



HAL
open science

Imagerie des étoiles évoluées par interférométrie; Réarrangement de pupille

Sylvestre Lacour

► **To cite this version:**

Sylvestre Lacour. Imagerie des étoiles évoluées par interférométrie; Réarrangement de pupille. Astrophysique [astro-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007. Français. NNT: . tel-00128387

HAL Id: tel-00128387

<https://theses.hal.science/tel-00128387v1>

Submitted on 1 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE
PARIS 6

THÈSE

présentée
pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris VI

Spécialité : *Astrophysique et Instrumentations Associées*

par

SYLVESTRE LACOUR

Imagerie des étoiles évoluées par interférométrie

Réarrangement de pupille

Soutenue le 22 Janvier 2007 devant la Commission d'examen :

M.	Bruno SICARDY	Président
M.	John MONNIER	Rapporteur
M.	Christoffel WAEKENS	Rapporteur
M.	Denis MOURARD	Examinateur
M.	Jean-Philippe BERGER	Examinateur
M.	Denis GILLET	Examinateur
M.	Guy PERRIN	Directeur
M.	Gérard ROUSSET	Co-directeur

Remerciements

Lire les remerciements est souvent le premier geste effectué lorsqu'une thèse vient à nous tomber entre les mains. C'est pourquoi il est important de soigner ce chapitre. Même s'il ne conditionne pas une hypothétique lecture du reste de la thèse, c'est sûrement ce passage que mes amis, mes parents, et ma copine, liront en premier.

Il faut donc le (les) soigner. C'est pourquoi, je tiens, avant tout, à remercier mes parents de m'avoir mis au monde, à mes amis de me supporter, et à ma copine d'être à mes côtés. En fait, un remerciement tout spécial à Laurence, sans qui le travail de relecture de Guy lui aurait certainement fait frôler une crise de folie qui aurait pu m'être fatale.

Parmi mes amis, certains sont aussi mes collègues, et ont ainsi participé aux joies et aux malheurs de la thèse en astrophysique. On n'aime pas mettre les gens dans des cases, mais il faut remarquer que c'est tout de même pratique pour les remerciements. C'est pour cela que je tiens à remercier, dans un premiers temps, tout ceux qui ont participé à la réussite des missions d'observations sur IOTA. Dans le désordre : Anne PONCELET, Serge MEIMON, Julien WOILLEZ, Xavier HAUBOIS et Peter SCHULLER. Ensuite, ceux avec qui j'ai pu profiter des joies des écoles d'étés californiennes : Aglae KELLERER, Myriam BENISTY, Antoine MÉRAND, Guillaume MONTAGNIER, Laurent PUEYO et "Woody" WOODRUFF (j'en oublie certainement). Enfin, il y a ceux qui m'ont tenu compagnie sur le campus de Meudon, Evelyne ALECIAN, Etienne PARIAT et les autres. Parmi les personnes que j'ai la chance de pouvoir considérer comme des amis, il me reste à remercier Guy PERRIN, mon directeur de thèse, qui a su être un parfait encadrant tout en acceptant la contradiction.

Dans le cadre des remerciements de cette thèse, je tiens à citer les personnes qui m'ont aidé dans la réalisation instrumentale. Sans eux, il n'y aurait au sous sol du LAM aucun instrument à réarrangement de pupille, attendant aujourd'hui avec impatience l'arrivée salvatrice de Takayuki KOTANI. Parmi mes compagnons "vis et écrous", il y a d'abord eu l'équipe du GEPI, Sébastien CROCE, Julien GAUDEMARD et Thierry MELSE. Ils m'ont apporté leur aide dès les premiers essais, et cela en dépit d'inégales réussites. Ensuite vient l'entreprise ThreeBond, dont mon cousin Raphaël LAMY, digne représentant, a pu utiliser une partie des ressources pour me fournir plusieurs séries de colles adaptées. Un tournant instrumental a eu lieu lorsque Frédéric CHAPRON a été recruté au LESIA, et que j'ai décidé de lui confier l'étude du système. Bien m'en a pris, car, en plus de me faire économiser du temps, cela a permis d'aboutir à un instrument fonctionnel. La réalisation a ensuite été confiée aux mains expertes du GEPI, et l'assemblage à l'atelier du LESIA (un grand merci en particulier à Vartan ARSLANYAN et Claude COLLIN).

Enfin, merci à mon Jury de thèse, et surtout aux deux rapporteurs, John MONNIER et Christoffel WAELKENS, qui ont accepté de s'attaquer à mon manuscrit en pleine

période de Noël.

Un dernier mot pour souhaiter bonne chance à Anne PONCELET et Xavier HAUBOIS, tout deux disciples de Guy, qui auront bientôt la joie et le plaisir de soutenir leur thèse.

Résumé

La turbulence atmosphérique est la principale limitation à la haute résolution angulaire pratiquée en astronomie. Elle se traduit par des variations de la phase du champ rayonné par l'astre observé. En interférométrie, ce problème a été résolu par l'utilisation de fibres optiques monomodes qui filtrent le front d'onde de manière à rendre le rayonnement parfaitement cohérent. Cette technique, appliquée sur l'interféromètre IOTA, nous a permis de mesurer avec une grande précision les fréquences spatiales de sept étoiles évoluées. A partir d'une technique de déconvolution en aveugle, nous avons imagé la surface de ces sept objets. Bételgeuse et μ Cep, deux supergéantes rouges, ainsi que R Leo, Mira et χ Cyg, trois étoiles variables de type Mira, mais également l'étoile symbiotique CH Cyg ont montré des structures très diverses, avec des photosphères d'apparence fortement dissymétriques. Seule la géante rouge Arcturus n'a pas présenté ces caractéristiques. Nous avons, notamment, pu estimer la masse de χ Cyg à $0,88 \pm 0,04 M_{\odot}$ à partir de la trajectoire balistique de la haute atmosphère de l'étoile.

Au vu de ces résultats, nous proposons d'utiliser les techniques de filtrage spatial interférométrique pour corriger l'effet de la turbulence au sein de la pupille d'un télescope. Cette technique, le réarrangement de pupille, a requis le développement d'un algorithme spécifique de réduction des données. Nous montrons qu'il permet de reconstruire des images affranchies de l'influence de la turbulence atmosphérique et limitées uniquement par le bruit de photon dans le domaine visible. Nos simulations montrent qu'un tel système peut fournir des images à la limite de diffraction des grands télescopes avec des dynamiques d'au moins le million. Cette technique est en cours de validation expérimentale par la construction d'un démonstrateur en laboratoire.

Abstract

Atmospheric turbulence is an important limit to high angular resolution in astronomy. Interferometry resolved this issue by filtering the incoming light with single-mode fibers. Thanks to this technique, we obtained with the IOTA interferometer very precise measurements of the spatial frequencies of seven evolved stars. From these measurements, we performed a blind deconvolution to restore an image of the surface of the stars. Six of the them, Bételgeuse, μ Cep, R leo, Mira, χ Cyg and CH Cyg, feature very asymmetrical brightness distributions. On the other hand, the Arcturus data are extremely well fitted with a simple limb-darkened photospheric disc. From the observations of χ Cyg, we show that the star is surrounded by a molecular shell undergoing a ballistic motion. By combining our dataset with spectroscopic measurements, we inferred a mass of the star of $0.88 \pm 0.04 M_{\odot}$.

We propose to use the same technique of spatial filtering with single-mode fibers to correct for the effect of turbulence in the pupil of a telescope. Because the pupil is redundant, this technique does require a remapping of the pupil. We developed a dedicated algorithm to show that it was possible to reconstruct images at the diffraction limit of the telescope free of any speckle noise. Our simulations show that a high dynamic range (over 10^6) could be obtained in the visible on an 8 meter telescope. A lab experiment is under construction to validate the concept of this new instrument.

Table des matières

Introduction	1
-------------------------------	----------

I. Les étoiles évoluées

1 Introduction aux étoiles évoluées	5
1.1 Les étoiles évoluées	6
1.2 Les instabilités et les modes d'oscillation	9
1.3 Ma thèse dans ce contexte	13
2 Imagerie interférométrique	15
2.1 Les données interférométriques	16
2.2 Les observations	23
2.3 La reconstruction d'images interférométriques	33
2.4 L'imagerie par reconstruction en aveugle	36
3 Études paramétriques	49
3.1 Modéliser les étoiles évoluées	50
3.2 Étude par imagerie paramétrique d'Arcturus	56
3.3 Étude par imagerie paramétrique de χ Cyg	61
3.4 Étude des données spectro-interférométriques	77
3.5 Perspectives	85

II. Le ré-arrangement de pupille

4 Le principe	91
4.1 De l'imagerie directe à l'interférométrie	92
4.2 La mesure du champ complexe dans la pupille	96
4.3 L'estimation des visibilitées complexes	103
4.4 L'algorithme de déconvolution	108
4.5 La dynamique de reconstruction	118
5 L'optimisation des paramètres de l'instrument	127
5.1 Introduction	128
5.2 L'injection dans les fibres monomodes	129
5.3 Le champ de la fibre et le phénomène de confusion	134
5.4 Recombinaison et bande spectrale	137

5.5	Le choix du réarrangement	147
5.6	Le temps d'intégration	154
5.7	Récapitulatif	156
6	L'élaboration d'un démonstrateur	159
6.1	Chronologie	160
6.2	Les contraintes mécaniques	161
6.3	Les expérimentations millimétriques	167
6.4	Une version décimétrique	169
	Conclusion	173

Annexes

A	Articles sur le concept du réarrangement de pupille	175
B	Autres publications	195
	Bibliographie	220

Liste des tableaux

1.1	Les instabilités dynamiques	10
2.1	Missions d'observations	23
2.2	Liste des étoiles évoluées étudiées	24
2.3	Configurations des télescopes	25
2.4	Liste des étalons utilisés	26
3.1	Résultat de l'ajustement du modèle sur les données d'Arcturus	58
3.2	Valeurs des différents paramètres obtenues par ajustement du modèle sur les données	61
3.3	Estimations de Flux bolométrique (Whitelock <i>et al.</i> 2000)	66
3.4	Paramètres Physiques de χ Cyg	66
3.5	Géométrie de l'asymétrie	75
3.6	Mesures spectro-interférométriques des paramètres de R Leo, χ Cyg, et μ Cep	79
3.7	Paramètres physiques de R Leo, χ Cyg et μ Cep observés en mai 2006	80
4.1	Dynamique des images de la figure 4.13	125
5.1	Influence des caractéristiques de l'instrument	128
5.2	Taux de couplage	156

Table des figures

1.1	Nébuleuse de la Lyre (M57)	7
1.2	Les paramètres physiques du soleil (Schwarzschild 1975)	11
1.3	Freytag (2003)	13
2.1	Couverture $u-v$ accessible par IOTA	17
2.2	Composant en optique intégré fabriqué par le LAOG	18
2.3	Fenêtre de contrôle du suiveur de franges	19
2.4	Apparence graphique du logiciel “matrix2.script”	20
2.5	Illustration de l’utilité de la mesure de clôture de phase	21
2.6	Données de χ Cyg et de CH Cyg obtenues au cours de la mission de mai 2005	27
2.7	Données de χ Cyg et de Mira obtenues au cours de la mission d’octobre 2005	28
2.8	Données de Bételgeuse obtenues au cours de la mission d’octobre 2005	29
2.9	Données de χ Cyg et de R Leo obtenues au cours de la mission de mars 2006	30
2.10	Données de χ Cyg et de R Leo obtenues au cours de la mission de mai 2006	31
2.11	Données d’Arcturus et de μ Cep obtenues au cours de la mission de mai 2006	32
2.12	Reconstruction en aveugle d’une source ponctuelle simulée à partir de la couverture fréquentielle d’Arcturus	34
2.13	Plan $u-v$ et reconstruction en aveugle d’Arcturus	36
2.14	Plans $u-v$ et reconstructions en aveugle de χ Cyg	38
2.15	Plans $u-v$ et reconstructions en aveugle de R Leo	39
2.16	Plan $u-v$ et reconstruction en aveugle de Mira	40
2.17	Comparaison des images du système Mira en infrarouge moyen, UV, et infrarouge proche.	41
2.18	Plan $u-v$ et reconstruction en aveugle de Bételgeuse	43
2.19	Imagerie paramétrique de Bételgeuse par Young <i>et al.</i> (2000a).	43
2.20	Plan $u-v$ et imagerie en aveugle de μ Cep.	44
2.21	Plan $u-v$ et imagerie en aveugle de CH Cyg.	45
2.22	Courbes de lumière correspondant aux étoiles Miras : χ Cyg, R Leo, et Mira (o Ceti)	47
2.23	Courbes de lumière de Bételgeuse, μ Cep, et CH Cyg	48
3.1	Modèle géométrique	50

3.2	Ajustement d'un modèle d'asymétrie sur les données de χ Cyg de mai et octobre 2005	52
3.3	Cartes de χ^2	54
3.4	Comparaison entre reconstruction d'image en aveugle et reconstruction paramétrique de l'étoile Arcturus	56
3.5	Visibilités et Clôtures de phase d'Arcturus	57
3.6	Recherche d'un compagnon d'Arcturus	59
3.7	Ajustement des données de χ Cyg en mai 2005	61
3.8	Ajustement des données de χ Cyg en octobre 2005	62
3.9	Ajustement des données de χ Cyg en mars 2006	63
3.10	Ajustement des données de χ Cyg en mai 2006	63
3.11	Reconstructions par imagerie paramétrique de χ Cyg	64
3.12	Profils d'assombrissement de χ Cyg	65
3.13	Evolution temporelle des paramètres physiques de χ Cyg	67
3.14	Observations spectroscopiques de la géante M5 BS4267 et de la Mira S Car par Lançon et Wood (2000)	68
3.15	Température d'excitation et vitesse radiale des raies d'absorptions (Hinkle <i>et al.</i> 1982)	69
3.16	Modèle dynamique de l'atmosphère de χ Cyg	71
3.17	Résidus d'ajustements des données de χ Cyg acquises en mai 2006	72
3.18	$\Delta\chi^2$ en fonction du diamètre de la tache	74
3.19	Interface de contrôle du mode dispersé d'IOTA	77
3.20	Ajustement des données de R Leo en mai 2006	78
3.21	Ajustement des données de μ Cep en mai 2006	78
3.22	Représentation des résultats spectro-interférométriques pour R Leo, χ Cyg et μ Cep	81
3.23	Ecart de température entre la tache et la photosphère	83
3.24	Observations effectuées à l'Observatoire de Haute Provence de $H\beta$ et du doublet du Sodium sur χ Cyg	85
4.1	Schéma de l'influence de la turbulence atmosphérique sur la création d'une image	92
4.2	Observations de B[e] MWC 349A (Hofmann <i>et al.</i> 2002) et IRC+10216 (Tuthill <i>et al.</i> 2005)	93
4.3	Schéma de l'influence du filtrage spatial sur des fronts d'ondes perturbés	96
4.4	Schéma de l'injection dans une fibre optique monomode	97
4.5	Exemple de possibilité offerte dans le cas d'un système disposant de recombinaisons interférométriques par paires	98
4.6	Exemple de possibilité offerte dans le cas d'un système à recombinaison mutli-axiale	99
4.7	Concept du réarrangeur de pupille	100
4.8	Principe de l'imagerie de Fourier	104
4.9	Simulation de données spectro-interférométriques	115
4.10	Logiciel de simulation d'optique adaptative "YAO"	119
4.11	Simulations de réponses impulsionnelles	121
4.12	Coupes horizontales des réponses impulsionnelles présentées figure 4.11	122
4.13	Images reconstruites par la méthode de réarrangement de pupille	124

4.14	Coupes horizontales des images reconstruites présentées figure 4.13 . . .	125
5.1	Flux en sortie de fibre	129
5.2	Efficacité de couplage en fonction du rapport d'ouverture η	132
5.3	Énergie injectée dans une fibre en présence de turbulences atmosphériques	133
5.4	Champ de la fibre en l'absence de perturbations atmosphérique. Énergie couplée en fonction du paramètre η en présence de perturbations atmosphérique	134
5.5	Effet du bruit de confusion	135
5.6	Schéma d'un système de recombinaison à deux faisceaux	137
5.7	Influence du chromatisme sur les franges	139
5.8	Représentation du facteur de cohérence	142
5.9	Champ de l'interféromètre	144
5.10	Biais du piston atmosphérique	146
5.11	Schéma de l'algorithme utilisé pour déterminer les configurations non-redondantes optimales	148
5.12	Séries non-redondantes à une dimension	149
5.13	Séries non-redondantes à deux dimensions	150
5.14	Effet du réarrangement sur la sensibilité de l'instrument	151
5.15	Effet du chromatisme sur le plan des fréquences spatiales	152
5.16	Signal sur bruit obtenu en fonction du temps d'observation et de la magnitude de l'objet observé	154
6.1	Chronologie de mon activité instrumentale au cours de ma thèse	160
6.2	Positionnement de la fibre dans le plan focal de la lentille	161
6.3	Pertes en efficacité de couplage dues à l'imprécision du placement des fibres dans le plan focal des lentilles	162
6.4	Diminution du facteur de couplage en fonction de l'emplacement de la fibre dans le plan focal de la lentille de la pupille de sortie.	163
6.5	Images de la conception des instruments de première génération	167
6.6	Figure de diffraction obtenue par focalisation de la pupille de sortie sur un détecteur	168
6.7	Dernière génération de l'instrument	169

Introduction

Contexte scientifique

Les étoiles naissent, rayonnent et meurent. Le soleil, notamment, est né il y a un peu plus de 4 milliards d'années, et débutera sa fin de vie dans à peu près autant d'années. Dès lors, le coeur de l'étoile se contracte, et les couches supérieures de l'étoile se dilatent. Le diamètre de l'étoile devient si grand qu'il englobe les planètes les plus proches, dont la Terre. Cependant, l'étoile n'est plus le corps compact qu'il était avant. La masse volumique du gaz à sa surface est d'environ 10^{-3} kg/m³, soit environ 1000 fois plus faible que la densité de l'atmosphère terrestre. Ceci est lié à un champ gravitationnel lui aussi très ténu.

Par ailleurs, il est fréquent d'observer dans ces étoiles évoluées la présence d'instabilités qui génèrent des modifications considérables de la surface stellaire. Les étoiles de type Mira, par exemple, possèdent une photosphère dont le rayon peut varier, en quelques mois, de la distance Terre-Soleil (1 ua) à la distance Terre-Mars (1,5 ua). Le cas des supergéantes rouges est encore plus dramatique, avec, dans le cas de Mu Cep par exemple, une photosphère dont la surface atteindrait la planète Saturne. Il est prédit, sur Bételgeuse notamment (Freytag 2003), l'existence de cellules de convection de tailles comparables au rayon de l'étoile.

La surface des étoiles évoluées est cependant extrêmement difficile à observer, car, même si ces étoiles sont imposantes comparées au Soleil, leurs dimensions angulaires restent très faibles, de l'ordre de 10 milli-secondes d'angle. C'est pourquoi il est utile de faire appel à l'interférométrie, seule technique d'observation permettant d'obtenir la résolution spatiale nécessaire pour résoudre la photosphère.

Cependant, observer une étoile par interférométrie fournit une information différente de celle que nous fournirait l'imagerie classique. Au lieu de mesurer la distribution spatiale d'intensité, l'interférométrie nous donne des mesures de l'objet observé à des fréquences spatiales déterminées. Ceci, considéré par certains astronomes comme une faiblesse de l'interférométrie par rapport à l'imagerie, est en fait un avantage dans un certain nombre de situations. Par exemple, si l'on est capable de modéliser la structure de l'étoile, on peut alors mesurer la position de structures très faiblement brillantes. Nous verrons au cours de cette thèse qu'il est notamment possible de mesurer avec une grande précision l'emplacement de la couche moléculaire présente dans la haute atmosphère des étoiles évoluées.

De l'observation à l'instrumentation

A l'instar de la spectroscopie, l'interférométrie apporte une information complémentaire à l'imagerie. Un exemple est celui des étoiles à rotation rapide, dont l'élongation peut être mesurée alors même que l'étoile n'est pas résolue par l'interféromètre (Ker-

vella et Domiciano de Souza 2006). De tels résultats sont possible grâce aux techniques récentes de correction de l'influence de la turbulence atmosphérique utilisées en interférométrie.

Le filtrage monomode par fibre optique est une de ces techniques novatrices qui ont bouleversé la discipline. Elle permet de convertir les perturbations atmosphériques en de simples variations d'amplitude du flux lumineux (Perrin *et al.* 1995). Ces variations du flux peuvent ensuite être mesurées, et leur influence retranchée aux mesures effectuées.

Cette technique de filtrage de la turbulence n'est pas utilisée en imagerie classique, où l'on préfère une correction active, en temps réel, par le biais d'une optique adaptative. Cependant, il existe des cas où, lorsque l'on souhaite, par exemple, observer à de courtes longueurs d'onde, les limitations technologiques de l'optique adaptative ne permettent pas de corriger correctement la turbulence. Le filtrage par fibres optiques monomodes est alors une voie instrumentale intéressante à explorer.

Comparé à l'interférométrie longue base, un tel système serait loin d'avoir la même résolution. Celle-ci serait limitée par la taille du télescope. Cependant, parce que l'on peut utiliser toute la pupille, ce système présenterait un certain nombre d'avantages :

- Il n'y aurait pas besoin de lignes à retard, et par conséquent pas non plus de suiveur de franges dans le cas de sources faibles
- Toutes les fréquences spatiales présentes dans la pupille pourraient être mesurées en une seule fois.

Comparé à l'imagerie directe, ce système permettrait d'obtenir des images complètement affranchies de l'influence de la turbulence. Cependant, parce qu'il utilise un filtrage passif, un tel système présenterait également un certain nombre d'inconvénients :

- Le temps d'intégration de chaque pose serait limité par le temps de cohérence de l'atmosphère.
- Le champ observable serait limité par le champ des fibres monomodes.

Plan du manuscrit

La première partie de ce mémoire de thèse est centrée sur la problématique astrophysique des étoiles évoluées. Elle se focalise sur la reconstruction d'images de la surface stellaire par interférométrie. Deux techniques seront utilisées : la première consiste à effectuer une reconstruction d'image en aveugle, et la deuxième, en une reconstruction paramétrique.

La deuxième partie de ce manuscrit est instrumentale et concerne l'élaboration d'un instrument interférométrique utilisant le filtrage spatial par fibre optique dans la pupille d'un télescope. Un premier chapitre présente le concept de l'instrument et le deuxième permet de fournir les bases permettant l'optimisation des paramètres de conception de celui-ci. Nous terminerons cette thèse avec un chapitre décrivant les réalisations expérimentales effectuées dans ce cadre.

Première partie

I. Les étoiles évoluées

CHAPITRE 1

Introduction aux étoiles évoluées

Sommaire

1.1	Les étoiles évoluées	6
1.1.1	La formation des étoiles géantes	6
1.1.2	L'évaporation des étoiles	6
1.2	Les instabilités et les modes d'oscillation	9
1.2.1	L'instabilité thermique	9
1.2.2	L'instabilité dynamique	9
1.2.3	Le phénomène de convection	11
1.2.4	Le soleil	11
1.3	Ma thèse dans ce contexte	13

1.1 Les étoiles évoluées

1.1.1 La formation des étoiles géantes

Une étoile est une boule de gaz maintenant un équilibre (stable ou instable) entre force gravitationnelle et pression interne. Cette dernière peut être radiative, thermique ou encore due à un gaz de particules relativistes. Au sein de la séquence principale, la force de pression est maintenue par la fusion de la matière contenue dans le cœur de l'étoile. C'est le cas de tout astre ayant une masse supérieure à $0,08 M_{\odot}$ (nécessaire pour permettre la fusion de l'hydrogène) et inférieure à $100 M_{\odot}$ (limite supérieure à partir de laquelle la pression est tellement grande qu'elle engendre l'instabilité de l'étoile). Parce qu'il s'agit justement de résister à la pression gravitationnelle, les étoiles consomment de l'énergie. Le "carburant" étant nécessairement une ressource finie, il est logique que les étoiles aient une certaine durée de vie. Elles ont été créées à un moment précis, et s'éteindront lorsque leurs sources d'énergie s'épuiseront. Il s'en déduit la notion d'évolution stellaire.

L'étoile naît d'un nuage de gaz auto-gravitant qui se contracte sous l'effet de la gravitation. L'énergie potentielle gravitationnelle est alors libérée sous forme de chaleur permettant, à terme, la fusion de l'hydrogène (dès que la température interne atteint $\approx 10^7$ K) qui est le premier combustible nucléaire (après le deutérium) à être utilisé par les étoiles. S'ensuit la possible fusion de l'Hélium, du Carbone, du Néon, de l'Oxygène, du Silicium, et plus généralement de toutes les espèces d'indices atomiques inférieurs à celui du Fer.

En conséquence, l'évolution stellaire peut être résumée comme suit. Durant une première phase d'évolution se forme une boule homogène constituée principalement d'hydrogène. La transformation de cet élément (composant A) en un composant B (Hélium), produit de l'énergie nucléaire. Quand l'élément A est épuisé au cœur de l'étoile, la source d'énergie s'arrête, et le gradient de pression disparaît. Le cœur est alors composé de l'élément B, entouré d'une enveloppe constituée principalement de l'élément A. Sous l'effet de sa propre gravité, le cœur se contracte et sa température augmente. Parallèlement, l'enveloppe se dilate, et se refroidit (Théorème du viriel). Il se peut alors que l'augmentation de la température à la surface du cœur permette la fusion en couche de A en B, augmentant ainsi la masse du cœur et sa vitesse d'effondrement. Si la température du cœur atteint un niveau suffisant, l'élément B peut fusionner, créant une nouvelle source d'énergie. La contraction du cœur s'arrête alors, et B est transformé en C. L'étoile se compose des éléments A, B et C répartis respectivement dans différentes couches allant de la surface au cœur de l'étoile. Ce phénomène se répète pour des éléments D, E, F, de masses atomiques toujours plus grandes (Carbone, Néon, Oxygène, ...), avec toujours une stratification de l'étoile et une augmentation de la taille de l'enveloppe stellaire.

1.1.2 L'évaporation des étoiles

L'évolution d'une galaxie dépend principalement de la matière qui la compose. Fruit de la nucléosynthèse primordiale, la matière originelle est principalement composée d'Hydrogène, de Deutérium et de Lithium. À partir de cette matière, des étoiles se forment, au cœur desquelles des éléments plus lourds se créent. Ces éléments sont ensuite relâchés dans le milieu interstellaire, et participent à la formation d'une nouvelle



FIG. 1.1 – Nébuleuse de la Lyre (M57), une nébuleuse planétaire qui était autrefois une géante rouge. Le coeur et l’enveloppe de poussière sont devenus respectivement une naine blanche et un anneau de poussières entourant celle-ci. Crédit : W. M. Keck Observatory

population d’étoiles. On note, par exemple, la coexistence dans notre galaxie de deux populations (Population I et II) qui se caractérisent par une proportion de métaux (tout élément de masse atomique supérieure à l’Helium) différente. Ce phénomène, appelé l’astration, dépend en grande partie de la capacité des étoiles à rejeter la matière modifiée en leur cœur dans le milieu interstellaire. La maîtrise de ce processus est fondamentale à la compréhension de l’évolution galactique. Le rejet de matières s’opère de deux manières :

- Novae et Supernovae : il s’agit d’un phénomène relativiste qui se caractérise par une éjection massive et rapide des couches superficielles de l’étoile. Ce taux de rejet s’obtient facilement par l’observation de ces phénomènes brefs mais intenses.
- Vents stellaires : les étoiles évoluées se caractérisent par une atmosphère extrêmement étendue et un dégagement énergétique important. Sous cette forte pression radiative, la partie supérieure de l’étoile peut être soufflée, relâchant ainsi cette matière dans le milieu interstellaire (figure 1.1).

Les Supernovae ont longtemps été considérées comme la source principale de rejet d’éléments lourds dans le milieu interstellaire. Néanmoins, cette idée a été remise en cause par la faible quantité de supernovae observées. Plus particulièrement, on s’est aperçu que la plupart des étoiles éjectent 80% de leur masse avant leur mort, évitant ainsi de se retrouver avec une masse finale supérieure à la masse critique de Chandrasekar ($1.44 M_{\odot}$), ce qui leur épargne une fin cataclysmique. Une inconnue subsiste dans ce scénario : comment s’opère cette perte de masse ? Sous l’effet de la pression de radiation, les grains peuvent permettre au gaz d’acquérir une vitesse supérieure à la vitesse d’échappement (5 à 10 km/s). Pourtant, la condensation du gaz sous forme de poussières nécessite une température bien inférieure à celle présente dans les couches supérieures de l’atmosphère. Il doit, par conséquent, exister un premier mécanisme de

propulsion transportant la matière suffisamment loin pour qu'il y ait condensation. Il semblerait que les instabilités de l'étoile soient liées à ce phénomène. De larges amplitudes de pulsation semblent, en particulier, être corrélés avec une perte de masse importante (Wood 1979). Les instabilités régiraient ainsi la suite de l'évolution stellaire.

1.2 Les instabilités et les modes d'oscillation

On peut distinguer trois principaux types d'instabilités. Elles se distinguent par des échelles de temps et de tailles différentes. Il s'agit des instabilités thermique, dynamique et convective.

1.2.1 L'instabilité thermique

La première source d'instabilité correspond à un emballement thermique. Selon la loi des gaz parfaits :

$$P = \rho kT \quad (1.1)$$

Ce qui peut aussi se traduire par :

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad (1.2)$$

Or, si l'on considère l'étoile à l'équilibre hydrostatique, on peut établir :

$$\frac{dP}{P} = 4/3 \frac{d\rho}{\rho} \quad (1.3)$$

Soit

$$1/3 \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} \quad (1.4)$$

Par conséquent, si le cœur se contracte, ρ augmente ainsi que la température. Cet accroissement de température permet de lutter contre la contraction, permettant, ainsi, un retour à l'état d'origine. De même, si le cœur se dilate, la température diminue de manière à stopper l'expansion.

Cet équilibre est parfois rompu. C'est le cas lors du processus de fusion au sein d'une couche. A une distance r du centre de l'étoile et à l'épaisseur l , l'équilibre hydrostatique s'écrit :

$$\frac{dP}{P} = 4l/r \frac{d\rho}{\rho} \quad (1.5)$$

Ainsi :

$$(4l/r - 1) \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} \quad (1.6)$$

Si $4l/r - 1$ est négatif, l'expansion de la couche se traduit par une augmentation de température et un emballement de la réaction de fusion. Ceci se traduit concrètement par une pulsation de l'étoile évoluée, expliquant des variations photométriques à des périodes de plusieurs centaines d'années.

1.2.2 L'instabilité dynamique

Elle correspond à un déplacement de matière à l'intérieur de l'étoile. Supposons une contraction adiabatique d'une couche de l'étoile.

$$P_{\text{adia}} V^\gamma = cst, \quad (1.7)$$

La pression interne à cette couche va augmenter. Pour qu'il y ait stabilité, il faut que la pression exercée sur cette couche augmente, de manière à ramener le système à son

TAB. 1.1 – Les instabilités dynamiques

Type	Période	Population	Type spectral	Radial (R) ou non-radial (NR)
Miras	100-700 jours	I, II	M, N, R, S	R
RV Tauri	20-150 jours	II	G, K	R
Cepheids	1-50 jours	I	F6-K2	R
RR Lyrae	1.5-24 heures	II	A2-F2	R
Le soleil	5-10 min	I	G2	NR
Naines blanches	100-1000s	I, II	O, B2, A0	NR

Extrait de Padmanabhan (2001).

état antérieur. La pression exercée par les couches supérieures sous l'effet du champ gravitationnel s'écrit :

$$P_{\text{grav}} = \int_m^M \frac{Gm}{4\pi r^4} dm \quad (1.8)$$

En considérant une dilatation infinitésimale de la couche ; $l = l + \varepsilon$:

$$P'_{\text{adia}} = P_{\text{adia}}(1 + 3\gamma\varepsilon) \quad (1.9)$$

$$P'_{\text{grav}} = P_{\text{grav}}(1 + 4\varepsilon) \quad (1.10)$$

Ainsi, pour qu'il y ait stabilité, il faut que $P'_{\text{grav}} > P'_{\text{adia}}$ lorsque $\varepsilon > 0$. Soit :

$$\gamma > 4/3 \quad (1.11)$$

Dans le cas d'un gaz monoatomique, $\gamma = 5/3$, ce qui confirme la stabilité générale de l'étoile. Il existe cependant des exceptions. La plus notable est celle d'un gaz partiellement ionisé. Lorsqu'il se contracte, les électrons ont tendance à se recombiner et le gaz à perdre des particules. Pour un simple gaz monoatomique ionisé entre 18 et 82%, on peut démontrer (Priyalnik 2000) que $\gamma < 4/3$.

Ce phénomène, observé à de multiples stades de l'évolution des étoiles, est couramment appelé le " κ mécanisme" (Gautschy et Saio 1995; 1996). Une approche physique en permet une meilleure compréhension. Si l'on chauffe une couche de gaz, elle se dilate, devient plus transparente, et peut ainsi émettre son surplus d'énergie sous forme radiative. Cependant, un gaz partiellement ionisé, lorsqu'il se dilate, devient plus opaque du fait de la recombinaison des électrons. Ceci augmente le réchauffement dû à l'énergie irradiée par le centre de l'étoile, renforçant le phénomène de dilatation. L'énergie nécessaire à l'existence de larges pulsations peut ainsi être fournie. Ces couches de transitions entre gaz ionisé et gaz non-ionisé sont localisées au sein de l'étoile. Il existe principalement deux couches : celle correspondant à l'ionisation de l'hydrogène ($1 - 1.5 \times 10^4$ K), et celle correspondant à l'Hélium ($\text{He} \rightarrow \text{He}^+$; 4×10^4 K). La position exacte de ces couches dépend de la température effective de l'étoile. Pour une étoile chaude ($T_{\text{eff}} = 7500$ K), ces couches sont très près de la surface, ce qui empêche le κ mécanisme d'entraîner suffisamment de masse pour produire de larges oscillations. *A contrario*, dans les étoiles ayant une température de surface plus faible, d'importantes oscillations apparaissent. L'harmonique de résonance est alors sélectionnée en fonction

de la position de la couche d'ionisation. C'est, notamment, ce qui permet aux Miras d'osciller sur le mode fondamental (cf Table 1.1).

1.2.3 Le phénomène de convection

Le phénomène de convection, bien que simple en son principe, s'avère difficile à formaliser mathématiquement. Le concept peut être compris à partir d'un déplacement vertical d'un petit élément de matière. Cet élément va alors s'équilibrer en pression avec son nouvel environnement et se dilater. Cette dilatation se traduit par une modification de sa densité. Si elle devient plus faible que le milieu, la poussée d'Archimède va l'entraîner encore plus vers le haut, produisant le phénomène d'instabilité. Les paramètres moteurs de cette instabilité sont le gradient de pression et le gradient de température. Un critère d'existence de telles instabilités est celui de Schwarzschild :

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} > \frac{(\gamma - 1)}{\gamma}. \quad (1.12)$$

Dans l'atmosphère des étoiles, la convection apparaît dans les zones faiblement ionisées où l'opacité génère un important gradient de température. Cette zone d'ionisation est très étendue dans l'atmosphère relativement froide des étoiles évoluées. Le soleil, quant à lui, présente aussi cette zone de convection, mais sur une épaisseur beaucoup plus faible.

1.2.4 Le soleil

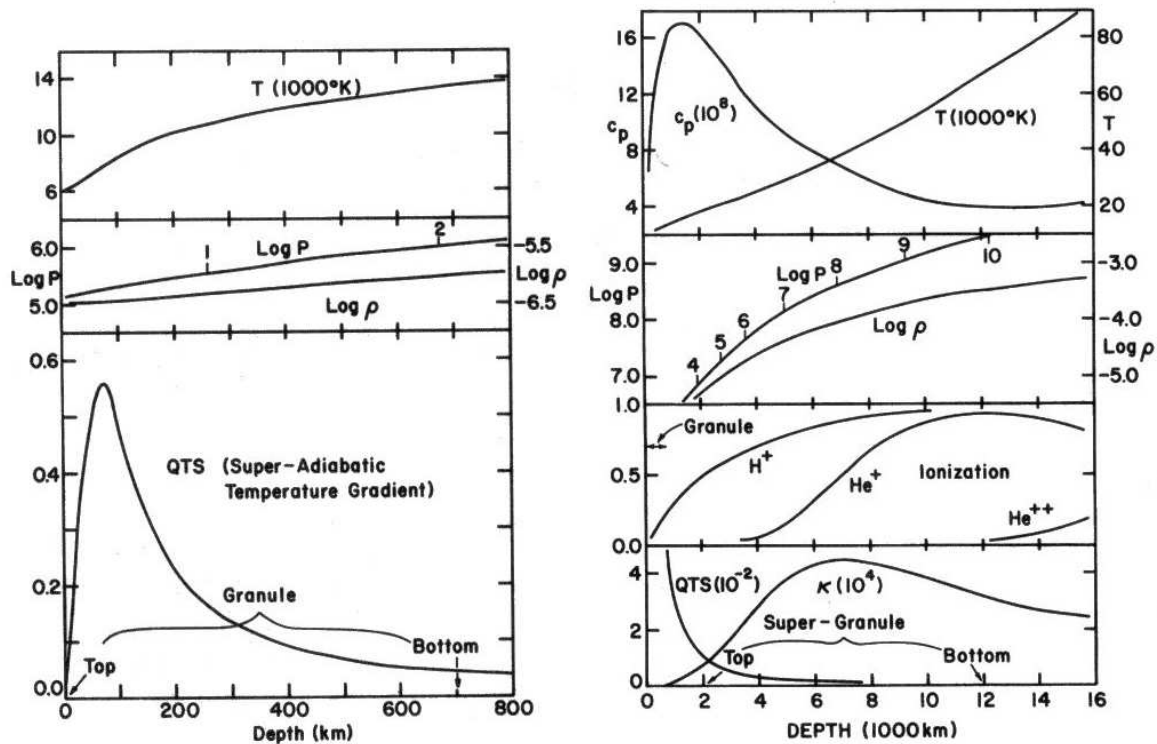


FIG. 1.2 – Les paramètres physiques du soleil (Schwarzschild 1975)

Bien que le soleil ne soit pas une étoile évoluée, cette étoile présente néanmoins un certain nombre d'instabilités. Celles-ci sont observés sous la forme de "granules" et de "super-granules". Ces observations peuvent ainsi fournir matière à réflexion pour étudier le fonctionnement des instabilités. Schwarzschild (1975) a accompli ce travail dans le but de prédire les instabilités à la surface des supergéantes. La figure 1.2 reproduit deux graphiques de son article qui représentent les différentes valeurs physiques à l'intérieur de notre soleil. On observe les deux paramètres qui caractérisent deux types d'instabilités (paragraphe 1.2.2 et 1.2.3) :

- Instabilité dynamique : l'opacité (κ)
- Convection : le gradient de température $QTS = d \ln T / d \ln P - (\gamma - 1) / \gamma$

Par un simple raisonnement géométrique, Schwarzschild associe ensuite l'existence des granules à la zone convective, et les super-granules à la zone d'ionisation de l'Hydrogène et de l'Hélium. Il en conclut que ces types d'instabilités doivent exister dans les étoiles évoluées, mais à une échelle beaucoup plus grande.

1.3 Ma thèse dans ce contexte

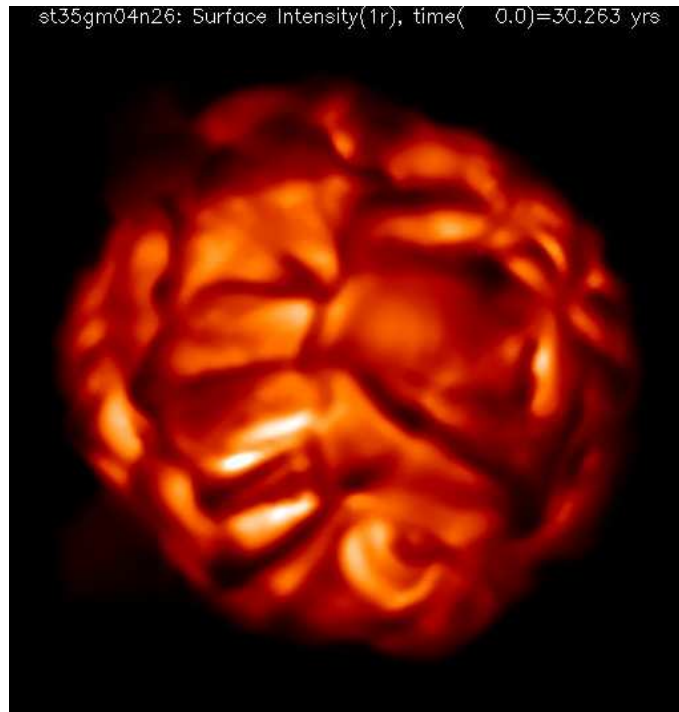


FIG. 1.3 – Simulation de l'effet de convection à la surface de super géantes (Freytag 2003)

Deux questions importantes justifient ce travail de thèse :

1. Quelles sont les sources d'instabilité dans les étoiles évoluées ?
2. Comment la matière se trouve-t'elle éjectée de l'atmosphère ?

Ces questions, intrinsèquement liées, ont de profondes répercussions sur l'évolution stellaire et galactique. Cependant, parce que ces phénomènes concernent la surface stellaire et son environnement proche, la plupart des observations restent indirectes. Comme dans le cas du soleil, nous nous attendons à pouvoir confirmer l'existence d'instabilités dynamiques et convectives.

Concernant les phénomènes de convection, nous disposons, d'un côté, des mesures de variations photométriques (récemment, Kiss *et al.* 2006), et de l'autre, des simulations d'atmosphères convectives (Figure 1.3). Les instabilités dynamiques se traduisent, elles, par des pulsations de grandes amplitudes. Elles sont mieux connues car observées par interférométrie (Perrin *et al.* 2004b), et elles disposent de sérieuses bases théoriques (par exemple Feast 1996).

Cependant, l'accélération initiale de la matière à la surface de l'étoile est un mécanisme peu connu, notamment, parce qu'il nécessite la connaissance de l'instabilité de l'étoile. De nombreux modèles existent néanmoins (Bowen 1988, Bessell *et al.* 1996, Cherchneff 2006) mais sont confrontés à très peu d'observations. En l'absence de résolution angulaire suffisante, les observations spectroscopiques ont cependant permis de contraindre un certain nombre de propriétés à partir des raies d'absorptions les plus énergétiques (Hinkle et Barnes 1979, Hinkle *et al.* 1982).

L'objectif de ce travail de thèse consiste à utiliser la haute résolution angulaire, et notamment l'interférométrie, pour tenter de répondre à ces problématiques. On s'aperçoit alors que, face à la complexité des phénomènes, mesurer quelques fréquences spatiales par interférométrie ne suffit plus. C'est pourquoi il est nécessaire d'imager entièrement la surface stellaire pour pouvoir dissocier les différents mécanismes entrant en jeu.

CHAPITRE 2

Imagerie interférométrique

Sommaire

2.1	Les données interférométriques	16
2.1.1	Le principe général	16
2.1.2	IOTA (Infrared Optical Telescope Array)	16
2.1.3	IONIC (Integrated Optics Near-infrared Interferometric Camera)	18
2.1.4	Le traitement de données	20
2.1.5	Les clôtures de phase	21
2.2	Les observations	23
2.2.1	L'objectif	23
2.2.2	Les missions d'observations	23
2.2.3	Les données	24
2.3	La reconstruction d'images interférométriques	33
2.3.1	Le principe du problème inverse	33
2.3.2	Le maximum de vraisemblance	33
2.3.3	Le maximum <i>a posteriori</i>	34
2.4	L'imagerie par reconstruction en aveugle	36
2.4.1	Arcturus	36
2.4.2	χ Cygni	37
2.4.3	R Leo	39
2.4.4	Mira	40
2.4.5	Bételgeuse	42
2.4.6	μ Cep	44
2.4.7	CH Cyg	45

2.1 Les données interférométriques

2.1.1 Le principe général

Un objet astrophysique se caractérise par sa fonction continue de distribution spatiale de brillance, allant de $-\infty$ à $+\infty$. L'imagerie consiste à retrouver cette distribution. On peut l'obtenir *via* un instrument imageur - télescope ou lunette - qui permet de projeter une distribution d'intensité similaire sur un détecteur. Néanmoins, lorsque l'on utilise un tel système, on modifie cette fonction, en 1) la limitant en champ, 2) la limitant en fréquence spatiale et 3) la convoluant par la réponse impulsionnelle de l'instrument. L'image obtenue à travers un télescope est, par conséquent, différente de la fonction de distribution de l'objet. Par exemple, la théorie de la diffraction limite la résolution d'un télescope à un facteur de la taille de celui-ci. Cette propriété est une importante limitation technologique à l'obtention d'images à haute résolution.

Pour s'en affranchir, on peut mesurer directement la valeur complexe du champ électromagnétique provenant de l'objet observé. Le théorème de Van Cittert-Zernike nous donne une relation directe entre la distribution en flux d'un objet astrophysique $I(\alpha, \beta)$, et la cohérence du champ en deux points distincts à la surface de la Terre :

$$V(u, v) = TF(I(\alpha, \beta)) \quad (2.1)$$

où TF est la Transformée de Fourier normalisée, (u, v) la base formée par les deux points de mesures (en multiples de λ), et (α, β) la coordonnée angulaire du flux observé (en radians).

Ainsi, la connaissance de la cohérence spatiale de la lumière nous permet de reconstruire une image de l'objet, avec la transformée de Fourier comme relation mathématique de passage. En relevant la cohérence du flux lumineux, on détermine une valeur correspondant à une fréquence spatiale de l'objet. Le plan de ces fréquences spatiales s'appelle le plan $u-v$. La résolution maximale de l'image reconstruite sera limitée par la taille de la zone de mesure et, la qualité de reconstruction par le nombre de mesures. Cependant, les mesures ne peuvent couvrir de manière continue l'ensemble des fréquences spatiales. Un algorithme de déconvolution devra être utilisé pour déterminer celles manquantes. Un terme de régularisation permettra de choisir la solution qui nous semble la plus appropriée (voir paragraphe 2.3).

2.1.2 IOTA (Infrared Optical Telescope Array)

L'Infrared Optical Telescope Array (IOTA) est un interféromètre doté de trois télescopes de 45 cm (Traub *et al.* 2003) fonctionnant dans le proche infra-rouge. Ils sont situés sur le Mont Hopkins en Arizona. IOTA est géré par un consortium américain rassemblant, notamment, le *Smithsonian Astrophysical Observatory* et l'*University of Massachusetts*. Les trois télescopes peuvent être déplacés sur des rails, mais leur disposition reste déterminée par l'emplacement de deux rails à 90 degrés l'un de l'autre. Le rail N-E est d'une longueur de 35 mètres et dispose de stations tous les multiples de 5 ou de 7 mètres. Le rail S-O dispose de 5 stations à 5, 7, 10, 14 et 15 mètres. L'ensemble des fréquences spatiales pouvant être mesurées correspond aux combinaisons possibles projetées sur le ciel. Cette projection dépend de la déclinaison de l'objet observé. La longueur de base s'inscrit entre un minimum de 5 mètres et un maximum de 38 mètres (figure 2.1). Néanmoins, l'ensemble des fréquences spatiales correspondant à une telle

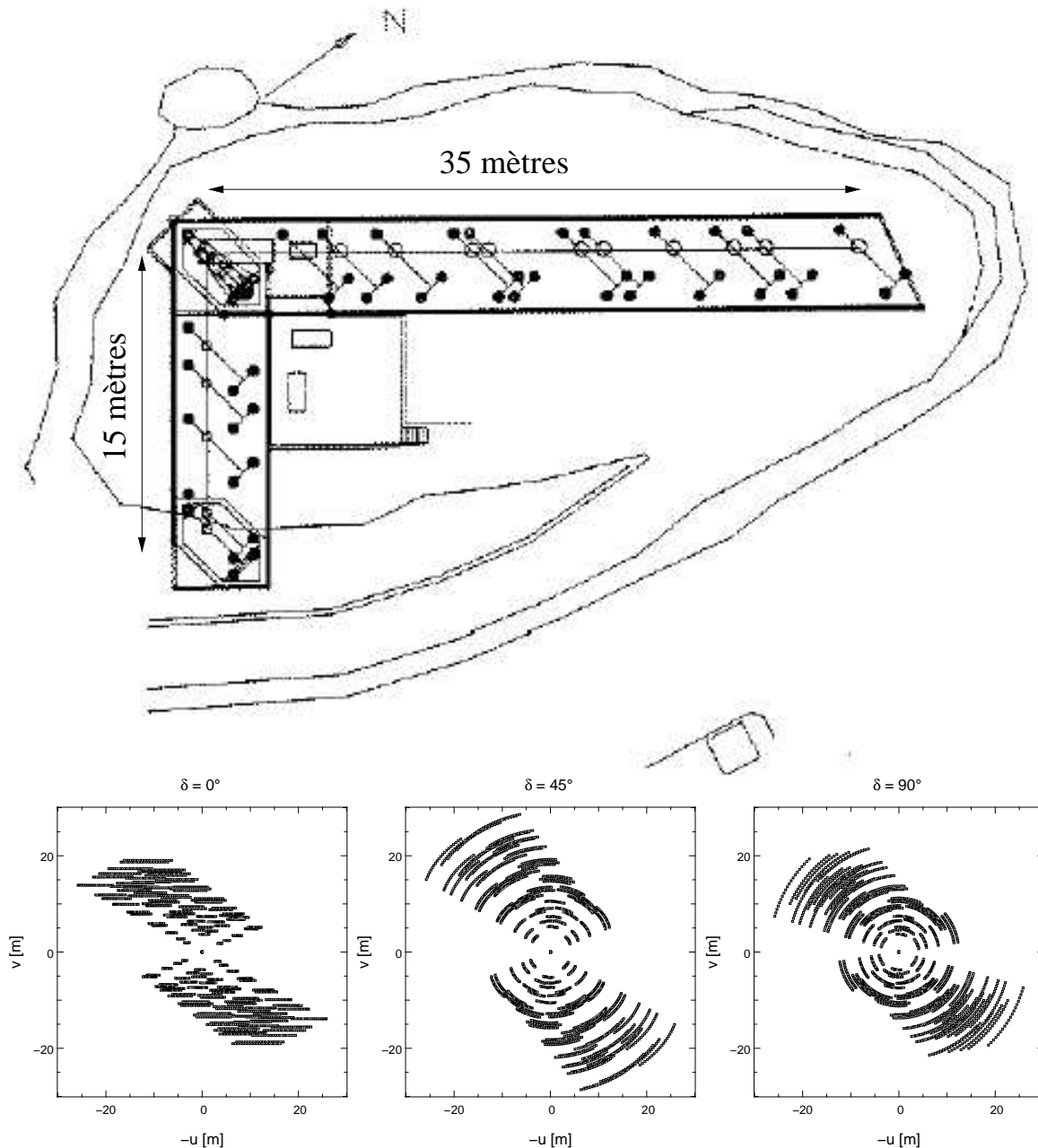


FIG. 2.1 – La figure du dessus représente le sommet de la montagne sur lequel est installé IOTA. Les télescopes sont situés sur des tripodes. Il existe 17 stations utilisables, mais toutes ne sont pas accessibles aux trois télescopes. Le télescope B, par exemple, est limité aux 5 stations du bras Sud-Est. Le domaine du plan $u-v$ accessible est contraint par la géométrie de l'interféromètre et par la position de l'étoile dans le ciel. Les fréquences spatiales sont représentées par les trois figures du dessous, ceci pour des étoiles observées pendant deux heures durant leur passage au méridien. La forme "en sablier" entraîne une résolution non uniforme que l'on retrouvera lors de la reconstruction d'images. *Nota bene* : parce qu'il est de tradition de représenter le ciel avec l'Ouest à droite, les coordonnées correspondent, dans l'ensemble de cette thèse, aux référentiel $(-u; v)$ (u correspond aux coordonnées Est et v aux coordonnées Nord).

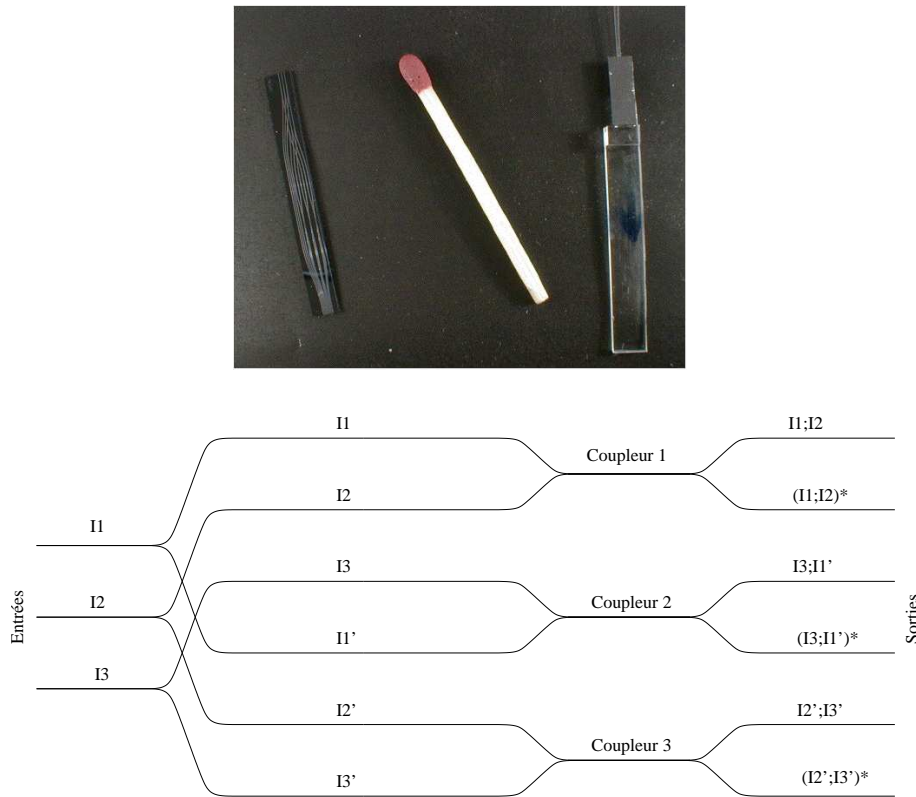


FIG. 2.2 – La photo est celle d’un composant en optique intégré fabriqué par le LAOG (<http://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/activites/hra/ionic/>). Elle donne une idée de la taille de ce type d’élément de recombinaison. La figure du bas représente le schéma optique de IONIC utilisé sur IOTA.

couverture n’est pas forcément mesurable. De plus, le déplacement des télescopes nécessite au mieux une demi-journée de travail, ce qui ne permet pas d’obtenir plus de configurations que de nuits d’observations.

La recombinaison est de type co-axiale et est obtenue via un composant en optique intégrée fabriqué au Laboratoire d’Astrophysique de l’Observatoire de Grenoble. La modulation, temporelle, est effectuée par le déplacement de deux miroirs plans mus par des piezos. La longueur d’onde de fonctionnement de l’optique intégrée correspond à la bande H ($\lambda_0 = 1,65 \mu\text{m}$ et $\Delta\lambda = 0,35 \mu\text{m}$). Certains tests ont également été conduits par d’autres équipes permettant d’obtenir des résultats en bande K ($\lambda_0 = 2,20 \mu\text{m}$). L’ensemble de nos données ont été acquises en bande H.

2.1.3 IONIC (Integrated Optics Near-infrared Interferometric Camera)

Afin de mesurer la cohérence spatiale des faisceaux provenant des télescopes, la lumière est injectée dans des fibres optiques monomodes. Celles-ci permettent un filtrage du rayonnement, de façon à exclure les perturbations du front d’onde. Les trois fibres sont ensuite alignées sur un “V-groove” pour injecter la lumière dans un recombinateur plan en optique intégrée (IONIC; Berger *et al.* 2003). Le circuit optique sépare ensuite le flux provenant de chaque télescope pour le recombinaison par paires via trois coupleurs intégrés (figure 2.2). L’utilisation de ce type de coupleur permet d’obtenir deux sorties

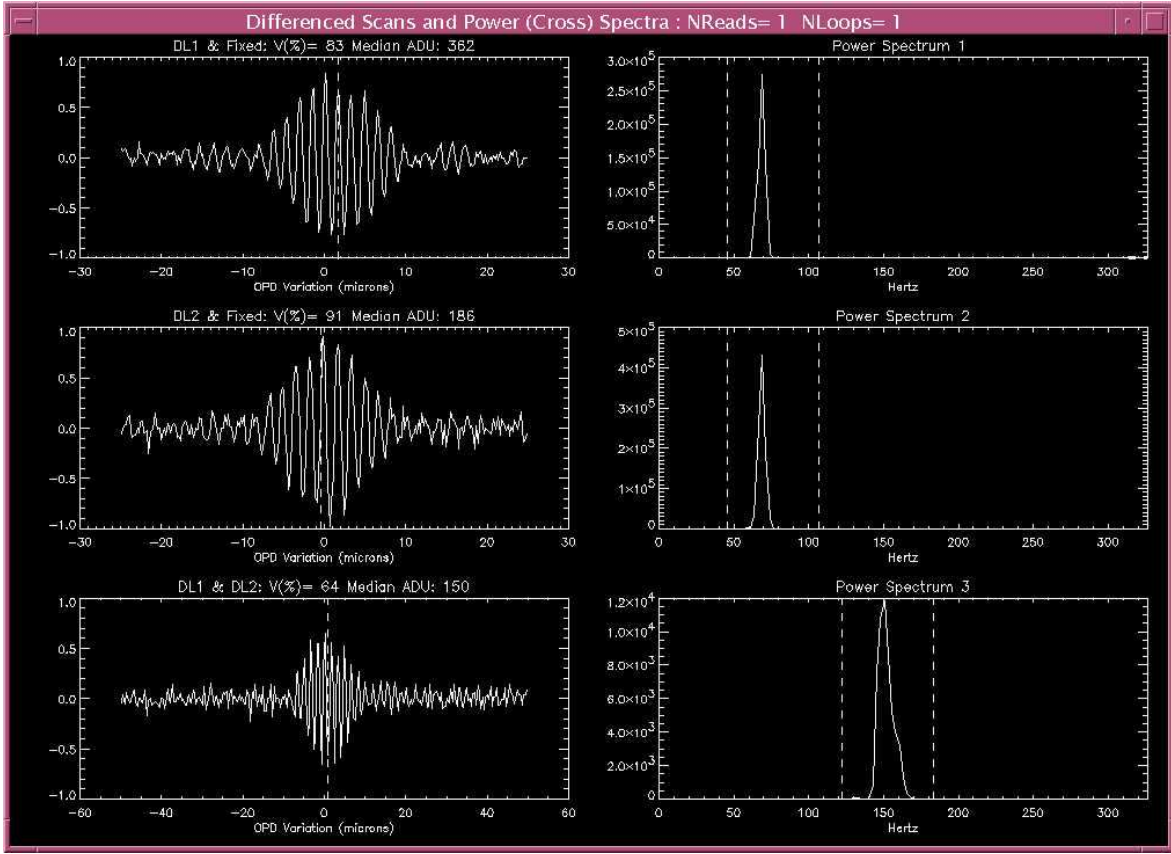


FIG. 2.3 – Fenêtre de contrôle du suiveur de franges. On peut voir les franges correspondant aux trois bases ainsi que leur spectre de puissance. On peut constater qu’une base est modulée à une fréquence double par rapport aux deux autres. Ceci est dû à l’effet cumulé de la modulation des deux piezos.

interférométriques par coupleur, chacune déphasée de π par rapport à l’autre. Les variations de l’intensité de couplage dans les fibres peuvent ainsi être prises en compte par l’intermédiaire de la matrice de transfert de l’optique intégrée. Celle-ci peut être obtenue, par exemple, en injectant de la lumière séquentiellement dans les différentes voies.

Une correction rapide des variations photométriques consiste à soustraire les deux voies déphasées issues de chaque coupleur. Ceci peut être simplement explicité dans l’hypothèse où l’on néglige l’influence des facteurs de transmission des coupleurs. Ainsi, pour un rayonnement parfaitement cohérent, les deux sorties interférométriques fournissent :

$$S_{12}(t) = I_1(t) + I_2(t) + \sqrt{|I_1(t)||I_2(t)|} \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

$$S_{12}^*(t) = I_1(t) + I_2(t) + \sqrt{|I_1(t)||I_2(t)|} \cos(\omega t + \pi). \quad (2.3)$$

Si l’on applique la soustraction, on obtient :

$$S_{12}(t) - S_{12}^*(t) = 2\sqrt{|I_1(t)||I_2(t)|} \cos(\omega t). \quad (2.4)$$

Soit des oscillations à la moyenne indépendante des fluctuations photométriques. Il s’agit cependant du cas particulier où la transmission de chacun des coupleurs est de

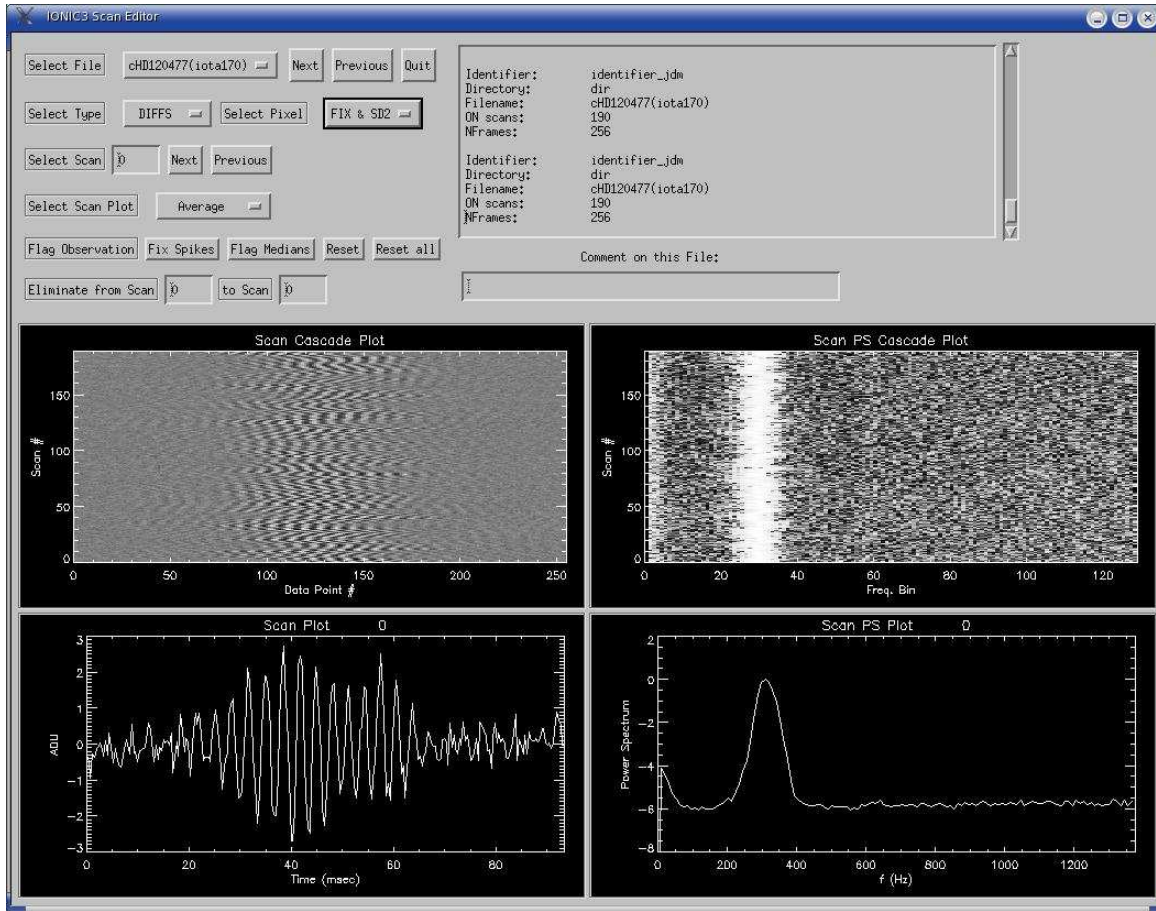


FIG. 2.4 – Apparence graphique du logiciel “matrix2.script” conçu par J. Monnier en langage IDL. Cette interface permet de sélectionner les jeux de franges utiles, et d’éliminer ceux qui semblent corrompus. En bas à droite figure la densité spectrale de puissance (en unités logarithmiques) d’où sont extraites les visibilités non étalonnées.

50% pour chacune des voies. Un traitement plus fin, post observation, sera nécessaire pour tenir compte de la matrice de transfert et des variations de l’amplitude de modulation. Cette simple soustraction permet, tout de même, une première correction qui est utilisée par le suiveur de frange. La figure 2.3 est une copie de l’écran de celui-ci. On peut voir les 3 figures d’interférences corrigées des variations photométriques.

2.1.4 Le traitement de données

Une séquence d’acquisitions typique consiste en l’enregistrement d’une ou deux séries de 200 paquets de franges obtenus en 4 minutes environ. Chaque séquence est ensuite suivie de l’enregistrement du fond et du flux obtenu avec chaque télescope, indépendamment des autres. Ceci permet l’étalonnage par l’obtention de la matrice de transfert du recombineur. Le temps total – y compris le pointage – d’une séquence d’acquisitions est ainsi d’environ 10 à 20 minutes. Les observations de la source sont entrelacées avec une séquence d’acquisitions identique obtenue sur des étalons (aussi appelé calibrateurs). Ceux-ci sont choisis pour être spatialement proches de l’objet d’intérêt scientifique ($\lesssim 10$ degrés), de brillances similaires, de types spectraux proches,

et surtout ayant des visibilitées connues avec une grande précision (source ponctuelle ou de diamètre précisément connu). La réunion de ces conditions permet une mesure précise de la fonction de transfert de l'interféromètre.

La réduction des données interférométriques a été réalisée sous IDL par un logiciel conçu par John Monnier de l'*University of Michigan* (voir par exemple ; Monnier *et al.* 2004). Ce logiciel se compose principalement de deux parties. La première permet de calculer les densités spectrales de puissance, et la seconde de calibrer les visibilitées au carré. La figure 2.4 est une copie de l'écran correspondant à la sélection des franges. Sur cette figure est présenté un ensemble de 200 acquisitions que l'on peut ainsi individuellement sélectionner ou éliminer en fonction de leur qualité. Ceci permet ainsi d'éviter de réduire les données qui peuvent être corrompues par un seeing trop important ou un problème instrumental, comme l'oscillation de la ligne à retard. A partir du pic frange que l'on peut observer dans la densité spectrale de puissance, le logiciel fournit une visibilité au carré V^2 , qui sera ensuite normalisée par la visibilité des étalons.

2.1.5 Les clôtures de phase

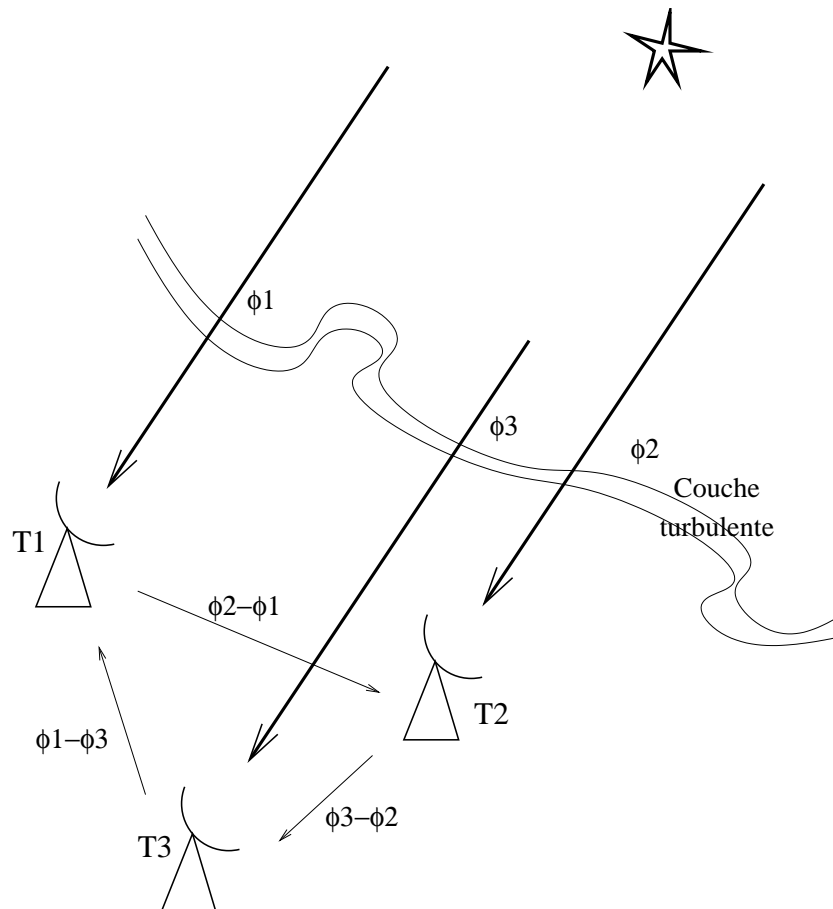


FIG. 2.5 – Schéma d'un interféromètre à trois télescopes illustrant l'utilité de la mesure de clôture de phase. Chaque télescope reçoit le rayonnement astrophysique affecté par un piston atmosphérique (ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3). Celui-ci est introduit par les variations d'indices des couches turbulentes de l'atmosphère. La clôture de phase permet de s'affranchir de ces termes en sommant les phases obtenues sur les bases formant le triangle T1-T2-T3.

Parallèlement à l'extraction des visibilités au carré, le logiciel de réduction mesure également une information sur la phase des visibilités. Il s'agit des clôtures de phase (CP).

La méthode de clôture de phase a été développée initialement par les radiointérométristes (Jennison 1958) pour s'affranchir d'un terme de déphasage sur des données obtenues par interférométrie hétérodyne. L'idée peut être comprise par le biais de la figure 2.5. Dans ce schéma, le rayonnement issu de la source astrophysique est déphasé d'un terme ϕ_i lorsqu'il arrive sur chacun des télescopes. Ce terme peut être dû à un piston atmosphérique ou à un problème de calibration astrométrique. La phase mesurée entre les télescopes 1-2, 1-3 et 2-3 est la somme de la phase de l'objet astrophysique (respectivement Φ_{12} , Φ_{12} et Φ_{12}) et de la différence des pistons atmosphériques. Nous mesurons de cette manière une phase Φ_{ij}^\ddagger telle que :

$$\Phi_{ij}^\ddagger = \Phi_{ij} + \phi_j - \phi_i. \quad (2.5)$$

La clôture de phase est la somme des trois phases obtenues par ces trois télescopes :

$$\Phi_{ijk}^{CP} = \Phi_{ij}^\ddagger + \Phi_{jk}^\ddagger + \Phi_{ki}^\ddagger. \quad (2.6)$$

Ainsi, en appliquant l'équation 2.5, on peut montrer que Φ_{ijk}^{CP} est indépendant des termes de piston atmosphérique, et qu'il vaut :

$$\Phi_{ijk}^{CP} = \Phi_{ij} + \Phi_{jk} + \Phi_{ki}. \quad (2.7)$$

En pratique, les clôtures de phase sont obtenues par l'intermédiaire du bispectre. Nous aurons l'occasion de revoir ce point en section 4.3.1. Le concept mathématique, et notamment l'influence du bruit de photon, est étudié plus en détails dans la thèse de Thiébaud (1994).

Les clôtures de phase permettent ainsi d'obtenir une information partielle sur la phase de l'objet astrophysique. L'avantage de cet estimateur est sa grande robustesse aux perturbations astrophysiques. Nous verrons que nos données de clôture de phase sont souvent obtenues avec des précisions de quelques degrés. Ces clôtures de phase ont deux propriétés fondamentales importantes

- Elles sont invariantes par rapport à la position de l'objet dans le ciel. Ainsi, il n'est pas possible d'obtenir des valeurs astrométriques absolues mais uniquement relatives. Nous verrons par la suite que les reconstructions ne sont pas nécessairement centrées par rapport à la position *zéro*. Ceci résulte tout simplement de l'absence de contrainte sur la position. En pratique, nous utiliserons un terme régulateur visant à centrer l'image (section 2.3)
- Elles sont égales à zéro dans le cas d'un objet centro-symétrique. Plus exactement, elles sont soit nulles, soit égales à π lorsque la visibilité est négative. Ceci permet de révéler clairement le passage d'un lobe à un autre lorsque le signe de la visibilité change. Cela permet aussi de mettre en relief la présence d'asymétries sur l'objet observé lorsque les clôtures de phase sont différentes de 0 ou de π . Nous verrons que ces deux propriétés permettent une première interprétation rapide des données interférométriques.

2.2 Les observations

TAB. 2.1 – Missions d’observations

Période	Objet	Observateurs
19 – 28 Octobre 2004	– <i>Mauvais temps</i> –	GP, SL, SM et JW
21 – 31 Mai 2005	χ Cyg, CH Cyg	SL et SM
4 – 16 Octobre 2005	χ Cyg, Mira, Bételgeuse	GP, SL et XH
28 Mars – 6 Avril 2006	χ Cyg, R Leo	SL, XH et PS
10 – 15 Mai 2006	χ Cyg, R Leo, Arcturus, μ Cep	SL, AP et PS

- Technicien responsable de l’interféromètre, Marc Lacasse était généralement présent lors des missions d’observations. De plus, m’ont accompagné lors de ces missions : GP ; Guy Perrin, SM ; Serge Meimon, JW ; Julien Woilez, XH ; Xavier Haubois, PS ; Peter Schuller et AP ; Anne Poncelet.

2.2.1 L’objectif

L’objectif premier de ces missions d’observations est de parvenir à imager par interférométrie la surface stellaire d’étoiles évoluées. L’obtention de l’information de phase – via les clôtures de phase – est nécessaire pour la reconstruction d’une image complexe. Cette information est devenue accessible sur un interféromètre fibré lors de l’ouverture de l’observatoire IOTA à la communauté astrophysique. Pourtant, la plupart des publications actuelles portent uniquement sur une analyse paramétrique des données. Concernant IOTA, nous pouvons, par exemple, citer les résultats de Monnier *et al.* (2006) sur les étoiles Herbig Ae/Be, où les auteurs ont ajusté des modèles de disques d’accrétion sur les clôtures de phase. Nous pouvons aussi prendre pour exemple les travaux récents de Ragland *et al.* (2006) qui ont mesuré des clôtures de phase sur 56 étoiles de la branche asymptotique des géantes. Dans le cadre de leur analyse paramétrique, seules quelques mesures par étoiles ont été obtenues.

Notre approche s’avère plus difficile car l’imagerie nécessite une connaissance exhaustive du plan des fréquences spatiales, ce qui rend nos travaux novateurs. Alors que Ragland *et al.* (2006) se sont plutôt focalisés sur l’observation d’une grande quantité d’objets, nous avons choisi de limiter le nombre d’étoiles observées pour étendre autant que possible la couverture du plan $u-v$. Cette approche a cependant l’inconvénient de nécessiter des changements fréquents de la configuration de l’interféromètre, avec tous les problèmes techniques que le déplacement des télescopes induit.

2.2.2 Les missions d’observations

C’est pourquoi nous avons choisi d’effectuer des missions d’observations plutôt longues, avec des durées variables entre 10 et 20 jours. Il y a eu 5 missions d’observations au Mont Hopkins qui se sont déroulées d’Octobre 2004 à Mai 2006 (tableau 2.1). À noter la première et la dernière mission : la première s’est traduite par quinze jours de mauvais temps et la dernière par l’utilisation d’un tout nouveau mode de fonctionnement qui a permis de disperser les franges et d’obtenir une information spectro-interférométrique.

TAB. 2.2 – Liste des étoiles évoluées étudiées

Objet	α	δ	Type spectral	Type	Période(s)
Arcturus	14 15 39.67	+19 10 56.7	K1.5III	Géante	
CH Cyg	19 24 33.07	+50 14 29.1	M7IIIv	Symbiotique	100-155 ^a
χ Cyg	19 50 33.92	+32 54 50.6	MS	Mira	408
R Leo	09 47 33.49	+11 25 43.6	M8IIIe	Mira	312
Mira	02 19 20.79	-02 58 39.5	M2-M7 IIIe	Mira	332
Bételgeuse	05 55 10.31	+07 24 25.4	M2Iab	Supergéante	388, 2050 ^b
μ Cep	21 43 30.46	+58 46 48.2	M2Ia	Supergéante	860, 4400 ^b

^a Karovska et Mattei (1992)

^b Kiss *et al.* (2006)

Le tableau 2.2 répertorie les objets observés au cours de ces différentes missions. Toutes sont des étoiles évoluées de type Mira, Géante ou Supergéante rouge.

2.2.3 Les données

Les données ont été réduites par le logiciel présenté en section 2.1.4. Elles sont acquises lorsque deux voies, au moins, peuvent détecter les franges. Cette condition permet d'en déduire la présence de franges dans la troisième fenêtre d'intégration, même si elles ne sont pas instantanément détectables. De cette manière (cette technique est appelé "boot-strapping" en anglais) nous avons pu mesurer des CP et V^2 même pour des amplitudes de franges noyées dans le bruit de photon et de détecteur. La figure 2.11, par exemple, présente des mesures de V^2 inférieures à 10^{-4} . La liste des configurations utilisées est présentée tableau 2.3.

La liste des étoiles servant à l'étalonnage est présentée dans le tableau 2.4. Celles-ci ont été choisies à partir des catalogues de Bordé *et al.* (2002) et de Mérand *et al.* (2006a) sur des critères de proximité spatiale et de magnitude. Sur l'ensemble des étalons, nous avons constaté des erreurs sur les visibilitées au carré de l'ordre de 2%. Ces erreurs peuvent être dues à des incertitudes dans le calcul de leur diamètres ou à des variations de la fonction de transfert instrumentale sur des périodes de moins de 30 minutes. Pour tenir compte de ces incertitudes, nous avons ajouté quadratiquement une erreur sur les visibilitées normalisées de 2%.

Les clôtures de phase se sont révélées extrêmement fiables avec des variations entre les différents étalons au cours de la nuit de l'ordre du degré. Ceci est dû à la qualité et à la miniaturisation du composant d'optique intégrée, ainsi très faiblement affecté par d'éventuelles variations de température (le laboratoire d'optique n'étant pas une salle isolée, nous y avons constaté des changements de température de plusieurs degrés). Une autre source d'erreurs sur les clôtures réside dans la différence entre le type spectral des étalons (G8 à M0) et les étoiles évoluées que nous avons étudiées. En pratique, des tests ont été effectués et ont révélé des variations très faibles ($\approx 0,5$ degré) entre des étoiles chaudes (B8) et froides (M3) (Ragland 2003).

Les figures 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 et 2.11 représentent les visibilitées au carré et les clôtures de phase calibrées. L'ordonnée des visibilitées est en logarithme, de façon à mettre en valeur l'information apportée par les faibles visibilitées. Les clôtures de phase

TAB. 2.3 – Configurations des télescopes

Date	Configuration ^a	Objets observés			
24 Mai 2005	A35-B15-C0		CH Cyg		
25 Mai 2005	A15-B15-C0	χ Cyg			
27 Mai 2005	A15-B15-C5	χ Cyg			
31 Mai 2005	A25-B15-C10	χ Cyg	CH Cyg		
1 Juin 2005	A35-B15-C10	χ Cyg			
5 Octobre 2005	A5-B5-C0	χ Cyg			
6 Octobre 2005	”	χ Cyg	Mira		
7 Octobre 2005	”	χ Cyg	Mira	Bételgeuse	
8 Octobre 2005	A5-B15-C0	χ Cyg	Mira	Bételgeuse	
9 Octobre 2005	”	χ Cyg			
10 Octobre 2005	A15-B15-C0	χ Cyg		Bételgeuse	
11 Octobre 2005	”	χ Cyg	Mira	Bételgeuse	
12 Octobre 2005	A25-B15-C0	χ Cyg	Mira	Bételgeuse	
13 Octobre 2005	”	χ Cyg	Mira		
15 Octobre 2005	A30-B15-C15		Mira		
16 Octobre 2005	”			Bételgeuse	
29 Mars 2006	A15-B15-C0	χ Cyg	R Leo		
31 Mars 2006	”	χ Cyg			
2 Avril 2006	A5-B5-C0	χ Cyg	R Leo		
3 Avril 2006	A5-B10-C0		R Leo		
4 Avril 2006	A25-B10-C0		R Leo		
7 Avril 2006	A30-B15-C0	χ Cyg	R Leo		
11 Mai 2006	A15-B5-C10	χ Cyg	R Leo	Arcturus	μ Cep
12 Mai 2006	A15-B5-C0	χ Cyg	R Leo	Arcturus	μ Cep
13 Mai 2006	A15-B15-C0	χ Cyg	R Leo	Arcturus	
14 Mai 2006	A30-B15-C0	χ Cyg	R Leo	Arcturus	μ Cep
15 Mai 2006	A35-B15-C21	χ Cyg	R Leo		μ Cep
16 Mai 2006	A35-B15-C25	χ Cyg	R Leo	Arcturus	μ Cep

^a La notation utilisé pour désigner les configurations utilise la localisation des télescopes A, B et C, sur respectivement les rails NE, SE et NE.

TAB. 2.4 – Liste des étalons utilisés

Étalon	Type Spectral	Diamètre	Objet
HD 176670	K2.5 III	$2,33 \pm 0,026$	χ Cyg
HD 177808	M0 III	$2,32 \pm 0,030$	χ Cyg
HD 180450	M0 III	$2,77 \pm 0,032$	χ Cyg
HD 186619	M0 IIIab	$2,19 \pm 0,025$	χ Cyg
HD 188149	K4 III	$1,49 \pm 0,020$	χ Cyg
HD 197989	K0 III	$4,44 \pm 0,048$	χ Cyg
HD 8512	K0 IIIb	$2,69 \pm 0,030$	Mira
HD 16212	M0 III	$3,02 \pm 0,032$	Mira
HD 36167	K5 III	$3,56 \pm 0,057$	Bételgeuse
HD 48433	K0.5 III	$2,07 \pm 0,027$	Bételgeuse
HD 82381	K2.5 IIIb	$2,09 \pm 0,026$	R Leo
HD 87837	K3.5 IIIb	$3,22 \pm 0,049$	R Leo
HD 120477	K5.5 III	$4,46 \pm 0,050$	Arcturus
HD 125560	K3 III	$1,91 \pm 0,021$	Arcturus
HD 129972	G8.5 III	$1,54 \pm 0,020$	Arcturus
HD 176670	K2.5 III	$2,33 \pm 0,026$	χ Cyg
HD 177808	M0 III	$2,32 \pm 0,030$	χ Cyg
HD 180450	M0 III	$2,77 \pm 0,032$	χ Cyg
HD 186619	M0 IIIab	$2,19 \pm 0,025$	χ Cyg
HD 188149	K4 III	$1,49 \pm 0,020$	χ Cyg
HD 197989	K0 III	$4,44 \pm 0,048$	χ Cyg
HD 198149	K0 IV	$2,68 \pm 0,029$	μ Cep

Les étalons sont issus des catalogues de Bordé *et al.* (2002) et de Mérand *et al.* (2006a)

sont comprises entre -180 et 180 degrés. La figure 2.6 correspond à la mission de Mai 2005 ; les figures 2.7 et 2.8 à celle d'Octobre 2005 ; la figure 2.9 à celle de Mars 2006 et enfin, les figures 2.10 et 2.11 à celle de Mai 2006. Une première analyse de ces données est présentée dans les légendes, de façon à mettre en relief les points notables de chacune des observations.

Au vu de ces données, on peut remarquer, premièrement, une progression en terme de qualité et d'efficacité. Ceci est dû à l'expérience de l'équipe d'observation, mais aussi aux développements effectués par l'équipe technique responsable de l'interféromètre. On peut, par exemple, comparer la première mission d'observation (11 nuits) à la dernière (6 nuits). Lors de la première mission, nous n'avons pu observer qu'avec un maximum de 4 configurations sur deux objets. Lors de la dernière mission, nous avons déplacé les télescopes chaque jour et avons observé trois à quatre objets chaque nuit. Les conditions météorologiques favorables ont également été à l'origine de ces résultats. La qualité du seeing nous a permis, notamment, d'obtenir des données de grande précision, comme nous pouvons le voir sur Arcturus (nous avons là des mesures de visibilités au carrés inférieures à 10^{-4} figure 2.10). A la lumière de la qualité des données obtenues lors de cette dernière mission d'observation, la fermeture récente de l'interféromètre IOTA est d'autant plus regrettable.

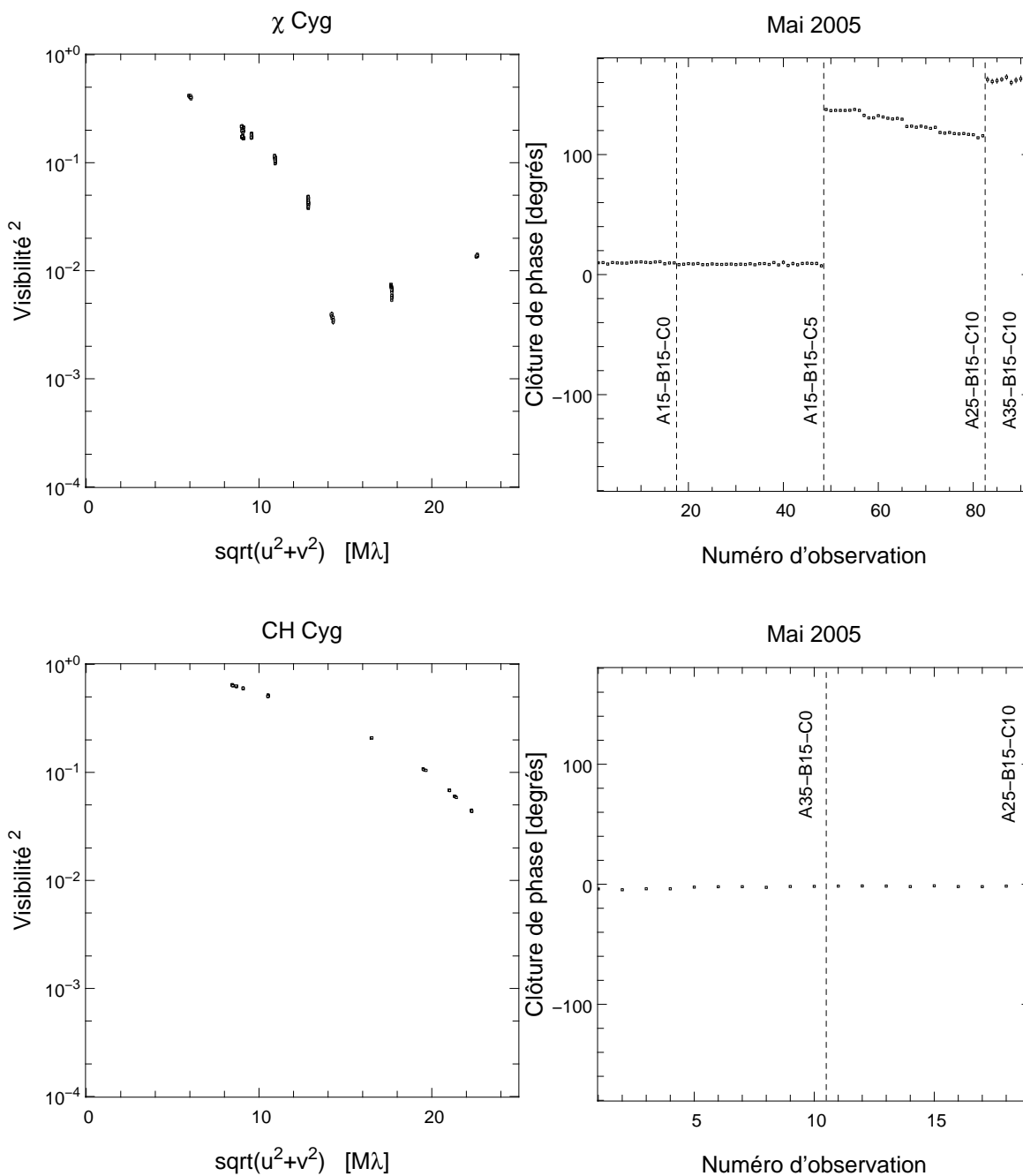


FIG. 2.6 – V^2 et CP obtenues au cours de la première mission d'observation. Quatre configurations différentes ont été utilisées sur χ Cyg, et deux sur CH Cyg. Nous pouvons distinguer clairement le zéro du premier lobe de χ Cyg, ce qui n'est pas le cas pour CH Cyg, qui a un diamètre angulaire plus grand. Les clôtures de phase indiquent de fortes asymétries sur la brillance de la surface stellaire de χ Cyg.

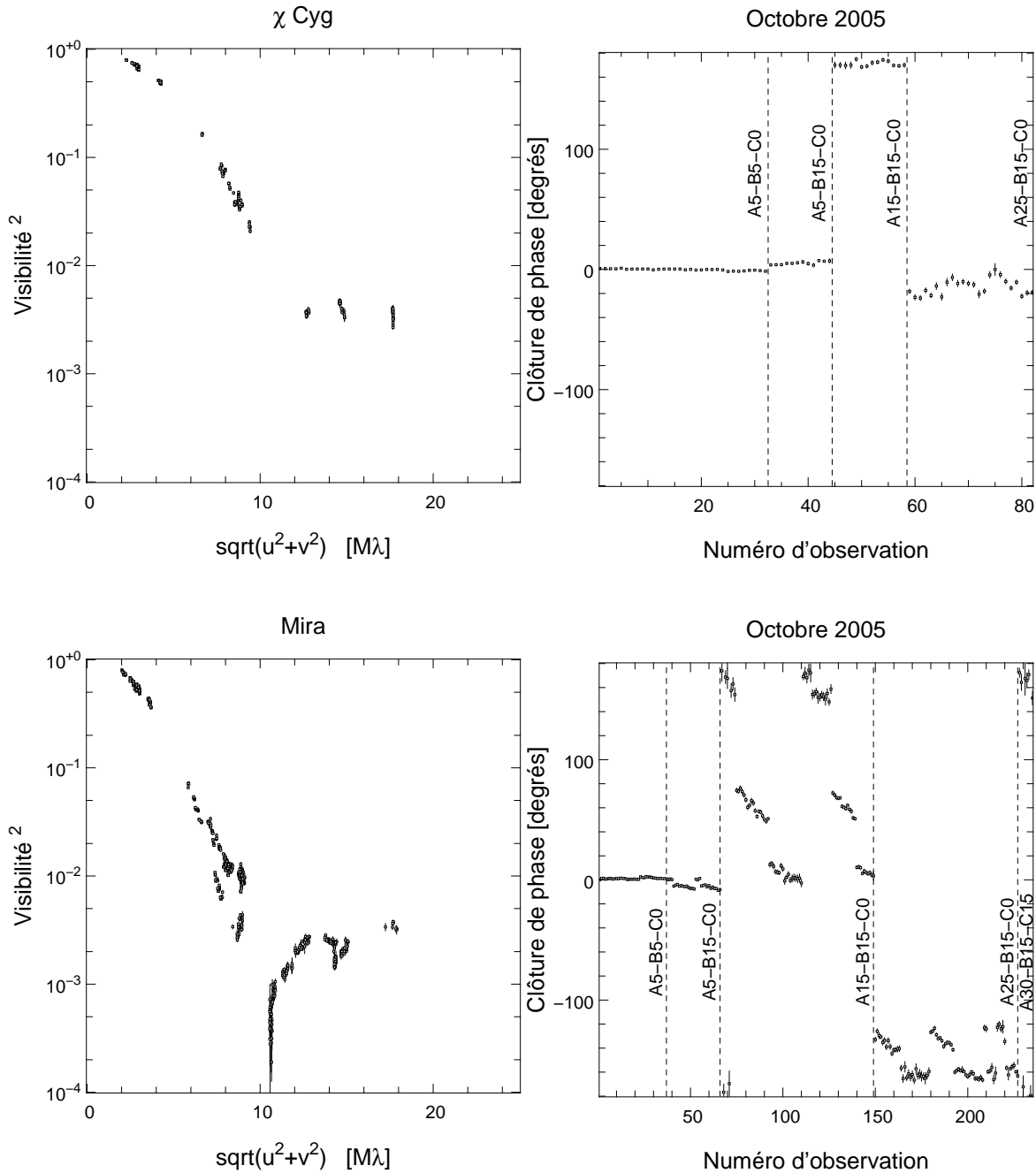


FIG. 2.7 – V^2 et CP obtenues au cours de la seconde mission d'observation. χ Cyg, toujours asymétrique, présente un zéro à une fréquence spatiale plus petite, caractéristique d'un diamètre plus grand. Les données de Mira témoignent d'une asymétrie encore plus grande, qui peut être vue à la fois sur les clôtures de phase et sur les visibilités. En effet, la dispersion observée aux fréquences proches de $8 M\lambda$ n'est pas due à un bruit, mais bien à une variation de la visibilité en fonction de l'angle de projection des bases.

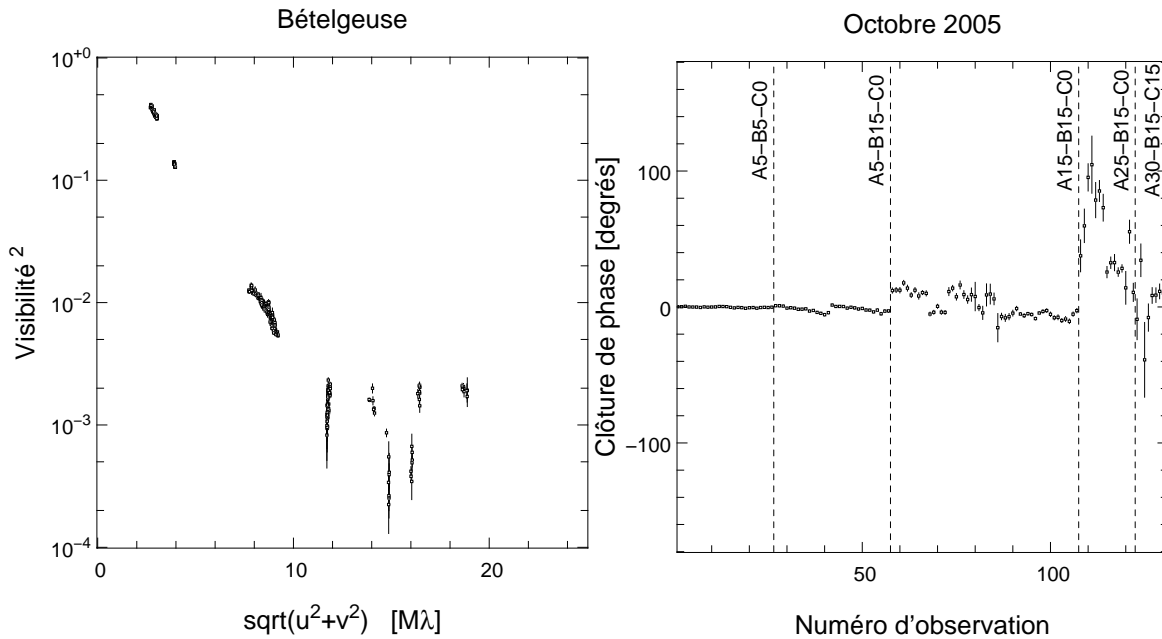


FIG. 2.8 – Observation de Bételgeuse au cours de la mission d’observation d’Octobre 2005. Nous avons ici des mesures sur les quatre premiers lobes de la courbe de visibilité. Le premier zéro se situe pour une fréquence spatiale d’environ $5 M\lambda$, le second à $10 M\lambda$, et le troisième autour de $15 M\lambda$. Ceci est possible grâce au large diamètre angulaire de Bételgeuse, qui est de $43,3 \text{ mas}$. Les clôtures de phase indiquent des asymétries même si elles sont plus faibles que celles observées sur $\chi \text{ Cyg}$. Par exemple, la base A5-B15-C0, correspondant au second lobe, indique des clôtures de quelques degrés, à la différence de $\chi \text{ Cyg}$ (figure 2.6) qui indique des valeurs de l’ordre de 120 degrés. L’absence de déphasage de 180 sur les CP est fortuit et est uniquement dû au hasard du choix des configurations.

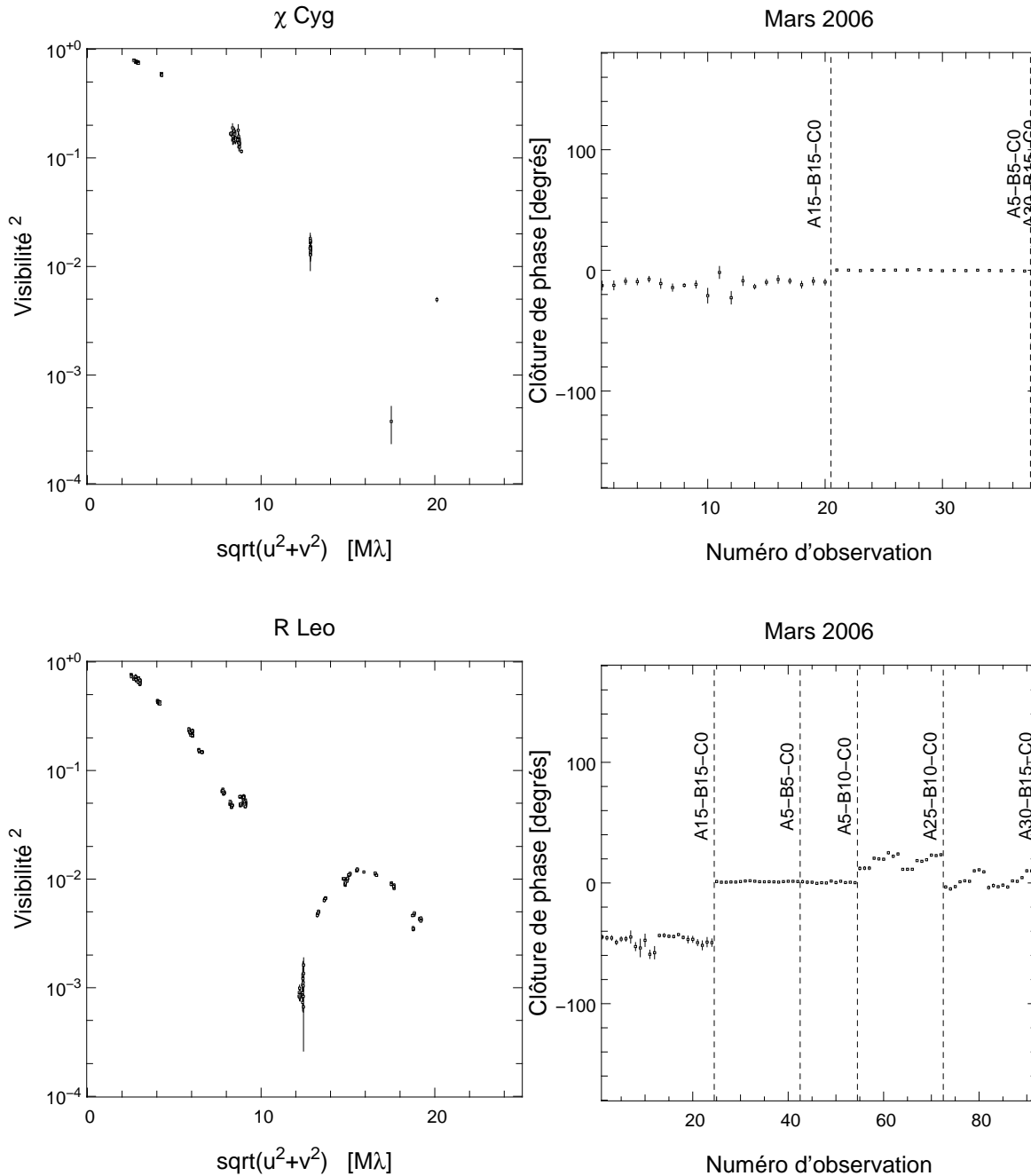


FIG. 2.9 – V^2 et CP obtenues au cours de la troisième mission d'observation. Les données de χ Cyg sont très spartiates, conséquence du passage au méridien tardif de l'étoile, et donc de la difficulté d'observation. Le point de visibilité très faible à 15 $M\lambda$ pourrait indiquer une petite taille angulaire de l'étoile (comparé aux données de Mai 2005). Nous verrons figure 3.9 que cette valeur est la conséquence de l'asymétrie. Les données sur R Leo sont de très bonne qualité, avec une asymétrie importante pouvant être vue à la fois sur les visibilités et sur les clôtures de phase.

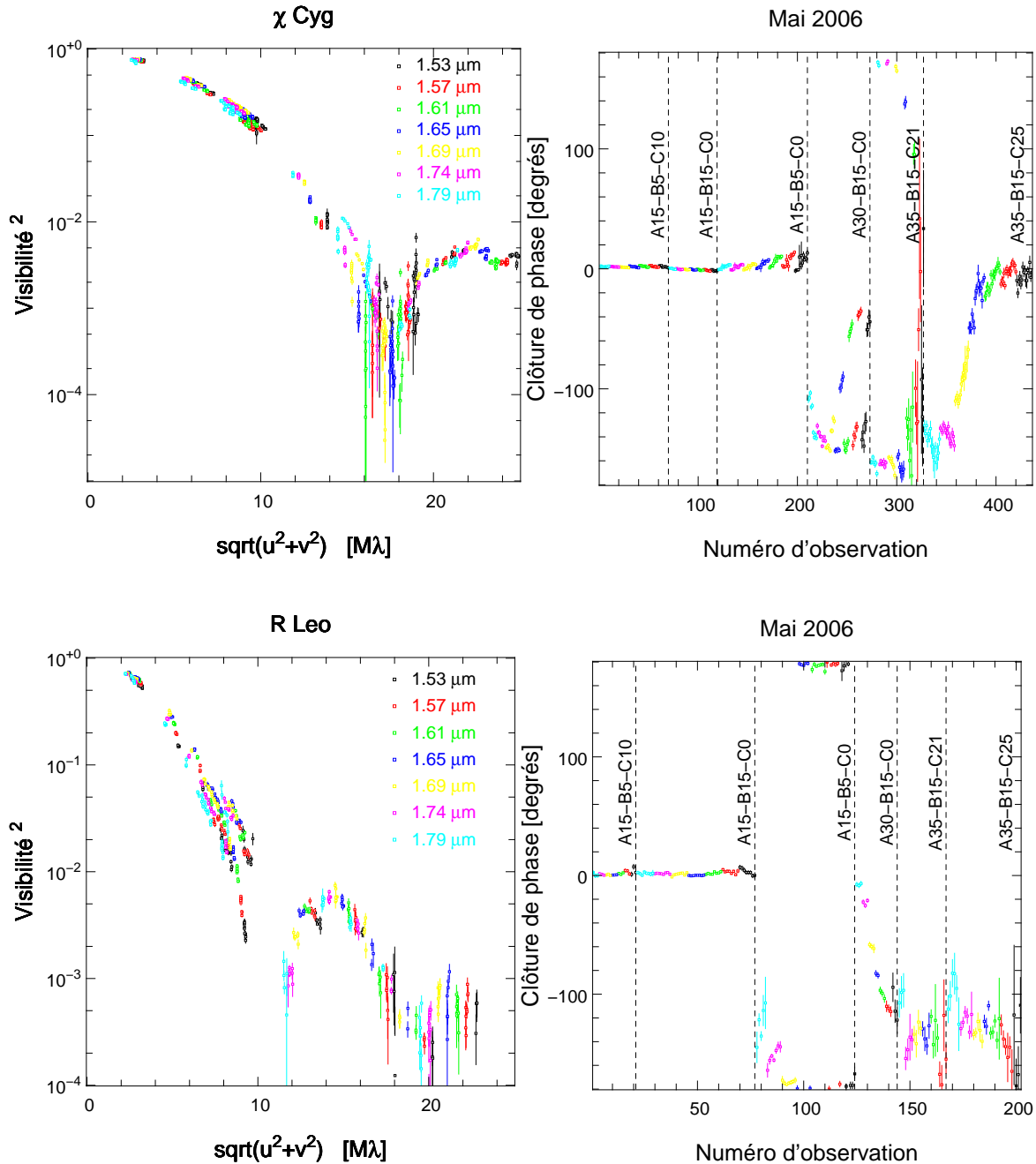


FIG. 2.10 – V^2 et CP obtenues au cours de la dernière mission d'observation. Lors de celle-ci, nous avons positionné un prisme entre le détecteur et le recombineur IONIC. Ceci nous a permis de disperser les franges sur sept canaux, et ainsi d'obtenir des mesures interférométriques simultanément à sept longueurs d'ondes différentes. Chaque longueur d'onde est ici représenté par une couleur. On peut noter un passage à zéro des visibilités de χ Cyg “confu”, et le faible troisième lobe de R Leo. L'information spectrale sur les clôtures de phase est, elle aussi, très intéressante, car son attitude permet de contraindre spectralement l'asymétrie (voir section 3.4).

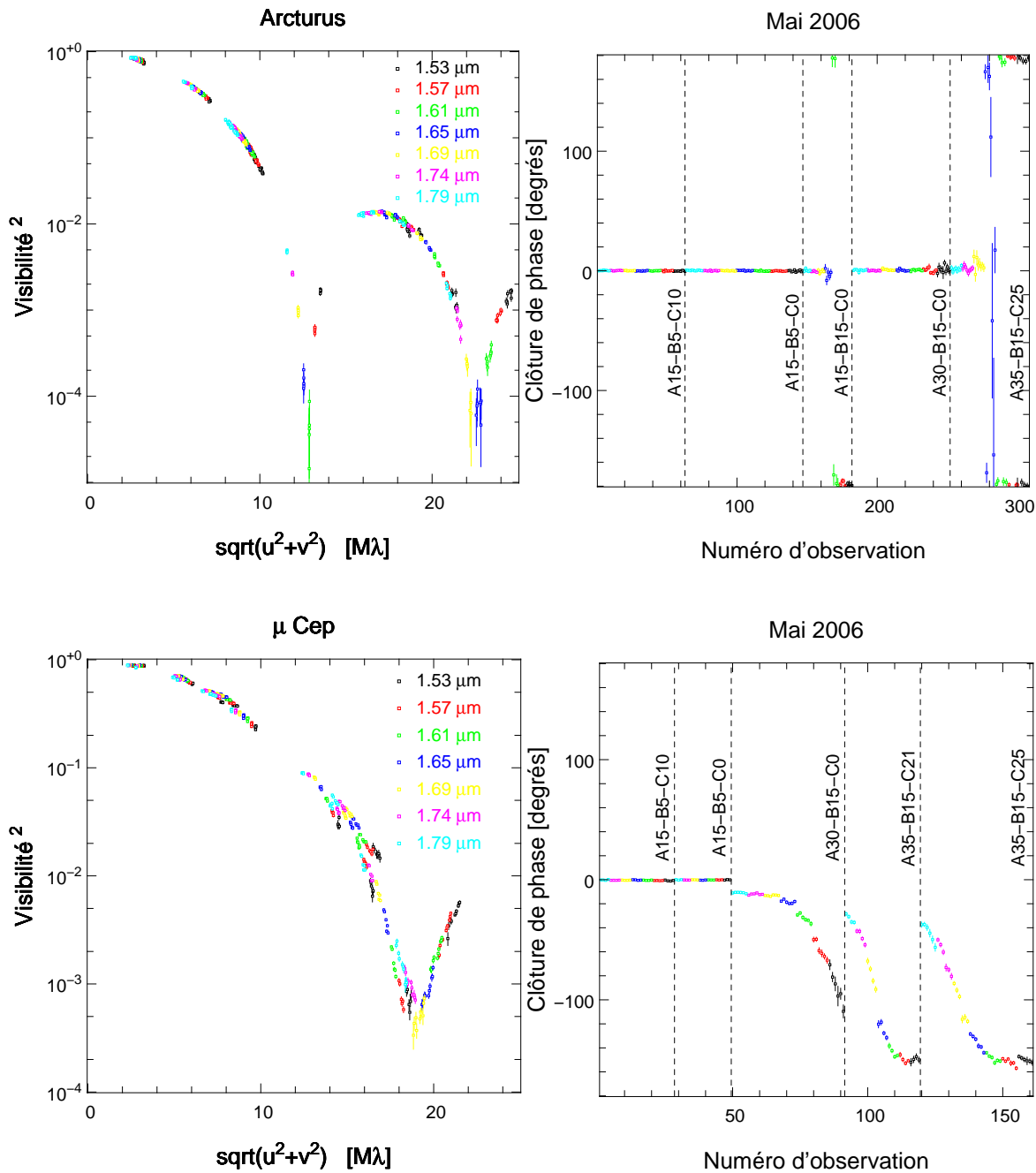


FIG. 2.11 – V^2 et CP obtenues au cours de la dernière mission d'observation. Les données d'Arcturus (V^2 et CP) sont parmi les plus belles données acquises. Ces mesures démontrent ainsi clairement la qualité de mesure que peut fournir un interféromètre fibré. Les clôtures de phase passent nettement de 0 à 180 degrés lorsque le zéro est franchi, et des visibilités très faibles peuvent être mesurées grâce à la technique de "boot-strapping". Les données sur μ Cep sont tout aussi intéressante. L'asymétrie peut être détectée à la fois sur les visibilités et les clôtures de phase. Cette asymétrie se voit nettement sur les clôtures de phase, qui passent progressivement de 5 à 165 degrés. Ce passage étant dû à la base A35-B15, nous l'avons retrouvé au cours de trois nuits différentes, ce qui prouve la stabilité de nos mesures.

2.3 La reconstruction d'images interférométriques

L'objectif de ce chapitre est de fournir une vision d'ensemble des problématiques sous-jacentes à la reconstruction d'image. C'est pourquoi, notamment, nous n'aborderons pas les problèmes de non-convexité dues aux clôtures de phase. Une approche plus détaillée peut être trouvée dans la thèse de Meimon (2005).

2.3.1 Le principe du problème inverse

Résoudre un problème inverse se traduit de manière générale par la recherche des valeurs \mathbf{x} à partir des \mathbf{y} vérifiant :

$$\mathbf{y} = \mathbf{m}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}, \quad (2.8)$$

où \mathbf{y} sont les données, \mathbf{m} le modèle (qui peut être connu ou inconnu), \mathbf{x} les paramètres recherchés, et \mathbf{b} les bruits et/ou erreurs de modélisation. Le but est, alors, de trouver les *meilleurs* paramètres compte tenu des données \mathbf{y} et du modèle \mathbf{m} .

Dans le cas de la reconstruction d'images interférométriques, le problème inverse s'écrit de la manière suivante :

$$V(u, v) = TF(I(\alpha, \beta)) + b(u, v). \quad (2.9)$$

Ceci, dans le cas où l'on possède une information sur les visibilités complexes. Dans le cas précis des données obtenues à partir de l'interféromètre IOTA, le problème est légèrement différent puisque nous avons uniquement accès aux visibilités carrés et aux clôtures de phase. Le principe est, cependant, similaire.

Pour effectuer l'inversion, reste à définir ce que sont les *meilleurs* paramètres. Une première approche consiste à effectuer un simple ajustement des données au modèle en cherchant le maximum de vraisemblance $\Pr(\mathbf{y}|\mathbf{m}(\mathbf{x}))$.

2.3.2 Le maximum de vraisemblance

Trouver le maximum de vraisemblance consiste à obtenir les valeurs \mathbf{x}^{MV} telles que la probabilité des mesures, étant donné le modèle, est maximale :

$$\mathbf{x}^{\text{MV}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{y}|\mathbf{m}(\mathbf{x})) \quad (2.10)$$

Si l'on suppose les erreurs Gaussiennes et indépendantes, on peut établir que trouver le maximum de vraisemblance équivaut à trouver le minimum du χ^2 pondéré :

$$\mathbf{x}^{\text{MV}} = \arg \min_{\mathbf{x}} [-\log \Pr(\mathbf{y}|\mathbf{m}(\mathbf{x}))] \quad (2.11)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} [\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})]^T \cdot \text{Cov}(\mathbf{y})^{-1} \cdot [\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})] \quad (2.12)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - m_i(\mathbf{x}))^2}{\text{Var}(y_i)} \quad (2.13)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} \chi^2. \quad (2.14)$$

Pour en revenir à notre problème d'imagerie tel qu'établi équation 2.9, le χ^2 s'écrit alors :

$$\chi^2 = \sum_{u,v} \frac{(V(u, v) - TF(I(\alpha, \beta)))^2}{\text{Var}(V(u, v))}. \quad (2.15)$$

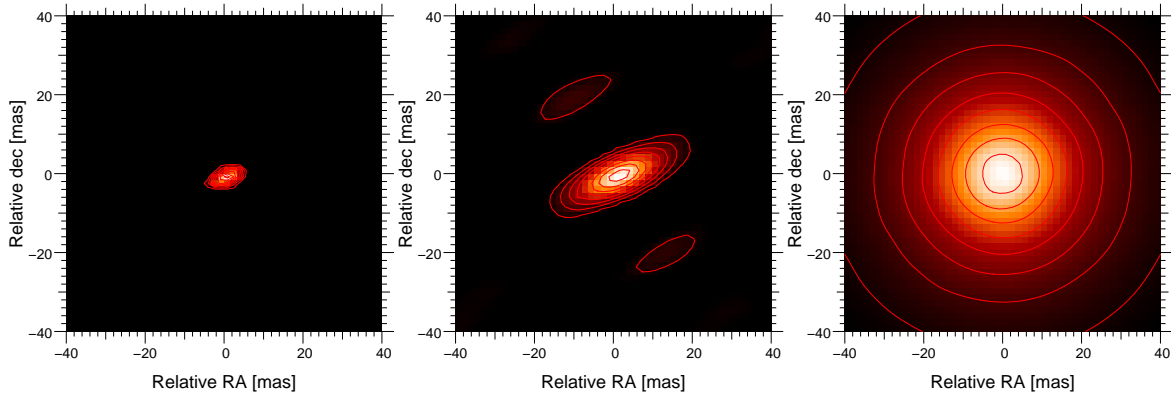


FIG. 2.12 – Reconstruction en aveugle d’une source ponctuelle simulée à partir de la couverture fréquentielle d’Arcturus. Nous pouvons voir l’effet de l’hyperparamètre de valeur : 10^6 , 10^8 et 10^{12} (de gauche à droite). Sur l’image de droite, on retrouve la Lorentzienne qui correspond à la fonction de rappel : l’hyperparamètre est trop élevé. A l’opposé, l’image de gauche montre une résolution supérieure à celle de l’interféromètre (qui est de 9×22 mas) : l’hyperparamètre est trop faible. Enfin, sur l’image centrale, on obtient une image proche de celle correspondant à la réponse impulsionnelle d’un télescope de la taille d’IOTA : l’hyperparamètre est satisfaisant. Ce choix n’est cependant pas forcément le même quel que soit l’objet, car il dépend aussi de la couverture fréquentielle et de la qualité des données.

Nous pouvons, cependant, montrer que la solution de χ^2 minimum peut être obtenue par

$$I'(\alpha, \beta) = TF^{-1}(V(u, v)). \quad (2.16)$$

Il s’agit alors de la solution dite “Dirty map” qui n’est pas nécessairement la *meilleure* du point de vue de l’analyse scientifique. Plus exactement, il existe de multiples solutions pour une valeur minimum du χ^2 . La solution donnée par l’équation 2.16 correspond au choix d’une image ayant zéro comme valeur pour les composantes fréquentielles inconnues. Il y a peu de chance que cette solution soit proche de la réalité.

2.3.3 Le maximum a posteriori

Le principe de la reconstruction en aveugle consiste ainsi à combler un manque d’information - dans notre cas, les fréquences spatiales inconnues - par un terme régulateur. On parle d’approche Bayésienne. Lors d’un ajustement classique, on cherche les valeurs des paramètres qui maximisent la vraisemblance $\Pr(\mathbf{y}|\mathbf{m}(\mathbf{x}))$. Dans le cadre du maximum *a posteriori*, nous cherchons les \mathbf{x}^{MAP} qui maximisent la probabilité $\Pr(\mathbf{m}(\mathbf{x})|\mathbf{y})$:

$$\mathbf{x}^{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{m}(\mathbf{x})|\mathbf{y}) = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x}|\mathbf{y}). \quad (2.17)$$

Or, d’après la règle de Bayes :

$$\Pr(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \cdot \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})}, \quad (2.18)$$

nous pouvons en déduire :

$$\mathbf{x}^{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \frac{\Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \cdot \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (2.19)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} \left[-\log \left(\frac{\Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \cdot \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \right) \right]. \quad (2.20)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} [-\log \Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x})]. \quad (2.21)$$

Ceci met ainsi en exergue deux termes à minimiser. Le premier, $\log \Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ correspond, dans le cas d'un bruit Gaussien, au χ^2 que nous avons vu équation (2.15). Le second, $\log \Pr(\mathbf{x})$, est un terme d'*a priori* sur l'objet. C'est ainsi que l'on peut contraindre les fréquences inconnues, en contraignant, par exemple, l'image à être positive, ou plus ou moins lisse.

Sur ce modèle, le logiciel de reconstruction en aveugle que nous avons utilisé va chercher l'image $I(\alpha, \beta)$ qui minimise la fonction :

$$\chi^2 + \lambda f(I(\alpha, \beta)), \quad \text{tel que } I(\alpha, \beta) \geq 0. \quad (2.22)$$

λ est un hyperparamètre permettant de régler le poids de la fonction de régularisation f par rapport au χ^2 .

L'algorithme de reconstruction a été développé à l'observatoire de Lyon, sous la direction d'Éric Thiébaud. Celui-ci utilise la fonction de régularisation :

$$f(I(\alpha, \beta)) = \frac{1}{1 + (\alpha^2 + \beta^2)/w^2} \quad (2.23)$$

avec w un paramètre à choisir en fonction de la nature de l'objet observé. Le choix de cette fonction s'est fait selon trois critères : 1) la fonction de régularisation doit centrer l'image, la position n'étant pas contrainte par les clôtures de phase, 2) cette fonction doit avoir un effet de lissage sur les données et 3) elle doit être de codage facile pour minimiser le temps de calcul. Ce terme de régularisation joue le rôle d'un "ressort", c'est-à-dire que si la contrainte des données devient faible, l'image aura tendance à se rapprocher d'une Lorentzienne. Dans le cas de la métaphore du ressort, l'hyperparamètre correspond à la constante de raideur, et devra donc être réglé par l'utilisateur. La Figure 2.12 montre l'influence de ce paramètre sur la reconstruction d'image. Si le paramètre est trop grand, l'image est fortement contrainte par la fonction de régularisation. Si le paramètre est trop faible, l'image obtenue est sur-résolue par rapport à la résolution de l'interféromètre, ce qui risque de faire apparaître des artefacts. L'hyperparamètre a donc été choisi pour une valeur intermédiaire, soit 3×10^7 . La largeur w de la Lorentzienne a été choisie pour une valeur avoisinant deux fois le rayon de la photosphère.

2.4 L'imagerie par reconstruction en aveugle

Pour chaque étoile, nous présentons dans cette section la couverture du plan $u-v$ et l'image obtenue par déconvolution en aveugle. Nous nous contenterons ici de brèves descriptions des objets astrophysiques ainsi que de rapides interprétations phénoménologiques. Une analyse astrophysique plus poussée est ensuite nécessaire, mais n'a été effectuée que pour un certain nombre de ces objets. Nous verrons cela au Chapitre 3.

2.4.1 Arcturus

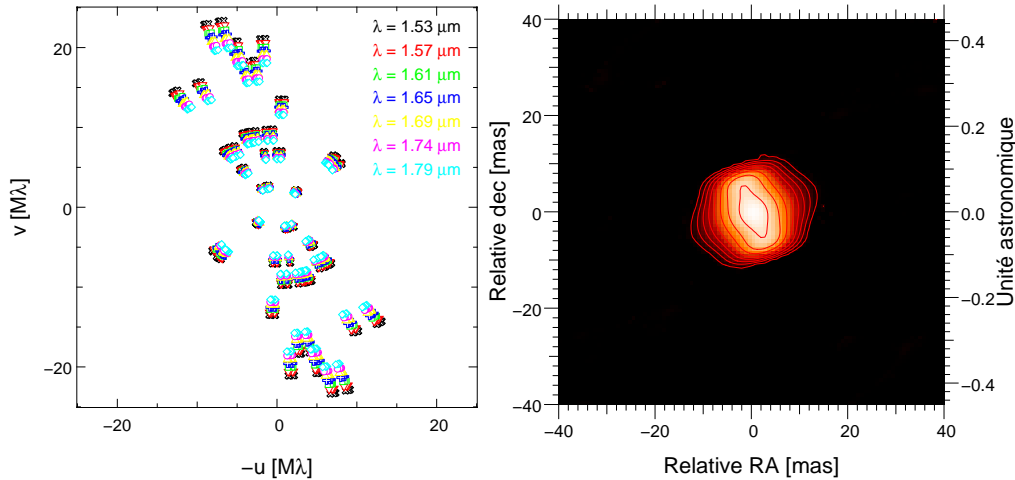


FIG. 2.13 – Partie gauche : Plan $u-v$ couvert par une séquence d’observation de 5 jours. La couverture des fréquences spatiales est plutôt homogène, malgré une direction (N-NE) privilégiée. L’utilisation du mode dispersé permet de bénéficier de l’influence de la longueur d’onde sur la fréquence spatiale mesurée. Partie droite : Image reconstruite par le logiciel Mira d’Éric Thiébaud en utilisant l’ensemble des longueurs d’onde et en supposant l’objet parfaitement achromatique. Sur l’image de droite, les courbes rouges correspondent aux 8 niveaux de flux allant linéairement de 0,1 à 0,9, l’image ayant une brillance maximale normalisée à 1. Sur cette reconstruction, on résout clairement la géante rouge, sans y voir la présence d’un compagnon ou d’une asymétrie flagrante.

Les géantes de type K sont souvent utilisées comme sources de références pour l’étude des étoiles évoluées. Elles sont un bon compromis entre luminosité et complexité. En effet, leur atmosphère très compacte (du moins par rapport à l’ensemble des autres étoiles évoluées) induit de faibles pulsations et un phénomène de convection limité. En conséquence, on s’attend à une atmosphère simple sans présence de couches moléculaires à grande distance de la photosphère. Arcturus (K1.5-2III, alpha Bootis) est l’une de ces étoiles les plus connues. Elle a déjà été observée dans le visible par l’interféromètre Mark III (Quirrenbach *et al.* 1996), ce qui a confirmé les modèles existants, notamment, la présence d’un assombrissement centre-bord important (Manduca *et al.* 1977). Des observations plus récentes en infrarouge proche (Verhoelst *et al.* 2005) suggèrent, cependant, l’existence d’un compagnon à cette étoile. Cette hypothèse est une parmi deux, l’autre étant que l’atmosphère en K soit mal comprise. Si la présence d’un compagnon à Arcturus était confirmé, cela aurait d’importantes conséquences,

cet objet étant considéré comme une référence photométrique et spectrale (notamment pour ISO ; Decin *et al.* 2003).

Les données correspondent à 5 nuits d'observation du 10 au 15 Mai 2006. Lors de ces nuits, nous avons pu utiliser le mode dispersé d'IOTA. Pour effectuer la reconstruction d'image, nous avons supposé l'objet achromatique, de manière à bénéficier de la couverture fréquentielle fournie par les différentes longueurs d'ondes. Nous avons, par la suite, validé cette hypothèse par des reconstructions n'utilisant qu'un seul canal spectral. Notre conclusion a été que, dans le cadre du bruit de reconstruction, l'achromaticité de l'objet était une hypothèse convenable. L'image obtenue (figure 2.13) correspond à un disque circulaire doté d'un assombrissement semblant plus prononcé sur l'axe horizontal. Ce résultat est a priori surprenant. En effet, nous verrons section 3.2 que l'objet est parfaitement circulaire. Cet effet est donc dû à l'algorithme de reconstruction. Une partie de l'explication se trouve dans la géométrie de l'interféromètre IOTA. Comme nous l'avons vu section 2.1.2, où encore dans la couverture $u-v$ de la figure 2.13, les bases disponibles permettent une meilleure résolution sur l'axe N-S que sur l'axe E-O. Cela se traduit par un déficit en informations sur les hautes fréquences de cet axe. Ce manque est alors comblé par la fonction de régularisation (équation 2.23), ce qui crée une forme plus piquée au centre, aux contours plus lisses. Il est ainsi intéressant de noter que l'analyse classique selon laquelle l'image est un produit de convolution entre l'objet et une réponse impulsionnelle n'est plus vérifiée.

A partir de la variance du fond de l'image 2.13, nous avons déduit une dynamique de reconstruction de 250. Le flux maximal observé sur un pixel du fond est, lui, de 1,5% de la brillance maximale. Cette reconstruction d'image nous permet ainsi d'écartier la présence d'un compagnon ayant ce niveau de flux. Nous verrons section 3.2.3 qu'une analyse paramétrique des clôtures de phase permet d'écartier définitivement la possibilité d'un compagnon ayant un flux même bien inférieur.

2.4.2 χ Cygni

χ Cygni est une étoile de la branche asymptotique des géantes. De type Mira, elle présente de fortes variations photométriques, avec une période de 408 jours. Comme on peut nettement l'observer sur la figure 2.22, sa luminosité peut passer, en 200 jours, d'une magnitude 3.5 à une magnitude 14 dans le visible, soit 1500 fois plus faible. Par rapport aux autres étoiles de la classe des Mira, elle a la particularité d'être de type S, c'est-à-dire d'avoir une atmosphère très carbonnée, avec un ratio oxygène sur carbone d'environ 1. Ceci est la conséquence d'un important "dredge-up" au cours duquel le phénomène de convection a pu se produire suffisamment profondément dans l'étoile pour que les métaux produits par la fusion au cœur de l'étoile puissent revenir à la surface. Pour autant, tout l'oxygène n'est pas sous forme de monoxyde de carbone comme en témoigne la présence d'eau ou même de masers SiO (Alcolea *et al.* 1999). Ceci s'explique, en partie, par le type spectral qui passe périodiquement de S à M, au maximum de luminosité.

Nous avons eu la chance de pouvoir observer χ Cyg au cours des 4 missions d'observation, ceci nous a permis d'obtenir une image de l'étoile à différentes phases. Les images obtenues à partir du logiciel de reconstruction montrent d'ailleurs clairement des différences de morphologies aux différentes époques (figures 2.14). Les phases d'observations sont, chronologiquement, 0,91, 0,24, 0,67 et 0.76. Les rayons observés varient de

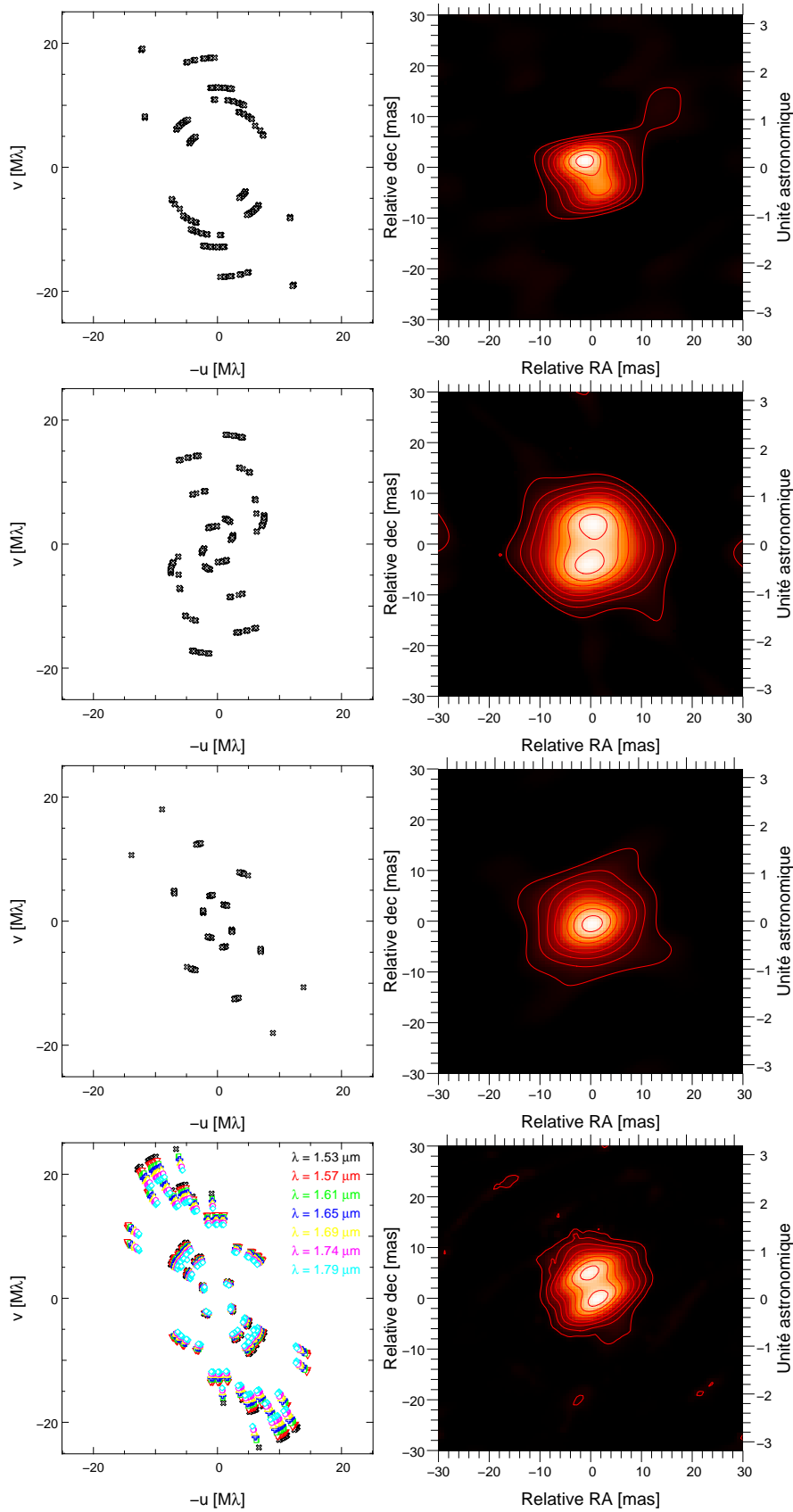


FIG. 2.14 – Couvertures fréquentielles (gauche) et images de χ Cyg (droite) obtenues à quatre phases stellaires différentes (de haut en bas : $\phi = 0, 91, 0,24, 0,67, \text{ et } 0,76$). Ces images montrent une nette variation à la fois en taille et en morphologie.

1 à 1,5 unité astronomique. Les asymétries sont aussi profondément modifiées, comme nous avons déjà pu le supposer à partir d'une analyse empirique des clôtures de phase figures 2.6, 2.7, 2.9 et 2.10. L'évolution de ces asymétries est, par ailleurs, nettement incompatible avec un simple effet de rotation de l'astre (la période de rotation d'une telle étoile a été évaluée à 16 ans par Berlioz-Arthaud 2003). Cette étoile est étudiée plus en détails dans le chapitre 3.3.1.

2.4.3 R Leo

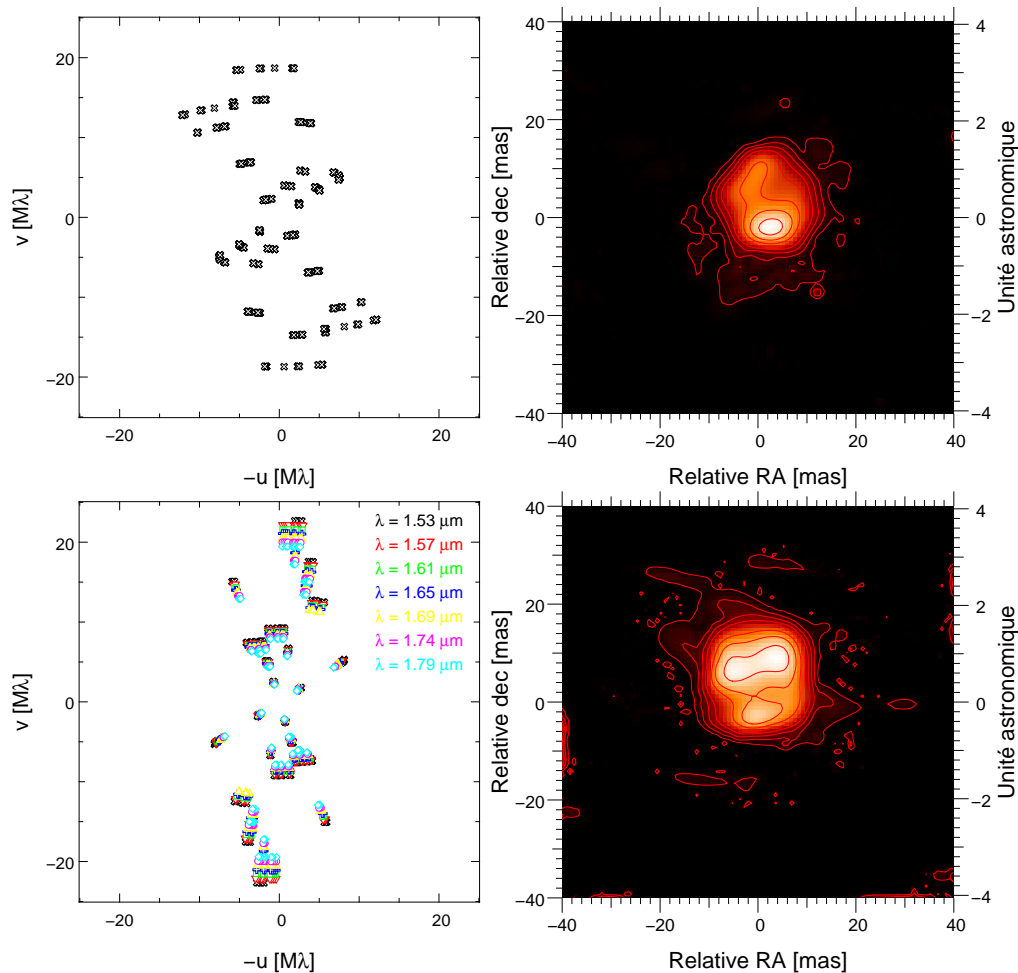


FIG. 2.15 – Plan $u-v$ et images de R Leo obtenues au cours des observations de mars ($\phi = 0,92$, en haut) et mai 2005 ($\phi = 0,05$, en bas).

R Leo est une étoile Mira des plus brillantes. Elle a été découverte par J. A. Koch en 1782, après Mira (omicron Ceti), χ Cyg et R Hydrae. Avec une période de 312 jours, cette étoile présente des variations photométriques de plus de 5 magnitudes dans le visible (figure 2.22). Sa taille angulaire et sa luminosité en ont fait un cas d'école dans l'étude à haute résolution angulaire des Mira. A l'instar de χ Cyg, de multiples techniques d'observations ont été utilisées, comme l'occultation lunaire (di Giacomo *et al.* 1991), l'interférométrie des tavelures (Labeyrie *et al.* 1977, Hofmann *et al.* 2001) le masquage de pupille (Jacob *et al.* 2004) ou encore l'interférométrie longue base (Burns *et al.* 1998, Perrin *et al.* 1999, Weiner *et al.* 2003, Perrin *et al.* 2004b, Fedele *et al.* 2005,

ont observé avec les interféromètres COAST, IOTA/FLUOR, ISI, VLTI/VINCI). Ces observations ont confirmé une taille angulaire variable en fonction de la longueur d'onde et la présence d'une couche moléculaire proche de l'étoile. Cependant, aucune asymétrie n'a encore été observée sur cette étoile, considérée jusqu'à maintenant comme étant à symétrie circulaire.

Nous avons observé cette étoile lors de deux missions successives en mars et mai 2006. Pendant ce laps de temps très court (1 mois et demi), la morphologie de cet objet a varié considérablement, à la fois en terme de taille et de structure (figure 2.15). Cependant, une ressemblance a pu être détectée dans l'importante dissymétrie que constitue les deux taches au Nord et au Sud. Cette asymétrie est d'ailleurs clairement visible sur les clôtures de phase (figures 2.11 et 2.11). L'étoile montre, de plus, un flux important extérieur à la photosphère, que l'on ne trouvait pas sur χ Cyg et encore moins sur Alpha Boo. La question reste ouverte sur l'origine de ce flux. On pourrait considérer que la couche moléculaire observée par spectro-interférométrie (Perrin *et al.* 2004b) est la source de ce flux.

2.4.4 Mira

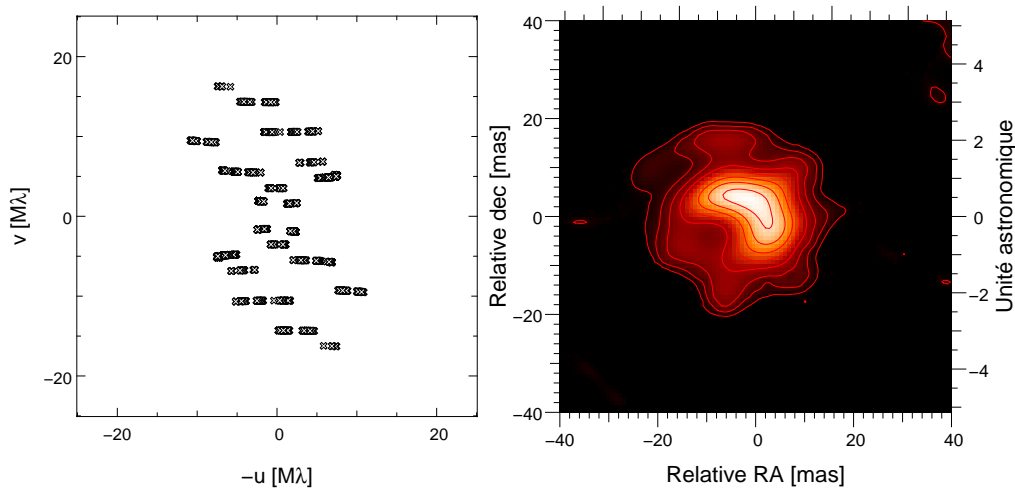


FIG. 2.16 – Couverture fréquentielle et image de omicron Ceti obtenue via le logiciel de reconstruction en aveugle. La structure de l'étoile est profondément différente de celle des autres Miras, avec, notamment, la présence de deux composantes, comme si une atmosphère étendue de gaz chaud entourait une photosphère fortement asymétrique.

En 1596, David Fabricius a utilisé omicron Ceti comme référence de la position de Mercure. Il a ainsi découvert la première étoile variable de longue période. En 1642, omicron ceti a reçu son nom commun, Mira, soit “la merveilleuse”. Elle a, par la suite, donné son nom à l'ensemble des étoiles ayant le même type de pulsation, les variables Mira.

Mira se caractérise par les types spectraux M2-M7 III, et une période de pulsation de 332 jours (figure 2.22). Elle a récemment été sur le devant de la scène scientifique suite à l'imagerie par le satellite Hubble d'un compagnon proche (Karovska *et al.* 1997). À une distance du soleil d'environ 130 parsecs, Mira AB est, ainsi, le complexe symbiotique le plus proche que l'on connaisse. Les étoiles sont séparées d'environ 600 mas, orbitant avec

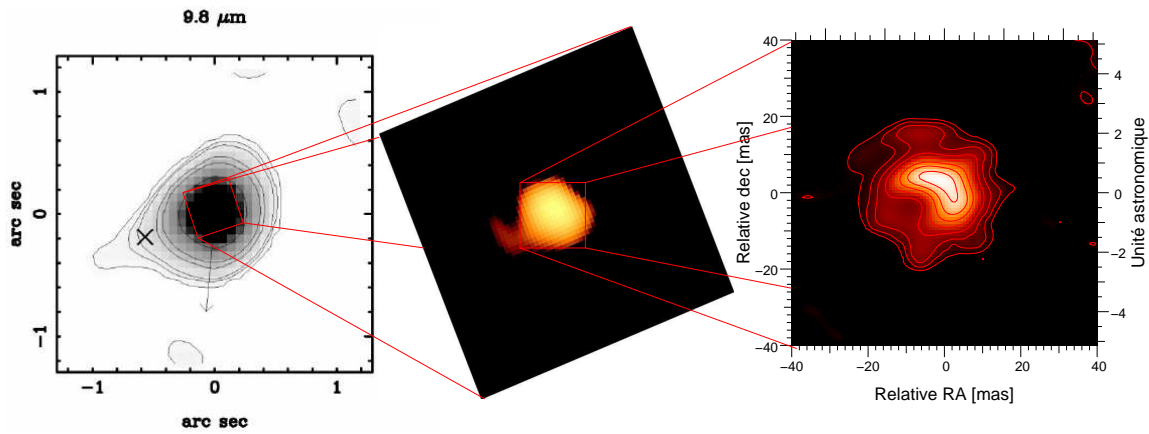


FIG. 2.17 – A gauche : image en infrarouge moyen du système Mira AB obtenue à partir du télescope IRTF (Marengo *et al.* 2001). La croix indique la position de Mira B telle qu’observée par Hubble en 1997. Au centre, Mira A observée par Hubble dans l’ultraviolet (Communiqué de presse STScIPRC97-26, 1997). Cette image montre une extension de l’atmosphère en direction du compagnon. A droite, image telle que reconstruite à partir de nos données en bande H.

une période d’environ 500 ans (Prieur *et al.* 2002). L’étoile secondaire serait une naine blanche (Joy 1954, Karovska *et al.* 2005) accréant l’atmosphère de l’étoile principale Mira A. De multiples observations dans l’ultraviolet (Hubble et FUSE) ont permis de calculer un taux d’accrétion de $2,5 \times 10^{-12} M_{\odot}$ par an (Wood et Karovska 2006). Ce taux est très faible comparé à la perte de masse de l’étoile principale, estimée à environ $10^{-7} M_{\odot}/\text{ans}$ (Bowers et Knapp 1988).

Nous avons observé Mira A durant 5 nuits au cours du mois d’octobre 2005. Sa déclinaison étant proche de 0 degré, la synthèse d’ouverture due à la rotation de la Terre nous a permis d’obtenir une couverture plus homogène des fréquences spatiales. On note une structure de l’atmosphère profondément différente des trois étoiles précédemment observées. Deux composantes sont clairement visibles sur l’image reconstruite figure 2.16.

Une première, d’environ 70% du flux, est centrale et allongée dans la direction Nord-Est. Cette composante a la propriété d’être perpendiculaire à la direction du compagnon, et d’être dotée d’une structure en forme de virgule qui n’est pas sans rappeler les spirales observées dans les systèmes binaires comportant une étoile de type Wolf-Rayet (Tuthill *et al.* 1999). Même si la physique de notre objet est sensiblement différente, cette dissymétrie pourrait être expliquée par la présence d’un troisième compagnon. Cependant, parce que nous ne disposons pas d’observations à différentes époques, nous ne pouvons pas exclure que l’asymétrie observée ne soit pas simplement la conséquence de fortes variations d’opacité présentes dans les couches supérieures de l’atmosphère, où même d’un phénomène de marée introduit par la présence de Mira B. Pourtant un faisceau de présomption vient conforter l’idée d’un système triple :

1. L’hypothèse d’un troisième compagnon proche n’est pas nouvelle. Baize (1980), puis Karovska *et al.* (1993) ont étudié l’évolution du système Mira AB par interférométrie des tavelures, et ils ont constaté la présence de perturbations dans l’orbite de Mira B avec une période de 10-14 ans.

2. Une seconde indication vient de la présence d'un flux bipolaire observé dans le domaine radio à partir des vitesses radiales observées à partir des raies de CO et de KI (Josselin *et al.* 2000). Ce flux de matière, de faible vitesse, serait généré par la pression de radiation et collimaté par la présence d'un disque équatorial circumstellaire.
3. Une troisième indication porte sur la masse totale du système Mira AB. Prieur *et al.* (2002), en utilisant des données acquises par interférométrie des tavelures avec l'instrument PISCO du Pic du Midi, ont appliqué la troisième loi de Kepler et ont estimé la masse totale du système à $4,4 M_{\odot}$. Si l'on considère, pour Mira B, la masse typique d'une naine blanche de $0,6 M_{\odot}$ (Weidemann 1990), cela signifie que Mira A a une masse de $3,8 M_{\odot}$. Or, nos données nous donnent un diamètre angulaire de la photosphère d'environ 25 mas, soit un rayon de $340 R_{\odot}$ (en utilisant la parallaxe hypparcos de 7,79 mas). A partir de ces éléments, si on utilise la relation période-masse-rayon de Wood (1989) :

$$\log(P) = -2.07 + 1.94 \log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) - 0.9 \log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right), \quad (2.24)$$

on obtient une masse aux alentours de $2,3 M_{\odot}$. Selon ce schéma, il existerait donc une masse manquante, d'environ $1,5 M_{\odot}$.

4. Enfin, un dernier argument repose sur la récente détection par Chandra d'émission en rayon X venant de l'étoile Mira A (Karovska *et al.* 2005). Une telle émission est communément produite par les disques d'accrétion autour des naines blanches. Cela n'aurait donc pas été une surprise si elle avait été observée en provenance de Mira B. Cependant, les étoiles de la branche asymptotique de géante ne sont pas censées générer une telle émission, qui n'a d'ailleurs jamais été observée précédemment. Une hypothèse proposée par Karovska *et al.* (2005) serait la recombinaison de champs magnétiques, suivit d'une éjection massive de matière. La présence d'un troisième compagnon serait également une possibilité.

La seconde composante de l'image correspond à une atmosphère, peut être moléculaire, étendue sur deux fois la taille de la composante centrale. Elle est excentrée par rapport à la première dans la direction de l'étoile Mira B (Sud-Est). C'est pourquoi il semble que cette matière soit sous l'effet du champ gravitationnel de Mira B. Cependant, si l'on considère la répartition des masses entre Mira A et B proposé par Prieur *et al.* (2002), ainsi que la distance de 580 mas les séparant, il semble difficile d'expliquer la présence de cette matière par le seul effet de marée introduit par l'attraction gravitationnelle de Mira B. Il serait alors possible que ce phénomène résulte d'une conjonction de circonstances, dont la pulsation de l'étoile serait un événement moteur.

Enfin, il est ainsi intéressant de remarquer que l'asymétrie générale de l'étoile se retrouve aussi sur diverses observations, notamment en infrarouge moyen avec le télescope IRTF, et dans l'ultraviolet (346 nm) avec le télescope spatial Hubble (figure 2.17).

2.4.5 Bételgeuse

La constellation d'Orion est l'une des plus connues, visible de l'hémisphère Nord comme de l'hémisphère Sud. Les deux étoiles les plus brillantes, Rigel et Bételgeuse

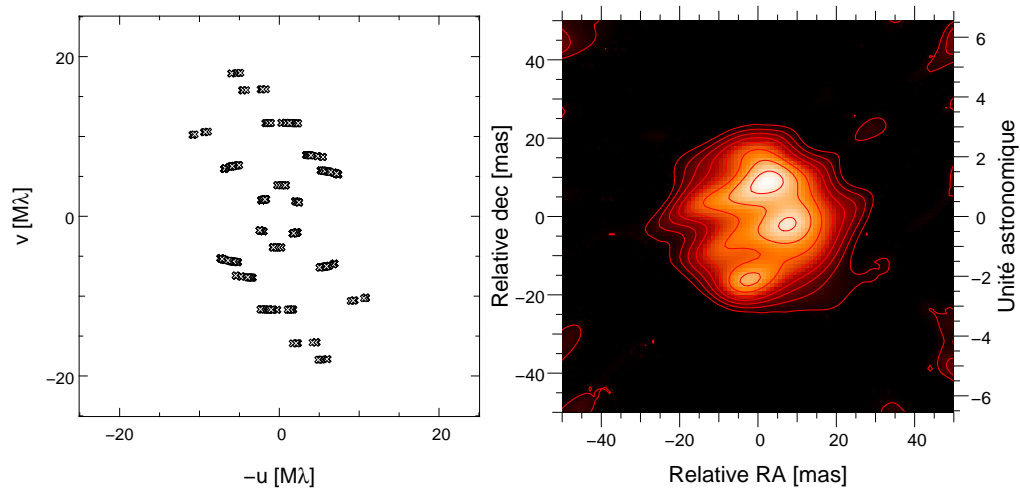


FIG. 2.18 – Plan $u-v$ et imagerie en aveugle de Bételgeuse en octobre 2006. On peut distinguer une surface inhomogène pouvant faire penser aux surfaces convectives simulées par Freytag (figure 1.3).

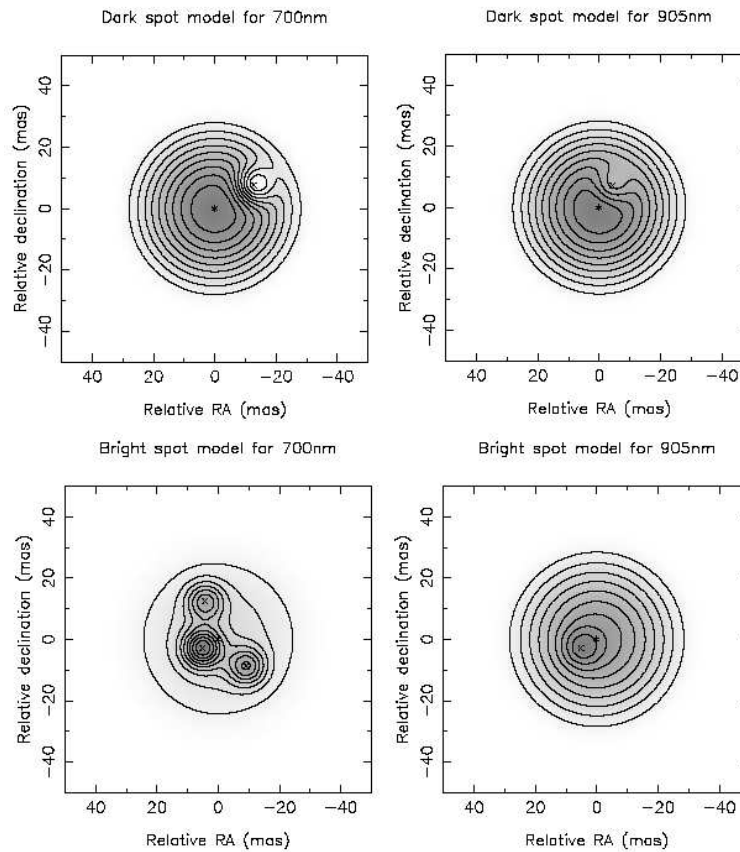


FIG. 2.19 – Imagerie paramétrique de Bételgeuse par Young *et al.* (2000a).

occupent respectivement les coins Sud-Ouest et Nord-Est. Les premières mesures de variations de luminosité de Bételgeuse ont été effectuées en 1836 par John Hershel. Dans le visible, elle oscille entre des magnitudes allant de 0,2 à 1,2 (figure 2.23). À cette longueur d'onde, il s'agit de la septième étoile la plus brillante de l'hémisphère Nord.

Cependant, comme toutes les géantes rouges, cette étoile émet principalement dans le domaine de l'infrarouge, ce qui, bolométriquement, en fait l'étoile la plus brillante du ciel. Ceci est dû à sa distance, mais surtout à sa taille, d'environ 630 fois le diamètre de notre soleil (Perrin *et al.* 2004a, ont mesuré par interférométrie $\theta_{\text{UD}} \approx 43,3$ mas).

C'est en 1920 qu'a eu lieu la première mesure de diamètre stellaire. Elle a été effectuée sur Bételgeuse par Michelson, qui a estimé son diamètre à environ 44 mas. Parce que cela en fait l'étoile angulairement la plus grosse du ciel – après le soleil – la plupart des instruments d'interférométrie stellaire ont étudié cet objet. Utilisant la technique d'interférométrie des tavelures, Francois et Claude Roddier ont été les premiers à reconstruire une image de sa surface stellaire (Roddier et Roddier 1985). Ils en ont déduit la présence de poussières assombrissant le disque, créant une importante asymétrie. Diverses observations de Bételgeuse s'en sont suivies (Wilson *et al.* 1997, Young *et al.* 2000a). Toutes ont confirmé l'existence d'asymétries et, notamment, de taches, parfois sombres ou brillantes, sur la surface. À titre d'exemple, la figure 2.19 montre les reconstructions auxquelles Young *et al.* (2000a) ont abouti. Il s'agit dans ce cas d'imagerie paramétrique, c'est-à-dire qu'ils ont ajusté une photosphère tachetée à leurs données.

Contrairement à eux, la précision que nous avons sur les visibilitées, ainsi que l'étendue de la couverture fréquentielle, nous ont permis une reconstruction en aveugle de la surface stellaire (figure 2.18). Nous pouvons comparer ce résultat aux travaux de Haubois *et al.* (2007) qu'ils ont effectués par ajustement paramétrique de ces mêmes données. Ils en ont déduit qu'un modèle d'atmosphère tacheté permettait de reproduire de manière satisfaisante les données jusqu'au troisième lobe de la fonction de visibilité. Cependant, leur modèle ne permet plus de reproduire précisément les données à plus hautes fréquences spatiales. Ceci est, par conséquent, en accord général avec notre reconstruction, qui indique une grande complexité de l'objet aux hautes fréquences spatiales. Ce résultat corrobore l'hypothèse de Freytag (2003) concernant l'hypothèse d'une atmosphère extrêmement convective. Les variations temporelles de ces inhomogénéités seraient une information précieuse à recueillir dans l'avenir.

2.4.6 μ Cep

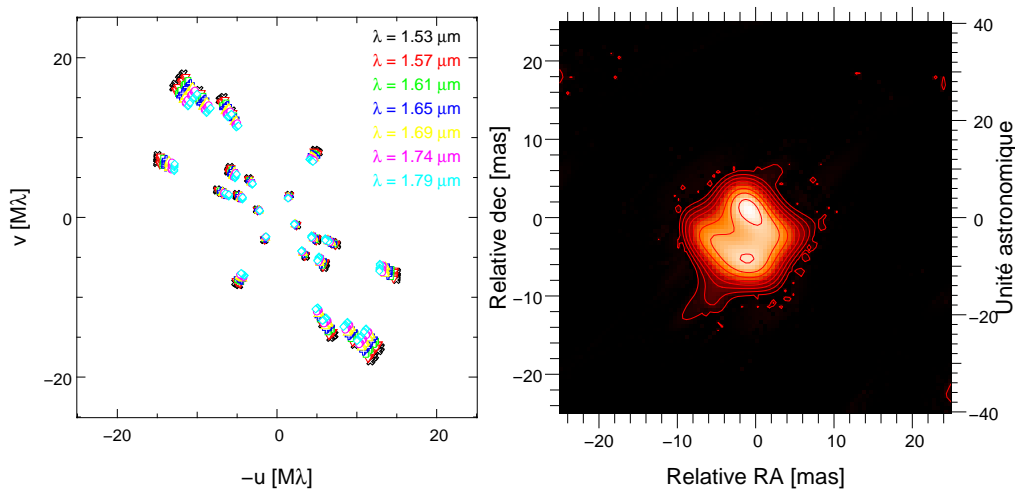


FIG. 2.20 – Plan u - v et imagerie en aveugle de μ Cep.

La variabilité de μ Cep a été découverte en 1848 par John Russel. Il s'agit de l'une des étoiles les plus grosses du ciel après VV Cephei et Epsilon Aurigae. μ Cep a de nombreux points communs avec Bételgeuse. Il s'agit d'une supergéante semi-régulière (de type SRc) avec des amplitudes de variations photométriques dans le visible d'environ 1.5 magnitude (figure 2.23). Son type spectral est M2eIa, avec des périodes de pulsation de 730 et 4400 jours Kiss *et al.* (2006).

Nous avons pu observer cet objet courant mai 2006 en utilisant le mode dispersé d'IOTA (figure 2.20). Outre sa taille remarquable, il est intéressant de noter que la reconstruction nous donne un objet très uniforme, loin de l'image obtenue de Bételgeuse. Ceci peut être tout simplement la conséquence d'un manque de résolution. Cependant, on voit clairement une asymétrie dans la structure de l'étoile. Il est également à noter que la couche moléculaire, telle qu'observée par Perrin *et al.* (2005), n'est pas visible dans cette image reconstruite. Selon leurs observations, cette couche devrait se trouver à environ un demi rayon stellaire de la photosphère. Le flux de cette couche doit donc être inférieur à la dynamique obtenue sur cette image ($\approx 3\%$). Nous verrons, néanmoins, dans le paragraphe 3.4 que la couche moléculaire est présente et que l'imagerie paramétrique permet de la révéler dans nos données.

2.4.7 CH Cyg

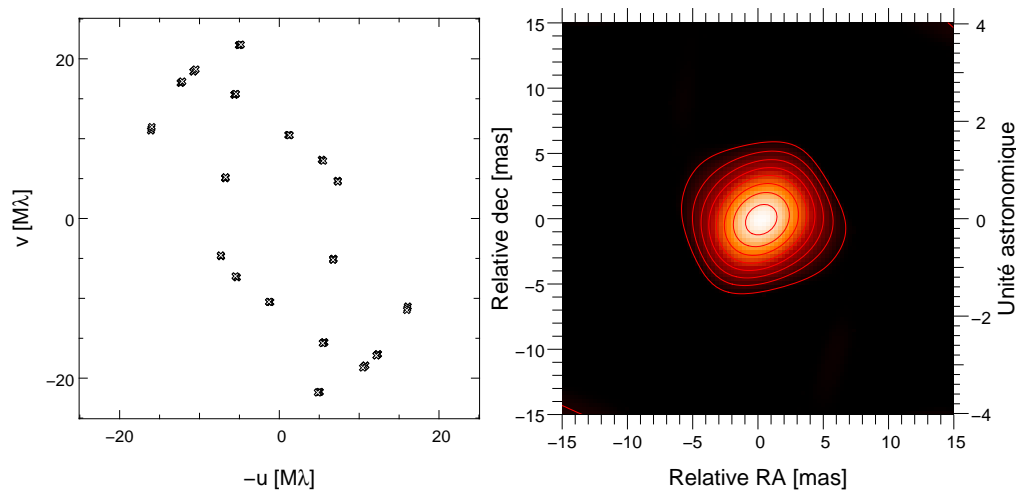


FIG. 2.21 – Plan $u-v$ et imagerie en aveugle de CH Cyg.

A l'instar de Mira, CH Cyg est une étoile variable symbiotique. L'aspect particulier de son spectre a longtemps intrigué les chercheurs. En effet, à chaque type d'étoile correspond une lettre (de A à M) distribuée en fonction de l'importance des raies d'hydrogène et d'hélium. Toujours utilisée, cette classification a été ré-arrangée afin de classer les étoiles par ordre croissant de température (OBAFGKM). Cependant, certaines étoiles, dont CH Cyg, ne trouvent pas de place dans cette classification. CH Cyg possède, en effet, une température proche de celle du type M, mais avec des raies en émission typique des étoiles de type O.

Nous avons retenu l'idée selon laquelle CH Cyg est constituée de deux étoiles. La première est une géante rouge et la deuxième une naine blanche accrétant l'atmosphère de la première (Mikolajewski *et al.* 1990). Cette hypothèse est, par ailleurs, corroborée

par la courbe de lumière de l'étoile qui présente à la fois des oscillations périodiques et d'importantes éruptions (comme celle observée en 1986 ; cf figure 2.23). L'existence d'un compagnon accrétant de la matière est confirmée par la présence de jets observables dans le domaine de longueur d'onde radio (Crocker *et al.* 2001) et X (Galloway et Sokoloski 2004). Actuellement, les astronomes s'accordent sur la présence d'un système triple (Hinkle *et al.* 1993). Il serait composé d'une naine blanche entourée d'un disque d'accrétion orbitant avec une période de 2,07 ans autour d'une géante semi-régulière de type M7 III. Autour de ce système en interaction graviterait, avec une période de 14,5 ans, une troisième étoile appartenant à la séquence principale (naine G-K).

Nous avons pu observer cette étoile durant deux nuits. La couverture du domaine fréquentiel (figure 2.21) est par conséquent très diluée. Du fait de la petite taille angulaire de l'étoile, et cela même en utilisant la base maximale de l'interféromètre IOTA (38 mètres), nous n'avons pas pu atteindre le deuxième lobe de la courbe de visibilité. Nous avons, cependant, constaté des clôtures de phase de l'ordre de la dizaine de degrés, démontrant la présence d'asymétries. La résolution limitée ainsi que la faible quantité de données ne nous ont pas permis de caractériser cette asymétrie.

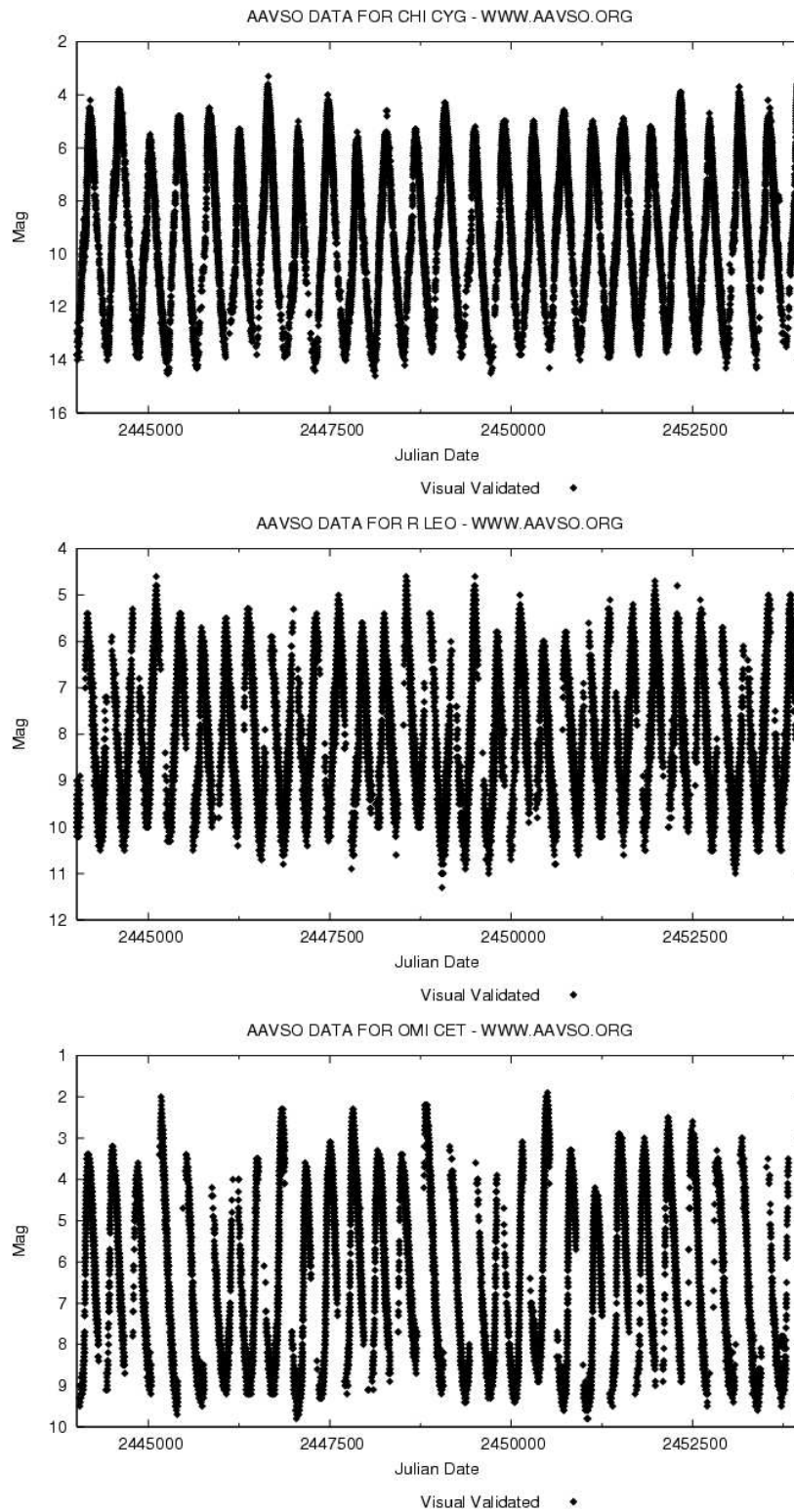


FIG. 2.22 – Courbes de lumière correspondant aux étoiles Miras : χ Cyg, R Leo, et Mira (o Ceti). Les pulsation de ces étoiles variables sont clairement visibles avec des périodes respectives de 408, 312 et 332 jours. Les modulations à plus grandes périodes sont interprétées comme des variations de l'opacité des couches moléculaires. Ces courbes sont extraites du site de l'American Association of Variable Star Observers.

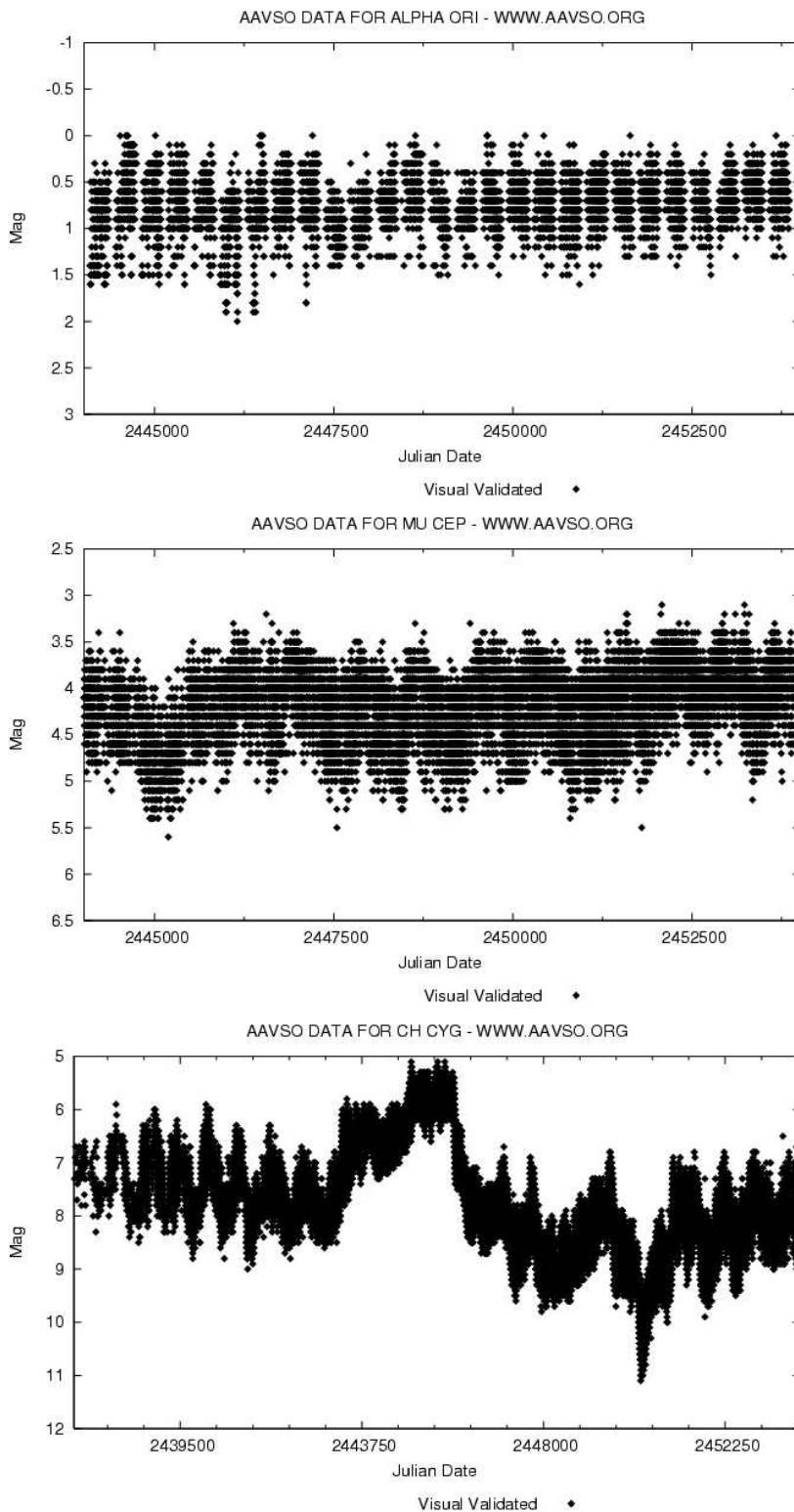


FIG. 2.23 – Courbes de lumière de Bételgeuse, μ Cep, et CH Cyg, obtenues à partir du site de l’American Association of Variable Star Observers. La courbe de CH Cyg est particulièrement intéressante car elle présente à la fois des oscillations régulières ainsi qu’une période particulièrement brillante interprétée comme un sursaut dans l’accrétion du compagnon.

CHAPITRE 3

Études paramétriques

Sommaire

3.1	Modéliser les étoiles évoluées	50
3.1.1	Introduction	50
3.1.2	Le modèle géométrique	50
3.1.3	Les clôtures de phase et la composante asymétrique	52
3.2	Étude par imagerie paramétrique d'Arcturus	56
3.2.1	Une référence pour tester la qualité du processus d'imagerie	56
3.2.2	L'assombrissement centre-bord d'Arcturus	57
3.2.3	La présence d'un compagnon	58
3.3	Étude par imagerie paramétrique de χ Cyg	61
3.3.1	Étude temporelle de χ Cyg	61
3.3.2	La photosphère	64
3.3.3	La couche moléculaire	68
3.3.4	L'asymétrie de l'étoile	74
3.4	Étude des données spectro-interférométriques	77
3.4.1	Les données dispersées	77
3.4.2	La dépendance spectrale de la couche moléculaire	79
3.4.3	La dépendance spectrale de l'asymétrie	80
3.5	Perspectives	85

3.1 Modéliser les étoiles évoluées

3.1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une technique que nous retrouvons souvent en interférométrie optique. Il s'agit d'une modélisation paramétrique de l'étoile. Cela consiste à définir l'objet observé par un certain nombre de paramètres (comme la taille, la brillance...) qui conditionnent la structure de l'image. Ces paramètres sont ensuite ajustés aux données interférométriques pour permettre de reconstruire une image à partir des valeurs obtenues. Cette technique n'est pas fondamentalement différente de la reconstruction d'image en aveugle utilisée au chapitre 2. Le principal changement réside dans le fait que les paramètres de l'image, qui étaient précédemment aussi nombreux que les pixels, sont maintenant réduits à un nombre plus faible correspondant aux différentes structures possibles de l'image. Le faible nombre de paramètres libres permet ainsi de suffisamment contraindre l'image, ce qui permet de ne pas utiliser un *a priori* contenu dans un terme de régularisation. L'*a priori* se trouve en fait dans le choix du modèle.

3.1.2 Le modèle géométrique

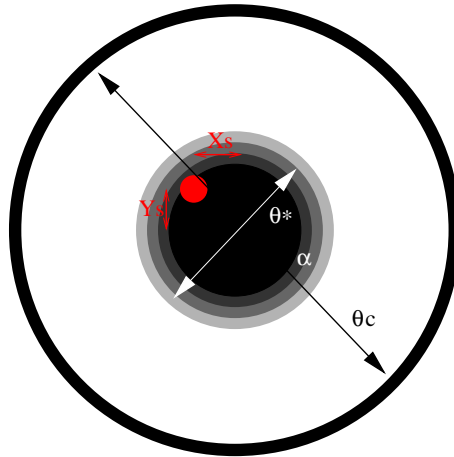


FIG. 3.1 – Modèle géométrique utilisé pour l'imagerie paramétrique des étoiles évoluées. Sont représentés les principaux paramètres (α , θ_* , θ_{couche} , X_{tache} et Y_{tache}) auxquels se rajoutent la brillance relative de la tache et de la couche moléculaire.

Le modèle va contraindre de façon stricte la reconstruction de l'objet, son choix est en conséquence crucial. Si les paramètres choisis ne reflètent pas la réalité, l'image obtenue n'aura pas de sens, et pire, pourra nous induire en erreur. C'est pourquoi il est important de sélectionner un modèle aussi proche que possible de la physique de l'objet. Bien que la physique des étoiles évoluées soit complexe, on peut néanmoins supposer la présence d'un certain nombre de composantes.

Il y a, en premier lieu, la photosphère. Elle se distingue d'un simple disque uniforme par la présence d'un assombrissement centre bord (ACB). Celui-ci a déjà pu être observé par interférométrie sur des étoiles ayant une température effective plus grande (par exemple sur des céphéides, cf Mérand *et al.* 2006a). Cependant, nous ne disposons,

sur les étoiles évoluées, que de simulations d’atmosphères. Pour les géantes (Hofmann et Scholz 1998) et les Miras (Hofmann *et al.* 1998), il en a été déduit que l’ACB pouvait produire des effets très variés, mais qu’une simple loi en puissance pouvait, cependant, parfaitement reproduire l’ensemble des cas simulés. Cette loi s’écrit sous la forme $I(\mu) = \mu^\alpha$, où μ est le cosinus de l’angle entre la ligne de visée et la normale à la surface de l’étoile (Hestroffer 1997). Un tel modèle permet, notamment, de reproduire le cas d’un disque uniforme ($\alpha = 0$), d’un disque pleinement assombri ($\alpha = 1$), ou encore celui d’une distribution d’intensité Gaussienne ($\alpha \gg 1$). La prise en compte de cet assombrissement est fondamentale car elle influe fortement sur la mesure du diamètre de la photosphère.

Une seconde composante provient de la présence d’une couche moléculaire chaude, située à environ un demi rayon stellaire de la photosphère. Suggérée par Perrin *et al.* (1999), elle a été utilisée pour la première fois pour expliquer des données interférométriques d’étoiles Miras par Mennesson *et al.* (2002). La présence récurrente de cette couche moléculaire a ensuite pu être mise en évidence par Perrin *et al.* (2004b). Sur χ Cyg notamment, ils ont mesuré des opacités comprises entre 0,1 et 0,8, en fonction du filtre utilisé en bande K. Parce que l’absorption de CO et H₂O est bien plus faible en bande H, on s’attend à la présence de cette couche, mais avec une opacité bien plus faible, inférieure à 0,1. Ainsi, la couche devrait être vue en émission là où l’épaisseur géométrique est la plus grande, c’est à dire au bord de la couche. Dans l’hypothèse d’une si faible opacité, nous avons donc décidé de simuler la couche moléculaire par la présence d’un simple anneau entourant l’atmosphère de l’étoile.

La troisième composante du modèle est nécessaire à l’ajustement de clôtures de phase différentes de 0 ou 180 degrés. Il s’agit d’introduire un terme d’asymétrie dans la brillance de la surface stellaire. Une telle composante est souvent observée dans l’atmosphère des étoiles évoluées (Ragland *et al.* 2006). Cependant, la source de cette asymétrie est souvent peu claire. Elle est généralement modélisée par une ou plusieurs taches sur la surface stellaire, taches parfois sombres ou brillantes (Young *et al.* 2000a). Nous avons choisi de modéliser cette asymétrie par une composante possédant un minimum de paramètres. Il s’agit d’une tache ponctuelle, de flux positif ou négatif, décentrée par rapport au centre de la photosphère. Le choix de ce modèle, simple, est justifié dans le paragraphe 3.1.3.

La figure 3.1 représente l’étoile et explicite les différents paramètres que nous avons ajusté aux données. Les variables sont : le diamètre de la photosphère (θ_\star), le coefficient d’ACB (α), le diamètre de la couche moléculaire (θ_{layer}), le flux relatif de la couche moléculaire ($F_{\text{couche}}/F_{\text{total}}$), le flux relatif de la tache ($F_{\text{tache}}/F_{\text{total}}$), et enfin la position relative de la tache (X_{tache} et Y_{tache}). Les trois composantes sont par conséquent :

- La tache : $I(x, y) = \delta(x - X_{\text{tache}}) \cdot \delta(y - Y_{\text{tache}})$.
- La couche moléculaire : $I(r) = \delta(2r - \theta_{\text{couche}})$.
- La photosphère : $I(r) = (1 - (2r/\theta_\star)^2)^{\frac{\alpha}{2}}$.

A la différence d’un modèle plus physique de l’objet, comprenant, notamment, températures et opacités (Perrin *et al.* 2005), ce modèle est purement géométrique. Il permet d’être contraint uniquement par la fonction de brillance de l’objet observé, et ne nécessite pas d’information bolométrique ou spectrale. De plus, la transformée de Fourier de ce modèle peut être écrite de façon analytique, permettant des ajustements

rapides et précis. L'asymétrie s'écrit de la façon suivante :

$$V_{\text{tache}}(u, v) = \exp(-2\pi i(X_{\text{tache}} \cdot u + Y_{\text{tache}} \cdot v)). \quad (3.1)$$

Parce que la couche moléculaire et le disque assombri sont à symétrie radiale, nous pouvons utiliser la fréquence spatiale radiale $v_r = \sqrt{u^2 + v^2}$ et la transformée de Hankel pour déduire :

$$V_{\text{couche}}(v_r) = \pi \theta_{\text{couche}} J_0(\pi \theta_{\text{couche}} v_r) \quad (3.2)$$

et

$$V_{\text{photosphre}}(v_r) = \sum_{k \geq 0} \frac{\Gamma(\nu + 1)}{\Gamma(\nu + k + 1)k!} \left(\frac{-v_r^2}{4} \right)^k \quad (3.3)$$

où $\nu = \frac{\alpha}{2} + 1$ et Γ la fonction gamma d'Euler.

3.1.3 Les clôtures de phase et la composante asymétrique

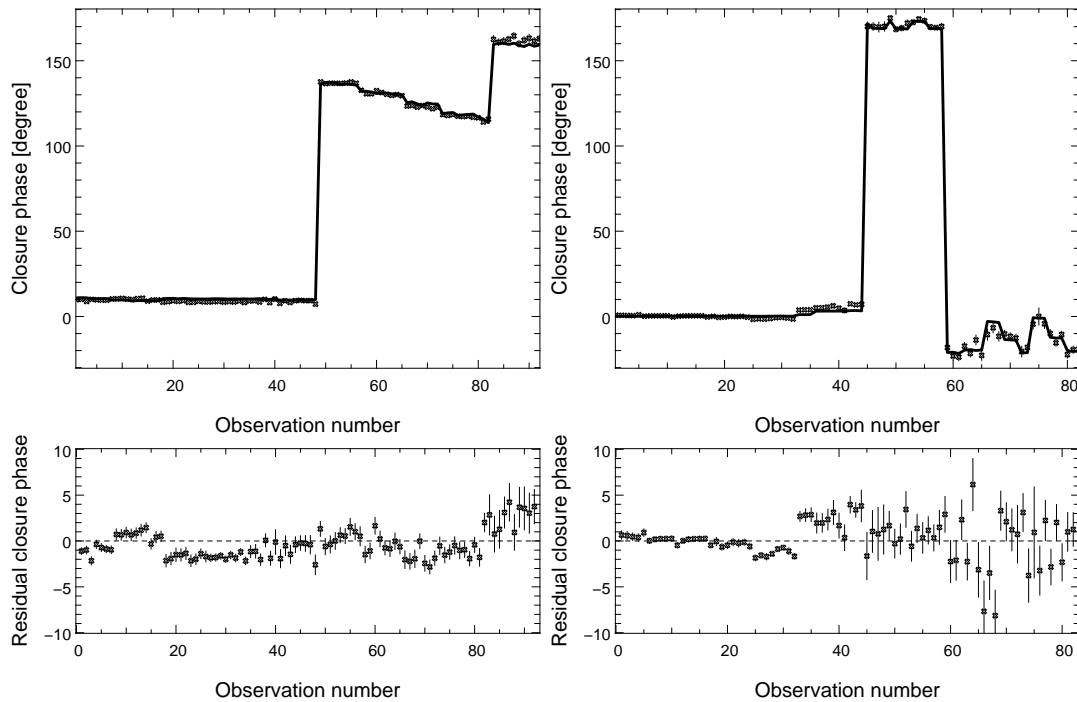


FIG. 3.2 – Clôtures de phase et résidus de l'ajustement d'un modèle d'asymétrie sur les données de χ Cyg de mai et octobre 2005. L'asymétrie est composé d'une simple tache décentrée par rapport au centre de la photosphère. Ce résultat a été obtenu par un ajustement effectué sur les clôtures de phase uniquement. Cette technique est décrite au paragraphe 3.1.3.

Dissocier la composante asymétrique de la composante symétrique

Pour une base donnée de l'interféromètre, la mesure obtenue est une valeur complexe, c'est-à-dire une phase et une amplitude. Cependant, l'atmosphère introduit un déphasage des franges (le piston), et la mesure directe de la position des franges ne

nous donne pas l'information de phase correspondant à l'objet astrophysique. Un artifice mathématique consiste à ne pas mesurer la phase mais la triple somme des phases correspondant aux trois lignes de bases obtenues par les trois télescopes. Nous avons montré en section 2.1.5 que cette mesure est alors indépendante du piston atmosphérique et ne dépend que de l'objet étudié. Les données obtenues après réduction sont donc de deux types :

- l'information de module est obtenue par la mesure de l'énergie contenue dans les franges, ce qui correspond à une visibilité au carré (V^2).
- l'information de phase est obtenue via la somme de trois phases, ce qui correspond aux clôtures de phase (CP).

L'information sur la symétrie (ou l'asymétrie) de l'étoile est contenue dans les phases, et donc dans les clôtures de phase. En effet, si l'objet est centro-symétrique, les visibilités complexes sont alors réelles et les phases nulles. L'information apportée par les clôtures est cependant difficile à interpréter. La difficulté est renforcée par la grande précision (≈ 1 degré) et la faible quantité (1 clôture pour trois lignes de base étudiées) de ces mesures. C'est pourquoi il est intéressant d'essayer de découpler la problématique de l'asymétrie du modèle géométrique de l'atmosphère. Ceci peut être fait en dissociant l'image en 2 composantes distinctes. La première composante est celle correspondant à la partie symétrique de l'objet, dans notre cas, la photosphère ou la couche moléculaire. Les visibilités complexes (V_{SYM}) sont alors réelles, c'est-à-dire :

$$\text{Im}(V_{\text{SYM}}) = 0. \quad (3.4)$$

La deuxième composante de l'objet est la partie asymétrique (V_{ASYM}). Les visibilités complexes ont alors une partie imaginaire non nulle. C'est cette partie imaginaire qui est responsable de l'existence de clôtures de phase différentes de 0 ou 180 degrés. Si l'on est uniquement intéressé par l'asymétrie, il est intéressant de chercher à ajuster cette partie imaginaire sur les clôtures de phase sans avoir à se soucier de la composante symétrique. Ceci nécessite le calcul des visibilités complexes par l'utilisation des valeurs mesurées des V^2 :

$$V^{\text{Model}} = \text{Re}(V^{\text{Model}}) + i \text{Im}(V^{\text{Model}}) \quad (3.5)$$

$$= \pm \sqrt{V^2 - \text{Im}(V^{\text{Model}})^2} + i \text{Im}(V^{\text{Model}}) \quad (3.6)$$

$$= \pm \sqrt{V^2 - \text{Im}(V_{\text{ASYM}})^2} + i \text{Im}(V_{\text{ASYM}}) \quad (3.7)$$

La phase des visibilités résultant du modèle de l'asymétrie peut alors être obtenue à partir de l'équation (3.7). Il y a, cependant, deux remarques importantes. La première concerne les V^2 qui, parce qu'il s'agit de mesures, sont sujets aux bruits. Il est donc nécessaire de n'utiliser que les données comportant une bonne précision sur la mesure de l'amplitude. Ceci est généralement le cas dans nos observations avec des erreurs moyennes sur les V^2 de l'ordre du pourcent. Deuxièmement, il y a une imprécision sur le signe de la partie réelle. Notre approche a été de considérer la partie réelle comme étant principalement due à la composante symétrique. Sur la quasi totalité de nos objets (à l'exception notable de Mira), ceci est effectivement le cas. Ainsi, nous avons ajusté des disques assombris sur l'ensemble de nos données et déterminé l'emplacement des zéro de visibilités. Nous avons ensuite utilisé l'emplacement de ces zéros pour lever l'incertitude du signe dans l'équation (3.7).

Le modèle de la tache

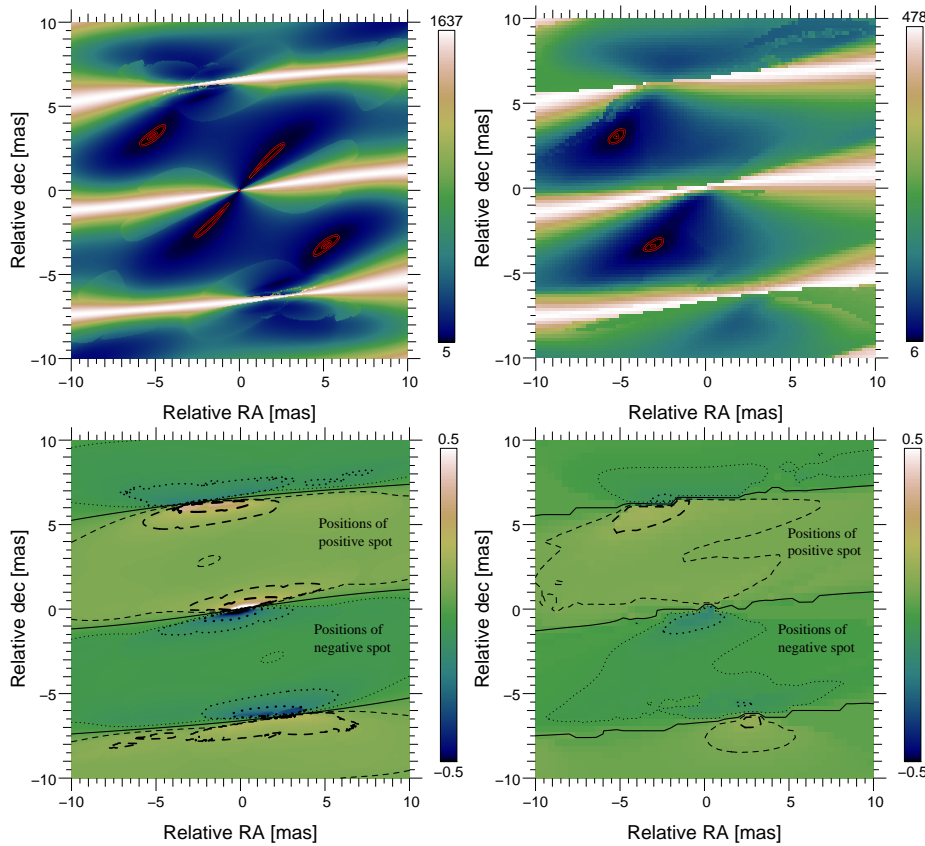


FIG. 3.3 – Figures du haut : χ^2 fonction de la position de la tache par rapport au centre de la photosphère. Figures du bas : Amplitudes de la tache minimisant le χ^2 . La carte de gauche représente le χ^2 issu d'un ajustement sur les clôtures de phase uniquement. La carte de droite représente le χ^2 pour un ajustement sur l'ensemble des données. Les contours rouges représentent les barres d'erreurs à 3 et 9 sigmas. Le profil symétrique obtenu sur la carte de gauche est dû au fait que les clôtures de phase ne sont sensibles qu'aux asymétries et ne sont pas sensibles à la différence entre, par exemple, une tache négative sur la droite ou une tache positive sur la gauche. Cette incertitude disparaît lorsque l'on ajuste à la fois les clôtures de phase et les visibilitées au carré.

Pour en revenir à notre modèle établi en section 3.1.2, la partie imaginaire des visibilitées s'écrit :

$$\text{Im}(V_{\text{ASYM}}(u, v)) = F_{\text{tache}} \sin(-2\pi(X_{\text{tache}} \cdot u + Y_{\text{tache}} \cdot v)), \quad (3.8)$$

où F_{tache} est le flux de la tache relatif à la brillance totale de l'image. Les visibilitées du modèle sont alors reconstruites à partir de la relation (3.7), et les clôtures sont obtenues par la synthèse du bispectre. Cette méthode fournit des résultats extrêmement convaincants. Surtout si l'on considère la simplicité du modèle de l'asymétrie et la quantité de clôtures mesurées. A titre d'exemple, la figure 3.2 présente le résultat d'ajustement sur les clôtures de phase de χ Cyg observées en mai et octobre 2005. Les résidus sur les clôtures de phase sont en moyenne de 2 degrés, quant aux χ^2 réduits, ils sont de 5,2 pour les données de mai, et de 4,7 pour les données d'octobre. La qualité de

ces ajustements justifie l'utilisation de ce modèle simple pour représenter l'asymétrie. Nous ne pouvons, cependant, pas exclure la présence de plusieurs taches ou même d'une asymétrie ayant une structure différente. En ce qui concerne les données de mai, par exemple, nous avons pu ajuster les clôtures de phase par deux taches, de manière à obtenir un χ^2 réduit de 0,9. Cependant, le nombre élevé de paramètres fait alors qu'ils deviennent difficiles à contraindre.

Les cartes d'asymétrie

Les clôtures de phase ne fournissent pas un critère d'ajustement convexe (Meimon 2005). C'est pourquoi il est nécessaire d'établir des cartes de χ^2 pour trouver l'emplacement de l'asymétrie vérifiant le maximum de vraisemblance. Pour chaque étoile, l'étude de l'asymétrie commence par ce premier travail. A titre d'exemple, nous avons reproduit figure 3.3 les χ^2 réduits obtenus par ajustement des données acquises en mai 2005 sur χ Cyg. Pour obtenir la carte de gauche, nous avons ajusté l'asymétrie uniquement. La carte de droite a été obtenue par ajustement du modèle complet défini section 3.1.2. La position sur la carte indique l'emplacement de la tache. Nous avons ici la confirmation qu'un simple algorithme de minimisation du χ^2 ne fournit pas nécessairement la bonne solution. Avant tout ajustement, il est donc nécessaire de bien initialiser la position de la tache.

En second lieu, il est intéressant de noter la symétrie observée dans la carte du χ^2 obtenue par l'ajustement des clôtures de phase uniquement. L'explication est que les clôtures de phase ne sont sensibles qu'aux disymétries. Elles ne permettent pas de différencier entre un flux positif d'un côté de l'étoile, ou un flux négatif (tache sombre) de l'autre côté de l'étoile. Ce phénomène se retrouve dans l'image du bas à droite où l'on peut voir que la carte symétrique du χ^2 devient antisymétrique pour l'amplitude de la tache. Il est intéressant de constater que cette ambiguïté disparaît lorsque l'on ajuste le modèle complet, comme nous pouvons le voir dans la partie de droite de la figure 3.3.

3.2 Étude par imagerie paramétrique d'Arcturus

3.2.1 Une référence pour tester la qualité du processus d'imagerie

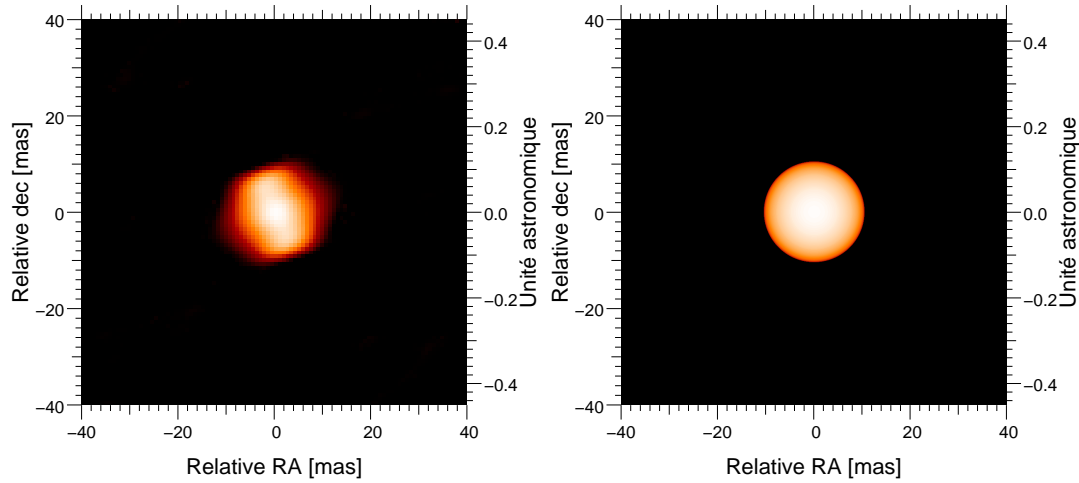


FIG. 3.4 – Comparaison entre reconstruction d'image en aveugle et reconstruction paramétrique de l'étoile Arcturus. Les paramètres de l'image de droite sont $\alpha = 0,314 \pm 0,003$ et $\theta_{\star} = 20,91 \pm 0,01$.

L'imagerie par reconstruction en aveugle présente de multiples avantages. Le principal est qu'il ne contraint pas l'objet à un modèle géométrique préétabli. Néanmoins, ce procédé ne fournit pas de taux de confiance sur l'image obtenue. Il est nécessaire de vérifier que le logiciel de reconstruction d'image, et, notamment, la fonction de régularisation (équation (2.23)), sont adaptées à nos objets. Pour opérer cette vérification, nous avons utilisé la géante rouge Arcturus. L'intérêt de cette étoile est sa simplicité géométrique. En effet, les visibilitées et les clôtures de phase sont parfaitement bien modélisées par un simple disque assombri. Nous avons utilisé une version simplifiée du modèle présenté paragraphe 3.1.2 ne comportant que la composante correspondant à la photosphère :

$$I(r) = \left(1 - (2r/\theta_{\star})^2\right)^{\frac{\alpha}{2}}, \quad (3.9)$$

où θ_{\star} est le diamètre de l'étoile, et α le paramètre d'assombriement (Hestroffer 1997). L'ajustement de ces deux paramètres nous a permis d'aboutir aux valeurs $\alpha = 0,314 \pm 0,003$ et $\theta_{\star} = 20,91 \pm 0,01$, pour un χ^2 réduit de 3,2. Il est remarquable qu'un modèle aussi simple permette un si bon ajustement de l'ensemble des données, et cela malgré l'hypothèse d'achromaticité de l'assombriement (voir les résidus du modèle présentés figure 3.5). À partir des paramètres α et θ_{\star} , nous avons obtenu une image de l'objet. Il est intéressant de comparer cette image avec celle obtenue en utilisant le logiciel de reconstruction en aveugle. De cette comparaison (figure 3.4), nous avons tiré les conclusions suivantes :

- Dans la direction de résolution maximale (Nord-est), les deux images sont similaires, avec un assombriement à peu près identique.
- Dans l'axe à faible résolution, les deux images diffèrent largement. Ceci est la conséquence de l'influence du terme de régularisation qui domine dans l'axe où la résolution n'est pas suffisante.

Cependant, la structure générale des images reconstruites est similaire. Ceci renforce la crédibilité des asymétries observées sur les images obtenues à partir des autres données. Pourtant, nous ne pouvons déterminer avec précision l'assombrissement ou la taille angulaire à partir des images reconstruites précédemment. Pour ce faire, il est plus pertinent d'ajuster un modèle aux données.

3.2.2 L'assombrissement centre-bord d'Arcturus

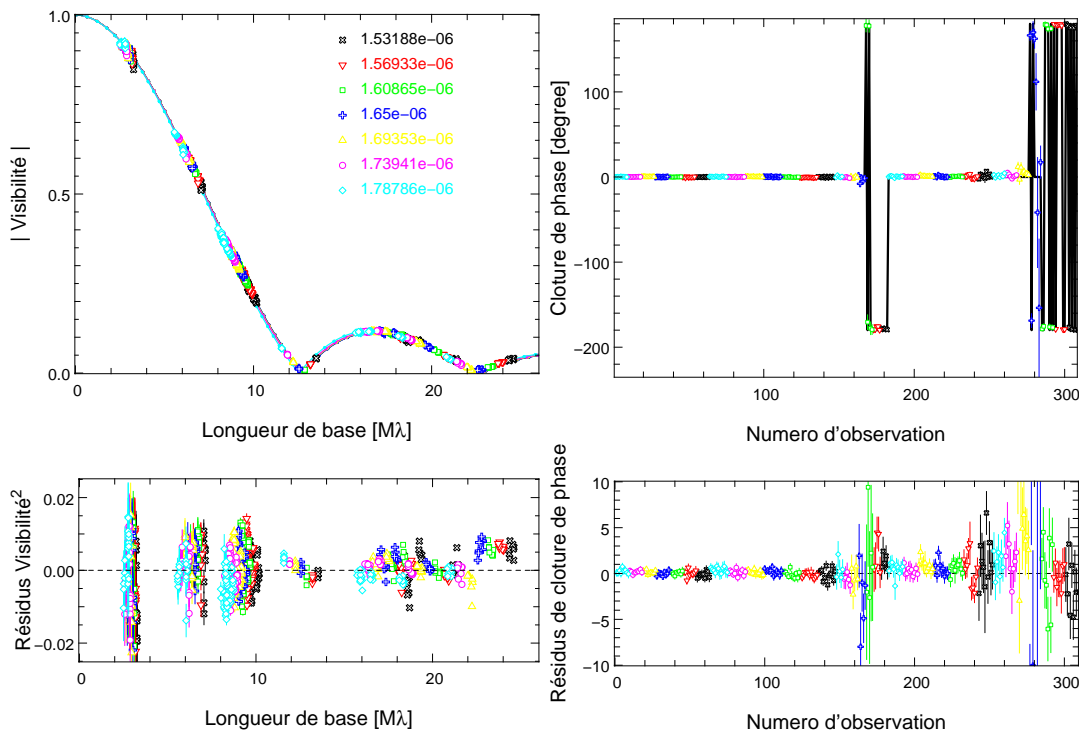


FIG. 3.5 – Visibilités et Clôtures de phase d'Arcturus observées en mai 2006. Le modèle ajusté est un simple disque assombri par une loi en puissance (équation (3.9)). Le diamètre de la photosphère est supposé achromatique, contrairement à l'assombrissement centre bord. Les valeurs utilisées sont reproduites tableau 3.1.

L'analyse paramétrique des données ne sert pas qu'à confirmer la validité des reconstructions par déconvolution en aveugle. Si l'objet est suffisamment connu, l'idéal est d'ajuster un ou plusieurs modèles d'atmosphères stellaire pour pouvoir mesurer les paramètres physiques de l'étoile, comme la température effective ou encore l'accélération gravitationnelle à la surface. Ce travail a été effectué, sur Arcturus notamment, par Verhoelst (2005) au cours de sa thèse. Bien que ce travail de modélisation n'ait pas été produit pendant ma thèse, nous avons pu utiliser le modèle pour estimer la dépendance du facteur d'assombrissement α en fonction de la longueur d'onde. L'ajustement et les résidus obtenus sont présentés figure 3.5. Le tableau 3.1 reprend ces résultats. Nous constatons des variations significatives de l'assombrissement. L'interprétation astrophysique est cependant difficile. Une voie à explorer serait de comparer ces valeurs avec les modèles d'atmosphères présentés par Claret (2000). Cependant, le modèle d'atmosphère étant différent, cela nécessiterait certainement de re-effectuer un ajustement à partir du modèle de Claret (2000). Nous estimons que la voie à privilégier

TAB. 3.1 – Résultat de l’ajustement du modèle sur les données d’Arcturus

λ	ACB [α]	θ_*
1,53 μm	0,333 \pm 0,004	20,92 \pm 0,01 mas
1,57 μm	0,327 \pm 0,004	”
1,61 μm	0,335 \pm 0,005	”
1,65 μm	0,341 \pm 0,005	”
1,69 μm	0,321 \pm 0,004	”
1,74 μm	0,301 \pm 0,004	”
1,79 μm	0,246 \pm 0,005	”
χ^2		3150
Degrés de liberté		1207
χ^2 Réduit		2,6

serait l’ajustement d’un modèle complet et spécifique, comme a pu le faire Verhoelst (2005). Ceci serait d’autant plus intéressant que nous pourrions le contraindre à partir de l’information spectrale. Gageons que dans un avenir proche, nous puissions nous engager dans cette voie.

3.2.3 La présence d’un compagnon

Comme nous avons déjà pu le mentionner section 2.4.1, Arcturus est souvent considérée comme une étoile utile pour la calibration spectrale (ISO ; Decin *et al.* 2003) et spatiale (masquage de pupille ; Tuthill *et al.* 2000). Il est donc important d’établir ou d’exclure la possibilité d’un système binaire.

Pour cela, nous avons utilisé l’approche présentée section 3.1.3, de manière à n’ajuster que l’éventuelle composante asymétrique. Ce choix a été dicté par plusieurs raisons :

1. Ce sont les clôtures de phase qui vont majoritairement contraindre l’asymétrie, et donc le compagnon.
2. Les clôtures de phase ne sont que peu affectées par d’éventuels problèmes de calibration, et fournissent des valeurs sûres et précises.
3. Cette technique nous permet d’éviter le risque de biais introduit par un choix de modèle d’atmosphère stellaire qui n’est pas forcément exactement équivalent à la réalité.

Les résultats sont présentés figure 3.6. En haut à gauche est présenté le χ^2 réduit obtenu par ajustement de la brillance d’un compagnon positionné aux coordonnées définies par la figure. Le maximum du χ^2 réduit présent sur l’image est de 1,74, et est obtenu pour un compagnon inexistant (brillance nulle). Les variations de χ^2 sont faibles, avec une valeur minimum de 1,52. La figure de droite représente la brillance du compagnon correspondant au maximum de vraisemblance $F_{\text{comp}}^{\text{MV}}(\alpha, \beta)$ (dans l’hypothèse d’un bruit à statistique Gaussienne). Ce flux, relatif à la brillance totale de l’étoile, reste toujours faible avec des valeurs maximum autour de 0,1% pour des positions proches de la photosphère (représenté par le cercle rouge).

Pour pouvoir écarter définitivement la présence d’un compagnon à l’étoile, il a fallu décider d’un seuil de confiance. Nous avons choisi d’établir la limite supérieure à 3σ , ce qui correspond à une probabilité d’erreur de moins de 1%. La limite supérieure de

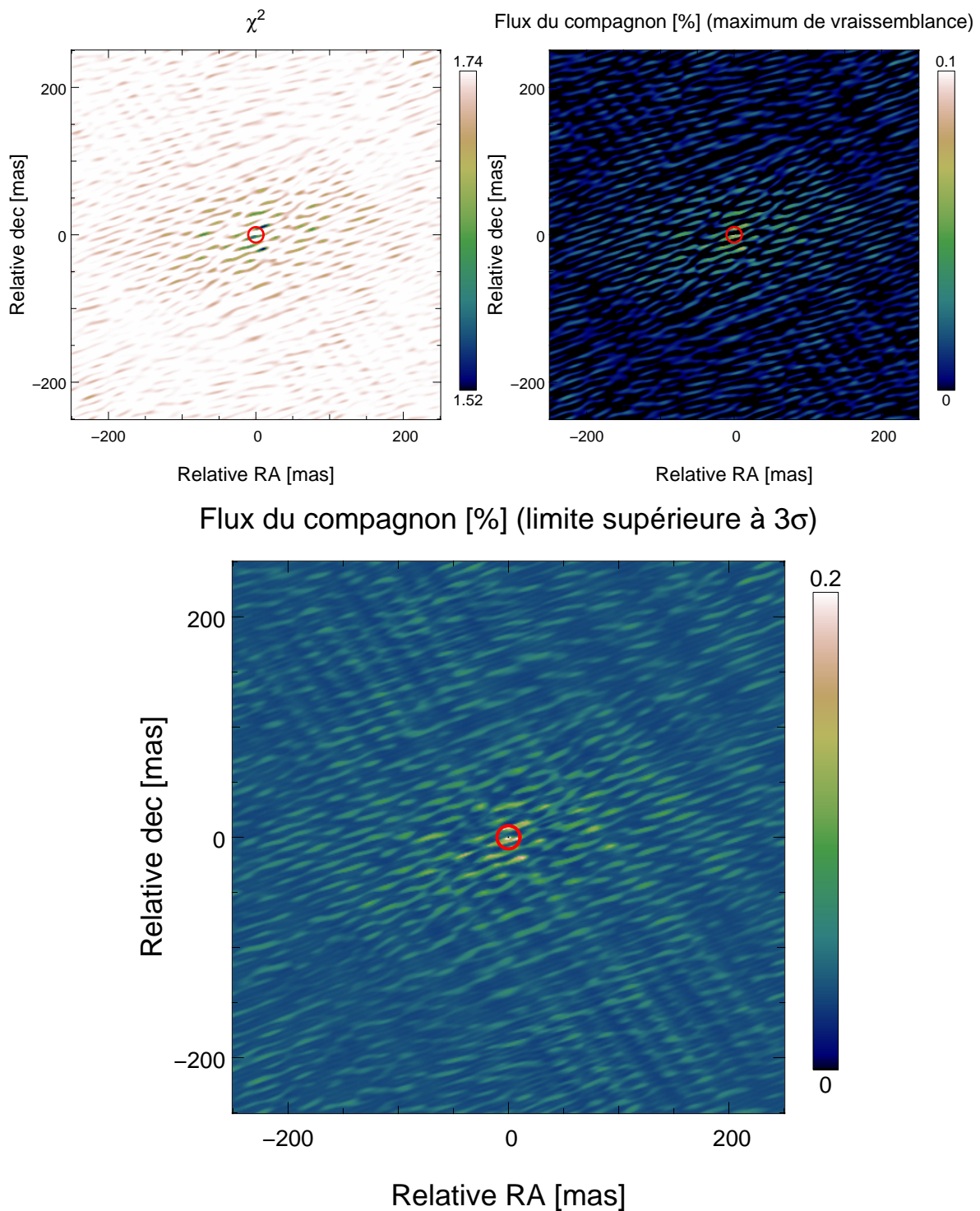


FIG. 3.6 – En haut à gauche est présenté le χ^2 réduit, obtenu par ajustement de la brillance d'un compagnon positionné aux coordonnées définies par la figure. Le χ^2 réduit maximum présent sur l'image est de 1,74, et est obtenu pour un compagnon inexistant (brillance nulle). La figure de droite représente la brillance du compagnon correspondant au maximum de vraisemblance. Ce flux, relatif à la brillance totale de l'étoile, reste faible, avec des valeurs maximum autour de 0,1% pour des positions proches de la photosphère (représentée par le cercle rouge). La figure du bas représente la limite supérieure à 3σ du flux de l'hypothétique compagnon.

la brillance du compagnon est donnée par la relation suivante :

$$F_{\text{comp}}^{3\sigma}(\alpha, \beta) = F_{\text{comp}}^{\text{MV}}(\alpha, \beta) + \sigma (F_{\text{comp}}^{\text{MV}}(\alpha, \beta)) \cdot \sqrt{9 - \chi^{2\dagger}(\alpha, \beta)}, \quad (3.10)$$

où $\sigma (F_{\text{comp}}^{\text{MV}}(\alpha, \beta))$ est la déviation standard constatée sur le flux à la position (α, β) . La valeur utilisée pour $\chi^{2\dagger}$ est le χ^2 normalisé. La normalisation est ici un peu particulière, parce qu'elle est effectuée de façon à ce que le maximum du $\chi^{2\dagger}$ soit égale au nombre de degrés de liberté. Il s'agit d'une mesure conservatrice qui équivaut, pour ces données, à multiplier les barres d'erreurs des clôtures de phase par le facteur $\sqrt{1,42}$.

Les valeurs de $F_{\text{comp}}^{3\sigma}(\alpha, \beta)$ sont présentées dans l'image du bas de la figure 3.6. Nous avons ainsi contraint la brillance de l'hypothétique compagnon par deux limites supérieures :

- $F_{\text{comp}} \leq 0,18 \%$ pour un compagnon présent à une distance comprise entre 10,5 et 100 mas du centre de l'étoile principale.
- $F_{\text{comp}} \leq 0,09 \%$ pour un compagnon présent à une distance supérieure à 100 mas du centre de l'étoile principale.

A moins d'une variation spectrale très forte, la possibilité d'un compagnon tel que proposé par Verhoelst *et al.* (2005) (rapport de flux de 2% en bande K et séparation d'environ 200 mas) est donc clairement réfutée par nos données.

3.3 Étude par imagerie paramétrique de χ Cyg

3.3.1 Étude temporelle de χ Cyg

TAB. 3.2 – Valeurs des différents paramètres obtenues par ajustement du modèle sur les données

	Mai 2005 ($\phi = 0.91$)	Octobre 2005 ($\phi = 0.24$)	Mars-Avril 2006 ($\phi = 0.67$)	Mai 2006 ($\phi = 0.76$)
θ_* [mas]	19.45 ± 0.09	26.25 ± 0.08	23.97 ± 0.80	21.27 ± 0.11
ACB [α]	1.55 ± 0.05	1.08 ± 0.03	2.540 ± 0.396	2.343 ± 0.051
θ_{couche} [mas]	32.22 ± 0.15	40.75 ± 0.37	35.48 ± 0.40	27.13 ± 0.13
$F_{\text{couche}}/F_{\text{total}}$ [%]	6.5 ± 0.2	4.7 ± 0.2	8.77 ± 0.23	8.27 ± 0.11
X_{tache} [mas]	-5.22 ± 0.05	8.92 ± 0.39	-2.22 ± 0.42	-3.49 ± 0.20
Y_{tache} [mas]	3.05 ± 0.05	2.96 ± 0.10	-4.24 ± 0.34	-6.70 ± 0.09
$F_{\text{tache}}/F_{\text{total}}$ [%]	5.9 ± 0.1	1.7 ± 0.1	3.72 ± 0.26	1.71 ± 0.04
χ^2 Réduit	6	10	2	27

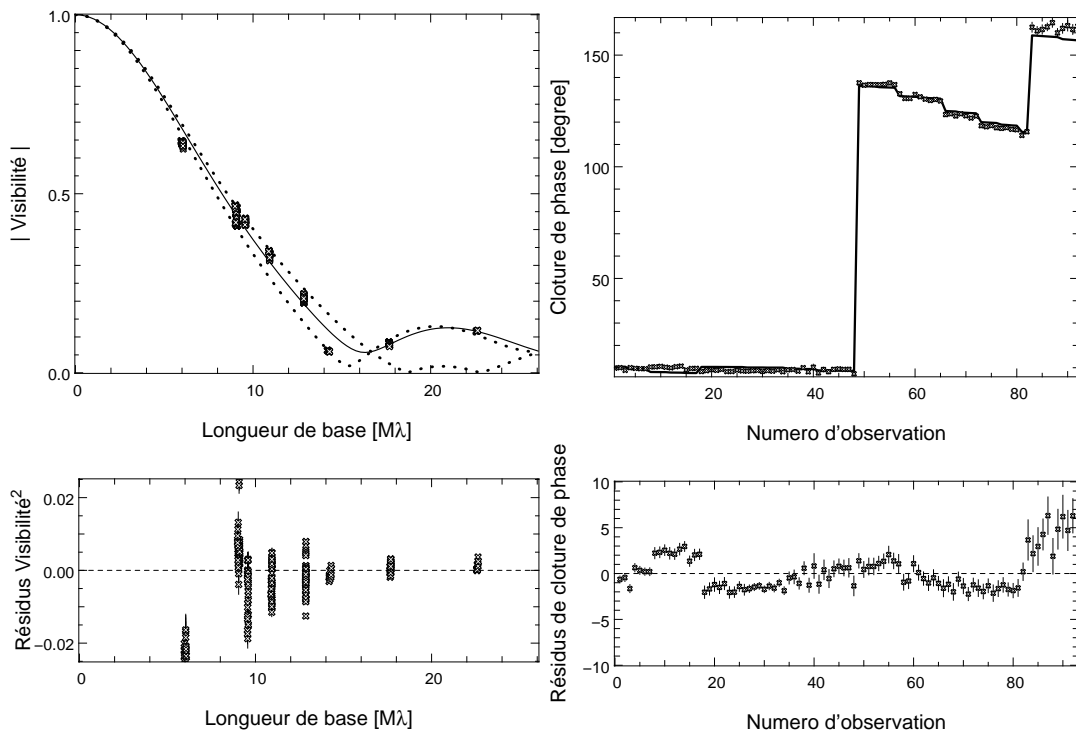


FIG. 3.7 – Données de mai 2005. A gauche, mesure des visibilités et ajustement correspondant. A droite, clôtures de phase. On peut voir le modèle s'ajuster aux clôtures de phase, avec des résidus d'environ quelques degrés. Les deux courbes en pointillés représentent le profil radial des visibilités en direction de la tache, et à 90 degrés. La courbe centrale correspond aux visibilités selon la direction de la base maximale.

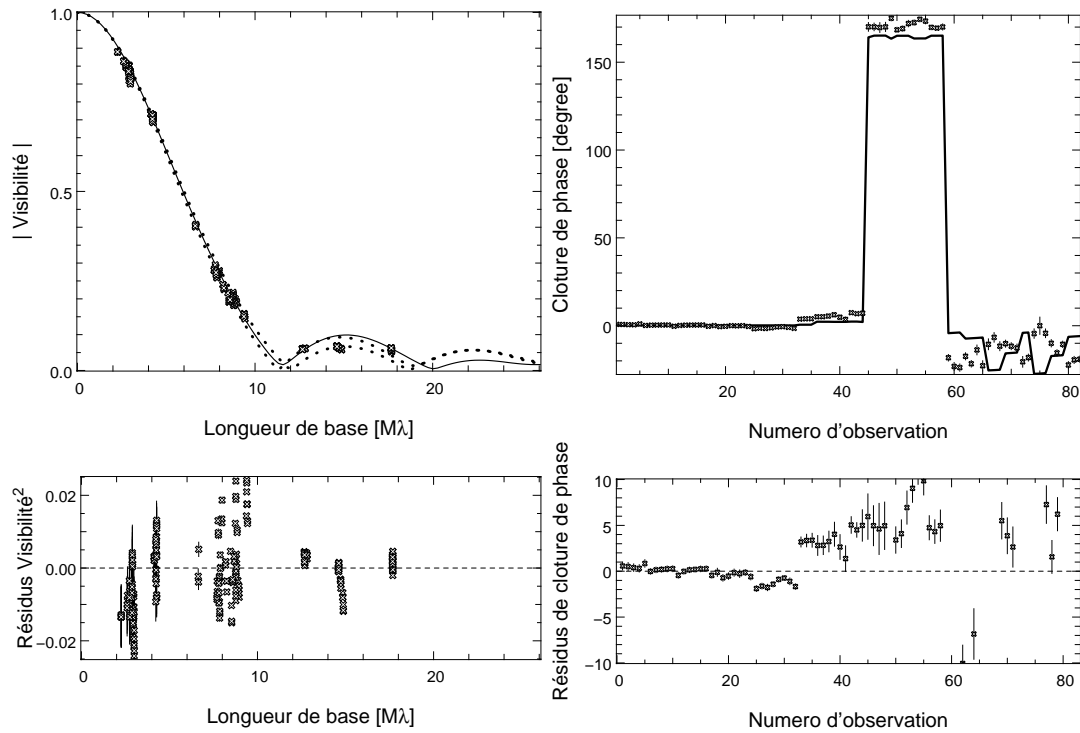


FIG. 3.8 – Idem figure 3.7, mais concernant les données de χ Cyg obtenues en octobre 2005. On peut noter que l’ajustement des clôtures de phase correspondant aux observations de numéros 60 à 90 est nettement moins bon que ce qui a été obtenu figure 3.2. Ceci est dû à la contrainte des V^2 , qui s’est traduite par le déplacement de la tache de quelques milli-secondes d’angle.

Nous avons effectué un travail d’ajustement sur les données de χ Cyg obtenues aux mois de mai et octobre 2005, et de mars et mai 2006. Les figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10, montrent les ajustements obtenus. Les valeurs optimales et les erreurs (1σ) des différents paramètres sont reportées dans la table 3.2. Les χ^2 réduits obtenus sont différents de 1, ce qui signifie que les erreurs ont été sous-estimées ou bien que le modèle n’est pas exactement fidèle à la réalité. Pour prendre cela en compte, les barres d’erreurs des différents paramètres ont été calculées à partir des χ^2 normalisés. Cela revient à multiplier les erreurs (des V^2 et des CP) par un facteur de proportionnalité égal à la racine du minimum du χ^2 réduit. Il faut noter, cependant, qu’obtenir un χ^2 réduit aux alentours de 5 est la preuve d’un ajustement acceptable, si l’on considère que celui-ci a été effectué sur plusieurs centaines de points de mesure. Le χ^2 réduit de 27 obtenu sur les données de mai 2006 est, néanmoins, troublant. Nous verrons section 3.3.3 qu’il est possible d’obtenir une valeur bien plus faible au prix d’une complexification du modèle.

À partir de ces valeurs, nous pouvons reconstruire une image dite “paramétrique” de l’étoile, et ainsi observer son changement de morphologie au cours du temps (figure 3.11). Parce que le modèle utilisé est le même quelle que soit la période d’observation, on peut aisément comparer les morphologies aux différentes époques :

- Le diamètre de la photosphère varie. Ce n’est pas un effet de variation d’opacité d’une quelconque couche moléculaire, mais bien celui d’un déplacement de la limite de la photosphère. Cependant, rien ne permet de déduire qu’il s’agit bien d’un déplacement de matière et non pas d’une variation des propriétés du milieu.

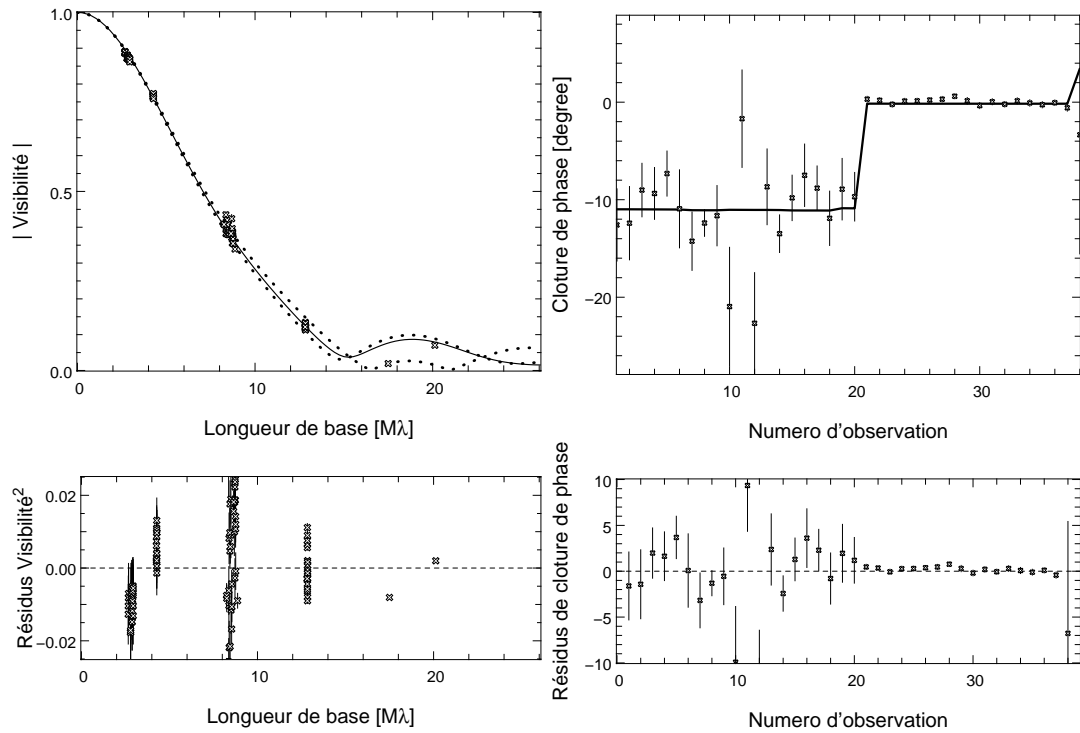


FIG. 3.9 – Idem figure 3.7, mais concernant les données de χ Cyg obtenues en mars 2006.

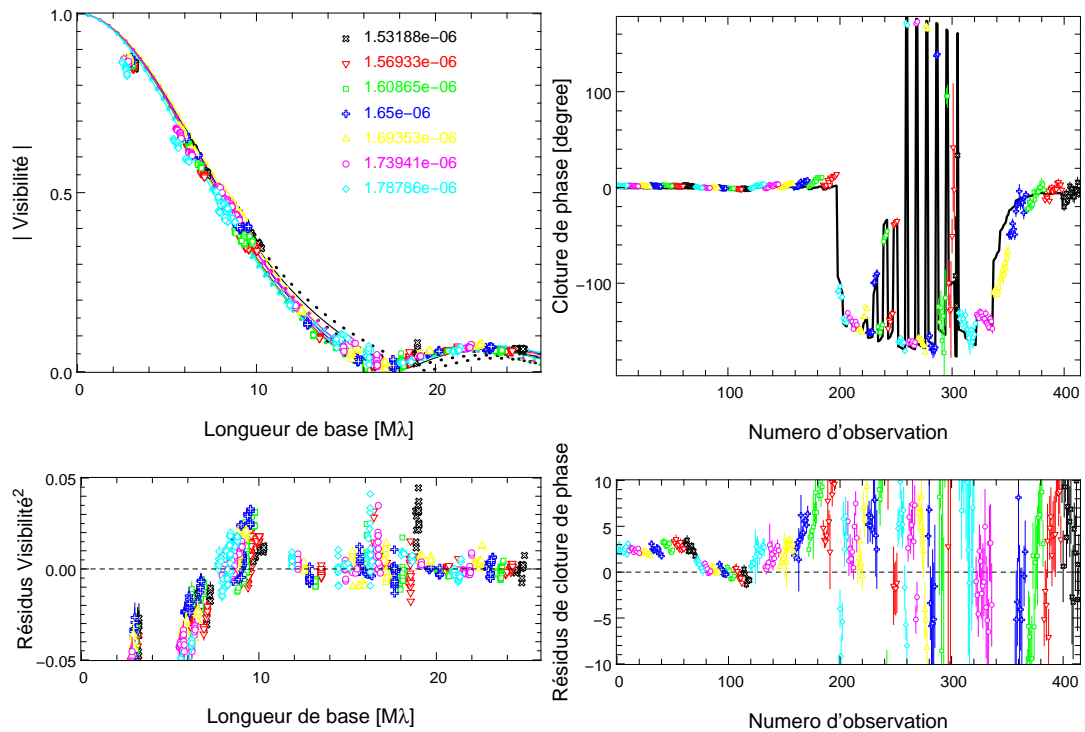


FIG. 3.10 – Idem figure 3.7, mais concernant les données de χ Cyg obtenues en mai 2006. Les couleurs indiquent les différentes longueurs d'ondes obtenues grâce à l'utilisation du mode dispersé.

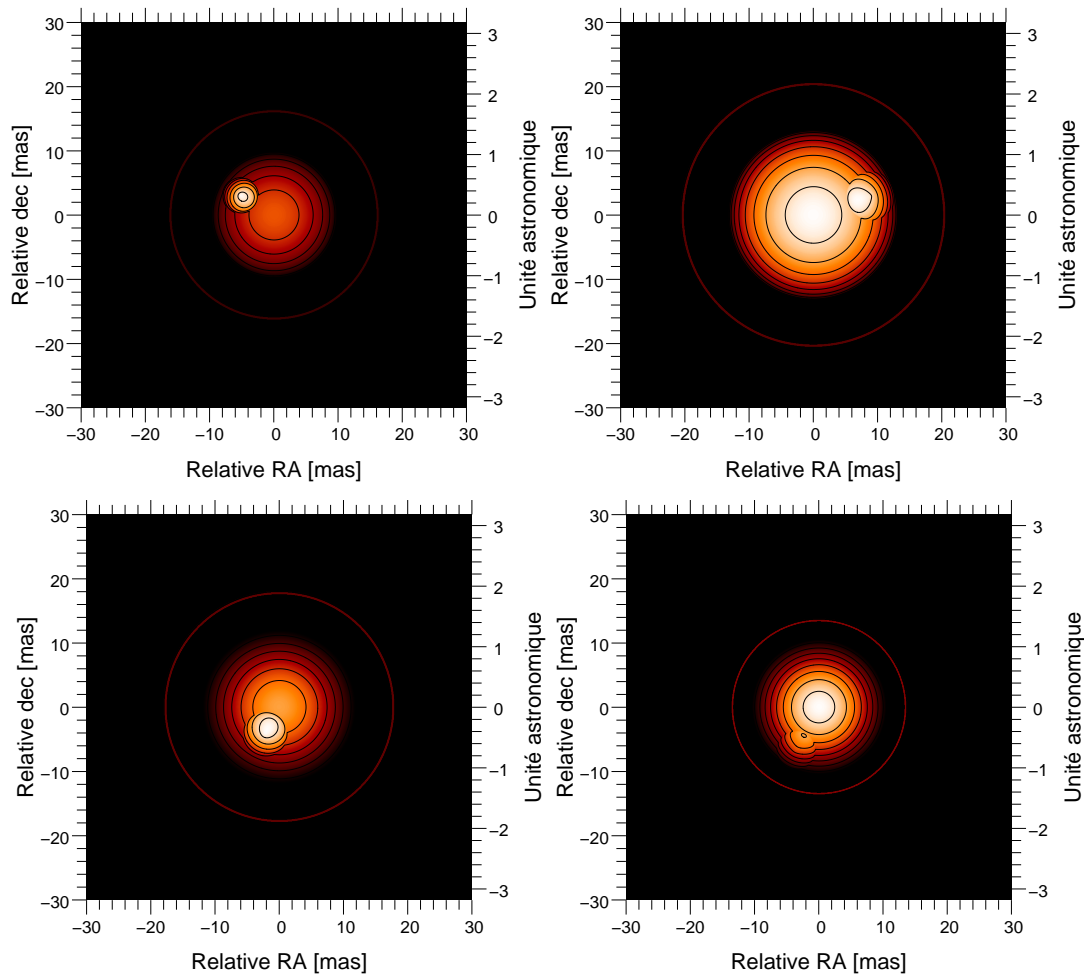


FIG. 3.11 – Reconstructions d’image obtenue à partir des paramètres reportés dans le tableau 3.2. En haut à gauche, χ Cyg en mai 2005, en haut à droite, en octobre 2005, en bas à gauche en mars 2006, et enfin en bas à droite en mai 2006.

- La source d’asymétrie - la tache - se déplace sur la surface stellaire bien plus vite que la simple rotation de la photosphère ne le permettrait.
- La position, ainsi que la brillance de la couche moléculaire, varient au cours du temps.

3.3.2 La photosphère

Le diamètre de Rosseland

Les paramètres fondamentaux des étoiles variables sont la masse, la température et le diamètre, les deux derniers termes étant variables (la variation de la masse peut être négligée à des échelles de temps sub-millénaires). Dans le cas d’une Mira, l’atmosphère est très étendue, et il est donc nécessaire de s’accorder sur une définition du diamètre. Le diamètre de Rosseland est celui généralement utilisé pour simuler l’évolution de ces étoiles. Cette valeur, théorique, est fixée dans les modèles, par la couche pour laquelle l’opacité, intégrée sur λ , atteint 1. Pratiquement, une telle mesure est impossible. Cependant, les modèles d’atmosphère montrent que, pour une observation dans une bande

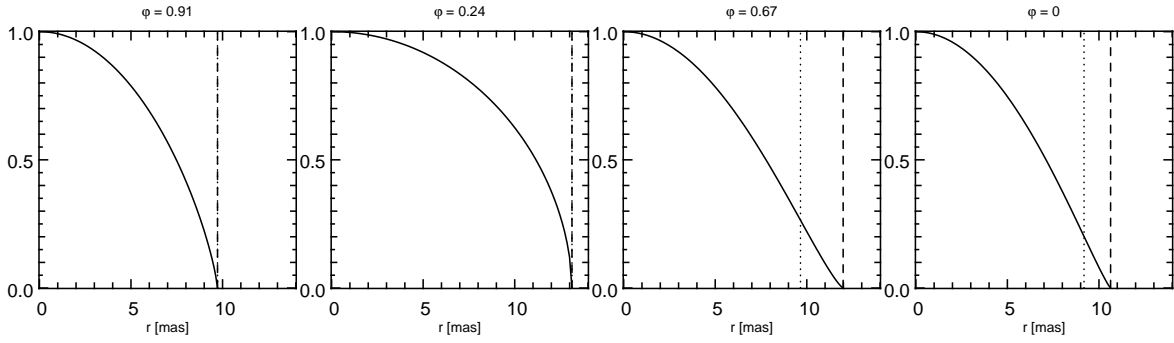


FIG. 3.12 – Profils d’assombrissement de χ Cyg aux différentes phases stellaires ($I(r) = (1 - (2r/\theta_\star)^2)^{\frac{\alpha}{2}}$). En pointillées les valeurs du diamètre de Rosseland. En tirets, les valeurs de $\theta_\star/2$.

proche du continu (c’est presque le cas en bande H), une bonne approximation du diamètre de Rosseland peut être obtenue par la mesure du point d’inflexion de l’assombrissement centre-bord. Ceci est un argument supplémentaire justifiant l’utilisation d’un modèle où l’assombrissement est pris en compte. Dans le cas d’un assombrissement en loi de puissance $I(r) = (1 - (2r/\theta_\star)^2)^{\alpha/2}$, le calcul de la dérivée nous permet d’obtenir :

$$\begin{aligned} \theta_{\text{Ross}} &= \theta_\star \quad \text{si } \alpha \leq 2 \\ &= \theta_\star / \sqrt{\alpha - 1} \quad \text{si } \alpha > 2. \end{aligned} \quad (3.11)$$

La photosphère et l’assombrissement centre bord

Dans le cadre de nos séries d’observations de χ Cyg, nous pouvons en déduire la variation du diamètre de la photosphère en fonction du temps. Nous avons utilisé les diamètres de Rosseland, corrigés de l’assombrissement par les relations (3.11). La figure 3.13 représente la variation de la taille angulaire de χ Cygni en fonction de la phase. Sur nos données nous avons pu ajuster une sinusoïde d’amplitude 8 mas, et de moyenne 22,4 mas. D’après la parallaxe obtenue par *Hypparcos* (ESA, 1997) de $9,43 \pm 1,36$ mas, ces variations équivalent à un rayon de l’étoile variant de 1 au à 1,5 au. De tels rayons stellaires sont comparables aux distances Terre-Soleil et Mars-Soleil.

L’assombrissement centre-bord varie, lui aussi, fortement en fonction de la phase, avec des valeurs comprises entre $\alpha = 1$ et 2,5. On constate que l’assombrissement est plus marqué lors de la contraction de l’étoile que lors de son expansion. Ceci est en accord avec les prédictions de Scholz et Takeda (1987), ainsi qu’avec les simulations d’assombrissement plus récentes (Jacob et Scholz 2002). Il n’est d’ailleurs pas surprenant de constater que ces valeurs sont nettement supérieures aux mesures d’assombrissement présentes dans la littérature pour d’autres types d’étoiles. À titre d’exemple, Mérand *et al.* (2006b) ont mesuré $\alpha = 0,16$ sur Polaris, et nous même n’avons obtenu que 0,30 sur Arcturus.

A la lumière du fort assombrissement obtenu, il est normal de mesurer des tailles angulaires supérieures à ce qui a déjà été mesuré. De manière générale, la mesure de la taille angulaire de l’objet dépend fortement du modèle de photosphère utilisé. Par exemple, Young *et al.* (2000b) ont ajusté une Gaussienne à leurs mesures interférométriques (COAST) de χ Cyg et ont obtenu une largeur à mi-hauteur de $13,9 \pm 0,8$ mas à la phase 0,83. Un tel diamètre est 44% inférieur à notre mesure, ce qui s’explique

clairement par le choix d'un modèle gaussien (Hofmann *et al.* 1998). Plus récemment, Perrin *et al.* (2004b) ont obtenu $21,10 \pm 0,02$ mas à $\phi = 0,24$ et $16,12 \pm 0,12$ à $\phi = 0,76$. Ces mesures sont environ 25% inférieures aux nôtres, mais cette différence s'explique également par le choix du modèle de la photosphère qui, dans leur cas, était un disque uniforme, assombri par l'opacité de la couche moléculaire. Pour vérifier cette explication, nous avons à nouveau fait des ajustements à $\alpha = 0$. Les valeurs que nous avons obtenues sont alors proches de celles de Perrin *et al.* (2004b) et de Young *et al.* (2000a). Concrètement, cela signifie qu'un modèle de photosphère assombri par le seul effet d'une couche moléculaire risque de sous-estimer l'assombrissement, et en conséquence de sous-estimer le diamètre angulaire de la photosphère.

La température effective

TAB. 3.3 – Estimations de Flux bolométrique (Whitelock *et al.* 2000)

ϕ	0,91	0,24	0,67	0,76
JD	2453518	2453653	2453826	2453867
J (mag)	$0,00 \pm 0,15$	$-0.46 \pm 0,15$	$0,15 \pm 0,15$	$0,07 \pm 0,15$
H (mag)	$-1,00 \pm 0,15$	$-1.65 \pm 0,15$	$-1,05 \pm 0,15$	$-1,01 \pm 0,15$
K (mag)	$-1,65 \pm 0,15$	$-2.24 \pm 0,15$	$-1,73 \pm 0,15$	$-1,65 \pm 0,15$
L (mag)	$-2,50 \pm 0,15$	$-2.84 \pm 0,15$	$-2,51 \pm 0,15$	$-2,48 \pm 0,15$
$F_{\text{Bol}} (10^{-13} \text{W cm}^{-2})$	$6,83 \pm 0,38$	$10,15 \pm 0,57$	$6,80 \pm 0,35$	$6,74 \pm 0,36$

TAB. 3.4 – Paramètres Physiques de χ Cyg

ϕ	0,91	0,24	0,67	0,76
θ_{\star} mas	19.45 ± 0.09	26.25 ± 0.08	23.97 ± 0.80	21.27 ± 0.11
R_{\star}^{b}	$222 \pm 31 R_{\odot}$	$299 \pm 42 R_{\odot}$	$273 \pm 39 R_{\odot}$	$243 \pm 34 R_{\odot}$
T_{\star}	$2717 \pm 44 \text{ K}$	$2578 \pm 40 \text{ K}$	$2441 \pm 72 \text{ K}$	$2585 \pm 41 \text{ K}$
$R_{\text{couche}}/R_{\star}$	1.66 ± 0.02	1.55 ± 0.02	1.84 ± 0.21	1.48 ± 0.03
$T_{\text{couche}}^{\text{ex c}}$	$2400 \pm 200 \text{ K}$	$3200 \pm 200 \text{ K}$	$2650 \pm 200 \text{ K}$	$2550 \pm 200 \text{ K}$
$T_{\text{couche}}^{\text{eff d}}$	$1824 \pm 29 \text{ K}$	$1795 \pm 28 \text{ K}$	$1723 \pm 110 \text{ K}$	$1994 \pm 41 \text{ K}$
$\tau_{\text{couche}}^{\text{e}}$	0.043 ± 0.002	0.032 ± 0.002	0.050 ± 0.012	0.061 ± 0.003

^a Correction de l'assombrissement effectué par le biais de l'équation (3.11).

^b En utilisant *Hipparcos* distance de 106 ± 15 pc.

^c Température d'excitation obtenue à partir du graphique figure 3.15.

^d Température effective d'après l'équation (3.17) (atmosphère grise).

^e A partir de l'équation (3.19).

Cette différence, considérable, sur le diamètre de l'étoile, a également des conséquences sur la mesure de la température de la photosphère. Celle-ci s'obtient via le flux bolométrique par la relation :

$$\sigma \cdot T_{\star}^4 = \frac{4}{\theta_{\star}^2} \cdot F_{\text{Bol}}, \quad (3.12)$$

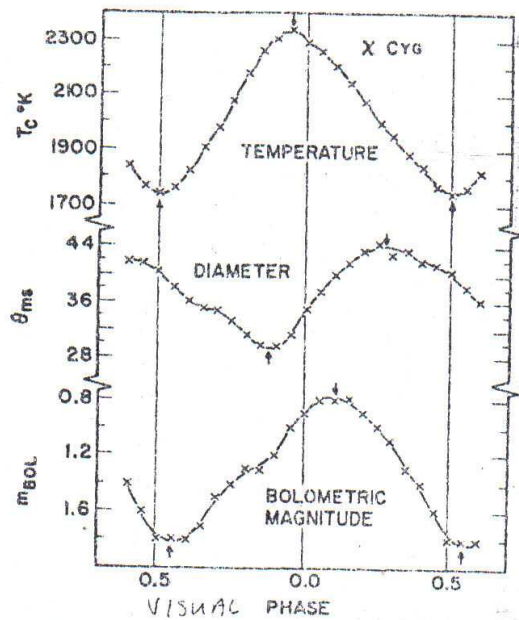
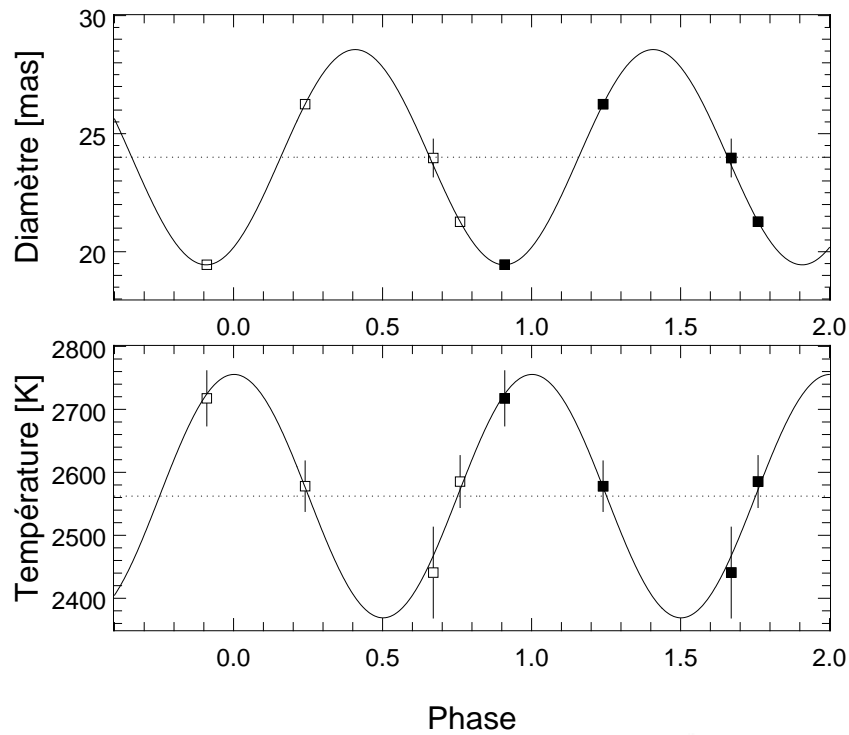
Figure 12i. Similar to figure 12a but for χ Cyg.

FIG. 3.13 – Evolution temporelle des paramètres physiques de χ Cyg. Pour permettre une meilleure vision de la périodicité, nous avons reproduit ici les mesures sur deux cycles. En haut est représenté la variation du diamètre de la photosphère, et en bas la température effective. Note : Les diamètres angulaires utilisés sont les valeurs θ_* représentés figure 3.12. Note2 : Pour comparaison, nous avons ici scanné un graphique de la thèse de Strecker (1973). Les températures obtenues ont été dérivées de relevés photométriques à 3,5 microns.

avec σ la constante de Stefan-Boltzmann. Cette relation s'écrit aussi, par l'utilisation d'unités adaptées, de la façon suivante (Perrin *et al.* 1998) :

$$T_{\star} = 7400 \left(\frac{F_{\text{Bol}}}{10^{-13} \text{ W cm}^{-2}} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1 \text{ mas}}{\theta_{\star}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ K}. \quad (3.13)$$

Le flux bolométrique dépend de la phase stellaire et nécessite une mesure de flux dans l'ensemble des différentes bandes spectrales. La phase a été obtenue en utilisant le catalogue de mesures photométriques de l'AAVSO. De plus, nous avons utilisé l'article de Whitelock *et al.* (2000) qui référence, pour un grand nombre d'étoiles Mira, la magnitude dans la bande J, H, K, et L au cours du temps. Nous avons ensuite ajusté un corps noir sur ces données, et calculé le flux bolométrique par intégration de celui-ci.

La figure 3.13 représente la variation de taille angulaire de χ Cygni en fonction du temps. Les températures, elles aussi, suivent une courbe sinusoidale, avec une température maximale au diamètre minimum. Le maximum de température est déphasé d'environ 0,5 par rapport au maximum du flux bolométrique. Cela signifie que, même si les variations de température et les variations du diamètre contribuent toutes deux aux variations du flux bolométrique, celles-ci sont cependant dominées par la variation du diamètre de la photosphère.

3.3.3 La couche moléculaire

Observations déjà existantes

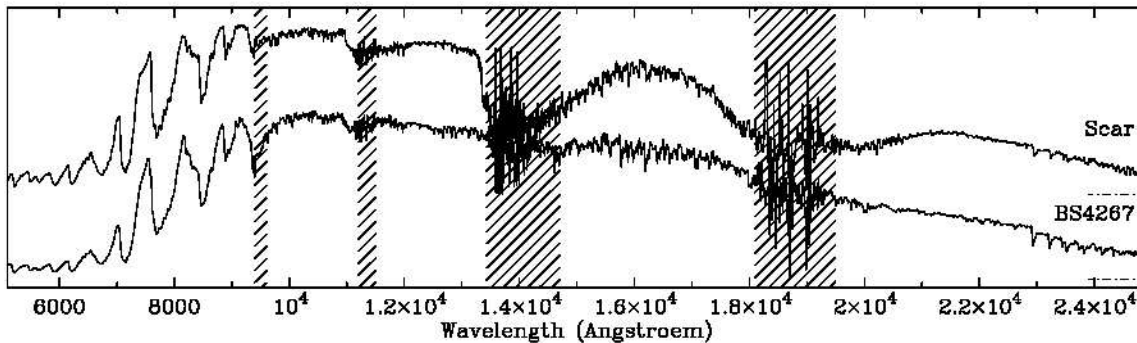


FIG. 3.14 – Observations spectroscopiques de la géante M5 BS4267 et de la Mira S Car par Lançon et Wood (2000). En bande H, on peut constater l'importante absorption de l'eau (1,5 et 1,8 μm) et, dans une moindre mesure, du monoxyde de carbone (1,6 μm). Les bandes grisées marquent les zones d'absorption tellurique.

χ Cygni est connue pour son importante émission en $\text{H}\alpha$ que l'on présente communément comme la conséquence du passage récurrent d'une onde de choc supersonique dans la haute atmosphère. L'absorption de molécules comme H_2O et CO peut aussi être mise en évidence (voir la Mira S Car figure 3.14). La majorité de ces molécules se situe dans l'atmosphère froide circumstellaire. Cependant, comme on peut le voir sur nos données, une partie de ces molécules est présente sous une forme chaude, très proche de l'étoile. Ce résultat, confirmé par spectro interférométrie, est cependant troublant. Comment une telle couche peut exister alors que le champ gravitationnel est relativement intense, et alors même que la température empêche la formation de poussières et

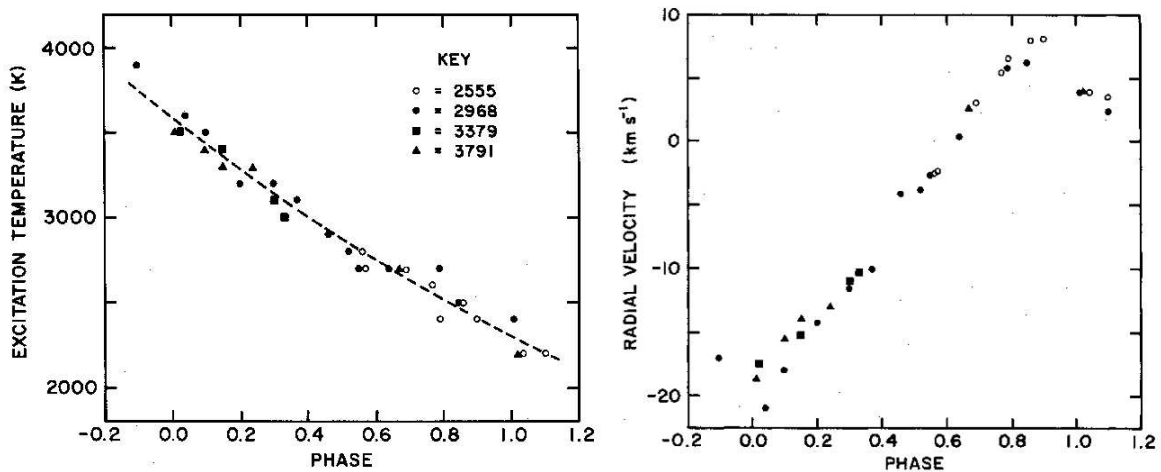


FIG. 3.15 – A gauche, température d’excitation de la couche moléculaire. A droite, vitesse radiale des raies d’absorptions. Ces données ont été obtenues par Hinkle *et al.* (1982) à partir des raies en absorption du CO ($\Delta v = 3$) que nous considérerons comme traçant le déplacement du gaz moléculaire chaud dans l’atmosphère de la Mira χ Cyg.

donc d’une poussée radiative? La réponse se trouve certainement dans une conjonction de facteurs. Le premier serait l’influence d’un “effet réfrigérateur” présent dans l’atmosphère des Miras (Willson 2000). Cet effet apparaît dans les zones où la pression diminuerait brutalement, conséquence de la divergence entre la trajectoire du choc et celle de la matière retombant sous l’effet de l’accélération gravitationnelle de l’étoile. A cet endroit, la température pourrait descendre sous les 1700 K, température à partir de laquelle pourrait se former certaines espèces de poussières à base d’alumine (Al_2O_3). Dernièrement, Perrin *et al.* (2007) ont d’ailleurs confirmé la présence d’alumine dans l’atmosphère de Bételgeuse, apportant la preuve de sa formation à une distance proche de la photosphère ($\approx 1,35 R_\star$).

Dans le cas de l’atmosphère pulsante des étoiles Mira, la caractérisation de l’influence de l’onde de choc sur la couche moléculaire reste, cependant, de la spéculation. Une partie de l’information peut être trouvée grâce aux données spectroscopiques. Afin d’observer le déplacement de la photosphère de χ Cyg, Hinkle *et al.* (1982) ont mesuré la vitesse radiale du monoxyde de carbone fortement ionisé ($\Delta v = 3$). Ils n’ont pas trouvé la photosphère, mais ont mesuré un gaz chaud se formant périodiquement à la phase de pulsation nulle, en chute libre jusqu’à la phase stellaire 0,8, et se dissociant ensuite pour réapparaître au cycle suivant. A partir des différents niveaux d’excitation rotationels, ils ont aussi pu en déduire la température d’excitation de ce gaz. Ils ont alors mesuré une très haute température (≈ 3500 K) à la phase nulle, correspondant à la création de la couche. La température décroît ensuite de manière exponentielle, pour converger vers une température proche de 2000 K. Nous avons reproduit ces résultats figure 3.15. Ceci concorde avec un scénario où la couche moléculaire se forme dans la zone de post-choc, et retombe selon une trajectoire balistique sur la surface stellaire. L’étape suivante consiste à vérifier la compatibilité de cette hypothèse avec nos données.

La trajectoire de la couche moléculaire

La première étape consiste à transposer les vitesses radiales mesurées par Hinkle *et al.* (1982) dans le référentiel de l'étoile. Dans leur article, ils estiment la vitesse de l'étoile dans le référentiel héliocentrique à $7,5 \text{ km.s}^{-1}$. Nous avons cependant utilisé une valeur plus récente de $9,6 \text{ km.s}^{-1}$ obtenue par Wannier *et al.* (1990). Nous avons ensuite reproduit les vitesses de la couche moléculaire, comprises entre les phases 0 et 0,8, dans la figure 3.16. Parallèlement, nous avons reporté la position de la couche à partir des données acquises aux phases 0,24, 0,67 et 0,76 (tableau 3.2), converties en mètres par le biais de la parallaxe de l'étoile (9,43 mas). Nous avons enfin ajusté une trajectoire balistique à l'ensemble des données, c'est à dire ajusté à la fois aux vitesses et aux positions.

Parce que la hauteur de la couche varie considérablement, l'accélération gravitationnelle varie elle aussi au cours de la trajectoire. Pour en tenir compte, il a été nécessaire d'inverser le problème. Au lieu d'ajuster les positions et vitesses, nous avons ajusté les phases. La relation donnant le temps en fonction de la position (h) est la suivante :

$$t(h) = t_0 \pm \sqrt{\frac{h_0}{2GM_\star}} \left(h_0 \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{h_0 - h}{h}} \right) + \sqrt{h(h_0 - h)} \right), \quad (3.14)$$

où t_0 le temps et h_0 la hauteur à la position maximale de la trajectoire, G la constante de gravitation universelle, et M_\star la masse de l'étoile. De même, le temps peut être obtenu en fonction de la vitesse en remplaçant dans l'équation (3.14) la position h par la vitesse v selon la relation :

$$h = \frac{2GM_\star h_0}{2GM_\star + h_0 v^2}. \quad (3.15)$$

Le résultat de cet ajustement est tracé figure 3.16. On peut noter une adéquation entre les mesures de vitesse radiale effectuées par Hinkle *et al.* (1982) et nos mesures de position par interférométrie. La hauteur maximale est de $334 \pm 3 \text{ Gm}$ ($\theta_{\text{couche}} \approx 42 \text{ mas}$) à une phase $\phi = 0,376 \pm 0,006$. La masse de l'étoile ainsi obtenue est de $0,88 \pm 0,04 M_\odot$.

Cette masse peut alors servir à confirmer le mode de pulsation de l'étoile. Le mode (fondamental ou premier partiel), a longtemps été un sujet de polémique entre théoriciens et observateurs (Barthes 1998, Ya'Ari et Tuchman 1999). Il s'avère désormais que les mesures de diamètres faites, notamment, par van Belle *et al.* (1996) ont été biaisées par l'existence de la couche moléculaire, ce qui conduisait à surestimer les diamètres mesurés (Perrin *et al.* 2004b). Il est désormais admis que ces étoiles pulsent selon leur mode fondamental. Parce que nous avons pour χ Cyg, les trois paramètres fondamentaux : Masse, Rayon et Période de pulsation (en jours), nous pouvons comparer nos résultats avec la relation établie par Wood (1989) :

$$\log(P) = -2.07 + 1.94 \log \left(\frac{R}{R_\odot} \right) - 0.9 \log \left(\frac{M}{M_\odot} \right). \quad (3.16)$$

Celle-ci est obtenue à partir d'une modélisation de la structure des Mira en présence de pulsation non-adiabatiques. Wood (1989) estime cette relation valable pour $0,6 \lesssim M_\star/M_\odot \lesssim 1,5$, et faiblement dépendante à la métallicité. Nous avons de cette manière

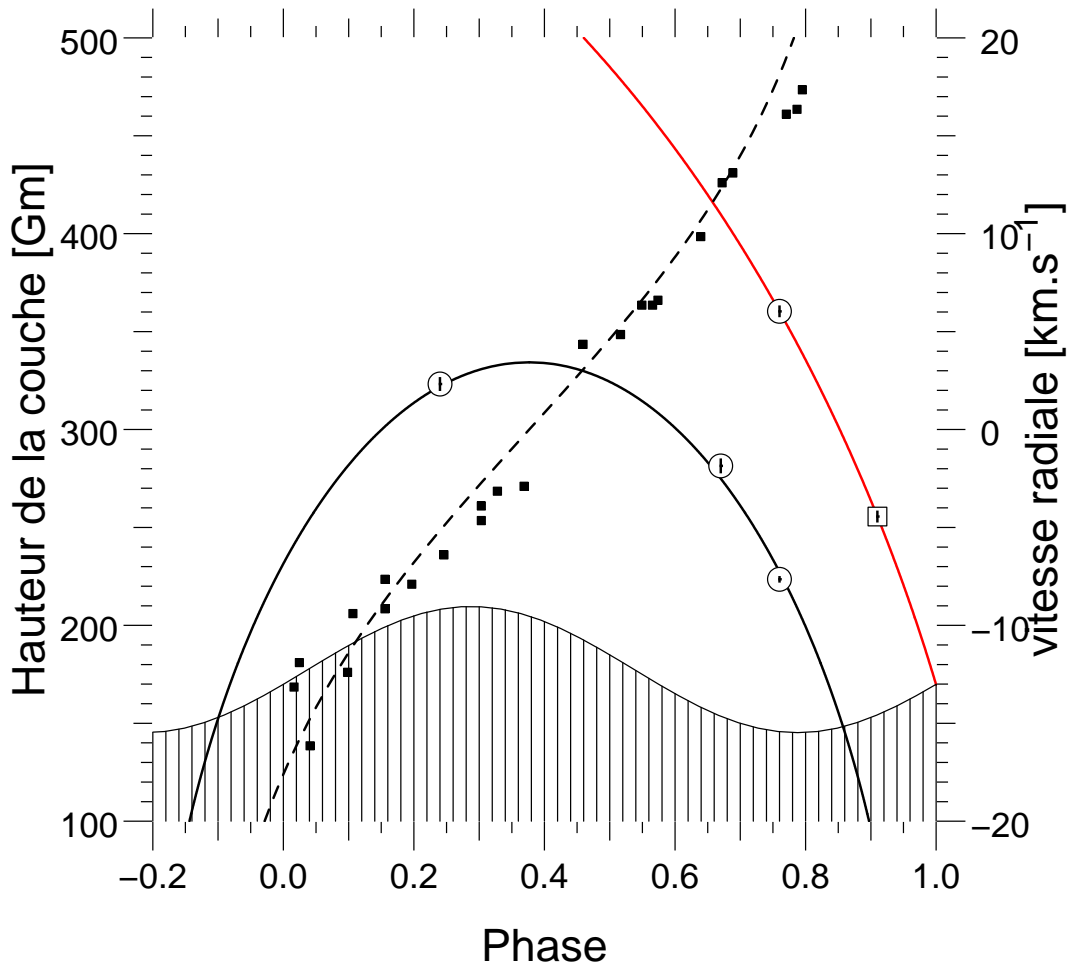


FIG. 3.16 – Modèle dynamique de l’atmosphère de χ Cyg. En traits continus sont représentés les trajectoires balistiques des deux couches moléculaires. En pointillés noir est représenté la vitesse de la première couche moléculaire. Les données représentées sont les vitesses (issues de Hinkle *et al.* 1982, les carrés noir), et les mesures de positions de la couche moléculaire (cercles). Le carré correspond à la mesure de mai 2005, décalé d’une phase. Les erreurs sur la position des couches sont représentées par le trait vertical à l’intérieur des marqueurs. La zone hachurée en bas de la figure représente la photosphère.

estimé le rayon d’une étoile de masse $0,88 \pm 0,04 M_{\odot}$ pulsant sur son mode fondamental avec une période de 408 jours. Le diamètre de la photosphère alors obtenu est de $243 \pm 12 R_{\odot}$, en négligeant l’erreur sur la parallaxe (9,43 mas). Ce résultat est clairement en accord avec nos mesures de la photosphère, ce qui valide à la fois notre calcul de la masse de l’étoile et l’hypothèse de pulsation selon le mode fondamental.

L’existence d’une deuxième couche moléculaire

La trajectoire de la couche moléculaire présentée figure 3.16 est incompatible avec la mesure de sa position à partir des données de mai 2005 ($\phi = 0,91$). Ceci n’est pas si surprenant sachant qu’à une telle phase, les mesures de CO indiquent une couche soit détruite, soit au stade de formation. Ce qui est finalement le plus surprenant,

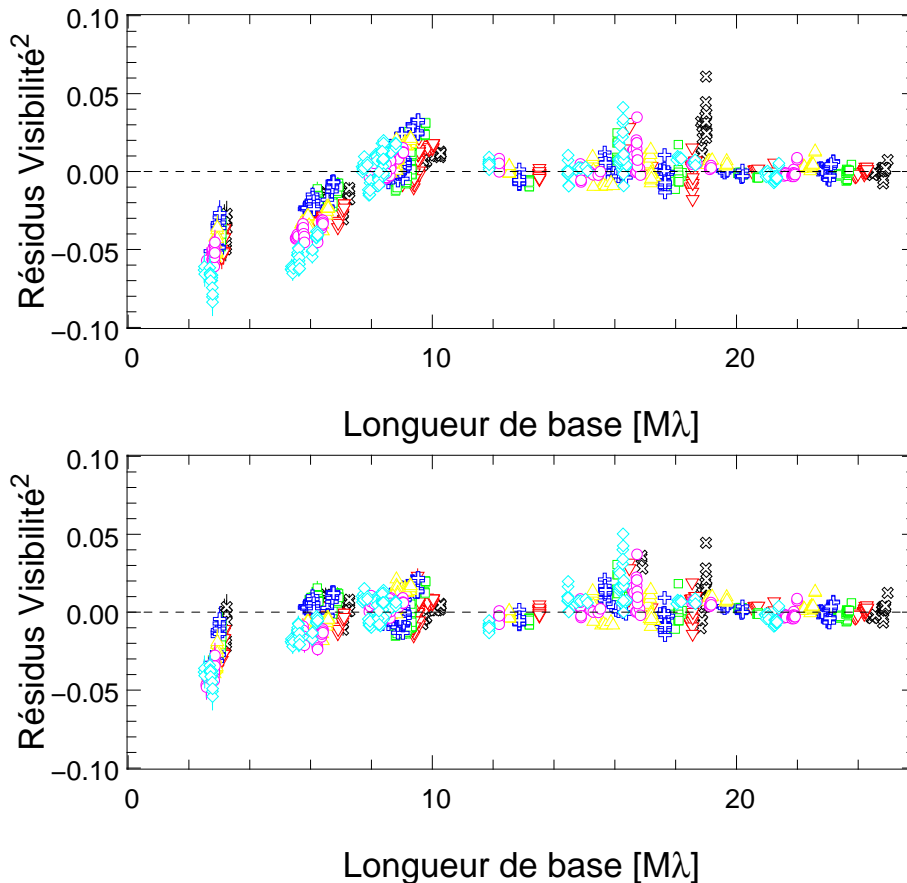


FIG. 3.17 – Résidus d’ajustements des données de χ Cyg acquises en mai 2006. En haut, résidus pour un ajustement du modèle simple : photosphère, couche moléculaire, et tache. En bas, résidus pour l’ajustement d’un modèle contenant une couche moléculaire supplémentaire. On peut remarquer que les résidus ne sont guère modifiés aux basses fréquences. On note, cependant, une claire amélioration de l’ajustement des basses fréquences. Le χ^2 réduit passe ainsi de 17 à 13.

c’est que cette couche existe. Une façon d’expliquer cette mesure est d’introduire la présence d’une seconde couche, plus froide, et donc moins détectable à partir des raies d’absorption $\Delta v = 3$. La présence de multiples couches moléculaires n’est d’ailleurs pas nouvelle car déjà observée, notamment, à partir du télescope ISO (Yamamura *et al.* 1999).

Pour conforter cette idée, nous avons étudié à nouveau les données acquises en mai 2006 ($\phi = 0,76$; voir figure 3.10). Sur celles-ci, il s’avère que l’on dénote un mauvais ajustement des basses fréquences, en partie responsable du mauvais χ^2 réduit obtenu ($\chi^2 = 17$). Nous avons donc repris ces données et ajouté à notre modèle une deuxième couche, située à une distance supérieure de la première. Les résidus sont affichés figure 3.17. L’ajustement est ainsi nettement meilleur aux basses fréquences, avec un χ^2 réduit de 13. La position de cette couche a servi à ajuster une trajectoire balistique contrainte par la masse de l’étoile et la position observée à $\phi = 0,91$. (reportée figure 3.16). Il est à noter que cette position a été obtenue un an avant celle à $\phi = 0,76$, ce qui suppose une parfaite reproduction du phénomène entre une phase et une autre. Cette reproductibilité est vérifiée par les données spectroscopiques de

Hinkle *et al.* (1982) sur la première couche, mais il se peut que ce ne soit pas le cas pour la deuxième. La trajectoire représentée par la courbe rouge figure 3.16 n'est donc qu'une hypothèse. Elle a, cependant, le mérite de bien mettre en évidence la présence de plusieurs couches chutant simultanément sur la surface stellaire.

Température et opacité optique

La cohérence des observations issues de différents instruments conforte l'hypothèse selon laquelle la couche moléculaire observée est bien celle détectée par Hinkle *et al.* (1982). Selon ce scénario, la pulsation de l'étoile produit des ondes de chocs se répercutant dans la partie supérieure de l'atmosphère. Au contact du gaz retombant sur l'étoile, une zone de choc se forme et l'hydrogène s'ionise. Dans la zone de post-choc, les conditions de pression seraient alors propices à la formation de molécules qui retomberaient sous la forme de couche sur l'étoile (Cherchneff 2006). Si tel est bien le cas, l'opacité de cette couche devrait augmenter au fur et à mesure que celle-ci se contracte. Cependant, pour obtenir l'opacité à partir de nos données, il est nécessaire de connaître la température de la couche. Une première valeur peut être obtenue directement à partir des mesures de la température d'excitation de la couche (figure 3.15). Néanmoins, celle-ci peut être différente de la température effective qui nous intéresse. Ceci d'autant plus que, si c'est bien dans la zone de post-choc que celle-ci se forme, il y a peu de chance qu'il y ait équilibre thermodynamique. Enfin, un dernier argument permettant d'exclure cette température est le fait que cette couche moléculaire est détectée en absorption. Cela suppose une température effective inférieure à celle de la photosphère, ce qui n'est clairement pas le cas aux phases inférieures à 0,5. Nous avons néanmoins, pour information, reporté ces valeurs dans le tableau 3.4. C'est pourquoi nous avons estimé qu'il était préférable de calculer la température effective à partir de l'approximation d'une atmosphère grise (équation (6a) dans Reid et Menten 1997) :

$$T_{\text{couche}}^4 = T_{\star}^4 \left(1 - \sqrt{1 - (\theta_{\star}/\theta_{\text{couche}})^2} \right). \quad (3.17)$$

Cette hypothèse est peu réaliste si l'on considère les pulsations de la photosphère et donc la propagation de multiples chocs dans les couches supérieures. Nous pouvons, cependant, en tirer un ordre de grandeur de l'épaisseur optique par la relation :

$$\frac{F_{\text{couche}}}{F_{\star}} = \frac{B(\lambda, T_{\text{couche}})}{B(\lambda, T_{\star})} \cdot \frac{\theta_{\text{couche}}^2}{\theta_{\star}^2} \cdot \frac{1 - \exp(-\tau_{\text{couche}})}{\exp(-\tau_{\text{couche}})}. \quad (3.18)$$

Soit, avec $B(\lambda, T)$ est la fonction de Planck :

$$\tau_{\text{couche}} = \ln \left(1 + \frac{F_{\text{couche}}}{F_{\star}} \cdot \frac{B(\lambda, T_{\star}) \theta_{\star}^2}{B(\lambda, T_{\text{couche}}) \theta_{\text{couche}}^2} \right). \quad (3.19)$$

Les valeurs sont consignées dans le tableau 3.4. Nous pouvons noter que l'opacité croît bien entre les phases $\phi = 0,24$, $0,67$ et $0,76$. Ceci correspond bien à une contraction de la couche. Nous avons cherché à vérifier si ces variations étaient bien proportionnelles à $\theta_{\text{couche}}^{-2}$ mais n'avons pu l'établir. Cela signifie que la contraction de la couche s'accompagne aussi de modifications de ses propriétés optiques et donc très certainement de sa constitution moléculaire.

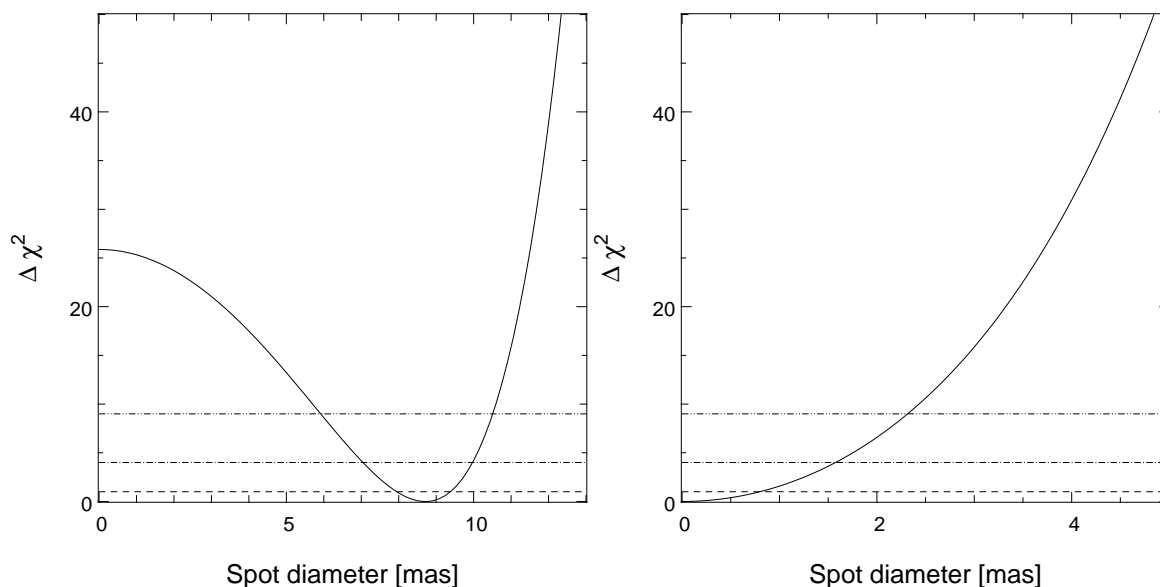


FIG. 3.18 – $\Delta\chi^2$ en fonction du diamètre de la tache. Il est obtenu à partir du χ^2 non-réduit par la relation : $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \min(\chi^2)$. A gauche il s'agit de l'ajustement d'une tache de diamètre variable ajusté sur les données de χ Cyg de mai 2005. A droite, même chose pour les données d'octobre 2005. Sur les données de mai 2005, la tache semble être extrêmement localisée à la surface de l'étoile. Les traits horizontaux représentent les limites à 1, 2 et 3σ

Enfin, un dernier point d'intérêt notable sont les faibles épaisseurs optiques mesurées. Ces valeurs sont significativement inférieures à ce qui a été observé par Perrin *et al.* (2004b), ce qui est en accord avec l'hypothèse de faible opacité des couches moléculaires en bande H. Ceci justifie la simplification de la représentation géométrique de la couche moléculaire par un anneau brillant (le modèle a été explicité section 3.1.2).

3.3.4 L'asymétrie de l'étoile

Nous avons vu que la pulsation de l'étoile est importante. Comparée à celle-ci, les petites variations photométriques à la surface de l'étoile peuvent paraître négligeables. Cependant, ces variations de quelques pourcents de la luminosité totale de l'étoile, ramenées à une faible section de l'étoile, pourraient être le signe de phénomènes extrêmement violents au sein de la photosphère. En fait, personne ne sait vraiment quel est le phénomène à l'origine de ces asymétries. Nous verrons d'ailleurs section 3.4.3 quelques explications possible, que nous testerons à partir des données interférométriques.

Un certain nombre de résultats peuvent néanmoins être tirés de nos données obtenues en bande large. Plus exactement, nous pouvons tenter de répondre aux questions d'ordre géométriques, notamment : 1) Quelle est la vitesse d'évolution de l'asymétrie ? 2) L'asymétrie est-elle due à une seule tache ou à plusieurs, formant une structure complexe ? 3) Quelle est la taille, ou du moins, l'ordre de grandeur de ces taches.

A la première interrogation un début de réponse peut être apporté à partir de nos données sur χ Cyg. La figure 3.11 apporte un bon élément de réponse. Ces reconstructions permettent, d'ailleurs, une interprétation plus aisée que celle des reconstructions en aveugle effectuées chapitre 2. On note qu'entre mai 2005, octobre 2005, et mars/mai

TAB. 3.5 – Géométrie de l’asymétrie

ϕ	0.91		0.24	
Tache ponctuelle				
X_{tache} [mas]	-5.18 ± 0.09		12.1 ± 1.21	
Y_{tache} [mas]	3.23 ± 0.07		-1.45 ± 0.26	
F_{tache}	$6.1 \pm 0.1\%$		$5.0 \pm 0.7\%$	
χ^2	5.2		4.7	
Tache résolue				
X_{tache} [mas]	-5.18 ± 0.09		10.37 ± 0.29	
Y_{tache} [mas]	3.23 ± 0.07		-2.51 ± 0.20	
F_{tache}	$6.1 \pm 0.1\%$		$5.0 \pm 0.6\%$	
θ_{tache}^a	≤ 0.73		8.71 ± 0.65	
χ^2	5.2		4.0	
Deux taches ponctuelles				
X_{tache} [mas]	-5.56 ± 0.11	-2.86 ± 0.18	12.46 ± 0.75	14.2 ± 3.57
Y_{tache} [mas]	3.04 ± 0.07	7.27 ± 0.22	-2.07 ± 0.67	-9.05 ± 1.71
F_{tache}	$7.7 \pm 0.1\%$	$3.5 \pm 0.7\%$	$2.2 \pm 0.5\%$	$1.1 \pm 0.7\%$
χ^2	0.9		3.4	

2006, la tache s’est considérablement déplacée. Il nous est donc impossible de savoir s’il s’agit de la même tache qui se serait déplacée, ou s’il s’agit de différentes taches apparaissant et disparaissant. Le temps d’évolution est donc inférieur aux périodes séparant ces missions, soit environ 6 mois. Nous notons, cependant, que la tache s’est faiblement déplacée entre mars et mai 2006. Il semblerait donc que le temps séparant ces deux missions (1 mois et demi) soit à peu près celui régissant l’évolution de ces taches.

Pour tenter de répondre aux deux autres interrogations, nous avons ajusté à nos données des modèles plus complexes. Le premier modèle, que nous avons utilisé jusqu’ici, est celui d’une tache ponctuelle, non-résolue par l’interféromètre. Le second modèle consiste en cette même tache, mais avec un diamètre ajustable. Le dernier modèle utilisé consiste en deux taches. Pour se limiter à l’étude de l’asymétrie, nous avons utilisé l’algorithme présenté section 3.1.3, de façon à effectuer un ajustement sur les clôtures de phase uniquement. Les résultats, obtenus sur les données de χ Cyg de mai et octobre 2005, sont reportés tableau 3.5. Nous notons une amélioration du χ^2 lorsque l’on augmente la complexité du modèle. Cependant, les valeurs deviennent alors incertaines avec souvent plusieurs minimum ayant des χ^2 proches. Il faut noter que, par exemple, les résultats obtenus dans le cas de deux taches ponctuelles sont très incertains avec de nombreux minimums possibles à 3σ . On peut dire, cependant, qu’il est probable que l’asymétrie soit générée par plusieurs taches, malgré la qualité des ajustements obtenus à partir d’un modèle composé d’une seule tache.

Le modèle composé d’une tache de dimension variable nous a également permis de jeter un premier regard sur la dimension de ces taches. Le résultat est contrasté. Nous avons affiché figure 3.18 le χ^2 non-réduit auquel nous en avons retranché sa valeur minimum. Les traits horizontaux représentent les limites à 1, 2 et 3σ . Nous pouvons en déduire que la tache semble extrêmement localisée en mai 2005 avec une taille inférieure à 2,4 mas (3σ), au contraire d’octobre 2005 ($\theta_{\text{tache}} = 8,7 \pm 2,5$). L’information sur la dimension de la tache est une information importante car elle permet d’obtenir un

rapport de flux entre la tache et la photosphère. Avec un flux relatif de 6% et une taille inférieure à 2,4 mas, la tache observée en mai 2005 est extrêmement brillante, avec un rapport de brillance surfacique entre la photosphère et la tache supérieur à 4. Une telle différence de brillance est conséquente, et devrait permettre de contraindre bon nombre de modèles.

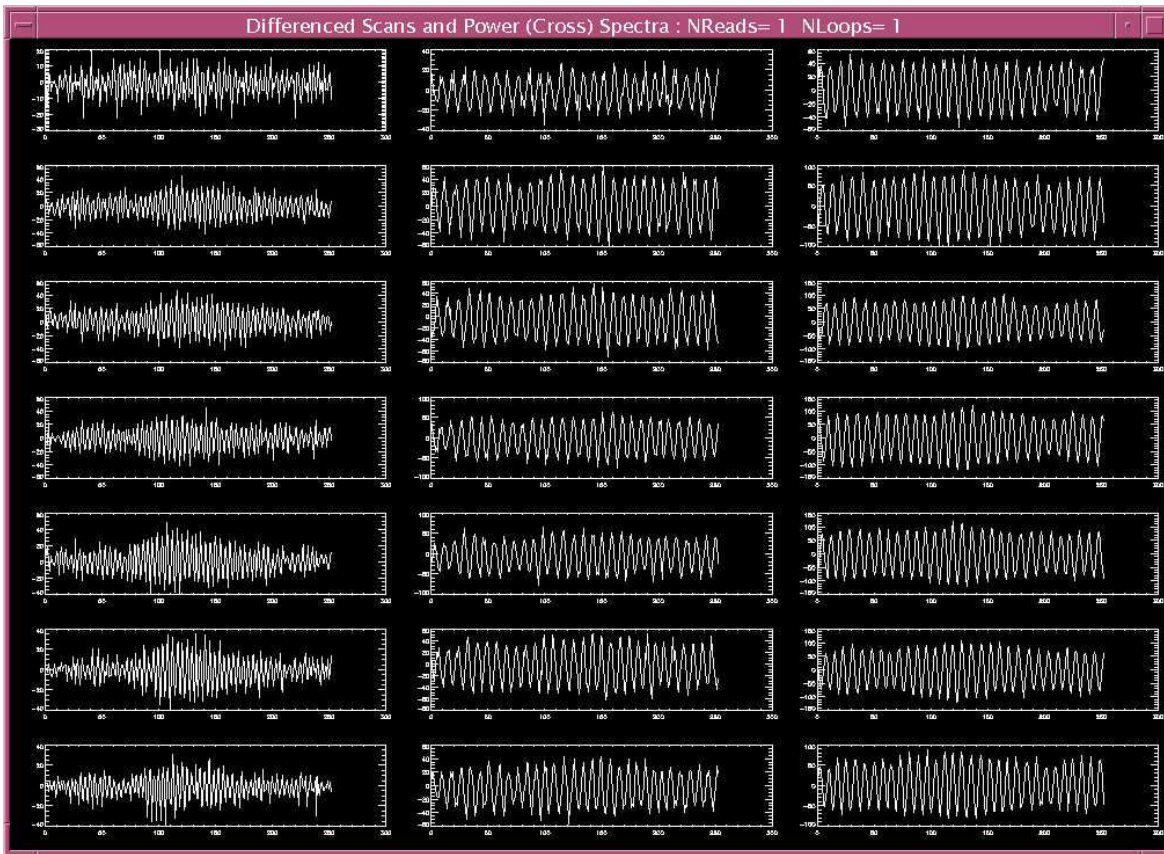


FIG. 3.19 – Interface de contrôle d’IOTA. On peut voir l’ensemble des franges obtenues à sept longueurs d’onde différentes pour les trois lignes de bases. Données acquises sur le calibrateur HD 87837.

3.4 Étude des données spectro-interférométriques

3.4.1 Les données dispersées

Lors de la dernière mission d’observation sur IOTA, nous avons eu la chance de pouvoir utiliser le tout nouveau mode “dispersé”. Ce mode consiste à disposer un prisme devant la caméra, de façon à répartir les signaux sur plusieurs pixels en fonction de la longueur d’onde. Comme le montre la figure 3.19, nous avons ainsi pu récolter simultanément l’information sur sept canaux spectraux, allant de 1,5 à 1,9 microns. Cette dispersion nous a permis d’avoir une meilleure couverture du plan fréquentiel comme nous l’avons vu en section 3.2. Elle nous a également permis d’en déduire une information plus riche sur la composition de la couche moléculaire et les raisons de la présence d’asymétries.

Nous avons appliqué le modèle utilisé dans la précédente section mais avec les trois paramètres (ACB, Flux couche, Flux tache) dépendant de la longueur d’onde. Nous avons effectué ce travail sur trois objets : χ Cyg, R Leo et μ Cep. Les données sont représentées figures 3.10, 3.20 et 3.21. Le tableau 3.6 récapitule les résultats obtenus. Les χ^2 réduits obtenus sont respectivement de 6, 17 et 24. L’ajustement est tout à fait raisonnable pour μ Cep, ce qui n’est pas vraiment le cas pour les deux Miras. En conséquence, il semblerait que la structure des Miras soit plus compliquée que ce qui

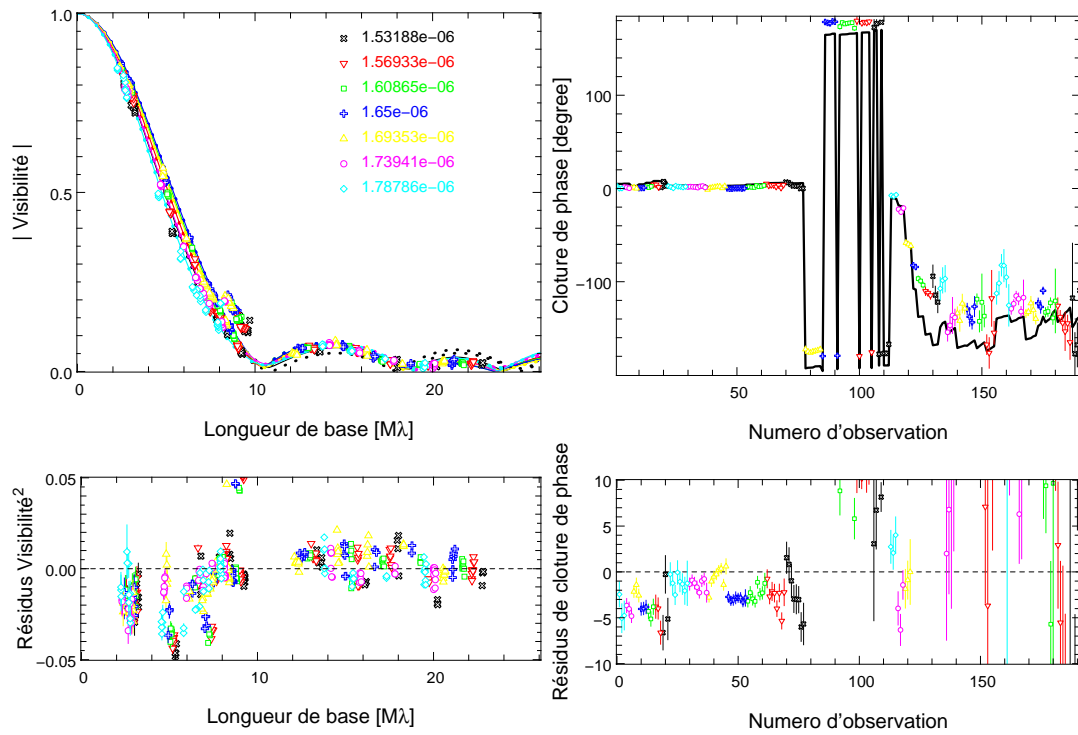


FIG. 3.20 – Observation en mode dispersé de R Leo en mai 2006 et meilleur ajustement obtenu du modèle présenté figure 3.1.

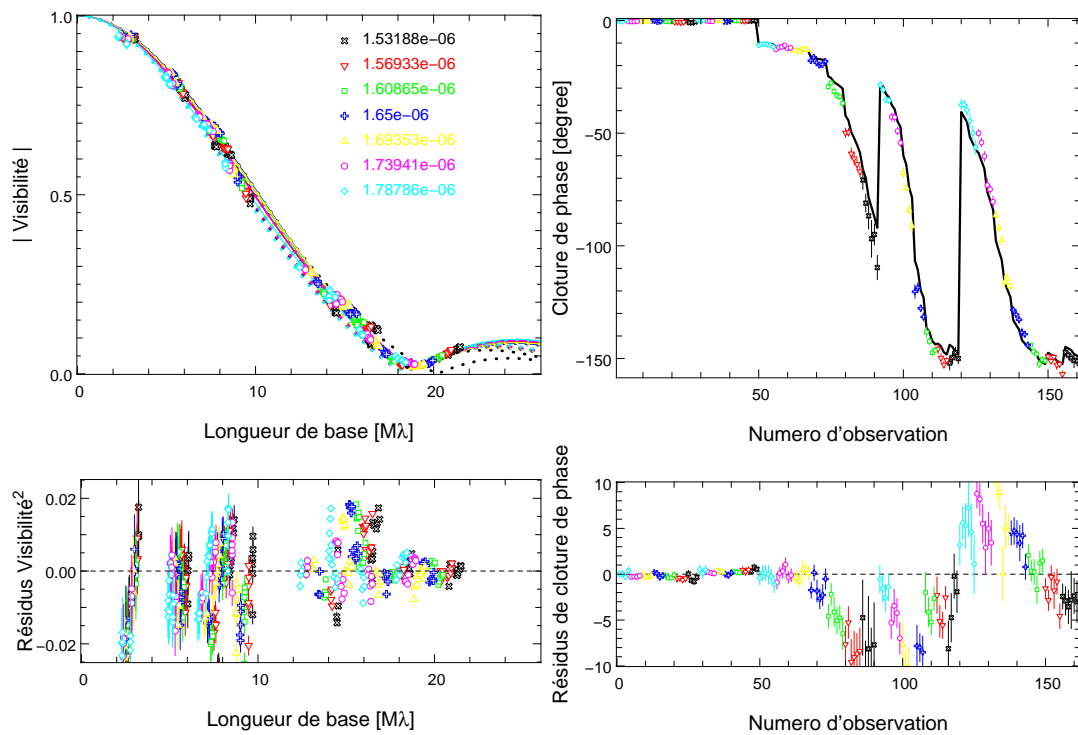


FIG. 3.21 – Observation en mode dispersé de μ Cep en mai 2006 et meilleur ajustement obtenu du modèle présenté figure 3.1.

TAB. 3.6 – Mesures spectro-interférométriques des paramètres de R Leo, χ Cyg, et μ Cep

λ	ACB [α]	$F_{\text{couche}}/F_{\text{total}}$ [%]	$F_{\text{tache}}/F_{\text{total}}$ [%]
R Leo ($\theta_{\star} = 29,56 \pm 0,18$ mas)			
1,53 μm	$1,05 \pm 0,05$	$11,3 \pm 0,9$	$1,1 \pm 0,3$
1,57 μm	$1,04 \pm 0,05$	$7,6 \pm 0,6$	$1,5 \pm 0,2$
1,61 μm	$1,13 \pm 0,05$	$5,1 \pm 0,6$	$1,6 \pm 0,2$
1,65 μm	$1,18 \pm 0,05$	$4,2 \pm 0,6$	$1,6 \pm 0,2$
1,69 μm	$1,18 \pm 0,06$	$6,4 \pm 0,5$	$1,1 \pm 0,2$
1,74 μm	$1,06 \pm 0,07$	$11,0 \pm 0,8$	$2,0 \pm 0,2$
1,79 μm	$0,90 \pm 0,07$	$13,4 \pm 0,8$	$1,8 \pm 0,3$
χ Cyg ($\theta_{\star} = 20,96 \pm 0,10$ mas)			
1,53 μm	$2,74 \pm 0,10$	$9,7 \pm 0,5$	$1,6 \pm 0,2$
1,57 μm	$2,06 \pm 0,05$	$8,0 \pm 0,2$	$1,6 \pm 0,1$
1,61 μm	$1,99 \pm 0,05$	$8,1 \pm 0,2$	$1,4 \pm 0,1$
1,65 μm	$2,17 \pm 0,05$	$7,1 \pm 0,2$	$1,7 \pm 0,1$
1,69 μm	$2,35 \pm 0,05$	$6,7 \pm 0,2$	$2,0 \pm 0,1$
1,74 μm	$2,36 \pm 0,05$	$8,5 \pm 0,2$	$1,9 \pm 0,1$
1,79 μm	$2,31 \pm 0,05$	$11,6 \pm 0,2$	$1,8 \pm 0,1$
μ Cep ($\theta_{\star} = 16,85 \pm 0,15$ mas)			
1,53 μm	$1,53 \pm 0,08$	$3,0 \pm 0,3$	$2,8 \pm 0,1$
1,57 μm	$1,50 \pm 0,08$	$2,4 \pm 0,3$	$2,4 \pm 0,1$
1,61 μm	$1,54 \pm 0,08$	$1,4 \pm 0,3$	$2,2 \pm 0,1$
1,65 μm	$1,62 \pm 0,08$	$1,3 \pm 0,3$	$2,2 \pm 0,1$
1,69 μm	$1,65 \pm 0,08$	$2,0 \pm 0,3$	$2,4 \pm 0,1$
1,74 μm	$1,61 \pm 0,08$	$3,6 \pm 0,2$	$2,7 \pm 0,1$
1,79 μm	$1,50 \pm 0,08$	$4,7 \pm 0,3$	$2,7 \pm 0,1$

est accessible par notre modèle. Nous avons vu, par exemple, que l'ajustement de χ Cyg pouvait être nettement amélioré par un modèle avec deux couches moléculaires. Pour R Leo, les données semblent encore plus complexes, avec certainement la présence de multiples taches sur la photosphère. Nous avons néanmoins poursuivi l'étude sur la base du modèle simple. Ces résultats devront donc être affinés dans le futur.

3.4.2 La dépendance spectrale de la couche moléculaire

Pour chacune de ces étoiles, nous avons estimé le flux bolométrique, et ainsi obtenu la température effective de l'étoile (relation (3.13)). Nous avons obtenu des températures pour la photosphère comprises entre 2700 K (χ Cyg) et 3700 K (μ Cep). A partir du rapport $R_{\text{couche}}/R_{\star}$ nous avons ensuite utilisé l'équation (3.17) pour en déduire la température de la couche moléculaire. Nous avons enfin estimé l'épaisseur optique de celle-ci à partir de la relation (3.19). Ces résultats sont reportés tableau 3.7.

Les trois graphiques du haut de la figure 3.22 représentent l'opacité optique de la couche en fonction de la longueur d'onde. On note que l'opacité est plus importante sur les bords de la bande H. Ceci s'observe pour les couches des trois étoiles, et correspond aux zones d'absorption de la molécule d'eau. Une deuxième molécule est également

TAB. 3.7 – Paramètres physiques de R Leo, χ Cyg et μ Cep observés en mai 2006

	R Leo	χ Cyg	μ Cep
ϕ	0,05	0,76	...
F_{Bol} (10^{-13}W cm^{-2})	$23,63 \pm 2,73$	$6,74 \pm 0,36$	$17,62 \pm 0,26$
Parallaxe ^a	$9,87 \pm 2,07$ mas	$9,43 \pm 1,36$ mas	$0,62 \pm 0,52$ mas
R_{\star}^a	$322 \pm 71R_{\odot}$	$209 \pm 32R_{\odot}$	$2925 \pm 1487R_{\odot}$
T_{\star}	3001 ± 96 K	2780 ± 54 K	3693 ± 30 K
$R_{\text{couche}}/R_{\star}$	$1,35 \pm 0,02$	$1,48 \pm 0,03$	$1,53 \pm 0,04$
T_{couche}^b	2274 ± 73 K	2002 ± 33 K	2598 ± 21 K
$\frac{d(F_{\text{tache}}/F_{\text{total}})}{d\lambda}$ [$\times 10^4 \text{ m}^{-1}$]	$1,6 \pm 1,7$	$1,9 \pm 0,9$	$1,5 \pm 1,3$
$T_{\text{tache}} - T_{\star}$	-500 ± 550 K	-590 ± 240 K	-470 ± 370 K

^a *Hipparcos* (ESA, 1997).

présente dans notre bande spectrale. Il s'agit du monoxyde de carbone (CO) qui absorbe à cette longueur d'onde lorsqu'il est dans son troisième niveau d'excitation vibrationnelle. La forêt de raies ainsi créé s'étale sur une grande partie de la bande H, avec un maximum à $1,6 \mu\text{m}$. On peut noter que l'opacité de la couche à cette longueur d'onde est plus marquée sur χ Cyg que sur μ Cep ou R Leo. Parce que l'atome d'oxygène forme en priorité du monoxyde de carbone, nous pouvons en déduire une information sur le rapport carbone sur oxygène dans l'atmosphère de l'étoile. Nous avons obtenu des rapports $\tau_{1,61\mu\text{m}}/\tau_{1,53\mu\text{m}}$ de 0,43, 0,82 et 0,46 pour, respectivement, R Leo, χ Cyg et μ Cep. Ceci est une indication d'un rapport C/O deux fois plus élevé dans l'atmosphère de χ Cyg que dans celle de R Leo où μ Cep. Ce résultat est en accord avec le type spectral, S, de l'étoile.

3.4.3 La dépendance spectrale de l'asymétrie

L'amplitude de la tache en fonction de la longueur d'onde est particulièrement intéressante. Comme nous l'avons dit, il existe de multiples possibilités pouvant expliquer la présence d'asymétries sur ces étoiles : une opacité variable de la couche, des inhomogénéités en température dues à des phénomènes de convection, la présence de pulsations non radiales, etc... Nos données spectro-interférométriques nous offrent une information nouvelle, dont l'interprétation n'est pas évidente. Nous avons cherché à confirmer (ou infirmer) deux hypothèses. La première est celle d'une asymétrie due à des variations d'opacité de la couche moléculaire. La deuxième est celle d'une asymétrie due à des variations de température à la surface de l'étoile.

L'asymétrie et l'absorption moléculaire

Dans un premier temps, nous avons cherché à relier le spectre de l'asymétrie à l'absorption due aux molécules d'eau et de monoxyde de carbone. Puisque l'information sur la composition de l'atmosphère peut être trouvée par le biais de l'absorption moléculaire dans la couche, nous avons cherché à relier l'amplitude du flux de la tache (tableau 3.6) à l'opacité de la couche moléculaire. Les résultats sont présentés figure 3.22. Il est à noter que nous n'avons pas représenté le flux de la tache par rapport au flux total, mais

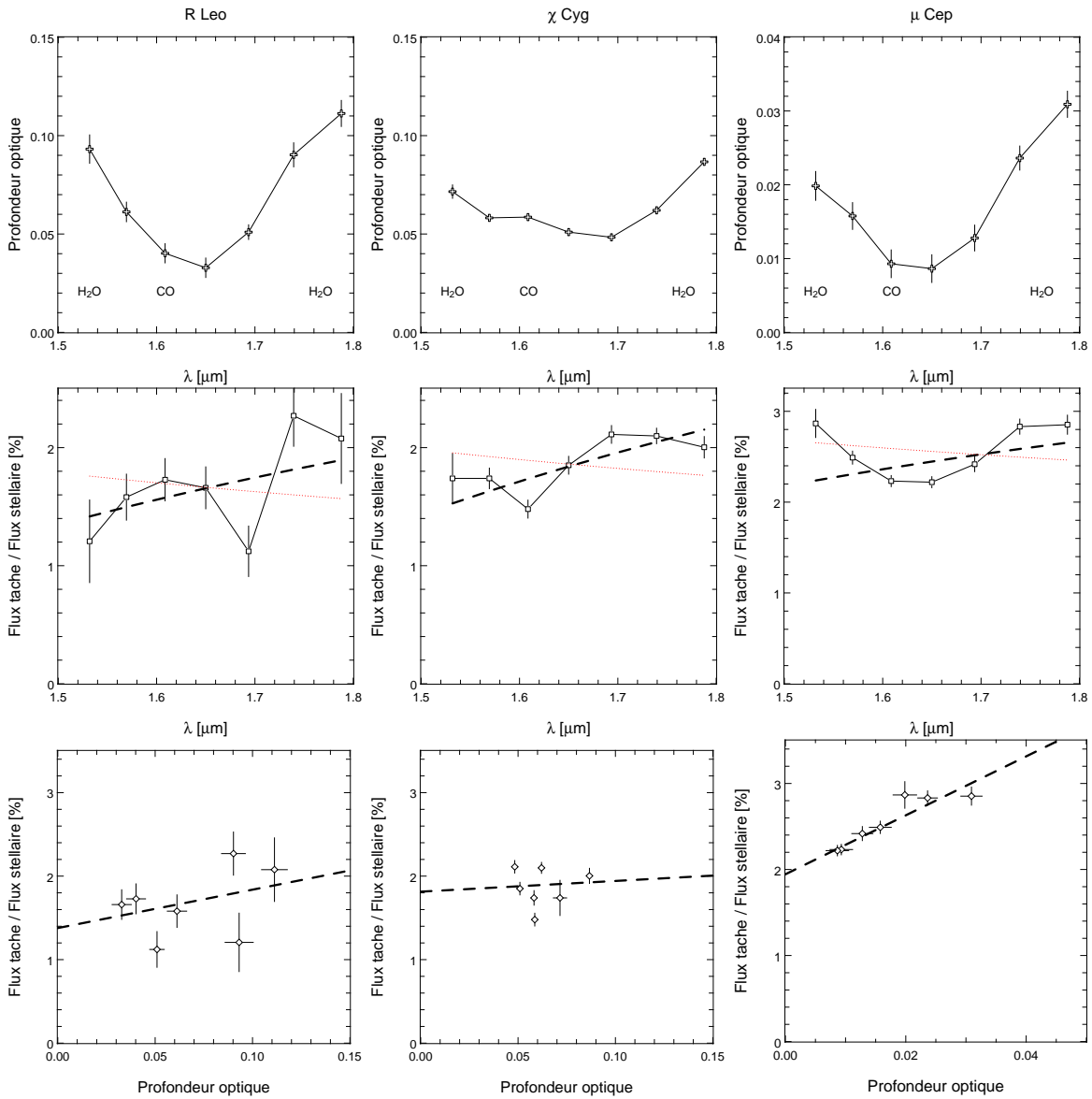


FIG. 3.22 – Représentation des résultats spectro-interférométriques pour R Leo, χ Cyg et μ Cep. En haut, profondeur optique de la couche moléculaire. Au centre, flux relatif de la tache responsable de l’asymétrie. La courbe en pointillé rouge représente un modèle de dépendance spectrale pour une tache ayant une température de 4000 K. En bas, flux de la tache en fonction de l’opacité de la couche. Les lignes en pointillés sont le résultat de l’ajustement d’une fonction affine sur les données.

par rapport au flux stellaire :

$$\frac{F_{\text{tache}}}{F_{\star}} = \frac{F_{\text{tache}}}{F_{\text{total}}} \cdot \left(1 - \frac{F_{\text{couche}}}{F_{\text{total}}}\right)^{-1}, \quad (3.20)$$

ceci pour s’affranchir des variations spectrales dues à l’absorption de la couche moléculaire.

Sur R Leo et χ Cyg on ne constate pas de corrélations entre l’absorption moléculaire et le flux de la tache. Ceci signifie que la présence de l’asymétrie n’est pas liée

à l'absorption moléculaire. Ainsi, l'asymétrie ne serait pas causée par des variations d'opacité des hautes couches de l'atmosphère.

Cependant, nous constatons une forte corrélation entre opacité et flux de la tache sur μ Cep. Ainsi, sur μ Cep du moins, une partie de l'asymétrie est due à la présence des molécules. Si ce résultat est confirmé, il signifie que les taches que nous observons sont dues à la présence d'inhomogénéité dans l'environnement proche de l'étoile. Cependant, la seule présence de la couche moléculaire ne peut pas être responsable de l'asymétrie, car il n'existe pas de relation de proportionnalité entre l'amplitude de l'asymétrie et l'épaisseur optique de la couche. En conséquence, si l'asymétrie est bien due à des variations d'épaisseur optique, la majorité de cette asymétrie doit être la conséquence de la présence de poussières.

Estimation de la température effective de l'asymétrie

L'hypothèse de variations photométriques à la surface de l'étoile dues à l'absorption de la couche moléculaire est souvent avancée. Une seconde hypothèse, vérifiable grâce aux données spectroscopiques, est celle de la présence de variations de température dans la photosphère. Cette possibilité, expliquée par la présence importante de cellules de convection, est souvent envisagée pour expliquer la présence de taches (notamment sur Beltelgeuse; Freytag 2003).

Une estimation peut être faite sur la différence de température nécessaire pour produire de telles asymétries. Une hypothèse raisonnable serait celle de la présence de cellules de convection de tailles inférieures au rayon de l'étoile, recouvrant environ un vingtième de la surface stellaire visible (Schwarzschild 1975). Pour que cela puisse apparaître sous la forme d'une tache ayant un flux de 2%, la température de la tache doit vérifier :

$$2\% = \frac{B(\lambda, T_{\text{tache}}) - B(\lambda, T_{\star})}{10 B(\lambda, T_{\star})}. \quad (3.21)$$

Pour une température de photosphère de 3000 K, nous pouvons en déduire que la température de la tache devrait avoisiner les 4000 K.

Or, nos données spectrales ne nous permettent pas une mesure directe de la température. Cependant, une information peut être obtenue à partir de la dépendance en fonction de la longueur d'onde du flux relatif de la tache. En effet, le modèle du corps noir nous donne le flux d'énergie par unité de fréquence ($\nu = 1/\lambda$) sous la forme de la loi de Planck :

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(x) - 1} \quad (3.22)$$

où

$$x = \frac{h\nu}{kT}. \quad (3.23)$$

Nous pouvons en déduire le gradient du flux en fonction de la fréquence :

$$\frac{\partial B(\nu, T)}{\partial \nu} = \frac{2h\nu^2}{c^3} \left(x \frac{-\exp(x)}{(\exp(x) - 1)^2} + \frac{3}{\exp(x) - 1} \right) \quad (3.24)$$

que nous souhaiterions relier au gradient du flux de la tache. Cela peut se faire en écrivant la dérivé de la façon suivante :

$$\frac{\partial F_{\text{tache}}/F_{\star}}{\partial \nu} = \frac{F_{\text{tache}}}{F_{\star}} \left(\frac{1}{F_{\text{tache}}} \frac{\partial F_{\text{tache}}}{\partial \nu} - \frac{1}{F_{\star}} \frac{\partial F_{\star}}{\partial \nu} \right) \quad (3.25)$$

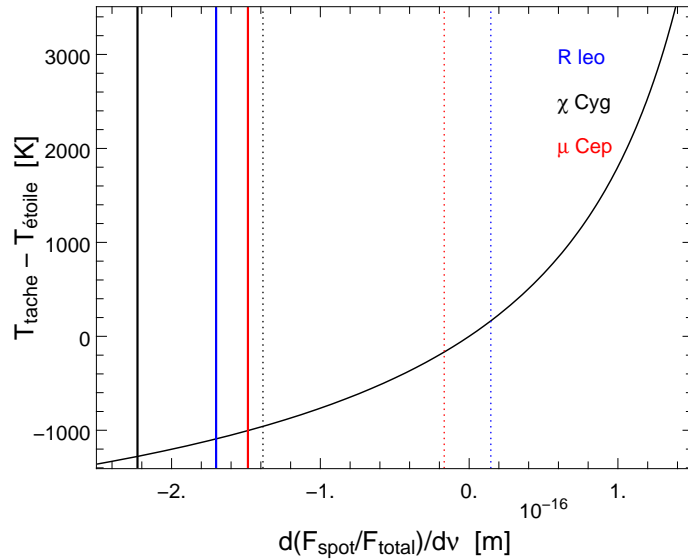


FIG. 3.23 – Ecart de température entre la tache et la photosphère en fonction de la dérivée de l'amplitude relative de la tache. Les lignes verticales correspondent aux mesures effectuées, et les lignes en pointillés aux barres d'erreur à 1σ . Les hypothèses utilisées sont une tache de flux relatif de 2%, et une température de photosphère de 3000 Kelvins.

ou encore :

$$\frac{\partial F_{\text{tache}}/F_{\star}}{\partial \nu} = \frac{F_{\text{tache}}}{F_{\star}} \left(\frac{1}{B(\nu, T_{\text{tache}})} \frac{\partial B(\nu, T_{\text{tache}})}{\partial \nu} - \frac{1}{B(\nu, T_{\star})} \frac{\partial B(\nu, T_{\star})}{\partial \nu} \right) \quad (3.26)$$

Or, d'après les équations (3.22) et (3.24), on peut établir que :

$$\frac{1}{B(\nu, T)} \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial \nu} = \frac{1}{\nu} \left(\frac{-x}{(1 - \exp(-x))} + 3 \right) \quad (3.27)$$

et ainsi relier le gradient de l'amplitude de la tache à sa température :

$$\frac{\partial F_{\text{tache}}/F_{\star}}{\partial \nu} = \frac{F_{\text{tache}}}{F_{\star}} \frac{h}{k} \left(\frac{1}{T_{\star} \left(1 - \exp\left(\frac{-h\nu}{kT_{\star}}\right) \right)} - \frac{1}{T_{\text{tache}} \left(1 - \exp\left(\frac{-h\nu}{kT_{\text{tache}}}\right) \right)} \right). \quad (3.28)$$

En supposant une tache ayant un flux $F_{\text{tache}}/F_{\star} = 2\%$ et une température $T_{\text{tache}} = 4000 \text{ K}$, ainsi qu'une photosphère ayant une température $T_{\star} = 3000 \text{ K}$, on obtient un gradient de $6,8 \times 10^{-17}$. Nous avons représenté ces gradients en pointillés rouge sur les graphiques du centre de la figure 3.22. Il est à noter que la valeur positive du gradient par rapport au nombre d'onde équivaut à un gradient négatif par rapport à la longueur d'onde ($\nu = c/\lambda$). Même si ces résultats sont à la limite du bruit sur nos mesures, on peut voir que, de manière générale, le gradient sur le flux de la tache est de signe contraire à ce qui serait attendu, avec des valeurs égales à $-1,7 \pm 1,8 \times 10^{-16}$, $-2,2 \pm 0,8 \times 10^{-16}$ et $-1,5 \pm 1,3 \times 10^{-16}$ pour respectivement, R Leo, χ Cyg et μ Cep.

A la lumière de ces résultats, il semblerait que, si une température devait être dérivée de ces résultats, elle soit plutôt inférieure à la surface de la photosphère. Ce

résultat est représenté graphiquement par la figure 3.23. La courbe représente l'écart de température entre la tache et l'étoile obtenu par la relation (3.28). Un certain nombre d'hypothèses ont été faites pour pouvoir effectuer ce tracé. Nous avons notamment supposé une température de photosphère de 3000 K et une tache ayant un flux moyen de 2%. Sur ce graphique nous avons également représenté nos mesures du gradient du flux de l'asymétrie, obtenue par l'ajustement des données de la figure 3.22. Les 3 lignes verticales représentent les valeurs de maximum de vraisemblance obtenues R Leo (bleu), χ Cyg (noir) et μ Cep (rouge). Les lignes en pointillées représentent les limites supérieures à 1σ . A la lumière de ces résultats, il semble peu probable que les inhomogénéités aperçues à la surface de l'étoile soient le fruit de telles cellules de convection.

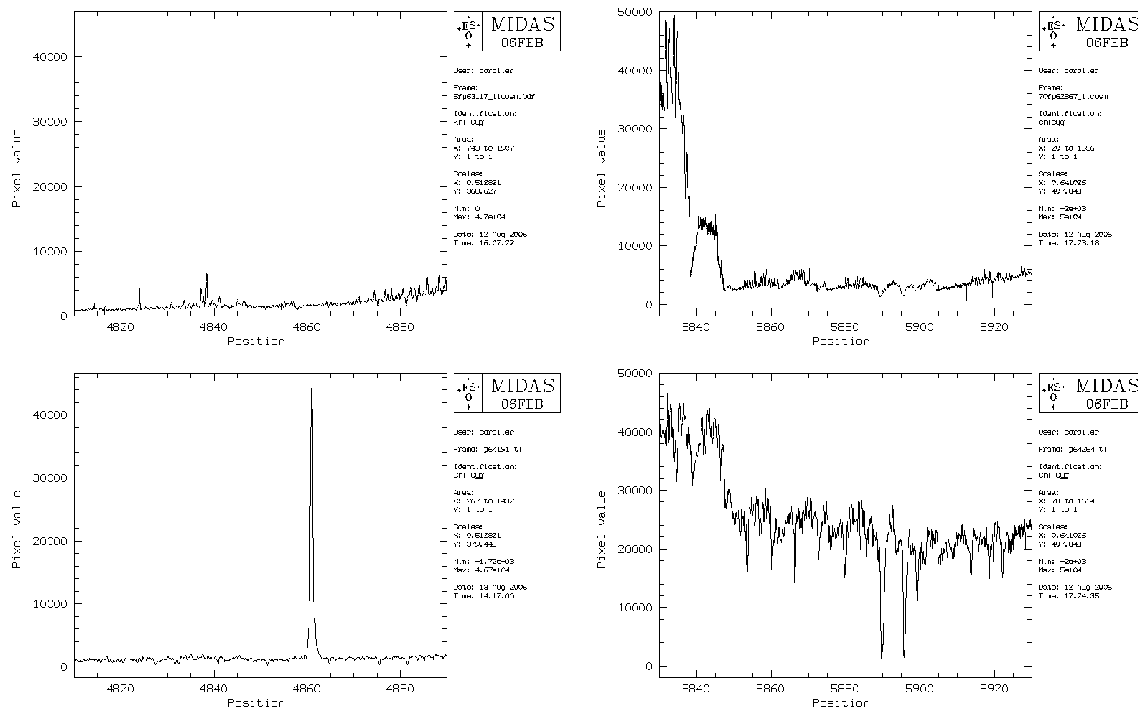


FIG. 3.24 – Observations effectuées à l’Observatoire de Haute provence sur le télescope de 152 cm et le spectromètre AURELIE. À gauche les observations de $H\beta$ aux phases stellaires 0,8 et 0,96. À droite, observations du doublet du Sodium aux phases 0,74 et 0,96.

3.5 Perspectives

Ces travaux montrent clairement l’intérêt de conjuguer la spectroscopie et l’interférométrie. Dans la section 3.3.1, nous avons pu mettre en évidence la position et la dynamique de la couche moléculaire. La spectro-interférométrie est l’étape suivante, que nous avons effectuée section 3.4. Elle permet, outre d’obtenir l’information spatiale à haute résolution angulaire, d’ajouter une information sur la nature de l’objet (composition et température).

La spectro-interférométrie à très haute résolution spectrale est la prochaine étape à franchir. Un tel instrument fournirait, en plus de l’information spatiale, une information dynamique via l’effet Doppler. Dans ce cadre, nous avons mené des études spectroscopiques préparatoires sur χ Cyg. La Figure 3.24 montre les observations des raies $H\beta$ (émission) et Sodium (absorption). Nous avons pu observer de fortes variations temporelles, à la fois en terme de vitesse radiale et en terme d’amplitude. L’obtention d’une telle résolution sur ces raies, par le biais de la spectro-interférométrie, nous permettrait d’obtenir une mesure précise de leurs positions et de leurs vitesses.

Un instrument permettant de telles mesures n’est pas si futuriste qu’il n’y paraît. AMBER, par exemple, permet déjà d’effectuer des mesures interférométriques avec une résolution de 12 000 dans le proche infrarouge. Il est, de plus, intéressant de noter que lorsque l’on diminue la longueur d’onde, on augmente la résolution spatiale. À une longueur d’onde de 550 nm, un télescope de 10 mètres a potentiellement la même résolution qu’un interféromètre de 30 mètres en bande H. En pratique, la limitation

est alors la turbulence de l'atmosphère, qui devient très importante pour les faibles longueurs d'onde. Les techniques interférométriques sont, cependant, bien adaptées à la calibration de l'effet de la turbulence.

C'est pourquoi une partie conséquente de ma thèse a été consacrée à l'élaboration d'un instrument interférométrique fonctionnant dans le domaine de longueur d'onde visible. Parce qu'un télescope de 10 mètres est suffisant pour résoudre les étoiles et leur environnement proche, nous avons conçu cet instrument dans l'hypothèse d'une utilisation à partir d'un télescope simple. La deuxième partie de ce manuscrit traite de ce projet.



Deuxième partie

II. Le réarrangement de pupille

CHAPITRE 4

Le principe

Sommaire

4.1	De l'imagerie directe à l'interférométrie	92
4.1.1	L'imagerie directe en présence de turbulences	92
4.1.2	L'interférométrie des tavelures et le masquage de pupille . . .	94
4.1.3	L'approche interférométrique	94
4.2	La mesure du champ complexe dans la pupille	96
4.2.1	Le filtrage du front d'onde	96
4.2.2	Le choix du mode de recombinaison	98
4.2.3	Le réarrangement de pupille	100
4.3	L'estimation des visibilitées complexes	103
4.3.1	Les estimateurs de clôture	103
4.3.2	Un problème bien posé	104
4.4	L'algorithme de déconvolution	108
4.4.1	Le maximum de vraisemblance	108
4.4.2	Les visibilitées	109
4.4.3	Les facteurs de transmission complexes	109
4.4.4	Le cas d'acquisitions multiples	111
4.4.5	Résumé de l'algorithme	111
4.4.6	Le cas de données dispersées spectralement	112
4.5	La dynamique de reconstruction	118
4.5.1	Une approximation analytique de la dynamique	118
4.5.2	Les simulations de l'instrument	118

4.1 De l'imagerie directe à l'interférométrie

4.1.1 L'imagerie directe en présence de turbulences

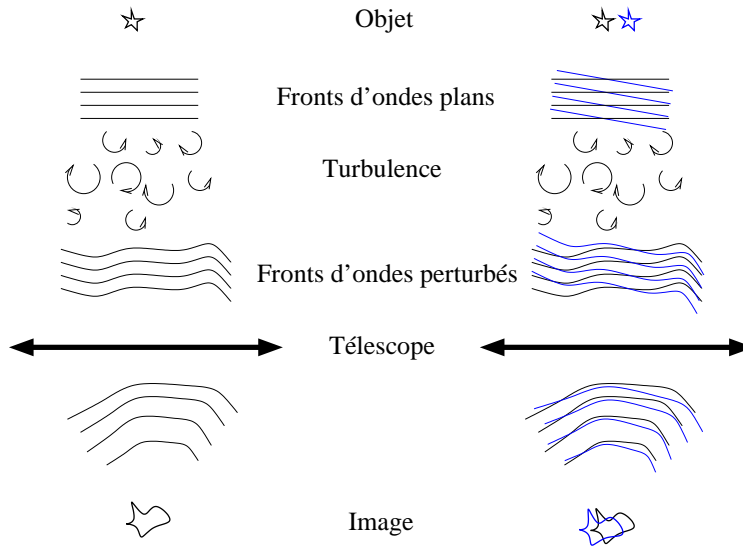


FIG. 4.1 – Schéma de l'influence de la turbulence atmosphérique sur la création d'une image. Le front de l'onde électromagnétique provenant d'une source à l'infinie est plane en l'absence de perturbations. En se propageant à travers l'atmosphère terrestre, le rayonnement perd en cohérence et, focalisé par le télescope, est diffracté sous la forme d'une "tache" sur le détecteur. Pour une source multiple, l'image obtenue correspond à la convolution de l'objet par cette "tache".

Une propriété fondamentale de l'imagerie directe est le lien de convolution qui existe entre l'objet observé et l'image obtenue. Cette relation est valable pour un champ plus petit que l'angle d'isoplanétisme :

$$I(\alpha, \beta) = (O * S)(\alpha, \beta). \quad (4.1)$$

Ainsi, l'image $I(\alpha, \beta)$ est obtenue par le produit de convolution (*) entre l'objet $O(\alpha, \beta)$ et la réponse impulsionnelle de l'instrument $S(\alpha, \beta)$.

En présence de l'atmosphère terrestre, la réponse impulsionnelle d'un télescope de taille supérieure au paramètre de Fried (r_0) possède deux propriétés importantes :

- Une fréquence de coupure qui limite la résolution angulaire de nos observations. Ainsi, comme le montre – schématiquement – la figure 4.1, deux objets distincts peuvent apparaître confondus sur le détecteur. Cette limite en résolution est fixée soit par la taille du télescope ($\alpha = \lambda/D$), soit par la turbulence dans le cas d'une pose longue.
- La réponse impulsionnelle varie au cours du temps et dépend fortement des paramètres atmosphériques. Il est possible d'en faire la moyenne au cours du temps – comme on le fait lors d'une longue pose – mais on perd alors en résolution, fixée désormais par le paramètre de Fried : $\alpha = \lambda/r_o$.

La solution réside, a priori, dans la correction de la réponse impulsionnelle de l'instrument en temps réel, via un miroir déformable. C'est ce que l'on appelle l'optique adaptative. On restitue ainsi une image quasiment invariable au cours du temps qui

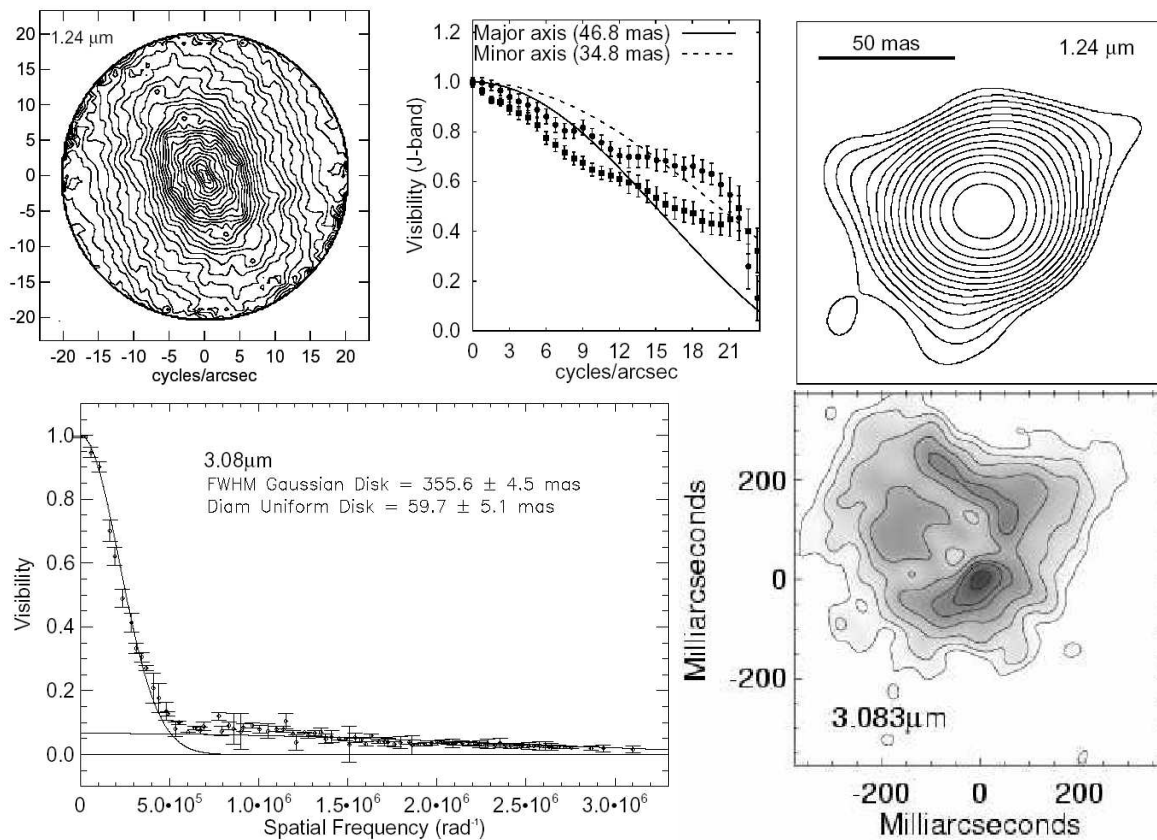


FIG. 4.2 – Ces deux résultats observationnels, même s'ils sont obtenus sur des objets différents, présentent le type de résultats obtenus en interférométrie des tavelures et en masquage de pupille. En haut : Observation de l'étoile B[e] MWC 349A par Hofmann *et al.* (2002) (interférométrie des tavelures) avec le télescope de 6 mètres SAO. En bas : Observation de l'étoile carbonée IRC+10216 par Tuthill *et al.* (2005) (masquage de pupille) en utilisant le télescope de 10 mètres Keck I. A gauche sont représentés les plans des fréquences spatiales. Contrairement au masquage de pupille, l'interférométrie des tavelures donne une fonction continue correspondant à la surface d'autocorrélation de la pupille (figure du haut à gauche).

peut être intégrée sur le détecteur. Ce mode est idéal pour un objet de faible intensité. Cependant, cette technique se trouve vite confrontée à des limites technologiques, par exemple lorsque l'on veut observer aux courtes longueurs d'ondes ($< 1\mu\text{m}$) ou dans le cas des futurs télescopes de grandes tailles (ELT).

L'alternative – qui peut être également considérée comme une approche complémentaire – consiste à effectuer un travail de déconvolution post-observation. A partir de poses courtes, la restauration de l'image à la limite de diffraction du télescope peut être vue comme un simple problème de déconvolution. Cette approche est utilisée dans les techniques d'interférométrie des tavelures (Labeyrie 1970) et de masquage de pupille (Haniff *et al.* 1987).

4.1.2 L'interférométrie des tavelures et le masquage de pupille

L'objectif des deux techniques d'interférométrie des tavelures et de masquage de pupille est le même, à savoir, retrouver la distribution de brillance de l'objet ($O(\alpha, \beta)$) à partir d'une image ($I(\alpha, \beta)$). Ce problème de déconvolution s'écrit dans le domaine des fréquences spatiales :

$$TF(I(\alpha, \beta)) = TF(O(\alpha, \beta)) \cdot TF(S(\alpha, \beta)). \quad (4.2)$$

Sous cette forme, on peut établir un lien direct avec l'interférométrie longue base classique en notant que $TF(O(\alpha, \beta))$ correspond à la cohérence du champ électromagnétique dans la pupille $V(u, v)$ (cf. théorème de Zernike Van Cittert), si celui-ci n'est pas perturbé par l'atmosphère. Par analogie, $TF(I(\alpha, \beta))$ représente la cohérence du champ mesuré, et, enfin, $TF(S(\alpha, \beta))$ la fonction de transfert instrumentale.

L'interférométrie des tavelures et le masquage de pupille consistent tous deux à mesurer la cohérence du champ électromagnétique affranchi des turbulences. L'objectif, à savoir la mesure la plus précise possible des visibilités $V(u, v)$, est le même que pour l'interférométrie longue base. Des publications récentes comme celles de Hofmann *et al.* (2002) et Tuthill *et al.* (2005) en sont l'illustration. Ils présentent les visibilités dans le domaine fréquentiel de la même façon que nous les avons présentées dans la première partie de cette thèse (figure 4.2).

La différence entre masquage de pupille et interférométrie des tavelures réside dans le choix de la fonction de transfert optique $TF(S(\alpha, \beta))$. Celle-ci est égale à l'autocorrélation du champ électrique dans la pupille. Afin d'utiliser un maximum de photons, l'interférométrie des tavelures utilise une pupille pleine. L'inconvénient réside dans ce que les hautes fréquences sont extrêmement atténuées par les turbulences atmosphériques. A l'opposé, le masquage de pupille utilise un masque non-redondant pour occulter une partie de la pupille. En contrepartie d'une perte de flux, on obtient alors une fonction de transfert assez stable sur l'ensemble des fréquences disponibles, l'échelle des sous-pupilles étant fixée par l'importance des perturbations atmosphériques.

4.1.3 L'approche interférométrique

La problématique des techniques de déconvolution consiste à retrouver la cohérence du champ d'un objet astrophysique débarrassé de la turbulence atmosphérique. La précision de cette mesure caractérise la qualité de l'image reconstruite. Les erreurs produites par les techniques classiques (figure 4.2) donnent une idée des progrès restant à accomplir dans le domaine. On note des erreurs de l'ordre de 10% sur les visibilités obtenues par interférométrie des tavelures, et de l'ordre de 5% sur les visibilités obtenues par masquage de pupille.

Or, dans le cadre de nos travaux sur les étoiles évoluées, nous avons observé des visibilités précises à quelques pourcents. Cette différence est surprenante lorsque l'on compare la difficulté relative entre l'interférométrie longue base et le masquage de pupille. En effet, nos données ont été obtenues sur plusieurs jours avec des télescopes déplacés sur plusieurs dizaines de mètres. A l'opposé, un télescope offre la possibilité de mesurer de multiples fréquences spatiales instantanément, sans avoir recours à un système complexe de lignes à retard. Une précision au moins égale au % devrait être atteinte en appliquant les méthodes d'interférométrie longue base à la mesure de la cohérence du champ électrique dans la pupille d'un télescope.

Mariotti *et al.* (1992) ont déjà suivi un tel raisonnement. Ils ont appliqué la méthode de retournement de pupille. Pour cela, ils ont dupliqué la pupille et l'on conjuguée avec elle-même par le biais d'une modulation temporelle de la différence de marche optique. Ils ont ainsi publié un certain nombre de résultats astrophysiques (Mariotti *et al.* 1992, Monin *et al.* 1992). Cependant, au prix d'un concept compliqué, ils n'ont amélioré que faiblement la qualité des données comparées aux résultats obtenus avec des méthodes plus classiques comme l'interférométrie des tavelures. Une des raisons principales est qu'ils n'ont pas disposé de filtrage spatial, et que, seule la taille des pixels sur le détecteur venait limiter la taille de la zone de cohérence à faire interférer. Il faut, cependant, noter que la qualité des mesures interférométriques était alors loin de celle obtenue actuellement. Les bouleversements technologiques récents du domaine que sont, notamment, l'apparition de l'optique guidée et du filtrage monomode, ont considérablement changé les perspectives. À la lumière de ces développements technologiques récents, il est intéressant de s'interroger à nouveau sur la problématique de la mesure interférométrique du champ électrique dans la pupille.

4.2 La mesure du champ complexe dans la pupille

Lorsque l'on conçoit un interféromètre, le choix technologique est fondamental. Il conditionne la qualité et la sensibilité de l'interféromètre. Il s'agit de la première étape à valider avant l'élaboration de ce système. Deux points cruciaux sont à étudier, à savoir, le filtrage du front d'onde et le système de recombinaison. Ils conditionnent la précision des données obtenues par les interféromètres longue base actuels.

4.2.1 Le filtrage du front d'onde

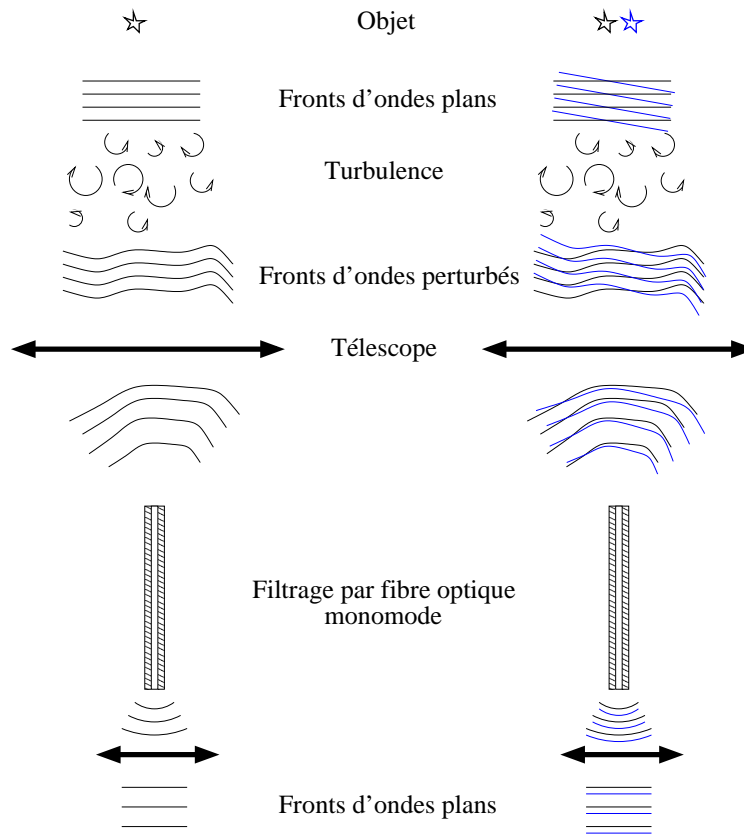


FIG. 4.3 – Schéma de l'influence du filtrage spatial sur des fronts d'ondes perturbés. Quel que soit la déformation ou l'angle d'incidence, les fronts d'ondes à la sortie d'une fibre monomode sont lisses et plans. Les perturbations de phase deviennent alors des variations d'intensité.

Pour mesurer précisément la cohérence du champ électrique provenant de l'objet astrophysique, il est nécessaire de ne pas subir de perte de cohérence provenant de la turbulence atmosphérique. Cette perte est due aux déformations des fronts d'onde qui, en l'absence d'atmosphère, arrivent plans (figure 4.3). Il faut, en conséquence, trouver un moyen de corriger ces déformations. Un miroir déformable via une optique adaptative (méthode active) peut être une solution, tout comme un trou filtrant ou une fibre optique monomode (méthode passive).

De ces trois solutions, seul le filtrage par fibre optique monomode permet d'obtenir un front d'onde parfaitement plan. Le rayonnement filtré par une fibre monomode est ainsi parfaitement cohérent. Cependant, la correction se traduit par une perte de

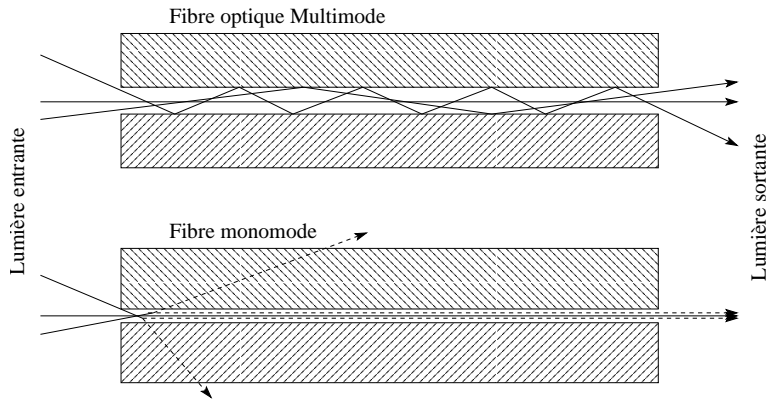


FIG. 4.4 – Dans une fibre optique multimode, la lumière, arrivant sous différents angles, a des trajectoires différentes dans le coeur de la fibre, et, en conséquence, plusieurs parcours optiques. Dans une fibre optique monomode, la lumière n'est plus réfléchié mais guidée selon le mode fondamental de la fibre. Lorsque la lumière incidente possède plusieurs modes, tous les autres modes sont rejetés.

couplage qui dépend de la perturbation sur l'onde incidente. Ainsi, une fibre monomode convertit des perturbations de phase en des perturbations d'amplitude (Coude Du Foresto *et al.* 1997).

La figure 4.3 reflète l'avantage et l'inconvénient du filtrage spatial passif. L'intérêt réside dans un lissage parfait du front d'onde : l'onde lumineuse en sortie de fibre est parfaitement cohérente, comme elle le serait en l'absence de turbulence atmosphérique. L'inconvénient de ce filtrage est que, à l'échelle d'une pupille, il nous fait perdre l'information spatiale de l'objet observé. Dans le cas précis de la figure 4.3, le front d'onde bleu est initialement incliné par rapport au front d'onde noir. Après filtrage monomode, les deux fronts d'onde sont parallèles, et seul demeure un déphasage entre les deux. Ceci est une propriété des fibres optiques monomodes que nous avons explicitée en figure 4.4. Elle provient du fait que seul le mode fondamental est transporté par la fibre. À la sortie de la fibre, deux paramètres seulement caractérisent le front d'onde : la phase (ϕ) et le gain (g). Nous utiliserons par la suite le coefficient de transmission complexe de la fibre :

$$G = g \exp(i\phi). \quad (4.3)$$

Si l'information spatiale à l'échelle d'une fibre est perdue, nous pouvons cependant obtenir une information via la mesure de la cohérence entre deux fibres. La mesure de la cohérence μ entre les rayonnements issus de deux fibres de coefficients de transmission G_1 et G_2 est :

$$\mu = V G_1 G_2^*. \quad (4.4)$$

où V est la visibilité de l'objet à la fréquence spatiale définie par la position relative des deux pupilles. Si l'on connaît les facteurs de transmission des fibres (G_1 et G_2), on peut ainsi obtenir une mesure précise de la visibilité de l'objet via μ . Il est important de préciser que la valeur de μ est une mesure empirique de la cohérence. Il ne s'agit pas du facteur de cohérence, puisque celui-ci n'est pas normalisé.

4.2.2 Le choix du mode de recombinaison

Solutions de recombinaisons co-axiales

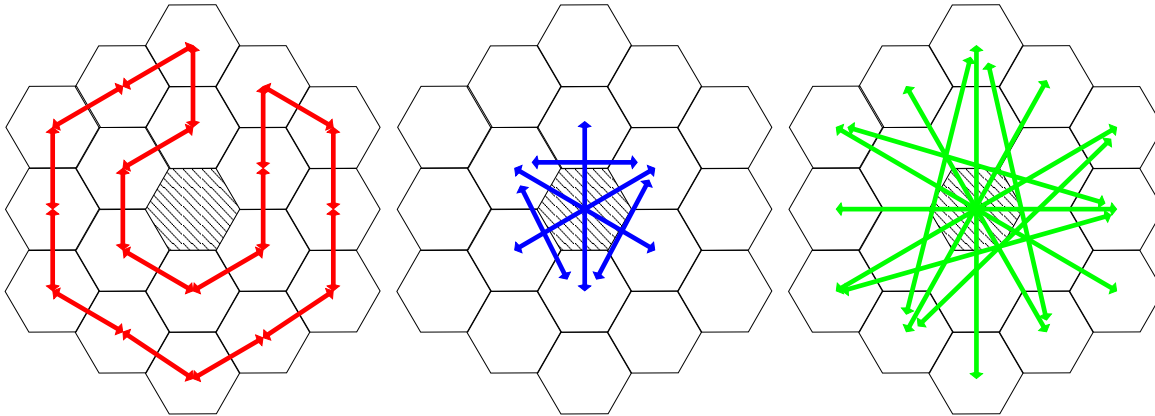


FIG. 4.5 – Exemple de possibilité offerte dans le cas d’un système disposant de recombinaisons interférométriques par paires. Le flux pourrait être distribué en trois réseaux interférométriques d’importance. Le rouge servirait à l’étalonnage, le bleu à la mesure des basses fréquences spatiales, et le vert aux hautes fréquences.

Le filtrage spatial est une des clefs des précisions obtenues en interférométrie. La deuxième provient de la technique de recombinaison. Sur IOTA, nous avons vu que la recombinaison s’opérait par une optique intégrée, associée à une modulation temporelle. Il s’agissait d’une recombinaison co-axiale. Elle est, d’ailleurs, utilisée sur la plupart des interféromètres fibrés actuels (IOTA /IONIC, CHARA/FLUOR, VLTI/VINCI). Devant la précision des mesures obtenues avec l’interféromètre IOTA, nous avons envisagé, dans un premier temps, d’utiliser la même méthode de modulation. Concrètement, la modulation temporelle présente de sérieux avantages en interférométrie. L’une de ses caractéristiques principales est qu’elle rend la cohérence invariable par rapport à un piston fixe. En effet, si l’amplitude de modulation est suffisamment grande, l’influence d’un piston statique est un simple décalage des franges.

Cependant, lorsque l’interféromètre est doté de multiples télescopes, un codage temporel devient problématique. Le flux de chaque télescope doit alors être modulé par une fréquence singulière. Chaque fréquence doit être choisie de façon à ce que la modulation entre les fréquences des différents télescopes ne génère pas deux fréquences identiques. Ceci conduit à choisir des fréquences de modulation non-redondantes. Suivant le nombre de télescopes, on peut alors aboutir à de grandes différences entre les hautes fréquences et les basses fréquences. Les franges observées trop rapidement seraient alors soumises à un bruit de photon et de détecteur important, et les franges observées trop lentement subiraient l’influence d’un bruit de piston dynamique important.

Un moyen de contourner ce problème serait de recombinaison les sous-pupilles par paires. Ceci rend la modulation temporelle plus complexe, parce qu’elle nécessite autant de systèmes interférométriques que de faisceaux au carré. C’est face à cette complexité qu’un recombineur en optique intégrée de type ABCD devient nécessaire. Par rapport à un système multi-axial, cette solution a l’avantage de pouvoir diviser le flux de chaque faisceau et, suivant une configuration optimale, permet la recombinaison des seules bases intéressantes. Une telle idée est illustrée par la figure 4.5, dans le cadre de

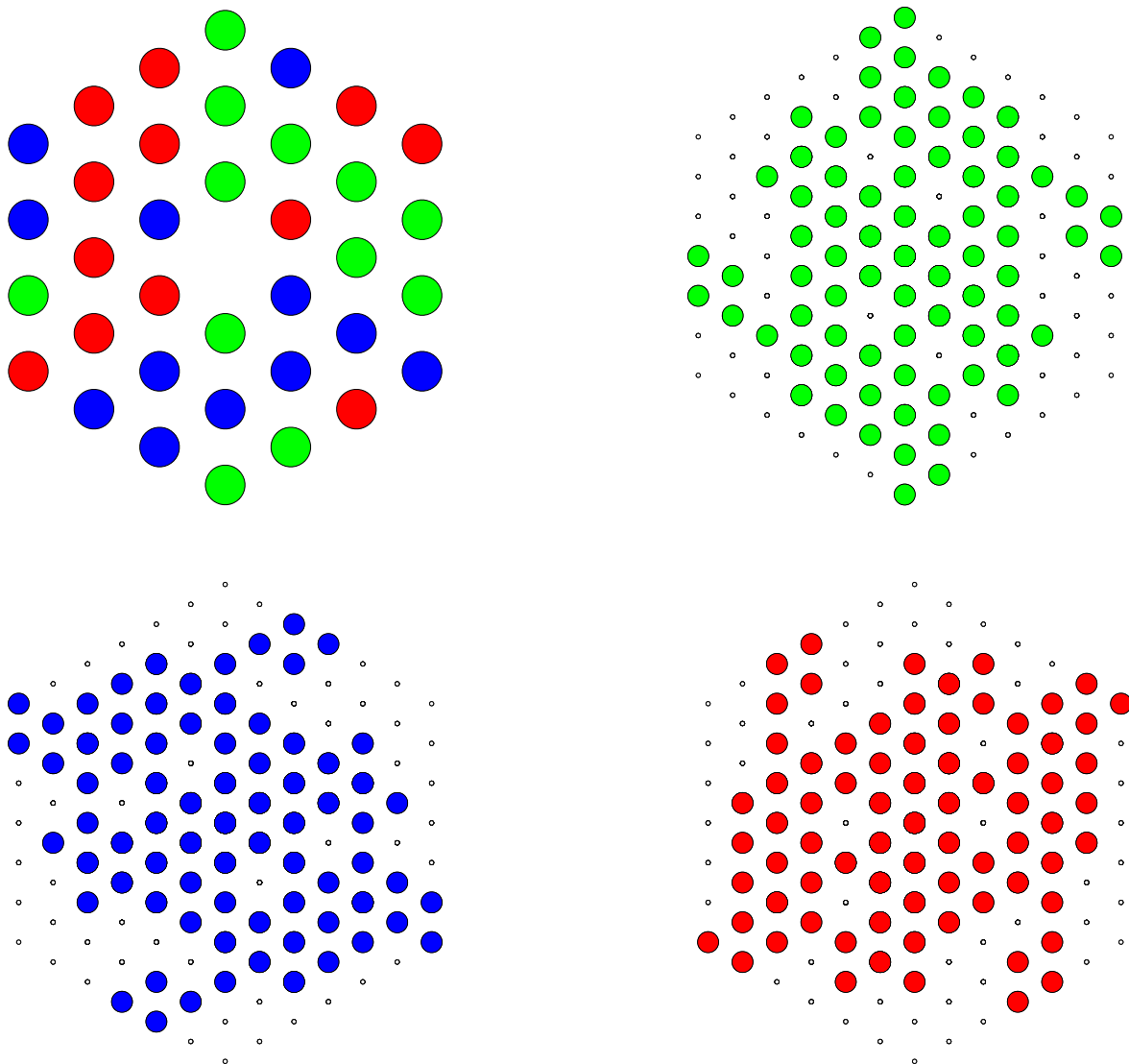


FIG. 4.6 – Exemple de possibilité offerte dans le cas d'un système à recombinaison mutli-axiale. Ici, les 36 éléments de la pupille (figure du haut à gauche) sont séparés en 3 sous-groupes. Les trois autres figures représentent les plans $u-v$ obtenus à partir de chaque sous-groupe. Toutes les fréquences spatiales ne sont pas forcément accessibles, mais cette technique permet, néanmoins, d'obtenir un compromis entre information fréquentielle et sensibilité de l'instrument.

la recombinaison de 18 éléments d'un télescope. Il est proposé ici de diviser le flux de chaque segment en deux. Une partie de ce flux alimente un premier réseau interférométrique (en rouge) qui servirait à la mesure des pistons et des gains. Le reste du flux sert à extraire l'information astrophysique par la mesure des différentes fréquences spatiales (en bleu et en vert). Ainsi, seules les recombinaisons nécessaires sont effectuées.

Solutions de recombinaisons multi-axiales

Une autre possibilité est celle d'une recombinaison multi-axiale. Historiquement, les premières franges stellaires ont été obtenues par l'interféromètre multi-axial de Michelson, à modulation spatiale (Michelson 1920). Ce mode de recombinaison a l'avantage de la simplicité. Ainsi, à partir d'une seule lentille, on peut recombinaison plus d'une centaine de faisceaux. De part sa simplicité technique, la précision sur les visibilités mesurées devrait donc être optimale. La contrepartie de ce système est la sensibilité qui décroît proportionnellement au nombre de télescopes M . Ceci est dû au nombre de fréquences spatiales qui augmente proportionnellement à M^2 , alors que le flux est proportionnel à M . Un compromis peut être obtenu en choisissant une recombinaison par groupe (illustration figure 4.6)

Au cours de cette thèse, nous avons principalement étudié ce type de recombineur. Néanmoins, un recombineur par paire en optique intégrée constitue un développement technologique intéressant à expérimenter dans le futur.

4.2.3 Le réarrangement de pupille

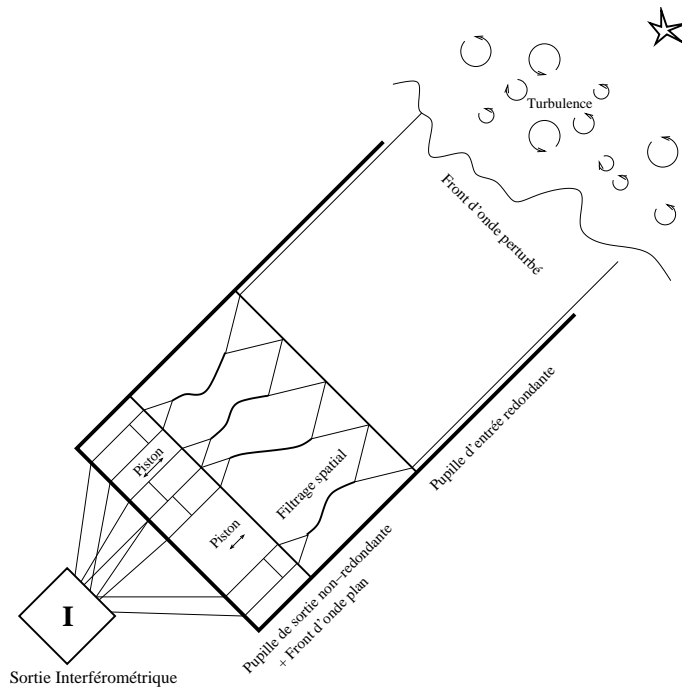


FIG. 4.7 – Concept du réarrangeur de pupille. La pupille d'entrée est divisée en sous-pupilles dont le flux est focalisé dans une fibre optique. Les fibres sont ensuite redistribuées selon une configuration non-redondante, puis collimatées pour former la pupille de sortie. Celle-ci est ensuite focalisée sur le détecteur.

Dans le cas de l'imagerie classique, ce sont les pertes de cohérence qui limitent la dynamique des images reconstruites. Cette limite est présente en interférométrie des tavelures, mais aussi lorsque l'on utilise une optique adaptative (Chelli 2005, Cavarroc *et al.* 2006). C'est la redondance de la pupille qui en est la cause. En effet, dans une pupille, de multiples vecteurs identiques existent, et s'additionnent pour former la fonction de transfert optique. Or, ces vecteurs s'additionnent de manière complexe, et lorsque des perturbations de phases existent entre les différents vecteurs, ceux-ci s'additionnent de manière incohérente.

Une manière de s'affranchir de ce problème est d'utiliser un masque non-redondant. Il s'agit de la technique de masquage de pupille que nous avons vue brièvement section 4.1.2. Le masque permet de sélectionner un certain nombre de fréquences spatiales, qui, parce que générées par une unique paire d'ouvertures, contribuent à la fonction de transfert instrumentale sans perte de cohérence.

Le principal inconvénient de la technique de masquage de pupille est qu'elle nécessite de bloquer la lumière sur une majeure partie de la pupille. La sensibilité d'un tel instrument est donc très faible. Une solution consiste à d'augmenter la taille des sous-pupilles. Pour une taille de sous pupille égale au paramètre de Fried r_0 , la cohérence entre 2 sous-pupilles est alors d'environ 36%, ce qui entraîne des variations de la fonction de transfert optique difficiles à calibrer.

Le problème de la fluctuation de la cohérence, bien connu en interférométrie longue base, a été résolu par l'utilisation de fibres optiques. Ainsi, les perturbations de phases sont échangées contre des fluctuations en amplitudes, plus faciles à étalonner. Le même principe peut être appliqué à la technique de masquage de pupille. Un tel concept a déjà été proposé par Chang et Buscher (1998). Nous proposons de pousser plus en avant le concept de l'utilisation de fibres optiques, en réarrangeant la pupille, de manière à ce que la totalité de la pupille du télescope soit utilisée. Le concept auquel nous avons abouti est présenté figure 4.7. Le front d'onde perturbé de l'objet astrophysique est filtré par une matrice de fibres optiques. Celles-ci sont réarrangées selon une configuration non-redondante et le flux sortant de chaque fibre est individuellement collimaté pour former une nouvelle pupille. Dans la suite de ce manuscrit, lorsque l'on évoquera la pupille d'entrée, il s'agira de la pupille du télescope, aux fronts d'ondes perturbés par l'atmosphère. La pupille de sortie correspond à la pupille non-redondante filtrée par les fibres optiques.

Le champ dans la pupille est ensuite focalisé sur le détecteur. L'image obtenue est une tache de diffraction modulée par des paquets de franges. À partir de l'amplitude et de la position des franges on peut déduire une mesure de la cohérence complexe μ . À chaque vecteur fréquence \mathbf{u}_k est associé une valeur μ_k . En l'absence de réarrangement de la pupille, la cohérence est reliée à la visibilité de l'objet $V(\mathbf{u}_k) = V_k$ par la relation :

$$\mu_k = V_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^*, \quad (4.5)$$

où \mathcal{B}_k est l'ensemble des paires de sous-pupilles (i, j) telles que les vecteurs position des sous-pupilles $(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ vérifient :

$$\mathcal{B}_k = \left\{ (i, j) : (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda = \mathbf{u}_k \right\}. \quad (4.6)$$

et G_i et G_j sont les facteurs de transmission complexes tels qu'établis par la relation (4.3).

La somme de ces vecteurs complexes déphasés a alors un impact important sur l'amplitude de la cohérence. Pour des pupilles à plusieurs r_0 d'écart, les déphasages peuvent être supérieurs à π . L'addition présentée dans l'équation (4.6) fait alors converger l'amplitude vers zéro, rendant la mesure très difficile. La technique de réarrangement en une pupille non-redondante a pour but d'éviter cet écueil. Elle contraint la pupille de sortie de façon à ce qu'il n'existe qu'une seule paire de sous-pupilles vérifiant \mathcal{B}_k . La cohérence pour chaque paire de sous-pupilles sera ainsi, sans ambiguïté, associée à une unique fréquence spatiale observée sur le détecteur. Pour deux pupilles i , et j , le terme de cohérence $\mu_{(i,j)}$ observé est alors proportionnel aux facteurs de transmission complexes G_i et G_j et à la cohérence V_k du champ de l'objet observé :

$$\mu_{(i,j)} = V_k G_i G_j^* . \quad (4.7)$$

La particularité du réarrangement de la pupille est qu'il ne modifie pas les visibilitées complexes de l'objet V_k (Tallon et Tallon-Bosc 1992). Elles sont ainsi égales à celles mentionnées dans l'équation (4.6) et correspondent à la transformé de Fourier de l'objet observé à la fréquence spatiale $\mathbf{u}_k = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda$ (\mathbf{r}_i et \mathbf{r}_j sont les vecteurs position des sous-pupilles dans la pupille d'entrée).

4.3 L'estimation des visibilité complexes

4.3.1 Les estimateurs de clôture

L'utilisation de fibres optiques permet, en restreignant l'effet de la turbulence à deux inconnues par fibres g et ϕ (equation (4.3)), de poser le problème de manière exacte. Pour pouvoir retrouver les termes de visibilité de notre objet, il reste, cependant, à mesurer ces deux termes. Une façon simple d'obtenir l'amplitude de transmission de chaque fibre consiste à extraire une partie du flux. On parle alors d'étalonnage photométrique. Cependant, cette méthode ne permet pas de mesurer le déphasage ϕ et, surtout, nous fait perdre une partie du flux. Une seconde méthode consiste à utiliser, non pas les termes de cohérence complexe $\mu_{(i,j)}$, mais les clôtures de phase et d'amplitude.

Le fonctionnement de ces termes de clôtures peut être compris en développant l'équation (4.7) sous la forme :

$$\mu_{(i,j)} = |V_{(i,j)}| g_i g_j \exp(i(\arg(V_{(i,j)}) + \phi_i - \phi_j)) \quad (4.8)$$

où $V_k = V_{(i,j)} = |V_{(i,j)}| \exp(i \arg(V_{(i,j)}))$, et $G_i = g_i \exp(\phi_i)$ le terme de transmission complexe de la fibre i . La clôture de phase s'obtient à partir de la phase du bispectre :

$$\begin{aligned} \mu_{(i,j,k)}^{(3)} &= \mu_{(i,j)} \mu_{(j,k)} \mu_{(k,i)} \\ &= |g_i|^2 |g_j|^2 |g_k|^2 |V_{(i,j)}| |V_{(j,k)}| |V_{(k,i)}| \exp(i(\arg(V_{(i,j)}) + \arg(V_{(j,k)}) + \arg(V_{(k,i)}))) \\ &= |g_i|^2 |g_j|^2 |g_k|^2 V_{(i,j)} V_{(j,k)} V_{(k,i)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

La phase du bispectre ne dépend alors plus que de la somme des phases de l'objet :

$$\arg(\mu_{(i,j,k)}^{(3)}) = \arg(V_{(i,j)} V_{(j,k)} V_{(k,i)}). \quad (4.10)$$

De même, il existe la clôture d'amplitude :

$$\begin{aligned} \mu_{(i,j,k,l)}^{(4)} &= \frac{\mu_{(i,j)} \mu_{(k,l)}}{\mu_{(i,k)} \mu_{(j,l)}} \\ &= \frac{|V_{(i,j)}| |V_{(k,l)}| \exp(i(\arg(V_{(i,j)}) + \arg(V_{(k,l)}) - \arg(V_{(i,k)}) - \arg(V_{(j,l)})))}{|V_{(i,k)}| |V_{(j,l)}| \exp(i(2\phi_j - 2\phi_k))} \end{aligned} \quad (4.11)$$

dont l'amplitude ne dépend plus que de l'amplitude du produit des visibilité :

$$|\mu_{(i,j,k,l)}^{(4)}| = \left| \frac{V_{(i,j)} V_{(k,l)}}{V_{(i,k)} V_{(j,l)}} \right|. \quad (4.12)$$

On peut même poursuivre ce raisonnement en imaginant un estimateur qui soit indépendant à la fois de la phase et de l'amplitude :

$$\mu_{(i,j,k,l,m,n)}^{(6)} = \frac{\mu_{(i,j)} \mu_{(k,l)} \mu_{(m,k)} \mu_{(j,n)}}{\mu_{(i,k)} \mu_{(j,l)} \mu_{(m,j)} \mu_{(k,n)}} = \frac{V_{(i,j)} V_{(k,l)} V_{(m,k)} V_{(j,n)}}{V_{(i,k)} V_{(j,l)} V_{(m,j)} V_{(k,n)}}. \quad (4.13)$$

Ces estimateurs sont intéressants parce qu'ils peuvent être cumulés sur de nombreuses acquisitions alors même que la turbulence varie fortement. Cependant, ils ont

plusieurs inconvénients. Le premier est qu'ils ne sont pas optimaux lorsque le signal sur bruit des acquisitions instantanées est faible. Le second inconvénient est que ces estimateurs ne fournissent pas un critère convexe. Lorsque l'on va chercher à retrouver les visibilité complexes de l'objet recherché, de multiples minima pourront apparaître, posant des problèmes de déconvolution. Enfin, c'est en terme de difficultés de calculs que se pose le troisième inconvénient. En effet, pour optimiser le rapport signal sur bruit, il est préférable d'utiliser toutes les clôtures disponibles. Pour M sous-pupilles, cela correspond à $\frac{M(M-1)(M-2)}{6}$ clôtures de phase et $\frac{M(M-1)(M-2)(M-3)}{24}$ clôtures d'amplitude. Pour 100 sous-pupilles, on devrait ainsi travailler avec environ 4 millions de clôtures.

4.3.2 Un problème bien posé

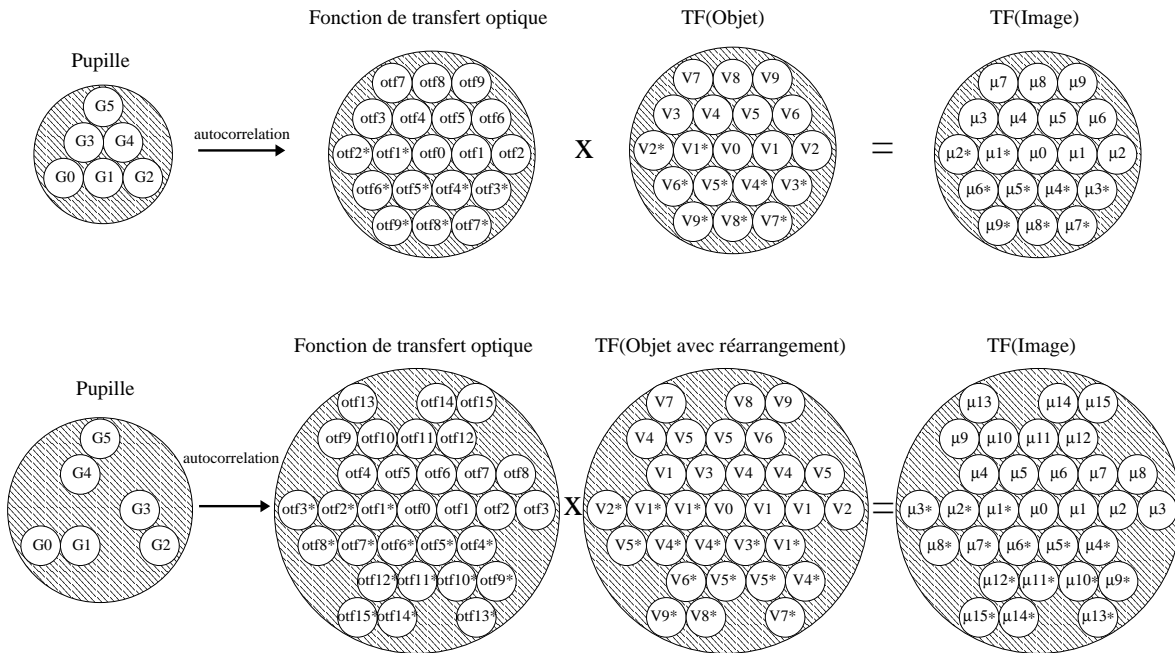


FIG. 4.8 – Principe de l'imagerie de Fourier. La fonction de transfert optique est l'autocorrélation de la pupille. Celle-ci est alors multipliée par la transformée de Fourier de l'objet pour donner la transformée de Fourier de l'image observé. Dans le cas d'un système à réarrangement (figure du bas), le principe est le même, à la différence que la fonction de transfert optique est multipliée aux visibilité réarrangées.

Face aux difficultés concernant l'utilisation des clôtures, nous avons choisi une approche différente, se voulant optimale dans le cadre d'un bruit de statistique gaussienne. Il s'agit de considérer le problème mathématique tel que nous l'avons établi par l'équation (4.7) et de chercher les inconnues complexes G_i et V_k les plus proches au sens du maximum de vraisemblance (Goodman 1985). Cependant, avant d'en venir à l'algorithme de déconvolution (section 4.4), il a fallu établir que le problème était bien posé. Ceci se traduit par la démonstration de l'unicité de la solution.

Nous avons pris l'exemple de la figure 4.8. La pupille d'entrée du télescope est triangulaire et divisée en 6 sous-pupilles de facteurs de transmission complexes $[G_0, \dots, G_5]$.

La figure du haut présente un filtrage sans réarrangement, et celle du bas un réarrangement en une configuration non-redondante. Le problème de la déconvolution d'une pupille sans réarrangement est strictement identique à celui posé par l'interférométrie des tavelures, et fournit un excellent moyen de comparaison.

Dans les deux cas, la fonction de transfert optique est l'autocorrélation de la pupille. Sans réarrangement, cela correspond à 10 termes [otf₀,...,otf₉]. Avec réarrangement, la fonction de transfert optique est composée de 16 termes [otf₀,...,otf₁₅]. La fonction de transfert optique est ensuite multipliée par les visibilités de l'objet [V₀,...,V₉] pour donner les termes de cohérence complexe μ . Ce sont les termes de visibilité que l'on souhaite obtenir (sans ambiguïté) par la mesure de la cohérence des franges sur le détecteur.

On peut ainsi établir une liste d'équations à inverser. Dans le cas de la pupille sans réarrangement, il s'agit des équations :

$$\begin{aligned}
\mu_0 &= \sum_{i=0}^5 |G_i|^2 \\
\mu_1 &= V_1 (G_0 G_1^* + G_1 G_2^* + G_3 G_4^*) \\
\mu_2 &= V_2 G_0 G_2^* \\
\mu_3 &= V_3 G_2 G_3^* \\
\mu_4 &= V_4 (G_4 G_5^* + G_1 G_3^* + G_2 G_4^*) \\
\mu_5 &= V_5 (G_0 G_3^* + G_3 G_5^* + G_1 G_4^*) \\
\mu_6 &= V_6 G_0 G_4^* \\
\mu_7 &= V_7 G_2 G_5^* \\
\mu_8 &= V_8 G_1 G_5^* \\
\mu_9 &= V_9 G_0 G_5^*
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Le nombre d'observables réelles est de 17, pour 9 valeurs complexes ($[\mu_1, \dots, \mu_9]$) et une valeur réelle (μ_0). Le nombre d'inconnues réelles s'élève à 18 pour les visibilités ($[V_1, \dots, V_9]$; puisque par définition $V_0 = 1$) et à 12 pour les facteurs de transmission ($[G_0, \dots, G_5]$). Parce que le nombre de mesures disponibles est inférieur au nombre d'observables, il ne peut donc pas y avoir unicité de la solution. Ce problème peut, néanmoins, être inversé dans le cas de l'interférométrie des tavelures, si l'utilisateur contraint les visibilités par un a priori sur l'objet observé. Cette technique est décrite en détail par Thiébaud et Conan (1995).

Lorsque l'on réarrange la pupille, le nombre d'équations augmente, tout en conser-

vant le même nombre d'inconnues :

$$\begin{aligned}
\mu_0 &= \sum_{i=0}^5 |G_i|^2 \\
\mu_1 &= V_1 G_0 G_1^* \\
\mu_2 &= V_1 G_1 G_2^* \\
\mu_3 &= V_2 G_0 G_2^* \\
\mu_4 &= V_1 G_3 G_4^* \\
\mu_5 &= V_3 G_2 G_3^* \\
\mu_6 &= V_4 G_4 G_5^* \\
\mu_7 &= V_4 G_1 G_3^* \\
\mu_8 &= V_5 G_0 G_3^* \\
\mu_9 &= V_4 G_2 G_4^* \\
\mu_{10} &= V_5 G_3 G_5^* \\
\mu_{11} &= V_5 G_1 G_4^* \\
\mu_{12} &= V_6 G_0 G_4^* \\
\mu_{13} &= V_7 G_2 G_5^* \\
\mu_{14} &= V_8 G_1 G_5^* \\
\mu_{15} &= V_9 G_0 G_5^* .
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Le nombre d'observables réelles est ici de 31 ($[\mu_1, \dots, \mu_{15}]$ et μ_0), pour toujours 30 inconnues ($[V_1, \dots, V_9]$ et $[G_0, \dots, G_5]$). Il est donc possible que le problème soit inversible. Pour le prouver, nous avons appliqué un logarithme à ces équations. Le logarithme de nombres complexes fournit deux séries d'équations, l'une sur les phases et l'autre sur les logarithmes des amplitudes, selon le principe :

$$\begin{aligned}
\ln(G_i) &= \ln(g_i) + i\phi_i \\
\ln(V_k) &= \ln(|V_k|) + i \arg(V_k) \\
\ln(\mu_i) &= \ln(|\mu_i|) + i \arg(\mu_i)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Mise à part la condition de normalisation μ_0 , le système d'équation (4.15) se trouve ainsi linéarisé. Nous avons écrit, sous forme matricielle, le système d'équations régissant les amplitudes :

$$\begin{pmatrix} \ln(|\mu_1|) \\ \ln(|\mu_2|) \\ \ln(|\mu_3|) \\ \ln(|\mu_4|) \\ \ln(|\mu_5|) \\ \ln(|\mu_6|) \\ \ln(|\mu_7|) \\ \ln(|\mu_8|) \\ \ln(|\mu_9|) \\ \ln(|\mu_{10}|) \\ \ln(|\mu_{11}|) \\ \ln(|\mu_{12}|) \\ \ln(|\mu_{13}|) \\ \ln(|\mu_{14}|) \\ \ln(|\mu_{15}|) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ln(g_0) \\ \ln(g_1) \\ \ln(g_2) \\ \ln(g_3) \\ \ln(g_4) \\ \ln(g_5) \\ \ln(|V_1|) \\ \ln(|V_2|) \\ \ln(|V_3|) \\ \ln(|V_4|) \\ \ln(|V_5|) \\ \ln(|V_6|) \\ \ln(|V_7|) \\ \ln(|V_8|) \\ \ln(|V_9|) \end{pmatrix} . \tag{4.17}$$

Ce système d'équations n'est pas parfaitement inversible. Plus exactement, pour un nombre de colonnes de 15, le rang de cette matrice est de 14. L'inconnue restante est un

terme de normalisation des facteurs de transmission. On peut lever la dégénérescence en utilisant la relation à fréquence nulle qui fixe la somme des gains :

$$\mu_0 = \sum_{i=0}^5 |G_i|^2. \quad (4.18)$$

De même, nous avons établi le système d'équations régissant les phases :

$$\begin{pmatrix} \arg(\mu_1) \\ \arg(\mu_2) \\ \arg(\mu_3) \\ \arg(\mu_4) \\ \arg(\mu_5) \\ \arg(\mu_6) \\ \arg(\mu_7) \\ \arg(\mu_8) \\ \arg(\mu_9) \\ \arg(\mu_{10}) \\ \arg(\mu_{11}) \\ \arg(\mu_{12}) \\ \arg(\mu_{13}) \\ \arg(\mu_{14}) \\ \arg(\mu_{15}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \arg(V_1) \\ \arg(V_2) \\ \arg(V_3) \\ \arg(V_4) \\ \arg(V_5) \\ \arg(V_6) \\ \arg(V_7) \\ \arg(V_8) \\ \arg(V_9) \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Le rang de cette matrice est de 12. Trois termes manquent pour que les μ définissent sans ambiguïté l'ensemble des phases. Le premier correspond à une référence de phase des facteurs de transmission. Puisque les visibilitées ne sont influencées que par des différences de marche, nous pouvons utiliser une valeur arbitraire pour cette phase de référence ($\phi_0 = 0$). Le choix de cette valeur n'a pas d'importance car il ne contraint pas les visibilitées. Il reste alors deux termes inconnus qui portent, eux, sur les visibilitées. Il s'agit d'un "tip" et d'un "tilt", qui caractérisent de la même façon un basculement (virtuel) de la surface d'onde ou un décentrement du centroïde de l'objet observé. Cette indétermination peut être expliquée par le fait que le système ne peut différencier un tip/tilt dû à la turbulence ou à l'image. Un moyen de contourner le problème consistera, lors de la reconstruction d'image, à fixer le barycentre de brillance de l'objet au centre de l'image.

Cependant, même si une inversion matricielle permet de retrouver les visibilitées à partir des mesures de la cohérence μ , une telle technique nécessite le calcul du logarithme des mesures. Sur des données bruitées, ceci détériore considérablement la qualité des observations. C'est pourquoi, nous avons développé un algorithme spécifique permettant un ajustement des inconnues directement sur les mesures de la cohérence $\mu_{i,j}$.

4.4 L'algorithme de déconvolution

Cet algorithme utilise la propriété d'unicité de la solution pour éviter de faire appel à un terme de régularisation. En conséquence, il ne peut être utilisé que sur des systèmes interférométriques redondants. Cependant, la simple redondance n'est pas une condition suffisante. Pour vérifier la propriété d'unicité, il est nécessaire d'établir le système d'équations tel que nous l'avons vu dans l'exemple par les relations (4.17) et (4.19).

4.4.1 Le maximum de vraisemblance

L'objectif consiste à trouver les valeurs G_i et V_k vérifiant à la fois l'équation :

$$\mu_{i,j} = V_k G_i G_j^* \quad (4.20)$$

et la relation de normalisation :

$$\mu_0 = \sum_i |G_i|^2. \quad (4.21)$$

Comme explicité dans le paragraphe 4.2.3, G_i et G_j sont les transmissions complexes du champ dans les fibres i et j , $\mu_{i,j}$ est une mesure de la cohérence entre i et j , μ_0 l'amplitude à fréquence nulle, et V_k est la visibilité de l'objet astrophysique à la $k^{\text{ième}}$ fréquence spatiale $\mathbf{u}_k = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda$.

Le maximum de vraisemblance (Goodman 1985) s'écrit alors :

$$\chi^2 = \sum_{(i,j)} w_{i,j} |\mu_{i,j} - V_k G_i G_j^*|^2 + w_0 \left| \mu_0 - \sum_i |G_i|^2 \right|^2 \quad (4.22)$$

où $w_{i,j}$ et w_0 sont les poids statistiques, tels que :

$$w_{i,j} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Re}(\mu_{i,j}))} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Im}(\mu_{i,j}))} \quad (4.23)$$

et

$$w_0 = \frac{1}{\text{Var}(\mu_0)}. \quad (4.24)$$

L'équation (4.22) peut aussi s'écrire sous la forme de plusieurs sommes, une pour chaque fréquence spatiale :

$$\chi^2 = \sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |\mu_{i,j} - G_i G_j^* V_k|^2 + w_0 \left| \mu_0 - \sum_i |G_i|^2 \right|^2 \quad (4.25)$$

avec \mathcal{B}_k les paires de sous-pupilles (i,j) telles que leurs vecteurs position vérifient $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda = \mathbf{u}_k$.

Résoudre ce problème au sens du maximum vraisemblance consiste à trouver les valeurs complexes \mathbf{V} et \mathbf{G} qui minimisent le χ^2 de l'équation (4.25). Deux problèmes se posent alors :

- Le signal sur bruit d'une seule pose peut être très faible. Il faudra alors effectuer une minimisation du χ^2 sur l'ensemble des acquisitions. Pour une série de 10 000 poses, et pour une centaine de sous-pupilles, cela correspond à une minimisation sur environ un million de termes simultanément.
- Le χ^2 s'écrit sous la forme d'un polynôme du sixième degré vis-à-vis des inconnues, il y a en conséquence de fortes chances qu'il soit non-convexe. L'application directe d'un algorithme de minimisation peut alors mener à de mauvais résultats.

En collaboration avec Eric Thiébaud de l'observatoire de Lyon, nous avons développé un algorithme adapté, inspiré des méthodes d'auto-calibration utilisées en radio-interférométrie (Cornwell et Wilkinson 1981).

4.4.2 Les visibilités

Dans l'hypothèse où les \mathbf{G} sont connus, l'équation (4.25) est alors quadratique. Trouver le minimum n'est plus qu'un simple problème de moindre carré, avec une solution telle que :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial V_k} = 0, \quad \forall k \quad (4.26)$$

où l'on définit, par linéarité, la dérivée de la quantité réelle χ^2 par le complexe V_k de la façon suivante :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial V_k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \chi^2}{\partial \text{Re}(V_k)} + i \frac{\partial \chi^2}{\partial \text{Im}(V_k)}. \quad (4.27)$$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^2}{\partial V_k} &= 2 \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} (G_i G_j^* V_k - \mu_{i,j}) G_i^* G_j \\ &= 2 V_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_i|^2 |G_j|^2 - 2 \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_i^* G_j. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Résoudre l'équation (4.26) à partir de l'expression des dérivées partielles de l'équation (4.28) donne :

$$V_k^\dagger = \frac{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} G_i^* G_j \mu_{i,j}}{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_i|^2 |G_j|^2}. \quad (4.29)$$

V_k^\dagger est alors la valeur optimale au sens des moindres carrés, pourvu que l'on connaisse les transmissions complexes. Concrètement, l'équation (4.29) permet, dans la suite de ce paragraphe, de s'attaquer à un problème plus simple, n'ayant que les facteurs de transmission complexes comme inconnues.

4.4.3 Les facteurs de transmission complexes

La deuxième partie de cet algorithme consiste à ajuster les coefficients de transmission des fibres. Nous pouvons écrire sous une seconde forme le χ^2 :

$$\chi^{2\dagger} = \sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \left| \mu_{i,j} - G_i G_j^* V_k^\dagger \right|^2 + w_O \left| \mu_0 - \sum_i |G_i|^2 \right|^2 \quad (4.30)$$

où V_k^\dagger est donné par la relation (4.29). À la valeur optimale du $\chi^{2\dagger}$ on doit avoir :

$$\frac{\partial \chi^{2\dagger}}{\partial G_i} = 0, \quad \forall i. \quad (4.31)$$

Or, sachant que $V_k = V_k^\dagger$ minimise le χ^2 , on peut en déduire (Lacour *et al.* 2006) que le minimum global doit vérifier :

$$\frac{\partial \chi^{2\dagger}}{\partial G_i} = \left. \frac{\partial \chi^2}{\partial G_i} \right|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^\dagger} = 0, \quad \forall i. \quad (4.32)$$

Concrètement, pour trouver la dérivée partielle des $\chi^{2\dagger}$, il suffit de calculer la dérivée partielle des χ^2 où les V_k sont considérés comme fixes et obtenus par la relation (4.29). Ainsi, les dérivées partielles par rapport aux G_i sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^{2\dagger}}{\partial G_i} &= \left. \frac{\partial \chi^2}{\partial G_i} \right|_{V_k=V_k^\dagger} \\ &= -2 \sum_k \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \left(\mu_{i,j} - G_i G_j^* V_k^\dagger \right) G_j V_k^{\dagger*} \\ &\quad -2 \sum_k \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} \left(\mu_{j,i}^* - G_i G_j^* V_k^{\dagger*} \right) G_j V_k^\dagger \\ &\quad -4 w_0 G_i \left(\mu_0 - \sum_i |G_i|^2 \right) \\ &= 2 G_i \left(\sum_k |V_k^\dagger|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} |G_j|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_j|^2 \right] + 2 w_0 \left[\sum_i |G_i|^2 - \mu_0 \right] \right) \\ &\quad -2 \sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_j V_k^{\dagger*} + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} \mu_{j,i}^* G_j V_k^\dagger \right]. \end{aligned}$$

À partir de cette dernière relation, nous avons établi un algorithme itératif permettant de déterminer le coefficient de transmission complexe G_i en supposant les autres $G_{j:j \neq i}$ connus. L'équation récurrente est la suivante :

$$G_i^{(n+1)} = \frac{\sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_j^{(n)} V_k^{\dagger(n)*} + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} \mu_{j,i}^* G_j^{(n)} V_k^{\dagger(n)} \right]}{\sum_k |V_k^{\dagger(n)}|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} |G_j^{(n)}|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_j^{(n)}|^2 \right] + 2 w_0 \left[\sum_i |G_i^{(n)}|^2 - \mu_0 \right]}. \quad (4.33)$$

où :

$$V_k^{\dagger(n)} = \frac{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} G_i^{(n)*} G_j^{(n)} \mu_{i,j}}{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_i^{(n)}|^2 |G_j^{(n)}|^2}. \quad (4.34)$$

4.4.4 Le cas d'acquisitions multiples

Les techniques de déconvolution nécessitant une atmosphère figée, une séquence d'observation est généralement composée de multiples observations. Il semble illusoire d'espérer pouvoir mesurer avec suffisamment de précision les valeurs complexes \mathbf{V} dans le cadre d'une seule acquisition. C'est pourquoi nous avons extrapolé cet algorithmme pour prendre en compte la présence de multiples acquisitions.

Les hypothèses faites ici sont :

- un instrument stable, sans rotation de la pupille, de façon à ce que les vecteurs base correspondant aux \mathcal{B}_k ne changent pas
- un objet invariant, aux visibilités V_k fixes
- des coefficients de transmission $G_{i,t}$ variables, et des mesures de la cohérence elles aussi dépendantes du temps ($\mu_{i,j,t}$)

Le χ^2 s'écrit alors :

$$\chi^2 = \sum_t \left[\sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |\mu_{i,j,t} - G_{i,t} G_{j,t}^* V_k|^2 + w_{0,t} \left| \mu_{0,t} - \sum_i |G_{i,t}|^2 \right|^2 \right]. \quad (4.35)$$

Nous pouvons alors en déduire, comme nous l'avons fait aux paragraphes 4.4.2 et 4.4.3, un algorithmme itératif qui permet d'obtenir les $G_{i,t}$ optimaux en supposant que les $G_{j:j \neq i,t}$ soient connus :

$$G_{i,t}^{(n+1)} = \frac{\sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} \mu_{i,j,t} G_{j,t}^{(n)} V_k^{\dagger(n)*} + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i,t} \mu_{j,i,t}^* G_{j,t}^{(n)} V_k^{\dagger(n)} \right]}{\sum_k |V_k^{\dagger(n)}|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i,t} |G_{j,t}^{(n)}|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |G_{j,t}^{(n)}|^2 \right] + 2 w_{0,t} \left[\sum_i |G_{i,t}^{(n)}|^2 - \mu_{0,t} \right]}, \quad (4.36)$$

où :

$$V_k^{\dagger(n)} = \frac{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} G_{i,t}^{(n)*} G_{j,t}^{(n)} \mu_{i,j,t}}{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |G_{i,t}^{(n)}|^2 |G_{j,t}^{(n)}|^2}. \quad (4.37)$$

Ainsi, même si les coefficients de transmission des fibres restent peu connus, les visibilités sont obtenues par une moyenne pondérée sur l'ensemble des acquisitions, ce qui permet une détermination optimale.

4.4.5 Résumé de l'algorithmme

Notre algorithmme se compose donc des étapes suivantes :

1. initialisation : choisir des coefficients de transmission ($\mathbf{G}^{(0)}$) initiaux et mettre n à zéro.
2. générer les visibilités $\mathbf{V}^{(n)}$ à partir des facteurs complexes de transmission $\mathbf{G}^{(n)}$ et de l'équation (4.37)
3. Si l'algorithmme converge, arrêter ; sinon poursuivre à l'étape suivante

4. calculer $\mathbf{G}^{(n+1)}$ à partir de la relation (4.36)
5. effectuer $n := n + 1$ et retourner à l'étape 2

Cet algorithme itératif a le mérite d'être simple à mettre en œuvre, et peu gourmand en mémoire. Il peut ainsi traiter plusieurs dizaines de milliers d'acquisitions simultanément, ce qui est nécessaire pour les objets de faible brillance ou pour obtenir des images à très grande dynamique. Il a, cependant, un certain nombre d'inconvénients dont il faut être conscient. Premièrement, il n'est pas fait démonstration de la convexité du problème. Il est en conséquence possible que le résultat obtenu ne soit pas le minimum global. Seule la pratique permettra de mettre en évidence la robustesse du procédé. Une autre source de problèmes peut venir du caractère itératif de l'équation (4.36). Des oscillations stables peuvent apparaître, empêchant la découverte de la condition d'optimalité. Une solution serait de coupler l'algorithme à un autre algorithme de minimisation du χ^2 plus classique. Puisque le maximum de vraisemblance est une somme de carrés, nous pourrions utiliser un Levenberg-Marquardt (Moré 1977) couplé avec un algorithme de région de confiance (Moré et Sorensen 1983) de façon à résoudre ce problème avec certitude. En pratique, cet algorithme n'a conduit à aucun problème de convergence.

Bien sûr, ce travail est le fruit de nombreux travaux déjà existants. En premier lieu, l'autocalibration nous a permis de simplifier le problème, qui ne suppose plus de trouver simultanément les visibilitées et les facteurs de transmission, mais seulement ces derniers. Alors que Cornwell et Wilkinson (1981) proposaient de l'utiliser pour le calcul des phases uniquement, nous l'avons étendu aux calculs des phases et des amplitudes. L'équation (4.36) est ainsi très proche de l'algorithme itératif proposé par Matson (1991) pour traiter le bispectre (aussi amélioré par Thiébaud 1994).

4.4.6 Le cas de données dispersées spectralement

La dépendance en longueur d'onde du facteur de transmission complexe

Lorsque l'on dispose de données dispersées spectralement, on a accès à des mesures de cohérence $\mu_{i,j,t,\lambda}$ qui sont fonctions de la longueur d'onde. Les facteurs de transmission complexes $G_{i,t,\lambda}$ peuvent alors être obtenus par l'algorithme itératif de l'équation (4.36) et les visibilitées $V_{k,\lambda}$ par la relation (4.37).

Cependant, si on peut établir la fonction de dépendance entre $G_{i,\lambda}$ et la longueur d'onde, on augmente considérablement la sensibilité de l'instrument. De cette manière, on peut utiliser l'information sur la totalité des longueurs d'onde pour estimer les $G_{i,\lambda}$.

Cela est possible dans le cas de faibles perturbations à l'échelle d'une sous-pupille. Il est alors nécessaire de calculer l'expression du couplage du champ électrique dans une fibre optique monomode. Nous expliciterons ce calcul dans le chapitre suivant. Nous allons néanmoins nous servir de l'expression de l'amplitude complexe couplée dans la fibre établie équation (5.14) :

$$A = \iint_{-\infty}^{+\infty} U_o(u, v) 2\eta \sqrt{\frac{3}{\pi}} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv, \quad (4.38)$$

où η est le rapport entre l'ouverture de la lentille et de la fibre, u et v les coordonnées dans le plan pupille (en unités de diamètre de la sous-pupille) et $U_o(u, v)$ le champ

normalisé rayonné par l'astre observé. A partir des perturbations atmosphériques de la phase $\phi(u, v)$ du champ dans la pupille, on peut établir :

$$U_o(u, v) = \frac{2 \exp(i\phi(u, v))}{\sqrt{\pi}} \quad \text{si } \sqrt{u^2 + v^2} \leq 1/2 \quad (4.39)$$

$$0 \quad \text{sinon.} \quad (4.40)$$

En remplaçant l'expression du champ électrique dans l'équation (4.38), on obtient ainsi l'amplitude complexe de couplage dans le cas général de perturbations atmosphériques :

$$A = \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \exp(i\phi(u, v) - 6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv, \quad (4.41)$$

Reste à faire intervenir un terme fondamental, le piston atmosphérique moyen sur la sous-pupille. Nous utiliserons comme définition du piston la moyenne pondérée de la phase :

$$\Psi = \frac{\iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \phi(u, v) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv}{\iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv}. \quad (4.42)$$

De cette manière, il est possible d'écrire clairement les résidus de phase dans la sous-pupille :

$$\tilde{\phi}(u, v) = \phi(u, v) - \Psi \quad (4.43)$$

Et de sortir de l'expression de l'amplitude complexe de couplage le déphasage introduit par le piston moyen :

$$A = \exp(i\Psi) \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \exp(i\tilde{\phi}(u, v) - 6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv. \quad (4.44)$$

Nous allons faire ici l'approximation des faibles perturbations. Cette approximation est possible lorsque la variance de la phase est faible. Concrètement, cela signifie que la taille de la sous-pupille a été choisie de façon à être proche ou inférieure à r_0 . On a alors $\tilde{\phi}(u, v) < 1$. On peut ainsi développer le champ électrique selon :

$$\exp(i\tilde{\phi}(u, v)) \approx 1 + i\tilde{\phi}(u, v) - \frac{1}{2}\tilde{\phi}^2(u, v) \quad (4.45)$$

et introduire cet approximation dans l'équation (4.44) :

$$\begin{aligned} A \approx & \exp(i\Psi) \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv + \\ & \exp(i\Psi) \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} i\tilde{\phi}(u, v) \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv - \\ & \exp(i\Psi) \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \frac{1}{2}\tilde{\phi}^2(u, v) \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Or, on peut montrer que le deuxième terme, imaginaire, est nul. Ceci peut se démontrer de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
& \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \tilde{\phi}(u, v) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv \\
&= \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} (\phi(u, v) - \Psi) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv \\
&= \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \phi(u, v) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv - \Psi \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv \\
&= 0
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Ainsi, le couplage s'écrit sous la forme d'un terme complexe dû au piston moyen sur la pupille, et un terme réel :

$$A \approx \exp(i\Psi) \frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} (1 + \frac{1}{2}\tilde{\phi}^2(u, v)) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv. \tag{4.48}$$

Puisque l'on souhaite faire ressortir la dépendance du couplage en fonction de la longueur d'onde, il est intéressant d'écrire les termes de déphasage sous la forme de différences de marche. On écrit de cette manière $\tilde{\phi}_0 = \tilde{\phi}\lambda$ et $\Psi_0 = \Psi\lambda$:

$$\begin{aligned}
A &\approx \exp(i\Psi_0/\lambda) \underbrace{\frac{4\eta\sqrt{3}}{\pi} \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv}_{= A_1} \\
&\quad \exp(i\Psi_0/\lambda) \underbrace{\frac{1}{\lambda^2} \frac{2\eta\sqrt{3}}{\pi} \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq 1/2} \tilde{\phi}_0^2(u, v) \exp(-6(u^2 + v^2)\eta^2) dudv}_{= A_2}.
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Nous avons de cette façon écrit, dans l'hypothèse de faible perturbations de phase à l'échelle d'une sous-pupille, le couplage complexe en fonction de 3 paramètres réels indépendants de la longueur d'onde Ψ_0 , A_1 et A_2 :

$$A \approx \exp(i\Psi_0/\lambda)(A_1 + A_2/\lambda^2). \tag{4.50}$$

Chacun de ces paramètres varie en fonction du temps et de la fibre. Ils dépendent donc de t et de i . A partir de cette expression du couplage, on peut déduire la dépendance en longueur d'onde des facteurs de transmission complexes. Il faut cependant tenir compte du spectre de l'objet observé. Celui-ci peut être dérivé à partir des fréquences spatiales nulles $\mu_{0,\lambda}$, intégrées sur l'ensemble des observations pour avoir un meilleur signal sur bruit :

$$\mu_{0,\lambda} = \sum_t \mu_{0,t,\lambda}. \tag{4.51}$$

On montre ainsi que le facteur de transmission peut être dérivé de l'ensemble des longueurs d'onde à partir de 3 paramètres réels :

$$G_{i,t,\lambda} = \sqrt{\mu_{0,\lambda}}(K_{i,t} + M_{i,t}/\lambda^2) \exp(i\Psi_{i,t}/\lambda). \tag{4.52}$$

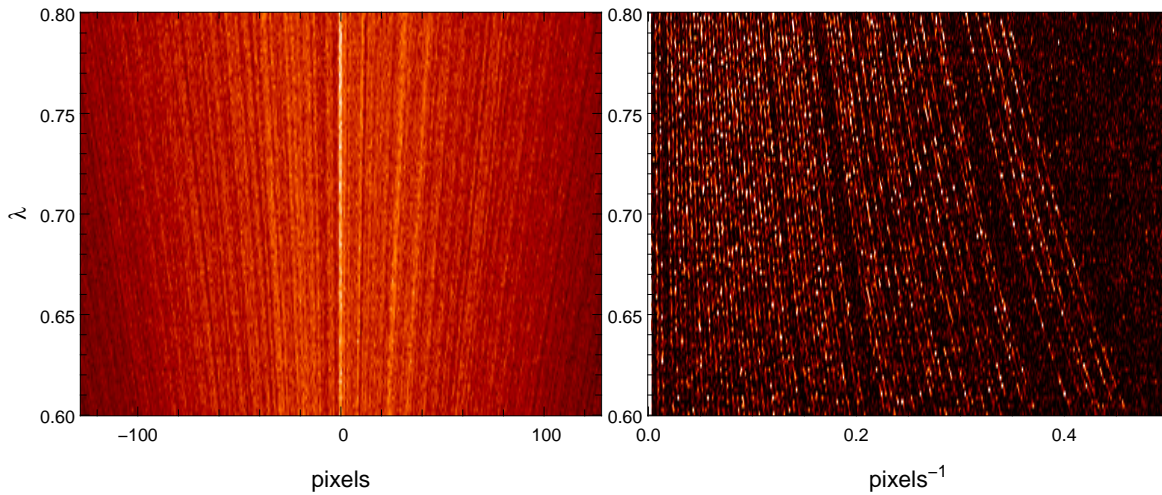


FIG. 4.9 – Simulation de données spectro-interférométriques. Malgré le bruit de photon présent dans les données, on peut voir nettement les franges dans le domaine spatial (figure de gauche) et les pics franges dans le domaine des puissances spectrales (figure de droite). Les fibres sont positionnées selon une configuration non-redondante à une dimension, d'emplacements 1, 3, 6, 20, 31, 41, 54, 63, 70, 78, 90 et 96 en unités de longueurs arbitraires.

L'ajustement aux données

Nous avons établi une relation entre les facteurs de transmission complexes et trois termes réels, un piston $\Psi_{i,t}$ et deux gains $K_{i,t}$ et $M_{i,t}$. L'étape suivante consiste à obtenir ces valeurs. Une technique simple consiste à insérer directement les transmissions complexes dans le χ^2 établi par l'équation (4.35) :

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \sum_{\lambda} \sum_t \sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t,\lambda} \left| \mu_{i,j,t,\lambda} - \mu_{0,\lambda} \left(K_{i,t} + \frac{M_{i,t}}{\lambda^2} \right) \left(K_{j,t} + \frac{M_{j,t}}{\lambda^2} \right) \exp \left(i \frac{\Psi_{i,t} - \Psi_{j,t}}{\lambda} \right) V_{k,\lambda} \right|^2 \\ & + \sum_{\lambda} \sum_t w_{0,t,\lambda} \left| \mu_{0,t,\lambda} - \sum_i \left| K_{i,t} + \frac{M_{i,t}}{\lambda^2} \right|^2 \mu_{0,\lambda} \right|^2. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Cependant, il faut savoir que, au moment précis où nous passons de la recherche de termes complexes à la recherche d'une phase et d'une amplitude, nous perdons une grande partie de la qualité de l'algorithme. En effet, alors que nous pouvions additionner une grande quantité de phaseurs complexes jusqu'à obtenir un signal sur bruit adéquat, ce n'est plus le cas si l'on fait intervenir les phases, ou plus précisément, le piston. Il est également intéressant de noter que l'on se trouve alors face à un problème très proche de celui d'un chercheur de franges en interférométrie, qui se confronte à la difficulté de trouver le piston enroulé sur les phaseurs complexes.

C'est pour ces raisons que nous avons choisi de retarder au maximum la recherche du piston atmosphérique. Il est ainsi préférable de le calculer à partir des valeurs issues de l'algorithme obtenu paragraphe 4.4.5. L'équation du χ^2 permet ensuite, à partir des valeurs estimées $G_{i,t,\lambda}^{(n)}$, de calculer les valeurs de maximum de vraisemblance du piston

différentiel et des gains, à i et t donnés :

$$\chi_{i,t}^2 = \sum_{\lambda} w_{i,t,\lambda}^g \left| G_{i,t,\lambda}^{b(n)} - \sqrt{\mu_{0,\lambda}} \left(K_{i,t}^{(n)} + \frac{M_{i,t}^{(n)}}{\lambda^2} \right) \exp \left(i \frac{\Psi_{i,t}^{(n)}}{\lambda} \right) \right|^2, \quad (4.54)$$

où les poids statistiques $w_{i,t,\lambda}^g$ correspondent maintenant à l'inverse de la variance des coefficients de transmission :

$$w_{i,t,\lambda}^g = \frac{1}{\text{Var}(\text{Re}(G_{i,t,\lambda}))} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Im}(G_{i,t,\lambda}))}. \quad (4.55)$$

Le faible nombre de paramètres (3) présents dans le $\chi_{i,t}^2$ de l'équation (4.54), rend la minimisation possible par un algorithme tel qu'un Levenberg-Marquardt. Néanmoins, il faut remarquer que la vraisemblance n'est pas un critère convexe vis-à-vis de la phase. Ce problème peut être résolu en partant d'une grille de conditions initiales. Cette grille serait composée, par exemple, de l'ensemble :

$$\Psi_{\text{init}} = n \frac{\lambda_0}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{tq} \quad |\Psi_{\text{init}}| < \Psi_{\text{max}} \quad (4.56)$$

où Ψ_{max} serait une estimation du piston maximum. Cette grille, couplée à l'algorithme de minimisation, permet d'obtenir le minimum global pour le piston $\Psi_{i,t}^{(n)}$ et les gains $K_{i,t}^{(n)}$ et $M_{i,t}^{(n)}$. On peut alors utiliser l'équation (4.37) pour obtenir les visibilitées :

$$V_{k,\lambda}^{\dagger(n)} = \frac{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t,\lambda} \left(K_{i,t}^{(n)} + \frac{M_{i,t}^{(n)}}{\lambda^2} \right) \left(K_{j,t}^{(n)} + \frac{M_{j,t}^{(n)}}{\lambda^2} \right) \exp \left(2i\pi \frac{\Psi_{j,t} - \Psi_{i,t}}{\lambda} \right) \mu_{i,j,t,\lambda}}{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t,\lambda} \left| K_{i,t}^{(n)} + \frac{M_{i,t}^{(n)}}{\lambda^2} \right|^2 \left| K_{j,t}^{(n)} + \frac{M_{j,t}^{(n)}}{\lambda^2} \right|^2}. \quad (4.57)$$

L'algorithme modifié

La version de l'algorithme avec dispersion spectrale se compose en conséquence des étapes suivantes :

1. initialisation : choisir des coefficients de transmissions ($\mathbf{G}^{(0)}$) initiaux et mettre n à zéro.
2. ajuster sur les coefficients de transmission complexes les gains $\mathbf{K}^{(n)}$ et $\mathbf{M}^{(n)}$, et les pistons $\Psi^{(n)}$ (faire attention à la non-convexité du piston)
3. générer les visibilitées $\mathbf{V}^{(n)}$ à partir des gains normalisés, des pistons et de l'équation (4.57)
4. Si l'algorithme converge, arrêter ; sinon poursuivre à l'étape suivante
5. calculer $\mathbf{G}^{(n+1)}$ à partir de la relation (4.36)
6. effectuer $n := n + 1$ et retourner à l'étape 2

L'algorithme présenté ici est encore en développement, mais il a le mérite de pouvoir servir de base à une étude de performance d'un instrument à dispersion spectrale. Le temps a malheureusement manqué pour pouvoir simuler ses performances dans des situations réalistes. Nous n'avons, notamment, pas pu tester la robustesse de cette algorithme par rapport à celui sans dispersion spectrale. Comme nous l'avons vu, le risque principal est celui de l'indétermination du piston à un facteur de 2π . Une telle erreur récurrente sur le piston aurait pour conséquence de biaiser nos résultats. Des travaux en cours tentent de répondre à cette question, notamment dans le cas de signaux fortement bruités.

Un point intéressant à explorer est la statistique temporelle du piston. On pourrait envisager un algorithme prenant en compte la variation du piston au cours du temps, pour obtenir de meilleures estimations. Ceci permettrait, en utilisant la continuité temporelle des variations de phase, de diminuer le risque de sauts intempestifs de 2π .

4.5 La dynamique de reconstruction

4.5.1 Une approximation analytique de la dynamique

Ce système permet d'obtenir les visibilités de l'objet observé avec une très grande précision. Pour estimer la dynamique d'un tel procédé, nous avons adopté deux approches.

La première technique est basée sur une approximation analytique proposée par Baldwin et Haniff (2002). Elle donne l'expression suivante de la dynamique :

$$\text{dyn} = \sqrt{\frac{n}{(\delta V/V)^2 + (\delta\phi)^2}}, \quad (4.58)$$

Dans cette expression, n est le nombre total de mesures, $(\delta V/V)$ l'erreur en amplitude et $\delta\phi$ l'erreur sur la phase. En considérant comme seule source de bruit, un bruit de photon, l'erreur sur les fréquences spatiales mesurées est de $\sqrt{N_{\text{ph}}}$ où N_{ph} est le nombre total de photons. Pour des interférences ayant un facteur de cohérence de 1, et un nombre M de sous-pupilles, le rapport signal sur bruit du pic frange est alors :

$$V/\delta V = \frac{\sqrt{N_{\text{ph}}}}{M}, \quad (4.59)$$

De plus, (Goodman 1985), dans le cadre d'un bruit blanc, lie l'erreur sur l'amplitude à l'erreur sur la phase par la relation :

$$\delta\phi \approx \frac{\delta V}{V}. \quad (4.60)$$

On peut en déduire l'approximation suivante de la dynamique de l'image reconstruite :

$$\text{dyn} = \sqrt{\frac{M(M-1)}{2M^2/N_{\text{ph}}}} \approx \sqrt{\frac{N_{\text{ph}}}{2}}. \quad (4.61)$$

Cette expression permet de déduire deux conclusions importantes pour cet instrument :

- Une dynamique infinie est théoriquement accessible pourvu que l'on observe la source suffisamment longtemps
- La limitation due au bruit de photon est accentuée parce que la localisation spatiale des photons est perdue

Ce dernier point a pour conséquence de limiter de façon importante la dynamique possible. En effet, obtenir une dynamique de 10^{10} nécessiterait $\approx 10^{20}$ photons, soit plusieurs centaines de jours d'intégration sur un télescope de dix mètres pour une source de magnitude 0 dans le visible.

4.5.2 Les simulations de l'instrument

Les caractéristiques de la simulation

Pour effectuer ces simulations, nous avons utilisé "YAO"¹, un logiciel de simulation d'optique adaptative développé par François Rigaut. Toute la programmation a été

¹<http://www.maumae.net/yao/>

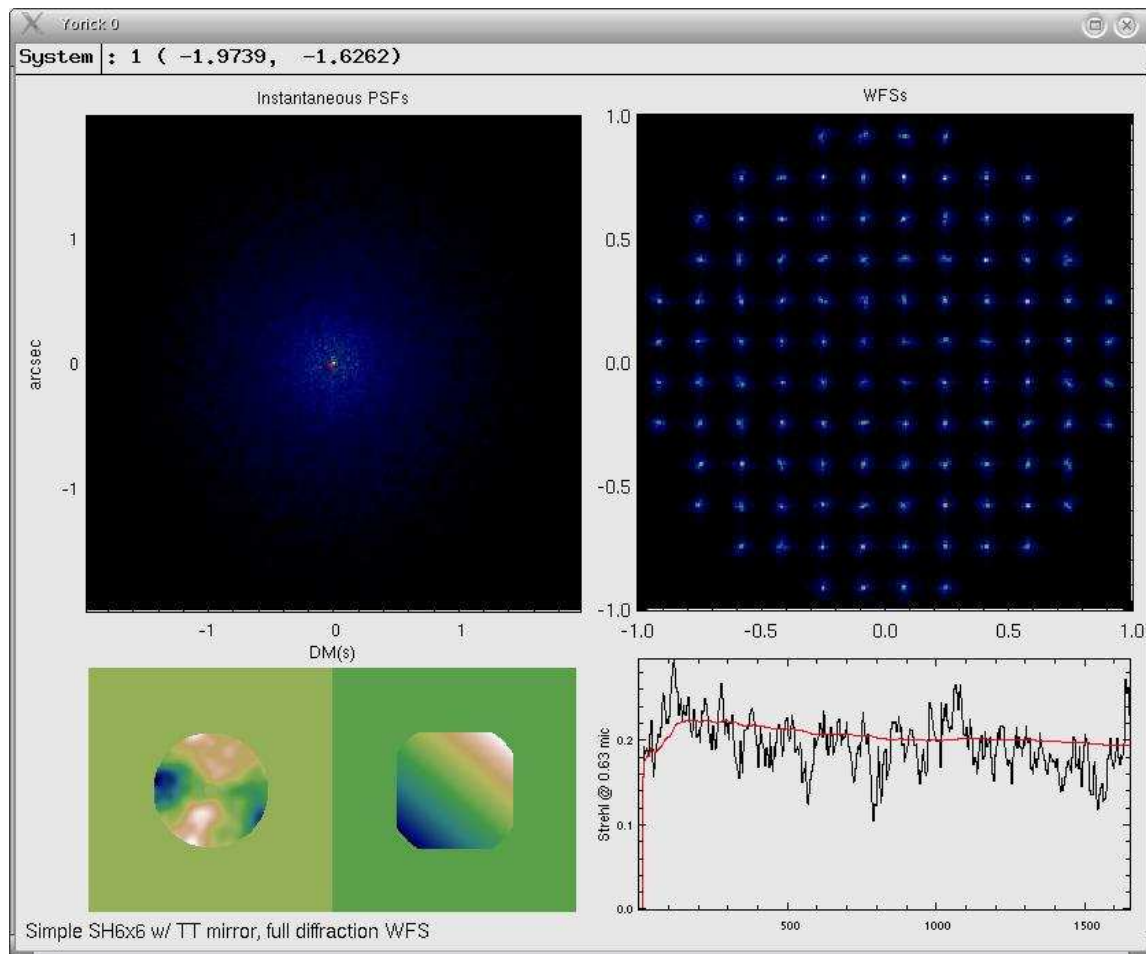


FIG. 4.10 – Logiciel de simulation d’optique adaptative “YAO”. A droite est représenté le détecteur du Shack-Hartmann, à gauche, la réponse impulsionnelle instantanée. On peut voir, en bas à gauche, la position du miroir déformable et du miroir tip/tilt. Le Strehl obtenu à chaque itération est représenté par la courbe en bas à droite.

faite en langage Yorick², un langage interprété sous licence GNU à l’écriture proche du C.

“YAO” nous a permis de simuler un télescope optique de 8 mètres, doté d’une optique adaptative classique optimisée pour fonctionner dans l’infrarouge. Nous avons ensuite simulé des conditions de turbulences atmosphériques – que nous avons choisies plutôt bonnes – correspondant à un r_0 de 20 centimètres à une longueur d’onde de 630 nanomètres. Pour cela, nous avons utilisé une atmosphère composée de 4 couches de turbulences distinctes à des altitudes de 0, 400, 6 000 et 9 000 mètres. La vitesse de déplacement de ces couches est une variable importante car elle conditionne le temps de cohérence. Nous avons utilisé des vitesses de déplacement allant de 6 à 20 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en fonction de la hauteur de la couche turbulente. L’optique adaptative consiste en un système de détection de front d’onde de type Shack-Hartmann et un miroir déformable doté de 12x12 actionneurs. La fréquence de la boucle d’asservissement est de 500 Hz, avec un gain de 0,6 et un retard de correction de 4 ms. L’étoile guide est une étoile de

²<http://yorick.sourceforge.net/>

magnitude 5. La figure 4.10 est une copie d'écran de l'affichage "YAO". On voit, à droite, le détecteur du Shack-Hartmann et, à gauche, la réponse impulsionnelle instantanée. En bas à gauche est représenté l'état du miroir déformable et du tip/tilt. La courbe en bas à droite représente le Strehl obtenu après chaque itération. On peut noter un Strehl moyen aux alentours de 0,2, ce qui reste élevé pour une observation à 630 nm. Il faut cependant rester conscient que cette optique adaptative est théorique et ne reflète pas certaines autres causes de limitations, comme les erreurs de calibration ou celles de la matrice d'inversion.

Le réarrangement de la pupille est effectué par la division de la pupille d'entrée en 132 sous-pupilles hexagonales. Chacune de ces sous-pupilles est filtrée par le mode fondamental d'une fibre optique monomode. Le taux d'injection maximum dans les fibres, via une sous-pupille hexagonale, est de 78%. Cependant, à une longueur d'onde de 630 nm, le taux d'injection est bien plus faible. Nos simulations nous ont permis de mesurer un taux d'injection de $\approx 5\%$ pour des sous-pupilles de tailles $5 r_0$, et de $\approx 20\%$ lorsque l'optique adaptative est activée. Les 132 sous-pupilles sont ensuite réarrangées selon une configuration non-redondante en deux dimensions, de manière à produire un total de 8 646 fréquences spatiales distinctes.

Le temps d'acquisition total a été fixé à 40 secondes. Cependant, le temps de cohérence de l'atmosphère nécessite des acquisitions très rapides, dont nous avons choisi de fixer la durée à 4 millisecondes. Cette période d'acquisition correspond à deux déplacements du miroir déformable, pour permettre de prendre en compte l'effet de ces déplacements au cours des acquisitions. Nous avons ensuite ajouté un bruit Gaussien sur le détecteur pour prendre en compte le bruit de photon (il s'agit d'une approximation du bruit Poissonien valable lorsque le nombre de photons est important). La quantité de photons a été déterminée pour une bande passante de 60 nm et un taux de couplage moyen dans les fibres de 5% (en l'absence d'optique adaptative). Aucun bruit de détecteur n'a été ajouté car le système a été défini pour fonctionner dans le visible. Nous nous sommes en conséquence placé dans le cas de l'utilisation d'une caméra à comptage de photon.

L'effet de la chromaticité de la lumière a été ignoré. Il a été pris le parti de considérer, lors de cette simulation, que le problème du chromatisme était un problème technique, pouvant être géré lors de la conception de l'instrument. Il existe, en effet, plusieurs solutions techniques, dont celle consistant à disperser les franges sur le détecteur.

La fonction de transfert optique

Le premier test que nous avons effectué a consisté à imager les fonctions de transfert instrumentales, ou plutôt, les réponses impulsionnelles. À titre de comparaison, nous avons étudié trois cas. Ceux-ci ont le mérite de pouvoir être calculés simplement, à partir des coefficients de transmission complexes de la pupille.

La première fonction de transfert optique (FTO) est celle que l'on obtiendrait pour une longue pose. En utilisant une notation discrète du champ dans la pupille (les \mathbf{G}), la fonction de transfert s'écrit à la fréquence \mathbf{u}_k :

$$\text{OTF}_k = \left\langle \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^* \right\rangle. \quad (4.62)$$

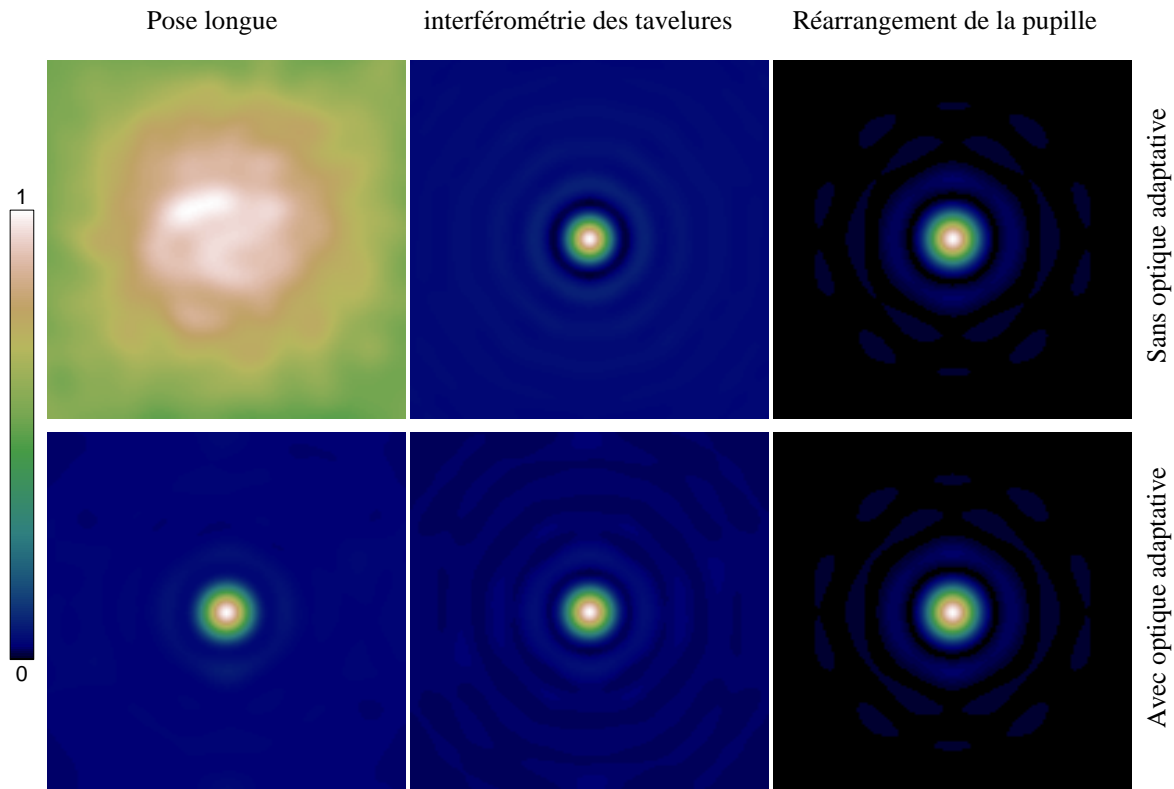


FIG. 4.11 – Images des réponses impulsionnelles obtenues à partir de trois techniques différentes. L'acquisition consiste en 10 000 poses de 4 ms sur un télescope de 8 mètres, dans le domaine visible, et en présence d'une atmosphère turbulente ($r_0 = 20$ cm). Le calcul de la transformé de Fourier de ces images a été obtenu par les équations (4.62), (4.63) et (4.64). Elles correspondent respectivement à une acquisition longue pose, à une déconvolution par interférométrie des tavelures et à un système avec réarrangement de pupille. Tous les cas ont été calculés avec ou sans la présence d'une optique adaptative. Une coupe horizontale de chacune de ces images est présentée figure 4.12.

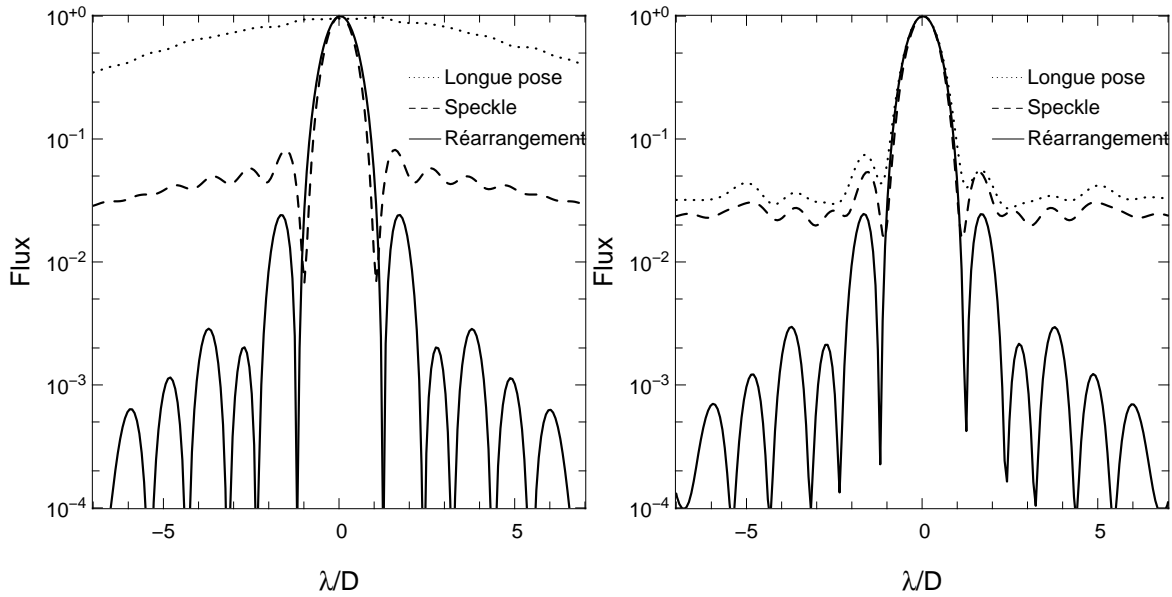


FIG. 4.12 – Coupes horizontales des réponses impulsionnelles présentées figure 4.11

Cette valeur correspond à la moyenne temporelle des fonctions de transfert instantanées. De manière similaire, on peut déduire une fonction de transfert optique dans le cas d'un traitement post détection proche de l'interférométrie des tavelures. Dans ce type de méthode, il est souvent effectué la somme de la densité spectrale de puissance de l'image d'un côté, et le bispectre de l'autre. Le biais introduit par le bruit de photon est ensuite retranché, et l'image obtenue par déconvolution. En négligeant l'influence de la phase, on peut simuler une réponse impulsionnelle sous la forme suivante :

$$\text{OTF}_k = \sqrt{\left\langle \left| \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^* \right|^2 \right\rangle} \quad (4.63)$$

Enfin, la technique que nous proposons, permet de calculer l'influence des facteurs de transmission $\tilde{\mathbf{G}}$ par l'algorithme présenté section 4.4. La fonction de transfert optique est alors la suivante :

$$\text{OTF}_k = \left\langle \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} \frac{G_i G_j^*}{\tilde{G}_i \tilde{G}_j^*} \right\rangle \quad (4.64)$$

Il faut noter, cependant, que cette OTF est physiquement échantillonnée, ce qui se traduit pratiquement par une limitation du champ spatial observé.

Les résultats sont représentés figure 4.11 sous la forme de réponses impulsionnelles. Les images de la partie supérieure de la figure correspondent aux résultats obtenus avec un front d'onde non-corrigé, et la partie inférieure avec l'activation de l'optique adaptative. Un premier résultat est que l'optique adaptative, même si elle n'est pas conditionnée pour fonctionner aux longueurs d'onde du visible, permet de gagner en résolution. Cependant, la dynamique est très faible, de l'ordre de 20. Nous avons tracé figure 4.12 les coupes horizontales des réponses impulsionnelles. On peut noter l'intérêt de la technique d'interférométrie des tavelures (aussi appelée technique speckle) qui permet, même sans optique adaptative, de restituer une image à la limite de diffraction. La dynamique maximale est alors obtenue lorsque l'on conjugue une technique speckle avec une optique adaptative. La dynamique reste cependant faible, inférieure à 50.

Lorsque l'on utilise l'algorithme présenté section 4.4 pour estimer les coefficients de transmission, on peut voir sur les panneaux de la figure 4.11 qu'une très grande dynamique peut être obtenue. On arrive, d'ailleurs, à reconstituer une fonction de transfert très proche de la tache d'Airy. On peut voir figure 4.12 que les anneaux d'Airy ne sont pas parfaitement déterminés. Ceci est dû au filtrage hexagonal de la pupille par les fibres optiques. Ce résultat montre qu'il est possible d'obtenir une dynamique supérieure à 10^3 à une distance angulaire de quelques λ/D de l'étoile centrale. Cependant, parce que la réponse impulsionnelle est stable et connue, il est possible de l'ajuster pour obtenir une dynamique encore plus grande. C'est ce que nous avons fait par la suite pour reconstruire des images à très haute dynamique.

Les images reconstruites

L'étape suivante consiste à reconstruire une image à partir d'un objet complexe. Pour cela, nous avons considéré une étoile centrale de magnitude variable (0, 5, 10, 15 mag), entourée d'un disque circumstellaire. Le disque a un rapport de brillance avec l'étoile centrale de 10^{-2} , ainsi qu'une répartition décroissante exponentielle. Nous avons aussi ajouté à ce disque deux compagnons, de brillances 1/1 000 et 1/10 000.

Comme nous les avons précédemment calculés, les facteurs de transmission complexes \mathbf{G} sont obtenus par l'algorithme de l'équation (4.36) sur les 10 000 acquisitions. Nous en avons déduit les visibilitées de l'objet par la relation (4.37). Enfin, nous avons utilisé les visibilitées pour reconstruire une image. Il est intéressant de noter que l'on a alors le choix de la réponse impulsionnelle. Ainsi, si on multiplie les visibilitées par une fonction Gaussienne, la réponse impulsionnelle sera une Gaussienne. Si on les multiplie par une fonction de transfert en forme de cône, on obtiendra alors une réponse impulsionnelle en forme de tache d'Airy. Ce choix dépend en conséquence de nos objectifs scientifiques. Dans notre étude, parce que l'on souhaite mettre en évidence la dynamique maximale, nous avons multiplié nos visibilitées par une fonction Gaussienne. Au prix d'une légère perte en résolution spatiale, nous avons pu obtenir des dynamiques nettement supérieures aux limitations dues aux anneaux d'Airy.

Ces résultats sont présentés figures 4.13 et 4.14. Dans le cadre des données simulées sans optique adaptative (AO), le bruit de photons est clairement la cause de la limitation en dynamique. On peut voir que lorsque la magnitude de l'objet augmente, la dynamique diminue linéairement. Nous avons représenté dans le tableau 4.1 la dynamique des images en fonction de la magnitude de l'objet. La dynamique a été obtenue à partir de la variance d'une section bruitée de l'image. Celle-ci est comparée à la dynamique théorique telle que nous l'avons calculée section 4.5.1. Nous pouvons constater une dynamique effective très proche de la dynamique théorique, calculée à partir du bruit de photons seulement. Ainsi, il a effectivement été reconstruit une image avec une dynamique de 10^6 . Ceci est une confirmation de la limite instaurée par le bruit de photons et non plus par le bruit des turbulences atmosphériques. Ceci est remarquable pour des observations obtenues avec un télescope de 8 mètres aux longueurs d'onde visibles.

Notre travail a également permis de mettre en lumière l'influence de l'optique adaptative. Comme l'indique le tableau 4.1, l'utilisation de cette technique permet de gagner en dynamique lorsque l'objet est faiblement brillant (mag > 10). Cependant, nous avons noté que la dynamique était limitée aux alentours de $1,5 \times 10^4$. Une analyse de nos

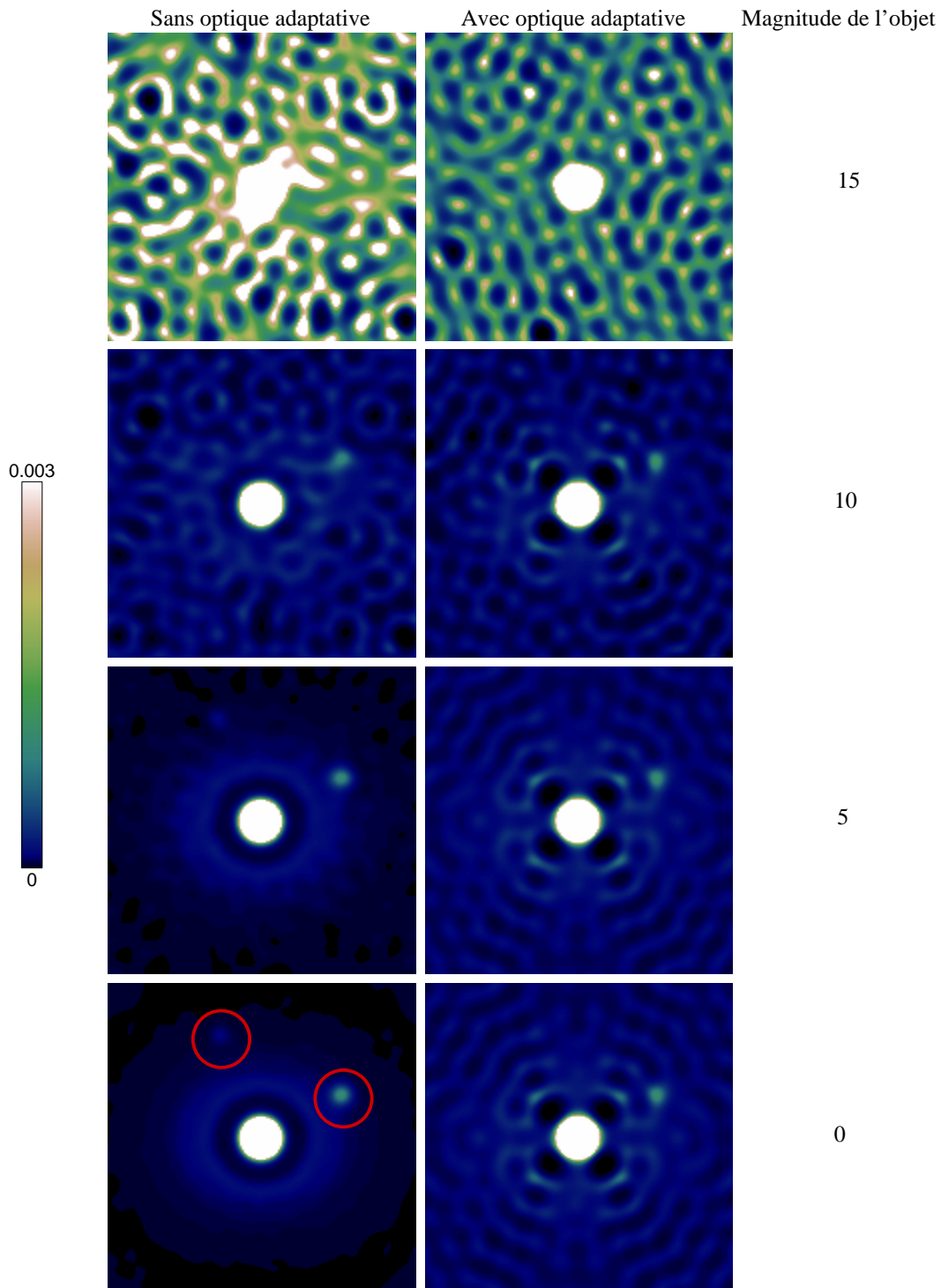


FIG. 4.13 – Ces simulations présentent des images reconstruites par la méthode de réarrangement de pupille. L'objet central est une étoile de magnitude variable (entre 0 et 15). L'environnement de l'étoile consiste en un disque d'accrétion de brillance $1/100$ celle de l'étoile, et de deux compagnons de flux respectifs un millième et un dix-millième. Les compagnons sont entourés en rouge sur l'image reconstruite en haut à gauche.

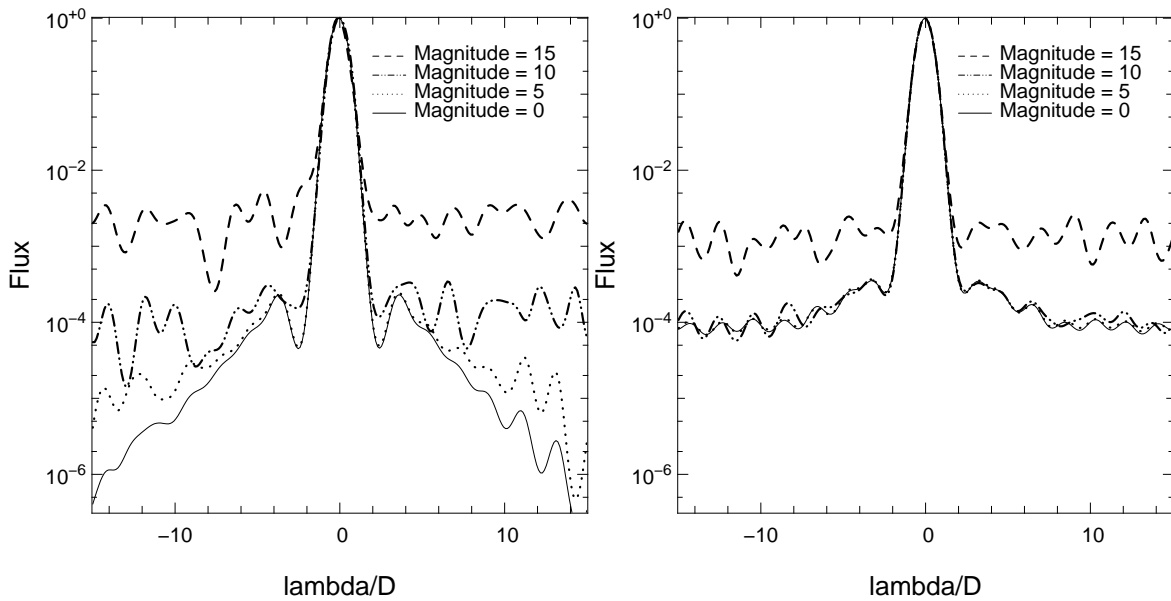


FIG. 4.14 – Coupes horizontales des images reconstruites présentées figure 4.13

TAB. 4.1 – Dynamique des images de la figure 4.13

Magnitude	Sans AO		Avec AO	
	$\sqrt{N_{\text{ph}}/2^a}$	D.R. ^b	$\sqrt{N_{\text{ph}}/2^a}$	D.R. ^b
0	$1,1 \times 10^6$	$0,9 \times 10^6$	$2,4 \times 10^6$	$1,8 \times 10^4$
5	$1,1 \times 10^5$	$1,5 \times 10^5$	$2,4 \times 10^5$	$1,7 \times 10^4$
10	$1,1 \times 10^4$	$1,3 \times 10^4$	$2,4 \times 10^4$	$1,6 \times 10^4$
15	$1,1 \times 10^3$	$0,8 \times 10^3$	$2,4 \times 10^3$	$1,2 \times 10^3$

^a Dynamique prédite par l'équation (4.61).

^b Dynamique mesurée à partir de l'écart type constaté sur le fond des images reconstruite de la figure 4.13.

calculs nous a permis d'aboutir à la conclusion que l'optique adaptative limitait bien la dynamique. Ceci est dû au petit déplacement du miroir. En effet, la boucle d'asservissement déplace le miroir toutes les 2 ms, alors que le temps d'intégration d'une pose est de 4 ms. Ce résultat ne remet cependant pas en cause l'utilité de conjuguer notre système à une optique adaptative. Il montre, néanmoins, l'intérêt d'une étude détaillée d'un tel système, où l'optique adaptative serait configurée pour ne pas introduire de bruit. Cela pourrait se faire, par exemple, en autorisant des déplacements du miroir déformable uniquement entre deux poses.

CHAPITRE 5

L'optimisation des paramètres de l'instrument

Sommaire

5.1	Introduction	128
5.2	L'injection dans les fibres monomodes	129
5.2.1	La relation entre plan pupille et plan image	129
5.2.2	Éléments théoriques des fibres	129
5.2.3	L'efficacité de couplage	131
5.2.4	L'injection dans le cas d'un front d'onde plan	131
5.2.5	La sensibilité dans le cas d'un front d'onde perturbé	132
5.3	Le champ de la fibre et le phénomène de confusion	134
5.3.1	Le champ dans le cas d'un front d'onde plan	134
5.3.2	Le bruit de confusion	135
5.4	Recombinaison et bande spectrale	137
5.4.1	La modulation spatiale en monochromatique	137
5.4.2	La modulation spatiale en polychromatique	138
5.4.3	L'influence de la bande passante sur le facteur de cohérence	141
5.4.4	Le champ interférométrique	143
5.4.5	Le bruit du piston atmosphérique	145
5.5	Le choix du réarrangement	147
5.5.1	Les contraintes du réarrangement	147
5.5.2	L'algorithme	147
5.5.3	Les configurations optimales	149
5.5.4	L'effet du chromatisme sur le codage fréquentiel	152
5.6	Le temps d'intégration	154
5.7	Récapitulatif	156

5.1 Introduction

Il existe deux types de paramètres entrant en jeu lors de la conception de l'instrument. Un certain nombre d'entre eux sont liés à l'environnement de l'instrument et ne peuvent être modifiés. Il s'agit de :

- D , le diamètre du télescope
- r_0 , le paramètre de Fried. Il correspond au diamètre d'une surface cohérente dont la variance de la phase (σ_ϕ) est inférieure à 1 radian. Pour un système comprenant une optique adaptative, nous utiliserons à la place de r_0 le paramètre de Fried généralisé ρ_0 (Cagigal et Canales 2000).
- Les bruits de photon et de détecteur.

Ensuite, en fonction de ceux-ci, il faut choisir un certain nombre de paramètres physiques optimisant les performances finales. Ces paramètres libres sont :

- M , le nombre de sous-pupilles et de fibres optiques
- d , la taille des sous-pupilles
- η , le rapport entre l'ouverture numérique des lentilles et celle des fibres
- $\Delta\lambda/\lambda_0$ la bande passante spectrale
- D'/d' , le rapport maximal de taille entre la sous-pupille de sortie et la distance séparant deux sous-pupilles.

Il s'agit de simuler l'influence de chacune de ces valeurs dans le cadre des paramètres fixes. Par exemple, le diamètre du télescope contraint le nombre de sous-pupilles par la relation :

$$Md^2 \leq D. \quad (5.1)$$

Or, ces paramètres influent souvent sur différents facteurs. Nous nous focaliserons au cours de ce chapitre sur la sensibilité de l'instrument et les sources d'erreurs sur les visibilités (voir tableau 5.1 ci-dessous).

TAB. 5.1 – Influence des caractéristiques de l'instrument

	d	η	$\Delta\lambda/\lambda_0$	D'/d'	Paragraphe
Champ de la fibre	✓	✓			5.3.1
Bruit de confusion	✓	✓			5.3.2
Champ de l'interféromètre			✓	✓	5.4.4
Bruit de piston			✓	✓	5.4.5
Sensibilité	✓	✓	✓	✓	

5.2 L'injection dans les fibres monomodes

5.2.1 La relation entre plan pupille et plan image

Au cours de ce chapitre, nous serons régulièrement amené à calculer l'amplitude complexe du rayonnement émis par la source astrophysique. Pour cela, il est parfois intéressant de l'établir dans le plan pupille du télescope, mais aussi dans le plan du détecteur (pour former une image) ou encore dans le plan de la fibre optique (pour calculer le taux d'injection). La correspondance entre le champ dans le plan pupille et celui dans le plan focal est décrite par la relation de Fraunhofer.

Concrètement, cette relation établit qu'un champ électrique dans le système de coordonnées de la pupille $E_o(x_1, y_1)$ se diffracte de façon à produire un champ $E_\bullet(x_2, y_2)$ à une distance f telle que :

$$E_\bullet(x_2/f, y_2/f) \propto TF(E_o(x_1/\lambda, y_1/\lambda)), \quad (5.2)$$

où TF est l'opérateur transformée de Fourier. Sans optique, cette relation est vérifiée dans le cas où f est suffisamment grand ($f \gg \frac{\pi(x_1^2 + y_1^2)}{\lambda}$). Lorsque l'on utilise une lentille (ou un miroir) pour faire converger la lumière, cette relation est vérifiée au point focal.

Dans ce chapitre, nous utilisons le sigle \circ pour désigner le champ dans le plan pupille, et \bullet le champ dans le plan focal. Les coordonnées respectivement utilisées sont (u, v) en unité de longueur d'onde, et (α, β) en unité de distance focale. Ceci permet de simplifier la relation de Fraunhofer qui, en faisant usage de ces coordonnées conjuguées, s'écrit :

$$E_\bullet(\alpha, \beta) \propto TF(E_o(u, v)). \quad (5.3)$$

5.2.2 Éléments théoriques des fibres

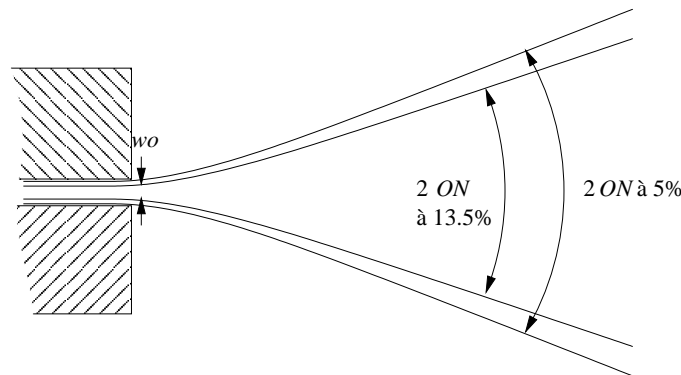


FIG. 5.1 – Flux en sortie de fibre. La diffraction crée un champ divergeant, quasi-Gaussien. Il peut être caractérisé par une largeur fixée par un seuil de 5% (e^{-3}) ou de 13,5% (e^{-2}). Dans le cœur de la fibre, le champ est défini par le diamètre modal w_0 . L'ouverture numérique correspond à un angle que nous définirons au cours de cette thèse par le niveau d'intensité de 5%.

Certain paramètres fondamentaux caractérisent les fibre optiques monomodes. Ils sont déterminés par la physique de la fibre et servent de référence lors de l'achat des fibres. Il s'agit de :

- L'ouverture numérique ON , angle dû à la diffraction de la lumière à la sortie de la fibre. Cette valeur est quasi achromatique. Dans le cas d'une fibre à saut d'indices, elle est fixée par l'indice de la fibre et de son cœur : $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$. Cette valeur est importante car elle peut être déterminée expérimentalement à partir du seuil de 5% du flux maximum (figure 5.1).
- Le diamètre du mode fondamental w_0 (en anglais, MFD pour Mode Field Diameter) est une longueur chromatique et ne correspond pas nécessairement au diamètre du cœur. Alors que l'ouverture numérique est définie par un seuil d'intensité de 5%, le diamètre est caractérisé par le seuil de 13,5%. La relation entre ces deux valeurs est la suivante :

$$w_0 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\lambda}{ON}. \quad (5.4)$$

- La fréquence de coupure λ_c . Il s'agit de la limite spectrale pour que la fibre se comporte comme une fibre monomode. Aux longueurs d'ondes inférieures, d'autres modes apparaissent. L'utilisation d'une fibre monomode se fait généralement dans le domaine spectral $\lambda_c < \lambda < 1,3\lambda_c$. Aux longueurs d'ondes supérieures, la fibre devient sensible aux courbures et le facteur de transmission décroît. λ_c est relié à l'ouverture numérique et au rayon du cœur de la fibre (a) par la relation :

$$\lambda_c = \frac{2\pi a ON}{2,405}. \quad (5.5)$$

Le champ dans la fibre est à symétrie circulaire, avec une amplitude proche d'une fonction Gaussienne. Cette approximation donne :

$$E(r) \propto \exp\left(\frac{-4r^2}{w_0^2}\right). \quad (5.6)$$

Dans un plan image fictif défini par une focale f , le champ en coordonnées angulaires donne :

$$E_\bullet(\alpha, \beta) \propto \exp\left(-\frac{4(\alpha^2 + \beta^2)f^2}{w_0^2}\right). \quad (5.7)$$

Nous pouvons alors utiliser la transformée de Fourier qui lie le champ dans le plan pupille au champ du plan focal (équation (5.3)) pour en déduire le champ pupillaire associé au mode fondamental de la fibre :

$$E_\circ(u, v) \propto \exp\left(-\frac{\pi^2 w_0^2 (u^2 + v^2)}{4f^2}\right). \quad (5.8)$$

qui peut également s'écrire d'après l'équation (5.4) :

$$E_\circ(u, v) \propto \exp\left(-\frac{3(u^2 + v^2)\lambda^2}{2f^2 ON^2}\right) \quad (5.9)$$

Il est intéressant de noter que l'amplitude du champ dans la pupille est une Gaussienne de largeur indépendante de la longueur d'onde (parce que u et v sont en unités de longueur d'onde, $u\lambda$ et $v\lambda$ représentent des distances achromatiques).

5.2.3 L'efficacité de couplage

L'amplitude complexe couplée dans la fibre A est le produit scalaire normalisé du mode fondamental de la fibre (E) par le champ électrique incident (U) :

$$A = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} U_{\bullet}(\alpha, \beta) \cdot E_{\bullet}^*(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |U_{\bullet}(\alpha, \beta)|^2 d\alpha d\beta \times \iint_{-\infty}^{+\infty} |E_{\bullet}(\alpha, \beta)|^2 d\alpha d\beta}. \quad (5.10)$$

Elle peut être calculée de la même façon par le recouvrement des champs dans le plan pupille (théorème de Parseval-Plancherel) :

$$A = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} U_{\circ}(u, v) \cdot E_{\circ}^*(u, v) dudv}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |U_{\circ}(u, v)|^2 dudv \times \iint_{-\infty}^{+\infty} |E_{\circ}(u, v)|^2 dudv}. \quad (5.11)$$

L'équation du champ de la fibre dans le plan pupille a été établie en équation (5.9). En faisant intervenir le diamètre de la sous-pupille (d) et le rapport d'ouverture numérique entre la lentille d'injection et la fibre :

$$\eta = \frac{ON_{\text{lentille}}}{ON_{\text{fibre}}} = \frac{d}{2fON}, \quad (5.12)$$

on peut obtenir une forme simple, normalisée :

$$E_{\circ}(u, v) = \frac{2\eta\lambda}{d} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \exp\left(-6 \frac{(u^2 + v^2)\lambda^2}{d^2} \eta^2\right), \quad (5.13)$$

où u , v et d sont respectivement les coordonnées dans le plan pupille et le diamètre de la sous-pupille. L'amplitude complexe couplée peut ainsi s'écrire pour un quelconque champ pupillaire $U_{\circ}(u, v)$ normalisée :

$$A = \iint_{-\infty}^{+\infty} U_{\circ}(u, v) \frac{2\eta\lambda}{d} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \exp\left(-6 \frac{(u^2 + v^2)\lambda^2}{d^2} \eta^2\right) dudv. \quad (5.14)$$

L'efficacité de couplage correspond à l'énergie injectée dans la fibre par rapport à l'énergie totale incidente. Elle est égale au carré du module de l'amplitude complexe :

$$\rho = |A|^2. \quad (5.15)$$

5.2.4 L'injection dans le cas d'un front d'onde plan

Pour une pupille pleine, et en l'absence de perturbations atmosphériques, le champ provenant de l'objet astrophysique non résolu s'écrit de façon normalisé :

$$U_{\circ}(u, v) = \begin{cases} \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}d} & \text{si } \sqrt{u^2 + v^2} \leq d/2\lambda \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.16)$$

D'où l'amplitude complexe de couplage :

$$A = \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq d/2\lambda} \frac{4\sqrt{3}\eta\lambda^2}{\pi d^2} \exp\left(-6 \frac{(u^2 + v^2)\lambda^2}{d^2} \eta^2\right) dudv, \quad (5.17)$$

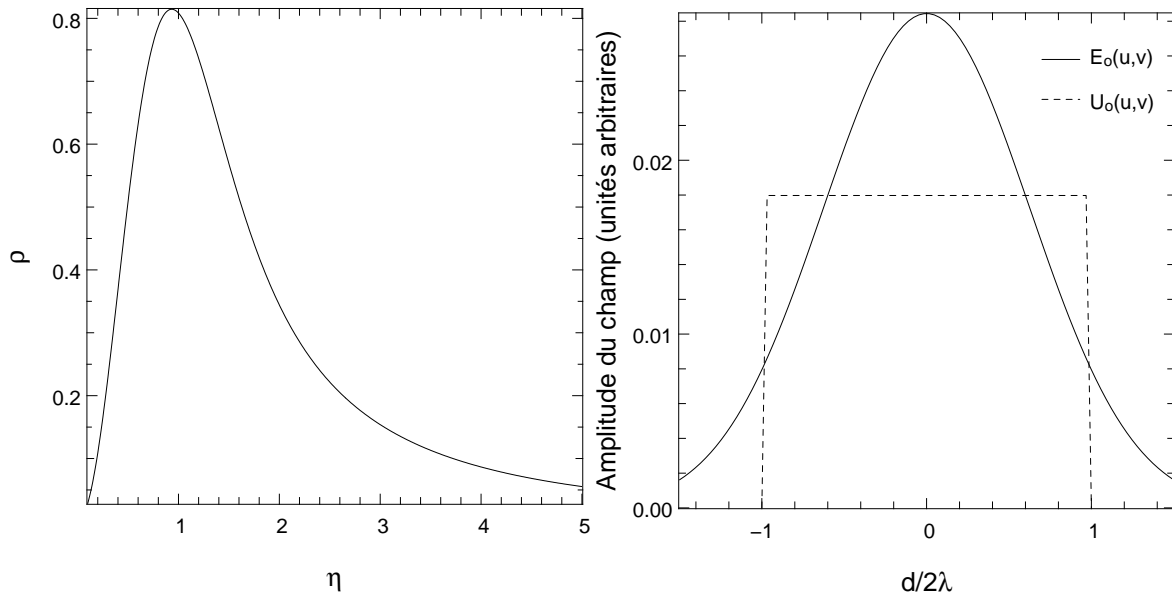


FIG. 5.2 – A gauche : efficacité de couplage en fonction du rapport d'ouverture $\eta = ON_{\text{lentille}}/ON_{\text{fibre}}$. Dans le cas d'un front d'onde incident cohérent, l'efficacité de couplage est maximale pour $\eta = 0,92$. A droite : le champ électrique associé à la fibre et à l'onde incidente dans le plan pupille.

et :

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}\eta} \left(1 - \exp\left(-\frac{3\eta^2}{2}\right) \right). \quad (5.18)$$

Par conséquent, l'efficacité de couplage s'écrit :

$$\rho = \frac{4}{3\eta^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{3\eta^2}{2}\right) \right)^2. \quad (5.19)$$

Nous l'avons représentée figure 5.2, ainsi que les champs pupillaires correspondant à son maximum. Celui-ci est obtenu pour $\eta = 0,92$ et correspond à une efficacité de couplage de 81 %.

5.2.5 La sensibilité dans le cas d'un front d'onde perturbé

Lorsque le bruit de détecteur domine, la sensibilité de l'instrument est liée au nombre de photons reçus par pixel, et non directement à celui collecté par l'ensemble de la pupille. Plus exactement, à nombre de photons fixe, plus on utilise de fibres, plus la sensibilité décroît.

Ainsi, une caractérisation de la sensibilité peut être obtenue à partir de l'énergie couplée en moyenne dans une fibre. Cette énergie est proportionnelle à l'efficacité de couplage et à l'aire de la sous-pupille. Dans le cas d'un front d'onde incident parfaitement plan, la sensibilité maximale est obtenue pour $\eta = 0,92$ et un diamètre de sous-pupille maximal. Lorsque le front d'onde est perturbé par l'atmosphère, la sensibilité maximale n'est plus obtenue pour une valeur unique de η . Nous avons utilisé un logiciel de simulation de fronts d'ondes perturbés pour en déduire une moyenne de l'efficacité de couplage en fonction du rapport d/r_0 . La thèse d'Assémat (2004) décrit ce logiciel en détails.

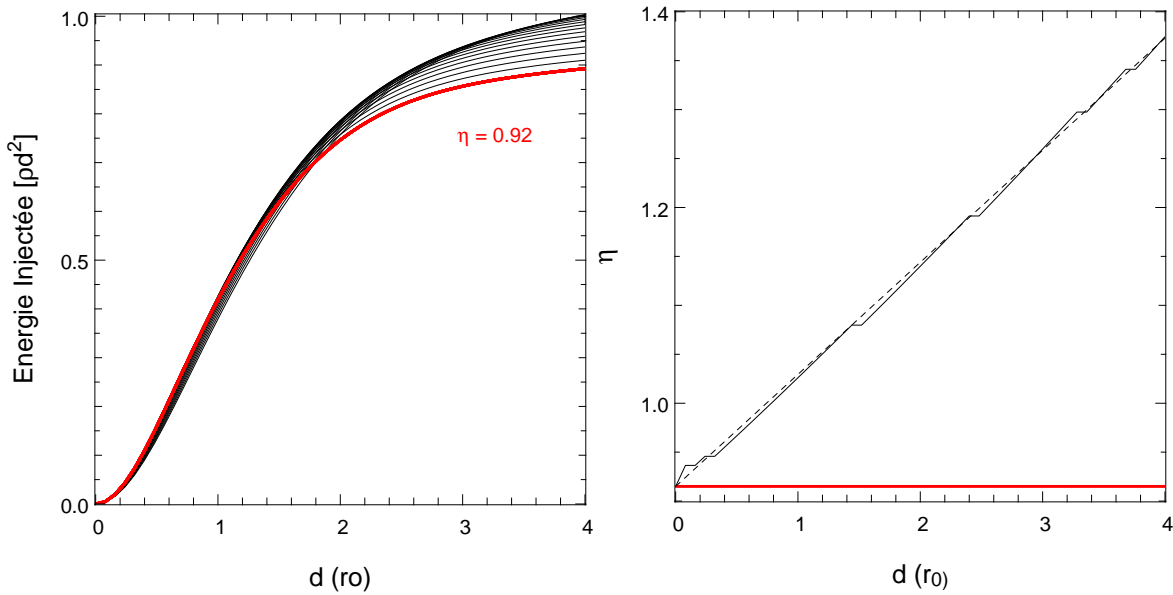


FIG. 5.3 – A gauche : ρd^2 , une quantité proportionnelle à l'énergie injectée dans une fibre, en présence de turbulences atmosphériques. Pour une petite pupille l'énergie injectée est maximale pour $\eta = 0,92$. Lorsque la taille de la pupille augmente, le η maximisant l'énergie couplée change. Nous l'avons représenté sur la courbe de droite, et approximé par la relation : $\eta = 0.115 d/r_0 + 0.92$ (courbe en pointillés).

Nos résultats montrent que l'augmentation de la taille de la pupille n'entraîne pas obligatoirement une augmentation notable de l'énergie injectée. À r_0 fixé, l'énergie est proportionnelle à ρd^2 . Nous avons représenté cette valeur en fonction de d sur le graphique de gauche de la figure 5.3 (d est donné en unité de r_0). La courbe rouge représente la valeur optimale en l'absence de perturbations ($\eta = 0,92$). Les autres courbes correspondent à différentes valeurs de η comprises entre 0,9 et 1,5. Un certain nombre de conclusions peuvent en être tirées :

- Lorsque $d/r_0 < 2$, le choix du facteur de couplage n'est pas déterminant si $0,9 < \eta < 1,5$.
- L'efficacité de couplage optimale est obtenue pour une ouverture numérique de la fibre plus faible. Nous avons ajusté une loi affine aux données de la figure 5.3, qui nous donne la valeur optimale du rapport d'ouverture en fonction de la taille de la sous-pupille :

$$\eta = \frac{ON_{\text{lentille}}}{ON_{\text{fibre}}} = 0.115 d/r_0 + 0.92. \quad (5.20)$$

- Lorsque $d/r_0 > 3$, l'énergie injectée n'augmente plus que marginalement.

A la lumière de ces résultats, une valeur optimale en terme de sensibilité est obtenue pour une taille de sous-pupille $d = 3r_0$ et un rapport d'ouvertures numériques $\eta = 1,25$.

5.3 Le champ de la fibre et le phénomène de confusion

La résolution de l'instrument est fixée par le diamètre D de la pupille totale du télescope. Le nombre d'éléments de résolution est déterminé par le champ observé sur le ciel. Celui-ci est déterminé par le champ vu par chaque fibre individuelle, et s'obtient par un calcul d'efficacité de couplage similaire à celui effectué dans la section précédente.

5.3.1 Le champ dans le cas d'un front d'onde plan

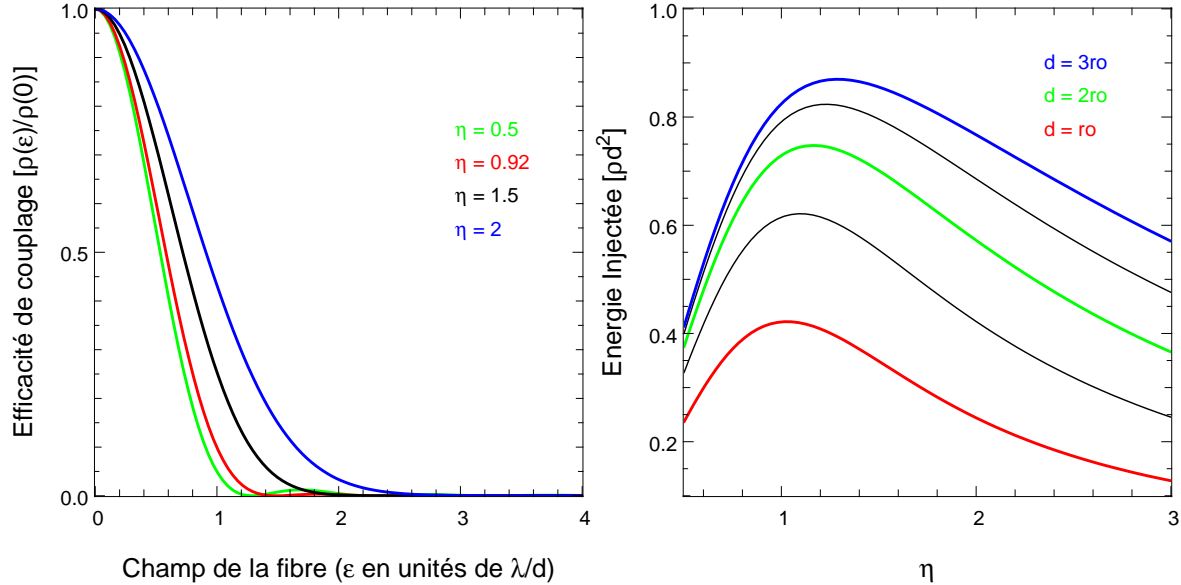


FIG. 5.4 – A gauche : efficacité de couplage en fonction de la position de l'étoile dans le ciel, en l'absence de perturbations atmosphériques. Le champ injecté dans la fibre est en unités de λ/d , et peut ainsi être aisément comparé à l'élément de résolution de l'instrument qui est de λ/D . A droite : l'énergie couplée en fonction du paramètre η , en présence de turbulences atmosphériques. Lorsque ce paramètre augmente, le champ augmente. Cependant, passée une valeur optimale, l'accroissement de η se traduit également par une diminution du flux couplé dans la fibre.

Lorsque l'objet observé n'est plus sur l'axe du télescope, le champ incident est incliné par rapport au champ de la fibre. L'efficacité de couplage pour une source hors axe définit ainsi le champ de la fibre. Pour une source distante dans la direction de u d'un angle ϵ de l'axe du système, on obtient l'expression suivante du champ :

$$U_o(u, v) = \begin{cases} \frac{2\lambda \exp(-2i\pi u\epsilon)}{\sqrt{\pi}d} & \text{si } \sqrt{u^2 + v^2} \leq d/2\lambda \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (5.21)$$

et une efficacité de couplage :

$$\rho = \left| \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq d/2\lambda} \frac{4\sqrt{3}\eta\lambda^2 \exp(-2i\pi u\epsilon)}{\pi d^2} \exp\left(-6\frac{(u^2+v^2)\lambda^2}{d^2}\eta^2\right) dudv \right|^2, \quad (5.22)$$

que l'on peut aussi écrire, après les changements de variables $u' = 2\lambda u/d$ et $v' = 2\lambda v/d$:

$$\rho = \left| \iint_{\sqrt{u'^2+v'^2} \leq 1} \frac{\sqrt{3}\eta \exp(-i\pi u'\varepsilon d/\lambda)}{\pi} \exp\left(-3\frac{(u'^2+v'^2)}{2}\eta^2\right) du' dv' \right|^2, \quad (5.23)$$

La figure 5.4 représente le champ (ε en unités de λ/d) pour différentes valeurs de η . Celui-ci est fortement limité par l'injection dans la fibre. Par exemple, pour un télescope de diamètre $D = 7d$, l'élément de résolution est de $\lambda/7d$. Or, pour $\eta = 0,92$, nous avons un champ total à mi-hauteur de $0,6\lambda/d$. Il n'est alors composé que de 4 éléments de résolution. C'est pourquoi il est préférable de choisir η aussi grand que possible. Pour pouvoir décider d'un compromis entre champ et flux injecté, nous avons représenté ces valeurs dans la partie de droite de la figure 5.4.

Accroître η permet d'augmenter le champ, mais cela se fait au prix d'une perte en sensibilité. Il s'agit alors d'obtenir un compromis entre champ et sensibilité.

5.3.2 Le bruit de confusion

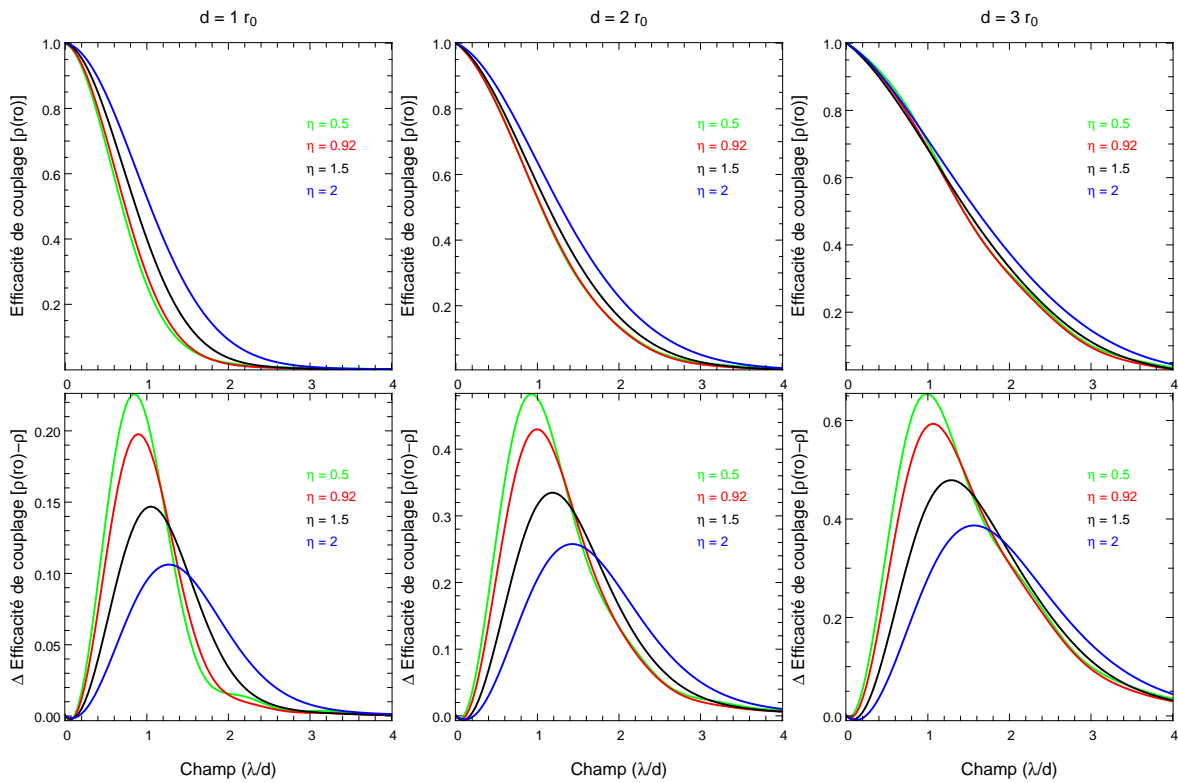


FIG. 5.5 – Partie supérieure : champ de vue moyen de l'instrument en présence de turbulences. Trois cas sont étudiés où $d = r_0, 2r_0$ et $3r_0$. Partie inférieure : écart d'efficacité de couplage entre le champ sans (graphique de gauche de la figure 5.4) et en présence de turbulences. On peut noter une zone critique (entre 1 et $2 \lambda/d$) où la présence d'un objet introduirait un bruit de confusion important.

Le bruit de confusion est également un paramètre qui doit entrer en jeu lors de la caractérisation de l'instrument. Ce bruit correspond à l'influence de la turbulence sur

le champ de vue des fibres. Le tip et le tilt atmosphériques, notamment, font que les fibres ne “regardent” pas toutes nécessairement dans la même direction. La visibilité alors mesurée peut ainsi être faussée. À ce titre, l'observation d'un système binaire peut s'avérer problématique si le flux injecté dans les fibres ne provient pas simultanément des deux objets, ou si les rapports de flux injectés pour les deux objets varient d'une fibre à l'autre (Guyon 2002).

Pour mesurer cet effet, nous avons utilisé l'équation (5.23) à laquelle nous avons ajouté la présence de perturbations atmosphériques. Nous en avons déduit le champ de vue moyen des fibres en présence de turbulences. Les résultats sont présentés figure 5.5 pour trois tailles de sous-pupille : r_0 , $2r_0$ et $3r_0$. Sans surprise, la présence de turbulences augmente le champ, d'un facteur pouvant aller jusqu'à trois dans le cas $d = 3r_0$. La différence entre le champ d'une fibre sans et avec turbulence est représentée dans les trois graphiques du bas de la figure 5.5. Ceux-ci révèlent clairement un espace du champ (entre 1 et $2 \lambda/d$) où la présence d'un objet introduirait une source d'erreur dans la mesure des visibilités. Cependant, il n'est pas aisé d'en déduire un critère pour estimer l'influence de ce flux sur les visibilités générées par l'algorithme itératif du Chapitre 3. Nous pouvons néanmoins retirer de cette étude que le bruit de confusion diminue lorsque η augmente, ou lorsque le rapport d/r_0 diminue.

En conclusion, et en considérant la taille d'une sous-pupille choisie de façon à maximiser la sensibilité de l'instrument, il est préférable de choisir un η le plus élevé possible afin de maximiser le champ et de minimiser le bruit de confusion. A cet égard, augmenter η de 10% par rapport à sa valeur de couplage optimale ne fait diminuer que marginalement le taux de couplage (voir tableau 5.2).

et

$$E_{2\bullet}(\alpha, \beta) = g_2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{6\lambda^2}\right) \exp(i\Delta\phi - i\pi D'/\lambda\alpha), \quad (5.27)$$

L'image obtenue sur le détecteur correspond à l'énergie de la somme des champs électriques des deux fibres. S'ils sont cohérents (source ponctuelle), ils s'additionnent de manière complexe, s'ils ne le sont pas, ce sont les modules au carré qui s'additionnent. Dans la suite de ce raisonnement, nous supposerons une source ponctuelle, cohérente ($V(u, v) = 1$). Ainsi :

$$I(\alpha, \beta) = |E_{1\bullet}(\alpha, \beta) + E_{2\bullet}(\alpha, \beta)|^2 \quad (5.28)$$

nous donne :

$$I(\alpha, \beta) = |g_1 \exp(i\pi D'/\lambda\alpha) + g_2 \exp(i\Delta\phi - i\pi D'/\lambda\alpha)|^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right). \quad (5.29)$$

Et, en développant, nous arrivons alors à l'expression suivante :

$$I(\alpha, \beta) = (g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2 \cos(2\pi D'/\lambda\alpha - \Delta\phi)) \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right). \quad (5.30)$$

Deux termes importants caractérisent l'image sur le détecteur. Le premier correspond à la modulation dans laquelle réside l'information sur la cohérence et la phase des franges. Le deuxième terme correspond à l'enveloppe de l'image. Il s'agit d'une Gaussienne qui est l'image des cœurs des fibres optiques projetée sur le détecteur. Alors que la largeur de cette Gaussienne dépend de la taille de la sous-pupille de sortie d' , la fréquence de modulation des franges dépend de l'écart entre deux sous-pupilles D' . Pour une fréquence d'échantillonnage suffisante ($D' > 2d'$), il est tout à fait possible, au bruit de photons et de détecteur près, de mesurer avec précision l'amplitude et la phase des franges. Cela change lorsque l'on considère l'aspect chromatique de la lumière.

5.4.2 La modulation spatiale en polychromatique

Si l'objet astrophysique observé est achromatique, l'image obtenue est, quant à elle, chromatique. Elle correspond à la somme des images aux différentes longueurs d'onde. Pour une bande spectrale $\Delta\lambda$, on obtient par conséquent :

$$I(\alpha, \beta) = \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} I(\alpha, \beta, \lambda) d\lambda, \quad (5.31)$$

où λ_0 correspond à la longueur d'onde centrale. Cependant, avant d'entreprendre l'intégration, il est important d'étudier l'aspect chromatique du déphasage entre les champs des deux fibres optiques. Plus exactement, puisque le piston, mesuré en différence de marche, est achromatique, le déphasage est proportionnel à la longueur d'onde. Nous pouvons alors obtenir un terme de déphasage achromatique $\Delta\phi_0$ en effectuant le changement de variable suivant :

$$\Delta\phi_0 = \Delta\phi \frac{\lambda}{\lambda_0}. \quad (5.32)$$

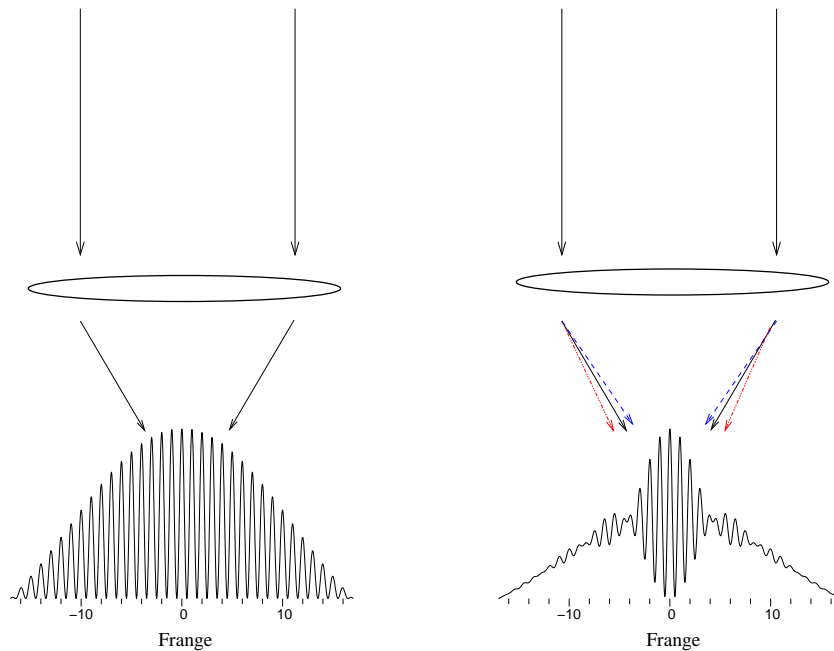


FIG. 5.7 – Influence du chromatisme sur les franges. A gauche : franges achromatiques. La longueur de cohérence est infinie et les franges sont présentes sur la totalité de l’image. A droite : le chromatisme entraîne la modulation des franges par une fonction en sinus cardinal.

Ainsi, le caractère chromatique de l’image observée apparaît entièrement lorsqu’elle est écrite sous la forme :

$$I(\alpha, \beta, \lambda) = S(\lambda) \left(g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2 \cos \left(\frac{2\pi D' \alpha - \lambda_0 \Delta \phi_0}{\lambda} \right) \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2} \right). \quad (5.33)$$

Par souci de simplification, nous utiliserons une écriture en fonction du nombre d’onde $\nu = 1/\lambda$:

$$I(\alpha, \beta, \nu) = S(\nu) \left(g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2 \cos \left((2\pi D' \alpha - \frac{\Delta \phi_0}{\nu_0}) \nu \right) \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu^2}{3} \right). \quad (5.34)$$

L’influence de la longueur d’onde porte sur trois termes distincts :

- L’objet ayant une certaine “couleur”, celle-ci induit une variation spectrale d’intensité $S(\nu)$. Dans le cas d’une étoile de température 6000 K observée aux longueurs d’ondes du visible, $S(\nu)$ est à peu près constant. L’hypothèse $S(\nu) = S(\nu_0)$ sera utilisée par la suite.
- L’enveloppe est également modifiée par le chromatisme. La largeur de la Gaussienne diminue avec la longueur d’onde. Pour simplifier les calculs suivants, nous négligerons l’influence chromatique de l’enveloppe et nous l’approximerons par une valeur moyenne :

$$\exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right).$$

- Le terme de modulation sera lui aussi affecté par la superposition de franges

aux différentes fréquences. Ce phénomène crée une perte de cohérence spatiale moyenne (voir figure 5.7) qui est l'objet du travail suivant.

Sur la base de ces hypothèses, nous pouvons ainsi intégrer l'image sur le nombre d'onde :

$$\begin{aligned}
I(\alpha, \beta) &= \\
&\int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} S(\nu_0) \left(g_1^2 + g_2^2 + 2g_1g_2 \cos \left((2\pi D'\alpha - \frac{\Delta\phi_0}{\nu_0})\nu \right) \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\nu = \\
&S(\nu_0) \Delta\nu \left(g_1^2 + g_2^2 + \frac{2g_1g_2}{\Delta\nu} \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} \cos \left((2\pi D'\alpha - \frac{\Delta\phi_0}{\nu_0})\nu \right) d\nu \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Or :

$$\begin{aligned}
&\int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} \cos \left((2\pi D'\alpha - \frac{\Delta\phi_0}{\nu_0})\nu \right) d\nu = \\
&\Delta\nu \operatorname{sinc} \left((2\pi D'\alpha \nu_0 - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \cos(2\pi D'\nu_0\alpha - \Delta\phi_0)
\end{aligned} \tag{5.36}$$

On peut ainsi séparer la fonction image sous la forme de trois termes :

$$\begin{aligned}
I(\alpha, \beta) d\nu &= \\
&\underbrace{S(\nu_0) \Delta\nu g_1^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right)}_{\text{Contribution de la première fibre (= } I_1(\alpha, \beta))} + \\
&\underbrace{S(\nu_0) \Delta\nu g_2^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right)}_{\text{Contribution de la deuxième fibre (= } I_2(\alpha, \beta))} + \\
&\underbrace{2 S(\nu_0) \Delta\nu g_1 g_2 \operatorname{sinc} \left((2\pi D'\nu_0\alpha - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) \cos(2\pi D'\nu_0\alpha - \Delta\phi_0)}_{\text{Amplitude de modulation (= } A_{(1,2)}(\alpha, \beta))}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Les deux premiers termes correspondent au flux obtenu par chaque fibre indépendamment. Le troisième terme correspond au terme de modulation généré par la cohérence de l'onde lumineuse. Ainsi :

$$I(\alpha, \beta) = I_1(\alpha, \beta) + I_2(\alpha, \beta) + 2A_{(1,2)}(\alpha, \beta) \cos((2\pi D'\alpha - \lambda_0 \Delta\phi_0)\nu_0) . \tag{5.38}$$

5.4.3 L'influence de la bande passante sur le facteur de cohérence

A partir de la définition du facteur de cohérence :

$$\mu = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} A_{(1,2)}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\sqrt{\iint_{-\infty}^{+\infty} I_1(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} I_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}}, \quad (5.39)$$

on peut établir :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} g_1 g_2 \operatorname{sinc} \left((2\pi D' \nu_0 \alpha - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\alpha d\beta}{\sqrt{\iint_{-\infty}^{+\infty} g_1^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\alpha d\beta \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} g_2^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\alpha d\beta}} \\ &= \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc} \left((2\pi D' \nu_0 \alpha - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\alpha d\beta}{\iint_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2) \nu_0^2}{3} \right) d\alpha d\beta}} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc} \left((2\pi D' \nu_0 \alpha - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 \alpha^2 \nu_0^2}{3} \right) d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 \alpha^2 \nu_0^2}{3} \right) d\alpha}} \\ &= \frac{\sqrt{\pi} d' \nu_0}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc} \left((2\pi D' \nu_0 \alpha - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 d'^2 \alpha^2 \nu_0^2}{3} \right) d\alpha. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Enfin, en effectuant le changement de variable $\gamma = d' \alpha \nu_0$ on peut encore simplifier l'écriture de μ :

$$\mu = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc} \left((2\pi \frac{D'}{d'} \gamma - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 \gamma^2}{3} \right) d\gamma. \quad (5.41)$$

Le facteur de cohérence dépend de trois termes : la bande spectrale $\frac{\Delta\nu}{\nu_0}$, le taux de dilution de la pupille de sortie $\frac{D'}{d'}$ et le déphasage $\Delta\phi_0$. Les deux premiers paramètres sont à déterminer lors de la conception de l'instrument. Pour disposer d'une sensibilité optimale de l'instrument, il est important d'avoir une cohérence μ maximale. Le choix

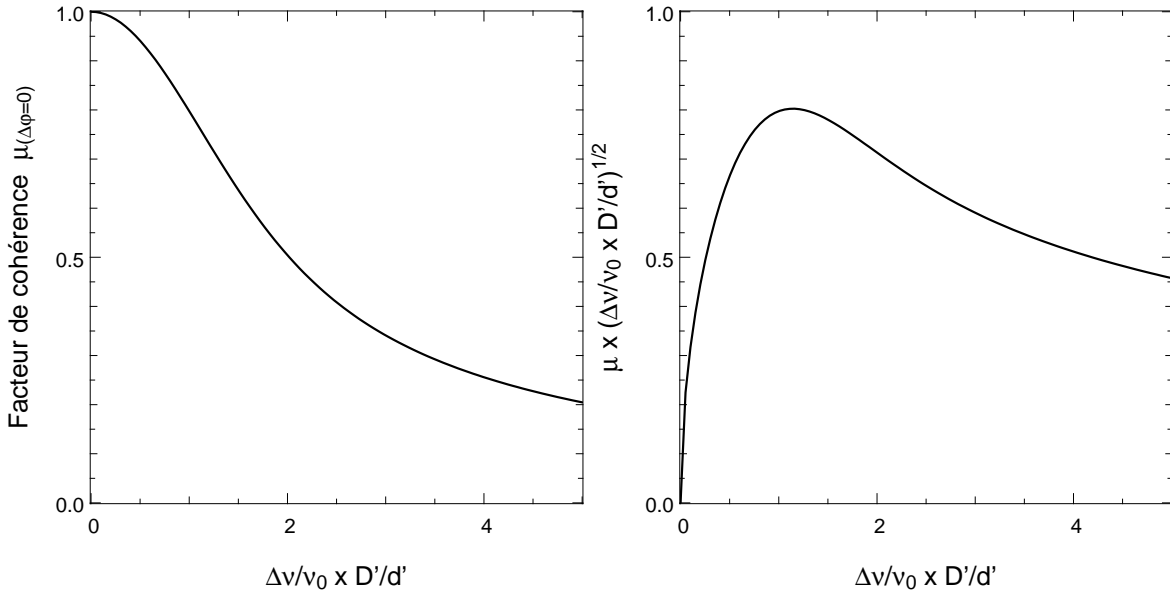


FIG. 5.8 – À gauche : facteur de cohérence μ en fonction du rapport $\frac{D'\Delta\nu}{d'\nu_0}$. Le facteur de cohérence est supérieur à 0,5 pour une valeur de $\frac{D'\Delta\nu}{d'\nu_0}$ inférieure à 2. À droite : le facteur de cohérence est multiplié par un terme proportionnel à la racine carré de la bande passante. Pour une configuration donnée, ce graphique permet de choisir la bande passante optimisant le rapport signal sur bruit de photons.

du compromis entre bande passante et diamètre de pupille de sortie peut être fait dans l'hypothèse d'un déphasage nul ($\Delta\phi_0 = 0$). Le facteur de cohérence s'écrit alors :

$$\mu_{(\Delta\phi_0=0)} = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}\left(\frac{\pi D' \Delta\nu}{d' \nu_0} \gamma\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 \gamma^2}{3}\right) d\gamma. \quad (5.42)$$

La figure 5.8 représente $\mu_{(\Delta\phi_0=0)}$ en fonction du rapport $\frac{D'\Delta\nu}{d'\nu_0}$. Nous pouvons voir que plus cette valeur est grande, plus la perte d'efficacité interférométrique est importante. Le problème est d'aboutir à un compromis entre efficacité interférométrique et largeur de bande spectrale. Le rapport signal sur bruit optimum peut être un critère de choix. Dans le plan $u-v$, le signal du pic frange est proportionnel à $\mu_{(\Delta\phi_0=0)} N_{\text{photons}}$ alors que le bruit de photons est proportionnel à $\sqrt{N_{\text{photons}}}$. En considérant que N_{photons} est proportionnel à la bande spectrale, le signal sur bruit sera proportionnel à $\mu_{(\Delta\phi_0=0)} \sqrt{\Delta\nu}$. La courbe correspondante est présentée dans la partie droite de la figure 5.8. Elle permet d'obtenir une valeur optimale de la bande passante pour un rapport d'/D' déterminé :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 1,15 \frac{d'}{D'} \quad (5.43)$$

Cependant, il faut souligner que, dans un système à plusieurs fibres, la distance D' séparant deux sous-pupilles dépend de la paire de fibres utilisée, et est donc variable.

Si l'on considère l'instrument dans son ensemble, on peut établir une relation entre la largeur de la bande passante et le diamètre de la pupille de sortie $\max(D'/d')$. A partir des configurations non-redundantes que nous

avons générées section 5.5, nous avons estimé que $\langle D'/d' \rangle \approx 1/2 \max(D'/d')$, ce qui permet de déterminer une bande passante optimale pour :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 2 \frac{d'}{\max(D')} \quad (5.44)$$

Il faut noter que la bande spectrale élargit les pics franges dans la densité spectrale de puissance de l'image. Notamment, lorsque $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} > \frac{d'}{D'}$ il existe un risque de confusion des fréquences spatiales. Ceci doit être pris en compte lors du calcul de la configuration non-redondante (voir section 5.5.4).

5.4.4 Le champ interférométrique

Le champ interférométrique est communément délimité par la position où un objet hors-axe ponctuel aurait un contraste moyen de ses franges de 50%. Dans le cas d'un système binaire par exemple, un compagnon se trouvant à la limite du champ interférométrique ne contribuera aux franges observées qu'à hauteur de 50% de son flux. Sa contribution diminue lorsque le compagnon s'éloigne encore plus du champ de l'interféromètre.

Ce champ peut aussi être calculé à partir du facteur de cohérence, tel que nous l'avons établi dans la section précédente. Lorsque l'objet est hors axe, les champs sont déphasés d'une valeur qui dépend du diamètre de la pupille d'entrée D et de l'angle d'inclinaison ε . Le déphasage introduit s'écrit :

$$\Delta\phi_0 = 2\pi\varepsilon D/\lambda. \quad (5.45)$$

Notons que, pour se rapprocher de la définition du champ représenté dans le cas d'une fibre par la figure 5.2, nous avons réintroduit ici un terme de longueur d'onde $\lambda = 1/\nu$. Par ailleurs, en utilisant l'équation (5.41) et (5.45), nous obtenons l'écriture du facteur de cohérence en fonction de l'inclinaison ε :

$$\mu(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc} \left(\pi \frac{D'\Delta\nu}{d'\nu_0} \left(\gamma - \frac{Dd'}{dD'} \cdot \frac{\varepsilon d}{\lambda} \right) \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 \gamma^2}{3} \right) d\gamma. \quad (5.46)$$

Cette expression met en exergue l'importance du paramètre Dd'/dD' sur le champ interférométrique. Ce facteur joue le rôle de bras de levier sur lequel il va falloir jouer lors du réarrangement de la pupille.

Pour traduire l'effet de la perte en efficacité interférométrique due à l'inclinaison, nous avons représenté figure 5.9 le facteur de cohérence normalisé $\mu(\varepsilon)/\mu(0)$ en fonction du terme ε , en unités de λ/d . Pour tracer ce graphique, nous avons choisi d'utiliser une valeur conservatrice de la bande passante, de manière à se situer dans la situation la plus défavorable. La valeur maximale de bande passante que l'observateur serait amené à utiliser a été établie section 5.4.3 par $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 2 \frac{d'}{\max(D')}$. Face au champ de l'interféromètre, nous avons affiché le champ d'une fibre tel qu'établi par la relation (5.23) dans la section 5.3.1, pour $\eta = 1,25$. Ce champ est représenté en pointillés sur la figure 5.9. On voit nettement dans cette figure l'influence cruciale du choix des rapports Dd'/dD' .

Pour que le champ de l'interféromètre soit déterminé par le champ de la fibre, il faut que le réarrangement de toutes les paires de fibres vérifie la

Champ de la fibre et de l'interféromètre

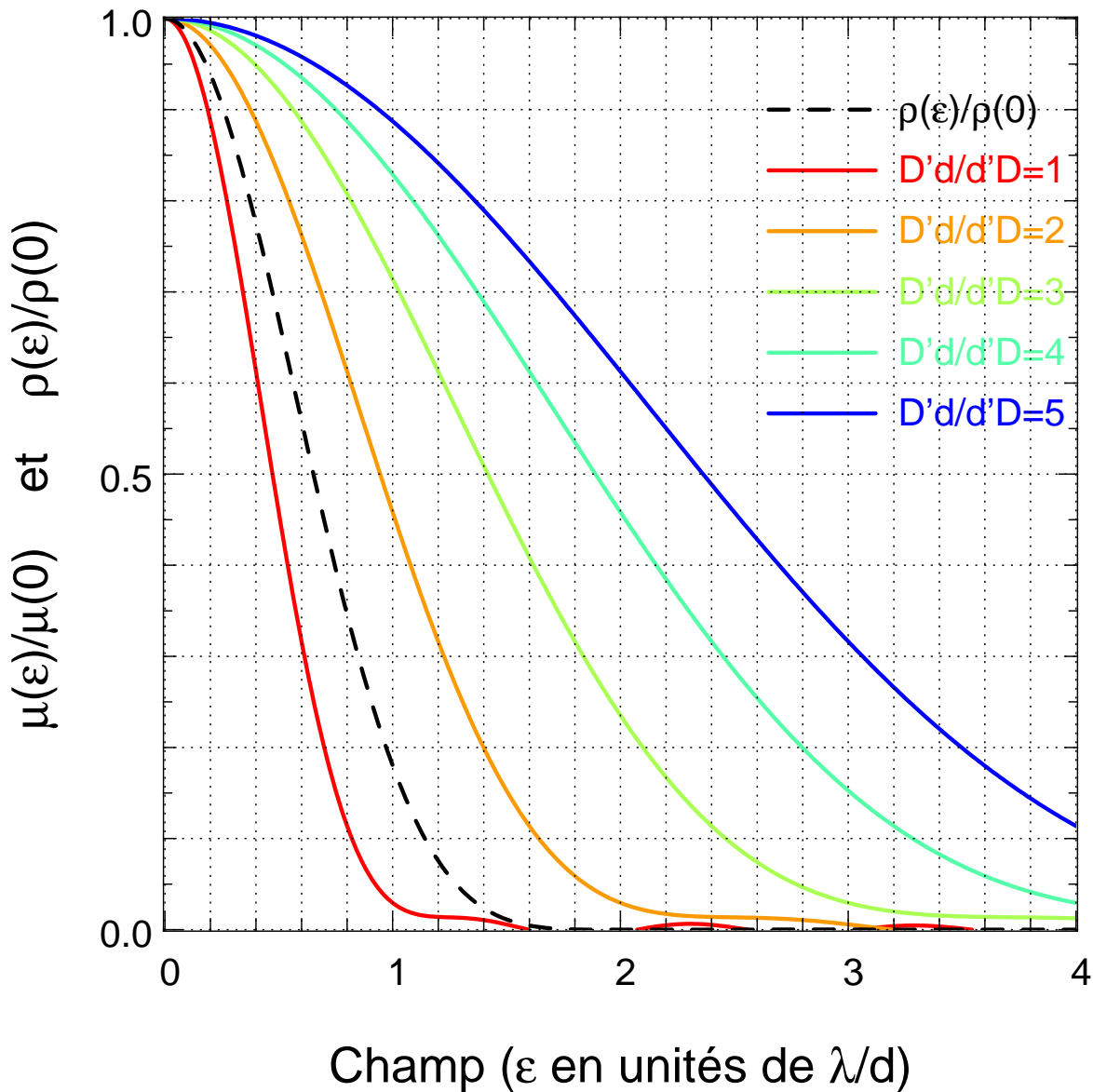


FIG. 5.9 – Les courbes de couleur représentent le facteur de cohérence normalisé pour différentes valeurs de $D'd/Dd'$. Le facteur de cohérence permet ainsi de définir le champ de l'interféromètre. La bande passante utilisée pour tracer ce graphique est $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 2\frac{d'}{\max(D')}$. La courbe en pointillés représente le champ de la fibre en entrée du télescope, pour $\eta = 1,25$. A partir de ce graphique, nous avons déduit qu'en terme d'efficacité interférométrique, il faut chercher à maximiser le rapport $D'd/Dd'$ pour l'ensemble des fibres. De plus, pour que le champ soit limité par la fibre, il faut que $D'/d' \geq 2D/d$.

relation :

$$\frac{D'}{d'} \geq 2 \frac{D}{d}. \quad (5.47)$$

Pour une configuration donnée, le choix de la position d'une fibre dans la pupille de sortie en fonction de sa position dans la pupille d'entrée devra donc être effectué de façon à respecter cette contrainte. De manière générale, pour maximiser le facteur de cohérence d'une source hors axe, le réarrangement doit chercher à maximiser les différentes valeurs de Dd'/dD' .

5.4.5 Le bruit du piston atmosphérique

Lorsque le rayonnement de la source passe à travers l'atmosphère, il traverse un milieu inhomogène, d'indice variable. Les variations de l'indice des couches atmosphériques produisent ce que l'on appelle un piston différentiel. Concrètement, ce piston se traduit par un déphasage entre les différentes sous-pupilles, qui produit un effet identique à ce que l'on a vu pour une source hors axe.

C'est pourquoi l'effet du piston atmosphérique peut être, de la même façon, déduit du facteur de cohérence. Puisque la différence de marche du piston atmosphérique est achromatique, le déphasage ($\Delta\phi_0$) est, lui, très chromatique. Par exemple, pour un piston de $3 \mu\text{m}$ le déphasage donne $\Delta\phi_0 \approx 4\pi$ en bande H et $\Delta\phi_0 \approx 9\pi$ dans le visible. À partir de l'équation (5.41), nous avons pu déduire la perte d'efficacité interférométrique en fonction de la bande passante utilisée $\Delta\nu/\nu_0$:

$$\mu\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc} \left((2\pi \frac{D'}{d'} \gamma - \Delta\phi_0) \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \right) \exp \left(-\frac{\pi^2 \gamma^2}{3} \right) d\gamma. \quad (5.48)$$

Interviennent aussi dans cette équation le piston $\Delta\phi_0$ et de la séparation entre les deux sous-pupilles D'/d'

La figure 5.10 présente le rapport $\mu(\frac{\Delta\nu}{\nu_0})/\mu(\frac{\Delta\nu}{\nu_0})_{(\Delta\phi_0=0)}$ en fonction de la bande passante pour différentes amplitudes de piston. Les courbes pleines et en pointillés correspondent à deux cas : $D'/d' = 2$ et $D'/d' = 2\lambda_0/\Delta\lambda$. Ces deux situations permettent de définir les conditions limites correspondant aux longueurs de base maximales et minimales. Nos résultats montrent que plus la bande spectrale est grande, plus l'influence du piston atmosphérique sur les visibilités est importante. Ainsi, pour un piston de 4 fois la longueur d'onde et une bande spectrale de 0,02, la perte de visibilité sera de 1%. Cette perte est multipliée par quatre pour une bande spectrale deux fois plus faible. La raison de cette dépendance par rapport à la bande passante peut s'expliquer en terme de longueur de cohérence. Lorsque celle-ci est plus courte, l'interférogramme est alors fortement atténué par la figure de diffraction. Lorsque la longueur de cohérence est plus grande, l'atténuation de la figure de diffraction est plus faible

Il est important de noter qu'il s'agit d'un biais statistique, pouvant être mitigé par plusieurs observations. Cependant, il ne se moyenne pas à zéro, et le caractère non stationnaire de la turbulence rend l'étalonnage très difficile. C'est pourquoi il ne faut pas s'attendre à une diminution importante de l'erreur estimée par la figure 5.10.

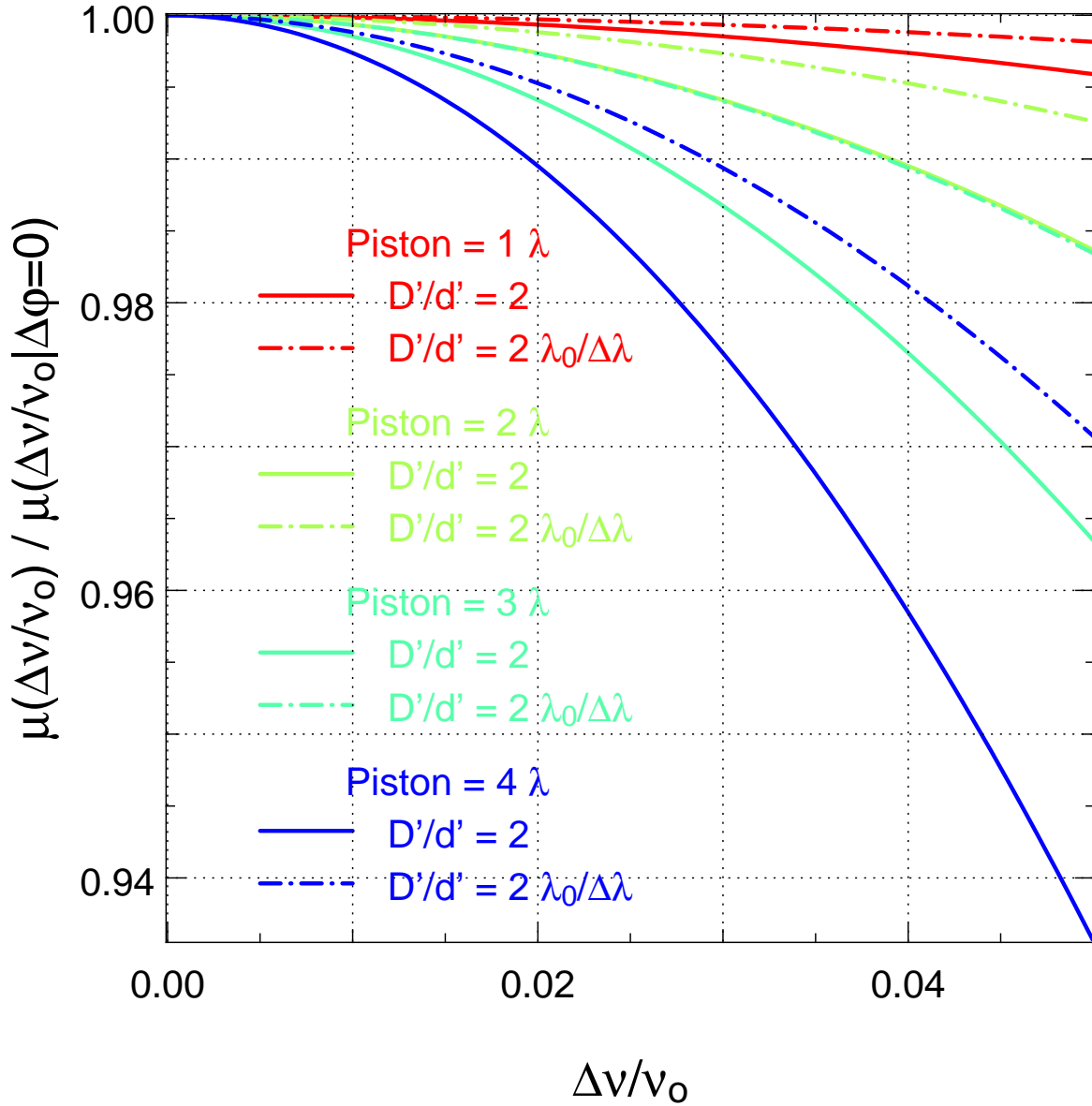


FIG. 5.10 – Effet de la bande passante et du piston atmosphérique sur l'efficacité interférométrique. Les deux situations limites envisagées sont $D'/d' = 2\lambda_0/\Delta\lambda$ et $D'/d' = 2$. Cette perte en efficacité interférométrique introduit un bruit sur la mesure des visibilités normalisées.

5.5 Le choix du réarrangement

5.5.1 Les contraintes du réarrangement

Le réarrangement de pupille est une technique de codage de l'information. Pour un processus d'imagerie classique, l'information sur la turbulence et l'objet astrophysique est mélangée. Pour pouvoir distinguer les perturbations instrumentales de l'information astrophysique, il est nécessaire de coder l'information manquante à des fréquences différentes, qui, dans la pratique, doivent être supérieures.

La qualité de ce codage dépend du choix la configuration de la pupille de sortie. Pour avoir une sensibilité maximale, il faut :

- utiliser un minimum de pixels, soit une plage minimale de fréquences spatiales (lorsque l'on est limité par le bruit du détecteur).
- une bande spectrale la plus large possible, et par conséquent minimiser les rapports D'/d' (équation (5.44)).

Or, le théorème de Shannon fixe le nombre de pixels nécessaire à un bon échantillonnage du plan fréquentiel par : $N_{\text{pixels}} = 2 \max(D')/d'$. Ainsi, les deux conditions précédentes conduisent à minimiser le rapport $\max(D')/d'$. Il faut déterminer la configuration la plus compacte possible, tout en fournissant le moyen de dissocier chacune des fréquences spatiales présentes. Pour cela, il faut que chaque fréquence spatiale soit distincte (configuration non-redondante) et séparée d'au moins 1 pixel^{-1} des autres fréquences présentes. Ces conditions reviennent à disposer les sous-pupilles sur une grille de maillage de 1 pixel^{-1} . Cette grille doit être rectangulaire si les pixels le sont, et carré pour des pixels carrés. Parce que les pupilles ne peuvent se superposer, on obtient de plus un maillage optimum lorsque 1 pixel^{-1} correspond à la taille d' d'une sous-pupille. A partir de ces conditions, obtenir la configuration non-redondante la plus compacte possible nécessite le développement d'un algorithme spécifique.

Il faut également choisir entre une configuration non-redondante à une dimension ou deux dimensions. Ce choix dépend de l'objectif scientifique. Si l'on souhaite obtenir une information spectrale de l'objet observé, il faut disperser les franges, et pour cela disposer les fibres sur une seule dimension. Dans le cas contraire, utiliser une configuration à deux dimensions permet un arrangement plus compact.

5.5.2 L'algorithme

Si trouver une configuration non-redondante est quelconque est aisé (par exemple il existe des solutions proposées par Golay 1971), il est autrement plus difficile de déterminer la configuration qui minimise la valeur $\max(D')/d'$. Par exemple, un algorithme simple donnant une configuration non-redondante fixe la position des fibres de la façon suivante :

$$X_{(n)} = 2^n d' . \quad (5.49)$$

Un tel algorithme implique $\max(D')/d' = 2^n$, une valeur loin d'être optimale. Pour trouver les configurations optimales, nous avons développé un algorithme de recherche de configurations non-redondantes. Le problème que nous avons tenté de résoudre est le suivant : pour un rapport maximal D'/d' donné, quel est le nombre maximum de sous-pupilles placées sur une maille d'unités d' qui satisfont la propriété de non-redondance ?

Cet algorithme a été programmé dans le langage Yorick. Il est schématisé figure 5.11. Dans le cadre d'une configuration redondante à une dimension, il est le suivant :

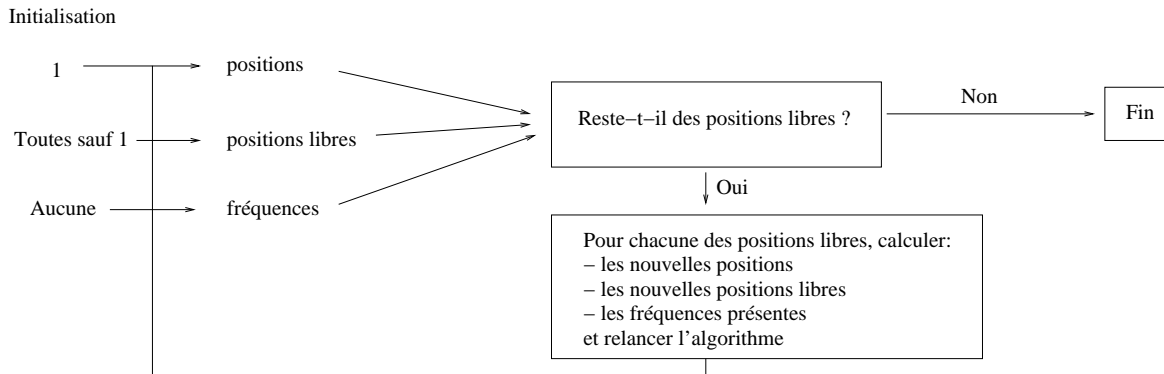


FIG. 5.11 – Schéma de l'algorithme utilisé pour déterminer les configurations non-redondantes optimales. Elles sont toutes testées par l'utilisation d'une technique récursive.

```

func Config(positions,positions_libres,frequences,dimension,N_but)
{
N_pos=dimsof(positions)(2) ;
if (N_pos >= N_but)
write,"N_pos = "+pr1(N_pos)+" -- Positions = "+pr1(positions) ;
for (i=positions(0)+1 ;i<=dimension ;i++)
if (positions_libres(i))
{
frequences2=grow(frequences,i-positions) ;
positions_libres2=positions_libres ;
positions_libres2(frequences2*(frequences2 <= dimension-i)+i)=0 ;
positions2=grow(positions,i) ;
Config,positions2,positions_libres2,frequences2,dimension,N_but ;
}
}

```

Un des paramètres de la fonction est la variable `N_but`. Elle permet de préciser le nombre de sous-pupilles que l'on cherche à disposer dans la grille. La fonction se lance de la façon suivante :

```

dimension=18 ;
positions=[1] ;
positions_libres=array(short(1),dimension) ;
N_but=6 ;
Config,positions,positions_libres,frequences,dimension,N_but ;

```

On obtient au bout de quelques secondes :

```

N_pos = 6 -- Positions = [1,2,5,11,13,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,2,5,11,16,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,2,9,12,14,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,2,9,13,15,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,3,8,14,17,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,4,6,10,17,18]
N_pos = 6 -- Positions = [1,5,7,10,17,18]

```

`N_pos = 6 -- Positions = [1,6,8,14,17,18]`

Cet algorithme, récursif, a la propriété de calculer toutes les possibilités de configurations non-redondantes. Il n'affiche un résultat que si le nombre de fibres est supérieur à `N_but`. Par conséquent, le temps de réponse devient très long lorsque le nombre de fibres dépasse ≈ 15 , mais la valeur optimale au rapport D'/d' est toujours fournie. Dans le cadre d'une configuration de la pupille à 2 dimensions nous nous sommes également servis de cet algorithme. Pour cela, nous avons utilisé une maille à 2 dimensions, que nous avons déplié sous la forme d'un tableau à une dimension. Il a ensuite été fait appel à la fonction `Config` à l'instar d'une configuration à une dimension.

5.5.3 Les configurations optimales

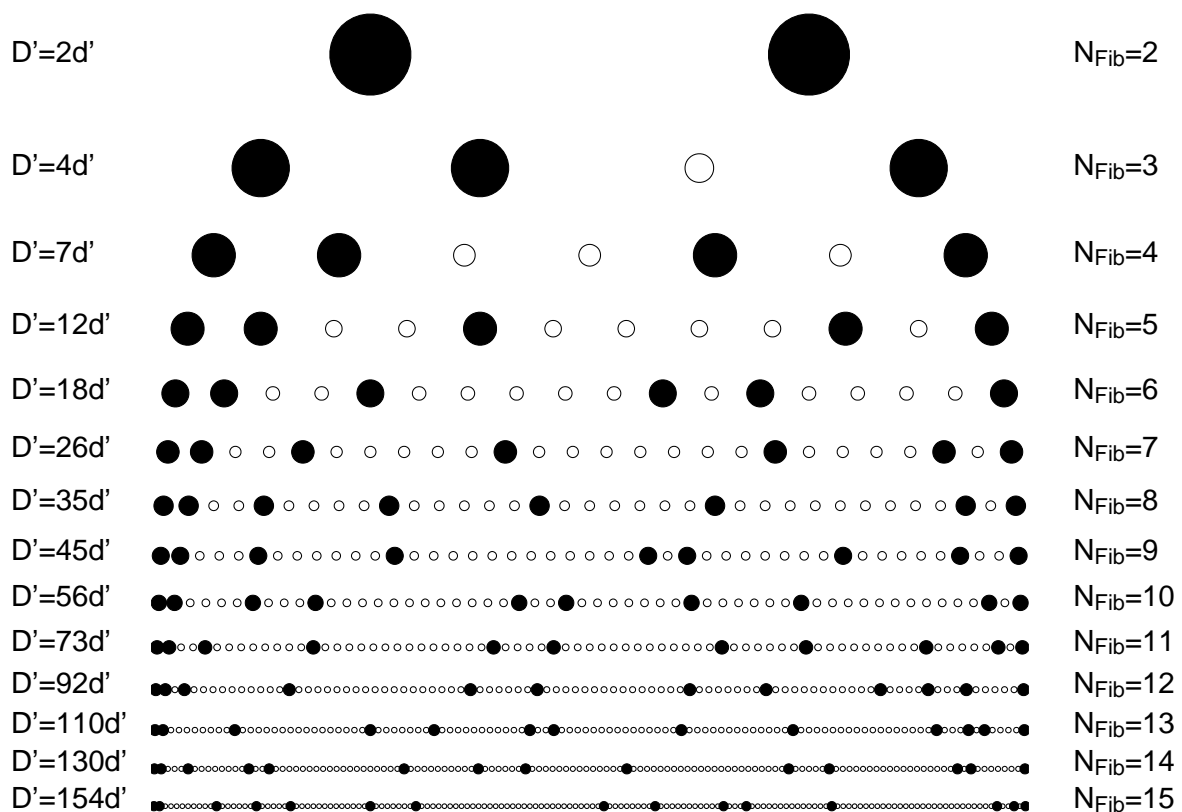


FIG. 5.12 – Série non-redondantes à une dimension. Ces configurations sont optimales car le plus compact possible.

Les figures 5.12 et 5.13 représentent les configurations les plus compactes possibles. Plus précisément, il est impossible d'ajouter une fibre dans aucun des maillages. D'autres configurations non-redondantes ayant le même nombre de fibres peuvent néanmoins exister. Les solutions obtenues sont telles que, pour un nombre de fibres donné, le nombre de pixels nécessaires pour respecter un bon échantillonnage sera le minimum. Ce nombre de pixels est, d'après le théorème de Shannon, de $2 \max(D')/d'$ dans le cas d'un maillage à une dimension, et de $(2 \max(D')/d')^2 \pi/4$ pour un maillage à deux dimensions. Le rapport $\pi/4$ provient du caractère circulaire de l'image de la fibre.

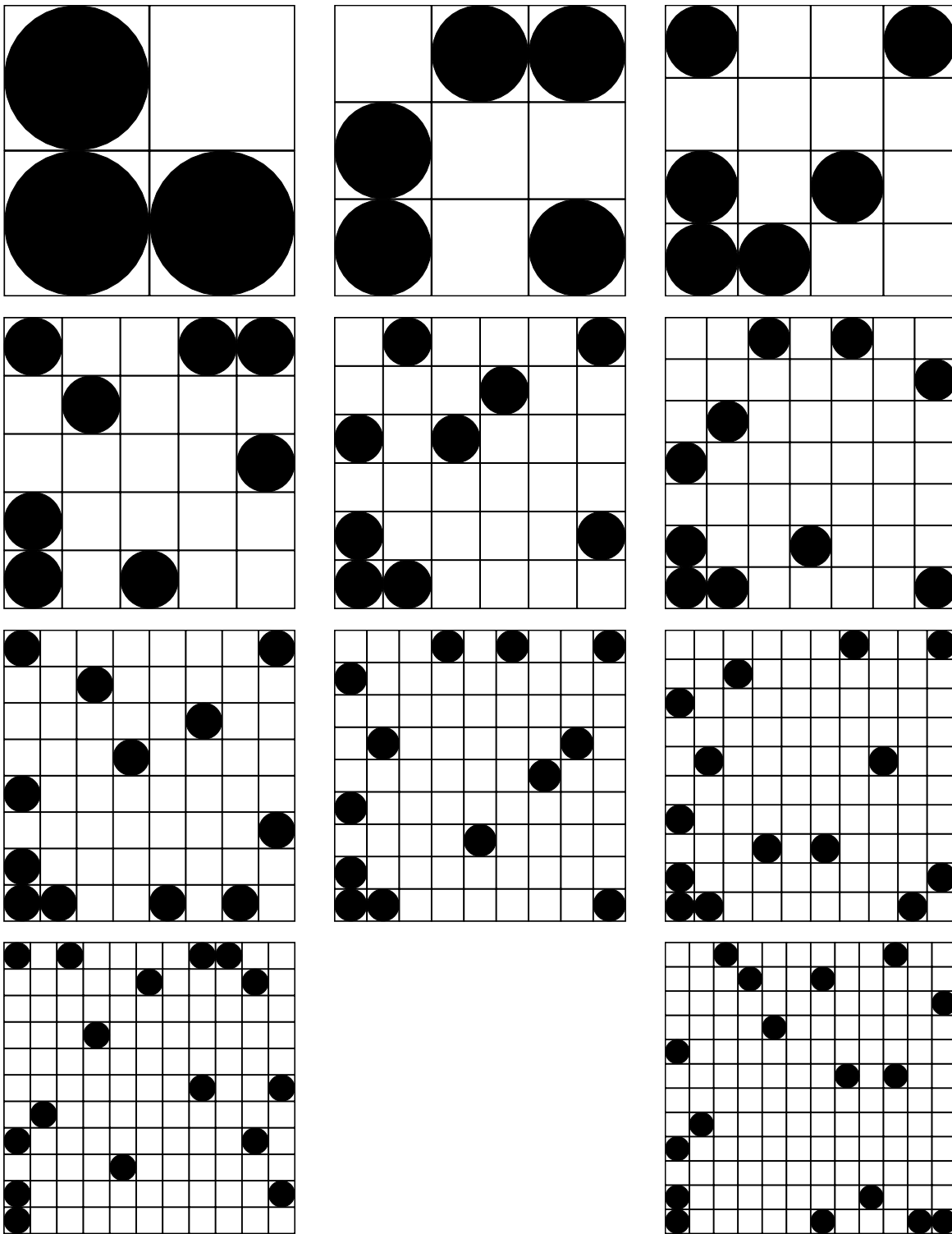


FIG. 5.13 – Séries non-redondantes à deux dimensions. Ces configurations sont optimales car le plus compact possible.

Le rapport du nombre de pixels sur celui des fibres est présenté dans la figure 5.14 (haut-gauche). La courbe verte représente le rapport dans le cadre d'un arrangement à 2 dimensions, et la courbe rouge dans celui à une dimension. La première courbe en pointillés donne les valeurs de codage limites telles que $\max(D')/d' = 2^{N_{\text{Fibres}}}$ (al-

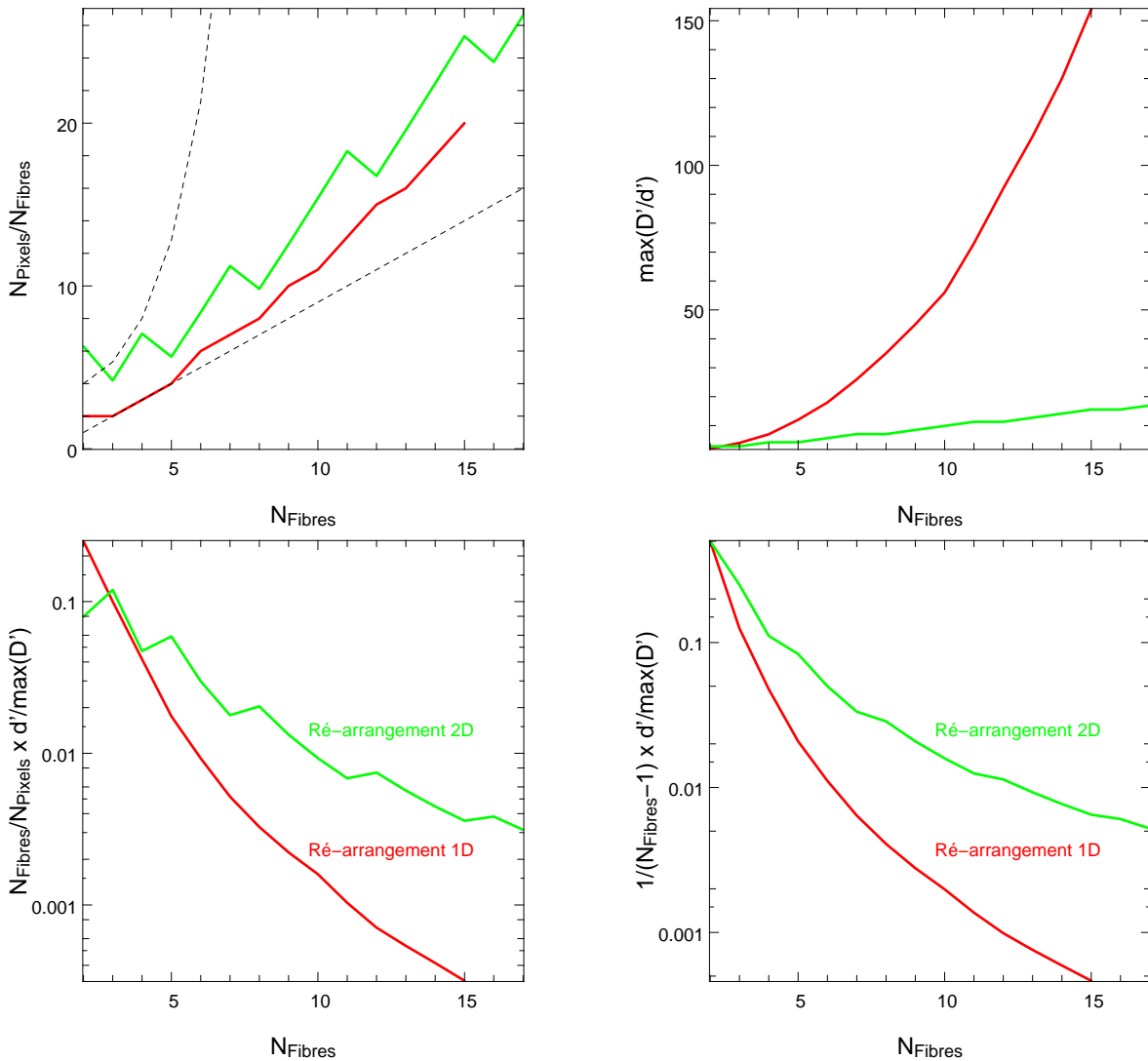


FIG. 5.14 – En haut à gauche : Nombre de pixels par fibre en fonction du nombre de fibres. La courbe verte correspond à un réarrangement à 2 dimensions, et la rouge à un réarrangement à une dimension. Les courbes en pointillés représentent deux situations extrêmes où $N_{\text{Pixels}} = N_{\text{Fibres}}(N_{\text{Fibres}}-1)$ et où $N_{\text{pixels}} = 2^{N_{\text{Fibres}}+1}$. En haut à droite : Base maximale en fonction du nombre de fibres. Dans le cas d'un réarrangement à une dimension, il s'agit de la longueur du tableau. Dans celui à deux dimensions, il s'agit du diamètre du tableau. En bas : le rapport $N_{\text{Fibres}}/N_{\text{Pixels}} \times d'/\max(D')$ est proportionnel au flux par pixel, alors que le rapport $1/(N_{\text{Fibres}}-1) \times d'/\max(D')$ est proportionnel au flux par fréquence spatiale. Ces deux valeurs traduisent la sensibilité de l'instrument au bruit de lecture et au bruit de photons.

gorithme 5.49) et $N_{\text{Pixels}} = N_{\text{Fibres}}(N_{\text{Fibres}} - 1)$. La deuxième courbe correspond au minimum théorique de codage où l'information sur chaque fréquence spatiale est codée par 2 pixels. Nous nous en éloignons lorsque le nombre de fibres augmente, la contrainte de non-redondance devenant plus forte.

Le rapport $N_{\text{Fibres}}/N_{\text{Pixels}}$ nous donne la répartition du flux sur les pixels. Néanmoins, le rapport D'/d' va également conditionner le flux en limitant la bande spectrale utilisable. Nous avons établi section 5.4.2 qu'il existe un optimum en rapport

signal sur bruit tel que : $\Delta\lambda/\lambda_0 = 2d'/\max(D')$. Ainsi, pour estimer une valeur proportionnelle au flux par pixel, nous avons représenté sur la figure 5.14 le rapport $N_{\text{Fibres}}/N_{\text{Pixels}} \times d'/\max(D')$. Cette courbe traduit la sensibilité de l'instrument au bruit de lecture et met clairement en évidence l'avantage d'un réarrangement en 2 dimensions. De la même façon, si l'on remplace le nombre de pixels par celui des fréquences spatiales, on aboutit à une valeur qui traduit la sensibilité de l'instrument au bruit de photons. Il s'agit du rapport $1/(N_{\text{Fibres}} - 1) \times d'/\max(D')$ qui donne, à un facteur de proportionnalité près, le nombre de photons dans chaque pic frange.

De cette façon, les deux graphiques du bas de la figure 5.14 montrent l'intérêt, en terme de sensibilité au bruit de photons (figure de droite) et du détecteur (figure de gauche), d'utiliser un réarrangement à deux dimensions. Cependant, un certain nombre de pistes sont à explorer afin d'améliorer la sensibilité :

- utiliser un détecteur à comptage de photons pour s'affranchir de la sensibilité au bruit de lecture.
- faire interférer les fibres par groupes. Les conditions de déconvolution de l'algorithme section 4.4 doivent néanmoins être respectées, c'est à dire avoir au moins autant d'équations que d'inconnues.
- dans le cas d'un réarrangement à une dimension, disperser la lumière sur une bande spectrale la plus large possible. Le signal sur bruit par pixels n'en sera pas amélioré, mais ceci augmentera la limite en sensibilité due au bruit de photons.

5.5.4 L'effet du chromatisme sur le codage fréquentiel

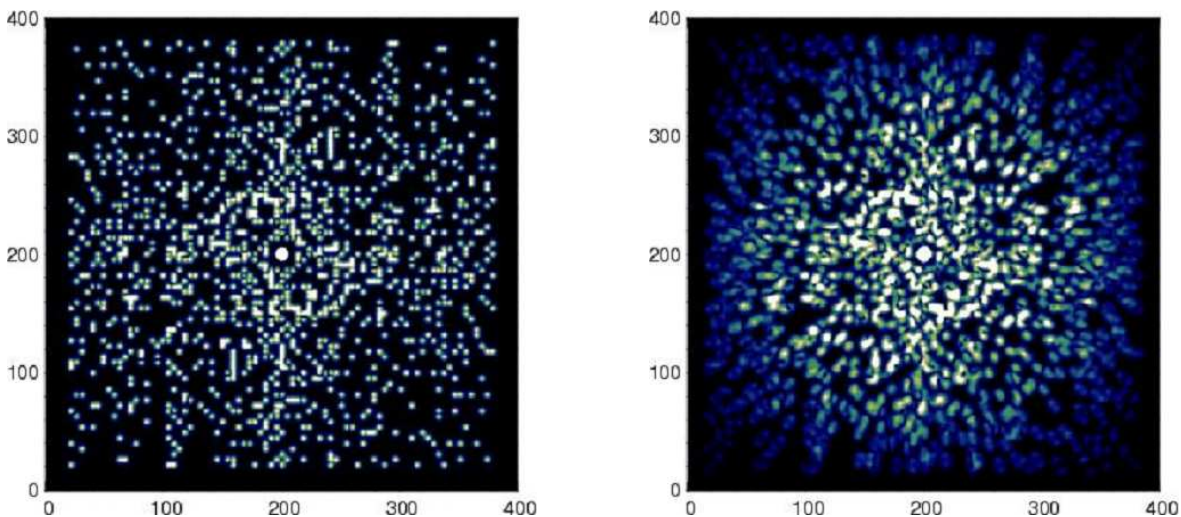


FIG. 5.15 – Effet du chromatisme sur le plan des fréquences spatiales. A gauche, les pics franges sont nettement définis sur l'image achromatique. A droite : le chromatisme ($620 \text{ nm} < \lambda < 640 \text{ nm}$) disperse les pics franges sur plusieurs fréquences spatiales.

Afin d'optimiser la largeur de la bande passante, nous avons choisi celle-ci telle que $\Delta\lambda/\lambda_0 = 2d'/\max(D')$. Or, l'influence de la bande passante va avoir pour effet d'élargir radialement le pic frange dans le domaine de Fourier. Un exemple est donné figure 5.15 où le plan de Fourier est composé de 630 pics franges. L'image de gauche correspond à un faisceau achromatique de longueur d'onde 630 nm et celle de droite à une bande passante entre 620 et 640 nm. Une confusion des pics franges est visible.

En l'absence de déphasage, la fonction de modulation obtenue a une fréquence proportionnelle à $1/D'\lambda$. Lorsque l'on prend en compte l'effet de la bande passante, ces fréquences sont alors comprises entre $1/D'(\lambda_0 + \Delta\lambda/2)$ et $1/D'(\lambda + \Delta\lambda/2)$. Ceci doit être intégré au calcul de la configuration non-redondante de manière à ne pas polluer l'information contenue aux différentes fréquences. Une modification de l'algorithme à une dimension peut être faite en remplaçant la ligne 6 de l'algorithme par :

```
for (i=positions(0)+1+max([0,  $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}(\text{dimension}-i)$ ,  $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}(i-1)$ ]) ; i<=dimension ; i++)
```

5.6 Le temps d'intégration

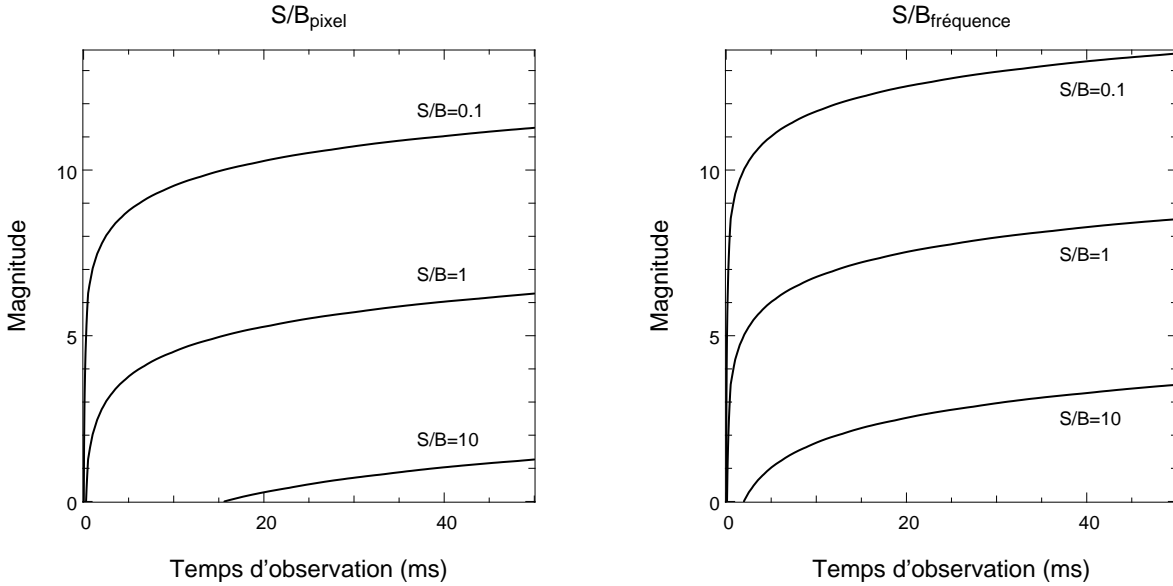


FIG. 5.16 – Signal sur bruit obtenu en fonction du temps d'observation et de la magnitude de l'objet observé, dans le cas d'un système à réarrangement de pupille composé de 36 fibres et fonctionnant dans le visible. A gauche : signal sur bruit par pixel. A droite : signal sur bruit par fréquence spatiale.

Les trois paragraphes précédents nous ont permis de caractériser l'instrument. Nous avons optimisé l'injection, la bande passante et la géométrie du réarrangement. Lors d'une observation, il va être nécessaire d'optimiser un dernier paramètre, celui du temps d'intégration.

Comme pour toutes les techniques nécessitant une déconvolution, le réarrangement par fibres optiques suppose une turbulence fixe pendant l'acquisition. Cette condition joue un rôle prépondérant sur la qualité finale des données. Cependant, puisque la technique de codage fréquentielle nécessite une dilution du flux de l'objet sur de nombreux pixels, il faut optimiser le temps d'acquisition afin obtenir un compromis entre le gel de la turbulence et le nombre de photons reçus.

Nous avons fait ces calculs dans le cadre de l'instrument en projet à l'observatoire. Il s'agit d'un système fibré à réarrangement de pupille fonctionnant dans le domaine du visible. Le paragraphe 5.2 fixe une taille de sous-pupilles de $3r_0$ et un rapport d'ouverture entre la fibre et les lentilles $\eta = 1,5$. L'efficacité de couplage est alors en moyenne $\rho = 10\%$. La pupille de sortie choisie est une configuration non-redondante en deux dimensions de rapport $\max(D'/d') = 40$. Le nombre de pixels utilisé sera par conséquent d'approximativement $N_{\text{pixels}} = 5\,000$. Enfin, nous avons choisi d'optimiser la bande passante en fonction de l'équation (5.44), ce qui nous donne $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0,05$ pour une efficacité interférométrique moyenne $\mu = 0,75$. En ne considérant que le bruit de photons, nous pouvons en déduire un rapport signal sur bruit par pixel :

$$S/B_{\text{pixel}} = \mu \sqrt{\frac{N_{\text{photons}}}{N_{\text{pixels}}} \rho \Delta\lambda Q t} \quad (5.50)$$

ainsi qu'un rapport signal sur bruit par fréquence spatiale :

$$S/B_{\text{frequence}} = \mu \sqrt{\frac{N_{\text{photons}}}{N_{\text{Fibres}}(N_{\text{Fibres}} - 1)} \rho \Delta \lambda Q t} \quad (5.51)$$

où N_{photons} est le nombre de photons par sous-pupille et par unité de longueur d'onde, Q l'efficacité quantique du détecteur et t le temps d'intégration par pose. En considérant une caméra à comptage de photons, fonctionnant dans le visible ($Q = 0,2$), la courbe de gauche de la figure 5.16 nous donne le signal sur bruit obtenu par pixel en fonction du temps d'observation. Si le détecteur présente un bruit de lecture, la sensibilité de l'instrument sera plus faible. Dans le cadre d'un instrument infrarouge par exemple, il serait nécessaire de restreindre le nombre de fibres à recombinaison simultanément. En l'absence de bruit de lecture, le signal sur bruit par fréquence spatiale fixe la sensibilité de l'instrument. Nous avons montré au chapitre 4 que notre algorithme permet le traitement de fréquences spatiales ayant un signal sur bruit aux environs de 0,1. Il est par conséquent nécessaire de choisir le temps de pose pour que le signal sur bruit soit, au minimum, égal à cette valeur.

5.7 Récapitulatif

Le choix de la taille des sous-pupilles : d

Ce choix a une influence sur trois paramètres :

1. Le champ reconstructible. Celui-ci est représenté figure 5.4 en l'absence de perturbations atmosphériques. Au premier ordre, il peut être estimé par λ/d .
2. Le nombre de sous-pupilles. En effet, plus les sous-pupilles seront grandes, moins elles pourront être nombreuses dans la pupille principale : $M \lesssim \sqrt{D/d}$.
3. Le flux injecté dans chaque fibre. Ce flux, proportionnel à ρd^2 , est un des paramètres qui caractérisent la sensibilité de l'instrument. Ainsi, pour un maximum de sensibilité, il peut être utile de choisir une taille de sous pupille supérieure à r_0 . Le tableau 5.2 récapitule les différents taux d'injection en fonction de la taille de la sous-pupille et du rapport d'ouverture numérique η :

TAB. 5.2 – Taux de couplage

d	$1 r_0$		$2 r_0$		$3 r_0$	
η	1,03	1,14	1,15	1,26	1,26	1,39
ρ	43 %	43 %	39,5 %	39 %	31,3 %	31,5 %
ρd^2	$0,43r_0^2$	$0,42r_0^2$	$0,79r_0^2$	$0,78r_0^2$	$0,94r_0^2$	$0,93r_0^2$

Dans le cas où une optique adaptative serait utilisée, une approximation peut être effectuée en remplaçant r_0 par le paramètre de Fried généralisé ρ_0 . Il peut être obtenu à partir du nombre de polynômes de Zernik corrigés par l'optique adaptative (Equation (7) et (27) dans Cagigal et Canales 2000).

Le choix du nombre de sous-pupilles : M

Plus précisément, il y a deux termes à choisir : M le nombre de sous-pupilles et M_R le nombre de sous-pupilles que l'on va recombinaison simultanément :

1. M est uniquement limité par la taille de la pupille principale et des sous-pupilles : $M \lesssim \sqrt{D/d}$.
2. M_R va conditionner la sensibilité de l'instrument. Plus le nombre de fréquences spatiales mesurées est grand, moins l'instrument est sensible. Il est nécessaire de déterminer le signal sur bruit par fréquence spatiale (équation (5.51)), ainsi que par pixel (dans le cas du bruit de détecteur).
3. Il faut que le nombre de sous-pupilles M_R soit suffisant pour permettre de déterminer les phases, les amplitudes et la distribution spatiale d'intensité de la source. En pratique, il faut établir les matrices (4.17) et (4.19) pour vérifier que le système est inversible.

Le choix du rapport d'ouverture : η

L'ouverture numérique de la fibre peut être mesurée expérimentalement à partir du seuil à 5% du cône de diffraction de l'énergie lumineuse sortant de la fibre. Le rapport d'ouverture $\eta = ON_{\text{lentille}}/ON_{\text{fibre}}$ permet alors de calculer le taux de couplage optique.

En fonction du diamètre de la sous-pupille, le maximum de l'énergie couplée est obtenu pour :

$$\eta = 0,92 + 0,115 d/r_0. \quad (5.52)$$

Cependant, pour gagner en champ et minimiser le bruit de confusion, nous recommandons d'augmenter la valeur de η d'environ 10%. Cela se fait au prix d'une très faible perte d'énergie couplée (tableau 5.2).

Le choix de la bande passante : $\Delta\nu/\nu_0$

Le choix de la bande passante se fait selon deux contraintes :

1. La première porte sur l'effet du piston atmosphérique. Suivant le niveau de précision souhaité sur les visibilités, on consultera la figure 5.10 pour déterminer une limite maximale à la bande passante.
2. Pour avoir une sensibilité maximale il faut que le produit $\mu\sqrt{\Delta\nu/\nu_0}$ soit maximal (figure 5.8). On choisira par conséquent la bande passante optimale en fonction du réarrangement, et notamment de la valeur $\max(D'/d')$ par :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 2 \frac{d'}{\max(D')} \quad (5.53)$$

Dans le cas d'un système avec dispersion spectrale, la limitation en bande passante correspond à une limitation par canal spectral.

Le choix du réarrangement

Trois critères viennent contraindre le réarrangement choisi :

1. Si l'on souhaite ou non une information spectrale, on choisira une configuration à une ou à deux dimensions.
2. Pour maximiser le facteur de cohérence, il faut chercher à minimiser le rapport D'/d' , c'est à dire avoir la pupille de sortie la plus compacte possible (figure 5.8).
3. Parce que l'on souhaite que le champ de l'interféromètre soit supérieur à celui de la fibre, il faut que :

$$\frac{D'}{d'} \geq 2 \frac{D}{d}. \quad (5.54)$$

Le choix du temps d'intégration

Le temps de pose doit satisfaire deux conditions :

1. Il doit permettre une détermination correcte de chaque fréquence spatiale pour une pose. Nos simulations, section 4.5.2, nous ont montré que nous pouvions reconstruire une image avec un signal sur bruit d'environ 0,1 par fréquence spatiale instantanée. L'estimation du signal sur bruit peut être obtenue par la relation (5.51).
2. Il doit être inférieur au temps de cohérence de l'atmosphère. Plus le temps de pose sera faible, plus la qualité de la mesure des visibilités sera bonne.

Il est conseillé de pouvoir adapter le temps d'intégration à la magnitude de l'objet observé de façon à maintenir un rapport signal-sur-bruit par fréquence spatiale d'au moins 1.

CHAPITRE 6

L'élaboration d'un démonstrateur

Sommaire

6.1	Chronologie	160
6.2	Les contraintes mécaniques	161
6.2.1	Le positionnement des fibres dans la pupille d'entrée	161
6.2.2	Le positionnement des fibres dans la pupille de sortie	163
6.2.3	L'influence de la longueur des fibres optiques	165
6.3	Les expérimentations millimétriques	167
6.4	Une version décimétrique	169

6.1 Chronologie

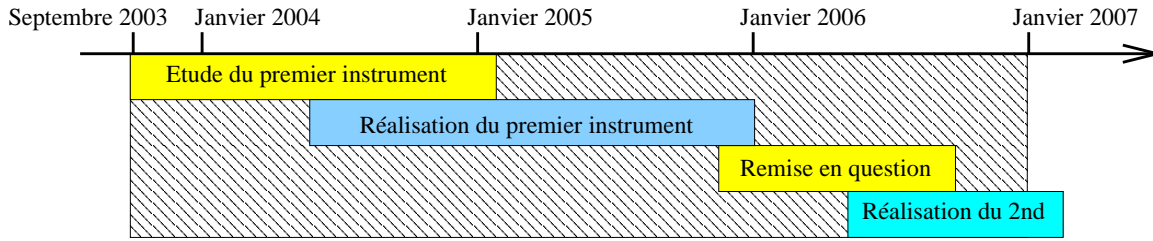


FIG. 6.1 – Chronologie de mon activité instrumentale au cours de ma thèse

Une grande partie de ma thèse a été consacrée à la conception d'un démonstrateur, validant de façon expérimentale le concept du réarrangement de pupille. La chronologie de ce travail est présentée figure 6.1.

La première année a été dévolue à la simulation et à l'étude de l'instrument, afin d'aboutir à un concept raisonnable, pouvant être adapté à un télescope et capable de fournir des résultats astrophysiques. Ces critères nous ont menés au projet d'un premier instrument, doté de 36 fibres, et suffisamment miniaturisé pour être adaptable au foyer optique de n'importe quel télescope (section 6.3).

La réalisation de celui-ci a duré près de deux ans, au cours desquels nous avons pris conscience de la difficulté du positionnement des fibres (voir section 6.2). Fin 2005, devant l'impossibilité à respecter le positionnement nécessaire à une injection homogène dans l'ensemble des fibres, nous avons remis en question la définition du premier instrument.

Nous nous sommes alors tournés vers un système de plus grande dimension, doté de seulement 6 fibres. Chacune d'entre elles est associée à un micro-positionneur 2 axes, permettant un ajustement actif. Nous présentons cet instrument section 6.4.

D'autres voies restent cependant à explorer, comme l'utilisation de piezo-positionneurs, ou bien encore d'un miroir adaptatif segmenté.

6.2 Les contraintes mécaniques

6.2.1 Le positionnement des fibres dans la pupille d'entrée

Le positionnement des fibres optiques dans la pupille d'entrée est une étape cruciale, cela pour deux raisons distinctes. La première, directement apparente lors des premiers tests de l'instrument, porte sur le couplage dans la fibre. En effet, plus la fibre sera loin de l'image de l'étoile, moins de flux sera injecté dans la fibre. Le deuxième effet est plus discret, et ne se révélera que lors de la déconvolution des données. Il tient à la précision de l'emplacement d'échantillonnage du plan $u-v$ ainsi qu'au champ observé.

Les contraintes de couplage

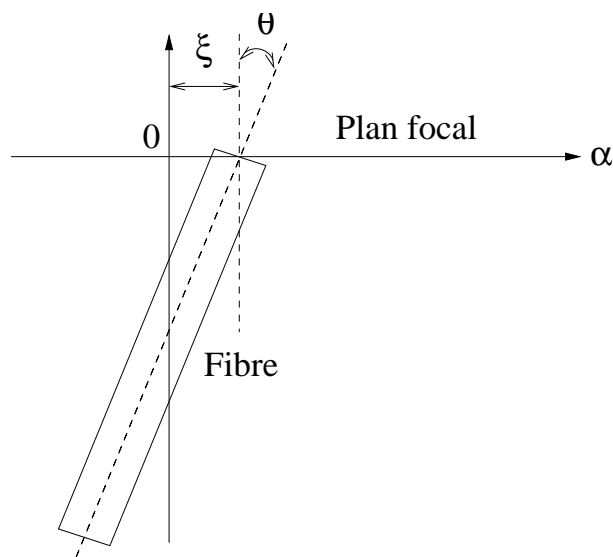


FIG. 6.2 – Position de la fibre dans le plan focal de la lentille. Deux erreurs de positionnement sont explicitées par cette représentation : ξ , pour le décalage, et θ pour l'inclinaison.

L'efficacité de couplage dans une fibre monomode, avec ou sans turbulences atmosphériques, a été établie section 5.2. On peut effectuer de nouveau ce travail en tenant compte de la présence d'une inclinaison ou d'un décalage de la fibre. Le champ de la fibre s'écrit alors :

$$E_{\bullet}(\alpha, \beta) \propto \exp \left(-\frac{4((\alpha - \xi/f)^2 + \beta^2)f^2}{w_0^2} - i\frac{2\pi f\theta}{\lambda}\alpha \right). \quad (6.1)$$

où ξ est le décalage de la fibre (en unités de longueur) et θ son inclinaison (en radians). Ces deux valeurs sont présentées figure 6.2. De façon similaire à l'équation (5.13), le champ dans le plan pupille s'écrit, après normalisation :

$$E_{\circ}(u, v) = \frac{2\eta\lambda}{d} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \exp \left(-6\frac{((u - \theta f/\lambda)^2 + v^2)\lambda^2}{d^2} \eta^2 + 2i\pi\xi u/f \right). \quad (6.2)$$

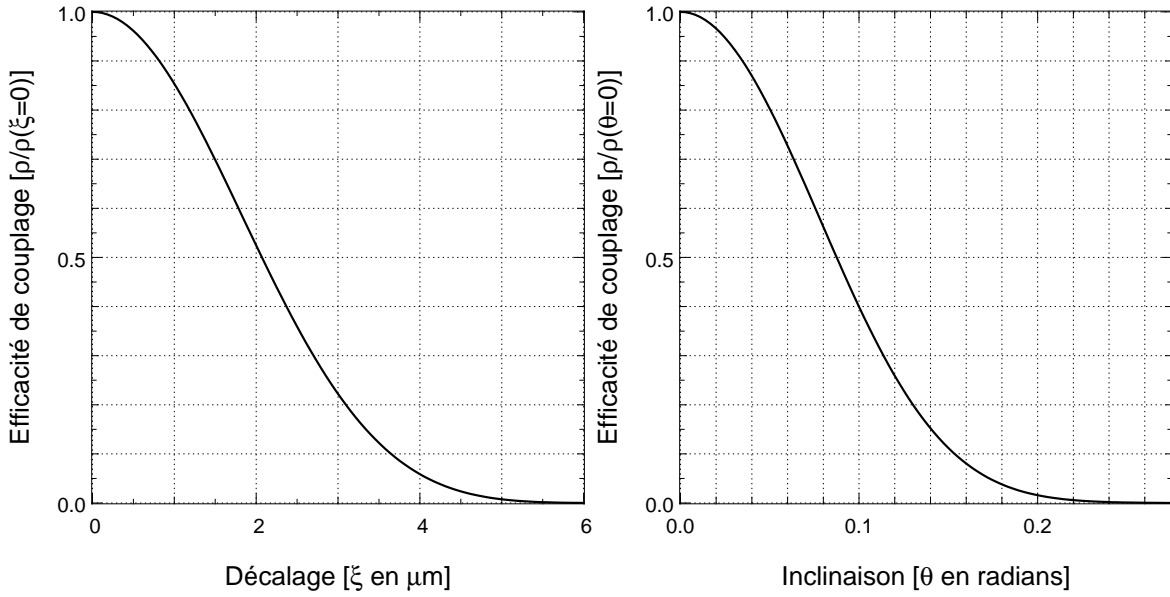


FIG. 6.3 – Pertes en efficacité de couplage dues à l'imprécision du placement des fibres dans le plan focal des lentilles. A droite, effet d'un déplacement de la fibre. A gauche, effet d'une inclinaison (voir figure 6.2).

Or, le champ dans la pupille, en l'absence de perturbations, est connu :

$$U_o(u, v) = \begin{cases} \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}d} & \text{si } \sqrt{u^2 + v^2} \leq d/2\lambda \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.3)$$

L'efficacité de couplage peut être ainsi établie par le biais de l'intégrale de recouvrement des fibres, (équations (5.11) et (5.15)) :

$$\rho = \left| \iint_{\sqrt{u^2+v^2} \leq d/2\lambda} \frac{4\sqrt{3}\eta\lambda^2}{\pi d^2} \exp\left(-6\frac{((u - \theta f/\lambda)^2 + v^2)\lambda^2}{d^2}\eta^2 - 2i\pi\xi u/f\right) dudv \right|^2, \quad (6.4)$$

que l'on peut aussi écrire, en faisant intervenir l'ouverture optique de la fibre (équation (5.12)) et les changements de variables $u' = 2\lambda u/d$ et $v' = 2\lambda v/d$:

$$\begin{aligned} \rho &= \left| \iint_{\sqrt{u'^2+v'^2} \leq 1} \frac{4\sqrt{3}\eta\lambda^2}{\pi d^2} \exp\left(-\frac{3}{2}((u' - 2\theta f/d)^2 + v'^2)\lambda^2\eta^2 - i\pi\xi u'd/f\lambda\right) du'dv' \right|^2 \\ &= \left| \iint_{\sqrt{u'^2+v'^2} \leq 1} \frac{\sqrt{3}\eta}{\pi} \exp\left(-i\frac{\pi\eta ON u'}{\lambda}\xi\right) \exp\left(-\frac{3}{2}\left(u' - \frac{\theta}{ON\eta}\right)^2 + v'^2\right)\eta^2 du'dv' \right|^2, \end{aligned} \quad (6.5)$$

Pour des fibres monomodes à une longueur d'onde de 630 nm, une valeur typique de l'ouverture numérique est de $ON = 0,12$. Ainsi, en utilisant $\eta = 1,25$, l'équation (6.5)

permet d'établir la perte en efficacité de couplage due au décalage (ξ) et à l'inclinaison (θ) de la fibre. Ce résultat est représenté figure 6.3.

Ainsi, pour obtenir au moins 90% du taux d'injection maximum, il faut :

- **Un placement de la fibre $\xi \leq 0,8 \mu\text{m}$.**
- **Une inclinaison maximale de la fibre de $\theta \leq 0,035$ radians.**

Les contraintes observationnelles

L'obtention de suffisamment de flux dans chacune des fibres est un critère de positionnement nécessaire, mais non suffisant. Deux autres paramètres viennent renforcer les contraintes. Tout d'abord, la précision de positionnement de la fibre va avoir une influence sur le champ. Ceci se voit clairement en notant l'analogie entre l'angle d'incidence ε de l'équation (5.23) et ξ dans l'équation (6.5). Les deux sont reliées par la relation :

$$\varepsilon = \xi/f. \quad (6.6)$$

La deuxième contrainte porte sur l'échantillonnage du plan $u-v$. Ainsi, si la fibre est inclinée, le flux injecté dans la fibre proviendra d'une partie légèrement décalée de la pupille. Cela signifie que l'information spatiale sur l'objet sera obtenue pour une base différente. La relation donnant le déplacement dans le plan $u-v$ en fonction de l'inclinaison de la fibre θ peut être établie à partir de l'équation (6.2) et est la suivante :

$$\Delta u = \frac{f}{\lambda} \theta. \quad (6.7)$$

6.2.2 Le positionnement des fibres dans la pupille de sortie

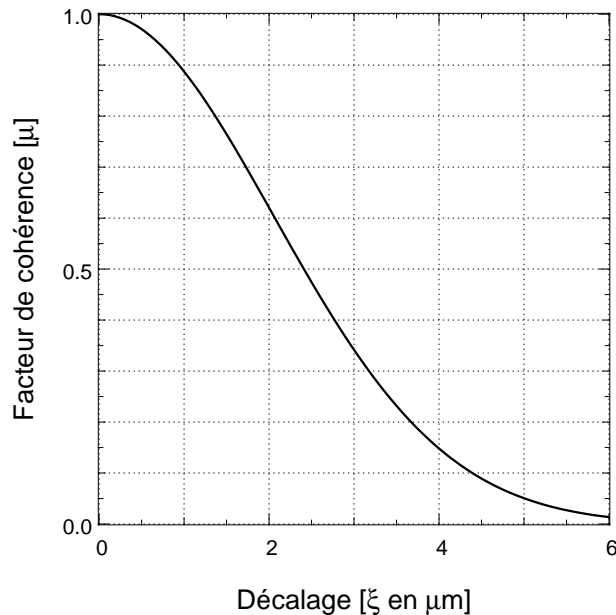


FIG. 6.4 – Diminution du facteur de couplage en fonction de l'emplacement de la fibre dans le plan focal de la lentille de la pupille de sortie.

Contrairement à ce que l'on pourrait peut-être croire, les contraintes de positionnement des fibres dans la pupille de sortie sont également très strictes. Cette contrainte

peut être établie à partir du facteur de cohérence. Nous l'avons déjà calculé analytiquement section 5.4 à partir du champ électrique dans le plan du détecteur. Celui-ci peut être défini compte tenu d'une erreur de positionnement ξ par la relation :

$$E_{1\bullet}(\alpha, \beta) = g_1 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 ((\alpha - \xi/f)^2 + \beta^2)}{6\lambda^2}\right) \exp(i\pi D'/\lambda\alpha). \quad (6.8)$$

Nous supposons le champ de la deuxième fibre inchangé, tel qu'établi équation (5.27). L'image que l'on obtient sur le détecteur peut, de la même façon, être écrite sous la forme de trois termes :

$$\begin{aligned} I(\alpha, \beta) &= \underbrace{g_1^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 ((\alpha - \xi/f)^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right)}_{= I_1(\alpha, \beta)} \\ &+ \underbrace{g_2^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right)}_{= I_2(\alpha, \beta)} \\ &+ \underbrace{2 g_1 g_2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + (\alpha - \xi/f)^2 + 2\beta^2)}{6\lambda^2}\right)}_{= A_{(1,2)}(\alpha, \beta)} \cos(2\pi D'/\lambda\alpha - \Delta\phi) \end{aligned} \quad (6.9)$$

On retrouve ici une formulation déjà utilisé équation (5.37). Deux termes correspondant aux contributions respectives de la première et de la deuxième fibre, et un terme correspond à l'amplitude de modulation. On peut alors, de manière similaire à ce que

nous avons fait section 5.4.3, établir le facteur de cohérence :

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} A_{(1,2)}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\sqrt{\iint_{-\infty}^{+\infty} I_1(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} I_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}} \\
&= \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} g_1 g_2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + (\alpha - \xi/f)^2 + \beta^2)}{6\lambda^2}\right) d\alpha d\beta}{\sqrt{\iint_{-\infty}^{+\infty} g_1^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right) d\alpha d\beta \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} g_2^2 \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + \beta^2)}{3\lambda^2}\right) d\alpha d\beta}} \\
&= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + (\alpha - \xi/f)^2)}{6\lambda^2}\right) d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 \alpha^2}{3\lambda^2}\right) d\alpha} \\
&= \frac{\sqrt{\pi} d' \nu_0}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 (\alpha^2 + (\xi/2f)^2)}{3\lambda^2}\right) d\alpha \\
&= \exp\left(-\frac{\pi^2 d'^2 \xi^2}{12 f^2 \lambda^2}\right) = \exp(-\pi^2 ON^2 \xi^2 / 3\lambda^2) . \tag{6.10}
\end{aligned}$$

Ainsi, nous pouvons tracer l'évolution du facteur de cohérence en fonction de l'écart entre la position nominale des fibres dans la pupille de sortie. C'est ce que nous avons fait figure 6.4 pour les mêmes paramètres que dans la section précédente, c'est à dire $\lambda = 630 \text{ nm}$, et $ON = 0,12$. La diminution du facteur de cohérence suit une courbe sensiblement identique à celle du couplage obtenu pour la pupille d'entrée. La précision demandée est donc similaire, avec un facteur de cohérence de 90% pour une erreur de positionnement de $1 \mu\text{m}$.

6.2.3 L'influence de la longueur des fibres optiques

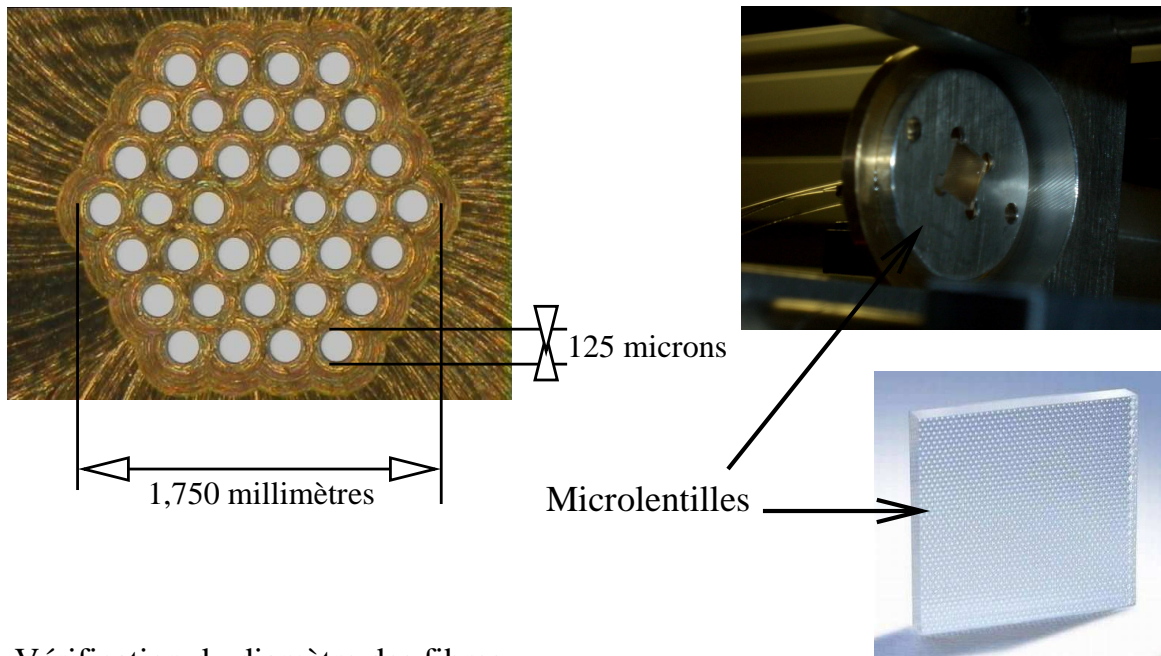
L'influence de la longueur des fibres, à la fois en terme de longueur totale et relative, est aussi un point important lors de l'élaboration de l'instrument. Cependant, ce problème est extrêmement difficile à traiter autrement qu'expérimentalement. Bien que nous n'ayons pu effectuer ce travail, nous pouvons faire quelques remarques d'ordre qualitatif.

Chaque fibre doit être suffisamment longue pour permettre un filtrage efficace, tout en restant suffisamment faible. La longueur nécessaire au filtrage dépend de beaucoup de paramètres. Certains sont dus à la conceptions de la fibre elle-même, d'autre sont

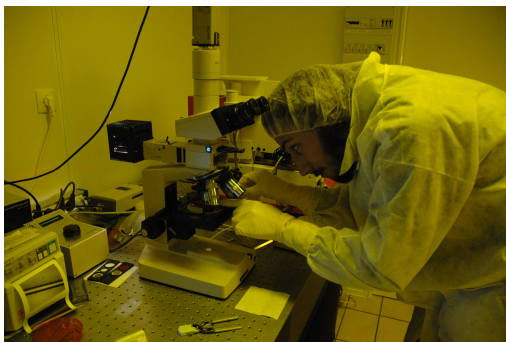
propres à sont utilisation (comme par exemple la courbure que l'on applique à celle-ci). Des recherches en ce domaine ont été effectuées à l'IRCOM (Institut de Recherche en Communications Optiques et Microondes), et semblent confirmer qu'une dizaine de centimètres serait suffisant pour obtenir un filtrage suffisant (Huss *et al.* 2005). Cependant lorsque l'on augmente la longueur des fibres on multiplie aussi les effets de biréfringences ou de polarisations. Si l'on souhaite utiliser des fibres sur une longueur de l'ordre du mètre, il semble important d'utiliser des fibres à maintien de polarisation. Dans le but de restreindre la complexité de l'instrument, nous avons décidé d'utiliser des longueurs de l'ordre de 20 centimètres.

Il est enfin fondamental d'égaliser en longueur les différentes fibres optiques. Sans cela, on introduit des différences chromatiques de la longueur des trajets optiques. Dans le cas où l'on utilise une source chromatique chromatique, et cela particulièrement aux faibles longueurs d'onde, il est nécessaire d'effectuer une telle égalisation. La précision nécessaire d'une telle égalisation n'a pas pu être établie au cours de cette thèse.

6.3 Les expérimentations millimétriques



Vérification du diamètre des fibres



Positionnement et collage

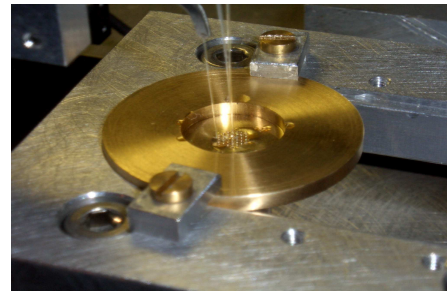


FIG. 6.5 – En haut à gauche, pièce en laiton destinée à accueillir les 36 fibres optiques monomodes. En haut à droite, la même pièce, mais sur laquelle est adaptée la matrice de microlentilles. En bas à gauche, Keyan Bennaceur, stagiaire de l'observatoire, est en train de vérifier et de trier les fibres optiques par la taille de leur gaine optique. En bas à droite, positionnement par bras piézo-électrique des fibres optiques.

Au cours de la première partie de ma thèse, il a été question d'appliquer les techniques de positionnement et de collage utilisées pour les fibres multimodes (par exemple, celles utilisées à la spectro-imagerie). Ces techniques, déjà utilisées à l'observatoire, nécessitent l'usinage micrométrique d'une pièce de taille millimétrique (photo en haut à gauche de la figure 6.5). Les fibres sont ensuite individuellement ajustées et collées. La pièce est alors ajustée à une matrice de microlentille prévue à cet effet. Ainsi, si la précision du montage le permet, l'ajustement se fait mécaniquement, et un grand nombre de fibres peuvent être ajustées dans un système extrêmement compact. Dans notre cas, nous avons travaillé sur une configuration à 36 sous-pupilles.

Si la technique est éprouvée pour l'injection dans des fibres multimodes, il a cependant fallu l'adapter à l'injection dans des fibres monomodes. La principale différence

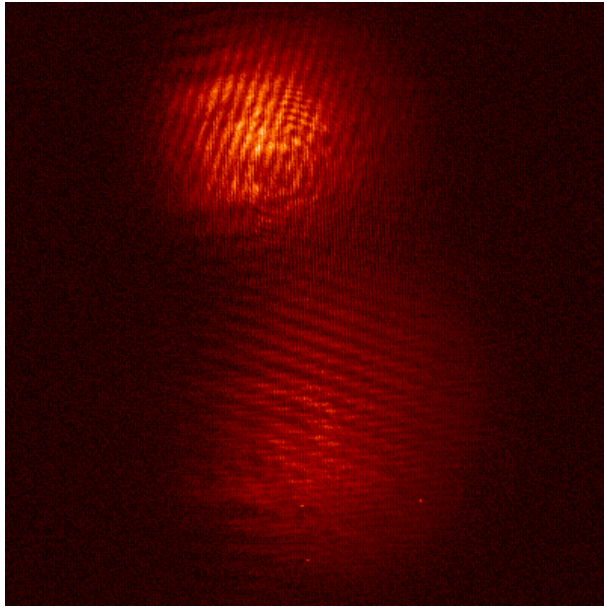


FIG. 6.6 – Figure de diffraction obtenue par focalisation de la pupille de sortie sur un détecteur. Ici, le collage à été arrêté à 7 fibres, car un décalage manifeste des fibres à été détecté, séparant les différents faisceaux sur deux taches Gaussienne distinctes. On peut cependant noter la très bonne cohérence de la lumière.

réside dans la taille des cœurs optiques. Dans une fibre multimode, le cœur est de quelques dizaines de microns. Le diamètre d'une fibre monomode est, lui, d'une valeur comprise entre 4 à 5 microns. La contrainte est donc bien plus grande sur le placement des fibres. Nous avons vu section 6.2 que les précisions demandées étaient inférieures au micron. Ce saut quantitatif en terme d'exigence de positionnement nous a contraint à prendre des précautions particulières, en termes d'environnement comme de contrôle.

Nous avons en conséquence fait usiner par le laboratoire GEPI (Galaxies, Etoiles, Physique et Instrumentation) des pièces à trous calibrés, de tailles $125 \pm 3\mu\text{m}$, équivalents à la taille de la gaine optique de nos fibres optiques. Les fibres ont ensuite été individuellement vérifiées et ajustées par un bras piézoélectrique dans leur emplacement correspondant. Enfin, le collage s'est fait sous lampe UV, avec contrôle du déplacement en temps réel par ordinateur. Au cours de ma thèse, trois stagiaires ont participé à ce travail d'ajustement : Keyan Bennaceur, Eric Bughin et Kamel Houairi.

Le résultat n'a pas été à la hauteur de nos espérances. La figure 6.6 représente, par exemple, un cas typique d'échec du collage. On peut voir au moins 2 traces de diffractions distinctes, striées de franges. La netteté des franges observées a été un résultat des plus intéressants, car il a validé la pertinence de poursuivre l'expérimentation à une telle longueur d'onde (ici à 730 nm). Cependant, le collage, de part le nombre élevé de fibres, la petitesse du système, et les incertitudes mécaniques associées, s'est avéré extrêmement difficile. Après deux ans de recherche dans cette voie, nous avons décidé de changer d'optique, et de nous tourner vers un système de plus grande taille, permettant une meilleure qualification du principe.

6.4 Une version décimétrique

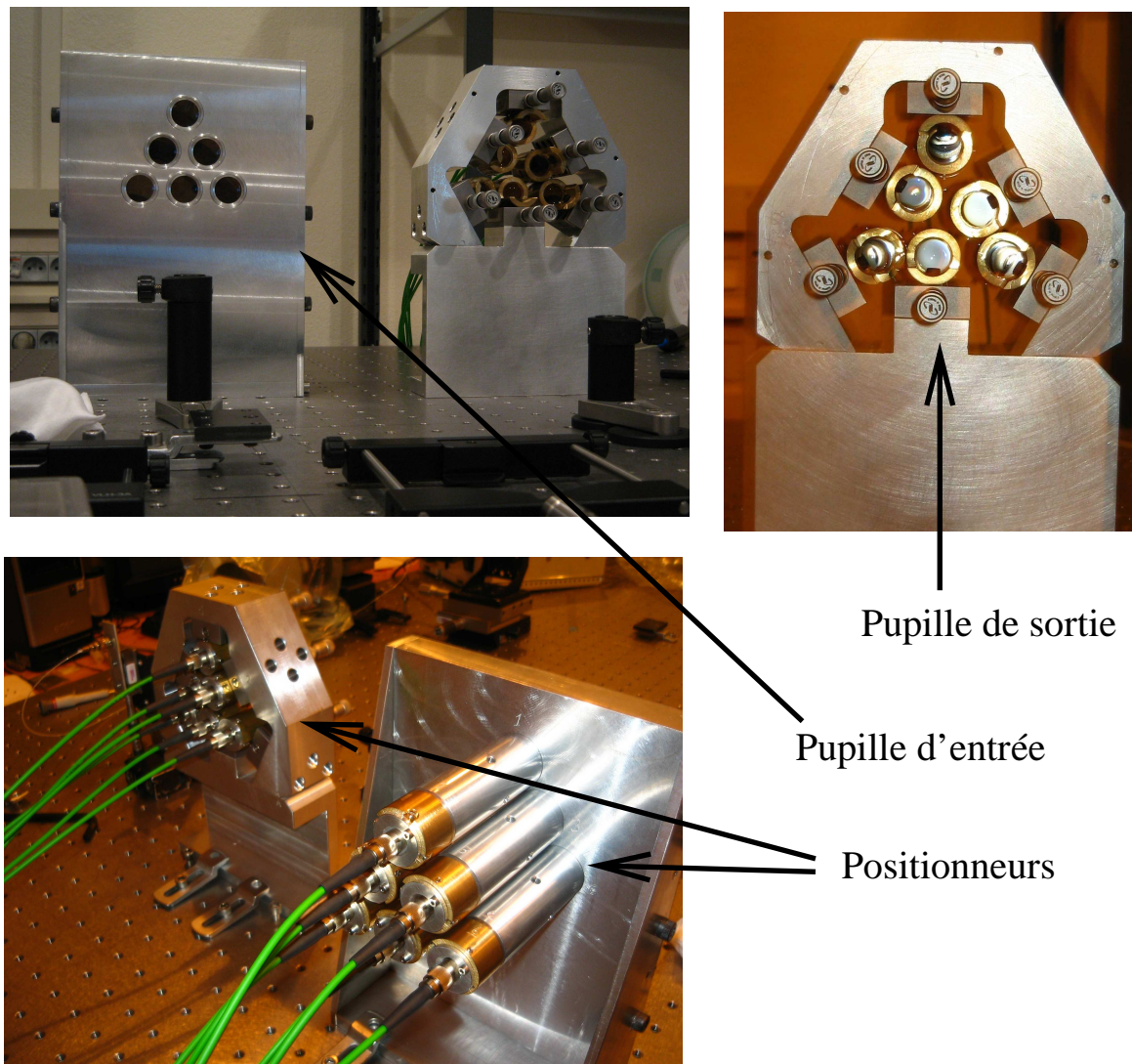


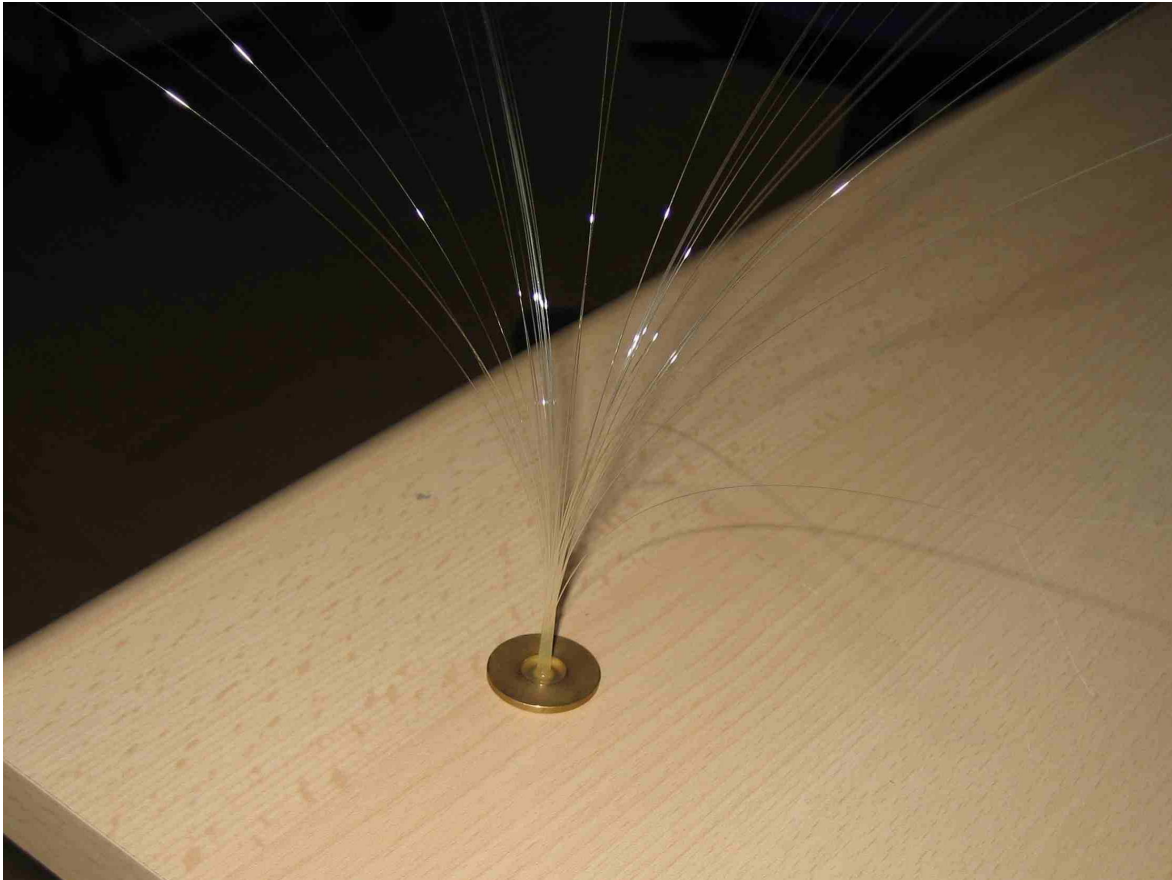
FIG. 6.7 – Dernière génération de l'instrument, construit dans le but simple de valider le concept. A gauche, on peut voir la pupille d'entrée, composée de 6 sous-pupilles disposées selon un triangle équilatéral. A droite, les 6 sous-pupilles sont réarrangées pour former une configuration non-redondante. Les fibres sont ici connectorisées, assurant une souplesse d'utilisation nécessaire pour tester différents types de fibres.

Nous avons construit, au cours de cette année 2006, une version de démonstration de taille décimétrique, permettant plus de souplesse pour la caractérisation de la technique. Contrairement aux premières versions, l'objectif n'est plus d'obtenir un système testable sur le ciel, mais plus simplement d'établir une démonstration de la validité du concept. L'objectif second est de concevoir un instrument suffisamment modulable pour tester différents types de fibres, à différentes longueurs d'onde.

Ce système est actuellement en cours de montage. Il est présenté par des photos figure 6.7, où l'on peut voir qu'il est composé de seulement 6 sous-pupilles. Chaque fibre est montée sur un micropositionneur 2 axes développés au LESIA, et réalisé au

GEPI. Les fibres ont été égalisées au LAOG (Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Grenoble) avec une précision inférieure au centième de micron. Un banc de connectivisation est actuellement en construction, pour permettre le test de différents types de fibre. Enfin, le système de connecteur est conçu pour, éventuellement, tester des fibres optiques à maintien de polarisation.

Les premiers tests de cet instrument sont en cours.



Conclusion générale

Mon travail de thèse a consisté à combiner deux concepts, le masquage de pupille et le filtrage par fibres optiques monomodes, afin d'aboutir à l'élaboration d'un instrument alliant haute résolution spatiale et haute dynamique. Le développement technique de cet instrument a été accompagné de recherches approfondies afin, dans un premier temps, d'être convaincu de l'intérêt d'un tel système, puis, de persuader mon entourage scientifique de son utilité. Il a fallu comparer les spécificités de cette combinaison technique avec des systèmes déjà existants comme l'optique adaptative ou l'interférométrie des tavelures permettant d'obtenir de la haute résolution angulaire. Ainsi, alors que ma thèse n'aurait pu être qu'instrumentale, elle a également été consacrée à la justification, au sens large, de l'instrument. Ceci s'est traduit par trois domaines de recherches menés en parallèle :

- La construction d'un prototype (chapitre 5 et 6)
- Le développement d'un algorithme dédié (chapitre 4)
- L'utilisation d'un observatoire interférométrique afin de positionner cet instrument dans un contexte astrophysique spécifique (chapitre 2 et 3)

Reprenons brièvement chacun de ces domaines. La construction du prototype a nécessité une première année de travaux qui a permis de définir un instrument optimisé pour fonctionner sur un télescope de 8 mètres, observant dans le visible, en présence de turbulences atmosphériques moyennes. Nous avons tenté de mettre en œuvre une configuration composée de 36 sous-pupilles, selon une géométrie proche de celle du miroir primaire du télescope Keck, à Hawaï. La réalisation de l'instrument a débuté pendant la deuxième année. Le principal point d'achoppement a été de positionner l'ensemble des fibres de façon mécanique à des précisions inférieures au micron. Nous nous sommes alors aperçus que cela nécessitait un développement spécifique, extrêmement exigeant au point de vue technologique. C'est pourquoi il nous est apparu nécessaire, le temps nous étant compté, de nous diriger vers un système plus simple, composé uniquement de 6 fibres, mais permettant de tester le principe. Nous travaillons encore sur cet instrument, qui est sur le point de fournir ses premiers résultats.

En parallèle à ce développement technologique, nous avons entrepris la publication du concept d'un tel instrument. Or, les performances dépendent énormément de l'algorithme de réduction des données. Afin de pouvoir publier des simulations crédibles, il fallait présenter une technique de réduction appropriée, permettant d'obtenir le maximum des capacités de l'instrument. Nous nous sommes alors aperçus que les techniques existantes, telles celle du bispectre, ne permettait pas une reconstruction optimale. C'est pourquoi, en collaboration avec l'Observatoire de Lyon, nous avons développé un algorithme permettant d'obtenir le maximum de vraisemblance au sens du moindre carré de manière simultanée sur plusieurs milliers d'acquisitions. Ce travail a permis de démontrer que l'on pouvait éliminer le bruit de turbulence (bruit de

“speckle”). La limitation par les seuls bruits de photon et de détecteur est la preuve de capacités potentielles importantes pour l’imagerie à très haute dynamique à la limite de diffraction des télescopes.

Il est, par ailleurs, important, lors de la conception d’un instrument interférométrique, de bénéficier de l’expérience des instruments déjà existants. Les travaux pré-existants sont d’une aide précieuse lors de la concrétisation d’une idée qui, jusqu’alors, n’existait que sur le papier. Nous avons pris une part active dans l’acquisition, le traitement, et l’analyse de données interférométriques issues de l’interféromètre IOTA. Plus qu’une simple initiation à l’interférométrie, cette partie de ma thèse s’est révélée des plus intéressantes d’un point de vue intellectuel comme scientifique. Notre approche de l’interférométrie, passant par l’imagerie en aveugle des surfaces stellaires, n’avait alors jamais été entreprise auparavant. À la différence des autres observateurs, qui préféraient multiplier les observations sur différents objets, nous nous sommes attachés à observer les mêmes étoiles de façon fréquente, en utilisant les multiples bases de l’interféromètre. Nous avons ainsi pu obtenir les images d’une série de sept étoiles évoluées révélant des structures extrêmement complexes. Nos résultats sur Chi Cyg sont particulièrement intéressants et novateurs. Les images ont été obtenues à plusieurs époques, et ont permis la mesure du déplacement de la couche moléculaire. Nous avons ainsi calculé, et ce pour la première fois, la masse de l’étoile à partir du déplacement de la matière dans l’atmosphère étendue de celle-ci.

Le travail effectué au cours de cette thèse a ainsi une finalité qui lui est propre. Cependant, l’objectif est à plus long terme, avec la réalisation d’un instrument à réarrangement de pupille permettant l’expérimentation sur le ciel. Cela va nécessiter toujours plus d’investissements, auxquels je compte bien participer.

ANNEXE A

Articles sur le concept du réarrangement de pupille

High dynamic range imaging by pupil single-mode filtering and remapping

G. Perrin,^{1*} S. Lacour,¹ J. Woillez² and É. Thiébaud³

¹LESIA, UMR 8109, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France

²W.M. Keck Observatory, 65-1120 Mamalahoa Highway, Kamuela, HI 96743, USA

³Centre de Recherche Astronomique de Lyon, UMR 5574, 9 avenue Charles André, 69561 Saint-Genis-Laval, France

Accepted 2006 September 12. Received 2006 September 4; in original form 2006 August 8

ABSTRACT

Because of atmospheric turbulence, obtaining high angular resolution images with a high dynamic range is difficult even in the near-infrared domain of wavelengths. We propose a novel technique to overcome this issue. The fundamental idea is to apply techniques developed for long baseline interferometry to the case of a single-aperture telescope. The pupil of the telescope is broken down into coherent subapertures each feeding a single-mode fibre. A remapping of the exit pupil allows interfering all subapertures non-redundantly. A diffraction-limited image with very high dynamic range is reconstructed from the fringe pattern analysis with aperture synthesis techniques, free of speckle noise. The performances of the technique are demonstrated with simulations in the visible range with an 8-m telescope. Raw dynamic ranges of $1:10^6$ can be obtained in only a few tens of seconds of integration time for bright objects.

Key words: turbulence – atmospheric effects – instrumentation: adaptive optics – techniques: high angular resolution – techniques: interferometric – planetary systems.

1 INTRODUCTION

Most astronomical sources have a small angular extension. The study of their spatial intensity distribution thus requires a high angular resolution. Among these, exoplanets require in addition very high dynamic ranges to be directly imaged near their host star. High angular resolution and dynamic range are the key. Because of diffraction, the angular resolution of a light collector linearly increases with its diameter. Larger telescopes therefore provide larger angular resolutions. However, phase aberrations due to atmospheric turbulence prevent from reaching the diffraction limit. The adaptive optics (AO) technique, in which a deformable mirror corrects the corrugated wavefront, allows to restore the diffraction limit in spite of turbulence (Rousset et al. 1990). Although an elegant and effective solution, it provides a limited sky coverage in absence of a polychromatic laser guide star and is still difficult to apply to the next generation of very large telescopes at short wavelengths. Post-processing techniques, such as speckle imaging and aperture masking, allow restoring diffraction-limited images from short exposure images in which turbulent fluctuations are frozen. Speckle imaging (Labeyrie 1970) has a limited dynamic range, and aperture masking (Haniff et al. 1987) only makes use of a small fraction of the pupil. Here, we propose to combine the advantages of these two techniques and to spatially filter the beams to achieve high dy-

namic range diffraction limited images even with extremely large telescopes at optical and near-infrared wavelengths. We first discuss the issue of imaging through the turbulent atmosphere in the optical in Section 2. We present our instrument concept in Section 3 and discuss the anticipated performances in Section 4. Conclusions are drawn in Section 5.

2 IMAGING AT OPTICAL WAVELENGTHS THROUGH ATMOSPHERIC TURBULENCE

The theory of imaging establishes that a telescope acts as a low-pass filter on an image, the optical transfer function (OTF) being a decreasing function from the zero (spatial) frequency down to the telescope cut-off frequency D/λ with D the pupil diameter and λ the wavelength (Fig. 1). In the presence of turbulence and for long exposures, the cut-off frequency is reduced to r_0/λ when $r_0 < D$, hence a spatial resolution limited to λ/r_0 . The Fried parameter, r_0 , is the diameter of a coherent patch over which the variance of phase is 1 rad^2 . AO partly restores the OTF up to D/λ as long as the incoming wavefront can be analysed on a time-scale shorter than the coherence time of turbulent phase. In practice, this requirement is fulfilled at near-infrared wavelengths as the coherence time and r_0 increase with wavelength. Correction of turbulent phase is therefore more demanding in the visible, and no large astronomical telescope has been equipped with a visible AO system yet, despite the potentially higher angular resolution. Correction of turbulent phase for

*E-mail: guy.perrin@obspm.fr

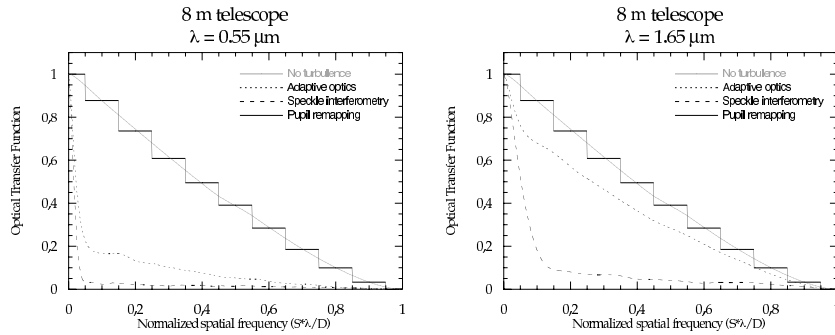


Figure 1. 8-m telescope OTFs. Grey continuous line: perfect telescope without turbulence. All the three other OTFs are for excellent turbulence conditions (seeing of 0.4 arcsec). Black continuous line: OTF with the system proposed in this paper. The width of the bins is proportional to the diameter of a subpupil. The OTF in each bin is constant and is equal to the weighted average of the filtered OTF. Black dotted line: with AOs correction. Black dashed line: with the speckle interferometry technique. Left-hand side: at a visible wavelength. Right-hand side: in the near infrared. The quality of the OTF improves with wavelength making performance at short wavelengths quite poor. With the pupil remapping system, the OTF is mechanically constant making the telescope in turbulent conditions a quasi-perfect telescope, thus restoring diffraction limit and high dynamic range.

future extremely large telescopes at near-infrared wavelengths will also be more difficult as the number of coherent patches will be more than an order of magnitudes larger. With the speckle technique, the OTF is also restored up to the same limit D/λ . In both cases, however, the higher the spatial frequency, the larger the energy loss. This is due to the larger decorrelation of turbulent phases between the more distant parts of the pupil. OTFs obtained in different conditions with an 8-m telescope have been simulated and are presented in Fig. 1. Simulations were made in the visible ($\lambda = 0.55 \mu\text{m}$) and in the near infrared ($\lambda = 1.65 \mu\text{m}$). For turbulent conditions, an excellent seeing of 0.4 arcsec has been chosen. The OTF of a perfect telescope (no turbulence and no aberrations) is compared to the OTFs obtained with AOs, with the speckle technique and with the system proposed in this paper. (The width of the bins is the width of the subpupils.) The performance of AOs and speckle interferometry is highly turbulence-dependent and therefore highly time- and wavelength-dependent. In practice, turbulent conditions can change over short time-scales making the calibration of the OTF difficult. The situation improves with wavelength, making performance at short wavelengths quite poor. With the pupil remapping system, the OTF is mechanically constant making the telescope in turbulent conditions a quasi-perfect telescope, thus restoring diffraction limit and high dynamic range (see Section 3).

The losses of coherence are responsible for speckle noise in the image that limits the dynamic range with both speckle imaging (to about 1:100) and AO making it difficult to reach 1:10⁵ dynamic ranges required for exoplanetary system imaging (Chelli 2005; Cavarroc et al. 2006). They are also responsible for a smaller contrast in the image on smaller spatial scales. In the classical imaging approach, the pupil is massively redundant as a same vector can be drawn between several pairs of points in the pupil. (A given spatial frequency is measured different times in the pupil.) In the OTF, a frequency component is the sum of vectors of complex amplitude produced by different pairs whose phases are the phase differences between two points of the incoming wavefront. The degradation of the OTF is therefore induced by these incoherent additions in a redundant pupil. The technique of non-redundant aperture masking overcomes this issue: a mask is placed in a pupil plane to select a set of subpupils organized as a non-redundant array. In the instan-

taneous OTF, each discrete spatial frequency is therefore generated by a single subaperture pair, and there is no coherence loss when the subpupils are point-like or far smaller than r_0 . As a consequence, the OTF is a set of peaks of unit amplitude besides the zero-frequency peak. An image can then be reconstructed through the closure phase technique. This technique has been demonstrated on the sky on several telescopes, and spectacular astronomical results have been obtained such as the imaging and discovery of the pinwheel nebula (Tuthill, Monnier & Danchi 1999).

3 PUPIL REMAPPING AND SPATIAL FILTERING WITH SINGLE-MODE FIBRES

The shortcoming of non-redundant aperture masking is that only a small amount of the pupil can be used, thus leading to a very poor sensitivity. The diameter of the subpupils therefore needs to be increased as much as possible to about r_0 . This, however, reduces the average coherent energy per frequency bin to about 36 per cent, and the OTF is fluctuating and difficult to calibrate. This yields a degraded dynamic range in the reconstructed image. This is a well-known issue in long baseline interferometry. It has been solved with single-mode fibres. Their fundamental property is that the spatial distribution of the lightwave phase is by nature flat across a waveguide section and the transported lightwave is therefore by definition perfectly coherent. The Fiber Linked Unit for Optical Recombination (FLUOR) instrument (Coudé du Foresto et al. 1998), based on this technology, has demonstrated that the coherent energy in long-baseline interferometry is fully restored leading to more accurate visibility measurements and to potentially higher dynamic range reconstructed images. The key is that the phase corrugations over each pupil of the interferometer are traded against intensity fluctuations which can be monitored and calibrated at the pace of turbulence. The same principle can be applied to aperture masking. The lightwave from each subpupil feeds a single-mode fibre. The net effect is that the frequency peaks in the OTF of a non-redundant array are automatically of unit amplitude whatever is the size of the subapertures.

The use of fibres for beam cleaning in non-redundant aperture masking has been proposed by Chang & Buscher (1998).

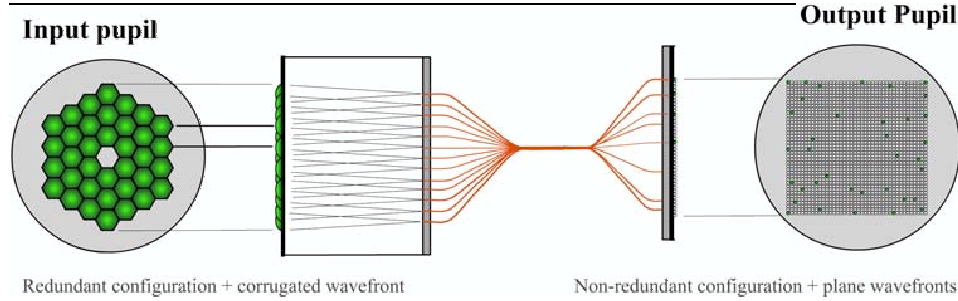


Figure 2. Instrument setup. The input pupil is mapped with a lenslet array. Each lenslet focuses a subpupil beam into a single-mode fibre. In the output pupil, the fibres are placed at the focus of another lenslet array. Fibres are distributed in a non-redundant array. Each pair of subpupils in the input pupil yields a single spatial frequency component in the output pupil. Spatial frequency components with different turbulent phases are therefore not mixed, thus preserving optimum imaging performances.

We propose to further take advantage of the use of fibres to rearrange the distribution of subapertures in the exit pupil of the instrument (Fig. 2). The input pupil is mapped with a lenslet array. Each lenslet focuses a subpupil beam into a single-mode fibre. The focal length of lenslets is chosen for optimum flux injection, the maximum coupling efficiency is 78 per cent for a step-index fibre. The full entrance pupil of the telescope can now be used and turned into a non-redundant array in the exit pupil of the instrument. In the output pupil, the fibres are placed at the focus of another lenslet array and recast into a non-redundant array. Each pair of subpupils in the entrance pupil of the telescope is associated to a single subpupil vector in the exit pupil. The different phases of redundant pairs are therefore not mixed by the interferometric combination, and the full coherent energy is preserved. The OTF modulus in the exit pupil is equal to 1 for each exit spatial frequency or, equivalently, the OTF in the entrance pupil is maximum for each bin (Fig. 1). As far as the source is concerned, the measurement of the modulus of each spatial frequency component is unbiased by speckle noise and limited by photon and detector noise only. The rotation shearing interferometer (Mariotti et al. 1992) and the coding of non-redundant subarrays with differential wavefront tips and tilts (Monnier et al. 2004) are an alternative to achieve non-redundant pupil recombinations. However, both setups do not include spatial filtering, and the achievable dynamic range is therefore limited.

4 PERFORMANCES OF THE TECHNIQUE

Although modal filtering by fibres imposes a flat wavefront in each subpupil, the average differential phases between subapertures are preserved and the exit wavefront is a step function. The closure phase technique allows eliminating these phase errors as the sum of phases over a triangle of subapertures is not affected by any subaperture phase error. It provides a fraction of $1-2/N$ (N is the number of subapertures) of the phase information. In our case, however, the high redundancy of the entrance pupil is useful. Closure phases measured in the exit pupil yield the above fraction of phase information. Under high entrance redundancy, the number of exit closure phases is larger than the number of independent phases, therefore providing the full phase information. This can be understood with a system as simple as $N=6$ hexagonal-shaped subpupils arranged on a hexagon. The number of pairs is $N_{\text{pairs}} = N(N-1)/2 = 15$ and the number of independent triangles is $N_{\text{triangles}} = (N-1)(N-2)/2 = 10$. However, most pairs form a same vector, and the number of different

vectors is equal to 9. In fact, the number of measured closure phases is larger than the amount of available object phase information. This effect increases with the number of subapertures in such a compact array. Thanks to the redundancy, the flux coupled in each fibre can also be measured (Lacour, Thiébaud & Perrin 2006). Eventually, our system allows measuring all complex spatial frequency components of the object as sampled by the array of subpupils. The accuracy on moduli and phases can be directly derived from the achievement of single-mode long baseline interferometers: a fraction of a per cent for moduli and better than a degree for phases. Better performances can be expected with a single-telescope experiment. Using conservative $\delta V = 1$ per cent and $\delta\phi = 1^\circ$, an estimate of the dynamic range is obtained from the formula (Baldwin & Haniff 2002):

$$\text{DR} = \sqrt{\frac{N_{\text{pairs}}}{(\delta V/V)^2 + \delta\phi^2}}. \quad (1)$$

For an unresolved object ($V = 1$), the dynamic range is $\text{DR} \approx 50 \times \sqrt{N_{\text{pairs}}}$. Assuming a 132 subpupil array, a dynamic range of 1:4600 is achieved per snapshot. Since speckle noise has been eliminated, different snapshots are uncorrelated and the dynamic range for S snapshots is equal to $1:4.6 \times 10^3 \times \sqrt{S}$. With 10^4 snapshots, a dynamic range of $1:4.6 \times 10^5$ is obtained in the reconstructed image. The relevance of this formula is illustrated in Fig. 3. The observation of a multicomponent object under good seeing conditions (0.6 arcsec) with a 132-element pupil remapping system at the focus of an 8-m telescope at 630-nm wavelength (bandwidth = 60 nm) has been simulated. No AOs correction is applied, and only 6 per cent of the flux is coupled in the fibres on average. Performances in injected flux would at least double with an upstream near-infrared optimized AOs correction. The object is a star surrounded by a disk whose integrated flux is a hundredth of that of the star. A decreasing exponential law has been chosen for the disk flux that is only a 1000th of the star brightness at a distance equal to three times the diffraction limit. Two planets orbit the star and are dimmer by factors of 10^3 (Planet A) and 10^4 (Planet B) with respect to the central object. The closest planet (Planet A) is located 6 diffraction limits away from the star. The star image is saturated in the displayed images, and the diffraction limit can be assessed on an unresolved planet image. The magnitude of the star decreases from the left to the right by increments of 5 in magnitude (a factor of 100 in brightness, stars from the left to the right have visual magnitudes of 10, 5 and 0, respectively). Each image is the sum of 10000 snapshots of 4 ms amounting to a total exposure time of 40 s. The frame rate

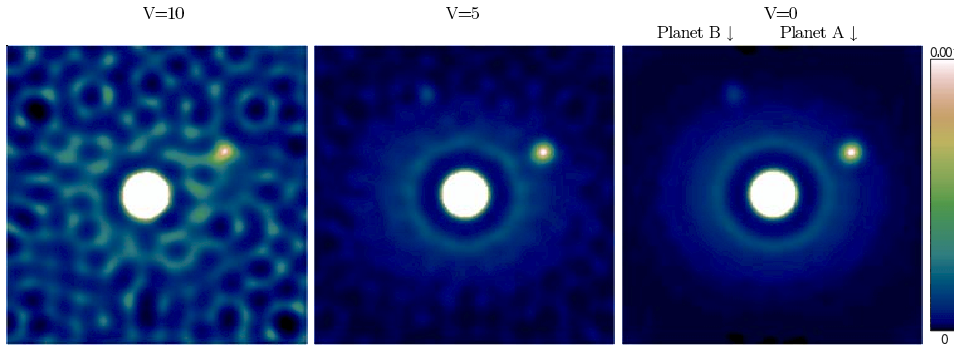
750 *G. Perrin et al.*

Figure 3. Simulated observation and image reconstruction. Simulations of the observation of a multicomponent object under good seeing conditions (0.6 arcsec) with a 132-element pupil remapping system at the focus of an 8-m telescope at 630-nm wavelength (bandwidth = 60 nm). No AOs correction is applied. The object is a star surrounded by a disc whose integrated flux is a hundredth of that of the star. A decreasing exponential law has been chosen for the disk flux. Two planets orbit the star and are dimmer by factors of 10^3 (Planet A) and 10^2 (Planet B) with respect to the central object. The closest planet is located 6 diffraction limits away from the star. The star image is saturated and the diffraction limit can be assessed on an unresolved planet image. The magnitude of the star is, respectively, $V = 0, 5, 10$ from right to left-hand side. Each image is the sum of 10 000 snapshots of 4 ms amounting to a total exposure time of 40 s. Images are recorded in the photon noise limited regime with a photon counting camera. The dynamic ranges directly measured in the images are of $1:10^4$, $1:10^5$ and $1:10^6$ as predicted. The faintest component is clearly detected in the $V = 5$ and 0 images. The speckle noise has been eliminated by the instrument and detection is photon noise limited.

has been chosen so that the piston is frozen during an acquisition to prevent the fringe pattern to be blurred and to keep the fringe contrast larger than 99 per cent (fringe contrast accuracy better than 1 per cent). Using the parameters of the simulations, the maximum allowed frame time is 12 ms. Should the frame rate be smaller than 100 Hz, then the final dynamic range could be smaller than those achieved here. Techniques to measure the contrast loss due to piston could possibly be developed to relax this constraint and allow larger individual exposure times. Images are recorded in the photon noise limited regime with a photon counting camera. Images are reconstructed from the interferometric data with the algorithm of Lacour et al. (in preparation). The dynamic ranges directly measured in the reconstructed images are of $1:10^4$, $1:10^5$ and $1:10^6$ as predicted (thanks to twice more accurate visibilities than in the above calculation). The faintest component is clearly detected in the $V = 5$ and 0 images. Lacour et al. (in preparation) demonstrate that speckle noise is eliminated and detection is photon and detector noise limited as anticipated when using single-mode fibres and measuring the differential phases between subpupils. This is where the gain in dynamic range comes from. The dynamic range can therefore still be increased by accumulating more images to reduce the impact of the noise.

These performances do not take into account systematics that could impair the actual performance of the instrument. As long as the bandwidth is small enough (i.e. the coherence length of the radiation is larger than the rms piston), the instrument is immune to bandwidth (chromatic) effects, piston and higher order turbulence effects. Problems may arise from imperfections in the realization of the optics and in the alignment of the instrument such as polarization and dispersion whose effects will reduce the fringe contrast and alter the fringe phase. However, such static effects can be mitigated by calibrating the data with data acquired on a calibrator star unresolved by the instrument. First experiments will allow to study and discover those systematics and measure their impact on the technique.

Since the image is reconstructed from the measurement of spatial frequency components, the noise is white in the final image. This is a drawback with respect to direct imaging techniques for which the source photon noise is essentially concentrated in the central star image and can be rejected thanks to a coronagraph. A nulling technique can, however, be used by applying a phase pattern to the fibre network to cancel light wherever needed. The coronagraph is, however, of no use for multiple bright sources and for extended objects, whereas our technique can be applied to any astronomical source. The advantage of our technique is the perfection of the OTF, hence the absence of speckle noise. A better detectivity, or equivalently a higher dynamic range, could be achieved in different ways. The point-spread function can be accurately modelled and subtracted from the reconstructed images, and advanced faint object algorithms could be used to detect planets. Alternatively, the visibility data can be directly fitted with a model of the object without reconstructing an image to search for faint planets around stars to avoid reconstruction noise (the spatial frequency plane coverage is not perfect).

The high dynamic range can be as well obtained on more extended objects. The instantaneous field of view is primarily limited by two effects: the lobe of each single-mode fibre matched to λ/d where d is the diameter of a subpupil and the interferometric field of view. The latter comes from the non-homothetic relation between the entrance and exit pupils of the instrument. In usual non-Fizeau combination schemes (i.e. for which the exit and entrance pupils are not homothetic), the exit pupil is densified with respect to the entrance pupil to reduce the number of peaks (or fringes) in the fringe pattern to concentrate the coherent flux in the central peak of width λ/d with D the size of the entrance pupil. The most extreme case of such a setup is the hyper-telescope of Labeyrie (1996). In this case, the interferometric field of view is a fraction γ of λ/d with γ the densification factor. In the present instrument, the pupil is not densified but diluted by a large amount to reach a non-redundant configuration. The exit diffraction pattern is composed of peaks whose

characteristic size is λ/B_{\max} with B_{\max} the longest baseline in the exit pupil. Those peaks are spread over a single subaperture diffraction pattern of width λ/d .¹ The interferometric field of view then depends upon spectral bandwidth. As a matter of fact, the wave carrier of the fringe pattern has a width at least equal to that of the diffraction pattern of a subpupil. For an off-axis object (off-axis distance α) to contribute to the fringe pattern of the on-axis source, it is necessary that the coherence length of the radiation in baseline units (i.e. divided by the maximum baseline D) be as large as α . Hence, the classical formula for the field of view of a co-axial beamcombiner is

$$\alpha \leq \frac{\lambda^2}{D \Delta\lambda}. \quad (2)$$

The field of view is maximum (i.e. the interferometric field of view matches the fibre lobe) when

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d}{D}\right) \times \lambda. \quad (3)$$

For the simulation presented in this paper, this holds if the spectral bandwidth is roughly equal to 60 nm, hence our choice of bandwidth for the simulations. The field of view can therefore be adjusted according to the characteristics of the astrophysical targets. If needed, the field of view can still be increased by a 2D mapping of the sky if a field of view larger than the fibre lobe is necessary.

The use of an upstream near-infrared optimized AO is very advantageous as it allows to increase the size of each subpupil and therefore the sensitivity. The single-mode aperture masking imager can therefore be used on the largest telescopes at visible wavelengths behind a near-infrared optimized AO or on future extremely large telescopes either at visible or at infrared wavelengths and will be able to provide very high angular resolution and dynamic range images. Last but not the least, since the wavefront after filtering with fibres is a step function, the imager could also actively control wavefront errors, the actuators being fibre stretchers. In this active mode, the instrument could be a simpler AO version for future extremely large telescopes.

¹ This can be easily demonstrated, for example, in the case of a compact square array of square subapertures. When applying a magnification factor to the grid spacing of the array of subaperture centres, peaks appear for factors larger than 1, whereas there is a single peak for a magnification factor of 1 (i.e. no magnification). This can be generalized to a non-regular array of subapertures as is the case for a 2D non-redundant array but is beyond the scope of this paper. An example of such diffraction pattern can be found in fig. 3 of Tuthill et al. (2000).

5 CONCLUSION

We have proposed a novel technique to obtain high angular resolution and high dynamic range images through a turbulent atmosphere whatever the wavelength, be it in the visible or in the infrared domains. The telescope pupil is broken into subpupils each injected into single-mode fibres to perfectly spatially filter the beams corrupted by atmospheric turbulence. A non-redundant output pupil is formed to avoid mixing phases from different parts of the input pupil. We have shown that the OTF of a telescope could be restored quasi-perfectly with this technique and that speckle noise is eliminated. Raw dynamic ranges of $1:10^6$ can be obtained on bright sources in a few tens of seconds of integration time. This makes the technique very promising not only for the direct imaging of exoplanets around nearby stars but also for the use of current ground-based telescopes and future extremely large telescopes at a very high angular resolution even at short wavelengths.

ACKNOWLEDGMENTS

This research has made use of the YAO (<http://www.maumae.net/yao/>) adaptive optics simulation software developed by Francois Rigaut.

REFERENCES

- Baldwin J. E., Haniff C. A., 2002, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 360, 969
 Cavarroc C., Boccaletti A., Baudoz P., Fusco T., Rouan D., 2006, *A&A*, 447, 397
 Chang M. P. J. L., Buscher D. F., 1998, *SPIE*, 3350, 2
 Chelli A., 2005, *A&A*, 441, 1205
 Coudé du Foresto V., Perrin G., Ruilier C., Mennesson B., Traub W. A., Lacasse M. G., 1998, *SPIE*, 3350, 856
 Haniff C. A., Mackay C. D., Titterton D. J., Sivia D., Baldwin J. E., 1987, *Nat*, 328, 694
 Labeyrie A., 1970, *A&A*, 6, 85
 Labeyrie A., 1996, *A&AS*, 118, 517
 Lacour S., Thiébaud É., Perrin G., 2006, *MNRAS*, submitted
 Mariotti J.-M., Monin J.-L., Ghez P., Perrier C., Zdrozny A., 1992, *A&A*, 255, 462
 Monnier J. D., Tuthill P. G., Ireland M. J., Cohen R., Tannirkulam A., 2004, *A&AS*, 205, 1715
 Rousset G., Fontanella J.-C., Kern P., Gigan P., Rigaut F., 1990, *A&A*, 230, L29
 Tuthill P. G., Monnier J. D., Danchi W. C., 1999, *Nat*, 398, 487
 Tuthill P. G., Monnier J. D., Danchi W. C., Wisniew E. H., Haniff C. A., 2000, *PASP*, 112, 555

This paper has been typeset from a $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

High dynamic range imaging with a single mode pupil remapping system : a self calibration algorithm for redundant interferometric arrays

S. Lacour,¹ E. Thiébaud² and G. Perrin¹

¹ Observatoire de Paris – Laboratoire d’Etudes Spatiales et d’Instrumentation en Astrophysique, UMR-8109, 5 place Jules Janssen, F-92195 Meudon, France

² Centre de Recherches Astronomiques de Lyon, UMR-5574, 9 avenue Charles André, F-69561 Saint Genis Laval Cedex

Accepted 2006 October 16. Received 2006 October 13; in original form 2006 September 13

ABSTRACT

The correction of the influence of phase corrugation in the pupil plane is a fundamental issue in achieving high dynamic range imaging. In this paper, we investigate an instrumental setup which consists in applying interferometric techniques on a single telescope, by filtering and dividing the pupil with an array of single-mode fibers. We developed a new algorithm, which makes use of the fact that we have a redundant interferometric array, to completely disentangle the astronomical object from the atmospheric perturbations (phase and scintillation). This self-calibrating algorithm can also be applied to any – diluted or not – redundant interferometric setup. On an 8 meter telescope observing at a wavelength of 630 nm, our simulations show that a single mode pupil remapping system could achieve, at a few resolution elements from the central star, a raw dynamic range up to 10^6 ; depending on the brightness of the source. The self calibration algorithm proved to be very efficient, allowing image reconstruction of faint sources (mag = 15) even though the signal-to-noise ratio of individual spatial frequencies are of the order of 0.1. We finally note that the instrument could be more sensitive by combining this setup with an adaptive optics system. The dynamic range would however be limited by the noise of the small, high frequency, displacements of the deformable mirror.

Key words: Atmospheric effects – Instrumentation: adaptive optics – Techniques: high angular resolution – Techniques: interferometric – Stars: imaging – (Stars:) planetary systems

1 INTRODUCTION

The image obtained through a telescope is a convolution between the brightness distribution of the astrophysical object and the point spread function (PSF). In the Fourier domain, it is the multiplication of the Fourier transform of the object and the Optical Transfer Function (OTF). To restore a correct image of the source, one therefore needs to know precisely the OTF. In the presence of static aberrations only, deconvolution is possible since the OTF can be obtained by observing an unresolved object. But when the OTF is changing with time – for example, in the presence of atmospheric turbulence –, calibration requires averaging the perturbations, whose parameters vary with time. This is one of the reasons why speckle interferometry (Labeyrie 1970), one of the most well known post-processing techniques, still has some difficulty to create high dynamic range maps.

This mainly explains why real-time adaptive optics (AO) systems are a fundamental feature of large telescopes. With such systems, the OTF of the telescope is controlled by the deformable mirror to be the same as the one of an uncorrupted telescope. However, technological limits appear for i) larger telescopes (e.g. extremely large telescopes), ii) shorter wavelengths (e.g. visible), or iii) extremely high dynamic range imaging (extreme adaptive optics). In

these three cases it may be advantageous to contemplate a complementary approach using post-detection techniques. The combination of both could be the solution to reach major scientific results like extra-solar planetary system imaging. However, to do so, such techniques would require the knowledge of the time varying OTF.

In Perrin et al. (2006), we proposed a passive solution (i.e., requiring no real-time modification of the optical path) by using a remapping of the pupil. Single-mode fibers provide us with the technology allowing such a massive modification of the geometry of the pupil, while keeping zero optical path differences. In addition, they also provide perfect spatial filtering. Data collection and analysis are then similar to those utilized for aperture masking (Haniff et al. 1987; Tuthill et al. 2000), with the noticeable advantage of having the flux of the whole entrance pupil, and the possibility to completely disentangle instrumental from astrophysical information.

In Sect. 2 we explain why imaging through turbulence is an ill-posed problem. After a recall of the principle of the instrument, we show in Sect. 3 how what was before an ill-posed problem can become a well-posed one. This translates into an algorithm described in Sect. 3.3. Finally, we show in the simulations of Sect 4 that we can therefore reconstruct perfect images with a dynamic range only

2 S. Lacour, E. Thiébaud and G. Perrin

limited by detector and photon noise. In Sect. 5 we conclude by giving a brief summary of our results.

2 THE ILL-POSED PROBLEM OF IMAGING THROUGH TURBULENCE

The image formed in the focal plane of a telescope is the convolution of the object brightness distribution $O(\mathbf{x})$ with the point spread function $\text{PSF}(\mathbf{x})$ of the instrument:

$$I(\mathbf{x}) = O(\mathbf{x}) * \text{PSF}(\mathbf{x}). \quad (1)$$

In the Fourier domain, the convolution operation is transformed into a multiplication, while the Fourier transform of the point spread function is the optical transfer function (OTF):

$$\mu(\mathbf{u}) = V(\mathbf{u}) \times \text{OTF}(\mathbf{u}). \quad (2)$$

We choose $\mu(\mathbf{u})$ as the Fourier transform of the image, and $V(\mathbf{u})$ as the Fourier transform of the object brightness distribution. This is to be in line with interferometric conventions, where it is also called the visibility function. The fact that the image depends on two unknown functions, $V(\mathbf{u})$ and $\text{OTF}(\mathbf{u})$, is the problem underlying any image reconstruction algorithm; without adding further information, we have no way to disentangle the object from the PSF.

Following an interferometric approach, we discretize the OTF to reduce the problem to a system of observables and unknowns. The OTF results from the autocorrelation of the complex values of the complex amplitude transmission inside the pupil. Thus, the OTF can be discretized by considering the pupil as being made of a number of coherent patches where phase and amplitude variations are negligible. Each patch is defined by a position vector \mathbf{r}_i and a complex amplitude transmission:

$$G(\mathbf{r}_i) = g_i e^{i\phi_i} \quad (3)$$

with a phase ϕ_i (e.g. atmospheric piston), an amplitude g_i (e.g. scintillation) and where $i^2 \stackrel{\text{def}}{=} -1$. Each pair of patches (i, j) selects one specific spatial frequency described by the frequency vector $\mathbf{u}_k = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda$; where \mathbf{r}_i and \mathbf{r}_j are the location vectors of the patches projected in a plane perpendicular to the line of sight and λ is the wavelength. Hence, the OTF at frequency vector \mathbf{u}_k is obtained by the relation:

$$\text{OTF}(\mathbf{u}_k) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}_j)^*, \quad (4)$$

where \mathcal{B}_k is the set of aperture pairs which sample the k -th spatial frequency \mathbf{u}_k :

$$\mathcal{B}_k = \left\{ (i, j) : (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda = \mathbf{u}_k \right\} \quad (5)$$

This shows that the optical transfer function can be obtained from the knowledge of the complex amplitude transmission inside the pupil. Using Eq. (2), we can deduce a direct relation between the pupil transmission, the Fourier transform of the image, and the Fourier transform of the brightness distribution of the object:

$$\mu(\mathbf{u}_k) = V(\mathbf{u}_k) \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}_j)^*. \quad (6)$$

Or to simplify the notation:

$$\mu_k = V_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^*, \quad (7)$$

where, and hereinafter, we define: $\mu_k \stackrel{\text{def}}{=} \mu(\mathbf{u}_k)$, $V_k \stackrel{\text{def}}{=} V(\mathbf{u}_k)$, $\text{OTF}_k \stackrel{\text{def}}{=} \text{OTF}(\mathbf{u}_k)$ and $G_i \stackrel{\text{def}}{=} G(\mathbf{r}_i)$.

The image reconstruction problem is then reduced to finding the unknowns $\{V_k, G_i; \forall k, \forall i\}$ given the μ_k 's. The ill-posedness of this task can be exhibited thanks to a simple example. In Fig. 1, the complex amplitude transmission in the pupil is binned into six different elements (the G_i 's). The autocorrelation of these six patches creates an OTF defined by a real value OTF_0 (at central spatial frequency) and 9 complex values ($\text{OTF}_1, \dots, \text{OTF}_9$). These OTF values multiplied by the visibility function of the astronomical object ($V_0 \equiv 1, V_1, \dots, V_9$) yield the Fourier transform of the observed image as one real value μ_0 and 9 complex values (μ_1, \dots, μ_9). Since, by definition, the real value V_0 is equal to 1 and since the phase of one of the complex amplitude transmissions can be arbitrarily chosen, the image reconstruction involves the computation of 29 unknowns (15 complex values: $G_0, \dots, G_5, V_1, \dots, V_9$, minus an arbitrary phase) given only 19 measurements (the real value μ_0 and the 9 complex values μ_1, \dots, μ_9). Our example demonstrates that the image reconstruction when the PSF is unknown is an ill-posed problem termed as *blind deconvolution* (Thiébaud & Conan 1995). Without adding further information, disentangling astronomical from instrumental information is impossible.

To avoid having to disentangle the time-dependent OTF, a traditional solution is to average its fluctuations. Over multiple observations, the long exposure OTF is:

$$\text{OTF}_k = \left\langle \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^* \right\rangle. \quad (8)$$

To calibrate the OTF, the astronomer can observe a point-like star (i.e. such that $V_k = 1, \forall k$) and apply the same averaging process. However, when phase variations become larger than wavelength, the average of the complex OTF tends toward 0, and deconvolution is impossible with a finite S/N ratio (Thiébaud 2005). In practice, long exposure images have a λ/r_0 effective resolution, where $r_0 \approx 20$ cm in the visible is Fried's parameter. Two solutions have been proposed to overcome this problem and achieve the diffraction limit at λ/D where D is the pupil diameter. The first solution is to correct the wavefront in real time so as to keep the wavefront perturbations smaller than the wavelength. This is achieved with an *adaptive optics* system. The second solution, so called *speckle interferometry* (Labeyrie 1970), is to take short exposures with respect to the time scale of the perturbation, and to average the squared modulus of the Fourier transform of the image. This way, the transfer function for the modulus of the Fourier transform of the observed brightness distribution becomes:

$$\text{OTF}_k = \sqrt{\left\langle \left| \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} G_i G_j^* \right|^2 \right\rangle} \quad (9)$$

and is attenuated for spatial frequencies higher than r_0/λ but different from zero up to D/λ . The Fourier phase of the observed brightness distribution can be retrieved by means of a third order technique such as the bispectrum (Weigelt 1977).

Here we propose an alternative approach. Instead of averaging the OTF, the goal is to have real time measurements of the complex amplitude transmission. Then, a post-detection algorithm can be used to obtain a calibrated OTF:

$$\text{OTF}_k = \left\langle \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} \frac{G_i G_j^*}{\widetilde{G}_i \widetilde{G}_j^*} \right\rangle \quad (10)$$

where \widetilde{G}_i and \widetilde{G}_j are estimated complex amplitude transmissions.

High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system 3

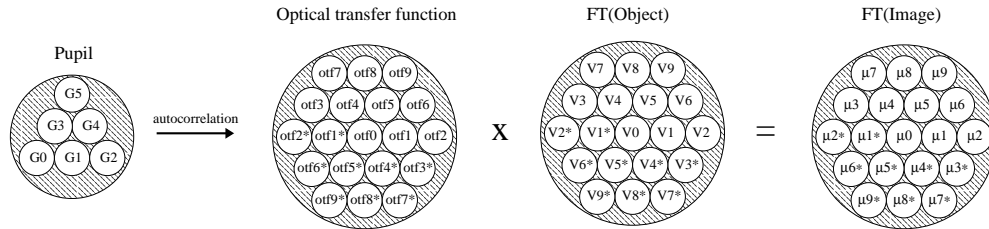


Figure 1. This sketch illustrates Eqs. (4) and (7). The OTF result from the autocorrelation of the pupil complex amplitude transmission, and the Fourier transform of the image is the multiplication of the OTF by the Fourier transform of the object observed. The unknowns are the 15 complex values $\{G_0, \dots, G_5, V_1, \dots, V_9\}$, whereas the observables provide only 9 complex values $\{\mu_1, \dots, \mu_9\}$. Deconvolution is therefore an ill-posed problem.

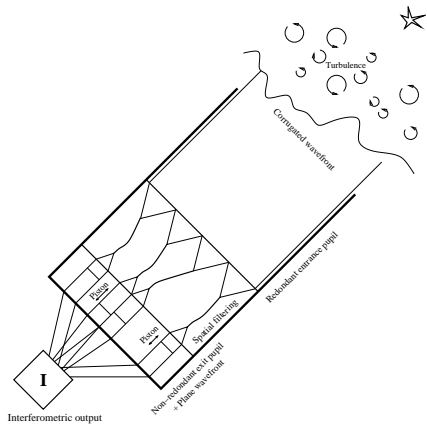


Figure 2. In this instrument, the pupil (or an image of it) is subdivided into several sub-pupils whose outputs are injected into single-mode fibers. The fibers are then rearranged to create a new non-redundant pupil. Imaging on the detector is then performed as if no remapping had taken place.

We have however demonstrated in this section that this information is unavailable on a simple image of the object. In order to recover the missing information, we have proposed a system (Perrin et al. 2006), in which the telescope pupil is injected into an array of single-mode fibers, and rearranged into a new non-redundant exit pupil.

3 FROM AN ILL-POSED TO A WELL-POSED PROBLEM

3.1 The instrument

The concept, proposed in Perrin et al. (2006), is summarised in Fig. 2. Briefly, entrance sub-apertures collect independently the radiation from an astronomical source in the pupil of the telescope, and focus the light onto the input heads of single-mode optical fibers (of location vectors \mathbf{r}). The radiation is then guided by the fibers down to a recombination unit, in which the beams are rearranged into a 1D or 2D non-redundant configuration to form the exit pupil. Finally, the remapped output pupil is focused to form

fringes in the focal plane where a different fringe pattern is obtained for every pair of sub-pupils.

The amplitudes and phases of the fringes are measurements of the Fourier components given by the entrance baselines vectors $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$; the Fourier components measured in the image are thus given by the relation:

$$\mu_{i,j} = V_k G_i G_j^*, \quad (11)$$

where V_k is the complex visibility of the observed object at the frequency $\mathbf{u}_k = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/\lambda$, and G_i and G_j are the complex transmission factors in the telescope pupil as defined in Eq. (3). It is interesting to note the differences between this relation and Eq. (7): thanks to the remapping, each measurement now corresponds to a single pair of sub-apertures.

A second advantage of this setup comes from the fact that single-mode fibers act as spatial filters. As a consequence, the relation $G_i = g_i e^{i\phi_i}$ is exact for each sub-pupil. Indeed, after being filtered by the fiber, the complex electric field, which is otherwise a continuous function, can be characterized by only two parameters: its phase and its amplitude. The discretization introduced in the previous section is no longer an approximation which opens the way toward searching for an exact solution.

3.2 On the unicity of the solution

The fundamental idea of this paper comes from the fact that by using interferometric techniques, information can be retrieved to deconvolve an image from its PSF. As stated in Sect. 2, image restoration requires the knowledge of the complex transmission terms G_i , which is impossible with direct imaging. However, Greenaway (1982) proved that the missing information can be encoded at higher frequencies (see also Arnot 1983; Arnot et al. 1985). Remapping enables an increase in the number of observables μ while keeping the number of unknowns constant. This is possible since the complex visibilities V_k only depend on the baselines in the telescope entrance pupil. They do not change with a rearrangement of the pupil (Tallon & Tallon-Bosc 1992).

This can be well understood in terms of unknowns and observables. A remapped system is governed by Eq. (11). Providing M sub-apertures and R redundant entrance baselines, the number of complex unknowns are of $M(M-1)/2 - R$ visibilities (V_k terms), and $M-1$ transmission factors (G_i terms). On the other hand, the number of measurements is $M(M-1)/2$ (the $\mu_{i,j}$ terms; with $i \neq j$). Hence, if $R > M-1$, there are more observables than unknowns and the system of equations can be solved.

The fact that both the V_k and the G_i terms can be deduced

4 S. Lacour, E. Thiébaud and G. Perrin

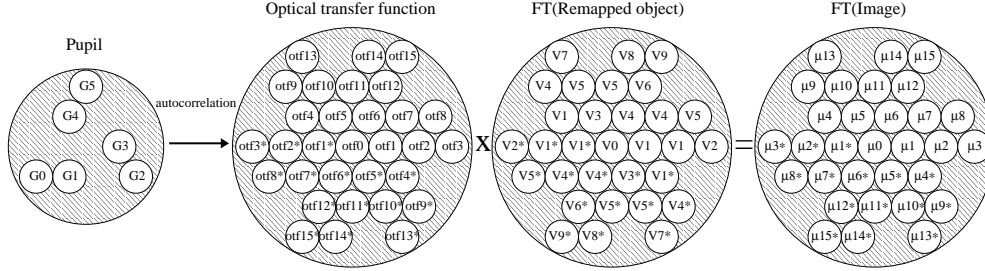


Figure 3. This sketch illustrates Eqs. (4) and (11) in the case of a remapped pupil. As in Fig. 1, the OTF result from the autocorrelation of the pupil complex amplitude transmission, and the Fourier transform of the image is the multiplication of the OTF by the visibility values of the observed object. However, whereas there are still 15 unknown complex values $\{G_0, \dots, G_5, V_1, \dots, V_9\}$, the observables provide 15 complex values $\{\mu_1, \dots, \mu_{15}\}$ and deconvolution is therefore possible.

from the $\mu_{i,j}$ can be illustrated in a specific case. Fig. 3 is the same sketch as in Fig. 1, but with the 6 sub-pupils rearranged into a non-redundant configuration. This configuration was chosen to have the most compact configuration, but any other non-redundant configuration could have been used (see for example Golay 1971). On the left panel are the complex transmission factors of the remapped pupil. The other panels show the Fourier transform values of, from left to right, the PSF, the astronomical object, and the image on the detector. The equation linking the observables $\mu_{i,j}$ to the unknowns G_i and V_k is Eq. (11). Inversion of the resulting set of equations may be possible since the number of unknowns is larger than the number of measurements. This can be demonstrated by using the logarithm of terms in Eq. (11), which becomes

$$\ln(|\mu_{i,j}|) = \ln(|V_k|) + \ln(g_i) + \ln(g_j), \quad (12)$$

for the real part, and

$$\Phi(\mu_{i,j}) = \Phi(V_k) + \phi_i - \phi_j, \quad (13)$$

for the imaginary part. In these two equations, $\Phi()$ is the argument function, and g_i , g_j , ϕ_i and ϕ_j are as defined in Eq. (3). We obtain this way two sets of linear equations, one for the phases:

$$[\Phi(\mu)] = \mathbf{M}_P \cdot \begin{pmatrix} [\phi] \\ [\Phi(V)] \end{pmatrix} \quad (14)$$

and one for the amplitudes:

$$[\ln(|\mu|)] = \mathbf{M}_A \cdot \begin{pmatrix} [\ln(g)] \\ [\ln(|V|)] \end{pmatrix} \quad (15)$$

where $[\]$ represents column vectors. \mathbf{M}_P and \mathbf{M}_A are two matrices containing 1, 0, and -1 values. Specifically to the example of Fig. 3, Eq. (14) becomes:

$$\begin{pmatrix} \Phi(\mu_{11}) \\ \Phi(\mu_{12}) \\ \Phi(\mu_{13}) \\ \Phi(\mu_{14}) \\ \Phi(\mu_{15}) \\ \Phi(\mu_{61}) \\ \Phi(\mu_{62}) \\ \Phi(\mu_{63}) \\ \Phi(\mu_{64}) \\ \Phi(\mu_{65}) \\ \Phi(\mu_{66}) \\ \Phi(\mu_{67}) \\ \Phi(\mu_{68}) \\ \Phi(\mu_{69}) \\ \Phi(\mu_{101}) \\ \Phi(\mu_{111}) \\ \Phi(\mu_{121}) \\ \Phi(\mu_{131}) \\ \Phi(\mu_{141}) \\ \Phi(\mu_{151}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \Phi(V_1) \\ \Phi(V_2) \\ \Phi(V_3) \\ \Phi(V_4) \\ \Phi(V_5) \\ \Phi(V_6) \\ \Phi(V_7) \\ \Phi(V_8) \\ \Phi(V_9) \end{pmatrix}$$

The rank of this matrix is 12, while the number of unknowns is 15.

The three terms of degeneracy are one for the absolute phase reference, and two for the tip and tilt. Thus, by providing an arbitrary constrain on these three terms (the absolute phase is arbitrary and the tip and tilt only depend on the location of the image centroid), we can perform a singular value decomposition of the matrix and obtain from the measurements $\mu_{i,j}$ a unique solution for the phase of the perturbations and object visibilities. The same method applies to the logarithm of the amplitude:

$$\begin{pmatrix} \ln(|\mu_{11}|) \\ \ln(|\mu_{12}|) \\ \ln(|\mu_{13}|) \\ \ln(|\mu_{14}|) \\ \ln(|\mu_{15}|) \\ \ln(|\mu_{61}|) \\ \ln(|\mu_{62}|) \\ \ln(|\mu_{63}|) \\ \ln(|\mu_{64}|) \\ \ln(|\mu_{65}|) \\ \ln(|\mu_{66}|) \\ \ln(|\mu_{67}|) \\ \ln(|\mu_{68}|) \\ \ln(|\mu_{69}|) \\ \ln(|\mu_{101}|) \\ \ln(|\mu_{111}|) \\ \ln(|\mu_{121}|) \\ \ln(|\mu_{131}|) \\ \ln(|\mu_{141}|) \\ \ln(|\mu_{151}|) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln(g_0) \\ \ln(g_1) \\ \ln(g_2) \\ \ln(g_3) \\ \ln(g_4) \\ \ln(g_5) \\ \ln(V_1) \\ \ln(V_2) \\ \ln(V_3) \\ \ln(V_4) \\ \ln(V_5) \\ \ln(V_6) \\ \ln(V_7) \\ \ln(V_8) \\ \ln(V_9) \end{pmatrix}$$

The rank of this matrix is 14, meaning all the amplitudes can be retrieved, except for the total brightness of the object. This parameter can easily be constrained by normalizing the flux of the reconstructed image. The measurement of the amplitudes is an important issue since we have to correct for injection variability in the single-mode fibers.

It is however clear that solving this system would require taking the logarithm of the measurements. This would be very sensitive to additive noise. To get the best out of the data, it is better to fit the measurements using their complex values and Eq. (11). To do so, we developed a self-calibration algorithm which permits the use of thousands of snapshot all together to reconstruct an image up to the photon noise limit.

3.3 A self-calibration algorithm for redundant arrays

This section presents a self-calibration algorithm adapted to single-mode pupil remapping instruments, but also more generally to any kind of redundant interferometric array. Indeed, the equation $\mu_{i,j} = V_k G_i G_j^*$ established in Sec 3.1 is common to all interferometric facilities. In the case of long baseline interferometry for example, $\mu_{i,j}$ is the measurement of the complex coherence value between telescopes i and j , G_i the complex transmission factor of telescope i , and V_k the complex visibility of the astronomical object at the baseline formed by telescope i and j .

High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system 5

The particularity of this self-calibration algorithm comes from the fact that it gives complex visibility estimations without the need of a regularization term. This is possible thanks to the redundancy of the interferometric array. If one wants to make sure this algorithm is adapted to a specific interferometric facility, he would have first to establish the \mathbf{M}_B and \mathbf{M}_A matrices, and thus verify the unicity of the solution.

In the next sections, we first start deriving an algorithm in the single-exposure case (Sect. 3.3.1, 3.3.2 and 3.3.3), and then we show how to extend our algorithm to account for multiple exposures (Sect. 3.3.4, 3.3.5).

3.3.1 Log-likelihood

Following the Goodman (1985) model for the noise of measured complex visibilities, we assume that different measured complex visibilities are uncorrelated and that, for a given measured complex visibility $\mu_{i,j}$, the real and imaginary parts are uncorrelated Gaussian random variables which have the same standard deviation. Under these assumptions and from Eq. (11), the log-likelihood of the data is:

$$\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G}) = \sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |\mu_{i,j} - G_i G_j^* V_k|^2 \quad (16)$$

where G_i and G_j are the complex transmissions for each sub-aperture and where \mathcal{B}_k is the set of sub-aperture pairs for which the interferences sample the k -th spatial frequency \mathbf{u}_k as defined by Eq. (5). In Eq. (16), the statistical weights are:

$$w_{i,j} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Re}(\mu_{i,j}))} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Im}(\mu_{i,j}))}. \quad (17)$$

Solving the image reconstruction problem, in the maximum likelihood sense, consists in seeking for the complex transmissions G_i and the object visibilities V_k which minimize the value of $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ given by Eq. (16). Unfortunately, the log-likelihood $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ being a polynomial of 6th degree with respect to the unknowns (the V_k 's and the G_i 's), proper means to minimize it have to be invented.

3.3.2 Best object visibilities

Given the complex transmissions \mathbf{G} , the expression of $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ in Eq. (16) is quadratic with respect to the object complex visibilities \mathbf{V} . Providing the complex transmissions \mathbf{G} are known, obtaining the best object complex visibilities \mathbf{V} is then a simple linear least-squares problem. The solution of this problem is found by solving:

$$\frac{\partial \ell}{\partial V_k} = 0, \quad \forall k \quad (18)$$

where, by linearity, the derivative of the real quantity $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ with respect to the complex V_k is defined as:

$$\frac{\partial \ell}{\partial V_k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \ell}{\partial \text{Re}(V_k)} + i \frac{\partial \ell}{\partial \text{Im}(V_k)}. \quad (19)$$

Then:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial V_k} &= 2 \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} (G_i G_j^* V_k - \mu_{i,j}) G_i^* G_j \\ &= 2 V_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_i|^2 |G_j|^2 - 2 \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_i^* G_j. \end{aligned} \quad (20)$$

Solving Eq. (18) with the partial derivative expression in Eq. (20) yields the best object visibilities given the data and the complex

transmissions:

$$V_k^\dagger = \frac{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} G_i^* G_j \mu_{i,j}}{\sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_i|^2 |G_j|^2}. \quad (21)$$

Not surprisingly, this solution is a weighted sum of the complex visibilities measured by sub-aperture pairs which sample the k -th spatial frequency.

The visibilities obtained by Eq. (21) are not normalized. Assuming V_0^\dagger corresponds to the null frequency, the following normalization steps insure that the sought visibilities are normalized:

$$\alpha = V_0^\dagger \quad (22)$$

$$V_k^\dagger \leftarrow V_k^\dagger / \alpha \quad (23)$$

$$G_j \leftarrow \sqrt{\alpha} G_j. \quad (24)$$

It is worth noting that the likelihood remains the same after these re-normalization steps.

3.3.3 Self-calibration stage

Since, given the complex transmission factors, the best object complex visibilities can be uniquely derived, the initial optimization problem of $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ can be reduced to a smaller problem which consists in finding the complex transmissions which minimize the partially optimized log-likelihood:

$$\ell^i(\mathbf{G}) \stackrel{\text{def}}{=} \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} \quad (25)$$

where $\mathbf{V}^i(\mathbf{G})$ is given by Eq. (21), possibly after the re-normalization steps. The second stage of our algorithm therefore consists in fitting the complex transmissions so as to minimize $\ell^i(\mathbf{G})$ with respect to the complex transmissions.

Since the criterion $\ell^i(\mathbf{G})$ is continuously differentiable, its partial derivatives cancel at any extremum of the criterion. Hence the so-called *first order optimality condition* that at the optimum of $\ell^i(\mathbf{G})$ we must have:

$$\frac{\partial \ell^i(\mathbf{G})}{\partial G_i} = 0, \quad \forall i. \quad (26)$$

Note that, unless $\ell^i(\mathbf{G})$ is strictly convex with respect to the G_i 's, Eq. (26) is a necessary condition but is not a sufficient one because it would be verified by all the extrema (local minima, local maxima or saddle points) of the criterion.

Since \mathbf{V}^i depends on \mathbf{G} , the chain rule must be applied to derive the partial derivative of $\ell^i(\mathbf{G})$ with respect to the i -th complex transmission. For instance, the derivative with respect to the real part of the i -th complex transmission expands as:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell^i(\mathbf{G})}{\partial \text{Re}(G_i)} &= \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Re}(G_i)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} + \sum_k \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Re}(V_k)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} \frac{\partial \text{Re}(V_k)}{\partial \text{Re}(G_i)} \\ &+ \sum_k \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Im}(V_k)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} \frac{\partial \text{Im}(V_k)}{\partial \text{Re}(G_i)}. \end{aligned}$$

However, since \mathbf{V}^i minimizes $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$, we have:

$$\frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial V_k} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} = 0,$$

and from the definition in Eq. (19) of the partial derivative with respect to a complex variable, we deduce that:

$$\frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Re}(V_k)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Im}(V_k)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^i(\mathbf{G})} = 0.$$

6 *S. Lacour, E. Thiébaud and G. Perrin*

It follows that:

$$\frac{\partial \ell^*(\mathbf{G})}{\partial \text{Re}(G_i)} = \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial \text{Re}(G_i)} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^*(\mathbf{G})}.$$

Since the same reasoning can be conducted for the derivative with respect to the imaginary part of the complex transmission and by definition of the derivation of a real quantity with respect to a complex variable given in Eq. (19), the partial derivative of the partially optimized log-likelihood finally simplifies to:

$$\frac{\partial \ell^*(\mathbf{G})}{\partial G_i} = \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial G_i} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^*(\mathbf{G})}. \quad (27)$$

In words, since $\mathbf{V}^*(\mathbf{G})$ minimizes $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ with respect to \mathbf{V} , the partial derivative of $\ell^*(\mathbf{G}) = \ell(\mathbf{V}^*, \mathbf{G})$ with respect to \mathbf{G} is simply the partial derivative of $\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})$ with respect to \mathbf{G} into which the \mathbf{V} is replaced (after derivation) by $\mathbf{V}^*(\mathbf{G})$. This property helps to simplify the calculations to come and, more importantly, shows that the global optimum must verify the modified first order optimality condition:

$$\frac{\partial \ell^*(\mathbf{G})}{\partial G_i} = \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial G_i} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^*(\mathbf{G})} = 0, \quad \forall i. \quad (28)$$

Finally, the partial derivative of ℓ^* with respect to the complex transmissions \mathbf{G} can be written:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell^*(\mathbf{G})}{\partial G_i} &= \frac{\partial \ell(\mathbf{V}, \mathbf{G})}{\partial G_i} \Big|_{\mathbf{V}=\mathbf{V}^*(\mathbf{G})} \\ &= -2 \sum_k \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} (\mu_{i,j} - G_i G_j^* V_k) G_j V_k^* \\ &\quad - 2 \sum_k \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} (\mu_{j,i}^* - G_i G_j^* V_k^*) G_j V_k \\ &= 2 G_i \sum_k |V_k|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} |G_j|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_j|^2 \right] \\ &\quad - 2 \sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_j V_k^* + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} \mu_{j,i}^* G_j V_k \right]. \end{aligned}$$

From this last expression, it is tempting to derive a simple iterative algorithm by solving Eq. (28) for G_i assuming the other complex transmissions $G_{j \neq i}$ are known. The resulting recurrence equation is:

$$G_i^{(n+1)} = \frac{\sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} \mu_{i,j} G_j^{(n)} V_k^{(n)*} + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} \mu_{j,i}^* G_j^{(n)} V_k^{(n)} \right]}{\sum_k |V_k^{(n)}|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i} |G_j^{(n)}|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j} |G_j^{(n)}|^2 \right]}, \quad (29)$$

where $G_j^{(n)}$ is the j -th complex transmission at n -th iteration of the algorithm and $V_k^{(n)}$ is the k -th best object visibility computed by Eq. (21) with the complex transmissions estimated at n -th iteration:

$$\mathbf{V}^{(n)} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{V}^*(\mathbf{G}^{(n)}). \quad (30)$$

3.3.4 *Multiple exposure case*

Our algorithm can be generalized to the processing of multiple exposures of the same object. We assume that the instrument does not undergo any significant rotation with respect to the observed object so that the sampled spatial frequencies (the \mathbf{u}_k 's) and the corresponding sets of sub-aperture pairs (the \mathcal{B}_k 's) remain the same during the total observing time. We also assume that the object brightness distribution is stable so that the object complex visibilities (the

V_k 's) do not depend on the exposure time. At least because of the noise and of the turbulence, the measured complex visibilities and the instantaneous complex amplitude transmissions however do depend on the exposure index t and are respectively denoted $\mu_{i,j,t}$ and $G_{i,j,t}$. Under the Goodman (1985) approximation, the log-likelihood becomes:

$$\ell(\mathbf{V}, \mathbf{G}) = \sum_t \sum_k \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |\mu_{i,j,t} - G_{i,t} G_{j,t}^* V_k|^2 \quad (31)$$

where the, possibly time dependent, statistical weights are:

$$w_{i,j,t} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Re}(\mu_{i,j,t}))} = \frac{1}{\text{Var}(\text{Im}(\mu_{i,j,t}))}. \quad (32)$$

Since the object visibilities and the instrumental geometry do not depend on time, the same spatial frequency is measured at every exposure by a given pair of sub-apertures. Hence the condition given in Eq. (18) can be used to trivially obtain the best complex visibilities of the object:

$$V_k^* = \frac{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} G_{i,t}^* G_{j,t} \mu_{i,j,t}}{\sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |G_{i,t}|^2 |G_{j,t}|^2}, \quad (33)$$

which simplifies to Eq. (21) in the case of a single exposure.

The updating formula for the time dependent complex transmissions is obtained from the condition in Eq. (28) by simply replacing the aperture index i by an aperture-time index i,t and straightforwardly:

$$G_{i,t}^{(n+1)} = \frac{\sum_k \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} \mu_{i,j,t} G_{j,t}^{(n)} V_k^{(n)*} + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i,t} \mu_{j,i,t}^* G_{j,t}^{(n)} V_k^{(n)} \right]}{\sum_k |V_k^{(n)}|^2 \left[\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{B}_k} w_{j,i,t} |G_{j,t}^{(n)}|^2 + \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{B}_k} w_{i,j,t} |G_{j,t}^{(n)}|^2 \right]}, \quad (34)$$

which also simplifies to Eq. (29) in the case of a single exposure.

3.3.5 *Algorithm summary*

Putting everything together, our algorithm consists in the following steps:

- (i) initialization: set $n = 0$ and choose the starting complex transmissions $\mathbf{G}^{(0)}$;
- (ii) compute the best object visibilities $\mathbf{V}^{(n)}$ given the complex transmissions $\mathbf{G}^{(n)}$ according to Eq. (33) and, optionally, renormalize the unknowns;
- (iii) terminate if the algorithm converged; otherwise, proceed with next step;
- (iv) compute $\mathbf{G}^{(n+1)}$ by updating the complex transmissions according to Eq. (34);
- (v) let $n := n + 1$ and loop to step 2;

Our iterative algorithm is very simple to implement and its modest memory requirements makes it possible to process over several thousands of snapshots all together. This is a requirement for faint objects or to achieve very high dynamic range. Yet, on a strict mathematical point of view, our algorithm may have a number of deficiencies. First, as already mentioned, the first order optimality condition is necessary but not sufficient to insure that the global minimum (or even a local minimum) of $\ell^*(\mathbf{G})$ has been reached. Other non-linear image reconstruction algorithms (blind deconvolution, optical interferometry imaging, ...) have the same restriction. In practice, checking that the algorithm converges toward a

High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system 7

similar solution for different initial conditions can be used to assert the effective robustness of the method. A second possible problem results from the updating of the complex transmission by Eq. (34). If a fixed point is discovered by the recursion, then it satisfies the necessary optimality condition; but it is also possible that the recursion gives rise to oscillations for the values of the sought parameters. Note that our updating method is a non-linear one, analogous to numerical methods for solving linear equations such as the Jacobi and Gauss-Seidel methods (Barrett et al. 1994). Unlike for our specific problem, it is however possible to prove the convergence of the recursion in the linear case. Again, the behavior of the algorithm in practice can effectively prove its ability to converge to a fixed point. If it appears that the update formula leads to oscillations, this problem can be completely solved by using an iterative optimization algorithm which guarantees that the partially optimized log-likelihood $\ell^l(G)$ is effectively reduced from one iteration to another. Since the log-likelihood is a sum of squares, a Levenberg-Marquardt algorithm (Moré 1977) coupled with a trust region method (Moré & Sorensen 1983) would completely solve this problem. In practice, none of the numerous simulations we have conducted with our iterative algorithm have given rise to any of these convergence problems.

Although derived in the specific case of a pupil remapping instrument, our algorithm shares similarities with the self-calibration method used in radio-astronomy (Cornwell & Wilkinson 1981). However, in our case, not only the phases of the complex transmissions are miscalibrated and must be recovered but also the amplitudes. Besides, we do not need a regularization term to overcome the sparsity of the (u, v) coverage by radio interferometers. Our derivation of the non-linear updating formula in Eq. (34) is also quite similar to the iterative method proposed by Matson (1991) for recovering the Fourier phase from the bispectrum phase and later improved by Thiébaud (1994) to achieve better convergence capabilities.

4 DYNAMIC RANGE ESTIMATIONS

4.1 Analytical estimation of the photon noise limitations

This system gives calibrated measurements of the spatial frequencies of the object. The advantage is straightforward. In classical imaging, phase and amplitude errors create speckles in the image plane, therefore limiting the dynamic range. With a pupil remapped instrument, and assuming we are acquiring fast enough to freeze atmospheric turbulence, statistical errors due to photon and detector noise will theoretically be the main limiting factor. Baldwin & Haniff (2002) showed that the dynamic range of a reconstructed image is linked to the errors of the Fourier components:

$$\text{dyn} = \sqrt{\frac{n}{(\delta V/V)^2 + (\delta\phi)^2}}, \quad (35)$$

where n is the total number of data points, $(\delta V/V)$ is the fractional error in amplitude, and $\delta\phi$ the phase error (in radians). For a total number of photons N_{ph} and a number of apertures M , the amplitude of the fringe peaks in the Fourier transform of the image is equal to N_{ph}/M (assuming full coherence for the fringes). Considering a white photon noise of amplitude $\sqrt{N_{\text{ph}}}$, the signal-to-noise of the visibility modulus can be estimated with

$$V/\delta V = \frac{\sqrt{N_{\text{ph}}}}{M}, \quad (36)$$

as for the phase (Goodman 1985):

$$\delta\phi \approx \frac{\delta V}{V}. \quad (37)$$

This leads to the following approximation of the dynamic range:

$$\text{dyn} = \sqrt{\frac{M(M-1)}{2M^2/N_{\text{ph}}}} \approx \sqrt{\frac{N_{\text{ph}}}{2}}. \quad (38)$$

Within these approximations, this result has the merit of clearly highlighting the advantage and the drawback of a single-mode remapping system: (i) an arbitrarily high dynamic range can be obtained anywhere in the image, providing the integration time is long enough; (ii) since additive noise is uniformly distributed on all the spatial frequencies, it is also evenly distributed across the whole field of view. To compare, an optical design isolating the photons of a bright object next to a faint companion – like a perfect adaptive optics and coronagraphic system – would achieve a superior photon-wise dynamic range of $\text{dyn} = N_{\text{ph}}$. Extreme dynamic range imaging, as required for detecting extra-solar earths ($\text{dyn} \approx 10^{10}$), would therefore also require a long integration time with our system.

4.2 Numerical simulations

4.2.1 Simulation setup

To perform these simulations, we used “YAO”, an adaptive optics simulation software written by F. Rigaut using the Yorick language. This software allows us to generate corrugated wavefront with and without adaptive optics correction. In our simulations, the instrumental setup corresponds to an 8 meter telescope under good seeing condition ($r_0 \approx 20$ cm at 630 nm) caused by four different layers of turbulence at altitudes 0, 400, 6000 and 9000 meters. The wind speed ranges from 6 to 20 m/s depending on the altitude of the layer. The AO system is optimized to work in the near infrared. It consists in a classical Shack-Hartmann wavefront sensor and a 12×12 actuator deformable mirror. The loop frequency has been set to 500 Hz, with a gain of 0.6 and a frame delay of 4 ms. The guide star is of magnitude 5.

The remapping was done by dividing the 8 meter telescope pupil into 132 hexagonal sub-pupils of 80 centimeters in diameter each. They are filtered by the fundamental mode of single-mode fibers, coupled so as to maximize the injection throughput of an uncorrupted incoming wavefront. The injection efficiency in this case would be of 78%. However, at the operating wavelength of 630 nm, the diameters of the sub-pupils are large compare to the Fried parameter ($d/r_0 \approx 4$) and the coupling is expected to be much lower without adaptive optics ($\approx 5\%$ in these simulations). The 132 sub-pupils are then rearranged in a non-redundant configuration, to produce a total of 8646 sets of fringes on the detector.

The total integration time was set to 40 seconds. However, because of the coherence time of the atmosphere, acquisition was done by sequences of short acquisition periods. We used a snapshot time of 4 milliseconds, during which we integrated the effects of phase variations. This was a way to account for fringe blurring due to dynamic piston effects. We also added to our measurements the photon noise as a Gaussian noise of variance the number of photons on each pixel. The number of photons was computed to account for a coupling efficiency of 5% into the fibers and a spectral bandpass of 60 nm.

No chromatic fringe blurring was introduced since its influence would highly depend on the chosen technical setup. Moreover, there are several ways to avoid this problem. In the case of

8 *S. Lacour, E. Thiébaud and G. Perrin*

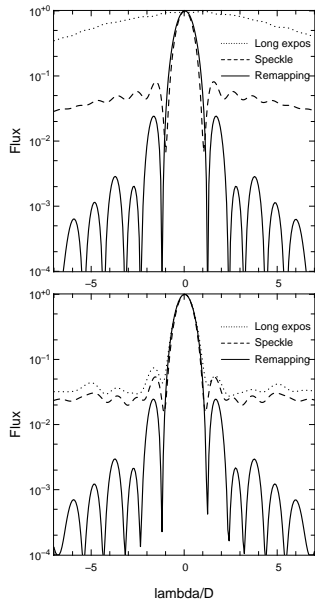


Figure 4. Horizontal cuts of the point spread functions imaged in Fig. 5. The source is a star of magnitude 5, observed at 630 nm. The acquisition setting consists of 10 000 snapshots of 4 ms each on an 8 meter telescope ($r_0 \approx 20$ cm). The upper panel shows the point spread function after an uncorrected turbulence, while the lower panel shows the PSF after partial correction of the wavefront by an adaptive optics system. The three curves are obtained through the Eqs. (8), (9) and (10). The last equation require a pupil remapping to get an estimation of the \bar{G}_i and \bar{G}_j terms. At a few resolution elements from the star, AO systems and speckle techniques cannot achieve a dynamic range over 40. However, pupil remapping enables a perfect reconstruction of the PSF, with dynamic ranges over 10^3 .

a 1D non-redundant remapping, we recommend to spectrally disperse the fringes. If a 2D non-redundant reconfiguration is mandatory due to a large number of sub-pupils, another solution could be to use a hyper-chromatic magnifier like a Wynne lens system (as proposed by Ribak et al. 2004). At least, the use of a narrow spectral filter can completely avoid the chromatic blurring.

4.2.2 Comparison with the speckle and adaptive optics techniques

This first test was performed in order to demonstrate the reconstruction quality of the PSF. The astronomical object is a point-like source of Fourier transform values 1 ($V_k = 1, \forall k$). The observing wavelength is 630 nm. As described in the previous section, the simulated dataset consists of 10 000 snapshots, each featuring 8646 fringe sets. From each set of fringes, a complex coherence value $\mu_{i,j}$ is extracted, and complex transmission factors \bar{G}_i are estimated according to the iterative algorithm described in Sect. 3.3.3. Finally, we used Eq. (10) to obtain the calibrated OTF, and thus the PSF. For comparison, the same corrugated wavefronts were used to obtain the PSF with two other techniques. The first one consists in averaging the complex instantaneous OTF by Eq. (8). The sec-

ond one (speckle interferometry) consists in averaging the squared modulus, removing photon noise bias and taking the square root as in Eq. (9). In this work, we did not make use of the bispectrum or closure phase since our object is point-like and therefore purely symmetric. The four left panels of Fig. 5 represent the deduced PSF, with (lower panels) and without (upper panels) the use of an adaptive optics system.

The first result confirm the usefulness of both speckle interferometry and adaptive optics systems, even though we are observing at visible wavelengths. This is clearly seen in Fig. 4; where unlike uncorrected long exposure imaging, they permit the retrieval of spatial information at the diffraction limit of the telescope. Nevertheless, the Strehl ratio in images obtained by these techniques is very low and the background pollution remains important. Without remapping, the best dynamic range achievable at visible wavelength is with a combination of AO and speckle interferometry technique, which provide a dynamic range of 40. This of course is in the case of a perfectly working near-infrared AO system with a 500 Hz frequency loop. Most current AO system are not used in that mode since any slight miss-calibration of the actuator influence function would make it useless at these wavelengths.

On the other hand, a diffraction pattern is obtained by using our remapping instrument and our image reconstruction algorithm. The pattern differs slightly from a perfect Airy disc due to the hexagonal sampling of the OTF. At a few λ/D from the central star, a dynamic range of 10^3 is obtained (see Fig. 4). Using an adaptive optics system does not significantly modify the pattern, meaning that the dynamic range is limited by the shape of the perturbation free PSF. Our conclusion is therefore that the dynamic range could be further increased by choosing a different PSF. We did this in the following section over a complex astronomical object.

4.2.3 Image reconstruction

In this simulation, the astronomical object is a star surrounded by a protoplanetary disc. The disc has an exponential brightness distribution and a total flux of a hundredth of the star flux. Two companions are also present, one with a flux of a thousandth, and the other of ten thousandths the flux of the star.

As before, the G_i complex transmissions are estimated by using iteratively Eq. (29). But unlike in Sect. 4.2.2, calibrated object visibilities are retrieved by our algorithm using Eq. (33) from 10 000 short exposure images. We used these visibilities to reconstruct an image. But instead of doing a simple Fourier transform to obtain the equivalent of a *dirty map*, it is possible to choose the PSF according to a scientific goal. For example, an Airy disc PSF is good to achieve high angular resolution, while a Gaussian apodization is better for the dynamic range. Of course, any other visibility apodization can also be applied to obtain the most suitable PSF. This system thus has the advantage of producing images close to what can be obtained with optically apodized pupil optics (Kuchner & Traub 2002; Guyon 2003), while completely free of any atmospheric perturbations. This way, the dynamic range is no longer limited by the Airy rings of the diffraction pattern of the telescope.

However, there is one perturbation this system cannot correct for; it is the photon noise. The phase corrugation being accounted for, the photon noise should be the theoretical limit of the dynamic range. To try to reach this limit, we used a Gaussian shape apodization on the visibilities. All of the image reconstructions in Fig. 6 are of the object described in the first paragraph of this section, but with different total brightnesses. The reconstructions from the left to the right are respectively of a central star of magnitude 15,

High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system 9

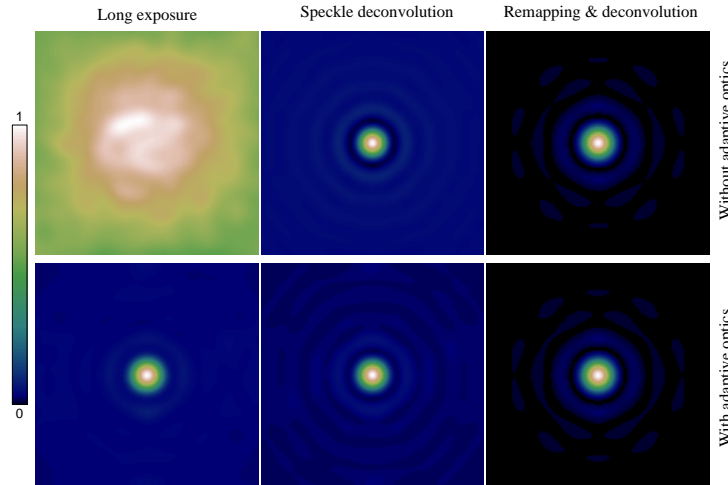


Figure 5. Point spread functions (PSF) of the instrument using different imaging techniques. The point-like object is a star of magnitude 5, observed at 630 nm. The acquisition setting consists of 10 000 snapshots of 4 ms each on a 8 meter telescope. *Left panels:* average of the exposures over the total acquisition time (cf. Eq. (8)). *Central panels:* reconstruction obtained by using conventional speckle interferometry technique (cf. Eq. (9)). *Right panels:* PSF after remapping and correction by its estimation (cf. Eq. (10)). *Upper panels:* the PSF is obtained through an atmospheric turbulence of $r_0 \approx 20$ cm ($(D/r_0) \approx 40$). *Lower panels:* PSF with the same corrugated wavefront but corrected by a simulated adaptive optics system. The field of view of each image is around 15 resolution elements ($15\lambda/D$). The PSF quality goes from bad (long exposure without adaptive optics), to medium (AO correction and/or Speckle deconvolution), to perfect (after a remapping and a post-detection processing).

Table 1. Dynamic range results

Magnitude	Without AO		With AO	
	$\sqrt{N_{\text{ph}}/2^a}$	D.R. ^b	$\sqrt{N_{\text{ph}}/2^a}$	D.R. ^b
0	1.1×10^6	0.9×10^6	2.4×10^6	1.8×10^4
5	1.1×10^5	1.5×10^5	2.4×10^5	1.7×10^4
10	1.1×10^4	1.3×10^4	2.4×10^4	1.6×10^4
15	1.1×10^3	0.8×10^3	2.4×10^3	1.2×10^3

^a Theoretical dynamic range as predicted by Eq. (38).

^b Dynamic range obtained by taking the background rms of the reconstructed images of Fig. 6.

10, 5, and 0. The upper set of panels are for a system without AO, while the four bottom panels are with AO activated. Fig. 7 gives a summary by plotting a horizontal cut of the different reconstructions. Table 1 lists the dynamic ranges estimated on the images and compares them with the analytical approximation of the photon noise established in Sect. 4.1. The dynamic range estimations are obtained by taking the inverse of the root mean square of the background of the image normalized by its pixel of maximum flux.

When atmospheric turbulence is not corrected by an AO system, the reconstructions clearly highlights a dynamic range limited by photon noise. For an object of magnitude 10, we achieved a dynamic range of 1.3×10^4 . This is comparable to what was calculated from the total photon count and the analytical relation $\text{dyn} \approx \sqrt{N_{\text{ph}}/2}$. This theoretical value, taking into account the 5% coupling efficiency in the fibers, was of 1.1×10^4 . A second interesting point is that when the brightness of the source increases by a factor 100 ($\Delta \text{mag} = 5$), the dynamic range increases by a factor

around 10. This can be seen over 15 order of magnitude, indicating that the dynamic range has a roughly linear increase as a function of $\sqrt{N_{\text{ph}}}$. This does 1) confirm the validity of the analytical estimation, and 2) prove the quality of our self calibration algorithm to restore the object visibilities.

Noteworthy is the reconstruction of the system with a brightness of 15 mag. Due to a relatively low coupling efficiency in the fibers, an average of 250 photons are detected per 4 ms snapshot. According to Eq. (36), it implies a S/N ratio of ≈ 0.12 for each spatial frequency measurement. It is therefore impressive to note that even with such a vague knowledge of the $\mu_{i,j}$, the iterative algorithm of Sect. 3.3.3 is capable of restoring images with a dynamic range limited by the photon noise. This is possible since it combines the advantage of fitting the information from all snapshots together with a small, cpu friendly, recursive algorithm.

When atmospheric turbulence is corrected by an AO system, the dynamic range does not increase linearly as a function of the brightness anymore. Indeed, in the lower panels of Fig. 6 and Fig. 7, the dynamic range is clearly limited by another factor. Thanks to the correction, the injection throughput is higher, around 23%. This allows an increase in dynamic range for the faintest source, but with a saturation around a few 10^4 . The reason for this unpredicted threshold appeared clearly when analyzing our simulations. During the 4 ms integration time, mirror displacements happened twice to adapt for the atmospheric turbulence. These minor corrections, while increasing the spatial coherence (Cagigal & Canales 2000), have the drawback of introducing a phase noise overshoot at the frequency of the loop. This side effect results in a slight blurring of the fringes recorded on the detector and a bias on the measurements. To profit from the advantages of the AO, solutions could either be to increase

10 *S. Lacour, E. Thiébaud and G. Perrin*

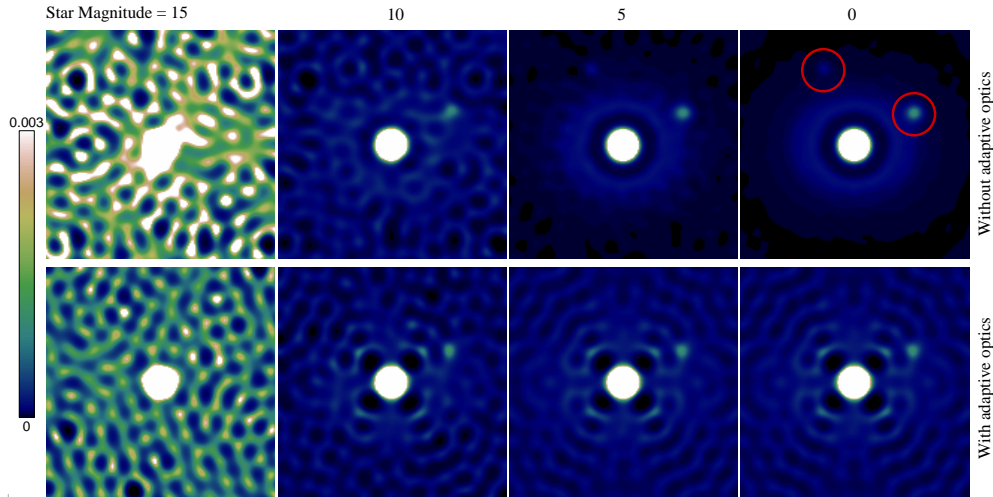


Figure 6. These simulations feature reconstructed image from the visibilities acquired from Eq. (21). The acquisition settings consist of 10 000 snapshots of 4 ms each on an 8 meter telescope in the visible ($r_0 \approx 20$ cm). The object is a central star with a protoplanetary disc and two companions, of relative flux a thousandth and ten thousandths (respectively, at the upper-right and upper-left of the central star – they are highlighted by the red circles on the upper right image). From left to right, the difference in the reconstructed images are due to the brightness of the object (magnitudes 15, 10, 5 and 0). The upper panels are reconstructed images in the case of an uncorrected wavefront ($D/r_0 \approx 40$). The lower panels are reconstructed images with an AO corrected wavefront. The field of view of each image is around 30 resolution elements ($30\lambda/D$). The color scale on the right is linear, from 0 to 3×10^{-3} , and normalized to the flux of the central star. The reconstructions show dynamic range around or over 10^4 , except for the ones with a star of magnitude 15. In the three upper panels, we can clearly see the photon noise limit, evolving as a function of the brightness of the source. For faint sources, the lower-right panel show that dynamic range is increased by combining a remapping setup with an adaptive optics system. However, on a bright source, fringe smearing due to the high frequency control loop of the deformable mirror limit the dynamic range. An horizontal cut of these figures can be seen in Fig. 7.

the acquisition rate, or, better, to adjust the control loop to decrease the amplitude of the overshoot.

5 SUMMARY

In this paper, we presented further investigation of the instrument introduced in Perrin et al. (2006).

- We established an analytical relation linking the Fourier components of the image, the Fourier components of the object, and the atmospheric perturbations (Eq. (11)). We showed that inverting this equation allowed us to completely disentangle turbulence from astronomical information (Sect. 3.2).
- We developed an analytical iterative self-calibration algorithm which enables inversion of the previously established equation over several thousands of snapshots simultaneously. This algorithm happened to be robust, allowing visibility determination from Fourier component measurements with S/N ratio well below 1 (Sect. 3.3).
- Simulations of this system confirmed the validity of the algorithm and produced high dynamic range, diffraction limited, images of complex astronomical objects. A dynamic range of the order of 10^6 was achieved at visible wavelength on an eight meter telescope and in the presence of good seeing conditions. Compared to actual AO systems, it represents an increase of around 10^4 in dynamic range. We noted that the sensitivity of the instrument would increase by using an adaptive optics system, but at the price of a limitation in the achievable dynamic range (Sect. 4).

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank F. Rigaut for letting “YAO” freely available to the astronomical community. “YAO” is a simulation tool for adaptive optics systems, available on the web site <http://www.maumae.net/yao/>. Simulations and data processing for this work have been done using Yorick language which is freely available at <http://yorick.sourceforge.net/>. The authors would also like to thank the many people with whom discussing helped a lot to mature this paper. These persons include F. Assemat, P. Baudoz, A. Boccalletti, V. Coudé du Foresto, E. Ribak, G. Rousset and P. Tuthill.

REFERENCES

- Arnot N. R., 1983, *Optics Communications*, 45, 380
 Arnot N. R., Atherton P. D., Greenaway A. H., Noordam J. E., 1985, *Traitement du Signal*, 2, 129
 Baldwin J. E., Haniff C. A., 2002, *Phil. Trans. R. Soc. London*, 360, 969
 Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., der Vorst H. V., 1994, *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. SIAM, Philadelphia, PA
 Cagigal M. P., Canales V. F., 2000, *Optical Society of America Journal A*, 17, 903
 Cornwell T. J., Wilkinson P. N., 1981, *MNRAS*, 196, 1067

High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system 11

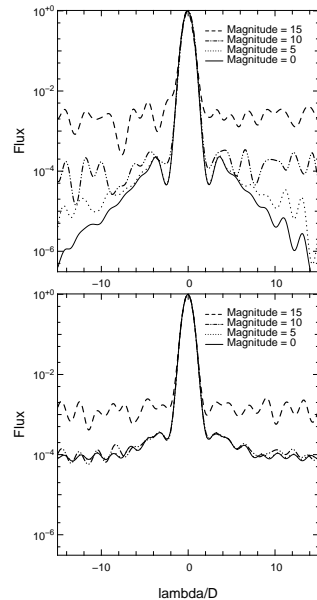


Figure 7. Horizontal cuts of the reconstructed images showed in Fig. 6. The acquisition setting consists of 10 000 snapshots of 4 ms each on an 8 meter telescope ($r_0 \approx 20$ cm). The upper panel shows the reconstruction in the case of an uncorrected turbulence, while the lower panel shows the reconstruction with adaptive optics correction. On the upper panel, we can clearly see the dynamic range improving with the brightness of the source, from 10^3 (15 mag), to 10^6 (0 mag). At the highest dynamic range, we can see the exponential brightness decrease of the protoplanetary disc. Behind an adaptive optic, deconvolution is no longer limited by the photon noise, but by the high frequency differential piston introduced by the deformable mirror.

in Astrophysics. Kluwer Academic

Thi'ebaut E., Conan J.-M., 1995, J. Opt. Soc. Am. A, 12, 485

Tuthill P. G., Monnier J. D., Danchi W. C., Wishnow E. H., Haniff

C. A., 2000, PASP, 112, 555

Weigelt G., 1977, Opt. Commun., 21, 55

- Golay M. J. E., 1971, J. Opt. Soc. Am., 61, 272
 Goodman J. W., 1985, Statistical Optics. John Wiley & Sons
 Greenaway A. H., 1982, Optics Communications, 42, 157
 Guyon O., 2003, A&A, 404, 379
 Haniff C. A., Mackay C. D., Titterton D. J., Sivia D., Baldwin J. E., 1987, Nature, 328, 694
 Kuchner M. J., Traub W. A., 2002, ApJ, 570, 900
 Labeyrie A., 1970, A&A, 6, 85
 Matson C. L., 1991, J. Opt. Soc. Am. A, 8, 1905
 Mor'e J. J., 1977, in Watson G. A., ed., Lecture Notes in Mathematics, Vol. 630, Numerical Analysis. Springer-Verlag
 Mor'e J. J., Sorensen D. C., 1983, SIAM J. Sci. Stat. Comp., 4, 553
 Perrin G., Lacour S., Woillez J., Thi'ebaut E., 2006, ArXiv Astrophysics e-prints
 Ribak E. N., Perrin G. S., Lacour S., 2004, in Traub W. A., ed., New Frontiers in Stellar Interferometry, Proceedings of SPIE Volume 5491. Edited by Wesley A. Traub. Bellingham, WA: The International Society for Optical Engineering, 2004., p.1624
 Multiple-beam combination for faint objects. pp 1624-+
 Tallon M., Tallon-Bosc L., 1992, A&A, 253, 641
 Thi'ebaut E., 1994, PhD thesis, Universit'e de Paris 7
 Thi'ebaut E., 2005, in Foy R., Foy F.-C., eds, NATO ASI, Optics

ANNEXE B

Autres publications

Les deux articles qui suivent ne sont pas en rapport avec le sujet central de mon travail de thèse. Cependant, ils correspondent à des recherches qui, débutées avant le commencement de ma thèse, ont abouti au cours de celle-ci.

VELOCITY DISPERSION OF THE HIGH ROTATIONAL LEVELS OF H₂

S. LACOUR,^{1,2,3} V. ZISKIN,^{1,2} G. HÉBRARD,^{1,2} C. OLIVEIRA,¹ M. K. ANDRÉ,^{2,4} R. FERLET,² AND A. VIDAL-MADJAR²

Received 2004 June 12; accepted 2005 March 16

ABSTRACT

We present a study of the high rotational bands ($J \geq 2$) of H₂ toward four early-type Galactic stars: HD 73882, HD 192639, HD 206267, and HD 207538. In each case, the velocity dispersion, characterized by the spectrum fitting parameter b , increases with the level of excitation, a phenomenon that has previously been detected by the *Copernicus* and IMAPS observatories. In particular, we show with 4σ confidence that for HD 192639 it is not possible to fit all J levels with a single b -value and that higher b -values are needed for the higher levels. The amplitude of the line broadening, which can be as high as 10 km s^{-1} , makes explanations such as inhomogeneous spatial distribution unlikely. We investigate a mechanism in which the broadening is due to the molecules that are rotationally excited through the excess energy acquired after their formation on a grain (H₂ formation pumping). We show that different dispersions would be a natural consequence of this mechanism. We note, however, that such a process would require a formation rate 10 times higher than what was inferred from other observations. In view of this result, and of the difficulty in accounting for the velocity dispersion as thermal broadening (T would be around 10,000 K), we conclude then that we are most certainly observing some highly turbulent warm layer associated with the cold diffuse cloud. Embedded in a magnetic field, it could be responsible for the high quantities of CH⁺ measured in the cold neutral medium.

Subject headings: ISM: abundances — ISM: clouds — ISM: molecules — molecular processes — ultraviolet: ISM

1. INTRODUCTION

The population distribution of the different rotational levels (J) of H₂ provides detailed information about diffuse and translucent clouds. The kinetic temperature, derived from the column density distribution of H₂ in the $J = 0, 1$, and 2 levels, is usually about 80 K. On the other hand, the excitation temperature obtained from the $J = 3-6$ levels is typically of several hundred kelvin. The measurement of these column densities is an important probe of the physical conditions of the interstellar gas. Temperature, density, UV radiation field, and other parameters can be inferred from such information, but a reliable model for the distribution of populations is required.

There are three distinct mechanisms that likely determine the population of the excited levels: ultraviolet pumping, H₂ formation on grains, and high-temperature collisional processes. Of these, the UV photoexcitation process (as described in Black & Dalgarno 1976) has been generally considered to be dominant. In the case of ζ Oph (Black & Dalgarno 1977), for instance, good matches were obtained for both the H₂ population distribution and the abundances of all known chemical species, except CH⁺.

Additional information, explored in this paper, can be obtained from the presence of a measurable velocity dispersion, which is an increasing function of the rotational energy level (J). This effect was first seen in several *Copernicus* observations and was seen in both the curve-of-growth (COG) b -value and the line widths (Spitzer & Cochran 1973; Spitzer et al.

1974). More recently, Jenkins & Peimbert (1997), using interstellar medium absorption profile spectrograph (IMAPS) data (with a resolution power of 120,000), showed, for the two main resolved components in the line of sight toward ζ Ori A, a clear broadening of the H₂ lines increasing with rotational level. Along that line of sight, at least in the component showing the highest broadening, there is no doubt that the effect is linked to the excitation process of the H₂ molecule.

It is this interplay between rotational excitation and velocity dispersion that we explore in this paper. Data from the *FUSE* far-ultraviolet (FUV) satellite (Moos et al. 2000) offer new insights on this issue. The wavelength range covered by *FUSE* (905–1187 Å) contains more than 20 Lyman vibrational transitions, as well as six Werner bands, providing a large number of transitions for each rotational ground state and allowing measurements over a wide range of oscillator strengths. In addition, the high sensitivity of the instrument puts within observational reach some interesting lines of sight with high extinction, such as HD 73882, with $E(B - V) = 0.73$ (Snow et al. 2000). Although the spectral resolution does not allow us to resolve the different absorption components, we show that saturation effects can also reveal the velocity dispersion of the lines.

This paper is organized as follows. The observations and data reduction are described in § 2. In § 3 we present the H₂ analysis along the four sight lines listed in Table 1. Calculations were done using the COG method and profile fitting (PF). Both methods are explained and discussed. In § 4 we compare the observations with the theoretical explanation of the excitation and discuss the consequences on the chemistry of the cloud. In the Appendix we describe a model of H₂ formation and subsequent cooling, which could explain the observed velocity dispersion.

2. OBSERVATIONS AND DATA REDUCTION

The *FUSE* mission, its planning, and its in-orbit performance are discussed by Moos et al. (2000) and Sahnou et al. (2000).

¹ Department of Physics and Astronomy, Johns Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore, MD 21218.

² Institut d'Astrophysique de Paris, Centre National de la Recherches Scientifique, 98 bis Boulevard Arago, F-75014 Paris.

³ Observatoire de Paris/Meudon, Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, 5 Place Jules Janssen, F-92195 Meudon, France.

⁴ AZIMOV Association, 14 rue Roger Moutte, F-08270 St. Cyr, France.

TABLE 1
SIGHT-LINE AND STELLAR PROPERTIES

Star	l (deg)	b (deg)	V (mag)	$E(B - V)^a$	A_V^a	Spectral Type
HD 73882	259.83	+0.47	7.27	0.72	2.28	O9 III
HD 192639	74.90	+1.48	7.11	0.66	1.87	O8e
HD 206267	98.98	+3.71	5.62	0.52	1.37	O6e
HD 207538	102.86	+6.92	7.30	0.64	1.43	B0 V

^a Extinction parameters from the *FUSE* H₂ survey (Rachford et al. 2002).

Briefly, the *FUSE* observatory consists of four co-aligned prime-focus telescopes (two SiC and two LiF) and Rowland circle spectrographs. The SiC gratings provide reflectivity over the range 905–1105 Å, while the LiF have sensitivity in the 990–1187 Å range. Each detector is composed of two microchannel plates; therefore, a gap of ≈ 5 Å divides each of our spectra into two pieces. The list of the four targets studied in this work and the log of the observations are presented in Tables 1 and 2, respectively. All data were obtained with the source centered on the $30'' \times 30''$ (LWRS) aperture with total exposure times ranging from 4.8 (HD 192639) to 25.5 ks (HD 73882). All of our data sets have a signal-to-noise ratio (S/N) per pixel around 10. The data were processed with version 2.0.4 of the CALFUSE pipeline. Corrections for detector background, Doppler shift, geometrical distortion, astigmatism, dead pixels, and walk⁵ were applied, but no correction was made for the fixed pattern noise. The one-dimensional spectrum was extracted from the two-dimensional spectrum using optimal extraction⁶ (Horne 1986; Robertson 1986). Instead of co-adding the different segments of the spectrum, we used only the segments that appear to have the best correction of the distortion effects. Those are SiC2A (930–990 Å), LiF1A (990–1080 Å), SiC1A (1080–1088 Å), and LiF2A (1090–1187 Å). Below 930 Å, the high reddening of our targets, removing most of the flux, does not allow for reliable measurements.

After binning the data by 4 pixels (≈ 7 km s⁻¹), the processed data have an S/N of nearly 20 bin⁻¹ and a nominal spectral resolution of ≈ 20 km s⁻¹ (FWHM).

3. H₂ MEASUREMENTS

The *FUSE* wavelength range allows us to access a large number of H₂ absorption lines, corresponding to a wide range of

rotational excitations. For each of the levels that we focus on ($J = 2-7$), we have measured, when available, column densities and b -values. To ensure consistency of the measurements, we used two different methods to determine N and b , described below.

3.1. Curve-of-Growth Method

The measured equivalent widths (EWs) of each line studied in this work are summarized in Table 3. The stellar continuum in the vicinity of each line was estimated using a low-order Legendre polynomial fit to the data. The 1σ error bars were computed taking into account four types of errors, added in quadrature:

1. The statistical errors, supposed to be a white Poissonian noise. These errors (roughly the square root of the count rate) are computed by the pipeline for each pixel. The total statistical error over each line is therefore the quadratic sum of the error of each integrated pixel (more information can be found in Appendix A of Sembach & Savage 1992).

2. The background uncertainties, proportional to the exposure time. They have been estimated by the *FUSE* science data processing team to be at the level of 10% of the computed background.⁷ This error is calculated by the pipeline and added to the statistical errors.

3. The continuum placement error, which depends mainly on the S/N in the vicinity of the line. To estimate this error, we shift the continuum by 1%–3% (depending on the S/N), calculating a lower and upper value for the EW. The difference is taken as the 1σ error. We note here that because of the stellar type of the targets (see the seventh column in Table 1), very few stellar lines are present and are easily distinguishable with the interstellar line due to their thermal broadening.

4. The systematic uncertainties, which are the most difficult errors to quantify. They may come from geometrical distortions, walk, dead pixels, point-spread function (PSF), fixed pattern

⁵ The *FUSE* detector electronics happens to miscalculate the X location of photon events with low pulse heights. This effect is called “walk.”

⁶ See <http://fuse.pha.jhu.edu/analysis/lacour>.

⁷ See http://fuse.pha.jhu.edu/analysis/calfuse_wp3.html.

TABLE 2
LOG OF *FUSE* OBSERVATIONS

Star	<i>FUSE</i> ID ^a	Observation Date	Number of Exposures	Exposure Time (ks)	S/N ^b
HD 73882	P1161301	2000 Jan 24	6	11.9	5.1
	P1161302	2000 Mar 19	8	13.6	4.6
HD 192639	P1162401	2000 Jun 12	2	4.8	8.1
HD 206267	P1162701	2000 Jul 21	3	4.9	10.2
HD 207538	P1162902	1999 Dec 08	4	7.7	6.2
	P1162903	2000 Jul 21	10	11.2	7.1

^a Archival root name of target for *FUSE* PI team observations.

^b Average per-pixel S/N for a 1 Å region of the LiF 1a spectrum near 1070 Å.

TABLE 3
H₂ EQUIVALENT WIDTH MEASUREMENTS

Species	λ (Å)	$\log(f\lambda)$	HD 73882 W_λ (mÅ)	HD 192639 W_λ (mÅ)	HD 206267 W_λ (mÅ)	HD 207538 W_λ (mÅ)
H ₂ $J = 2$	941.606	0.498	...	111.4 ± 9.7	88.3 ± 8.0	...
	957.660	0.661	...	148.1 ± 13.5	115.1 ± 6.1	147.6 ± 13.6
	975.351	0.810	...	151.1 ± 11.0	124.9 ± 6.7	144.7 ± 10.3
	1005.40	0.998	...	212.9 ± 11.5	162.4 ± 7.7	208.1 ± 10.8
	1016.47	1.016	323.6 ± 33.3	245.6 ± 12.7	183.2 ± 8.4	229.1 ± 10.1
	1040.37	1.030	359.7 ± 31.9	275.7 ± 13.5	202.9 ± 8.8	263.6 ± 13.5
	1053.29	0.980	283.0 ± 23.6	273.5 ± 13.1	193.7 ± 9.3	270.1 ± 13.6
	1066.91	0.881	280.5 ± 23.9	257.7 ± 11.6	192.9 ± 9.2	239.7 ± 10.4
	1081.27	0.709	256.5 ± 24.9	200.1 ± 11.0	162.8 ± 6.9	202.6 ± 11.4
	1096.45	0.417	220.1 ± 27.4	175.1 ± 8.5	PF	PF
	1112.51	-0.111	PF	PF	PF	PF
	H ₂ $J = 3$	934.800	0.820	...	106.3 ± 9.3	...
942.970		0.729	...	108.5 ± 14.2	85.2 ± 8.5	...
944.337		0.519	...	95.2 ± 13.9	67.5 ± 9.4	...
958.953		0.930	...	95.8 ± 8.6	97.5 ± 6.5	90.8 ± 7.7
960.458		0.674	...	92.7 ± 8.5	90.5 ± 6.8	86.7 ± 5.9
995.974		1.218	...	143.9 ± 9.6	117.6 ± 8.3	109.2 ± 6.6
997.830		0.942	...	123.1 ± 11.9	97.5 ± 9.4	91.4 ± 8.9
1006.42		1.199	PF	PF	PF	PF
1017.43		1.270	PF	PF	PF	PF
1019.51		1.030	195.0 ± 16.4	116.0 ± 6.9	113.1 ± 7.2	101.8 ± 4.5
1028.99		1.250	...	144.9 ± 10.4	...	128.2 ± 5.3
1041.16		1.216	204.0 ± 12.5	159.3 ± 9.5	146.3 ± 7.7	122.9 ± 6.6
1043.51		1.052	182.1 ± 11.1	139.5 ± 8.1	131.1 ± 6.6	117.6 ± 4.8
1053.98		1.150	216.0 ± 13.4	159.5 ± 10.6	137.6 ± 7.7	131.7 ± 6.7
1056.48		1.006	192.8 ± 12.0	125.6 ± 6.7	122.6 ± 7.5	121.6 ± 5.5
1067.48		1.028	176.0 ± 15.7	129.9 ± 7.6	130.9 ± 7.4	119.0 ± 5.3
1070.15		0.909	196.0 ± 12.5	134.6 ± 8.1	129.0 ± 6.9	110.0 ± 10.4
1099.80		0.448	148.0 ± 13.7	103.1 ± 5.4	92.1 ± 6.8	95.2 ± 3.9
1112.59	-0.024	PF	PF	PF	PF	
1115.91	-0.081	110.9 ± 9.2	96.7 ± 6.3	67.8 ± 3.7	83.8 ± 4.0	
H ₂ $J = 4$	935.969	1.264	...	75.2 ± 6.4
	979.808	1.095	...	76.7 ± 7.1	55.2 ± 3.8	...
	994.234	1.134	...	77.3 ± 8.5	53.2 ± 6.2	...
	999.272	1.217	...	88.8 ± 8.1	54.2 ± 3.3	59.4 ± 4.9
	1017.39	1.002	PF	PF	PF	PF
	1032.35	1.247	100.7 ± 6.4	89.0 ± 6.1	60.9 ± 3.1	66.2 ± 3.0
	1044.55	1.206	91.9 ± 4.3	86.7 ± 4.2	...	72.9 ± 3.6
	1047.56	1.062	93.9 ± 6.5	79.9 ± 4.4	54.6 ± 2.6	64.1 ± 3.6
	1057.39	1.135	97.0 ± 4.5	72.8 ± 4.2	59.9 ± 4.1	65.8 ± 3.2
	1060.59	1.019	78.3 ± 5.3	81.2 ± 3.9	57.1 ± 2.8	63.0 ± 3.4
	1074.32	0.923	91.1 ± 5.6	71.2 ± 3.7	51.5 ± 3.3	57.7 ± 5.2
	1085.15	0.817	...	70.5 ± 8.8	45.3 ± 4.0	...
	1088.80	0.752	78.8 ± 5.4	71.6 ± 4.0	46.7 ± 3.1	58.4 ± 2.8
	1100.17	0.498	62.5 ± 4.2	73.2 ± 5.5	43.6 ± 3.7	...
	1104.09	0.461	...	64.5 ± 3.8
1116.03	-0.060	34.1 ± 4.5	44.7 ± 4.8	17.6 ± 2.9	28.3 ± 3.4	
1120.26	-0.069	30.5 ± 3.0	45.4 ± 5.9	20.2 ± 2.5	33.3 ± 3.1	
H ₂ $J = 5$	942.691	0.765	...	37.5 ± 8.7
	974.889	1.138	...	68.4 ± 6.3	38.8 ± 3.8	...
	996.129	1.102	...	PF	45.4 ± 6.3	40.2 ± 8.0
	997.644	1.110	...	62.3 ± 6.4	44.5 ± 4.8	33.3 ± 10.1
	1006.34	0.940	PF	PF	PF	PF
	1017.01	1.060	88.3 ± 9.0	67.6 ± 4.5	PF	PF
	1017.84	1.384	117.6 ± 7.5	82.0 ± 3.8	51.4 ± 3.1	56.4 ± 5.0
	1040.06	1.074	91.2 ± 5.4	64.9 ± 3.4	37.1 ± 2.7	33.7 ± 3.6
	1052.50	1.068	80.8 ± 6.2	64.8 ± 3.2	38.4 ± 3.4	30.7 ± 3.0
	1061.70	1.126	87.8 ± 12.0	76.8 ± 3.4	39.1 ± 2.5	45.4 ± 4.3
	1065.60	1.026	93.5 ± 9.2	67.9 ± 3.6	33.0 ± 3.2	27.8 ± 3.2
	1075.25	0.999	94.9 ± 6.9	70.6 ± 2.9	36.6 ± 2.8	31.6 ± 3.5
	1089.52	0.796	68.9 ± 4.3	58.1 ± 4.6	31.2 ± 3.4	...
	1104.55	0.471	...	30.9 ± 3.0
	1109.32	0.467	47.3 ± 4.1	31.4 ± 3.1	16.6 ± 2.0	12.4 ± 2.2
1120.41	-0.095	19.3 ± 3.3	14.7 ± 2.7	5.0 ± 0.9	PF	

TABLE 3—Continued

Species	λ (Å)	$\log(f\lambda)$	HD 73882 W_λ (mÅ)	HD 192639 W_λ (mÅ)	HD 206267 W_λ (mÅ)	HD 207538 W_λ (mÅ)
H ₂ $J = 6$	959.163	1.426	...	16.4 ± 4.2
	977.733	1.538	...	20.1 ± 4.2
	998.340	1.564	...	22.6 ± 4.2
	1019.02	1.318	31.4 ± 4.9	14.0 ± 2.4
	1021.22	1.388	22.7 ± 6.9	20.2 ± 3.6
	1041.74	1.243	26.1 ± 3.9	11.8 ± 2.9
	1045.81	1.076	16.1 ± 5.1	15.4 ± 3.5
H ₂ $J = 7$	1058.32	1.074	18.0 ± 3.8
	1060.04	1.193	20.0 ± 3.9
	1073.00	1.110	14.2 ± 3.2

NOTES.—Lines blended but used for profile fitting are noted “PF.” Errors are 1 σ .

noise, etc. Most of these distortions are corrected by the pipeline, but these effects may nevertheless have a nonnegligible influence on our measurements. Moreover, there is no way to estimate the effect over a single absorption line. Assuming that systematic errors are homogeneous over our measurements, we adjusted the systematic errors to be proportional to the EW. The factor of proportionality is set so that the total χ^2 of the COG fit is equal to the number of degrees of freedom. To avoid any bias, a proportionality factor was obtained independently for each sight line and each species (i.e., for each J level), which is possible because the number of spectral lines being measured is statistically significant. The resulting factors are in the range of 1%–8%.

To determine column densities and b -values, we fitted a set of 300 single-Gaussian COGs to our measured EWs. They were obtained by integrating a Voigt profile over a large number of b -values and damping factors. For each species, χ^2 was calculated for each b -value and column density (N).

The best COG fits are shown in Figure 1. The top panels show the resulting COG using a single b -value for all of the rotational levels. The value of χ^2 compared to the number of degrees of freedom is the best mathematical tool to evaluate the goodness of a fit. For these fits, the values are 52/35 for HD 73882, 110/58 for HD 192639, 54/44 for HD 206267, and 37/36 for HD 207538. The probabilities of having χ^2_ν equal to or larger than those values are 3% ($>2\sigma$), 0.0045% ($>4\sigma$), 14% ($>1\sigma$), and 42%, respectively. Therefore, the result is not significant for HD 207538, but HD 192639 and, to a lesser extent, HD 73882 and HD 206267 clearly have an inconsistency in the fit. The middle panels display our best fits using different b -values for each rotational level, and the bottom panels show the $\Delta\chi^2$ as a function of b , again, for each rotational level. All errors listed here are at the 2σ level, corresponding to a $\Delta\chi^2$ of 4.

To check the possibility that some systematic problem in one (or a few) line(s) could induce a “false broadening effect” on the HD 192639 data set, we randomly removed half of our measure-

ments, then the other half. The results, summarized in Table 4, confirm the presence of the broadening.

3.2. Profile Fitting Method

The spectral resolution (≈ 20 km s⁻¹, varying over several kilometers per second, depending on the detector used) is insufficient to directly determine variations in the broadening of lines, which are typically of the order of a few kilometers per second. Instead, it is the relative shape of the lines, combined with knowledge of the oscillator strengths, that provides meaningful information. We used a profile fitting routine, *Owens* (Lemoine et al. 2002; Hébrard et al. 2002), developed by M. Lemoine at the Institut d’Astrophysique de Paris, which allows fitting all of the lines simultaneously while considering different b -values for each rotational level. To minimize systematic errors induced by the PSF, we allowed the width of the PSF to vary by $\approx 25\%$ about the nominal value (15–25 km s⁻¹). An important advantage of fitting multiple species is the added ability to work with semiblenched lines. The lines that were included with this method are listed in Table 3. This was particularly helpful in constraining the $J = 2$ b -value because of the weak oscillator strength of the $\lambda 1112.5$ blended line. Figure 2 shows some sample best fits for the $\lambda\lambda 1017.8$ ($J = 5$), 1116.0 ($J = 4$), and 1115.91 ($J = 3$) lines. In Figure 3 we plot the $\Delta\chi^2$ for the b -values used in the fits. To account for systematic uncertainties, we scaled the errors (by a factor of 1–2) so that the χ^2 minimum is equal to the number of degrees of freedom (for more on the χ^2 technique while using *Owens*, see Hébrard et al. 2002).

To convince ourselves that profile fitting with a single b -value for all levels does not accurately describe our data, we did the fitting for HD 73882 and HD 192639 and compared the fitting on one particular line. The right panels of Figure 4 show the best fit for the $\lambda 1017.8$ line (segment LiF1A) when a single b -value was used for all rotational levels, while the left panels show the best fits using individual b -values. Without taking

TABLE 4
COG-DETERMINED b -VALUES FOR DIFFERENT COMBINATIONS OF EW TOWARD HD 192639

Level	All of the EWs	Half of the EWs	Second Half of the EWs
H ₂ $J = 2$	3.8 ^{+1.3} _{-2.3}	4.3 ^{+2.1} _{-2.6}	3.3 ^{+2.1} _{-2.6}
H ₂ $J = 3$	4.8 ^{+0.8} _{-0.7}	5.0 ^{+1.2} _{-0.8}	4.5 ^{+1.6} _{-1.6}
H ₂ $J = 4$	5.6 ^{+0.6} _{-0.5}	5.4 ^{+0.6} _{-1.1}	6.0 ^{+0.7} _{-0.8}
H ₂ $J = 5$	8.0 ^{+1.0} _{-0.9}	7.8 ^{+2.1} _{-1.4}	7.9 ^{+1.4} _{-1.0}

NOTES.—The b -values are in km s⁻¹. Errors are 2σ .

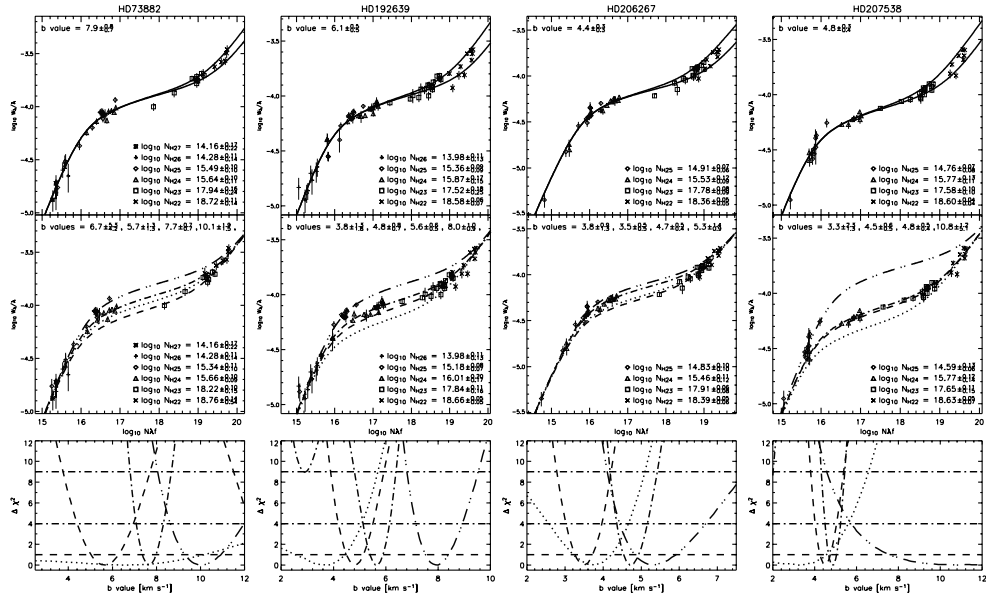


FIG. 1.—COG analysis for H_2 along the HD 73882, HD 192639, HD 206267, and HD 207538 lines of sight. The top panels assume a common b -value for all J levels. In the middle panels, each J level is fitted with a different b -value. The bottom panels present $\Delta \chi^2$ as a function of b for the COGs displayed in the middle panels. In the $\Delta \chi^2$ plots, the different rotational levels are represented by dotted ($J = 2$), dashed ($J = 3$), dot-dashed ($J = 4$), and double-dot-dashed ($J = 5$) lines. Note that due to the nonlinearity of the COG, the $\Delta \chi^2$ sometimes shows two minima. In these cases, the second minimum is ruled out on the grounds that the resulting column densities are not physical.

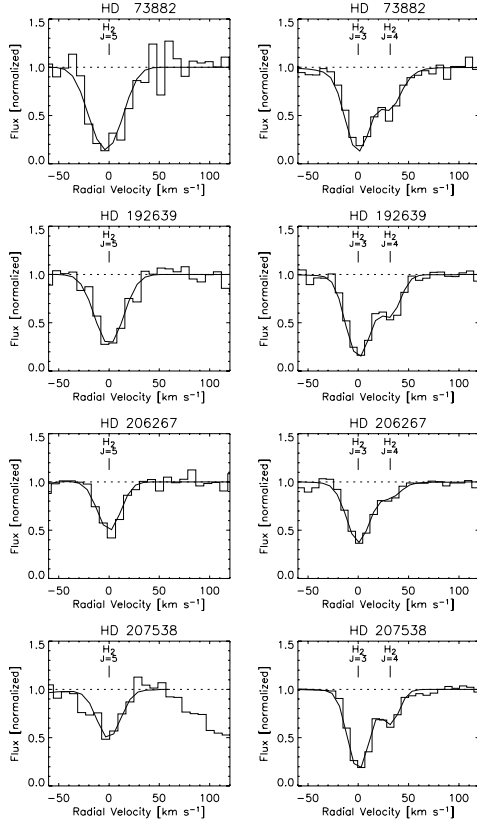


FIG. 2.—Best profile fits to the $J = 5$ $\lambda 1017.8$ line (left) and $J = 3$ $\lambda 1115.9$ and $J = 4$ $\lambda 1116.0$ lines (right), for the four sight lines. Each rotational level is fitted with a different b -value. The continuum is normalized to 1.

systematic uncertainties into account (i.e., without scaling the errors), the χ^2 for the left panels are close to the number of degrees of freedom (28/27 for HD 73882 and 24/21 for HD 192639), indicating that the fits are reliable. On the other hand, the χ^2 for the right panels (62/27 and 44/21, respectively) indicate an inconsistency. Note that the PSF was a free parameter and had a value of 2.96 binned pixels (23.4 km s^{-1}) for HD 73882 and 2.98 binned pixels (23.2 km s^{-1}) for HD 192639 (left panels). For the right panels, the obtained PSFs are 2.67 pixels (21.1 km s^{-1}) for HD 73882 and 2.42 pixels (19.1 km s^{-1}) for HD 192639. The differences in the PSFs are within the *FUSE* resolution uncertainties (see Moos et al. 2000).

3.3. Results

Table 5 lists the column densities and the b -values, derived using the methods described above (2σ uncertainties). Profile fitting allows us to quickly determine upper limits on column densities for J levels that only have transitions that are too weak to be used with the COG method. Column densities for the

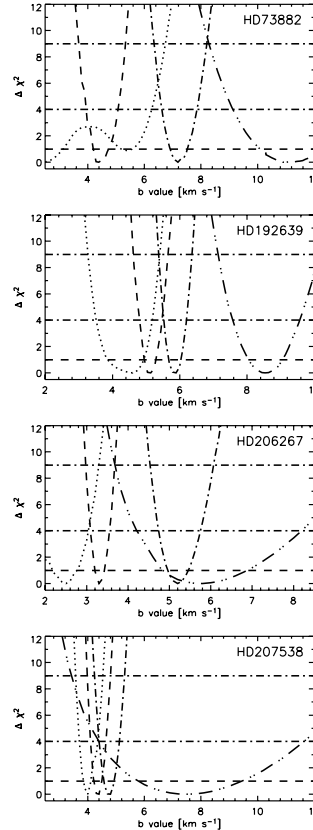


FIG. 3.—The $\Delta\chi^2$ curves for the different b -values used with profile fitting. The different rotational levels are represented by dotted ($J = 2$), dashed ($J = 3$), dot-dashed ($J = 4$), and double-dot-dashed ($J = 5$) lines.

$J = 0$ and 1 levels, for the four stars, are from Rachford et al. (2002). The b -values are consistent between PF and COG. In each case, but with different reliability levels, the velocity dispersion shows the same increasing trend with the H_2 excitation levels. Since b -values and column densities are interdependent, it is an important result for observers investigating saturated H_2 lines. If the broadening of the higher J levels is assumed to be equal to those of the lower J levels, then there is the possibility of considerably overestimating the column densities.

4. ON THE SOURCE OF EXCITATION AND BROADENING

In light of the results presented above, a question must then be asked: What causes the increase in the broadening of the H_2 lines with increasing J level? An obvious explanation would be that we may have a broad component revealed at high rotational levels by a high excitation temperature. To test this possibility, we plot in Figure 5 the COGs for a sight line having two

TABLE 5
 LONG COLUMN DENSITIES AND b -VALUES OBTAINED WITH PF AND COG FOR THE FOUR LINES OF SIGHT

J LEVEL [cm ⁻² for $N(\text{H}_2)$, km s ⁻¹ for $b(\text{H}_2)$]	HD 73882		HD 192639		HD 206267		HD 207538	
	COG	PF	COG	PF	COG	PF	COG	PF
$N(\text{H}_2) J = 0$	20.99 ^{+0.08}	20.99 ^{+0.08}	20.28 ^{+0.05}	20.28 ^{+0.05}	20.64 ^{+0.03}	20.64 ^{+0.03}	20.64 ^{+0.07}	20.64 ^{+0.07}
$N(\text{H}_2) J = 1$	20.50 ^{+0.08}	20.50 ^{+0.07}	20.48 ^{+0.05}	20.48 ^{+0.05}	20.45 ^{+0.05}	20.45 ^{+0.05}	20.58 ^{+0.05}	20.58 ^{+0.05}
$N(\text{H}_2) J = 2$	18.76 ^{+0.14}	19.04 ^{+0.10}	18.66 ^{+0.05}	18.75 ^{+0.10}	18.39 ^{+0.06}	18.49 ^{+0.05}	18.63 ^{+0.05}	18.75 ^{+0.05}
$N(\text{H}_2) J = 3$	18.22 ^{+0.10}	18.49 ^{+0.15}	17.84 ^{+0.11}	18.00 ^{+0.15}	17.91 ^{+0.08}	17.95 ^{+1.05}	17.65 ^{+0.11}	17.90 ^{+0.10}
$N(\text{H}_2) J = 4$	15.66 ^{+0.10}	15.80 ^{+0.10}	16.01 ^{+0.20}	15.90 ^{+0.10}	15.46 ^{+0.11}	15.28 ^{+0.17}	15.77 ^{+0.12}	15.70 ^{+0.10}
$N(\text{H}_2) J = 5$	15.34 ^{+0.09}	15.34 ^{+0.10}	15.18 ^{+0.08}	15.15 ^{+0.08}	14.83 ^{+0.10}	14.75 ^{+0.13}	14.59 ^{+0.13}	14.64 ^{+0.16}
$N(\text{H}_2) J = 6$	14.28 ^{+0.10}	14.08 ^{+0.11}	13.98 ^{+0.11}	14.00 ^{+0.10}	...	13.84 ^{+?}	...	13.04 ^{+?}
$N(\text{H}_2) J = 7$	14.16 ^{+0.17}	14.08 ^{+0.37}	...	13.49 ^{+0.55}	...	13.59 ^{+0.31}	...	13.28 ^{+0.56}
$b(\text{H}_2) J = 2$	2.47 ^{+3.0}	3.8 ^{+1.3}	4.59 ^{+0.40}	3.8 ^{+0.9}	2.49 ^{+0.20}	3.3 ^{+2.3}	3.97 ^{+0.20}
$b(\text{H}_2) J = 3$	5.7 ^{+1.3}	4.39 ^{+0.4}	4.8 ^{+0.8}	5.14 ^{+0.20}	3.5 ^{+0.5}	3.10 ^{+0.30}	4.5 ^{+0.6}	4.41 ^{+0.20}
$b(\text{H}_2) J = 4$	7.7 ^{+0.7}	7.19 ^{+0.3}	5.6 ^{+0.6}	5.89 ^{+0.20}	4.7 ^{+0.5}	5.02 ^{+0.45}	4.8 ^{+0.5}	4.78 ^{+0.20}
$b(\text{H}_2) J = 5$	10.1 ^{+1.5}	11.09 ^{+1.0}	8.0 ^{+1.0}	8.34 ^{+0.40}	5.3 ^{+0.9}	6.50 ^{+0.60}	10.8 ^{+1.2}	7.22 ^{+0.40}

NOTES.— $J = 0$ and 1 column densities from Rachford et al. (2002). Errors are 2 σ .

components with different velocity dispersions. Because the relative strength differs from one rotational level to the other, each level corresponds to a COG with a different shape. As an example, we used the excitation diagram of target HD 193639 to fit two components that are associated with the $J = 2$ level for one and the $J = 5$ level for the other. We then fitted the EWs on the COGs of their corresponding excitation level. The fit explains why an effect due to the variation in the ratio between two components, one broad and the other narrower, can be seen as a variation in the broadening. We note, nevertheless, that this explanation is incompatible with component 1 observed with IMAPS toward ζ Ori A (Jenkins & Peimbert 1997). In this case, the third rotational level column density is so low that it cannot belong to a different component.

Finding an explanation for the presence of a broad component is another challenge. It may be the key behind the source of both the excitation of H₂ and the presence of large amounts of CH⁺. Specifically, the fast ion-molecule reaction, CH⁺ + H₂ → CH₂⁺ + H, in cold gas predicts CH⁺ column densities far below the observed levels (Watson 1974). This is also the case toward our sight lines [$N(\text{CH}^+) > 10^{13}$ cm⁻²]. The solution might be in warm interstellar gas ($T \geq 10^3$ K) in which the endothermic reaction C⁺ + H₂ → CH⁺ + H - 0.4 eV can provide an equilibrium density close to the observed levels. The presence of a warm component received strong support by the observation of a correlation between CH⁺ and the rotationally excited H₂ (Lambert & Danks 1986). However, since until now no direct observations of this warm component have been obtained, parameters such as its density and temperature are unknown. The increase of b with increasing J level seems to be direct evidence of a warm component. Several excitation mechanisms, discussed below, could be responsible for this effect.

4.1. UV Pumping

The rovibrational cascading releases its energy through infrared photons (Black & Dalgarno 1976). Like photoexcitation, such energy loss does not change the kinetic energy of the molecules; therefore, it does not affect the velocity dispersion. Heating of the gas can nevertheless occur, through photodissociation of H₂ and photoelectron emission from dust grains. However, such a process would require a high UV field (as the one toward the Pleiades cluster; e.g., White 1984) and is an unlikely explanation for a broadening of up to 10 km s⁻¹.

4.2. H₂ Formation Pumping

When molecules are created on the surface of grains, they carry away most of the initial energy (≈ 4.5 eV) that provides the kinetic, rotational, and vibrational excitation of H₂. Support for this mechanism was obtained by Wagenblast (1992), who calculated the column density ratio between the $J = 4$ and 7 levels in good agreement with observations. However, absolute column density calculations do not exist. To address this, we constructed a time-dependent model in which we followed the stochastic evolution of the molecules after their grain formation. Details of the model are given in the Appendix. According

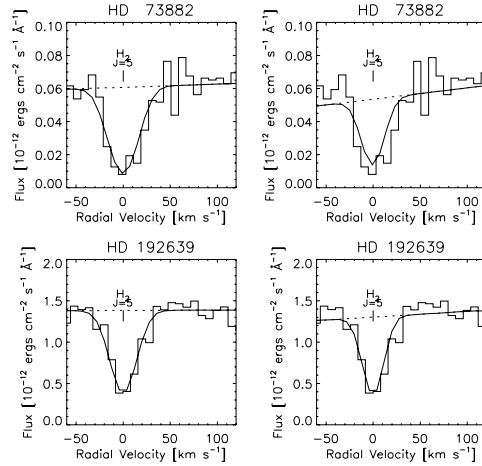


FIG. 4.—Best profile fits of the $J = 5$ 1017.8 line for HD 73882 (top) and HD 192639 (bottom) using a single b -value for all J levels (right) and allowing different b -values for each J level (left). The inadequacy of the single b -value fits for all J levels is apparent both from close inspection of the fits and from the reduced χ^2 values (see § 3.2).

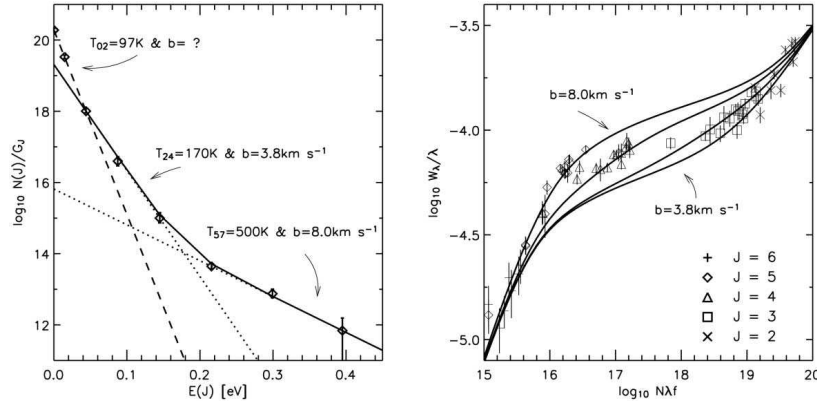


FIG. 5.—*Left*: Excitation diagram of the H₂ along the HD 192639 line of sight. We fitted the column densities with several components, with different excitation temperatures and velocity dispersions. The $T_{ex} = T_{J-2-4}$ component is supposed to have a broadening equal to the $J = 2$ species, and the $T_{ex} = T_{J-5-7}$ component a broadening equal to the $J = 5$ species. *Right*: Two-component COG for $J = 2-6$, with a relative strength in accordance with the two components fitted on the higher levels of the excitation plot. A variation of the b -values appears due to the presence of the two components.

to this model, dispersions appear as a natural consequence of the equilibrium among the various excitation and decay processes. Figure 6 shows the expected broadening, as a function of the density and the rotational level. Using the expected broadening in conjunction with equation (A3), we are able to calculate the densities and formation rates needed to explain both the velocity dispersions and the column densities of the broader rotational levels ($J \geq 4$). The densities are in agreement with previous analysis of the C 1 fine-structure excitation for HD 192639 and HD 206267, which led to estimated densities of 16 (Sonnentrucker et al. 2002) and 30 cm^{-3} (Jenkins & Tripp 2001), respectively. However, the formation rates implied by our models (R in Table 6) do not agree with previously calculated values ($R \approx 3 \times 10^{-17}\text{ cm}^3\text{ s}^{-1}$ in Jura 1975; Gry et al. 2002). There is a factor of approximately 10 between the rate needed to explain the column densities and the rates mentioned above.

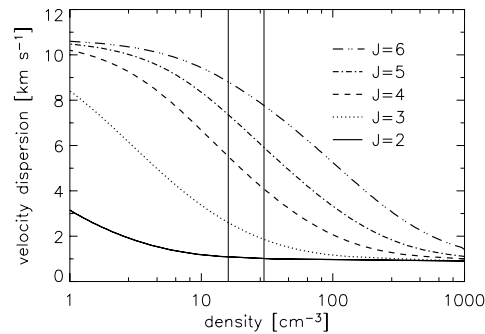


FIG. 6.—Line broadening (b) derived from the mean kinetic energy of each level following formation on a grain. Since the value of the kinetic energy is dominated by collisional cooling, the broadening is a strong function of the density (n). The thin vertical lines show the density toward HD 192639 (Sonnentrucker et al. 2002) and HD 206267 (Jenkins & Tripp 2001).

A second argument against H₂ formation pumping as responsible for the broadening of the excited states comes from the difficulty to account for the CH⁺ column density. We report in the top right panel of Figure 7 the threshold energy for the C⁺ + H₂ reaction and found that the time during which the molecule is kinetically warm is $t_{\text{warm}} = 4 \times 10^9/n\text{ s}$ (the cooling time is roughly inversely proportional to the density n , in cm^{-3}). Assuming that the density is spatially uniform along the sight line, we can obtain the column density of warm H₂ as a function of the atomic hydrogen and the formation rate: $N(\text{H}_2)_{\text{warm}} = N(\text{H})nRt_{\text{warm}}$. Considering the formation rates from Table 6, we obtain a ratio $N(\text{H}_2)_{\text{warm}}/N(\text{H}) \approx 1.2 \times 10^{-7}$, a value several orders of magnitude below what is needed to explain the column density of CH⁺ [$N(\text{H}_2)_{\text{warm}}/N(\text{H}_2)_{\text{cool}} \approx 10^{-3}$ in Lambert & Danks 1986].

4.3. Collisional Excitation in a Warm Environment

Warm low-density interstellar gas surely is present along the lines of sight. Field et al. (1969) were the first to show that warm gas could be thermally stable at low densities. Such gas ($n_{\text{H}} \approx 0.1\text{ cm}^{-3}$; $T \approx 7000\text{ K}$) appears to be the major constituent, in mass, of the local interstellar cloud (Frisch & York 1983; Linsky 1996; Lallement 1998), but a recent survey of the local interstellar medium, performed by Lehner et al. (2003), showed that in this medium the H₂ molecular fraction is low, close to 10^{-5} . The problem appears to be that at such densities and temperatures, H₂ formation on grains becomes negligible. Other routes exist, such as formation through hydrogen ions (Black et al. 1981), but the rates for the process are low, as is the observed amount of such ions (Andre et al. 2002). The same arguments can be used against the presence of H₂ in the warm postshock gas of dissociative shocks. However, Jenkins & Peimbert (1997) concluded anyway that in the line of sight toward ζ Ori A the dispersion of the $J = 5$ line could be the trace of an ongoing J-type shock after which the gas recombines and cools. It is true that this theory was corroborated by a shift of the line centers, the higher J levels being shifted toward lower velocities, which is difficult to explain otherwise.

TABLE 6
GAS DENSITIES AND H₂ FORMATION RATES—*b* DUE TO H₂ FORMATION PUMPING

Lines of Sight	n (cm ⁻³)	nR (s ⁻¹)	R (cm ³ s ⁻¹)
HD 73882	5^{+3}_{-2}	$9^{+8}_{-4} \times 10^{-15}$	$1.8^{+7}_{-2} \times 10^{-15}$
HD 192639	13^{+5}_{-6}	$4^{+5}_{-3} \times 10^{-15}$	$3.1^{+4}_{-2.5} \times 10^{-16}$
HD 206267	25^{+11}_{-6}	$6^{+4}_{-3} \times 10^{-15}$	$2.4^{+2.9}_{-1.1} \times 10^{-16}$
HD 207538	13^{+20}_{-7}	$3^{+2}_{-2} \times 10^{-15}$	$2.3^{+1}_{-1.9} \times 10^{-16}$

NOTE.—Densities and formation rates come from our measurements reported in Table 5 and model results plotted in Fig. 7.

However, shifts could also be the trace of slower shocks, C-type shocks. Even though the conditions in the postshock gas are not favorable in terms of H₂ formation, the fact that it is non-dissociative makes it possible to contain a large amount of heated H₂. Hence, Elitzur & Watson (1978) showed that such shocks could heat a large portion of the cloud with temperatures of several thousand kelvin. This mechanism would generate both the broadening and the CH⁺ column densities. However, there are several arguments against the presence of a single important shock front: predictions of $N(\text{OH})$ produced via an endothermic reaction would be significantly higher than what is observed, and significant velocity shifts required for this type of shock are usually undetected. We can however derive the environment parameters in the hypothesis of a thermal broadening of the postshock gas. We listed in Table 7 the kinetic temperature (under the assumption that the line widths are mostly due to thermal broadening) and the excitation temperature (derived from the $J = 5$ and 7 levels) for the four lines of sight. The difference between the two temperatures constrains the ratio between collisional excitation and radiative de-excitation rates. Hence, we used the rates from Le Boulrot et al. (1999) and Wolniewicz et al. (1998) to infer the densities and therefore the pressure $\log(P/k) = \log(nT)$. We note that we are not able to derive lower limits of the $J = 7$ rotational column density. However, we used the best-fitting values to infer the pressure of the neutral gas and obtained values significantly higher than those derived from the C I fine structure: $\log(P/k) \approx 3.1$ for HD 192639 (Sonnentrucker et al. 2002) and 3.5 for HD 206267 (Jenkins & Tripp 2001).

From the pressure calculations, we argue that we are more likely in the presence of material cooler than what can be derived from a thermal velocity dispersion. The molecule must still be hot enough to explain the excitation temperature (~ 1000 K), but not up to the temperature required for a thermal broadening (T^k in Table 7). Hence, the only remaining explanation of the velocity dispersion is that we are looking at a warm *and* turbulent layer, most probably intimately associated with the cold medium. To explain the presence of such a layer, some invoke suprathermal velocities of ions relative to the neutrals driven by multiple magnetohydrodynamic (MHD) crisscrossing shocks (Gredel et al. 2002). Others invoke the intermittency of turbulence and the existence of localized tiny warm regions, transiently heated by bursts of ion-neutral friction and viscous dissipation in coherent and intense small vortices (Joulain et al. 1998). The main physical difference between each phenomenon is the thickness and the crossing time. While a warm MHD postshock layer can have a thickness of ≈ 0.1 pc, coherent vortices threaded by magnetic fields may have radii as small as ≈ 20 AU. Both would achieve peak temperatures around 1000 K, but with differential velocities around 10 km s^{-1} for the MHD shocks and around 4 km s^{-1} in a coherent vortex.

Toward our targets, the situation would be perfectly described by both explanations. The many small-scale shocks or vortices would create the observed velocity dispersion, while embedded magnetic fields would generate differential velocities between ion and neutral species, reacting into CH⁺ through the $\text{C}^+ + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H}$ endothermic reaction. It would also give an answer to multiple quests for a warm layer (e.g., CO, HCO⁺, H₂O in Pety & Falgarone 2000; Liszt & Lucas 2000; Neufeld et al. 2002). However, other heating processes may be possible and are difficult to rule out due to our low spectral resolution. The probability distribution functions of these high rotational levels, in either FUV or IR (Verstraete et al. 1999; Falgarone et al. 2005), would eventually help us to distinguish between one process and the other.

5. SUMMARY

We observed four highly reddened ($E_{(B-V)} \approx 0.6$) lines of sight in which the saturation of the higher rotational levels of H₂ allows us to infer their velocity dispersion. We measured broadenings up to 10 km s^{-1} , increasing with the energy of the rotational level. Considering the fact that it was already observed toward several other sight lines (Spitzer & Cochran 1973; Spitzer et al. 1974; Jenkins & Peimbert 1996), we suggest that this phenomenon is a fairly common one. As a first result, we suggest caution in investigating saturated H₂ lines since assuming an identical line width for all of the rotational levels could lead to significant systematic errors on the column densities.

We looked at the possible sources of rotational excitation to see which could induce such broadening of the absorption lines. We ruled out UV pumping, which cannot create a velocity dispersion by itself. We constructed a time-dependent model of the state of the molecule following formation on the grain. From it, we deduced that such a mechanism may be responsible for the broadening but would, however, need a formation rate 10 times the one derived from previous studies (Jura 1975). We also note that the amount of warm H₂ created would not be enough to account for the observed column densities of CH⁺.

We conclude that the more likely explanation is the presence of a turbulent, warm layer in the molecular cloud. The temperature would need to be over 500 K to account for the rotationally excited H₂ and the velocity dispersion of the gas patches around 8 km s^{-1} . Small crisscrossing shocks or vortices could be the phenomenon behind this turbulent layer. MHD waves created inside them would convert the kinetic energy to create the observed amount of CH⁺ through its endothermic reaction with H₂.

The authors thank N. Balakrishnan for his work on the modeling of the cooling of hot H₂. The authors also thank Ed Jenkins for invaluable discussions, thorough comments on an early draft, and analysis of C I λ lines that do not figure in this paper. Further thanks go to E. Falgarone, B. Racheford, P. Sonnentrucker, and N. Lehner for helpful comments and discussions. S. L. would also like to personally thank the entire JHU *FUSE* Team for their hospitality, their knowledge, and their kindness in sharing it. Part of this work has been done using the profile fitting procedure *Owens.f* developed by M. Lemoine. French participants are supported by CNES. This work is based on data obtained for the Guaranteed Time Team by the NASA-CNES-CSA *FUSE* mission operated by Johns Hopkins University.

TABLE 7
TEMPERATURES AND DENSITIES— b DUE TO THERMAL SCATTERING

Lines of Sight	T^k (K)	$T_{J=5-7}^{cs}$ (K)	n (cm^{-3})	$\log_{10}(P/k)$ [$\log(\text{K cm}^{-3})$]
HD 73882	9500^{+600}_{-600}	670^{+180}_{-100}	31^{+30}_{-14}	$4.3^{+0.4}_{-0.3}$
HD 192639	8200^{+600}_{-300}	500^{+120}_{-20}	13^{+17}_{-7}	$3.8^{+0.3}_{-0.2}$
HD 206267	7000^{+600}_{-700}	680^{+220}_{-20}	49^{+54}_{-24}	$4.5^{+0.4}_{-0.4}$
HD 207538	8500^{+800}_{-1700}	610^{+400}_{-20}	27^{+75}_{-2}	$4.2^{+0.8}_{-0.2}$

NOTES.— T^k is the temperature obtained from the formula $b = (2kT/m)^{1/2}$. $T_{J=5-7}^{cs}$ is the excitation temperature from the rotational levels 5 and 7.

APPENDIX

MODELING H₂ FORMATION

A1. DESCRIPTION

In this section we describe our numerical model of H₂ excitation and de-excitation following H₂ formation on grains. We use it to show the existence of a possible correlation between the excitation level of the molecule and the line broadening associated with that level. We also use it to calculate the amount of excited H₂ obtained from H₂ formation pumping. Note that throughout most of this section we are dealing only with the gas that is excited by formation pumping. The effects described here are not affected by the presence of another gas component (at the same level) excited by a different mechanism.

The formation of H₂ on grains has been discussed at length in the literature (e.g., Gould & Salpeter 1963; Knaap et al. 1966; Augason 1970; Hollenbach & Salpeter 1971; Lee 1972). Our model is based on the fact that when H₂ molecules are formed, they will leave the surface of the grain carrying with them excess energy, which will be distributed as surface, kinetic, rotational, and vibrational energy. If we can determine the cross sections for the various processes by which the molecules either lose or convert energy from one form into another, we can then estimate the average kinetic energy over the lifetimes of each species. Adding in the formation rates, we are able to predict the column density and velocity dispersion of each level.

A1.1. Initial Distribution

Recent simulations of H₂ formation have been performed for graphite surfaces (Parneix & Brechignac 1998; Meijer et al. 2001) and icy interstellar dust (Takahashi et al. 1999). In all cases, the molecules leave the grain with an initial energy of 4.48 eV, but the distributions among binding, kinetic, and rotational energy differ considerably. We based our model on the quasi-classical computer simulation of Parneix & Brechignac (1998), due to their choice of computational method and physical model, which includes an entrance channel barrier on the potential energy surface of the grain. The initial distribution over the vibrational levels corresponds to Figure 11 of their paper and averages around 1.1 eV, with a peak at $v = 0$. The distribution of rotational energy, with a mean value of 0.7 eV, corresponds to Figure 9 from the same paper and is the same for each vibrational level. A total of 1.7 eV is carried as kinetic energy, and the remainder is used to desorb the molecule from the grain. The implications of these choices are discussed in § A2. The ortho/para repartition (OPR) is an important factor in the column density calculations, but fortunately it does not affect the results concerning the velocity dispersions. In view of the results of Persson & Jackson (1995), we decided not to include the statistical weight factor of $\frac{1}{3}$.

A1.2. Kinetic Cooling

Starting with an initial kinetic energy, the H₂ molecule will cool down, while interacting with its environment. Because the formation rate is proportional to the density of atomic hydrogen, most of the formation of molecular hydrogen takes place in the photodissociation region, where hydrogen is mostly atomic. Moreover, simulations (Le Petit et al. 2002) show a sharp decrease of the molecular fraction as we go deeper in the cloud, implying a formation rate only marginal inside the cloud. It led us to approximate the formation environment as being purely atomic. Under this assumption, we needed just three parameters to compute the kinetic cooling: the H-H₂ cross section (σ), the mean energy loss per collision (γ), and the density (n). While n is just a property of the medium, the two other parameters depend on the energy of the molecule. To obtain σ , we extrapolated to higher energies the values in Figure 2 of Clark & McCourt (1995). The results are plotted in the top left panel of Figure 7. Parameter γ was generated using equations (12) and (25) in Kharchenko et al. (1998), while n is left as a free parameter, varying from 0.1 to 1000 cm^{-3} . The top right panel of Figure 7 displays the estimated kinetic energy as a function of time for a medium with density $n = 10 \text{ cm}^{-3}$. One can see that the translational energy is lost fairly slowly, allowing time for the molecule to undergo endothermic reactions. For example, if we consider the threshold energy for the $\text{C}^+ + \text{H}_2 \rightarrow \text{CH}^+ + \text{H} - 0.4 \text{ eV}$ reaction (*dashed line*), the molecule would have such or more energy during $t_{\text{warm}} = 4 \times 10^8 \text{ s}$ ($\approx 10 \text{ yr}$).

A1.3. Radiative Cooling

From the initial distributions, we generated a table of 20 rows (corresponding to the 20 first rotational levels) and seven columns (corresponding to the first seven vibrational levels). In steps of 10^5 s and using the radiative decay table from Wolniewicz et al. (1998), we computed the density of each excitation level from its formation until $3.5 \times 10^{11} \text{ s}$. The middle panel of Figure 7 shows the densities (normalized to 1) of each vibrational level (independent of the rotational level). After a fairly short time ($\approx 10^7 \text{ s}$), all of the molecular hydrogen is in the ground vibrational state. Then, the model clearly shows the progression toward lower J levels as time increases (Fig. 7,

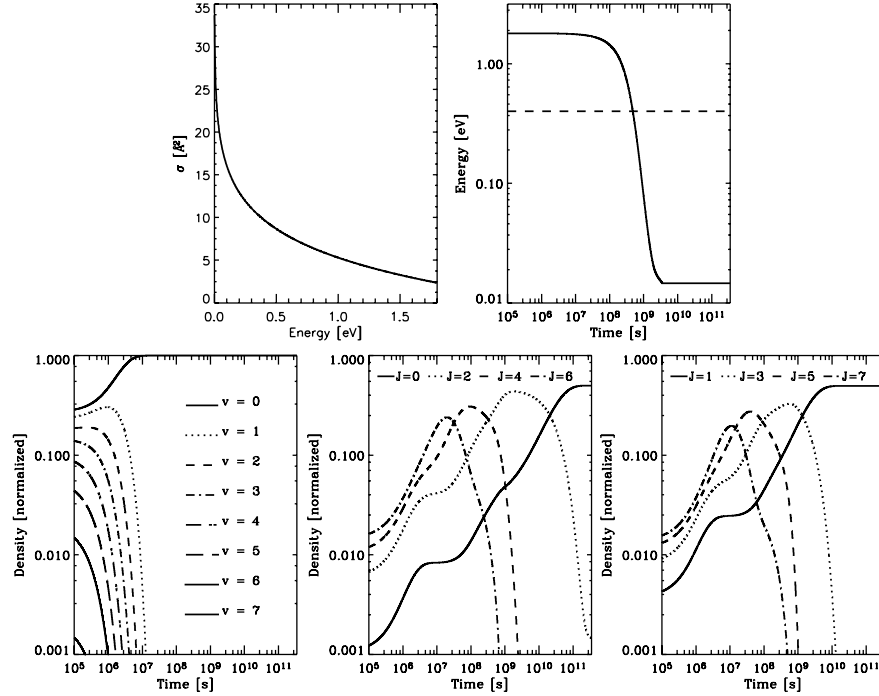


FIG. 7.—Time-dependent model of molecular hydrogen following formation on grains (see the Appendix). *Top left:* Effective H-H₂ cross section as a function of the kinetic energy. *Top right:* Kinetic energy of the H₂ molecule as a function of time. The dashed line corresponds to the energy threshold from which C⁺ can react with H₂ to form CH⁺. *Three lower panels:* Distribution of H₂ molecules over the vibrational and the ortho and para rotational states, as a function of the molecule's lifetime. Note that radiative vibrational transitions ensure decay toward the vibrational ground state on short timescales. The initial rise of the rotational density curves is due to the cascading of molecules down from the higher J and V levels, whereas the steep drops occur at the radiative lifetime of the level. Because collisional excitation and de-excitation are part of our simulation, all of these plots depend on the density, here equal to 10 cm⁻³.

bottom panels). The rising parts of the density curves are caused by the cascading down from higher J or v levels, while the steep drops occur at the radiative lifetime. Interestingly, these lifetimes (e.g., $A_{42}^{-1} \approx 10^9$ s) are of the order of the kinetic cooling time (see previous paragraph). It follows that, depending on the density of the cloud, some rotational levels will be kinetically hot, while lower levels will not.

A1.4. Inelastic Collisional Cooling and Excitation

In addition to the decay rates, collisional excitation and de-excitation may have an important effect, especially while the molecule is still highly energetic, or when the density is high. We used the rates available online⁸ (Forrey et al. 1997; Le Bourlot et al. 1999), in addition to the decay rates of the above section, to model the time-dependent density distribution. The bottom panels of Figure 7 show the resulting densities (normalized to 1) of the pure rotational levels. The specific conditions for this plot are a density of 10 particles cm⁻³ and an ambient temperature of 100 K. As discussed in the previous paragraph, it is apparent that the fraction of each excited state falls off rapidly at a time corresponding to the decay rate and that inelastic collisions are not an important de-excitation mechanism. Numerical tests show that for densities below several hundred per cubic centimeter, inelastic collisions are negligible compared to radiative decay.

A2. MODEL RESULTS AND CONSIDERATIONS

Integrating the normalized column densities over time allows us to extract two pieces of information:

1. The mean kinetic energy of each rotational level, which can be directly linked to the velocity dispersion as long as we assume that the excitation is mainly due to its formation on the grain. The mean energy is obtained by

$$E_k(J, n) = \frac{\int_0^{+\infty} \text{density}(J, n, t) E(t) dt}{\int_0^{+\infty} \text{density}(J, n, t) dt}. \quad (\text{A1})$$

⁸ See http://ccp7.dur.ac.uk/cooling_by_h2/index.html.

In practice, the upper limit of the integration was set to 3.5×10^{11} s, by which time the excited species have largely decayed. The velocity dispersion, i.e., the broadening, is therefore

$$b = \sqrt{(4/3)E_k/(2m_H)}. \quad (\text{A2})$$

We plotted in Figure 6 the broadening of each rotational level between 2 and 6, clearly showing that it is increasing with the rotational level. Again, this is only the case when the species are populated by H₂ formation pumping. The broadenings of higher rotational levels ($J = 4$ and 5) were fitted on the curves, and estimated densities are reported for our four targets in Table 6.

2. Still assuming no other source of excited H₂, we are also able to calculate the molecular hydrogen column densities of the excited levels. The densities depend on the formation rate (nR) and the atomic hydrogen density. Assuming that the density is spatially uniform along the line of sight, we can use the column density of atomic hydrogen $N(\text{H})$ and, therefore, have the following equation:

$$N(\text{H}_2)(J, n) = N(\text{H})nR \int_0^{+\infty} \text{density}(J, n, t) dt. \quad (\text{A3})$$

To remove the effect of the formation OPR on the column density, we considered the sum of the column densities of the $J = 4$ and 5 levels. The formation rates needed to create such column densities are reported in Table 6.

The distribution of the formation energy of H₂ has been calculated through many other theoretical models, yielding quite different results in all of the different parameters. Two parameters have a large influence on our results: the initial kinetic and rotational energies. On one hand, the kinetic energy will decide the amplitude of the velocity dispersion. For instance, whereas our model starts with a kinetic energy of 1.7 eV, Meijer et al. (2001) find an initial energy of 1.18 eV, which would scale down all of our broadening calculations by a factor of 1.2. More specifically, from equation (A2), a broadening of 8 km s⁻¹ can be explained if the kinetic initial energy is equal to or above 0.95 eV. This is compatible with most but a few of the theoretical formation models. On the other hand, the initial rotational energy does constrain the calculated column density of the rotational levels. Because the radiative lifetimes of the higher levels are significantly smaller than those of the lower rotational levels, a first approximation can be that each level is populated by its initial population plus the initial population of the higher level. Therefore, any model yielding an average initial rotational energy above 0.4 eV would give similar column density results for $J \leq 7$. Except for Duley & Williams (1986), most of the theoretical models agree with a rotationally hot initial distribution, hence in accordance with our chosen model.

REFERENCES

- Andre, M. K., et al. 2002, BAAS, 34, 1179
 Augason, G. C. 1970, ApJ, 162, 463
 Black, J. H., & Dalgarno, A. 1976, ApJ, 203, 132
 ———, 1977, ApJS, 34, 405
 Black, J. H., Porter, A., & Dalgarno, A. 1981, ApJ, 249, 138
 Clark, G. B., & McCourt, F. R. W. 1995, Chem. Phys. Lett., 236, 229
 Duley, W. W., & Williams, D. A. 1986, MNRAS, 223, 177
 Elitzur, M., & Watson, W. D. 1978, ApJ, 222, L141
 Falgarone, E., Verstraete, L., Pineau Des Forêts, G., & Hily-Blant, P. 2005, A&A, 433, 997
 Field, G. B., Goldsmith, D. W., & Habing, H. J. 1969, ApJ, 155, L149
 Forrey, R. C., Balakrishnan, N., Dalgarno, A., & Lepp, S. 1997, ApJ, 489, 1000
 Frisch, P. C., & York, D. G. 1983, ApJ, 271, L59
 Gould, R. J., & Salpeter, E. E. 1963, ApJ, 138, 393
 Gredel, R., Pineau des Forêts, G., & Federman, S. R. 2002, A&A, 389, 993
 Gry, C., Boulanger, F., Nehmé, C., Pineau des Forêts, G., Habart, E., & Falgarone, E. 2002, A&A, 391, 675
 Hébrard, G., et al. 2002, ApJS, 140, 103
 Hollenbach, D., & Salpeter, E. E. 1971, ApJ, 163, 155
 Horne, K. 1986, PASP, 98, 609
 Jenkins, E. B., & Peimbert, A. 1996, BAAS, 28, 833
 ———, 1997, ApJ, 477, 265
 Jenkins, E. B., & Tripp, T. M. 2001, ApJS, 137, 297
 Joulain, K., Falgarone, E., Des Forets, G. P., & Flower, D. 1998, A&A, 340, 241
 Jura, M. 1975, ApJ, 197, 575
 Kharchenko, V., Balakrishnan, N., & Dalgarno, A. 1998, J. Atmos. Sol.-Terr. Phys., 60, 95
 Knaap, H. F. P., van den Meijdenberg, C. J. N., Beenakker, J. J. M., & van de Hulst, H. C. 1966, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 18, 256
 Lallement, R. 1998, in IAU Colloq. 166, The Local Bubble and Beyond, ed. D. Breitschwerdt, M. J. Freyberg, & J. Truemper (New York: Springer), 19
 Lambert, D. L., & Danks, A. C. 1986, ApJ, 303, 401
 Le Bourlot, J., Pineau des Forêts, G., & Flower, D. R. 1999, MNRAS, 305, 802
 Lee, T. J. 1972, Nature, 237, 99
 Lehner, N., Jenkins, E. B., Gry, C., Moos, H. W., Chayer, P., & Lacour, S. 2003, ApJ, 595, 858
 Lemoine, M., et al. 2002, ApJS, 140, 67
 Le Petit, F., Roueff, E., & Le Bourlot, J. 2002, A&A, 390, 369
 Linsky, J. L. 1996, Space Sci. Rev., 78, 157
 Liszt, H., & Lucas, R. 2000, A&A, 355, 333
 Meijer, A. J. H. M., Farebrother, A. J., Clary, D. C., & Fisher, A. J. 2001, J. Chem. Phys., 105, 3359
 Moos, H. W., et al. 2000, ApJ, 538, L1
 Neufeld, D. A., Kaufman, M. J., Goldsmith, P. F., Hollenbach, D. J., & Plume, R. 2002, ApJ, 580, 278
 Pameix, P., & Brechignac, P. 1998, A&A, 334, 363
 Persson, M., & Jackson, B. 1995, J. Chem. Phys., 102, 1078
 Pety, J., & Falgarone, E. 2000, A&A, 356, 279
 Rachford, B. L., et al. 2002, ApJ, 577, 221
 Robertson, J. G. 1986, PASP, 98, 1220
 Sahnou, D. J., et al. 2000, ApJ, 538, L7
 Sembach, K. R., & Savage, B. D. 1992, ApJS, 83, 147
 Snow, T. P., et al. 2000, ApJ, 538, L65
 Sonnentrucker, P., Friedman, S. D., Welty, D. E., York, D. G., & Snow, T. P. 2002, ApJ, 576, 241
 Spitzer, L., & Cochran, W. D. 1973, ApJ, 186, L23
 Spitzer, L., Cochran, W. D., & Hirshfeld, A. 1974, ApJS, 28, 373
 Takahashi, J., Masuda, K., & Nagaoka, M. 1999, ApJ, 520, 724
 Verstraete, L., Falgarone, E., Pineau des Forets, G., Flower, D., & Puget, J. L. 1999, in The Universe as Seen by ISO, ed. P. Cox & M. F. Kessler (ESA SP-427; Noordwijk: ESA), 779
 Wagenblast, R. 1992, MNRAS, 259, 155
 Watson, W. D. 1974, ApJ, 189, 221
 White, R. E. 1984, ApJ, 284, 695
 Wolniewicz, L., Simbotin, I., & Dalgarno, A. 1998, ApJS, 115, 293

Deuterated molecular hydrogen in the Galactic ISM

New observations along seven translucent sightlines

S. Lacour^{1,2,3}, M. K. André¹, P. Sonnentrucker², F. Le Petit^{4,5}, D. E. Welty⁶,
 J.-M. Desert¹, R. Ferlet¹, E. Roueff⁵, and D. G. York⁶

¹ Institut d’Astrophysique de Paris, CNRS/UPMC, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France
 e-mail: sylvestre.lacour@obspm.fr

² Department of Physics and Astronomy, Johns Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore, MD 21218, USA

³ Observatoire de Paris-Meudon, LESIA, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

⁴ Onsala Space Observatory, 43992 Onsala, Sweden

⁵ Observatoire de Paris-Meudon, LUTH, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

⁶ Department of Astronomy and Astrophysics, University of Chicago, 5640 South Ellis Avenue, Chicago, IL 60637, USA

Received 2 July 2004 / Accepted 4 October 2004

Abstract. We present column density measurements of the HD molecule in the interstellar gas toward 17 Galactic stars. The values for the seven most heavily reddened sightlines, with $E(B - V) = 0.38$ – 0.72 , are derived from observations with the *Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer (FUSE)*. The other ten values are from a reanalysis of spectra obtained with *Copernicus*. In all cases, high-resolution ground-based observations of K I and/or the CH molecule were used to constrain the gas velocity structure and to correct for saturation effects. Comparisons of the column densities HD, CH, CN, and K I in these 17 sightlines indicate that HD is most tightly correlated with CH. Stringent lower limits to the interstellar D/H ratio, derived from the HD/2H₂ ratio, range from 3.7×10^{-7} to 4.3×10^{-6} . Our results also suggest that the HD/H₂ ratio increases with the molecular fraction $f(\text{H}_2)$ and that the interstellar D/H ratio might be obtained from HD by probing clouds with $f(\text{H}_2) \sim 1$. Finally, we note an apparent relationship between the molecular fractions of hydrogen and deuterium.

Key words. ISM: abundances – ISM: clouds – ISM: lines and bands – ISM: molecules – ultraviolet: ISM

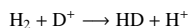
1. Introduction

It is believed that deuterium was produced in significant amounts only during the primordial Big Bang Nucleosynthesis. Since then, deuterium has been steadily destroyed in stellar interiors. Thus, its abundance relative to H, noted D/H, is a key measurement for studies of both cosmology and Galactic chemical evolution (Vangioni-Flam et al. 2000; Coc et al. 2004). D/H in the Interstellar Medium (ISM) is characteristic of the present-day Galactic deuterium abundance. Prior to the *FUSE* mission, (D/H)_{ISM} showed some dispersion (e.g. Lemoine et al. 1999, for a review), likely resulting from poorly understood physical processes like astration, inefficient mixing, depletion onto grains, and perhaps some unidentified systematic errors. The final resolution of these issues will have strong implications for our understanding of the physics of the ISM, the chemical evolution of the Galaxy, and the baryonic density of the Universe inferred from primordial D/H.

An accurate determination of (D/H)_{ISM} is one of the main goals of the *FUSE* mission. So far, most of these measurements have been performed within the Local Interstellar Medium

(LISM). Moos et al. (2002) reviewed those and reported $(\text{D}/\text{H})_{\text{LB}} = (1.52 \pm 0.08) \times 10^{-5}$ within the Local Bubble (LB). However, this value may not be representative of the true Galactic $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$. Hébrard & Moos (2003) used a D/O survey to constrain the D/H variations and, assuming a constant O/H ratio, obtained a D/H ratio below 1.0×10^{-5} outside the LB. Indeed, recent measurements suggest a “canonical” $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$, if it exists, likely 2 to 3 times lower (Jenkins et al. 1999; Sonneborn et al. 2000; Hoopes et al. 2003). Unfortunately, extended direct investigations over long Galactic disk sight lines are difficult, due to saturation and blends with neighboring H I Lyman lines.

The HD/H₂ ratio is an interesting alternative for D/H investigations along long sightlines. In the diffuse ISM, the formation of HD occurs via the ion-neutral reaction:



while its destruction is due to photodissociation. Because of the lower abundance of deuterium compared to hydrogen, self-shielding of HD becomes significant only at higher extinction

Table 1. Target list.

Star	α (J 2000)	δ (J 2000)	V (mag)	$E_{(B-V)}^a$	Distance (pc)	Ref.	A_V (mag) ^a	Type
HD 27778	04 23 59.79	+24 18 03.6	6.33	0.38	220	1	1.01	B3V
HD 73882	08 39 09.53	-40 25 09.3	7.27	0.72	925	2	2.28	O9III
HD 110432	12 42 50.27	-63 03 31.0	5.32	0.40	430	3	1.32	B2IVpe
HD 185418	19 38 27.48	+17 15 26.1	7.52	0.51	790	4	2.03	B0.5V
HD 192639	20 14 30.43	+37 21 13.8	7.11	0.66	1800	5	1.87	O8e
HD 206267	21 38 57.62	+57 29 20.5	5.62	0.52	615	6	1.37	O6e
HD 207538	21 47 39.79	+59 42 01.3	7.30	0.64	615	6	1.43	B0V

References. – 1 = Simbad; 2 = Ferlet et al. (2000); 3 = van Dishoeck & Black (1989); 4 = Sonnentrucker et al. (2003); 5 = St.-Louis & Smith (1991); 6 = de Zeeuw et al. (1999).

^a Reddening and visible extinction parameters from Rachford et al. (2002).

than for H_2 . Therefore, the transition between atomic deuterium and HD takes place deeper in a cloud than the transition between atomic and molecular hydrogen. Whenever all the deuterium is in molecular form, the ratio $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ should be equal to the elemental abundance ratio D/H (see also Watson 1973). Less than a dozen observations of deuterated molecular hydrogen have been carried out to date, from the first FUV detections with *Copernicus* thirty years ago (Spitzer et al. 1973; Black & Dalgarno 1973; Watson 1973) to infrared observations with *ISO* (Wright et al. 1999; Bertoldi et al. 1999). Recently, the higher sensitivity of the *FUSE* satellite has allowed detection of HD in extra-galactic sources (Bluhm & de Boer 2001; André et al. 2004). In addition, more heavily reddened clouds which previously could not be investigated in the FUV are now within reach, as shown by Ferlet et al. (2000) toward HD 73882 ($A_V \approx 2.3$ mag).

In this work, we make use of FUV data obtained with *FUSE* towards seven early-type Galactic stars (see Table 1). Each sightline is “translucent”, i.e., showing significant extinction ($1 \text{ mag} < A_V < 5 \text{ mag}$; see Rachford et al. 2002). Because of the high sensitivity of *FUSE* (10 000 times more sensitive than *Copernicus*; Moos et al. 2000), the data have good S/N ratios, which allow accurate measurements of equivalent widths. However, at the large column densities needed to have most of the deuterium in molecular form, most of the HD lines available will be strongly saturated. Prior knowledge of the sightline velocity structure is therefore crucial for the analysis. We made use of available very high resolution optical data for CH – known to be a good tracer of H_2 (Danks et al. 1984; Magnani et al. 1998) – in order to constrain the gas velocity structure toward our target stars.

In the next section we describe the criteria used to select the targets and note some interesting aspects of each of the seven lines of sight. In Sects. 3 and 4, we present the FUV observational data and our methods of reduction and analysis. In Sect. 5, we discuss the inferred deuterium abundances.

2. The sample

The target selection was based on three criteria: a significant extinction ($A_V > 1$ mag), the availability of high resolution data for the CH molecule, and a good S/N ratio (≥ 10 per pixel)

in the *FUSE* data. The targets of the *FUSE* P116 program (“Survey of H_2 in Translucent Clouds”; Snow et al.) fulfilled the first two criteria. We retained for this survey the seven sightlines with the best S/N (listed in Table 1).

HD 27778 is located behind the outer portion of L1506 (Lynds 1962). The chemistry of this region was investigated by Federman et al. (1994). Their model suggests a low UV flux (which is likely a consequence of the filamentary structure of the ISM in Taurus region), as well as an average density inside the cloud of nearly 900 cm^{-3} .

HD 73882 is very interesting for translucent cloud studies since it is a very bright early type star that allows us to probe dense material with high S/N . It is believed that this sightline is dominated by one or more dense clouds consistent with translucent cloud models (Snow et al. 2000).

HD 110432 lies beyond the Coalsack dark nebula. Its average reddening ($A_V = 1.32$ mag, see Rachford et al. 2001) makes it intermediate between diffuse and translucent lines of sight.

HD 185418 is a B0.5V star at 790 pc from the Sun (Fitzpatrick & Massa 1988, 1990). While its high reddening suggested the potential existence of translucent clouds along the sightline, a recent detailed study of the gas physical conditions showed that the sightline is instead comprised of multiple diffuse components (Sonnentrucker et al. 2003).

HD 192639 is a member of the Cyg OB1 association. As for HD 185418, the study of the physical conditions along the sightline has revealed it to be dominated by an ensemble of diffuse clouds (Sonnentrucker et al. 2002).

HD 206267 is a quadruple system within the Cepheus OB association cluster Trumpler 37. Both the cluster and the associated H II region IC1396 have been well studied (Morbideilli et al. 1997). It is believed that most of the intervening material is foreground, with a small contribution from IC1396. Spectra of three of the stars in the system (Pan et al. 2001) reveal substantial variations for CN on sub-parsec scales, but smaller variations for CH (less than 20%).

HD 207538 also is in the Cepheus OB2 association (Humphreys 1978). Polarization data show that this line of sight has a small R_V , but otherwise very little is known about its ISM content (Catanzaro et al. 2003).

Table 2. Log of *FUSE* observations.

Star	<i>FUSE</i> ID ^a	Start Date	Number of exposures	Exposure time (ks)	<i>S/N</i> ^b (λ 1070 Å)
HD 27778	P1160301	2000.10.27	4	9.7	10.8
HD 73882	P1161301	2000.01.24	6	11.9	5.1
...	P1161302	2000.03.19	8	13.6	4.6
HD 110432	P1161401	2000.04.04	5	3.6	28.5
HD 185418	P1162301	2000.08.10	3	4.4	14.9
HD 192639	P1162401	2000.06.12	2	4.8	8.1
HD 206267	P1162701	2000.07.21	3	4.9	10.2
HD 207538	P1162902	1999.12.08	4	7.7	6.2
...	P1162903	2000.07.21	10	11.2	7.1

^a Archival root name of targets from *FUSE* PI team observations.

^b Average per-pixel *S/N* for a 1 Å region of the LIF 1A spectrum near λ 1070 Å.

3. Observations and data analysis

3.1. *FUSE* data

The *FUSE* mission, its planning, and its on-orbit performance are discussed by Moos et al. (2000) and Sahnou et al. (2000).

The list of the 7 targets studied in this work and the observation information are given in Tables 1 and 2, respectively. All data were obtained with the source centered in the $30'' \times 30''$ (LWRS) aperture, with total exposure times ranging from 3.6 ks (HD 110432) to 25.5 ks (HD 73882). All our datasets have a *S/N* ratio per pixel between 10 and 30. All the data were processed with version 2.0.4 of the CalFUSE pipeline¹. Correction for detector background, Doppler shift, geometrical distortion, astigmatism, dead pixels, and walk were applied. No correction was made for the fixed-pattern noise. The 1D spectra were extracted from the 2D spectra using optimal extraction (Horne 1986; Robertson 1986). The 1D spectra from individual exposures were cross-correlated and co-added for each detector segment. Equivalent width measurements were performed independently for the spectra from each segment. Since the nominal spectral resolution is $\approx 20 \text{ km s}^{-1}$ (*FWHM*), we binned the data by 4 pixels ($\approx 7 \text{ km s}^{-1}$) to increase the *S/N* ratio. All processed data have therefore a *S/N* per element greater than 20.

3.2. Ground based observations

For HD 73882 and HD 110432, high resolution CH spectra were obtained with the 3.6 m telescope at ESO, La Silla, using the CES spectrograph during one run in 2001 February. The reduction of the data was done using a homemade IDL package. First, we subtracted a mean bias value from each spectrum, then made adjustments to account for the background radiation. After flatfielding by means of spectra from a quartz flatfield lamp to remove the pixel-to-pixel sensitivity variations inherent to the detector, we used spectra from a Th–Ar hollow cathode

lamp to determine the wavelength calibration. The resolution was estimated at 3 km s^{-1} from the widths of the thorium lines in the Th–Ar exposures.

For the other stars, high-resolution (*FWHM* ~ 1.2 – 2.0 km s^{-1}) spectra of K I, Na I, Ca I, Ca II, CN, CH, and CH⁺ were obtained with the Kitt Peak coude feed telescope in various runs from 1995 to 2000. A detailed discussion of the reduction and analyses of these spectra – and of similar spectra for other stars in the *FUSE* translucent cloud survey (Rachford et al. 2002) – will be given by Welty et al. (in preparation).

4. Column density measurements

Due to its dipole moment, HD is primarily detected through transitions from the ground rotational state $J = 0$. There are 20 Lyman and 6 Werner HD_{*J=0*} transitions in the *FUSE* wavelength range (Dabrowski & Herzberg 1976). In Fig. 1, we plot the spectrum of HD 110432 from 1000 Å to 1110 Å. Many absorption lines are detected, most of them due to molecular hydrogen. The upper tick marks indicate the H₂ $J = 1$ to 4 lines and the thick tick marks indicate the HD $J = 0$ Lyman lines. Most of the HD transitions cannot be detected because either they are too close to the saturated H₂ ($J = 0$ and $J = 1$) absorption lines or they are blended with atomic lines. Therefore, only 7 HD transitions between 959 Å and 1106 Å could be used (see Table 3). The wavenumbers have been determined through absorption and emission spectroscopy by Dabrowski & Herzberg (1976). Abgrall & Roueff (2004, to be submitted) have calculated the transition energies, the oscillator strengths, and total radiative lifetimes in the Lyman and Werner band systems by following a similar approach to the one used for H₂ (Abgrall et al. 1993a,b, 2000). The rest wavelengths and oscillator strengths for the HD lines seen toward the seven sightlines studied here are listed in Table 3. Experimental wavelengths have been used when available; the typical accuracy on the transition wavenumbers is within one wavenumber.

¹ <http://fuse.pha.jhu.edu/analysis/analysis.html>

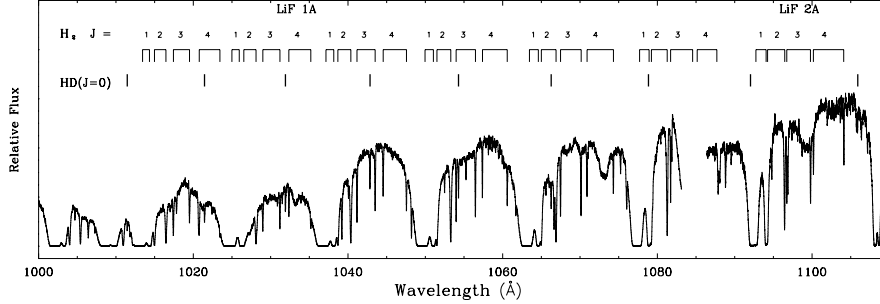


Fig. 1. *FUSE* spectrum of HD 110432 from 1000 to 1110 Å. Many molecular absorption lines are detected, most of them belonging to molecular hydrogen. The upper tick marks indicate the position of H₂ lines from $J = 1$ to 4. The thick tick marks indicate the position of the HD $J = 0$ Lyman lines. H₂ lines from the ground and the first rotational states are strongly saturated, consistent with the high reddening in this line of sight. The gap around 1085 Å is due to the gap between the two microchannel plates mounted in the LiF 1A and LiF 2A detectors.

Table 3. Equivalent widths of HD lines used in this work.

Star	$W(959)$ (mÅ)	$W(975)$ (mÅ)	$W(1011)$ (mÅ)	$W(1021)$ (mÅ)	$W(1054)$ (mÅ)	$W(1066)$ (mÅ)	$W(1105)^a$ (mÅ)
HD 27778	27 ± 11		34 ± 6	34 ± 8	38 ± 4	42 ± 4	15 ± 6
HD 73882				43 ± 9	45 ± 4	44 ± 5	16 ± 4
HD 110432	29 ± 3		34 ± 3	32 ± 2	34 ± 3	34 ± 3	12 ± 3
HD 185418	31 ± 5		58 ± 6	62 ± 16	48 ± 6	53 ± 6	21 ± 5
HD 192639	48 ± 7	42 ± 5	49 ± 4	52 ± 3	53 ± 3		15 ± 7
HD 206267	47 ± 4	43 ± 4	49 ± 4	53 ± 3	55 ± 3	47 ± 3	20 ± 8
HD 207538	38 ± 6			45 ± 4	49 ± 3	55 ± 4	27 ± 9
Line	L14-0R(0)	L12-0R(0)	L8-0R(0)	L7-0R(0)	L4-0R(0)	L3-0R(0)	L0-0R(0)
λ_0	959.82	975.58	1011.46	1021.46	1054.29	1066.27	1105.86
f	0.0147	0.0196	0.0262	0.0254	0.0164	0.0115	0.000744

^a Slight blend with C I* has been accounted for.

Two methods were used to obtain HD column densities: the curve of growth method (hereafter COG) and the profile fitting method (hereafter PF).

4.1. Curve of growth method

The equivalent widths (EqW) of the HD lines studied in this work are summarized in Table 3. The stellar continuum in the vicinity of each line was estimated using a low-order Legendre polynomial to fit the data. The error bars given here are 1σ (see Sect. 4.3).

Most of the lines have similar oscillator strengths and show a large degree of saturation. It is therefore crucial to have accurate information on the velocity structure of the gas for these lines of sight. Because the integrated sightline column densities of CH and H₂ are generally very well correlated (Danks et al. 1984; van Dishoeck & Black 1989; Magnani et al. 1998), we used the CH structure to generate multi-component curves of growth for HD. Because K I is generally well correlated with both CH and H₂ and also (being heavier) exhibits smaller thermal broadening, it can be used to discern even more complex

structure (Welty & Hobbs 2001). Toward HD 73882, for example, we used the five-component structure found for K I to fit both CH and HD.

The multi-component curves of growth are obtained by integrating multiple Voigt profiles, each of which corresponds to one gas component. Each component is defined by a b -value, a radial velocity, and a column density. For each component, the radial velocity is taken equal to that of the CH, and the column density is proportional to that of CH. Because HD and CH differ in mass (3 vs. 13 amu), we modified b as follows:

$$b_{\text{HD}} = \sqrt{b_{\text{CH}}^2 + 2kT \left(\frac{1}{m_{\text{HD}}} - \frac{1}{m_{\text{CH}}} \right)}. \quad (1)$$

The temperature of the gas is calculated from the two lower rotational states of H₂ (Rachford et al. 2002). Table 4 lists the adopted component structures and the H₂ gas temperature T_{01} .

Figure 2 shows the best COG fit to the measured equivalent widths. The weak line at 1105.86 Å is important. Its very low oscillator strength (almost one hundred times smaller than the others) makes it nearly optically thin. However, blending with

Table 4. Assumed component structure.

Star	T_{01}^a (K)	Model	Component	Relative strength	v_{HEL} km s ⁻¹	b_{CH} km s ⁻¹	b_{HD}^b km s ⁻¹
HD 27778	55	CH	1	0.47	14.6	1.1	1.3
			2	0.53	17.1	2.0	2.1
HD 73882	51	K I/CH	1	0.25	20.5	0.9	1.1
			2	0.45	22.1	0.9	1.1
			3	0.24	23.7	0.9	1.1
			4	0.04	25.5	1.1	1.3
			5	0.02	28.7	1.0	1.2
HD 110432	68	CH ^c	1	0.32	2.9	1.7	1.8
			2	0.67	6.9	1.3	1.5
HD 185418	101	CH	1	0.59	-10.40	1.3	1.5
			2	0.41	-6.20	2.5	2.7
HD 192639	98	CH	1	0.56	-16.0	3.7	3.8
			2	0.44	-10.0	2.1	2.3
HD 206267	65	CH	1	0.50	-17.5	2.6	2.7
			2	0.30	-13.2	1.0	1.2
			3	0.20	-10.1	2.1	2.2
HD 207538	73	CH	1	0.19	-19.3	0.8	1.1
			2	0.35	-16.6	0.8	1.1
			3	0.38	-13.5	1.2	1.4
			4	0.08	-10.2	1.2	1.4

^a T_{01} are from the *FUSE* H₂ Survey (Rachford et al. 2002). ^b See Sect. 4.1. ^c Crawford (1995).

a line due to C I* hindered accurate measurement of its equivalent width, as reflected by the larger error bars. Nevertheless, because this is the only line not significantly saturated, we doubled its weight in the COG fits to increase its impact compared to that of the saturated lines.

4.2. Profile fitting method

We also used a profile fitting program called *Owens* (Lemoine et al. 2002; Hébrard et al. 2002), developed by M. Lemoine at the Institut d’Astrophysique de Paris, to estimate the HD column densities. This program allows us both to fit all the HD lines simultaneously (performing a global χ^2 minimization) and also to add other species (e.g., C I* and C II** to deblend the 1105.86 Å line). Because of the significant saturation of the other HD lines, we used the velocity distribution of the CH components to constrain our fit, as for the COG. But unlike the COG technique, profile fitting (PF) allows us to leave both the b -value and relative strength as free parameters for each component. This approach is more realistic, because even though HD appears to be correlated with CH (see below), the correlation is not perfect. The best fits for several absorption lines toward HD 110432 are shown in Fig. 3. These fits indicate clearly the importance of adding the C I* 1105.73 Å line to deblend the HD 1105.86 Å line; the profile fitting technique allows us to better disentangle the absorption from the two species. The derived 1σ error bars are discussed in the following section.

4.3. Error estimation

We considered four basic types of errors, which are calculated differently depending on the method used:

The statistical errors are assumed to be a Poissonian noise. Those errors (roughly the square root of the count rate) are computed by the CalFUSE pipeline for each pixel. For the COG technique, we obtained the total statistical error by summing in quadrature the error for each integrated pixel (more information can be found in Appendix A of Sembach & Savage 1992). For the PF technique, this error is used by *Owens* to calculate the χ^2 .

The background uncertainties are proportional to exposure time. The *FUSE* science data processing team assumed it to be close to 10% of the computed background². This error is calculated by the pipeline and added to the statistical errors.

When using the PF technique, *Owens* optimizes the continua over all the HD lines at once, so that **the continuum placement error** is included automatically in the χ^2 . The measurement of EqWs, however, requires a prior determination of the continuum, and in that case, the continuum error depends mainly upon the S/N ratio in the vicinity of the line. To estimate it, we shifted the continuum by 1 to 3% (depending on the S/N ratio; see Sembach & Savage 1992), and determined lower and upper values for the EqW. The maximum difference is considered as our 1σ error.

² http://fuse.pha.jhu.edu/analysis/calfuse_wp3.html

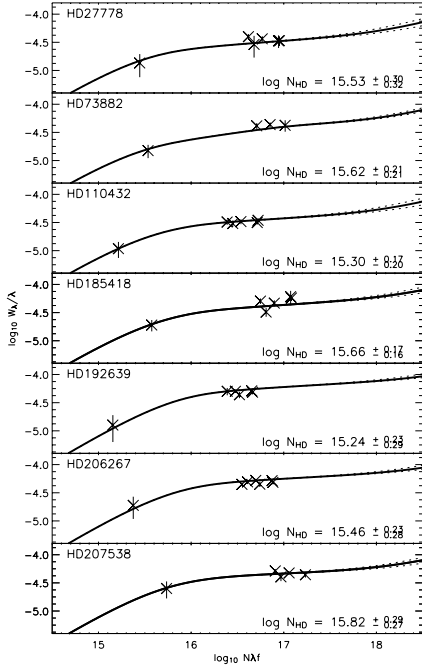


Fig. 2. Curves of growth for each of the seven lines of sight. The strong saturation of all but one of the HD lines indicates that it is necessary to use accurate information on the velocity structure of the gas to derive $N(\text{HD})$ for our lines of sight. We fitted our equivalent widths (EqWs) on the curves of growth obtained from the CH structure (see Sect. 4.1). The unsaturated HD line at 1105.86 Å has a large error bar because of blends.

The systematic errors are the most difficult errors to quantify. They may come from geometrical distortion, walk, dead pixels, point spread function (PSF) or fixed pattern noise. While most of these are corrected by the pipeline, small residual effects may influence our measurements. Moreover, there is no way to judge their influence over a single absorption line. To estimate these possible systematic errors, we have assumed that (1) they are proportional to the quadratic sum of the previously calculated errors; and (2) the number of measurements performed by each method is statistically significant (i.e., they have a reduced χ^2 equal to 1). Under those assumptions, we account for systematic errors by scaling the previous error to have the minimum χ^2 equal to the degrees of freedom. The χ^2 used for calculating the error with the PF method is implicit. For the COG technique, the χ^2 is obtained by fitting our points on the multi-component curve of growth.

There is an additional uncertainty which has the potential to exceed the ones already accounted for. It has to do with the goodness of the tracer that we used to model the HD lines. Because of the high S/N of our optical data, the CH component structures seem fairly well determined. However, it is likely

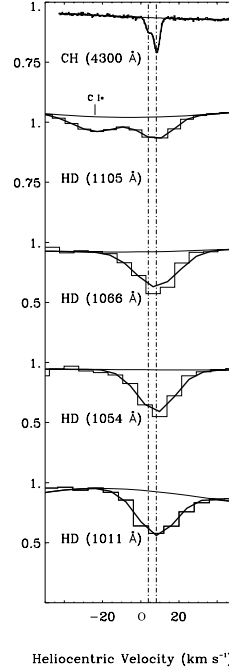


Fig. 3. This figure shows the 2-component profile fitting of the HD lines toward HD 110432. Plotted are the HD lines present in the *FUSE* LiF 1A and LiF 1B channels as well as the fit of the CH absorption lines from the CES data (at 3 km s^{-1}). Although clearly seen in the CES data, the velocity shift of 4 km s^{-1} between the two CH components would have remained undetected using the *FUSE* data alone.

Table 5. *FUSE* HD column densities.

Star	$N(\text{HD})^a$		
	FIT	COG	Mean
HD 27778	$3.0^{+2.9}_{-1.7}$	$3.4^{+3.4}_{-1.8}$	$3.2^{+3.2}_{-1.7}$
HD 73882	$7.4^{+4.9}_{-5.2}$	$4.2^{+2.6}_{-1.6}$	$5.8^{+3.7}_{-3.4}$
HD 110432	$1.9^{+0.5}_{-0.4}$	$2.0^{+1.0}_{-0.7}$	$1.9^{+0.7}_{-0.6}$
HD 185418	$4.0^{+1.5}_{-0.8}$	$4.6^{+2.2}_{-1.4}$	$4.3^{+1.9}_{-1.1}$
HD 192639	$1.2^{+0.6}_{-0.5}$	$1.7^{+1.2}_{-0.8}$	$1.5^{+0.9}_{-0.7}$
HD 206267	$1.3^{+1.0}_{-0.6}$	$2.9^{+2.0}_{-1.4}$	$2.1^{+1.5}_{-1.0}$
HD 207538	$3.5^{+3.9}_{-1.8}$	$6.6^{+6.3}_{-3.1}$	$5.0^{+5.1}_{-2.4}$

^a All column densities are times 10^{15} .

that the HD components do not match perfectly those of CH. Because the degree of such differences is unknown, the resulting uncertainty could not be included in the stated error bars. We note, however, that the current determination of the HD column density allows a confirmation a posteriori of the quality of our tracer.

Table 6. *Copernicus* HD equivalent widths and column densities.

Star	$N(\text{HD})^a$	Inferred EqWs ^a		Literature EqWs		$N(\text{HD})$	Ref.	New EqWs		New $N(\text{HD})$	$\Delta N(\text{HD})$ (dex)
		1054	1066	1054	1066			1054	1066		
HD 21278	14.06	18.5								14.2(0.1)	+0.15
<i>o</i> Per				31.0(2.0)		15.77	1			15.5(0.3)	-0.25
ζ Per	14.30	32.2		41.4(4.9)		15.60	2	27.7(2.6)		15.6(0.2)	+1.30
ϵ Per	13.57	6.0						6.6(0.4)		13.8(0.1)	+0.25
ξ Per	14.15	22.8	16.4					22.9(0.6)	17.5(1.1)	14.4(0.1)	+0.25
α Cam	14.49	49.9	35.8					52.0(2.0)	48.4(2.3)	14.9(0.1)	+0.40
139 Tau	13.84	11.2						8.5(1.0)		13.9(0.1)	+0.05
ζ Oph	14.23	27.4	19.7	20.6(1.6)	15.9(0.8)	14.26	3	18.8(1.0)	14.6(0.6)	14.8(0.3)	+0.55
59 Cyg	13.86	11.7						8.8(1.1)		13.9(0.1)	+0.05
10 Lac	14.41	41.5	29.7					5.5(0.7)	[3.3(1.0)]	13.5(0.2)	-0.90

References. – 1 = Snow (1975, 1976); 2 = Snow (1977); 3 = Wright & Morton (1979).

Note. – Errors on new equivalent widths (EqW) are 1-sigma.

^a Spitzer et al. (1973); equivalent widths inferred from listed $N(\text{HD})$ and f -values of Allison & Dalgarno (1969), assuming optically thin lines (see Sect. 5.1).

5. Results and discussion

The values of $N(\text{HD})$ obtained for the 7 *FUSE* lines of sight are summarized in Table 5. There is good agreement between the column densities determined using both the COG and the PF techniques. In these particular cases, similar values are obtained by fixing only the component velocity distribution (PF) and by fixing in addition the relative strengths and the broadening of the CH components (COG). This agreement gives an indication of the reliability of our results. For the discussion below, we adopt the unweighted mean of the column densities determined by the two techniques.

5.1. Relation between CH and HD

The good correlation found between the column densities of CH and H_2 in diffuse interstellar clouds is consistent with the production of most of the CH via a network of gas phase reactions in which H_2 is a major component (Danks et al. 1984). This correlation recently was extended to more heavily reddened sightlines observed with *FUSE* (Rachford et al. 2002). The relatively tight relationship between these two species and the inferred chemical link both suggest that CH can be used as a tracer of H_2 . Because HD is also produced through gas phase reactions with H_2 and because both CH and HD are subject to destruction through photoprocesses, one could assume that CH would be a good tracer for HD as well. To test this assumption, we plotted the column densities of H_2 versus HD, and H_2 and HD versus CH; this for all the Galactic lines of sight having estimates for $N(\text{HD})$. The sample includes ten sightlines observed with *Copernicus* (Spitzer et al. 1973; Snow 1975, 1976, 1977; Wright & Morton 1979) (see below) and the seven *FUSE* sightlines analyzed in the present work.

Because the $N(\text{HD})$ originally given by Spitzer et al. (1973) were estimated assuming the HD lines (at 1054 and/or 1066 Å) to be optically thin, those values should be taken as lower

limits to the true $N(\text{HD})$. We therefore have re-examined all the *Copernicus* data and have derived new estimates for $N(\text{HD})$, using a method similar to that used for analyzing the *FUSE* spectra. The *Copernicus* U1 scans encompassing the HD lines at 1054 and/or 1066 Å were obtained from the MAST archive. Background levels were estimated from scans of nearby saturated H_2 lines obtained in the same observing programs. The equivalent widths measured from the normalized spectra (Table 6) are generally in good agreement with those inferred from the $N(\text{HD})$ listed by Spitzer et al. (1973) and with the values listed by Wright & Morton (1979). The most notable exception to that agreement is 10 Lac, where we suspect that the absorption near the HD line at 1054 Å is due mostly to stellar Fe III and/or Cr III (Rogerson & Upson 1977; Rogerson & Ewell 1985); there is no strong absorption at the expected position of the HD line at 1066 Å. (Spitzer et al.'s value for $N(\text{HD})$ toward 10 Lac was surprisingly high, given the modest $E_{(B-V)}$ and molecular fraction.) Component structures derived from high-resolution spectra of CH, K I, and/or Na I were used to model the profiles and/or equivalent widths of the HD lines ($\lambda 1054$, $\lambda 1066$, and others as available).

Our “new” *Copernicus* $N(\text{HD})$ are listed in the last column of Table 6 and plotted with open squares in Fig. 4. In most cases, the new values are higher than those listed by Spitzer et al. (1973) by factors of order 2; the value for ζ Oph is about 4 times higher. On the other hand, the new value for 10 Lac is about a factor of 8 smaller, and the value for *o* Per is about a factor of 2 smaller than that given by Snow (1975, 1976). We note that these new values could still underestimate the true $N(\text{HD})$ if HD is actually concentrated in fewer components than the tracer used to model the HD equivalent widths.

Table 7 summarizes the correlations between several different species. As shown in Fig. 4, it suggests a good correlation between HD and H_2 , and between H_2 and CH. Thus it is no surprise that it indicates a correlation between HD and CH column densities, but with a slope somewhat steeper

Table 7. Correlation plots.

Quantities	r^a	N^b	Slope ^c
HD vs. H ₂	0.923	16	1.29 ± 0.14
H ₂ vs. CH	0.911	12	1.18 ± 0.19
HD vs. CH	0.807	13	1.94 ± 0.44
HD vs. CN	0.732	9	0.66 ± 0.15
HD vs. K I	0.745	14	0.86 ± 0.20
HD/2H ₂ vs. H ₂	0.291	16	0.05 ± 0.13
$f(\text{HD})$ vs. $f(\text{H}_2) - (D/H)_{\text{ISM}} = 0.74e-5$	0.725	16	0.40 ± .10
$f(\text{HD})$ vs. $f(\text{H}_2) - (D/H)_{\text{ISM}} = 1.52e-5$	0.725	16	0.19 ± .05

^a Linear correlation coefficient.^b Number of points (detections only).^c Slope and uncertainty of weighted least-squares linear fit, considering uncertainties in both quantities.

than that for $N(\text{H}_2)$ vs. $N(\text{CH})$. There are few points with $N(\text{HD}) \lesssim 10^{15} \text{ cm}^{-2}$, however, so it would be very useful to obtain more measurements of HD (and CH) at those lower column densities. We also investigated whether CN and KI might be useful as tracers for HD, as all three species are expected to be concentrated in the denser parts of diffuse clouds. In addition, KI is generally more readily detected than CH and typically reveals more details of the component structure (e.g., Welty & Hobbs 2001). Bottom panels of Fig. 4 show HD vs. CN and KI. While CN and KI show some degree of correlation with HD, the relationships are not as tight as that with CH.

5.2. The D/H ratio

Using the Meudon PDR model (Nehmé et al. to be published), Le Petit et al. (2002) studied the properties of HD in a diffuse cloud with $n_{\text{H}} = 500 \text{ cm}^{-3}$ embedded in the standard interstellar radiation field. Under those conditions, HD becomes the reservoir of deuterium at a visual extinction of 1 mag, where the molecular fraction $f(\text{H}_2)$ of hydrogen is close to 1. Toward our sightlines, $f(\text{H}_2)$ does not reach such a value. However, if we assume in each case that (1) a significant part of the atomic hydrogen is not associated with the observed diffuse molecular material; and (2) all the molecular material is in one dominant cloud, then the D/H ratio in that main cloud should be equal to the $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ ratio.

Table 8 shows the $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ ratios for all the sightlines included in this paper, i.e., our *FUSE* measurements and the values we have re-derived from the *Copernicus* data. All these values are plotted in Fig. 5, where we have added two reference values: the Local Bubble $N(\text{D})/N(\text{H})$ ratio of 1.52×10^{-5} (Moos et al. 2002), and the Jenkins et al. (1999) value of 0.74×10^{-5} toward δ Ori A (First detection by Laurent et al. 1979). Several recent observations (Hébrard & Moos 2003; Hoopes et al. 2003; Wood et al. 2004) have suggested that the LB value may not be representative of the general ISM and that a “canonical” $(D/H)_{\text{ISM}}$ (if such exists) may be closer to the latter value.

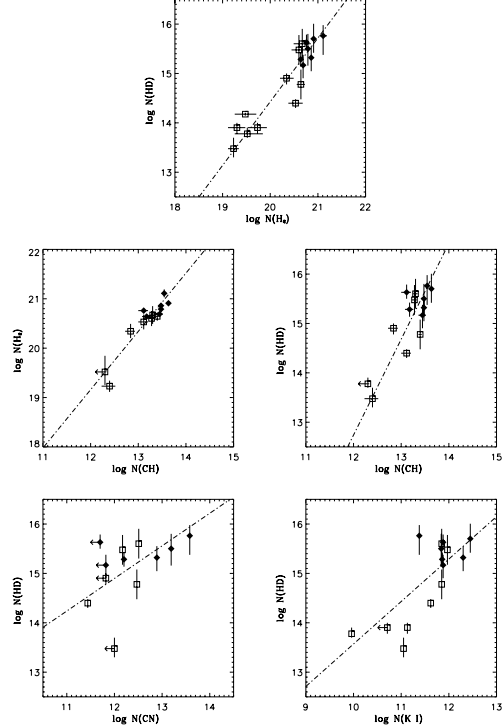


Fig. 4. (Top) $N(\text{HD})$ vs. $N(\text{H}_2)$: the correlation factor close to 1 confirms a good correlation between the two species, as predicted by chemical models (Danks et al. 1984). The slope is slightly greater than 1.0. – (Middle) $N(\text{H}_2)$ and $N(\text{HD})$ vs. $N(\text{CH})$: tight correlation between $N(\text{H}_2)$ and $N(\text{CH})$ was already observed in wide survey (Rachford et al. 2002), and appears in the left panel with a slope close to 1. $N(\text{HD})$ vs. $N(\text{CH})$ also shows a good relationship, but with a slope near 2.0. – (Bottom) $N(\text{HD})$ vs. $N(\text{CN})$ and $N(\text{KI})$: none of the species exhibit a tight relationship. – Filled diamonds have $N(\text{HD})$ derived from *FUSE* spectra; open squares have $N(\text{HD})$ derived from reanalysis of *Copernicus* data. All the correlation factors and slopes are summarized in Table 7.

For our sample, the average $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ yields a corresponding estimate for D/H of $(2.0 \pm 1.1) \times 10^{-6}$, a factor 7 below the LB value and a factor 3 below the δ Ori A value. Such a low value is difficult to interpret in terms of enhanced stellar astration or favored deuterium depletion onto dust grains. Indeed, given the multi-component velocity structure of the sightlines and the many special conditions that may change the HD/H₂ ratio from component to component, the most likely explanation is that we have not yet identified a predominantly molecular cloud.

We now turn to a more realistic view of the sightlines in which several molecule-containing clouds are present, with only some of them having all the deuterium in the molecular form. To some extent we can expect that the molecular

Table 8. Column densities.

Star	$E_{(B-V)}$	$f(\text{H}_2)^a$	$N(\text{H I})$ [cm ⁻²]	$N(\text{H}_2)$ [cm ⁻²]	$N(\text{HD})$ [cm ⁻²]	Ref.	$N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$	$N(\text{CH})$ [cm ⁻²]	Ref.
HD 27778	0.38	0.57	$9.5^{+9.5}_{-4.8}$ (20)	$6.2^{+0.9}_{-0.8}$ (20)	$3.2^{+3.2}_{-1.7}$ (15)	1	$2.6^{+2.6}_{-1.4}$ (-6)	3.0 ± 0.3 (13)	2
HD 73882	0.72	0.67	$1.3^{+0.5}_{-0.4}$ (21)	$1.3^{+0.3}_{-0.2}$ (21)	$5.8^{+3.7}_{-3.4}$ (15)	1	$2.2^{+1.6}_{-1.5}$ (-6)	3.5 ± 0.4 (13)	2
HD 110432	0.40	0.55	$7.1^{+2.9}_{-2.1}$ (20)	$4.4^{+0.4}_{-0.4}$ (20)	$1.9^{+0.7}_{-0.6}$ (15)	1	$2.2^{+0.9}_{-0.7}$ (-6)	1.5 ± 0.3 (13)	3
HD 185418	0.51	0.47	$1.3^{+0.5}_{-0.4}$ (21)	$5.8^{+0.7}_{-0.6}$ (20)	$4.3^{+1.9}_{-1.1}$ (15)	1	$3.7^{+1.7}_{-1.0}$ (-6)	1.3 ± 0.3 (13)	2
HD 192639	0.66	0.32	$2.1^{+0.7}_{-0.5}$ (21)	$4.9^{+0.6}_{-0.5}$ (20)	$1.5^{+0.9}_{-0.7}$ (15)	1	$1.5^{+1.0}_{-0.7}$ (-6)	2.8 ± 0.5 (13)	2
HD 206267	0.52	0.42	$2.0^{+0.8}_{-0.6}$ (21)	$7.2^{+0.7}_{-0.6}$ (20)	$2.1^{+1.5}_{-1.0}$ (15)	1	$1.4^{+1.0}_{-0.7}$ (-6)	3.0 ± 0.2 (13)	2
HD 207538	0.64	0.42	$2.2^{+0.7}_{-0.5}$ (21)	$8.1^{+0.8}_{-0.7}$ (20)	$5.0^{+5.1}_{-2.4}$ (15)	1	$3.1^{+3.2}_{-1.5}$ (-6)	4.3 ± 0.2 (13)	2
HD 21278	0.10	0.10 ^b	5.5 (20) ^b	$3.0^{+2.1}_{-1.2}$ (19)	$1.5^{+0.1}_{-0.1}$ (14)	4	$2.5^{+1.7}_{-1.0}$ (-6)		
<i>o</i> Per	0.30	0.50	8.0 ± 2.4 (20)	$4.0^{+1.6}_{-1.2}$ (20)	$3.0^{+3.9}_{-1.5}$ (15)	4	$3.8^{+4.4}_{-2.0}$ (-6)	2.1 ± 0.2 (13)	5
ζ Per	0.33	0.59	6.4 ± 0.6 (20)	$4.7^{+2.4}_{-1.6}$ (20)	4^{+4}_{-2} (15)	4	$4.3^{+5.3}_{-2.4}$ (-6)	2.2 ± 0.2 (13)	5
ϵ Per	0.09	0.21	2.5 ± 0.5 (20)	$3.3^{+2.7}_{-1.5}$ (19)	6^{+2}_{-1} (13)	4	$9.1^{+8.7}_{-4.9}$ (-7)	< 2.0 (12)	6
ξ Per	0.33	0.35	1.3 ± 0.3 (21)	$3.4^{+1.4}_{-1.0}$ (20)	$2.5^{+0.5}_{-0.5}$ (14)	4	$3.7^{+1.8}_{-1.2}$ (-7)	1.3 ± 0.3 (13)	5
α Cam	0.32	0.35	8.0 ± 1.6 (20)	$2.2^{+0.9}_{-0.6}$ (20)	8^{+2}_{-2} (14)	4	$1.8^{+0.9}_{-0.7}$ (-6)	6.9 ± 1.6 (12)	5
139 Tau	0.15	0.12	8.0 ± 1.6 (20)	$5.4^{+3.1}_{-2.0}$ (19)	8^{+2}_{-2} (13)	4	$7.4^{+5.0}_{-3.1}$ (-7)		
ζ Oph	0.32	0.63	5.2 ± 0.3 (20)	$4.4^{+0.9}_{-0.8}$ (20)	6^{+6}_{-3} (14)	4	$6.8^{+7.2}_{-3.5}$ (-7)	2.5 ± 0.2 (13)	5
59 Cyg	0.18	0.19	1.8 ± 0.4 (20)	$2.0^{+1.0}_{-0.7}$ (19)	8^{+2}_{-2} (13)	4	$2.0^{+1.2}_{-0.8}$ (-6)		
10 Lac	0.11	0.06	5.0 ± 1.5 (20)	$1.7^{+0.5}_{-0.4}$ (19)	3^{+2}_{-1} (13)	4	$8.8^{+6.9}_{-3.4}$ (-7)	2.5 ± 0.8 (12)	7

References. -1 = this paper (*FUSE* data); 2 = Welty et al., in prep.; 3 = Crawford (1995); 4 = this paper (*Copernicus* data); 5 = Thorburn et al. (2003); 6 = Federman et al. (1994); 7 = Thorburn, priv. comm.

Note. - (*nm*) stands for 10^{nm}.

^a $f(\text{H}_2) = 2N(\text{H}_2)/(2N(\text{H}_2) + N(\text{H I}))$. -^b Inferred from $E(B - V)$.

fraction $f(\text{H}_2)$ will be a relevant parameter. $f(\text{H}_2)$ will increase with the average UV shielding and decrease with the fraction of smaller, more diffuse molecular clouds present. The models suggest that the deuterium is molecular only when hydrogen is fully in its molecular form (Fig. 1 of Le Petit et al. 2002). This can be summarized over a sightline by

$$f(\text{HD}) \leq f(\text{H}_2), \quad (2)$$

while the molecular fractions are linked together by

$$\left(\frac{\text{D}}{\text{H}}\right)_{\text{ISM}} = \frac{f(\text{H}_2)}{f(\text{HD})} \times \frac{N(\text{HD})}{2N(\text{H}_2)}. \quad (3)$$

The average value of $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ noted above should therefore only be taken as a stringent lower limit to the $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$. Since the two molecular fractions reflect the average effectiveness of the self-shielding of each species, they should be highly correlated, even when summing over multiple clouds. Unlike the top panel, the bottom panel of Fig. 5 shows an increasing trend for $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ as a function of $f(\text{H}_2)$ – and therefore a correlation between $f(\text{HD})$ and $f(\text{H}_2)$ – consistent with predictions from models of the chemistry of HD (Le Petit et al. 2002).

Toward our highly reddened targets, atomic deuterium is blended by saturated hydrogen lines, and almost impossible to measure; direct comparison between the two molecular fractions is not feasible. We therefore used the two (D/H) ratios noted above (Jenkins et al. 1999; Moos et al. 2002) to

examine $f(\text{HD})$ vs. $f(\text{H}_2)$ (Fig. 6). The increasing trend is obvious. If the relation between $f(\text{HD})$ and $f(\text{H}_2)$ can be understood, it could enable a wider survey of the D/H ratio via observations of HD. The apparent correlation between the molecular fractions should first be confirmed by observing targets in which both D and HD are measurable. That, however, requires targets with low overall column density but high $f(\text{H}_2)$. Another possibility would be to examine individual clouds, using very high resolution data in the FUV (unfortunately not available at present).

Further chemical modeling of diffuse clouds, including sums over a statistical distribution of diverse sizes and densities, could serve both to confirm the correlations and also to reveal other important parameters linked to the abundance of HD. For example, the formation rate of HD (and therefore the molecular fraction) is directly proportional to the ionization of H and H₂ by cosmic rays (Federman et al. 1996; Le Petit et al. 2002). It has been suggested that the observed abundances of H₃⁺ in some diffuse lines of sight require a high flux of cosmic rays (Cecchi-Pestellini & Dalgarno 2000; McCall et al. 2003; Le Petit et al. 2004) and that the flux of cosmic rays could be very inhomogeneous in the diffuse ISM (for example due to variation in the magnetic field). The relationship between the molecular fractions of H₂ and HD would provide information on the formation rates of both molecules and on the flux of cosmic rays; the variations could give some indication of the level of inhomogeneities in the cosmic ray flux.

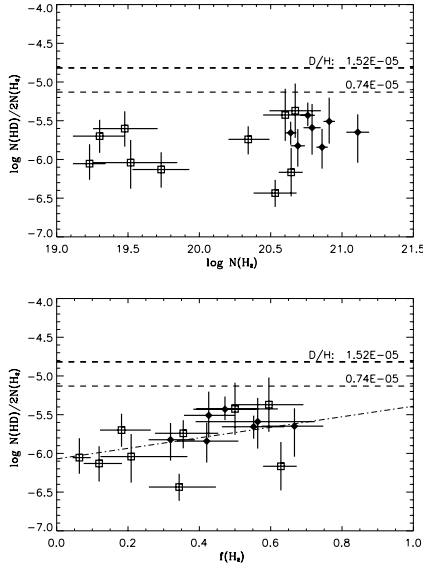


Fig. 5. $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ vs. $N(\text{H}_2)$ and $f(\text{H}_2)$. The upper dotted line gives the LISM D/H value (1.5×10^{-5}) found by Moos et al. (2002); the lower dotted line gives the D/H value found toward δ Ori (0.74×10^{-5}) by Jenkins et al. (1999), representative of the lower D/H values found in several other studies. Except for two sightlines, we note an increasing trend with the molecular fraction which does not occur as a function of the molecular column density. It could be an indication that $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ did not reach the D/H value in the sightlines, showing therefore the importance of examining sightlines or clouds with higher $f(\text{H}_2)$. Filled diamonds have $N(\text{HD})$ derived from *FUSE* spectra; open squares have $N(\text{HD})$ derived from reanalysis of *Copernicus* data.

5.3. Summary

We derived column densities of HD for 7 reddened sightlines using far-UV spectra obtained with the *FUSE* telescope. Most of the HD lines available in the far-UV are strongly affected by saturation (see the COG plotted in Fig. 2). We used high resolution optical CH data to determine the velocity structure in these sightlines, which allowed us to correct for the that saturation. The analysis was done using both curve of growth and profile fitting methods.

We combined our new results for HD with re-analyzed *Copernicus* measurements and compared the column densities of HD, H_2 , and CH. A correlation between the HD and CH column densities is likely, but further measurements at low column densities are needed.

Simulations (Le Petit et al. 2002) have predicted for a one-cloud model with $A_V \sim 1$ mag a $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ ratio equal to the D/H ratio, and lower for thinner clouds. All our sightlines have $A_V > 1$, but are unfortunately composed of multiple clouds. We therefore obtained only stringent lower limits for $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$ ranging from 3.7×10^{-7} to 4.3×10^{-6} . We also noted

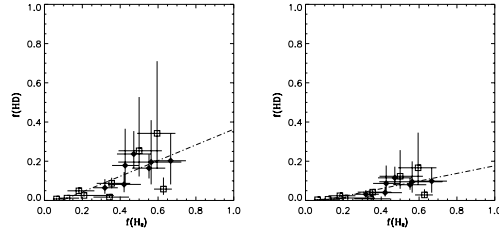


Fig. 6. $f(\text{HD})$ vs. $f(\text{H}_2)$. The left panel assumes that $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}} = 0.74 \times 10^{-5}$, and the right panel assumes that $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}} = 1.52 \times 10^{-5}$. Both panels show a clear correlation between the molecular fractions. Understanding this correlation might provide a way to deduce $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$ from HD. Filled diamonds have $N(\text{HD})$ derived from *FUSE* spectra; open squares have $N(\text{HD})$ derived from reanalysis of *Copernicus* data (see Sect. 5.1).

a correlation between the molecular fraction of H_2 and the ratio $N(\text{HD})/2N(\text{H}_2)$ which we linked to a relationship between the self-shielding of H_2 and HD. If that relationship is confirmed, it would give a mean to infer $(\text{D}/\text{H})_{\text{ISM}}$ from observations of HD.

Acknowledgements. This work is based on data obtained for the Guaranteed Time Team by the NASA-CNES-CSA *FUSE* mission operated by the Johns Hopkins University. This work has been done using the profile fitting procedure *Owens.f* developed by M. Lemoine and the *FUSE* French Team. This research has also made use of the *FUSE* database, operated at IAP, Paris, France. Financial support to U.S. participants has been provided by NASA contract NAS5-32985. Financial support to French Participants has been provided by CNES. D. E. Welty acknowledges support from the NASA LSTA grant NAG5-11413 to the University of Chicago.

References

- Abgrall, H., Roueff, E., Launay, F., Roncin, J. Y., & Subtil, J. L. 1993a, *A&AS*, 101, 273
- Abgrall, H., Roueff, E., Launay, F., Roncin, J. Y., & Subtil, J. L. 1993b, *A&AS*, 101, 323
- Abgrall, H., Roueff, E., & Drira, I. 2000, *A&AS*, 141, 297
- Allison, A. C., & Dalgarno, A. 1969, *Atomic Data*, 1, 289
- André, M. K., Le Petit, F., Sonnentrucker, P., et al. 2004, *A&A*, 422, 483
- Bertoldi, F., Timmermann, R., Rosenthal, D., Drapatz, S., & Wright, C. M. 1999, *A&A*, 346, 267
- Black, J. H., & Dalgarno, A. 1973, *ApJ*, 184, L101
- Bluhm, H., & de Boer, K. S. 2001, *A&A*, 379, 82
- Catanzaro, G., André, M. K., Leone, F., & Sonnentrucker, P. 2003, *A&A*, 404, 677
- Cecchi-Pestellini, C., & Dalgarno, A. 2000, *MNRAS*, 313, L6
- Coc, A., Vangioni-Flam, E., Descouvemont, P., Adahchour, A., & Angulo, C. 2004, *ApJ*, 600, 544
- Crawford, I. A. 1995, *MNRAS*, 277, 458
- Dabrowski, I., & Herzberg, G. 1976, *Can. J. Phys.*, 54, 525
- Danks, A. C., Federman, S. R., & Lambert, D. L. 1984, *A&A*, 130, 62
- de Zeeuw, P. T., Hoogerwerf, R., de Bruijne, J. H. J., Brown, A. G. A., & Blaauw, A. 1999, *AJ*, 117, 354
- Federman, S. R., Strom, C. J., Lambert, D. L., et al. 1994, *ApJ*, 424, 772
- Federman, S. R., Weber, J., & Lambert, D. L. 1996, *ApJ*, 463, 181

- Ferlet, R., André, M., Hébrard, G., et al. 2000, *ApJ*, 538, L69
- Fitzpatrick, E. L., & Massa, D. 1988, *ApJ*, 328, 734
- Fitzpatrick, E. L., & Massa, D. 1990, *ApJS*, 72, 163
- Hébrard, G., & Moos, H. W. 2003, *ApJ*, 599, 297
- Hébrard, G., Lemoine, M., Vidal-Madjar, A., et al. 2002, *ApJS*, 140, 103
- Hoopes, C. G., Sembach, K. R., Hébrard, G., Moos, H. W., & Knauth, D. C. 2003, *ApJ*, 586, 1094
- Horne, K. 1986, *PASP*, 98, 609
- Humphreys, R. M. 1978, *ApJS*, 38, 309
- Jenkins, E. B., Tripp, T. M., Woźniak, P., Sofia, U. J., & Sonneborn, G. 1999, *ApJ*, 520, 182
- Laurent, C., Vidal-Madjar, A., & York, D. G. 1979, *ApJ*, 229, 923
- Le Petit, F., Roueff, E., & Herbst, E. 2004, *A&A*, 417, 993
- Le Petit, F., Roueff, E., & Le Bourlot, J. 2002, *A&A*, 390, 369
- Lemoine, M., Audouze, J., Ben Jaffel, L., et al. 1999, *New Astron.*, 4, 231
- Lemoine, M., Vidal-Madjar, A., Hébrard, G., et al. 2002, *ApJS*, 140, 67
- Lynds, B. T. 1962, *ApJS*, 7, 1
- Magnani, L., Onello, J. S., Adams, N. G., Hartmann, D., & Thaddeus, P. 1998, *ApJ*, 504, 290
- McCall, B. J., Huneycutt, A. J., Saykally, R. J., et al. 2003, *Nature*, 422, 500
- Moos, H. W., Cash, W. C., Cowie, L. L., et al. 2000, *ApJ*, 538, L1
- Moos, H. W., Sembach, K. R., Vidal-Madjar, A., et al. 2002, *ApJS*, 140, 3
- Morbidelli, L., Patriarchi, P., Perinotto, M., Barbaro, G., & di Bartolomeo, A. 1997, *A&A*, 327, 125
- Pan, K., Federman, S. R., & Welty, D. E. 2001, *ApJ*, 558, L105
- Rachford, B. L., Snow, T. P., Tumlinson, J., et al. 2001, *ApJ*, 555, 839
- Rachford, B. L., Snow, T. P., Tumlinson, J., et al. 2002, *ApJ*, 577, 221
- Robertson, J. G. 1986, *PASP*, 98, 1220
- Rogerson, J. B., & Ewell, M. W. 1985, *ApJS*, 58, 265
- Rogerson, J. B., & Upton, W. L. 1977, *ApJS*, 35, 37
- Sahnow, D. J., Moos, H. W., Ake, T. B., et al. 2000, *ApJ*, 538, L7
- Sembach, K. R., & Savage, B. D. 1992, *ApJS*, 83, 147
- Snow, T. P. 1975, *ApJ*, 201, L21
- Snow, T. P. 1976, *ApJ*, 204, 759
- Snow, T. P. 1977, *ApJ*, 216, 724
- Snow, T. P., Rachford, B. L., Tumlinson, J., et al. 2000, *ApJ*, 538, L65
- Sonneborn, G., Tripp, T. M., Ferlet, R., et al. 2000, *ApJ*, 545, 277
- Sonnentrucker, P., Friedman, S. D., Welty, D. E., York, D. G., & Snow, T. P. 2002, *ApJ*, 576, 241
- Sonnentrucker, P., Friedman, S. D., Welty, D. E., York, D. G., & Snow, T. P. 2003, *ApJ*, 596, 350
- Spitzer, L., Drake, J. F., Jenkins, E. B., et al. 1973, *ApJ*, 181, L116
- St.-Louis, N., & Smith, L. J. 1991, *A&A*, 252, 781
- Thorburn, J. A., Hobbs, L. M., McCall, B. J., et al. 2003, *ApJ*, 584, 339
- van Dishoeck, E. F., & Black, J. H. 1989, *ApJ*, 340, 273
- Vangioni-Flam, E., Coc, A., & Cassé, M. 2000, *A&A*, 360, 15
- Watson, W. D. 1973, *ApJ*, 182, L73
- Welty, D. E., & Hobbs, L. M. 2001, *ApJS*, 133, 345
- Wood, B. E., Linsky, J. L., Hébrard, G., et al. 2004, *ApJ*, 609, 838
- Wright, C. M., van Dishoeck, E. F., Cox, P., Sidher, S. D., & Kessler, M. F. 1999, *ApJ*, 515, L29
- Wright, E. L., & Morton, D. C. 1979, *ApJ*, 227, 483

Bibliographie générale

- J. ALCOLEA, J. R. PARDO, V. BUJARRABAL, R. BACHILLER, A. BARCIA, F. COLOMER, J. D. GALLEGRO, J. GÓMEZ-GONZÁLEZ, A. DEL PINO CISNEROS, P. PLANESAS, S. DEL RÍO, A. RODRÍGUEZ-FRANCO, A. DEL ROMERO, M. TAFALLA et P. DE VICENTE : Six years of short-spaced monitoring of the $v=1$ and $v=2$, $J=1-0$ ^{28}SiO maser emission in evolved stars. *A&AS*, 139:461–482, novembre 1999.
- F. ASSÉMAT : *Apport de la haute résolution angulaire sur l'étude des galaxies lointaines : imagerie, optique adaptative et spectroscopie 3D*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6, 2004.
- P. BAIZE : Orbital Elements of 14 Visual Double Stars. *A&AS*, 39:83–+, janvier 1980.
- J. E. BALDWIN et C. A. HANIFF : The application of interferometry to optical astronomical imaging. *Phil. Trans. R. Soc. London*, 360:969–986, 2002.
- D. BARTHES : Pulsation modes of Mira stars and questioning of linear modelling : indications from HIPPARCOS and the LMC. *A&A*, 333:647–657, mai 1998.
- J.-P. BERGER, P. HAGUENAUER, P. Y. KERN, K. ROUSSELET-PERRAUT, F. MALBET, S. GLUCK, L. LAGNY, I. SCHANEN-DUPOURT, E. LAURENT, A. DELBOULBE, E. TATULLI, W. A. TRAUB, N. CARLETON, R. MILLAN-GABET, J. D. MONNIER, E. PEDRETTI et S. RAGLAND : An integrated-optics 3-way beam combiner for IOTA. In W. A. TRAUB, éditeur : *Interferometry for Optical Astronomy II. Edited by Wesley A. Traub . Proceedings of the SPIE, Volume 4838, pp. 1099-1106 (2003).*, pages 1099–1106, février 2003.
- P. BERLIOZ-ARTHAUD : Mira Variables explained by a planetary companion interaction : A means to drop the pulsation paradigm? *A&A*, 397:943–950, janvier 2003.
- M. S. BESSELL, M. SCHOLZ et P. R. WOOD : Phase and cycle dependence of the photospheric structure and observable properties of Mira variables. *A&A*, 307:481–499, mars 1996.
- P. BORDÉ, V. COUDÉ DU FORESTO, G. CHAGNON et G. PERRIN : A catalogue of calibrator stars for long baseline stellar interferometry. *A&A*, 393:183–193, octobre 2002.
- G. H. BOWEN : Dynamical modeling of long-period variable star atmospheres. *ApJ*, 329:299–317, juin 1988.

- P. F. BOWERS et G. R. KNAPP : Detection of H I emission in the circumstellar envelope of Omicron Ceti (Mira). *ApJ*, 332:299–304, septembre 1988.
- D. BURNS, J. E. BALDWIN, R. C. BOYSEN, C. A. HANIFF, P. R. LAWSON, C. D. MAC-KAY, J. ROGERS, T. R. SCOTT, D. ST.-JACQUES, P. J. WARNER, D. M. A. WILSON et J. S. YOUNG : Large-amplitude periodic variations in the angular diameter of R Leonis. *MNRAS*, 297:462–466, juin 1998.
- M. P. CAGIGAL et V. F. CANALES : Generalized Fried parameter after adaptive optics partial wave-front compensation. *Journal of the Optical Society of America A*, 17: 903–910, mai 2000.
- C. CAVARROC, A. BOCCALETTI, P. BAUDOZ, T. FUSCO et D. ROUAN : Fundamental limitations on Earth-like planet detection with extremely large telescopes. *A&A*, 447:397–403, février 2006.
- M. P. CHANG et D. F. BUSCHER : Monomode fiber interferometer for single telescopes. In R. D. REASENBERG, éditeur : *Proc. SPIE Vol. 3350, p. 2-13, Astronomical Interferometry, Robert D. Reasenberg ; Ed.*, pages 2–13, juillet 1998.
- A. CHELLI : Imaging earth-like planets with extremely large telescopes. *A&A*, 441: 1205–1210, octobre 2005.
- I. CHERCHNEFF : A chemical study of the inner winds of asymptotic giant branch stars. *A&A*, 456:1001–1012, septembre 2006.
- A. CLARET : A new non-linear limb-darkening law for LTE stellar atmosphere models. Calculations for $-5.0 \leq \log[M/H] \leq +1$, $2000 \text{ K} \leq T_{eff} \leq 50000 \text{ K}$ at several surface gravities. *A&A*, 363:1081–1190, novembre 2000.
- T. J. CORNWELL et P. N. WILKINSON : A new method for making maps with unstable radio interferometers. *MNRAS*, 196:1067–1086, septembre 1981.
- V. COUDE DU FORESTO, S. RIDGWAY et J.-M. MARIOTTI : Deriving object visibilities from interferograms obtained with a fiber stellar interferometer. *A&AS*, 121:379–392, février 1997.
- M. M. CROCKER, R. J. DAVIS, S. P. S. EYRES, M. F. BODE, A. R. TAYLOR, A. SKOPAL et H. T. KENNY : The symbiotic star CH Cygni - I. Non-thermal bipolar jets. *MNRAS*, 326:781–787, septembre 2001.
- L. DECIN, B. VANDENBUSSCHE, C. WAELKENS, G. DECIN, K. ERIKSSON, B. GUSTAFSSON, B. PLEZ et A. J. SAUVAL : ISO-SWS calibration and the accurate modelling of cool-star atmospheres. IV. G9 to M2 stars. *A&A*, 400:709–727, mars 2003.
- A. DI GIACOMO, F. LISI, G. CALAMAI et A. RICHICHI : The angular diameter of R Leonis at 2.16 microns. *A&A*, 249:397–400, septembre 1991.
- M. W. FEAST : The pulsation, temperatures and metallicities of Mira and semiregular variables in different stellar systems. *MNRAS*, 278:11–21, janvier 1996.

- D. FEDELE, M. WITTKOWSKI, F. PARESCE, M. SCHOLZ, P. R. WOOD et S. CIROI : The K-band intensity profile of R Leonis probed by VLTI/VINCI. *A&A*, 431:1019–1026, mars 2005.
- B. FREYTAG : Hot Spots in Numerical Simulations of Betelgeuse. In A. BROWN, G. M. HARPER et T. R. AYRES, éditeurs : *The Future of Cool-Star Astrophysics : 12th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun (2001 July 30 - August 3)*, eds. A. Brown, G.M. Harper, and T.R. Ayres, (University of Colorado), 2003, p. 1024-1029., pages 1024–1029, octobre 2003.
- D. K. GALLOWAY et J. L. SOKOLOSKI : An X-Ray Jet from a White Dwarf : Detection of the Collimated Outflow from CH Cygni with Chandra. *ApJL*, 613:L61–L64, septembre 2004.
- A. GAUTSCHY et H. SAIO : Stellar Pulsations Across The HR Diagram : Part 1. *ARAA*, 33:75–114, 1995.
- A. GAUTSCHY et H. SAIO : Stellar Pulsations Across the HR Diagram : Part 2. *ARAA*, 34:551–606, 1996.
- M. J. E. GOLAY : Point Arrays Having Compact Nonredundant Autocorrelations. *J. Opt. Soc. Am.*, 61:272–273, février 1971.
- J. W. GOODMAN : *Statistical Optics*. John Wiley & Sons, 1985.
- O. GUYON : Wide field interferometric imaging with single-mode fibers. *A&A*, 387:366–378, mai 2002.
- C. A. HANIFF, C. D. MACKAY, D. J. TITTERINGTON, D. SIVIA et J. E. BALDWIN : The first images from optical aperture synthesis. *Nature*, 328:694–696, août 1987.
- X. HAUBOIS, G. PERRIN, S. LACOUR, J. D. MONNIER, S. MEIMON, T. VERHOELST, J. P. BERGER, S. T. RIDGWAY et W. A. TRAUB : Imaging Betelgeuse in the H band. *A&A*, en préparation, 2007.
- D. HESTROFFER : Centre to limb darkening of stars. New model and application to stellar interferometry. *A&A*, 327:199–206, novembre 1997.
- K. H. HINKLE et T. G. BARNES : Infrared spectroscopy of Mira variables. III - R Leonis, the atomic lines. *ApJ*, 234:548–555, décembre 1979.
- K. H. HINKLE, F. C. FEKEL, D. S. JOHNSON et W. W. G. SCHARLACH : The triple symbiotic system CH Cygni. *AJ*, 105:1074–1086, mars 1993.
- K. H. HINKLE, D. N. B. HALL et S. T. RIDGWAY : Time series infrared spectroscopy of the Mira variable Chi Cygni. *ApJ*, 252:697–714, janvier 1982.
- K.-H. HOFMANN, Y. BALEGA, N. R. IKHSANOV, A. S. MIROSHNICHENKO et G. WEIGELT : Bispectrum speckle interferometry of the B[e] star MWC 349A. *A&A*, 395:891–898, décembre 2002.

- K.-H. HOFMANN, Y. BALEGA, M. SCHOLZ et G. WEIGELT : Multi-wavelength bispectrum speckle interferometry of R Leo and comparison with Mira star models. *A&A*, 376:518–531, septembre 2001.
- K.-H. HOFMANN et M. SCHOLZ : Limb-darkening and radii of non-Mira M giant models. *A&A*, 335:637–646, juillet 1998.
- K.-H. HOFMANN, M. SCHOLZ et P. R. WOOD : Limb-darkening and radii of M-type Mira models. *A&A*, 339:846–857, novembre 1998.
- G. HUSS, P. LEPROUX, F. REYNAUD et V. DOYA : Spatial filtering efficiency of single-mode optical fibers for stellar interferometry applications : phenomenological and numerical study. *Optics Communications*, 244:209–217, janvier 2005.
- A. P. JACOB, T. R. BEDDING, J. G. ROBERTSON, J. R. BARTON, C. A. HANIFF et R. G. MARSON : Multiwavelength visibility measurements of Miras : observations of R Dor and R Leo with MAPPIT. *MNRAS*, 349:303–312, mars 2004.
- A. P. JACOB et M. SCHOLZ : Effects of molecular contamination of IR near-continuum bandpasses on measurements of M-type Mira diameters. *MNRAS*, 336:1377–1389, novembre 2002.
- R. C. JENNISON : A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the Fourier transforms of spatial brightness distributions of small angular extent. *MNRAS*, 118:276–+, 1958.
- E. JOSSELIN, N. MAURON, P. PLANESAS et R. BACHILLER : Strong asymmetries in the neutral envelope of Mira observations. CO and K I. *A&A*, 362:255–262, octobre 2000.
- A. H. JOY : Spectroscopic Observations of Mira CETI, 1934-1952. *ApJS*, 1:39–+, avril 1954.
- M. KAROVSKA, W. HACK, J. RAYMOND et E. GUINAN : First Hubble Space Telescope Observations of Mira AB Wind-accreting Binary Systems. *ApJL*, 482:L175+, juin 1997.
- M. KAROVSKA et J. A. MATTEI : Longterm AAVSO Observations of the Symbiotic System CH Cygni. *Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO)*, 21:23–28, juin 1992.
- M. KAROVSKA, P. NISENSEN et J. BELETIC : Speckle observations of Mira's companion. *ApJ*, 402:311–313, janvier 1993.
- M. KAROVSKA, E. SCHLEGEL, W. HACK, J. C. RAYMOND et B. E. WOOD : A Large X-Ray Outburst in Mira A. *ApJL*, 623:L137–L140, avril 2005.
- P. KERVELLA et A. DOMICIANO DE SOUZA : The polar wind of the fast rotating Be star Achernar. VINCI/VLTI interferometric observations of an elongated polar envelope. *A&A*, 453:1059–1066, juillet 2006.

- L. L. KISS, T. R. BEDDING et G. M. SZABÓ : Variability in red supergiant stars : pulsations, long secondary periods and convection noise. *MNRAS*, 2006.
- A. LABEYRIE : Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *A&A*, 6:85–+, mai 1970.
- A. LABEYRIE, L. KOEHLIN, D. BONNEAU, A. BLAZIT et R. FOY : Strong TiO-related variations in the diameters of Mira and R Leonis. *ApJL*, 218:L75–L78, décembre 1977.
- S. LACOUR, E. THIÉBAUT et G. PERRIN : High dynamic range imaging with a single-mode pupil remapping system ; a self-calibration algorithm for highly redundant interferometric arrays. *ArXiv Astrophysics e-prints*, octobre 2006.
- A. LANÇON et P. R. WOOD : A library of 0.5 to 2.5 μ m spectra of luminous cool stars. *A&AS*, 146:217–249, octobre 2000.
- A. MANDUCA, R. A. BELL et B. GUSTAFSSON : Limb darkening coefficients for late-type giant model atmospheres. *A&A*, 61:809–813, décembre 1977.
- M. MARENGO, M. KAROVSKA, G. G. FAZIO, J. L. HORA, W. F. HOFFMANN, A. DAYAL et L. K. DEUTSCH : Mid-Infrared Observations of the Mira Circumstellar Environment. *ApJL*, 556:L47–L50, juillet 2001.
- J.-M. MARIOTTI, J.-L. MONIN, P. GHEZ, C. PERRIER et A. ZADROZNY : Pupil plane interferometry in the near infrared. I - Methodology of observation and first results. *A&A*, 255:462–476, février 1992.
- C. L. MATSON : Weighted-least-squares phase reconstruction from the bispectrum. *J. Opt. Soc. Am. A*, 8(12):1905–1913, 1991.
- S. MEIMON : *Reconstruction d'images astronomiques en interférométrie optique*. Thèse de doctorat, Université de Paris 11, 2005.
- B. MENNESSON, G. PERRIN, G. CHAGNON, V. DU COUDÉ FORESTO, S. RIDGWAY, A. MERAND, P. SALOME, P. BORDE, W. COTTON, S. MOREL, P. KERVELLA, W. TRAUB et M. LACASSE : Evidence for Very Extended Gaseous Layers around O-rich Mira Variables and M Giants. *ApJ*, 579:446–454, novembre 2002.
- A. MÉRAND, P. BORDÉ et V. COUDÉ DU FORESTO : A catalog of bright calibrator stars for 200-m baseline near-infrared stellar interferometry. *A&A*, 447:783–783, février 2006a.
- A. MÉRAND, P. KERVELLA, V. COUDÉ DU FORESTO, G. PERRIN, S. T. RIDGWAY, J. P. AUFDENBERG, T. A. TEN BRUMMELAAR, H. A. MCALISTER, L. STURMANN, J. STURMANN, N. H. TURNER et D. H. BERGER : Extended envelopes around Galactic Cepheids. II. Polaris and δ Cephei from near-infrared interferometry with CHARA/FLUOR. *A&A*, 453:155–162, juillet 2006b.
- A. A. MICHELSON : On the Application of Interference Methods to Astronomical Measurements. *ApJ*, 51:257–+, juin 1920.

- M. MIKOLAJEWSKI, J. MIKOLAJEWSKA et T. N. KHUDIAKOVA : A long-period symbiotic binary CH Cygni. I - A hundred years' history of variability. *A&A*, 235:219–233, août 1990.
- J.-L. MONIN, J.-M. MARIOTTI, P. GHEZ, C. PERRIER et L. DESBAT : Pupil plane interferometry in the near infrared. II - Phase recovery and image reconstruction. *A&A*, 260:510–516, juillet 1992.
- J. D. MONNIER, J.-P. BERGER, R. MILLAN-GABET, W. A. TRAUB, F. P. SCHLOERB, E. PEDRETTI, M. BENISTY, N. P. CARLETON, P. HAGUENAUER, P. KERN, P. LABEYE, M. G. LACASSE, F. MALBET, K. PERRAUT, M. PEARLMAN et M. ZHAO : Few Skewed Disks Found in First Closure-Phase Survey of Herbig Ae/Be Stars. *ApJ*, 647:444–463, août 2006.
- J. D. MONNIER, W. A. TRAUB, F. P. SCHLOERB, R. MILLAN-GABET, J.-P. BERGER, E. PEDRETTI, N. P. CARLETON, S. KRAUS, M. G. LACASSE, M. BREWER, S. RAGLAND, A. AHEARN, C. COLDWELL, P. HAGUENAUER, P. KERN, P. LABEYE, L. LAGNY, F. MALBET, D. MALIN, P. MAYMOUNKOV, S. MOREL, C. PAPALIOIOS, K. PERRAUT, M. PEARLMAN, I. L. PORRO, I. SCHANEN, K. SOUCCAR, G. TORRES et G. WALLACE : First Results with the IOTA3 Imaging Interferometer : The Spectroscopic Binaries λ Virginis and WR 140. *ApJL*, 602:L57–L60, février 2004.
- Jorge J. MORÉ : The levenberg-marquardt algorithm, implementation and theory. In G. A. WATSON, éditeur : *Numerical Analysis*, volume 630 de *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, 1977.
- Jorge J. MORÉ et Danny C. SORENSEN : Computing a trust region step. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.*, 4(3):553–572, 1983.
- T. PADMANABHAN : *Theoretical Astrophysics. Volume II : Stars and Stellar Systems*. Cambridge University Press, 2001.
- G. PERRIN, V. COUDE DU FORESTO, S. T. RIDGWAY, J.-M. MARIOTTI et J. A. BENSON : Fibered recombination unit for the Infrared-Optical Telescope Array. In S. C. BARDEN, éditeur : *Proc. SPIE Vol. 2476, p. 120-128, Fiber Optics in Astronomical Applications, Samuel C. Barden ; Ed.*, pages 120–128, juin 1995.
- G. PERRIN, V. COUDE DU FORESTO, S. T. RIDGWAY, J.-M. MARIOTTI, W. A. TRAUB, N. P. CARLETON et M. G. LACASSE : Extension of the effective temperature scale of giants to types later than M6. *A&A*, 331:619–626, mars 1998.
- G. PERRIN, V. COUDÉ DU FORESTO, S. T. RIDGWAY, B. MENNESSON, C. RUILIER, J.-M. MARIOTTI, W. A. TRAUB et M. G. LACASSE : Interferometric observations of R Leonis in the K band. First direct detection of the photospheric pulsation and study of the atmospheric intensity distribution. *A&A*, 345:221–232, mai 1999.
- G. PERRIN, S. T. RIDGWAY, V. COUDÉ DU FORESTO, B. MENNESSON, W. A. TRAUB et M. G. LACASSE : Interferometric observations of the supergiant stars α Orionis and α Herculis with FLUOR at IOTA. *A&A*, 418:675–685, mai 2004a.

- G. PERRIN, S. T. RIDGWAY, B. MENNESSON, W. D. COTTON, J. WOILLEZ, T. VERHOELST, P. SCHULLER, V. COUDÉ DU FORESTO, W. A. TRAUB, R. MILLAN-GABET et M. G. LACASSE : Unveiling Mira stars behind the molecules. Confirmation of the molecular layer model with narrow band near-infrared interferometry. *A&A*, 426:279–296, octobre 2004b.
- G. PERRIN, S. T. RIDGWAY, T. VERHOELST, P. A. SCHULLER, V. COUDÉ DU FORESTO, W. A. TRAUB, R. MILLAN-GABET et M. G. LACASSE : Study of molecular layers in the atmosphere of the supergiant star μ Cep by interferometry in the K band. *A&A*, 436:317–324, juin 2005.
- G. PERRIN, T. VERHOELST, S. T. RIDGWAY et J. CAMI : Identification of gaseous and dusty constituents of the molecular layer around Betelgeuse. *A&A*, soumis, 2007.
- D. PRIALNIK : *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*. Cambridge University Press, 2000.
- J. L. PRIEUR, E. ARISTIDI, B. LOPEZ, M. SCARDIA, F. MIGNARD et M. CARBILLET : High Angular Resolution Observations of Late-Type Stars. *ApJS*, 139:249–258, mars 2002.
- A. QUIRRENBACH, D. MOZURKEWICH, D. F. BUSCHER, C. A. HUMMEL et J. T. ARMSTRONG : Angular diameter and limb darkening of Arcturus. *A&A*, 312:160–166, août 1996.
- S. RAGLAND : Characterization of IOTA-IONIC for Closure phase measurements. In <http://cfa-www.harvard.edu/iota/TECHNICAL/CPHASE/Characterization.htm>, juillet 2003.
- S. RAGLAND, W. A. TRAUB, J. . BERGER, W. C. DANCHI, J. D. MONNIER, L. A. WILLSON, N. P. CARLETON, M. G. LACASSE, R. MILLAN-GABET, E. PEDRETTI, F. P. SCHLOERB, W. D. COTTON, C. H. TOWNES, M. BREWER, P. HAGUENAUER, P. KERN, P. LABEYE, F. MALBET, D. MALIN, M. PEARLMAN, K. PERRAUT, K. SOUCCAR et G. WALLACE : First Surface-resolved Results with the IOTA Imaging Interferometer : Detection of Asymmetries in AGB stars. *ArXiv Astrophysics e-prints*, juillet 2006.
- M. J. REID et K. M. MENTEN : Radio Photospheres of Long-Period Variable Stars. *ApJ*, 476:327–+, février 1997.
- F. RODDIER et C. RODDIER : An image reconstruction of Alpha Orionis. *ApJL*, 295:L21–L23, août 1985.
- M. SCHOLZ et Y. TAKEDA : Model study of wavelength-dependent limb-darkening and radii of M-type giants and supergiants. *A&A*, 186:200–212, novembre 1987.
- M. SCHWARZSCHILD : On the scale of photospheric convection in red giants and supergiants. *ApJ*, 195:137–144, janvier 1975.
- D. STRECKER : *3.5 micron ligh curves of long period variable stars*. Thèse de doctorat, University of Minnesota, 1973.

- M. TALLON et I. TALLON-BOSC : The object-image relationship in Michelson stellar interferometry. *A&A*, 253:641–645, janvier 1992.
- E. THIÉBAUT : *Imagerie astrophysique à la limite de diffraction des grands télescopes. Application à l'observation des objets froids*. Thèse de doctorat, Université de Paris 7, 1994.
- E. THIÉBAUT et J.-M. CONAN : Strict a priori constraints for maximum likelihood blind deconvolution. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12(3):485–492, March 1995.
- W. A. TRAUB, A. AHEARN, N. P. CARLETON, J.-P. BERGER, M. K. BREWER, K.-H. HOFMANN, P. Y. KERN, M. G. LACASSE, F. MALBET, R. MILLAN-GABET, J. D. MONNIER, K. OHNAKA, E. PEDRETTI, S. RAGLAND, F. P. SCHLOERB, K. SOUCCAR et G. WEIGELT : New Beam-Combination Techniques at IOTA. In W. A. TRAUB, éditeur : *Interferometry for Optical Astronomy II. Edited by Wesley A. Traub. Proceedings of the SPIE, Volume 4838, pp. 45-52 (2003)*., pages 45–52, février 2003.
- P. G. TUTHILL, W. C. DANCHI, D. S. HALE, J. D. MONNIER et C. H. TOWNES : Near- and Mid-Infrared Subarcsecond Structure of the Dusty Symbiotic Star R Aquarii. *ApJ*, 534:907–914, mai 2000.
- P. G. TUTHILL, J. D. MONNIER et W. C. DANCHI : A dusty pinwheel nebula around the massive star WR 104. *Nature*, 398:487–489, avril 1999.
- P. G. TUTHILL, J. D. MONNIER et W. C. DANCHI : Multiwavelength Diffraction-limited Imaging of the Evolved Carbon Star IRC +10216. II. *ApJ*, 624:352–358, mai 2005.
- G. T. VAN BELLE, H. M. DYCK, J. A. BENSON et M. G. LACASSE : Angular Size Measurements of 18 Mira Variable Stars at 2.2 (?). *AJ*, 112:2147–+, novembre 1996.
- T. VERHOELST : *Evolved stars : a combined view from interferometry and spectroscopy*. Thèse de doctorat, Katholieke Universiteit Leuven, 2005.
- T. VERHOELST, P. J. BORDÉ, G. PERRIN, L. DECIN, K. ERIKSSON, S. T. RIDGWAY, P. A. SCHULLER, W. A. TRAUB, R. MILLAN-GABET, M. G. LACASSE et C. WAELKENS : Is Arcturus a well-understood K giant?. Test of model atmospheres and potential companion detection by near-infrared interferometry. *A&A*, 435:289–301, mai 2005.
- P. G. WANNIER, R. SAHAI, B.-G. ANDERSSON et H. R. JOHNSON : Mass loss from red giant stars. II - Carbon stars. *ApJ*, 358:251–261, juillet 1990.
- V. WEIDEMANN : Masses and evolutionary status of white dwarfs and their progenitors. *ARAA*, 28:103–137, 1990.
- J. WEINER, D. D. S. HALE et C. H. TOWNES : Asymptotic Giant Branch and Super-giant Stellar Diameters in the Mid-Infrared. *ApJ*, 589:976–982, juin 2003.
- P. WHITELOCK, F. MARANG et M. FEAST : Infrared colours for Mira-like long-period variables found in the ($M < 10^{-7} M_{\text{solar}} \text{yr}^{-1}$) Hipparcos Catalogue. *MNRAS*, 319: 728–758, décembre 2000.

- L. A. WILLSON : Mass Loss From Cool Stars : Impact on the Evolution of Stars and Stellar Populations. *ARAA*, 38:573–611, 2000.
- R. W. WILSON, V. S. DHILLON et C. A. HANIFF : The changing face of Betelgeuse. *MNRAS*, 291:819–+, novembre 1997.
- B. E. WOOD et M. KAROVSKA : Mira B Rejuvenated. *ApJ*, 649:410–414, septembre 2006.
- P. R. WOOD : Pulsation and mass loss in Mira variables. *ApJ*, 227:220–231, janvier 1979.
- P. R. WOOD : Pulsation and evolution of Mira variables. In O. MENNESSIER, éditeur : *From Miras to Planetary Nebulae : which path for stellar evolution*, pages 67–84, 1989.
- A. YA'ARI et Y. TUCHMAN : On the Pulsation Mode of Mira Variables : Nonlinear Calculations Compared with Radii Observations. *ApJL*, 514:L35–L37, mars 1999.
- I. YAMAMURA, T. DE JONG et J. CAMI : Infrared emission of hot water in the atmosphere of Mira. *A&A*, 348:L55–L58, août 1999.
- J. S. YOUNG, J. E. BALDWIN, R. C. BOYSEN, C. A. HANIFF, P. R. LAWSON, C. D. MACKAY, D. PEARSON, J. ROGERS, D. ST.-JACQUES, P. J. WARNER, D. M. A. WILSON et R. W. WILSON : New views of Betelgeuse : multi-wavelength surface imaging and implications for models of hotspot generation. *MNRAS*, 315:635–645, juillet 2000a.
- J. S. YOUNG, J. E. BALDWIN, R. C. BOYSEN, C. A. HANIFF, D. PEARSON, J. ROGERS, D. ST.-JACQUES, P. J. WARNER et D. M. A. WILSON : Cyclic variations in the angular diameter of χ Cygni. *MNRAS*, 318:381–386, octobre 2000b.