



**HAL**  
open science

## Aspects dynamiques du milieu interstellaire

Pierre Lesaffre

► **To cite this version:**

Pierre Lesaffre. Aspects dynamiques du milieu interstellaire. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2002. Français. NNT : . tel-00123712

**HAL Id: tel-00123712**

**<https://theses.hal.science/tel-00123712>**

Submitted on 10 Jan 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale d'Astrophysique et d'Astronomie d'Ile-de-France

Thèse de doctorat de l'Université Paris VII Denis Diderot

UFR de Physique

# Aspects dynamiques du milieu interstellaire

présentée pour obtenir le

grade de Docteur ès Sciences de l'Université Paris VII

Spécialité : Astrophysique et Techniques Spatiales

par

Pierre LESAFFRE

Directeur de thèse : Jean-Pierre Chièze

Soutenue le 30/9/2002 à l'amphithéâtre Claude Bloch du CEA Orme des merisiers  
devant la commission d'examen composée de :

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| François BOULANGER .....          | Examineur  |
| André BRAHIC .....                | Président  |
| Jean-Pierre CHIÈZE .....          | Directeur  |
| David FLOWER .....                | Rapporteur |
| Maryvonne GÉRIN .....             | Rapporteur |
| Guillaume PINEAU DES FORÊTS ..... | Examineur  |



# Remerciements

De très nombreuses personnes ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de cette thèse, pour que ce chemin si long et si caillouteux aboutisse au sommet et non au fond du ravin... Je ne pourrai donc toutes les remercier en leur nom, et j'ai choisi de faire référence au moins à ceux qui ont directement influencé le travail que j'ai produit. Que tous ceux qui se sentent oubliés me pardonnent...

Je remercie d'abord les membres de ma famille pour m'avoir si souvent nourri, logé, réchauffé, dorloté... Je dédie un merci tout spécial à Hoàng Mai et à Claire. Sans vous, je suis inutile.

Je remercie les musiciens de m'avoir gardé une place dorée au soleil de leur merveilleuse famille. Sans vous, je suis sourd à tant de beauté...

Je remercie mes amis de m'avoir supporté, écouté, reçu, motivé, et de m'avoir gardé la tête au frais. Sans vous, le monde est si terne... Je présente mes regrets à ceux auprès de qui ma présence aurait du être plus soutenue.

Je remercie Édouard Audit et Romain Teyssier pour leur soutien moral et technique. Je remercie Guillaume Pineau des Forêts pour la force et la clarté de son expertise physico-chimique. Je remercie Sylvie Cabrit pour son implacable rigueur au travail. Je remercie Maryvonne Gérin pour ses remarques toujours aussi douces qu'elles sont pertinentes. Je remercie Arnaud Belloche pour son honnêteté intellectuelle qui fait la qualité de son travail. Je remercie Phi Nghiem pour m'avoir fait partager sa philosophie de la science. Je remercie tous les membres du SAp qui m'ont rendu ouvert ce laboratoire.

Je remercie ceux qui ont lu le manuscrit, d'avoir su me laisser croire qu'ils l'avaient fait avec plaisir, tout particulièrement François Boulanger et David Flower.

Je remercie enfin Jean-Pierre Chièze pour sa patience, sa disponibilité et le rôle de directeur qu'il a assumé à la perfection. Il a su tout d'abord préserver ma liberté, puis resserrer la bride pour tirer parti de qualités que je n'aurais pas soupçonnées. Ça n'a pas toujours été facile ni pour lui, ni pour moi, mais je n'aurais jamais gravi cette montagne si mon guide n'avait pas tiré sur la corde dans certains passages difficiles.



# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Introduction</b>                         | <b>9</b>  |
| <b>1 Maillage adaptatif glissant</b>        | <b>11</b> |
| 1.1 Introduction                            | 11        |
| 1.2 Équation pilote du maillage             | 12        |
| 1.2.1 Densité de la grille et résolution    | 12        |
| 1.2.2 Lissage en espace                     | 12        |
| 1.2.3 Lissage en temps                      | 13        |
| 1.2.4 Nombre de mailles                     | 13        |
| 1.3 Discrétisation en temps                 | 14        |
| 1.3.1 Champ de vecteurs                     | 15        |
| 1.3.2 Schéma explicite                      | 15        |
| 1.3.3 Schéma semi-implicite                 | 16        |
| 1.3.4 Schéma implicite complet              | 17        |
| 1.4 Discrétisation en espace                | 17        |
| 1.4.1 Géométrie du maillage                 | 17        |
| 1.4.2 Schéma de centrage                    | 18        |
| 1.4.3 Schéma d'advection                    | 18        |
| 1.5 Tests de l'algorithme                   | 20        |
| 1.5.1 Chocs adiabatiques                    | 20        |
| 1.5.2 Tube à choc de Sod                    | 21        |
| 1.5.3 Explosion de Sedov                    | 21        |
| 1.5.4 Autres considérations                 | 22        |
| 1.6 Conclusion                              | 23        |
| <b>2 Chocs interstellaires</b>              | <b>27</b> |
| 2.1 Introduction                            | 27        |
| 2.2 Revue des modèles stationnaires         | 28        |
| 2.3 Modèle                                  | 28        |
| 2.3.1 Hydrodynamique multifluide            | 28        |
| 2.3.2 Chimie                                | 30        |
| 2.3.3 Refroidissement dans les raies        | 31        |
| 2.3.4 Physique liée aux grains de poussière | 37        |
| 2.3.5 Autres chauffages et refroidissements | 39        |
| 2.4 Classification des chocs                | 41        |
| 2.4.1 Protocole de choc                     | 41        |
| 2.4.2 Paramètres testés                     | 41        |
| 2.4.3 Chocs continus ou forts               | 42        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 2.4.4    | Chocs dissociant ou non . . . . .                                    | 43        |
| 2.5      | Échelles de longueur et de temps . . . . .                           | 46        |
| 2.5.1    | Échelles de longueur . . . . .                                       | 46        |
| 2.5.2    | Échelles de temps . . . . .  | 48        |
| 2.6      | Évolution des variables hydrodynamiques le long d'un choc . . . . .  | 50        |
| 2.6.1    | Équations stationnaires . . . . .                                    | 50        |
| 2.6.2    | Précurseur magnétique . . . . .                                      | 51        |
| 2.6.3    | Choc adiabatique . . . . .   | 52        |
| 2.6.4    | Queue de relaxation thermique et chimique . . . . .                  | 54        |
| 2.6.5    | Choc dissociant . . . . .  | 54        |
| 2.6.6    | Choc C . . . . .   | 55        |
| 2.6.7    | Validité de l'état quasi-stationnaire . . . . .                      | 56        |
| 2.7      | Thermochimie le long du choc . . . . .                               | 57        |
| 2.7.1    | Abondances . . . . .   | 57        |
| 2.7.2    | Mécanismes dominant le refroidissement . . . . .                     | 60        |
| 2.8      | Comparaisons . . . . .   | 60        |
| 2.8.1    | Confrontation à l'anamorphose . . . . .                              | 61        |
| 2.8.2    | Réseau chimique à 8 espèces . . . . .                                | 62        |
| 2.8.3    | Impact observationnel . . . . .                                      | 63        |
| 2.9      | Conclusions . . . . .  | 63        |
| <b>3</b> | <b>Régions dominées par les photons</b>                              | <b>69</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .   | 69        |
| 3.2      | Revue des observations de M16 . . . . .                              | 69        |
| 3.2.1    | L'amas NGC6611 . . . . .   | 70        |
| 3.2.2    | La région ionisée . . . . .  | 71        |
| 3.2.3    | Le flot évaporatif . . . . .   | 72        |
| 3.2.4    | Les piliers . . . . .  | 72        |
| 3.3      | Modélisation physique . . . . .                                      | 73        |
| 3.3.1    | Ionisation de l'atome d'hydrogène . . . . .                          | 73        |
| 3.3.2    | Recombinaison . . . . .  | 74        |
| 3.3.3    | Photochimie . . . . .  | 75        |
| 3.3.4    | Les grains . . . . .   | 76        |
| 3.4      | Naissance d'une région HII . . . . .                                 | 76        |
| 3.4.1    | Sphère de Strömgen . . . . .   | 77        |
| 3.4.2    | Équilibre d'ionisation . . . . .                                     | 77        |
| 3.4.3    | Classification des fronts d'ionisation . . . . .                     | 78        |
| 3.4.4    | Établissement de la sphère de Strömgen . . . . .                     | 79        |
| 3.4.5    | Simulation en milieu homogène . . . . .                              | 82        |
| 3.4.6    | Simulation en milieu inhomogène . . . . .                            | 84        |
| 3.4.7    | Modèle de flot évaporatif . . . . .                                  | 84        |
| 3.5      | Fronts mixtes de photo-ionisation et de photo-dissociation . . . . . | 85        |
| 3.5.1    | Chimie simplifiée . . . . .  | 85        |
| 3.5.2    | Chimie à 32 espèces . . . . .  | 85        |
| 3.5.3    | L'instabilité Rayleigh-Taylor . . . . .                              | 86        |
| 3.6      | Conclusions . . . . .  | 88        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>Effondrement sphérique</b>  | <b>93</b>  |
| 4.1      | Introduction . . . . .   | 93         |
| 4.2      | Brève revue des modèles sphériques . . . . .                                 | 94         |
| 4.3      | Protocole d'effondrement . . . . .   | 94         |
| 4.4      | Modèles isothermes . . . . .   | 95         |
| 4.4.1    | Comparaison à Foster et Chevalier 1993 . . . . .                             | 98         |
| 4.4.2    | Comparaison des différentes conditions initiales . . . . .                   | 99         |
| 4.4.3    | Comparaison à IRAM 04191 . . . . .   | 100        |
| 4.4.4    | Le paradoxe du support turbulent . . . . .                                   | 101        |
| 4.5      | Modèles avec transfert d'énergie et chimie . . . . .                         | 101        |
| 4.5.1    | Chimie . . . . .   | 101        |
| 4.5.2    | Transfert du rayonnement . . . . .   | 102        |
| 4.5.3    | Température des grains . . . . .   | 104        |
| 4.5.4    | Hydrostatique . . . . .  | 105        |
| 4.5.5    | Dynamique . . . . .  | 107        |
| 4.5.6    | Comparaison avec IRAM 04191 . . . . .  | 109        |
| 4.6      | Conclusions . . . . .  | 110        |
| <b>5</b> | <b>Instabilité thermique</b>   | <b>113</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .   | 113        |
| 5.2      | Modèle thermochimique du gaz interstellaire . . . . .                        | 114        |
| 5.2.1    | Choix du réseau chimique . . . . .   | 114        |
| 5.2.2    | Fonction de chauffage et de refroidissement à l'équilibre chimique . . . . . | 115        |
| 5.3      | Étude linéaire . . . . .   | 115        |
| 5.3.1    | Dérivation des équations de l'hydrodynamique . . . . .                       | 115        |
| 5.3.2    | Relation de dispersion . . . . .   | 117        |
| 5.3.3    | Échelles caractéristiques de l'instabilité thermique . . . . .               | 120        |
| 5.4      | Étude homobare . . . . .   | 122        |
| 5.4.1    | Dérivation de la théorie statistique . . . . .                               | 122        |
| 5.4.2    | Système biphasé . . . . .  | 122        |
| 5.4.3    | Système multiphasé . . . . .   | 126        |
| 5.5      | Étude numérique . . . . .  | 126        |
| 5.5.1    | Petits modes . . . . .   | 127        |
| 5.5.2    | Grands modes . . . . .   | 133        |
| 5.5.3    | Effet de la chimie hors équilibre . . . . .                                  | 133        |
| 5.5.4    | Effet de la viscosité . . . . .  | 134        |
| 5.5.5    | Effet de la diffusion . . . . .  | 134        |
| 5.6      | Fragmentation par l'instabilité thermique . . . . .                          | 136        |
| 5.6.1    | Longueur de fragmentation (étude monodimensionnelle) . . . . .               | 136        |
| 5.6.2    | Étude tridimensionnelle . . . . .  | 138        |
| 5.7      | Instabilité thermique et gravitation . . . . .                               | 148        |
| 5.7.1    | Longueur de Jeans . . . . .  | 148        |
| 5.7.2    | Scénario de compétition entre les deux instabilités . . . . .                | 148        |
| 5.7.3    | Simulations avec gravité . . . . .   | 150        |
| 5.8      | Conclusions . . . . .  | 150        |
|          | <b>Conclusion</b>  | <b>153</b> |



|  |            |
|--|------------|
| <b>Annexes</b>   | <b>157</b> |
| <b>A Équations de l'hydrodynamique</b>                       | <b>157</b> |
| A.1 Le théorème de transport de Reynolds . . . . .           | 157        |
| A.2 Masse . . . . .  | 158        |
| A.3 Impulsion . . . . .                                      | 158        |
| A.4 Énergie . . . . .  | 159        |
| <b>B Équations d'état</b>                                    | <b>161</b> |
| B.1 Viscosité . . . . .                                      | 161        |
| B.2 Flux de chaleur . . . . .                                | 162        |
| <b>C Couplages collisionnels</b>                             | <b>163</b> |
| C.1 Physique des collisions . . . . .                        | 163        |
| C.1.1 Section efficace différentielle de collision . . . . . | 163        |
| C.1.2 Section efficace de collision . . . . .                | 164        |
| C.1.3 Section efficace de transfert de moment . . . . .      | 164        |
| C.1.4 Transfert d'énergie . . . . .                          | 164        |
| C.2 Couplages élastiques . . . . .                           | 165        |
| C.2.1 Taux de collision . . . . .                            | 165        |
| C.2.2 Transfert d'impulsion . . . . .                        | 166        |
| C.2.3 Transfert d'énergie . . . . .                          | 166        |
| C.3 Réactions chimiques . . . . .                            | 167        |
| C.3.1 Température de réaction . . . . .                      | 167        |
| C.3.2 Transfert de moment . . . . .                          | 168        |
| C.3.3 Transfert d'énergie . . . . .                          | 168        |
| <b>D Réseau chimique</b>                                     | <b>169</b> |

# Introduction

L'observation de la molécule CO et de ses isotopes a révélé la structure fragmentée de la distribution du gaz moléculaire, depuis les grands complexes moléculaires jusqu'aux fragments protostellaires. Or, il apparaît aujourd'hui que cette hiérarchie contrôle au moins en partie le taux de formation des étoiles, son rendement, et la distribution de masse initiale des étoiles.

Cependant, l'origine et l'évolution temporelle des étapes de condensation du gaz interstellaire sont encore très mal comprises. En effet, ce mécanisme combine la complexité de l'hydrodynamique avec une multitude d'autres phénomènes physiques. Par exemple, on pense que la diffusion ambipolaire qui résulte du couplage des ions avec le champ magnétique est l'un des principaux acteurs qui régulent le taux de formation des étoiles. Les processus radiatifs responsables du refroidissement du gaz reposent sur la connaissance de la chimie atomique et moléculaire très riche du milieu interstellaire. Le rayonnement produit par les étoiles naissantes influence le bilan thermique du gaz environnant. Enfin, la force gravitationnelle génère des flots très largement supersoniques qui résultent en des chocs très minces, et condensent le gaz en très petits fragments et sous-structures.

Les techniques numériques actuelles qui décrivent l'évolution dynamique du gaz sur des échelles spatiales et temporelles séparées par plusieurs ordres de grandeur commencent à permettre la simulation de certaines phases parmi les plus précoces de la formation des étoiles.

Dans ce contexte, nous abordons la modélisation de plusieurs problèmes dynamiques liés à la formation des étoiles, en mettant l'accent sur la très haute résolution et sur la thermochimie du gaz dépendante du temps.

Nous avons dans un premier temps développé un algorithme monodimensionnel à mailles mobiles qui supporte une microphysique très détaillée. En effet, la fonction de refroidissement du gaz fait intervenir les abondances de certaines espèces moléculaires ou atomiques. La connaissance de leurs concentrations fait appel à un réseau chimique touffu dont l'évolution doit être suivie hors équilibre thermodynamique. Le suivi de cette cinétique chimique nécessite la description d'échelles de temps très disparates. La considération de ces échelles de temps le long du fluide en mouvement se traduit par une gamme d'échelles spatiales tout aussi étendue, depuis le libre parcours moyen des particules du gaz jusqu'aux tailles typiques des nuages du milieu interstellaire.

C'est dans cette mesure que les atouts du maillage glissant retentissent avec le plus de force. En effet, cet algorithme est le seul qui allie une très haute résolution avec une formulation implicite, caractéristique indispensable à la résolution des problèmes raides engendrés par la chimie. Nous espérons ainsi soutenir la comparaison avec les modèles stationnaires existant dans trois domaines de la physique des étoiles jeunes :

- les jets protostellaires,
- les régions dominées par les photons,
- l'effondrement sphérique.

Dans chacun de ces trois contextes, les modèles stationnaires actuels permettent un diagnostic observationnel grâce au raffinement de la microphysique qu'ils mettent en oeuvre. Nous nous proposons d'ajouter la composante dynamique à ces modèles sans trop sacrifier à leur arsenal physique. De plus, nous essayerons de construire un même outil numérique facilement maléable pour s'adapter à chacun de ces trois secteurs de la physique du milieu interstellaire.

Dans un deuxième temps, nous utilisons l'outil hydrodynamique multidimensionnel à raffinement de maillage RAMSES écrit par Romain Teyssier. Dans un cadre thermo-chimique simplifié, ce code va nous permettre d'étudier le résultat de la fragmentation du milieu interstellaire sous l'effet combiné des instabilités thermique et gravitationnelle.

En effet, Chièze (1987)<sup>1</sup> examine le théorème du Viriel appliqué aux fragments qui constituent les nuages. Il montre que la hiérarchie bimodale des nuages moléculaires s'articule autour de la température du premier niveau excité de la structure fine de l'ion C<sup>+</sup>, principal agent refroidissant dans ce domaine de température. C'est la première indication du rôle de l'instabilité thermique dans la structuration du milieu interstellaire. La structure fragmentée du milieu interstellaire est couramment interprétée comme le résultat d'une cascade turbulente qui coordonne les nuages des plus grandes échelles vers les plus petites. Cette turbulence est très hautement compressible, et réalise une cascade de refroidissement qui forme les nuages moléculaires en condensant le gaz des bulles chaudes formées par les supernovae et les régions dominées par les photons. La gravité quant à elle joue un rôle fédérateur en agençant les fragments constitués, mais sur des échelles de temps plus longues.

L'étude de la force de gravité nécessite un modèle tridimensionnel. Les contrastes engendrés par le refroidissement brutal du gaz font appel à une très haute résolution localisée. Ces deux aspects majeurs du problème de la compétition entre les instabilités thermiques et gravitationnelles en font un cadre idéal pour le raffinement adaptatif de maillage.

Le premier chapitre de cette thèse examine les caractéristiques techniques de l'algorithme du maillage glissant ainsi que sa validation sur quelques problèmes classiques de l'hydrodynamique. Ce premier chapitre est parfaitement indépendant du reste de la thèse.

Les trois chapitres qui suivent présentent les applications successives de cet algorithme aux chocs magnétohydrodynamiques, aux fronts de photo-ionisation, puis aux chocs d'accrétion lors d'un effondrement gravitationnel sphérique. Le deuxième chapitre sur les chocs contient la description de tous les phénomènes de microphysique associés à la fonction de chauffage et de refroidissement du gaz. Les troisième et quatrième chapitres précisent chacun la physique particulière adaptée au problème traité, en s'appuyant sur l'arsenal présenté au deuxième chapitre.

Le cinquième et dernier chapitre a pour sujet l'instabilité thermique. Elle y est étudiée dans un cadre monodimensionnel sous l'angle linéaire, homobare, puis numérique. Ensuite, nous examinons son pouvoir de fragmentation, alliée ou non à la force de gravitation.

Enfin, les annexes regroupent la dérivation des équations de l'hydrodynamique dans le cadre nécessaire par le maillage glissant, les modèles collisionnels utilisés, et le réseau chimique employé.

---

1. Chièze, J.-P., *Astron. Astrophys.* (1987) **171**, 225-232

# Chapitre 1

## Maillage adaptatif glissant

### 1.1 Introduction

La modélisation des structures dans le milieu interstellaire nécessite de déployer une résolution très importante sur des temps très longs.

En effet, la structure autosimilaire observée dans le milieu interstellaire permet de dégager une relation entre la taille  $R$  des nuages et la largeur typique  $l$  des chocs qu'ils encourent :

$$\text{Compacité} = \frac{R}{l} = \frac{580 \text{ pc}.n_H}{10^{15} \text{ cm}.n_H} = 10^6$$

Pour suivre un choc sur toute la durée de traversée d'un nuage, un code *explicite* à maillage *régulier* doit donc réaliser  $10^6$  pas de temps avec  $10^6$  mailles...

Devant la difficulté du problème, maintes techniques ont déjà été éprouvées, mais rares sont celles qui permettent de suivre l'évolution temporelle sur des durées suffisamment longues. Nous allons présenter ici la solution élégante de Dorfi et Drury (1987). Ils se proposent de construire une équation simple pour gérer les déplacements du maillage de manière à ce qu'il se resserre aux endroits où l'on désire avoir une description spatiale plus fine.

Un tel maillage glissant continuellement par rapport au fluide rassemble beaucoup d'atouts :

- il supporte une forte dynamique de résolution.
- la fonction de résolution est modelable à souhait.
- son nombre de mailles est constant.
- il autorise une formulation implicite.

Gardons à l'esprit cette citation tirée de Numerical Recipes 1992 (en introduction à la section 19.1) : “The goal of numerical simulation is not always *accuracy* in a strictly mathematical sense, but sometimes *fidelity* to the underlying physics in a sense that is looser and more pragmatic”.

Cela signifie qu'un code numérique n'est jamais qu'un modèle et ne peut atteindre strictement la réalité, mais il peut en rendre certaines caractéristiques. Il appartient donc au modélisateur de choisir quelles arcanes de la nature il désire imiter. Le canon de la beauté en matière de simulation change avec ce que l'évolution des techniques mathématiques permet d'arbitrer, et avec les batteries de tests validés par des méthodes indépendantes (Sod, explosion, pancake..).

Après avoir présenté l'algorithme du maillage glissant, nous allons donc nous attacher à justifier les options techniques choisies vis-à-vis du problème du suivi des fronts rencontrés dans le milieu interstellaire. Enfin, nous confronterons notre code à différents tests adaptés aux besoins des simulations que nous voudrions réaliser.

## 1.2 Équation pilote du maillage

### 1.2.1 Densité de la grille et résolution

Supposons que l'on ait discrétisé l'espace à l'aide de  $N$  points de grille  $r_1, r_2, \dots, r_N$ . L'idée consiste à ajuster la concentration de points de grille à une certaine résolution voulue qui dépendra des paramètres physiques locaux. Commençons par définir la notion de densité de points de la grille :

$$n_i = \frac{X_i}{r_{i+1} - r_i} \quad (1.1)$$

$n_i$  est donc le nombre de points de grille par unité de longueur  $X_i$  au point courant numéro  $i$ .

La fonction de résolution est une notion beaucoup plus subjective, et dépend de chaque problème considéré. C'est dans le choix de cette fonction de résolution que réside l'art du maillage glissant. Le plus couramment, on souhaite répartir les points de manière uniforme sur le graphe de certaines variables d'état qui subissent des discontinuités. Cela conduit à adopter la fonction de résolution :

$$R_i = \sqrt{1 + \left( \frac{X_i}{F} \frac{f_{i+1} - f_i}{r_{i+1} - r_i} \right)^2}$$

$F$  est une longueur caractéristique associée à la fonction  $f$ , et  $X_i$  est l'échelle spatiale naturelle à la position  $r = r_i$  (en géométrie sphérique celle-ci peut dépendre du rayon, par exemple).

### 1.2.2 Lissage en espace

Pour que les points de la grille soient distribués là où la résolution est forte, il suffit que la densité  $n$  soit proportionnelle à la résolution  $R$ . L'équation naturelle pour le maillage est donc :

$$n \propto R$$

Mais cette équation est très instable, et il faut lisser la fonction de résolution en espace et en temps pour que la méthode devienne praticable.

Une première contrainte pour la stabilité de la grille est que l'intervalle entre deux points ne doit pas trop changer d'une de ses cellules à l'autre. On aimerait que :

$$\frac{k}{k+1} < \frac{n_{i+1}}{n_i} < \frac{k+1}{k}$$

où  $k$  mesure en quelque sorte la rigidité de la grille. La manière la plus directe d'arriver à ce résultat en partant d'une fonction de résolution quelconque est de la lisser en réalisant cette convolution :

$$n_i \propto \sum_j \left( \frac{k}{k+1} \right)^{|i-j|} R_j$$

Si l'on suppose que l'on a des conditions aux limites périodiques, ce noyau de convolution correspond exactement à la réciproque de l'opérateur :

$$1 - k(k+1)\delta^2$$

où  $\delta$  est l'opérateur différence :

$$(\delta n)_i = n_{i+\frac{1}{2}} - n_{i-\frac{1}{2}}$$

L'équation s'inverse alors en :

$$\tilde{n}_i = n_i - k(k+1)(n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}) \propto R_i$$

Dans la pratique, les discontinuités ne restent pas longtemps près des bords de la simulation, et le fait que les conditions aux limites ne soient pas réellement périodiques ne joue pas beaucoup.

### 1.2.3 Lissage en temps

Même sous cette forme, l'évolution du maillage est encore instable : il faut éviter que toutes les mailles ne s'assemblent d'un seul coup dès qu'un nouveau gradient apparaît dans la solution. On réalise donc un lissage exponentiel en temps de la fonction de résolution :

$$n \propto \int_0^\infty R(t-t')e^{-t'/\tau} \frac{dt'}{\tau}$$

Ce qui conduit à une équation de la forme :

$$\hat{n}_i = \tilde{n}_i + \frac{\tau}{\Delta t}(\tilde{n}_i - \tilde{n}_i^0) \propto R_i$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps adopté par la discrétisation temporelle et  $\tilde{n}_i^0$  représente  $\tilde{n}_i$  au pas de temps précédent.  $\tau$  est donc l'échelle de temps sur laquelle la grille s'adapte. De son choix dépend cruciallement la stabilité de la grille.

Supposons par exemple qu'on veuille suivre un front d'une largeur  $\Delta R$  qui avance à une vitesse  $v$ . Le temps  $\tau_{\max} = \Delta R/v$  correspond au temps qu'il faut pour que le front se décale de sa propre largeur. Si la grille est encore à la position ancienne du front, elle ne décrit plus du tout bien son avancée.

Pour ne pas être dépassée par les événements, la grille doit donc avoir un temps d'adaptation d'au plus :

$$\tau_{\max} = \frac{\Delta R}{v}$$

En pratique, on peut choisir des  $\tau$  de l'ordre de  $\tau_{\max}$ . En effet, si le maillage n'a qu'une cellule de retard, il reste très proche de la discontinuité, car la cellule de retard est celle qui a la plus petite dimension. Mais il faut tenir compte que  $\tau_{\max}$  dépend des conditions physiques, qu'il n'est pas toujours possible de prédire sa valeur, qu'il peut varier dans le temps, voire même suivant la position dans la boîte de simulation s'il arrive qu'on ait à gérer plusieurs fronts de largeurs et de vitesses différentes.

Enfin, on se décharge de la constante de proportionnalité en écrivant l'équation finale sous la forme :

$$\frac{\hat{n}_{i+1}}{\hat{n}_i} \propto \frac{R_{i+1}}{R_i}$$

On pourrait concevoir mille autres manières d'écrire cette dernière relation de proportionnalité combinée à mille autres manières de lisser en temps et en espace. Dorfi et Drury en ont imaginé beaucoup et ont testé énormément de méthodes différentes. Il semble que celle-ci ne soit pas la meilleure : celle-ci est *la seule* qui fonctionne ! D'ailleurs, la pratique de cet algorithme nous a montré qu'il est très peu judicieux de s'écarter ne serait-ce que marginalement de ces prescriptions...

### 1.2.4 Nombre de mailles

L'une des propriétés remarquables de ce maillage glissant est qu'il conserve en permanence le même nombre de mailles. L'avantage qu'on en retire est une gestion de la mémoire grandement facilitée relativement aux méthodes de raffinement qui découpent les cellules au fur et à mesure des besoins. Mais l'inconvénient réside dans le fait qu'il faut prédire à l'avance le nombre de mailles nécessaire pour résoudre le problème qu'on s'est fixé. Voici donc quelques règles qui permettent de prévoir le nombre de mailles à pourvoir.

### Nombre de résolution

Pour chaque discontinuité, il faut partant d'une résolution 1 au bord resserrer le maillage d'une cellule à l'autre pour parvenir à la résolution souhaitée au centre de la discontinuité, puis revenir à la résolution 1. Or la rigidité de la grille empêche les cellules voisines d'être trop différentes, il faut donc prévoir un nombre de cellules d'au moins :

$$N_r = 2 \frac{\ln(R_{\max})}{\ln\left(\frac{k}{k+1}\right)}$$

pour une discontinuité de résolution maximale  $R_{\max}$ . La résolution théoriquement atteinte augmente donc exponentiellement avec le nombre de mailles !

### Nombre de variation

Au travers de certaines discontinuités (comme c'est le cas dans les fronts d'ionisation), certaines variables perdent plusieurs ordres de grandeur en valeur relative. Il faut alors prévoir suffisamment de mailles pour étaler cette variation. Si l'on admet le même critère de stabilité que pour l'espacement de la grille, il faudra alors ajouter

$$N_v = \frac{\ln\left(\frac{f_{\max}}{f_{\min}}\right)}{\ln\left(\frac{k}{k+1}\right)}$$

mailles, où  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$  sont respectivement les valeurs minimales et maximales de la grandeur qui varie le plus.

### Limites du maillage

Un autre inconvénient à la cardinalité constante survient dans le cas de discontinuités multiples : si une nouvelle discontinuité apparaît, elle va devoir se fournir en mailles auprès des discontinuités déjà existantes, et il faudra faire glisser toutes ces mailles au travers des discontinuités pour les acheminer vers la nouvelle venue.

De plus, il semble qu'il ne soit pas raisonnable de fonctionner avec une résolution supérieure au million, le milliard étant le record absolu que nous ayons atteint. Aucune des multiples astuces que nous avons pu imaginer pour améliorer la précision du schéma numérique n'a été convaincante. Seul la compilation avec un mode de calcul en précision supérieure semble soulager les rouages du code, mais au prix d'un accroissement considérable du temps de calcul...

Enfin, pour contrôler la résolution maximale, mieux vaut limiter la physique contenue dans les équations que borner la fonction de résolution. En effet, toute atteinte à l'algorithme du maillage glissant se solde souvent par une sévère punition numérique où le moteur Newton-Raphson s'enlise et ne converge plus, forçant la stagnation des pas de temps, et l'arrêt du calcul par l'utilisateur dépité...

## 1.3 Discrétisation en temps

La résolution informatique d'un problème d'évolution temporelle passe par la segmentation de la dynamique en pas de temps successifs. Nous abordons ici la description du schéma employé pour résoudre l'intégration de chacun de ces pas de temps.

### 1.3.1 Champ de vecteurs

Admettons qu'une discrétisation spatiale du problème ait déjà été choisie : l'état du système à un instant quelconque est donc représenté par la donnée de quantités physiques en un nombre fini de points. Un état possible est alors modélisé par un vecteur  $\mathbf{x}$  de dimension finie.

Les équations de la physique permettent de déterminer à partir d'une position initiale donnée l'évolution de l'état du système. On est toujours en mesure dans ce cadre déterministe de construire un *champ de vecteurs*  $\mathbf{F}$  qui associe à un état la dérivée temporelle de son évolution future. L'équation qui donne la trajectoire du système au cours du temps est alors :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$$

On peut toujours s'affranchir de la dépendance en temps du champ de vecteur quitte à se charger d'une dimension en plus en réalisant le changement de variable :

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y} = (\mathbf{x}, t)$$

et en posant :

$$\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{y}) = (\mathbf{F}(\mathbf{x}, t), 1).$$

On peut donc toujours se ramener aux systèmes de la forme :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$$

### 1.3.2 Schéma explicite

Supposons que nous connaissons l'état  $\mathbf{x}_0$  du système en un instant  $t$ . Fixons nous à présent un certain intervalle de temps discret  $\Delta t$ , et cherchons à estimer la position future  $\mathbf{x}$  du système à l'instant  $t + \Delta t$ . La manière la plus directe de procéder est de réaliser à l'instant  $t$  le développement de Taylor du champ de vecteur au premier ordre :

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) + o(\Delta t)$$

On se propose donc de choisir :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0)$$

Pourvu que le pas de temps soit suffisamment petit, on peut espérer être près de la trajectoire réelle suivie, et procéder par bonds successifs. Cette méthode d'intégration que nous devons à Euler est dite *explicite* car à chaque pas le champ de vecteur donne directement le nouvel intervalle d'espace à franchir. Elle présente cependant deux inconvénients majeurs.

- Dans le cas de problèmes dits *raides*, c'est-à-dire où plusieurs échelles de temps d'évolution très différentes cohabitent (comme c'est le cas en cinétique chimique, par exemple), cette méthode n'est pas fiable et est sujette aux perturbations de la plus courte échelle de temps.
- Dans le cas de problèmes d'advection, ou de transport d'une certaine information, ce schéma est instable dès que la condition de Courant-Friedrich-Lewy est violée. Si l'on pose  $v$  la vitesse de transport, et  $\lambda$  l'échelle de discrétisation spatiale choisie, cette condition s'écrit :

$$\Delta t \leq \frac{\lambda}{v} =: \tau$$



Cette relation traduit naturellement qu'on ne doit pas transporter d'information au cours d'un pas de temps sur plus d'une cellule du maillage. Dans le cas contraire, toutes les longueurs d'ondes portées par le maillage sont amplifiées exponentiellement.

Or, dans la plupart des objets astrophysiques qui nous intéressent, les structures dont on cherche à rendre l'évolution sont très compactes. On cherche par exemple à décrire l'évolution d'un front de largeur  $\Delta r$  sur une distance  $R$ . Pour avoir une description correcte, il faut au moins discrétiser l'espace à l'échelle du front. Si  $v$  est la vitesse de progression du front, on a alors :

$$\tau = \frac{\Delta R}{v}$$

Calculons alors le nombre de pas de temps nécessaires pour suivre ce front sur la distance  $R$  :

$$N = \frac{R/v}{\tau} = \frac{R}{\Delta R}$$

Essayons de suivre un front de choc dans un nuage d'hydrogène de densité  $n_H = 10^4 \text{ cm}^{-3}$  :  $\Delta R$  est de l'ordre du libre parcours moyen des photons dans ce milieu, c'est-à-dire  $3 \cdot 10^{-8} \text{ pc}$ . La taille typique d'un tel nuage est de  $0,1 \text{ pc}$ . On a donc affaire à un contraste de  $R/\Delta R = 3 \cdot 10^6$ , et il faut donc autant de pas de temps pour suivre le modèle, et ce dans le "meilleur" des cas où le front n'est décrit que par une zone et où le pas de temps est égal au pas de temps de Courant.

Ces deux arguments suffisent à rendre impraticable le schéma d'intégration explicite dans ce domaine d'application.

### 1.3.3 Schéma semi-implicite

Une autre idée consiste à effectuer le développement de Taylor en le basant sur l'instant  $t + \Delta t$ . On est alors amené à écrire

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}(t + \Delta t)) + o(\Delta t)$$

qui nous conduit à choisir  $\mathbf{x}_1$  comme solution de l'équation :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_1)$$

Cette équation est *non linéaire* dès que le champ de vecteur  $\mathbf{F}$  l'est, c'est-à-dire dans tous les cas qui nous intéressent.

Dans une première étape, on peut linéariser cette équation :

$$\mathbf{x}_1^{\text{lin}} = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot [\mathbf{1} - \Delta t \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}_0}]^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0)$$

Si on se contente de cette solution, on parle de schéma *semi-implicite linéaire*. Souvent, la physique ne fait intervenir que des couplages entre cellules voisines. Alors, la matrice  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}$  est une matrice bande qui contient un petit nombre de diagonales. Les algorithmes de décomposition LU permettent de résoudre ces systèmes à peu de frais. De plus, beaucoup de problèmes mono-dimensionnels qui semblent non locaux admettent une formulation locale pour peu qu'on soit prêt à s'enrichir d'une variable supplémentaire.

Le plus souvent, on désire résoudre le système dans toute sa non linéarité : on procède alors par corrections linéaires successives pour approcher la solution en suivant la méthode de Newton-Raphson (voir Numerical Recipes 1992, section 9.6). Le schéma ainsi réalisé est dit *semi-implicite non linéaire*.

Enfin, pour améliorer la vitesse de convergence de cette méthode, il est utile de prédire la nouvelle position du système, par exemple en interpolant linéairement la trajectoire à partir du pas de temps précédent.

L'avantage de cette méthode d'intégration réside dans sa grande robustesse : la stabilité est garantie inconditionnellement, et la précision est contrôlée par les variations relatives du vecteur d'état entre deux pas de temps.

### 1.3.4 Schéma implicite complet

Un dernier perfectionnement est introduit par la remarque qui suit. Lorsque l'espace des configurations est de dimension 1, en vertu du théorème des valeurs intermédiaires, on sait qu'il existe un certain  $\alpha \in [0, 1]$  tel que :

$$x(t + \Delta t) = x_0 + \Delta t \cdot F(x_0 + \alpha(x(t + \Delta t) - x_0))$$

On peut donc interpréter l'un et l'autre des deux précédents schémas de discrétisation en temps comme un pari sur la valeur de  $\alpha$  : 0 dans le cas explicite, et 1 dans le cas implicite.

On est alors amené à proposer la forme :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \Delta t \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0 + \alpha(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0))$$

où l'on a choisi préalablement le paramètre  $\alpha$ .

On montre que pour  $\alpha = \frac{1}{2}$ , le schéma est d'ordre 2 en temps. Mais on montre aussi que le schéma est inconditionnellement stable pour  $\alpha \in ]\frac{1}{2}, 1]$  si l'on contrôle les variations relatives des variables au cours de chaque pas de temps.

On choisit donc  $\alpha > \frac{1}{2}$  mais proche de  $\frac{1}{2}$ , et on fixe un seuil de variation relative qui détermine la longueur des pas de temps (en pratique, ce seuil est de 5%, et  $\alpha = 0,55$ ). Ainsi, les pas de temps sont petits lorsque les variables du système connaissent de forts changements. Mais réciproquement, lorsqu'un état plus ou moins stationnaire est atteint, le pas de temps s'envole et peut dépasser d'un facteur un million la condition de Courant.

## 1.4 Discrétisation en espace

L'informatique n'étant pas encore apte à traiter des champs continus, l'une des principales pré-occupation du théoricien modélisateur reste le choix d'un modèle discret qui segmente ces champs et traduise leurs équations d'évolution.

Les équations d'évolution sous leur forme adaptée à l'algorithme du maillage glissant sont décrites dans l'annexe A à l'aide du théorème de transport de Reynolds. Nous nous attachons ici à expliquer comment nous avons construit la grille qui décrit les variables hydrodynamiques, et comment nous modélisons les différents termes des équations.

### 1.4.1 Géométrie du maillage

Le maillage est constitué d'une série de  $N$  volumes de contrôles juxtaposés  $\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \dots, \mathcal{V}_N$  de volumes respectifs  $dV_1, dV_2, \dots, dV_{N+1}$ . Ces cellules sont séparées par  $N+1$  interfaces  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_N, \mathcal{S}_{N+1}$  de surfaces respectives  $dS_1, \dots, dS_{N+1}$ . Chacune des interfaces est repérée par une position  $r_1, \dots, r_{N+1}$  qui intervient dans la définition de la densité de points (voir équation 1.1). Les volumes et surfaces s'expriment différemment suivant la géométrie adoptée :

– en géométrie plans parallèles :

$$dS_i = s_0 \text{ (c'est une constante)}$$

$$dV_i = s_0(r_{i+1} - r_i)$$

– en géométrie sphérique :

$$\begin{aligned} dS_i &= 4\pi r_i^2 \\ dV_i &= \frac{4}{3}\pi(r_{i+1}^3 - r_i^3) \end{aligned}$$

### 1.4.2 Schéma de centrage

Dans les équations interviennent deux types de champ : ceux qu'on évalue sur la surface  $\mathcal{S}$  comme la vitesse  $\mathbf{u}$ , et ceux qu'on utilise dans tout le volume  $\mathcal{V}$  comme les densités  $\rho$  et  $e$ . Le schéma de discrétisation se propose de modéliser chacun de ces champs en n'utilisant qu'un seul nombre par entité élémentaire du maillage.

Pour les valeurs aux interfaces, on suppose que le champ est uniforme sur la surface  $\mathcal{S}_i$ . Par exemple,  $\mathbf{u}_i$  représente la valeur du vecteur vitesse sur l'interface  $i$ . De plus, on fait l'hypothèse que les vitesses sont toutes radiales, ce qui annule tous les flux de surface d'appui, et permet en outre de modéliser la vitesse par un simple scalaire.

Pour les valeurs à intégrer sur les volumes, on les représente par la valeur moyenne du champ sur le volume. Par exemple :

$$\rho_i = \frac{1}{dV_i} \int_{\mathcal{V}_i} \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

En revanche, dans le cas de l'équation de conservation de l'impulsion, il faut évaluer la pression sur les interfaces et la vitesse sur le volume. Le schéma de discrétisation ne peut donc être cohérent, et il faut décaler le volume de contrôle utilisé pour cette équation.

En géométrie plane, il suffit par exemple de placer un jeu d'interfaces décalées au milieu des cellules du maillage primaire.

En géométrie sphérique, cependant, la densité de masse en  $\frac{1}{2}(r_i + r_{i+1})$  n'est pas la densité de masse moyenne sur la cellule  $i$ , car la forme des cellules n'est pas symétrique. La meilleure position pour le maillage décalé. C'est donc là où la pression prend sa valeur moyenne. Or, si l'on fait la seule hypothèse que celle-ci varie linéairement avec le rayon sur la largeur d'une cellule, on est en mesure de déterminer sans ambiguïté cette position.

Écrivons donc pour  $r \in [r_i, r_{i+1}]$  que  $p(r) = p_i + p'(r - \tilde{r}_i)$ , où  $\tilde{r}_i$  est précisément le centrage recherché, et  $p'$  est le gradient de pression supposé uniforme dans la cellule  $i$ .

Par définition,

$$p_i = \frac{1}{dV_i} \int_{r_i}^{r_{i+1}} p(r) 4\pi r^2 dr = p_i + \frac{4\pi p'}{dV_i} \left[ \frac{1}{4} r^4 - \tilde{r}_i \frac{1}{3} r^3 \right]_{r_i}^{r_{i+1}}$$

On en déduit donc :

$$\tilde{r}_i = \frac{3 r_{i+1}^4 - r_i^4}{4 r_{i+1}^3 - r_i^3}$$

Ce nouveau jeu de positions permet de définir un deuxième maillage décalé par rapport au premier dont on notera toutes les caractéristiques avec des tildes.

### 1.4.3 Schéma d'advection

Nous allons examiner comment traiter le terme d'advection qui intervient dans le théorème de Reynolds (voir annexe A). Celui-ci est construit à partir de la vitesse relative du gaz par rapport à l'interface, et demande de connaître la valeur de la quantité  $F$  sur cette interface.

### Vitesse de la grille

La vitesse de la grille est déterminée de manière que le produit  $\Delta t u_s dS$  retranscrive le volume balayé par l'interface au cours du pas de temps. Nous reprenons les conventions de la section 1.3 : les indices entre parenthèses indiquent le début (0) et la fin (1) du pas de temps, et les valeurs sans indice sont interpolées au centre du pas de temps à l'aide du paramètre  $\alpha$ .

- En géométrie plans parallèles :

$$u_s = \frac{1}{\Delta t} (r(1) - r(0))$$

- En géométrie sphérique :

$$u_s = \frac{1}{\Delta t} \frac{r(1)^3 - r(0)^3}{3r^2}$$

La forme particulière de la vitesse sphérique est essentielle si on ne veut pas perdre la précision gagnée par le schéma d'advection.

### Valeur à l'interface

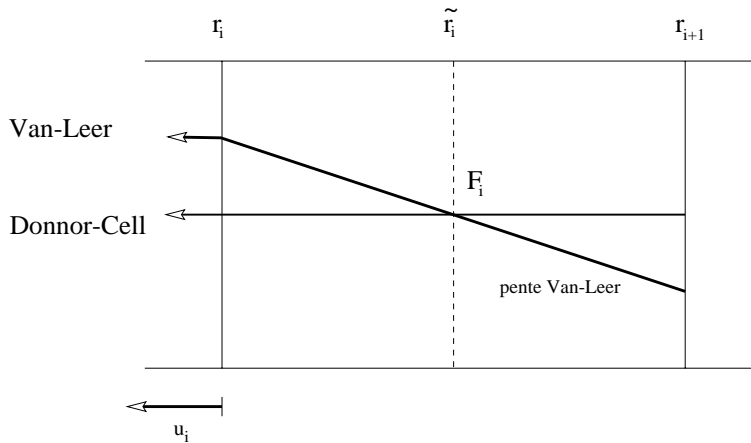


FIG. 1.1 – Construction de la valeur à advecter pour les schémas Van-Leer et Donnor-Cell.

La quantité  $F$  est connue au centre des volumes de contrôle, et il faut donc faire un choix d'interpolation pour avoir une estimation à l'interface.

La première idée naturelle qui consiste à faire une interpolation linéaire entre les deux zones est vouée à l'échec... En effet, il est prouvé qu'un schéma de ce type est inconditionnellement instable !

Il convient mieux de prendre la valeur "sous le vent". c'est-à-dire qu'il vaut mieux prendre la valeur de  $F$  au centre de la cellule d'où provient le flux qui traverse l'interface. Ainsi, on ne risque pas de violer le principe de causalité. Ce schéma porte le nom de Donnor-Cell et est d'ordre 1 :

$$\int_{S_i} F(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{S_i} \simeq (u_i - u_{si}) dS_i F_i^<$$

où on a noté la valeur de  $F_i$  sous le vent  $F_i^< = F_{i-1}$  si  $(u_i - u_{si}) \geq 0$  ou  $F_i^< = F_i$  si  $(u_i - u_{si}) < 0$

Pour aller un peu plus loin en précision, on peut évaluer le gradient de la quantité advectée, et l'interpoler à partir de sa position sous le vent pour déterminer sa valeur à l'interface :

$$F_i^< = F_{i-1} + (r_i - \tilde{r}_{i-1}) \frac{\partial F}{\partial r} \Big|_{i-1} \text{ si } (u_i - u_{si}) \geq 0$$

$$F_i^< = F_i + (\tilde{r}_i - r_i) \frac{\partial F}{\partial r} \Big|_i \text{ si } (u_i - u_{si}) < 0$$

Enfin, le gradient est estimé par la pente Van-Leer, qui conserve la monotonie du flot, tout en amenant la précision à l'ordre 3. Cette méthode consiste à évaluer les pentes à droite et à gauche par des simples différences :

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{F_{i+1} - F_i}{\tilde{r}_{i+1} - \tilde{r}_i} \\ F_g &= \frac{F_i - F_{i-1}}{\tilde{r}_i - \tilde{r}_{i-1}} \end{aligned}$$

Puis on réalise la moyenne harmonique de ces pentes, à moins qu'elles ne soient de signes opposés, auquel cas on estime le gradient nul :

$$\frac{\partial F}{\partial r} \Big|_i = \frac{\max(0, F_d F_g)}{F_d + F_g}$$

Cette méthode qui évalue les quantités en deux points différents en temps et en trois points en espace est du premier ordre en temps, et du troisième ordre en espace. Elle se révèle essentielle pour bien traiter les phénomènes d'advection lorsque la grille traverse les flots hydrodynamiques pour aller se loger près des discontinuités qui la pilote.

## 1.5 Tests de l'algorithme

Les tests que nous allons présenter sont chacun adapté à un type de problème numérique particulier. Les chocs adiabatiques permettent de tester les relations de conservation, le test de Sod examine le traitement des ondes de raréfaction et des discontinuités de contact, le test de Sedov enfin éprouve la géométrie sphérique du code et ses propriétés de diffusion thermique. Chacun de ces trois tests est pourvu d'une solution analytique exacte qui arbitre la solution numérique.

### 1.5.1 Chocs adiabatiques

On envoie du gaz sur un mur à une vitesse très supersonique, et on observe le développement du choc adiabatique jusqu'à son état stationnaire en un millier de pas de temps avec seulement 100 zones (à comparer au coût de la même simulation en schéma explicite calculé au paragraphe 1.3.2). L'objectif est de trouver les bonnes relations d'Hugoniot-Rankine à la traversée du choc. Elles sont ici vérifiées à quelques  $10^{-3}$  près en valeur relative (voir figure 1.2).

De plus, tous les codes numériques ont des problèmes avec le traitement de l'énergie près du mur. La discrétisation des équations à cet endroit produit un chauffage artificiel connu sous le nom de "wall heating". Avec ce schéma particulier d'advection, le phénomène donne à la fois lieu à un refroidissement et à un chauffage. La difficulté avec le maillage réside dans le fait qu'il a tendance à venir résoudre cette anomalie de température (ou de densité), ce qui aggrave l'amplitude de l'effet, mais le confine très près du mur. Une fonction de résolution basée sur la pression plutôt que sur la température ou la densité est donc préférable. Un terme de diffusion thermique permet aussi de diluer la région de chauffage. Signalons enfin qu'avec le refroidissement du gaz pour les chocs radiatifs, ce phénomène est marginal.

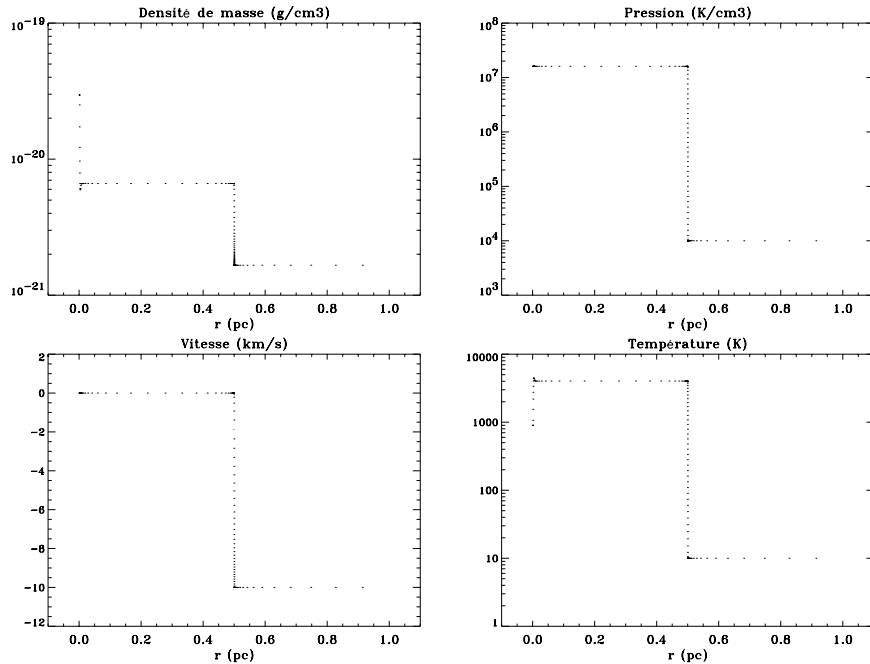


FIG. 1.2 – *Choc adiabatique : au bout d’un demi-temps de traversée d’une boîte de 1 parsec de long, pour une vitesse de 10 km/s et une densité de  $n_H = 10^3 / \text{cm}^3$ . Chaque point représente l’une des 100 zones de la simulation. La solution analytique les rendrait invisibles si elle était affichée. On note l’effet du phénomène de “wall heating” au bord gauche.*

### 1.5.2 Tube à choc de Sod

Une expérience qui se révèle très rude pour de nombreux codes consiste à réaliser un test de tube à choc : on suppose deux milieux homogènes différents séparés par une membrane imperméable. A l’instant  $t = 0$  de la simulation, on retire cette membrane et on regarde l’évolution du gaz. Ce problème n’est autre qu’un problème de Riemann dont la solution analytique est connue. Trois discontinuités se forment : une onde de raréfaction dans le milieu le plus dense, un choc dans le milieu le moins dense, et les deux milieux restent séparés par une discontinuité de contact (où la pression est continue, mais pas la densité et la température).

La difficulté pour le maillage consiste à capturer les caractéristiques de la discontinuité de contact, sans la diffuser. Cela est réalisé en ajustant correctement le temps d’adaptation de la grille, qui doit être de l’ordre du temps de traversée d’une longueur de dissipation visqueuse. Pour des temps d’adaptation de la grille trop courts, le phénomène de *wall heating* se produit aussi à la discontinuité de contact, et en rompt la symétrie. La figure 1.3 montre l’admirable réussite de l’algorithme, compte tenu de l’économie faite en nombre de zones. Signalons tout de même que l’onde de raréfaction pourrait être mieux décrite en choisissant une fonction de résolution basée sur des dérivées d’ordre 2 des variables d’état.

### 1.5.3 Explosion de Sedov

Sedov fut le premier à découvrir les équations autosimilaires d’une explosion dans un milieu de faible pression. Sa solution analytique (Sedov 1959) nous fournit un test du suivi de discontinuité par le maillage en géométrie sphérique. La figure 1.4 démontre une fois de plus l’efficacité de cet algorithme, qui donne la solution à quelques  $10^{-3}$  près. Une discontinuité de contact subsiste dans la simulation,

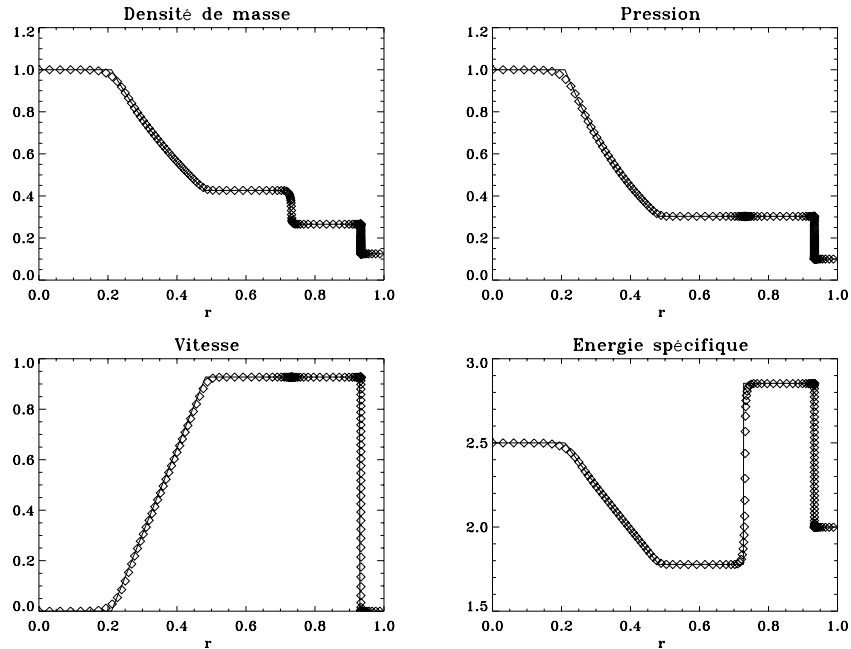


FIG. 1.3 – Tube à choc de Sod: les unités sont normalisées suivant les grandeurs naturelles de la solution de Sod. La solution analytique est en trait plein ( $\gamma=7/5$ ), et les 100 zones de la simulation sont en losanges.

car on ne peut réellement fonctionner à pression extérieure nulle. Le choc est légèrement plus fort et en avance par rapport à la prédiction analytique. Cela signifie que le schéma numérique employé conduit à un  $\gamma$  effectif du gaz parfait légèrement supérieur aux  $7/5$  supposés.

#### 1.5.4 Autres considérations

Nous avons procédé à des tests d'advection pure qui prouvent qu'une fois le maillage adapté, la diffusion est quasi nulle. Cependant, le déplacement de la grille vers les discontinuités induit des erreurs d'advection au moment où celle-ci se met en place.

Ajoutons qu'il est très utile de préparer le maillage sur les discontinuités à naître. En effet, la résolution initiale du maillage l'empêche de traiter ce qui se passe à des résolutions inférieures à la fois temporelles et spatiales au début de la simulation.

Par exemple, un front de choc ne se forme qu'après un temps de traversée d'une cellule *initiale*, et cela induit des contraintes sur la taille initiale de la boîte de résolution. Les essais pour fonctionner avec une boîte de taille variable se sont révélés assez ardues à réaliser, et le pilotage de la taille de la boîte doit être conduit avec prudence...

Lorsque certaines variables hydrodynamiques (comme la profondeur optique par exemple) permettent de prédire la position des futures discontinuités, il est utile de les faire intervenir dans la fonction de résolution. Il faut alors déterminer au préalable la position de la grille cohérente avec la fonction de résolution initiale, si l'on veut démarrer d'un bon pas l'intégration temporelle.

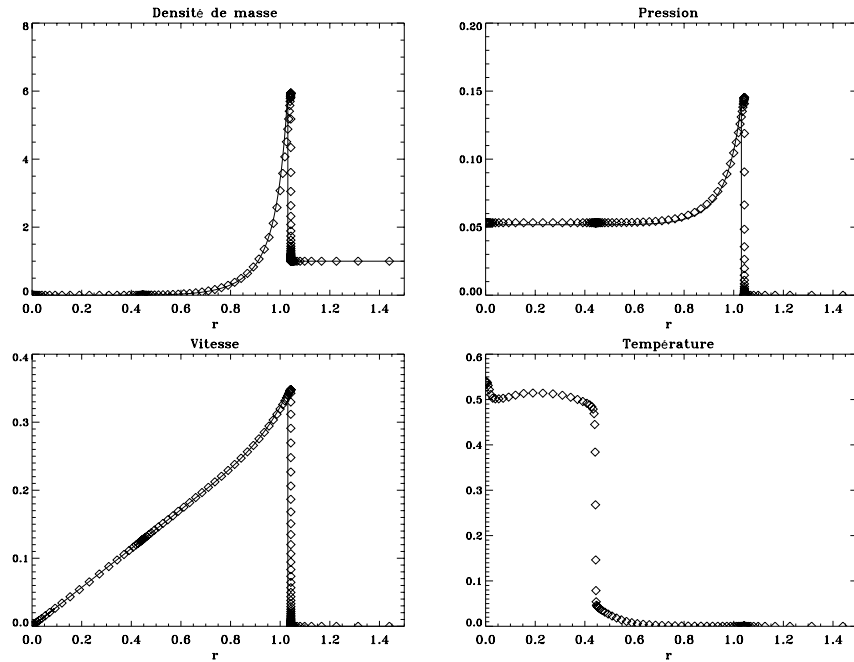


FIG. 1.4 – *Explosion de Sedov: les unités sont normalisées suivant les grandeurs naturelles de la solution de Sedov. La solution analytique est en trait plein ( $\gamma=7/5$ ), et les 150 zones de la simulation sont en losanges.*

## 1.6 Conclusion

Cet algorithme se révèle donc extrêmement puissant et bien adapté vis-à-vis du suivi des fronts rencontrés dans le milieu interstellaire. Cependant, il est loin d’être “presse-bouton”, et le choix des fonctions de résolution ainsi que du temps d’adaptation du maillage réclament une très grande attention.

Les trois chapitres suivant illustrent chacun une application du maillage glissant à une situation typique du milieu interstellaire associée à la formation d’étoiles. Nous allons examiner successivement les chocs dans les jets protostellaires, les bords des régions d’ionisation et l’effondrement sphérique des cœurs denses.





# Bibliographie

- [1] Dorfi, E.A., Drury, L.O'C., J. Comput. Phys. **69**, 175-195 (1987)
- [2] Farrel, K., Drury, L.O'C., *An explicit, adaptive grid algorithm for one dimensional initial value problems*, Elsevier science (1997).
- [3] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., (1992) *Numerical Recipes* , Cambridge University Press
- [4] Sedov, L. (1959) *Similarity and dimensionnal methods in mechanics*, Infosearch LTD London.



## Chapitre 2

# Chocs interstellaires

### 2.1 Introduction

Le milieu interstellaire est animé d'événements intermittents comme l'explosion d'une supernova, l'allumage d'une étoile qui ionise son environnement ou bien rejette de la matière. Ces injections d'énergie très locales donnent naissance à des ondes de choc qui se détendent comme des bulles dans le milieu interstellaire, puis se réfléchissent et s'éfilochent dans ce milieu fortement inhomogène. Les nuages interstellaires animés de mouvements gravitationnels sont sujets eux aussi à des chocs dus aux collisions entre nuages, ou bien à des phénomènes d'accrétion et d'éjection.

Le milieu interstellaire est ainsi incessamment parcouru par ces ondes de choc qui dégradent l'énergie cinétique en énergie thermique. Cette énergie thermique est évacuée sous forme de rayonnement que nous pouvons capter et analyser.

Dans la mesure où les spectres émis par ces chocs peuvent être prédits, leur interprétation fournit un diagnostic des densités et vitesses pre-choc et post-choc. On accède ainsi à une meilleure connaissance des scénarios qui ont engendré ces ondes.

Jusqu'alors, la quasi totalité de ces diagnostics se base sur des calculs d'émissivité fondés sur des modèles de chocs stationnaires. Or, Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998) montrent que l'établissement d'un tel état stationnaire pour les chocs faibles demande parfois un temps trop grand pour qu'il puisse réellement être observé.

Cette étude vise à confirmer leur résultat, et préciser les domaines d'application de l'hypothèse stationnaire. Nous voulons encore étendre l'espace des paramètres qu'ils avaient envisagés vers les conditions rencontrées dans les jets protostellaires. En effet, ces objets dynamiques par excellence sont sujets à une forte variabilité temporelle, et nous cherchons à savoir dans quelle mesure les diagnostics stationnaires peuvent être faussés. De plus, l'approche du maillage glissant nous offre la possibilité d'étudier une collision entre deux masses gazeuses du milieu interstellaire, ce que la méthode de l'anamorphose utilisée par Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998) ne permettait pas de faire de manière synchrone.

Après avoir situé le contexte des modèles stationnaires existant, nous allons décrire notre propre modèle physique, en insistant sur les fonctions de chauffage et de refroidissement du gaz. Pour alléger cette partie, l'ensemble des phénomènes purement collisionnels est abordé en annexe. Ensuite, nous présentons les paramètres que nous avons exploré et décrivons les résultats. Nous adoptons d'abord un point de vue global, puis précisons notre approche en examinant les caractères hydrodynamiques puis thermochimiques rencontrés.

## 2.2 Revue des modèles stationnaires

Les équations de l'hydrodynamique sous leur forme stationnaire donnent lieu à un système d'équations différentielles ordinaires couplées. Le traitement informatique de ces équations a donc permis très tôt d'avoir recours à une physique raffinée.

Hollenbach et Mac Kee (1979, 1980, 1989) se sont ainsi attachés à décrire la destruction et la reformation des molécules dans les chocs forts, après avoir décrit leur éventuel précurseur radiatif (Schull et Mac Kee, 1979).

Mullan (1971) découvre l'existence d'un régime en champ magnétique élevé où les variables sont continues à la traversée du choc. Draine (1980, puis avec Roberge et Dalgarno, 1983, et enfin avec Roberge 1990) envisage le traitement multifluide de ces chocs et détermine l'existence d'un régime C\*.

Dans une longue série d'articles à partir de 1985, Flower et Pineau des Forêts se penchent sur la chimie et plus généralement sur toutes les interactions entre les deux fluides, le chargé et le neutre. Ils découvrent que le couplage par les grains et la chimie entre espèces chargées et neutres ont une forte influence sur les caractéristiques du précurseur magnétique. Ils mettent l'accent sur les refroidissements liés à cette chimie, et déterminent ainsi l'importance du suivi stationnaire et non pas seulement statique des populations de H<sub>2</sub>, agent refroidissant essentiel et par conséquent diagnostic puissant.

Draine et Mac Kee (1993) font une revue de l'état de la théorie des chocs stationnaires à cette époque. Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998) réussissent pour la première fois à décrire l'évolution temporelle des chocs de type C, et montrent que le temps de mise à l'état stationnaire dans les milieux faiblement ionisés dépasse très souvent la durée de vie des conditions limites qui leur donnent naissance. Utilisant leurs résultats, Pineau des Forêts et Flower (1999) ainsi que Wilgenbus *et al.* (2000) interprètent des observations ISO des jets cepheus A West et HH54.

## 2.3 Modèle

### 2.3.1 Hydrodynamique multifluide

Dans des conditions où le milieu interstellaire est très peu ionisé, la vitesse d'Alfvén correspondant aux charges est très élevée. On assiste alors à un découpage du gaz interstellaire en deux fluides : le neutre et le chargé. Ces deux fluides correspondent à deux vitesses et deux températures distinctes. De plus, le temps de couplage thermique entre les ions et les électrons dans le fluide chargé n'est pas toujours suffisamment rapide en comparaison des refroidissements et chauffages très différents qui leur sont infligés. Il se révèle donc utile de traiter ces deux espèces avec deux températures différentes.

Voici les équations de la magnétohydrodynamique mono-dimensionnelle en champ gelé, pour deux fluides cinématiques, et trois températures pour les neutres, les ions et les électrons.

Conservation de la masse :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_n) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_n u_n) &= R_{c \rightarrow n} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_c) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_c u_c) &= R_{n \rightarrow c} \end{aligned}$$

Conservation de l'impulsion :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_n u_n) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_n u_n^2 + p_n + \pi_n) &= F_{c \rightarrow n} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_c u_c) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_c u_c^2 + p_c + \pi_i + \frac{B^2}{8\pi}) &= F_{n \rightarrow c} \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(p_n + \frac{1}{2}\rho_n u_n^2) + \frac{\partial}{\partial x}[u_n(\frac{\gamma}{\gamma-1}p_n + \pi_n)] &= \Lambda_n + Q_{i \rightarrow n} + Q_{e \rightarrow n} \\ \frac{\partial}{\partial t}(p_i + \frac{1}{2}\rho_i u_c^2 + \frac{B^2}{8\pi}) + \frac{\partial}{\partial x}[u_c(\frac{\gamma}{\gamma-1}p_i + \pi_i + \frac{B^2}{4\pi})] &= \Lambda_i + Q_{n \rightarrow i} + Q_{e \rightarrow i} \\ \frac{\partial}{\partial t}(p_e + \frac{1}{2}\rho_e u_c^2) + \frac{\partial}{\partial x}[u_c(\frac{\gamma}{\gamma-1}p_e + \frac{B^2}{4\pi})] &= \Lambda_e + Q_{n \rightarrow e} + Q_{i \rightarrow e} \end{aligned}$$

Conservation du champ magnétique (supposé toujours transverse) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(B) + \frac{\partial}{\partial x}(u_c B) = 0$$

Les indices  $n, c, i, e$  réfèrent respectivement aux différents fluides neutre, chargé, ionique et électronique. Les variables  $\rho, u, p, \pi$  et  $B$  représentent respectivement les densité de masse, vitesse, pression thermique, pression visqueuse, et champ magnétique de ces fluides.

Les pressions visqueuses sont traitées par une méthode de viscosité artificielle, où l'on a fixé une longueur de dissipation  $\lambda$  identique pour les ions et les neutres (voir annexe B.1) :

$$\pi = -\frac{4}{3}\lambda\rho c \frac{\partial u}{\partial x}$$

La pression visqueuse des électrons a été négligée, ainsi que la diffusion thermique.

Les termes sources qui interviennent dans ces équations sont :

- $R$ , les transferts de masse dus à la chimie des charges vers les neutres et des neutres vers les charges :

$$R_{n \rightarrow c} = \sum_{j \text{ neutre}} R_j \mu_j - \sum_{j \text{ ionique}} R_j \mu_j$$

Les taux de variation des espèces  $R_j$  sont explicités dans le paragraphe 2.3.2.

- $F$ , les forces de friction entre les fluides chargé et neutre, ainsi que les transferts d'impulsion dus à la chimie. L'expression des forces de Langevin entre deux fluides 1 et 2 de masses moléculaires  $\mu_1$  et  $\mu_2$  est donnée par :

$$F_{2 \rightarrow 1} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\mu_1 + \mu_2} \Lambda_0 (u_2 - u_1)$$

où l'on a supposé que la section efficace de collision  $v\sigma(v)$  est une constante  $\Lambda_0 = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{s}$  qui ne dépend pas de la vitesse relative  $v$  des deux particules (voir annexe C.2.2).

- $Q$ , les chaleurs échangées entre fluides par travail des forces de Langevin et échange collisionnel (voir annexe C.2.3) :

$$Q_{2 \rightarrow 1} = \frac{\rho_1 \rho_2}{(\mu_1 + \mu_2)^2} \left[ \Lambda_2 2k_B (T_2 - T_1) + \Lambda_1 \mu_2 (u_1 - u_2)^2 \frac{(\mu_1 + \mu_2) T_1}{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1} \right]$$

où

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \Lambda_0 \\ \Lambda_2 &= \Lambda_0 \left( \frac{3}{2} + 2x \right) \\ x &= \frac{1}{2k_B} \left( \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2} \right) (u_1 - u_2)^2 \end{aligned}$$

- $\Lambda$ , les fonctions de chauffage et de refroidissement qui regroupent divers phénomènes tels que les refroidissements atomiques et moléculaires dans les raies, les échanges thermiques avec les grains, la thermochimie, l'effet photoélectrique sur les grains, le chauffage par absorption des rayonnements cosmique et ultraviolet, le Brehmstrahlung.

### 2.3.2 Chimie

#### Taux de variation

Les taux des réactions chimiques à deux corps pour la réaction numéro  $i$  sont écrits sous la forme :

$$r_i = \gamma_i \left(\frac{T}{300}\right)^{\alpha_i} \exp(-\beta_i/T)$$

$T$  est la température effective dans le référentiel de la collision des deux réactants (présentée dans l'annexe C.3.1).  $\beta_i$  est la température d'activation pour les réactions endothermiques.  $\alpha_i$  et  $\gamma_i$  décrivent la variation en fonction de la température de la section efficace moyenne de réaction. Ces taux sont estimés à partir de calculs de mécanique quantique ou bien se basent sur des expériences de laboratoires. Ils sont exprimés en centimètres cubes par seconde.

Le taux de variation d'une espèce  $j$  est donné en sommant les taux correspondant à chacune des réactions dans lesquelles elle intervient :

$$R_j = \sum_{i \text{ création}} r_i n_1 n_2 - \sum_{i \text{ destruction}} r_i n_1 n_2$$

$n_1$  et  $n_2$  désignent les densités numériques des deux réactants (dont l'espèce  $j$  fait partie en ce qui concerne les réactions de destruction).

#### Diffusion

Les équations qui régissent l'évolution temporelle des espèces sont traitées couplées à l'hydrodynamique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_j u_n + F_j) &= R_j \text{ pour } j \text{ espèce neutre.} \\ \frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_j u_c + F_j) &= R_j \text{ pour } j \text{ espèce ionique.} \end{aligned}$$

Le flux  $F_j$  qui intervient dans les équations est un flux diffusif construit sur la loi de Fick avec une longueur de diffusion  $\lambda$  égale au libre parcours moyen :

$$F_j = -\frac{\partial f_j}{\partial x} n_j c \lambda$$

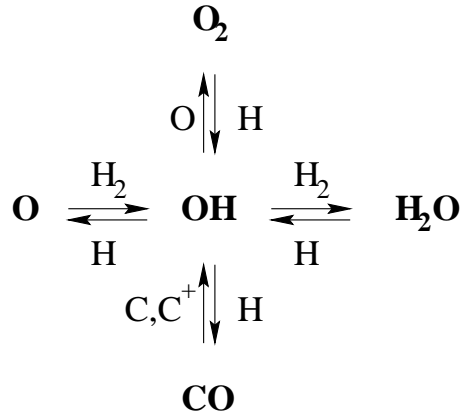
où  $f_j$  est la fraction de masse de l'espèce  $j$  et  $c$  est la vitesse du son dans le fluide associé à l'espèce  $j$ . Ce terme de diffusion se révèle utile dans l'éventuelle zone de reformation des molécules. En effet, les vitesses du fluide y sont si lentes que les temps de conversion chimique conduiraient à former des fronts beaucoup trop ténus. La réalité physique voudrait que ces fronts de reformation aient au moins une largeur de l'ordre du libre parcours moyen, ce qui est réalisé par le présent terme de diffusion.

#### Réseau

Le réseau comprend environ 150 réactions chimiques qui concernent 32 espèces. Ces réactions sont rassemblées en annexe dans la table D. Plutôt que de m'attarder à décrire une par une chaque réaction, je vais énumérer les caractéristiques que ce réseau englobe, sachant qu'il a été conçu pour rendre compte au mieux des concentrations en agents refroidissant du milieu interstellaire :

- Tout d'abord sont introduites un certain nombre de réactions d'ionisation par les rayons cosmiques. Ce sont eux en effet qui déterminent le taux d'ionisation primaire dans les nuages enfouis.

- Un certain nombre de réactions de photo-dissociation et de photo-ionisation décrivent les phénomènes à plus faible extinction, dans les nuages plus diffus.
- Les réactions à deux corps proprement dites gèrent les échanges d'hydrogène avec  $\text{H}_2$  (pour former les molécules  $\text{CH}_n$  et quelques molécules comme  $\text{H}_2\text{O}$  ou  $\text{OH}$ ), de protons avec  $\text{H}_3^+$ , d'électron avec  $\text{He}^+$  et  $\text{H}^+$ , quelques réactions d'oxydation, de recombinaisons dissociatives, et des réactions qui captent un électron du Fe.
- La chimie à haute température ( $T > 10^3$  K) derrière le front de choc peut être schématisée par le diagramme 1 de Hollenbach et MacKee (1980), que nous reproduisons ici :



- A haute température, les réactions de dissociation collisionnelle de  $\text{H}_2$  ainsi que les réactions d'ionisation collisionnelle de  $\text{H}$  doivent être prises en compte. Nous reparlerons plus loin des refroidissements puissants associés à ces réactions fortement endothermiques (voir 2.3.5).
- La formation de la molécule  $\text{H}_2$  catalysée par les grains est examinée plus en détails au paragraphe 2.3.4.

### 2.3.3 Refroidissement dans les raies

Chaque particule du gaz interstellaire constitue en soit un système quantique, avec son niveau fondamental et ses niveaux excités. Une collision inélastique de ce système avec une autre particule utilise une partie de l'énergie cinétique disponible dans le référentiel de la collision pour effectuer une transition du niveau fondamental vers un niveau excité. Naturellement, le système relaxe vers le niveau fondamental en émettant un photon qui transporte avec lui l'énergie cinétique prélevée lors de la collision.

Pour calculer le taux d'énergie volumique évacuée du système par ce processus, il suffit donc de connaître l'énergie  $E$  de la transition, la densité numérique  $n_a$  de l'agent refroidissant, le coefficient d'Einstein  $A$  de désexcitation radiative spontanée, et la fraction  $x_*$  de population dans l'état excité :

$$\Lambda = -En_aAx_*$$

La densité d'atomes dans l'état excité se calcule en admettant que la population des états est stationnaire sous l'effet des excitations/désexcitations collisionnelles et de la désexcitation radiative spontanée. Par exemple, pour un système quantique qui n'aurait que deux niveaux :

$$x_*n_a(nC + A) = (1 - x_*)n_a nCg \exp(-E/k_B T)$$



où  $T$  est la température d'agitation thermique,  $C$  est le coefficient de désexcitation collisionnelle, et  $g$  est le rapport de la dégénérescence du niveau haut à celle du niveau bas.

Voici l'expression du taux de refroidissement *total* qui en résulte :

$$\Lambda = -En_a A \frac{g \exp(-E/k_B T)}{1 + g \exp(-E/k_B T) + n_c/n}$$

où  $n_c = A/C$  est la densité critique de la raie. En fait ce refroidissement total se répartit suivant les différents fluides de manière que chaque collisionneur contribue à hauteur de son taux *net* d'excitation de la transition.

Examinons trois régimes pour le refroidissement total :

- à *basse température*, le refroidissement a une coupure exponentielle en-dessous de la température de la transition. En effet les collisions ne sont pas suffisamment énergétiques pour exciter la transition, et le mécanisme ne peut pas fonctionner.
- à *basse densité* devant la densité critique l'expression se simplifie en

$$\Lambda_{\text{basse densité}} = -En_a n C g \exp(-E/k_B T)$$

qui est quadratique en densité : chaque excitation collisionnelle est relayée par une désexcitation radiative et fait perdre l'énergie  $E$ .

- à *haute densité*, la voie principale de désexcitation est collisionnelle et l'énergie de la transition est alors retransférée au gaz. Le refroidissement sature en la forme

$$\Lambda_{\text{haute densité}} = -En_a A \frac{g \exp(-E/k_B T)}{1 + g \exp(-E/k_B T)}$$

qui est linéaire en densité.

Ensuite, le photon émis peut être absorbé et exciter ainsi une autre particule, à laquelle il communique l'énergie qu'il transportait. Cette nouvelle particule a de nouveau le choix entre réémettre un photon ou bien se désexciter collisionnellement. Pour savoir si un photon va réussir directement ou indirectement à évacuer l'énergie hors du système, il faudrait traiter complètement le problème du transfert du rayonnement émis. C'est un problème beaucoup trop complexe pour qu'il puisse être implémenté actuellement dans ce contexte couplé avec l'hydrodynamique.

Le formalisme le plus couramment utilisé est celui des probabilités d'échappement, car il permet de trouver dans certains cas une expression locale pour le refroidissement. En géométrie plans-parallèles, on suppose qu'un photon émis spontanément par le gaz s'échappe du système avec la probabilité :

$$\epsilon = \int_0^{+\infty} \phi(\nu) d\nu \int_{-1}^1 \exp(\tau \phi(\nu)/\mu) d\mu$$

où  $\phi$  est le profil d'émission de la raie, et  $\tau$  est l'opacité au centre de la raie. Les probabilités d'absorption dépendent donc à la fois de la géométrie et du transfert de rayonnement dans l'ensemble du système. Différentes approximations permettent de simplifier le problème afin d'en rendre la solution possible avec les moyens informatiques actuels.

Si l'on néglige les effets du rayonnement de fond, le refroidissement total garde la même forme, où l'on remplace  $A$  par  $\epsilon A$  (et donc  $n_c$  par  $\epsilon n_c$ ) :

$$\Lambda = -En_a A \epsilon \frac{g \exp(-E/k_B T)}{1 + g \exp(-E/k_B T) + \epsilon n_c/n}$$

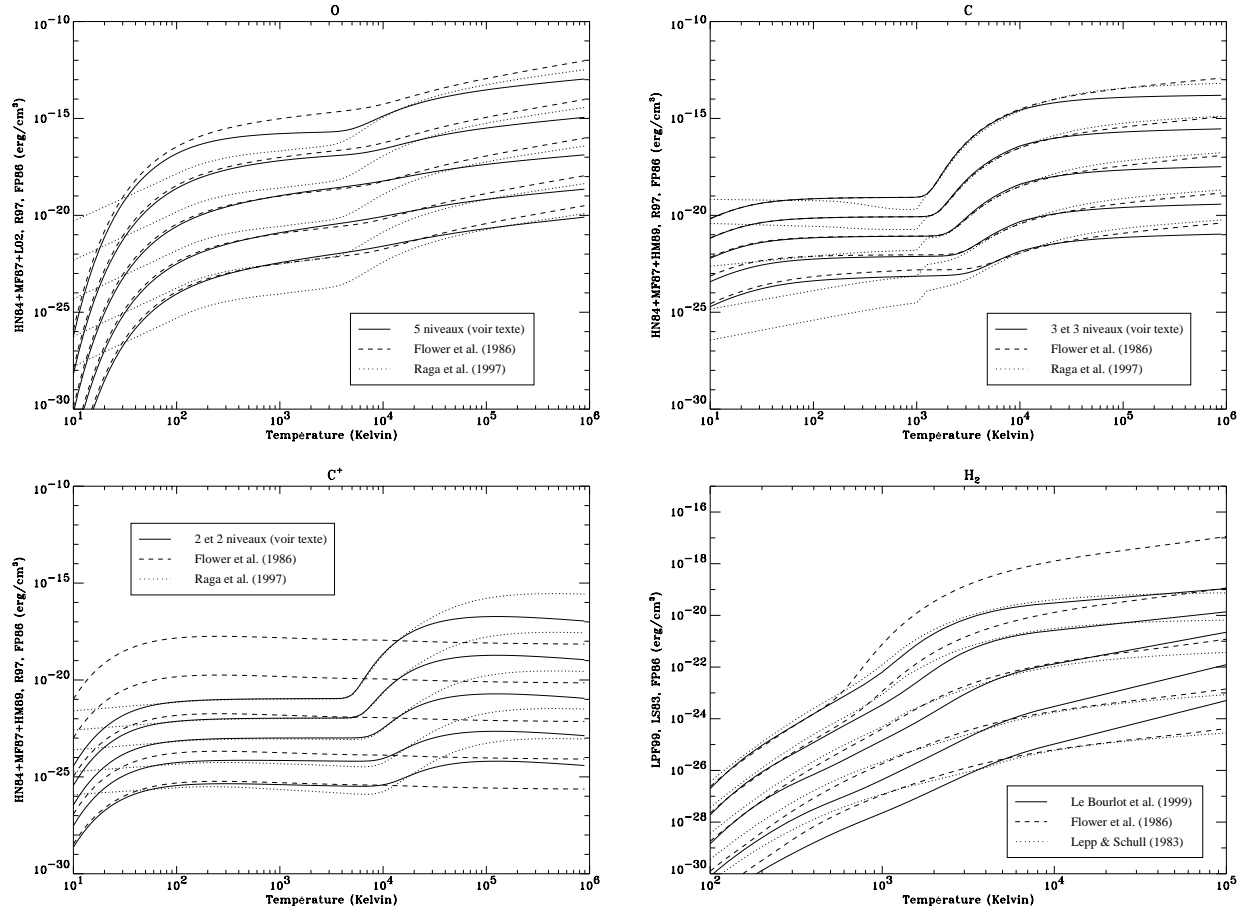


FIG. 2.1 – Refroidissements par  $O$ ,  $C$ ,  $C^+$ , et  $H_2$  en phase atomique pour diverses densités : de bas en haut,  $n_H = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \text{ et } 10^6/\text{cm}^3$ . Pour  $C$ ,  $C^+$  et  $O$ , les traits pleins correspondent à la méthode utilisée ici, les traits pointillés correspondent aux refroidissements de Raga et al. (1997), et les tirets représentent les refroidissements de Flower et al. (1986). Pour  $H_2$ , les mêmes styles de trait codent respectivement pour Le Bourlot et al. (1999), Lepp et Schull (1983) et Flower et al. (1986).

### Refroidissements atomiques

Les niveaux d'énergie atomiques ont une structure hiérarchique. Il existe des transitions entre les niveaux qui ont un moment angulaire total différent, et chacun de ces niveaux est séparé en niveaux plus fins qui correspondent à un moment de spin total différent (*structure fine*). Les niveaux du moment angulaire total contribuent au refroidissement à haute température, et sont peuplés par les collisions avec les électrons. La structure fine contribue au refroidissement à basse température, elle est excitée par les collisions avec  $H$ ,  $He$  et  $H_2$  principalement.

Hollenbach et Mac Kee (1989) compilent les données atomiques pour les principaux agents refroidissant atomiques. Ils fournissent aussi la colonne-densité de noyaux d'hydrogène au-delà de laquelle il est nécessaire de tenir compte d'une probabilité d'échappement différente de 1. Dans les conditions encourues par les chocs qui nous concernent, on constate que ces colonnes-densités ne sont jamais atteintes, ce qui justifie a posteriori de prendre  $\epsilon = 1$  pour toutes ces transitions.

Pour déterminer le refroidissement atomique des atomes  $C$ ,  $C^+$  et  $O$ , nous calculons d'abord les

populations des trois niveaux S,P,D, puis résolvons la structure fine du niveau fondamental. Les taux de transition collisionnelle entre les niveaux S,P,D utilisés sont ceux de Hollenbach et Mac Kee (1989). Pour les niveaux de structure fine, nous utilisons Hayes et Nussbaumer (1984) pour les collisions avec les électrons et Monteiro et Flower (1987) pour les autres collisions (le rapport ortho sur para est supposé égal à 3 pour H<sub>2</sub>). Pour l'oxygène, les taux de désexcitation collisionnelle par les électrons sont ceux ajustés par Lavalley (2000) à partir de Mendoza (1983) dont sont issus aussi les taux fournis par Hollenbach et Mac Kee (1989). Les 5 niveaux <sup>3</sup>P<sub>2</sub>, <sup>3</sup>P<sub>1</sub>, <sup>3</sup>P<sub>0</sub>, <sup>1</sup>D et <sup>1</sup>S de l'oxygène sont résolus simultanément en inversant la matrice 5x5 correspondante.

Nous avons comparé les refroidissements utilisés par Flower *et al.* (1986) ainsi que les tables de refroidissement collisionnel électronique de Raga *et al.* (1997) avec nos propres refroidissements. La figure 2.1 expose la variation en fonction de la température des différentes fonctions de refroidissement pour diverses densités. La composition du gaz est atomique. Les abondances relatives à la densité de noyaux d'hydrogènes sont données par : H=1; He=0,1; C= 1,8 10<sup>-4</sup>; O= 4,2 10<sup>-4</sup>; e<sup>-</sup>= 10<sup>-2</sup>. Toutes les autres abondances sont fixées arbitrairement à 10<sup>-7</sup>. Ces abondances tentent de reproduire les conditions dans le plateau de dissociation de H<sub>2</sub> (voir paragraphe 2.7.1), où les refroidissements atomiques sont cruciaux. Nous donnons ici les refroidissements associés aux trois atomes C, C<sup>+</sup> et O. Nous présentons aussi le refroidissement dû à H<sub>2</sub> malgré son rôle mineur dans cette phase car les coefficients d'excitation de H<sub>2</sub> par H et H<sub>2</sub> sont très différents (voir Le Bourlot *et al.* 1999), et il est donc intéressant de comparer la forme que prend ce refroidissement en phase atomique et en phase moléculaire (voir figure 2.2).

Les refroidissements utilisés par Flower *et al.* (1986) combinent les formes basse densité de quelques raies de structure fine et métastables de C, C<sup>+</sup> et O. Une forme haute densité est cependant prise en compte pour les raies de structure fine de C (à 23 K et 62 K).

Raga *et al.* (1997) calculent le refroidissement dû aux collisions avec les électrons à partir d'un ensemble de données atomiques qu'il serait trop long d'énumérer ici, mais dont il est bon de mentionner que Mendoza (1983) constitue un noyau commun avec les présentes fonctions de refroidissement.

Les refroidissements de Flower *et al.* (1986) sont donc bons à basse densité, dès que l'on est en-dessous des densités critiques (notons d'ailleurs le meilleur accord obtenu pour C où précisément les densités critiques sont prises en compte). Les refroidissements Raga *et al.* (1997) sont valides à haute température, là où les refroidissements dus aux raies métastables qui sont excitées par les électrons sont plus importants. Notre batterie de refroidissements reste donc valable dans tous les domaines de densité et de température.

Cependant, l'accord entre les trois fonctions de refroidissement envisagées est remarquable aux alentours de quelques milliers de degrés. Cela correspond sans doute à la référence commune de Mendoza (1983) pour les taux d'excitation collisionnelle.

Signalons encore que la résolution des populations statiques des niveaux, quoique coûteuse, permet de connaître la répartition rigoureuse des différents refroidissements entre les divers fluides concernés.

Enfin, le refroidissement collisionnel par l'atome d'Hydrogène est dominé par la transition Lyman  $\alpha$ . Il peut être considéré dans l'approximation basse densité (Aggarwal *et al.* , 1991) :

$$\Lambda_H = 6,1 \cdot 10^{-18} n_H n_e \left(\frac{T_e}{300}\right)^{-0,5} e^{-T_e/118420} \text{ erg/cm}^3/\text{s}$$

## Refroidissements moléculaires

Les transitions rotationnelles des molécules H<sub>2</sub>, CO, OH, et H<sub>2</sub>O s'échelonnent sur une grande gamme d'énergie et possèdent des probabilités de désexcitation spontanée très différentes. Cela leur

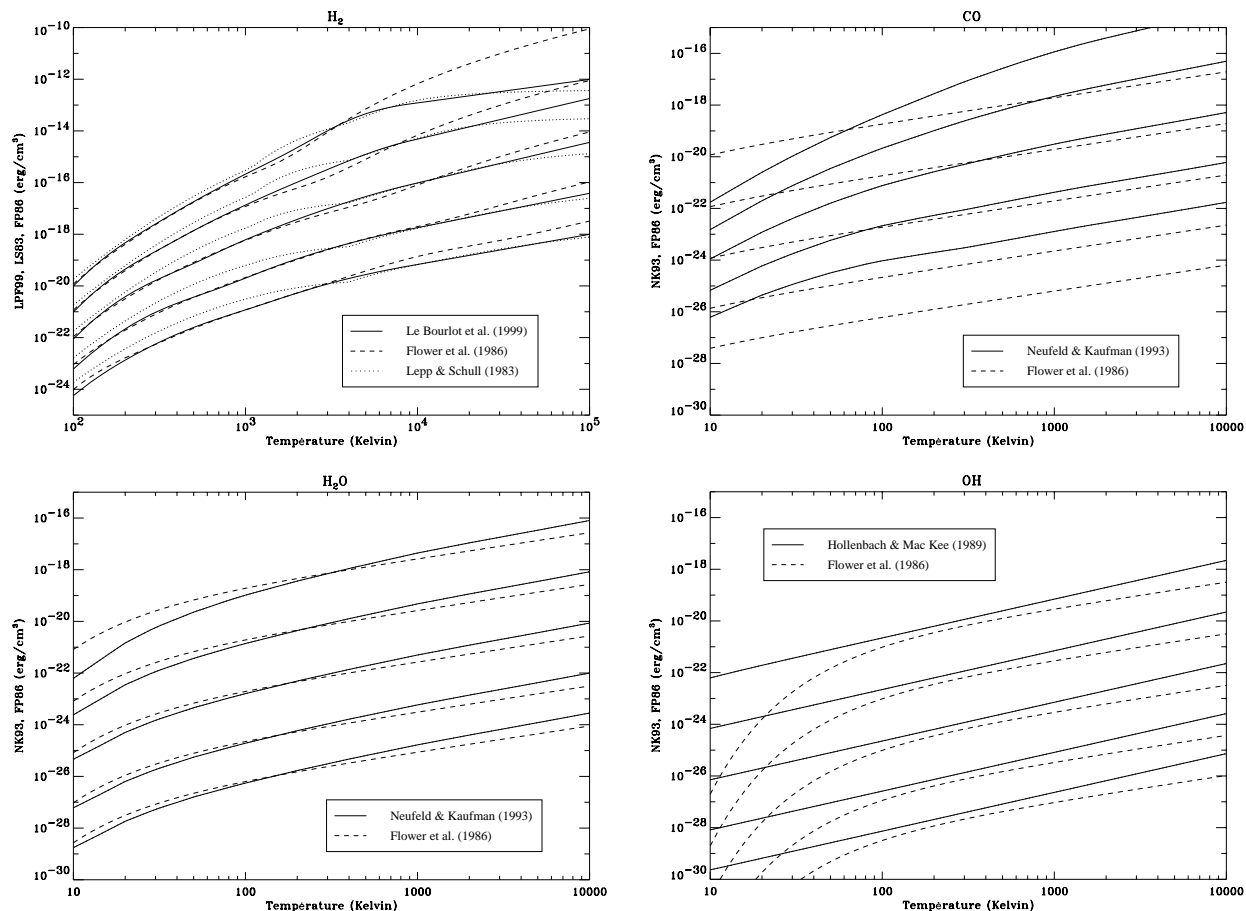


FIG. 2.2 – Refroidissements par  $H_2$ ,  $CO$ ,  $H_2O$ , et  $OH$  en phase moléculaire pour diverses densités : de bas en haut  $n_H = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ , et  $10^6/cm^3$ .

permet de rester des agents refroidissant performants sur une large plage de densités et de températures globalement plus froides que celles des agents atomiques. Hollenbach et Mac Kee (1979) donnent une expression analytique (équation 6.21) pour le refroidissement de ces molécules qui tient compte de la forme générique des spectres de ces molécules. Malheureusement, seul OH est convenablement décrit par cette formulation (voir Neufeld et Melnick 1991). Pour  $H_2O$  et  $CO$ , Neufeld et Kaufman (1993) donnent des tables numériques qui permettent de donner une valeur plus précise aux taux de refroidissement rotationnel et vibrationnel qui leur sont associés. Le refroidissement  $H_2$  est de la même manière interpolé à partir des tables de Le Bourlot *et al.* (1999).

Pour les refroidissements associés aux molécules OH,  $H_2O$  et  $CO$  l'opacité des raies n'est plus négligeable, et il faut tenir compte d'une forme plus précise pour  $\epsilon$ . Comme Neufeld et Kaufman (1993), nous choisissons  $\epsilon \simeq 1/(1 + 3\tau)$  où  $\tau$  est l'opacité au centre de la raie. Deux situations sont à envisager (Neufeld et Melnick 1991) :

- ou bien le gaz est au repos dans un certain référentiel, et l'opacité au centre de la raie s'exprime comme le rapport de la colonne-densité de la molécule divisée par sa vitesse d'agitation thermique.

- ou bien il existe un fort gradient de vitesse, et le rayonnement s'échappe si facilement que l'opacité au centre de la raie ne dépend plus que du rapport de la densité *locale* au gradient de vitesse *local*.

En supposant que le rayonnement suit toujours la voie d'échappatoire la plus facile, on est conduit à prendre une expression pour la pseudo colonne-densité  $\tilde{N}$  qui rentre dans les expressions de Neufeld et Kaufman (1993) sous la forme :

$$\tilde{N}(M) = \frac{n(M)}{\sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{v_t}{d(A_v)}\right)^2}} \text{ où } d(A_v) = 6,7 \cdot 10^{20} A_v / n_H \text{ cm}$$

où  $v_t$  est la vitesse thermique moyenne de la molécule et  $d(A_v)$  est la distance nécessaire pour avoir une extinction de  $A_v$  en supposant que la densité  $n$  est constante sur la ligne de visée (on fait aussi l'approximation que l'abondance de la molécule refroidissante est constante sur cette trajectoire). De cette manière, on a à la fois un refroidissement cohérent avec l'extinction du nuage dans les zones statiques, et un refroidissement qui tient compte des gradients de vitesse dans le choc.

Pour le refroidissement rovibrationnel de la molécule  $H_2$ , on utilise la table à trois entrées de Le Bourlot *et al.* (1999) en supposant que le rapport des densités d' $H_2$  dans les configurations ortho et para est de 3 (sa valeur à l'équilibre thermodynamique). Ce refroidissement est supposé optiquement mince ( $\epsilon = 1$ ).

Nous présentons en figure 2.2 une comparaison entre les refroidissements moléculaires que nous utilisons et ceux de Flower *et al.* (1986). Dans le cas de  $H_2$ , nous avons aussi montré les refroidissements analytiques dérivés par Lepp et Schull (1983). Les abondances utilisées correspondent à l'équilibre thermochimique pour une densité  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$ . Les abondances totales en noyaux d'hélium, de carbone et d'oxygène sont les mêmes que pour la phase atomique précédemment décrite (figure 2.1). Voici les valeurs utiles aux refroidissements :  $H = 4,9 \cdot 10^{-4}$ ;  $H_2 = 0,5$ ;  $OH = 3,0 \cdot 10^{-8}$ ;  $H_2O = 2,5 \cdot 10^{-6}$ ; et  $CO = 1,8 \cdot 10^{-4}$ . Il est nécessaire de préciser que nous avons choisi  $A_v = 10$  car l'extinction visuelle entre dans le calcul des profondeurs optiques utilisées pour les refroidissements par OH, CO et  $H_2O$ .

Pour OH et  $H_2O$ , les résultats sont en relativement bon accord, pour autant que les zones où ces refroidissements sont susceptibles de jouer sont concernées.

Dans le cas de CO, qui domine OH et  $H_2O$  dans la plupart des cas car cette espèce est chimiquement plus stable que les deux autres, Flower *et al.* (1986) utilisent le refroidissement  $^{13}\text{CO}$  optiquement mince uniquement. On constate donc un facteur 90 dû au rapport isotopique  $^{13}\text{CO}/^{12}\text{CO}$  dans les zones de températures élevées et de faible densité, où le refroidissement issu de Neufeld et Kaufman (1993) devient optiquement mince lui aussi. A plus basse température ou plus haute densité, le refroidissement  $^{12}\text{CO}$  devient épais, et  $^{13}\text{CO}$  reste mince, donc l'accord devient meilleur. Puis à haute densité et basse température, les deux isotopes sont optiquement épais, et le refroidissement Neufeld et Kaufman (1993) devient inférieur au refroidissement Flower *et al.* (1986). Notons qu'en ce qui concerne les densités testées pour les modèles de chocs, les deux refroidissements sont en assez bon accord à l'équilibre thermochimique (densités de  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  à  $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$  et températures entre 10 et 20 K).

Les refroidissements de  $H_2$  calculés par Flower *et al.* (1986) résolvent la population des 19 premiers niveaux rotationnels vis-à-vis des collisions avec H, He et  $H_2$  et des désexcitations radiatives spontanées, puis traitent séparément 3 niveaux vibrationnels en supposant leur structure rotationnelle à l'équilibre collisionnel. A l'inverse, Lepp et Schull (1983) résolvent la structure des 15 premiers niveaux vibrationnels, en supposant une structure rotationnelle à l'équilibre collisionnel. Le Bourlot *et al.* (1999) résolvent l'équilibre statique des niveaux rovibrationnels pour toutes les énergies de transition inférieures à 20000 K, avec des taux de collisions beaucoup plus récents. La comparaison montre

naturellement la validité de Flower *et al.* (1986) pour les faibles densités et basses températures, et la validité relative de Lepp et Schull pour les hautes densités et hautes températures. La même comparaison pour des abondances atomiques (figure 2.1) permet de visualiser l'impact des progrès réalisés sur les coefficients d'excitation collisionnelle par H : ni Lepp et Schull (1983), ni Flower *et al.* (1986) ne transcrivent les bons refroidissements.

Remarquons toutefois que les extrapolations faites à haute température à partir de Le Bourlot *et al.* (1999) au-delà de  $10^4$  K ne sont sans doute pas légitimes. Heureusement, c'est le refroidissement de la dissociation collisionnelle de  $H_2$  qui domine dans ces conditions de température lorsque la molécule est encore présente.

### 2.3.4 Physique liée aux grains de poussière

Les grains de poussière présents dans le milieu interstellaire forment un système physico-chimique très complexe et encore mal maîtrisé. Ils interviennent à trois niveaux dans le bilan énergétique du gaz, à travers :

- l'interaction collisionnelle.
- l'effet photoélectrique.
- la formation de la molécule  $H_2$ .

De plus, ils peuvent influencer indirectement le bilan thermique du gaz lorsqu'ils modifient sa composition chimique en adsorbant certaines espèces sur leur surface.

La structure des grains est en générale très complexe (voire fractale...), et les processus qui s'y déroulent sont tous des phénomènes de surface (adsorption de molécules, marches aléatoires sur des sites de la surface cristalline, sections efficaces d'absorption de la lumière ultraviolette). La température  $T_g$  qui caractérise le système des grains est en fait la température d'agitation thermique des atomes piégés à leur surface.

#### Échange collisionnel grains-gaz

Les molécules du gaz échangent leur énergie au hasard des collisions avec les atomes de la surface granulaire. Le calcul du couplage thermique entre le gaz et les grains fait donc intervenir les températures  $T_g$  et  $T$  du gaz, la section efficace de collision des molécules du gaz sur le grain moyennée sur le spectre en tailles, les densités respectives du gaz et des grains (Black 1987, page 731) :

$$\Gamma_{\text{grains} \rightarrow \text{gaz}} = 3,5 \cdot 10^{-34} n^2 T^{0.5} (T_g - T) \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

#### Effet photo-électrique

Les photons du champ de rayonnement ultraviolet ambiant ont une énergie suffisante pour arracher les électrons à la surface du grain, ils éjectent dans le gaz des électrons qui partent avec une énergie cinétique qui provient d'une partie de l'excédent d'énergie du photon par rapport au potentiel des électrons, l'autre partie étant convertie en énergie interne du grain. Une étude approfondie du phénomène peut être trouvée dans Verstraete *et al.* (1990). Voici une expression approchée de l'énergie transférée au gaz par l'effet photoélectrique (Black 1987, page 731) :

$$\Gamma_{\text{photoélectrique}} = 2,4 \cdot 10^{-26} n \chi e^{-2.5A_v} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

### Formation de la molécule H<sub>2</sub>

Enfin, les grains sont le principal siège de formation de la molécule H<sub>2</sub>. Un atome d'hydrogène se colle sur un grain. Il rencontre un autre atome d'hydrogène sur un site cristallin au hasard des déambulations à la surface du grain, et constitue avec lui une molécule. L'énergie libérée par leur liaison est partagée en énergie thermique du grain, en énergie interne de rovibration de la molécule, et en énergie cinétique d'éjection de la molécule. Tout se passe comme si les grains catalysaient la réaction très exothermique de formation de H<sub>2</sub>. Le chauffage qui en résulte pour le gaz est donc déterminé par :

1. la fréquence de collision entre les atomes d'hydrogène et les poussières.
2. la probabilité d'adsorption de l'hydrogène sur le grain.
3. la probabilité de rencontre et de formation de la molécule H<sub>2</sub>.
4. la probabilité d'éjection de la molécule formée.
5. la fraction de l'énergie de liaison de l'hydrogène relâchée sous forme de vitesse d'éjection de la molécule.

La probabilité de collage sur les grains est responsable de la chute du taux de formation à haute température. On utilise l'expression (4) de Hollenbach et Salpeter (1971) calibrée avec les résultats de simulations moléculaires récents (Buch et Zhang, 1991 et Masuda *et al.*, 1998) :

$$s(T) = \frac{\gamma^2 + 0,8\gamma^3}{1 + 2,4\gamma + \gamma^2 + 0,8\gamma^3} \text{ cm}^{-3}\text{s}^{-1}$$

où  $\gamma = \sqrt{433/T}$  et  $T = T_n + \frac{1}{3k_B}\mu_H(u_n - u_c)^2$ . Cette dernière forme pour la température effective de collision entre les molécules du gaz et les grains tente de rendre compte du fait que les grains font partie des espèces chargées. Cependant, les grains restent dynamiquement attachés au fluide neutre dans le présent modèle.

On en déduit un taux de formation de l'hydrogène en supposant que la mobilité à la surface des grains est telle qu'un atome qui se colle forme à coup sûr une molécule :

$$R_{\text{H}_2}^f = 3,6 \cdot 10^{-18} n n_H T^{0.5} s(T)$$

En supposant de plus que l'énergie de liaison de l'hydrogène est équitablement répartie entre les trois formes évoquées plus haut, on détermine le taux de chauffage par formation sur les grains :

$$\Gamma_{\text{H}_2} = R_{\text{H}_2}^f \frac{4.48 \text{ eV}}{3}$$

### Friction

Les grains sont chargés et devraient entrer en tant que tels dans le couplage avec les neutres (Pineau des Forêts et Flower, 1995). Néanmoins, pour rendre compte de la densité des grains, il faudrait alors les traiter comme un fluide séparé, ce que nous ne nous sommes pas encore résolus à faire. Pour le moment, les grains sont donc considérés comme liés aux neutres dont ils constituent une certaine fraction de la masse, et ils n'interviennent pas dans le couplage neutres-charges.

### Érosion et destruction des grains

Les grains ne dégradent pas la lumière ultraviolette en rayonnement infrarouge impunément : ils se fatiguent, et les matériaux à leur surface s'évaporent. Ils finissent aussi par se briser à force de collisions répétées avec les molécules de gaz. Cette érosion des grains n'est pas du tout prise en compte dans ces modèles de chocs, et sera éventuellement revue dans le cadre des régions dominées par les photons.

### Température des grains

Tous les termes dont on vient de parler constituent des chauffages ou bien des refroidissements pour les grains. Cependant, ils sont tous le plus souvent négligeables par rapport aux interactions que ceux-ci encourent vis-à-vis du champ de rayonnement. Le rôle principal des grains est d'absorber de la lumière dans l'ultraviolet, pour la réémettre dans l'infrarouge sous forme de rayonnement du corps noir. Leur température est donc déterminée par le bilan radiatif :

$$\kappa_{\text{Planck}} a_{\text{R}} T_g^4 = \int_0^{+\infty} d\nu \kappa_\nu E_\nu$$

où  $\kappa$  est le coefficient d'absorption des grains et  $E_\nu$  est l'énergie volumique par unité de fréquence du rayonnement. La température des grains est donc relativement bien déterminée par les conditions moyennes d'illumination du milieu, et peut être considérée comme constante en bonne approximation. En pratique, on fixe  $T_g = 15$  K, sauf dans le cadre de l'effondrement sphérique, où l'on discutera le bilan thermique des grains pour calculer  $T_g$ .

### 2.3.5 Autres chauffages et refroidissements

#### Refroidissements de la chimie endothermique

Certaines réactions chimiques qui brisent des systèmes liés absorbent l'énergie de liaison. Les relations de conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie au cours de chaque collision microscopique permettent de déduire que l'énergie de liaison est prélevée au fluide de chaque réactant en raison inverse de sa masse (voir C.1).

Par exemple, le refroidissement associé à la dissociation collisionnelle de  $\text{H}_2$  par lui-même ne concerne que le fluide neutre et s'écrit simplement :

$$\Lambda_{\text{dissociation H}_2} = R_{\text{H}_2}^d 4,48 \text{ eV}$$

où  $R_{\text{H}_2}^d$  est le taux de la réaction de dissociation.

L'ionisation collisionnelle de H par les électrons refroidit principalement le fluide électronique, qui est beaucoup plus léger :

$$\Lambda_{\text{ionisation collisionnelle de H}}^e = \frac{m_{\text{H}}}{m_{\text{H}} + m_e} R_{\text{H}}^i 13,6 \text{ eV}$$

où  $R_{\text{H}}^i$  est le taux de la réaction d'ionisation, et  $m_e$  et  $m_{\text{H}}$  sont les masses respectives de l'électron et de l'atome d'hydrogène.

Quant au fluide neutre, il se refroidit lui aussi, mais dans une proportion bien moindre, car :

$$\Lambda_{\text{ionisation collisionnelle de H}}^n = \frac{m_e}{m_{\text{H}}} \Lambda_{\text{ionisation collisionnelle de H}}^e$$



### Refroidissement de la recombinaison radiative de H

Lorsqu'un électron libre se recombine sur un atome d'hydrogène, il émet aussitôt un photon qui emporte le différentiel d'énergie entre son précédent état libre et son nouvel état lié. Si le photon s'échappe du système, le bilan pour le gaz est la perte nette de l'énergie cinétique de l'électron.

Mais comme l'hydrogène est un élément très abondant, ce photon a toutes les chances d'ioniser à nouveau un autre atome qui se trouve dans la même configuration finale et de retransférer l'énergie qu'il s'apprêtait à évacuer.

Pour traiter rigoureusement le refroidissement net par ce mécanisme, il faudrait donc réaliser le transfert de rayonnement conjointement au suivi des populations de l'atome d'hydrogène: une tâche beaucoup trop lourde.

Ainsi on a souvent recours à deux types d'approximation :

- le “cas A” consiste à faire l'hypothèse que tous les photons émis sortent (cas optiquement mince). Le refroidissement est donc le produit du taux de recombinaison calculé de manière cohérente selon cette hypothèse avec l'énergie thermique de l'électron.
- le “cas B”, ou approximation “on the spot”, consiste à remarquer que les photons émis suite à une recombinaison sur le niveau fondamental de l'hydrogène sont ionisants quoi qu'il arrive. Ils ont donc une très forte probabilité d'être réabsorbés si le milieu est suffisamment dense et froid. On suppose donc que ces photons là sont absorbés sur leur lieu d'émission. Autrement dit, on fait l'approximation optiquement épaisse pour les transitions vers le niveau fondamental, et optiquement mince pour les autres. Cela fournit un taux net de recombinaison (qui correspond grosso modo aux recombinaisons sur le premier niveau excité) et un taux de refroidissement correspondant.

Les conditions envisagées dans cette thèse sont suffisamment denses pour qu'il faille utiliser le cas B, dont on peut trouver le taux de recombinaison dans Spitzer (1978), équation 5.14 et table 5.2, page 107 :

$$R_H^r = 2 \cdot 10^{-10} T_e^{-0,75} \text{ cm}^3/\text{s}$$

Le taux de refroidissement associé est fourni via les tables 6.1 et 6.2 (Spitzer 1978, page 136), à partir desquelles nous avons réalisé l'ajustement polynômial suivant :

$$\Lambda_H^r = R_H^r \frac{3}{2} k_B T_e x_e \text{ avec } x_e = (0,836 + 7,32 \cdot 10^{-2} x - 2,91 \cdot 10^{-2} x^2)$$

où  $x = \log_{10}(T_e)$ . Cet ajustement est douteux au-delà de températures électroniques dépassant  $10^5$  K, ce qui ne nous est pas encore arrivé...

### Rayons cosmiques

Dans les cœurs des nuages les plus denses, seuls les rayons cosmiques sont capables de pénétrer. Les protons de basse énergie (de 2 à 10 MeV) ionisent le gaz et les électrons secondaires produits chauffent le gaz avant de se recombiner :

$$\Gamma_{\text{RC}} = \zeta n_n \max(5, 7; 32 - 7 \log_{10}(n_n/n_e)) 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}$$

où  $\zeta$  est le taux d'ionisation primaire de l'Hydrogène,  $n_n$  et  $n_e$  sont les densités numériques totales de particules neutres et électroniques (Spitzer et Scott, 1969). Nous utilisons  $\zeta = 5 \cdot 10^{-17}/\text{s}$ .

## Bremsstrahlung

Les électrons freinés par les ions émettent du rayonnement synchrotron dont on peut déterminer globalement la perte d'énergie :

$$\Lambda_{\text{Bremsstrahlung}} < 10^{-27} n_i n_e \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

Cela permet de donner une borne supérieure à ce refroidissement, et d'affirmer que les vitesses testées ici ne sont pas assez fortes pour que cet effet soit comparable aux autres refroidissements. Par exemple le refroidissement Lyman  $\alpha$  lui est toujours de loin supérieur (de quatre ordres de grandeur pour  $T=10000$  K, qui est une température minimum pour que le milieu soit suffisamment ionisé). C'est pourquoi il n'en est pas tenu compte.

## 2.4 Classification des chocs

### 2.4.1 Protocole de choc

On se place dans une configuration où l'on fait entrer du gaz en équilibre thermochimique dans une boîte fermée sur sa droite par un mur étanche. Les équations de l'hydrodynamique couplées à la chimie sont intégrées grâce à l'algorithme du maillage glissant.

Le calcul est stoppé lorsque la vitesse du fluide s'écarte trop de la vitesse d'injection près du bord gauche : c'est le signe que le choc a remonté le courant jusqu'à la source de gaz.

Il faut donc choisir la taille de la boîte suffisamment grande pour qu'on puisse observer le choc sur un temps raisonnable (par exemple jusqu'à sa mise à l'état stationnaire). Cependant l'algorithme du maillage glissant a ses limites, et la résolution ne peut être poussée en deçà du millionième de la boîte de simulation.

### 2.4.2 Paramètres testés

Pour avoir un aperçu des conditions dans lesquelles les chocs se produisent dans les jets protostellaires, nous avons combiné les trois paramètres  $n_H = 10^4$  et  $10^5 / \text{cm}^3$ ,  $B = 0, 10$ , et  $100 \mu\text{G}$  et  $u = 25$  et  $40 \text{ km/s}$  pour produire 12 chocs que nous avons suivis jusqu'à leur état stationnaire lorsque c'était possible.

Dans tous ces modèles, on a supposé  $G_0 = 0$  et  $A_v = 10$ , c'est-à-dire que le champ de rayonnement UV extérieur est nul mais les pertes radiatives moléculaires sont calculées pour une opacité correspondant à  $A_v = 10$  (voir paragraphe 2.2).

Les conditions initiales du gaz à l'équilibre thermochimique sont entièrement déterminées par les abondances en noyaux de H, He, C, O, et Fe. Nous utilisons les abondances relatives aux noyaux d'hydrogène suivantes : He=0,1 ; C=1,8  $10^{-4}$  ; O=4,3  $10^{-4}$  ; Fe=1,8  $10^{-7}$ . Elles correspondent à un degré intermédiaire de déplétion sur les grains.

On peut classer ces chocs suivant plusieurs de leurs caractéristiques. Les chocs à  $u = 40 \text{ km/s}$  dissocient la molécule  $\text{H}_2$ , mais à  $u = 25 \text{ km/s}$  ils ne sont plus que marginalement dissociant, et à des vitesses plus faibles, ils ne dissocient plus  $\text{H}_2$ .

Les chocs à  $B = 0$  sont de type J (*jump*), les chocs à  $B = 10$  ou  $100 \mu\text{G}$  sont de type C (*continus*), sauf pour  $B = 10 \mu\text{G}$ ,  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 40 \text{ km/s}$ . Ce dernier est de type J-C, c'est-à-dire que le champ magnétique forme un précurseur C qui ne comprime pas suffisamment le gaz pour faire disparaître complètement le choc J.

Dans certaines conditions, on constate de plus que la trajectoire temporelle du choc réalise des oscillations. Certains chocs sont fortement instables, les autres produisent des oscillations plus ou moins

amorties.

La table 2.1 résume ces différents aspects.

|                            |                     |                      |                       |
|----------------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|
| $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$ | $B = 0 \mu\text{G}$ | $B = 10 \mu\text{G}$ | $B = 100 \mu\text{G}$ |
| $u = 25 \text{ km/s}$      | type J              | type C               | type C                |
| $u = 30 \text{ km/s}$      | type J (O+o)        |                      |                       |
| $u = 40 \text{ km/s}$      | type J (o)          | type J-C (o)         | type C (o)            |
| $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$ | $B = 0 \mu\text{G}$ | $B = 10 \mu\text{G}$ | $B = 100 \mu\text{G}$ |
| $u = 25 \text{ km/s}$      | type J (O)          | type C (O)           | type C (O)            |
| $u = 40 \text{ km/s}$      | X                   | X                    | X                     |

TAB. 2.1 – Chaque case représente une simulation. Les cases vides n’ont pas été testées, et les cases marquées d’un X n’ont pas convergé. Le type du choc est noté, ainsi que le comportement initial du choc J (qui existe toujours au moins au début des simulations): un petit o signifie que la trajectoire réalise de petites oscillations, un grand O signifie que la trajectoire réalise de grandes oscillations.

La table 2.3 résume les temps caractéristiques obtenus avec une grille de paramètres plus complète.

### 2.4.3 Chocs continus ou forts

Les équations multifluides dans leur dérivation linéaire montrent qu’elles supportent deux types d’ondes propagatrices, les ondes sonores et les ondes d’Alfvén.

Les ondes sonores se propagent dans l’un ou l’autre des deux fluides avec une célérité

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}},$$

et les ondes d’Alfvén se propagent dans le fluide chargé à la célérité

$$c_a = \sqrt{\frac{B^2}{4\pi\rho_c}}.$$

Que se passe-t-il lorsqu’on envoie sur un mur un flot de gaz interstellaire à une vitesse  $u$  telle que  $c_s < u < c_a$ ?

### Histoire

Lorsque le gaz rencontre le mur, l’information concernant l’obstacle tente de remonter le courant des neutres à la vitesse  $c_s$ , mais c’est peine perdue : le flot est trop puissant et rabat l’onde contre le mur. Le gaz s’entasse donc et s’échauffe. Dans le gaz comprimé et chaud, le fluide est presque au repos et la vitesse du son est plus élevée, de sorte que les informations remontent de plus en plus vite le courant, et rattrapent les premières ondes émises. La superposition de ces ondes donne lieu à une discontinuité des variables  $\rho$ ,  $p$  et  $u$  dans le fluide neutre : on a formé une onde de choc dite J (comme *jump*).

Dans le fluide chargé, l’information que le mur existe remonte à la vitesse d’Alfvén qui est plus rapide que la vitesse du flot. Le fluide des charges se met donc au repos progressivement et l’information

remonte le courant. Dans le fluide chargé, l'onde est dite C (comme *continue*). Les deux types de front d'onde J et C coexistent donc dans le gaz, avec un choc C en amont du choc J.<sup>1</sup>

Le différentiel de vitesse qui s'instaure entre les deux fluides engendre des forces de frictions qui chauffent le gaz et tentent de ramener les deux fluides à la même vitesse : progressivement les neutres se mettent eux aussi au repos, et les charges ne parviennent pas à faire remonter l'information aussi loin qu'elles le voudraient car elles sont gênées par l'afflux des neutres. Il apparaît une langue neutre plus chaude en amont du choc J, là où le fluide neutre commence à ressentir la décélération que lui impriment les charges.

Pendant ce temps, le fluide déjà comprimé et au repos en aval du choc J se refroidit. Le fluide qui a été comprimé le plus tôt est à présent le plus froid. Autrement dit, plus il est près du mur, et plus il est froid. On observe en aval du choc J une queue de refroidissement qui correspond à la relaxation progressive du gaz jusqu'au moment où il atteint un nouvel état d'équilibre thermo-chimique. Au moment où le gaz situé contre le mur parvient à cet état, l'onde de choc se détache du mur.

Progressivement, le choc J s'amenuise car le gaz neutre est préchauffé, prédécélééré, et précomprimé.

Si le champ magnétique est nul (ou bien parallèle à la vitesse du flot), en fait il n'y a qu'un choc J, suivi d'une queue de relaxation qui finit par se stationnariser.

Si le champ magnétique n'est pas nul, le choc J stationnaire est un peu plus petit, et précédé d'un précurseur magnétique plus doux.

Enfin, si le champ magnétique dépasse une valeur critique, le choc J disparaît complètement, et on n'observe plus qu'une structure lisse de choc C à l'état stationnaire. Le long de cette structure, le fluide est progressivement comprimé, chauffé par la friction entre les neutres et les ions, puis refroidi jusqu'à un nouvel état d'équilibre post-choc plus froid car beaucoup plus dense.

## Structure

Un choc typique du milieu interstellaire est donc constitué de trois régions principales :

- le précurseur magnétique qui choque le fluide chargé puis précomprime et préchauffe le fluide neutre.
- le choc adiabatique qui s'étale sur deux ou trois libres parcours moyens et convertit ce qui reste de l'énergie cinétique du gaz neutre en énergie thermique.
- la queue de relaxation thermique qui refroidit le fluide chaud en sortie du choc adiabatique, pour l'amener vers un nouvel état d'équilibre thermo-chimique.

La figure 2.3 illustre ces différents secteurs avec les profils de températures des trois fluides. Les conditions du choc font qu'il dissocie aussi  $H_2$ , et cette figure illustre aussi bien la structure de la queue de relaxation des chocs dissociant.

A titre de comparaison, nous montrons encore un choc C (figure 2.5) et un choc J non dissociant (figure 2.4).

### 2.4.4 Chocs dissociant ou non

Lorsque la vitesse du choc confère au gaz une énergie cinétique de l'ordre de l'énergie de liaison de la molécule d'hydrogène, celle-ci est susceptible de se briser. On peut estimer grossièrement cette

---

1. Métaphore des embouteillages : il y a un bouchon. Les voitures (i.e. neutres) s'arrêtent quand elles ont le nez dessus. Mais les camions (i.e. ions) ont la CB : ils utilisent les ondes électromagnétiques pour communiquer, et sont au courant bien avant les voitures. Du coup, ils ralentissent progressivement. Les voyant enfin, les voitures les imitent.

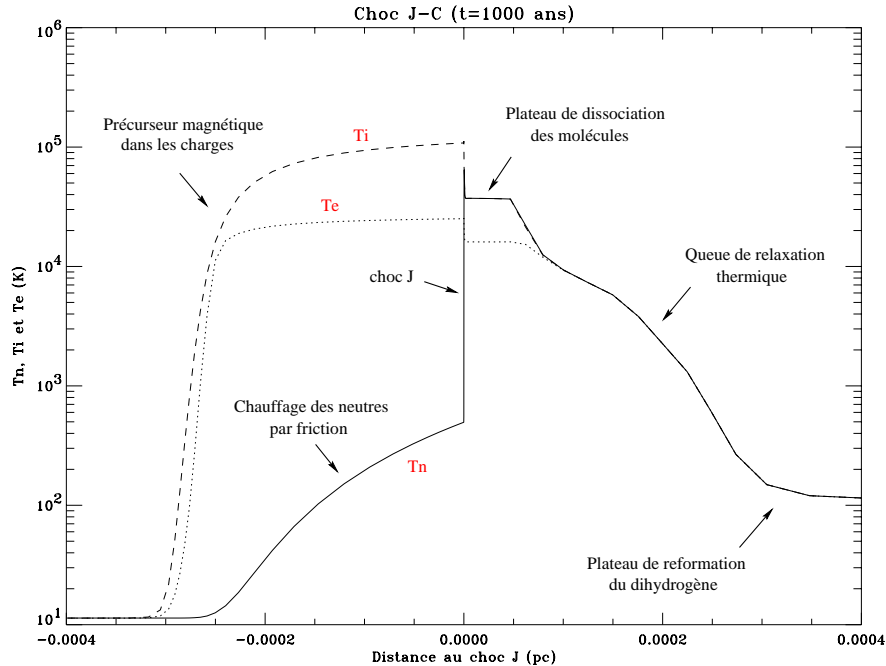


FIG. 2.3 – Profil de température du choc dans les conditions  $u = 40 \text{ km/s}$ ,  $n_H = 10^4 \text{ /cm}^3$ , et  $B = 10 \mu\text{G}$ , à la date  $t = 1000 \text{ ans}$ . Le gaz arrive par la gauche.

vitesse :

$$u_{\text{diss}} \simeq \sqrt{\frac{4,48 \text{ eV}}{u_{\text{ma}}}} = 21 \text{ km/s}$$

Dans la pratique, comme les densités du milieu interstellaire sont faibles, il faut aller chercher des vitesses sensiblement plus élevées. Hollenbach et Mac Kee (1980) évaluent ces vitesses critiques pour les différentes molécules du milieu interstellaire.

La molécule  $\text{H}_2$  est le seul refroidisseur efficace aux hautes températures engendrées en sortie des chocs. La queue de relaxation thermique est donc très différente suivant que cette molécule est présente ou non. Comme le gaz se refroidit plus vite, les chocs non dissociant ont une extension beaucoup plus courte que les chocs dissociant. Cet état de fait se constate en examinant les échelles très différentes des graphes 2.4 et 2.3. On peut aussi le constater sur la figure 2.7 où les trajectoires des chocs dissociant  $\text{H}_2$  sont bien plus loin du mur que ne l'est le choc à faible vitesse, quand bien même ce dernier est déjà détaché du mur.

### Structure

En sortie du choc dissociant, le gaz est donc atomique et se refroidit très peu : un plateau de température se déploie. Dans ce plateau,  $\text{H}_2$  se reforme progressivement, jusqu'à ce qu'il soit en abondance suffisante pour devenir le refroidisseur dominant. Alors, la température baisse, la densité monte, et  $\text{H}_2$  se forme de plus belle : la sortie du plateau est très abrupte. Ensuite, lorsque la température est en-dessous du millier de degré,  $\text{H}_2$  n'est plus un réfrigérant efficace. De plus, la formation de la molécule sur les grains produit un chauffage qui finit par équilibrer les refroidissements moléculaires, et on observe une épaule dans le profil de température qui correspond à la reformation de la molécule  $\text{H}_2$ . Lorsque la reformation de la molécule est accomplie, les agents moléculaires reprennent leur travail de refroidisseur à basse température, et le gaz retrouve sa température d'équilibre post-choc.

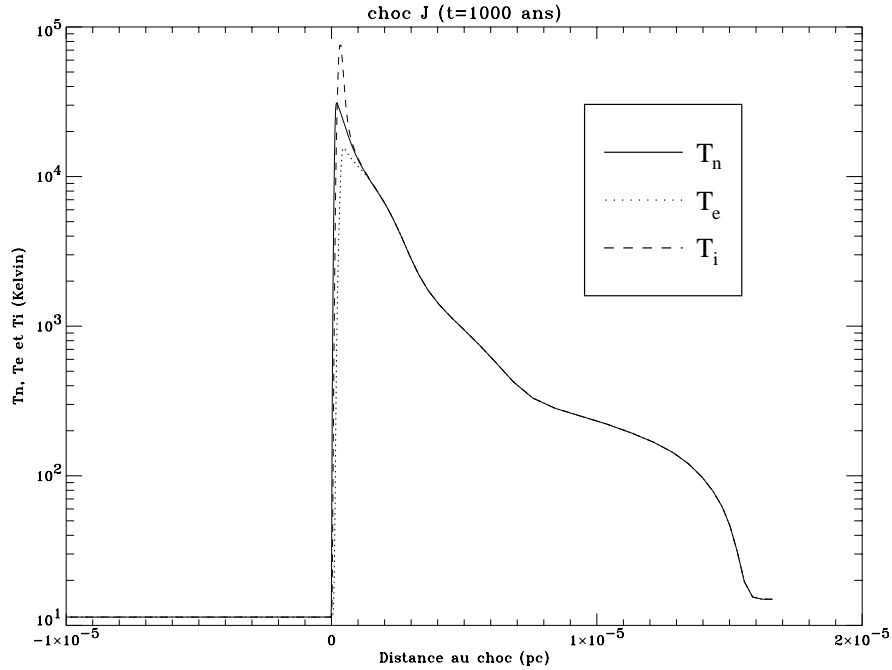


FIG. 2.4 – Profil de température du choc dans les conditions  $u = 25 \text{ km/s}$ ,  $n_H = 10^4 \text{ /cm}^3$ , et  $B = 0$ , à la date  $t = 1000 \text{ ans}$ . Le gaz arrive par la gauche.

La figure 2.3 illustre ces caractéristiques de la queue de relaxation des chocs dissociant  $\text{H}_2$ .

## Histoire

Supposons que la vitesse du gaz soit légèrement sous-critique vis-à-vis de la dissociation de  $\text{H}_2$ . Lors de la première phase adiabatique d'expansion du choc, la vitesse relative du gaz par rapport au front de choc est augmentée de la vitesse de progression du front (à relier au taux de compression). Donc le choc dissocie  $\text{H}_2$  ! Il déroule ainsi derrière lui un long plateau atomique, jusqu'à ce qu'il parvienne à la sortie abrupte qui correspond à la reformation de  $\text{H}_2$ . Alors la compression globale est plus faible, et la vitesse de progression du front ralentit. Le choc devient non dissociant ! Et la molécule  $\text{H}_2$  se reforme dans le plateau qui se refroidit abruptement. Le support de pression étant soudainement coupé, le front de choc recule, pour tenter de retrouver l'équilibre stationnaire d'un choc non dissociant. Lorsque le gaz est à nouveau ramassé tout contre le mur, on est presque dans les mêmes conditions qu'au départ, et le processus recommence. On observe ainsi des rebonds successifs de la position du choc par rapport au mur (voir figure 2.6).

Dans une moindre mesure, une autre instabilité intervient encore dans les chocs dissociant. En effet, la position du choc lorsqu'il n'est pas encore stationnaire est géré par la longueur du plateau atomique. Deux conditions peuvent amorcer la sortie du plateau atomique : soit  $\text{H}_2$  est suffisamment reformé pour refroidir le gaz, soit la densité électronique est suffisante pour que l'oxygène refroidisse le gaz. Lorsque le choc est fort, c'est le deuxième cas qui domine. La longueur du plateau est alors déterminée par le taux d'ionisation collisionnelle de l'atome d'hydrogène. Or, ce taux dépend très fortement de la température, donc de la vitesse d'entrée du gaz dans le choc. Si la vitesse augmente, le taux d'ionisation est plus rapide, et le plateau se raccourcit, donc la vitesse diminue. Si la vitesse diminue, le taux d'ionisation est plus faible, donc le plateau s'allonge et la vitesse augmente. Cette sur-stabilité produit un petit phénomène oscillatoire qu'on observe autour de la trajectoire du choc. La

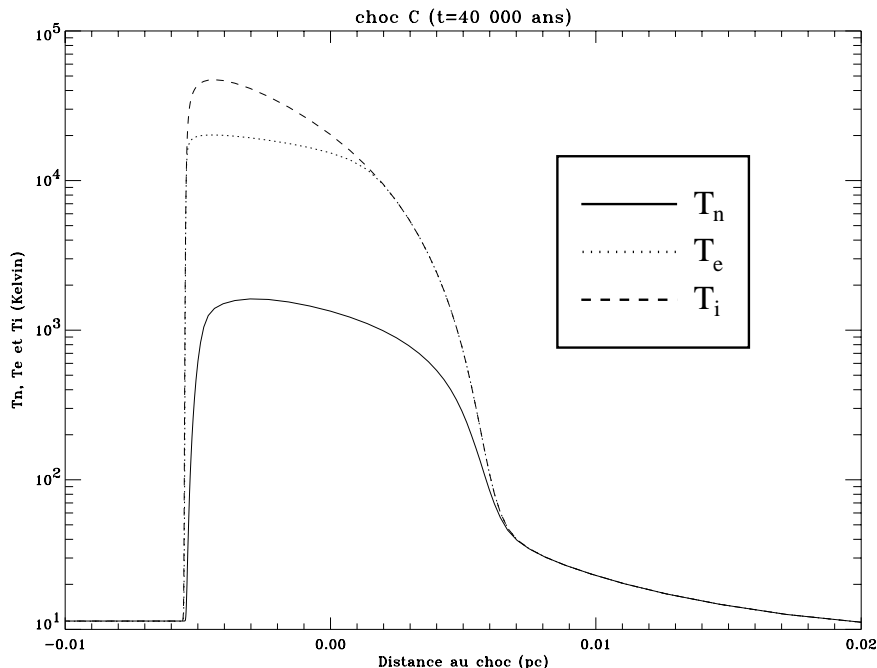


FIG. 2.5 – Profil de température du choc dans les conditions  $u = 25 \text{ km/s}$ ,  $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ , et  $B = 10 \mu\text{G}$ , à la date  $t = 40000 \text{ ans}$ . Le gaz arrive par la gauche. Ce choc correspond à un futur état J-C stationnaire, lorsque la queue de relaxation se sera complètement développée.

période de l'oscillation correspond au temps de réponse du plateau, c'est-à-dire au temps de traversée du plateau par la vitesse du son.

## 2.5 Échelles de longueur et de temps

### 2.5.1 Échelles de longueur

Nous examinons successivement les trois secteurs du choc en donnant leurs échelles de longueur.

#### Précurseur magnétique

On peut estimer la taille du précurseur magnétique à l'état stationnaire en donnant un ordre de grandeur de l'échelle de variation de la vitesse des neutres et des ions sous l'effet des forces de Langevin.

Si  $u \gg c_s$ , la pression thermique et visqueuse des neutres avant le choc est très faible devant leur pression dynamique, on peut alors donner une estimation de l'échelle de variation de leur vitesse (Flower et Pineau des Forêts, 1995) :

$$L = \left( \frac{d \ln u_n}{dx} \right)^{-1} = \frac{u}{\Lambda_0 n_i}$$

où  $n_i$  est la densité numérique des ions avant le choc.

De même si  $u \ll c_a$ , la pression totale des charges avant le choc est négligeable devant la pression magnétique, et on trouve une expression similaire pour l'échelle de variation de la vitesse des charges :

$$l = \left( \frac{d \ln u_c}{dx} \right)^{-1} = \frac{u}{\Lambda_0 n_i} \left( \frac{B_0^2}{4\pi \rho_n u^2} \right)$$

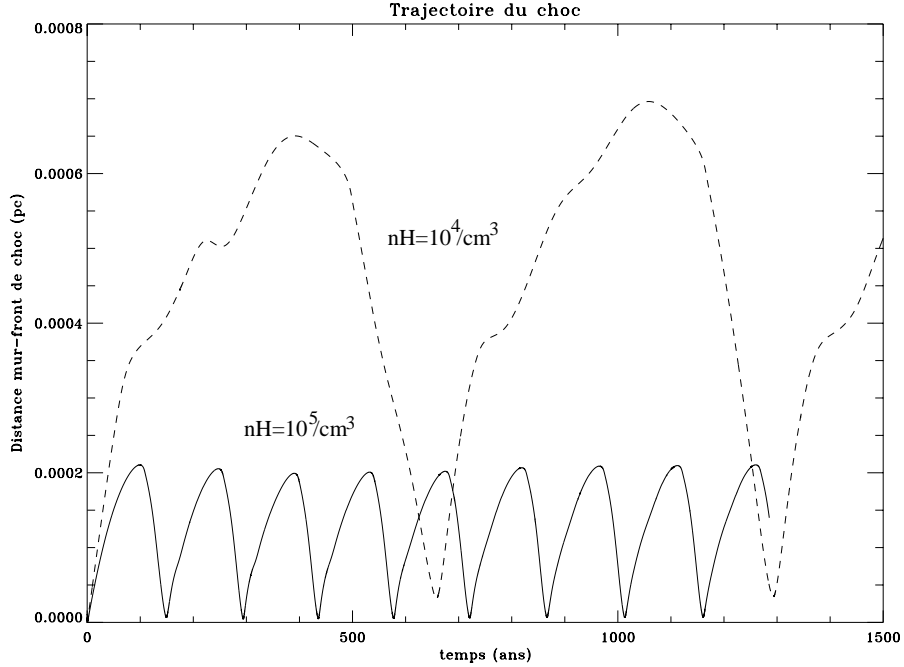


FIG. 2.6 – Trajectoire de deux chocs  $J$  marginalement dissociant. En traits pleins,  $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$  et  $u=25 \text{ km/s}$ . En tirets,  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u=30 \text{ km/s}$ .

En pratique, pour les conditions typiques du milieu interstellaire où  $B_0/\mu\text{G} \simeq (n_H \cdot \text{cm}^3)^{0,5}$ , le rapport  $l/L \simeq [u/(2 \text{ km/s})]^{-2}$  est très petit.

C'est-à-dire qu'on a bien un saut en vitesse pour les charges, suivi d'une zone plus large où les neutres se recouplent aux charges. L'ensemble forme ce qu'on a coutume d'appeler le précurseur magnétique du choc, et sa taille est donc de l'ordre de  $L$ .

### Choc adiabatique

Le choc adiabatique convertit l'énergie cinétique incidente en énergie thermique. Son extension spatiale est directement associée à l'échelle de dissipation visqueuse. En général, cette taille est de deux ou trois libres parcours moyens :

$$\lambda_{\text{choc}} = \frac{3}{\sigma n_H} = \frac{10^{-3} \text{ pc cm}^3}{n_H}$$

C'est ce que l'on vérifie lorsque les chocs sont bien résolus. Dans certains cas où le précurseur magnétique tire trop sur le maillage, l'extension du choc est plutôt de l'ordre d'une dizaine de libres parcours moyens.

Cependant, tant que le temps de traversée du choc est inférieur à la plus petite échelle de temps chimique, on peut considérer que le choc est résolu. Dans le cas contraire, la chimie a passé plus de temps que prévu à des températures élevées, et les abondances en sortie du choc sont erronées. Il semble que nos simulations sont toujours bien résolues de ce point de vue.

### Queue de relaxation thermo-chimique

La taille de la queue de relaxation thermo-chimique est entièrement déterminée par l'histoire thermo-chimique du gaz qui la compose. En fait elle est l'image même de l'histoire thermo-chimique au



cours de l'avancée du choc qui dépose derrière lui du gaz à une température fixée par les relations d'Hugoniot-Rankine.

C'est pourquoi il est difficile de donner une estimation de sa taille a priori: il faut connaître le temps de refroidissement le plus long au cours de cette histoire, et le multiplier par la vitesse du fluide à cet endroit. Souvent une bonne approximation consiste à prendre le temps de refroidissement juste derrière le choc J, avec la vitesse du fluide en sortie du choc adiabatique (c'est-à-dire  $\frac{\gamma-1}{\gamma+1}u$  lorsque le rapport de compression est grand):

$$L_{\text{ref}} = \frac{2\gamma}{(\gamma+1)^2} \frac{u^3}{\lambda(T_{\text{max}})n}$$

où on a supposé que le refroidissement est un terme quadratique en la densité  $\Lambda(T, n) = \lambda(T)n^2$ .

La relation entre la taille de la queue de refroidissement et la vitesse du choc est donc loin d'être immédiate. Elle fait intervenir les densités des agents refroidissant qui résistent au choc, et la forme particulière des refroidissements suivant la température. La relation ci-dessus montre en revanche que  $L_{\text{ref}}$  est inversement proportionnel à la densité.

D'autre part, si le choc a dissocié la molécule  $\text{H}_2$ , le principal agent refroidissant au sortir du choc est l'atome d'oxygène qui est très peu efficace. La taille du plateau où les molécules sont dissociées n'est cependant pas contrôlée par la longueur de refroidissement de l'oxygène, qui serait beaucoup plus grande. Comme nous l'avons déjà signalé, la sortie du plateau est régie par des phénomènes chimiques qui sont la reformation de  $\text{H}_2$  et l'ionisation de H.

La longueur d'ionisation de H, par exemple, se calcule en réalisant le rapport du flux d'atomes d'hydrogène sur le taux de réaction au niveau du plateau, qui dépend de la densité et de la température dans le plateau déterminés au paragraphe 2.7.1:

$$L_{\text{ionisation}} = n_0(e^-)u_0/R_i = n_0(e^-)u_0/[n(\text{H})n(e^-)9,2 \cdot 10^{-10}T_p^{\frac{1}{2}} \exp(-157890/T_p)]$$

Cette longueur dépend donc exponentiellement de la température du plateau, liée à la vitesse d'entrée du gaz dans le choc, ce qui est à l'origine de l'instabilité développée lorsque l'ionisation régit la taille du plateau.

La longueur de formation de  $\text{H}_2$  dans le plateau dépend du coefficient de collage adopté. Dans notre cas, on peut écrire

$$L_{\text{formation H}_2} = \frac{1}{2}n_0u_0/R_f$$

Cette longueur dépend en revanche assez peu de la vitesse d'entrée, et la comparaison entre les deux longueurs permet de donner la vitesse critique d'établissement de l'instabilité liée à l'ionisation dans le plateau.

La longueur de l'épaule de reformation de  $\text{H}_2$  quant à elle dépend du temps chimique de reformation de cette molécule, à la température où le refroidissement  $\text{H}_2$  contrebalance le chauffage par formation de  $\text{H}_2$ .

Dans la queue de relaxation thermochimique, on trouve donc des longueurs caractéristiques purement thermiques (associées à des taux de refroidissement) et des longueurs purement chimiques (associées à des taux de réaction chimique).

## 2.5.2 Échelles de temps

### Stationnarisation

Le choc franchit plusieurs étapes dans son évolution temporelle vers son état stationnaire.

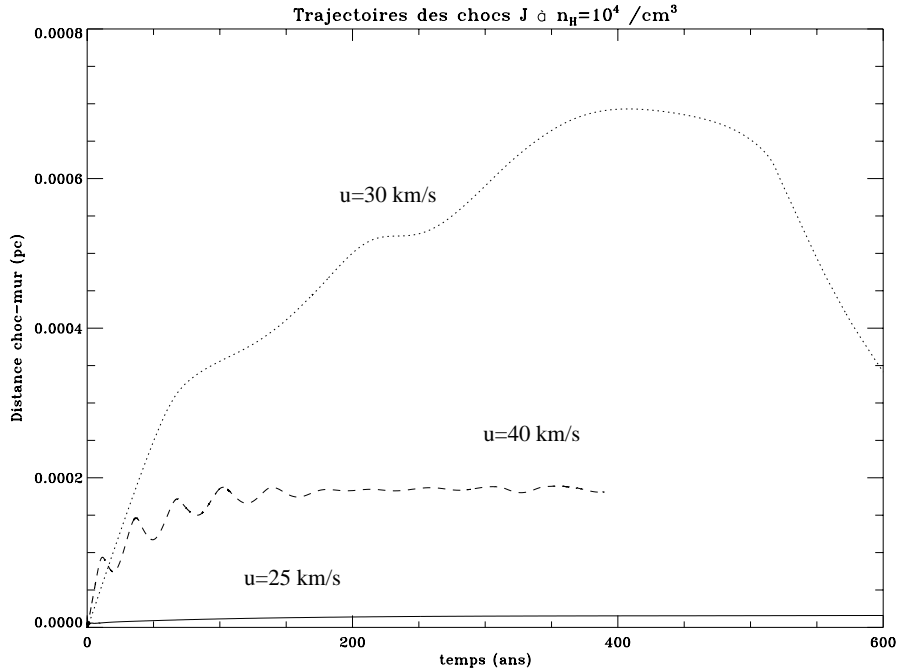


FIG. 2.7 – Trajectoires des chocs  $J$  ( $B=0$ ) pour la densité  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$ .

La première étape est la formation des fronts de choc. Celle-ci est peu décrite par notre algorithme de maillage glissant, car la formation du front s'accompagne du mouvement de la grille. La grille n'a la résolution nécessaire pour décrire les fronts que lorsque ceux-ci sont suffisamment formés. On peut considérer que le front est bien décrit après un temps de traversée d'une cellule du maillage *initial* par la vitesse du son.

Une fois le front de choc établi, le refroidissement n'a pas eu le temps de jouer son rôle, et l'évolution du choc est proche d'un comportement adiabatique.

Ensuite, le refroidissement comprime progressivement le gaz au-delà du taux de compression adiabatique, et l'avancée du front de choc ralentit. Cette phase dure le temps de refroidir le gaz en sortie du choc adiabatique, qui peut se lire sur l'état stationnaire.

Enfin, le refroidissement est complet, et le choc est stationnaire : il se détache du mur et prend une vitesse constante qui correspond au taux de compression maximum atteint.

### Chocs C

Dans le cas où l'état stationnaire du choc est C, le front de choc des neutres est amené à disparaître. La durée de l'état J-C qui précède varie peu avec la valeur du champ magnétique : on mesure 4000 et 5000 ans pour  $B = 10$  et  $100 \mu\text{G}$ ,  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 25 \text{ km/s}$ . Elle varie beaucoup avec la vitesse et la densité : on mesure 600 et 700 ans pour  $B = 10 \mu\text{G}$ ,  $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$  et  $u = 25 \text{ km/s}$ ; on mesure 2000 ans pour  $B = 100 \mu\text{G}$ ,  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 40 \text{ km/s}$ .

Cependant, le champ magnétique joue un rôle près de sa valeur critique. Par exemple, les conditions  $B = 10 \mu\text{G}$ ,  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 40 \text{ km/s}$  n'offrent pas d'état stationnaire de type C, et la durée de l'état J-C est alors infinie.

La table 2.5.2 résume ces résultats. La table 2.3 donne une confirmation de ces tendances pour

une grille plus complète de paramètres. Cette dernière grille a été réalisée après la rédaction de cette thèse, c'est pourquoi l'analyse n'en est pas présentée dans ces lignes.

|                            |                      |                       |
|----------------------------|----------------------|-----------------------|
| $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$ | $B = 10 \mu\text{G}$ | $B = 100 \mu\text{G}$ |
| $u = 25 \text{ km/s}$      | 4000 ans             | 5000 ans              |
| $u = 40 \text{ km/s}$      | $\infty$             | 2000 ans              |
| $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$ | $B = 10 \mu\text{G}$ | $B = 100 \mu\text{G}$ |
| $u = 25 \text{ km/s}$      | 600 ans              | 700 ans               |

TAB. 2.2 – *Temps de disparition du choc J.*

### Chocs dissociant

Les chocs qui dissocient la molécule  $\text{H}_2$  se distinguent lorsqu'on observe dans le temps leur position par rapport au mur.

Les chocs à  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 40 \text{ km/s}$  montrent tous un comportement oscillant amorti lors de leur phase refroidissante, avec une période de 30 ans.

Le choc à  $n_H = 10^5 / \text{cm}^3$  et  $u = 25 \text{ km/s}$  est fortement oscillant, avec une période de 150 ans. Un choc à  $n_H = 10^4 / \text{cm}^3$  et  $u = 30 \text{ km/s}$  présente le même comportement avec une période de 600 ans.

On peut tenter de donner une interprétation de ce phénomène d'instabilité en évaluant la dépendance du refroidissement en fonction de la température.

Chevalier et Imamura (1982) décrivent la stabilité linéaire d'un choc refroidi avec une fonction de refroidissement de la forme  $\Lambda = \lambda_0 n_H^2 T^\alpha$ . Ils trouvent une instabilité pour  $\alpha < 0,5$ . On constate au vu des fonctions de refroidissement des cas présentant des oscillations qu'elles ont toutes une pente logarithmique  $d \ln(\Lambda/n_H^2)/d \ln T$  inférieure à 0,5 au niveau des zones de reformation des molécules. Cet argument permet de suspecter le rôle de la reformation moléculaire dans le fonctionnement de l'instabilité. La raideur des fonctions de refroidissement dans cette zone tient au lien étroit entre la reformation des molécules et le retour de refroidisseurs efficaces. La formation des molécules renforce le refroidissement, donc le gaz se densifie, ce qui accélère en retour la formation des molécules. Les temps de reformation sont donc plus courts que ce que laisse supposer les temps chimiques. Notamment,  $\text{H}_2$  regagne plusieurs ordres de grandeur en seulement une dizaine d'années (voir paragraphe 2.7.1).

## 2.6 Évolution des variables hydrodynamiques le long d'un choc

Chièze, Pineau des forêts et Flower (1998) remarquent que le précurseur magnétique semble se dérouler depuis le choc comme s'il était à l'état stationnaire. Flower et Pineau des Forêts (1999) s'inspirent de ce résultat pour produire facilement des profils de chocs dépendant du temps à partir d'un code stationnaire. Ils pouvaient ainsi emmagasiner beaucoup plus de détails physiques que ne leur aurait permis un code dépendant du temps.

Nous allons voir quelles prédictions analytiques engendre l'hypothèse quasi-stationnaire, et utiliser ces résultats en comparaison du code pour déterminer quels sont les domaines de validité de cette hypothèse.

### 2.6.1 Équations stationnaires

Lorsque le flot hydrodynamique a atteint un état stationnaire, ou bien quasi-stationnaire, on peut négliger les termes en  $\frac{\partial}{\partial t}$  dans les équations de l'hydrodynamique, pourvu qu'on se place dans le repère

qui se déplace à la vitesse de la discontinuité. L'intégration suivant la coordonnée  $x$  permet alors de relier l'état du gaz en un point à l'état du gaz loin en amont, qui constitue les paramètres du choc. On obtient alors des équations sur les flux des quantités conservées.

Flux de masse :

$$\begin{aligned}\dot{M}_n &= \rho_n^0 u_n^0 = \rho_n u_n - \int_0^x R_{c \rightarrow n} dx \\ \dot{M}_c &= \rho_c^0 u_c^0 = \rho_c u_c - \int_0^x R_{n \rightarrow c} dx\end{aligned}$$

Flux d'impulsion :

$$\begin{aligned}\dot{P}_n &= \rho_n^0 (u_n^0)^2 + p_n^0 = \rho_n u_n^2 + p_n + \pi_n - \int_0^x F_{c \rightarrow n} dx \\ \dot{P}_c &= \rho_c^0 (u_c^0)^2 + p_c^0 + \frac{(B^0)^2}{8\pi} = \rho_c u_c^2 + p_c + \pi_c + \frac{B^2}{8\pi} - \int_0^x F_{n \rightarrow c} dx\end{aligned}$$

Flux d'énergie :

$$\begin{aligned}\dot{E}_n &= u_n^0 \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_n^0 \right) = u_n \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_n + \pi_n \right) - \int_0^x (\Lambda_n + Q_{i \rightarrow n} + Q_{e \rightarrow n}) dx \\ \dot{E}_i &= u_c^0 \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_i^0 + \frac{B^2}{4\pi} \right) = u_c \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_i + \pi_i + \frac{B^2}{4\pi} \right) - \int_0^x (\Lambda_i + Q_{n \rightarrow i} + Q_{e \rightarrow i}) dx \\ \dot{E}_e &= u_c^0 \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_e^0 + \frac{B^2}{4\pi} \right) = u_c \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_e + \pi_e + \frac{B^2}{4\pi} \right) - \int_0^x (\Lambda_e + Q_{n \rightarrow e} + Q_{i \rightarrow e}) dx\end{aligned}$$

Flux du champ magnétique :

$$\dot{B} = u_c^0 B^0 = u_c B$$

Les exposants 0 dénotent les paramètres du choc, c'est-à-dire les caractéristiques du flot loin en amont du choc.

Les termes qui font intervenir des intégrales sont tous issus des sources. Ils concernent donc les termes d'échange entre les fluides ainsi que les pertes radiatives. Les autres termes analytiques décrivent les phénomènes conservatifs qui répartissent la masse, l'impulsion et l'énergie entre leurs différentes formes.

Dans chacun des secteurs du choc, on peut négliger suffisamment de termes sources pour en déduire certaines relations analytiques qui lient les variables d'état du gaz aux différents flux indépendamment de la position. Cependant, dès qu'on voudra avoir recours à une échelle de longueur, il faudra immédiatement prendre en compte l'un des termes intégraux, que seul le calcul numérique fournit.

Nous allons à présent examiner les différents secteurs d'un choc J-C, en précisant pour chacun d'entre eux les relations analytiques qui y sont valides.

### 2.6.2 Précurseur magnétique

Comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe 2.5.1, le précurseur magnétique est constitué d'abord du choc dans les charges au sein duquel l'énergie cinétique des charges est convertie en énergie thermique des charges et en énergie magnétique. Ensuite la friction de Langevin sert de levier pour ralentir les neutres et dégrader leur propre énergie cinétique en énergie thermique.

La température des ions augmente beaucoup dans le choc des charges à cause de leur poids moléculaire moyen élevé. Les électrons au contraire sentent à peine ce choc, et ce sont les rencontres électromagnétiques ions-électrons qui ramènent leur température vers celle des ions. Cependant, les refroidissements collisionnels se font sentir préférentiellement par les électrons car ils ont une masse beaucoup plus faible, c'est pourquoi ils gardent une température plus froide.

### Relations algébriques

On suppose que le milieu est très faiblement ionisé.

L'échange de masse avec les charges est toujours négligeable pour les neutres, alors qu'il domine vis-à-vis des charges :  $\rho_n u_n = \dot{M}_n$ , mais l'accès au degré d'ionisation ne peut se passer de l'intégration numérique.

Les pressions dynamiques et thermiques des charges sont négligeables par rapport à celle des neutres. On peut donc écrire le flux total d'impulsion sous la forme :

$$\dot{P} = \dot{P}_n + \dot{P}_c = \rho_n u_n^2 + p_n + \frac{B^2}{8\pi}$$

Dans le précurseur magnétique, tant que la température des neutres n'est pas encore suffisamment élevée, l'énergie rayonnée est négligeable. On en déduit le flux total d'énergie sous la forme :

$$\dot{E} = \dot{E}_n + \dot{E}_c = u_n \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_n + \frac{1}{2} \rho_n u_n^2 \right) + u_c \frac{B^2}{4\pi}$$

La relation sur le champ magnétique  $Bu_c = \dot{B}$  est toujours valide.

Nous avons donc affaire à quatre équations qui concernent les 5 inconnues  $\rho_n, u_n, p_n, B$ , et  $u_c$ . Nous pouvons donc choisir une variable et exprimer les 4 autres en fonction de celles-ci.

Par exemple  $p_n$  est solution d'un trinôme dont les coefficients dépendent des paramètres du choc et de la densité :

$$p_n^2 \frac{2\pi \dot{M}^2}{\dot{B}^2 \rho_n^2} \frac{\gamma^2}{(\gamma - 1)^2} + p_n \left[ 1 - \frac{2\pi \dot{M}}{\dot{B}^2 \rho_n} \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left( \dot{E} - \frac{1}{2} \frac{\dot{M}^3}{\rho_n^2} \right) \right] - \dot{P} + \frac{\dot{M}}{\rho_n^2} + \frac{2\pi}{\dot{B}^2} \left( \dot{E} - \frac{1}{2} \frac{\dot{M}^3}{\rho_n^2} \right)^2 = 0$$

### 2.6.3 Choc adiabatique

Dans le choc adiabatique, c'est au tour des neutres de convertir ce qui leur reste d'énergie cinétique en énergie thermique. Les neutres gagnent enfin des températures comparables à celles des deux autres fluides, ce qui favorise les échanges collisionnels et provoque le recouplage des températures et des vitesses. En sortie d'un choc dissociant, seuls les électrons gardent une température plus basse car ils supportent l'essentiel du refroidissement du gaz.

#### Conditions de saut

On considère une couche délimitée par deux surfaces planes notées 1 et 2, qui peut se déplacer par rapport au gaz.

Si l'épaisseur de cette couche est suffisamment fine pour que l'on puisse considérer que les sources (membres de droite des équations) mentionnées plus haut sont négligeables, alors on peut exprimer que les flux d'une quantité entrant et sortant de cette couche sont égaux.

Cela donne lieu aux équations suivantes qui correspondent chacune à une équation décrite plus haut (les vitesses sont toutes exprimées dans le référentiel de la couche) :

$$\begin{aligned} [\rho_n u_n]_1^2 &= 0 \\ [\rho_c u_c]_1^2 &= 0 \\ [p_n + \rho_n u_n^2]_1^2 &= 0 \\ [p_c + \rho_c u_c^2 + \frac{B^2}{8\pi}]_1^2 &= 0 \\ [u_n \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_n + \frac{1}{2} \rho_n u_n^2 + \pi_n \right)]_1^2 &= 0 \\ [u_c \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_c + \frac{1}{2} \rho_c u_c^2 + \frac{B^2}{4\pi} + \pi_c \right)]_1^2 &= 0 \\ [u_c \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_e + \frac{1}{2} \rho_e u_e^2 + \frac{B^2}{4\pi} \right)]_1^2 &= 0 \\ [Bu_c]_1^2 &= 0 \end{aligned}$$

On peut en déduire les variations des variables physiques à gauche et à droite de cette couche, et notamment les conditions de saut lors de la traversée d'une discontinuité telle qu'un choc fort.

En effet, la largeur d'un choc fort est de l'ordre du libre parcours moyen des particules, c'est-à-dire la distance entre deux collisions élastiques. Or, les termes sources correspondent tous à des collisions inélastiques, dont la fréquence est bien plus faible. On peut donc les négliger sur l'épaisseur d'un choc fort. Si nous plaçons nos deux interfaces de part et d'autre du choc dans deux lieux où les pressions visqueuses sont négligeables, celles-ci disparaissent des conditions de saut. On a alors autant d'équations que d'inconnues pour résoudre les variables 2 connaissant les variables 1.

### Facteur de compression

Par exemple, pour les neutres :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1 + 2M^{-2}}$$

où  $M = u/c_s$  est le nombre de Mach dans le fluide neutre. Pour un grand nombre de Mach et pour  $\gamma = 5/3$ , on trouve le facteur de compression égal à 4.

Pour le fluide des charges, l'expression est un peu plus compliquée :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{2(\gamma + 1)}{d + \sqrt{d^2 + 4(\gamma + 1)(2 - \gamma)m^{-2}}}$$

où  $m = u/c_a$  est le nombre de Mach alfvénique du fluide chargé, et :

$$d = (\gamma - 1) + (2M^{-2} + \gamma m^{-2})$$

On peut se servir de cette relation pour avoir une estimation des conditions de saut globales le long du choc. En effet, si l'on admet que le refroidissement ramène la température quasiment à sa valeur initiale, on peut supposer que le gaz se comporte comme un gaz isotherme, c'est-à-dire qu'on porte  $\gamma = 1$  dans la formule ci-dessus. Il faut prendre garde que le nombre de Mach alfvénique représente à présent le fluide dans sa globalité :  $m = u/\sqrt{B^2/4\pi\rho}$  qui est de l'ordre de  $M$  si l'on admet que dans les conditions courantes du milieu interstellaire, les pressions magnétiques et thermiques sont du même ordre.

Pour  $\gamma = 1$ , et  $m \simeq M \gg 1$  on trouve  $\rho_2/\rho_1 \simeq \sqrt{2}m$ . Cependant, ce raccourci dû à Draine et Mac Kee (1993) présuppose que la queue de relaxation est à l'état quasi-stationnaire. Or, comme on le verra par la suite, ça n'est pratiquement jamais le cas...

### Vitesse du front de choc

Dans le repère du piston qui pousse le gaz, le gaz est au repos près du piston, donc la vitesse de propagation du choc est précisément :

$$D = -u_2 = -u/(\rho_2/\rho_1 - 1)$$

Elle est donc directement reliée au facteur de compression dans le choc. Lorsque la compression est grande, on peut en déduire la vitesse d'entrée du choc adiabatique comme  $u_1 = u$ . On connaît donc la température juste après le choc J qui est aussi la température maximale dans le choc :

$$T_{\max} = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \frac{\mu}{k_B} u^2$$

Pour un choc C, la température maximale dépend de la compétition entre le refroidissement collisionnel et le chauffage par friction. On ne peut se soustraire du calcul du profil stationnaire pour la connaître.

### Relations analytiques

Dans le front de choc, une inconnue vient s'ajouter au problème : la pression visqueuse des neutres  $\pi_n$ . Cependant, au niveau du choc, les fluides neutre et chargé se recouplent très rapidement, et on peut supposer que  $u_n = u_c$ .

Les équations à combiner sont alors :

$$\begin{aligned}\dot{M}_n &= \rho_n u_n \\ \dot{P} &= \rho_n u_n^2 + p_n + \pi_n + \frac{B^2}{8\pi} \\ \dot{E} &= u_n \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} p_n + \frac{1}{2} \rho_n u_n^2 + \pi_n + \frac{B^2}{4\pi} \right) \\ \dot{B} &= B u_n\end{aligned}$$

On peut par exemple en déduire l'évolution de la pression en fonction de la densité dans le choc :

$$p_n = (\gamma - 1) \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{M}^2}{\rho_n} - \dot{P} + \frac{\dot{E}}{\dot{M}} \rho_n - \frac{\dot{B}^2}{8\pi \dot{M}^2} \rho_n^2 \right)$$

#### 2.6.4 Queue de relaxation thermique et chimique

Dans la queue de relaxation, les vitesses sont très faibles, et c'est à présent l'énergie thermique qui domine. Sous l'effet du refroidissement, le gaz se comprime de plus en plus, et les fluides sont de mieux en mieux couplés.

### Relations analytiques

Dans la queue de relaxation thermique, les pertes radiatives ne sont plus négligeable, et l'équation sur le flux d'énergie n'est donc plus exploitable. Cependant, on a toujours  $u_n = u_c$  comme dans le choc, et ici  $\pi_n = 0$ . On est donc une fois de plus en mesure d'exprimer les variables à partir d'une seule choisie, grâce aux équations :

$$\begin{aligned}\dot{M}_n &= \rho_n u_n \\ \dot{P} &= \rho_n u_n^2 + p_n + \frac{B^2}{8\pi} \\ \dot{B} &= B u_n\end{aligned}$$

On calcule facilement  $p_n(\rho_n)$ , dont l'intersection avec la courbe d'équilibre thermo-chimique fournit exactement les conditions du gaz post-choc :

$$p_n = \dot{P} - \frac{\dot{M}^2}{\rho_n} - \frac{\dot{B}^2}{8\pi \dot{M}^2} \rho_n^2$$

#### 2.6.5 Choc dissociant

Un choc dissociant les molécules reste adiabatique dans la mesure où le refroidissement associé à la dissociation de la molécule  $H_2$  est collisionnel. Des relations du type Hugoniot-Rankine peuvent donc être trouvées qui prédisent les conditions dans le gaz après dissociation complète de  $H_2$ . C'est ce que nous allons examiner à présent.

### Relations analytiques

Nous supposons que les vitesses des deux fluides sont bien couplées (on se place au niveau du choc adiabatique). Le refroidissement principal juste derrière le choc adiabatique est le refroidissement lié

à la dissociation collisionnelle de  $H_2$ . Son expression sous la forme  $R_d Q$  où  $Q = 4,48$  eV est l'énergie de liaison de la molécule va nous permettre de garder une intégrale du mouvement le long du choc. Nous négligeons ici les effets du fluide chargé :

$$\begin{aligned}\dot{M} &= \rho u \\ \dot{P} &= \rho u^2 + p + \pi \\ -R_{H_2}^d Q &= \frac{d}{dz} [u(\frac{1}{2}\rho u^2 + \frac{5}{2}p + \pi)] \\ -R_{H_2}^d &= \frac{d}{dz} (f \frac{M x_H}{m_H})\end{aligned}$$

où  $f$  est l'abondance de  $H_2$  relativement au nombre de noyaux d'hydrogène,  $x_H$  est la fraction de masse d'hydrogène, et  $m_H$  la masse d'un noyau d'hydrogène (c'est donc l'unité de masse atomique).

On en déduit une équation qui relie  $f$  à  $\rho$  par l'intermédiaire du flux d'énergie totale (énergie de liaison comprise) qui reste constant :

$$\dot{E} = \frac{\dot{M}}{\rho} [\frac{1}{2} \frac{\dot{M}^2}{\rho} + \frac{5}{2} (\dot{P} - \frac{M^2}{\rho}) - \frac{3}{2} \pi] - f \frac{\dot{M} x_H}{m_H} Q = \frac{1}{2} \rho_0 u_0^3 (1 - \frac{Q x_H}{m_p u_0^2}) = \rho_0 u_0^3 \alpha$$

où l'on a posé  $\alpha = 1 - \frac{Q x_H}{m_p u_0^2}$ , paramètre qui caractérise la force du choc par rapport à la dissociation  $H_2$ .  $\alpha$  est négatif pour les chocs non-dissociant, proche de 0 pour les chocs marginalement dissociant, et proche de 1 pour les chocs fortement dissociant.

À l'entrée du plateau, lorsque tout  $H_2$  est dissocié, on obtient à la fois  $f = 0$  et  $\pi = 0$ , ce qui permet de déterminer les conditions dans le plateau en fonction des paramètres d'entrée du choc. Si on néglige le terme de pression dynamique devant le terme d'énergie cinétique, on en déduit une expression simple pour la densité du plateau en fonction de la force du choc :

$$\rho_p = 5\rho_0/\alpha$$

Ce facteur de compression relativement élevé justifie a posteriori que la pression dynamique est faible devant la pression thermique. Cette même approximation permet encore de dériver la température du plateau :

$$T_p = \frac{\mu_p}{5k_B} u_0^2 \alpha$$

Pour les chocs forts, cette température dépend donc essentiellement du carré de la vitesse d'entrée dans le choc. Comme la longueur d'ionisation dépend exponentiellement de la température, cela induit une très forte dépendance vis-à-vis de la vitesse d'entrée.

### 2.6.6 Choc C

Dans le cas du choc C, on ne peut plus négliger les pertes radiatives dans le précurseur magnétique. La conversion de l'énergie magnétique en énergie cinétique des ions, puis en énergie thermique et cinétique des neutres, puis en pertes radiatives se fait continuellement, sans le découpage sectorisé qui avait lieu dans le choc J-C.

Cependant, il se trouve qu'on peut faire une approximation qui reste valide tout au long de la traversée du choc, et qui livre une relation analytique. En effet : la pression thermique du gaz est toujours négligeable devant la pression magnétique ou dynamique. On a donc affaire au jeu d'équations réduit suivant :

$$\begin{aligned}\dot{M}_n &= \rho_n u_n \\ \dot{P} &= \rho_n u_n^2 + \frac{B^2}{8\pi} \\ \dot{B} &= B u_c\end{aligned}$$



On sort par exemple une relation algébrique entre la vitesse des neutres et des charges qui reste valide tout au long du choc C :

$$u_c = \frac{\dot{B}}{\sqrt{8\pi(\dot{P} - \dot{M}u_n)}}$$

### 2.6.7 Validité de l'état quasi-stationnaire

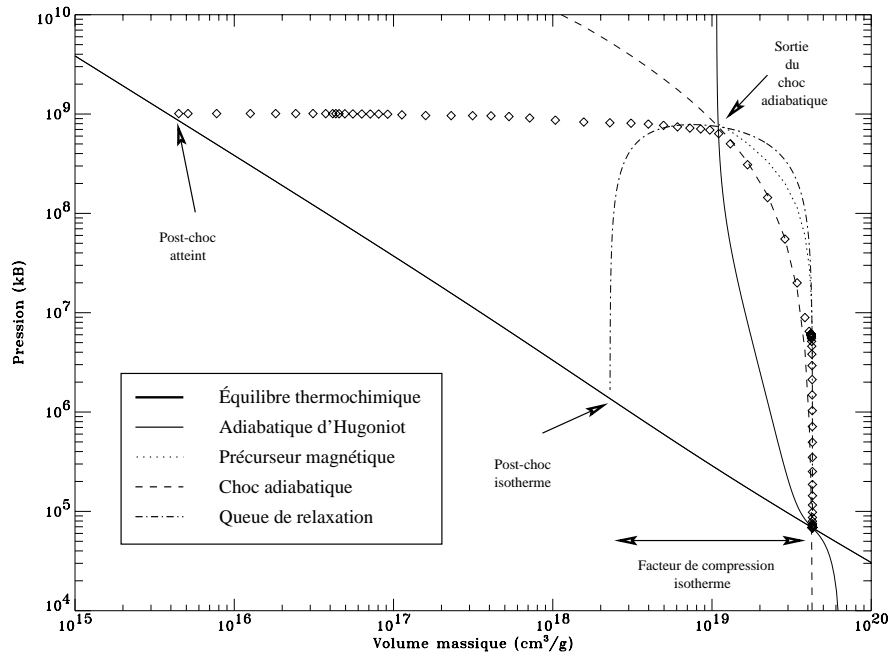


FIG. 2.8 – Confrontation d'une simulation d'un choc avec les relations quasi-stationnaires. Les paramètres du choc sont  $n_H = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $u = 25 \text{ km/s}$ , et  $B = 100 \mu\text{G}$ . C'est donc un choc C, mais  $t = 1000 \text{ ans}$  et le choc présente encore une structure J-C. La courbe fine en trait plein représente l'Hugoniot adiabatique du choc, c'est-à-dire le lieu des points possibles pour le saut adiabatique d'un choc dont les conditions initiales en densité et champ magnétique sont données, mais pas la vitesse d'entrée.

De manière générale, ces relations algébriques sont toutes très bien vérifiées. Cela signifie à la fois que le programme fonctionne bien, et à la fois que l'hypothèse d'équilibre quasi-stationnaire est valide. Cependant, dans deux cas différents la queue de relaxation thermique peut ne pas se trouver à l'état quasi-stationnaire.

Par exemple, lorsque le choc est sujet à l'instabilité due à la dissociation de  $\text{H}_2$  : au moment où le choc commence à reculer, les temps de reformation de la molécule sont plus courts que les temps de traversée de la queue de refroidissement. Le flux de masse n'est alors plus homogène, et la pression n'est pas uniforme.

De plus, dans le cas des chocs qui présentent une composante J et un précurseur magnétique, la queue de relaxation thermique n'est plus stationnaire vis-à-vis du champ magnétique. La figure 2.8 illustre la comparaison entre les relations algébriques calculées plus haut et le résultat intermédiaire d'une simulation qui évolue vers son futur état C. On note que les relations dans le précurseur magnétique et dans le choc adiabatique sont très bien vérifiées. Cependant, la pression thermique est presque constante dans la queue de relaxation, alors qu'elle devrait être refoulée par la pression magnétique.

En effet, à ces densités, si le flux de pression magnétique était réellement homogène, elle devrait empêcher la compression du gaz, et le facteur de compression serait alors plus proche de la prédiction isotherme (voir le paragraphe 2.6.3 ainsi que Draine et Mac Kee 1993).

Cependant, ce flux de pression magnétique n'est pas encore installé, et momentanément des densités très grandes peuvent apparaître. Plus tard, lorsque le choc deviendra stationnaire, le gaz se détendra, et la structure continue d'un choc C s'établira.

## 2.7 Thermochimie le long du choc

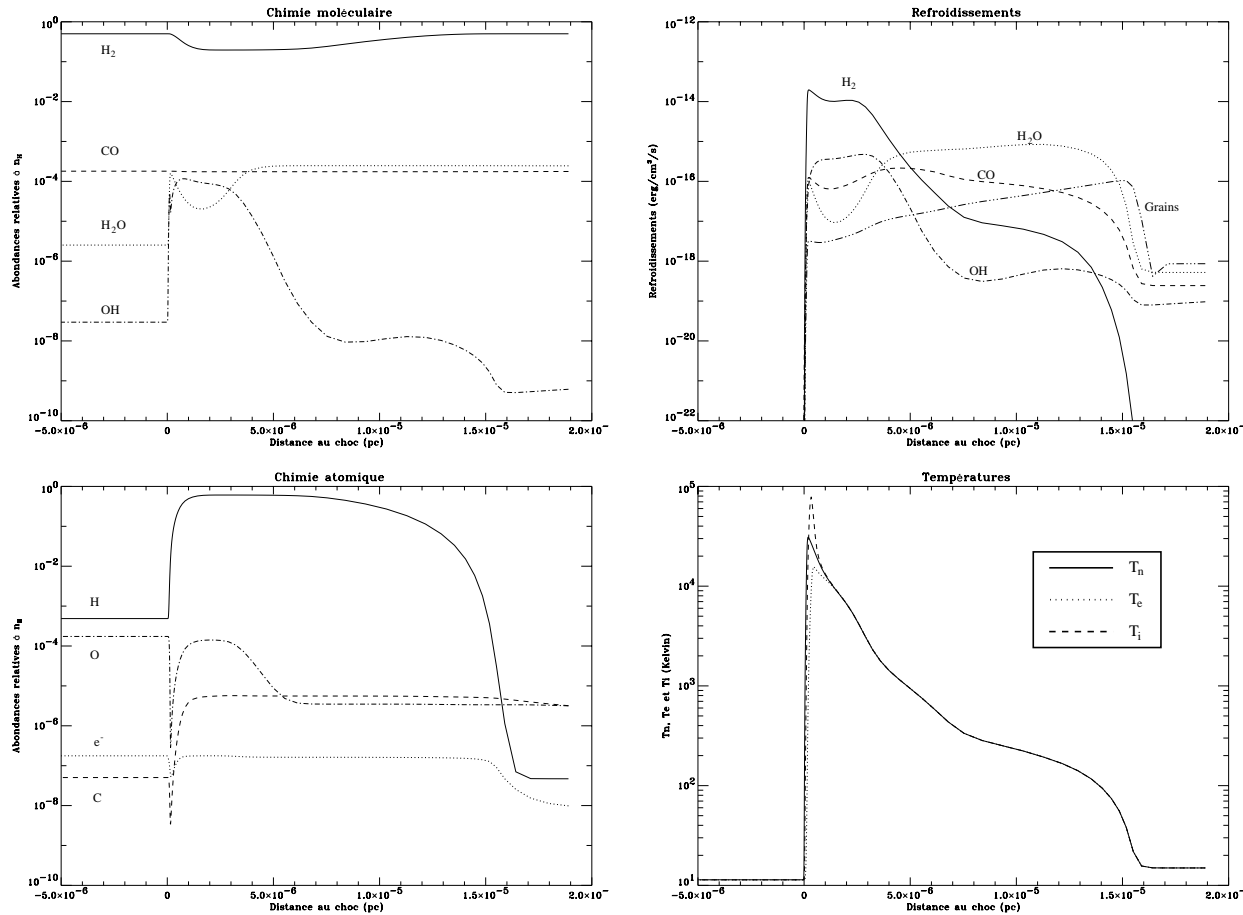


FIG. 2.9 – Thermochimie du choc  $J$  à  $25 \text{ km/s}$  ( $t=2200 \text{ ans}$ ).

Examinons en détail ce que nous pouvons dire sur l'étagement des caractères chimiques et thermiques le long des chocs.

### 2.7.1 Abondances

#### Précurseur magnétique

Dans le précurseur magnétique, la chimie qui joue le plus grand rôle est celle des échanges de charges, qui contribuent au couplage des fluides ionisé et neutre. La chaîne de réactions des hydrocarbures  $y$  est responsable de la recombinaison de  $C^+$ , dont l'abondance décroît fortement.

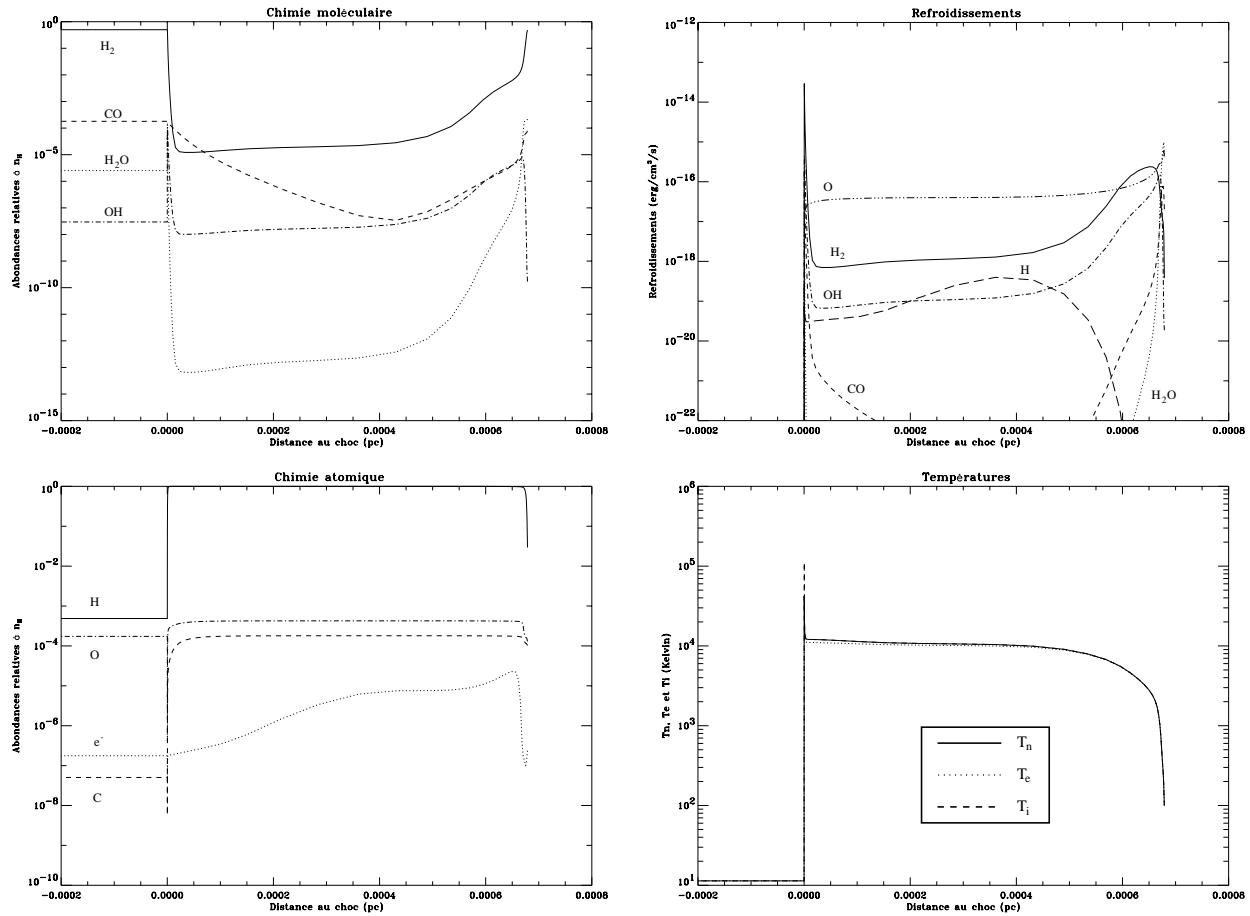


FIG. 2.10 – *Thermochimie du choc J à 30 km/s ( $t=2200$  ans).*

Dans la zone du précurseur magnétique et dans le choc adiabatique, le degré d'ionisation ne varie que des facteurs 4 associés aux sauts en densité décalés des charges et des neutres.

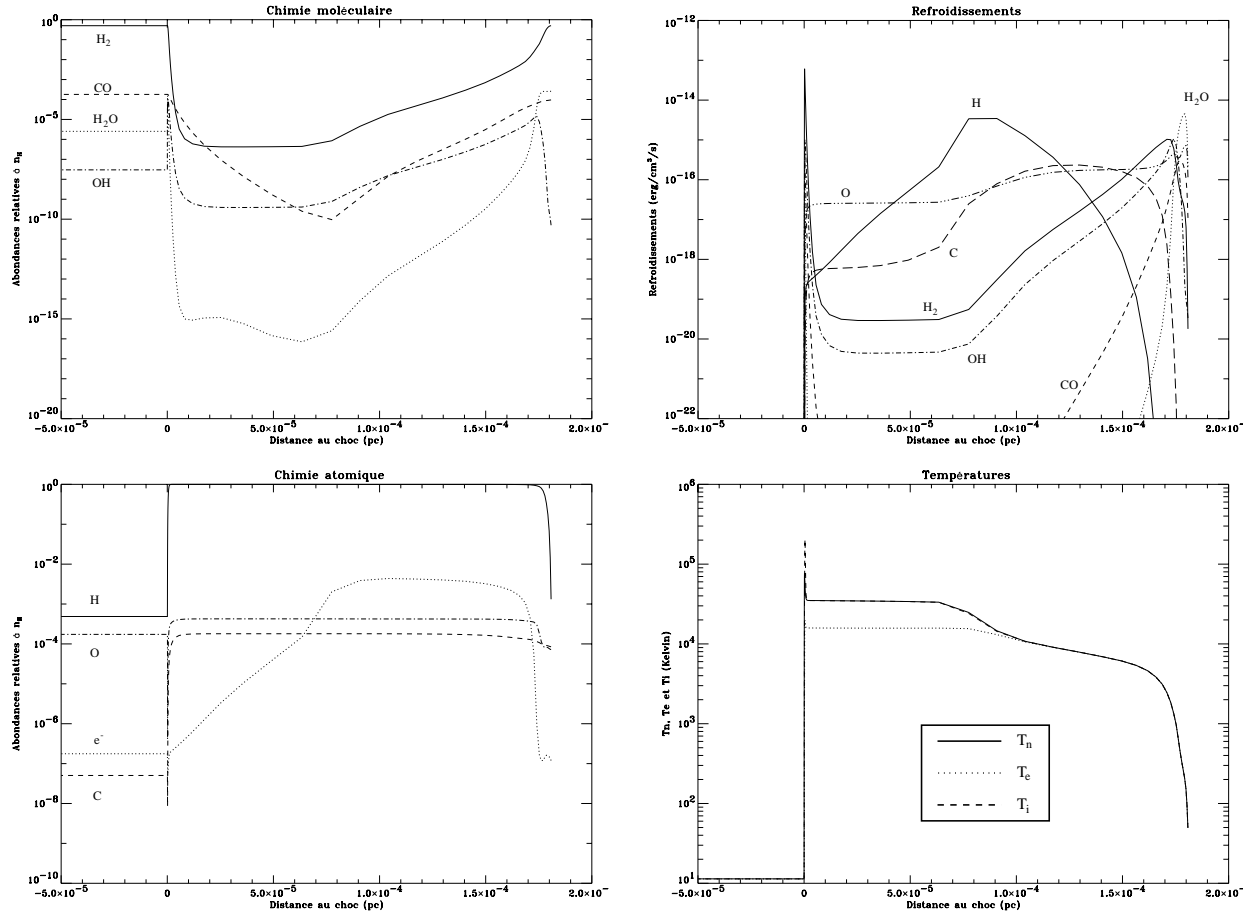
### Choc adiabatique

Les réactions qui font intervenir l'oxygène sont si efficaces qu'elles produisent des variations d'abondance sensibles pour les composés oxygénés au cours même de la traversée des quelques libres parcours moyens du front de choc adiabatique.

### Queue de relaxation

En aval du choc adiabatique, le paysage chimique est double suivant qu'on est en situation dissociante ou non pour  $H_2$ .

Lorsque la molécule n'est pas dissociée, la chimie reste moléculaire, et poursuit son évolution vers l'équilibre thermochimique à la densité post-choc finale.

FIG. 2.11 – Thermochimie du choc J à 40 km/s ( $t=400$  ans).

Lorsqu'elle est dissociée, elle entraîne dans sa chute les abondances des molécules  $OH$  et  $H_2O$  dont la formation est fortement liée à l'abondance de  $H_2$ . La dissociation de  $CO$  ne se produit qu'avec un certain retard, car son énergie de liaison est bien plus élevée, et elle n'est pas cassée collisionnellement, mais chimiquement, à travers les réactions de formation des molécules  $CH$  et  $OH$ . On forme donc dans la zone où  $H_2$  est dissocié une phase atomique où le degré d'ionisation augmente à mesure que l'ionisation collisionnelle de  $H$  par les électrons se produit. Dans cette région exempte d'agents moléculaires refroidissant, seuls les atomes rayonnent l'énergie. La température s'engage dans un plateau, cependant que la molécule  $H_2$  se reforme lentement sur les grains. Dans le même temps, la densité électronique augmente elle aussi progressivement sous l'effet de l'ionisation collisionnelle de l'atome d'hydrogène.

Dès que le refroidissement collisionnel par  $H_2$  est à nouveau dominant, la reformation des molécules s'emballe, car la baisse de température entraîne la reformation des agents refroidissants principaux. On finit par former la phase moléculaire post-choc à l'équilibre thermochimique.

## 2.7.2 Mécanismes dominant le refroidissement

### Précurseur magnétique

Dans le précurseur magnétique, les refroidissements contrôlent la température maximale atteinte par les ions. Les principaux agents refroidissant y sont l'oxygène tant que la température des neutres est suffisamment faible, et  $H_2$  qui prend ensuite le relais à haute température.

### Queue de relaxation thermo-chimique

L'étagement des refroidisseurs après le choc adiabatique dépend de ce qui s'y passe chimiquement, donc de l'état de dissociation de la molécule  $H_2$ .

Si la molécule n'est pas dissociée, elle constitue le principal réfrigérant,  $H_2O$  prenant le relais en-dessous du millier de Kelvin, et enfin CO en-dessous de 20 K.

Comme la dissociation collisionnelle de  $H_2$  nécessite l'apport de son énergie de liaison, elle constitue un refroidissement très efficace juste derrière le choc. Lorsque la dissociation est complète, les autres molécules ont elles aussi disparu, et seuls les atomes sont capables de refroidir le gaz. Le degré d'ionisation au sortir du choc est trop faible pour que les raies métastables soient excitées, et seules les raies de structure fine jouent. Comme leur refroidissement est très peu efficace dans les conditions du gaz tout juste dissocié, on observe un plateau en température à quelques 10000 K. Au cours de la traversée de ce plateau, la molécule  $H_2$  se reforme progressivement, et le degré d'ionisation augmente sous l'effet de l'ionisation collisionnelle de l'atome d'hydrogène. Deux sorties du plateau de refroidissement sont envisageables :

- Il arrive que la fraction d'hydrogène moléculaire soit suffisante pour que le principal refroidisseur redevienne  $H_2$ , auquel cas la reformation des molécules se déclenche.
- Si le degré d'ionisation est devenu suffisant pour que la raie Lyman  $\alpha$  devienne le principal réfrigérant, alors la température chute, donc la densité monte, et la reformation des molécules s'accélère. Lorsque  $H_2$  est à nouveau le refroidissement dominant, la reformation de  $H_2$  est auto-entretenu et on déclenche très vite la formation des autres molécules.

La taille du plateau est donc régie par la plus courte longueur caractéristique de la reformation de  $H_2$  ou de l'ionisation collisionnelle de H.

Enfin, dans la région de reformation moléculaire, les principaux agents refroidissant se succèdent dans l'ordre  $H_2$ , OH,  $H_2O$ . On note un léger ralentissement de la baisse de température vers quelques centaines de Kelvin dans la zone où  $H_2$  se reforme et chauffe le gaz. Ce léger ralentissement conduit parfois à une épaule de reformation  $H_2$  beaucoup plus longue, notamment avec du champ magnétique.

## 2.8 Comparaisons

Nous établissons ici les comparaisons de notre modèle avec ce qui a déjà été fait dans le domaine des chocs dépendants du temps. Nous cherchons à décider quel réseau chimique minimal peut rendre compte des caractéristiques des chocs J que nous produisons avec le réseau chimique à 32 espèces, ceci en vue de réaliser des simulations tridimensionnelles. Enfin, nous tentons de dégager les caractéristiques observables que nous pourrions prédire.

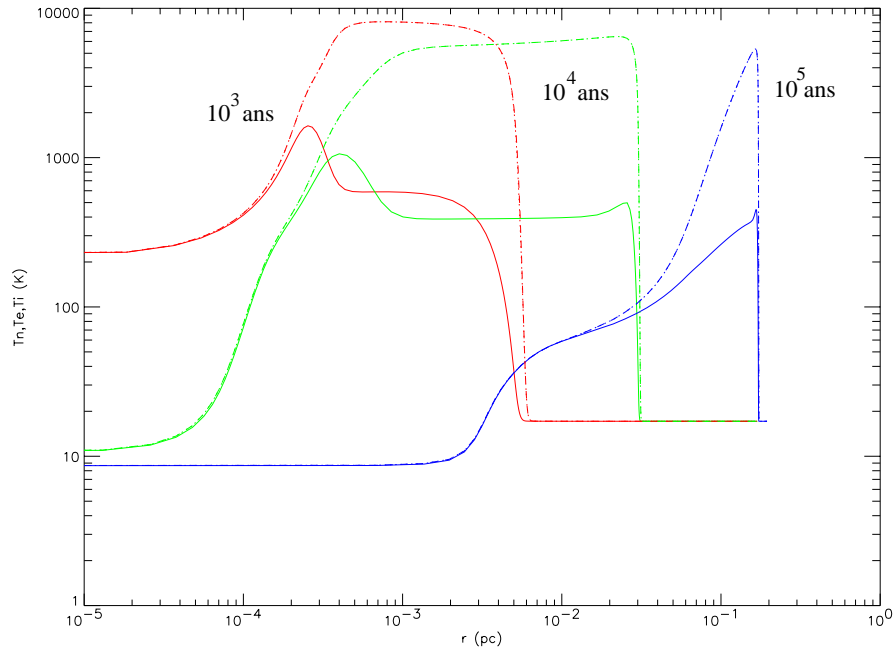


FIG. 2.12 – *Choc C dans les conditions:  $n_H = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ,  $u = 10 \text{ km/s}$ ,  $B = 10 \mu\text{G}$ , et  $G_0 = 0$ . Les températures des neutres (traits pleins), des électrons (pointillés) et des ions (tirets) sont représentées en fonction de la distance au mur en parsec. Trois temps sont affichés: de gauche à droite,  $t=10^3 \text{ ans}$ ,  $10^4 \text{ ans}$ , et  $10^5 \text{ ans}$ . Le gaz entre par la droite.*

### 2.8.1 Confrontation à l’anamorphose

La figure 2.12 décrit l’évolution temporelle des températures dans un choc C. Les conditions sont les mêmes que celles qui conduisent à la figure 4 de Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998). Ceux-ci intègrent les équations de l’hydrodynamique grâce à une méthode d’anamorphose, et suivent la chimie par la technique dite des “petits pas” qui consiste à intégrer la chimie isochore au cours d’un pas de temps hydrodynamique.

Les conclusions qualitatives sont les mêmes: il faut attendre quelques  $10^5 \text{ ans}$  pour avoir un état stationnaire. De plus, les résultats sont très similaires en ce qui concerne le précurseur magnétique, qui se déroule à partir du choc J comme s’il était déjà dans son état stationnaire.

Mais la queue de refroidissement est manifestement traitée avec une résolution différente: la compression est réalisée plus vite, ce qui explique les positions en retrait du choc décrit par le maillage glissant lorsqu’il n’est pas encore stationnaire. Par contre le choc anamorphosé semble gagner l’état stationnaire en un temps plus long.

Comme le soulignent Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998), la méthode de l’anamorphose présente l’inconvénient que les cellules artificiellement ralenties n’évoluent pas avec la même horloge que les autres. Il est donc impossible de réaliser le suivi de plusieurs fronts simultanément. La méthode du maillage glissant permet au contraire de s’affranchir de ces problèmes de synchronisation. En effet, comme elle résoud les longueurs chimiques dans le choc, il n’est pas nécessaire d’y diminuer les taux des réactions chimiques. Ainsi, toutes les cellules du gaz ont la même horloge.

Nous sommes donc en mesure de réaliser des simulations qui envisagent plusieurs chocs à la fois. Ainsi, nous pouvons traiter rigoureusement la collision de deux masses de gaz qui se rencontrent violemment. La figure 2.13 illustre la simulation d’un tel jet, où un gaz peu dense est envoyé dans du

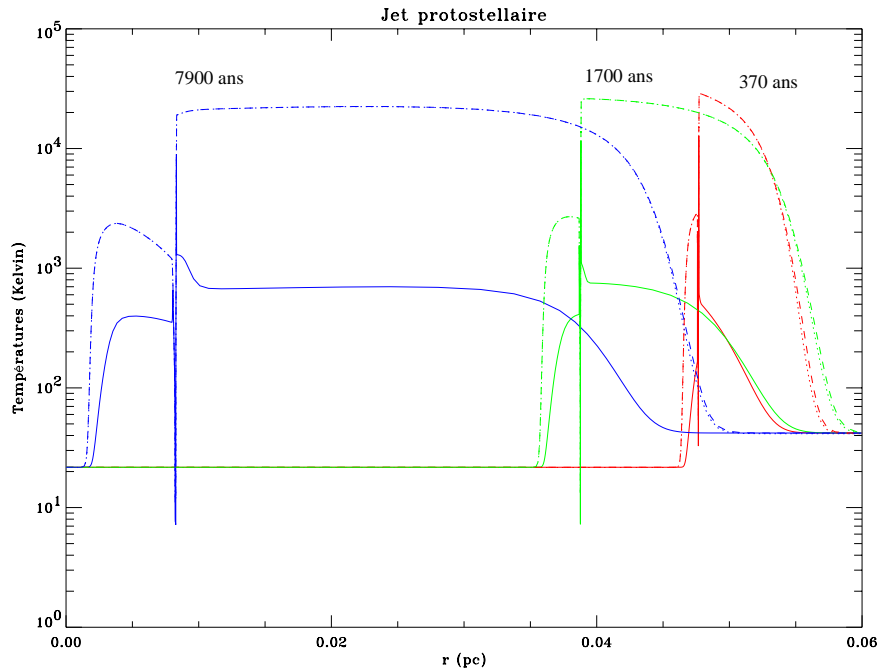


FIG. 2.13 – Simulation d'un jet protostellaire. Du gaz de densité  $n_H = 10^3 \text{ cm}^{-3}$  est envoyé avec une vitesse  $u = 25 \text{ km/s}$  par le bord droit de la simulation dans du gaz plus dense à  $n_H = 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ,  $B = 10 \mu G$ , et  $G_0 = 0$ .

gaz plus dense. On observe le développement du choc dans le nuage cible, ainsi que le choc en retour dans le vent. Un agrandissement de la figure 2.13 montrerait le développement de la zone entre les deux chocs, qui contient la discontinuité de contact, et qui finit par trouver un équilibre thermo-chimique.

Bien sûr, les paramètres à explorer pour ce genre de situations sont multipliés, et nous n'en avons pas encore conduit l'étude systématique.

### 2.8.2 Réseau chimique à 8 espèces

Nous sommes en mesure de reproduire avec une très bonne précision les résultats des chocs J dissociant avec un réseau qui ne comprend plus que les 8 espèces H, C, O, H<sub>2</sub>, CO, H<sub>2</sub>O, OH, H<sup>+</sup>. La chimie est réduite à une sélection des réactions du réseau à 32 espèces choisies pour décrire quelques aspects de l'ionisation collisionnelle de H, de la dissociation collisionnelle de H<sub>2</sub>, et des abondances des agents moléculaires OH, CO et H<sub>2</sub>O (voir table 2.4). Les fonctions de refroidissement sont inchangées.

Seule la température pré-choc est peu fiable, mais elle intervient peu sur le comportement du choc.

Dès qu'on veut descendre en-dessous de ce nombre d'espèces, l'étagement des réfrigérants est différent, et la queue de relaxation thermo-chimique a un aspect complètement différent. Les trajectoires des chocs divergent alors radicalement par rapport à la référence des 32 espèces. De même si l'on tente de gérer les espèces CO, H<sub>2</sub>O, et OH à l'équilibre chimique.

Ce réseau constitue donc en quelque sorte le réseau minimal que doit décrire un code multidimensionnel qui voudrait rester correct dans les conditions que nous avons testées.

### 2.8.3 Impact observationnel

Une bonne revue des contraintes observationnelles sur les jets protostellaires peut être trouvée dans le cours d'Aussois de Sylvie Cabrit (2000)<sup>2</sup>.

La synthèse d'observations à partir de modèle de chocs est une discipline à part entière. En effet, la géométrie des jets protostellaires n'a que peu de choses à voir avec l'idéalisation qu'en fait la simulation. Les chocs d'étrave produits par l'impact du jet protostellaire sur la matière interstellaire regroupent en fait des chocs qui comprennent toute une gamme de vitesses différentes qu'il faut reconstruire pour modéliser les observations. De plus, le rayonnement est émis très différemment suivant que le choc est vu par la tranche ou de face, et l'incidence de la ligne de visée entre souvent dans les inconnues. Enfin, le transfert dans les raies observées implique la connaissance de paramètres atomiques et moléculaires bien plus nombreux que ceux que nous avons déjà abordé dans le cadre du refroidissement du gaz. C'est pourquoi nous n'avons pas encore réalisé cette synthèse d'observations.

Les jets protostellaires semblent être morcellés en "boulets" visibles en optique près de l'étoile et en infrarouge loin de l'étoile. Or les chocs J sont visibles plutôt en optique, et les chocs C en infrarouge. Si on interprète ces boulets comme autant de chocs ayant pris naissance au niveau de l'étoile, et se propageant ensuite dans le jet, on peut inférer qu'on voit des chocs jeunes près de l'étoile, puis plus vieux à mesure qu'on s'en éloigne. On a donc un test de l'évolution du type J-C vers C de ces chocs, à supposer qu'ils aient à peu près les mêmes paramètres.

De plus, ce morcellement du jet présuppose une variabilité sur des échelles de temps inférieures au millier d'années, ce qui engage à penser que la plupart des chocs engendrés par le jet n'ont pas eu le temps d'atteindre l'état stationnaire avant que les conditions qui leur ont donné naissance aient changé. Nos résultats montrent que l'état stationnaire pour ces chocs n'est pas atteint avant quelques dizaines de milliers d'années, ce qui justifie pleinement l'emploi d'un code dépendant du temps.

## 2.9 Conclusions

Nous avons confirmé les résultats de Chièze, Pineau des Forêts et Flower (1998) concernant l'établissement du régime stationnaire des chocs. En effet, les temps de stationnarisation relevés dans les conditions des jets protostellaires dépassent largement les échelles de temps de variation de leurs sources. De plus, nous avons été en mesure de préciser que l'hypothèse d'état stationnaire est valide pour le choc et le précurseur magnétique. Cela justifie la méthode employée par Flower et Pineau des Forêts (1999) pour produire des chocs dépendant du temps à partir de simulations stationnaires.

Cependant, nous montrons que la queue de relaxation thermique des chocs soumis à un champ magnétique ne peut être considérée à l'état stationnaire pendant des durées assez longues. De surcroît, lorsque la vitesse du choc est suffisamment importante, nous dégageons des régimes instables dus à la destruction et à la reformation de la molécule H<sub>2</sub>, ou bien à l'ionisation collisionnelle après le choc.

D'un point de vue technique, nous avons montré que le maillage glissant était capable de résoudre la longueur naturelle des chocs, et qu'il était capable de décrire plusieurs chocs simultanément, comme dans le cas des collisions de nuages.

Nous avons trouvé un réseau chimique minimal pour modéliser ces chocs qui pourra servir à leur étude tridimensionnelle. De plus, la batterie des chauffages et refroidissements a été affûtée et rajeunie : elle sera exploitée au cours des deux chapitres suivant dans le cadre des régions dominées par les photons et dans le cadre de l'effondrement sphérique.

---

2. <http://grasse.obs-azur.fr/fresnel/pnps/Aussois2000/page03.html>



|                            |                         |                         |  |  |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|--|--|
| b=0                        | $u_0 = 10 \text{ km/s}$ | $u_0 = 20 \text{ km/s}$ | $u_0 = 30 \text{ km/s}$                  | $u_0 = 40 \text{ km/s}$                  |
| $n_0 = 10^3 / \text{cm}^3$ | J=10 <sup>4</sup>       | J=10 <sup>4</sup>       | J=10 <sup>4</sup>                        | ?<br>A=3000<br>o=500                     |
| $n_0 = 10^4 / \text{cm}^3$ | J=2 10 <sup>3</sup>     | J=2 10 <sup>3</sup>     | ?<br>A=700<br>o=100                      | ?<br>o=30                                |
| $n_0 = 10^5 / \text{cm}^3$ | J=2 10 <sup>2</sup>     | J=2 10 <sup>2</sup>     | ?<br>A=200<br>o=13                       | ?<br>o=2,5                               |
| b=0,1                      | $u_0 = 10 \text{ km/s}$ | $u_0 = 20 \text{ km/s}$ | $u_0 = 30 \text{ km/s}$                  | $u_0 = 40 \text{ km/s}$                  |
| $n_0 = 10^3 / \text{cm}^3$ | C=5,7 10 <sup>4</sup>   | C=5,4 10 <sup>4</sup>   | C=5 10 <sup>4</sup>                      | JC=10 <sup>4</sup><br>o=600              |
| $n_0 = 10^4 / \text{cm}^3$ | C=6,5 10 <sup>3</sup>   | C=6,2 10 <sup>3</sup>   | C=5,5 10 <sup>3</sup><br>A=1000<br>o=150 | JC=250<br>o=25                           |
| $n_0 = 10^5 / \text{cm}^3$ | C=9,2 10 <sup>2</sup>   | C=8,7 10 <sup>2</sup>   | ?<br>o=10                                | JC=40<br>o=2,5                           |
| b=1                        | $u_0 = 10 \text{ km/s}$ | $u_0 = 20 \text{ km/s}$ | $u_0 = 30 \text{ km/s}$                  | $u_0 = 40 \text{ km/s}$                  |
| $n_0 = 10^3 / \text{cm}^3$ | C=3,4 10 <sup>4</sup>   | C=4,2 10 <sup>4</sup>   | C=2 10 <sup>4</sup>                      | C=2,3 10 <sup>4</sup><br>A=6500<br>o=650 |
| $n_0 = 10^4 / \text{cm}^3$ | C=6 10 <sup>3</sup>     | C=6,2 10 <sup>3</sup>   | C=4,7 10 <sup>3</sup><br>A=700<br>o=100  | C=2,8 10 <sup>3</sup><br>o=25            |
| $n_0 = 10^5 / \text{cm}^3$ | C=10 <sup>3</sup>       | C=9 10 <sup>2</sup>     | C=5 10 <sup>2</sup><br>A=400<br>o=15     | C=4,2 10 <sup>2</sup><br>o=2,5           |

TAB. 2.3 – Chaque case représente une simulation. Le type du choc est noté, en spécifiant le temps mis pour atteindre cet état stationnaire. Les temps sont tous en années. Le paramètre  $b$  mesure la force du champ magnétique par rapport au champ interstellaire moyen :  $B = b\sqrt{n_{\text{H}}/\text{cm}^3}\mu G$ . Un grand “A” marque la durées des grandes arches quand il y en a. Un petit “o” désigne la période des petites oscillations quand elles sont présentes. Un point d’interrogation indique une valeur qui n’a pu être mesurée faute de temps d’intégration.

| Réaction                                   | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$  |
|--|----------|----------|----------|
| H +PRC $\rightarrow$ H <sup>+</sup> +el    | 4.60E-01 |          |          |
| H2 +PRC $\rightarrow$ H +H                 | 1.50E+00 |          |          |
| OH +PRC $\rightarrow$ O +H                 | 1.02E+03 |          |          |
| H2O +PRC $\rightarrow$ OH +H               | 1.94E+03 |          |          |
| CO +PRC $\rightarrow$ C +O                 | 6.80E+02 | 1.20     | 0.0      |
| H <sup>+</sup> +el $\rightarrow$ H         | 3.61E-12 | -0.75    | 0.0      |
| H +el $\rightarrow$ el +H <sup>+</sup> +el | 9.20D-10 | 0.5      | 157890.0 |
| H2 +el $\rightarrow$ el +H +H              | 2.00D-09 | 0.5      | 116300.0 |
| H2 +H $\rightarrow$ H +H +H                | 1.00D-10 | 0.0      | 52000.0  |
| H2 +H2 $\rightarrow$ H2 +H +H              | 1.25D-11 | 0.0      | 52000.0  |
| O +H2 $\rightarrow$ OH +H                  | 1.55E-13 | 2.80     | 2980.0   |
| OH +H $\rightarrow$ O +H2                  | 7.00E-14 | 2.80     | 1950.0   |
| OH +H2 $\rightarrow$ H2O +H                | 9.54E-13 | 2.00     | 1490.0   |
| H2O +H $\rightarrow$ OH +H2                | 5.24E-12 | 1.90     | 9265.0   |
| OH +C $\rightarrow$ CO +H                  | 3.10E-11 | -0.36    | 0.0      |
| CO +H $\rightarrow$ C +OH                  | 1.11D-10 | -0.5     | 77700.0  |
| H +H $\rightarrow$ H2                      | 8.14D-17 | 0.50     | 4.48     |

TAB. 2.4 – Réactions du réseau à 8 espèces.



# Bibliographie

- [1] Aggarwal, K.M., *et al.*, J. Phys. B. (1991) **24**, 1385
- [2] Black, J., (1987) *Interstellar Processes*, eds. Hollenbach and Thronson (Reidel, Dordrecht)
- [3] Buch, V., Zhang, Q., Ap. J. (1991) **379**, 647-652
- [4] Chevalier, R.A., Imamura, J.N., Ap. J. (1982) **54**, 543-549
- [5] Chièze, J.-P., Pineau-des-Forêts, G., Flower, D.R., M.N.R.A.S. (1998) **295**, 672-682
- [6] Draine, B.T., Ap. J. (1980) **241**, 1021-1038
- [7] Draine, B.T., Roberge, W. G., Dalgarno, A., Ap. J. (1983) **264**, 485-507
- [8] Draine, B.T., McKee, C.F., Ann. Rev. Astron. Astrophys. (1993) **31**, 373-432
- [9] Hayes, M.A., Nussbaumer, H., Astron. Astrophys. (1984) **134**, 193-197
- [10] Hollenbach, D., Salpeter, E.E., Ap. J. (1971) **163**, 155-164
- [11] Hollenbach, D., McKee, C.F., Ap. J. Suppl. (1979) **41**, 555-592
- [12] Hollenbach, D., McKee, C.F., Ap. J. (1980) **241**, L47-L50
- [13] Hollenbach, D., McKee, C.F., Ap. J. (1989) **342**, 306-336
- [14] Flower, D.R., Pineau-des-Forêts, G., Hartquist, T.W., M.N.R.A.S. (1985) **216**, 775-794
- [15] Flower, D.R., Pineau-des-Forêts, G., Hartquist, T.W., M.N.R.A.S. (1986) **218**, 729-741
- [16] Flower, D.R., Pineau-des-Forêts, G., M.N.R.A.S. (1995) **275**, 1049-1056
- [17] Flower, D.R., Pineau-des-Forêts, G., M.N.R.A.S. (1999) **308**, 271-280
- [18] Kaufman, M.J., Neufeld, D., Ap. J. (1996) **456**, 611-630
- [19] Lavalley, C., PhD Thesis, Université Joseph Fourier (2000)
- [20] Le Bourlot, J., *et al.*, M.N.R.A.S. (1999) **305**, 802-810
- [21] Lepp, S., Shull, J.M., Ap. J. (1983) **270**, 578-582
- [22] Masuda, K., Takahashi, J., Mukai, Tadashi, Astron. Astrophys. (1998) **330**, 773-781
- [23] Mendoza, C., (1983) in IAU Symp. 103, *Planetary Nebulæ*, ed. D.R. Flower (Dordrecht : Reidel)

- [24] Monteiro, T.S., Flower, D.R. (1987) **228**, 101-107
- [25] Mullan, D.J., M.N.R.A.S. (1971) **153**, 145-170
- [26] Neufeld, D.A., Melnick, G.L., Ap. J. (1991) **368**, 215-230
- [27] Neufeld, D., Kaufman, M.J., Ap. J. (1993) **418**, 263-272
- [28] Raga, A.C., Mellema, G., Lundqvist, P., Ap. J. Supp. (1997) **109**, 517-535
- [29] Roberge, W.G., Draine, B.T., Ap. J. (1990) **350**, 700-721
- [30] Shull, J.M., McKee, C.F., Ap. J. (1979) **227**, 131-149
- [31] Spitzer, L., Scott, E.H., Ap. J. (1969) **158**, 161-171
- [32] Spitzer, L., *Physical processes in the interstellar medium* (1978), Wiley ed.
- [33] Strickland, R., Blondin, J.M., Ap. J. (1995) **449**, 727-738
- [34] Timmermann, R. (1998) **498**, 246-255
- [35] Verstraete, L. *et al.* , Atron. Astrophys. (1990) **237**, 436-444
- [36] Wilgenbus, D. *et al.* , Astron. Astrophys. (2000) **356**, 1010-1022

## Chapitre 3

# Régions dominées par les photons

### 3.1 Introduction

Lorsqu'un cœur de nuage s'effondre sur lui-même pour former une étoile massive, celle-ci brille d'un éclat suffisamment puissant pour ioniser le gaz qui l'entoure. Ces étoiles sont de type O, elles ont un rayon typique d'une dizaine de rayons solaires, avec des températures effectives dans la gamme des  $3 \cdot 10^4$  K à  $5 \cdot 10^4$  K. Leur luminosité est telle qu'elles produisent un très haut débit de photons ionisant l'hydrogène:  $N_u = 10^{48}$  à  $N_u = 10^{50}$  photons par seconde. L'étoile nouvellement formée grignote donc les atomes d'hydrogène du milieu interstellaire, et une région où l'hydrogène est complètement ionisé s'étend autour d'elle. Ces domaines appelés régions HII constituent l'un des principaux sièges de réjection de l'énergie des étoiles vers le milieu interstellaire (avec les bulles de supernovæ).

Nous allons nous intéresser plus particulièrement à l'une d'entre elles. La nébuleuse de l'aigle M16 sculpte des piliers qui évoquent de manière frappante les langues Rayleigh-Taylor (figure 3.1). Nous nous proposons donc d'étudier l'évolution dynamique de ces régions en mettant l'accent sur le critère d'établissement de l'instabilité Rayleigh-Taylor. Nous voulons aussi profiter de l'arsenal moléculaire mis au point dans le cadre des chocs pour produire un modèle dynamique cohérent d'un front mixte de photo-ionisation et de photo-dissociation. En effet la plupart des diagnostics actuels sont basés sur des modèles soit de fronts d'ionisation, soit de régions de photo-dissociation stationnaires, et nous chercherons à dégager quels aspects dynamiques peuvent influencer ces deux régions.

Nous tenterons de dégager les contraintes observationnelles fournies par M16, puis nous modéliserons l'établissement d'une région ionisée avec une chimie simplifiée, avant de nous intéresser au sort des molécules.

### 3.2 Revue des observations de M16

La région d'ionisation associée à M16 est comme toute région HII riche en objets astrophysiques de toutes natures. Elle comporte en son centre le jeune amas NGC6611 dont quelques étoiles massives ont ionisé une région aux formes très découpées (voir figure 3.1). Au sud, on note en particulier la présence de trois piliers qui pointent vers la formation stellaire qui les illumine. Leur assemblage produit l'illusion d'un aigle aux serres immenses. La nébuleuse tient cependant son nom de la constellation qui l'abrite... Ces piliers sont constitués en majeure partie de gaz moléculaire, qui se dissocie à la frange des piliers, puis s'ionise et s'évapore en flots qui couronnent la tête de l'aigle. Cette pointe observée à meilleure résolution montre une structure extrêmement fragmentée en petits "œufs", dont on pressent qu'ils pourraient bien être les indices d'une formation stellaire imminente. D'ailleurs, un objet de Herbig-Haro se confond avec la base des piliers : il trahit vraisemblablement le choc d'étrave

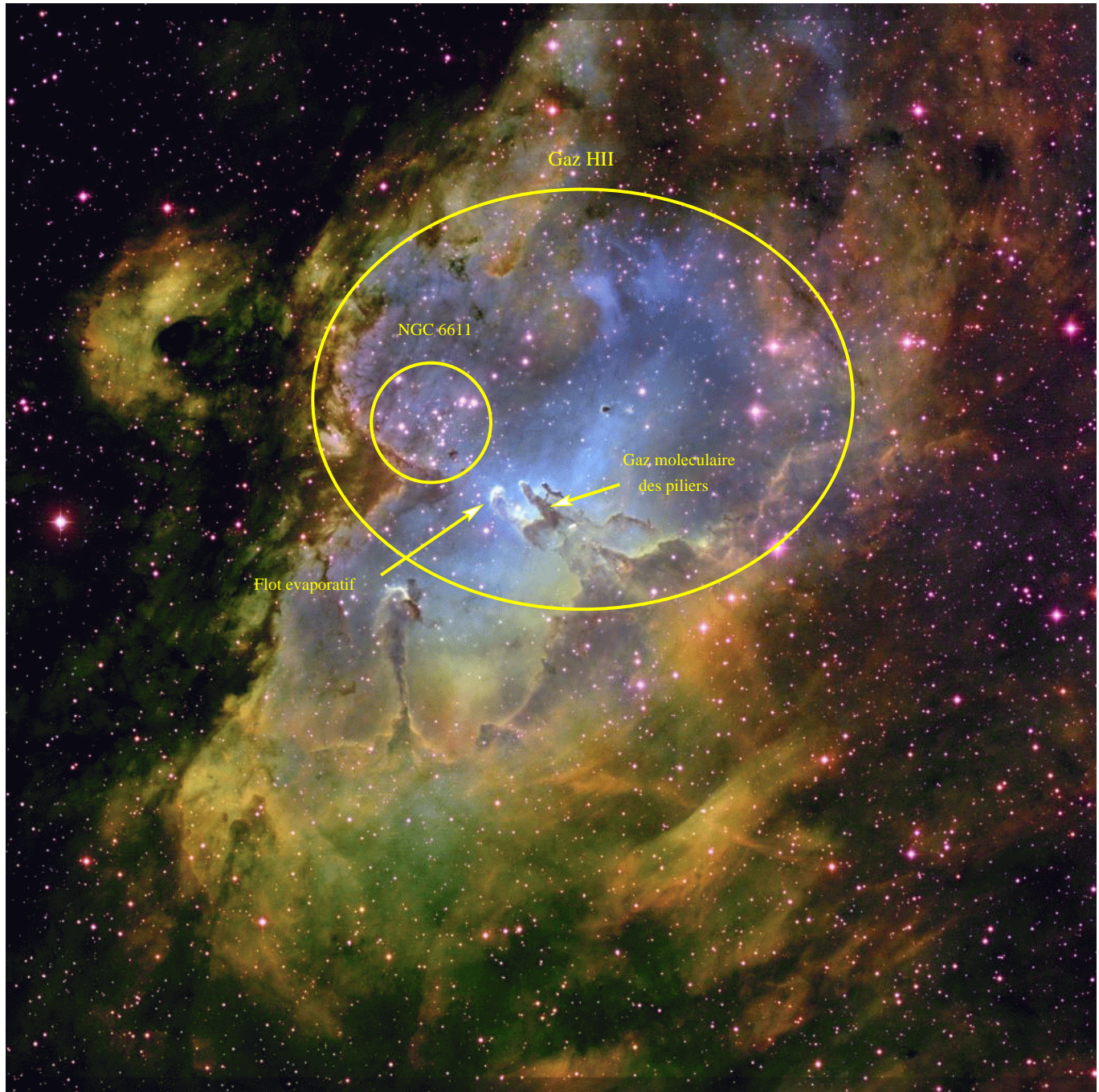


FIG. 3.1 – *M16*, ou la nébuleuse de l'aigle, par le télescope de 90 cm de Kitt Peak.

d'un jet protostellaire tout juste amorcé.

Examinons les caractéristiques physiques qui ont pu être diagnostiquées dans ces différents objets.

### 3.2.1 L'amas NGC6611

Les auteurs s'accordent tous pour donner un âge de 5 millions d'années à cet amas (Kamp 1974, Hillenbrand *et al.* 1993 et Belikov *et al.* 2000), ce qui le classe dans la catégorie des très jeunes amas.

Hillenbrand *et al.* (1993) estiment que la plupart des étoiles de l'amas ont un âge compris entre 1 et 2 millions d'années, et signalent beaucoup d'étoiles encore en phase de préséquence principale.

Son module de distance le place à 2,3 kpc de la banlieue solaire (Kamp 1974) ou  $2,1 \pm 0,1$  kpc pour les études les plus récentes (Belikov *et al.* 2000). Cela lui donne un rayon de cœur de 2,1 pc, et un rayon global de 9 pc.

Toutes les études utilisent donc la distance de 2 kpc pour convertir les distances angulaires.

Les types spectraux et luminosités des étoiles les plus brillantes ont été déterminés par Cruz-Gonzalez *et al.* (1974) et Panagia (1973) pour donner une luminosité totale de  $2,2 \cdot 10^6 L_{\odot}$ . Les modèles couramment utilisés pour modéliser ces étoiles ont des températures de 35000 K. Cruz-Gonzalez (1974) déterminent une vitesse des étoiles O dans le repère héliocentrique de  $26 \pm 10$  km/s.

Belikov *et al.* (2000) dérivent la fonction de masse de l'amas, et donnent les extrêmes des masses. Cela permet d'évaluer sa masse totale (reprenant leurs notations) :

$$M = \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} k m^{-x} dm = \int_{2,1 M_{\odot}}^{85 M_{\odot}} 167 m^{-1,2} = 6900 M_{\odot}$$

Nous estimons donc la masse de l'amas à 7000  $M_{\odot}$  environ.

### 3.2.2 La région ionisée

Les premières mesures d'émission radio interprétées comme l'émission libre-libre d'un plasma d'hydrogène ionisé donnent une masse de  $1,2 \cdot 10^4 M_{\odot}$  de gaz dans une sphère de 20 pc (Terzian 1965, l'observation n'est pas résolue).

Ishida et Kawajiri (1968) mesurent des flux Lyman  $\alpha$  dont on peut dériver une densité électronique de  $4 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$  en supposant une température électronique de  $10^4$  K.

Louise et Monnet (1969) réalisent des profils de la raie Lyman  $\alpha$  et d'une raie de NII. Ils en déduisent une température électronique de 11000 K et une dispersion de vitesse de 6 à 9 km/s pour des lobes respectifs de 9 et 4,5 pc.

Zeilik et Lada (1974) observent la raie de recombinaison H 92 $\alpha$  avec un lobe de 3 pc. Ils dérivent des températures électroniques de 4000 K au centre à 10000 K au bord de la région, ainsi qu'une densité électronique moyenne de  $10^2 / \text{cm}^3$ . Ils en infèrent une masse de  $2,5 \cdot 10^3 M_{\odot}$  de gaz ionisé. Ils signalent que les mesures de vitesses ne sont pas du tout corrélées et leur semblent chaotiques.

Un peu plus tard, cependant, Goudis et Meaburn (1976) cartographient des profils de raies de OIII et mesurent une séparation systématique des vitesses au bord des intrusions de gaz moléculaire, avec une séparation de 20 km/s. Elliott *et al.* (1978) précisent la variation des deux composantes le long d'une coupe transversale à la base des piliers.

Nguyen-Q-Rieu et Pankonin (1977) confirment cette séparation dans les raies de recombinaison de H 110 $\alpha$ , qu'ils observent en association avec des raies de la molécule H<sub>2</sub>CO dont ils notent l'élargissement anormal (10 km/s).

Mufson *et al.* (1981) réalisent une cartographie à grande échelle de la région en hydrogène neutre (raie 21 cm) et ionisé (H $\alpha$ ). La structure en vitesse montre une région ionisée en expansion devant le nuage HI qui lui a donné naissance, qui emporte avec elle des fragments de nuage qui s'ionisent. Des observations de <sup>12</sup>CO sur quelques lignes de visée permettent de séparer les fragments d'avant plan du nuage de fond progéniteur. L'ensemble illustre à merveille le scénario "champagne" de Tenorio-Tagle (1979). L'ensemble des vitesses radiales mesurées dans le gaz ionisé présente une dispersion de 8 km/s qui donne une idée de l'expansion. La colonne-densité de HI est estimée à  $10^{21} / \text{cm}^2$ , et ils estiment que le gaz moléculaire des fragments est 100 fois plus dense que le milieu chaud qui les environne.

Une observation de raies en absorption devant une étoile du premier plan (HD168183) par Welsh (1984) détecte des composantes de vitesse très différentes (-83 km/s, -38 km/s et 40 km/s). La pre-



mière composante en CII permet de dériver une température électronique de 8500 K avec une densité électronique de  $10$  à  $30 / \text{cm}^3$  qui le conduit à émettre l'hypothèse d'un mélange avec du gaz moléculaire.

Des observations de sources dans l'infrarouge lointain par McBreen *et al.* (1981) donnent une idée de l'extension globale de la région HII et montrent que celle-ci est dans une phase avancée de son évolution.

Des cartes à grande échelle de la raie 21 cm associées à des observations de continu radio par Sofue et Handa (1986) révèlent une large bulle de gaz HII en expansion entourée d'une fine coquille de HI. Les dimensions de la bulle sont de  $59 \times 44 \text{ pc}^2$ , avec une densité électronique moyenne de  $4 / \text{cm}^3$ . La coquille de HI a une épaisseur de 3 pc avec une colonne-densité de  $1,5 \cdot 10^{20} / \text{cm}^2$  qui conduit à une densité de  $5 / \text{cm}^3$ . Sa vitesse d'expansion est de 4 km/s. L'asymétrie de la bulle provient du fait qu'elle s'appuie contre le bord du grand complexe moléculaire qui lui a donné naissance, à la manière du scénario champagne.

### 3.2.3 Le flot évaporatif

Hester *et al.* (1996) réalisent la fameuse image HST des piliers qui combine les cartes  $H\alpha$ , OIII et SII. Ils analysent la structure du flot évaporatif et résolvent une multitude de petits objets qu'ils baptisent EGG (comme Evaporative Gaseous Globules).

Allen *et al.* (1999) réalisent des cartes des têtes des piliers dans les raies  $H \text{ Br}\gamma$  et  $H_2 \text{ 1-0 S}(1)$  et  $H_2 \text{ 2-1 S}(1)$ . L'émission H a lieu un peu plus en avant que l'émission  $H_2$  et implique la réception d'un taux de  $3,7 \cdot 10^{49}$  photons ionisant par seconde, compatibles avec les  $2 \cdot 10^{50}$  photons par seconde émis par l'ensemble des étoiles et la section efficace de la colonne concernée. Si on suppose que cette émission a lieu sur une profondeur optique correspondant à  $A_v = 1$ , alors on déduit une densité de  $2 \cdot 10^4 / \text{cm}^3$  dans cette région. La géométrie de l'émission suggère qu'un rayonnement diffus éclaire les colonnes de côté. L'émission  $H_2$  quant à elle semble entièrement fluorescente, sauf dans certaines régions plus fragmentées où une composante thermique trahit des densités de l'ordre de  $10^6 / \text{cm}^3$ . Les auteurs estiment le champ extrême UV à  $\chi = 10^4 G_0$ .

Levenson *et al.* (2000) réalisent des spectres à fente large orthogonaux aux bords des piliers. Ils décrivent ainsi l'évolution des spectres des raies  $H \text{ Br}\gamma$  et  $H_2 \text{ 1-0 S}(1)$  et  $H_2 \text{ 1-0 S}(0)$  le long de la région de photo-dissociation qui fait la transition entre le gaz atomique et le gaz moléculaire. Ils déduisent des densités moléculaires de  $3 \cdot 10^5 / \text{cm}^3$  avec une température de 930 K et observent une fragmentation de ce gaz. Dans la région atomique, la densité est de  $5 \cdot 10^3 / \text{cm}^3$  avec une température de 9500 K. Les dispersions de vitesse macroscopique sont évaluées à 4,6 km/s dans la région moléculaire et à 12,2 km/s dans la région atomique.

Sankrit et Hester (2000) ajustent des modèles de flots de photoionisation aux observations du HST, et déduisent des conditions d'illumination de  $10^{11}$  photons ionisant par centimètre carré et par seconde, ainsi qu'une densité moyenne de  $4 \cdot 10^3 / \text{cm}^3$  dans la région ionisée.

### 3.2.4 Les piliers

Les piliers sont des structures de quelques parsec de long, et de quelques dixièmes de large (grosso modo, 3 pc de long pour 0,2 pc de large). Ils sont situés à une distance de 2 pc environ des étoiles massives les plus proches.

Pilbratt *et al.* (1998) réalisent des images ISOCAM des piliers et mesurent une température de couleur de 250 à 320 K, mais la relation aux propriétés des grains est trop indirecte pour en tirer des caractéristiques physiques. Cependant, ils détectent des sources enfouies identifiables comme objets stellaires jeunes.

Pound (1998) cartographie la transition (1-0) de CO dans ses trois isotopes avec une résolution de 0,1 pc. Il met au jour de forts gradients de vitesse (jusqu'à 20 km/s/pc !) qui sont incompatibles avec

le scénario Rayleigh-Taylor à accélération constante. Il dérive une pression de  $10^8 \text{ K/cm}^3$  pour le gaz moléculaire, qui semble donc en équilibre avec la phase ionisée.

White *et al.* (1999) complètent ces observations avec des cartes de profils d'autres transitions moléculaires, le continu submillimétrique, des observations radio ainsi qu'infrarouge. Ils examinent les positions relatives de ces différents relevés qui confirment l'étagement du front de dissociation. Le gaz moléculaire chaud est situé derrière le gaz atomique lui-même protégé par le gaz ionisé du rayonnement UV des étoiles O. Ils dérivent les masses et températures de poussière des différents fragments qui composent les piliers. Ils dégagent un gradient de vitesse de  $1,7 \text{ km/s/pc}$  le long du pilier central. Ils déduisent des températures de  $60 \text{ K}$  pour le gaz moléculaire, et mettent en évidence une fraction de carbone atomique décroissante en fonction de la colonne-densité. Les raies optiquement minces font apparaître une structure très fragmentée du gaz à petite échelle. Enfin les conditions d'ionisation déduites des cartes radio les conduisent à adopter la valeur de  $\chi = 1700 G_0$  pour le flux UV incident dans la gamme  $6$  à  $13,6 \text{ eV}$ .

### 3.3 Modélisation physique

La modélisation des régions dominées par les photons implique la connaissance des processus liés à deux types de photons :

- les photons ionisant l'hydrogène (photons du continu de Lyman : leur énergie est supérieure à  $13,6 \text{ eV}$ ).
- les photons non ionisant (photons de l'ultraviolet lointain : leur énergie est comprise entre  $6 \text{ eV}$  et  $13,6 \text{ eV}$ ).

Ces deux rayonnements seront supposés être à l'état stationnaire, c'est à dire qu'à tout instant la luminosité entrant dans une zone est égale à la somme de l'absorption dans la zone et de la luminosité sortant de cette zone. Ainsi, les équations de transfert sont réduites à leur plus simple expression, et seul le calcul de la profondeur optique est nécessaire.

Nous allons donc aborder les processus d'absorption liés à chacun de ces deux types de rayonnement.

#### 3.3.1 Ionisation de l'atome d'hydrogène

On peut modéliser de manière simple l'atome d'hydrogène par un système quantique à plusieurs niveaux. Ces niveaux sont distribués en énergie suivant la loi  $E_n = -\frac{\epsilon}{n^2}$  où l'énergie du niveau fondamental est  $-\epsilon = -13,6 \text{ eV}$ . Pour  $n$  grand, ils se resserrent jusqu'au continu des états de l'électron libre.

Lors de collisions avec d'autres atomes, ou bien lors de l'absorption d'un photon, un atome dans son état fondamental peut se trouver excité ou même libérer son électron si l'énergie mise en jeu est suffisante.

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser uniquement au processus de photoionisation. Nous laisserons à la chimie à deux corps le soin de traiter les ionisations collisionnelles, et négligerons tout à fait les processus d'autoionisation.

La section efficace d'absorption par l'atome dans son état fondamental pour un photon d'énergie  $h\nu_1 = \epsilon$  est  $\sigma = 6 \cdot 10^{-18} / \text{cm}^2$ . Les calculs de mécanique quantique montrent que cette section efficace décroît en  $1/\nu^3$ , et on peut donc écrire le coefficient d'absorption comme  $\kappa_\nu = \sigma[H]\nu_1^3/\nu^3$  où  $[H]$  est la densité numérique d'atomes d'hydrogène dans leur état fondamental. En effet, celui-ci a une énergie tellement inférieure aux niveaux excités que pour des températures inférieures à  $10^5 \text{ K}$  on

peut aisément supposer que tous les atomes d'hydrogène sont dans leur état fondamental. Comme le rayonnement de l'étoile est lui-même très vite atténué au-delà de cette énergie seuil, on va voir que tout se passe presque comme si la section efficace était constante avec un spectre constitué uniquement de photons d'énergie  $\epsilon$ .

Pour connaître le taux d'ionisation, il faut intégrer le coefficient d'absorption sur le spectre incident. Or, la connaissance du spectre incident passe nécessairement par une équation de transfert du rayonnement multigroupe, ce qui est encore hors de propos pour le moment. On est donc conduit à faire l'hypothèse que le spectre incident est une Planckienne diluée à la température de surface de l'étoile :  $I_\nu = \omega B_\nu(T_*)$ , où  $\omega = r_*^2/r^2$  est le facteur de dilution géométrique.

L'équation du rayonnement gère l'énergie totale volumique  $E$  contenue dans la gamme spectrale ionisante :  $E = 4\pi\omega \int_{\nu_1}^{\infty} B_\nu(T_*)d\nu$ . On peut facilement la relier au facteur de dilution :

$$E = \omega a T_*^4 \frac{\int_{x_1}^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}{\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}$$

On a posé  $x_1 = \frac{h\nu_1}{k_B T_*}$ , qui vaut  $x_1 = 4,5$  pour une étoile à 35000 K. Comme  $\omega = 1$  à la surface de celle-ci, on peut ainsi calculer la condition à la limite interne pour l'énergie du rayonnement :  $E_* = 0,32aT_*^4$ .

On peut effectuer les calculs précis du taux d'ionisation volumique :

$$\mathcal{I} = \int_{\nu_1}^{\infty} \kappa_\nu \frac{I_\nu}{h\nu} d\nu = \sigma n(H) \frac{E}{\epsilon} c \frac{\mathcal{E}_{-1}(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)}$$

On a posé  $\mathcal{E}_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{u^n}{e^u - 1} du$ , et on a supposé que tous les atomes d'hydrogène rencontrés sont dans leur état fondamental. Le rapport  $y_i = \frac{\mathcal{E}_{-1}(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)}$  se calcule numériquement pour donner  $y_i = 0,42$  dans notre exemple à  $T_* = 35000$  K. Le taux d'ionisation s'écrit finalement :

$$\mathcal{I} = y_i \sigma \frac{Ec}{\epsilon} n(H)$$

De même, le calcul de l'énergie lumineuse absorbée par l'hydrogène fournit :

$$\mathcal{Q}^l = \int_{\nu_1}^{\infty} \kappa_\nu I_\nu d\nu = \sigma n(H) Ec \frac{\mathcal{E}_0(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)} = y_l \sigma n(H) Ec \simeq 0,45 \sigma n(H) Ec$$

Le surplus d'énergie des photons absorbés est converti en énergie cinétique des électrons. On calcule ainsi l'énergie communiquée aux électrons :

$$\mathcal{Q}^e = \int_{\nu_1}^{\infty} \kappa_\nu I_\nu \left(1 - \frac{\nu_1}{\nu}\right) d\nu = \sigma n(H) Ec \frac{\mathcal{E}_0(x_1) - \mathcal{E}_{-1}(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)} = \sigma n(H) Ec y_e$$

Tout se passe donc comme si chaque ionisation conférait au gaz d'électron une énergie moyenne de  $y_e \epsilon \simeq 1,0eV$  pour notre étoile. On a bien entendu posé :

$$y_e = \frac{\mathcal{E}_0(x_1) - \mathcal{E}_{-1}(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)} \simeq 0,079$$

### 3.3.2 Recombinaison

Qu'arrive-t-il à un électron qui se recombine sur un certain niveau d'excitation de l'hydrogène? En se recombinant, il émet un photon dont l'énergie correspond à la différence entre l'énergie du niveau d'arrivée et l'énergie du continu. Deux cas se présentent :

- soit le niveau d'arrivée est le niveau fondamental, auquel cas le photon émis possède justement assez d'énergie pour ioniser un nouvel atome d'hydrogène. Si ce dernier est dans les parages immédiats, c'est comme si rien ne s'était passé pour un observateur qui ne considérerait pas les atomes individuellement.

- soit le photon émis ne possède pas suffisamment d'énergie, et en fait l'atome se désexcite jusqu'au niveau fondamental en plusieurs fois, et en émettant plusieurs photons dont l'énergie ne suffira pas à réioniser un atome d'hydrogène dans son fondamental.<sup>1</sup>

L'approximation "*on the spot*" consiste à supposer que les recombinaisons directes sur le niveau fondamental vont donner naissance à un photon qui réionise immédiatement l'atome. C'est donc comme si elles n'avaient pas lieu, et on ne prend en compte que les recombinaisons sur chacun des autres niveaux de l'atome d'hydrogène. Cependant le rayonnement émis à travers ces recombinaisons s'échappe et donne lieu à un terme de refroidissement (voir paragraphe 2.3.5).

Dans la mesure où l'environnement physique ne joue pas de rôle dominant dans l'interaction d'un électron et d'un proton, on peut supposer que seuls des facteurs géométriques et cinématiques interviennent dans le calcul du taux de recombinaison partiel. On peut alors effectuer le calcul dans le cas où les ions, les électrons, les atomes neutres et le rayonnement qu'ils émettent sont en équilibre thermodynamique à la température effective de rencontre entre les ions et les électrons. Dans ce cas, le taux de recombinaison est précisément égal au taux d'ionisation calculé précédemment (modulo l'ionisation collisionnelle...), et ne dépend donc que de  $T$  et de  $n(H)^*$ , densité de la population d'atomes d'hydrogène qui serait à l'équilibre thermodynamique avec les ions et les électrons. Cette dernière densité est accessible grâce à l'équation de Saha qui détermine le rapport  $n(H^+)n(e^-)/n(H)^*$  en fonction de la température.

Pour les atomes d'hydrogène dans le deuxième niveau excité, on trouve que le nombre de recombinaisons effectives par unité de volume est :

$$\mathcal{R} = \beta n(H^+)n(e^-) \text{ où } \beta = 2 \cdot 10^{-10} T^{-0,75} \text{ cm}^3/\text{s}$$

La température  $T$  est exprimée en Kelvin et les densités numériques sont des nombres de particules par centimètre cube.  $\beta n(H^+)n(e^-)V$  est alors le nombre de recombinaisons effectives par seconde dans une région de l'espace interstellaire de volume  $V$ .

### 3.3.3 Photochimie

Un système quantique comme la molécule  $H_2$  est beaucoup plus riche que le simple atome d'hydrogène, et la prise en compte dans ce modèle physique de tous les niveaux d'excitation rotationnelle et vibrationnelle est trop complexe pour être menée à bien dans un cadre monogroupe pour le transfert de rayonnement. La dissociation de la molécule s'effectue soit directement par une transition d'un état vers le continu dissocié, soit indirectement par une transition vers un état excité instable dont l'énergie est supérieure à celle du continu. Le calcul du taux de photodissociation doit donc être effectué dans un cadre beaucoup plus précis qui tient compte de la forme du spectre lumineux incident et des raies qui font intervenir les transitions évoquées.

Il est encore impensable de pouvoir réaliser ce calcul complètement couplé avec les équations de l'hydrodynamique. Cependant, on peut réaliser ces calculs dans un nuage hydrostatique illuminé par un spectre donné, et rechercher une forme stationnaire pour le rayonnement. On est alors à même de calculer les taux exacts de photodissociation correspondant à ce spectre d'illumination.

---

1. on pourrait pourtant imaginer qu'il puisse ioniser des atomes déjà dans un certain état excité, mais le traitement des populations des différents niveaux est ici trop complexe pour être mené à bien couplé à l'hydrodynamique et à la chimie.

Ce spectre est en général choisi comme le champ moyen du milieu interstellaire calculé par Draine, et les taux sont intégrés sur un domaine de longueur d'ondes qui s'arrête au seuil d'ionisation de l'hydrogène. Nous allons donc supposer que les photons de l'étoile d'énergie inférieure à  $\epsilon$  suivent un spectre correspondant au champ interstellaire moyen dilué (ou plutôt concentré...) d'un certain facteur  $\chi$ .

La plupart des taux des réactions photochimiques ainsi déduits peuvent se mettre sous la forme :  $\chi C e^{-\gamma A_\nu}$ , où  $A_\nu$  est l'extinction due aux grains entre la source (ici l'étoile) et le point considéré.

Pour d'autres réactions, comme la photodissociation du dihydrogène, le taux dépend aussi de la colonne-densité de certaines espèces dont les raies d'absorption couvrent celles de la réaction. On vérifie alors que le taux peut s'écrire comme produit de plusieurs fonctions d'écrantage qui dépendent des colonne-densité mentionnées. Nous adoptons les fonctions d'écrantage calculées par Lee *et al.* (1996).

De la même manière que pour la partie du rayonnement ionisante pour l'hydrogène, on peut calculer le facteur de dilution qu'il convient d'appliquer au bord interne de la boîte de simulation. En effet, il suffit de comparer l'énergie du champ interstellaire moyen de Draine à l'énergie de l'étoile intégrée entre les mêmes bornes. L'énergie du champ interstellaire moyen est :

$$U_0 = \int_6^{13,6 \text{ eV}/h} \frac{\text{eV}/h}{\text{eV}/h} u_\nu d\nu = 8,6 \cdot 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$$

On en déduit le facteur  $\chi$  comme :

$$\chi = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{L_*^{\text{FUV}}}{U_0 c} \simeq \frac{1,4 \cdot 10^4}{(r/\text{pc})^2}$$

$r$  est le rayon auquel on se place par rapport à l'étoile, et  $L_*^{\text{FUV}}$  désigne l'énergie rayonnée par l'étoile dans la gamme de 6 eV à 13,6 eV (ultraviolet lointain, ou encore FUV). Pour notre amas d'étoile à la température de 35000 K, on a pris  $L_*^{\text{FUV}} = 1,1 L_\odot$ .

Pour le bord de notre sphère de Strömgen (voir paragraphe 3.4.1), on trouve la relation :  $\chi = 0,52 n_H^{\frac{4}{3}}$  où  $n_H$  est exprimé en nombre de noyaux d'hydrogène par centimètre cube.

### 3.3.4 Les grains

Le terme d'extinction des grains dans la photochimie nécessite de connaître leur densité depuis l'étoile jusqu'au point courant. Dans une région proche de l'étoile (jusqu'à un rayon de l'ordre de  $10^{-4}$  pc) ils sont chauffés par le rayonnement ultraviolet et évaporés. Cependant il semble qu'observationnellement, les régions HII sont vides de grains, et sièges de vents stellaires violents qui les ont peut-être repoussés jusqu'à la périphérie de la région. De plus les grains ne dégradent pas la lumière ultraviolette en photons infrarouge sans dommage. Certains photons leur arrachent des atomes et progressivement, les grains se désagrègent.

Faute de modèle satisfaisant, cependant, nous conservons une fraction de masse des grains supposée constante égale à  $X_{\text{grains}} = 0,02$ .

## 3.4 Naissance d'une région HII

Lorsqu'une étoile O naît, son rayonnement ultraviolet ionise l'hydrogène de son environnement proche. Si un atome ionisé ne se recombinaît jamais, la région ionisée progresserait inexorablement. C'est donc la recombinaison qui limite l'extension de cette zone qui porte de nom de son découvreur : Strömgen.

Nous allons tenter dans cette partie de modéliser l'établissement d'une telle région dans un cadre idéalisé où la densité est homogène, et où l'étoile s'allume instantanément. La région de Strömgen est donc sphérique, ce qui nous permet de fonctionner dans un cadre strictement monodimensionnel.

### 3.4.1 Sphère de Strömgen

La sphère de Strömgen trouve son équilibre lorsque chacun des photons ionisant est confronté à une recombinaison : l'équation  $L_*/\epsilon = \beta n_H^2 V_S$  fournit le volume  $V_S$  d'une région de Strömgen complètement ionisée où la densité initiale de *noyaux* d'hydrogène était  $n_H$ . Si on suppose que celle-ci a une géométrie sphérique, on obtient pour le rayon  $R_S$  de la sphère de Strömgen :

$$R_S = 0,19 \text{ pc} \left( \frac{L_*}{L_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{T}{\text{K}} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{n_H}{\text{cm}^{-3}} \right)^{-\frac{2}{3}}$$

Il reste à estimer la température dans la région complètement ionisée. On a montré que lorsqu'un photon éjecte un électron du noyau de l'hydrogène, il lui communique en énergie cinétique un surplus de 1 eV par ionisation. Cette énergie cinétique est ensuite thermalisée, répartie entre les différentes composantes gazeuses du milieu interstellaire. Si le gaz a été complètement ionisé, il a donc gagné une énergie de 1 eV par particule, ce qui correspond à une température de  $7,7 \cdot 10^3 \text{ K} = 2/3 \text{ eV}/k_B$ . Pour cette température, pour une luminosité ionisante de  $L_* = 0,32 \times 2,2 \cdot 10^6 L_\odot$ , et pour une densité typique de  $n_H = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ , on trouve un rayon de Strömgen de l'ordre de 0,08 pc.

Nous avons évoqué plus haut une caractéristique des régions HII, à savoir qu'elles ont des bords francs. On peut estimer l'épaisseur d'un tel bord en y évaluant le libre parcours moyen des photons :

$$\Lambda = 1/\kappa = 1/n(H)\sigma = 1/n_H\sigma \simeq 5 \cdot 10^{-7} \text{ pc}$$

La compacité de tels objets est donc de  $10^5$  : un régal pour le maillage adaptatif !

### 3.4.2 Équilibre d'ionisation

#### Degré d'ionisation

L'équation d'évolution du degré d'ionisation  $\xi$  s'écrit :

$$\frac{d\xi n_H}{dt} = -R_H^r + R_H^i = -\beta \xi^2 n_H^2 + F \sigma n_H (1 - \xi)$$

où  $F$  est le flux de photons ionisant au point considéré :

$$F = \frac{E}{\epsilon} c \frac{\mathcal{E}_{-1}(x_1)}{\mathcal{E}_3(x_1)}$$

L'équilibre d'ionisation est donc atteint pour :

$$\frac{\xi^2}{1 - \xi} = \frac{F \sigma}{\beta n_H}$$

L'équation d'ionisation fait apparaître deux temps caractéristiques, le temps de recombinaison et le temps de photo-ionisation :

$$\tau_r = \frac{1}{\beta n_H} \text{ et } \tau_i = \frac{1}{F \sigma}$$

Lorsque le milieu est ionisé, c'est le temps de recombinaison qui est le plus long et qui détermine le temps de mise à l'équilibre. Réciproquement, quand le milieu est neutre, c'est le temps de photo-ionisation qui décrit le temps de mise à l'équilibre.

### Équilibre thermique

L'équation d'évolution isochore de l'énergie s'écrit :

$$\frac{d(\gamma - 1)n_H k_B T(1 + \xi)}{dt} = -\Lambda_H^r + Q^e - R_H^r \frac{3}{2} k_B T x_e + R_H^i \epsilon y_e$$

$x_e$  et  $y_e$  ont été respectivement définis en 2.3.5 et 3.3.1. L'équilibre thermique est donc atteint dans le même temps que l'équilibre d'ionisation, et la température d'équilibre vérifie :

$$\frac{3}{2} k_B T x_e = \epsilon y_e$$

On en tire des températures de l'ordre de 8000 K pour l'étoile O de 35000 K.

### 3.4.3 Classification des fronts d'ionisation

Considérons un front d'ionisation que nous allons étudier dans son référentiel propre. Il sépare deux milieux, l'un neutre de densité  $n_1$  et de vitesse du son  $c_1$ , l'autre ionisé de densité  $n_2$  et de vitesse du son  $c_2$ . Les vitesses respectives du gaz dans ces deux milieux sont  $u_1$  et  $u_2$ . Remarquons que les densités sont données en nombre de noyaux d'hydrogène par unité de volume, qui correspondent donc à des masses volumiques.

Dans les conditions du milieu interstellaire, les temps de refroidissements sont suffisamment courts pour que l'équilibre thermique s'installe très rapidement. Les phénomènes hydrodynamiques se produisent alors à une température constante déterminée par l'équilibre thermique : on va donc supposer que chacun des deux milieux est un gaz parfait isotherme.

De plus, on se place dans le cas où le libre parcours moyen des photons est suffisamment court pour pouvoir considérer que le front est infiniment fin.

Les relations d'Hugoniot-Rankine s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} n_1 u_1 &= n_2 u_2 \\ n_1 (c_1^2 + u_1^2) &= n_2 (c_2^2 + u_2^2) \end{aligned}$$

Connaissant  $u_1$ , on peut calculer  $x = u_2/u_1 = n_1/n_2$  le rapport de densité des deux milieux :

$$x = \frac{c_1^2 + u_1^2 \pm \sqrt{(u_1^2 - u_D^2)(u_1^2 - u_R^2)}}{2c_2^2}$$

où  $u_D$  et  $u_R$  sont deux vitesses critiques entre lesquelles  $u_1$  ne peut jamais se trouver :

$$\begin{aligned} u_D &= \frac{\sqrt{c_2^2 - c_1^2} - c_2}{c_1^2} \\ u_R &= \frac{\sqrt{c_2^2 - c_1^2} + c_2}{c_1^2} \end{aligned}$$

Dans les conditions du milieu interstellaire, lorsque naît une étoile O, le gaz neutre qui l'entoure est souvent dense et froid, et la vitesse du son  $y$  est donc beaucoup plus faible que dans le milieu chaud ionisé. Lorsque  $c_2 \gg c_1$ , les vitesses critiques prennent les formes approchées :

$$\begin{aligned} u_D &= 2c_2 \\ u_R &= \frac{c_1^2}{2c_2} \end{aligned}$$

Supposons à présent qu'on éclaire un gaz d'hydrogène neutre au repos avec un flux de photons ionisant par atome d'hydrogène  $F$ . Soit  $u = F/n_1$ .

- Si  $u \geq u_R$ , alors il existe une solution au problème de l'interface, avec  $u_1 = u$ . Cette condition est toujours vérifiée si la densité  $n_1$  est suffisamment petite : on est en condition dite de gaz "raréfié", on dit encore dans ce cas que le front est de type R.
- Si  $u \leq u_D$ , alors il existe encore une solution au problème de l'interface. On dit alors que le front est de type D en référence au gaz dense.
- Si  $u_D < u < u_R$ , alors l'interface telle qu'elle est présentée ci-dessus ne permet pas d'acheminer le flux ionisant : il se forme un choc entre le milieu neutre et le front ionisant, qui comprime le gaz neutre pour amener les conditions devant le front à être de type D. On parle dans ce cas de conditions de type M.

### 3.4.4 Établissement de la sphère de Strömgen

Pour une luminosité stellaire donnée, le flux ionisant est aussi grand que l'on veut lorsqu'on se rapproche de l'étoile : les conditions d'éclairement au bord d'une étoile sont toujours de type R. Si on suppose que l'étoile s'allume instantanément, une première phase va voir se propager un front d'ionisation de type R.

La luminosité qui éclaire le front est éteinte par les recombinaisons dans le volume qui le sépare de l'étoile émettrice : au fur et à mesure que le front progresse vers la sphère de Strömgen, la luminosité qui le propage s'atténue. On va donc voir sa vitesse de propagation ralentir jusqu'au moment où les conditions d'éclairement atteignent la valeur R-critique. Un choc se forme à ce moment, qui comprime le gaz, et le front se propage derrière le choc dans des conditions de type D. Cette deuxième phase de l'expansion se termine par l'affaiblissement du choc, qui meurt en une onde acoustique pour laisser place à la sphère de Strömgen en équilibre de pression avec le milieu extérieur.

Nous allons à présent étudier ces deux phases plus quantitativement, afin d'être en mesure à la fois de confronter les résultats des simulations, et d'explorer plus facilement les paramètres en jeu.

#### Phase R

Durant toute cette première phase, on peut donc supposer que l'espace est séparé en deux régions (l'une ionisée, l'autre neutre) par une interface sphérique infiniment fine de rayon  $R_I$ .

Le milieu neutre est initialement homogène de densité  $n_0$ , et au repos. Il ne sera jamais perturbé durant toute cette phase.

Pour être en mesure de traiter les calculs, on émet l'hypothèse que le milieu ionisé est de densité homogène  $n_2$ , à l'équilibre d'ionisation. Le gaz qui le constitue se détend avec une vitesse  $u_{II}$  au bord interne.

L'équilibre d'ionisation permet de déduire le flux qui illumine le front d'ionisation :

$$F(n_2, R_I) = \frac{L_*}{4\pi R_I^2} \left(1 - \frac{R_I^3 n_2}{R_S^3 n_0}\right)$$



où  $R_S$  est le rayon de la sphère de Strömngren à la densité  $n_0$ . En effet, à l'équilibre d'ionisation, la luminosité au rayon  $R_I$  est atténuée du rapport du volume qu'il encercle au volume de la sphère de Strömngren correspondant à la densité  $n_2$ .

Les relations de Hugoniot-Rankine au front d'ionisation s'écrivent :

$$\begin{aligned} n_0 \dot{R}_I &= n_2 (u_{II} - \dot{R}_I) = F \\ n_0 (c_1^2 + \dot{R}_I^2) &= n_2 (c_2^2 + (u_{II} - \dot{R}_I)^2) \end{aligned}$$

Ces trois égalités, pour les quatre inconnues que sont  $n_2$ ,  $u_{II}$ ,  $R_I$  et  $\dot{R}_I$  permettent de déduire  $\dot{R}_I$  en fonction de  $R_I$ , et de construire par intégration l'évolution temporelle des variables en se donnant un  $R_I$  initial qu'on peut prendre comme le rayon de l'étoile, par exemple.

Une expression approchée peut être trouvée en considérant que la progression du front est si rapide que l'hydrodynamique n'a pas le temps de réagir :  $n_2$  reste égal à sa valeur initiale  $n_0$ , et  $u_{II}$  est négligeable devant  $\dot{R}_I$ .

L'équation d'évolution pour  $R_I$  s'écrit alors :

$$\dot{R}_I n_0 = F = L_* \frac{1 - \frac{R_I^3}{R_S^3}}{4\pi R_I^2}$$

qui s'intègre en :

$$R_I(t)^3 = R_S^3 (1 - \exp - \frac{L_* R_S^3}{n_0} t)$$

pour un rayon initial nul. Le temps d'établissement de la sphère de Strömngren est donc de l'ordre de  $\tau = \frac{n_0}{L_* R_S^3}$ , c'est-à-dire le temps pour que l'étoile ait débité autant de photons qu'il y a de noyaux d'hydrogène dans la sphère de Strömngren, ou encore le temps de recombinaison  $\tau = 1/\beta n_0 = \tau_r$ . Il est de l'ordre de l'année pour  $n_0 = 10^5 / \text{cm}^3$ .

Les conditions R-critique sont atteintes lorsque  $\dot{R}_I = u_R = 2c_2$ , ce qui correspond à :

$$\frac{R_I^3}{R_S^3} \simeq 1 - \frac{6c_2\tau_r}{R_S}$$

A ce moment, le rayon de Strömngren est donc déjà bien établi, et le temps écoulé depuis l'allumage du champ UV est :

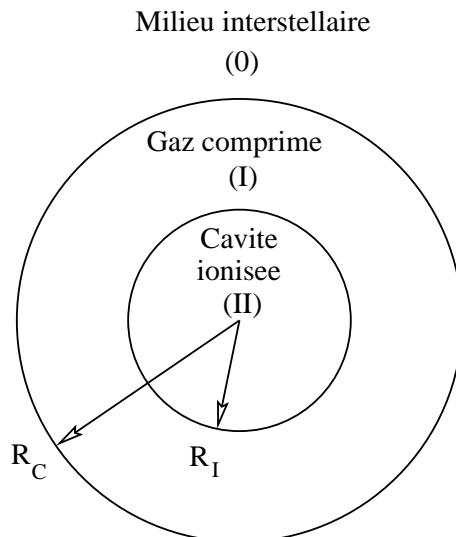
$$t_R = \tau_r \ln\left(\frac{R_S}{6c_2\tau_r}\right)$$

soit 7 ans pour les conditions  $n_0 = 10^5 / \text{cm}^3$ .

### Phase D

Au moment où le choc apparaît, une onde de raréfaction se forme, qui rebondit dans la cavité ionisée. Comme la vitesse du son dans cette cavité est élevée, on va supposer que la densité s'y homogénéise rapidement. On garde donc les paramètres  $n_2$  et  $u_{II}$  avec leur signification précédente.

L'espace est à présent segmenté en trois régions par le front d'ionisation au rayon  $R_I$  suivi du choc au rayon  $R_C$  : la cavité ionisée (II), l'espace entre les deux fronts (I), et le milieu environnant (0) qui reste au repos.



Bien que le raisonnement soit moins valable pour la région I qu'en II, on suppose que la densité et la vitesse  $n_1$  y est uniforme. Cela n'est pas trop faux dans la mesure où l'extension spatiale de cette région est assez restreinte.

Les conditions de Hugoniot-Rankine au front puis au choc isotherme se lisent à présent :

$$n_1(u_I - \dot{R}_I) = n_2(u_{II} - \dot{R}_I) = F(R_I, n_2) \quad (3.1)$$

$$n_1(c_1^2 + (u_I - \dot{R}_I)^2) = n_2(c_2^2 + (u_{II} - \dot{R}_I)^2) \quad (3.2)$$

$$-n_0\dot{R}_S = n_1(u'_I - \dot{R}_S) \quad (3.3)$$

$$n_0(c_1^2 + \dot{R}_S^2) = n_1(c_1^2 + (u'_I - \dot{R}_S)^2) \quad (3.4)$$

On a deux équations de plus pour les quatre inconnues supplémentaires  $\dot{R}_S$ ,  $n_1$ ,  $u_I$  et  $u'_I$  : une approximation doit donc être trouvée pour clore le système.

Examinons donc quelle force le choc doit avoir pour engendrer les conditions D : on a  $F/n_0 = u_R$  à la fin de la phase R, et il faut comprimer le gaz de telle manière que  $F/n_1 = u_D$ . On doit donc avoir :

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{u_R}{u_D} \simeq \frac{c_2^2}{c_1^2} \gg 1$$

L'équation 3.3 de continuité au choc fournit alors :

$$u'_I \simeq \dot{R}_C \quad (3.5)$$

Comme à la fin de la phase R,  $n_2 = n_0$ , puis le gaz se détend, on a toujours  $n_2 \leq n_0 \ll n_1$ . L'équation 3.1 de continuité au front d'ionisation permet de déduire :

$$u_{II} - \dot{R}_I \gg u_I - \dot{R}_I \quad (3.6)$$

Or à présent, les temps d'évolution sont beaucoup plus longs que  $\tau$  qui représente le temps d'équilibrage de l'ionisation dans la zone (0). On peut donc supposer que cette zone est constamment à l'équilibre d'ionisation *global*, et  $n_2$  varie donc en  $R_I^{-3/2}$  :

$$-\frac{\dot{n}_2}{n_2} = \text{div}(u_{II}) = 3\frac{u_{II}}{R_I} = \frac{3\dot{R}_I}{2R_I}$$

Cette suite d'égalités donne  $u_{II} = \frac{1}{2}\dot{R}_I$  qui permet d'obtenir grâce aux équations (3.5) et (3.6) les équivalences  $u'_I \simeq \dot{R}_I$  et  $\dot{R}_I \simeq \dot{R}_C$ .

En posant  $x = n_2/n_0$ , un peu d'algèbre sur l'équation 3.2 permet alors d'aboutir au résultat

$$\dot{x} = -\frac{3}{2}\frac{c_2}{R_S}x^{\frac{13}{6}}\left(1 - \frac{1}{4}x\right)^{-\frac{1}{2}}$$

qui s'intègre en posant pour origine des temps le début de la phase D où  $x = 1$  :

$$x = \left(1 + \frac{7}{4}\frac{c_2}{R_S}t\right)^{-\frac{6}{7}}$$

On a négligé le facteur  $(1 - \frac{1}{4}x)^{-\frac{1}{2}}$  pour retrouver le résultat sous la même forme que Spitzer (1978).

Le rapport des densités  $x = n_2/n_0$  décroît donc petit à petit à mesure que le choc et le front s'étendent, jusqu'à ce que le choc meure, l'équilibre de pression étant atteint. Cet équilibre de pression entre le gaz ionisé à la densité  $n_2$  et le gaz neutre à la densité  $n_0$  est obtenu lorsque  $2n_2/n_0 = c_1^2/c_2^2$ , ce qui fixe la fin de la phase D et permet d'en calculer le temps global :

$$t_D \simeq \frac{4}{7}\frac{R_S}{c_2}\left(\sqrt{2}\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{7}{3}}$$

Toujours pour les conditions  $n_0 = 10^5/\text{cm}^3$ , et avec une vitesse du son  $c_1 = 0,23\text{ km/s}$ , on obtient un temps de 60 millions d'années.

Au passage, on peut aussi formuler la variation du rayon de la sphère en fonction du temps :

$$R_I = R_S x^{-\frac{2}{3}} = R_S \left(1 + \frac{7}{4}\frac{c_2}{R_S}t\right)^{\frac{4}{7}}$$

et sa position limite qui correspond au rayon de la sphère de Strömngren hydrostatique :

$$R_S^{\text{hydrostatique}} = R_S \left(\sqrt{2}\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{4}{3}}$$

soit 5,5 pc.

On peut encore calculer les conditions d'illumination du front, et remarquer qu'elles deviennent de plus en plus faiblement D-critiques.

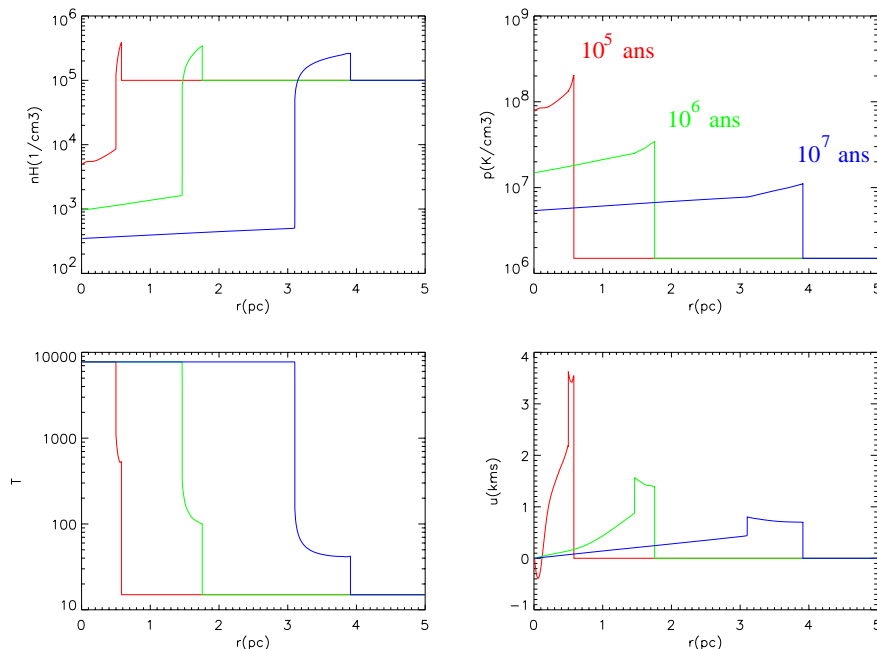
### 3.4.5 Simulation en milieu homogène

Ce premier modèle est à chimie très simplifiée : on ne considère que les trois espèces H, H<sup>+</sup>, et e<sup>-</sup>. La chimie est donc réduite à deux réactions :

- la réaction de recombinaison radiative sur les niveaux excités : H → H<sup>+</sup> + e<sup>-</sup> avec le taux  $\beta = 2 \cdot 10^{-10} T^{-0,75} \text{ cm}^3/\text{s}$

- la réaction de photoionisation : H +  $\gamma$  → H<sup>+</sup> + e<sup>-</sup> avec une section efficace de photoionisation  $\sigma = 6,8 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$  et l'énergie libérée 1 eV par électron.

## PHASE D

FIG. 3.2 – *Modèle de région HII initialement homogène.*

Pour se rapprocher des conditions d'éclairement de la nébuleuse M16, on adopte une étoile de type O4, qui envoie un flux de photons ionisant de  $4 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2/\text{s}$  à 2 pc, soit un débit de photons ionisant de  $L_* = 1,9 \cdot 10^{50}$ . On considère une sphère initiale de rayon 10 pc remplie d'hydrogène de densité  $n_H = 10^5 \text{cm}^{-3}$ .

On allume instantanément le flux de photons, et on observe l'établissement de la région HII ( $\gamma = \frac{5}{3}$ ):

- tout d'abord, un front de type R établit la sphère de Strömgen des photons dans le gaz à la densité initiale.
- puis lorsque la vitesse de propagation atteint la vitesse R-critique, un choc naît.
- une onde de raréfaction se propage en retour, et rebondit du centre de la sphère au front d'ionisation jusqu'à ce que la densité à l'intérieur de la sphère soit homogène. Cette phase est très consommatrice de temps de calcul, bien qu'elle ne dure que peu de temps physique.
- le profil semble avoir atteint un état quasi-stationnaire, et le choc va s'amenuisant (voir figure 3.2).
- la sphère de Strömgen hydrostatique n'est pas atteinte, car le programme stagne lorsque le choc est trop faible : curieusement, la grille adaptative ne semble pas toujours stable lorsqu'il s'agit d'abandonner des caractéristiques à résoudre...

La progression du front d'ionisation dans les phases R et D est étonnamment proche des résultats analytiques que nous venons de dégager dans les paragraphes 3.4.4 et 3.4.4. Les positions sont valides à 10% près, et les tendances exactes. Cependant, les approximations faites ne paraissent pas toutes justifiées par le calcul ! Par exemple, les vitesses du choc et du front ne paraissent pas équivalentes, et la zone (I) s'étend.

### 3.4.6 Simulation en milieu inhomogène

La densité dans la région HII de M16 est bien moindre : elle est inférieure à la centaine de particules par centimètre carré. L'interprétation de Hester *et al.* (1996) d'une structure de l'image en terme de choc de la queue d'ablation avec le milieu interne de la région HII les conduisent à une estimation de  $n_{\text{HII}} = 30 \text{ cm}^{-3}$ . Le flot d'ablation au bord du nuage va donc s'écouler plus ou moins librement dans le milieu déjà ionisé, mais à pression bien plus faible.

On essaie de rendre compte d'un tel flot d'ablation en modélisant les conditions dans la nébuleuse initiale par une sphère de 2 pc de rayon de densité  $n_H = 100 \text{ cm}^{-3}$ , bordée par une couronne à la densité du nuage  $n_H = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ .

Lorsque le front d'ionisation R qui propage la sphère de Strömgen vient lécher le pied du nuage, le front est ralenti, et passe rapidement à sa valeur critique. Un choc est envoyé dans le nuage, et un flot d'ablation s'installe. Le flot rencontre tout de même le milieu intérieur, et fini par produire un choc convergent vers le centre de la région.

Là, le programme cale..

Mais on peut tout de même observer le flot pendant une période s'étalant de  $t=3000$  à  $t=20000$  ans (voir figure 3.3).

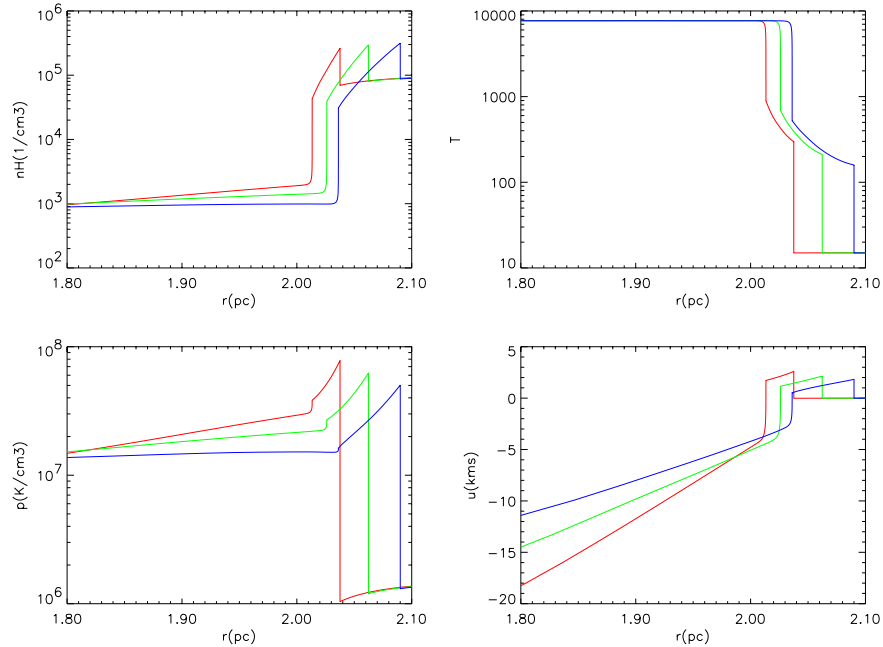


FIG. 3.3 – Simulation d'une région HII bordée par un nuage moléculaire.

### 3.4.7 Modèle de flot évaporatif

Pour s'affranchir du choc dans le milieu environnant, on peut supposer que le flot s'écoule dans un milieu à pression constante donnée comme condition au bord interne de la simulation.

La boîte de simulation est alors une couronne sphérique de rayons interne et externe 2 et 10 pc et de densité  $n_H = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ . On adopte comme pression au bord interne la pression d'équilibre dans le nuage initial. Le suivi est alors beaucoup plus facile pour le programme, et on est en mesure de suivre le flot sur une période plus longue de 40000 ans.

Cependant, des problèmes surviennent lorsque la matière éjectée converge vers le centre de la région. Le modèle de gaz parfait était ici exceptionnellement fixé à  $\gamma = 1,01$ , car le run à  $\gamma = 5/3$  ne convergait pas.

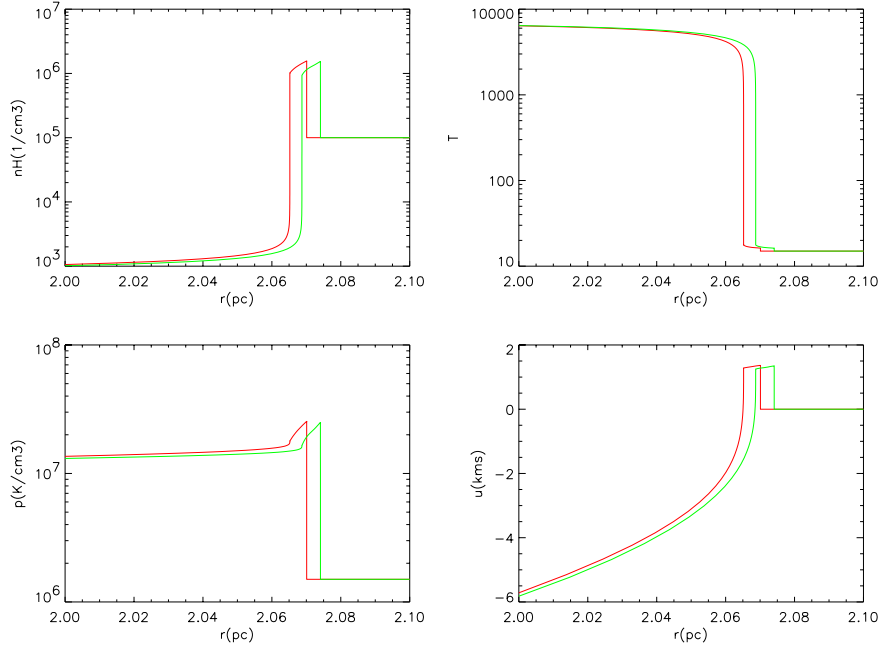


FIG. 3.4 – *Modèle de flot évaporatif avec un bord interne libre*

## 3.5 Fronts mixtes de photo-ionisation et de photo-dissociation

### 3.5.1 Chimie simplifiée

On ajoute au modèle précédent l'ionisation de  $H_2$  (avec une section efficace 2,8 fois plus grande que celle de l'hydrogène, mais pas de correction vis-à-vis du seuil d'ionisation...) et sa recombinaison dissociative, ainsi que sa photo-dissociation traitée avec le seul écran des grains. Le facteur  $\chi$  est progressivement porté jusqu'à 5000, avec le même temps caractéristique de montée que la luminosité ultraviolette : 500 ans. On réalise ainsi un prototype de région HII suivie par une région de photo-dissociation.

Ici, la géométrie est encore celle du flot libre, mais la couronne est très fine et s'étend seulement de 1 pc à 1,04 pc (voir figure 3.5).

### 3.5.2 Chimie à 32 espèces

On réalise enfin une simulation avec toute la chimie et la photochimie à 32 espèces, avec les refroidissements moléculaires et atomiques correspondant. La photo-dissociation est traitée avec les écrans des grains, de CO et de  $H_2$  calculés par Maryvonne Gérin.

Cependant, l'auto-écran de  $H_2$  conduit à une résolution beaucoup trop forte. La résolution est supérieure à une dynamique d'un milliard, même sur une couronne aussi fine que 0,04 pc. On ne peut réduire plus la boîte de simulation, sinon le choc la traverse avant que les fronts ne soient réellement bien établis. Nous avons donc dû recourir à une augmentation artificielle de la taille des fronts en

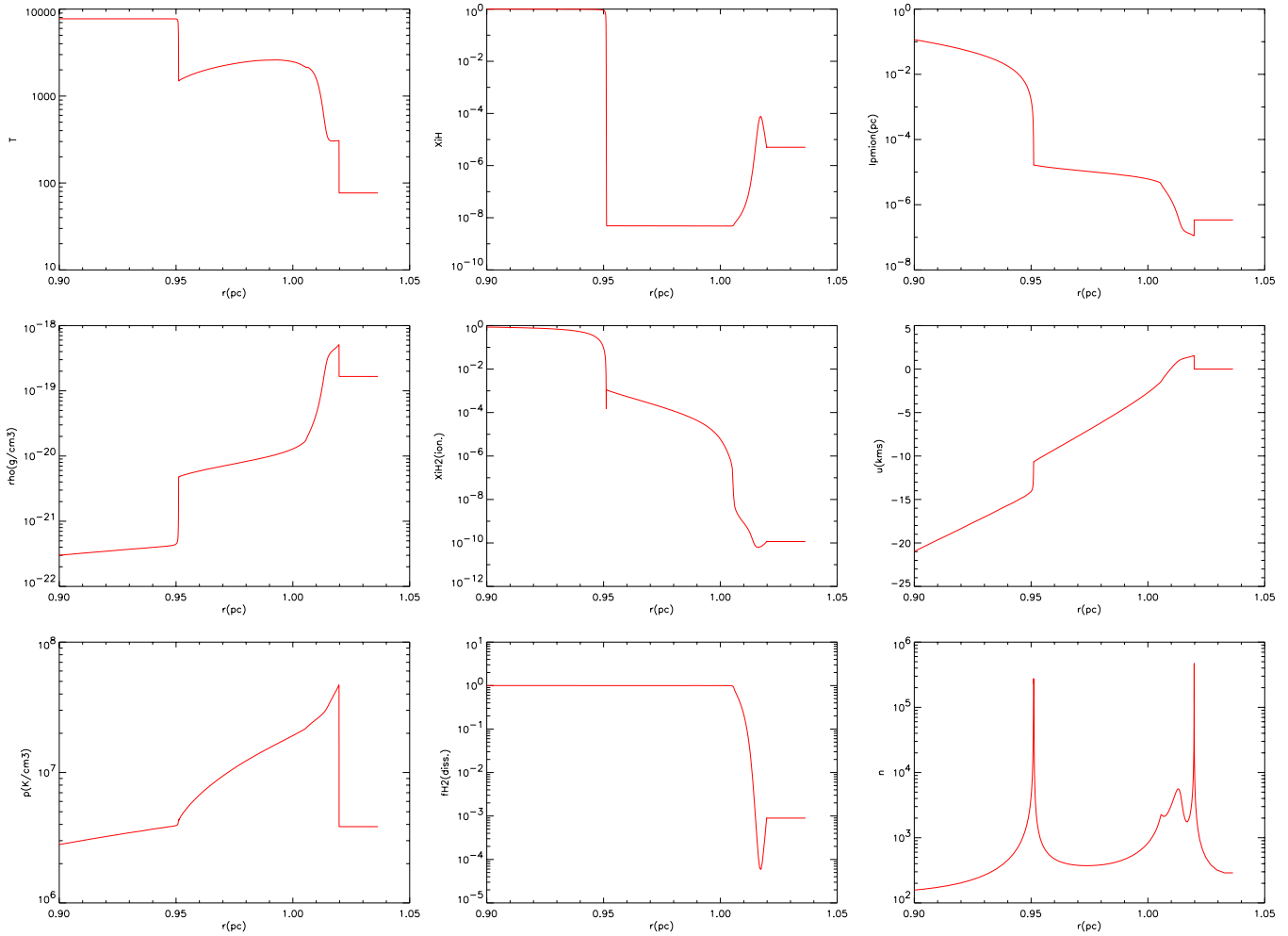


FIG. 3.5 – *Front mixte d’ionisation et de photo-dissociation, suivi du choc (adiabatique). Les espèces chimiques sont  $H$ ,  $H^+$ ,  $H_2$  et  $H_2^+$ .  $n_H = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ .*

diminuant d’un facteur 1000 tous les taux collisionnels (chimie, refroidissements, et viscosité). Alors, le problème numérique redevient relativement traitable, mais la fidélité physique n’est plus garantie...

Dans cette configuration, les fronts de choc, d’ionisation et de dissociation sont presque confondus les uns avec les autres (figure 3.6). Malgré tout, les temps d’intégration atteints sont encore trop courts pour les prédictions observationnelles par rapport aux fronts stationnaires, et rien ne peut être conclu quant aux caractères dynamiques susceptibles de jouer en leur défaveur.

### 3.5.3 L’instabilité Rayleigh-Taylor

Le critère d’établissement de l’instabilité Rayleigh-Taylor fait intervenir les signes relatifs des gradients de pression et de densité. S’ils ont même signe, le front est stable, mais s’ils sont de signe opposé, l’instabilité se déclenche. On s’attend à ce que le critère soit rempli dès qu’un fluide lourd accélère un fluide léger, c’est d’ailleurs ce qui se produit dans les expériences d’ablation par laser, où l’on observe le développement de structures très semblables aux piliers.

Nous avons tenté des scénarios plans-parallèles, sphériques, en couronne, des modèles avec un temps d’établissement de la luminosité ionisante, avec du vent stellaire, des modèles “champagne” alla

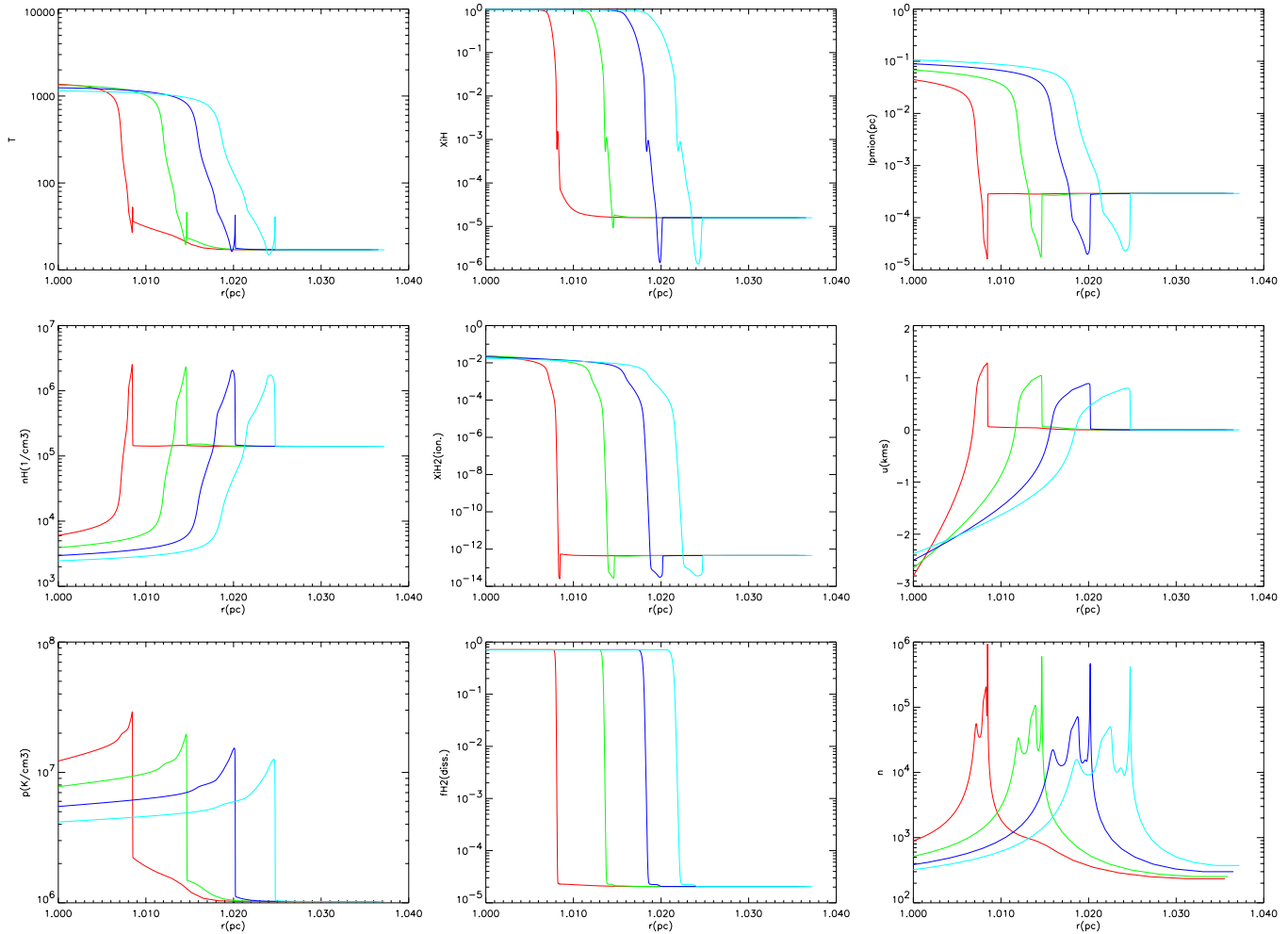


FIG. 3.6 – *Front mixte d'ionisation et de photo-dissociation, suivi du choc (refroidit). Modèle photo-chimique complet, mais les taux chimiques sont divisés par 1000.*

Tenorio-Tagle (1979). Et cependant aucun d'entre eux n'a été en mesure de reproduire ce critère. Seul le dernier modèle qui comporte le refroidissement moléculaire du gaz, et donc la dissociation  $H_2$  offre un semblant d'espoir (voir figure 3.7), mais sur une zone si ténue, et avec l'inconnue de l'artifice de résolution utilisé. Donc a priori, il n'y a pas d'instabilité d'ablation dans les nuages moléculaires des régions HII ionisées.

Et pourtant, les piliers ressemblent à s'y méprendre à des filets d'eau glissant dans l'huile... Et si le champ de gravité de l'amas NGC6611 suffisait à produire la bonne accélération? Les observateurs nous disent qu'avec un champ uniforme, les vitesses observées ne sont pas du tout conformes à l'hypothèse d'un Rayleigh-Taylor si simple. Mais le champ de gravité est bien complexe dans ces régions, et la valeur du champ estimée grossièrement donne cependant un bon ordre de grandeur de temps pour la croissance des piliers. En effet, le choc s'évaporant dans le nuage laisse sur son sillage un dépôt d'entropie toujours décroissant, et le champ de gravité de l'amas stellaire produit bien une accélération dans le sens opposé.

Récemment, Hunter *et al.* (1997) ont trouvé une instabilité pour les interfaces autogravitantes qui se déclenche même en l'absence de champ moyen. Cependant, elle ne privilégie aucune longueur d'onde et les résultats des premières simulations hydrodynamiques de cette instabilité par Hueckstaedt



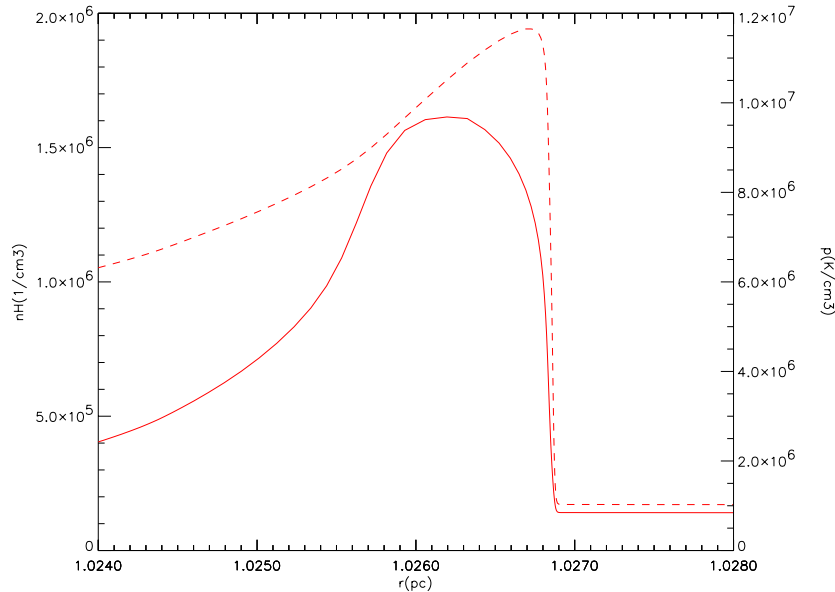


FIG. 3.7 – En trait continu, la densité de masse exprimée en unités de masse atomique, en trait discontinu, la pression. Derrière le choc, le refroidissement  $H_2$  lutte contre le chauffage par photo-ionisation : y aurait-il une instabilité ? Ou bien le facteur 1000 diminue l'ampleur du chauffage par ionisation.

et Hunter (2001) sont peu comparables aux structures observés dans M16.

Williams (2002) propose une interprétation intéressante. Il étudie l'effet des recombinaisons sur la relation de dispersion des modes de l'instabilité des fronts d'ionisation. Il montre alors que les grandes longueurs d'ondes peuvent devenir instables, mais les temps de croissance semblent plutôt longs en comparaison de l'âge de l'amas. Cependant, ses simulations bidimensionnelles sont très prometteuses en termes morphologiques, et les rapports d'aspect des doigts qu'il développe sont tout à fait semblable aux structures des piliers de l'aigle. De plus, les structures à petite échelle qui se développent semblent aussi correspondre à des caractéristiques observées sur les bords de régions HII comme la célèbre tête de Cheval.

### 3.6 Conclusions

Pour la première fois, nous avons été en mesure de suivre un front d'ionisation depuis ses premiers instants raréfiés jusqu'à la naissance du choc qui précomprime le gaz et enfin sa propagation en régime dense jusqu'à la mort du choc.

Cependant, malgré nos efforts, cette prouesse n'a pu mettre en évidence le critère déclenchant l'instabilité Rayleigh-Taylor. Il semble que la gravité ou le multidimensionnel soient des ingrédients nécessaires pour expliquer les structures de la nébuleuse M16.

Ensuite, la modélisation des fronts mixtes de photo-dissociation et de photo-ionisation s'est heurté à un écueil de résolution dû à l'auto-écranage de  $H_2$ . Nous n'avons donc pas encore réussi à reproduire des temps significatifs vis-à-vis des observations et des modèles stationnaires. Cependant, de nombreux jalons techniques ont été posés, qui ont permis de cibler le problème.

Les perspectives de prédiction des observations de fluorescence le long des flots évaporatifs et la

détermination de leur âge grâce au positionnement relatif des fronts d'ionisation et de dissociation devraient donc être à notre portée sous peu.

Enfin, signalons que des tests multidimensionnels sont en cours au sein de l'équipe : ils visent à mettre en parallèle des expérience d'ablation par laser avec ces instabilités du milieu interstellaire.



# Bibliographie

- [1] Allen, L.E., Burton, M.G., Ryder, S.D., Ashley, M.C.B., Storey, J.W.V., M. N. R. A. S. (1999) **304**, 98-108
- [2] Belikov, A.N., Kharchenko, N.V., Piskunov, A.E., Schilbach, E., Astron. Astrophys. (2000) **358**, 886-896
- [3] Cruz-Gonzalez, C., Recillas-Cruz, E., Costero, R., Peimbert, M., Terres-Peimbert, S., Rev. Mex. Astron. Astrophys. (1974) **1**, 211-259
- [4] Elliott, K.H., Meaburn, J., Terrett, D.L., Astron. Astrophys. (1978) **70**, 241-243
- [5] Goudis, C., Meaburn, J., Astron. Astrophys. (1976) **51**, 401-410
- [6] Hester, J.J., *et al.*, Astronomical Journal, (1996) **111**, 2349-2533
- [7] Hunter, J. H. Jr, Whitaker, R. W., Lovelace, R. V. E., Ap. J. (1997) **482**, 852-865
- [8] Hueckstaedt, R. M., Hunter, J. H. Jr, M. N. R. A. S. (2001) **327**, 1097-1102
- [9] Ishida, K., Kawajiri, N., P. A. S. J. (1968) **20**, 95-121
- [10] Kamp, L. W., Astron. Astrophys. Suppl. Ser. (1974) **16**, 1-23
- [11] Lee, H.-H., Herbst, E., Pineau des forêts, G., Roueff, E., Le Bourlot, J., Astron. Astrophys. (1996) **311**, 690-707
- [12] Levenson, N.A., *et al.*, Ap. J. (2000) **533**, L53-L56
- [13] Louise, R., Monnet, G., Astron. Astrophys. (1969) **1**, 153-155
- [14] McBreen, B., Fazio, G.G., Jaffe, D.T., Ap. J. (1981) **254**, 126-131
- [15] Mufson, S.L., *et al.*, Ap. J. (1981) **248**, 992-1009
- [16] Nguyen-Q-Rieu, Pankonin, V., Astron. Astrophys. (1977) **60**, 313-320
- [17] Panagia, N., Astronomical Journal (1973) **78**, 929-934
- [18] Pilbratt, G.L., Astron. Astrophys. (1998) **333**, L9-L12
- [19] Pound, M.W., Ap. J. (1998) **493**, L113-L116
- [20] Sankrit, R., Hester, J.J., Ap. J. (2000) **535**, 847-856
- [21] Sofue, Y., Handa, T., P. A. S. J. (1986) **38**, 347-360

- [22] Spitzer, L., *Physical processes in the interstellar medium* (1978), Wiley ed.
- [23] Tenorio-Tagle, G., *Astron. Astrophys.* (1979) **71**, 59-65
- [24] Terzian, Y., *Ap. J.* (1965) **142**, 135-147
- [25] Welsh, B.Y., *M. N. R. A. S.* (1984) **207**, 167-172
- [26] Williams, R. J. R., *M. N. R. A. S.* (2002) **331**, 693-706
- [27] White, G.J., *et al.* , *Astron. Astrophys.* (1999) **342**, 233-256
- [28] Zeilik, M., Lada, C.J., *Astronomical Journal* (1974) **79**, 786-790

## Chapitre 4

# Effondrement sphérique

### 4.1 Introduction

Les scénarios actuels de formation stellaire distinguent plusieurs étapes successives bien découplées. La fragmentation du milieu interstellaire produit au dernier étage de sa hiérarchie des cœurs denses gravitationnellement liés. Ces nuages sont maintenus en équilibre par le jeu des pressions thermiques, magnétiques et turbulentes. Le changement des conditions extérieures, ou bien le rayonnement progressif de ces énergies (par pertes radiatives, diffusion ambipolaire, ou bien dissipation de la turbulence) conduit à l'instabilité gravitationnelle de ces morceaux de nuage, qui s'effondrent sur eux-mêmes.

La première phase de l'effondrement est isotherme, car les pertes radiatives évacuent très efficacement l'énergie de compression du gaz. Elle conduit à la formation d'un profil de densité très piqué au centre, caractéristique de l'effondrement isotherme. Lorsque la profondeur optique du nuage est suffisamment élevée, l'effondrement ralentit, et un cœur adiabatique se forme, bordé par un choc d'accrétion. Conjointement à la naissance de ce premier objet protostellaire, se forment une structure de disque et un jet qui évacue le trop plein de moment angulaire du nuage.

A l'intérieur du cœur où l'effondrement continue, mais de manière adiabatique, la température augmente, et finit par atteindre la valeur critique de dissociation collisionnelle de l'hydrogène. Cette réaction très endothermique constitue une nouvelle voie d'évacuation pour l'énergie de compression gravitationnelle, et on assiste à un deuxième effondrement isotherme, jusqu'à l'épuisement complet du réservoir d'hydrogène, où un deuxième cœur adiabatique se forme. On distingue ensuite plusieurs séquences d'effondrement qui correspondent aux ionisations collisionnelles de l'hydrogène et de l'hélium.

Pendant que la température centrale monte, la matière de l'enveloppe et du disque continue à s'accréter sur ce cœur en effondrement. La luminosité de l'étoile correspond alors essentiellement à l'énergie accrétée sur le cœur. Lorsque 90% de la matière est ainsi accumulée, l'étoile entre dans la phase de pré-séquence principale, au cours de laquelle son rayonnement évacue l'énergie de contraction de manière quasi-statique. Son évolution se fait alors à masse presque constante, sur un temps de l'ordre du temps de contraction de Kelvin-Helmholtz. Enfin, la température centrale est suffisamment élevée pour que s'allument les réactions nucléaires qui contrebalancent la contraction gravitationnelle, et l'étoile évolue de manière hydrostatique sur des échelles de temps de brûlage du carburant nucléaire.

Dans la pratique, les modèles sphériques sont capables de rendre compte d'un bon nombre des caractéristiques énumérées ci-dessus, car ils permettent de mettre en œuvre le transfert de rayonnement et la thermochimie couplée à l'hydrodynamique. Les modèles tridimensionnels actuels sont capables de rendre compte de la fragmentation des nuages interstellaires, ou bien dans une certaine mesure décrivent la structure disque/jet de manière cohérente, mais les concessions sur la microphysique du gaz sont encore très rudes... C'est pourquoi les modèles sphériques sont encore préférables s'il s'agit d'établir un lien entre le nuage et l'étoile, même si l'on doit alors s'affranchir de la turbulence, du

champ magnétique et des phénomènes d'éjection et de rotation.

Nous nous proposons de confronter l'effondrement purement sphérique aux observations actuelles qui sont de plus en plus contraignantes. Nous souhaitons aussi montrer qu'il est techniquement possible de faire un modèle numérique physiquement cohérent qui décrive la formation d'une étoile à partir d'un nuage progéniteur.

Après avoir situé l'état actuel des modèles sphériques, nous confronterons les modèles isothermes aux observations, puis examinerons un modèle où le transfert d'énergie est traité avec soin.

## 4.2 Brève revue des modèles sphériques

Je vais me limiter ici à rappeler quelques jalons de l'étude de l'effondrement sphérique, sans aborder les questions d'instabilité au cours de cet effondrement, qui sont souvent associées à la fragmentation tridimensionnelle du gaz.

Larson (1969) est le premier à avoir simulé numériquement l'effondrement d'une masse de gaz sphérique initialement homogène. Il montre que l'effondrement de l'enveloppe se produit de manière isotherme et s'approche d'une solution autosimilaire juste avant la formation du premier cœur adiabatique. Il décrit aussi le deuxième effondrement isotherme, avec la formation du deuxième cœur adiabatique.

Shu (1977) examine l'effondrement d'une sphère singulière isotherme, et trouve une solution autosimilaire qui décrit l'évolution isotherme de l'enveloppe après la formation du cœur adiabatique.

Blottiau *et al.* (1988) trouvent des solutions analytiques autosimilaires pour l'effondrement d'une sphère homogène d'un gaz polytropique qui confirment la solution trouvée par Larson (1969).

Foster et Chevalier (1993) reprennent l'effondrement isotherme en partant d'une masse de gaz initialement à l'équilibre hydrostatique, et approuvent à nouveau la solution autosimilaire de Larson (1969).

Masunaga *et al.* (1998 et 2000) introduisent le transfert de rayonnement multi-longueur d'onde avec calcul cohérent du facteur d'Eddington, ce qui représente une amélioration considérable par rapport à l'approximation de la diffusion qui était faite jusqu'alors. Ils reproduisent les distributions spectrales d'énergie observées pour catégoriser les premières étapes de la formation stellaire.

Cependant, des études parallèles s'attachent à rendre compte de la structure des nuages hydrostatiques observés avec le plus grand luxe de détails (de Jong *et al.* 1980, Boland et de Jong 1984, Chièze et Pineau des Forêts 1987, Nejad et Wagenblast 1999).

L'un de nos objectifs est de ramener l'étude dynamique au même degré de raffinement que l'étude statique pour avoir une vision cohérente de l'effondrement sphérique d'un cœur dense hydrostatique vers une étoile.

## 4.3 Protocole d'effondrement

L'étude des condensations préstellaires et des enveloppes protostellaires offre une occasion unique de contraindre les différents modèles d'effondrement. La protoétoile de classe 0 IRAM 04191+1522, relativement isolée dans le nuage moléculaire du Taureau, est tout à fait appropriée pour une telle comparaison. Le jet naissant qui lui est associé permet d'estimer l'âge de cette protoétoile à  $t \simeq 1-3 \cdot 10^4$  ans (André, Motte et Bacmann 1999). Une étude récente de raies moléculaires dégage des contraintes cinématiques très précises (Belloche *et al.* 2002).

Les différents modèles d'effondrement ne se distinguent pas seulement par la qualité physique de leurs approximations, mais aussi par leurs conditions initiales et au bord. Nous avons pensé ici

que la formation d'une étoile isolée serait mieux rendue par des conditions initiales de type hydrostatique. Nous provoquons l'effondrement en augmentant la pression extérieure de manière quasi-statique. Lorsque la pression critique est atteinte, l'effondrement se produit sur un temps de l'ordre du temps de chute libre, jusqu'à la naissance de l'objet protostellaire. Un saut du rapport masse/rayon au centre caractérise cette date particulière, qui définit l'origine  $t = 0$  des temps.

Ce protocole simple nous permet de ne considérer que deux paramètres libres, qui sont la masse totale du nuage  $M_T$  et la température du milieu extérieur (ou bien encore  $c_s$ , la vitesse du son dans ce milieu). En fait, le temps d'augmentation de la pression et la pression initiale peuvent être choisis à volonté : nous pourrions donc explorer facilement un régime d'effondrement beaucoup plus dynamique. En l'occurrence, le temps d'augmentation de la pression est fixé à un milliard d'année, ce qui garantit que l'équilibre hydrostatique est bien vérifié lorsque les conditions extérieures sont sous-critiques (cela correspond à plus d'un millier de temps de traversée du système).

## 4.4 Modèles isothermes

Les équations de l'effondrement d'un polytrophe isotherme peuvent être écrites sous une forme adimensionnée (voir par exemple Foster et Chevalier 1993, ou bien Blottiau *et al.* 1988). Chaque quantité physique possède son homologue adimensionné :

- vitesse  $u \leftrightarrow v$  ,
- densité de masse  $\rho \leftrightarrow D$  ,
- rayon  $r \leftrightarrow \xi$  ,
- masse totale sous un rayon donné  $M \leftrightarrow m$  ,
- temps  $t \leftrightarrow \tau$  .

Les quantités physiques et adimensionnées sont liées par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} D &= \frac{\rho}{\rho_c} \\ m &= \frac{GM\sqrt{4\pi G\rho_c}}{c_s^3} \\ v &= \frac{u}{c_s} \\ \xi &= \frac{r}{c_s}\sqrt{4\pi G\rho_c} \\ \tau &= t\sqrt{4\pi G\rho_c} \end{aligned}$$

$\rho_c$  est la densité centrale à l'instant *initial*,  $c_s$  est la vitesse du son dans le polytrophe isotherme et  $G$  est la constante universelle de gravitation.

Le calcul d'un effondrement donné suivant le protocole décrit ci-dessus fournit l'évolution des quantités adimensionnées  $v(\xi, \tau)$  et  $D(\xi, \tau)$ . Ensuite, on peut déduire les valeurs des quantités physiques pour n'importe quelle valeur des paramètres  $M_T$  et  $c_s$  :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{c_s^6 m_*^2}{4\pi M^2 G^3} D\left(\frac{m_* c_s^2}{GM_T} r, \frac{m_* c_s^3}{GM} t\right) \\ u &= c_s v\left(\frac{m_* c_s^2}{GM_T} r, \frac{m_* c_s^3}{GM} t\right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $m_* \simeq 15,7$  est la masse normalisée de la sphère critique de Bonnor-Ebert.

Par exemple la figure 4.1 montre le résultat du calcul d'effondrement suivant notre protocole standard. Ici la méthode numérique employée est un schéma lagrangien sur un maillage logarithmiquement espacé en masse de 200 zones.



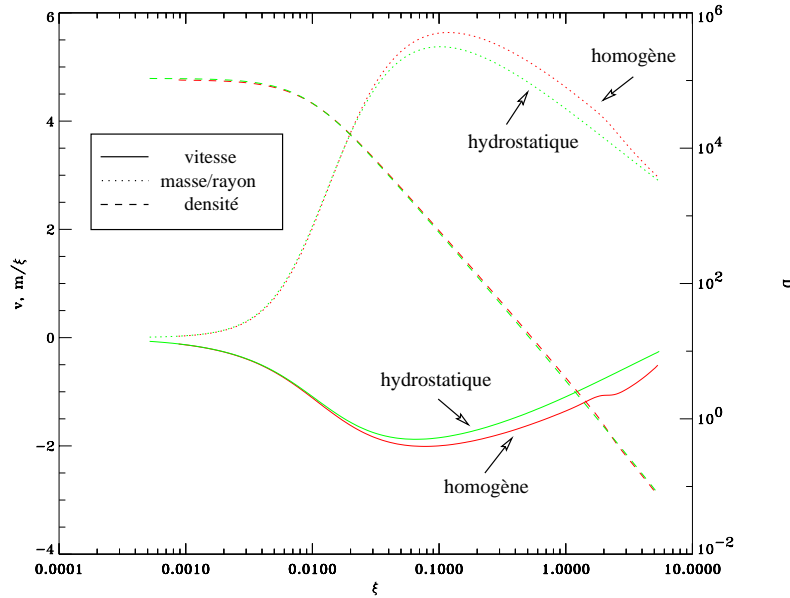


FIG. 4.1 – *Profils normalisés suivant Foster et Chevalier (1993) pour différentes densités centrales  $D(0) = 10^{2,5}, 10^5, 10^{7,5}$  et  $10^{20}$ .  $\xi$ ,  $D$  (tirets),  $v$  (trait plein), et  $m$  (pointillé) sont respectivement le rayon, la densité, la vitesse et la masse comprise dans un rayon  $\xi$ , tous normalisés suivant Foster et Chevalier (1993). A comparer avec la figure 1 de FC (1993).*

Or l'effondrement isotherme produit une singularité mathématique au centre que ce code n'est pas capable de traverser. A mesure que la densité centrale augmente, le rayon de la zone centrale s'amenuise et le pas de temps d'intégration diminue. On décrit ainsi asymptotiquement l'évolution vers la singularité centrale. Le maillage lagrangien n'est donc pas capable de suivre l'évolution du gaz au-delà du temps  $t = 0$ .

Néanmoins, on peut facilement s'affranchir de la première zone en mode maillage glissant, pour pouvoir observer ce qui se produit dans les zones externes : à partir de  $t = 0$ , les vitesses d'effondrement du gaz au centre sont supersoniques, on peut donc supposer que ce qui se passe à l'intérieur de la zone centrale n'influence pas le reste du flot. Il suffit de laisser fixe la deuxième interface cependant que le reste des mailles glisse pour rester logarithmique. L'interface externe reste lagrangienne. On constate que dans cette version du code, les vitesses d'effondrement avant  $t = 0$  sont légèrement plus faibles (de 10 % environ) que celles données par le calcul lagrangien. Cela donne une idée de la validité qu'on peut accorder au calcul numérique, et plus exactement des erreurs spécifiques de l'advection (inévitables dès que le schéma n'est plus lagrangien). Cependant la figure 4.2 qui montre l'évolution des taux d'accrétion pour les temps positifs soutient très bien la comparaison avec la figure 3 de Foster et Chevalier (1993).

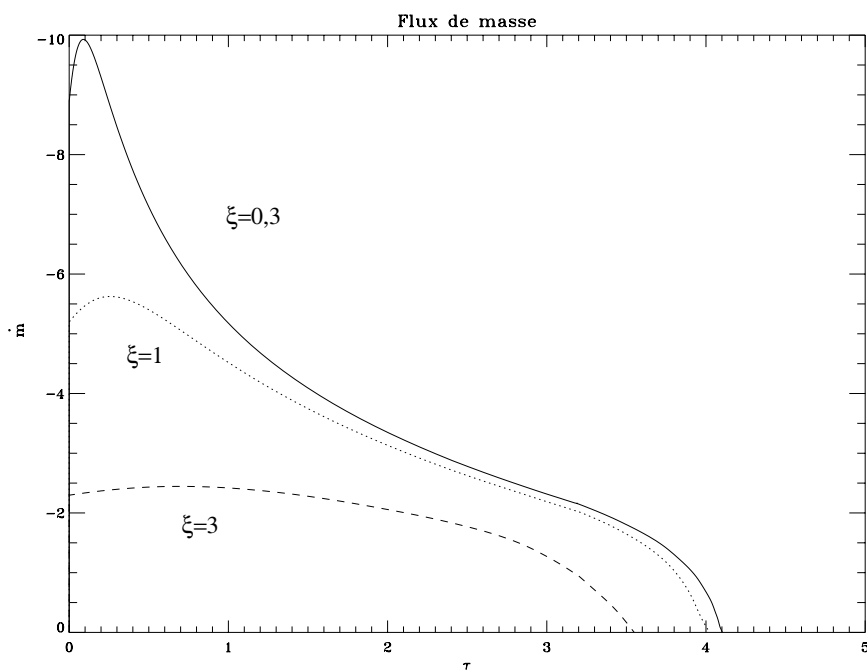


FIG. 4.2 – Taux d'accrétion  $\dot{m} = \xi^2 Dv$  pour  $\xi = 0,3$  (trait plein),  $\xi = 1$  (pointillé) et  $\xi = 3$  (tirets). A comparer avec la figure 3 de Foster et Chevalier (1993).

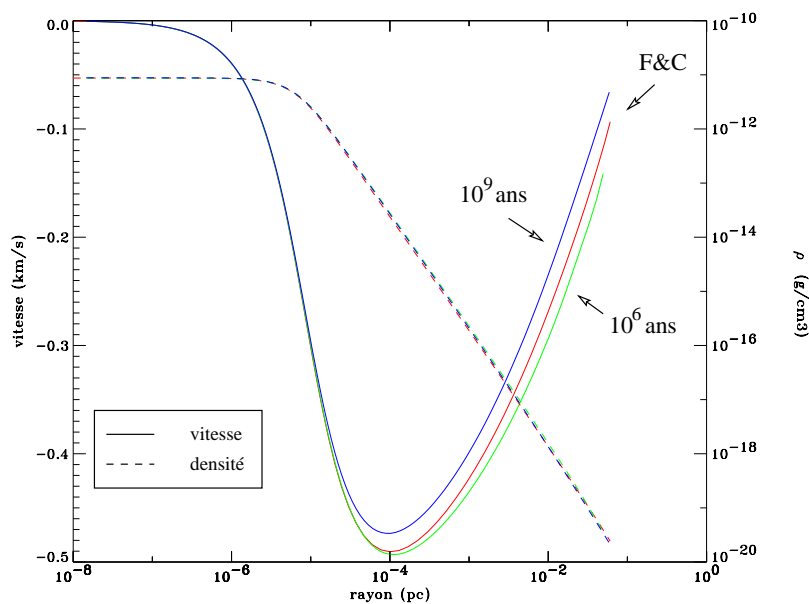


FIG. 4.3 – Comparaison des différents protocoles d'effondrement pour une densité centrale correspondant à  $D(0) = 10^{7,5}$ .

## 4.4.1 Comparaison à Foster et Chevalier 1993

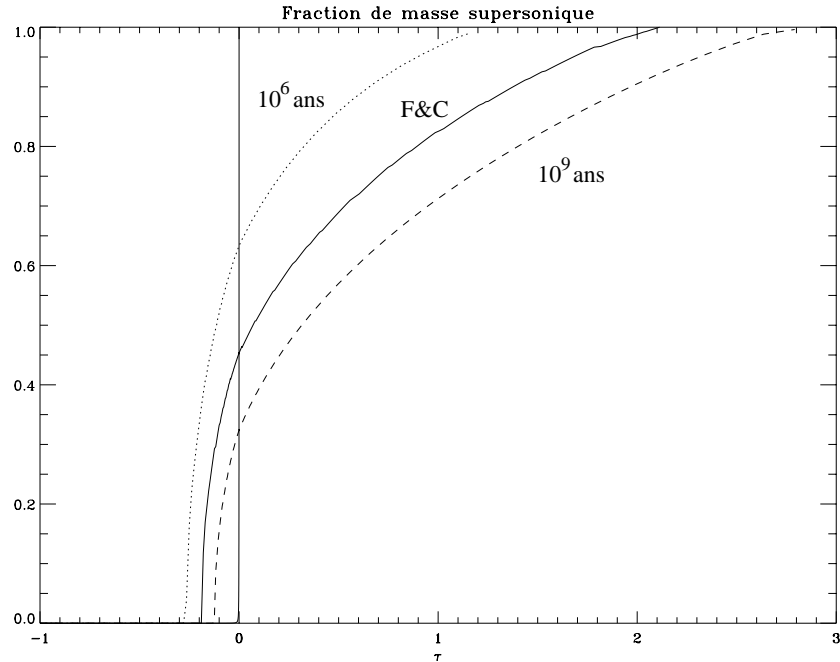


FIG. 4.4 – Comparaison des différents protocoles d’effondrement vis-à-vis de la fraction de masse supersonique. Le protocole de FC est en trait plein, en pointillés et en tirets sont représentés les effondrements produits par une augmentation de pression dont les temps caractéristiques de variation sont respectivement  $10^6$  et  $10^9$  années. Le trait vertical est en fait  $m/\xi$  dont on vérifie ainsi qu’il constitue un bon indicateur du temps  $\tau = 0$ .

Nous avons comparé les résultats à un contraste de densité donné pour des temps d’augmentation de la pression d’un million d’années et de un milliard d’années avec le protocole de Foster et Chevalier (1993) sur la figure 4.3. On constate que leurs conditions initiales donnent une évolution très proche d’un temps d’un million d’années qui correspond à quelques temps de traversée. Ces conditions initiales sont donc légèrement plus dynamiques que celles de nos simulations standard (qui sont faites avec un temps d’évolution d’un milliard d’années).

Foster et Chevalier signalent que la fraction de masse animée de mouvements d’effondrement supersoniques évaluée au moment  $\tau = 0$  est de 44%, ce qui représentait une différence importante avec les autres modèles à l’époque. La figure 4.4 présente l’évolution au cours du temps de la fraction de masse supersonique. On constate de nettes différences suivant les différents protocoles d’effondrement, ce qui dénote la sensibilité de cet indicateur aux conditions initiales. En effet, on s’attend à ce que les vitesses dans l’enveloppe gardent le plus tardivement trace des conditions initiales. Or, c’est dans cette région que se trouve le point sonique, qui détermine la masse du flot évoluant à vitesse supersonique. A titre de comparaison, les fractions de masse supersonique à  $\tau = 0$  sont de 35% pour le modèle à un milliard d’années, et 66% pour le modèle à un million d’années. Au passage, cet indicateur constitue donc un excellent test pour les codes, et il est heureux que nous retrouvions la valeur de 44% publiée par Foster et Chevalier.

### 4.4.2 Comparaison des différentes conditions initiales

Les simulations isothermes que l'on trouve dans la littérature se distinguent entre elles par leurs conditions initiales. On trouve des sphères homogènes (Blottiau *et al.* 1988, Larson 1969), des sphères singulières isothermes (Shu 1977) ou bien encore des sphères en équilibre hydrostatique stable (Foster et Chevalier 1993). Nous allons comparer notre protocole (qui correspond aux conditions initiales hydrostatiques) aux deux autres types de conditions initiales couramment utilisés.

#### Sphères homogènes

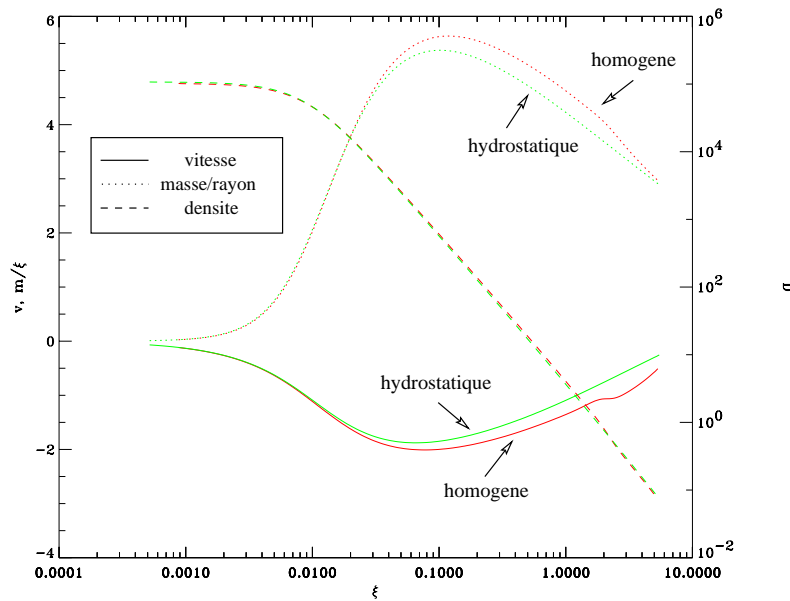


FIG. 4.5 – Comparaison des conditions initiales homogènes et hydrostatiques, pour une densité centrale correspondant à  $D(0) = 10^5$ .

La figure 4.5 montre à un contraste de densité donné ce que donne l'évolution isotherme à partir de deux sphères l'une homogène et l'autre hydrostatique. Toutes deux sont choisies à la marge de la stabilité, et on a adopté la normalisation utilisée plus haut pour les sphères de Bonnor-Ebert. Les vitesses au bord sont légèrement plus importantes dans le cas homogène, car aucun gradient de pression ne soutient l'enveloppe au départ. Cependant, les évolutions dans le cœur sont tout à fait semblables, ce qui s'explique par le fait que le profil hydrostatique possède précisément un cœur homogène.

Les profils d'accrétion pendant l'effondrement sont tout à fait semblables, mais la masse supersonique est plus importante dans le cas homogène. On retrouve donc la sensibilité de ce dernier indicateur aux conditions initiales.

#### Sphères singulières

Le modèle standard a longtemps consisté à prendre pour conditions initiales la sphère singulière d'un polytrophe isotherme. Avec notre définition du temps origine, cela nous place d'emblée au temps  $\tau = 0$ , avec une vitesse d'effondrement nulle en tout point. Ensuite, une onde se propage à la vitesse

du son vers l'extérieur, et voit sa vitesse devenir supersonique. Cette onde produit un coude dans le profil de densité, qui passe d'une loi de puissance en  $r^{-1,5}$  au centre à  $r^{-2}$  à l'extérieur.

Cette onde subsiste dans tous les autres modèles lorsqu'on se place après la formation de la singularité centrale. Cependant, les vitesses d'effondrement sont très différentes car dans ce modèle, les vitesses sont pour ainsi dire nulles en dehors du rayon de l'onde, et augmentent très vite à l'intérieur pour atteindre des vitesses de chute libre considérables (voir la figure 4.6).

#### 4.4.3 Comparaison à IRAM 04191

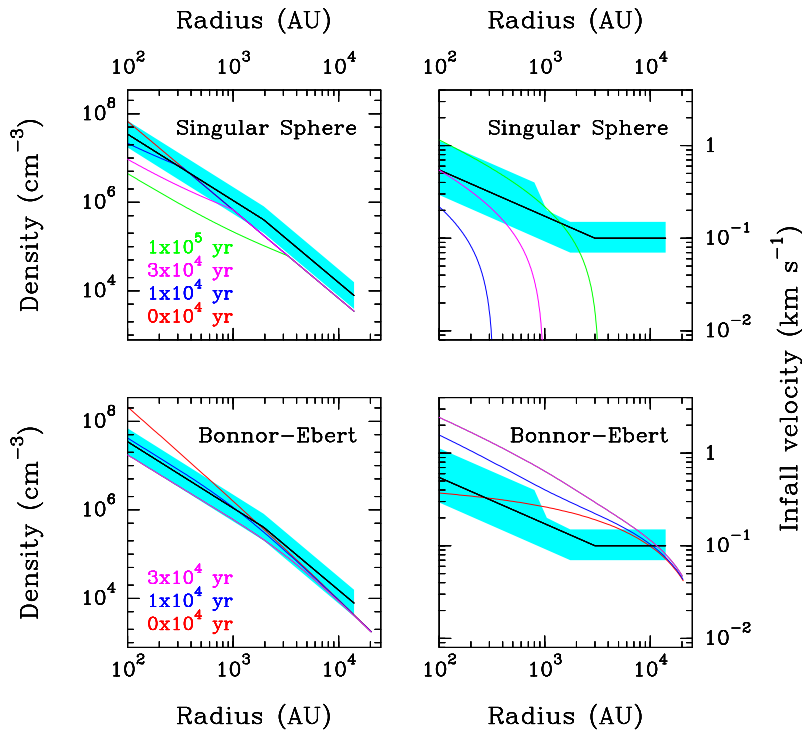


FIG. 4.6 – Confrontation aux observations de modèles isothermes partant de sphères initialement hydrostatiques ou bien singulières. Les contraintes observationnelles ont été dérivées par Arnaud Belloche et Philippe André.

Pour avoir des valeurs physiques à comparer aux observations, il nous reste à faire le choix des deux paramètres qui caractérisent encore l'effondrement. Pour les simulations qui suivent, nous prenons  $M_T = 1,7 M_\odot$  (Motte et André 2001) et une température de 7 K (Belloche *et al.* 2002). Remarquons que malgré les incertitudes portant sur ces deux paramètres, leur valeur influence très peu les profils obtenus dans le cadre d'un même modèle isotherme, comme le montrent les équations (4.1).

La figure 4.6 confronte les résultats des modèles pris à des temps différents avec les contraintes observationnelles fixées par Belloche *et al.* (2002). On constate que le modèle de la sphère singulière isotherme n'est pas capable de rendre compte du champ de vitesse étendu dans l'enveloppe. L'effondrement d'une sphère critique de Bonnor-Ebert donne un meilleur accord, mais les vitesses sont globalement trop rapides, et par exemple la fraction de masse supersonique à  $t = 0$  est de 35% alors que les observations imposent une limite supérieure de 10%. Notons que Foster et Chevalier trouvent

44%, et que nous mesurons 66% pour un temps d'augmentation de la pression d'un million d'années.

#### 4.4.4 Le paradoxe du support turbulent

Une idée naturelle pour diminuer les vitesses d'effondrement consiste à adopter un support de pression supplémentaire qui retient le gaz. Par exemple, on peut imaginer qu'il existe des mouvements turbulents dont l'énergie cinétique d'agitation se rajoute à l'énergie thermique du gaz.

Si on suppose de plus que la pression turbulente est du même ordre de grandeur que la pression thermique, nous avons une formulation simple des équations qui régissent ce nouvel effondrement isotherme : il suffit de multiplier par 2 le gradient de pression dans l'équation d'Euler. On pourrait penser que le gaz sera donc mieux prémuni contre l'effondrement, mais c'est sans compter sur les réarrangements gravitationnels...

On s'aperçoit en effet que si  $D(\xi, \tau)$  et  $v(\xi, \tau)$  sont solution de l'effondrement isotherme sans support turbulent pour des conditions initiales données, alors  $D' = D(\xi/2, \tau)$  et  $v' = v(\xi/2, \tau)/\sqrt{2}$  sont solution des équations de l'effondrement isotherme avec un support turbulent égal à la pression thermique. Nous avons donc un moyen simple de trouver les solutions de ce nouveau problème à partir des anciennes. Par exemple, pour avoir la nouvelle vitesse, il faut aller chercher l'ancienne vitesse à un rayon moitié, et la diviser par  $\sqrt{2}$ .

Or, on constate au vu de la figure 4.1 que le profil des vitesses d'effondrement dans l'enveloppe est décroissant en fonction du rayon. Ainsi, la vitesse à un rayon moitié est supérieure à la vitesse à ce rayon. Il se trouve que globalement, l'effet net sur la vitesse maximale dans l'enveloppe est un *gain* ! Ainsi, augmenter le support de pression conduit à un accroissement des vitesses d'effondrement dans l'enveloppe...

Avec notre protocole, l'effondrement a lieu pour une pression extérieure plus forte, pour laquelle le profil est beaucoup plus piqué. La masse est plus rassemblée au centre du nuage, ce qui le conduit à s'effondrer dans l'enveloppe avec une vitesse plus proche de la chute libre.

Il paraît donc naturel de penser qu'au contraire une évacuation plus efficace de l'énergie assouplira le profil d'effondrement dans l'enveloppe et renforcera la chute libre au centre. C'est ce que nous allons constater en sophistiquant le modèle pour y inclure un transfert de l'énergie plus réaliste.

## 4.5 Modèles avec transfert d'énergie et chimie

Dès que l'on veut aller plus loin que le modèle isotherme, il faut traiter les voies d'émission et d'évacuation de l'énergie dégagée par la compression du gaz. Pour atteindre cet objectif, trois ingrédients majeurs se doivent d'être particulièrement soignés :

- *la chimie* qui gère les abondances des principaux éléments émetteurs de rayonnement.
- *les grains* qui constituent le médiateur de l'énergie échangée entre le gaz et le rayonnement.
- *le transfert du rayonnement* sur les grains qui décrit comment le rayonnement se propage dans le nuage en effondrement pour s'en échapper.

### 4.5.1 Chimie

La particularité du réseau chimique employé dans le contexte de la formation stellaire est qu'il doit tenir compte de l'adsorption de certaines molécules sur les grains. Nous avons retenu deux processus d'accrétion et de désorption sur les grains, qui nous semblent donner des résultats cohérents. Ce modèle est très similaire à celui adopté par Nejad et Wagenblast (1999) dans ce même contexte de la modélisation de nuages froids.

A priori, il est important de connaître l'abondance de CO avec le maximum de confiance possible, car il s'agit du principal agent refroidissant à ces densités. Ensuite, la mise en place de ce modèle permettra d'incorporer plus facilement les interactions de CS ou NH<sub>3</sub> avec les grains lorsque les capacités informatiques seront suffisamment puissantes pour supporter le réseau chimique bien plus dense qu'il convient d'employer pour décrire les espèces soufrées et azotées.

A posteriori, nous constatons que le modèle n'a aucune influence sur la dynamique du système, car le refroidissement dans les raies ne domine que dans l'enveloppe, où les molécules sont peu déplétées. Cependant, lors de la modélisation des observations, un profil de déplétion de CS similaire à celui calculé pour CO semble nécessaire pour rendre compte des profils de raies observés.

### Accrétion des molécules sur les grains

Lorsqu'une molécule se colle sur un grain (avec la probabilité de collage déjà vue), elle va facilement former des liaisons saturées avec les atomes disponibles sur le grain. En fait, toutes les réactions de formation moléculaire sont favorisées sur les grains car l'énergie de liaison dégagée peut être évacuée arbitrairement en énergie thermique du grain, sans nécessiter l'intervention d'un troisième corps, comme c'est le cas en phase gazeuse. Ainsi, les seules espèces à considérer sur les grains sont CO, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub> et O<sub>2</sub>. On modélise ces espèces adsorbées sur les grains par des espèces supplémentaires auxquelles on affecte le signe \*.

Ainsi, l'accrétion sur les grains de la molécule CO par exemple peut se modéliser par l'adjonction au réseau d'une réaction chimique  $\text{CO} + \text{grains} \rightarrow \text{CO}^*$ , dont le taux est :

$$R_{\text{accrétion}}(\text{CO}) = n_{\text{grains}} \sigma_{\text{grains}} v(\text{CO}) s(T)$$

où  $n_{\text{grains}}$  et  $\sigma_{\text{grains}}$  sont la densité numérique et la section surfacique des grains moyennées sur leur spectre de tailles,  $s(T)$  est le coefficient de collage déjà défini en 2.3.4, et  $v(\text{CO}) = \sqrt{8k_B T / \mu(\text{CO})}$  est la vitesse d'agitation thermique de la molécule CO. Nous avons adopté  $n_{\text{grains}} \sigma_{\text{grains}} = 2,1 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2 n_H$ , tout comme Nejad et Wagenblast (1999).

On transpose facilement cette réaction aux réactions d'adsorption pour H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub> et O<sub>2</sub>.

### Désorption des molécules par les rayons cosmiques

Deux phénomènes principaux dus aux rayons cosmiques sont responsables de la désorption des molécules sur les grains. Le mécanisme est globalement le même dans les deux cas : un rayon cosmique frappe le grain et le chauffe au-dessus d'une température seuil qui conduit à l'explosion chimique des molécules accrochées sur le grain. La seule différence réside dans la géométrie du point de chauffage : soit on peut considérer que le grain est chauffé globalement, soit on peut considérer que seule une tâche sur le grain est chauffée. Dans les deux cas, le taux est différent, mais il est plus facile à modéliser dans le cas local (Léger *et al.*, 1985).

Dans ce dernier cas, donc, le taux de la réaction  $\text{CO}^* \rightarrow \text{CO}$  s'écrit :

$$R_{\text{désorption}}(\text{CO}) = n_{\text{grains}} \sigma_{\text{grains}} \epsilon R(\text{CO})$$

où  $\epsilon$  est le flux de molécules détachées par les rayons cosmiques, évalué à 70 /cm<sup>2</sup>/s par Léger *et al.* (1985), et  $R(\text{CO}) = n(\text{CO}^*) / 3 \cdot 10^{-6} / n_H$  est la fraction en nombre des molécules accrétées sur les grains, évaluée par les mêmes auteurs.

#### 4.5.2 Transfert du rayonnement

La façon dont est traité le transfert de rayonnement est cruciale pour décrire correctement la transition de l'enveloppe isotherme vers le cœur adiabatique. Nous avons réalisé l'hypothèse que le

transfert du rayonnement dans les raies était indépendant du continu rayonné par les grains, ce qui nous a permis d'incorporer beaucoup plus facilement les deux types de transfert.

### Rayonnement du continu

Les équations du transfert du rayonnement peuvent être écrites dans le référentiel comobile du gaz, pour donner (Mihalas 1992, équations 96.8 et 96.7, 96.3) en sphérique :

$$\begin{aligned}\frac{DE}{Dt} &= -(E + P)\frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2 u}{\partial r} + (3P - E)\frac{u}{r} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2 F}{\partial r} + \kappa_P a_R T^4 - \kappa_E E \\ \frac{1}{c^2}\frac{DF}{Dt} &= -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{r}(3P - E) - \frac{2}{c^2}\left(\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r}\right) - \frac{1}{c}\kappa_F F\end{aligned}$$

$c$  est la vitesse de la lumière.  $E$ ,  $F$ , et  $P$  sont respectivement l'énergie totale du rayonnement, son flux total, et sa pression totale.  $\kappa_P$ ,  $\kappa_E$  et  $\kappa_F$  sont les valeurs moyennes de  $\kappa_\nu$  pondérées par les distributions en fréquence de Planck à la température  $T$  du gaz, de l'énergie et du flux.

Ces équations régissent les valeurs *totales* des premiers moments de l'énergie. Elles nécessitent en fait une modélisation pour les distributions en fréquence du champ de rayonnement. Dans le cas du transfert dans les raies, cette modélisation est irréalisable à moins de gérer le transfert dans un nombre suffisant de canaux d'énergie. Dans le cas du rayonnement du continu, par contre, nous supposons que les distributions de rayonnement ne sont pas trop éloignées de distributions de Planck diluées, de température  $T_g$  (température des grains). Tous les  $\kappa$  sont donc des opacités moyennes de Planck, prises à la température des grains. Le modèle d'opacités choisi est celui d'Adams et Shu (1986).

Enfin ces équations nécessitent encore l'adjonction d'une relation de fermeture pour avoir  $P$  en fonction de  $E$  et  $F$ . Nous adoptons une fermeture de type Eddington, c'est-à-dire que la pression radiative est proportionnelle à l'énergie volumique du rayonnement. Le facteur d'Eddington est choisi pour maximiser l'entropie du rayonnement connaissant son énergie moyenne et son flux (Dubroca et Feugas 1999, ou bien Audit *et al.* 2002) :

$$P = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}, \text{ où } f = \frac{F}{cE}$$

### Transfert dans les raies

Le traitement indépendant des transferts dans les raies et dans le continu nous permet de conserver le formalisme des probabilités d'échappement que nous avons adopté jusqu'à présent.

Dans le cas des raies moléculaires qui sont dominantes dans ce contexte, nous avons ajouté un terme qui tient compte de la distance au bord dans l'expression de la pseudo-profondeur optique (voir chocs). Cependant, les raies de  $H_2$  sont encore supposées optiquement minces, ce qui rend le refroidissement au niveau du choc d'accrétion sujet à caution. Un traitement plus rigoureux des raies de  $H_2$  peut être trouvé dans Audit *et al.* (2002) dans le contexte de la formation des étoiles primordiales (où les grains sont absents cependant).

Pour les raies atomiques, dont le refroidissement est aussi supposé optiquement mince, nous vérifions a posteriori que leur magnitude n'est jamais significative par rapport aux autres refroidissements, sauf encore une fois au niveau du choc.

Enfin, en toute rigueur, les probabilités d'échappement devraient être modulées par la probabilité pour chaque raie qu'un photon qui s'échappe soit en fait absorbé par un grain. Hollenbach et Mac Kee (1979) font une étude rigoureuse de ces probabilités, mais supposent que tout photon absorbé par un grain est ensuite réémis dans une longueur d'onde optiquement mince. Dans le contexte de la formation d'étoiles, cette hypothèse n'est plus valide, car même l'émission des grains devient optiquement épaisse lors de la formation du premier cœur. Pour traiter correctement le transfert dans une raie, il faudrait donc calculer la profondeur optique des grains à la longueur d'onde de la transition. Ce travail est



techniquement réalisable, mais trop fastidieux pour le cadre de cette thèse. Nous avons donc testé deux hypothèses :

- toute l'énergie rayonnée par les raies est absorbée par les grains.
- toute l'énergie rayonnée par les raies s'échappe du système.

Dans l'enveloppe, où la profondeur optique des grains est faible, l'une ou l'autre de ces deux hypothèses est valide. Au niveau du choc d'accrétion, les différentes transitions deviennent opaques aux grains suivant leurs longueur d'onde. Loin dans le cœur adiabatique, seule la première hypothèse est valable, car les grains sont très opaques à tous types de rayonnement. Dans le deuxième cœur, où les grains se sont évaporés et où l'hydrogène se dissocie, les modèles physiques ne sont pas encore disponibles dans les conditions de température et de pression qui y règnent.

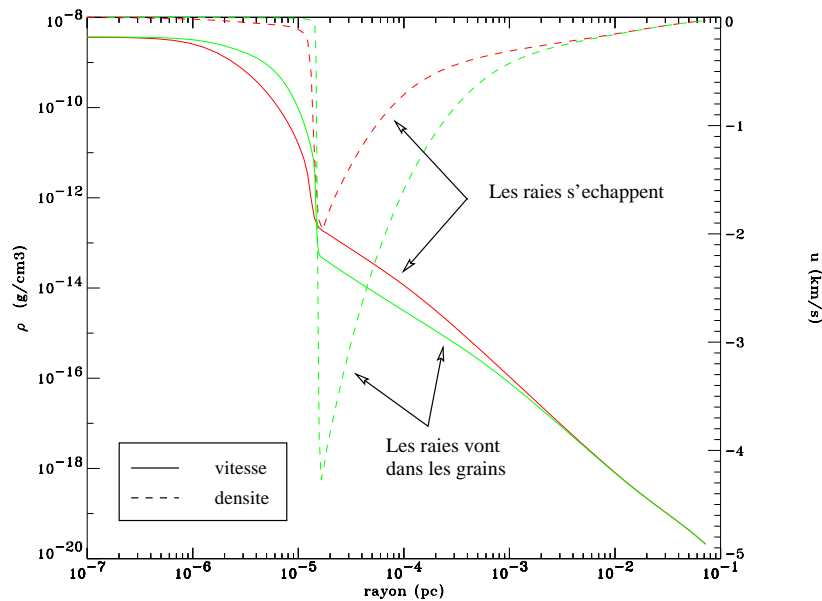


FIG. 4.7 – *Comparaison des dynamiques obtenues à un contraste de densité donné dans le cas où les raies sont directement évacuées du système et dans le cas où elles sont intégralement transférées aux grains.*

La figure 4.7 montre la comparaison entre les deux types d'hypothèses faites, pour un contraste de densité donné. On constate que la dynamique du cœur est sensiblement différente : le choc est beaucoup moins évolué pour une densité centrale donnée dans le cas où les raies sont évacuées. Cela peut s'interpréter par le fait que le système se refroidit plus facilement dans ce cas et construit plus rapidement une densité centrale élevée. Dans l'autre cas, l'évolution du cœur est strictement adiabatique, et le ralentissement de l'effondrement est plus brutal, d'où le choc qui s'installe plus rapidement.

### 4.5.3 Température des grains

La température des grains est déterminée par leur bilan thermique qui fait intervenir :

- l'émission de rayonnement :  $\kappa_P(T_g)aRT_g^4$

- l'absorption de rayonnement :  $\kappa_P(T_g)E - \beta\Lambda_{\text{raies}}$ , où  $\beta$  vaut 1 ou 0 suivant l'hypothèse où les grains absorbent ou non l'énergie émise dans les raies.
- l'échange thermique avec le gaz (voir chocs).
- la chaleur de réaction de formation de la molécule  $\text{H}_2$  (voir chocs) :  $\frac{1+\beta}{3}\Lambda_{\text{H}_2}$ .

La température des grains est donc toujours comprise entre la température du gaz et la température du rayonnement  $T_r = (E/a_R)^{1/4}$ . Dans les zones les plus externes de l'enveloppe, ce sont les échanges radiatifs qui dominent, et  $T_g$  tend vers la température du rayonnement. Dans les zones de densité plus élevée, les échanges collisionnels prennent le dessus, et la température des grains est bien couplée à celle du gaz.

#### 4.5.4 Hydrostatique

Pour atteindre l'équilibre hydrostatique, le protocole est simple. Une fois fixée la température du rayonnement extérieur, on se donne une pression extérieure suffisamment sous-critique pour être sûr que la sphère de gaz reste stable. Ensuite, on laisse le code évoluer (en utilisant l'option lagrangienne pour gagner du temps) vers l'équilibre. Pour amortir les rebonds autour de cet équilibre que la sphère ne manquera pas de réaliser, on se donne un terme de freinage des vitesses qui agit sur un temps de relaxation fixé à  $10^4$  ans.

Ainsi, on produit une sphère à l'équilibre hydrostatique à la pression initiale, dont on part en augmentant la pression. Comme le temps caractéristique d'augmentation de pression est très largement plus grand que le temps dynamique de la sphère, on observe une série de profils hydrostatiques pour les différentes pressions sous-critiques que l'on recentre avant l'effondrement.

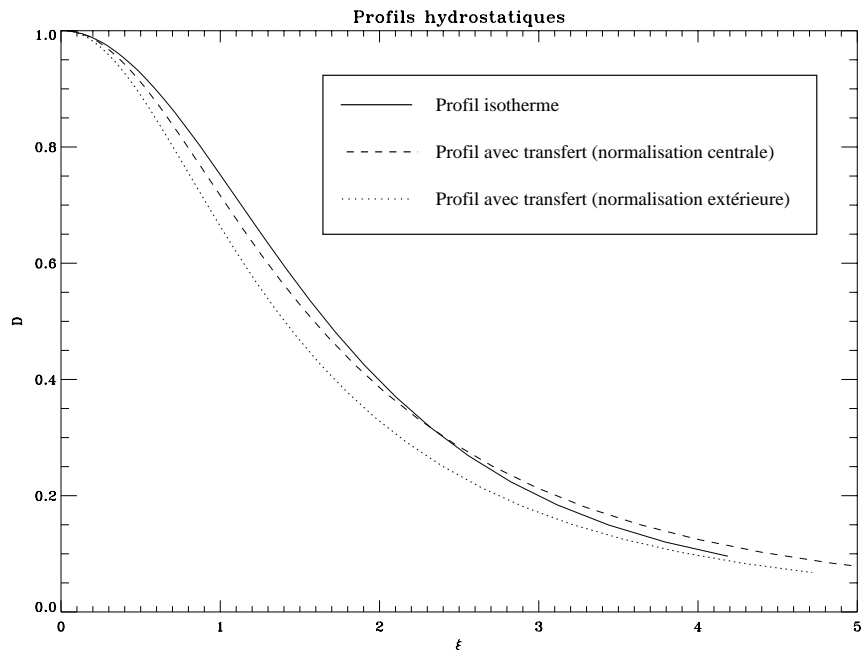


FIG. 4.8 – Comparaison des profils de densité à l'équilibre hydrostatiques pour le modèle isotherme et le modèle avec transfert.

La figure 4.8 compare les profils de densité obtenus par le modèle isotherme et par le modèle avec transfert ( $\beta = 1$ ) à un même contraste de 10 environ. Pour des contrastes petits, les profils sont

identiques, car la température est presque homogène. Mais pour un contraste de 10, la température centrale du modèle avec transfert est sensiblement plus faible. On peut d'ailleurs adopter une normalisation du profil avec la vitesse du son au centre, ou bien au bord, et la figure 4.8 montre la différence entre ces deux normalisations. On constate que le modèle avec transfert présente plus de masse au bord et moins au centre. Il va donc amorcer l'effondrement avec un profil moins piqué, et un contraste plus faible.

## 4.5.5 Dynamique

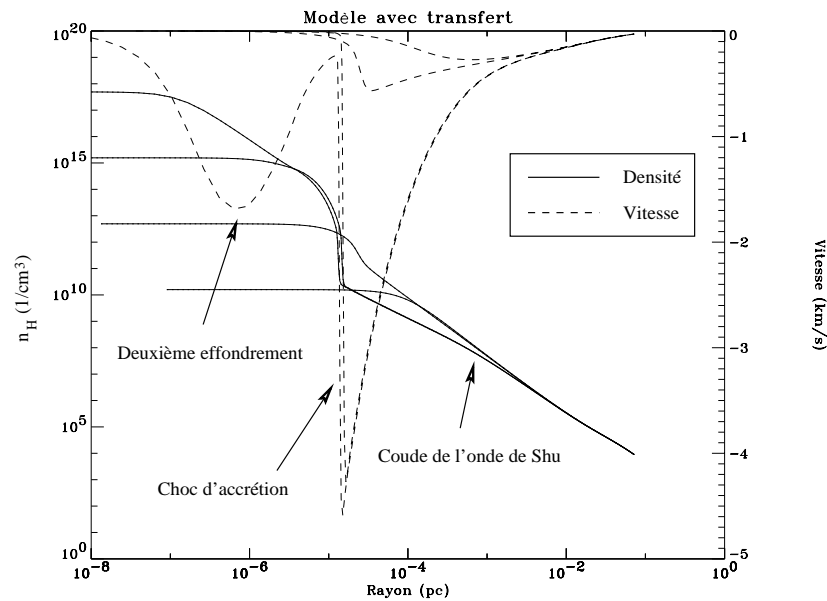


FIG. 4.9 – Évolution des profils de densité et vitesse de la simulation avec transfert de l'énergie.

La température dans l'enveloppe est déterminée par l'équilibre entre les refroidissements moléculaires (principalement celui de la molécule CO), et le chauffage par les rayons cosmiques. Les grains qui jouent le rôle de médiateur entre le gaz et le fond de rayonnement très froid n'ont que peu d'influence à basse densité, car les échanges collisionnels avec le gaz sont trop faibles. Cependant, la fréquence de ces échanges est proportionnelle au carré de la densité (car les grains suivent le gaz). Lorsque le profil de densité s'intensifie au centre, ces échanges l'emportent rapidement sur les raies qui saturent collisionnellement. Ils attirent alors la température du gaz vers celle du rayonnement, ce qui produit un creux dans le profil de température.

La figure 4.10 montre l'évolution des profils de température au cours de l'effondrement. On note la stabilité des profils dans la partie externe de l'enveloppe. La température des grains est entre celle du gaz et celle du rayonnement : ils servent de médiateur de l'énergie entre ces deux fluides. Dans les parties peu denses du bord du nuage, les grains sont plus proches du rayonnement, mais ils se recouplent rapidement au gaz lorsque la densité dépasse les  $10^5/\text{cm}^3$ .

Plus profond dans le cœur, la compression du gaz l'emporte sur le chauffage par les rayons cosmiques, et la température est gérée par le bilan entre le travail des forces de pression et le refroidissement médiaté par les grains.

Enfin, lorsque le rayonnement des grains devient optiquement épais, la température du rayonnement remonte avec celle du gaz, et on parvient à la formation du choc d'accrétion (voir figure 4.9).

Dans le choc, l'énergie est d'abord rayonnée à travers les refroidissements atomiques, puis les molécules prennent le relais avec le refroidissement dû à  $\text{H}_2$ , ensuite, les grains sont optiquement épais, et bloquent ces refroidissements. On observe encore un léger découplage entre rayonnement et gaz choqué : plus profond que le choc adiabatique, l'opacité est telle que gaz et rayonnement sont complètement couplés. Mais l'énergie rayonnée par le choc préchauffe le gaz immédiatement au-dessus de lui, et on observe un petit précurseur radiatif où la température du rayonnement est légèrement supérieure à celle du gaz.

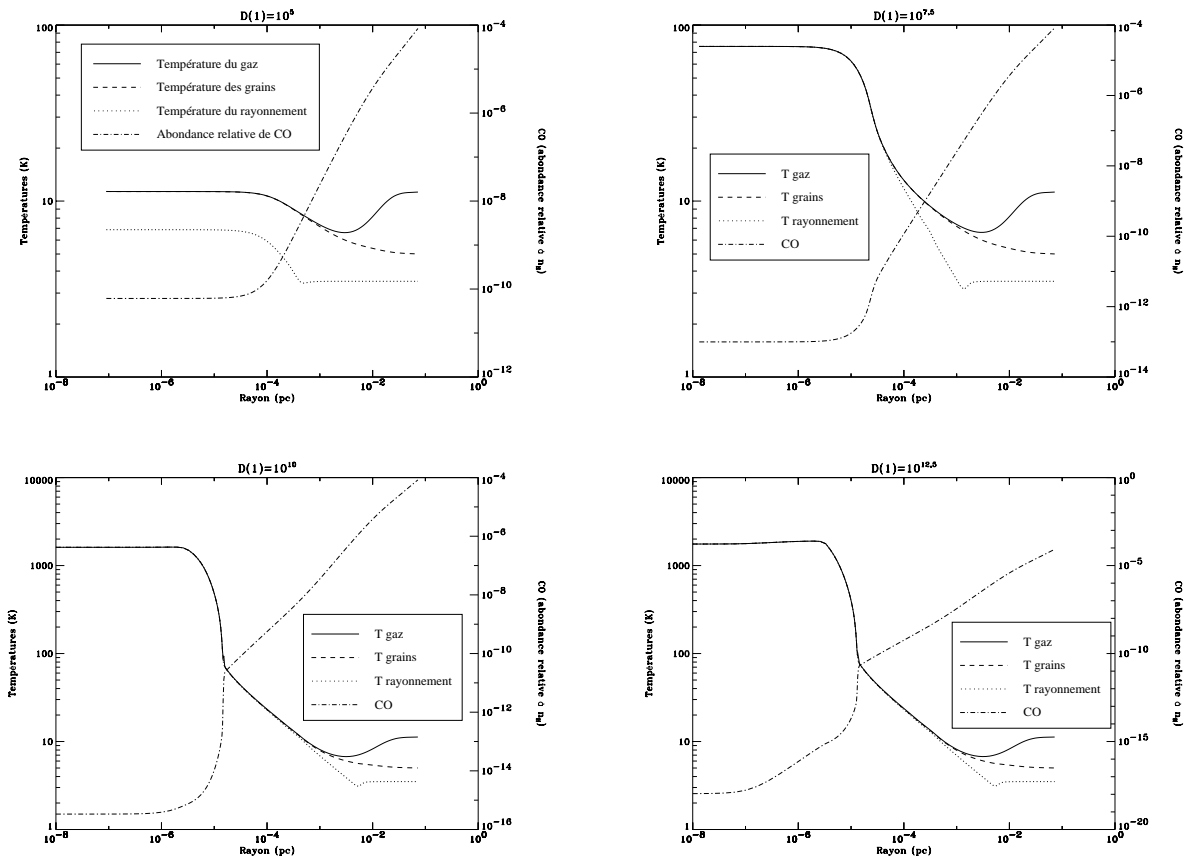


FIG. 4.10 – Évolution des profils de température et d’abondance de CO pour la simulation avec transfert de l’énergie. Les temps correspondent aux affichages de la figure 4.9.

Après la formation du choc, le profil de densité s’infléchit : de  $n_H \propto r^2$ , il passe à une forme plus douce en  $n_H \propto r^{1.5}$  (voir figure 4.9). Cette cassure correspond à la transition entre l’effondrement freiné par la pression et l’effondrement en chute libre. La position de cette cassure progresse vers l’extérieur à la vitesse du son, tout comme l’onde de Shu.

Au-delà du choc, la compression adiabatique du gaz n’est plus compensée par aucun refroidissement, jusqu’à ce que la température du cœur soit suffisamment élevée pour que le refroidissement dû à la dissociation collisionnelle de la molécule  $H_2$  se mette en route. On assiste alors à l’effondrement isotherme du premier cœur adiabatique, jusqu’à épuisement complet des réserves d’ $H_2$ .

Un moyen couramment utilisé pour décrire l’évolution de l’effondrement consiste à observer la trajectoire de l’état du gaz au centre dans le plan densité-température. La figure 4.11 illustre ainsi l’évolution de la simulation avec  $\beta = 1$  (raies absorbées par les grains). On note le refroidissement hydrostatique initial, puis le refroidissement pendant le début de l’effondrement qui correspond au couplage accru entre le gaz et les grains dû à l’augmentation de densité. En effet, les grains rayonnent toute l’énergie que leur communique le gaz car ils sont encore optiquement minces. Ensuite, le chauffage par compression l’emporte sur cette perte radiative, et la température centrale remonte, jusqu’à la formation du premier cœur bordé par le choc d’accrétion lorsque les grains deviennent optiquement épais. Le refroidissement est alors coupé, et l’évolution du centre est adiabatique. Enfin, la dissociation de  $H_2$  refroidit le gaz collisionnellement, et l’évolution redevient isotherme. Pourtant, on n’épuise pas

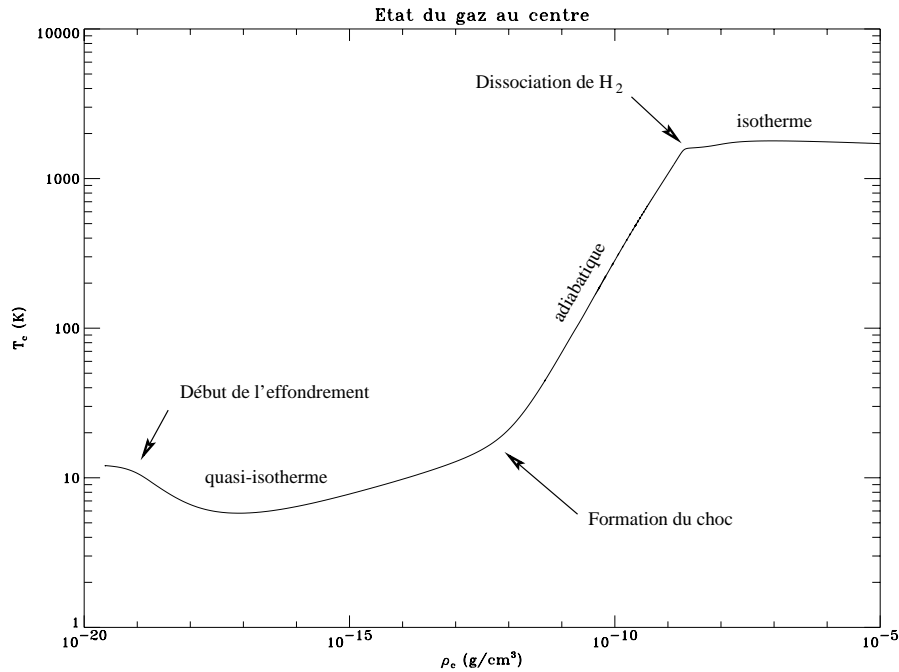


FIG. 4.11 – Évolution de la densité et de la température du gaz au centre au cours de la simulation.

le réservoir  $H_2$ , car l'évaporation des grains n'est pas prise en compte, et un équilibre formation-dissociation de  $H_2$  s'installe. Ce deuxième effondrement isotherme se poursuit donc inexorablement.

#### 4.5.6 Comparaison avec IRAM 04191

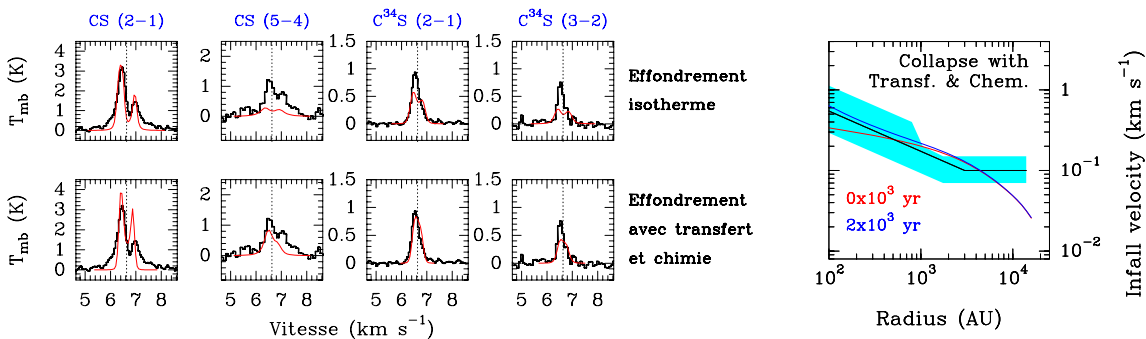


FIG. 4.12 – Confrontation du modèle avec chimie et transfert vis-à-vis des observations d'IRAM 04191. Le meilleur modèle isotherme est montré lui aussi à titre de comparaison. Les observations ont été réalisées par Arnaud Belloche et Philippe André.

La chimie moléculaire du soufre et de l'azote est encore trop lourde pour les capacités numériques actuelles. On ne peut donc malheureusement pas encore prédire directement les abondances des molécules observées. Cependant, le traitement de la chimie et du transfert permet d'améliorer à la fois les conditions d'excitation et la cinématique des raies. La figure 4.12 montre l'amélioration que représente la sophistication du modèle par rapport au simple modèle isotherme. Les raies de  $C^{34}S$  et la raie  $CS$  (5-4) qui sondent les parties internes du cœur de nuage sont nettement améliorées. Tandis que

les vitesses dans les zones externes qui déterminent la position du creux de la raie CS (2-1) ne sont toujours pas satisfaisantes. Avec ce modèle, on note que la fraction de masse supersonique à  $t = 0$  revient à 3% (ou 5% avec un temps d'un million d'année pour l'augmentation de pression), à nouveau conforme aux observations.

## 4.6 Conclusions

L'examen des modèles isothermes nous a montré qu'il était préférable de choisir des conditions initiales de type hydrostatique. Cependant, l'effondrement d'une sphère de Bonnor-Ebert semble encore trop violent en comparaison des observations. Paradoxalement, le traitement de l'évacuation de l'énergie adoucit les vitesses de chute, et donne un meilleur accord vis-à-vis des observations.

De plus, nous montrons que le suivi d'un nuage sphérique vers la formation d'une étoile est techniquement possible, bien que quelques aspects de la modélisation physique restent du domaine de l'inconnu... Ainsi, une collaboration devrait s'établir avec Ralph Klessen en vue d'étudier l'évolution en pré-séquence principale d'étoiles encore soumises à de l'accrétion.

Enfin, signalons que les preuves observationnelles de rotation, de champ magnétique, et de phénomènes turbulents ne peuvent se satisfaire d'un modèle purement sphérique, que nous avons déjà poussé dans ses retranchements.

# Bibliographie

- [1] André, P., Motte, F., Bacmann, A., *Ap. J.* (1999) **513**, L57-L60
- [2] Audit, E., Charrier, P., Chièze, J.-P., Dubroca, B., *J. C. P.* (2002), *accepted*
- [3] Adams, F.C., Shu, F.H., *Ap. J.* (1986) **308**, 836-853
- [4] Belloche, A., André, P., Despois, D., Blinder, S., *Astron. Astrophys.* (2002) *accepted*
- [5] Blottiau, P., Bouquet, S., Chièze, J.-P., *Astron. Astrophys.* (1988) **207**, 24-36
- [6] Boland, W., De Jong, T., *Astron. Astrophys.* (1984) **134**, 87-98
- [7] Bouquet, S., Feix, M.R., Fijalkow, E., *Ap. J.* (1985) **293**, 494-503
- [8] Chièze, J.-P., Pineau des forêts, G., *Astron. Astrophys.* (1987) **183**, 98-108
- [9] De Jong, T., Dalgarno, A., Boland, W., *Astron. Astrophys.* (1980) **91**, 68-84
- [10] Dubroca, B., Feugeas, J.-L., *C. R. A. S.* (1999) **329**, 915-920
- [11] Duley, W.W., Williams, D.A., 1984, *Interstellar Chemistry*, Academic Press, London
- [12] Foster, P.N., Chevalier, R.A., *Ap. J.* (1993) **416**, 303-311
- [13] Hollenbach, D., McKee, C.F., *Ap. J. Suppl.* (1979) **41**, 555-592
- [14] Larson, R.B., *M. N. R. A. S.* (1969) **145**, 271-295
- [15] Léger, A., Jura, M., Omont, A. , *Astron. Astrophys.* 144, 147 (1985) **144**, 147-160
- [16] Masunaga, H., Miyama, S.M., Inutsuka, S.I., *Ap. J.* (1998) **495**, 346-369
- [17] Mihalas, D., Mihalas, B.W., (1992) *Foundations of radiation hydrodynamics*, Paperback.
- [18] Masunaga, H., Inutsuka, S.I., *Ap. J.* (2000) **531**, 350-365
- [19] Motte, F., André, P., *Astron. Astrophys.* (2001) **365**, 440-464
- [20] Nejad, L.A.M., Wagenblast, R., *Astron. Astrophys.* (1999) **350**, 204-229
- [21] Shu, F.H., *Ap. J.* (1977) **214**, 488-497





## Chapitre 5

# Instabilité thermique

### 5.1 Introduction

Field (1965) est le premier à remarquer qu'un gaz soumis à du refroidissement peut devenir instable sous certaines conditions. Lorsque la pression d'équilibre diminue avec la densité, il remarque qu'une petite compression du gaz n'est pas retenue et donne lieu à une condensation irréversible.

L'étude de l'instabilité thermique proprement dite n'a pas tellement été développée par la suite, et seuls des travaux récents reprennent le flambeau de Field dans le cadre du milieu interstellaire. Illarionov et Igumenshchev (1998) développent une théorie statistique de l'instabilité valide en régime homobare. Hennebelle et Pérault (1999) étudient la propagation des fronts de condensation et l'apparition de structures dans des situations très dynamiques. Lin et Burkert (2000) se penchent sur la fragmentation par l'instabilité de refroidissement dans un cadre monodimensionnel. Les premières simulations tridimensionnelles avec du refroidissement sont cosmologiques (Abel *et al.* 2000) et ne se situent pas encore par rapport à l'instabilité thermique.

Chièze (1987) est le premier à donner une interprétation quantitative de la structure observée du milieu interstellaire en termes d'instabilité gravitationnelle. Il suspecte le rôle de l'instabilité thermique dans la hiérarchie bimodale des nuages interstellaires, et donne avec Pineau des forêts (1987) des exemples de nuages hydrostatiques limités par l'instabilité thermique.

Les études numériques de la fragmentation tridimensionnelle du milieu interstellaire explorent actuellement le régime isotherme. Klessen *et al.* (2000) et Heitsch *et al.* (2001) étudient la turbulence isotherme avec ou sans champ magnétique dans des régimes plus ou moins auto-gravitant. Inebetou et Zweibel (2000) étudient la fragmentation du gaz froid auto-gravitant sous l'effet de la diffusion ambipolaire. Pour parfaire les spectres de masses, Cathie Clarke, Ian Bonnel et Mathew Bates étudient l'accrétion compétitive des cœurs formés. Toutes ces études ont en commun des conditions initiales homogènes pour la formation des étoiles, et traitent le gaz dans l'hypothèse isotherme. Leur principal inconvénient réside dans le fait que la formation d'étoiles y est très efficace et se produit sur des échelles de temps de inférieures au temps de chute libre.

Or les observations de Motte et André (1998) prouvent que la formation stellaire dans le Taureau se produit sur des temps beaucoup plus longs, et que la masse des cœurs denses semble directement reliée à la masse des étoiles qu'ils forment.

Nous suggérons ici une autre vision de la formation stellaire qui met en jeu des conditions initiales beaucoup plus fragmentées. Nous nous proposons donc d'étudier l'effet conjoint des instabilités thermique et gravitationnelle sur la fragmentation du gaz interstellaire. Nous orientons notre étude vers les éléments de compréhension du spectre de masse des fragments.

Nous commençons par formuler le modèle thermo-chimique que nous adoptons pour le gaz interstellaire. Puis nous développons deux études théoriques de l'instabilité thermique dans l'approche linéaire

et dans l'approche statistique. Enfin, nous illustrons le développement de l'instabilité thermique par des simulations monodimensionnelles, avant d'entamer l'étude de la fragmentation du gaz interstellaire à l'aide de simulations tridimensionnelles.

## 5.2 Modèle thermochimique du gaz interstellaire

La fonction de chauffage et de refroidissement du gaz interstellaire est l'élément central de l'instabilité thermique. Nous avons déjà abordé les différents éléments qui la composent au cours de notre étude sur les chocs. Ici, par soucis d'économie de temps de calcul, nous adoptons les formes analytiques simplifiées qui sont décrites dans Chièze et Pineau des Forêts (1987).

### 5.2.1 Choix du réseau chimique

Les variables qui interviennent dans le calcul de la fonction de refroidissement sont en premier chef la température (à travers laquelle la dépendance est exponentielle), puis la liste des densités numériques des agents refroidissant et collisionneurs en présence.

Mais la température est reliée à la pression par l'intermédiaire du nombre de particules libres qui dépend à nouveau de l'état chimique d'ionisation et de dissociation du système.

Or, la connaissance de la pression repose justement sur la fonction de chauffage et de refroidissement. Une bonne description thermique du gaz interstellaire s'appuie donc *entièrement* sur le réseau chimique employé.

Cependant notre étude vise à la fragmentation tridimensionnelle du gaz interstellaire. Nous devons donc veiller à ce que le traitement de la chimie hors-équilibre ne constitue pas une charge de calcul supplémentaire trop lourde.

Nous avons donc réduit la chimie dépendante du temps à trois espèces *indépendantes*. La chimie dépendante du temps est découplée de l'hydrodynamique : chaque pas de temps est découpé en une phase hydrodynamique et une phase purement chimique. La phase hydrodynamique prédit la variation adiabatique des variables hydrodynamiques. La phase chimique réalise les advections des différentes espèces, puis la cinétique chimique isochore est intégrée pendant la durée du pas de temps hydrodynamique sur une série de petits pas de temps implicites. Le nombre de trois espèces permet de réaliser plus facilement l'inversion de matrice 3x3 de la chimie implicite.

Les trois espèces choisies sont  $H_2$ ,  $H^+$  et  $C^+$ . Nous traitons ainsi la même chimie que Chièze et Pineau des Forêts (1987) décrivent pour mettre au point la fonction de refroidissement à l'équilibre, mais en la rendant dépendante du temps. Les différents caractères chimiques pris en compte sont donc :

- le taux d'ionisation primaire de l'hydrogène par les rayons cosmiques.
- la recombinaison de l'hydrogène.
- la formation de  $H_2$  sur les grains.
- la dissociation de  $H_2$  par le champ UV moyen, avec un facteur d'écrantage de  $10^{-4}$  qui correspond à  $A_v = 0,5$  (voir Lee *et al.* 1996).
- l'ionisation du carbone par le champ UV moyen et sa recombinaison.

La chimie de CO est prise à l'équilibre chimique entre sa formation et sa dissociation par le champ UV moyen, suivant encore une fois Chièze et Pineau des Forêts (1987).

Nous adoptons pour le champ UV moyen la valeur standard de Draine ( $\chi = 1$ ), et l'extinction moyenne est fixée à la valeur de  $A_v = 0,5$ . Les déplétions de carbone et d'oxygène adoptées sont de 0,5 par rapport à la moyenne du milieu interstellaire.

## 5.2.2 Fonction de chauffage et de refroidissement à l'équilibre chimique

Le réseau chimique permet de suivre l'histoire chimique du gaz et de savoir à un instant donné quelle est la composition du mélange gazeux, donc le taux de refroidissement du gaz. D'un point de vue théorique, il est plus facile de se donner comme variables uniquement la pression et la densité du gaz. Nous allons donc examiner le cas où l'équilibre chimique est réalisé. Le bilan du chauffage et du refroidissement du gaz est alors donné par une certaine fonction  $\mathcal{L}(\rho, p)$ .

Pour des conditions d'éclairage UV données, on est en mesure de calculer  $\mathcal{L}$  sur tout le plan  $(\rho, p)$ . La figure 5.1 donne une idée de la forme du refroidissement aux alentours de l'équilibre stationnaire. En règle générale, l'impression qui se dégage de ce graphique est que les temps de refroidissement sont très courts, alors que les temps de chauffage sont beaucoup plus lents. Cela est dû à l'activation du refroidissement collisionnel qui est une exponentielle de la température (voir le paragraphe 2.3.3).

La courbe définie par  $\mathcal{L} = 0$  caractérise les points qui sont à l'équilibre thermochimique. Elle est superposée en noir sur la figure 5.1. Tous les points en-dessous de la courbe ont un  $\mathcal{L}$  positif : le gaz s'y réchauffe. Les points au-dessus de la courbe se refroidissent.

L'analyse classique de l'instabilité thermique se fait sur cette courbe, à l'équilibre thermochimique. En effet, les conditions de densités élevées rencontrées sur terre rendent les temps de mise à l'équilibre thermochimique très courts. Le mécanisme de l'instabilité fonctionne lorsqu'une compression du gaz engendre une baisse de sa pression interne. Au lieu de s'opposer à la contrainte, le gaz se contracte encore plus, et le processus s'enchaîne jusqu'à ce que la densité soit redevenue suffisamment élevée pour que le gaz soit à nouveau dans une phase stable.

Les points de la courbe qui sont le siège de l'instabilité thermique sont donc les points dont la dérivée  $(\frac{dp}{d\rho})_{\mathcal{L}=0}$  est négative, c'est-à-dire les points où la courbe est décroissante. On remarque qu'il existe toute une gamme de pression où trois phases à l'équilibre coexistent : deux phases stables, l'une chaude, l'autre froide, et une phase instable de température intermédiaire.

L'étude linéaire que nous allons faire à présent se caractérise par le fait qu'elle reste valide même en dehors de l'équilibre thermique. Nous conserverons par contre l'hypothèse d'équilibre chimique.

## 5.3 Étude linéaire

### 5.3.1 Dérivation des équations de l'hydrodynamique

On considère un fluide dans un espace mono-dimensionnel. Ce système hydrodynamique est représenté par la donnée en tout point de la densité locale de masse  $\rho$ , de la vitesse locale  $u$  de l'écoulement, et de la pression locale  $p$ . L'équation d'état de ce fluide est celle d'un gaz parfait, de telle sorte que  $p = (\gamma - 1)e$  si  $e$  est l'énergie volumique locale de ce gaz. La fonction de chauffage et de refroidissement de ce gaz est  $\mathcal{L}$  et on suppose qu'elle ne dépend que de  $\rho$  et de  $p$ .

Les équations de l'évolution temporelle de ce système s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma p \frac{\partial u}{\partial x} - (\gamma - 1) \mathcal{L}(\rho, p) &= 0 \end{aligned}$$

On peut scinder chacun des champs  $f(x, t)$  en une partie principale  $f_0(t)$  qui représente l'évolution globale uniforme du système, et une partie supposée petite  $\hat{f}(x, t)$  mais qui dépend de la coordonnée d'espace. Ainsi  $\rho = \rho_0 + \hat{\rho}$ ,  $u = u_0 + \hat{u}$ , et  $p = p_0 + \hat{p}$ .

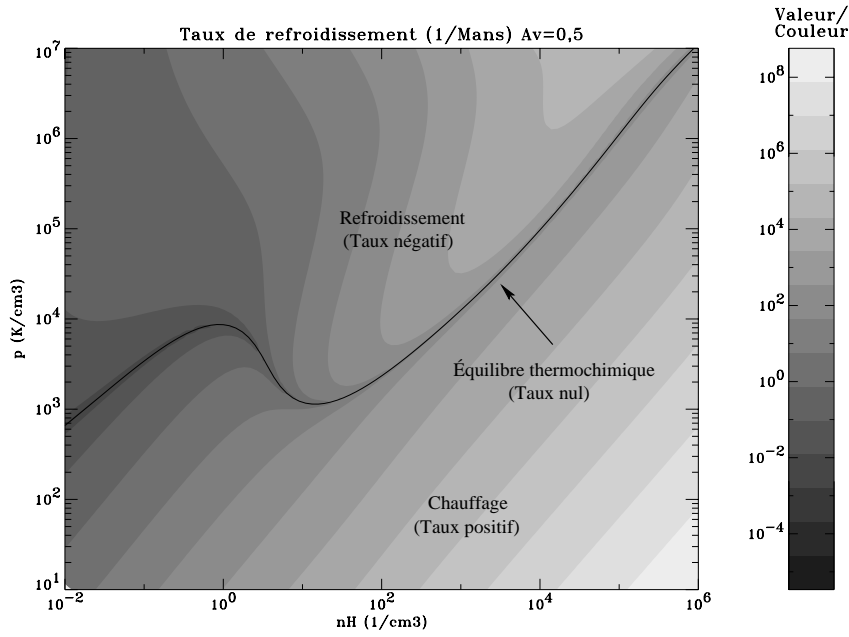


FIG. 5.1 –  $\frac{2}{3}\mathcal{L}/p$  pour  $Av=0,5$  et  $\chi=1$ . Ce taux est l'inverse du temps de refroidissement, il exprimé en  $1/Man$ . La pression en  $K/cm^3$ , et la densité est  $n_H$  en particules par  $cm^3$ .

Le développement des équations de l'hydrodynamique fournit à l'ordre 0 les équations d'évolution pour les quantités globales :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_0}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial u_0}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= (\gamma - 1)\mathcal{L}(\rho_0, p_0)\end{aligned}$$

A l'ordre 1, et se plaçant dans un référentiel où  $u_0 = 0$ , on trouve les équations d'évolution pour les quantités perturbatives :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{p}}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} + \gamma p_0 \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - (\gamma - 1)(\mathcal{L}_\rho \hat{p} + \mathcal{L}_p \hat{p}) &= 0\end{aligned}$$

où l'on a posé :

$$\mathcal{L}_\rho = \left(\frac{\partial L}{\partial \rho}\right)_p$$

et

$$\mathcal{L}_p = \left(\frac{\partial L}{\partial p}\right)_\rho$$

### 5.3.2 Relation de dispersion

Les équations sur les quantités perturbatives sont linéaires, on peut donc s'attacher à décrire de manière indépendante l'évolution de chacune de leur composante de Fourier.

On écrit donc chaque champ  $\hat{f}$  sous la forme  $\hat{f} = f_1 e^{i(kx - \omega t)}$  avec  $k$  et  $\omega$  complexes.

Les équations sur les quantités perturbées deviennent alors :

$$\hat{u} = \frac{\omega}{k} \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} \quad (5.1)$$

$$\hat{p} = \frac{\omega^2}{k^2} \hat{\rho} \quad (5.2)$$

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{\gamma \frac{p_0}{\rho_0} i\omega - (\gamma - 1)\mathcal{L}_\rho}{i\omega + (\gamma - 1)\mathcal{L}_p} \quad (5.3)$$

La dernière équation est la relation de dispersion, qui peut encore s'écrire

$$\frac{\omega^2}{k^2 c^2} = \frac{i\omega - \omega_\rho}{i\omega + \omega_p} \quad (5.4)$$

où l'on a posé :

$$\begin{aligned} c &= \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \\ \omega_\rho &= \frac{(\gamma - 1)\mathcal{L}_\rho}{c^2} \\ \omega_p &= (\gamma - 1)\mathcal{L}_p \end{aligned}$$

La relation de dispersion relie  $\omega$  et  $k$  par l'intermédiaire d'un polynôme de degré 3 que voici :

$$P_k(\omega) = \omega^3 - i\omega_p \omega^2 - k^2 c^2 \omega - ik^2 c^2 \omega_\rho$$

Si l'on se fixe une perturbation initiale de la forme  $\hat{\rho} = \rho_1 e^{ikx}$ ,  $\hat{u} = u_1 e^{ikx}$  et  $\hat{p} = p_1 e^{ikx}$ , on excite donc potentiellement trois ondes associées chacune à l'une des trois racines  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , et  $\omega_3$  du polynôme  $P_k$ .

Avec les conventions de signe choisies, une racine  $\omega$  imaginaire pure correspond à une onde croissante ou amortie selon que le signe de  $\Im(\omega)$  est positif ou négatif. Et une racine  $\omega$  réelle correspond à une onde propagatrice de célérité  $\omega/k$ .

Cherchons à connaître la réponse du système à une perturbation dont le vecteur d'onde  $k$  est réel. Comme  $P_{-k} = P_k$ , on peut se restreindre aux  $k$  réels positifs.

### Solutions asymptotiques de l'équation de dispersion

En discutant suivant la position du produit  $kc$  par rapport aux fréquences caractéristiques  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$ , on peut dégager plusieurs régimes :

- Pour  $kc \gg \max(|\omega_\rho|, |\omega_p|)$ , aux petites longueurs d'onde, la relation de dispersion fournit deux racines dont le développement asymptotique au deuxième ordre en  $kc$  donne :

$$\omega_\pm = \pm kc + i \frac{\omega_\rho + \omega_p}{2} + o(1)$$

Au premier ordre, ces deux racines sont réelles, elles caractérisent donc deux ondes propagatrices, de sens opposés, et de même célérité  $c$ . Elles correspondent aux ondes acoustiques, qui ont une fréquence très élevée devant les temps de refroidissement du gaz, et qui se propagent donc de manière adiabatique.

Au deuxième ordre, elles possèdent une partie imaginaire non nulle égale à  $\frac{\omega_\rho + \omega_p}{2}$  : on verra que dans les conditions générales du milieu interstellaire, cette moyenne est de signe négatif, ce qui correspond à un amortissement.

Enfin pour  $\omega \gg kc$ , on trouve la troisième racine, qui est imaginaire pure :

$$\omega_0 = -i\omega_\rho$$

Cette dernière racine donne lieu à une onde croissante ou bien amortie suivant le signe de  $\omega_\rho$ .

- Pour  $kc \ll \min(|\omega_\rho|, |\omega_p|)$ , aux grandes longueurs d'onde on a aussi deux racines de l'ordre de  $kc$  :

$$\omega_\pm = \pm kc \sqrt{-\frac{\omega_\rho}{\omega_p}}$$

Ces deux racines sont réelles ou bien imaginaires pures suivant les signes relatifs de  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$ .

Si  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$  sont de même signe, l'équation de dispersion admet donc une racine  $\omega_+$  de partie imaginaire positive. L'évolution temporelle des petites perturbations associées à cette racine suit donc une exponentielle croissante. L'autre racine est de partie imaginaire négative, ce qui donne lieu au contraire à une onde amortie.

Si  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$  sont de signes opposés, alors les racines de l'équation de dispersion sont réelles, et on a affaire à deux ondes propagatrices de sens opposés, de célérité  $c_p^2 = -\frac{\mathcal{L}_\rho}{\mathcal{L}_p} = (\frac{\partial p}{\partial \rho})_{\mathcal{L}}$ .

Par exemple, si l'on se place sur la courbe  $\mathcal{L} = 0$  dans le plan  $(\rho, p)$ , le cas propagateur correspond aux intervalles où la courbe est croissante, et le cas instable correspond à l'intervalle où la courbe est décroissante.

Puis pour  $\omega \ll kc$ , on trouve la troisième racine, qui est imaginaire pure :

$$\omega_0 = i\omega_p$$

Suivant le signe de  $\omega_p$ , on a affaire à une onde croissante ou bien amortie.

- Si  $|\omega_p| \ll kc \ll |\omega_\rho|$ , en régime transitoire, on trouve les trois racines sous la forme :

$$\omega_l = (kc)^{\frac{2}{3}} j_l \omega_\rho^{\frac{1}{3}}$$

où  $j_l$  pour  $l=1,2,3$  représentent les trois racines troisièmes de  $i$ .

- Si  $|\omega_\rho| \ll kc \ll |\omega_p|$ , en régime transitoire, on trouve trois racines imaginaires pures :

$$\omega = -i\omega_\rho$$

$$\omega' = i\omega_p$$

et

$$\omega'' = i \frac{k^2 c^2}{\omega_p}$$

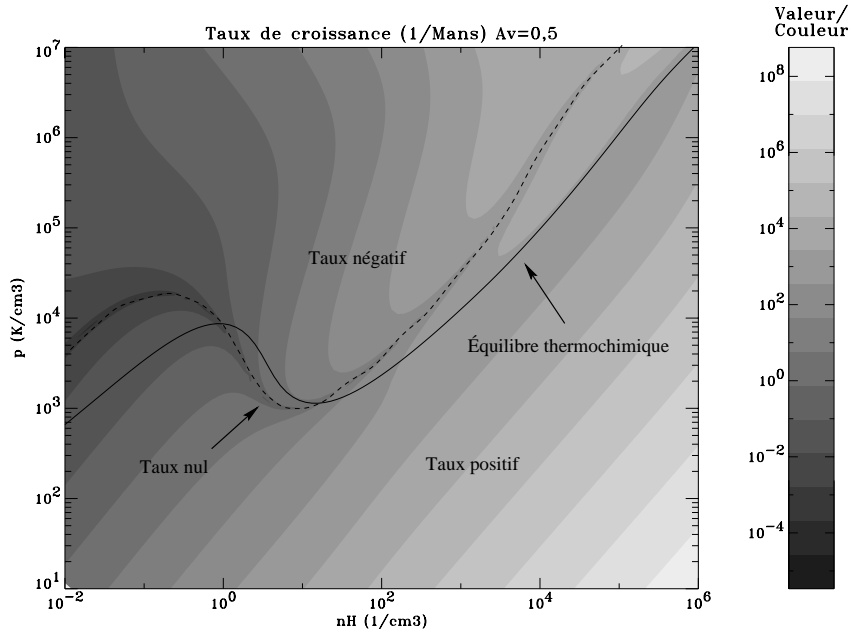


FIG. 5.2 –  $-\omega_\rho(\rho, p)$  pour  $Av=0,5$  et  $\chi=1$ . Les taux de croissance sont en  $1/Man$ , la pression en  $K/cm^3$ , et la densité est  $n_H$  en particules par  $cm^3$ .

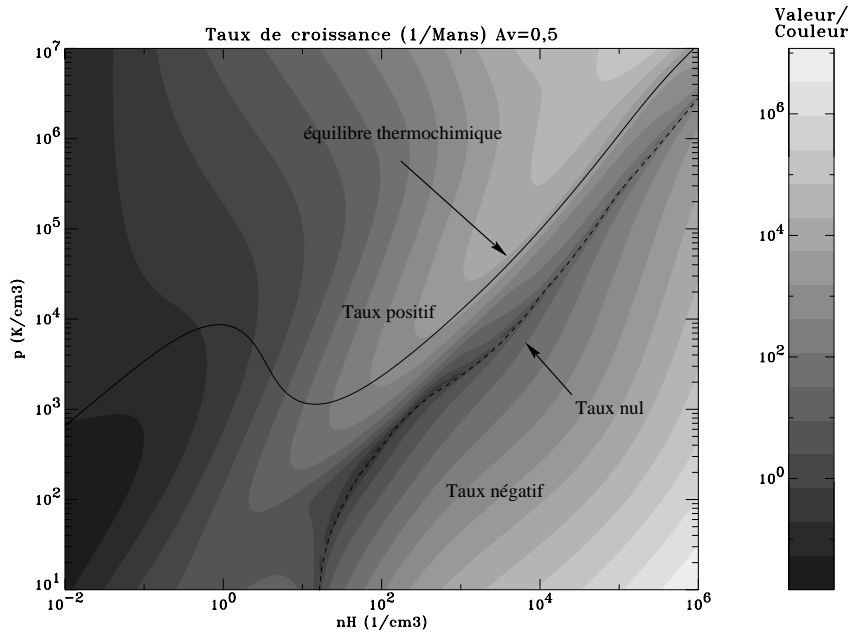


FIG. 5.3 –  $-\omega_p(\rho, p)$  pour  $Av=0,5$  et  $\chi=1$ . Les taux de croissance sont en  $1/Man$ , la pression en  $K/cm^3$ , et la densité est  $n_H$  en particules par  $cm^3$ .



### Taux de croissance

Cette dernière discussion met en valeur l'importance des signes de  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$  pour connaître les domaines stables et instables. Pour mieux comprendre le comportement du gaz interstellaire sous l'effet de l'instabilité thermique, il devient donc intéressant de connaître leur valeur de manière un peu plus générale. Pour ce faire, il convient de calculer les dérivées  $(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho})_p$  et  $(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p})_\rho$ , or les variables "commodes" pour calculer la fonction de chauffage et de refroidissement sont  $\rho$  et  $T$ . Il est donc utile de calculer les relations sur les dérivées de  $\mathcal{L}$  induites par le changement de variables  $(\rho, T) \rightarrow (\rho, p)$ .

Sachant que  $p = \rho kT/\mu$  où  $\mu$  est la masse moléculaire moyenne du gaz, il vient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho &= \frac{T}{p} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho \frac{1}{1 - \frac{T}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_\rho} \\ \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}\right)_p &= \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}\right)_T \frac{1 - \frac{\rho}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho}\right)_T}{1 - \frac{T}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_\rho} \end{aligned}$$

Munis de ces précieux outils, nous sommes techniquement en mesure de calculer les taux de croissance  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$  : on les admire sur les figures 5.2 et 5.3.

Sur toute la zone où la température est raisonnable (i.e. dépasse  $3K$ ),  $\omega_p$  est de signe négatif. La zone thermiquement instable est donc la zone où le taux  $\omega_\rho$  est *négatif*. On retrouve donc bien que la partie décroissante de la courbe d'équilibre thermochimique est instable. L'instabilité thermique a donc lieu lorsque le bilan du refroidissement du gaz croît avec la densité. Le phénomène s'interprète simplement en remarquant que si une compression légère a lieu, elle pousse le gaz dans une zone plus dense où le refroidissement net est plus élevé, ce qui l'engage à se refroidir encore plus.

Voici un autre constat qui se révélera très utile par la suite : hors la zone tenue sur laquelle  $\omega_\rho$  s'annule, les deux taux sont du même ordre de grandeur. Il n'y a donc pour ainsi dire pas de régime transitoire, et il ressort une fréquence de coupure assez bien définie entre les modes instables et les modes propagateurs. On identifie donc une longueur d'onde critique en-dessous de laquelle tous les modes croissent avec le même taux  $\omega_\rho$  :  $\lambda_\rho = 2\pi c/\omega_\rho$

### Un exemple de relation de dispersion

Pour une densité donnée correspondant à  $n_H = 5/\text{cm}^3$ , et en se plaçant à l'équilibre thermochimique, on calcule  $\omega_\rho = 2 \cdot 10^{-13}/\text{s}$  et  $\omega_p = 1,8 \cdot 10^{-13}/\text{s}$ . On est en mesure de trouver numériquement les racines de  $P_k$  pour tout  $k$  : la figure 5.4 donne les parties réelles et imaginaires de ces racines lorsque  $k$  parcourt l'ensemble des réels positifs. Dans ce cas précis où  $\omega_p$  et  $\omega_\rho$  sont du même ordre de grandeur, on n'a que deux régimes principaux, avec une transition nette entre les deux. La partie réelle des branches acoustiques présente une coupure franche, et il apparaît une longueur d'onde précise au-delà de laquelle ces ondes ne se propagent plus.

### 5.3.3 Échelles caractéristiques de l'instabilité thermique

Suivant le critère physique adopté, on peut définir plusieurs longueurs caractéristiques différentes. Par exemple, nous avons déjà défini la longueur  $\lambda_\rho = 2\pi c/\omega_\rho$  en deçà de laquelle le taux de croissance stagne. Nous l'appellerons longueur de *fragmentation* pour des raisons que nous développerons plus tard (voir paragraphe 5.6.1).

Nous venons aussi de voir à propos de l'exemple à  $n_H = 10^5/\text{cm}^3$  qu'il existe une longueur au-delà de laquelle les ondes sonores ne se propagent plus. Cette longueur de *propagation*  $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$  est supérieure à  $\lambda_\rho$ , mais du même ordre de grandeur.

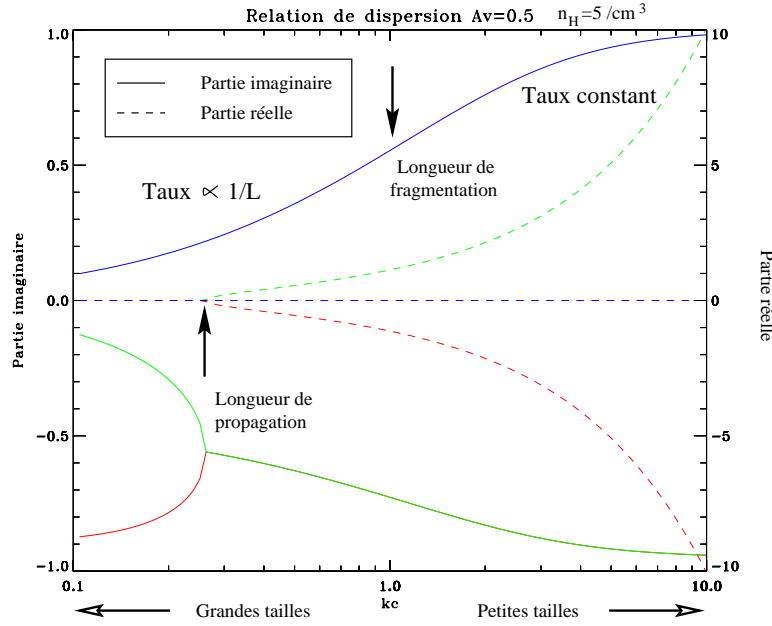


FIG. 5.4 – Les parties réelles et imaginaires des racines de  $P_k$  pour  $n_H = 5/cm^3$ , à l'équilibre thermo-chimique. Toutes les unités sont normalisées par  $\omega_\rho$ .

Nous pouvons encore définir une longueur qui correspond à la transition homobare. Le temps de traversée de la longueur d'onde par la vitesse du son adiabatique correspond grosso modo au temps d'homogénéisation de la pression. En le comparant au temps de croissance, on définit une longueur au-dessous de laquelle on peut considérer que l'évolution de l'instabilité se fait à pression uniforme. Cette longueur *homobare* est donc définie indirectement par l'équation  $\Im(\omega) = kc/2\pi$ . Elle semble être proche de la longueur de propagation.

Enfin, on peut aussi examiner une longueur *dynamique*  $\lambda_d$  qui arbitre la compétition entre le temps de compression dans l'onde et le temps de croissance de l'instabilité. Cette longueur est définie indirectement par l'équation  $\rho_1/\rho_0|\omega| = \Im(\omega)$ . Comme  $|\omega|$  est une fonction croissante de  $k$ , on en déduit que les petites longueurs d'onde sont purement dynamiques, alors que les grandes sont sujettes purement à l'instabilité thermique. De plus, la longueur dynamique croît avec l'amplitude de l'onde. Par exemple, si l'amplitude relative de l'onde est 1, alors  $\lambda_d = \lambda_p$ . Si au contraire l'amplitude relative de l'onde est très petite, alors  $\lambda_d = \rho_1/\rho_0\lambda_p$ . Plus l'amplitude de l'onde est grande, plus on gomme les effets purement thermiques.

## 5.4 Étude homobare

Illarionov et Igumenshchev (1998) remarquent qu'en supposant la pression homogène, on peut s'affranchir de l'équation d'Euler. Alors les dérivées spatiales peuvent être simplifiées entre l'équation de continuité et l'équation de transfert de l'énergie. On peut donc décrire l'évolution des variables d'état du gaz indépendamment de la position. Cela permet de ramener un problème dont la géométrie dans l'espace est très complexe à un problème mono-dimensionnel, où seule la fonction de distribution des variables intervient.

### 5.4.1 Dérivation de la théorie statistique

On suppose donc un système de masse totale  $M$  enfermé dans une enceinte hermétique de volume  $V(t)$  contraint. Ce système est décrit par la pression uniforme  $P$  qui y règne et par la distribution  $\phi(\rho)$  qui spécifie quelle fraction de la masse occupe le gaz qui est à la densité  $\rho$  :

$$dm = M\phi(\rho)d\rho$$

L'évolution temporelle de ce système est alors régie par l'équation de Liouville :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \rho}(\dot{\rho}\phi) = 0$$

où le point désigne la dérivée temporelle en suivant le fluide. Il ne reste plus qu'à dériver l'équation d'évolution lagrangienne de la densité de masse  $\rho$ . Les équations de continuité et de transfert de l'énergie se lisent :

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + \rho \nabla u &= 0 \\ \dot{P} + \gamma P \nabla u + \rho \Lambda(\rho, P) &= 0 \end{aligned}$$

$\Lambda$  désigne ici la fonction de chauffage et de refroidissement *massique* (et non volumique comme  $\mathcal{L}$ ).

Ces deux équations peuvent se combiner pour éliminer le terme  $\nabla u$  :

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\nabla u = \frac{1}{\gamma} \frac{\dot{P}}{P} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho \frac{\Lambda}{P}$$

Enfin, on trouve l'équation d'évolution pour la pression en réalisant la moyenne sur tout le volume de l'équation de transfert de l'énergie :

$$\dot{P} = -\gamma P \frac{\dot{V}}{V} - (\gamma - 1) \frac{M}{V} \bar{\Lambda} \quad \text{où } \bar{\Lambda} = \int \phi(\rho) \Lambda(\rho, P) d\rho$$

C'est cette dernière équation qui couple toutes les densités à travers la moyenne  $\bar{\Lambda}$  qui rend le problème non local et difficile à résoudre.

Cependant, cette formulation a bien des avantages, et permet d'annoncer déjà beaucoup des caractéristiques des simulations où la pression n'est pas homogène.

Dans tout ce qui suit, nous allons supposer de plus que le volume est constant :  $\dot{V} = 0$ .

### 5.4.2 Système biphasé

Examinons tout d'abord le cadre encore plus simplifié où le système se résume à deux phases, l'une chaude et l'autre froide de densités respectives  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .  $\rho_1$  est donc inférieur à  $\rho_2$  car la pression est homogène.  $\rho_0 = M/V$ , densité moyenne du système, est donc constante puisque nous supposons la masse et le volume fixés.

La distribution des densités s'écrit alors  $\phi = \phi_1 \delta(\rho - \rho_1) + \phi_2 \delta(\rho - \rho_2)$ .  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont donc les fractions de masse chaude et froide, et peuvent s'écrire :

$$\phi_1 = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad \text{et} \quad \phi_2 = \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 - \rho_2} \frac{\rho_2}{\rho_0}$$

Les fractions de volumes respectifs s'écrivent :

$$v_1 = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_1} \quad \text{et} \quad v_2 = \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 - \rho_2}$$

## Évolution

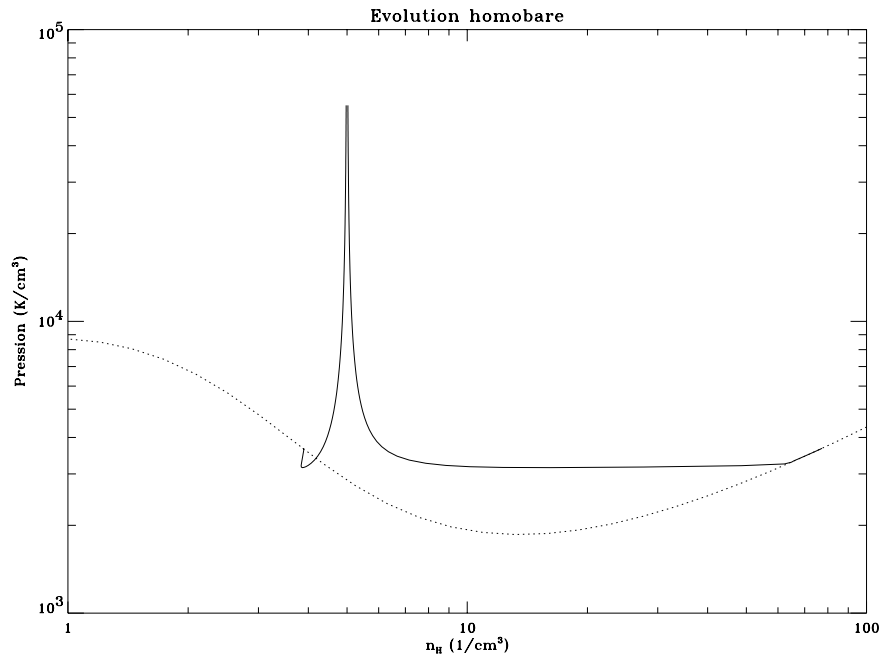


FIG. 5.5 – Évolution dans le plan  $(\rho, p)$  des deux phases d'un modèle homobare biphasé. La courbe d'équilibre thermochimique est notée en pointillés.

La théorie statistique fournit alors les équations d'évolution pour les trois variables  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $P$  :

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -(\gamma - 1) \rho_0 (\phi_1 \Lambda_1 + \phi_2 \Lambda_2) \\ \frac{\dot{\rho}_i}{\rho_i} &= -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{P} [\rho_0 (\phi_1 \Lambda_1 + \phi_2 \Lambda_2) - \rho_i \Lambda_i] \end{aligned}$$

Certaines caractéristiques de l'évolution des systèmes instables thermiquement se retrouvent dans le comportement à deux phases. Notamment, les temps d'évolution sont tout à fait comparables.

On suppose que les conditions initiales nous placent au-dessus de la courbe d'équilibre thermique, et on intègre numériquement les trois équations d'évolution de la pression et des deux phases. Le résultat est illustré par la figure 5.5.

Les deux phases commencent donc par se refroidir, et la pression baisse.

Puis la phase chaude traverse la courbe d'équilibre thermique, et se met donc à chauffer. Nous avons déjà évoqué le fait que les temps de chauffage étaient plus longs que les temps de refroidissement. Cela nous permet donc d'affirmer que la phase froide va aller plus rapidement vers son équilibre thermique

que la phase chaude. A ce moment, le refroidissement moyen est donc égal au chauffage de la phase chaude, et la pression remonte.

Cette évolution de la pression aussi est une caractéristique commune des séparations de phases dans le milieu interstellaire.

### État stationnaire

Le système  $\dot{P} = \dot{\rho}_1 = \dot{\rho}_2 = 0$  est dégénéré en  $P$  et ne permet donc pas de déduire la position finale du système : il faut intégrer les équations en se donnant des conditions initiales. En l'occurrence, la figure 5.5 montre que la phase chaude finit sur un point d'équilibre instable. On peut cependant remarquer que les deux points  $(\rho_1, P)$  et  $(\rho_2, P)$  représentatifs de l'état final dans le plan  $(\rho, P)$  doivent se trouver sur la courbe d'équilibre thermo-chimique. Cela induit certaines contraintes sur les fractions de masse et de volume.

Par exemple, si la pression finale est suffisamment élevée, les phases à l'équilibre sont telles que  $\rho_1 \ll \rho_0 \ll \rho_2$ .

On peut alors évaluer les fractions de masses et de volumes des phases chaudes et froides :

$$\begin{aligned} \phi_1 &\simeq \frac{\rho_1}{\rho_0} & \text{et} & & \phi_2 &\simeq 1 \\ v_1 &\simeq 1 & \text{et} & & v_2 &\simeq \frac{\rho_0}{\rho_2} \end{aligned}$$

Ainsi, dans la plupart des cas, la phase froide prend toute la masse, et la phase chaude occupe tout le volume.

Remarquons de plus que  $v_2 \ll \phi_1$  : la contrainte en résolution sur le volume est plus sévère que sur la masse, ce qui favorise l'approche lagrangienne. Cependant, c'est une très bonne chose pour le maillage à raffinement adaptatif, car cela signifie que le volume à résoudre est très petit. Le nombre de mailles supplémentaires à investir est donc restreint, et ce d'autant plus que la densité moyenne est petite. On a donc tout intérêt à choisir une densité moyenne proche de la "bosse" instable.

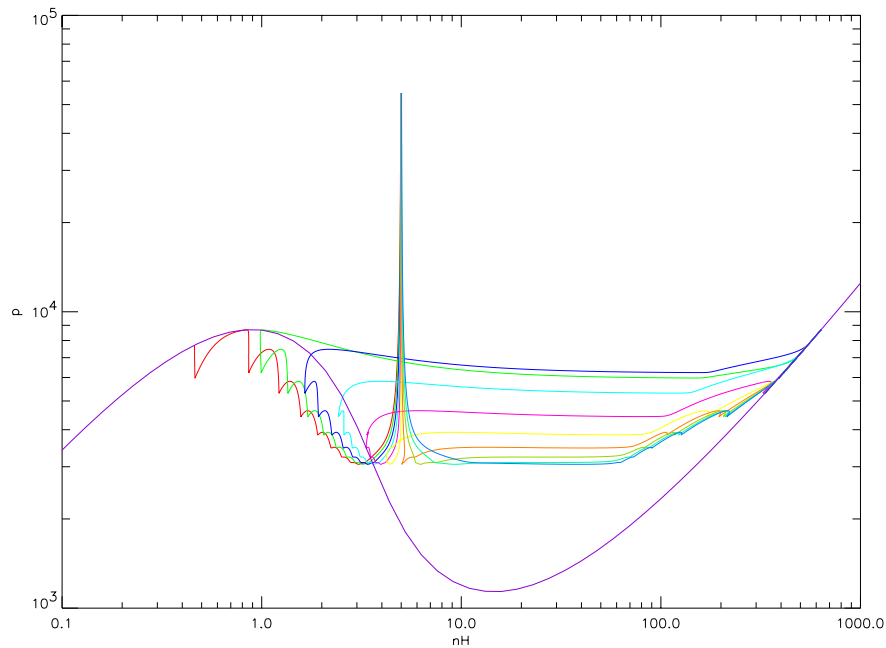


FIG. 5.6 – Évolution dans le plan  $(\rho, p)$  de 10 phases d'un modèle homobaire avec 64 phases. La distribution initiale des phases est gaussienne.

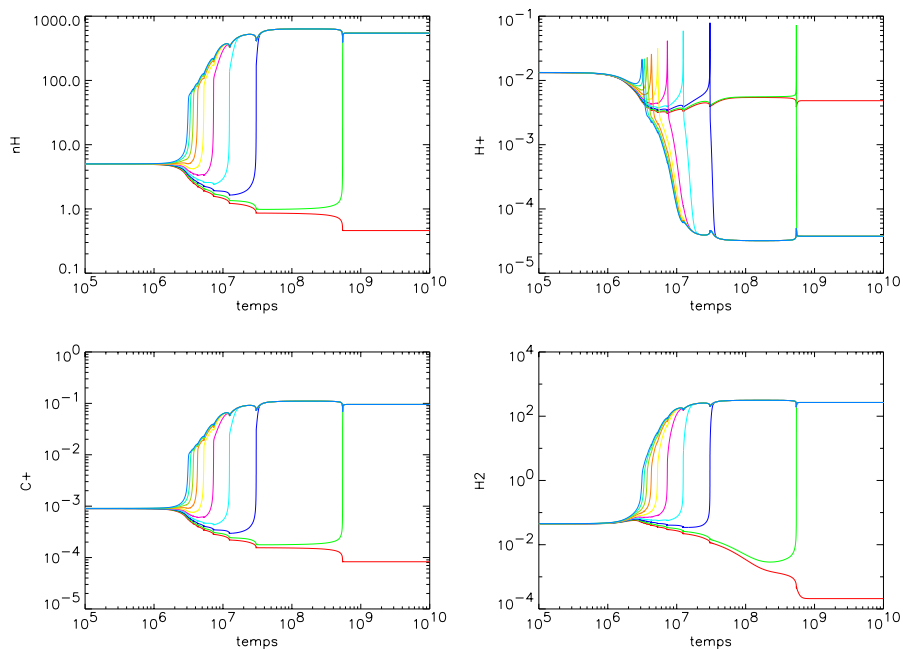


FIG. 5.7 – Évolution au cours du temps de 10 phases d'un modèle homobaire avec 64 phases. La distribution initiale des phases est gaussienne. La chimie est hors-équilibre. Les temps sont en années, et les densités numériques en  $1/\text{cm}^3$ .

### 5.4.3 Système multiphasé

Les équations de l'évolution de la distribution de densité peuvent être intégrées numériquement suivant la méthode proposée par Illarionov et Igumenshchev. Nous l'avons réalisé à peu de frais car cette méthode est très proche d'un schéma hydrodynamique implicite que nous avons déjà implémenté pour le maillage glissant. Cependant, comme nous l'avons déjà évoqué, le système n'est plus local, et l'intégration n'est plus bande-diagonale, ce qui rajoute un coût au calcul. Nous avons donc limité les calculs à 64 zones, qui fournissent déjà une résolution acceptable pour la fonction de distribution.

Augmenter le nombre de phases ne change que peu de choses aux caractéristiques déjà évoquées dans le cadre biphasique.

Cependant, nous avons déjà remarqué que la phase chaude finissait sur un point d'équilibre thermique instable. Si le système chaud est représenté par plus d'une phase, il possède encore la liberté de se scinder, et envoi de la matière se refroidir vers un équilibre stable froid, pendant que le reste s'achemine vers un point de la branche instable de pression plus élevée. Si cette nouvelle phase chaude est encore décrite par plus d'une phase, elle se scinde à nouveau, et on observe une scission récursive des phases, qui progresse vers des états de pression de plus en plus élevée.

L'état final du système est constitué de deux phases bien distinctes à l'équilibre thermique, qui maximisent la pression. c'est-à-dire que la phase chaude vient se loger au creux de la bosse à  $n_H = 1 / \text{cm}^3$ , et la phase froide est en vis-à-vis. Ces conditions stationnaires semblent être aussi celles choisies par les simulations hydrodynamiques à pression non uniforme.

La figure 5.7 présente l'évolution temporelle de ce système qui est tout à fait comparable à celle de la figure 5.10 produite par l'intégration des équations de l'hydrodynamique.

L'état stationnaire du système est déterminé par la donnée de la pression finale :

$$\phi \propto \frac{1}{\rho} \propto 1/[\rho^2 \Lambda(\rho, P)]$$

La masse totale  $M$  contraint le coefficient de proportionnalité.

L'acheminement numérique montre bien l'évolution vers cet état stationnaire, qui se comporte en  $\phi \propto \rho^{-4}$ , présente un creux entre  $n_H = 20 / \text{cm}^3$  et  $n_H = 100 / \text{cm}^3$ , puis pique très fortement à  $n_H = 500 / \text{cm}^3$ , densité d'équilibre de la phase froide. Les caractéristiques à basse densité de cette distribution de masse seront retrouvées au cours de simulations tridimensionnelles de la fragmentation (paragraphe 5.6.2).

Cet état stationnaire est donc défini par la fonction de refroidissement, dont les caractéristiques régissent la fonction de masse du système. Cette propriété nous permet de relier directement la fonction de refroidissement à la distribution statistique de la masse, qui conduit au spectre de masse à condition de connaître les dimensions caractéristiques des objets. L'étude linéaire nous a déjà donné un ordre d'idée des dimensions liées à la fragmentation du système.

## 5.5 Étude numérique

Un bon moyen d'examiner ce que donne l'évolution non-linéaire de l'instabilité thermique reste l'intégration numérique des équations de l'hydrodynamique. Dans le cadre de cette étude, nous avons mis en œuvre plusieurs techniques numériques apparentées. Tous les codes fonctionnent en implicite non-linéaire, avec l'hydrodynamique couplée à la chimie, mais ils diffèrent par la méthode hydrodynamique employée, qui est lagrangienne ou bien eulérienne. Les advections sont de type Van-Leer, et il n'y a pas de viscosité.

La vitesse est maintenue nulle sur les bords de la simulation, qui restent immobiles en permanence.

Les conditions initiales sont homogènes, à une densité correspondant à  $n_H = 5/\text{cm}^3$ . La composition chimique et la température sont à l'équilibre thermo-chimique correspondant à cette densité.

On modifie cet équilibre avec une perturbation correspondant au mode propre croissant trouvé dans l'approximation linéaire (paragraphe 5.3.1) pour une longueur d'onde  $2\pi/k$  donnée. La taille de la boîte est choisie de manière à englober exactement une période de cette perturbation. L'amplitude de la perturbation est de 5% rapportée aux conditions à l'équilibre.

La longueur d'onde critique trouvée pour ce jeu de conditions initiales est de  $\lambda_\rho = 2,2$  pc : on décide donc de réaliser deux simulations, l'une d'une longueur d'onde  $0,1\lambda_* = 0,22$  pc (petit mode), et l'autre d'une longueur d'onde  $10\lambda_* = 22$  pc (grand mode).

### 5.5.1 Petits modes

Dans la partie à petite longueur d'onde de la relation de dispersion, on trouve trois racines : l'une correspond à un mode croissant, les deux autres correspondent à deux modes propagateurs acoustiques amortis avec le même temps.

#### Modes oscillant amortis

Si  $\omega$  est l'une des deux racines correspondant à l'un des deux modes amortis, la perturbation associée est la solution du système 5.1 qui vérifie la condition de vitesse nulle aux deux bords :

$$\begin{aligned}\hat{\rho} &= \Re(a)\rho_0 \cos(kx) \\ \hat{u} &= \frac{\Re(ia\omega)}{k} \sin(kx) \\ \hat{p} &= \frac{\Re(a\omega^2)}{k^2} \rho_0 \cos(kx)\end{aligned}$$

$a$  est l'amplitude complexe de la perturbation, elle détermine donc l'amplitude et la phase initiales de l'onde. Pour toutes les simulations,  $a = 0,05$ .

Pour la longueur d'onde  $\lambda = 0,22$  pc, et pour les conditions initiales données  $n_H = 5/\text{cm}^3$  et  $T = 10000$  K, la relation de dispersion fournit une racine  $\omega$  avec  $\Re(\omega) = 9,6 \cdot 10^{-12}/\text{s}$  et  $\Im(\omega) = -3,6 \cdot 10^{-14}/\text{s}$ , qui correspondent respectivement à une période d'oscillation  $T = 2\pi/\Re(\omega) = 2,1 \cdot 10^4$  ans et à un temps caractéristique d'amortissement  $\tau = -1/\Im(\omega) = 8,8 \cdot 10^5$  ans.

À l'ordre 0, comme on est parti d'une température très chaude par rapport à l'équilibre thermo-chimique pour cette densité, le gaz se refroidit très fortement, et de manière isochore. La pression du gaz va donc s'amenuiser, et la relation de dispersion changer :  $\omega$  est donc une quantité qui dépend du temps. En supposant l'équilibre chimique réalisé en permanence, on peut intégrer numériquement son évolution temporelle.

À l'ordre 1, on peut alors calculer la dépendance temporelle de l'amplitude complexe :

$$\frac{da}{dt} = -i\omega a$$

Enfin, on compare le résultat de cette intégration avec le calcul complet de l'hydrodynamique non-linéaire sur la figure 5.8. On remarque que la période d'oscillation est bonne, mais que les temps d'amortissement ne correspondent pas : le taux d'amortissement et la dispersion dues au schéma de la simulation hydrodynamique dépendent fortement du pas de temps adopté relativement au pas de temps de Courant.



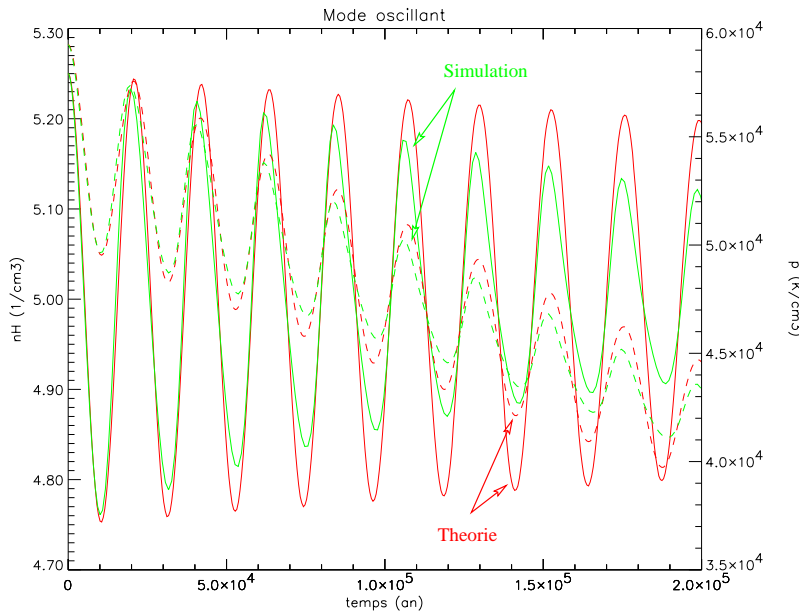


FIG. 5.8 – Comparaison entre la théorie linéaire et la simulation lagrangienne, les densités (traits pleins) sont en particules par  $\text{cm}^3$ , les pressions (pointillés) en  $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation.

### Modes croissant

La sélection du mode croissant correspondant aux bords fixes qu'on s'est donnés s'opère de la même manière que pour le mode oscillant, mais avec le  $\omega$  correspondant qui est à présent imaginaire pur, de partie imaginaire positive. Le taux de croissance donné par la relation de dispersion dans les conditions initiales est  $\tau = 1/\Im(\omega) = 9,6 \cdot 10^5$  ans. Une comparaison de l'intégration linéaire avec le résultat de la simulation hydrodynamique montre que la correspondance est bonne jusqu'à ce que l'amplitude de la perturbation devienne non linéaire (figure 5.9).

Pendant la phase linéaire, si l'on note à l'instant  $t$  après le début de la simulation  $\Omega = -i \int_0^t \omega dt$ , on a :

$$\begin{aligned}\hat{\rho} &= a_0 \rho_0 \cos(kx) \exp(\Omega) \\ \hat{u} &= -a_0 \frac{|\omega|}{k} \sin(kx) \exp(\Omega) \\ \hat{p} &= -a_0 \frac{|\omega|^2}{k^2} \rho_0 \cos(kx) \exp(\Omega)\end{aligned}$$

$\Omega$  est un nombre positif, croissant au cours du temps. Les sur-densités se refroidissent plus vite que les zones moins denses, et il s'établit un gradient de pression qui pousse le gaz des zones chaudes vers les froides. Cette phase dure quelques temps caractéristiques de croissance soit de un à deux millions d'années (figure 5.10).

En régime non linéaire, les vitesses gardent leur direction, et ce flux de matière des zones chaudes vers les froides persiste, pendant que le gaz qui se refroidit se contracte et perd du volume, même s'il gagne en masse.

Comme nous l'avons remarqué, les temps de refroidissement sont beaucoup plus rapides que les

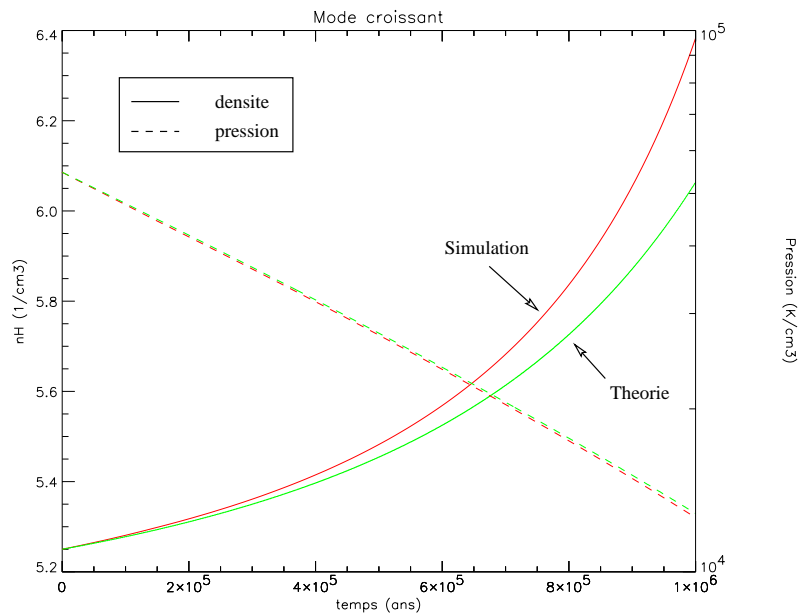


FIG. 5.9 – *Comparaison entre la théorie linéaire et la simulation lagrangienne, les densités sont en particules par  $\text{cm}^3$ , les pressions en  $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation.*

temps de chauffage, il est donc naturel que la phase froide parvienne à son équilibre thermique beaucoup plus rapidement que la phase chaude. Elle va ensuite ajuster sa pression pour reproduire l'équilibre hydrostatique tout en restant à l'équilibre thermique pendant que la phase chaude traverse la courbe d'équilibre thermique puis se réchauffe pour trouver son propre équilibre thermique.

Au fur et à mesure que le gaz froid et le gaz chaud se rapprochent de leur état d'équilibre, les temps d'évolution se rallongent, et le système complet se stabilise. Cette phase finale dure beaucoup plus longtemps que la phase initiale, soit quelques dizaines de millions d'années.

La simulation finit avec deux phases stables en équilibre de pression ; la phase chaude occupe presque tout le volume alors que la phase froide contient presque toute la masse du gaz.

A ces petites longueurs d'onde, l'évolution est bien décrite par l'hypothèse homobare, ce qui nous permet de corroborer parfaitement les résultats de la théorie statistique.

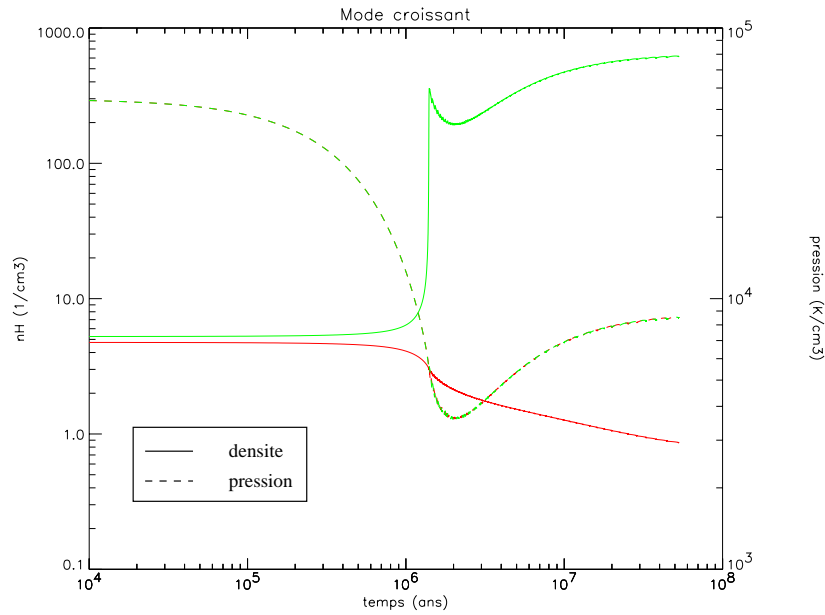


FIG. 5.10 – Évolution temporelle de la densité et de la pression des zones du bord (c'est-à-dire les moins denses) et milieu (c'est-à-dire la plus dense). Les densités sont en particules par  $\text{cm}^3$ , les pressions en  $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation qui est lagrangienne.

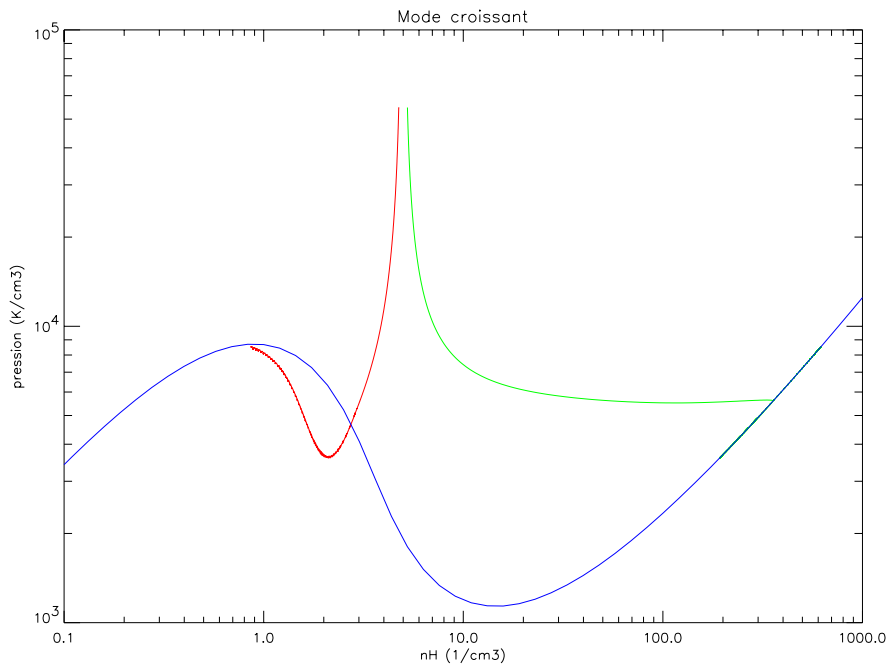


FIG. 5.11 – Évolution dans le diagramme  $p - n_H$  des zones du bord (c'est-à-dire les moins denses) et milieu (c'est-à-dire la plus dense). La courbe d'équilibre thermochimique est rappelée. Les densités sont en particules par  $\text{cm}^3$ , les pressions en  $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation.

### Comparaison Lagrange-Euler

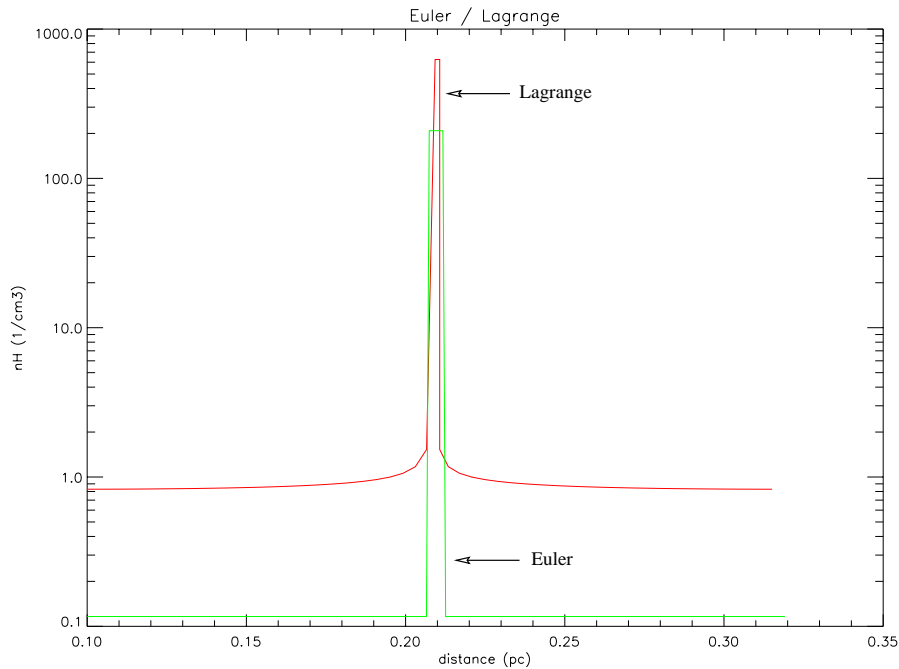


FIG. 5.12 – *Comparaison Lagrange contre Euler à l'état final de la simulation. Les densités sont en particules par  $\text{cm}^3$  et les distances en parsec.  $A_v=0,5$*

Il est intéressant de constater les écarts (figures 5.12 et 5.13) entre les deux méthodes lagrangienne et eulérienne, car celles-ci correspondent chacune à une frustration de l'instabilité.

En effet, dans le code lagrangien, la masse d'une cellule élémentaire du maillage est fixée une fois pour toutes. On contraint donc la masse minimale de la phase chaude, qui contient au moins une cellule du maillage.

En revanche, dans le code eulérien, c'est le volume de gaz froid qui est contraint à rester plus grand que le volume élémentaire d'une maille.

Sur la figure 5.14, on a porté la fraction de la masse chaude pour le lagrangien et l'eulérien : on peut constater que dans les deux cas, la contrainte n'est pas opérationnelle, car la fraction de masse est bien supérieure au seuil de  $1/256$  correspondant à la contrainte d'une cellule lagrangienne. On y a aussi indiqué la fraction de volume de la phase froide, et celle-ci par contre est tronquée à 5 zones pour la simulation eulérienne, ce qui correspond grosso modo au nombre de cellules sur lesquelles s'appuie le schéma advectif Van-Leer utilisé. La simulation lagrangienne s'approche quant à elle à deux zones eulériennes, mais c'est sans dommage, car elle n'est pas contrainte en volume.

Il faut donc mieux croire la simulation lagrangienne, et il faudrait faire une simulation eulérienne avec 1000 zones pour être sûr qu'elle n'est pas contrainte en volume.

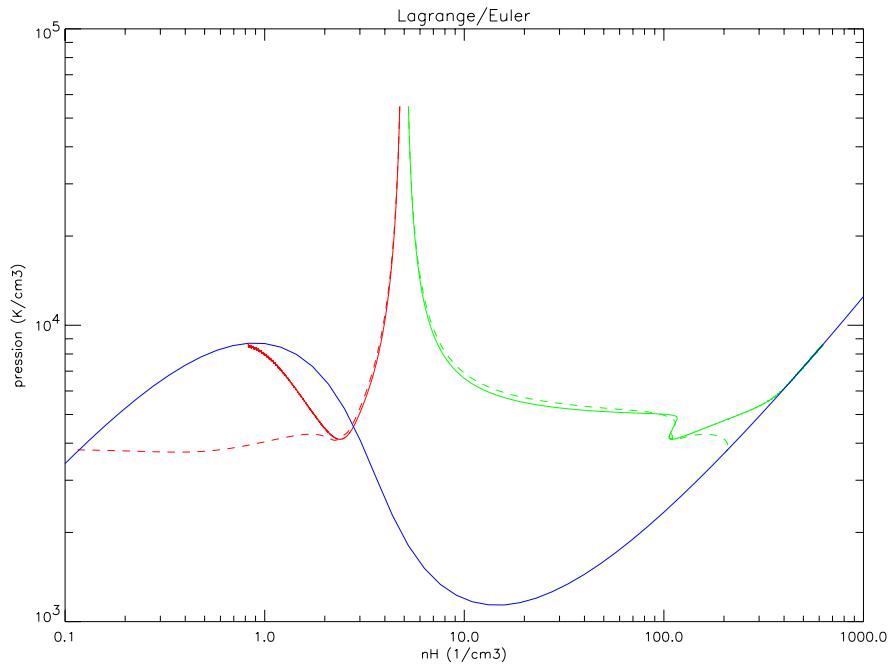


FIG. 5.13 – Comparaison Lagrange (traits pleins) contre Euler (pointillés) des évolutions dans le diagramme  $p/n_H$ . La chimie est traitée dépendante du temps. Les densités sont en particules par  $\text{cm}^3$ , les pressions en  $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années.  $Av=0,5$ .

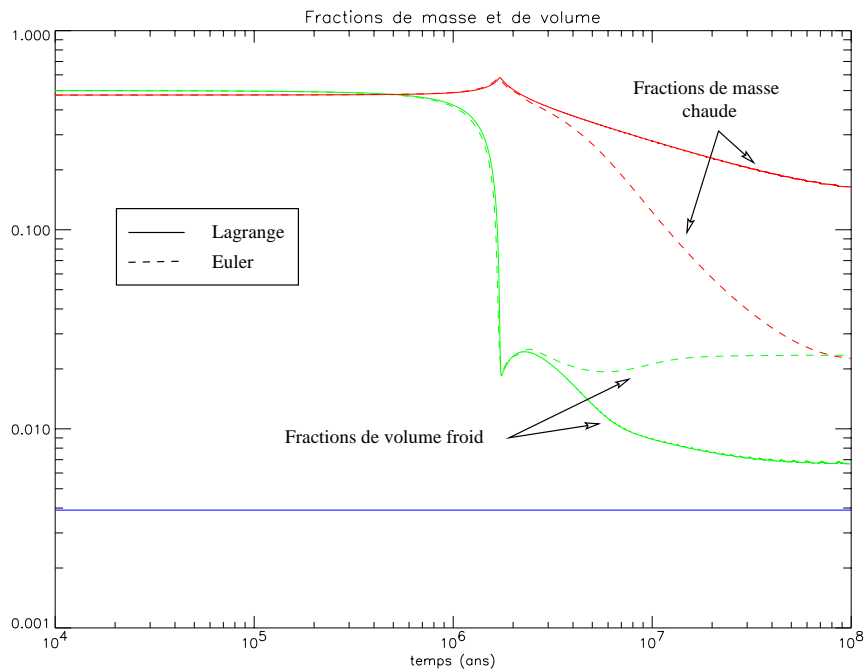


FIG. 5.14 – Fractions de masse chaude et de volume froid pour la simulation lagrangienne (traits pleins) et la simulation eulérienne (pointillés). La ligne horizontale indique l'inverse du nombre de zones (i.e.  $1/256$ ), qui représente la contrainte d'une cellule.

### 5.5.2 Grands modes

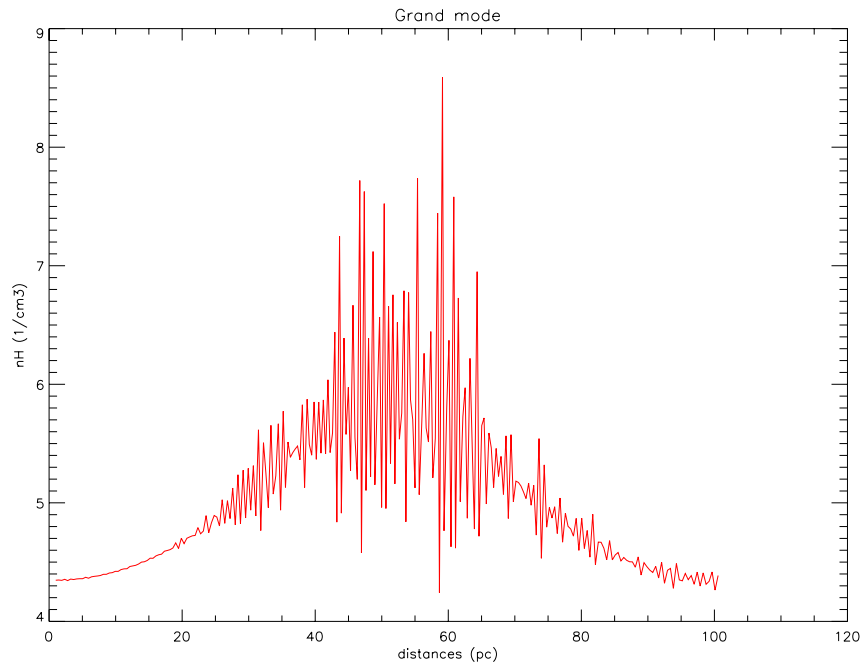


FIG. 5.15 – *Mode de 100 pc au temps  $t = 18 \text{ Man}$ . Les conditions initiales sont à l'équilibre thermo-chimique,  $n_H = 5/\text{cm}^3$ . La chimie est dépendante du temps.*

Les petits modes croissent plus vite que les grands. Les modes qui sont à densité moyenne élevée croissent plus vite que les autres.

Aux petits modes, le taux de croissance est indépendant de la longueur d'onde, donc les perturbations croissent toutes à la même vitesse.

En revanche, pour les grands modes, si une perturbation naît à petite échelle, elle croît beaucoup plus vite que la grande perturbation. Donc si des erreurs numériques se produisent au niveau de la cellule, elles sont amplifiées avec un temps de croissance très court devant le temps de croissance du grand mode qu'on a excité. Leur amplitude finit par devenir sensible, et détériore le profil global.

La figure 5.15 montre la forêt de perturbations qui s'est développée sur la longueur du mode au bout de 18 millions d'années. Le taux de croissance des plus petites perturbations est  $\omega_p$ . Or la figure 5.2 montre que ce taux croît avec la densité. Ceci explique pourquoi les perturbations sont beaucoup plus grandes dans la zone globalement sur-dense.

### 5.5.3 Effet de la chimie hors équilibre

On peut se demander ce qui se passe lorsqu'on intègre conjointement à l'hydrodynamique l'évolution temporelle de la chimie. L'action du réseau chimique est paradoxale, puisque la figure 5.16 montre que l'équilibre thermique des deux phases est atteint plus rapidement lorsqu'on tient compte du réseau hors équilibre. Les degrés de liberté offerts par la chimie permettent au gaz de se guider plus facilement vers le minimum de la fonction de refroidissement.

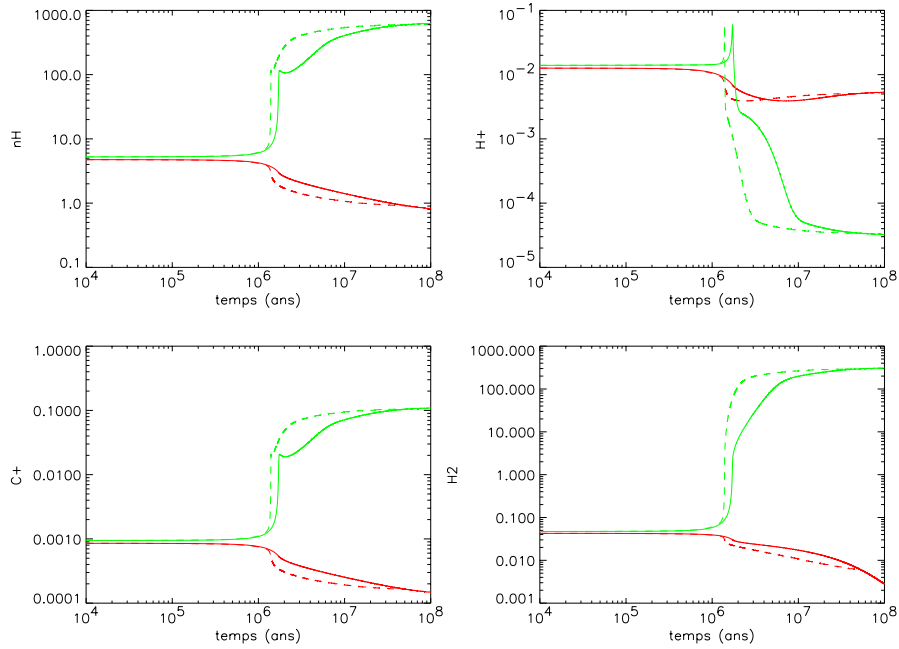


FIG. 5.16 – Comparaison pour le mode de  $0,22 \text{ pc}$  entre l'évolution temporelle à chimie constamment à l'équilibre (traits pleins), ou bien dépendante du temps (pointillés). En rouge la zone la plus dense, en vert la moins dense.  $Av=0,5$ .

#### 5.5.4 Effet de la viscosité

La viscosité artificielle du gaz est un effet du second ordre dans le développement des équations de l'hydrodynamique, mais qui acquiert vite de l'importance lorsque l'amplitude de la perturbation croît. Alors, les zones où la divergence de la vitesse n'est pas nulle sont vaccinées contre l'instabilité thermique, car le chauffage visqueux lisse le refroidissement. Pour les grandes longueurs d'onde, on observe donc la croissance rapide de deux aiguilles sur les "ailes" de la perturbation en densité, là où la divergence nulle de la vitesse anéantit la friction visqueuse. Les simulations sont donc réalisées sans tenir compte de la viscosité.

#### 5.5.5 Effet de la diffusion

La diffusion thermique, en mélangeant les phases chaudes et froides, coupe court à la fragmentation en-dessous de l'échelle de diffusion. Si l'on introduit une échelle artificielle de diffusion  $\lambda$ , le flux de chaleur correspondant s'exprime par :

$$F = -\rho c \lambda \frac{\partial c^2}{\partial x}$$

(on a supposé  $\mu$  uniforme).

Le taux de variation de la pression qui en résulte devient :

$$\dot{q}_d = -\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho c \lambda \frac{\partial c^2}{\partial x} \right]$$

Sa linéarisation donne :

$$\hat{q}_d = -\lambda(\gamma\omega^2 - k^2 c^2) \hat{\rho}$$

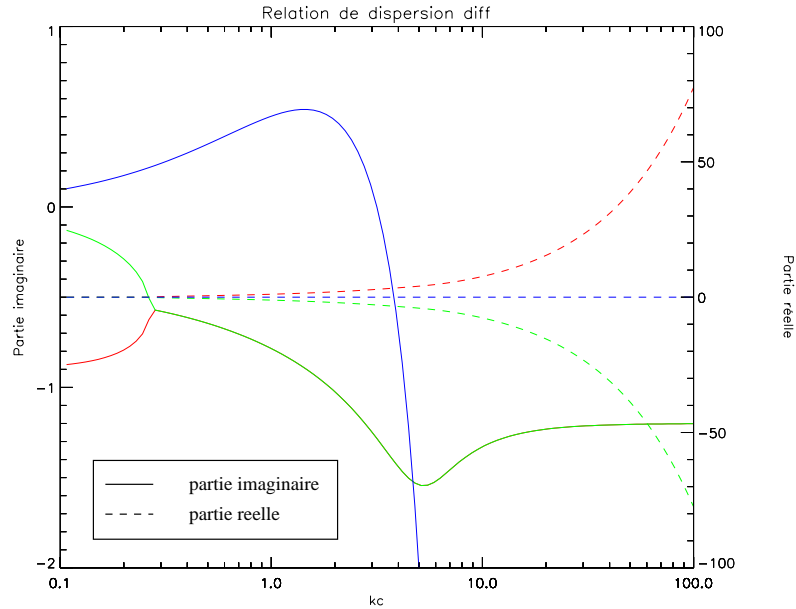


FIG. 5.17 – Relation de dispersion avec une longueur de diffusion  $\lambda = c/(10\omega_\rho)$  qui correspond donc à  $kc = 10\omega_\rho$ . On se place à  $n_H = 5/\text{cm}^3$ , et à l'équilibre thermo-chimique. Toutes les unités sont normalisées par  $\omega_\rho$ .

D'où la nouvelle relation de dispersion :

$$P_k(\omega) = \omega^3 - i\left(\omega_\rho - \gamma \frac{k^2 c^2}{\omega_d}\right)\omega^2 - k^2 c^2 \omega - ik^2 c^2 \left(\omega_\rho + \frac{k^2 c^2}{\omega_d}\right) = 0$$

où l'on a défini un nouveau taux  $\omega_d$  qui caractérise la diffusion :

$$\omega_d = \frac{c}{\lambda}$$

Cette relation de dispersion fait ressortir une coupure aux très petites longueurs d'onde, et il faut ajouter à la discussion du paragraphe 5.3.2 une rubrique les concernant :

- lorsque  $k^2 c^2 \gg \omega_d \cdot \max(|\omega_\rho|, |\omega_p|/\gamma)$ , les parties imaginaires des racines sont modifiées comme suit :

$$\omega_\pm = \pm kc + i \frac{\gamma - 1}{2\gamma^2} \omega_d + o(1)$$

et :

$$\omega_0 = -i\gamma \frac{k^2 c^2}{\omega_d} + o(k^2 c^2)$$

Ces trois racines donnent donc lieu à présent à des modes décroissants quels que soient les signes de  $\omega_\rho$  et  $\omega_p$ .

La figure 5.17 donne une idée de l'allure de la nouvelle relation de dispersion pour une longueur de diffusion  $\lambda = c/(10\omega_\rho)$ .



On a donc introduit une nouvelle coupure aux petites longueurs d'ondes qui se situe à une longueur d'onde critique de  $\lambda_* = \sqrt{\frac{c}{\omega_\rho}} \lambda$ . La longueur de diffusion correspond au libre parcours moyen des électrons qui sont les diffuseurs les plus efficaces (Spitzer 1978, page 20) :

$$\lambda = \left\langle \frac{m_e^2 w_e^4}{n_e 4\pi e^4 \ln(\Lambda m_e w_e^2 / 3kT)} \right\rangle_{w_e} = 10^4 \frac{T^2}{n_e} \text{ cm}$$

Cela fournit pour la longueur critique  $\lambda_* = 8 \cdot 10^{-3}$  pc dans les conditions initiales de la simulation. De plus, il semble que dans toute la zone du plan  $(\rho, p)$  instable thermiquement, la longueur de diffusion est très inférieure à la longueur critique  $\lambda_\rho = c/\omega_\rho$ .

Cela signifie donc que l'instabilité thermique fragmente jusqu'à l'échelle  $\lambda_\rho$ , puis la diffusion lisse les fragments obtenus. Elle en détermine la largeur des bords, et gère la structure du front thermique entre les fragments denses et le milieu qui les environne.

Cependant, Hennebelle et Pérault (1999) montrent que la vitesse de propagation des fronts de conduction est déterminée par une intégrale qui fait intervenir la longueur du front de conduction. Elle dépend aussi crucialement de la succession des températures rencontrées lors de la transition thermique. La vitesse de propagation thermique dépend donc de la résolution spatiale employée.

Nous ne nous préoccupons pas de la propagation de ces fronts au cours de nos simulations. Mais nous pensons que la diffusion intrinsèque du code est suffisamment faible pour que les vitesses de propagation des fronts de conduction soient lentes en comparaison des autres processus dynamiques de rencontre et de fusion des structures, tout comme nous croyons que c'est le cas dans la réalité. Cependant, il est sain d'avoir conscience que nous surestimons probablement la vitesse d'évaporation ou de croissance des nuages après leur formation.

## 5.6 Fragmentation par l'instabilité thermique

Observons à présent comment le mécanisme de l'instabilité thermique est capable de fragmenter les structures. Nous allons vérifier à l'aide de codes mono-dimensionnels qu'il existe bel et bien une longueur minimale de fragmentation par l'instabilité thermique.

Ensuite, nous étudierons à trois dimensions quel spectre de masse et quelles relations masse/rayon sont produits par cette instabilité de fragmentation.

### 5.6.1 Longueur de fragmentation (étude monodimensionnelle)

La relation de dispersion montre que le taux de croissance des perturbations est une fonction croissante du nombre d'onde  $k$  pour les grandes longueurs d'onde :  $\omega \propto k$  (voir 5.4). Cela signifie que dans ce régime les perturbations de petite taille croissent plus vite que les grandes. Influencions légèrement un objet de taille  $L$  avec une perturbation de longueur caractéristique  $L/2$ . L'objet se contracte exponentiellement avec un taux  $\omega_L$ , mais la perturbation croît avec un taux  $2\omega_L$ . Si l'amplitude relative initiale de la perturbation est  $\alpha$ , la perturbation est de même amplitude que l'objet au bout d'un temps  $2 \ln(\alpha)/\omega_L$ . L'objet aura donc tôt fait de se séparer en deux fragments bien distincts.

Cependant, il existe une longueur en deçà de laquelle le taux de croissance sature. En effet, pour  $k \gg \omega_\rho/c$ , le taux de croissance est constant et égal à  $\omega_\rho$ . Les objets de taille  $L < \lambda_\rho$  ne se fragmentent pas au cours de leur croissance linéaire, car leur forme n'est pas altérée : les perturbations croissent en même temps que l'objet, et leur amplitude relative est donc constante.

Vérifions ces deux cas en examinant l'interaction de deux modes croissant purs, l'un a la longueur d'onde de la boîte, l'autre a la longueur d'onde moitié. L'amplitude relative initiale du plus petit sur le plus grand est de 0,3. L'objet est représenté par le grand mode, et la perturbation par le petit

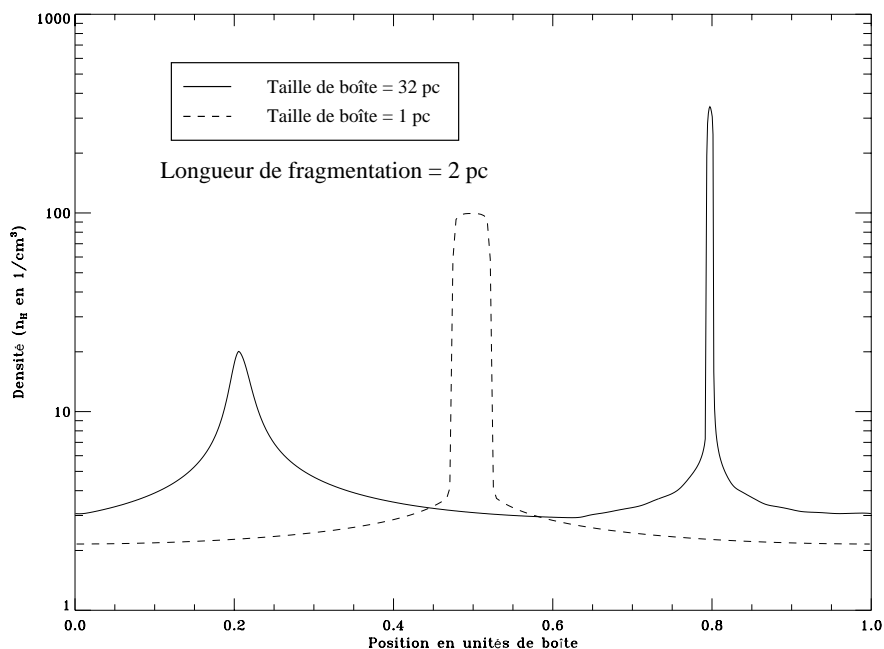


FIG. 5.18 – Simulation de deux bimodes identiques, seule la taille de la boîte de simulation change : le grand bimode se fragmente, le petit reste cohérent. La longueur de fragmentation est de 2 pc.

mode. Nous prenons toujours la même densité initiale de  $n_H = 5 / \text{cm}^3$ , donc la longueur critique sur la courbe d'équilibre thermique est de 2 pc environ. Nous réalisons une simulation avec une boîte de 32 pc (régime de fragmentation) et une simulation avec une boîte de 1 pc (régime cohérent).

La figure 5.18 compare les profils obtenus dans ces deux cas. Pour la longueur d'onde de 32 pc, l'objet se scinde en deux aiguilles qui vont évoluer dans deux positions éloignées de 16 pc, soit à peu près la taille de l'objet avant fragmentation. Pour la longueur d'onde de 1 pc, au contraire, l'évolution de l'objet se fait de manière cohérente, et la perturbation paraît même s'aplanir en valeur relative sous l'effet non linéaire des couplages entre les deux modes.

Si l'on s'intéresse au spectre de tailles produit par l'instabilité thermique, la longueur de fragmentation  $\lambda_p$  nous donne donc un moyen physique de prédire la résolution numérique nécessaire. De plus, cette longueur permet d'évaluer la taille caractéristique des objets produits.

La figure 5.19 donne donc une idée de la longueur de fragmentation suivant la position dans le plan  $(p, \rho)$ . On remarque que les longueurs peuvent être très petites dans une zone où la température est légèrement supérieure à 100 K (jusqu'à  $10^{-4}$  pc !). Si des zones de la simulation passent dans cette région, elles peuvent être sujettes à une fragmentation très rude. D'autre part, la trajectoire des points de la simulation conditionne donc les tailles des fragments qui résultent.

Notamment, si les conditions initiales ont une amplitude très faible, elles se dispersent peu, et resteront assez proche de l'équilibre thermochimique où les longueurs de fragmentations sont raisonnables. Mais on peut prévoir que si la dispersion des conditions initiales est plus grande, certaines zones ont plus de chance de subir une fragmentation en très petits morceaux. Ainsi, l'amplitude de la perturbation joue sur la taille minimum de fragmentation.

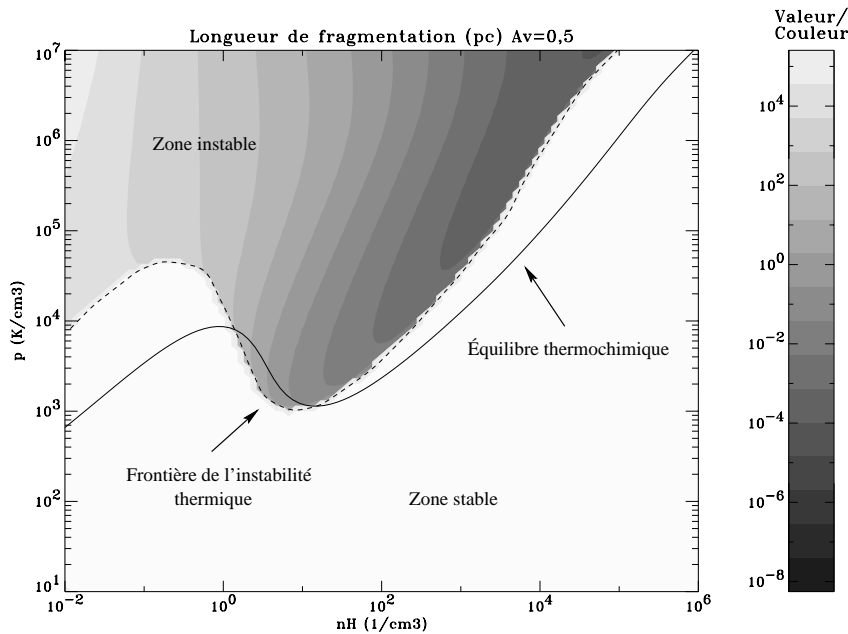


FIG. 5.19 –  $\lambda_\rho$  en pc sur la zone instable thermiquement.

## 5.6.2 Étude tridimensionnelle

### Critère de raffinement

L'étude tridimensionnelle utilise le code RAMSES écrit par Romain Teyssier. Ce code fonctionne avec un solveur de Riemann pour la partie hydrodynamique. Nous y avons incorporé le suivi "petits pas" du réseau chimique réduit à trois espèces. La grille de ce code est adaptative à raffinement de maillage non structuré. Cela signifie que les zones peuvent être découpées ou rassemblées au gré d'un critère défini par l'utilisateur. Le facteur de découpage est 2, c'est-à-dire qu'un cube du maillage engendre 8 petits sous-cubes lorsque celui-ci demande à être raffiné. L'article Teyssier (2000) décrit toutes les subtilités du rangement de la grille, ainsi que les méthodes utilisées pour résoudre les équations de Poisson et de l'hydrodynamique.

La longueur caractéristique de fragmentation dégagée au paragraphe précédent nous fournit un critère naturel de raffinement suivant la pression et la densité d'une cellule. Les tests mono-dimensionnels montrent que le meilleur rapport qualité/coût est obtenu lorsqu'on résout la longueur de fragmentation avec deux zones du maillage. C'est donc le critère que nous utilisons.

### Le problème des conditions initiales

Pour les simulations mono-dimensionnelles que nous avons réalisées jusqu'ici, nous avons choisi des modes propres de l'instabilité, en étudiant éventuellement l'interaction entre deux modes propres. Mais quelles conditions initiales convient-il mieux de prendre? Dans le gaz interstellaire courant, il est fort à parier que l'agitation aléatoire des molécules excite à peu près toutes les longueurs d'ondes possibles et imaginables. D'ailleurs, on observe des mouvements de brassage turbulent dont les vitesses atteignent la vitesse du son dans le fluide. Les moteurs de cette turbulence ne manquent pas : on invoque la rotation différentielle de la galaxie, les bulles issues des explosions de supernovæ, ou bien générées par l'action combinées des flux ionisant et des forts vents stellaires émis par les étoile massives, enfin

les jets protostellaires réinjectent de l'énergie à très petite échelle. Cependant, il n'existe pas encore de modèle complet pour expliquer quantitativement comment ces phénomènes génèrent la turbulence observée.

L'idée la plus couramment adoptée consiste donc à partir de conditions initiales gaussiennes, avec un spectre en loi de puissance qui favorise plus ou moins les petites échelles par rapport aux grandes, ou bien qui tente de se rapprocher d'une loi de Kolmogorov. Cependant, ces modèles de turbulence en déclin voient rapidement disparaître l'énergie cinétique qu'ils comprenaient au départ. Les conditions initiales sont donc difficiles à justifier a posteriori. En effet, comment pourrait-il s'agir des bonnes conditions initiales, puisqu'elles sont aussitôt gommées?

Nous lui avons préféré une autre idée qui consiste à entretenir la turbulence en injectant continuellement de la puissance à certaines échelles. L'énergie cascade ensuite "naturellement" vers les échelles plus petites, c'est-à-dire en suivant la physique décrite par le modèle. On produit alors un état stationnaire qui permet de nous affranchir des conditions initiales, et la cascade ainsi produite est cohérente à la fois avec la physique et avec l'algorithmique du code.

### Le mélangeur

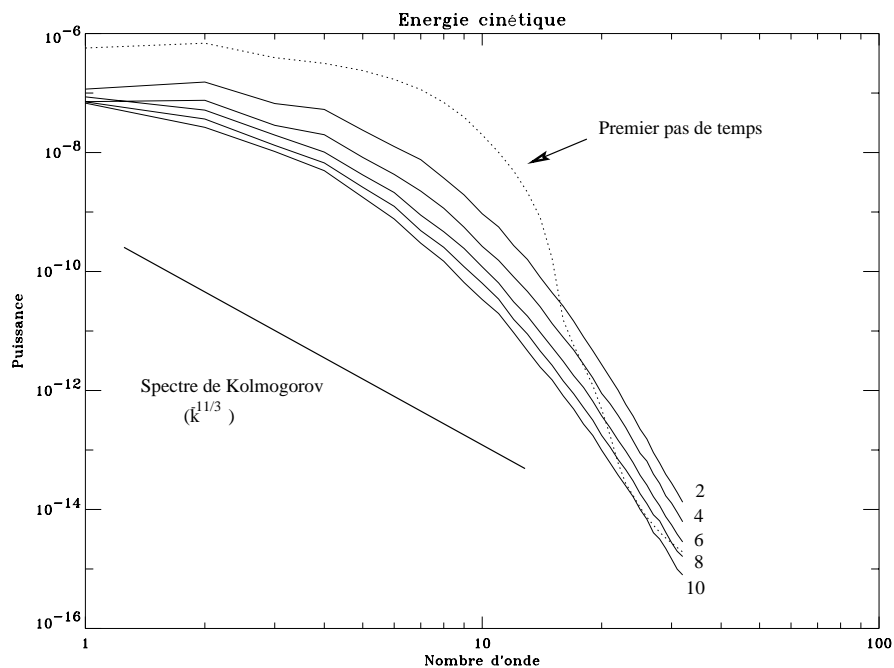


FIG. 5.20 – Évolution du spectre de puissance de l'énergie cinétique au cours du temps. La simulation est à  $n_H=1/cm^3$  et  $T=10^4$  pour une taille de boîte de 32 pc. Le temps de traversée de la boîte est donc de 3 millions d'années. Les nombres indiqués correspondent au temps depuis le début de la simulation en millions d'années.

L'art qui consiste à injecter de l'énergie à une certaine échelle possède de multiples facettes... La méthode la plus répandue consiste à donner des petits coups au fluide à chaque pas de temps de la simulation.

MacLow (1998) tire aléatoirement un champ de vitesse perturbateur  $\partial \mathbf{v}$  qui contient tous les modes dont le module correspond à un nombre d'onde compris entre deux entiers consécutifs donnés. Il cible donc une certaine échelle d'injection. Il se donne ensuite un taux d'injection d'énergie cinétique et

calcule l'amplitude à donner à son champ perturbateur pour que ce taux soit injecté au cours de chaque pas de temps. Cette amplitude  $A$  est solution de l'équation du second ordre suivante (voir Mac Low, 1999) :

$$\dot{E}\Delta t = \frac{1}{2} \sum_{\text{cellule } i} V_i \rho_i A \partial \mathbf{v}_i \cdot (2\mathbf{v}_i + A \partial \mathbf{v}_i)$$

où l'indice  $i$  décrit toutes les cellules de la simulation,  $\rho$  et  $\mathbf{v}$  sont les densité et vitesse du fluide au cours du pas de temps  $\Delta t$ , et  $V_i$  est le volume de la cellule  $i$  (qui dépend donc de son niveau de raffinement).

Cependant, cette méthode ne suffit pas à engendrer la turbulence à partir de conditions initiales rigoureusement homogènes. Il faut se donner une amorce de vitesses aléatoires. Nous suivons pour cela à la lettre la méthode de Mac Low (1998) en adoptant comme conditions initiales un bruit blanc lissé au-delà des 8 premiers modes de la boîte de simulation.

Cette méthode produit une turbulence développée en une fraction de temps de traversée de la boîte, dont la vitesse quadratique moyenne est reliée au taux d'injection d'énergie (Mac Low 1999). Pourtant, cette turbulence ne reste pas très longtemps stationnaire... Au bout de deux ou trois temps de traversée, le fluide s'adapte à l'empreinte de forme constante qu'on lui communique à chaque pas de temps, et la cascade disparaît. Or, nous voulons obtenir une turbulence stationnaire sur plusieurs dizaines de temps de traversée, car les temps de croissance des instabilités thermiques ou gravitationnelles peuvent être aussi grands que cela.

D'autres équipes utilisent donc une technique légèrement différente qui consiste à tirer aléatoirement le champ de vitesse perturbateur à *chaque pas de temps*. Cependant, les corrélations temporelles de la perturbation ne correspondent plus du tout aux corrélations spatiales introduites. Cela est assez gênant si l'on veut reproduire un état qui ressemble à de la turbulence... Nous avons donc mis au point une technique apparentée au brassage d'une cuve ou d'une pâte à gâteau. Les batteurs sont des structures métalliques qui tournent à des fréquences premières entre elles, pour que la période totale du système soit la plus grande possible. Ainsi, l'excitateur est le plus aléatoire possible, et on ne risque pas d'introduire des phénomènes de résonance qui réduiraient l'efficacité du mélange.

Pour ne rien perdre de la dynamique des échelles de notre boîte de simulation, déjà bien petite, nous choisissons d'injecter l'énergie aux plus grandes échelles. Nous décomposons donc  $\partial \mathbf{v}$  sur les 32 modes dont le nombre d'onde est compris entre 1 et 2. Pour chacun de ces modes  $j$ , nous tirons aléatoirement une phase initiale  $\phi_j$ , et une pulsation  $\omega_j$  proche de la pulsation propre de la boîte :

$$\partial \mathbf{v}_i = \sum_j \cos(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{x}_i + \phi_j + \omega_j t)$$

L'indice  $j$  décrit chacun des 32 modes utiles,  $\mathbf{k}_j$  est le vecteur d'onde du mode  $j$ , et  $\mathbf{x}_i$  est le vecteur position du centre de la cellule  $i$ . L'évaluation de 32 fonctions cosinus est certainement coûteuse, mais cette forme analytique permet de connaître très facilement la valeur de la perturbation même pour les cellules raffinées, car elle ne dépend que de la position. Toutes les autres techniques de tirage aléatoire d'un champ perturbateur sont très difficiles à implémenter avec le maillage raffiné car elles nécessitent une transformée de Fourier (Bertschinger 2001).

Nous avons testé à la fois la prescription de Mac Low (1999) pour le choix de l'amplitude  $A$ , et à la fois une amplitude constante. Comme les deux donnaient des qualités semblables de turbulence, nous nous sommes cantonnés à un choix constant pour  $A$ . En effet, la prescription de Mac Low ne peut pas s'implémenter en pas de temps adaptatif. Nous réglons  $A$  de manière à ce que l'amplitude de la dispersion quadratique de vitesse turbulente soit de l'ordre de 10% de la vitesse du son initiale. Comme nous partons d'une température de  $10^4$  K, cela donne lieu à une vitesse quadratique moyenne de 1 km/s.

Ce protocole de mélange nous donne entière satisfaction, et nous a permis de suivre une turbulence développée sur plus d'une trentaine de temps de traversée sans encombre. La figure 5.20 donne une idée des spectres de puissances obtenus pour l'énergie cinétique, et montre l'oubli rapide de l'amorce initiale pour s'acheminer vers un état stationnaire persistant.

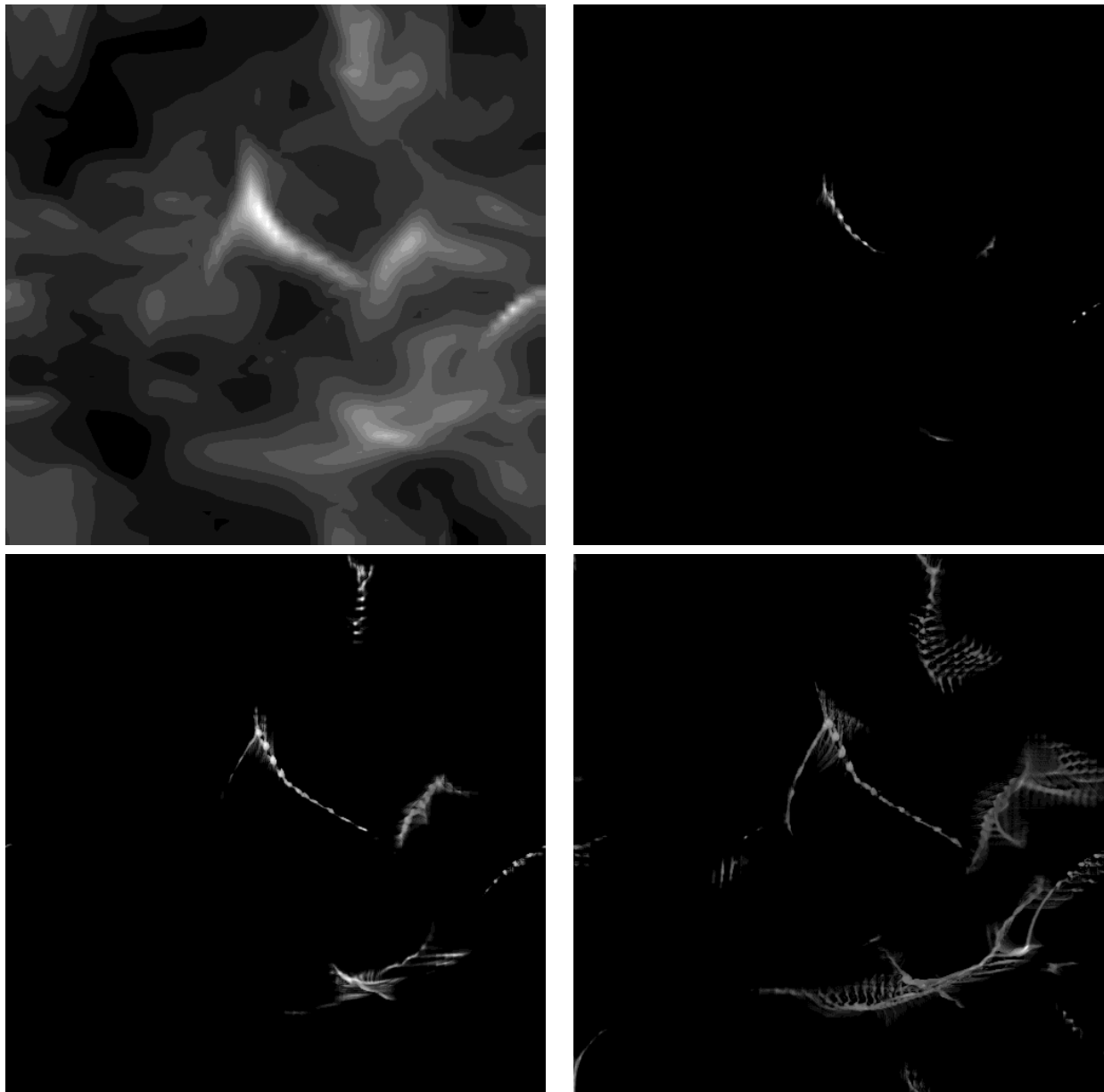


FIG. 5.21 – *Projections des cubes de la simulation avec refroidissement.  $n_H=2/cm^3$ . Les temps sont à 15, 17, 18 et 19,5 millions d'années. L'échelle des dégradés est logarithmique, et utilise pour chaque cube toute la gamme de la palette, bien que chacun ait un contraste de densité réel bien distinct.*

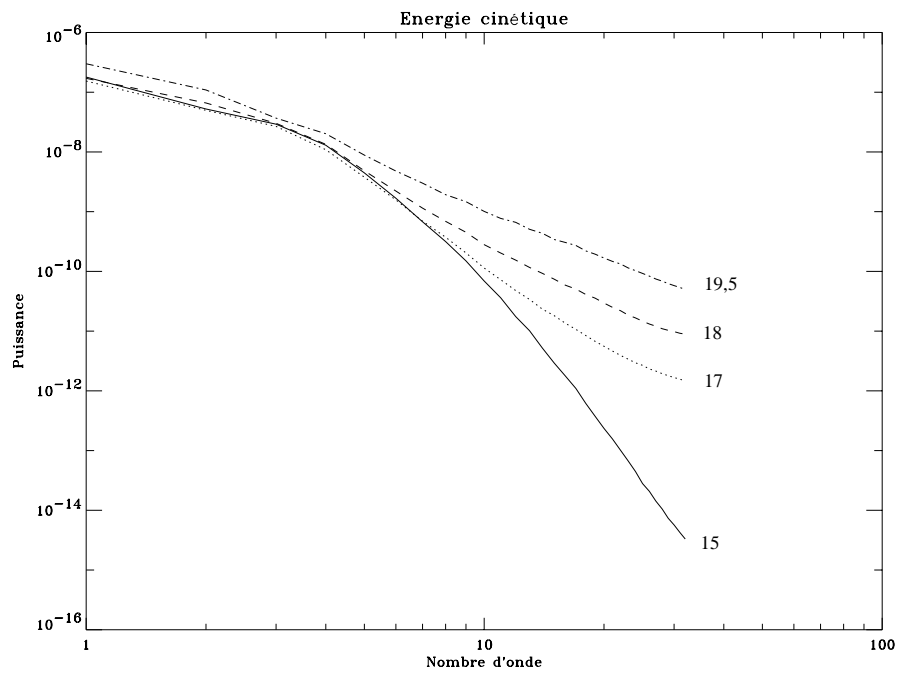


FIG. 5.22 – Évolution du spectre de puissance de l'énergie cinétique au cours du temps. La simulation est à  $n_H=2/cm^3$  et  $T=10^4$  pour une taille de boîte de 32 pc. Le temps de traversée de la boîte est donc de 3 millions d'années. Les nombres indiqués correspondent au temps depuis le début de la simulation en millions d'années.



## Un exemple de simulation

Les temps de l'instabilité thermique sont très longs, voire infinis près de la bosse instable où  $n_H=1/\text{cm}^3$ . Mais nous avons vu d'autre part qu'il était judicieux de partir d'une densité faible, car cela conduit à un volume condensé plus faible, donc plus facile à supporter pour la grille adaptative. De plus, les hautes températures à des densités de l'ordre de  $10/\text{cm}^3$  produisent des longueurs de fragmentation thermique très petites. Il faut donc tenter de s'en éloigner le plus possible en partant d'une densité plus basse.

Nous avons testé  $n_H = 1/\text{cm}^3$  pour vérifier que les temps étaient très longs, et rien ne s'est produit au bout de 100 millions d'années : c'est en fait cette simulation qui nous sert à illustrer la cascade stationnaire (figure 5.20). Nous avons aussi testé  $n_H = 5/\text{cm}^3$  pour être cohérent avec l'étude mono-dimensionnelle. Mais les temps de refroidissement très courts et les longueurs thermiques très petites font que la simulation sature très vite du point de vue des grilles à raffiner, et que la cascade turbulente a peine à s'installer. Nous présentons donc ici une simulation intermédiaire où la densité initiale est  $n_H = 2/\text{cm}^3$  pour une température de  $10^4$  K.

Pendant deux dizaines de millions d'années, le fluide se refroidit lentement, et la cascade turbulente a le temps de se former. Doucement, le contraste de densité s'accroît, et des zones plus froides se dessinent. Ces régions entrent dans des régimes où les temps de l'instabilité sont de plus en plus courts, et la séparation de phase finit par se déclencher en une fraction de million d'années, tout comme dans l'étude mono-dimensionnelle. L'apparition des structures à petite échelle se laisse voir sur l'évolution des spectres de puissance de l'énergie cinétique (figure 5.22). Les images successives du champ de densité permettent de constater l'agencement spatial de ces nouveaux détails (figure 5.21). On observe des feuillettes qui se condensent en filaments, qui se segmentent en billes régulièrement espacées.

Dans le cadre des simulations gravitationnelles des grandes structures cosmologiques, ce type de géométrie est couramment observé. En effet, si nous considérons une masse de gaz parfaitement sphérique autogravitante, nous déclenchons l'effondrement conjointement dans les trois directions. Mais si la perturbation initiale n'est pas tout à fait isotrope, la contraction suivant chacune des trois directions n'est pas synchrone. La première direction qui se condense forme une plaque, puis la deuxième direction forme une corde, et enfin la troisième contracte ce filament dans sa longueur pour former un amas de galaxies. Cependant, la succession des images de la simulation (figure 5.21) montre que la formation de ces structures suit l'ordre chronologique *inverse*. Dans le cadre de l'instabilité thermique, les petites structures sont les premières à se former. Cette différence fondamentale entre les deux instabilités provient de ce que le taux de croissance de l'instabilité gravitationnelle croît avec la longueur d'onde, alors que le taux de l'instabilité thermique décroît avec la longueur d'onde.

Les structures fragmentées qui apparaissent en large des feuillettes puis le long des filaments sont dues à l'instabilité de fragmentation, car elles correspondent à la longueur de fragmentation pour les densités rencontrées. Mais la régularité de ces structures laisse peser des soupçons sur le rôle du maillage de base, qui pourrait être à l'origine des perturbations numériques qui engendrent cette fragmentation. Le gaz interstellaire a certainement bien plus de liberté pour exciter les petits modes, et ses structures sont bien plus isotropes.

Enfin, le pas de temps de Courant chute d'un ordre de grandeur car les structures qui se forment engendrent des cellules beaucoup plus petites. Cela alourdit considérablement la simulation, et il faudrait mettre en place le pas de temps adaptatif pour pouvoir poursuivre l'intégration. En effet, le nombre de zones supplémentaires produites est raisonnable : il représente 20% des zones de la grille de base. Si chaque zone est traitée avec le pas de temps de Courant qui lui correspond, on peut donc espérer garder un temps de calcul raisonnable. On sera alors en mesure d'observer l'interaction entre les structures produites, et la relaxation du système vers un état stationnaire.

## Relation pression-densité

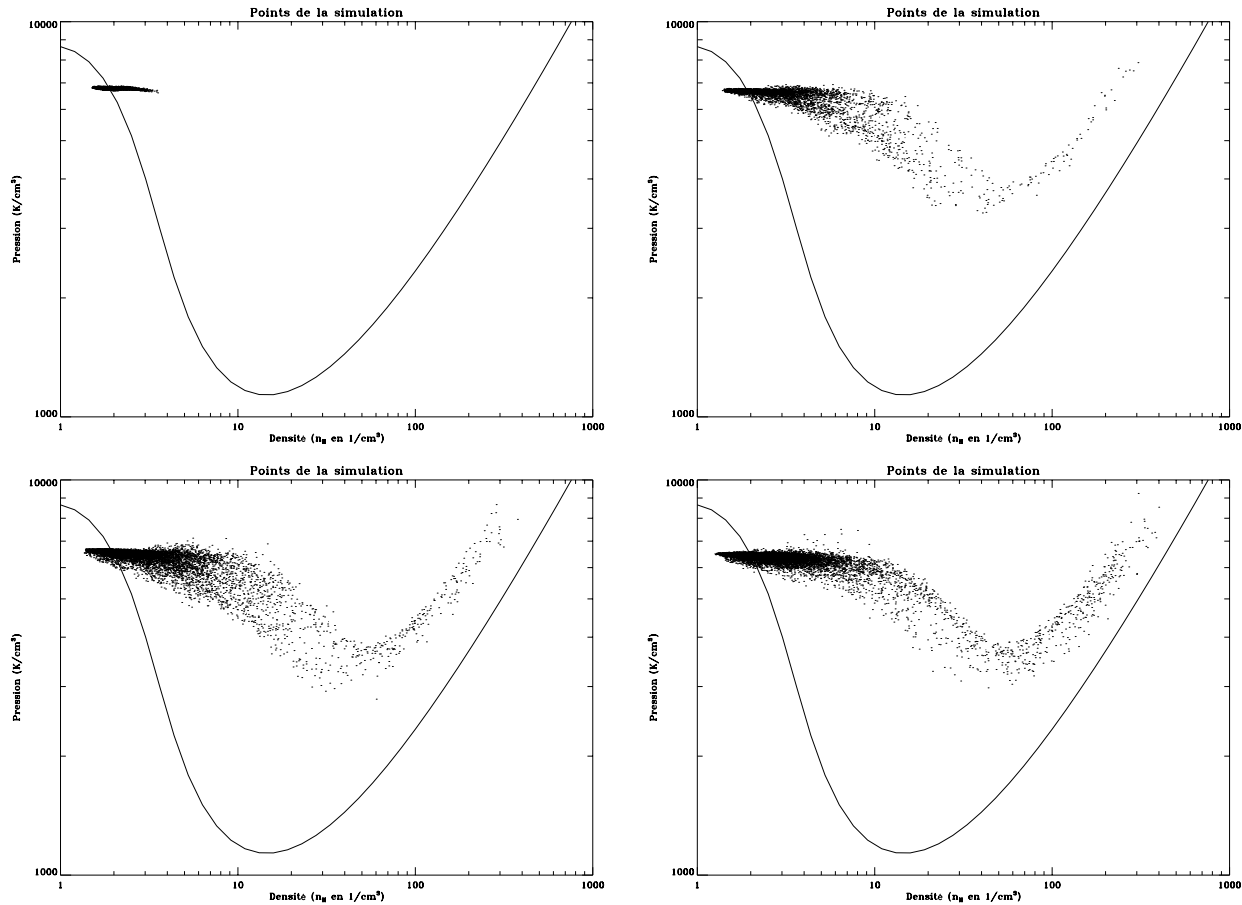


FIG. 5.23 – Distribution de 10000 des cellules de la simulation dans le plan  $(p, \rho)$  pour chacun des temps de la figure 5.21. La courbe d'équilibre thermochimique est rappelée en traits pleins.

L'examen de la répartition des points de la simulation dans le plan  $(p, \rho)$  (figure 5.23) nous montre que leur dispersion s'amenuise après la séparation de phase et qu'il s'agencent suivant une courbe qui relie la pression à la densité. La dispersion est plus faible pour les faibles densités car la vitesse du son y est plus élevée, et la pression s'y équilibre plus rapidement. On peut dégager grosso modo deux régimes : l'un à basse densité où la pression est constante, et l'autre à haute densité où c'est la température qui est constante. Un régime intermédiaire les relie où la pression est plus basse : le refroidissement y lutte contre la séparation de phases. Mais d'un point de vue plus global, il est raisonnable de dire que la pression ne varie pas beaucoup sur l'ensemble de la simulation, en comparaison des dynamiques observées pour la température et la densité.

Cette relation  $p(\rho)$  nous permet de dégager une relation entre la longueur de fragmentation et la densité. Si on admet que la longueur de fragmentation régit l'ordre de grandeur des structures, alors on peut en déduire une relation entre la masse des structures et leur rayon. On observe que la longueur de fragmentation se comporte comme  $\rho^{-3}$  sur l'ensemble de la simulation, donc la masse des structures varie comme  $\rho(\rho^{-3})^3 = \rho^{-8}$ . Autrement dit, la fragmentation produit très vite des objets de très petite masse, et le milieu interstellaire devient pulvérulent. Suivant la dispersion de vitesse initiale du gaz qui leur a donné naissance, ces poussières de nuage vont se rencontrer, coaguler ou bien se déchirer.

## Distribution de la densité

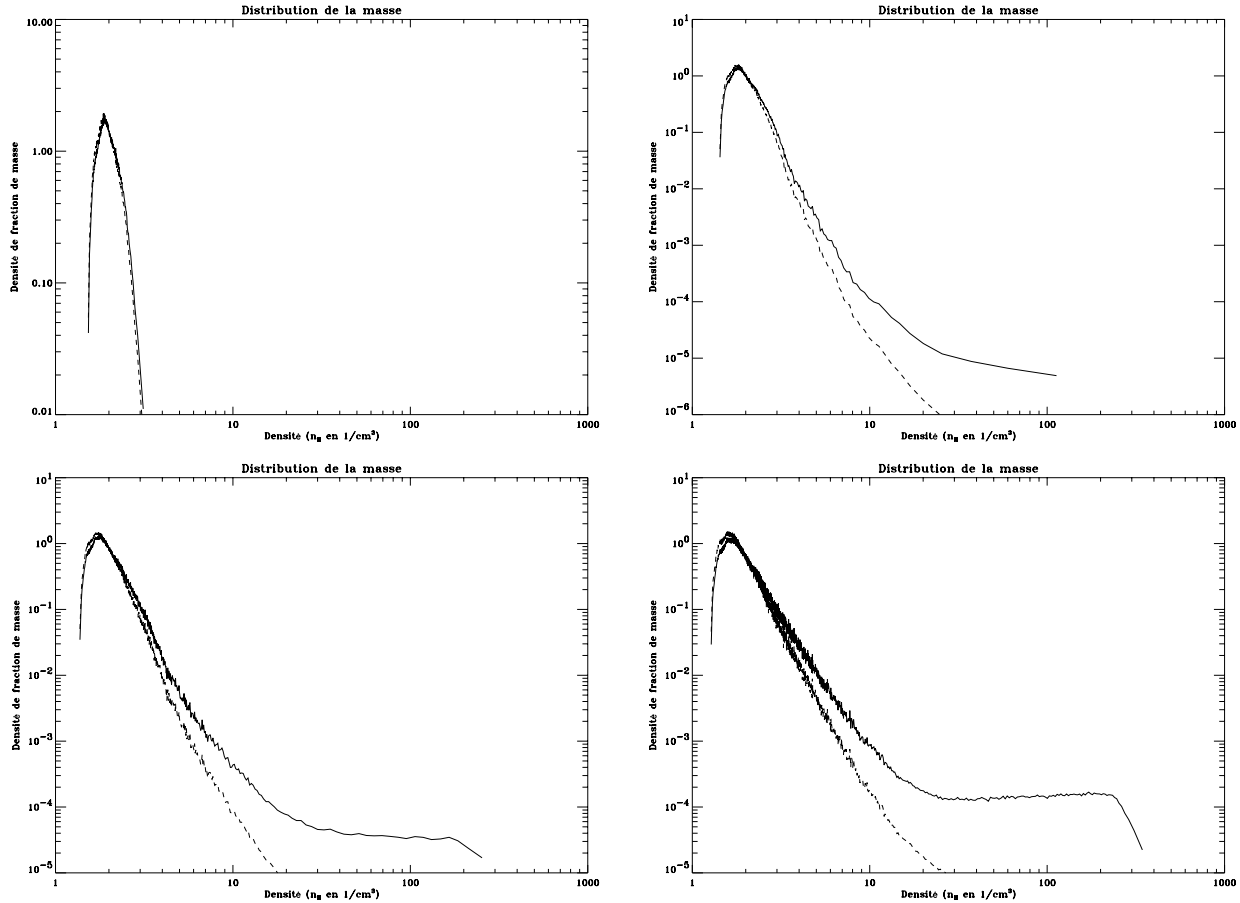


FIG. 5.24 – *Distribution de la fraction de masse en fonction de la densité. On donne aussi la distribution de la fraction du volume en tirets.*

Comme la pression dans la simulation semble à peu près homogène, il nous semble intéressant de comparer la densité de probabilité obtenue avec celle prédite par la théorie homobare. Nous avons donc calculé la fonction de répartition de la masse en fonction de la densité dans la simulation : figure 5.24.

La répartition en masse de la densité présente une coupure pour les densités de  $n_H = 20 /\text{cm}^3$ . En-dessous de cette valeur, on a un profil en  $\phi \propto \rho^{-4}$ , et au-dessus de cette valeur, le profil est constant.

Or la combinaison des relations longueur-densité et de la fonction de répartition permettent d'accéder au spectre de masse des fragments. Considérons un système de masse totale  $M$  donnée.  $M\phi(\rho)$  nous donne la masse du fluide à la densité  $\rho$ . Si nous savons de plus que ce fluide est fragmenté à une échelle  $l(\rho)$ , nous connaissons le nombre de fragments. Nous pouvons donc calculer le spectre de masse en inversant la relation masse-rayon :

$$n(m(\rho)) = M \frac{\phi(\rho)}{\rho l(\rho)^3} \text{ et } m(\rho) = \rho l(\rho)^3$$

qui fournissent dans notre cas :  $n(m) \propto m^{-33}$  pour  $m > 10^{-2} M_\odot$  et  $n(m) \propto m^{-1}$  pour  $m < 10^{-2} M_\odot$ . Autrement dit, on ne trouvera pratiquement pas de grandes masses, mais une myriade de petits

fragments.

### Reconnaissance des structures

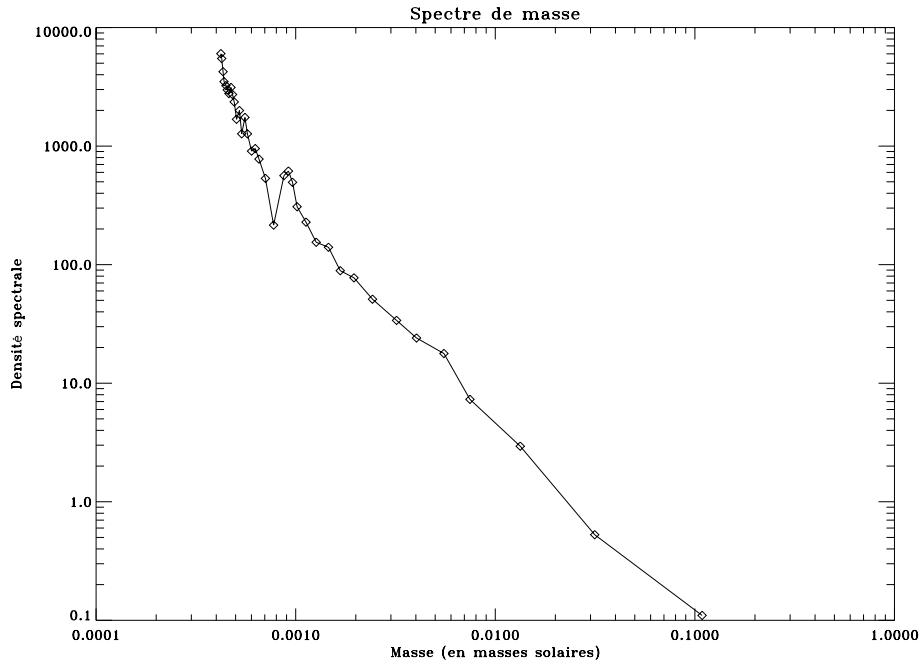


FIG. 5.25 – *Spectre de masse des fragments pour le dernier temps de la simulation. Les structures sont identifiées par la méthode de percolation avec une densité seuil de  $n_H = 50 / \text{cm}^3$ .*

L'identification des fragments dans la simulation n'est pas une mince affaire... surtout lorsque la grille possède une structure raffinée. Il existe beaucoup d'algorithmes de recherche de structures, mais peu sont capables de débrouiller une structure hiérarchique. En effet, la plupart segmentent le champ de densité en fragments indépendants, qu'il faut ensuite regrouper avec une autre méthode pour obtenir les pères de ces briques de base.

Nous avons testé une méthode de percolation à partir des maxima locaux jusqu'à une densité seuil fixée. Cet algorithme repère d'abord toutes les cellules qui ont une densité plus élevée que toutes leurs voisines comme maxima locaux. Puis on coche toutes les cellules avoisinant ces maxima locaux à condition que leur densité dépasse la densité seuil. Enfin, on réitère l'opération précédente à partir des cellules cochées jusqu'à ce qu'on ne puisse plus rien cocher. Cela définit des ensembles connexes bordés par la densité seuil qu'on reconnaît comme structures. On peut alors déterminer la masse, le volume et le rayon de ces structures.

Cependant, le paysage est très différent suivant la densité seuil utilisée. Assez curieusement, les fragments ont tous une densité moyenne proche de la densité seuil qu'on s'est donnée. La relation masse-rayon de ces structures est donc  $M \simeq \rho_{\text{seuil}} R^3$ . Enfin, les spectres de masse obtenus présentent une loi de puissance d'indice -1,5 pour les masses comprises entre  $10^{-3}$  et  $10^{-1} M_{\odot}$ , et un pic de fréquence aux petites masses (voir figure 5.25).

On trouve donc une occurrence très forte des petits fragments, comme prédit par le raisonnement qualitatif du paragraphe précédent, mais sans pouvoir confirmer quantitativement ni les relations masse-rayon, ni les spectres de masse.

## 5.7 Instabilité thermique et gravitation

### 5.7.1 Longueur de Jeans

La gravitation introduit le terme  $-\frac{\partial\Phi}{\partial x}$  dans les équations d'Euler, où  $\Phi$  est le potentiel gravitationnel. Ce potentiel est déterminé par l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = 4\pi G\rho$$

La dérivation du paragraphe 5.3.1 peut être à nouveau conduite, pour donner la relation de dispersion finale :

$$\frac{\omega^2 - \omega_J^2}{k^2 c^2} = \frac{i\omega - \omega_\rho}{i\omega + \omega_p} \quad (5.5)$$

où l'on a posé :

$$\omega_J = \sqrt{4\pi G\rho_0}$$

Cette dernière pulsation découverte par Jeans correspond à un facteur numérique près à l'inverse du temps de chute libre d'une sphère homogène. On peut lui associer une longueur caractéristique, qui est la longueur de Jeans :

$$\lambda_J = \frac{2\pi c}{\omega_J} = \sqrt{\frac{\pi c^2}{\rho G}} \propto \frac{T^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}}$$

La version adiabatique ( $\omega_\rho = \omega_p = 0$ ) de la relation de dispersion décrit deux régimes :

- pour  $k > k_J$ , dans le régime des *courtes longueurs d'onde*, on a deux ondes propagatrices de pulsations :

$$\omega_\pm = \pm\sqrt{k^2 c^2 - \omega_J^2}$$

qui redonnent les ondes acoustiques lorsque l'échelle est très petite.

- pour  $k < k_J$ , dans le régime des *grandes longueurs d'onde*, on a deux pulsations imaginaires pures, l'une amortie, l'autre croissante :

$$\omega_\pm = \pm i\sqrt{\omega_J^2 - k^2 c^2}$$

Aux très grandes longueurs d'onde, la pulsation tend vers la pulsation de croissance  $\omega_J$ . Remarquons encore que le taux de croissance de l'instabilité gravitationnelle est une fonction décroissante de la longueur d'onde : elle ne fragmente pas à proprement parler, mais elle rassemble de grandes quantités de matière.

### 5.7.2 Scénario de compétition entre les deux instabilités

Nous avons donc en présence deux instabilités qui structurent la matière interstellaire. L'instabilité thermique opère sur un certain domaine de pression et de densité : son temps d'action est très court, en conséquence de quoi elle fragmente le gaz en objets très petits. Elle est limitée par la conduction thermique. L'instabilité gravitationnelle opère partout, au-dessus de l'échelle de Jeans. Son temps d'action est le temps de chute libre qui ne dépend que de la densité du gaz. Elle est limitée par les gradients de pression qui s'installent lorsque le gaz se rassemble.

La figure 5.26 montre dans le plan  $(p, \rho)$  la longueur de l'instabilité la plus rapide. Cette longueur est  $\lambda_\rho = c/\omega_\rho$  lorsque le temps de l'instabilité thermique est plus court que celui de l'instabilité gravitationnelle (c'est-à-dire  $\omega_\rho > \omega_{\text{Jeans}}$ ). C'est  $\lambda_{\text{Jeans}} = c/\omega_{\text{Jeans}}$  dans le cas contraire. On constate

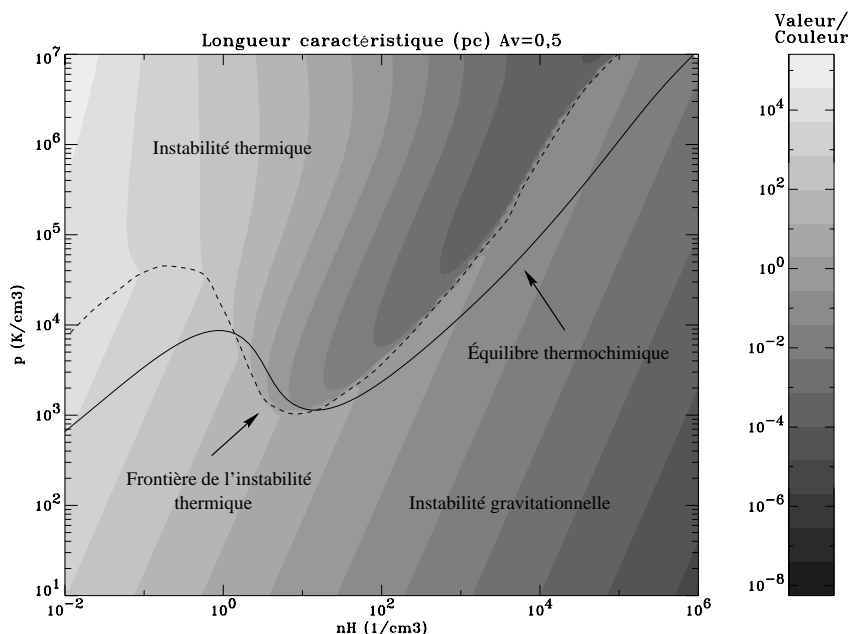


FIG. 5.26 – *Longueur caractéristique de l'instabilité la plus rapide entre l'instabilité thermique et la gravitation.*

que partout où l'instabilité thermique est présente, c'est elle qui est la plus rapide. En dehors de son champ d'action, seule la gravité structure le milieu.

Observons à présent le devenir d'une masse de gaz interstellaire de densité  $n_H = 1/\text{cm}^3$  (qui correspond grossièrement à la densité moyenne observée). Nous supposons qu'elle possède une température un peu inférieure à  $10^4$  K, qui correspond à sa température d'équilibre thermique.

S'il n'était que la gravité, les structures correspondant à la longueur de Jeans dans ces conditions (1500 pc) commenceraient à se rassembler, puis seraient rapidement stoppées par les gradients adiabatiques, et on observerait des structures molles ne dépassant pas des contrastes de 3 ou 4 en perpétuelle oscillation à la fréquence de Jeans. En effet, le gaz adiabatique est inconditionnellement stable vis-à-vis de l'effondrement gravitationnel non linéaire.

S'il n'était que le refroidissement du gaz, nous avons vu que les temps d'activation de l'instabilité sont infinis pour ces conditions, et le gaz resterait éternellement dans son état thermique stable.

Mais l'action conjointe des deux phénomènes se déroule tout autrement! La gravité commence certes à rassembler le gaz en masses de Jeans ( $5 \cdot 10^5 M_\odot$ ) sur une échelle de temps de chute libre (23 Man). Mais les parties centrales de ces amas se trouvent poussées du côté instable de la bosse... Les parties les plus denses se refroidissent sur une échelle de temps de refroidissement (Man), et la longueur de fragmentation descend en-dessous de l'échelle de longueur de Jeans. Alors s'ensuit une fragmentation et une condensation de plus en plus rapides du gaz interstellaire jusqu'à ce que la température descende en-dessous d'une centaine de degrés Kelvin. On sort alors de la zone instable thermiquement, avec un gaz condensé en tout petits fragments.

Ces fragments se thermalisent rapidement, et le rôle prépondérant est alors à nouveau joué par la gravité. Certains de ces fragments dépassent la masse de Jeans à la température d'équilibre finale, et commencent à s'effondrer de manière quasi-isotherme. Les autres fragments sont hydrostatiques.

Lorsque seule l'instabilité thermique jouait, les fragments étaient laissés avec la dispersion de vitesse initiale du gaz. À présent, la gravité les agence à plus grande échelle comme un système à  $N$  corps.

Les ensembles de fragments vont se virialiser, s'entrechoquer, coaguler, se déchirer, tourner sur eux-mêmes... La gravité et l'instabilité thermique s'allient une dernière fois pour produire le spectre de masse final dont sortiront les futures étoiles. En effet, les vitesses de rencontre entre les fragments ont de fortes raisons de dépasser la vitesse du son dans les fragments, car elles seront de l'ordre des vitesses viriel. Les chocs encourus par ces fragments vont alors déporter le gaz dans des zones plus chaudes, à nouveau sujettes à l'instabilité thermique. Le diagramme 5.26 suggère qu'on se retrouvera alors dans des zones chaudes et denses où la longueur de fragmentation est encore plus courte, et la taille des fragments pourrait même alors descendre jusqu'à des longueurs aussi petites que la longueur de diffusion dans ces milieux.

### 5.7.3 Simulations avec gravité

La simulation numérique confirme ce scénario jusqu'à la formation des premiers corps thermalisés ou en effondrement isothermes. Une première simulation à  $n_H = 1/\text{cm}^3$  sur une boîte de 2048 pc nous a permis de vérifier que la combinaison de la gravité et de l'instabilité thermique permettait d'engendrer des structures là où ni l'une ni l'autre n'est capable d'opérer seule.

Ensuite, une simulation à  $n_H = 1,5/\text{cm}^3$  sur une boîte de 32 pc montre la fragmentation violente par l'instabilité thermique relayée par la gravitation. Nous observons le début de la restructuration des derniers fragments émis sous l'effet de la gravité, mais là encore le calcul ne peut être poursuivi assez longtemps pour obtenir une réelle virialisation des fragments entre eux.

Nous espérons pouvoir rassembler ces deux simulations en une seule en utilisant toutes les possibilités du maillage adaptatif, mais l'outil mérite d'être encore affûté avant de gaspiller nos munitions...

Nous montrons que la relation pression-densité reste peu changée. Seule la partie isotherme est modifiée par le chauffage de la compression gravitationnelle. Si nous pensons qu'à long terme, la longueur qui importe est la longueur de Jeans, alors nous observons que la relation masse-rayon devient :

$$M = R^2 \sqrt{\frac{\gamma \pi p}{G}}$$

qui est de la forme des relations de Larson.

## 5.8 Conclusions

Nous avons mis en évidence que l'instabilité thermique permet de fragmenter le gaz interstellaire sur des temps très courts, en très petits morceaux. De plus, nous donnons un moyen analytique d'évaluer la durée et la longueur caractéristiques de ce processus de fragmentation. Nous pressentons que l'amplitude de la turbulence doit fixer la taille minimale de cette poudre de nuage, et que la façon dont elle est injectée à grande échelle structure le positionnement relatif des ensembles fragmentés aux échelles plus grandes.

Cet état fragmenté du gaz permettrait d'expliquer le soutien du gaz interstellaire contre l'effondrement gravitationnel ainsi que la dispersion des vitesses observées. En effet, les fragments produits sont souvent inférieurs à la masse critique de Jeans ce qui les prémunit naturellement contre la formation des étoiles. De plus, le système à  $N$  corps ainsi créé doit se virialiser pour générer les vitesses macroscopiques observées. Nous suspectons que les chocs entre ces petits nuages peuvent donner lieu à leur fragmentation à des échelles encore plus petites et alimenter ainsi le réservoir de ces poussières de nuage. Aux plus faibles vitesses de rencontre, les nuages accrètent ces fragments jusqu'à dépasser la masse de Jeans, et donner naissance aux futures étoiles.

Une théorie de ce gaz fragmenté reste encore à bâtir, mais nous avons déjà apporté quelques jalons analytiques qui conduisent au spectre de masse des étoiles.

# Bibliographie

- [1] Abel, T., Bryan, G. L., Norman, M. L., *Ap. J.* (2000) **540**, 39-44
- [2] Bertschinger, E., *Ap. J. S. S.* (2001) **137**, 1-20
- [3] Burkert, A., Lin, D. N. C., *Ap. J.* (2000) **537**, 270-282
- [4] Chièze, J.-P., *Astron. Astrophys.* (1987) **171**, 225-232
- [5] Chièze, J.-P., Pineau des forêts, G., *Astron. Astrophys.* (1987) **183**, 98-108
- [6] Field, G. B., *Ap. J.* (1965) **142**, 531-567
- [7] Klessen, R. S., Heitsch, F., Mac Low, M.-M., *Ap. J.* (2000) **535**, 887-906
- [8] Klessen, R. S., *Ap. J.* (2001) **556**, 837-846
- [9] Heitsch, F., Mac Low, M.-M., Klessen, R. S., *Ap. J.* (2001) **547**, 280-291
- [10] Hennebelle, P., Pérouault, M., *Astron. Astrophys.* (1999) **351**, 309-322
- [11] Illarionov, A. F., Igumenshchev, I. V., *M. N. R. A. S.* (1998) **298**, 909-919
- [12] Indebetouw, R., Zweibel, E. G., *Ap. J.* (2000) **532**, 361-376
- [13] Lee, H.-H., Herbst, E., Pineau des forêts, G., Roueff, E., Le Bourlot, J., *Astron. Astrophys.* (1996) **311**, 690-707
- [14] Mac Low, M.-M., *Ap. J.* (1999) **524**, 169-178
- [15] Ossenkopf, V., Klessen, R. S., Heitsch, F., *Astron. Astrophys.* (2001) **379**, 1005-1016
- [16] Spitzer, L., *Physical processes in the interstellar medium* (1978), Wiley ed.
- [17] Teyssier, R., *Astron. Astrophys.* (2002) **385**, 337-364





## Conclusion

Ce travail de thèse s'est développé suivant deux axes principaux. D'une part, nous avons mis en place un outil puissant pour l'étude détaillée des phénomènes dynamiques monodimensionnels dans le milieu interstellaire. D'autre part, nous avons approfondi le rôle de l'instabilité thermique sous l'angle de la fragmentation.

Grâce à l'outil du maillage glissant, nous confirmons la structure des chocs avec champ magnétique transverse qui avait été mise en évidence avec d'autres techniques. De plus, nous dévoilons le rôle de la chimie moléculaire dans la dynamique des chocs dissociant. Ensuite, nous cernons un ensemble minimal de phénomènes en vue d'applications multidimensionnelles. Enfin, cet outil est disponible pour l'étude systématique des collisions entre masses gazeuses dans le milieu interstellaire.

Nous posons des questions sur la responsabilité de l'instabilité Rayleigh-Taylor dans la structure des régions III, et cernons les problèmes techniques en vue de la description des fronts mixtes de photo-ionisation et de photo-dissociation.

Nous prouvons encore la capacité de la grille mobile à décrire la formation stellaire à partir de l'effondrement sphérique d'un nuage. De plus, nous produisons un outil de diagnostic des profils de densité, vitesse, température et composition chimique de ces nuages au cours de leur contraction, qui sont autant de données précieuses pour la synthèse des observations.

L'étude théorique de l'instabilité thermique montre son efficacité à fragmenter le milieu interstellaire sur des durées et des longueurs courtes. Nous produisons un moyen de prévision analytique des tailles caractéristiques produites qui permet d'ajuster la résolution nécessaire à la description du phénomène. La rapidité du processus démontre que l'instabilité thermique est responsable de la structure *initiale* des nuages moléculaires. Notamment, nous pressentons que l'amplitude de la turbulence joue un rôle déterminant dans la sélection des plus petites tailles engendrées par la fragmentation. Des considérations statistiques sur la répartition de la masse nous autorisent à dériver analytiquement les spectres de masse produits.

Cependant, nos simulations ne sont pas encore capables de valider la phase de relaxation de la population des premiers fragments émis. On s'attend en effet à ce que la gravitation virialise ces structures les unes par rapport aux autres. Les collisions structureraient ensuite ces petits nuages par accréation ou déchirement pour donner un spectre de masses indépendant des conditions de l'injection d'énergie.

Nous avons déjà mentionné les perspectives offertes par chacune des disciplines abordées. Mais les projets transversaux ne manquent pas non plus.

L'un des premiers travaux envisagés consistera à relayer la fragmentation tridimensionnelle par l'effondrement sphérique, afin d'obtenir les conditions initiales et au bord de l'évolution pré-séquence principale.

Nous songeons à l'inverse à étudier les chocs entre nuages dans un cadre tridimensionnel pour évaluer le rôle de la fragmentation par l'instabilité thermique au cours des collisions.

Enfin, des études sont déjà entamées qui précisent la géométrie dans l'espace des fronts d'ionisation.

## **Annexes**



## Annexe A

# Équations de l'hydrodynamique

Nous voulons dans cette annexe décrire les équations de l'hydrodynamique dans un cadre intermédiaire entre les deux formalismes lagrangien et eulérien. C'est le contexte le mieux adapté au maillage glissant où le fluide peut glisser à travers des volumes de contrôle qui sont eux-mêmes en mouvement. Pour ce faire, nous introduisons le théorème de Reynolds, pierre de touche de ce formalisme que nous dérivons ensuite à partir des principes de conservation de la masse, du moment et de l'énergie.

### A.1 Le théorème de transport de Reynolds

On considère une surface fermée fictive  $\mathcal{S}$  qui évolue et se déforme au cours du temps. On note  $\mathbf{r}_s$  un point courant de cette surface. La vitesse de chacun des points qui la constitue à l'instant  $t$  considéré est notée  $\mathbf{u}_s(\mathbf{r}_s, t)$ . Cette surface fermée délimite à l'instant  $t$  une région de l'espace notée  $\mathcal{V}$ . On note  $\mathbf{n}(\mathbf{r}_s, t)$  la normale extérieure à la surface. Les champs  $\mathbf{u}_s$  et  $\mathbf{n}$  sont portés par la surface  $\mathcal{S}$ . Dans l'espace, le fluide lui aussi évolue et transporte à la vitesse  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  une quantité  $F(\mathbf{r}, t)$ . Le théorème de Reynolds décrit l'évolution de l'intégrale de cette quantité sur le volume  $\mathcal{V}$  :

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} F(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} = \int_{\mathcal{V}} \frac{DF(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} + \int_{\mathcal{S}} F(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}}$$

$\frac{DF(\mathbf{r}, t)}{Dt}$  représente la dérivée *particulière* de  $F$ , c'est-à-dire en suivant la particule fluide dans son mouvement. On dit encore dérivée *lagrangienne*.

Cette formulation exprime que la variation de l'intégrale de  $F$  sur le volume considéré peut se séparer en un terme de variation propre de la quantité  $F$ , plus un terme d'advection de  $F$  dû au balayage du volume fictif par rapport au fluide.

Ce formalisme nous permet de décrire les équations de la physique par rapport à un maillage glissant dont l'évolution est a priori complètement découplée de la dynamique du fluide. Ainsi, on peut imaginer que les cellules du maillage constituent autant de volumes de contrôle  $\mathcal{V}$  et les vitesses  $\mathbf{u}_s$  ne sont rien d'autre que les vitesses des interfaces.

La formulation Lagrangienne est obtenue lorsque  $\mathbf{u}_s = \mathbf{u}$ , et le point de vue d'Euler est retrouvé lorsque  $\mathbf{u}_s = 0$ . Dans tous les autres cas, le maillage glisse à la fois par rapport au fluide et au référentiel primaire.

Nous allons à présent nous attacher à traduire les trois principes de conservation de la physique, qui gouvernent l'évolution de la masse, de l'impulsion, et de l'énergie du fluide en mouvement. Ces principes s'appliquent aux systèmes fermés, et décrivent l'évolution propre des variables d'état du fluide. L'application du théorème de Reynolds nous permettra de trouver l'expression de ces principes dans le formalisme d'un maillage glissant.

## A.2 Masse

Principe de conservation de la masse : en mécanique classique, il n'y a ni création ni perte spontanée de masse dans un système fermé. La masse contenue dans un récipient étanche est donc constante.

Il peut arriver que le fluide enfermé dans le récipient puisse échanger des particules avec d'autres fluides. On peut par exemple imaginer deux fluides de composition différente, et une réaction chimique qui transforme l'un des composés en l'autre. Dans ce cas, la masse du fluide considéré varie, mais sa variation est strictement égale au débit de masse  $\mathcal{D}_e$  échangé avec les systèmes fluides extérieurs.

Choisissons  $F = \rho$  masse volumique du fluide. L'intégrale de  $F$  sur un volume de contrôle  $\mathcal{V}$  correspond donc à la masse  $\mathcal{M}$  de fluide contenue dans  $\mathcal{V}$ . Le théorème de Reynolds se lit donc :

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{D\rho(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} + \int_{\mathcal{S}} \rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}}$$

Le terme source ne dépend pas du tout du mouvement de la surface de contrôle. Considérons donc une autre surface de contrôle  $\mathcal{V}'$  qui coïncide avec  $\mathcal{V}$  mais dont le mouvement est différent. Celle-là suit le fluide dans son évolution :  $\mathbf{u}'_s = \mathbf{u}$ . Par définition,  $\mathcal{V}'$  constitue un récipient bien étanche, la masse  $\mathcal{M}'$  contenue dans ce volume ne varie donc qu'au travers des échanges avec d'éventuels autres systèmes, et le théorème de Reynolds appliqué à ce nouveau volume de contrôle donne :

$$\frac{d\mathcal{M}'}{dt} = \int_{\mathcal{V}'} \frac{D\rho(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} = \int_{\mathcal{V}} \frac{D\rho(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} = \mathcal{D}_e$$

Ainsi le terme source dans l'équation de la masse est nul, et l'équation de continuité s'écrit donc :

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \mathcal{D}_e + \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n} \rho(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}} \quad (\text{A.1})$$

## A.3 Impulsion

Le principe fondamental de la dynamique peut s'écrire : la variation temporelle de la quantité de mouvement d'un système ouvert est égale à la résultante des efforts *extérieurs* au système, à laquelle il faut ajouter les échanges éventuels d'impulsion avec l'extérieur.

Posons  $F = \rho\mathbf{u}$ , et considérons la variation de quantité de mouvement  $\mathcal{P}'$  contenue dans le volume  $\mathcal{V}'$ .

$$\frac{d\mathcal{P}'}{dt} = \int_{\mathcal{V}'} \frac{D\rho\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} = \mathcal{F}_e + \mathcal{F}_d + \mathcal{F}_c$$

Où l'on a séparé les efforts extérieurs en trois catégories :

- Les efforts  $\mathcal{F}_e$  de couplage entre le fluide considéré et d'éventuels autres systèmes. Il peut s'agir par exemple de transferts d'impulsion de photons, de l'apport d'impulsion lors de transmutations chimiques, de frottements de Langevin avec d'autres fluides.
- Les efforts  $\mathcal{F}_d$  à distance propres au fluide considéré, que l'on peut schématiser par une densité de force volumique  $\mathbf{f}_v$  (ou plus souvent massique lorsqu'il s'agit de la gravitation) :

$$\mathcal{F}_d = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{f}_v d\mathbf{r}$$

- Les efforts  $\mathcal{F}_c$  de contact, qui représentent les interactions entre deux particules de fluide voisines. Ces actions de contact du fluide extérieur à  $\mathcal{V}$  sur le fluide enfermé à l'intérieur ont lieu le long

de la surface  $\mathcal{S}$ . Le postulat de Cauchy les modélise par une densité surfacique de forces appelée contrainte  $\sigma$  telle que :

$$\mathcal{F}_c = \int_{\mathcal{S}} \sigma(\mathbf{r}_s, \mathbf{n}, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}}$$

On montre à l'aide du principe fondamental de la dynamique que  $\sigma$  est en fait un tenseur symétrique en  $\mathbf{n}$  :

$$\mathcal{F}_c = \int_{\mathcal{S}} \sigma(\mathbf{r}_s, t) \circ \mathbf{n} d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}}$$

Nous avons donc identifié le terme source dans l'équation de l'impulsion qui s'écrit :

$$\frac{d\mathcal{P}}{dt} = \mathbf{F}_e + \int_{\mathcal{V}} \mathbf{f}_v d\mathbf{r} + \int_{\mathcal{S}} \sigma(\mathbf{r}_s, t) \circ \mathbf{n} d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}} + \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n} \rho(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}} \quad (\text{A.2})$$

## A.4 Énergie

Premier principe de la thermodynamique : la variation temporelle de l'énergie totale d'un système fermé est égale à la somme des puissances échangées avec l'extérieur sous forme de travail et sous forme de chaleur. Si le système est ouvert, il faut y adjoindre les échanges d'énergie thermique avec le

Posons  $F = e$  énergie totale volumique, et considérons la variation d'énergie totale  $\mathcal{E}'$  contenue dans le volume  $\mathcal{V}'$  :

$$\frac{d\mathcal{E}'}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{De(\mathbf{r}, t)}{Dt} d\mathbf{r} = \mathcal{W}_e + \mathcal{W}_d + \mathcal{W}_c + \mathcal{Q}_e + \mathcal{Q}_c$$

Où  $\mathcal{W}$  et  $\mathcal{Q}$  représentent respectivement les puissances échangées sous forme de travail et de chaleur, et les indices  $e, d$  et  $c$  font référence respectivement au couplage avec d'autres systèmes, aux interactions à distance et aux interactions de contact entre deux particules fluides du système.

Calculons les travaux des interactions internes au système considéré :

- Pour les forces à distance, l'expression est simple si l'on s'est donné les forces volumiques :

$$\mathcal{W}_d = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{f}_v d\mathbf{r}$$

- Pour les forces de contact, on trouve de la même manière :

$$\mathcal{W}_c = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{u} \cdot \sigma(\mathbf{r}_s, t) \circ \mathbf{n} d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}}$$

On a coutume (en vue de dériver l'équation finale pour l'énergie interne du gaz) de se ramener à une intégrale sur le volume en utilisant le théorème de Stokes :

$$\mathcal{W}_c = \int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot (\sigma \circ \mathbf{u}) d\mathbf{r}$$

en remarquant que le tenseur des contraintes  $\sigma$  est défini partout dans le fluide puisqu'on peut toujours y définir l'interaction entre deux particules de fluide voisines.

Décrivons à présent les échanges d'énergie thermique :

- Tout l'échange d'énergie calorifique  $\mathcal{Q}_c$  avec le milieu extérieur à la région  $\mathcal{V}$  est réalisé au niveau de la surface  $\mathcal{S}$ . Tout comme pour le postulat de Cauchy, on modélise ces échanges thermiques par une densité de flux de chaleur  $\mathbf{q}$  dont on montre qu'elle permet d'obtenir :

$$\mathcal{Q}_c = - \int_{\mathcal{S}} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_s, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}} = \int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot \mathbf{q} d\mathbf{r}$$



- Les échanges  $\mathcal{Q}_e$  avec d'autres systèmes physiques concernent les frottements de Langevin contre d'autres fluides, l'absorption et l'émission de photons, les multiples interactions du gaz interstellaire avec les grains, les rayons cosmiques, ou bien encore l'énergie apportée par la transmutation d'un composé chimique.

Nous avons donc décrit le terme source d'énergie totale et nous sommes en mesure d'écrire l'équation qui régit son évolution :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \mathcal{Q}_e + \int_{\mathcal{V}} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{v}} + \nabla \cdot (\sigma \circ \mathbf{u} - \mathbf{q})) d\mathbf{r} + \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\mathbf{s}}) \cdot \mathbf{n} e(\mathbf{r}_{\mathbf{s}}, t) d\mathbf{r}|_{\mathcal{S}} \quad (\text{A.3})$$

où  $\mathcal{Q}_e$  représente la chaleur échangée avec d'éventuels autres systèmes en présence.

## Annexe B

# Équations d'état

On vient de construire trois équations indépendantes qui portent sur trois variables d'état du gaz :  $\rho, \mathbf{u}$ , et  $e$ . Cependant, un certain nombre de paramètres n'ont pas encore été précisés. Nous allons donc nous attacher dans cette partie à décrire les comportements du tenseur des contraintes  $\sigma$  et du flux de chaleur  $\mathbf{q}$  dans le cadre du fluide particulier que nous étudions : le gaz interstellaire.

### B.1 Viscosité

Nous faisons ici découler la forme du tenseur de viscosité à partir de quelques postulats qui nous permettent au passage d'énoncer des propriétés fondamentales de la viscosité. La théorie cinétique des gaz de sphères dures permet de dérouler ces propriétés à partir des seuls principes de conservation, mais la dérivation en est longue et fastidieuse.

1. Le premier de ces postulats suppose que le tenseur des contraintes est une application affine du tenseur de déformation du fluide.

Le tenseur des déformations du fluide se définit comme :

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

si l'on a choisi un système de coordonnées cartésiennes pour repérer les points du fluide.

La forme présumée par notre premier postulat est donc :

$$\sigma_{ij} = \phi_{ij} + \sigma'_{ijkl} s_{kl}$$

2.  $\phi$  représente donc la forme du tenseur des contraintes en l'absence de déformation dans le fluide. C'est en cela qu'il constitue l'équation d'état du fluide. En effet, lorsque le gaz est au repos, ce terme s'identifie à la pression thermodynamique du gaz. Nous allons choisir de décrire notre gaz comme un gaz parfait monoatomique, sachant que tous les fluides que nous allons considérer seront gazeux, dans des conditions de température et de pression telles que cette approximation est parfaitement valide :

$$\phi_{ij} = -p\delta_{ij} \text{ où } p = \frac{1}{\gamma - 1} \left( e - \rho \frac{v^2}{2} \right)$$

$\gamma$  est l'exposant adiabatique du gaz parfait. Il vaut  $\frac{5}{3}$  dans notre cas d'un gaz parfait monoatomique.

3. Pour contraindre  $\sigma'$ , remarquons qu'il est raisonnable de penser qu'il doit être nul dans le cas de tout écoulement en rotation pure et qu'il ne doit pas dépendre de la base choisie. On réduit alors  $\sigma'$  aux tenseurs de la forme :

$$\sigma'_{ijkl} = \eta(\delta_{ik}\delta_{il} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \zeta\delta_{ij}\delta_{kl}$$

4. Si de plus on admet (comme Stokes l'a fait) qu'un écoulement homologue donne lieu à une contrainte nulle, il faut que :

$$2\eta + 3\zeta = 0$$

Cette relation est confirmée par la théorie cinétique des gaz évoquée plus haut.

Le tenseur des contraintes ne dépend plus alors que du paramètre  $\eta$  :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right)$$

5. Ce dernier paramètre peut être évalué dans le cadre de la théorie des gaz de sphères dures :

$$\eta = \frac{5\sqrt{\pi}}{24} \sqrt{\frac{k_B T}{\mu}} \frac{1}{\sigma}$$

Où  $\mu$  est la masse d'une sphère et  $\sigma$  sa section efficace. Pour le gaz du milieu interstellaire, on utilise la masse moyenne par particule pour  $\mu$  et  $\sigma = 10^{-15} \text{ cm}^2$ .

Si le libre parcours moyen dans le gaz est  $\lambda = 1/(\sigma n)$  où  $n$  est la densité numérique de particule, et si  $v$  est la vitesse d'agitation thermique des particules du gaz, on peut encore écrire :

$$\eta = p \frac{\lambda}{v}$$

L'échelle de viscosité, qui correspond à la largeur d'étalement des chocs est donc égale au libre parcours moyen des particules du gaz. Une méthode de traitement des chocs consiste à gonfler artificiellement cette longueur pour pouvoir étaler le front d'onde sur plusieurs cellules.

Dans nos applications nous précisons à chaque fois la longueur de dissipation visqueuse que nous employons.

## B.2 Flux de chaleur

On a coutume de modéliser le flux de chaleur en réalisant le premier terme du développement de  $\mathbf{q}$  en série de  $\nabla T$  :

$$\mathbf{q} = \kappa \nabla T$$

Cependant, nous ne modéliserons presque jamais la diffusion thermique dans le gaz interstellaire, ce qui revient à fixer  $\kappa = 0$ .

## Annexe C

# Couplages collisionnels

Nous décrivons dans cette annexe tous les couplages *collisionnels* entre les différents systèmes en jeu. Nous introduisons quelques définitions et propriétés liées aux collisions, puis nous dérivons les échanges de masse, d'impulsion, et d'énergie qui interviennent entre deux systèmes gazeux par l'intermédiaire de collisions élastiques ou non.

### C.1 Physique des collisions

Supposons que l'on lance sur une cible initialement immobile des particules sphériques de masse  $m$  avec une vitesse  $\mathbf{v}$  depuis un point situé à l'infini. Le paramètre d'impact  $b$  est la distance entre la cible et la droite support de  $\mathbf{v}$ . On suppose que la cible possède une symétrie sphérique.

La donnée de  $b$  et de  $\mathbf{v}$  suffit alors à caractériser entièrement le destin de la collision, et notamment la vitesse  $\mathbf{v}'$  que possède la particule lorsqu'elle retourne à l'infini.

La vitesse  $\mathbf{v}$  correspond en fait à la vitesse relative des deux objets, qui ne dépend pas du repère galiléen choisi. Ensuite, si  $b$  suffit à caractériser la collision, c'est qu'on a supposé la symétrie sphérique des deux objets. En effet, si la cible n'était pas sphérique, il faudrait encore préciser les coordonnées de l'impact sur celle-ci, et si le projectile n'était pas sphérique, il faudrait aussi préciser son orientation angulaire. En toute rigueur, si la collision n'était pas sans frottement, il faudrait enfin préciser les vecteurs de rotation relative des deux objets. Pour les collisions moléculaires, l'espace des paramètres d'impact est donc beaucoup plus riche que dans ce cadre simplifié.

#### C.1.1 Section efficace différentielle de collision

De la même manière, les quantités  $\mathbf{q} = m(\mathbf{v}' - \mathbf{v})$  (impulsion transférée) et  $v = |\mathbf{v}|$  (vitesse relative en norme) déterminent complètement la collision.

Par exemple, si la cible et les particules sont des sphères dures dont la somme des rayons est  $R$  et dont la masse réduite est  $\mu$ , on a :

$$\mathbf{q} = 2\mu v \sqrt{1 - \frac{b^2}{R^2}} \mathbf{n}$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire sortant normal à la cible au point d'impact.  $\mathbf{q}$  et  $v$  déterminent donc  $b$  et  $\mathbf{n}$  qui reconstruisent géométriquement la direction et le sens de  $\mathbf{v}$ , donc  $\mathbf{v}$  puisque sa norme nous est donnée. Au passage, on trouve que  $2\mu v$  est la quantité maximale de moment qui puisse être échangée au cours de la collision. Ce maximum est obtenu pour une collision frontale ( $b = 0$ ).

On définit la section différentielle de collision à vitesse relative fixée comme

$$\sigma'(v, \mathbf{q}) d^3\mathbf{q} = 2\pi b db$$

Elle correspond à la surface différentielle d'impact qui produit un échange d'impulsion donné  $\mathbf{q}$  à vitesse relative  $v$  donnée.

Dans le cas des sphères dures, elle vaut :

$$\sigma'(v, \mathbf{q}) = \frac{R^2}{8(\mu v)^2} \frac{1}{q}$$

### C.1.2 Section efficace de collision

La section efficace de collision est définie à vitesse relative fixée comme la surface d'impact qui produit une déviation de la vitesse supérieure à l'angle droit. (On dit que la collision est déviante).

$$\sigma(v) = \int_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}' < 0} \sigma'(v, \mathbf{q}) d^3 \mathbf{q}$$

Dans le cas des sphères dures, cela correspond exactement aux paramètres d'impacts inférieurs à  $R/\sqrt{2}$ , d'où le résultat :

$$\sigma(v) = \int_0^{R/\sqrt{2}} 2\pi b db = \pi R^2/2$$

qui est indépendante de la vitesse.

### C.1.3 Section efficace de transfert de moment

Considérons l'intégrale à vitesse relative  $\mathbf{v}$  fixée :

$$\int \mathbf{q} \sigma'(v, \mathbf{q}) d^3 \mathbf{q}$$

Par symétrie cylindrique autour de l'axe dirigé par  $\mathbf{v}$  et passant par le centre de la cible, on observe que le vecteur résultant est porté par  $\mathbf{v}$ , de direction opposée à  $\mathbf{v}$ . On définit alors la section efficace  $S(v)$  de transfert de moment à vitesse relative  $\mathbf{v}$  fixée comme :

$$-\mu \mathbf{v} S(v) = \int \mathbf{q} \sigma'(v, \mathbf{q}) d^3 \mathbf{q}$$

où  $\mu$  est la masse réduite de la cible et du projectile. Toujours par symétrie, on observe que  $S(v)$  ne dépend pas de la direction de la vitesse  $\mathbf{v}$  mais seulement de son module.

Par exemple, dans le cas des sphères dures, on trouve :

$$S(v) = \frac{8}{3} \sigma(v) \int_0^1 (1-x^2)^{\frac{3}{2}} dx \simeq 1,6 \sigma(v)$$

### C.1.4 Transfert d'énergie

Lorsqu'on connaît la quantité de mouvement transférée ainsi que l'énergie totale  $\epsilon$  perdue au cours d'une collision inélastique, on est en mesure d'exprimer la variation d'énergie cinétique d'une des deux particules (numérotée 1 ici) :

$$\Delta E_1 = \mathbf{q} \cdot \mathbf{z}_{12} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \epsilon \quad (\text{C.1})$$

où  $\mathbf{z}_{12}$  est la vitesse du centre de masse de la collision,  $m_1$  et  $m_2$  dénotent les masses respectives des deux particules.

Remarquons qu'il s'opère donc un transfert d'énergie même au cours d'une collision élastique, pourvu qu'on ne soit pas placé dans le repère du centre de masse.

On observe de plus que la répartition de l'énergie inélastique se fait en raison inverse de la masse, relation que nous utilisons pour calculer les refroidissements collisionnels.

## C.2 Couplages élastiques

Considérons deux fluides gazeux glissant l'un par rapport à l'autre avec des vitesses moyennes  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ . Leur distribution interne des vitesses sont des maxwelliennes de températures respectives  $T_1$  et  $T_2$ . Les masses de leurs particules constituantes sont respectivement  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , et les densités numériques de chacun des fluides sont  $n_1$  et  $n_2$ .

Les fonctions de distribution des vitesses normalisées à une particule sont donc de la forme :

$$f_i(\mathbf{v}_i) = \alpha_i e^{-\beta_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i)^2}$$

où l'on a posé :

$$\begin{aligned}\beta_i &= \frac{1}{2} \frac{\mu_i}{k_B T_i} \\ \alpha_i &= \left(\frac{\beta_i}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

Dans la suite, on notera  $\mathbf{u}_{12} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$  les vitesses relatives.

On suppose que la section efficace différentielle de collision est connue et qu'elle donne lieu à des sections efficaces de la forme :

$$\sigma(v_{12}) = S(v_{12}) = \Lambda_0/v_{12}$$

Cette forme convient aux interactions de type charges-neutres. Pour les interactions entre ions et électrons, nous utilisons Spitzer (1978).

### C.2.1 Taux de collision

Le taux de collisions entre les particules des deux fluides est défini par le nombre de collisions déviantes par unité de temps et de volume. Une collision déviante est définie comme en C.1.2. Ce taux s'exprime donc par :

$$\mathcal{T} = n_1 n_2 \int \sigma(v_{12}) v_{12} f_1(\mathbf{v}_1) f_2(\mathbf{v}_2) d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2$$

Dans notre cas où la section efficace est inversement proportionnelle à la vitesse,  $\sigma(v_{12})v_{12} = \Lambda_0$  est constante. On peut donc sortir cette constante de l'intégrale :

$$\mathcal{T} = n_1 n_2 \Lambda_0$$

Pour faire aboutir certains des calculs qui suivent, il est commode d'introduire le changement de variable suivant. Par analogie avec un système à deux corps réduit, on pose :

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{12} &= \mathbf{v}_{12} - \mathbf{u}_{12} \\ \mathbf{w} &= \frac{\beta_1(\mathbf{v}_1 - \mathbf{u}_1) + \beta_2(\mathbf{v}_2 - \mathbf{u}_2)}{\beta_1 + \beta_2}\end{aligned}$$

Alors le changement de variable s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{12} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} & \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{12} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

Où l'on a posé :

$$\mathbf{u} = \frac{\beta_1 \mathbf{u}_1 + \beta_2 \mathbf{u}_2}{\beta_1 + \beta_2}$$

Cette transformation a pour Jacobien 1 et pour inverse :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} & 1 \\ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{12} + \mathbf{u}_{12} \\ \mathbf{w} + \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

On peut écrire à travers ce changement de variable :

$$\mathcal{T} = n_1 n_2 \int \sigma(v_{12}) v_{12} f(w) f_{12}(w_{12}) d\mathbf{w} d\mathbf{w}_{12}$$

Où les fonctions de distribution  $f$  et  $f_{12}$  ont pour forme :

$$\begin{aligned} f(w) &= \alpha e^{-\beta w^2} \\ f_{12}(w_{12}) &= \alpha_{12} e^{-\beta_{12} w_{12}^2} \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_1 + \beta_2 = \frac{1}{2k_B} \left( \frac{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1}{T_1 T_2} \right) \quad \text{et} \quad \alpha = \left( \frac{\beta}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \\ \beta_{12} &= \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{1}{2k_B} \left( \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1} \right) \quad \text{et} \quad \alpha_{12} = \left( \frac{\beta_{12}}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

### C.2.2 Transfert d'impulsion

D'après C.1.3, la perte de quantité de mouvement par la particule 1 s'écrit :

$$\dot{\mathbf{Q}}_1 = -\mu_{12} n_1 n_2 \int S(v_{12}) v_{12} f(w) f_{12}(w_{12}) (\mathbf{u}_{12} + \mathbf{w}_{12}) d\mathbf{w} d\mathbf{w}_{12}$$

Dans le cas où  $\Lambda_0 = S(v_{12}) v_{12}$  est constante :

$$\dot{\mathbf{Q}}_1 = -\mu_{12} n_1 n_2 \Lambda_0 \int f(w) f_{12}(w_{12}) (\mathbf{u}_{12} + \mathbf{w}_{12}) d\mathbf{w} d\mathbf{w}_{12}$$

Or  $f_{12}(w_{12})$  est paire, donc l'intégrale de  $\mathbf{w}_{12}$  est nulle, et il reste :

$$\dot{\mathbf{Q}}_1 = -\mu_{12} n_1 n_2 \Lambda_0 \mathbf{u}_{12}$$

### C.2.3 Transfert d'énergie

On a vu en C.1.4 que le transfert d'énergie pour la particule 1 lors d'une collision élastique était :  $\Delta \epsilon_1 = \mathbf{q} \cdot \mathbf{z}_{12}$ . Écrivons la vitesse du centre de masse dans le repère formé par  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{w}_{12}$  :

$$\mathbf{z}_{12} = \frac{\mu_1 \mathbf{v}_1 + \mu_2 \mathbf{v}_2}{\mu_1 + \mu_2} = \gamma (\mathbf{w}_{12} + \mathbf{u}_{12}) + \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

où :

$$\gamma = 2k_B \frac{(T_2 - T_1)}{\mu_1 + \mu_2} \beta_{12}$$

On en déduit donc le taux de perte d'énergie totale pour le fluide 1 sous la forme :

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = n_1 n_2 \mu_{12} \int S(v_{12}) v_{12} f(w) f_{12}(w_{12}) (\mathbf{u}_{12} + \mathbf{w}_{12}) \cdot (\gamma (\mathbf{w}_{12} + \mathbf{u}_{12}) + \mathbf{w} + \mathbf{u}) d\mathbf{w} d\mathbf{w}_{12}$$

Dans le cas où  $S(v_{12}) v_{12} = \Lambda_0$  est constante, les intégrales linéaires en  $\mathbf{w}$  ou  $\mathbf{w}_{12}$  s'annulent par symétrie, et on peut écrire :

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = n_1 n_2 \mu_{12} \Lambda_0 \left( 2k_B \frac{(T_2 - T_1)}{\mu_1 + \mu_2} \left( \frac{3}{2} + \beta_{12} u_{12}^2 \right) + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_{12} \right)$$

Si l'on cherche à connaître la variation d'énergie *interne* du système, il faut y retrancher le travail des forces de couplage :

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{\mathcal{E}}_1 - \dot{\mathbf{Q}}_1 \cdot \mathbf{u}_1 \\ \dot{U}_1 &= n_1 n_2 \mu_{12} \Lambda_0 \left[ 2k_B \frac{(T_2 - T_1)}{\mu_1 + \mu_2} \left( \frac{3}{2} + \beta_{12} u_{12}^2 \right) + \frac{\mu_2 T_1}{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1} u_{12}^2 \right]\end{aligned}$$

Cette dernière expression développe la variation d'énergie interne sous forme d'un terme dû à la différence de température entre les deux fluides, et d'un terme dû au frottement de glissement d'un fluide sur l'autre.

### C.3 Réactions chimiques

La section efficace d'une réaction chimique décrit à la fois la probabilité de rencontre des réactants, et la probabilité qu'ils réagissent. On conçoit aisément que cette dernière dépend fortement du temps de rencontre donc de la vitesse relative des composés.

Si certaines molécules se forment spontanément à partir d'autres éléments, c'est bien parce que leur forme est plus stable que les constituants qui la génèrent. Certaines molécules possèdent ainsi une énergie interne de liaison. On évalue la propension d'une molécule à se former par l'intermédiaire de son enthalpie libre de formation. Si au cours d'une réaction la variation de la somme des enthalpies libres des éléments est :

- négative, alors la réaction est exothermique : elle libère l'énergie en trop au cours de la rencontre. Comme on ne sait pas (au niveau de notre étude) dans quelle mesure cette énergie est développée sous forme de quantité de mouvement, d'énergie d'excitation, ou de rayonnement, on suppose qu'elle est partagée entre les produits sous forme d'énergie thermique. c'est-à-dire qu'elle part intégralement en impulsion des produits, mais répartie aléatoirement de manière isotrope et équitablement entre les produits.
- positive, alors la réaction est endothermique : elle consomme l'énergie de formation. Il y a donc une vitesse seuil en deçà de laquelle on ne peut former les produits que par effet tunnel. Ici, on partage encore l'énergie thermique des réactants entre les produits, mais on sait que la portion de l'énergie de formation est répartie en raison inverse des masses des réactants.

#### C.3.1 Température de réaction

Les chimistes nous donnent les taux de réaction en fonction de la température dans des milieux où la température est homogène. Mais comment faire lorsque les réactants sont à des températures différentes ?

Écrivons le taux de réaction sous sa forme après changement de variable :

$$\mathcal{T} = n_1 n_2 \int \sigma(v_{12}) v_{12} f(w) f_{12}(w_{12}) d\mathbf{w} d\mathbf{w}_{12}$$

En fait, on peut remarquer que  $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{u}_{12} + \mathbf{w}_{12}$  ne dépend que de  $\mathbf{w}_{12}$ , et par conséquent le facteur  $\sigma(v_{12}) v_{12}$  est lui aussi indépendant de  $\mathbf{w}$ . On peut donc réaliser l'intégration sur  $d\mathbf{w}$  qui donne 1 :

$$\mathcal{T} = n_1 n_2 \int \sigma(v_{12}) v_{12} \alpha_{12} e^{-\beta_{12} w_{12}^2} d\mathbf{w}_{12}$$



Lorsque  $\mathbf{u}_{12} = 0$ ,  $\sigma(v_{12})v_{12}$  ne dépend plus que de  $w_{12}$  et on peut donc définir la température  $T_{\text{eff}}$  où se produisent les réactions chimiques comme solution de :

$$\beta_{12}(T_1, T_2) = \beta_{12}(T_{\text{eff}}, T_{\text{eff}})$$

Ceci détermine sans ambiguïté :

$$T_{\text{eff}} = \frac{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1}{\mu_1 + \mu_2}$$

Lorsqu'il existe une vitesse de dérive entre les deux fluides en jeu, on prendra pour température de réaction :

$$T_{\text{eff}} = \frac{\mu_1 T_2 + \mu_2 T_1}{\mu_1 + \mu_2} + \frac{1}{3k_B} \mu_{12} u_{12}^2$$

### C.3.2 Transfert de moment

Le calcul rigoureux du transfert de moment nécessiterait la connaissance des sections efficaces de transfert de moment. Pour simplifier, on adopte le taux :

$$\dot{\mathbf{Q}}_i = \mathcal{T}_i \mu_i \mathbf{u}_i$$

où  $\mathcal{T}_i$  est le taux de variation numérique de l'espèce  $i$ .

Le taux de transfert de moment d'un fluide donné est ensuite pris comme la somme des taux de transfert de moment associés à chacune des espèces qui le constitue.

### C.3.3 Transfert d'énergie

Enfin, le calcul du transfert d'énergie lors d'une réaction donne pour les espèces qui disparaissent :

$$\dot{U}_i = \mathcal{T}_i \frac{3}{2} k_B T_i$$

Les produits se partagent l'énergie des réactants dans des proportions qui dépendent de la microphysique de la réaction. Tant qu'on ne connaît pas les sections efficaces différentielles correspondantes, on est donc incapable de calculer rigoureusement les taux recherchés. On supposera donc que la répartition se fait équitablement entre les produits.

Lorsqu'une réaction libère une énergie de réaction  $E$  (positive pour une réaction exothermique et négative sinon), on est en mesure de donner la répartition entre les produits issus de chacun des deux réactants. Cette répartition se fait en suivant les proportions données par le facteur devant  $\epsilon$  dans l'expression C.1.4. Par exemple, une ionisation collisionnelle d'un atome H frappé par un électron retire très majoritairement l'énergie d'ionisation au fluide électronique. Mais une dissociation collisionnelle de  $\text{H}_2$  par  $\text{H}_2^+$  enlève l'énergie de liaison de  $\text{H}_2$  équitablement aux fluides des ions et des neutres.

## Annexe D

# Réseau chimique

Nous dressons ici la liste exhaustive des réactions chimiques utilisées dans cette thèse.

L'acronyme PCR désigne une particule de rayon cosmique. Leur densité est évaluée à l'aide du taux d'ionisation primaire, invariablement fixé à  $\zeta = 5 \cdot 10^{-17}/\text{s}$ .

Les réactions qui font intervenir des photons ne sont prises en compte que dans le chapitre 3 sur les régions dominées par les photons.

Les réactions d'adsorption et de désorption sur les grains ne sont prises en compte que dans le chapitre 4 sur l'effondrement sphérique, à l'exception de la réaction de formation de la molécule  $\text{H}_2$  sur les grains, qui est toujours incluse dans le réseau.

| Réaction  | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$ |
|---|----------|----------|---------|
| $\text{H} + \text{PRC} \rightarrow \text{H}^+ + \text{el}$              | 4.60E-01 |          |         |
| $\text{H}_2 + \text{PRC} \rightarrow \text{H}^+ + \text{H} + \text{el}$ | 5.00E-02 |          |         |
| $\text{H}_2 + \text{PRC} \rightarrow \text{H} + \text{H}$               | 1.50E+00 |          |         |
| $\text{H}_2 + \text{PRC} \rightarrow \text{H}_2^+ + \text{el}$          | 9.50E-01 |          |         |
| $\text{HE} + \text{PRC} \rightarrow \text{HE}^+ + \text{el}$            | 5.00E-01 |          |         |
| $\text{C} + \text{PRC} \rightarrow \text{C}^+ + \text{el}$              | 1.02E+03 |          |         |
| $\text{CH} + \text{PRC} \rightarrow \text{C} + \text{H}$                | 1.46E+03 |          |         |
| $\text{CH}_4 + \text{PRC} \rightarrow \text{CH}_3 + \text{H}$           | 4.68E+03 |          |         |
| $\text{CH} + \text{PRC} \rightarrow \text{C} + \text{H}^+$              | 3.52E+02 |          |         |
| $\text{OH} + \text{PRC} \rightarrow \text{O} + \text{H}$                | 1.02E+03 |          |         |
| $\text{H}_2\text{O} + \text{PRC} \rightarrow \text{OH} + \text{H}$      | 1.94E+03 |          |         |
| $\text{O}_2 + \text{PRC} \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{el}$          | 2.34E+02 |          |         |
| $\text{O}_2 + \text{PRC} \rightarrow \text{O} + \text{O}$               | 1.50E+03 |          |         |
| $\text{CO} + \text{PRC} \rightarrow \text{C} + \text{O}$                | 6.80E+02 | 1.20     | 0.0     |
| $\text{O} + \text{H}_2 \rightarrow \text{OH} + \text{H}$                | 1.55E-13 | 2.80     | 2980.0  |
| $\text{O}_2 + \text{H} \rightarrow \text{OH} + \text{O}$                | 1.63E-09 | -0.90    | 8750.0  |
| $\text{OH} + \text{H} \rightarrow \text{O} + \text{H}_2$                | 7.00E-14 | 2.80     | 1950.0  |
| $\text{OH} + \text{H}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{H}$      | 9.54E-13 | 2.00     | 1490.0  |
| $\text{H}_2\text{O} + \text{H} \rightarrow \text{OH} + \text{H}_2$      | 5.24E-12 | 1.90     | 9265.0  |
| $\text{C} + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH} + \text{H}$                | 1.16E-09 | 0.50     | 14100.0 |
| $\text{C} + \text{H} \rightarrow \text{CH}$                             | 1.00E-17 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{CH} + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}_2 + \text{H}$             | 2.38E-10 | 0.00     | 1760.0  |
| $\text{CH}_2 + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}_3 + \text{H}$           | 5.18E-11 | 0.17     | 6400.0  |
| $\text{CH}_3 + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}_4 + \text{H}$           | 3.00E-10 | 0.00     | 5460.0  |
| $\text{CH} + \text{H} \rightarrow \text{C} + \text{H}_2$                | 1.16E-09 | 0.50     | 2200.0  |

| Réaction  | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$ |
|---|----------|----------|---------|
| CH <sub>2</sub> + H → CH + H <sub>2</sub>   | 4.70E-10 | 0.00     | 370.0   |
| CH <sub>3</sub> + H → CH <sub>2</sub> + H <sub>2</sub>  | 5.18E-11 | 0.17     | 5600.0  |
| CH <sub>4</sub> + H → CH <sub>3</sub> + H <sub>2</sub>  | 3.00E-10 | 0.00     | 6560.0  |
| O <sub>2</sub> + C → CO + O   | 3.30E-11 | 0.50     | 0.0     |
| OH + C → CO + H   | 3.10E-11 | -.36     | 0.0     |
| OH + O → O <sub>2</sub> + H   | 3.10E-11 | -.36     | 0.0     |
| CH + O → HCO <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>  | 2.40E-14 | 0.50     | 0.0     |
| CH + O → CO + H   | 9.50E-11 | 0.50     | 0.0     |
| CH <sub>2</sub> + O → CO + H + H  | 2.00E-11 | 0.50     | 0.0     |
| CH <sub>3</sub> + O → CO + H <sub>2</sub> + H   | 1.80E-10 | 0.50     | 0.0     |
| C <sup>+</sup> + H → CH <sup>+</sup>  | 7.00E-17 | 0.00     | 0.0     |
| C <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sub>2</sub> <sup>+</sup>                                  | 4.00E-16 | -.20     | 0.0     |
| C <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sup>+</sup> + H   | 1.50E-10 | 0.00     | 4640.0  |
| CH <sup>+</sup> + H → C <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>   | 1.50E-10 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H                             | 1.20E-09 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H → CH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                             | 1.20E-09 | 0.00     | 2700.0  |
| CH <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H                | 7.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sub>5</sub> <sup>+</sup>                    | 6.00E-15 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sub>4</sub> <sup>+</sup> + H → CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                | 2.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sub>4</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → CH <sub>5</sub> <sup>+</sup> + H                | 4.00E-11 | 0.00     | 0.0     |
| CH <sub>5</sub> <sup>+</sup> + H → CH <sub>4</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                | 4.00E-11 | 0.00     | 2200.0  |
| H <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H                  | 2.10E-09 | 0.00     | 0.0     |
| O <sup>+</sup> + H → H <sup>+</sup> + O   | 6.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| O <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → OH <sup>+</sup> + H   | 1.20E-09 | 0.00     | 0.0     |
| OH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → H <sub>2</sub> O <sup>+</sup> + H                            | 1.01E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>2</sub> O <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → H <sub>3</sub> O <sup>+</sup> + H              | 8.30E-10 | 0.00     | 0.0     |
| CO <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → HCO <sup>+</sup> + H   | 1.30E-09 | 0.00     | 0.0     |
| CO <sup>+</sup> + H → H <sup>+</sup> + CO   | 7.50E-10 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + O → O <sup>+</sup> + H   | 6.00E-10 | 0.00     | 227.0   |
| H <sup>+</sup> + O <sub>2</sub> → O <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H                               | 1.20E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> O → H <sub>2</sub> O <sup>+</sup> + H                           | 8.20E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH → CH <sup>+</sup> + H   | 1.90E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH <sub>2</sub> → CH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                             | 1.40E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH <sub>2</sub> → CH <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H                             | 1.40E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH <sub>3</sub> → CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H                             | 3.40E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH <sub>4</sub> → CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                | 2.28E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sup>+</sup> + CH <sub>4</sub> → CH <sub>4</sub> <sup>+</sup> + H                             | 1.52E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + O → OH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                              | 8.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + CO → HCO <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                            | 1.70E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> O → H <sub>3</sub> O <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> | 4.30E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + C → CH <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                              | 2.00E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + CH → CH <sub>2</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>                | 1.20E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + CH <sub>2</sub> → CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>   | 1.70E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + CH <sub>3</sub> → CH <sub>4</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>   | 2.10E-09 | 0.00     | 0.0     |
| H <sub>3</sub> <sup>+</sup> + CH <sub>4</sub> → CH <sub>5</sub> <sup>+</sup> + H <sub>2</sub>   | 1.90E-09 | 0.00     | 0.0     |
| HE <sup>+</sup> + H <sub>2</sub> → H <sup>+</sup> + H + HE                                      | 1.10E-13 | -.24     | 0.0     |
| HE <sup>+</sup> + OH → OH <sup>+</sup> + HE   | 5.50E-10 | 0.00     | 0.0     |

| Réaction  | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$ |
|---|----------|----------|---------|
| $\text{HE}^+ + \text{OH} \rightarrow \text{O}^+ + \text{H} + \text{HE}$                 | 5.50E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{OH}^+ + \text{H} + \text{HE}$       | 2.30E-10 | -.94     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{O}^+ + \text{HE}$         | 4.86E-11 | -.94     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}^+ + \text{OH} + \text{HE}$       | 1.64E-10 | -.94     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CO} \rightarrow \text{C}^+ + \text{O} + \text{HE}$                 | 1.50E-09 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}^+ + \text{O} + \text{HE}$                | 1.00E-09 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH} \rightarrow \text{C}^+ + \text{H} + \text{HE}$                 | 1.10E-09 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_2 \rightarrow \text{C}^+ + \text{H}_2 + \text{HE}$             | 7.50E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_2 \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H} + \text{HE}$              | 7.50E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_3 \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H}_2 + \text{HE}$            | 9.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_3 \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{H} + \text{HE}$            | 9.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{H}^+ + \text{CH}_3 + \text{HE}$            | 4.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H}_2 + \text{H} + \text{HE}$ | 2.56E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{H}_2 + \text{HE}$          | 8.48E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{CH}_3^+ + \text{H} + \text{HE}$            | 8.00E-11 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{CH}_4^+ + \text{HE}$                       | 1.60E-11 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{OH} \rightarrow \text{CO}^+ + \text{H}$                             | 8.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{OH} \rightarrow \text{H}^+ + \text{CO}$                             | 8.00E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HCO}^+ + \text{H}$                   | 2.43E-09 | -.63     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}^+ + \text{CO}$                            | 5.15E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}^+ + \text{O}$                            | 3.15E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{CH} \rightarrow \text{CH}^+ + \text{C}$                             | 3.80E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{CH}_2 \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{C}$                         | 5.20E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{C} \rightarrow \text{HCO}^+ + \text{H}_2$                 | 1.00E-11 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{CH} \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{H}_2\text{O}$       | 6.80E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{CH}_2 \rightarrow \text{CH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$     | 9.40E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{C} \rightarrow \text{CH}^+ + \text{CO}$                           | 1.10E-09 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{CH} \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{CO}$                        | 6.30E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{CH}_2 \rightarrow \text{CH}_3^+ + \text{CO}$                      | 8.60E-10 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{CH}_3 \rightarrow \text{CH}_4^+ + \text{CO}$                      | 1.40E-09 | 0.00     | 9060.0  |
| $\text{HCO}^+ + \text{CH}_4 \rightarrow \text{CH}_5^+ + \text{CO}$                      | 9.90E-10 | 0.00     | 4920.0  |
| $\text{HCO}^+ + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{CO}$        | 2.50E-09 | 0.00     | 0.0     |
| $\text{H}^+ + \text{el} \rightarrow \text{H}$   | 3.61E-12 | -.75     | 0.0     |
| $\text{HE}^+ + \text{el} \rightarrow \text{HE}$   | 4.50E-12 | -.67     | 0.0     |
| $\text{H}_3^+ + \text{el} \rightarrow \text{H}_2 + \text{H}$                            | 1.50E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{C}^+ + \text{el} \rightarrow \text{C}$   | 4.40E-12 | -.61     | 0.0     |
| $\text{CH}_3^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH}_2 + \text{H}$                          | 1.75E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{CH}_3^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH} + \text{H}_2$                          | 1.75E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH} + \text{H}_2 + \text{H}_2$             | 8.75E-08 | -.30     | 0.0     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH}_2 + \text{H}_2 + \text{H}$             | 8.75E-08 | -.30     | 0.0     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH}_3 + \text{H}_2$                        | 8.75E-08 | -.30     | 0.0     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{el} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{H}$                          | 8.75E-08 | -.30     | 0.0     |
| $\text{O}_2^+ + \text{el} \rightarrow \text{O} + \text{O}$                              | 1.95E-07 | -.70     | 0.0     |
| $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{el} \rightarrow \text{OH} + \text{H}$                     | 3.15E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{el} \rightarrow \text{OH} + \text{H}_2$                   | 8.45E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{el} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{H}$            | 4.55E-07 | -.50     | 0.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{el} \rightarrow \text{CO} + \text{H}$                             | 2.40E-07 | -.69     | 0.0     |

| Réaction                                | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$  |
|---|----------|----------|----------|
| $H^+ + FE \rightarrow FE^+ + H$         | 7.40E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $H3^+ + FE \rightarrow FE^+ + H2 + H$   | 4.90E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $C^+ + FE \rightarrow FE^+ + C$         | 2.60E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $HCO^+ + FE \rightarrow FE^+ + CO + H$  | 1.90E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $H3O^+ + FE \rightarrow FE^+ + H2O + H$ | 3.10E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $O2^+ + FE \rightarrow FE^+ + O2$       | 1.10E-09 | 0.00     | 0.0      |
| $FE^+ + el \rightarrow FE$              | 3.70E-12 | -.65     | 0.0      |
| $CO + H \rightarrow C + OH$             | 1.11D-10 | -0.5     | 77700.0  |
| $CO + H \rightarrow CH + O$             | 9.53D-11 | -0.5     | 88300.0  |
| $H + el \rightarrow el + H^+ + el$      | 9.20D-10 | 0.5      | 157890.0 |
| $H2 + el \rightarrow el + H + H$        | 2.00D-09 | 0.5      | 116300.0 |
| $H2 + H \rightarrow H + H + H$          | 1.00D-10 | 0.0      | 52000.0  |
| $H2 + HE \rightarrow HE + H + H$        | 1.00D-11 | 0.0      | 52000.0  |
| $H2 + H2 \rightarrow H2 + H + H$        | 1.25D-11 | 0.0      | 52000.0  |
| $H2 + H3O^+ \rightarrow H3O^+ + H + H$  | 3.00D-11 | 0.5      | 52000.0  |
| $H2 + HCO^+ \rightarrow HCO^+ + H + H$  | 3.00D-11 | 0.5      | 52000.0  |
| $H2 + FE^+ \rightarrow FE^+ + H + H$    | 3.00D-11 | 0.5      | 52000.0  |
| $H2 + O2^+ \rightarrow O2^+ + H + H$    | 3.00D-11 | 0.5      | 52000.0  |
| $H + H \rightarrow H2$                  | 8.14D-17 | 0.50     | 4.48     |
| $CH4 + GRAIN \rightarrow CH4^*$         | 1.00D+00 | 0.00     | 0.0      |
| $O2 + GRAIN \rightarrow O2^*$           | 1.00D+00 | 0.00     | 0.0      |
| $H2O + GRAIN \rightarrow H2O^*$         | 1.00D+00 | 0.00     | 0.0      |
| $CO + GRAIN \rightarrow CO^*$           | 1.00D+00 | 0.00     | 0.0      |
| $CH4^* + PRC \rightarrow CH4 + GRAIN$   | 7.00D+01 | 0.00     | 0.0      |
| $O2^* + PRC \rightarrow O2 + GRAIN$     | 7.00D+01 | 0.00     | 0.0      |
| $H2O^* + PRC \rightarrow H2O + GRAIN$   | 7.00D+01 | 0.00     | 0.0      |
| $CO^* + PRC \rightarrow CO + GRAIN$     | 7.00D+01 | 0.00     | 0.0      |
| $C + PHOTON \rightarrow C^+ + el$       | 2.20E-10 | 0.00     | 2.96     |
| $H2O + PHOTON \rightarrow H2O^+ + el$   | 3.10E-11 | 0.00     | 3.85     |
| $CH2 + PHOTON \rightarrow CH2^+ + el$   | 3.00E-10 | 0.00     | 2.30     |
| $CH + PHOTON \rightarrow CH^+ + el$     | 5.50E-10 | 0.00     | 2.84     |
| $CH3 + PHOTON \rightarrow CH3^+ + el$   | 1.00E-10 | 0.00     | 2.1      |
| $CH4 + PHOTON \rightarrow CH4^+ + el$   | 6.90E-12 | 0.00     | 4.04     |
| $H2 + PHOTON \rightarrow H + H$         | 1.00E-14 | 0.00     | 2.5      |
| $CO + PHOTON \rightarrow C + O$         | 1.67E-10 | 0.00     | 3.0      |
| $OH + PHOTON \rightarrow O + H$         | 2.90E-10 | 0.00     | 1.72     |
| $H2O + PHOTON \rightarrow OH + H$       | 5.50E-10 | 0.00     | 1.70     |
| $CH + PHOTON \rightarrow C + H$         | 6.60E-10 | 0.00     | 1.15     |
| $CH2 + PHOTON \rightarrow CH + H$       | 4.90E-10 | 0.00     | 1.67     |
| $CH3 + PHOTON \rightarrow CH2 + H$      | 3.20E-10 | 0.00     | 1.88     |
| $CH4 + PHOTON \rightarrow CH2 + H2$     | 8.10E-10 | 0.00     | 2.15     |
| $H2^+ + PHOTON \rightarrow H^+ + H$     | 3.80E-10 | 0.00     | 1.85     |
| $H3^+ + PHOTON \rightarrow H2^+ + H$    | 5.00E-13 | 0.00     | 2.3      |
| $H3^+ + PHOTON \rightarrow H^+ + H2$    | 5.00E-13 | 0.00     | 1.8      |
| $CH^+ + PHOTON \rightarrow H^+ + C$     | 2.50E-10 | 0.00     | 2.50     |
| $CH^+ + PHOTON \rightarrow C^+ + H$     | 2.00E-12 | 0.00     | 3.0      |
| $CH2^+ + PHOTON \rightarrow CH^+ + H$   | 1.70E-09 | 0.00     | 1.7      |

| Réaction   | $\gamma$ | $\alpha$ | $\beta$ |
|--|----------|----------|---------|
| $\text{CH}_3^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{H}$               | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CH}_3^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H}_2$               | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CH}_4^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}_3^+ + \text{H}$               | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CH}_4^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}_2^+ + \text{H}_2$             | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}_4^+ + \text{H}$               | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CH}_5^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CH}_3^+ + \text{H}_2$             | 1.00E-09 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{OH}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{O}^+ + \text{H}$                    | 8.50E-12 | 0.00     | 2.80    |
| $\text{O}_2^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{O}^+ + \text{O}$                   | 3.00E-10 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{OH}^+ + \text{H}$          | 3.00E-10 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{O}^+ + \text{H}_2$         | 1.00E-10 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{OH} + \text{H}^+$          | 1.00E-10 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_2\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{O} + \text{H}_2^+$         | 1.00E-10 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}$ | 1.50E-11 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{OH}^+ + \text{H}_2$        | 5.00E-11 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{OH} + \text{H}_2^+$        | 5.00E-11 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{H}^+$ | 5.00E-11 | 0.00     | 1.7     |
| $\text{CO}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{C}^+ + \text{O}$                    | 3.00E-11 | 0.00     | 3.0     |
| $\text{HCO}^+ + \text{PHOTON} \rightarrow \text{CO}^+ + \text{H}$                  | 3.00E-10 | 0.00     | 3.0     |



# Liste des tableaux

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Chaque case représente une simulation. Les cases vides n'ont pas été testées, et les cases marquées d'un X n'ont pas convergé. Le type du choc est noté, ainsi que le comportement initial du choc J (qui existe toujours au moins au début des simulations): un petit o signifie que la trajectoire réalise de petites oscillations, un grand O signifie que la trajectoire réalise de grandes oscillations. . . . .  | 42 |
| 2.2 | Temps de disparition du choc J. . . . .  | 50 |
| 2.3 | Chaque case représente une simulation. Le type du choc est noté, en spécifiant le temps mis pour atteindre cet état stationnaire. Les temps sont tous en années. Le paramètre $b$ mesure la force du champ magnétique par rapport au champ interstellaire moyen: $B = b\sqrt{n_H/\text{cm}^3}\mu\text{G}$ . Un grand "A" marque la durées des grandes arches quand il y en a. Un petit "o" désigne la période des petites oscillations quand elles sont présentes. Un point d'interrogation indique une valeur qui n'a pu être mesurée faute de temps d'intégration. . . . . | 64 |
| 2.4 | Réactions du réseau à 8 espèces. . . . .   | 65 |





# Table des figures

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | Construction de la valeur à advecter pour les schémas Van-Leer et Donnor-Cell. . . . .  | 19 |
| 1.2 | Choc adiabatique : au bout d'un demi-temps de traversée d'une boîte de 1 parsec de long, pour une vitesse de 10 km/s et une densité de $n_H = 10^3 /\text{cm}^3$ . Chaque point représente l'une des 100 zones de la simulation. La solution analytique les rendrait invisibles si elle était affichée. On note l'effet du phénomène de "wall heating" au bord gauche. . . . .  | 21 |
| 1.3 | Tube à choc de Sod : les unités sont normalisées suivant les grandeurs naturelles de la solution de Sod. La solution analytique est en trait plein ( $\gamma=7/5$ ), et les 100 zones de la simulation sont en losanges. . . . .  | 22 |
| 1.4 | Explosion de Sedov : les unités sont normalisées suivant les grandeurs naturelles de la solution de Sedov. La solution analytique est en trait plein ( $\gamma=7/5$ ), et les 150 zones de la simulation sont en losanges. . . . .  | 23 |
| 2.1 | Refroidissements par O, C, C <sup>+</sup> , et H <sub>2</sub> en phase atomique pour diverses densités : de bas en haut, $n_H = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ , et $10^6/\text{cm}^3$ . Pour C, C <sup>+</sup> et O, les <i>traits pleins</i> correspondent à la méthode utilisée ici, les <i>traits pointillés</i> correspondent aux refroidissements de Raga <i>et al.</i> (1997), et les <i>tirets</i> représentent les refroidissements de Flower <i>et al.</i> (1986). Pour H <sub>2</sub> , les mêmes styles de trait codent respectivement pour Le Bourlot <i>et al.</i> (1999), Lepp et Schull (1983) et Flower <i>et al.</i> (1986). . . . . | 33 |
| 2.2 | Refroidissements par H <sub>2</sub> , CO, H <sub>2</sub> O, et OH en phase moléculaire pour diverses densités : de bas en haut $n_H = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ , et $10^6/\text{cm}^3$ . . . . .   | 35 |
| 2.3 | Profil de température du choc dans les conditions $u = 40$ km/s, $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ , et $B = 10 \mu\text{G}$ , à la date $t = 1000$ ans. Le gaz arrive par la gauche. . . . .   | 44 |
| 2.4 | Profil de température du choc dans les conditions $u = 25$ km/s, $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ , et $B = 0$ , à la date $t = 1000$ ans. Le gaz arrive par la gauche. . . . .  | 45 |
| 2.5 | Profil de température du choc dans les conditions $u = 25$ km/s, $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ , et $B = 10 \mu\text{G}$ , à la date $t = 40000$ ans. Le gaz arrive par la gauche. Ce choc correspond à un futur état J-C stationnaire, lorsque la queue de relaxation se sera complètement développée. . . . .   | 46 |
| 2.6 | Trajectoire de deux chocs J marginalement dissociant. En <i>traits pleins</i> , $n_H = 10^5 /\text{cm}^3$ et $u=25$ km/s. En <i>tirets</i> , $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ et $u=30$ km/s. . . . .  | 47 |
| 2.7 | Trajectoires des chocs J ( $B=0$ ) pour la densité $n_H = 10^4 /\text{cm}^3$ . . . . .  | 49 |
| 2.8 | Confrontation d'une simulation d'un choc avec les relations quasi-stationnaires. Les paramètres du choc sont $n_H = 10^4 \text{ cm}$ , $u = 25$ km/s, et $B = 100 \mu\text{G}$ . C'est donc un choc C, mais $t = 1000$ ans et le choc présente encore une structure J-C. La courbe fine en trait plein représente l'Hugoniot adiabatique du choc, c'est-à-dire le lieu des points possibles pour le saut adiabatique d'un choc dont les conditions initiales en densité et champ magnétique sont données, mais pas la vitesse d'entrée. . . . .   | 56 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 2.9  | Thermochimie du choc J à 25 km/s ( $t=2200$ ans).   | 57  |
| 2.10 | Thermochimie du choc J à 30 km/s ( $t=2200$ ans).   | 58  |
| 2.11 | Thermochimie du choc J à 40 km/s ( $t=400$ ans).  | 59  |
| 2.12 | Choc C dans les conditions : $n_H = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ , $u = 10 \text{ km/s}$ , $B = 10 \text{ } \mu\text{G}$ , et $G_0 = 0$ . Les températures des neutres (traits pleins), des électrons (pointillés) et des ions (tirets) sont représentées en fonction de la distance au mur en parsec. Trois temps sont affichés : de gauche à droite, $t=10^3$ ans, $10^4$ ans, et $10^5$ ans. Le gaz entre par la droite.  | 61  |
| 2.13 | Simulation d'un jet protostellaire. Du gaz de densité $n_H = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ est envoyé avec une vitesse $u = 25 \text{ km/s}$ par le bord droit de la simulation dans du gaz plus dense à $n_H = 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$ , $B = 10 \text{ } \mu\text{G}$ , et $G_0 = 0$ .  | 62  |
| 3.1  | M16, ou la nébuleuse de l'aigle, par le télescope de 90 cm de Kitt Peak.  | 70  |
| 3.2  | Modèle de région HII initialement homogène.   | 83  |
| 3.3  | Simulation d'une région HII bordée par un nuage moléculaire.  | 84  |
| 3.4  | Modèle de flot évaporatif avec un bord interne libre.   | 85  |
| 3.5  | Front mixte d'ionisation et de photo-dissociation, suivi du choc (adiabatique). Les espèces chimiques sont H, $\text{H}^+$ , $\text{H}_2$ et $\text{H}_2^+$ . $n_H = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ .  | 86  |
| 3.6  | Front mixte d'ionisation et de photo-dissociation, suivi du choc (refroidit). Modèle photochimique complet, mais les taux chimiques sont divisés par 1000.  | 87  |
| 3.7  | En trait continu, la densité de masse exprimée en unités de masse atomique, en trait discontinu, la pression. Derrière le choc, le refroidissement $\text{H}_2$ lutte contre le chauffage par photo-ionisation : y aurait-il une instabilité? Ou bien le facteur 1000 diminue l'ampleur du chauffage par ionisation.  | 88  |
| 4.1  | Profils normalisés suivant Foster et Chevalier (1993) pour différentes densités centrales $D(0) = 10^{2,5}$ , $10^5$ , $10^{7,5}$ et $10^{20}$ . $\xi$ , $D$ (tirets), $v$ (trait plein), et $m$ (pointillé) sont respectivement le rayon, la densité, la vitesse et la masse comprise dans un rayon $\xi$ , tous normalisés suivant Foster et Chevalier (1993). A comparer avec la figure 1 de FC (1993).  | 96  |
| 4.2  | Taux d'accrétion $\dot{m} = \xi^2 D v$ pour $\xi = 0,3$ (trait plein), $\xi = 1$ (pointillé) et $\xi = 3$ (tirets). A comparer avec la figure 3 de Foster et Chevalier (1993).  | 97  |
| 4.3  | Comparaison des différents protocoles d'effondrement pour une densité centrale correspondant à $D(0) = 10^{7,5}$ .  | 97  |
| 4.4  | Comparaison des différents protocoles d'effondrement vis-à-vis de la fraction de masse supersonique. Le protocole de FC est en trait plein, en pointillés et en tirets sont représentés les effondrements produits par une augmentation de pression dont les temps caractéristiques de variation sont respectivement $10^6$ et $10^9$ années. Le trait vertical est en fait $m/\xi$ dont on vérifie ainsi qu'il constitue un bon indicateur du temps $\tau = 0$ . | 98  |
| 4.5  | Comparaison des conditions initiales homogènes et hydrostatiques, pour une densité centrale correspondant à $D(0) = 10^5$ .   | 99  |
| 4.6  | Confrontation aux observations de modèles isothermes partant de sphères initialement hydrostatiques ou bien singulières. Les contraintes observationnelles ont été dérivées par Arnaud Belloche et Philippe André.  | 100 |
| 4.7  | Comparaison des dynamiques obtenues à un contraste de densité donné dans le cas où les raies sont directement évacuées du système et dans le cas où elles sont intégralement transférées aux grains.  | 104 |
| 4.8  | Comparaison des profils de densité à l'équilibre hydrostatiques pour le modèle isotherme et le modèle avec transfert.   | 105 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.9  | Évolution des profils de densité et vitesse de la simulation avec transfert de l'énergie. .   | 107 |
| 4.10 | Évolution des profils de température et d'abondance de CO pour la simulation avec transfert de l'énergie. Les temps correspondent aux affichages de la figure 4.9. . . . .  | 108 |
| 4.11 | Évolution de la densité et de la température du gaz au centre au cours de la simulation.  | 109 |
| 4.12 | Confrontation du modèle avec chimie et transfert vis-à-vis des observations d'IRAM 04191. Le meilleur modèle isotherme est montré lui aussi à titre de comparaison. Les observations ont été réalisées par Arnaud Belloche et Philippe André. . . . .   | 109 |
| 5.1  | $\frac{2}{3}\mathcal{L}/p$ pour $Av=0,5$ et $\chi=1$ . Ce taux est l'inverse du temps de refroidissement, il exprimé en $1/\text{Man}$ . La pression en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et la densité est $n_H$ en particules par $\text{cm}^3$ . . . . .  | 116 |
| 5.2  | $\omega_\rho(\rho, p)$ pour $Av=0,5$ et $\chi=1$ . Les taux de croissance sont en $1/\text{Man}$ , la pression en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et la densité est $n_H$ en particules par $\text{cm}^3$ . . . . .  | 119 |
| 5.3  | $\omega_p(\rho, p)$ pour $Av=0,5$ et $\chi=1$ . Les taux de croissance sont en $1/\text{Man}$ , la pression en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et la densité est $n_H$ en particules par $\text{cm}^3$ . . . . .   | 119 |
| 5.4  | Les parties réelles et imaginaires des racines de $P_k$ pour $n_H = 5/\text{cm}^3$ , à l'équilibre thermochimique. Toutes les unités sont normalisées par $\omega_\rho$ . . . . .   | 121 |
| 5.5  | Évolution dans le plan $(\rho, p)$ des deux phases d'un modèle homobare biphasé. La courbe d'équilibre thermochimique est notée en pointillés. . . . .  | 123 |
| 5.6  | Évolution dans le plan $(\rho, p)$ de 10 phases d'un modèle homobare avec 64 phases. La distribution initiale des phases est gaussienne. . . . .  | 125 |
| 5.7  | Évolution au cours du temps de 10 phases d'un modèle homobare avec 64 phases. La distribution initiale des phases est gaussienne. La chimie est hors-équilibre. Les temps sont en années, et les densités numériques en $1/\text{cm}^3$ . . . . .   | 125 |
| 5.8  | Comparaison entre la théorie linéaire et la simulation lagrangienne, les densités (traits pleins) sont en particules par $\text{cm}^3$ , les pressions (pointillés) en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation. . . . .  | 128 |
| 5.9  | Comparaison entre la théorie linéaire et la simulation lagrangienne, les densités sont en particules par $\text{cm}^3$ , les pressions en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation. . . . .   | 129 |
| 5.10 | Évolution temporelle de la densité et de la pression des zones du bord (c'est-à-dire les moins denses) et milieu (c'est-à-dire la plus dense). Les densités sont en particules par $\text{cm}^3$ , les pressions en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation qui est lagrangienne. . . . .              | 130 |
| 5.11 | Évolution dans le diagramme $p-n_H$ des zones du bord (c'est-à-dire les moins denses) et milieu (c'est-à-dire la plus dense). La courbe d'équilibre thermochimique est rappelée. Les densités sont en particules par $\text{cm}^3$ , les pressions en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. L'équilibre chimique est maintenu au cours de la simulation. . . . . | 130 |
| 5.12 | Comparaison Lagrange contre Euler à l'état final de la simulation. Les densités sont en particules par $\text{cm}^3$ et les distances en parsec. $Av=0,5$ . . . . .   | 131 |
| 5.13 | Comparaison Lagrange (traits pleins) contre Euler (pointillés) des évolutions dans le diagramme $p/n_H$ . La chimie est traitée dépendante du temps. Les densités sont en particules par $\text{cm}^3$ , les pressions en $\text{K}/\text{cm}^3$ , et les temps en années. $Av=0,5$ . . . . .   | 132 |
| 5.14 | Fractions de masse chaude et de volume froid pour la simulation lagrangienne (traits pleins) et la simulation eulérienne (pointillés). La ligne horizontale indique l'inverse du nombre de zones (i.e. $1/256$ ), qui représente la contrainte d'une cellule. . . . .   | 132 |
| 5.15 | Mode de 100 pc au temps $t = 18 \text{ Man}$ . Les conditions initiales sont à l'équilibre thermochimique, $n_H=5/\text{cm}^3$ . La chimie est dépendante du temps. . . . .   | 133 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 5.16 | Comparaison pour le mode de 0,22 pc entre l'évolution temporelle à chimie constamment à l'équilibre (traits pleins), ou bien dépendante du temps (pointillés). En rouge la zone la plus dense, en vert la moins dense. $Av=0,5$ . . . . .  | 134 |
| 5.17 | Relation de dispersion avec une longueur de diffusion $\lambda = c/(10\omega_\rho)$ qui correspond donc à $kc = 10\omega_\rho$ . On se place à $n_H = 5/\text{cm}^3$ , et à l'équilibre thermochimique. Toutes les unités sont normalisées par $\omega_\rho$ . . . . .   | 135 |
| 5.18 | Simulation de deux bimodes identiques, seule la taille de la boîte de simulation change : le grand bimode se fragmente, le petit reste cohérent. La longueur de fragmentation est de 2 pc. . . . .   | 137 |
| 5.19 | $\lambda_\rho$ en pc sur la zone instable thermiquement. . . . .   | 138 |
| 5.20 | Évolution du spectre de puissance de l'énergie cinétique au cours du temps. La simulation est à $n_H=1/\text{cm}^3$ et $T=10^4$ pour une taille de boîte de 32 pc. Le temps de traversée de la boîte est donc de 3 millions d'années. Les nombres indiqués correspondent au temps depuis le début de la simulation en millions d'années. . . . . | 139 |
| 5.21 | Projections des cubes de la simulation avec refroidissement. $n_H=2/\text{cm}^3$ . Les temps sont à 15, 17, 18 et 19,5 millions d'années. L'échelle des dégradés est logarithmique, et utilise pour chaque cube toute la gamme de la palette, bien que chacun ait un contraste de densité réel bien distinct. . . . .                            | 142 |
| 5.22 | Évolution du spectre de puissance de l'énergie cinétique au cours du temps. La simulation est à $n_H=2/\text{cm}^3$ et $T=10^4$ pour une taille de boîte de 32 pc. Le temps de traversée de la boîte est donc de 3 millions d'années. Les nombres indiqués correspondent au temps depuis le début de la simulation en millions d'années. . . . . | 143 |
| 5.23 | Distribution de 10000 des cellules de la simulation dans le plan $(p, \rho)$ pour chacun des temps de la figure 5.21. La courbe d'équilibre thermochimique est rappelée en traits pleins. . . . .  | 145 |
| 5.24 | Distribution de la fraction de masse en fonction de la densité. On donne aussi la distribution de la fraction du volume en tirets. . . . .   | 146 |
| 5.25 | Spectre de masse des fragments pour le dernier temps de la simulation. Les structures sont identifiées par la méthode de percolation avec une densité seuil de $n_H = 50/\text{cm}^3$ . . . . .  | 147 |
| 5.26 | Longueur caractéristique de l'instabilité la plus rapide entre l'instabilité thermique et la gravitation. . . . .  | 149 |

# Résumé

Ce travail de thèse met en oeuvre la microphysique très riche du milieu interstellaire dans plusieurs problèmes hydrodynamiques à très haute résolution, tous associés à la formation des étoiles.

La première partie du travail concerne le développement d'un modèle numérique monodimensionnel que nous avons appliqué à trois domaines différents.

Dans les jets protostellaires, nous dégageons les temps de mise à l'état stationnaire des chocs. Nous précisons les domaines d'application de l'hypothèse quasi-stationnaire, et mettons au jour une instabilité liée à la reformation de la molécule  $H_2$  dans les chocs dissociants. Pour ces derniers chocs, nous produisons un réseau chimique simplifié qui rendra possible leur étude tridimensionnelle.

Dans le cadre des régions de photo-ionisation, nous utilisons le même code pour discuter le rôle de l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans la formation des structures en piliers observées. Il nous apparaît que la gravitation est l'un des principaux responsables de la naissance de cette instabilité. De plus, nous produisons les premières simulations dynamiques d'un front mixte d'ionisation et de photodissociation.

Enfin, le code se révèle très utile pour rendre compte de l'effondrement sphérique des condensations préstellaires. Nous confrontons nos modèles à des contraintes observationnelles dégagées sur IRAM 04191. Nous montrons que les conditions initiales d'Ébert-Bonnor sont préférables à la sphère singulière isotherme. Le traitement détaillé du transfert de l'énergie associé à la chimie des agents refroidissant constitue encore une très nette amélioration.

La deuxième partie de ce travail se concentre sur l'étude théorique de l'instabilité thermique. L'étude linéaire révèle une longueur caractéristique de fragmentation qui fournit un critère de raffinement utile aux maillages à résolution adaptative. L'étude homobare qui prédit la répartition de la masse permet aussi de prévoir le coût des simulations avec raffinement de maillage. Ces deux outils analytiques fournissent les premières pistes vers l'interprétation des spectres de masse observés. L'examen des rôles complémentaires de la gravité et de l'instabilité thermique permet de formuler des scénarios pour la fragmentation du milieu interstellaire. Enfin, des simulations numériques tridimensionnelles réalisées avec le code RAMSES à raffinement adaptatif de maillage confirment qualitativement ces résultats.