et \vec{H} par leurs expressions (équation A.1) et en simplifiant les relations en utilisant l'identité remarquable $\nabla \cdot (\phi \vec{V}) = \phi \nabla \cdot \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla \phi$ on obtient :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \int (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_1) u_z dx & \int (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_2) u_z dx \\ \int (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_1) u_z dx & \int (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_2) u_z dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dA/dz \\ dB/dz \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \int \nabla \cdot (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_1) dx & \int \nabla \cdot (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_2) dx \\ \int \nabla \cdot (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_1) dx & \int \nabla \cdot (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_2) dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (\text{A.5}) \\ & = -i\omega\epsilon_0 \begin{pmatrix} \int (\epsilon - \epsilon_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_1^* dx & \int (\epsilon - \epsilon_1) \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_1^* dx \\ \int (\epsilon - \epsilon_2) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* dx & \int (\epsilon - \epsilon_2) \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_2^* dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Si on réutilise le théorème de réciprocité de Lorentz pour toutes les combinaisons de $(\vec{E}_1, \vec{H}_1, \epsilon_1)$ et $(\vec{E}_2, \vec{H}_2, \epsilon_2)$, la relation A.5 devient :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \int (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_1) u_z dx & \int (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_1^* \wedge \vec{H}_2) u_z dx \\ \int (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_1) u_z dx & \int (\vec{E}_2 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2^* \wedge \vec{H}_2) u_z dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dA/dz \\ dB/dz \end{pmatrix} \quad (\text{A.6}) \\ & = -i\omega\epsilon_0 \begin{pmatrix} \int (\epsilon - \epsilon_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_1^* dx & \int (\epsilon - \epsilon_2) \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_1^* dx \\ \int (\epsilon - \epsilon_1) \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* dx & \int (\epsilon - \epsilon_2) \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_2^* dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ce système d'équations différentielles ordinaires peut s'écrire :

$$S \frac{d}{dz} \vec{V}(z) = K(z) \vec{V}(z) \quad (\text{A.7})$$

ou bien

$$\frac{d}{dz} \vec{V}(z) = M(z) \vec{V}(z) \quad (\text{A.8})$$

avec $\vec{V}(z) = \begin{pmatrix} A(z) \\ B(z) \end{pmatrix}$ et $M = S^{-1}K$

En utilisant la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 avec un échantillonnage de l'axe de propagation de pas h (soit $z_j = z_0 + jh$ avec $j = 0, 1, 2, \dots, N$) on peut calculer la matrice de

propagation P_j telle que $\vec{V}(z_j) = P_j \vec{V}(z_0)$.

$$\begin{aligned} N_1 &= hM(z_j) \\ N_2 &= hM(z_j + h/2)(1 + N_1/2) \\ N_3 &= hM(z_j + h/2)(1 + N_2/2) \\ N_4 &= hM(z_j + 1)(1 + N_3) \\ P_{j+1} &= (1 + N_1/6 + N_2/3 + N_3/3 + N_4/6)P_j \text{ et } P_0 = 1 \end{aligned} \tag{A.9}$$

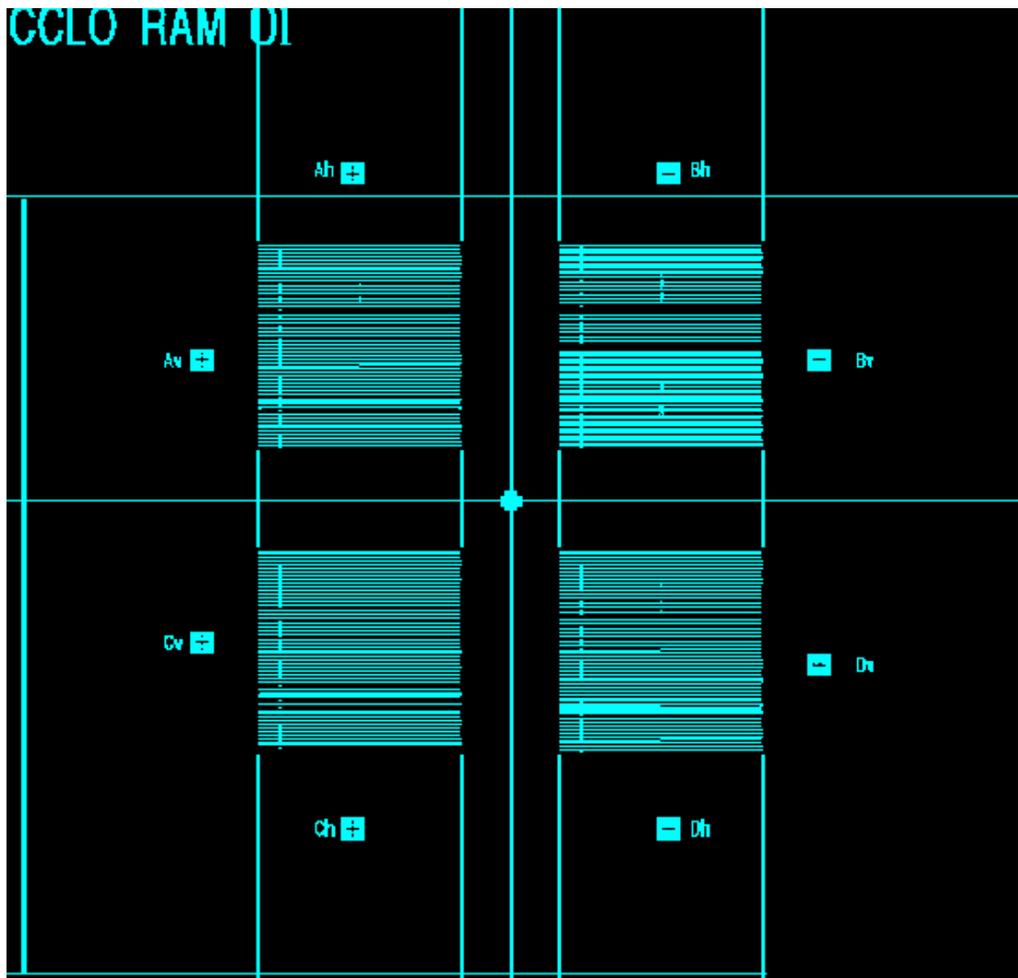
Annexe B

le masque

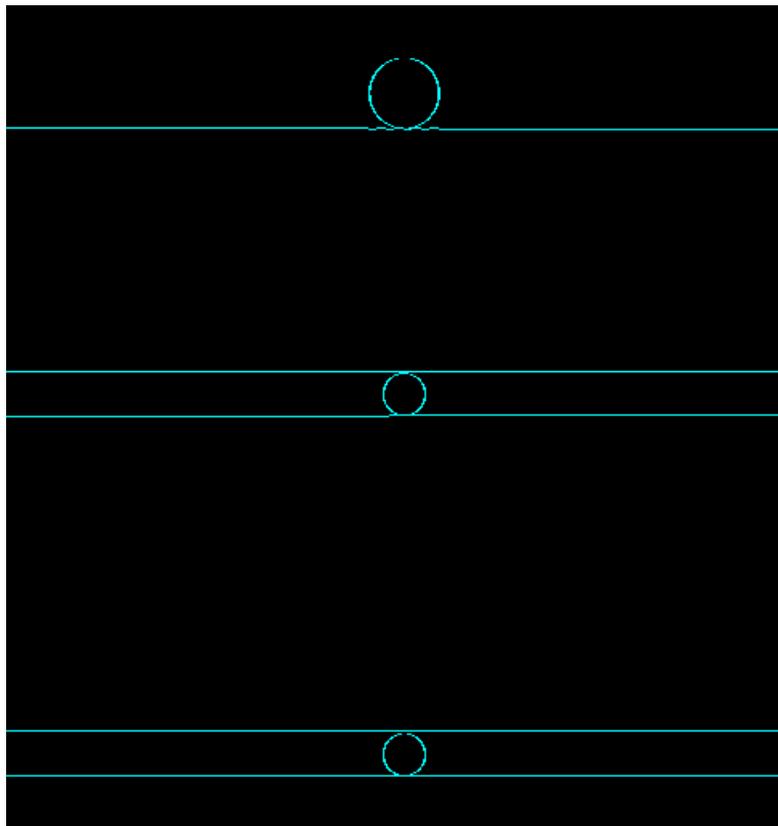
$\Delta n = 0.48$ (cœur PMMA)

w = 0,6	
w = 0,7	
w = 0,8	
w = 0,7 + tapers fibres	
w = 0,7, r = 15, g = 0	
idem, g = 0,1	
idem, g = 0,2	
w = 0,7, r = 10, g = 0,1	
idem disque	
	
	
	
w = 0,7, déconf séquentiel (1)	
w = 0,7, déconf effilé (2)	
idem (1) + anneau r = 15	
idem (2) + anneau r = 15	
Add-Drop w = 0,7, r = 15, g = 0,2	
idem + tapers fibres	
double anneau	
w = 0,7, rmin = 10, rmax = 20, g = 0,2	
idem + tapers fibres	

w : largeur du guide (μm)
r : rayon du micro-résonateur (μm)
g : gap (μm)



D2	0
D3	0
D4	0
D5	0
D6	0
D7	0
D8	0
D9	0
D0	0
D1	0
D2	0
D3	0



Bibliographie

- [1] Y. Kokubun, T. Kato, and S. Chu, "Box-like response of microring resonator filter by stracked double-ring geometry," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E85-C, p. 1018, April 2002.
- [2] M. Fujita and T. Baba, "Microgear laser," *Applied Physics B*, vol. 80, no. 12, p. 2051, 2002.
- [3] N. Dubreuil, *Excitation par fibre optique et cartographie en champ proche des modes de galerie de microsphères de silice*. PhD thesis, Université de Rennes I, 1997.
- [4] B. Johnson, "Morphology-dependent resonances of a dielectric sphere on a conducting plane," *Journal of Optical Society of America A*, vol. 11, no. 7, p. 2055, 1994.
- [5] F. Lissillour, *L'effet laser dans des microsphères de verre fluoré dopées néodyme et erbium : étude expérimentale de différents couplages et de largeur de raie*. PhD thesis, Université de Rennes I, 2000.
- [6] V. Ilchenko, X. Yao, and L. Maleki, "Pigtailling the high- Q microsphere cavity : a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes," *Optics Letters*, vol. 24, p. 723, June 1999.
- [7] M. Cai, G. Hunziker, and K. Vahala, "Fiber-optic add-drop device based on a silica microsphere-wispering gallery mode system," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, p. 686, June 1999.
- [8] M. Cai and K. Vahala, "Highly efficient optical power transfer to wispering-gallery modes by use of a symmetrical dual-coupling configuration," *Optics Letters*, vol. 25, p. 260, February 2000.
- [9] B. Little, S. T. Chu, W. Pan, and Y. Kokubun, "Microring resonator arrays for *VLSI* photonics," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, p. 323, March 2000.
- [10] P. Absil, J. Hryniewicz, B. Little, R. Wilson, L.G.Joneckis, and P. Ho, "Compact microring notch filters," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, p. 398, April 2000.
- [11] S. Suzuki, K. Shuto, and Y. Hibino, "Integrated-optic ring resonators with two stacked layers of silica waveguide on *Si*," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, pp. –, November 1992.

- [12] D. Rafizadeh, J. Zhang, S. Hagness, A. Taflove, K. Stair, and S. Ho, "Waveguide-coupled ALGaAs/GaAs microcavity ring and disk resonators with high finesse and 21.6nm free spectral range," *Optics Letters*, vol. 22, p. 1244, August 1997.
- [13] B. Little, J. Foresi, G. Steinmeyer, E. Thoen, S. Chu, H. Haus, E. Ippen, L. Kimerling, and W. Green, "Ultra-compact $Si - SiO_2$ microring resonator optical channel dropping filters," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 10, p. 549, April 1998.
- [14] S. Chu, W. Pan, S. Sato, R. Kaneko, B. Little, and Y. Kokubun, "Wavelength trimming of a microring resonator filter by means of UV sensitive polymer overlay," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, p. 688, June 1999.
- [15] F. Blom, H. Klederman, H. Hoekstra, A. Driessen, T. Popma, S. Chu, and B. Little, "A single channel dropping filter based on a cylindrical microresonator," *Optics Communications*, vol. 167, p. 77, August 1999.
- [16] D. Klunder, E. Krioukov, F. Tan, T. van der Veen, H. F. Bulthuis, G. sengo, C. Otto, H. W. Hoekstra, and A. Driessen, "Vertically and laterally waveguide-coupled cylindrical microresonators in Si_3N_4 on SiO_2 technology," *Applied Physics B*, vol. 73, p. 603, 2001.
- [17] P. Rabiei, W. Steier, C. Zhang, and L. Dalton, "Polymer micro-ring filters and modulators," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 11, 2002.
- [18] S. Chu, B. Little, W. Pan, R. Kaneko, and Y. Kokubun, "Cascaded microring resonators for crosstalk reduction and spectrum cleanup in add-drop filters," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, p. 1423, November 1999.
- [19] Y. Yanagase, S. Suzuki, Y. Kokubun, and S. Chu, "Box-like filter response and expansion of the FSR by vertically tripled coupled microring resonator filter," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, p. 1525, August 2002.
- [20] Y. Yanagase, S. Yamagata, and Y. Kokubun, "Wavelength tunable polymer microring resonator filter with 9.4nm tuning rang," *Electronics Letters*, vol. 39, p. 922, June 2003.
- [21] Y. Kokubun, S. Kubota, and S. Chu, "Polarisation-independent vertically coupled microring resonator filter," *Electronics Letters*, vol. 37, p. 90, January 2001.
- [22] H. Lin, A. Huston, B. Justus, and A. Campillo, "Some characteristics of a droplet whispering-gallery-mode laser," *Optics Letters*, vol. 11, p. 614, 1986.
- [23] H. Tzeng, K. Wall, M. Long, and R. Chang, "Laser emission from individual droplets at wavelength corresponding to morphology dependnr resonances," *Optics Letters*, vol. 11, p. 614, 1984.
- [24] T. Baer *Optics Letters*, vol. 12, p. 392, 1987.
- [25] V. Sandoghdar, F. Treussart, J. Hare, V. Lefevre-Seguin, J. Raimond, and S. Haroche *Physical Review A*, vol. 54, p. 1777, 1996.
- [26] K. Miura, K. Tanaka, and K. Hirao *Journal of Non-Crystalid Solids*, vol. 213-214, p. 276, 1997.

- [27] F. Lissillour, R. Gabet, P. Féron, P. Besnard, and G. Stephan, "Linewidth narrowing of a *DFB* semiconductor laser at $1,55 \mu\text{m}$ by optical injection of an *ER:ZBLAN* microspherical laser," *Europhysics Letter*, 2001.
- [28] X. Fan, S. Scott, and H. Wang, "Microcavities combining a semiconductor with a fused-silica microsphere," *Optics Letters*, vol. 24, p. 771, June 1999.
- [29] X. Fan, P. Palinginis, S. Lacey, and H. Wang, "Coupling semiconductor nanocrystals to a fused-silica microsphere : a quantum-dot microcavity with external high Q factors," *Optics Letters*, vol. 25, no. 21, p. 1600, 2000.
- [30] T. Krauss and P. Laybourn, "Monolithic integration of a semiconductor ring laser and a monitoring photodetector," *SPIE Integrated optical Circuit*, vol. 1583, p. 150, 1991.
- [31] F. Treussart, V. Ilchenko, J. Roch, J. Hare, V. Lefevre-Seguin, J. Raimond, and S. Haroche, "Evidence for intrinsic kerr bistability of high- Q microsphere resonators in superfluid helium,"
- [32] H. Goldstein, C. Poole, and J. Safko, *Classical Mechanics*. Addison Wesley, 2001.
- [33] L. Landau and E. Lifchitz, *Théorie des champs*. Mir Moscou, 1964.
- [34] H. Nussenzveig, *Diffraction effects in semi-classical scattering*. Cambridge University Press, 1992.
- [35] J. Stratton, *Théorie de l'électromagnétisme*. Dunod, 1961.
- [36] J. Jackson, *Classical electrodynamics*. John Wiley and Sons, 1975.
- [37] C. Lam, P. Leung, and K. Young *Journal of Optical Society of America B*, vol. 9, p. 1585, 1992.
- [38] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of mathematical functions*. Dover publications, 1970.
- [39] M. Heiblum and J. Harris, "Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 11, p. 75, February 1975.
- [40] M. Chin, "Modeling of *InGaAs/InAlAs* coupled double quantum wells," *Applied Physics B*, vol. 76, no. 1, p. 518, 1994.
- [41] M. Chin, D. Chu, and S. Ho, "Estimation of spontaneous emission factor for microdisk lasers via the approximation of whispering gallery modes," *Applied Physics B*, vol. 75, no. 7, p. 3302, 1994.
- [42] M. Chin and S. Ho, "Design and modeling of waveguide coupled single mode microring resonator," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, no. 9, p. 1433, 1998.
- [43] K. Hiremath, R. Stoffer, and M. Hammer, "Coupled mode theory and *FDTD* simulations of the coupling between bent and straight optical waveguides," *Proceeding of the 8th annual symposium*, p. 33, 2003.
- [44] B. L. ans S.T. Chu, H. Haus, J. Foresi, and J. Laine, "Microring resonator channel dropping filters," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, p. 998, June 1997.

- [45] S. Hagness, D. Rafizadeh, S. Ho, and A. Taflove, "FDTD microcavity simulations : design and experimental realization of waveguide coupled single mode ring and whispering gallery mode disk resonator," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, p. 2154, November 1997.
- [46] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Transaction on Antennas ans propagation*, p. 302, 1996.
- [47] A. Taflove, *Advances in computational electrodynamics*. Artech House, 1998.
- [48] I. Assaid, I. Hardy, and D. Bosc *Optics Communications*, vol. 214, no. 15, p. 171, 2002.
- [49] T. Batte, F. Guezou, D. Bosc, I. Hardy, and P. Grosso (Dijon), p. 164, JNOG, 2002.
- [50] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides," *Electronics Letters*, vol. 36, p. 321, February 2000.
- [51] T. Ibrahim, K. Ritter, V. Van, P. Absil, R. Grover, J. Hryniewicz, B. Little, F. Johnson, and P. Ho, "Experimental observation of optical bistability in semiconductor microring resonators,"
- [52] T. Ibrahim, R. Grover, L. Kuo, S. Kanakaraju, and L. C. P. Ho, "All-optical AND/NAND logic gates using semiconductor microresonators," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 15, p. 1422, October 2003.
- [53] J. Marburger and F. Feler, "Theory of a lossless nonlinear Fabry-Perot interferometer," *Physical Review A*, vol. 17, p. 335, January 1978.
- [54] P. Tran, "Optical switching with a nnlinear photonic crystal : a numerical study," *Optics Letters*, vol. 21, p. 1138, August 1996.
- [55] F. Sanchez, "Optical bistability in a 2x2 coupler fiber ring resonator : parametric formulation," *Optics Communications*, vol. 142, p. 211, 1997.
- [56] H. Haus, *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice-Hall, 1984.
- [57] T. Ibrahim, V. Van, and P. Ho, "All-optical time-division demultiplexing and spatial pulse routing with a GaAs/AlGaAs microring resonator," *Optics Letters*, vol. 27, p. 803, May 2002.
- [58] T. Bischofberger and Y. shen, "Teoretical and experimental study of the dynamic behaviour of nonlinear Fabry-Perot interferometer," *Physical Review A*, vol. 19, p. 1169, March 1979.
- [59] V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko, "Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes," *Physic Letters A.*, vol. 137, p. 393, 1989.
- [60] J. Knight, "Phase matched excitation of whispering gallery modes resonances by a fiber taper," *Optics Letters*, vol. 22, p. 1129, 1997.
- [61] N. Dubreuil, J. Knight, D. Leventhal, V. Sandoghadar, J. Hare, and V. Lefèvre, "Eroded monomode optical fiber for whispering-gallery mode excitation in fused-silica microspheres," *Optics Letters*, vol. 20, p. 813, 1995.

-
- [62] D. McCumber *Physical Review*, vol. 134, p. 299, 1964.
- [63] Y. Huang, M. Mortier, and F. Auzel *Optical Materials*, vol. 15, p. 243, 2001.
- [64] M. Mortier, P. Goldner, P. Féron, G. Stephan, H. Xu, and Z. Cai, “New fluoride glasses for laser applications,” *Journal of non cristalid solid*, 2003.
- [65] K. Fuller, “Some novel features of morphology dependent resonances of bispheres,” *Applied Optics*, vol. 28, no. 18, p. 3788, 1989.
- [66] K. Fuller, “Optical resonances and two-sphere systems,” *Applied Optics*, vol. 30, no. 33, p. 4716, 1991.
- [67] R. C. P. B. B. Schlicht, K.F. Wall, “Light scattering by two parallel glass fibers,” *Journal of Optical Society of America A*, vol. 4, no. 5, p. 800, 1998.
- [68] S. Hill, R. Benner, C. Rushforth, and P. Conwell *Applied Optics*, vol. 23, p. 1680, 1984.
- [69] B. Johnson, “Light scattering from a spherical particle on a conducting plane,” *Journal of Optical Society of America A*, vol. 9, no. 8, p. 1341, 1992.