HAL
open science

Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brassés mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif

Laetitia Jacoutot

To cite this version:

Laetitia Jacoutot. Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brassés mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2006. Français. NNT : . tel-00121350

HAL Id: tel-00121350

https://theses.hal.science/tel-00121350v1

Submitted on 20 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : Mécanique des Fluides et Transferts

préparée au laboratoire Élaboration par Procédés Magnétiques (EPM-Madylam)

dans le cadre de **l'Ecole Doctorale *Mécanique et Energétique***

présentée et soutenue publiquement

par

Laetitia JACOUTOT

le 10 novembre 2006

Titre :

Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brassés mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif

Directeur et co-directeur de thèse :
M. Y. Fautrelle et Mme A. Gagnoud

JURY

M.	D. Jeandel	, Président
M.	D. Ablitzer	, Rapporteur
M.	F. Bay	, Rapporteur
M.	Y. Fautrelle	, Directeur de thèse
Mme	A. Gagnoud	, Co-directeur de thèse
M.	P. Brun	, Examinateur
M.	E. Chauvin	, Invité

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mes directeur de thèse et co-directeur de thèse. D'abord, à **Yves Fautrelle**, que je remercie de m'avoir proposé ce sujet de thèse. Ses remarques scientifiques très pertinentes m'ont permis de mener à bien ce travail. Je tiens aussi à souligner sa disponibilité et son soutien tout au long de cette thèse. J'adresse aussi mes remerciements les plus sincères à **Annie Gagnoud**. Toujours disponible, à l'écoute et avec une grande gentillesse, elle a su me faire partager son expérience et ses connaissances sur la modélisation des phénomènes électromagnétiques. Merci à Yves et à Annie pour leur complémentarité. Leur enthousiasme et leur générosité ont permis à « ce plan de se dérouler sans accros ».

Je remercie aussi vivement **Patrice Brun** qui m'a encadré depuis Marcoule. Ses connaissances sur le procédé de vitrification m'ont énormément aidé pour la modélisation. Merci aussi pour l'accueil chaleureux lors de mes visites à Marcoule.

Je remercie tout particulièrement Monsieur **Denis Ablitzer,** ainsi que Monsieur **François Bay**, qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs. Je tiens également à remercier Monsieur **Denis Jeandel** qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse. Je remercie aussi Monsieur **Eric Chauvin** qui a accepté de participer au jury de cette thèse.

Je tiens à remercier également **Roland RIVA** du CEA de Grenoble qui m'a fait visiter les installations en huile et a eu la gentillesse d'effectuer des expériences en ma présence.

Je remercie **Yves Du Terrail** pour ses précieux conseils sur la modélisation numérique en général et sur Flux Expert particulièrement. Je tiens aussi à remercier **Jean-Marc Dedulle** ainsi que **Armand Bonnetier** pour leurs conseils avisés sur la modélisation avec FLUX-3D. Merci d'avoir répondu à toutes mes interrogations avec une grande gentillesse.

Je tiens également à remercier **Jacques Lacombe** et **Roger Boen** qui ont suivi mon travail de thèse de près et qui m'ont toujours soutenu durant ces trois années. Je remercie aussi tous les membres du SCDV qui se sont toujours inquiétés du bon déroulement de ma thèse, et particulièrement **Jean-Georges Heckenroth** qui a toujours montré un grand intérêt à ma thèse en s'assurant parallèlement de mon épanouissement dans ce travail. Mes remerciements s'adressent aussi à l'ensemble de l'équipe technique du CEA de Marcoule qui m'a beaucoup aidé pour la conduite des essais. Un remerciement particulier à **Alain Artico** avec qui j'ai partagé un petit coin de bureau lors de mes visites à Marcoule. Enfin, je tiens à remercier vivement **Maïté Caillon** à qui j'ai demandé beaucoup pour les missions et autres problèmes administratifs en tout genre, et ils sont nombreux.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble des membres du laboratoire EPM pour leur accueil chaleureux et leur bonne humeur quotidienne. Je ne les citerai pas tous de peur d'en oublier. Je

tiens particulièrement à remercier **Anne Tupin** et **Pascale Esteoule** qui gèrent avec succès tous les problèmes administratifs. J'adresse aussi mes remerciements les plus sincères à **René Moreau** qui m'a permis de continuer l'aventure de la recherche en m'offrant un post-doctorat aux Etats-Unis.
Merci aussi aux doctorants et post-doctorants pour la bonne ambiance et leur aide occasionnelle pour certains problèmes techniques : **Benoît**, **Erwann**, **David**, **Pierre-Eric** (cordialement PEF), **Anne**, **Bachir, Cyrille**, **Kirk**, **Mikaël**, **Lamine, Kader** et les stagiaires de passage pour quelques mois **Pierrig**, **Sylvain** … Surtout ne changez rien et bonne route à tous. Merci à **Emilien** de m'avoir supporté en partageant mon bureau pendant ces derniers mois de thèse, et ce n'étaient pas les plus faciles… et bon courage pour la suite.

Je remercie de tout mon cœur ma famille pour leur soutien durant ces années et particulièrement **Jojo**, **Pascal** et **ma sœur** qui ont toujours montré un vif intérêt pour mon travail. Sous oublier **mes parents** à qui je dois tout et qui m'ont toujours soutenu même si tout cela leur paraissait parfois bien étrange.

Mon dernier remerciement s'adresse à **Guillaume** qui a vécu ces trois années de thèse au quotidien et qui m'a soutenu sans limite et plus encore.

TABLE DES MATIERES

NOMENCLATURE V

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I - CONTEXTE ET ETAT DE L'ART 5

1. LA VITRIFICATION DES DECHETS 7

1.1. Les atouts de la vitrification 7

1.2. Le procédé de vitrification dans le monde 8

1.3. Le procédé actuel utilisé à La Hague 8

1.4. Inconvénients des techniques classiques 9

2. LE PROCEDE FUTUR DE VITRIFICATION : L'INDUCTION EN CREUSET FROID 10

2.1. Principe général de l'induction 10

2.2. La technique du creuset froid 11

2.3. Avantages et inconvénients de la vitrification par induction en creuset froid 12

3. ETAT DE L'ART 13

3.1. Les objectifs de l'étude 13

3.2. Etat de l'art 14

4. CONCLUSION 21

CHAPITRE II - ANALYSE DES PHENOMENES PHYSIQUES ET CHOIX DE MODELISATION 23

1. LE VERRE : DES PROPRIETES SPECIFIQUES 25

1.1. L'état vitreux 25

1.2. La composition du verre 26

1.3. Les propriétés physiques 26

2. LES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES 28

2.1. Présentation des phénomènes 28

2.2. Les équations électromagnétiques 29

2.3. Quelques ordres de grandeur 30

3. LES PHENOMENES THERMIQUES 32

3.1. Présentation des phénomènes 32

3.2. Les équations de base 33

3.3. Quelques ordres de grandeur 33

4. LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES 35

4.1. Présentation des phénomènes 35

4.2. Les équations de base 35

4.3. Quelques ordres de grandeur 35

5. COUPLAGE FORT ENTRE LES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES, THERMIQUES ET HYDRODYNAMIQUES 37

6. LE CHOIX DES MODELES 38

6.1. Le modèle électromagnétique 38

6.2. Les modèles thermohydrodynamiques 41

6.3. Le couplage 44

CHAPITRE III - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE STATIQUE 47

1. LA CONFIGURATION ETUDIEE 49

1.1. Description du pilote EREBUS 49

1.2. Les mesures réalisées 51

2. LES MODELES : CONFIGURATION 2D-AXISYMETRIQUE 54

2.1. Le modèle thermohydrodynamique 54

2.2. Le modèle électromagnétique....56

2.3. Le couplage....57

3. ETUDE AVEC LE MODELE 2D-AXISYMETRIQUE.... 60

3.1. Détermination des coefficients d'échange thermique aux parois....60

3.2. Influence de l'effet Marangoni....66

3.3. Distributions dans le bain de verre....70

3.4. Bilan de puissances thermiques....73

3.5. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques....74

4. LE MODELE PSEUDO-3D.... 76

5. ETUDE AVEC LE MODELE PSEUDO-3D.... 77

5.1. Effets des instruments de mesure....77

5.2. Effets des phénomènes thermocapillaires....79

5.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux....83

6. CONCLUSION.... 87

CHAPITRE IV - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE AGITE MECANIQUEMENT : CONFIGURATION AXISYMETRIQUE.... 89

1. LA CONFIGURATION ETUDIEE.... 91

2. LES MODELES NUMERIQUES.... 92

2.1. Perturbation des phénomènes électromagnétiques en présence de l'agitateur....93

2.2. Le modèle thermohydrodynamique....96

2.3. Le modèle électromagnétique....99

2.4. Le couplage....100

3. LES RESULTATS.... 103

3.1. Etude locale....104

3.2. Etude d'un point de vue global....112

3.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux.....120

4. CONCLUSION 121

CHAPITRE V - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE AGITE MECANIQUEMENT : CONFIGURATION 3D 123

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 125

BIBLIOGRAPHIE 131

ANNEXE 1 – ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'AGITATION MECANIQUE DE FLUIDES TRES VISQUEUX.....A1.1

ANNEXE 2 - RESOLUTION AVEC LE LOGICIEL FLUENT.....A2.1

ANNEXE 3 – ANALYSE DE SENSIBILITE POUR LE CAS STATIQUE.....A3.1

ANNEXE 4 – CALCUL ANALYTIQUE DE LA PERTURBATION ENGENDREE PAR LA PALE SUR LES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES A4.1

ANNEXE 5 – REFERENCES SUR LES PROPRIETES PHYSIQUES ET COMPOSITION DES DIFFERENTS VERRES A5.1

NOMENCLATURE

$\vec{A}$	potentiel vecteur	(V.s.m^{-1})
$\vec{B}$	induction magnétique	(T)
C	couple	(N.m)
Co	nombre de Courant	(-)
c_p	chaleur spécifique	(J.kg^{-1}.K^{-1})
d	diamètre de l'agitateur	(m)
D	diamètre du bain de verre	(m)
e	épaisseur	(m)
$\vec{E}$	champ électrique	(V.m^{-1})
$\vec{F}_e$	force de Laplace	(N.m^{-3})
Fo	nombre de Fourier	(-)
Fr	nombre de Froude	(-)
g	gravité	(m.s^{-2})
h	coefficient d'échange thermique	(W.m^{-2}.K^{-1})
H	hauteur du bain de verre	(m)
i	imaginaire pur	(-)
$\vec{j}$	vecteur de densité de courant	(A.m^{-2})
Ma	nombre de Marangoni	(-)
n	normale	(-)
N	vitesse de rotation de l'agitateur	(s^{-1})
Np	nombre de puissance	(-)
Nu	nombre de Nusselt	(-)
p	pression	(Pa)
p^*	pression modifiée $p^* = p + \rho g z$	(Pa)
P	puissance mécanique	(W)
P_{tot}	puissance Joule totale injectée dans le bain	(W)
Pe	nombre de Peclet	(-)
Pe_d	nombre de Peclet de maille	(-)
$P_{éch}$	puissance échangée sur les structures métalliques	(W)
Pr	nombre de Prandtl	(-)
Q	débit de l'eau de refroidissement	(kg.s^{-1})
Q_{th}	puissance Joule totale dissipée	(W.m^{-3})
R	rayon du bain de verre	(m)

Ra	nombre de Rayleigh	(-)
R_{cond}	résistance thermique de conduction dans la paroi	($W^{-1}.m^2.K$)
R_{cont}	résistance thermique de contact verre-paroi	($W^{-1}.m^2.K$)
R_{conv}	résistance thermique de convection eau-paroi	($W^{-1}.m^2.K$)
Ri	nombre de Richardson	(-)
R_{sol}	résistance thermique de conduction dans l'autocreuset	($W^{-1}.m^2.K$)
R_ω	paramètre d'écran	(-)
R_m	nombre de Reynolds magnétique	(-)
t	temps	(s)
t_c	temps de convection	(s)
t_d	temps de diffusion thermique	(s)
t_{dem}	temps de diffusion électromagnétique	(s)
t_{d_ν}	temps de diffusion visqueuse	(s)
T	température	(K)
T_a	température de référence de convection à la surface libre	(K)
T_{ar}	température de référence de rayonnement à la surface libre	(K)
T_{eau}	température de référence de convection sur les parois	(K)
$T_{entrée}$	température de l'eau en entrée	(K)
T_f	température de fusion	(K)
T_g	température de transition vitreuse	(K)
T_{sortie}	température de l'eau en sortie	(K)
$\vec{u}$	vecteur vitesse	($m.s^{-1}$)
$\vec{u_r}$	vecteur vitesse dans le repère tournant	($m.s^{-1}$)
U	vitesse caractéristique	($m.s^{-1}$)
V	Potentiel scalaire électrique	(V)

lettres grecques

α	diffusion thermique	($m^2.s^{-1}$)
β	dilatabilité thermique	(K^{-1})
δ	épaisseur de peau électromagnétique	(m)
ϵ	émissivité du verre	(-)
φ	flux thermique	($W.m^{-2}$)
γ	dérivée de la tension superficielle avec la température	($N.m^{-1}.K^{-1}$)

λ	conductibilité thermique	(W.m^{-1}.K^{-1})
μ	viscosité dynamique	(Pa.s)
μ_e	perméabilité magnétique	(H.m^{-1})
ν	viscosité cinématique	(m^2.s^{-1})
ρ	masse volumique	(kg.m^{-3})
σ	conductivité électrique	(Ω^{-1}.m^{-1})
σ_s	tension superficielle	(N.m^{-1})
σ_{sb}	constante de Stefan Boltzmann $\sigma_{sb} = 5,67.10^{-8}$	(W.m^{-2}.K^{-4})
$\bar{\bar{\tau}}$	tenseur des contraintes	(kg.m^{-1}.s^{-2})
ω	pulsation	(rad^{-1})
$\vec{\Omega}$	vecteur rotation	(rad.s^{-1})

indice et exposant

p	paroi
s	surface libre
^	amplitude complexe

repères

(x, y, z)	repère cartésien
(r, θ, z)	repère cylindrique

INTRODUCTION

Dès la fin des années 50, des programmes de recherche et développement ont été menés au sein du CEA afin de répondre aux problèmes de retraitement et de confinement des déchets nucléaires issus des combustibles usés. La majeure partie de la matière encore utilisable est récupérée pour former du combustible Mox. Cette part recyclée constitue 97% en masse du combustible irradié. Le reste n'est pas réutilisable, il est trié et des traitements appropriés lui sont appliqués. Ces déchets ultimes, composés des transuraniens et des produits de fissions, concentrent 99% de la radioactivité. Ils regroupent des éléments de haute activité initiale mais de périodes courtes et des éléments moins actifs mais de périodes longues. Isolés lors des opérations de retraitement, ils sont d'abord stockés sous forme de solution acide dans des cuves ventilées en acier inoxydable, dans l'attente d'un confinement adapté. Depuis une quarantaine d'années, les chercheurs du CEA travaillent à développer une méthode de conditionnement approprié à ces déchets. Le procédé de vitrification s'est imposé comme une technologie sûre de conditionnement à long terme. Depuis 1989, un procédé de vitrification continu en deux étapes est mis en œuvre en France dans les ateliers de La Hague. Ce procédé a été développé dès 1978 dans les Ateliers de Vitrification de Marcoule. Depuis la mise en service des ateliers de Marcoule et de ceux de La Hague, 4000 tonnes de verre ont été élaborées. L'enfouissement profond est ensuite la solution généralement envisagée pour le stockage définitif de ces déchets ultimes.

A l'heure actuelle, le procédé continu de vitrification en four chaud, implanté dans les ateliers de La Hague, ne permet pas de répondre aux nouvelles attentes. En effet, AREVA NC souhaite élargir la gamme des déchets vitrifiables tout en réduisant le volume des déchets vitrifiés c'est-à-dire en augmentant le taux d'incorporation. L'objectif est de disposer d'un nouveau procédé permettant de vitrifier des déchets à taux de combustion plus élevé et des solutions liquides issues du traitement de combustibles anciens. Pour répondre à ces demandes, les installations de vitrification doivent pouvoir résister à la corrosion du verre, des gaz et des liquides pour de plus hautes températures. Des études menées au CEA de Marcoule durant ces vingt dernières années montrent que le procédé de vitrification par induction directe en creuset froid permet de répondre aux nouvelles attentes d'AREVA NC. Des dispositifs de brassage par agitation mécanique et bullage assurent l'homogénéisation thermique et chimique des bains de verre en fusion.

L'objectif de cette thèse est de mettre en place une modélisation numérique du futur procédé de vitrification en creuset froid afin d'aider à son dimensionnement. Cette modélisation s'intéresse particulièrement aux aspects thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques présents dans le bain de verre. L'analyse de ces phénomènes physiques met en évidence plusieurs difficultés qui rendent délicates la modélisation :

- l'agitateur mécanique, par sa position inclinée, impose l'utilisation d'outils adaptés et une modélisation tridimensionnelle et instationnaire,
- la forte dépendance des propriétés physiques du verre avec la température rend nécessaire le couplage des différents phénomènes,
- la modélisation des phénomènes électromagnétiques s'avère complexe car les échelles caractéristiques de la pénétration du courant électrique sont variables et la géométrie du système engendre des phénomènes électromagnétiques tridimensionnels.

Pour parvenir à une modélisation complète, ces difficultés ont été traitées séparément en modélisant, dans un premier temps, des configurations simplifiées considérant chaque point délicat. Le plan du mémoire s'appuie sur cette démarche. Il est organisé en cinq chapitres.

Le premier chapitre présente le contexte de l'étude et un état de l'art des travaux précédents traitant de la modélisation de ces différents points.

Le second chapitre développe une analyse précise des phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques présents dans le bain de verre. Quelques ordres de grandeur de nombres adimensionnels sont évalués afin de caractériser les phénomènes physiques. A la vue de ces estimations, les modèles choisis pour la résolution numérique sont exposés.

Le troisième chapitre s'intéresse à la modélisation numérique d'un bain de verre chauffé par induction où le brassage mécanique n'est pas pris en compte. Le mouvement du fluide est dû uniquement aux effets thermoconvectifs. Le pilote modélisé est un pilote à échelle industrielle, nommé EREBUS, il a été utilisé pour des essais parallèles à ceux effectués sur le pilote simulant la configuration prochainement installée à la Hague. Après une description du couplage mis en œuvre, une étude sur le choix des conditions aux limites est précisée. Enfin, les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux.

Dans le quatrième chapitre, le pilote EREBUS, équipé d'un agitateur non incliné est modélisé. La position axiale de l'agitateur permet quelques hypothèses simplificatrices non applicables à la configuration du futur procédé équipé d'un agitateur incliné. Après la présentation des modèles considérés, une attention particulière est portée sur le couplage développé pour cette configuration. Les profils numériques obtenus sont ensuite présentés et une étude globale est effectuée pour caractériser l'écoulement et les échanges thermiques dans le bain. Une comparaison des résultats numériques et expérimentaux termine ce chapitre.

Enfin, avant de donner les conclusions et perspectives propres à ce travail, le cinquième chapitre détaille les modélisations numériques effectuées pour la future configuration implantée à La Hague. Ce chapitre est confidentiel.

Précisons finalement que ce travail de thèse a été effectué au laboratoire EPM-Madylam et financé par le CEA Valrhô de Marcoule.

CHAPITRE I - CONTEXTE ET ETAT DE L'ART

Ce chapitre présente le contexte de cette thèse et un état de l'art sur les travaux antérieurs. Dans un premier temps, les principales caractéristiques du procédé de vitrification sont décrites. Une présentation des atouts de cette technique et des différents pilotes implantés à travers le monde est développée. Une attention particulière est portée sur le procédé utilisé actuellement en France dans les ateliers de La Hague. La deuxième partie s'intéresse à la nouvelle technique de vitrification proposée pour remplacer celle mise en œuvre dans les ateliers de la Hague. Une présentation détaillée de cette technique de l'induction directe en creuset froid est exposée. La troisième partie est un état de l'art sur les travaux antérieurs concernant cette thématique. Cette revue reprend les trois principaux axes de difficulté rencontrés lors de la modélisation des phénomènes thermohydrodynamiques et électromagnétiques présents dans le futur pilote de vitrification : la modélisation des phénomènes électromagnétiques, la modélisation du système d'agitation mécanique et la prise en compte du couplage des phénomènes.

1. La vitrification des déchets

Le procédé de vitrification consiste à incorporer les solutions de produits de fission, issus des combustibles usés, sous forme de résidus secs (calcinat) dans un bain de verre porté à haute température. Au contact du verre en fusion, le calcinat se décompose : une grande partie est intégrée à la structure moléculaire du verre et le reste (vapeur vitreuse) est entraîné dans un circuit de traitement des gaz. Une fois les radionucléides immobilisés, les propriétés du verre doivent être garanties à long terme afin d'assurer la stabilité du colis d'un point de vue chimique, mécanique et thermique.

1.1. Les atouts de la vitrification

Cette technique de confinement a de nombreux avantages :

- le colis obtenu présente une tenue mécanique et un excellent comportement à long terme,
- la structure amorphe du verre permet une incorporation du déchet à l'échelle atomique et non un enrobage. La figure I.1 représente l'intégration des produits de fission dans la structure moléculaire du verre,
- la vitrification réduit considérablement le volume des produits de fission, facilite leur manutention et permet de les entreposer dans l'attente de leur stockage définitif.

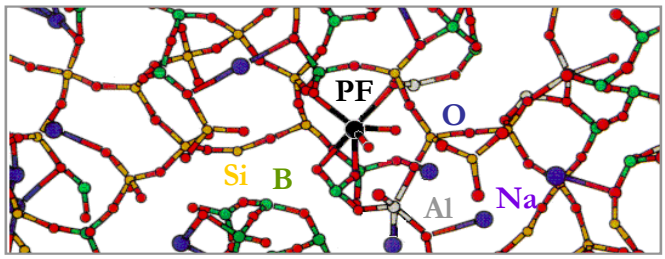


figure I.1 : Intégration des produits de fission sous forme d'oxydes (PF_2O_3…) dans la matrice vitreuse.

1.2. Le procédé de vitrification dans le monde

Actuellement, deux types de procédés de vitrification sont utilisés à l'échelle industrielle à travers le monde. Le verre est élaboré soit dans des pots métalliques chauffés par induction soit dans des fours céramiques.
Les pots métalliques sont utilisés en France dans les ateliers de La Hague. Depuis 1989, un procédé de vitrification continu en deux étapes est mis en œuvre. Ce procédé a été développé dès 1978 dans les Ateliers de Vitrification de Marcoule. Depuis la mise en service des ateliers de Marcoule et de ceux de La Hague, 4000 tonnes de verre ont été élaborées. Ce même procédé est utilisé dans l'atelier de WVP (Windscale Vitrification Plant) sur le site de Sellafield en Grande-Bretagne. La production de verre, depuis son implantation en 1990, est de l'ordre de 2000 tonnes.
Parallèlement, les Etats-Unis, le Japon et la Russie élaborent du verre dans des fours céramiques de grande taille. Les Etats-Unis ont élaboré près de 1500 tonnes de verre depuis 1995, la Russie 2500 tonnes depuis 1986 à partir de solutions très diluées et le Japon moins de 100 tonnes.

1.3. Le procédé actuel utilisé à La Hague

Le procédé de vitrification continu mis en œuvre dans les ateliers de La Hague par AREVA NC se décompose en deux étapes réalisées successivement :

- l'évaporation/calcination des solutions de produits de fission dans un calcinateur
- la vitrification du calcinat avec la fritte de verre.

Le procédé en creuset chaud de La Hague est détaillé sur la figure I.2.

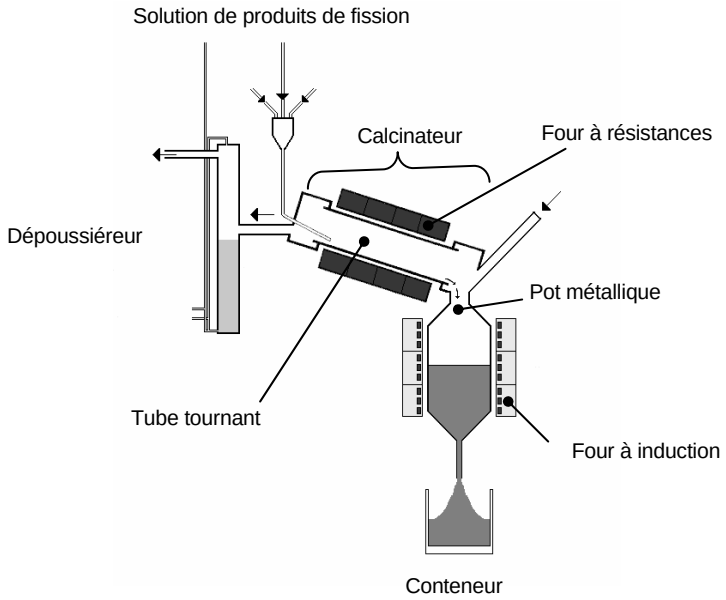


figure I.2 : Procédé de vitrification continu à deux étapes.

La première étape d'évaporation/calcination est réalisée à l'aide d'un tube tournant chauffé par un four à résistances. Les solutions de produits de fission sont évaporées, séchées puis calcinées. Le produit ainsi obtenu se nomme calcinat.

Ce calcinat et de la fritte de verre sous forme solide sont versés directement dans le pot métallique pour élaborer le verre de confinement. Un générateur de 200 kW fonctionnant à une fréquence de 4 kHz permet de chauffer à 1150°C le pot métallique dans lequel s'écoulent la fritte de verre et le calcinat. Le verre contenu dans le pot est alors fondu par conduction au contact des parois métalliques.

Après huit heures dans le pot métallique, le verre est coulé dans un conteneur renfermant deux coulées de 200 kg chacune. Ainsi, à partir d'un débit d'alimentation en solution de produits de fission de 60 L/h, le débit de production de verre est de 25 kg/h. Une fois les deux coulées effectuées, le conteneur est entreposé puis stocké dans des installations adaptées.

1.4. Inconvénients des techniques classiques

Les principaux inconvénients des techniques classiques de vitrification sont liés au contact direct entre le verre en fusion et les parois du contenant qu'elles soient réfractaires ou métalliques.
Ainsi, la corrosion due aux réactions physico-chimiques entre le bain en fusion et les parois ne peut être évitée. La durée de vie des contenants est donc limitée, ce qui génère des coûts d'indisponibilité et de maintenance importants. A titre d'exemple, un pot métallique est changé en moyenne après 5000 heures de fusion pour un verre de type R7T7 dans les installations de La Hague.
De plus, ces techniques limitent la température maximale envisageable dans le bain de verre. Dans les ateliers de la Hague, la tenue thermique et mécanique du pot métallique ne permet pas de dépasser une température du verre de 1150°C.

Ces limites de fonctionnement ont incité AREVA NC et le CEA à développer une nouvelle technique de vitrification. En effet, AREVA NC souhaite élargir la gamme des déchets vitrifiables tout en réduisant le volume des déchets vitrifiés c'est-à-dire en augmentant le taux d'incorporation. L'objectif est de disposer d'un nouveau procédé permettant de vitrifier des déchets à taux de combustion plus élevé et des solutions liquides issues du traitement de combustibles anciens. Pour répondre à ces demandes, les installations de vitrification doivent pouvoir résister à la corrosion du verre, des gaz et des liquides pour de plus hautes températures. Des études menées au CEA de Marcoule durant ces vingt dernières années montrent que le **procédé de vitrification par induction directe en creuset froid** permet de répondre aux nouvelles attentes d'AREVA NC. Le procédé de vitrification étudié est équipé d'un creuset de diamètre interne 650 millimètres de diamètre. L'inducteur est alimenté par un générateur de courant délivrant une puissance de 400 kW à une fréquence de 300 kHz. Des dispositifs de brassage par agitation mécanique ou bullage assurent l'homogénéisation thermique et chimique des bains de verre en fusion. Ces équipements permettent d'atteindre des débits d'alimentation des produits de fission plus élevés.

2. Le procédé futur de vitrification : l'induction en creuset froid

Cette partie présente, dans un premier temps, le principe général du phénomène d'induction. La technique du creuset froid est ensuite décrite ainsi que les avantages et inconvénients de ce procédé.

2.1. Principe général de l'induction

Le principe de l'induction a été découvert en 1831 par Faraday. Ce procédé consiste à induire, sans contact direct, des courants électriques dans un matériau. Ces courants sont créés par l'intermédiaire d'un champ électromagnétique variant dans le temps.
Au cours des siècles, ce procédé s'est largement imposé dans le domaine industriel. Les transformateurs, les moteurs et les générateurs sont des exemples de dispositifs à induction présents dans notre vie quotidienne. Le principe de l'induction peut être appliqué à une gamme de matériaux de propriétés physiques et électriques variées (métaux, plasma, oxydes…). Trois applications majeures sont envisageables avec cette technologie :

- le chauffage par effet Joule,
- le brassage électromagnétique par les forces de Lorentz,
- la déformation statique ou dynamique de la surface libre permettant des transferts de masse à la surface.

Le schéma général d'une installation utilisant le principe de l'induction est détaillé sur la figure I.3. Ce type d'installation est constitué de trois principaux éléments :

- un convertisseur branché sur le réseau électrique (50 Hz). Il permet de modifier la fréquence du courant.
- un système d'adaptation d'impédance constitué d'une batterie de condensateurs et d'un transformateur d'adaptation. Il permet d'obtenir du générateur sa puissance maximale, en ajustant les niveaux de tension exigés par l'inducteur et fournis par le générateur.
- un inducteur alimenté par un courant sinusoïdal. Il crée un champ électromagnétique agissant sur la charge.

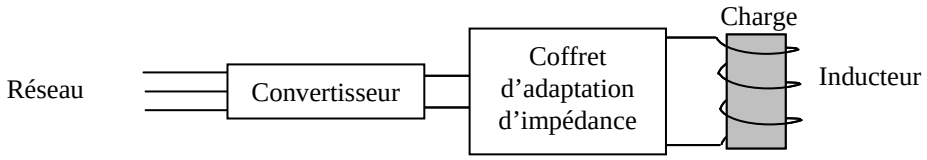


figure I.3 : Schéma général d'une installation utilisant le principe de l'induction.

Afin de contenir la charge en fusion, un creuset peut être intercalé entre la charge et l'inducteur. Généralement, le creuset est soit fabriqué en matériaux réfractaires, soit constitué de secteurs métalliques refroidis par la circulation d'un fluide. L'utilisation de matériaux réfractaires limite la durée de vie des installations et les températures envisageables dans la charge. Ainsi, la technique du creuset froid est privilégiée pour les applications industrielles. Les secteurs sont le plus souvent en cuivre, en acier inoxydable ou en aluminium.

2.2. La technique du creuset froid

Cette technologie a été choisie par AREVA NC et le CEA pour équiper le nouveau procédé de vitrification. Le principe général du procédé reste inchangé, seul le pot métallique est remplacé par un creuset froid dans l'étape de vitrification. La source de puissance est adaptée en conséquence.

2.2.1. Principe de fonctionnement

L'utilisation du creuset froid est rendue compatible avec l'induction par sa sectorisation qui force les courants induits à se refermer sur la paroi interne du creuset (figure I.4). Cette ouverture de la cage de Faraday permet la création d'un champ électromagnétique qui agit directement sur la charge conductrice. Des courants électriques se développent alors dans le matériau à élaborer, provoquant son échauffement et sa fusion par effet Joule.
La seconde caractéristique de la technique du creuset froid est le refroidissement des secteurs par une circulation d'un fluide caloporteur, le plus souvent de l'eau. Une fine couche solide, appelée autocreuset, se forme alors au contact des parois refroidies. Elle constitue une isolation électrique, thermique et chimique entre le bain en fusion et les parois métalliques.

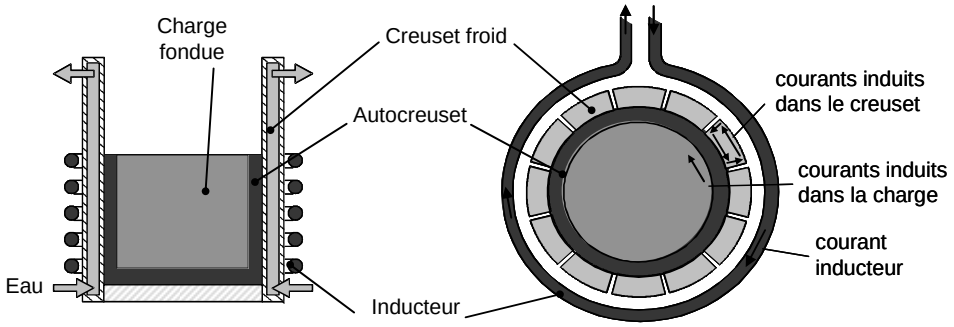


figure I.4 : Creuset métallique refroidi.

D'un point de vue électrique, l'ensemble inducteur, creuset, charge et condensateurs forme un circuit électrique oscillant de type RLC. L'inducteur, le creuset et la charge sont caractérisés par une résistance R_t et une inductance propre L_t. Le coffret de condensateurs possède une capacité totale C_a. La figure I.5 représente le schéma électrique équivalent de l'installation. Cette représentation est très souvent utilisée pour caractériser l'installation d'un point de vue électrique.

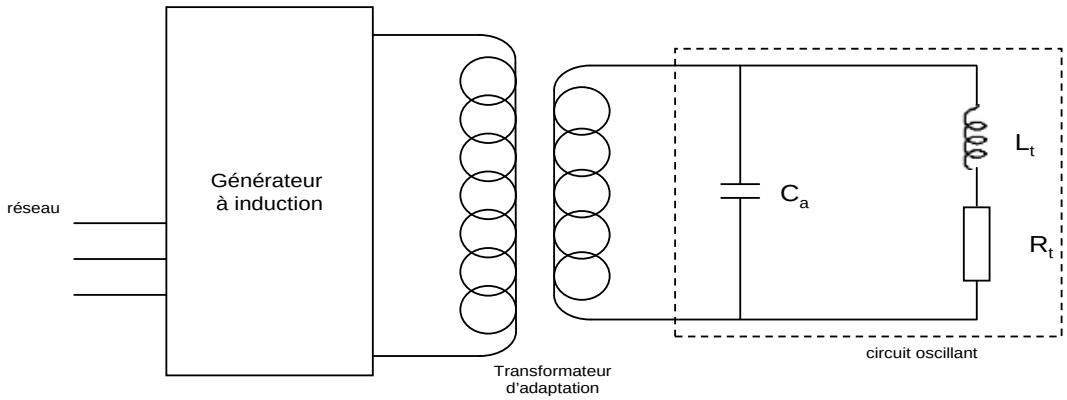


figure I.5 : Schéma électrique de l'installation.

2.2.2. De nombreuses applications

La technique de l'induction en creuset froid trouve des applications dans divers domaines. De nombreuses publications attestent de l'essor de cette technique depuis ces vingt dernières années. Elle est utilisée, par exemple, en métallurgie pour l'élaboration de métaux à haute valeur ajoutée. Le procédé 4C (Cold Crucible Continuous Casting) utilise ce principe. La coulée continue est rendue possible par l'abaissement contrôlé du fond de la lingotière. Ce procédé est détaillé dans le brevet de Paillere *et al.* (1987) et dans la thèse de Leclercq (1989). La compréhension et l'utilisation du procédé d'induction en creuset froid sont largement répandues pour des métaux, cependant, les publications ou brevets pour des matériaux peu conducteurs tels que des verres et des oxydes sont moins nombreux. Concernant l'étude des oxydes, on peut citer, par exemple, les travaux de Caillault *et al.* (1988). Quelques pilotes utilisés à travers le monde pour la fusion de bain de verre en creuset froid sont présentés par Guilbeau *et al.* (2004). Plusieurs procédés d'induction en creuset froid ont été développés sur le site de Marcoule. Ils ont permis de réaliser des études de faisabilité concernant la vitrification de différents types de déchets nucléaires, de faible et moyenne activité, ou non nucléaires, tels que de l'amiante ou des résidus d'épuration de fumées d'incinération des ordures ménagères (Refiom), mais aussi pour des applications verrières pour l'élaboration de matériaux purs. Sur la base de ces travaux, plusieurs procédés ont été installés à travers le monde pour diverses applications. Un procédé, implanté en 1999 en Corée par SGN/AREVA NC/CEA, permet la combustion/vitrification de déchets de faible et moyenne activité de type coton, plastique, latex. Il est équipé d'un creuset froid de 550 millimètres de diamètre (Shin *et al.* (2003)). Son implantation en milieu actif est prévue pour 2006 à Ulchin. Concernant les applications non nucléaires, FERRO produit industriellement depuis 1998 des émaux de diverses compositions en utilisant ce procédé (Boen *et al.* (1997)). Plus récemment, une nouvelle installation sous licence CEA a été implantée en Corée pour une filiale de la société LG. Ce procédé, mis en service en avril 2006, est constitué d'un creuset froid de diamètre interne un mètre. Il est destiné à l'élaboration de verre très pur, utilisé pour la fabrication d'écran plasma.

2.3. Avantages et inconvénients de la vitrification par induction en creuset froid

En comparaison avec le procédé de vitrification en creuset chaud, implanté à La Hague, la technique du creuset froid présente de nombreux avantages :

- l'absence de contact entre le matériau en fusion et le creuset permet d'éviter la corrosion du creuset. Elaborer des matériaux plus corrosifs est alors envisageable. La durée de vie des installations est plus longue, elle passe de 5000 heures à 3-5 ans, ce qui a pour conséquence une diminution des déchets secondaires,
- inversement, il n'existe pas de contamination du verre, ce qui garantit la pureté du matériau élaboré,
- les températures d'élaboration peuvent être fortement augmentées par rapport à celles envisageables avec les pots métalliques. Une augmentation du taux d'incorporation des déchets et l'alimentation en solutions liquides deviennent alors possibles,
- une couche froide en surface du bain limite la volatilisation de certains composants du calcinat et augmente ainsi leur intégration,

- la répercussion des variations de la puissance injectée aux bornes du circuit oscillant est quasiment instantanée sur la distribution de puissance Joule dans le bain de verre,
- cette technologie est compatible avec l'étape actuelle de calcination mais la possibilité de supprimer, dans certaines conditions opératrices, cette étape est envisageable. L'évaporation/calcination est réalisée directement à la surface du bain dans des creusets de diamètre supérieur et à plus haute température (Bonnetier *et al.* (2003)). L'alimentation directe à la surface du bain permet une simplification du procédé en une seule étape, ce qui conduit à une réduction significative de la taille des installations et de la maintenance. Aussi la quantité de déchets technologiques secondaires issus de la vitrification est fortement réduite.

Il subsiste néanmoins quelques inconvénients :

- le verre est un isolant électrique quand il est solide, l'induction doit donc être initiée avec un suscepteur métallique pour atteindre l'état liquide,
- la décroissance rapide de la conductivité électrique du verre avec la température peut devenir un inconvénient en cas de coupure d'alimentation électrique,
- cette technologie demande une plus grande consommation de puissance électrique que les fours traditionnels mais les cycles d'élaboration sont plus courts.

3. Etat de l'art

Les objectifs de la thèse ainsi que les travaux antérieurs effectués sur les différentes problématiques abordées sont exposés dans cette partie.

3.1. Les objectifs de l'étude

L'objectif de ces travaux est d'appréhender, à l'aide d'une modélisation numérique, les phénomènes régissant le futur procédé de vitrification en creuset froid. L'étude s'intéresse aux phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques présents dans le bain de verre. Le chauffage par induction ainsi que le brassage mécanique seront considérés lors des calculs.
Le rayonnement interne dans le bain de verre ne sera pas pris en compte dans cette étude car comme nous le verrons le verre considéré est opaque.

Une analyse précise des phénomènes étudiés (voir chapitre II) met en évidence plusieurs difficultés. Elles peuvent être classées selon trois grands axes :

- la géométrie de l'installation impose une modélisation **tridimensionnelle** pour les phénomènes **électromagnétiques**. D'autre part, les échelles caractéristiques de la **pénétration du courant électrique** sont variables d'un élément conducteur à l'autre ainsi des **modèles adaptés** doivent être utilisés pour réduire la taille des maillages.

- la présence d'un dispositif d'agitation mécanique impose une modélisation **tridimensionnelle** et **instationnaire** pour les phénomènes **thermiques** et **hydrodynamiques**. De plus, l'utilisation d'**outils spécifiques** est nécessaire pour modéliser la rotation du mobile.

- la forte **variation des propriétés physiques** du verre avec la température engendrent plusieurs difficultés. D'une part, elle impose un couplage entre les trois phénomènes. D'autre part, par comparaison à la modélisation de fluides à propriétés physiques constantes, la modélisation de bain de verre fondu est plus délicate car des gradients de viscosité et de conductivité électrique élevés sont présents dans le bain.

A présent, un état de l'art concernant la modélisation du chauffage par induction de bains de verre brassés mécaniquement est développé. D'après les recherches bibliographiques, il semble qu'à ce jour, aucune étude ne prenne en compte l'ensemble des phénomènes physiques présents dans un bain de verre agité mécaniquement. L'étude bibliographique détaillée traite donc séparément les différentes problématiques. Dans un premier temps, on s'est intéressé à la modélisation numérique du phénomène d'induction, puis les travaux antérieurs sur la modélisation numérique de l'agitation mécanique sont exposés et enfin, notre intérêt s'est porté sur l'étude du couplage des trois phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques dans un bain de verre fondu.

Il est important de noter que peu de travaux concernant la modélisation de bains de verre sont publiés car seuls l'industrie nucléaire et les verriers s'intéressent à cette problématique et ces deux secteurs restent toujours très discrets sur leurs travaux.

3.2. Etat de l'art

3.2.1. L'induction en creuset froid

De nombreux articles traitent de la modélisation de bain chauffé à l'aide d'électrodes. Ces travaux ne seront pas précisés ici, car la problématique est différente de celle de notre étude. En effet, dans ce procédé, les sources de chaleur sont d'origine électrique ainsi, seul le potentiel électrique est déterminé lors des calculs, contrairement à la modélisation numérique du phénomène d'induction qui nécessite le calcul du potentiel électrique scalaire et du potentiel vecteur magnétique.

Depuis une vingtaine d'années, le laboratoire EPM et le CEA développent des outils spécifiques pour la compréhension des procédés d'élaboration de matériaux par induction magnétique.
La première étude électromagnétique sur les creusets froids a été effectuée par Delage (1982). Cette approche, basée sur la théorie du transformateur, ne permettait pas de visualiser l'influence de certains paramètres, telles que la largeur des fentes ou la forme du creuset.
Un code de calcul plus précis, modélisant l'intégralité des installations, a ensuite été développé par Gagnoud (1986) : le code Ophelie (appelé aussi Octave). Lors de la résolution, le creuset froid est supposé tridimensionnel et les autres éléments (sole, charge, inducteur) 2D-axisymétriques. Une description plus précise de ce code est disponible dans le chapitre II. L'originalité de ce logiciel réside dans le choix de la méthode de résolution : la méthode intégrale. Cette méthode ne nécessite que la discrétisation des

parties électriquement actives. Ainsi, les difficultés liées aux différences d'échelle entre les mailles disparaissent avec cette méthode, contrairement à une discrétisation par éléments finis.
Dans un premier temps, ce code a été utilisé pour la modélisation d'installations comportant une charge métallique (voir par exemple Gagnoud (1986), Gagnoud et Leclercq (1988), Gagnoud *et al.* (1991) et Colpo (1994)). Des paramètres globaux, telles que la résistance et l'inductance équivalente, ont été comparées à des mesures expérimentales. Un bon accord des résultats a été obtenu. Dans les années 90, plusieurs études sur la modélisation de bain de verre avec le code Ophelie ont été entreprises. Roscini (1990), Servant *et al.* (1992), Servant (1993) et Saumabere (1994) ont couplé le logiciel à d'autres codes afin d'étudier les transferts thermiques et les phénomènes hydrodynamiques dans le bain en fusion.

En dehors de ces travaux effectués au laboratoire EPM et au CEA, les études sur la modélisation de bain de verre chauffé par induction sont peu nombreuses. Parmi ces études, il semble qu'aucun modèle ne permette de représenter les phénomènes électromagnétiques avec la même précision que le code Ophelie. Schiff (1996) et Schiff *et al.* (2000) ont réalisé une modélisation d'un bain de verre chauffé par induction en creuset froid, mais les calculs électromagnétiques sont simplifiés. Les effets de bord au voisinage du creuset sont négligés, cette hypothèse simplificatrice conduit à une description analytique du champ électromagnétique dans le bain. Lopukh *et al.* (2004) se sont intéressés à la modélisation de bain de verre chauffé par induction en creuset froid. Les modèles mathématiques utilisés ne sont pas présentés, ils semblent néanmoins que le calcul électromagnétique soit effectué avec une distribution de conductivité électrique constante. En effet, la puissance Joule n'est pas injectée dans la zone de température maximale. Enfin, plusieurs travaux concernent la modélisation d'installations d'induction en spire directe. Dans ce cas, l'inducteur sert directement de contenant. La géométrie de ces configurations facilite la modélisation car l'ensemble des éléments peut être supposé 2D-axisymétrique (Frishfelds *et al.* (2004)).

Enfin, il semble que toutes les études, réalisées jusqu'à présent, concernent des charges 2D-axisymétriques. Aucun article sur la modélisation du phénomène d'induction dans une charge de verre 3D n'a été trouvé.

3.2.2. Brassage mécanique

Le brassage mécanique est très largement utilisé dans l'industrie pour réaliser un grand nombre d'opérations. Par exemple, il permet d'augmenter la vitesse de réaction chimique, de mélanger des liquides miscibles, de disperser des gaz dans une phase liquide, d'augmenter le transfert de chaleur… Afin d'optimiser ces systèmes, de nombreuses études expérimentales ou numériques ont été initiées (voir revue de Brucato *et al.* (1998)). Dans un premier temps, les études expérimentales ont permis de classifier les agitateurs en fonction du cahier des charges du système de brassage. Les livres de Nagata (1975) et Oldshue (1983) présentent les caractéristiques d'une grande variété d'agitateurs. Par la suite, avec le développement des moyens informatiques, une multitude de travaux numériques a été effectuée. Dès les années 80, des efforts importants ont été accomplis pour développer des outils numériques spécifiques à la modélisation de cuve agitée. L'essor des outils informatiques a favorisé le développement de méthodes complexes et précises. La modélisation numérique a apporté une meilleure compréhension des phénomènes présents dans les bains agités.

3.2.2.1. Les fluides étudiés

Les fluides considérés lors des études expérimentales et numériques sont, le plus souvent, des fluides à propriétés physiques constantes voire des fluides non-Newtoniens très présents dans l'industrie. Jusqu'à présent, peu d'études sur le brassage de bain de verre sont disponibles dans la littérature. L'industrie verrière et l'industrie nucléaire restent très discrètes sur les systèmes utilisés. Une étude bibliographique précisant les agitateurs utilisés habituellement pour le brassage de fluides visqueux (μ = 1-100 Pa.s) et le verre est détaillée dans l'annexe 1. Les seuls travaux, s'intéressant à la modélisation de bain de verre agité mécaniquement, semblent être les travaux de Hegen *et al.* (2002), Op den Camp et Aume (1998), Op den Camp *et al* (2002) et Novak et Kasa (2005). Les modélisations concernent des fours chauffés par combustion assurant la production massive de verre industriel. Dans ces études, les agitateurs ne sont pas refroidis et leur rôle est d'homogénéiser le bain de verre d'un point de vue thermique et chimique afin de garantir la qualité du produit final. Les études de Hegen *et al.* (2002) et Op den Camp *et al.* (2002) s'intéressent à la modélisation d'agitateur de type « gobber » (figure I.6) en utilisant la méthode développée par Bertrand *et al.* (1997) (détails de la méthode dans la partie suivante 3.2.2.2). Les études de Op den Camp et Aume (1998) et Novak et Kasa (2005) n'utilisent pas de développement particulier pour la modélisation de l'agitateur. Une condition aux limites en vitesse ou un terme source supplémentaire dans l'équation de moment permet de décrire la présence des agitateurs. Aucune validation avec des résultats expérimentaux n'est précisée dans ces études.

figure I.6 : Géométrie de l'agitateur de type «gobber » (Op de Camp et al. (2002)).

3.2.2.2. Les outils numériques disponibles

Les outils numériques, disponibles dans la littérature pour calculer l'écoulement dans une cuve agitée mécaniquement, sont développés dans cette partie. Ces méthodes ne sont pas spécifiques à la modélisation de bain de verre, elles peuvent être utilisées pour tout type de fluide. Notons que la grande majorité des travaux considèrent une discrétisation en volumes finis pour résoudre les écoulements dans des cuves agitées.

Historiquement, la première technique mise en place consiste à exclure, lors de la modélisation, toute la zone balayée par l'agitateur et de la remplacer soit par une condition aux limites soit par des termes sources. Les valeurs imposées sont déduites des résultats des expériences ou de modèles simplifiés. Les premières études se limitent à des configurations 2D-axisymétriques. Les résultats ne peuvent être sa-

tisfaisants que pour des configurations où la composante azimutale de la vitesse influence très faiblement l'écoulement. On peut citer, par exemple, les travaux de Harvey et Greaves (1982) qui utilisent des profils simples de type parabolique pour la composante radiale et linéaire pour la composante azimutale. Pericleous et Katel (1987) adaptent des profils issus de la littérature pour modéliser de nombreux types d'agitateur. La première étude tridimensionnelle a été présentée par Middleton *et al.* (1986). Ils reprennent des conditions aux limites empiriques pour décrire l'agitateur. Depuis les années 90, ce type de modélisation s'est fortement développé. Différentes géométries d'agitateurs ont été modélisées et les résultats numériques et expérimentaux sont confrontés. La revue de Brucato *et al.* (1998) cite quelques unes de ces études. Cette technique est parfois encore utilisée aujourd'hui car elle permet d'obtenir rapidement des distributions de vitesse représentatives (Kuncewicz et Pietrzykowski (2001) et Kuncewicz *et al.* (2005)). Néanmoins, cette méthode reste très sensible aux mesures expérimentales et la modélisation n'a pas un caractère prédictif. De plus, la technique n'est valable que si l'interaction entre l'agitateur et les parties solides est négligeable. Avec le développement des moyens informatiques, de nouvelles techniques ne nécessitant pas de profils expérimentaux sont proposées depuis quelques années.

La méthode la plus simple consiste à effectuer un changement de repère. La résolution est effectuée dans le repère tournant lié à la pale. Ainsi, l'écoulement instationnaire dans le repère inertiel lié à la cuve devient un écoulement stationnaire dans le repère tournant. Cette méthode est possible en l'absence de parties statiques liées à la cuve (stator, baffles). En effet, l'interaction entre les parties statiques et la partie mobile ne peut pas être prise en compte avec ce simple changement de repère. La figure I.7 montre un exemple de configuration où cette méthode est envisageable.

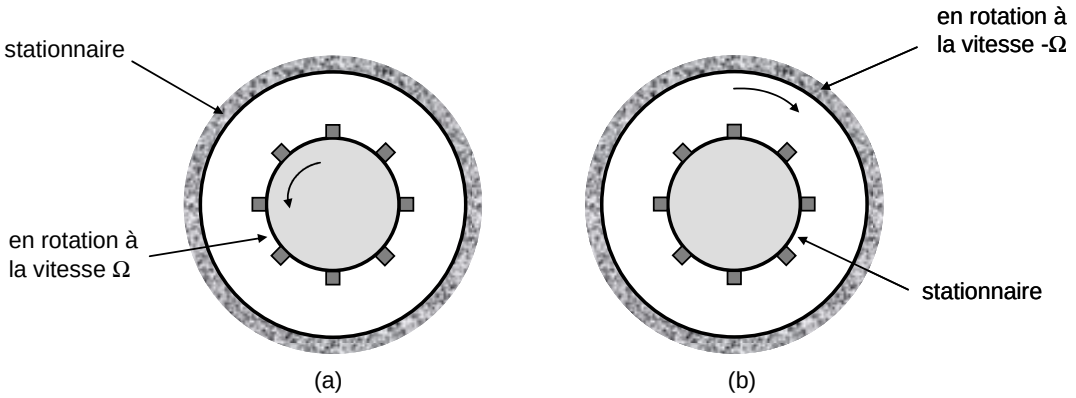


figure I.7 : Méthode du changement de repère : (a) Configuration réelle dans le repère inertiel lié à la cuve (b) Configuration modélisée dans le repère tournant lié à la pale.

Dans le cas de cuve équipée de baffles ou pour des géométries plus complexes, des méthodes spécifiques sont requises. Quatre techniques sont majoritairement utilisées dans la littérature :

- la méthode « Sliding Mesh »
- la méthode « Multiple Reference Frame »
- la méthode « Inner-Outer »
- le maillage déformable
- la méthode de domaine fictif

La méthode « Sliding Mesh » est à privilégier lorsque l'interaction entre les parties statiques et les parties en rotation est forte. Lors du calcul, le bain agité est divisé en différents sous-domaines : une zone en rotation et une zone stationnaire. Dans le cas d'un système muni d'un unique agitateur, le sous-domaine en rotation englobe l'agitateur et le fluide qui l'entoure. Le maillage de cette zone est mis en mouvement selon un pas de temps défini par l'utilisateur La zone de fluide restante définit le sous-domaine stationnaire (voir figure I.8). Les équations sont formulées dans le repère du sous-domaine correspondant. Ainsi, dans les domaines liés à la pale, les forces de Coriolis et centrifuge sont ajoutées dans les équations. La continuité des vitesses est imposée à l'interface entre les sous-domaines. Cette méthode a été développée par Luo *et al.* (1993) et elle s'est rapidement imposée comme une technique précise. De nombreuses études, comparant les profils numériques et expérimentaux pour de nombreux types d'agitateurs, l'attestent (voir par exemple Brucato *et al.* (1998), Montante *et al.* (2001), Javed *et al.* (2006)). Cette technique est souvent décrite comme la méthode la plus précise par comparaison aux méthodes développées jusqu'à présent (Brucato *et al.* (1998) et Montante *et al.* (2001)).

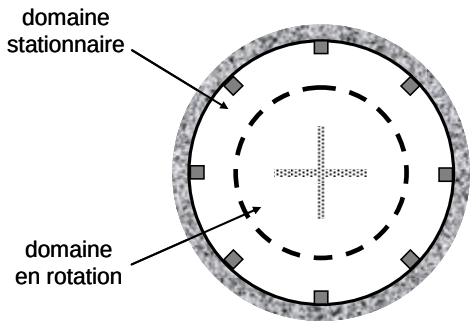


figure I.8 : Subdivisions du domaine pour le modèle Sliding Mesh.

Les modèles « Multiple Reference Frame » et « Inner-Outer » sont des approximations stationnaires de la méthode « Sliding Mesh ». Ces méthodes permettent de réduire les temps de calculs par comparaison aux temps de calculs envisageables avec la résolution instationnaire « Sliding Mesh ». Les différences entre ces deux méthodes résident dans le choix des sous-domaines de contrôle.

Le modèle « Multiple Reference Frame » utilise le même découpage en sous-domaines que le modèle « Sliding Mesh » mais avec cette technique, le maillage reste fixe. La difficulté consiste à choisir les sous-domaines afin que l'interface soit située dans une zone stationnaire. Cette méthode donne de très bons résultats lorsque l'interaction entre les différentes zones est faible. De nombreuses études utilisent cette technique, on peut citer par exemple les travaux de Harvey *et al.* (1995) et Wechsler *et al.* (1999) qui présentent une comparaison entre les profils de vitesse numériques et expérimentaux pour différents types d'agitateurs.

Avec la méthode « Inner-Outer », présentée par Brucato *et al.* (1998), le volume est divisé en deux zones se recoupant partiellement (voir figure I.9) : un domaine interne, contenant l'agitateur et un domaine externe incluant les baffles. La résolution suit la procédure suivante :

- l'écoulement est calculé dans le domaine interne avec des conditions aux limites arbitraires imposées sur la surface Σ_2 (figure I.9-a).
- les profils calculés précédemment sur la surface Σ_1 servent de conditions aux limites pour la résolution de l'écoulement dans le domaine externe. Un nouveau profil est alors obtenu sur la surface Σ_2 (figure I.9-b).

Cet algorithme est effectué jusqu'à la convergence. Comme pour la méthode « Multiple Reference Frame », il est préférable que l'interface Σ_2 se situe dans une zone stationnaire afin que la précision du calcul soit maximale. Cette technique est actuellement peu utilisée, elle semble néanmoins donner des résultats très satisfaisants. Les travaux de Brucato *et al.* (1998) et de Montante *et al.* (2001) montrent un bon accord entre les distributions de vitesses obtenues expérimentalement et celles calculées avec cette méthode pour des agitateurs classiques axiaux et radiaux.

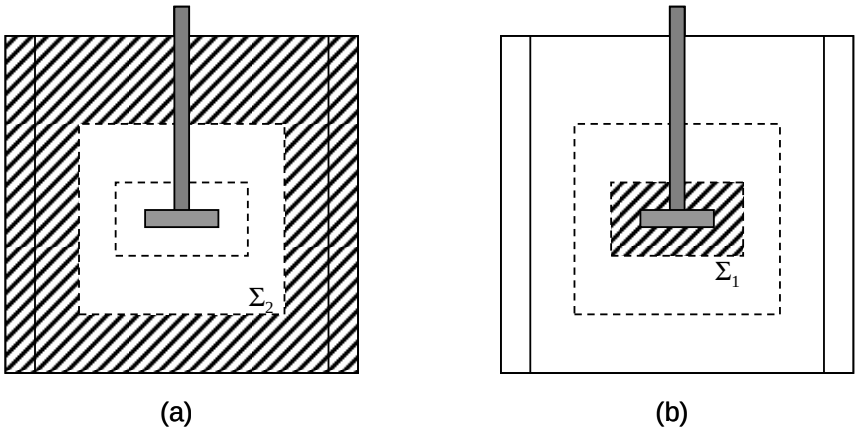


figure I.9 : Modèle Inner-Outer : /// régions non considérées lors des calculs.

Deux autres techniques sont développées dans la littérature : la méthode de remaillage et la méthode de domaine fictif. L'objectif de ces méthodes est de ne créer qu'un seul maillage afin de s'affranchir de toutes les difficultés liées à la construction de sous-domaines, particulièrement pour les configurations 3D. Cependant, cette simplification apparente entraîne de nombreuses complications. Ces méthodes semblent donc encore peu utilisées à cause de la complexité des algorithmes à développer.
La première méthode, développée par Demirdzic et Peric (1990), consiste à créer un maillage qui se déforme lors de la rotation de l'agitateur. A chaque pas de temps, le maillage évolue et quand les cellules ne répondent plus aux critères fixés par l'utilisateur, de nouvelles cellules sont régénérées localement. Les champs de données sont transposés de l'ancien au nouveau maillage par conservation.
La seconde méthode, dite méthode de domaine fictif, est apparue dans les années 90. L'agitateur est discrétisé en utilisant des points de contrôle sur lesquels des contraintes cinématiques sont imposées. Leur influence sur le reste du domaine est introduite dans la formulation mathématique par l'utilisation de multiplicateurs Lagrangiens. Bertrand *et al.* (1997) ont démontré l'efficacité de cette méthode pour des configurations 3D équipées d'agitateur double ruban hélicoïdal. Dans ces travaux, une discrétisation en éléments finis est utilisée pour linéariser les équations. Hegen *et al.* (2002) utilisent cette technique pour modéliser un agitateur effectuant des mouvements de translation simultanément à sa rotation. Cette méthode est particulièrement adaptée à ce type de configuration. Aucune comparaison à des résultats expérimentaux n'est présentée.

3.2.3. Couplage des phénomènes

Cette partie s'attache à présenter les travaux antérieurs concernant le couplage des phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques.

Avant tout, il est important de souligner que la modélisation numérique de bains chauffés par induction ne requiert pas toujours un couplage des codes. En effet, dans le cas de bains métalliques, le couplage n'est pas nécessaire car la conductivité électrique ne varie que très faiblement avec la température. Ainsi, la distribution de densité de puissance Joule peut être calculée indépendamment du calcul thermohydrodynamique (voir par exemple Gagnoud *et al.* (1991), Colpo (1994) et Barbier *et al.* (1982)).

Lorsque le couplage est nécessaire, deux types de couplage peuvent être mis en place : un couplage fort ou un couplage itératif. Dans le cas d'un couplage fort, les équations régissant les phénomènes sont résolues simultanément à l'aide d'un même logiciel. Au contraire, le couplage est dit itératif quand les équations sont résolues les unes après les autres. Il est possible, dans ce cas, d'utiliser plusieurs logiciels. Cependant, il peut devenir plus complexe quand le maillage dans la charge varie fortement d'un logiciel à l'autre. Des étapes supplémentaires d'interpolation doivent alors être développées (Masse *et al.* (1992)).

Aucune étude sur la modélisation des phénomènes couplés présents dans un bain de verre chauffé par induction et brassé mécaniquement, ne semble avoir été réalisée jusqu'à présent. Toutefois, plusieurs études couplant certains de ces phénomènes ont été effectuées. Certaines concernent la modélisation des phénomènes thermiques et hydrodynamiques dans des bains de verre chauffés à l'aide d'électrodes ou de brûleurs. Des configurations avec et sans agitation mécanique sont étudiées. D'autres s'intéressent à la modélisation des phénomènes thermoconvectifs dans un bain de verre chauffé par induction.
Concernant les études sur le chauffage par électrodes, les sources d'énergie sont électriques tandis qu'avec un chauffage par induction les sources sont électromagnétiques (voir partie 3.2.1). Néanmoins, le couplage avec les phénomènes thermohydrodynamiques est analogue, il s'effectue via un terme source volumique. Plusieurs études 2D ou 3D montrent la faisabilité de ce couplage (Austin et Bourne (1973), Igarashi et Takahashi (1991), Sun (1993), Hofmann (2003)). Dans toutes ces études, un seul logiciel résout l'ensemble des équations. Cette méthode est privilégiée car le potentiel scalaire électrique est défini par une équation de Poisson. La résolution est donc aisée.
Le chauffage à l'aide de bruleurs est utilisé par les verriers pour produire du verre industriellement. Les bruleurs sont positionnés sur le dessus du bain. Dans ces configurations, le bain de verre a des dimensions caractéristiques de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres. Le mouvement du fluide est engendré par la thermoconvection, toutefois certains fours sont équipés d'agitateurs mécaniques et/ou de bulleurs pour brasser plus efficacement les bains. Des modèles spécifiques ont été développés pour appréhender les phénomènes présents dans ces bains de verre. Ils s'intéressent particulièrement aux aspects chimiques (réaction des oxydes, dissolution des grains…). Les articles de Choudhary (2002), Martlew (2002) et Poolos (2004) et le livre de Krause et Loch (2002) présentent un état de l'art des études concernant ce type d'installation. Lors des calculs, la source de chaleur créée par les bruleurs est modélisée par une température ou un flux fixé à la surface libre du bain. Cette technique a été utilisée, d'une part, pour étudier les formes des cellules de thermoconvection à l'aide de modélisations 2D et 3D (Curlet *et al.* (1984) et Lim *et al.* (1998, 1999)). D'autre part, des études tridimensionnelles ont été réalisées pour modéliser des configurations équipées d'un agitateur mécanique (voir Hegen *et al.* (2002), Op den Camp et Aume (1998), Op den Camp *et al.* (2002) et Novak et Kasa (2005)). Aucune validation avec des résultats expérimentaux n'est présentée.

Enfin, plusieurs études sur les phénomènes thermoconvectifs dans un bain de verre chauffé par induction ont été réalisées. Elles concernent toutes des charges 2D-axisymétriques. Ces travaux ont été majoritairement effectués au laboratoire EPM et au CEA. Un couplage entre le logiciel de volumes finis Cephise (développé par Raffourt (1991)) et Ophelie a été mis en place (voir Roscini (1990) et Roscini *et al.* (1991)). Le code de calcul Cephise est utilisé pour la résolution des phénomènes thermiques et hydrodynamiques bidimensionnels. Le couplage n'étant pas automatisé, seul un nombre limité d'itérations de couplage a pu être effectué. Toutefois, cette étude a permis de montrer la faisabilité d'un tel couplage. Les distributions des températures et des vitesses obtenues sont représentatives des essais expérimentaux. Ce couplage a par la suite été abandonné car le logiciel Cephise ne possède pas de préprocesseur et la prise en compte des propriétés physiques n'est pas aisée. Le logiciel Cephise a été remplacé par le code Flux-Expert, basé sur la méthode des éléments finis (Servant *et al.* (1992), Servant (1993) et Saumabere (1994)). Cependant, seuls les aspects thermiques sont considérés dans ces études. Les phénomènes hydrodynamiques ne sont pas pris en compte. Un couplage semblable, électromagnétisme-thermique, a été réalisé par Mimoune *et al.* (1995) pour des charges faiblement conductrices. Dans cette étude, la charge est tridimensionnelle et discrétisée par des éléments finis. Néanmoins, les caractéristiques de la modélisation ne sont pas détaillées. Enfin, des études plus récentes, concernant la thermoconvection dans des bains de verre, prennent en compte les trois phénomènes lors de la résolution. Dans les travaux de Lopukh *et al.* (2004), il semble qu'aucun couplage n'ait été effectué. En effet, la distribution de la carte de puissance Joule est caractéristique d'une modélisation où la conductivité électrique du verre est choisie constante. Schiff (1996), Schiff *et al.* (2000) et Frishfelds *et al.* (2004) couplent les trois phénomènes, le couplage est cependant peu détaillé.

4. Conclusion

Ce chapitre souligne les nombreux avantages de ce nouveau procédé de vitrification en creuset froid développé au CEA. Cette technique d'induction en creuset froid est abondamment utilisée dans l'industrie pour élaborer tout type de matériaux. Néanmoins, ces procédés impliquent plusieurs domaines de compétence (électromagnétisme, hydrodynamique, transferts thermiques, chimie…) ce qui rend complexe leur compréhension. Avec l'essor des moyens de calcul, les études numériques se sont largement développées et elles permettent d'appréhender les phénomènes dans le cœur du bain. Le plus souvent les différents phénomènes sont étudiés séparément, les travaux s'intéressant à l'ensemble de ces aspects sont très rares. Précisément, la complexité de la modélisation des phénomènes électromagnétiques, thermiques et hydrodynamiques présents dans la configuration du nouveau procédé de vitrification est liée à plusieurs difficultés. D'une part, la géométrie de l'installation impose une modélisation tridimensionnelle pour les trois aspects. D'autre part, des modèles adaptés doivent être utilisés pour prendre en compte la rotation de l'agitateur dans le bain. Enfin, une résolution couplée des différents phénomènes est nécessaire car les propriétés physiques du verre varient fortement avec la température.

CHAPITRE II - ANALYSE DES PHENOMENES PHYSIQUES ET CHOIX DE MODELISATION

Cette partie commence par une brève présentation des caractéristiques fascinantes du verre. La notion d'état vitreux, la composition et les propriétés physiques de ce matériau si particulier sont détaillées.
Par la suite, une analyse des phénomènes physiques présents dans le procédé de vitrification est exposée. On s'intéresse précisément aux phénomènes électromagnétiques, thermiques et hydrodynamiques. Quelques grandeurs caractéristiques et nombres adimensionnels pertinents sont évalués afin d'appréhender ces phénomènes. Enfin, les logiciels de calculs choisis pour la modélisation du procédé ainsi que les principales hypothèses fixées lors de la résolution sont décrits. Ces choix s'appuient sur l'analyse des ordres de grandeur effectuée dans la deuxième section de ce chapitre.

1. Le verre : des propriétés spécifiques

Le verre existe naturellement depuis plusieurs centaines de milliers d'années. L'Homme l'utilisa pour la première fois il y a 100 000 ans sous forme d'obsidienne (verre naturel d'origine éruptive) pour fabriquer des outils, des armes coupantes et des bijoux. Au cours des siècles, les hommes ont appris à connaître ce matériau. Aujourd'hui, le verre nous entoure dans notre vie quotidienne (bâtiment, transport, éclairage…) mais il est aussi largement utilisé dans des techniques nouvelles (laser, fibres optiques...).

Une description très précise des propriétés du verre est présentée dans les ouvrages de Scholze (1980) et Zarycki (1982). Seules les plus remarquables pour notre étude sont exposées dans cette partie.

1.1. L'état vitreux

La plupart des corps, amenés à l'état liquide et refroidis, se solidifient en formant des cristaux (métaux, semi-conducteurs..). D'autres, moins nombreux, deviennent solides sans cristalliser. On les appelle corps vitreux ou amorphe. Ils se caractérisent par une absence d'ordre dans le rangement des atomes à l'état solide.
Dans le cas d'un matériau cristallin, lorsque le liquide refroidit, on constate une diminution de son volume. A la température de fusion T_f, une cristallisation avec une variation brusque de volume se produit (figure II.1). Lorsque la température continue de baisser, le volume se contracte toujours, la pente de la courbe (T,V) étant toutefois inférieure à celle du liquide initial. Si à la température de fusion T_f , le volume continue à décroître sans discontinuité, le liquide est dit surfondu. Lorsque l'on poursuit le refroidissement, la pente de la courbe (T,V) change et devient proche de celle du solide cristallin. Ceci se produit à la température T_g, appelée température de transition ou de transformation vitreuse. Cette température de transition correspond à l'apparition du matériau verre, le liquide devient alors solide. Ce changement d'état se produit toujours pour une viscosité de 10^{12} Pa.s. C'est une propriété intrinsèque du verre, ce phénomène est indépendant de la composition.

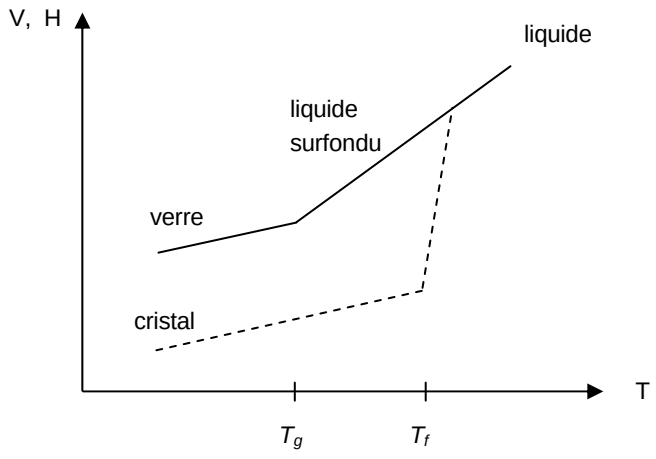


figure II.1 : Variation du volume spécifique (ou enthalpie H) en fonction de la température. Définition de la température de transition vitreuse T_g.

1.2. La composition du verre

Les verres d'oxydes sont les plus fabriqués de nos jours. Le choix des constituants et de leur proportion permet d'élaborer de nombreux verres. Le matériau verre est composé de trois types d'oxydes :

- les oxydes formateurs. Ils déterminent l'aptitude d'un liquide à ne pas cristalliser lors du refroidissement. Ils sont constitués habituellement de quartz, de silice SiO_2 ou d'anhydride borique B_2O_3.
- les oxydes modificateurs. Ce sont des oxydes alcalins qui permettent de baisser de quelques centaines de degrés la température de vitrification. La soude NaO_2 et la potasse K_2O en sont des exemples.
- les oxydes secondaires. Ils permettent de modifier la teinte ou les conditions d'élaboration, leur pourcentage est très faible.

1.3. Les propriétés physiques

Plusieurs études ont été initiées ces dernières années pour mesurer les propriétés physiques du verre utilisé dans le domaine nucléaire (voir par exemple Roscini (1990), Linard (2000) et Simonnet (2000)). Ces travaux montrent une influence forte de la température mais aussi de la composition du verre sur les valeurs mesurées des propriétés physiques. On s'attachera dans cette partie à donner des ordres de grandeur ainsi que des évolutions caractéristiques avec la température de quelques propriétés physiques remarquables.

Les notes internes dont sont issues les propriétés physiques du verre utilisées dans cette thèse sont citées dans l'annexe confidentielle 5. Dans la suite du document, on fera référence à ces notes par [C_*] où * représente le numéro de la référence.

1.3.1. La conductivité électrique

La conductivité électrique du verre varie fortement avec la température. Ainsi, le verre est isolant lorsqu'il est solide et devient un « bon » conducteur à l'état liquide. Néanmoins, la conductivité électrique

du verre est bien inférieure à celle d'un métal. Dans un domaine de température étendu, la conductivité électrique peut être décrite par :

$$log\ \sigma = A + \frac{B}{T} \tag{II.1}$$

où A et B sont des constantes qui dépendent de la composition.
D'autres relations empiriques sont suggérées dans la thèse de Roscini (1990).

1.3.2. La viscosité

Le comportement rhéologique des verres est complexe et il dépend fortement de la composition du verre étudié. Les verres nucléaires de type R7T7 sans platinoïdes se comportent comme des solides élastiques aux températures inférieures à T_g, tandis qu'aux températures suffisamment élevées, ils deviennent newtoniens. Contrairement aux solides cristallins, le passage de l'un à l'autre est continu, on observe un ramollissement progressif. Dans le domaine intermédiaire, les verres montrent un comportement viscoélastique. Pour les verres composés de platinoïdes, des études ont établi que le verre ne présente plus un caractère newtonien aux températures élevées, il devient plastique. Aux faibles valeurs de vitesse de déformation, il existe une contrainte limite en dessous de laquelle le fluide ne peut être déformé [C_1].
Pour une composition donnée, la viscosité varie fortement avec la température. La loi (II.2) permet de reproduire la variation de la viscosité du verre dans un domaine de température étendu (Scholze (1980)).

$$log\ \mu = A + \frac{B}{T - C} \tag{II.2}$$

où A, B et C sont des constantes qui dépendent de la composition.

1.3.3. La conductivité thermique

Lors des études expérimentales sur des verres transparents ou semi-transparents, la conductivité mesurée inclut les transferts par conduction et les transferts radiatifs. La conductivité thermique moléculaire ou vraie, qui caractérise uniquement les transferts de chaleur par conduction, s'échelonne entre 1 et 4 $W.m^{-1}.K^{-1}$ dans la gamme de températures atteintes dans le procédé de vitrification considéré. L'évolution de la conductivité thermique dépend de la composition et de la température du verre élaboré. Dans notre étude, la conductivité thermique du verre varie de 1 à 6 $W.m^{-1}.K^{-1}$ (voir [C_2] et [C_3]), ainsi les transferts radiatifs peuvent être négligés. En effet, un verre non opaque se caractérise par une forte augmentation de la conductivité pour les températures élevées[1]. Le verre considéré dans cette étude est donc supposé opaque.

1.3.4. Quelques ordres de grandeur

Le tableau ci-dessous regroupe des ordres de grandeur des propriétés physiques du verre de confinement pour 500 et 1500 K. Quelque soit la température, l'émissivité du verre est fixée à 0,9. Ces valeurs sont issues de notes internes dont les références sont regroupées dans l'annexe confidentielle 5.

[1] par exemple 145 $W.m^{-1}.K^{-1}$ à 1200°C.

tableau II.1 : Ordres de grandeur des propriétés physiques du verre de confinement pour 500 et 1500 Kelvins.

Propriétés physiques	à 500 K	à 1500 K
Conductivité électrique, σ *(*$\Omega^{-1}.m^{-1}$*)*	10^{-4}	20
Viscosité dynamique, μ *(Pa.s)*	10^{14}	1
Chaleur spécifique, c_p *(*$J.kg^{-1}.K^{-1}$*)*	900	1500
Conductivité thermique, λ *(*$W.m^{-1}.K^{-1}$*)*	1	6
Masse volumique, ρ *(*$kg.m^{-3}$*)*	2850	2750

L'analyse d'ordres de grandeur, effectuée dans les sections suivantes, considère les valeurs des propriétés physiques pour une température de 1500 K. Cette température correspond à une température moyenne caractéristique du bain de verre. Cette analyse étant très sensible aux choix des valeurs des grandeurs caractéristiques, elle ne constitue qu'une première approche de l'analyse des phénomènes présents dans le bain de verre. Une étude plus précise sera développée dans les chapitres suivants.

2. Les phénomènes électromagnétiques

2.1. Présentation des phénomènes

L'alimentation de l'inducteur par un courant alternatif permet d'induire des courants électriques dans l'ensemble des éléments conducteurs d'électricité (creuset, verre, secteurs métalliques de la sole, dôme…). L'amplitude et la direction de ces courants dépendent de la position et de la géométrie de l'élément considéré. Dans les éléments métalliques, ils ont néanmoins une propriété commune : ils se développent uniquement à la surface en raison de l'effet de peau marqué. Cet aspect sera décrit par la suite. Ainsi, sans la sectorisation du creuset, le champ magnétique ne pourrait pas pénétrer dans la charge. L'ouverture de la cage de Faraday force les courants électriques à se refermer sur la paroi interne du creuset (voir chapitre I). Un champ magnétique se crée alors dans la charge de verre et, par opposition aux structures métalliques, il pénètre dans la profondeur du bain. Finalement, des courants induits naissent dans la charge ce qui permet de maintenir la fusion du verre par effet Joule.

Le verre sous forme solide étant un isolant électrique, il est nécessaire de disposer, au démarrage, dans la charge constituée de verre broyé ou de poudre d'oxyde, une structure conductrice pour amorcer la fusion. Des courants induits se développent dans cet élément métallique et sa température augmente localement. Deux modes sont alors possibles : soit le verre devient facilement liquide et il est mis en fusion par conduction thermique au contact de la structure métallique, soit le verre est moins conducteur ou moins noir et le verre est fondu localement par métallothermie en utilisant l'énergie d'oxydation du métal dégagée lors de sa fusion par effet Joule. Dans les deux cas, le verre devient conducteur électrique et les courants induits peuvent alors se développer directement dans la charge de verre.

2.2. Les équations électromagnétiques

Dans toute notre étude, le temps de relaxation de la charge électrique est nettement plus court que le temps de transit des ondes électromagnétiques, ainsi l'approximation de l'électromagnétisme peut être utilisée. Les équations de Maxwell pour un matériau non magnétique deviennent :

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{II.3}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_e \vec{j} \tag{II.4}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{II.5}$$

D'autre part, les éléments conducteurs vérifient la loi d'Ohm définie par :

$$\vec{j} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{u} \wedge \vec{B} \right) \tag{II.6}$$

Le champ électrique $\vec{E}$ est défini à l'aide du potentiel scalaire électrique V et du potentiel vecteur $\vec{A}$. On obtient alors la relation suivante (II.7) en intégrant la relation de Faraday (II.5) :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{II.7}$$

A partir des équations (II.6), (II.5) et (II.4), il vient l'équation de l'induction qui décrit l'évolution dans le temps et l'espace de l'induction magnétique $\vec{B}$:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \wedge \left(\vec{u} \wedge \vec{B} \right) + \frac{1}{\mu_e \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B} \tag{II.8}$$

L'évolution du champ $\vec{B}$ est liée à deux phénomènes décrits par les termes du second membre :

- ✓ la convection : $\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{u} \wedge \vec{B} \right)$
- ✓ la diffusion : $\frac{1}{\mu_e \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B}$

Cette équation (II.8) fait apparaître le nombre sans dimension R_m, appelé nombre de Reynolds magnétique. Ce nombre est défini par (II.9). Il représente le rapport du premier au second terme du second membre de l'équation (II.8). Il quantifie l'importance des courants induits par l'écoulement par rapport aux courants induits par les variations temporelles du champ magnétique.

$$R_m = \mu_e \sigma U R \tag{II.9}$$

U désignant une valeur caractéristique de la vitesse du fluide conducteur et R une taille caractéristique définie dans cette étude par le rayon du bain de verre.

2.3. Quelques ordres de grandeur

2.3.1. Nombre de Reynolds magnétique

A l'échelle du laboratoire, le nombre de Reynolds magnétique est le plus souvent inférieur à l'unité. A cette échelle, il peut être estimé de l'ordre de 10^{-2} dans le cas des métaux liquides. A l'échelle géophysique, il peut atteindre des valeurs de l'ordre de 10^4. Dans cette configuration, les vitesses sont très faibles (quelques millimètres par seconde) mais les dimensions sont très grandes (10^7 kilomètres).
Dans notre étude, le nombre de Reynolds magnétique est très faible devant l'unité. Les ordres de grandeur sont les suivants : $\mu_e\sigma \approx 10^{-5}$ m^{-2}.s, $U \approx 1$ m.s^{-1}, $R \approx 1$ m. Il en résulte $R_m \approx 10^{-5}$. Ainsi, les effets de convection du champ magnétique sont négligés et l'équation de l'induction (II.8) se réduit à une équation de diffusion :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_e \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B} \qquad \text{(II.10)}$$

2.3.2. Epaisseur de peau électromagnétique et paramètre d'écran

L'induction magnétique variant sinusoïdalement dans le temps, on définit l'épaisseur de peau électromagnétique δ (définie par (II.11)) : elle représente la longueur caractéristique de diffusion du champ magnétique dans le matériau pour une pulsation ω.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_e \sigma \omega}} \qquad \text{(II.11)}$$

Pour un matériau d'épaisseur e, l'estimation du paramètre d'écran R_ω , définie par (II.12) permet de quantifier l'importance de la pénétration de l'induction magnétique dans le matériau.

$$R_\omega = 2\frac{e^2}{\delta^2} = \mu_e \sigma \omega e^2 \qquad \text{(II.12)}$$

Pour les fréquences habituelles de fonctionnement (≈ 300 kHz), l'épaisseur de peau électromagnétique est de l'ordre de 0,1 millimètre dans les éléments en cuivre (inducteur…) et de 0,7 millimètre dans les parties en inox (creuset froid, sole, dôme…). L'épaisseur caractéristique des ces éléments étant de 5 millimètres, le paramètre d'écran est grand devant l'unité. Les variations du champ magnétique et donc les courants induits sont localisés dans une fine couche. Au contraire, dans le bain de verre en fusion, l'épaisseur de peau électromagnétique est d'environ 0,2 mètre, par conséquent le paramètre d'écran est de l'ordre de l'unité. Le champ magnétique et les courants induits pénètrent dans l'ensemble du bain.

2.3.3. Courants induits par le mouvement du verre

D'après les parties précédentes, le nombre de Reynolds magnétique est inférieur au paramètre d'écran dans le bain de verre ($R_m \approx 10^{-5}$ et $R_\omega \approx 1$). Ainsi, les courants induits par les mouvements du verre sont négligeables face aux courants de Foucault engendrés par la pulsation magnétique. L'équation (II.6) devient alors :

$$\vec{j} = -\sigma(\vec{\nabla} V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \qquad \text{(II.13)}$$

2.3.4. *Temps de diffusion électromagnétique*

A partir de l'équation de diffusion (II.10), on définit un temps caractéristique de diffusion du champ magnétique. Il est défini par l'équation (II.14).

$$t_{dem} = \mu_e \sigma \delta^2 \qquad \text{(II.14)}$$

Si l'on reprend les valeurs des épaisseurs de peau électromagnétique calculées dans la partie précédente, ce temps de diffusion électromagnétique peut être estimé de l'ordre de 10^{-5} seconde dans les éléments métalliques et de l'ordre de 10^{-6} seconde dans le bain de verre en fusion. Ce temps est à comparer aux ordres de grandeur des temps caractéristiques des phénomènes thermiques et hydrodynamiques (voir la section 3.3.1). Cette comparaison montre que le temps de diffusion électromagnétique est très inférieur aux temps caractéristiques des phénomènes thermiques et hydrodynamiques. Ainsi, le système a une très faible inertie pour les aspects électromagnétiques ; la densité de puissance Joule injectée dans le bain, s'adapte instantanément à la distribution de la conductivité électrique du verre.

2.3.5. *Puissance Joule*

Les courants électriques qui se développent dans l'ensemble des éléments conducteurs (creuset, sole, verre …) dégagent de l'énergie thermique par effet Joule. Cette puissance spécifique ou densité de puissance s'exprime par :

$$Q_{th} = \frac{|j|^2}{2\sigma} \qquad \text{(II.15)}$$

Pour un rendement maximal, on cherche à minimiser les pertes dans les éléments métalliques, et à obtenir une dissipation maximale dans le bain de verre pour le maintenir en fusion.

2.3.6. *Forces électromagnétiques*

La présence simultanée dans une charge d'un champ magnétique $\vec{B}$ et de densités de courant induit $\vec{j}$ donne naissance à des forces électromagnétiques ou forces de Laplace $\vec{F_e}$. Ces forces sont définies par l'expression :

$$\vec{F_e} = \vec{j} \wedge \vec{B} \qquad \text{(II.16)}$$

Dans le bain de verre, le paramètre d'écran étant de l'ordre de l'unité, les forces électromagnétiques s'appliquent sur la totalité du bain. Elles peuvent se décomposer en deux parties :

- la force électromagnétique « externe », qui est créée par le champ électromagnétique induit par l'inducteur,
- la force électromagnétique « propre », qui est engendrée par le champ électromagnétique créé par la densité de courant elle-même.

Dans cette étude, ces forces électromagnétiques sont très faibles par rapport aux forces de thermo-convection (voir section 4.3.1). L'induction est donc utilisée pour ses propriétés de chauffage et non pour brasser efficacement le bain. Jusqu'à présent, la littérature a montré qu'il était en général difficile

de brasser des bains de verre à l'aide des forces électromagnétiques excepté si le courant électrique est engendré par des électrodes (Hofmann (2003)).

2.3.7. Bilan sur les ordres de grandeur

Le tableau II.2 récapitule quelques ordres de grandeur relatifs aux phénomènes électromagnétiques.

tableau II.2: Epaisseur de peau électromagnétique, paramètre d'écran et temps de diffusion électromagnétique dans les différents éléments de l'installation.

	Conductivité électrique σ ($\Omega^{-1}.m^{-1}$)	Epaisseur de peau δ (m)	Paramètre d'écran R_ω (–)	Temps de diffusion électromagnétique t_{dem} (s)
Eléments métalliques (creuset, sole …)	10^6	5.10^{-4}	200	10^{-5}
Bain de verre en fusion	10	0,2	1	10^{-6}

3. Les phénomènes thermiques

3.1. Présentation des phénomènes

3.1.1. Dans le bain de verre

L'effet Joule constitue la principale source de chaleur dans le bain de verre. Cette source de chaleur volumique permet de maintenir la charge de verre en fusion.
Dans le cas d'un verre transparent ou semi-transparent, le transfert radiatif ou rayonnement interne constitue une seconde source de chaleur volumique non négligeable qu'il est nécessaire de prendre en compte pour décrire complètement les phénomènes thermiques. Les verres considérés dans notre étude sont des verres opaques ainsi cet aspect ne sera pas pris en compte.

Les transferts thermiques dans le bain de verre ont deux origines :
- la conduction due à la conductibilité thermique moléculaire du verre,
- la convection due aux mouvements macroscopiques du bain.

3.1.2. Aux frontières du bain de verre

Les transferts thermiques aux frontières du bain de verre sont complexes et méritent une attention particulière.

A la surface du bain de verre, les échanges de chaleur ont pour origine la convection naturelle et le rayonnement. Le volume d'air situé au-dessus du bain est soumis à de forts gradients thermiques : la surface du bain est en fusion et le dôme de couverture est refroidi par circulation d'eau. Ainsi, l'air est mis en mouvement par thermoconvection ce qui refroidit la surface du bain de verre. L'importance

des transferts par rayonnement dépend fortement de l'état de la surface du bain. Lors des phases d'affinage où l'alimentation en calcinat est interrompue, la surface du bain est découverte. On observe dans ce cas un rayonnement de surface très important. Au contraire, lors de l'alimentation, le calcinat et la fritte de verre n'étant pas digérés instantanément, il subsiste, à la surface du bain, de la matière en cours de digestion. Celle-ci a pour effet de diminuer le rayonnement de la surface du bain de verre.

Les transferts thermiques aux frontières du creuset, de la sole et de l'agitateur mécanique, sont liés au refroidissement de ces structures par une circulation d'eau ainsi qu'au chauffage par effet Joule des parois métalliques. Néanmoins, les flux imposés par le refroidissement sont plus élevés afin de créer au contact de ces éléments une couche de verre solidifiée. Cet autocreuset d'une épaisseur variable est utilisé comme barrière thermique et chimique pour protéger les parois métalliques de la corrosion du verre en fusion.
La puissance totale échangée dans les structures est calculée lors des essais en mesurant le débit d'eau Q (kg.s^{-1}) et la différence de température entre l'entrée $T_{entrée}$ et la sortie des éléments T_{sortie} :

$$P_{éch} = Qc_{p_{eau}}(T_{sortie} - T_{entrée}) \tag{II.17}$$

avec $c_{p_{eau}}$ désignant la chaleur spécifique de l'eau.

3.2. Les équations de base

Les phénomènes thermiques sont régis par l'équation de la chaleur (II.18). L'ensemble des propriétés physiques (masse volumique, chaleur spécifique et conductivité thermique) sont variables avec la température.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \vec{\nabla}.(\rho c_p T\vec{u}) = \vec{\nabla}.(\lambda\vec{\nabla}T) + Q_{th} \tag{II.18}$$

L'évolution du champ de température est régit par :

- ✓ la convection : $\vec{\nabla}.(\rho c_p T\vec{u})$
- ✓ la diffusion : $\vec{\nabla}.(\lambda\vec{\nabla}T)$

Le terme source Q_{th} représente la puissance Joule spécifique dissipée dans le bain de verre. Il est défini par l'équation (II.15).

3.3. Quelques ordres de grandeur

3.3.1. Nombre de Peclet

L'estimation du nombre de Peclet permet de quantifier l'importance des effets de la convection de la température par l'écoulement par rapport à la diffusion thermique moléculaire. Le nombre de Peclet est défini par le rapport du temps caractéristique de diffusion t_d au temps caractéristique de convection t_c :

$$Pe = \frac{t_d}{t_c} = \frac{H^2/\alpha}{H/U} = \frac{UH}{\alpha} \tag{II.19}$$

Dans notre étude, le nombre de Peclet est très supérieur à l'unité et ce même pour les configurations où le bain est mis uniquement en mouvement par thermoconvection. Ceci s'explique par une diffusivité thermique très faible ($\alpha \approx 10^{-6}$ m^2.s^{-1}). Ainsi, les phénomènes de convection dominent, ou encore, le temps de diffusion t_d est très supérieur au temps de convection t_c. Le temps de diffusion peut être estimé de l'ordre de 10^5 secondes. Le temps de convection atteint 150 secondes dans le cas d'un bain mis uniquement en mouvement par thermoconvection et il est de l'ordre de la seconde pour un bain agité mécaniquement. Les ordres de grandeur des vitesses utilisées pour cette estimation sont calculés dans la partie suivante (partie 4.3).

3.3.2. Transferts thermiques à la surface du bain

Dans toute cette étude, on s'intéressera à la période d'affinage où l'alimentation en calcinat est interrompue. Ainsi, la surface libre du bain de verre est découverte et rayonne fortement.

Le flux thermique perdu par rayonnement peut alors être évalué par :

$$\varphi = \epsilon\sigma_{sb}(T_s^4 - T_{ar}^4) \qquad \text{(II.20)}$$

avec ϵ désignant l'émissivité du verre, T_s la température de la surface libre et T_{ar} la température de référence pour les aspects rayonnement.

Le coefficient d'échange thermique équivalent est donné par l'équation :

$$h_{ray} = \epsilon\sigma_{sb}(T_s + T_{ar})(T_s^2 + T_{ar}^2) \qquad \text{(II.21)}$$

Le calcul de ce coefficient donne une valeur de l'ordre de 160 W.m^{-2}.K^{-1} avec T_s = 1300 K et T_{ar} = 300 K.

Concernant les pertes thermiques par convection naturelle, le flux perdu à la surface du bain s'exprime par la loi phénoménologique :

$$\varphi = h_s(T_s - T_a) \qquad \text{(II.22)}$$

avec h_s désignant le coefficient d'échange convectif à la surface libre, T_s la température de la surface libre, T_a la température de référence pour les aspects convection.

Le coefficient d'échange h_s peut être calculé à l'aide des corrélations classiques. Pour une surface plane à température constante, le nombre de Nusselt Nu est donné par (II.23) avec le nombre de Rayleigh Ra_D défini par (II.24).

$$Nu = \frac{h_s D}{\lambda} = aRa_D^b \quad \text{avec a et b constantes} \qquad \text{(II.23)}$$

$$Ra_D = \frac{g\beta_{air}(T_s - T_a)D^3}{\nu_{air}\alpha_{air}} \qquad \text{(II.24)}$$

Le calcul du nombre de Rayleigh (Ra_D > 10^7) précise que la zone d'air est en régime turbulent. Ainsi on a $a = 0.15$ et $b = 1/3$ dans l'expression du Nusselt (II.23) (Bianchi *et al.* (2004)). Les équations (II.23) et (II.24) montrent que le coefficient de transfert h_s est maximal quand la différence de température $(T_s - T_a)$ est maximale. Ainsi, pour calculer un majorant du coefficient de transfert, on considère une différence de température maximale : on prend T_a =300 K et T_s =1300 K. Avec ces valeurs, le coefficient de transfert h_s est de l'ordre de 20 W.m^{-2}.K^{-1}. Cette valeur est calculée dans le cas d'une plaque plane solide de température constante. Or les forts gradients thermiques à la surface du bain

entraînent des mouvements convectifs supplémentaires, le coefficient d'échange est donc sous-estimé. Néanmoins, les flux thermiques par rayonnement restent prépondérants à la surface du bain.

4. Les phénomènes hydrodynamiques

4.1. Présentation des phénomènes

La mise en mouvement du bain de verre a plusieurs origines :

- la convection forcée,
- la convection naturelle,
- les forces électromagnétiques ou forces de Laplace,

La convection forcée est engendrée par l'agitateur mécanique qui induit des écoulements tridimensionnels complexes. Ils permettent d'homogénéiser le bain de verre d'un point de vue thermique et chimique et ainsi favorisent le déclenchement de la coulée en convectant un flux de chaleur vers le fond.
La mise en mouvement du fluide par thermoconvection est due aux forts gradients thermiques présents dans la cuve. En effet, le cœur du bain peut atteindre des températures supérieures à 1500 K tandis que les parois du creuset et de la sole sont recouvertes d'une couche de verre solidifié.
Concernant les forces électromagnétiques, elles sont négligées dans cette étude étant donnée leur faiblesse par rapport aux forces de thermoconvection (voir partie 2.3.6).

4.2. Les équations de base

Les phénomènes hydrodynamiques sont régis par les équations classiques de la mécanique des fluides. Pour un fluide faiblement compressible suivant l'approximation de Boussinesq, on a :

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \tag{II.25}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_0 (\vec{u}.\vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla} p^* + \nabla.\overline{\overline{\tau}} - \rho_0 \beta (T - T_0)\vec{g} \tag{II.26}$$

avec $\overline{\overline{\tau}}$ le tenseur des contraintes défini par $\overline{\overline{\tau}} = \mu \left[\left(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}\vec{u}^T \right) \right]$

4.3. Quelques ordres de grandeur

4.3.1. Les phénomènes thermoconvectifs

L'ordre de grandeur de la densité des forces de thermoconvection peut être estimé par :

$$\left| \vec{f} \right| = \Delta\rho g \sim \rho_0 g \beta \Delta T \tag{II.27}$$

Pour une différence caractéristique de température de 1000 degrés, l'ordre de grandeur de la force d'Archimède est 970 N.m^{-3}. Cette première estimation montre la prédominance des forces de thermoconvection sur les forces de Laplace évaluées à 5 N.m^{-3} (Roscini (1990)).

Afin de déterminer le régime de l'écoulement en l'absence d'agitateur mécanique, on évalue le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl en utilisant les valeurs des propriétés physiques à 1500 K :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\nu\alpha} \tag{II.28}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \tag{II.29}$$

Le calcul ne donne qu'une valeur indicative car la viscosité cinématique et la diffusivité thermique varient fortement dans le bain de verre. On obtient $Ra = 10^6$ et $Pr = 2.10^2$. Ainsi, par analogie aux écoulements en cavités fermées, l'écoulement peut être supposé laminaire et stationnaire car la valeur seuil du nombre de Rayleigh pour l'apparition de la transition est de 10^8.

La vitesse caractéristique des phénomènes thermoconvectifs peut être estimée en considérant que les forces d'Archimède sont du même ordre que les forces visqueuses, cela est vérifié a posteriori par le calcul du nombre de Reynolds :

$$U \sim \frac{\rho_0 g\beta\Delta T H^2}{\mu} \tag{II.30}$$

Ainsi, on obtient U =10 mm.s^{-1}. Cette valeur représente la borne supérieure de la vitesse envisageable. En effet, le bain n'étant pas totalement fondu, la longueur caractéristique à considérer est inférieure à la hauteur du bain.

4.3.2. Nombre de Reynolds en présence de l'agitateur

L'écoulement d'un fluide en convection forcée est caractérisé par le nombre de Reynolds représentant l'importance des forces d'inertie sur les forces visqueuses. Il est défini par la formule (II.31).

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} \tag{II.31}$$

U et L désignant une vitesse et une longueur caractéristique de l'écoulement.

Dans le cas de mobiles en rotation, le nombre de Reynolds couramment utilisé (voir Nagata (1975)) est donné par (II.32).

$$Re = \frac{\rho N d^2}{\mu} \tag{II.32}$$

N désignant la fréquence de rotation en s^{-1} et d le diamètre de l'agitateur.

La valeur du nombre de Reynolds permet de distinguer trois régimes d'écoulement : laminaire, intermédiaire et turbulent. Les valeurs limites séparant ces différents régimes sont fonction du type de mobile d'agitation et de la configuration du système d'agitation. Les ordres de grandeurs des nombres de Reynolds limites sont de 100 pour le régime laminaire et de 10^4 pour le régime turbulent. En régime turbulent, l'agitateur met en mouvement le fluide dans toute la cuve, ce qui permet un brassage important. Par contre, pour une valeur inférieure à 10, l'effet est limité autour de l'agitateur, le mouvement du fluide se développe uniquement dans la direction imposée par l'agitateur. Pour toutes les valeurs intermédiaires, l'écoulement est plus difficile à prévoir. Cependant, des zones de stagnation restent présentes dans certaines parties de la cuve. Ces zones sont d'autant plus étendues que le diamètre de la cuve est important par rapport au diamètre de l'agitateur.

Sur l'ensemble des configurations considérées dans cette étude, la vitesse de rotation de l'agitateur est comprise entre 10 et 50 tr/min. La vitesse de rotation de 50 tr/min correspond au régime nominal du futur procédé prochainement implanté à La Hague. Des vitesses de rotation de 70 tr/min sont atteintes dans quelques configurations qui ne seront pas étudiées dans cette thèse. Ainsi, le nombre de Reynolds vaut au maximum 90. L'écoulement est donc laminaire avec des zones de stagnation près des parois. Le fort accroissement de la viscosité du fluide vers les parois entraîne un amortissement rapide de l'écoulement du fluide.

4.3.3. Nombre de Richardson

Pour comparer l'importance des forces d'Archimède par rapport aux forces engendrées par l'agitateur, on peut estimer le nombre de Richardson. Il représente le rapport des forces d'Archimède aux forces d'inertie.

$$Ri = \frac{g\beta\Delta T H}{U^2} \tag{II.33}$$

Dans la zone proche de l'agitateur, le nombre de Richardson est très inférieur à l'unité : la convection forcée domine. Cependant, dès que l'on s'éloigne de l'agitateur mécanique, la vitesse diminue très rapidement. Ainsi, dans les zones mortes où la vitesse induite par l'agitateur est inférieure à quelques millimètre par seconde, la thermoconvection et la convection forcée sont du même ordre de grandeur, le nombre de Richardson est proche de l'unité.

5. Couplage fort entre les phénomènes électromagnétiques, thermiques et hydrodynamiques

L'analyse des phénomènes, effectuée précédemment, met en évidence leur interdépendance. Dans ces travaux de thèse, les interactions sont étudiées dans la charge de verre et elles sont dues :

- aux termes sources,
- aux fortes variations des propriétés physiques du verre avec la température.

L'électromagnétisme et les transferts thermiques interagissent par :

- la densité de puissance Joule, qui est une source de chaleur permettant de maintenir en fusion le bain de verre,
- la conductivité électrique du verre, qui modifie la profondeur de pénétration de l'induction magnétique et change la répartition des courants induits.

Les phénomènes thermiques et hydrodynamiques sont couplés par :

- le champ de vitesse qui favorise le transport de chaleur par convection,
- la viscosité du verre,
- le gradient thermique qui engendre le mouvement du fluide par thermoconvection.

Dans notre étude, il n'existe pas de couplage entre les phénomènes hydrodynamiques et électromagnétiques car les forces de Laplace sont négligées.

Il est important de rappeler que les temps caractéristiques des phénomènes électromagnétiques et thermohydrodynamiques n'ont pas les mêmes ordres de grandeur (voir sections précédentes). En effet, les courants électriques s'établissent instantanément pour une distribution de conductivité électrique donnée. Au contraire, les champs de température ou de vitesse évoluent plus lentement dans le temps à distribution de puissance Joule fixée.

6. Le choix des modèles

6.1. Le modèle électromagnétique

Le logiciel Ophelie, développé au laboratoire EPM-Madylam (Gagnoud (1986)), est utilisé pour la résolution de configurations où les phénomènes dans le bain de verre sont supposés axisymétriques. Ce logiciel est dédié à la modélisation des phénomènes électromagnétiques dans des installations de chauffage et/ou de brassage par induction. Typiquement, les installations étudiées sont constituées des éléments suivants :

- un creuset sectorisé composé de doigts trapézoïdaux,
- un inducteur entourant le creuset froid,
- une charge,
- une sole sur laquelle repose le creuset.

Ce logiciel permet de calculer pour tous les éléments électriquement actifs, la densité de courant induit $\vec{j}$, ainsi que les grandeurs qui en découlent, à savoir la densité de puissance Joule dissipée Q_{th}, l'induction magnétique $\vec{B}$ et donc les forces électromagnétiques. Des grandeurs globales, telles que la résistance électrique ou l'inductance équivalente peuvent aussi être calculées dans les différents éléments.

Seules les grandes lignes du logiciel ainsi que les principales hypothèses simplificatrices utilisées dans cette étude sont présentées dans cette partie. Pour plus d'informations, le lecteur peut se référer à Gagnoud (1986), Gagnoud et Leclercq (1988) et Servant *et al.* (1992).

6.1.1. Les équations

Les équations résolues avec le logiciel Ophelie sont déduites des équations de Maxwell (voir partie 2.2). Les inconnues des équations sont la densité de courant $\vec{j}$ et le potentiel scalaire électrique V.

$$\vec{\nabla}.\vec{j} = 0 \tag{II.34}$$

$$\oint \vec{\nabla} V.d\vec{l} = 0 \tag{II.35}$$

$$\vec{j} = -\sigma(\vec{\nabla} V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \tag{II.36}$$

Le potentiel vecteur $\vec{A}$ est calculé par la loi de Biot et Savart qui prend naturellement en compte les conditions aux limites à l'infini (II.37).

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu_e}{4\pi}\int_V \frac{\vec{j}}{r}dv \qquad \text{(II.37)}$$

L'inducteur étant alimenté par un courant sinusoïdal, l'ensemble des grandeurs électromagnétiques sont décrites dans le domaine complexe par :

$$f = \Re e\left\{\hat{f}(r,\theta,z)e^{i\omega t}\right\} \qquad \text{(II.38)}$$

avec $\hat{f}$ désignant l'amplitude complexe de la grandeur considérée. Les différentes équations sont alors écrites en terme d'amplitudes complexes. La variation temporelle du potentiel vecteur $\vec{A}$ devient $i\omega\vec{\hat{A}}$.

Les principaux avantages de cette méthode intégrale sont de pouvoir limiter le maillage aux parties électriquement actives. Ainsi, le nombre de mailles est moins élevé que dans le cas d'une résolution par la méthode des éléments finis où le maillage de la zone d'air est nécessaire. Le temps et le coût des calculs sont fortement réduits avec cette méthode.

6.1.2. Les hypothèses du logiciel Ophelie

Les principales hypothèses du logiciel Ophelie sont les suivantes :

- le creuset est de géométrie tridimensionnelle et périodique dans la direction azimutale,
- l'hélicité des spires de l'inducteur est négligée, la distance inter-spires étant faible devant le rayon de l'inducteur. Par conséquent, les courants dans les spires sont purement azimutaux,
- la charge est supposée axisymétrique, l'influence des fentes du creuset sur les distributions des grandeurs électromagnétiques dans le bain est négligeable,
- la sole est supposée axisymétrique.

6.1.3. Discrétisation des éléments de l'installation

Deux types de maillage sont disponibles avec le code Ophelie : le maillage surfacique et le maillage volumique. L'utilisateur choisit une des deux méthodes en fonction de l'importance de la pénétration du champ magnétique dans les structures. L'évaluation du paramètre d'écran R_ω permet de déterminer la méthode la mieux adaptée.

6.1.3.1. le maillage surfacique

Un maillage surfacique est privilégié quand le paramètre d'écran est grand devant l'unité. D'après la section 2.3.2, cette méthode peut être appliquée dans le creuset, l'inducteur et la sole. Les grandeurs électromagnétiques s'expriment alors selon une loi de décroissance exponentielle en fonction de la distance à la surface (II.39).

$$\hat{f} = \hat{f}_s e^{-(1+i)n/\delta} \qquad \text{(II.39)}$$

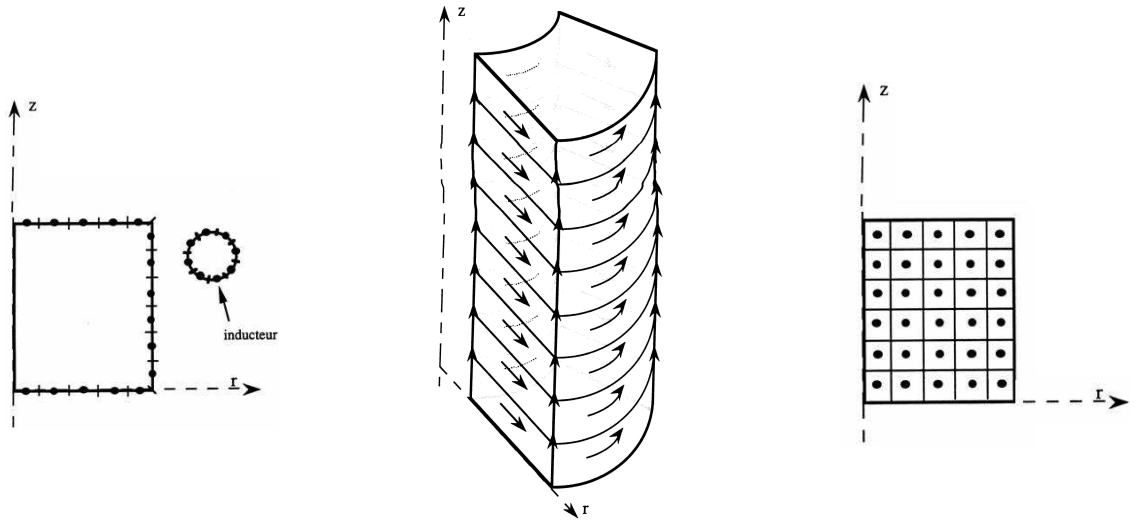
avec $\hat{f}$ désignant l'amplitude complexe de la densité de courant, du potentiel vecteur ou de l'induction magnétique, $\hat{f}_s$ sa valeur à la surface et n la distance suivant la normale à la frontière.

Pour les éléments axisymétriques tels que l'inducteur et la sole, le maillage est constitué d'un ensemble de segments (figure II.2-a). Pour chaque segment, la densité de courant est supposée constante.

Le creuset étant de géométrie périodique, un seul secteur est maillé. Les parois interne et externe de chaque secteur sont découpées en arcs de spires de hauteur finie, les parois latérales en segments horizontaux et les arêtes en segments verticaux (figure II.2-b). Pour chaque segment, la densité de courant est supposée constante.

6.1.3.2. le maillage volumique

Dans le verre en fusion, le paramètre d'écran est de l'ordre de l'unité (voir section 2.3.2), la loi de décroissance exponentielle n'est plus valable. Un maillage volumique est donc conservé. La densité de courant est supposée constante sur chaque maille de la charge (figure II.2-c).



(a) *(b)* *(c)*

figure II.2 : Maillage électromagnétique
(a) maillage surfacique pour la sole et l'inducteur, hypothèse de fine peau électromagnétique.
(b) direction imposée pour les courants à la surface d'un secteur du creuset.
(c) maillage volumique pour la charge axisymétrique.

Les discrétisations en surface ou en volume, présentées ci-dessus, permettent de réduire le nombre d'inconnues à deux pour l'ensemble des éléments modélisés : une composante de la densité de courant $\vec{j}$ et le potentiel scalaire électrique V.

6.1.4. Résolution

Une fois les équations discrétisées sur les différents éléments, on obtient un système d'équations linéaires complexes s'écrivant sous la forme matricielle :

$$AX = B \tag{II.40}$$

où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les densités de courant des mailles et les différences de potentiel aux bornes des segments. La matrice A est pleine et dissymétrique. Le système est résolu après trigonalisation de la matrice.

6.2. Les modèles thermohydrodynamiques

Les phénomènes thermiques et hydrodynamiques sont calculés à l'aide du logiciel commercial Fluent. Ce logiciel est dédié à la modélisation de la mécanique des fluides et des transferts de chaleur. Il a été retenu pour notre étude car il dispose de plusieurs méthodes pour modéliser des systèmes en rotation : la technique du changement de repère, le modèle « Moving Reference Frame » et le modèle « Sliding Mesh » qui permet une modélisation très précise de l'écoulement (voir état de l'art chapitre I, page 16).

6.2.1. Les hypothèses considérées

En accord avec l'analyse sur les phénomènes thermohydrodynamiques présentée précédemment, les hypothèses considérées pour toute cette étude sont les suivantes :

- le calcul est limité à la zone du bain de verre,
- en accord avec les expériences, la surface libre du bain est supposée plane,
- le verre est modélisé comme une seule phase liquide,
- l'écoulement est supposé laminaire (voir paragraphe 4.3.2),
- le verre modélisé est supposé Newtonien. Cette hypothèse est vraie pour les verres sans Platinoïdes, elle est une approximation pour les verres contenant des Platinoïdes (voir paragraphe 1.3.2).
- l'approximation de Boussinesq est retenue ; les variations de la masse volumique avec la température s'écrivent $\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))$ avec (ρ_0, T_0) un état de référence. L'approximation consiste à supposer la masse volumique constante dans toutes les équations résolues, exceptée dans le terme de la force de thermoconvection de l'équation de moment. Cette hypothèse peut être effectuée car la dilatation du verre est faible dans la gamme de températures atteintes dans le bain, précisément on a $\beta(T - T_0) << 1$,
- les propriétés du verre (viscosité dynamique, chaleur spécifique, conductivités thermique et électrique) sont décrites par des lois fonction de la température du verre à l'aide de fonctions utilisateur développées spécifiquement pour cette étude,
- les forces de Laplace sont négligées (voir paragraphe 4.3.1),
- le rayonnement interne dans le verre est négligé (voir paragraphe 1.3.3).

6.2.2. Les conditions aux limites

Le choix des conditions aux limites thermiques et hydrodynamiques est déterminant pour la résolution numérique.

Pour le champ de vitesse, les conditions aux limites se traduisent par l'adhérence du fluide aux parois (II.41), (II.42) et par une symétrie sans flux à la surface libre du bain (II.43).

sur les parois fixes : $\vec{u} = \vec{0}$ (II.41)

sur l'agitateur : $\vec{u} = \vec{U}_{agitateur}$ (II.42)

à la surface libre : $\vec{u}.\vec{n} = 0$ (II.43)

Concernant les aspects thermiques, imposer une température ou un flux constant sur les parois ou la surface libre n'est pas représentatif de ce type d'installation. De plus, il n'existe pas à l'heure actuelle de cartographie de température ou de flux issue des essais. Ainsi, pour les parois du creuset et de la sole, la résistance de contact entre le verre et la paroi, l'échange de chaleur dans la paroi et l'échange de chaleur entre la paroi et l'eau de refroidissement sont modélisés par la loi phénoménologique de Newton. Le flux convectif total échangé sur les parois métalliques est de la forme :

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p = h_p (T_p - T_{eau}) \tag{II.44}$$

h_p désignant le coefficient d'échange thermique à la paroi, T_p la température du verre à la paroi et T_{eau} la température de l'eau de refroidissement. Le coefficient h_p sera choisi constant sur toute la structure métallique considérée (creuset, sole ou agitateur). Il est important de noter qu'imposer un coefficient d'échange constant sur toute la structure n'est pas représentatif de la configuration à modéliser car ces éléments sont constitués d'inox mais aussi de matériaux isolants (béton réfractaire pour la sole et laine de verre pour le creuset). Néanmoins, nous verrons par la suite que la présence de l'autocreuset auto-régule les conditions en parois. Ainsi, il n'est pas nécessaire de décrire précisément les variations du coefficient d'échange sur la structure.

Les conditions imposées à la surface libre prennent en compte le rayonnement à l'infini et la convection. La densité de puissance échangée à la surface du bain s'exprime par l'expression (II.45).

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = \epsilon \sigma_{sb} (T_s^4 - T_{ar}^4) + h_s (T_s - T_a) \tag{II.45}$$

h_s désignant le coefficient d'échange convectif à la surface libre, T_s la température de la surface libre, T_a la température de référence pour les aspects convection et T_{ar} la température de référence pour les aspects rayonnement.

Les coefficients d'échange thermique h_p et h_s sont déterminés pour chaque configuration étudiée.

6.2.3. Résolution

Le logiciel Fluent utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations en équations algébriques. Cette méthode consiste à intégrer les équations sur chaque cellule constituant le domaine. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à l'annexe 2.

Lors de la résolution, les équations sont traitées séquentiellement (méthode « segregated »). Les étapes suivantes sont effectuées jusqu'à convergence :

- mise à jour des propriétés physiques selon les conditions imposées par la solution de l'itération précédente ou les conditions initiales,
- résolution des équations de Navier-Stokes pour les 3 composantes *u*, *v* et *w* en utilisant les valeurs de la pression sur les faces obtenues à l'itération précédente,
- détermination de la correction à imposer à la pression en résolvant l'équation de correction de pression obtenue à partir de l'équation de continuité,
- calcul des 3 composantes corrigées de la vitesse,

- résolution de l'équation de l'énergie en utilisant le champ de vitesse calculé précédemment et la température de l'itération précédente,
- vérification de la convergence.

Ces différentes étapes sont détaillées sur la figure II.3.

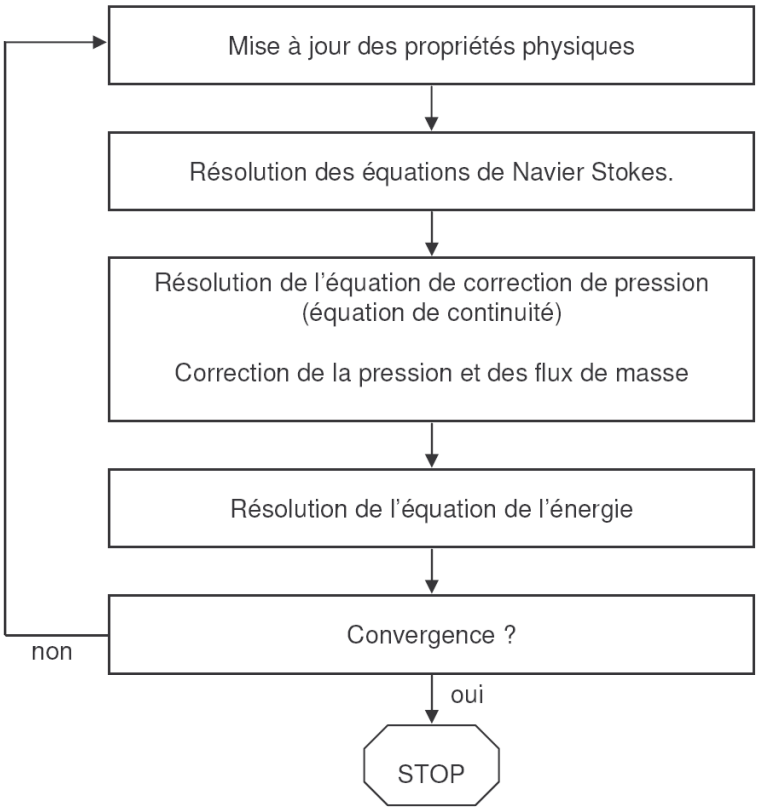


figure II.3 : Etapes réalisées avec la méthode de résolution "segregated".

Le calcul est effectué en utilisant un schéma collocatif ; la pression, la vitesse et la température sont calculées au centre des cellules. La discrétisation des équations impose de calculer les vitesses, la température et la pression sur les faces pour exprimer les termes de convection et de pression (voir Annexe 2). Le tableau II.3 récapitule l'ensemble des schémas utilisés dans cette étude pour discrétiser les différents termes des équations.

Une fois cette linéarisation effectuée, on obtient un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Il est impossible d'inverser directement les matrices et la méthode du gradient conjugué n'est pas assez robuste. Ainsi, pour résoudre ce système, un solveur d'équation linéaire implicite (Gauss-Seidel) est utilisé en conjonction avec une méthode multigrille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations ainsi que le temps CPU nécessaire à la convergence, particulièrement quand le domaine contient différents volumes de contrôle.

6.3. Le couplage

D'un point de vue technique, un superviseur écrit en Cshell a été développé pour gérer le couplage. Il permet de lancer successivement et automatiquement les deux programmes Ophelie et Fluent et de stopper le couplage une fois la convergence atteinte. L'algorithme général du couplage itératif est présenté sur la figure II.4. Des fonctions spécifiques ont été développées dans les logiciels Ophelie et Fluent pour permettre ce couplage.

tableau II.3 : Schémas utilisés pour discrétiser les différents termes des équations.

Grandeurs	**Schémas**
Termes de convection	*3ème ordre MUSCL* *2nd ordre UPWIND*
Termes de diffusion	*2nd ordre centré*
Terme de pression	*PRESTO*
Couplage pression-vitesse	*SIMPLEC* *PISO*
Terme temporel	*1er ordre implicite*

Le code Ophelie gère :

- la lecture et l'interpolation de la carte de conductivité électrique,
- la sous-relaxation de la carte de conductivité électrique d'une itération de couplage à l'autre,
- la réévaluation et l'écriture de la carte de densité de puissance Joule afin que la puissance Joule totale vérifie la valeur imposée par l'utilisateur.

Il est nécessaire de fixer la valeur de la puissance Joule totale dans le verre, et non la tension ou l'intensité aux bornes de l'inducteur, pour éviter un refroidissement (ou un chauffage) irrémédiable du bain au cours des itérations de couplage. Ce processus indésirable s'explique par les fortes variations de la conductivité électrique du verre. Fixer la puissance Joule totale est en outre parfaitement représentatif des essais car la tension ou l'intensité sont constamment adaptées pour suivre une consigne fixée par l'expérimentateur. Cette consigne est, par exemple, basée sur une température mesurée dans le bain de verre.

Dans le logiciel Fluent, des fonctions utilisateurs, appelées « user defined functions », ont été développées et peuvent être exécutées à différents moments : au cours des itérations, lors de la sauvegarde des champs, à l'initialisation ou à la demande. Ces fonctions permettent de gérer :

- le calcul et l'écriture de la distribution de conductivité électrique,
- le contrôle de la convergence.

Parallèlement, des outils propres à Fluent sont utilisés pour la lecture et l'interpolation de la distribution de puissance Joule. La carte est ensuite stockée dans un tableau de type « user defined memory ».

Les cartes de température entre deux itérations de couplage successives sont aussi stockées avec cette méthode, avant d'être comparées à l'aide d'une fonction utilisateur.

L'ensemble des données nécessaires à chaque code (les critères de convergence, les propriétés physiques, les coefficients d'échange thermique…) et celles utiles au couplage (le coefficient de sous-relaxation de la conductivité électrique, le critère de convergence…) sont précisées dans un même fichier.

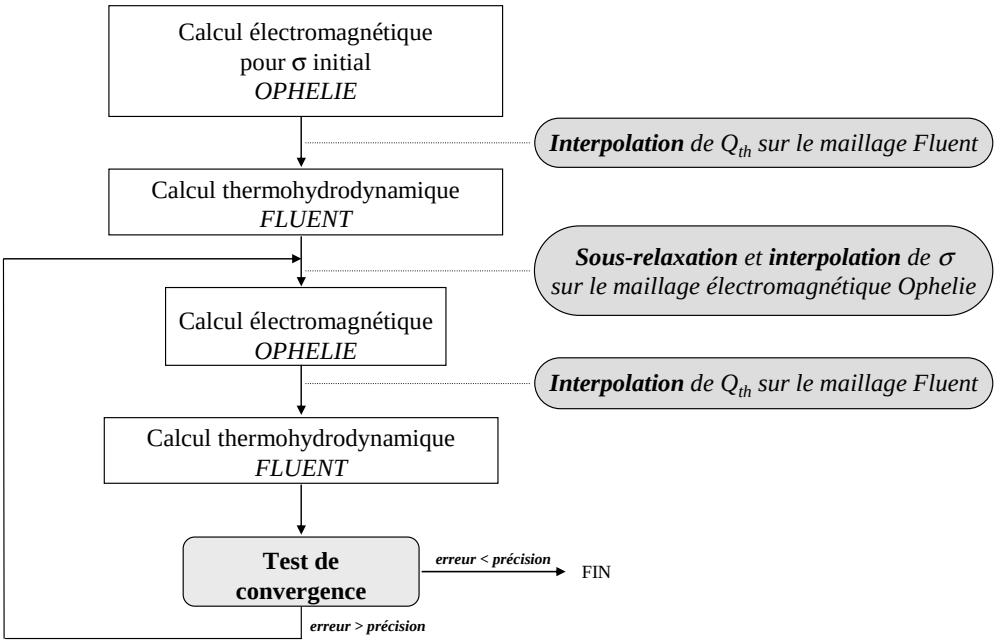


figure II.4 : Algorithme général de couplage.

CHAPITRE III - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE STATIQUE

Ce chapitre concerne la modélisation numérique d'un bain de verre non agité mécaniquement et chauffé par induction. La thermoconvection est l'unique moteur de l'écoulement.
Dans la première section, le pilote considéré est présenté ainsi que les mesures réalisées pour la validation du modèle. La deuxième section concerne la modélisation numérique. Cette partie commence par une présentation des modèles thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques et des caractéristiques du couplage mis en place. Pour appréhender les phénomènes présents dans ce procédé, une modélisation 2D-axisymétrique a été mise en place. Les profils numériques et une étude concernant le choix des coefficients d'échange thermique sont ensuite détaillés. Face aux limites observées lors de la comparaison des résultats numériques et expérimentaux avec ce modèle 2d-axisymétrique, une modélisation tridimensionnelle a été mise en place pour les aspects thermohydrodynamiques. Elle permet de prendre en compte les instruments de mesure immergés dans le bain et les phénomènes thermocapillaires tridimensionnels. La dernière section s'intéresse à cette modélisation, les résultats numériques ainsi qu'une confrontation avec les mesures expérimentales sont détaillés.

1. La configuration étudiée

Cette partie présente dans un premier temps une description du pilote modélisé dans ce chapitre. Les mesures effectuées pour la validation du modèle sont ensuite exposées.

1.1. Description du pilote EREBUS

La modélisation numérique, développée dans ce chapitre, s'intéresse à la configuration du pilote EREBUS. Ce pilote est installé au CEA de Valrhô à Marcoule.
Une photographie de l'installation et sa représentation schématisée sont visibles respectivement sur la figure III.1 et la figure III.2. Le pilote EREBUS est équipé d'un creuset froid, constitué de 60 secteurs refroidis en inox 304 L de section trapézoïdale. Cet assemblage forme une structure circulaire de 500 millimètres de diamètre intérieur et 350 millimètres de hauteur. Le creuset repose sur une sole ; une résine extérieure assure l'étanchéité aux gaz entre les deux éléments.
La sole est composée de huit secteurs en inox, refroidis, noyés dans du béton réfractaire. Le dispositif de coulée est inclus dans la sole et est constitué d'une vanne à tiroir refroidie en inox 304 L. Cette vanne obture l'orifice de coulée en coulissant dans un corps totalement refroidi, de forme rectangulaire et maintenu dans la sole.
Une rehausse en silice d'une hauteur de 150 millimètres est disposée sur le creuset et une seconde rehausse en inox refroidie d'une hauteur de 200 millimètres est positionnée sur la rehausse en silice. Un couvercle de forme plate, appelé dôme, est posé sur la rehausse avec un joint en silice fibreuse. Différentes sections de passage permettent la mise en place des instruments de mesure. La source d'énergie haute fréquence est constituée d'un générateur à lampes pouvant délivrer 150 kW pour une fréquence de travail comprise entre 150 et 400 kHz. L'inducteur est une multispire de diamètre interne 570 millimètres, constitué de 7 brins de section rectangulaire 2 cm * 1 cm. Sa hauteur totale est de 230 millimètres. Le traitement des gaz est assuré par une colonne de lavage et un condenseur.

Le tableau III.1 résume les principales caractéristiques de l'installation.

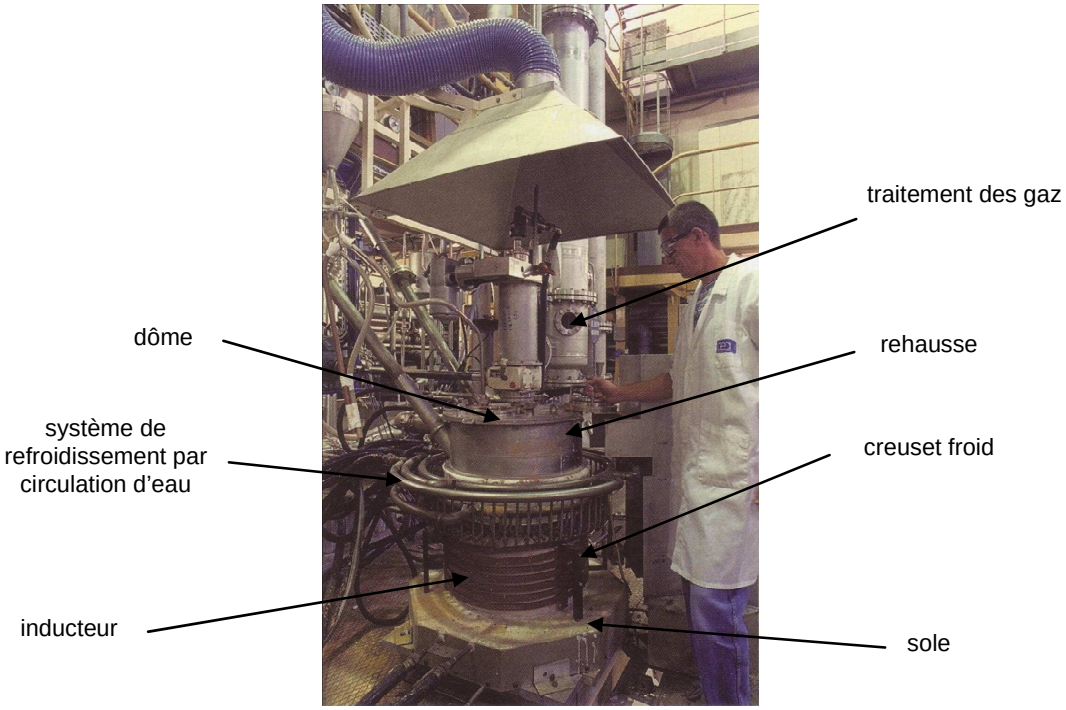


figure III.1 : Photographie du pilote Erebus, installé au CEA de Marcoule.

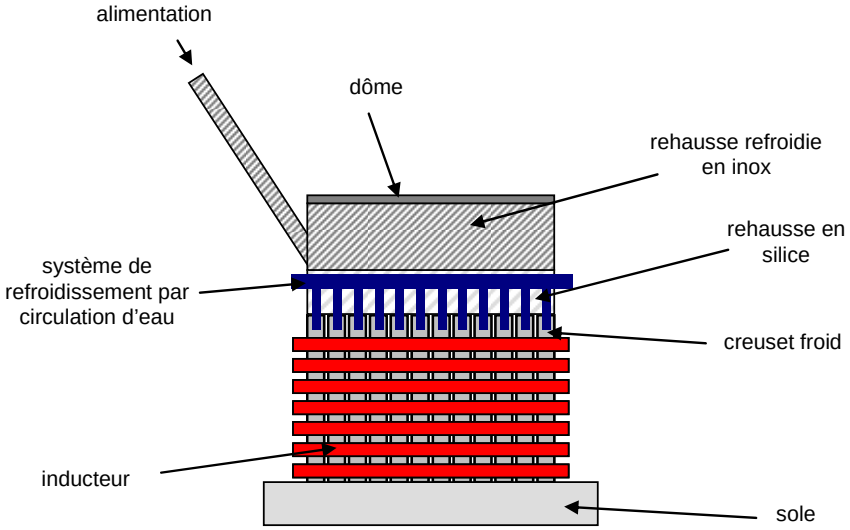


figure III.2 : Représentation schématisée du pilote Erebus, installé au CEA de Marcoule.

tableau III.1 : Caractéristiques de la configuration EREBUS modélisée.

Creuset froid	
Diamètre interne	500 mm
Diamètre externe	530 mm
Hauteur	350 mm
Nombre de secteurs	60
Angle de fente entre secteur	2 degrés
Bain de verre	
Hauteur	185 mm
Masse totale	102 kg
Inducteur	
Diamètre	570 mm
Nombre de spires	7
Hauteur totale	230 mm
Fréquence d'alimentation	282 kHz

1.2. Les mesures réalisées

L'essai considéré a été réalisé avec une charge de verre de type R7T7 (ou Uox_1) simulé i.e. sans produits de fission. La masse est de 102 kilogrammes, ce qui correspond à une charge de 215 millimètres de hauteur. Ce verre de conditionnement est produit actuellement par l'usine AREVA NC de La Hague. La désignation R7T7 vient du nom des deux ateliers de vitrification des installations UP2-800 (R7) et UP3 (T7). C'est un verre borosilicaté constitué à 80% de SiO_2 (silice), B_2O_3 (anhydride borique), Al_2O_3 (alumine) et Na_2O (oxyde de sodium). La composition de ce verre est détaillée dans l'annexe confidentielle 5. Dans cette étude, la fréquence du générateur est fixée à 282 kHz.

Sur cette installation, les essais sont réalisés sur plusieurs jours sans compter la mise en place et le nettoyage de l'installation. Ce pilote étant un pilote industriel, les mesures effectuées ne sont pas dédiées à la validation du modèle numérique mais au pilotage de l'installation. Habituellement, les mesures concernent les puissances échangées au niveau des différents éléments refroidis (creuset, sole, rehausse et dôme). Pour les essais de validation, 4 thermocouples ont été installés dans le bain de verre pour mesurer des profils de température et une estimation des vitesses a été effectuée à la surface libre du bain. Les paragraphes suivants présentent les principales caractéristiques de ces mesures.

1.2.1. La puissance échangée sur les parois métalliques

Les puissances échangées sur les structures refroidies sont calculées à partir de la mesure des températures d'entrée $T_{entrée}$ et de sortie T_{sortie} ainsi que du débit de l'eau de refroidissement Q (voir chapitre II) :

$$P_{éch} = Qc_{p_{eau}}(T_{sortie} - T_{entrée}) \quad \text{(III.1)}$$

Q désignant le débit de l'eau (kg.s^{-1}) et $c_{p_{eau}}$ la chaleur spécifique de l'eau.

Cette puissance englobe la puissance thermique extraite du bain de verre en fusion mais aussi la puissance thermique extraite des structures métalliques chauffées par effet Joule. Pour déterminer la puissance extraite du bain de verre, on soustrait à cette puissance totale, la puissance échangée lors d'essais sans charge de verre. La puissance totale injectée dans le verre est alors la somme, sur les différentes structures, des puissances extraites du bain de verre. Avec cette méthode, la puissance totale injectée dans le verre est estimée à 55 kW en prenant en compte les diverses perditions thermiques évaluées sur les différentes structures de l'installation.

1.2.2. Les profils de température

Les mesures de température dans le bain de verre ont été effectuées à l'aide de quatre thermocouples de type "S" gainés dans des tubes d'alumine. Ces thermocouples sont particulièrement adaptés aux mesures de températures élevées, ils sont constitués de Platine et de Rhodium. Les tubes d'alumine ont un diamètre de 8 millimètres et une épaisseur de 2 millimètres. Ces gaines permettent de protéger le thermocouple du verre en fusion. Le temps de vie moyen de ce système de mesure est de 2 à 4 heures pour cette configuration. Les tubes d'alumine contenant les thermocouples sont descendus simultanément dans le bain de verre ; les températures sont relevées tous les centimètres. Les quatre thermocouples, notés TC0, TC1, TC2 et TC3, sont installés radialement (figure III.3). Leurs positions sont les suivantes :

- TC0 : au centre du bain
- TC1 : à 125 mm du centre du bain
- TC2 : à 160 mm du centre du bain
- TC3 : à 200 mm du centre du bain

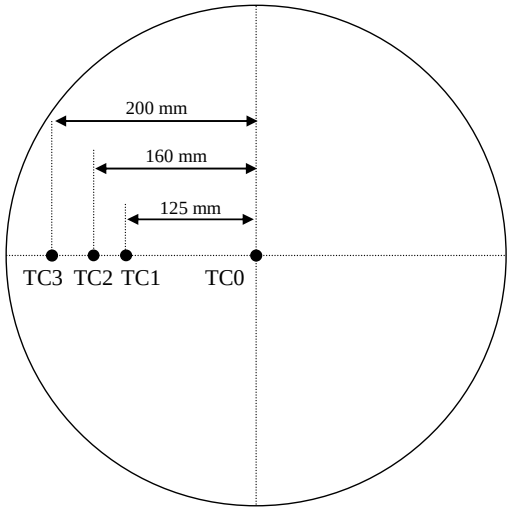


figure III.3 : Position des thermocouples dans le bain de verre en vue de dessus.

1.2.3. La vitesse en surface libre

Concernant les mesures de vitesses, seul un ordre de grandeur a pu être obtenu en surface libre du bain de verre. En effet, aucune technique ne semble avoir été développée jusqu'à présent pour étudier le cœur des bains de verre. Les systèmes classiques non intrusifs ne sont pas applicables à des fluides opaques, tel que le verre considéré dans cette étude, et les techniques intrusives ne résistent pas à la corrosion du verre en fusion.

Les mesures de vitesse à la surface du bain ont été effectuées en disposant des éléments qui suivent l'écoulement puis en analysant les images successives extraites d'un film réalisé lors des essais. Ces traceurs doivent respecter quelques conditions pour représenter précisément l'écoulement du verre : ils ne doivent pas fondre trop rapidement ou couler, être visibles malgré les forts gradients de couleur de la surface du bain et ne pas interagir chimiquement avec le verre. Des billes de verre, du calcinat et de la laine de verre ont été testés durant les essais. La figure III.4 présente une photographie de ces différents traceurs, une fois disposés à la surface libre du bain. La laine de verre a finalement été retenue car elle respecte tous les critères énoncés ci-dessus et il est possible de calibrer facilement les morceaux, ce qui donne une échelle pour l'estimation des vitesses. Les billes de verre et le calcinat n'ont pas été retenus car ils fondent en quelques secondes.

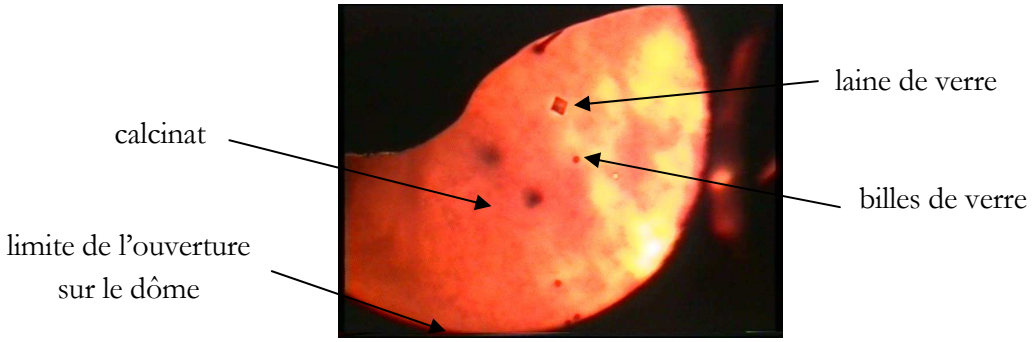


figure III.4 : Photographie des billes de verre, du calcinat et de la laine de verre disposés à la surface libre du bain pour suivre l'écoulement.

Avec cette méthode, il a été observé que la composante de la vitesse était principalement dans la direction radiale et que les traceurs changeaient de direction à quelques centimètres des parois du creuset. La configuration de l'écoulement est visible sur la figure III.5. Les traceurs se déplacent soit vers le centre du bain, soit vers les parois du creuset froid, en fonction de leur position par rapport à la ligne pointillée.

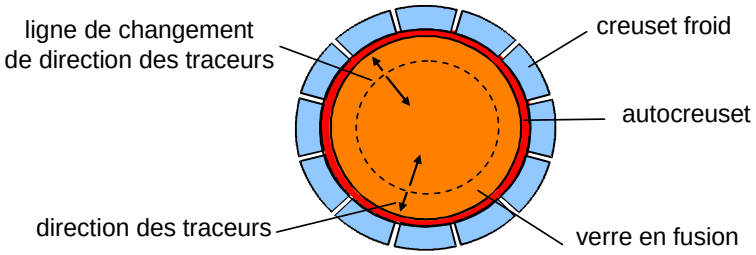
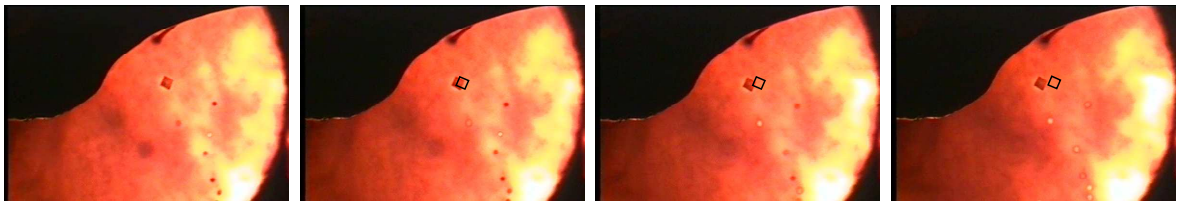


figure III.5 : Configuration de l'écoulement mise en évidence à l'aide des traceurs.

D'un point de vue quantitatif, l'analyse des images du film est réalisée en fixant l'échelle sur les morceaux rectangulaires de laine de verre de côtés 5*5 millimètres. Les vitesses ne peuvent pas être obtenues sur la totalité de la surface libre car le champ de vision de la caméra est limité ; les images sont prises par une trappe de 10 centimètres de diamètre située sur le dôme. Un exemple de calcul de la vitesse d'un traceur est présenté sur la figure III.6, représentant la position du traceur à différents instants. Cette figure souligne le mouvement radial du morceau de laine de verre, le bord du creuset étant

visible sur le côté droit de l'image. Pour ce traceur, la vitesse est évaluée à 0,7 millimètre par seconde. Pour l'ensemble des images traitées, la vitesse maximale à la surface libre du bain est proche du millimètre par seconde.



t = 0 s *t = 4 s* *t = 8 s* *t = 12 s*

*figure III.6 : Suivi d'un morceau rectangulaire de laine de verre de côtés 5*5 mm.*
Le carré noir représente la position du traceur à l'instant t = 0 s.

2. Les modèles : configuration 2d-axisymétrique

Cette section s'attache à décrire les différents modèles mis en place pour la modélisation du pilote EREBUS. Par ailleurs, le couplage développé entre les deux codes de calcul est détaillé.

2.1. Le modèle thermohydrodynamique

2.1.1. Les hypothèses

Les phénomènes thermohydrodynamiques sont résolus avec le logiciel Fluent. L'ensemble des hypothèses considéré dans cette partie a été présenté et justifié dans le chapitre II, page 41 (écoulement laminaire, fluide Newtonien, masse volumique décrite par l'approximation de Boussinesq…). Dans cette étude, la thermoconvection est l'unique moteur de l'écoulement. Le bain de verre est supposé 2d-axisymétrique. L'objectif étant de calculer l'état permanent du bain de verre, la résolution est stationnaire pour les aspects thermiques et hydrodynamiques.

2.1.2. Les équations résolues

Les équations résolues pour cette modélisation stationnaire sont les équations classiques de Navier Stokes (III.2) et (III.3) et de la chaleur (III.4).

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \tag{III.2}$$

$$\rho_0(\vec{u}.\vec{\nabla})\vec{u} = -\vec{\nabla}p^* - \vec{\nabla}(\mu\vec{\nabla}\vec{u}) - \rho_0\beta(T - T_0)\vec{g} \tag{III.3}$$

$$\rho_0\vec{\nabla}.(c_pT\vec{u}) = \vec{\nabla}.(\lambda\vec{\nabla}T) + Q_{th} \tag{III.4}$$

Le terme source dans l'équation de chaleur (III.5), noté Q_{th}, représente la densité de puissance Joule dissipée dans le bain. Ce terme est calculé à l'aide du logiciel électromagnétique par la formule :

$$Q_{th} = \frac{|j|^2}{2\sigma} \tag{III.5}$$

2.1.3. *Les méthodes numériques*

Les schémas numériques utilisés pour la résolution sont précisés dans le tableau III.2. Une présentation détaillée de ces schémas est disponible dans l'annexe 2.

tableau III.2 : Schémas numériques utilisés pour la résolution.

Grandeurs	***Schémas***
Termes de convection	2nd ordre UPWIND
Termes de diffusion	2nd ordre centré
Terme de pression	PRESTO
Couplage pression-vitesse	SIMPLEC

2.1.4. *Le maillage*

Les calculs thermohydrodynamiques sont réalisés sur un maillage 2D structuré constitué de 8000 cellules. Un maillage de type couche limite est mis en place sur les parois du creuset, de la sole et à la surface libre du bain afin de représenter précisément les forts gradients thermiques présents dans ces zones. Le maillage thermohydrodynamique est visible sur la figure III.7.

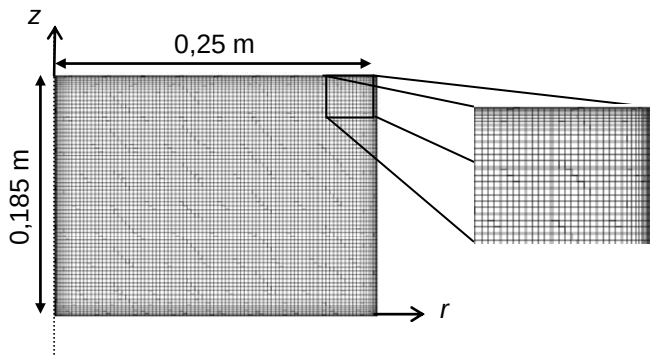


figure III.7 : Description du maillage pour les calculs thermohydrodynamiques avec Fluent.

2.1.5. *Les propriétés physiques*

Toutes les propriétés physiques sont définies par des fonctions dépendant de la température. Les lois ont été obtenues à partir de mesures effectuées sur un verre de type R7T7 simulé au CEA de Valrhô à Marcoule. Les notes internes regroupant ces mesures sont citées dans l'annexe confidentielle 5, elles sont notées [C_*] avec * le numéro de la référence.

Les évolutions de la conductivité thermique, de la chaleur spécifique et de la viscosité en fonction de la température sont illustrées respectivement sur la figure III.8, la figure III.9 et la figure III.10. Les valeurs obtenues expérimentalement et celles choisies pour le calcul sont tracées sur ces figures. La masse volumique est fixée à 2800 $kg.m^{-3}$ et la dilatabilité thermique à 3.10^{-5} K^{-1}, d'après [C_2] et [C_3]. Pour limiter les gradients de viscosité, la viscosité est limitée à 10^5 Pa.s dans le bain de verre. Cette hypothèse n'est pas restrictive car à cette viscosité les vitesses sont très faibles.

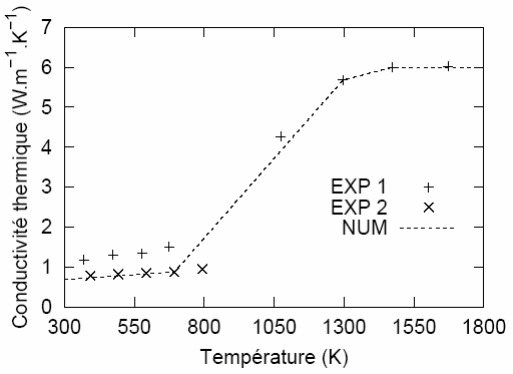


figure III.8 : Évolutions de la conductivité thermique en fonction de la température. EXP 1 [C_2]. EXP 2 [C_3]. NUM profil numérique imposé.

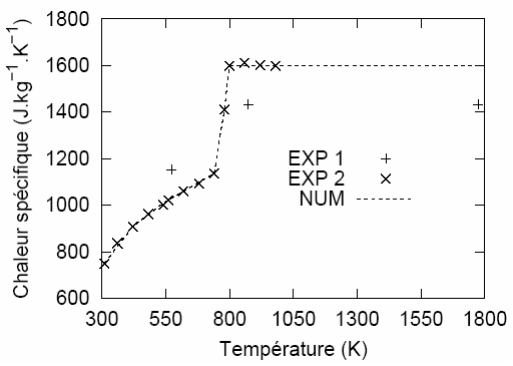


figure III.9 : Évolutions de la chaleur spécifique en fonction de la température. EXP 1 [C_2]. EXP 2 [C_3]. NUM profil numérique imposé.

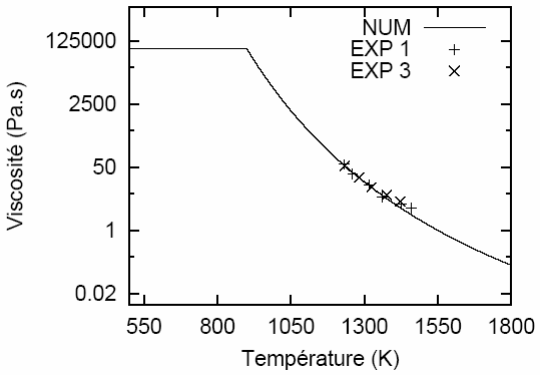


figure III.10 : Évolutions de la viscosité en fonction de la température. EXP 1 [C_2]. EXP 3 [C_4]. NUM profil numérique imposé.

2.2. Le modèle électromagnétique

2.2.1. Les hypothèses

Les aspects électromagnétiques sont résolus à l'aide du code Ophelie. Les hypothèses utilisées pour le modèle électromagnétique ont été détaillées dans le chapitre II (paragraphe 6.1, page 38).

Les éléments modélisés sont le creuset froid, la sole, l'inducteur et la charge de verre. La rehausse en silice n'est pas considérée car elle est transparente pour le champ électromagnétique. Concernant la rehausse métallique et le dôme, ils ne sont pas pris en compte étant donnée leur position éloignée par rapport à l'inducteur.

2.2.2. Le maillage

Le maillage est constitué d'environ 3000 éléments répartis de la façon suivante :

- ✓ 150*5 mailles surfaciques dans le creuset
- ✓ 50*50 mailles volumiques dans la charge de verre
- ✓ 10*7 mailles surfaciques dans l'inducteur
- ✓ 50 mailles surfaciques dans la sole

Un exemple de maillage électromagnétique est détaillé sur la figure III.11.

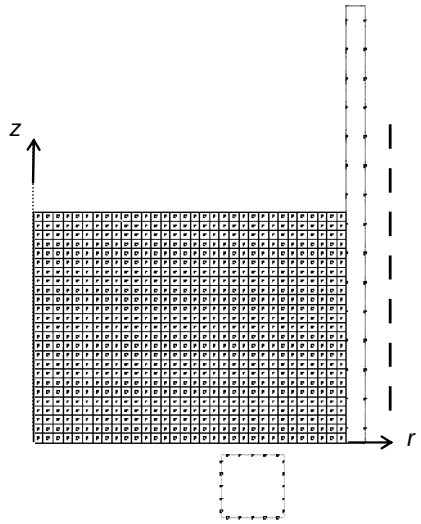


figure III.11 : Description du maillage pour les calculs électromagnétiques avec Ophelie.

2.2.3. Les propriétés physiques

En accord avec les mesures [C_2], la conductivité électrique est définie par la loi ajustée suivante (voir figure III.12) :

$$\log \sigma = 3{,}7921 - 3179{,}8/T. \qquad \text{(III.6)}$$

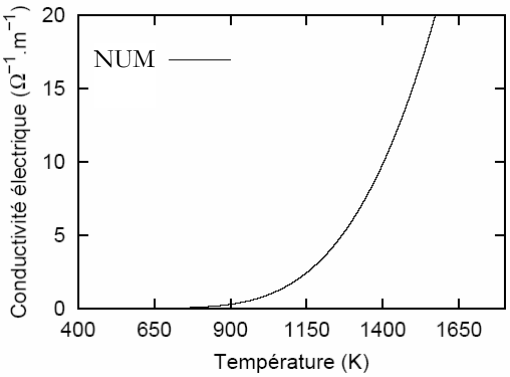


figure III.12 : Évolution de la conductivité électrique en fonction de la température.
NUM profil numérique imposé.

2.3. Le couplage

2.3.1. Les caractéristiques du couplage

Le couplage des deux programmes Fluent et Ophelie concerne le domaine de la charge où toutes les inconnues sont à déterminer. Une présentation détaillée des caractéristiques de ce couplage est disponible dans le chapitre II (paragraphe 6.3, page 44). L'algorithme de couplage mis en œuvre dans ce chapitre est illustré par la figure III.13.

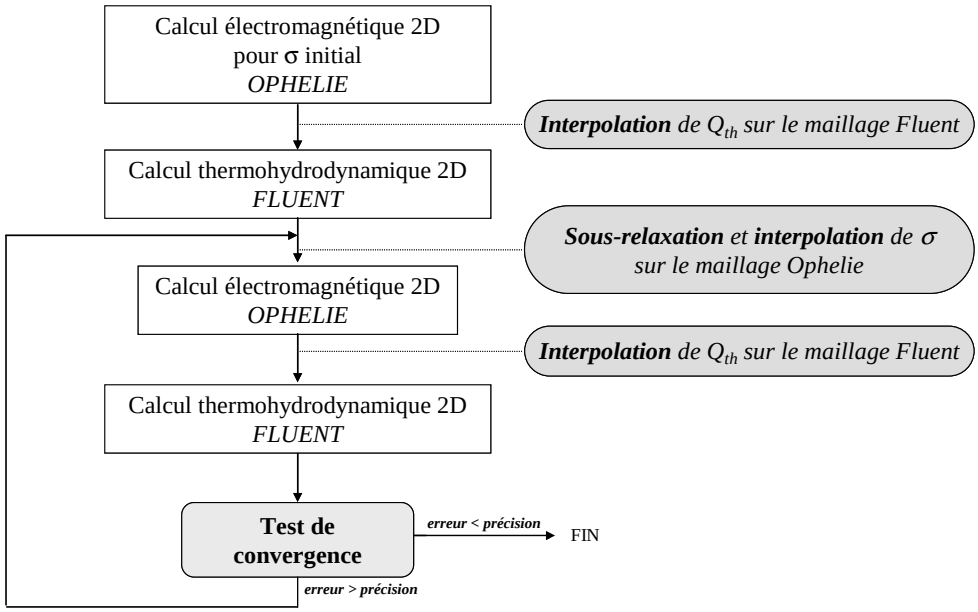


figure III.13 : Algorithme de résolution pour le couplage Ophelie-Fluent pour l'étude statique.

2.3.2. Choix du critère de convergence

Cette partie concerne le choix de la grandeur permettant d'évaluer la convergence du couplage. Deux grandeurs ont été testées : la conductivité électrique et la température. Pour le champ de température, le calcul de la convergence a été réalisé directement sur le maillage thermohydrodynamique à l'issu du calcul avec Fluent i.e. sans interpolation. Les distributions de conductivité électrique ont été comparées entre deux itérations de couplage d'une part, à l'issu du calcul Fluent et d'autre part, après interpolation sur le maillage électromagnétique. L'objectif de ces tests est d'étudier l'influence de l'interpolation et du choix de la variable sur l'écart relatif entre deux itérations de couplage. La précision de la convergence est évaluée avec l'écart relatif quadratique, défini à l'itération *i* par l'équation (III.7) avec f désignant la conductivité électrique ou la température.

$$E = \frac{\sum_{cellules}(f_{i-1} - f_i)^2}{\sum_{cellules}(f_{i-1})^2} \qquad \text{(III.7)}$$

Pour un même cas, les tracés des différents écarts relatifs E montrent que l'interpolation influence peu la valeur de l'écart relatif (figure III.14). En effet, les évolutions de l'écart relatif basé sur la conductivité électrique sont confondues avec ou sans interpolation. En outre, les valeurs de E sont différentes entre la conductivité électrique et la température. Cette caractéristique est uniquement liée à la fonction logarithmique (III.6) reliant la conductivité électrique à la température.

De plus, les tracés des différents écarts relatifs E au cours des itérations de couplage mettent en évidence une baisse très rapide de l'écart relatif puis une stabilisation. De même, le tracé de la température moyenne (figure III.15) et de la température maximale du bain (figure III.16) montre que ces grandeurs évoluent peu après une quinzaine d'itérations. Cela correspond, dans ce cas, à des écarts relatifs d'environ 10^{-9} pour la température et d'environ 10^{-7} pour la conductivité électrique. Finalement, pour

s'assurer de la précision du résultat, on peut estimer que la convergence est atteinte si l'écart relatif est inférieur à 10^{-10} pour la température et à 10^{-8} pour la conductivité électrique. Dans ce chapitre, le critère basé sur la température a été utilisé.

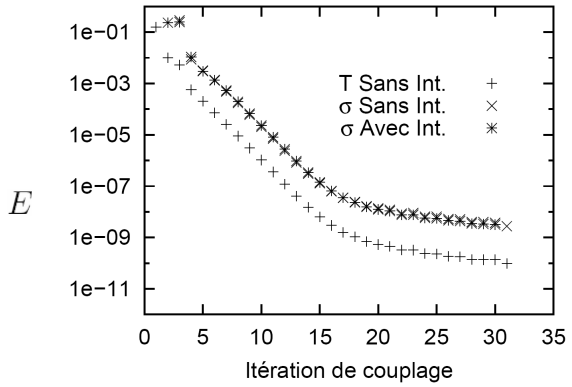


figure III.14 : Ecart quadratique relatif de la température calculé avec Fluent et de la conductivité électrique calculé avec Fluent (Sans Int.) et avec Ophelie (Avec Int.) en fonction des itérations de couplage.

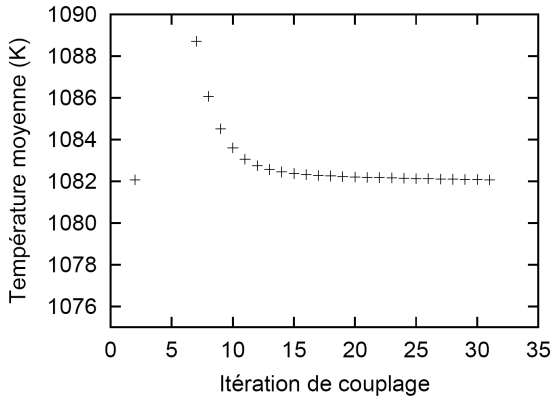


figure III.15 : Évolution de la température moyenne au cours des itérations de couplage.

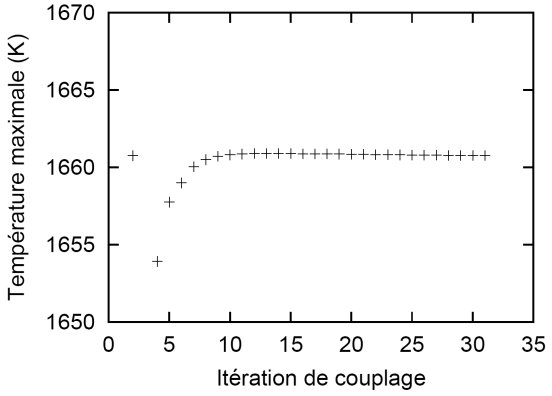


figure III.16 : Évolution de la température maximale au cours des itérations de couplage.

2.3.3. Les temps de calcul

Il est possible d'obtenir des résultats rapidement pour cette configuration. Précisément, les temps de calculs CPU sur un PC linux Bi-processeurs Intel Xeon 3,80 Ghz, 3,89 Go RAM sont présentés dans le tableau III.3.

tableau III.3 : Temps de calcul pour les différentes étapes.

Calcul thermohydrodynamique 1ère itération de couplage (≈10 000 itérations)	15 min
Calcul thermohydrodynamique après 5 itérations de couplage (≈100 itérations)	5 s
Calcul électromagnétique	10 min
Couplage complet jusqu'à la convergence	120 min

3. Etude avec le modèle 2D-axisymétrique

Les résultats présentés dans cette partie reprennent les modèles détaillés dans la section précédente. Dans un premier temps, une étude sur le choix des coefficients d'échange thermique aux parois est effectuée. Ensuite, l'influence des effets thermocapillaires sur les distributions dans le bain de verre est analysée. Enfin, avant de terminer cette section par une confrontation des résultats numériques et expérimentaux, les distributions dans le bain de verre et des bilans de puissance sont exposés.

3.1. Détermination des coefficients d'échange thermique aux parois

L'objectif de cette partie est de déterminer le coefficient d'échange thermique h_p défini dans la loi phénoménologique pour les conditions aux limites sur les parois du creuset et de la sole. La densité de flux de chaleur aux parois peut être mise sous la forme habituelle suivante, définissant ainsi le coefficient d'échange thermique (chapitre II, page 41) :

$$\varphi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p = h_p (T_p - T_{eau}) \qquad \text{(III.8)}$$

T_p désignant la température du verre à la paroi et T_{eau} la température de l'eau de refroidissement.

Dans un premier temps, l'ordre de grandeur de ces coefficients est évalué, puis une étude de sensibilité est présentée.

3.1.1. Evaluation des coefficients d'échange thermique aux parois du creuset et de la sole

Les pertes entre la charge de verre en fusion et l'eau de refroidissement circulant dans le creuset (ou la sole) se décomposent en plusieurs types d'échanges thermiques. Le coefficient d'échange thermique global entre la charge de verre en fusion et l'eau de refroidissement peut être calculé en considérant une succession de résistances thermiques en série (figure III.17) :

- ✓ la résistance due à la conduction thermique dans l'épaisseur de verre solidifié, R_{sol}
- ✓ la résistance de contact entre le verre solide et les parois, R_{cont}
- ✓ la résistance due à la conduction dans la paroi métallique, R_{cond}
- ✓ la résistance de transfert de chaleur par convection entre la paroi métallique et l'eau de refroidissement, R_{conv}

Dans cette étude, seule la charge de verre est modélisée. Ainsi, on cherche à déterminer h_p défini par l'équation :

$$\frac{1}{h_p} = R_{cond} + R_{conv} + R_{cont} \qquad \text{(III.9)}$$

Cette relation est obtenue en écrivant la conservation du flux thermique en régime stationnaire et en l'absence de sources internes de chaleur dans la paroi (Bianchi *et al.* (2004)).

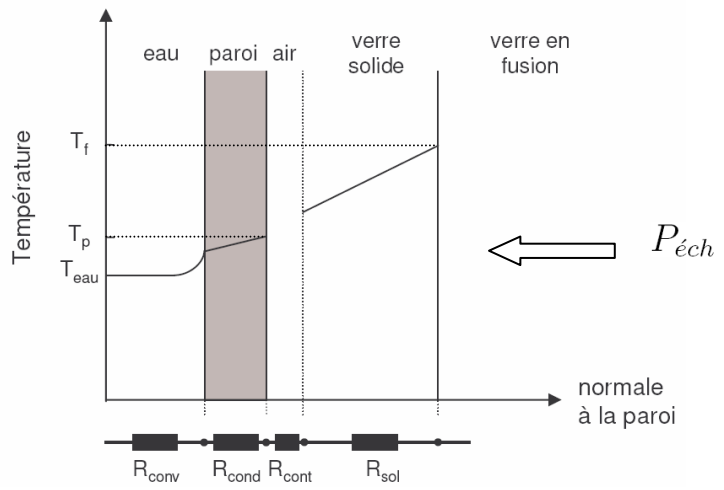


figure III.17 : Modèle de résistances thermiques.

En première approximation, si l'on suppose que les résistances R_{conv} et R_{cont} sont nulles, le coefficient d'échange thermique h_p devient :

$$\frac{1}{h_p} = R_{cond} \approx \frac{e_{inox}}{\lambda_{inox}} \qquad \text{(III.10)}$$

Le calcul donne alors h_p = 3000 W.m^{-2}.K^{-1}, pour une paroi en inox d'épaisseur uniforme égale à 5 millimètres et de conductivité thermique 15 W.m^{-1}.K^{-1}. Cette valeur correspond à la borne supérieure du coefficient d'échange h_p.

Le calcul direct des résistances thermiques R_{conv}, R_{cond} et R_{cont} étant difficile à cause de la géométrie complexe du creuset, le coefficient d'échange est calculé par un bilan thermique global entre le verre en fusion et l'eau. On obtient l'équation suivante(III.11) :

$$P_{éch} = \frac{S(T_f - T_{eau})}{\frac{1}{h_p} + R_{sol}} \qquad \text{(III.11)}$$

$P_{éch}$ désignant la puissance totale échangée entre l'eau et le bain de verre, T_f la température de transition solide-liquide du verre et S la surface de contact supposée identique pour les différentes interfaces.

Si l'on suppose que la partie solide du verre est un mur infini d'épaisseur e_v et de conductivité thermique λ_v, le coefficient d'échange à la paroi du creuset est alors défini par l'équation (III.12).

$$\frac{1}{h_p} = \frac{S(T_f - T_{eau})}{P_{éch}} - \frac{e_v}{\lambda_v} \qquad \text{(III.12)}$$

Pour évaluer le coefficient d'échange à partir de cette loi, il est nécessaire de connaître la puissance échangée ainsi que l'épaisseur de verre solide. Ces données peuvent être mesurées expérimentalement. Cependant, l'épaisseur de l'autocreuset varie selon les zones considérées et la puissance Joule injectée. De plus, le choix de la valeur de T_f est délicat. La correspondance entre la température de transition solide-liquide du verre et la température de transition vitreuse n'est pas évidente. Ce calcul ne donne donc qu'un ordre de grandeur du coefficient d'échange. Pour une puissance échangée sur le creuset de

20 kW, il est compris entre 100 et 500 W.m^{-2}.K^{-1} pour une épaisseur d'autocreuset variant entre un millimètre et 6 centimètres.
Un raisonnement analogue peut être mené en considérant le bilan thermique entre les parois internes du creuset et le cœur de l'eau de refroidissement. Si l'on néglige la résistance de contact, le coefficient d'échange h_p s'exprime par l'équation :

$$\frac{1}{h_p} = \frac{S(T_p - T_{eau})}{P_{éch}} \tag{III.13}$$

Avec cette méthode, il est nécessaire de connaître la puissance échangée sur les structures et la température à la paroi pour déterminer la valeur du coefficient d'échange. En supposant que la température à la paroi est de 500 K, le coefficient d'échange est compris entre 100 et 200 W.m^{-2}.K^{-1} selon la hauteur du bain de verre, pour une puissance totale échangée sur le creuset de 20 kW.

Afin de compléter cette étude sur la détermination du coefficient d'échange, la littérature a été consultée. L'étude bibliographique montre que le coefficient d'échange d'un système fluide/solide varie considérablement selon les cas. Pour un gaz en convection naturelle le long d'une paroi chauffée, le coefficient est de l'ordre de 10 W.m^{-2}.K^{-1} et il peut atteindre 10^5 W.m^{-2}.K^{-1} pour un bain de métal liquide en convection forcée (Bejan (2004)). Les études, concernant la détermination du coefficient d'échange aux parois d'un creuset froid contenant du verre, sont peu nombreuses. Saumabere (1994) évalue qu'il peut varier de 100 à 300 W.m^{-2}.K^{-1}. Schiff *et al.* (2000) l'estiment à 183 W.m^{-2}.K^{-1}. Plus précisément, l'expression utilisée par Schiff (1996) donne une valeur de 150 W.m^{-2}.K^{-1} dans les conditions de notre étude. Cependant, la géométrie du creuset froid ainsi que la puissance Joule injectée dans le bain de verre sont différentes.

Finalement, la détermination des coefficients d'échange h_p pour le creuset et la sole étant délicate avec les méthodes proposées, une étude de sensibilité a été effectuée.

3.1.2. Etude de sensibilité

Dans ce paragraphe, les valeurs des conditions aux limites sont fixées à la surface libre pour se focaliser sur la sensibilité en h_p. La densité de flux de chaleur à la surface du bain s'exprime par la relation suivante (voir chapitre II, page 41) :

$$\varphi = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = \epsilon\sigma_{sb}(T_s^4 - T_{ar}^4) + h_s(T_s - T_a) \tag{III.14}$$

En accord avec [C_5], l'émissivité du verre est fixée à 0,9. Le coefficient d'échange convectif h_s est égal à 20 W.m^{-2}.K^{-1}. Les températures de référence T_a pour les aspects convection et T_{ar} pour les aspects rayonnement sont respectivement de 303 K et 423 K. Ces valeurs seront justifiées ultérieurement.

3.1.2.1. Aux parois latérales

Dans cette section, seul le coefficient d'échange sur les parois latérales du creuset est variable. Le coefficient d'échange de la sole est fixé à 300 W.m^{-2}.K^{-1}. Le choix de cette valeur est argumenté dans la section suivante (paragraphe 3.1.2.2). Une valeur de 303 K est imposée pour la température de l'eau de

refroidissement T_{eau}. En accord avec l'étude bibliographique, les valeurs des coefficients d'échange testées sont précisées dans le tableau III.4. Le cas 5 représente un cas limite où seule la résistance de la paroi métallique R_{cond} est considérée, les échanges thermiques entre l'eau et la paroi sont maximaux.

tableau III.4 : Différents coefficients d'échange testés ($W.m^{-2}.K^{-1}$).

	h_p
CAS 1	100
CAS 2	200
CAS 3	300
CAS 4	400
CAS 5	3000

Etude de la répartition des puissances échangées

La figure III.18 et la figure III.19 représentent respectivement les puissances échangées sur la paroi latérale et la sole en fonction de la puissance injectée pour les différents coefficients d'échange testés. Ces tracés soulignent la différence de comportement entre le cas 1 et les autres cas. Les cas 2, 3, 4 et 5 donnent des résultats quasiment confondus et ce quelque soit la puissance injectée. Les pertes thermiques ne semblent pas sensibles à la valeur du coefficient d'échange pour une puissance donnée. Ceci peut s'expliquer par la présence d'une zone de faible conductivité thermique près de la paroi latérale lorsque le coefficient d'échange est supérieur à 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Les isolignes de la conductivité thermique pour les différents coefficients d'échange sont visibles sur la figure III.20, la figure III.21, la figure III.22 et la figure III.23. Ces valeurs sont obtenues à partir d'un calcul couplé complet à puissance Joule fixée. La résistance créée par cette zone de verre froid est supérieure à la résistance introduite par le coefficient d'échange. Une modification du coefficient d'échange ne perturbe donc pas les pertes thermiques. Cette zone de verre froid, qui apparaît pour un coefficient d'échange supérieur à 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$, crée un autocreuset de verre. Cet autocreuset étant visible lors des essais expérimentaux, la valeur du coefficient d'échange devra être choisie supérieure ou de l'ordre de 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$ lors des calculs pour simuler cette zone de verre solide. La figure III.24 représente la limite de l'autocreuset pour les différents coefficients d'échange. Le cas 5 n'est pas reporté pour plus de lisibilité car les profils des autocreusets sont quasiment confondus pour toutes les valeurs de coefficient d'échange supérieures à 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Le verre est supposé solide quand la viscosité dynamique est supérieure à 10^4 Pa.s. Cette valeur correspond à la limite de l'écoulement du verre (Saumabere (1994)). Sur les parois latérales, l'épaisseur de l'autocreuset est de l'ordre d'un centimètre tandis que sur la sole elle atteint 20 millimètres voire 60 millimètres dans les zones les plus froides près des parois latérales. Parallèlement, la fraction de verre solide diminue lorsque la puissance injectée augmente. La zone de verre solide occupe 20% du volume total du bain pour une puissance Joule de 50 kW et elle atteint 25% pour une puissance de 30 kW.

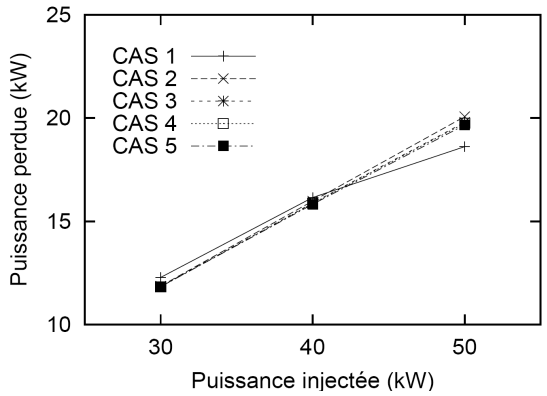


figure III.18 : Puissance échangée sur les parois du creuset en fonction de la puissance injectée pour différents coefficients d'échange.

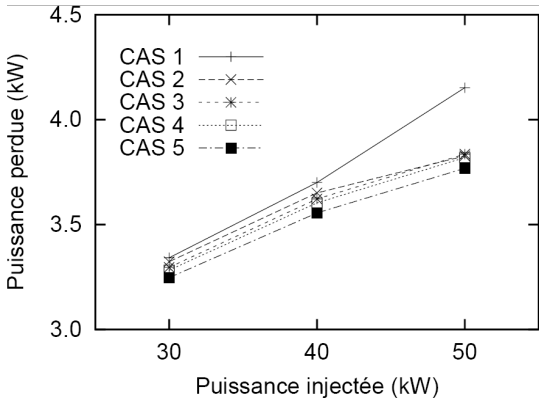


figure III.19 : Puissance échangée sur la sole en fonction de la puissance injectée pour différents coefficients d'échange.

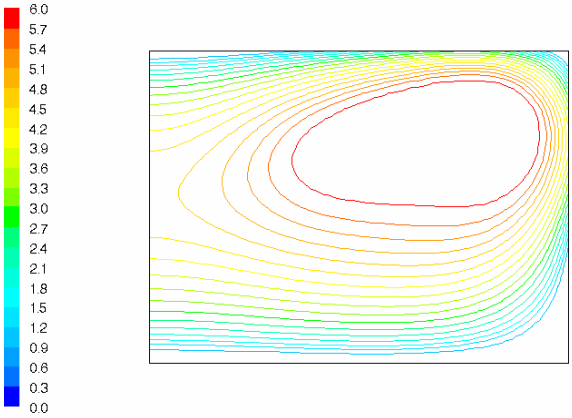


figure III.20 : Isovaleurs de la conductivité thermique pour une puissance injectée totale de 30 kW et un coefficient d'échange de 100 $W.m^{-2}.K^{-1}$.

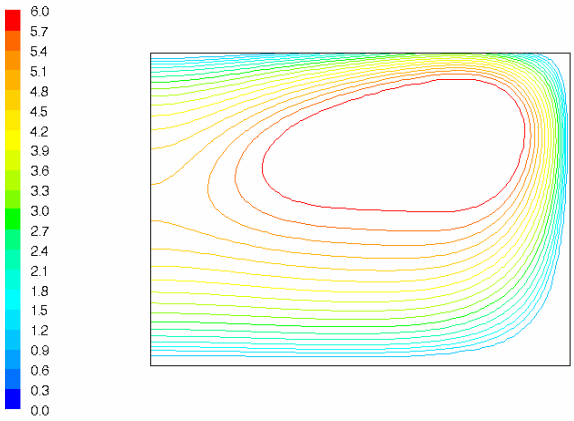


figure III.21 : Isovaleurs de la conductivité thermique pour une puissance injectée totale de 30 kW et un coefficient d'échange de 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$.

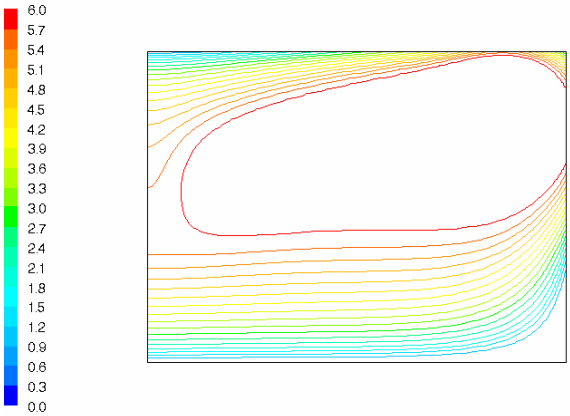


figure III.22 : Isovaleurs de la conductivité thermique pour une puissance injectée totale de 50 kW et un coefficient d'échange de 100 $W.m^{-2}.K^{-1}$.

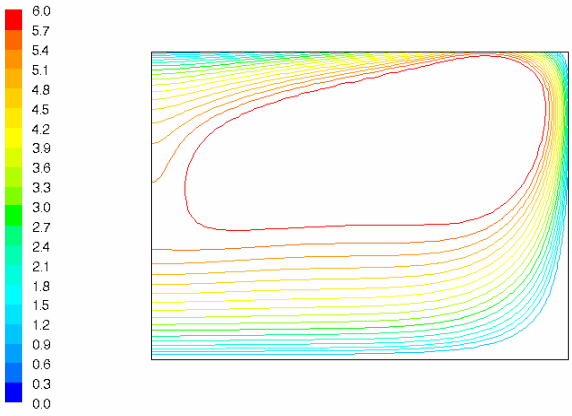


figure III.23 : Isovaleurs de la conductivité thermique pour une puissance injectée totale de 50 kW et un coefficient d'échange de 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$

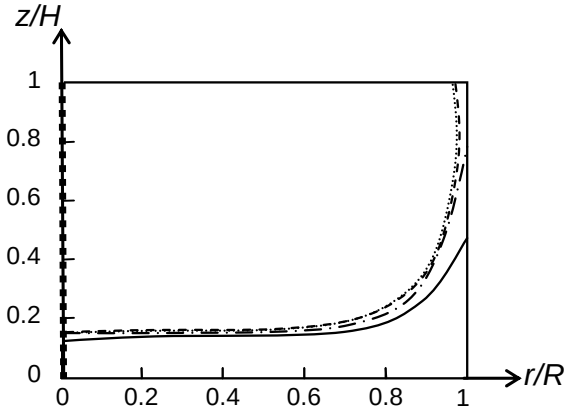


figure III.24 : Limite de l'autocreuset. P=50kW. CAS 1 : ——, CAS 2 : – · –, CAS 3 : – –, CAS 4 : ····.

Etude de la distribution de la température

La température maximale dans le bain de verre croît avec la puissance injectée, comme le montre la figure III.25. On remarque qu'elle est très proche pour les cas 2, 3, 4 et 5 pour les différents coefficients d'échange et ce quelque soit la puissance injectée (figure III.25). En présence de l'autocreuset, la température maximale augmente quand les coefficients d'échange augmentent, tandis que la température moyenne diminue (figure III.26). Néanmoins, les écarts relatifs entre les températures maximales des cas 2, 3, 4 et 5 sont très faibles : ils sont inférieurs à 1%. Le même ordre de grandeur est atteint pour les températures moyennes. De plus, les écarts relatifs entre le cas 1 et les cas 2, 3, 4, 5 atteignent les 5%.

Le tracé des profils de température sur différentes lignes, en présence de l'autocreuset (cas 2, 3, 4 et 5), précise que les variations des coefficients d'échange influencent principalement les résultats près des parois (figure III.27 et figure III.28). Par conséquent, le choix du coefficient d'échange est motivé par la valeur de la température en paroi. Cependant des mesures de température ne sont pas envisageables dans cette zone, car la présence de thermocouple perturberait non seulement la distribution de température mais aussi la distribution des courants électriques. Il n'est donc pas possible de conclure sur le choix précis du coefficient d'échange pour les parois latérales.

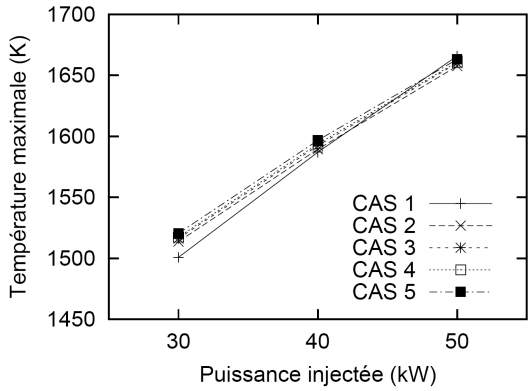


figure III.25 : Température maximale dans le bain de verre en fonction de la puissance injectée pour différents coefficients d'échange.

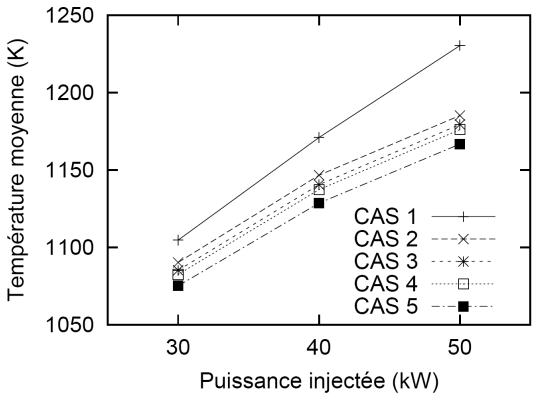


figure III.26 : Température moyenne dans le bain de verre en fonction de la puissance injectée pour différents coefficients d'échange.

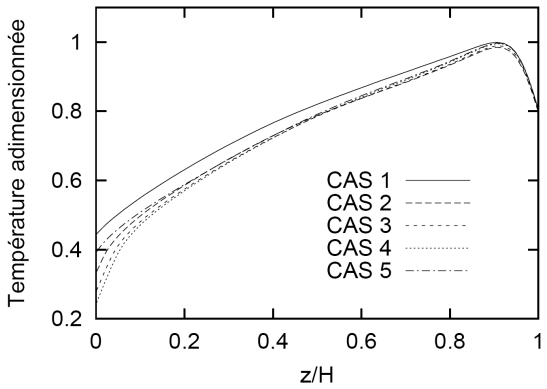


figure III.27 : Température adimensionnée en fonction de la position verticale adimensionnée par la hauteur du bain de verre pour différents coefficients d'échanges. r = 0,2 m.

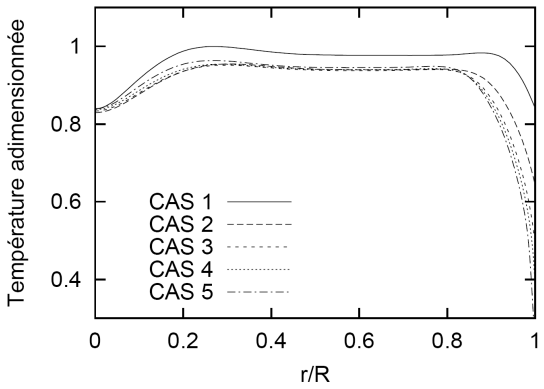


figure III.28 : Température adimensionnée en fonction de la position horizontale adimensionnée par le rayon du bain de verre pour différents coefficients d'échanges. z = 0,1 m.

3.1.2.2. Sur la sole

Une étude similaire a été effectuée pour le choix du coefficient d'échange sur la sole. Les résultats montrent que l'autocreuset est représentatif si le coefficient d'échange est supérieur à 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$. De même, les profils dans le bain de verre sont identiques pour des valeurs supérieures.

3.1.3. Conclusions

Les valeurs des coefficients d'échange pour les parois latérales et la sole doivent être suffisamment élevées pour représenter la couche de verre solide. Lorsque l'autocreuset est modélisé, une augmentation des coefficients d'échange entraîne uniquement une modification de la distribution de la température dans la zone proche des parois. On note aussi un effet d'autorégulation, liée à la présence de l'autocreuset, lorsque la puissance injectée varie. En effet, la température maximale du bain varie assez peu[1] et c'est l'autocreuset qui adapte son épaisseur.
L'étude de sensibilité, concernant le coefficient d'échange pour les aspects convectifs à la surface libre, est détaillée dans l'annexe 3. En première approximation, le chapitre II (page 34) évalue ce coefficient à 20 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Les calculs ont été effectués pour plusieurs coefficients d'échange compris entre 20 et 150 $W.m^{-2}.K^{-1}$. Toutefois, les distributions de vitesse et de température sont peu sensibles à cette grandeur, excepté près de la surface libre. Ceci s'explique par la prépondérance des flux thermiques d'origine radiative.

3.2. Influence de l'effet Marangoni

Cette partie s'attache à étudier l'influence de l'effet Marangoni sur les distributions dans le bain de verre. Après avoir rappelé quelques notions théoriques, une comparaison des profils obtenus en prenant en compte et en négligeant les phénomènes thermocapillaires est détaillée.

[1] Une augmentation de la puissance Joule totale injectée de 40% entraîne une augmentation de 10% de la température maximale.

3.2.1. *La théorie*

Les effets thermocapillaires ou effets Marangoni mettent en mouvement un fluide en présence d'une variation de la tension superficielle σ_s. Les gradients de température à la surface libre d'un bain peuvent être à l'origine de ces variations. La contrainte de Marangoni, s'appliquant au niveau de la surface libre, s'exprime par :

$$\tau = \gamma \nabla_S T \tag{III.15}$$

$\nabla_S T$ désignant le gradient horizontal de température à la surface du bain et γ la dérivée de la tension superficielle avec la température, définie par :

$$\gamma = \frac{\partial \sigma_s}{\partial T} \tag{III.16}$$

Pour la plupart des fluides, γ peut être approchée par une constante. Dans le cas du verre, cette constante est de l'ordre de -10^{-4} N.m^{-1}.K^{-1} (Scholze (1980)).

La vitesse caractéristique d'une particule fluide appartenant à la surface libre d'un bain plat peut être évaluée en équilibrant la force de dissipation visqueuse agissant sur un volume élémentaire d'épaisseur h (III.17) à la force induite par la variation de la tension de surface et s'appliquant sur la surface l^2 (III.18).

$$\left|\vec{f_\nu}\right| \sim \mu \frac{U}{h} l^2 \tag{III.17}$$

$$\left|\vec{f_\gamma}\right| \sim l^2 \gamma \frac{\partial T}{\partial r} \tag{III.18}$$

On obtient alors la loi suivante :

$$U_{capillaire} = \frac{\gamma \Delta T h}{\mu D} \tag{III.19}$$

Pour notre configuration, un écart de température de 500 degrés donne, pour une viscosité de 1 Pa.s, une vitesse caractéristique de l'ordre du centimètre par seconde, si l'on considère que le fluide est entraîné sur toute la hauteur du bain. Cet ordre de grandeur est un majorant de la vitesse car les effets thermocapillaires ne mettent pas en mouvement le fluide sur toute la hauteur du bain. De plus, la viscosité en surface libre est sous-estimée lors du calcul car cette valeur de la viscosité correspond à une température de verre de l'ordre de la température maximale du bain (1550 K). Toutefois, il semble que les effets Marangoni soient prédominants sur les effets thermogravitaires en surface du bain.

3.2.2. *Les résultats numériques*

Les calculs ont été effectués pour deux valeurs de la puissance Joule totale injectée dans le bain de verre : 30 et 55 kW. La dérivée de la tension superficielle est fixée dans les deux cas à -10^{-4} N.m^{-1}.K^{-1}. En accord avec la section précédente, les coefficients d'échange thermique sont fixés à 300 W.m^{-2}.K^{-1} sur la sole et le creuset et à 20 W.m^{-2}.K^{-1} à la surface libre. Une valeur de 303 K est imposée pour la température de l'eau de refroidissement T_{eau}. A la surface libre, les températures de référence pour les phénomènes convectifs T_a et radiatifs T_{ar} sont respectivement de 303 K et de 423 K. L'émissivité du verre à la surface libre est fixée à 0,9 [C_5]. Ces conditions aux limites seront conservées jusqu'à la fin du chapitre.

Pour une puissance totale injectée de 30 kW, les profils de température et de vitesse obtenus en considérant ou en négligeant les effets thermocapillaires sont quasiment confondus ; les écarts relatifs ne dépassent pas 5%. Au contraire, lorsque que la puissance est fixée à 55 kW, les résultats numériques soulignent la forte influence des phénomènes thermocapillaires sur l'ensemble du bain. La figure III.29 illustre la modification des champs de vitesse à la surface libre du bain. On remarque que les effets thermocapillaires multiplient les vitesses par 3 dans cette zone. Concernant le champ de température en surface libre du bain, les effets thermocapillaires augmentent d'une centaine de degrés le maximum de la température tout en le décalant vers le centre du bain (voir figure III.30). Plus précisément, la déformation des isothermes en présence des effets thermocapillaires est visible sur la figure III.35-a-b. Cette figure met en évidence que les modifications du champ de température liées aux effets thermocapillaires sont localisées principalement sous la surface libre. Ceci est confirmé par la figure III.32 et la figure III.34 représentant les profils de température sur l'axe de symétrie et sur une ligne horizontale traversant le cœur du bain. Par opposition, les profils de vitesse sont fortement perturbés dans le cœur du bain. On observe sur la figure III.31 et la figure III.33 un écart maximal d'environ 40% entre les calculs avec et sans effets thermocapillaires. Il est donc nécessaire de prendre en compte les effets thermocapillaires pour décrire précisément les distributions de vitesse et de température sur l'ensemble du bain de verre pour cette gamme de puissance.

La forte influence des effets thermocapillaires pour une puissance Joule totale de 55 kW peut s'expliquer par la présence en surface libre de gradients thermiques élevés. Ces gradients sont plus forts que dans le cas d'une puissance Joule totale injectée de 30 kW (voir figure III.35-b-c) car la température du bain augmente et la température de la paroi du creuset reste similaire. L'expansion de la zone chaude et sa remontée vers la surface libre renforce l'augmentation du gradient.

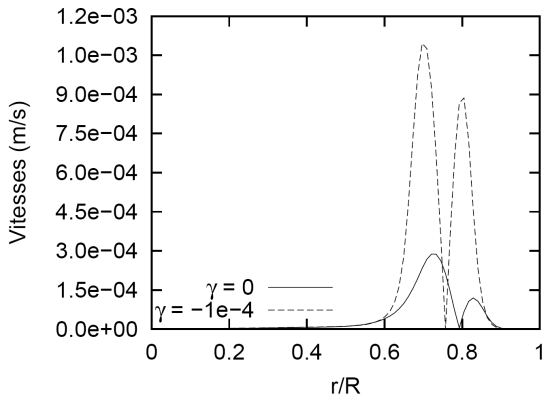


figure III.29 : Profils des vitesses en surface libre avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

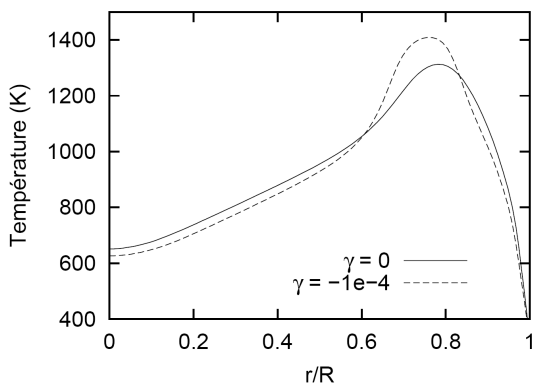


figure III.30 : Profils de température en surface libre avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

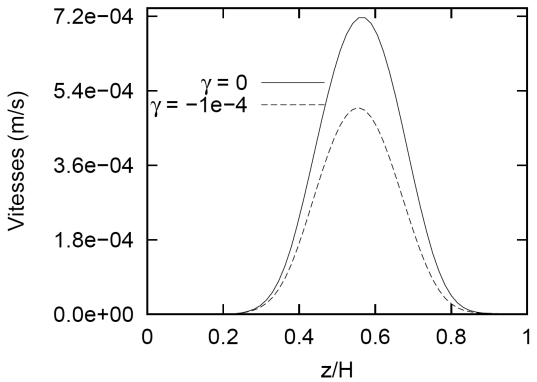


figure III.31 : Profils des vitesses sur l'axe de symétrie avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

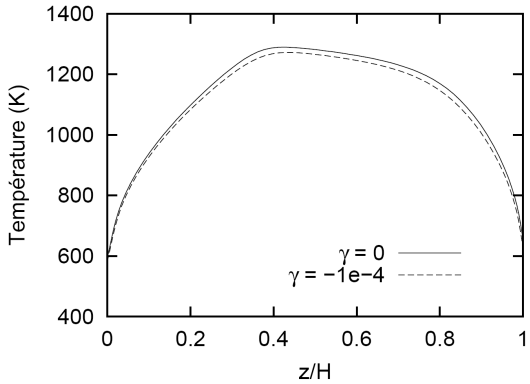


figure III.32 : Profils de température sur l'axe de symétrie avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

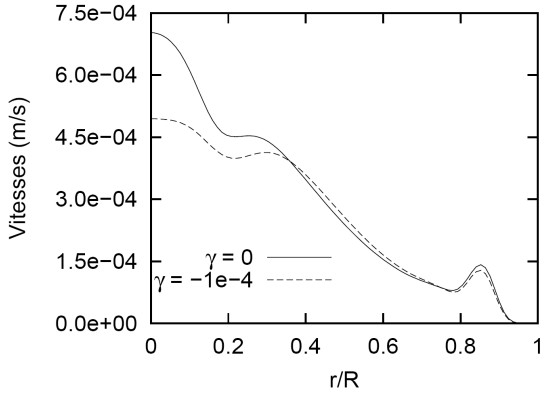


figure III.33 : Profils des vitesses en z = 0,100 m avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

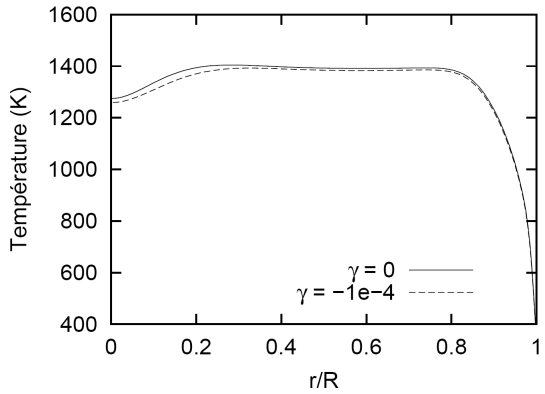


figure III.34 : Profils de température en z = 0,100 m avec et sans modélisation des effets thermocapillaires. P = 55 kW.

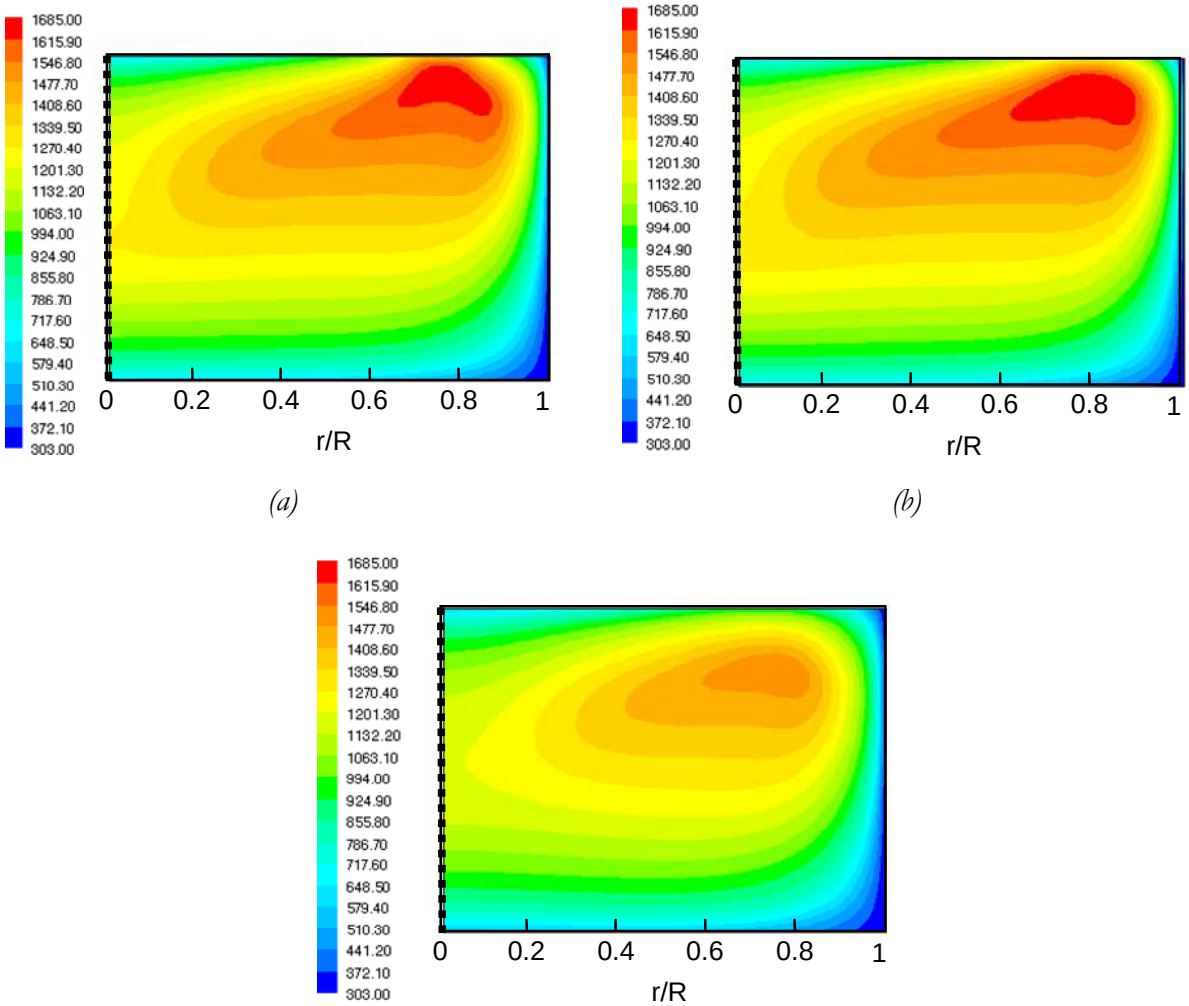


figure III.35 : Distributions de température obtenue après couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. (a) P = 55 kW, γ= -10^{-4} N.m^{-1}.K^{-1}. (b) P = 55 kW, γ= 0. (c) P = 30 kW, γ= -10^{-4} N.m^{-1}.K^{-1}.

3.3. Distributions dans le bain de verre

Dans ce paragraphe, la puissance Joule totale injectée dans la charge est de 55 kW, conformément aux résultats expérimentaux. Les valeurs des paramètres choisies pour les conditions aux limites ont été détaillées dans le paragraphe précédent.

La figure III.36 et la figure III.37 représentent les cartes de densité de puissance Joule obtenues en début de couplage et une fois la convergence atteinte. Les distributions de densité de puissance Joule présentées dans cette section sont adimensionnées par leur valeur maximale atteinte dans le bain de verre : 1,2.10^{7} W.m^{-3}. Les différences entre ces deux cartes soulignent la nécessité du couplage ; la zone où la puissance maximale est injectée se décale vers le centre du bain au cours des itérations de couplage. Une trentaine d'itérations est nécessaire pour atteindre la convergence. Le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ obtenu à la fin du couplage est visible sur la figure III.40. Comme attendu, le champ est le plus fort près des parois du creuset à proximité de l'inducteur. La valeur maximale de la norme du champ $\vec{B}$ est de 0,007 T.

Le champ de température obtenu après convergence est détaillé sur la figure III.39. La température maximale est de 1660 K. Elle est atteinte à la périphérie de la partie haute du bain. Cela correspond à la zone où la densité de puissance Joule injectée est maximale (figure III.37). Cette source de chaleur entraîne l'ascension du fluide vers la surface du bain par thermoconvection. Le champ de vitesse est présenté sur la figure III.38. Deux zones de recirculation se créent : la moins étendue est alimentée par la descente du fluide le long de la paroi refroidie, la principale se referme sur l'axe du creuset. La recirculation principale entraîne le verre froid situé en surface vers le fond du creuset ce qui conduit à une déformation des isothermes sur le fond du creuset (figure III.39). La vitesse maximale se situe à la surface libre du bain, elle est engendrée par les effets thermocapillaires, présentés précédemment. Sa norme est de l'ordre d'un millimètre par seconde.

La distribution de conductivité électrique calculée à partir du champ de température obtenu à la convergence est visible sur la figure III.41. Les valeurs atteintes balaient une large gamme, elles sont comprises entre 8.10^{-10} et 27 $\Omega^{-1}.m^{-1}$.

La figure III.42 et la figure III.43 détaillent respectivement les densités de force électromagnétique et les densités de force thermogravitaire dans le bain. Ces résultats confirment la possibilité de négliger les forces électromagnétiques lors des calculs : ces dernières sont inférieures à 7 $N.m^{-3}$ tandis que les forces thermogravitaires sont proches de 1130 $N.m^{-3}$, les deux densités de force étant maximales dans la même zone.

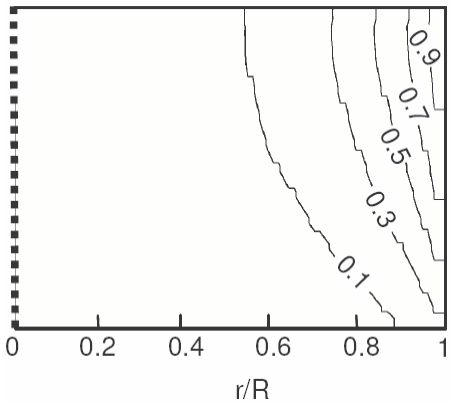


figure III.36 : Densité de puissance Joule normalisée obtenue à la 5ème itération du couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

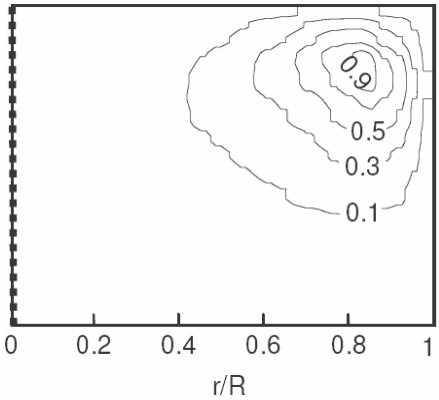


figure III.37 : Densité de puissance Joule normalisée obtenue à la convergence du couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

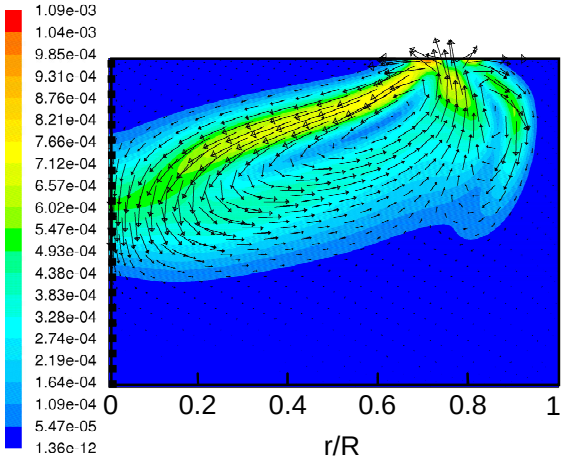


figure III.38 : Vecteurs vitesses et isocontours ($m.s^{-1}$) obtenus par couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

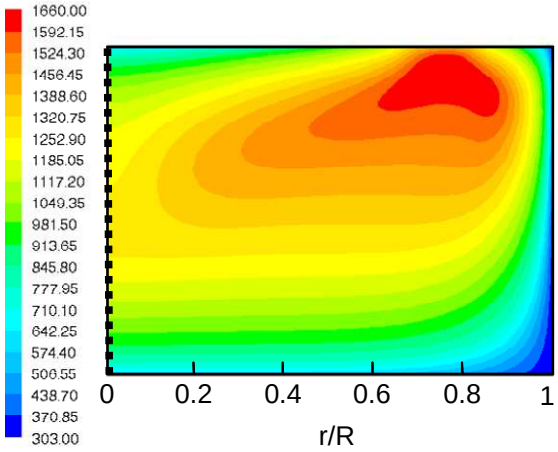


figure III.39 : Distribution de température (K) obtenue par couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

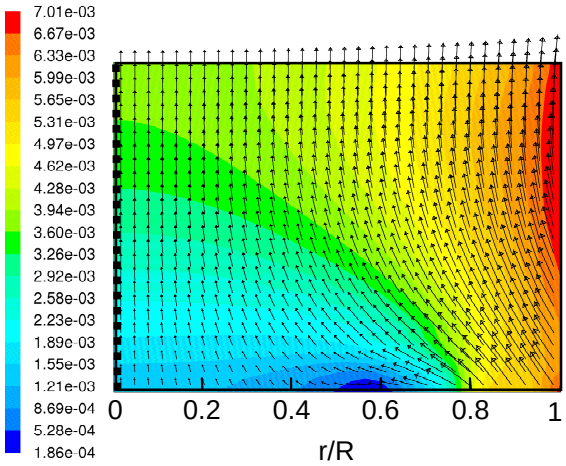


figure III.40 : Induction magnétique (T) obtenu à la fin du couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

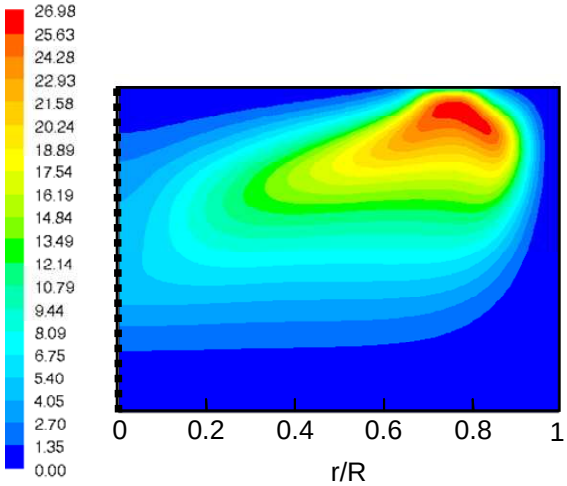


figure III.41 : Distribution de conductivité électrique ($\Omega^{-1}.m^{-1}$) obtenue par couplage dans la configuration 2D-axisymétrique. P = 55 kW.

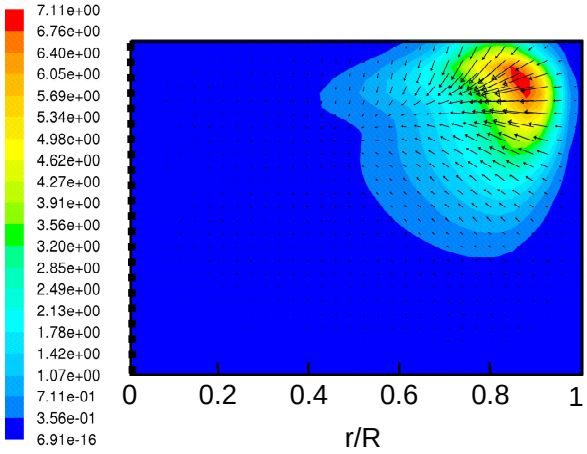


figure III.42 : Vecteurs et isocontours de la densité de la force électromagnétique ($N.m^{-3}$). P = 55 kW.

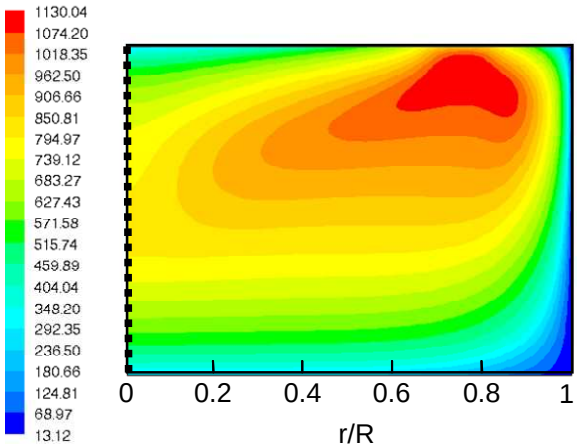


figure III.43 : Isocontours de la densité de la force thermogravitaire ($N.m^{-3}$). P = 55 kW.

3.4. Bilan de puissances thermiques

Cette partie s'attache à présenter des bilans de puissances échangées pour le calcul détaillé dans le paragraphe précédent.

Le bilan de puissances thermiques échangées sur les différentes frontières du bain est précisé dans le tableau III.5. Ces valeurs correspondent aux puissances thermiques extraites du bain de verre en fusion. Elles sont obtenues à la convergence du couplage. On remarque que les transferts thermiques sont faibles sur la sole, en comparaison aux puissances échangées par les parois du creuset et par la surface libre. Ceci s'explique par un brassage hydrodynamique moins fort dans cette zone, impliquant des gradients thermiques plus faibles.

tableau III.5 : Bilan de puissances thermiques échangées par toutes les frontières du bain. Résultats numériques calculés avec le logiciel Fluent.

Eléments	**Puissance échangée** *(kW)*
Sole	3,7
Surface libre	30,8
Parois latérales	20,5
Verre	**55,0**

Les puissances dissipées par effet Joule sur les différents éléments sont détaillées dans le tableau III.5. Ces valeurs sont obtenues avec le logiciel Ophelie après convergence du couplage. Le rendement de cette installation, défini comme le rapport entre la puissance injectée dans le verre et la puissance totale dissipée sur l'ensemble des structures, atteint 56%. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre IV (paragraphe 3.1.2).

Un calcul électromagnétique, reprenant les mêmes caractéristiques mais en supprimant la charge de verre, a ensuite effectué afin de vérifier si la méthode expérimentale utilisée pour le calcul de la puissance Joule totale était précise. Cette méthode suppose que les puissances électriques dissipées dans les structures sont identiques avec ou sans charge de verre, elle est détaillée dans la section 1.2.1. Ce calcul sans charge permet de déterminer dans quelle mesure la charge de verre perturbe la distribution des puissances dans les structures. Le module de la tension aux bornes de l'inducteur est identique au calcul avec charge, il est fixé à 15 kV. Les résultats, résumés dans le tableau III.6, mettent en évidence des écarts faibles, inférieurs à 1%, entre les puissances dissipées à vide et avec la charge de verre. La méthode de calcul, utilisée lors des essais, pour déterminer la puissance Joule injectée dans le verre est donc justifiée et relativement précise.

tableau III.6 : Puissances électriques dissipées calculées sur les différentes structures à vide ou avec la charge de verre. Le module de la tension aux bornes de l'inducteur est fixé à 15 kV. Résultats numériques calculés avec le logiciel Ophelie.

	Puissances dissipées calculées *(kW)*	
Eléments	**Avec la charge de verre**	**A vide**
Sole	2,305	2,327
Creuset froid	35,168	35,360
Inducteur	6,003	6,022
Verre	55,000	-
TOTAL	**98,5**	

3.5. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques

Cette partie concerne la comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour les profils de température. Les calculs présentés dans cette section ont été effectués avec le modèle 2D-axisymétrique détaillé dans la section 2. En accord avec les résultats expérimentaux, la puissance Joule totale injectée dans le bain est fixée à 55 kW lors de la résolution.

Les profils de température obtenus numériquement et expérimentalement sur les quatre thermocouples sont visibles sur la figure III.44, la figure III.45, la figure III.46 et la figure III.47. La position des cannes de mesure est détaillée sur la figure III.3. Les barres d'erreur sur les données expérimentales correspondent à ±50 degrés, ce qui représente au maximum 5% de la valeur de la température. Cette valeur est calculée en considérant l'erreur due à la précision de la position du thermocouple dans le fond de la canne de mesure ; elle est estimée à un centimètre. D'autre part, les barres d'erreur sont évaluées en considérant la précision de la position verticale de la canne qui est de l'ordre de 5 millimètres.

La comparaison des résultats souligne une évolution analogue des températures d'un point de vue qualitatif, cependant quelques différences existent. Les températures sur le thermocouple TC0 obtenues par le calcul sont beaucoup plus faibles que les températures mesurées expérimentalement. L'écart est de l'ordre de 400 degrés sur ce thermocouple. Concernant les thermocouples TC0, TC1 et TC2, l'ordre de grandeur des profils numériques et expérimentaux sont identiques. Toutefois, on remarque sur ces profils un décalage de la position verticale de la valeur maximale de la température entre les deux séries de résultats. Expérimentalement, ce maximum se situe entre 60% et 80% de la hauteur du bain et il dépasse 80% avec le calcul, pour les trois thermocouples.

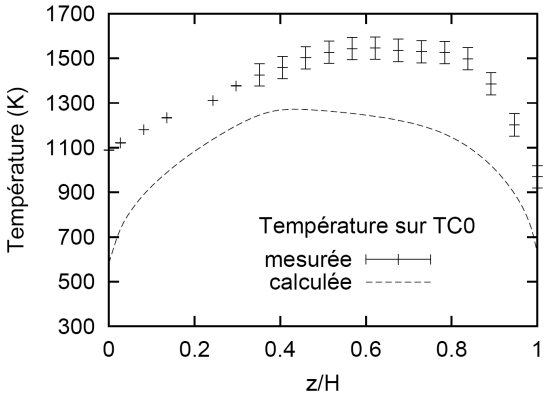


figure III.44 : Profils des températures numériques et expérimentales sur le thermocouple TC0. P = 55 kW.

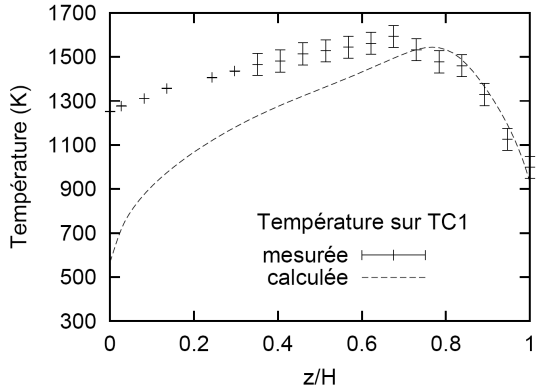


figure III.45 : Profils des températures numériques et expérimentales sur le thermocouple TC1. P = 55 kW.

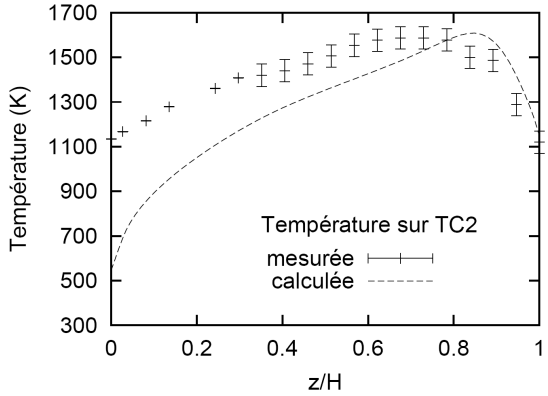


figure III.46 : Profils des températures numériques et expérimentales sur le thermocouple TC2. P = 55 kW.

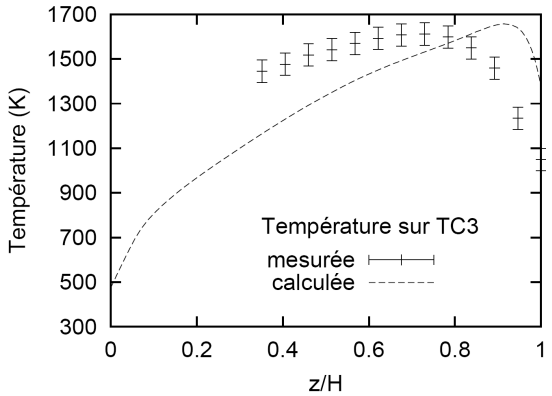


figure III.47 : Profils des températures numériques et expérimentales sur le thermocouple TC3. P = 55 kW.

Afin de déterminer dans quelle mesure un certain nombre de paramètres influence les résultats numériques, une étude de sensibilité a été effectuée pour les propriétés physiques, le maillage… Elle est détaillée dans l'annexe 3. Une des conclusions de ces travaux est la nécessité de connaître précisément les propriétés physiques du verre sur une large gamme de température pour espérer une comparaison précise des résultats numériques et des mesures. En effet, les profils numériques restent identiques d'un point de vue qualitatif pour l'ensemble des propriétés physiques testées toutefois des différences quantitatives importantes sont observables. Néanmoins, les résultats numériques et expérimentaux présentent les mêmes différences que celles exposées précédemment : les ordres de grandeur des températures ne correspondent pas sur le thermocouple TC0 et la position verticale de la température maximale évolue peu lorsque l'on change les propriétés physiques du verre.

Finalement, ces écarts pourraient s'expliquer par la présence de phénomènes tridimensionnels dans le bain de verre. En effet, lors des essais, les distributions de température observées à la surface du bain semblent tridimensionnelles. Deux phénomènes semblent en être à l'origine. D'une part, les instruments de mesure créent un refroidissement local, le caractère axisymétrique du bain de verre est perdu. D'autre part, les effets thermocapillaires semblent engendrer des phénomènes instables et tridimensionnels à la surface du bain de verre.

Afin d'étudier ces phénomènes tridimensionnels, une modélisation pseudo-3D, prenant en compte les cannes de mesure et les phénomènes thermocapillaires, a été mise en place. Le paragraphe suivant expose ce modèle.

4. Le modèle pseudo-3D

Le modèle pseudo-3D reprend les hypothèses (propriétés physiques, équations, discrétisation...) considérées pour la modélisation 2D-axisymétrique, détaillée dans la section 2 (page 54).

La procédure de calcul mise en place suit les étapes suivantes :

1. Un calcul complet est réalisé avec le couplage Ophelie-Fluent dans la configuration 2d-axisymétrique. Les thermocouples ne sont pas modélisés dans cette étape.
2. La carte de densité de puissance Joule obtenue est rendue tridimensionnelle par rotation dans la direction azimutale.
3. Cette carte de densité de puissance est injectée dans une configuration tridimensionnelle où les thermocouples sont représentés (voir figure III.48). Les phénomènes thermohydrodynamiques sont ensuite résolus.

Cette méthode est envisageable car la distribution de densité de puissance Joule est peu perturbée par la présence des cannes d'alumine. Nous reviendrons sur ce point dans la partie 5.

Les instruments de mesure sont modélisés complètement (figure III.49) :

- ✓ les propriétés physiques de la canne d'alumine et de l'air contenu dans la canne sont prises en compte lors du calcul
- ✓ l'air est supposé au repos
- ✓ une condition d'adhérence est imposée sur les cannes
- ✓ un flux de la forme $\varphi = -\lambda(T - T_\infty)/L$ est imposé sur la limite extérieure de la canne de longueur L et de conductivité thermique λ. La longueur de la canne est fixée à 0,5 mètre et la conductivité thermique à 40 W.m^{-1}.K^{-1}. La température T_∞ est égale à 293 K.

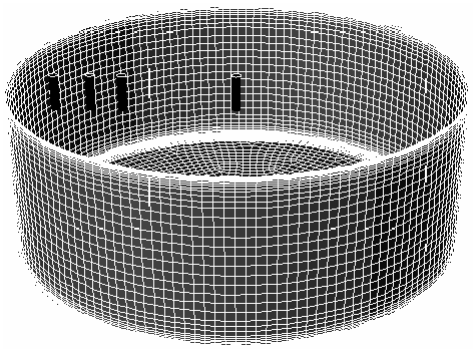


figure III.48 : Maillage thermohydrodynamique pour la cuve et les instruments de mesure.

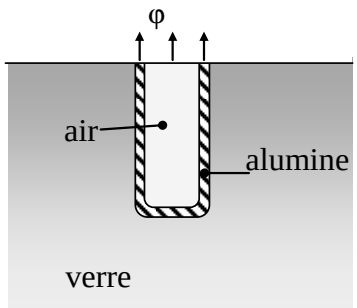


figure III.49 : Schéma de la canne d'alumine modélisée.

5. Etude avec le modèle pseudo-3D

Afin de comprendre l'influence des instruments de mesure et des phénomènes thermocapillaires sur les distributions dans le bain de verre, ces deux aspects ont été traités séparément. Les deux paragraphes suivants analysent ces phénomènes. Une confrontation des résultats numériques et expérimentaux termine enfin ce chapitre.

5.1. Effets des instruments de mesure

Les observations expérimentales et les résultats numériques ont montré que le bain de verre devenait instable du fait des phénomènes thermocapillaires lorsque la puissance Joule totale injectée dans le bain augmentait. Précisément, nous avons mis en évidence que le bain devenait instable quand la puissance Joule totale était supérieure à 45 kW (voir section suivante 5.2). Ainsi, dans cette section, nous avons choisi de fixer la puissance Joule totale à 30 kW afin de visualiser uniquement l'influence des cannes de mesure sur les distributions.

La modification de la thermohydrodynamique du bain apportée par la présence des thermocouples est visible sur la figure III.50. Les cannes d'alumine entraînent une déformation des isothermes : une zone de verre froid se crée autour des cannes. Ce refroidissement a pu être observé lors des essais. Expérimentalement, les zones froides se caractérisent par un verre très foncé dont la couleur tend vers le noir. La position des cannes, de la configuration présentée sur la figure III.51, ne correspond pas à celle étudiée dans ce chapitre, toutefois, deux doigts de verre froid connectant les tubes d'alumine à la zone centrale sont visibles. Leur forme est très proche de celle obtenue numériquement (figure III.50).
La modélisation numérique présente l'avantage de donner une représentation en volume du bain de verre. Ainsi, on peut observer que le refroidissement se développe sur toute la longueur des cannes d'alumine. Ceci est visible sur la figure III.52 et la figure III.53 détaillant la distribution de température et les vecteurs vitesses dans le plan vertical coupant l'axe des cannes d'alumine. La présence des cannes induit une diminution de l'étendue de la zone chaude et son déplacement vers les parois du creuset, par comparaison à la partie du bain sans canne de mesure. Ces modifications peuvent s'expliquer par la création de points d'arrêt sur ces cannes d'alumine. La chaleur advectée dans cette zone est alors moins importante ce qui engendre un refroidissement autour des tubes d'alumine. Précisément, la baisse des températures est de l'ordre de 5 à 10% par rapport au cas sans cannes d'alumine. La figure III.54 illustre cet aspect : la température adimensionnée est tracée en fonction de la position azimutale sur deux rayons de la cuve. On peut noter que la température est perturbée sur environ 90 degrés autour des instruments de mesure. Sur l'ensemble de la cuve, la distribution de température est modifiée dans une zone définie par un secteur d'angle 90 degrés centré sur les cannes. En dehors de cette zone, la distribution de température est parfaitement axisymétrique et identique à celle obtenue avec le couplage 2d-axisymétrique. Des résultats similaires sont obtenus pour le champ de vitesse.
La faible variation de température près des cannes d'alumine impose une modification de la conductivité électrique de 30 à 50% selon la valeur de la température. Ces variations ne sont pas négligeables, néanmoins, la perturbation de la conductivité électrique reste localisée près des cannes. La densité de puissance Joule est donc faiblement perturbée sur l'ensemble du bain. Cela confirme la possibilité d'utiliser, en première approximation, une distribution axisymétrique pour la densité de puissance Joule.

Enfin, il est important de souligner que la présence de ces instruments de mesure crée un déplacement de l'isotherme maximale dans le bain. Sans canne d'alumine, le maximum en température est situé à environ 90% de la hauteur du bain, et avec cannes entre 60 et 80%, ce qui est cohérent avec les résultats expérimentaux. Une comparaison précise des profils numériques et expérimentaux sera présentée dans le paragraphe 5.3.2 de ce chapitre.

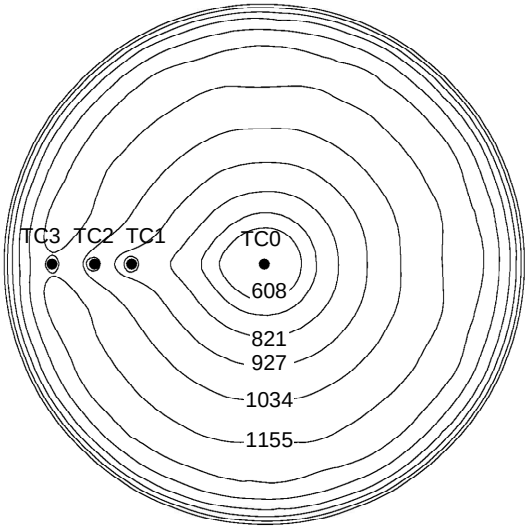


figure III.50 : Température à la surface libre du bain (K). Distribution obtenue avec le calcul thermohydrodynamique 3D. La distribution de puissance Joule injectée est issue du couplage 2D-axisymétrique. P = 30 kW.

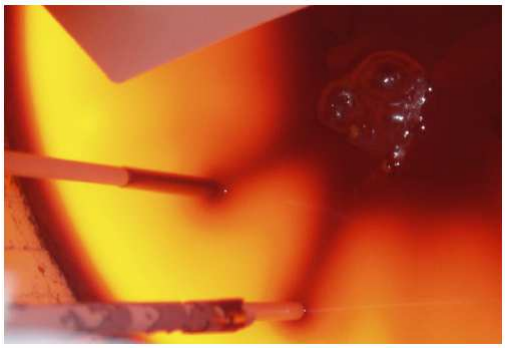


figure III.51 : Photographie de la surface libre du bain. Les 2 cannes d'alumine sont disposées sur un même rayon dans la direction azimutale.

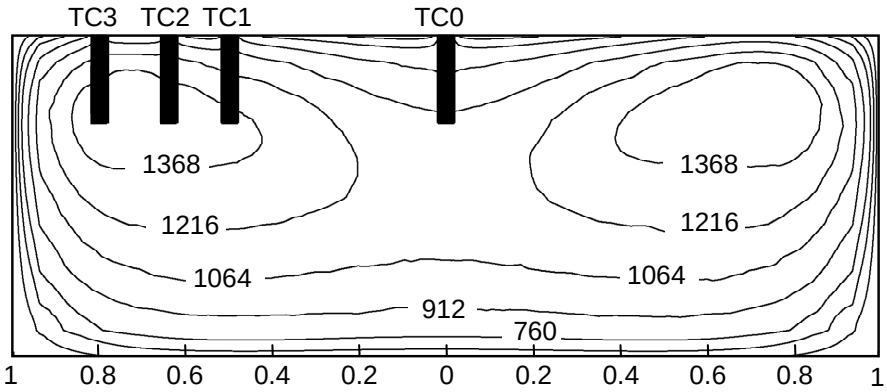


figure III.52 : Température dans le plan méridien coupant l'axe des thermocouples (K). Distribution obtenue avec le calcul thermohydrodynamique 3D. La distribution de puissance Joule injectée est issue du couplage 2D-axisymétrique. P = 30 kW.

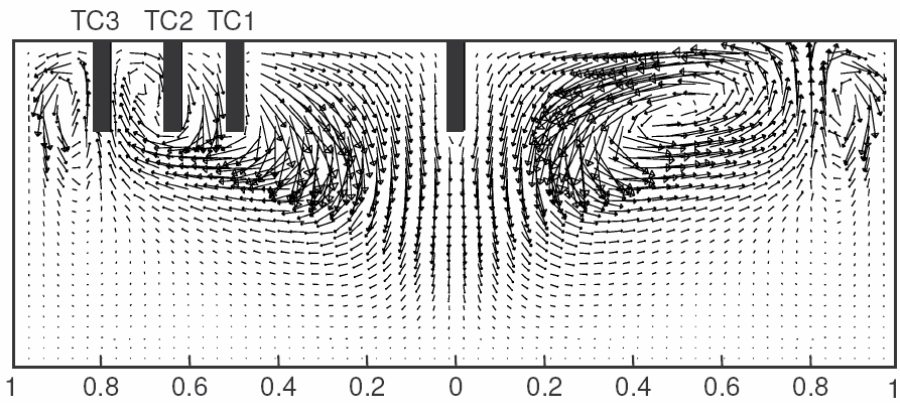


figure III.53 : Vecteurs vitesse dans le plan méridien coupant l'axe des thermocouples pour le calcul thermohydrodynamique 3D. La distribution de puissance Joule injectée est issue du couplage 2D-axisymétrique. P = 30 kW.

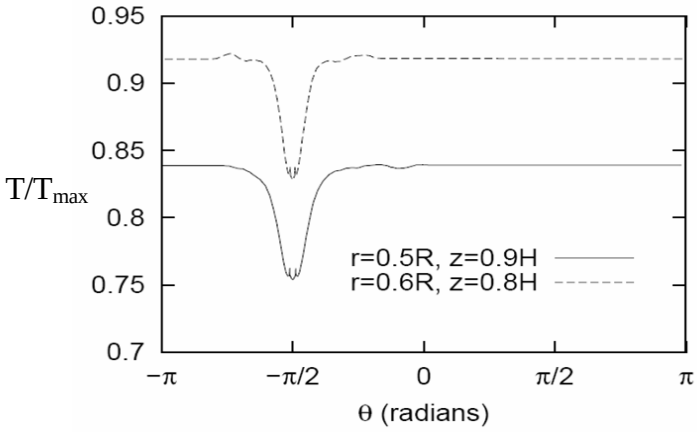


figure III.54 : Evolution de la température adimensionnée sur deux rayons de la cuve. Les cannes d'alumine sont positionnées à -π/2 radians. P = 30 kW.

5.2. Effets des phénomènes thermocapillaires

Lors des essais, différents régimes d'écoulement ont pu être observés en surface libre : le bain se déstabilise quand la température de la charge augmente. Pour une température mesurée dans le bain de l'ordre de 1575 K, le bain est fortement axisymétrique (figure III.51), tandis que pour une température d'environ 1675 K, les distributions de température et de vitesse sont perturbées (figure III.55).

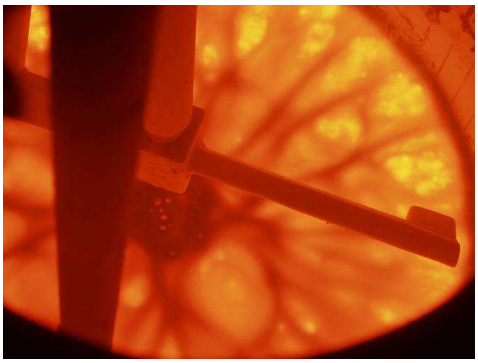


figure III.55 : Photographie de la surface libre du bain pour une température mesurée de l'ordre de 1675 K.

Numériquement, les mêmes régimes d'écoulement ont pu être obtenus pour γ = -10^{-4} N.m^{-1}.K^{-1}. Une étude de sensibilité au maillage a été effectuée afin de s'assurer de la qualité du maillage. Un maillage quasiment axisymétrique a été mis en place afin de ne pas perturber les instabilités. Avec ce maillage, les instabilités apparaissent pour une température de l'ordre de 1610 K, ce qui correspond à une puissance Joule totale injectée dans le bain de verre de 45 kW. L'évolution des profils de température à la surface libre du bain avec la puissance Joule totale sont visibles sur la figure III.50 pour 30 kW et sur la figure III.56 pour des puissances comprises entre 45 kW et 55 kW. La modélisation numérique reproduit fidèlement la transition entre les deux régimes. Avec les calculs, la température limite où se déclenche l'instabilité est comprise entre les températures où chaque régime a pu être observé lors des essais. La représentation de ces instabilités, lors des calculs, permet de confirmer la fiabilité du modèle numérique. La déstabilisation semble plus intense lors des essais, celle-ci peut être liée à des phénomènes chimiques, non pris en compte dans cette modélisation. Par la suite, nous ne nous sommes pas attachés à analyser en détails ces instabilités mais plutôt à développer une compréhension des phénomènes observés.

L'analyse des gradients thermiques dans le bain de verre met en évidence la présence d'un gradient instable près de la surface libre. La figure III.57 montre une représentation schématique des gradients thermiques dans le bain. Ce gradient instable est créé par l'injection de la densité de puissance Joule à environ 5 centimètres sous la surface libre, tandis que cette dernière est refroidie par le rayonnement. Ainsi, lorsque que le gradient devient fort, le bain se déstabilise et il se développe des remontées de fluide chaud qui sont réparties régulièrement à la surface libre (voir figure III.58-a). Ces instabilités sont stationnaires dans la gamme de puissance étudiée et elles ne sont visibles que dans la zone du gradient instable. Dans la zone stable, le bain est uniquement déformé par la présence des cannes de mesure (voir figure III.58-b). Finalement, en dehors de la zone d'influence des cannes d'alumine, les distributions de vitesse et de température obtenues avec le modèle 3D (voir figure III.58-c et figure III.59) ne diffèrent de celles calculées avec le modèle 2D-axisymétrique (voir figure III.38 et figure III.39) que dans la partie supérieure du bain et particulièrement à la surface libre. Les différences observées entre les températures expérimentales et celles obtenues avec le modèle 2D-axisymétrique ne peuvent donc pas être expliquées en prenant en compte uniquement les phénomènes thermocapillaires avec ce calcul tridimensionnel. Les cannes de mesure influencent plus fortement les distributions de température au cœur du bain.
Par ailleurs, on a pu mettre en évidence que les phénomènes thermocapillaires augmentent le caractère instable du bain. En effet, si l'on néglige ces phénomènes, les instabilités apparaissent vers 70 kW.

Dans la littérature, les instabilités thermocapillaires et thermogravitaires se caractérisent par les nombres de Marangoni (III.20) et de Rayleigh (III.21).

$$Ma = \frac{\gamma \Delta T L}{\rho \alpha \nu} \tag{III.20}$$

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu \alpha} \tag{III.21}$$

ΔT et L désignant un écart de température et une longueur caractéristiques. La hauteur de fluide où le gradient thermique est instable peut être choisie comme valeur pour la longueur L.

En fonction des valeurs de ces nombres adimensionnels, différents types d'instabilités sont observées : les rouleaux corotatifs (Mancho et Herrero (2000) et Riley et Neitzel (1998)), les rouleaux longitudinaux (Daviaud et Vince (1993)), les ondes hydrothermales (Burguete *et al.* (2001) et Hoyas *et al.* (2005))… Les valeurs critiques dépendent de la géométrie étudiée et de la position des parois froides ou chaudes. Néanmoins, dans tous les cas, l'écoulement est d'autant plus perturbé et instationnaire que ces nombres sont grands. La plupart des travaux sur cette thématique concernent des fluides à propriétés physiques constantes et le chauffage (et/ou le refroidissement) est externe au bain. Aucune étude ne semble s'intéresser aux instabilités qui se développent lors de chauffage par induction. De plus, pour des fluides tels que le verre, dont les propriétés physiques varient fortement avec la température, les travaux sont peu nombreux. Dans ce cas, la difficulté est de définir des nombres adimensionnels représentatifs de l'état du bain. Pour notre étude, nous avons choisi d'utiliser un nombre de Rayleigh moyenné pour caractériser les instabilités. Il est défini par,

$$Ra = \frac{1}{T_2 - T_1}\int_{T_1}^{T_2} \frac{g\beta(T_2 - T)L^3}{\nu(T)\alpha(T)} dT \qquad \text{(III.22)}$$

où T_1 et T_2 représentent respectivement les températures minimales et maximales du bain. Ce nombre adimensionnel a été défini par Lim *et al.* (1999) pour étudier les instabilités dans un bain de verre en fusion. Dans leur étude, les instabilités instationnaires et périodiques apparaissent pour un nombre de Rayleigh supérieur à $1{,}23.10^5$. Dans notre configuration, les températures maximales sont respectivement de 1611, 1631 et 1656 K pour des puissances Joule totales injectées de 45, 50 et 55 kW. La température minimale est égale à 305 K pour les trois valeurs de puissances Joule étudiées. A partir de ces valeurs de température, le nombre de Rayleigh est estimé à $3{,}0.10^4$ pour 45 kW, $3{,}4.10^4$ pour 50 kW et $4{,}1.10^4$ pour 55 kW. Ainsi, les instabilités apparaissent dans notre configuration pour un nombre de Rayleigh supérieur à $3{,}0.10^4$. Cette valeur est en accord avec les travaux de Lim *et al.* (1999) car les instabilités stationnaires apparaissent pour des nombres de Rayleigh plus faibles que les instabilités instationnaires.

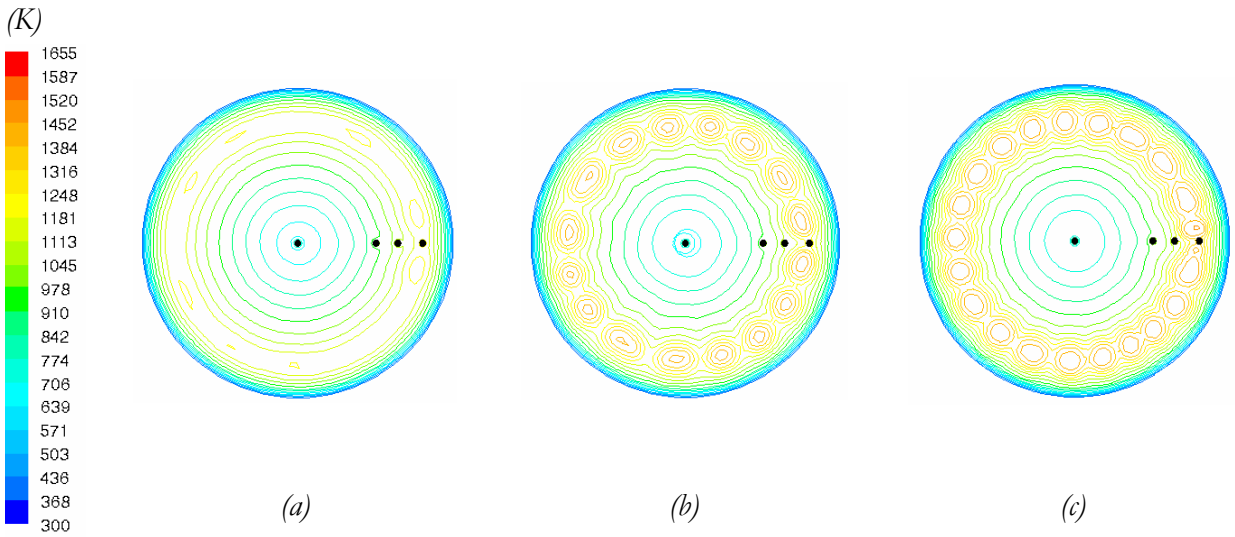


figure III.56 : Distribution de la température en surface libre pour une puissance totale injectée de : (a) 45 kW, Ra=3,0.10⁴. (b) 50 kW, Ra=3,4.10⁴. (c) 55 kW, Ra=4,1.10⁴. L'extrémité de la canne de mesure est située à 5 centimètres sous la surface libre. $\gamma = -10^{-4}$ N.m^{-1}.K^{-1}.

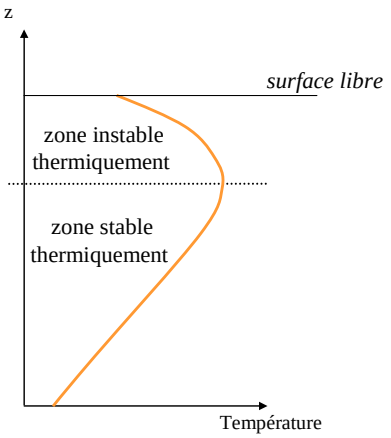


figure III.57 : Profils de température et zones de stabilité en fonction de la position verticale.

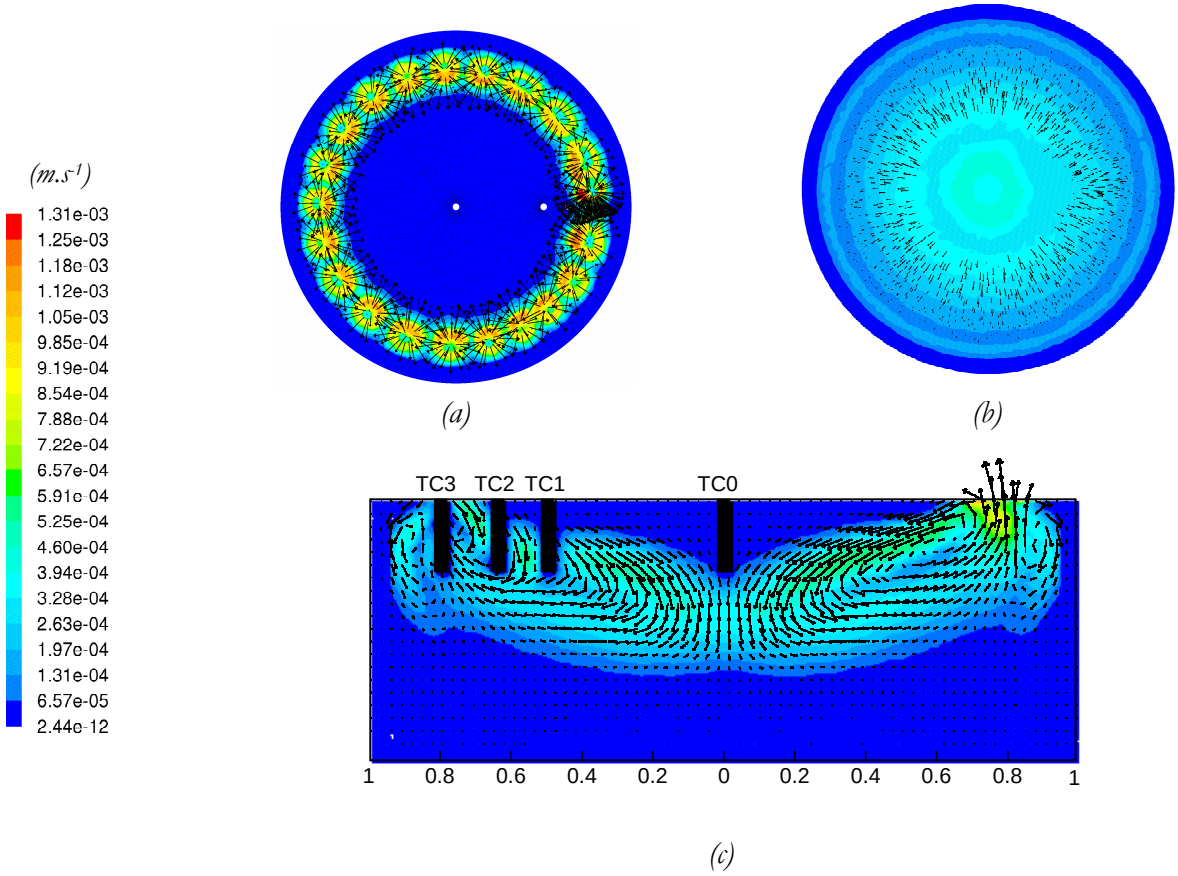


figure III.58 : Vecteurs vitesses et isocontours pour une puissance totale injectée de 55 kW.

$\gamma = -10^{-4}$ N.m^{-1}.K^{-1}.

(a) en surface libre i.e. dans la zone instable thermiquement,

(b) à z = 0,11m i.e. dans la zone stable thermiquement,

(c) dans le plan des cannes de mesure.

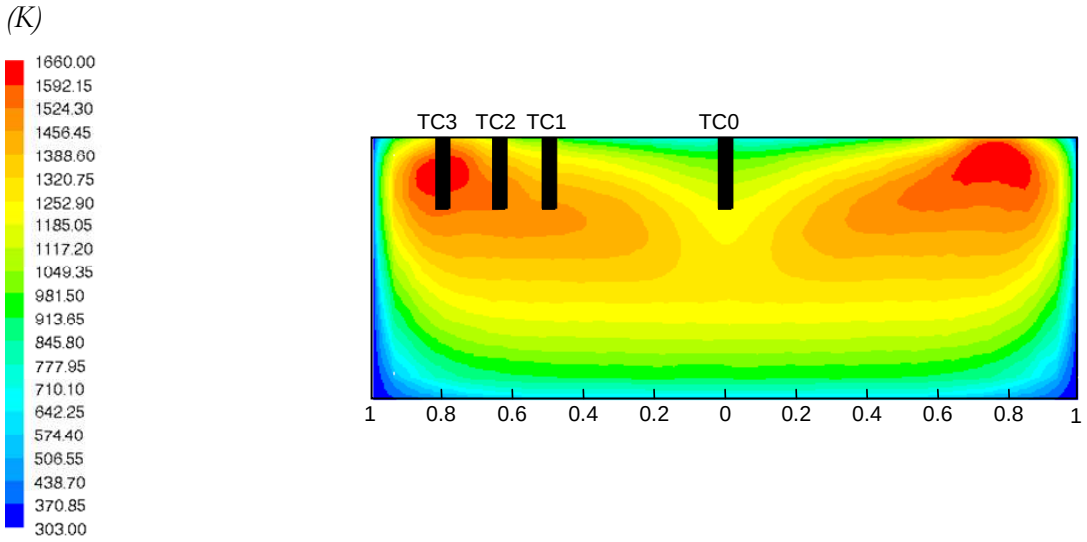


figure III.59 : Distribution de température dans le plan des cannes d'alumine pour une puissance totale injectée de 55 kW. $\gamma = -10^{-4}$ $N.m^{-1}.K^{-1}$.

5.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Cette dernière partie s'intéresse à la confrontation des résultats numériques et expérimentaux. L'épaisseur de l'autocreuset, les profils de température et les distributions de vitesses à la surface libre du bain sont examinés. En accord avec les résultats expérimentaux, la puissance Joule totale dans le verre est fixée à 55 kW. La dérivée de la tension superficielle est fixée à -10^{-4} $N.m^{-1}.K^{-1}$. Les paramètres des conditions aux limites sont ceux présentés dans le paragraphe 3.2.2 (page 67).

5.3.1. Epaisseur de l'autocreuset

Pour mesurer l'épaisseur de l'autocreuset formé lors des essais, deux techniques sont envisageables. La première méthode consiste à vider la charge de verre dans un conteneur une fois l'essai terminé et à mesurer l'épaisseur de verre solide resté sur les parois du creuset et de la sole. Cette valeur peut être comparée aux résultats numériques car nous avons considéré lors des calculs que le verre était solide quand la viscosité dynamique était supérieure à 10^4 Pa.s et cette valeur correspond à la viscosité limite où l'écoulement du verre est possible (voir paragraphe 3.1.2.1, page 62). Avec la seconde méthode, on mesure aussi l'épaisseur de l'autocreuset à la fin de l'essai. La charge de verre est laissée dans le creuset jusqu'à son refroidissement complet. Elle est ensuite détruite à la masse afin de récupérer quelques morceaux caractéristiques. On remarque sur certains de ces éléments situés près de la sole, une zone où le verre est stratifié. L'épaisseur de verre comportant ces caractéristiques est d'environ 10 centimètres Les différentes strates sont créées par le refroidissement lent de la charge, elles semblent suivre les isothermes. Un morceau de verre prélevé dans le bas du creuset est visible sur la figure III.60.

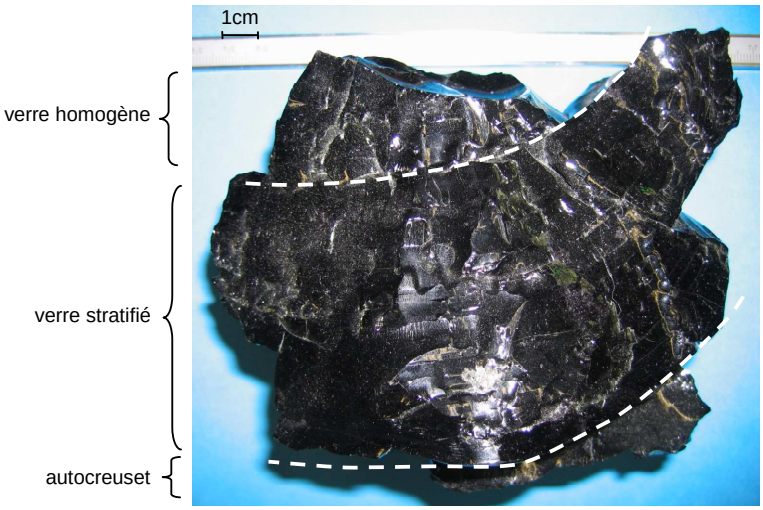


figure III.60 : Morceau de verre solide prélevé dans le bas du creuset après refroidissement total de la charge.

A partir de ces deux méthodes, seul un ordre de grandeur a pu être obtenu, en raison de la complexité de la mesure. Il en ressort que l'autocreuset est plus épais sur la sole que sur les parois du creuset. Une épaisseur de plusieurs centimètres est observée près de la sole et elle est de l'ordre du centimètre sur les parois du creuset. Ceci s'explique par des vitesses plus faibles dans le fond du bain. La thermoconvection est peu intense dans cette zone car le gradient de température est stabilisant. Ces ordres de grandeur ont pu être observés numériquement ; la figure III.61 représente les épaisseurs de l'autocreuset obtenues par le calcul dans différentes zones.

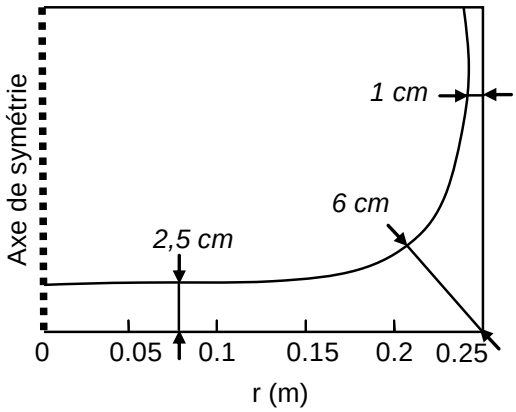


figure III.61 : Epaisseurs de l'autocreuset. Valeurs issues d'un calcul numérique pour une puissance Joule totale injectée de 55 kW.

Notons finalement que les épaisseurs d'autocreuset obtenues numériquement et expérimentalement sont comparées alors que les configurations sont différentes : expérimentalement les parois métalliques sont chauffées par effet Joule et cet aspect n'est pas modélisé. Lors des essais, cet apport d'énergie élève la température de la paroi et donc celle de l'eau[1]. Néanmoins, l'épaisseur de l'autocreuset calculée numériquement devrait être inchangée si l'on considérait les effets Joule dans les parois métalliques.

[1] Cependant, aucun flux ne vient chauffer le bain car il est à plus haute température.

En effet, les études précédentes (paragraphe 3.1.2.1) ont montré que la résistance thermique créée par cette épaisseur de verre solide était supérieure à celle imposée par la condition aux limites fixée en paroi. Une modification de la température de référence de l'eau de refroidissement ne modifierait donc pas les résultats.

5.3.2. Profils de température

Qualitativement, on remarque un très bon accord des distributions de température à la surface libre du bain. Plusieurs éléments caractéristiques sont reproduits numériquement (voir figure III.50 et figure III.51) :

- la zone froide près de la paroi du creuset et celle près de la zone centrale du bain sont modélisées,
- la présence d'une zone très chaude à quelques centimètres des parois du creuset est observée ; elle correspond à la zone de remontée du verre vers la surface,
- les doigts de verre froid reliant la zone centrale à la canne d'alumine sont représentés.

D'un point de vue quantitatif, les profils de températures expérimentaux et numériques obtenus pour les quatre thermocouples TC0, TC1, TC2 et TC3 sont visibles respectivement sur la figure III.62, la figure III.63, la figure III.64 et la figure III.65. Les températures sont adimensionnées par la température maximale atteinte lors des calculs dans le bain de verre : 1656 K. Les mesures sont effectuées par descente simultanée des thermocouples, ainsi un nouveau maillage doit être créé pour chaque position de la canne.
La figure III.62, la figure III.63, la figure III.64 et la figure III.65 montrent qu'il est possible d'obtenir un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux avec ce modèle pseudo-3D prenant en compte les instruments de mesure. Les résultats numériques sont validés pour les trois thermocouples TC1, TC2 et TC3, néanmoins des différences persistent sur le TC0. Expérimentalement, les profils de température sont très proches sur les quatre thermocouples, cela laisse à penser que la distribution de température dans le bain est quasiment uniforme dans une section. Numériquement, le profil de température sur le thermocouple TC0 diffère fortement des trois autres profils ; on obtient une zone de verre plus froid dans la partie centrale du bain. Cette différence pourrait s'expliquer par une dissymétrie de l'installation. Cependant, la photographie de la figure III.55 met en évidence la présence d'une zone froide dans la partie centrale du bain. On peut supposer que ce verre solide est présent uniquement en surface du bain et s'est formé lors de l'alimentation en fritte de verre. Cette croûte solide pourrait induire une uniformisation des températures dans la profondeur du bain en diminuant les pertes thermiques à travers la surface libre. Pour appréhender ce phénomène, il serait nécessaire de prendre en compte cette croûte de verre dans les modèles de conditions aux limites.

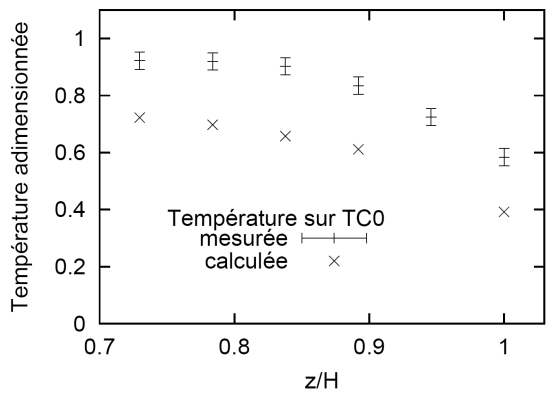


figure III.62 : Températures mesurées et calculées avec le modèle pseudo-3D sur le TC0. Pour le calcul numérique, la puissance Joule totale est fixée à 55 kW.
$\gamma = -10^{-4}\ N.m^{-1}.K^{-1}$.

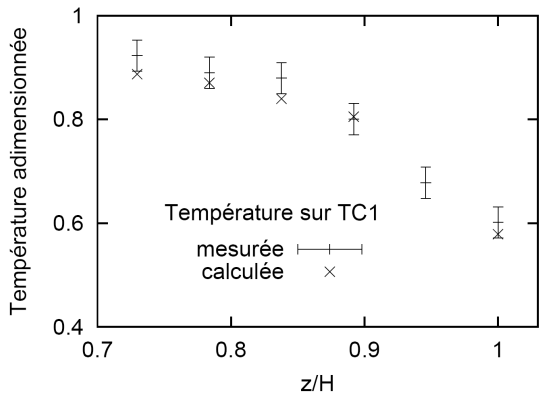


figure III.63 : Températures mesurées et calculées avec le modèle pseudo-3D sur le TC1. Pour le calcul numérique, la puissance Joule totale est fixée à 55 kW.
$\gamma = -10^{-4}\ N.m^{-1}.K^{-1}$.

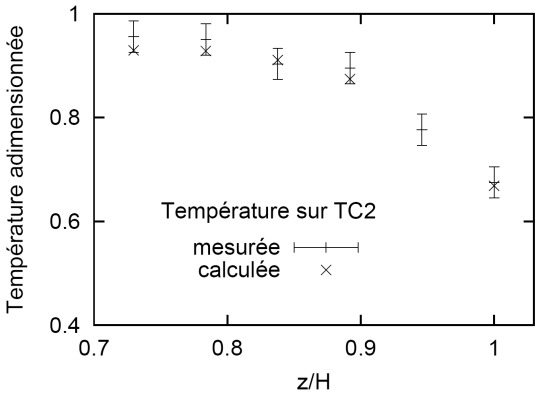


figure III.64 : Températures mesurées et calculées avec le modèle pseudo-3D sur le TC2. Pour le calcul numérique, la puissance Joule totale est fixée à 55 kW.
$\gamma = -10^{-4}\ N.m^{-1}.K^{-1}$.

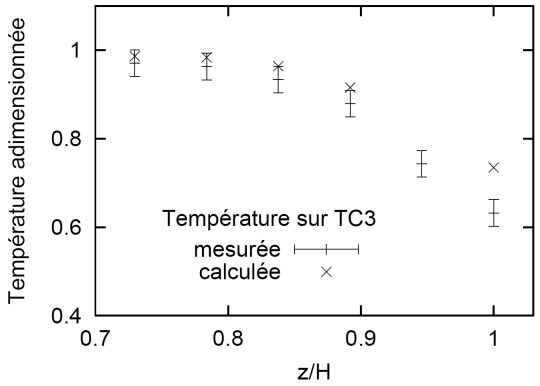


figure III.65 : Températures mesurées et calculées avec le modèle pseudo-3D sur le TC3. Pour le calcul numérique, la puissance Joule totale est fixée à 55 kW.
$\gamma = -10^{-4}\ N.m^{-1}.K^{-1}$.

5.3.3. Vitesse en surface libre

Les lâchés de particules à la surface libre du bain ont mis en évidence la présence de deux cellules de recirculation. La configuration de l'écoulement observée expérimentalement a été détaillée sur la figure III.5. Le même type d'écoulement a été obtenu numériquement ; la figure III.58-c montre le développement des cellules dans la profondeur du bain.

Quant à l'intensité du mouvement, en prenant en compte les effets thermocapillaires et en injectant une puissance de 55 kW dans le bain de verre, les vitesses en surface libre du bain atteignent 1,3 millimètres par seconde ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux.

6. Conclusion

Une modélisation du système de vitrification en creuset froid a été mise en place dans le cas d'un bain non agité mécaniquement. Les phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques sont considérés dans le bain de verre en fusion.

Un intérêt particulier est porté au choix des conditions aux limites thermiques afin de représenter précisément l'autocreuset de verre solide qui est un point crucial du procédé. La détermination directe des coefficients d'échange thermique étant difficile à cause de la géométrie complexe du système de refroidissement, une étude de sensibilité a été mise en place. Ces travaux ont démontré que pour un coefficient d'échange supérieur à 300 $W.m^{-2}.K^{-1}$, l'autocreuset est présent et les profils de température et de vitesse sont identiques dans la charge de verre.

Par ailleurs, ces travaux mettent en évidence la forte influence des instruments de mesure et des phénomènes thermocapillaires sur la thermohydrodynamique du bain. D'une part, les cannes d'alumine créent une zone froide sur toute leur hauteur et dissymétrisent le bain localement. D'autre part, les effets thermocapillaires perturbent le bain près de la surface libre : les distributions deviennent tridimensionnelles dans cette zone. Une modélisation tridimensionnelle, considérant les instruments de mesure et les forces thermocapillaires, s'impose alors si l'on souhaite comparer les résultats numériques et expérimentaux. Avec cette modélisation, les profils de température expérimentaux et numériques sont en accord d'un point de vue quantitatif sur trois thermocouples. De même, les vitesses obtenues par le calcul respectent l'ordre de grandeur observé lors des essais en surface libre du bain de verre.

Finalement, cette étude souligne le caractère fortement axisymétrique de la distribution de densité de puissance Joule dans le bain de verre. La possibilité d'une modélisation 2d-axisymétrique pour les aspects électromagnétiques est confirmée.

CHAPITRE IV - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE AGITE MECANIQUEMENT : CONFIGURATION AXISYMETRIQUE

Ce chapitre s'attache à étudier un bain de verre agité mécaniquement et chauffé par induction. La configuration considérée comporte un agitateur non incliné par rapport à la verticale.
Un modèle 2D-axisymétrique est mis en place, dans la charge de verre, pour les phénomènes électromagnétiques, tandis qu'un modèle 3D est utilisé pour la modélisation des aspects thermiques et hydrodynamiques. Cette modélisation tridimensionnelle est nécessaire à cause de la géométrie complexe de l'agitateur. La modélisation électromagnétique 2D-axisymétrique s'impose car il n'existe pas à l'heure actuelle de logiciel capable de modéliser correctement des configurations inductives tridimensionnelles à géométrie complexe avec une répartition de conductivité électrique variable. Néanmoins, la géométrie du système étudié laisse à penser que la densité de puissance Joule varie peu dans la direction azimutale dans la majorité du bain. Afin d'estimer dans quelle mesure le calcul électromagnétique 2D-axisymétrique est précis pour cette configuration, un cas test simple a été décrit, dans un premier temps, pour évaluer la perturbation des phénomènes électromagnétiques en présence de la pale métallique refroidie. Le modèle électromagnétique retenu à l'issu de cette étude est ensuite détaillé ainsi que les hypothèses pour la résolution des phénomènes thermohydrodynamiques. Dans cette première partie, une étude académique est réalisée afin de mettre en exergue les difficultés susceptibles d'être rencontrées lors de la modélisation de la configuration prochainement installée à La Hague (chapitre V) et de suggérer des solutions pour y répondre. Une attention particulière est portée sur le choix des conditions aux limites thermiques pour l'agitateur. D'autre part, les difficultés liées au couplage des phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques sont exposées et des solutions pour obtenir des résultats précis et à moindre coût de calcul sont proposées. Dans la seconde partie, des résultats caractéristiques issus d'études locales et globales sont présentés ainsi qu'une comparaison avec des données expérimentales.

1. La configuration étudiée

La modélisation numérique concerne le pilote EREBUS équipé d'un agitateur mécanique. La géométrie de l'agitateur est décrite sur la figure IV.1.

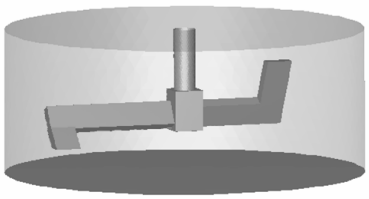


figure IV.1 : Géométrie de l'agitateur équipant le pilote EREBUS.

Les principales caractéristiques du pilote EREBUS sont résumées dans le tableau IV.1. Une description précise du pilote a été développée dans le chapitre III.

tableau IV.1 : Caractéristiques de la configuration modélisée.

Creuset froid	
Diamètre interne	500 mm
Diamètre externe	530 mm
Hauteur	350 mm
Nombre de secteurs	60
Angle de fente entre secteur	2 degrés
Bain de verre	
Hauteur	215 mm
Masse totale	105 kg
Inducteur	
Diamètre	570 mm
Nombre de spires	7
Hauteur totale	230 mm
Fréquence d'alimentation	282 kHz

2. Les modèles numériques

Pour modéliser précisément cette configuration du pilote EREBUS, équipée de l'agitateur mécanique, les aspects électromagnétiques et thermohydrodynamiques devraient être décrits par des modèles tridimensionnels. Néanmoins, les logiciels de calcul électromagnétique testés (Flux-Expert et Flux3D) n'ont pas permis de modéliser une telle configuration pour plusieurs raisons. D'une part, la description de la géométrie complexe de l'agitateur n'est pas possible avec ces logiciels. D'autre part, les temps CPU nécessaires pour l'importation des cartes de conductivité électrique ou l'exportation des cartes de densité de puissance Joule est de l'ordre de l'heure, ce qui rend difficile le couplage avec le logiciel thermohydrodynamique. Enfin, la présence de la pale métallique dans la charge de verre complexifie la résolution car des formulations adaptées doivent être utilisées pour modéliser ces éléments de géométrie particulière et d'épaisseur de peau électromagnétique très différente.
En outre, la géométrie du pilote EREBUS, laisse à penser que les phénomènes électromagnétiques devraient être peu perturbés par la présence de l'agitateur sur la majorité du bain de verre. Ainsi, pour obtenir une modélisation de l'ensemble des phénomènes, il a été choisi de résoudre les aspects électromagnétiques avec le code de calcul Ophelie. La charge de verre est alors supposée axisymétrique pour les phénomènes électromagnétiques et tridimensionnelle pour les phénomènes thermohydrodynamiques.

Avant de présenter les modèles thermohydrodynamiques et électromagnétiques ainsi que les caractéristiques du couplage mis en place entre ces deux modèles, une analyse de la perturbation des phénomènes électromagnétiques en présence de l'agitateur métallique est développée afin de déterminer dans quelle mesure le calcul électromagnétique 2D-axisymétrique est précis.

2.1. Perturbation des phénomènes électromagnétiques en présence de l'agitateur

Afin d'identifier l'influence de la pale d'une part et de la variation de la distribution de la conductivité électrique d'autre part, nous avons choisi d'étudier séparément ces aspects. Dans un premier temps, nous avons analysé la perturbation engendrée par la pale métallique dans le cas d'un bain de verre à conductivité électrique constante. Ensuite, l'effet de la variation de la distribution de la conductivité électrique sur les phénomènes électromagnétiques est observé.

2.1.1. Conductivité électrique constante dans le bain de verre

Ce calcul a été effectué avec le logiciel Flux-Expert. La géométrie de la configuration étudiée est détaillée sur la figure IV.2. La pale est parallélépipédique et de dimensions proches de celles de l'agitateur équipant le pilote EREBUS. Le diamètre du rotor est de 0,4 mètre, la hauteur vaut 0,05 mètre et l'épaisseur est fixée à 0,02 mètre. Seuls l'inducteur, la pale et le bain de verre sont considérés, la sole et le creuset froid ne sont pas pris en compte dans ce calcul. L'inducteur est composé d'une seule spire en cuivre et la densité de courant est fixée à 10^6 A.m^{-2}, ce qui représente un courant total de 1500 A. La conductivité électrique de la pale est celle de l'inox : 10^6 Ω^{-1}.m^{-1}. Pour la charge de verre, la valeur de la conductivité électrique est la valeur moyenne en présence de l'agitateur refroidi (voir section 3.1.3, page 110), elle vaut 10 Ω^{-1}.m^{-1}. Cette valeur correspond à une température de 1283 K. Pour la résolution du système d'équations, nous avons utilisé une méthode directe avec une formulation en AV (A potentiel vecteur, V potentiel électrique). Cette méthode interdit une discrétisation fine du domaine car elle nécessite plus de mémoire qu'une méthode itérative de type Gauss-Seidel. Dans cette étude, des éléments de très faible épaisseur ont été créés à la surface de la pale pour décrire précisément les courants dans cette zone de faible épaisseur de peau électromagnétique. Le reste du domaine est constitué d'éléments tétraédriques du second ordre. Au total, le maillage comporte 9 305 points de calcul.

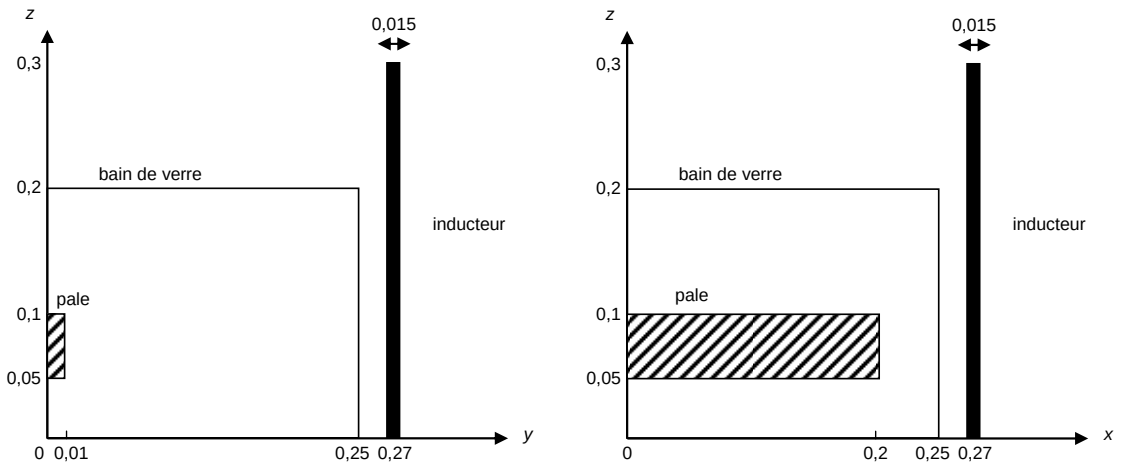


figure IV.2 : Projection dans les plans zOy et zOx de la géométrie modélisée avec le logiciel Flux-Expert. Les dimensions sont précisées en mètre.

La distribution de densité de puissance Joule obtenue avec ce calcul est présentée dans différents plans sur la figure IV.3. On remarque une déformation importante des isovaleurs dans le plan de la pale $y = 0$. La pale crée une cage de Faraday qui dévie le champ magnétique et les courants électriques.

Néanmoins, cette perturbation est localisée prés de l'agitateur. La distribution de densité de puissance Joule n'est pas axisymétrique uniquement dans une zone définie par un secteur d'angle 20 degrés. Ceci est visible sur la section horizontale présentée sur la figure IV.3-c. En dehors de cette zone, les résultats sont identiques à ceux obtenus pour une charge de verre complète où la pale est remplacée par un volume de verre (voir figure IV.4). Pour cette configuration, les distributions sont parfaitement axisymétriques. Ainsi, effectuer un calcul 2D-axisymétrique à la place d'un calcul 3D où la pale est représentée entraîne une imprécision de la densité de puissance Joule uniquement près de l'agitateur. Elle sera surestimée dans cette zone.

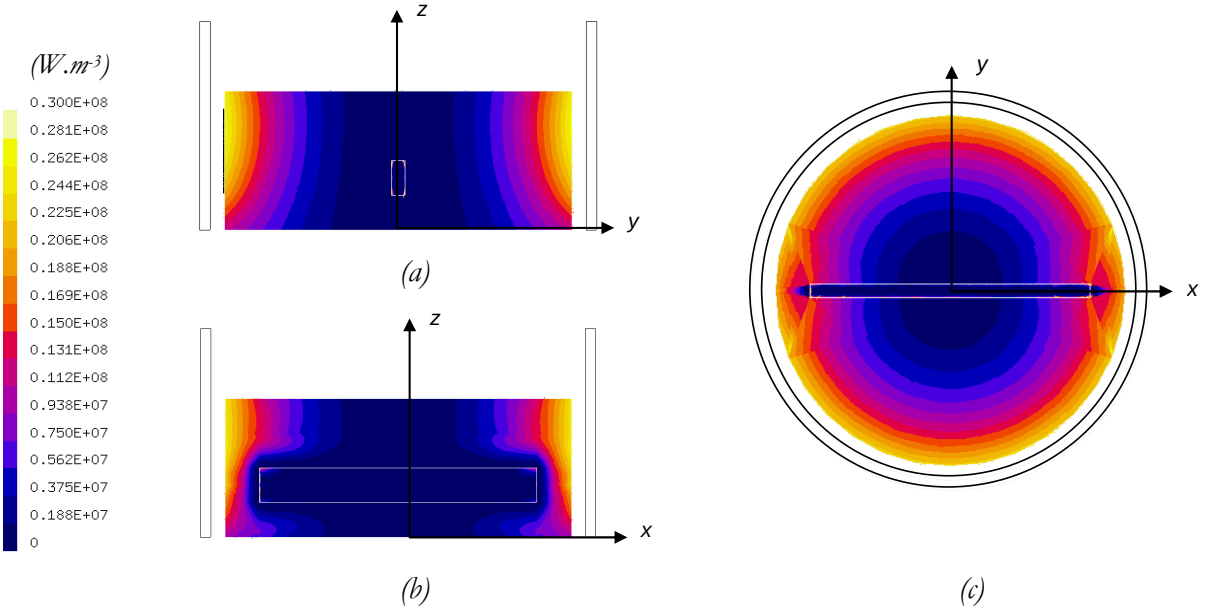


figure IV.3 : Distribution de la densité de puissance Joule obtenue avec le calcul Flux-Expert en présence d'une pale métallique de conductivité électrique 10^6 $\Omega^{-1}.m^{-1}$. La conductivité électrique du verre est fixée à 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$. (a) $x = 0$, (b) $y = 0$, (c) $z = 0{,}075$ m.

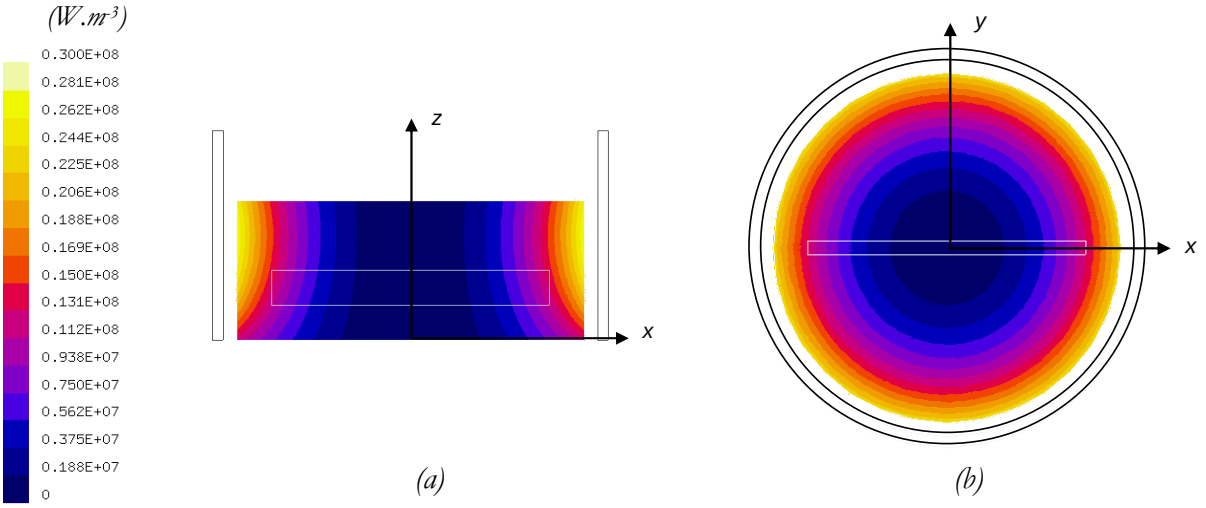


figure IV.4 : Distribution de la densité de puissance Joule obtenue avec le calcul Flux-Expert pour une charge de verre complète. La conductivité électrique du verre est fixée à 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$. (a) $y = 0$, (b) $z = 0{,}075$ m.

Pour étudier la perturbation engendrée par la présence de la pale d'un point de vue global, la puissance Joule totale injectée dans le verre est calculée. Pour une conductivité électrique de 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$, la puissance totale injectée dans le verre est de 43 900 W en présence de la pale et de 45 531 W sans la pale. L'imprécision engendrée par un calcul 2D-axisymétrique est donc très faible d'un point de vue global, elle est inférieure à 3%. Par ailleurs, nous nous sommes intéressés à comparer les distributions de densité de puissance Joule pour différentes valeurs de conductivité électrique. Ces valeurs correspondent aux conductivités électriques de quelques températures caractéristiques du bain : la température minimale, moyenne et maximale. Cette étude a montré que les distributions de densité de puissance Joule étaient identiques d'un point de vue qualitatif. En outre, on remarque dans le tableau IV.2 que la puissance Joule totale dans la pale reste inchangée pour les différentes valeurs de conductivité électrique considérées. Ainsi, la présence du verre n'influence pas la répartition des courants dans la pale métallique. Les vecteurs des densités de courant se développant sur une des faces verticale de la pale sont détaillés sur la figure IV.5. De plus, ce tableau montre que le rapport des puissances Joule totales entre la pale et la charge varie fortement, il est compris entre 0,2 et 33%. La proportion injectée dans la pale est d'autant plus faible que le verre est un bon conducteur. Le rapport de 33% n'est pas représentatif de la configuration réelle. Lors des essais, la totalité du bain de verre n'atteint jamais 825 K en régime permanent. Pour la valeur moyenne de conductivité électrique (σ = 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$), le rapport reste assez faible, il est de 0,6%.

tableau IV.2 : Répartition des puissances Joule totales en fonction de la conductivité électrique du bain de verre. Courant total imposé dans l'inducteur.

Puissance Joule totale *(W)*	**σ = 0,2 $\Omega^{-1}.m^{-1}$ T = 825 K**	**σ = 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$ T = 1283 K**	**σ = 30 $\Omega^{-1}.m^{-1}$ T = 1520 K**
Bain de verre	889	43 900	120 856
Pale	299	296	275
Proportion pale/verre *(%)*	33,6	0,6	0,2

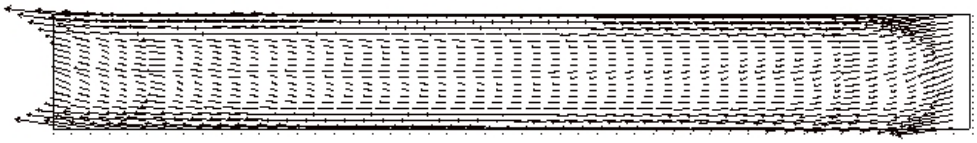


figure IV.5 : Répartition des courants électriques sur une face verticale de la pale. La conductivité électrique du verre est fixée à 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$.

2.1.2. Conductivité électrique variable dans le bain de verre

Nous ne sommes pas parvenus à modéliser une charge de conductivité électrique variable en présence d'une pale métallique. Même pour la géométrie simplifiée de la pale décrite dans le paragraphe précédent, aucun résultat n'a pu être obtenu avec les logiciels électromagnétiques Flux-Expert et Flux3D.

Plusieurs points bloquants sont apparus. Le logiciel Flux3D permet l'importation de carte de conductivité électrique variable, cependant, aucun résultat n'a pu être obtenu à cause de la présence de la pale métallique dans la charge de verre. En effet, aucune formulation compatible n'a pu être trouvée pour représenter ces éléments de fine et grande peau électromagnétique pour ce type de géométrie. D'autre part, le code Flux-Expert comporte des formulations compatibles mais le couplage avec le logiciel Fluent n'a pas encore été mis en œuvre. Des développements spécifiques doivent être effectués pour permettre l'importation d'une carte de conductivité électrique variable.

Toutefois, on peut s'attendre à ce que la déformation des isovaleurs de la densité de puissance Joule soit plus forte que dans le cas d'une distribution de conductivité électrique constante. En effet, l'agitateur refroidi créé une zone de verre solide de très faible conductivité électrique dans laquelle les courants ne devraient pas se développer.
Finalement, pour évaluer l'imprécision d'un calcul 2D-axisymétrique sans pale effectué à la place d'un calcul tridimensionnel complet, dans le cas d'une charge de verre à conductivité électrique variable, un calcul analytique a été mis en place. Le détail des calculs est présenté dans l'annexe 4. Cette étude analytique pourrait être reprise quand des développements permettant de répondre à nos attentes auront été effectués sur les logiciels électromagnétiques. L'imprécision du calcul 2D-axisymétrique pourrait être alors parfaitement évaluée.

2.2. Le modèle thermohydrodynamique

2.2.1. Les hypothèses de la modélisation

Les phénomènes thermohydrodynamiques sont résolus avec le logiciel Fluent. Un modèle tridimensionnel est mis en place. L'ensemble des hypothèses sur lequel s'appuie cette résolution a été détaillé dans le chapitre II (page 41) : écoulement laminaire, fluide supposé Newtonien, masse volumique décrite par l'approximation de Boussinesq…

2.2.2. Les équations résolues

Un changement de repère est considéré pour la résolution thermohydrodynamique. Les équations sont exprimées dans le repère mobile lié à l'agitateur. Cette méthode est possible étant données la position non inclinée de l'agitateur et l'absence d'éléments sur les parois latérales. Cette technique simplifie la résolution en évitant la mise en rotation du maillage. La vitesse absolue dans le repère inertiel lié à la cuve, notée $\vec{u}$, et la vitesse relative dans le repère tournant, notée $\vec{u_r}$, sont reliées par l'équation suivante :

$$\vec{u} = \vec{u_r} + (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \qquad \text{(IV.1)}$$

$\vec{\Omega}$ désignant le vecteur rotation lié à l'agitateur et $\vec{r}$ le vecteur position.

A partir de cette relation, les équations classiques de Navier-Stokes et de la chaleur dans un repère inertiel sont écrites dans le repère tournant. On obtient :

$$\vec{\nabla}.\vec{u_r} = 0 \ , \qquad \text{(IV.2)}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u_r}}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla}.(\vec{u_r}\vec{u_r}) + \rho_0(2\vec{\Omega} \wedge \vec{u_r} + \vec{\Omega} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{r}) = -\vec{\nabla}p^* - \vec{\nabla}(\mu \vec{\nabla}\vec{u_r}) - \rho_0 \beta (T - T_0)\vec{g}, \quad \text{(IV.3)}$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t}(c_p T) + \rho_0 \vec{\nabla}.(c_p T \vec{u_r}) = \vec{\nabla}.(\lambda \vec{\nabla} T) + Q_{th}\,. \quad \text{(IV.4)}$$

La rotation du repère s'exprime dans l'équation de Navier-Stokes (IV.3) par deux termes supplémentaires d'accélération : $\rho_0(2\vec{\Omega} \wedge \vec{u_r})$ et $\rho_0(\vec{\Omega} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{r})$. Ces termes correspondent respectivement à la force de Coriolis et à l'accélération d'entraînement.

Le terme source dans l'équation de chaleur (IV.4), noté Q_{th}, représente la densité de puissance Joule dissipée dans le bain. Ce terme est calculé à l'aide du logiciel électromagnétique par la formule :

$$Q_{th} = \frac{|j|^2}{2\sigma} \quad \text{(IV.5)}$$

2.2.3. Le maillage

Le maillage thermohydrodynamique est composé de 10^5 cellules tétraédriques, hexaédriques et pyramidales. Un maillage de type couche limite est créé à la surface libre et sur les parois de la sole et du creuset. Celui-ci est nécessaire pour obtenir une bonne représentativité des forts gradients thermiques présents à ces conditions aux limites. Pour les mêmes raisons, le maillage est raffiné prés des parois de l'agitateur mécanique. La figure IV.6 représente le maillage en surface des différentes parois métalliques.

Une attention particulière est portée pour affiner le maillage dans les zones de forte diffusivité numérique. Cette diffusivité artificielle, créée par la discrétisation, se superpose à la diffusion moléculaire vraie. Elle devient prédominante quand le nombre Peclet de maille (IV.6) est supérieur à l'unité.

$$Pe_d = \frac{Ud}{\alpha} \quad \text{(IV.6)}$$

Dans notre étude, la diffusivité thermique du verre étant très faible, le nombre de Peclet de maille peut atteindre rapidement des valeurs très élevées si le maillage n'est pas adapté. La taille de maille idéale varie entre 10^{-5} et 10^{-3} mètre selon la zone considérée. Ceci met en évidence la complexité d'une modélisation de bains à très faible diffusivité thermique. Un raffinement extrême ne pouvant être imaginé avec les moyens de calcul actuels, la technique consiste à augmenter l'ordre du schéma pour la discrétisation des termes de convection de l'équation de l'énergie. Lorsque l'ordre de la discrétisation est plus élevé, la modélisation reste précise même pour un Peclet de maille supérieur à l'unité. Il faut néanmoins garder des ordres de grandeur raisonnables.

2.2.4. Les méthodes numériques

Les schémas numériques utilisés pour la résolution sont précisés dans le tableau IV.3. Une présentation détaillée de ces schémas est disponible dans l'annexe 2.

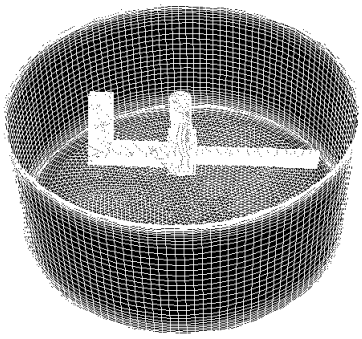


figure IV.6 : Maillage de la configuration EREBUS.

tableau IV.3 : Schémas numériques utilisés pour la résolution

Grandeurs	***Schémas***
Termes temporels	1er ordre implicite
Termes de convection	3ème ordre MUSCL
Termes de diffusion	2nd ordre centré
Terme de pression	PRESTO
Couplage pression-vitesse	SIMPLEC

2.2.5. Les propriétés physiques

Le verre modélisé est un verre de type Uox_2. Il correspond à la vitrification de solution de produits de fission issus du retraitement de combustibles Uox_2, utilisés actuellement dans les réacteurs de type REP. Ce combustible a un pouvoir calorifique plus élevé que le combustible Uox_1 étudié dans le chapitre III. Le verre Uox_2, considéré dans cette section, contient 1,16% de platinoïdes. Ces éléments sont insolubles, notamment dans l'acide nitrique et ils se retrouvent sous forme solide dans le calcinateur. On distingue trois éléments : le palladium *Pd*, le ruthénium *Ru* et le rhodium *Rh*. La composition précise de ce verre est détaillée dans l'annexe confidentielle 5.

Toutes les propriétés physiques sont définies par des fonctions dépendant de la température. Les notes internes regroupant ces mesures sont citées dans l'annexe confidentielle 5, elles sont notées par la suite [C_*] avec * le numéro de la référence. L'évolution de la conductivité thermique est décrite en utilisant des mesures effectuées sur un verre de type R7T7 de coloration proche. En effet, la variation de la conductivité thermique n'est pas influencée par la teneur en platinoïdes car les proportions sont très faibles. La référence [C_3] est utilisée pour les températures inférieures à 800 K et la référence [C_6] pour les températures supérieures (voir figure IV.7). Concernant la chaleur spécifique, les valeurs utilisées correspondent à un verre de type R7T7 avec platinoïdes [C_3] (figure IV.8). La viscosité est décrite par une loi de la forme (IV.7) adaptée au verre Uox_2 considéré [C_7].

$$log\ \mu = A + \frac{B}{T - C} \qquad \text{(IV.7)}$$

Pour limiter les gradients de viscosité, la viscosité est limitée à 10^5 Pa.s dans le bain de verre. Cette hypothèse n'est pas restrictive car à cette viscosité les vitesses sont très faibles. La masse volumique et la dilatabilité thermique choisies sont celles d'un verre de type R7T7, elles sont fixées à 2800 $kg.m^{-3}$ et à 3.10^{-5} K^{-1} respectivement, d'après [C_2] et [C_3].

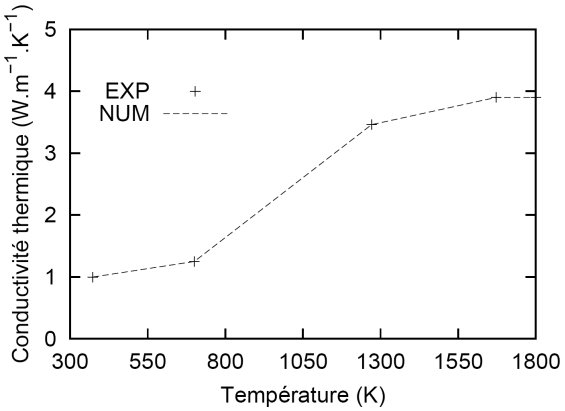


figure IV.7 : Évolution de la conductivité thermique en fonction de la température. EXP [C_3] [C_6]. NUM profil numérique imposé.

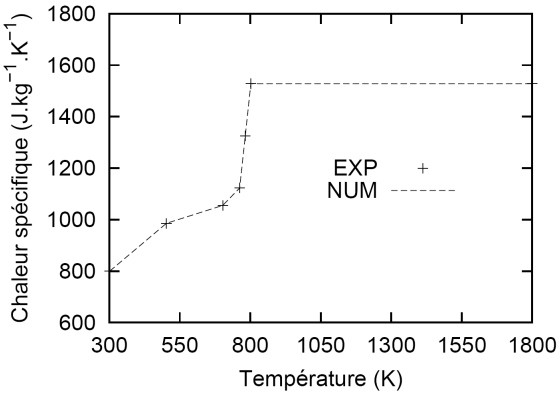


figure IV.8 : Évolution de la chaleur spécifique en fonction de la température. EXP [C_3]. NUM profil numérique imposé.

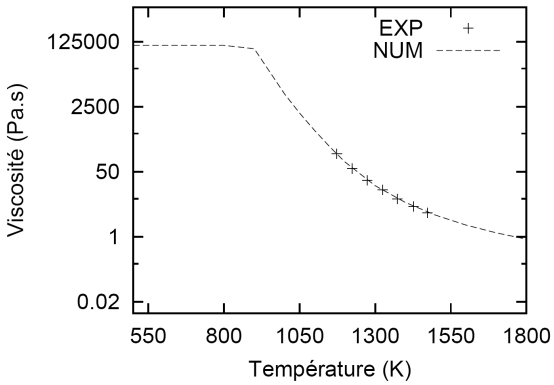


figure IV.9 : Évolution de la viscosité en fonction de la température. EXP [C_7]. NUM profil numérique imposé.

2.3. Le modèle électromagnétique

Les phénomènes électromagnétiques sont résolus avec le code Ophelie. La charge de verre est supposée axisymétrique. Les hypothèses de la résolution ont été détaillées dans le chapitre II (section 6.1.2, page 39). Le maillage est identique à celui exposé dans le chapitre III, il est composé d'environ 3000 éléments.

La conductivité électrique est définie par la loi empirique $\log \sigma = 4{,}05726 - 3923{,}73/T$ d'après des mesures sur un verre de type Uox_2 contenant 0,96% de $Ru0_2$ [C_8] (voir figure IV.10).

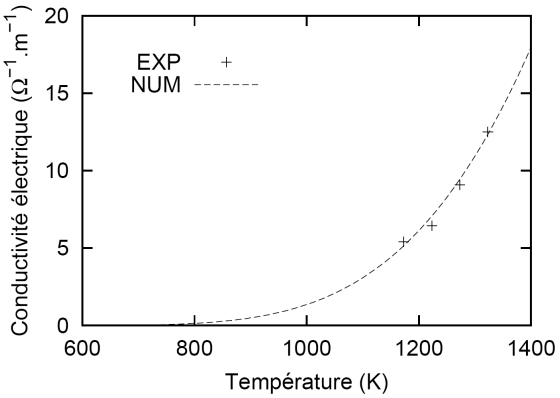


figure IV.10 : Évolution de la conductivité électrique en fonction de la température. EXP [C_8]. NUM profil numérique imposé.

2.4. Le couplage

2.4.1. Modélisation stationnaire ou instationnaire ?

Une résolution stationnaire des équations de Navier-Stokes (IV.3) et de la chaleur (IV.4) est envisageable avec la méthode du changement de repère, choisie dans ce chapitre, si l'on souhaite calculer l'état permanent. Néanmoins, ce calcul fait apparaître des difficultés de convergence : les résidus de l'équation de l'énergie oscillent en tendant difficilement vers 10^{-7} et le bilan de puissance thermique converge très lentement. Ces difficultés peuvent s'expliquer par une initialisation du calcul non adaptée. Plusieurs initialisations ont été testées : des distributions de température constantes (de 900 K à 1500 K) et des températures issues de calcul sans agitateur mécanique. Cependant, les mêmes oscillations ont été rencontrées pour ces différents calculs. Ainsi, une résolution instationnaire a été privilégiée. Le calcul instationnaire présente une très bonne convergence, les oscillations disparaissent et le critère de 10^{-7} est atteint rapidement à chaque pas de temps. Ce calcul est initialisé avec un calcul stationnaire dont le bilan de puissance est convergé. Il n'est pas envisageable, avec les moyens de calcul actuels, d'initialiser ce calcul instationnaire avec une distribution dont le bilan de puissance n'est pas respecté. En effet, ce calcul nécessiterait plusieurs semaines pour atteindre le régime permanent, correspondant au temps de diffusion thermique t_d estimé à 10^4 secondes par la formule :

$$t_d = \frac{H^2}{\alpha} \tag{IV.8}$$

Le pas de temps thermohydrodynamique Δt est fixé de telle sorte que les nombres de Fourier (IV.9) et de Courant (IV.10) soient inferieurs à l'unité.

$$Fo = \frac{\Delta t}{\tau_d} = \frac{\Delta t}{d^2/\alpha} \tag{IV.9}$$

$$Co = \frac{\Delta t}{\tau_c} = \frac{\Delta t}{d/U} \tag{IV.10}$$

Cette condition peut s'interpréter comme la nécessité que la diffusion et la convection du champ de température ne traverse pas plus d'une maille de dimension caractéristique d pour un pas de temps Δt donné. Ce critère permet de minimiser l'erreur numérique (Bianchi *et al.* (2004)). Deux pas de temps

ont été testés : 0,2 et 0,05 seconde. Les distributions étant très proches pour ces deux valeurs, le pas de temps 0,2 seconde a été choisi pour réduire le temps de calcul.
Notons qu'un calcul stationnaire a été lancé à partir d'un calcul instationnaire ayant atteint le régime permanent. La convergence est obtenue en seulement une cinquantaine d'itérations et sans oscillation. Cela confirme la nécessité d'utiliser une initialisation proche de la solution si l'on souhaite réaliser un calcul stationnaire.

2.4.2. Les caractéristiques du couplage

Les caractéristiques du couplage entre les deux programmes Ophelie et Fluent ont été précisées dans le chapitre II (paragraphe 6.3, page 44). L'algorithme pour cette configuration est présenté sur la figure IV.11.
La première étape, avant le couplage à proprement dit, consiste en un calcul stationnaire pour les aspects thermohydrodynamiques. Comme précisé dans le paragraphe précédent, ce calcul converge difficilement, néanmoins il permet d'initialiser le couplage avec un bilan de puissance convergé. La distribution de densité de puissance Joule injectée est issue d'un couplage complet 2D-axisymétrique sans agitateur, identique à celui développé dans le chapitre III.
Une fois ce calcul stationnaire effectué, vient alors le couplage. Par comparaison au couplage décrit au chapitre III, deux étapes supplémentaires sont ajoutées :

1. la tri-dimensionnalisation de la carte de densité de puissance Joule par rotation autour de l'axe vertical,
2. le calcul de la distribution moyenne de la carte de conductivité électrique dans la direction azimutale pour le bain de verre.

Ces étapes permettent le transfert des données entre le maillage électromagnétique 2D-axisymétrique et le maillage thermohydrodynamique 3D. Pour une meilleure convergence, le calcul thermohydrodynamique est instationnaire. Le choix du nombre de pas de temps effectué lors du calcul thermohydrodynamique est précisé dans la section 2.4.4. Il est important de souligner que ce couplage est particulier car il implique un calcul quasi-permanent pour les aspects électromagnétiques et un calcul instationnaire pour les phénomènes thermohydrodynamiques. Le critère de convergence du couplage est basé sur l'écart relatif quadratique de la conductivité électrique. Il est calculé avec le logiciel Ophelie. Le régime permanent est supposé atteint quand le critère est inférieur à 10^{-8}. Cette valeur a été justifiée dans le chapitre III (page 58).

2.4.3. Les temps de calcul

Les temps de calculs CPU sur un PC linux Bi-processeurs Intel Xeon 3,80 Ghz, 3,89 Go RAM sont précisés dans le tableau IV.4.
Si l'on souhaite modéliser l'état permanent, cela nécessite de calculer plusieurs heures d'expérience ; le temps de diffusion thermique étant de l'ordre de 10^4 secondes sur l'ensemble de la cuve. Pour un pas de temps fixé à 0,2 seconde, une heure d'expérience équivaut à 18 000 pas de temps, ce qui peut être modélisée en 10 500 heures, i.e. 440 jours ! Il semble donc difficile de modéliser le procédé sur toute la phase d'élaboration. Une alternative est d'augmenter le nombre de pas de temps thermohydrodynamiques à calculer entre chaque itération de couplage (voir section suivante).

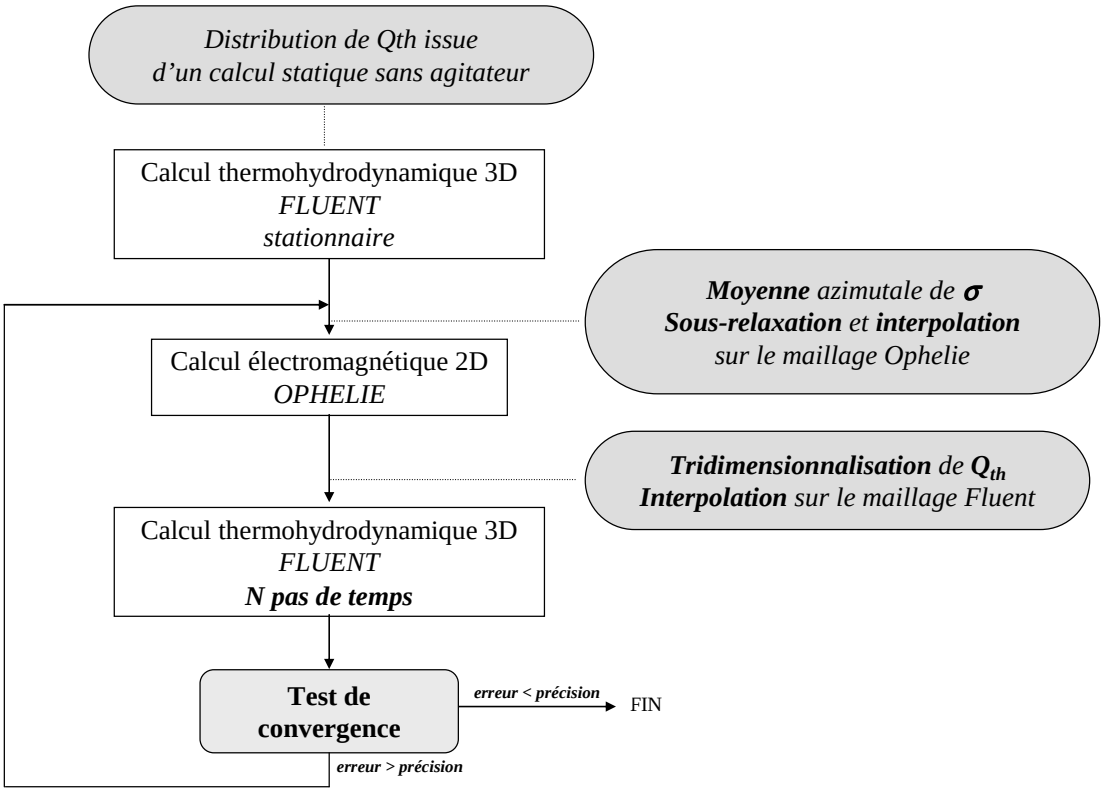


figure IV.11 : Algorithme de résolution pour le couplage Ophelie-Fluent pour la configuration agitée EREBUS.

tableau IV.4 : Temps de calcul pour les différentes étapes.

Calcul thermohydrodynamique *1 pas de temps*	10 min
Calcul électromagnétique	10 min
Interpolation et exploitation	15 min
Cycle complet	35 min

2.4.4. Choix du nombre de pas de temps thermohydrodynamique

Augmenter le nombre de pas de temps thermohydrodynamique avant de procéder au calcul électromagnétique permet de réduire le temps de calcul en réalisant moins souvent l'étape d'interpolation/exploitation. Le temps de diffusion thermique étant très long, le couplage à chaque pas de temps ne semble pas nécessaire, les grandeurs évoluent très lentement. La comparaison des résultats obtenus en couplant tous les un, cinq ou dix pas temps montre des distributions très proches pour la température, la vitesse et la densité de puissance Joule (voir la figure IV.12 représentant l'évolution de

la température en trois points de contrôle au cours du temps). Par conséquent, le couplage peut être effectué tous les 10 pas de temps tout en conservant la précision du calcul. La modélisation d'une heure d'expérience nécessite alors 3 750 heures = 156 jours de calcul. Le rapport des temps de calcul entre 1 et 10 pas de temps est de 3, cette diminution n'est pas négligeable. On peut s'interroger sur la possibilité de coupler les codes tous les 100 voire 1 000 pas de temps. Néanmoins, il n'est pas évident que cela soit un gain de temps. En effet, la distribution de densité de puissance n'étant pas mise à jour régulièrement, les phénomènes thermohydrodynamiques tendront vers une distribution éloignée du résultat final. Coupler régulièrement permet de calculer les champs de température et de vitesse avec une carte de densité de puissance Joule adaptée à la distribution de conductivité électrique en cours.

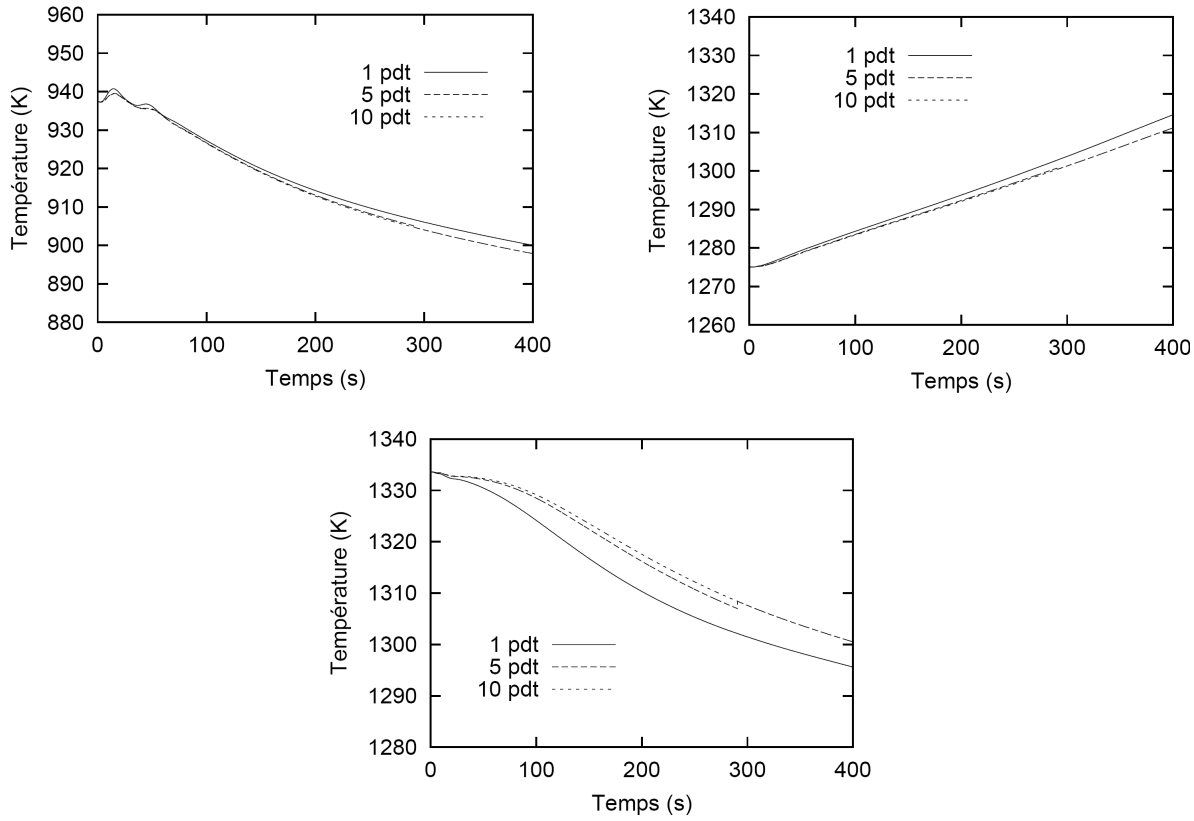


figure IV.12 : Evolution des températures en trois points de contrôle pour un couplage effectué tous les 1, 5 et 10 pas de temps thermohydrodynamiques.

3. Les résultats

Cette partie détaille, dans un premier temps, les distributions obtenues dans le bain de verre avec les modèles présentés dans la section précédente. Une attention particulière est portée sur le choix des conditions aux limites thermiques sur l'agitateur. Le second paragraphe s'intéresse à caractériser ce système d'agitation d'un point de vue global. L'efficacité du brassage et l'échange de flux de chaleur entre l'agitateur et le bain sont considérés. Une comparaison des résultats numériques et expérimentaux termine enfin cette section.

3.1. Etude locale

Pour l'ensemble des calculs présentés dans cette section, l'agitateur tourne dans le sens anti-horaire avec une vitesse de rotation de 10 tr.min^{-1} et la puissance Joule totale injectée dans le bain de verre est de 60 kW.

3.1.1. Choix des conditions aux limites thermiques sur l'agitateur

La densité de flux de chaleur imposée aux parois de l'agitateur est de la forme suivante (voir chapitre II, page 41) :

$$\varphi = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_p = h_p(T_p - T_{eau}) \qquad \text{(IV.11)}$$

Afin de déterminer la valeur du coefficient d'échange thermique h_p à imposer sur les parois refroidies de l'agitateur, une étude similaire à celle développée dans le chapitre III a été menée. Cette méthode consiste à augmenter progressivement la valeur du coefficient d'échange jusqu'à atteindre des distributions de température qui n'évoluent plus dans le cœur du bain. L'autocreuset de verre solide, visible lors des essais, est alors formé.

Les résultats exposés dans cette section sont issus de calculs instationnaires initialisés par un calcul stationnaire dont le bilan de puissance est convergé. Aucun couplage n'est effectué ; la carte de densité de puissance Joule correspond à un calcul complet 2D-axisymétrique sans agitateur. Les résultats présentés sont obtenus une fois l'état permanent atteint. En accord avec le chapitre III, les coefficients d'échange pour les parois statiques (creuset froid et sole) sont fixés 300 W.m^{-2}.K^{-1} pour une température de référence de 333 K. A la surface libre, les conditions imposées prennent en compte le rayonnement à l'infini et la convection. La densité de puissance échangée à la surface du bain s'exprime par l'expression :

$$\varphi = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_s = \epsilon\sigma_{sb}(T_s^4 - T_{ar}^4) + h_s(T_s - T_a) \qquad \text{(IV.12)}$$

Les températures de référence pour les phénomènes convectifs T_a et radiatifs T_{ar} sont respectivement de 303 K et de 423 K. L'émissivité du verre à la surface libre est fixée à 0,9 [C_5] et le coefficient d'échange thermique h_s est de 20 W.m^{-2}.K^{-1}.

Les différentes valeurs testées pour le choix du coefficient d'échange sur l'agitateur sont présentées dans le tableau IV.5. La borne supérieure du coefficient d'échange peut être estimée à 3 000 W.m^{-2}.K^{-1}, ce qui correspond au coefficient d'échange imposé par la paroi de l'agitateur (voir chapitre III, paragraphe 3.1.1). Pour l'ensemble de ces cas, la température de référence est fixée à 333 K.

tableau IV.5 : Différents coefficients d'échange thermique testés pour l'agitateur (W.m^{-2}.K^{-1}).

	h_p
CAS 1	500
CAS 2	1000
CAS 3	2500
CAS 4	3000

On remarque que pour un coefficient d'échange supérieur à 2 500 W.m^{-2}.K^{-1}, les profils de température et de vitesse restent identiques. De plus, les valeurs du couple mécanique sur l'agitateur et la puissance thermique n'évoluent plus (voir figure IV.13 et figure IV.14). Ainsi, un coefficient d'échange de 2 500 W.m^{-2}.K^{-1} est retenu pour l'agitateur. Cette valeur permet une bonne représentativité de l'autocreuset. Quelques profils d'autocreuset sont détaillés sur la figure IV.15 pour différentes valeurs du coefficient d'échange thermique. La forme générale des autocreusets est très proche. La principale différente est visible pour le cas 1 (h_p = 500 W.m^{-2}.K^{-1}) où la pale n'est pas totalement recouverte par du verre solide. Pour tous les cas testés, l'épaisseur de l'autocreuset sur les parois de la sole et du creuset est comprise entre 1 et 2 centimètres. L'autocreuset est plus mince que celui observé sans agitateur mécanique[1] car le brassage est plus fort. Par conséquent, les vitesses et les températures sont plus élevées, particulièrement près de la sole. La figure IV.16 précise les profils des autocreusets, dans une section de la cuve, obtenus à l'issu des calculs avec et sans agitateur.

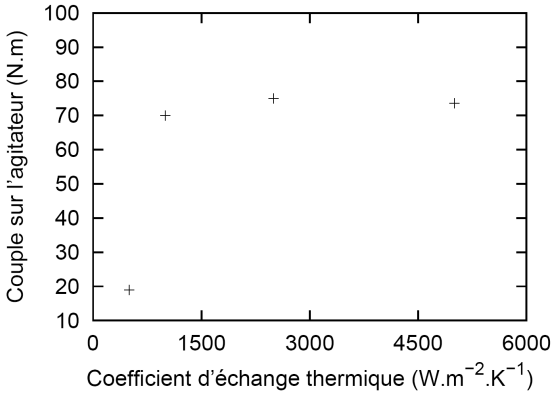


figure IV.13 : Evolution du couple sur l'agitateur en fonction du coefficient d'échange thermique fixé sur la pale. Calcul instationnaire sans couplage. Valeurs obtenues une fois le régime permanent atteint. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

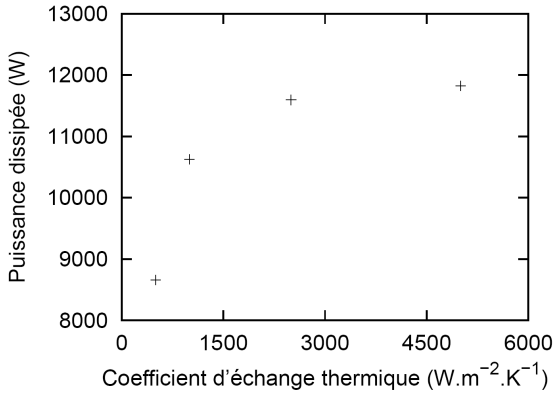


figure IV.14 : Evolution de la puissance thermique perdue sur l'agitateur en fonction du coefficient d'échange thermique fixé sur la pale. Calcul instationnaire sans couplage. Valeurs obtenues une fois le régime permanent atteint. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

D'après la section 2.1, cette modélisation du pilote équipé de l'agitateur mécanique s'avère imprécis près de la pale car il est effectué sans couplage avec un logiciel électromagnétique 3D. La densité de puissance Joule est surévaluée près de l'agitateur qui est surchauffé localement. Ainsi, avec un couplage complet 3D thermohydrodynamique-électromagnétisme, l'autocreuset devrait apparaître pour un coefficient d'échange thermique moins élevé. On peut s'attendre à ce que les distributions dans le cœur du bain n'évoluent plus pour des valeurs de h_p inférieures à 2 500 W.m^{-2}.K^{-1}.

On peut noter qu'il n'est pas nécessaire de définir une température de l'eau de refroidissement variable sur la pale, à l'image de la température du système réel. En effet, la valeur de la température de l'eau influence peu les distributions dans le bain car la présence du verre solide masque toute variation de la température de l'eau. La résistance créée par l'autocreuset, zone de faible conductivité thermique, est supérieure à celle imposée par la condition aux limites choisie. Des modélisations effectuées avec diffé-

[1] avec le couplage complet 2D-axisymétrique présenté dans le chapitre III.

rents profils de température d'eau ont pu confirmer cette hypothèse. Les distributions de température et de vitesse sont parfaitement identiques dans le cœur du bain de verre. De plus, les différences observées sur les premières mailles au contact de l'agitateur sont très faibles et ne modifient pas la forme de l'autocreuset.

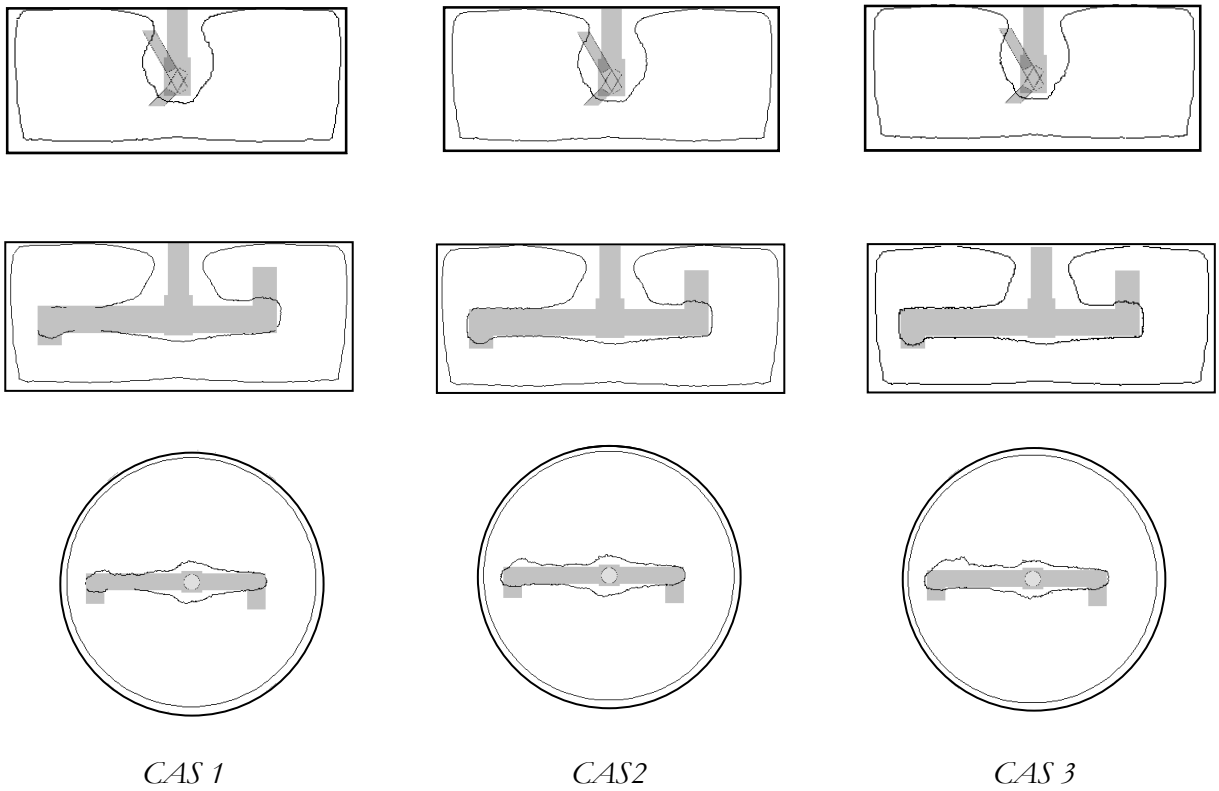


figure IV.15 : Profils d'autocreuset dans deux sections verticales et dans un plan horizontal coupant l'axe de l'agitateur pour différentes valeurs du coefficient d'échange thermique. Calcul instationnaire sans couplage. Valeurs obtenues une fois le régime permanent atteint. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

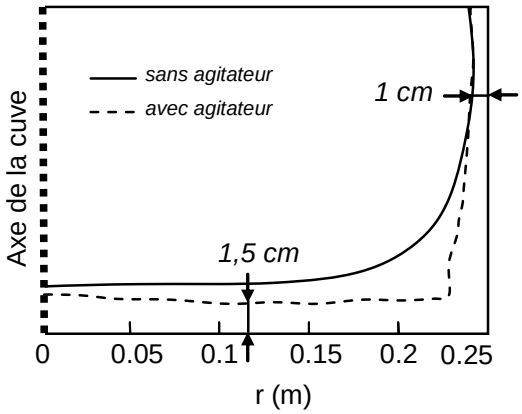


figure IV.16 : Profils d'autocreuset avec et sans agitateur mécanique. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}. Sur les parois fixes h = 300 W.m^{-2}.K^{-1} et sur l'agitateur h = 2 500 W.m^{-2}.K^{-1}(CAS 3). La température de référence est fixée à 333 K.

3.1.2. Les distributions dans le bain de verre

La figure IV.17 et la figure IV.18 exposent les champs de température et de vitesse obtenus respectivement avec le calcul stationnaire i.e. sans couplage et avec le couplage une fois le régime permanent atteint.

Pour le calcul sans couplage, la carte de densité de puissance Joule est issue d'un calcul complet 2D-axisymétrique sans agitateur. Ce calcul stationnaire sert d'initialisation au calcul couplé, il permet de débuter le couplage avec un bilan de puissance convergé (voir paragraphe 2.4.2).

Avec le couplage, le régime permanent est atteint sur la majorité du bain en environ 1 000 secondes. Ce temps correspond à un temps de diffusion thermique, il varie avec la température de la région considérée. Les champs de température représentés dans les sections verticales mettent en évidence un déplacement de la zone chaude lors du couplage. Sans couplage, les isothermes maximales sont localisées sous la surface libre près des parois du creuset. Cette zone correspond à la région où la densité de puissance Joule est maximale (voir figure IV.19). Avec le couplage, la zone de densité de puissance maximale s'allonge et se déplace près de la paroi du creuset. Les températures les plus élevées sont alors situées dans la partie inférieure du bain de verre. Ceci se répercute sur les valeurs des vitesses qui augmentent dans le bas du bain.

La figure IV.19 met en évidence une déformation de la densité de puissance Joule près de la zone concernée par l'agitateur avec le calcul couplé. La faible conductivité électrique dans cette zone, liée à la présence de l'agitateur refroidi, crée cette empreinte. Il est intéressant de préciser que cette déformation est visible malgré une distribution de la conductivité électrique moyennée dans la direction azimutale. Cela souligne une forte variation de la conductivité électrique près de l'agitateur.

Les sections horizontales des distributions de température et de vitesse confirment le caractère azimutal de l'écoulement ; le verre tourne quasiment en bloc autour de l'agitateur. Les distributions ne sont pas axisymétriques uniquement dans une zone localisée autour de l'agitateur. Le caractère azimutal de l'écoulement a aussi été mis en évidence par un lâché de particules inertes dans le bain de verre. On remarque sur la figure IV.20 que les trajectoires des différentes particules sont quasiment circulaires, ce qui confirme un brassage faible pour cette configuration. Chaque particule injectée se déplace suivant la direction du vecteur vitesse et sa position est recalculée dès qu'elle entre dans une nouvelle cellule. Le pas de temps est alors défini par le rapport de la distance parcourue par la norme de la vitesse. Les trajectoires sont calculées à partir des vitesses relatives exprimées dans le repère tournant lié à la pale. Les trajectoires des particules sont donc celles vues par un observateur placé sur l'agitateur. Ces particules ont été injectées une fois le régime permanent atteint avec le calcul couplé i.e. à 1 000 secondes. La totalité de la trajectoire représente 1 030 secondes. Ce lâché de particules n'a pas été utilisé dans ce chapitre pour étudier le mélange d'un point de vue lagrangien. Cette étude sert uniquement de support à la compréhension de l'écoulement. Avec l'approche lagrangienne, la densification de l'espace par une particule permet de caractériser l'efficacité du brassage. Concernant cette thématique, on peut citer, par exemple, les travaux théoriques de Boyland *et al.* (2000), les études expérimentales de Swanson et Ottino (1990) et les calculs numériques de Tanguy *et al.* (1997-b).

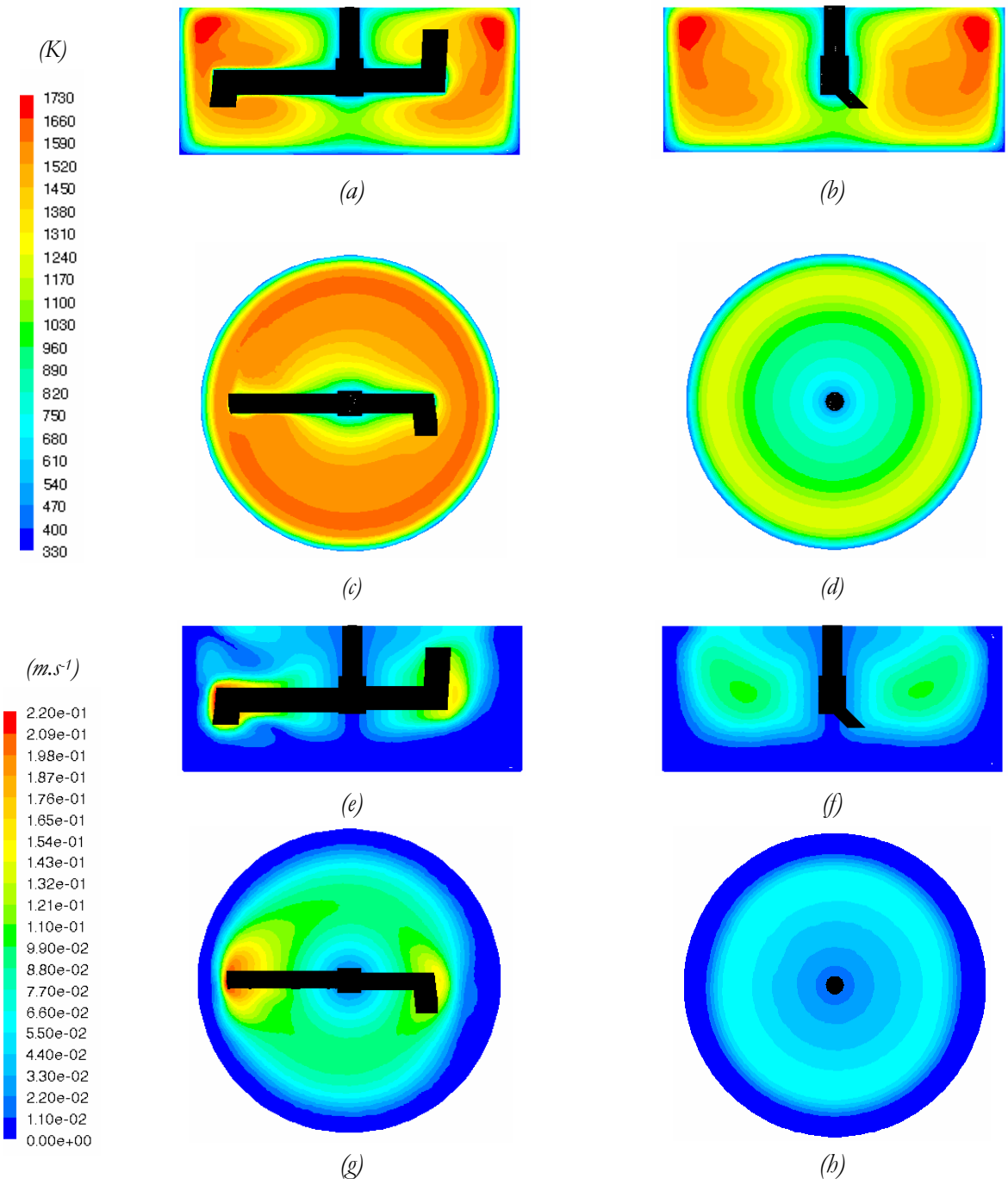


figure IV.17 : Champs obtenus sans couplage i.e. avec le calcul stationnaire. La carte de densité de puissance Joule est issue d'un couplage complet 2D-axisymétrique sans agitateur.
Distribution de la température : (a) (b) dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur,
(c) dans le plan horizontal coupant l'agitateur, (d) à la surface libre.
Distribution de la vitesse : (e) (f) dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur,
(g) dans le plan horizontal coupant l'agitateur, (h) à la surface libre.
P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

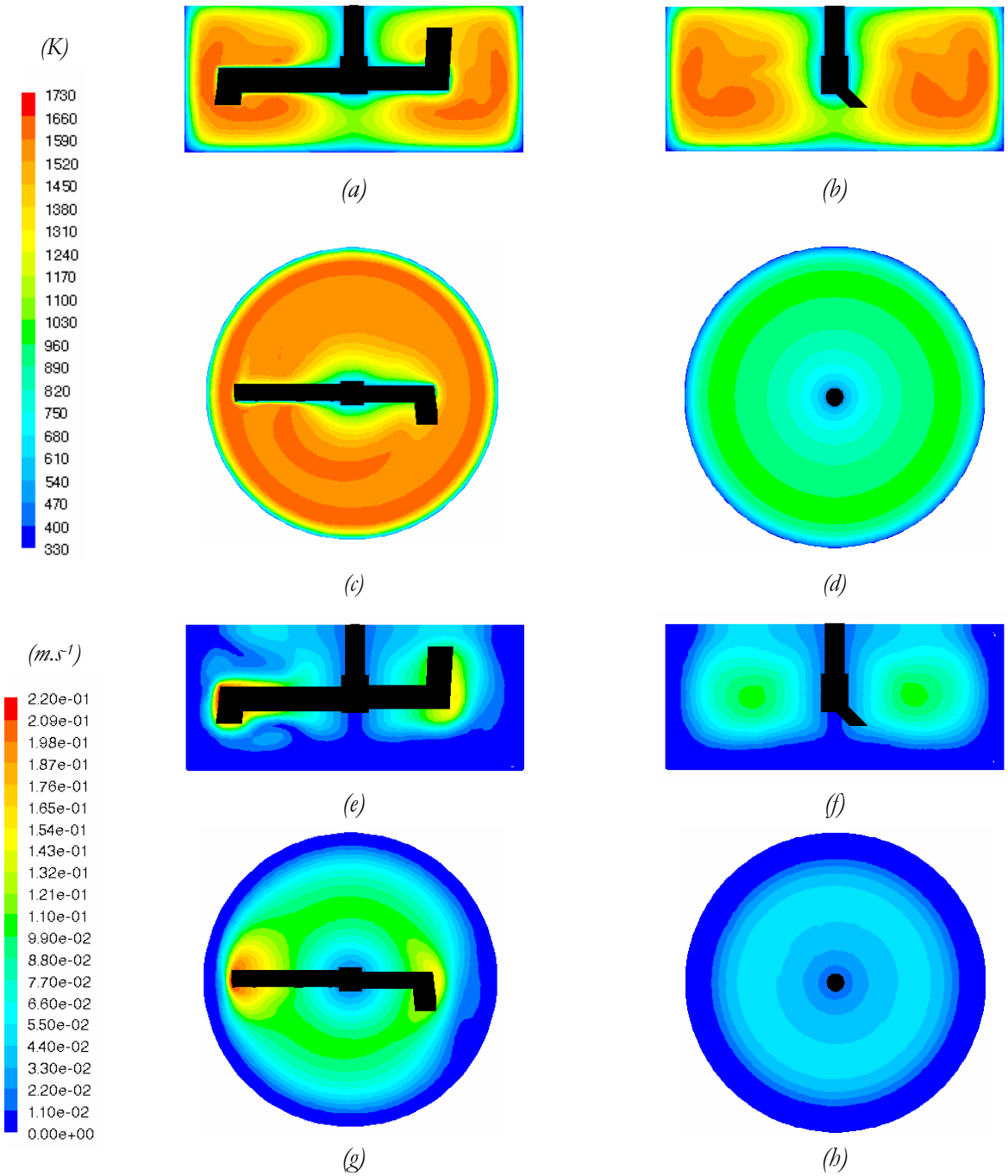


figure IV.18 : Champs obtenus avec un couplage tous les 10 pas de temps thermohydrodynamique, t = 1000 s.
Distribution de la température : (a) (b) dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur,
(c) dans le plan horizontal coupant l'agitateur, (d) à la surface libre.
Distribution de la vitesse : (e) (f) dans des plans verticaux coupant l'axe de l'agitateur,
(g) dans le plan horizontal coupant l'agitateur, (h) à la surface libre.
P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

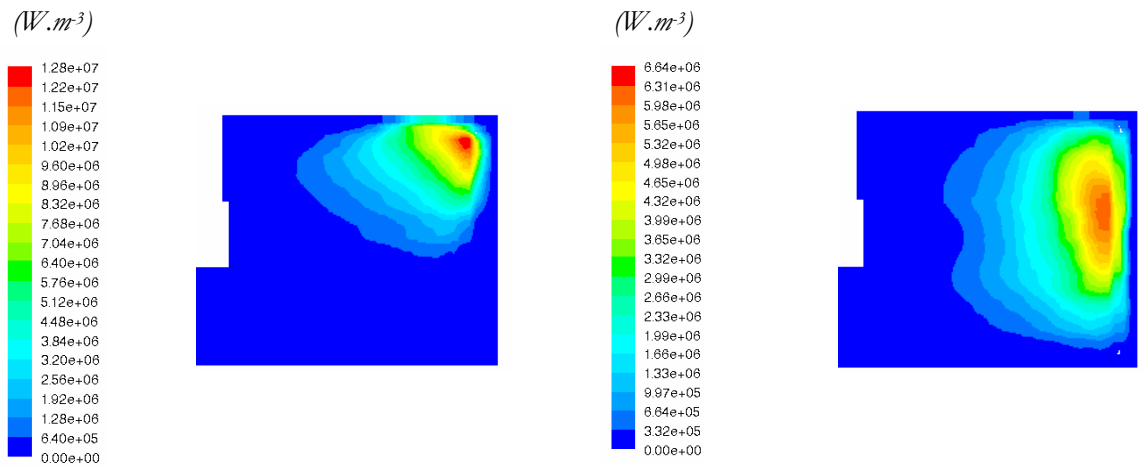


figure IV.19 : Distribution de la puissance Joule : (a) injectée pour le calcul stationnaire sans couplage, elle est issue du couplage complet 2D-axisymétrique sans agitateur. (b) obtenue à t = 1000 s avec un couplage 2D(Ophelie) - 3D (Fluent) tous les 10 pas de temps thermohydrodynamique. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

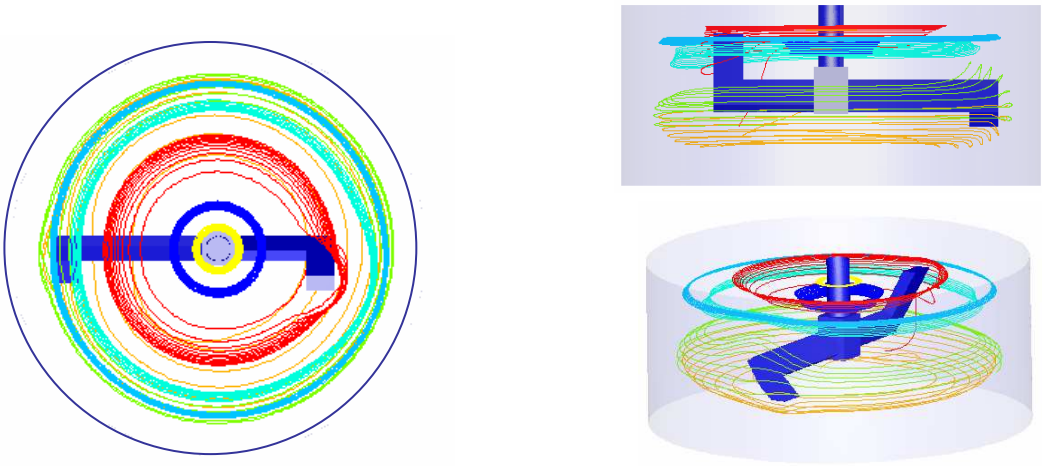


figure IV.20 : Trajectoires de différentes particules inertes dans le bain de verre. L'observateur est placé sur l'agitateur. Les particules sont injectées une fois le régime permanent atteint i.e à t = 1 000 s avec le couplage 2D (Ophelie) - 3D (Fluent). La trajectoire complète représente 1 030 secondes. P = 60 kW. N = 10 tr.min^{-1}.

3.1.3. Bilan de puissances thermiques

Cette partie détaille des bilans de puissances, obtenus avec le calcul présenté dans le paragraphe précédent.

Les puissances échangées sur les frontières du domaine du calcul thermohydrodynamique sont précisées dans le tableau IV.6. Ces valeurs correspondent aux puissances thermiques extraites du bain de verre en fusion. Si l'on compare aux résultats obtenus sans agitation mécanique (chapitre III, tableau III.5), on observe que les puissances échangées sur les parois fixes de la cuve (creuset et sole) sont plus élevées. Ceci est lié à la présence de l'agitateur qui uniformise la température du bain de verre tout en affinant l'épaisseur de l'autocreuset. Les gradients en paroi sont ainsi plus forts en présence de la pale, les conditions aux limites restant identiques par ailleurs.

tableau IV.6 : Bilan de puissances thermiques échangées par toutes les frontières du bain. Résultats numériques calculés avec le logiciel Fluent, modèle 3D.

Eléments	**Puissance échangée** *(kW)*
Sole	13,8
Surface libre	9,6
Parois latérales	26,3
Agitateur	10,3
Verre	**60,0**

Les puissances dissipées par effet Joule sur les différentes structures sont présentées dans le tableau IV.7. Ces résultats sont issus du calcul électromagnétique effectué avec le code Ophelie. Le rendement de cette installation, défini comme le rapport entre la puissance injectée dans le verre et la puissance totale dissipée sur l'ensemble des structures, atteint 72%. On observe ainsi un meilleur rendement en comparaison au rendement obtenu en l'absence d'agitateur (chapitre III, tableau III.6). Ceci s'explique par une valeur moyenne de la conductivité électrique du bain de verre plus élevée en présence de l'agitateur, de l'ordre de 10 $\Omega^{-1}.m^{-1}$ contre 7 $\Omega^{-1}.m^{-1}$ sans agitateur. En effet, Ernst (1985) a montré que le rendement d'un système inductif diminue avec la conductivité électrique de la charge de verre car elle devient transparente au champ magnétique. Pour les métaux liquides, un comportement inverse est observé : le rendement diminue quand la conductivité électrique augmente. La puissance transmise à l'inducteur et au creuset devient alors prépondérante devant celle transmise à la charge. Finalement, on obtient un rendement maximal pour une conductivité électrique intermédiaire qui dépend de la fréquence du courant dans l'inducteur. Pour l'installation étudiée dans ce chapitre, nous avons effectué plusieurs calculs en balayant une large gamme de résistivité électrique dans la charge afin de retrouver cette caractéristique du rendement. Pour l'ensemble des calculs, la différence de potentiel est fixée à 9 kV aux bornes de l'inducteur. Un modèle de fine peau électromagnétique est utilisé pour les fortes conductivités électriques. Ce modèle est similaire à celui choisi pour la sole et le creuset. Pour notre configuration, le rendement maximal est obtenu pour une résistivité électrique de la charge de l'ordre de 8.10^{-3} Ω.m, ce qui correspond à une conductivité électrique de 125 $\Omega^{-1}.m^{-1}$. Le tracé du rendement en fonction de la résistivité du bain est présenté sur la figure IV.21-a. En accord avec les travaux de Delage (1982), le rendement maximal est atteint pour une épaisseur de peau électromagnétique de l'ordre d'un tiers du rayon de la charge (voir figure IV.21-b).

tableau IV.7 : Puissances électriques dissipées sur les différentes structures. Résultats numériques calculés avec le logiciel Ophelie, modèle 2D-axisymétrique.

Eléments	**Puissance dissipée** *(kW)*
Sole	1,244
Creuset froid	19,259
Inducteur	3,300
Verre	60,000
TOTAL	**83,8**

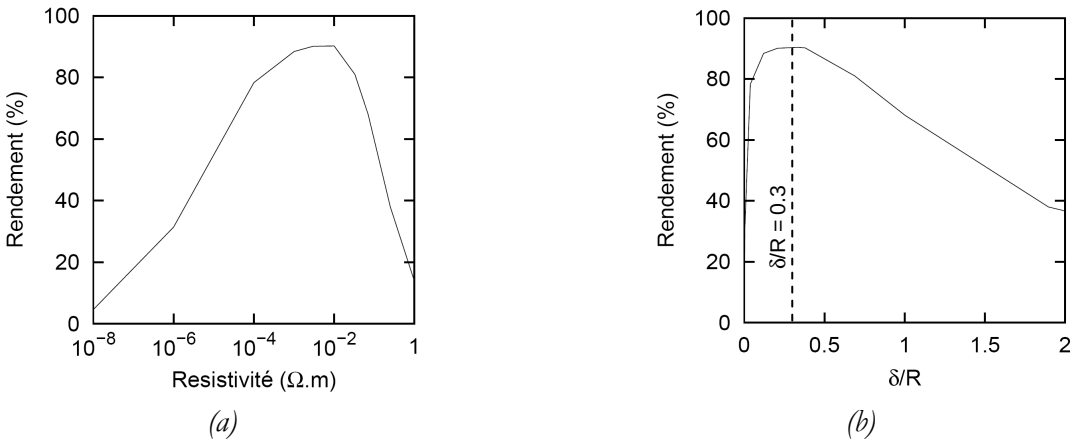


figure IV.21 : Rendement de la configuration modélisée en fonction (a) de la résistivité du bain de verre, (b) du rapport entre l'épaisseur de peau électromagnétique et le rayon du bain de verre.
Fréquence et différence de potentiel aux bornes de l'inducteur imposées.

3.2. Etude d'un point de vue global

L'objectif de cette section est d'étudier quelques paramètres globaux caractéristiques d'un système agité. Dans l'industrie, ces éléments sont très souvent étudiés pour quantifier les performances des agitateurs. Deux aspects sont abordés :

- le brassage d'un point de vue hydrodynamique,
- l'échange de flux de chaleur entre l'agitateur et le bain de verre.

Les résultats exposés dans cette section sont issus de calculs instationnaires, sans couplage, ayant atteint l'état permanent. Deux puissances Joule totales ont été injectées dans le bain lors de cette étude : 56 et 70 kW. L'agitateur tourne dans le sens anti-horaire et sa vitesse de rotation varie de 10 à 50 tr.min^{-1}. Les coefficients d'échange pour les parois statiques (creuset froid et sole) sont fixés à 300 W.m^{-2}.K^{-1} et à 2 500 W.m^{-2}.K^{-1} sur l'agitateur, pour une température de référence de 333 K.

3.2.1. Aspects hydrodynamiques

3.2.1.1. Quelques notions générales sur les poches agitées mécaniquement

La puissance P consommée par l'agitateur est fonction des propriétés physiques du fluide, des caractéristiques géométriques du système, de la vitesse de rotation de l'agitateur et d'autres grandeurs physiques :

$$P = f(\mu, \rho, N, g, paramètres\ géométriques) \tag{IV.13}$$

Cette puissance peut être calculée à l'aide de deux méthodes différentes. La première consiste à intégrer la puissance perdue par dissipation visqueuse D_v sur l'ensemble du bain (IV.14).

$$P = \int_V \mu D_v dV \tag{IV.14}$$

avec $D_v = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] + \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right]^2.$

Avec la seconde méthode, la puissance est calculée par l'intermédiaire du couple C qui s'applique sur l'agitateur tournant à la vitesse de rotation N (s^{-1}) :

$$P = 2\pi NC \qquad \text{avec} \quad C = \left(\int_S \left(\vec{r} \times \left(\overline{\overline{\tau}} \cdot \hat{n} \right) \right) dS \right) \cdot \hat{a} \, . \tag{IV.15}$$

$\hat{n}$ désignant le vecteur normal à la paroi de l'agitateur, $\vec{r}$ le vecteur position, $\hat{a}$ le vecteur unité parallèle à l'axe de rotation et S la surface de l'agitateur.

Une analyse dimensionnelle (Nagata (1975)) met en évidence que la relation (IV.13) peut s'écrire à l'aide de nombres adimensionnels sous la forme suivante :

$$N_p = ARe^a Fr^b \tag{IV.16}$$

avec Re désignant le nombre de Reynolds (IV.17), Fr le nombre de Froude (IV.18) et N_p le nombre de puissance (IV.19), définis comme suit :

$$Re = \frac{\rho N d^2}{\mu} \tag{IV.17}$$

$$Fr = \frac{N^2 d}{g} \tag{IV.18}$$

$$N_p = \frac{P}{\rho N^3 d^5} \tag{IV.19}$$

avec d le diamètre de l'agitateur.
Les constantes A, a et b dépendent du système étudié.

Le nombre de puissance N_p est très souvent utilisé dans la littérature comme indicateur macroscopique de l'efficacité de l'agitateur. Pour une géométrie et des conditions de fonctionnement données, plus N_p est grand plus efficace sera l'agitateur. Il ressort de ces études que le nombre de Froude intervient dans les corrélations uniquement si la surface libre du bain se déforme. Pour les fluides fortement visqueux et dans la gamme de vitesses de rotation de l'agitateur atteinte dans notre étude, la surface du bain restant plane, il est admis que l'influence du nombre de Froude sur le nombre de puissance est négligeable ($b = 0$). Ainsi, la relation (IV.16) devient :

$$N_p = ARe^a \tag{IV.20}$$

En régime laminaire et pour tout type d'agitateur, les études expérimentales montrent que le nombre de puissance est inversement proportionnel au nombre de Reynolds ($a = -1$) :

$$N_p = \frac{A}{Re} \tag{IV.21}$$

La constante A dépend uniquement des paramètres géométriques de la configuration étudiée (diamètre et forme de la pale, distance pale-cuve …). De nombreuses études se sont intéressées à déterminer cette constante pour des fluides à propriétés physiques constantes. Quelques valeurs représentatives de la constante A pour différents agitateurs sont présentées dans le tableau IV.8.

tableau IV.8 : Valeurs de la constante A, définie par $N_p = \dfrac{A}{Re}$, pour différents agitateurs classiques.

Agitateurs	Valeur de A
Hélice à 3 pales *Campolo et al. (2002)*	32
Turbine hélicoïdale *Tanguy et al. (1997-a)*	160
Agitateurs à étages composés d'hélices *Alliet-Gaubert et al. (2006)*	220
Turbine hélicoïdale + Turbine Rushton *Tanguy et al. (1997-a)*	410

La relation (IV.21) devient la relation (IV.22) lorsque les propriétés physiques et les paramètres géométriques restent constants : le couple sur l'agitateur et la vitesse de rotation sont proportionnels.

$$C \sim N \tag{IV.22}$$

En régime turbulent, le nombre de puissance est constant ($a = 0$) et cette constante dépend de la géométrie du système :

$$N_p = cte \tag{IV.23}$$

Pour tout régime intermédiaire, la relation entre le nombre de puissance et le nombre de Reynolds est plus complexe.

3.2.1.2. Cas du brassage du verre

Dans la littérature, aucune étude ne semble aborder le brassage de bain de verre en utilisant les notions précisées précédemment. De même, l'étude du brassage de fluides dont la viscosité varie fortement avec la température ne semble pas encore examinée. Dans ce cas, la difficulté est de choisir la valeur de la viscosité pour le calcul des nombres adimensionnels. Ainsi, l'objectif de cette section est de déterminer une viscosité équivalente de telle sorte que la loi (IV.21) valable pour les fluides à propriétés physiques constantes soit vérifiée. La méthode est adaptée du concept de viscosité effective proposé par Metzner et Otto (1957) pour les fluides non-newtoniens. Les différentes étapes de la méthode développée sont exposées ci-après.

Dans un premier temps, une modélisation hydrodynamique, où l'ensemble des propriétés physiques est supposé constant, est réalisée. Le nombre de puissance N_p, caractérisant notre agitateur est ensuite tracé en fonction du nombre de Reynolds Re (figure IV.22). Le diamètre de l'agitateur est de 34 centimètres. Il est important de noter que les valeurs de la puissance consommée par l'agitateur sont identiques avec les deux méthodes détaillées précédemment. La courbe $N_p(Re)$ suit parfaitement la loi expérimentale (IV.21), ce qui confirme le caractère laminaire de l'écoulement étudié ainsi que la validité des résultats numériques. La valeur de la constante A atteint pour cette configuration 47. D'après le

tableau IV.8, l'agitateur considéré est équivalent en termes d'efficacité à une hélice à 3 pales. Il est important de souligner que cet agitateur n'a pas été choisi pour brasser le bain mais pour permettre le déclenchement de la coulée. En effet, cette position non inclinée engendre un mouvement du verre fondu principalement dans la direction azimutale.

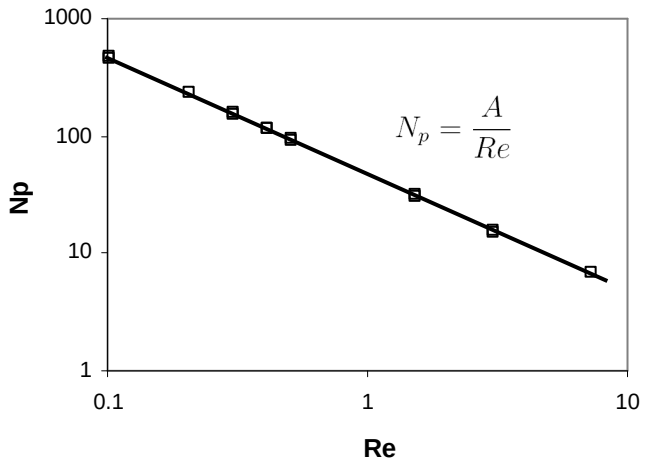


figure IV.22 : Evolution du nombre de puissance N_p avec le nombre de Reynolds Re pour des propriétés physiques constantes. A = 47 pour l'agitateur EREBUS.

L'étape suivante consiste à calculer la puissance consommée par l'agitateur, notée P_{verre}, dans le cas d'une modélisation d'un bain de verre fondu pour différentes vitesses de rotation. Les deux méthodes de calcul de puissance, exposées précédemment, ont été comparées. La figure IV.23 examine les résultats obtenus. Contrairement au cas du fluide à viscosité constante, il apparaît une différence entre les deux méthodes ; les écarts relatifs atteignent jusqu'à 15%. Ceci peut s'expliquer par le calcul inexact du couple sur la pale. En effet, la couche de verre solide entourant la pale implique que la composante normale du gradient de vitesse soit nulle à la paroi. Cette partie du couple n'est donc pas considérée lors du calcul. Par la suite, la méthode utilisant l'intégration de l'énergie de dissipation visqueuse a donc été retenue. Néanmoins, il est nécessaire que l'état permanent soit atteint pour que le calcul soit représentatif de la puissance consommée par l'agitateur.

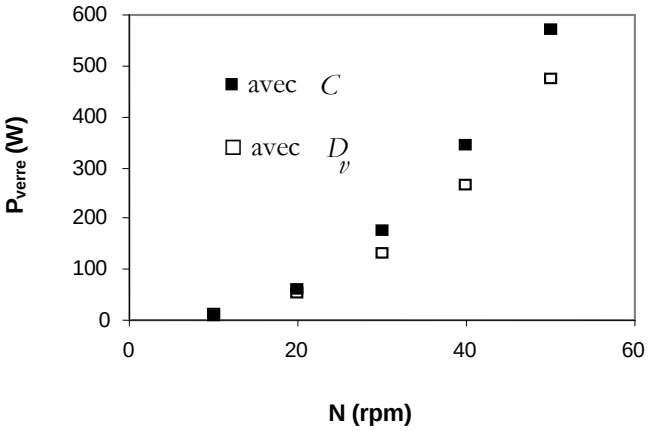


figure IV.23 : Puissance consommée P obtenue avec les 2 méthodes pour différentes vitesses de rotation N. P = 56kW.

La valeur du nombre de puissance $N_{p_{verre}}$, obtenue avec la modélisation du bain de verre fondu et définie par (IV.24), est ensuite reportée sur la courbe caractéristique de l'agitateur $N_p(Re)$ (figure IV.22).

$$N_{p_{verre}} = \frac{P_{verre}}{\rho N^3 d^5} \tag{IV.24}$$

On obtient un nombre de Reynolds équivalent Re_e où $Re_e = A/N_{p_{verre}}$, et par conséquent une viscosité équivalente associée μ_e, définie par la formule :

$$\mu_e = \frac{\rho N d^2}{Re_e} \tag{IV.25}$$

Cette méthode est effectuée pour plusieurs vitesses de rotation. Le tracé de la viscosité équivalente en fonction de la vitesse de rotation de l'agitateur est présenté sur la figure IV.24 pour les deux valeurs de puissance Joule injectée dans le bain de verre. On observe sur ce tracé que la viscosité équivalente diminue avec la puissance totale injectée, cela est lié à une augmentation de la température du bain de verre. D'autre part, on remarque que la viscosité équivalente augmente très rapidement avec la vitesse de rotation. Ceci s'explique par une augmentation des transferts thermiques avec la vitesse de rotation de l'agitateur. Cela implique un refroidissement du bain de verre et par conséquent, la viscosité étant définie par une loi logarithmique, une augmentation rapide de la viscosité du bain. De façon analogue, le couple sur l'agitateur n'augmente pas linéairement avec la vitesse de rotation. En effet, la relation (IV.22) devient, par définition de la viscosité équivalente :

$$C \sim \mu_e N \tag{IV.26}$$

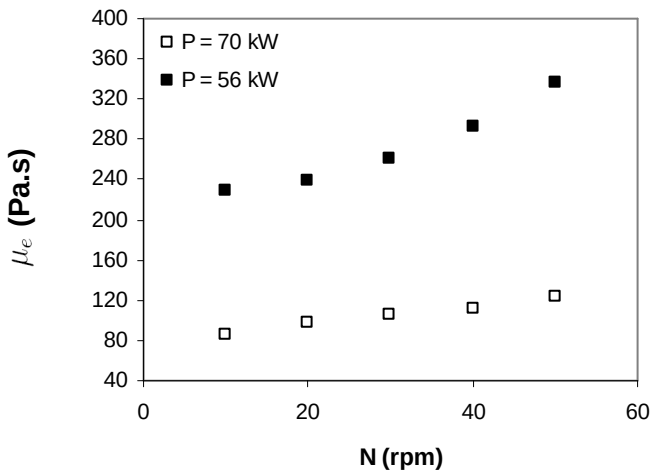


figure IV.24 : Evolution de la viscosité équivalente en fonction de la vitesse de rotation dans le cas d'un bain de verre.

Cette viscosité équivalente apporte une image de l'état du bain de verre pour différentes vitesses de rotation. Il est aussi possible de calculer une température équivalente en utilisant la loi de variation de la viscosité du verre avec la température (IV.7) :

$$T_e = C + \frac{B}{log\mu_e - A} \tag{IV.27}$$

La figure IV.25 précise l'évolution de la température équivalente du bain de verre en fonction de la vitesse de rotation de l'agitateur. Cette figure met en évidence que la température équivalente est un bon indicateur de la température moyenne du bain de verre ; les ordres de grandeur sont proches.

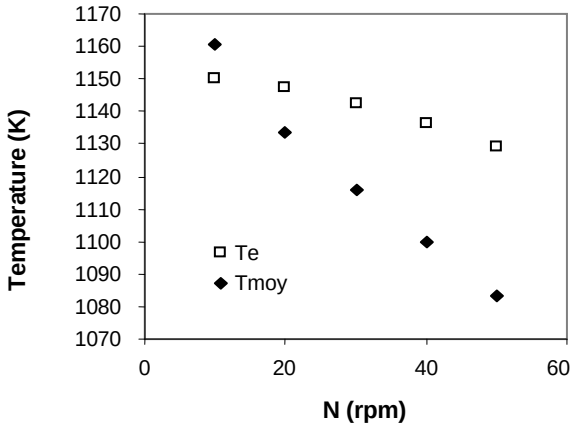


figure IV.25 : Evolution de la température équivalente et de la température moyenne du bain en fonction de la vitesse de rotation dans le cas d'un bain de verre. P = 56kW.

Pour conclure sur les avantages de cette méthode, il est possible de connaître la puissance à fournir à l'agitateur à partir de la vitesse de rotation en utilisant la viscosité équivalente ainsi que la courbe $N_p(Re)$ caractérisant l'agitateur. Ainsi, cela permet de déterminer la vitesse de rotation limite envisageable en fonction des performances du moteur de l'agitateur. Parallèlement, la mesure du couple sur l'agitateur lors des essais permet de calculer une température équivalente représentative de la température moyenne du bain de verre. L'agitateur est alors utilisé comme instrument de mesure pour la température.

3.2.2. Aspects thermiques

3.2.2.1. Les travaux antérieurs

Les travaux sur les transferts thermiques dans une cuve agitée sont beaucoup moins nombreux que les travaux sur le brassage. Les transferts thermiques en paroi sont le plus souvent caractérisés par le nombre de Nusselt, défini par :

$$Nu = \frac{flux\ effectif\ échangé}{flux\ surfacique\ de\ conduction\ pure} = \frac{\phi}{\frac{\lambda}{L}(T_\infty - T_p)} = \frac{hL}{\lambda} \qquad \text{(IV.28)}$$

ϕ désignant le flux effectif échangé, L une échelle de longueur caractéristique, S la surface d'échange, T_∞ la température au loin de la surface d'échange et T_p la température de la paroi.
Ce nombre adimensionnel représente le rapport du flux surfacique effectif échangé sur le flux surfacique de conduction pure. Il correspond à l'amplification locale du transfert de chaleur dans le fluide due à ses mouvements (Bianchi *et al.* (2004)).
Le manque de compréhension de ce type de configuration d'un point de vue fondamental a poussé les auteurs à une approche empirique. Généralement, les transferts thermiques en convection forcée s'expriment à l'aide de paramètres de similitude par la relation (IV.29).

$$Nu = KRe^x Pr^y Vi^z \tag{IV.29}$$

avec Pr le nombre de Prandtl et $Vi = \dfrac{\mu_p}{\mu_b}$ le rapport des viscosités du milieu évaluées en paroi μ_p et au cœur du bain μ_b. Cette grandeur est introduite pour prendre en compte les variations de la viscosité avec la température. Les grandeurs K, x, y et z sont des constantes qui dépendent uniquement de la géométrie de la configuration étudiée et du régime d'écoulement. Dans le cas des fluides non-Newtoniens, la viscosité effective définie par Metzner et Otto (1957) est utilisée pour calculer les nombres de Reynolds et de Prandtl.

De nombreuses études cherchent à déterminer ces constantes pour différentes configurations. Plusieurs corrélations sont présentées dans une très bonne revue de Mohan *et al.* (1992) pour les fluides Newtoniens. Il s'intéresse majoritairement au régime turbulent. Le lecteur pourra aussi se référer à l'ouvrage de Nagata (1975) qui détaille les travaux effectués pour les régimes laminaire et turbulent. Il ressort de ces études que la puissance du nombre de Prandtl, notée y, est égale à 1/3 quelque soient la configuration et le régime considérés. La puissance du nombre de Reynolds, notée x, varie uniquement avec le régime de l'écoulement. Cette grandeur tend vers 1/3 en régime laminaire, 1/2 pour le régime intermédiaire et 2/3 en régime turbulent. Ces valeurs ont été obtenues pour des transferts thermiques en parois fixes et en parois mobiles.
Concernant les transferts thermiques sur des parois fixes, ceci a été mis en évidence, par exemple, par Martone et Sandall (1971) et Sandall et Patel (1970) pour les turbines de type Rushton par Sandall et Patel (1970), Heinlein et Sandall (1972) et Nagata (1975) pour les ancres et par Ishibashi *et al.* (1979), Nagata (1975) et Mitsuishi et Miyairi (1973) pour les turbines hélicoïdales.
Les transferts thermiques sur des parois mobiles semblent être examinés dans seulement trois articles : Mitsuishi et Miyairi (1973) s'intéressent aux agitateurs de type double ruban hélicoïdal pour les régimes laminaire et turbulent, Nagata *et al.* (1972) caractérisent le double serpentin en régime laminaire et intermédiaire et enfin les travaux d'Ishibashi *et al.* (1979) concernent des vis d'Archimède excentrées en régime intermédiaire et turbulent. Ces agitateurs ont été privilégiés par ces auteurs car ils permettent des échanges thermiques optimaux.

3.2.2.2. Cas du verre

Pour cette configuration en verre, le nombre de Nusselt, relatif à l'échange thermique entre le bain et l'agitateur, est défini par :

$$Nu = \frac{P_{éch}}{\frac{\lambda}{L}\left(T_e - T_p\right) S} \tag{IV.30}$$

avec λ désignant la conductivité thermique du verre évaluée à la paroi de l'agitateur, L le diamètre de l'agitateur, S la surface de l'agitateur en contact avec le verre et T_p la température de la paroi de l'agitateur, fixée à 500 K. Toutes ces grandeurs sont supposées constantes.
Le tracé du nombre de Nusselt (IV.30) en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl est visible sur la figure IV.26. Les nombres adimensionnels sont calculés à partir de la viscosité équivalente et de la température équivalente associée. La corrélation obtenue (IV.31) est en accord avec les travaux antérieurs en régime laminaire : la puissance des nombres de Reynolds et de Prandtl est proche de 1/3. Néanmoins, la grandeur K dépend de la puissance totale injectée dans le bain de verre. Les nombres de Prandtl et de Reynolds étant élevés à la même puissance, la viscosité équivalente n'intervient plus

directement dans la corrélation mais à travers la température équivalente utilisée dans le calcul du nombre de Nusselt. Il est important de souligner que la prise en compte de la viscosité équivalente μ_e supprime le terme Vi dans cette corrélation.

$$Nu = KRe^{1/3}Pr^{1/3} \tag{IV.31}$$

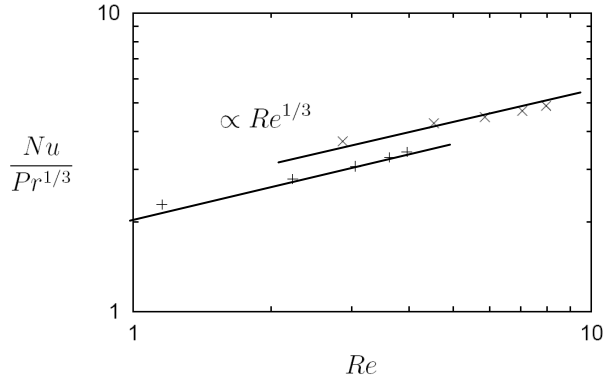


figure IV.26 : Evolutions du nombre de Nusselt avec les nombres de Prandtl et de Reynolds. Ces nombres adimensionnels sont calculés à partir de la viscosité équivalente et de la température équivalente associée. Les droites correspondent à $y \propto Re^{1/3}$.

L'objectif est d'obtenir une corrélation valable pour toute valeur de puissance Joule totale injectée. Le rapport entre la puissance totale échangée sur la pale et la puissance totale injectée dans le bain de verre, notée $P_{éch}/P_{tot}$, est alors tracé en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl (voir figure IV.27). Les exposants des nombres adimensionnels sont proches de $1/3$ et une unique constante k peut être utilisée pour les différentes puissances totales injectées (IV.32). Cette corrélation s'avère donc plus intéressante que celle obtenue pour le nombre de Nusselt.

$$P_{éch}/P_{tot} = kRe^{1/3}Pr^{1/3} \tag{IV.32}$$

Cette relation met en évidence une proportionnalité entre la puissance échangée sur l'agitateur et la puissance totale injectée, pour une vitesse de rotation de l'agitateur donnée. D'un point de vue pratique, cette loi est très intéressante, car elle permet de connaître directement les pertes sur l'agitateur (à l'exclusion de la puissance Joule dissipée directement dans l'agitateur) pour une vitesse de rotation et une puissance Joule totale données. Cela peut être utile, par exemple, pour dimensionner le système permettant de maintenir la consigne de la température de l'eau de refroidissement (échangeur de chaleur, pompe…). Inversement, il est possible de déterminer la puissance totale injectée dans le bain de verre à partir de la puissance échangée sur l'agitateur (liée à la présence du verre en fusion et non aux effets Joule) et la vitesse de rotation. La viscosité équivalente est déterminée à partir de la vitesse de rotation avec la courbe $\mu_e(N)$ de la figure IV.24.

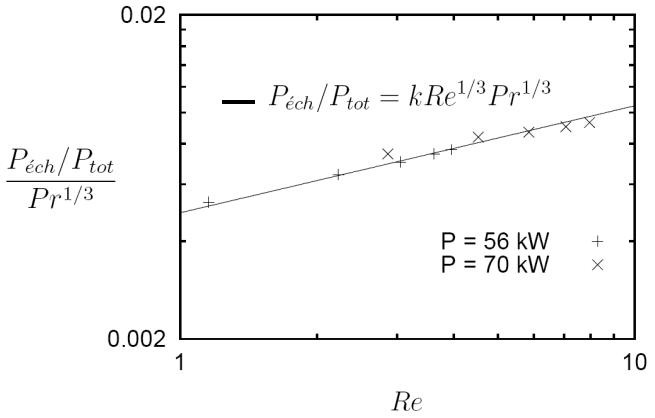


figure IV.27 : Corrélation du rapport des puissances avec les nombres de Reynolds et de Prandtl calculés à partir de la viscosité équivalente. k *= 0,005.*

3.3. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Ce paragraphe s'attache à présenter une confrontation des résultats numériques et expérimentaux obtenus sur le pilote EREBUS. Nous nous sommes intéressés particulièrement à trois grandeurs : la puissance thermique échangée sur l'agitateur, la vitesse et la température dans le bain de verre. Les cannes et les thermocouples utilisés lors des essais sont identiques à ceux présentés dans le chapitre III (page 52). La validation de la modélisation avec les résultats expérimentaux s'est avérée délicate et complexe pour plusieurs raisons.

Premièrement, les champs de vitesse numériques ne peuvent pas être validés dans le cœur du bain de verre, les mesures étant très complexes à mettre en œuvre (voir chapitre III, page 52). A la surface du bain, la technique de suivi de traceurs utilisée dans le chapitre III a confirmé le caractère azimutal de l'écoulement. D'un point de vue quantitatif, cette méthode n'a pas donné de résultats satisfaisants pour cette configuration car les traceurs disparaissaient très rapidement du champ de la caméra. Néanmoins, les aspects hydrodynamiques ont pu être validés pour des géométries d'agitateur différentes dans le cas de bains d'huile agités mécaniquement. Les modélisations sont détaillées dans un rapport de DEA (Jacoutot (2003)) et dans la première partie du chapitre V. Les mesures de vitesses ont été effectuées, au CEA de Grenoble, à l'aide des techniques de vélocimétrie par images de particules (PIV) et de vélocimétrie LASER Doppler (VLD).

Deuxièmement, cette validation est délicate car l'agitateur parcourt une large zone dans la cuve, ce qui rend difficile le positionnement des cannes d'alumine contenant les thermocouples. Par conséquent, peu de profils de température ont pu être mesurés.

Enfin, la comparaison des résultats est complexe car les instruments de mesure ne peuvent pas être modélisés avec la méthode de changement de repère choisie. Ainsi, seuls des ordres de grandeur ont pu être comparés.

Deux séries de mesures ont été effectuées pour 10 et 20 tr.min^{-1}. Les températures maximales dans le bain de verre, mesurées et calculées avec le modèle instationnaire, et la puissance échangée par l'agitateur sont résumées sur le tableau IV.9. Lors des calculs, la puissance totale injectée dans le verre est fixée à 60 kW en accord avec les résultats expérimentaux. Pour déterminer cette puissance totale, la méthode utilisée est identique à celle présentée dans le chapitre III (paragraphe 1.2.1).

tableau IV.9 : Températures maximales dans le bain et puissances totales échangées par l'agitateur pour une vitesse de rotation de l'agitateur de 10 et 20 tr.min^{-1}. P = 60 kW.

N=10 tr.min^{-1}	***Mesures***	***Calculs***
Température maximale (K)	1723	1730
Puissance thermique (kW)	9	10,3
N=20 tr.min^{-1}	***Mesures***	***Calculs***
Température maximale (K)	1623	1700
Puissance thermique (kW)	14	12,2

On remarque dans ce tableau un bon accord des puissances thermiques perdues sur l'agitateur pour les deux vitesses de rotation testées. Le choix des conditions aux limites sur l'agitateur lors des calculs semble ainsi respecter les conditions expérimentales. Concernant les températures, les ordres de grandeur sont identiques numériquement et expérimentalement, les écarts relatifs ne dépassent pas 5%. Finalement, les résultats numériques et expérimentaux montrent un bon accord pour l'ensemble des grandeurs comparées, toutefois il est difficile de conclure sur la fiabilité du modèle numérique étant donné le peu d'éléments disponibles pour la validation.

4. Conclusion

Ce chapitre traite de la modélisation d'un bain de verre équipé d'un agitateur droit. Une modélisation thermohydrodynamique tridimensionnelle a été couplée avec un modèle électromagnétique 2D-axisymétrique.

Dans un premier temps, un cas test sur une configuration simplifiée a été développé afin de déterminer l'erreur induite par le calcul électromagnétique 2D-axisymétrique. Cette analyse a montré que les distributions de densité de puissance Joule étaient imprécises près de l'agitateur, la puissance étant surestimée dans cette zone. Toutefois, l'écart avec un calcul tridimensionnel reste faible.

Par ailleurs, une étude académique a été menée pour cette configuration du pilote EREBUS afin de réduire les temps de calcul. Elle a souligné la possibilité d'effectuer le couplage entre les deux codes tous les 10 pas de temps thermohydrodynamiques tout en conservant la précision du calcul. Toutefois, à la vue des distributions de température, vitesse et densité de puissance Joule obtenues avec et sans couplage, on peut conclure que le couplage reste nécessaire.

L'étude globale a permis de caractériser l'agitateur d'un point de vue hydrodynamique et thermique. Des corrélations entre différents nombres adimensionnels ont été obtenues en adaptant les corrélations classiques disponibles dans la littérature et en utilisant la notion de viscosité équivalente. Cette viscosité est définie à partir d'une configuration dont les propriétés physiques sont constantes. Cette étude globale a mis en évidence l'utilité de ces lois d'un point de vue pratique. Par exemple, elles favorisent le dimensionnement du moteur de l'agitateur et du système maintenant la consigne de l'eau de refroidissement. De plus, la mesure du couple sur l'agitateur permet d'estimer une température représentative de l'état du bain.

Enfin, une comparaison des données numériques et expérimentales a été effectuée. Elle a montré un bon accord pour les différentes grandeurs confrontées. Néanmoins, une validation complète n'a pu être réalisée étant donné le manque d'éléments disponibles.

CHAPITRE V - ETUDE D'UN BAIN DE VERRE AGITE MECANIQUEMENT : CONFIGURATION 3D

PARTIE CONFIDENTIELLE

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail de thèse a contribué à développer une modélisation numérique du procédé de vitrification prochainement installé dans les ateliers de La Hague. Ce procédé industriel se caractérise par un agitateur en position inclinée qui homogénéise le bain de verre d'un point de vue chimique et thermique. Parallèlement, la charge de verre, contenue dans un creuset froid, est maintenue en fusion par l'induction de courants électriques. Dans cette étude, les phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques présents dans le bain de verre ont été considérés. Afin de répondre aux difficultés engendrées par ces différents aspects, trois études numériques ont été réalisées. La première consiste en la modélisation d'un bain de verre non agité mécaniquement, cela permet de s'affranchir des difficultés imposées par l'agitateur mécanique. Dans la seconde, un agitateur axial est considéré ce qui permet un certain nombre d'hypothèses simplificatrices lors de la résolution. Enfin, la dernière étude s'est intéressée à modéliser la configuration inactive du pilote prochainement installé à La Hague. Ces travaux ont débuté par une étude d'un bain d'huile en similitude de Reynolds. Cette étude préliminaire permet d'écarter les difficultés liées aux aspects thermiques et électromagnétiques.

D'un point de vue technique, un superviseur a été développé pour coupler le logiciel Fluent, utilisé pour résoudre les phénomènes thermohydrodynamiques au logiciel Ophelie qui a été privilégié pour modéliser les phénomènes électromagnétiques. Ce programme permet de lancer automatiquement et successivement les deux codes tout en gérant l'interpolation entre les maillages et la convergence. Ce couplage automatique s'avère un gain de temps pour l'étude de tels phénomènes couplés.

Pour ces trois études, un intérêt particulier a été porté pour le choix des conditions aux limites sur les parois métalliques. Un flux de chaleur, basé sur la loi phénoménologique de Newton, a été imposé sur les différentes parois. Cette condition aux limites nécessite de fixer un coefficient d'échange et une température de référence qui représente la température de l'eau de refroidissement. Les analyses développées dans les chapitres III et IV concernant le choix de ce coefficient d'échange ont souligné l'existence d'une valeur limite à partir de laquelle l'autocreuset était formé. Pour toute valeur supérieure, les distributions de température et de vitesse n'évoluent plus dans le cœur du bain et l'épaisseur de l'autocreuset reste identique. Les seules différences sont visibles dans les premières mailles en contact avec la paroi. Ainsi, ces études ont mis en évidence un phénomène de régulation lié à la présence de l'autocreuset. Ce phénomène s'explique par une résistance thermique imposée par l'autocreuset supérieure à celle fixée par la condition aux limites. Finalement, il n'est pas nécessaire d'utiliser des lois variables et représentatives de la configuration expérimentale pour la température de référence et le coefficient d'échange. L'autocreuset masque toutes ces variations, qu'elles soient liées au réchauffement de la température de l'eau et/ou aux différences d'épaisseur de l'inox constituant l'élément refroidi.

Concernant l'étude sans agitateur mécanique, ces travaux ont mis en évidence la forte influence des instruments de mesure et des phénomènes thermocapillaires sur les distributions dans le bain de verre. Les cannes d'alumine créent un refroidissement local sur toute la hauteur de la canne, tandis que les phénomènes thermocapillaires perturbent fortement les vitesses près de la surface libre en déstabilisant le bain et en augmentant les normes des vitesses dans cette zone. Cette étude a souli-

gné la nécessité de considérer ces deux aspects pour valider le modèle numérique. Une validation quantitative de la modélisation a pu être réalisée pour les profils de température. Par ailleurs, les ordres de grandeurs des épaisseurs d'autocreuset et des vitesses en surface libres ont montré un parfait accord entre les résultats numériques et expérimentaux.

La configuration étudiée avec l'agitateur non incliné a permis de répondre à un certain nombre d'interrogations. Cette géométrie a été choisie car elle permet de simplifier la modélisation des phénomènes thermohydrodynamiques : la position axiale de l'agitateur admet un changement de repère. Dans un premier temps, nous avons établi que la présence de la pale métallique déformait la distribution de densité de puissance Joule en créant une cage de Faraday. Toutefois, ces perturbations sont localisées près de la pale, ce qui autorise, en première approximation, de considérer une carte de densité de puissance Joule 2D-axisymétrique pour le calcul. Par ailleurs, cette étude a souligné la possibilité d'effectuer le couplage entre les deux codes tous les 10 pas de temps thermohydrodynamiques tout en conservant la précision du calcul. Cette démarche est très avantageuse car cela permet de réduire le temps de calcul, qui reste une contrainte forte dans cette étude. Parallèlement, une étude globale a été effectuée pour caractériser l'agitateur d'un point de vue hydrodynamique et thermique. Des corrélations entre différents nombres adimensionnels ont été obtenues en adaptant les corrélations classiques disponibles dans la littérature. D'un point de vue pratique, cette étude est très intéressante car elle considère des paramètres globaux qui pourraient être mesurés lors des essais. Par exemple, la valeur du couple sur l'agitateur permet d'estimer une température représentative de l'état du bain.

Les résultats concernant la modélisation du pilote inactif, prochainement installé à La Hague, sont présentés en détails, dans le chapitre confidentiel V. Seules les principales conclusions seront développées dans cette conclusion générale. Cette modélisation s'avère délicate à cause de la position inclinée de l'agitateur. Dans un premier temps, la validation des aspects hydrodynamiques a été effectuée à l'aide d'essais et de modélisations numériques en huile représentant la similitude de Reynolds de la configuration en verre. Par la suite, les premières modélisations en verre ont été effectuées. Ces calculs ne sont pas parfaitement représentatifs du pilote pour plusieurs raisons. D'une part, le bullage n'est pas pris en compte pour ces calculs. D'autre part, les codes électromagnétiques actuels ne nous ont pas permis de modéliser de telles configurations inductives à résistivités électriques variables. Ainsi, une distribution de densité de puissance Joule axisymétrique a été injectée lors du calcul thermohydrodynamique. Pour cette configuration, la principale difficulté est liée au temps de calcul qui reste très important même en parallélisant le code. Toutefois, les résultats s'avèrent encourageants pour la suite. Un bon accord des températures et des puissances échangées a été obtenu entre les calculs et les premières mesures. Néanmoins, la validation est difficile car les mesures effectuées sur ce procédé industriel ne sont pas dédiées à la modélisation mais au pilotage du procédé. Par conséquent, le peu de données expérimentales ne nous permet pas de conclure sur la fiabilité du modèle numérique.

Par la suite, l'accent devrait être mis sur la modélisation des phénomènes électromagnétiques tridimensionnels. Obtenir une carte de densité de puissance Joule adaptée à la distribution de conductivité électrique, permettrait de réaliser un couplage précis. D'autre part, l'erreur induite par

l'utilisation d'une carte de densité de puissance Joule axisymétrique pourrait être estimée. Une fois le calcul électromagnétique effectué, il serait intéressant de réfléchir sur une stratégie de couplage. Un calcul idéal, couplerait les deux codes à chaque pas de temps thermohydrodynamique. Néanmoins, coupler deux logiciels tridimensionnels n'est pas envisageable pour cette configuration avec les moyens de calcul actuel. Une étude similaire à celle effectuée dans le chapitre IV pour être effectuée pour concilier temps de calcul et précision des résultats.

Par ailleurs, toute modélisation numérique nécessitant une validation, il serait intéressant de connaître précisément les propriétés physiques pour la gamme de température atteinte dans le bain de verre. Cela permettrait de diminuer les incertitudes sur ces grandeurs. Il pourrait alors être envisagé, par exemple, de considérer les verres composés de Platinoïdes comme des fluides non newtoniens.

D'autre part, une étude globale, analogue à celle effectuée pour l'agitateur droit, pourrait être effectuée sur la configuration équipée de l'agitateur inclinée. Avec cette analyse, des données intéressantes pourraient être obtenues pour le pilotage du procédé.

Enfin, pour compléter la modélisation, il faudrait aussi aborder le phénomène de bullage qui a été négligé jusqu'à présent.

BIBLIOGRAPHIE

M. Alliet-Gaubert, R. Sardeing, C. Xuereb, P. Hobbes, B. Letellier, P. Swaels (2006), CFD analysis of industrial multi-staged stirred vessels, Chemical Engineering and Processing, 45, 415-427.

M. Asai, Y. Katou (2000), Mixer blade assembly for medium and high viscosity liquid, United States Patent US6149296.

M. J. Austin, D. E. Bourne (1973), A mathematical model of an electric glass furnace, Glass Technology, 14, 3.

J. N. Barbier, Y. R. Fautrelle, J. W. Evans, P. Cremer (1982), Simulation numérique des fours chauffés par induction, Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, 1, 3, 533-556.

A. Bejan (2004), Convection heat transfer, John Wiley & sons.

F. Bertrand, P. A. Tanguy, F. Thibault (1997), A three-dimensional fictitious domain method for incompressible fluid flow problems, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 25, 719-736.

A. M. Bianchi, Y. Fautrelle, J. Etay (2004), Transferts thermiques, AUF.

R. Boen, C. Ladirat, M. Bonnale, D. Delage (1997), Fusion de verre par induction en creuset froid : perspectives d'applications industrielles. Exemples d'utilisation de la technologie à l'élaboration des émaux, Proc. of the Int. Congress on EPM, 27-29 May, Paris, pp 173-177.

A. Bonnetier, J. F. Hollebecque, J. Lacombe, R. Do Quang, P. Rivat (2003), Development of an Advanced cold Crucible for direct induction melting of glass, Proc. of the Int. Congress on EPM , Lyon.

P. L. Boyland, H. Aref, M.A. Stremler (2000), Topological fluid mechanics of stirring, Journal of Fluid Mechanics, 403, 277-304.

A. Brucato, M. Ciafalo, F. Grisafi, G. Micale (1998) Numerical prediction of flow fields in baffled stirred vessels: A comparison of alternative modelling approaches, Chemical Engineering Science, 53, 21, 3653-3684.

J. Burguete, N. Mukolobwiez, F. Daviaud, N. Garnier, A. Chiffaudel (2001), Buoyant-thermocapillary instabilities in extended liquid layers subjected to a horizontal temperature gradient, Physics of Fluids, 10, 6, 2773-2787.

I. M. Buzhinskii (1981), Development of industrial methods of high-speed stirring of optical glass during founding in ceramic containers, Soviet Journal of Optical Technology, 48, 43-47, 488-490.

M. Cable (1996), Model studies of the homogenizing of laboratory glass melts, Journal of non Crystalline Solids, 196, 309-313.

B. Caillault, J.J. Aubert, Y. Fautrelle, R. Perrier (1988), Induction melting of oxides in a cold crucible, IUTAM-Symposium on Metallurgical Applications of MHD, May; Riga.

M. Campolo, A. Paglianti, A. Soldati (2002), Fluid dynamic efficiency and scale-up of a retreated blade impeller CSTR, Industrial & engineering chemistry research, 41, 164-172.

Commissariat à l'Energie Atomique, Clefs CEA, 46, 2002.

M. K. Choudhary (2002), Recent Advances in Mathematical Modeling of Flow and Heat Transfer Phenomena in Glass Furnaces, Journal of the American Ceramic Society, 85, 5, 1030-36.

P. Colpo (1994), Conception d'une poche de transfert ultra propre comprenant un creuset froid inductif et une busette électromagnétique, Thèse I.N.P.G..

N. W. E. Curlet, K. J. Won, L. A. Clomburg, A. F. Sarofim (1984), Experimental and mathematical modeling of three-dimensional natural convection in an enclosure, AIChE Journal, 30, 2, 249-257.

F. Daviaud, J.-M.Vince (1993), Traveling waves in a fluid layer subjected to a horizontal temperature gradient, Physical review E, 48, 6, 4432-4436.

D. Delage (1982), Aspects électriques et thermiques de la fusion par induction en creuset froid, Thèse I.N.P.G..

I. Demirdzic, M. Peric (1990), Finite volume method for the prediction of fluid flow in arbitrary shaped domains with moving boundaries, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 10, 771-790.

G. Dickinson (1980), Pilkington Brothers LTD, Procédé et four de fusion pour la fabrication de verre, Brevet français FR2392945.

R. Ernst (1985), Le chauffage par induction des verres, La technique moderne, Juillet-Aout.

Fluent, Guide de l'utilisateur, 2006.

V. Frishfelds, A. Jakovics, B. Nacke (2004), Study of melting dynamics of oxides in inductor crucible, HES-04, Padova, Italy.

A. Gagnoud (1986), Modélisation des installations de fusion en creuset froid pour l'élaboration en continu ou la lévitation, Thèse I.N.P.G..

A. Gagnoud, I. Leclercq (1988), Electromagnetic Modelling of Induction Melting Devices in cold Crucibles, IEEE Transactions on Magnetics, 24, 1, 573-575.

A. Gagnoud, B. Maestrali, P. Masse (1991), Modelling of motion in liquid metal limited by a free surface and a solidification front, European Journal of Mechanics-B/Fluids, 5, 552-562.

K. Guilbeau, A. Giordana, W. G. Ramsey, N. Shulyak, A. Aloy, R. A. Soshnikov (2004), Induction-Melting Technology, American Ceramic Society Bulletin, 83, 7.

K. Hamashima (2003), Ashai Glass CO LTD, "Molten glass stirrer", Brevet japonais JP2003063829.

P. S. Harvey, M. Greaves (1982), Turbulent flow in agitated vessel. 1. A predictive model, Transactions of the institution of chemical engineers, 60, 195-210.

D. Harvey, C. K. Lee, S. E. Rogers (1995), Steady-state modelling and experimental measurement of a baffled impeller stirred tank, AIChE Journal, 41, 10, 2177-2186.

D. Hegen, O. op den Camp, G. Segal, K. Meijerink, H. Zuidema (2002), Simulation model for the gob forming process dominated by a stirring gobber, Proc. of the 2nd international Colloquium on Modelling of Glass Forming and Tempering, Valenciennes, France.

H. Heinlein, O. Sandall (1972), Low Reynolds number heat transfer to non-Newtonian fluids in anchor-agitated vessels, Industrial & engineering chemistry process design and development., 11, 4, 490-495.

T. Hideaki (1987), Agitating impeller for high-viscosity liquid, Brevet japonais JP62065723.

O. R. Hofmann (2003), Electromagnetic force in electric glass melting, Glass Science and Technology, 76, 4.

J. Holec, R. Zacek (1994), Didier-Werke, Agitateur pour mélanger et homogénéiser du verre en fusion, Brevet français FR2700763.

S. Hoyas, A. M. Mancho, H. Herrero, N. Garnier, A. Chiffaudel (2005), Bénard–Marangoni convection in a differentially heated cylindrical cavity, Physics of Fluids, 17, 5, 054104-12.

H. Igarashi, T. Takahashi (1991), A three-dimensional mathematical model for an electric glass melter used to vitrify nuclear high level liquid waste, Glass Technology, 32, 6, 206-216.

K. Ishibashi, A. Yamanaka, N. Mituishi (1979), Heat transfer in agitated vessels with special types of impellers, Journal of chemical engineering of Japan, 12, 3.

L. Jacoutot (2003), Modélisation numérique du brassage par agitateurs mécaniques de bains de verre fondu, Rapport de D.E.A., *Ecole doctorale Mécanique et Energétique, I.N.P.G.*.

K. H. Javed, T. Mahmud, J. M. Zhu (2006), Numercial simulation of turbulent batch mixing in a vessel agitated by a Rushton turbine, Chemical Engineering and Processing, 45, 99-112.

D. Krause, H. Loch (2002), Mathematical simulation in glass technology, Schott Series on Glass and Ceramics, Springer-Verlag, Berlin.

C. Kuncewicz, M. Pietrzykowski (2001), Hydrodynamic model of a mixing vessel with pitched-blade turbines, Chemical Engineering Science, 56, 4659-4672.

C. Kuncewicz, K. Szulc, T. Kurasinski (2005), Hydrodynamics of the tank with a screw impeller, Chemical Engineering and Processing, 44, 766-774.

I. Leclercq (1989), Conception d'une installation pilote de fusion en creuset froid, Thèse I.N.P.G..

K. O. Lim, T. H. Song, K. S. Lee (1998), Patterns of natural convection driven by the free surface temperature distribution in a glass melting furnace, Glass Technology, 39, 1, 27-31.

K. O. Lim, K. S. Lee, T. H. song (1999), Primary and secondary instabilities on a glass-melting surface, Numerical Heat Transfer-A, 36, 309-325.

Y. Linard (2000), Détermination des enthalpies libres de formation des verres borosilicatés, Thèse Université Paris VII.

D. Lopukh, A. Pechenkov, I. Loginov, I. Pozniak, B. Polevodov, B. Nacke (2004), Induction melting of glass in cold crucible with bottom pouring, HES-04, Padova, Italy.

J. Y. Luo, A. D. Gosman, R. I. Issa, J. C. Middleton, M. K. Fitzgerald (1993), Full flow field computation of mixing in baffled stirred vessels, Chemical Engineering research and design, 71 (A), 342-344.

A. M. Mancho , H. Herrero (2000), Instabilities in laterally heated liquid layer, Physics of Fluids, 12, 5, 1044-1051.

J. A. Martone, O.C. Sandall (1971), Heat transfer to Bingham plastic slurries in agitated vessels, Industrial & engineering chemistry process design and development, 10, 86-91.

D. Martlew (2002), Chemistry, physics and time: the computer modelling of glassmaking, Faraday Discussions, 122, 283-297.

P. Masse, Y. Fautrelle, A. Gagnoud (1992), Coupled Methods for 3D Couples Problems 10 Years of Experiments in MHD, IEEE Transactions on Magnetics, 28, 2.

A. B. Metzner, R. E. Otto (1957), Agitation of non-Newtonian fluids, AIchE Journal, 3, 3.

J. C. Middleton, F. Pierce, P. M. Lynch (1986), Computation of flow fields and complex reaction yield in turbulent stirred reactors and comparison with experimental data, Chemical Engineering research and design, 64, 18-22.

S. M. Mimoune, J. Fouladgar, G. Develey (1995), Modeling of 3D Electromagnetic and Heat Transfer Phenomena for Materials with Poor Conductivity, IEEE Transactions on Magnetics, 31, 6.

N. Mitsuishi, Y. Miyairi (1973), Heat transfer to non-Newtonian fluids in an agitated vessel, Journal of chemical engineering of Japan, 6, 415-420.

P. Mohan, A. N. Emery, T. Al-Hassan (1992), Heat transfer to Newtonian fluids in mechanically agitated vessels, Experimental Thermal and Fluid Science, 5, 861-883.

G. Montante, K. C. Lee, A. Brucato (2001), Numerical simulations of the dependency of flow pattern on impeller clearance in stirred vessels, Chemical Engineering Science, 56, 12, 3751-3770.

S. Nagata, M. Nishikawa, T. Kayama, M. Nakajima (1972), Heat transfer to cooling coil acting as rotating impeller in highly viscous liquid, Journal of chemical engineering of Japan, 5, 187-192.

S. Nagata (1975), Mixing, principles and applications, Halsted Press.

Y. Narukawa (2003), Nihon ITA Glass, Stirrer for Melted glass, Brevet Japonais JP58088126.

J. Novak, S. Kasa (2005), Mathematical model of the glass melt homogenization in the forehearth, 8th International Seminar on Mathematical Modeling and Advanced Numerical Methods in Furnace Design and Operation.

J. Y. Oldshue (1983), "Fluid Mixing Technology ", McGraw-Hill Publications Co..

O. M. G. C. Op Den Camp et V. O. Aume (1998), Advanced forehearth design by means of mathematical modelling, Proc. of the 18th International Congress on Glass, San Francisco, California, 5-10 July.

O. M. G. C. Op Den Camp, D. Hegen, G. Haagh, M. Limpens (2002), TV panel production: simulation of the forming process, Proc. of the 63rd Conference on Glass Problems, Ohio.

P. Paillere, E. Alheritiere, M. Garnier, J. Driole, A. Gagnoud (1987), Dispositif de fusion et coulée continue de métaux, son procédé de mise en œuvre et son utilisation, Brevet Français FR8700814.

S. V. Patankar (1980), Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, 126-134.

F. G. Pellett (1974), Owens Illinois Inc., Method for rapidly malting and refining glass, United States Patent US3819350.

K. A. Pericleous, M. K. Patel (1987), The modelling of tangential and axial agitators in chemical reactors, PhysicoChemical Hydrodynamics, 8, 2, 105-123.

W. A. Poolos (2004) Mathematical modelling of glassmelting systems, American Ceramic Society Bulletin, 83, 1.

C. Raffourt (1991), Modélisation de la thermohydraulique du marais d'aluminium en coulée semi-continue, Thèse I.N.PG..

R. Richards (1991), Glasstech INC., Method and Apparatus for waste vitrification, Brevet international WO9116715.

R. Richards (1992), Glasstech INC., High shear mixer and glass melting apparatus, United States Patent US5120342.

R. J. Riley, G. P. Neitzel (1998), Instability of thermocapillarity-buoyancy convection in shallow layers. Part. Characterization of steady and oscillatory instabilities, Journal of Fluid Mechanics, 359, 143-164.

M. Roscini (1990), Fusion de verres par induction : étude électromagnétique et thermohydraulique, Thèse I.N.P.G..

M. Roscini, A. Gagnoud, Y. Fautrelle (1991), Numerical Modelling of induction furnaces for oxide melting, International Conference of Energy Transfer in Magneto-Hydro-Dynamics Flows, Cadarache, France.

O. C. Sandall, K. G. Patel (1970), Heat transfer to non-Newtonian pseudoplastic fluids in agitated vessels, Industrial & engineering chemistry process design and development, 9, 139-144.

D. Saumabere (1994), Modélisation numérique magnéto-thermique avec prise en compte du transfert radiatif dans les procédés d'élaboration des verres par induction en creuset froid, Thèse I.N.P.G..

V. K. Schiff (1996), Mathematical modelling of the complex heat exchange of a glass melt in a cylindrical induction furnace, Journal of Optical Technology, 67, 9.

V. K. Schiff, A. N. Zamyatin et A. A. Zhilin (2000), Numerical simulation of thermal convection of a glass melt in a cylindrical induction furnace, Glass Science and Technology, 69, 12, 379-86.

H. Scholze (1980), Le verre : nature, structure et propriétés, Institut du verre.

S. Servant, D. Saumabere, A. Gagnoud et Y. du Terrail (1992), MALICE : un logiciel couplant la méthode intégrale et la méthode des éléments finis. Application à la fusion des oxydes en creuset froid, Journal de Physique III 2, 11, 1991-2004.

S. Servant (1993), Elaboration semi-continue de silicium multicristallin en creuset froid inductif, Thèse I.N.P.G..

S.W Shin., Y.H You, P. Brunelot, T. Flament, A. Prod'homme, P. Brun (2003), The cold crucible vitrification pilot plant: a key facility for the incineration/vitrification of waste produced in the Korean nuclear power plants, Waste Management, Tucson.

C. Simonnet (2004), Conductivité électrique des verres et fonts d'oxydes. Effet de l'incorporation de particules RuO_2, Thèse.

Y. Sumi, M. Kamiwano (2001), Development and Mixing Characteristics of a Multistage Impeller for Agitating Highly Viscous Fluids, Journal of Chemical Engineering of Japan, 34, 4, 485-492.

C. Sun (1993), Modélisation des processus d'interaction entre thermohydraulique et électrocinétique dans les milieux semi-transparents à haute température, Thèse Université de Poitiers.

P. D. Swanson, J. M. Ottino (1990), A comparative computational and experimental study of chaotic mixing of viscous fluids, Journal of Fluid Mechanics, 213, 227-249.

P. A. Tanguy, F. Thibault, E. Brito-De La Fuente, T. Espinosa-Solares, A. Tecante (1997-a), Chemical Engineering Science, 52, 11, 1733-1741.

P.A. Tanguy, J. De La Villeon, R. Labrie, J. Bousquet, D. Lebouvier, F. Bertrand (1997-b), Evaluation of macromixing in mechanically agitated vessel using chaos analysis, Récents Progrès en Génie des Procédés, 11, 51, 259-264.

S. Wang, M. Cable (1986), Quantitative model studies of stirrers for laboratory glass melts, Journal of non Crystalline Solids, 80, 642-648.

K. Wechsler, M. Breuer, F. Durst (1999), Steady and unsteady computations of turbulent flow induced by a 4/45° pitched-blade impeller, Journal of Fluids Engineering Transactions of the ASME, 121, 2, 318.

K. Wetmore (1996), Stir-Melter INC., Apparatus for vitrifying hazardous waste, United States Patent US556236.

J. Zarycki (1982), Les verres et l'´etat vitreux, Ed. Masson.

ANNEXE 1 – ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'AGITATION MECANIQUE DE FLUIDES TRES VISQUEUX

Cette annexe présente une étude bibliographique sur les agitateurs mécaniques utilisés pour le brassage de bains de verre. L'industrie verrière et l'industrie nucléaire, qui utilisent largement ces systèmes, restent très discrètes sur leurs travaux. Ainsi, peu d'études concernant le brassage de bains de verre ont été publiées à ce jour. L'étude bibliographique a donc été étendue au brassage de fluides très visqueux (μ = 1-100 Pa.s).

Certains agitateurs sont dimensionnés afin de créer une émulsion forte. Ceci n'étant pas compatible avec le procédé étudié dans cette thèse, les géométries utilisées pour l'émulsion ne seront pas développées.

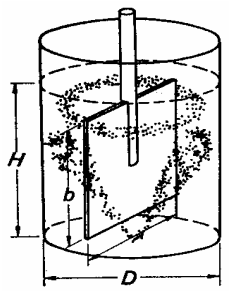
Pour plus d'informations sur le brassage mécanique en général, le lecteur pourra se référer aux livres de Nagata (1975) et Oldshue (1983) où sont exposées les caractéristiques d'une grande variété d'agitateurs.

A1.1. Agitateurs pour les fluides très visqueux

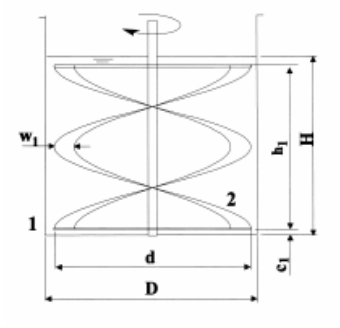
L'efficacité de plusieurs géométries "classiques" pour des fluides de forte viscosité est comparée dans la littérature. Par exemple, Nagata (1980) et Sumi et Kamiwano (2001) ont étudié l'efficacité d'agitateurs de type ancre, à palette, à rubans, à portes, à étages… La géométrie de quelques uns de ces agitateurs est présentée sur figure A1.1. Il ressort de ces études que pour des fluides très visqueux les temps de brassage sont les plus faibles pour des agitateurs à étages. Ces agitateurs, construits en combinant divers types d'agitateurs le long de l'axe de rotation, privilégient de fortes circulations de fluide sur l'ensemble de la cuve. Les agitateurs à rubans permettent aussi un brassage uniforme et rapide. Cependant, ils sont efficaces si la zone occupée par l'agitateur est étendue. Pour les palettes, le fluide étant mis en rotation solide, le brassage est peu développé. Cette géométrie est donc à proscrire. Enfin, concernant les ancres, les échanges de matière et de chaleur se situent principalement près de l'agitateur. Ainsi, pour la configuration détaillée sur la figure A1.1(d), une zone morte peut se développer près de l'axe.

L'étude des brevets, concernant le brassage de fluides très visqueux, montre l'utilisation par les industriels d'agitateurs très complexes. Principalement, il se dégage que les agitateurs sont construits à l'aide d'éléments disposés le long de l'axe. Ces éléments peuvent être des palettes, de simples tiges, des rubans…Ce type d'agitateur permet d'intéresser une zone plus étendue de la cuve. La figure A1.2 et la figure A1.3 montrent un aperçu du type d'agitateurs brevetés. L'agitateur à palettes de la figure A1.2 a été dessiné par la société japonaise SATAKE (Asai et Katou (2000)), spécialisée dans le développement de mobiles. Des palettes inclinées sont disposées de part et d'autre de l'axe de rotation le long de deux axes secondaires. Cette géométrie permet de développer une forte circulation de fluide sur l'ensemble de la cuve, éliminant ainsi les zones mortes. Cet agitateur est utilisé pour des fluides de viscosités moyennes à fortes dans les industries pharmaceutique, alimentaire, chimique…La figure A1.3 expose un agitateur breveté par la société japonaise THREEBOND (Hideaki (1987)). Le mobile est composé de deux parties distinctes. La partie intérieure, de type vis, permet de remonter le fluide très visqueux du bas vers le haut de la cuve le long de l'axe de l'agitateur. La partie extérieure est formée de deux rubans inclinés en sens inverse par rapport à la vis.

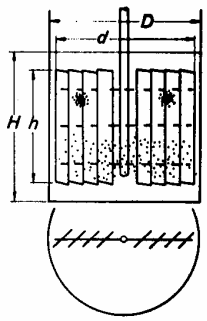
Cette partie permet de récupérer le fluide situé sous la surface libre et de le transférer en fond de cuve, alimentant ainsi la vis. Les deux structures sont reliées par des tiges transversales. Cette configuration peut être modifiée en inversant l'inclinaison de la vis et des rubans. Le fluide est alors expulsé vers le bas par la partie intérieure et pompé ensuite par les rubans. L'assemblage des deux parties de l'agitateur permet ainsi de créer une recirculation importante du fluide dans la cuve.



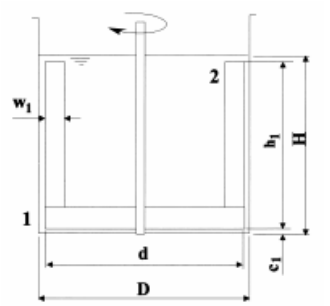
(a) Agitateur à palette



(b) Agitateur hélicoïdal



(c) Agitateur à porte



(d) Ancre

figure A1.1 : Quelques agitateurs classiques. (Nagata (1975), Sumi et Kamiwano (2001).

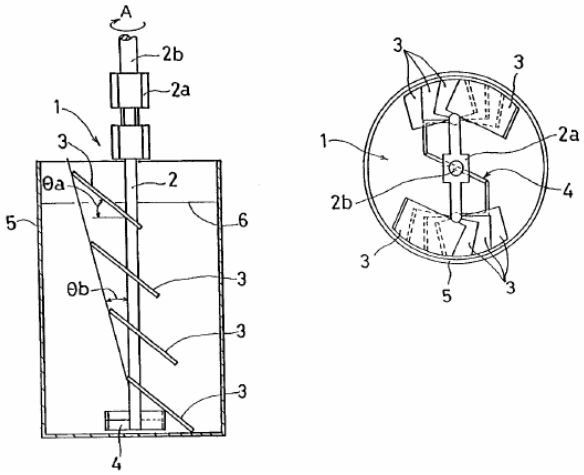


figure A1.2 : Agitateur à palettes.
Asai et Katou (2000).

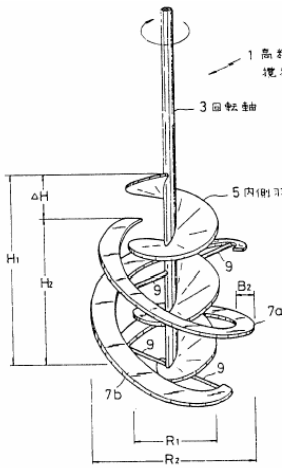


figure A1.3 : Agitateur à rubans.
Hideaki (1987).

Ces deux géométries ne sont qu'un aperçu des géométries utilisées pour le brassage de fluides très visqueux. Les géométries à étages utilisées par les industriels sont nombreuses et très souvent complexes. Cependant, aucune d'entre elles ne semble transposable au cas du brassage de verre. En effet, en raison des fortes températures d'élaboration du verre supérieures à 1200°C, la géométrie de l'agitateur doit permettre la mise en place d'un circuit de refroidissement. Les géométries trop complexes ne peuvent donc être retenues. De plus, la complexité de ces géométries impose une surface de contact avec le fluide très importante ce qui augmente les pertes thermiques. Enfin, pour les applications du CEA, l'agitateur doit être rétractable pour la phase de démarrage du four ce qui rend difficile l'utilisation de mobiles à étages.

A1.2. Agitateurs pour les bains de verre

A1.2.1. Domaine nucléaire

Les publications concernant la vitrification des déchets sont peu nombreuses et le plus souvent les informations sur la géométrie des agitateurs ne sont pas précisées. Par exemple, le brevet déposé par STIR-MELTER (Wetmore (1996)) ne s'attarde pas sur la description de l'agitateur.

Seuls deux brevets précisant la géométrie de l'agitateur ont été trouvés. La société GLASSTECH est à l'origine de ces brevets. Ces deux inventions concernent un système de vitrification agité mécaniquement et chauffé par effet Joule avec des électrodes et éventuellement par des brûleurs.
Le premier brevet (Richards (1991)) s'intéresse à un four équipé d'un agitateur à quatre pales planes inclinées à 45 degrés, favorisant ainsi les mouvements axiaux dans le bain. La géométrie du système est détaillée sur la figure A1.4. Le pot est séparé en deux zones : la zone supérieure fortement chauffée et agitée où s'effectue l'alimentation des produits et la zone inférieure très faiblement agitée. Par l'agitation mécanique et la présence d'eau dans les produits d'alimentation, le verre devient mousseux à la surface, cependant les bulles disparaissent quand on s'approche du fond du pot. Ainsi, lors de la vidange du pot par le bec de théière placé au fond du pot, le verre récupéré est plus dense. Il contient cependant encore 70 à 90% d'inclusions gazeuses. Il est important de souligner que la géométrie de l'agitateur ne semble pas avoir subi de développement particulier. L'agitateur est réalisé avec un alliage résistant aux températures de travail comprises entre 950 et 1050°C. De plus, seul l'axe de l'agitateur est refroidi et ce uniquement dans la zone en contact avec l'air. Finalement, ce système ne semble pas transposable à notre problématique car plusieurs étapes d'affinage et de brassage doivent être réalisées à la sortie de la théière afin d'obtenir un verre non bullé (Pellett (1974)).
D'autre part dans le second brevet (Richards (1992)), la société GLASSTECH s'est intéressée à optimiser l'emplacement des électrodes dans la cuve afin de minimiser les courants dans le mobile. Dans ce système, le verre est convoyé vers la cuve à l'aide d'un agitateur de type vis. La vidange du verre fondu s'effectue par un bec de théière de façon analogue au brevet précédent ou par une vanne située au fond du pot. La cuve présentée est en matériau réfractaire et plusieurs formes d'agitateurs (agitateur arroseur, agitateurs à pompe…) et de cuves sont envisagées (cylindrique, parallélépipédique, triangulaire…).

Dans la première configuration présentée (figure A1.5-a), l'agitateur est placé à la limite de la surface libre afin de créer des projections de verre contre les parois du pot. Cette technique permet de brasser rapidement le verre. Cependant, le brevet ne précise pas dans quelle mesure le bain agité contient des inclusions gazeuses. Une autre version du mobile consiste à pomper le fluide par la partie inférieure d'un cône et de le rejeter par la partie supérieure en utilisant la force centrifuge (figure A1.5-b). Pour cette configuration, le mobile est placé volontairement au niveau de la surface libre afin de rejeter le verre fondu au-dessus de la masse de verre. Inversement, pour la configuration de la figure A1.5-c, le mobile est placé sous la surface libre et le cône est inversé afin de rejeter le fluide dans la partie basse du pot. Ce type d'agitateurs à pompe centrifuge semble intéressant, mais il semble difficile de pouvoir brasser l'ensemble de la cuve avec de tels agitateurs. En effet, l'écoulement devrait rester a priori localisé autour de l'agitateur.
Il est précisé dans le brevet que l'ensemble de ces agitateurs est en acier et qu'ils peuvent être refroidis en cas de nécessité. Le système de refroidissement des agitateurs n'est pas développé dans le brevet.

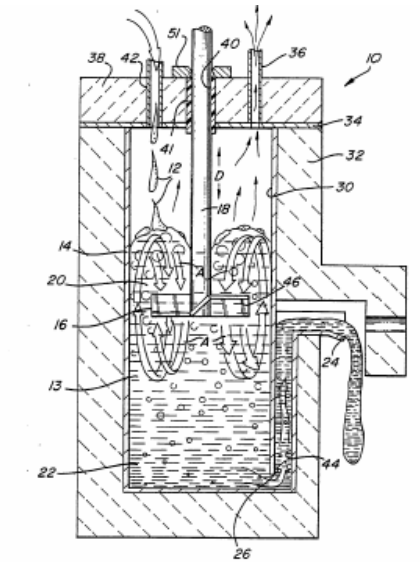
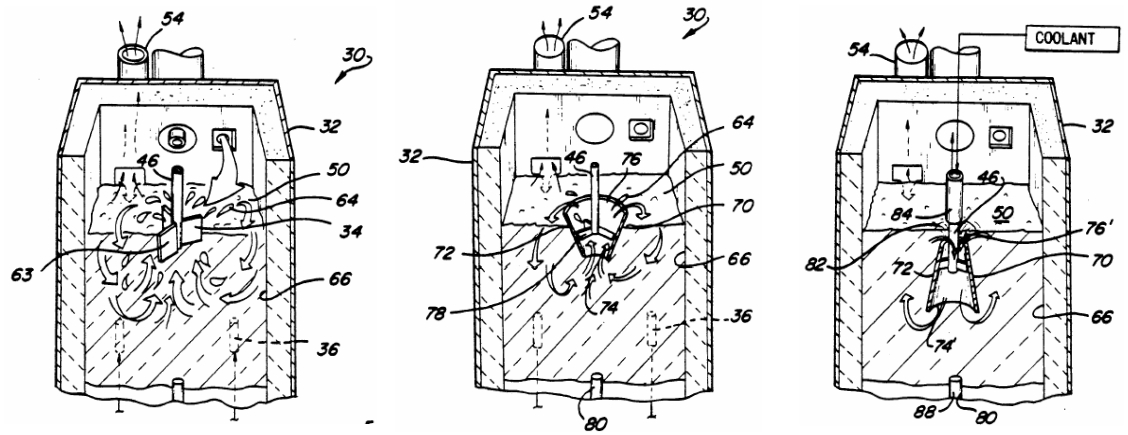


figure A1.4 : Système de brassage de GLASSTECH. Richards (1991).



(a) (b) (c)

figure A1.5 : (a) Agitateur "arroseur", (b) Agitateur à pompe centrifuge, (c) Agitateur à pompe centrifuge. Richards (1992).

A1.2.2. Domaine non nucléaire

Les verriers utilisent très largement l'agitation mécanique, appelée aussi « guinandage » pour homogénéiser leur bain. Pour la fabrication des verres optiques, le brassage mécanique devient incontournable pour limiter les anomalies de type cordes et stries. Ces défauts ont pour origine des variations de température et de concentration des matériaux présents dans les bains. Les industriels utilisent des agitateurs dans de nombreuses configurations : zone d'affinage, extrémité de travail, distributeur, rigole de distribution… Les géométries des agitateurs dépendent fortement de ces conditions d'utilisation. Elles peuvent être classées en deux catégories : les agitateurs à cadre et les agitateurs massifs.

Les agitateurs de type malaxeur à cadre semblent les plus utilisés dans l'industrie verrière. On peut citer par exemple les travaux de Wang et Cable (1986), Cable (1996), Buzhinskii (1981), Dickinson (1980), Hamashima (2003) qui s'intéressent à de telles géométries. La figure A1.6 présente quelques uns des ces agitateurs. Ces études montrent l'importance de la dissymétrie de l'agitateur sur la qualité du brassage. Ainsi, dans les travaux de Wang et Cable (1986) l'homogénéisation du bain est meilleure avec des agitateurs de type drapeaux (n°4 et 7 par exemple) que pour des agitateurs axisymétriques (n°1 et 3). De plus, les auteurs étudient l'influence du diamètre des pales des agitateurs ainsi que leur degré d'inclinaison sur la quantité de bulles emprisonnées. Les travaux montrent que les agitateurs doivent restés sous la surface libre afin de limiter la formation de bulles dans le verre. Ce type d'agitateurs permet un refroidissement par circulation d'eau dans les tubes creux. Cette technique est décrite dans l'étude de Dickinson (1980).

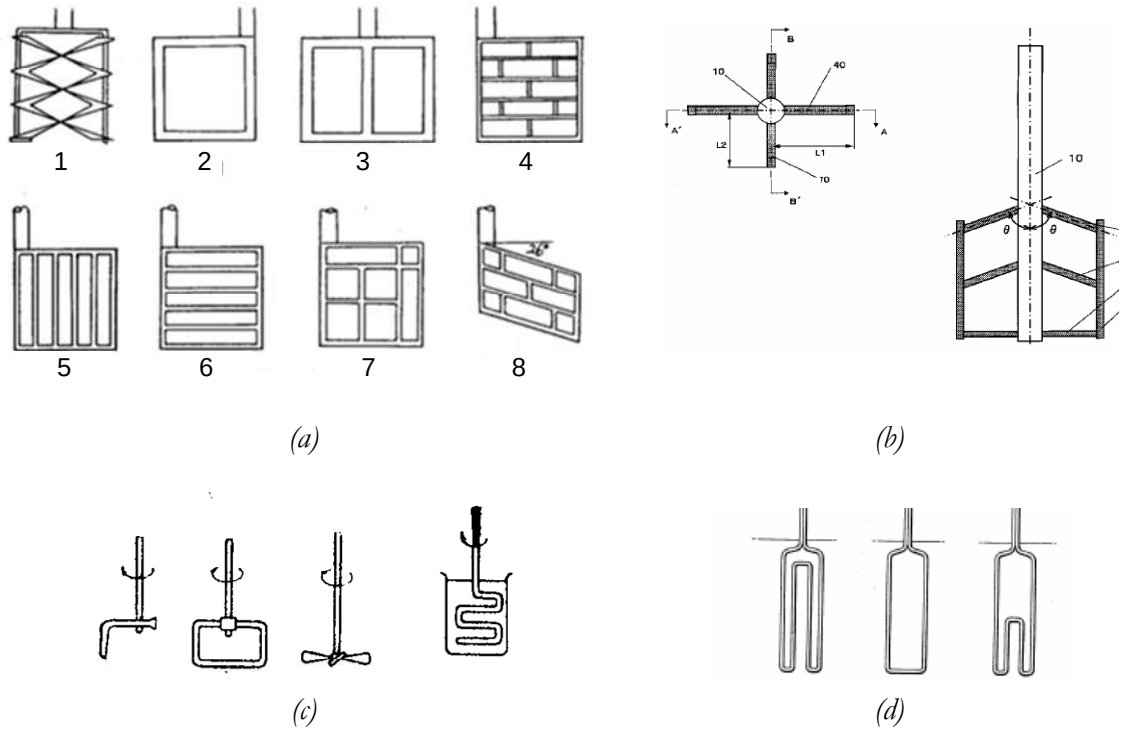


figure A1.6 : Agitateurs à cadre (a) Wang et Cable (1986), (b) Hamashima (2003), (c) Buzhinskii (1981), (d) Dickinson (1980).

Concernant les agitateurs plus massifs, plusieurs configurations sont utilisées par les verriers pour le brassage du verre. Deux agitateurs de géométrie intéressante sont à signaler.
Un agitateur de type « ramasseur » a été développé par la société DIDIER-WERKE (Holec et Zacek (1994)). Cet agitateur est composé d'un arbre d'axe vertical sur lequel est fixé deux éléments inclinés (figure A1.7). Ces éléments agitateurs sont constitués d'une enveloppe tubulaire dans laquelle le fluide est ramassé lors de la rotation. Le fluide se déplace de l'orifice inférieur à l'orifice extérieur assurant ainsi l'homogénéisation. De plus, la surface extérieure de cet agitateur agit aussi sur le mélange. Ce type d'agitateur permettrait de brasser le verre situé au fond des canaux de distribution, contrairement aux brasseurs classiques. L'auteur précise que l'utilisation de matières céramiques, de platine, de rhodium et de leurs alliages pour la fabrication de ce ramasseur permettrait l'utilisation de cet agitateur dans des bains de verre en fusion. Cependant, il semble que si l'agitateur n'est pas refroidi, sa durée de vie à nos températures d'élaboration (1200°C) sera très faible. De plus, si l'agitateur est refroidi, les orifices de passage risquent de s'obstruer rapidement.

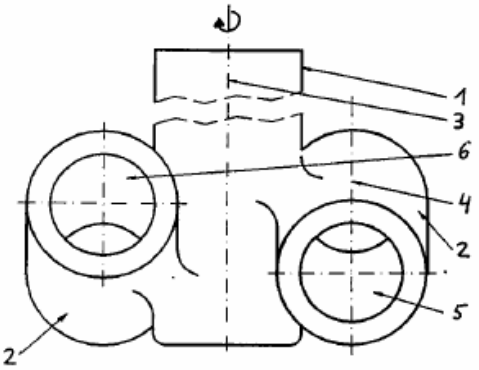


figure A1.7 : Agitateur « ramasseur ». Holec et Zacek (1994)

Le second agitateur a été breveté par la société japonaise NIHON ITA GLASS (Narukawa (2003)). Cet agitateur à étages est équipé de trois pales inclinées disposées sur trois étages (figure A1.8). Les pales sont fixées à égale distance l'une de l'autre autour de l'axe. Entre chaque étage, l'angle d'inclinaison des pales est inversé, permettant ainsi une bonne homogénéisation du verre. L'efficacité de cet agitateur peut s'expliquer principalement par l'occupation étendue de l'agitateur dans la cuve.

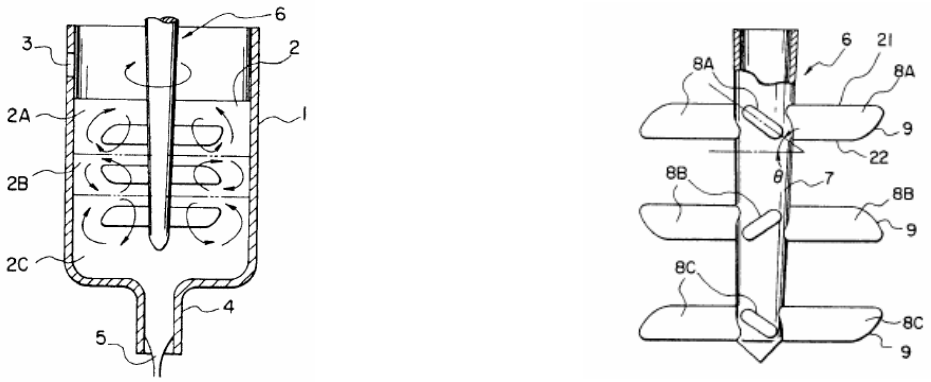


figure A1.8 : Agitateurs à étages. Narukawa (2003)

A1.3. Conclusions

Il ressort de cette étude que les formes des brasseurs utilisés par les industriels sont très variées et conditionnées par les besoins d'utilisation. Aucune géométrie trouvée lors de l'étude bibliographique ne semble transposable au cas verre pour les différentes raisons précisées au cours de l'étude. Cependant, plusieurs conclusions intéressantes peuvent être tirées.
Pour les fluides très visqueux, les agitateurs hélicoïdaux semblent convenir pour obtenir une bonne homogénéisation des bains cependant ils doivent occuper une grande partie de la cuve pour permettre un brassage intensif. Par conséquent, il semble plus intéressant d'utiliser des agitateurs asymétriques car même pour une zone balayée moins étendue, ce type de brasseur permet une meilleure homogénéisation du bain. De plus, pour protéger l'agitateur de la corrosion deux possibilités existent : soit l'agitateur est refroidi par circulation d'eau créant ainsi une barrière thermique de verre figé entre l'agitateur et le verre en fusion, soit le matériau utilisé résiste à la température de travail. Dans le cas de la vitrification des déchets, les hautes températures d'élaboration imposent de refroidir l'agitateur. En revanche, la surface de contact agitateur-verre ne doit pas être trop grande afin de limiter les pertes thermiques. Un compromis entre les pertes à la surface de l'agitateur et son efficacité de pompage doit être effectué lors du dimensionnement de l'agitateur. Enfin, les différentes études montrent que le mobile doit être placé sous la surface libre pour éviter les inclusions de bulles d'air dans le verre.

ANNEXE 2 - RESOLUTION AVEC LE LOGICIEL FLUENT

Cette annexe s'attache à présenter quelques points remarquables de la résolution avec le logiciel Fluent version 6.2.16 (Fluent (2006)). Le principe de discrétisation en volumes finis ainsi que les différents schémas utilisés sont détaillés.

A2.1. Principe de discrétisation en volumes finis

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de chaleur sont résolues en les transformant en équations algébriques. Pour cela, chaque équation est intégrée sur un volume de contrôle défini par une cellule. Par exemple, dans une configuration stationnaire, les équations de continuité (A2.1) et de quantité de mouvement (A2.2) deviennent sous forme intégrale (A2.3) et (A2.4).

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{u}) = 0 \tag{A2.1}$$

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{u}\vec{u}) = -\vec{\nabla}p + \nabla.\overline{\overline{\tau}} \tag{A2.2}$$

$$\oint \rho\vec{u}.d\vec{A} = 0 \tag{A2.3}$$

$$\oint \rho\vec{u}\vec{u}.d\vec{A} = -\oint p\mathbf{I}.d\vec{A} + \oint \overline{\overline{\tau}}.d\vec{A} \tag{A2.4}$$

I désignant la matrice unité, $d\vec{A}$ le vecteur associé à une face (normal à la face et de norme l'aire de la face).

La discrétisation de l'équation de continuité (A2.3) sur une cellule donne,

$$\sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f u_n A_f = 0 \tag{A2.5}$$

u_n désignant la projection de la vitesse sur la normale à la face f, ρ_f la densité sur la face f, N_{faces} le nombre de faces constituant la cellule de contrôle et A_f l'aire de la face f. On note par la suite $J_f = \rho_f u_n$ la densité de débit de masse à travers la face f.
L'équation de Navier-Stokes (A2.4) pour la composante de la vitesse dans la direction x devient :

$$\sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f u_f \vec{u_f}.\vec{A_f} = -\sum_{f}^{N_{faces}} p_f \vec{A_f}.\vec{i} + \sum_{f}^{N_{faces}} \mu(\nabla u)_n.A_f \tag{A2.6}$$

u_f désignant la vitesse sur la face f selon la direction x, p_f la pression sur la surface f, $\rho_f \vec{u_f}.\vec{A_f}$ le débit de masse à travers la face f (kg.s^{-1}) et $\vec{i}$ le vecteur unitaire selon la direction x et $(\nabla u)_n$ la projection du gradient sur la normale de la face de la composante selon la direction x de la vitesse.

A2.2. Différents schémas de discrétisation

Les valeurs discrètes de la pression, de la vitesse et de la température sont stockées au centre des cellules ; le calcul est effectué en utilisant un schéma collocatif.

Le calcul de la pression, de la vitesse et de la température sur les faces est nécessaire pour exprimer les termes de convection et de pression (équation (A2.6)). Différents schémas sont disponibles dans le logiciel Fluent. Nous ne développerons dans cette annexe que les schémas utilisés lors de l'étude.

A2.2.1. Pour le calcul de la vitesse sur les faces

Pour le calcul des grandeurs sur les faces, deux schémas ont été utilisés :

- schéma « upwind » du 2nd ordre (schéma décentré amont),
- schéma « MUSCL » du 3ème ordre (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws).

Avec le schéma de type « upwind », la grandeur sur la face est calculée en interpolant par rapport aux valeurs des cellules les plus proches par un schéma décentré amont du second ordre. Par exemple, pour le terme de vitesse, on obtient :

$$u_f = u + \nabla u.\Delta\vec{s} \tag{A2.7}$$

u et ∇u désignant la valeur d'une composante de la vitesse et son gradient au centre de la cellule et $\Delta\vec{s}$ le vecteur déplacement du centre de la cellule au centroïde de la face. Cette formulation nécessite le calcul du gradient ∇u pour chaque cellule. Ce terme est calculé en utilisant le théorème de Green-Gauss. Pour une cellule de volume V, on a :

$$\nabla u = \frac{1}{V}\sum_{f}^{N_{faces}} \overline{u_f}\vec{A}_f \tag{A2.8}$$

Le terme $\overline{u_f}$, représente la moyenne de u sur une face. Il peut être calculé par deux méthodes. La première méthode consiste à moyenner les valeurs des cellules voisines :

$$\overline{u_f} = \frac{u_{c0} + u_{c1}}{2} \tag{A2.9}$$

Avec la deuxième méthode, $\overline{u_f}$ est calculé en moyennant les valeurs aux nœuds de la face :

$$\overline{u_f} = \frac{1}{N_n}\sum_{n}^{N_n} \overline{u_n} \tag{A2.10}$$

N_n désignant le nombre de nœuds de la face et $\overline{u_n}$ la moyenne des valeurs des cellules entourant le nœud.

L'évaluation du gradient basée sur les cellules sera utilisée dans le cas de maillages structurés. L'évaluation du gradient basée sur les nœuds sera privilégiée dans le cas de maillages non structurés de type triangulaire et tétraédrique. Cette méthode est plus précise que celle basée sur les cellules car elle est du second ordre. Elle est aussi imposée par Fluent pour discrétiser le gradient du terme de diffusion.

Le schéma du troisième ordre, disponible sous Fluent, est développé à partir du schéma MUSCL en assemblant un schéma centré et un schéma décentré amont du second ordre :

$$\phi_f = \theta\overline{\phi_f} + (1-\theta)\phi_{f,\mathrm{SOU}} \tag{A2.11}$$

avec $\overline{\phi_f}$ désignant la valeur de ϕ au centre de la face et $\phi_{f,\mathrm{SOU}}$ calculé en utilisant le schéma amont du second ordre décrit précédemment.

En comparaison au schéma « upwind », ce schéma « MUSCL » améliore la précision spatiale pour tout type de maillages en réduisant la diffusion numérique.

Finalement, en utilisant les schémas décrits précédemment, les termes de convection et de diffusion peuvent être exprimés totalement en fonction des vitesses au centre des cellules voisines. Ainsi, l'équation de quantité de mouvement selon la composante x devient,

$$a_p u = \sum_{Nvo} a_{vo} u_{vo} + \sum_{f}^{N_{faces}} p_f \vec{A}_f . \vec{i} \tag{A2.12}$$

N_{vc} désignant le nombre de cellules voisines, a_p et a_{vo} les coefficients linéarisés de u et u_{vc}.

A2.2.2. Pour le calcul de la pression sur les faces

Pour le calcul de la pression sur les faces, on utilise un schéma de type PRESTO (PREssure STaggering Option). Il consiste à écrire l'équilibre sur un volume de contrôle entourant la face. La méthode est identique à celle utilisée pour des grilles décalées en maillage structuré (Patankar (1980)).

A2.3. Couplage pression-vitesse

Afin de résoudre l'équation de Navier-Stokes, il est nécessaire de connaître le terme de pression. La détermination de ce terme est effectuée en utilisant l'équation de continuité. L'équation de continuité est utilisée comme une équation de pression même si le terme de pression n'apparaît pas explicitement dans cette équation. Deux algorithmes de type SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) (Patankar (1980)) sont utilisés pour introduire la pression dans l'équation de continuité :

- SIMPLEC (SIMPLE-Consistent)
- PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators).

A2.3.1. Algorithme SIMPLEC

L'algorithme SIMPLEC est l'une des nombreuses variantes de l'algorithme SIMPLE présentes dans la littérature.
Si l'on résout l'équation de Navier-Stokes à partir d'une pression supposée p^*, le flux de masse résultant J_f^* ne satisfera pas l'équation de continuité. Le principe consiste à ajouter au flux de masse J_f^* un terme de correction noté $J_f^{'}$, on obtient alors le flux corrigé J_f :

$$J_f = J_f^* + J_f^{'} \tag{A2.13}$$

Pour l'algorithme SIMPLEC, la correction du flux de masse $J_f^{'}$ est donnée par :

$$J_f^{'} = d_f (p_{c0}^{'} - p_{c1}^{'}) \tag{A2.14}$$

$p_{c0}^{'}$ et $p_{c1}^{'}$ désignant les corrections des pressions dans les deux cellules voisines de la face considérée, et d_f une fonction de $a_p - \sum_{vo} a_{vo}$.

Ensuite, les formulations du flux de masse (A2.13) et (A2.14) sont injectées dans l'équation de continuité (A2.5) afin d'obtenir une équation pour le terme de correction de pression $p^{'}$:

$$\alpha_p p' = \sum_{N_{vo}} \alpha_{vo} p'_{vo} + b \tag{A2.15}$$

b désignant le flux dans la cellule défini par :

$$b = \sum_{f}^{N_{faces}} J_f^* A_f \tag{A2.16}$$

L'équation de correction de pression (A2.15) est alors résolue par une méthode de multigrille algébrique (AMG). Une fois le terme de correction obtenu, il est possible de calculer la pression corrigée en sous-relaxant par β_p le terme de correction :

$$p = p^* + \beta_p p' \tag{A2.17}$$

Les différentes étapes effectuées lors du couplage des équations de Navier-Stokes et de continuité sont les suivantes :

1. Supposition d'un champ de pression p^* ou récupération du champ de pression calculé à l'itération précédente
2. Calcul des flux de masse J_f^* à partir de l'équation de Navier-Stokes (A2.12)
3. Calcul du terme de correction de la pression avec l'équation (A2.15) obtenue à partir de l'équation de continuité (A2.5) en injectant les expressions du flux de masse (A2.13) et (A2.14)
4. Calcul du flux de masse à partir de l'expression (A2.14)
5. Résolution de l'équation de chaleur
6. Vérification de la convergence

A2.3.2. Algorithme PISO

L'algorithme PISO est très proche de l'algorithme SIMPLEC. Avec l'algorithme SIMPLEC, les vitesses obtenues après résolution de l'équation du terme de correction de la pression ne satisfont pas l'équation de quantité de mouvement. Le principe de l'algorithme PISO est de répéter la procédure détaillée précédemment dans une même itération afin que les vitesses obtenues satisfassent au mieux les équations de continuité et de quantité de mouvement. Cette méthode demande plus de CPU mais permet d'accélérer la convergence.

L'algorithme PISO est recommandé pour les calculs instationnaires, tandis que l'algorithme SIMPLEC est plus adapté aux calculs stationnaires. En effet, pour les calculs stationnaires, il n'est pas nécessaire de résoudre totalement le couplage pression-vitesse car les changements entre deux solutions consécutives sont plus importants que lors des calculs instationnaires.

A2.4. Discrétisation temporelle

Avec cette méthode de calcul « segregated », les équations sont linéarisées de façon implicite. Pour une variable donnée, les valeurs inconnues dans chaque cellule sont calculées en utilisant à la fois les va-

leurs connues et inconnues des cellules voisines. Une méthode d'Euler implicite du premier ordre est utilisée pour la discrétisation temporelle. Ainsi, une équation de la forme

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) \tag{A2.18}$$

devient

$$\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^{n}}{\Delta t} = F(\varphi^{n+1}) \tag{A2.19}$$

φ représentant une quantité scalaire, n l'instant t et $n+1$ l'instant $t+dt$.

A2.5. Sous-relaxation

La non-linéarité des équations impose la sous-relaxation des valeurs obtenues à chaque itération. La nouvelle valeur de la variable ϕ dépend de l'ancienne valeur ϕ_{old} du coefficient de sous-relaxation défini par l'utilisateur α et la différence entre la valeur calculée avant sous-relaxation et l'ancienne valeur $\Delta\phi$:

$$\phi = \phi_{old} + \alpha \Delta\phi \tag{A2.20}$$

A2.6. Résolution

Une fois cette linéarisation effectuée, on obtient un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Le système d'équations linéaires s'écrit sous forme matricielle AX = B où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les vitesses au centre des cellules. Il est impossible d'inverser directement les matrices et la méthode du gradient conjugué n'est pas assez robuste. Ainsi, pour résoudre ce système, un solveur d'équation linéaire implicite (Gauss-Seidel) est utilisé en conjonction avec une méthode multigrille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations ainsi que le temps CPU nécessaire à la convergence, particulièrement quand le domaine contient différents volumes de contrôle. La méthode Gauss Seidel permet de réduire les erreurs locales rapidement, cependant les erreurs globales sont inversement proportionnelles à la taille de la grille. Ainsi, pour un nombre de nœuds important, les résidus baissent très doucement. Le calcul s'arrête quand le critère de convergence est vérifié.

ANNEXE 3 – ANALYSE DE SENSIBILITE POUR LE CAS STATIQUE

L'objectif de cette annexe est de déterminer dans quelle mesure quelques paramètres influencent les distributions de température et de vitesse. L'idée est de voir si une modification de ces paramètres permet un meilleur accord des résultats numériques et expérimentaux. Les hypothèses des modélisations présentées ont été détaillées dans le chapitre III.

A3.1. Sensibilité aux coefficients d'échange thermique de la surface libre

A la surface libre, l'estimation du coefficient d'échange h_s donne h_s = 20 $W^{-2}.K^{-1}$ (voir chapitre II). Trois calculs avec différentes valeurs de h_s ont été réalisés afin d'étudier l'influence de ce paramètre. La température de référence associée T_a est fixée à 303 K, l'émissivité du verre à la surface libre est de 0,9 et la température de référence T_{ar} pour la partie rayonnement est de 423 K. La figure A3.1, la figure A3.2 et la figure A3.3 présentent les profils de températures sur r = 0,125 m, r = 0,160 m et r = 0,200 m pour h_s = 50, h_s = 100 et h_s = 150 $W^{-2}.K^{-1}$ Ces profils montrent que la température en surface libre chute d'environs 200 degrés entre h_s = 50 et h_s = 150 $W^{-2}.K^{-1}$. Néanmoins, les profils de températures ne varient que sous la surface libre. Les distributions de température et vitesse sont peu influencées par une modification du coefficient d'échange convectif. Ceci s'explique par la prédominance des échanges radiatifs à la surface libre.

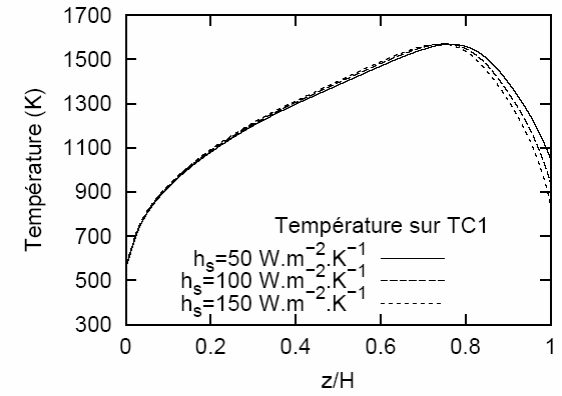


figure A3.1 : Profils des températures sur r = 0,125 m pour différentes valeurs de h_s.

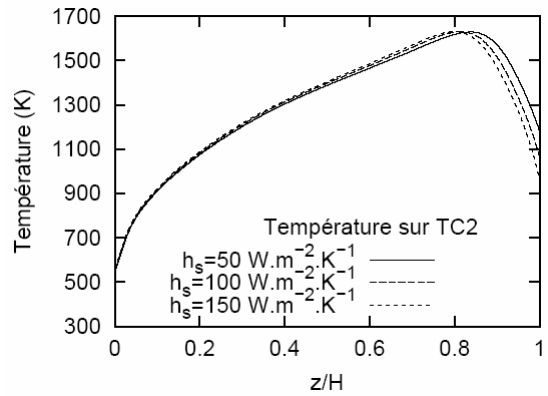


figure A3.2 : Profils des températures sur r = 0,160 m pour différentes valeurs de h_s.

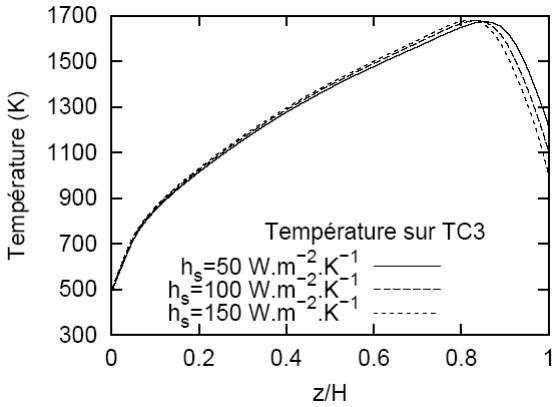


figure A3.3 : Profils des températures sur r = 0,200 m pour différentes valeurs de h_s.

A3.2. Sensibilité aux propriétés physiques

A3.2.1. La dilatabilité thermique

D'après les données expérimentales [C_2], [C_3], [C_4], le coefficient de dilatabilité thermique varie de $8{,}3.10^{-6}$ à 3.10^{-5} K^{-1}. Les deux cas $\beta_1 = 3.10^{-5}$ et $\beta_2 = 8{,}3.10^{-6}$ K^{-1} ont été modélisés afin de voir l'influence de ce paramètre sur les résultats. La diminution de ce coefficient a pour conséquence une diminution des forces de gravité. Ainsi, les vitesses induites par la convection naturelle sont moins élevées et les températures dans le bain augmentent car les échanges par convection sont plus faibles. La comparaison des profils de températures selon la direction verticale pour ces deux valeurs, montre que la position du maximum en température se déplace de quelques centimètres vers le fond du bain quand le coefficient de dilatabilité thermique diminue (figure A3.4 et figure A3.5). Les résultats se rapprochent alors d'un cas sans thermoconvection. Une modification du coefficient de dilatabilité semble donc intéressante pour déplacer la position verticale de la température maximale, cependant il ne faut pas oublier qu'une augmentation de la température signifie dans ce cas une diminution des vitesses.

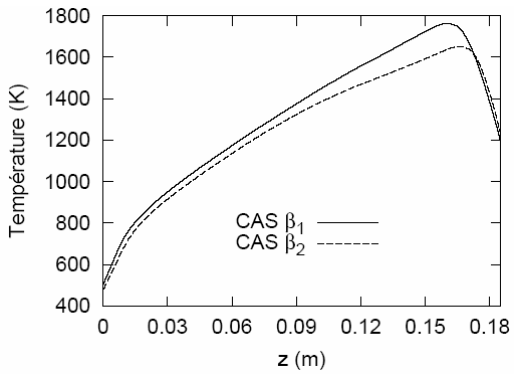


figure A3.4 : Températures dans le bain de verre selon la direction verticale pour r = 0,200 m pour $\beta_1 = 8{,}3.10^{-6}$ K^{-1} et $\beta_2 = 3.10^{-5}$ K^{-1}.

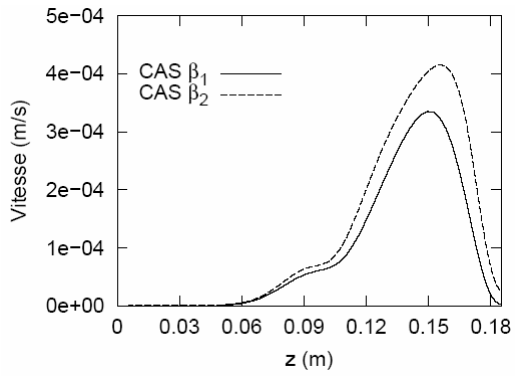


figure A3.5 : Vitesses dans le bain de verre selon la direction verticale pour r = 0,200 m pour $\beta_1 = 8{,}3.10^{-6}$ K^{-1} et $\beta_2 = 3.10^{-5}$ K^{-}.

A3.2.1.1. La conductivité électrique

Dans cette partie, on compare les champs de température et de vitesse pour trois profils de conductivité électrique différents (voir figure A3.6) :

- CAS σ_1 : $\sigma = 10^{3{,}7921 - 3179{,}8 / T}$ [C_2]
- CAS σ_2: $\sigma = 0{,}85*10^{3{,}7921 - 3179{,}8 / T}$
- CAS σ_3: $\sigma = 1{,}15*10^{3{,}7921 - 3179{,}8 / T}$

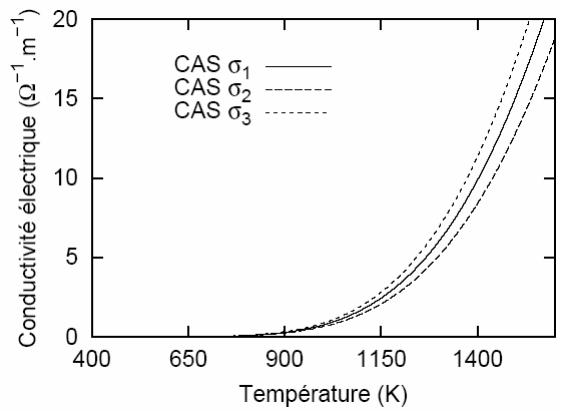


figure A3.6 : Conductivités électriques testées.

Les profils de températures et de vitesses obtenus pour ces 3 conductivités sont quasiment confondus. L'écart relatif est inférieur à 0,3%. La conductivité électrique a une influence faible sur les résultats, si l'on garde bien sûr le même ordre de grandeur.

A3.2.1.2. La conductivité thermique

L'étude de la sensibilité des résultats à la conductivité thermique a été réalisée en comparant les résultats obtenus pour deux conductivités se différentiant pour les faibles températures. Le premier cas, noté λ_1, utilise la conductivité thermique donnée par EXP 1 [C_2] et le second, noté λ_2, celle donnée par EXP 2 [C_3]. Pour les températures supérieures à 1200 K, les conductivités thermiques sont identiques (EXP 1 [C_2]). L'évolution des conductivités thermiques en fonction de la température pour les deux cas étudiés est visible sur la figure A3.7.

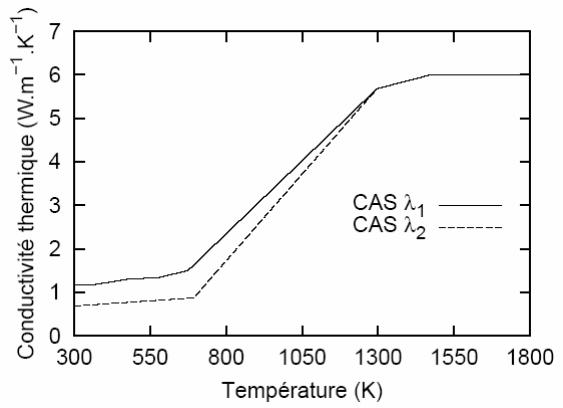


figure A3.7 : Évolution des deux conductivités thermiques testées (CAS λ_1 et CAS λ_2) en fonction de la température.

Des différences importantes entre les résultats sont observées. Concernant les profils de température, des écarts atteignant une centaine de degrés sont obtenus dans le bain (figure A3.8 et figure A3.11). Les écarts relatifs sont maximaux au fond du bain de verre près des parois du creuset (figure A3.9). Lorsque la conductivité est plus élevée (CAS λ_1), les températures sont plus élevées ainsi, le brassage par thermoconvection augmente. Pour les vitesses, les écarts atteignent 100% près de l'axe de symétrie (figure A3.10 et figure A3.12). Les résultats sont donc très sensibles aux profils de la conductivité

thermique. La connaissance de cette propriété pour de faibles températures est primordiale pour le calcul numérique.

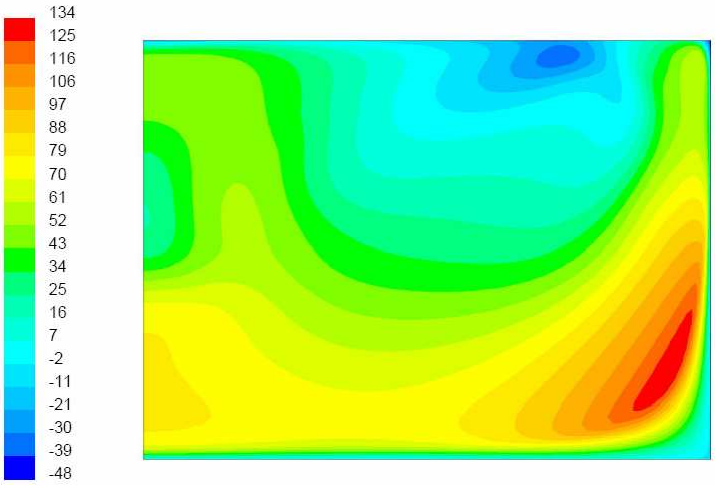


figure A3.8 : Écarts entre les températures : T(CAS λ_1)-T(CAS λ_2).

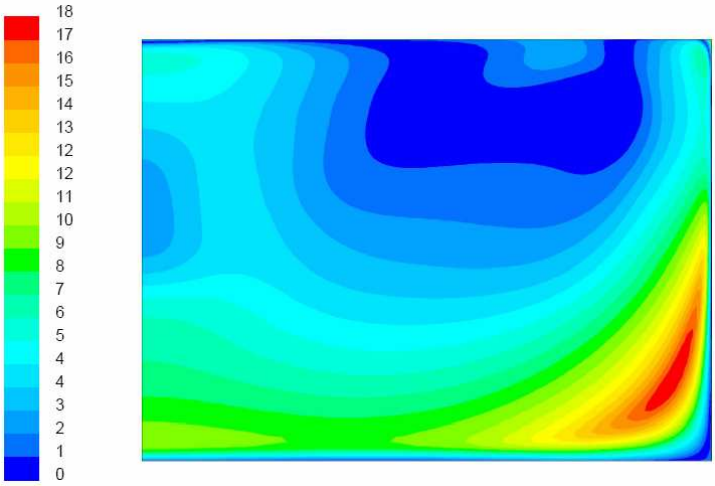


figure A3.9 : Écarts relatifs entre les températures (en %) : (T(CAS λ_1)-T(CAS λ_2))/T(CAS λ_2).

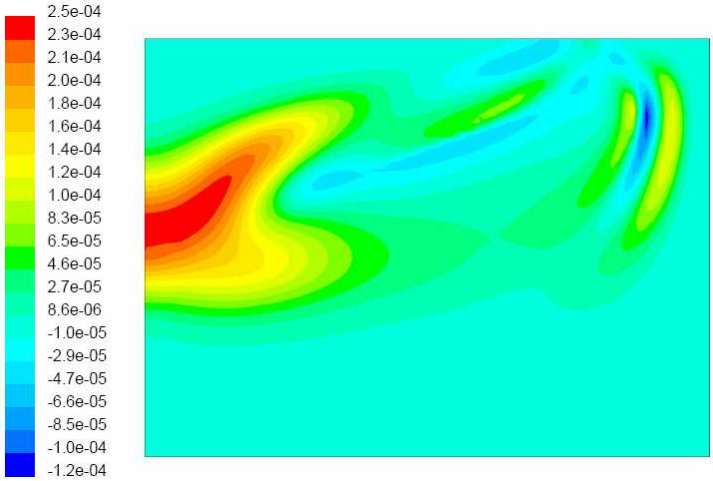


figure A3.10 : Écarts entre les vitesses (en m/s) : V(CAS λ_1)-V(CAS λ_2).

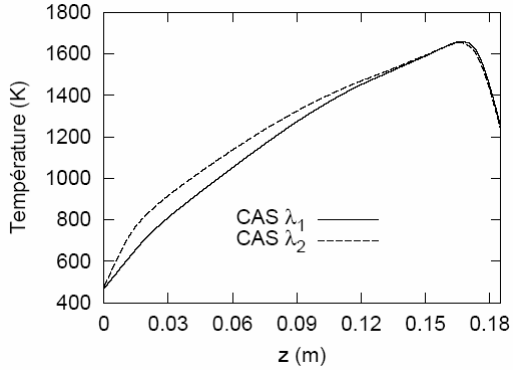


figure A3.11 : Profils des températures selon la direction verticale pour r = 0,200 m pour les conductivités thermiques CAS λ_1 et CAS λ_2.

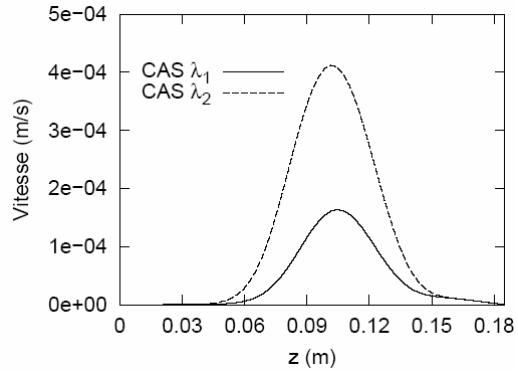


figure A3.12 : Profils des vitesses selon la direction verticale sur l'axe de symétrie pour les conductivités thermiques CAS λ_1 et CAS λ_2.

A3.3. Sensibilité au rayonnement interne

En première approximation, le verre est supposé opaque quelque soit les longueurs d'onde. Cependant, il existe peu de données sur les propriétés radiatives du verre considéré. Il est donc difficile d'affirmer que le verre soit parfaitement opaque. Ainsi, plusieurs calculs ont été réalisés pour différents coefficients d'absorption du verre. Le coefficient d'absorption représente l'inverse de la distance de pénétration du rayonnement ; plus le coefficient d'absorption sera grand, plus le milieu sera opaque au rayonnement. Les trois coefficients d'absorption testés sont :

- $a_1 = 500\ m^{-1}$
- $a_2 = 800\ m^{-1}$
- $a_3 = 3000\ m^{-1}$

Ces trois coefficients sont issus de la thèse de Saumabere (1994). Le coefficient a_1 correspond à un verre semi-transparent, a_2 est la valeur minimale du coefficient d'absorption pour un verre noir et a_3 est la valeur moyenne du coefficient d'absorption pour les différentes longueurs d'onde. Pour ces trois coefficients, on a $(a+\sigma_d)H>>1$ où la grandeur σ_d représente le coefficient de diffusion, il est considéré comme nul dans notre étude. Le verre étant optiquement épais, il est possible d'utiliser l'approximation de Rossland pour décrire le rayonnement au sein du bain (Schiff *et al.* (2000)). La comparaison des résultats obtenus pour ces différents coefficients montre que la température et la vitesse dans le bain diminuent quand le coefficient d'absorption diminue. L'écart relatif par rapport au calcul sans rayonnement interne est maximal pour les vitesses près de l'axe de symétrie, et pour les températures sur la ligne r = 0,200m. La figure A3.13, la figure A3.14, la figure A3.15 et la figure A3.16 représentent les profils de température et de vitesse sur r = 0,200 m et sur l'axe de symétrie. Le tableau A3.1 précise les écarts relatifs maximum pour la température et la vitesse. On remarque que la distribution de température est peu influencée par le rayonnement interne. Concernant les vitesses, l'allure des profils est proche près de l'axe de symétrie cependant les ordres de grandeur varient fortement.

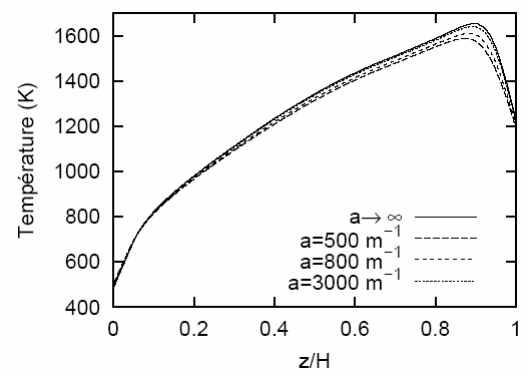


figure A3.13 : Profils des températures en r = 0,200 m pour les différents coefficients d'absorption.

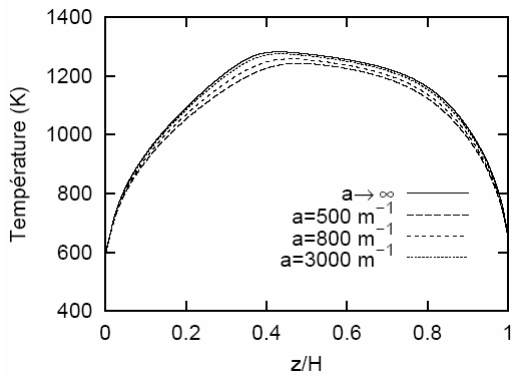


figure A3.14 : Profils des températures sur l'axe de symétrie pour les différents coefficients d'absorption.

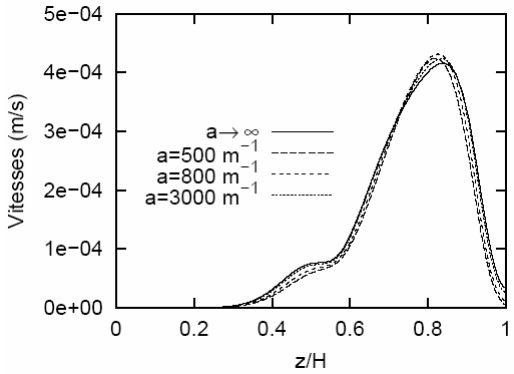


figure A3.15 : Profils des vitesses pour r = 0,200 m pour les différents coefficients d'absorption.

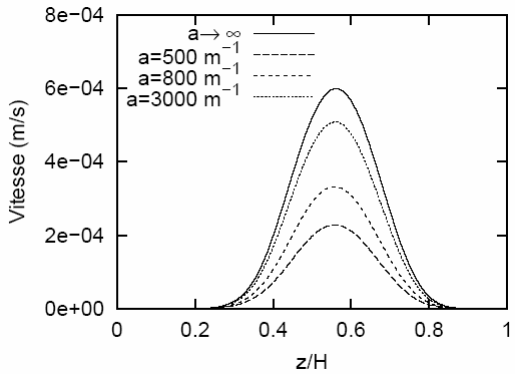


figure A3.16 : Profils des vitesses sur l'axe de symétrie pour les différents coefficients d'absorption.

tableau A3.1 : Ecarts relatifs pour la température et la vitesse par rapport au cas sans rayonnement sur r = 0,200 m et sur l'axe de symétrie

Ecart relatif pour la température (%)	sur r=0.200 m	sur l'axe de symétrie
$a_1 = 500$	6	5
$a_2 = 800$	4	3
$a_3 = 3000$	2	1
Ecart relatif pour la vitesse (%)	**sur r=0.200 m**	**sur l'axe de symétrie**
$a_1 = 500$	5	70
$a_2 = 800$	5	50
$a_3 = 3000$	2	20

A3.4. Sensibilité au maillage électromagnétique et à l'interpolation

L'interpolation entre les 2 maillages est effectuée à l'ordre zéro, i.e. on affecte à une cellule la valeur de la cellule la plus proche de l'autre maillage. Cette technique s'avère précise si les deux maillages sont très proches. Cependant, le logiciel électromagnétique ne permet pas de réaliser des calculs avec des maillages aussi fins que ceux utilisés pour le calcul thermohydrodynamique. Le maillage électromagnétique peut être au maximum composé de 50*50 éléments dans la charge de verre. Il est donc nécessaire de tester l'influence du nombre de mailles électromagnétiques sur les résultats. La figure A3.17 et la

figure A3.18 représentent les températures et les vitesses obtenues après convergence en r = 0,200 m avec un maillage électromagnétique composé de 32*25 éléments et de 50*50 éléments. La comparaison des résultats montre que les valeurs sont très proches. Les écarts relatifs entre les deux maillages pour la température sont inférieurs à 2%. Concernant la vitesse, les principales différences sont observées près des parois. Ainsi, un maillage 32*25 éléments est privilégié, le temps de calcul du couplage complet étant de 2 heures contre 14 heures pour le maillage 50*50 éléments.

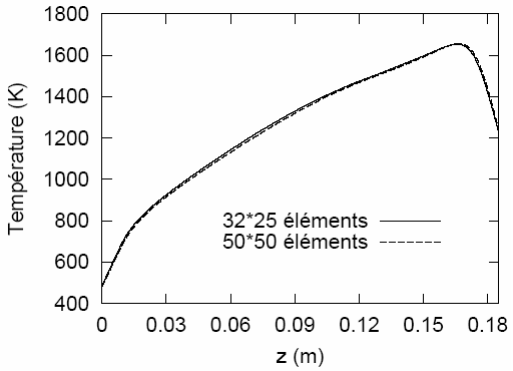


figure A3.17 : Profils des températures selon la direction verticale pour les deux maillages électromagnétiques, pour r = 0,200 m.

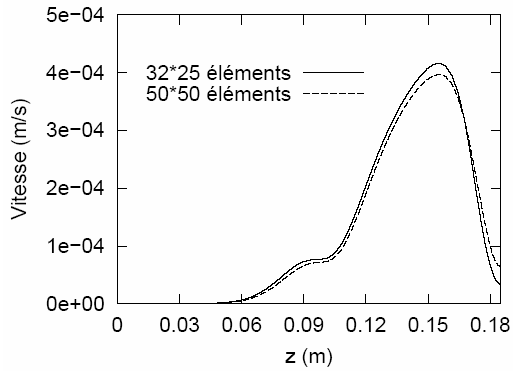


figure A3.18 : Profils des vitesses selon la direction verticale, pour les deux maillages électromagnétiques, pour r = 0,200 m.

Néanmoins, un maillage électromagnétique de 50*50 éléments dans le bain de verre diffère encore du maillage thermohydrodynamique constitué de 8000 cellules. Ainsi, la puissance injectée dans le calcul avec Fluent comporte des zones de valeur constante après l'interpolation. Pour tester l'influence de ce type de distribution sur le calcul, une carte fictive de densité de puissance a été crée. Cette carte est définie par une équation continue dont le profil suit les principales variations de la carte obtenue avec le couplage complet. Deux calculs sont alors comparés. Dans le premier calcul, la carte fictive est rendue constante par morceaux et elle est injectée directement dans le calcul avec Fluent. Le nombre de zones constantes est de 32*25. Les résultats sont alors comparés aux résultats obtenus avec la carte continue. Les champs de température et de vitesses sont très proches, l'écart relatif est inférieur à 1%. L'interpolation à l'ordre 0 est donc suffisante pour l'import de la carte de puissance Joule dans Fluent.

A3.5. Conclusions

Cette étude de sensibilité montre qu'il est difficile de faire coïncider les ordres de grandeur des profils numériques et expérimentaux même pour une large gamme de variation des paramètres testés (propriétés physiques, coefficient d'échange thermique à la surface libre, rayonnement interne, maillage électromagnétique).

Néanmoins, ces travaux montrent que les distributions de température et de vitesse sont très sensibles aux propriétés physiques. Il est nécessaire de connaître de façon précise la dilatabilité thermique et les évolutions de la conductivité thermique pour des faibles températures pour réaliser des modélisations prédictives.

De plus, l'étude à la sensibilité au maillage électromagnétique souligne le fait que la thermohydrodynamique « prend le dessus » sur les aspects électromagnétiques. En effet, pour des cartes de puissance Joule proches qualitativement, on obtient les mêmes distributions de température et de vitesses.

ANNEXE 4 – CALCUL ANALYTIQUE DE LA PERTURBATION ENGENDREE PAR LA PALE SUR LES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES

L'objectif de cette annexe est de déterminer quelle est l'erreur d'un calcul 2D-axisymétrique utilisant une carte de conductivité électrique moyennée par rapport à un calcul 3D complet représentant la pale métallique. La méthode choisie consiste à écrire les équations classiques de l'induction en les moyennant sur le domaine du bain de verre dans la direction azimutale.

A4.1 Les notations

Les composantes des vecteurs seront exprimées dans le repère cylindrique avec les indices (r, θ, z).

On définit la moyenne spatiale d'une grandeur f dans la direction azimutale par :

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\theta \tag{A4.1}$$

Par définition, $\langle f \rangle (r, z)$.

Soient θ_v les positions azimutales incluses dans $[0; 2\pi]$ où le verre est présent, on définit la moyenne spatiale dans le domaine verre par :

$$\langle f \rangle_v = \frac{1}{\theta_v} \int_{\theta_v} f_v d\theta \tag{A4.2}$$

f_v désignant la valeur de la grandeur f dans la charge de verre.

Si on introduit la fraction de phase notée X et définie comme suit :
X=1, dans le bain de verre
X=0, en dehors du bain de verre i.e. dans la pale
On obtient :

$$\langle f \rangle_v = \frac{1}{\epsilon} \langle X f \rangle \tag{A4.3}$$

où $\epsilon = \langle X \rangle$.

Chaque grandeur définie dans le verre est alors écrite comme la composition d'une partie moyennée et d'une partie fluctuante :

$$f_v = fX = \langle f \rangle_v + f_v^{'} \tag{A4.4}$$

Par ailleurs, le potentiel vecteur réduit sera noté $\vec{A}^*$, il est défini par (A4.12)

$$\frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \tag{A4.5}$$

A4.2 Méthode de calcul

A4.2.1 Première étape

On calcule la densité de puissance Joule, définie par

$$Q_{th} = \frac{\vec{\hat{j}} . \vec{\underline{\hat{j}}}}{2\sigma} \tag{A4.6}$$

avec $\vec{\hat{j}}$ le vecteur densité de courant complexe et $\vec{\underline{\hat{j}}}$ son conjugué. Par définition, on a :

$$\vec{\hat{j}} = -iw\sigma \vec{\widehat{A^*}} \tag{A4.7}$$

$$\vec{\underline{\hat{j}}} = -iw\sigma \vec{\underline{\widehat{A^*}}} \tag{A4.8}$$

Pour le calcul électromagnétique 2D, on résout avec la carte de conductivité électrique issue du calcul thermohydrodynamique 3D et moyennée dans la direction azimutale. Le potentiel vecteur réduit $\vec{A}^*$ a une unique composante selon la direction azimutale, d'où

$$Q_{th} = \frac{\widehat{j_\theta}\underline{\widehat{j_\theta}}}{2\langle\sigma\rangle_v} = \frac{w^2\langle\sigma\rangle_v}{2}\widehat{A^*_\theta}\underline{\widehat{A^*_\theta}} \tag{A4.9}$$

Pour le calcul électromagnétique 3D,

$$Q_{th} = \frac{\widehat{j_r}\underline{\widehat{j_r}} + \widehat{j_\theta}\underline{\widehat{j_\theta}} + \widehat{j_z}\underline{\widehat{j_z}}}{2\sigma} \tag{A4.10}$$

$$Q_{th} = \frac{\sigma w^2}{2}\left\{\widehat{A^*_r}\underline{\widehat{A^*_r}} + \widehat{A^*_\theta}\underline{\widehat{A^*_\theta}} + \widehat{A^*_z}\underline{\widehat{A^*_z}}\right\} \tag{A4.11}$$

On moyenne :

$$\begin{aligned}\langle Q_{th}\rangle_v &= \frac{\langle\sigma\rangle_v w^2}{2}\left\{\left\langle\widehat{A^*_r}\underline{\widehat{A^*_r}}\right\rangle_v + \left\langle\widehat{A^*_\theta}\underline{\widehat{A^*_\theta}}\right\rangle_v + \left\langle\widehat{A^*_z}\underline{\widehat{A^*_z}}\right\rangle_v\right\} \\ &+ \frac{w^2}{2}\left\{\left\langle\sigma'(\widehat{A^*_r}\underline{\widehat{A^*_r}})'\right\rangle_v + \left\langle\sigma'(\widehat{A^*_\theta}\underline{\widehat{A^*_\theta}})'\right\rangle_v + \left\langle\sigma'(\widehat{A^*_z}\underline{\widehat{A^*_z}})'\right\rangle_v\right\}\end{aligned} \tag{A4.12}$$

Imposer une carte de densité de puissance Joule 2D-axisymétrique est équivalent à imposer une carte 3D si certains termes de l'équation (A4.12) sont négligeables et que l'on peut l'exprimer alors par :

$$\langle Q_{th}\rangle_v = \frac{\langle\sigma\rangle_v w^2}{2}\left\langle\widehat{A^*_\theta}\right\rangle_v\left\langle\underline{\widehat{A^*_\theta}}\right\rangle_v \tag{A4.13}$$

De plus, $\left\langle\widehat{A^*_\theta}\right\rangle_v$ doit être de l'ordre de $\widehat{A^*_\theta}$ qui est calculé avec le modèle 2D-axisymétrique. Pour déterminer l'écart entre ces deux termes, nous écrivons les équations du potentiel scalaire réduit pour le calcul 2D et le calcul 3D.

A4.2.2 Deuxième étape

On écrit l'équation du potentiel vecteur réduit (A4.14) pour chacun des modèles.

$$\frac{\partial\vec{A}^*}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} + \vec{\nabla}^2\vec{A}^* \tag{A4.14}$$

Pour le calcul électromagnétique 2D-axisymétrique, on obtient dans la charge de verre :

$$\mu i w\langle\sigma\rangle_v A^*_{\theta,v} = \nabla^2 A^*_{\theta,v} \tag{A4.15}$$

i.e.

$$\mu i w\langle\sigma\rangle_v A^*_{\theta,v} = \frac{1}{r}\frac{\partial A^*_{\theta,v}}{\partial r} + \frac{\partial^2 A^*_{\theta,v}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 A^*_{\theta,v}}{\partial z^2} \tag{A4.16}$$

Pour le calcul 3D, l'équation résolue dans tout le domaine est projetée sur la direction $\vec{e_\theta}$ est la suivante :

$$\mu i w\sigma A^*_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial A^*_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 A^*_\theta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 A^*_\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A^*_\theta}{\partial\theta^2} - \frac{A^*_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A^*_r}{\partial\theta} \tag{A4.17}$$

En moyennant sur le domaine de la charge de verre, on obtient :

$$\begin{aligned}\mu i w\langle\sigma A^*_\theta\rangle_v &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\langle A^*_\theta\rangle_v + \frac{\partial^2}{\partial r^2}\langle A^*_\theta\rangle_v + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\langle A^*_\theta\rangle_v \\ &+ \frac{1}{r^2}\left\langle\frac{\partial^2 A^*_\theta}{\partial\theta^2}\right\rangle_v - \frac{1}{r^2}\langle A^*_\theta\rangle_v + \frac{2}{r^2}\left\langle\frac{\partial A^*_r}{\partial\theta}\right\rangle_v\end{aligned} \tag{A4.18}$$

or,

$$\langle \sigma A_\theta^* \rangle_v = \langle \sigma \rangle_v \langle A_\theta^* \rangle_v + \left\langle \sigma_v^{'} A_{\theta,v}^{*'} \right\rangle_v \tag{A4.19}$$

d'où

$$\begin{aligned} \mu i w \langle \sigma \rangle_v \langle A_\theta^* \rangle_v &= -\mu i w \left\langle \sigma_v^{'} A_{\theta,v}^{*'} \right\rangle_v + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} \langle A_\theta^* \rangle_v + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \langle A_\theta^* \rangle_v + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \langle A_\theta^* \rangle_v \\ &+ \frac{1}{r^2} \left\langle \frac{\partial^2 A_\theta^*}{\partial \theta^2} \right\rangle_v - \frac{1}{r^2} \langle A_\theta^* \rangle_v + \frac{2}{r^2} \left\langle \frac{\partial A_r^*}{\partial \theta} \right\rangle_v \end{aligned} \tag{A4.20}$$

Finalement, le champ $\vec{A}^*$ obtenu avec le calcul 2D-axisymétrique est identique à $\left\langle \widehat{A_\theta^*} \right\rangle_v$ si les termes $\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_\theta^*}{\partial \theta^2}$, $\frac{A_\theta^*}{r^2}$, $\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r^*}{\partial \theta}$ et $\mu i w \left\langle \sigma_v^{'} A_{\theta,v}^{*'} \right\rangle_v$ sont négligeables dans l'équation A4.20. Ainsi, la carte de densité de puissance Joule injectée avec le calcul 2D-axisymétrique est du même ordre que la carte 3D.

On peut dire aussi que l'erreur imposée par le calcul 2D-axisymétrique à la place du calcul 3D est de l'ordre de l'ensemble de ces termes auxquels il faut rajouter ceux précisés dans la première étape.

ANNEXE 5 – REFERENCES SUR LES PROPRIETES PHYSIQUES ET COMPOSITION DES DIFFERENTS VERRES

PARTIE CONFIDENTIELLE

THESE de DOCTORAT de
l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brassés mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif

Laetitia Jacoutot

Spécialité : Mécanique et Énergétique
Laboratoire : Élaboration par Procédés Magnétiques (EPM)

RESUME

Ce travail de recherche concerne un nouveau procédé de vitrification à l'étude au CEA de Marcoule depuis ces vingt dernières années. Ce procédé, basé sur l'induction directe en creuset froid, est utilisé pour le traitement des déchets nucléaires de haute activité. Il se caractérise par le refroidissement des structures métalliques par circulation d'eau et l'induction directe de courants électriques dans la charge de verre en fusion. Un dispositif d'agitation mécanique permet une homogénéisation du bain de verre fondu. Lors de cette étude, les phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques ont été considérés. Une attention particulière est portée sur la modélisation de l'agitation mécanique et la mise en place d'une stratégie de couplage entre les trois phénomènes. La validation de la modélisation a pu être réalisée à partir des résultats expérimentaux acquis sur les pilotes de vitrification.

Mots clés : modélisation numérique, verre, creuset froid inductif, agitation mécanique, phénomènes couplés.

ABSTRACT

This study reports on a new vitrification process developed by the French Atomic Energy Commission (CEA, Marcoule). This process is used for the treatment of high activity nuclear waste. It is characterized by the cooling of all the metal walls and by currents directly induced inside the molten glass. In addition, a mechanical stirring device is used to homogenize the molten glass. The goal of this study is to develop numerical tools to understand phenomena which take place within the bath and which involve thermal, hydrodynamic and electromagnetic aspects. The numerical studies are validated using experimental results obtained from pilot vitrification facilities.

Keywords : numerical modelling, glass, cold crucible, induction heating, mechanical stirring, coupled phenomena.