



HAL
open science

Outils pour la détection et la classification Application au diagnostic de défauts de surface de rail

Mohamed Bentoumi

► **To cite this version:**

Mohamed Bentoumi. Outils pour la détection et la classification Application au diagnostic de défauts de surface de rail. Interface homme-machine [cs.HC]. Université Henri Poincaré - Nancy I, 2004. Français. NNT: . tel-00122046

HAL Id: tel-00122046

<https://theses.hal.science/tel-00122046>

Submitted on 23 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Département de formation doctorale en automatique

École doctorale IAEM Lorraine

Outils pour la détection et la classification. Application au diagnostic de défauts de surface de rail.

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 15 10 2004

pour l'obtention du

Doctorat de l'université Henri Poincaré – Nancy 1
(spécialité Automatique et Traitement Numérique du Signal)

par

Mohamed BENTOUMI

Composition du jury

<i>Rapporteurs :</i>	S. CANU R. LENGELLE	Professeur INSA Rouen Professeur UTT Troyes
<i>Examineurs :</i>	P. AKNIN G. BLOCH G. MILLERIOUX D. PLACKO	Directeur de recherche INRETS-LTN Paris Professeur UHP-ESSTIN Nancy Maître de conférence UHP-ESSTIN Nancy Professeur ENS de Cachan
<i>Invité :</i>	D. LEVY	Ingénieur RATP-ITA

Remerciements

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de thèse Monsieur Aknin, Directeur de recherche à l'INRETS, et Monsieur Bloch, Professeur à l'UHP-ESSTIN, qui ont su m'encadrer avec efficacité, clairvoyance et beaucoup de patience durant tout le temps que m'a exigé ce travail. Je leur exprime ma profonde reconnaissance pour leurs soutiens et encouragements face à la difficulté mais aussi pour leur disponibilité et le temps passé à la relecture et à la correction du mémoire de ma thèse.

J'aimerais remercier Monsieur Placko, Professeur à l'ENS-Cachan, pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury. Je remercie Monsieur Canu, Professeur à l'INSA-Rouen, et Monsieur Lengellé, Professeur à l'UTT Troyes, pour avoir accepté de rapporter sur mon travail. Je suis particulièrement reconnaissant envers Monsieur Lengellé pour ses remarques pratiques et précieuses.

Je voudrais remercier Monsieur Millérioux, Maître de Conférences UHP-ESSTIN, pour avoir accepté de juger ce travail, mais aussi pour le temps passé à la relecture et à la correction du mémoire.

Je remercie Monsieur LEVY, Ingénieur RATP-ITA, pour sa participation en tant qu'invité à mon jury.

Je tiens à remercier tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont soutenu et aidé à réaliser ce travail, en particulier les collègues du CRAN-ESSTIN et du LTN-INRETS.

*Je dédie cette thèse
à mes Parents,
à ma Femme
et à toute la Famille.*

Table des matières

Table des figures	ix
Notations	xiii
Abréviations	xv
Introduction générale	1
I Approches et outils pour la détection et la classification	3
I.1 Introduction	3
I.2 Les différentes approches	3
I.2.1 Première approche : détection et classification simultanées	4
I.2.2 Seconde approche : détection et classification successives	6
I.3 Les outils pour la détection	7
I.3.1 Détection d'un signal	7
I.3.2 La courbe COR	7
I.3.3 Les stratégies de conception d'un détecteur	8
I.3.4 Test du rapport de vraisemblance	9
I.4 Les outils pour la classification	11
I.4.1 La classification linéaire	12
I.4.1.1 Procédure de descente de gradient	13
I.4.1.2 Algorithme du perceptron	13
I.4.1.3 Algorithme des moindres carrés	14
I.4.1.4 Procédure de Ho-Kashyap	15
I.4.1.5 Les Machines à Vecteurs de Support	16
I.4.1.5.1 La Minimisation du Risque	17
I.4.1.5.2 Minimisation du Risque Structurel (MRS)	20
I.4.1.5.3 Classifieur SVM	21

I.4.1.6	Analyse discriminante linéaire de Fisher	28
I.4.2	La classification non linéaire	30
I.4.2.1	Classifieur SVM non linéaire	31
I.4.2.2	La classification par réseaux de neurones	32
I.4.2.2.1	Modélisation boîte noire	32
I.4.2.2.2	Le perceptron multicouches (MLP)	34
I.4.2.2.3	Les réseaux à fonctions de base radiale (RBFN)	35
I.4.3	Autres méthodes de classification	38
I.4.4	Les approches multi-classe	40
I.4.5	Evaluation des performances	41
I.4.5.1	La validation croisée	41
I.4.5.2	Les bornes du LOO pour les SVM	42
I.5	Conclusion	45
II	Application à la détection de défauts surfaciques de rail	47
II.1	Introduction	47
II.2	Le contrôle non destructif	47
II.2.1	Examens visuels	48
II.2.2	Examens par particules magnétiques	48
II.2.3	La radioscopie	48
II.2.4	Examens par ultrasons	49
II.2.5	Examens par courants de Foucault	49
II.3	Application Métro : détection de défauts de surface de rail	50
II.3.1	Le contexte de l'application	50
II.3.2	Description du capteur à courants de Foucault	52
II.3.3	La chaîne d'instrumentation	54
II.3.4	Les signatures des défauts	55
II.4	Conclusion	61
III	Mise en oeuvre de l'approche détection et classification simultanées	63
III.1	Introduction	63
III.2	Procédure heuristique de détection	65
III.3	Détection par transformées en ondelettes	68
III.3.1	La transformée en ondelettes continue	69
III.3.2	Choix de l'ondelette mère	70

III.3.3	Fusion de sous-détecteurs	72
III.4	Détection par filtre adapté	74
III.4.1	Calcul théorique du filtre	74
III.4.2	Application du filtrage adapté à la détection/classification de défauts de rail	76
III.5	Prétraitement par filtrage inverse pour la détection	79
III.5.1	Modélisation directe des mesures différentielles	80
III.5.2	Résolution inverse	82
III.5.2.1	Résolution au sens des moindres carrées	83
III.5.2.2	Le filtre inverse de Wiener	86
III.5.2.3	Utilisation du filtrage inverse pour la détection	90
III.6	La séparation aveugle de sources pour le CND	93
III.6.1	Introduction	93
III.6.2	Principe de la séparation de sources	93
III.6.2.1	Modèle et hypothèses	93
III.6.2.2	Indépendance et non gaussianité	95
III.6.2.3	Mesure de la non-gaussianité	99
III.6.2.4	L'algorithme FastICA	102
III.6.3	Application de la SAS aux signaux CF	103
III.6.3.1	Détermination du nombre de sources indépendantes	104
III.6.3.2	Séparation de trois types de défauts (JE, JS, Ec)	105
III.6.3.3	Application sur exemple réel	106
III.7	Comparaison des méthodes présentées	108
III.8	Test insitu du démonstrateur temps réel	110
III.9	Conclusion	112
IV	Mise en oeuvre de l'approche détection et classification successives	115
IV.1	Introduction	115
IV.2	Représentation des données	117
IV.2.1	Paramétrisation des signaux	117
IV.2.2	Sélection de paramètres	118
IV.3	Structure du classifieur	119
IV.4	Classification des défauts de rail dans l'espace réduit	120
IV.4.1	Classification linéaire : procédure de Ho-Kashyap	120
IV.4.2	Classification par SVM linéaire	122

IV.4.3 Le choix de la valeur k du k -fold	123
IV.4.4 Classification par réseaux RBF	124
IV.5 Classification des défauts dans l'espace initial	127
IV.6 Conclusion	130
Conclusion Générale	131
Annexes	133
A Orthogonal Forward Regression	133
B Filtre dérivateur récursif	135
Bibliographie	137

Table des figures

I.1	schéma bloc de la détection.	4
I.2	schéma bloc de la classification.	4
I.3	approche de détection et classification simultanées.	5
I.4	arbre de décision avec traitement : (a) séquentiel, (b) parallèle.	5
I.5	approche de détection et classification successives.	6
I.6	exemple de courbe COR.	8
I.7	exemple de courbes COR pour hypothèse composite.	9
I.8	surface de séparation linéaire dans \mathbb{R}^3	12
I.9	hyperplan séparateur et solution LMS.	15
I.10	exemples de partitions de 3 points de \mathbb{R}^2 et frontières de décision linéaires.	18
I.11	exemples de la non séparabilité de 4 points par des droites de \mathbb{R}^2	19
I.12	la variation monotone de la VC confiance en fonction de d_{VC}/N	19
I.13	illustration schématique du compromis entre risque empirique et VC-confiance.	20
I.14	sous-ensembles ordonnés selon leur VC-dimension : $d_{VC_1} < d_{VC_2} < \dots < d_{VC_i}$	20
I.15	hyperplan linéaire de séparation dans \mathbb{R}^2	21
I.16	hyperplans de séparation.	22
I.17	situation correspondant à un exemple mal classé.	26
I.18	ADL de Fisher.	28
I.19	exemple de projection.	30
I.20	modèle d'un neurone formel.	33
I.21	perceptron à une couche cachée et fonction d'activation linéaire en sortie.	34
I.22	un réseau de neurones RBF.	35
I.23	une fonction gaussienne.	36
I.24	exemple de l'approche 1 parmi K ($K=3$).	40
II.1	examen par particules magnétiques (Dumont-Fillon, 1996).	49
II.2	principe d'examen par ultrasons.	50
II.3	fissure débouchante (a), écaille (b).	51
II.4	principe d'un capteur à CF (d'après (Oukhellou, 1997)).	52
II.5	structure complète du capteur CF.	53
II.6	montage du capteur sous le bogie.	54
II.7	la chaîne d'instrumentation.	55
II.8	évolution du signal d_1 sur 500 m de rail.	56

II.9	évolution du signal d_1 après filtrage passe bande sur 500 m de rail.	56
II.10	signature type de JE (traits gras) et son écart-type (traits fin).	57
II.11	signature d'un Coeur (a), signature type d'un JA (traits gras) et son écart-type (traits fin)(b).	59
II.12	signature type de JS (traits gras) et son écart-type (traits fin).	59
II.13	signature type d'une écaille (traits gras) et son écart-type (traits fin).	60
II.14	bruit seul.	61
III.1	arbre de détection - classification.	64
III.2	détail d'une cellule de détection et de classification.	64
III.3	effet (a) d'un mouvement de tangage, (b) d'un défaut ponctuel sur le rail, (c et d) représentation correspondante dans un plan pseudo-lissajou de deux signaux d_i et d_j	66
III.4	le détecteur heuristique dans l'arbre de décision.	67
III.5	(a) bruit seul, (b) signatures de défauts mineurs, dans le plan pseudo-lissajou.	68
III.6	courbes COR pour le détecteur heuristique des défauts mineurs (JS et Ec).	68
III.7	la transformée en ondelettes comme prétraitement dans l'arbre de décision.	70
III.8	ondelette mère (a), défaut mineur type de la voie 1 (b) et sa transformée en ondelettes (c).	71
III.9	transformée en ondelettes en 3D.	71
III.10	réponse fréquentielle du filtre pour $\alpha_i = 27$ et spectres du bruit et de la signature type de défauts mineurs de la voie 1.	72
III.11	courbe COR du détecteur temps-échelle pour la détection de défauts mineurs.	73
III.12	exemple pour la détection des JE.	73
III.13	prétraitement par filtrage adapté dans l'arbre de décision.	76
III.14	exemple du signal y_1^{JE} obtenu après filtrage adapté de d_1	77
III.15	évolution du détecteur D_{JE}	77
III.16	évolution du détecteur y_1^{JS+Ec}	78
III.17	courbe COR du détecteur à filtre adapté D_{JS+Ec} pour la détection des défauts mineurs.	78
III.18	schéma bloc du passage à une mesure différentielle.	79
III.19	mesure absolue (a), mesure différentielle simple (b) et double (c).	80
III.20	réponse impulsionnelle du filtre direct de la mesure différentielle simple (a) et de la mesure double-différentielle (b).	81
III.21	comportement fréquentiel du filtre direct pour la mesure différentielle simple et double ($\ell=6$).	82
III.22	schéma bloc du filtrage inverse.	82
III.23	exemple de filtrage inverse d'une mesure différentielle simple.	85
III.24	exemple sur le filtrage inverse pour une mesure double-différentielle.	85
III.25	réponses fréquentielles des modèles direct et inverse et produit des deux modèles pour le cas d'une mesure différentielle simple.	86
III.26	exemple du filtrage inverse de Wiener pour la mesure différentielle simple.	88
III.27	exemple de filtres inverses de Wiener pour la mesure double-différentielle.	89

III.28 réponses fréquentielles en fonction du rapport bruit/signal pour le filtrage de Wiener.	89
III.29 exemple de filtrage inverse de Wiener sur un signal réel.	89
III.30 prétraitement par filtrage inverse dans l'arbre de décision.	90
III.31 prétraitement et agrégation de signaux.	91
III.32 le plan pseudo-lissajou de décision.	92
III.33 Courbe COR pour la détection des JS avec le filtrage inverse de Wiener.	92
III.34 arbre de décision	94
III.35 principe de la séparation de sources.	94
III.36 réalisation de couple aléatoires gaussien.	98
III.37 réalisation dans le plan pseudo-lissajou de la signature type de JE.	104
III.38 réalisation dans le plan pseudo-lissajou de la signature type de JA.	105
III.39 un zoom sur le signal synthétique.	106
III.40 un zoom des signaux après séparation.	106
III.41 arbre de décision modifié.	107
III.42 un zoom des signaux réels.	107
III.43 un zoom des signaux après séparation.	108
III.44 évolution du signal d_1 sur 500m de rail et les signaux agrégés $\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2$ et $\hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6$	110
III.45 comparaison entre l'étiquetage manuel et automatique.	111
III.46 système embarqué.	111
III.47 écran de contrôle.	112
IV.1 bloc de détection détaillée.	115
IV.2 bloc de classification détaillée.	116
IV.3 approche 1 parmi K pour la classification multi-classes.	120
IV.4 erreur de généralisation en fonction du nombre d'itérations.	121
IV.5 erreur de généralisation en fonction de C ($\log(C)$) : (a) JE/autres, (b) JS/autres, (c) JA/autres, (d) Ec/autres.	123
IV.6 estimation de l'erreur de généralisation pour différentes valeurs de k dans k -fold (erreur de généralisation en fonction de C ($\log(C)$) : (a) JE/autres, (b) JS/autres, (c) JA/autres, (d) Ec/autres).	124
B.1 portion d'un signal : (a) avant filtrage, (b) après filtrage.	136

Notations

\mathcal{H}_i	: ième hypothèse
Ω_i	: ième classe
m	: signal mesuré, composite
b	: signal bruit
s, s°	: un signal réel et son conjugué
$P(\cdot)$: probabilité
P_f, P_n, P_b	: probabilités de fausse alarme, de non détection et de bonne détection
f	: densité de probabilité
$\mathcal{R}_{\mathcal{H}_i}$: région de décision de l'hypothèse \mathcal{H}_i
γ	: seuil de détection
$\ \cdot\ $: norme
d_1, d_2, \dots, d_8	: les signaux CF
$S(j\omega)$: transformée de Fourier de $s(t)$
w_s	: coefficient de la transformée en ondelettes d'un signal $s(t)$
$\psi_{\alpha,\tau}(t)$: ondelette mère
D	: détecteur
$r(t)$: rapport en puissance signal sur bruit
$h, H(j\omega)$: réponse impulsionnelle et fréquentielle du filtre direct
$g, G(j\omega)$: réponse impulsionnelle et fréquentielle du filtre inverse
$d(n), a(n)$: mesure différentielle et absolue
S	: matrice des signaux sources
s_i	: un signal source
X	: matrice des signaux mélanges
x_i	: un signal mélange
A	: matrice de mélange
W	: matrice de séparation
$E\{\cdot\}$: espérance mathématique
$kurt$: coefficient d'aplatissement (kurtosis)
\mathcal{G}	: fonction non linéaire
$\langle \cdot, \cdot \rangle$: produit scalaire
\mathcal{D}	: ensemble de données
\mathcal{D}_{SV}	: ensemble des vecteurs de support

Notations

x_i, y_i	: exemple d'entrée et son label
N	: nombre d'exemples
p	: dimension d'un exemple
p_r	: dimension réduite d'un exemple
R	: fonction risque
R_{emp}	: fonction risque empirique
f_w	: fonction de décision
F	: ensemble des fonction f_w
w, w_0	: paramètres de f_w
d_{VC}	: VC-dimension
Δ	: marge
α_i	: multiplicateur de Lagrange
ξ_i	: variable de relaxation
C	: paramètre de régularisation
L_{prim}, L_{dual}	: Lagrangiens primal et dual
Φ	: fonction non linéaire de projection
\mathcal{K}	: fonction noyau
σ	: largeur de la gaussienne
\mathcal{L}	: nombre d'erreurs de la procédure LOO
ζ_k	: coefficient de Fourier
χ_k	: descripteur de Fourier modifié

Abréviations

COR	: Caractéristique Opérationnelle de Réception
SV	: Support Vector (Vecteur de Support)
SVM	: Support Vector Machine (Machine à Vecteurs de Support)
MRE	: Minimisation du Risque Empirique
MRS	: Minimisation du Risque Structurel
iid	: indépendant et identiquement distribué
KKT	: Karush-Kuhn-Tucker
MLP	: MultiLayer Perceptron (Perceptron Multicouche)
RBF	: Radial Basis Function (Fonction de Base Radiale)
CND	: Contrôle Non Destructif
CdV	: Circuit de Voie
CF	: Courants de Foucault
JE	: Joint Eclissé
Fi	: Fissure
JA	: Joint Avant ou Après un coeur d'aiguille
JS	: Joint Soudé
Ec	: Ecaille
SAS	: Séparation Aveugle de Sources
ICA	: Independent Component Analysis (Analyse en Composantes Indépendantes)
NG	: Non-Gaussianité
TFD	: Transformée de Fourier Discrète
DFM	: Descripteur de Fourier Modifié
OFR	: Orthogonal Forward Regression
BA	: Base d'Apprentissage
BT	: Base de Test
LOO	: Leave One Out
VA	: Variable Aléatoire

Introduction générale

Le but du diagnostic d'un système est de détecter et de localiser le plus précocement possible ses modes défaillants pour éviter un mauvais fonctionnement global. La détection précoce des défauts évite des conditions de fonctionnement dangereuses, augmente la disponibilité et la productivité du système et garantit la qualité du produit ou du service. Une des propriétés les plus importantes de ce diagnostic est qu'il doit être suffisamment sensible pour permettre une détection des défauts à tout coup, mais également suffisamment robuste pour éviter les fausses alarmes en présence de perturbations.

Le transport ferroviaire est un service de premier plan qui participe à l'amélioration du quotidien de l'utilisateur et de sa mobilité, en particulier en zone urbaine. Sa qualité et sa sûreté dépendent de la disponibilité du matériel et de la sécurité des dispositifs employés. Le rail est un organe vital du transport ferroviaire et son auscultation s'avère indispensable pour assurer un haut niveau de sécurité et de disponibilité. La détection de rail fissuré, voire cassé, est une tâche cruciale, cette rupture dégradant immédiatement la qualité du système complet de transport, d'un point de vue tant mécanique qu'électrique (le rail transporte le retour des courants de traction ainsi que des signaux relatifs au contrôle-commande des circulations). Dans certains cas, la rupture d'un rail peut même conduire au déraillement du train.

Dans le cadre du Programme interministériel de Recherche et d'Innovation dans les Transports terrestres (PREDIT), la RATP (Régie Autonome des Transports Parisiens), en collaboration avec l'INRETS (Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité), a travaillé à la définition et à la mise au point, avec d'autres partenaires, d'un système de détection de fissures *débouchantes* des rails de son réseau. Dans ce contexte, dit *contexte Métro*, le système développé doit assurer une mesure sans contact des défauts de rail, en exploitation commerciale jusqu'à 70 km/h, avec des contraintes mécaniques fortes et dans un milieu pollué... Les travaux de L. Oukhellou (Oukhellou, 1997) ont conduit à la réalisation d'un capteur à *courants de Foucault* (CF) optimisé pour le rail et d'un module de classification des défauts en temps différé par réseaux de neurones. Dans le cadre des travaux présentés ici, un prototype a été réalisé pour le pilotage du capteur CF et l'acquisition et le traitement des signaux. Les traitements sont compatibles avec les moyens de calcul temps réel de la chaîne d'instrumentation embarquée.

Le travail présenté dans ce mémoire aborde les problématiques de détection et de

classification pour le diagnostic. Deux approches de traitement différentes sont présentées dans le premier chapitre. La première est l'approche de *détection et classification simultanées* où les deux tâches sont traitées conjointement. Le problème global est scindé en sous-problèmes traités séquentiellement, selon un arbre de décision hiérarchique, ou parallèlement, avec une règle de décision qui produit la décision finale. Chaque sous-problème est traité par une *cellule* qui effectue les tâches de détection et de classification pour résoudre le sous-problème en question.

La seconde approche consiste à traiter tout d'abord les signaux issus du capteur CF de manière simple pour la délivrance d'un signal d'alarme indiquant la présence de défauts. En cas d'alarme, des traitements de plus haut niveau sont mis en oeuvre pour analyser plus finement les signatures de défauts. Cette approche est dite approche de *détection et classification successives*. Les outils pour la classification - les différents classifieurs linéaires, les classifieurs neuronaux et les machines à vecteurs de support - sont détaillés. L'accent est mis sur le réglage des marges des classifieurs linéaires, sur leur capacité de généralisation et sur les estimateurs de cette capacité de généralisation.

Le deuxième chapitre décrit rapidement quelques procédures de contrôle non destructif (CND) et introduit le contexte de l'application Métro. Une description de l'instrumentation est donnée ainsi qu'une présentation des signaux issus du capteur CF et des signatures de défauts. C'est cette connaissance a priori qui a permis le développement de certaines approches de prétraitement.

Le troisième chapitre présente la mise en oeuvre de l'approche de détection et classification simultanées. La décomposition du problème global en sous-problèmes, leur ordonnancement et la conception de chaque cellule sont décrits. Pour chaque sous-problème, il faut tout d'abord sélectionner les signaux bruts nécessaires à sa résolution. Un prétraitement spécifique est effectué pour augmenter le contraste entre les signaux et améliorer le pouvoir discriminant des données. Plusieurs voies ont été explorées et une comparaison de leurs performances est donnée. Globalement, cette première approche répond aux contraintes temps réel de l'application et est intéressante par sa simplicité de mise en oeuvre. Le démonstrateur temps réel mis au point est décrit.

Le dernier chapitre présente la mise en oeuvre de l'approche de détection et classification successives. La paramétrisation des signaux et la sélection des paramètres sont décrites. L'application se focalise sur des classifieurs linéaires, dont la complexité est adaptée au problème traité. Les performances de deux classifieurs obtenus par l'algorithme de Ho-Kashyap et par une machine à vecteurs de support (SVM) sont comparées. Le réglage des deux méthodes pour maximiser la capacité de généralisation des classifieurs est détaillé. Un classifieur non linéaire utilisant un réseau de neurones RBF est présenté à titre de comparaison. L'implantation de l'approche détection et classification successives est envisageable mais avec des moyens de calcul plus performants.

Chapitre I

Approches et outils pour la détection et la classification

I.1 Introduction

Ce chapitre présente deux approches différentes de détection et classification de défauts pour le diagnostic. La détection consiste à décider entre deux hypothèses *présence de défauts* ou *non présence de défauts* (problème à deux classes). La classification est un problème de détection à un nombre de classes (hypothèses) supérieur à deux.

La première approche abordée est l'approche de détection et classification simultanées de défauts qui consiste à décomposer le problème global en sous-problèmes particuliers de détection et classification à résoudre. La seconde approche réalise la détection et la classification de manière successive en traitant les deux problématiques séparément.

Quelques notions de détection et de classification sont introduites.

La discrimination, en particulier linéaire, est présentée et un intérêt particulier est porté aux Machines à Vecteurs de Supports (SVM). Leur point fort est leur capacité de généralisation qui s'avère intéressante pour des applications réelles avec une base de données réduite. Un point particulier est abordé concernant les bornes de généralisation pour les SVM.

I.2 Les différentes approches

En traitement du signal, la détection et la classification interviennent quand une décision doit être prise parmi un nombre fini d'hypothèses concernant la nature et la forme du signal observé (mesuré).

La détection d'un signal consiste à décider si la forme observée contient seulement un bruit ou bien une signature masquée par le bruit. Un détecteur permet donc de choisir entre deux hypothèses (figure I.1) : l'hypothèse \mathcal{H}_0 qui suppose la présence du bruit seul, l'hypothèse \mathcal{H}_1 qui suppose en plus la présence d'une signature.

Quelques soient les traitements effectués sur la ou les mesures, la détection consiste à observer un changement de caractéristiques statistiques en partitionnant de manière

optimale (au sens d'un critère) l'espace des observations en deux régions $\mathcal{R}_{\mathcal{H}_0}$ et $\mathcal{R}_{\mathcal{H}_1}$. On peut réaliser la détection par la comparaison d'une statistique à une valeur de seuil donnée.



FIG. I.1 – schéma bloc de la détection.

La classification permet d'affecter la signature détectée à une parmi K classes (hypothèses) prédéfinies de signaux, Ω_i , $i = 1, \dots, K$ (figure I.2). Cette décision est de préférence effectuée dans un espace de représentation adapté, obtenu à l'issue d'une étape de prétraitement ou de paramétrisation préservant au mieux la capacité de discrimination entre les classes. Le module de classification apparaît comme l'extension d'un module de détection, cette fois-ci non binaire, mais multi-classe.

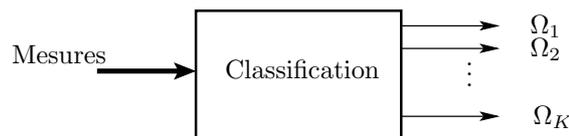


FIG. I.2 – schéma bloc de la classification.

L'objectif de la théorie de la détection et de la classification est de concevoir des détecteurs et des classifieurs qui minimisent par exemple le nombre d'erreurs de décision. Dans l'optique de détection et de classification de défauts (Ω_i : classe de défaut de type i), deux approches principales pour l'agencement des deux fonctions détection et classification vont être présentées.

I.2.1 Première approche : détection et classification simultanées

Selon cette approche, les phases de détection et de classification sont effectuées simultanément selon le synoptique de la figure I.3. Le problème global est décomposé en autant de sous-problèmes que de classes. Ces sous-problèmes peuvent être résolus parallèlement ou séquentiellement. La figure I.4 montre l'enchaînement des sous-problèmes comme un arbre de décision (Zwingelstein, 1995). L'arbre est composé de cellules (ou noeuds), où chaque cellule résout un sous-problème de détection et classification.

Dans un arbre de décision avec traitement séquentiel (figure I.4a), une cellule n'est activée que si la cellule qui la précède a choisi l'hypothèse \mathcal{H}_0 . La décomposition du problème en sous-problèmes et leur ordonnancement sont souvent basés sur l'expertise et les connaissances a priori sur le problème (nature et importance des signaux, types de défauts à détecter, ...).

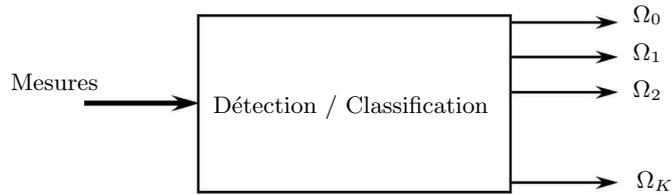


FIG. I.3 – approche de détection et classification simultanées.

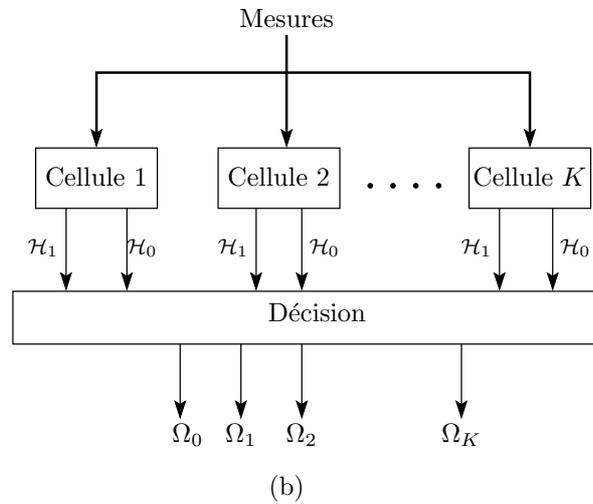
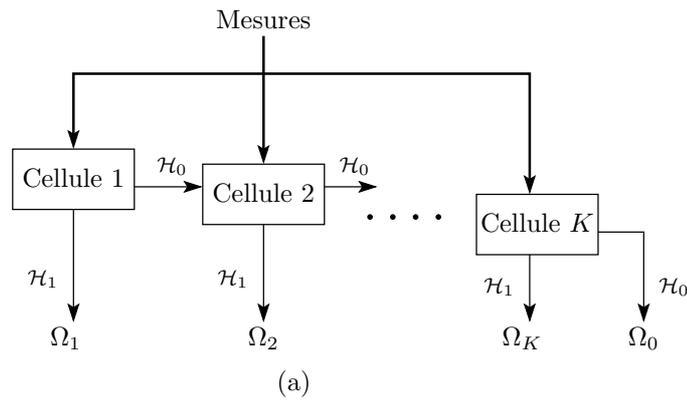


FIG. I.4 – arbre de décision avec traitement : (a) séquentiel, (b) parallèle.

Dans un arbre de décision avec traitement parallèle (figure I.4b), toutes les cellules sont activées au même niveau, puis une règle de décision permet la gestion des conflits et fournit la décision finale.

Ces deux types de décomposition peuvent être mélangés. L'arbre de décision comporte plusieurs niveaux et chaque niveau comporte autant de cellules que de sous-problèmes de même niveau d'importance ou de même prétraitement.

La mise en oeuvre de l'approche de détection et classification simultanées pour résoudre le problème de détection et de classification de défauts de surface de rail sera présentée dans le chapitre III.

I.2.2 Seconde approche : détection et classification successives

Cette approche hiérarchisée de détection puis de classification se décompose comme indiqué sur la figure I.5.

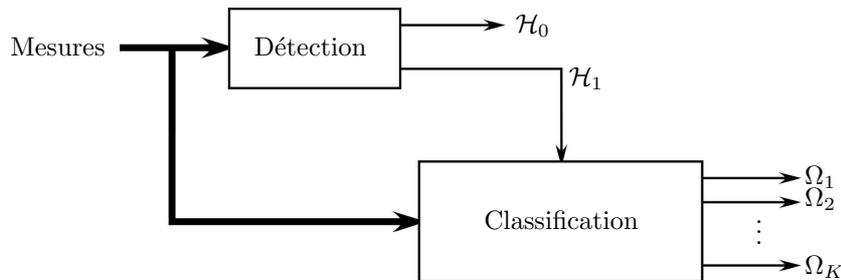


FIG. I.5 – approche de détection et classification successives.

Les signaux mesurés (observés) sont, dans un premier temps, analysés de manière simple dans le bloc de détection pour décider entre \mathcal{H}_0 (pas de défauts) et \mathcal{H}_1 (présence de défaut).

A chaque détection, une fenêtre d'observation est ouverte et l'ensemble des signaux présents dans cette fenêtre est transmis au bloc de classification (figure IV.2). Dans le contexte de reconnaissance des formes, une phase de prétraitement s'avère nécessaire avant la classification proprement dite. Une fois une signature de défaut détectée et prétraitée, une procédure de classification est mise en oeuvre afin d'affecter chaque observation à une classe prédéfinie de défauts. La validation de ces opérations conditionne les performances de la détection et de la classification. Cette approche de détection et classification successives est employée pour la détection et la classification de défauts de surface de rail et elle est présentée dans le chapitre IV. Dans les sections suivantes, des outils pour la détection et des outils pour la classification sont présentés indépendamment des approches utilisées pour l'application.

I.3 Les outils pour la détection

I.3.1 Détection d'un signal

Soient $d(t)$ un signal à détecter et $b(t)$ un bruit aléatoire. Deux cas peuvent se produire concernant le signal composite $m(t)$ observé (Williams *et al.*, 1999) :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 & : m(t) = b(t) \\ \mathcal{H}_1 & : m(t) = d(t) + b(t)\end{aligned}\tag{I.1}$$

Les hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 sont appelées *hypothèses simples* quand la distribution statistique de m sous \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 dépend de paramètres connus tels que l'amplitude ou la phase du signal ou la puissance du bruit. Quand la distribution de m et/ou de b sous ces hypothèses dépend de paramètres inconnus, les hypothèses sont appelées *hypothèses composites*.

Il est souvent pratique de formuler le problème de décision en considérant une *statistique* scalaire ou vectorielle $s(t)$ obtenue à partir des observations $m(t)$, au lieu de les traiter directement. Afin de décider entre les deux hypothèses, cette statistique $s(t)$ est comparée à un seuil. Si le seuil est dépassé pendant un intervalle de temps $[t_0, t_0 + \delta t]$, on décide que le signal d est présent.

Dans la pratique, on doit régler le seuil pour assurer un faible nombre d'erreurs de décision. Il y a deux types d'erreurs possibles : l'erreur de *non détection* (décider \mathcal{H}_0 sous \mathcal{H}_1) et l'erreur de *fausse alarme* (décider \mathcal{H}_1 sous \mathcal{H}_0). Il y a toujours un compromis à établir entre le choix d'un seuil fort pour diminuer le nombre de fausses alarmes et celui d'un seuil faible pour diminuer le nombre d'erreurs de non détection. Pour quantifier ce compromis, il est nécessaire de spécifier les distributions statistiques de m sous chaque hypothèse \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 .

I.3.2 La courbe COR

On note ρ le seuil de détection et on définit la région de décision pour \mathcal{H}_1 :

$$\mathcal{R}_{\mathcal{H}_1} = \{s : s(t) > \rho, t \in [t_0, t_0 + \delta t]\}\tag{I.2}$$

Cette région est appelée *région critique* et elle spécifie simplement la condition sur s pour laquelle le détecteur déclare que le signal d est présent. Le détecteur détermine donc des régions de décisions binaires exclusives et la région critique spécifie complètement l'opération de détection.

Les probabilités de fausse alarme P_f et de non détection P_n :

$$\begin{aligned}P_f & = P(\mathcal{H}_1/\mathcal{H}_0) = 1 - P(\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_0) \\ P_n & = P(\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_1) = 1 - P(\mathcal{H}_1/\mathcal{H}_1)\end{aligned}\tag{I.3}$$

où $P(A/\mathcal{H})$ la probabilité d'un événement A sous l'hypothèse \mathcal{H} , sont des fonctions de ρ . La probabilité de bonne détection $P_b = P(\mathcal{H}_1/\mathcal{H}_1)$ est communément appelée la *puissance* du détecteur et P_f est appelée le *niveau* du détecteur.

Le tracé de la paire $(P_f(\rho), P_b(\rho))$, pour $-\infty < \rho < +\infty$, produit une courbe appelée *Caractéristique Opérationnelle de Réception* (COR) (Williams *et al.*, 1999 ; Lenggellé *et al.*, 2002).

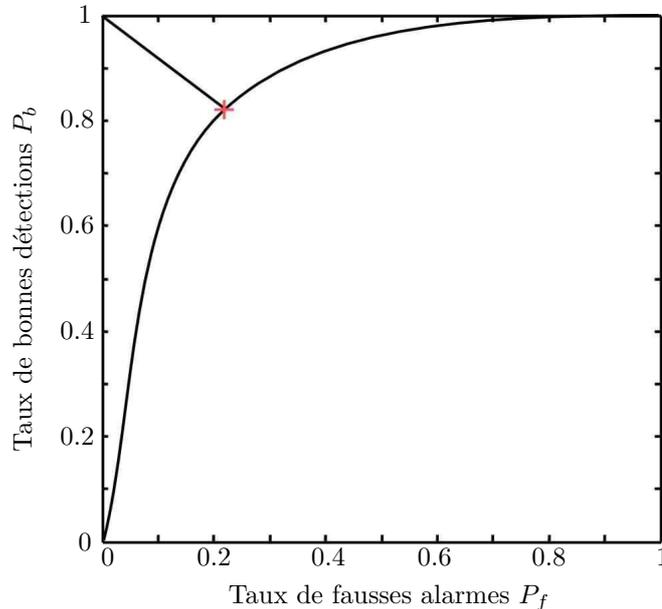


FIG. I.6 – exemple de courbe COR.

Une courbe COR (figure I.6) représente l'évolution de la puissance du détecteur P_b en fonction de son niveau P_f . En effet, ces deux probabilités sont conjointement déterminées par le choix du seuil ρ . Dans le cas où il n'y a pas de contrainte sur les probabilités d'erreurs P_f et P_n , le point optimal est le point le plus proche de la position $P_f = 0$, $P_b = 1$, qui correspond à un taux de bonnes détections égal à 1 et un taux de fausses alarmes nul ; les valeurs des paramètres de réglage retenues sont celles correspondant à ce point.

I.3.3 Les stratégies de conception d'un détecteur

Quand les paramètres définissant les lois de probabilités des observations (conditionnellement aux deux hypothèses) sont complètement connues, les hypothèses sont simples et un détecteur optimal existe et peut être déterminé à partir de la courbe COR.

Cependant, dans les nombreux cas où ces lois de probabilités sont décrites par des paramètres inconnus, une hypothèse au moins est composite et le détecteur a différentes courbes COR pour différentes valeurs des paramètres inconnus. La figure I.7 présente un réseau de courbes COR pour différentes valeurs d'un paramètre θ .

Parmi les détecteurs de niveau P_f et de puissance P_b , on dit qu'un détecteur est Uniformément le Plus Puissant (Uniformly the Most Powerful, UMP) de niveau P_f' et de puissance P_b' si et seulement si, P_{f_0} étant un seuil prédéfini, pour toutes les valeurs du

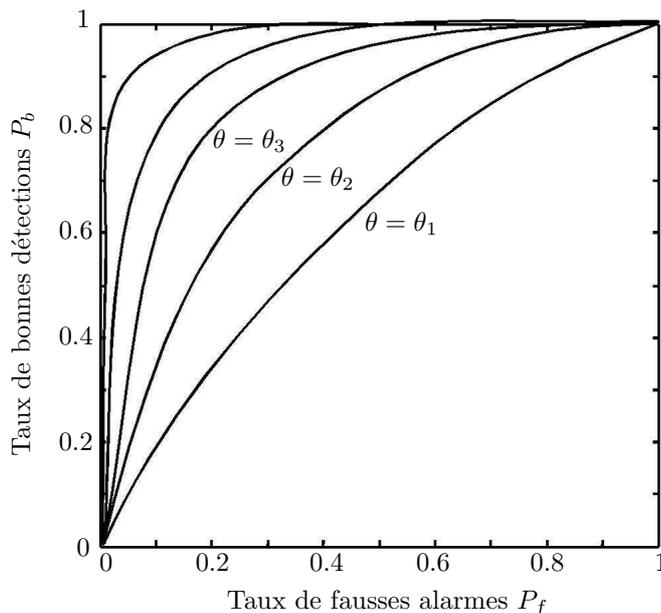


FIG. I.7 – exemple de courbes COR pour hypothèse composite.

paramètre $\theta \in \Theta_{\mathcal{H}_1}$ ($\Theta_{\mathcal{H}_1}$ est l'ensemble de paramètres correspondant à l'hypothèse \mathcal{H}_1) (Lengellé *et al.*, 2002) :

- $P'_f \leq P_{f_0}$
- tout autre détecteur, qui satisfait $P_f \leq P_{f_0}$, est de puissance moindre, c'est-à-dire que $P_b \leq P'_b$.

Malheureusement, il existe rarement un détecteur uniformément le plus puissant, c'est-à-dire pour lequel $P'_f < P_{f_0}$ pour la gamme entière de paramètres inconnus. Pour les hypothèses composites, d'autres stratégies de conception doivent donc être adoptées. Il existe une large gamme de stratégies disponibles (Basseville *et al.*, 1995; Lengellé *et al.*, 2002) comprenant l'approche Bayésienne, l'approche Minimax pour des hypothèses composites et l'analyse séquentielle. Toutes les stratégies ont un point commun : leur application utilise une forme ou une autre du test du rapport de vraisemblance.

I.3.4 Test du rapport de vraisemblance

Si l'on suppose connue la densité de probabilité conditionnelle $f(s/\theta)$, $\theta \in \Theta$, on peut spécifier le problème de détection comme un problème de test entre :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : s &\sim f(s/\theta), \theta \in \Theta_{\mathcal{H}_0} \\ \mathcal{H}_1 : s &\sim f(s/\theta), \theta \in \Theta_{\mathcal{H}_1} \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

où $\Theta_{\mathcal{H}_0}$ et $\Theta_{\mathcal{H}_1}$ sont des ensembles non vides qui divisent l'espace des paramètres en deux régions. Il faut que $\Theta_{\mathcal{H}_0}$ et $\Theta_{\mathcal{H}_1}$ soient disjoints ($\Theta_{\mathcal{H}_0} \cap \Theta_{\mathcal{H}_1} = \emptyset$), pour enlever toute

ambiguïté dans la décision, et exhaustifs ($\Theta_{\mathcal{H}_0} \cup \Theta_{\mathcal{H}_1} = \Theta$), pour prendre en compte toutes les valeurs possibles de θ .

Pour chaque paire de paramètres $\theta_{\mathcal{H}_0} \in \Theta_{\mathcal{H}_0}$ et $\theta_{\mathcal{H}_1} \in \Theta_{\mathcal{H}_1}$, le niveau P_f et la puissance P_b sont donnés par :

$$\begin{aligned} P_f &= \int_{s \in \mathcal{R}_{\mathcal{H}_1}} f(s/\theta_{\mathcal{H}_0}) ds \\ P_b &= \int_{s \in \mathcal{R}_{\mathcal{H}_1}} f(s/\theta_{\mathcal{H}_1}) ds \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Les hypothèses (I.4) sont simples si $\Theta = \{\theta_{\mathcal{H}_0}, \theta_{\mathcal{H}_1}\}$ (seulement deux valeurs pour le paramètre). Dans ce cas, le lemme de Neyman-Pearson (Lehmann, 1959) spécifie qu'il existe un test qui maximise P_b sous la contrainte que $P_f \leq \alpha$, où α est un niveau maximum prédéfini de fausse alarme, appelé *test du rapport de vraisemblance* (Likelihood Ratio Test, LRT) :

$$L(s) = \frac{f(s/\theta_{\mathcal{H}_1})}{f(s/\theta_{\mathcal{H}_0})} \begin{array}{l} \mathcal{H}_1 \\ > \\ \mathcal{H}_0 \end{array} \eta \quad (\text{I.6})$$

où η est un seuil qui dépend de la contrainte $P_f = \alpha$. A partir de l'inégalité (I.6), on obtient le test du détecteur (dans le cas où s est scalaire) :

$$s \begin{array}{l} \mathcal{H}_1 \\ > \\ \mathcal{H}_0 \end{array} \rho \quad (\text{I.7})$$

où ρ est le seuil de détection (I.2) déterminé par la contrainte $P_f = \alpha$:

$$\int_{\rho}^{+\infty} f_L(l/\theta_{\mathcal{H}_0}) dl = \alpha \quad (\text{I.8})$$

Quand θ prend plus que deux valeurs, une hypothèse au moins est composite et le lemme de Neyman-Pearson n'est pas applicable. Une alternative est alors l'utilisation du test du rapport de vraisemblance généralisé (GLRT) (Basseville *et al.*, 1995) :

$$L(s) = \frac{\max_{\theta \in \Theta_{\mathcal{H}_1}} f(s/\theta_{\mathcal{H}_1})}{\max_{\theta \in \Theta_{\mathcal{H}_0}} f(s/\theta_{\mathcal{H}_0})} \begin{array}{l} \mathcal{H}_1 \\ > \\ \mathcal{H}_0 \end{array} \eta \quad (\text{I.9})$$

où, si $f(s/\theta_{\mathcal{H}_i})$ est disponible pour toutes les valeurs de $\theta \in \Theta_{\mathcal{H}_1}$, le seuil η est fixé pour atteindre un niveau spécifié de P_f . Le GLRT peut être interprété comme un LRT basé sur les valeurs de θ qui maximisent les fonctions $f(s/\theta_{\mathcal{H}_0})$ et $f(s/\theta_{\mathcal{H}_1})$, respectivement.

Les traitements mis en oeuvre pour l'application de détection de défauts de rail (chapitre III) sont associés à des hypothèses simples avec un seuil à déterminer pour délimiter les espaces des deux hypothèses (I.1).

I.4 Les outils pour la classification

Dans un problème de classification, la tâche est d'affecter une observation à une classe ou une catégorie prédéfinie. Les méthodes de classification trouvent leur application particulièrement dans la reconnaissance des formes (Dubuisson, 1990 ; Bishop, 1995).

Il existe deux contextes de mise en oeuvre de méthodes de classification : les méthodes supervisées et les méthodes non supervisées. Si on dispose de données (observations) labellisées (dont la classe d'appartenance est connue), on parlera de classification supervisée, sinon on parlera de classification non supervisée. Dans la suite, on ne considérera que les méthodes supervisées.

On considère un ensemble \mathcal{D} de N exemples x_i (observations) muni d'une partition a priori $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_K\}$ en K classes supposées exhaustives. Chaque exemple x_i est caractérisé par un ensemble de p variables descriptives $x_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}\}$. Le but est de construire une fonction de décision, à partir des N individus décrits par les p variables, permettant d'affecter toute nouvelle observation à l'une des K classes définies a priori.

On dénombre environ 500 types de classifieur (Raudys, 2001). Il est difficile de proposer un classement général des méthodes de classification supervisées et une même méthode peut être présentée sous divers points de vue. Trois catégories se dégagent : les méthodes qui prennent en compte la forme de la surface de séparation, les méthodes qui construisent la fonction de décision à partir des lois de probabilité et celles qui mesurent des distances par rapport aux classes prédéfinies.

Dans la première catégorie, la forme de la surface séparatrice est connue. Les méthodes correspondantes estiment les paramètres de cette surface et optimisent la décision. On trouve deux sous-catégories : les classifieurs linéaires et les classifieurs non linéaires. Le problème de la non linéarité est souvent ramené à un problème linéaire par projection des données d'entrée dans un espace où la surface de séparation est considérée linéaire (SVM non linéaire, réseau de neurones RBF).

Dans la seconde catégorie, on trouve les méthodes paramétriques qui supposent une connaissance a priori des lois de probabilité et estiment leurs paramètres. Si cette connaissance a priori n'est pas disponible, des estimations de densité sont utilisées (noyaux de Parzen par exemple).

Les méthodes de la troisième catégorie recherchent une partition de l'espace de représentation sans chercher les lois de probabilité ni les surfaces de séparation. Elles prennent la décision sur la distance calculée entre l'exemple de test et un certain nombre d'exemples appartenant à une même classe. La notion de distance doit être comprise au sens large comme une mesure de *ressemblance-dissémbance* entre deux exemples.

Dans ce qui suit, on présente quelques méthodes de classification supervisée, en particulier les méthodes de classification linéaire. Un intérêt particulier est porté à la procédure de Ho-Kashyap (cf. § I.4.1.4) et aux machines de vecteurs de support (SVM) (cf. § I.4.2.2). Les classifieurs neuronaux sont présentés parmi les méthodes de classification non linéaire (cf. § I.4.2.2).

I.4.1 La classification linéaire

Les classifieurs linéaires sont intéressants à cause de leur simplicité et de leurs capacités de généralisation. On considère le cas à deux classes (Ω_1, Ω_2) avec un *ensemble d'apprentissage* $\mathcal{D} = \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$, où $x_i \in \mathbb{R}^p$, $y \in \{-1, +1\}$ et :

$$\begin{aligned} y_i &= +1, & x_i &\in \Omega_1 \\ y_i &= -1, & x_i &\in \Omega_2 \end{aligned} \tag{I.10}$$

Un classifieur linéaire est défini par une *fonction discriminante linéaire* des exemples x :

$$f_w(x) = \langle w, x \rangle + w_0 \tag{I.11}$$

avec $w \in \mathbb{R}^p$ et $w_0 \in \mathbb{R}$. La règle de décision est donnée par :

$$\begin{aligned} f_w(x) &\geq 0, & x &\in \Omega_1 \\ f_w(x) &< 0, & x &\in \Omega_2 \end{aligned} \tag{I.12}$$

L'équation $f_w(x) = 0$ définit l'*hyperplan séparateur* \mathbf{H} de l'espace en deux régions : \mathcal{R}_1 où $x \in \Omega_1$ et \mathcal{R}_2 où $x \in \Omega_2$ (figure I.8). La quantité $\frac{|f_w(x)|}{\|w\|}$ exprime la distance entre l'exemple x et l'hyperplan \mathbf{H} .

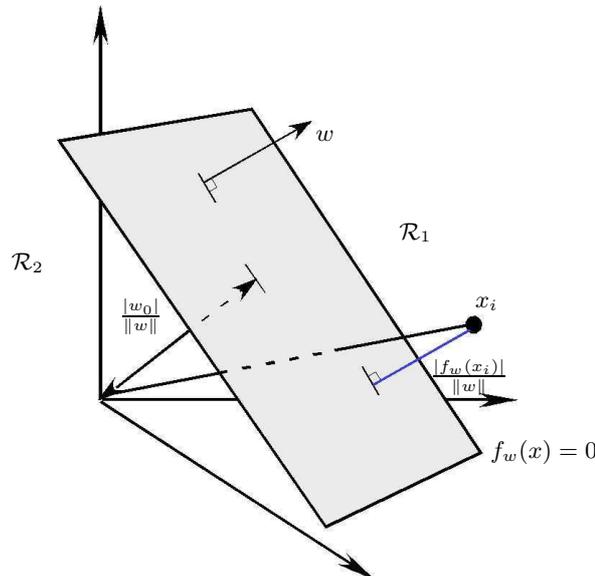


FIG. I.8 – surface de séparation linéaire dans \mathbb{R}^3 .

On définit le vecteur augmenté $x'_i = [1 \ x_i^T]^T$ d'un exemple x_i et le vecteur de paramètres $W = [w_0, w^T]^T$. L'hyperplan \mathbf{H} divise l'espace en deux régions :

$$\begin{aligned} f_w(x_i) &= \langle W, x'_i \rangle \geq 0, & x_i &\in \Omega_1 \\ f_w(x_i) &= \langle W, x'_i \rangle < 0, & x_i &\in \Omega_2 \end{aligned} \tag{I.13}$$

Puisque les labels y_i (I.10) des observations x_i n'ont que deux valeurs possibles -1 et +1 et si les exemples x_i sont tous bien classés par f_w , la contrainte suivante est alors satisfaite :

$$y_i \langle W, x_i' \rangle \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.14})$$

L'hyperplan transformé défini par W passe par l'origine.

L'estimation des paramètres de l'hyperplan \mathbf{H} est basé sur la minimisation d'un critère J , le plus souvent fonction des erreurs de classification. Il existe plusieurs *algorithmes d'apprentissage* (d'estimation des paramètres) : le perceptron, l'algorithme des moindres carrés, la procédure de Ho-Kashyap, les SVM, ...

On trouve aussi des procédures qui maximisent la séparabilité des classes comme l'analyse discriminante linéaire de Fisher. Dans cette procédure, on projette les données sur un nouvel axe qui maximise le rapport entre la variance interclasse et la variance intraclasse.

Dans ce qui suit, on présente quelques méthodes d'apprentissage pour la classification linéaire. Un intérêt particulier est porté sur la procédure de Ho-Kashyap et sur la classification par SVM. La discrimination linéaire de Fisher est aussi présentée à titre comparatif.

I.4.1.1 Procédure de descente de gradient

Trouver la solution W pour satisfaire (I.14) revient à minimiser une fonction coût $J(W)$ (critère). On suppose $J(W)$ dérivable. Le problème peut être résolu par une procédure itérative de *descente de gradient*. Cette procédure part d'un choix arbitraire $W_{(0)}$ de W . A chaque itération, le gradient du critère $\nabla J(W)$ est calculé et le vecteur des paramètres est actualisé par :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} - \eta(k) \nabla J(W_{(k)}) \quad (\text{I.15})$$

où η est un scalaire positif. Le choix de η est délicat. Pour palier ce problème, une alternative est de prendre $\eta(k) = \frac{\|\nabla J\|^2}{\nabla J^T H \nabla J} |_{W_{(k)}}$, où H est le *Hessien* du critère J (Bishop, 1995 ; Duda *et al.*, 2001). On obtient alors l'*algorithme de Newton* :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} - H^{-1} \nabla J(W_{(k)}) \quad (\text{I.16})$$

où le critère d'arrêt de l'apprentissage est $H^{-1} \nabla J(W_{(k)}) < \varepsilon_{\text{arret}}$.

Cet algorithme n'est pas applicable si la matrice H est singulière. Même si H est régulière, son temps d'inversion à chaque itération peut être très grand surtout si la dimension p est grande. Des méthodes existent pour remédier à ces problèmes (algorithme de Levenberg-Marquardt).

I.4.1.2 Algorithme du perceptron

Pour résoudre l'inégalité (I.14), le problème de l'expression du critère J est maintenant posé. Si l'on prend pour J le nombre d'exemples mal classés par \mathbf{H} , l'application d'une méthode du gradient n'est pas envisageable parce que J n'est pas dérivable. Un

choix courant pour J est la mesure de l'erreur sur l'ensemble des exemples mal classés ($y_i W^T x'_i \leq 0$) :

$$J(W) = \sum_{i/x'_i \text{ mal classés}} -y_i \langle W, x'_i \rangle \quad (\text{I.17})$$

On a alors :

$$\nabla J(W) = \sum_{i/x'_i \text{ mal classés}} -y_i x'_i \quad (\text{I.18})$$

et la règle d'adaptation (I.15) devient :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} + \eta(k) \sum_{i/x'_i \text{ mal classés}} y_i x'_i \quad (\text{I.19})$$

Si les classes (Ω_1, Ω_2) sont linéairement séparables, la convergence du critère vers 0 est assurée. Le choix de $\eta(k)$ reste un problème à résoudre. Pour simplifier, on peut prendre $\eta = 1, \forall k$.

I.4.1.3 Algorithme des moindres carrés

Dans la méthode précédente, le critère J ne dépendait que des exemples mal classés. Une autre formulation pourrait tenir compte de tous les exemples en spécifiant une *marge* b_i pour chacun d'eux :

$$y_i \langle W, x'_i \rangle = b_i > 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.20})$$

c'est-à-dire :

$$X W = B \quad (\text{I.21})$$

où la matrice $X = [y_1 x'_1 \dots y_N x'_N]^T$ est de dimension $N \times (p + 1)$ et B est un vecteur positif dans \mathbb{R}^N ($B > 0$ ou $b_i > 0, i = 1, \dots, N$) si le problème est linéairement séparable.

Puisqu'en général $N \gg p$, (I.21) est un système surdéterminé. On peut chercher à minimiser l'erreur $E = X W - B$. On considère alors un critère des moindres carrés :

$$J(W, B) = \frac{1}{2} \|X W - B\|^2 \quad (\text{I.22})$$

La solution doit satisfaire la conditions de stationnarité :

$$\frac{\partial J(W, B)}{\partial W} = X^T (X W - B) = 0 \quad (\text{I.23})$$

c'est-à-dire :

$$W = (X^T X)^{-1} X^T B = X^+ B \quad (\text{I.24})$$

avec $X^+ = (X^T X)^{-1} X^T$ la pseudo-inverse de X .

Cependant, la matrice $X^T X$ peut être coûteuse à inverser si p est grand. Une solution itérative est alors envisageable, la règle des *moindres carrés* (Least Mean Squares, LMS) :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} + \eta(k) X^T (X W_{(k)} - B) \quad (\text{I.25})$$

ou algorithme de Widrow-Hoff :

```

initialisation :  $W_{(0)}; \varepsilon_{\text{arrêt}}$ 
 $k \leftarrow 0$  (nombre d'itérations)
faire
 $W_{(k+1)} = W_{(k)} - \eta(k)X^T (X W_{(k)} - B)$ 
 $k \leftarrow k + 1$ 
jusqu'à :  $\eta(k)X^T (X W_{(k)} - B) < \varepsilon_{\text{arrêt}}$ 
    
```

TAB. I.1 – algorithme de Widrow-Hoff.

I.4.1.4 Procédure de Ho-Kashyap

L'algorithme des moindres carrés assure une solution, mais cette solution ne sépare pas nécessairement deux classes linéairement séparables pour un B arbitraire (cf. figure I.9). La procédure de Ho-Kashyap (Ho et Kashyap, 1965 ; Duda *et al.*, 2001 ; Dreyfus *et al.*, 2002) recherche le vecteur W des paramètres et la marge B qui minimisent le critère :

$$J(W, B) = \frac{1}{2} \|XW - B\|^2 = \frac{1}{2} \|E\|^2 \quad (\text{I.26})$$

sous la contrainte $B > 0$

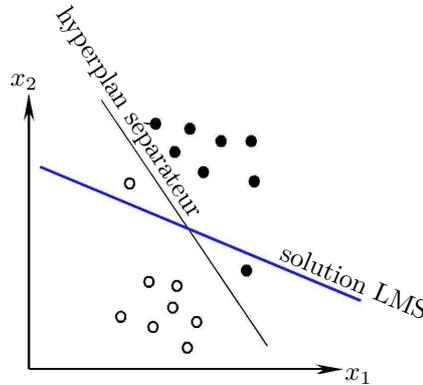


FIG. I.9 – hyperplan séparateur et solution LMS.

Si Ω_1 et Ω_2 sont linéairement séparables, ce critère sera nul. Comme B est inconnu, Ho et Kashyap (1965) proposent un algorithme itératif qui minimise J par rapport à W et B . On a alors deux contraintes :

$$\frac{\partial J(W, B)}{\partial W} = X^T (XW - B) = 0 \quad (\text{I.27})$$

$$\frac{\partial J(W, B)}{\partial B} = -(XW - B) = -E = 0 \quad (\text{I.28})$$

Pour tout $B > 0$, on peut toujours déterminer W :

$$W = (X^T X)^{-1} X^T B = X^+ B \quad (\text{I.29})$$

où X^+ est la pseudo inverse de X . La contrainte (I.27) peut être satisfaite en une itération. Il reste à estimer B par une procédure de descente de gradient pour satisfaire la contrainte (I.28) avec la condition $B > 0$. On adapte alors B par :

$$B_{(k+1)} = B_{(k)} + \eta(E_{(k)} + |E_{(k)}|) \quad (\text{I.30})$$

où $0 < \eta < 1$ est un paramètre qui ajuste la vitesse de convergence et $|E|$ est la valeur absolue de l'erreur. Le tableau I.2 présente la procédure complète de Ho-Kashyap (Duda *et al.*, 2001).

initialisation : $B_{(0)} > 0$ arbitraire et $0 < \rho < 1$

$k \leftarrow 0$ (nombre d'itérations)

tant que critère d'arrêt non satisfait faire

1. $W_{(k)} \leftarrow X^+ B_{(k)}$

2. $E_{(k)} = X W_{(k)} - B_{(k)}$

3. $B_{(k+1)} = B_{(k)} + \eta(E_{(k)} + |E_{(k)}|)$

$k \leftarrow k + 1$

fin tant que

le critère d'arrêt peut être par exemple :

$$\|E_{(k+1)}\|^2 \simeq \|E_{(k)}\|^2$$

ou $k \geq k_{max}$

TAB. I.2 – algorithme de Ho-Kashyap.

L'estimation de W et B est effectuée itérativement jusqu'à la convergence du critère J vers une valeur nulle (très petite) si les exemples sont linéairement séparables ($y_i \langle \hat{W}, x'_i \rangle \geq 0$; $i = 1, \dots, N$), sinon vers une valeur positive.

I.4.1.5 Les Machines à Vecteurs de Support

Dans ce qui suit, les Machines à Vecteurs de Support (Support Vector Machines, SVM) pour la classification sont présentées. Ces machines d'apprentissage font appel aux notions de Minimisation du Risque Empirique (MRE) et de Minimisation du Risque Structurel (MRS).

I.4.1.5.1 La Minimisation du Risque

On dispose de N exemples labélisés $\{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$. Comme déjà évoqué, la tâche d'apprentissage consiste à définir une fonction de décision f_w :

$$\begin{aligned} f_w & : X \rightarrow Y \\ X & = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T, \quad Y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T, \\ x_i & \in \mathbb{R}^p, \quad y_i \in \{-1, 1\}, \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

Pour déterminer les performances du classifieur, on compare les prédictions de la fonction f_w et les labels y_i . A cette fin, on introduit une fonction d'erreur J :

$$\begin{aligned} J & : Y \times Y \rightarrow [0, \infty[\\ \text{telle que} \quad & J(y_i, f_w(x_i)) = 0 \end{aligned}$$

Par la suite on utilisera une fonction d'erreur simple et bien adaptée à la classification binaire :

$$J(y_i, f_w(x_i)) = \frac{1}{2} |f_w(x_i) - y_i| \quad (\text{I.32})$$

Si tous les exemples sont indépendants et identiquement distribués (iid) avec une distribution conjointe $P(x, y)$, on définit une fonction *risque* qui représente l'erreur moyenne commise par $f_w(x)$ sur toute la distribution $P(x, y)$:

$$R(f_w) = \int_{X \times Y} \frac{1}{2} |f_w(x) - y| \quad dP(x, y) \quad (\text{I.33})$$

et la fonction de décision optimale est :

$$\hat{f}_w = \arg \min_{f_w \in F} (R(f_w)) \quad (\text{I.34})$$

où F est l'espace des fonctions f_w . Malheureusement la distribution $P(x, y)$ est généralement inconnue et la fonction risque R ne peut être qu'estimée :

$$R_{emp}(f_w) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} |f_w(x_i) - y_i| \quad (\text{I.35})$$

R_{emp} est appelé le *Risque Empirique*. Si on utilise l'ensemble F_w des fonctions de décision linéaires, f_w s'écrit :

$$f_w(x_i) = \text{sign}(\langle w, x_i \rangle + w_0), \quad w \in \mathbb{R}^p \quad (\text{I.36})$$

et la solution de la *Minimisation du Risque Empirique* (MRE) (I.35) (MRE) s'écrit :

$$[\hat{w}^T, \hat{w}_0]^T = \arg \min_{w \in \mathbb{R}^p, w_0 \in \mathbb{R}} (R_{emp}(f_w)) \quad (\text{I.37})$$

Pour que cette minimisation soit valide, il faut que :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} R_{emp}(f_w) = R(f_w) \quad (\text{I.38})$$

et alors :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \min_{f_w \in F} R_{emp}(f_w) = \min_{f_w \in F} R(f_w) \quad (\text{I.39})$$

Si cette convergence n'est pas réalisée, on dit que la MRE n'est pas *consistante* (Vapnik et Chervonenkis, 1991 ; Lengellé, 2002). Vapnik et Chervonenkis ont montré que la consistance est assurée si et seulement si la convergence en probabilité de R_{emp} vers R est remplacée par une convergence uniforme en probabilité :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} P(\sup_{f_w \in F} (R(f_w) - R_{emp}(f_w)) > \varepsilon) = 0 \quad \forall \varepsilon > 0 \quad (\text{I.40})$$

Une condition suffisante pour la consistance de la MRE est que la dimension de Vapnik-Chervonenkis (VC-dimension) soit finie pour l'ensemble F_w de fonctions de décision. La VC-dimension, notée d_{VC} , d'un ensemble F de fonctions est le nombre maximum de points $\{x_i\}_{i=1}^N$ pouvant être "pulvérisés" par l'ensemble F de fonctions de décision. Pour un problème à deux classes, il y a 2^N partitions possibles.

On considère un exemple dans lequel les points appartiennent à \mathbb{R}^2 et F_w est l'ensemble des fonctions séparatrices linéaires (I.36). La figure I.10 montre 3 points pulvérisés par l'ensemble F_w dans \mathbb{R}^2 (Burges, 1998). Les ronds vides et pleins représentent les points assignés respectivement aux classes -1 et +1. La flèche représente le coté de la droite où les points seront assignés à la classe +1.

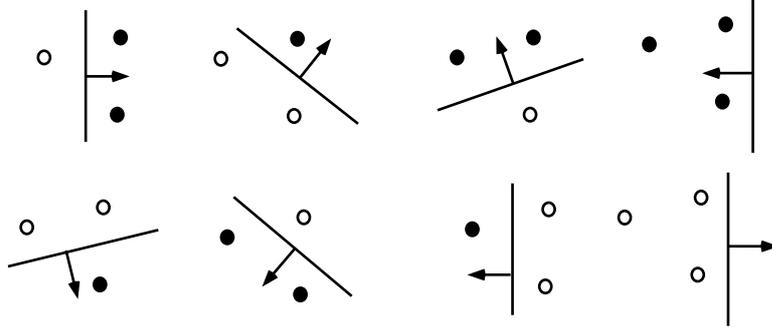


FIG. I.10 – exemples de partitions de 3 points de \mathbb{R}^2 et frontières de décision linéaires.

Dans ce cas, la VC-dimension de F_w est $d_{VC} = 3$, car toute configuration de trois points de \mathbb{R}^2 est linéairement séparable. Par contre, il existe des partitions de 4 points (ou plus) rendant une telle discrimination impossible (figure I.11).

La théorie de la convergence uniforme en probabilité développée par Vapnik et Chervonenkis fournit une borne supérieure de la fonction risque R (Burges, 1998 ; Osuna *et al.*, 1997). Une borne uniforme typique de Vapnik et Chervonenkis, obtenue avec une probabilité $1 - \eta$, a la forme suivante :

$$R(f_w) \leq R_{emp}(f_w) + V_{cc}$$

$$\text{avec } V_{cc} = \sqrt{\frac{d_{VC} \left(\ln \frac{2N}{d_{VC}} + 1 \right) - \ln \frac{\eta}{4}}{N}} \quad (\text{I.41})$$

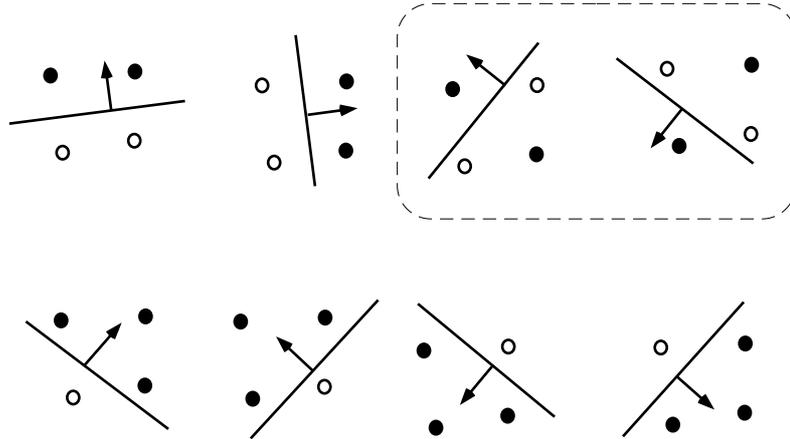


FIG. I.11 – exemples de la non séparabilité de 4 points par des droites de \mathbb{R}^2 .

Cette inégalité est particulièrement intéressante pour justifier le choix d'une machine d'apprentissage qui possède une bonne capacité de généralisation. Une bonne généralisation est obtenue quand $R(f_w)$ est petit. Le deuxième terme de droite V_{cc} est appelé terme de *confiance* de Vapnik et Chervonenkis (la VC-confiance).

La figure I.12 montre la variation de la VC-confiance (I.41) en fonction de la VC-dimension d_{VC} , pour un niveau de confiance choisi de 95% ($\eta = 0.05$) et un nombre de données d'apprentissage $N = 10000$.

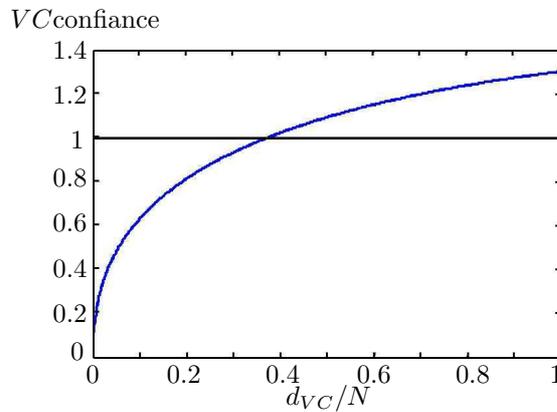


FIG. I.12 – la variation monotone de la VC confiance en fonction de d_{VC}/N .

Il est clair, à partir de (I.41), que, pour que le risque R soit minimal, ce qui traduit une bonne performance de généralisation, le risque empirique et la VC-confiance doivent être minimaux. La figure I.13 présente l'évolution du risque empirique et de la VC-confiance en fonction de la complexité de l'ensemble F des fonctions de décision. On remarque que si la complexité des fonctions de décision augmente, le risque empirique diminue. Par contre, la VC-confiance diminue quand la complexité diminue. Le meilleur choix de l'ensemble F

est donc un compromis correspondant au minimum du risque R . Le choix d'une valeur appropriée de d_{VC} est crucial afin d'avoir des bonnes performances de généralisation, surtout quand le nombre N de données est petit. Ceci revient à trouver une machine d'apprentissage avec un compromis entre risque empirique et d_{VC} .

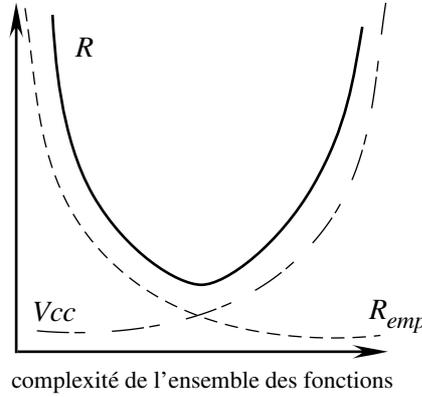


FIG. I.13 – illustration schématique du compromis entre risque empirique et VC-confiance.

I.4.1.5.2 Minimisation du Risque Structurel (MRS)

L'idée de base est de fixer une série de sous-ensembles imbriqués de F ($F_1 \subset F_2 \subset \dots \subset F_l$) possédant chacun une VC-dimension d_{VC} propre (figure I.14) et d'effectuer ensuite un apprentissage par la MRE sur chacun d'eux. Une fois les apprentissages terminés, on détermine le modèle optimal.

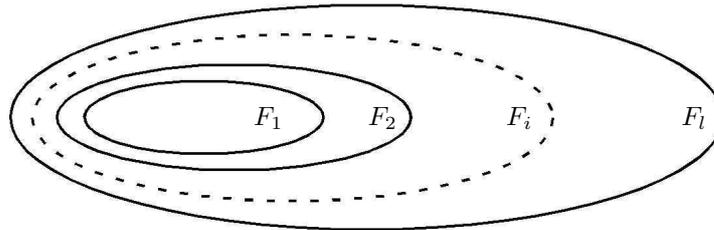


FIG. I.14 – sous-ensembles ordonnés selon leur VC-dimension : $d_{VC_1} < d_{VC_2} < \dots < d_{VC_l}$.

La MRS consiste alors à minimiser le critère J^* :

$$J^* = \min_{F_i} \left(R_{emp}(f_w) + \sqrt{\frac{d_{VC_i} \left(\ln \frac{2N}{d_{VC_i}} + 1 \right) - \ln \frac{\eta}{4}}{N}} \right) \quad (\text{I.42})$$

Cependant, l'implémentation de ce principe n'est pas facile. Le calcul de la VC-dimension de F_i peut être difficile et, même s'il est possible, minimiser (I.42) n'est pas toujours immédiat. Dans beaucoup de cas, on doit minimiser au préalable le risque empirique pour chaque sous-ensemble F_i , puis choisir le sous-ensemble qui minimise (I.42).

L'algorithme SVM réalise la minimisation simultanée du terme de confiance Vcc (I.41) fonction de la VC-dimension et du risque empirique d'apprentissage. La classification par SVM, introduite par Vapnik (Vapnik, 1995; Cristianini *et al.*, 2000; Osuna *et al.*, 1997; Müller *et al.*, 2001; Schölkopf, 2000), est résumée ci-après.

I.4.1.5.3 Classifieur SVM

Dans cette section, on considère un ensemble \mathcal{D} de données linéairement séparables en deux classes (Ω_1, Ω_2) :

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}, \quad x \in \mathbb{R}^p, y_i \in \{-1, +1\} \\ \Omega_1 &= \{x_i | y_i = +1\}, \quad \Omega_2 = \{x_i | y_i = -1\} \end{aligned} \quad (\text{I.43})$$

On cherche un hyperplan qui sépare les données, c'est-à-dire une paire ($w \in \mathbb{R}^p, w_0 \in \mathbb{R}$) telle que :

$$\begin{aligned} f_w(x_i) = \langle w, x_i \rangle + w_0 &= \sum_{j=1}^p w_j x_{ij} + w_0 > 0 \quad \forall x_i \in \Omega_1 \\ f_w(x_i) = \langle w, x_i \rangle + w_0 &= \sum_{j=1}^p w_j x_{ij} + w_0 < 0 \quad \forall x_i \in \Omega_2 \end{aligned} \quad (\text{I.44})$$

Pour décider à quelle classe appartient un exemple x_i , il suffit de prendre le signe de la fonction de décision $\text{sign}(f_w(x_i))$. Géométriquement, ceci revient à rechercher un hyperplan \mathbf{H} vérifiant : $\langle w, x_i \rangle + w_0 = 0$ qui sépare les deux classes (figure I.15).

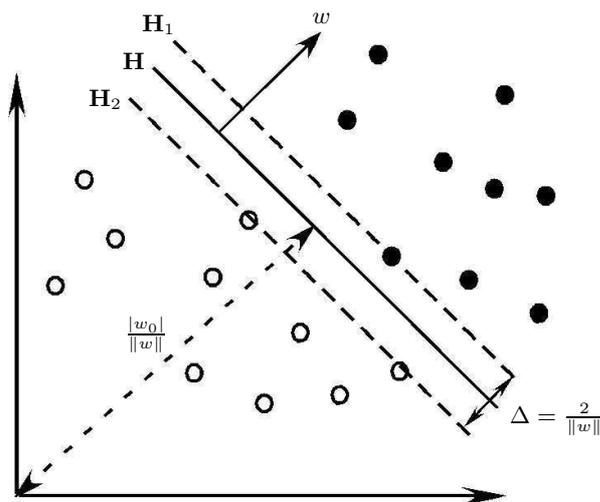


FIG. I.15 – hyperplan linéaire de séparation dans \mathbb{R}^2 .

A présent, on impose pour les points $x_j \in \Omega_1$ et $x_k \in \Omega_2$ les plus proches de l'hyperplan \mathbf{H} les égalités suivantes (cf. figure I.15) :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &: \langle w, x_j \rangle + w_0 = +1, \quad x_j \in \Omega_1 \\ \mathbf{H}_2 &: \langle w, x_k \rangle + w_0 = -1, \quad x_k \in \Omega_2 \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

Ces deux hyperplans sont appelés *hyperplans canoniques*. La distance qui sépare \mathbf{H}_1 et \mathbf{H}_2 est égale à $\frac{2}{\|w\|}$. Elle est appelée la *marge* et notée Δ . L'hyperplan optimal est celui qui assure une marge maximale, c'est-à-dire qui rend minimale la quantité $\|w\|$. En effet, il existe plusieurs hyperplans linéaires séparateurs (figure I.16), mais il y en a un seul qui maximise la marge Δ (qui maximise la distance entre lui et les points les plus proches des deux classes).

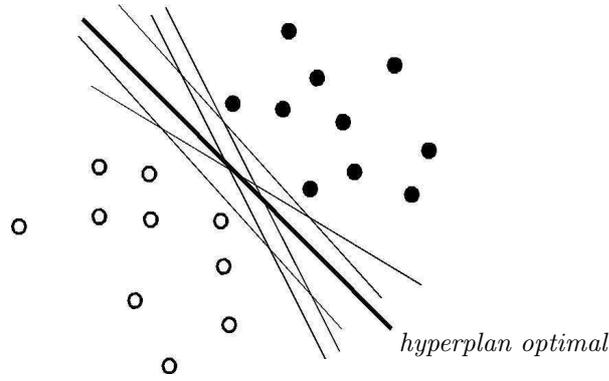


FIG. I.16 – hyperplans de séparation.

L'algorithme d'apprentissage du classifieur peut être formulé comme suit. Supposons que toutes les données d'apprentissage satisfassent les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \langle w, x_i \rangle + w_0 &\geq +1 && \text{pour } y_i = +1 \\ \langle w, x_i \rangle + w_0 &\leq -1 && \text{pour } y_i = -1 \end{aligned} \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.46})$$

Ces contraintes peuvent être combinées dans un ensemble d'inégalités :

$$y_i (\langle w, x_i \rangle + w_0) - 1 \geq 0, \quad \forall i \quad (\text{I.47})$$

La VC-dimension d_{VC} des hyperplans canoniques de \mathbb{R}^p est égale à $p+1$ (Osuna *et al.*, 1997). Autrement dit, tout ensemble de $p+1$ points est séparable par un hyperplan dans \mathbb{R}^p . On remarque que d_{VC} correspond au nombre total de paramètres du classifieur ($w \in \mathbb{R}^p, w_0 \in \mathbb{R}$). Pour appliquer le principe de la Minimisation du Risque Structurel (MRS), on doit de construire des ensembles F_i d'hyperplans qui dépendent de la VC-dimension et minimisent simultanément le risque empirique et la VC-dimension. L'ensemble des hyperplans canoniques est caractérisé par une contrainte sur la norme du vecteur w . En effet, Vapnik (1995) montre que l'ensemble des fonctions :

$$\{f_w(x) = \text{sign}(w^T x + w_0) \mid \|w\| \leq A\} \quad (\text{I.48})$$

a une VC-dimension qui satisfait la borne suivante :

$$d_{VC} \leq \min \{A^2, p\} + 1 \quad (\text{I.49})$$

Si r est le rayon de la plus petite hypersphère contenant les points $\{x_i \in \mathbb{R}^p\}_{i=1}^N$, (I.49) devient $d_{VC} \leq \min \{r^2 A^2, p\} + 1$. Ainsi en minimisant la borne A , c'est-à-dire en maximisant la marge Δ , la VC-dimension du classifieur sera minimale. On parle alors d'un classifieur à *marge maximale*.

Classifieur SVM à marge maximale

L'hyperplan optimal sépare bien les deux classes de l'ensemble d'apprentissage tout en minimisant la norme $\|w\|$. Ceci peut être reformulé comme un problème dit *primal* :

$$\begin{aligned} \min_{w, w_0} \quad & J(w) = \frac{1}{2} \|w\|^2 \\ \text{sous les contraintes} \quad & y_i (\langle w, x_i \rangle + w_0) \geq 1, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{I.50})$$

avec $w \in \mathbb{R}^p$ et $w_0 \in \mathbb{R}$. Ce problème peut être résolu en utilisant la technique d'optimisation standard de la Programmation Quadratique (QP) (Cristianini *et al.* 2000). Pour faciliter sa résolution, il faut passer à la formulation Lagrangienne qui remplace les contraintes (I.50) par des contraintes sur les multiplicateurs de Lagrange. On introduit les contraintes dans la fonction à minimiser (I.50) en les pondérant par les multiplicateurs de Lagrange α_i dites variables *duales* :

$$\begin{aligned} L_{prim} &= \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{i=1}^N \alpha_i [y_i (\langle w, x_i \rangle + w_0) - 1] \\ \alpha_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (\text{I.51})$$

A partir des conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (Cristianini *et al.*, 2000), on a à l'optimum :

$$\alpha_i (y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] - 1) = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.52})$$

La minimisation de L_{prim} revient à satisfaire les contraintes :

$$\frac{\partial L_{prim}}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i = 0 \quad (\text{I.53})$$

$$\frac{\partial L_{prim}}{\partial w_0} = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \quad (\text{I.54})$$

De (I.53), on déduit la valeur optimale, notée \hat{w} :

$$\hat{w} = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i \quad (\text{I.55})$$

Cette solution optimale peut être écrite comme une combinaison linéaire des vecteurs de l'ensemble d'apprentissage. Substituant (I.55) dans (I.51), on obtient :

$$L_{dual} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle - \sum_{i=1}^N \alpha_i \left[y_i \left(\sum_{j=1}^N \alpha_j y_j \langle x_i, x_j \rangle + w_0 \right) - 1 \right]$$

$$L_{dual} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle - w_0 \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i + \sum_{i=1}^N \alpha_i$$

Avec la contrainte (I.54), L_{dual} devient :

$$L_{dual} = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle \quad (I.56)$$

(I.56) est une fonction à maximiser par rapport à α sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad , i = 1, \dots, N \quad (I.57)$$

La solution du problème est donnée par :

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle \right) \quad (I.58)$$

La solution (I.58) permet donc de calculer le vecteur w à partir de l'équation (I.55). Cependant cette formulation ne fait pas apparaître le biais w_0 . Ce dernier peut être calculé de la manière suivante :

$$\hat{w} = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i \quad (I.59)$$

$$\hat{w}_0 = -\frac{1}{2} \langle \hat{w}, x_t + x_s \rangle, \quad \hat{\alpha}_t, \hat{\alpha}_s > 0 \quad (I.60)$$

où t et s sont les indices de n'importe quels exemples dont les classes correspondantes satisfont :

$$y_t = -1, \quad y_s = +1$$

On peut écrire la fonction de décision comme suit :

$$\hat{f}_w(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i y_i \langle x_i, x_j \rangle + \hat{w}_0 \right) \quad (I.61)$$

A partir des conditions de KKT (I.52), on déduit que seuls les points x_i qui satisfont :

$$y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] = 1 \quad (I.62)$$

ont les multiplicateurs de Lagrange non nuls. Ces points sont appelés les *Vecteurs de Support* (Support Vector, SV).

Classifieur SVM à marge douce (Soft Margin)

La plupart du temps, les données d'apprentissages sont bruitées et le problème n'est plus linéairement séparable. On cherche à construire une surface de séparation linéaire alors qu'aucun hyperplan séparateur linéaire n'existe, c'est-à-dire ne peut satisfaire toutes les contraintes (I.50). On introduit alors la notion de *marge douce* (*Soft Margin*) et un nouvel ensemble de variables $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ dites *variables de relaxation* (*slack variables*), qui permettent de tolérer des erreurs sur les contraintes. La marge est alors maximisée en prenant en compte ces erreurs et les contraintes (I.50) sont modifiées en :

$$y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.63})$$

où $\xi_i \geq 0$.

La norme L1 de la marge douce

A présent, le problème suivant est à résoudre :

$$\min_{\Xi, w, w_0} \quad W(w, \Xi) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (\text{I.64})$$

$$\text{sous les contraintes} \quad \begin{aligned} y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] &\geq 1 - \xi_i & i = 1, \dots, N \\ \xi_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (\text{I.65})$$

$\Xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N]^T$, $w \in \mathbb{R}^p$ et $w_0 \in \mathbb{R}$. C est un paramètre de régularisation qui doit être fixé a priori et qui pondère le coût des erreurs sur les contraintes.

Pour résoudre le problème (I.64) sous les contraintes (I.65), on considère le Lagrangien primal :

$$L_{prim} = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i - \sum_{i=1}^N \alpha_i (y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] - 1 + \xi_i) - \sum_{i=1}^N \lambda_i \xi_i \quad (\text{I.66})$$

où $\lambda_i \geq 0$ sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes $\xi_i \geq 0$. La minimisation de L_{prim} revient à satisfaire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{prim}}{\partial w} &= w - \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i = 0 \\ \frac{\partial L_{prim}}{\partial w_0} &= \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \\ \frac{\partial L_{prim}}{\partial \xi_i} &= C - \alpha_i - \lambda_i = 0 \quad , i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Il est équivalent de maximiser le Lagrangien dual :

$$L_{dual} = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle \quad (\text{I.67})$$

sous les nouvelles contraintes :

$$\begin{aligned} 0 \leq \alpha_i \leq C, \quad \forall i \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \end{aligned} \quad (\text{I.68})$$

La solution du problème est donnée par la formulation (I.58) c'est-à-dire :

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle \right) \quad (\text{I.69})$$

Géométriquement, la grandeur $\frac{\xi_i}{\|w\|}$ correspond à la distance entre l'hyperplan canonique correspondant à la classe de y_i (cf. figure I.17) et l'exemple x_i mal classé. Pour les exemples correctement classés, ξ_i est nul.

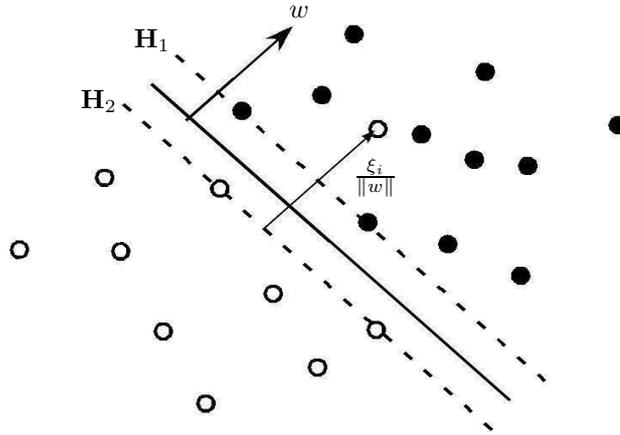


FIG. I.17 – situation correspondant à un exemple mal classé.

On distingue deux types de SV : les SV de *première catégorie* pour lesquels $0 < \alpha_i < C$ (ce sont des exemples x_i bien classés mais qui se trouvent dans la marge entre l'hyperplan \mathbf{H} et les hyperplans canoniques) et les SV de *seconde catégorie* pour lesquels $\alpha_i = C$ (les exemples mal classés). La fonction de décision s'écrit :

$$\hat{f}_w(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i y_i \langle x_i, x_j \rangle + \hat{w}_0 \right)$$

où \hat{w}_0 est déterminé par l'équation (I.60) sauf qu'il faut que x_t et x_s soient des SV de la première catégorie ($0 < \alpha_t, \alpha_s < C$).

La norme $L2$ de la marge douce

Le critère de l'équation (I.64) introduit la variable de relaxation ξ_i en utilisant la *norme* $L1$. Dans le cas de la *norme* $L2$, on a :

$$\begin{aligned} \min \quad & W(w, \Xi) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i^2 \\ \text{sous les contraintes} \quad & y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] \geq 1 - \xi_i \end{aligned}$$

La contrainte de positivité de ξ_i a été enlevée car ce dernier est élevé au carré. Le critère primal s'écrit alors :

$$L_{prim} = \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^N \xi_i^2 - \sum_{i=1}^N \alpha_i (y_i [\langle w, x_i \rangle + w_0] - 1 + \xi_i)$$

La solution satisfait donc :

$$\frac{\partial L_{prim}}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i = 0 \quad (\text{I.70})$$

$$\frac{\partial L_{prim}}{\partial w_0} = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \quad (\text{I.71})$$

$$\frac{\partial L_{prim}}{\partial \xi_i} = C \xi_i - \alpha_i = 0 \quad , i = 1, \dots, N \quad (\text{I.72})$$

En substituant (I.70) et (I.72) dans L_{prim} , on obtient la forme duale suivante :

$$L_{dual} = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i, x_j \rangle - \frac{1}{C} \sum_{j=1}^N \alpha_j^2 \quad (\text{I.73})$$

La maximisation de (I.73) par rapport à α_i est équivalente (Cristianini *et al.*, 2000) à celle de :

$$L_{dual} = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \left(\langle x_i, x_j \rangle + \frac{1}{C} \delta_{ij} \right) \quad (\text{I.74})$$

où δ_{ij} est la fonction de *Kronecker* ($\delta_{ij} = 1$, quand $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$, ailleurs). Cette formulation ressemble à celle de l'expression (I.56) sous les mêmes contraintes (I.57) mais avec une modification des $\langle x_i, x_i \rangle$. La solution est donnée par :

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \left(\langle x_i, x_j \rangle + \frac{1}{C} \delta_{ij} \right) \right) \quad (\text{I.75})$$

La fonction de décision est définie par :

$$\hat{f}_w(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i y_i \langle x_i, x_j \rangle + \hat{w}_0 \right)$$

où \hat{w}_0 est choisi de telle sorte que $y_i f(x_i) = 1 - \frac{\hat{\alpha}_i}{C}$. Ce terme est obtenu à partir de la contrainte $C \xi_i - \alpha_i = 0$ (I.72).

I.4.1.6 Analyse discriminante linéaire de Fisher

L'analyse discriminante linéaire (ADL), initiée par Fisher (1936), cherche les combinaisons linéaires des variables des exemples qui conduisent à la meilleure discrimination entre les classes. La figure I.18 décrit le problème de discrimination linéaire de Fisher de deux classes dans \mathbb{R}^2 . Sur les axes initiaux, la séparation des deux classes n'est pas optimale et la zone d'incertitude est grande. Le but de l'ADL est de trouver un nouvel axe, combinaison linéaire des variables initiales, qui permet de réduire la zone d'incertitude et de séparer au mieux au sens d'un critère les deux classes.

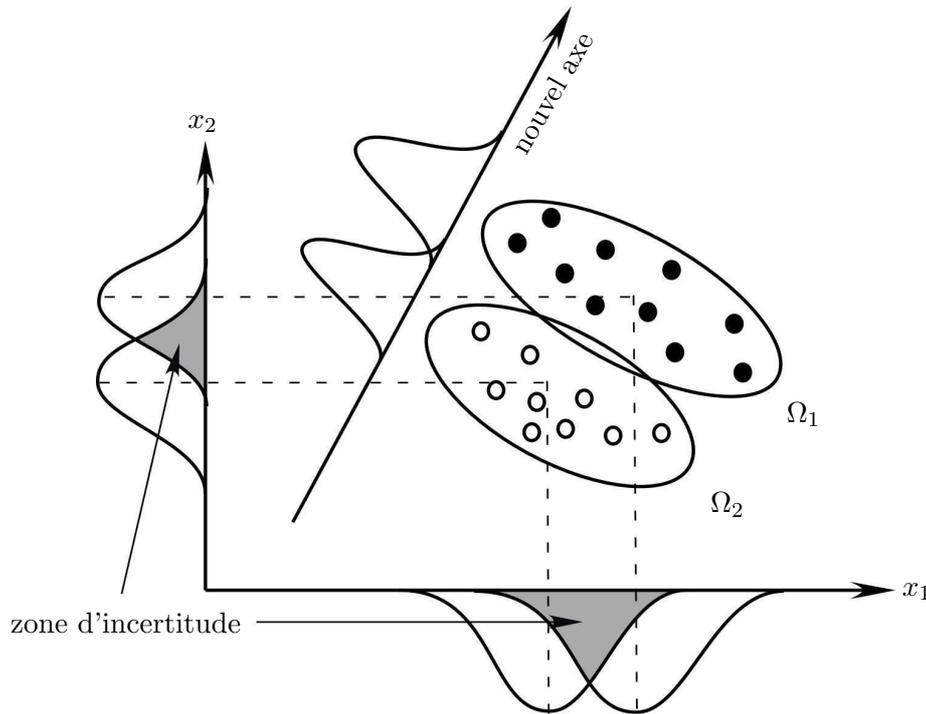


FIG. I.18 – ADL de Fisher.

On définit la fonction discriminante linéaire (I.76) f_w :

$$f_w(x) = \langle w, x \rangle + w_0 \quad (\text{I.76})$$

Le vecteur w des paramètres optimaux est celui qui maximise le critère :

$$J(w) = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (\text{I.77})$$

où μ_j est la moyenne des observations de la classe Ω_j après projection par f_w :

$$\mu_j = \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} f_w(x_i) \quad (\text{I.78})$$

et σ_j^2 est la variance correspondante :

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} (f_w(x_i) - \mu_j)^2 \quad (\text{I.79})$$

A partir de l'ensemble des exemples $\{x_i\}_{i=1}^N$, on définit la moyenne et la matrice de variance-covariance pour chaque classe :

$$\begin{aligned} \mu_{\Omega_j} &= \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} x_i \\ \Sigma_{\Omega_j}^2 &= \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} (x_i - \mu_{\Omega_j})(x_i - \mu_{\Omega_j})^T \end{aligned} \quad (\text{I.80})$$

Les expressions (I.78) et (I.79) deviennent alors :

$$\mu_j = \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} (w^T x_i + w_0) = w^T \mu_{\Omega_j} + w_0 \quad (\text{I.81})$$

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 &= \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} (w^T x_i - w^T \mu_{\Omega_j})(w^T x_i - w^T \mu_{\Omega_j}) \\ &= w^T \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{x_i \in \Omega_j} (x_i - \mu_{\Omega_j})(x_i - \mu_{\Omega_j})^T w = w^T \Sigma_{\Omega_j}^2 w \end{aligned} \quad (\text{I.82})$$

En substituant (I.81) et (I.82) dans (I.77), on obtient :

$$J(w) = \frac{(w^T \mu_{\Omega_1} - w^T \mu_{\Omega_2})^2}{w^T \Sigma_{\Omega_1}^2 w + w^T \Sigma_{\Omega_2}^2 w} = \frac{w^T (\mu_{\Omega_1} - \mu_{\Omega_2})(\mu_{\Omega_1} - \mu_{\Omega_2})^T w}{w^T (\Sigma_{\Omega_1}^2 + \Sigma_{\Omega_2}^2) w} \quad (\text{I.83})$$

On définit la matrice Σ_{in} de variance-covariance *intraclasse* et la matrice Σ_{ex} de variance-covariance *interclasse* par :

$$\Sigma_{in}^2 = \Sigma_{\Omega_1}^2 + \Sigma_{\Omega_2}^2 \quad (\text{I.84})$$

$$\Sigma_{ex}^2 = (\mu_{\Omega_1} - \mu_{\Omega_2})(\mu_{\Omega_1} - \mu_{\Omega_2})^T \quad (\text{I.85})$$

(I.83) devient alors :

$$J(w) = \frac{w^T \Sigma_{ex}^2 w}{w^T \Sigma_{in}^2 w} \quad (\text{I.86})$$

Le vecteur w optimum est celui qui maximise le rapport (I.86), c'est-à-dire qui maximise la distance entre les centres des classes sur le nouvel axe et minimise leurs variances. Ce rapport est maximisé quand (McLachlan, 1992 ; Duda *et al.*, 2001) :

$$\Sigma_{ex}^2 w = \lambda \Sigma_{in}^2 w \quad (\text{I.87})$$

et alors :

$$(\Sigma_{in}^2)^{-1} \Sigma_{ex}^2 w = \lambda w \quad (\text{I.88})$$

La solution optimale obtenue à partir des vecteurs propres de la matrice $((\Sigma_{in}^2)^{-1} \Sigma_{ex}^2)$ est donnée par :

$$\hat{w} = (\Sigma_{in}^2)^{-1} (\mu_{\Omega_1} - \mu_{\Omega_2}) \quad (\text{I.89})$$

Pour le biais w_0 , plusieurs formules sont disponibles :

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{2} \\ w_0 &= \frac{(N_{\Omega_1}\mu_1 + N_{\Omega_2}\mu_2)}{N_{\Omega_1} + N_{\Omega_2}} \end{aligned} \quad (\text{I.90})$$

Il est facile de montrer que la fonction de discrimination linéaire de Fisher est équivalente à celle obtenue par la méthode des moindres carrés (cf. § I.4.1.3) pour un choix de B (I.24) particulier (Duda *et al.*, 2001). Cela implique que l'hyperplan séparateur linéaire obtenu par l'ADL ne sépare pas nécessairement deux classes linéairement séparables (cf. figure I.9). De plus, il faut déterminer le seuil w_0 pour construire le classifieur.

I.4.2 La classification non linéaire

Naturellement, de nombreux ensembles de données ne sont pas linéairement séparables. Pour contourner ce problème, une alternative est de trouver une transformation Φ de l'espace d'entrée vers un autre espace de plus grande dimension dans lequel les données sont linéairement séparables (Duda *et al.*, 2001). La figure I.19 montre un exemple.

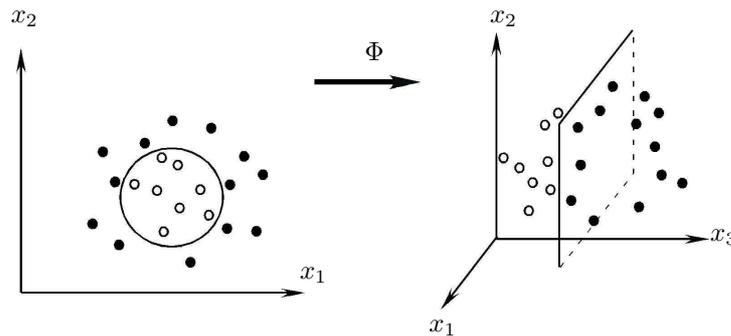


FIG. I.19 – exemple de projection.

On définit une transformation $\Phi : \mathbb{R}^p \mapsto \mathcal{E} = \mathbb{R}^{p'}$, $p' > p$. La fonction de décision dans ce nouvel espace est définie par :

$$f_w(x_i) = \langle w, \Phi(x_i) \rangle + w_0$$

Les méthodes d'apprentissage pour la classification linéaire permettent de trouver une solution dans ce nouvel espace. Malheureusement, la *malédiction de la dimensionalité* (Bishop, 1995 ; Duda *et al.*, 2001) pèse lourd sur ces méthodes parce que les exemples de la base d'apprentissage deviennent moins représentatifs dans un espace de dimension plus élevée que dans celle de l'espace initial.

L'utilisation des réseaux de neurones permet de résoudre le problème différemment. Les perceptrons multicouches (MLP) et les réseaux de neurones RBF modélisent la fonction non linéaire de séparation en choisissant un nombre de neurones de la couche cachée selon la complexité du problème.

Les SVM non linéaires offrent une solution plus adaptée. Elles résolvent le problème non linéaire dans un espace de projection sans avoir à connaître ni sa dimension et ni la fonction de projection.

I.4.2.1 Classifieur SVM non linéaire

L'apprentissage par SVM linéaire fournit une solution donnée par les équations (I.58), (I.59) et (I.60). Ces expressions font apparaître les données d'apprentissage dans un produit scalaire $\langle x_i, x_j \rangle$. Cette solution peut être étendue pour le cas non linéaire après projection Φ des données $\{x_i\}_{i=1}^N$ dans le nouvel espace \mathcal{E} . Les expressions (I.58) et (I.61) deviennent alors :

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle \right)$$

$$\hat{f}(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i y_i \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle + \hat{w}_0 \right)$$

On définit alors une fonction appelée *noyau* ou *kernel* qui exprime le produit scalaire dans le nouvel espace \mathcal{E} à partir des données de l'espace initial :

$$\mathcal{K}(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle \quad (\text{I.91})$$

Conditions de Mercer

Le noyau $\mathcal{K} : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ définit un produit scalaire si et seulement si la matrice :

$$G = (\mathcal{K}(x_i, x_j))_{i,j=1 \dots N} \quad (\text{I.92})$$

est définie positive (condition de *Mercer*). La matrice G est définie positive si et seulement si :

$$\forall v \in \mathbb{R}^n, \quad v^T G v \geq 0 \quad (\text{I.93})$$

ce qui revient à exiger que toutes les valeurs propres de G soient positives.

Notons qu'une fonction générant une matrice définie positive (Cristianini *et al.*, 2000) possède les trois propriétés fondamentales du produit scalaire $\forall x_i, x_j \in X$:

1. positivité : $\mathcal{K}(x_i, x_j) \geq 0$
2. symétrie : $\mathcal{K}(x_i, x_j) = \mathcal{K}(x_j, x_i)$
3. inégalité de Cauchy-Schwartz : $|\mathcal{K}(x_i, x_j)| \leq (\mathcal{K}(x_i, x_i) \mathcal{K}(x_j, x_j))^{-\frac{1}{2}}$

La condition de Mercer indique si une fonction \mathcal{K} est un noyau, mais ne fournit aucun renseignement sur la fonction de projection Φ . Les noyaux suivants sont très utilisés dans la classification :

$$\begin{array}{ll} \text{RBF} & \mathcal{K}(x_i, x_j) = \exp \left(\frac{-\|x_i - x_j\|^2}{2\beta^2} \right) \\ \text{Polynôme} & \mathcal{K}(x_i, x_j) = (\langle x_i, x_j \rangle + 1)^d \\ \text{Sigmoide} & \mathcal{K}(x_i, x_j) = \tanh(a \langle x_i, x_j \rangle - \delta) \end{array} \quad (\text{I.94})$$

Pour le noyau RBF (*Radial Basis Function*), le paramètre β permet de régler la *largeur* de la gaussienne.

En remplaçant tous les produits scalaires $\langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle$ par $\mathcal{K}(x_i, x_j)$, tous les résultats du cas linéaire restent valables (mais dans l'espace transformé). Le critère dual (I.67) et la solution (I.69) deviennent :

$$\begin{aligned} L_{dual} &= \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathcal{K}(x_i, x_j) \\ \hat{\alpha} &= \arg \max_{\alpha} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathcal{K}(x_i, x_j) \right) \end{aligned} \quad (\text{I.95})$$

et la fonction de décision s'écrit :

$$\hat{f}_w(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i y_i \mathcal{K}(x_i, x_j) + \hat{w}_0 \right) \quad (\text{I.96})$$

I.4.2.2 La classification par réseaux de neurones

Les réseaux de neurones artificiels ont fait l'objet d'un intérêt soutenu et de nombreux travaux depuis plus d'une vingtaine d'années à cause de leur capacité à résoudre des problèmes non linéaires par apprentissage (Raudys, 2001 ; Bloch et Denoex, 2001). Il est démontré que les réseaux de neurones sont capables d'approximer n'importe quelle fonction continue avec une précision arbitraire.

Pour présenter les réseaux de neurones MLP et RBF, un formalisme de la modélisation *boite noire* est introduit.

I.4.2.2.1 Modélisation boite noire

On veut approximer une fonction f_w reliant un ensemble d'entrée $X = \{x_i \in \mathbb{R}^p\}_{i=1}^N$ à un ensemble de sortie $Y = \{y_i \in \mathbb{R}\}_{i=1}^N$. Cette relation peut être modélisée comme un développement en série de fonctions g_j paramétrées (Sjöberg *et al.*, 1995 ; Dreyfus *et al.*, 2000) :

$$f_w(x) = \sum_{j=1}^{N_c} w_j g_j(x) + w_0 \quad (\text{I.97})$$

Les fonctions g_j jouent le rôle de *base* fonctionnelle d'un espace. Les bases les plus répandues sont composées de fonctions non linéaires g_j obtenues par déclinaison d'une seule fonction *mère*, notée $\mathcal{G}(\cdot)$:

$$g_j(x) = \mathcal{G}(x, \beta_j, \gamma_j) \quad (\text{I.98})$$

où, typiquement, β_j est un paramètre d'échelle et γ_j un paramètre de translation.

Dans l'exemple de noyaux gaussiens, on a :

$$\mathcal{G}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-x^2}{2} \quad (\text{I.99})$$

et les fonctions g_j de base sont obtenues par :

$$g_j(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-\gamma_j)^2}{2\beta_j^2} \quad (\text{I.100})$$

où β_j représente les variances et γ_j représente les centres.

On peut regrouper les fonctions de base en deux catégories :

- les fonctions de base *locales* : ce sont des fonctions à support borné ou du moins qui s'annulent rapidement à l'infini. Leurs variations sont concentrées dans un intervalle.
- les fonctions de base *globales* : ce sont des fonctions à support non borné. Le DSF utilise une fonction de base globale.

Dans le cas multidimensionnel ($p > 1$), les fonctions de base g_j sont souvent construites de façon simple à partir d'une fonction mère scalaire, selon deux modes.

- La construction dite *ridge* : pour tout $x \in \mathbb{R}^p$, $\beta_j \in \mathbb{R}^p$ et $\gamma_j \in \mathbb{R}$, une fonction *ridge* est donnée par :

$$g_j(x) = \mathcal{G}(\beta_j^T x + \gamma_j) \quad (\text{I.101})$$

- La construction *radiale* : cette construction a la forme suivante :

$$g_j(x) = \mathcal{G}(\|x - \gamma_j\|_{\beta_j}) \quad (\text{I.102})$$

où $\|\cdot\|_{\beta_j}$ est une norme dans \mathbb{R}^p . Typiquement, cette norme peut être quadratique :

$$\|x\|_{\beta_j}^2 = x^T \beta_j x \quad (\text{I.103})$$

Dans le cas euclidien, β_j est une matrice identité de dimension $p \times p$.

Appliquons ce formalisme à un neurone formel (ou artificiel) (figure I.20). Le neurone formel calcule dans un premier temps *l'entrée totale* (ou *potentiel*) à partir des p composantes du vecteur d'entrée x_i .

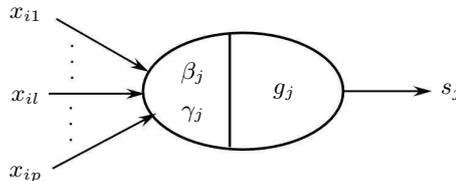


FIG. I.20 – modèle d'un neurone formel.

Une fonction de transfert ou fonction d'activation g_j calcule ensuite la sortie s_j du neurone. Les fonctions d'activation peuvent être déterministes, continues, discontinues, ou aléatoires.

En associant une construction *ridge* et une fonction d'activation g_j scalaire (sigmoïde, par exemple), on obtient le neurone élémentaire du perceptron multicouches. En associant

une construction *radiale* et une fonction d'activation g_j scalaire (gaussienne, par exemple), on obtient un neurone RBF (Radial Basis Function). Deux types de réseaux de neurones, basés sur ces constructions, sont présentés ci-après.

I.4.2.2 Le perceptron multicouches (MLP)

L'architecture de réseau de neurones la plus répandue est le réseau multicouches de type perceptron (MultiLayer Perceptron, MLP) (Bishop, 1995 ; Raudys, 2001 ; Dreyfus *et al.*, 2002). Un MLP est composé d'une ou plusieurs couches, comportant chacune un certain nombre de neurones ou noeuds.

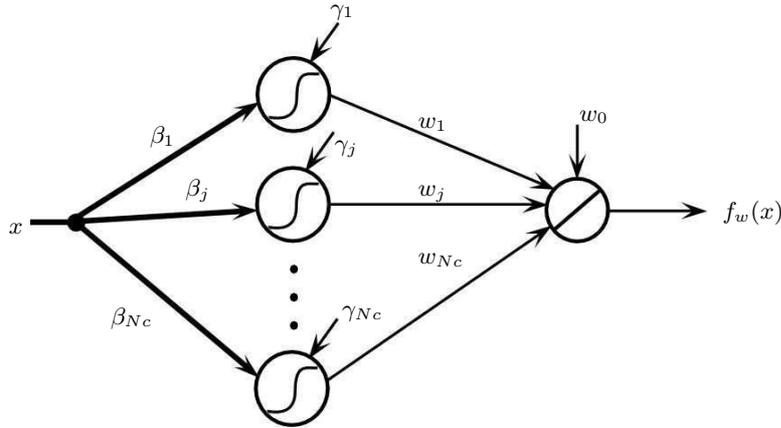


FIG. I.21 – perceptron à une couche cachée et fonction d'activation linéaire en sortie.

La figure I.21 représente un MLP à une entrée vectorielle x , une seule couche cachée et une seule sortie scalaire. On peut étendre l'approche à un nombre de couches cachées et un nombre de neurones de sortie supérieurs. Dans le cas où les fonctions d'activation de la première couche sont non linéaires, par exemple des fonctions sigmoïdales, la sortie s'écrit :

$$f_w(x) = \sum_{j=1}^{N_c} w_j \mathcal{G}(\beta_j^T x + \gamma_j) + w_0 \quad (\text{I.104})$$

où N_c est le nombre de neurones dans la couche cachée, β_j le vecteur des *poids* d'entrée du neurone j et γ_j son *biais*, w_j le *poids* (scalaire) de la liaison entre la sortie et le neurone j et w_0 son *biais*.

Il a été montré que les MLP sont des approximateurs universels. Pour estimer les paramètres du réseau ou *adapter les poids*, un *apprentissage* est nécessaire. L'adaptation est obtenue en minimisant un critère, par exemple la somme des erreurs quadratiques :

$$J(W) = \sum_{i=1}^N (y_i - f_w(x_i))^2 \quad (\text{I.105})$$

où y_i est la sortie désirée et $f_w(x_i)$ est la sortie du réseau de neurones.

Les algorithmes d'apprentissage sont nombreux. L'algorithme de *rétropropagation* (back-propagation), le plus utilisé (Bishop, 1995), se divise en deux étapes :

- une phase de propagation, qui consiste à présenter les exemples à l'entrée du réseau, puis à propager cette entrée de proche en proche de la couche d'entrée à la couche de sortie en passant par les couches cachées,
- une phase de rétropropagation, qui consiste à minimiser l'erreur (I.105) commise sur l'ensemble des exemples présentés en modifiant les paramètres du réseau.

I.4.2.2.3 Les réseaux à fonctions de base radiale (RBFN)

Un réseau de neurones RBF à une sortie (figure I.22) est constitué de 3 couches :

- la couche d'entrée : elle retransmet les entrées sans aucune modification,
- la couche RBF : couche cachée qui contient les neurones RBF,
- la couche de sortie : simple couche qui contient une fonction linéaire.

Sa sortie est donnée par :

$$f_w(x) = \sum_{j=1}^{N_c} w_j g_j(x) + w_0 \quad (\text{I.106})$$

où $g_j(x)$ possède une construction radiale (I.102).

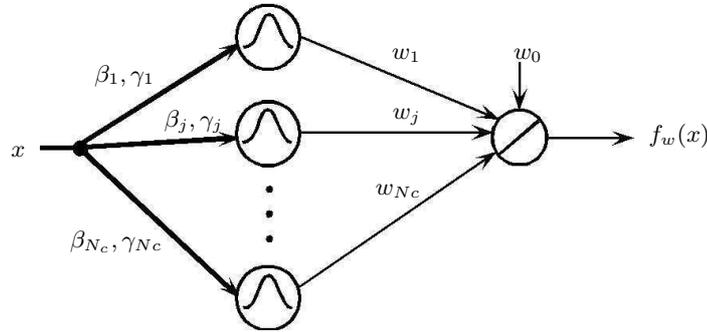


FIG. I.22 – un réseau de neurones RBF.

Chaque couche est complètement connectée à la suivante. Chaque neurone RBF contient une gaussienne centrée sur un point de l'espace d'entrée. Pour une entrée x_i donnée, la sortie du neurone RBF est l'amplitude de la gaussienne en ce point. La sortie du réseau est simplement une combinaison linéaire des sorties des neurones RBF pondérées par les poids $\{w_i\}_{i=1}^{N_c}$ de leur connexions respectives.

Une fonction radiale typique est la fonction gaussienne (figure I.23) :

$$g_j(x) = \exp\left(-\frac{(\|x - \gamma_j\|^2)}{2\beta_j^2}\right) \quad (\text{I.107})$$

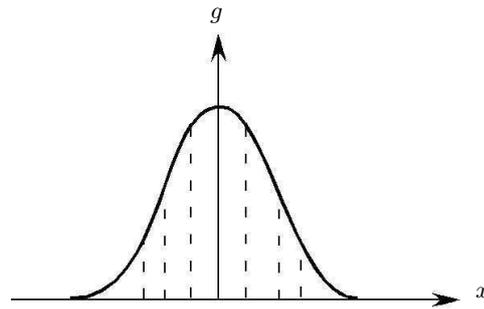


FIG. I.23 – une fonction gaussienne.

Pour des centres γ_j et des écarts-types β_j fixés, le modèle (I.106) est complètement linéaire par rapport aux poids $\{w_i\}_{i=1}^{Nc}$:

$$f_w(x) = \sum_{j=1}^{Nc} w_j \exp\left(-\frac{\|x - \gamma_j\|^2}{2\beta_j^2}\right) + w_0 \quad (\text{I.108})$$

Il y a 4 paramètres principaux à régler dans un réseau RBF :

- le nombre Nc de neurones RBF (l'architecture du réseau),
- la position γ_j des centres des gaussiennes de chacun des neurones,
- la largeur β_j de ces gaussiennes,
- le biais et les poids des connexions entre les neurones cachés et le neurone de sortie : $[w_0, w_1, \dots, w_{Nc}]^T$.

Toute modification d'un de ces paramètres entraîne directement un changement de comportement du réseau. Le nombre de neurones RBF (Nc) et la position des centres sont intimement liés. Deux cas peuvent se présenter.

- Le nombre de neurones RBF est choisi égal au nombre d'exemples soumis au réseau ($Nc = N$), s'il n'est pas trop grand. Les centres sont alors placés sur toutes les observations de la base d'apprentissage.
- Si N est grand, le positionnement des centres et le choix de leur nombre est un problème de *clustering* et plusieurs techniques peuvent être utilisées.

- Dans la méthode des *K-means* (Dreyfus *et al.*, 2002), Nc centres sont choisis aléatoirement parmi les exemples soumis au réseau. Pour chacun des centres, on cherche les exemples les plus proches, au sens d'une certaine distance, et on groupe le centre et les exemples retenus. On détermine alors les centres de gravité des Nc groupements, qui remplacent les centres initiaux. Ces deux étapes sont recommencées jusqu'à convergence (pas de variation des centres). Les centres seront représentatifs de la dispersion des exemples de la base d'apprentissage.

- Une autre solution efficace est de sélectionner les centres par *quantification vectorielle* (Learning Vector Quantization, LVQ) (Raudys, 2001). Elle permet d'obtenir une répartition des centres les plus éloignés les uns des autres, mais restant toujours représentatifs de leurs classes.

Ces deux algorithmes sont simples. Ils sont cependant sensibles à l'initialisation et à la métrique utilisée et, surtout, ne déterminent pas le nombre de centres.

La méthode *Orthogonal Least Square* (Chen *et al.*, 1991) pour le classement des centres est utilisée dans (Oukhellou et Aknin, 1998). Elle est présentée dans le chapitre IV.

Une fois les centres γ_j choisis, il faut déterminer les paramètres β_j . Une règle empirique consiste à prendre (Pizarro *et al.*, 2002) :

$$\beta = \frac{d}{\sqrt{2Nc}}, \quad d = \max \|\gamma_i - \gamma_j\|, \quad 1 \leq i, j \leq Nc \quad (\text{I.109})$$

si on choisit la même *largeur* β pour toutes les gaussiennes. Une autre règle consiste à déterminer une valeur β_j pour chaque centre γ_j (Schwenker *et al.*, 2001) :

$$\beta_j = \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{i/x_i \in \Omega_j} \|x_i - c_j\| \quad (\text{I.110})$$

où Ω_j est la classe (ou cluster) des observations correspondant au centre γ_j et où N_{Ω_j} est son effectif. Dans le chapitre IV, d'autres méthodes de détermination des largeurs sont présentées.

Comme évoqué plus haut, si le nombre, la position des centres et la largeur des gaussiennes sont fixés, le modèle (I.106) ou (I.108) est linéaire par rapport aux poids W de la couche de sortie. Ceux-ci peuvent être aisément estimés à partir de la base d'apprentissage $\mathcal{D} = \{x_i, y_i\}_{i=1}^N$ en minimisant le critère quadratique régularisé :

$$J = \sum_{i=1}^N (y_i - f_w(x_i))^2 + \sum_{j=0}^{Nc} \lambda_j w_j^2 \quad (\text{I.111})$$

où $\{\lambda_j\}_{j=0}^{Nc}$ sont les paramètres de régularisation ($j = 0$ pour w_0). La solution aux moindres carrés (Orr, 1996) est donnée par :

$$\hat{W} = (G^T G + \Lambda)^{-1} G^T Y \quad (\text{I.112})$$

où

$$G = \begin{bmatrix} 1 & g_1(x_1) & \cdots & g_{Nc}(x_1) \\ 1 & g_1(x_2) & \cdots & g_{Nc}(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & g_1(x_N) & \cdots & g_{Nc}(x_N) \end{bmatrix}$$

est la matrice augmentée des sorties des RBF pour l'ensemble des données, Λ est une matrice diagonale contenant les paramètres de régularisation λ_j sur la diagonale et $Y = [y_1, \dots, y_N]^T$.

Si la fonction d'activation de sortie est non linéaire, d'autres algorithmes sont nécessaires (Bishop, 1995 ; Raudys, 2001).

I.4.3 Autres méthodes de classification

Les algorithmes d'apprentissage présentés précédemment prennent en compte la forme de la surface séparatrice (linéaire ou non linéaire). La classification peut être résolue d'un point de vue statistique en estimant les probabilités d'appartenance d'un exemple à une classe. Quelques méthodes vont être présentées ci-après.

Règle de Bayes

Dans (Zhang, 2000 ; Duda *et al.*, 2001), on considère les observations $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ comme N réalisations d'une variable aléatoire $x_i \in \mathbb{R}^p$. La décision pour un point x_i consiste à lui assigner la classe j parmi les K qui maximise la probabilité a posteriori $P(\Omega_j/x_i)$, autrement dit, en appliquant la relation de Bayes (I.113), la classe qui maximise la quantité $f(x_i/\Omega_j)P(\Omega_j)$, où $P(\Omega_j)$ est la probabilité a priori de la classe Ω_j et $f(x_i/\Omega_j)$ la fonction densité de probabilité de l'observation x_i sous Ω_j :

$$P(\Omega_j/x_i) = \frac{f(x_i/\Omega_j)P(\Omega_j)}{\sum_{j=1}^K f(x_i/\Omega_j)P(\Omega_j)} \quad (\text{I.113})$$

Les probabilités $P(\Omega_j)$ sont en général connues ou fixées à l'avance et peuvent être estimées par :

$$P(\Omega_j) = \frac{N_{\Omega_j}}{N} \quad (\text{I.114})$$

où N_{Ω_j} est le nombre d'observations appartenant à la classe Ω_j .

L'estimation des densités $f(x_i/\Omega_j)$ est plus délicate. L'hypothèse de densités gaussiennes est souvent faite :

$$f(x_i/\Omega_j) = \frac{\exp(-\frac{1}{2}(x_i - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x_i - \mu_j))}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma_j|^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{I.115})$$

où μ_j et Σ_j sont approchés par la moyenne et la variance empirique des exemples de la base d'apprentissage appartenant à la classe Ω_j .

Dans le cas où cette estimation n'est pas possible ou réalisable, d'autres alternatives d'estimation des densités de probabilité sont disponibles comme l'estimateur par noyaux de Parzen ou la méthode des k plus proches voisins.

Méthode des k plus proches voisins (k -ppv)

La méthode des k plus proches voisins (k -ppv) (Raudys, 2001 ; Lengellé *et al.*, 2002) est une méthode de classification particulièrement intéressante parmi les approches non paramétriques, c'est-à-dire qui ne font appel à aucune hypothèse sur la répartition des différentes classes ou la nature des surfaces séparatrices. C'est une méthode locale d'estimation des densités de probabilité qui permet d'appréhender la géométrie de l'ensemble d'apprentissage.

Son principe consiste à rechercher pour un nouveau vecteur à classer le sous-ensemble des k plus proches vecteurs de l'ensemble d'apprentissage au sens d'une distance prédéfinie, puis à affecter à ce vecteur la classe majoritairement représentée dans le sous-ensemble. Une variante consiste à rechercher si, parmi les k ppv, au moins m éléments ($k/2 < m < k$) appartiennent à une même classe Ω_j . Si une telle classe existe, le vecteur inconnu est classé dans celle-ci, sinon une décision de rejet est prise.

Cet algorithme est intéressant pour sa simplicité et ses propriétés (aucune hypothèse sur les répartitions des classes, aucune connaissance sur les surfaces séparatrices). Il présente néanmoins quelques inconvénients. Il est très gourmand en mémoire et en temps de calcul, puisque dans la phase de généralisation, autant de distances qu'il y a d'observations dans la base d'apprentissage sont à calculer et à ordonner. L'ensemble d'apprentissage doit être fourni et le choix de la distance à adopter n'est pas trivial.

Noyaux de Parzen

La classification par noyaux de Parzen (Parzen, 1962 ; Dubuisson, 2001) est une technique non paramétrique, qui estime les densités de probabilité conditionnelles $f(x_i/\Omega_j)$ par une combinaison de *noyaux* centrés sur les exemples de la classe.

L'estimateur de Parzen de la densité de probabilité conditionnelle $f(x_i/\Omega_j)$ s'écrit :

$$\hat{f}(x_i/\Omega_j) = \frac{1}{N_{\Omega_j}} \sum_{l=1}^{N_{\Omega_j}} \mathcal{K}(\|x_i - x_l\|), \quad l \in \{d \mid x_d \in \Omega_j\}$$

où \mathcal{K} est la fonction *noyau* (*kernel*), positive, et N_{Ω_j} est le nombre d'exemples x_l appartenant à la classe Ω_j . Le noyau \mathcal{K} donne une valeur à partir de la distance entre l'observation considérée et les différents exemples d'une même classe. La classification par noyaux de Parzen peut être vue comme une méthode duale de la méthode des k plus proches voisins. Au lieu d'étiqueter l'observation par la classe de la majorité des exemples des k -ppv, tous les exemples d'une classe sont pondérés via la fonction noyau pour estimer $f(x_i/\Omega_j)$ et on attribue l'observation à la classe donnant la probabilité estimée $P(\Omega_j/x_i)$ (I.113) maximale.

Si on considère le cas de deux classes (Ω_1, Ω_2) avec une labélisation $y_i \in \{-1, +1\}$ respectivement, la fonction de décision s'écrit :

$$f(x_j) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^N y_i \mathcal{K}(\|x_j - x_i\|) \right)$$

Cette fonction f_w ressemble beaucoup à celle de l'approche SVM (§ I.4.1.5). Par contre, la classification par noyaux de Parzen ne nécessite pas de phase d'apprentissage. Elle présente cependant les mêmes inconvénients que la méthode des k -ppv : elle est très gourmande en mémoire et en temps de calcul et l'ensemble d'apprentissage doit être fourni.

I.4.4 Les approches multi-classe

La plupart des applications exigent une discrimination en K classes (cf. § I.2). Plusieurs approches permettent de traiter le problème. La première approche est l'approche dite *globale* qui consiste à construire directement une fonction discriminante pour ces K classes. Cette construction est plus ou moins délicate selon la complexité du problème (reconnaissance de caractères, reconnaissance de parole, classification de pages de textes, ...).

Une première alternative est l'approche 1 parmi K (*un contre tous*) qui consiste à construire K sous-classifieurs, un pour chaque classe. Le i ème sous-classifieur construit une frontière de séparation entre la classe i et le reste des classes. Chaque sous-classifieur résout donc un problème de classification binaire (deux classes). Pour une observation, chaque sous-classifieur donne une valeur réelle, qui peut être comprise entre 0 et 1 pour exprimer une probabilité d'appartenance à la classe correspondante.

La partition linéaire de l'espace, dans le cas de 3 classes par exemple, est montrée par la figure I.24. On remarque les régions de conflit (deux classes sont choisies simultanément) ou d'ambiguïté (aucune classe n'est choisie). Deux approches permettent de résoudre ce problème. La première considère une classe supplémentaire Ω_0 dite de *rejet* (ou de non décision) (cf. figure I.5) groupant les régions de conflit ou d'ambiguïté. Selon l'application, des critères sont imposés sur la définition des frontières de cette nouvelle classe (Dreyfus *et al.*, 2002).

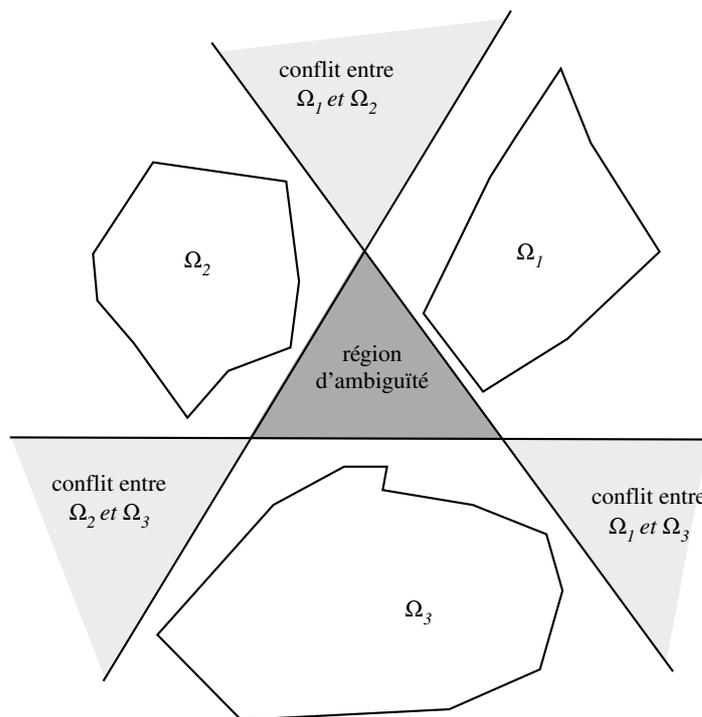


FIG. I.24 – exemple de l'approche 1 parmi K ($K=3$).

La seconde approche réalise une fusion de décision par levée d'ambiguïté et gestion

des conflits. Le plus souvent, cette fusion est réalisée en affectant l'observation à la classe pour laquelle la sortie du sous-classifieur est maximale (Maass, 2000 ; Duda *et al.*, 2001).

Une autre approche dite *un contre un* (Hastie *et al.*, 1998 ; Duda *et al.*, 2001) recherche les frontières de séparation entre les classes prises deux à deux. Cette approche consiste à construire $\frac{K(K-1)}{2}$ sous-classifieurs et chaque sous-classifieur est entraîné sur les données des deux classes. Cette approche est associée en général à une opération de vote majoritaire pour la fusion des décisions des sous-classifieurs.

I.4.5 Evaluation des performances

I.4.5.1 La validation croisée

La technique la plus populaire pour l'estimation de l'erreur de généralisation est la *validation croisée* qui est indépendante de la nature de la machine d'apprentissage. Si l'on dispose d'une base d'exemples (individus pré-classés) de grande taille, la procédure la plus simple consiste à séparer l'ensemble en deux bases : une base d'apprentissage, qui permet la construction des fonctions de décision, et une base de test, qui permet de juger la validité de ces fonctions.

Malheureusement, on ne dispose pas toujours d'une base d'exemples de taille suffisante pour que cette subdivision fournisse une base d'apprentissage permettant de construire des fonctions de décision pertinentes et une base de test permettant d'évaluer la qualité des résultats de manière fiable.

Une autre approche consiste à effectuer plusieurs partitionnements en base d'apprentissage et base de test. Les performances sont évaluées en moyenne sur un nombre statistiquement significatif d'apprentissages, avec, chaque fois, un sous-ensemble d'apprentissage et un sous-ensemble de test différents. Ainsi, dans la procédure de validation dite *k-fold*, les données sont divisées en k sous-ensembles mutuellement exclusifs de taille approximativement égale. Chaque apprentissage est effectué à partir de $k - 1$ sous-ensembles et le test sur le sous-ensemble restant. La procédure répète k apprentissages et chaque sous-ensemble est utilisé une fois pour le test. La moyenne des k taux d'erreur de test estime le taux d'erreur de généralisation. Le cas extrême, où $k = N$, conduit à la procédure dite *Leave One Out* (LOO). Un seul exemple est réservé pour le test et l'apprentissage est effectuée sur les $N - 1$ exemples restants. La procédure répète N apprentissages avec un exemple de test différent et le nombre total d'exemples mal classés est comptabilisé.

On note le nombre d'erreurs de la procédure LOO par $\mathcal{L}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N)$. Il est connu (Luntz, 1969 ; Joachims, 1999 ; Chapelle *et al.*, 2001) que la procédure LOO donne une estimation presque non biaisée de l'espérance de l'erreur de généralisation. En effet, l'espérance $E\{\cdot\}$ de la probabilité P_{err}^{N-1} de l'erreur de test d'une machine entraînée à partir de $N - 1$ exemples est donnée par :

$$E\{P_{err}^{N-1}\} = \frac{1}{N} E\{\mathcal{L}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N)\} \quad (\text{I.116})$$

L'estimateur LOO est un bon estimateur de l'erreur de généralisation. Néanmoins il est très coûteux en calcul puisqu'il nécessite N apprentissages.

Pour les réseaux de neurones RBF, des expressions analytiques de l'estimateur LOO peuvent être calculées sans effectuer les N apprentissages (Orr, 1996). Pour les SVM, il n'existe pas d'expression analytique de l'estimation de l'erreur de généralisation par la procédure LOO. Par ailleurs, dans (Duan *et al.*, 2003), il est montré que la validation croisée k -fold permet un réglage efficace des hyperparamètres SVM et donne une bonne estimation de l'erreur de généralisation. Néanmoins, une borne supérieure ou une approximation \mathcal{T} de l'estimateur LOO peut être exprimée analytiquement. Dans la section suivante, quelques bornes de généralisation pour les SVM sont présentées.

I.4.5.2 Les bornes du LOO pour les SVM

L'algorithme SVM nécessite le réglage préalable de plusieurs paramètres. Le premier est le paramètre de régularisation C , qui pondère le terme relatif aux erreurs commises sur l'ensemble d'apprentissage par rapport au terme lié à la marge (I.65). En second lieu, il est nécessaire de régler, pour des problèmes non linéairement séparables, les paramètres du noyau (I.91 et I.94). Ces différents paramètres doivent être choisis pour minimiser l'erreur de généralisation.

Dans le cas non séparable, un artifice permet de considérer le paramètre C comme un paramètre du noyau. On montre que la classification à marge douce avec une pénalisation quadratique (la norme L2) des erreurs peut être considérée comme un cas spécial de la classification à marge maximale avec un noyau modifié (Cristianini *et al.*, 2000) :

$$G' = (\mathcal{K}(x_i, x_j))_{i,j=1}^N + \frac{1}{C}I \quad (\text{I.117})$$

où I est la matrice identité.

Si \hat{f}_0 est la fonction de décision d'un classifieur obtenue par un apprentissage SVM sur l'ensemble des N exemples et \hat{f}_i celle obtenue sur l'ensemble d'apprentissage pour lequel on a retiré l'exemple i , le nombre d'erreurs de la procédure LOO s'écrit :

$$\mathcal{L}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N) = \sum_{i=1}^N \Psi(-y_i \hat{f}_i(x_i)) \quad (\text{I.118})$$

où $\Psi(x) = 1$, $x > 0$, et $\Psi(x) = 0$ ailleurs, avec :

$$\hat{f}_i(x_i) = \text{sign} \left(\sum_{j=1}^N \alpha_j^i y_j \mathcal{K}(x_i, x_j) + w_0^i \right) \quad (\text{I.119})$$

avec $\{\alpha_j^i\}_{j=1}^N$ sont les multiplicateurs de Lagrange de la fonction de décision \hat{f}_i . (I.118) peut être écrit comme (Chapelle *et al.*, 2001) :

$$\mathcal{L}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N) = \sum_{i=1}^N \Psi(-y_i \hat{f}_0(x_i) + y_i (\hat{f}_0(x_i) - \hat{f}_i(x_i))) \quad (\text{I.120})$$

Si U_i est une borne supérieure pour $y_i(\hat{f}_0(x_i) - \hat{f}_i(x_i))$, on obtient la borne supérieure sur l'erreur de généralisation suivante :

$$\mathcal{L}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N) \leq \sum_{i=1}^N \Psi(U_i - y_i \hat{f}_0(x_i)) \quad (\text{I.121})$$

Borne liée au nombre de Vecteurs de Support (SV)

On peut avoir une estimation de l'erreur de test en supposant que lorsqu'on applique la procédure LOO sur un classifieur SVM, la solution (I.95) ne change pas (Burges, 1998 ; Chapelle *et al.*, 2001). Considérons le sous-ensemble \mathcal{D}_{SV} des exemples qui sont des SV retenus pour la fonction de décision \hat{f}_0 . La procédure LOO consiste à retirer pour le test un exemple (x_i, y_i) de l'ensemble complet \mathcal{D} des données et à faire un apprentissage sur le reste. On teste la fonction \hat{f}_i de décision sur l'exemple retiré x_i . Si $x_i \in \mathcal{D}_{SV}$, \hat{f}_i peut commettre une erreur sur x_i parce que l'hyperplan séparateur a changé. Par contre, si x_i n'est pas un SV, alors $\hat{f}_i = \hat{f}_0$ et il n'y aura pas d'erreur. On en déduit la borne supérieure pour le taux d'erreur de test :

$$\mathcal{T} = \frac{N_{SV}}{N} \quad (\text{I.122})$$

où N_{SV} est le nombre de vecteurs de support. Cette estimation est simple et élégante. Cependant, il y a beaucoup de situations où le nombre d'erreurs augmente bien que le nombre de SV diminue, cette solution intuitive n'est souvent pas fiable (Burges, 1998).

Borne de Jaakkola-Haussler

Pour une SVM avec $w_0 = 0$ (I.119), Jaakkola et Haussler (1999) ont démontré l'inégalité suivante :

$$y_i(\hat{f}_0(x_i) - \hat{f}_i(x_i)) \leq \alpha_i^0 \mathcal{K}(x_i, x_i) = U_i \quad (\text{I.123})$$

qui conduit à la borne supérieure pour le taux d'erreur de test :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi(\alpha_i^0 \mathcal{K}(x_i, x_i) - y_i \hat{f}_0(x_i)) \quad (\text{I.124})$$

Dans le cas de noyaux RBF, $\mathcal{K}(x_i, x_i) = 1$, et la borne précédente s'écrit, dans le cas d'un classifieur à marge douce :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi(\alpha_i^0 - (1 - \xi_i)) \quad (\text{I.125})$$

Cette borne liée au nombre de SV pour lesquels $\alpha_i^0 > 1 - \xi_i$ ressemble beaucoup à celle de l'équation (I.122) basée sur le nombre de SV ($\alpha_i^0 > 0$), mais lui est inférieure.

Borne Rayon-marge

Vapnik (1998) a donné une autre borne dans le cas linéairement séparable (hard-margin), en démontrant que l'espérance de la probabilité de l'erreur de généralisation dépend de l'espérance de $\frac{r^2}{\Delta^2}$ où Δ est la marge et r est le rayon de la plus petite sphère qui englobe toutes les données d'apprentissage.

La borne dite *rayon-marge* (*radius-margin*) est exprimée par (Vapnik, 1998 ; Burges, 1998) :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} E \left[\frac{r^2}{\Delta^2} \right] \quad (\text{I.126})$$

où Δ et r sont définis par :

$$\Delta = \min_{(x_i, y_i) \in \mathcal{D}} \frac{y_i(w \cdot \Phi(x_i) + w_0)}{\|w\|} \quad (\text{I.127})$$

$$r^2 \geq \|\Phi(x_i) - a\|^2 \quad \forall i \quad (\text{I.128})$$

où $a \in \mathcal{E}$ est le centre de l'hypersphère de rayon r .

Pour minimiser r^2 sous les contraintes (I.128), donc \mathcal{T} (I.126), on forme le lagrangien primal :

$$L_{\text{primal}} = r^2 - \sum_{i=1}^N \lambda_i (r^2 - \|\Phi(x_i) - a\|^2) \quad (\text{I.129})$$

où les $\lambda_i \geq 0$ sont les multiplicateurs de Lagrange. L_{primal} est convexe et la solution satisfait :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{\text{primal}}}{\partial r} &= 2r - \sum_{i=1}^N \lambda_i 2r = 0 \\ \frac{\partial L_{\text{primal}}}{\partial a} &= \sum_{i=1}^N \lambda_i (2a - 2\Phi(x_i)) = 0 \end{aligned} \quad (\text{I.130})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \\ a &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \Phi(x_i) \end{aligned} \quad (\text{I.131})$$

En reportant (I.131) dans (I.129), le rayon r minimal est donné par (Burges, 1998) :

$$r^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathcal{K}(x_i, x_i) - \sum_{i,j=1}^N \lambda_i \lambda_j \mathcal{K}(x_i, x_j) \quad (\text{I.132})$$

La borne (I.126) est donnée pour le cas linéairement séparable. Une version étendue pour le cas non linéairement séparable (marge douce) est donnée dans (Duan *et al.*, 2002) :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} \left[\frac{r^2}{\Delta^2} + (4r^2 C + 1) \sum_{i=1}^N \xi_i \right] \quad (\text{I.133})$$

où N est le nombre d'exemples dans \mathcal{D} , r est le rayon de l'hypersphère, Δ est la marge et ξ_i sont les variables de relaxation (I.4.1.5.3, I.65). Cette borne est appelée la borne *rayon-marge modifiée*.

Borne Span

Sous l'hypothèse que l'ensemble \mathcal{D}_{SV} des vecteurs de support reste le même durant la procédure LOO, Vapnik et Chapelle (2000) démontrent, pour chaque SV, l'égalité suivante :

$$y_i(\hat{f}_0(x_i) - \hat{f}_i(x_i)) = \alpha_i^0 S_i^2 \quad (\text{I.134})$$

où le *Span* (étendue) S_i est la distance minimale entre le point $\Phi(x_i)$, $x_i \in \mathcal{D}_{SV}$, et l'ensemble Λ_i des points construits par des combinaisons linéaires des points restants de \mathcal{D}_{SV} , calculé par :

$$\Lambda_i = \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^{N_{SV}} \lambda_j \Phi(x_j) \quad : \quad \sum_{j=1, j \neq i}^{N_{SV}} \lambda_j = 1 \right\} \quad (\text{I.135})$$

ce qui conduit à la borne supérieure pour le taux d'erreur de test :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} \sum_i^N \Psi(\alpha_i^0 S_i^2 - y_i \hat{f}_0(x_i)) \quad (\text{I.136})$$

Le calcul de S_i est très coûteux et des approximations sont utilisées. Dans (Vapnik *et al.*, 2000), on démontre que $S_i \leq D_{SV}$ où D_{SV} est le diamètre de la plus petite hypersphère contenant les SV. La borne (I.136) devient donc :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi(\alpha_i^0 D_{SV}^2 - y_i \hat{f}_0(x_i)) \quad (\text{I.137})$$

où N est le nombre d'exemples, \hat{f}_0 est la fonction de décision globale (I.119).

La borne Xi-Alpha

Joachims (1999) propose une estimation de la borne supérieure de l'erreur de généralisation du LOO. Cette estimation est donnée par :

$$\mathcal{T} = \frac{d}{N} \text{ avec } d = \text{card} \{i \in [1, N] \quad : \quad (2\alpha_i^0 r_*^2 + \xi_i \geq 1)\} \quad (\text{I.138})$$

où r_* est une borne supérieure de $\mathcal{K}(x_i, x_i) - \mathcal{K}(x_i, x_j)$ pour tout i et j .

I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, deux approches différentes de détection et de classification ont été présentées. Chaque opération ou prétraitement dans un bloc peut être différent d'une approche à l'autre.

L'approche détection et classification simultanées consiste à diviser le problème global en sous-problèmes de détection et classification. Cette division dépend des connaissances a priori sur l'application concernée. Chaque sous-problème est traité par une cellule qui

enchaine les phases de pré-sélection de signaux, de prétraitement, de détection et de décision. La décision finale dépend du mode, séquentiel ou parallèle, d'enchaînement des cellules. Le chapitre III présente l'utilisation de cette approche pour la détection et la classification de défauts de rail. Les différentes techniques de prétraitement des signaux utilisées permettent des détections et des classifications plus ou moins efficaces.

L'approche de détection et classification successives est utilisée aussi dans l'application de détection de défauts de rail (chapitre IV). Cette approche est constituée principalement d'un module de détection suivie d'un module de classification. Dans le module de détection, on analyse les signaux de manière simple et on active le module de classification si un défaut est détecté. Le module de classification exécute des opérations spécifiques de paramétrisation et de sélection de paramètres les plus pertinents avant d'entamer l'opération de classification proprement dite.

Trois types de classifieurs ont été mis en oeuvre et comparés : un classifieur RBF, un classifieur linéaire de Ho-Kashyap et un classifieur SVM linéaire.

Chapitre II

Application à la détection de défauts surfaceutiques de rail

II.1 Introduction

Ce chapitre expose une application en *Contrôle Non Destructif* (CND), la détection et la classification de défauts de rail dans le contexte Métro.

Dans la deuxième section, quelques techniques utilisées en CND pour ce type d'application sont exposées.

La troisième section présente l'application Métro organisée autour d'un capteur à courants de Foucault et d'une chaîne d'instrumentation dédiée à la détection de défauts de surface de rail.

Une description détaillée des signaux et des signatures des différents défauts est donnée. Cette description est indispensable pour le développement de la chaîne de traitement qui permettra la détection et la classification des défauts de rail.

II.2 Le contrôle non destructif

Le CND est l'ensemble des méthodes utilisées pour tester un objet sans en compromettre son usage, c'est-à-dire sans le modifier. L'objectif est d'évaluer l'état d'un objet en détectant des défauts tels que des fissures, des impacts ou encore de la corrosion, présents en surface ou plus ou moins en profondeur. Il existe de nombreuses méthodes de CND (Dumont-Fillon, 1996 ; www.ndt-ed.org ; www.cofrend.com), parmi lesquelles on trouve les examens visuels, par ultrasons, par courants de Foucault ...

Le CND présente un spectre disciplinaire très large et il joue un rôle crucial dans le contrôle de qualité de produit en cours de fabrication en s'assurant par exemple qu'une soudure est de bonne qualité. Il est aussi utilisé pour le suivi de l'état d'un matériel en cours d'utilisation, lors d'opérations de maintenance ou à la suite de détection d'anomalies de comportement, afin de localiser et caractériser des défauts.

II.2.1 Examens visuels

L'examen visuel est le premier des procédés de contrôle le plus simple et le plus général. L'examen est effectué par un opérateur qui effectue la recherche visuelle d'éventuels défauts. Il peut utiliser des outils comme une loupe, un miroir, un endoscope ou une caméra pour inspecter et contrôler de plus près les surfaces des matériaux difficilement accessibles ou mal éclairés.

Les opérateurs suivent des procédures qui varient du simple au très complexe. On peut citer le *ressuage* qui permet de révéler les défauts de surface d'une pièce. Cette technique comporte 3 étapes. La première consiste à appliquer un fluide *pénétrant*, puis à laisser un temps d'imprégnation des défauts débouchants. Puis, on élimine l'excès du pénétrant sur la surface. Enfin, on applique une couche d'un fluide révélateur sur la surface de la pièce. La réaction du révélateur sur le pénétrant conduit à une nette variation de couleur ou de luminance, ce qui facilite le repérage des défauts.

L'automatisation du contrôle visuel par traitement d'image est également possible, ce qui dispense de la présence d'un opérateur.

II.2.2 Examens par particules magnétiques

La présence d'un entrefer dans un circuit magnétique entraîne un fort accroissement local de la réluctance du circuit et donc de la différence de potentiel magnétique, constituant ainsi un obstacle au flux magnétique dont les lignes de force sont alors perturbées comme l'indique la figure II.1a. Cet effet est à la base d'une gamme de procédés de détection des défauts dans les aciers, dont le plus connu et le plus employé est la magnétoscopie. Les procédés magnétiques diffèrent entre eux principalement par le mode d'excitation et de mise en évidence de la perturbation du flux décrite ci-dessus.

En magnétoscopie, on observe visuellement une accumulation de poudre de fer (figure II.1b) ou de magnétite colorée provoquée par l'effort gradient de flux. En magnétographie, on recueille la trace magnétique du flux sur un film, une bande ou une pâte d'empreinte magnétisable. Les autres procédés sont regroupés sous le vocable *détecteur à flux de fuite* ; il s'agit généralement d'appareils de contrôle automatique de barres et de tubes d'acier mettant en oeuvre des détecteurs ponctuels de flux électromagnétiques.

II.2.3 La radioscopie

La radioscopie est une des plus vieilles méthodes du contrôle non destructif. Son principe de base repose sur l'enregistrement de rayons X après passage à travers l'objet analysé. La technique est similaire à celle utilisée dans le domaine médical, mais avec une caméra plutôt qu'un film, ce qui donne plus de liberté mais nécessite une source de plus grande intensité. Il est alors possible d'obtenir une mesure instantanée et de déplacer la cible analysée pour l'observer facilement sous plusieurs angles. De plus, certains systèmes prennent une série de mesures pour topographier la cible et caractériser complètement les défauts présents.

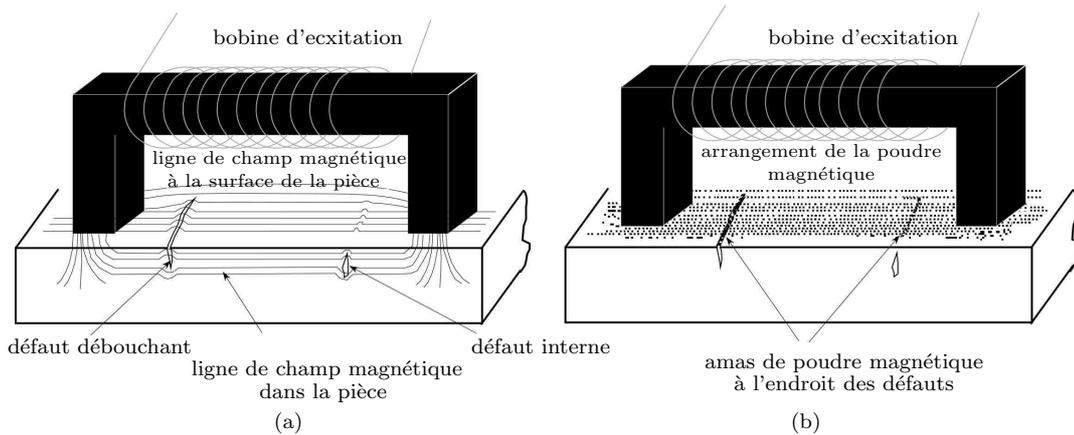


FIG. II.1 – examen par particules magnétiques (Dumont-Fillon, 1996).

Les principaux avantages de cette technique sont sa simplicité, sa vitesse et enfin sa grande précision. Son principal défaut est son coût relativement élevé et les importantes mesures de sécurité et de protection qu'elle requiert.

II.2.4 Examens par ultrasons

Le principe de cette technique consiste à transmettre les ondes ultrasonores dans un objet et à étudier leur comportement en observant soit l'onde réfléchiée soit l'onde transmise. La présence d'un défaut modifie la propagation et la variation par rapport à une zone sans défauts permet la détection. Les ultrasons sont transmis à l'objet par un transducteur (sonde) (figure II.2) qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique à l'aide d'un cristal piézo-électrique (vibrations ou ondes acoustiques). Les fréquences utilisées vont en général de 200 KHz à 25 MHz suivant les matériaux testés et les profondeurs recherchées.

Cette technique permet de détecter et de mesurer principalement des défauts internes des matériaux (figure II.2). Elle a l'avantage d'être très rapide, de permettre l'examen d'objets de taille et de forme très variables et d'être très facile à mettre en place. Ses principaux défauts sont la nécessité d'un contact avec l'objet, l'obligation dans certains cas d'avoir recours à un couplant (un gel ou de l'eau, par exemple) entre le transducteur et la surface, pour faciliter la transmission des ultrasons, et enfin la présence d'échos de surface parasites qui masquent les défauts de surface.

II.2.5 Examens par courants de Foucault

Une des méthodes les plus utilisées en contrôle non destructif est celle des courants de Foucault. Le principe de base consiste à soumettre la cible conductrice testée à un champ magnétique variable, qui induit dans la cible des courants électriques (Courants de Fou-

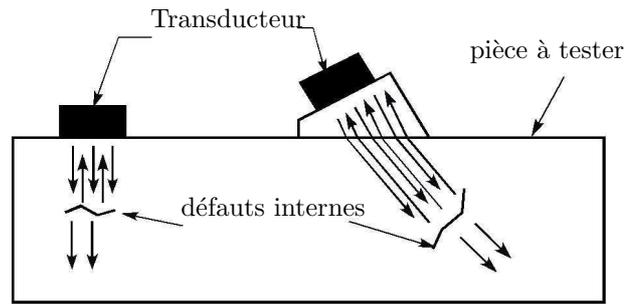


FIG. II.2 – principe d'examen par ultrasons.

cault). Leur intensité dépend de la conductivité électrique, de la perméabilité magnétique et de la géométrie de la cible et varie avec la présence de défauts. Un exemple de capteur à courants de Foucault sera détaillé au paragraphe II.3.2.

Cette méthode cumule de nombreux avantages parmi lesquels son faible coût, un temps de réponse permettant des inspections en temps réel, la possibilité d'inspecter des grandes surfaces. Comme inconvénients, on peut citer la nécessité pour la cible analysée d'avoir une bonne conductivité électrique (ce qui limite l'usage à des métaux, alliages ou matériaux composites conducteurs), la faible pénétration due à l'atténuation du champ magnétique variable dans les matériaux conducteurs (ou effet de peau) et le mauvais rapport signal/bruit dès que la distance capteur/cible augmente.

Situé aux frontières de la métrologie, de l'instrumentation industrielle, scientifique et médicale, le domaine du CND constitue un secteur spécifique d'activité possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants ou distributeurs spécialisés, des organismes d'étude, de formation et de caractérisation, des sociétés de services, ainsi que les départements spécialisés d'un certain nombre de grosses entreprises industrielles fortement utilisatrices de ces techniques. L'application présentée, la détection de défauts de surface de rail par courants de Foucault, s'intègre dans ce domaine du CND.

II.3 Application Métro : détection de défauts de surface de rail

II.3.1 Le contexte de l'application

Le rail est un organe vital dans le transport ferroviaire et son auscultation s'avère indispensable pour assurer un haut niveau de sécurité et de disponibilité. L'un des enjeux importants de cette phase d'auscultation est de repérer le plus rapidement possible les situations de rail cassé. L'occurrence de ce type de défaut est faible (1 ou 2 par ligne de métro et par an sur un réseau tel que celui de Paris), mais son apparition dégrade immédiatement la qualité du système complet de transport, d'un point de vue tant mé-

canique qu'électrique (le rail transporte les courants de retour de traction ainsi que des signaux relatifs au contrôle-commande des circulations). Dans certains cas extrêmes, elle peut même conduire au déraillement.

Actuellement, l'organe de base du contrôle-commande est le circuit de voie (CdV) dont la fonction principale est la détection de présence d'un train sur une portion de voie. Par la surveillance de l'impédance équivalente des coupons de rails associés, le CdV assure également la fonction secondaire de détection de rail cassé. Bien que répondant correctement à sa mission, le CdV est amené à disparaître dans le contexte des métros à conduite automatisée. Ce contexte entraîne la refonte complète du contrôle-commande des circulations où la fonction première du CdV est remplacée par une localisation précise du train en mouvement par d'autres moyens. La disparition du CdV, dans le cadre de l'automatisation intégrale du mouvement des trains à roulement fer, rend donc nécessaire le développement d'un nouveau système de détection de fissures débouchantes de rail en exploitation commerciale.

Dans le cadre du Programme interministériel de Recherche et d'Innovation dans les Transports terrestres (PREDIT), la RATP, en collaboration avec l'INRETS, a travaillé à la définition et la mise au point, avec l'aide d'autres partenaires, d'un système de détection de fissures débouchantes. Ce système doit assurer une mesure sans contact des défauts de rail, en exploitation commerciale jusqu'à 70 Km/h, avec des contraintes en termes d'accélération, de positionnement du capteur, de compatibilité électromagnétique et de pollution... (Oukhellou, 1997).

Au cours du projet, l'étude du capteur mis au point et de ses performances a montré qu'il était possible de détecter d'autres types de défauts de moindre importance, comme les écailles de surface. En conséquence, le cahier des charges s'est élargi avec deux objectifs principaux : la détection impérative des fissures débouchantes de rail (figure II.3a), pour le service d'exploitation, et la détection des écailles (figure II.3b) et l'obtention d'une note qualifiant l'homogénéité du rail, pour les services de maintenance.

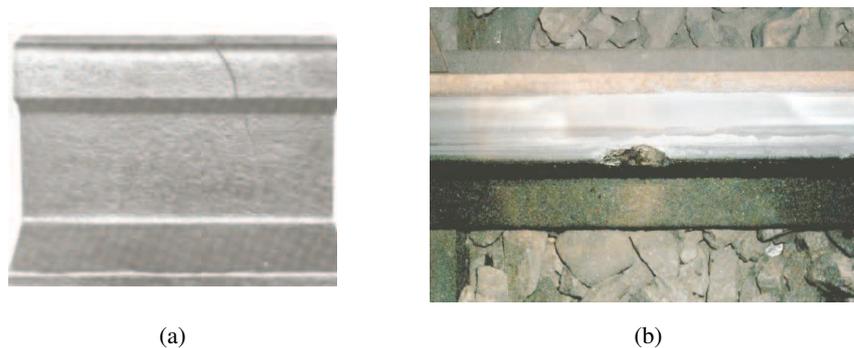


FIG. II.3 – fissure débouchante (a), écaille (b).

II.3.2 Description du capteur à courants de Foucault

Les systèmes (embarqués ou manuels) d'inspection du rail les plus répandus utilisent la technologie ultrasonore (Cygan *et al.*, 2002). Cette technologie (cf. § II.2.4) donne de bons résultats pour la détection des défauts internes. Par contre, elle ne fournit que très peu d'informations sur la zone du rail proche de la surface, car l'écho de surface des ondes ultrasonores empêche la détection des défauts dans cette zone. De plus son utilisation ne peut être envisagée en exploitation commerciale à cause des difficultés induites par le contact direct sonde-rail et la nécessité du couplant.

La technologie courants de Foucault (CF), au contraire, permet des mesures sans contact et la détection des défauts surfaciques. Un capteur à courants de Foucault est un circuit magnétique ouvert comportant une ou plusieurs bobines (figure II.4). Le circuit magnétique est parcouru par un flux magnétique alternatif de haute fréquence, engendré par une bobine d'excitation, qui induit un champ électromagnétique vers la cible ; cette dernière, si elle est conductrice, est alors le siège de courants surfaciques (courants de Foucault), qui à leur tour induisent vers le capteur un champ magnétique s'opposant au champ exciteur. Pour un capteur donné, les trajets des courants de Foucault dépendent de la position relative capteur/cible, de la géométrie de la cible ainsi que de ses propriétés électriques et magnétiques. La présence de défauts dans la cible entraîne une variation d'un ou plusieurs de ces paramètres et perturbe les trajets des courants de Foucault. Cette perturbation se traduit par une variation de la réluctance du circuit magnétique qui peut être mise en évidence en mesurant l'impédance d'une ou plusieurs bobines de mesure. Cette information sera traitée et analysée pour fournir des renseignements sur l'état de la cible et l'ampleur des défauts.

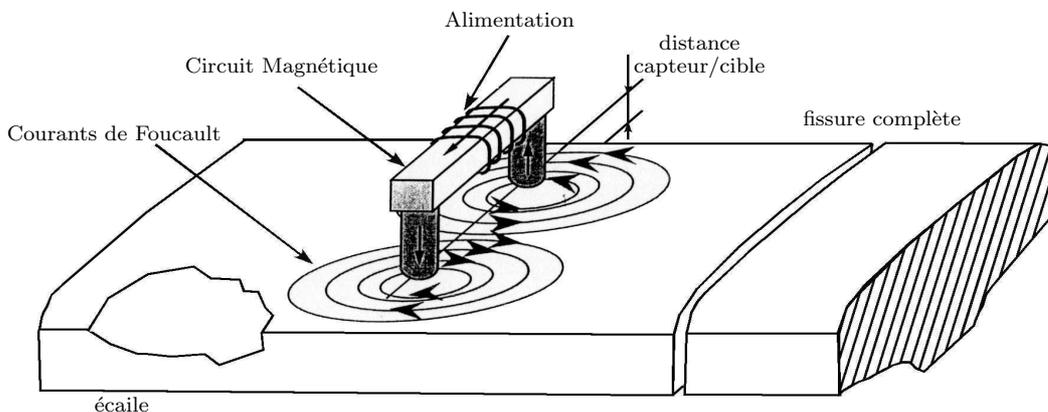


FIG. II.4 – principe d'un capteur à CF (d'après (Oukhellou, 1997)).

Les travaux précédents (Oukhellou, 1997) ont conduit à la réalisation d'un capteur CF optimisé pour le rail en tenant compte des contraintes suivantes :

- dimensions spécifiques de la cible, en l'occurrence le rail (largeur ≈ 65 mm),
- positionnement capteur/cible imposé (distance > 30 mm),

- déplacements possibles induits par la dynamique du véhicule (± 10 mm en vertical et ± 20 mm en latéral),
- sollicitations mécaniques fortes (~ 10 g max),
- variations de température,
- compatibilité électromagnétique (le rail est parcouru par les courants de traction),
- vitesse d'inspection jusqu'à 70 km/h.

Un circuit magnétique en forme de "U" (figure II.4) est utilisé pour que les CF créés soient principalement perpendiculaires aux fissures. On obtient ainsi une perturbation maximale des CF par les défauts, ce qui se traduit par une variation maximale de l'impédance du capteur.

Les variations d'impédance dues à la présence de défauts dans la cible sont généralement très faibles par rapport aux valeurs d'impédance mesurées dans la cible sans défauts. Il est donc nécessaire d'effectuer une mesure différentielle, qui augmente l'immunité du capteur aux bruits d'origine très diverse (mouvements relatifs capteur/cible, variations de température, perturbations électromagnétiques ...).

Pour discerner les différents types de défauts, une structure multi-capteur et multi-fréquence a été adoptée. Après une phase de conception et de test en laboratoire, sur des cibles étalons représentatives des défauts à détecter, la structure complète du capteur a été arrêtée. Elle comporte deux bobinages de mesure différentielle d'entraxes différents (30 mm et 120 mm), et deux fréquences de contrôle 10 KHz et 100 KHz (figure II.5).

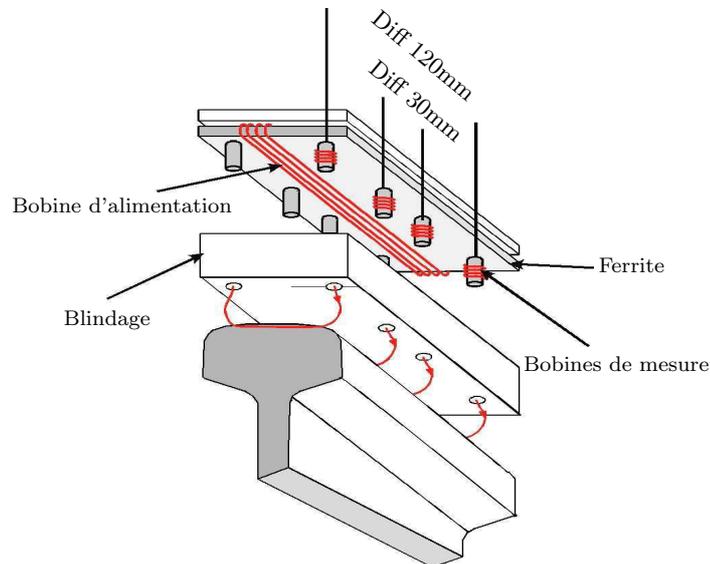


FIG. II.5 – structure complète du capteur CF.

Le blindage permet de canaliser le champ magnétique, de réduire les fuites et d'augmenter la sensibilité du capteur. Il permet aussi de réduire l'influence des perturbations électromagnétiques externes sur le capteur et donne à l'ensemble une rigidité mécanique.

II.3.3 La chaîne d'instrumentation

Un système embarqué prototype a été mis en oeuvre par la société CMS (Contrôle Mesure Système). Le capteur est monté sous le bogie d'un train dans une boîte étanche (figure II.6) et relié à une carte électronique via un triple câble coaxial.



FIG. II.6 – montage du capteur sous le bogie.

La carte électronique assure l'alimentation bi-fréquence du capteur (via un amplificateur de puissance) et son équilibrage qui compense les éventuelles disparités entre bobinages élémentaires induisant un signal non nul même en l'absence de défaut. Le capteur fournit à la carte électronique 2 signaux de mesure qui sont injectés chacun dans 2 modules de traitement (4 voies en tout). Ces derniers permettent de séparer les signaux à 10 KHz de ceux à 100 KHz et de dissocier les parties actives des parties réactives des signaux. Après digitalisation, 8 signaux réels échantillonnés sont donc délivrés par la carte (figure II.7) :

Voie 1 : d_1 et d_2 (Diff30 10KHz),

parties active et réactive de la mesure d'entraxe 30 mm et de fréquence 10 KHz,,

Voie 2 : d_3 et d_4 (Diff30 100KHz),

parties active et réactive de la mesure d'entraxe 30 mm et de fréquence 100 KHz,,

Voie 3 : d_5 et d_6 (Diff120 10KHz),

parties active et réactive de la mesure d'entraxe 120 mm et de fréquence 10 KHz,,

Voie 4 : d_7 et d_8 (Diff120 100KHz),

parties active et réactive de la mesure d'entraxe 120 mm et de fréquence 100 KHz.

La digitalisation est cadencée par une horloge dont la fréquence est fonction de la vitesse de déplacement du véhicule permettant ainsi un échantillonnage à pas spatial fixe (5 mm). La chaîne d'instrumentation intègre également une partie de traitement que nous détaillerons plus loin. Une interface graphique, développée dans l'environnement multi-tâches QNX, permet la supervision du système et la gestion des différentes tâches de

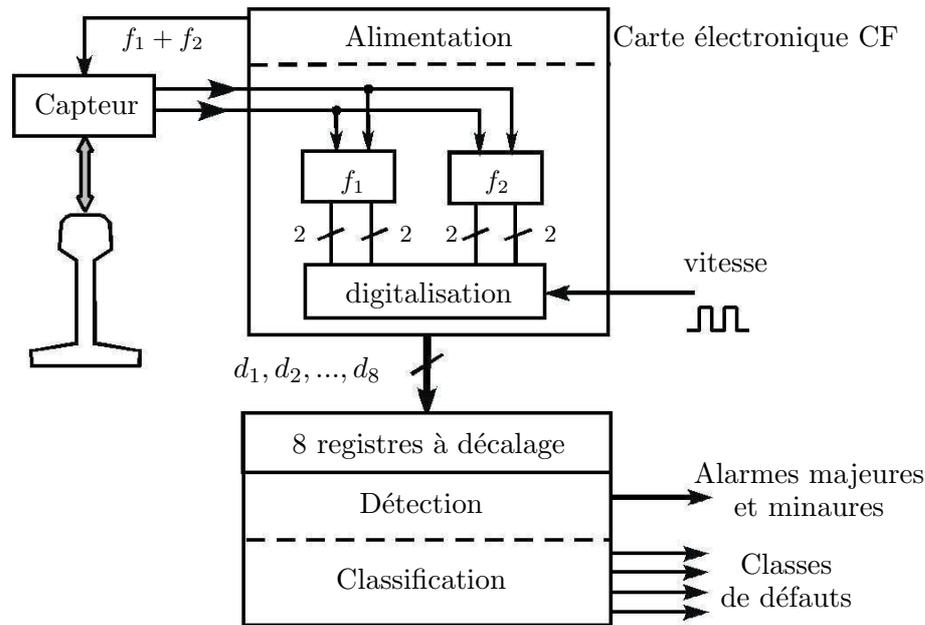


FIG. II.7 – la chaîne d'instrumentation.

traitement, de détection et de classification. La fonction de détection génère des alarmes majeures ou mineures selon le type de défauts détectés et active au besoin le module de classification. Le tout prend place dans un PC industriel.

Ces modules ont été développés et prototypés dans l'environnement Matlab/Simulink couplé à une carte *DSPACE* temps réel. Certains modules ont été testés également dans le démonstrateur conçu pour l'application.

II.3.4 Les signatures des défauts

Les premiers essais sur site ont permis de tester le capteur et le système embarqué. La figure II.8 donne un exemple d'évolution de la partie active (d_1) de la première voie sur une interstation (500 m). Un capteur CF est sensible à toute modification de la géométrie et/ou des caractéristiques électromagnétiques du rail et permet donc la détection de points singuliers. On peut ainsi noter sur la figure II.8 la présence d'un aiguillage (coeur), d'usure ondulatoire du rail, de joints éclissés (JE), de joints soudés (JS) ou d'écailles (Ec). La figure II.9 présente le même signal d_1 (II.8) après filtrage passe-bande sur la bande [2,5 m 0,05 m] par un filtre numérique de Butterworth. Ce filtrage élimine les composantes basses fréquences, dues à la dynamique du véhicule, et les bruits hautes fréquences.

Le dépouillement des signaux a nécessité des visites en voies afin d'identifier chaque point singulier du relevé et de réaliser un étiquetage précis. Ce dépouillement a permis la constitution d'une première base de 140 signatures de défauts répartis en 4 classes : joint éclissé / fissure (JE/Fi), coeur d'aiguille (JA), joint soudé (JS), écaille (Ec).

Une seconde base de 688 signatures de défauts, répartis selon les mêmes 4 classes, a

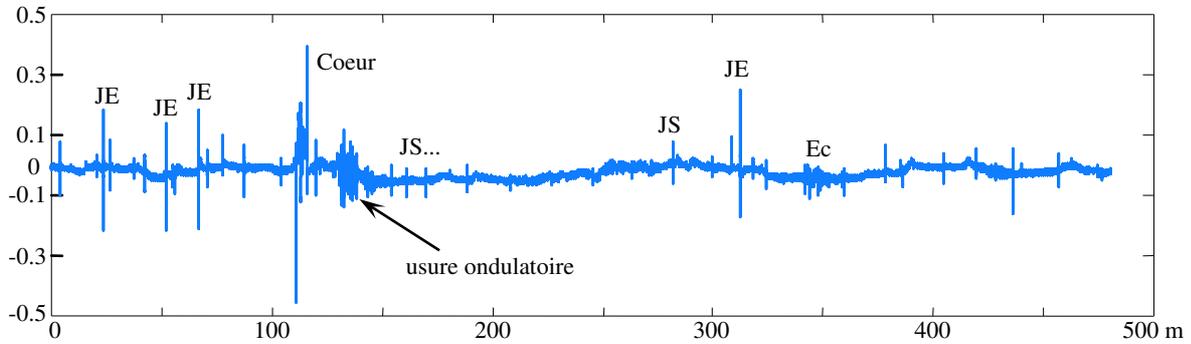


FIG. II.8 – évolution du signal d_1 sur 500 m de rail.

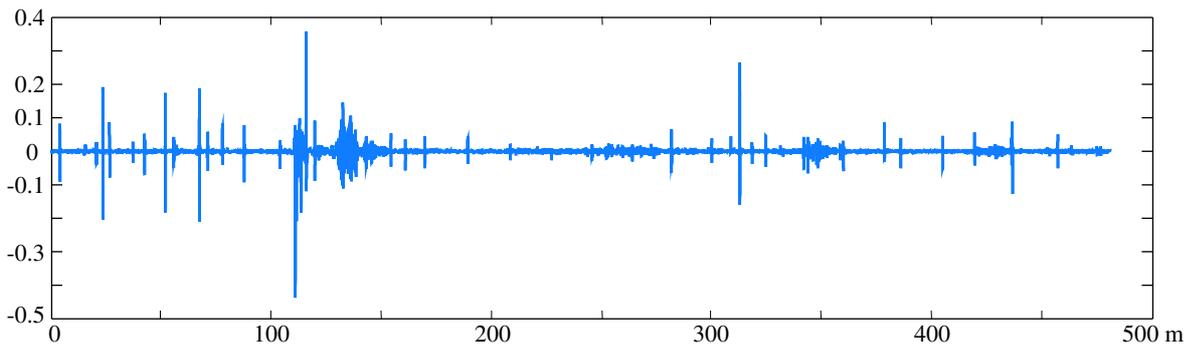


FIG. II.9 – évolution du signal d_1 après filtrage passe bande sur 500 m de rail.

été plus récemment constituée. Cette seconde base est utilisée pour évaluer les traitements mis en oeuvre pour la détection et la classification présentés dans le chapitre III. Pour rester dans les mêmes conditions que (Oukhellou, 1997) et comparer la classification par réseaux de neurones RBF et par SVM (chapitre IV), la première base sera conservée pour l'apprentissage et la validation des classifieurs.

Une signature type pour chaque défaut est obtenue par moyennage des signatures correspondantes, après filtrage passe-bande. Pour s'affranchir des conditions de réglage des chaînes de mesure et aux distances capteur/rail variables, les valeurs maximales des signaux d_1 des défauts de la base ont été normalisées à 1 et les mêmes coefficients de normalisation ont été appliqués aux signaux d_2, d_3, \dots, d_8 avant moyennage des signatures.

Joint éclissé / fissure (JE/Fi)

Un joint éclissé (JE) est le raccordement mécanique des extrémités de deux coupons successifs de rail. Le raccordement peut le cas échéant être un isolant électrique.

La principale fonction du système développé est la détection des fissures débouchantes. Or la signature d'une fissure (Fi) transversale est identique à celle d'un JE, car ces deux singularités sont électromagnétiquement identiques dans la partie supérieure du rail et donc vues par le capteur de la même manière. Pour éviter la génération de fausses alarmes indiquant des fissures, l'utilisation d'un système annexe est nécessaire. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement.

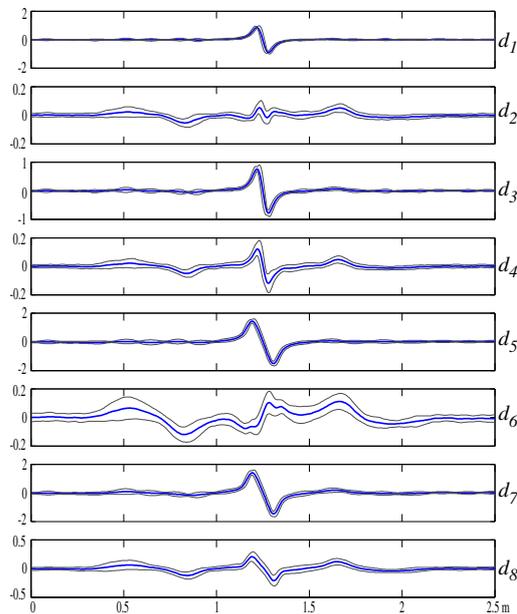


FIG. II.10 – signature type de JE (traits gras) et son écart-type (traits fin).

La figure II.10 présente une signature type de JE pour les parties actives et réactives des 4 voies ainsi que la dispersion des signatures par rapport à cette signature type (\pm

l'écart type des signaux associés). La signature type de JE est obtenue par moyennage de 71 signatures de JE de la seconde base des défauts.

Une fissure (Fi) et un joint éclissé (JE) sont vus identiquement par le capteur, excepté sur les deux voies réactives d_2 et d_6 (figure II.10) où l'on distingue à 40 cm de part et d'autre du centre du JE, des évolutions lentes correspondant aux extrémités de l'éclisse (placée pourtant 50 mm environ sous la table de roulement). Il n'a pas été tenu compte de cette forme particulière de signature pour la distinction Fi/JE, car elle nous est apparue de trop faible amplitude et souvent trop bruitée.

Coeur d'aiguille (JA)

Le coeur d'aiguille correspond à la partie centrale d'un aiguillage, où se croisent un rail de voie déviée et un rail de voie non déviée. Cette pièce particulière est réalisée par moulage d'un acier amagnétique au manganèse. On distingue 3 phases successives dans la signature présentée à la figure II.11a :

- JA_1 : joint éclissé avant coeur, qui relie le rail magnétique pleine voie (acier laminé au carbone) au coeur amagnétique (acier moulé au manganèse),
- lacune : zone centrale du coeur de géométrie très complexe,
- JA_2 : joint éclissé après coeur, qui correspond à la transition inverse du coeur vers la pleine voie.

L'analyse complète du coeur n'est pas un attendu du projet et seule la détection des joints JA_1 et JA_2 qui l'encadrent est demandée.

Les joints avant et après coeur (JA_1 et JA_2) ont des signatures différentes de celles des autres joints éclissés à cause de la différence de nature des matériaux de part et d'autre. La signature de JA_1 est identique à celle de JA_2 , au signe près, qui dépend du sens de passage du capteur. La figure II.11b présente la signature type (trait gras) de JA obtenue par moyennage de 22 signatures de la seconde base et la dispersion (trait fin) des signatures par rapport à cette signature type.

Joint soudé (JS)

Les rails sont généralement produits par coupons de 18 m. Pour assurer la continuité mécanique de la voie, les coupons de rail sont aujourd'hui soudés bout à bout. L'apport de matière et le recuit local dû à la soudure en voie entraînent des changements de caractéristiques magnétiques au droit des soudures. La signature type de JS obtenue à partir de 358 signatures de la seconde base est présentée à la figure II.12. On remarque que les parties actives et réactives sont en opposition de phase. Cette caractéristique intéressante sera mise à profit pour la classification des défauts.

Ecaille (Ec)

Une écaille correspond à un arrachement de petite taille de la surface du rail, dû au vieillissement et aux contraintes de roulement exercées par les trains. On peut dire qu'une

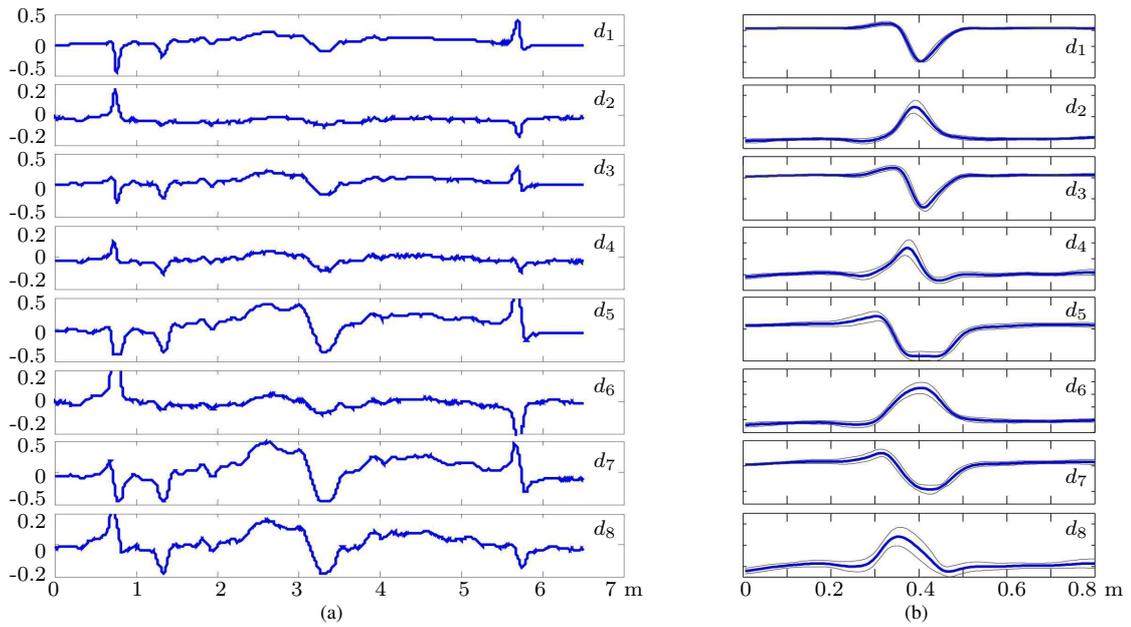


FIG. II.11 – signature d'un Coeur (a), signature type d'un JA (traits gras) et son écart-type (traits fin)(b).

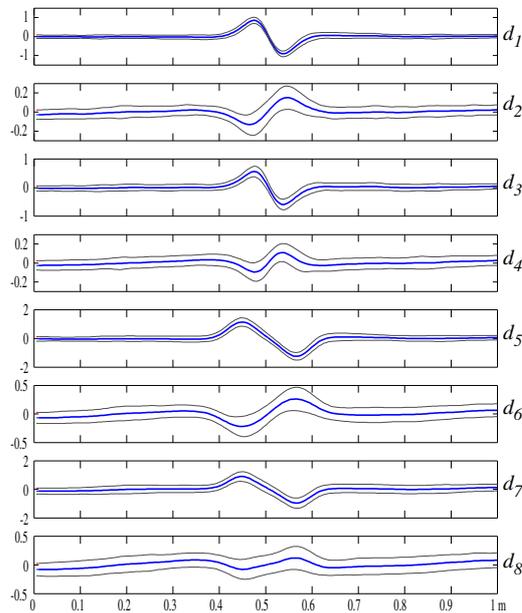


FIG. II.12 – signature type de JS (traits gras) et son écart-type (traits fin).

écaille correspond à un changement local de géométrie du rail.

La figure II.13 montre une signature type d'écaille (Ec) construite à partir de 77 signa-

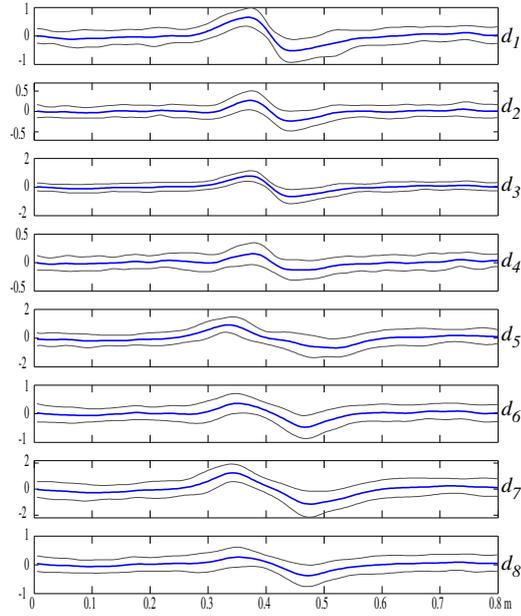


FIG. II.13 – signature type d’une écaille (traits gras) et son écart-type (traits fin).

tures d’écailles de la seconde base de défauts. Cette fois-ci, les parties actives et réactives sont en phase. On notera que la disparité des géométries des écailles conduit à une variabilité relativement plus importante des signatures de cette classe.

La construction des signatures types des défauts et l’estimation des dispersions des signatures réelles par rapport aux signatures types permettent de supposer que les observations d_i se décomposent comme suit :

$$d_i(x) = s_i(x) + b(x) \quad (\text{II.1})$$

où $s_i(x)$ représente la partie déterministe (défauts) du signal et $b(x)$ correspond au bruit de mesure et à la dispersion des signatures réelles par rapport à la composante déterministe (signature type). Ceci définit l’hypothèse \mathcal{H}_1 (présence de défaut).

L’hypothèse \mathcal{H}_0 (pas de défaut) suppose la présence du bruit seul. La figure II.14 présente le spectre de bruit seul (sans filtrage) sur une portion de rail d’environ 18 m. On constate que le spectre contient des composantes basses fréquences non négligeables. Par contre le reste du spectre peut être considéré comme un spectre d’un bruit blanc.

Dans le chapitre III mettant en oeuvre l’approche détection et classification simultanées, plusieurs méthodes sont employées. La méthode heuristique et celle basée sur la séparation de sources effectuent un filtrage préalable passe bande. Les composantes basses fréquences en particulier sont éliminées. Les autres méthodes (filtrage adapté, filtrage inverse, transformée en ondelettes) réalisent ce filtrage passe bande implicitement.

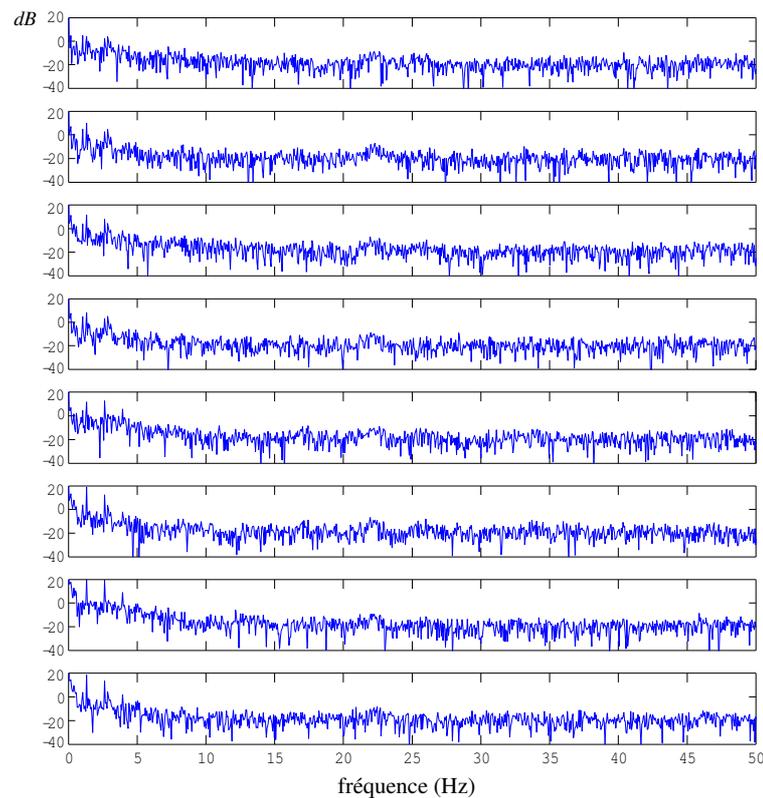


FIG. II.14 – bruit seul.

II.4 Conclusion

Le contrôle non destructif est un domaine interdisciplinaire, où cohabitent des développements en métrologie, en électronique, en traitement du signal et en reconnaissance de formes, et l'application présentée (application Métro) s'intègre dans ce domaine. Dans le cadre du Programme interministériel de Recherche et d'Innovation dans les Transports terrestres (PREDIT), l'INRETS, en collaboration avec la RATP (Régie Autonome des Transports Parisiens), CMS (Contrôle Mesure Système) et d'autres partenaires, a mené ce projet de définition et de conception du système embarqué de détection de fissures *débouchantes* de rail.

Des travaux antérieurs ont conduit à la réalisation d'un capteur à courants de Foucault qui a permis de mener des campagnes de mesures et d'essais. Le dépouillement des mesures a fourni une expertise sur les signaux CF et les signatures des différents défauts.

Les traitements présentés dans le chapitre III sont basés sur cette expertise. Pour cette raison, ce chapitre a présenté une description détaillée de la nature et des formes de signatures des défauts à détecter et à classer.

Chapitre III

Mise en oeuvre de l'approche détection et classification simultanées

III.1 Introduction

La complexité du traitement des signaux de contrôle du rail vient du fait que la voie ferroviaire comporte un nombre important de singularités (coeurs, joints éclissés, joints soudés) qu'il est important de savoir distinguer des vrais défauts (fissures débouchantes, écailles). De plus les traitements doivent être compatibles avec les moyens de calcul temps réel de la chaîne d'instrumentation embarquée. Celle-ci doit effectuer à la fois les tâches de détection et de classification des défauts à partir des signaux issus du capteur, mais avant cela les fonctions de démodulation, d'équilibrage et de filtrage spatial propres aux signaux CF.

Les premiers travaux sur la détection et la segmentation des signaux ont conduit à définir un certain nombre de détecteurs adaptés. La possibilité d'associer plusieurs cellules de détection est rapidement apparue comme une solution élégante permettant de résoudre simultanément les problématiques de détection et de classification.

Dans ce chapitre, seules des méthodes de prétraitement dédiées à l'approche *détection et classification simultanées* sont présentées.

Une structure de type arbre de décision a été définie. Les cellules de détection effectuent séquentiellement la reconnaissance d'une classe de défauts depuis les classes les plus facilement repérables (JA) jusqu'aux classes les plus complexes (Ec) (figure III.1). L'intérêt de cette approche hiérarchique est que la quantité de calculs et de traitements effectués reste proportionnelle à la difficulté du problème de classification à résoudre. Son implantation temps réel est de fait assez simple et économe.

La figure III.2 détaille les différentes opérations réalisées par une cellule. Pour chaque sous-problème, il faut d'abord sélectionner les signaux bruts nécessaires à sa résolution. Un prétraitement spécifique peut être effectué pour augmenter le contraste entre les signaux avec et sans défauts. Puis vient l'étape de détection-classification proprement dite, qui revient à effectuer un test d'hypothèses sur les données prétraitées. Plusieurs sous-

détecteurs peuvent être éventuellement utilisés et la décision est alors le résultat d'une fusion des décisions issues de chaque sous-détecteur.

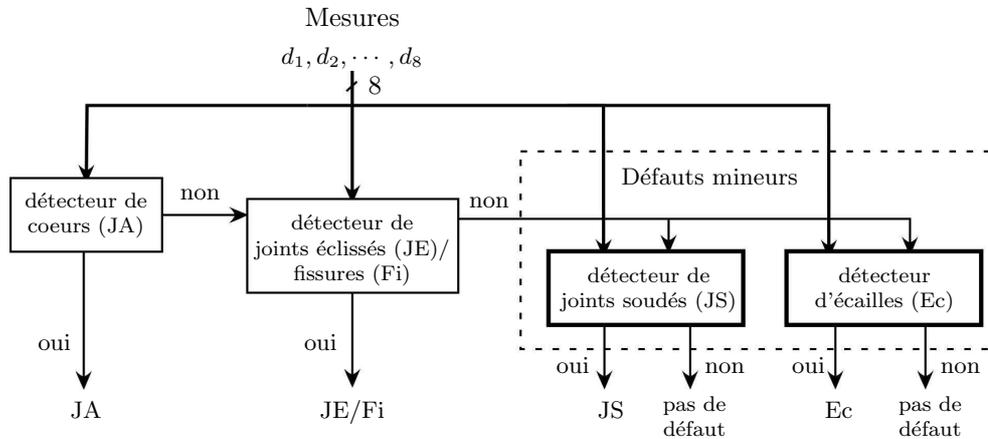


FIG. III.1 – arbre de détection - classification.

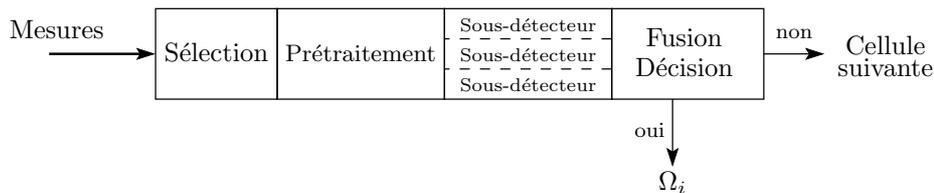


FIG. III.2 – détail d'une cellule de détection et de classification.

Les coeurs d'aiguille sont des pièces métalliques moulées et amagnétiques d'environ 5 m de long pour lesquels aucun diagnostic n'est à émettre. La détection des joints de début et de fin de coeur (JA) a donc été effectuée en priorité de manière à geler puis ré-autoriser l'auscultation de la ligne.

Les fissures de rails (Fi) sont les défauts de première importance à détecter par le système. Leur détecteur associé est donc à activer juste après celui des JA. De par leur constitution, les joints éclissés d'une voie ferrée (JE) sont quasiment vus par le système comme des fissures. En conséquence, le détecteur associé sera constitué pour repérer les deux types de singularité (JE/Fi). La séparation des deux classes devra être réalisée par un dispositif annexe par exemple :

- une base de données des JE existants sur la voie, couplée à une odométrie fine,
- une analyse fine des voies réactives d_2 et d_6 , où figure la signature de l'éclisse,
- un repérage des JE par des marqueurs (balises électromagnétiques par exemple) lus par une antenne spécifique.

Le démonstrateur testé sur site utilise la troisième solution qui ne sera pas détaillée dans ce document.

En dernier lieu, les singularités de type joints soudés (JS) ou écailles (Ec) sont à détecter. Leur importance est moindre, car leur non détection n'engage pas la sécurité du système. Ce dernier étage de détection est utilisé en priorité par les services de maintenance des voies.

On constate du reste que dans cet arbre de décision, les défauts sont détectés dans l'ordre décroissant des variances des signatures associées (des signatures les plus énergétiques aux moins énergétiques). La signature d'un JA (figure II.11) est très énergétique et sa forme est très spécifique, sa détection ne pose pas de réel problème. Dans la suite du chapitre, on focalisera l'étude sur la détection des JE/Fi, JS et Ec, qui est plus délicate.

Plusieurs méthodes de prétraitement ont été explorées parmi lesquelles deux méthodes proposées dans (Aknin *et al.*, 2001). La première est une méthode heuristique temporelle basée sur des connaissances a priori sur la structure du capteur CF. La seconde est une méthode de détection par transformées en ondelettes qui résout le problème de détection dans le plan temps-échelle.

Une autre méthode de détection utilisant le filtrage adapté est ensuite exposée ainsi qu'une méthode de détection proposée dans (Bentoumi *et al.*, 2001) et basée sur une recoloration préalable des signaux.

Une dernière approche de détection et classification simultanées est exposée utilisant les méthodes de séparation aveugle de sources (SAS) (Bentoumi *et al.*, 2004).

Une dernière section est dédiée à la présentation du démonstrateur et des tests effectués sur site.

III.2 Procédure heuristique de détection

La méthode temporelle heuristique se base sur des connaissances a priori sur le capteur CF et les perturbations potentielles en environnement ferroviaire.

La perturbation principale vient des modifications de l'inscription en voie du véhicule d'inspection sous lequel est monté le capteur CF (cf. figure II.6) et donc de la position relative capteur/cible. Certains mouvements (transversaux et verticaux) n'ont pas d'influence sur la mesure, car celle-ci est différentielle. Par contre, les mouvements de tangage (rotation d'arrière en avant) ne sont pas compensés par la structure du capteur. Ce mouvement influence à la fois les bobinages d'entraxe 30 et 120 mm. On remarque de fait que leurs signatures sont synchrones (figure III.3a). Elles ont la même forme et la même fréquence liée à la fréquence du tangage et à la vitesse du train.

Par contre, le passage d'un défaut sous le capteur provoque un déséquilibre entre les réluctances des deux circuits magnétiques associés dans chaque mesure différentielle à des instants différents. Dans ce cas, les signatures issues des deux mesures différentielles ont des formes voisines, mais des fréquences équivalentes différentes liées aux valeurs des entraxes des bobines (figure III.3b).

Une représentation dans un plan pseudo-lissajou (figures III.3c et III.3d) de deux signaux d_i et d_j issus de bobinages d'entraxes différents permet de mettre en évidence ces deux comportements. Un mouvement de tangage du capteur entraîne une signature quasi-linéaire indiquant la proportionnalité des voies d_i et d_j . Au contraire, un défaut ponctuel

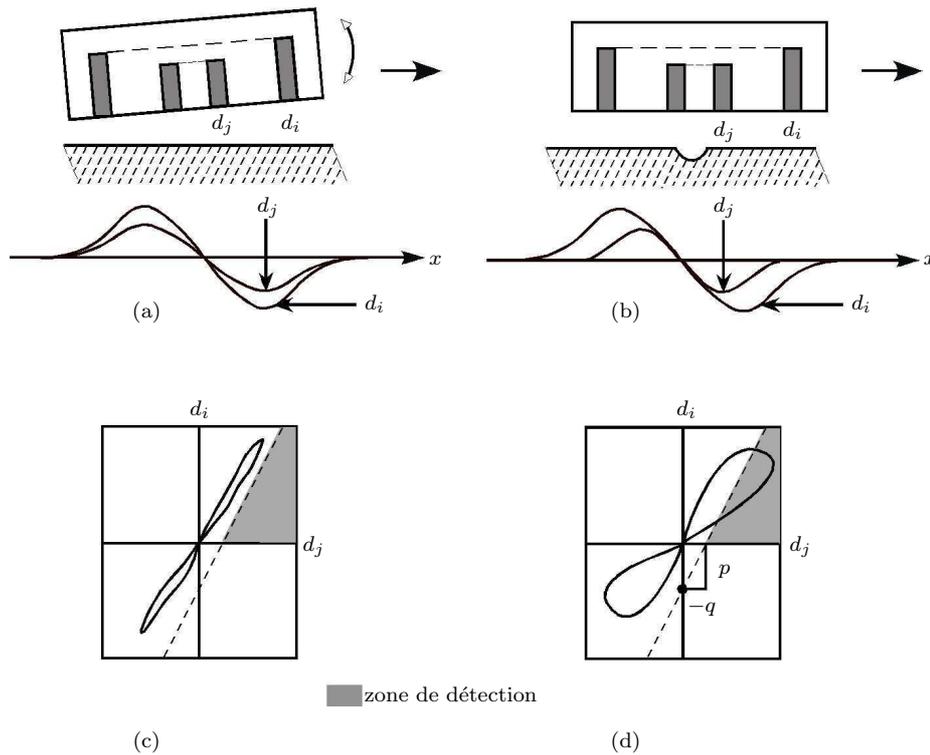


FIG. III.3 – effet (a) d'un mouvement de tangage, (b) d'un défaut ponctuel sur le rail, (c et d) représentation correspondante dans un plan pseudo-lissajou de deux signaux d_i et d_j .

sur le rail se traduit, par deux boucles indiquant la *désynchronisation* des voies. On peut alors définir le détecteur dans ce plan (d_i, d_j) , à l'aide d'une frontière de décision linéaire : $d_i = p d_j - q$, où les paramètres p (pente) et q (seuil) doivent être réglés.

La figure III.4 montre l'emplacement de la détection heuristique dans l'arbre de décision. Les deux premières cellules permettent, de manière très simple, de détecter les points singuliers de la voies (JE et JE/Fi). La procédure de détection heuristique est appliquée dans la cellule de détection de défauts mineurs (JS ou Ec), qui sont les plus difficiles à repérer.

L'étape de sélection a permis de déterminer les signaux permettant la réalisation de cette approche de détection. Les parties actives des 4 voies (d_1, d_3, d_5, d_7) issues du capteur (cf. § II.3.3) ont été sélectionnées pour construire le détecteur. Un prétraitement est mis en oeuvre qui consiste en un filtrage passe-bande des signaux sélectionnées sur la bande $[2,5 \text{ m}, 0,05 \text{ m}]$ pour éliminer les bruits basses et hautes fréquences. A partir des 4 signaux filtrés (d_1, d_3, d_5, d_7), 2 sous-détecteurs distincts ont été construits dans les plans $\{d_1, d_5\}$ (les parties actives de la voie 1 (Diff30 à 10KHz) et de la voie 3 (Diff120 à 10KHz)) et $\{d_3, d_7\}$ (les parties actives de la voie 2 (Diff30 à 100KHz) et de la voie 4

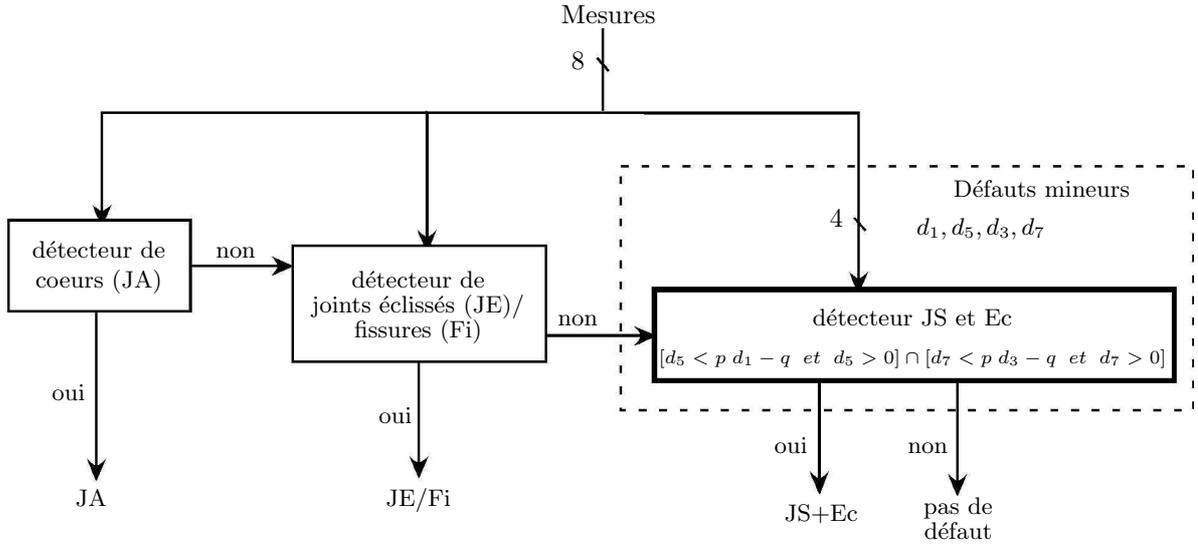


FIG. III.4 – le détecteur heuristique dans l'arbre de décision.

(Diff120 à 100KHz)). La règle de détection complète est donnée par :

$$\begin{aligned}
 [d_5 < p d_1 - q \cap d_5 > 0] \cap [d_7 < p d_3 - q \cap d_7 > 0] &\Rightarrow \mathcal{H}_1 \\
 \text{sinon} &\Rightarrow \mathcal{H}_0
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

où \mathcal{H}_1 correspond à la présence d'un défaut mineur et \mathcal{H}_0 correspond à la présence du bruit seul. La figure III.5 représente dans le plan pseudo-lissajou la règle de détection qui sépare l'espace de décision entre \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 .

Pour le réglage des paramètres p et q , le tracé des courbes COR a été utilisé (cf. § I.3.2). Dans la détection des défauts mineurs, on ne privilégie pas une hypothèse par rapport à l'autre, ce qui permet de choisir comme point optimal sur la courbe COR le point le plus proche de la position $P_b = 1, P_f = 0$, qui correspond à un taux de bonnes détections maximum et un taux de fausses alarmes nul ; les valeurs des paramètres de réglage retenues sont celles correspondant à ce point. Les taux sont estimés sur la seconde base qui contient 420 défauts mineurs et les courbes COR correspondantes sont présentées sur la figure III.6, pour $0,3 < p < 10$ et $0,001 < q < 0,1$. La distance minimale au point (0,1) est égale à 0,39 et les paramètres correspondants sont $p = 1$ et $q = 0,008$.

Ce détecteur simple fournit une réponse relativement bonne au problème de la détection de défauts mineurs. Il est par contre incapable de séparer les classes JS et Ec.

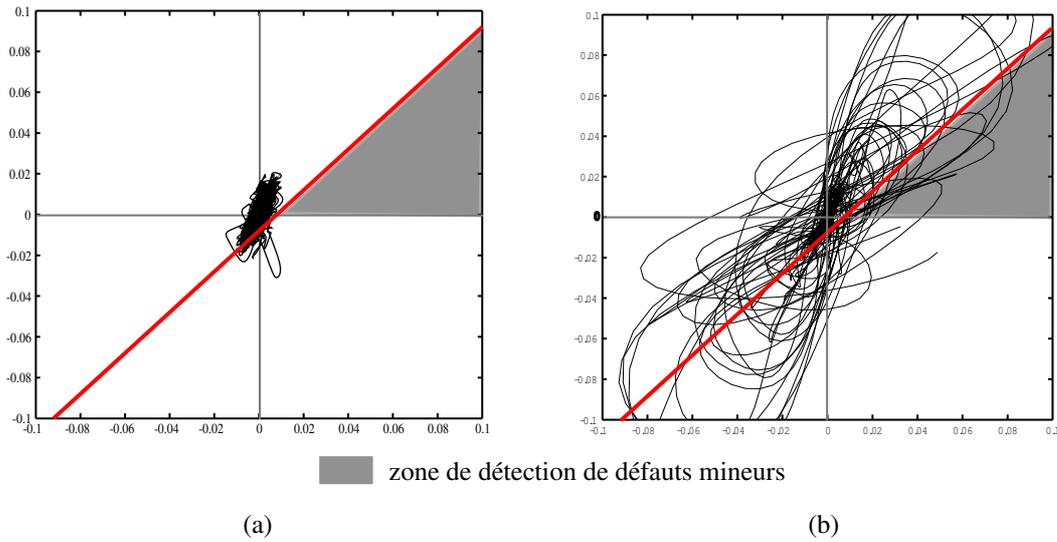


FIG. III.5 – (a) bruit seul, (b) signatures de défauts mineurs, dans le plan pseudo-lissajou.

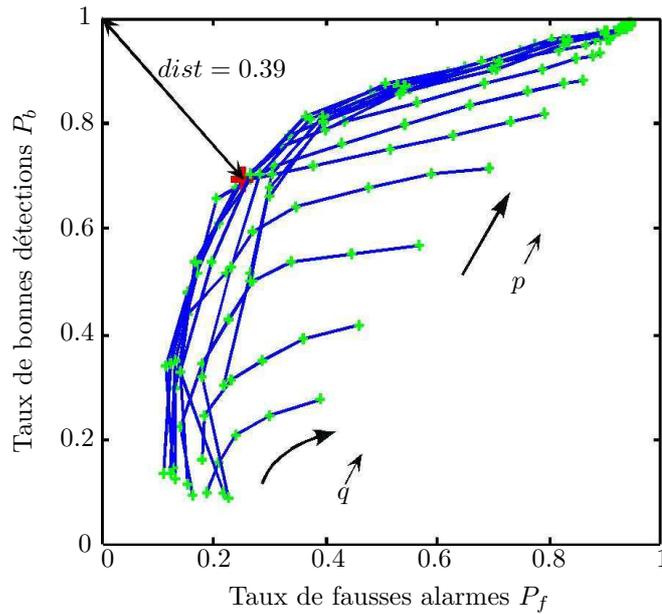


FIG. III.6 – courbes COR pour le détecteur heuristique des défauts mineurs (JS et Ec).

III.3 Détection par transformées en ondelettes

La transformée en ondelettes a été introduite pour analyser le contenu fréquentiel d'un signal *d'une façon naturelle* (Ravier, 1992). Un phénomène de type basse fréquence nécessite par essence un temps d'observation suffisamment long pour pouvoir être cor-

rectement analysé. A l'inverse, un phénomène de type haute fréquence aura tendance à évoluer rapidement et nécessitera un temps d'observation plus réduit pour estimer ses composantes.

Un signal temporel $s(t)$ peut s'exprimer comme une décomposition sur la base continue des distributions de Dirac :

$$s(t) = \int s(u) \delta(t - u) du \quad (\text{III.2})$$

Cette représentation donne une information précise sur le comportement et l'intensité du signal dans le temps, mais pas d'information fréquentielle. A l'inverse, la représentation dans la base d'exponentielle (base de Fourier) :

$$S(j\omega) = \int s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{III.3})$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

donne une information précise sur le comportement fréquentiel du signal, mais ne donne aucune information sur l'instant d'apparition d'un événement dans le signal ni sur sa durée.

La transformée en ondelettes permet une représentation temps-échelle (temps - fréquence) d'un signal dans un même plan. Les méthodes d'analyse temps-échelle sont très utilisés pour la détection de ruptures dans les signaux (Chabert, 1997 ; Ravier, 1998). La transformée en ondelettes produit des représentations en deux dimensions, ce qui permet la détection de contours ou de structures informatives en traitement d'images.

III.3.1 La transformée en ondelettes continue

La transformée en ondelettes continue (Strang, 1996) d'une fonction réelle ou complexe $s(t)$ est donnée par :

$$W_s(\alpha, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi_{\alpha, \tau}^{\circ}(t) dt \quad (\text{III.4})$$

où \circ est l'opérateur de conjugaison et où la base d'ondelettes $\psi_{\alpha, \tau}(t)$ est générée à partir de l'ondelette mère $\psi(t)$ par des dilatations et des translations :

$$\psi_{\alpha, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \psi\left(\frac{t - \tau}{\alpha}\right) \quad (\text{III.5})$$

où α est le facteur d'échelle, τ le facteur de translation et $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ le facteur de normalisation. On notera que, dans notre application, le temps t est remplacé par la distance x .

III.3.2 Choix de l'ondelette mère

La figure III.7 montre l'utilisation de la transformée en ondelettes comme un prétraitement dans l'arbre de décision. L'utilisation de coefficients d'ondelettes s'avère également un moyen efficace de réduction de l'information contenue dans les signaux à des domaines pertinents de l'espace temps-fréquence. En particulier, il rend inutile le filtrage passe-bande évoqué précédemment.

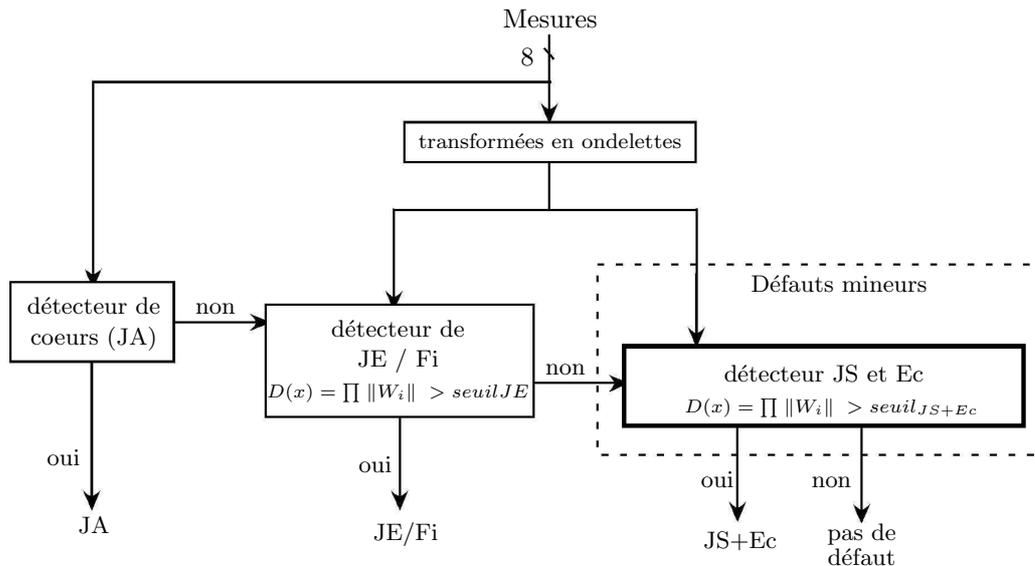


FIG. III.7 – la transformée en ondelettes comme prétraitement dans l'arbre de décision.

Le prétraitement par transformée en ondelettes est utilisé par les cellules de détection de JE/Fi et de défauts mineurs, mais elle sera illustrée à titre de comparaison sur la détection et la classification des défauts mineurs (JS+Ec).

Le choix de l'ondelette mère est important pour utiliser des coefficients d'ondelettes comme détecteurs et il convient de choisir des fonctions mères d'allure voisine des signatures à détecter. Notre choix s'est porté sur une ondelette Spline biorthogonale (Strang, 1996) dont la forme est proche de celle des signatures différentielles (figure III.8a et b).

Comme on dispose d'une forme type de signature de défaut JS (cf. § II.3.4), des transformées en ondelettes lui ont été appliquées, en associant partie réelle et partie imaginaire de chaque voie CF. Ceci conduit à 4 transformées complexes dont le module de l'une est présentée à la figure III.8c. Ce calcul préliminaire fournit les échelles conduisant aux détections maximales pour les 4 voies ($\alpha = [27, 27, 39, 39]$).

$$W_i(\alpha_i, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (d_{2i-1}(u) + j d_{2i}(u)) \frac{1}{\sqrt{\alpha_i}} \psi^\circ \left(\frac{u-x}{\alpha_i} \right) du \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{III.6})$$

Une transformée en ondelettes considérée pour une seule valeur d'échelle α_i n'est qu'un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est l'ondelette ψ_{α_i} . La réponse fréquentielle

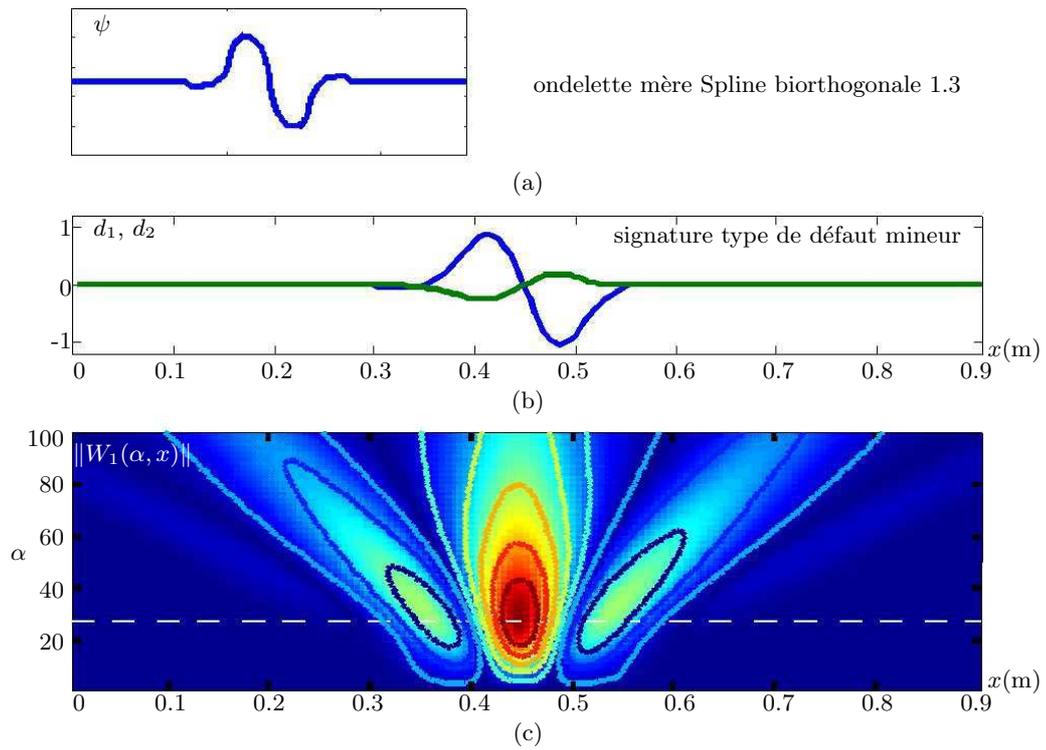


FIG. III.8 – ondelette mère (a), défaut mineur type de la voie 1 (b) et sa transformée en ondelettes (c).

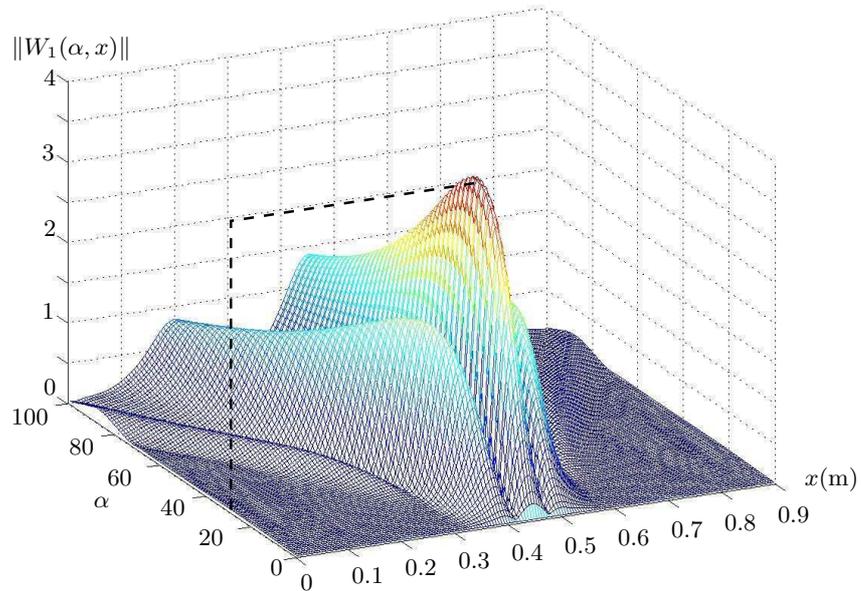


FIG. III.9 – transformée en ondelettes en 3D.

du filtre linéaire correspondant ($\alpha_i = 27$) est présentée à la figure III.10 ainsi que les spectres du bruit et de la signature type de défauts mineurs de la voie 1. Le filtre est un filtre passe-bande qui permet d'éliminer les composantes basses et hautes fréquences du bruit et d'avoir un contraste optimal entre \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 .

Les 4 échelles $\alpha = [27, 27, 39, 39]$ définissent alors 4 sous-détecteurs distincts.

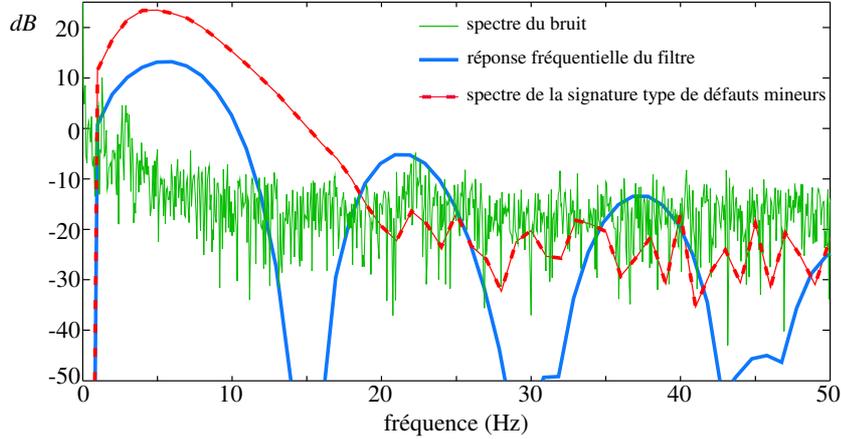


FIG. III.10 – réponse fréquentielle du filtre pour $\alpha_i = 27$ et spectres du bruit et de la signature type de défauts mineurs de la voie 1.

III.3.3 Fusion de sous-détecteurs

Les différentes voies CF présentent des réponses dédiées à un bobinage et une fréquence, mais sont bien sûr largement redondantes, car relatives au même défaut de rail. Il est donc intéressant de pouvoir les agréger. Ainsi, le détecteur global suivant a été construit :

$$D_{JS+Ec}(x) = \prod_{i=1:4} \|W_i(\alpha_i, x)\| \quad (\text{III.7})$$

$$D_{JS+Ec}(x) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \mathcal{H}_1 \\ \mathcal{H}_0 \end{matrix} \text{seuil}_{JS+Ec} \quad (\text{III.8})$$

Cette fusion multiplicative présente l'intérêt d'accentuer fortement les contrastes entre zones à défauts (hypothèse \mathcal{H}_1) et zones sans défauts (bruit seul, hypothèse \mathcal{H}_0). Elle peut être rattachée à la théorie de l'évidence où les jeux de masse sont fusionnés à l'aide de la règle de Dempster-Shaffer (Aknin, 2000). En effet, dans le cas de deux classes exclusives (Défaut ou Pas Défaut), la fusion probabiliste non standard réalise une multiplication normée des masses ; ici le coefficient de normalisation est pris égal à 1, indiquant qu'aucun conflit n'existe entre les détecteurs.

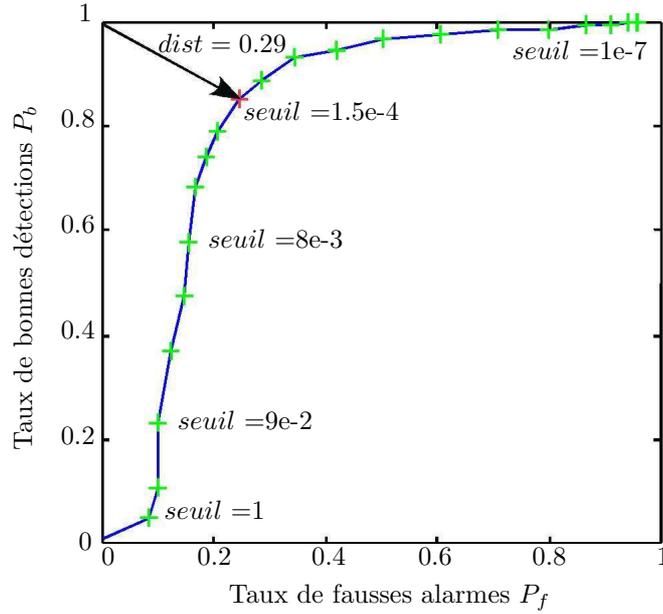


FIG. III.11 – courbe COR du détecteur temps-échelle pour la détection de défauts mineurs.

La figure III.11 illustre le réglage du seuil de détection à l'aide de la courbe COR pour la détection des défauts mineurs (JS+Ec).

On constate que le détecteur à ondelettes et fusion multiplicative a un meilleur comportement ($dist \approx 0,29$) que le détecteur heuristique ($dist \approx 0,39$). La procédure de fusion, améliorant grandement le contraste entre \mathcal{H}_1 et \mathcal{H}_0 , en est la principale raison.

On a constaté, sur les signaux obtenus après transformation en ondelettes, qu'il est possible de détecter et de classer également les JE en fixant un seuil approprié plus élevé pour la détection (figure III.12). Le détecteur JE/Fi permet une détection et classification optimale de ces défauts (100% de bonne détection sans fausse alarme).

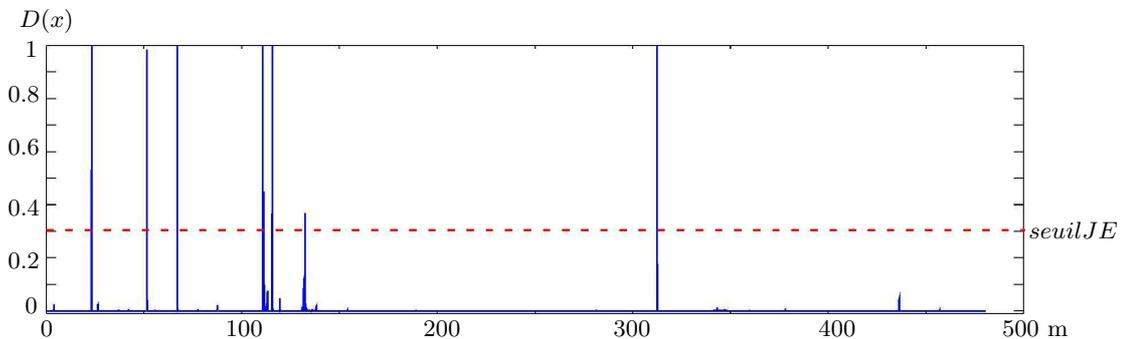


FIG. III.12 – exemple pour la détection des JE.

III.4 Détection par filtre adapté

Comme les signatures des défauts à détecter sont connues (chapitre II), la détection par filtre adapté pour chaque type de défaut apparaît comme un prétraitement approprié.

La définition et le calcul théorique d'un filtre adapté sont donnés en premier lieu. Puis l'application de ce prétraitement à la détection et la classification de défauts de rail est exposée.

III.4.1 Calcul théorique du filtre

Soit un signal transitoire $s(t)$ connu de durée finie T et mélangé à un bruit aléatoire $b(t)$. Deux cas peuvent se produire concernant le signal composite $m(t)$ observé (I.1) :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : m(t) &= b(t) \\ \mathcal{H}_1 : m(t) &= s(t) + b(t) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Le problème est de déterminer le filtre linéaire à appliquer au signal composite $m(t)$ afin d'augmenter le contraste entre les hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 . Le filtrage adapté fournit une solution optimale au sens où elle maximise le rapport en puissance signal sur bruit $r(t)$ (Max, 1987) :

$$r(t) = \frac{\|y_s(t)\|^2}{E \{\|y_b(t)\|^2\}} \quad (\text{III.10})$$

où E exprime l'espérance mathématique et y_s et y_b sont les réponses respectivement à s et b du filtre de réponse impulsionnelle $g(t)$ que l'on cherche :

$$y_s(t) = g(t) * s(t) \quad (\text{III.11})$$

$$y_b(t) = g(t) * b(t) \quad (\text{III.12})$$

Si $Y(j\omega)$, $S(j\omega)$, $B(j\omega)$ et $G(j\omega)$ sont les transformées de Fourier (III.3) de $y(t)$, $s(t)$, $b(t)$ et $g(t)$, alors :

$$\begin{aligned} \|y_s(t)\|^2 &= \left| \int Y_s(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right|^2 = \left| \int S(j\omega) G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right|^2 \\ E \{\|y_b(t)\|^2\} &= E \left\{ \left| \int Y_b(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right|^2 \right\} \\ &= \int E \{\|B(j\omega)\|^2\} \|G(j\omega)\|^2 d\omega \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Si on suppose que le signal s est à support fini $[0, T]$, on cherche un filtre g qui maximise le rapport signal sur bruit (III.10) à l'instant T :

$$r(T) = \frac{\left| \int S(j\omega) G(j\omega) e^{j\omega T} d\omega \right|^2}{\int E \{\|B(j\omega)\|^2\} \|G(j\omega)\|^2 d\omega} \quad (\text{III.14})$$

La détermination de l'expression de G qui rend ce rapport maximal est obtenue grâce à une forme particulière de l'inégalité de Schwartz. Si u et v sont des fonctions de z , on a :

$$\left| \int u v^{\circ} dz \right|^2 \leq \int \|u\|^2 dz \int_{\Re} \|v\|^2 dz \quad (\text{III.15})$$

ou bien :

$$\frac{|\int u v^{\circ} dz|^2}{\int \|u\|^2 dz} \leq \int \|v\|^2 dz \quad (\text{III.16})$$

L'égalité est vérifiée pour $u = kv$, où k est indépendant de z . On note l'analogie des expressions (III.14) et (III.16). Si l'on pose,

$$\Phi_b = E \{ \|B(j\omega)\|^2 \}$$

la matrice de covariance du bruit b , et

$$\begin{aligned} u v^{\circ} &= S G e^{j\omega T} \\ \|u\|^2 &= \|G\|^2 \Phi_b \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

soit, si ϕ est un déphasage quelconque :

$$u = G \sqrt{\Phi_b} e^{j\phi}$$

et

$$v = \frac{S^{\circ} e^{-j\omega T}}{\sqrt{\Phi_b} e^{-j\phi}}$$

Le maximum de $r(T)$ correspond à l'égalité $u = kv$, c'est-à-dire :

$$G \sqrt{\Phi_b} e^{j\phi} = k \frac{S^{\circ} e^{-j\omega T}}{\sqrt{\Phi_b} e^{-j\phi}} \quad (\text{III.18})$$

d'où l'on tire la valeur optimale de G :

$$G(j\omega) = k \frac{S^{\circ}(j\omega) e^{-j\omega T}}{\Phi_b} \quad (\text{III.19})$$

Ce filtre ainsi défini par sa réponse fréquentielle est appelé filtre optimal. Si le bruit b est blanc, $\Phi_b = \delta^2$ est une constante et le filtre devient un filtre dit *adapté* :

$$G_{\text{adapté}}(j\omega) = k S^{\circ}(j\omega) e^{-j\omega T} \quad (\text{III.20})$$

On remarque que l'instant T pour lequel le rapport $r(t)$ est maximal n'apparaît que comme terme de phase. Pour expliciter complètement le filtre adapté, on calcule sa réponse impulsionnelle :

$$g_{\text{adapté}}(t) = \int G_{\text{adapté}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int k S^{\circ}(j\omega) e^{-j\omega T} e^{j\omega t} d\omega = k \int S^{\circ}(j\omega) e^{j\omega(t-T)} d\omega \quad (\text{III.21})$$

En posant $\omega' = -\omega$, on a :

$$g_{adapté}(t) = k \int S(j\omega') e^{j\omega'(T-t)} d\omega = k s(T-t) \quad (III.22)$$

La réponse impulsionnelle du filtre adapté s'exprime donc comme le renversement temporel du signal de défaut lui même. La réalisation pratique d'un tel filtre nécessite l'introduction d'un délai de durée T rendant le filtre causal. La technique la plus simple pour réaliser un filtre adapté est le filtrage numérique transversal. En effet, dans ce cas, les coefficients du filtre sont directement les échantillons d'un modèle du signal $s(t)$ obtenu sur la base de défauts enregistrés.

III.4.2 Application du filtrage adapté à la détection/classification de défauts de rail

La figure III.13 montre l'utilisation du filtrage adapté comme un prétraitement pour la détection dans l'arbre de décision. Pour notre application, les signatures type des défauts

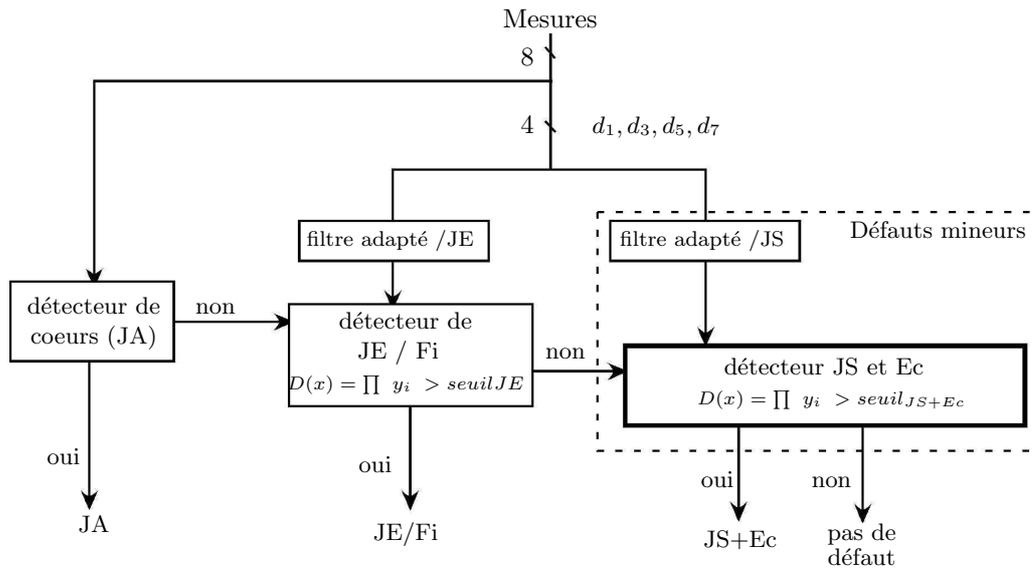
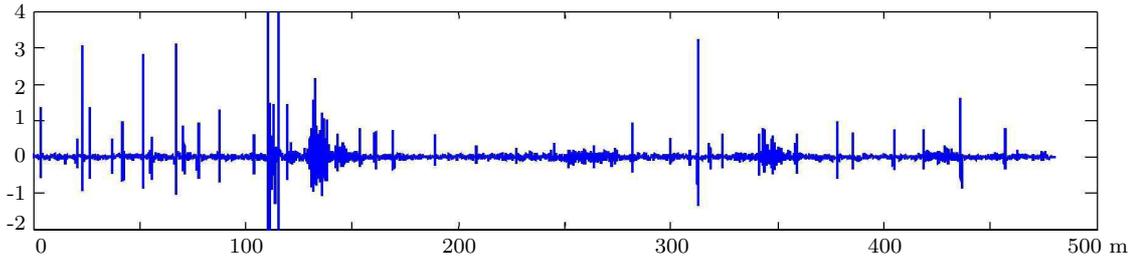


FIG. III.13 – prétraitement par filtrage adapté dans l'arbre de décision.

ont été présentées à la section II.3.4. A partir de ces signatures type, on peut construire les filtres adaptés pour chaque type de défaut :

$$y_i^{def}(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} f_i^{def}(x-k) d_i(k) \quad i = 1, \dots, 8 \quad (III.23)$$

où f_i^{def} est la réponse impulsionnelle du filtre adapté, correspondant à la voie i de la signature du défaut à détecter.


 FIG. III.14 – exemple du signal y_1^{JE} obtenu après filtrage adapté de d_1 .

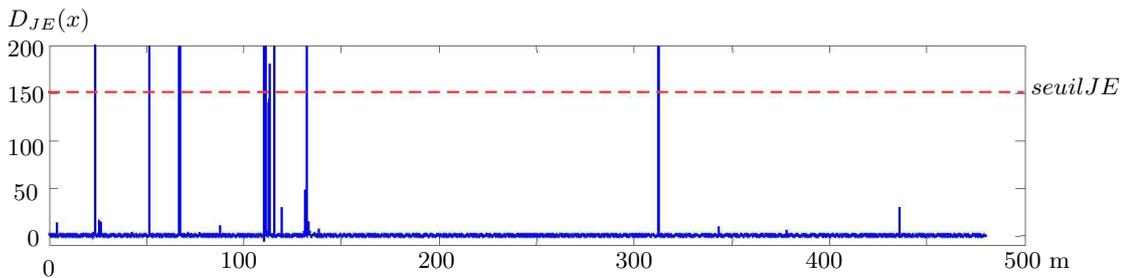
La figure III.14 montre la réponse d'un filtrage adapté du signal d_1 présenté figure II.8 sur 500 m de rail. Le filtre adapté est celui relatif aux signatures type de JE échantillonnées sur 80 cm, soit 160 échantillons avec un pas d'échantillonnage de 5 mm.

Pour alléger le calcul, seuls les signaux correspondants aux parties actives des voies CF ont été utilisés pour le filtrage adapté.

Pour augmenter le contraste, la détection d'un JE ou d'une fissure se fait par comparaison à un seuil du produit des 4 signaux filtrés relatifs aux parties actives des voies CF :

$$D_{JE}(x) = \prod_{i=1,3,5,7} y_i^{JE}(x) \quad (\text{III.24})$$

$$D_{JE}(x) \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \frac{\Omega_{JE/Fi}}{\Omega_{JE/Fi}} \text{seuil}_{JE} \quad (\text{III.25})$$


 FIG. III.15 – évolution du détecteur D_{JE} .

Ce détecteur permet une détection à 100 % des JE/Fi sur la seconde base de défauts en supposant que les JA ont été bien détectés auparavant. On peut également tester le comportement de ce type de détecteur sur les défauts mineurs. La détection et la classification de défauts JS est mis en oeuvre après un filtrage adapté aux signatures type de défauts JS. La figure III.16 présente un exemple de réponse du filtrage adapté du signal d_1 . On remarque à l'aide des figures de la section II.3.4 que les voies actives des JS et des Ec sont quasi-identiques. Le détecteur mis au point sera donc un détecteur de défauts

mineurs (JS+Ec) :

$$D_{JS+Ec}(x) = \prod_{i=1,3,5,7} y_i^{JS+Ec}(x) \quad (III.26)$$

$$D_{JS+Ec}(x) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{\Omega_{JS+\Omega_{Ec}}}{\Omega_{JS+\Omega_{Ec}}} \text{seuil}_{JS+Ec} \quad (III.27)$$

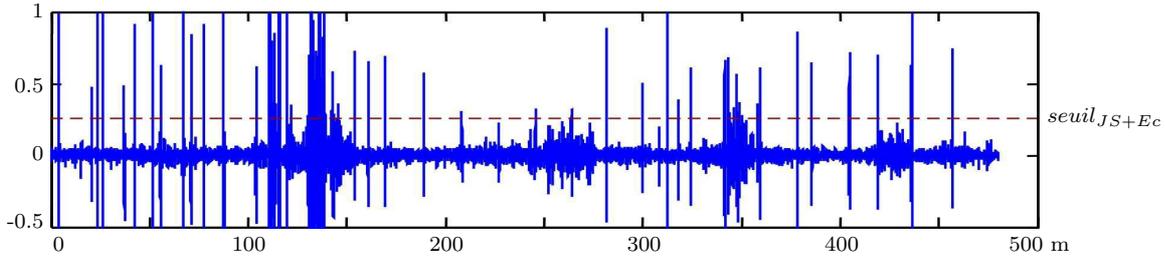


FIG. III.16 – évolution du détecteur y_1^{JS+Ec} .

La figure III.17 illustre le réglage du seuil de détection à l'aide de la courbe COR pour la détection des défauts mineurs (JS+Ec).

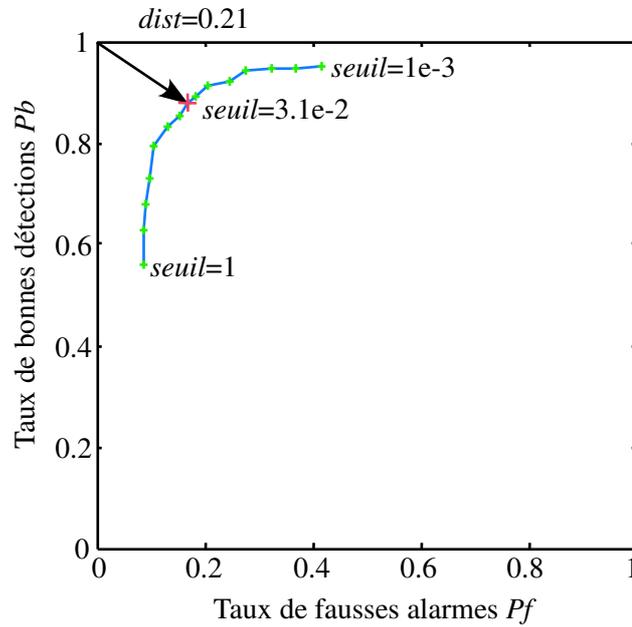


FIG. III.17 – courbe COR du détecteur à filtre adapté D_{JS+Ec} pour la détection des défauts mineurs.

Le prétraitement par filtrage adapté est simple, mais le temps de calcul reste relativement important pour une application temps réel.

III.5 Prétraitement par filtrage inverse pour la détection

La structure du capteur utilisé comporte deux bobinages de mesure différentielle d'entraxes différents et deux fréquences de contrôle. Les mesures différentielles sont insensibles aux mouvements relatifs capteur/cible, aux variations de température, aux perturbations électromagnétiques... Mais le mode différentiel modifie l'allure du signal absolu et l'interprétation des relevés devient plus difficile. De plus, le mode différentiel masque l'effet de défauts se succédant à des distances voisines des entraxes de bobines. L'utilisation d'une sonde pour des mesures absolues directes est quasiment impossible dans les conditions de notre application évoquées dans le chapitre II. L'estimation des mesures absolues à partir des mesures différentielles est donc plus intéressante.

Le passage mode absolu vers mode différentiel peut être vu comme une opération de filtrage linéaire avec bruit additif (figure III.18). La mesure différentielle d est alors donc modélisée par l'équation de convolution :

$$d(x) = a(x) * h(x) + b(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x - \tau) a(\tau) d\tau + b(x) \quad (\text{III.28})$$

où a est le signal absolu, b est le bruit et h est la réponse impulsionnelle du système qui transforme une mesure absolue en une mesure différentielle.

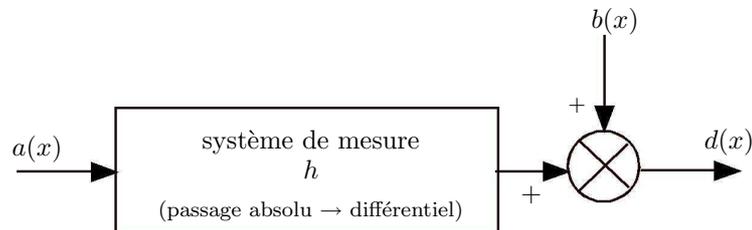


FIG. III.18 – schéma bloc du passage à une mesure différentielle.

La restitution du signal originel a peut être vue comme une opération d'estimation du signal originel à partir du signal observé. On est alors en présence d'un problème inverse de déconvolution : connaissant le signal mesuré d et le filtre direct h caractérisant le passage absolu vers différentiel, est-il possible de retrouver le signal originel a ?

Il existe une large gamme d'algorithmes de déconvolution (Perrone, 1994 ; Gautier, 1997) ; leur problème majeur est qu'ils fournissent souvent des résultats mathématiquement corrects, mais physiquement irréalistes, ce qui nécessite de bien contrôler le conditionnement du processus de mesure et d'en comprendre les mécanismes.

Dans le paragraphe suivant, on présente une modélisation du système de mesure différentiel du capteur CF. Puis on présente une résolution inverse, en l'absence de bruit tout d'abord, puis dans le cas bruité.

III.5.1 Modélisation directe des mesures différentielles

Les mesures différentielles peuvent être simples ou doubles. Elles sont réalisées à partir de plusieurs mesures absolues décalées. En supposant que les capteurs absolus sont identiques et délivrent le même signal et en négligeant en particulier les effets de bord, le signal différentiel peut être décrit par :

- mesure différentielle simple

$$d(x) = a(x) - a(x - L) \quad (\text{III.29})$$

- mesure double-différentielle

$$d(x) = [a(x) - a(x - L)] - [a(x + L) - a(x)] = -a(x + L) + 2a(x) - a(x - L) \quad (\text{III.30})$$

où la variable muette x peut être une variable spatiale ou temporelle, et L respectivement la distance entre les deux capteurs absolus (l'entraxe) ou le temps de décalage entre les deux signaux issus des capteurs absolus.

La figure III.19 présente un exemple de mesure absolue, de mesure différentielle simple et double.

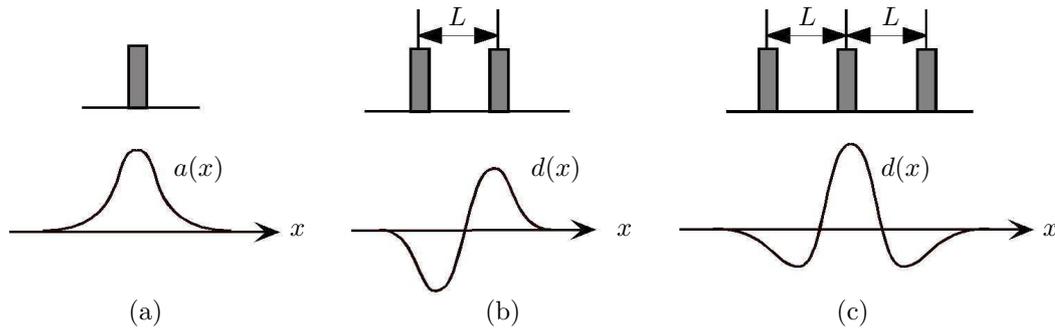


FIG. III.19 – mesure absolue (a), mesure différentielle simple (b) et double (c).

Les versions récurrentes discrètes des équations (III.29) et (III.30), avec un pas d'échantillonnage δx , sont données, si $n = x/\delta x$ et $\ell = L/\delta x$ par :

- mesure différentielle simple

$$d(n) = a(n) - a(n - \ell) \quad (\text{III.31})$$

- mesure double-différentielle

$$d(n) = -a(n + \ell) + 2a(n) - a(n - \ell) \quad (\text{III.32})$$

ou, plus généralement, si $*$ est l'opérateur de convolution et h le filtre direct, par :

$$d(n) = h(n) * a(n) \quad (\text{III.33})$$

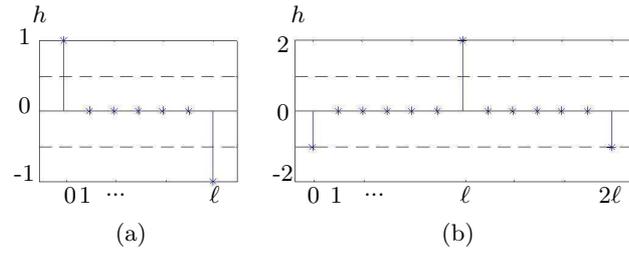


FIG. III.20 – réponse impulsionnelle du filtre direct de la mesure différentielle simple (a) et de la mesure double-différentielle (b).

Dans le cas de la mesure différentielle simple, la réponse impulsionnelle (figure III.20a) du filtre contient deux impulsions $+1$ et -1 et sa largeur est $\ell + 1$. Pour la mesure double-différentielle, la réponse impulsionnelle (figure III.20b) contient 3 impulsions $-1, 2, -1$ et sa largeur est $2\ell + 1$. Dans les deux cas, la largeur du filtre dépend de L et du pas d'échantillonnage δx .

La transformée en Z du signal $a(n)$ est donnée par :

$$A(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a(n) z^{-n}$$

et pour le cas d'une mesure différentielle simple l'équation (III.31) devient :

$$D(z) = A(z)(1 - z^{-\ell})$$

et donc,

$$H(z) = \frac{D(z)}{A(z)} = 1 - z^{-\ell} \quad (\text{III.34})$$

On obtient la réponse fréquentielle de $H(z)$ en posant $z = e^{j\omega}$:

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= 1 - e^{-j\omega\ell} = e^{-j\omega\frac{\ell}{2}} \left(e^{+j\omega\frac{\ell}{2}} - e^{-j\omega\frac{\ell}{2}} \right) \\ &= e^{-j\omega\frac{\ell}{2}} 2j \sin\left(\omega\frac{\ell}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

L'amplitude de la réponse fréquentielle de H est :

$$\|H(j\omega)\| = 2 \left| \sin\left(\omega\frac{\ell}{2}\right) \right| \quad (\text{III.36})$$

Pour le cas d'une mesure double différentielle, l'expression de l'amplitude de la réponse fréquentielle est obtenue à partir de l'équation (III.32) et est donnée par :

$$\|H(j\omega)\| = 2 (1 - \cos(\omega\ell)) \quad (\text{III.37})$$

La figure III.21 présente les amplitudes de la réponse fréquentielle de H en dB pour les mesures différentielles simple et double-différentielles. On constate des annulations de ces modules importantes pour $\omega = \frac{2\pi}{\ell}, \frac{4\pi}{\ell}, \frac{6\pi}{\ell}, \dots$. La pente à l'origine de la mesure double-différentielle est double de celle de la mesure différentielle simple. L'amplitude maximale de la mesure différentielle simple égale 2 et pour la mesure double-différentielle égale 4.

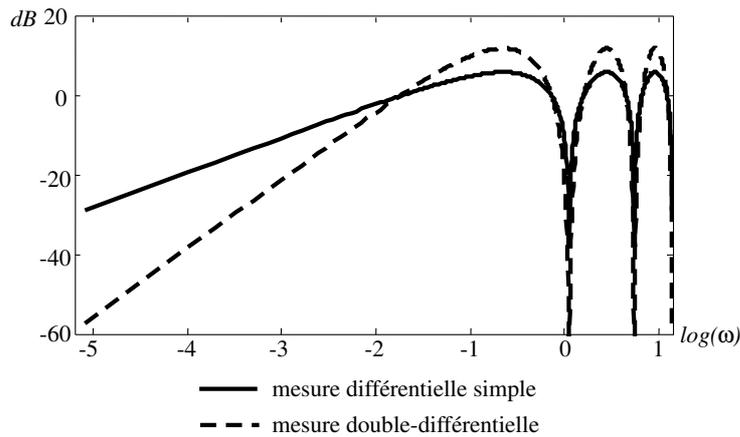


FIG. III.21 – comportement fréquentiel du filtre direct pour la mesure différentielle simple et double ($\ell=6$).

III.5.2 Résolution inverse

Si h est le filtre direct qui modélise le système de mesure, le filtrage inverse permet d'estimer la mesure absolue à partir de la mesure différentielle, selon le schéma de la figure III.22.

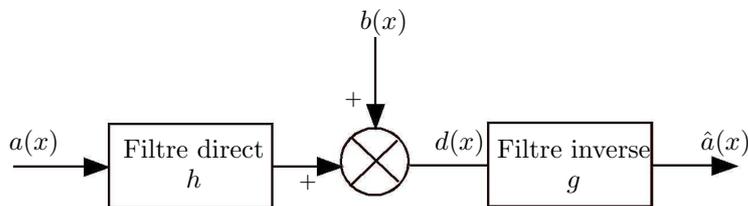


FIG. III.22 – schéma bloc du filtrage inverse.

En l'absence du bruit, il est possible de restituer le signal originel à partir du signal mesuré, si le filtre inverse direct h^{-1} existe :

$$a(x) = d(x) * h^{-1}(x)$$

dans le cas discret :

$$a(n) = d(n) * h^{-1}(n) \quad (\text{III.38})$$

Si on utilise la transformée en Z l'équation (III.38) devient :

$$A(z) = \frac{D(z)}{H(z)} \quad (\text{III.39})$$

où $A(z)$ et $D(z)$ sont les transformées en Z (III.38) des signaux originel et mesuré, et $H(z)$ la fonction du transfert en Z du système de mesure.

En présence de bruit, l'équation (III.38) devient :

$$\hat{a}(n) = (d(n) + b(n)) * h^{-1}(n) \quad (\text{III.40})$$

où \hat{a} est une version estimée du signal originel. Le bruit peut être d'origine interne au système de mesure (bruit électronique ou bruit de fond), ou alors externe (capture d'un signal parasite en même temps que le signal utile). En appliquant la transformée en Z à l'équation (III.40), dans le cas où l'inverse h^{-1} existe, elle devient :

$$\hat{A}(z) = A(z) + \frac{B(z)}{H(z)} \quad (\text{III.41})$$

où $B(z)$ et $\hat{A}(z)$ sont respectivement les transformées en Z du bruit et du signal originel estimé.

Malheureusement, si la réponse fréquentielle $H(j\omega)$ est faible, voir nulle, pour certaines fréquences, cela provoquera l'amplification du bruit à ces fréquences (système instable). C'est précisément le cas pour les mesures différentielles qui annulent les fréquences multiples de l'inverse de la période correspondant à l'entraxe du capteur (figure III.21).

Dans ce qui suit, on présente deux méthodes de résolution sans et avec bruit additif de mesure pour déterminer un filtre inverse optimal discret minimisant l'influence de ces instabilités.

III.5.2.1 Résolution au sens des moindres carrées

Si g est le filtre inverse, alors on a dans le cas discret et en l'absence de bruit :

$$\begin{aligned} d(n) &= h(n) * a(n) \\ \hat{a}(n) &= g(n) * d(n) \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

en combinant les 2 équations il vient :

$$\hat{a}(n) = h(n) * g(n) * a(n)$$

Pour obtenir $\hat{a}(n) = a(n)$, il faut donc que :

$$h(n) * g(n) = \delta(n) \quad (\text{III.43})$$

où δ est l'impulsion de Dirac. h est un vecteur de longueur N_h et on choisit pour g une longueur N_g . En écrivant (III.43) pour $n = 0, \dots, N_g - 1$, on aura :

$$\begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & & \vdots \\ & & \ddots & & \\ h_{N_h-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & \ddots & & & \vdots \\ & & & \ddots & 0 \\ & & 0 & h_{N_h-1} & \dots & h_1 & h_0 \\ \vdots & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & & 0 & h_{N_h-1} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{N_g-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

c'est-à-dire :

$$H g = \Delta \quad (\text{III.45})$$

où H est une matrice de Toeplitz, Δ est un vecteur nul sauf pour son élément central égal à 1 et g le vecteur recherché.

Malheureusement, la solution donnée par l'équation (III.45) ne satisfait pas trois conditions essentielles :

- la solution peut ne pas exister (H n'est pas inversible),
- elle n'est pas nécessairement unique,
- elle peut être instable : une faible incertitude sur les données entraîne une forte incertitude sur le signal estimé.

Un problème qui correspond à l'un des trois cas est dit mal posé (Courant *et al.*, 1962 ; Gautier, 1997). Ceci a pour cause un mauvais conditionnement de la matrice H c'est à dire de très fortes disparités dans l'amplitude de ses valeurs propres (les valeurs propres sont réelles, positives ou nulles du fait de la structure Toeplitz) et surtout si H n'est pas carrée.

Une première solution pour tenter de résoudre l'équation (III.45) est d'utiliser la méthode des moindres carrés (Haykin, 1996) qui minimise l'écart quadratique de l'estimation suivant :

$$J(g) = (\Delta - H g)^T (\Delta - H g)$$

La solution de l'équation (III.45) au sens des moindres carrés est donnée par :

$$g_{opt} = (H^T H)^{-1} H^T \Delta = H^+ \Delta \quad (\text{III.46})$$

où H^+ est la pseudo-inverse de H . Cette solution dépend de la longueur N_g choisie pour le filtre g . Ce paramètre permet donc une régularisation de la solution (III.46).

Les figures III.23 et III.24 représentent un exemple simulé d'utilisation du filtre inverse calculé sur un horizon de $N_g = 51$ points pour une mesure différentielle simple et pour une mesure double-différentielle.

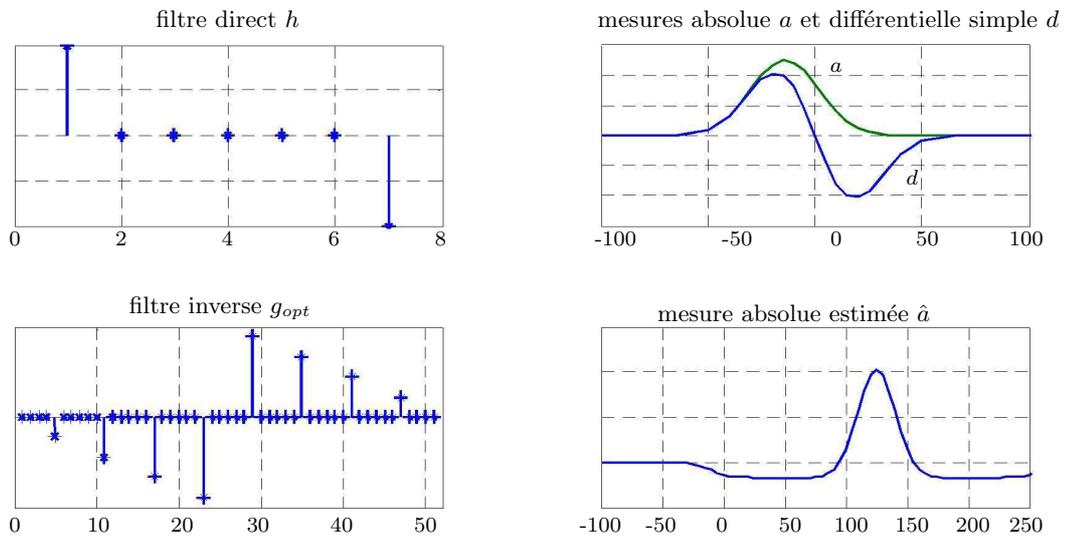


FIG. III.23 – exemple de filtrage inverse d’une mesure différentielle simple.

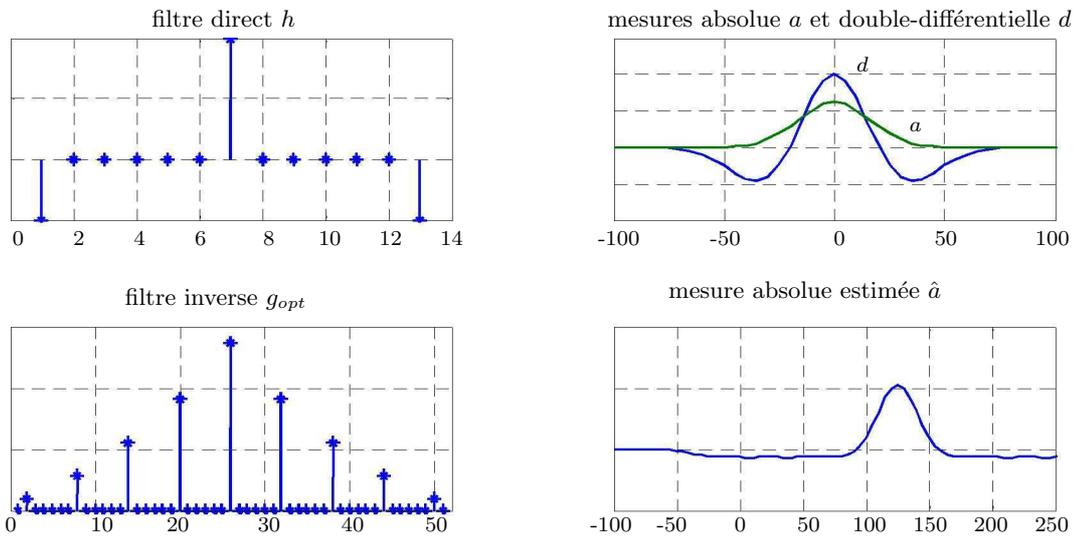


FIG. III.24 – exemple sur le filtrage inverse pour une mesure double-différentielle.

La mesure absolue estimée \hat{a} est obtenue avec un retard qui dépend de la longueur du filtre inverse N_g .

La figure III.25 présente les réponses fréquentielles du filtre direct h , du filtre inverse g_{opt} et de leur produit pour trois valeurs de N_g . On remarque bien que plus la valeur de N_g est grande, plus le filtre tend vers le filtre inverse h^{-1} . La régularisation du filtre inverse, c'est-à-dire la limitation de l'amplification du bruit aux fréquences où $\|H(j\omega)\| = 0$, est bien ajustable via la longueur N_g du filtre inverse. Evidemment plus la régularisation est forte plus le filtre inverse déformera le signal absolu estimé.

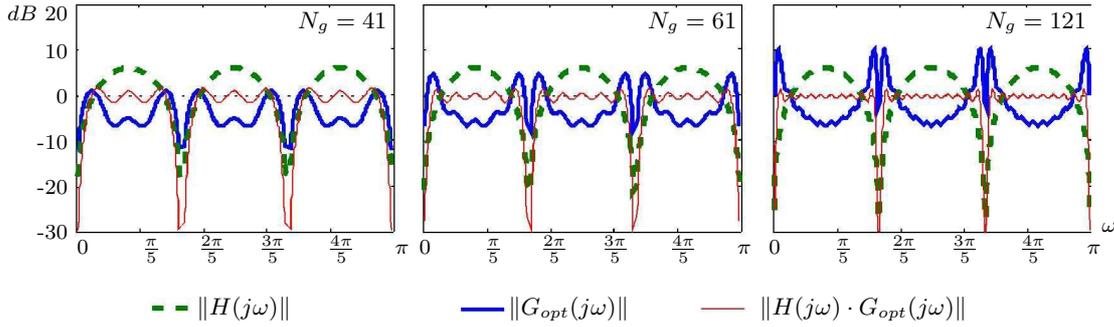


FIG. III.25 – réponses fréquentielles des modèles direct et inverse et produit des deux modèles pour le cas d'une mesure différentielle simple.

III.5.2.2 Le filtre inverse de Wiener

Cette approche prend en considération le bruit et définit un filtre inverse dit de Wiener qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre le signal désiré et le signal estimé. Cette méthode suppose que tous les signaux sont stationnaires et indépendants. La relation (III.47) exprime le filtrage direct :

$$d(n) = h(n) * a(n) + b(n) \quad (\text{III.47})$$

où $d(n)$ est le signal différentiel mesuré, $a(n)$ est le signal originel absolu et $b(n)$ est un bruit additif (bruit de mesure).

Le filtre de Wiener g estime le signal désiré :

$$\hat{a}(n) = g(n) * d(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k) d(n-k) \quad (\text{III.48})$$

et les coefficients de ce filtre sont fixés afin de minimiser l'erreur quadratique moyenne :

$$J = E \{ \|a(n) - \hat{a}(n)\|^2 \} \quad (\text{III.49})$$

La solution de ce problème est détaillée dans la littérature (Monson, 1996 ; Haykin, 1996 ; Widrow, 1985). En combinant les équations (III.48) et (III.49) on obtient :

$$J = E \{ a^2(n) \} + \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(l) g(k) E \{ d(n-l) d(n-k) \} + 2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g(l) E \{ a(n) d(n-l) \} \quad (\text{III.50})$$

où $E \{d(n-l)d(n-k)\}$ est la fonction d'autocorrélation de $d(n)$ et $E \{a(n)d(n-l)\}$ est la fonction d'intercorrélacion entre a et d .

L'annulation de la dérivée du critère permet d'atteindre le filtre optimal :

$$\frac{\partial J}{\partial g(n)} = 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k) E \{d(n-l)d(n-k)\} - 2E \{a(n)d(n-l)\} = 0 \quad (\text{III.51})$$

de (III.51) on obtient la solution :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_{opt}(k) E \{d(n-l)d(n-k)\} = E \{a(n)d(n-l)\} \quad (\text{III.52})$$

La transformée en Z de g_{opt} (Widrow, 1985) est alors :

$$G_{opt}(z) = \frac{P_{ad}(z)}{P_d(z)} \quad (\text{III.53})$$

où $P_d(z)$ est la densité spectrale de puissance (la transformée en Z de la fonction d'autocorrélation) du signal mesuré d et $P_{ad}(z)$ est la densité interspectrale de puissance (la transformée en Z de la fonction d'intercorrélacion) entre les signaux originel a et mesuré d . La densité interspectrale est donnée par :

$$P_{ad}(z) = A(z)D^\circ(z) \quad (\text{III.54})$$

En supposant que le bruit b est non corrélé, ni avec d ni avec a , la densité spectrale P_d est la somme de deux spectre de puissance selon l'équation suivante :

$$P_d(z) = P_a(z) \|H(z)\|^2 + P_b(z) \quad (\text{III.55})$$

et la densité interspectrale de puissance $P_{ad}(z)$ est donnée par (Widrow, 1985) :

$$P_{ad}(z) = P_a(z) z^{-\Delta} H^\circ(z) \quad (\text{III.56})$$

où $z^{-\Delta}$ est un retard pur du à la largeur du capteur.

En remplaçant (III.55) et (III.56) dans (III.53), il vient :

$$G_{opt}(z) = \frac{P_a(z)z^{-\Delta}H^\circ(z)}{P_a(z) \|H(z)\|^2 + P_b(z)} \quad (\text{III.57})$$

L'expression du filtre optimal de Wiener pour le filtrage inverse est donc donnée par :

$$G_{opt}(z) = \frac{z^{-\Delta}}{H(z)} \left[\frac{\|H(z)\|^2}{\|H(z)\|^2 + \frac{P_b(z)}{P_a(z)}} \right] \quad (\text{III.58})$$

L'expression (III.58) fait intervenir le rapport bruit/signal :

$$r(z) = \frac{P_b(z)}{P_a(z)} \quad (\text{III.59})$$

On remarque que $G_{opt}(z)$ tend vers $H^{-1}(z)$ si $r(z)$ tend vers zéro et que $G_{opt}(z)$ tend vers zéro si $r(z)$ devient très grand. Le rapport bruit/signal ajuste donc automatiquement le gain de recoloration, en particulier dans les zones de fréquences où $H(j\omega) \approx 0$ afin de diminuer l'influence du bruit après inversion. Les données a priori requises pour l'implantation de cette méthode sont la réponse impulsionnelle h du filtre direct et la valeur du rapport r bruit/signal.

Les figures III.26 et III.27 présentent un exemple simulé d'utilisation du filtre de Wiener récursif calculé pour une valeur du rapport bruit/signal $r = 0.1$, avec $L = 30$ mm et $dx = 5$ mm pour la mesure différentielle simple et double. La mesure absolue estimée est obtenue avec un retard qui dépend à la longueur du filtre inverse. Comme on le constate, pour la mesure différentielle simple et pour la mesure double différentielle, les filtres inverses de Wiener ont des réponses impulsionnelles infinies (RII).

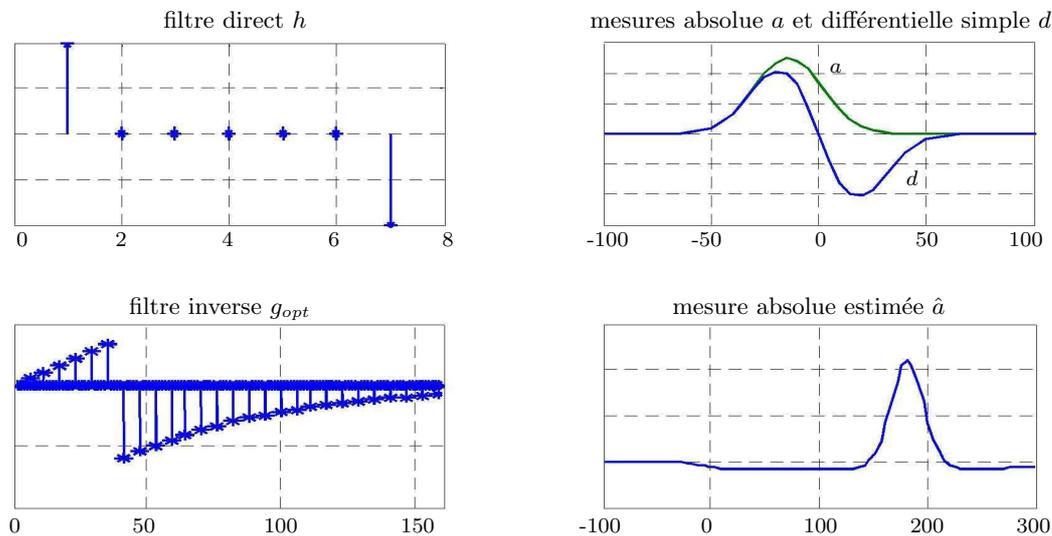


FIG. III.26 – exemple du filtrage inverse de Wiener pour la mesure différentielle simple.

Sur la figure III.28, on voit bien que G_{opt} inverse le modèle direct H sauf pour les zones de fréquences où $\|H(j\omega)\|$ tend vers zéro. Dans ces zones, l'amplitude du modèle inverse reste bien limitée, ce qui diminue l'influence du bruit. Cette limitation varie en fonction de la valeur du rapport bruit/signal.

L'approche de Wiener offre un cadre mieux adapté au problème inverse que la résolution aux moindres carrés simple dans la mesure où elle permet une prise en compte quantifiée du bruit par le biais de r , ce rapport pouvant le cas échéant être estimé fréquence par fréquence.

La figure III.29 montre un exemple de filtrage inverse de Wiener appliqué sur des défauts réels avec $r = 0.1$.

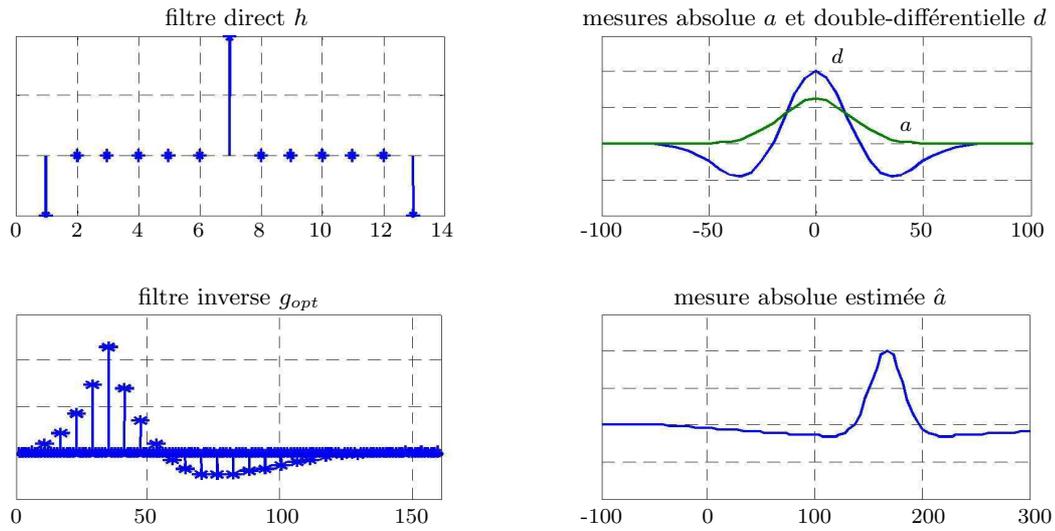


FIG. III.27 – exemple de filtres inverses de Wiener pour la mesure double-différentielle.

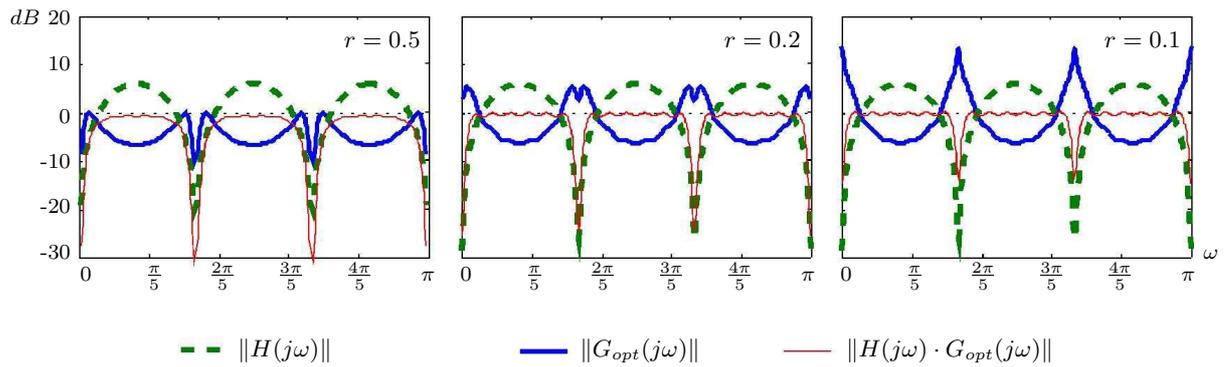


FIG. III.28 – réponses fréquentielles en fonction du rapport bruit/signal pour le filtrage de Wiener.

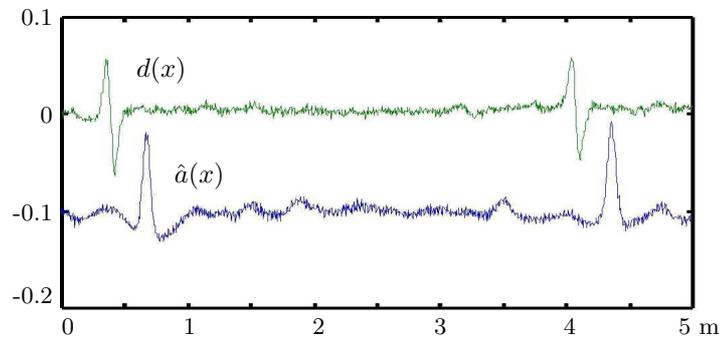


FIG. III.29 – exemple de filtrage inverse de Wiener sur un signal réel.

III.5.2.3 Utilisation du filtrage inverse pour la détection

Comme évoqué à la section III.1, la détection de défauts a été implantée de manière hiérarchique. Nous détaillons par la suite les trois bloc de détection/classification apparaissant à la figure III.30.

- détecteur JA

La variance des signatures de JA étant très importante, il n'a pas été jugée utile de complexifier les traitements pour la détection de cette classe. La simple règle suivante a été reprise :

$$D_{JA}(n) = d_1(n) \cdot d_2(n)$$

$$D_{JA}(x) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \Omega_{JA} \\ \Omega_{JA} \end{matrix} \text{seuil}_{JA}$$

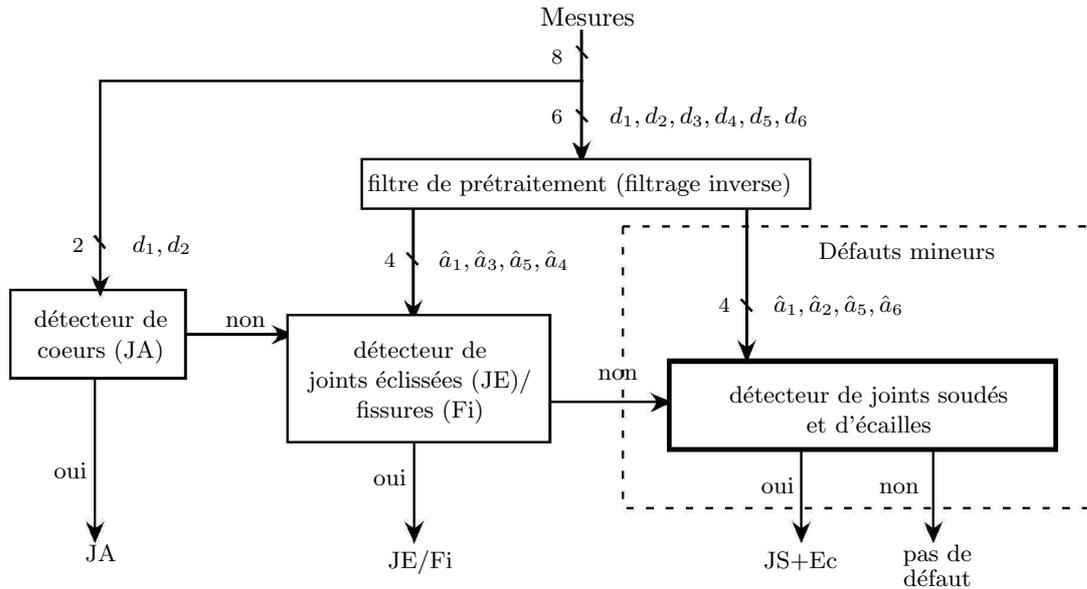


FIG. III.30 – prétraitement par filtrage inverse dans l'arbre de décision.

- détecteur JE/Fi

Si le détecteur JA n'est pas validé, le détecteur JE est ensuite activé. Le détecteur reprend la structure présentée au § III.4.2 mais après recoloration des signaux :

$$D_{JE}(n) = \hat{a}_1(n) \cdot \hat{a}_3(n) \cdot \hat{a}_5(n) \cdot \hat{a}_7(n)$$

$$D_{JE}(x) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} \Omega_{JE} \\ \Omega_{JE} \end{matrix} \text{seuil}_{JE}$$

- détecteur JS et détecteur Ec

Si le détecteur de JE n'est pas validé, les détecteurs JS et Ec sont activées avec le même niveau hiérarchique. Ceux-ci utilise les signaux recolorés par deux filtres de Wiener adaptés aux entraxes des deux bobines ($\ell_1 = 6$ et $\ell_2 = 12$).

La définition précise des détecteurs utilise la technique déjà évoquée d'agrégation multiplicative pour augmenter le contraste (cf. figure III.31).

Elle utilise également les connaissances a priori du comportement du capteur et de ses 4 voies CF sur les défauts JS et Ec. En effet comme on le constate sur les figures II.12 et II.13, les composantes réactives réagissent de manière opposée dans les cas des JS et des Ec. Ceci est lié à la modification locale des propriétés électromagnétique du rail au droit des JS (matériau d'apport de la soudure, recuit local lors de la soudure ...), phénomène absent lors du passage du capteur au-dessus d'une écaille où seules les caractéristiques géométriques de la cible se modifient.

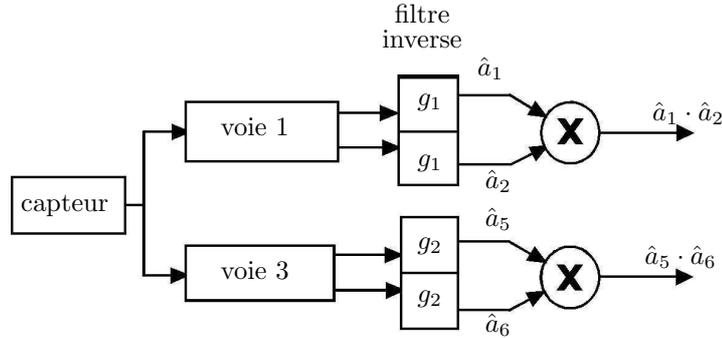


FIG. III.31 – prétraitement et agrégation de signaux.

Pour tenir compte de ces informations, les décisions sont prises dans des plans pseudo-lissajou (figure III.32) où des frontières linéaires sont placées sur les axes définis à la figure III.31, c'est-à-dire ($\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2$) et ($\hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6$) :

$$\begin{aligned}
 & [\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2 > \lambda \cap \hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6 > 0] \cup [\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2 > 0 \cap \hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6 > 4\lambda] \Rightarrow \Omega_{Ec} \\
 & [\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2 < -\mu \cap \hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6 < 0] \cup [\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2 < 0 \cap \hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6 < -4\mu] \Rightarrow \Omega_{JS} \quad (\text{III.60})
 \end{aligned}$$

Les réglages des seuils de détection λ et μ sont effectués séparément sur la base de défauts à l'aide de courbes COR. La figure III.33 présente le réglage de μ relativement à la détection des JS parmi les défauts mineurs avec filtrage inverse de Wiener ($r = 0.1$). Le point optimal donne une distance égale à 0.15 par rapport à la position (0,1) et qui correspond à $\mu = 3.6 \cdot 10^{-4}$.

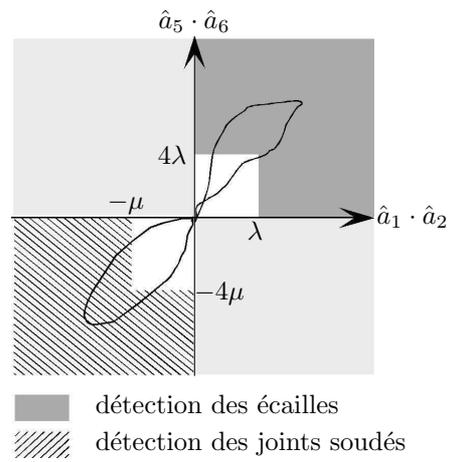


FIG. III.32 – le plan pseudo-lissajou de décision.

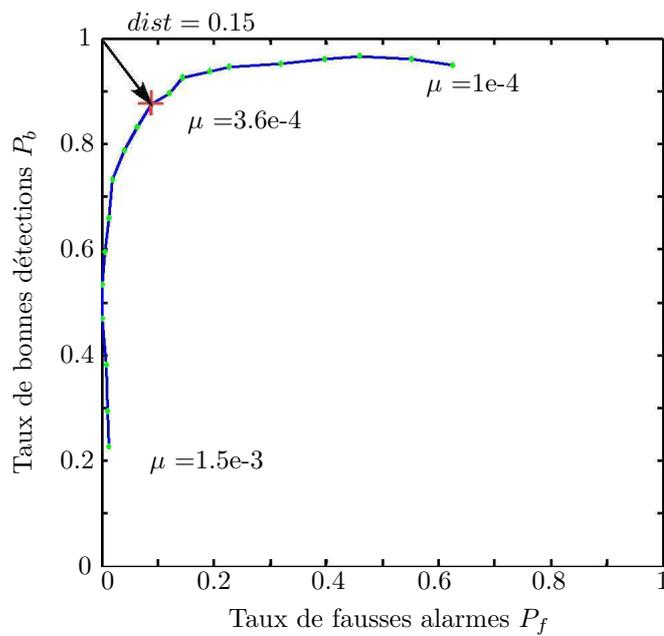


FIG. III.33 – Courbe COR pour la détection des JS avec le filtrage inverse de Wiener.

III.6 La séparation aveugle de sources pour le CND

III.6.1 Introduction

Cette section présente l'application de l'analyse en composantes indépendantes (ACI) pour la séparation aveugle de sources (SAS) (Blind Source Separation, en anglais) de défauts de rail issus du capteur CF.

Les domaines d'application de la SAS sont divers. Parmi eux on trouve le traitement de la parole (cocktail party effect (Choi *et al.*, 1997; Yen *et al.*, 1999; Lee *et al.*, 2000), le traitement de signaux biomédicaux ECG (Barros *et al.*, 1998; Lathauwer *et al.*, 1995) et EEG (Vigario et Oja, 2000; Makeig *et al.*, 1998)). On trouve également des applications pour le traitement de signaux en CND et en particulier pour les courants de Foucault. Dans (Morabito *et al.*, 2001), l'ACI est appliquée dans le contexte de la détection et la reconnaissance de fissures. Par prise en compte des informations sur l'amplitude et la phase des signaux mesurés, l'ACI permet d'extraire la perturbation dû aux effets de bord et de la séparer de la signature de la fissure. Dans (Fiori *et al.*, 2001), les signaux CF affectés par un bruit fort et des perturbations sont traités pour détecter les défauts des plaques métalliques. La disponibilité de mesures multiples permet la reconstruction de signaux indépendants, l'un d'eux représentant le défaut. Dans (Huez *et al.*, 2002), les performances d'un capteur CF dédié à la détection d'étiquettes métalliques enterrées sont améliorées par l'application de la séparation de sources.

La séparation de sources est un domaine d'étude dans lequel des signaux sources $s(t)$ sont reconstruits à partir de signaux de mélange $x(t)$. L'hypothèse commune est que les signaux sources sont statistiquement mutuellement indépendants et une solution est décrite par l'ACI (Comon, 1994; Cardoso, 1998; Hyvärinen et Oja, 2000; Sanchez, 2002).

Comme la SAS permet de séparer des sources indépendantes, l'idée est de pouvoir séparer les signatures des défauts dans une phase de prétraitement (figure III.34) facilitant la détection et la classification simultanées des défauts.

Une introduction de la technique SAS est donnée avant la présentation de son application dans l'approche détection et classification simultanées de défauts de surface de rail.

III.6.2 Principe de la séparation de sources

III.6.2.1 Modèle et hypothèses

La séparation de sources consiste à estimer des signaux sources à partir de signaux issus des capteurs (appelés aussi signaux observés ou mélanges). Le modèle le plus simple de la séparation de sources considère n signaux indépendants $S(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ et p signaux observés ou mélanges $X(t) = [x_1(t), \dots, x_p(t)]^T$ issus de p capteurs. Le nombre de signaux observés doit être supérieur ou égal au nombre des signaux sources ($p \geq n$).

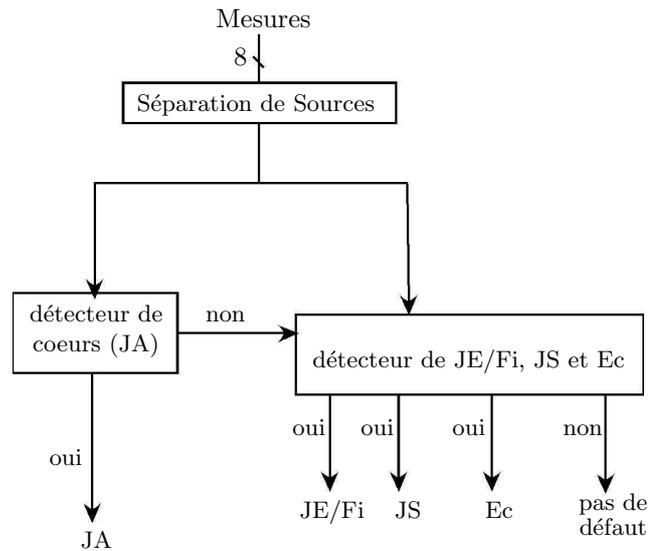


FIG. III.34 – arbre de décision

Dans le cas où le mélange est linéaire et instantané, on a :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}s_j(t) \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{III.61})$$

soit sous forme matricielle :

$$X(t) = A S(t) \quad (\text{III.62})$$

où A est une matrice dite de mélange.

La séparation de sources estime le vecteur source S à partir des signaux d'observation X à l'aide d'une matrice dite de séparation W (figure III.35) :

$$\hat{S}(t) = W X(t) \quad (\text{III.63})$$

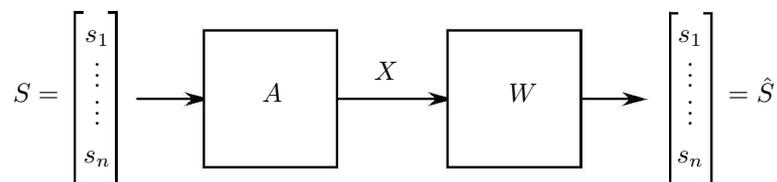


FIG. III.35 – principe de la séparation de sources.

La SAS est basée sur les hypothèses suivantes :

1. les sources sont mutuellement indépendantes, c'est-à-dire que leurs densités de probabilité vérifient : $f(s_i, s_j) = f(s_i)f(s_j)$,

2. les sources doivent avoir des distributions non-gaussiennes, sauf une au plus,
3. le mélange est linéaire instantané et la matrice A est carrée, mais cette supposition peut être allégée (Mansour, 1997).

A partir de l'équation (III.62), on peut noter les ambiguïtés suivantes, dues au fait qu'à la fois A et S sont inconnues.

On ne peut pas déterminer les variances (énergies) des s_i . Toute multiplication d'une source s_i par un scalaire peut être éliminée par la division de la i ème colonne de la matrice A par le même scalaire. La variance des s_i peut être fixée arbitrairement, en particulier $E\{s_i^2\} = 1$, et A adaptée en conséquence.

On ne peut pas déterminer l'ordre des s_i dans S . Toute permutation dans le vecteur des sources S peut être compensée par la même permutation des colonnes de A .

\hat{S} est alors une estimation de S à une permutation et un facteur d'échelle près car il est possible de construire une autre solution $\hat{A}'\hat{S}'(t)$ qui satisfait les mêmes conditions :

$$X(t) = \hat{A}\hat{S}(t) = AP^T\Lambda^{-1}\Lambda PS(t) = \hat{A}'\hat{S}'(t) \quad (\text{III.64})$$

avec une matrice de permutation P quelconque et une matrice d'échelle diagonale Λ .

Il existe plusieurs approches qui permettent la détermination de la matrice W . Dans (Mansour, 1997), on trouve une classification des algorithmes selon leurs caractéristiques les plus remarquables. Chaque approche minimise ou maximise une fonction dite de *contraste* pour déterminer W . On s'est intéressé à la solution donnée par l'algorithme FastICA (à point fixe) (Hyvarinen et Oja, 1997) qui va être décrit dans ce qui suit.

III.6.2.2 Indépendance et non gaussianité

Définitions et propriétés

Soit $f(y)$ la densité de probabilité d'une variable aléatoire (VA) y . On définit le moment d'ordre m par :

$$Mom_m = E\{y^m\} = \int y^m f(y) dy \quad (\text{III.65})$$

En pratique, on préfère considérer les moments centrés obtenus en soustrayant d'abord son moment d'ordre 1 (ou moyenne) à la VA. On définit donc le moment centré d'ordre m d'une VA :

$$Mom_m = E\{(y - E(y))^m\} \quad (\text{III.66})$$

Le moment centré d'ordre 2 d'une VA (ou variance) mesure sa dispersion autour de sa moyenne :

$$var(y) = E\{(y - E\{y\})^2\} = E\{y^2\} - E\{y\}^2 \quad (\text{III.67})$$

De même, la covariance cov entre deux VA y_1 et y_2 est définie par :

$$cov(y_1, y_2) = E\{(y_1 - E\{y_1\})(y_2 - E\{y_2\})\} = E\{y_1 y_2\} - E\{y_1\}E\{y_2\} \quad (\text{III.68})$$

On définit la fonction caractéristique ϕ_y d'une VA y par :

$$\phi_y(u) = E\{\exp(iuy)\} = \int \exp(iuy)f(y)dy \quad (\text{III.69})$$

Le développement en série de Taylor de ϕ_y autour de l'origine ($u=0$) fait apparaître les moments (Lebart *et al.*, 1982) :

$$\begin{aligned} \phi_y(u) &= \sum_{l=0}^m \frac{(iu)^l}{l!} E\{y^l\} + o(u^m) \\ Mom_m(y) &= E\{y^m\} = (-i)^m \frac{\partial^m \phi_y(u)}{\partial u^m} \Big|_{u=0} \end{aligned} \quad (\text{III.70})$$

où la notation $o(u^m)$ représente un terme qui tend vers zéro plus vite que u^m quand u tend vers zéro. Le logarithme de la fonction caractéristique fait apparaître des termes appelés les *cumulants* :

$$\begin{aligned} \log(\phi_y(u)) &= \sum_{l=0}^m \frac{(iu)^l}{l!} cum_l(y) + o(u^m) \\ cum_m(y) &= (-i)^m \frac{\partial^m \log(\phi_y(u))}{\partial u^m} \Big|_{u=0} \end{aligned} \quad (\text{III.71})$$

Si on pose $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$, une VA de dimension n , on définit alors le cumulant d'ordre m de Y :

$$\begin{aligned} cum_m(Y) = cum(y_1, y_2, \dots, y_m) &= (-i)^m \frac{\partial^m \log(\phi_Y(U))}{\partial u_1 \partial u_2 \dots \partial u_m} \Big|_{U=0} \\ &= (-i)^m \frac{\partial^m \log(E\{\exp(i \sum_{j=1}^m u_j y_j)\})}{\partial u_1 \partial u_2 \dots \partial u_m} \Big|_{U=0} \end{aligned} \quad (\text{III.72})$$

Le terme $cum(y_1, y_2, \dots, y_m)$ est appelé le cumulant croisé des VA $\{y_j\}^m$. Toutefois le calcul direct des cumulants à l'aide de ces définitions est très lourd. Il existe des formules plus simples (McCullagh, 1987) (formules de Leonov et Shiryaev) liant les moments et cumulants. Le cumulant d'ordre 1 d'une VA est sa moyenne.

Pour deux VA y_1 et y_2 , on a par exemple :

$$cum(y_1, y_2) = E\{y_1 y_2\} - E\{y_1\}E\{y_2\} = cov(y_1, y_2) \quad (\text{III.73})$$

D'autre part pour plusieurs VA centrées, on a :

$$\begin{aligned} cum(y_1, y_2, y_3) &= E\{y_1, y_2, y_3\} \\ cum(y_1, y_2, y_3, y_4) &= E\{y_1, y_2, y_3, y_4\} - E\{y_1, y_2\}E\{y_3, y_4\} \\ &\quad - E\{y_1, y_3\}E\{y_2, y_4\} - E\{y_1, y_4\}E\{y_2, y_3\} \end{aligned} \quad (\text{III.74})$$

en particulier :

$$cum_4(y) = E\{y^4\} - 3(E\{y^2\})^2 \quad (\text{III.75})$$

Deux variables aléatoires y_1 et y_2 sont indépendantes si la valeur de y_1 ne donne aucune information sur la valeur de y_2 . L'indépendance peut être définie par les densités de probabilité. Si $f(y_1, y_2)$ est la fonction densité de probabilité conjointe de y_1 et y_2 , la densité de probabilité marginale de y_1 s'écrit :

$$f_1(y_1) = \int f(y_1, y_2) dy_2 \quad (\text{III.76})$$

de même pour $f_2(y_2)$:

$$f_2(y_2) = \int f(y_1, y_2) dy_1 \quad (\text{III.77})$$

Si les VA y_1 et y_2 sont indépendantes alors :

$$f(y_1, y_2) = f_1(y_1) f_2(y_2) \quad (\text{III.78})$$

Cette relation peut être étendue à un nombre de VA $n > 2$. Dans ce cas, la densité conjointe est le produit des densités marginales des n VA.

Par ailleurs, si y_1 et y_2 sont indépendantes, on a :

$$E \{y_1 y_2\} = E \{y_1\} E \{y_2\} \quad (\text{III.79})$$

En effet, sous (III.78) :

$$\begin{aligned} E \{y_1 y_2\} &= \int \int y_1 y_2 f(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = \int \int y_1 f_1(y_1) y_2 f_2(y_2) dy_1 dy_2 \\ &= \int y_1 f_1(y_1) dy_1 \int y_2 f_2(y_2) dy_2 = E \{y_1\} E \{y_2\} \end{aligned}$$

On peut dire aussi que deux VA sont indépendantes si tous les cumulants croisés sont nuls (Mendel, 1991 ; Nikias et Mendel, 1993). En pratique, on se contente d'examiner les cumulants d'ordre faible, de 2 à 4 en général.

Cumulant d'ordre 2

Une forme allégée de l'indépendance est la non-corrélation. Deux VA y_1 et y_2 sont non-corrélées si leur cumulant d'ordre 2 (III.73) (covariance) est nul :

$$cum(y_1, y_2) = E \{y_1 y_2\} - E \{y_1\} E \{y_2\} = 0 \quad (\text{III.80})$$

Cette équation est vérifiée si y_1 et y_2 sont indépendantes. L'indépendance implique donc la non-corrélation, par contre la non-corrélation n'implique pas toujours l'indépendance puisqu'il faut en plus s'assurer de l'annulation des cumulants d'ordre supérieure à 2.

Beaucoup de méthodes d'ACI considèrent la non-corrélation comme estimateur de l'indépendance, ce qui réduit le nombre de paramètres et simplifie le problème. Mais ceci n'est pas suffisant dans beaucoup d'applications pour séparer des signaux et il faut rechercher des mesures plus appropriées de l'indépendance.

Des variables gaussiennes

Si l'on suppose la matrice de mélange A orthogonale et les sources s_i gaussiennes centrées et de variances égales à 1, alors les mélanges x_i sont gaussiens et non-corrélés. Leur densité conjointe est :

$$\mathbf{p}(x_i, x_j) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{x_i^2 + x_j^2}{2}\right) \quad (\text{III.81})$$

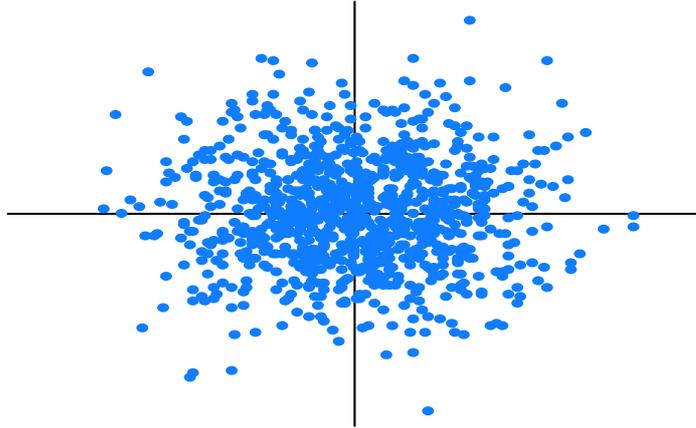


FIG. III.36 – réalisation de couple aléatoires gaussien.

La densité est donc complètement symétrique (figure III.36). Toute transformation linéaire de VA gaussienne est une VA gaussienne. Tous les cumulants (croisés ou non) d'ordre strictement supérieurs à 2 des VA gaussiennes sont nuls. Leur indépendance est donc assurée dès que leurs covariances (ou corrélations) sont nulles. Donc la séparation de signaux gaussiens est impossible sans autres hypothèses ; dans un problème SAS ; les sources doivent être non gaussiennes, sauf une au plus.

La non-gaussianité est l'indépendance

La clef pour estimer le modèle ACI (III.63) est la non-gaussianité. Selon le théorème classique de la limite centrale (Lebart *et al.*, 1982), la distribution d'une combinaison linéaire d'un grand nombre de VA, indépendantes et ayant même distribution, tend vers une distribution gaussienne. Supposons que toutes les VA indépendantes s_i ont la même distribution. Pour estimer une composante indépendante y , on considère une combinaison linéaire des x_i :

$$y = W^T X = \sum_i w_i x_i \quad (\text{III.82})$$

où W est un vecteur à déterminer. Si W^T est une ligne de A^{-1} , cette combinaison linéaire est une composante indépendante (III.63). En pratique, on ne peut déterminer W^T de cette manière car A est inconnue. En rapportant (III.63) dans (III.82), on obtient :

$$y = W^T X = W^T A S = Z^T S \quad (\text{III.83})$$

avec $Z = A^T W$, y est donc une combinaison linéaire des s_i par les coefficients z_i . Comme déjà évoqué, la combinaison linéaire de plusieurs VA indépendantes et de même distribution tend vers une VA *plus gaussienne* que les VA originelles. En général, la combinaison $Z^T S$ est donc une VA plus gaussienne que les sources s_i . Dans le cas où $Z^T S$ égale une seule composante s_i , alors y sera moins gaussienne (non-gaussienne). Dans ce cas, un seul élément z_i de Z , correspondant à s_i , est non nul.

Extraire une composante s_i revient donc à choisir un vecteur W qui maximise la non-gaussianité de $W^T X$, qui correspond au cas où Z comprenant un seul élément non nul.

L'optimisation de la non-gaussianité dans un espace de dimension n présente $2n$ maxima locaux, deux pour chaque composante indépendante correspondant à s_i et $-s_i$. Trouver toutes les composantes indépendantes nécessite de trouver tous les maxima locaux, ce qui n'est pas difficile, car les s_i sont non corrélées. On peut rendre les mélanges x_i non corrélées pour faciliter l'estimation des sources s_i , ce qui correspond à une orthogonalisation des mélanges x_i (Cardoso, 1998).

III.6.2.3 Mesure de la non-gaussianité

Pour utiliser la non-gaussianité (NG) dans l'estimation des composantes indépendantes, on doit disposer d'un outil pour son évaluation quantitative. cette outil est appelé fonction de contraste. Pour simplifier, on suppose que y est centrée (moyenne nulle) de variance unitaire.

Le coefficient d'applatissage

Une mesure classique de la non-gaussianité est *le coefficient d'applatissage* (*kurtosis*) :

$$kurt(y) = E \{y^4\} - 3 (E \{y^2\})^2 \quad (\text{III.84})$$

Comme y est une VA centrée et de variance unitaire, $kurt(y) = E \{y^4\} - 3$. Ceci montre que le coefficient d'applatissage est simplement une version normalisée du moment d'ordre 4 ($E \{y^4\}$).

Si y est une VA gaussienne centrée, son moment d'ordre 4 égale $3(E\{y^2\})^2$ et son coefficient d'applatissage est nul. Maximiser $kurt$ revient à rendre la VA *la plus* non-gaussienne. Typiquement la non-gaussianité est mesurée par la valeur absolue du coefficient d'applatissage. Son carré ($kurt^2$) peut aussi être utilisé.

Le coefficient d'applatissage est largement utilisé pour la mesure de la NG dans l'analyse en composantes indépendantes. La principale raison est sa simplicité de calcul d'une part et ses propriétés théoriques d'autre part. Le coefficient d'applatissage peut être estimé simplement par l'utilisation du moment d'ordre 4 des données échantillonnées.

Théoriquement, l'analyse est simplifiée à cause de la propriété de linéarité suivante : si y_1, y_2 sont deux VA indépendantes, alors :

$$\begin{aligned} kurt(y_1 + y_2) &= kurt(y_1) + kurt(y_2) \\ kurt(\alpha y_1) &= \alpha^4 kurt(y_1) \end{aligned} \quad (\text{III.85})$$

où α est un scalaire.

Les méthodes d'ACI recherchent les composantes indépendantes par la maximisation de l'amplitude du *kurt*. Pour illustrer, nous traitons le cas à 2 dimension ($n = p = 2$).

On suppose le modèle $X = A S$, $kurt(s_1)$ et $kurt(s_2)$ nul et les sources de variance unitaire. On recherche une composante indépendante y :

$$y = W^T X \quad (\text{III.86})$$

Par la transformation (III.83), on a :

$$y = W^T X = W^T A S = Z^T S = z_1 s_1 + z_2 s_2 \quad (\text{III.87})$$

et par les propriétés (III.85) :

$$kurt(y) = kurt(z_1 s_1) + kurt(z_2 s_2) = z_1^4 kurt(s_1) + z_2^4 kurt(s_2) \quad (\text{III.88})$$

D'autre part, la contrainte de variance unitaire sur y s'écrit :

$$E \{y^2\} = z_1^2 + z_2^2 = 1 \quad (\text{III.89})$$

Géométriquement, le vecteur Z est contraint sur un cercle unitaire. Le problème d'optimisation revient maintenant à trouver le maximum de la fonction :

$$|kurt(y)| = |z_1^4 kurt(s_1) + z_2^4 kurt(s_2)| \quad (\text{III.90})$$

Pour simplifier, on suppose les *kurt* de même signe. On peut donc supprimer l'opérateur de valeur absolue.

On a dit que pour obtenir $y = \alpha s_i$ (α est un scalaire) il faut que y soit la moins gaussienne possible et pour cela il faut maximiser son *kurt*.

Le maximum de la fonction (III.90) se situe au point où exactement un seul élément de Z est égal à zéro et l'autre à ± 1 .

Dans la pratique, on démarre d'un vecteur W aléatoire, on calcule la direction pour laquelle le coefficient d'applatissage de $y = W^T X$ croit fortement (si le *kurt* > 0) ou décroît (si *kurt* < 0) ; on se base sur les échantillons disponibles $\{X(1), \dots, X(N)\}$ de X et on utilise la méthode du gradient ou une de ses extensions pour trouver le nouveau vecteur W .

L'exemple peut être généralisé pour une dimension arbitraire montrant que le coefficient d'applatissage peut être utilisé comme un critère d'optimisation du problème d'ACI. Cependant, le coefficient d'applatissage a quelques inconvénients dans la pratique quand sa valeur est estimée à partir des données mesurées. Le principal problème est qu'il est très sensible aux valeurs aberrantes. Sa valeur peut dépendre seulement de quelques observations erronées ou fausses. Le coefficient d'applatissage n'est pas une mesure robuste de la NG.

Néguentropie

Une seconde mesure de la NG est donnée par la *néguentropie*. Elle est basée sur l'information mutuelle d'*entropie*.

L'entropie d'une variable aléatoire peut être interprétée comme le degré d'information donnée par l'observation de la variable. La variable la plus aléatoire, imprédictible et instructurable, a son entropie maximale.

L'entropie H est définie pour une VA discrète scalaire par :

$$H(y) = - \sum_i P(y = a_i) \log[P(y = a_i)] \quad (\text{III.91})$$

où P est la fonction de probabilité de y et a_i sont ses valeurs possibles. Dans le cas continu, on l'appelle plutôt *l'entropie différentielle* :

$$H(y) = - \int f(y) \log(f(y)) dy \quad (\text{III.92})$$

Une propriété fondamentale de l'information mutuelle est qu'une VA gaussienne a la plus grande valeur d'entropie parmi toutes les VA de la même variance. Cela signifie qu'on peut utiliser l'entropie pour mesurer la NG. En pratique, on recherche la NG par maximisation d'une version légèrement modifiée de (III.91) appelée *néguentropie* (Lee *et al.*, 2000) :

$$J(y) = H(y_{\text{gauss}}) - H(y) \quad (\text{III.93})$$

où y_{gauss} est une VA gaussienne de même variance que y . Si $J(y) = 0$ alors y est une VA gaussienne.

Le calcul de J nécessite au préalable une estimation de la fonction de densité de probabilité de la VA. Une approximation de J est détaillée dans ce qui suit.

Approximation de la néguentropie

L'estimation de la néguentropie est difficile, mais elle reste néanmoins la principale *fonction de contraste*.

La méthode classique d'approximation de la néguentropie est l'utilisation d'un moment d'ordre supérieur comme celui-ci (Jones et Sibon, 1987) :

$$J(y) \approx \frac{1}{12} E \{y^3\}^2 + \frac{1}{48} kurt(y)^2 \quad (\text{III.94})$$

La variable y est supposée de moyenne nulle et de variance unitaire. La validité de cette approximation est très limitée. En particulier, ces approximations souffrent de la non-robustesse déjà évoquée du coefficient d'applatissage (*kurt*).

Une nouvelle approximation a été développée dans (Hyvärinen, 1998). Cette approximation est basée sur le principe du maximum d'entropie. En général, on obtient l'approximation suivante :

$$J(y) \approx \sum_{i=1}^p k_i [E \{\mathcal{G}_i(y)\} - E \{\mathcal{G}_i(\gamma)\}]^2 \quad (\text{III.95})$$

où k_i est une constante positive, γ est une VA gaussienne de moyenne nulle et de variance unitaire et \mathcal{G}_i est une fonction non-quadratique (Hyvärinen, 1998). (III.95) peut être utilisée pour construire une mesure de la NG qui est toujours non négative et égale à zéro si y est une VA gaussienne. Dans le cas où on utilisera qu'une seule fonction non-quadratique \mathcal{G} , l'équation (III.95) devient alors :

$$J(y) \approx [E \{\mathcal{G}(y)\} - E \{\mathcal{G}(\gamma)\}]^2 \quad (\text{III.96})$$

Si $\mathcal{G}(y) = y^4$, on obtient exactement l'équation (III.94), c'est-à-dire une approximation à base du coefficient d'applatissage. Si la fonction G est choisie d'une manière judicieuse, on aura des approximations de la néguentropie qui sont meilleures que celles données par (III.94). En particulier, si on choisit des fonctions \mathcal{G} à croissance lente, on obtient des estimateurs plus robustes. Les choix suivants de \mathcal{G} ont prouvé leurs efficacités :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1(u) &= \frac{1}{a_1} \log \cosh(a_1 u) \\ \mathcal{G}_2(u) &= -\exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{III.97})$$

où $1 \leq a_1 \leq 2$ est une constante adéquate.

Cette approximation de la néguentropie est utilisée comme fonction de contraste dans l'algorithme FastICA (Hyvarinen et Oja, 2000).

D'autres fonctions de contraste existent (Lee *et al.*, 2000), comme la minimisation de l'information mutuelle (Bell et Sejnowski, 1995), maximum de vraisemblance (Pham *et al.*, 1992 ; Cardoso, 1997) ou encore l'utilisation de l'analyse en composantes principales non linéaire pour résoudre le problème de la séparation de sources (Lee *et al.*, 2000).

Ces techniques s'avèrent performantes dans beaucoup de domaines applicatifs, mais elles peuvent s'avérer défailtantes dans des contextes pour lesquels elles n'ont pas été conçues, notamment pour des sources non stationnaires, corrélées ou en nombre excédant le nombre des signaux mélanges ou des mélanges non linéaires. C'est pourquoi un certain nombre d'adaptations s'imposent (Sanchez, 2002).

Pour notre application, on s'est intéressé à l'algorithme FastICA (Hyvarinen et Oja, 2000), présenté ci-après. Une démarche spécifique a été développée (cf. § III.6.3) pour pouvoir appliquer l'approche de séparation aveugle de sources à la séparation de défauts de surface de rail.

III.6.2.4 L'algorithme FastICA

La première étape de l'algorithme consiste à blanchir les données, c'est-à-dire les rendre centrées de variance unitaire et mutuellement orthogonales à l'aide de la méthode d'analyse en composantes principales (ACP). Puis, l'algorithme effectue une optimisation itérative de la fonction de contraste (III.96) pour déterminer la matrice de séparation W . L'étape 6 assure l'orthogonalité de la matrice W résultante ($WW^T = I$).

Le tableau III.1 résume les différentes étapes de l'algorithme FastICA pour une matrice de séparation W .

-
1. centrer les données
 2. orthogonaliser les données $Z(t) = B X'(t)$, où $\{Z(t) Z^T(t)\} = I$
 3. choisir un vecteur initial W aléatoire avec $WW^T = I$, $i = 0$
 4. $k = 1$, $i \leftarrow i + 1$
 5. $w_i(k) \leftarrow E \{Z \mathcal{G}(w_i(k-1)^T Z)\} - E \{\mathcal{G}'(w_i(k-1)^T Z)\} w_i$,
où \mathcal{G} est une fonction choisie (III.98) (\mathcal{G}' la dérivée)
 6. $w_i(k) \leftarrow w_i(k) - \sum_{j=1}^{i-1} (w_i(k)^T w_j) w_j$
 7. $w_i(k) \leftarrow \frac{w_i(k)}{\|w_i(k)\|}$
 8. si $|w_i(k)^T w_i(k-1)|$ ne converge pas vers 1, $k \leftarrow k + 1$ revenir à l'étape 5
 9. si $i < n$ (n : nombre de sources), revenir à l'étape 4
-

TAB. III.1 – l'algorithme FastIca (Hyvarinen et Oja, 2000).

Dans l'approche par *déflation* (extraction d'une seule source à la fois), les étapes 5, 6 et 7 sont répétées pour chaque vecteur de W . Pour l'approche *symétrique* (extraction des n sources au même temps), l'étape 6 devient :

$$W \leftarrow (W W^T)^{-\frac{1}{2}} W \quad (\text{III.98})$$

et l'étape 5 est répétée, à chaque itération, pour chaque source.

III.6.3 Application de la SAS aux signaux CF

Le capteur à courants de Foucault (CF) comporte 2 bobinages différentiels d'entraxe différents (30 mm et 120 mm) et deux fréquences de contrôle (10 KHz et 100 KHz). Donc 4 voies complexes sont délivrées (8 signaux réels).

A partir des relevés des signaux réels enregistrés durant les essais et l'étiquetage de tous les points singuliers et défauts présents, on a construit 8 signatures types réelles pour chaque défaut (cf. § II.3.4).

Le prétraitement par séparation de sources cherche à construire d'autres signaux à partir des signaux initiaux, regroupant un défaut ou une famille de défauts et facilitant leurs discrimination.

Afin d'appliquer la séparation de source, il faut tout d'abord déterminer le nombre de sources à séparer.

III.6.3.1 Détermination du nombre de sources indépendantes

La figure III.37 montre les courbes pseudo-lissajou de la signature type de JE. Cette représentation nous permet de déduire quelles sont les signatures qui sont corrélées entre elles afin de déterminer le nombre de mélanges linéaires et le nombre de sources représentant un JE.

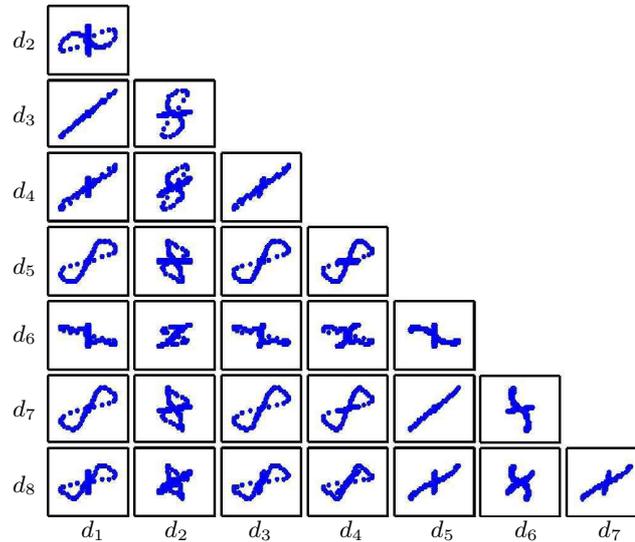


FIG. III.37 – réalisation dans le plan pseudo-lissajou de la signature type de JE.

Dans cette figure on remarque que (d_1, d_3, d_4) sont fortement corrélés et (d_5, d_7, d_8) le sont aussi. On peut déduire donc qu'un JE comprend 4 sources qui sont :

- (d_1, d_3, d_4) : 3 mélanges associés à une source,
- d_2 : une source,
- (d_5, d_7, d_8) : 3 mélanges associés à une source,
- d_6 : une source.

La figure III.38 montre les courbes pseudo-lissajou de la signature type de JA. On remarque qu'il y a des non-corrélation assez importantes entre signaux.

Si l'on considère que deux signatures (d_i, d_j) sont bien corrélées si $|corr(d_i, d_j)| \geq 0,94$, alors pour le JA type, on a 5 sources :

- (d_1, d_3) : 2 mélanges associés à une source,
- (d_2, d_6) : 2 mélanges associés à une source,
- (d_5, d_7) : 2 mélanges associés à une source,
- d_4 : une source,
- d_8 : une source.

Le tableau suivant regroupe tous les résultats concernant la détermination des sources indépendantes pour chaque type de défaut.

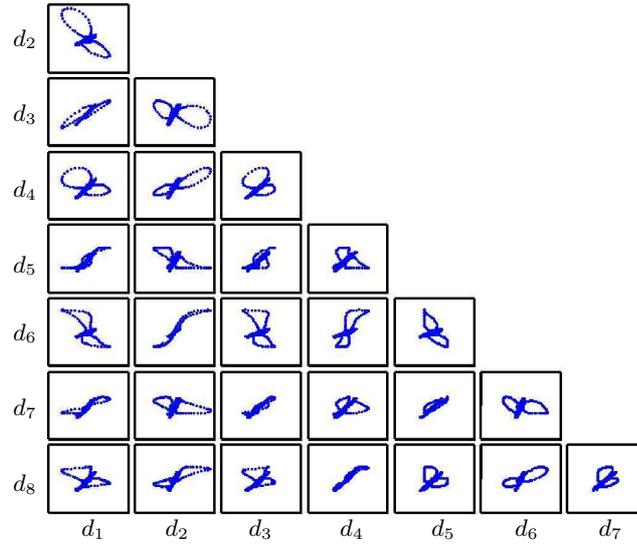


FIG. III.38 – réalisation dans le plan pseudo-lissajou de la signature type de JA.

défaut $\#j$	regroupements	nombre de sources indépendantes
1 (JE)	$(d_1, d_3, d_4), (d_2), (d_5, d_7, d_8), (d_6)$	4
2 (JS)	$(d_1, d_3, d_4), (d_2), (d_5, d_6, d_7), (d_8)$	4
3 (Ec)	$(d_1, d_2, d_3, d_4), (d_5, d_6, d_7, d_8)$	2
4 (JA)	$(d_1, d_3), (d_2, d_6), (d_4), (d_5, d_7), (d_8)$	5

TAB. III.2 – les sources indépendantes.

On remarque que le groupe (d_1, d_3, d_4) contient 3 signaux mélanges de 3 signatures de défauts. Chaque signature représente un défaut différent pour chacune. C'est ce groupe qui est considéré comme le mélange linéaire de 3 sources indépendantes où chaque source représente un défaut (soit un JE, soit un JS, soit une Ec). On va appliquer la SAS sur ce groupe supposé être un mélange linéaire des signatures des défauts (JE, JS, Ec).

III.6.3.2 Séparation de trois types de défauts (JE, JS, Ec)

Pour valider l'approche, 3 signaux synthétiques (d_1, d_3, d_4) ont été construits à l'aide des signatures types des JE, JS et Ec données à la section II.3.4. Ces signaux se veulent représentatifs d'une voie métro réelle et comporte une vingtaine de JE, une vingtaine de JS et une vingtaine d'Ec répartis aléatoirement sur une longueur de 500 m de rail. Un bruit gaussien d'écart type $\sigma = 0.005$ a été rajouté.

On prend le groupe (d_1, d_3, d_4) représentant 3 mélanges linéaires des trois types de

défauts (JE, JS, Ec). Un extrait des signaux mélanges est montré sur la figure III.39.

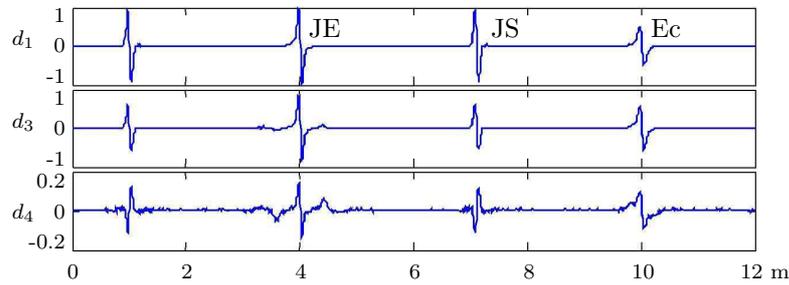


FIG. III.39 – un zoom sur le signal synthétique.

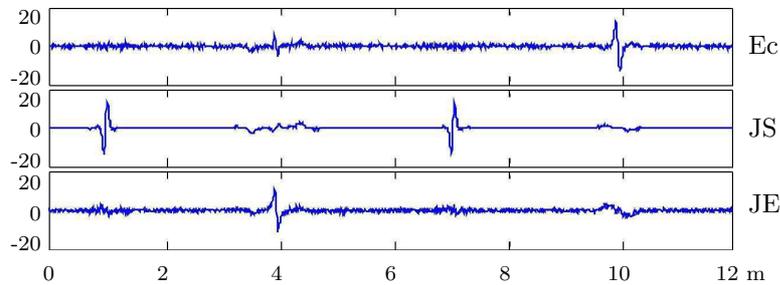


FIG. III.40 – un zoom des signaux après séparation.

L'algorithme FastICA avec une approximation de la néguentropie selon l'équation (III.96) fournit une matrice de séparation W_{synth} à partir des signaux mélanges synthétiques (d_1, d_3, d_4) (figure III.39). On constate bien que les signatures types des défauts sont séparées (figure III.40). Chaque source estimée ne comporte pratiquement que les signatures d'un seul type de défauts (JE, JS, Ec).

III.6.3.3 Application sur exemple réel

Dans l'étape précédente, on a déterminé une matrice de séparation W_{synth} des défauts (JE, JS, Ec) à partir des signaux mélanges synthétiques contenant des signatures types de ces défauts. Le signal synthétique est considéré comme représentatif des signaux réels dont on dispose.

L'étape suivante consiste à appliquer cette matrice de séparation sur des signaux réels. La SAS est alors utilisée comme un prétraitement dans l'arbre de décision (figure III.41). Ce document ne présente que les résultats de la séparation des défauts (JE, JS, Ec) sachant que la détection et la classification des JA est réalisable de la même manière (Bentoumi *et al.*, 2004)

La figure III.42 présente une portion des signaux réels (d_1, d_3, d_4). On remarque la présence d'une signature d'un coeur (cf. § II.3.4). On suppose bien sûr que la détection et la classification des JA sont bien effectuées par la cellule *détecteur JA* (cf. figure III.43).

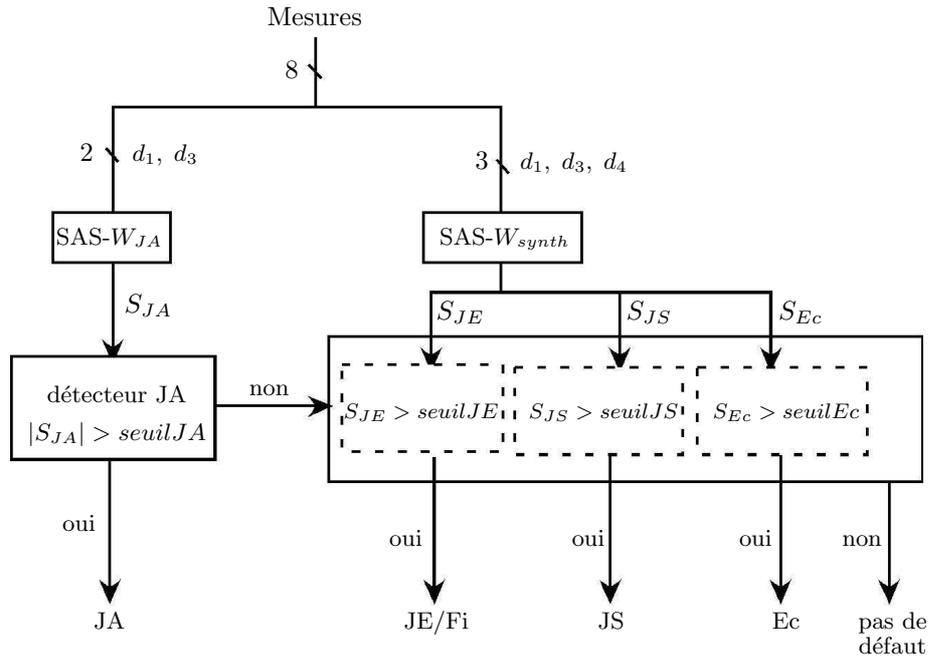


FIG. III.41 – arbre de décision modifié.

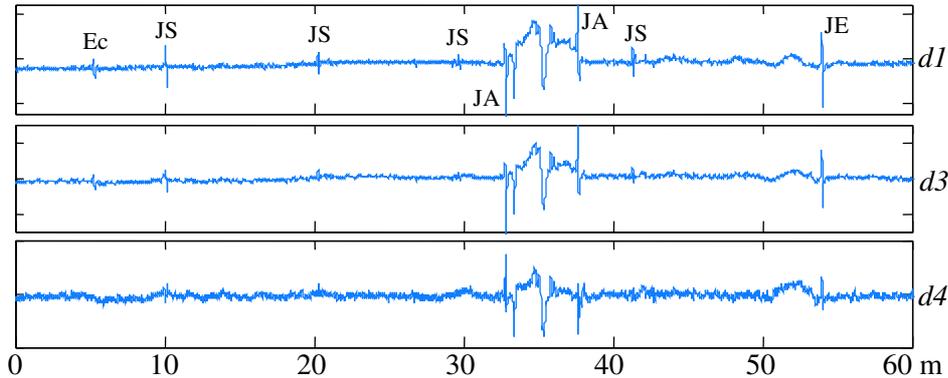


FIG. III.42 – un zoom des signaux réels.

La figure III.43 présente les signaux estimés par la matrice de séparation W_{synth} . La zone blanche représente l'inhibition des traitements par la cellule *détecteur JA* lors du passage du coeur (JA). Une fois sortie de cette zone, les traitements sont relancés.

On constate que la détection et la séparation des JE et des JS sont relativement bonnes. Par contre, on n'arrive pas à séparer les Ec, elles sont noyées dans le signal bruité de la première source estimée.

La séparation de source pour cette application constitue un bon moyen de visualisation, facile à mettre en oeuvre. Mais l'automatisation de cette procédure de détection et classification reste difficile à cause de la variabilité des signatures des défauts et des gains

électronique des voies CF qui peuvent se modifier individuellement en cours d'essais.

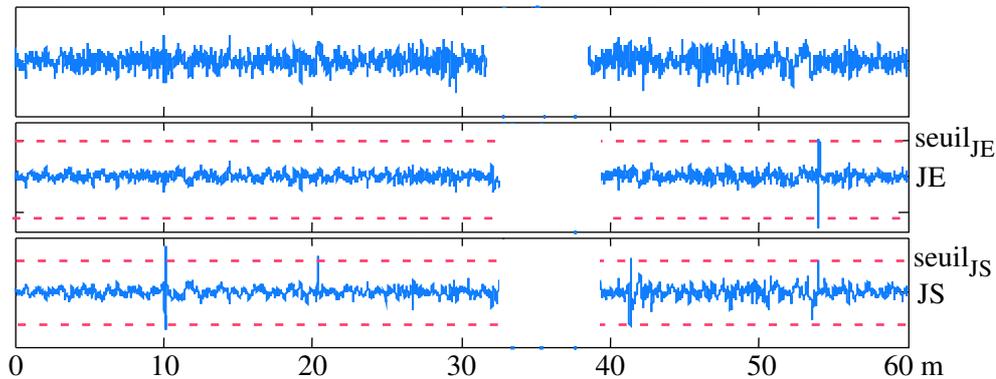


FIG. III.43 – un zoom des signaux après séparation.

III.7 Comparaison des méthodes présentées

Dans cette section, on compare les méthodes de détection et classification simultanées présentées dans les sections précédentes., selon les caractéristiques suivantes :

- nombre de signaux bruts utilisés,
- type de défauts détectés,
- type de défauts classés,
- temps de calcul.

Résumé des méthodes

La méthode heuristique exploite les paramètres temporels des signaux bruts pour la détection de défauts.

La détection par transformées en ondelettes résout le problème de détection dans l'espace temps-échelle et permet la détection de JE/Fi et de défauts mineurs.

Le filtrage adapté permet la détection des JE/Fi et de défauts mineurs.

Le filtrage inverse n'est qu'un prétraitement. Son association avec une procédure de détection spécifique permet une détection et classification des différents défauts.

La séparation de sources est avantageuse pour l'application temps réel, mais elle n'est pas suffisamment robuste.

La comparaison est présentée dans le tableau III.3. Le filtrage inverse et la transformée en ondelettes donnent de bons résultats par rapport aux autres méthodes, mais le détecteur avec le prétraitement par filtrage inverse est plus rapide en temps de calcul et permet aussi la classification des écailles parmi les défauts mineurs. C'est finalement cette solution qui sera implantée.

méthode	‡ de signaux	temps de calcul	type de défauts détectés et classés	taux de bonnes détections	taux de fausses alarmes
heuristique	2 ou 4 signaux	temps réel	(JE,Fi) (JS, Ec)	100 % 76 %	0 % 24 %
transformée en ondelettes	tous les signaux	long	(JE,Fi) (JS, Ec)	100 % 82 %	0 % 21 %
filtrage adapté	8 ou 4 signaux	long	(JE,Fi) (JS, Ec)	100 % 85 %	0 % 18%
filtrage inverse	6 signaux	moyen	(JE,Fi) JS Ec	100 % 91 % 80 %	0 % 4 % 40 %
filtre dérivateur récursif	6 signaux	rapide	(JE,Fi) JS Ec	100 % 96 % 89 %	0% 4 % 50 %
séparation de sources	3 signaux (d_1 , d_3 et d_4)	rapide *	JA (JE,Fi) JS	100 % 100 % 82 %	9 % 16% 15%

TAB. III.3 – comparaison des méthodes.

* si pré-calcul de la matrice de séparation.

les taux de 100 % de bonnes détections et de 0 % de fausses alarmes sont déterminés sur la seconde base de défauts.

III.8 Test insitu du démonstrateur temps réel

Les algorithmes proposés ont été testés en premier lieu sur carte DSP en laboratoire dans un environnement temps réel (DSpace). Une interface graphique nous a permis de visualiser les signaux en cours de traitement et ainsi de vérifier le bon fonctionnement des algorithmes. Les détecteurs de défauts majeurs sont bien opérationnels. Les seuils de détection ont été fixés à des valeurs permettant de détecter tous les défauts majeurs pour des distances capteur/cible variant entre 30 et 40 mm. Tous les seuils ont été estimés à partir de la seconde base statistique réalisée lors du dépouillement des essais.

Pour les détecteurs de défauts mineurs, certains points posent problème. Les signatures filtrées contiennent des lobes secondaires qui peuvent être détectés comme défaut, mais ce problème est géré par une distance inter-défaut qui élimine la détection multiple du même défaut.

Le filtrage inverse a été implanté et testé dans le démonstrateur gardant la même procédure de détection et classification simultanées que celle présentée dans la section III.5.2.3. Jugé un peu lourd en calcul, un autre filtre plus rapide a été implanté. Ce filtre est le filtre dérivateur récursif (Ragot *et al.*, 1990) (cf. annexe B).

La figure III.44 présente un exemple d'évolution de la partie active du premier signal d_1 de mesure sur 500 m de rail d'une interstation et les signaux intermédiaires obtenus pour la détection des défauts mineurs (JS, Ec).

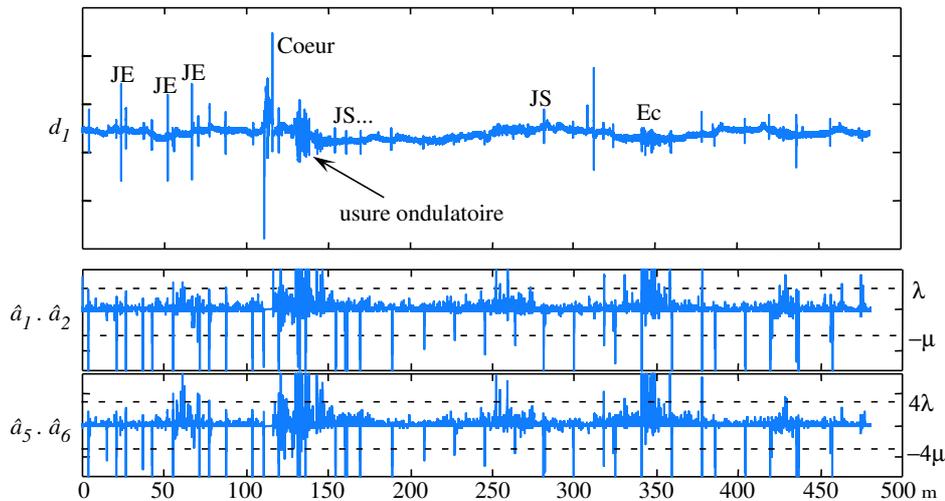


FIG. III.44 – évolution du signal d_1 sur 500m de rail et les signaux agrégés $\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2$ et $\hat{a}_5 \cdot \hat{a}_6$.

La figure III.45 présente de manière graphique et synthétique la comparaison d'un étiquetage de référence sur la même interstation et l'étiquetage automatique effectué par le système embarqué. La partie supérieure correspond à l'étiquetage de référence, la partie intermédiaire à l'étiquetage automatique et la partie inférieure présente une note d'intégrité calculée à partir de l'étiquetage automatique des écailles repérées avec un deuxième seuil ($\lambda_2 < \lambda$ (III.60)).

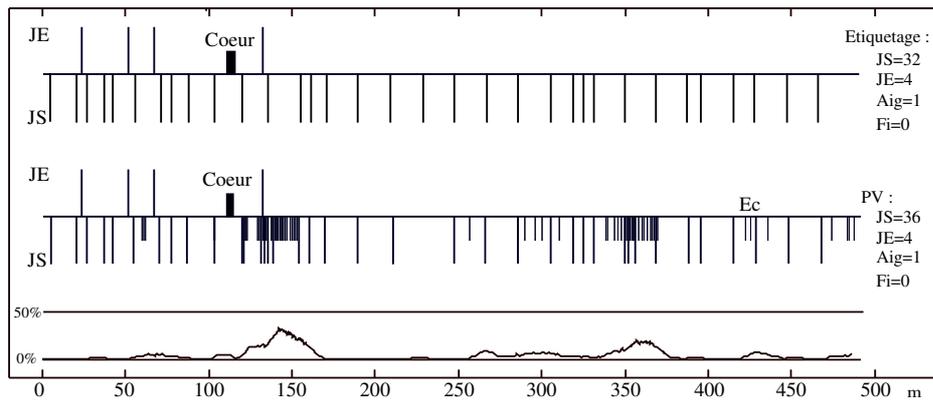


FIG. III.45 – comparaison entre l'étiquetage manuel et automatique.

L'étiquetage de référence a été effectué manuellement lors du dépouillement des essais ; il a nécessité des visites en voie afin de réaliser un étiquetage précis.

L'étiquetage automatique est celui effectué par le système embarqué (figure III.46) qui exécute l'algorithme de détection et classification simultanées (cf. § III.5.2.3). Chaque défaut détecté et classé est enregistré dans un fichier faisant office de procès verbal (PV) et visualisé sur un écran de contrôle (figure III.47).



FIG. III.46 – système embarqué.

Les JE sont représentés par des traits au dessus d'une ligne de référence sur le graphe de la figure III.45. Les coeurs (JA) sont représentés par une zone noire qui n'est pas analysée. Les défauts mineurs sont représentés par des traits au dessous de la ligne de référence (trait complet pour un JS, demi-trait pour une Ec).

Le système automatique ne fait pas distinction entre un joint éclissé et une fissure ; un dispositif de repérage de joint éclissé par étiquette électromagnétique a été ajouté pour pallier ce problème.

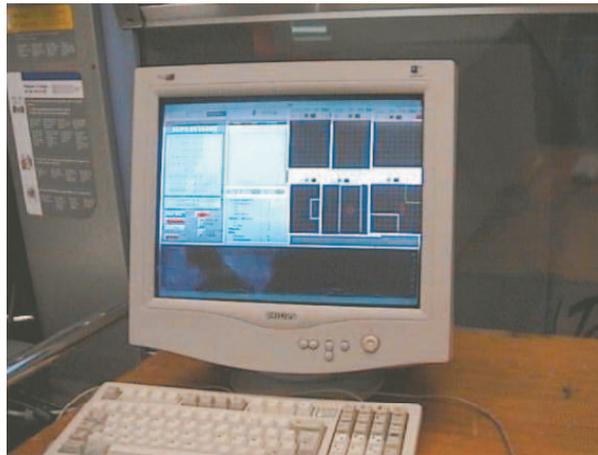


FIG. III.47 – écran de contrôle.

La note d'intégrité du rail informe sur la qualité du rail et permet de mettre en place une politique de maintenance préventive des rails. Cette note correspond au nombre d'écailles par zone de 10 m. Elle est calculée sur une fenêtre glissante de 10 m avec une distance minimale inter-défaut de 100 mm (100 % correspond à un maximum de 10 écailles par mètre).

Le démonstrateur de ce système de mesure a été effectuée avec succès en avril 2002 sur la ligne 7 de métro de Paris.

III.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté différentes approches pour la détection de défauts de rail avec la contrainte majeure de la puissance limitée de calcul du système embarqué. L'approche de détection et classification simultanées a permis de répondre à cette contrainte.

L'utilisation d'une sonde différentielle résout un certain nombre de problèmes techniques, mais ajoute des difficultés d'interprétation des signaux. Ces difficultés sont en partie levées grâce à l'utilisation de méthodes de résolution inverse qui reconstruisent les signaux absolus à partir des signaux différentiels. Cette approche est intéressante dans un contexte de détection de défauts par courants de Foucault et elle est transposable à d'autres technologies de mesure utilisant des sondes différentielles.

Le choix de l'implantation d'un bloc détection/classification simultanée a été validé lors des expérimentations. De plus, l'approche hiérarchique adoptée permet de limiter les calculs temps réel en fonction de la difficulté de reconnaissance des défauts. La courbe COR nous a permis d'évaluer les détecteurs et d'obtenir des valeurs de seuils optimaux pour le système de détection en temps réel.

Plusieurs détecteurs utilisent une fusion multiplicative entre voies relativement sommaire. Il conviendrait sans doute de se placer dans le cadre de la théorie de Demster-Shafer

pour en améliorer le fonctionnement, en particulier dans l'hypothèse de dysfonctionnement d'une voie parmi les autres.

Le travail réalisé dans cette partie a permis la finalisation de l'application Métro avec la réalisation d'un système prototype embarqué permettant une auscultation et un diagnostic du rail en temps réel avec de bonne performances.

Le chapitre suivant aborde la mise en oeuvre de l'approche de détection et classification successives ; cette approche n'est pas implantable en temps réel avec les moyens de traitement dont nous disposons aujourd'hui. Elle offre toute fois des perspectives pour l'amélioration des performances du système complet.

Chapitre IV

Mise en oeuvre de l'approche détection et classification successives

IV.1 Introduction

L'approche de détection et classification successives (cf. § I.2.2) se décompose en deux phases schématisées par deux blocs, comme indiqué sur la figure I.5 : un bloc de détection et un bloc de classification.

Les signaux issus du capteur sont, dans un premier temps, analysés de manière simple dans le bloc de détection pour la délivrance d'un signal d'alarme indiquant la présence ou non de défauts. La conception du bloc de détection (cf. figure IV.1) nécessite une sélection préalable des signaux sur lesquels l'analyse sera effectuée. Cette analyse porte sur des valeurs instantanées des signaux mesurés ou, par exemple, sur des signaux filtrés par un filtre adapté (cf. § III.4) ou sur des variances estimées sur fenêtres glissantes (Ragot *et al.*, 1990). Elle sera considérée comme un prétraitement. Avant de prendre une décision, une fusion des détections sera nécessaire si plusieurs tests par rapport à des seuils différents sont effectués.



FIG. IV.1 – bloc de détection détaillée.

Pour chaque point détecté, le bloc de classification est activé et une fenêtre d'observation est ouverte autour de ce point. L'ensemble des signaux présents dans cette fenêtre est transmis à un bloc de prétraitement (figure IV.2). Le problème du choix de la taille de la fenêtre d'observation se pose. Il faut que cette fenêtre soit suffisamment large pour observer la signature complète d'un défaut et suffisamment petite pour avoir une quantité réduite de données à traiter. Ce choix est en général heuristique et fonction de la forme des signatures des défauts.

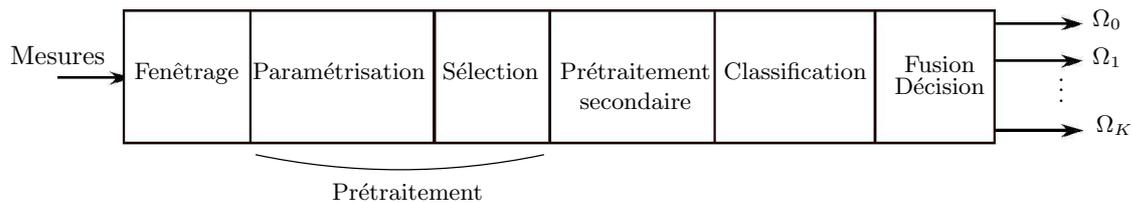


FIG. IV.2 – bloc de classification détaillée.

La phase de prétraitement se décompose généralement en deux étapes. La première étape est la paramétrisation qui traduit les données brutes après fenêtrage en un certain nombre de paramètres caractérisant les formes à classifier. Parmi les données brutes, certaines peuvent être utilisées directement, d'autres seront transformées (dans l'espace fréquentiel, par exemple). Le choix des données brutes utilisées et les transformations sont fonction du pouvoir de discrimination offert par le jeu de paramètres résultant. Le choix des outils de paramétrisation varie selon la nature de l'application et des données (ex : traitement d'image, traitement de la parole, ...).

Lorsque la paramétrisation est faite, le nombre de paramètres peut être important. La seconde étape est la sélection des paramètres les plus pertinents. La réduction du nombre de ces paramètres (ou variables) est un problème important dans la construction d'un classifieur. A cause de la *malédiction de la dimensionalité* (Bishop, 1995), il est nécessaire de réduire l'espace de représentation de l'entrée du classifieur. Cette étape consiste alors à sélectionner les paramètres les plus pertinents ou à construire un nouveau jeu de paramètres par combinaison des paramètres initiaux. Un prétraitement secondaire, qui consiste à centrer et à normaliser les données dans le même intervalle $[-1, +1]$, par exemple), améliore souvent nettement les performances finales.

Une fois les signaux de mesure numérisés et paramétrés, une procédure de classification est mise en oeuvre afin d'affecter chaque observation à une classe prédéfinie de défauts de rail. Des travaux précédents (Oukhellou, 1997) ont permis la mise au point d'un classifieur neuronal.

Les réseaux de neurones réalisent des opérations non linéaires sur l'espace des entrées et sont capables d'approcher toute fonction, avec un écart arbitrairement faible, à condition d'en complexifier suffisamment la structure. En ce sens, ils peuvent aisément réaliser l'approximation des probabilités d'appartenance aux classes de défauts.

Trois types de réseaux de neurones ont été testés : les réseaux de type perceptron multicouche (MLP), les réseaux à fonction de base radiale (RBF) et les mémoires auto-associatives (Fessant *et al.*, 2001). Les meilleurs résultats ont été obtenus avec des structures RBF utilisées avec une approche par partition, où le problème de classification à K classes est scindé en K sous-problèmes à 2 classes. C'est cette approche qui est utilisée par la suite.

Dans ce chapitre, on présente les résultats de performances des classifieurs linéaires (procédure de Ho-Kashyap et SVM linéaire) pour la tâche de classification. La comparaison avec les réseaux de neurones RBF précédemment proposés est effectuée par la suite.

La fonction Fusion-Décision (cf. figure IV.2) représente une règle de décision qui gère

les ambiguïtés et les conflits entre sous-classifieurs.

Dans la suite, on s'intéresse principalement à la phase de construction du classifieur. Cependant, les données d'apprentissage, les étapes de fenêtrage, de paramétrisation et de sélection de paramètres pertinents sont présentées (cf. figure IV.2).

La dernière section présente les performances de 3 classifieurs différents dans l'espace des paramètres avant sélection. Elle montre la robustesse des SVM par rapport aux autres classifieurs qui se dégradent à cause de la malédiction de la dimensionalité.

IV.2 Représentation des données

Dans la section II.3.4, les 8 signaux bruts numérisés, issus de l'instrumentation embarquée, ont été présentés pour chaque classe de défauts. Dans l'approche détection et classification successives (cf. § I.2.2), le bloc de détection délivre un signal d'alarme indiquant la présence de défauts et active le bloc de classification. Dans ce cas, une fenêtre de 500 mm, pour chacun des 8 signaux, est mémorisée. Avec un pas d'échantillonnage de 5 mm, chaque défaut est donc représenté par 800 échantillons. La manipulation directe des 800 échantillons pour chaque défaut est très coûteuse en calcul et conduit à des performances médiocres de classification. Une phase intermédiaire de paramétrisation des signaux et de sélection de paramètres (figure IV.2) s'est donc avérée nécessaire pour réduire la dimension de l'espace de représentation des défauts.

Cette nouvelle représentation doit garder une forte puissance descriptive des signaux et être insensible à des transformations telles que des retournements des signaux dus à une auscultation du rail en sens inverse.

IV.2.1 Paramétrisation des signaux

Des approches heuristiques offrent une paramétrisation simple et directe des signaux. Elles consistent à extraire un nombre réduit de paramètres qui peuvent être des caractéristiques spatio-temporelles, fréquentielles ou géométriques à partir des courbes de Lissajou dans le plan de phase. Dans le domaine temporel, un signal peut être décrit par des paramètres tels que la valeur crête-crête, la distance entre les pics positifs et négatifs du signal, l'énergie du signal, etc. Les paramètres déduits du domaine fréquentiel peuvent être l'énergie du signal, le maximum de la réponse en fréquence et sa valeur de fréquence associée. Les paramètres géométriques représentent les caractéristiques des trajectoires ou d'orientation des courbes des défauts dans le plan complexe.

Ces approches heuristiques sont basées sur l'expertise faite sur les signaux, ce qui limite leur capacité de généralisation si cette expertise n'est pas efficace. De plus, ces approches peuvent être très sensibles aux transformations. Pour ces raisons, des approches de modélisation paramétriques ont été adoptées. Le mode de paramétrisation le plus efficace s'est avéré être les Descripteurs de Fourier modifiés (DFM) (Oukhellou et Akinin, 1997).

La modélisation des signaux CF par les descripteurs de Fourier utilise la signature du

défaut détecté dans le plan complexe. Chaque voie de mesure (1 bobinage et 1 fréquence) est un signal complexe $s(n)$, $n \in [0, N]$, où N est la longueur de la fenêtre d'observation. Les coefficients de la transformée de Fourier discrète (TFD) de $s(n)$ sont donnés par :

$$\zeta_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-j2\pi nk/N} \quad (\text{IV.1})$$

On obtient ainsi N coefficients ζ_k espacés *fréquentiellement* de $\frac{1}{Nd_x}$ ($d_x=5$ mm). Ces descripteurs décrivent complètement le signal CF et constituent un jeu de paramètres primaires. Ils sont sensibles aux transformations du signal (retournement, ...). Par analogie avec les descripteurs de Granlund (Granlund, 1972), les Descripteurs de Fourier Modifiés (DFM) sont définis à partir des descripteurs primaires (Oukhellou et Akinin, 1997) par :

$$\chi_k = \frac{\zeta_k \zeta_{-k}}{|\zeta_1 \zeta_{-1}|}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{IV.2})$$

Ces nouveaux descripteurs sont insensibles à des transformations telles que des homothéties, des translations et des retournements temporels et sensibles à la rotation comme le résume le tableau IV.1. On notera que ces descripteurs sont complexes.

	Signal $s(n)$	DFM χ_k
translation	$s(n) + s_0$	χ_k
homothétie	$\lambda s(n)$	χ_k
retournement	$s(L - n)$	χ_k
rotation	$e^{j\varphi} s(n)$	$e^{j2\varphi} \chi_k$

TAB. IV.1 – influence des transformations sur les DFM.

Compte tenu du spectre limité des signaux CF, chaque signal est représenté par les 12 premiers descripteurs de Fourier modifiés. L'espace de représentation initial comprend donc 48 (12×4) variables complexes, soit 96 variables réelles.

IV.2.2 Sélection de paramètres

La base de données retenue contient 140 défauts étiquetés et répartis sur 4 classes (JE, JS, JA, Ec). La base est donc de dimension 140 x 96. Le nombre de variables reste trop grand pour effectuer une classification dans de bonnes conditions.

Parmi tous les paramètres disponibles (96 DFM par défaut), il est important de ne garder que les paramètres pertinents pour la séparation des classes. Les paramètres redondants ou non pertinents seront ignorés permettant la réalisation d'un classifieur moins complexe.

La sélection de paramètres à l'aide de l'OFR se décompose donc en deux étapes (algorithme décrit en annexe A) :

- le classement itératif des paramètres,
- le choix de la dimension du sous-espace de représentation à l'aide d'un critère d'arrêt.

La sélection des paramètres a été effectuée par la méthode d'orthogonalisation dite *Orthogonal Forward Regression* (OFR) (Chen *et al.*, 1991), associée à un critère d'arrêt de sélection par l'adjonction d'un paramètre aléatoire. Le principe de la méthode OFR est de procéder à un classement préalable des paramètres un à un, du plus pertinent au moins pertinent. Ce classement s'effectue de façon itérative. La pertinence d'un paramètre est estimée en mesurant sa colinéarité avec la sortie (le vecteur de classement des défauts étiquetés). Cependant, pour ne pas prendre en compte plusieurs fois la même information, il convient d'éliminer par projection orthogonale à chaque itération l'information contenue dans les paramètres déjà classés.

Le principe du critère d'arrêt utilisé est l'ajout d'un paramètre aléatoire au modèle initial. Les paramètres qui se trouvent classés après ce paramètre sont considérés comme insuffisamment pertinents pour expliquer la sortie et sont donc écartés (Oukhellou *et al.*, 1998).

Dans l'application considérée, la sélection de paramètres définit les sous-espaces de représentation pour la séparation d'une classe contre toutes les autres (1 parmi K). Comme dans (Oukhellou, 1997), On a pour chacun des sous-classifieurs les dimensions p_r d'entrée suivantes :

- Classifieur JE/autre : $p_r = 15$,
- Classifieur JS/autre : $p_r = 15$,
- Classifieur JA/autre : $p_r = 8$,
- Classifieur Ec/autre : $p_r = 9$.

IV.3 Structure du classifieur

Comme évoqué précédemment (cf. § I.4.4), trois structures ont été proposées pour les classifieurs multi-classes : l'approche globale, l'approche 1 parmi K et l'approche deux à deux. L'approche 1 parmi K donne de bons résultats et est la plus utilisée (Rifkin et Kaultau, 2004).

Cette approche scinde le problème de classification à K classes en K sous-problèmes traitant la discrimination d'une classe. De cette façon, les difficultés de classification sont sériées et le problème complet est moins complexe. Dans notre application, le problème à 4 classes se ramène à la construction de 4 sous-classifieurs élémentaires (figure IV.3).

Chaque sous-classifieur est optimisé séparément (espace d'entrée, architecture interne, classifieur linéaire ou non linéaire). Puis il faut affecter chaque observation à une classe à partir des sorties des 4 sous-classifieurs à l'aide d'une règle de décision.

Dans ce travail, on a utilisé deux règles de décision. La première règle dite *globale avec rejet* correspond à une classification avec une classe de rejet (Ω_0) et consiste à ne prendre en compte que les cas où les sorties des sous-classifieurs ne sont pas en conflit. Les taux

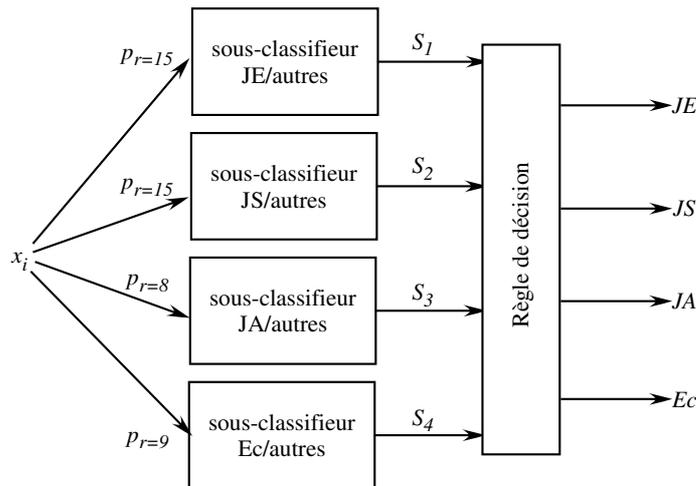


FIG. IV.3 – approche 1 parmi K pour la classification multi-classes.

de bonne classification du classifieur global y sont déterminés en considérant les conflits et les ambiguïtés (cf. § I.4.4) comme des erreurs de classification. La seconde règle dite *globale avec gestion d'ambiguïté* consiste à affecter l'observation à la classe correspondant au sous-classifieur dont la sortie est maximale.

IV.4 Classification des défauts de rail dans l'espace réduit

Dans cette section, 3 types de classifieurs sont présentés : deux classifieurs linéaires (Ho-Kashyap, SVM linéaire) et un classifieur non linéaire (réseaux de neurones RBF).

IV.4.1 Classification linéaire : procédure de Ho-Kashyap

L'algorithme de Ho-Kashyap produit un classifieur linéaire (cf. § I.4.1.4). Pour un pas du gradient $0 < \eta < 1$, il converge, en un nombre fini d'itérations, vers 0, pour des données linéairement séparables, vers une valeur non nulle, sinon.

Un sur-apprentissage ne garantit pas une bonne généralisation même si les données sont linéairement séparables. L'évaluation de l'erreur de généralisation, par la procédure LOO (cf. § I.4.5), à chaque itération de la procédure de Ho-Kashyap, permet de choisir le nombre d'itérations optimum pour l'apprentissage du classifieur final.

La figure IV.4 montre l'évolution de l'erreur de généralisation, estimée par la procédure LOO, en fonction du nombre d'itérations pour les 4 sous-classifieurs. Elle varie en fonction du nombre d'itérations et atteint un minimum pour un nombre d'itérations inférieur à celui atteint pour la convergence.

Le classifieur global final est conçu après apprentissage des 4 sous-classifieurs avec comme critère d'arrêt le nombre d'itérations optimal pour chaque sous-classifieur. Ce

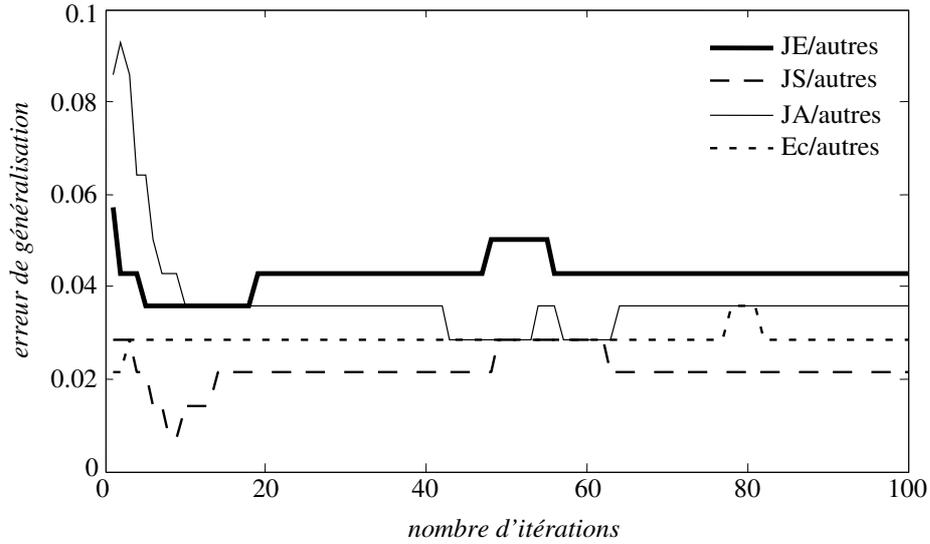


FIG. IV.4 – erreur de généralisation en fonction du nombre d'itérations.

critère d'arrêt est appelé *Early Stopping* (Lauer *et al.*, 2004). Cette procédure tolère des erreurs d'apprentissage pour améliorer la capacité de généralisation.

Le tableau IV.4.1 présente les performances (LOO) de la classification linéaire par la procédure de Ho-Kashyap. La colonne HK correspond à un apprentissage standard jusqu'à convergence, la colonne HKES à un apprentissage avec *Early Stopping*.

	HK	HKES
Classe JE/autres	94.3 %	96.4%
Classe JS/autres	96.4 %	99.3%
Classe JA/autres	95.7 %	97.1%
Classe Ec/autres	97.9 %	97.9%
Globale avec rejet	87.1 %	92.1 %
Globale avec gestion d'ambiguïté	95.7 %	97.1 %

TAB. IV.2 – performances pour la procédure de Ho-Kashyap.

On constate une nette amélioration des performances du classifieur global avec gestion d'ambiguïté par rapport à celui avec rejet. La procédure de Ho-Kashyap avec *Early Stopping* améliore la généralisation du classifieur linéaire.

La procédure de Ho-Kashyap avec *Early Stopping* peut être appliquée quand les données sont non linéairement séparables. Cela est comparable avec la marge douce (soft margin) des SVM, mais sans maximisation de la marge.

IV.4.2 Classification par SVM linéaire

La classification par SVM est une classification binaire séparant deux classes seulement. On a utilisé l'approche 1 parmi K pour construire un classifieur 4 classes. Les données d'apprentissage étant linéairement séparables (cf. § IV.4.1), on a opté pour des sous-classifieurs SVM linéaires.

Chaque vecteur de paramètres X_i est centré et normalisé entre -1 et +1. Cette normalisation est primordiale pour améliorer les performances.

L'apprentissage comprend le réglage du seul hyperparamètre C (I.66) (I.68) et la détermination des paramètres optimums (w, w_0) de l'hyperplan séparateur pour chaque sous-classifieur. Un balayage de valeurs de C ($[2^{-2}, 2^{-1}, \dots, 2^{12}, \infty]$) est effectué et les valeurs optimales sont celles qui donnent la plus faible estimation de l'erreur de généralisation par une borne supérieure. 4 bornes d'estimation de l'erreur de généralisation ont été testées :

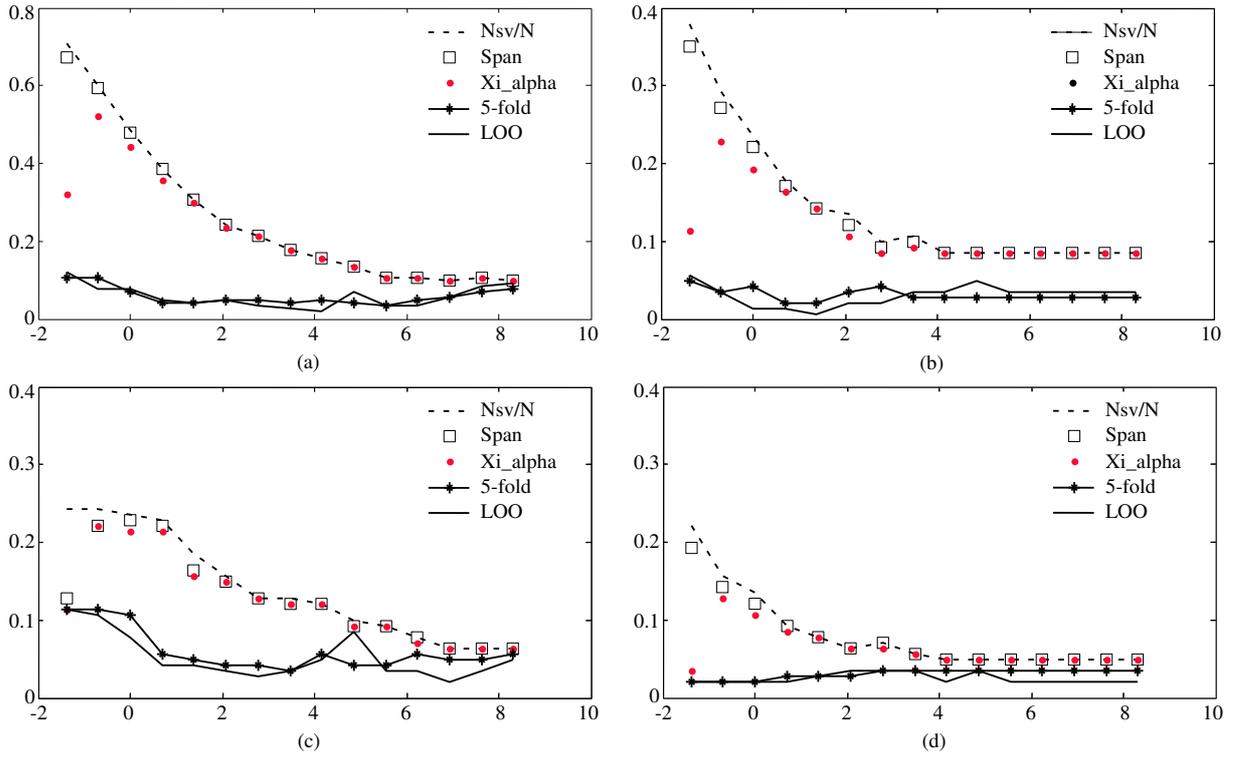
- le nombre de SV (désigné par $\mathbf{N}_{sv}/\mathbf{N}$) : $\mathcal{T} = \frac{N_{SV}}{N}$, où N_{SV} est le nombre de SV de la machine et N le nombre des exemples dans \mathcal{D} (cf. § I.4.5.2),
- la borne **Span** : $\mathcal{T} = \frac{1}{N} \sum_i^N \Psi(\alpha_i^0 D_{SV}^2 - y_i f_0(x_i))$, où α_i^0 est un multiplicateur de Lagrange obtenu par l'apprentissage de la machine SVM sur l'ensemble de données et f_0 est la fonction de décision correspondante (cf. § I.4.5.2),
- la borne **Xi-alpha** : $\mathcal{T} = \frac{d}{N}$, où $d = \text{card} \{i \in [1, \dots, N] : (2\alpha_i^0 \mathbf{R}_*^2 + \xi_i \geq 1)\}$ (cf. § I.4.5.2),
- la validation croisée **5-fold** (cf. § I.4.5.1) : l'ensemble de données est réparti en 5 sous-ensembles de tailles approximativement égales. Dans chaque sous-ensemble, chaque classe de défauts est représentée avec le même pourcentage d'exemples que dans l'ensemble total \mathcal{D} . Pour chaque valeur de C , l'apprentissage est effectué sur 4 sous-ensembles et le test sur le sous-ensemble restant. Ceci est répété 5 fois avec des sous-ensembles différents et la moyenne des 5 erreurs de test estime l'erreur de généralisation.

Pour chaque sous-classifieur, l'évaluation, en fonction de l'hyperparamètre C , des 4 bornes de l'estimation de l'erreur de généralisation est présentée et comparée à celle du LOO à la figure IV.5.

On remarque que l'estimateur 5-fold donne la meilleure estimation du LOO. Les 3 autres bornes de généralisation indiquent une erreur de généralisation minimale pour $C \rightarrow +\infty$. Les performances seront donc comparées par la procédure LOO.

A partir des courbes, on a déterminé les valeurs optimales de C qui donnent la plus petite valeur de l'erreur de généralisation pour le 5-fold. Puis, on a appliqué la procédure LOO sur ces valeurs optimales pour la classification globale. Le tableau IV.3 présente les taux estimés de bonne classification par la procédure LOO.

La levée d'ambiguïté améliore nettement les performances. La même remarque peut être faite pour la normalisation des données d'entrée (centrage et normalisation des paramètres entre -1 et +1).


 FIG. IV.5 – erreur de généralisation en fonction de C ($\log(C)$) : (a) JE/autres, (b) JS/autres, (c) JA/autres, (d) Ec/autres.

	5-fold données brutes	$C = inf$ données normalisées	5-fold données normalisées
Classe JE/autres	92.1 %	90.7 %	96.4 %
Classe JS/autres	93.6 %	96.4 %	99.3 %
Classe JA/autres	96.4 %	95 %	96.4 %
Classe Ec/autres	97.9 %	97.9 %	97.9 %
Globale avec rejet	83.6 %	82.6 %	91.4 %
Globale avec gestion d'ambiguïté	92.1 %	93.6 %	96.4 %

TAB. IV.3 – performances de classification par SVM linéaire.

IV.4.3 Le choix de la valeur k du k -fold

L'influence de la valeur k dans le k -fold a été testée. Les figures suivantes présentent des comparaisons du LOO avec le k -fold pour différentes valeurs de k pour chaque sous-classifieur. On constate que la valeur de k influe peu sur l'estimation du LOO.

On peut confirmer que le k -fold permet le réglage des hyperparamètres et l'estimation précise de l'erreur de généralisation (taux de bonne classification).

La validation croisée réalisée par l'estimateur k -fold est indépendante de la machine

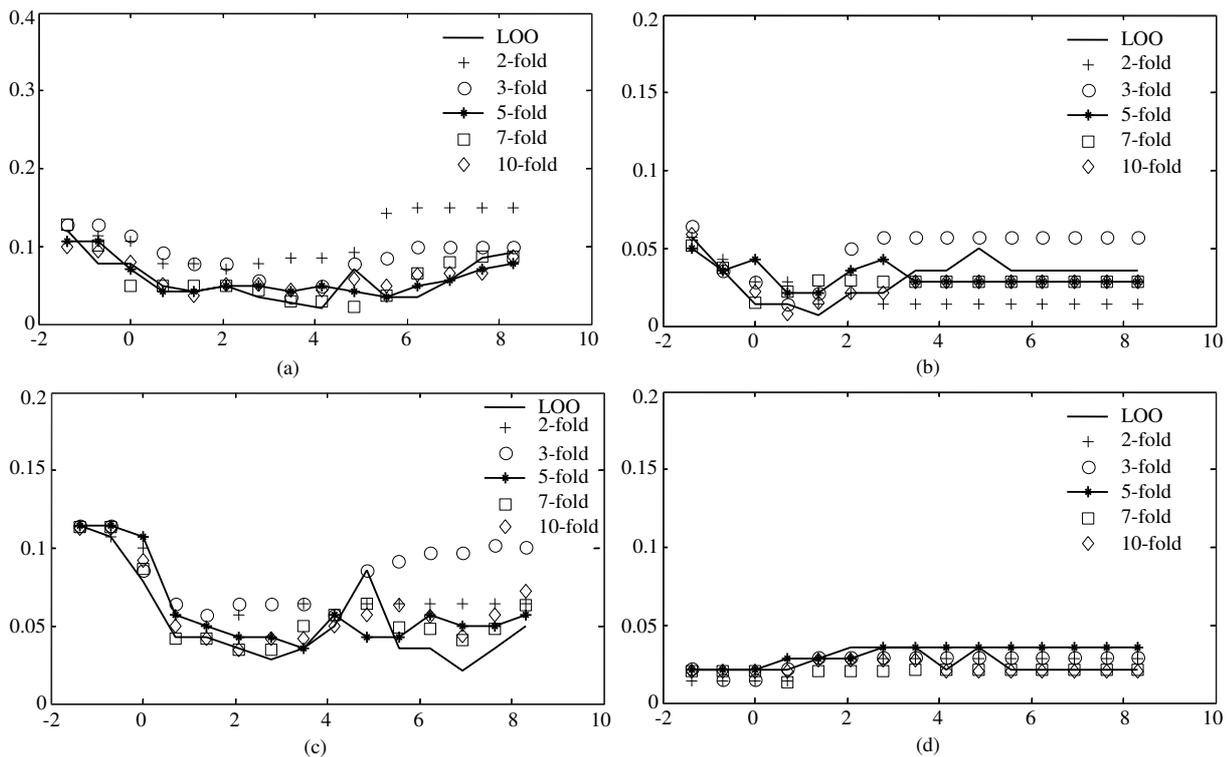


FIG. IV.6 – estimation de l'erreur de généralisation pour différentes valeurs de k dans k -fold (erreur de généralisation en fonction de C ($\log(C)$)) : (a) JE/autres, (b) JS/autres, (c) JA/autres, (d) Ec/autres).

d'apprentissage utilisée et il est un excellent estimateur de l'erreur de généralisation. La répartition des défauts est faite d'une manière aléatoire même si la représentation de chaque classe dans chaque sous-ensemble est la même. D'autres tirages des exemples pour chaque sous-ensemble, en gardant le même rapport de représentation pour chaque classe, permettraient une estimation de la variance de cet estimateur. Cependant, un nombre trop grand de tirages, donc d'apprentissages, serait requis pour pouvoir effectuer cette estimation de la variance.

IV.4.4 Classification par réseaux RBF

Dans cette section, on présente les différentes démarches pour la construction de classifieurs à base de réseaux RBF et les résultats relatifs à la classification de défauts de rail (Oukhellou, 1997).

La couche de sortie d'un réseau RBF est usuellement linéaire, mais rien n'empêche d'utiliser une fonction d'activation non linéaire de type sigmoïde. La sortie peut être alors interprétée comme une probabilité d'appartenance a posteriori :

$$f_w(x_i) = \text{sig}\left(\sum_{j=1}^{N_c} w_j g_j(x_i) + w_0\right) \quad (\text{IV.3})$$

où sig est la fonction sigmoïde ($sig(x) = \frac{1}{1+\exp^{-x}}$) qui normalise la sortie entre 0 et +1 et g_j est la fonction gaussienne du neurone RBF j :

$$g_j(x_i) = \exp\left(-\frac{\|x_i - \gamma_j\|_A^2}{2\beta_j^2}\right) \quad (\text{IV.4})$$

où γ_j est le centre du neurone j et β_j sa largeur. L'opérateur de distance est défini par :

$$\|x - \gamma\|_A^2 = (x - \gamma)^T A (x - \gamma) \quad (\text{IV.5})$$

où A est une matrice définie positive.

Nombre et position des centres

La méthode utilisée pour déterminer le nombre N_c et la position des centres des neurones RBF est basée sur la technique OFR déjà décrite pour la sélection de paramètres d'entrée des sous-classifieurs. On considère alors un modèle linéaire dont la sortie s est donnée, pour chaque exemple, par :

$$s(x_i) = \sum_{j=1}^N u_j g_j(x_i) + e_i \quad (\text{IV.6})$$

où e_i est un résidu et g_j a comme centre l'exemple x_j . Pour tous les exemples et sous forme matricielle, (IV.6) devient :

$$S = GU + E \quad (\text{IV.7})$$

où $U = [u_1, \dots, u_N]^T$ est le vecteur des paramètres du modèle linéaire, G la matrice des régresseurs :

$$G = \begin{bmatrix} g_1(x_1) & g_2(x_1) & \cdots & g_N(x_1) \\ g_1(x_2) & \cdots & \cdots & g_N(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1(x_N) & \cdots & \cdots & g_N(x_N) \end{bmatrix}$$

et E est le vecteur des résidus. La méthode OFR consiste à effectuer un classement des centres selon la contribution de leurs neurones respectifs à la prédiction de la sortie. Après chaque classement, l'orthogonalisation des neurones non classés est effectuée par rapport au neurone dernièrement classé. Pour sélectionner un nombre N_c réduit, on peut ajouter un centre aléatoire. Tous les centres statistiquement classés après ce centre aléatoire sont éliminés. La procédure OFR est détaillée en annexe A.

Largeur des gaussiennes et distance

Dans (Oukhellou *et al.*, 1998), 4 choix du couple largeur-distance ont été testés :

Dans les deux premiers cas, la distance est euclidienne et β est déterminé à partir des distances entre tous les centres (cas 1 : distance moyenne, cas 2 : distance maximale).

cas 1	$A = I$	$\beta = \frac{\sum_{i,j} \ \gamma_i - \gamma_j\ _A}{Nc}$
cas 2	$A = I$	$\beta = \frac{\max_{i,j} \ \gamma_i - \gamma_j\ _A}{\sqrt{2Nc}}$
cas 3	$A = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{p_r}^2 \end{pmatrix}^{-1}$	$\beta = \frac{\sum_{i,j} \ \gamma_i - \gamma_j\ _A}{Nc}$
cas 4	$A = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \cdots & \sigma_{1p_r}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p_r 1}^2 & \cdots & \sigma_{p_r p_r}^2 \end{pmatrix}^{-1}$	$\beta = \frac{\sum_{i,j} \ \gamma_i - \gamma_j\ _A}{Nc}$

 TAB. IV.4 – les différents choix de la matrice A et de la largeur des gaussiennes β .

Dans le troisième et le quatrième cas, chaque composante d'entrée est traitée différemment à l'aide d'une matrice A spécifique. Ce traitement se justifie lorsque les composantes du vecteur d'entrée ont des dispersions différentes. La matrice A dans le cas 3 est la matrice inverse des variances calculées sur la classe du sous-classifieur correspondant. Dans le cas 4, la matrice A est l'inverse de la matrice de variance-covariance calculée sur la classe du sous-classifieur correspondant et la distance (IV.5) est appelée la distance de *Mahalanobis*. La largeur β est calculée comme dans le cas 1.

Apprentissage du réseau de neurones RBF

A cause de la non linéarité de la fonction d'activation (*sig*) de la sortie (IV.3), la solution linéaire (I.112) ne peut être appliquée. L'apprentissage des paramètres $W = [w_0, w^T]^T$ du réseau RBF est effectué de façon itérative en minimisant le critère :

$$J(W) = \sum_{i=1}^N (y_i - f_w(x_i))^2 \quad (\text{IV.8})$$

par l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Ciarlet, 1985 ; Hagan et Menhaj, 1994) :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} - (H(W_{(k)}) + \eta I)^{-1} \nabla J(W_{(k)}) \quad (\text{IV.9})$$

où $W_{(k)}$ est le vecteur des paramètres à l'itération k , H et $\nabla J(W_{(k)})$ sont respectivement le Hessien approché et le gradient du critère J , I est la matrice d'identité et $\eta \geq 0$.

Performances en classification

Les performances des classifieurs sont estimées par la procédure LOO, pour chaque choix distance-largeur. Cette procédure est lourde, car nécessitant N apprentissages. Pour

chacun, il faut classer et sélectionner les centres du réseau, leur nombre pouvant être déterminé avant la procédure LOO.

Le tableau IV.4.4 présente les performances de classification (LOO) pour les différents choix du couple (A, β) . Dans le cas global avec rejet, un exemple x_i est affecté à la classe Ω_j si *seule* la sortie du classifieur $s_j(x_i)$ est supérieure à 0.6. Dans tout autre cas, l'exemple est mis dans la classe de rejet Ω_0 . Le cas global avec gestion d'ambiguïté affecte l'exemple à la classe correspondant au sous-classifieur ayant la sortie maximale.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Classe JE/autres	70 %	72.1%	92.9 %	90.7%
Classe JS/autres	90.7 %	85 %	95 %	94.3%
Classe JA/autres	86.4 %	92.1%	96.4 %	95%
Classe Ec/autres	97.9 %	96.4%	96.4 %	97.9%
Globale avec rejet	49.3 %	50.7 %	82.9 %	79.3%
Globale avec gestion d'ambiguïté	78.6 %	81.4 %	94.3 %	91.4 %

TAB. IV.5 – performances (LOO) des classifieurs RBF.

Le choix de la distance (cf. tableau IV.4.4) normalisée par la matrice de variance ou de variance-covariance améliore les performances en classification du réseau RBF. Cette normalisation considère que les dispersions des centres dans les différentes directions (dimensions) sont différentes. Ceci est comparable à la normalisation des données d'entrée du classifieur SVM. On note que le choix du cas 4 dégrade les performances en classification par rapport au cas 3 : une matrice pleine (variance-covariance) n'est pas plus avantageuse qu'une matrice diagonale (variance).

IV.5 Classification des défauts dans l'espace initial

Le choix des paramètres d'entrée du classifieur et la réduction de leur nombre (§ IV.2.2) se sont avérés être un point primordial pour le comportement global du classifieur. Les paramètres ont été choisis en fonction de leur aptitude à offrir une description compacte des classes. La structure du classifieur s'en trouve alors simplifiée et celui-ci présente une meilleure robustesse vis-à-vis des bruits de mesure et un meilleur comportement relativement au problème de malédiction de la dimensionalité inhérent à l'emploi de bases statistiques contenant un faible nombre d'exemples.

On s'intéresse ici à la classification dans l'espace initial \mathbb{R}^p ($p = 96$). Le tableau IV.6 présente les performances (LOO) de plusieurs classifieurs :

- classifieur SVM linéaire, où le paramètre de régularisation C est réglé par la procédure 5-fold,
- classifieur SVM non linéaire, avec noyaux gaussiens, où les deux hyperparamètres, le paramètre de régularisation C et la largeur commune des gaussiennes β (I.94), sont également réglés par la procédure 5-fold,

- classifieur linéaire déterminé par la procédure de Ho-Kashyap avec Early Stopping (HKES),
- classifieur RBF, dont la structure est déterminée comme au paragraphe précédent, avec les trois premiers choix largeur-distance.

Les SVM, qui maximisent la marge (cf. § I.4.1.5), montrent une grande robustesse vis-à-vis de la dimension de l'espace de classification. Les autres classifieurs, en particulier les réseaux RBF, présentent des performances médiocres dans l'espace initial. Ils sont donc très sensibles à la dimension de l'espace de représentation.

	SVM linéaire	SVM non-linéaire (noyau RBF)	HKES	Réseau de neurones RBF		
				Cas 1	Cas 2	Cas 3
Classe JE	95 %	96.4 %	85%	67.9 %	72.9 %	88.6%
Classe JS	97.9 %	97.9 %	93.6%	77.9 %	86.4 %	92.9%
Classe JA	96.4 %	97.9 %	82.1%	82.9 %	76.3 %	95.7%
Classe Ec	97.9 %	97.9 %	91.4%	94.3 %	94.3 %	94.3%
Globale avec rejet	91.4 %	94.3 %	65 %	35 %	45.7 %	76.4%
Globale avec gestion d'ambiguïté	95 %	95 %	80 %	59.3 %	62.1 %	87.1%

TAB. IV.6 – performances (LOO) de classification dans l'espace de 96 paramètres.

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les performances des différents classifieurs testés dans l'approche détection et classification successives. Un classifieur linéaire simple résout très bien le problème en association avec un prétraitement spécifique. L'étape de sélection de paramètres pertinents rend le problème de classification simple.

Un classifieur linéaire construit par la procédure de Ho-Kashyap s'est avéré aussi efficace qu'un classifieur SVM linéaire. L'arrêt de l'apprentissage dans la procédure de Ho-Kashyap, basé sur un estimateur de l'erreur de généralisation, améliore encore les performances. La levée d'ambiguïté entre sous-classifieurs améliore nettement les performances du classifieur global et, dans ce cas, le classifieur de Ho-kashyap avec Early Stopping donne les meilleurs résultats.

On a illustre dans la dernière section un intérêt majeur de l'utilisation des SVM, leur robustesse vis-à-vis de la dimension de l'espace de représentation.

Conclusion Générale

Dans ce travail, les problématiques de détection et de classification pour le diagnostic ont été abordées selon deux approches différentes.

La première approche est la détection et classification simultanées de défauts qui résout le problème en associant dans un même module les deux problématiques. Cette approche intégrée a pour principal avantage sa facilité de mise en oeuvre, compatible avec les moyens de calcul temps réel souvent limités. Elle a été conduite en complément de l'approche *diviser pour mieux régner* qui divise le problème global en sous-problèmes de détection/classification binaire. Les sous-problèmes sont traités par des cellules dédiées dont l'enchaînement est organisé par un arbre de décision ; la progression dans l'arbre peut s'effectuer de façon séquentielle ou parallèle. Dans le cas séquentiel, une cellule n'est activée que si la cellule qui la précède n'a pas effectué de détection. Dans le cas parallèle, toutes les cellules sont activées et c'est la règle de décision qui fournit la décision finale en se basant sur les résultats de décision de toutes les cellules.

Notre application bénéficie de la disponibilité de 8 signaux de mesures. La conception de chaque cellule consiste à choisir tout d'abord les signaux nécessaires pour résoudre le sous-problème correspondant. Le choix du prétraitement s'est avéré un point important pour la détection des défauts. Plusieurs voies ont été explorées : une procédure heuristique, la transformée en ondelettes, le filtrage adapté, le filtrage inverse qui reconstitue les mesures absolues à partir des mesures différentielles issues du capteur CF et enfin la séparation de sources par analyse en composantes indépendantes. L'étape de détection-classification proprement dite consiste à effectuer un test d'hypothèse sur les données prétraitées. Si plusieurs signaux sont utilisés, la décision est basée sur une fusion des décisions obtenues sur chaque signal traité. Pour l'évaluation des traitements développés dans cette première approche, la courbe COR (Caractéristique Opérationnelle de Réception) s'est avérée un outil de réglage et d'évaluation important.

L'approche de détection et classification simultanées a pu être implantée dans un système temps réel dont la démonstration a été réalisée sur site du métro parisien en condition d'exploitation. Les résultats ont été jugés très positifs validant a posteriori les choix effectués. Les améliorations possibles concernent la classification des défauts mineurs.

La seconde approche est l'approche de détection et classification successives de défauts. Les signaux sont, dans un premier temps, traités de manière simple pour une opération de détection, c'est-à-dire la décision présence/absence de défauts. Puis, à chaque détection d'un défaut, une fenêtre d'observation est ouverte et l'ensemble des signaux de la

fenêtre est mémorisé et traité pour la classification, c'est-à-dire l'affectation de l'observation courante à l'une des classes prédéfinies de défauts. Dans ce travail, on s'est focalisé sur la conception de la fonction discriminante. Le choix des paramètres d'entrée du classifieur et la réduction de leur nombre rend la structure du classifieur plus simple. Un classifieur linéaire, obtenu par l'algorithme de Ho-Kashyap, est avérée aussi efficace qu'un classifieur SVM linéaire. Néanmoins, les SVM ont prouvé leur capacité de généralisation dans un espace de dimension grande relativement au nombre d'exemples dans la base d'apprentissage, alors que d'autres classifieurs souffrent du problème de *la malédiction de la dimensionalité*. Bien que fournissant a priori de très bons résultats, l'implantation de l'approche de détection et de classification successives sera envisageable mais avec des moyens de calcul plus performants.

Annexe A

Orthogonal Forward Regression

Pour un ensemble de données de N observations, un modèle linéaire de régression peut être écrit sous forme matricielle :

$$Y = X\mathcal{P} + \varepsilon$$

$$X = [X_1 X_2 \cdots X_p] = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{p1} \\ x_{12} & & \\ \vdots & & \\ x_{1n} & & x_{pN} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{observation} \\ \\ \\ \uparrow \\ \text{paramètre} \end{array}$$

où X_i est le vecteur de N composantes qui sont les valeurs du i -ème descripteur pour chaque observation de l'ensemble de données. $Y = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_N]^T$ est le vecteur de sortie de N valeurs (0 ou 1), $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \cdots \ \varepsilon_N]^T$ est l'erreur résiduelle de la modélisation. \mathcal{P} correspond à la projection de la sortie sur le sous espace engendré par les observations de dimension p .

Alors, le classement des paramètres s'effectue par rapport à la contribution de chacun de ces paramètres à la prédiction de la sortie Y . Une orthogonalisation est nécessaire à cause des corrélations qui existent entre les différents paramètres, ce qui assure une indépendance des paramètres.

Une adaptation par la procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt conduit à un classement itératif des paramètres :

- la première étape : la pertinence de chaque paramètre X_i est estimée par la mesure de l'angle entre X_i et la sortie du modèle Y . Le descripteur ayant l'angle le plus petit est classé premier X_{i_1} :

$$X_{i_1} \quad \text{telque} \quad \cos(X_{i_1}, Y)^2 = \max_{1 \leq i \leq p} \left\{ \frac{(X_i^T \cdot Y)}{\|X_i\|^2 \cdot \|Y\|^2} \right\}$$

- la seconde étape : le reste des paramètres et la sortie sont orthogonalisés par rapport au premier paramètre X_{i_1} sélectionné :

$$X_k^{(2)} = X_k - \frac{X_{i_1}^T X_k}{X_{i_1}^T X_{i_1}} X_{i_1} \quad \text{et} \quad Y^{(2)} = Y - \frac{X_{i_1}^T Y}{X_{i_1}^T X_{i_1}} X_{i_1}$$

La procédure continue par le choix du paramètre qui a le plus petit angle avec la sortie projetée :

$$X_{i_2} \quad \text{telque} \quad \cos(X_{i_2}, Y^{(2)})^2 = \max_{1 \leq i \leq p} \left\{ \frac{(X_i^{(2)T} \cdot Y^{(2)})^2}{\|X_i^{(2)}\|^2 \cdot \|Y^{(2)}\|^2} \right\}$$

- la procédure termine quand tous les paramètres sont classés.

Le principe du critère d'arrêt par adjonction d'un paramètre aléatoire consiste à ajouter un paramètre aléatoire (PA) aux p paramètres initiaux à classer. Les paramètres qui se trouvent classés, par la procédure OFR, après le PA seront écartés.

En pratique, le classement d'un PA étant lui-même une variable aléatoire, on effectue alors un nombre important de réalisations du PA pour obtenir une probabilité P du classement du PA. En fixant ensuite une probabilité d'erreur d'obtenir parmi les p_r paramètres sélectionnés un paramètre non pertinent.

$$P(p_r) = \text{prob}(\text{classement PA} < p_r)$$

Le choix de la valeur p_r dépendra de la valeur de l'erreur autorisée d'avoir des paramètres peu pertinents dans l'espace de représentation.

Annexe B

Filtre dérivateur récursif

Compte tenu de la forme particulière des signatures de défauts, le prétraitement d'une mesure différentielle $d(x)$ (figure III.29) par un filtre dérivateur fournira bien un signal voisin de la forme absolue $\hat{a}(x)$ estimée.

Le signal filtré \hat{a} (en discret) est calculé par l'expression suivante :

$$\hat{a}(i) = \hat{a}(i-1) + \frac{1}{N^2}(d(i+N) - 2 \cdot d(i) + d(i-N)) \quad i \geq N+1 \quad (\text{B.1})$$

Le calcul de la dérivée se fait sur une fenêtre mobile de largeur $2N+1$ points qui introduit un retard de N points. Le filtre peut être exprimé sous le format d'un modèle auto régressif (AR) :

$$Den \cdot \hat{\mathbf{a}} = Num \cdot \mathbf{d} \quad (\text{B.2})$$

où

$$\begin{aligned} Den &= [1 \quad -1] \\ Num &= \left[\frac{1}{N^2}, 0 \cdots 0, \frac{-2}{N^2}, 0 \cdots 0, \frac{1}{N^2} \right] \\ &\quad \begin{matrix} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ (1) & & (N+1) & & (2N+1) \end{matrix} \\ \text{et} & \\ \mathbf{d} &= [d(i) \quad d(i-1) \quad \cdots \quad d(i-2N)] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

C'est un filtre qui contient 5 coefficients non nuls conduisant à un temps de calcul beaucoup plus rapide. Pour l'implémentation pratique, les coefficients $Num(i)$ ont été multipliés par N de manière à ce que la sortie du filtre ne soit pas trop faible.

$$Num = \left[\frac{1}{N}, 0 \cdots 0, \frac{-2}{N}, 0 \cdots 0, \frac{1}{N} \right] \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ (1) & & (N+1) & & (2N+1) \end{matrix} \quad (\text{B.5})$$

La figure B.1 montre un exemple d'utilisation de ce filtre sur une portion d'un signal brut pour $N = 20$.

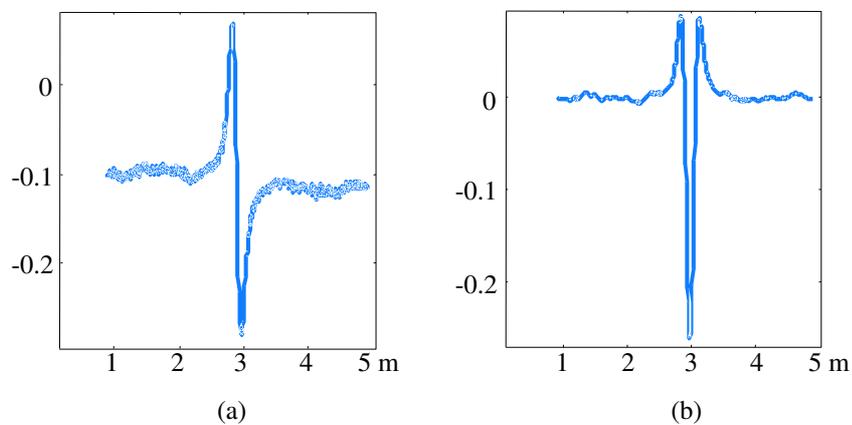


FIG. B.1 – portion d'un signal : (a) avant filtrage, (b) après filtrage.

Bibliographie

- Aknin P., Maurin T., *Systèmes multi-capteurs : diagnostic et fusion*, Hermès, Paris, 2000.
- Aknin P., Bentoumi M., Fessant F., Raux F., Chaîne d'instrumentation embarquée pour la détection temps réel de défauts de rail débouchants, *Revue de l'Electricité et de l'Electronique (REE)*, n°1, p. 53-57, 2001.
- Barros A.K., Mansour A., Ohnishi N., Removing the artifacts from eletrocardiographic signals using independent component analysis, *Neurocomputing*, 22 (1-3), p. 173-186, 1998.
- Basseville M., Nikiforov I.V., *Detection of Abrupt changes : Theory and Application*, Prentice-Hall, 1995.
- Bell A., Sejnowski T., An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution, *Neural Computation*, 7, p. 1129-1159, 1995.
- Bentoumi M., Aknin P., Bloch G., Talbi S., Improving the detection capacity of differential probes by means of inverse filters delivering estimated absolute signals, *IV International Workshop on Advances in Signal Processing for Non Destructive Evaluation of Materials*, 6, 2001.
- Bentoumi M., Aknin P., Bloch G., On-line rail defect diagnosis with differential eddy current probes and specific detection processing, *European Physical Journal - Applied Physics*, 23 (3), 2003.
- Bentoumi M., Bloch G., Aknin P., Millérioux G., Blind Source Separation for detection and classification of rail surface defects, *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics (SAEM)*, 24, *Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VIII)* (9th Int. Workshop on Electromagnetic Nondestructive Evaluation E'NDE 2003, Saclay, France, May 15-16, 2003), T. Sollier, D. Prémel and D. Lesselier (eds.), p. 112-119, IOS Press, Amsterdam, 2004.
- Bishop C.M., *Neural Networks for Pattern Recognition*, Oxford University Press, 1995.
- Burges C.J.C., A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recongnition, *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2, p. 121-167, 1998.
- Cardoso, J.F., Infomax and maximum likelihood for source separation, *IEEE Letters on Signal Processing*, 4, p. 112-114, 1997.
- Cardoso J.F., Blind Signal Separation : Statistical Principles, *Proceedings of the IEEE*, 9 (10), p. 2009-2025, 1998.

- Chabert M., *Détection et estimation de ruptures noyées dans un bruit multiplicatif. Approches classiques et temps-échelle*, Thèse de doctorat E.N.S.E.E.I.H.T., Toulouse, 1997.
- Chapelle O., Vapnik V., Bousquet O., Mukherjee S., Choosing kernel parameters for support vector machines, *Machine Learning*, 46, p. 131-160, 2001.
- Chen S., Cowan S.F., Grant P.M., Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks, *Neural Networks*, 2 (2), p. 302-309, 1991.
- Choi S., Cichocki A., Adaptive blind separation of speech signals : cocktail party problem, in Proc. of the Int. Conf. on Speech Processing, p. 617-622, 1997.
- Ciarlet P.G., *Analyse numérique matricielle et optimisation*, Masson, 1985.
- Comon P., Independent Component Analysis, A new concept ?, *Signal Processing - Special issue on high-order Statistics*, p. 287-314, 1994.
- Courant R., Hilbert D., *Methods of Mathematical Physics*, 2, Interscience Publishers, 1962.
- Cristianini N., Shawe-Taylor J., *An Introduction to Support Vector Machines and other kernel-based learning methods*, Cambridge University Press, 2000.
- Cygan H., Bentoumi M., Levy D., Riollet A., Nouvelles avancées pour l'inspection et le diagnostic du rail, *Numéro spécial de la revue Instrumentation, Mesure, Métrologie*, Hermès, 2, 2002.
- De-Lathauwer L., De Moor B., Vandewalle J., Fetal electrocardiogram extraction by source subspace separation, *In Proc. HOS'95*, Spain, p. 134-138, 1995.
- Dreyfus G., Martinez J.M., Samuelides M., Gordon M.B., Badran F., Thiria S., Héroult L., *Réseaux de neurones : Méthodologie et applications*, Eyrolles, 2002.
- Duan K., Keerthi S. S., Poo A. N., *Evaluation of simple performance measures for tuning SVM hyperparameters*, *Neurocomputing*, 51, 2003.
- Dubuisson B., *Diagnostic et reconnaissance des formes*, Hermes, 1990.
- Dubuisson B., *Diagnostic, intelligence artificielle et reconnaissance des formes*, Hermes, 2001.
- Duda R. O., Hart P. E., Stork D. G., *Pattern Classification*, Wiley, 2001.
- Dumont-Fillon J., Contrôle non destructif, *Techniques de l'Ingénieur - traité Mesures et Contrôle*, R 1400, 1996.
- Fessant F., Akin P., Oukhellou L., Midenet S., Comparison of supervised self-organizing maps using Euclidian or Mahalanobis distance in classification context, *in Proceedings IWANN*, 1, p. 637-644, Granada, 2001.
- Fiori S., Burrascano P., ECT-data fusion by the independent component analysis for non-destructive evaluation of metallic slabs, *3rd Int. Conf. on independent component analysis and blind signal separation*, San Diego, CA, USA, 2001.
- Fisher R. A., The use of multiple measurements in taxonomic problems, *Annals of Eugenics*, 7, p. 179-188, 1936.

-
- Gautier B., *Etude de la résolution en profondeur lors de l'analyse par spectrométrie de masse des ions secondaires. Détermination de la fonction de résolution pour le bore dans le silicium, mis au point d'une procédure de déconvolution et applications*, Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997.
- Granlund G.H., Fourier preprocessing for hand print character recognition, *IEEE Trans. on Computers*, 621, p. 195-201, 1972.
- Hagan M.T., Menhaj M.B., Training feedforward networks with the Marquardt algorithm, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 5 (6), 1994.
- Hastie T., Tibshirani R., Classification by pairwise coupling, *Annals of Statistics*, 26 (2), p. 451-471, 1998.
- Haykin S., *Adaptive filter theory*, Prentice-Hall, 1996.
- Huez R., Belloir F., Billat A., Original improvements of a smart eddy current sensor by BSS techniques, *Meas. Sci. Technol.*, 13, p. 547-555, 2002.
- Hyvarinen A., Oja E., A fast Fixed-point algorithm for independent Component Analysis, *Neural Computation*, 9, p. 1483-1492, 1997.
- Hyvärinen A., New approximations of differential entropy for independent component analysis and projection pursuit, *Advances in Neural Information Processing Systems*, 10, p. 273-279, 1998.
- Hyvärinen A., Oja E., Independent component analysis : algorithms and applications, *Neural Networks*, 13, p. 411-430, 2000.
- Istrate D. M., *Détection et reconnaissance des sons pour la surveillance médicale*, Thèse de doctorat de l'INPG, 2003.
- Jaakkola T. S., Haussler D., Probabilistic kernel regression models, *Proc. of the 1999 Conference on AI and Statistics*, 1999.
- Jain L. C., Fanelli A. M., *Recent Advances in Artificial Neural Networks Design and Applications*, CRC Press, 2000.
- Joachims T., Estimating the Generalization Performance of a SVM Efficiently, *LS-8 Report 25*, University of Dorthmund, 1999.
- Jones M., Sibson R., What is projection pursuit?, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 150, p. 1-36, 1987.
- Lauer F., Bentoumi M., Bloch G., Millérioux G., Akinin P., Ho-Kashyap with Early Stopping vs Soft Margin SVM for Linear Classifiers - An Application, *Lecture Notes in Computer Science*, 3173, 2004.
- Lebart L., Morineau A., Fénelon J.P., *Traitement des données statistiques (méthodes et programmes)*, 2ème édition, Bordas, Paris, 1982.
- Lee J. H., Jung H. Y., Lee T. W., Lee S. Y., Speech enhancement with MAP estimation and ICA-based speech features, *Electron. Lett.*, 36, p. 1506-1507, 2000.
- Lee T-W., Girolami M., Bell A.J., Sejnowski T.J., A Unifying Information-Theoretic Framework for Independent Component Analysis, *Computers and Mathematics with Applications*, 39, p. 1-21, 2000.

- Lehmann E. L., *Testing Statistical Hypotheses*, John Wiley and Sons, N.Y., 1959.
- Lengellé R., *Décision et reconnaissance des formes en signal*, Hermès, Paris, 2002.
- Liu Y. H., Siddiqui K. J., Using a Bicriteria Boolean Linear Programming Model for Parameter Selection in Large Multicategory Classification Problem, *Math. Comput. Modelling*, 24, p. 75-81, 1996.
- Luntz A., Brailovsky V., On estimation of characters obtained in statistical procedure of recognition, *Technicheskaya Kibernetika*, 3, 1969.
- Maass W., On the computational power of winner-take-all, *Neural Computation*, 12, p. 2519-2536, 2000.
- Makeig S., Bell A. J., Jung T. P., Sejnowski T., Independent component analysis of electroencephalographic data, *Advances in Neural Information Processing Systems*, 8, p. 145-151, 1998.
- Mansour A. and Jutten C., Fourth order criteria for blind separation of sources, *IEEE Trans. on Signal Processing*, 43(8), p. 2022-2025, 1995.
- Mansour A., *Contribution à la Séparation Aveugle de sources*, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Janvier, 1997.
- McCullagh P., *Tensor Methods in Statistics*, Monographs on Statistics and Applied Probability, Chapman and Hall, 1987.
- Max J., *Méthodes et techniques de traitement du signal et application aux mesures physiques (Tome 2 : Appareillages. Méthodes nouvelles. Exemples d'application)*, 4ème édition, Masson Paris, 1987.
- McLachlan G. J., *Discriminant analysis and statistical pattern recognition*, Wiley, 1992.
- Medsker L. R., Jain L. C., *Recurrent Neural Networks Design and Applications*, CRC Press, 2001.
- Mendel J. M., Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory : theoretical results and some applications, *Proc. IEEE*, 79, p. 277-305, 1991.
- Monson H. H., *Statistical digital signal processing and modeling*, John Wiley and Sons, Canada, 1996.
- Morabito F. C., Simone G., Defect Signal Restoration in Eddy Current Measurements by Independent Component Analysis, *AMSE Modelling, Measurement and Control A*, 74, p. 17-36, 2001.
- Müller K. R., Mika S., Ratsch G., Tsuda K., Schölkopf B., An Introduction to Kernel-Based Learning Algorithms, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 12 (2), 2001.
- Nikias C. L. and Mendel J. M., Signal processing with higher-order spectra, *IEEE Signal Processing Magazine*, 10 (3), p. 10-37, 1993.
- Norgaard M., Ravn O., Poulen N. K., *Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems*, Springer, 2000.
- Orr M. J. L., *Introduction to Radial Basis Function Networks*, Center for Cognitive Science, University of Edinburgh, Scotland, 1996.

-
- Osuna E. E., Freund R., Girosi F., Support Vector Machines : Training and Application, *A.I. Memo*, 1602, *C.B.C.L.*, 144, mars 1997.
- Oukhellou L., *Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courants de Foucault*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI, 1997.
- Oukhellou L., Aknin P., "Modified Fourier Descriptors : a new parametrisation off eddy current signatures applied to the rail defect classification", III International Workshop on Advances in Signal Processing for Non Destructive Evaluation of Materials, Quebec, Canada, 1997.
- Oukhellou L., Aknin P., Stoppiglia H., Dreyfus G., A new decision criterion for feature selection. Application to the Classification of Non Destructive Testing Signatures, *IX European Signal Processing Conference*, Rhodes, Greece, 1, p. 411-414, 1998.
- Oukhellou L., Aknin P., Optimisation de l'espace de représentation dans un problème de classification par réseaux de neurones, *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 32, p. 915-938, 1998.
- Oukhellou L., Aknin P., Hybrid training of radial basis function networks in a partitioning context of classification, *Neurocomputing*, 28, p. 165-175, 1999.
- Oukhellou L., Aknin P., Perrin J.P. Dedicated sensor and classifier of rail head defects for railway systems, *Control Engineering Practice*, 7, p. 57-61, 1999.
- Parzen E., On estimation of a probability density function and mode, *Annals of Mathematical Statistics*, 33, p. 1065-1076, 1962.
- Perrone M., *Contribution à la déconvolution de signaux monodimensionnels : méthode de restauration fondée sur l'analyse de forme - Application à la sommation synchrone de signaux biomédicaux*, Thèse de Doctorat de l'Université de Nice - Sophia Antipolis, 1994.
- Pham D.T., Garrat P., Jutten C., Separation of a mixture of independent sources through a maximum likelihood approach, *Proceedings EUSIPCO*, p. 771-774, 1992.
- Pizarro J., Guerrero E., Galindo P. L., Multiple comparison procedures applied to model selection, *Neurocomputing*, 48, p. 155-173, 2002.
- Poularikas A.D., *The Handbook of Formulas and Tables for Signal Processing*, CRC Press, 1998.
- Ragot J., Darouach M., Maquin D., Bloch G., *Validation de données et diagnostic*, Hermès, Paris, 1990.
- Raudys S., *Statistical and Neural Classifiers : An integrated approach to design*, Springer-Verlag, London, 2001.
- Ravier P., *Détection de transitoires par ondelettes adaptées - Critères d'adaptation fondés sur les statistiques d'ordre supérieur*, Thèse de Doctorat de L'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.
- Rifkin R., Klautau A., In Defense of One-Vs-All Classification, *Journal of Machine Learning Research*, 5, p. 101-141, 2004.

- Sanchez A. V. D., Frontiers of research in BSS/ICA, *Neurocomputing*, vol. 49, p. 7-23, 2002.
- Schölkopf B., Statistical Learning and Kernel Methods, *Technical Report*, MSR-TR, 2000.
- Schwenker F., Kestler H. A., Palm G., Three learning phases for radial-basis-function networks, *Neural Networks*, 14, p. 439-458, 2001.
- Sjöberg J., Zhang Q., Ljung L., Benveniste A., Delyon B., Glorennec P., Hjalmarsson H., Juditsky A., Nonlinear Black-box Modeling in System Identification : a Unified Overview, *Automatica*, 31, p. 1691-1724, 1995.
- Strang T., Nguyen T., *Wavelets and filter banks*, Wellesley, Cambridge, 1996.
- Vapnik V., Chervonenkis A. Y., The necessary and sufficient conditions for consistency in the empirical risk minimization method, *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1 (3), p. 283-305, 1991.
- Vapnik V., *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer Verlag, New York, 1995.
- Vapnik V., Chapelle O., Bounds on error expectation for support vector machines, *Neural Computation*, 12 (9), 2000.
- Vigario R., Oja E., Independence : a new criterion for the analysis of electromagnetic fields in global brain ?, *Neural Networks*, 13, p. 891-907, 2000.
- Widrow B., Stearns S.D., *Adaptive signal processing*, Prentice-Hall, 1985.
- Williams D. B., Madisetti V. K., *Digital signal processing Handbook*, CRC Press, 1999.
- Yen K. C., Zhang Y., Adaptive co-channel speech separation and recognition, *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, 7 (2), p. 138-151, 1999.
- Zhang G. P., Neural Networks for Classification : A Survey, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, part C : Applications and Reviews, 30 (4), 2000.
- Zwengelstein G., *Diagnostic des défaillances*, Hermès, Paris, 1995.

Outils pour la détection et la classification Application au diagnostic de défauts de surface de rail

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire aborde les problématiques de détection et de classification pour le diagnostic de défauts. Deux approches différentes sont abordées. La première approche est l'approche de détection et classification simultanées où le problème global à K classes est scindé en sous-problèmes. Chaque sous-problème a en charge la détection d'une ou plusieurs classes de défauts et il est traité par une cellule qui enchaîne les phases de prétraitement des signaux, de choix de l'espace de représentation, de détection, puis de décision. La résolution complète du problème à K classes s'effectue par un agencement séquentiel des cellules selon un arbre de décision hiérarchique ou par une mise en parallèle des cellules avec règles de décision associées.

La seconde approche est l'approche de détection et classification successives. Elle consiste à traiter tout d'abord les signaux issus du capteur de manière simple pour la délivrance d'un signal d'alarme indiquant la présence possible d'un défaut. Dans ce cas, et dans ce cas seulement, des traitements haut niveau sont mis en oeuvre dans le but d'analyser plus finement les signatures de ces défauts. Les outils pour la classification - les différents classifieurs linéaires, les classifieurs neuronaux et les machines à vecteurs de support - sont détaillés. L'accent est mis sur le réglage des marges des classifieurs linéaires, sur leurs capacités de généralisation et sur les estimateurs de cette capacité de généralisation.

L'ensemble de ces méthodes a été validé sur une application concernant la détection de défauts de surface de rail dans un contexte métro. Un démonstrateur temps réel et opérant en condition d'exploitation a permis de tester les solutions de l'approche détection et classification simultanées, en considérant les taux de bonne détection et de fausse alarme sur 4 classes de défauts de rail. La transformée en ondelettes, le filtrage inverse et la séparation de sources par analyse en composantes indépendantes sont les outils de prétraitement qui ont été particulièrement détaillés dans ce contexte applicatif.

Une base de données, constituée à partir de mesures sur site labellisées, a permis de qualifier statistiquement les solutions de l'approche détection et classification successives. Une hiérarchisation des méthodes est proposée en fonction de leur capacité de généralisation, mais aussi de leur complexité et de leur aptitude à traiter le problème avec ou sans optimisation des espaces de représentation.

Mots-clés : détection, filtrage inverse, séparation aveugle de sources, classification, Ho-Kashyap, machines à vecteurs de support, réseaux de neurones, courants de Foucault, défauts de rail, métro

Tools for detection and classification Application to the diagnosis of rail surface defect

Abstract:

The works concern with detection and classification problems for fault diagnosis. Two approaches are treated. The first one, where the K-classes global problem is splitted into sub problems, is called simultaneous detection and classification. Each sub problem consists of one or several classes detection, and it is solved by a block that links together pre-processing phase, choice of the representation space, detection then decision. The complete resolution of the K-classes problem is carried out by a sequential arrangement of the blocks - in accordance with a hierarchic decision tree - or a parallel decision scheme.

The second approach is the successive detection and classification approach. It consists of a first basic signal processing for alarm generation that indicates the possible existence of default. Then, high-level processings are activated in order to precisely analyze the default signature. Classification tools - linear classifiers, neural classifiers, support vector machines - are detailed. A section is focused on the margins tuning and generalisation capabilities of the classifiers.

All these methods have been validated on a rail surface defect detection application in subway context. A real time prototype allows testing the simultaneous detection and classification solutions in running conditions. The good detection and false alarm rates have been calculated for 4 classes of rail defect. The wavelet transform, the inverse filtering and the independent component analysis are particularly detailed for the pre-processing phase.

A set of on-site labelled measurings allows to statistically qualifying the solutions of the successive classification and detection approach. A hierarchical presentation of the methods is proposed, in terms of generalisation capability, complexity and also ability to solve the problem with or without optimisation of the representation space.

Keywords: detection, inverse filtering, blind source separation, classification, Ho-Kashyap, support vector machines, neural networks, eddy currents, rail defect, subway